

Numéro d'ordre : 40331

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE  
U. F. R. DE MATHEMATIQUES  
ECOLE DOCTORALE POUR L'INGENIEUR UNIVERSITE LILLE  
NORD-DE-FRANCE

## THESE

*Présentée par*

Qifeng Jiang

*pour obtenir le grade de*

DOCTEUR EN MECANIQUE

# Microstructure de Suspensions hors du Régime de Stokes

Soutenue le 16 décembre 2010 devant le jury :

Président :	Pierre-Anoine BOIS	PR	Université Lille1
Rapporteurs :	Abdellatif OUAHSINE	PR	UTC
	Eric FOUCAULT	PR	Université de Poitiers
Examineurs :	Anne TANIÈRE	MDC HDR	Université de Nancy
	Toufik KANIT	MDC	Université Lille1
Directeur :	Yves BRUNET	MDC HDR	Université Lille1

LABORATOIRE DE MECANIQUE DE LILLE



---

# REMERCIEMENTS

---

Le travail accompli dans le cadre de cette thèse a été effectué au laboratoire de Mécanique de Lille de l'Université de Lille 1. Je remercie Monsieur Jianfu SHAO, Directeur de LML pour m'avoir accueilli au sein de cette structure.

Je voudrais remercier Monsieur Yves BRUNET, Maître de Conférence HDR à l'USTL, qui a été mon directeur de thèse. Je le remercie pour sa disponibilité et les conversations régulières que nous avons eues sur ce travail, sa rigueur et notamment pour son art consommé de la synthèse dès qu'il s'agit d'avoir une vue d'ensemble ou encore d'étudier un point précis. Mais au delà des qualités scientifiques, ce sont surtout les qualités humaines que je voudrais souligner.

Je remercie mes rapporteurs pour le travail que leur a demandé ma thèse : Monsieur Eric FOUCAULT, Professeur à l'Université de Poitiers, pour sa critique constructive sur mon manuscrit, Monsieur Abdellatif OUAHSINE Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, pour ses indications utiles.

Je remercie spécialement les membres de jury : Monsieur Pierre-Antoine BOIS, Professeur émérite à l'Université de Lille 1, qui m'a fait l'honneur d'avoir accepté de présider mon travail de thèse, Madame Anne TANIÈRE, Maître de Conférence HDR à l'Université de Nancy, qui a accepté de faire partie du jury et Monsieur Toufik KANIT, Maître de Conférence à l'Université de Lille 1, pour ses collaborations à ce travail de recherche.

Je tiens à remercier tous les personnels du Département de Mécanique pour la bonne ambiance, particulièrement Monsieur Loïc LAM, Monsieur Hakim RAMZI, Madame Martine PICHON, des collègues Qi ZHANG, Mahamadou ADAMA MAIGA, Gérémino

ELLA ENY, Eric VERDUN.

Je tiens à remercier des amis en France, particulièrement la famille JOLY, Lionel, Edith et petit Clovis, la famille VERDONK, Cyril, Min et petit Luc, qui m'ont enrichi ma vie en France.

Finalement, ce travail de thèse doit beaucoup à mon père, ma mère, ma soeur qui m'ont encouragé et soutenu depuis toujours. Je leur adresse un immense merci.

Enfin et pas la moindre, je tiens à exprimer mes profonds sentiments et mes remerciements à ma petite amie Jing pour son soutien.

---

# SOMMAIRE

---

<b>NOMENCLATURE.....</b>	<b>3</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>7</b>
<b>1. ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES SUR LES SUSPENSIONS.....</b>	<b>11</b>
1.1 Introduction.....	11
1.2 Sédimentation.....	12
1.2.1 Détermination de la vitesse des particules et de la vitesse de sédimentation....	13
1.2.1.1 Chute d'une et deux sphères monodisperses en régime de Stokes.....	13
1.2.1.2 Sédimentation de N particules en régime de Stokes.....	14
1.2.2 Effet des parois et convection intrinsèque.....	18
1.3 Lit fluidisé.....	22
1.4 Fluctuations de vitesses.....	24
1.5 Description macroscopique.....	26
1.5.1 Méthodes statistiques.....	27
1.5.1.1 Moyenne d'ensemble.....	27
1.5.1.2 Moyenne volumique.....	27
1.5.2 Modèles « fluides ».....	28
1.5.2.1 Modèle à un fluide.....	28
1.5.2.2 Modèle à deux fluides.....	29
1.6 Stabilité du lit fluidisé.....	30
1.7 Description microscopique.....	32
1.7.1 Fonctions de distribution.....	34
1.7.2 Facteur de structure.....	37
<b>2. EXPERIMENTATION ET TRAITEMENT DES DONNEES.....</b>	<b>39</b>
2.1 Dispositif expérimental.....	39
2.2 Mesure de densité de particules.....	45
2.2.1 Mesure en suspensions diluées.....	45
2.2.2 Mesure en cas dense.....	45

2.2.3	Densité/Fraction volumique moyenne (bulk density).....	48
2.3	Vitesses de la phase solide.....	53
2.3.1	Mesure des vitesses instantanées des particules.....	53
2.3.2	Vitesses moyennes et fluctuations.....	56
2.3.3	Répartition des vitesses.....	57
2.4	Conclusions.....	58
<b>3.</b>	<b>ÉCOULEMENT MACROSCOPIQUE.....</b>	<b>59</b>
3.1	Répartition spatiale des particules.....	59
3.1.1	Carte de fraction volumique moyenne (CFV).....	59
3.1.2	Étirement de la répartition macroscopique de phase solide.....	61
3.1.3	Fluctuations de nombre de particules.....	66
3.2	Vitesses de la phase solide.....	67
3.2.1	Vitesse moyenne.....	68
3.2.2	Homogénéité des conditions hydrodynamiques dans lesquelles se trouvent les particules.....	70
3.2.3	Fluctuations.....	71
3.2.4	P.D.F. de vitesses au centre.....	73
<b>4.</b>	<b>MICROSTRUCTURE.....</b>	<b>77</b>
4.1	Fonction de distribution de paires.....	78
4.1.1	Méthode de mesure.....	79
4.1.2	Résultats sur la fonction de distribution de paires.....	83
4.1.3	Fonction de distribution de paires radiale.....	85
4.1.4	Estimation d'une distance interparticulaire.....	86
4.2	Facteur de structure.....	87
4.3	Pression partielle de la phase solide.....	92
<b>5.</b>	<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>103</b>
	<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>107</b>

## Symboles Latins

$a$	rayon d'une particule
$A$	section du lit
$A_r$	nombre d'Archimède
$C$	fraction surfacique
$C_D$	coefficient de traînée
$e$	épaisseur du dispositif
$Er$	erreur relative
$f(\xi)$	fonction de distribution des particules
$F_D$	force de traînée
$F_g$	force de poids apparent de particules
$g$	accélération gravitationnelle
$g(r)$	fonction radiale de distribution de paires
$g(r, \theta)$	fonction de distribution de paires
$h$	hauteur du lit
$H$	hauteur des particules
$H_E$	hamiltonien efficace global du système
$h(\tilde{\xi})$	fonction de corrélation particules-paroi à l'équilibre
$k$	coefficient de loi de Richardson-Zaki
$\mathbf{k}$	nombre d'onde

$l$	longueur caractéristique du V.E.R.
$L$	longueur caractéristique de la veine d'essais
$L_r$	distance interparticulaire
$L_s$	longueur de segment situé au centre du canal
$m$	masse d'une particule
$n$	exposant de loi de Richardson-Zaki
$N$	nombre de particules en suspension
$N_{ag}$	nombre de particules dans l'agglomérat
$n(\lambda)$	fonction d'écrantage
$n_v$	nombre de particules croisées avec le segment vertical
$n_h$	nombre de particules croisées avec le segment horizontal
$\langle N \rangle$	nombre moyen de particules
$P_{cin}$	pression cinétique
$P_{dyn}$	pression dynamique
$P_2(\cos\theta)$	second polynôme de Legendre
$\langle P_2 \rangle(r)$	fonction d'orientation
$Q_v$	débit du fluide
$R$	rayon de volume élémentaire sphérique
$r_{12}$	distance entre les deux sphères
$Re$	nombre de Reynolds particulaire
$S$	distance moyenne inter particulaire
$S(\mathbf{k})$	facteur de structure
$St$	nombre de Stokes
$t^*$	temps de Stokes

$\mathbf{u}$	vitesse verticale
$u_d$	vitesse débitante
$u_f$	vitesse du fluide
$U_f$	vitesse de fluidisation
$U_i$	vitesse interstitielle du fluide entre les particules
$u_p$	vitesse moyenne de la phase solide
$u_{pi}$	vitesse de chute d'une particule seule
$u_q$	vitesse quadratique des particules
$u_r$	vitesse moyenne relative des sphères par rapport au fluide en suspension
$u_{ri}$	vitesse relative d'une sphère par rapport au fluide
$u_{sed}$	vitesse de sédimentation
$u_{sus}$	vitesse de suspension
$\mathbf{v}$	vitesse horizontale
$V_i$	vitesse relative d'approche de deux particules
$V_p$	vitesse chute à deux sphères
$V_{Stokes}$	vitesse de Stokes
$w^*$	vitesse de glissement
$Z_c$	coefficient de confiance

### **Symboles Grecs**

$\alpha$	coefficient de diffusion
$\delta v$	fluctuation de vitesse
$\Delta v$	variance des fluctuations de vitesse
$\eta$	viscosité dynamique du fluide

$\theta$	angle d'inclinaison
$\lambda$	longueur d'onde
$\nu$	viscosité cinématique du fluide
$\xi$	distance entre le point courant et la paroi
$\tilde{\xi}$	unité adimensionnée par le rayon de particule
$\rho$	densité de particules
$\rho_f$	masse volumique du fluide
$\rho_p$	masse volumique de la phase solide
$\rho_s$	masse volumique de suspension
$\phi$	fraction volumique de la phase solide

---

## INTRODUCTION GENERALE

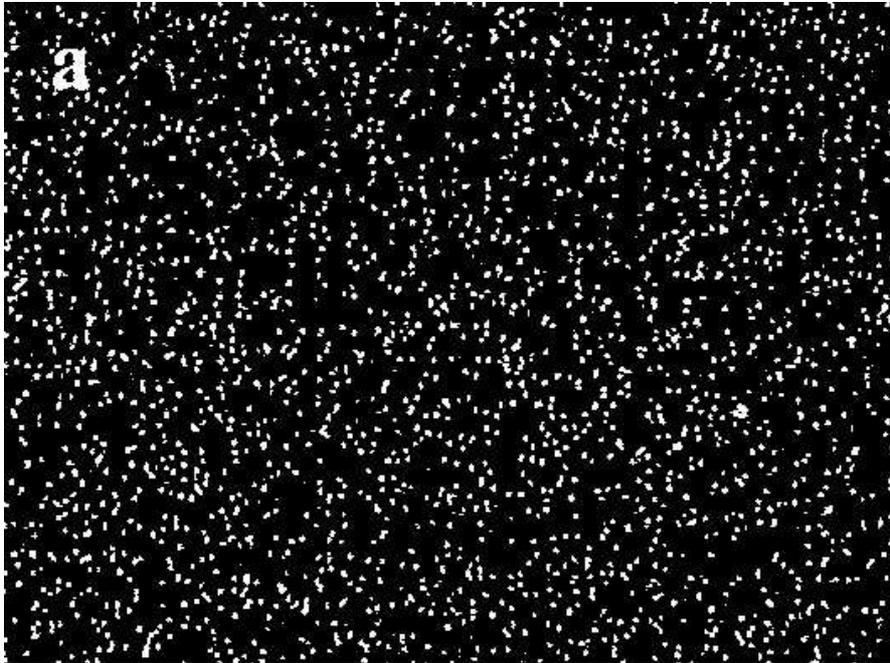
---

Les milieux diphasiques sont variés de part la nature des constituants : liquide-gaz, liquide-solide, gaz-solide, voire liquide-liquide et solide-solide suivant le sens donné à « diphasique ». Le cas particulier des mélanges fluide-particules, qui sont l'objet de ce mémoire, se rencontre dans de nombreuses situations tant industrielles que naturelles. A titre d'exemple nous pouvons citer la catalyse des réactions chimiques où souvent les catalyseurs sont des particules solides maintenues en suspensions dans un courant ascendant d'un mélange de fluides réactifs afin d'optimiser les échanges entre les deux phases ou dans le domaine environnemental la neige marine, sédimentation lente vers les fonds marins de particules détritiques suite à leur agglomération.

Dans le cas particulier des suspensions de particules dans un fluide la difficulté majeure est de connaître les interactions fluide-particules. En effet le mouvement d'une particule entraîne une perturbation du champ des vitesses du fluide qui lui-même affecte le mouvement des autres particules. L'effet le plus immédiatement observable de ces interactions complexes est le mouvement très agité des particules dans une simple expérience de sédimentation où un nuage de particules chute dans un fluide sous l'effet de la gravité.

L'observation d'une image d'un ensemble de particules en train de sédimenter, figure ci-dessous, donne l'impression que les particules sont réparties dans l'espace de manière aléatoire. Hors de nombreuses études montrent que si les particules sont réellement disposées de manière aléatoire cela conduit inmanquablement à des fluctuations de la vitesse des particules dont l'amplitude augmente indéfiniment avec le nombre de particules ou la taille du sédiment. Un tel comportement est dépourvu de toute réalité physique et conduit à écarter cette hypothèse de répartition aléatoire. Le réarrangement spatial des particules par rapport à la situation aléatoire est appelé microstructure et dépend fortement des conditions hydrodynamiques de la suspension.

Nous avons étudié expérimentalement la microstructure d'une suspension produite par un lit fluidisé bidimensionnel hors du régime de Stokes, c'est-à-dire quand les effets d'inertie du fluide ne sont pas négligeables et entraînent la formation de sillage en aval des particules.



Visualisation de particules en sédimentation expérience de Lei *et al.* [38].

Dans le premier chapitre nous effectuons une étude bibliographique non exhaustive des écoulements fluide-particules solides. Nous mettrons tout d'abord en évidence les principales propriétés des écoulements sédimentaires et des lits fluidisés. Ensuite nous nous intéresserons à leur modélisation en consacrant un paragraphe aux problèmes de stabilité. Enfin nous aborderons la question de la microstructure à partir d'éléments de physique statistique.

Le second chapitre présentera le dispositif expérimental, la méthode de visualisation directe et les post traitements permettant d'accéder aux principales grandeurs macroscopiques de l'écoulement : densité de particules et vitesses des particules.

Le troisième chapitre présentera les résultats concernant les grandeurs macroscopiques. Nous en déduirons qu'il existe une zone de l'écoulement où toutes les particules sont dans une situation hydrodynamique similaire. C'est dans cette zone que nous étudierons la microstructure qui fera l'objet du chapitre 4.

Le quatrième chapitre est donc consacré à la microstructure. Elle sera étudiée à l'aide de deux outils : la fonction de distribution de paires et le facteur de structure. La fonction de distribution de paires est une mesure de combien un système s'écarte d'une répartition aléatoire de ses composants, les particules dans notre cas. Le facteur de structure nous renseigne sur la réponse de notre ensemble de particules à une perturbation extérieure en fonction de sa longueur d'onde.

Dans la dernière partie qui fera office de conclusion, nous examinerons comment les résultats obtenus peuvent aider à la compréhension du phénomène de « neige marine ». Cela nous obligera à présenter quelques résultats supplémentaires en vue de l'étude des écosystèmes marins.



## ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES SUR LES SUSPENSIONS

---

### 1.1 Introduction

Une suspension est un milieu diphasique composé de particules dispersées dans un fluide. La nature de la suspension dépend des caractéristiques des deux phases. Les particules subissent le champ de gravitation et une force de traînée exercée par le mouvement relatif du fluide par rapport aux particules. Ce mouvement est en général complexe car le mouvement d'une particule est influencé par la présence des autres particules. Afin de pouvoir négliger le mouvement brownien (agitation thermique des particules) devant l'agitation due aux interactions hydrodynamiques les particules doivent avoir une taille suffisante. Cette taille critique peut être déterminée en comparant les temps caractéristiques de convection et de diffusion des particules. Leur rapport, ou nombre de Peclet doit rester grand devant 1 pour s'affranchir du mouvement brownien. A titre d'exemple dans l'eau le mouvement brownien apparaît pour des particules de diamètres inférieurs à  $1\mu\text{m}$ .

Dans cette étude nous considérerons des suspensions non-colloïdales en l'absence de mouvement brownien. Elles sont, en premier lieu, caractérisées par trois nombres sans dimension : le nombre d'Archimède, le nombre de Stokes, et le nombre de Reynolds particulaire.

Le nombre d'Archimède  $A_r = \frac{g\rho_f(\rho_p - \rho_f)(2a)^3}{\eta^2}$  est un nombre sans dimension qui caractérise le mouvement d'un corps dans un fluide, dû à leur différence de densité. Il s'agit du rapport entre les forces gravitationnelles et les forces visqueuses, avec  $g$  : accélération gravitationnelle,  $\eta$  : viscosité dynamique du fluide.

L'importance des collisions entre particules par rapport aux effets hydrodynamiques est caractérisée par le nombre de Stokes  $St$ . Il est défini comme  $\frac{\rho_p a V_i}{\eta}$  où  $V_i$  est la vitesse relative d'approche de deux particules. Si  $St$  est petit, un film visqueux empêche le contact entre particules. Si  $St$  est grand, les collisions sont possibles.

Il existe différents régimes d'écoulements au sein des suspensions, ils sont déterminés en fonction du nombre de Reynolds particulaire défini par :  $Re = \frac{\rho_p 2a U_i}{\eta}$ , où  $U_i$  est la vitesse interstitielle du fluide entre les particules. Lorsque le nombre de Reynolds est petit devant 1 les effets d'inertie sont négligeables, on parle alors de régime de Stokes, dans les autres cas apparaissent des phénomènes de sillage en aval des particules.

Dans une suspension de particules macroscopique dans un liquide visqueux moins dense, les principales interactions sont de nature hydrodynamique. Le déplacement d'une particule induit une modification du champ de vitesse du fluide à de longue distance de cette particule et ainsi modifie le comportement des autres particules. Du fait de ces interactions multi corps et à longue portée, les équations décrivant de tel système sont difficiles à résoudre analytiquement. A l'heure actuelle, seule la vitesse moyenne de sédimentation (vitesse moyenne des particules de la suspension pour rejoindre le sédiment au fond du récipient) est bien décrite théoriquement dans le cadre de suspensions très diluées.

Les deux principales situations où l'on rencontre des suspensions sont les expériences de sédimentation et les lits fluidisés.

## **1.2 Sédimentation**

Le phénomène de sédimentation se produit lorsque des particules solides sont placées dans un fluide et que l'ensemble est soumis à un champ exerçant une densité volumique de force différente sur les particules et le fluide. Le cas le plus courant est la gravitation avec une différence de masse volumique entre les particules et le fluide. La sédimentation est fréquemment utilisée dans l'industrie pour séparer les phases fluide et solide, ou pour séparer des solides de masses volumiques différentes en choisissant un fluide de masse volumique intermédiaire. Par contre, la sédimentation peut être gênante lorsqu'elle sépare les constituants d'un mélange (béton, ...). Il est donc important de comprendre le fonctionnement de ce

phénomène et de savoir le contrôler. La sédimentation est également très présente dans la nature (sédimentation marine, ...).

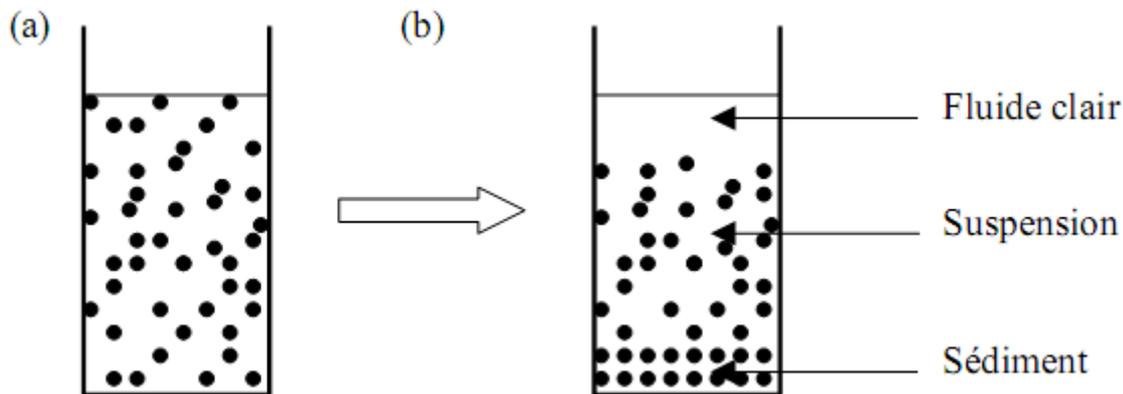


Fig.1.1 Régions de l'écoulement de la suspension en canal vertical : (a) suspension à l'état initial, (b) suspension lorsque la sédimentation est amorcée.

Prenons le cas de  $N$  particules (Fig.1.1), lorsque la sédimentation est amorcée, on voit apparaître au-dessus de la suspension une zone de fluide sans particule. Elle est appelée zone de fluide clair. Au fond du récipient, des particules se condensent, formant le sédiment.

### 1.2.1 Détermination de la vitesse des particules et de la vitesse de sédimentation

Avant de présenter les résultats concernant la vitesse de chute des particules dans une suspension, nous présenterons le cas d'une ou deux sphères isolées dans un fluide.

#### 1.2.1.1 Chute d'une et deux sphères en régime de Stokes

Supposons qu'une sphère «  $i$  » chute avec une vitesse  $u_{pi}$  dans un fluide incompressible infini initialement au repos. Si le fluide a une viscosité dynamique  $\eta$ , en régime de Stokes ( $Re \ll 1$ ), la traînée exercée sur la particule est  $F_D = -6\pi\eta a u_{pi}$ . La force volumique appliquée à la particule est son poids apparent  $F_g = \frac{4}{3}\pi a^3 (\rho_p - \rho_f) g$ . Si la particule atteint un régime stationnaire, alors l'application du Principe Fondamental de la Dynamique donne :  $F_D + F_g = 0$ . Stokes en a déduit la vitesse de sédimentation de la particule sphérique :

$$V_{\text{Stokes}} = \frac{2(\rho_p - \rho_f)a^2g}{9\eta}$$

Nous pouvons alors conclure que pour une sphère en régime de Stokes, chutant sous son propre poids, sa vitesse est inversement proportionnelle à la viscosité du fluide, et proportionnelle à la différence de densité des deux phases ainsi qu'au carré de son rayon.

Voyons à présent ce qui se passe quand deux sphères identiques sont en mouvement dans un liquide visqueux. L'ensemble des deux sphères chute plus vite qu'une seule [20, 29, 33, 63]. L'interaction hydrodynamique entre les deux sphères résulte de l'effet induit par l'une d'elles sur l'autre et vice-versa. A faible nombre de Reynolds, la perturbation dans le fluide provoquée par le mouvement d'une particule sur une autre particule identique est symétrique. Les deux sphères ont ainsi une vitesse identique qui est donnée par la relation :

$$V_p = V_{\text{Stokes}} \left( 1 + \frac{3a(1 + \cos^2 \theta)}{4r_{12}} \right)$$

Où  $r_{12}$  : la distance entre les deux sphères et  $\theta$  : l'angle d'inclinaison du doublet par rapport à la vertical.

Cette expression montre que la vitesse de chute de deux sphères identiques dépend de l'angle d'inclinaison et de la distance entre elles. Quand les centres de deux sphères sont alignés horizontalement, elles chutent moins vite que deux sphères dont les centres sont sur une verticale. Quoiqu'il en soit, deux sphères voisines chutent plus vite qu'une seule sphère, et plus elles sont proches l'une de l'autre, plus leur mouvement sera rapide.

De plus hors du régime de Stokes les effets d'inertie ne sont plus négligeables et les observations précédentes sur une ou deux particules perdent leur pertinence. Une conséquence des effets d'inertie est le phénomène d'aspiration d'une particule dans le sillage d'une autre. La particule captée dans le sillage est alors accélérée puis éjectée latéralement [33, 63].

### 1.2.1.2 Sédimentation de N particules en régime de Stokes

Si l'on considère une suspension comprenant un grand nombre de particules, il n'existe plus de configurations stationnaires : les particules chutent avec des vitesses différentes et qui

fluctuent dans le temps. Nous sommes obligés de faire une description statistique des vitesses. Rappelons que la concentration volumique de la suspension ou la fraction volumique de la phase solide :  $\phi = \frac{\text{volume de la phase solide}}{\text{volume total}}$  est le rapport entre le volume de la phase solide et le volume total du mélange.

En partant de la conservation de la masse, il est possible de définir la masse volumique  $\rho_s$  de ce mélange :  $\rho_s = \phi\rho_p + (1-\phi)\rho_f$ . Il est alors possible d'introduire la vitesse moyenne de la suspension dans le référentiel du laboratoire :  $u_{\text{sus}} = \phi u_p + (1-\phi)u_f$ , où  $u_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{pi}$ , est la vitesse moyenne de la phase solide et  $u_f$  est la vitesse du fluide. La vitesse de sédimentation est définie comme :  $u_{\text{sed}} = u_p - u_{\text{sus}}$ .

Dans les expériences de Richardson et Zaki [51] où la sédimentation et le lit fluidisé sont présentés pour une grande plage de nombre de Reynolds de  $2 \times 10^{-4}$  à  $7 \times 10^3$ , ils considèrent que la force de traînée par unité de surface d'une particule sphérique unique dépend de  $\eta$ ,  $\rho_f$ ,  $a$ ,  $u_{ri}$ , telle que :

$$F_D = f(\eta, \rho_f, a, u_{ri})$$

avec  $u_{ri}$  : vitesse relative d'une sphère par rapport au fluide.

Dans une suspension uniforme, la force de traînée dépend de la présence des autres particules qui perturbent l'écoulement du fluide à de longues distances. Ainsi, le comportement du fluide est une fonction du rapport entre le diamètre des particules et la distance moyenne interparticulaire  $S$  où  $a/S$  est uniquement fonction de la fraction volumique. La force de traînée sera donc aussi fonction de la fraction volumique:

$$F_D = f(\eta, \rho_f, a, u_r, \phi)$$

avec  $u_r$  : vitesse relative moyenne des sphères en suspension par rapport au fluide.

Afin d'inclure l'effet du rapport entre le diamètre de particule et la taille de récipient  $L$ , la force de traînée peut être modifiée comme :

$$F_D = f\left(\eta, \rho_f, a, u_r, \phi, \frac{a}{L}\right)$$

Il en découle la vitesse moyenne de particules  $u_p$  :

$$\frac{u_p}{V_{\text{Stokes}}} = f\left(\eta, \rho_f, a, F_D, \phi, \frac{a}{L}\right)$$

Où l'on appelle  $V_{\text{Stokes}}$  la vitesse de chute d'une particule seule quelque soit le régime de l'écoulement.

La seule possibilité de combinaison adimensionnelle des variables est :  $F_D \rho_f a^2 / \eta^2$ . Donc :

$$\frac{u_p}{V_{\text{Stokes}}} = f\left(\frac{F_D \rho_f a^2}{\eta^2}, \phi, \frac{a}{L}\right)$$

Le terme  $F_D \rho_f a^2 / \eta^2$  est égal à  $\left(\frac{F_D}{\rho_f u_r^2}\right) \left(\frac{\rho_f a u_r}{\eta}\right)^2$ , où  $\frac{F_D}{\rho_f u_r^2}$  est le coefficient de traînée et  $\frac{\rho_f a u_r}{\eta}$  est le nombre de Reynolds particulaire.

Pour une particule de forme donnée, le terme  $\frac{F_D}{\rho_f u_r^2}$  est déterminé, donc on a :

$$\frac{u_p}{V_{\text{Stokes}}} = f\left(\frac{\rho_f a u_r}{\eta}, \phi, \frac{a}{L}\right)$$

Dans le régime de Stokes, l'effet d'inertie peut être négligé,  $F_D$  est indépendant de la densité du fluide  $\rho_f$ , le rapport de  $u_p / V_{\text{Stokes}}$  devient :

$$\frac{u_p}{V_{\text{Stokes}}} = f\left(\eta, a, F_D, \phi, \frac{a}{L}\right)$$

Et maintenant, les termes  $\eta$ ,  $a$ ,  $F_D$  ne pouvant pas s'arranger sans dimension,  $u_p / V_{\text{Stokes}}$  doit être indépendant de ces variables, donc :

$$\frac{u_p}{V_{\text{Stokes}}} = f\left(\phi, \frac{a}{L}\right)$$

Cela signifie que la vitesse moyenne de suspension ne dépend que de la fraction volumique et du rapport entre la taille des particules et du récipient.

En supposant l'influence de la taille du récipient négligeable ( $L \gg a$ ) de nombreuses lois empiriques ou théoriques ont été proposées.

Richardson et Zaki [51] ont proposé une loi empirique pour la vitesse de sédimentation moyenne :

$$u_{\text{sed}} = V_{\text{Stokes}} (1 - \phi)^n \quad (1.1)$$

pour une suspension monodisperse à faible nombre de Reynolds, avec  $n$  constant.

Hors du régime de Stokes, l'expression de Richardson et Zaki reste valable mais l'exposant devient une fonction du nombre de Reynolds particulaire.

$$n = \begin{cases} 4.65 & \text{Re} < 0.2 \\ 4.4\text{Re}^{-0.03} & 0.2 < \text{Re} < 1 \\ 4.4\text{Re}^{-0.1} & 1 < \text{Re} < 500 \\ 2.4 & 500 < \text{Re} \end{cases} \quad (1.2)$$

Batchelor [2] fait l'hypothèse que toutes les particules sont sphériques et identiques, et disposées aléatoirement et que la suspension est suffisamment diluée pour qu'il n'y ait pas d'interactions entre particules mettant en jeu plus de deux particules (interactions par paires). Il suppose également que le récipient contenant est assez grand pour négliger les effets des parois sur le mouvement des particules et que les effets d'inertie sont négligeables ( $\text{Re} \ll 1$ ). Il moyenne la vitesse des particules sur toutes les configurations de répartitions de ces particules et obtient :

$$u_{\text{sed}} = V_{\text{stokes}} (1 - 6,55\phi) \quad (1.3)$$

Au régime de Stokes, Batchelor et Wen [3] ont relié l'expression de Richardson et Zaki au nombre de Peclet. Ils suggèrent de nouvelles valeurs de l'exposant :  $n = 5,5$  pour de grands nombres de Peclet et  $n = 6,5$  pour de petits.

Dans les études expérimentales ultérieures, on trouve qu'il y a une augmentation rapide de vitesse de sédimentation lorsque la fraction volumique diminue. La vitesse moyenne dans ce régime ne peut pas donc être décrite par une loi en puissance (1.1), une autre formule validée pour des fractions volumiques jusqu'à 0,05 est proposée :

$$\frac{u_{\text{sed}}}{V_{\text{Stokes}}} = k(1 - \phi)^n \quad (1.4)$$

Avec  $k$  : une constante variant entre 0,8-0,9.

Cette expression a été validée expérimentalement des nombres de Reynolds de 0,01 à 1000 [13, 17, 18].

Les simulations numériques de Yin et Koch [63] tendent à confirmer la validité de l'expression (1.3) pour des nombres de Reynolds ne dépassant pas l'unité et des fractions volumiques faibles. Lorsque le nombre de Reynolds atteint la dizaine et que les concentrations augmentent, leurs simulations concordent avec l'expression (1.4).

### 1.2.2 Effet des parois et convection intrinsèque

Si l'on place des particules en suspension dans un récipient très grand devant la taille de la suspension, le fluide chassé par les particules qui sédimentent remonte par les côtés. Si maintenant la suspension est contenue dans un récipient plus petit, le fluide n'a d'autre choix que de remonter entre les particules, ce qui a pour effet de ralentir leur sédimentation (Fig.1.4). Dans ce cas une particule qui se trouve dans la zone de fluide clair chute plus vite que les particules du bouchon. Elle rattrape donc les autres particules, et ainsi, l'interface suspension-fluide clair est nette.

En 1985, Beenakker et Mazur [5] ont regardé si la vitesse de sédimentation dans une suspension homogène dépend ou non de la géométrie du contenant. Ils considèrent une suspension de particules dans un fluide incompressible dans deux récipients différents : un contenant sphérique et un contenant à parois planes parallèles. Dans les deux cas, Beenakker

et Mazur aboutissent à une valeur de  $u_{\text{sed}}$  identique à celle trouvée par Batchelor [2] dans un fluide infini. La vitesse de sédimentation est donc indépendante de la forme du contenant. Par contre, ils ont montré que les vitesses moyennes des particules  $u_p$ , du fluide  $u_f$  et de la suspension  $u_{\text{sus}}$  diffèrent d'une géométrie à l'autre.

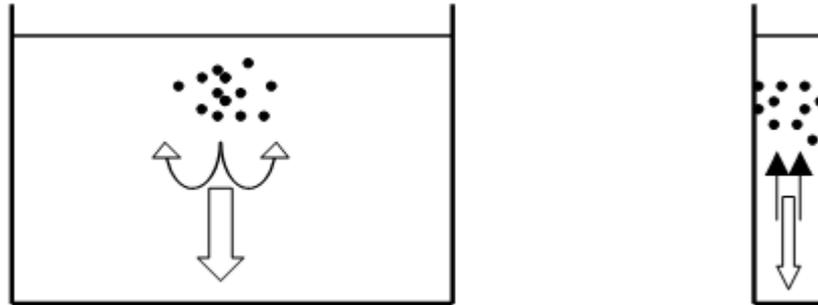


Fig.1.4 Sédimentation de particules dans un grand récipient et dans un petit récipient par rapport à la taille de la suspension.

En 1988, Geigenmüller et Mazur [21] établissent une théorie qui généralise le travail de Beenakker et Mazur à des récipients de forme arbitraire. Ils se basent sur les équations de Stokes pour une suspension de sphères homogène et très diluée où le fluide est incompressible. Ils établissent des expressions générales pour les vitesses de sédimentation et de la suspension. Les particules sont supposées soumises à des forces appliquées uniformément à leur surface.

La figure 1.5 représente la vitesse moyenne locale de la suspension dans le cas de la sédimentation entre deux plaques planes parallèles séparées d'une distance  $2b$ . La vitesse moyenne locale de la suspension est symétrique par rapport au plan médian des deux parois. On voit que plus le récipient est grand par rapport à la taille des particules et plus la valeur maximale de  $u_{\text{sus}}$  est élevée.

En effet, lorsqu'elles sédimentent, les particules chassent du fluide qui remonte et prend leur place. Globalement, avant et après le début de la sédimentation des particules, la suspension, constituée du fluide et des particules, n'a pas bougé dans le repère du laboratoire. Par contre, la vitesse moyenne de la suspension n'est pas nulle en tout point du récipient. Cela signifie que la suspension est animée d'un mouvement de convection. Comme ce mouvement existe au sein de la suspension sans que celle-ci soit soumise à une force extérieure autre que la gravité, ce mouvement est appelé « convection intrinsèque ».

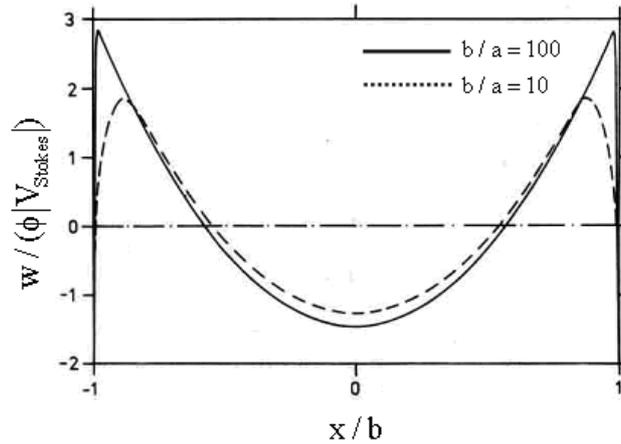


Fig.1.5 Profil de la composante verticale  $w$  de la vitesse moyenne locale  $u_{\text{sus}}$  de la suspension entre deux plaques parallèles séparées d'une distance de  $2b$  [5].

En 1996, Bruneau *et al.* [9] étudient la convection intrinsèque dans un récipient à parois verticales et à section droite quelconque. Ils utilisent le modèle de « stokelets » qui consiste à remplacer les particules sphériques de la suspension par des forces ponctuelles appliquées en leur centre. Afin de satisfaire la condition de non-pénétration des parois par les particules, une couche adjacente à la paroi est supposée vide de stokelets. C'est cette condition qui entraîne le phénomène de convection intrinsèque : le poids de la suspension aux parois est plus faible que dans le reste du récipient. La fonction de distribution des particules  $f(\xi)$ , où  $\xi$  est la distance entre le point courant et la paroi, est nulle pour  $\xi < a$ , aléatoire et uniforme d'amplitude 1 sinon. Bruneau *et al.* se basent sur les équations de Stokes simplifiées par une analyse de type couche limite pour la vitesse de la suspension. Ils montrent que la solution de ces équations au centre du récipient (dans la zone hors parois) est un écoulement de Poiseuille avec une vitesse constante aux bords. Cette vitesse  $w^*$  est appelée vitesse de glissement avec la forme :

$$w^* = \frac{9}{4} \phi V_{\text{Stokes}}$$

Ceci peut s'expliquer simplement qualitativement par une augmentation du contre-écoulement du fluide due à une diminution de la densité moyenne.

Bruneau *et al.* [9] ont évalué la solution tridimensionnelle exacte des équations de départ dans le cas d'un cylindre de section rectangulaire  $b_x \times b_y$  de rapports d'aspects  $b_y / b_x = 0,8$  et  $a / b_x = 0,1$ . La figure 1.6 représente le profil de vitesse moyenne de la suspension dans la

section droite du récipient. Les tendances observées dans le cas bidimensionnel de Geigenmüller et Mazur sont retrouvées. La vitesse maximale à un diamètre de la paroi correspond à la vitesse de glissement  $w^*$ .

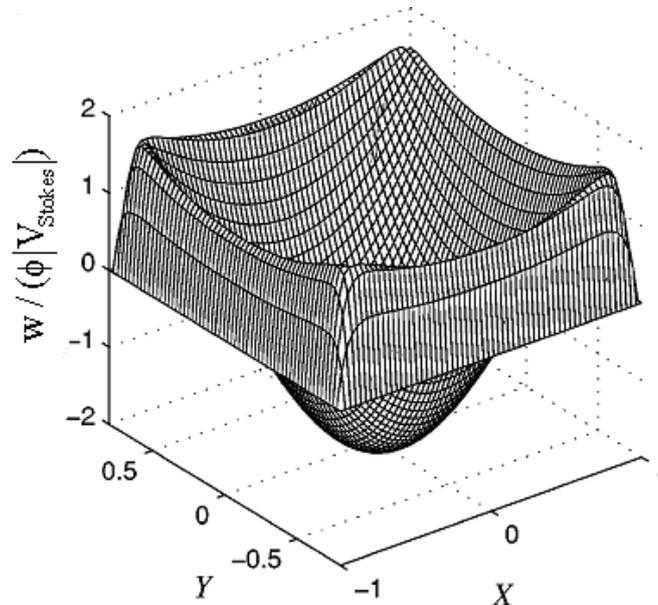


Fig.1.6 Profil de la composante verticale  $w$  de la vitesse moyenne locale de la suspension dans un récipient cylindrique à section droite rectangulaire [9].

Les résultats précédents sont valables pour une distribution aléatoire et homogène de particules. Dans la réalité, c'est rarement le cas et la distribution de particules à la paroi influence certainement sur la vitesse de glissement. Dans le but d'étudier la dépendance de l'amplitude de la convection intrinsèque sur la concentration de particules, Bruneau *et al.* utilisent une fonction de corrélation particules-paroi à l'équilibre  $h(\tilde{\xi}) = f(\tilde{\xi}) - 1$ , où  $\tilde{\xi} = \xi/a$ . Ils comparent les résultats fournis par deux fonctions de corrélation : l'une valable pour de faibles concentrations en particules, et l'autre, obtenue avec l'approximation de Percus-Yevick (pas d'interactions entre particules, modèle de sphères dures), valable pour des concentrations en particules plus élevées. La forme de la seconde est donnée dans la Fig.1.7.

On remarque qu'à un diamètre de la paroi, la proportion relative de particules est toujours supérieure à la moyenne dans le récipient. A cet endroit, plus la fraction volumique de particules dans la suspension est grande, plus la proportion relative de particules est grande. Pour de faibles fractions volumiques de particules ( $\phi < 0,02$ ), on tend vers une fonction de distribution de type Heaviside.

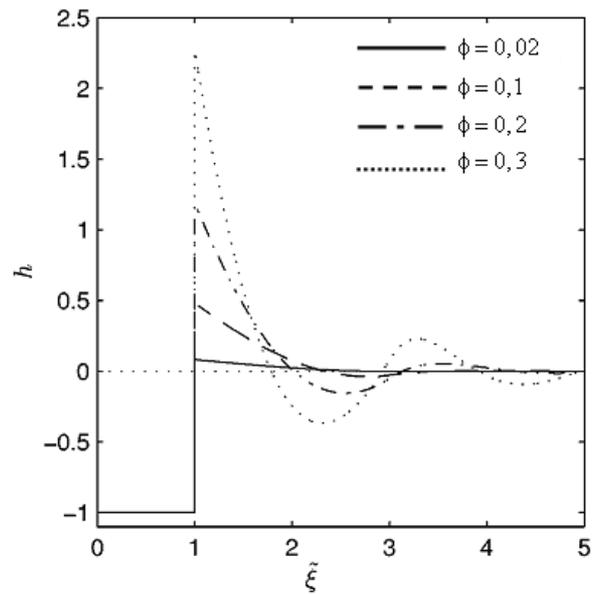


Fig.1.7 Fonction de corrélation particules-parois à l'équilibre calculée pour différentes fractions volumiques [9].

La convection intrinsèque a été mise en évidence par Peysson et Guazzelli [50] en 1998. Un dispositif expérimental permet à la fois la visualisation de particules dans un plan à l'intérieur d'une suspension en sédimentation et la détermination de la concentration moyenne de la suspension dans des tranches perpendiculaires à ce plan. Ainsi, pour chaque tranche de l'écoulement une relation peut être établie entre la vitesse moyenne des particules et leur concentration locale. Tout d'abord il a été observé une diminution de la vitesse moyenne des particules ainsi que de leurs fluctuations de vitesse près des parois correspondant à une augmentation leur concentration. Enfin il a été montré que l'effet de la convection intrinsèque était d'autant moins important que la concentration était élevée, ce qui est en accord avec la prévision théorique de Bruneau *et al.*.

### 1.3 Lit fluidisé

Dans un lit fluidisé, un flux ascendant est imposé au fluide de manière à compenser le poids apparent des particules en suspension. Dans une telle configuration les particules ne chutent pas comme dans le cas de la sédimentation mais sont maintenues en lévitation avec une vitesse moyenne nulle.

Généralement, un sédiment composé d'un grand nombre de particules solides est disposé dans une cellule de section constante dont la plus grande longueur  $H$  est dirigée suivant la

verticale. A la base de cette cellule est injecté uniformément un fluide à débit constant. Le fluide a donc une vitesse moyenne identique dans chaque plan horizontal,  $u_d$  appelée vitesse débitante (Fig.1.8).

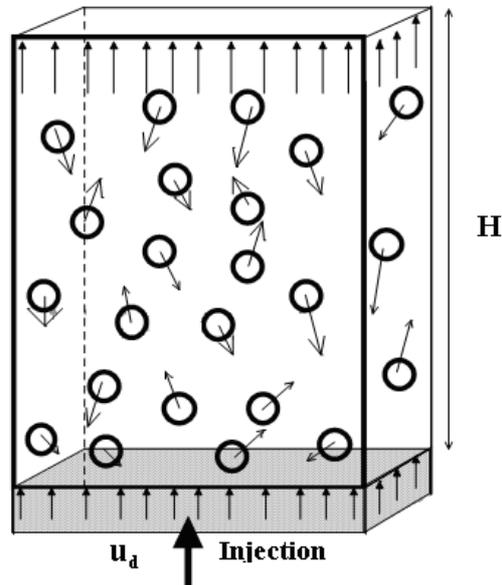


Fig.1.8 Présentation de la manipulation d'un lit fluidisé

Pour de faibles débits, le sédiment se comporte comme un milieu poreux, c'est-à-dire que les particules restent fixes au fond du récipient et le fluide s'écoule à travers. A partir d'un débit critique qui correspond à la vitesse de fluidisation :  $U_f$ , le fluide soulève le sédiment, ce qui signifie que la force exercée par le fluide sur les particules compense exactement le poids apparent des particules. Le sédiment se décompacte pour former une suspension qui à débit fixé devient rapidement une suspension stationnaire de concentration homogène. Si nous continuons à augmenter le débit, la vitesse moyenne du fluide à l'intérieur de la suspension augmente, la force de friction devient alors supérieure au poids apparent de l'ensemble des particules, et celles-ci tendent à se déplacer vers le haut pour atteindre un nouvel équilibre. Ainsi la suspension voit sa concentration diminuer car son volume augmente. Au-delà d'un deuxième débit critique les particules sont transportées par le flux de fluide à l'extérieur de la cellule ( $u_d$  : vitesse débitante est supérieure à l'opposé de la vitesse de chute d'une particule seule).

La perte de charge sur la hauteur de la veine d'essais (Fig.1.9) augmente continûment avec la vitesse du fluide tant que la fluidisation n'est pas atteinte. Cette augmentation est linéaire (loi

de Darcy) si le nombre de Reynolds particulaire est faible. Après la fluidisation la perte de charge reste constante, si on néglige l'influence des parois. En effet,

$$\Delta P = \frac{HA\phi(\rho_p - \rho_f)g}{A}$$

et  $HA\phi$  reste constant quelque soit la hauteur du lit (conservation du nombre de particules),  $A$  représentant la section du lit.

Dans la pratique, après fluidisation la présence de parois entraîne une légère augmentation de la perte de charge avec la vitesse du fluide, afin de compenser la friction aux parois.

Dans une telle configuration, la vitesse moyenne des particules  $u_p$  est nulle et ainsi la vitesse moyenne de la suspension  $u_{sus}$  est égale à  $u_d$ .

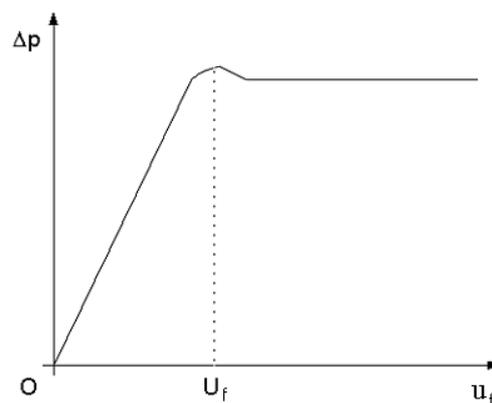


Fig.1.9 Chute de pression en fonction de la vitesse du fluide.

#### 1.4 Fluctuations de vitesses

On a vu précédemment que toutes les particules en suspension n'ont pas la même vitesse. Considérons à présent,  $u_{pi}$  la vitesse instantanée d'une particule, elle peut s'écrire  $u_{pi} = u_p + \delta v$ , où  $\delta v$  représente une fluctuation dépendant de la manière dont sont disposées les autres particules de la suspension. La moyenne de  $\delta v$  est nulle sur l'ensemble des configurations. La variance des fluctuations de vitesse, notée  $\Delta v$ , représente l'écart quadratique moyen des vitesses des particules à leur vitesse moyenne :

$$\Delta v = \sqrt{\overline{\delta v^2}} = \sqrt{\overline{(u_p - u_{pi})^2}} \quad (1.5)$$

où les barres représentent une moyenne arithmétique.

La détermination de  $\Delta v$  est particulièrement importante dans la détermination de la diffusion induite par les interactions inter-particulaires.

Une première estimation des fluctuations de vitesse proposée par Calfish et Luke [12], reposant sur une faible concentration et une répartition aléatoire aboutit à un écart type qui augmente continûment avec le nombre de particules et deviendrait infini pour un nombre infini de particules.

Hinch [26] retrouve le même comportement anormal de la variance en étudiant un volume élémentaire sphérique de rayon  $R$  suffisamment grand pour représenter un ensemble statistique et suffisamment éloigné de toutes parois pour pouvoir négliger leur influence. Il suppose que la variation de force gravitationnelle induite par une variation du nombre de particules dans le volume élémentaire est compensée par une force de friction visqueuse induite par les fluctuations de vitesses. Il en déduit que les fluctuations de nombre de particules et de leurs vitesses sont liées par la relation :

$$\frac{\Delta v}{V_{\text{Stokes}}} = \frac{a}{R} \Delta N \quad (1.6)$$

Si la répartition de particules est aléatoire  $\Delta N \approx \sqrt{N}$  or comme  $N = \phi \left( \frac{R}{a} \right)^3$ , on a

$$\frac{\Delta V}{V_{\text{Stokes}}} \approx \sqrt{\frac{\phi R}{a}} \quad (1.7)$$

Donc  $\Delta v$  diverge quand  $R$  augmente.

Nicolai *et al.* [44] ont mesuré les fluctuations de vitesse pour des fractions volumiques allant de 0 à 0,4, ils observent que ces fluctuations augmentent avec la concentration jusqu'à une fraction volumique de 0,3 puis décroissent. Ils proposent un schéma où les fluctuations seraient nulles à très faible concentration (1 seule particule) passeraient par un maximum et redeviendraient nulles à la compaction des particules où elles n'ont plus aucune mobilité. Ils

ont aussi remarqué une forte anisotropie des fluctuations de vitesses avec un rapport entre les fluctuations verticales et horizontales de l'ordre de 2 à faibles fractions volumiques. Cette anisotropie s'atténue quand la fraction volumique augmente.

Les expériences de Nicolai et Guazzelli [45] sont en contradiction avec les prédictions de Calflisch et Luck, et de Hinch. En effet ils ont observés des taux de fluctuations ne variant pas avec la taille de la veine d'essais. Segrè *et al.* [57] montrent que les fluctuations augmentent avec les dimensions du récipient tant que celui-ci est plus petit que la taille caractéristique des tourbillons qui apparaissent durant la sédimentation. Pour des récipients plus grands ils confirment que le taux de fluctuations reste constant.

Koch et Shaqfeh [34] pensent que le problème de divergence des fluctuations peut être résolu par l'introduction d'un écrantage hydrodynamique. Une particule donnée ne serait influencée que par ses plus proches voisines. Cela remet en cause la répartition aléatoire des particules systématiquement utilisée dans les modèles précédents et introduit implicitement la notion de microstructure qui sera développée par la suite.

Ladd [35] n'observe pas sur ses simulations numériques un écrantage aussi marqué que celui suggéré par Koch et Shaqfeh et retrouve une divergence des fluctuations avec la taille de la cellule de calcul. Il suggère que des fluctuations indépendantes de la taille du récipient observées expérimentalement [45, 57] sont dues à la présence des parois. Brenner [8] pense aussi que l'influence des parois est primordiale, et propose néanmoins un mécanisme d'écrantage un peu différent de celui de Koch et Shaqfeh loin des parois.

Dans un lit fluidisé, les fluctuations de vitesses sont similaires à celles observées pour la sédimentation. Elles peuvent s'écrire sous la forme (1.6). La grande différence réside dans la longueur de corrélation des fluctuations qui est une fonction croissante de la fraction volumique [59] contrairement à la sédimentation [57]. Tee *et al.* [59] supposent que cette différence de comportement des longueurs de corrélations s'explique par des mécanismes différents dans la relaxation d'une petite fluctuation de densité.

## **1.5 Description macroscopique**

A l'échelle microscopique (échelle des particules) une suspension est caractérisée, à chaque instant, par la donnée des vitesses et positions des  $N$  particules qui la composent. Chaque configuration étant instable à l'échelle microscopique, les particules sont en agitation

permanente, le mouvement de chacune d'elles pouvant s'assimiler à une marche au hasard. Une description statistique est donc nécessaire pour transformer les grandeurs microscopiques en grandeurs macroscopiques équivalentes. La moyenne d'ensemble est la solution la plus naturelle mais elle nécessite un grand nombre d'expériences c'est pourquoi on lui préfère le plus souvent les moyennes volumiques. Depuis Hinch [25], il devient clair que ces moyennes donnent des résultats équivalents dans l'étude d'une suspension parfaitement homogène, c'est-à-dire une suspension dont les propriétés statistiques sont indépendantes de la position. Lhuillier [40] montre que dans une suspension légèrement non homogène, les deux moyennes fournissent des résultats identiques si elles sont construites à partir des probabilités des états individuels des particules.

## 1.5.1 Méthodes statistiques

### 1.5.1.1 Moyenne d'ensemble

Les moyennes d'ensemble sont définies à partir d'une fonction de distribution statistique. Dans le cas d'une suspension, elle est exprimée en termes d'états d'une seule particule. Soit  $X_\alpha$  l'un de ces états. Il est défini par la position  $x_\alpha$  du centre de la particule, par les paramètres  $y_\alpha$  décrivant son orientation, sa forme et son volume, et par les taux temporels de changement  $\dot{x}_\alpha$  et  $\dot{y}_\alpha$ . Pour une suspension de  $N$  particules, la fonction de distribution apparaît comme  $P(X_1, \dots, X_N)$  et donne la probabilité pour les  $N$  états  $X_1$  à  $X_N$  d'être occupés. Dans la suite, on n'écrira plus explicitement la dépendance en temps, et on utilisera la notation  $C_N$  pour représenter un groupe de  $N$  états.  $P(C_N)$  est la densité de probabilité d'observer la suspension dans l'état  $C_N$ . Soit  $f$  une quantité physique quelconque dépendant de l'état de la suspension. Sa moyenne d'ensemble est définie comme [40] :

$$\langle f \rangle = \int f P(C_N) dC_N$$

### 1.5.1.2 Moyenne volumique

Initiée par Landau et Lifshitz [37] la moyenne volumique d'une variable  $f$  en un point localisé en  $\mathbf{x}$  et au temps  $t$  est définie comme suit [27] :

$$\bar{f}(\mathbf{x}, t) = \int f(\mathbf{y}, t) h(|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) d\mathbf{y}$$

Où  $\mathbf{y}$  est le point parcourant l'espace,  $h(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) = h(\mathbf{r})$  est une fonction de pondération généralement sphérique telle que  $4\pi \int_0^{\infty} h(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) r^2 dr = 1$ .  $h$  est une fonction monotone décroissante : plus on s'éloigne du point  $\mathbf{x}$  où l'on calcule la moyenne, moins l'influence du point courant  $\mathbf{y}$  se fait sentir sur la moyenne. On définit  $l$  le rayon de moyennage de  $h$  de telle manière que  $\int_0^l h(r) r^2 dr = \int_1^{\infty} h(r) r^2 dr$ .

## 1.5.2 Modèles « fluides »

Parmi les méthodes de type « milieux continus », on distingue les approches où les deux phases sont considérées comme un seul fluide (modèles à un fluide) et celles où chaque phase est considérée comme un fluide (modèles à deux fluides).

### 1.5.2.1 Modèle à un fluide

Une approche possible pour l'étude d'un milieu fluide-particules est de le considérer comme un tout, c'est-à-dire de le modéliser comme s'il n'était qu'un seul fluide. La conservation de la masse est satisfaite si l'on caractérise ce fluide par sa vitesse barycentrique  $\mathbf{v}$  et sa masse volumique  $\rho_s$  définie comme suit [39] :

$$\rho_s = \phi \rho_p + (1 - \phi) \rho_f$$

$$\rho_s \mathbf{v} = \phi \rho_p \mathbf{u}_p + (1 - \phi) \rho_f \mathbf{u}_f$$

où  $\rho_f$  et  $\mathbf{u}_f$  sont la vitesse et la masse volumique de la phase fluide et  $\rho_p$  et  $\mathbf{u}_p$  sont la vitesse et la masse volumique de la phase solide.

Si l'on définit l'énergie totale du mélange par l'expression habituelle  $E = U + \frac{1}{2} \rho_s \mathbf{v}^2$ , il est nécessaire d'introduire dans l'énergie interne  $U$  l'énergie cinétique du mouvement relatif. En effet  $\frac{1}{2} \rho_s \mathbf{v}^2$  ne représente pas l'intégralité de l'énergie cinétique  $E_c = \frac{1}{2} \phi \rho_f \mathbf{u}_f^2 + \frac{1}{2} (1 - \phi) \rho_p \mathbf{u}_p^2$ .

L'énergie interne s'écrit alors, en négligeant les fluctuations de vitesses,

$U = U^0 + \frac{\rho_f \rho_p}{2\rho_s} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p)^2$  où  $U^0 = U_f^0 + U_p^0$  représente l'énergie interne au sens classique du terme. En introduisant la quantité de mouvement relative  $\mathbf{J} = \rho_p (\mathbf{u}_p - \mathbf{v})$ , on obtient une énergie interne :

$$U = U^0 + \frac{1}{2} \frac{\rho_s}{\rho_f \rho_p} \mathbf{J}^2$$

La modification de  $U$  entraîne un changement de l'entropie et donc de la dissipation. Le tenseur des contraintes est alors également modifié et s'écrit :

$$(\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f) \otimes \mathbf{J} + \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{I}$$

où  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_f + \boldsymbol{\sigma}_p$ .

### 1.5.2.2 Modèle à deux fluides

Ces modèles reposent sur un système d'équations qui ressemblent aux équations de mouvement que l'on écrirait pour deux fluides capables de s'interpénétrer (chaque point est occupé simultanément par les deux fluides). C'est pourquoi cette méthode est appelée « modèle à deux fluides ». Le processus de moyennage qui mène à ces équations laisse un certain nombre de termes indéterminés. Afin de fermer les équations, ces termes doivent être liés aux vitesses des deux « fluides » et à la concentration en particules. Le modèle prend la forme d'équations aux dérivées partielles couplées.

Jackson [27] part du système d'équations au premier niveau de détail cité plus haut pour étudier le mouvement de particules fluidisées. Les particules sont supposées sphériques, rigides et de rayon  $a$ . Pour spécifier complètement le mouvement du matériau solide, il n'est nécessaire de fournir que la vitesse du centre de chaque particule, ainsi que leur vitesse angulaire. Si le fluide est incompressible, on a  $\text{div } \mathbf{u} = 0$ . En appliquant le processus de moyennes volumiques explicité dans la Section 1.5.1.2 aux équations du mouvement, on obtient :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\varepsilon \overline{u}_k^f) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (n \overline{u}_k^p) = 0 \quad (2)$$

$$\rho_f \varepsilon \frac{D_f \overline{u}_i^f}{Dt} = \frac{\partial S_{ik}^f}{\partial x_k} - n \overline{f}_i^{f,p} + \rho_f \varepsilon g_i = 0 \quad (3)$$

$$\rho_s \delta \frac{D_p \overline{u}_i^p}{Dt} = \frac{\partial S_{ik}^p}{\partial x_k} + n \overline{f}_i^{f,p} + \rho_s \delta g_i = 0 \quad (4)$$

$$nI \frac{D_p \overline{\omega}_i^p}{Dt} = \varepsilon_{ilm} \left[ n \overline{s}_{ml}^{f,p} + n \overline{s}_{ml}^{s,p} \right] - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ nI \overline{\omega}_i^p \overline{u}_k^p \right] \quad (5)$$

L'équation (1) est la forme moyennée locale de l'équation de conservation de la masse du fluide et (2) la conservation du nombre total de particules. Les équations (3) et (4) sont respectivement les équations de quantité de mouvement pour la phase fluide et la phase particulaire. L'équation (5) est l'équation pour la vitesse angulaire de la phase particulaire.  $I$  est le moment d'inertie d'une particule par rapport à son centre.  $S_{ik}^f$  et  $S_{ik}^p$  sont les tenseurs effectifs des contraintes associés respectivement à la phase fluide et à la phase solide. Ils font intervenir les détails des interactions fluide-particules et particules-particules. Les dérivées  $\frac{D_f}{Dt}$  et  $\frac{D_p}{Dt}$  sont définies par :  $\frac{D_f}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \overline{u}_k^f \frac{\partial}{\partial x_k}$  et  $\frac{D_p}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \overline{u}_k^p \frac{\partial}{\partial x_k}$ . Le terme  $\overline{f}_i^{f,p}$  est la moyenne particulaire de la résultante des forces exercées par le fluide sur les particules. Une contribution à ce terme est la flottabilité. Il est alors possible de décomposer  $\overline{f}_i^{f,p}$  en la somme de la force de flottabilité et de toutes les autres contributions.

Le processus de moyennage du modèle à deux fluides laisse un certain nombre de termes indéterminés en fonction des variables moyennes. Cependant, ils sont explicitement liés aux détails du mouvement à l'échelle microscopique des particules individuelles. On ne sait pas évaluer ces termes exactement. Il est donc nécessaire d'utiliser une fermeture empirique pour les modéliser. Il existe des fermetures empiriques pour petit nombre de Stokes et pour grand nombre de Stokes.

## 1.6 Stabilité des lits fluidisés

Les configurations (donnée des positions et vitesses de chaque particule) d'un lit fluidisé sont instables. Cette instabilité apparaît à l'échelle microscopique par l'agitation des particules.

Mais les lits fluidisés sont aussi susceptibles de développer des instabilités à l'échelle macroscopique. Elles sont caractérisées par des fluctuations spatio-temporelles de la densité  $\rho_s = \phi\rho_p + (1-\phi)\rho_f$  du mélange. Elles correspondent à des inhomogénéités de la densité en particules (Fig1.10).

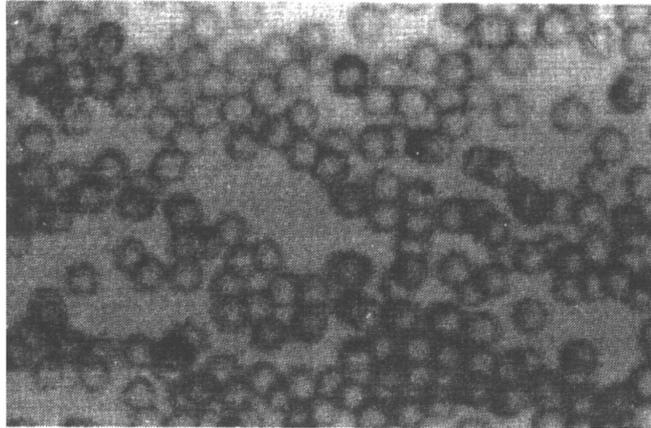


Fig.1.10 Image prise en expérience de Fortes *et al.* [20] pour  $Re = 500$ ,  $\phi = 0,20$ .

Dans les mélanges liquide-solide ces instabilités sont observées sous la forme d'ondes progressives se déplaçant vers le haut du lit [15, 23]. Lorsque le fluide est un gaz, l'instabilité prend la forme de bulles. Les observations expérimentales [16, 19] laissent penser qu'il s'agit d'une instabilité secondaire apparaissant suffisamment rapidement pour masquer la formation des ondes.

La détermination des mécanisme d'instabilité rencontre une première difficulté : établir le système d'équations qui gouverne la dynamique d'un lit fluidisé en prenant en compte les interactions complexes fluide-particules et particules-particules. En effet l'évolution d'une perturbation est très sensible à la fiabilité des modèles utilisés.

Par soucis de simplicité les études de la première instabilité repose sur un modèle monodimensionnel appliqué à un de hauteur infini.

Anderson et Jackson [1] utilisent le modèle à deux fluides, présenté précédemment pour étudier l'instabilité du lit fluidisé. Ils concluent à un lit fluidisé toujours instable.

Batchelor [4] considère une répartition de particules en interaction avec le fluide. Dans son modèle la phase solide possède une élasticité qui tend à homogénéiser sa concentration et

conduit à des situations stables. Les courbes de stabilité marginale sont présentées Fig.1.11, elles dépendent d'un paramètre de diffusivité  $\alpha$  dont l'ordre de grandeur est l'unité mais qui est difficile à évaluer précisément.

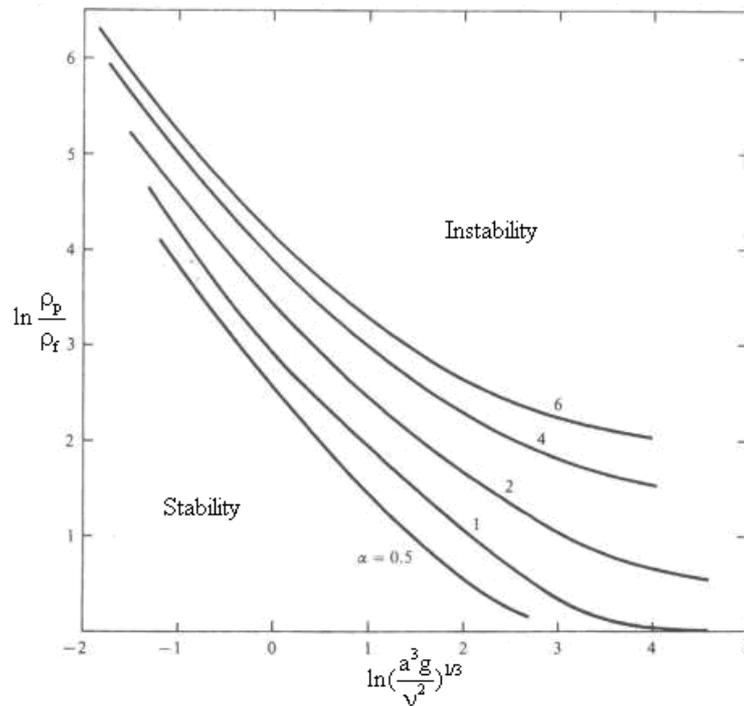


Fig.1.11 Courbe neutre de stabilité (Batchelor [4]).  $\alpha$  est le coefficient de diffusion.

L'étude de Anderson et Jackson et celle de Batchelor se limitent à l'évolution temporelle de la perturbation. Nicolas *et al.* [46] ont prolongé les deux études précédentes en suivant l'évolution spatiale de la perturbation. Ils montrent ainsi que l'instabilité est susceptible de passer de convective à absolue. Ils supposent que si le régime d'instabilités absolues n'a pas été observé c'est que des instabilités secondaires apparaissent avant.

Plus récemment des études expérimentales [47, 48] ont confirmé la nature convective de l'instabilité par une analyse spectrale. Les spectres sont toujours très larges. Et la fréquence des ondes s'accorde toujours au forçage.

### 1.7 Description microscopique

On a vu précédemment que si les particules d'une suspension sont réparties de manière aléatoire les fluctuations de vitesse divergent lorsque le volume ou le nombre de particules augmente. Cette situation contraire à la physique, peut être résolue en invoquant un écrantage autour de chaque particule [34]. Cette notion d'écrantage équivaut à un réarrangement spatial

des particules décrit sous le nom de microstructure. La description de la microstructure fait appel à la physique statistique (Statistiques de Gibbs) et nécessite de caractériser la situation énergétique de la phase solide de la suspension. Brunet et Merlen [11] et Zoetekouw et Van Roij [64] ont montré que les particules d'une suspension en moyenne stationnaire (lit fluidisé et sédimentation sous certaines conditions) forment un ensemble canonique : l'énergie du système de particules fluctue autour d'une valeur moyenne constante. Cela signifie qu'à tout moment la dissipation de l'agitation des particules (friction visqueuse) est compensée par un apport d'énergie issu de l'agitation du fluide comme représenté schématiquement sur la Fig.1.12 :

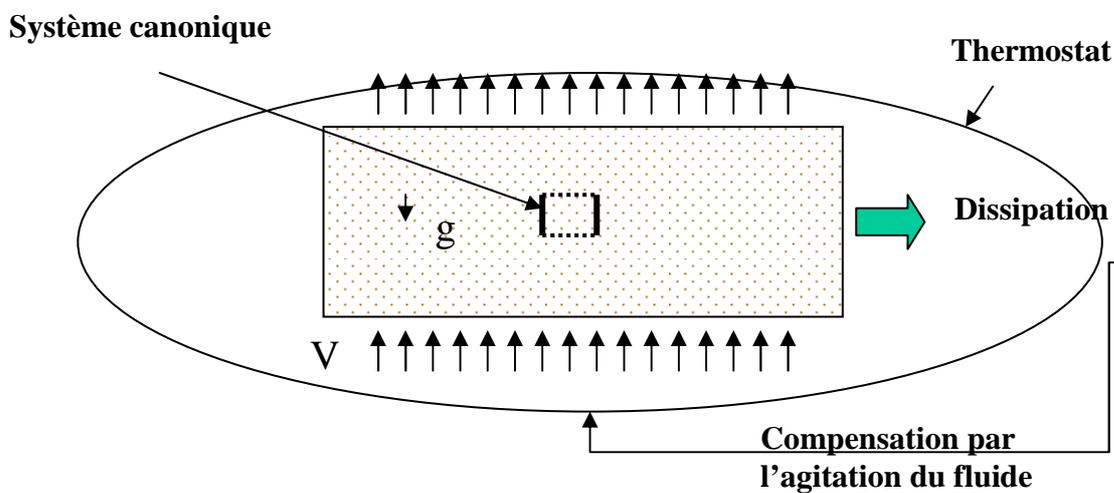


Fig.1.12 Schéma de la situation canonique de la phase solide d'une suspension.

Pour une situation canonique la probabilité d'un état du système (données des positions et vitesses de toutes les particules) est directement liée à l'hamiltonien efficace de l'ensemble des particules. Pour un système bidimensionnel de  $N$  particules de position  $(x_i, y_i)$  et vitesses  $(u_i, v_i)$  et d'hamiltonien efficace global  $H_E$  la probabilité d'un état donné s'écrit :

$$dP(x_1, y_1, u_1, v_1, x_2, y_2, u_2, v_2, \dots, x_N, y_N, u_N, v_N) = \frac{1}{Z} e^{-\beta H_E} \prod_{i=1}^N dx_i dy_i du_i dv_i$$

Où  $Z$  est la fonction de partition du système,  $\frac{1}{Z}$  est le coefficient de normalisation de la probabilité et  $\beta$  le facteur de Boltzmann inversement proportionnel à l'énergie d'agitation moyenne des particules.

### 1.7.1 Fonctions de distribution

La notion de microstructure dépend intrinsèquement de la probabilité d'observer des situations préférentielles dans l'ensemble des états du système.

Soit  $P_{n,N}(\mathbf{r}^n) d\mathbf{r}^n$  la probabilité de trouver  $n$  particules quelconques dans le volume  $d\mathbf{r}^n$  de coordonnées  $\mathbf{r}^n$ , pour simplifier les expressions nous avons choisi ici de nous placer dans l'espace des phases où un état du système est caractérisé par un volume  $d\mathbf{r}^n d\mathbf{v}^n$  de dimension  $4N$  pour une suspension 2D ou  $6N$  en 3D.

En situation canonique :

$$P_{n,N}(\mathbf{r}^n) = \frac{N!}{(N-n)! Z} \iint e^{-\beta H} d\mathbf{r}^{(N-n)} d\mathbf{v}^N$$

En écrivant l'hamiltonien sous la forme  $H_E = V_N + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2$  où  $V_N$  est l'énergie potentielle d'interaction entre les particules, et en intégrant sur toutes les vitesses, l'expression devient :

$$P_{n,N}(\mathbf{r}^n) = \frac{N!}{(N-n)! B} \iint e^{-\beta V_N} d\mathbf{r}^{(N-n)}$$

Où  $B$  est une nouvelle constante de normalisation de la probabilité dépendant de l'énergie potentielle d'interaction.

Il suit de la définition de  $P_{n,N}(\mathbf{r}^n)$  que :  $\int P_{n,N}(\mathbf{r}^n) d\mathbf{r}^n = \frac{N!}{(N-n)!}$ .

Et en particulier :  $\int P_{1,N}(\mathbf{r}^1) d\mathbf{r}^1 = N$ .

Si les particules sont disposées de façon aléatoire les  $P_{n,N}(\mathbf{r}^n)$  sont constants. La densité à 1 et 2 particules peuvent alors respectivement se réécrire :  $P_{1,N}(\mathbf{r}) = \frac{N}{V} = \rho$  et

$P_{2,N}(\mathbf{r}) = \rho^2 \left(1 - \frac{1}{N}\right)$ . On retrouve le résultat classique du gaz parfait correspondant à un potentiel d'interaction inter particulaire nul.

En général une description complète de la microstructure nécessite la connaissance de toutes les densités de probabilité  $P_{n,N}(\mathbf{r}^n)$ .

Dans la pratique il est souvent plus facile d'utiliser les fonctions de distribution de  $n$  particules que les densités de probabilité. La fonction de distribution de  $n$  particules est définie par :

$$g_{n,N}(\mathbf{r}^n) = \frac{P_{n,N}(\mathbf{r}^n)}{\prod_{i=1}^n P_{1,N}(\mathbf{r}_i)} \quad (1.8)$$

qui se réécrit  $g_{n,N}(\mathbf{r}^n) = \frac{P_{n,N}(\mathbf{r}^n)}{\rho^n}$  pour un système homogène.

Les fonctions de distributions de  $n$  particules mesurent de combien on s'éloigne d'un système où la répartition des particules est aléatoire.

Si le système est homogène,  $g_{1,N}(\mathbf{r})$  est constante et n'apporte aucune information de plus et  $g_{2,N}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  ne dépend que de  $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ .  $g_{2,N}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$  est souvent appelée fonction de distribution de paires ou fonction de corrélation à deux particules, bien que la véritable fonction de corrélation à 2 particules soit  $g_{2,N}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - 1$ .

Si de plus l'énergie potentielle d'interaction entre les particules peut s'écrire comme une somme d'interaction deux à deux, la connaissance de  $g_{2,N}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$  notée dans ce cas  $g(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$  est suffisante à la description de la microstructure et à la détermination des propriétés thermodynamiques du système de particules. Par contre si la présence d'une troisième particule modifie l'interaction entre les deux autres particules la connaissance de  $g_{3,N}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3)$  est nécessaire à la description de l'interaction. On peut facilement imaginer qu'une description des interactions comme somme d'interactions à deux particules est satisfaisante pour les suspensions diluées mais inadaptée dès que la concentration augmente.

Dans le cas particulier des systèmes isotropes  $g(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$  ne dépend que de la distance  $r$  et est appelée fonction radiale de distribution de paires.

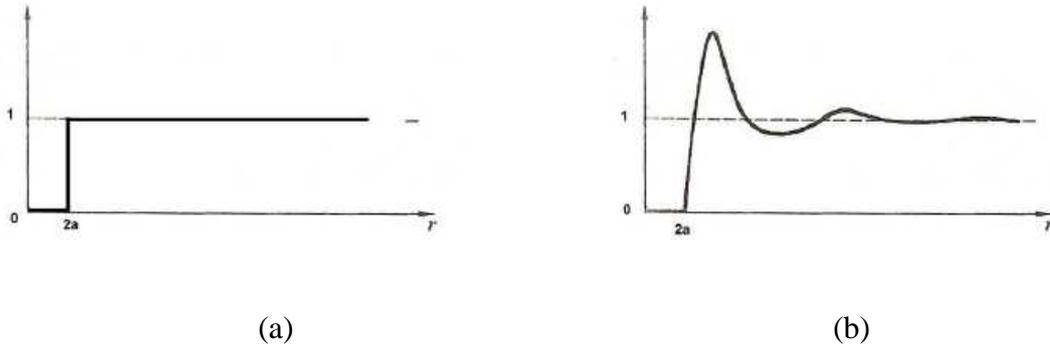


Fig.1.13 Fonction radiale de distribution de paires pour le gaz parfait (a) et un liquide monoatomique (b)

A titre d'exemple nous présentons la Fig.1.13 les fonctions  $g(r)$  dans le cas du gaz parfait et d'un liquide monoatomique où les molécules jouent le rôle des particules des suspensions.

Pour le gaz parfait, comme il n'y pas d'interactions entre les particules, la fonction radiale de distribution de paires est uniforme et égale à  $1 - \frac{1}{N} \approx 1$  partout sauf pour de très petites distances, un diamètre de molécule, où elle est nulle en fonction du principe de non-pénétration d'une molécule dans l'autre (modèle de sphères dures). Pour les liquides on retrouve la zone de non-pénétration suivie d'un pic caractéristique d'un potentiel d'attraction entre les molécules qui assure la cohésion du liquide.

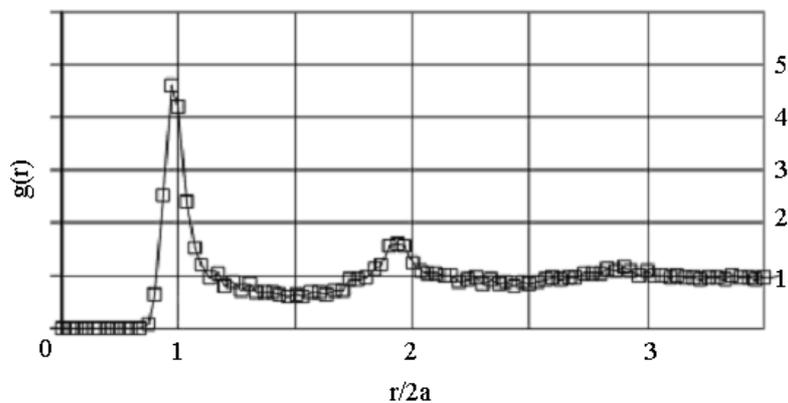


Fig.1.14 Fonction radiale de distribution de paires pour  $\phi = 0,35$  en régime de Stokes [53].

Rouyer *et al.* [53] ont réalisé une étude de microstructure sur un lit fluidisé 2D au régime de Stokes où les suspensions sont homogènes et isotropes. La figure 1.14 montre un exemple de mesure de la fonction radiale de distribution de paires.

Elle présente une succession de pic respectivement situé à 1, 2 et 3 diamètres qui vont en s'atténuant. Deux particules peuvent s'accoler et former une structure relativement stable (1<sup>er</sup> pic). Si une troisième entre en jeu, on peut supposer que les trois particules se positionnent préférentiellement de manière à former une chaîne rectiligne caractérisée par le second pic.

Les simulations numériques de Ladd [36] (Fig.1.15) sur une suspension 3D au régime de Stokes montrent un comportement très différent de la fonction radiale de distribution de paires.

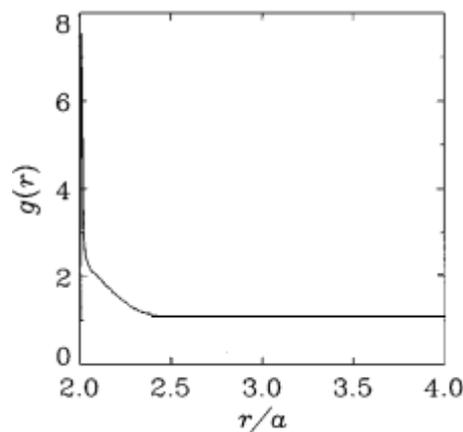


Fig.1.15 Fonction radiale de distribution de paires pour  $\phi = 0,1$ ,  $Re = 0,45$  [36].

A nouveau deux particules sont susceptibles de s'accoler : pic en  $r/a = 2$  mais il n'y a pas de pics à de plus grandes distances ce qui est peut-être due au fait que dans ses calculs les interactions entre les particules sont réduites à des interactions par paires.

Yin et Koch [63] ont calculé numériquement les fonctions de distribution de paires à des nombres de Reynolds plus élevés de l'ordre de 1 et 10. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente ils observent une anisotropie de plus en plus forte de la microstructure.

## 1.7.2 Facteur de structure

Un autre outil permet d'étudier la microstructure d'une suspension, le facteur de structure qui fournit la réponse d'un système de particules initialement à l'équilibre à une perturbation

extérieure de longueur d'onde  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ . Le facteur de structure est directement relié à plusieurs grandeurs physiques comme l'élasticité du milieu, les fluctuations de densité...

Le facteur de structure est défini comme une fonction d'autocorrélation de la transformée de Fourier de la densité en particules :

$$S(\mathbf{k}) = \left\langle \frac{1}{N} \tilde{\rho}(\mathbf{k}) \tilde{\rho}(-\mathbf{k}) \right\rangle, \text{ où } \tilde{\rho}(\mathbf{k}) = \int \rho(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}.$$

Dans le cas d'une suspension homogène le facteur de structure peut s'écrire plus simplement sous une forme plus facile à mettre en œuvre à partir de données issues d'expériences ou de simulations :

$$S(\mathbf{k}) = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} \right\rangle \quad (1.9)$$

Si la suspension est de plus isotrope le facteur de structure peut s'exprimer directement à partir de la fonction radiale de distribution de paires :

$$S(\mathbf{k}) = 1 + \rho \int g(r) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$$

Le lecteur pourra trouver le détail des démonstrations des différentes formes du facteur de structure dans l'ouvrage de Hansen et McDonald [24].

Aux grandes longueurs d'onde le facteur de structure d'un milieu isotrope est directement relié à sa compressibilité par :

$$S(0) = \frac{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2}{\langle N \rangle} \quad (1.10)$$

Par exemple pour un gaz parfait  $S(0) = 1$ , et que pour un solide  $S(0) = 0$ . En effet,  $S(0)$  est une mesure de « l'élasticité » de la phase solide. Pour un milieu non isotrope ses limites aux grandes longueurs d'ondes  $\lim_{k \rightarrow 0} S(\mathbf{k})$  fournissent une mesure de l'élasticité dans la direction choisie.

# EXPERIMENTATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

---

### 2.1 Dispositif expérimental

Notre expérience consiste en un lit fluidisé « bidimensionnel » où des particules sont mises en suspension par un mouvement ascendant de fluide.

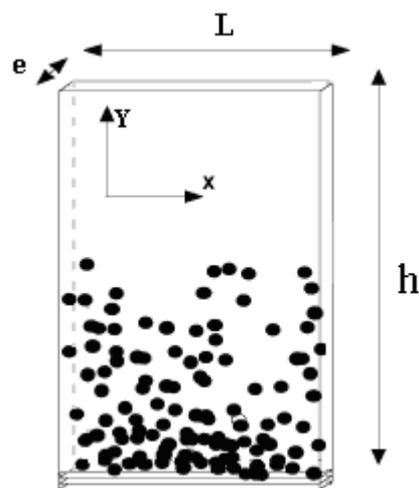


Fig.2.1 Dispositif expérimental.

Le dispositif est composé de deux plaques de verre parallèles d'épaisseur 6mm. Ainsi les plaques sont suffisamment rigides pour assurer leur parallélisme. Les dimensions du lit fluidisé sont une épaisseur  $e = 3,1\text{mm}$ , une largeur  $L = 100\text{mm}$  et une hauteur  $h = 600\text{mm}$  (Fig.2.1).

Le fluide est amené par une pompe à débit variable. Il traverse une chambre de tranquillisation puis un injecteur composé de 40 jets de diamètre 1mm disposés en quinconce comme représenté Fig.2.2.

Les particules au nombre de  $N = 1200$  ont un diamètre  $2a = 3\text{mm}$ . Le rapport entre l'épaisseur de la veine d'essais et le diamètre des particules étant de 1,03, le mouvement de la phase solide est ainsi quasi-bidimensionnel [53, 54]. La fraction volumique varie de sa valeur maximum (avant la fluidisation)  $\phi = 0,52$  en 2D (contre 0,67 en 3D) à sa valeur minimum 0,11 lorsque les particules occupent toute la hauteur de la veine d'essais. Ce qui correspond à des fractions surfaciques variant de  $C = 0,8$  à 0,17.

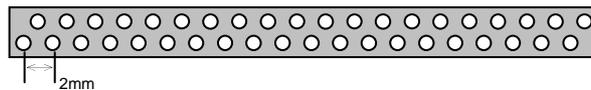


Fig.2.2 Injecteur du lit

Les particules sont en borosilicate de masse volumique  $\rho_p = 2053\text{kg} / \text{m}^3$ . Nos expériences sont réalisées avec deux types de fluide: l'eau déminéralisée de masse volumique  $\rho_{fl} = 1000\text{kg} / \text{m}^3$  et une huile cosmétique  $\rho_{fl} = 856,7\text{kg} / \text{m}^3$  non corrosive et non toxique.

La viscosité des fluides variant fortement avec la température (Fig.2.3), nos expériences sont réalisées dans une pièce dont la température est maintenue constante à  $20^\circ\text{C}$ . Les viscosités cinématiques sont respectivement  $\nu = 1 \times 10^{-6}\text{m}^2 / \text{s}$  pour l'eau et  $\nu = 100 \times 10^{-6}\text{m}^2 / \text{s}$  pour l'huile.

Dans notre dispositif expérimental le fluide alimentant le lit fluidisé est pompé directement dans un réservoir ouvert à l'air libre. Il existe donc dans le cas de l'huile une dégradation du fluide due à son hydratation. Au bout de 15 jours cette hydratation reste inférieure à 1%. Nous pouvons donc considérer que durant une campagne de mesures (quelques jours) les propriétés physiques du fluide (masse volumique, viscosité) ne sont pas affectées de manière sensible. Par contre il est nécessaire de renouveler l'huile avant chaque nouvelle série de mesures.

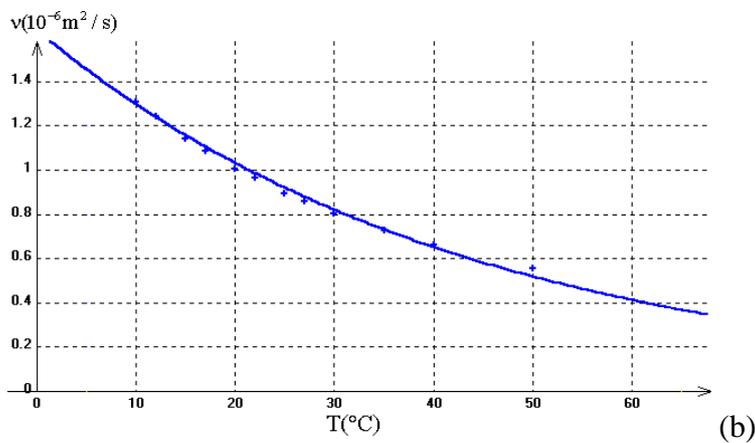
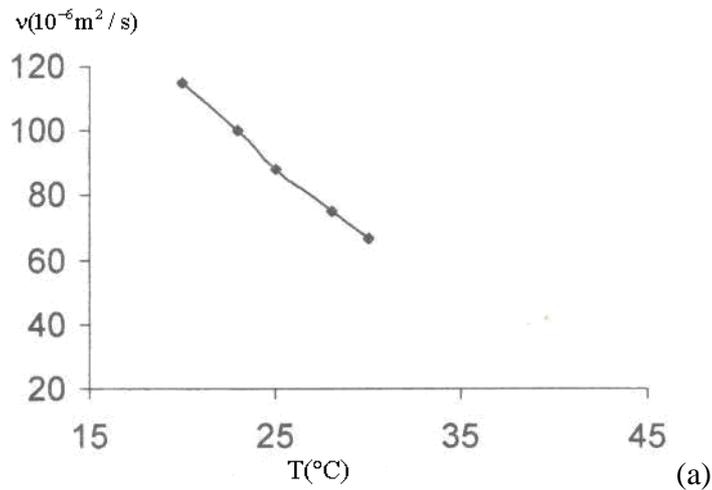


Fig.2.3 La viscosité cinématique en fonction de température pour l'huile (a) et pour l'eau (b)

Le nombre de Reynolds particulaire est défini par :  $Re = \frac{2aU_i}{\nu}$ , où  $U_i$  est la vitesse interstitielle. La valeur de cette vitesse interstitielle est donc nécessaire à une bonne évaluation du nombre de Reynolds. Elle peut se déduire de la vitesse débitante par le raisonnement suivant : pour une suspension 2D de disques dans un liquide, la vitesse interstitielle :  $V_{id} = \frac{u_d}{1-C}$  avec  $C$  la fraction surfacique et  $u_d$  la vitesse débitante. En effet on a  $u_d A = V_{id} A(1-C)$  où  $A(1-C)$  est la surface ouverte au fluide au sein de la suspension. En remplaçant les disques par des sphères de même rayon, la surface occupée par la phase solide est réduite de  $AC \frac{\pi a^2}{2ae}$  par rapport au cas des disques. La surface occupée par le fluide devient donc  $A(1-C \frac{\pi a^2}{2ae})$ , la vitesse

interstitielle pour les particules s'obtient :  $U_i = \frac{u_d}{1 - C \frac{\pi a^2}{2ae}}$ , en prenant la relation  $\phi = \frac{4}{3} \frac{a}{e} C$ , on

obtient :

$$U_i = \frac{u_d}{1 - \frac{3\pi}{8}\phi} \approx \frac{u_d}{1 - \phi}$$

Et le nombre de Reynolds particulaire est :

$$Re = \frac{2au_d}{v(1 - \frac{3\pi}{8}\phi)} \approx \frac{2au_d}{v(1 - \phi)}$$

Le résultat est très proche de celui classiquement utilisé en 3D.

Nos expériences correspondent à une plage du nombre d'Archimède  $A_r$ , du nombre de Reynolds particulaire et de la fraction volumique présentée sur le Tab.2.1 :

	Débit ( $10^{-6}m^3/s$ )	Re	$\phi$
Expérience 1 (Eau)  $A_r = 3,4 \times 10^5$	35.3	411.58	0.17
	32.2	389.51	0.20
	29	364.47	0.23
	25.7	336.09	0.26
	22.5	306.68	0.29
	19.2	277.32	0.33
	16	249.74	0.38
Expérience 2 (Huile)  $A_r = 44,2$	8.7	0.94	0.11
	8.2	0.90	0.12
	7.9	0.89	0.14
	7.2	0.82	0.16
	6.5	0.77	0.18
	5.8	0.70	0.20
	5	0.63	0.23
	4	0.53	0.27
	3.3	0.45	0.30
	2	0.30	0.36

Tab.2.1 Nombres d'Archimède, débits, nombres de Reynolds particulières et fractions volumiques dans nos expériences.

Par analogie avec les expériences de sédimentation, la vitesse débitante est normalisée par la vitesse de chute d'une particule seule dans le fluide. Bien que nos expériences se situent hors du régime de Stokes, nous appelons cette vitesse  $V_{\text{Stokes}}$  comme au Chapitre 1. Nous mesurons  $V_{\text{Stokes}}$  en effectuant une expérience dans un dispositif de taille suffisante pour que l'influence des parois soit négligeable qui donne  $V_{\text{Stokes}} = 7$  pour l'huile et  $32\text{cm/s}$  pour l'eau. La relation entre  $u_d$  normalisée et  $\phi$  est présentée sur la Fig.2.4. Elle suit une loi:  $\frac{u_d}{V_{\text{Stokes}}} = k(1-\phi)^n$ , avec  $k = 0,6$ ,  $n = 2,8$  pour l'eau et  $k = 0,7$ ,  $n = 4,4$  pour l'huile. L'exposant  $n$  est en bon accord avec les valeurs proposées par Richardson-Zaki [51].

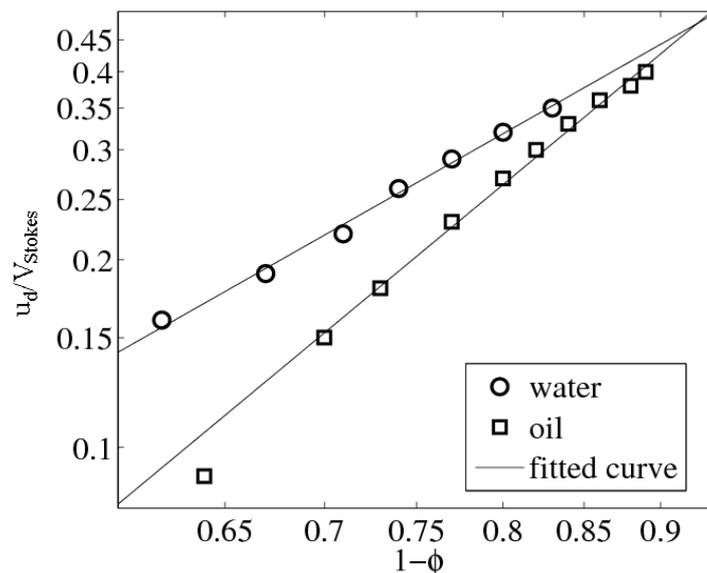


Fig.2.4 Vitesse du fluide normalisée par la vitesse de chute d'une particule seule en fonction de la fraction volumique à l'échelle logarithmique.

Mais la valeur de  $k$  dans notre expérience en 2D est plus faible que celles proposées par Richardson-Zaki  $k=1$  et par de nombreuses études [13, 17, 18]  $k = 0,8-0,9$  pour les suspensions concentrées. Bien que  $k$  diminue quand le nombre de Reynolds augmente [63], cela ne justifie pas les valeurs que nous avons obtenues. Les faibles valeurs de  $k$  sont certainement dues à la spécificité des expériences 2D. En effet Rouyer [52] a déterminé pour des expériences 2D au régime de Stokes  $n \approx 5$  et  $k = 0,3$ .

Durant les expériences la veine d'essais est éclairée uniformément par une lampe halogène, et l'écoulement est filmé à l'aide d'une caméra vidéo numérique de résolution  $768 \times 576$  qui permet d'acquérir 25 images par seconde. La caméra est placée à environ 4m du lit fluidisé, les distorsions dues aux effets de parallaxe et à la présence d'un dioptre (paroi de la veine) sont donc négligeables. Les vidéos sont transférées sur un PC via une carte d'acquisition IEEE 1394 puis décomposées en séquences d'images successives. Les images sont enregistrées au format TIFF, sans compression, en niveaux de gris. Des séquences vidéo de 90 secondes correspondant à 2300 images permettent d'obtenir la convergence des grandeurs moyennes, en particulier des grandeurs caractéristiques de la microstructure qui sont lentes à converger.

Nos particules sont transparentes et par conséquent invisibles sur les vidéos. Pour étudier leurs mouvements, certaines sont peintes en noir et appelées marqueurs. Les marqueurs apparaissent alors en noir sur fond clair (Fig.2.5). Le diamètre d'un marqueur sur l'image est de environs 12 pixels. Ainsi, la précision sur la position des particules est de 0,6mm.

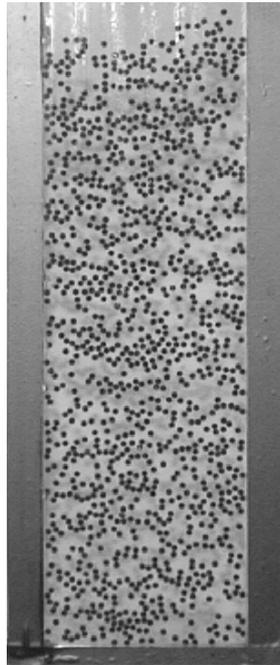


Fig.2.5 Image de l'écoulement où toutes les particules sont noires (marqueurs) pour  $Re = 411$ ,  $\phi = 0,17$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

Lorsque la proportion de marqueurs est suffisamment faible pour que deux marqueurs ne soient jamais en contact l'un avec l'autre, un traitement automatique développé sous Matlab, dans le

cadre de ce travail, permet d'accéder à leurs positions. Les images sont binarisées puis les barycentres des taches noires, correspondant au centres des marqueurs, sont déterminés.

## **2.2 Mesure de densité de particules**

Pour cette mesure toutes les particules sont des marqueurs, c'est-à-dire peintes en noir. Deux procédures distinctes sont mises en œuvre suivant que la suspension est diluée ( $\phi < 0,29$ ) ou dense ( $\phi > 0,29$ ).

### **2.2.1 Mesure en suspensions diluées**

Nous appelons ici « diluée », une suspension où les particules sont suffisamment espacées pour ne presque jamais entrées en contact les unes avec les autres. Cette situation est facile à vérifier, il suffit que le nombre de barycentres de taches noires déterminés sur chaque image soit égal au nombre de particules. Si deux particules étaient accolées, elles ne feraient qu'une tache et le nombre de taches serait inférieur au nombre de particules. Pour un volume quelconque  $V_\alpha$  placé au sein de l'écoulement, le nombre  $N_\alpha$  de barycentres de taches noires fournit alors directement la densité  $\rho_\alpha$  dans ce volume :

$$\rho_\alpha = N_\alpha / V_\alpha$$

Cette expression est précise tant qu'il n'y a pas de variation importante des gradients de densité à l'échelle de  $\frac{\sqrt{V_\alpha}}{e}$ .

### **2.2.2 Mesure en cas dense**

Quand la concentration est plus dense, deux ou plusieurs particules peuvent être accolées, la détermination de leurs barycentres n'est plus fiable. Dans ce cas on recourt à une binarisation des images, c'est à dire à la transformation d'images à 256 niveaux de gris en images à 2 niveaux : blanc ou noir. En choisissant correctement le seuil au-dessous duquel un gris sera assimilé à du noir et au dessus à du blanc, on obtiendra un taux de pixels noirs égal à la fraction

surfactive.

Cette méthode, simple de principe, nécessiterait l'utilisation d'une camera haute définition afin que le nombre de pixels noirs observés pour une particule correspondent bien à sa section. Lorsque la définition des images n'est pas très élevée, environ 12 pixels par diamètre de particule dans notre cas, les pixels en frontières de la particule ne sont ni noirs ni blancs puisqu'ils intègrent un mélange de particule et de fond (Fig. 2.6).

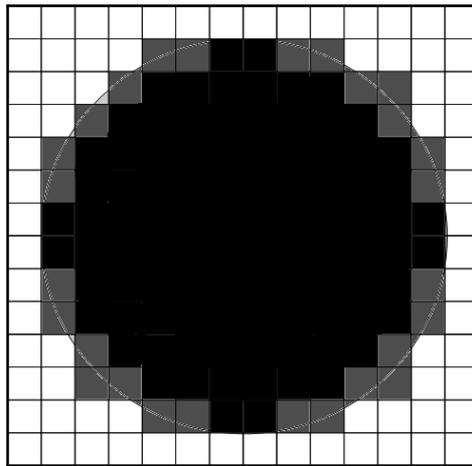


Fig.2.6 Représentation d'une particule sur le fond.

Une précaution supplémentaire doit être prise dans la détermination du seuil de gris. L'étude détaillée de l'image d'une particule montre un pic de luminosité au centre de la particule dû à un reflet (Fig.2.7). Il faut assurer que ce reflet ne sera pas comptabilisé comme un pixel blanc. Le seuil de niveau de gris précédemment déterminé doit donc être au dessus du pic créé par le reflet. Ainsi, on peut retrouver exactement le diamètre de la particule (12 pixels dans notre exemple).

Le seuil de niveau de gris permettant une évaluation correcte de la fraction volumique est obtenu à partir des données expérimentales. En premier lieu nous calculons la fraction volumique globale connaissant la hauteur du lit et le nombre de particules total dans la veine

d'essais. Par exemple pour un débit  $Q_v = 20 \times 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s}$ , la fraction volumique  $\phi = \frac{4 N \pi a^3}{3 L H e}$

vaut 0,36 (ou 0,56 pour C) avec une incertitude de  $\pm 0,8\%$  due à l'estimation de la hauteur du lit H dont le front est instable. Ensuite nous comparons cette valeur à celle obtenue à partir du

nombre de pixels noirs pour différente valeur du seuil (Fig.2.8).

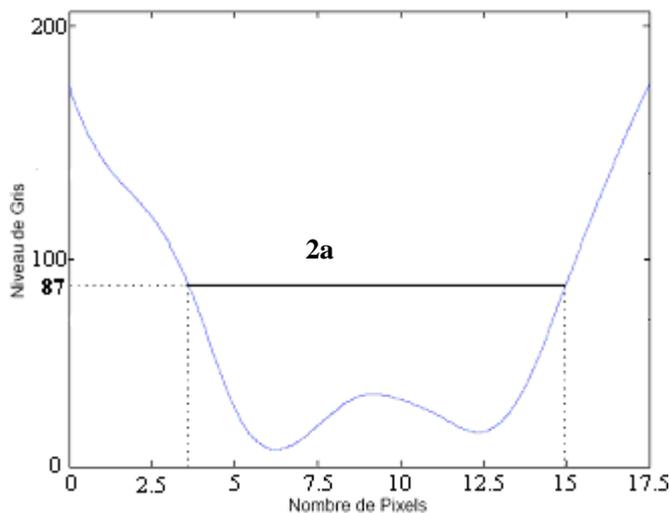


Fig.2.7 Variation de niveau de gris d'une particule pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

Pour cet exemple, un niveau de gris de 89 sur 255 fournit une bonne évaluation de  $C$  ou  $\phi$ . Ce seuil pourra être réutilisé tant que les conditions d'éclairage resteront inchangées.

Une binarisation adéquate de l'image permet de mesurer la fraction volumique instantanée pour n'importe quelle partie de l'écoulement sans avoir connaissance du nombre de particules qui y siègent.

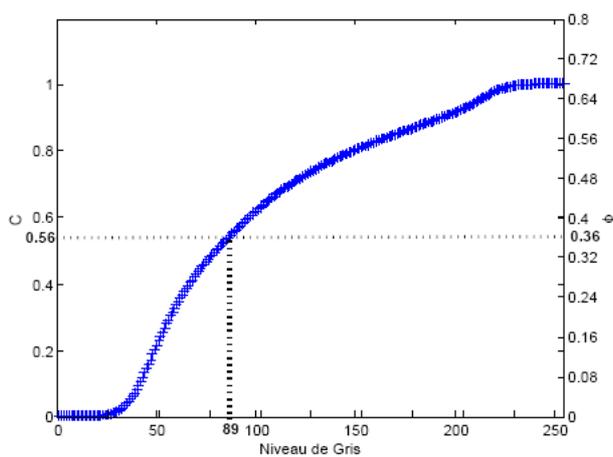


Fig.2.8 Evolution de fraction volumique suivant le choix de seuil de niveau de gris pour

$$Re = 277, \phi = 0,36 \text{ et } A_r = 3,4 \times 10^5.$$

La figure 2.9 représente une carte de la fraction volumique instantanée locale en section de  $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ . Chaque section a une fraction volumique différente, et la répartition est semblable aléatoire.

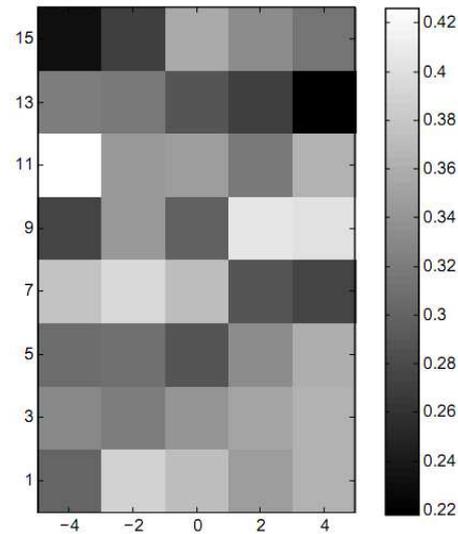


Fig.2.9 Carte instantanée de fraction volumique pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

### 2.2.3 Densité/Fraction volumique moyenne (bulk density)

La fraction volumique étant une grandeur macroscopique, elle résulte d'une homogénéisation sur le volume « élémentaire » où l'on veut la calculer. Classiquement cette opération ne présente pas de difficultés s'il y a séparation des échelles où «  $l$  » et «  $L$  » sont des longueurs caractéristiques du V.E.R. (volume élémentaire représentatif) et de la veine d'essais :  $a \ll l \ll L$ . Dans notre cas le rapport entre la taille du lit et la taille des particules  $\frac{L}{2a}$  est de l'ordre de 30 et n'autorise pas une réelle séparation des échelles.

Pour qu'un volume élémentaire soit représentatif il doit être suffisamment grand pour représenter statistiquement les hétérogénéités qu'il contient avec la précision voulue. Nous avons regardé à la valeur de la fraction volumique sur une image donnée (Fig.2.10) pour des volumes de section carrée de taille différente et positionnés au centre du lit fluidisé.

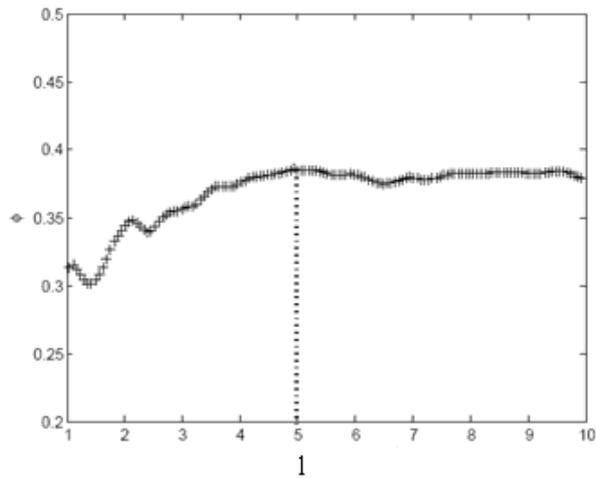


Fig.2.10 Evolution de fraction volumique en fonction de la taille de volume élémentaire de section carrée de  $l\text{cm} \times l\text{cm}$  pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

On observe que la taille du volume au-delà de laquelle la valeur de la fraction volumique n'évolue plus correspond à une section de 5cm par 5cm. Un tel volume est trop grand pour appréhender l'écoulement à l'échelle macroscopique, tout particulièrement les gradients de fraction volumique susceptible d'apparaître dans l'écoulement. Il n'y a que deux volumes sur la largeur de la veine d'essais.

Une méthode pour diminuer la taille du volume élémentaire représentatif consiste à moyenniser la grandeur considérée sur un nombre suffisant de réalisations [31]. Dans notre cas il s'agit de mesurer la fraction volumique sur différents volumes de même taille mais dont les positions sont réparties de manière aléatoire sur l'ensemble de la veine d'essais.

La figure 2.11 ci-dessous représente l'évolution de la fraction volumique moyenne en fonction du nombre de réalisation pour un volume élémentaire de  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ . Nous obtenons ainsi une évaluation représentative de la fraction volumique à partir de 40 réalisations.

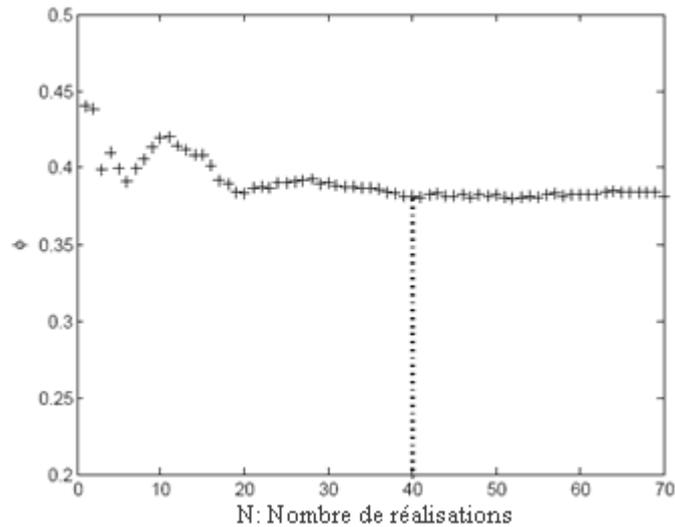


Fig.2.11. Evolution de fraction volumique moyenne suivant les positions d'un volume

1cm×1cm pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

Dans la théorie des échantillons, l'estimation de la moyenne de  $\bar{X}$  d'une grandeur  $X$  à partir

de  $n$  réalisations est donnée par :  $\bar{X} \pm Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  si la distribution de  $X$  est approximativement

normale, avec  $\sigma$  : l'écart-type de  $X$ ,  $Z_c$  : coefficient de confiance, il est égal à 1,96 pour un

niveau de confiance de 95%. Le terme  $Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  est appelé aussi l'erreur probable ou l'erreur

absolue, donc l'erreur relative est définie comme :

$$Er = Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n} \bar{X}} \quad (2.1)$$

La fraction volumique moyenne et sa dispersion pour un volume donné sont représentées sur la Fig.2.12.

On voit que la fraction volumique moyenne ne dépend pas de la taille de volume. Mais la dispersion augmente quand le volume diminue. Le contrôle du nombre de réalisations est important pour que la valeur moyenne et sa dispersion restent dans le niveau de confiance, tel que 95%. Par l'Eq.2.1, on voit que l'erreur est inversement proportionnelle à la racine du nombre de réalisations. Par conséquent, la fraction volumique peut être déterminée soit par un

petit nombre de mesure sur de grands volumes, soit par grand nombre de réalisations sur de petits volumes.

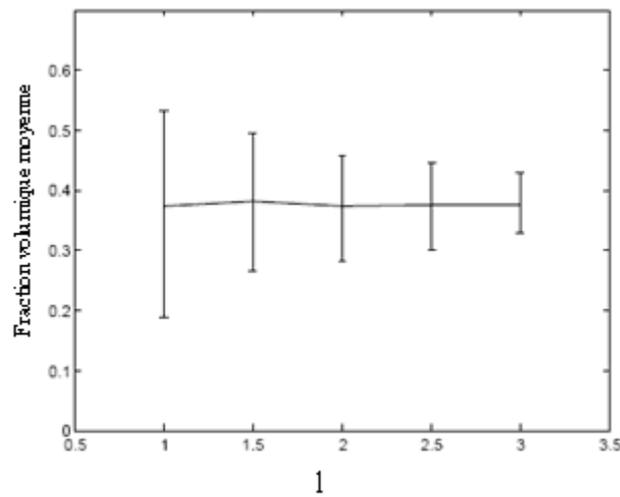


Fig.2.12. Valeur moyenne et intervalle de confiance de fraction volumique en fonction de la taille de volume de section carrée de  $l\text{cm} \times l\text{cm}$  pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

L'utilisation de réalisations multiples dans l'espace permet d'utiliser des volumes élémentaires de taille raisonnable ( $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ ) par rapport à celle de la veine d'essais mais cette méthode n'est pas appropriée à l'étude de milieux inhomogènes à l'échelle macroscopique (présence de gradient) puisque les réalisations sont spatialement réparties sur l'ensemble de la veine d'essais.

Une autre méthode reposant sur l'hypothèse d'ergodicité consiste à utiliser des réalisations multiples pour un volume positionné au même endroit à des temps différents de l'écoulement choisi de manière aléatoire ou à défaut à des temps successifs séparés par un intervalle grand devant le temps caractéristique du mouvement de la phase solide (temps de Stokes)  $t^* = \frac{tu_f}{2a}$  où  $u_f$  est la vitesse du fluide. C'est cette dernière solution qui a été retenue.

La figure 2.13 présente pour différentes tailles de volume le nombre de réalisations nécessaires suivant les deux méthodes (réalisations dans l'espace ou dans le temps) afin d'obtenir une évaluation de la fraction volumique avec une précision supérieure à 95%.

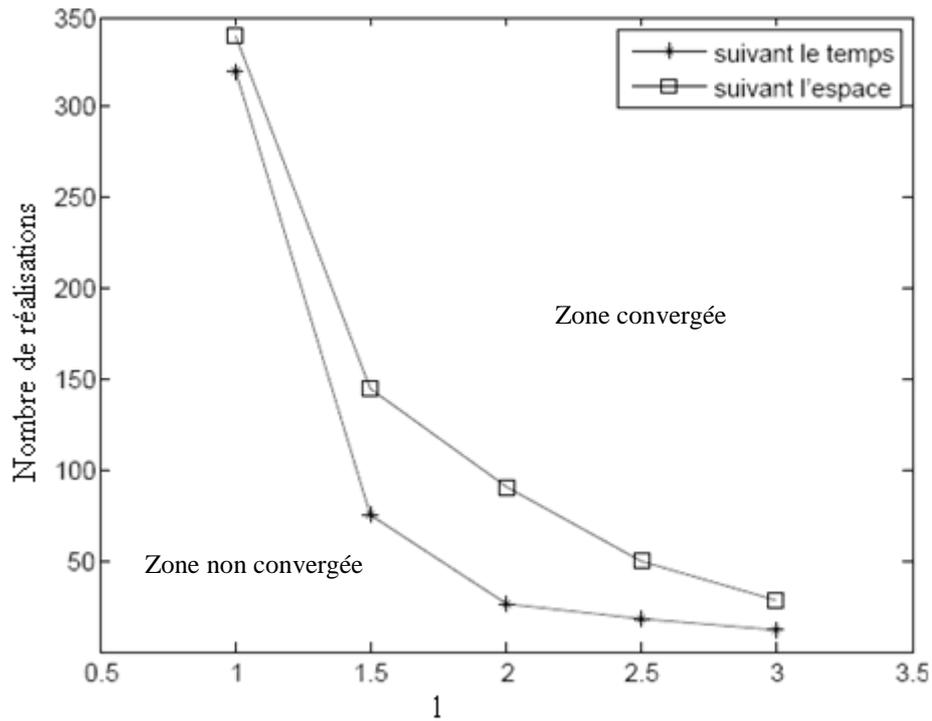


Fig.2.13 Nombre de réalisations nécessaires pour les méthodes spatiale et temporelle en fonction de la taille de volume de section carrée de  $l\text{cm} \times l\text{cm}$  pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$  et

$$A_r = 3,4 \times 10^5.$$

On constate que la convergence est plus rapide pour des réalisations choisies à des temps différents qu'à des positions différentes probablement en raison d'inhomogénéités spatiales de la fraction volumique (gradient près des parois).

Un exemple de cartographie de la fraction volumique « moyenne » est présenté Fig.2.14. Chaque volume a une section de  $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ .

Pour la rangée de volumes située dans la partie haute ( $14\text{cm} < H < 16\text{cm}$ ) les valeurs de la fraction volumique ne sont pas fiables. Les volumes concernés se situent au niveau du front du lit fluidisé où on observe la présence de particules que par intermittence.

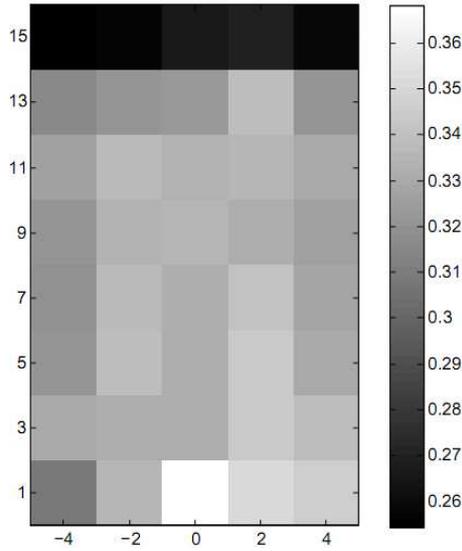


Fig.2.14 Carte moyenne de fraction volumique pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

## 2.3 Vitesses de la phase solide

### 2.3.1 Mesure des vitesses instantanées des particules

Les vitesses de particules sont mesurées par une méthode classique de suivi de particules PTV (Particle Tracking Velocimetry) avec un algorithme de prédiction de mouvement similaire à celui développé par Kobayashi [32]. Sur une image donnée à l'instant  $t$ , chaque marqueur est placé à l'intérieur d'une boîte de prédiction de mouvement dont les dimensions sont calculées en fonction des valeurs maximales des composantes de la vitesse des particules. Si la boîte de prédiction est correctement dimensionnée, l'image suivante, à  $t + \Delta t$ , montre le même marqueur dans la même boîte, mais à une nouvelle position (Fig.2.15). Il se peut que plusieurs marqueurs apparaissent dans la boîte sur la seconde image. Dans ce cas, on ne valide pas la mesure.

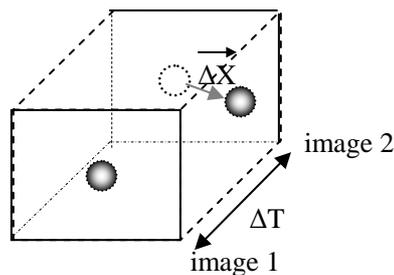


Fig.2.15 Positions d'un marqueur sur deux images successives

Pour chaque marqueur une vitesse instantanée est déterminée au point de coordonnées  $(\mathbf{X}_{i+1} + \mathbf{X}_i)/2$  sous la forme  $\mathbf{U}_i = (\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_i)/\Delta t$  où  $\mathbf{X}_{i+1}$  et  $\mathbf{X}_i$  représentent la position du marqueur sur les images successives  $i$  et  $i+1$ , et  $\Delta t$  l'intervalle de temps séparant les deux images. L'incertitude sur ces mesures de  $2,24 \times 10^{-3}$  m/s correspond à 1 pixel par intervalle de temps (1/25 s).

L'algorithme du programme de PTV développé au laboratoire sous Matlab est présenté Fig. 2.16.

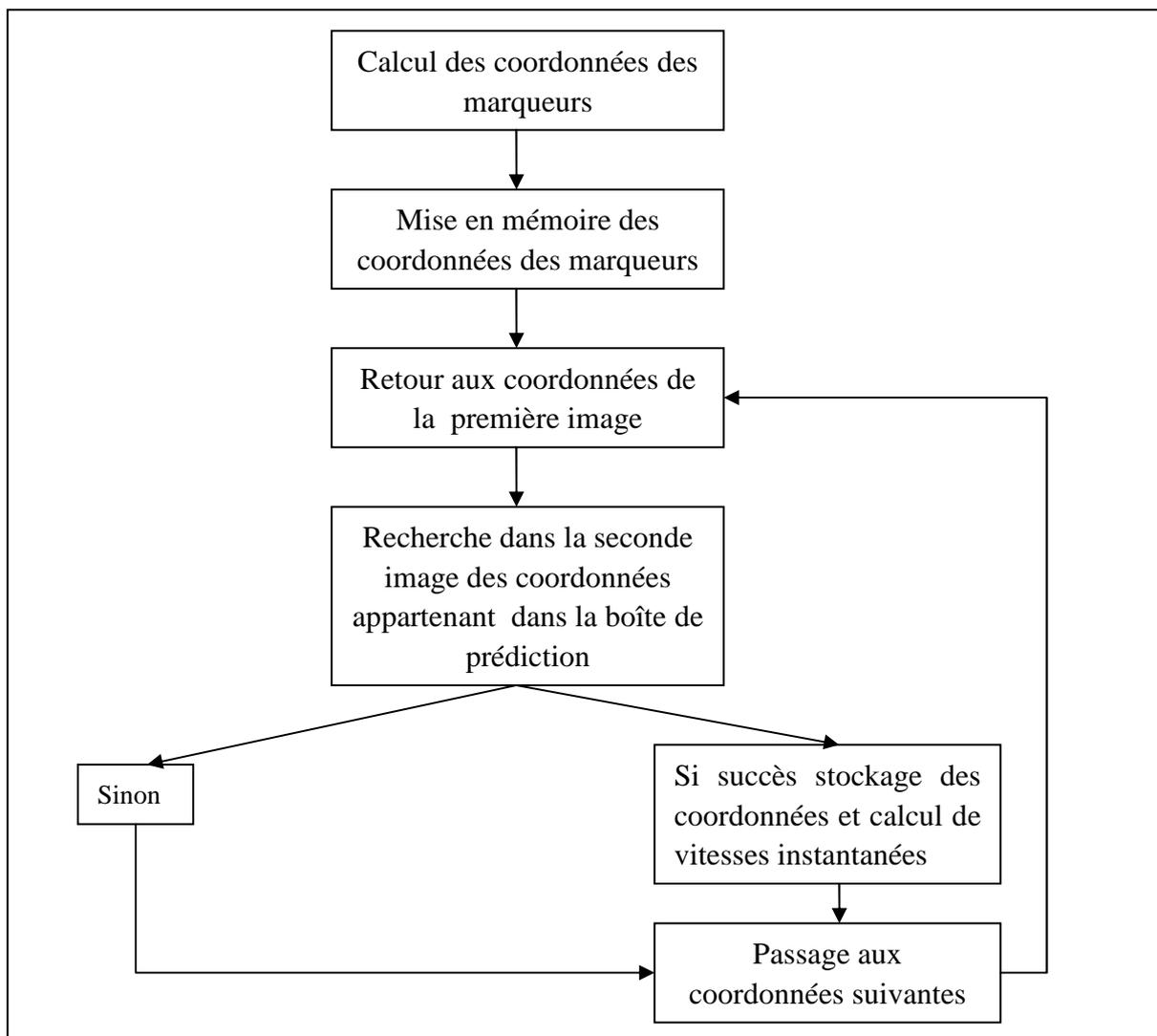


Fig.2.16 Processus de calcul de vitesse instantanée.

Le nombre de marqueurs utilisés doit être le plus important possible pour assurer la

convergence des grandeurs statistiques (moyennes, fluctuations ...) mais suffisamment faible pour éviter le risque de conflit dans les boîtes de prédiction. Il a été choisi égal à 6.

Afin de s'assurer que la cadence des images est suffisamment rapide par rapport aux temps caractéristiques du mouvement de la phase solide, nous avons réalisé des images fixes dont le temps d'expositions est supérieur à l'intervalle de temps séparant deux images de la vidéo.

Ces images sur la Fig.2.17 montrent que durant 1/13s la trajectoire des particules restent quasi-rectiligne et que le déplacement total n'excède pas 5 diamètres ce qui correspond à un déplacement maximal de 2,5 diamètres entre deux images séparées de 1/25s.

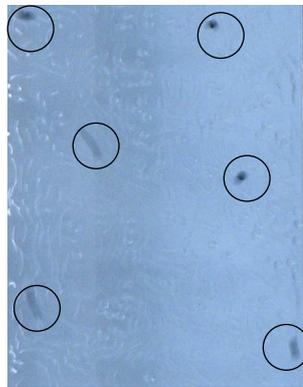


Fig.2.17 Image pour  $Re = 411$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$  avec un temps d'exposition 1/13s

Le déplacement d'une particule entre deux images est suffisamment court pour que la vitesse puisse être considérée comme instantanée et suffisamment long pour une bonne résolution (le déplacement d'une particule entre deux images successives est supérieur à 1 pixel). Un exemple d'une carte de vitesse instantanée de particules est fourni sur la Fig.2.18.

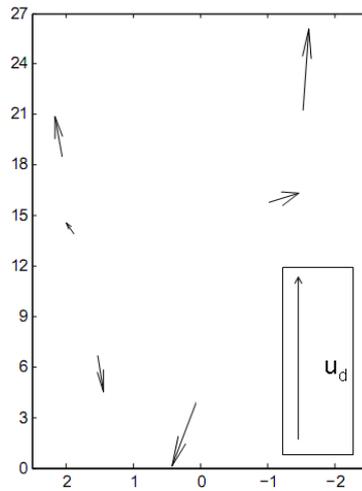


Fig.2.18 Carte de vitesses instantanées des marqueurs pour  $Re = 411$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

### 2.3.2 Vitesses moyennes et fluctuations

Les vitesses moyennes présentées sur la Fig.2.19 résultent, tout comme la fraction volumique d'un double processus de « moyennage », l'un sur le volume élémentaire retenu l'autre sur des réalisations successives.

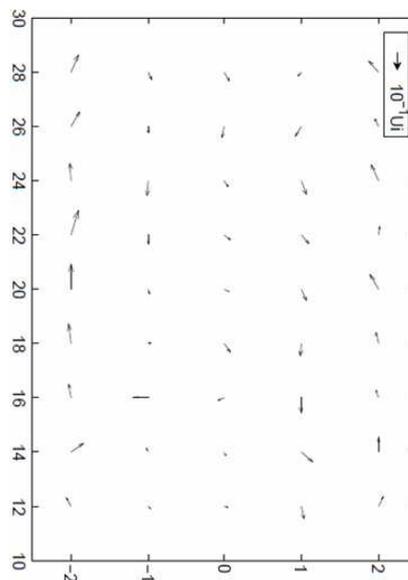


Fig.2.19 Flux de l'écoulement pour  $Re = 411$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

La convergence des vitesses moyennes est atteinte pour un nombre d'observations sensiblement identique à celui nécessaire pour la fraction volumique (Fig.2.20).

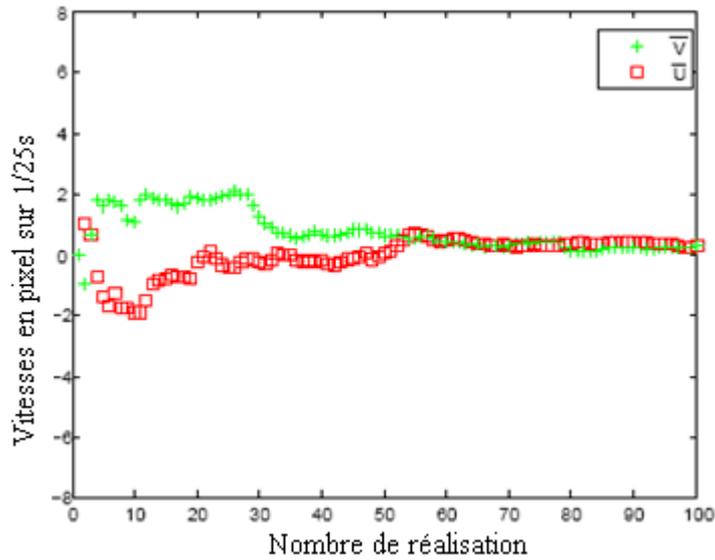


Fig.2.20 Convergences des vitesses horizontales U et verticales V pour  $Re = 277$  et

$$A_r = 3,4 \times 10^5 \text{ en volume } 1 \times 1 \text{ cm}^2.$$

Une observation désigne ici la présence d'un marqueur dans le volume élémentaire étudié. Le faible nombre de marqueurs par rapport au nombre de volumes élémentaires, nous contraignent à utiliser des séquences vidéo beaucoup plus longues (180 secondes) que pour la détermination de la fraction volumique.

Les fluctuations de vitesse ont été obtenues par le même processus de moyennage.

### 2.3.3 Répartition des vitesses

Comme le déplacement d'un marqueur entre deux images successives est déterminé à un pixel près, les résultats de mesure des vitesses instantanées sont comme quantifiés avec un quanta de 1 pixel par 25<sup>ème</sup> de seconde. Les répartitions de vitesses, aussi notées P.D.F. (probability density function), sont construites sous forme d'histogrammes dont le pas correspond exactement à 2 quantas. Un exemple est présenté Fig.2.21 :

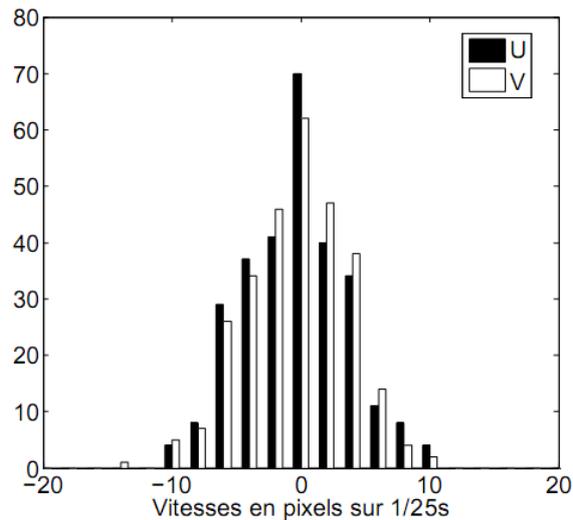


Fig.2.21 Un exemple de P.D.F. de vitesses horizontales  $U$  et verticales  $V$  d'un volume  $1 \times 1 \text{cm}^2$  pour  $Re = 277$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ .

La détermination des P.D.F. nécessitant un très grand nombre de valeurs, elles ont été construites uniquement au centre du lit fluidisé sur un volume de taille  $3 \text{cm} \times 20 \text{cm}$  où la fraction volumique est homogène.

## 2.4 Conclusions

Nous avons vu dans ce chapitre qu'une méthode de visualisation directe permettait une mesure quantitative des principales grandeurs macroscopiques caractérisant le comportement de la phase solide d'un lit fluidisé bidimensionnel. En dépit d'une faible résolution spatiale, 12 pixels par diamètre de bille, la mise en œuvre d'un double processus de « moyennage » permet de remonter aux moyennes de grandeurs macroscopiques telles que la fraction volumique et la vitesse des particules avec une bonne précision. Pour des suspensions moyennement denses, fraction volumique inférieure à 30%, le système de visualisation permet aussi de déterminer la position de chacune des particules. Cette information a permis l'étude de la microstructure de la phase solide qui sera présentée au chapitre 4. A nouveau la faible résolution spatiale n'est pas handicapante, la microstructure ne dépendant pas de la position propre de chaque particule mais des positions relatives des particules entre elles.

# ÉCOULEMENT MACROSCOPIQUE

---

Ce chapitre est consacré à la présentation du comportement de la phase solide à l'échelle macroscopique. Nous présenterons tout d'abord les fractions volumiques locales ainsi que l'anisotropie qui peut apparaître dans la disposition spatiale des particules. Dans la suite du chapitre le mouvement des particules sera décrit à l'aide des vitesses moyennes de leurs fluctuations et de leurs répartitions autour de la valeur moyenne (P.D.F.)

### 3.1 Répartition spatiale des particules

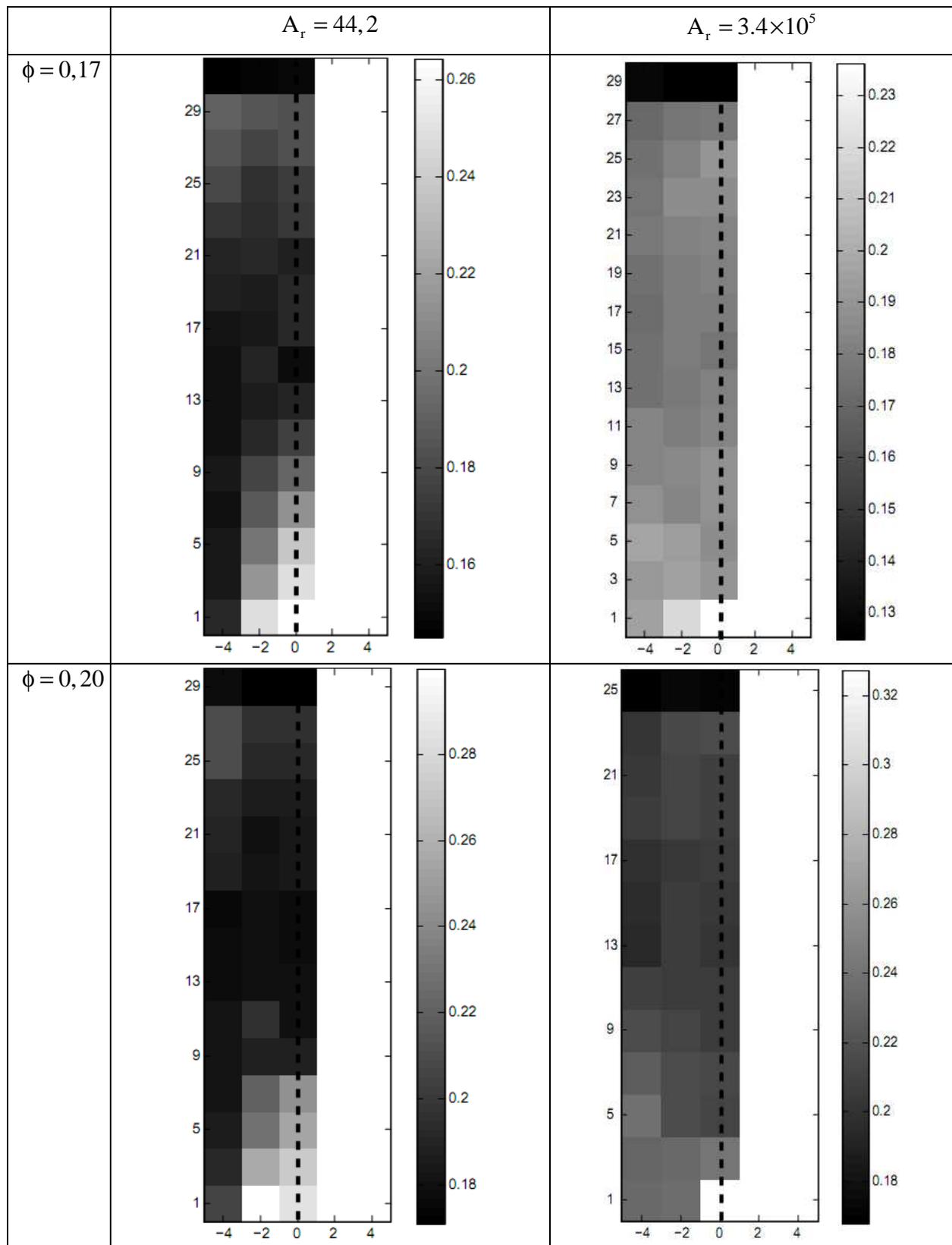
Autant lors d'expériences tridimensionnelles les mesures des fractions volumiques locales sont difficiles et nécessitent des méthodes indirectes de mesure [7], autant sur des expériences bidimensionnelles elle ne présente pas de difficultés de principe. Les deux méthodes de mesure utilisées sont celles présentées au chapitre précédent : comptage direct du nombre de particule ou comptage du nombre de pixels.

#### 3.1.1 Carte de fraction volumique moyenne (CFV)

Comme l'écoulement est symétrique par rapport au centre du lit, nous avons utilisé cette symétrie pour accélérer la convergence des résultats, et ainsi utiliser des séquences vidéo de taille raisonnable. La figure 3.1 montre les cartes de fraction volumique moyenne pour l'huile ( $A_r = 44,2$ ) et l'eau ( $A_r = 3,4 \times 10^5$ ).

Quelque soit les paramètre de l'écoulement on remarque que la fraction volumique est plus faible le long des parois et plus forte au centre de la veine d'essais près de l'injection. La série de volume situé en haut de la zone fluidisée n'est pas représentative, elle se situe à l'interface fluctuante entre une zone de fluide claire et le haut du lit fluidisé lui même. Dans chacun des cas il existe une zone où la fraction volumique est sensiblement constante, par exemple pour  $A_r = 44,2$  et  $\phi = 0,17$ ,  $12\text{cm} < H < 24\text{cm}$  et  $|X| < 3\text{cm}$ . C'est dans ses zones quasi-

homogènes que seront étudiées les grandeurs difficiles à converger et nécessitant donc des V.E.R. de grandes tailles.



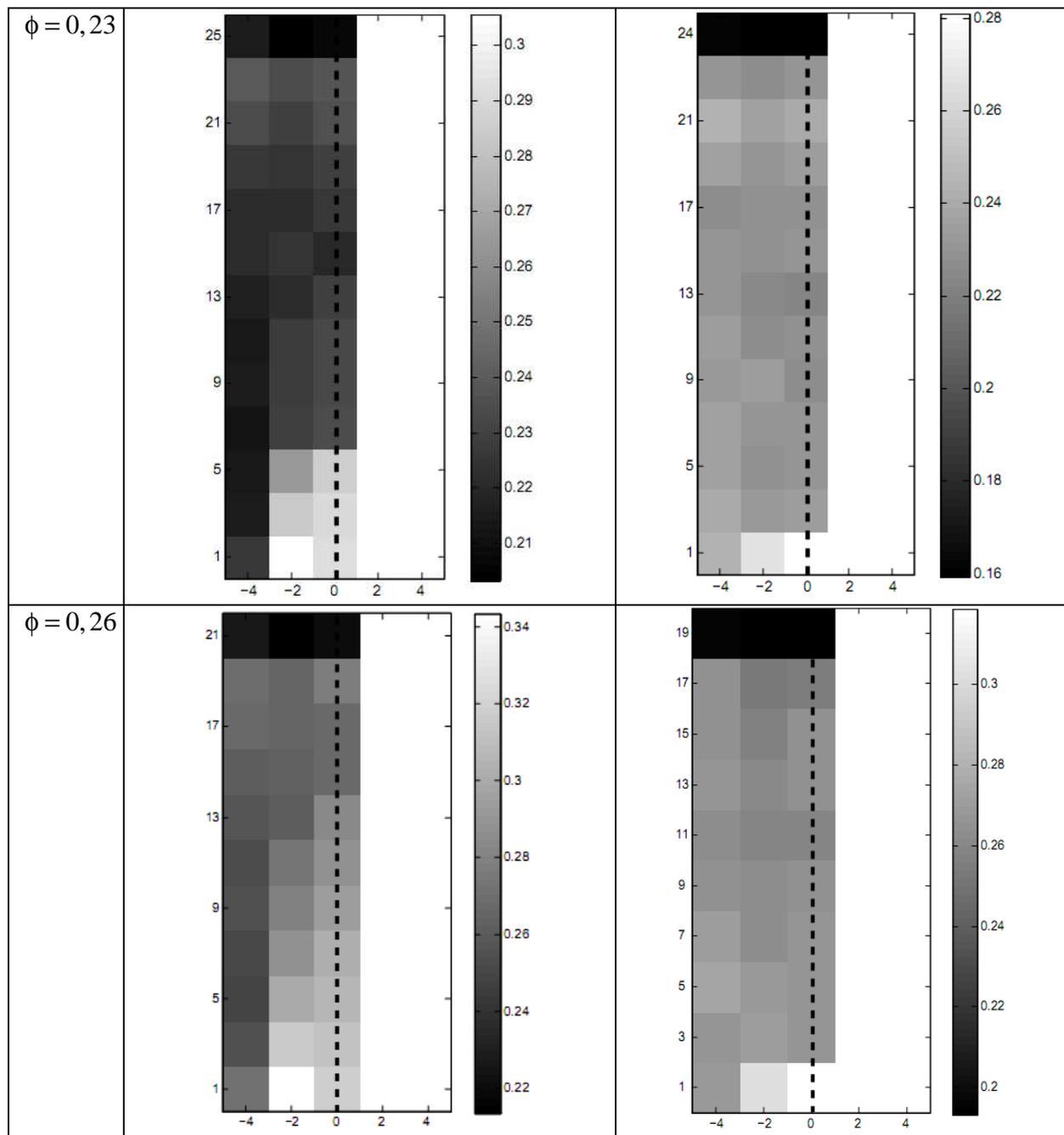


Fig.3.1 Carte de fraction volumique en différents  $\phi$  et  $A_r$ . (Les nombres de Reynolds correspondants de Fig 3.1a à Fig 3.1h sont : 0.77, 0.70, 0.63, 0.53, 411, 389, 364, 336).

### 3.1.2 Etirement de la répartition macroscopique de phase solide

Les résultats du paragraphe précédent montrent que dans la zone centrale de l'écoulement la répartition moyenne de fraction volumique (ou de densité de la phase solide) est homogène. C'est-à-dire que pour deux V.E.R. adjacents et de même taille, nous avons en moyenne le

même nombre de particules dans chacun d'entre eux. Mais ces résultats ne nous renseignent pas sur la disposition des particules au sein du V.E.R.. Par analogie avec l'état cristallin, on peut imaginer le schéma très simple présenté sur la Fig.3.2 où à chaque fois 12 particules sont placées dans un même V.E.R.. Sur le V.E.R. (a) elles sont réparties de manière isotrope alors que sur le (b) on observe un étirement vers le haut accompagné d'une contraction horizontalement.

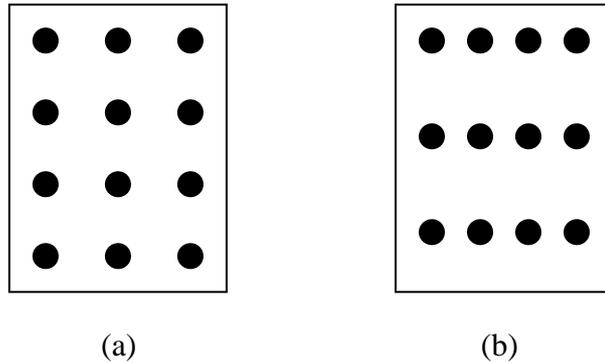


Fig.3.2 Dispositions différentes de 12 particules dans un même volume (V.E.R.).

Nous avons vérifié si il n'y avait pas un étirement de la phase solide en mesurant le nombre de particules croisées par deux segments de droite perpendiculaires de même longueur  $L_s = 40a$  situés au centre du canal (Fig.3.3). Les segments de droite sont disposés indépendamment de la présence d'une particule ou non à leur intersection, ainsi nous avons bien accès à une mesure macroscopique indépendamment de la microstructure.

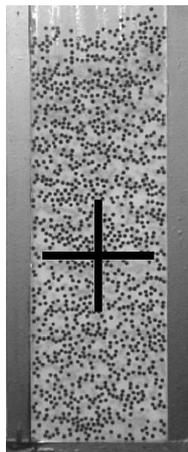


Fig.3.3 Position des segments de droite.

Sur chaque image, nous avons compté le nombre de particules  $n_v$  et  $n_h$  croisés avec les segments vertical et horizontal. Ensuite, nous avons déterminé les moyennes  $\langle n_v \rangle$  et  $\langle n_h \rangle$  par moyenne d'ensemble sur 2300 images successives.

Le comptage du nombre de particules a été réalisé à partir d'images binarisées, avec le même seuil que celui utilisé pour les mesures de fractions volumiques, qui de part la faible résolution des images entraînent une altération de la forme des particules (Fig. 3.4). Nous avons admis que la diminution dans la mesure du nombre de particules qui croisent un segment de droite par rapport au nombre réel de particules croisées était équivalente dans les deux directions, et que ainsi les valeurs respectives de  $\langle n_v \rangle$  et  $\langle n_h \rangle$  restait un bon indicateur d'un éventuel étirement de la répartition de phase solide.

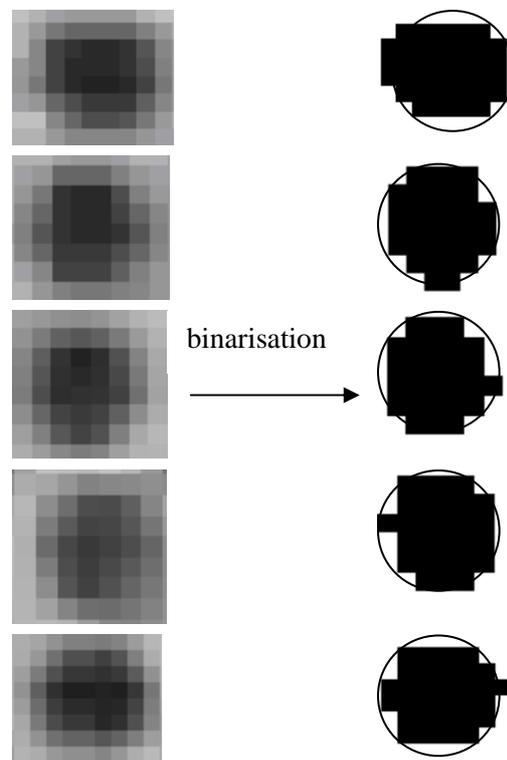


Fig.3.4 Forme de particule initiale et celle de binarisation.

Le rapport  $\langle n_v \rangle / \langle n_h \rangle$  est présenté sur la Fig.3.5. Le rapport égal à 1 montre une répartition isotrope des particules dans le cas  $A_r = 44,2$ . Pour  $A_r = 3,4 \times 10^5$ , la répartition de particules est isotrope à grande concentration ( $\phi = 0,38$ ), et le rapport décroît de 1 à 0,8 quand la

fraction volumique varie de 0,38 à 0,17 (nombre de Reynolds augmente), dans ce cas, la répartition de la phase solide est étirée dans la direction du mouvement du fluide.

Ce résultat est d'autant plus surprenant que l'agitation de la phase solide, qui tend à homogénéiser le mélange, est beaucoup plus forte dans le cas de l'eau que de l'huile. Les fluctuations de vitesses mesurées sont respectivement  $\overline{v'^2} = 1997 \text{mm}^2/\text{s}^2$  et  $\overline{u'^2} = 1825 \text{mm}^2/\text{s}^2$  pour l'eau et  $\overline{v'^2} = 86 \text{mm}^2/\text{s}^2$  et  $\overline{u'^2} = 61 \text{mm}^2/\text{s}^2$  pour l'huile.

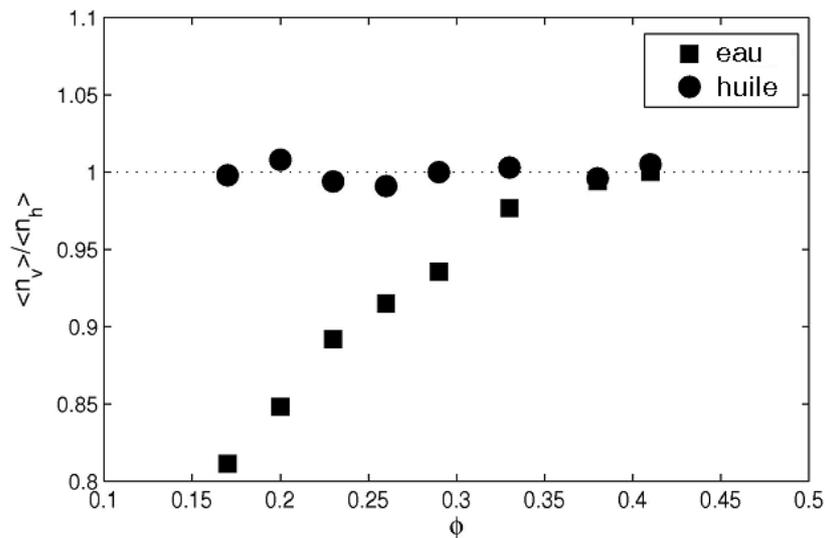


Fig.3.5 Rapport du nombre de particules croisées par les segments de droite respectivement vertical et horizontal, en fonction de fraction volumique pour l'eau (carrés) et l'huile (cercles).

L'explication la plus plausible de l'étirement de la répartition de phase solide est la formation de chaînes de particules perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement. Les observations de Fortes *et al.* [20] sur des lits fluidisés bidimensionnels pour des nombres de Reynolds particulières de 500 à 1000 montrent une structuration de l'écoulement sous forme de chaînes orientées préférentiellement perpendiculairement à l'écoulement moyen.

Cette explication semble qualitativement vérifier sur nos expériences. Sur la Fig.3.6a, les particules semblent se répartir aléatoirement lorsque le nombre de Reynolds particulière est de l'ordre de 1. La présence de chaînes horizontales lorsque le nombre de Reynolds particulière devient grand devant 1 est confirmée par une simple observation des photographies de la Fig.3.6b correspondant à un nombre de Reynolds particulière de 389. Plus le nombre de Reynolds particulière est grand, plus la présence de chaînes horizontales est nettement montrée sur la Fig.3.6c avec  $Re = 500$  dans l'expérience de Fortes *et al.* [20].

Classiquement on trouve dans la littérature 2 raisons invoquées pour expliquer la formation de ces chaînes : une explication macroscopique avec apparition d'instabilités sous forme d'ondes progressives de vide se dirigeant vers le haut [15, 23] et une raison à l'échelle de la microstructure [63] qui sera discutée dans le prochain chapitre.

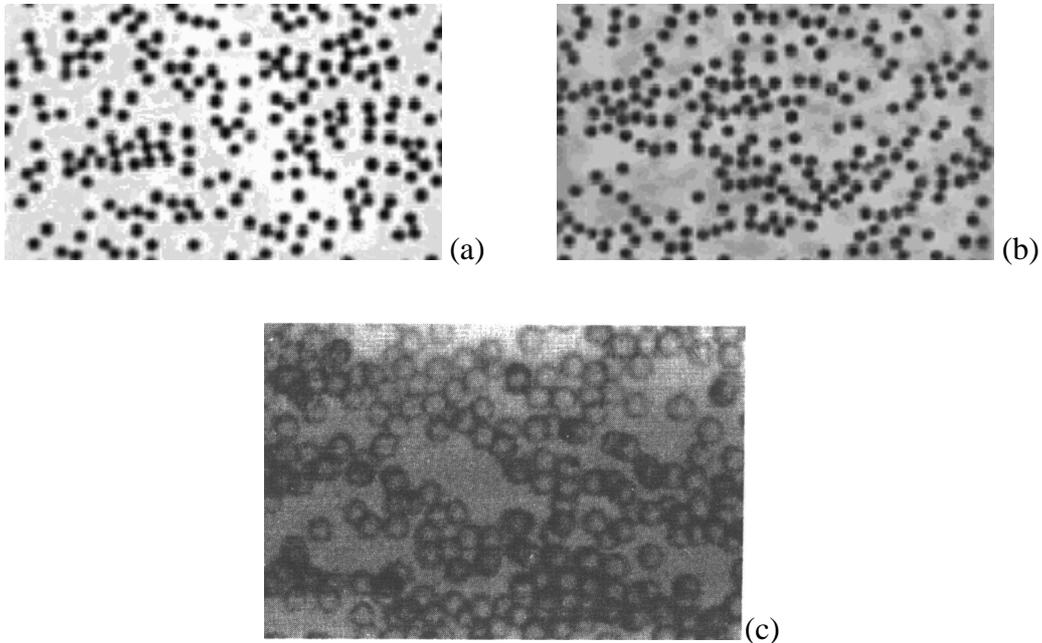


Fig.3.6 Images prises sur deux différents nombres d'Archimède (a)  $A_r = 44,2$ ,  $Re = 0,70$  et (b)  $A_r = 3,4 \times 10^5$ ,  $Re = 389$  avec la même fraction volumique  $\phi = 0,20$ . (c) Expérience pour  $Re = 500$ ,  $\phi = 0,12$  [20].

Si on se réfère au critère de stabilité proposé par Batchelor [4] les expériences réalisées avec l'huile présentent un comportement toujours stable alors que les expériences utilisant l'eau comme fluide se situent au voisinage de la courbe marginale de stabilité sans que nous puissions conclure dans un sens ou dans l'autre en raison de l'indétermination du coefficient de diffusivité des particules. Pour essayer de mettre en évidence la présence d'une instabilité durant les expériences avec l'eau nous avons réalisé des images spatiotemporelles au centre de l'écoulement (Fig.3.7). Aussi bien à faible débit (a) qu'à fort débit (b) il n'apparaît de stries en diagonales suffisamment nettes pour conclure au passage d'ondes progressives de vide.

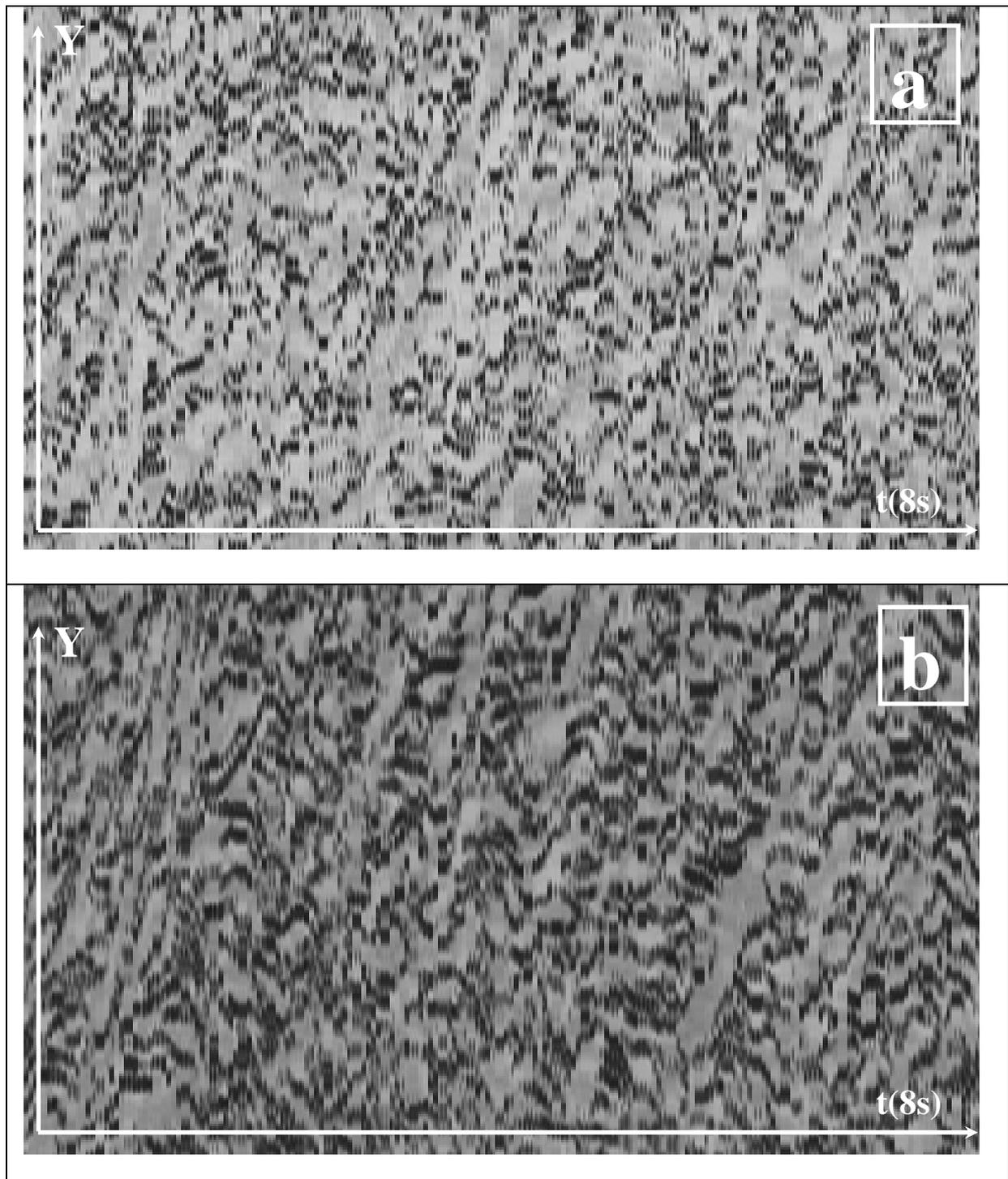


Fig3.7 Images spatiotemporelles au centre de l'écoulement pour l'eau. (a)  $Re = 411$ ,  $\phi = 0,17$  et (b)  $Re = 336$ ,  $\phi = 0,26$ .

### 3.1.3 Fluctuations de nombre de particules

Les fluctuations du nombre de particules  $\sigma^2 = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2$  ont été calculées sur des volumes de section carrée  $R^2$ . D'après Hinch [26] qui reprend un résultat classique de la physique

statistique, si la distribution des particules est homogène et isotrope, ces fluctuations forment une fonction linéaire du nombre moyen de particules  $\langle N \rangle$  et donc du volume sur lequel elles sont mesurées. Les résultats moyennés sur 2300 réalisations dans le temps sont présentés sur la Fig.3.8. On retrouve un comportement linéaire aussi bien dans le cas de l'eau que de l'huile. Il est possible que dans le cas de l'eau où la répartition des particules n'est pas isotrope ce comportement soit dû à la forme carrée des volumes sur lesquels nous avons mesuré les fluctuations. Les surfaces d'échange verticales et horizontales étant égales les flux à travers ces surfaces évoluent de la même façon. Il serait intéressant de comparer les fluctuations sur des volumes de même taille mais de forme différentes, par exemple des volumes à section rectangle où le plus long coté serait une fois orienté verticalement et une autre fois horizontalement.

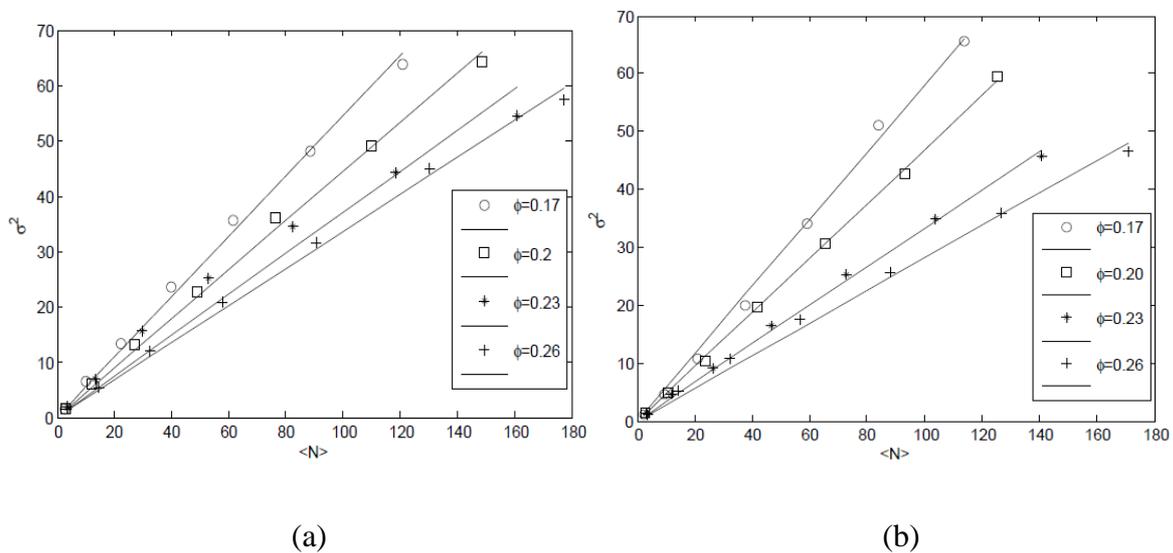


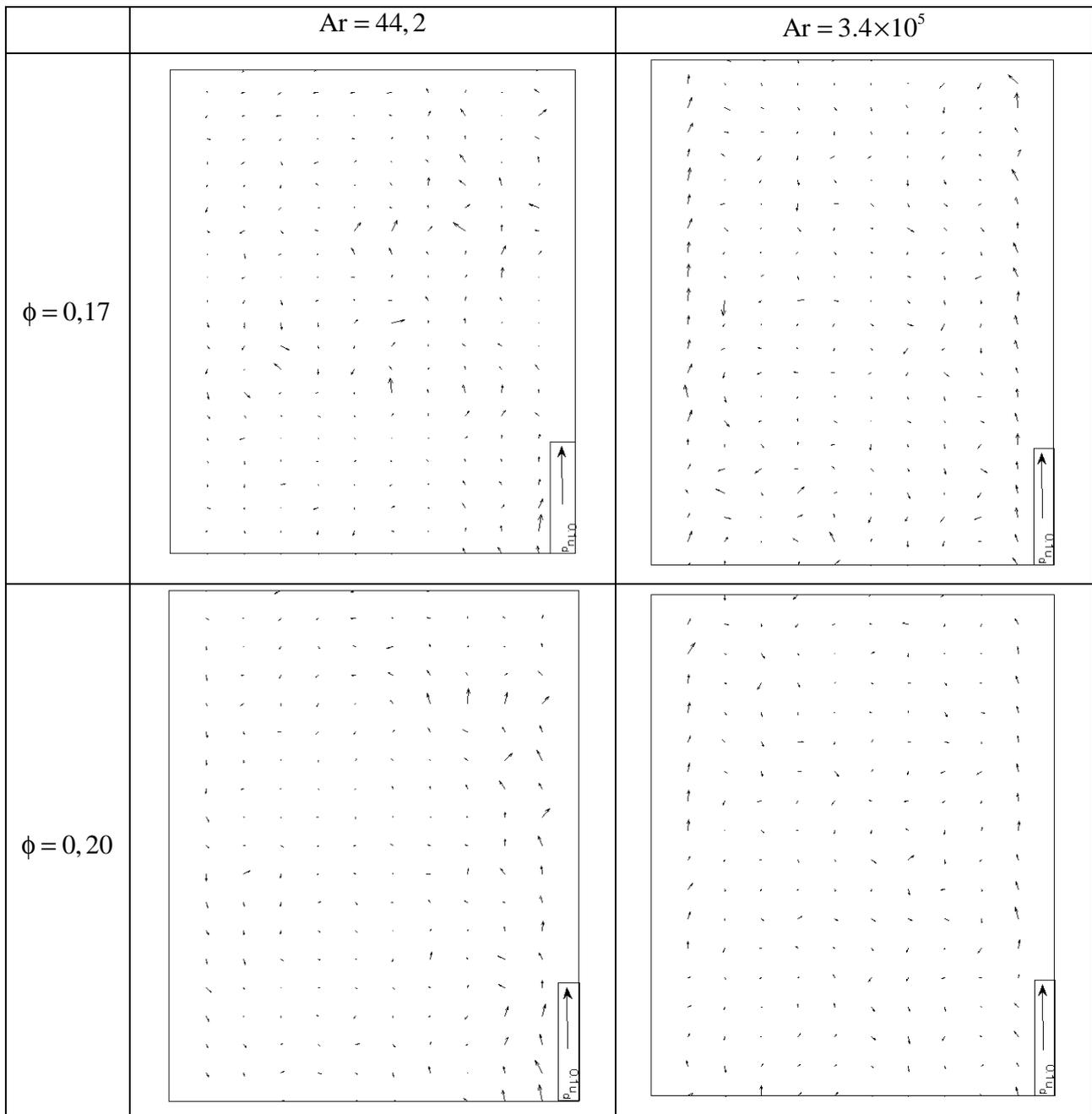
Fig.3.8 Variation des fluctuations du nombre des particules en fonction du nombre moyen pour (a)  $A_r = 3,4 \times 10^5$  et (b)  $A_r = 44,2$  avec différentes fractions volumiques.

### 3.2 Vitesses de la phase solide

Les vitesses des particules mesurées par PTV sont présentées en trois temps : l'écoulement moyen, les fluctuations de vitesse et enfin leur distribution autour de la valeur moyenne. On rappelle que seulement 6 marqueurs sont utilisés pour ces mesures soit 6 informations sur la vitesse par paire d'images successives. Il faudra donc un nombre élevé d'images pour obtenir des valeurs moyennes convergées.

### 3.2.1 Vitesse moyenne

Nous avons moyenné les vitesses sur des volumes de  $1 \times 1 \text{ cm}^2$ . Cela représente de l'ordre de 300 volumes sur l'ensemble du lit. Une information vitesse n'apparaîtra dans un volume donné qu'une image sur 25. La convergence est donc difficile à obtenir. C'est pourquoi nous n'avons pas de moyenne convergée dans la zone proche de l'injecteur où les fluctuations tant de vitesse que de densité en particules sont plus fortes en raison d'un caractère un peu intermittent de l'écoulement certainement à cause d'un défaut de conception de l'injecteur.



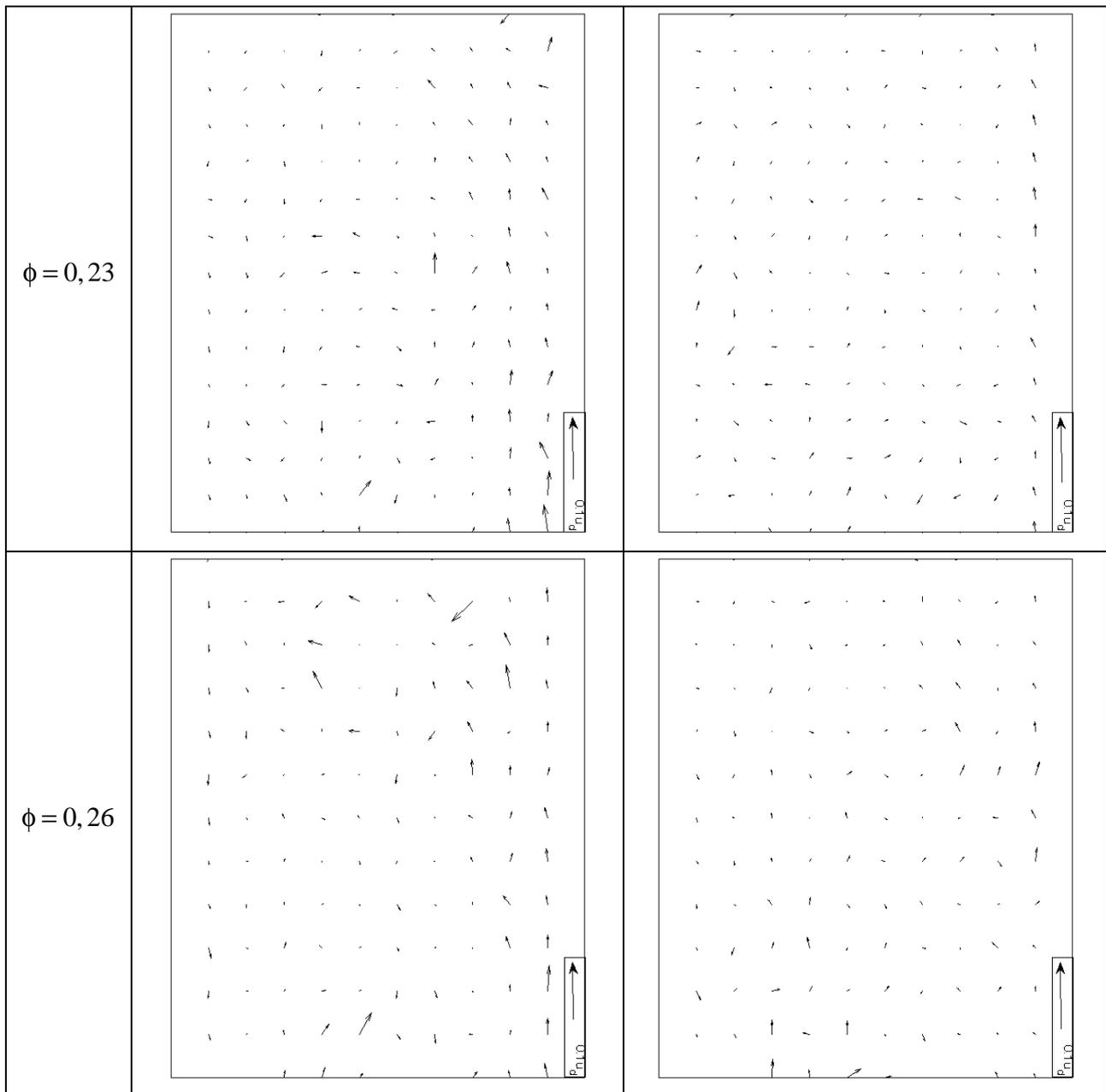


Fig.3.9 Flux de l'écoulement des particules en différents  $\phi$  et  $A_r$  pour l'eau et l'huile.

La figure 3.9 montre que quelque soit les paramètres de l'écoulement le mouvement des particules est structuré par deux tourbillons contrarotatifs qui occupent la totalité du lit en éliminant les zones d'injection et du front. Le mouvement est ascendant sur les bords et descendant au centre. La vitesse des particules dans les tourbillons reste très faible, n'excédant jamais plus de 3% de celle du fluide.

Le sens de rotation des deux tourbillons est un peu surprenant. Bien que la présence des particules tende à redistribuer la quantité de mouvement du fluide sur toute la section, on

pourrait s'attendre à ce que le profil des vitesses de l'écoulement fluide devienne plus ou moins parabolique (type écoulement de Poiseuille) et les particules auraient plutôt un mouvement ascendant au centre. Une explication possible serait la répulsion des particules par les parois latérales, comme observé avec la convection intrinsèque.

### 3.2.2 Homogénéité des conditions hydrodynamiques dans lesquelles se trouvent les particules

En moyenne, une particule est à l'équilibre entre la force de traînée et le poids apparent. Si un

fluide entoure une sphère fixée, elle subit une force de traînée:  $F_D = \frac{\pi(2a)^3}{6}(\rho_p - \rho_f)g$ . Le

coefficient de traînée s'obtient par une relation  $C_D = \frac{F_D}{\pi a^2 \left( \frac{1}{2} \rho_f U_i^2 \right)}$  qui pour une particule

seule dans un milieu non confiné est une fonction décroissante du nombre de Reynolds (Fig.3.10).

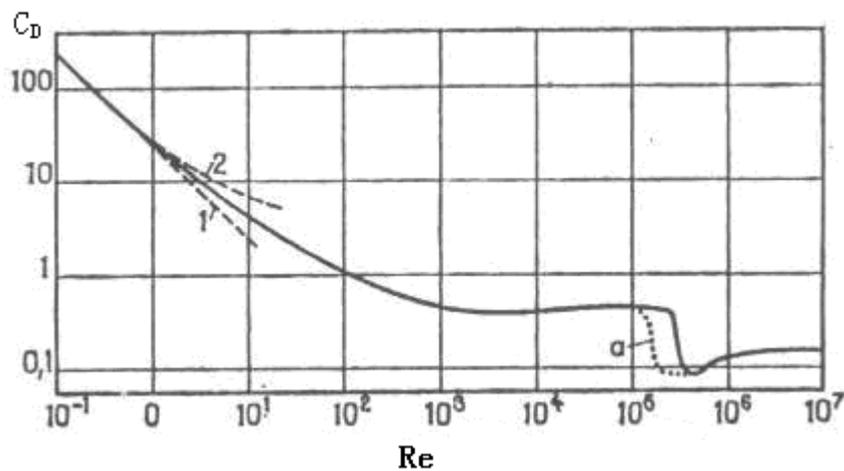


Fig.3.10 Variation du coefficient de traînée d'une particule avec le nombre de Reynolds [14].

Dans une suspension les effets collectifs (interactions particules-fluide-particules) modifient sensiblement les valeurs du coefficient de traînée. D'après Xie [61], si le frottement entre les parois et les particules est négligeable, la force totale exercée par le fluide sur une suspension est égale au poids total apparent de toutes les particules, donc la force de traînée sur une particule seule est :

$$F_D = \frac{\phi}{N} (\rho_p - \rho_f) g H A$$

où H est la hauteur de la suspension, A sa section.

Dans un lit fluidisé, contrairement à une suspension, le mouvement moyen des particules est très faible. Le frottement aux parois, même pour des expériences 2D, n'affecte pas l'équilibre global. Il réduit par contre très certainement le taux d'agitation. Les valeurs du coefficient de traînée calculées à partir du poids apparents sont présentées sur le Tab.3.1.

Dans la zone où la fraction volumique est homogène la vitesse moyenne des particules est toujours inférieure à 3% de la vitesse interstitielle du fluide. La force de traînée sera donc affectée de moins de 1% par l'organisation du mouvement des particules en deux tourbillons. Cette remarque a toute son importance pour la suite où nous serons amenés à considérer toutes les particules de la zone « homogène » comme étant en situation hydrodynamique identique.

	$\phi$	$C_D$
Huile	0.17	103.5995
	0.20	117.5744
	0.23	153.5965
	0.26	214.8902
Eau	0.17	2.7178
	0.20	3.0389
	0.23	3.4532
	0.26	4.1025

Tab.3.1 Coefficient de traînée.

### 3.2.3 Fluctuations

De part le faible nombre de marqueurs les fluctuations moyennes de vitesse n'ont pu être calculées que sur un volume de très grande taille. Nous avons retenu la zone où la fraction volumique est homogène et les particules en situation hydrodynamique identique. Elles sont présentées Tab.3.2 :

		$\phi = 0,17$	$\phi = 0,20$	$\phi = 0,23$	$\phi = 0,26$
Huile ( $A_r = 44,2$ )	$\overline{v^2}$ ( $\text{mm}^2/\text{s}^2$ )	89	86	103	56
	$\overline{u^2}$ ( $\text{mm}^2/\text{s}^2$ )	61	61	66	38
Eau ( $A_r = 3,4 \times 10^5$ )	$\overline{v^2}$ ( $\text{mm}^2/\text{s}^2$ )	2490	1997	1692	1417
	$\overline{u^2}$ ( $\text{mm}^2/\text{s}^2$ )	2112	1825	1603	1321

Tab.3.2 Fluctuations de vitesse en fonction du nombre d'Archimède et de la fraction volumique.

L'agitation diminue avec la fraction volumique ce qui semble naturelle les particules ayant moins d'espace pour prendre de la vitesse, elles tendent vers 0 quand le lit atteint la limite de fluidisation. Pour  $\phi = 0,23$  avec de l'huile comme fluide nous émettons un doute sur les valeurs obtenues, l'homogénéité de l'injection étant très délicate dans les expériences réalisées avec ce fluide où les débits sont très faibles.

La quasi égalité des fluctuations de vitesses horizontales et verticales est en contradiction avec les expériences à trois dimensions [44, 57] en effet dans ces expériences les fluctuations de vitesses verticales sont environ 2 fois plus grandes que les fluctuations horizontales.

La figure 3.11 montre les fluctuations moyennes de vitesse normalisée par la vitesse de chute d'une particule seule en fonction de la fraction volumique. Pour les troisième points ( $\phi = 0,23$ ) de la courbe (b) il y a à nouveau un doute sur la fiabilité de cette mesure, les résultats étant issus de la même série d'expérience que précédemment. Si l'on omet ces deux points les fluctuations de vitesse diminuent avec la fraction volumique ce qui peut s'expliquer simplement par l'image de particules qui se gênent dans leur mouvement.

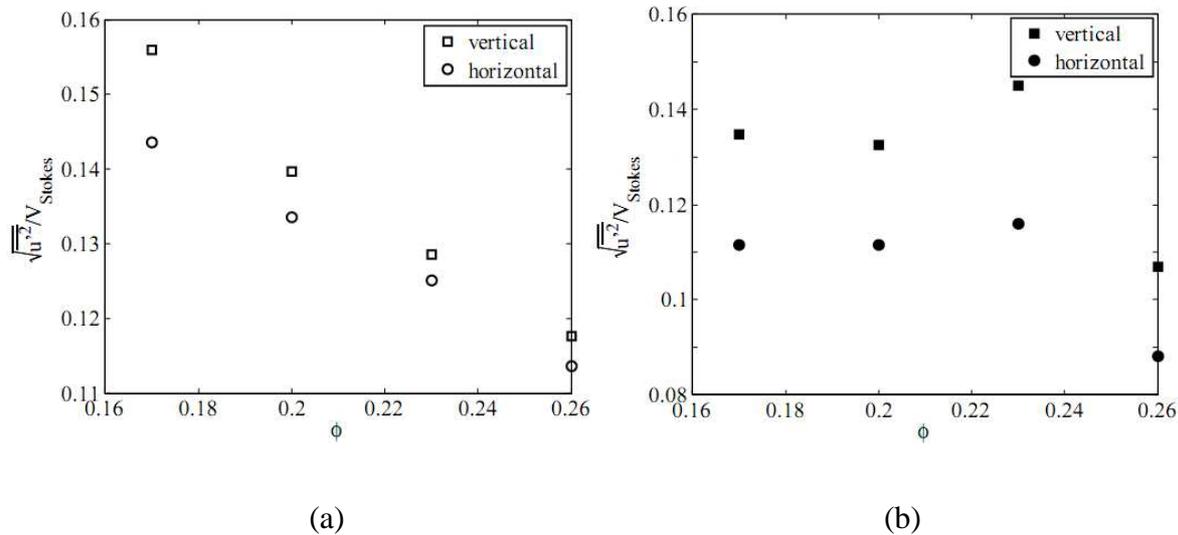


Fig.3.11 Fluctuations de vitesse normalisée par la vitesse de chute d'une particule seule en fonction de la fraction volumique. Les carrés et les ronds correspondent respectivement aux vitesses verticales et horizontales, (a) pour l'eau et (b) pour l'huile.

Notons que pour des fractions volumiques  $\phi$  de l'ordre de 0,26, soit une fraction surfacique  $C \approx 0,4$ , la distance moyenne entre les centres des particules  $(4\pi/3)^{1/3} a\phi^{-1/3}$  est de l'ordre du 3,7mm, c'est-à-dire que les particules de la suspension sont presque en contact. Nous pouvons donc facilement imaginer que les déplacements des particules pour des concentrations volumiques supérieures à 26% soient fortement conditionnés par l'encombrement stérique.

### 3.2.4 P.D.F. de vitesses au centre

Les répartitions de vitesse où P.D.F. ont été établies sur le même volume que les fluctuations de vitesse. Les histogrammes de vitesses et les gaussiennes construites à partir de l'écart type mesuré sont présentés respectivement pour l'eau et l'huile sur les Fig.3.12 et 3.13.

Les P.D.F. restent centrées autour de zéro ce qui confirme l'amplitude très faible du mouvement moyen. Horizontalement les répartitions mesurées sont toujours plus pointues que les gaussiennes. L'agitation horizontale des particules est donc moins importante qu'elle ne le serait si les particules avaient un comportement aléatoire. Ceci pourrait être dû à un effet de sillage : les particules seraient attirées dans le sillage d'une particule voisine et auraient des difficultés à en sortir. Ce phénomène a été observé par Brunet et Merlen [11] en sédimentation 3D (Fig.3.14) avec un pic beaucoup plus prononcé. Ils ont aussi observé de

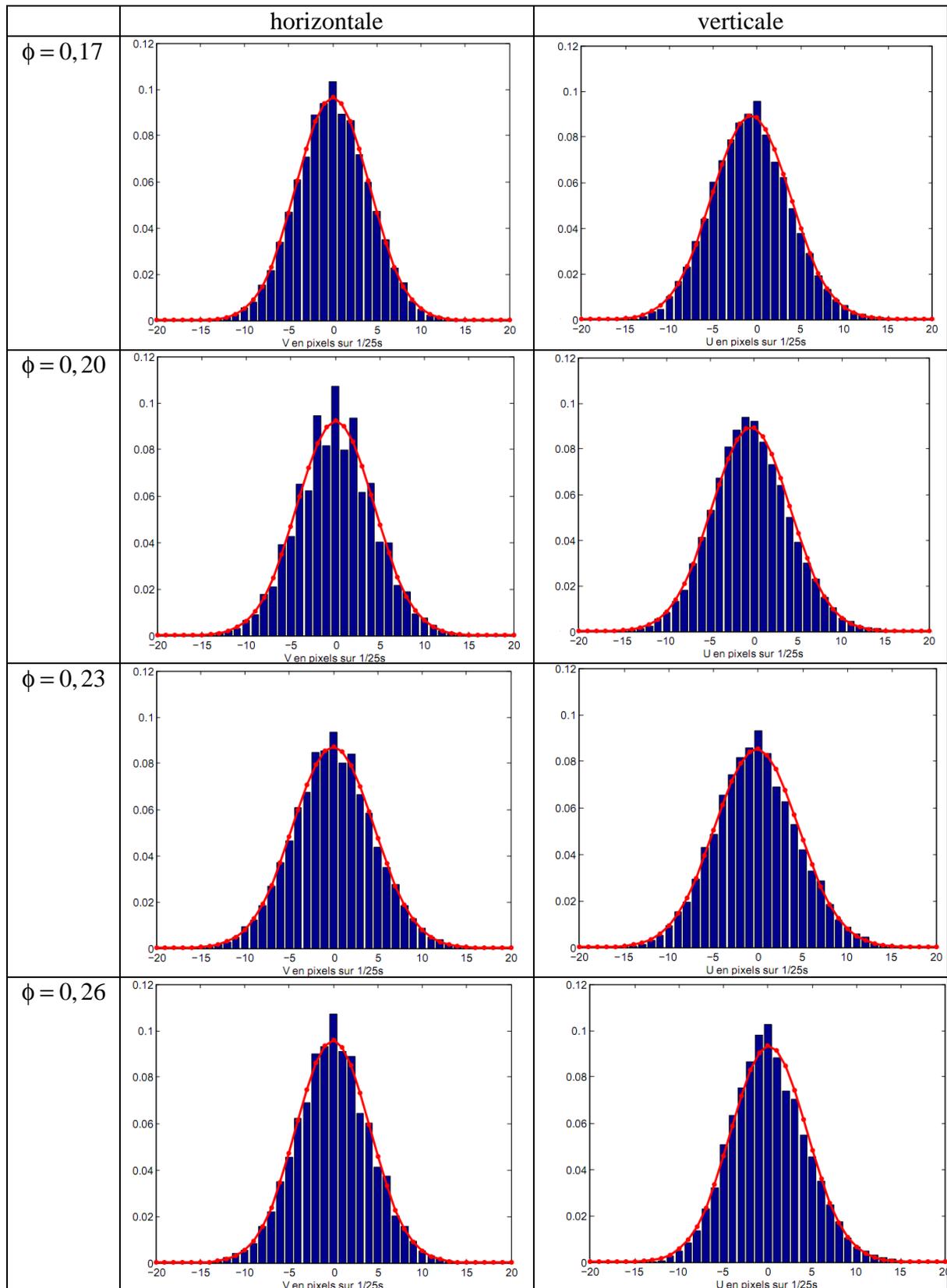


Fig.3.12 P.D.F. des vitesses horizontales et verticales en différentes  $\phi$  pour l'eau.

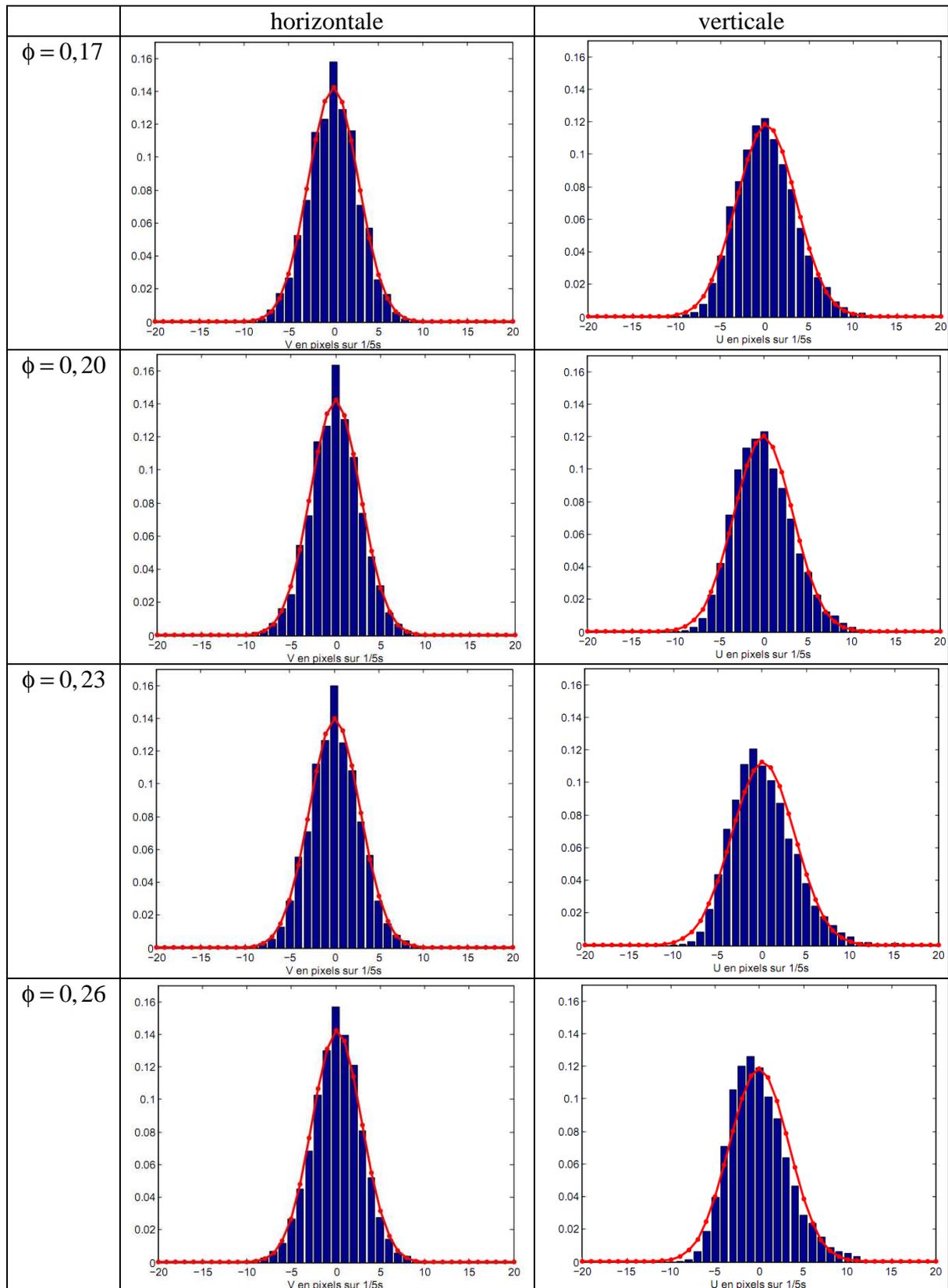


Fig.3.13 P.D.F. des vitesses horizontale et verticale en différents  $\phi$  pour l'huile.

fréquentes survitesses verticales dues à une aspiration de sillage qui n'est pas observé de manière probante sur nos mesures de P.D.F. verticale.

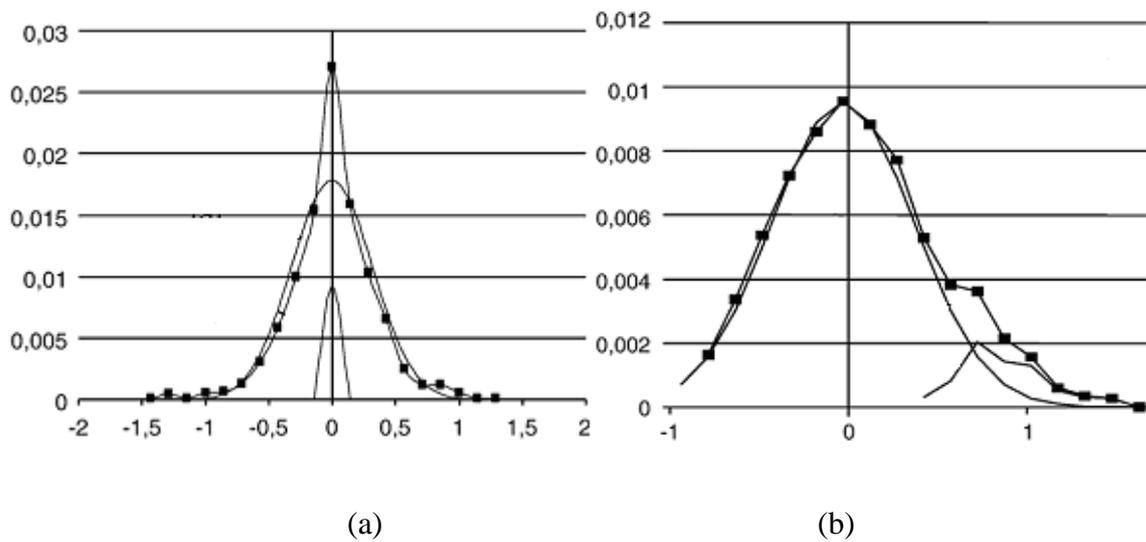


Fig.3.14 P.D.F. des vitesses horizontale (a) et verticale (b) et leurs gaussiennes, expériences de Brunet et Merlen [11].

Nous verrons par la suite que même si il n'est pas très marqué sur les P.D.F., ce phénomène de sillage est confirmé par la microstructure de l'écoulement.

Comme nous l'avons rappelé au Chapitre 1, la répartition spatiale des particules dans une suspension ne peut pas être aléatoire sans entraîner une divergence des fluctuations de vitesse de la phase solide. Les interactions particules-particules ou particules-fluide-particules entraînent un réarrangement des particules appelé « microstructure ». Les outils permettant de décrire la microstructure, déjà évoqués au Chapitre 1 sont les fonctions de distribution de  $n$  particules et le facteur de structure qui fournit la réponse d'un système de particules initialement à l'équilibre à une perturbation extérieure en fonction de la longueur d'onde de cette perturbation. Nous présentons dans ce chapitre les résultats concernant la microstructure de la phase solide dans la zone où la fraction volumique moyenne et l'énergie d'agitation sont uniformes (Fig.4.1). Les zones proches des parois, de l'injection et du front instable du lit ne sont pas prises en considération.

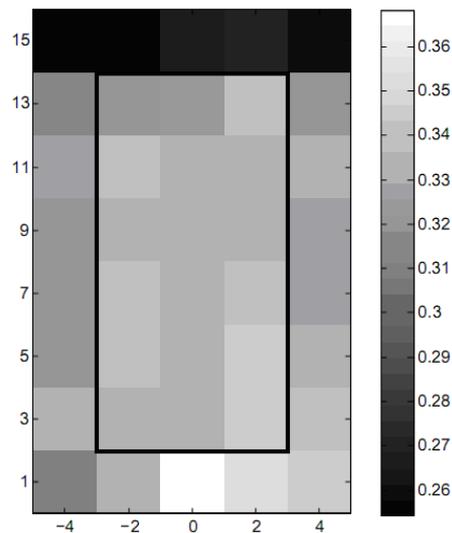


Fig.4.1 Carte de fraction volumique moyenne pour  $Re = 277$ , et  $A_r = 3,4 \times 10^5$ . La ligne noire délimite la zone de mesure.

Dans la zone de mesure, les vitesses moyennes de particules sont inférieures à 3% de la vitesse interstitielle (Section 3.2.1). On suppose donc que la force de lubrification exercée par les parois sur les particules n'influence que l'agitation des particules mais pas l'état d'équilibre de la suspension. Comme expliquée dans la Section 3.2.2 la force de traînée exercée par le fluide sur les particules est affectée par le mouvement moyen des particules de moins de 1%, on peut donc supposer que toutes les particules dans cette zone de mesure sont dans des conditions hydrodynamiques similaires. Les résultats présentés dans ce chapitre ont été en grande partie déjà publiés dans *European Journal of Mechanics – B / Fluids* [30].

#### 4.1 Fonction de distribution de paires

La zone d'étude étant homogène la connaissance de  $g_{1,N}$  ne nous apportera aucune connaissance supplémentaire. Nous nous intéressons ici uniquement à  $g_{2,N}$ , parce que  $g_{n,N}$  avec  $n \geq 3$  converge très difficilement. L'expression (1.8) se simplifie comme :

$$g(\mathbf{r}) = g_{2,N}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \frac{P_{2,N}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)}{P_{1,N}(\mathbf{r}_1)P_{1,N}(\mathbf{r}_2)} \quad (4.1)$$

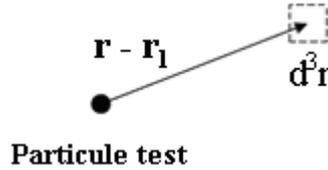
Cette fonction renseigne sur des fluctuations de répartition moyenne de phase solide dans le voisinage proche d'une particule arbitrairement choisie (particule test). Ces fluctuations résultent des interactions entre particules. A grande distance de la particule test, l'effet de ses interactions ne se fait plus sentir et la fonction de distribution de paires devient identiquement égale à 1.

Il est difficile de déterminer expérimentalement la microstructure d'une suspension car cela requiert la connaissance de la position de toutes les particules. Talini *et al.* [58] ont proposé une technique de mesure de la microstructure d'une suspension non-colloïdale 3D basée sur la résonance magnétique nucléaire (RMN), qui est capable de mesurer la structure à l'échelle de 0,1mm. Cependant, cette technique n'est applicable qu'à des suspensions quasi statiques, car le déplacement des particules doit rester petit devant leur diamètre durant la mesure.

Les techniques d'imagerie directe restent limitée aux suspensions 2D [52, 53, 54] et n'ont à notre connaissance été utilisées que pour l'étude de suspension au régime de Stokes où la microstructure est isotrope. C'est une méthode similaire que nous avons utilisée.

### 4.1.1 Méthode de mesure

Le principe consiste à choisir une particule, appelée « particule test », située en  $\mathbf{r}_1$  près du centre de l'écoulement (homogénéité de  $\phi$ ) et on cherche la probabilité qu'une autre particule se trouve dans l'élément de volume  $d^3r$  situé en  $\mathbf{r}$ .



Pour une suspension homogène, isotrope, sans interaction entre particules, le nombre de particules dans l'élément de volume  $d^3r$  est:

$$dn = \frac{N-1}{V - V_{\text{exclusion}}} d^3r \approx \frac{N}{V} d^3r = \frac{\phi}{V_{\text{particule}}} d^3r$$

Où  $N$  est le nombre total de particules,  $V$  le volume total et  $V_{\text{exclusion}}$  le volume autour de la particule test où aucun centre d'une autre particule ne peut se trouver (sphère de rayon  $2a$ ).

S'il y a interactions entre particules, le réarrangement des particules entraîne une inhomogénéité locale de leur répartition :

$$dn = g(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \frac{N}{V} d^3r$$

C'est-à-dire que  $g(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \frac{N}{V} d^3r$  est la probabilité d'avoir une particule dans l'élément de volume  $d^3r$  situé en  $\mathbf{r} - \mathbf{r}_1$  sachant qu'il y a une particule en  $\mathbf{r}_1$ . En prenant à chaque fois l'origine en  $\mathbf{r}_1$ , c'est-à-dire que n'importe quelle particule de la suspension peut être choisie comme particule test, l'expression devient  $g(\mathbf{r})$ .

En suspensions bidimensionnelles,  $g(\mathbf{r})$  peut être exprimée en coordonnées cylindriques  $g(r, \theta)$ ,  $\theta$  est l'angle par rapport à la direction de gravité. Nous avons mesuré la fonction de distribution dans deux directions :  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi/2$  (Fig.4.2).

Les fonctions de distribution de paires sont obtenues en moyennant sur 100 particules test par image et 2300 images successives séparées par un intervalle de temps supérieur au temps de Stokes  $t^* = \frac{tu_f}{2a}$ , soit une image sur deux. Enfin  $g(\mathbf{r})$  est normalisée de manière à ce que les quatre dernières valeurs tendent vers 1.

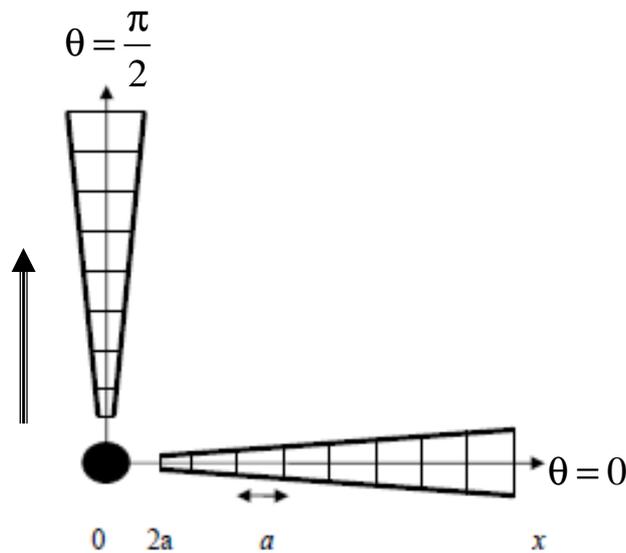


Fig.4.2 Illustration de la méthode pour la fonction de distribution de paires.

Avec un pas  $\Delta r = a / 2$  nous n'avons pas réussi à obtenir la convergence. La figure 4.3 montre de forte oscillation des fonctions de distribution de paires typique de cette mauvaise convergence.

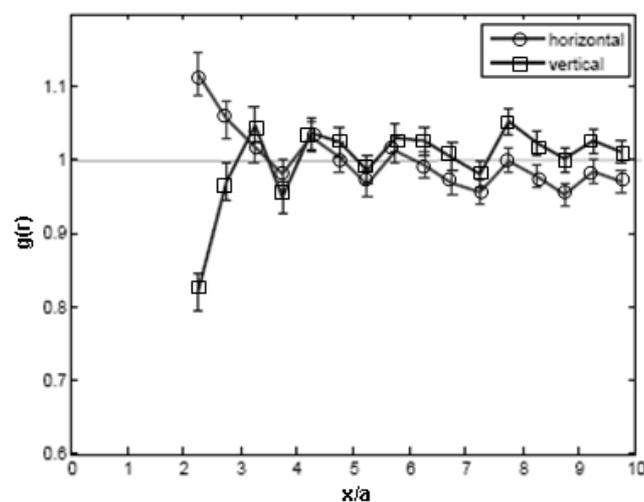


Fig.4.3 Fonction de paires dans le cas de l'eau de pas  $\Delta r = a / 2$ .

Avec des volumes de taille de  $\Delta r = a$  et  $\Delta \theta = 0,35$  rad (Fig.4.2), nous obtenons un bon compromis entre la résolution spatiale et la convergence statistique.

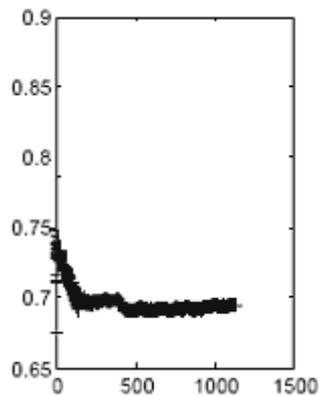


Fig.4.4 Convergence du nombre moyen de particules dans un volume.

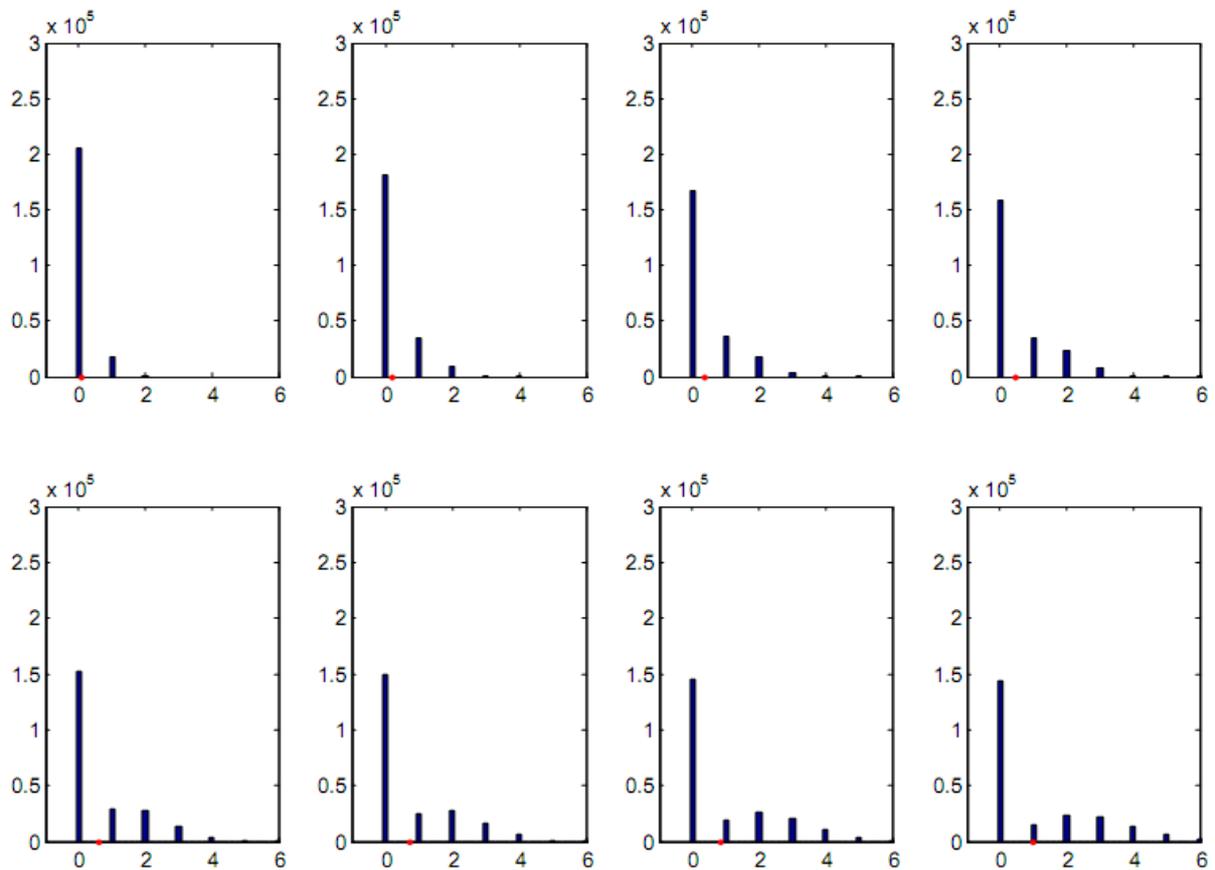


Fig.4.5 Répartition du nombre de particules avec  $Re = 389$ ,  $\phi = 0,20$  et  $A_r = 3,4 \times 10^5$  pour les huit cases à partir de la plus petite jusqu'à la plus grande de gauche à droite puis de haut en bas.

La valeur maximum de  $r$  est 1 la . Les particules test ont donc été choisies à des positions telles que la mesure de la fonction de distribution de paires s'effectue toujours à l'intérieur de la zone homogène. A chaque fois nous avons vérifié la convergence du résultat (Fig.4.4).

Pour évaluer l'incertitude sur les mesures nous avons étudié la répartition du nombre de particules dans chacun des volumes entourant la particule test, un exemple est présenté sur la Fig.4.5.

Dans ces huit cas, le nombre zéro est bien représenté. Plus le volume est éloigné de la particule test (la taille du volume augmente), plus la présence de particules dans la case est forte.

La figure 4.6 représente un « fittage » des répartitions du nombre de particules dans un volume autour de la particule test par une loi normale :  $Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\bar{X}}{\sigma}\right)^2 / \sigma^2\right)$ . L'écart-type du fittage  $\sigma = 0,77$  s'approche de la valeur obtenue par nos données expérimentales ( $\sigma = 0,73$ ). On calcule donc l'incertitude des nombres de particules et la moyenne suivant des images successives jusqu'à la convergence. Les barres d'erreur sont ensuite évaluées par l'expression (2.1).

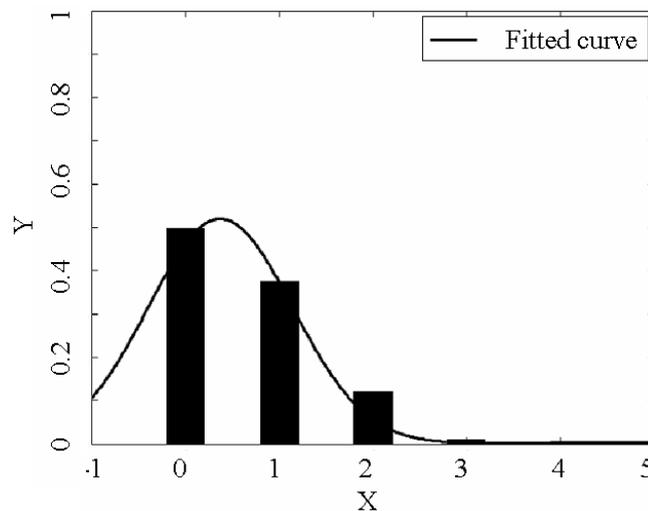


Fig.4.6 Histogramme de répartitions de nombres de particules avec la courbe de fittage.

#### 4.1.2 Résultats sur la fonction de distribution de paires

Les fonctions de distribution de paires sont tracées sur la Fig.4.7 pour quatre fractions volumiques. Contrairement aux observations expérimentales [53] et numériques [36] réalisées à faibles nombres de Reynolds qui montrent une isotropie de la fonction de distribution de paires, nos résultats manifestent toujours une différence marquée entre les directions perpendiculaire et parallèle à l'écoulement.

$g(\mathbf{r})$  est nulle entre 0 et  $2a$  à cause de non-pénétration entre les particules. Quand la distance dépasse  $2a$ , elle passe par une valeur inférieure à 1 qui signifie que les particules ont tendance à se repousser. Cette répulsion est plus prononcée dans la direction verticale qu'horizontale.

Les fonctions de paires verticales présentent une allure similaire pour tous les paramètres : une déficience de densité pour  $r < 4a$  suivit d'un pic supérieur à 1 pour  $4a < r < 5a$ .

Selon Koch et Shaqfeh [34] et Yin et Koch [63], ce comportement est dû aux effets de sillage (Fig.4.8): Une particule (1) est aspirée dans le sillage de la particule test. Le pic des fonctions de distribution de paires verticales correspond aux particules piégées dans le sillage (2) de la particule test. Ensuite les particules piégées sont éjectées latéralement et prennent place en position (3) caractéristique du pic observable sur les fonctions de distribution de paires horizontales. Le pic horizontal est plus prononcé que le vertical, cela semble indiquer que la situation (T)-(3) est plus stable que la situation (T)-(2).

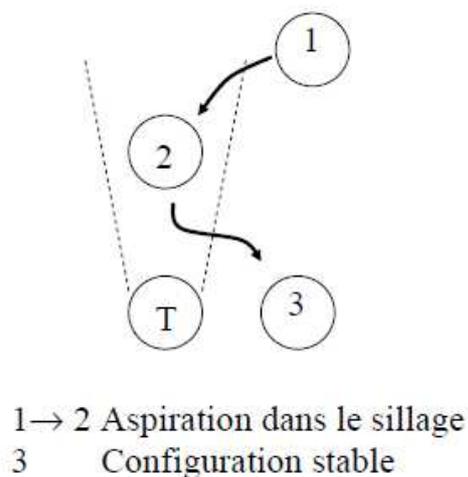


Fig.4.8 Evolution du champ de vitesse autour d'une particule et l'interaction entre deux particules qui chutent l'une au dessus de l'autre.

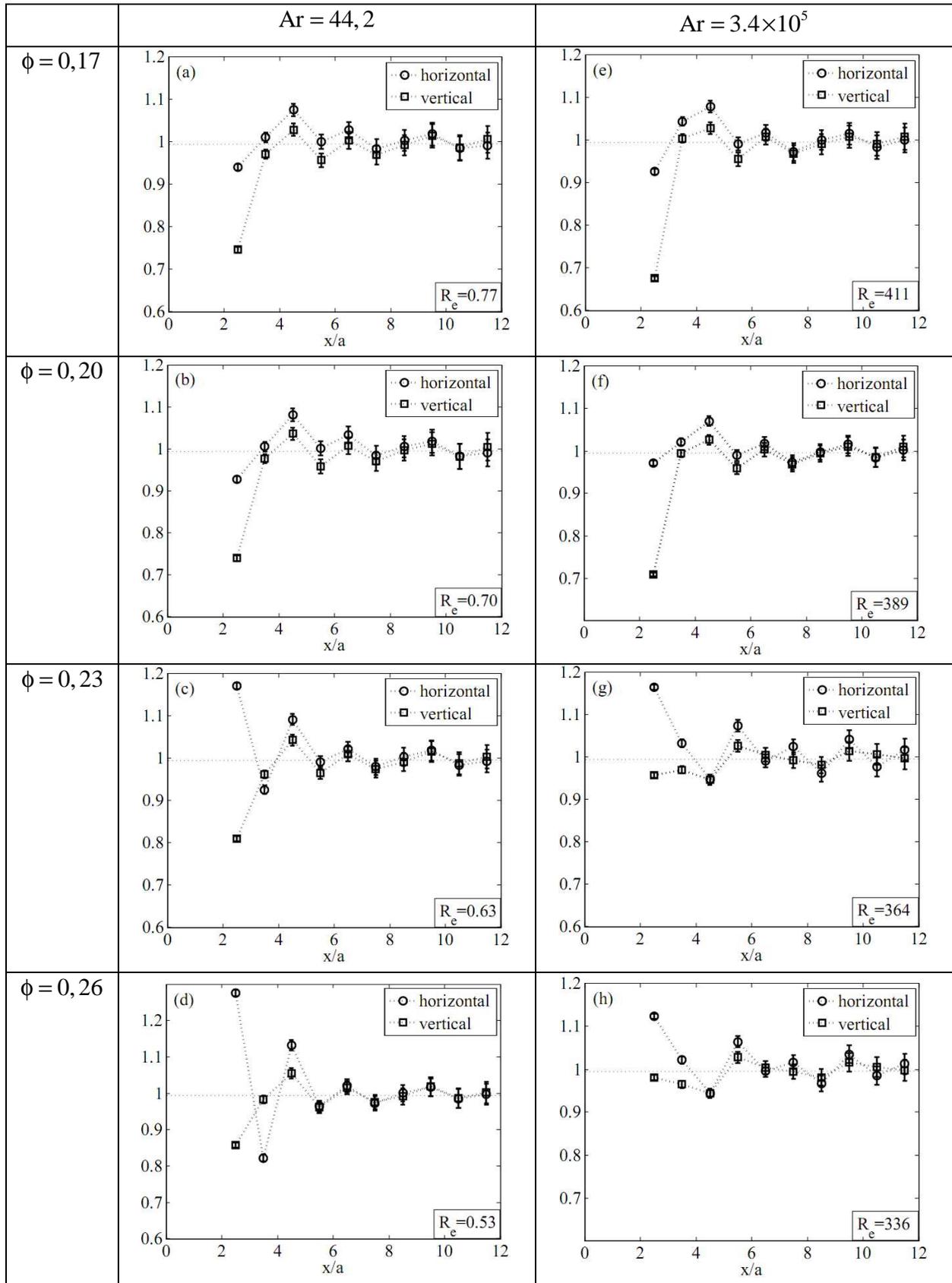


Fig.4.7 Fonctions de distribution de paires en différents  $\phi$  et Ar .

Les fonctions de paires horizontales changent brutalement de comportement quand  $\phi$  passe de 0,20 à 0,23 indépendamment du nombre de Reynolds et du nombre d'Archimède.

Quand la fraction volumique atteint 0,23 apparaît un pic à des distances comprise entre  $2a$  et  $3a$  qui peut s'interpréter par des particules en contact comme cela a été observé à faible nombre de Reynolds [36, 53].

Notre détermination des fonctions de distributions de paires est insuffisante pour déterminer la possibilité d'un écrantage des interactions hydrodynamiques. Conformément au modèle proposé par Debye-Hückel en électrostatique, l'écrantage apparaît lorsque la fonction

$$n(\lambda) = \rho \int_{|\mathbf{r}| < \lambda} (g(\mathbf{r}) - 1) d\mathbf{r}$$

atteint un palier constant égal à -1 pour un écrantage total ou entre 0 et -1 pour un écrantage partiel. Hors le calcul de  $n(\lambda)$  nécessiterait la connaissance de  $g(r, \theta)$  dans toutes les directions  $\theta$  et pas seulement dans les deux directions verticale et horizontale.

#### 4.1.3 Fonction radiale de distribution de paires

Afin de pouvoir comparer nos résultats à ceux de Yin et Koch il est plus facile de tracer la fonction radiale de distribution de paires. Cette fonction renseigne sur la présence de

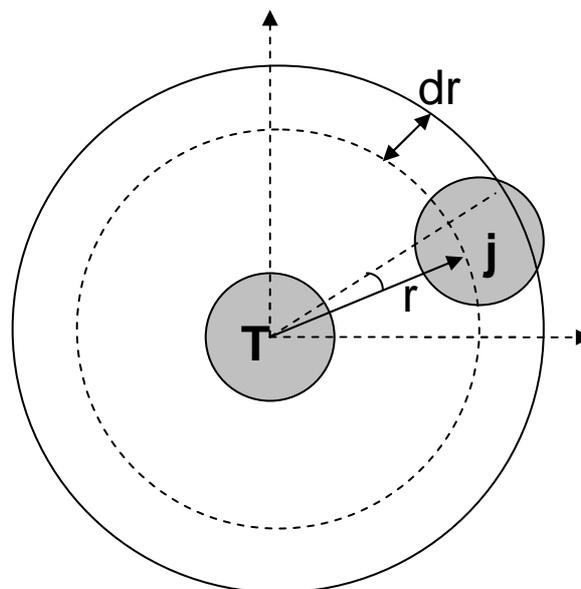


Fig.4.9 Schéma de mesure de fonction radiale de distribution de paires.

particules dans un volume circulaire à une distance  $r$  de la particule test (Fig.4.9).

Dans nos expériences les fonctions radiales de distribution de paires ne résultent pas d'une intégration angulaire car nous n'avons mesuré les fonctions de distribution de paires que dans deux directions. Elles ont donc été mesurées directement.

La figure 4.10 montre la comparaison entre nos mesures et les simulations de Yin et Koch.

Les faibles différences qui apparaissent entre les simulations 3D et les mesures 2D sont dues à la faible résolution de nos mesures. Nous restons néanmoins surpris que les simulations 3D et les mesures 2D donnent des résultats aussi semblables alors que ce n'est pas le cas à faible Reynolds (comparaison entre les expériences de Rouyer *et al.* et simulations de Ladd).

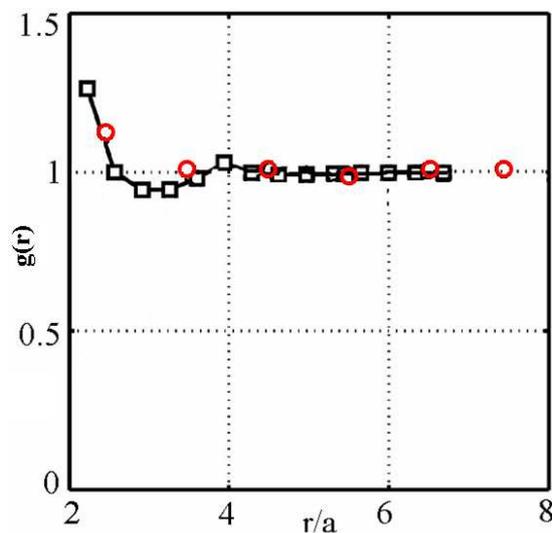


Fig.4.10 Fonction radiale de distribution de paires pour  $Re \sim 1$  et  $\phi = 0,2$ . Les rectangles représentent les simulations numériques 3D de Yin et Koch [63] et les cercles nos mesures 2D.

#### 4.1.4 Estimation d'une distance interparticulaire

Dans notre cas dont la structure n'est pas isotrope, la densité  $\rho$  n'est plus la même dans les directions horizontale et verticale, elle peut être corrigée par la fonction de distribution de paires  $g(r)$ . Elle devient  $\rho g(r)$ . En prenant un modèle monodimensionnel très simple le nombre de particules dans un volume  $2aL_r$  peut-être estimé par :

$$n' = 2a \int_0^{L_r} \rho g(r) dr$$

En choisissant  $L_r$  tel que  $2aL_r$  ne contienne qu'une particule, on peut considérer  $L_r$  comme

une évaluation de la distance interparticulaire:  $\int_0^{L_r} g(r) dr = \frac{1}{2a\rho}$

Dans le cas de l'eau pour  $Re = 277$ ,  $\phi = 0,36$ , on trouve que  $\frac{L_y}{L_x} = 1,09$ . Cela confirme de nouveau l'anisotropie de l'écoulement et est en accord qualitatif avec les résultats du paragraphe 3.1.2 sur l'étirement de la répartition macroscopique de phase solide.

#### 4.2 Facteur de structure

Le facteur de structure  $S(\mathbf{k})$  qui fournit la réponse d'un système de particules initialement à l'équilibre à une perturbation extérieure de longueur d'onde  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  peut être déduit de la transformée de Fourier de la fonction de distribution de paires, mais cette méthode n'est pas aisée dans le cas anisotrope. Nous l'avons donc calculé séparément dans deux directions : celle de l'écoulement et celle transverse par l'expression :

$$S(\mathbf{k}) = \left\langle \frac{1}{N_\alpha} \sum_i \sum_j e^{-i\mathbf{k}r_{ij}} \right\rangle$$

où  $N_\alpha$  est le nombre de particules dans la zone homogène sur la  $\alpha^{\text{ème}}$  image. La parenthèse angulaire indique une moyenne d'ensemble sur 2300 images. Les résultats sont présentés sur la Fig 4.11.

Contrairement aux fonctions de distribution de paires qui dépendent principalement de la fraction volumique, les facteurs de structure sont principalement conditionnés par le nombre de Reynolds. Pour les expériences de l'huile avec  $\phi = 0,20$ , il est similaire à celui calculé par Yin et Koch [63] en simulations 3D.

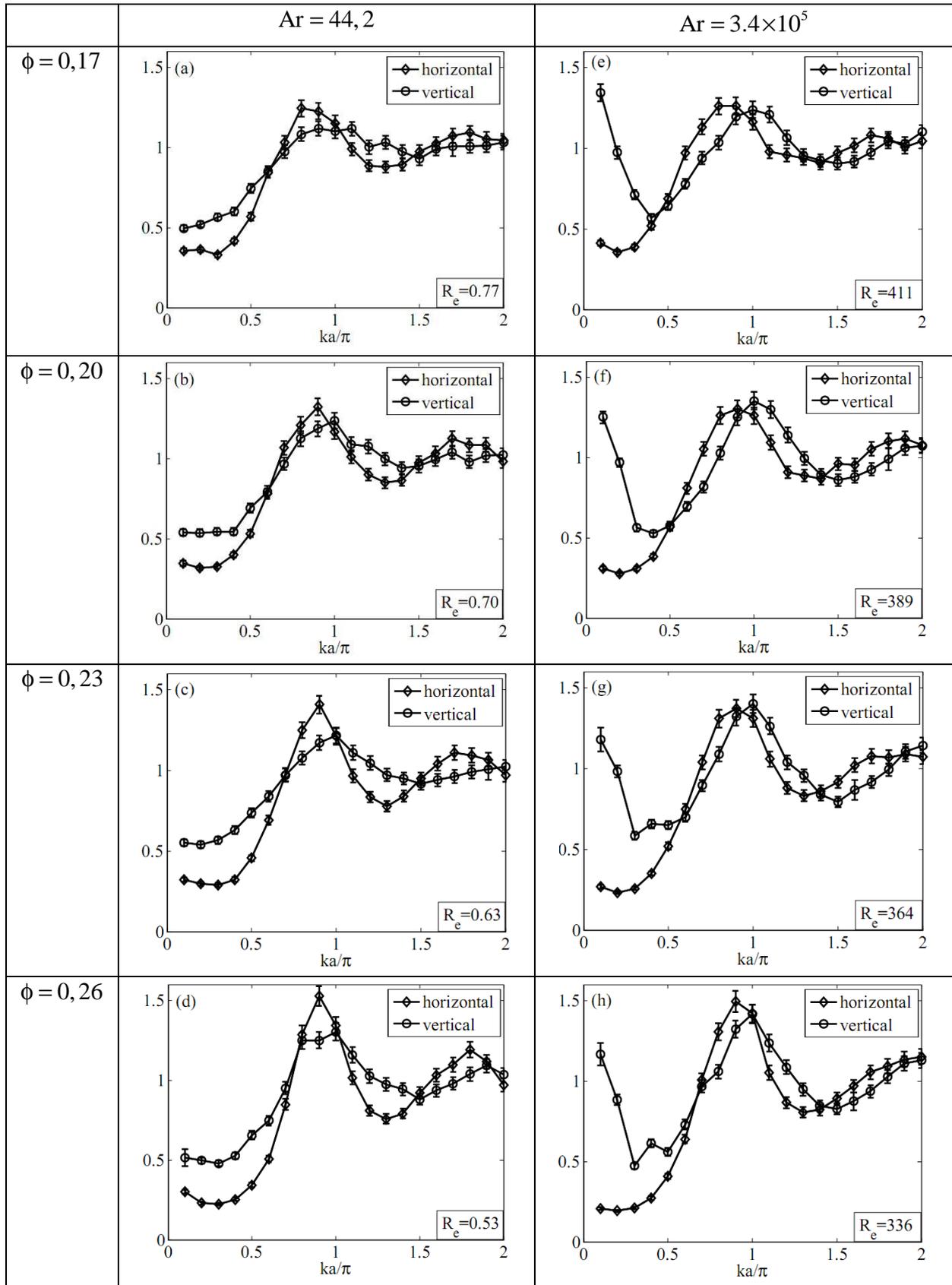


Fig.4.11 Facteurs de structure en différents  $\phi$  et  $Ar$ .

La principale différence est le pic principal dans la direction horizontale qui se situe pour une valeur de  $ka/\pi$  un peu plus petite que 1 dans nos expériences et un peu plus grande dans les simulations numériques 3D, cela incite à penser que le pic principal observé sur la fonction de distribution de paires horizontale est plus étroit en simulations 3D que dans nos expériences et indiquerait une plus grande mobilité des particules éjectées par le sillage en configurations 2D qu'en 3D.

Pour une fraction volumique donnée les facteurs de structure sont très similaires pour les expériences avec l'huile et l'eau sauf pour les grandes longueurs d'onde où l'anisotropie augmente avec le nombre de Reynolds.

La limite aux grandes longueurs d'onde du facteur de structure est présentée Fig. 4.12. Par analogie avec la théorie de liquide simple, il peut être expliqué par une élasticité plus forte dans les directions verticale qu'horizontale et confirmerait un espacement inter particulaire plus grand verticalement qu'horizontalement, comme il a été observé au chapitre précédent.

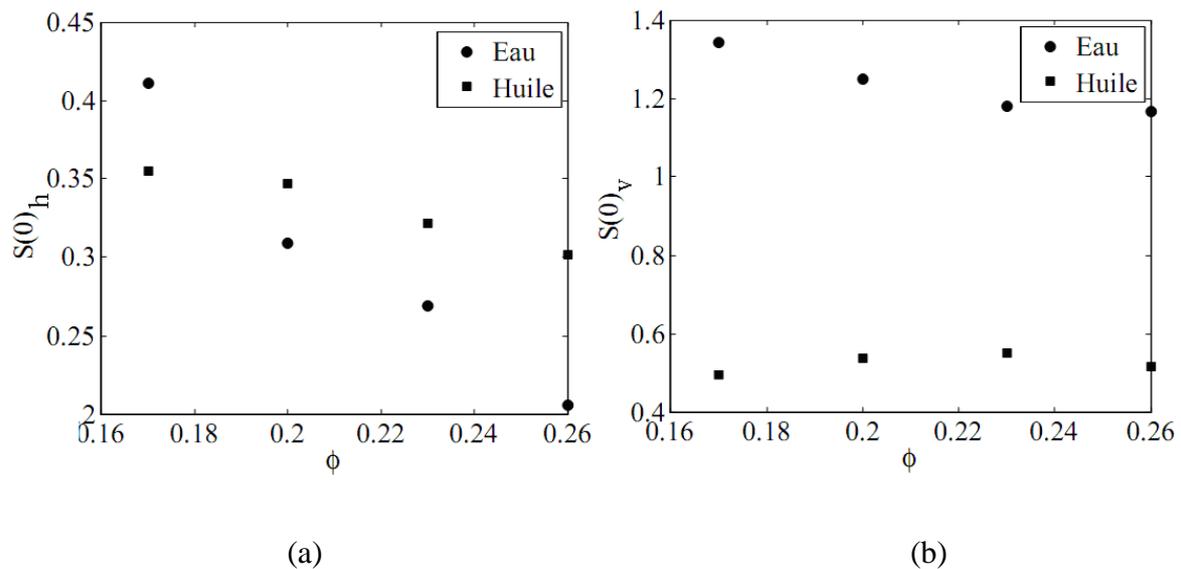


Fig.4.12  $S(\mathbf{k})$  aux grandes longueurs d'ondes suivant la direction horizontale (a) et verticale (b).

Pour un ensemble homogène de particules dont les interactions sont isotropes, les lois de la physique statistique donnent une relation simple entre le facteur de structure aux grandes

longueurs d'onde et la compressibilité du système :  $S(0) = \frac{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2}{\langle N \rangle}$ . Les facteurs de

compressibilité  $\left(\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2\right) / \langle N \rangle$  ont été mesurés sur des volumes cylindriques d'épaisseur  $e$  et de rayons variables dans le plan  $(x, y)$ . Comme attendu, les résultats sont indépendants de la taille du volume. Bien que notre système ne soit pas isotrope, nous avons essayé de comparer le facteur de structure aux grandes longueur d'onde aux fluctuations du nombre de particules, en prenant pour  $S(0)$  d'une part la moyenne des facteurs de structure mesurés  $[S(0)_h + S(0)_v] / 2$  et d'autre part le facteur de structure horizontal. Les résultats sont présentés Fig.4.13.

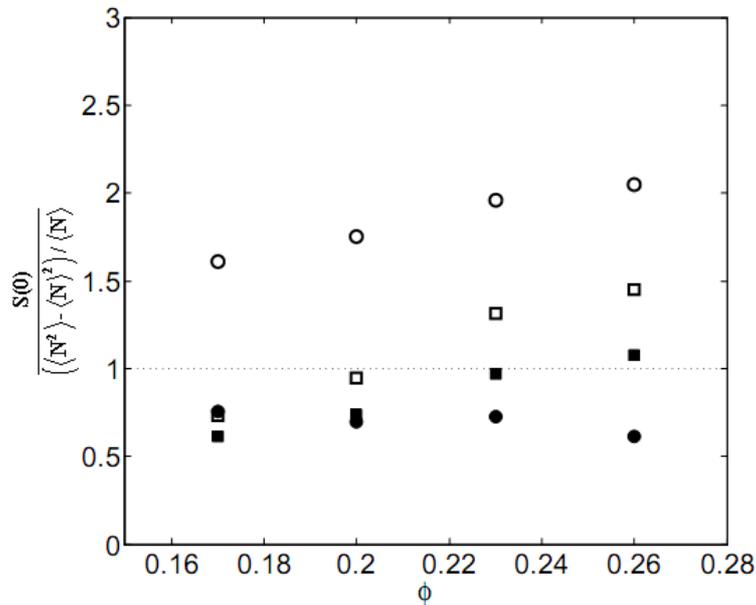


Fig.4.13 Rapport de  $S(0)$  à la compressibilité en fonction de fraction volumique. Les ronds et les carrés correspondent respectivement au cas de l'eau et de l'huile, les sigles pleins aux  $S(0)$  horizontaux, les sigles vides aux  $S(0)$  moyennés.

Quelque soit le fluide le rapport entre le facteur de structure moyenné et la compressibilité de la phase solide croit avec la fraction volumique, sans que nous ayons d'explication à ce phénomène. Globalement les résultats obtenus avec le facteur de structure horizontal sont plus proches de 1. Les parois latérales semblent donc jouer un rôle fondamental dans le contrôle du taux de fluctuations du nombre de particules.

Une manière de confirmer un espacement inter particulaire plus grand dans la direction verticale que horizontale est la fonction d'orientation de paires :

$$\langle P_2 \rangle(r) = \frac{\int_0^\pi g(r, \theta) P_2(\cos \theta) \sin \theta \, d\theta}{\int_0^\pi g(r, \theta) \sin \theta \, d\theta}$$

où  $P_2(\cos \theta)$  est le second polynôme de Legendre.

La fonction d'orientation de paires égale à 1 si toutes les paires sont alignées horizontalement, zéro si c'est isotrope, et -1/2 si elles s'alignent verticalement (sens de l'écoulement).

Nous n'avons malheureusement pas pu calculer cette fonction car nous n'avons pas la dépendance angulaire de la fonction de distribution de paires. Il est cependant intéressant de remarquer que les simulations numériques de Yin et Koch [63] montrent (Fig.4.14) une bonne isotropie de la suspension pour des nombres de Reynolds de 1 et un début d'anisotropie lorsque le nombre de Reynolds atteint 10.

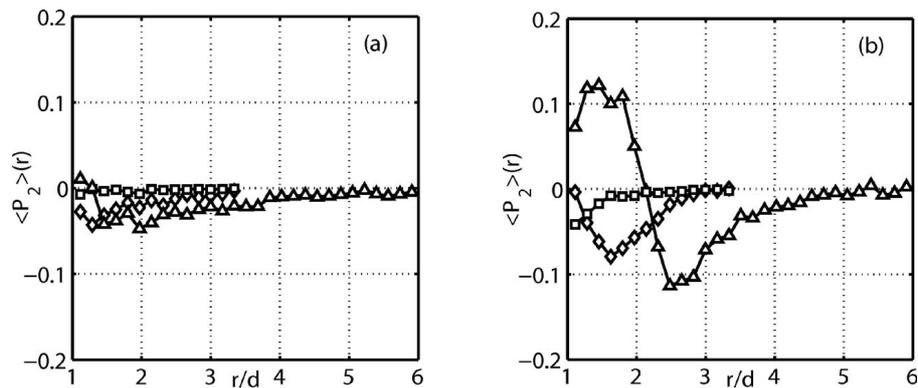


Fig.4.14 Fonction d'orientation pour (a)  $A_r = 20,8$ ,  $Re = 1$  et (b)  $A_r = 319$ ,  $Re = 10$ . Les symboles correspondent à différentes fractions volumiques [63].

Ces résultats confirment nos observations du chapitre précédent qui indiquaient une isotropie des suspensions dans l'huile ( $Re \sim 1$ ) puis une anisotropie pour des nombres de Reynolds de l'ordre de 100 avec formation de chaînes horizontales.

En l'état actuel, il n'est pas possible de trancher définitivement sur l'origine de la forte anisotropie à grand nombre de Reynolds. Elle peut avoir une origine purement microscopique due au réarrangement des particules, comme en témoigne le facteur de structure, mais elle peut aussi avoir été amplifiée par la perte de stabilité de l'écoulement à l'échelle macroscopique avec apparition d'onde progressive de fluide pur.

### 4.3 Pression partielle de la phase solide

La pression d'un ensemble de particules est la force normale  $\vec{F}$ , ramenée à l'unité de surface, que les particules exercent sur une paroi. Si nous considérons un cylindre appuyé à une paroi en S (Fig.4.15) la condition d'équilibre s'écrit :

$$F dt = dQ_{cin} + F_{dyn} dt$$

Où  $dQ_{cin}$  représente la variation de quantité de mouvement provoqué par les particules qui traversent la surface du cylindre pendant l'intervalle de temps  $dt$  et  $F_{dyn}$  la force exercée par les particules extérieures au cylindre sur les particules dans le cylindre.

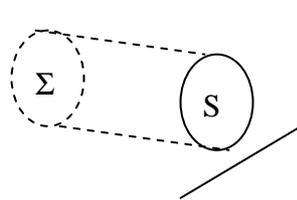


Fig.4.15 Cylindre permettant le calcul de la pression.

La pression  $P$  du système de particules est donc composée de deux termes :

$$P = \frac{1}{S} \frac{Q_{cin}}{dt} + \frac{1}{S} F_{dyn}$$

Le premier terme est appelé pression cinétique  $P_{cin} = \frac{1}{S} \frac{Q_{cin}}{dt}$  et le second pression dynamique

$P_{dyn} = \frac{1}{S} F_{dyn}$ . Si les particules ont tendance à se repousser la pression dynamique sera positive alors que si les particules s'attirent la pression dynamique deviendra négative et assurera ainsi la cohésion du système de particules (comme pour les molécules d'un liquide).

De part la symétrie du cylindre seul les échanges à travers la surface  $\Sigma$  auront une contribution non nulle.

Conformément à la théorie cinétique des gaz, la pression cinétique se déduit des fluctuations de vitesses des particules. Son calcul ne présente aucune difficulté si la répartition des fluctuations des vitesses est maxwellienne. Comme les PDF des vitesses dans le lit fluidisé,

présentées au Chapitre 3, montrent une bonne adéquation avec les gaussiennes déduites des écarts-types mesurés, nous pouvons estimer la pression cinétique de notre système de particules par les expressions usuelles :

$$\text{dans la direction horizontale (x) : } P_{\text{cinx}} = \frac{1}{3} \rho m \overline{u'^2}$$

$$\text{dans la direction verticale (y) : } P_{\text{ciny}} = \frac{1}{3} \rho m \overline{v'^2}$$

où  $m$  désigne la masse d'une particule,  $u'$  et  $v'$  les fluctuations de vitesse dans les directions respectives  $x$  et  $y$ . On peut remarquer que la pression cinétique n'est pas égale dans les deux directions.

La pression dynamique est plus difficile à calculer car elle nécessite une connaissance fine du potentiel d'interactions inter particulaires. Ce potentiel peut s'explicitier en fonction des distributions de paires sous réserve que les forces inter particulaires puissent s'exprimer sous la forme d'une somme de forces à deux particules. Par exemple pour un système à trois particules la force subie par la particule 1 est la somme de la force exercée par la particule 2 indépendamment de la particule 3 et de celle exercée par la particule 3 indépendamment de la 2. Cette hypothèse est couramment admise pour les suspensions très diluées ( $\phi \approx 0,01$ ) mais perd de son acuité quand la fraction volumique augmente, la présence d'une troisième particule perturbant fortement l'hydrodynamique autour des deux autres si elles sont toutes les trois à faibles distances les unes des autres. Nous retiendrons néanmoins cette hypothèse qui semble la seule méthode simple pour expliciter le potentiel d'interaction. L'hamiltonien efficace du système s'écrit alors :

$$H_E = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m (u_i^2 + v_i^2) + \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N u(r_j - r_i)$$

où  $u(r_j - r_i)$  représente le potentiel d'interaction entre les particules  $i$  et  $j$ .

Comme les particules sont en situation canonique la probabilité d'un état donné du système s'écrit (Chapitre 1) :

$$dP(x_1, y_1, u_1, v_1, x_2, y_2, u_2, v_2, \dots, x_N, y_N, u_N, v_N) = \frac{1}{Z} e^{-\beta H_E} \prod_{i=1}^N dx_i dy_i du_i dv_i$$

Le facteur de Boltzmann  $\beta$  étant inversement proportionnelle à l'énergie d'agitation, nous avons :  $\frac{1}{\beta} = \frac{m}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2})$ .

En intégrant la probabilité d'un état sur toute les vitesses de toutes les particules et sur les positions de toutes les particules sauf deux, on obtient la probabilité à deux particules respectivement en  $r_1$  et  $r_2$  :

$$P_{2,N}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto e^{-\beta u(r_2 - r_1)}$$

ou exprimer à partir de la fonction de distribution de paires :

$$g_{2,N}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto e^{-\beta u(r_2 - r_1)}$$

et en prenant la particule 1 comme origine des coordonnées :

$$g(\mathbf{r}) \propto e^{-\beta u(r)}$$

comme au grande distance le potentiel doit s'annuler la constante de proportionnalité doit être égale à 1 et finalement :  $g(\mathbf{r}) = e^{-\beta u(r)}$

ou en coordonnées cylindriques :  $g(r, \theta) = e^{-\beta u(r, \theta)}$ .

Nos mesures de la fonction de distribution de paires ne nous donnent pas sa dépendance angulaire, il est donc nécessaire à ce stade d'introduire un modèle pour la fonction de distribution de paires. L'observation des fonctions de distribution de paires pour les fractions volumiques les plus faibles  $\phi = 0,17$  et  $\phi = 0,20$  présente toutes les allures similaires schématisées ci-dessous sur la Fig.4.16.

Une zone  $0 < r < 2a$  où la fonction distribution de paire est nulle (non pénétration entre les particules) un pic approximativement situé entre  $4a$  et  $5a$  caractéristique du phénomène de sillage et au delà de  $5a$  des fonctions de distribution de paires voisines de 1 témoignant d'une très faible interaction entre les particules à ces longues distances. Le modèle relie les points d'abscisse  $2a$  à  $4a$  et  $4a$  à  $5a$  par des segments de droites. La dépendance angulaire se réduit à la hauteur du pic entre  $2a$  et  $5a$ . Elle est faible dans la direction verticale. Les particules attirées dans le sillage de la particule test sont très rapidement éjectées latéralement.

Alors que le pic est élevé horizontalement cette configuration à deux particules perpendiculaire au mouvement du fluide étant très stable.

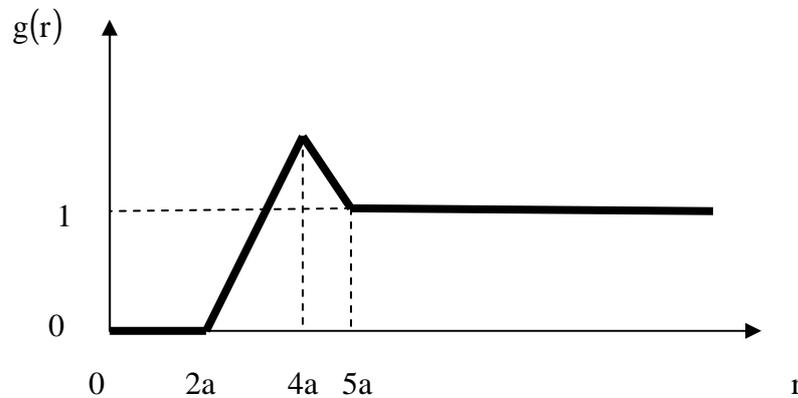


Fig.4.16 Modèle pour la fonction de distribution de paires.

Le potentiel correspondant est très fortement répulsif  $u(r \rightarrow \infty)$  pour  $0 < r < 2a$ , entre  $2a$  et  $5a$  il tend à attirer les particules vers  $4a$  et est nul au-delà de  $5a$ .

Les valeurs du pic peuvent être décrites simplement par une fonction elliptique, le grand axe de l'ellipse étant orienté horizontalement et le petit verticalement. Les valeurs des axes de l'ellipse sont déduites d'une mesure directe de la fonction de paires dans les directions verticale et horizontale pour des distances comprises entre  $2a$  et  $5a$ . La hauteur du pic est telle

que  $\int_{2a}^{5a} g(r) dr$  ait la même valeur pour le modèle et les mesures. Dans les autres directions la

hauteur du pic est alors déduite de l'équation de l'ellipse :

$$\frac{P}{1 + \varepsilon \cos(\theta)}$$

L'angle  $\theta$  étant choisi nul pour la direction horizontale.

Le paramètre  $P$  de l'ellipse et son excentricité  $\varepsilon$  sont présentées dans le Tab.4.1 :

	Huile		Eau	
$\phi$	0,17	0,20	0,17	0,20
$\varepsilon$	0,25694953	0,24027378	0,40899318	0,39234113
P	1,61341403	1,62754899	1,46431841	1,4772919

Tab.4.1 Paramètres de fonction elliptique.

Pour calculer la pression dynamique il nous faut évaluer les forces qu'exercent les particules situées hors du cylindre sur celles situées dans le cylindre. Considérons une particule A située dans le cylindre à une distance  $l$  de la surface  $\Sigma$  (Fig.4.17).

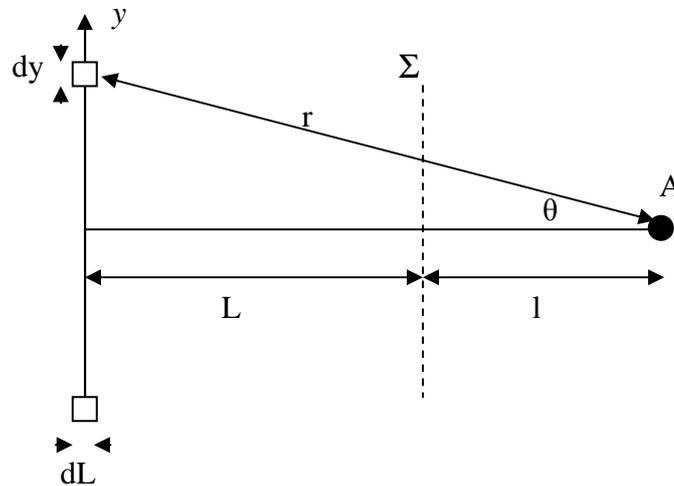


Fig.4.17 Calcul de la pression dynamique

La particule A subit une force exercée par chacune des particules situées dans le volume élémentaire  $e \, dy \, dL$  :

$$f = -\frac{du}{dr}$$

ou en introduisant la fonction de distribution de paires par la relation  $g(r,\theta) = e^{-\beta u(r,\theta)}$  :

$$f = -\frac{1}{\beta} \frac{1}{g(r,\theta)} \frac{dg(r,\theta)}{dr}$$

Le nombre de particules dans les deux volumes élémentaires symétriques «  $e \, dy \, dL$  » est :

$$dN = 2 \rho g(r, \theta) e \, dL \, dy$$

La résultante des forces exercées par l'ensemble des particules situées dans les deux volumes élémentaires sera donc :

$$df_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho e}{\beta} dL \int_0^{+\infty} \frac{dg(r, \theta)}{dr} \cos(\theta) \, dy$$

Le terme  $\cos(\theta)$  venant de la projection de  $f$  sur la normale à la surface  $\Sigma$ .

Comme  $dr = dy \sin(\theta)$ ,  $df_{\text{dyn}}$  se réécrit :

$$df_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho e}{\beta} dL \int_{L+1}^{+\infty} \frac{dg(r, \theta)}{dr} \cotg(\theta) \, dr$$

La dérivée  $\frac{dg(r, \theta)}{dr}$  étant toujours nulle pour  $r > 5a$ , seules les particules situées à  $L+1 < 5a$  de la particule A exerceront une force dessus.

Les dérivées de la fonction de paires sont respectivement

Pour le calcul de la pression dans la direction horizontale :

$$\frac{dg(r, \theta)}{dr} = \frac{P}{2a(1 + \varepsilon \cos(\theta))} \quad \text{pour } 2a < r < 4a$$

$$\frac{dg(r, \theta)}{dr} = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{P}{(1 + \varepsilon \cos(\theta))} \right) \quad \text{pour } 4a < r < 5a$$

et dans la direction verticale :

$$\frac{dg(r, \theta)}{dr} = \frac{P}{2a(1 + \varepsilon \sin(\theta))} \quad \text{pour } 2a < r < 4a$$

$$\frac{dg(r, \theta)}{dr} = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{P}{(1 + \varepsilon \sin(\theta))} \right) \quad \text{pour } 4a < r < 5a$$

Avec  $\cotg(\theta) = \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}}$ ,  $\cos(\theta) = \frac{L+1}{r}$  et  $\sin(\theta) = \frac{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}}{r}$ .

La résultante des forces exercée sur la particule A s'écrit alors :

pour  $L+1 < 2a$

$$df_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho e}{\beta} dL [I_1(L+1) + I_2(L+1)]$$

pour  $2a < L+1 < 4a$

$$df_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho e}{\beta} dL [I_3(L+1) + I_2(L+1)]$$

pour  $4a < L+1 < 5a$

$$df_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho e}{\beta} dL I_4(L+1)$$

Dans la direction horizontale :

$$I_1(L+1) = \int_{2a}^{4a} \frac{P}{2 \left(1 + \varepsilon \frac{L+1}{r}\right)} \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

$$I_2(L+1) = \int_{4a}^{5a} \left(1 - \frac{P}{\left(1 + \varepsilon \frac{L+1}{r}\right)}\right) \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

$$I_3(L+1) = \int_{L+1}^{4a} \frac{P}{2 \left(1 + \varepsilon \frac{L+1}{r}\right)} \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

$$I_4(L+1) = \int_{L+1}^{5a} \left(1 - \frac{P}{\left(1 + \varepsilon \frac{L+1}{r}\right)}\right) \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

Dans la direction verticale :

$$I_1(L+1) = \int_{2a}^{4a} \frac{P}{2 \left( 1 + \varepsilon \frac{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}}{r} \right)} \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

$$I_2(L+1) = \int_{4a}^{5a} \left( 1 - \frac{P}{\left( 1 + \varepsilon \frac{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}}{r} \right)} \right) \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

$$I_3(L+1) = \int_{L+1}^{4a} \frac{P}{2 \left( 1 + \varepsilon \frac{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}}{r} \right)} \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

$$I_4(L+1) = \int_{L+1}^{5a} \left( 1 - \frac{P}{\left( 1 + \varepsilon \frac{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}}{r} \right)} \right) \frac{L+1}{\sqrt{r^2 - (L+1)^2}} dr$$

Connaissant la force exercée par toutes les particules extérieures au cylindre sur la particule A, on en déduit la force  $dF_{\text{dyn}}$  exercée sur la tranche infinitésimale d'épaisseur  $dl$  (contenant la particule A) en multipliant par le nombre de particule se trouvant dans cette tranche :  $\rho s dl$  :

$$dF_{\text{dyn}} = \rho s dl df_{\text{dyn}}$$

Soit :

Pour  $L+1 < 2a$

$$dF_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho^2 e s}{\beta a} [I_1(L+1) + I_2(L+1)] dl dL$$

Pour  $2a < L+1 < 4a$

$$dF_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho^2 e s}{\beta a} [I_3(L+1) + I_2(L+1)] dL$$

Pour  $4a < L+1 < 5a$

$$dF_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho^2 e s}{\beta a} I_4(L+1) dL$$

Pour obtenir les forces exercées par les particules extérieures sur l'ensemble du cylindre il suffit d'intégrer  $dF_{\text{dyn}}$  sur  $l$  et  $L$ .

L'intégration se fait avec les changements de variable suivant :  $Z = L+1$  et  $z = 1$ , pour  $Z$  de 0 à  $5a$  (au-delà de  $5a$  les interactions sont nulles) et pour  $z$  de 0 à  $Z$ .

Finalement :

$$F_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho^2 e s}{\beta a} \left[ \int_0^{2a} Z [I_1(Z) + I_2(Z)] dZ + \int_{2a}^{4a} Z [I_3(Z) + I_2(Z)] dZ + \int_{4a}^{5a} Z I_4(Z) dZ \right]$$

ou pour la pression dynamique :

$$P_{\text{dyn}} = -\frac{2 \rho^2 e}{\beta a} \left[ \int_0^{2a} Z [I_1(Z) + I_2(Z)] dZ + \int_{2a}^{4a} Z [I_3(Z) + I_2(Z)] dZ + \int_{4a}^{5a} Z I_4(Z) dZ \right]$$

$I_1(Z)$ ,  $I_2(Z)$ ,  $I_3(Z)$  et  $I_4(Z)$  ayant des expressions différentes dans les directions horizontale et verticale la pression  $P_{\text{dyn}}$  prendra des valeurs différentes respectivement notées  $P_{\text{dyn}x}$  et  $P_{\text{dyn}y}$ .

Les intégrales  $I_1(Z)$ ,  $I_2(Z)$ ,  $I_3(Z)$ ,  $I_4(Z)$  puis  $\int_0^{2a} Z [I_1(Z) + I_2(Z)] dZ$ ,  $\int_{2a}^{4a} Z [I_3(Z) + I_2(Z)] dZ$  et

$\int_{4a}^{5a} Z I_4(Z) dZ$  ont été calculées à l'aide du logiciel Maple pour la pression  $P_{\text{dyn}x}$  dans la

direction horizontale. Dans la direction verticale le calcul des intégrales  $I_3(Z)$  et  $I_4(Z)$  ne convergent pas.

Comme la contribution principale à la pression dynamique est celle des particules situées dans des volumes  $e dL dy$  proche de  $y = 0$  (Fig.4.17) la pression  $P_{dyn y}$  a été évaluée à partir de  $P_{dyn x}$  par :

$$P_{dyn y} = P_{dyn x} \frac{\int_{2a}^{5a} g_v(r) dr}{\int_{2a}^{5a} g_h(r) dr}$$

Les résultats sont présentés Tab.4.2 :

$\phi$		Huile		Eau	
		0,17	0,20	0,17	0,20
Horizontal (Pa)	$P_{cin}$	0.007096	0.008348	0.245703	0.249781
	$P_{dyn}$	-0.000068	-0.000089	-0.017738	-0.004306
	$P$	0.0070278	0.008259	0.227964	0.245475
Vertical (Pa)	$P_{cin}$	0.010353	0.0117705	0.289678	0.273322
	$P_{dyn}$	-0.000065	-0.000086	-0.016432	-0.00401
	$P$	0.010287	0.011683	0.273246	0.269312

Tab.4.2 Pressions cinétiques et dynamiques et totales dans les directions horizontale et verticale pour  $\phi = 0,17$  et  $\phi = 0,20$ .

La première constatation est la valeur négative de la pression dynamique, en accord avec la tendance à attirer les particules du phénomène de sillage. Ces valeurs négatives tendent à assurer la cohésion de la suspension, mais ce résultat doit être relativisé par les valeurs très faibles de la pression dynamique de l'ordre de 1% de la pression totale de la phase solide pour les expériences réalisées avec de l'huile et de 10% pour celles utilisant de l'eau comme fluide.

Plus intéressant est de comparer la pression de la phase solide (pression granulaire) à la perte de pression du fluide nécessaire à l'expansion du lit  $\Delta P = \rho m \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) gH$  qui est de 640Pa pour l'huile et de 560Pa pour l'eau. Dans tous les cas la pression de la phase solide est très faible devant la perte de pression du fluide. La pression de la phase solide pourra donc être négligée dans les lois de comportement régissant l'écoulement moyen.



---

**CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

---

A l'aide d'une méthode de visualisation directe nous avons mis en évidence la microstructure d'un lit fluidisé 2D hors du régime de Stokes. Cette microstructure a été caractérisée par deux fonctions : la fonction de distribution de paires et le facteur de structure. La comparaison du comportement de ces fonctions dans deux directions privilégiées de l'écoulement montre une forte anisotropie à l'échelle microscopique qui avait déjà été observée sur des simulations numériques mais pas, à notre connaissance, sur des expériences. Cette anisotropie augmente fortement avec le nombre de Reynolds particulaire. Lorsque ce nombre de Reynolds atteint la centaine la phase solide devient très élastique dans la direction de l'écoulement avec un facteur de structure aux grandes longueurs d'onde dépassant l'unité.

Comme la phase solide d'une suspension en moyenne stationnaire se comporte comme un ensemble canonique, la connaissance complète de la microstructure devrait permettre de remonter au potentiel d'interaction inter particulaire et de suite en suite aux grandeurs thermodynamiques caractéristiques de la phase solide puis à ses lois de comportement. Mais de part leur anisotropie, la connaissance de la fonction de distribution de paires et du facteur de structure dans seulement deux directions est insuffisante. En particulier elle ne permet pas le calcul des grandeurs intégrales de la fonction de distribution de paires ( $\int g(r, \theta) r dr d\theta$ ) qui interviennent dans l'évaluation des grandeurs macroscopiques.

L'évaluation de ces intégrales nécessiterait une description fine de  $g(r, \theta)$  aussi bien suivant  $r$  que  $\theta$  et serait donc très coûteuse en temps de part les difficultés de faire converger les statistiques du nombre de particules présentes dans un petit volume. Une possibilité serait de déduire la fonction de distribution de paires du facteur de structure par transformée de Fourier inverse, mais elle nécessiterait une résolution spatiale bien plus fine que celle autorisée par notre matériel.

Les résultats présentés dans ce mémoire peuvent aussi être utilisés à l'étude de la dynamique de formation d'agglomérats de particules. Récemment un rapprochement avec le Laboratoire d'Océanologie et de Géosciences (UMR 8187) a permis d'utiliser les programmes développés durant ce travail à l'étude des écosystèmes marins (neige marine et zooplancton). La neige marine est une agrégation de particules détritiques en suspension dans la mer, qui sédimentent lentement vers les fonds marins. Elle joue un rôle primordial dans le contrôle du gaz carbonique. Le carbone fixé par le phytoplancton est ainsi transporté vers le fond océanique où il reste piégé.

Nos expériences étant en similitude de Reynolds particulaire avec les particules constituantes de la neige marine ( $Re \approx 1-1000$ ), la dynamique de formation des agglomérats peut être étudiée à partir de notre dispositif expérimental. Elle peut être envisagée suivant le schéma : lors de la rencontre entre deux particules, si des forces de cohésion inter-particulaires assurées par du mucus dans le cas de la neige marine, sont suffisamment intenses les particules resteront accolées et formeront une pseudo-particule de taille supérieure. L'hydrodynamique autour de cette pseudo-particule sera différente de celle observable autour des autres particules et la probabilité de rencontre avec une 3ème particule en sera affectée. La probabilité de rencontre autour d'une pseudo-particule composée de plusieurs particules préalablement collées et introduite dans la suspension de particules simples, est évaluée par la fonction radiale de distribution de paires. La figure 5.1 montre un exemple de fonction radiale de distribution de paires.

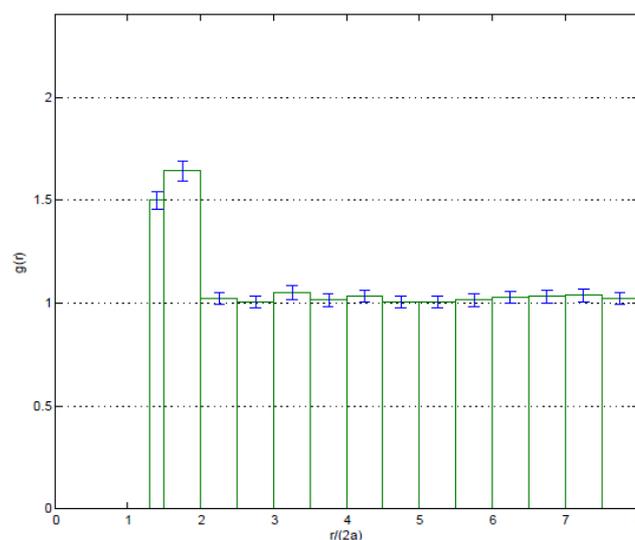


Fig.5.1 Fonction de distribution de paires d'un agglomérat à trois particules pour  $\phi = 0,23$  et  $Re = 0,53$ . Expérience réalisée avec de l'huile.

Quelque soit le nombre de particules accolées (2, 3 ou 4 pour les essais déjà réalisés) les fonctions radiales de distribution de paires présentent une allure similaire. Une première zone où elles sont nettement supérieures à 1 puis elles deviennent constantes et égales à 1 comme si la présence d'une particule plus grosse cassait la microstructure de la suspension dans son voisinage. La possibilité que l'agglomérat grossisse peut être évaluée par le rapport entre la densité en particules entre  $R_c$  et  $R_c + a$  et la densité moyenne  $\rho$  où  $R_c$  est ici le rayon du plus petit cercle où il n'y a jamais d'exclusion par non pénétration des particules entre elles (exemple pour un agglomérat de trois particules Fig.5.2).

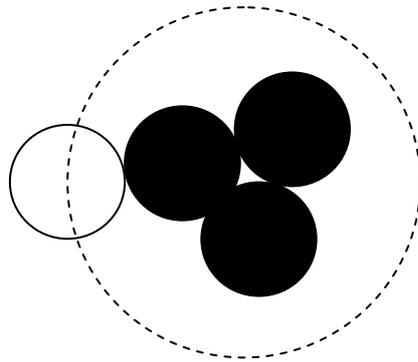


Fig.5.2 Agglomérat de trois particules en noir une particule libre en blanc et en pointillé le cercle de Rayon  $R_c$ .

Le rapport des densités s'écrit :

$$\frac{2\pi}{\pi((R_c + a)^2 - R_c^2)} \int_{R_c}^{R_c + a} g(r) r dr$$

En considérant  $g(r)$  constant dans l'intervalle  $[R_c, R_c + a]$  cette quantité est juste égale à la valeur de  $g(r)$  au niveau du pic.

Les courbes sont présentées pour des agglomérats de 1 à 4 particules Fig.5.3. On constate que le rapport des densités est supérieur à 1 indiquant une tendance à l'agglomération. Naturellement ces maxima de densité locale sont plus prononcés pour les fractions volumiques élevées. Pour toute la gamme de paramètres hydrodynamiques étudiés on observe un maximum de densité autour de l'agglomérat à deux particules. Cette spécificité du comportement « à deux particules » peut être lié à la forme allongée de l'agglomérat qui tend

à s'orienter dans le sens de l'écoulement moyen, contrairement à deux particules libres qui ont plutôt tendance à s'aligner perpendiculairement à l'écoulement.

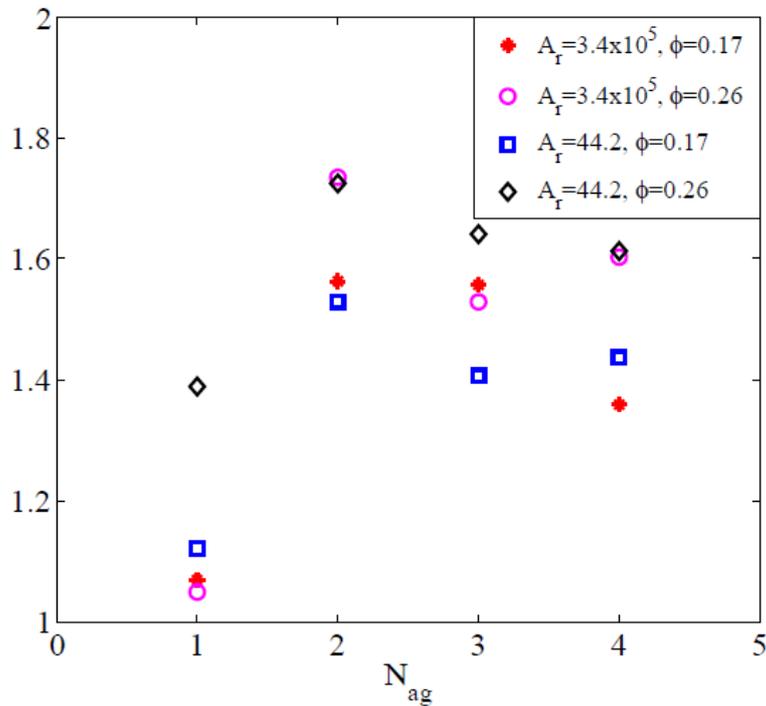


Fig.5.3 Rapport des densités en fonction du nombre de particules dans l'agglomérat  $N_{ag}$

Une autre application marine concerne le zooplancton. Ici nous considérons du zooplancton appartenant à différentes espèces de copépodes (petits crustacés). Ces planctons vivent en suspension dans l'eau, et dépendent donc fortement de leur environnement hydrodynamique dans leur cycle de vie. Bien que leur capacité natatoire reste peu connue, les copépodes sont souvent assimilés à des particules passives [55]. La fonction radiale de distribution de paires nous renseigne ici non plus sur la formation d'agglomérat mais sur la probabilité de rencontre de deux copépodes en fonction des conditions hydrodynamiques. Cette probabilité de rencontre influe directement sur la taille de la population considérée suivant que l'on a à faire à des partenaires sexuelles (augmentation de la taille) ou à une proie et son prédateur (diminution de la taille).

---

## REFERENCES

---

- [1] T. B. Anderson and R. Jackson, "A fluid mechanical description of fluidized beds-Stability of the state of uniform fluidization," *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, **7**, 12 (1968).
- [2] G. K. Batchelor, "Sedimentation in a dilute dispersion of spheres," *J. Fluid Mech.* **52**, 245 (1972).
- [3] G. K. Batchelor and C. S. Wen, "Sedimentation in a dilute polydisperse system of interacting spheres: Part 2, Numerical results," *J. Fluid Mech.* **124**, 495 (1982).
- [4] G. K. Batchelor, "A new theory of the instability of a uniform fluidized bed," *J. Fluid Meca.* **227**, 357 (1991).
- [5] C. W. J. Beenakker and P. Mazur, "Is Sedimentation container-shape dependent?" *Phys. Fluids*, **28**, 3203 (1985).
- [6] C. Bounhoure, Y. Brunet, and A. Merlen, "Evaluation de la fraction volumique locale de la phase solide dans un écoulement diphasique," *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. **329**, Série II b, 829 (2001).
- [7] C. Bounhoure, Y. Brunet, and A. Merlen, "Hydrodynamic study of sedimentation flows and avalanches," *Powder Technol.* **125**, 306 (2002).
- [8] M. P. Brenner, "Screening mechanisms in sedimentation," *Phys. Fluids* **11**, 754 (1999).
- [9] D. Bruneau, F. Feuillebois, R. Anthore, and J. Hinch, "Intrinsic convection in a settling suspension", *Phys. Fluids* **8**, 2236 (1996).

- [10] D. Bruneau, F. Feuillebois, J. Blawdziewicz, and R. Anthore, “Three-dimensional intrinsic convection in dilute and dense dispersion of settling spheres”, *Phys. Fluids* **10**, 55 (1998).
- [11] Y. Brunet and A. Merlen, “Statistical approach of sedimentation flows,” *Powder Technol.* **175**, 122 (2007).
- [12] R. E. Caflisch and J. H. C. Luke, “Variance in sedimentation speed of a suspension,” *Phys. Fluids* **28**, 759 (1985).
- [13] Y. S. Chong, D. A. Ratkowsky, and N. Epstein, “Effect of particle shape on hindered settling in creeping flow,” *Powder Technol.* **23**, 55 (1979).
- [14] R. Comolet, *Mécanique Expérimentale des Fluides*, 4eme édition, ch. 9, (Dunod, 2006).
- [15] A. K. Didwania and G. M. Homsy, “Flow regimes and flow transitions in liquid fluidized beds,” *Int. J. Multiphase Flow* **7** (6), 563 (1981).
- [16] A. K. Didwania and G. M. Homsy, “Resonant sideband instabilities in wave propagation in fluidized beds,” *J. Fluid Mech.* **122**, 433 (1982).
- [17] R. Di Felice and E. Parodi, “Wall effects on the sedimentation velocity of suspensions in viscous flow,” *AIChE J.* **42**, 927 (1996).
- [18] R. Di Felice, “The sedimentation velocity of dilute suspensions of nearly monosized spheres,” *Int. J. Multiphase Flow* **25**, 559 (1999).
- [19] M. M. El-Kaissy and G. M. Homsy, “Instability waves and the origin of bubbles in fluidized beds. Part I. Experiments,” *Int. J. Multiphase Flow* **2**, 379 (1976).
- [20] A. F. Fortes, D. D. Joseph, and T. S. Lundgren, “Nonlinear mechanics of fluidization of beds of spherical particles,” *J. Fluid Mech.* **177**, 467 (1987).

- [21] U. Geigenmüller and P. Mazur, “Sedimentation of homogeneous suspension in finite vessels”, *J. Stat. Phys.* **53**, 137 (1988).
- [22] J. M. Ham and G. M. Homsy, “Hindered settling and hydrodynamic dispersion in quiescent sedimenting suspensions,” *Int. J. Multiphase Flow* **14** (5), 533 (1988).
- [23] J. M. Ham, S. Thomas, E. Guazzelli, G. M. Homsy, and M. -C. Anselmet, “An experimental study of the stability of liquid-fluidized beds,” *Int. J. Multiphase Flow* **16**, 171 (1990).
- [24] J. P. Hansen and I. R. McDonald, *Theory of Simple Liquids* (Academic Press, New York, 1976).
- [25] E. J. Hinch, “An averaged equation approach to particle interactions in a fluid suspension,” *J. Fluid Mech.*, **83**, 695 (1977).
- [26] E. J. Hinch, *Disorder and Mixing*, (Kluwer Academic, Dordrecht, 1988).
- [27] R. Jackson, “The dynamics of fluidized particles,” *Cambridge Monographs on Mechanics*, ch.1 and 2, pp. 1-63.
- [28] R. Jackson, “Hydrodynamic stability of fluid particle systems,” in *Fluidization*, edited by J. F. Davidson, R. Clift, and D. Harrison (Academic, London, 1985), p. 47.
- [29] K. O. L. F. Jayaweera, B. J. Mason, and G. W. Slack, “The behaviour of clusters of spheres falling in a viscous fluid, Part I. Experiment,” *J. Fluid Mech.* **20**, 121 (1964).
- [30] Q. Jiang, Y. Brunet, and T. Kanit, “Microstructure of the solid phase in fluidized beds for non-Stokes regimes,” *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, **29**, 435 (2010).
- [31] T. Kanit, S. Forest, V. Mounoury, and D. Jeulin, “Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach,” *Int. J. Solids Struct.* **40**, 3647 (2003).

- [32] T. Kobayashi, "Advances in computer-aided flow visualization," Flow Visualization VI, Ed Y. Taneda & H. Miyashiro, Springer Verlag, 25 (1992).
- [33] D. L. Koch, "Hydrodynamic diffusion in dilute sedimentation suspensions at moderate Reynolds numbers," Phys. fluids A **19**, 1141 (1993).
- [34] D. L. Koch and E. S. G. Shaqfeh, "Screening in sedimenting suspensions," J. Fluid Mech. **224**, 275 (1991).
- [35] A. J. C. Ladd, "Hydrodynamic screening in sedimenting suspensions of non-Brownian spheres," Phys. Rev. Lett. **76**, 1392 (1996).
- [36] A. J. C. Ladd, "Sedimentation of homogeneous suspensions of non-Brownian spheres," Phys. Fluids **9** (3), 491 (1997).
- [37] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, ch.2 (Pergamon, London, 1959).
- [38] X. Lei, B. J. Ackerson, and P. Tong, "Settling statistics of hard sphere particles," Phys. Rev. Lett. **86**, 3300 (2001).
- [39] D. Lhuillier, "Transport phenomena in moderately concentrated suspensions of rigid spheres," Physica A, **165**, 303 (1990).
- [40] D. Lhuillier, "Ensemble averaging in slightly non-uniform suspensions," Eur. J. Mech., B/Fluids, **451**, No 6, 649 (1992).
- [41] D. Lhuillier and P. Nozières, "Volume averaging of slightly non-homogeneous suspensions," Physica A, **181**, 427 (1992).
- [42] N. Q. Nguyen and A. J. C. Ladd, "Microstructure in a settling suspension of hard spheres," Phys. Rev. E **69**, 050401 (2004).
- [43] N. Q. Nguyen and A. J. C. Ladd, "Sedimentation of hard-sphere suspensions at low Reynolds number," J. Fluid Mech. **525**, 77 (2005).

- [44] H. Nicolai, B. Herzhaft, E. J. Hinch, L. Oger and E. Guazzelli, “Particle velocity fluctuations and hydrodynamic self-diffusion of sedimenting non-brownian spheres,” *Phys. Fluids* **7**, 12 (1995).
- [45] H. Nicolai and E. Guazzelli, “Effect of the vessel size on the hydrodynamic diffusion of sedimenting spheres,” *Phys. Fluids* **7**, 3 (1995).
- [46] M. Nicolas, J. M. Chomaz, and E. Guazzelli, “Absolute and convective instabilities of fluidized beds,” *Phys. Fluids* **6**, 3936 (1994).
- [47] M. Nicolas, J. M. Chomaz, D. Vallet, and E. Guazzelli, “experimental investigations on the nature of the first wavy instability in liquid-fluidized beds,” *Phys. Fluids* **8**, 1987 (1996).
- [48] M. Nicolas, J. Hinch, and E. Guazzelli, “Wavy instability in liquid-fluidized beds,” *Ind. Eng. Chem. Res.* **38**, 799 (1999).
- [49] T. W. Pan, D. D. Joseph, R. Bai, R. Glowinski, and V. Sarin, “Fluidization of 1204 spheres: Simulation and experiment,” *J. Fluid Mech.* **451**, 169 (2002).
- [50] Y. Peysson and E. Guazzelli, “An experimental investigation of the intrinsic convection in a sedimenting suspension,” *Phys. Fluids* **10**, 44 (1998).
- [51] J. F. Richardson and W. N. Zaki, “Sedimentation and fluidization: Part I,” *Trans. Inst. Chem. Eng.* **32**, 35 (1954).
- [52] F. Rouyer, “Structure et dynamique de suspensions modèles à 2 et 3 dimensions,” Thèse de l’Université Paris VI, 1999.
- [53] F. Rouyer, D. Lhuillier, J. Martin, and D. Salin, “Structure, density, and velocity fluctuations in quasi-two-dimensional non-Brownian suspensions of spheres,” *Phys. Fluids* **12**, 958 (2000).

- [54] F. Rouyer, J. Martin, and D. Salin, “Non-Gaussian dynamics in quasi-2D noncolloidal suspensions,” *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1058 (1999).
- [55] F. G. Schmitt and L. Seuront, “Intermittent turbulence and copepod dynamics: Increase in encounter rates through preferential concentration,” *Journal of Marine Systems* **70**, Issues 3-4, 263 (2008).
- [56] S. Schwarzer, “Sedimentation and flow through porous media: Simulating dynamically coupled discrete and continuum phases,” *Phys. Rev. E* **52**, 6 (1995).
- [57] P. N. Segrè, E. Herbolzheimer, and P. M. Chaikin, “Long-range correlations in sedimentation,” *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2574 (1997).
- [58] L. Talini, J. Leblond, and F. Feuillebois, “A pulse field gradient NMR technique for the determination of the structure of suspensions of non-Brownian particles with application to packings of spheres,” *J. Magn. Reson.* **132**, 287 (1998).
- [59] Shang-You. Tee, P. J. Mucha, M. P. Brenner, and D. A. Weitz, “Velocity fluctuations in a low-Reynolds-number fluidized bed,” *J. Fluid Mech* **596**, 467 (2008).
- [60] J. Wu and R. Manasseh, “Dynamics of dual-particles settling under gravity,” *Int. J. Multiphase Flow* **24**, 1343 (1998).
- [61] H. Y. Xie, “Drag coefficient of fluidized particles at high Reynolds numbers,” *Chemical Engineering Science* **52**, 3051 (1997).
- [62] J. Z. Xue, E. Herbolzheimer, M. A. Rutgers, W. B. Russel, and P. M. Chaikin, “Diffusion, dispersion and settling of hard spheres,” *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1715 (1992).
- [63] X. Yin and D. L. Koch, “Hindered settling velocity and microstructure in suspensions of solid spheres with moderate Reynolds numbers,” *Phys. fluids* **19**, 093302 (2007).
- [64] B. Zoetkouw and R. van Roij, “Volume terms for charged colloids: A grand-canonical treatment,” *Phys. Rev. E* **73**, 021403 (2006).



## **Résumé: Microstructure de suspensions hors du régime de Stokes**

Nous présentons une étude expérimentale de la microstructure d'une suspension hors du régime de Stokes en lit fluidisé. L'étude est menée par une méthode de visualisation directe sur une cellule de type Hele-Shaw (suspensions bidimensionnelles) qui permet d'accéder aux principales grandeurs macroscopiques de l'écoulement : densité de particules et vitesses des particules ainsi qu'à la position instantanée de toutes les particules. La microstructure est déduite de cette dernière mesure par l'intermédiaire de la fonction de distribution de paires et du facteur de structure. Les effets d'inertie du fluide entraînent une forte anisotropie de la microstructure caractérisée entre autres par une élasticité de la phase solide plus importante dans le sens de l'écoulement que transversalement. Le phénomène de sillage en aval des particules est avancé comme explication de l'anisotropie. A l'échelle macroscopique un étirement de la répartition de la phase solide est observé quand les nombres de Reynolds particuliers atteignent la centaine sans qu'il soit permis de conclure sur son origine qui peut provenir de la microstructure ou d'un phénomène d'instabilités hydrodynamiques.

**Mots clés :** Suspensions, Lit fluidisé, Effets d'inertie, Sillages, Microstructure, Fonction de distribution de paires, Facteur de structure

## **Abstract: Microstructure of suspensions out of Stokes regime**

We present an experimental study of microstructure of suspensions out of Stokes regimes. The study was carried out by direct visualizations on fluidized bed in a Hele-Shaw cell (Two dimensional suspensions). These visualizations allowed measurement of macroscopic physical quantities such as particles density and particles velocities. The microstructure was deduced from the instantaneous positions of all particles with the help of pair probability distribution functions and structure factors. Inertial effects led to high anisotropy of microstructure associated to higher elasticity of the solid phase in mean flow direction than in transverse one. Anisotropy is explained by wake process downstream particles. At macroscopic scale a stretching of the spatial distribution of solid phase was observed for particulate Reynolds numbers reaching 100. There is no evidence that this stretching results from microstructure or hydrodynamic instabilities.

**Keywords:** Suspensions, Fluidized bed, Inertia, Wake, Microstructure, Pair probability distribution function, Structure factor