

N° d'ordre: 40410

THÈSE

présentée

devant l'Université des Sciences et Technologies de Lille

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université des Sciences et Technologies de Lille
Spécialité **Electronique**

par

Adrien LELONG

Méthodes de diagnostic filaire embarqué pour des réseaux complexes

Soutenue le 9 Décembre 2010 devant la commission d'examen.

Composition du jury :

Rapporteurs

Fabienne	NOUVEL	Maître de conférence à l'INSA de Rennes
Françoise	PALADIAN	Professeur à l'Université de Clermont-Ferrand

Examineurs

Jérôme	MARS	Professeur à l'ENSE3 Grenoble
Gilles	MILLET	Ingénieur à Airbus France
Fabrice	AUZANNEAU	Ingénieur chercheur au CEA-LIST
Virginie	DEGARDIN	Maître de conférence à l'Université de Lille
Martine	LIENARD	Professeur à l'Université de Lille 1 (Directeur de thèse)

Science sans conscience n'est que ruine de l'âme.

Francois Rabelais

Remerciements

Crois ans de thèse c'est un challenge, des remises en question, des découvertes, des hauts, des bas, un thésard et tous ceux qui lui apportent leur soutien. Et ceux là, ceux là, on ne les remerciera jamais assez! Mais qui sont ils donc?

Je commencerais par Virginie Degardin qui m'a encadré et sans qui la remise en question aurait été une notion inconnue lorsque j'ai rédigé mon mémoire. Je crois que nous nous souviendrons de ces longs échanges téléphoniques dans lesquels me convaincre de changer quelque chose n'était, je pense, pas toujours chose facile!

Mais qu'en aurait il été de ce mémoire sans les relectures pointilleuses de Laurent Sommervogel dont la curiosité du détail n'a je crois aucune limite. Je le remercie pour le temps qu'il a consacré à cette relecture attentive. J'adresse également un grand merci à Anthony Larue pour son regard extérieur avisé sur les aspects traitement du signal de mes travaux.

Je tiens à remercier mes deux rapporteurs Fabienne Nouvel et Françoise Paladian pour leurs retours ainsi que l'ensemble des membres du Jury. Et en particulier je remercie Jérôme Mars qui a endossé la présidence de ce Jury et ma directrice de thèse Martine Lienard. Merci aussi à Gilles Millet pour avoir apporté son regard industriel à ce travail.

Merci aussi à Emmanuelle Gillmann du laboratoire TELICE et Annie Straboni du secrétariat du DACLE. pour leur patience dans toutes ces folies administratives qui entourent une thèse effectuée au CEA.

J'aimerais aussi adresser toute ma sympathie et ma reconnaissance à tous ceux de l'équipe du LFSE qui m'ont soutenu durant ce travail. Je tiens en particulier à remercier Josy Cohen, Julien Guilhemsang, Yannick Bonhomme, Luca Incarbone pour leur bonne humeur, leurs conseils et leur soutien dans les moments forts autant que les moments difficiles. Et bien sûr, n'oublions pas l'équipe de choc qui m'a aidé à parer à tous les imprévus lors de cette mémorable soutenance sous la neige, je pense à Nathaniel, Luca, Annalaura et Marc.

Mais avant tout, je dois cet aboutissement à ma famille qui m'a toujours suivi et soutenu dans mon parcours, dans mes choix et mes convictions. Merci à ma mère à mes oncles et mes tantes toujours présents pour le meilleur et pour le pire. Et en particulier, j'adresse un hommage, une affection et une reconnaissance éternelle à mon grand père Albert Noël que l'on ne peut que soupçonner de m'avoir contaminé de sa passion pour les technologies et l'inventivité sans limites.

Enfin, pour son aide, ses encouragements, sa bienveillance, tous ce qu'il peut me rester de reconnaissance va à mon fidèle ami, conseiller et finalement associé Belkacem Selam qui ne laisse jamais une question sans réponse.

Je les remercie tous pour leur soutien durant ces trois longues années, enfin pas si longues que ça finalement...

Remerciements		vi
Abréviations et Notations		xv
Introduction		1
1 Diagnostic filaire par réflectométrie		5
1.1 Théorie des lignes et coefficients de réflexion		5
1.1.1 Équations de propagation et coefficients de réflexion		6
1.1.2 Vitesse de propagation		8
1.1.3 Matrice de répartition et réponse impulsionnelle		8
1.1.4 Généralisation à des lignes et réseaux multifilaires		12
1.2 Principe de la réflectométrie		12
1.2.1 Réflectométrie dans le domaine fréquentiel (FDR)		13
1.2.2 Réflectométrie dans le domaine temporel		14
1.2.3 Réflectométrie et détection de défaut		17
1.3 Analyse des méthodes temporelles et discrétisation		18
1.3.1 Mesure temporelle discrète		18
1.3.2 Application à la compression d'impulsion (intercorrélacion)		19
1.3.3 Prise en compte du bruit		20
1.3.4 Temps équivalent et sur-échantillonnage		22
1.4 Décroissance de la réponse		23
1.5 Conclusion		25
2 Diagnostic en ligne et réflectométrie multiporteuse		27
2.1 Objectif et problématique du diagnostic en ligne		27
2.2 Principe général de la réflectométrie multiporteuse		29
2.2.1 Synthèse du signal et description fonctionnelle		29
2.2.2 Propriétés et dimensionnement des signaux multiporteuses		30
2.3 Problématique de l'analyse de la réflectométrie multiporteuse et méthodes de résolution		33
2.3.1 Résultat d'un filtrage adapté		33
2.3.2 Moindres carrés et division spectrale : les limites		34
2.3.3 Méthode proposée par S.Naik <i>et al</i>		35
2.3.4 Contraintes non paramétriques : parcimonie		36
2.4 Méthodes d'estimation par déconvolution impulsionnelle		36
2.4.1 Moindres-carrés régularisés		37
2.4.2 Déconvolution par algorithme Clean		40

2.4.3	Résultats et limites	43
2.5	Conclusion	49
3	Réfectométrie haute résolution	51
3.1	Positionnement du problème	51
3.1.1	Introduction	51
3.1.2	Modélisation	52
3.2	Mise en œuvre des techniques de déconvolution	53
3.2.1	Déconvolution directe	54
3.2.2	Impact de la distorsion	56
3.3	Estimation de la distorsion par déconvolution myope	58
3.3.1	Rappel sur la déconvolution myope	58
3.3.2	Principe de l'estimation myope	59
3.3.3	Solution proposée : pénalisation par dérivée	60
3.3.4	Paramètres de régularisation $\mu_{1,2}$	62
3.3.5	Résultats obtenus par déconvolution myope	64
3.4	Haute résolution et multiporteuse	66
3.4.1	Mise en oeuvre	66
3.4.2	Résultats	70
3.5	Conclusion	71
4	Application à la réfectométrie distribuée	73
4.1	Problématique et solutions existantes	73
4.2	Méthode proposée : les moyennes sélectives	75
4.2.1	Principe	75
4.2.2	Intéférences	77
4.2.3	Choix des coefficients	78
4.3	Évaluation du bruit d'interférence résiduel	80
4.3.1	Expression générale du bruit	80
4.3.2	Autocorrélation des signaux transmis	82
4.3.3	Séquences de Walsh-Hadamard	83
4.3.4	Séquences de Rademacher	84
4.3.5	Bilan sur le rapport signal à bruit d'interférence	84
4.4	Résultats	85
4.4.1	Mesure du bruit d'interférence	85
4.4.2	Localisation d'un défaut	87
4.5	Placement des réfectomètres	91
4.6	Conclusion	92
5	Mise en oeuvre du diagnostic en ligne	95
5.1	Couplage électrique et traitements associés	95
5.1.1	Couplage capacitif	96
5.1.2	Impact sur la mesure	96
5.1.3	Compensation des effets du filtre	98
5.2	Principe de la détection de défauts	100
5.2.1	Détection des défauts intermittents	100
5.2.2	Calcul de la différence en pratique	101
5.3	Choix du critère de détection	101
5.3.1	Rappels sur la théorie de la détection	103
5.3.2	Etude de la norme L_∞	104
5.3.3	Etude de la norme L_2	104
5.3.4	Etude de la norme L_1	105

5.3.5	Etude des performances des différents critères	107
5.4	Algorithme de détection	110
5.4.1	Génération de l'état de référence	111
5.4.2	Estimation du niveau de bruit	111
5.4.3	Principe de l'algorithme de détection	112
5.4.4	Amélioration du rapport signal à bruit	113
5.4.5	Essais sur des mesures réelles	115
5.5	Conclusion	118
Conclusion générale		119
A Plateforme de test et dimensionnement		123
A.1	Description fonctionnelle	123
A.2	Caractéristiques de l'architecture	124
B Moyennes et rapports signal à bruit		127
B.1	Moyenne vectorielle simple	127
B.2	Coefficients de pondération	128
B.3	Filtrage d'ordre 1	129
C Evaluation du bruit d'interférence en réflectométrie distribuée par moyenne sélective		131
C.1	Démonstration de (4.14) et (4.17)	131
C.2	Coefficients de Hadamard : définition et propriété	132
C.3	Bruit résiduel de la moyenne sélective	133
C.3.1	Bruit causé par un réflectomètre	133
C.3.2	Calcul du bruit total causé par l'ensemble des réflectomètres	135
D Distributions de probabilité usuelles et résultats associés		137
D.1	Loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$	137
D.2	Loi normale repliée	137
D.3	Loi de Bernouilli $\mathcal{Ber}(\lambda)$	138
D.4	Norme L1 et séquence M bruitée, démonstration de (5.33)	138
Publications et brevets		141
Bibliographie		141

Table des figures

1.1	Section élémentaire d'une ligne de transmission	6
1.2	Décomposition d'une ligne en tronçons uniformes	7
1.3	Exemple réponse d'une ligne non uniforme dans les domaines fréquentiel et temporel obtenue par mesure à l'analyseur de réseau vectoriel.	11
1.4	Principe de mesure de la réponse fréquentielle	14
1.5	Principe de la compression d'impulsion	16
1.6	Détection de défaut par différence sur un réseau de type Y	17
1.7	Influence de la période d'échantillonnage T_s sur l'estimation de la réponse impulsion- nelle	20
1.8	Convolution du signal périodique	21
1.9	Réponse impulsionnelle de l'étoile à 3 branches	23
2.1	Principe général de la réflectométrie multiporteuse	29
2.2	Exemple de signal multiporteuse en continue et en discret avec $N = 64$, $F_s = 200$ MHz et $c_n = 0$ pour $n \in \{0, \dots, 12\}$. Les phases sont calculées avec la méthode Schroeder.	31
2.3	Signal généré avec la méthode de Schoeder avec $N = 512$ et $c_n = 1$ pour tout n . . .	32
2.4	Résultat obtenu par réflectométrie multiporteuse avec analyse par intercorrélacion simple	33
2.5	Résultats de la réflectométrie multiporteuse avec déconvolution brute sur un réseau en Y	34
2.6	Illustration du principe de Majoration-Minimization	39
2.7	Instructions de l'algorithme FISTA.	39
2.8	Instructions de l'algorithme CLEAN.	40
2.9	Déroulement de l'algorithme CLEAN.	41
2.10	Réponses utilisées pour les simulations.	44
2.11	Résultats obtenus par déconvolution impulsionnelle pour la réponse (a) de la figure 2.10.	45
2.12	Résultats obtenus par déconvolution impulsionnelle pour la réponse (b) de la figure 2.10.	46
2.13	Résultat obtenu par déconvolution impulsionnelle en fonction du rapport signal à bruit $N_0 = 10$	47
2.14	Résultat obtenu par déconvolution impulsionnelle à partir de mesures effectuées sur deux réseaux réels avec $N = 64$, $N_0 = 10$, $F_s = 500$ MHz.	48

3.1	Convolution de la réponse réelle avec l'autocorrélation avec et sans distorsion pour $K = 16$	53
3.2	Modèle du signal mesuré en haute résolution.	53
3.3	lignes coaxiales : $Z_0 = 50\Omega$ et $l_1 = 1.2m$, $l_2 = 1.5m$, $l_3 = 1m$	55
3.4	lignes coaxiales : $Z_0 = 50\Omega$ et $l_1 = 1.2m$, $l_2 = 1.5m$, $l_3 = 1.2m$	55
3.5	paire torsadée : $Z_0 = 120\Omega$ et $l_0 = 1m$, $l_1 = 0.77m$, $l_2 = 2.50m$, $l_3 = 0.6m$	55
3.6	Domaines d'échantillonnage du simulateur	56
3.7	Impact de la distorsion sur la déconvolution-L1. La fonction ξ est définie par 4 filtres du premier ordre.	57
3.8	Noyau obtenu par division dans le domaine temporel	61
3.9	Noyau obtenu par division dans le domaine fréquentiel	61
3.10	Erreur quadratique moyenne d'estimation du noyau g en fonction du paramètre μ_2 pour différents signaux parcimonieux.	64
3.11	Valeurs optimales moyennes obtenues de μ_2 pour des fonctions de distorsion gaussiennes d'écart-types différents. Les écart-types σ_ξ sont évalués en nombre d'échantillons.	64
3.12	Résultat obtenu par déconvolution myope en simulation sur le cas de la figure 3.7. Le SNR est de 20dB	65
3.13	Estimation du noyau g avec pénalisation par dérivée.	65
3.14	Résultat obtenu par déconvolution-L1 avec et sans estimation du noyau sur le réseau en Y de lignes coaxiales : $Z_0 = 50\Omega$ et $l_1 = 1.2m$, $l_2 = 1.5m$, $l_3 = 1.2m$	65
3.15	Différence des mesures obtenu avant et après apparition d'un défaut. Le réseau est du type Y en paire torsadée : $Z_0 = 120\Omega$ et $l_1 = 0.77m$, $l_2 = 2.50m$, $l_3 = 0.6m$. Le défaut est un court circuit au niveau de la jonction centrale. Le post-traitement est réalisé par algorithme CLEAN.	67
3.16	Résultat obtenu par déconvolution L1 (IST) de la différence sans estimation du noyau, r_{ss} est utilisé.	67
3.17	Résultat obtenu par déconvolution L1 (IST) de la différence avec le noyau estimé, la résolution s'en trouve améliorée.	67
3.18	Schéma du bus diagnostiqué, un court-circuit survient à la jonction \mathcal{J}_2	68
3.19	Post traitement par déconvolution-L1 de la différence des réponses avant et après l'apparition du court-circuit sur la jonction \mathcal{J}_2 . La déconvolution est réalisée avec et sans estimation du noyau réel.	68
3.20	Déconvolution de la différence par l'algorithme CLEAN en utilisant r_{ss} comme noyau.	68
3.21	Estimation du noyau de convolution pour la détection du court-circuit du bus de la figure 3.18. Le résultat est donné avec et sans la pénalisation de la fonction de coût par dérivée.	69
3.22	Module de la DFT des estimations du noyau avec et sans pénalisation par dérivée.	69
3.23	Décomposition polyphase pour la déconvolution multiporteuse	70
3.24	Résultat haute-résolution avec multiporteuse obtenu sur le cas de simulation de la figure 3.7. $K = 8$, $N = 64$, $N_0 = 10$	72
3.25	Résultat obtenu avec seulement la déconvolution multiporteuse à comparer avec le signal mesuré dans le cas d'une TDR (non détérioré) pour la simulation	72
3.26	Résultat haute-résolution avec multiporteuse obtenu avec le réseau de la figure 3.15. $K = 8$, $N = 64$, $N_0 = 10$	72
3.27	Résultat obtenu avec seulement la déconvolution multiporteuse à comparer avec le signal mesuré dans le cas d'une TDR (non détérioré) pour le réseau	72
4.1	Modèle d'un système de réflectométrie distribuée, composé de P réflectomètres, vu du réflectomètre 0.	74
4.2	Schéma de principe de la méthode des moyennes sélectives	76
4.3	Signaux injectés simultanément dans le cas $M = 4$. Le signal injecté par le module p_0 est utilisé comme référence et le signal issu du module p constitue ici la perturbation.	78

4.4	Rapport signal à bruit d'interférence dans le cas synchrone en fonction du nombre de modules P pour $M = 16, 32, 64$ @ $\frac{\Delta T_s}{T_s} = 10^{-4}$, $N = 64$	86
4.5	Tolérance d'horloge maximum pour garantir, dans le cas synchrone, un rapport signal à bruit donné (respectivement : 20 dB, 30 dB, 40 dB) @ $M = 32$, $N = 64$	86
4.6	Rapport signal à bruit théorique dans le cas asynchrone pour différentes erreurs d'horloge. @ $M = 32$, $N = 64$	86
4.7	SNR relatif au bruit d'interférence causé par un seul module selon l'indice de sa séquence de Rademacher. Résultat obtenu en théorie et par la mesure avec $N = 64$, $K' = 6$, $M = 64$, $\frac{\Delta T_s}{T_s} \approx 10^{-5}$	88
4.8	Topologie du réseau de lignes coaxiales utilisé pour le test de la réflectométrie distribuée. L'impédance caractéristique des lignes est $Z_0 = 50\Omega$	89
4.9	Résultat fourni par chaque réflectomètre du réseau de la figure 4.8 dans son état normal. Chaque réflectomètre est adapté à la ligne et les autres branches se terminent par un circuit ouvert. Les résultats sont donnés avec et sans traitement haute résolution.	89
4.10	Détection d'un court circuit sur la branche l_5 . La différence des mesures obtenues après et avant le défaut est donnée pour chaque réflectomètre, en sortie du filtre adapté (r_{sy}) et après traitement haute résolution.	90
4.11	Placement des réflectomètres sur un réseau complexe.	91
5.1	Couplage capacitif élémentaire d'un système de réflectométrie	96
5.2	Modèle du réflectomètre en basse et moyenne fréquence	96
5.3	Distorsion d'un couplage capacitif sur la mesure, dans le cas d'une ligne coaxiale simple terminée en circuit ouvert. La fréquence de coupure du filtre est de 1.6MHz et la largeur d'impulsion est de 10ns.	98
5.4	Correction de la distorsion du couplage capacitif sur deux exemple de réseau avec une fréquence de coupure de 1.6 MHz.	99
5.5	Signal pris en compte pour les différents critères de détection testés	102
5.6	Courbes ROC des quatre tests statistiques obtenus par simulation Monte-Carlo en présence de bruit blanc avec un SNR d'environ -12dB. La simulation est réalisée avec deux signaux h_Δ différents, un retard pur (a) et une série de pics à décroissance exponentielle (b).	108
5.7	Courbes ROC des quatre tests statistiques obtenus par simulation Monte-Carlo en présence de bruit impulsif. La simulation est réalisée avec deux signaux h_Δ différents, un retard pur (a) et une série de pics à décroissance exponentielle (b). Le SNR est d'environ -5dB, $\omega_w T_s = 0.31$, $\tau_w/T_s = 19$ et $T_\eta/T_s = 42$	109
5.8	Courbes ROC des quatre tests statistiques obtenus par simulation Monte-Carlo en présence de bruit impulsif. Le SNR moyen est d'environ 0dB, $\omega_w T_s = 0.1$, $\tau_w/T_s = 50$ et $T_\eta/T_s = 172$	110
5.9	Algorithme de détection des variations intermittentes	113
5.10	Algorithme de détection des variations intermittentes	114
5.11	Représentation de la norme du signal de différence, de la mesure de similitude et du seuil de l'algorithme de détection dans le cas de la détection d'une série de défauts intermittents.	115
5.12	Représentation de la norme du signal de différence, de la mesure de similitude et du seuil de l'algorithme de détection dans le cas où une variation brutale du niveau de bruit se produit.	116
5.13	Sortie du filtre adapté dans le cas où le réseau est sain (connecteur fermé) et le cas où le réseau est en défaut (connecteur ouvert).	117
5.14	Analyse haute résolution du signal de différence détecté	117
A.1	Plateforme de test du diagnostic en ligne à base de FPGA Cyclone III et de couplage avec combineur-diviseur.	123

A.2	Organisation interne du module de diagnostic en ligne.	123
A.3	Architecture du bloc de traitement basé sur DspUnit.	125
A.4	Temps de traitement des opérateurs du bloc de traitement. N_D est le nombre d'échantillons des vecteurs de données.	125

Abréviations

ADC	<i>Analogic to Digital Converter.</i> Convertisseur Analogique Numérique
ASIC	<i>Application Specific Integrated Circuit</i>
AUC	<i>Area Under Curve.</i> Aire sous la courbe
CEM	Compatibilité électromagnétique
CPL	<i>Courant Porteurs en Ligne.</i>
DAC	<i>Digital to Analogic Converter.</i> Convertisseur Numérique Analogique
DFT	<i>Discrete Fourier Transform.</i> Transformée de Fourier Discrète
DSP	Densité Spectrale de puissance.
FDR	<i>Frequency Domain Reflectometry.</i> Réflectométrie dans le Domaine Fréquentiel
FFT	<i>Fast Fourier Transform.</i> Transformée de Fourier Rapide
FPGA	<i>Field Programmable Gate Array.</i>
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform.</i> Transformée de Fourier Discrète Inverse
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform.</i> Transformée de Fourier Rapide Inverse
i.i.d	Indépendant et identiquement distribué.
IST	<i>Iterative Shrinkage Thresholding.</i>
LIST	Laboratoire d'Intégration des Système et des Technologies.
MCR	<i>Multicareer Reflectometry.</i> Réflectométrie multiporteuse
MCTDR	<i>Multicareer Time Domain Reflectometry.</i>
NRZ	<i>Non Return to Zero.</i> Codage de bits sans retour à zéro.
PAPR	<i>Peak to Average Power Ratio.</i> Facteur de pic
ROC	<i>Receiver Operating Characteristic.</i> Critère d'évaluation d'un détecteur.
SNR	<i>Signal to Noise Ratio.</i> Rapport Signal à Bruit.
SoC	<i>System on Chip.</i>
SSTDR	<i>Spread Spectrum Time Domain Reflectometry.</i> Réflectométrie par étalement de Spectre
STDR	<i>Sequence Time Domain Reflectometry.</i>
TDR	<i>Time Domain Reflectometry.</i> Réflectométrie dans le Domaine Temporel
VNA	<i>Vector Network Analyzer.</i> Analyseur de réseau vectoriel

Notations

\triangleq	Egal par définition.
a	Scalaire réel ou complexe
a^*	Conjugué de a
\mathbf{a}	Vecteur réel ou complexe
a_k	k^{eme} Composante du vecteur ou signal \mathbf{a}
A_k	k^{eme} Composante du vecteur ou signal $\underline{\mathbf{a}}_f$.
$a(t)$	Signal continu réel ou complexe.
$A(f)$	Transformée de Fourier du signal continu $a(t)$.
\mathbf{A}	Matrice réelle ou complexe
$\mathbf{a}^T, \mathbf{A}^T$	Transposé du vecteur \mathbf{a} ou de la matrice \mathbf{A} .
$\mathbf{a}^H, \mathbf{A}^H$	Transposé conjugué (ou hermitien) du vecteur \mathbf{a} ou de la matrice \mathbf{A} .
$[\mathbf{A}]_{(m,n)}$	Élément de \mathbf{A} situé ligne m colonne n (on compte à partir de 0).
$\cdot \star \cdot$	Produit de convolution de deux signaux (discrets ou continus).
$\mathbb{E}\{x\}$	Espérance mathématique de la grandeur x .
\sim	Distribué selon.
$\ \mathbf{a}\ _p = (\sum a_n ^p)^{\frac{1}{p}}$	norme d'ordre p du vecteur \mathbf{a}
$\mathbb{1}_{\mathcal{A}}$	Fonction indicatrice de l'ensemble \mathcal{A}
	$\mathbb{1}_{\mathcal{A}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathcal{A} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
$\delta(t)$	Distribution de dirac
δ_m^n	Symbole de Kronecker
$\underline{\delta}(n)$	Vecteur impulsion : $\underline{\delta}(n) = (\delta_0^n, \dots, \delta_{N-1}^n)$
$\mathbf{diag}(\mathbf{a})$	Matrice diagonale dont les éléments sont définis par \mathbf{a} .
$\mathcal{C}(\mathbf{a})$	Matrice de convolution circulaire associée à \mathbf{a} $[\mathcal{C}(\mathbf{a})]_{(m,n)} = a_{m-n}$, Soustraction modulo la dimension de \mathbf{a}
$\gamma_{xy}(t)$	Fonction d'intercorrélacion de deux signaux continus $x(t), y(t)$.
$r_{xy}(k)$	Fonction d'intercorrélacion circulaire de deux signaux discrets x_n, y_n .
\mathbf{F}	Matrice de Fourier unitaire $N \times N$: $[\mathbf{F}]_{(m,n)} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{mn}{N}}$
\oplus	OU exclusif (addition binaire sans retenue)
$\lfloor a \rfloor$	Plus grand entier inférieur à a .

Représentation des signaux discrets périodiques ou à support borné

Les signaux discrets mis en jeux dans le système peuvent être représentés par plusieurs notations. Étant donné qu'ils sont périodiques ou ont un support borné, les signaux que l'on utilise sont définis par un nombre fini d'échantillons. Un signal x_n décrit par N échantillons peut ainsi être représenté par

- > Un vecteur colonne que l'on note $\mathbf{x} = (x_0, \dots, x_{N-1})^T$.
- > Une matrice circulante représentant l'opération de convolution circulaire avec ce signal et que l'on note

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_0 & x_{N-1} & \cdots & x_1 \\ x_1 & x_0 & \cdots & x_2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \cdots & x_0 \end{bmatrix}.$$

Alternativement, on pourra parfois écrire $\mathbf{X} = \mathcal{C}(\mathbf{x})$.

➤ Sa transformée de Fourier discrète (DFT) que l'on note

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}.$$

Enfin, on utilisera également la matrice \mathbf{F} qui représente la transformée de Fourier.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & w_N & w_N^2 & \cdots & w_N^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & w_N^{N-1} & w_N^{2(N-1)} & \cdots & w_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}, \text{ avec : } w_N^n = e^{-j2\pi \frac{nn}{N}}.$$

De cette façon, la transformée de Fourier discrète du signal $\underline{\mathbf{x}}$ pourra s'écrire, en notations vectorielles, $\mathbf{F}\underline{\mathbf{x}}$.

A l'ère des liaisons sans fil, la présence de câblages électriques au sein des systèmes complexes demeure manifestement inévitable. Si la nécessité de réseaux filaires pour le transport de l'énergie électrique paraît évidente, la présence d'un support physique bien délimité pour le transport d'informations électriques diverses est également souvent requise. Que ce soit dans une voiture, un avion, un lanceur de satellite ou même un bâtiment l'augmentation de l'étendue des interconnexions va de pair avec l'évolution et la présence de plus en plus massive des dispositifs électroniques.

Le diagnostic de pannes provenant des réseaux filaires devient une opération de plus en plus longue, coûteuse et difficile. En outre, on constate en pratique que les pannes d'origine électronique proviennent la plupart du temps des interconnexions et non des unités de calculs. C'est de ce constat qu'est partie la motivation de mettre au point des systèmes de diagnostic automatique. On entend ici par diagnostic la détection d'un éventuel défaut, sa localisation avec le plus de précision possible afin d'identifier l'élément défectueux et éventuellement sa caractérisation.

L'enjeu est particulièrement important dans les véhicules pour lesquels la sécurité est de mise. Certains défauts de nature électrique, même très localisés peuvent avoir des conséquences non négligeables [1, 2, 3]. On cherche donc désormais à les éviter ou à limiter le plus possible leur durée dans le temps. Ainsi, les nouveaux défis du diagnostic de câbles sont aujourd'hui la détection de défauts intermittents et la prédiction des pannes. Cela conduit le diagnostic de câble à être davantage qu'une aide au dépannage pour devenir un véritable dispositif de sécurité. L'atteinte de ces objectifs passe par un monitoring continu des réseaux. Ce dernier permet une analyse du vieillissement qui, si elle est suffisamment fine, peut être utilisée pour prédire la présence d'un défaut potentiel. Par ailleurs, dans la mesure où le diagnostic est permanent, les défauts intermittents peuvent être détectés et enregistrés. On peut alors intervenir avant que ces derniers ne deviennent permanents.

Ce monitoring permanent implique d'embarquer les systèmes de diagnostic dans l'environnement natif du réseau de câbles. On se retrouve alors face à de sévères contraintes en termes de limite de complexité, d'autonomie et de coût. Le respect des diverses normes relatives à l'application devient également une préoccupation importante. De cela naît une multitude de problématiques qui sont traitées dans cette thèse.

Objectifs et contexte de travail

La possibilité d'embarquer le diagnostic de câbles, pour la détection des défauts intermittents en particulier, suscite un intérêt croissant chez les industriels [4]. Aussi, le point de départ de ce travail est une étude de faisabilité d'une solution totalement autonome et fiable de diagnostic de défauts intermittents et éventuellement du vieillissement des câbles. Cette étude a pu conduire à un ensemble de spécifications génériques du système de diagnostic idéal et pouvant correspondre à des besoins présents ou futurs des industriels. Les applications visées concernent essentiellement les transports. L'objectif de ce travail est donc de se pencher sur divers aspects techniques et scientifiques non résolus ou à optimiser qui permettront d'aboutir à ce système complet de diagnostic.

La réflectométrie qui est une méthode que l'on trouve dans les dispositifs de test de câblage [5] est utilisée pour réaliser ce diagnostic. Cela implique l'injection de signaux électriques large bande sur le réseau. Pour pouvoir localiser les défauts, plus on a besoin de précision, plus l'occupation spectrale des signaux injectés doit être large, comme on le verra dans ce mémoire. Les verrous techniques et scientifiques à lever sont alors multiples. Diverses étapes de traitements du signal doivent être appliquées afin d'optimiser la précision de localisation malgré les limitations de bande passante propres aux composants utilisés. Par ailleurs, lorsque le diagnostic est effectué pendant qu'un système actif utilise le réseau, des problèmes d'interférences peuvent apparaître ce qui peut impliquer d'autres traitements spécifiques. En outre, l'ensemble des traitements doivent être intégrés dans un système le plus discret et le plus petit possible. La question du coût du dispositif est aussi soulevée chez certains industriels, en particulier dans le milieu de l'automobile. La facilité d'intégration et la complexité des calculs sont donc deux critères à ne pas négliger dans la conception des traitements du système de diagnostic. Notons que l'architecture finale devra intégrer des calculs en virgule fixe, la stabilité des algorithmes utilisés est donc de mise.

Il faut également parfois travailler avec une autre inconnue qui est la topologie du réseau. Ce terme de topologie qui sera fréquemment utilisé dans ce mémoire désigne la disposition des différentes branches ou lignes du réseau de câbles et leur longueur. La nature des câbles, fils isolés, paire torsadée, toron de câbles ou autre influe également sur la mesure. Lorsqu'un dispositif de diagnostic est placé dans un véhicule, ces différents éléments sont évidemment généralement connus. Cependant, dans un contexte de productivité et d'optimisation des coûts, il n'est pas envisageable de réaliser des systèmes sur mesure. Il faut donc mettre au point des méthodes de diagnostic génériques et flexibles tout en préservant les performances.

Le travail présenté dans ce manuscrit tente de lever ou de réduire ces difficultés. Un des aspects importants de ce travail a été de mener une réflexion commune sur des domaines techniques et scientifiques différents tels que la théorie du signal, l'électronique, la physique des lignes et l'intégration des systèmes. En partant d'une vision système du diagnostic en ligne ce travail a pu être décomposé en un ensemble de réflexions indépendantes. Les différentes étapes de traitement étudiées ont conduit à la mise au point d'une architecture numérique en vue d'une intégration sur FPGA puis sur ASIC à plus long terme.

Organisation du mémoire

La diversité des problématiques traitées rend les chapitres de ce mémoire complémentaires mais pas toujours dépendants les uns des autres. On peut voir le système de diagnostic comme une chaîne de mesure composée de plusieurs couches tel un système de télécommunication. Chaque chapitre se rapporte ainsi à une ou plusieurs couches de cette chaîne. On peut ainsi dissocier, l'injection du signal de réflectométrie et ses propriétés, l'interface de connexion avec le câble testé que l'on

appellera coupleur, la mise en forme des signaux, la détection et l'analyse de résultat qui a pour but la localisation. En outre, on trouvera dans chaque chapitre un état de l'art propre aux aspects techniques traités.

Le premier chapitre permet de poser les bases théoriques et pratiques des travaux réalisés dans la suite. Les principales notions de la physique des lignes, sur laquelle repose la réflectométrie sont rappelées. Un état de l'art général du diagnostic de câble est également dressé. Enfin, la dernière partie est essentielle à la suite de l'exposé, elle aborde la mise en œuvre de la réflectométrie dans le domaine temporel avec un système numérique. Le formalisme mathématique utilisé dans la suite est ainsi introduit et une étude sur le dimensionnement du système de mesure, en fonction de certaines caractéristiques du réseau à tester, est également présentée.

Le deuxième chapitre traite de la principale problématique du diagnostic en ligne au niveau signal. Il s'agit des interférences qui peuvent exister entre le système cible et le système de diagnostic qui fonctionnent tous deux simultanément. Après une présentation des méthodes connues de l'état de l'art pour résoudre ce type de problématiques, notre approche, présentant certains avantages en termes de flexibilité sera décrite. Cette méthode est basée sur une étape de déconvolution impulsionnelle qui a pour but de compenser les distorsions causées par les propriétés spécifiques du signal injecté. L'essentiel du travail présenté concerne le choix des algorithmes de déconvolutions adaptés à la problématique posée et l'étude de leur performances en fonction des caractéristiques du signal multiporteuse utilisé.

Le troisième chapitre aborde la problématique de la haute résolution. En l'absence de traitement spécifiques, la résolution de localisation des défaut est limitée par les caractéristiques spectrales des signaux mis en jeu. Le terme de haute résolution qualifie l'ensemble des méthodes permettant, pour un spectre donné, d'améliorer cette résolution. Ce chapitre est fortement dépendant du deuxième car les algorithmes de déconvolution introduits dans ce dernier y sont réutilisés mais à un autre niveau de la chaîne de mesure. Les limites de ces algorithmes dans ce contexte de haute résolution sont étudiées et une méthode basée sur un algorithme de déconvolution myope à faible coût de calcul est proposée.

Dans le quatrième chapitre, une méthode innovante permettant de faire de la réflectométrie distribuée en temps réel est proposée. La réflectométrie distribuée consiste à effectuer la mesure en plusieurs points d'un même réseau, permettant ainsi de lever des ambiguïtés quant à la localisation d'un défaut. Dans le cas du diagnostic où l'on cherche à effectuer une mesure en temps réel, plusieurs modules sont connectés au réseau et effectuent leur mesure de manière concurrente. Il en résulte donc des interférences entre les modules que la méthode que nous proposons qualifiée de *moyenne sélective* permet d'annuler. Cette méthode est conçue pour être totalement transparente vis à vis des autres couches de la chaîne de mesure. Ce chapitre est donc totalement indépendant des deux précédents. En revanche il repose bien évidemment toujours sur les bases introduites au premier chapitre.

Deux aspects clés liés à la mise en œuvre sont traités au cinquième chapitre. Le premier aspect concerne le couplage électrique, que l'on peut voir comme la couche physique de la chaîne de mesure, et son influence sur le résultat y seront étudiés. Le deuxième aspect est la détection d'un défaut sur le réseau, c'est à dire la prise de décision concernant l'absence ou la présence d'un défaut. Cette décision permet de savoir à quel moment les traitements étudiés dans les deuxième et troisième chapitre doivent être effectués et avec quel signal d'entrée. Comme nous le verrons ces traitements ont pour objectif la localisation, une fois que la présence d'un défaut a été déterminée. L'étude présentée dans ce chapitre peut donc être vue comme complémentaire mais indépendante des précédents chapitres.

Diagnostic filaire par réflectométrie : principe, bases et techniques de mesure

La réflectométrie reprend le principe du radar en s'appuyant sur la propagation des ondes électromagnétiques ou mécaniques au sein d'un milieu à analyser. Elle rentre dans la catégorie des méthodes de contrôle non destructif (CND). Le principe général est d'émettre une onde incidente dans le milieu, l'analyse des ondes réfléchies donne alors une image ou signature de ce milieu dont on peut extraire des caractéristiques particulières.

On retrouve la réflectométrie dans de nombreux domaines telles que l'hydrologie [6], la géotechnologie [7], le gros oeuvre [8] ou encore le test des matériaux. Son utilisation pour l'analyse de câble commence il y a plusieurs décennies [9, 10] et s'est avérée être un outil performant pour visualiser l'ensemble des singularités présentes dans un câbles ou un réseau de câble. On entend ici par singularité une variation de la géométrie ou un changement des propriétés électriques des matériaux isolants ou conducteurs. La détection et la localisation de défauts électriques est ainsi devenue une application évidente [11].

Ce chapitre a pour but d'exposer le contexte technique en s'appuyant sur les bases théoriques et l'état de l'art des procédés de diagnostic filaire par réflectométrie. Après avoir rappelé les principaux résultats issus de la théorie des lignes de transmission, le principe général de la réflectométrie sera exposé. Cet exposé permettra de dresser un état de l'art des techniques de réflectométrie en présentant les principes théoriques de chacune de ces techniques.

Enfin, la dernière partie de ce chapitre permettra de poser les bases de la mise en oeuvre des méthodes de réflectométrie temporelle dans un système numérique pouvant être embarqué. Cette dernière partie constitue la base théorique sur laquelle s'appuient l'ensemble des méthodes exposées dans ce mémoire.

1.1 Théorie des lignes et coefficients de réflexion

Les techniques de réflectométrie reposent sur la propagation des signaux électriques dans une ligne de transmission. En effet, la façon dont se propagent les signaux est liée aux caractéristiques

physiques de la ligne. Elles sont en partie dépendantes de la longueur de la ligne et des singularités et peuvent correspondre à des défauts (court-circuits, circuits ouverts).

Le comportement de la ligne, au niveau électrique, peut donc apporter des informations sur ces défauts. Les bases de la théorie des lignes sont présentées ici afin d'établir le lien entre la réponse électrique d'une ligne et les caractéristiques des défauts présents. On trouvera davantage de détails sur la théorie des lignes dans [12, 13] .

1.1.1 Équations de propagation et coefficients de réflexion

Une ligne de transmission peut être modélisée par la mise en cascade de sections élémentaires correspondant au schéma visible figure 1.1. Dans ce modèle, les éléments R et G correspondent aux pertes en ligne.

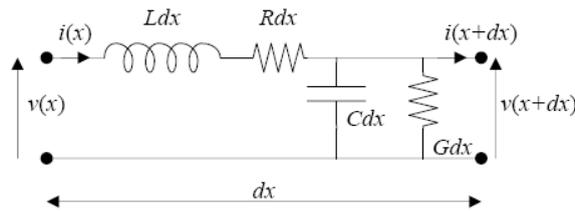


Figure 1.1 – Section élémentaire d'une ligne de transmission

L'application des lois de Kirchoff sur ce modèle élémentaire permet d'aboutir aux deux équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = -Ri(x, t) - L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = -Gv(x, t) - C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t}. \quad (1.2)$$

Supposons que la ligne soit soumise à une tension sinusoïdale de pulsation $\omega = 2\pi f$, on peut écrire les ondes de tension et de courant :

$$\begin{aligned} v(x, \omega, t) &= V(x, \omega)e^{j\omega t} \\ i(x, \omega, t) &= I(x, \omega)e^{j\omega t}, \end{aligned}$$

où v, i sont les valeurs complexes instantanées et V, I les modules (amplitudes) de la tension et du courant respectivement. En injectant ces deux expressions dans (1.1) et (1.2), il vient :

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = -(R + jL\omega)I(x, t); \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial I(x, t)}{\partial x} = -(G + jC\omega)V(x, t). \quad (1.4)$$

En associant (1.3) et (1.4) on obtient les équations de propagation :

$$\boxed{\frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} - \gamma^2 V(x, t) = 0} \quad (1.5)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 I(x, t)}{\partial x^2} - \gamma^2 I(x, t) = 0} \quad (1.6)$$

avec : $\gamma = \sqrt{(G + jC\omega)(R + jL\omega)} = \alpha + j\beta$, la constante de propagation.

Ces équations sont communément appelées *équations des télégraphistes*. La résolution de ces équations, dans le cas d'une onde sinusoïdale, aboutit à l'expression

$$V(x, t) = V_0^{(+)} e^{-\gamma x} + V_0^{(-)} e^{\gamma x} = Z_c(\omega) I(x, t), \quad (1.7)$$

où

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}}$$

est l'*impédance caractéristique* de la ligne. L'équation (1.7) montre que l'onde de tension se décompose en une *onde progressive* ($V_0^{(+)} e^{-\gamma x}$) et une *onde rétrograde* ($V_0^{(-)} e^{\gamma x}$). Le rapport entre ces deux composantes est appelé *coefficient de réflexion*. Cette réflexion est liée à la variation de l'impédance caractéristique de la ligne. Ainsi, dans le cas d'une ligne uniforme ($Z_c(x) = \text{cte}$), il n'y a pas de réflexion.

Si l'on considère la ligne comme une suite de tronçons uniformes comme cela est illustré figure 1.2, l'onde progressive et l'onde rétrograde sont réfléchies au niveau de chaque singularité. A chaque variation d'impédance :

➤ l'onde progressive est réfléchiée avec un coefficient :

$$\Gamma_k^+ = \frac{v_0^{(-)}(x_k, t)}{v_0^{(+)}(x_k, t)} = \frac{Z_{k+1} - Z_k}{Z_{k+1} + Z_k}.$$

➤ l'onde rétrograde est réfléchiée avec un coefficient :

$$\Gamma_k^- = \frac{v_0^{(+)}(x_k, t)}{v_0^{(-)}(x_k, t)} = \frac{Z_k - Z_{k+1}}{Z_k + Z_{k+1}}.$$

➤ les *coefficients de transmission* des ondes de **tension** sont : $T_k^{(+)} = 1 + \Gamma_k^{(+)}$ et $T_k^{(-)} = 1 + \Gamma_k^{(-)}$

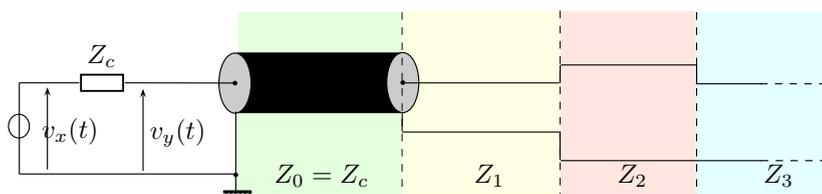


Figure 1.2 – Décomposition d'une ligne en tronçons uniformes

Lorsque $Z_k = Z_{k+1}$ on dit qu'il y a *adaptation d'impédance*, cette adaptation entraîne une réflexion nulle. Ainsi le rôle de l'impédance Z_c mise en série avec la source de injection dans le schéma de la figure 1.2 est d'éviter qu'il y ait des réflexions au niveau du point d'injection¹. Dans le cas général, les coefficients Γ_k sont des grandeurs complexes

$$\Gamma_k(f) = \Gamma_k^R + j\Gamma_k^I(f).$$

La partie imaginaire est liée à la nature inductive ou capacitive des singularités. Dans la plupart des applications et aux fréquences de travail utilisées, on pourra raisonnablement considérer (en première approximation) que $|\Gamma_k^R| \gg |\Gamma_k^I(f)|$ ce qui permettra de négliger l'effet de filtrage au niveau du point de réflexion.

1. Ces réflexions seraient le siège d'une perte inutile d'énergie

Les défauts potentiels présents sur la ligne constituent des singularités qui affectent donc la propagation du signal. Dans le cas des *défauts francs*, un court-circuit entraîne un coefficient de réflexion $\Gamma_k = -1$ et pour un circuit ouvert $\Gamma_k = 1$. Ces défauts peuvent correspondre à des faux contacts dans un réseau électrique. Des réflexions peuvent également être causées par des défauts plus subtils tels que l'usure des câbles [14, 15], dans ce cas l'amplitude des échos est généralement plus faible ce qui les rend plus difficiles à détecter. On parle alors de *défauts non francs*.

1.1.2 Vitesse de propagation

Les ondes réfléchies dans la ligne reviennent au point d'injection. Le temps T mis pour l'aller-retour de l'onde de tension dépend de la vitesse de propagation

$$T = \frac{2x}{v}, \quad (1.8)$$

où x est la distance, en mètres, qui sépare la singularité du point d'injection et v la vitesse de propagation.

La vitesse de propagation est une donnée importante car, c'est elle qui permet de connaître l'emplacement d'un défaut par la relation (1.8). Dans le cas où on néglige les pertes (éléments R et G du modèle de la figure 1.1), on peut écrire

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \Rightarrow v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

En réalité, la vitesse de propagation varie en fonction de la fréquence, ce qui cause de la *dispersion*. Ce phénomène est lié aux pertes en ligne et a pour conséquence un effet de filtrage passe-bas indésirable en réflectométrie. Cet effet inclut également une atténuation qui augmente avec la fréquence. Par ailleurs, dans le cas des lignes non uniformes (c'est-à-dire souvent), la vitesse n'est pas la même partout ce qui implique de considérer une vitesse moyenne. De plus, on connaît rarement L, C précisément ce qui rend délicate l'estimation de v .

En pratique, dans les procédés de réflectométrie, on négligera souvent ce phénomène de dispersion que l'on pourra considérer comme un filtrage passe-bas parasite. Ceci étant, l'ordre de grandeur de la vitesse de propagation dans les lignes est en général de l'ordre de

$$v \approx \frac{2}{3}c_{lum} = 200000km.s^{-1},$$

où $c_{lum} \approx 300000km.s^{-1}$ est la vitesse de la lumière. Sauf mention du contraire, cette valeur de vitesse de propagation sera utilisée dans la suite.

1.1.3 Matrice de répartition et réponse impulsionnelle

Nous verrons plus loin que la réflectométrie, utilisée pour la détection de défauts, consiste à mesurer le coefficient de réflexion du réseau, en un point donné, que l'on appellera *réponse du canal*. Avant d'aborder l'étude de la réflectométrie et les techniques de mesures associées ; les principales caractéristiques de cette réponse et la répercussion des singularités d'un réseau sur cette dernière sont présentées dans cette section. Enfin les approximations qui sont faites en pratique seront également décrites.

La *matrice de répartition* (encore appelée paramètres S) est le formalisme que l'on utilise couramment en métrologie pour caractériser les multipôles en hyperfréquence. Elle permet en outre de

mettre en évidence la propagation d'ondes progressives et rétrogrades. On trouvera une description détaillée de ces paramètres ainsi que leur relations avec les autres systèmes de paramètres dans [12].

Pour reprendre les principaux aspects de leurs définitions, ces paramètres représentent un transfert de puissance entre les ondes progressives et rétrogrades des différent pôles. On a ainsi

$$b_j = \sum_{i=1}^N S_{ji} a_i, \quad (1.9)$$

où a_i , b_i représentent respectivement les ondes progressives et rétrogrades du i^{eme} pôle et sont homogènes à des racines de puissance. En considérant que chaque pôle a une impédance caractéristique réelle de valeur R_{0i} , ces grandeurs sont définies par

$$a_i = \frac{V_i + R_{0i} I_i}{2\sqrt{R_{0i}}}, \quad (1.10)$$

$$b_i = \frac{V_i - R_{0i} I_i}{2\sqrt{R_{0i}}}. \quad (1.11)$$

Reprenons l'exemple de ligne non uniforme schématisée figure 1.2. Ce réseau peut être représenté par des quadripôles en cascade. Chaque tronçon est formé de deux quadripôles, l'un représentant la ligne (uniforme) et le deuxième la jonction (rupture d'impédance). Les réflexions propres au tronçon sont liées à cette jonction qui constitue la singularité que l'on désire observer. Il y a donc $2N$ quadripôles pour N tronçons.

A Modèles et approximations

Ces quadripôles peuvent être représentés par leur matrice de répartition

- **Les lignes** étant considérées comme uniformes, elles n'induisent aucune réflexion ($S_{11}^{(l)} = S_{22}^{(l)} = 0$). La transmission se caractérise par un retard et une atténuation qui dépendent de la fréquence et induisent un filtrage à l'origine du *phénomène de dispersion* des échos. On trouvera une étude de cette atténuation dans [16]. Cette atténuation limite ainsi la bande passante du réseau. On aboutit alors au modèle suivant

$$S_{12}^{(l)}(f) = S_{21}^{(l)}(f) = \underbrace{\exp\left(-j2\pi f \frac{l}{v}\right)}_{\text{Retard}} \cdot \underbrace{\exp\left(-\left(a_0 + a_1 f^k\right) l\right)}_{\text{Atténuation}} \quad (1.12)$$

où l est la longueur de la ligne. L'étude des paramètres a_0 , a_1 et k du modèle d'atténuation fait l'objet de diverses publications [17, 18, 19]. En pratique, pour des petites et moyennes longueurs, ces pertes peuvent être confondues avec le filtrage passe-bas propre au système de mesure. L'approximation qui consiste à considérer les lignes comme des retards purs sera ainsi fréquemment utilisée pour la détection de défauts. Néanmoins, comme on le verra, en réflectométrie il faut garder à l'esprit que cette atténuation (dépendante de la fréquence) constitue une limite de précision physique en ce qui concerne la localisation des singularités dans un réseau.

- **Les jonctions** ont des coefficients de réflexion et transmission qui peuvent être considérés dans un cas idéal comme des constantes. On considèrera ainsi que

$$S_{11}^{(J_i)}(f) = -S_{22}^{(J_i)}(f) = \frac{Z_{i+1} - Z_i}{Z_{i+1} + Z_i}, \quad (1.13)$$

$$S_{21}^{(J_i)}(f) = S_{12}^{(J_i)}(f) = \frac{2\sqrt{Z_{i+1}Z_i}}{Z_{i+1} + Z_i}, \quad (1.14)$$

où J_i identifie la $i^{\text{ème}}$ jonction entre les tronçons i et $i + 1$. En considérant ces coefficients comme constants, on néglige tout effet inductif ou capacitif au niveau des jonctions. Nous aurons l'occasion de traiter quelques cas où ces coefficients ne sont pas constants au chapitre 5.

B Modèle de la réponse

Finalement, chaque tronçon modélisé par une paire de quadripôles peut être caractérisé par ses coefficients de réflexion et de transmission en tension

$$\rho_i^{(+)} = -\rho_i^{(-)} = S_{11}^{(J_i)} \quad (1.15)$$

$$\tau_i^{(+)} = \frac{Z_{i+1}}{Z_i} \tau_i^{(-)} = \sqrt{\frac{Z_{i+1}}{Z_i}} S_{21}^{(l_i)} S_{21}^{(J_i)}. \quad (1.16)$$

La réponse peut alors s'exprimer en fonction de ces coefficients de transmission et de réflexion

$$H(f) = \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} \rho_n^{(+)} \prod_{m=0}^{n-1} \tau_m^{(+)} \tau_m^{(-)}}_{\text{Echos primaires}} + \underbrace{\sum_{l=1}^{N_{sec}} \left(\prod_{m_1 \in M_1^{(l)}} \rho_{m_1}^{(+)} \prod_{m_2 \in M_2^{(l)}} \rho_{m_2}^{(-)} \prod_{m_3 \in M_3^{(l)}} \tau_{m_3}^{(+)} \prod_{m_4 \in M_4^{(l)}} \tau_{m_4}^{(-)} \right)}_{\text{Echos secondaires}} \quad (1.17)$$

On distingue ici les *échos primaires* qui correspondent aux trajets directs de chaque singularité des *échos secondaires* qui résultent de réflexions multiples. Chaque écho primaire est formé d'un seul coefficient de réflexion d'onde progressive et des coefficients de transmission correspondant au chemin direct. Ils sont au nombre de N pour N tronçons. A l'opposé, chaque écho secondaire, tel qu'exprimé dans (1.17) est formé d'un ensemble de coefficients de transmission et de réflexion décrivant chaque trajet (non direct) possible. Les ensembles $M_{1,2,3,4}^{(l)}$ représentent le parcours du $n^{\text{ème}}$ écho secondaire. $M_1^{(l)}, M_2^{(l)}$ contiennent les indices des jonctions sur lesquelles l'écho s'est réfléchi, respectivement dans les sens progressif et rétrograde. $M_3^{(l)}, M_4^{(l)}$ contiennent les indices des jonctions traversées par l'écho, respectivement dans les sens progressif et rétrograde. Le nombre théorique N_{sec} d'échos secondaires peut aller jusqu'à l'infini. L'expression complète de $H(f)$ donnant le détail des échos secondaires pour une ligne non uniforme est donnée dans [20] et il est possible à partir de $H(f)$ de remonter au profil d'impédance. Diverses méthodes existent pour remonter ainsi aux coefficients de transmission et de réflexion, on peut notamment citer [21] qui passe par une modélisation des quadripôles utilisant les matrices chaînes.

Nous verrons que pour la détection de défauts, on s'intéresse essentiellement aux échos primaires (ou principaux) qui donnent directement une information sur la distance et la nature de la singularité. Les échos secondaires quant à eux sont difficilement maîtrisables et constituent dans certains cas une perturbation.

En pratique, les réseaux complexes qui seront utilisés sont constitués de jonctions à plusieurs branches. Dans ce cas, l'expression des échos primaires reste similaire et correspond à la somme des différentes bifurcations. L'expression des échos secondaires en revanche se complexifie et doit prendre en compte le passage des ondes d'une branche à l'autre. Notons en outre que l'estimation des impédances des tronçons à partir de la réponse devient beaucoup plus complexe et s'appuie souvent sur des méthodes basées sur des heuristiques telles que [22, 23]. En fonction de la stratégie de détection de défauts, les échos secondaires seront ou ne seront pas pris en compte, ces stratégies seront abordées à la section 1.2.3.

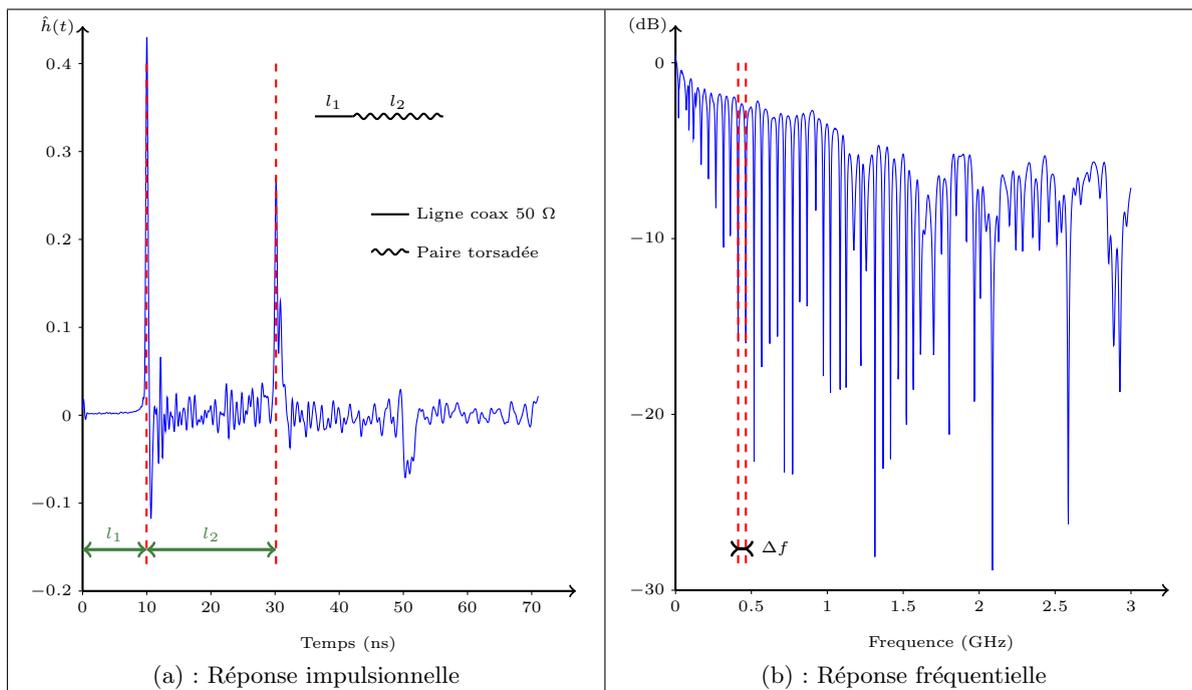


Figure 1.3 – Exemple réponse d’une ligne non uniforme dans les domaines fréquentiel et temporel obtenue par mesure à l’analyseur de réseau vectoriel.

Le résultat de la figure 1.3 montre les réponses impulsionnelle et fréquentielle d’un exemple simple de ligne non uniforme composée d’une ligne coaxiale de 1 mètre en cascade avec une paire torsadée de 2.17m. Le premier pic correspond au passage de la ligne coaxiale (impédance 50 Ω) à la paire (impédance d’environ 120 Ω). La mesure est ici réalisée à l’analyseur de réseau vectoriel et l’estimation de la réponse impulsionnelle est obtenue par transformée de Fourier inverse fenêtrée. Cette dernière a volontairement été effectuée sur une large bande (300 kHz - 3 GHz avec une résolution de 2 MHz)) afin d’apprécier les imperfections que l’on rencontre en pratique. Notamment, on remarque le petit pic négatif au niveau de la jonction qui peut s’expliquer par le fait que les fils de la paire torsadée sont un peu plus écartés au tout début. Le module de la réponse fréquentielle illustre l’augmentation de l’atténuation avec la fréquence. On notera également que l’écart entre les anti-résonances est inversement proportionnel aux longueurs, ici $\Delta f = \frac{v}{2l_2}$.

De manière générale on considère en première approximation que la réponse est de la forme

$$H(f) = \sum_{k>0} \alpha_k e^{j2\pi f \tau_k}, \quad (1.18)$$

où α_k et τ_k sont respectivement l’amplitude et le retard du k^{eme} écho. Cela revient à négliger les facteurs d’atténuation². Le modèle (1.18) peut aussi s’écrire dans le domaine temporel

$$h(t) = \sum_{k>0} \alpha_k \delta(t - \tau_k). \quad (1.19)$$

L’analyse de ligne par tronçons présentée plus haut constitue une première approche des lignes non uniformes. En outre, on pourra trouver dans [24] une étude plus approfondie des lignes non uniformes.

2. On peut également parler d’*approximation parcimonieuse* de $h(t)$

1.1.4 Généralisation à des lignes et réseaux multifilaires

L'approche utilisée pour aboutir aux équations des télégraphistes peut être étendue au cas des lignes multifilaires [13, 24, 25]. Dans ce cas, le modèle élémentaire est constitué d'une matrice inductance et d'une matrice capacité. Dans ces matrices, les termes non diagonaux correspondent aux inductances et capacités mutuelles entre les différents brins. Qualitativement, le comportement de ces lignes est identique mais il faut ajouter à cela la *diaphonie* entre les fils qui se caractérise par les inductances et les capacités mutuelles.

1.2 Principe de la réflectométrie

Le principe de la réflectométrie est de mesurer la réponse $h(t)$ ou $H(f)$ en fréquentiel qui, comme nous l'avons vu précédemment, représente les ondes réfléchies, c'est à dire le coefficient de réflexion $S_{11}(f)$. Cette mesure nécessite de se connecter électriquement en un point du réseau pour simultanément injecter un *signal test* que l'on notera $x(t)$ et y mesurer la tension présente $y(t)$. Idéalement les circuits d'injection et de mesure sont adaptés à l'impédance du réseau testé afin de ne pas dénaturer la mesure. Cette *adaptation d'impédance* ainsi que l'extraction du signal $y(t)$ constituent le *couplage électrique* qui est généralement effectué par des *éléments passifs* tels que des transformateurs, des filtres et des éléments hautes fréquence tels que des *circulateur* et/ou *combineur-diviseur* de puissance. Les signaux émis et reçus sont alors reliés par une convolution

$$y(t) = \alpha_0 x(t) + \gamma \int_0^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau = [(h + \alpha_0) \star x](t) \quad (1.20)$$

α_0 correspond à la part du signal injecté qui est récupérée à la capture et qui dépend de l'interface physique et de l'impédance caractéristique du réseau testé. Lorsqu'elle est présente, la compensation de cette composante parasite ne pose en général pas de problème en pratique, on considérera donc $\alpha_0 = 0$ dans la suite. γ représente le gain global de l'électronique de mesure, s'il n'y a pas d'amplification on a typiquement $\gamma = \frac{Z_0}{R_{out} + Z_0}$ où R_{out} est l'impédance de sortie du dispositif de mesure, que l'on appellera dans la suite *réflectomètre* et Z_0 l'impédance caractéristique du premier tronçon du réseau diagnostiqué. On posera $\gamma = 1$ dans la suite. On remarque que l'intervalle de l'intégrale est limitée aux réels positifs en raison du fait que h est *causale*. On peut également écrire cette relation dans le domaine fréquentiel

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \quad (1.21)$$

Après diverses opérations de traitement qui seront détaillées plus loin, on obtient une estimation de la réponse impulsionnelle du réseau $\hat{h}(t)$ que nous appellerons *réflectogramme*. L'interprétation de ce résultat va permettre la détection de défauts éventuels. Cette phase d'interprétation repose en général sur plusieurs hypothèses telles que la topologie du réseau par exemple.

Comme le traduisent (1.20) et (1.21), c'est le signal test qui "porte" l'information recherchée à travers l'opération de convolution. On comprend alors que pour évaluer correctement la réponse du réseau, les caractéristiques du signal test vont devoir satisfaire un certain nombre de conditions. Ainsi, la réflectométrie est assimilable aux problèmes d'*identification de procédés*. En particulier ce sont essentiellement les caractéristiques spectrales de X qui nous intéressent. Ces contraintes peuvent se résumer par deux compromis duaux.

- **La résolution temporelle** de l'estimation dépend de la largeur de l'intervalle spectral sur lequel $H(f)$ est connue. En effet, étant donné que l'estimation est obtenue par convolution, cette largeur dépend directement du spectre du signal test $X(f)$. La résolution est une caractéristique très importante car elle détermine avec quelle finesse deux singularités proches l'une de l'autre pourront être discriminées.

Si l'on considère le cas où $x(t)$ est une impulsion de forme quelconque, on peut définir de manière générique la *résolution temporelle* par la relation

$$\Delta t \triangleq \sqrt{\frac{\int t^2 |x(t)|^2 dt}{\int |x(t)|^2 dt}}. \quad (1.22)$$

qui correspond à l'écart-type de l'étalement temporel de l'impulsion. Or, plus cet étalement sera grand, moins la résolution sera bonne. De la même manière, on peut définir la largeur spectrale de manière générale par

$$B \triangleq \sqrt{\frac{\int f^2 |X(f)|^2 df}{\int |X(f)|^2 df}}. \quad (1.23)$$

Pour une largeur spectrale donnée, la résolution temporelle est limitée par l'*inégalité d'Heisenberg Gabor* [26]

$$B\Delta t \geq \frac{1}{4\pi}. \quad (1.24)$$

Cette relation traduit le compromis temps fréquence qui se retrouvera dans toutes les méthodes de réflectométrie. Cette limite ne peut être dépassée que si l'on peut utiliser des informations *a priori* sur $H(f)$.

- De la même manière, la **largeur temporelle** de $h(t)$ est liée à la **résolution fréquentielle**. Cette largeur temporelle, que l'on appellera dans la suite *horizon de la réponse*, dépend de la longueur des câbles du réseau diagnostiqué. Ainsi, plus ces longueurs sont importantes, plus la résolution fréquentielle doit être fine.

Lors de la mise en oeuvre des méthodes de réflectométrie on est donc amené à manipuler des signaux très large bande ce qui a un impact important sur l'électronique essentiellement sur les dispositifs de couplage. Notons également que les choix technologiques dans la conception d'un système de réflectométrie seront très différents selon que l'on désire diagnostiquer des grandes ou des petites longueurs.

Divers techniques de mesure [27] existent pour le diagnostic par réflectométrie. On peut les regrouper en deux principales catégories. Les méthodes fréquentielles dont la mesure fournit une estimation de $H(f)$ et les méthodes temporelles dont la mesure fournit une estimation de $h(t)$.

1.2.1 Réflectométrie dans le domaine fréquentiel (FDR)

Il est possible de mesurer directement la réponse du réseau dans le domaine fréquentiel en évaluant le gain complexe (amplitude et phase) du réseau pour chaque fréquence séparée par un intervalle Δf de la bande désirée. Pour cela le dispositif, schématisé figure 1.4, injecte de manière consécutive des tensions sinusoïdales de fréquences différentes. C'est ainsi que procèdent les *analyseurs de réseaux vectoriels*.

En pratique, on utilise un VCO (*Voltage Controlled Oscillator*) pour générer le signal sinusoïdal.

Lorsque l'on fait ce type de mesure, il est souvent nécessaire de pouvoir remonter à la réponse impulsionnelle, en particulier pour l'analyse des coefficients de réflexion de chaque singularité. Pour cela, on peut procéder par transformée de Fourier discrète. Il existe également des méthode

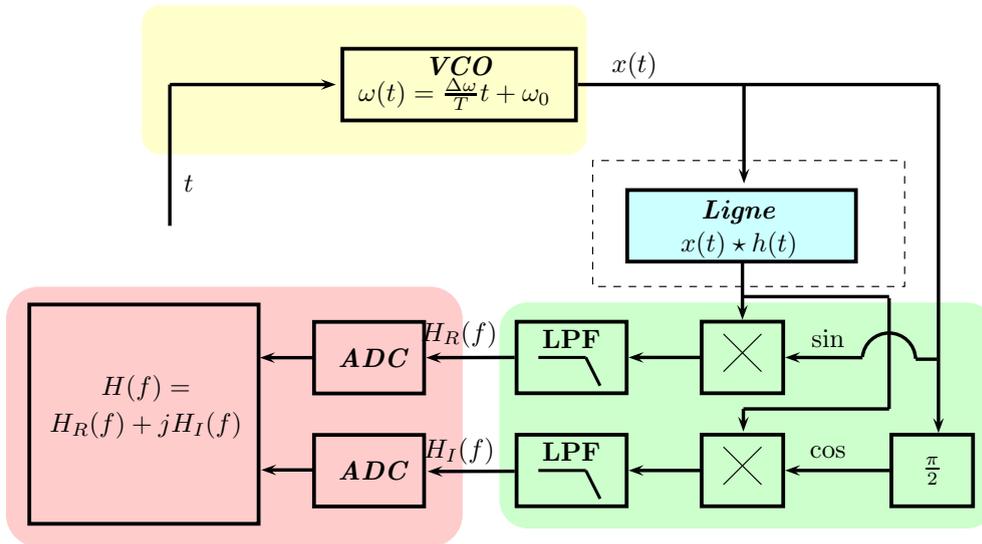


Figure 1.4 – Principe de mesure de la réponse fréquentielle

d'optimisation qualifiées de *Méthodes haute résolution*. Ces méthodes consistent en une estimation paramétrique d'une somme de sinusoïdes complexes, ces sinusoïdes pouvant être modulées³[28, 29, 30].

Dans le cas des systèmes dédiés à la réflectométrie, on se limite à la mesure de la partie réelle de la réponse fréquentielle ce qui permet d'économiser un multiplexeur et une entrée analogique dans le schéma de la figure 1.4. En effet, la réponse impulsionnelle $h(t)$ étant réelle et causale, la connaissance de la partie réelle de la réponse fréquentielle sur l'intervalle $[0, +\infty[$ est suffisante pour caractériser entièrement une ligne. Ce procédé de mesure fréquentielle "réduite" est communément appelé FDR (*Frequency Domain Reflectometry*). On trouve alors plusieurs procédés qui dérivent de la FDR et qui permettent une implémentation plus ou moins complexe tels que la MSR (*Mixed Signal Reflectometry*)[31] ou encore la PDFDR (*Phase Detection Frequency Domain Reflectometry*)[32] qui ont été expérimentées à l'*Utah State University* pour les courtes distances.

L'avantage principal des méthodes de réflectométrie dans le domaine fréquentielle est que l'on obtient directement la réponse fréquentielle du réseau sur laquelle les traitements tels que les opérations de calibration et de compensation (rencontrées dans les analyseurs de réseaux vectoriels) sont immédiats. De même ces méthodes facilitent les traitements plus spécifiques pour prendre en compte certains effets de filtrage tels que la dispersion [33, 34]. Cependant, ces méthodes nécessitent divers blocs d'électroniques analogiques haute fréquence difficilement intégrables. De plus l'analyse finale des défauts se faisant dans le domaine temporel, des traitements complexes de passages fréquence-temps sont requis. C'est pourquoi on préférera généralement les méthodes dérivées de la TDR (*Time Domain Reflectometry*) pour le diagnostic de câbles en particulier lorsqu'il est embarqué.

1.2.2 Réflectométrie dans le domaine temporel

A la différence des méthodes fréquentielles où l'on effectue une série de mesures correspondant à des fréquences pures, on injecte ici une fois un signal test dont les caractéristiques spectrales

3. La modulation des sinusoïdes dans le modèle de la réponse fréquentielle d'une ligne peut être issue de la nature complexe d'une réflexion ou des effets de filtrage liés à la dispersion

correspondent aux contraintes que l'on s'est fixé. On récupère ensuite les échos de ce signal plus ou moins retardés et pondérés par un coefficient.

En outre, une mesure dans le domaine temporel peut être beaucoup plus rapide que les méthodes fréquentielles. Cependant, l'électronique numérique permettant la récupération et la mémorisation du résultat doit être très rapide en raison des constantes de temps très courtes.

A Méthode de base : la TDR (Time Domain Reflectometry)

La méthode temporelle de base que l'on appelle communément TDR pour *Time Domain Reflectometry* consiste à envoyer une impulsion sur la ligne. C'est la méthode la plus simple [35] dans la mesure où le signal mesuré contient les échos sous forme de pics ce qui permet une analyse directe. Cette méthode de base est actuellement la plus couramment utilisée dans le milieu de l'ingénierie, on la retrouve aussi sous l'appellation *échométrie* [36, 37].

Le signal émis peut être de diverses formes :

➤ La *distribution Gaussienne*⁴

$$x(t) = e^{-\frac{1}{2} \frac{t^2}{\sigma^2}}$$

est souvent prise comme signal de référence car il correspond à l'égalité dans la limite de *Heisenberg Gabor* donnée par (1.24). Elle illustre ainsi parfaitement le compromis temps fréquence propre à l'identification de procédé. Notons que lors de la conversion des mesures du domaine fréquentiel au domaine temporel, on utilise fréquemment un fenêtrage proche de la gaussienne ce qui permet d'obtenir l'équivalent d'une TDR avec un signal test gaussien.

➤ Le signal le plus simple à générer en pratique est la *fonction porte*

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < T/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Lors de la mesure avec un système numérique, on le préférera généralement à une gaussienne car il est plus simple à générer. Par ailleurs, ce type de signal est bien adapté lorsque l'on ramène la notion de résolution à un nombre d'échantillons comme on le verra dans 1.3

Nous aurons l'occasion d'étudier l'effet de la convolution de $h(t)$ avec la fonction porte dans 1.3.

B Compression d'impulsion

L'inconvénient majeur de la TDR de base est que l'énergie du signal que l'on peut émettre est limitée. En effet, à partir du moment où le signal test est restreint à une impulsion le seul moyen d'augmenter l'énergie du signal est d'augmenter son amplitude. Ainsi, si l'on prend le cas de la fonction porte, l'énergie est donnée par

$$E_{\text{TDR}} = A^2 T, \quad (1.25)$$

où A est l'amplitude du signal. Rappelons qu'afin d'obtenir une résolution temporelle intéressante, on cherche à minimiser T . Ainsi, l'idée de la compression d'impulsion est d'utiliser la fonction d'autocorrélation du signal test afin de pouvoir étaler l'énergie dans le temps comme l'illustre la figure 1.5 :(a). D'après la *formule des interférences*⁵, l'intercorrélacion entre le signal mesuré et le

4. Il s'agit ici d'une gaussienne normalisée, *i.e.* : $\max[x(t)] = 1$.

5. Lorsque l'on obtient deux signaux y_1, y_2 en convoluant respectivement deux signaux x_1, x_2 par deux filtres stables h_1, h_2 . L'intercorrélacion entre les deux signaux de sortie est donnée par la formule des interférences

$$\gamma_{y_1 y_2} = \tilde{h}_2 \star h_1 \star \gamma_{x_1 x_2} \text{ avec : } \tilde{h}(t) = h^*(-t)$$

signal émis est donnée par :

$$\gamma_{xy}(t) = (\gamma_{xx} \star h)(t). \quad (1.26)$$

L'opération de corrélation⁶ effectuée ici correspond en fait à un *filtrage adapté* [38]. Le filtrage adapté permet la détection d'un signal déterministe connu en maximisant le rapport signal à bruit. La mesure de la réponse impulsionnelle se fait alors selon le schéma de la figure 1.5 :(b). Cette opération permet donc une nette réduction du bruit visible au niveau du réflectogramme.

On peut alors obtenir un réflectogramme équivalent au résultat de la TDR. Pour cela, il faut choisir un signal $x(t)$ ayant une bonne fonction d'autocorrélation, idéalement un dirac, mais dont l'énergie est uniformément répartie sur le support temporel de ce signal de durée T_x . L'énergie obtenue par compression d'impulsion devient alors

$$\begin{aligned} E_{\text{COMP}} &= A^2 \int_0^{T_x} x^2(t) dt \\ &\approx A^2 T_x \cdot \mathbb{E}(x^2), \end{aligned} \quad (1.27)$$

où $\mathbb{E}(x^2)$ représente la puissance moyenne du signal sur le support. Ainsi pour une même amplitude, on peut augmenter l'énergie du signal en élargissant son support. Plusieurs signaux présentant de plus ou moins bonnes propriétés et plus ou moins faciles à générer peuvent être utilisés[39]. Idéalement on peut citer l'exemple du bruit blanc dont l'autocorrélation est un *dirac*. Cependant, ce type de signal n'est pas aisément synthétisable, on va donc s'en approcher en utilisant des signaux générés, habituellement de façon numérique.

Les séquences à longueur maximum ou *MSéquences* utilisées dans la méthode STDR (*Sequence Time Domain Reflectometry*)[40, 41, 42, 43] sont des signaux présentant des propriétés adaptées à ce type de mesure.

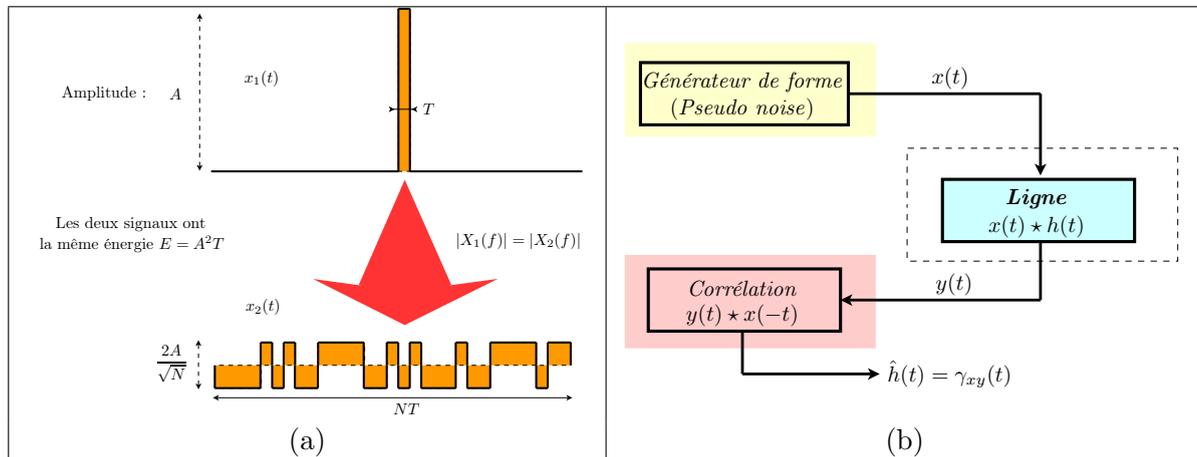


Figure 1.5 – Principe de la compression d'impulsion

Les premières applications de la STDR au diagnostic filaire datent des années 90 [44]. Nous verrons que cette méthode constitue une première solution au diagnostic en ligne. Nous aurons à nouveau l'occasion d'aborder la STDR au prochain chapitre car les procédés de réflectométrie par transposition de fréquence s'appuient sur cette méthode dont l'efficacité a déjà été démontrée [45]. Notons qu'une implémentation sur un circuit intégré de la STDR a déjà été réalisée aux Etats Unis pour le diagnostic embarqué dans les avions [46].

6. Le système identifié (*i.e.* : la ligne de transmission) étant un système causal, on ne s'intéresse qu'à la partie positive de l'intercorrélation $\gamma_{xy}(t)$.

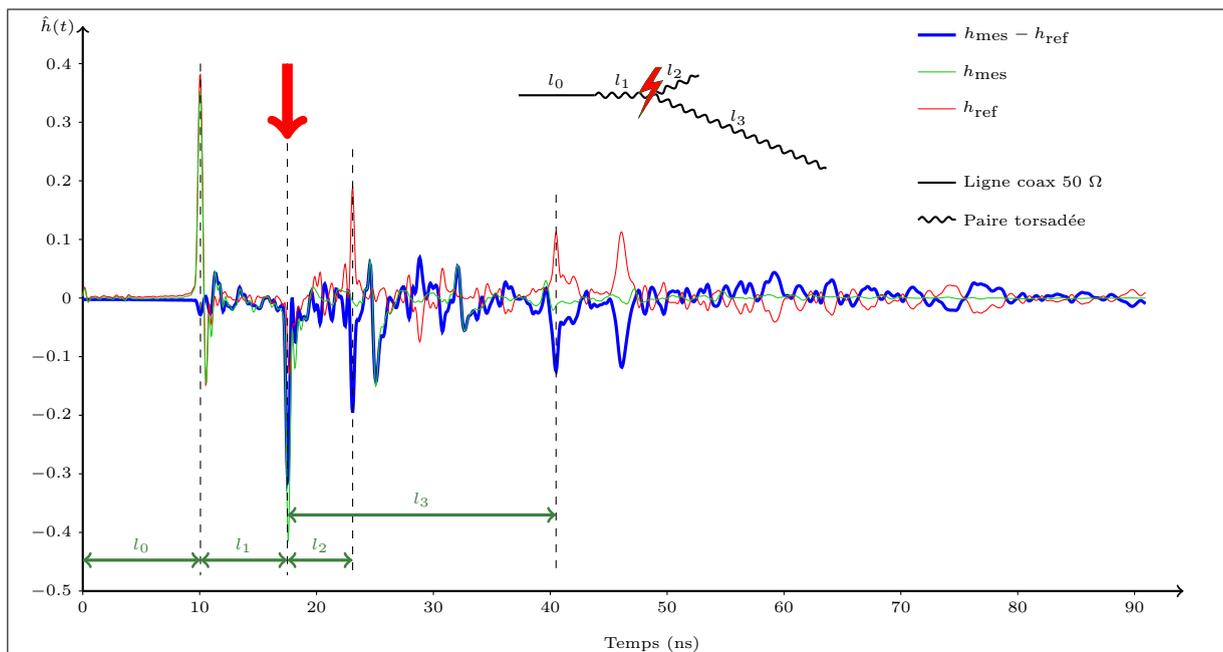


Figure 1.6 – Détection de défaut par différence sur un réseau de type Y

Ce procédé de réflectométrie temporelle est également utilisé en *réflectométrie distribuée* [47]. Le but de ce procédé est de lever les ambiguïtés que l'on rencontre lorsque l'on diagnostique des réseaux complexes. Pour lever cette ambiguïté, l'idée est de mesurer simultanément la réponse réflectométrique en plusieurs points du réseau. L'intérêt de la STDR est, dans ce cas, de pouvoir synthétiser des signaux orthogonaux, cette utilisation sera détaillée au chapitre 4.

1.2.3 Réflectométrie et détection de défaut

Le résultat de la réflectométrie est une estimation de la réponse impulsionnelle du réseau $h(t)$. Dans notre cas, la finalité de cette mesure est la détection de défauts électriques, ou l'analyse du vieillissement d'un réseau de câbles. Cette détection passe par une analyse de la réponse qui est généralement comparée à une ou plusieurs⁷ référence(s). Dans le cas où l'on dispose de plusieurs références différentes, il s'agit dans un premier temps de déterminer celle qui correspond à l'état actuel du réseau. C'est ensuite à partir des différences entre la mesure et la référence que l'on pourra déterminer la présence et la nature d'un défaut sur le réseau.

Deux stratégies peuvent être adoptées pour effectuer cette comparaison.

➤ **Analyse topologique** : Dans ce cas, la réponse est analysée dans le domaine temporel ou fréquentiel grâce à des algorithmes d'optimisation ou des méthodes heuristiques, comme expliqué section 1.1.3, afin d'en déduire la topologie du réseau testé. Les divergences entre la topologie attendue et celle estimée à partir de la mesure peuvent indiquer de potentiels défauts. On peut par exemple observer l'apparition d'une branche plus courte que prévue ou la disparition d'une portion du réseau.

L'avantage de cette méthode est que la référence n'a pas besoin d'être très précise, en outre, des statistiques peuvent être appliquées aux paramètres topologiques tels que les longueurs.

L'inconvénient est que la mesure, en revanche, doit être de bonne qualité afin d'aboutir à

7. Plusieurs références doivent être pris en compte lorsque le réseau peut se trouver dans plusieurs états de fonctionnement. On peut citer le cas de relais ou d'interrupteurs qui peuvent se présenter comme un circuit ouvert ou fermé ou encore des charges dont l'impédance varie en fonction de la tension électrique telles que des ampoules.

une estimation correcte. Par ailleurs, les algorithmes requis sont assez lourds. Cette stratégie n'est donc pas très adaptée pour les systèmes fortement intégrés.

- **Comparaison différentielle** : Dans ce cas, on analyse directement la différence $h_{mes}(t) - h_{ref}(t)$ entre la mesure et la référence dans le domaine fréquentiel ou temporel. Les phénomènes mis en jeu étant causaux, le lieu de la réponse, dans le domaine temporel, ou débute la divergence correspond au lieu de la singularité recherchée. La figure 1.6 illustre un exemple de détection à partir de mesures réalisées avec un analyseur de réseau sur un réseau en Y composé de lignes coaxiales et de paires torsadées. Dans cet exemple un court-circuit apparaît au niveau de la jonction à trois branches (ou jonction en "T"), le premier pic de la différence correspond à la position de ce défaut. Ce type de détection est bien adapté au diagnostic en ligne et sera abordé au chapitre 5. Cette méthode n'est par contre absolument pas exploitable lorsqu'il y a des variations sensibles de la topologie, c'est pourquoi la référence doit être mesurée strictement dans les mêmes conditions que la mesure destinée à la détection. Cela explique aussi qu'il est parfois nécessaire de disposer de plusieurs références comme nous le verrons plus loin.

1.3 Analyse des méthodes temporelles et discrétisation

La réflectométrie dans le domaine temporel s'avère être le meilleur choix pour le diagnostic de câbles embarqués. En effet, d'une part l'électronique analogique requise est simple et la mesure est rapide. D'autre part, l'analyse finale de défaut se fait dans le domaine temporel. Le principe général de la TDR étant présenté, la mise en oeuvre et les caractéristiques de la mesure avec un dispositif numérique vont être développées dans cette partie.

1.3.1 Mesure temporelle discrète

Partons maintenant du principe que plusieurs mesures sont réalisées de manière consécutive (ou que la mesure est effectuée de manière continue). Dans ce cas, le signal test est émis périodiquement. Il s'avère, comme cela est mentionné à la section 1.3.2 que cette hypothèse de périodicité est particulièrement intéressante pour le calcul de l'intercorrélation dans le cas de la compression d'impulsion. Chaque période est composée de N échantillons et est définie par le vecteur

$$\underline{s} = (s_0, s_1, \dots, s_{N-1})^T. \quad (1.28)$$

Le convertisseur digital-analogique pouvant être représenté par un bloqueur d'ordre 0, le signal $x(t)$ injecté⁸ sur le réseau est de la forme

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} s_n \Pi_{T_s}(t - nT_s - kT_N), \quad (1.29)$$

$$\Pi_{T_s}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases},$$

où T_s est la période d'échantillonnage du signal émis, $T_N = N \cdot T_s$ est la période du signal⁹. L'expression du signal mesuré est alors obtenue en injectant (1.29) dans (1.20). La convolution

8. Le choix de deux notations différentes $s(t)$ et $x(t)$ pour le motif et le signal périodique sera utile plus loin et permettra de garder une cohérence des notations tout au long de ce mémoire

9. La période du signal T_N correspond également à la largeur du support de s .

entre le signal $x(t)$ et la réponse impulsionnelle $h(t)$ donne alors

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} s_n \int_0^{T_s} h(\tau + nT_s + kT_N) d\tau, \quad (1.30)$$

où $h(t)$ est la réponse impulsionnelle du réseau testé. Rappelons que par convolution, ce signal est également périodique de période T_N . Supposons que ce signal est échantillonné à la fréquence $1/T_s$ sur une période T_N , on obtient alors un vecteur $\underline{y} = (y_0, y_1, \dots, y_{N-1})^T$ que l'on peut exprimer en fonction \underline{s} par la relation matricielle

$$\underline{y} = \mathbf{H}\underline{s}. \quad (1.31)$$

$\mathbf{H} = \mathcal{C}(\underline{h})$ est la matrice circulante $N \times N$ représentant l'opération de convolution avec h ,

$$\mathbf{H} \triangleq \begin{pmatrix} h_0 & h_{N-1} & \cdots & h_1 \\ h_1 & h_0 & \cdots & h_2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 \end{pmatrix}. \quad (1.32)$$

Les coefficients sont alors liés à la réponse impulsionnelle par

$$h_n = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^{T_s} h(\tau + nT_s + kT_N) d\tau. \quad (1.33)$$

Cette relation permet alors en pratique de conclure quant à la valeur minimum de la période T_N . En effet, si cette période est trop faible, on obtient un repliement de la réponse impulsionnelle. Cela correspond en fait à la réciproque de la limite de Shannon concernant le repliement de spectre. Si $h(t) = 0$ pour $t > T_N$, alors (1.33) devient

$$h_n = \int_0^{T_s} h(\tau + nT_s) d\tau. \quad (1.34)$$

Le support de $h(t)$ pouvant théoriquement s'étendre jusqu'à l'infini, on posera en pratique la contrainte suivante : $T_N > T_h$ où T_h est l'horizon de $h(t)$ défini par $\Rightarrow h(t) < \epsilon$ où ϵ pourra correspondre au niveau de bruit ou à une valeur arbitraire telle que $\epsilon = \max |h(t)|/100$. L'horizon T_h est lié à la longueur des câbles, cette contrainte revient donc à poser une limite sur la longueur maximum de câble pouvant être mesurée. L'estimation de la période minimum sera discutée plus en détails à la section 1.4.

L'intégrale de la relation (1.34) traduit le phénomène de filtrage passe-bas lié à la largeur de l'impulsion de test qui correspond à la période d'échantillonnage du signal émis. Ainsi plus T_s sera grand, plus il sera difficile de discerner des échos proches les uns des autres. La figure 1.7 montre l'influence de T_s . Les différentes courbes y sont obtenues en convoluant la réponse originale avec une fonction porte de largeur correspondante. La réponse originale est obtenue par une mesure large bande effectuée par un analyseur de réseau vectoriel.

1.3.2 Application à la compression d'impulsion (intercorrélacion)

L'utilisation d'un signal périodique permet un calcul exact de l'intercorrélacion à partir d'une mesure de N points. On effectue pour cela une *convolution circulaire* [48]. En effet, on a $x(t+T_N) = x(t)$ et $y(t+T_N) = y(t)$. La fonction d'intercorrélacion discrète est donc donnée par

$$r_{ys}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y_{n+k} \cdot s_n = \sum_{n=0}^{N-1-k} y_{(n+k)} \cdot s_n + \sum_{n=N-k}^{N-1} y_{(n+k-N)} \cdot s_n. \quad (1.35)$$

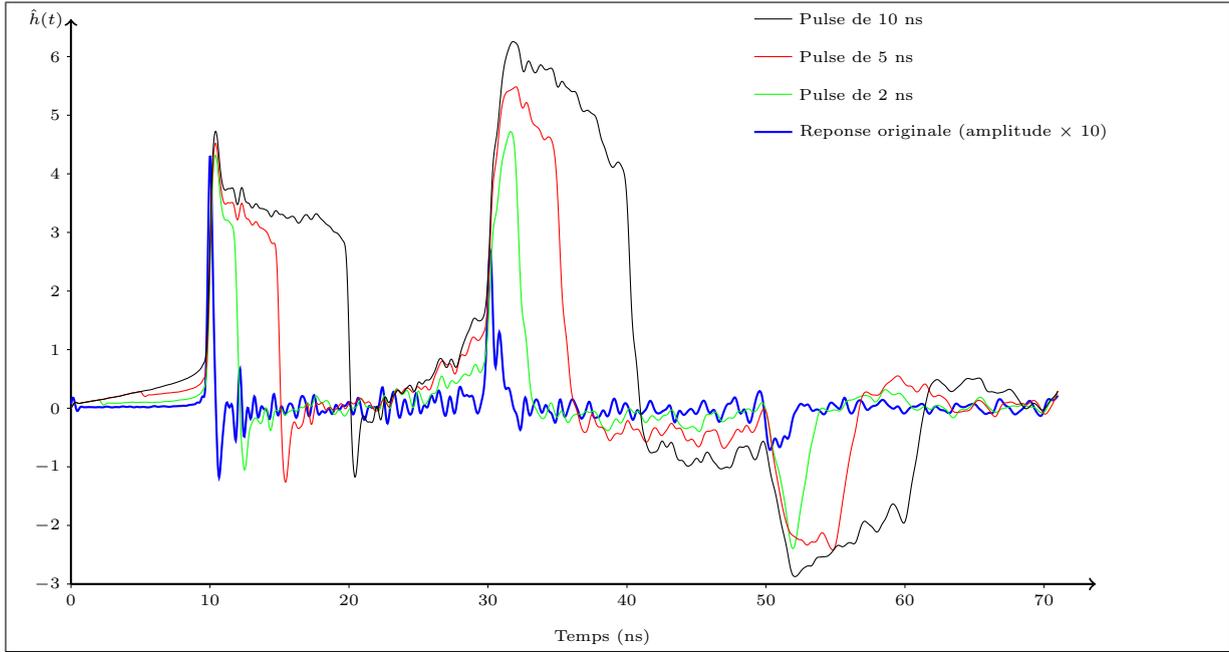


Figure 1.7 – Influence de la période d'échantillonnage T_s sur l'estimation de la réponse impulsionnelle

Précisons que dans la mesure où l'horizon de h est inférieur à la période, ce résultat est valable à partir de la deuxième période émise comme on peut l'observer figure 1.8. Cette remarque prendra toute son importance lorsque l'on sera amené à générer des signaux qui ne sont pas tout à fait périodiques comme ce sera le cas en réflectométrie distribuée au chapitre 4. On peut citer également le cas de la simulation où, pour conserver l'hypothèse de périodicité, la toute première période doit être ignorée. On remarque que l'intercorrélation fournie en régime transitoire (première période) est erronée, l'amplitude des pics est affectée d'un biais qui dépend de leur position.

Nous utiliserons par la suite (1.35) sous sa forme matricielle

$$\underline{\mathbf{r}}_{ys} = \mathbf{S}^T \underline{\mathbf{y}} = \mathbf{S}^T \mathbf{S} \underline{\mathbf{h}}, \quad (1.36)$$

où $\mathbf{S} = \mathcal{C}(\underline{\mathbf{s}})$ est la matrice circulante¹⁰ correspondant à $\underline{\mathbf{s}}$ définie de la même manière que \mathbf{H} et $\underline{\mathbf{h}} = (h_0, \dots, h_{N-1})^T$. Idéalement on choisit un signal pour lequel $\mathbf{S}^T \mathbf{S}$ est égal à la matrice identité, c'est à dire avec une fonction d'autocorrélation¹¹ possédant un unique pic à l'origine. Cela revient à avoir tous les éléments de la transformée de Fourier discrète égaux à 1.

Cette condition est satisfaite pour des signaux binaires tels que les séquences M [49, 50]. C'est de cette manière que l'on peut mettre en oeuvre la méthode STDR. Les différentes méthodes décrites dans les chapitres suivants partent ainsi de ce point de départ.

1.3.3 Prise en compte du bruit

Dans la suite nous considérerons que la mesure est réalisée dans un environnement bruité. Dans le cas du diagnostic en ligne, une part importante du bruit pourra être issue du système cible. Le signal $\underline{\mathbf{y}}$ ne peut donc être connu avec exactitude, on notera

$$\hat{\underline{\mathbf{y}}} \triangleq \underline{\mathbf{y}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_y, \quad (1.37)$$

10. Grâce à la commutativité du produit de convolution on a $\mathbf{S} \underline{\mathbf{h}} = \mathbf{H} \underline{\mathbf{s}}$.

11. Remarquons que $\mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathcal{C}(\underline{\mathbf{r}}_{ss})$

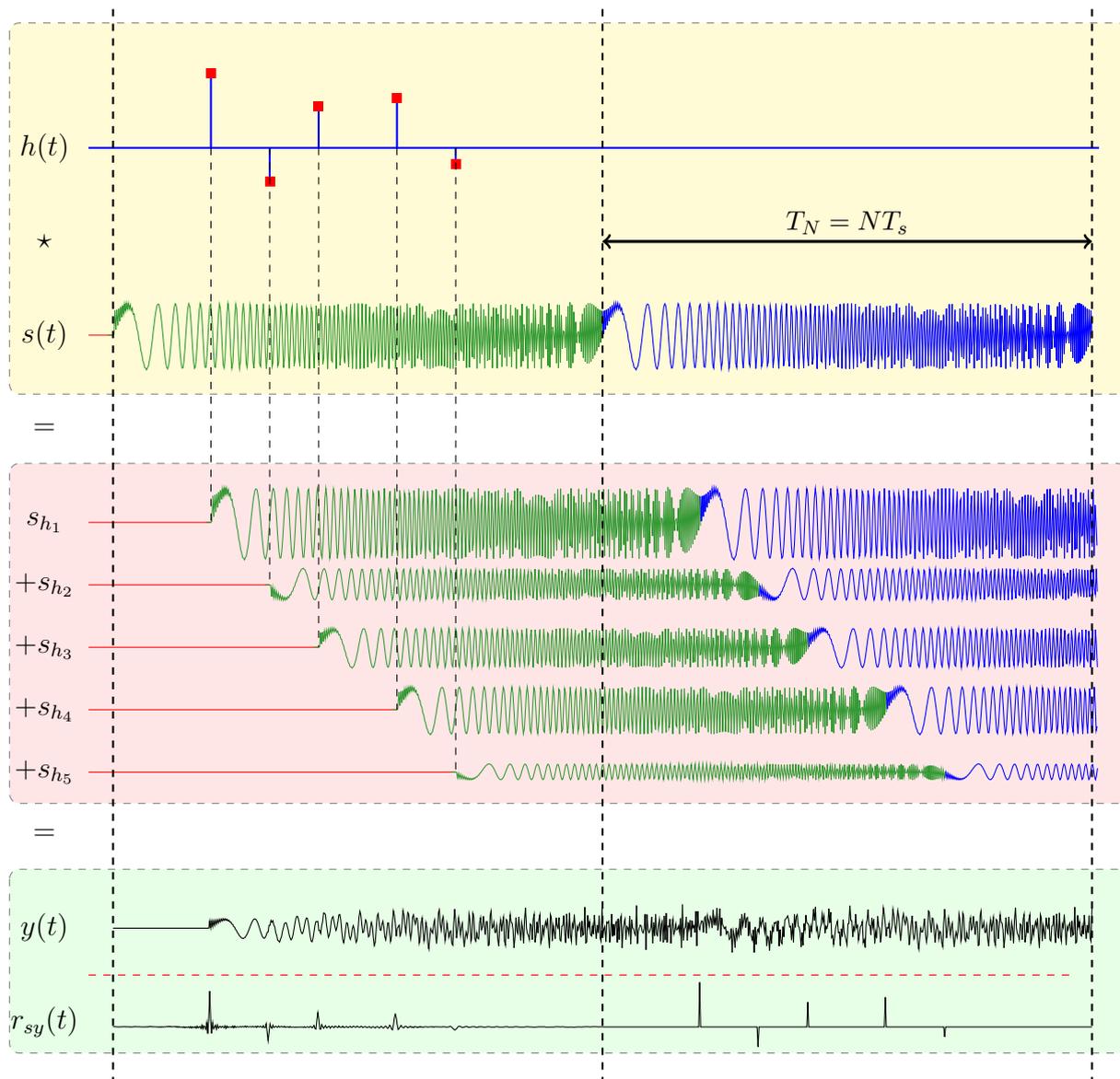


Figure 1.8 – Convolution du signal périodique

où $\underline{\epsilon}_y$ représente le bruit additif de mesure. $\hat{\mathbf{y}}$ est donc l'estimation du signal \mathbf{y} à laquelle on aboutit à partir de la mesure. On notera $\sigma_y^2 = \mathbb{E}(\epsilon_{y,n}^2)$, la puissance moyenne du bruit. On pourra utiliser comme critère d'évaluation du niveau de bruit l'énergie $\mathbb{E}(\underline{\epsilon}_y^T \underline{\epsilon}_y)$ ou le rapport signal à bruit

$$\text{SNR}_y \triangleq \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\mathbb{E}(\underline{\epsilon}_y^T \underline{\epsilon}_y)}. \quad (1.38)$$

Lorsque $\mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{I}$, le filtrage adapté du signal \mathbf{y} donné par (1.36) ne modifie pas le rapport signal à bruit. Lorsque l'énergie du bruit est concentrée dans une bande de fréquence restreinte, il peut être intéressant d'altérer le spectre du signal \mathbf{s} en conséquence. Dans ce cas $\mathbf{S}^T \mathbf{S} \neq \mathbf{I}$ et le rapport signal à bruit peut être amélioré par le filtre adapté, en revanche le signal de sortie nécessite un post-traitement spécifique pour obtenir une estimation de $\underline{\mathbf{h}}$. C'est la stratégie de la réflectométrie multiporteuse qui sera abordée au prochain chapitre.

De manière générale une étape de moyennage sur plusieurs mesures est souvent nécessaire afin

d'augmenter le rapport signal à bruit. L'estimation du signal de mesure est alors donnée par

$$\hat{\underline{y}} = \sum_{m=0}^{M-1} \underline{y}_m, \quad (1.39)$$

où les vecteurs \underline{y}_m sont les résultats de mesure des périodes successives. M est le nombre de mesures réalisées puis moyennées ce qui implique un temps total de mesure de M périodes. Dans le cas d'un bruit additif blanc¹², le rapport signal à bruit du signal $\hat{\underline{y}}$ est donné (voir annexe B) par

$$\text{SNR}_y = M \text{SNR}_{mes}, \quad (1.40)$$

où SNR_{mes} est le rapport signal à bruit des mesures successives \underline{y}_m . En pratique, selon le temps disponible pour chaque mesure on donnera à M la plus grande valeur possible.

1.3.4 Temps équivalent et sur-échantillonnage

Jusqu'à présent on considère que le signal test injecté et le signal mesuré sont échantillonnés avec la même période T_s . Or, comme on peut l'observer sur le résultat de la figure 1.7, l'amplitude des échantillons peut totalement changer en fonction de la position des pics par rapport au pas d'échantillonnage. Notons, en outre qu'en toute rigueur la condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas vérifiée et la mise en place d'un filtre anti-repliement affecterait la précision de la mesure. C'est pourquoi, le signal mesuré sera généralement échantillonné avec une période d'échantillonnage plus fine

$$T'_s = \frac{T_s}{K}, \quad (1.41)$$

où K est le facteur de sur-échantillonnage. En pratique, on choisira cette période en fonction de la bande passante des différents éléments qui composent le système de mesure et de celle du réseau bien sûr.

Sur une période on obtient un vecteur de mesure de longueur KN : $\underline{y} = (y_0, \dots, y_{KN-1})^T$. Dans le cas de la compression d'impulsion, les traitements peuvent se faire de la même manière en éclatant \underline{y} en K sous vecteurs $\underline{y}^{(k)} = (y_k, y_{K+k}, \dots, y_{(N-1)K+k})^{(t)}$. On applique ensuite (1.36) à chaque sous vecteur pour obtenir $\underline{r}^{(k)} = \mathbf{S}^T \underline{y}^{(k)}$. Le résultat final, correspondant à l'intercorrélation avec le signal test sur-échantillonné s'obtient par

$$r_{Kn+k} = \sum_{k_1=k+1}^{K-1} r_{n-1}^{(k_1)} + \sum_{k_2=0}^k r_n^{(k_2)}. \quad (1.42)$$

La dernière étape donnée par (1.42) est un filtre moyenneur de longueur K et correspond à l'intercorrélation avec la fonction porte.

Afin de ne pas trop contraindre les convertisseurs analogiques digitaux utilisés, ce sur-échantillonnage est généralement effectué par temps équivalent [51, 52, 53]. Ainsi si l'on dispose d'un convertisseur pouvant fonctionner à une fréquence maximum de $F_{s \max} = \frac{1}{T_{s \min}}$ et que l'on désire une période d'échantillonnage $T'_s = \frac{T_s}{K'}$, l'échantillonnage se fait sur K' périodes. L'utilisation du temps équivalent peut avoir un impact sur certaines méthodes de détection dans la mesure où il rallonge le temps de mesure.

La plupart du temps on a $K' = K$, l'avantage dans ce cas est que l'opération (1.42) permet d'éliminer certains bruits causés par le temps équivalent.

¹². L'hypothèse réelle est un peu moins forte que la blancheur totale, l'indépendance du bruit d'une période à l'autre est suffisante pour aboutir au résultat de la relation (1.40)

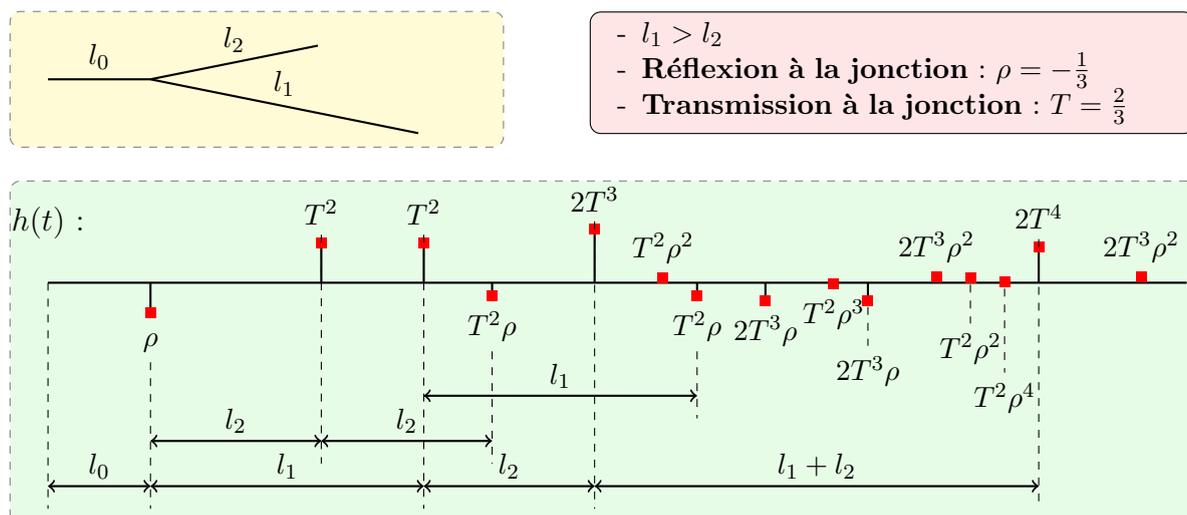


Figure 1.9 – Réponse impulsionnelle de l'étoile à 3 branches

1.4 Décroissance de la réponse

L'utilisation de signaux périodiques implique de connaître l'horizon de h afin de pouvoir fixer une période et d'éviter le phénomène de repliement mentionné dans 1.3 et qui se traduit par la relation (1.30). Les échos secondaires qui débordent de la période fixée se retrouvent sur les périodes suivantes et constituent un bruit irréductible. Il faut donc veiller à ce que l'amplitude de ces échos parasites soit négligeable devant l'information qui nous intéresse. Pour la détection de défauts, cette information correspond aux échos primaires. Afin de disposer d'un ordre de grandeur de la période minimum nécessaire pour un réseau donné, nous avons effectué une étude empirique de la vitesse de décroissance de la réponse $h(t)$.

Les échos secondaires résultent de multiplications successives par des coefficients de réflexion et des coefficients de transmission. Leur amplitude décroît donc de façon exponentielle avec le temps. On peut ainsi borner la réponse impulsionnelle du réseau par

$$|h(t)| < Ae^{t/\tau} \quad (1.43)$$

On peut alors choisir la période du signal test en fonction de la constante de temps $T_S = \kappa\tau$. Les échos parasites seront alors bornés à $A/20$ pour $\kappa = 3$, ou $A/100$ pour $\kappa = 5$.

Afin d'aboutir à un ordre de grandeur de la période à choisir en fonction des longueurs de câbles mises en jeu, on se propose d'étudier un exemple concret de réseau. Le réseau en étoile est l'un des pires cas que l'on peut rencontrer en ce qui concerne le rapport entre la longueur des câbles et la distance sur laquelle s'étendent les échos secondaires.

Considérons le réseau à trois branches homogènes visible figure 1.9. On suppose que le réflectomètre est connecté à la branche 0 les impédances étant adaptées et $l_1 > l_2$. Les bouts des branches l_1 et l_2 sont en circuit ouvert.

Les premiers échos de la réponse impulsionnelle sont visibles figure 1.9, on constate sur cette figure clairement l'étalement non négligeable de la réponse au-delà de la longueur des câbles. Les échos principaux qui correspondent aux trajets directs entre le réflectomètre et les différentes singularités sont les trois premiers. Les échos suivants résultent de réflexion sur la jonction (coefficient ρ) ou du passage de la branche l_1 à la branche l_2 . On remarque que la composante dominante

correspond aux amplitudes en $2T^k$ qui résultent du passage de l'onde d'une branche à l'autre en se réfléchissant sur les deux circuits ouverts. Le facteur 2 est lié au fait que les deux réflexions initiales (d'amplitude T^2) se combinent de façon constructive après s'être réfléchies sur l'extrémité opposée (la longueur cumulée est la même pour les deux : $l_1 + l_2$). L'importance de ces échos par rapport aux autres est principalement due à ce facteur 2 et au fait que T est deux fois plus grand que ρ en valeur absolue.

Cette composante dominante peut s'écrire dans le domaine temporel

$$h_T(t) = 2T^2 \sum_{n>0} T^n \delta \left[t - 2 \frac{l_0 + n(l_1 + l_2)}{v} \right] \quad (1.44)$$

On pose $\nu = \frac{2}{v}$ et $L_{\max} = l_1 + l_2$. En réécrivant cette expression avec la fonction exponentielle on obtient

$$h_T(t) = 2T^2 \sum_{n>0} e^{n \ln(T)} \delta [t - \nu (l_0 + nL_{\max})] \quad (1.45)$$

Si l'on utilise maintenant cette composante pour déterminer la durée T_h (horizon de h) au delà de laquelle la réponse devient négligeable devant l'amplitude des échos principaux, on obtient :

$$\begin{aligned} n > -\frac{\kappa}{\ln(T)} &\Rightarrow e^{n \ln(T)} < \epsilon \\ &\Downarrow \\ t > \nu \left(l_0 - \frac{\kappa}{\ln(T)} L_{\max} \right) &\Rightarrow |h(t)| < \epsilon_h = 2T^2 \epsilon \end{aligned} \quad (1.46)$$

En utilisant les valeurs bien connues de la décroissance exponentielle et en posant $T = 2/3$, on obtient alors les valeurs suivantes

κ	T_h	ϵ	ϵ_h
1	$\nu (l_0 + 2.5L_{\max})$	37%	≈ 0.33
3	$\nu (l_0 + 7.4L_{\max})$	5%	≈ 0.044
5	$\nu (l_0 + 12.3L_{\max})$	1%	≈ 0.006

Ces résultats permettent de disposer d'un ordre de grandeur lorsque l'on est confronté à des réseaux complexes. Le réseau à tester peut être généralement ramené à un ensemble d'étoiles interconnectées, on peut alors fixer L_{max} en utilisant les longueurs de la plus grande étoile. Notons que dans un tel réseau, lorsque les ondes effectuent des aller-retours entre 2 étoiles ou plus, l'atténuation est beaucoup plus importante (plusieurs jonctions sont traversées) que pour les aller-retours au sein d'une seule étoile. Ainsi, l'approximation qui consiste à considérer ces étoiles comme des éléments indépendants paraît raisonnable.

D'après les valeurs numériques présentées plus haut, la limite de 5% semble être le bon compromis. Notons que l'on considère ici un des pires cas possibles dans la mesure où les terminaisons ne sont pas toujours des circuits ouverts purs et que le signal subit des pertes. On pourra donc considérer en pratique qu'il faut que le signal test ait une période correspondant à environ 5 à 7 fois la longueur maximum.

1.5 Conclusion

Ce chapitre a permis de fixer un cadre de travail, à savoir la réflectométrie dans le domaine temporel effectuée par un système numérique. L'étude des phénomènes de propagation dans les lignes électriques permet notamment d'appréhender la mise en œuvre concrète de la détection de défauts. En outre, nous avons mis en évidence que la réponse du réseau mesurée par réflectométrie peut être modélisée par une série d'impulsions. Néanmoins, ce modèle reste une approximation et pourra être à l'origine de certaines limites de la détection de défauts dans des cas extrêmes.

On retiendra en particulier les divers aspects relatifs à la mise en œuvre de la réflectométrie par compression d'impulsion avec un signal test périodique sur lesquels s'appuie l'ensemble des travaux présentés dans la suite. Nous avons entre autres mis en évidence la relation entre l'étendue spectrale du signal et la précision de la localisation en l'absence de traitements particuliers. Nous avons également montré l'intérêt d'utiliser des signaux de test périodiques et des opérations de convolution circulaire.

Enfin, l'étude que nous avons réalisé dans la dernière partie de ce chapitre fournit un résultat essentiel permettant de dimensionner correctement la période du signal test à utiliser en fonction des caractéristiques du réseau à diagnostiquer.

Le diagnostic en ligne : problématique et solution de la réflectométrie multiporteuse

Le diagnostic de défauts en ligne consiste à tester un réseau filaire en continu et ce de manière concurrente au fonctionnement du système cible. Ce type de stratégie permet d'une part la détection de défauts intermittents, même très brefs, et d'autre part de simplifier considérablement l'interprétation de la réponse impulsionnelle. Néanmoins, cette détection concurrente entraîne divers phénomènes d'interférence entre le réflectomètre et le système cible ainsi que des contraintes de robustesse au bruit au niveau de la mesure.

En s'appuyant sur les aspects de mise en œuvre de la réflectométrie dans le domaine temporel exposés au chapitre précédent, nous étudions ici les différentes méthodes plus spécifiques permettant de s'acquitter des problématiques posées par le diagnostic en ligne. Nous nous intéressons donc dans ce chapitre essentiellement à l'estimation de la réponse impulsionnelle. La stratégie de détection de défauts liée à l'interprétation de cette dernière sera abordée plus loin dans ce mémoire.

2.1 Objectif et problématique du diagnostic en ligne

De manière évidente, la possibilité de connaître en continu l'état d'un réseau filaire fournit un outil de diagnostic très puissant pour remonter à l'origine d'une panne. En outre, l'interprétation de la réponse impulsionnelle pour la détection des défauts intermittents s'en trouve simplifiée dans la mesure où elle se ramène à une comparaison de mesures successives. La mise en œuvre de cette comparaison pour la détection sera étudiée au chapitre 5. Si la durée de la mesure est suffisamment courte, des défauts très brefs, de l'ordre de la milliseconde, peuvent être instantanément détectés et enregistrés.

Le fonctionnement concurrent du réflectomètre et du système cible sur un réseau commun implique diverses contraintes :

- **Le couplage**, qui correspond à l'ensemble des composants électriques placés entre le DAC et le réseau, doit être en accord avec les caractéristiques électriques du système cible. Ainsi, vu du réseau, l'impédance apparente présentée par le réflectomètre doit rendre ce dernier

le plus transparent possible sur les bandes de fréquences utilisées par le système cible. En présence de tensions élevées par rapport à l'amplitude du signal test, un filtrage passif devra être réalisé, de la même manière que dans les MODEM CPL [54], afin de ne pas saturer l'entrée de l'ADC. Tout en respectant ces contraintes, la distorsion subie par le signal test lors de son passage à travers le coupleur doit être minimale afin d'obtenir une mesure correcte.

- **L'immunité au bruit** devient une caractéristique importante du réflectomètre, car il est soumis à toutes sortes de perturbations pouvant être causées aussi bien par les signaux utiles du système cible lui-même que par des sources extérieures. Dans le cas du diagnostic de lignes d'alimentation, par exemple, le signal utile proprement dit (tension continue) ne pose pas de problèmes, il peut être stoppé par un filtrage passe-haut basique. En revanche, les modules alimentés engendrent des ondes de courant que l'on retrouve typiquement sous forme de bruits impulsifs [55, 25] qui peuvent perturber la mesure.
- **Le spectre du signal test** est typiquement très large si l'on veut obtenir une résolution correcte. Pour atteindre une précision de l'ordre de la dizaine de centimètres, il faut s'étendre sur quelques centaines de MHz. Ainsi, l'intervalle couvert par le spectre du signal peut se trouver entre-coupé de bandes de fréquences soumises à contraintes que l'on qualifiera de *bandes interdites*. Soit la quantité d'énergie que l'on peut y émettre est limitée pour ne pas perturber le système cible par conduction ou par rayonnement [56], soit le bruit présent y est trop intense pour être éliminé. Ce bruit peut tout simplement correspondre au signal utile. Citons le cas d'une ligne de communication (*e.g.* : bus CAN) dont les harmoniques peuvent interférer avec les fréquences basses du signal test. Enfin, ces bandes interdites peuvent également correspondre à des fréquences pour lesquelles les distorsions causées par le système de couplage sont trop importantes pour être compensées. Le respect de ces contraintes nous conduit dans certaines applications à mettre en place des méthodes de réflectométrie spécifiques permettant de contrôler la distribution de l'énergie sur le spectre du signal injecté.

Afin d'éliminer les problèmes d'interférence la *Noise Domain Reflectometry* (NDR) [57] a été proposée. Cette méthode consiste à utiliser directement les signaux natifs déjà présents sur le réseau sans injections supplémentaires. En supposant que les propriétés statistiques de ces signaux sont proches de celles d'un bruit blanc, on peut estimer les positions relatives des singularités d'un réseau par autocorrélation. Malheureusement, en pratique, il est rare de disposer de signaux dont le spectre est suffisamment large pour obtenir une précision correcte, de plus si ce bruit est coloré à la source des pics parasites apparaissent et conduisent à une estimation erronée. On s'en tiendra donc, dans la suite, au schéma classique de la réflectométrie.

L'immunité au bruit se fait par des méthodes classiques de réduction du bruit telles que la compression d'impulsion (vue au chapitre précédent) et une étape de moyennage. Nous nous intéressons dans ce chapitre essentiellement à la maîtrise spectrale du signal test. La première stratégie proposée pour cela est la *transposition de fréquence* qui consiste à déplacer le support spectral en effectuant une multiplication par une fréquence porteuse. C'est sur ce principe qu'ont été développées la *Spread Spectrum Time Domain Reflectometry* (SSTDR) [40, 41] ou la *Modified Spread Spectrum Time Domain Reflectometry* (MSSTDR) [58]. Bien qu'intéressantes dans certaines applications, ces méthodes manquent de flexibilité dans le paramétrage du spectre. De plus, cela nécessite une partie analogique qui peut rendre l'intégration plus délicate.

Pour davantage de souplesse et aboutir à un traitement entièrement numérique, la *réflectométrie multiporteuse* [59, 60] a été proposée plus récemment. Mais les solutions développées jusqu'à présent demeurent limitées, nous avons donc choisi de poursuivre cet axe de recherche en développant la méthode MCTDR (*Multicarrier Time Domain Reflectometry*) qui fait l'objet d'une publication [61] et est présentée dans ce chapitre.

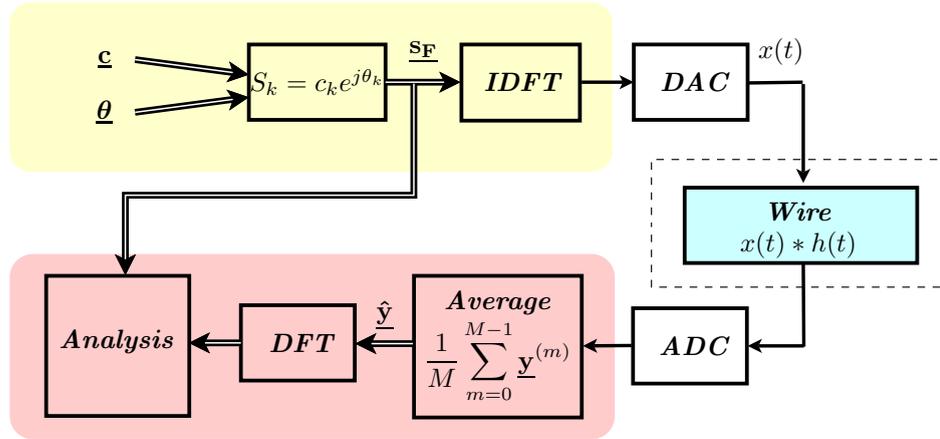


Figure 2.1 – Principe général de la réflectométrie multiporteuse

2.2 Principe général de la réflectométrie multiporteuse

2.2.1 Synthèse du signal et description fonctionnelle

Afin de contrôler directement l'occupation spectrale, le signal test est modélisé comme une somme de $N/2$ sinusoides

$$s_k = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N/2} c_n \cos\left(\frac{2\pi n}{N}k + \theta_n\right) \quad (2.1)$$

- N , nombre d'échantillons sur une période.
- $c_n \in \mathbb{R}^+$, amplitude de la $n^{\text{ème}}$ sinusoïde.
- θ_n , phase de la $n^{\text{ème}}$ sinusoïde.

Cela revient à paramétrer le signal dans le domaine fréquentiel puis à le synthétiser par transformée de Fourier Discrète inverse (IDFT). Le schéma visible figure 2.1 représente les principales étapes d'un dispositif de réflectométrie multiporteuse. On regroupera les paramètres dans deux vecteurs $\underline{\mathbf{c}} = (c_0, c_1, \dots, c_{N-1})^T$ pour les amplitudes et $\underline{\boldsymbol{\theta}} = (e^{j\theta_0}, e^{j\theta_1}, \dots, e^{j\theta_{N-1}})^T$ pour les phases. Remarquons que le signal s est réel¹, par conséquent sa transformée de Fourier est une fonction paire. Le signal est donc complètement décrit par la moitié ($n = 0, \dots, N/2$) des vecteurs $\underline{\mathbf{c}}$ et $\underline{\boldsymbol{\theta}}$ et on a

$$\begin{cases} \theta_n &= -\theta_{N-n} \\ c_n &= c_{N-n} \end{cases} \quad (2.2)$$

La synthèse du signal par IDFT peut alors s'écrire sous forme matricielle

$$\underline{\mathbf{s}} = \mathbf{F}^H \mathbf{C} \boldsymbol{\theta} \quad (2.3)$$

avec $\mathbf{C} = \text{diag}(\underline{\mathbf{c}})$. \mathbf{F} est la *matrice de Fourier unitaire*². Le signal $\underline{\mathbf{s}}$ est ensuite injecté périodiquement. En pratique on choisira $N = 2^r$, $r \in \mathbb{N}^*$ ce qui permettra d'exécuter la transformée de Fourier de

1. Un signal complexe pourrait être utilisé si on ajoutait une transposition de fréquence
2. $\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^H$ et

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & w_N & w_N^2 & \dots & w_N^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & w_N^{N-1} & w_N^{2(N-1)} & \dots & w_N^{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix}, \text{ avec : } w_N^k = e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

façon efficace en utilisant l'algorithme RADIX-2[62] (FFT) avec une complexité algorithmique en $\mathcal{O}(N \log_2(N))$. La transformée de Fourier rapide permettra notamment de calculer les convolutions de manière plus rapide³.

L'occupation spectrale étant déterminée par \underline{c} , il est facile de choisir une forme arbitraire. Néanmoins la réduction ou l'annulation de certains coefficients c_n par rapport à d'autres entraîne une modification voire une perte d'information, certaines parties de la réponse fréquentielle du réseau sont moins bien ou pas identifiées. Cette perte d'information va nécessiter une étape d'analyse, comme on peut le voir figure 2.1, afin d'aboutir à une estimation de la réponse suffisamment fiable pour la détection de défaut.

Dans un premier temps, nous allons évaluer l'impact de la modulation spectrale sur les propriétés du signal, puis sur la mesure obtenue.

2.2.2 Propriétés et dimensionnement des signaux multiporteuses

Nous avons vu au paragraphe précédent l'intérêt général de la réflectométrie multiporteuse. En particulier, nous avons mis en évidence la possibilité de moduler le spectre du signal en fonction des contraintes de l'application en jouant sur les coefficients c_n . Nous allons maintenant étudier de façon plus précise l'impact des différents paramètres sur l'allure du signal dans les domaines fréquentiel et temporel. Les courbes visibles figure 2.2 montrent le signal de $N = 64$ échantillons obtenu en annulant les amplitudes pour n allant de 0 à 12 (les autres sont à 1), les paramètres de phases sont calculés suivant la méthode de Schroeder qui sera décrite plus bas.

A Spectre du signal

Si l'on fait l'hypothèse d'une injection périodique de période NT_s , le spectre du signal numérique⁴ synthétisé, défini par (2.1), est donné par la relation suivante :

$$|S(f)| = \frac{1}{\sqrt{NT_s}} \sum_{n=1}^{N/2} c_n \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta \left(f - F_s \left(\frac{n}{N} + k \right) \right) + \delta \left(f - F_s \left(\frac{-n}{N} + k \right) \right) \right]. \quad (2.4)$$

On obtient une somme de diracs en raison du caractère périodique du signal injecté. Le signal injecté sur le réseau est obtenu par conversion numérique-analogique et correspond à la relation (1.29). Son spectre est alors donné par

$$|X(f)| = T_s |\text{sinc}(\pi f T_s)| |S(f)|. \quad (2.5)$$

La fonction sinus cardinal étant la transformée de Fourier de la fonction porte qui caractérise le bloqueur du convertisseur digital analogique. Comme le montre la relation (2.4) lorsque l'on annule un coefficient c_n , on annule le spectre sur toute une classe de fréquences :

$$c_n = 0 \quad \Rightarrow \quad S(f) = 0 \text{ pour } f \in \left\{ f \in \mathbb{R}^+ : \exists k \in \mathbb{Z}, f = F_e \left(\frac{n}{N} + k \right) \right\}. \quad (2.6)$$

3. Le calcul direct d'une convolution circulaire entre deux signaux de longueur N , dans le domaine temporel, a une complexité en $\mathcal{O}(N^2)$. On peut donc nettement réduire le temps de calcul lorsque l'utilisation d'un algorithme de FFT tel que RADIX-2 est possible.

4. La transformée de Fourier d'un signal discret x_n défini de $-\infty$ à $+\infty$ et échantillonné avec une période T_s est donnée par

$$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_k e^{-j2\pi k T_s f}.$$

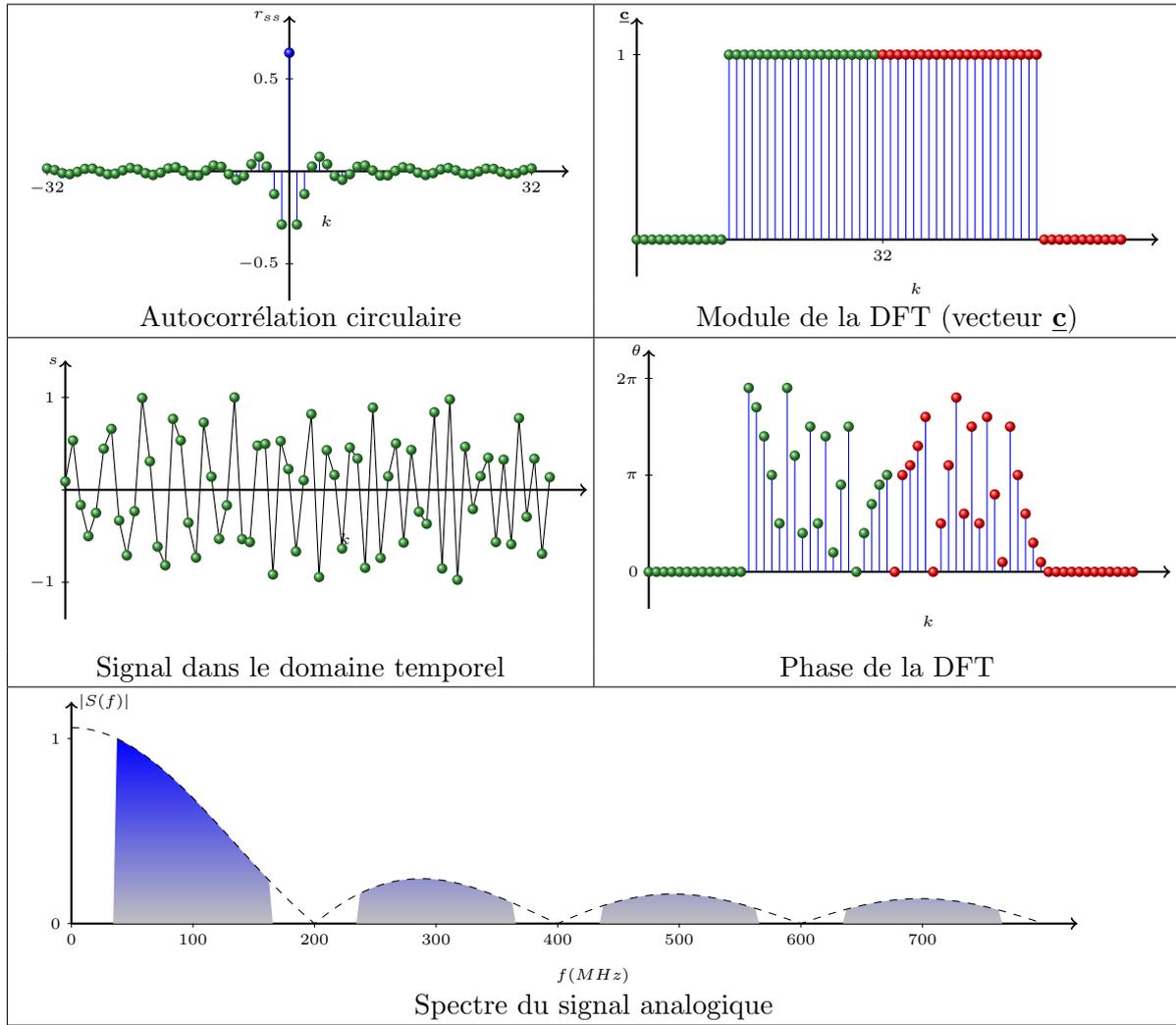


Figure 2.2 – Exemple de signal multiporteuse en continu et en discret avec $N = 64$, $F_s = 200$ MHz et $c_n = 0$ pour $n \in \{0, \dots, 12\}$. Les phases sont calculées avec la méthode Schroeder.

L'exemple de la figure 2.2 montre ainsi qu'en annulant les basses fréquences du signal on introduit également des 0 au niveau des harmoniques. En pratique on pourra considérer le spectre du signal émis comme négligeable au delà de la fréquence d'échantillonnage⁵ F_s . On ne considérera donc que les points du spectre qui sont annulés dans l'intervalle $[0, F_s]$ ce qui conduit à :

$$c_n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} S\left(\frac{n}{N}F_e\right) = 0 \\ S\left(\left(1 - \frac{n}{N}\right)F_e\right) = 0 \end{cases}$$

B Autocorrélation du signal

La fonction d'autocorrélation est un paramètre important du signal de réflectométrie car elle est directement liée à la forme du résultat observé en sortie d'un filtrage adapté. Elle est donnée

5. Il n'est pas raisonnable de négliger le spectre au delà de la fréquence de Shannon $F_s/2$ car si l'on filtre le signal de façon trop brutale les pics du réflectogramme seront déformés et la performance de la mesure s'en trouvera dégradée.

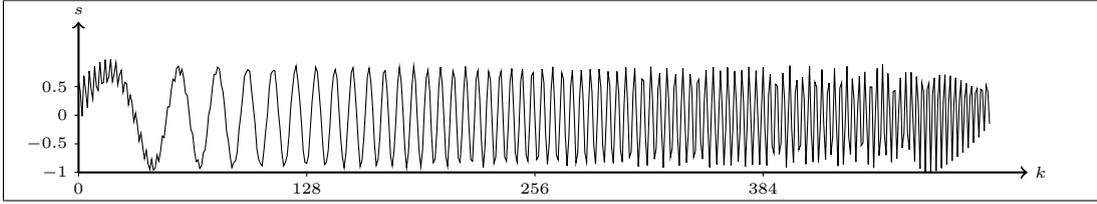


Figure 2.3 – Signal généré avec la méthode de Schoeder avec $N = 512$ et $c_n = 1$ pour tout n

par

$$r_{ss}(k) = 2 \sum_{n=0}^{N/2} c_n^2 \cos\left(2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad (2.7)$$

ou encore sous forme matricielle

$$\mathbf{r}_{ss} = \sqrt{N} \mathbf{F}^H \mathbf{C} \mathbf{c}. \quad (2.8)$$

Dans le cas où l'amplitude de toutes les sinusoïdes est de 1, on obtient une impulsion nette, c'est le cas des signaux de type M Séquence souvent utilisés. La réduction ou l'annulation de certains coefficients c_n se manifeste par l'apparition de *lobes secondaires* comme on peut le voir figure 2.2.

C Amplitude crête-crête

La *dynamique du signal* ou amplitude crête à crête dépend de l'énergie du signal mais surtout des paramètres de phase θ_k . Comme nous avons pu le remarquer, ces paramètres n'ont aucune influence sur la fonction d'autocorrélation du signal. Leur dimensionnement est donc réalisé dans le but de minimiser cette dynamique afin de ne pas saturer les systèmes physiques et minimiser l'influence des non linéarités.

Cela revient à optimiser le facteur de pic ou PAPR (Peak to Average Power Ratio) donné, en discret, par

$$\text{PAPR} \triangleq N \frac{\|\mathbf{s}\|_\infty^2}{\|\mathbf{s}\|_2^2} = N \left(\max |\mathbf{s}|^2 / \sum_{n=0}^{N-1} s_n^2 \right). \quad (2.9)$$

La plus grande valeur possible $\text{PAPR} = N^2$ correspond au cas où toutes les phases sont égales, la plus basse valeur possible $\text{PAPR} = 1$ est atteinte dans le cas d'un signal binaire $|s_k| = \text{cste}$.

La minimisation de (2.9) est un problème d'optimisation difficile car non linéaire et non convexe. Ainsi des méthodes empiriques [63] ont été proposées. Afin d'obtenir une fonction de coût différentiable, [64] propose une méthode consistant à approcher le max (norme infinie) par des normes d'ordre fini. Plus récemment, l'utilisation d'un algorithme génétique a été proposé dans [65] pour optimiser (2.9). Nous avons opté pour la méthode de *Schroeder* [63] qui, bien que sous-optimale, fournit des résultats corrects pour l'application et a l'avantage d'être simple. Le principe consiste à s'approcher un signal de type *chirp*⁶ comme le montre la courbe visible figure 2.3, dont l'énergie est répartie de manière relativement uniforme dans le temps. Les paramètres de phase sont alors obtenus par la relation de récurrence

$$\theta_n = \theta_{n-1} - 2\pi \left(\frac{\sum_{l=1}^{n-1} c_l^2}{\sum_{k=1}^{N/2} c_k^2} \right) \quad (2.10)$$

6. Un signal chirp est une sinusoïde à fréquence variable $s(t) = \sin(\Phi(t))$. On parle typiquement de chirp linéaire et dans ce cas $\Phi(t) = (at + b)t$.

pour n allant de 2 à $N/2 - 1$, θ_1 peut prendre une valeur quelconque entre 0 et 2π et $\theta_0 = 0$ (composante continue).

2.3 Problématique de l'analyse de la réflectométrie multiporteuse et méthodes de résolution

On considère ici que la mesure est effectuée avec un signal multiporteuse dont les éléments du vecteur des amplitudes \underline{c} peuvent prendre des valeurs différentes les uns des autres. On pourra qualifier les fréquences qui sont soumises à une contrainte de *fréquences interdites*. Pour les porteuses correspondant aux autres fréquences on posera $c_k = 1$ comme amplitude dans le domaine fréquentiel. Deux cas de figure peuvent alors se présenter :

- Les porteuses interdites sont seulement **atténuées**, dans ce cas, une information plus ou moins bruitée peut être récupérée pour les fréquences correspondantes.
- Le plus souvent, l'amplitude des porteuses interdites est nulle, il s'agit alors d'estimer la réponse du réseau testé pour les fréquences correspondantes en fonction de la mesure obtenue.

Après avoir évalué la distorsion causée par la perte d'information nous étudierons les différentes méthodes permettant de retrouver le résultat attendu et les limites des hypothèses sur lesquelles celles-ci reposent.

2.3.1 Résultat d'un filtrage adapté

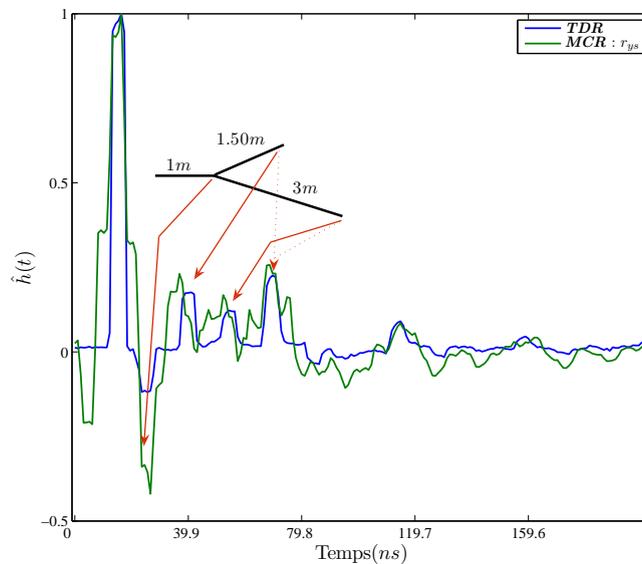


Figure 2.4 – Résultat obtenu par réflectométrie multiporteuse avec analyse par intercorrélacion simple

Supposons que le signal mesuré passe ensuite par un filtre adapté à la manière de la méthode STDR. Le résultat est alors donné par

$$\underline{\mathbf{r}} = \mathbf{FC}^2\mathbf{F}^H\underline{\mathbf{h}} \quad (2.11)$$

qui correspond à la convolution de la réponse (discrétisée) avec la fonction d'autocorrélacion du signal. Comme on l'a vu précédemment, l'atténuation ou l'annulation des porteuses interdites fait

apparaître des lobes secondaires sur cette fonction qui sont la cause de la distorsion observée dans le domaine temporel. La courbe visible figure 2.4 montre un exemple de résultat obtenu par filtrage adapté comparé à une TDR classique (pas de perte).

La distorsion causée par ces lobes secondaires rend l'analyse du réflectogramme difficile voire impossible dans le cas où on se limite à un traitement par simple filtrage adapté.

2.3.2 Moindres carrés et division spectrale : les limites

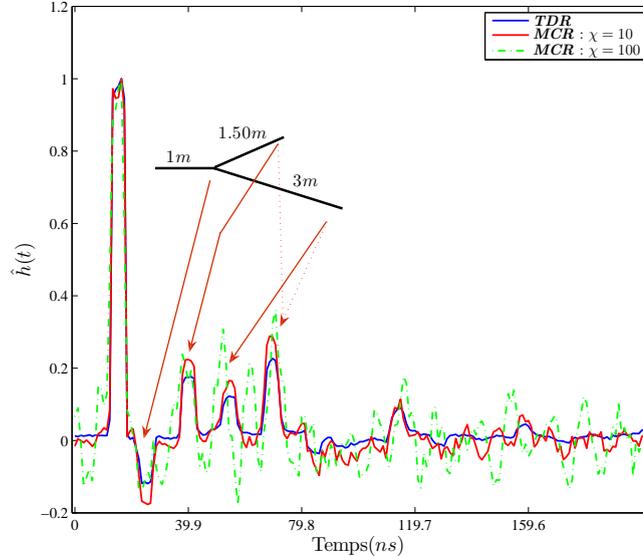


Figure 2.5 – Résultats de la réflectométrie multiporteuse avec déconvolution brute sur un réseau en Y

Pour récupérer une mesure correcte il faut compenser, au niveau du post-traitement, la distorsion causée par la modulation spectrale du signal test. La stratégie de base consiste à rechercher la solution par résolution du critère des moindres carrés.

$$J_{ms} = \|\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\mathbf{h}\|_2. \quad (2.12)$$

Cela conduit à une division spectrale du signal mesuré par le signal test au lieu du filtre adapté :

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{S}^{-1}\hat{\mathbf{y}} \quad (2.13)$$

qui se calcule aisément en passant par une DFT. En présence de bruit la stabilité d'un tel système est déterminée par son *conditionnement* [66] qui ici est donné par

$$\chi = \frac{\max(\mathbf{c})}{\min(\mathbf{c})}. \quad (2.14)$$

En prenant en compte l'étape de moyennage effectué sur le signal mesuré. Le rapport signal sur bruit du résultat de la division, défini par

$$\text{SNR}_{div} \triangleq \frac{\mathbb{E}\{\mathbf{h}^T\mathbf{h}\}}{\mathbb{E}\left\{\left(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\right)^T\left(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\right)\right\}}, \quad (2.15)$$

est donné, en utilisant (1.40), par

$$\boxed{\text{SNR}_{deconv} \geq \frac{M}{\chi^2} \cdot \text{SNR}_{mes}} \quad (2.16)$$

Les résultats visibles figure 2.5 montrent ce que l'on peut obtenir à partir d'une division spectrale pour différentes valeurs de conditionnement. La longueur du signal test est $N = 512$ avec une fréquence d'échantillonnage $F_s = 200$ MHz et le spectre est donné par $c_k = 1/\chi$ pour k allant de 179 à 256 (qui correspond à la bande FM 70-130 MHz). Enfin le nombre de mesures prises en compte dans la moyenne est $M = 18$. On constate que le résultat devient inexploitable pour $\chi = 100$. Selon les différents paramètres contextuels (taille de la moyenne, niveau de bruit), la valeur maximum acceptable de χ peut varier, on a ici $\chi_{\max} = 10$, au delà on obtient un système *mal conditionné*.

Pour des amplitudes c_k inférieures à $1/\chi_{\max}$ on peut considérer que l'information apportée par la porteuse n'est plus pertinente, il est alors préférable de considérer $c_k = 0$. Par ailleurs dans de nombreux cas d'application, le bruit est souvent plus important au niveau des fréquences interdites, qui correspondent aux signaux utiles du système cible. Ainsi, on peut s'acquitter totalement de ce bruit et améliorer la robustesse du système en ignorant totalement ces fréquences. C'est pour cela que l'on se placera dans la suite dans le cas où $c_k \in \{0, 1\}$.

Le critère des moindres carrés simple conduit alors à une indétermination qu'il va falloir compenser par une hypothèse ou information *a priori* sur le résultat à retrouver. Le choix et la prise en compte de cette hypothèse fait l'objet des méthodes proposées dans la suite.

2.3.3 Méthode proposée par S.Naik *et al*

On trouve dans l'état de l'art une méthode de résolution [59] basée sur un *a priori* topologique. Le cas d'une ligne simple avec une singularité d'impédance au niveau du point d'injection est considéré. La réponse impulsionnelle respecte alors le modèle suivant

$$h(t) = \sum_{k \geq 0} \alpha_k \delta(t - k\tau), \quad (2.17)$$

où $\tau = \frac{2L}{v}$ est le temps d'aller-retour (inconnu) sur la ligne et α_k les amplitudes des échos successifs également inconnues. En supposant que les échos secondaires sont d'amplitudes négligeables pour $k > 2$, la DFT du signal mesuré en sortie du filtre adapté peut s'écrire

$$\mathbf{Fr}_{sy} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} 1 & z_0^{\tau_D} & z_0^{2\tau_D} \\ 1 & z_1^{\tau_D} & z_1^{2\tau_D} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & z_{N-1}^{\tau_D} & z_{N-1}^{2\tau_D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}, \quad \text{avec } z_n^k = e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}, \quad (2.18)$$

où $\tau_D = \lfloor \tau/T_s \rfloor$ est l'équivalent de τ en discret. On peut alors estimer très efficacement les 4 paramètres $\tau_D, \alpha_{\{0,1,2\}}$ au sens des moindres carrés.

Cette méthode montre qu'en utilisant un modèle topologique on peut, dans certains cas, se ramener à un très petit nombre de paramètres à estimer. Néanmoins, le modèle considéré ici reste très limité, et selon la topologie considérée, la forme de ce modèle peut totalement changer ce qui rend la méthode très spécifique au réseau diagnostiqué. Par ailleurs, la présence d'un défaut risque, dans certains cas, de modifier la topologie et fausser ainsi le modèle considéré par le système.

Un *a priori* sur la topologie se montre donc trop restrictif dans un cas général. De plus, pour des réseaux complexes, la mise en œuvre d'une telle méthode peut s'avérer difficile.

2.3.4 Contraintes non paramétriques : parcimonie

Nous avons vu au paragraphe précédent les limites d'une méthode de résolution basée sur un *a priori* topologique. Il est cependant nécessaire de disposer d'une hypothèse pour estimer les échantillons indéterminés de la réponse fréquentielle. On se place donc ici dans un cas moins restrictif en posant une *condition de parcimonie* sur la réponse

$$\underline{\mathbf{h}} = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \underline{\boldsymbol{\delta}}(\tau_l), \quad (2.19)$$

où $L \ll N$ est le nombre d'échantillons non nuls. Notons que ce modèle n'est pas exact. En l'occurrence il ne permet pas de prendre en compte les variations progressives d'impédance caractéristique que l'on peut avoir dans les lignes non uniformes. Néanmoins, sans *a priori* topologique concernant le réseau diagnostiqué c'est une restriction nécessaire afin de réduire le nombre de paramètres à estimer. Avec un tel modèle, les faibles valeurs de la réponse réelle seront considérées comme nulles ce qui conduit à faire ressortir les singularités nettes telles que les défauts francs.

Avec cette nouvelle hypothèse, la résolution se fait toujours suivant un critère des moindres carrés selon (2.12) mais en ajoutant une contrainte correspondant au modèle (2.19). Le problème de *déconvolution impulsionnelle* ainsi formulé est récurrent en traitement du signal et on peut trouver une large bibliographie sur le sujet [67, 68, 69].

Rappelons, étant donné les contraintes importantes de notre système en termes de capacité de calcul, que la complexité algorithmique des méthodes choisies est un critère important. Cela nous a amené à écarter les méthodes basées sur de l'optimisation combinatoire qui s'appuient généralement sur le modèle statistique *Bernouilli-Gaussien* classique en déconvolution impulsionnelle. Les algorithmes *SMLR* (*Single Most Likely Replacement*), *MPM* (*Maximum Posterior Mode*) ou encore *ICM* (*Iterated Conditional Modes*) [68, 69] basés sur ce principe peuvent fournir de très bons résultats dans un certain nombre de contextes mais demeurent complexes aussi bien en temps de calcul qu'en terme d'occupation mémoire et sont donc inenvisageables pour un traitement embarqué temps réel. Les méthodes de déconvolution sélectionnées pour le diagnostic en ligne sont présentées dans la section suivante.

2.4 Méthodes d'estimation par déconvolution impulsionnelle

Deux stratégies de déconvolution impulsionnelle sont présentées ici. Leur choix résulte du fait que les algorithmes correspondants sont bien adaptés à une intégration dans un système embarqué avec une contrainte temps réel. Après en avoir exposé le principe, les performances de ces méthodes dans le contexte de la réflectométrie multiporreuse seront analysées.

On se place ici dans le cas où les porteuses interdites sont totalement annulées et les autres sont d'amplitudes égales : $c_n \in \{0, 1\}$. L'ensemble contenant les indices des porteuses interdites est noté

$$\mathcal{F}_0(\mathbf{c}) = \{n \in \{0, \dots, N/2\} : c_n = 0\} \quad (2.20)$$

et on note $N_0 = \text{Card}(\mathcal{F}_0)$ le nombre de porteuses annulées. Il est alors intéressant de remarquer que la matrice \mathbf{S} (de rang $N - 2N_0$) peut se décomposer sous la forme

$$\mathbf{S} = \lambda \mathbf{A}^{\mathbf{H}} \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{(N-2N_0)} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right) \mathbf{A}, \quad (2.21)$$

où \mathbf{A} est une *matrice unitaire*⁷ de dimension $N \times N$ et $\mathbf{I}_{(N-2N_0)}$ est la matrice identité de dimension

7. Une matrice carré \mathbf{U} est unitaire si et seulement si $\mathbf{U}^{\mathbf{H}} = \mathbf{U}^{-1}$

$(N - 2N_0) \times (N - 2N_0)$ et λ une constante. Donc, abstraction faite du bruit additif, le problème des moindres carrés possède une infinité de solutions de la forme

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{1}{\lambda^2} \mathbf{S}^H \underline{\mathbf{y}} + \underline{\mathbf{h}}_0 \quad , \quad \underline{\mathbf{h}}_0 \in \text{Ker}(\mathbf{S}), \quad (2.22)$$

où $\underline{\mathbf{h}}_0$ est un vecteur appartenant au noyau de \mathbf{S} (donc inconnu) et $\mathbf{S}^H \underline{\mathbf{y}}$ correspond à la sortie du filtre adapté. Il s'agit alors de retrouver les valeurs $\underline{\mathbf{h}}_0$ correspondant à la vraie réponse $\underline{\mathbf{h}}$ grâce à l'hypothèse de parcimonie.

2.4.1 Moindres-carrés régularisés

Cette stratégie consiste à optimiser une fonction de coût basée sur un critère des moindres carrés auquel on ajoute une *fonction de régularisation* permettant d'introduire l'information que l'on a *a priori* et d'améliorer le conditionnement. La fonction de coût à minimiser peut alors s'écrire

$$J(\underline{\mathbf{h}}) = \|\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\underline{\mathbf{h}}\|_2^2 + \mu\phi(\underline{\mathbf{h}}). \quad (2.23)$$

Le premier terme représente le critère des moindres carrés. La constante μ est le paramètre de régularisation et permet de doser le compromis entre la fidélité aux données (moindres carrés) et la connaissance *a priori* de $\underline{\mathbf{h}}$. Cette connaissance *a priori* est représentée par la fonction $\phi(\underline{\mathbf{h}})$ et son choix va déterminer la façon dont la résolution va être guidée. Ainsi, plus la forme du signal $\underline{\mathbf{h}}$ est pertinente au sens de l'hypothèse fixée, plus la valeur de ϕ doit être petite, il s'agit ici de favoriser les solutions à caractère parcimonieux.

A Choix de la fonction de régularisation

On rencontre couramment ce type de critère en déconvolution d'images, plusieurs choix, plus ou moins idéaux [67, 70] sont possibles pour cette fonction de régularisation. Le plus simple, du point de vue de la mise en œuvre, est la norme L2 du vecteur $\Phi(\underline{\mathbf{h}}) = \|\underline{\mathbf{h}}\|_2^2$ on aboutit alors à une solution du type filtre de Hunt [71] qui peut se calculer de manière directe. Ce type de pénalisation permet de limiter l'énergie de l'estimation ce qui revient à réduire l'influence des bandes de fréquence dans lesquelles le spectre s'annule ou est très atténué. En revanche cela n'introduit aucun *a priori* concernant la nature parcimonieuse de la solution. Finalement, il ne suffit pas de limiter l'énergie mais d'indiquer la façon dont elle doit se répartir dans le domaine temporel.

Là où la norme L2 induit une contrainte homogène sur l'ensemble du vecteur on constate que la norme L1⁸, elle, favorise des solutions à caractère parcimonieux. Ainsi, à énergie égale, cette dernière est plus faible lorsque l'énergie est répartie sous forme de pics. La régularisation par norme L1 connaît actuellement un vif succès pour l'estimation de signaux parcimonieux tels que la réponse de canal multitrajet[69]. Ce choix conduit à la fonction de coût suivante

$$J(\underline{\mathbf{h}}) = \|\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\underline{\mathbf{h}}\|_2^2 + \mu\|\underline{\mathbf{h}}\|_1. \quad (2.24)$$

L'optimisation de cette fonction de coût est notamment connue dans la littérature sous le nom de *basis pursuit*[72]. Cette dernière est équivalente⁹ au problème d'optimisation sous contrainte

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}} = \begin{cases} \arg \min_{\underline{\mathbf{h}}} \|\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\underline{\mathbf{h}}\|_2 \\ \|\underline{\mathbf{h}}\|_1 < T \end{cases} \quad , \quad T \in \mathbb{R}, \quad (2.25)$$

8. Norme L1 : $\|\underline{\mathbf{x}}\|_1 = \sum_{n=0}^{N-1} |x_n|$

9. L'équivalence se fait par les multiplicateurs de Lagrange

ou critère *LASSO*[73]. L'avantage de (2.24) est qu'il s'agit d'une fonction convexe, elle peut donc être minimisée par des algorithmes de descente étant donné l'absence de minima locaux.

Ce critère constitue un choix très intéressant pour le diagnostic en ligne car il existe des algorithmes de complexité raisonnable pour l'optimisation. Un des algorithmes les plus connus et utilisés actuellement est ISTA (Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm) [74, 75] et ses variantes plus optimisées que nous allons décrire dans la suite.

B Algorithme de résolution

Une stratégie possible pour minimiser une fonction convexe, aussi complexe soit elle, est la *Majoration-Minimisation* ou MM. Le principe est de déterminer, à chaque itération k , une fonction G_k satisfaisant

$$\begin{cases} G_k(\underline{\mathbf{h}}) & \geq J(\underline{\mathbf{h}}) \\ G_k(\underline{\mathbf{h}}_k) & = J(\underline{\mathbf{h}}_k) \end{cases} \quad (2.26)$$

facile à minimiser, $\underline{\mathbf{h}}_k$ étant le résultat de la dernière itération. C'est le point de départ de l'algorithme IST [74] qui permet de minimiser des fonctions de la forme (2.23) dans le cas convexe. La figure 2.6 illustre le principe de la Majoration-Minimisation, les fonction G_k minimisées sont minimisées jusqu'à atteindre le minimum de J .

On trouve dans [76] la démarche qui aboutit à l'expression de l'itération permettant de minimiser (2.24). On présente ici les principales étapes du raisonnement. La fonction définie par

$$G_k(\underline{\mathbf{h}}) = \alpha \left\| \underline{\mathbf{h}}_k + \frac{1}{\alpha} \mathbf{S}^T(\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\underline{\mathbf{h}}_k) - \underline{\mathbf{h}} \right\|_2^2 + \mu \|\underline{\mathbf{h}}\|_1 + K, \quad (2.27)$$

K et α étant des constantes, obéit à (2.26) si la matrice $(\alpha\mathbf{I} - \mathbf{S}^T\mathbf{S})$ qui multiplie $\underline{\mathbf{h}}_k$ est définie positive on pose¹⁰ donc $\alpha \geq \max \text{eig}(\mathbf{S}^T\mathbf{S})$. Le minimum de (2.27) est égal à celui de

$$G_k(\underline{\mathbf{h}}) = \|\underline{\mathbf{a}}_k - \underline{\mathbf{h}}\|_2^2 + \frac{\mu}{\alpha} \|\underline{\mathbf{h}}\|_1, \quad \underline{\mathbf{a}}_k = \underline{\mathbf{h}}_k + \frac{1}{\alpha} \mathbf{S}^T(\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\underline{\mathbf{h}}_k). \quad (2.28)$$

Le vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ qui minimise G_k peut alors être approché de manière itérative par

$$\underline{\mathbf{h}}_{k+1} = \Psi \left[\underline{\mathbf{h}}_k + \underline{\mathbf{a}}_k, \frac{\mu}{2\alpha} \right], \quad (2.29)$$

où $\Psi(\underline{\mathbf{v}}, T)$ correspond à une fonction de seuillage doux (*Soft Thresholding*) qui est appliquée à chaque composante du vecteur

$$\Psi(v_n, T) = \text{sign}(v_k) \max(0, |v_k| - T). \quad (2.30)$$

En reprenant (2.27), on obtient finalement

$$\underline{\mathbf{h}}_{k+1} = \Psi \left[\underline{\mathbf{h}}_k + \frac{1}{\alpha} \mathbf{S}^T(\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\underline{\mathbf{h}}_k), \frac{\mu}{2\alpha} \right] \quad (2.31)$$

pour la minimisation de la fonction de coût (2.24)

Afin d'aboutir à une implémentation efficace de l'algorithme IST la relation (2.31) peut se réécrire

$$\underline{\mathbf{h}}_{k+1} = \Psi \left[\underline{\mathbf{h}}_k + \frac{1}{\alpha} (\underline{\mathbf{z}} - \mathbf{F}^H \mathbf{C}^2 \mathbf{F} \underline{\mathbf{h}}_k), \frac{\mu}{2\alpha} \right], \quad (2.32)$$

10. Dans notre cas les valeurs propres correspondent aux coefficients c_n on prendra donc en pratique $\alpha = \max(\mathbf{c})$

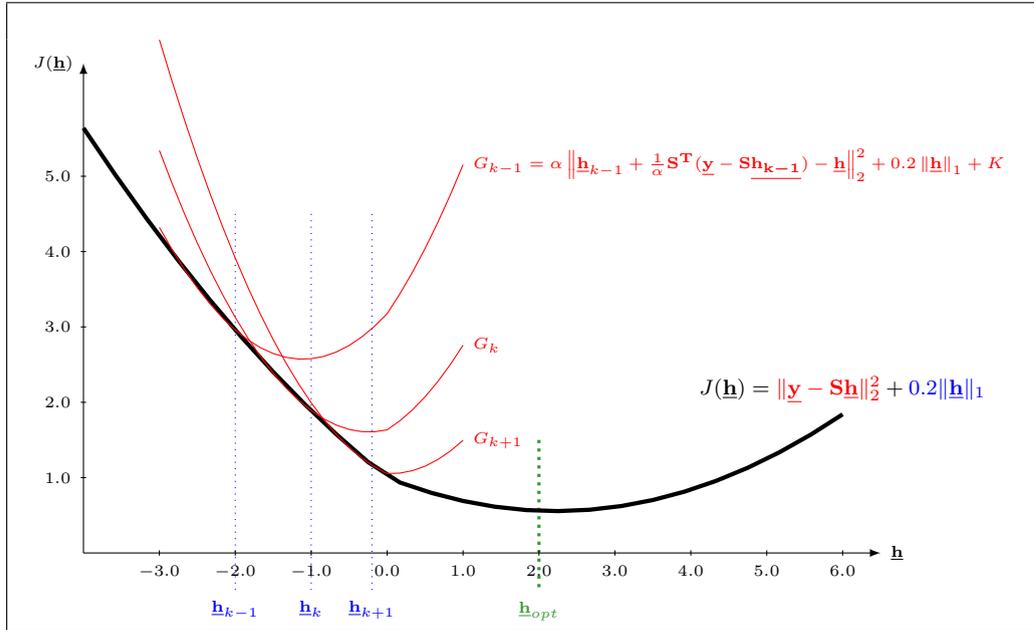


Figure 2.6 – Illustration du principe de Majoration-Minimization

1. Initialisation

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_0 &= \hat{\mathbf{h}}_0 = \mathbf{z} = \mathbf{r}_{sy} = \mathbf{S}^T \mathbf{y} \\ \alpha &= \max(\mathbf{c}) \\ t_0 &= 1 \end{aligned}$$

2. Landweber iteration : $k \geq 1$

$$\mathbf{a}_k = \frac{1}{\alpha} \left(\mathbf{z} - \mathbf{F}^H \mathbf{C}^2 \mathbf{F} \hat{\mathbf{h}}_{k-1} \right)$$

3. Soft Thresholding

$$\mathbf{v}_k = \Psi \left(\hat{\mathbf{h}}_{k-1} + \mathbf{a}_k, \frac{\mu}{2\alpha} \right)$$

4. Gradient

$$\begin{aligned} t_k &= \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_{k-1}^2}}{2} \\ \hat{\mathbf{h}}_k &= \mathbf{v}_k + \left(\frac{t_{k-1} - 1}{t_k} \right) (\mathbf{v}_k - \mathbf{v}_{k-1}) \end{aligned}$$

5. Réitère à partir de 2 jusqu'à ce qu'un critère de fin soit satisfait.

Figure 2.7 – Instructions de l'algorithme FISTA.

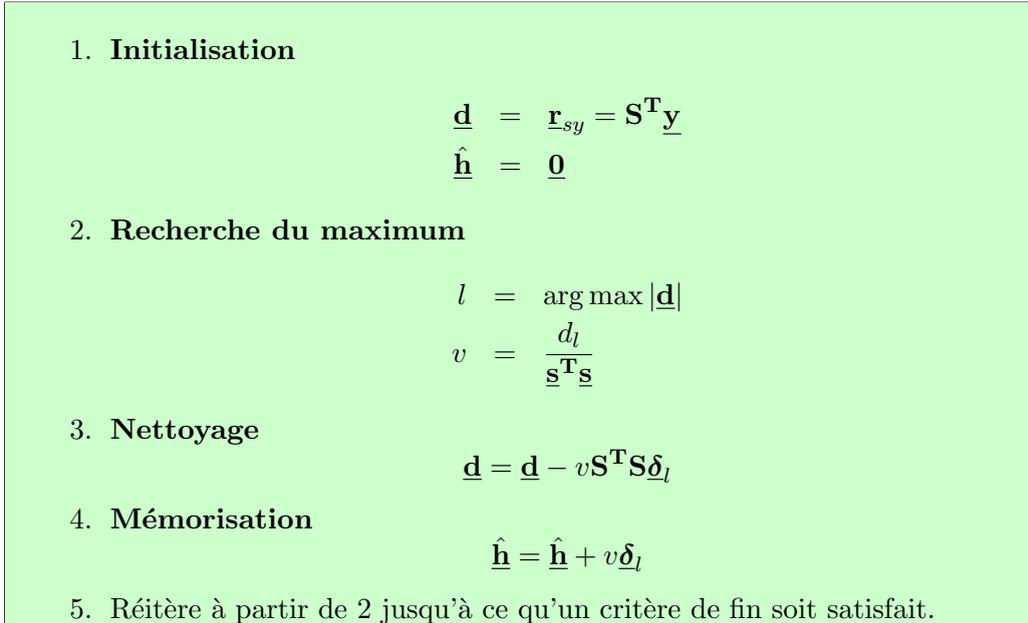


Figure 2.8 – Instructions de l'algorithme CLEAN.

où le vecteur $\underline{\mathbf{z}} = \mathbf{S}^T \underline{\mathbf{y}}$ est calculé au début. La convolution est ici effectuée dans le domaine fréquentiel avec $\mathbf{F}^H \mathbf{C}^2 \mathbf{F} = \mathbf{S}^T \mathbf{S}$. Une FFT et une IFFT doivent être effectuées à chaque itération car l'opération de seuillage se fait dans le domaine temporel. On aboutit à une complexité en $\mathcal{O}(N \log(N))$ pour chaque itération. Le seuillage et la multiplication point à point, effectués dans le domaine temporel, ont tous deux une complexité en $\mathcal{O}(N)$. La fonction de coût $J(\underline{\mathbf{h}}_k)$ converge en $\mathcal{O}(1/k)$ (k étant le nombre d'itérations). Une variante beaucoup plus récente *FISTA* (Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm) [75] permet de converger en $\mathcal{O}(1/k^2)$. Cet algorithme consiste à ajouter à (2.32) une étape de descente du gradient. En effet, la direction du gradient de $J(\underline{\mathbf{h}}_k)$ correspond à peu près à l'opposé de la dernière variation de l'estimation $\underline{\mathbf{h}}_k$ vu que cette variation tend à diminuer la valeur du coût. On peut donc poser $\nabla J(\underline{\mathbf{h}}_k) = \underline{\mathbf{h}}_{k-1} - \underline{\mathbf{h}}_k$, et ainsi prolonger la descente donnée par (2.32) par

$$\underline{\mathbf{h}}_{k+1} = \underline{\mathbf{h}}_k - t_k \nabla J(\underline{\mathbf{h}}_k), \quad (2.33)$$

le calcul des poids t_k optimaux est donné dans [75]. On aboutit alors à l'algorithme donné figure 2.7. Le surcoût de calcul associé à la descente du gradient est tout à fait négligeable devant le reste. On utilisera donc avantageusement *FISTA* pour la résolution de (2.24). On a pu constater en pratique, dans le cadre de la réflectométrie multiporteuse, que la convergence prend entre 10 et 20 itérations.

On utilisera dans la suite le terme de méthode ou algorithme IST pour faire référence à l'optimisation du critère (2.24) par l'algorithme *FISTA*.

2.4.2 Déconvolution par algorithme Clean

La deuxième approche retenue pour la déconvolution est une méthode heuristique, l'algorithme CLEAN [77] initialement conçu pour la déconvolution des images astronomiques [78]. On retrouve cet algorithme, dans une forme plus générale, sous le nom de *Matching Pursuit* [79] correspondant à la décomposition en motifs élémentaires. On gardera ici l'appellation CLEAN souvent utilisée dans le cas particulier de la déconvolution. Le principe consiste à détecter de manière itérative les pics présents dans le signal et d'en supprimer la contribution à chaque détection. Le détail de l'algorithme est donné figure 2.8

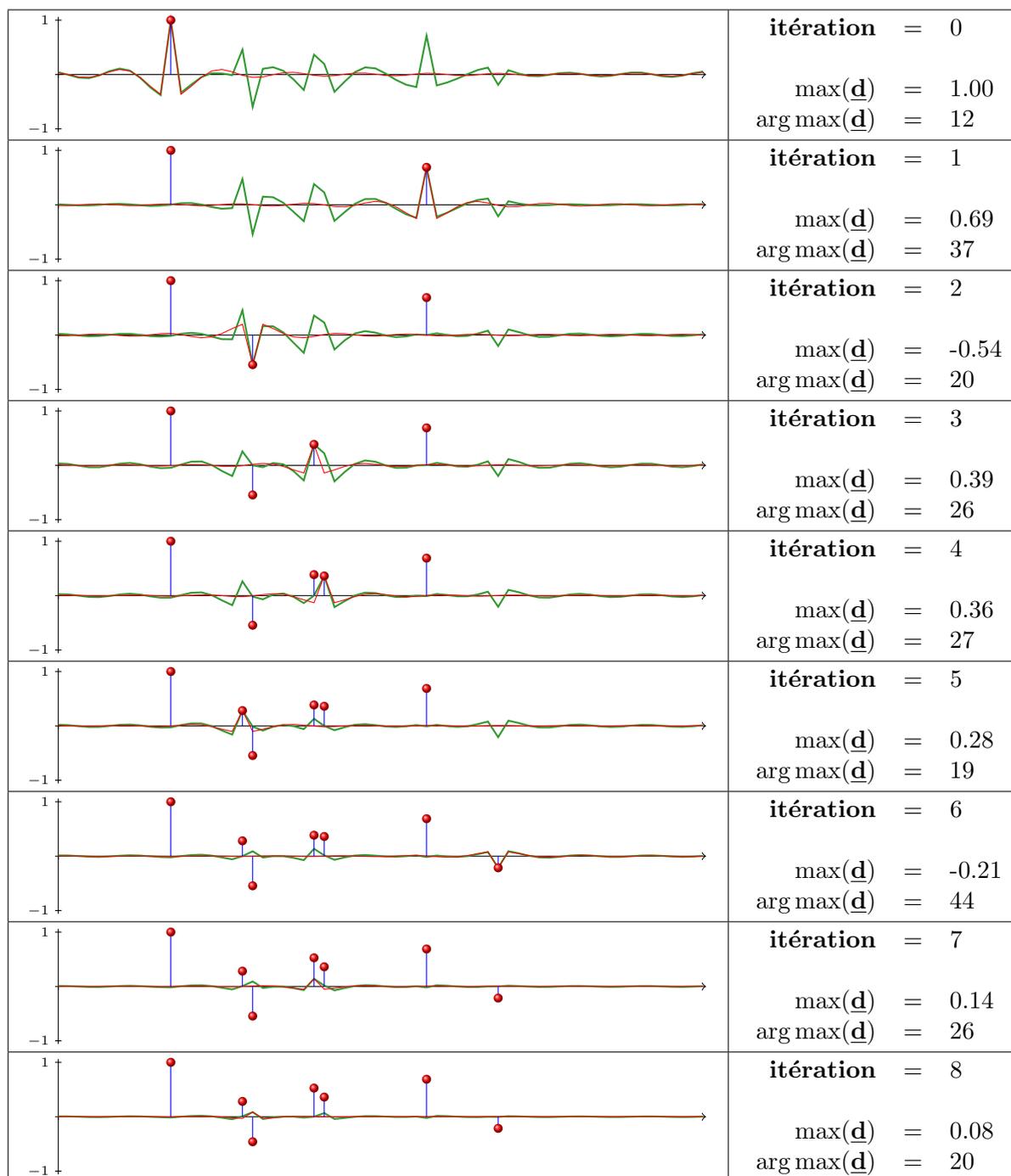


Figure 2.9 – Déroulement de l'algorithme CLEAN.

Ce traitement est effectué après filtrage adapté, le noyau de convolution (ou motif) est donc la fonction d'autocorrélation. A chaque itération, le pic le plus important est détecté par recherche du maximum (en valeur absolue). L'amplitude approximative et la position sont déduites de ce maximum ce qui permet de calculer sa contribution et de la retrancher du signal $\underline{\mathbf{d}}$ ou *dirty map*. Le pic est ensuite rajouté au vecteur du résultat final (*clean map*) que l'on note ici $\hat{\underline{\mathbf{h}}}$. Les vecteurs $\underline{\mathbf{d}}$ et $\hat{\underline{\mathbf{h}}}$ sont donc liés, à la $k^{\text{ème}}$ itération, par la relation

$$\underline{\mathbf{d}}_k = \mathbf{S}^T (\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{S}\hat{\underline{\mathbf{h}}}_k). \quad (2.34)$$

Autrement dit $\underline{\mathbf{d}}$ correspond à l'erreur d'estimation ou résidu et pourra être notamment utilisé pour le critère d'arrêt. Le maximum de la fonction d'autocorrélation n'est pas nécessairement 1 c'est pourquoi il est nécessaire de normaliser les valeurs maximales comme on peut le voir dans le calcul de v .

A l'origine, l'idée de l'algorithme CLEAN pour la réflectométrie multiporteuse vient du fait que la fonction d'autocorrélation possède un maximum très prononcé en 0 comme on peut le voir figure 2.2.

De par sa structure, cet algorithme fournit un résultat de nature parcimonieuse. On peut montrer qu'il converge vers une solution des moindres carrés [80], or comme nous l'avons vu, il existe une infinité de solutions satisfaisant le critère des moindres carrés, l'algorithme CLEAN va donc implicitement être guidé vers une solution plutôt qu'une autre. Les pics sont détectés par ordre d'amplitude décroissante. A chaque détection, une erreur sur l'amplitude, liée à la superposition des pics adjacents est commise. Ainsi, les premiers pics détectés sont les plus sûrs, l'incertitude s'accumule au fur et à mesure des itérations. Cette incertitude devient réellement gênante lorsqu'elle commence à affecter la position des pics. Cela se produit à partir du moment où les maxima sont noyés dans le bruit d'estimation issu des précédentes itérations. La condition d'arrêt de la résolution doit donc être fixée de manière à éliminer les effets du bruit additif et s'acquitter de l'indétermination. Deux critères d'arrêt peuvent être utilisés

- **L'erreur résiduelle** : on stoppe lorsque l'amplitude du résidu contenu dans le vecteur $\underline{\mathbf{d}}$ est inférieure à un seuil fixé

$$\|\underline{\mathbf{d}}\|_{\infty} < \epsilon_{CLEAN}. \quad (2.35)$$

La valeur du seuil ϵ_{CLEAN} doit être supérieure au niveau de bruit.

- **Le nombre de pics** : Dans le cas où l'on a une connaissance *a priori* de la topologie du réseau, il peut être intéressant de contraindre le nombre maximum de pics détectés par l'algorithme CLEAN. En ajoutant ce critère au précédent, on impose une contrainte supplémentaire qui peut permettre de limiter le nombre de faux positifs.

La figure 2.9 illustre bien le fonctionnement de l'algorithme et la façon dont les pics sont détectés par ordre d'amplitude décroissante. Dans cette séquence, la position de chaque maximum détecté correspond bien à un pic réel du signal recherché, il n'y a pas de changement de position après détection. Ainsi, lorsque de faux maxima sont détectés, l'algorithme est "engagé" dans une solution erronée. Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que les deux dernières itérations (7, 8) correspondent à des corrections d'amplitude. Contrairement aux positions, les amplitudes peuvent donc être corrigées après détection.

L'avantage de cet algorithme est sa faible complexité qui en fait une méthode de choix pour une intégration dans un système embarqué. En effet chaque itération a une complexité en $\mathcal{O}(N)$, plus précisément il y a N comparaisons et N multiplications-additions. Le nombre d'itérations est à peu près proportionnel au nombre de pics sachant qu'il y a au moins une itération par pic. Bien que basée sur une heuristique, on peut montrer mathématiquement différentes propriétés de sa convergence et l'expérience a montré sa pertinence pour l'estimation des signaux parcimonieux. Nous allons étudier dans la suite les résultats qu'il permet d'obtenir dans le cadre de la réflectométrie multiporteuse.

2.4.3 Résultats et limites

Nous nous concentrons ici sur les deux méthodes de déconvolution impulsionnelle qui ont été présentées dans la précédente section. Cette partie a deux objectifs. Il s'agit d'une part de montrer les performances des méthodes sélectionnées sur différents exemples de réponses. D'autre part, il est nécessaire d'en connaître les limites c'est à dire le nombre de porteuses que l'on peut annuler tout en conservant un résultat acceptable pour la localisation de défauts. On notera que le critère de qualité déterminant est la position des pics. Il faut bien sûr aussi limiter autant que possible les *faux positifs*, c'est à dire les pics détectés qui n'existent pas, ainsi que les pics non détectés.

A Limite théorique pour l'algorithme CLEAN

On se propose ici de poser une limite théorique au nombre N_0 de porteuses réduites. En premier lieu, il convient de considérer le nombre de paramètres à estimer dans le problème de déconvolution. En supposant le nombre L de pics significatifs connus, il y a $2L$ paramètres à estimer (α_l et τ_l). Cela permet d'établir une limite absolue correspondant à $N_0 < N/2 - L$ au dessus de laquelle l'estimation est nécessairement inconsistante. Cette limite est insuffisante en pratique en raison des différentes imperfections et au caractère non linéaire du problème d'estimation.

En analysant de manière qualitative les algorithmes de résolution, il est possible de s'approcher davantage des limites réelles de l'estimateur. L'idée est ici de se baser sur le fonctionnement de l'algorithme CLEAN en analysant les maxima de la fonction d'autocorrélation, exprimée par la relation (2.7), du signal test. Sachant que l'idée de l'algorithme est d'utiliser le fait que le maximum global de la fonction d'autocorrélation est bien démarqué, si ce n'est pas le cas, la position des maxima détectés a plus de risque d'être influencée par les pics voisins ce qui se traduit par des faux positifs. En termes d'optimisation, on peut voir ce problème comme une convergence vers des minima locaux d'une fonction de coût, or l'impact de cela est important dans la mesure où la stratégie consiste ici à ne pas atteindre la convergence globale de l'algorithme CLEAN. Une caractérisation plus précise de cette démarcation va permettre ici de poser un seuil sur la valeur de N_0 .

La démarcation du maximum global de la fonction d'autocorrélation de valeur m_0 est défini par le rapport λ entre ce dernier et la valeur du deuxième maximum m_1 .

Le maximum global qui correspond au premier élément du vecteur \mathbf{r}_{ss} est donné par

$$m_0 = \mathbf{c}^T \mathbf{c} = N - 2N_0. \quad (2.36)$$

Le deuxième maximum est donné par

$$m_1 = \max_{k \in \{1, \dots, N/2\}} \left| 2 \sum_{n \in \mathcal{F}_0^c} \cos \left(2\pi \frac{nk}{N} \right) \right|, \quad (2.37)$$

où \mathcal{F}_0^c est le complémentaire de \mathcal{F}_0 c'est à dire l'ensemble des indices des porteuses actives. Afin d'établir une expression générale et simple de la limite, on retiendra plutôt une borne supérieure pas trop éloignée de la valeur réelle de m_1 . En effet, on peut facilement montrer que $m_1 < 2N_0$. En effet, lorsque tous les coefficients c_n sont à 1, l'autocorrélation est idéale et $m_1 = 0$, on a donc

$$m_1 = \max_{k \in \{1, \dots, N/2\}} \left| 2 \sum_{n=0}^{N-1} \cos \left(2\pi \frac{nk}{N} \right) - 2 \sum_{m \in \mathcal{F}_0^c} \cos \left(2\pi \frac{mk}{N} \right) \right|.$$

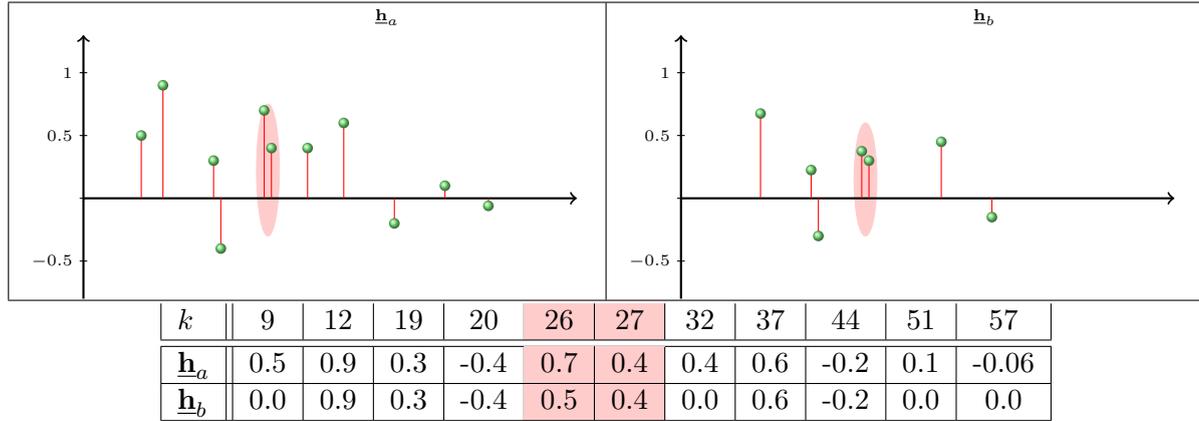


Figure 2.10 – Réponses utilisées pour les simulations.

Cela permet d'écrire

$$m_1 = \max_{k \in \{1, \dots, N/2\}} \left| 2 \sum_{n \in \mathcal{F}_0} \cos \left(2\pi \frac{nk}{N} \right) \right| < 2N_0, \quad (2.38)$$

d'après l'inégalité triangulaire. Dans un cas général, on prendra donc $m_1 \approx 2N_0$ ce qui fournit une bonne approximation lorsque les fréquences des porteuses inactives sont consécutives. On aboutit alors à la condition

$$N_0 < \frac{N}{2(\lambda + 1)}. \quad (2.39)$$

En fixant comme critère¹¹ $\lambda = 2$ on aboutit à $N_0 < N/6$ c'est à dire que l'on peut annuler 1/3 de la bande utile ce qui correspond à $F_s/6$. Ainsi par exemple pour un signal émis à une cadence de 100MHz on peut annuler la bande allant de 0 à 16MHz en respectant ce critère.

B Limite expérimentale de N_0 et comparaison d'algorithmes

Afin de mettre en évidence les performances et limites que l'on peut attendre de la réflectométrie multiporteuse, un jeu de tests a été effectué en simulation. On se concentre ici sur la capacité des algorithmes de résolution à retrouver le vecteur \underline{h} réel en dépit de l'information perdue. L'efficacité des algorithmes IST et CLEAN sera aussi comparée. Aucun sur-échantillonnage n'est réalisé afin de pouvoir isoler l'influence du paramètre N_0 .

Les jeux de résultats visibles figures 2.11 et 2.12 donnent l'estimation fournie par les algorithmes IST et CLEAN pour les deux exemples de réponse visible figure 2.10. Ces exemples sont artificiels mais sont semblables à ce que l'on peut obtenir dans le cas de réseaux en "Y". En outre, les différences entre les deux réponses ont été précisément choisies afin de mettre en évidence les paramètres critiques pouvant influencer la résolution, ainsi plusieurs pics des deux réponses sont rigoureusement identiques. La première différence est le nombre de pics plus important pour la première. La deuxième concerne les deux pics voisins positifs (4^{ème} et 5^{ème} de \underline{h}_b) dont la différence entre les amplitudes est moins importante sur la deuxième réponse que sur la première. Le signal test utilisé est formé de $N = 64$ échantillons. Nous avons choisi ici d'annuler les basses fréquences, $c_n = 0$ pour n allant de 0 à $N_0 - 1$. Les valeurs de N_0 ont été choisies autour du seuil $N/6 \approx 10$ établi dans le précédent paragraphe afin d'observer le comportement des estimateurs autour de cette limite.

11. Lorsque deux pics de même amplitude sont placés sur deux échantillons consécutifs, leur lobe principal respectif s'annule pour $\lambda = 2$, d'où le choix de ce critère dans la suite

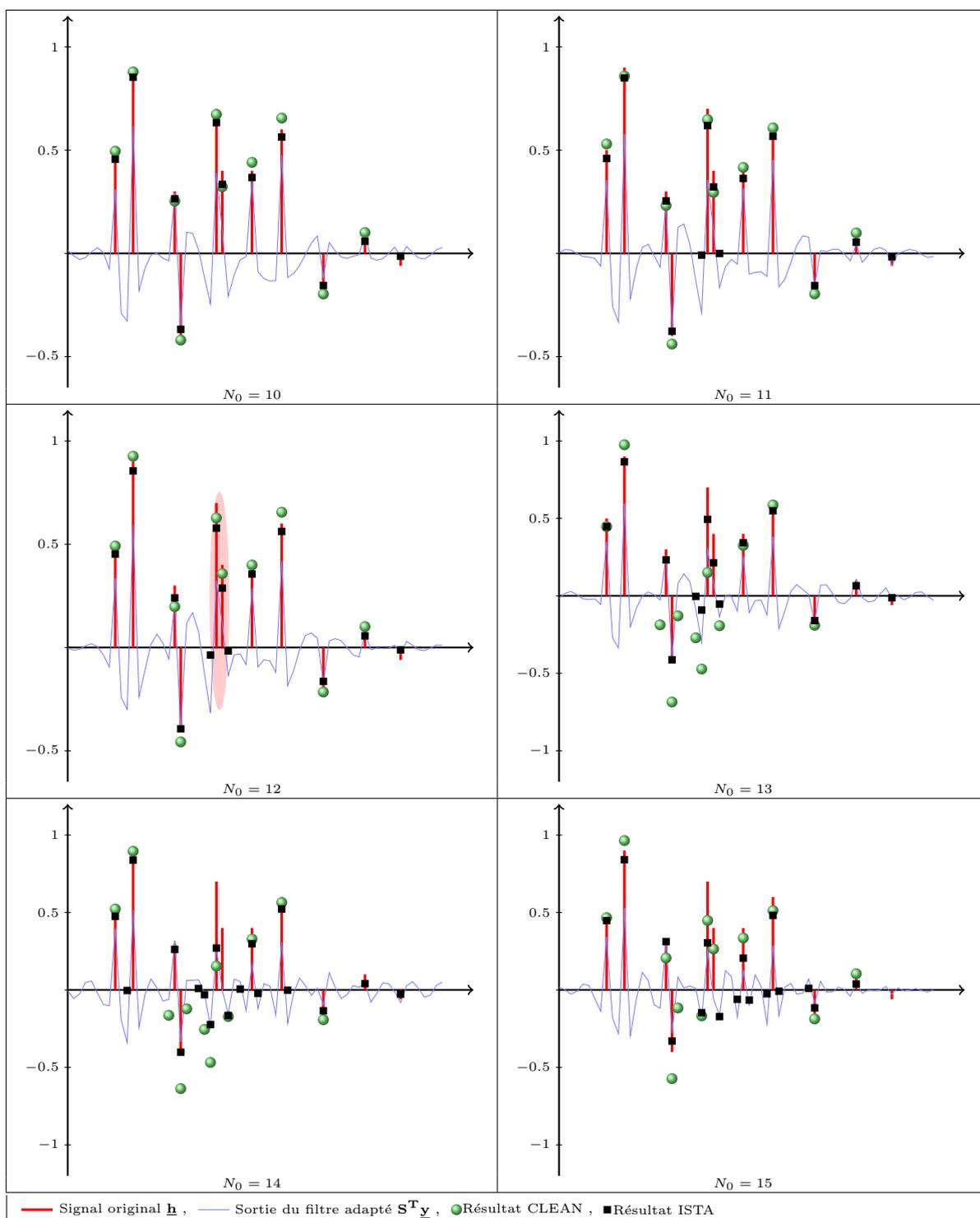


Figure 2.11 – Résultats obtenus par déconvolution impulsionnelle pour la réponse (a) de la figure 2.10.

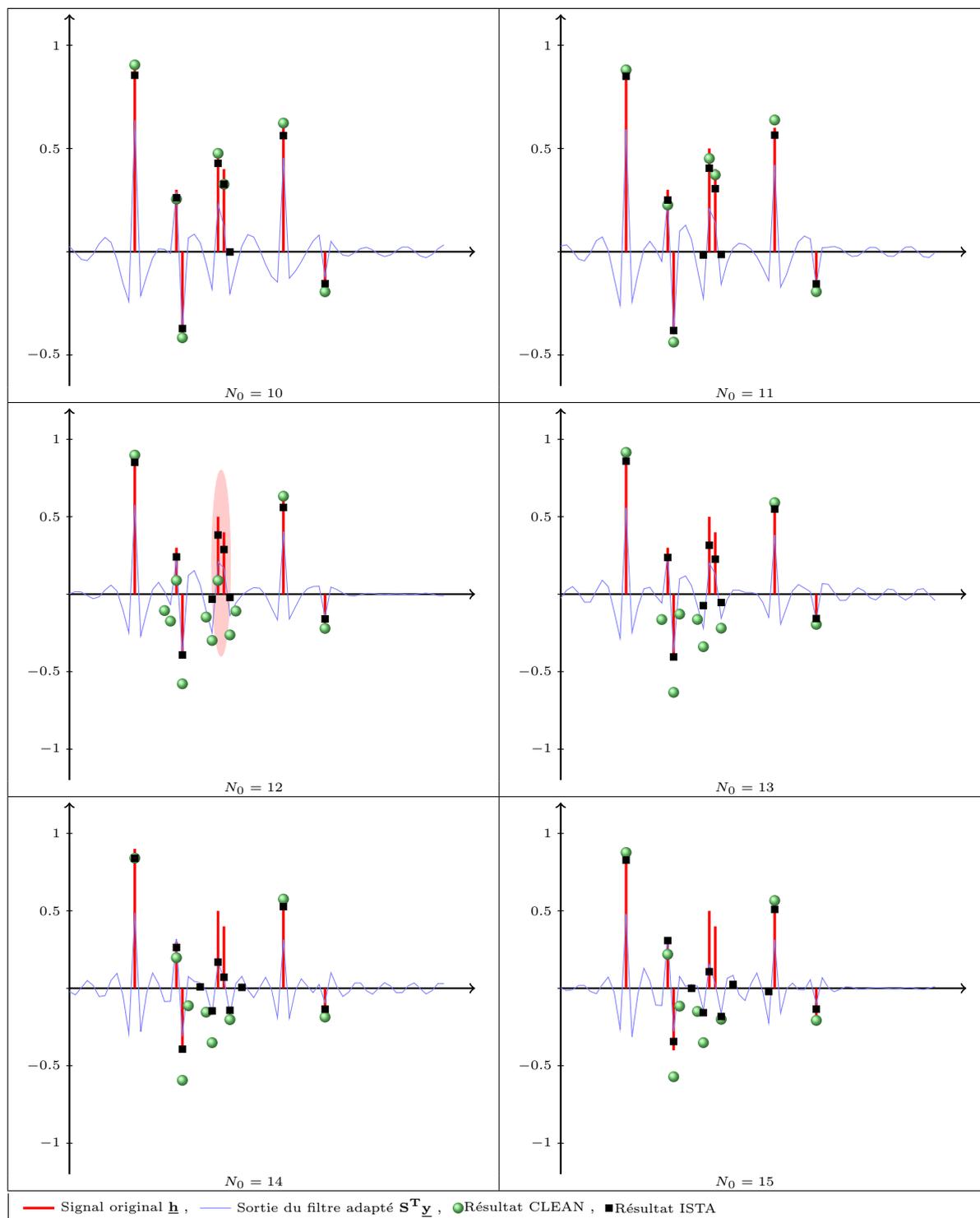


Figure 2.12 – Résultats obtenus par déconvolution impulsionnelle pour la réponse (b) de la figure 2.10.

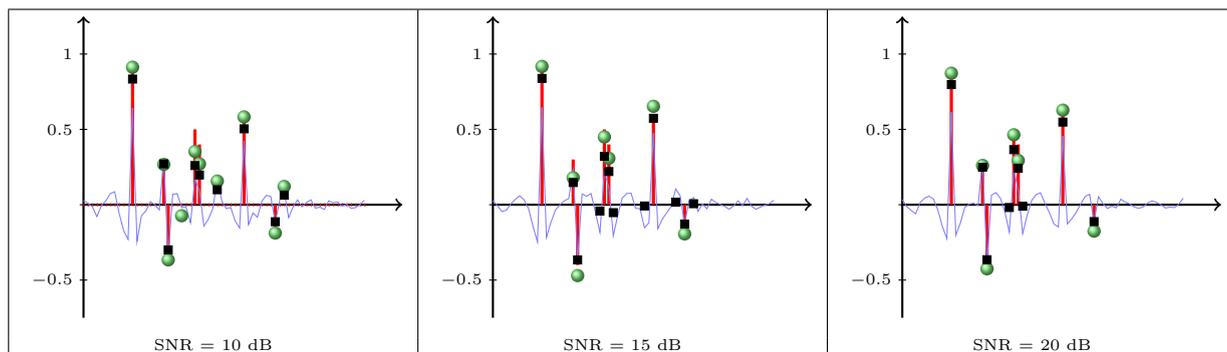


Figure 2.13 – Résultat obtenu par déconvolution impulsionnelle en fonction du rapport signal à bruit $N_0 = 10$.

On remarque sur les résultats donnés figures 2.11 et 2.12, que l'algorithme CLEAN s'écarte brutalement de la solution au voisinage du seuil critique de N_0 . A l'opposé, l'erreur d'estimation fournie par l'algorithme IST évolue progressivement et reflète davantage l'augmentation de la quantité d'informations perdue. De ce fait, on aboutit ici à des performances légèrement meilleures pour ce dernier. Une autre propriété intéressante de l'algorithme CLEAN est qu'il est très sensible à la différence d'amplitude entre des pics voisins. En effet, on remarque que les performances sur la réponse 2 sont moins bonnes pour $N_0 = 12$. Cela s'explique par le fait que les amplitudes des deux pics positifs voisins sont quasiment égales alors que pour la réponse 1, la différence d'amplitude au sein de chaque paire de pics voisins est plus importante. En revanche, l'interaction entre les pics éloignés les uns des autres est faible. Aussi, l'augmentation du nombre de pics dans la première réponse ne semble pas détériorer l'estimation.

C Limite expérimentale du rapport signal sur bruit

Afin de prendre en compte l'effet des perturbations que subit le système, l'estimation a également été simulée avec un bruit additif. Le bruit choisi est blanc Gaussien. La réponse \mathbf{h}_b a été utilisée et le signal test est toujours constitué de $N = 64$ échantillons. On fixe ici $N_0 = 10$ qui correspond à la limite théorique donnée plus haut par (2.39).

Les résultats obtenus sont visibles figure 2.13. Pour chaque niveau de bruit, plusieurs tirages ont été effectués et le pire des cas a été retenu afin d'évaluer la dégradation du résultat. Le rapport signal à bruit est exprimé en sortie du filtre adapté. Dans le cas d'un bruit blanc, les rapports en entrée et en sortie du filtre sont liés par

$$\text{SNR}_{\text{adap}} = \frac{N - 2N_0}{N} \text{SNR}_{\underline{\mathbf{y}}}. \quad (2.40)$$

On peut constater que la sensibilité des deux algorithmes est à peu près équivalente. Néanmoins, il est possible de diminuer la sensibilité de l'algorithme IST en augmentant l'hyperparamètre μ mais cela fera apparaître un biais plus important au niveau de l'estimation des amplitudes et des pics risquent d'être ignorés. On peut voir que pour SNR=10 dB, des faux positifs d'amplitudes non négligeables apparaissent et risquent de conduire à une détection erronée. Le niveau de bruit doit donc être maîtrisé d'où l'importance dans certaines applications de l'étape de moyennage définie en début de chapitre. On retiendra qu'un SNR de l'ordre de 20 dB conduit à un résultat acceptable.

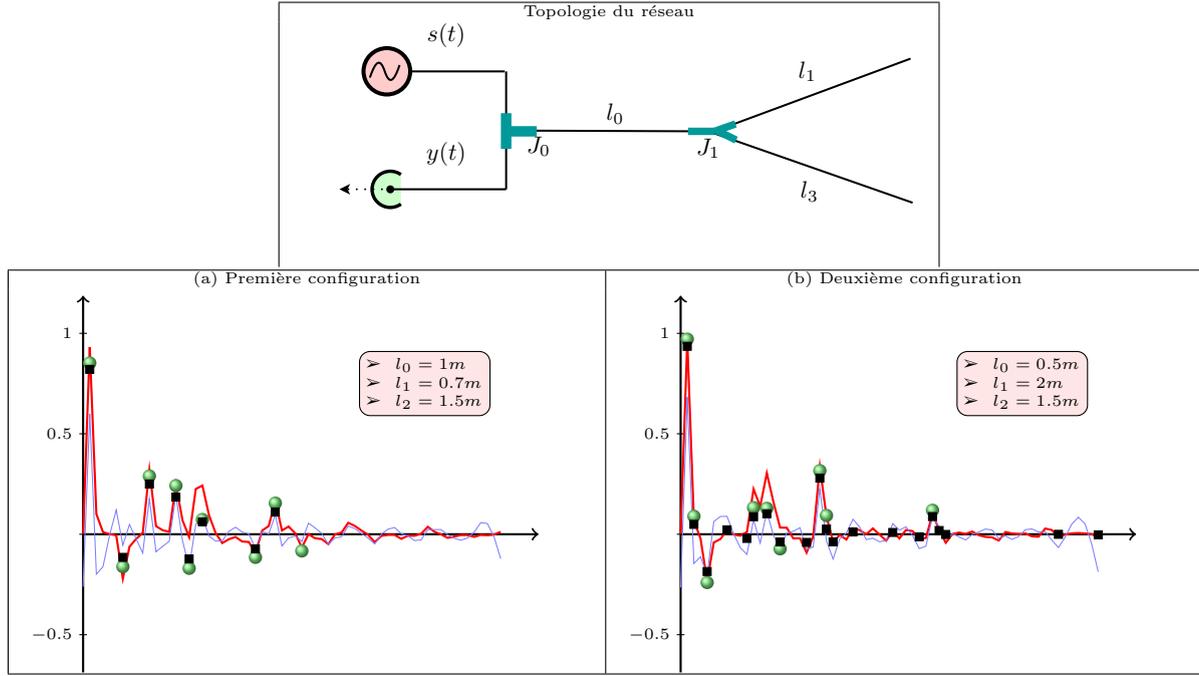


Figure 2.14 – Résultat obtenu par déconvolution impulsionnelle à partir de mesures effectuées sur deux réseaux réels avec $N = 64$, $N_0 = 10$, $F_s = 500$ MHz.

D Mesures sur des réseaux réels

Afin de finaliser l'évaluation des deux estimateurs proposés pour la réflectométrie multiporteuse, la méthode a été appliquée sur des réseaux filaires typiques. Cela permet de voir les limites de l'hypothèse de parcimonie en pratique et d'examiner si la détection de défauts est possible malgré les approximations qui sont faites. Comme pour les simulations, les fréquences d'échantillonnage sont les mêmes à l'émission et à la réception.

Les câbles utilisés ont tous une impédance de 50Ω . Le couplage est réalisé ici au moyen d'une jonction ce qui crée donc un saut d'impédance caractéristique au niveau du point d'injection qui est source d'échos secondaires parasites. On a également présence d'un trajet direct de l'émission vers la réception. L'émission et la réception sont réalisées par des appareils de laboratoire adaptés à l'impédance caractéristique 50Ω et cadencés à une fréquence d'échantillonnage $F_s = 500$ MHz. Sachant que la jonction en T située entre l'émission et la réception est homogène, ses coefficients de transmission et de réflexion sont respectivement $T = 2/3$, $\rho = -1/3$. La relation exacte entre le signal analogique émis x et le signal mesuré y est donc donnée dans le domaine fréquentiel par

$$\frac{Y(f)}{X(f)} = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} \left[H(f) + \sum_{n>0} \left(-\frac{H(f)}{3} \right)^n \right], \quad (2.41)$$

où $H(f)$ est la réponse (ou coefficient de réflexion) du réseau situé en amont de la première jonction. En pratique, les échos secondaires correspondant au troisième terme peuvent être éliminés, mais nous ne traiterons pas de cet aspect dans cette partie.

Les deux réseaux retenus sont du type "Y" (ou étoile à 3 branches), notons que la jonction centrale des deux réseaux a les mêmes caractéristiques que celle utilisée pour le couplage. Les résultats obtenus sont visibles figure 2.14. Sur les deux mesures, le premier pic correspond au trajet direct. De manière générale, on constate que les deux algorithmes fournissent des résultats équivalents. Le seuil d'arrêt de l'algorithme CLEAN est fixé à une valeur un peu supérieure à

l'amplitude du bruit. Pour le premier réseau (figure 2.14 :b) , les 4 échos principaux apparaissent clairement et l'estimation des amplitudes est correcte. Au niveau des échos secondaires, on retrouve les échos dominants en $k(l_1 + l_2)$ et dont l'amplitude décroît exponentiellement en λT^k (c.f. : 1.4), les autres échos sont de très petites amplitudes mais très proches les uns des autres, comme on pouvait le voir dans la réponse théorique d'une étoile à 3 branches, et constituent donc un bruit au sein du modèle parcimonieux. Notons que ce bruit est spécifique dans la mesure où il ne s'agit plus d'une perturbation mais de la vraie fonction $h(t)$. Le moyennage n'a bien entendu aucun effet sur ce dernier, et il est, de par sa nature, corrélé au signal de test et à la *composante parcimonieuse* de $h(t)$. Ce *bruit de modèle* correspond à l'approximation qui est faite dans la connaissance *a priori* de $h(t)$. A cela peuvent être ajoutées les variations progressives de l'impédance caractéristique que nous ne cherchons pas à retracer ici.

Enfin le défaut qui vient le plus fausser le modèle est l'ensemble des phénomènes de filtrage passe-bas inhérents au système et au réseau filaire lui même. Ce dernier est la principale source d'erreur d'estimation après la perte d'information propre à la réflectométrie multiporteuse. La prise en compte de ce filtrage sera approfondie au prochain chapitre.

Le deuxième cas (figure 2.14 :b) est plus difficile du fait de la différence de longueur moins importante entre les deux branches. On atteint donc les limites de résolution pour ce dernier cas. On remarquera que l'analyse du résultat de la TDR est elle même délicate au niveau de la discrimination des deux bouts de branche. L'absence de séparation nette entre les deux pics est en partie due aux phénomènes de filtrage passe-bas. L'observation des échos secondaires conduit ici aux mêmes conclusions que pour le premier réseau.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu montrer que la réflectométrie multiporteuse constitue une solution fonctionnelle au problème des interférences induites par le diagnostic en ligne et ce pour des réseaux complexes. L'analyse des limites faites dans la dernière partie permettra notamment en pratique de déterminer la faisabilité d'un système de réflectométrie multiporteuse pour une application donnée en fonction des contraintes qui sont imposées. Par ailleurs, ce chapitre a été l'occasion d'introduire deux méthodes de déconvolution impulsionnelle qui seront réutilisées dans la suite. Les études réalisées ont montré que pour ce cas particulier des signaux multiporteuses, les performances des deux méthodes sont similaires.

Malgré la pertinence des résultats, les mesures réalisées sur des réseaux réels ont laissé entrevoir les limites de l'approximation parcimonieuse de la réponse du réseau. La prise en compte de cette approximation afin d'améliorer la qualité du résultat est l'un des objectifs du prochain chapitre.

En l'absence de traitement spécifique, la résolution est déterminée par la largeur de l'impulsion équivalente au signal test injecté dans le câble. La haute résolution fait référence aux méthodes permettant d'aller au-delà de cette résolution de base grâce à des algorithmes d'estimation. Dans le cas d'un système discret, cette résolution de base correspond à la période d'échantillonnage T_s . En se replaçant dans le cas de figure énoncé au premier chapitre dans lequel la fréquence d'échantillonnage du signal mesuré est plus élevée que celle de l'injection, nous allons décrire ici les méthodes de haute résolution envisageables pour le diagnostic en ligne.

Dans les premiers paragraphes, le cas d'un signal test idéal, tel un dirac, est considéré. Après avoir posé la problématique de la réflectométrie haute résolution concernant les distorsions engendrées, des techniques de déconvolution et d'estimation myope de la distorsion seront mises en œuvre. Dans le dernier paragraphe, ces techniques seront adaptées aux signaux test multiporteuses.

3.1 Positionnement du problème

3.1.1 Introduction

Le problème posé ici est lié au fait que la fréquence d'échantillonnage du signal émis, qui détermine la largeur de l'impulsion équivalente, est plus faible que la fréquence d'échantillonnage du signal reçu. Dans ce cas, en l'absence de post-traitement spécifique, la résolution en sortie du filtre adapté est limitée par cette largeur d'impulsion. Or, dans une application qui a pour objectif de mesurer des distances, qui correspondent ici à des retards dans le temps, on cherche à atteindre la meilleure résolution possible.

On peut citer deux raisons essentielles à la limitation de la fréquence d'échantillonnage de l'injection. D'une part, les limitations technologiques des convertisseurs utilisés. Notons que du côté de l'acquisition, ces limitations peuvent être contournées par la technique du *temps équivalent* mentionnée au premier chapitre. En revanche, ce type de parade n'est pas possible pour l'injection. On peut éventuellement doubler l'occupation spectrale du signal injecté en utilisant la SSTDR

[40, 45] mais cela requiert l'ajout d'un mélangeur et d'un oscillateur analogique. Notons que, dans ce dernier cas, le signal obtenu en sortie du filtre adapté n'est pas directement exploitable pour des réseaux complexes. Un post-traitement par déconvolution est donc également nécessaire. D'autre part, la deuxième cause de la limitation de la fréquence d'échantillonnage est la bande passante des composants analogiques du réflectomètre aussi bien que des câbles du réseau testé. En outre, nous verrons que l'influence de cette bande passante se manifeste sous la forme d'une distorsion du signal qui prend de plus en plus d'importance lorsque l'on réduit la largeur de l'impulsion.

Dans un contexte où le coût et la consommation des composants électroniques sont primordiaux, ces motivations prennent toute leur importance. La mise en œuvre de différents algorithmes de déconvolution pour l'augmentation de la résolution et la qualité des résultats obtenus sont analysées dans la suite de ce chapitre.

3.1.2 Modélisation

On se place ici dans le contexte où l'échantillonnage de la mesure est plus rapide que celui de l'émission. On note $T'_s = T_s/K$ la période d'échantillonnage du signal y , où K est un entier que l'on appellera facteur de sur-échantillonnage et T_s est la période d'échantillonnage d'émission du signal s . Le vecteur $\underline{\mathbf{y}} = (y_0, \dots, y_{NK-1})^T$ correspond à une période du signal mesuré et est composé de KN échantillons. Son expression est

$$\underline{\mathbf{y}} = \underline{\mathbf{h}} \star \tilde{\underline{\mathbf{s}}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_y = \tilde{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{h}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_y, \quad \text{avec : } \tilde{\mathbf{S}} \triangleq \mathcal{C}(\tilde{\underline{\mathbf{s}}}), \quad (3.1)$$

où $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_y$ est le bruit de mesure. $\tilde{\underline{\mathbf{s}}}$ est le signal test sur échantillonné

$$\tilde{s}_n = s_{\lfloor n/K \rfloor}, \quad (3.2)$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ désigne la partie entière. La DFT de ce dernier est donnée par

$$\tilde{S}_n = S_{\bar{n}N} \cdot \frac{\sin\left(\pi \frac{n}{N}\right)}{\sin\left(\pi \frac{n}{KN}\right)} e^{j\pi n \frac{1-K}{KN}}, \quad (3.3)$$

où la notation \bar{n}^N correspond à n modulo N . Ainsi, la matrice représentant le signal sur-échantillonné peut s'écrire

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{F}^H \mathbf{diag}(S_{\bar{n}N}) \mathbf{F} \mathbf{\Pi} \quad \text{avec : } \mathbf{\Pi} = \mathcal{C}(\underbrace{1 \cdots 1}_{K \times} 0 \cdots 0). \quad (3.4)$$

$\mathbf{\Pi}$ représente la fonction porte de K échantillons. Sa fonction d'autocorrélation est

$$\tilde{r}_{ss}(n) = K \sum_{l=0}^{N-1} \Lambda_{(n-Kl)} \cdot r_{ss}(l), \quad (3.5)$$

où

$$\Lambda_n \triangleq \begin{cases} \frac{K-|n|}{K} & \text{si } |n| < K \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.6)$$

est la fonction triangle. Le résultat obtenu en sortie du filtrage adapté est alors donné par

$$\tilde{\mathbf{r}}_{sy} = \tilde{\mathbf{r}}_{ss} \star \underline{\mathbf{h}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_s = \tilde{\mathbf{S}}^T \tilde{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{h}} + \mathbf{S}^T \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_y. \quad (3.7)$$

On retombe donc ici dans le cas d'un problème de déconvolution. Afin de focaliser l'étude sur la problématique de la haute résolution, nous considérons ici le cas d'un signal test pour lequel $\underline{\mathbf{r}}_{ss} = \underline{\boldsymbol{\delta}}(0)$. L'autocorrélation du signal sur-échantillonné prend alors une forme triangulaire $\tilde{r}_{ss}(n) =$

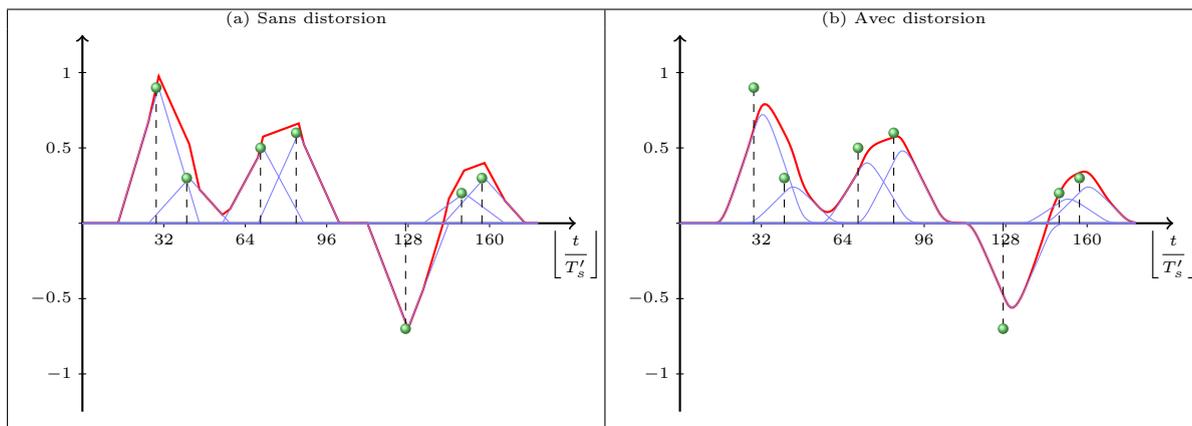


Figure 3.1 – Convolution de la réponse réelle avec l'autocorrélation avec et sans distorsion pour $K = 16$.

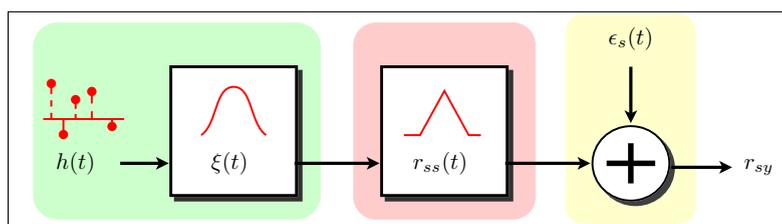


Figure 3.2 – Modèle du signal mesuré en haute résolution.

Kt_n , on peut aussi écrire $\tilde{\mathbf{S}}^T \tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{\Pi}^2$, ce qui correspond à l'autocorrélation de la fonction porte. Dans le cas d'un traitement du signal reçu par *filtrage adapté*, la réponse recherchée est convoluée avec cette dernière selon (3.7) et on obtient un résultat semblable à celui visible figure 3.1 :a. Cette figure illustre le mélange des motifs qui sont associés à chacun des pics de la réponse réel. On comprend alors que le problème central de la résolution est le chevauchement des échos. La décomposition du résultat repose ici sur l'inversion de l'autocorrélation.

En pratique, cette forme d'onde théorique, issue de l'autocorrélation du signal test injecté, est déformée en raison des divers phénomènes de filtrage subis par le signal lors de sa propagation. Ces phénomènes apparaissent d'une part au niveau du système de mesure, avec notamment les limitations de bande passante des composants de couplage ou encore le *jitter* [81] des convertisseurs. D'autre part, les singularités elles mêmes induisent une distorsion du signal. Le résultat visible figure 3.1 :b montre l'influence d'une telle distorsion sur le résultat. On regroupera l'ensemble de ces phénomènes dans un filtre de réponse impulsionnelle $\xi(t)$. Ce filtrage étant de nature passe-bas ou passe-bande, la courbe se trouve lissée, ce qui peut affecter la précision de la mesure. Finalement, le modèle global considéré pour la haute résolution est représenté par le schéma de la figure 3.2. Précisons que $h(t)$ représente ici la réponse idéale du réseau, c'est à dire composée de retards purs. Les effets de dispersion et de filtrage des singularités sont introduits dans $\xi(t)$. On notera toutefois que bien que l'ajout du filtre $\xi(t)$ permet de se rapprocher davantage de la nature réelle de la réponse, ce modèle reste une approximation dans la mesure où chaque écho n'est pas filtré de la même manière.

3.2 Mise en œuvre des techniques de déconvolution

On se place toujours ici dans un souci de faible complexité des calculs ce qui nous a conduit à reprendre les algorithmes CLEAN et IST présentés précédemment pour le post-traitement des

signaux multiporteuses. Les performances de ces méthodes seront d'abord évalués dans le cas d'une déconvolution directe, c'est à dire sans prise en compte de la distorsion. Dans un deuxième temps nous montrerons le gain de performance apporté par la prise en compte de la distorsion dans le noyau de déconvolution. Pour cela une variante de l'algorithme IST que l'on qualifiera d'approche *semi-filtrée* sera utilisée.

3.2.1 Déconvolution directe

Les algorithmes CLEAN et IST s'appliquent ici de la même manière qu'au chapitre précédent en remplaçant \underline{s} (*resp.* \mathbf{S}) par $\tilde{\underline{s}}$ (*resp.* $\tilde{\mathbf{S}}$). L'influence du bruit additif mise à part, l'erreur d'estimation va dépendre de la largeur K et de l'importance de la distorsion ξ . Bien sûr cette erreur est aussi liée à la proximité des pics voisins.

Afin d'évaluer les deux algorithmes, une série de mesures a été effectuée sur des cas plus ou moins difficiles. La notion de difficulté correspond ici à l'importance du chevauchement des impulsions du signal obtenu en sortie du filtre adapté. En pratique, plus le réseau est composé de petites lignes, plus le problème devient difficile en raison de la proximité des échos. Les paramètres utilisés pour les mesures sont $K = 8$ et $T_s = 10ns$. On notera que T_s est équivalent ici au temps d'aller-retour de l'onde sur 1 mètre de câble¹. Les résultats visibles figures 3.3, 3.4, 3.5 sont obtenus sur des réseaux en Y, le réflectomètre étant connecté sur la branche l_1 . Le signal obtenu en sortie du filtre adapté, avant le traitement haute résolution y figure. On constate sur ce dernier que les différents pics qui composent le réflectogramme sont clairement indiscernables.

Pour l'algorithme CLEAN, on constate une importante erreur d'amplitude sur les échos proches. En général, lorsque deux échos sont proches et de même signe, le plus grand est surestimé et le plus petit sous-estimé. On observe ce phénomène figure 3.3 sur les deux bouts de lignes. Cependant on arrive bien à démarquer les 3 échos principaux que sont le premier négatif correspondant à la jonction et les bouts des deux lignes l_2 , l_3 . La déconvolution-L1 en revanche, au prix d'une complexité un peu supérieure, fournit une estimation tout à fait convenable dans ce premier cas.

Le réseau testé figure 3.4 est quasiment identique mis à part le fait que les longueurs des branches l_2 et l_3 (respectivement 1.5 m et 1.2 m) sont plus proches. Ainsi, on atteint les limites de la résolution permise par la déconvolution directe. Notons qu'ici la distorsion n'est pas très grande sur les échos principaux ce qui permet de relativement bonnes performances. Cette distorsion est déjà plus importante dans le cas du réseau de paire torsadée testé figure 3.5. Il en résulte, pour l'estimation par déconvolution-L1, que le bout de la branche la plus longue se confond un peu avec le premier écho secondaire.

On remarque dans l'ensemble que l'avantage de l'algorithme CLEAN est d'être moins sensible à l'erreur de noyau. Cela s'explique par le fait que si le critère d'arrêt est judicieusement paramétré, cette erreur peut être ignorée. Le seuil d'arrêt de l'algorithme CLEAN peut être fixé à partir de l'erreur commise sur le noyau de déconvolution. Le noyau de convolution réel est

$$g = \tilde{s} \star \xi. \quad (3.8)$$

En sortie du filtre adapté, le noyau devient $r_{\tilde{s}g}$, la fonction d'intercorrélacion entre \tilde{s} et g . En supposant que $r_{\tilde{s}g}$ est centrée, c'est à dire que son maximum est en 0, on peut définir l'erreur de noyau comme étant

$$\epsilon_g = \max \left| \frac{\tilde{r}_{ss}}{\tilde{r}_{ss}(0)} - \frac{r_{\tilde{s}g}}{r_{\tilde{s}g}(0)} \right|. \quad (3.9)$$

1. On suppose ici $v = \frac{2}{3}c_{lum}$

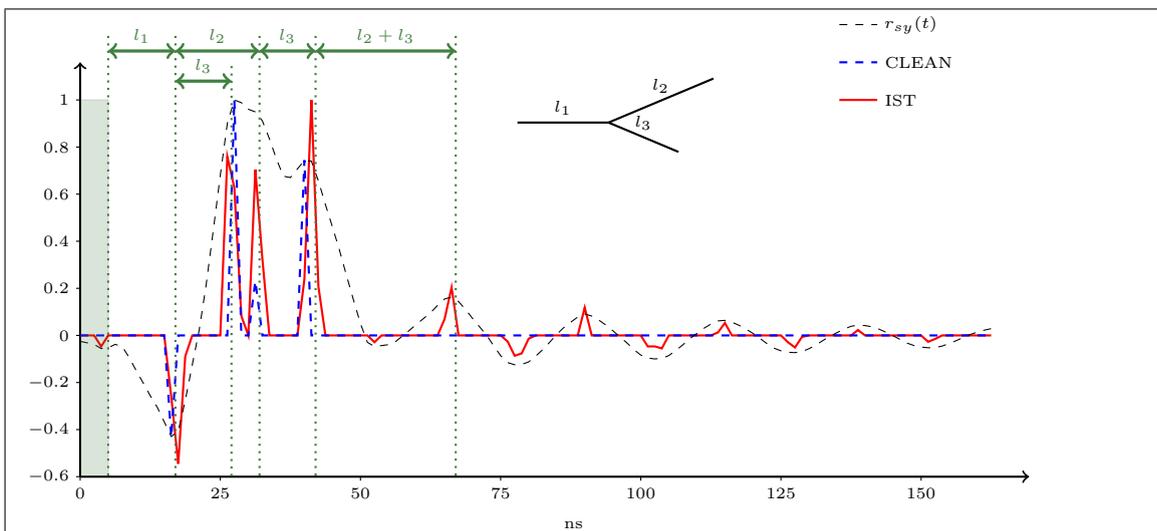


Figure 3.3 – lignes coaxiales : $Z_0 = 50\Omega$ et $l_1 = 1.2m$, $l_2 = 1.5m$, $l_3 = 1m$

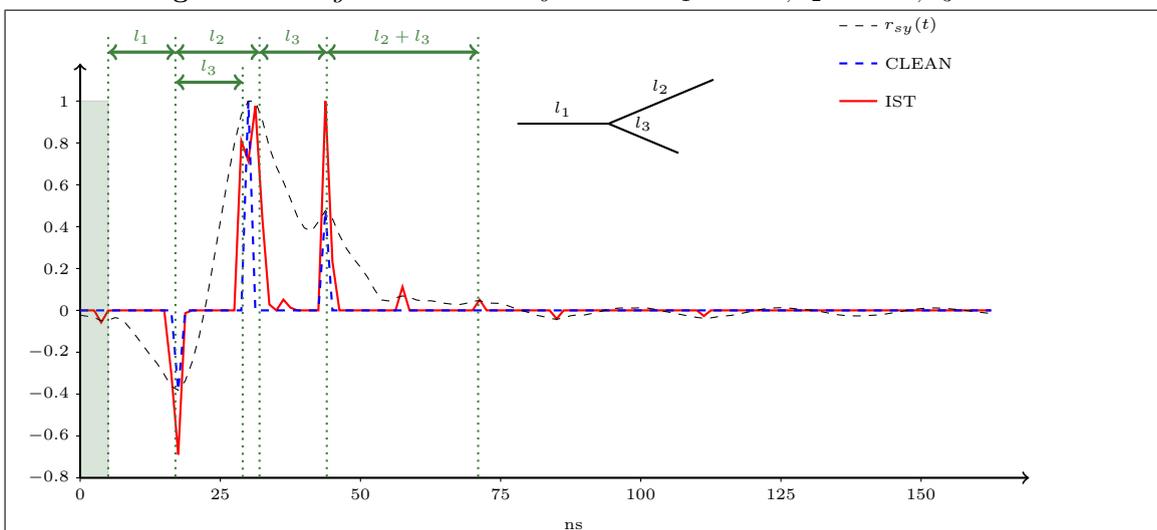


Figure 3.4 – lignes coaxiales : $Z_0 = 50\Omega$ et $l_1 = 1.2m$, $l_2 = 1.5m$, $l_3 = 1.2m$

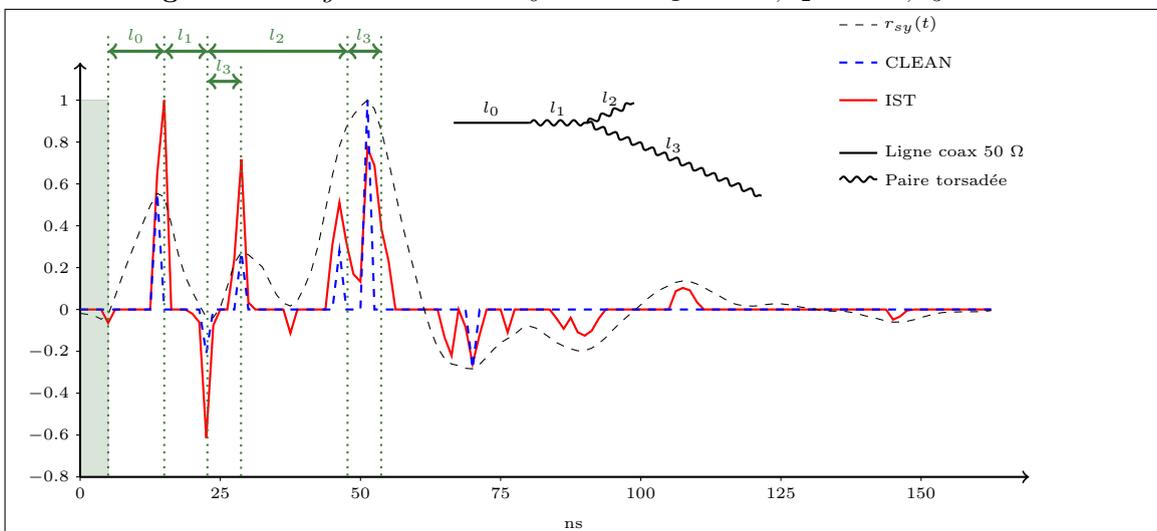


Figure 3.5 – paire torsadée : $Z_0 = 120\Omega$ et $l_0 = 1m$, $l_1 = 0.77m$, $l_2 = 2.50m$, $l_3 = 0.6m$

Si l'on connaît l'ordre de grandeur de cette erreur, on peut l'utiliser pour paramétrer le seuil d'arrêt ϵ_{CLEAN} de l'algorithme. En effet les pics d'amplitude inférieure à cette valeur sont forcément dominés par l'erreur, on peut donc poser

$$\epsilon_{CLEAN} > \epsilon_g \cdot \max |\mathbf{r}_{\tilde{s}y}|. \quad (3.10)$$

L'inconvénient de cette stratégie est que les plus petits pics risquent de ne pas être détectés. Par la même occasion, les dernières itérations que l'on peut parfois observer permettant des corrections d'amplitude ont toutes les chances de ne pas être effectuées. Néanmoins l'algorithme CLEAN fournit une première approximation intéressante pour évaluer les échos dominants. Remarquons que ce type de considération ne peut pas être introduit dans la déconvolution-L1 du fait de l'évaluation par moindres carrés sur l'ensemble du signal. On peut jouer sur l'hyperparamètre μ de la relation (2.24) qui agit sur le compromis biais-variance du signal. Ainsi, en augmentant μ on obtient des pics moins étalés mais aussi moins fidèles à la mesure. Cela se traduit par une augmentation du nombre de pics non détectés. L'algorithme CLEAN présente donc l'avantage d'être plus tolérant aux erreurs de noyau.

3.2.2 Impact de la distorsion

La distorsion est maintenant introduite dans le noyau de déconvolution. En analogique, elle est notée $\xi(t)$ et $\Xi(f)$ est sa transformée de Fourier. Le vecteur $\underline{\xi}$ de longueur KN résulte de l'échantillonnage de $\xi(t)$ avec la période KT_s et $\Xi = \mathcal{L}(\underline{\xi})$ est la matrice de convolution associée. La déconvolution consiste alors à résoudre le système

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{S}}\Xi\mathbf{h} + \epsilon_y \quad (3.11)$$

dans lequel Ξ est supposée connue.

Afin de pouvoir mieux étudier l'impact de la distorsion et l'erreur d'estimation un contexte similaire a été reproduit en simulation. La distorsion a été modélisée par une cascade de filtres passe bas du premier ordre,

$$\Xi(p) = \prod_{n \geq 0} \frac{1}{1 + p/\omega_n}, \quad (3.12)$$

où ω_n sont les pulsations de coupure. Ce choix de modèle est lié au fait que la plupart des phénomènes observés expérimentalement sur le trajet du signal sont assez semblables à un premier ordre. Par ailleurs, on observe des phénomènes de résonance que dans des cas bien précis, ce qui nous amène à exclure la présence de pôles complexes. De plus, ce type de fonction traduit bien l'aspect *causal* du système. Enfin, notons que la simulation du filtrage par ξ et du passage du signal dans le réseau se fait avec un échantillonnage plus fin que celui des traitements T_s afin de prendre en compte le fait qu'un écho peut être à cheval sur deux échantillons. Le schéma de la figure 3.6 met en évidence les différents taux d'échantillonnage du simulateur. K_{sim} est le sur échantillonnage correspondant aux parties analogiques. Au niveau du sur-échantillonnage en sortie de l'injection

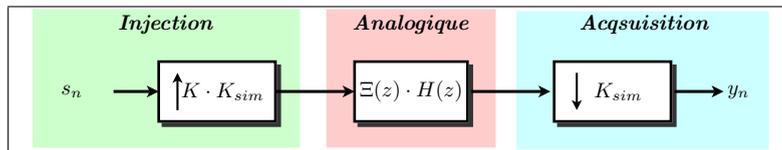


Figure 3.6 – Domaines d'échantillonnage du simulateur

l'interpolation du signal est effectuée par blocage d'ordre 0 de manière analogue au convertisseur

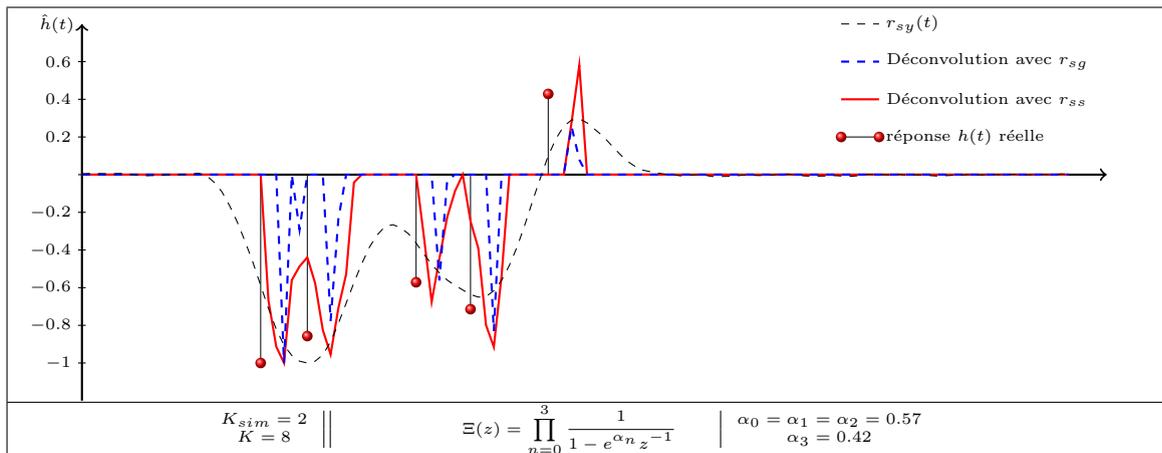


Figure 3.7 – Impact de la distorsion sur la déconvolution-L1. La fonction ξ est définie par 4 filtres du premier ordre.

digital-analogique. Rappelons que K correspond au facteur de sur-échantillonnage de l'acquisition par rapport à l'injection. La configuration couramment utilisée pour les mesures réelles a été reprise pour les simulations à savoir $K = 8$ et $N = 64$. On fixe aussi $K_{sim} = 2$.

Un exemple de résultats obtenus par déconvolution L1 en utilisant comme noyau la fonction d'autocorrélation r_{ss} et le vrai noyau $r_{ss} \star \xi$ qui est ici parfaitement connu est donné figure 3.7. Les paramètres de la simulation sont également donnés. Lorsque ξ est ignorée, la déconvolution L1 fournit des impulsions larges. Cela est dû au fait que la distorsion élargit l'impulsion, ainsi r_{ss} est plus mince que le noyau réel. Du coup, le déconvolveur cherche à combler le vide. On pourrait amincir ces impulsions en augmentant la valeur de l'hyperparamètre μ de la relation (2.24) ce qui favoriserait l'aspect parcimonieux de l'estimation plutôt que la fidélité aux données. Mais cette solution n'est pas satisfaisante dans la mesure où cela entraîne alors trop de pertes d'informations et trop de pics disparaissent de l'estimation.

En revanche, la prise en compte de la distorsion conduit à un bien meilleur résultat. La position de chaque pic est bien démarquée et l'erreur sur les amplitudes est convenable. Toutefois précisons que pour aboutir à ce résultat l'algorithme IST est utilisé de manière légèrement différente. En effet, si l'on utilise la fonction de coût

$$J(\underline{\mathbf{h}}) = \|\underline{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{E}}\underline{\mathbf{h}}\|_2^2 + \mu\|\underline{\mathbf{h}}\|_1$$

de manière classique, la première étape de l'algorithme consiste en un filtrage adapté à $G = S\Xi$ et l'itération de Landweber induit un filtrage par Ξ^2 . On a donc un double filtrage du signal. De ce fait, l'atténuation du signal est beaucoup plus importante lorsque l'on monte en fréquence. Les résultats obtenus de cette façon sont à peine meilleurs que lorsque la distorsion est ignorée. Pour améliorer l'estimation fournie par la déconvolution-L1, il s'agit donc d'éviter ce deuxième filtrage par Ξ . Cela conduit à poser le problème différemment. Posons

$$\Xi_n^{(1/2)} \triangleq \sqrt{|\Xi_n|} \cdot \Phi_{\Xi_n} \quad \text{et} \quad Y_n^{(1/2)} \triangleq \tilde{S}_n \cdot \Xi_n^{(1/2)} \cdot H_n,$$

avec $\Phi_{\Xi_n} = \frac{\Xi_n}{|\Xi_n|} = e^{-j \arg(\Xi_n)}$. On a alors $|\Xi_n| = \left| \Xi_n^{(1/2)} \right|^2$. Le signal $\Xi^{(1/2)}$ introduit ici est une sorte de demi-filtre de distorsion qui va permettre de reformuler le problème de déconvolution de manière à éliminer le double filtrage. Le signal de mesure semi-filtré $Y^{(1/2)}$ est lié à la mesure réelle par

$$Y_n = Y_n^{(1/2)} \left| \Xi_n^{(1/2)} \right|. \quad (3.13)$$

La déconvolution peut alors se faire en minimisant la fonction de coût

$$J^{(1/2)}(\mathbf{h}) = \|\underline{\mathbf{y}}^{(1/2)} - \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{\Xi}^{(1/2)}\mathbf{h}\|_2^2 + \mu\|\mathbf{h}\|_1 \quad (3.14)$$

qui fait intervenir le demi-filtre. L'application de l'algorithme IST avec (3.14) et en reprenant les notations de la figure 2.7 aboutit à

$$\mathbf{z} = \tilde{\mathbf{S}}^{\mathbf{H}} (\mathbf{F}^{\mathbf{H}}\mathbf{\Phi}_{\Xi}\mathbf{F}) \mathbf{y}, \quad (3.15)$$

au niveau de l'initialisation, avec $\mathbf{\Phi}_{\Xi} = \text{diag}(\Phi_{\Xi_0}, \dots, \Phi_{\Xi_{KN-1}})$. L'itération de Landweber devient

$$\mathbf{a}_k = \frac{1}{\alpha} \left(\mathbf{z} - \mathbf{G}^{(1/2)\mathbf{H}}\mathbf{G}^{(1/2)}\hat{\mathbf{h}}_{k-1} \right), \quad (3.16)$$

avec $\mathbf{G}^{(1/2)} \triangleq \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{\Xi}^{(1/2)}$. Cela equivaut, dans le domaine fréquentiel, en scalaire, à

$$Z_n = \tilde{S}_n^* \cdot \Phi_{\Xi_n} \cdot Y_n \quad (3.17)$$

$$A_n = \frac{1}{\alpha} \left(Z_n - |\tilde{S}_n|^2 \cdot |\Xi_n| \cdot \hat{H}_n \right), \quad (3.18)$$

où A_n et Z_n sont respectivement les DFT des vecteurs \mathbf{a}_k et \mathbf{z} . On ne fait donc plus intervenir Ξ^2 ce qui améliore le conditionnement et donne plus de poids aux hautes fréquences. Le filtrage adapté par $\mathbf{\Xi}^{\mathbf{H}}$ n'est maintenant qu'un simple déphasage. Mise en œuvre de cette façon, la déconvolution-L1 conduit à de très bon résultats lorsque la distorsion est connue comme on peut le voir figure 3.7. On notera néanmoins que ce type d'astuce rend théoriquement l'estimation un peu plus sensible au bruit de mesure, c'est la contre partie du gain que l'on obtient d'un point de vue filtrage.

Selon le contexte l'impact de la distorsion ξ sur le résultat final peut s'avérer non négligeable, la connaissance de cette dernière est alors nécessaire. Dans certains cas elle est essentiellement liée au système de mesure proprement dit et peut donc éventuellement être connue *a priori*. Néanmoins, en pratique un certains nombre des phénomènes responsables de cette distorsion sont mal maîtrisés. De plus, la plupart du temps elle dépend également beaucoup du réseau testé et peut ainsi varier d'une mesure à l'autre. Une solution à ce problème consiste à faire de la déconvolution myope.

3.3 Estimation de la distorsion par déconvolution myope

Nous avons pu observer l'influence de la prise en compte de la distorsion dans le paragraphe précédent. Même si la modification du noyau de convolution ne paraît visuellement pas très grande on a pu constater que son impact sur le résultat final est non négligeable. Or en pratique il n'est pas toujours évident de connaître cette distorsion dans la mesure où elle dépend d'un certain nombre de paramètres variables. Il est parfois possible de réaliser une phase de calibration afin de caractériser la distorsion. Néanmoins cela peut complexifier le protocole de mesure. De plus cette distorsion n'est pas toujours constante dans le temps.

Une méthode de déconvolution myope permettant la résolution de (3.11) dans le cas où $\mathbf{\Xi}$ est inconnue, est proposée dans ce paragraphe. Après une brève synthèse de l'état de l'art de la déconvolution myope, une méthode bien adaptée à la problématique posée ici et reposant sur les algorithmes déjà présentés auparavant sera étudiée.

3.3.1 Rappel sur la déconvolution myope

L'appellation de déconvolution myope est employée ici au lieu de *déconvolution aveugle* en raison du fait que l'on possède une connaissance partielle du noyau dans (3.11) qui peut s'écrire

plus synthétiquement $g = s \star \xi$. En l'absence d'une hypothèse quelconque une infinité de solutions sont possibles. Que ce soit dans le cas aveugle ou myope, la décomposition de y se fait alors en utilisant les caractéristiques remarquables de h et g . Cela permet d'établir des contraintes qui vont guider l'estimation de ces deux composantes vers une solution plutôt qu'une autre.

Le caractère parcimonieux de h est donc de mise. Classiquement une contrainte de douceur (absence de fortes discontinuités) est imposée à g . Nous verrons que la méthode proposée dans la suite utilise plutôt le fait que le support de g est confiné autour de l'origine des temps.

Typiquement ces contraintes laissent place à deux ambiguïtés

➤ **Indétermination sur le retard** Les caractéristiques connues de h et g portent sur leur forme or celle-ci demeure inchangée par une translation horizontale. Dans le cas présent, la distorsion ξ peut induire un retard de groupe qu'il n'est pas possible de réellement connaître. Dans la mesure où l'on suppose que ξ est une fonction centrée, ce retard va se reporter sur h .

➤ **Indétermination sur l'amplitude** De la même manière, la multiplication de g ou h par une constante ne change pas leur forme. En toute rigueur, on peut donc considérer que les deux fonctions sont connues à un coefficient multiplicateur près. En pratique la distorsion présente, en terme d'amplitude, une atténuation du signal et on a généralement $\max(\Xi_n) \lesssim 1$. Pour la localisation des défauts l'indétermination la plus gênante est le retard. Il faut donc savoir qu'un biais sur la localisation peut être dû à cette ambiguïté. Néanmoins, en pratique le retard de groupe de ξ reste faible et est du même ordre de grandeur voire inférieur aux autres sources d'erreur.

3.3.2 Principe de l'estimation myope

Les cas de déconvolution myope ou aveugle se retrouvent dans de nombreux domaines La résolution de (3.11) dans laquelle h et ξ sont inconnues constitue un problème de *déconvolution myope*. Le noyau de convolution $g = \tilde{s} \star \xi$ n'est que partiellement connu mais en pratique, on peut en général considérer qu'il n'est pas trop éloigné de \tilde{s} . Plusieurs stratégies de déconvolution myope sont proposées dans la littérature [68, 82]. On trouvera davantage de détails sur l'état des méthodes de déconvolution myope dans [67]

Là encore le choix s'est porté en faveur des méthodes conduisant à des algorithmes dont le coût calculatoire reste raisonnable pour l'embarqué. De plus, il est ici intéressant d'utiliser le fait que la différence entre \tilde{s} et g , bien que non négligeable, n'est pas très grande. L'étude s'est donc focalisée sur des approches déterministes et utilisant l'hypothèse de connaissance partielle du noyau.

Une approche similaire à celle de la déconvolution-L1 et correspondant à une estimation jointe de h et g est proposée dans [83]. Elle consiste à optimiser une fonction de coût du type

$$J(\underline{\mathbf{h}}, \underline{\mathbf{g}}) = \|\underline{\mathbf{y}} - \mathcal{C}(\underline{\mathbf{g}})\underline{\mathbf{h}}\|_2^2 + \mu_1 \|\underline{\mathbf{h}}\|_1 + \mu_2 \|\mathbf{Q}\underline{\mathbf{g}}\|_2 + \mu_3 \|\underline{\mathbf{g}}\|_2, \quad (3.19)$$

où $\mu_{1,2,3}$ sont les paramètres de régularisation. \mathbf{Q} est une matrice permettant de favoriser des solutions douces de $\underline{\mathbf{g}}$. En revanche, le deuxième terme, en μ_1 , favorise les solutions de $\underline{\mathbf{h}}$ de nature parcimonieuse. Enfin le dernier terme limite l'énergie de $\underline{\mathbf{g}}$ et améliore ainsi le conditionnement de l'estimateur. En pratique, la minimisation de (3.19) peut se faire en alternant les variations de $\underline{\mathbf{g}}$ et de $\underline{\mathbf{h}}$. Notons que cette fonction n'est pas convexe en fonction du couple $(\underline{\mathbf{h}}, \underline{\mathbf{g}})$ ce qui peut poser des problèmes de la convergence dans des minima locaux.

On notera que l'optimisation de (3.19) présente l'inconvénient d'être longue à converger. De plus, la maîtrise des hyperparamètres s'avère assez difficile.

Une autre stratégie proposée notamment dans [84], consiste en une estimation alternée du noyau et de la réponse. Une première estimation de h est faite par déconvolution directe en utilisant le noyau de départ connu, ici \tilde{r}_{ss} . Ensuite cette estimation est utilisée pour obtenir une approximation de g . Cette approximation peut par exemple se faire par maximum de vraisemblance ou minimisation d'un critère des moindres carrés tel que

$$J_{MS}(\underline{\mathbf{g}}) = \|\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{H}\underline{\mathbf{g}}\|_2^2 \quad (3.20)$$

On réestime ensuite h à partir du noyau mis à jour. Et ainsi de suite jusqu'à obtenir une convergence. L'estimation de h est réalisée par déconvolution-L1. Une approche similaire est reprise dans [69] mais en utilisant l'algorithme Matching Pursuit, qui est équivalent à l'algorithme CLEAN pour l'estimation de départ. Le principe est alors d'effectuer plusieurs itérations afin de converger vers la forme d'onde recherchée. Cette stratégie s'est avérée particulièrement intéressante dans la mesure où elle permet d'utiliser les algorithmes de déconvolution déjà testés précédemment.

Cependant, dans notre cas d'application cette convergence s'est avérée difficile à maîtriser. Cela s'explique par le fait que l'erreur commise par l'algorithme est généralement trop grande et conduit à une estimation très bruitée de g . Un exemple d'estimation directe par division est visible figure 3.8. En général, plus on s'éloigne de l'origine, plus l'erreur devient importante. Dans le domaine fréquentiel, figure 3.9, cela se traduit par des variations rapides du module. Ces erreurs peuvent être mises sur le compte des effets de bords de l'algorithme CLEAN ainsi que des pics qui ne sont tous simplement pas détectés. Finalement lorsque l'on effectue plusieurs itérations cette erreur a tendance à s'amplifier et conduit à une très mauvaise estimation de $\underline{\mathbf{g}}$.

Afin de s'acquitter de l'erreur d'estimation de $\underline{\mathbf{h}}$ nous proposons d'injecter de l'information *a priori* sur la forme de $\underline{\mathbf{g}}$ en utilisant une fonction de coût régularisée au lieu de la division spectrale.

3.3.3 Solution proposée : pénalisation par dérivée

Les pics parasites présents dans l'estimation de g lorsque l'on s'éloigne de l'origine sont dus à l'erreur d'estimation et aux effets de bords de l'algorithme CLEAN. Au niveau de la transformée de Fourier, cette erreur se traduit par des variations rapides en certains points. En effet, les points de plus en plus éloignés de l'origine dans le domaine temporel correspondent à des variations de plus en plus rapide de la transformée de Fourier. Cette erreur peut donc être réduite en appliquant une contrainte de lissage sur l'estimation de G dans le domaine fréquentiel, ce qui revient à pénaliser la dérivée à travers une fonction de coût à minimiser.

En discret, la dérivée peut être représentée par $\Delta G_n \triangleq G_n - G_{n-1}$. L'estimation peut alors se faire par la minimisation de la fonction

$$J(G) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[(Y_n - H_n G_n)^2 + \mu_1 G_n^2 + \mu_2 (\Delta G_n)^2 \right], \quad (3.21)$$

où G est la DFT de g . On peut réécrire cette fonction sous forme matricielle en utilisant les notations précédemment définies

$$J(\underline{\mathbf{g}}) = \|\underline{\mathbf{y}} - \mathbf{H}\underline{\mathbf{g}}\|_2^2 + \mu_1 \|\underline{\mathbf{g}}\|_2^2 + \mu_2 \|\mathbf{D}\mathbf{F}\underline{\mathbf{g}}\|_2^2, \quad (3.22)$$

où

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_0 & & & & & \\ -d_1 & d_1 & & & & \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & & -d_{N-2} & d_{N-2} & \\ & & & & -d_{N-1} & d_{N-1} \end{bmatrix},$$

avec

$$\begin{aligned} a_n = c_n &= -d_n^2 \\ b_n &= |H_n|^2 + \mu_1 + \mu_2(d_n^2 + d_{n+1}^2), \end{aligned}$$

où les coefficients H_n correspondent à la DFT du vecteur $\underline{\mathbf{h}}$, $(H_0, \dots, H_{N-1})^T = \mathbf{F}\underline{\mathbf{h}}$. La résolution d'un système tridiagonal tel que (3.23) peut se faire avec une complexité en $\mathcal{O}(N)$ en utilisant l'algorithme de Thomas [86]. Le surcoût engendré par l'ajout de la dérivée par rapport à une division spectrale reste donc raisonnable.

La méthode de déconvolution myope proposée ici se décompose donc en trois étapes :

➤ **Première estimation de $\underline{\mathbf{h}}$** par l'algorithme CLEAN en utilisant comme noyau $\tilde{\mathbf{r}}_{ss}$

$$\underline{\mathbf{h}}_{CLEAN} = \text{CLEAN}(\tilde{\mathbf{r}}_{ss}, \mathbf{r}_{\tilde{s}y}, \epsilon_{CLEAN}, N_{peaks})$$

➤ **Estimation de G** , le noyau est calculé dans le domaine fréquentiel par la résolution du système tridiagonal

$$\mathbf{F}\underline{\mathbf{g}} = \text{TRIDIAG}(\underline{\mathbf{y}}, \mathbf{F}\underline{\mathbf{h}}_{CLEAN}, \underline{\mathbf{d}}, \mu_1, \mu_2)$$

➤ **Estimation finale de $\hat{\underline{\mathbf{h}}}$** par déconvolution-L1

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}} = \text{IST}(\mathbf{r}_{\tilde{s}y}, \tilde{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{G}}, \mu)$$

Les paramètres à utiliser pour les algorithmes CLEAN et IST à savoir ϵ_{CLEAN} , N_{peaks} et μ sont identiques au cas de la déconvolution directe présentée plus tôt. Au niveau de l'étape d'estimation du noyau, le paramètre le plus important est μ_2 qui pondère l'action de la dérivée. Le choix des deux paramètres μ_1 , μ_2 sera traité au prochain paragraphe.

Notons également que la valeur optimale des hyperparamètres dépend de l'énergie et de l'amplitude des signaux mis en jeu. Afin d'obtenir des amplitudes du même ordre de grandeur d'une mesure à l'autre, le signal mesuré Y dans le domaine fréquentiel est normalisé. Le noyau estimé G est également normalisé en raison de l'indétermination sur l'amplitude. On introduit ainsi l'amplitude supposée *a priori*.

3.3.4 Paramètres de régularisation $\mu_{1,2}$

Le paramètre μ_1 a un rôle assez classique de stabilisation vis-à-vis du bruit additif. On peut considérer que sa valeur est directement liée au rapport signal à bruit, on notera qu'ici son influence est assez légère. Le paramètre le plus important dans l'estimation du noyau est μ_2 car c'est lui qui a pour rôle de doser l'*a priori* fait sur la forme du noyau. L'estimation de ce paramètre est aussi assez difficile de manière théorique. En effet, le rôle de la dérivée n'est pas de compenser les erreurs dans le signal de mesure $\underline{\mathbf{y}}$ mais celles faites dans la première estimation du réseau $\underline{\mathbf{h}}_{CLEAN}$.

En outre, des méthodes classiques d'estimation des paramètres, telles que la courbe en L [87], donnent des résultats peu convaincants. Nous avons donc opté pour une approche plus empirique. Par ailleurs, la stratégie envisagée ici est de donner au système des valeurs de paramètres figées pour une application donnée. Il n'y a donc pas de méthode d'estimation adaptative des paramètres. L'objectif premier de l'étude faite ici est d'obtenir un ordre de grandeur de μ_2 dans une configuration typique du système haute résolution. Pour ce faire, nous avons utilisé la simulation pour évaluer la pertinence du noyau estimé en comparant ce dernier au noyau réel. Le critère d'évaluation utilisé ici est l'erreur quadratique moyenne

$$\text{EQM}_g = \|\underline{\mathbf{g}} - \hat{\underline{\mathbf{g}}}\|_2^2. \quad (3.25)$$

Les paramètres qui vont influencer sur la valeur optimale du paramètre μ_2 sont la forme du signal $\underline{\mathbf{h}}$, le filtre de distorsion $\underline{\xi}$ et le facteur de sur-échantillonnage K . Nous avons fixé ce dernier à $K = 8$ qui est la configuration correspondant aux plateformes utilisées pour la mesure.

On considère ici une distorsion de forme gaussienne d'écart type σ_ξ ,

$$\xi(t) = Ae^{-\frac{t^2}{\sigma_\xi^2}}, \quad (3.26)$$

afin de simplifier le paramétrage des simulations. Nous avons pu constater que des résultats similaires sont obtenus dans le cas d'une distorsion correspondant au modèle (3.12) avec néanmoins une erreur d'estimation un peu plus importante dans ce dernier. Cette erreur peut s'expliquer par le fait que la réponse impulsionnelle d'une série de filtres du premier ordre en cascade n'est pas une fonction paire à la différence d'une gaussienne.

Il est intéressant d'observer comment l'erreur varie en fonction de μ_2 selon la nature de $\underline{\mathbf{h}}$. Les courbes visibles figure 3.10 montrent l'évolution de l'erreur pour deux exemples de signaux parcimonieux $\underline{\mathbf{h}}$. Les deux signaux sont représentés à droite de la figure. On a pu d'abord constater avec ce type de résultats que l'ordre de grandeur de μ_2 est autour de 10 à 100. On entend ici par valeur optimale de μ_2 , celle qui minimise l'erreur quadratique moyenne. On remarque, autour de cette valeur optimale, un palier dont la largeur varie en fonction des caractéristiques des signaux. Bien entendu, plus ce palier est large, plus on est dans un cas tolérant à différentes valeurs du paramètre. On constate en pratique que la borne de gauche du palier est essentiellement liée à la difficulté de résolution du signal $\underline{\mathbf{h}}$. En effet, on peut considérer que $\underline{\mathbf{h}}_1$ est un signal plus "facile" que $\underline{\mathbf{h}}_2$ car les pics de ce premier signal sont bien espacés les uns des autres. On peut donc s'attendre à une erreur moins importante lors de la première estimation de $\underline{\mathbf{h}}$ par l'algorithme CLEAN et donc *a fortiori* à une meilleure estimation de $\underline{\mathbf{g}}$. Etant donné que l'erreur est moins importante, la régularisation n'a pas besoin d'être aussi forte. Ainsi, le palier de la courbe d'erreur commence pour des valeurs beaucoup plus petites de μ_2 avec $\underline{\mathbf{h}}_1$ que avec $\underline{\mathbf{h}}_2$.

En revanche, la borne de droite du palier de la courbe d'erreur dépend plutôt du noyau. On constate en pratique que des valeurs trop importantes de μ_2 , causant une action trop grande de la dérivée, ont tendance à amincir le noyau dans le domaine temporel. Donc, de manière indirecte, une sur-régularisation rend le noyau de convolution plus passe-haut qu'il ne l'est en réalité. Ainsi, plus le spectre du noyau est concentré vers les basses fréquences, plus l'impulsion correspondante dans le domaine temporel s'élargit ; plus la valeur de μ_2 doit être petite. On peut donc voir la largeur de ce palier comme une marge entre l'espace moyen entre les pics du signal $\underline{\mathbf{h}}$ et la résolution temporelle permise par le noyau $\underline{\mathbf{g}}$.

L'analyse de ces courbes permet de constater que bien que la valeur optimale de μ_2 soit différente dans chaque cas, le palier que l'on peut observer dans la courbe d'erreur donne une certaine marge de variation de la valeur de ce paramètre. On peut donc, pour une configuration donnée du système, utiliser une valeur moyenne de μ_2 . Connaissant l'ordre de grandeur de ce dernier, on observe que la courbe de l'erreur peut être considérée comme quasi-convexe dans l'intervalle qui nous intéresse. Cette propriété permet une recherche automatique du maximum assez simple. Nous avons donc effectué une série de simulations de Monte-Carlo pour différents noyaux afin d'établir des valeurs moyennes de μ_2 .

Pour chaque simulation, une fonction de distorsion gaussienne dont l'écart-type est fixé est utilisée. Cela permet de voir comment la valeur optimale varie en fonction de ce dernier. Les signaux $\underline{\mathbf{h}}$ sont générés aléatoirement en suivant une loi Bernouilli Gaussienne qui est un modèle statistique fréquemment employé pour les signaux impulsionnels. On peut alors décomposer chaque élément du vecteur $\underline{\mathbf{h}}$ comme le produit d'une variable aléatoire de Bernouilli et d'une variable gaussienne,

$$h_n = q_k a_k, \quad q_k \sim \mathcal{Ber}(\lambda), \quad a_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_h), \quad (3.27)$$

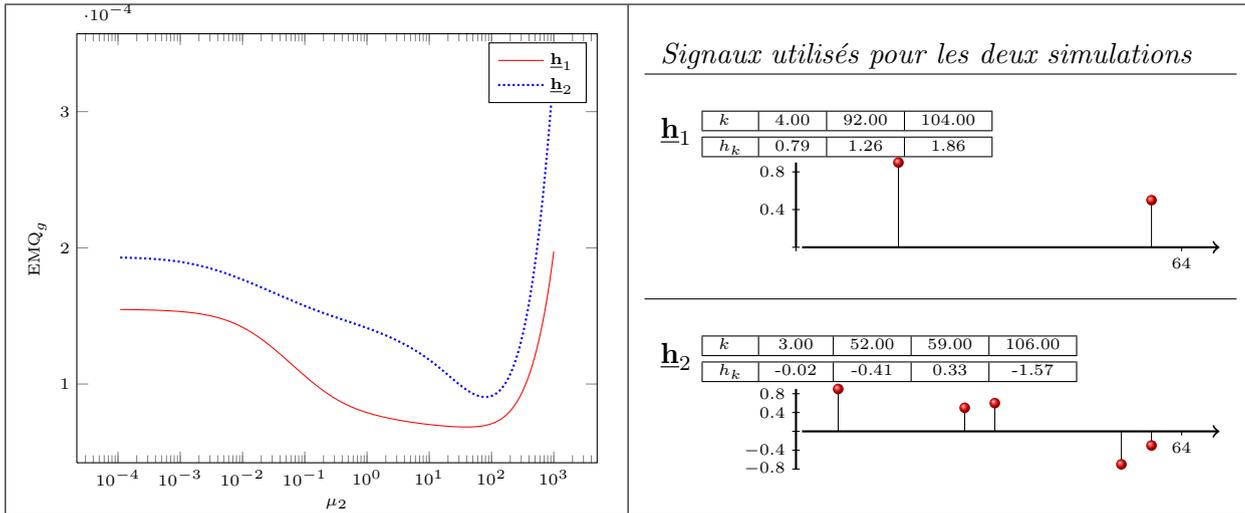


Figure 3.10 – Erreur quadratique moyenne d'estimation du noyau g en fonction du paramètre μ_2 pour différents signaux parcimonieux.

σ_ξ	10	9	8	7	6
$\hat{\mu}_{2,opt}$	81.2209	94.4555	106.4758	119.5999	131.2858

Figure 3.11 – Valeurs optimales moyennes obtenues de μ_2 pour des fonctions de distorsion gaussiennes d'écart-types différents. Les écart-types σ_ξ sont évalués en nombre d'échantillons.

où λ est le paramètre de la loi de Bernoulli et σ_h l'écart-type des amplitudes des pics. Les variables q_k ont donc une probabilité λ d'être égale à 1, probabilité de la présence d'un pic et une probabilité $(1 - \lambda)$ d'être égale à 0. La génération de ces vecteurs aléatoires peut ainsi se faire très facilement en utilisant les fonctions `rand` et `randn` du logiciel Matlab.

Le tableau visible figure 3.11 donne les valeurs moyennes $\hat{\mu}_{2,opt}$ pour des distorsions gaussiennes d'écart-types (donc de fréquences de coupure) différents. Les écart-types sont évalués en nombre d'échantillons. Les valeurs obtenues pour les filtres du premier ordre en cascade sont plus faibles et commencent entre 50 et 60 pour les distorsions les plus importantes. Enfin la dernière observation que nous avons pu faire est qu'il est généralement préférable d'avoir une valeur de μ_2 inférieure à $\hat{\mu}_{2,opt}$ plutôt que supérieure. Dans la suite, le paramètre sera fixé à $\mu_2 = 50$.

3.3.5 Résultats obtenus par déconvolution myope

La méthode a été testée sur le cas de simulation présentée figure 3.7 ainsi que sur divers réseaux.

Dans un premier temps, l'estimation est évaluée en simulation. Notons qu'en simulation le modèle considéré, à savoir la convolution des impulsions avec un même noyau correspond au signal traité. L'expérimentation sur des mesures réelles permettra quant à elle d'évaluer ce que peut apporter cette approche pour la détection de défauts.

Le résultat obtenu en simulation est visible figure 3.12. En raison de l'erreur d'estimation du noyau, le résultat obtenu n'est pas aussi bon que celui de la figure 3.7 obtenu en utilisant le noyau réel pour la déconvolution. Néanmoins, par rapport à la déconvolution utilisant l'autocorrélation (sans estimation), l'utilisation du noyau estimé conduit à une amélioration notable. Le noyau estimé et le noyau réel sont visibles figure 3.13. Les perturbations que l'on pouvait observer figure 3.8 ne sont plus présentes grâce à la pénalisation par dérivée.

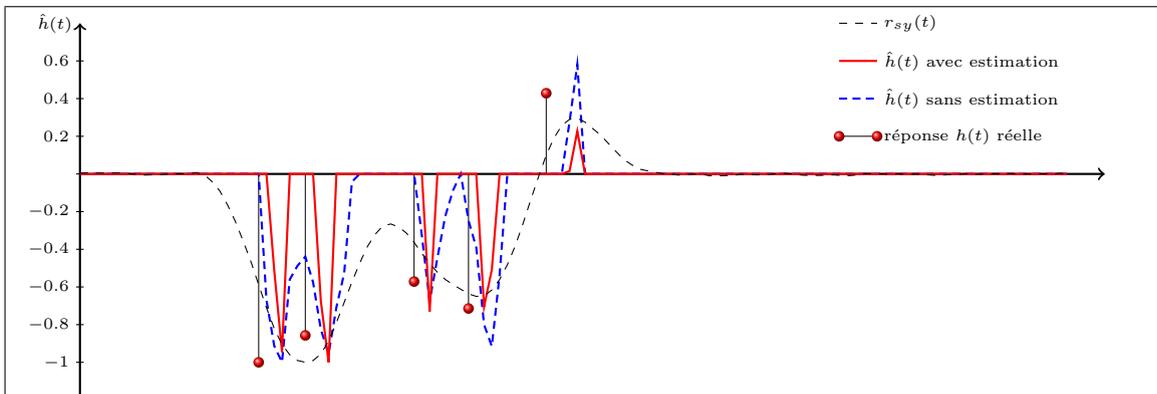


Figure 3.12 – Résultat obtenu par déconvolution myope en simulation sur le cas de la figure 3.7. Le SNR est de 20dB

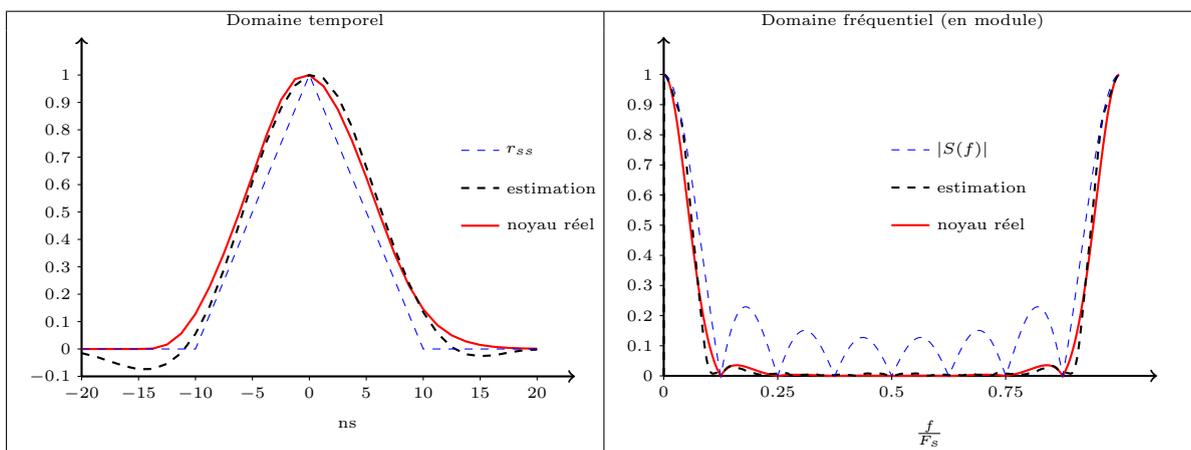


Figure 3.13 – Estimation du noyau g avec pénalisation par dérivée.

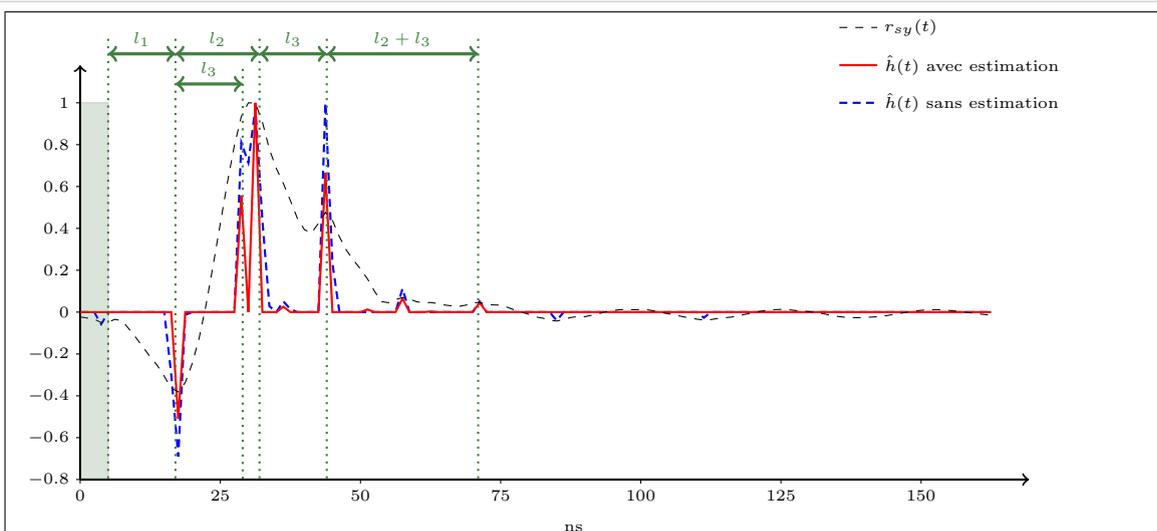


Figure 3.14 – Résultat obtenu par déconvolution-L1 avec et sans estimation du noyau sur le réseau en Y de lignes coaxiales : $Z_0 = 50\Omega$ et $l_1 = 1.2m$, $l_2 = 1.5m$, $l_3 = 1.2m$

Le résultat visible figure 3.14 permet de mieux apprécier le gain apporté par la déconvolution myope. Le traitement est cette fois-ci effectué sur la mesure issue du réseau en Y déjà considéré figure 3.4. La prise en compte de la distorsion permet ici de distinguer les bouts des deux branches.

Pour les applications de diagnostic en ligne, il est particulièrement intéressant d'examiner les résultats obtenus sur une détection de défaut par différence. On considère ici deux cas de détection d'un court-circuit apparaissant au niveau d'une jonction d'un réseau en paire torsadée. La différence des signaux mesurés avant et après le défaut est calculée puis la déconvolution est appliquée sur cette différence. Dans ce type de détection on s'intéresse généralement au premier pic, il s'agit alors de bien le séparer des pics qui le suivent afin de pouvoir localiser précisément le défaut.

Le premier cas est celui d'un réseau en Y dont les figures 3.15, 3.16 et 3.17 donnent respectivement les résultats obtenus avec l'algorithme CLEAN puis l'algorithme IST par déconvolution directe et enfin avec la méthode de déconvolution myope proposée. Tandis que le résultat fourni par l'algorithme CLEAN est totalement erroné les deux résultats obtenus par déconvolution-L1 permettent tous les deux la localisation du défaut mais on peut observer l'amélioration de la résolution liée à la prise en compte du noyau.

En pratique on remarque que la distorsion du signal augmente avec le nombre de singularités traversées lors de la propagation. C'est pourquoi l'examen d'une configuration pour laquelle le chemin séparant le réflectomètre du défaut est plus complexe est intéressant. Dans ce deuxième cas correspondant à un réseau en bus visible figure 3.18, le signal traverse une jonction avant d'atteindre le défaut. Les résultats sont visibles figures 3.19 et 3.20. Il s'agit ici de bien séparer le premier pic du deuxième qui correspond au bout de la branche l_4 . On constate ici une séparation beaucoup plus nette dans le cas de la déconvolution avec le noyau estimé.

Enfin, pour ce dernier cas, le noyau estimé est visible figure 3.21 dans le domaine temporel et figure 3.22 dans le domaine fréquentiel. Il est comparé au résultat obtenu sans pénalisation par dérivée.

3.4 Haute résolution et multiporteuse

3.4.1 Mise en oeuvre

Les méthodes haute résolution présentées jusqu'ici ont été mises en oeuvre avec un signal test idéal. Cela signifie que l'autocorrélation ne contient pas de lobes secondaires. Il s'agit maintenant d'évaluer dans quelle mesure la réflectométrie multiporteuse étudiée au chapitre précédent peut être utilisée dans un contexte de haute résolution.

Nous avons vu que les mêmes algorithmes sont utilisés au niveau de la déconvolution pour la haute résolution et le post-traitement des multiporteuses. Une première idée est de les regrouper dans la déconvolution en prenant comme spectre S_n dans (3.3) le signal multiporteuse. Cependant, les résultats fournis par cette estimation conjointe se sont avérés plutôt médiocres. Cela peut s'expliquer par le fait que le spectre du noyau de déconvolution devient très appauvri. Il est donc préférable de dissocier les deux problématiques par deux étapes de déconvolution successives.

Au chapitre précédent, le cas des multiporteuses a été étudié sans sur-échantillonnage. Pour obtenir des résultats équivalents, il paraît donc idéal de reconstituer ce contexte d'échantillonnage égal pour l'émission et la réception. Pour cela une *décomposition polyphase* du signal mesuré d'un facteur K est réalisée, comme cela est illustrée figure 3.23. On obtient alors K sous vecteurs $\underline{\mathbf{y}}^{(k)} = (y_k, y_{k+K}, \dots, y_{k+K(N-1)})^T$. La déconvolution du signal multiporteuse est faite de

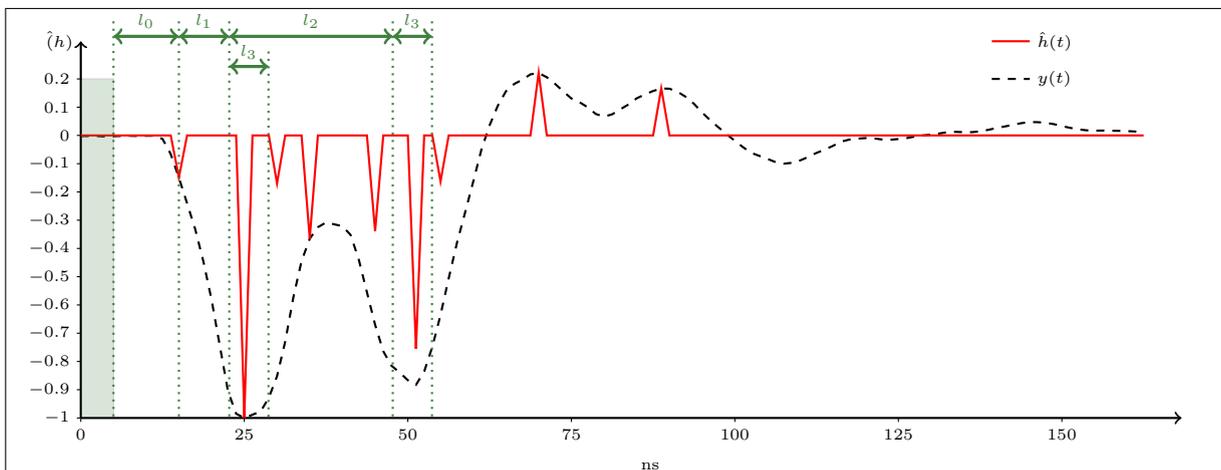


Figure 3.15 – Différence des mesures obtenu avant et après apparition d'un défaut. Le réseau est du type Y en paire torsadée : $Z_0 = 120\Omega$ et $l_1 = 0.77m$, $l_2 = 2.50m$, $l_3 = 0.6m$. Le défaut est un court circuit au niveau de la jonction centrale. Le post-traitement est réalisé par algorithme CLEAN.

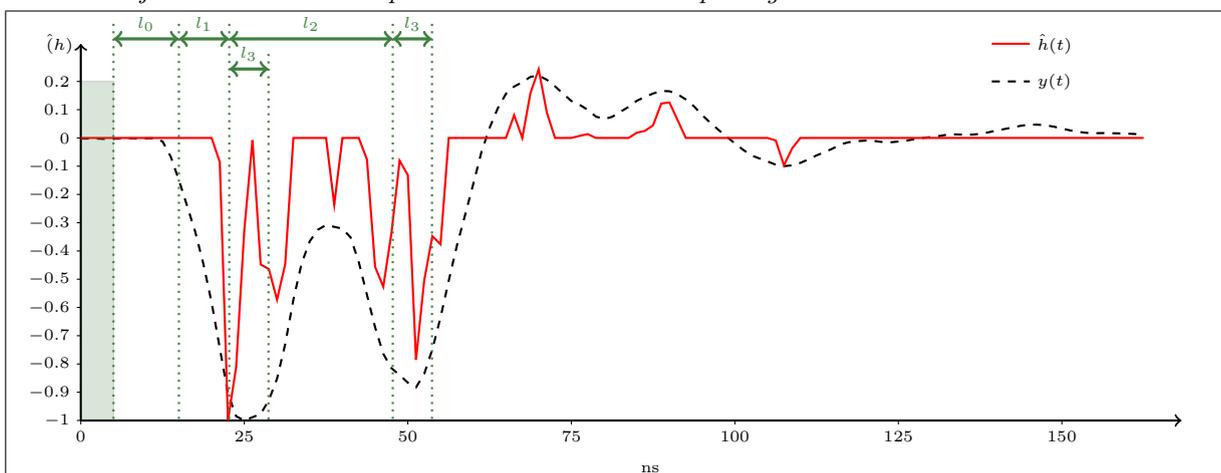


Figure 3.16 – Résultat obtenu par déconvolution L1 (IST) de la différence sans estimation du noyau, r_{ss} est utilisé.

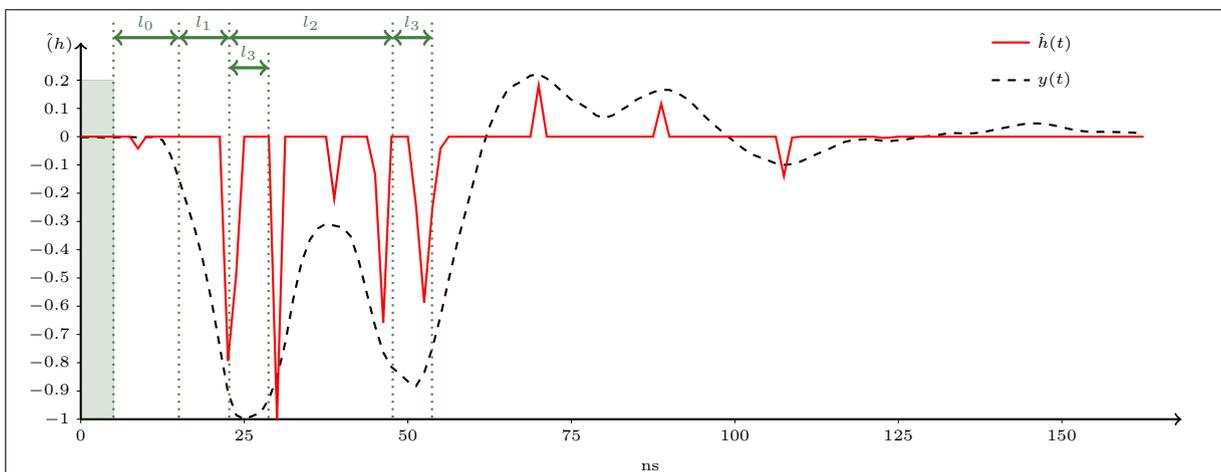


Figure 3.17 – Résultat obtenu par déconvolution L1 (IST) de la différence avec le noyau estimé, la résolution s'en trouve améliorée.

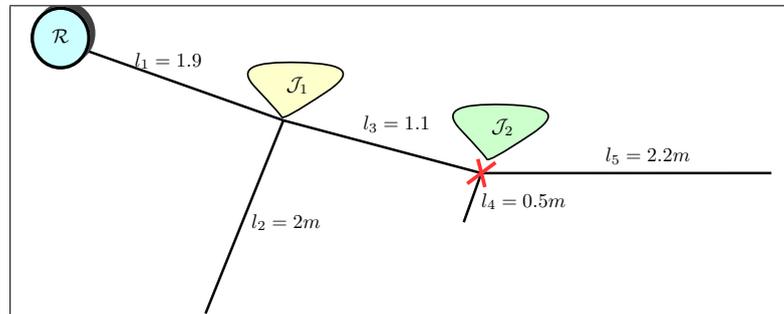


Figure 3.18 – Schéma du bus diagnostiqué, un court-circuit survient à la jonction \mathcal{J}_2 .

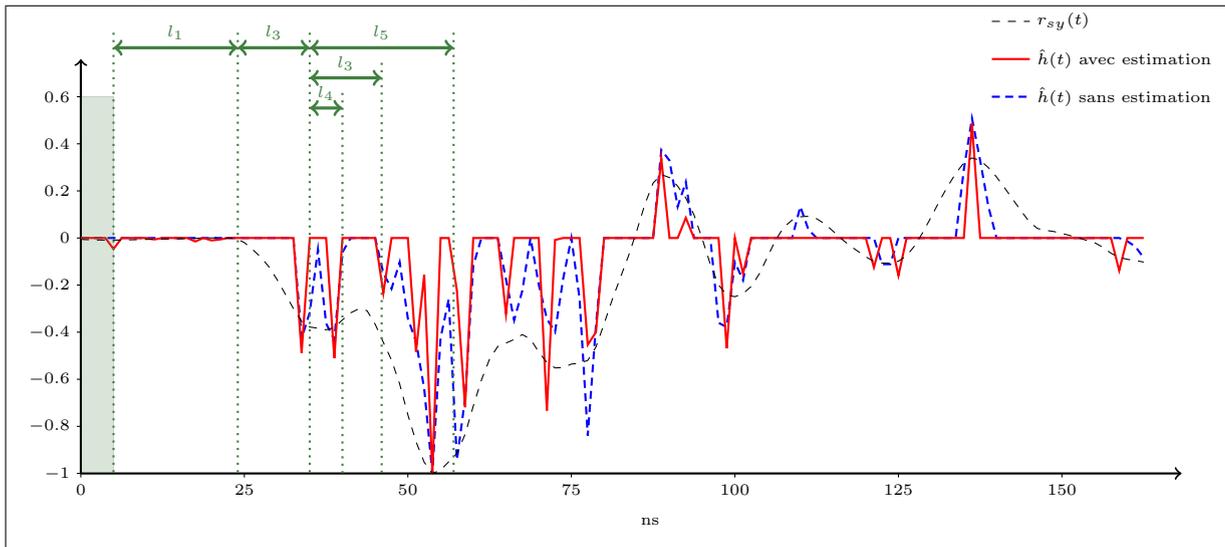


Figure 3.19 – Post traitement par déconvolution-L1 de la différence des réponses avant et après l'apparition du court-circuit sur la jonction \mathcal{J}_2 . La déconvolution est réalisée avec et sans estimation du noyau réel.

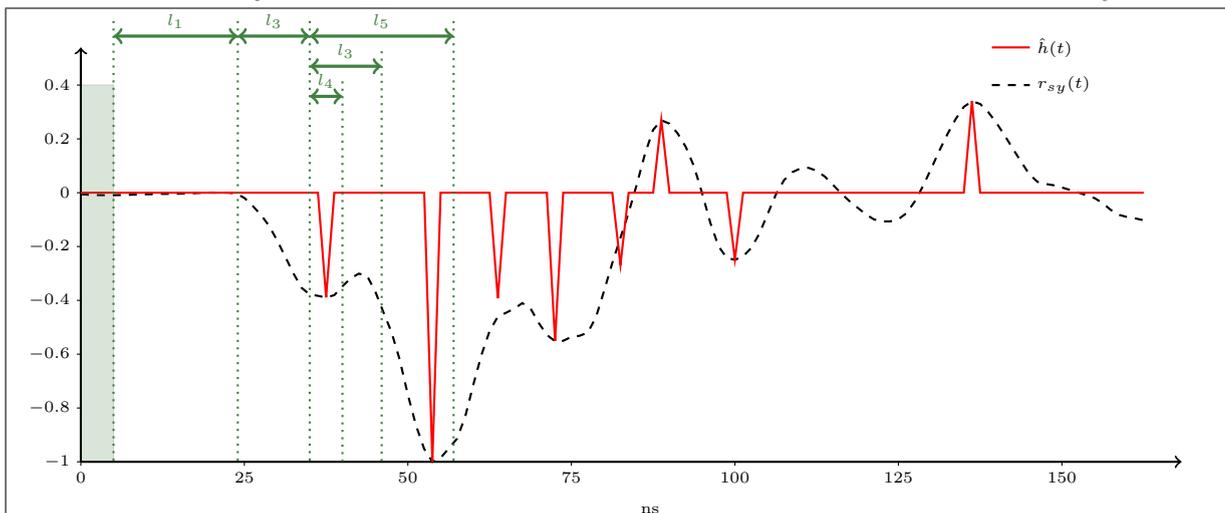


Figure 3.20 – Déconvolution de la différence par l'algorithme CLEAN en utilisant r_{ss} comme noyau.

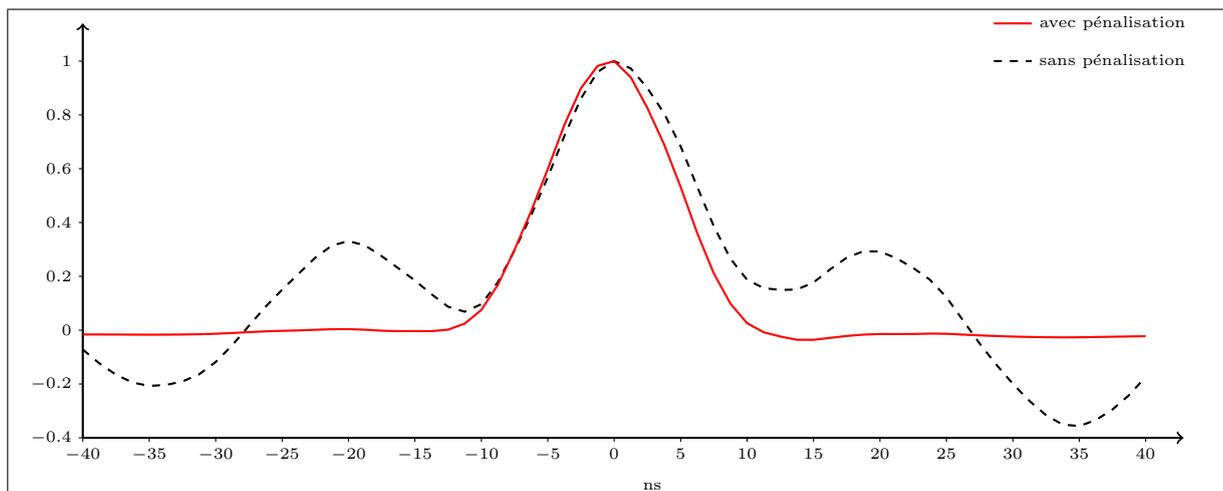


Figure 3.21 – Estimation du noyau de convolution pour la détection du court-circuit du bus de la figure 3.18. Le résultat est donné avec et sans la pénalisation de la fonction de coût par dérivée.

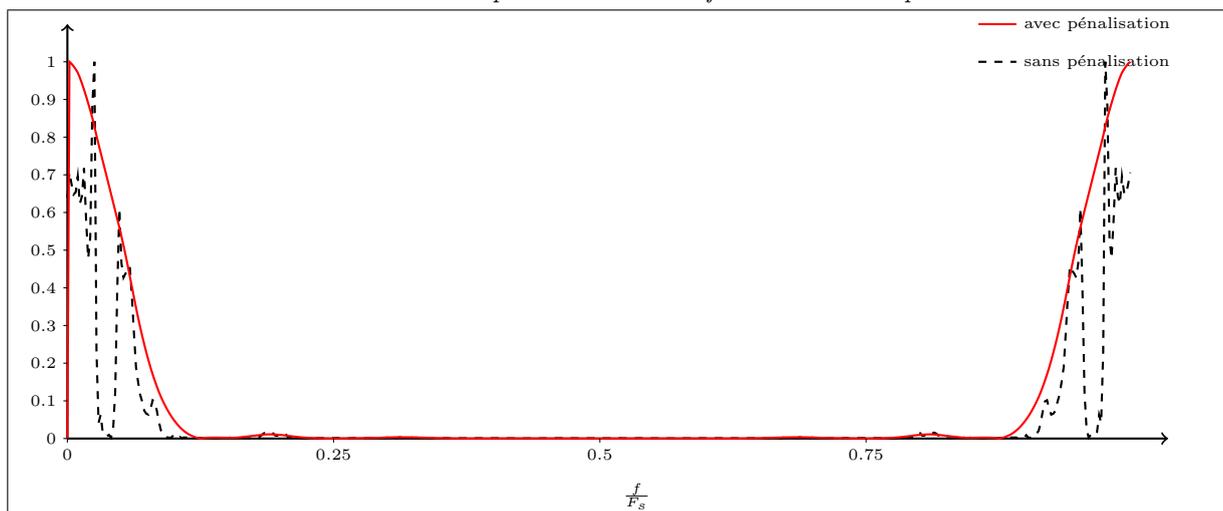


Figure 3.22 – Module de la DFT des estimations du noyau avec et sans pénalisation par dérivée.

manière indépendante sur ces K sous vecteurs. Les K résultats sont ensuite rassemblés par recombinaison polyphase afin d'obtenir le signal haute-résolution y_{MCR} sur lequel la déconvolution haute résolution est appliquée.

Les K blocs d'analyse MCTDR de la figure 3.23 voient donc un signal échantillonné à la période d'émission T_s . Cependant, si cette décomposition est directement utilisée dans le cas de la haute résolution, on se retrouve la plupart du temps avec de nombreux échantillons consécutifs non nuls. Ainsi, l'hypothèse de parcimonie sur laquelle s'appuient les méthodes présentées au chapitre 2 n'est plus vérifiée et on obtient de très mauvais résultats. En effet, deux pics espacés de K échantillons dans le signal haute résolution, induisent la présence de deux pics collés dans les K sous vecteurs. On s'aperçoit donc qu'un signal que l'on peut considérer comme parcimonieux en haute résolution ne l'est pas du tout après sous échantillonnage.

Ce problème peut être contourné en travaillant sur la dérivée du signal. Cela correspond aux deux blocs situés avant la décomposition (dérivée) et après la recombinaison (intégrale) figure 3.23. Dans ce cas chaque pic du signal haute résolution entraîne la présence d'un pic positif et d'un pic négatif dans un seul des K sous vecteurs. On constate alors en pratique que les signaux sous échantillonnés retrouvent un caractère parcimonieux et la déconvolution des signaux multiporteuse

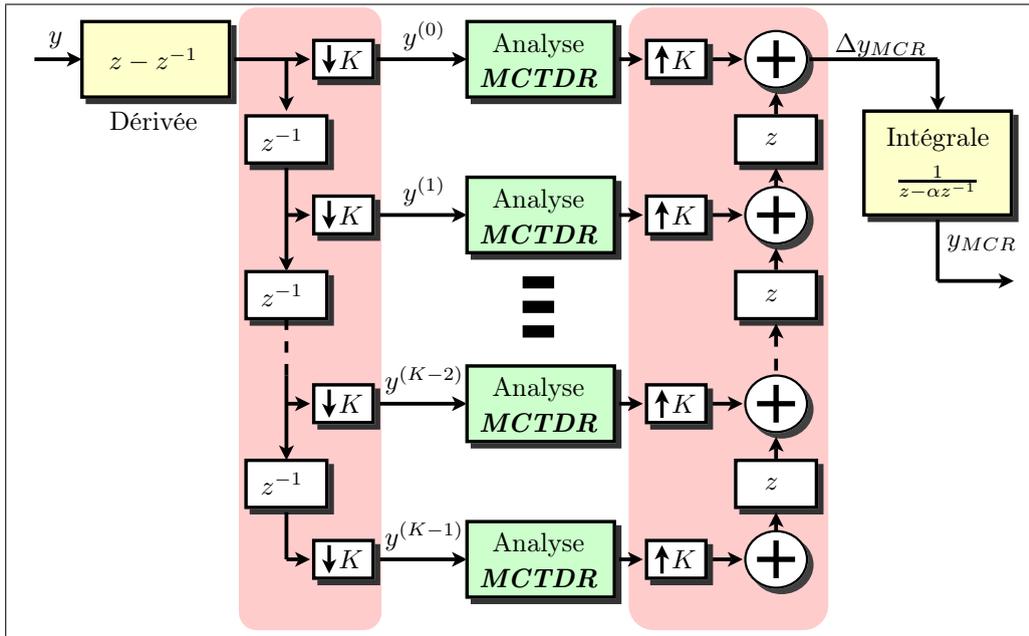


Figure 3.23 – Décomposition polyphase pour la déconvolution multiporteuse

donne de meilleurs résultats.

3.4.2 Résultats

La haute résolution avec signaux multiporteuse a été testée sur le cas de simulation de la figure 3.7 et sur le réseau en Y de paire torsadée de la figure 3.5. Au niveau des paramètres du signal multiporteuse, on s'est placé ici à la limite établie au 2.4.3 à savoir un nombre de porteuses annulées de $N_0 = 10$ pour $N = 64$ échantillons. Rappelons que l'utilisation du signal multiporteuse pour lequel l'énergie est annulée pour certaines fréquences induit une distorsion de la mesure. On peut donc s'attendre à un résultat de qualité inférieure à celui d'une TDR ou d'une STDR classique.

Les courbes des figures 3.24 et 3.25 correspondent au cas de la simulation. Les résultats obtenus lorsque l'on utilise un signal multiporteuse avec les caractéristiques données précédemment sont comparés au cas où un signal équivalent au cas d'une TDR classique est utilisé. Le résultat final est visible figure 3.24 où l'on peut voir que tous les pics sont détectés pour le cas de la réflectométrie multiporteuse. On constate en revanche une moins bonne estimation des amplitudes par rapport à la TDR. À titre indicatif le signal obtenu en sortie d'un filtre adapté r_{sy} est également représenté. On peut voir sur ce dernier l'influence des lobes secondaires. Les Δy_{MCR} et y_{MCR} , obtenus avant et après l'étape d'intégration du schéma de la figure 3.23, sont représentés figure 3.25. Il est particulièrement intéressant d'observer le signal y_{MCR} qui correspond à la déconvolution du signal multiporteuse seul. Ce dernier est à comparer au signal de mesure obtenu dans le cas d'une TDR. Dans ce dernier cas, chaque pic est convolué avec une fonction porte. Le signal y_{MCR} est le réassemblage par recombinaison polyphase des signaux parcimonieux obtenus en sortie des blocs d'analyse MCTDR. Il permet après intégration d'avoir le signal y_{MCR} .

Les résultats du réseau de paire torsadée dont les longueurs sont $l_0 = 1m$, $l_1 = 0.77m$, $l_2 = 2.50m$ et $l_3 = 0.6m$ sont donnés par les figures 3.26 et 3.27. On utilise toujours ici la différence des réponses obtenues avant et après l'apparition d'un défaut. Il s'agit donc d'isoler le premier pic afin de pouvoir déterminer sa position. On observe ici une divergence plus grande entre la TDR

et la MCTDR que dans le cas précédent. Bien que les pics principaux soient détectés, il y a aussi quelques pics parasites dans le résultat final. Néanmoins, le résultat est suffisamment fiable pour pouvoir analyser correctement le premier pic. De manière générale, et comme le montre cet exemple, l'utilisation de la réflectométrie multiporteuse dans le contexte de la haute résolution, ne permet pas d'obtenir une estimation très fiable de l'ensemble du réflectogramme. Cependant, le premier pic ressort toujours nettement ce qui permet d'envisager l'utilisation de la réflectométrie multiporteuse pour la localisation de défaut lorsque l'on peut connaître les réponses avant et après apparition du défaut.

3.5 Conclusion

Le problème de la haute résolution a été étudié ici avec une contrainte en terme de complexité de calcul. Nous avons ainsi passé en revue diverses méthodes pouvant être intégrées dans un système embarqué de calcul temps réel en virgule fixe. Nous avons dans un premier temps examiné les performances atteintes par déconvolution directe dans laquelle on néglige les phénomènes de filtrage passe-bas induits par l'environnement physique. Nous avons, pour cela repris les méthodes de déconvolution déjà présentées dans le précédent chapitre.

Nous avons ensuite pu constater que la prise en compte des divers phénomènes de filtrages présents sur le trajet du signal, et regroupés ici dans une fonction de distorsion, améliore de façon notable la qualité des résultats obtenus par déconvolution en terme de résolution. Pour ce faire, une légère variante a été proposée au niveau de la mise en œuvre de l'algorithme IST, qualifiée de semi-filtrée, dans le but d'éviter d'introduire la distorsion dans le filtre adapté. Il en résulte une sensibilité au bruit un peu supérieure mais une meilleure estimation des hautes fréquences.

Afin de pouvoir estimer la distorsion lorsque celle-ci est inconnue, une méthode de déconvolution myope originale a été proposée. L'avantage principal de cette méthode empirique n'est pas l'optimalité du résultat mais se trouve au niveau de la complexité réduite des calculs à réaliser. Nous avons pu montrer qu'elle permet d'affiner le résultat final dans divers cas concrets.

Enfin, la faisabilité de l'utilisation conjointe de la haute résolution et de la réflectométrie multiporteuse a été montrée dans une dernière partie.

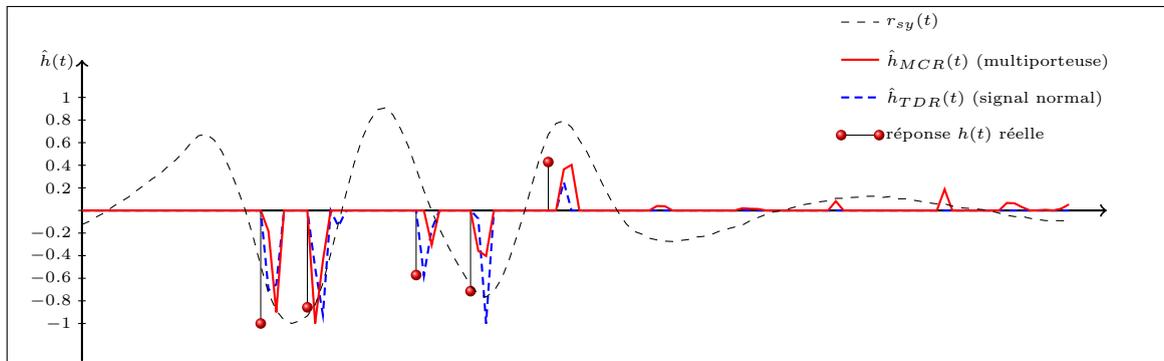


Figure 3.24 – Résultat haute-résolution avec multiporteuse obtenu sur le cas de simulation de la figure 3.7. $K = 8$, $N = 64$, $N_0 = 10$

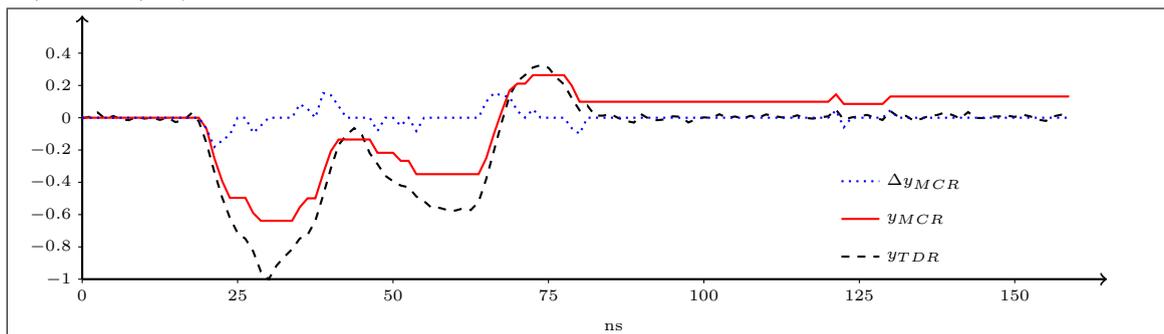


Figure 3.25 – Résultat obtenu avec seulement la déconvolution multiporteuse à comparer avec le signal mesuré dans le cas d'une TDR (non détérioré) pour la simulation

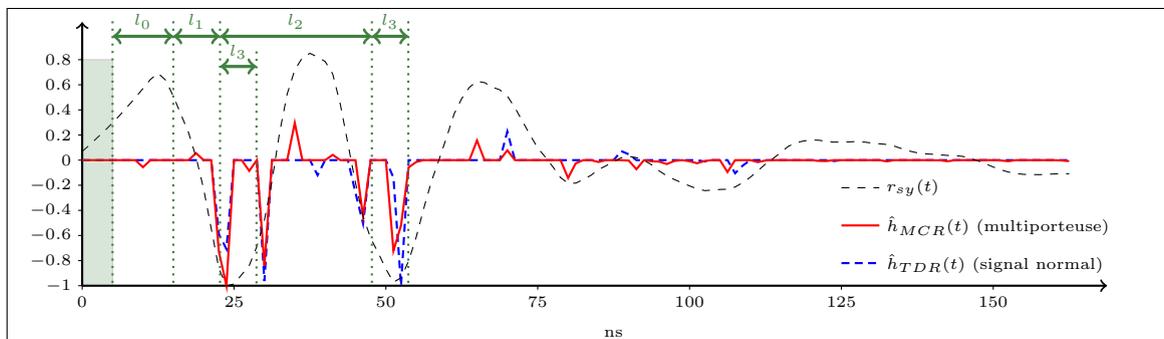


Figure 3.26 – Résultat haute-résolution avec multiporteuse obtenu avec le réseau de la figure 3.15. $K = 8$, $N = 64$, $N_0 = 10$

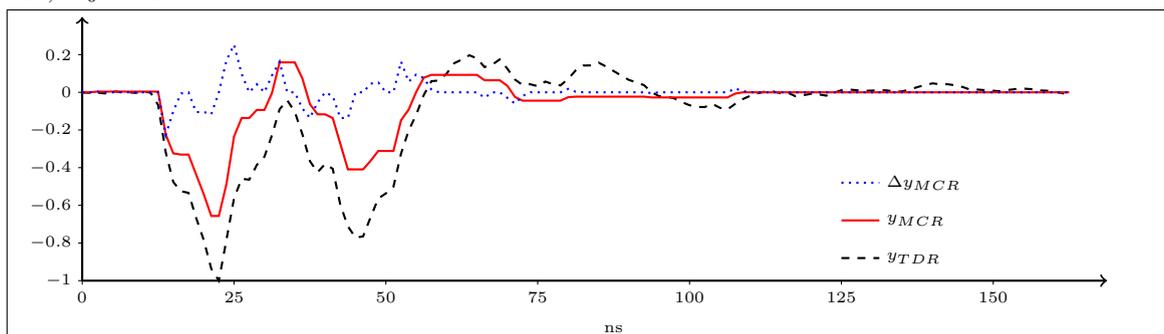


Figure 3.27 – Résultat obtenu avec seulement la déconvolution multiporteuse à comparer avec le signal mesuré dans le cas d'une TDR (non détérioré) pour le réseau

 Application à la réflectométrie distribuée

Les précédents chapitres ont permis de mettre en évidence les différentes méthodes d'analyse du signal mesuré afin de déterminer la distance entre le réflectomètre et une singularité. Lorsque l'on travaille sur des réseaux complexes se divisant en de multiples branches, la simple mesure d'une distance n'est pas suffisante. En effet, ce résultat seul conduit à des ambiguïtés sur la localisation exacte de la singularité. Cela peut s'avérer particulièrement gênant lors de la détection de défauts intermittents, qui se produisent de manière inattendue et qu'il faut être capable de localiser avec précision afin d'en identifier la cause. La solution à cela est de faire de la réflectométrie distribuée qui consiste à effectuer la mesure simultanément en plusieurs points du réseau testé. Cette technique de mise en œuvre lève une nouvelle problématique concernant l'interférence entre les modules connectés au réseau et implique donc des traitements spécifiques. Après avoir présenté les travaux déjà réalisés pour traiter ces interférences, nous présenterons une méthode de traitements innovante particulièrement adaptée au diagnostic en ligne.

4.1 Problématique et solutions existantes

Le schéma visible figure 4.1 représente le modèle de la réflectométrie distribuée. On se place ici du point de vue du réflectomètre 0 qui reçoit les échos de son propre signal ajoutés aux signaux de tous les autres modules convolués avec une *fonction de transmission* représentée sur le schéma par les $\mathbf{H}_{n,0}$.

Lorsque la réflectométrie est mise en œuvre de telle manière, les signaux acquis par chaque réflectomètre peuvent s'écrire

$$\underline{\mathbf{y}} = \mathbf{S}\underline{\mathbf{h}} + \underline{\mathbf{n}} + \sum_{p>0} \underline{\boldsymbol{\epsilon}}^{(p)}, \quad (4.1)$$

où $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}^{(p)}$ sont les bruits d'interférence produits par les autres réflectomètres.

La stratégie la plus simple consiste à activer l'injection des modules chacun leur tour. Ainsi en l'absence d'injection simultanée, les signaux ne se mélangent pas. En plus de la nécessité d'une synchronisation des modules, cette méthode allonge également le temps de mesure. Or nous avons vu

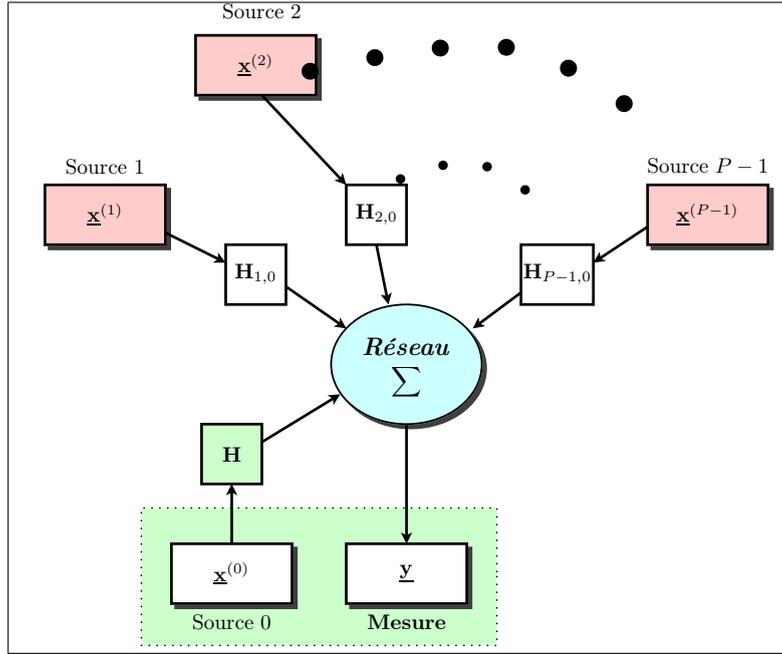


Figure 4.1 – Modèle d'un système de réflectométrie distribuée, composé de P réflectomètres, vu du réflectomètre 0.

au premier chapitre que la mesure est déjà relativement longue étant donné le fait que le résultat est calculé à partir de la moyenne de plusieurs mesures et qu'un sur échantillonnage par temps équivalent¹ est utilisé. Pour un système de diagnostic en ligne, il convient de minimiser le plus possible le temps de mesure afin de pouvoir détecter efficacement les défauts intermittents.

Enfin, ajoutons que le fait que les différentes mesures soient effectuées à des instants différents peut altérer la cohérence entre les résultats si l'état du réseau fait l'objet de variations rapides. Nous devons donc considérer que les signaux sont injectés en même temps.

Afin d'éliminer le bruit d'interférence, la stratégie proposée dans [47, 88] consiste à exploiter l'intercorrélacion entre les signaux test des modules. En effet, nous avons vu que le signal reçu est pré-traité par filtrage adapté. Dans ce cas, on obtient en sortie du filtre

$$\underline{\mathbf{r}} = \mathbf{S}^T \left[\mathbf{S}\underline{\mathbf{h}} + \sum_{p>0} \mathbf{S}^{(p)}\underline{\mathbf{h}}_t^{(p)} \right], \quad (4.2)$$

où $\underline{\mathbf{s}}^{(p)}$ est le signal du $p^{\text{ème}}$ module et $\mathbf{S}^{(p)} = \mathcal{C}(\underline{\mathbf{s}}^{(p)})$ et $\underline{\mathbf{h}}_t^{(p)}$ est la fonction de transmission du module p vers le module considéré. On peut alors réduire l'effet des interférences en minimisant la quantité

$$\mathcal{I}^{(p)} = \max \left(\mathbf{S}\underline{\mathbf{s}}^{(p)} \right). \quad (4.3)$$

Or si l'on suppose que les fonctions d'autocorrélacion sont idéales pour la mesure, c'est à dire $\underline{\mathbf{r}}_{ss} = \underline{\boldsymbol{\delta}}(0)$, cette quantité est limitée par la puissance moyenne du signal $\mathcal{I}^{(p)} > \frac{\underline{\mathbf{s}}^T \underline{\mathbf{s}}}{N}$. Dans tous les cas, l'énergie du bruit n'est aucunement réduite dans ces conditions. Le rapport signal à bruit obtenu est donc beaucoup trop faible si l'on utilise les méthodes de déconvolution présentées précédemment.

Toujours basée sur l'intercorrélacion, une autre stratégie consiste à cadencer les réflectomètres à des fréquences d'échantillonnages différentes ou à donner aux signaux de tests des périodes

1. Rappelons que l'échantillonnage temps équivalent consiste à effectuer plusieurs fois une même mesure afin d'aller au delà des fréquences d'échantillonnage limites des convertisseurs.

différentes. On peut dans ce cas atteindre un bon taux de réduction du bruit d'interférence. Néanmoins, les caractéristiques des mesures fournies par les modules sont différentes ce qui peut être gênant pour leur comparaison. De plus cela pose des contraintes de fabrication en particulier dans le cas où les fréquences d'échantillonnage sont différentes car le choix des composants dépend de cette caractéristique.

De manière générale l'inconvénient de ces stratégies est qu'elles dépendent fortement du choix des signaux de test. Or ces derniers font déjà l'objet de diverses contraintes, comme nous avons pu le voir précédemment, ce qui rend la mise en œuvre difficile. De plus ces approches ne permettent pas d'annuler totalement le bruit d'interférence.

4.2 Méthode proposée : les moyennes sélectives

Nous avons vu que les méthodes de discrimination basées sur l'intercorrélacion présentent divers inconvénients, notamment l'ajout de contraintes sur le signal test qui peut poser problème. La méthode des moyennes sélectives présentée ici est totalement indépendante du signal et tire parti des traitements déjà présents dans le système de réflectométrie. De plus nous verrons que cette dernière permet, sous certaines conditions, une annulation totale du bruit d'interférence.

4.2.1 Principe

Nous avons vu dans les précédents chapitres qu'une étape de moyennage est généralement effectuée sur le signal mesuré afin d'améliorer le rapport signal à bruit. Ainsi, au lieu de travailler sur le signal test proprement dit, on propose ici d'utiliser cette moyenne pour réaliser le filtre de discrimination nécessaire. L'ensemble des traitements est visible figure 4.2.

L'idée de la méthode des moyennes sélectives est d'insérer des coefficients de pondération à l'émission du signal et à la réception lors du calcul de la moyenne et de rendre ainsi le filtrage indépendant du signal test $\underline{\mathbf{s}}$ choisi. Chaque module connecté au réseau est alors identifié par ses coefficients correspondant au vecteur $\underline{\mathbf{b}}^{(p)} = (\beta_0^{(p)}, \dots, \beta_{M-1}^{(p)})^T$ où p est l'indice du module. Rappelons qu'avec l'étape de moyennage, le calcul complet du résultat se fait sur M acquisitions. Au lieu de générer un signal purement périodique, le signal injecté est de la forme

$$\underline{\mathbf{x}}_m^{(p)} = \beta_m^{(p)} \underline{\mathbf{s}}' = \beta_m^{(p)} \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{s}} \\ \underline{\mathbf{s}} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Chaque période émise est multipliée par un coefficient β_m . Le signal test d'origine est toujours défini par le vecteur $\underline{\mathbf{s}}$ et peut être arbitrairement choisi en fonction de la méthode de réflectométrie utilisée. On remarque ici que deux périodes consécutives sont multipliées par le même coefficient et forment le vecteur $\underline{\mathbf{s}}'$. Cela permet de conserver l'hypothèse de périodicité sur laquelle s'appuient la plupart des traitements. Le régime établi est atteint à la deuxième période comme cela a été montré au 1.3.2.

Avec ces coefficients, la période du signal émis devient $T_M = 2MT_N$ et T_N sera qualifié de pseudo-période dans la suite. On peut alors distinguer les pseudo-périodes de *régime transitoire* des périodes de *régime établi*. Pour mettre cela en évidence, définissons la *matrice d'émission* \mathbf{X} par

$$\mathbf{X} = \underline{\mathbf{b}}^{(p)} \underline{\mathbf{s}}'^T = \left(\underbrace{\tilde{\mathbf{X}}}_N \middle| \underbrace{\bar{\mathbf{X}}}_N \right), \quad (4.5)$$

de taille $M \times 2N$. Les pseudo-périodes $\underline{\mathbf{x}}_m$ du signal $\underline{\mathbf{x}}$ sont ici empilées verticalement, les exposants $^{(p)}$ sont omis afin d'alléger les notations. $\tilde{\mathbf{X}}$ est la matrice de régime transitoire et $\bar{\mathbf{X}}$ la matrice

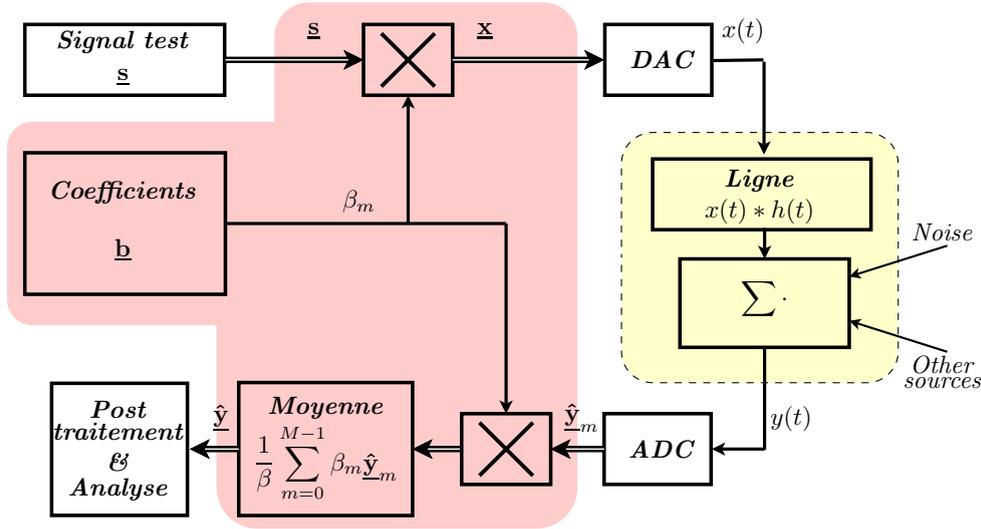


Figure 4.2 – Schéma de principe de la méthode des moyennes sélectives

de régime établi, elles sont toutes deux de taille $M \times N$. De la même manière on peut définir la *matrice de réception* par

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_0^T \\ \mathbf{y}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{M-1}^T \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \tilde{\mathbf{Y}} & \bar{\mathbf{Y}} \\ \hline \mathbf{N} & \mathbf{N} \end{array} \right). \quad (4.6)$$

Seul le régime établi du signal reçu $\bar{\mathbf{Y}}$ est conservé. En insérant les coefficients de pondération dans la moyenne on obtient

$$\hat{\mathbf{y}} = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} \beta_m \hat{\mathbf{y}}_m}{\sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^2} = \frac{\bar{\mathbf{Y}}^T \mathbf{b}}{\mathbf{b}^T \mathbf{b}}. \quad (4.7)$$

On peut alors facilement montrer que le résultat obtenu est identique à celui de la réflectométrie classique. En effet, en utilisant le fait que les éléments h_n de la réponse du réseau sont négligeables pour $n \geq N$ on a

$$\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\mathbf{H}'^T + \mathbf{N}, \quad (4.8)$$

où

$$\mathbf{H}' = \begin{pmatrix} 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & h_{N-1} & \cdots & h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

est une matrice $M \times 2N$, \mathbf{N} représente le bruit additif du système. Or $\tilde{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{X}}$, ainsi

$$\bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{X}}\mathbf{H}^T + \mathbf{N}, \quad (4.10)$$

où \mathbf{H} est la matrice circulante $N \times N$ représentant la convolution avec la réponse du réseau. En insérant (4.10) dans (4.7), il vient

$$\hat{\mathbf{y}} = \frac{1}{\beta} (\mathbf{H}\mathbf{s}\mathbf{b}^T + \mathbf{N}^T) \mathbf{b} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \frac{\mathbf{N}^T \mathbf{b}}{\beta}, \quad (4.11)$$

avec $\beta = \underline{\mathbf{b}}^T \underline{\mathbf{b}}$. Il suffit donc d'ignorer les régimes transitoires du signal mesuré pour conserver l'hypothèse de périodicité.

4.2.2 Intérférences

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que la présence des coefficients de pondération dans la moyenne et à l'émission conduit au même résultat que pour la réflectométrie classique. Le bruit d'interférence est ignoré dans l'expression (4.11). Considérons maintenant le cas de P réflectomètres connectés à un réseau et fonctionnant simultanément, chacun étant identifié par son indice p . Considérons les signaux acquis par le réflectomètre p_0 . Le résultat de la moyenne devient alors

$$\hat{\underline{\mathbf{y}}} = \mathbf{H}\underline{\mathbf{s}} + \underline{\mathbf{n}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}, \quad (4.12)$$

où $\underline{\mathbf{n}}$ est le bruit additif résiduel et $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}$ est le bruit d'interférence. Il faut alors déterminer les valeurs des coefficients $\beta_m^{(p)}$ permettant d'annuler ce dernier.

Tous les modules sont supposés échantillonner les signaux à la même fréquence mais ils ne sont pas nécessairement synchronisés. Ainsi chaque paire de modules est désynchronisée d'un certain nombre d'échantillons que l'on note $d^{(p_1, p_2)}$. Soit $d = 2NMd_M + 2Nd_N + d_0$, la décomposition du décalage d par division euclidienne par $2N$ et M . Afin d'alléger les notations, on pose dans la suite $d^{(p_0, p)} = d^{(p)}$. Le schéma de la figure 4.3 illustre le phénomène d'interférence entre les modules. On peut voir les régimes transitoires qui correspondent au passage progressif d'une pseudo-période à la suivante. Ce passage progressif est dû à la convolution du signal avec la réponse $h(t)$. Le signal transmis du module p au module p_0 passe par la fonction de transmission $h_t^{(p)}(t)$. Les pseudo-périodes du signal transmis sont alors décalées de $d^{(p)}$ échantillons. On notera que d_M (dans la décomposition de d) n'a pas d'influence sur le décalage vu par le module p_0 . Le bruit d'interférence total affectant la mesure du module p_0 est alors donné par

$$\underline{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{\beta} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^{(p_0)} \mathbf{H}'_t^{(p)} \left[\beta_{m-d_N^{(p)}}^{(p)} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ s_0 \\ \vdots \\ s_{d_0^{(p)}-1} \end{pmatrix} + \beta_{m-d_N^{(p)}-1}^{(p)} \begin{pmatrix} s_{d_0^{(p)}} \\ \vdots \\ s_{2N-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \right], \quad (4.13)$$

où les additions dans les indices des coefficients β sont modulo M et $\mathbf{H}'_t^{(p)}$ est une matrice $N \times 2N$ correspondant à la fonction de transmission du module p au module p_0 et est construite de la même manière que \mathbf{H}' dans (4.9). Notons que (4.13) est vérifiée si cette dernière vérifie la condition $\forall t > NT_s : h_t^{(p)}(t) \ll \max(h_t^{(p)})$ au même titre que $h(t)$.

Cette expression permet d'établir les conditions que les vecteurs de pondération $\underline{\mathbf{b}}^{(p)}$ doivent satisfaire pour aboutir à un bruit d'interférence nul. En effet, sans faire d'hypothèses spécifiques concernant la synchronicité des modules, il apparaît que l'on obtient $\underline{\boldsymbol{\epsilon}} = \mathbf{0}$ si l'intercorrélacion entre chaque paire de vecteurs $\underline{\mathbf{b}}^{p_1}$, $\underline{\mathbf{b}}^{p_2}$ est nulle. On peut écrire cela

$$\forall d : p_1 \neq p_2 \Rightarrow \underline{\mathbf{b}}^{(p_1)T} \mathbf{\Delta}^d \underline{\mathbf{b}}^{(p_2)} = 0 \quad \text{avec : } \mathbf{\Delta} = \mathcal{C}(\underline{\boldsymbol{\delta}}(1)). \quad (4.14)$$

$\mathbf{\Delta}$ est la matrice de décalage circulaire de 1 échantillon. Si cette condition est satisfaite les interférences disparaissent de (4.12) et l'injection simultanée des signaux de test n'altère pas les résultats fournis.

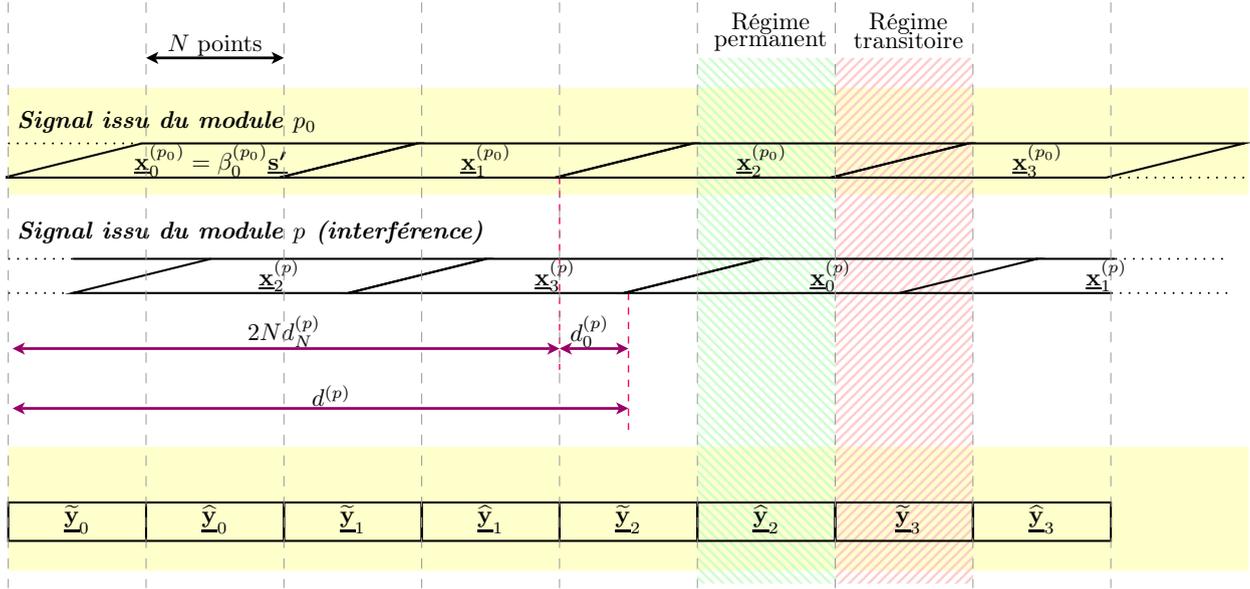


Figure 4.3 – Signaux injectés simultanément dans le cas $M = 4$. Le signal injecté par le module p_0 est utilisé comme référence et le signal issu du module p constitue ici la perturbation.

4.2.3 Choix des coefficients

Les familles de vecteurs utilisées pour la mise en œuvre des moyennes sélectives sont présentées ici. Si les vecteurs choisis conduisent à une interférence nulle ils doivent aussi permettre de préserver le gain en rapport signal à bruit de la moyenne. Dans le cas d'un bruit blanc, le rapport signal à bruit en sortie du moyennneur (voir annexe B) est donnée par

$$\text{SNR}_{\text{moy}} = \beta \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{(r_{\epsilon\epsilon}(0))} = M \cdot \text{SNR}_{\text{mes}}. \quad (4.15)$$

On parle ici des bruits autres que les interférences entre les modules. En pratique, les coefficients ne peuvent pas être infiniment grands on doit donc poser une contrainte du type $|\beta_m| \leq 1$. Idéalement il faut donc choisir des coefficients pour lesquels $|\beta_m| = 1$ afin de conserver le même gain en rapport signal à bruit. De plus, pour un nombre P donné de réflectomètres, on cherche le jeu de coefficients qui nécessite le nombre de mesures M_{min} le plus petit possible.

Par ailleurs, remarquons que la condition (4.14) est établie dans un cas général. En pratique, il est intéressant de considérer la synchronicité des modules ce qui peut conduire à une contrainte moins forte que (4.14). On distinguera donc le cas synchrone du cas asynchrone.

A Cas synchrone

On considère ici que les modules sont synchronisés entre eux et que les décalages $d^{(p)}$ peuvent être contrôlés. Une synchronisation parfaite, c'est à dire $d^{(p)} = 0$ n'est pas possible, il agit alors de garantir une valeur maximum $d^{(p)} < d_{\text{max}} \ll N$. Dans ce cas on doit avoir

$$n > N - d_{\text{max}} - 1 \Rightarrow h_n^t = 0. \quad (4.16)$$

Si cette condition est respectée, on peut montrer (voir annexe C) que

$$\underline{\epsilon} = \frac{1}{\beta} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^{(p_0)} \mathbf{H}_t^{(p)} \beta_m^{(p)} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ s_0 \\ \vdots \\ s_{d_0^{(p)}-1} \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

Le bruit d'interférence peut alors être annulé par une famille de vecteurs orthogonaux

$$\forall (p_1, p_2) \in \{0, \dots, P-1\}^2 : \underline{\mathbf{b}}^{(p_1)} \mathbf{T} \underline{\mathbf{b}}^{(p_2)} = 0. \quad (4.18)$$

Cette condition est satisfaite par les *séquences de Walsh-Hadamard* [89]

$$\beta_m^{(p)} = [\mathcal{H}_P]_{p,m}, \quad (4.19)$$

où \mathcal{H}_P est la *matrice de Hadamard* d'ordre P . Cette matrice est définie par récurrence par la relation

$$\mathcal{H}_{2P} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_P & \mathcal{H}_P \\ \mathcal{H}_P & -\mathcal{H}_P \end{pmatrix}, \quad \text{avec } \mathcal{H}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

L'intérêt des coefficients binaires (1 ou -1) est d'une part de préserver le gain en rapport signal à bruit de la moyenne. D'autre part, la multiplication des signaux par ces coefficients requiert uniquement un bloc conditionnel ce qui simplifie l'implémentation. Par ailleurs le nombre maximum de modules est une puissance de 2, on pose alors $P = 2^r$. En pratique on choisira donc la puissance de 2 juste supérieure au nombre réel de modules et $M_{min} = P$.

B Cas asynchrone

Dans le cas où il n'y a pas de synchronisation entre les modules, les valeurs de $d^{(p)}$ sont quelconques et la condition (4.14) doit être satisfaite. Pour cela il est possible de choisir des fonctions sinusoïdales orthogonales

$$\beta_m^{(p)} = \cos\left(2\pi \frac{mp}{M}\right). \quad (4.21)$$

Le nombre de mesures minimum est alors $M_{min} = 2P$. Dans ce cas le nombre de mesures nécessaires (à nombre de modules égal) n'est pas beaucoup plus important que dans le cas synchrone. Ce type de séquences peut donc être intéressant si l'on a un nombre important de modules. Cependant l'inconvénient est que l'on n'a plus des coefficients binaires ce qui entraîne un moins bon rapport signal à bruit et la nécessité d'avoir des vrais multiplieurs.

On préférera donc les *séquences de Rademacher* [89] définies par

$$\beta_m^{(p)} = \text{sign}\left[\cos\left(2^p \frac{\pi m}{M}\right)\right]. \quad (4.22)$$

Notons que ces séquences correspondent aux lignes de la matrices de Hadamard dont l'indice est une puissance de 2 c'est à dire

$$\beta_m^{(p)} = [\mathcal{H}_{2^p}]_{2^{p-1}, m}. \quad (4.23)$$

Le nombre minimum de mesures à effectuer pour le moyennage devient alors $M_{min} = 2^{P-1}$, il faut donc que M soit une puissance de 2. Ainsi on a par exemple pour $M = 8$, $P_{max} = 4$ et les vecteurs

de pondération sont

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{b}}^{(0)\mathbf{T}} \\ \underline{\mathbf{b}}^{(1)\mathbf{T}} \\ \underline{\mathbf{b}}^{(2)\mathbf{T}} \\ \underline{\mathbf{b}}^{(3)\mathbf{T}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

On retiendra donc qu'un nombre plus important de mesures est nécessaire dans le cas asynchrone. Cependant pour un nombre de modules raisonnable, l'utilisation de la réflectométrie distribuée par moyenne sélective en l'absence de mécanisme de synchronisation est tout à fait envisageable. Ce cas de figure rend la mise en œuvre de cette méthode très facile. Les résultats obtenus expérimentalement seront présentés plus loin dans ce chapitre.

4.3 Évaluation du bruit d'interférence résiduel

Nous avons mis en évidence dans le paragraphe précédent les familles de vecteurs de pondération à choisir pour la mise en œuvre des moyennes sélectives. Nous avons montré qu'avec ces familles le bruit d'interférence peut être totalement annulé en sortie du moyennneur de chaque module de mesure. Cependant la démonstration présentée s'appuie sur une hypothèse forte qui est l'égalité stricte des fréquences d'échantillonnage. En pratique la réalisation d'une telle contrainte est impossible du fait de la tolérance d'erreurs de fréquence inhérentes aux oscillateurs utilisés pour cadencer les systèmes. Tandis que les phénomènes de *jitter* sur le bruit d'interférence sont tout à fait négligeables, le décalage de fréquence qu'il y a entre deux modules est à l'origine d'un décalage variable entre les signaux et change totalement le modèle des interférences. Il en résulte un bruit résiduel qu'il est nécessaire de pouvoir caractériser pour connaître les performances du système.

4.3.1 Expression générale du bruit

En prenant en considération les erreurs de fréquences, et en supposant que les vecteurs de pondération sont paramétrés de manière optimale, le niveau de bruit est évalué dans cette section en fonction des différents paramètres du système. L'observation se fait toujours à la sortie du moyennneur du réflectomètre p_0 et l'évaluation du bruit se fait en termes de rapport signal à bruit. Afin de simplifier le calcul les modules sont supposés synchronisés dans le calcul qui suit. L'utilisation de ces résultats pour le cas asynchrone implique quelques légères approximations que nous soulignerons dans l'exposé.

On note Δ_{T_s} la tolérance, en secondes, sur les périodes d'échantillonnage. On se place ici dans le pire des cas où la différence entre la période d'échantillonnage de p_0 et celles de tous les autres réflectomètres correspond à la tolérance Δ_{T_s} . On note T_s la période d'échantillonnage de p_0 et $T_s^{(p)} = T_s + \Delta_{T_s}$ celle des autres².

Établissons dans un premier temps l'expression du signal transmis du module p au module p_0 . Le signal injecté par le module p est pseudo-périodique et peut s'écrire

$$x^{(p)}(t + 2T_s^{(p)}Nm) = \beta_m^{(p)}s(t),$$

où m est l'entier désignant la pseudo-période. En remplaçant $T_s^{(p)}$ par T_s on obtient

$$x^{(p)}(t + 2T_sNm) = \beta_m^{(p)}s(t - 2Nm\Delta_{T_s}).$$

2. On obtient le même résultat en posant $T_s^{(p)} = T_s - \Delta_{T_s}$

Ainsi, vu du module p_0 et lorsque l'instant t fait parti d'un régime établi, le signal $y_T^{(p)}$ transmis depuis le module p peut s'écrire

$$y_T(t + 2NmT_s)^{(p)} = \int_0^\infty x(t + 2NmT_s - \tau) \cdot h^{(p,p_0)}(\tau) d\tau = \beta_m^{(p)} y^{(p)}(t - 2Nm\Delta_{T_s}), \quad (4.25)$$

avec

$$y^{(p)}(t) = \int_0^\infty s(t - \tau) \cdot h^{(p,p_0)}(\tau) d\tau \quad (4.26)$$

représentant le signal transmis sans la multiplication par β_m et $h^{(p,p_0)}(t)$ représente la fonction de transmission du module p au module p_0 .

Ce résultat permet de facilement établir l'expression du bruit résiduel dans le cas synchrone. Considérons le $n^{\text{ème}}$ échantillon du signal obtenu en sortie du moyennneur de p_0 . Il peut s'exprimer sous la forme

$$\widehat{y}_n^{(p_0)} = y_n^{(p_0)} + w_n + \epsilon_n, \quad (4.27)$$

où $y_n^{(p_0)}$ est la valeur désirée (mesure réelle), w_n est le bruit additif de mesure que l'on considèrera nul dans la suite et ϵ_n est le bruit d'interférence résiduel que l'on peut exprimer par

$$\epsilon_n = \frac{1}{\beta} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^{(p)} y_T^{(p)}(t - 2T_s Nm). \quad (4.28)$$

Dans le cas synchrone, les régimes établis des modules coïncident. On peut donc directement injecter (4.25) dans (4.28). On aboutit alors à l'expression

$$\epsilon_n = \frac{1}{\beta} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^{(p)} \beta_m^{(p_0)} y^{(p)}(t - 2\Delta_{T_s} Nm). \quad (4.29)$$

Lorsque l'on est en régime asynchrone, les régimes établis ne coïncident pas nécessairement. Dans ce cas, si l'instant t fait partie d'un régime transitoire du module p et que $\beta_m \neq \beta_{m-1}$, le modèle de $y(t)^{(p)}$ n'est plus tout à fait exact. Ce dernier résulte de la convolution de $h_t^{(p,p_0)}$ avec un signal dont la fonction d'autocorrélation est assez proche de $s(t)$. Notons que généralement ces deux conditions sont réunies pour une minorité des termes de (4.29). On pourra donc considérer que cette expression est une approximation raisonnable du cas asynchrone.

Considérons maintenant le bruit résiduel issu d'un seul module p et que l'on peut écrire

$$\epsilon_n^{(p)} = \frac{1}{\beta} \sum_{m=0}^{M-1} c_m y(t - \Delta_N m), \quad (4.30)$$

avec $c_m^{(p)} = \beta_m^{(p)} \beta_m^{(p_0)}$ et $\Delta_N = 2N\Delta_{T_s}$. La puissance moyenne de $\epsilon_n^{(p)}$ que l'on considèrera comme égal à sa variance est donnée par

$$\mathbb{E} \{ \epsilon_n^{(p)2} \} = \frac{1}{\beta^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} c_m^{(p)} c_n^{(p)} \gamma_y [\Delta_N(m - n)], \quad (4.31)$$

où $\gamma_y(t) = \mathbb{E} \{ y(\tau) y(\tau + t) \}$ est la fonction d'autocorrélation statistique du signal $y(t)$. On peut considérer que les bruits causés par les différents modules sont indépendant à l'ordre 2. Ainsi l'énergie totale du bruit résiduel causé par tous les modules devient

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^T \underline{\epsilon} \} &= N \mathbb{E} \{ \epsilon_n^2 \} \\ &= \frac{N}{\beta^2} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} c_m^{(p)} c_n^{(p)} \gamma_y [\Delta_N(m - n)]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Le bruit d'interférence résiduel dépend donc de l'autocorrélation des signaux transmis et des coefficients de pondération. Les paragraphes suivants portent sur l'étude de ces deux composantes afin d'aboutir à l'expression exacte de l'énergie moyenne du bruit.

4.3.2 Autocorrélation des signaux transmis

L'expression (4.32) dépend de l'autocorrélation des signaux transmis et il est nécessaire de la connaître afin d'établir le lien entre l'énergie du bruit et les coefficients de pondération. Cette dernière dépend du signal test utilisé mais aussi des fonctions de transmission $h_t(t)^{(p)}$. Quelques approximations vont permettre ici d'établir une expression générale indépendante de $h_t(t)^{(p)}$.

On considère ici le signal transmis d'un module vers un autre et que l'on notera dans ce paragraphe $y(t)$. Ce dernier résulte de la convolution du signal test $s(t)$ avec la fonction de transmission $h_t(t)$. Donc l'autocorrélation de ce signal est elle-même donnée par $\gamma_y = \gamma_{h_t} \star \gamma_s$. Supposons que l'autocorrélation circulaire du signal test est idéale, c'est à dire $\underline{r}_{ss} = E_s \underline{\delta}(0)$ où E_s est l'énergie du signal sur une période. On a alors

$$\gamma_s(t) = \begin{cases} \frac{E_s}{N} \left(1 - \frac{|t|}{T_s}\right) & \text{if } |t| < T_s \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (4.33)$$

Tout comme la réponse en réflexion $h(t)$, la fonction de transmission correspond au modèle suivant

$$h_t(t) = \sum_{k>0} \alpha_k \delta(t - \tau_k). \quad (4.34)$$

On obtient alors

$$\gamma_y(t) = \frac{E_y}{N} \left(1 - \frac{|t|}{T_s}\right) + \sum_{i>0} \sum_{\substack{j>0 \\ j \neq i}} \alpha_i \alpha_j \gamma_s[t - (\tau_i - \tau_j)] \quad (4.35)$$

et l'énergie de $y(t)$ est

$$E_y = E_s \sum_{k>0} \alpha_k^2.$$

Dans la mesure où $\Delta T_s \ll T_s$, on s'intéresse ici à la fonction d'autocorrélation pour des petites valeurs de t . Ainsi, en fixant $|t| < t_{max}$, si l'on suppose que $\gamma_{h_t}(t)$ est négligeable dans l'intervalle $[T_s - t_{max}, T_s + t_{max}]$, le deuxième terme de (4.35) devient une constante et on a

$$\gamma_y(t) = \frac{E_y}{N} \left(1 - \frac{|t|}{T_s}\right) + C, \quad (4.36)$$

où la constante³ C va finalement s'annuler.

3. remarquons que la constante dans (4.36) est donnée par

$$C = \int_0^{T_s - t_{max}} 2 \frac{T_s - t}{T_s} \gamma_{h_t}(t) dt.$$

Cette constante s'annule dans (4.37) étant donné que

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} c_m^{(p)} c_n^{(p)} = 0.$$

En injectant cette dernière expression dans (4.32) on obtient

$$\mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^{\mathbf{T}} \underline{\epsilon} \} = -E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \Sigma_\beta \quad (4.37)$$

avec

$$\Sigma_\beta = \frac{1}{\beta^2} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} c_m^{(p)} c_n^{(p)} |m - n| < 0.$$

On constate alors que le bruit est proportionnel à l'erreur relative $\frac{\Delta_{T_s}}{T_s}$ et au nombre d'échantillons N du signal test. Notons en outre, que cette expression change légèrement si l'on considère l'utilisation d'un échantillonnage par *temps équivalent*. En effet, il est supposé ici que chaque élément de la moyenne est séparé d'une pseudo période (*i.e.* : $2NT_s$). Or si le système de mesure est caractérisé par un facteur de temps équivalent K' , et que les K' mesures sont réalisées à chaque étape de la moyenne, l'intervalle entre chaque élément devient $2K'NT_s$. Dans ce cas l'expression du bruit reste identique si l'on pose $\Delta_N = 2K'NT_s$. On a donc un bruit résiduel K' fois plus important.

Enfin, la valeur de Σ_β dépend des coefficients de pondérations. Afin d'obtenir l'expression exact du rapport signal à bruit dans le pire des cas, cette valeur est calculée dans le cas des séquences de Hadamard et des séquences de Rademacher en fonction de P et M .

4.3.3 Séquences de Walsh-Hadamard

Dans ce cas les coefficients de pondérations sont définis selon (4.19). On utilisera dans la suite l'opérateur \oplus [89] qui correspond à un OU exclusif entre deux entiers. Autrement dit, $a \oplus b$ correspond à l'addition sans retenue des éléments respectifs de la décomposition de a et b en base 2. En utilisant la définition des éléments de la matrice de Hadamard on peut montrer (annexe C) que

$$c_m^{(p)} = [\mathcal{H}_P]_{p_0, m} \cdot [\mathcal{H}_P]_{p, m} = [\mathcal{H}_P]_{p_0 \oplus p, m}. \quad (4.38)$$

En remarquant que $p \oplus p_0 \oplus p_0 = p$ on peut écrire

$$\mathbb{E} \left\{ \epsilon_n^{(p \oplus p_0)2} \right\} = -\frac{\Delta_N}{T_s} \frac{E_y}{NM^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} [\mathcal{H}_P]_{p, m \oplus n} |m - n|. \quad (4.39)$$

Rappelons également que dans le cas des séquences de Hadamard $|\beta_m| = 1$ donc $\beta^2 = \mathbf{b}^{\mathbf{T}} \mathbf{b} = M^2$. Soit la décomposition unique d'un entier $p = 2^\lambda (2q + 1)$, où λ et q sont des entiers. Autrement dit, 2^λ est la plus grande puissance de 2 qui divise p . On pose $Q = 2^{\lambda+1}$, on peut alors montrer (voir annexe C) que (4.39) devient

$$\mathbb{E} \left\{ \epsilon_n^{(p \oplus p_0)2} \right\} = \frac{E_y}{N} \frac{\Delta_N}{T_s} \frac{1}{3M} \left(\frac{Q^2}{2} + 1 \right). \quad (4.40)$$

Si P modules injectent simultanément sur le réseau, P étant une puissance de 2, alors chaque ligne de la matrice de Hadamard correspond à un module. Finalement en utilisant (4.40) pour chaque valeur de p entre 0 et $P - 1$ on obtient

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^{\mathbf{T}} \underline{\epsilon} \} &= N \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \mathbb{E} \left\{ \epsilon_n^{(p)2} \right\} \\ &= E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \frac{1}{3M} \sum_{r=0}^{\log_2(P)-1} \frac{P}{2^{r+1}} \left(\frac{2^{2(r+1)}}{2} + 1 \right) \\ &= E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \frac{1}{3M} (P^2 - 1). \end{aligned} \quad (4.41)$$

On peut constater dans cette expression finale que le bruit est inversement proportionnel à M . L'augmentation du nombre de mesures de la moyenne réduit donc le bruit d'interférence résiduel à l'instar du bruit additif de mesure.

4.3.4 Séquences de Rademacher

D'après (4.23) si les modules sont synchrones, on a

$$\begin{aligned} c_m^{(p)} &= \beta_m^{(p_0)} \beta_m^{(p)} = [\mathcal{H}_P]_{2^{(P-p)},m} [\mathcal{H}_P]_{2^{(P-p_0)},m} \\ &= [\mathcal{H}_P]_{2^{(P-p)} \oplus 2^{(P-p_0)},m}, \end{aligned} \quad (4.42)$$

où les indices de la matrice de Hadamard sont modulo 2^P . Notons que l'on obtient un niveau de bruit différent pour chaque module, il convient donc de considérer le module avec le bruit le plus important, on obtient alors

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^T \underline{\epsilon} \} &\leq E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \frac{1}{3M} \sum_{p=0}^{P-2} \left(\frac{2^{2(p+1)}}{2} + 1 \right) \\ &= E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \frac{1}{3M} \left(\frac{2^{2P-1}}{3} - \frac{5}{3} + P \right). \end{aligned} \quad (4.43)$$

On peut observer que cette inégalité reste vraie dans le cas d'un décalage entre les coefficients β_m et $\beta_m^{(p)}$. On pourra donc utiliser ce résultat pour estimer la borne supérieure du niveau de bruit possible dans le cas asynchrone. Comme dans le cas des séquences de Hadamard, le bruit est inversement proportionnel à M , en revanche il augmente beaucoup plus vite en exponentielle de P . Cela confirme davantage le fait que l'utilisation de la réflectométrie distribuée dans le cas asynchrone est adaptée pour de faibles valeurs du nombre P de réflectomètres connectés.

L'écart entre les niveaux de bruit obtenu dans les cas synchrone et asynchrone reste faible pour $P \leq 4$. En effet, dans ce cas on peut montrer en appliquant les relations (4.41) (4.43) que l'énergie pour le cas asynchrone est inférieure au double de l'énergie du cas synchrone pour $P = 4$. En revanche, au delà de cette valeur l'écart se creuse rapidement et il convient alors de synchroniser les modules.

4.3.5 Bilan sur le rapport signal à bruit d'interférence

En ignorant toujours le bruit de mesure, le rapport signal à bruit est donné par

$$\begin{aligned} \text{SNR}^2 &= \frac{\mathbb{E} \{ \underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}} \}}{\mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^T \underline{\epsilon} \}} \\ &= \frac{\underline{\mathbf{h}}^T \underline{\mathbf{h}}}{\underline{\mathbf{h}}_t^T \underline{\mathbf{h}}_t^{(p)} \Sigma_\beta} \frac{T_s}{2N \Delta T_s}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

La valeur exacte du SNR dépend des valeurs $\underline{\mathbf{h}}$ et $\underline{\mathbf{h}}_t$ qui ne sont pas connues à l'avance et dépendent totalement du réseau testé. Il s'agit donc d'établir des valeurs empiriques des énergies transmises et réfléchies pour évaluer les performances de la méthode. Si les modules sont judicieusement placés sur le réseau, on peut supposer que l'énergie transmise d'un module à l'autre n'est pas plus grande que l'énergie réfléchi. On posera donc, comme pire des cas, $\underline{\mathbf{h}}^T \underline{\mathbf{h}} / \underline{\mathbf{h}}_t^T \underline{\mathbf{h}}_t = 1$. Par ailleurs on peut noter que la tolérance relative en fréquence d'un oscillateur moyen du marché est de 100ppm⁴.

4. 100ppm $\equiv 10^{-4}$.

Dans ces conditions si l'on considère le cas synchrone, les coefficients de pondération correspondant aux séquences de Hadamard et un nombre d'échantillons $N = 64$ pour le signal test, on obtient en dB

$$\text{SNR}_{(dB)} = 10 \log \left(\frac{10^4}{128} \frac{1}{\Sigma_\beta} \right) \quad (4.45)$$

Ce résultat permet d'obtenir les courbes visibles sur les figures 4.4 et 4.5 dans le cas synchrone (séquences de Hadamard). On peut ainsi dimensionner un système de réflectométrie distribuée en fonction des contraintes à appliquer sur le pire des cas. La première figure donne les SNR obtenus en utilisant des oscillateurs standards d'une tolérance de 100ppm. Une fois le nombre de modules P déterminé, on peut jouer sur le nombre de mesures de la moyenne pour atteindre la valeur désirée. Lorsque des oscillateurs plus précis peuvent être utilisés la deuxième figure permet de déterminer une tolérance idéale en fonction des autres paramètres du système.

Le résultat de la figure 4.6 donne le rapport signal à bruit obtenu dans le cas asynchrone lorsque l'on utilise les séquences de Rademacher pour $N = 64$ et $M = 32$. On constate qu'il diminue beaucoup plus rapidement en fonction de P que pour le cas synchrone en raison de la croissance exponentielle du bruit comme nous l'avons remarqué plus haut. On retiendra néanmoins que dans cette configuration on peut raisonnablement monter jusqu'à $P = 5$ voire $P = 6$ si l'on dispose d'horloge suffisamment précise entre 1 et 10 ppm. Notons enfin que si l'on utilise un échantillonnage temps équivalent de facteur K' , une translation vers le bas de $\log(K')$ doit être appliquée à ces courbes.

4.4 Résultats

La méthode des moyennes sélectives a été implantée sur une plateforme de type FPGA au sein de l'architecture décrite en annexe A. Seul le cas asynchrone a été testé. En termes de résultats pratiques, deux aspects principaux sont à considérer pour la réflectométrie distribuée. Le premier concerne les performances de la méthode des moyennes sélectives qui sont liées au bruit d'interférence résiduel dont l'expression théorique a été développée précédemment. Le deuxième aspect porte sur l'exploitation des données fournies par la réflectométrie distribuée pour la détection de défauts au sein d'un réseau complexe.

4.4.1 Mesure du bruit d'interférence

Afin de caractériser le bruit résiduel, le bruit causé par chaque module d'un réseau en fonction de son vecteur de pondération a été mesuré. Cette expérimentation a été faite sur un réseau en Y, visible figure 4.7 auquel sont connectés deux réflectomètres. Pour cette mesure de bruit, le résultat fourni par \mathcal{R}_1 est enregistré. Le réflectomètre \mathcal{R}_2 permet quant à lui d'émuler la présence des autres réflectomètres pouvant être connectés au réseau pris chacun séparément. Pour cela une série de mesures est effectuée en affectant à chaque fois un vecteur de pondération différent à \mathcal{R}_2 .

Le vecteur de pondération de \mathcal{R}_1 est fixé à $\beta_m^{(1)} = 1$. Le vecteur de \mathcal{R}_2 est affecté à une séquence de Rademacher.

$$\beta_m^{(2)} = [\mathcal{H}_M]_{2^p, m}. \quad (4.46)$$

Dans ces conditions le rapport signal à bruit théorique est donné par

$$\text{SNR}_{interf} = \frac{\mathbf{h}^T \mathbf{h}}{\mathbf{h}_t^{\mathbf{T}(p)} \mathbf{h}_t^{(p)}} \frac{T_s}{2NK' \Delta T_s} \frac{3M}{\left(\frac{2^{2(p+1)}}{2} + 1 \right)}, \quad (4.47)$$

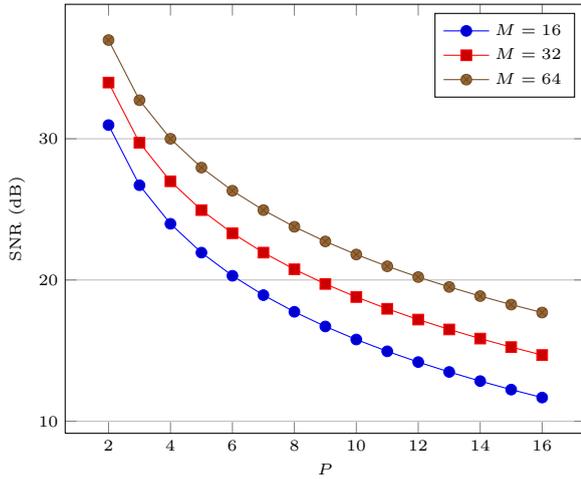


Figure 4.4 – Rapport signal à bruit d'interférence dans le cas synchrone en fonction du nombre de modules P pour $M = 16, 32, 64$ @ $\frac{\Delta T_s}{T_s} = 10^{-4}$, $N = 64$.

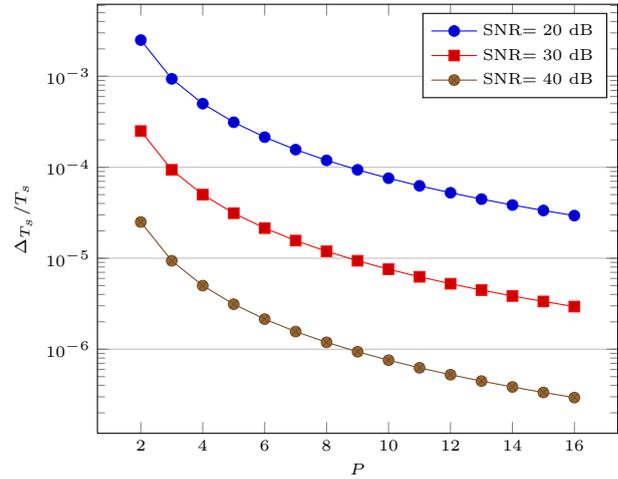


Figure 4.5 – Tolérance d'horloge maximum pour garantir, dans le cas synchrone, un rapport signal à bruit donné (respectivement : 20 dB, 30 dB, 40 dB) @ $M = 32$, $N = 64$.

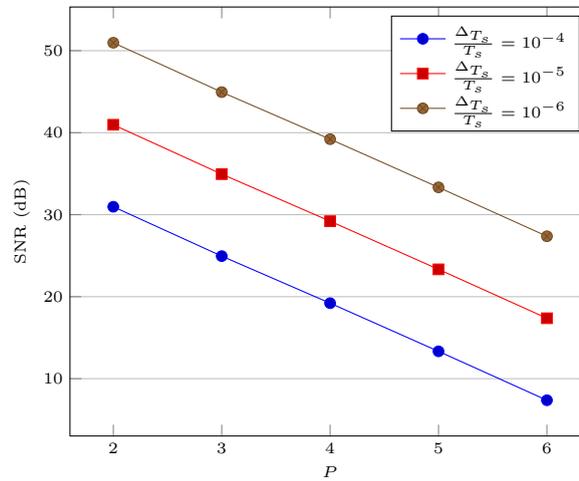


Figure 4.6 – Rapport signal à bruit théorique dans le cas asynchrone pour différentes erreurs d'horloge. @ $M = 32$, $N = 64$.

valeur qui pourra être comparée à la mesure. Notons que le facteur d'échantillonnage temps équivalent K' est ajouté dans cette expression afin d'être en cohérence avec l'expérience. La configuration utilisée est

Longueur du signal	$N = 64$
Nombre de mesure	$M = 64$
Temps équivalent	$K' = 6$
Période d'échantillonnage	$T_s = 10 \text{ ns}$

Afin de pouvoir correctement interpréter le résultat la différence de fréquence d'horloge relative entre les deux cartes a été mesurée

$$2 \frac{|f_1 - f_2|}{f_1 + f_2} = \frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-5}. \quad (4.48)$$

Enfin concernant le ratio $\frac{\mathbf{h}^T \mathbf{h}}{\mathbf{h}_t^T \mathbf{h}_t^{(p)}}$, on se trouve dans un cas particulièrement défavorable dans la mesure où il y a plus d'énergie transmise d'un réflectomètre à l'autre que d'énergie réfléchie. Cela s'explique par le fait que le coefficient de réflexion de la jonction centrale est plus petit (en valeur absolue) que son coefficient de transmission. Pour ce cas particulier de réseau, on peut estimer plus finement le rapport entre l'énergie transmise et l'énergie réfléchie. En effet, en remarquant qu'il n'y a pas de réflexion au niveau des réflectomètres et que l_3 se termine par un circuit ouvert on peut déterminer, dans le domaine continu, l'expression des réponses du réseau

➤ en réflexion

$$h(t - 2\tau_1) = \rho \delta(t) + T^2 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \delta[t - 2\tau_3(n + 1)]$$

➤ en transmission

$$h_t(t - \tau_1 - \tau_2) = T \delta(t) + T^2 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \delta[t - 2\tau_3(n + 1)]$$

$\rho = -1/3$ et $T = 2/3$ sont les coefficients de réflexion et transmission de la jonction. On peut alors en déduire le rapport des énergies

$$\frac{\int h^2(t) dt}{\int h_t^2(t) dt} = \frac{\rho^2 + T^4 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{2n}}{T^2 + T^4 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{2n}} \approx 0.5. \quad (4.49)$$

Il y a donc deux fois plus d'énergie transmise que d'énergie réfléchie.

Les résultats obtenus en théorie et par la mesure sont visibles figure 4.7. La valeur de p donne l'indice de la séquence de Rademacher utilisée par \mathcal{R}_2 .

4.4.2 Localisation d'un défaut

La réflectométrie distribuée est ici appliquée à un cas concret de détection de défaut sur un réseau complexe. Le réseau considéré est représenté figure 4.8, 3 réflectomètres y sont connectés. Ce réseau est constitué de lignes coaxiales d'impédance 50Ω et les ports des réflectomètres sont adaptés. Les branches non connectées sont terminées par un circuit ouvert et renvoient donc un écho positif. On est toujours en mode asynchrone et les paramètres sont les mêmes que pour la mesure du bruit.

Le résultat de chaque réflectomètre est donné figure 4.9 lorsque le réseau est dans son état normal, c'est à dire en l'absence de défaut. Les singularités observées correspondent alors aux

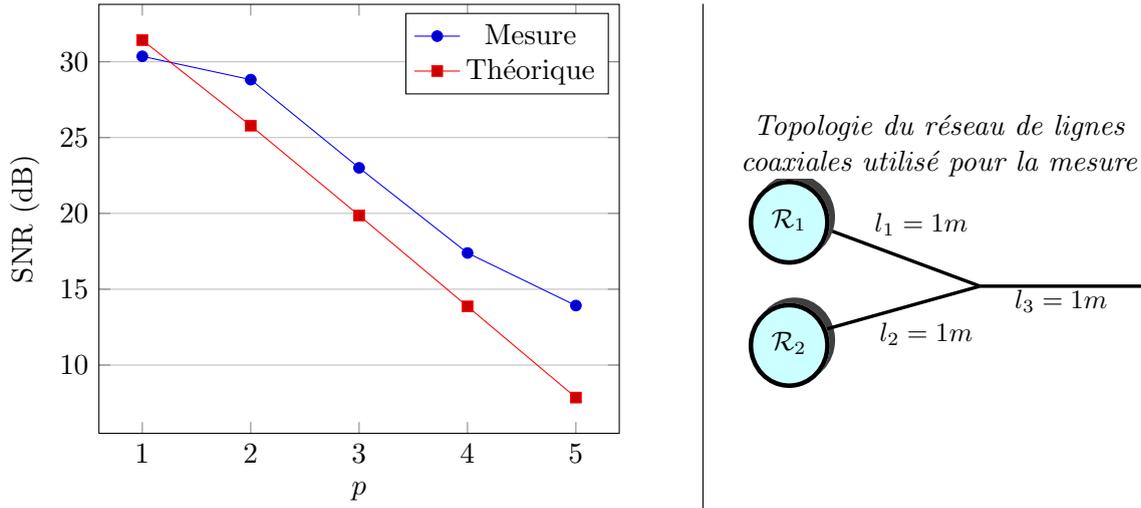


Figure 4.7 – SNR relatif au bruit d'interférence causé par un seul module selon l'indice de sa séquence de Rademacher. Résultat obtenu en théorie et par la mesure avec $N = 64$, $K' = 6$, $M = 64$, $\frac{\Delta T_s}{T_s} \approx 10^{-5}$.

deux jonctions et aux circuits ouverts. Concernant le résultat haute résolution, il est obtenu via le traitement par déconvolution myope présenté au chapitre précédent. Par ailleurs, on peut constater que \mathcal{R}_3 a une mauvaise vision de l'autre bout du réseau dans la mesure où il est le plus éloigné.

L'application privilégiée de la méthode présentée ici est la détection de défaut intermittent. Dans la mesure où les moyennes sélectives permettent un diagnostic en temps réel et que les trois modules peuvent effectuer leurs mesures simultanément, on peut parfaitement connaître l'état du réseau avant et après l'apparition d'un tel défaut. On considère ici l'apparition d'un court-circuit sur la branche l_5 comme cela est mis en évidence figure 4.8. La différence entre les réponses perçues avant et après par chaque module est donné figure 4.10. On constate sur ces résultats que le traitement haute résolution permet de séparer correctement le premier pic de la différence qui correspond au défaut.

Connaissant le retard des trois premiers pics on peut calculer la distance séparant chaque réflectomètre du réseau. Pour le calcul des distances, on considère toujours ici $v = \frac{2}{3}c_{lum} = 0.2 \cdot 10^9 m s^{-1}$. On note L_{r_i} la distance séparant le réflectomètre \mathcal{R}_i du défaut. Une des connaissances préliminaires à avoir est la distance entre les modules. Cela permet de savoir si le défaut se trouve sur le trajet reliant deux modules ou non. Ici, $L_{r1,2} = l_1 + l_2 + l_4$, $L_{r1,3} = l_1 + l_3$, $L_{r2,3} = l_2 + l_3 + l_4$. En connaissance de cette information, la localisation se déroule de la façon suivante :

- $L_{r1} + l_{r2} > L_{r1,2}$, $L_{r1} + l_{r3} > L_{r1,3}$ et $L_{r2} + l_{r3} > L_{r2,3}$.

Donc le défaut ne se trouve sur aucun trajet direct allant d'un module à l'autre. Il ne peut donc être que sur la branche l_5 du réseau.

- Sachant que le défaut est sur l_5 , sa position exacte est donnée par

$$l_f = L_{r1} - (l_4 + l_1) = L_{r2} - l_2 = L_{r3} - (l_4 + l_3),$$

l_f est la longueur qui sépare le défaut de la jonction située au début de la branche l_5 . On peut utiliser de manière équivalente les trois relations pour déterminer l_f .

On note que l'erreur de localisation est ici la même pour les trois modules et correspond à un retard de 1 échantillon. Enfin on remarque que l'amplitude du premier pic délivré par \mathcal{R}_2 est plus grande que pour les deux autres modules car une seule jonction est traversée par le signal test.

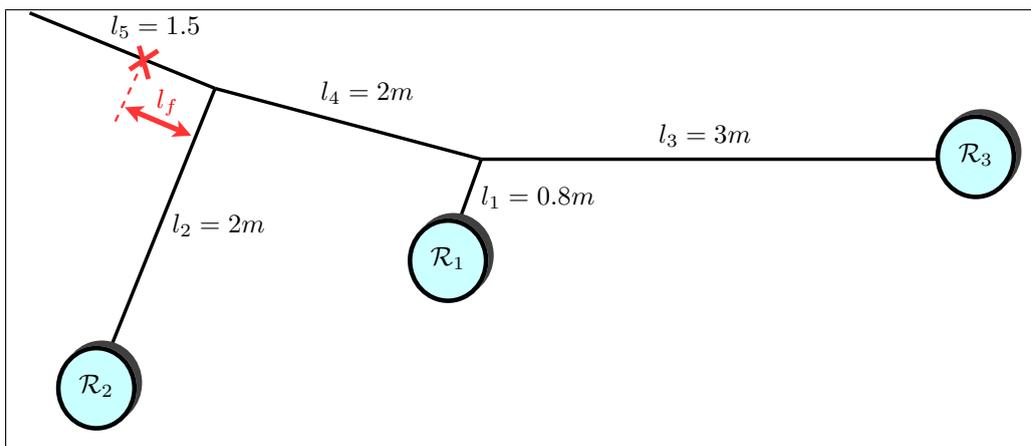


Figure 4.8 – Topologie du réseau de lignes coaxiales utilisé pour le test de la réflectométrie distribuée. L'impédance caractéristique des lignes est $Z_0 = 50\Omega$

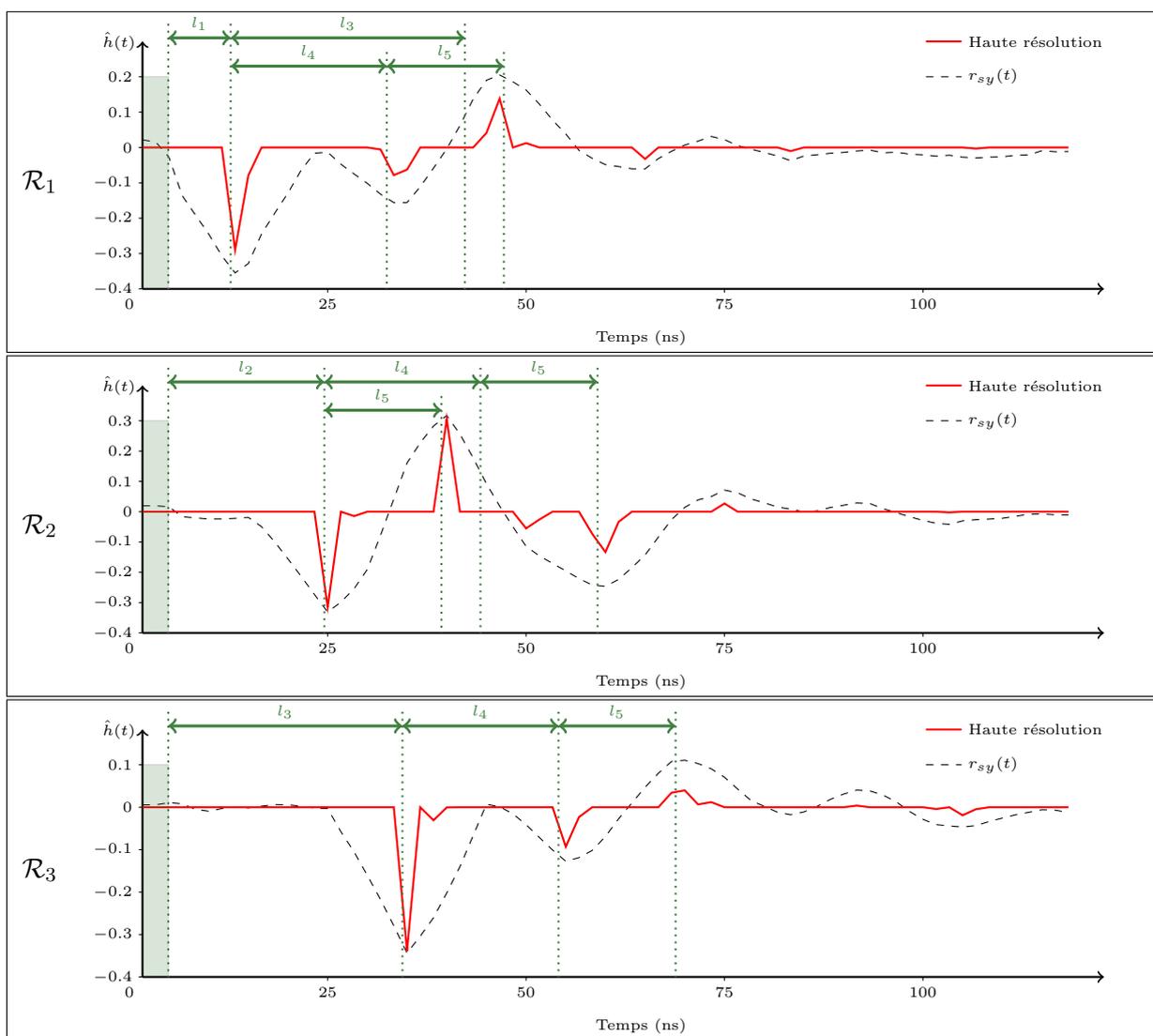


Figure 4.9 – Résultat fourni par chaque réflectomètre du réseau de la figure 4.8 dans son état normal. Chaque réflectomètre est adapté à la ligne et les autres branches se terminent par un circuit ouvert. Les résultats sont donnés avec et sans traitement haute résolution.

Trajet	Distance réelle	Distance mesurée
$\mathcal{R}_1 : L_{r1} = l_1 + l_4 + l_f$	3.3 m	3.5 m
$\mathcal{R}_2 : L_{r2} = l_2 + l_f$	2.5 m	2.65 m
$\mathcal{R}_3 : L_{r3} = l_3 + l_4 + l_f$	5.5 m	5.65 m

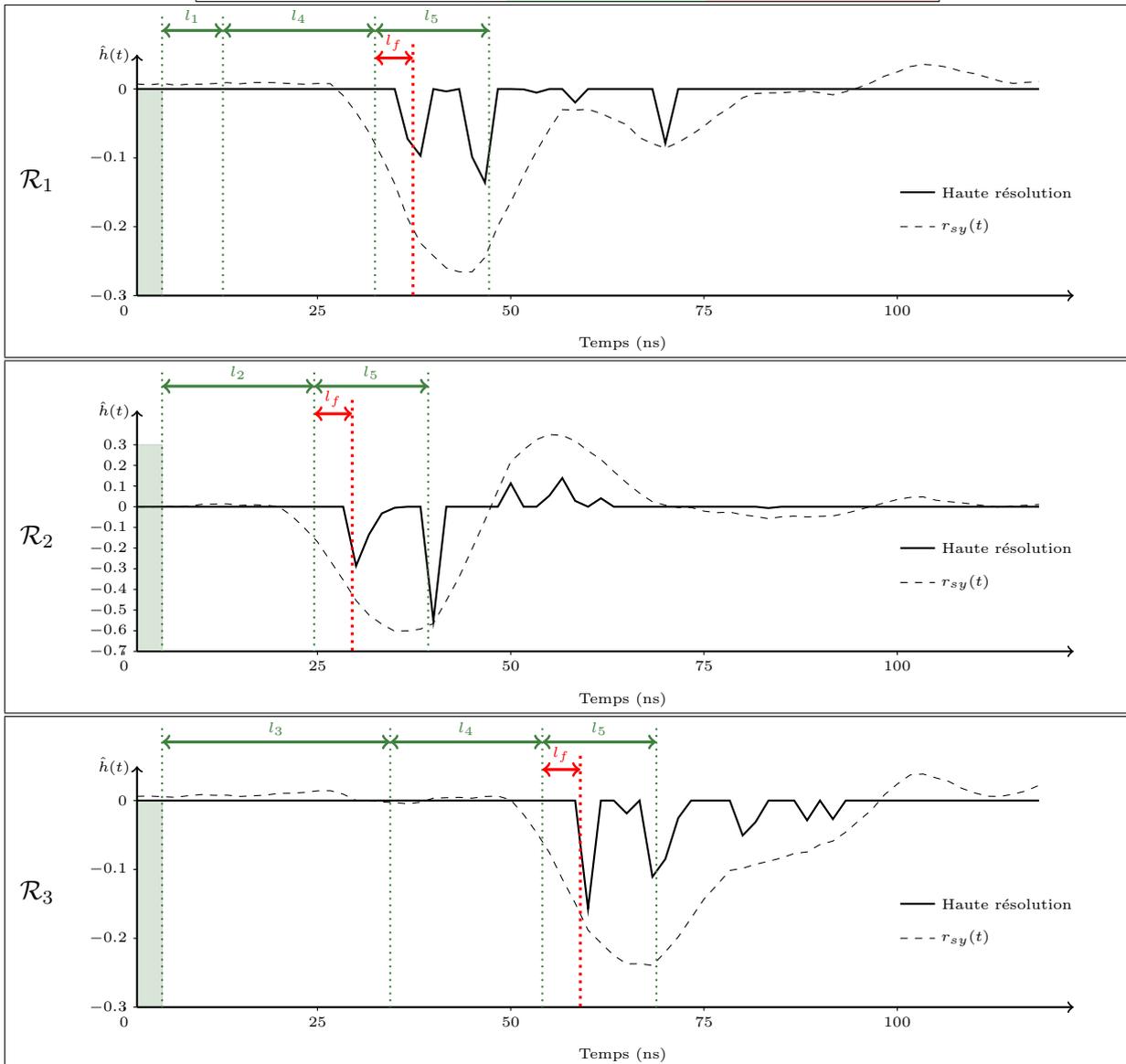


Figure 4.10 – Détection d'un court circuit sur la branche l_5 . La différence des mesures obtenues après et avant le défaut est donnée pour chaque réflectomètre, en sortie du filtre adapté (r_{sy}) et après traitement haute résolution.

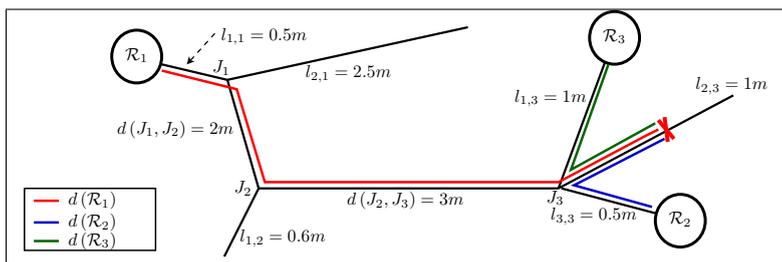


Figure 4.11 – Placement des réflectomètres sur un réseau complexe.

4.5 Placement des réflectomètres

Lorsqu'elle est correctement mise en place, la réflectométrie distribuée permet de localiser de façon exacte et absolue la position d'une singularité dans un réseau complexe. Afin d'aboutir à ce résultat, un nombre minimum de modules est requis et ces modules doivent être placés en des points stratégiques du réseau. Nous nous proposons ici de déterminer ces conditions optimales pour une topologie arbitraire de réseau. Le schéma visible figure 4.11 illustre un exemple de réseau complexe constitué de multiples jonctions. Ce réseau va nous permettre d'introduire les notations utilisées dans ce paragraphe et servira de support dans la démonstration. On distinguera, les branches qui relient une jonction à un bout de ligne des troncs qui relient deux jonctions.

J	: Nombre total de jonctions
J_j	: la j^{ieme} jonction du réseau
n_j	: le nombre de branches (excluant les troncs) de la jonction J_j
$l_{i,j}$: la longueur de la i^{ieme} branche de J_j
$d(J_i, J_j)$: la distance séparant les jonctions J_i et J_j
\mathcal{R}_a	: un réflectomètre d'indice a
$d(\mathcal{R}_a)$: distance entre \mathcal{R}_a et le défaut recherché
$d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)$: distance entre deux réflectomètres \mathcal{R}_a et \mathcal{R}_b .
δ	: résolution de la mesure de distance fournie par les modules

Le réseau de la figure 4.11 comporte ainsi deux troncs, trois jonctions et on a $n_1 = 2$, $n_2 = 1$, $n_3 = 3$. Les distances séparant chaque paire de réflectomètres sont $d(\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2) = 6m$, $d(\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_3) = 6.5m$ et $d(\mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3) = 1.5m$.

Chaque réflectomètre doit permettre de déterminer la distance $d(\mathcal{R}_x)$ qui le sépare du défaut. Cela peut se faire soit par comparaison du réflectogramme avec une mesure de référence ou bien par comparaison des mesures successives dans le cas du diagnostic en ligne. Nous allons montrer que deux hypothèses sur le placement des réflectomètres permettent une localisation sans ambiguïté. On suppose ainsi que :

- Tous les troncs du réseau sont sur un ou plusieurs trajet(s) allant d'un réflectomètre à un autre.
- Pour chaque jonction comportant plus d'une branche, une seule branche au maximum n'est pas connectée à un réflectomètre.

Précisons que les jonctions d'un réseau qui correspondent à des variations de l'impédance caractéristique qui sont en fait des jonctions à deux lignes n'ont pas d'impact sur le problème posé ici. On ne considère donc que les jonction correspondant à l'interconnexion de trois lignes ou plus. Par conséquent, on peut remarquer que la deuxième hypothèse implique la première. On peut vérifier ces deux hypothèses dans le réseau de la figure 4.11. Par ailleurs on suppose que les distances $d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)$ séparant les réflectomètres sont connues. Pour cela, soit on connaît à l'avance la topologie du réseau, soit elles peuvent être calculées si les réflectomètres sont synchronisés entre eux.

Quelle que soit la position du défaut dans le réseau, soit il est situé sur le trajet direct allant d'un réflectomètre \mathcal{R}_a à un autre \mathcal{R}_b et alors $d(\mathcal{R}_a) + d(\mathcal{R}_b) = d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)$; dans le cas contraire $d(\mathcal{R}_a) + d(\mathcal{R}_b) > d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)$. Dans ce deuxième cas $d(\mathcal{R}_a) + d(\mathcal{R}_b) - d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)$ est la distance séparant le défaut du trajet.

On peut alors déterminer dans lequel des deux cas suivants on se trouve en vérifiant l'égalité ou non de la somme des distances

- Il existe une ou plusieurs paire(s) de réflectomètres $\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b$ pour laquelle $d(\mathcal{R}_a) + d(\mathcal{R}_b) = d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)$.

Le défaut se trouve alors sur le trajet direct allant de \mathcal{R}_a et \mathcal{R}_b et on peut le localiser sans ambiguïté grâce à une des deux distances $d(\mathcal{R}_a)$ ou $d(\mathcal{R}_b)$.

- Pour toutes les paires de réflectomètres possibles : $d(\mathcal{R}_a) + d(\mathcal{R}_b) > d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)$.

Etant donné que tous les troncs sont sur un trajet direct entre deux réflectomètre, le défaut ne peut être que sur une branche n'étant pas connectée à un réflectomètre. Dans ce cas,

$$d_{\perp} = \frac{d(\mathcal{R}_a) + d(\mathcal{R}_b) - d(\mathcal{R}_a, \mathcal{R}_b)}{2} \quad (4.50)$$

est la distance qui sépare le défaut du trajet entre les deux réflectomètres. On peut alors choisir la paire de réflectomètre qui donne la plus petite valeur de d_{\perp} . Ainsi, $d(\mathcal{R}_a) - d_{\perp}$ (*resp.* $d(\mathcal{R}_b) - d_{\perp}$) donne la distance séparant le réflectomètre \mathcal{R}_a (*resp.* \mathcal{R}_b). On comprend alors que, pour éviter toute ambiguïté, chaque jonction ne doit posséder au maximum qu'une seule branche sans réflectomètre. On peut alors connaître la branche contenant le défaut et d_{\perp} correspond à la distance entre le défaut et la jonction.

On aboutit ainsi à un algorithme simple qui consiste à tester dans lequel des deux cas de figure on se trouve puis à calculer les distances.

Finalement, en suivant les deux hypothèses citées plus haut, on aboutit à un nombre total de réflectomètres de

$$N_{\mathcal{R}} = \sum_{\substack{j=0 \\ n_j > 0}}^{J-1} (n_j - 1) \quad (4.51)$$

Précisons que ce résultat correspond au nombre minimum de réflectomètres nécessaire à la localisation du défaut. Cependant, en pratique il peut être intéressant de disposer de davantage de réflectomètres afin d'améliorer la qualité de la mesure. Notamment, la redondance d'information peut permettre d'affiner la précision de la localisation en moyennant les différents résultats.

4.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter la méthode des moyennes sélectives que nous avons mise au point et qui a fait l'objet d'une publication [90] et d'un brevet. Cette méthode permet de mettre en œuvre très simplement une mesure en réflectométrie distribuée en temps réel, que ce soit avec une synchronisation des modules ou non. Nous avons vu que, pour des cas d'application typique, on obtient des niveaux de bruit d'interférence résiduelle tout à fait raisonnables. Parallèlement à cela, la moyenne permet de réduire les perturbations diverses issues de l'environnement de mesures. Ce dernier point constitue un net avantage des moyennes sélectives dans le cas synchrone par rapport à une stratégie d'allocation de slots temporels pour chaque module.

Un autre avantage intéressant dans certains cas est le fait de pouvoir très simplement faire de la réflectométrie distribuée sans synchronisation entre les modules. Enfin, nous avons pu aussi voir que le surcoût des moyennes sélectives au niveau de l'implémentation est tout à fait négligeable.

Le dernier paragraphe de ce chapitre concernant le placement des modules peut être utilisé comme guide pratique dans la mise en œuvre de la réflectométrie distribuée.

Dans le cas synchrone, une évolution intéressante de la méthode serait de permettre l'utilisation des signaux de test pour transmettre de l'information. Ainsi les résultats des P modules pourraient être centralisés automatiquement.

Mise en oeuvre du diagnostic en ligne

Nous avons présenté dans les précédents chapitres les différentes méthodes de traitement permettant l'estimation et l'analyse de la réponse impulsionnelle du réseau à tester. Il s'agit maintenant de savoir comment les mettre en oeuvre dans un contexte applicatif. Deux problématiques principales de mise en oeuvre se posent dans le cas du diagnostic en ligne. D'une part, il est nécessaire de prendre en compte le dispositif de couplage électrique du réflectomètre et l'impact qu'il a sur la mesure. D'autre part, nous avons décrit précédemment l'analyse de la réponse impulsionnelle par des algorithmes de déconvolution. Néanmoins, ces techniques d'analyse ont une certaine complexité de calcul et il est délicat de les appliquer sur toutes les mesures capturées dans un contexte de mesure temps réel. Dans la mesure où l'analyse ne nous intéresse que si la mesure représente un défaut, il paraît judicieux de mettre en oeuvre une méthode de détection de défaut, sans nécessairement le localiser, permettant de décider s'il y a lieu d'analyser la mesure ou non. Ce sont ces méthodes de détection qui seront présentées dans une deuxième partie. Une stratégie de détection permettant l'amélioration du rapport signal à bruit de la mesure sera également proposée.

5.1 Couplage électrique et traitements associés

Le couplage réalise l'interface électrique entre l'injection (convertisseur digital-analogique) la capture (convertisseur analogique-digital) et la ligne. Le couplage peut être réalisé de différentes manières et plusieurs organes peuvent être présents selon les fonctionnalités nécessaires à l'application. Le rôle de base du couplage est de combiner efficacement les signaux émis et réfléchis pour les transmettre au convertisseur. Les fonctionnalités que l'on peut en attendre sont l'isolation galvanique qui est généralement réalisée par un ou plusieurs transformateurs, une éventuelle adaptation d'impédance et un filtrage destiné à stopper les signaux présents sur le câble. Dans le cas du diagnostic en ligne cette dernière fonctionnalité peut s'avérer particulièrement importante et c'est ce qui motive la présence d'un couplage capacitif. Seulement, ce type de couplage peut altérer la mesure, la mise en oeuvre d'un algorithme de correction est alors requise.

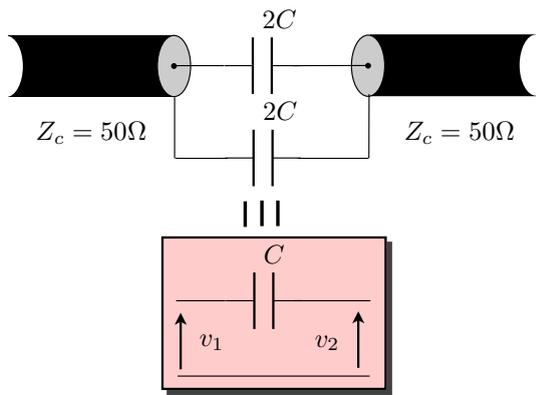


Figure 5.1 – Couplage capacitif élémentaire d'un système de réflectométrie

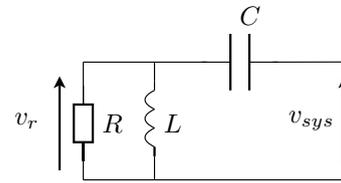


Figure 5.2 – Modèle du réflectomètre en basse et moyenne fréquence

5.1.1 Couplage capacitif

Dans un bon nombre de cas de diagnostic en ligne (ligne d'alimentation, bus de type CAN), les signaux sont basse fréquence et d'amplitude supérieure aux signaux de mesure. Dans ce cas, le couplage doit totalement isoler le réflectomètre de ces signaux. L'objectif est, d'une part, de protéger le dispositif et d'autre part, de limiter les phénomènes de saturation du convertisseur analogique digital afin de pouvoir effectuer la mesure correctement.

Cette isolation peut se faire par un filtrage passe-haut passif qui peut être simplement réalisé en insérant une capacité en série avec l'injection. La mesure est souvent faite de manière différentielle ce qui amène à placer une capacité sur chacun des deux fils afin d'avoir une séparation totale entre le module de mesure et le système comme on peut le voir figure 5.1. Le circuit équivalent correspond à une capacité dont la valeur est la moitié de la moyenne harmonique des deux autres capacités. On obtient alors, en première approximation, un filtrage du premier ordre du signal véhiculé sur le réseau. Néanmoins en basse et moyenne fréquence, il convient de considérer l'influence du transformateur qui est généralement présent dans le couplage. Ce dernier peut être modélisé par une inductance câblée en parallèle. On aboutit alors au modèle visible figure 5.2, dont la fonction de transfert est

$$\frac{V_r(p)}{V_{sys}(p)} = \frac{LCp^2}{LCp^2 + \frac{L}{R}p + 1}. \quad (5.1)$$

Cette fonction de transfert permet de déterminer le bruit qui vient s'ajouter à la mesure du réflectomètre en fonction de la forme des signaux circulant sur le réseau. Cette démarche sera notamment utilisée au 5.3.5. La réponse impulsionnelle d'un tel filtre est une sinusoïde amortie. En pratique il est nécessaire de veiller à ce que la résonance liée à l'inductance du transformateur ne soit pas trop importante.

5.1.2 Impact sur la mesure

Nous avons vu précédemment comment le filtre capacitif agit sur les signaux basse fréquence remontant du système testé vers le réflectomètre. Nous cherchons maintenant à déterminer l'influence du filtre sur la mesure par réflectométrie. Cette étude passe par une modélisation haute fréquence.

La matrice \mathbf{S} du filtre correspond à

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{z(\omega)}{z(\omega) + 2} & \frac{2}{z(\omega) + 2} \\ \frac{2}{z(\omega) + 2} & \frac{z(\omega)}{z(\omega) + 2} \end{bmatrix}, \text{ avec : } z(\omega) = \frac{1}{jCZ_c\omega}$$

On a ainsi, dans le domaine de Laplace :

$$\begin{cases} S_{11}(p) = \frac{1}{1 + p/\omega_c} \\ S_{12}(p) = \frac{p/\omega_c}{1 + p/\omega_c} \end{cases}, \omega_c = 2\pi f_c = \frac{1}{2RC} \quad (5.2)$$

Le quadripôle se comporte en filtre passe haut en transmission et en filtre passe bas en réflexion. La fréquence de coupure de ces deux filtres est f_c . Le réseau correspondant à la réponse recherchée $H(f)$ se trouve en amont du filtre. La réponse fréquentielle, effectivement mesurée, est donnée par la relation

$$\begin{aligned} H_{\text{tot}}(f) &= e^{-j2\pi\tau_0 f} \left[S_{11}(f) + S_{12}^2(f)H(f) \left(1 + \sum_{n>0} (S_{22}(f)H(f))^n \right) \right], \\ &= e^{-j2\pi\tau_0 f} \left(S_{11}(f) + \frac{S_{12}^2(f)H(f)}{1 - S_{22}(f)H(f)} \right), \end{aligned} \quad (5.3)$$

où τ_0 correspond au temps de propagation de la portion de câble située entre le réflectomètre et le filtre. Le dernier terme de la première équation correspond aux rebonds multiples de l'onde réfléchie sur le filtre. Après calcul de la somme géométrique, on aboutit à l'équation bien connue [91] permettant de translater le plan d'observation du coefficient de réflexion.

Plus la valeur de C est petite, plus la fréquence de coupure est élevée ce qui augmente la distorsion de la mesure. Ainsi, si le montage du condensateur n'introduit pas de rupture au niveau de l'impédance caractéristique, le filtre peut quasiment être ignoré pour de grandes valeurs de C . On peut se retrouver dans ce cas de figure lorsque le réseau testé est constitué de lignes d'alimentations (tension continue ou alternative très basse fréquence). Cependant, lorsque le spectre des signaux transportés par le réseau est plus large, comme c'est le cas des bus CAN par exemple, on ne peut pas augmenter à volonté la valeur de C , comme on a pu le constater au paragraphe précédent.

Lorsque la fréquence de coupure devient élevée vis-à-vis du spectre du signal test, la distorsion de la mesure devient conséquente et peut réduire les performances de la détection. La figure 5.3 illustre cette distorsion. La mesure effectuée sans capacité donne le résultat sans distorsion. On a ici le réflectogramme d'une ligne simple coaxiale d'impédance 50Ω avec une terminaison en circuit ouvert. Les petits artefacts visibles de part et d'autre du pic principal sont liés à une légère désadaptation d'impédance que l'on ignore ici. La même mesure réalisée avec le couplage capacitif permet de constater la distorsion induite par ce dernier. Deux capacités de 2nF sont utilisées ici ce qui nous donne une capacité équivalente de 1nF et donc une fréquence de coupure d'environ 1.6 MHz. La largeur de l'impulsion du signal TDR injecté est elle de 10ns qui coïncide avec la période d'échantillonnage d'émission. Cette distorsion est clairement illustrée par la différence entre les mesures avec et sans capacité.

Si l'on maîtrise bien la valeur des différents paramètres, la longueur l_0 , l'impédance caractéristique R_0 et la capacité C , on peut estimer S_{11} et S_{12} avec une précision suffisante. Cela permettra de compenser les effets du filtre sur la mesure comme on le verra plus loin.

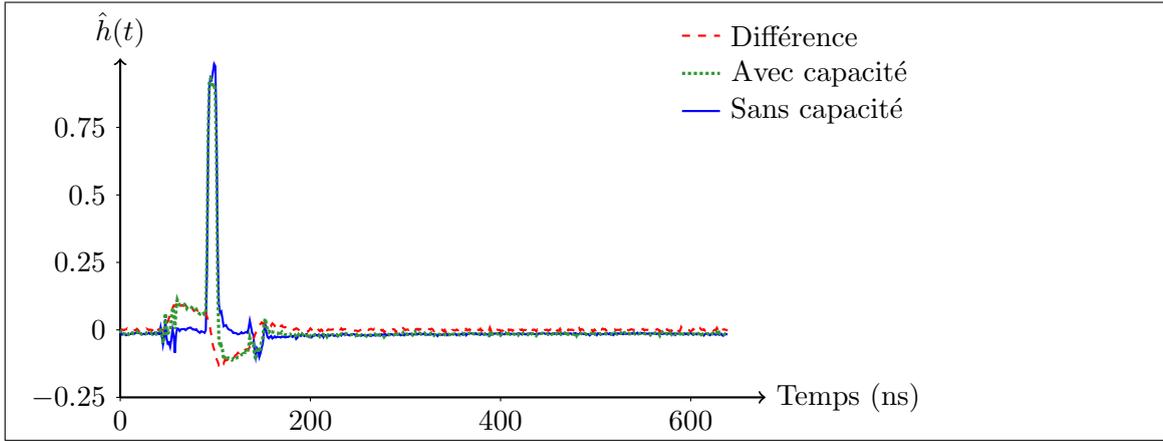


Figure 5.3 – Distorsion d'un couplage capacitif sur la mesure, dans le cas d'une ligne coaxiale simple terminée en circuit ouvert. La fréquence de coupure du filtre est de 1.6MHz et la largeur d'impulsion est de 10ns.

5.1.3 Compensation des effets du filtre

A Principe de la compensation

La relation (5.3) peut être utilisée pour compenser les effets du filtre sur la mesure. La variable (f) est omise dans la suite afin d'alléger les écritures. On considère par ailleurs que le retard pur représenté par $e^{-j2\pi\tau_0 f}$ est inclus dans le signal injecté que l'on note ici X . Ainsi, d'après (5.3), la relation entre X et le signal mesuré est

$$Y = \left(S_{11} + \frac{S_{12}^2 H}{1 - S_{22} H} \right) X, \quad (5.4)$$

où H représente la réponse fréquentielle du réseau lorsque le filtre n'est pas présent. On cherche ici à obtenir l'expression du signal de mesure compensé $Y_c = XH$, ce qui revient à rendre le filtre transparent. Une fois ce résultat obtenu, les algorithmes de déconvolution impulsionnelle précédemment étudiés pourront être utilisés pour estimer H . En reprenant (5.4) on aboutit donc à

$$Y_c = \frac{Y - X S_{11}}{S_{12}^2 + S_{22} \left(\frac{Y}{X} - S_{11} \right)}. \quad (5.5)$$

La partie délicate de cette opération est la division par X , étant donné que ce signal contient des zéros et de très faibles valeurs en certaines fréquences. De ce fait, pour estimer Y_c en pratique, on remplace cette division par un estimateur des moindres carrés régularisé. On utilise donc la relation

$$\hat{Y}_c = \frac{\hat{Y} - X S_{11}}{S_{12}^2 + S_{22} \frac{X^* (\hat{Y} - X S_{11})}{|X|^2 + \mu}}, \quad (5.6)$$

où \hat{Y}_c et \hat{Y} représente l'estimation à partir de la mesure des signaux Y_c et Y . On a ici une régularisation de Tikhonov classique, μ est le paramètre de régularisation que l'on choisit un peu supérieur au niveau de bruit dans \hat{Y} . Pour davantage de stabilité, ce calcul peut être séparé en deux étapes

$$\hat{Y}_1 = \frac{\hat{Y} - S_{11} X}{S_{12}^2}, \quad (5.7)$$

$$\hat{Y}_c = \frac{\hat{Y}_1}{1 + S_{22} \frac{X^* \hat{Y}_1}{|X|^2 + \mu}}. \quad (5.8)$$

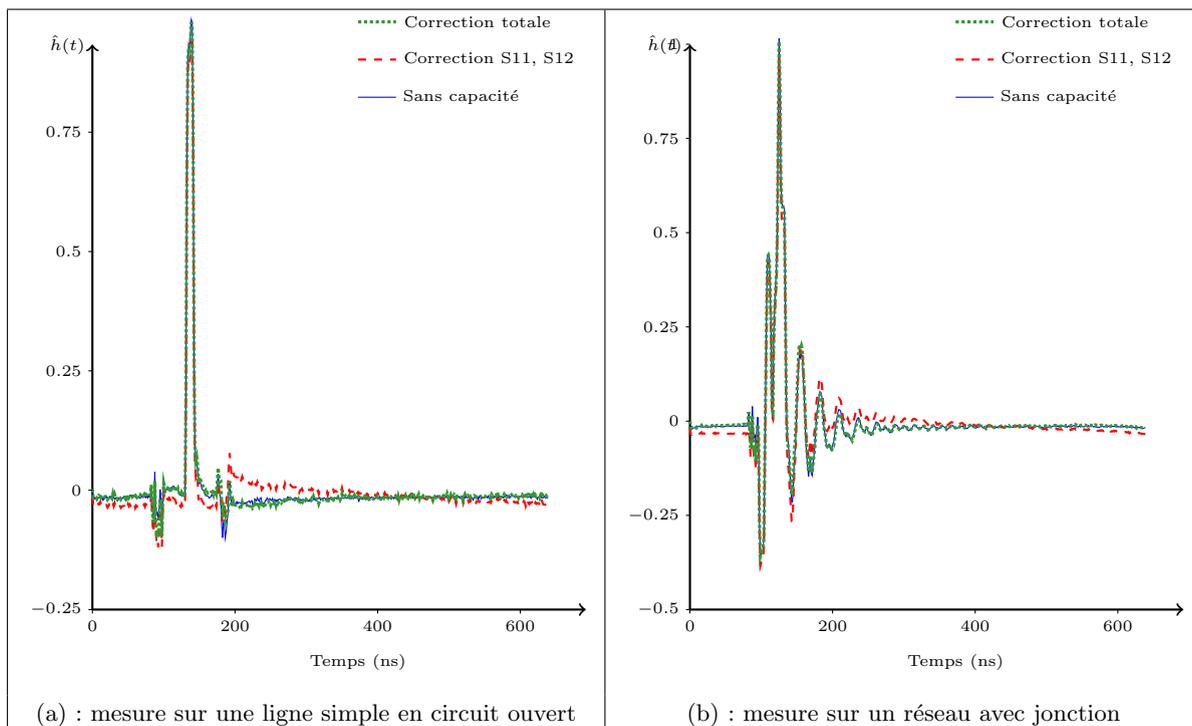


Figure 5.4 – Correction de la distorsion du couplage capacitif sur deux exemple de réseau avec une fréquence de coupure de 1.6 MHz.

Concernant la première équation, lorsque les valeurs de S_{12} deviennent trop faibles dans les basses fréquences, l'utilisation de la réflectométrie multiporreuse peut être intéressante pour éviter un filtrage inverse mal conditionné. Cela peut être le cas lorsque l'occupation spectrale des signaux présents sur la ligne augmente et que l'on est obligé d'augmenter la fréquence de coupure du filtre.

B Résultats

Les courbes visibles figure 5.4 donne deux exemples de résultat de la compensation pour des mesures obtenues sur deux réseaux différents. Dans ces deux résultats, la mesure sans capacité n'est pas affectée de distorsion et sert donc de référence. On peut observer que lorsque seulement S_{11} et S_{12} sont compensés, on conserve une distorsion non négligeable liée à S_{22} . L'utilisation de (5.8), pour effectuer la correction complète, permet ici de revenir au résultat sans distorsion. En effet on constate que les résultats obtenus sans distorsion et avec correction totale de la distorsion sont superposées. La courbe en tiret illustre ici l'influence du paramètre S_{22} du couplage seulement. Pour le cas de la ligne simple, le résultat obtenu avec le couplage capacitif, sans correction du tout est donné figure 5.3. Les paramètres de répartition théoriques sont calculés à partir des valeurs connues de la capacité de couplage et de l'impédance caractéristique $C = 1nF$ et $Z_0 = 50\Omega$.

Une approche similaire peut être utilisée pour compenser une éventuelle désadaptation d'impédance entre le réflectomètre et le réseau testé. Une telle approche sera préférée à un circuit d'adaptation d'impédance pour réduire la complexité des modules de mesure.

5.2 Principe de la détection de défauts

Le diagnostic en ligne a deux usages principaux, le contrôle du vieillissement et la détection de défauts intermittents. Le premier repose sur une analyse à long terme qui peut être faite hors ligne. Ainsi seule la mesure proprement dite est faite en ligne, l'analyse porte ensuite sur une série d'enregistrements. Nous nous intéressons ici tout particulièrement à la détection des défauts intermittents pour laquelle la mesure et les traitements sont à faire en temps réel sur un système embarqué.

5.2.1 Détection des défauts intermittents

On qualifie de défaut intermittent un défaut franc ou non et qui n'est présent sur la ligne que pendant une courte durée. On peut ainsi également parler de défaut éphémère. La notion de courte durée est subjective et est à définir en fonction de l'application. De manière générale on parlera de courte durée lorsque le défaut est présent pendant moins d'une seconde. Néanmoins dans certains cas la durée de ces défauts peut descendre jusqu'à quelques dizaines de micro secondes. C'est ce qui motivera, dans la prochaine section, l'optimisation de l'algorithme de détection en termes de complexité de calculs.

Comme mentionné au chapitre 1, deux stratégies sont possibles pour la détection de défauts de manière générale. Soit on effectue une analyse topologique à partir de la réponse en reconstituant les jonctions et les branches avec leur longueur. Soit on fait la différence de la réponse mesurée avec une autre mesure considérée sans défaut. Cette approche se prête particulièrement bien à la détection des défauts intermittents car on dispose d'un état que l'on peut considérer comme normal juste avant l'apparition du défaut. De plus, l'analyse du signal de différence est beaucoup plus simple, elle consiste à extraire la position du premier pic. En effet, toutes les valeurs non nulles de la différence sont *a priori* causées par le défaut recherché. Dans la mesure où les phénomènes physiques étudiés sont causaux, aucun pic n'est présent avant la position du défaut. Donc le premier pic donne la position du défaut.

Comme nous avons pu le voir dans les chapitres précédents, la principale difficulté dans cette analyse est d'isoler correctement le premier pic de ceux situés juste derrière. C'est l'objectif des algorithmes de déconvolution utilisés. La difficulté du problème en terme de résolution est liée à la singularité la plus proche du défaut. Si les distances au voisinage du défaut sont trop petites, le risque d'erreur de localisation augmente.

On peut alors distinguer deux étapes :

- **La détection** qui est effectuée sur toutes les mesures acquises. Elle a pour but de déterminer, pour chaque mesure, si un défaut est présent ou non.
- **L'analyse** qui n'est effectuée que dans le cas d'une détection positive. Le signal capturé au moment de la détection est alors enregistré puis utilisé pour déterminer la localisation du défaut supposé.

On comprend alors que la plus grosse contrainte en terme de temps de calcul porte sur l'étape de détection car l'algorithme d'analyse est exécuté beaucoup moins souvent. La façon dont le signal de différence est établi en pratique est abordée dans le prochain paragraphe. Les paragraphes suivants traitent de la phase de détection, l'analyse ayant été abordée précédemment.

5.2.2 Calcul de la différence en pratique

Nous allons considérer dans la suite les variations de la réponse du réseau au cours du temps. Afin d'éviter toute confusion, on considère désormais que la réponse du réseau est fonction de deux variables $h(x, t)$. La première variable est ramenée à une distance et peut remplacer le temps dans ce que l'on qualifie jusqu'ici de réponse impulsionnelle. La deuxième variable correspond ici au temps et permet d'exprimer l'évolution de la réponse dans le temps.

En discret, on considèrera les mesures successives acquises par le réflectomètre que l'on note $\underline{h}^{(k)} = (h_0^{(k)}, \dots, h_{KN-1}^{(k)})$ et qui correspondent au moyennage de M périodes consécutives. Avec ce formalisme la relation (1.34) du chapitre 1 devient

$$h_n^{(k)} = \int_0^{T_s} h[v(\tau + nT_s), kT_{s_h}] d\tau, \quad (5.9)$$

où v est la vitesse de propagation du signal et T_{s_h} correspond à la période d'échantillonnage des réponses successives, c'est à dire le délai entre chaque vecteur de mesure et non entre chaque échantillon. Si l'on considère l'utilisation d'un échantillonnage temps équivalent avec un facteur K' , cette période est donnée par

$$T_{s_h} = (K' + 1)MNT_s. \quad (5.10)$$

On peut maintenant parler de la dérivée de la réponse par rapport au temps, qui correspond en discret à $\underline{h}^{(k)} - \underline{h}^{(k-1)}$

Pour la détection de défauts en temps réel, la première idée est de monitorer la dérivée de la réponse par rapport au temps. En dépit de sa simplicité, l'inconvénient majeur de cette approche est que la détection dépend de la vitesse de l'apparition du défaut sur le réseau. Par ailleurs, on ne peut voir que les transitions de l'état, il peut ainsi devenir difficile de déterminer, à un instant donné, si le réseau est dans son état normal ou en défaut. Par conséquent, pour une détection efficace, il est nécessaire de disposer d'un *état de référence* auquel sont comparées les mesures. La synthèse du vecteur d'état de référence sera abordée au 5.4.1.

5.3 Choix du critère de détection

Nous avons vu que la solution idéale pour la détection des défauts est la comparaison des réponses mesurées à une référence correspondant à un réseau sain. Pour déterminer si une mesure donnée correspond ou non à la présence d'un défaut, il faut comparer la norme de la différence à un seuil. Le résultat de la comparaison permet de décider s'il y a présence d'un défaut ou non et de décider, s'il y a lieu, d'analyser le signal de différence obtenu.

Il s'agit alors de choisir la norme la plus adaptée au niveau des performances de la détection et aussi au niveau de la quantité de calculs que cela implique. En effet, on s'intéresse tout particulièrement ici à la détection de défauts intermittents ce qui implique des calculs temps réels. En l'occurrence, si l'on veut détecter des défauts éphémères, la durée disponible pour les calculs devient faible. La complexité des calculs à réaliser dépend du placement de la norme dans la chaîne de traitement, à savoir, avant ou après le filtre adapté. Si ce dernier n'est pas nécessaire, la détection est plus rapide et on ne filtre alors que les différences devant être analysées.

La présence d'un défaut induit des impulsions dans la différence, ainsi le critère le plus naturel est le maximum qui correspond à la norme L_∞ . Néanmoins, ce choix n'a un sens que pour le signal obtenu après filtrage adapté. Cela nous a conduit à étudier les performances atteintes par l'utilisation de la norme L_2 , qui correspond à l'énergie, et la norme L_1 .

On considère ici l'utilisation d'un signal test idéal (*i.e.* : $\mathbf{S}^H \mathbf{S} = \mathbf{I}$). On remarque dans ce cas que le filtre adapté peut se décomposer en un filtre à moyenne glissante et un opérateur unitaire comme cela à été mis en évidence au 3.1.2. On a ainsi $\tilde{\mathbf{S}}^H = \mathbf{\Pi}^H \mathbf{U}^H$, où $\tilde{\mathbf{S}}$ est la matrice représentant le signal test sur-échantillonné comme défini au 3.1.2, $\mathbf{\Pi}$ représente la moyenne glissante et $\mathbf{U} = \mathbf{F}^H \mathbf{diag}(S_{\bar{n}N}) \mathbf{F}$ est une *matrice unitaire*. Précisons que l'on parle ici d'une moyenne glissante au niveau des échantillons, sa transformée en z pouvant s'écrire

$$\Pi(z) = \sum_{k=0}^{K-1} z^{-k} = \frac{1 - z^{-K}}{1 - z^{-1}}, \quad (5.11)$$

à ne pas confondre avec le moyennage vectoriel réalisé sur les mesures successives. Remarquons que, dans sa version récursive, son calcul ne nécessite que deux multiplications-accumulations par échantillon ce qui est tout à fait négligeable devant la complexité du calcul total du filtre adapté. Par ailleurs, étant donné que la moyenne glissante est appliquée sur un nombre fini d'échantillons, à savoir KN , les problèmes d'instabilité liés à la récursivité sont inexistants. On note $\underline{\mathbf{h}}_{\Delta} = \underline{\mathbf{h}}_f - \underline{\mathbf{h}}_r$ la différence entre la réponse du réseau en défaut $\underline{\mathbf{h}}_f$ et la réponse du réseau sain de référence $\underline{\mathbf{h}}_r$. Grâce à la linéarité du produit de convolution on peut écrire

$$\underline{\mathbf{y}}_{\Delta} = \tilde{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{h}}_{\Delta} = \underline{\mathbf{y}}_f - \underline{\mathbf{y}}_r, \quad (5.12)$$

la différence des signaux acquis que l'on appellera *signal de différence*. De la même façon, on note $\underline{\mathbf{r}}_{\Delta}$, la différence obtenue en sortie du filtre adapté et $\underline{\mathbf{z}}_{\Delta}$ le signal intermédiaire entre la moyenne glissante et l'opérateur unitaire.

Cette décomposition du filtre adapté présente un intérêt particulier pour l'étude de la norme L2 dans la mesure où l'opérateur unitaire \mathbf{U} conserve cette dernière contrairement à la moyenne glissante $\mathbf{\Pi}$. On a ainsi $\|\underline{\mathbf{z}}_{\Delta}\|_2 = \|\underline{\mathbf{r}}_{\Delta}\|_2 \neq \|\underline{\mathbf{y}}_{\Delta}\|_2$. Le schéma de la figure 5.5 représente la décomposition du filtre ainsi que le placement des différentes normes considérées.

Nous allons étudier dans la suite les propriétés des trois normes mentionnées plus haut. Pour cela les notions de théorie de la détection relatives au problème posé sont rappelées dans un premier temps. Les performances de détection des différents critères en présence de bruit seront évaluées et comparées dans une dernière partie.

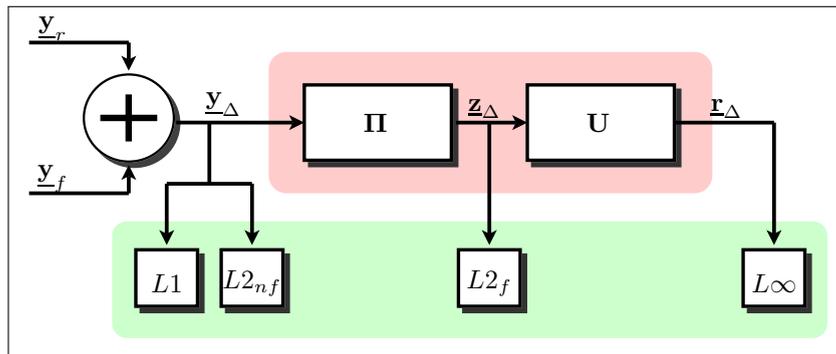


Figure 5.5 – Signal pris en compte pour les différents critères de détection testés

5.3.1 Rappels sur la théorie de la détection

En pratique, chaque mesure est affectée d'un bruit additif, on a donc

$$\hat{\underline{\mathbf{y}}}_r = \underline{\mathbf{y}}_r + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_r, \quad (5.13)$$

$$\hat{\underline{\mathbf{y}}}_f = \underline{\mathbf{y}}_f + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_f, \quad (5.14)$$

$$\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta = \hat{\underline{\mathbf{y}}}_f - \hat{\underline{\mathbf{y}}}_r = \underline{\mathbf{y}}_\Delta + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_\Delta, \quad (5.15)$$

où $\hat{\underline{\mathbf{y}}}_r$, $\hat{\underline{\mathbf{y}}}_f$, $\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta$ sont les signaux mesurés et $\underline{\mathbf{y}}_r$, $\underline{\mathbf{y}}_f$, $\underline{\mathbf{y}}_\Delta$ les signaux réels (recherchés) correspondant respectivement au réseau sain, au réseau en défaut et à la différence. $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_r$, $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_f$, $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_\Delta$ sont les bruit additifs dont les variances sont respectivement σ_r^2 , σ_f^2 et σ_Δ^2 . Si l'on considère que $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_r$ et $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_f$ sont indépendants on a

$$\sigma_\Delta^2 = \sigma_r^2 + \sigma_f^2. \quad (5.16)$$

Souvent, $\sigma_r^2 \ll \sigma_f^2$ et donc $\sigma_\Delta^2 \approx \sigma_f^2$.

La détection d'un potentiel défaut revient à un test d'hypothèse sur la différence mesurée. En l'absence de défaut, $\underline{\mathbf{y}}_\Delta = \mathbf{0}$, dans le cas contraire, $\underline{\mathbf{y}}_\Delta = \tilde{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ où $\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ est un signal que l'on ne connaît pas mais que l'on peut supposer parcimonieux et avec une amplitude minimum au niveau du plus grand pic. Classiquement cela s'écrit [92] :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 & : \hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta = \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_\Delta, & \text{Bruit seul} \\ \mathcal{H}_1 & : \hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta = \tilde{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{h}}_\Delta + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_\Delta, & \text{Signal + bruit} \end{cases} \quad (5.17)$$

Il s'agit alors de décider, connaissant le signal de différence $\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta$, laquelle des deux hypothèses est la plus vraisemblable. On peut alors considérer ce signal de différence comme la réalisation d'une variable aléatoire. Si l'on connaît la densité de probabilité de cette variable sous les hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 , on peut baser cette prise de décision sur le rapport de vraisemblance

$$L(\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta) = \frac{p(\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta | \mathcal{H}_0)}{p(\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta | \mathcal{H}_1)} \quad (5.18)$$

où $p(\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta | \mathcal{H}_i)$ est la densité de probabilité du signal $\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta$ sous l'hypothèse \mathcal{H}_i . La prise de décision consiste alors à comparer le rapport de vraisemblance à un seuil. Si ce dernier est supérieur au seuil on est considéré que l'on est sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 . L'inconvénient d'une telle approche est que l'on ne tient pas compte des propriétés particulières du signal $\tilde{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{h}}_\Delta$. Par ailleurs, les densités de probabilité doivent être bien maîtrisées. Or, le signal $\underline{\mathbf{h}}_\Delta$, bien que possédant des propriétés similaires, n'est jamais identique d'une occurrence à l'autre d'un défaut. Ainsi, l'approche couramment adoptée en détection est d'utiliser un test statistique ou critère de détection

$$\Theta = f(\hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta), \quad (5.19)$$

où f est une fonction choisie en fonction des propriétés particulières du signal $\tilde{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ et du bruit. La valeur scalaire Θ obtenu est ensuite comparée à un seuil de détection d .

Pour un critère donné, on peut définir :

➤ la probabilité de fausses alarmes

$$P_{FA} = \mathbb{P}(\Theta > d | \mathcal{H}_0), \quad (5.20)$$

c'est à dire la probabilité de signaler la présence d'un défaut alors qu'il n'y en a pas ;

➤ la probabilité de bonne détection

$$P_D = \mathbb{P}(\Theta > d | \mathcal{H}_1), \quad (5.21)$$

c'est à dire la probabilité de signaler effectivement le défaut lorsque celui-ci est présent.

De manière équivalente on peut aussi définir la probabilité de non détection $P_{ND} = 1 - P_D$ et enfin la probabilité de ne rien détecter lorsqu'il n'y a pas de défaut $P_N = 1 - P_{FA}$.

De manière générale, l'évaluation des performances d'un test statistique ou critère de détection se fait à l'aide de sa *courbe ROC (Receiver Operating Characteristic)* [93]. Cette dernière représente, pour un niveau de bruit donné, le taux de bonnes détections P_D en fonction du taux de fausses alarmes P_{FA} . Les points de la courbe sont typiquement calculés en faisant varier le seuil de détection. Son analyse s'appuie sur le fait qu'un bon détecteur doit permettre de maximiser le taux de bonnes détections tout en minimisant le taux de fausses alarmes. Les courbes possibles varient entre la diagonale et la ligne brisée passant par le coin supérieur gauche. L'analyse de ces courbes ROC peut aussi être ramenée à un critère de comparaison numérique qui est l'air sous la courbe ou AUC *Area Under Curve*. Cette air est comprise entre 0.5 pour le plus mauvais détecteur et 1 pour le meilleur.

En analysant les propriétés des signaux mis en jeu et du bruit dans le cas de la détection de défaut par réflectométrie nous avons identifié quatre critères de détection intéressants. Ces derniers sont représentés figure 5.5, ils seront comparés à l'aide des outils décrits dans ce paragraphe. La détermination sous forme analytique des probabilités de fausses alarmes et de détection n'étant pas possible pour tous les critères étudiés dans la suite, la comparaison des performances sera faite par simulation.

5.3.2 Etude de la norme L_∞

La norme infinie, correspondant au maximum, permet une détection efficace d'un ou plusieurs pics dans un signal bruité. Lorsque l'on utilise un signal pseudo-aléatoire tel qu'une séquence M ou un signal multiporteuse, le maximum doit être calculé sur le signal obtenu en sortie du filtre adapté. Le critère correspondant s'écrit donc

$$\Theta_{L_\infty} = \max |\underline{\mathbf{r}}_\Delta| = \max \left| \tilde{\mathbf{S}}^H \underline{\hat{\mathbf{y}}}_\Delta \right|. \quad (5.22)$$

Comme nous le verrons, la simulation montre que cet estimateur est le plus efficace, mais la quantité de calculs nécessaires est non négligeable. En effet, l'ensemble du filtrage adapté doit être effectué avant le calcul du maximum proprement dit comme cela est illustré figure 5.5. C'est pourquoi les critères décrits dans la suite sont préférés dans un certain nombre de cas.

5.3.3 Etude de la norme L_2

Comme nous l'avons vu, la norme L_2 et, par conséquent, le rapport signal à bruit, sont inchangés par la transformation unitaire \mathbf{U} . On a donc tout intérêt à calculer le critère de détection avant cette dernière afin de gagner du temps. En revanche, le filtre moyennneur a un impact sur le rapport signal à bruit variable selon la DSP du bruit. Notons que le meilleur gain en rapport signal à bruit du filtre $\mathbf{\Pi}$ est obtenu pour un bruit blanc. Le critère correspondant est donc

$$\Theta_{L_2} = \|\underline{\hat{\mathbf{z}}}_\Delta\|_2^2 = \left\| \tilde{\mathbf{S}}^H \underline{\hat{\mathbf{y}}}_\Delta \right\|_2^2. \quad (5.23)$$

Si on considère le bruit additif, dans $\underline{\hat{\mathbf{z}}}_\Delta$, blanc et gaussien, la variable Θ_{L_2} suit une loi du χ^2 . Dans la mesure où l'on ne peut pas considérer le bruit comme i.i.d¹ dans $\underline{\hat{\mathbf{z}}}_\Delta$, en raison du filtrage, il s'agit plus précisément d'une loi du χ^2 généralisée [94, 95]. En utilisant le fait que Θ_{L_2} peut être

1. Indépendant et identiquement distribué.

indifféremment calculé dans le domaine fréquentiel, on peut ramener le critère à une somme de variables indépendantes mais pas identiquement distribuées. Ainsi, lorsque l'hypothèse bruit seul est vérifiée, le critère suit une loi du χ^2 généralisée s'écrivant

$$p_{\Theta_{L2}|\mathcal{H}_0}(\theta) = \frac{1}{\sigma_\Delta^2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{e^{-\frac{\theta}{(\sigma_\Delta \Pi_n)^2}}}{\Pi_n^2 \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^{N-1} \left[1 - \left(\frac{\Pi_m}{\Pi_n} \right)^2 \right]} \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(\theta), \quad (5.24)$$

où $\Pi(n)$ est la DFT de la fonction porte.

Pour un signal de différence donné que l'on écrit ici $\underline{\mathbf{h}}$ pour alléger les notation, l'espérance de la variable Θ_{L2} est

$$\mathbb{E} \{ \Theta_{L2} | \underline{\mathbf{h}} \} = \|\tilde{\mathbf{S}}^T \tilde{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{h}}\|_2^2 + \sigma^2 \sum_{n=0}^{N-1} \Pi_n^2. \quad (5.25)$$

En pratique, on aura ainsi un seuil évoluant entre $\sigma^2 \sum_{n=0}^{N-1} \Pi_n^2$ et la valeur minimale supposée de $\|\tilde{\mathbf{S}}^T \tilde{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{h}}\|_2^2$.

Il est aussi intéressant de considérer le calcul de la norme L2 avant le filtre adapté. D'une part, cela permet d'économiser davantage de calculs. D'autre part, le filtre adapté n'est réellement efficace que dans le cas d'un bruit blanc ou s'en approchant ce qui n'est pas toujours le cas. Nous proposons donc également l'étude du critère

$$\Theta_{L2nf} = \left\| \hat{\underline{\mathbf{y}}}_\Delta \right\|_2^2, \quad (5.26)$$

qui peut s'avérer plus efficace pour des bruits dont l'énergie est concentrée dans les basses fréquences. On fait ici l'hypothèse plus générale d'un bruit coloré dont le spectre en discret est noté σ_n . De la même manière que précédemment la variable Θ_{L2nf} suit une loi du χ^2 généralisée. L'espérance est donnée par

$$\mathbb{E} \{ \Theta_{L2nf} | \underline{\mathbf{h}} \} = \|\tilde{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{h}}\|_2^2 + \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_n^2 \quad (5.27)$$

Pour les deux critères étudiés ici, à défaut de maîtriser parfaitement la loi des variables Θ_{L2nf} et Θ_{L2} on peut se borner à une approximation gaussienne en s'appuyant sur le *théorème de la limite centrale*. Dans ce cas, on égalise le taux de fausses alarmes et de bonnes détections en fixant comme seuil de détection

$$T = \frac{\mathbb{E} \{ \Theta | \mathcal{H}_0 \} + \mathbb{E} \{ \Theta | \mathcal{H}_1 \}}{2}. \quad (5.28)$$

Qualitativement, plus les deux espérances sont éloignées, plus on réduit le risque de fausses alarmes et de détections manquées.

5.3.4 Étude de la norme L1

A l'inverse du maximum, la norme L1 prend des valeurs plus grandes lorsque l'énergie du signal est étalée dans le temps que lorsqu'elle est concentrée sous forme de pics. C'est d'ailleurs ce qui motive son utilisation pour la déconvolution impulsionnelle étudiée précédemment. D'un point de vue performance de détection il paraît donc judicieux de placer la norme L1 avant le filtre adapté. Cela peut être illustré par l'exemple d'une séquence M. Soit x_n une séquence à longueur maximum de N échantillons et d'énergie unitaire. On a $|x_n| = \sqrt{1/N}$, donc la norme L1 de ce signal est

$$\|\underline{\mathbf{x}}\|_1 = \sqrt{N}.$$

Si l'on effectue un filtrage adapté sur cette séquence, on obtient l'autocorrélation de la séquence x qui est donnée par $r_{xx}(n) = \delta_n^0$. La norme L1 de cette sortie est alors $\|\underline{r}_{xx}\|_1 = 1$. Étant donné que l'on cherche à ce que le signal à détecter x maximise le critère de détection, on a tout intérêt à placer la détection avant le filtrage adapté. Le critère s'écrit donc

$$\Theta_{L1} = \|\underline{y}_\Delta\|_1 = \sum_{n=0}^{N-1} |y_{\Delta_n}|. \quad (5.29)$$

Comme nous le verrons plus loin, cette norme est particulièrement intéressante dans le cas d'un bruit impulsif. En effet, toujours pour la raison exposée plus haut, un bruit de nature impulsive aura, pour une énergie et un spectre équivalent, une norme L1 plus petite que pour un bruit réparti uniformément. C'est précisément ce qui justifiera l'utilisation du critère (5.29).

On pose ici $\Theta_n = |\hat{y}_{\Delta_n}|$. En supposant que le bruit dans \hat{y}_{Δ_n} est gaussien, chaque élément Θ_n suit une loi gaussienne repliée ou *folded normal distribution*. Dans le cas particulier où la variable gaussienne est centrée, on parle aussi de demi gaussienne. L'expression de la densité de probabilité est

$$\Theta_n \sim p_{\Theta_n|y_n}(\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(\theta+y_n)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(\theta-y_n)^2}{2\sigma^2}} \right] \cdot \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(\theta), \quad (5.30)$$

On peut en déduire l'espérance

$$\mathbb{E}\{\Theta_n|y_n\} = \sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{y_n^2}{2\sigma^2}} + y_n \operatorname{erf}\left(\frac{y_n}{\sigma\sqrt{2}}\right), \quad (5.31)$$

où erf est la *fonction erreur*. On a donc

$$\mathbb{E}\{\Theta_{L1}|\underline{y}\} = \sum_{n=0}^{N-1} \sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{y_n^2}{2\sigma^2}} + y_n \operatorname{erf}\left(\frac{y_n}{\sigma\sqrt{2}}\right) \quad (5.32)$$

Le signal reçu \underline{y} peut parfois correspondre à une séquence M, ce qui constitue un cas particulier intéressant que l'on rencontre lorsque le signal émis est lui même une séquence M et que \underline{h}_Δ est un retard pur. Cette hypothèse permet d'aboutir à un résultat analytique de la somme (5.32). On suppose dans ce cas que $|y_n| = A$, où A est l'amplitude de la séquence. Dans ce contexte, nous avons montré que l'espérance de la somme est donnée par

$$\mathbb{E}\{\Theta_{L1}|\underline{y}\} = N \left[\sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} + A \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] \quad (5.33)$$

La démonstration est donnée en annexe D. Ce résultat constitue une approximation analytique intéressante de l'espérance de manière générale. En effet, lorsque des échos secondaires sont présents on peut utiliser le fait que le retard pur constitue un pire des cas forcément moins bon que le cas réel. Par ailleurs, si le signal émis n'est pas une séquence M, l'approximation reste valable si le signal possède un PAPR proche de 1. On notera que pour un mauvais PAPR (grande valeur), ce critère perd de son intérêt car le signal utile devient lui même impulsif et a donc une norme L1 plus faible.

Pour finir, exposons le cas d'un bruit impulsif qui est une des motivations de l'utilisation de la norme L1. Un tel bruit peut être approché par un processus Bernouilli gaussien

$$\epsilon_n \sim \lambda \mathcal{N}(0, \sigma) + (1 - \lambda)\delta, \quad (5.34)$$

où λ est le taux d'occurrence des impulsions. Dans ce modèle l'amplitude de chaque impulsion suit une loi normale d'écart type σ . Dans ce cas, l'expression (5.32) devient

$$\mathbb{E}\{\Theta_{L1}|\underline{y}\} = \lambda \left[\sum_{n=0}^{N-1} \sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{y_n^2}{2\sigma^2}} + y_n \operatorname{erf}\left(\frac{y_n}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] + (1 - \lambda)\|\underline{y}\|_1. \quad (5.35)$$

Sous l'hypothèse bruit seul, l'espérance devient

$$\mathbb{E} \{ \Theta_{L1} | \mathcal{H}_0 \} = N\lambda\sigma \quad (5.36)$$

Ces derniers résultats mettent en évidence que, dans le cas d'un bruit impulsif, on doit affecter les relations (5.32) et (5.33) d'un coefficient λ qui traduit le caractère impulsif du bruit. Comme dans le cas des critères à base de norme L2, on peut faire l'approximation d'une loi normale pour la variable Θ_{L1} et fixer ainsi comme seuil la moyenne des espérances sachant les hypothèses \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 .

5.3.5 Etude des performances des différents critères

Afin de comparer les performances des 4 critères précédemment décrits, la courbe ROC de chacun d'eux a été établie par simulation de Monte-Carlo dans différents contextes. Rappelons que l'objectif du détecteur est de détecter la présence d'un signal de différence $\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ déterministe, inconnu, noyé dans du bruit. Une série d'occurrences du signal $\underline{\mathbf{y}}_\Delta = \tilde{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ est générée, la présence ou non de $\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ pour chaque occurrence étant décidée aléatoirement. Le signal test $\underline{\mathbf{s}}$ utilisé est une séquence à longueur maximum de $N = 63$ échantillons. Le facteur de sur-échantillonnage est fixé à $K = 8$. Pour chaque simulation, 1000 occurrences sont réalisées. Cela implique $K \cdot N \cdot 1000 \approx 500000$ échantillons de bruit qui est ici la seule variable aléatoire à échantillonner.

Quatre contextes différents ont été testés. Les différences portent sur la nature du bruit et sur la forme du signal $\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ utilisé. Dans un premier temps, un bruit blanc gaussien a été utilisé puis un bruit impulsif dans un second temps. Pour chacun de ces deux types de bruit, la simulation a été réalisée avec un retard pur (pic simple) pour $\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ puis un signal composé de pics multiples. Notons que les deux types de signaux pour $\underline{\mathbf{h}}_\Delta$ correspondent à des cas pratiques bien identifiés. Précisons enfin que des cas extrêmes ont été choisis en terme de rapport signal à bruit afin de bien mettre en évidence les différences de performances entre les différents tests statistiques.

A Bruit blanc

Le cas d'un pic simple

$$\underline{\mathbf{h}}_\Delta = \underline{\boldsymbol{\delta}}(d),$$

est d'abord considéré. d correspond à la position du pic et n'a aucune influence sur la détection. On peut rencontrer ce type de signal dans le cas d'un défaut apparaissant sur une ligne dont l'impédance des bouts est adaptée. On peut citer également le cas d'un défaut sur la jonction centrale d'un réseau en Y pour lequel les trois bouts sont adaptés.

La courbe ROC et l'air sous la courbe (AUC) pour chaque test statistique sont données figure 5.6(a). On constate sur ce premier résultat le net avantage de la norme L_∞ en termes de performances. Il ne fait donc aucun doute que lorsque la complexité calculatoire qui découle de ce test n'est pas un problème, son choix est le meilleur. Concernant la norme L2 le gain apporté par le filtrage adapté dans le cas d'un bruit blanc apparaît clairement. Enfin, avant filtrage adapté, les normes L2 et L1 (tests Θ_{L2nf} et Θ_{L1}) ont des performances équivalentes. Cela s'explique par le fait que l'étalement de l'énergie dans le temps est similaire pour le bruit blanc et pour le signal utile. Au vue de ce premier cas, le choix est dicté par les contraintes de temps calcul. Le test Θ_{L2} constitue ici le bon compromis performance-complexité.

La même simulation a été effectuée avec un signal composé de plusieurs pics de la forme

$$\underline{\mathbf{h}}_\Delta = \sum_{k \geq 0} \alpha^k \underline{\boldsymbol{\delta}}(kd), \quad (5.37)$$

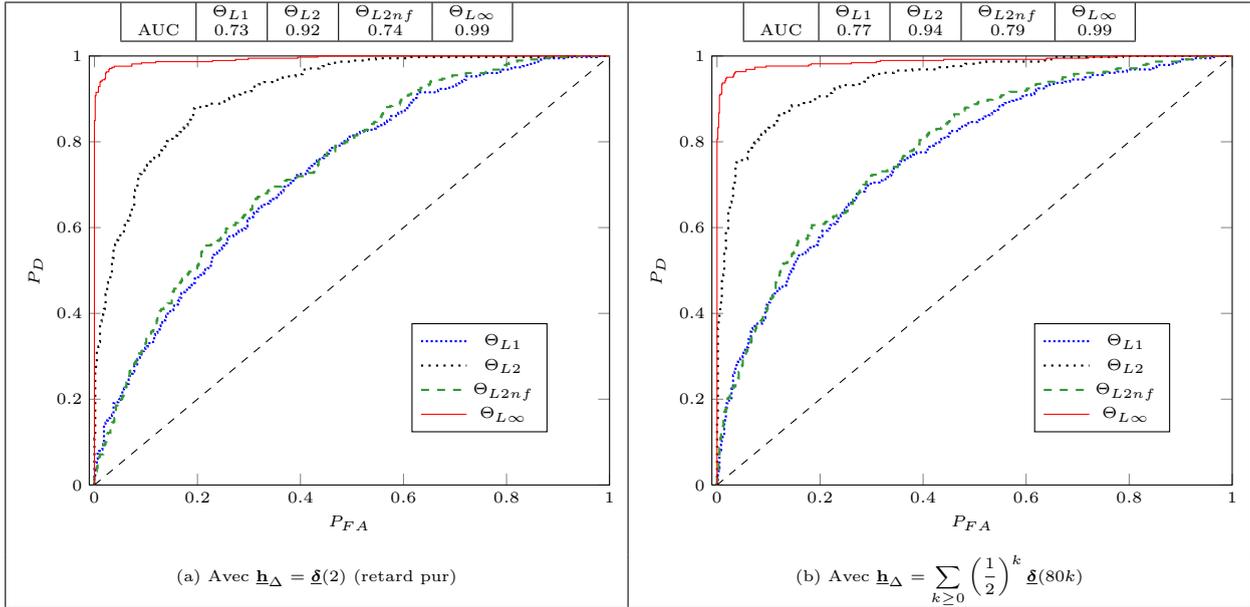


Figure 5.6 – Courbes ROC des quatre tests statistiques obtenus par simulation Monte-Carlo en présence de bruit blanc avec un SNR d'environ -12dB . La simulation est réalisée avec deux signaux h_{Δ} différents, un retard pur (a) et une série de pics à décroissance exponentielle (b).

correspondant à une série de pics espacés de d échantillons dont l'amplitude décroît exponentiellement. On peut rencontrer un tel signal dans le cas d'un défaut apparaissant sur une ligne dont l'impédance d'un des bouts est désadaptée. Le résultat obtenu est visible figure 5.6(b). Ce deuxième cas permet de constater que l'écart de performances entre Θ_{L2} et $\Theta_{L\infty}$ se resserre pour des signaux plus complexes. Cela est lié au fait que seul le plus grand pic intervient dans le maximum là où l'ensemble du signal contribue à l'énergie. Ce qui tend à favoriser le choix de Θ_{L2} dans le cas général en présence d'un bruit blanc.

B Bruit impulsif

Bien que le modèle du bruit blanc gaussien permette de représenter un grand nombre de perturbations, les bruits les plus significatifs que l'on rencontre en pratique ont des formes spectrales plus spécifiques. Le cas des bruits impulsifs est assez courant. Plusieurs dispositifs présents sur les réseaux de câbles peuvent être à l'origine de ce type de bruit tels que les convertisseurs de puissance ou divers éléments de commutation. Afin d'établir un modèle de simulation, nous allons nous appuyer ici sur des bruits issus de signaux de transmissions de données série.

Nous allons considérer ici le cas de bruits impulsifs issus d'une transmission de données série. Comme nous l'avons vu précédemment, dans ce cas, le couplage électrique du réflectomètre est réalisé par filtre passe-haut. On suppose ici que le codage de la liaison est du type NRZ, le signal transmis sur la ligne s'écrit

$$\eta(t) = A_{\eta} \sum_{n \geq 0} \Psi_n \mathbf{1}_{[0; T_{\eta}[}(t - nT_{\eta}), \quad (5.38)$$

où A_{η} est l'amplitude du signal, T_{η} la durée d'un symbole et $\Psi_n \in \{-1, 1\}$ les symboles dont les deux valeurs sont supposées équiprobables. $w(t)$ est la réponse indicielle du filtre passe-haut. On a alors

$$\epsilon = \left(\frac{d\eta}{dt} \right) \star w.$$

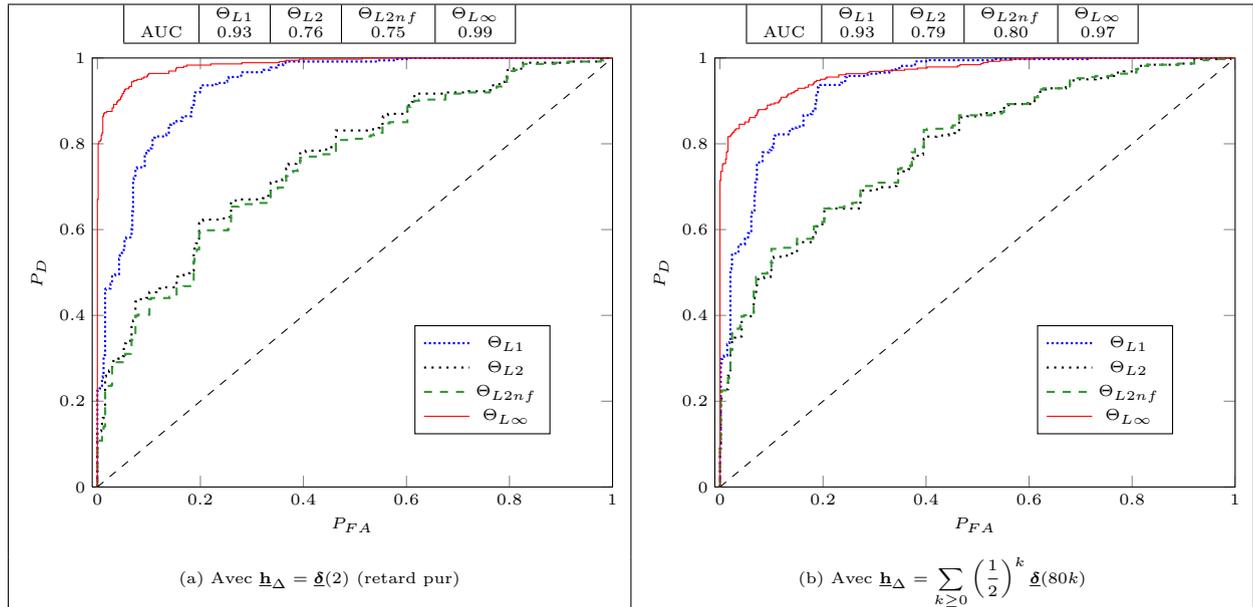


Figure 5.7 – Courbes ROC des quatre tests statistiques obtenus par simulation Monte-Carlo en présence de bruit impulsif. La simulation est réalisée avec deux signaux \mathbf{h}_Δ différents, un retard pur (a) et une série de pics à décroissance exponentielle (b). Le SNR est d'environ -5dB , $\omega_w T_s = 0.31$, $\tau_w/T_s = 19$ et $T_\eta/T_s = 42$

Donc l'expression du bruit ϵ devient

$$\epsilon(t) = A_\eta \sum_{n \geq 0} \Phi_n w(t - nT_\eta), \quad \text{avec } \Phi_n = \Psi_n - \Psi_{n-1}. \quad (5.39)$$

Lorsque le filtre est un premier ordre pur, la réponse indicielle est de la forme $w(t) = A_w e^{-\frac{t}{\tau_w}}$. Le plus souvent, soit le filtre est d'un ordre plus élevé, soit il interagit avec d'autres éléments du système et on a une réponse de la forme

$$w(t) = A_w \cos(\omega_w t) e^{-\frac{t}{\tau_w}} \cdot \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(t), \quad (5.40)$$

qui correspond à une sinusoïde amortie. On obtient donc bien un bruit impulsionnel dépendant de la variable aléatoire Φ_n . La densité de probabilité de cette dernière est

$$p_\Phi(\phi) = \frac{\delta(\phi)}{2} + \frac{\delta(\phi - 2) + \delta(\phi + 2)}{4} \quad (5.41)$$

Un tel bruit peut être simulé très facilement en échantillonnant la variable aléatoire Ψ_n . Pour les simulations, le bruit sera défini par ces grandeurs de temps réduites par rapport à la période d'échantillonnage T_s . Concernant la puissance, on parle ici de rapport signal à bruit moyen sachant qu'il peut fluctuer de manière importante d'une mesure à l'autre étant donnée la forme du bruit.

Les résultats de simulation obtenus sont visibles figure 5.7(a) pour le signal \mathbf{h}_Δ à retard pur et figure 5.7(b) pour le signal à pics multiples. Ce nouveau jeu de résultats permet de constater le gain de performance obtenu avec la norme L1 dans le cas de bruits impulsifs par rapport à la norme L2. Comme cela a été expliqué, la norme L1 prend des valeurs plus petites lorsque l'énergie du signal est concentrée sous forme de pics, l'énergie du signal utile, avant le filtre adapté, est en revanche étalée dans le temps. Le test Θ_{L1} est donc beaucoup moins sensible à ce type de bruit. On observe globalement des performances supérieures pour le test $\Theta_{L\infty}$ néanmoins les résultats de Θ_{L1} sont quasiment aussi bons lorsque plusieurs pics sont présents dans \mathbf{h}_Δ . Notons en outre qu'un écrêtage du bruit qui peut être dû à des phénomènes de saturation assez fréquents dans le cas d'un bruit impulsif, peut induire une légère hausse des performances en ce qui concerne la détection.

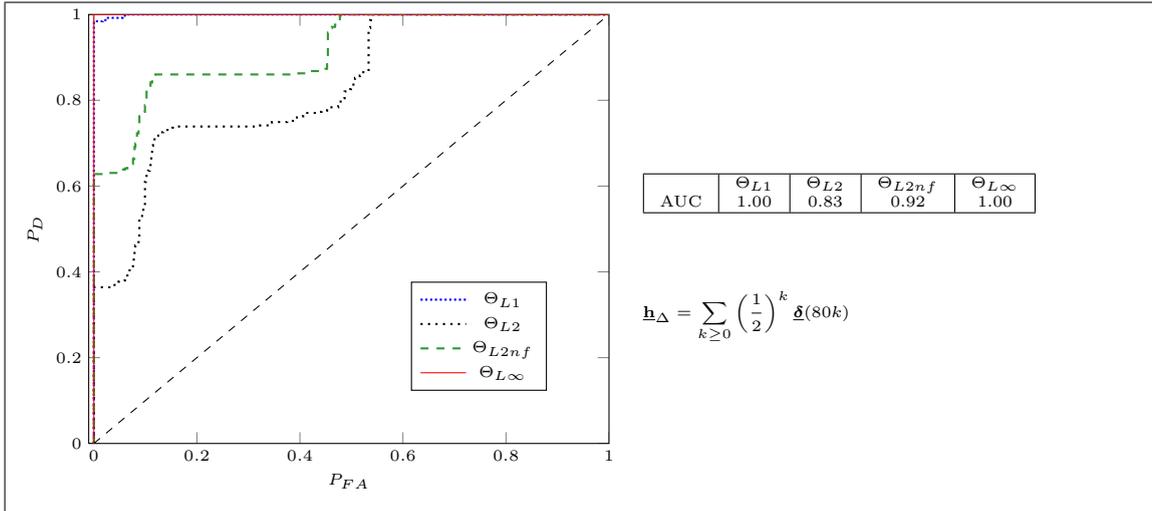


Figure 5.8 – Courbes ROC des quatre tests statistiques obtenus par simulation Monte-Carlo en présence de bruit impulsif. Le SNR moyen est d'environ 0dB, $\omega_w T_s = 0.1$, $\tau_w / T_s = 50$ et $T_{\eta} / T_s = 172$

Il est également intéressant de remarquer que les performances de la norme L2 sont identiques avant et après filtrage adapté. En effet, on se trouve dans un cas où l'énergie du bruit est plus concentrée dans les basses fréquences par rapport au signal test. Pour retrouver un meilleur résultat avec la norme L2 il faudrait prendre en compte la corrélation du bruit dans le filtre adapté ou utiliser la norme de Mahalanobis [96]

$$\Theta_{L2M} = \underline{\mathbf{y}}^H \mathbf{R}_c^{-1} \underline{\mathbf{y}}, \quad (5.42)$$

où \mathbf{R} est la matrice de corrélation du bruit. Mais dans ce cas, on aboutit à un calcul quasiment aussi complexe que pour la norme infinie. Enfin, il convient de citer la stratégie de la réflectométrie multiporteuse. Cette solution est semblable à l'utilisation de la norme de Mahalanobis sauf que les fréquences auxquelles l'énergie du bruit est considérée comme importante sont totalement ignorées.

Lorsque l'on augmente davantage la pseudo-période des sinusoides amorties, l'énergie du bruit se concentre encore plus vers des basses fréquences et la tendance s'inverse totalement. Le résultat de la norme L2 après filtrage adapté est moins bon qu'avant comme on peut le voir sur le résultat de la figure 5.8. Le test Θ_{L1} en revanche conserve son large avantage en termes de performances.

Ces simulations mettent en évidence un avantage certain de la détection par norme L1 dans le cas de bruits impulsifs. En outre, dans le cas d'un bruit blanc on a pu constater que les performances des critères Θ_{L1} et Θ_{L2nf} sont équivalentes. Ainsi lorsque la quantité de calculs nécessaires à la détection est un aspect critique, la norme L1 présente un réel intérêt pour la détection de défauts en temps réel. Les seuls calculs induits par son utilisation sont la somme et la valeur absolue.

5.4 Algorithme de détection

L'étude de la précédente section a permis de déterminer quelle norme utiliser pour détecter efficacement une variation de la réponse du réseau à partir des signaux de différence pour un type de bruit donné. Il s'agit maintenant d'établir un algorithme qui permettra d'automatiser la détection en utilisant cette norme. Il est nécessaire pour cela de déterminer l'état de référence (réseau sain) permettant de calculer le signal de différence et d'estimer le niveau de bruit afin de calculer les seuils de détection.

Ces deux aspects sont étudiés dans les deux paragraphes qui suivent. Les deux variantes d'algorithmes de détection que nous avons mis au point sont ensuite présentées. La première variante est une version de base tandis que la deuxième permet une amélioration du rapport signal à bruit du signal de différence transmis au bloc d'analyse.

5.4.1 Génération de l'état de référence

Pour aboutir à la détection, les mesures successives sont comparées à un état de référence. Celui-ci est censé correspondre à la réponse du réseau lorsqu'aucun défaut n'est présent. Notons que le réseau testé peut parfois être caractérisé par plusieurs états de références. C'est le cas d'un réseau composé d'un ou plusieurs interrupteurs ou relais, en fonction de la position de ces derniers le coefficient de réflexion peut changer. Ainsi lorsque N_{int} interrupteurs à deux positions (ouvert ou fermé) sont présents et que leurs positions sont indépendantes, il y a $2^{N_{int}}$ états de référence possibles. La présence de charges non linéaires ou d'impédance variable peut être aussi un facteur à considérer. Nous supposons ici le cas d'un réseau à un seul état de référence.

Dans la mesure où l'on s'intéresse ici aux défauts intermittents ou bien aux défauts apparaissant soudainement, on peut considérer que le réseau est la plupart du temps dans son état de référence $\underline{\mathbf{h}}_{ref}$. Cet état peut parfois varier de manière progressive dans le temps. On peut alors l'obtenir par filtrage passe-bas

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{ref}^{(k)} = (1 - \alpha_{ref})\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{cur}^{(k)} + \alpha_{ref}\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{ref}^{(k-1)}, \quad (5.43)$$

où α_{ref} est le facteur d'oubli et détermine le temps de réponse du filtre. L'exposant (k) identifie l'instant de chaque vecteur. Remarquons que ce filtrage est équivalent à un filtre non récursif du type

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{ref}^{(k)} = (1 - \alpha_{ref}) \sum_{n \geq 0} \alpha_{ref}^n \hat{\underline{\mathbf{h}}}_{cur}^{(k-n)}, \quad (5.44)$$

d'où l'appellation de facteur d'oubli. Si la valeur de α_{ref} est bien choisie, l'évolution de l'état du réseau est prise en compte sans affectée la détection des défauts intermittents. Cette valeur peut être déterminée à partir de la constante de temps choisie pour le filtre selon la relation

$$\alpha_{ref} = e^{-\frac{T_{sh}}{\tau_{ref}}}, \quad (5.45)$$

où τ_{ref} est la constante de temps en seconde et T_{sh} est la période d'échantillonnage des réponses définie selon (5.10). τ_{ref} doit être grand devant la durée des défauts intermittents et petit devant la vitesse des variations d'état à prendre en compte. Enfin ce filtre a également un rôle de réduction du bruit, idéalement on cherche à avoir un bruit nul dans la référence. Dans le cas où les mesures sont perturbées par un bruit additif blanc, le gain en rapport signal à bruit du filtre est donné par (voir annexe B.3)

$$\text{SNR}_{h_{ref}} = \frac{1 + \alpha_{ref}}{1 - \alpha_{ref}} \text{SNR}_{h_{cur}}. \quad (5.46)$$

$\text{SNR}_{h_{cur}}$ est le rapport signal à bruit des mesures successives $\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{cur}^{(k)}$. En pratique on choisira des valeurs de α_{ref} proches de 1 de l'ordre 0.99.

5.4.2 Estimation du niveau de bruit

La prise de décision relative à la présence ou non d'un défaut sur le réseau repose sur le paramétrage des seuils de détection dont la valeur optimale dépend de la quantité de bruit présent. Il convient donc d'estimer de façon automatique le niveau de bruit afin de déterminer les valeurs de

seuil à utiliser. Le principe utilisé pour cela est similaire à celui de l'estimation de l'état de référence en utilisant la dérivée de la réponse ² $\underline{\Delta}_y = \underline{\hat{y}}^{(k)} - \underline{\hat{y}}^{(k-1)}$. La variance de cette dernière est donnée par

$$\mathbb{E} \left\{ \|\underline{\hat{y}}^{(k)} - \underline{\hat{y}}^{(k-1)}\|_2^2 \right\} = 2N\sigma^2 + \mathbb{E} \left\{ \|\underline{y}^{(k)} - \underline{y}^{(k-1)}\|_2^2 \right\}, \quad (5.47)$$

où σ^2 est la variance du bruit. Si l'on suppose que les variations de l'état du réseau sont rares ou très lentes on a $2N\sigma^2 \gg \mathbb{E} \left\{ \|\underline{y}^{(k)} - \underline{y}^{(k-1)}\|_2^2 \right\}$. Cela permet d'utiliser la variance moyenne empirique de la dérivée comme estimateur de la variance du bruit. On utilise donc, de la même manière que précédemment, un filtrage passe-bas

$$\hat{\sigma}_{(k)}^2 = \alpha_\sigma \hat{\sigma}_{(k-1)}^2 + (1 - \alpha_\sigma) \frac{\|\underline{\hat{y}}^{(k)} - \underline{\hat{y}}^{(k-1)}\|_2^2}{2N}. \quad (5.48)$$

On choisira ici un facteur d'oubli α_σ donnant une constante de temps plus faible que précédemment de manière à pouvoir prendre en compte correctement les fluctuations du niveau de bruit. Néanmoins il faut veiller à conserver un compromis correct afin que l'estimation ne soit pas trop perturbée par les variations d'état.

5.4.3 Principe de l'algorithme de détection

L'étude des différents aspects présentés dans les paragraphes précédents nous a conduits à la mise au point de l'algorithme illustré figure 5.9.

La première étape de l'algorithme, qui consiste à comparer le signal de différence au seuil T , est la détection proprement dite, les étapes suivantes permettent de décider si cette détection est pertinente ou non. Si la différence représente une variation significative de l'état du réseau, elle est enregistrée. La dernière étape permet de sélectionner l'enregistrement avec le maximum d'énergie. Cette sélection permet d'une part d'éviter de conserver des enregistrements correspondant à un état transitoire du réseau. D'autre part, en conservant la plus grande différence on améliore le rapport signal à bruit du signal $\underline{h}_{\Delta mem}$.

Enfin, le seuil $count_{max}$ représente la durée maximum d'un défaut considéré comme transitoire. Dans le cas où un changement d'état permanent du réseau se produit plutôt qu'un défaut éphémère, ce deuxième test évite de rester bloqué dans la détection d'un changement d'état. La branche de droite du diagramme correspond à l'analyse des signaux de différence qui ont été enregistrés. Cette analyse, qui consiste en l'utilisation de l'un des algorithmes de déconvolution présentés dans les chapitres précédents, permet finalement la localisation du défaut détecté. La dernière étape correspond à l'actualisation de l'état de référence.

Concernant le seuil de détection T , on peut utiliser l'estimation de la variance de bruit $\hat{\sigma}^2$ pour le calculer par une relation du type

$$T = \lambda N \sigma^2, \quad (5.49)$$

où λ est une constante que l'on pourra qualifier de marge. Dans le cas d'un bruit uniforme dont le niveau est à peu près constant ou lentement variable, on peut prendre $\lambda = 2$. En revanche si le niveau de bruit connaît des fluctuations rapides par rapport à la constante de temps du filtre d'estimation de σ , il faut prévoir une marge plus importante.

2. A ne pas confondre avec \underline{y}_Δ qui est la différence entre la mesure et l'état de référence.

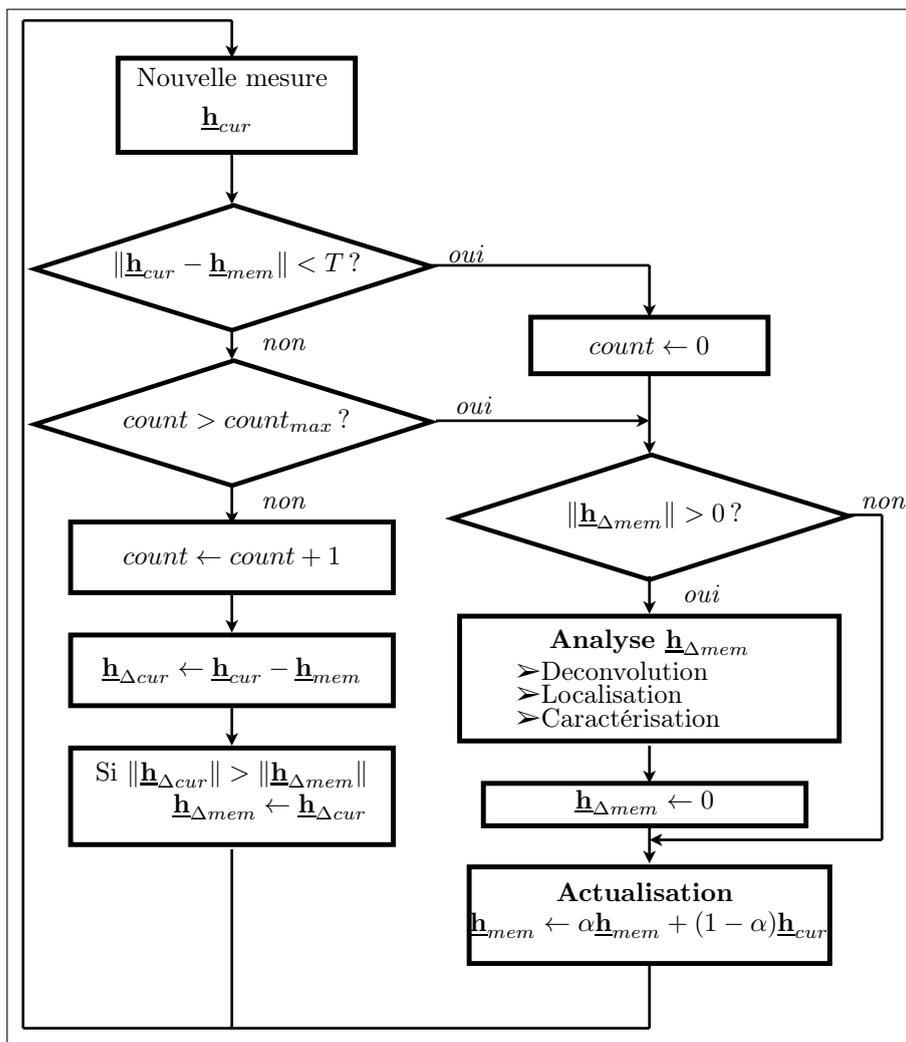


Figure 5.9 – Algorithme de détection des variations intermittentes

5.4.4 Amélioration du rapport signal à bruit

L'étude des normes a montré que la détection a pu être expérimentée avec succès sur des signaux bruités avec des rapports signal à bruit voisin de 0dB voire inférieurs. Or un SNR si bas est tout à fait inacceptable pour les méthodes de déconvolution qui ont été présentées dans les chapitres précédents. Par conséquent, si en pratique le nombre de mesures successives moyennées (valeur de M) est limité pour des raisons de temps de mesure et que l'on ne peut pas avoir de meilleur rapport signal à bruit du signal \underline{y} , il est nécessaire d'améliorer ce dernier.

Dans l'algorithme précédent un seul signal de différence (celui ayant la plus grande norme) est sélectionné puis conservé pour analyse. Pour améliorer le rapport signal à bruit, l'idée consiste à sélectionner plusieurs signaux de différence et à en faire la moyenne. Mais pour que le résultat de la moyenne soit consistant, il est nécessaire de vérifier que les différents signaux de mesures sélectionnés correspondent au même défaut.

Pour cela l'étape clé à rajouter est la comparaison des signaux. Notons que lorsqu'un même défaut se produit plusieurs fois, l'amplitude de l'écho n'est pas toujours la même, la position en revanche demeure inchangée. On peut supposer que les échos secondaires sont les mêmes au facteur d'amplitude près. Une comparaison efficace de deux vecteurs consiste donc à tester leur colinéarité.

Cela permet de définir une *mesure de similitude* que l'on peut utiliser pour comparer deux signaux de différence $\underline{\Delta}_1$, $\underline{\Delta}_2$ et qui s'écrit

$$J_{sim} = \|\underline{\Delta}_1 - \rho \underline{\Delta}_2\|, \quad \rho = \frac{\|\underline{\Delta}_1\|}{\|\underline{\Delta}_2\|}, \quad (5.50)$$

où $\|\cdot\|$ représente la norme choisie dans l'algorithme. On peut alors déterminer un seuil T_{sim} , de la même manière que pour le seuil de détection, qui permettra de décider si les deux signaux sont semblables ou non. On notera que dans le cas de la norme L2, la valeur optimale de ρ , au sens des moindres carrés, est $\rho = \frac{\underline{\Delta}_1^T \underline{\Delta}_2}{\underline{\Delta}_2^T \underline{\Delta}_2}$ mais ce résultat quasiment équivalent à l'égalité donnée dans (5.50) n'est applicable que dans ce cas précis.

La nouvelle version de l'algorithme de détection obtenu est illustrée par l'organigramme de la figure 5.10. Les signaux de différence semblables sont accumulés dans la mémoire $h_{\Delta mem}$, lorsqu'un nouveau signal est détecté, elle est réinitialisée avec ce dernier.

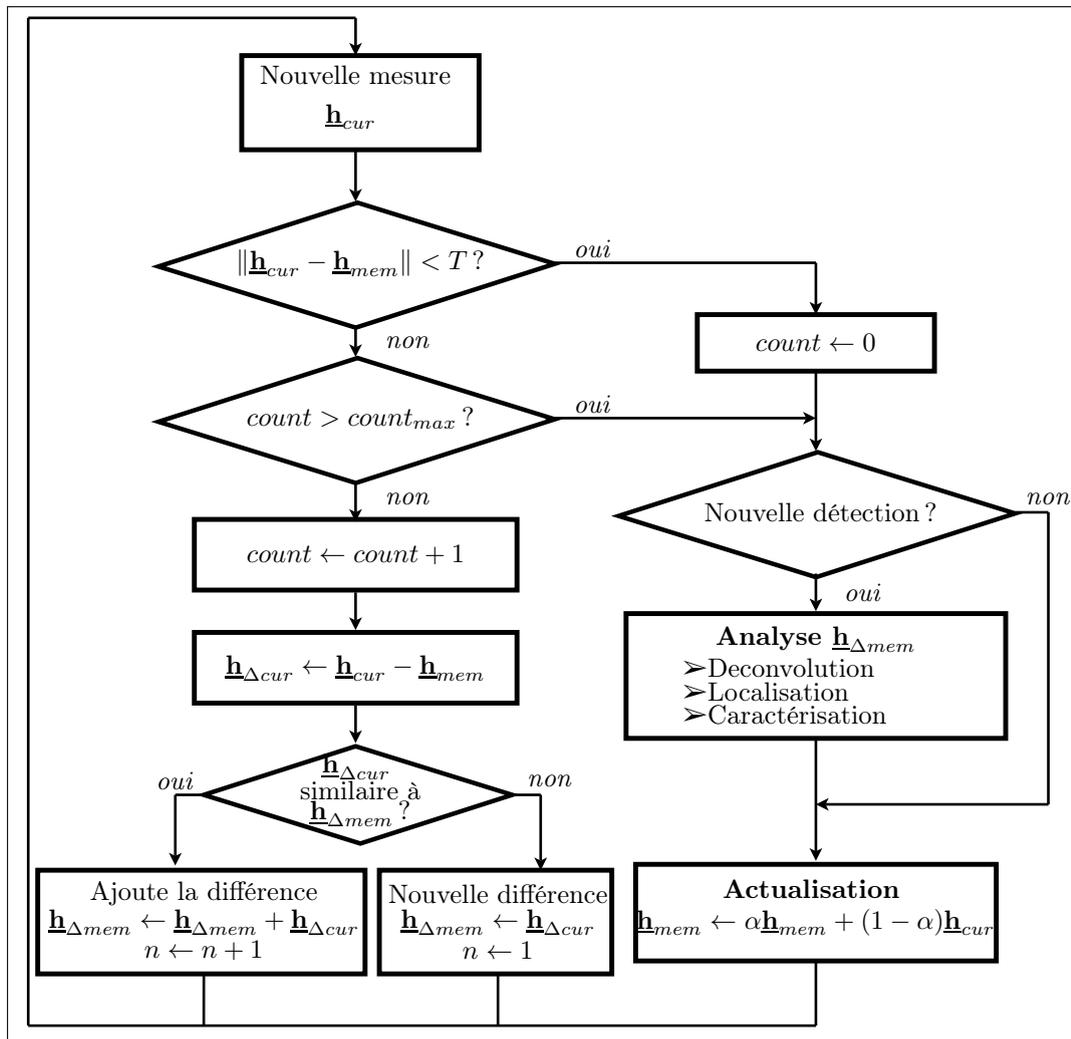


Figure 5.10 – Algorithme de détection des variations intermittentes

Ce mécanisme permet d'améliorer le rapport signal à bruit dans le cas d'un défaut qui s'étend sur plusieurs mesures ou bien qui se reproduit plusieurs fois. En supposant que lorsqu'il se produit,

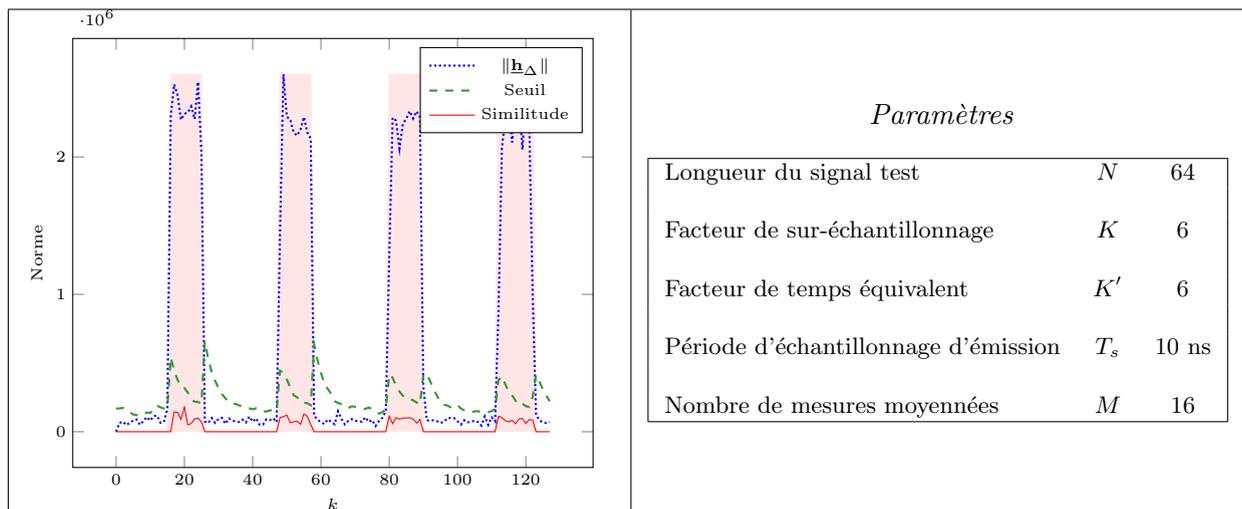


Figure 5.11 – Représentation de la norme du signal de différence, de la mesure de similitude et du seuil de l'algorithme de détection dans le cas de la détection d'une série de défauts intermittents.

le défaut a une durée T_f et qu'il y a L occurrences, le gain en rapport signal à bruit est

$$\text{SNR}_{h_{\Delta mem}} = L \cdot \left[\frac{T_f}{T_{mes}} \right] \text{SNR}_{h_{\Delta cur}}. \quad (5.51)$$

Ainsi plus un défaut a une longue durée, ou se reproduit souvent, meilleur sera le rapport signal à bruit du signal à analyser pour la déconvolution. Cela nous amène en pratique à un compromis durée/bruit à prendre en compte en fonction du type de défauts pouvant se produire dans une application donnée. Notons que, dans le cas de défauts de courte durée, mais se reproduisant souvent, il peut être intéressant de disposer de plusieurs mémoires $h_{\Delta mem}$ afin de ne pas systématiquement écraser le contenu lorsqu'une fausse détection se produit.

L'algorithme final obtenu a été intégré sur FPGA au sein de l'architecture décrite en annexe A. Grâce à la flexibilité de l'architecture il est possible de sélectionner en fonction de l'application visée le critère de détection à utiliser pour évaluer la norme des signaux de différence.

5.4.5 Essais sur des mesures réelles

Dans ce paragraphe, l'algorithme de détection est mis en œuvre sur un jeu de mesures effectuées sur un simulateur de défauts réalisé au LGEP³. Ce simulateur est constitué d'un connecteur derrière lequel est placé un court-circuit. Un actionneur permet d'exercer par alternance une pression sur le connecteur causant l'ouverture de celui-ci. Le défaut correspond donc ici à l'apparition d'un circuit ouvert en bout de ligne.

Dans le cas des mesures réalisées ici, le connecteur est soumis périodiquement à une impulsion mécanique de 1.2ms pendant laquelle un défaut de type circuit ouvert est présent. L'algorithme a ici été testé hors ligne sur une série d'occurrences du défaut enregistrées en mémoire. Les paramètres du dispositif de mesure sont donnés figure 5.11. En prenant en compte le fait que deux périodes du signal test sont émises à chaque mesure, la période d'échantillonnage des réponses successives est de

$$T_{s_h} = 2K'MNT_s \approx 123\mu s.$$

3. Laboratoire de Génie Electrique de Paris

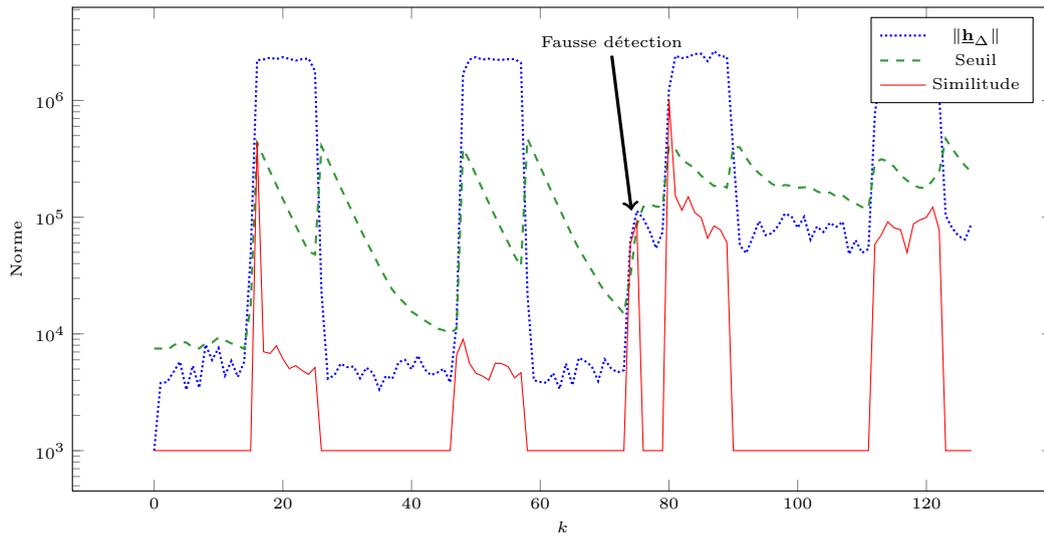


Figure 5.12 – Représentation de la norme du signal de différence, de la mesure de similitude et du seuil de l’algorithme de détection dans le cas où une variation brutale du niveau de bruit se produit.

On peut donc s’attendre à ce qu’une occurrence du défaut de connecteur s’étende sur environ dix mesures successives. Une série de 128 mesures consécutives, totalisant environ 15ms, a été utilisée pour le test. Quatre occurrences du défaut sont présentes sur cette série d’enregistrements. Notons que lors de la réalisation des mesures, le bruit présent était minime. Ainsi, afin de reconstituer le contexte d’un environnement bruité, un bruit blanc a été superposé aux enregistrements. Après ajout de ce bruit, le rapport signal à bruit en sortie du filtre adapté est d’environ 14dB.

Le critère de détection Θ_{L2} (norme L2 en sortie du filtre adapté) est utilisé ici avec l’algorithme de la figure 5.10. Pour l’estimation du seuil de détection T , la constante β est fixée à $2 T^{(k)} = 2\hat{\sigma}^{(k)}$. Les évolutions du seuil estimé, du critère de détection Θ_{L2} et de la mesure de similitude sont visibles figure 5.11. On distingue sur ces courbes les quatre défauts durant chacun 1.2ms. Lorsqu’aucun défaut n’est présent, la norme du signal de différence reflète le niveau de bruit, ainsi le rapport entre les maxima et les minima de la courbe correspondante peut être assimilé au rapport signal sur bruit. Dans le cas présent, lorsqu’un défaut est détecté, les acquisitions successives sont toutes similaires, c’est pourquoi la mesure de similitude est égale au niveau de bruit. Lorsqu’aucun défaut n’est détecté, cette dernière n’est pas définie. Pour l’estimation du seuil, le facteur d’oubli de l’équation (5.48) est égal à $\alpha_{\sigma} = 0.5$. On constate que les variations brutales de l’état du réseau perturbent le calcul du seuil. Néanmoins, ces perturbations ne sont pas gênantes dans la mesure où elles sont causées par ce qui doit être détecté. Entre deux variations, lorsque le régime permanent est atteint, le seuil est le double du niveau de bruit. Enfin, si la mesure de similitude dépasse le seuil, ce qui n’est pas le cas ici, l’acquisition correspondante est considérée comme non similaire à celles accumulées dans $\underline{h}_{\Delta mem}$.

Afin de montrer l’intérêt de la mesure de similitude un autre scénario est illustré figure 5.12. Nous avons choisi ici d’utiliser en ordonné une échelle logarithmique afin de pouvoir visualiser les grandes et petites valeurs de niveau de bruit. Dans ce deuxième cas une variation brutale du niveau de bruit se produit entre deux occurrences du défaut. Cette variation entraîne un dépassement du seuil de détection par la norme du signal de différence. Ce dépassement est lié au temps de réponse du filtre de l’estimateur du niveau de bruit qui met un certain temps à converger vers la nouvelle valeur du niveau de bruit après la variation. La mesure de similitude dépasse ici également ce seuil et permet ainsi d’ignorer cette fausse détection.

Deux acquisitions sont données figure 5.13 lorsqu’un défaut est détecté et lorsqu’il n’y a pas

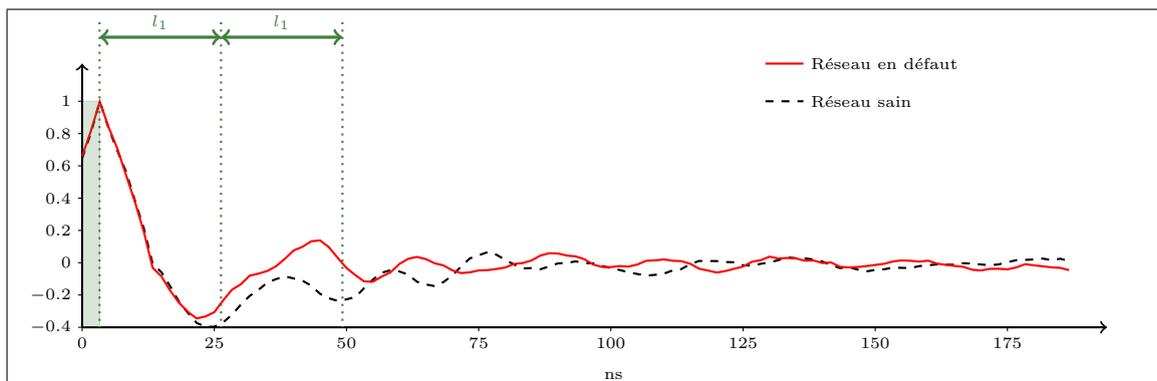


Figure 5.13 – Sortie du filtre adapté dans le cas où le réseau est sain (connecteur fermé) et le cas où le réseau est en défaut (connecteur ouvert).

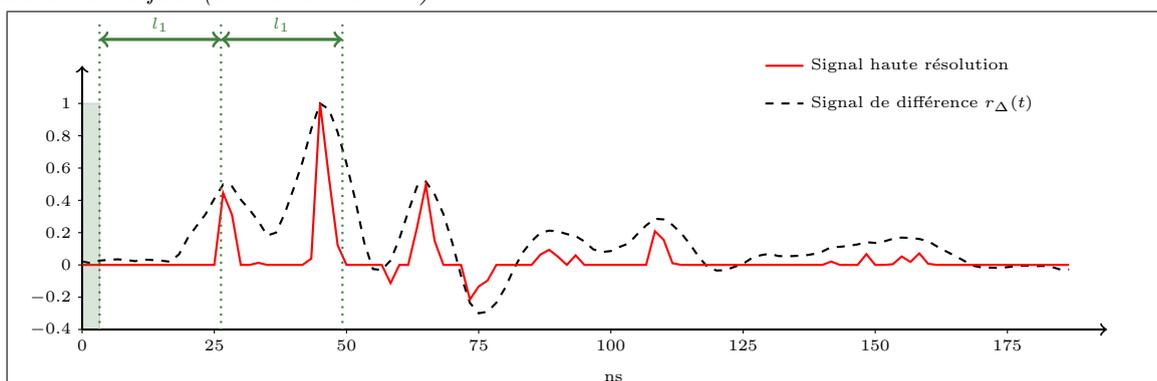


Figure 5.14 – Analyse haute résolution du signal de différence détecté

de détection. Sur les quatre occurrences de la figure 5.11, environ quarante acquisitions sont accumulées. Ainsi après l'apparition de ces occurrences le vecteur $\mathbf{h}_{\Delta mem}$ de l'algorithme contient la moyenne de quarante signaux de différence correspondant au même défaut, ce qui permet d'atteindre un rapport signal à bruit supérieur à 20dB. Le signal de différence moyen obtenu ainsi que le résultat haute résolution sont représentés figure 5.14. On notera que la haute résolution est calculée par déconvolution L1 sans estimation du noyau (déconvolution directe). Il s'agit donc du résultat de la phase d'analyse. Le premier pic donne la position du connecteur en défaut. On notera que certaines singularités telles que la carte électronique connectée 30cm avant le connecteur ne sont pas prises en compte ce qui peut expliquer le décalage du deuxième écho. Cependant, dans notre cas cela n'influe pas sur la localisation du défaut. En pratique, on pourra lancer l'analyse lorsque :

- les nouvelles acquisitions ne sont plus similaires aux précédentes.
- on considère que suffisamment d'acquisitions ont été accumulées pour obtenir un rapport signal à bruit satisfaisant.
- ou lorsqu'il n'y a eu aucune détection dans un certain laps de temps à fixer en fonction de l'application.

Le résultat de chaque analyse peut ensuite être enregistré ou transmis à un dispositif externe. L'algorithme d'analyse est donc exécuté beaucoup moins fréquemment que la détection ce qui permet des calculs plus complexes, à savoir les algorithmes de déconvolution présentés précédemment.

5.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de finaliser la boucle de mesure du diagnostic en ligne. Tout d'abord, l'influence du couplage a pu être analysée. Nous avons vu notamment qu'une désadaptation d'impédance peut être compensée, une solution logicielle étant largement préférée à un circuit complexe d'adaptation d'impédance.

En suite, la détection des défauts intermittents a pu être largement détaillée. Nous avons vu notamment que cette détection est tout à fait possible dans un milieu relativement bruyé. Si les défauts ont une durée minimum, la méthode que nous avons proposée permet d'améliorer le rapport signal à bruit du signal de différence. Ainsi, même avec d'importantes perturbations, un signal de qualité correcte peut être transmis au bloc d'analyse dans lequel est effectuée la déconvolution. Grâce au calcul automatique du seuil, l'algorithme de détection s'adapte au niveau de bruit de l'application ce qui rend la mise en œuvre du dispositif plus simple et plus flexible. Les fluctuations du niveau de bruit au cours du fonctionnement sont notamment prises en compte.

Nous avons pu proposer ici une méthode de détection relativement générique. Bien que quelques variantes de l'algorithme de détection final puissent être nécessaires pour certaines applications, la structure d'ensemble reste constante. Ces variantes peuvent en particulier concerner la gestion des mémoires des signaux de différences $h_{\Delta mem}$ lorsque plusieurs défauts différents risquent d'être détectés simultanément.

Conclusion générale

Dans cette thèse nous avons présenté une étude globale d'un système de réflectométrie embarqué pour le diagnostic en ligne de réseau de câblage. La principale application envisagée pour ce système finale est la détection de défauts intermittent. Nous avons pu mettre en évidence la faisabilité d'un tel système ainsi que les problématiques technologiques qui en découlent.

Nous avons étudié dans le premier chapitre les différentes techniques de mesure par réflectométrie en se focalisant sur le contexte de la détection et de la localisation de défauts. Ce chapitre a permis d'exposer les principaux aspect liés à la mise en œuvre de la réflectométrie dans le domaine temporel indépendamment du contexte du diagnostic en ligne. L'influence des paramètres de mesure tels que les fréquences d'échantillonnage et la période d'injection du signal test y est étudiée.

La méthode de réflectométrie multiporteuse que nous avons proposé au chapitre 2 fournie une solution flexible et facilement paramétrable pour réduire les interférences avec le système cible dans le cas du diagnostic en ligne. Nous avons notamment pu mettre en évidence que les traitements proposés permettent d'annuler jusqu'à $1/6$ de la bande utile du signal. Les fréquences pour lesquelles l'énergie est ainsi annulée sont exempt de toute interférence. L'approche proposée, que nous avons qualifié de MCTDR pour *Multicarrier Time Domain Reflectometry* a fait l'objet d'un brevet et d'une publication en conférence internationale.

L'étude menée au chapitre 3 sur les traitements haute résolution applicables au diagnostic en ligne a mis en évidence que l'on pouvait largement améliorer la précision de localisation des défauts en dépit de la bande passante limitée du système de diagnostic. Trois approches se plaçant à différents niveau du compromis performance/complexité ont été étudiées. La dernière approche que nous avons proposée basé sur une déconvolution myope a fait l'objet d'une demande de brevet. Ces traitements permettent de descendre à une précision de localisation de l'ordre de 10 à 20 cm avec la plateforme de mesure réalisée.

La problématique du chapitre 4 porte sur la possibilité d'effectuer le diagnostic simultanément en plusieurs points du réseau en conservant l'acquisition temps réel et sans détériorer le rapport signal à bruit. Nous avons dans ce but proposé la méthode des moyennes sélectives qui a fait l'objet d'une publication en revue internationale et d'un dépôt de brevet. Le principal est que l'aspect distribué de la réflectométrie est rendu totalement transparent du reste de la chaîne de mesure. Une étude de performance en terme de rapport signal à bruit a été réalisée et a montré que la méthode des moyennes sélective conduit à des résultats tout à fait satisfaisants dans le contexte

technologique visé.

Nous avons montré au chapitre 5 qu'il est possible de s'acquitter par des traitements numériques de certains artefacts lié à des problèmes d'adaptation d'impédances ou de distorsions lié au couplage. L'utilisation de tels traitements présente un net avantage pour l'intégration du système par rapport à des solutions de compensations basées sur une électronique analogique complexe. La partie la plus importante de ce dernier chapitre est l'étude des différentes stratégies de détection. Nous avons vu que cette étape de détection est celle qui est soumise à la plus grosse contrainte temps réel dans le système, du fait qu'elle doit être exécutée sur toutes les acquisitions. L'algorithme final que nous avons proposé qui a fait l'objet d'une demande de dépôt de brevet, permet d'arbitrer efficacement l'ensemble du diagnostic en ordonnant l'exécution des traitements liés à la localisation que lorsque cela est nécessaire.

L'ensemble de ces études a donné lieu à l'implémentation d'une architecture sur FPGA qui est présentée en annexe A avec la plateforme de test qui a été utilisée. Ce travail parallèle d'implémentation a permis de valider la faisabilité du système et d'examiner clairement les performances et les temps de mesure que l'on peut obtenir en pratique. Les tests réalisés avec cette plateforme ont révélé que l'on peut détecter des défauts intermittents dont la durée est de l'ordre de 100 à 200 μs . Bien entendu, comme cela a été exposé au chapitre 5 lorsque le bruit augmente, on compte soit sur une redondance de ces défauts soit sur une augmentation de leur durée pour conserver une détection fiable.

Perspectives

Cette thèse s'est inscrite dans l'adoption du diagnostic en ligne par le CEA-LIST et a permis de poser les bases de la stratégie de diagnostic et de sa faisabilité. Nous avons pu mettre en évidence les étapes clés permettant la détection et la localisation des défauts intermittents qui est l'application phare du diagnostic en ligne. Les perspectives à ce travail sont nombreuses et concernent essentiellement l'intégration et la mise en oeuvre du système.

Sur le plan des algorithmes de traitements, nous nous sommes focalisés sur des solutions embarquables dans un systèmes possédant un nombre limité de ressources. Cependant, des approches complémentaires sont à étudier et à comparer avec les résultats obtenus. Les traitements les plus complexes sont les étapes de déconvolution liées à la localisation. Nous avons fait le choix d'utiliser des algorithmes légers, parfois au détriment de la précision, afin de pouvoir les embarquer et d'effectuer une localisation en temps réel. Une autre stratégie pourrait consister à conserver les signaux de mesure en mémoire afin d'affiner la localisation de manière différée par des algorithmes plus poussés. Concernant les traitements haute-résolution notamment, nous avons vu que la modélisation de la distorsion par un produit de convolution n'est pas tout à fait fidèle aux phénomènes physiques mis en jeu et peut parfois montrer ses limites. Il serait alors intéressant d'expérimenter la décomposition parcimonieuse de signaux en motifs élémentaires impliquant l'utilisation de dictionnaires. On peut citer les traitements proposés par V. Mazet [68] dans lesquels la forme des motifs élémentaires suit un modèle paramétrique. Ces traitements basés sur les méthodes MCMC (Monte Carlo Markov Chain) avaient été écartés pour une intégration sur système embarqué en raison de leur complexité ; ils pourraient en revanche tout à fait être envisagés pour un traitement hors ligne. L'utilisation de ce type de traitements serait à coupler à une étude de caractérisation plus fine des phénomènes de distorsion dans le but d'aboutir à un modèle paramétrique de la fonction de distorsion. Une étude comparative permettrait d'examiner dans quelle mesure ce type de solutions peut améliorer la précision de localisation.

Pour ce qui est de la réflectométrie distribuée, une des principales perspectives est de donner aux

modules la possibilité de communiquer entre eux. Cette communication permettrait de centraliser directement toutes les acquisitions sur un seul module du réseau, simplifiant ainsi la mise en oeuvre. Nous avons vu au chapitre II que le signal test, dans le domaine fréquentiel, possède un degré de liberté au niveau des phases. De cette façon, les signaux de test injectés par les modules pourraient tout à fait être utilisés pour porter une information. Cette approche rejoint celle des transmissions OFDM par modulation de phase et n'augmente en rien la pollution électrique du réseau testé sur le plan énergétique. Notons en outre qu'une telle communication passe par un fonctionnement des modules distribués en mode synchrone.

Au niveau de l'intégration des traitements, l'apport essentiel de ce travail est l'architecture de système on chip qui a été proposée et qui a pu être élaborée grâce à une vision d'ensemble du système et des traitements à réaliser. La finalisation de l'intégration de l'ensemble des algorithmes repose maintenant sur un travail d'ingénierie qui a pour but d'aboutir à un système fiable et optimisé, sur FPGA dans un premier temps et sur ASIC à plus long terme.

De manière générale, les différentes méthodes proposées dans cette thèse se veulent flexibles et génériques. Cette généralité est motivée par l'extrême diversité des applications du diagnostic filaire et le nombre important de paramètres qui en dépendent. L'expérimentation, l'évaluation et l'éventuelle adaptation de ces méthodes dans des contextes applicatifs plus ciblés est donc un complément essentiel pour l'exploitation de ce travail. On peut aujourd'hui envisager des applications très intéressantes dans des domaines tels que l'aéronautique ou l'aérospatial dont l'étude est d'ores et déjà amorcée. L'exploitation de ce travail dans de tels domaines repose sur diverses campagnes de tests et de mesures qui mettront en évidence les limites réelles du diagnostic filaire en ligne dans des contextes applicatifs concrets.

Plateforme de test et dimensionnement

A.1 Description fonctionnelle

La plateforme utilisée pour l'expérimentation des méthodes de traitement est une carte à base de FPGA visible figure A.1. Dans ce cadre d'expérimentation, le premier rôle de cette carte a été l'injection et l'acquisition des signaux de réflectométrie, les traitements pouvant être effectués sur le FPGA ou sur PC. L'objectif final est un System On Chip (SoC) totalement autonome pouvant effectuer les traitements en temps réel. Selon l'application, ce SoC pourra être implanté sur un FPGA ou un ASIC. Dans ce but, nous avons proposé une architecture qui prend en compte l'ensemble de la chaîne de mesure jusqu'à l'étape de localisation. Divers traitements présentés précédemment ont été implantés, parallèlement à leur expérimentation, soit en langage VHDL ou sous forme de logiciel embarqué dans le système.

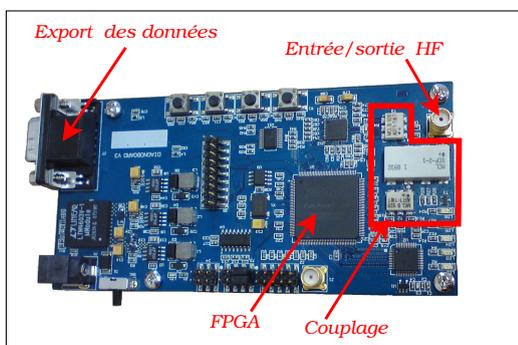


Figure A.1 – Plateforme de test du diagnostic en ligne à base de FPGA Cyclone III et de couplage avec combineur-diviseur.

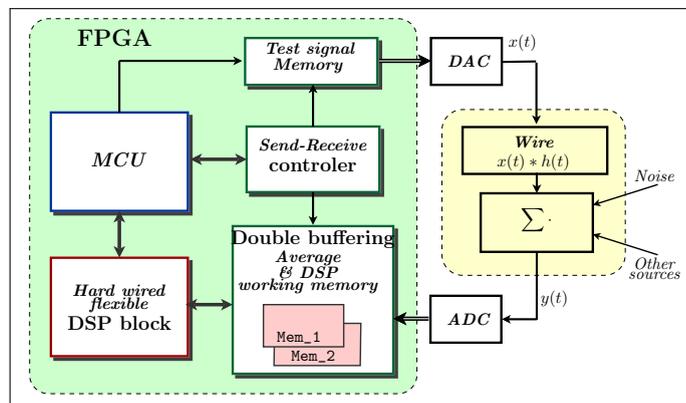


Figure A.2 – Organisation interne du module de diagnostic en ligne.

L'organisation interne du système est représentée figure A.2. On retrouve quatre parties principales

- **La génération** du signal test qui est stocké dans une mémoire embarquée.

- **L'acquisition** qui gère le moyennage des périodes successives. La mémoire d'acquisition est partagée entre le moyenneur et le bloc de traitement.
- **Le module de traitement** est responsable des différentes opérations à effectuer en temps réel sur les signaux de mesures. Plus précisément ce module intègre des traitements par blocs (ou par vecteur) tels que le calcul de norme, la transformée de Fourier ou encore l'algorithme CLEAN.
- **Le processeur** permet de configurer le système et d'ordonner les opérations. C'est notamment lui qui va permettre de sélectionner les opérations à effectuer par le bloc de traitement et dans quel ordre.

Ces quatre blocs fonctionnent en parallèle. On notera que l'injection et l'acquisition se font simultanément. L'acquisition est simplement stoppée par le contrôleur lors des périodes de régime transitoire. La partie la plus critique du système est le bloc de traitement dont on attend de la performance mais aussi une certaine flexibilité. Il s'agit effectivement de pouvoir utiliser sur différentes applications dont les paramètres sont différents sans pour autant engager des modifications profondes du système. Cela devient d'autant plus important si l'on cible une intégration sur ASIC. La flexibilité concerne entre autre le nombre d'échantillons des signaux. En effet, d'une application à l'autre la longueur des câbles et la bande passante mises en jeu varient et influent directement sur ces variables. Par ailleurs, les algorithmes de traitements à utiliser peuvent être différents selon les contraintes et les caractéristiques de la mesure. Au niveau du traitement haute résolution par exemple il sera parfois intéressant d'utiliser la déconvolution myope tandis que dans d'autres cas une déconvolution-L1 directe sera suffisante et permettra un traitement plus rapide. On peut aussi envisager l'utilisation de l'algorithme CLEAN, qui est encore plus rapide, dans des cas où les longueurs sont importantes par rapport à la bande passante et que les pics du réflectogramme ont toutes les chances d'être bien distincts les uns des autres. Le choix de la norme utilisée pour l'étape de détection est également un degré de liberté intéressant.

La possibilité de configurer ces différents paramètres de manière logicielle est une des contraintes d'intégration du système. Il s'agit donc de pouvoir s'adapter à un large panel d'application par simple modification du logiciel embarqué. Le signal test notamment peut être modifié sans limite ce qui est particulièrement intéressant lors de l'utilisation de la réflectométrie multiporteuse.

A.2 Caractéristiques de l'architecture

Le bloc du traitement est bâti sur l'architecture du projet *DspUnit* [97]. Une vue d'ensemble de cette architecture est représentée par le schéma de la figure A.3. DspUnit répond tout à fait à la contrainte que nous avons mentionné précédemment concernant le compromis entre performance et flexibilité. L'avantage de cette architecture spécifique par rapport à un processeur de type DSP classique est de permettre une plus grande parallélisation des opérations afin d'améliorer les performances tout en conservant un schéma de traitement séquentiel pour conserver une certaine flexibilité. On peut donc voir DspUnit comme un compromis entre un des traitements totalement logiciels et des traitements totalement parallélisés mais peu flexibles. Le bloc inclut une série d'opérateurs de traitement du signal que l'on peut exécuter consécutivement. Plusieurs de ces opérateurs sont listés dans de la figure A.4. Précisons qu'il s'agit ici de traitements par blocs, c'est à dire sur un vecteur contenant un nombre déterminé d'échantillons. Il n'y a donc qu'un opérateur qui est actif à chaque instant, on peut donc parler de traitements séquentiels. Ainsi, les différentes ressources nécessaires aux calculs telles que les mémoires, les unités arithmétiques et logiques (ou ALU) ou encore des tableaux de constantes (ou Look Up Table) sont communes à tous ces opérateurs. Ce partage de ressources permet d'économiser de la surface silicium et par conséquent de la consommation. Notons aussi qu'il peut être nécessaire de dupliquer ou de déplacer un vecteur dans la mémoire, un opérateur de copie est aussi disponible pour cela.

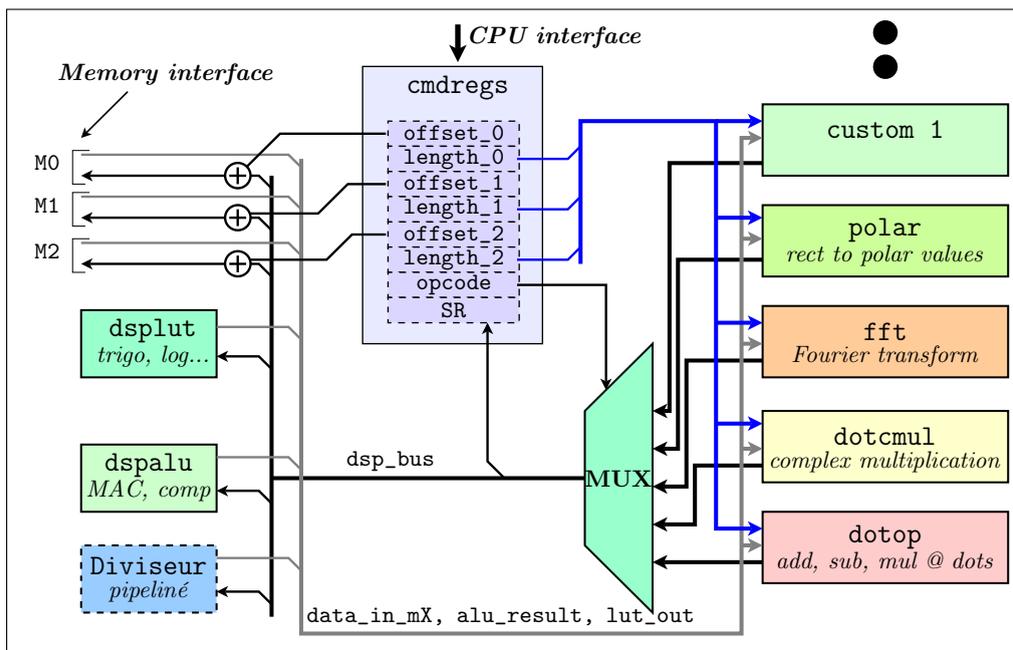


Figure A.3 – Architecture du bloc de traitement basé sur DspUnit.

Opération	Nombre de cycles	Description & paramètres
Norme	$N_D + 4$	Calcul de la norme L_1 , L_2 ou L_∞
Dot	$N_D + 4$	Multiplication et/ou multiplication réelle point à point
Div	$N_D + 19$	Division point à point
Complex Mul	$2N_D + 4$	Multiplication complexe point à point
FFT	$N_D \log_2(N_D) + 14$	Transformée de Fourier par RADIX II
CLEAN	$L(N_D + 2) + 6$	Algorithme CLEAN avec L itérations

Figure A.4 – Temps de traitement des opérateurs du bloc de traitement. N_D est le nombre d'échantillons des vecteurs de données.

Par ailleurs, on constate que DspUnit est connecté à trois mémoires distinctes ce qui permet d'optimiser les temps de calcul en effectuant des transferts de données parallèles sur les trois mémoires. L'exemple de l'algorithme CLEAN montre le bénéfice de cet accès parallèle. Si l'on reprend son fonctionnement qui était donné à la figure 2.8, on remarque qu'à chaque itération pour chaque échantillon, il faut accéder au signal d qui sert de mémoire de travail, au signal test représenté par le vecteur \underline{s} et stocker le résultat dans le vecteur $\hat{\underline{h}}$. L'accès simultané aux trois mémoires permet de calculer chaque échantillon en un cycle d'horloge. On peut comparer ce temps au cas d'une implémentation dans un processeur DSP classique pour lequel la seule étape de nettoyage nécessiterait au moins trois cycles.

Cet aperçu du fonctionnement du bloc de traitement permet d'analyser les temps d'exécution des différents algorithmes utilisés pour le traitement des signaux de mesure. Le tableau de la figure A.4 donne le nombre de cycle d'horloge nécessaires aux différents opérateurs. N_D est le nombre d'échantillons du ou des vecteur(s) d'entrées et de sortie de l'opérateur. Etant donnée l'hypothèse selon laquelle ces opérateurs sont exécutés les uns après les autres on peut utiliser ces valeurs pour en déduire les temps de calculs des algorithmes de détection et de localisation.

Sur la plateforme de test, DspUnit est cadencé à la même fréquence que l'injection du signal test, à savoir 100 MHz.

Moyennes et rapports signal à bruit

Pour la mise en oeuvre du diagnostic en ligne une ou plusieurs étape de moyennage sont insérées dans le but d'améliorer le rapport signal à bruit du résultat obtenu. Le gain en rapport signal à bruit induit par les différents types de moyennage utilisés est calculé dans cet annexe.

B.1 Moyenne vectorielle simple

On cherche ici à se rapprocher le plus possible de la valeur réelle du vecteur $\underline{\mathbf{y}} = (y_0, \dots, y_{KN-1})^T$, résultat de la convolution du signal test par la réponse impulsionnelle du réseau

$$\underline{\mathbf{y}} = \mathbf{H}\underline{\mathbf{s}}$$

Pour cela des mesures sont réalisées périodiquement. Les échantillons acquis sont désignés par

$$y_k^{(mes)} = y_k + \epsilon_k$$

où ϵ_k sont les échantillons du bruit et y_k est la valeur réel recherchée Plusieurs vecteurs de mesure sont enregistrés à intervalle régulier de KN échantillon. Ces vecteurs s'expriment par :

$$\underline{\mathbf{y}}_m = \underline{\mathbf{y}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m \quad (\text{B.1})$$

où $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m = (\epsilon_{NKm}, \epsilon_{NKm+1}, \dots, \epsilon_{NKm+N-1})^T$ sont les vecteurs de bruit. Le vecteur d'estimation final $\underline{\hat{\mathbf{y}}}$ résulte de la moyenne de M mesures consécutives. Cela peut s'écrire

$$\underline{\hat{\mathbf{y}}} = \underline{\mathbf{y}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \underline{\mathbf{y}}_m \quad (\text{B.2})$$

Le rapport signal à bruit de cette estimation est alors défini par :

$$\begin{aligned}
 \text{SNR}_{moy} &\triangleq \frac{\mathbb{E}\{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}\}}{\mathbb{E}\{\underline{\boldsymbol{\epsilon}}^T \underline{\boldsymbol{\epsilon}}\}} \\
 &= \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\mathbb{E}\left\{\frac{1}{M^2} \left(\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M-1} \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m^T \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_l\right)\right\}} \\
 &= \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\frac{1}{M^2} \left[\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M-1} r_{\epsilon\epsilon}(NK(m-l))\right]}
 \end{aligned}$$

où $r_{\epsilon\epsilon}(k)$ est la fonction d'autocorrélation du signal de bruit. Sachant que $r_{\epsilon\epsilon}(k) = r_{\epsilon\epsilon}(-k)$ on aboutit à l'expression finale

$$\text{SNR}_{moy} = M^2 \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\left[r_{\epsilon\epsilon}(0) + \sum_{m=1}^{M-1} 2(M-m) r_{\epsilon\epsilon}(NKm) \right]} \quad (\text{B.3})$$

Le rapport signal à bruit des signaux directement mesurés est donné par :

$$\text{SNR}_{mes} = \frac{\mathbb{E}\{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}\}}{\mathbb{E}\{\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m^T \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m\}} = \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{r_{\epsilon\epsilon}(0)} \quad (\text{B.4})$$

On peut dans de nombreux cas considérer que $r_{\epsilon\epsilon}(Km) = 0$ pour $m \neq 0$, ce qui revient à dire que le bruit ne contient pas de composantes périodiques de période multiple de K ou qu'elles sont suffisamment faibles pour être négligées. Dans ce cas, le rapport signal à bruit de l'estimation est donné par l'expression suivante

$$\text{SNR}_{moy} = M \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{r_{\epsilon\epsilon}(0)} = M \cdot \text{SNR}_{mes} \quad (\text{B.5})$$

On pourra donc considérer que le gain du rapport signal à bruit d'un moyennage de M mesures correspond à (B.5) pour une large classe de signaux de bruit. Ce gain diminue dans les cas où les vecteurs de bruits $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m$ ne sont pas indépendants les uns des autres.

B.2 Coefficients de pondération

Dans la méthode des moyennes sélectives, des coefficients de pondérations sont ajoutés. L'expression des vecteurs de mesures devient alors

$$\underline{\mathbf{y}}_m = \beta_m \underline{\mathbf{y}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m \quad (\text{B.6})$$

où β_m sont les coefficients. Et l'expression de la moyenne devient

$$\underline{\hat{\mathbf{y}}} = \underline{\mathbf{y}} + \underline{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{\beta} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m \underline{\mathbf{y}}_m \quad (\text{B.7})$$

avec $\beta = \sum \beta_m^2$. On obtient alors comme rapport signal à bruit

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{moy} &= \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\mathbb{E} \left\{ \frac{1}{M^2} \left(\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{M-1} \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m^T \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_l \right) \right\}} \\ &= \beta^2 \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\left[\sum_{m=-M+1}^{M-1} \sum_{l=0}^{M-|m|-1} \beta_l \beta_{l+|m|} r_{\epsilon\epsilon}(NKm) \right]} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Ainsi lorsque $r_{\epsilon\epsilon}(Km) = 0$ pour $m \neq 0$ on aboutit à

$$\text{SNR}_{moy} = \beta \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{(r_{\epsilon\epsilon}(0))} = \beta \cdot \text{SNR}_{mes} \quad (\text{B.9})$$

B.3 Filtrage d'ordre 1

Le vecteur moyen peut être obtenu par la relation

$$\underline{\mathbf{y}}_{mem}^{(k)} = (1 - \alpha) \underline{\mathbf{y}}_{cur}^{(k)} + \alpha \underline{\mathbf{y}}_{mem}^{(k-1)} \quad (\text{B.10})$$

où l'exposant (k) identifie les vecteurs consécutifs au cours du temps. Cette relation recursive est équivalente à

$$\underline{\mathbf{y}}_{mem}^{(k)} = (1 - \alpha) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \underline{\mathbf{y}}_{cur}^{(k-n)} \quad (\text{B.11})$$

Le rapport signal obtenu en sortie du filtre est donc

$$\text{SNR}_{mem} = \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\mathbb{E} \left\{ (1 - \alpha)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \alpha^{m+l} \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_m^T \underline{\boldsymbol{\epsilon}}_l \right\}}, \quad (\text{B.12})$$

$$= \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{(1 - \alpha)^2 \left[\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \alpha^{m+l} \mathbf{r}_{\epsilon} [N_I(m-l)] \right]}, \quad (\text{B.13})$$

$$= \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{(1 - \alpha)^2 \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{r}_{\epsilon} (N_I m) \alpha^{|m|} \sum_{l=0}^{\infty} \alpha^{2l} \right]}, \quad (\text{B.14})$$

où N_I est le nombre d'échantillons entre deux mesures consécutives. Finalement, en résolvant la série géométrique $\sum \alpha^{2l}$, il vient

$$\text{SNR}_{mem} = \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \frac{\underline{\mathbf{y}}^T \underline{\mathbf{y}}}{\mathbf{r}_{\epsilon}(0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{r}_{\epsilon} (N_I m)} \quad (\text{B.15})$$

Evaluation du bruit d'interférence en réflectométrie distribuée par moyenne sélective

C.1 Démonstration de (4.14) et (4.17)

Soit

$$\underline{\mathbf{s}}_d^+ = (\underbrace{0, \dots, 0}_d, s_0, \dots, s_{N-d-1})^T \quad (\text{C.1})$$

$$\underline{\mathbf{s}}_d^- = (s_{N-d}, \dots, s_{N-1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N-d})^T \quad (\text{C.2})$$

deux sous vecteurs du signal test. Alors on peut réécrire (4.13)

$$\underline{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{\beta} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^{(p_0)} \mathbf{H}_t'^{(p)} \left[\beta_{m-d_N^{(p)}}^{(p)} \underline{\mathbf{s}}_{d_0}^+ + \beta_{m-d_N^{(p)}-1}^{(p)} \underline{\mathbf{s}}_{d_0}^- \right] \quad (\text{C.3})$$

Ainsi, quelquesoit la valeur de d_N

$$\sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^{(p_0)} \beta_{m+d_N^{(p)}+1}^{(p)} = 0 \Rightarrow \underline{\boldsymbol{\epsilon}} = \underline{\mathbf{0}} \quad (\text{C.4})$$

ce qui entraîne directement (4.14).

La matrice de transmission étant définie par

$$\mathbf{H}_t'^{(p)} = \begin{pmatrix} 0 & h_{N-1}^t & \cdots & h_0^t & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{N-1}^t & \cdots & h_0^t \end{pmatrix} \quad (\text{C.5})$$

Si $h_n^t = 0$ pour $n > N - d_{\max}$ et $d < d_{\max}$, on peut considérer que l'on est dans le cas synchrone et on a

$$\mathbf{H}_t^{(p)} \underline{\mathbf{s}}_{d_0}^- = \mathbf{0} \quad (\text{C.6})$$

dans ce cas, $d_N^{(p)} = 0$ et (C.3) devient

$$\underline{\epsilon} = \frac{1}{\beta} \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m^{(p_0)} \mathbf{H}_t^{(p)} \beta_m^{(p)} \underline{\mathbf{s}}_{d_0}^+ \quad (\text{C.7})$$

C.2 Coefficients de Hadamard : définition et propriété

Les coefficients de Hadamard permettent de construire des vecteurs orthogonaux constitués de 1 et de -1. Chaque vecteur correspond à une ligne de la matrice de Hadamard. Cette dernière est définie par la relation de récurrence

$$\mathcal{H}_{2P} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_P & \mathcal{H}_P \\ \mathcal{H}_P & -\mathcal{H}_P \end{pmatrix}, \quad \text{avec } \mathcal{H}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.8})$$

De manière équivalente [98], chaque élément de la matrice de Hadamard est donné par

$$[\mathcal{H}_P]_{m,n} = \prod_{i=0}^{\log_2(P)-1} (-1)^{n_i m_i} \quad (\text{C.9})$$

Où n_i et m_i sont les éléments de la décomposition en base 2 des entiers n et m . C'est à dire

$$n = \sum_{i \geq 0} n_i 2^i \quad (\text{C.10})$$

avec $n_i \in \{0, 1\}$.

Cette décomposition binaire permet d'introduire l'opérateur \oplus OU-exclusif. Soit trois entier l , m , n dont l_i , n_i , m_i sont respectivement les éléments de leur décomposition en base 2. Alors

$$l = m \oplus n \Rightarrow \forall i : l_i = m_i \oplus n_i \quad (\text{C.11})$$

avec $0 \oplus 0 = 1 \oplus 1 = 0$ et $1 \oplus 0 = 1$. Il s'agit d'une addition sans retenues.

Le produit terme à terme de deux lignes de la matrice de Hadamard est alors donné par

$$\begin{aligned} [\mathcal{H}_P]_{l,n} \cdot [\mathcal{H}_P]_{m,n} &= \prod_{i=0}^{\log_2(P)-1} (-1)^{n_i l_i} \prod_{i=0}^{\log_2(P)-1} (-1)^{n_i m_i} \\ &= \prod_{i=0}^{\log_2(P)-1} (-1)^{n_i (l_i \oplus m_i)} \\ &= [\mathcal{H}_P]_{m \oplus l, n} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

C.3 Bruit résiduel de la moyenne sélective

C.3.1 Bruit causé par un réflectomètre

Dans le cas des séquences de Hadamards $\beta_m^{(p)} = [\mathcal{H}_P]_{p,m}$ le bruit résiduel lié aux erreurs d'horloge issu de la contribution d'un réflectomètre p est donné par

$$\mathbb{E} \left\{ \epsilon_n^{(p \oplus p_0)2} \right\} = -\frac{\Delta_N}{T_s} \frac{E_y}{NM^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} [\mathcal{H}_P]_{p, m \oplus n} |m - n| \quad (\text{C.13})$$

En utilisant la définition (C.9) des coefficients de Hadamard on peut réécrire (C.13) de la manière suivante

$$\mathbb{E} \left\{ \epsilon_n^{(p \oplus p_0)2} \right\} = -\frac{\Delta_N E_y}{NT_s} \frac{1}{M^2} \underbrace{\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} \prod_{i=0}^{\log_2(P)-1} (-1)^{p_i(n_i+m_i)} |m - n|}_{A(p)} \quad (\text{C.14})$$

Rappelons que p_i, m_i, n_i correspondent à la décomposition binaire des entiers p, m, n .

Soit la décomposition suivante $p = 2^\lambda(2q + 1)$ λ et q étant des entiers. Autrement dit 2^λ est la plus grande puissance de 2 qui divise p . Cela implique que pour $i < \lambda$, $p_i = 0$ et $p_\lambda = 1$. Donc (C.14) devient

$$A(p) = -\frac{1}{M^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} \prod_{i=\lambda+1}^{\log_2(P)-1} (-1)^{p_i(n_i+m_i)} (-1)^{n_\lambda+m_\lambda} |m - n| \quad (\text{C.15})$$

Afin d'alléger les écritures dans la suite, on pose

$$C_\lambda(m, n) \triangleq \prod_{i=\lambda+1}^{\log_2(P)-1} (-1)^{p_i(n_i-\lambda+1+m_i-\lambda-1)} \quad (\text{C.16})$$

et

$$Q \triangleq 2^{\lambda+1} \quad (\text{C.17})$$

On peut alors remarquer que $C_\lambda(n, n) = 1$ et $p = \frac{Q}{2}(2q + 1)$. En faisant les décompositions¹

1. Autrement dit $q1 = \sum_{i \geq 0} n_i 2^i$ et $r1 = \sum_{i \geq 0} n_{i-\lambda-1} 2^i$

$m = q1 + Qr1$ et $n = q2 + Qr2$, (C.15) peut alors se réécrire

$$\begin{aligned} A(p) &= -\frac{1}{M^2} \sum_{r1=0}^{\frac{M}{Q}} \sum_{r2=0}^{\frac{M}{Q}} C_\lambda(r1, r2) \sum_{q1=0}^{Q-1} \sum_{q2=0}^{Q-1} (-1)^{q1\lambda+q2\lambda} |q2 - q1 + Q(r2 - r1)| \\ &= -\frac{1}{MQ} \sum_{q1=0}^{Q-1} \sum_{q2=0}^{Q-1} (-1)^{q1\lambda+q2\lambda} |q2 - q1| \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

$$\begin{aligned} &+ \underbrace{\frac{1}{M^2} \sum_{r1=0}^{\frac{M}{Q}} \sum_{\substack{r2 \geq 0 \\ r2 \neq r1}}^{\frac{M}{Q}} C_\lambda(r1, r2) \sum_{q1=0}^{Q-1} \sum_{q2=0}^{Q-1} (-1)^{q1\lambda+q2\lambda} |q2 - q1 + Q(r2 - r1)|}_{=0} \\ &= \frac{1}{MQ} \underbrace{\sum_{q1=0}^{Q/2-1} \sum_{q2=0}^{Q/2-1} \left(\left| q2 - q1 - \frac{Q}{2} \right| + \left| q2 - q1 + \frac{Q}{2} \right| - 2|q2 - q1| \right)}_{S_q} \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

L'annulation du second membre de (C.18) s'explique par le fait que $r = r2 - r1 \geq 1$ et $|q1 - q2| < Q$. En effet, dans ce cas on a

$$|Qr + q2 - q1| + |Qr - q2 + q1| = 2Qr \quad (\text{C.20})$$

Ainsi

$$\sum_{q1=0}^{Q-1} \sum_{q2=0}^{Q-1} (-1)^{q1\lambda+q2\lambda} |q2 - q1 + Q(r2 - r1)| = Q(r2 - r1) \left(2 \sum_{q1=0}^{Q-1} \sum_{\substack{q2 \geq 0 \\ q2 < q1}}^{Q-1} (-1)^{q1\lambda+q2\lambda} + Q \right) = 0$$

De la même façon, on peut utiliser l'égalité (C.20) pour le calcul de (C.19). Il vient alors²

$$\begin{aligned} S_q &= \sum_{q1=0}^{Q/2-1} \sum_{q2=0}^{Q/2-1} \left(\left| q2 - q1 - \frac{Q}{2} \right| + \left| q2 - q1 + \frac{Q}{2} \right| + 2|q2 - q1| \right) \\ &= \sum_{q1=0}^{Q/2-1} \sum_{q2=0}^{Q/2-1} (Q - 2|q2 - q1|) \\ &= \frac{Q^3}{4} - 2 \sum_{l=1}^{Q/2-1} (Q - 2l)l \\ &= \frac{Q^3}{6} + \frac{Q}{3} \end{aligned}$$

ce qui donne

$$A(p) = \frac{1}{3M} \left(\frac{Q^2}{2} + 1 \right) \quad (\text{C.21})$$

Finalement, en reprenant (C.14), on aboutit à

$$\mathbb{E} \left\{ \epsilon_n^{(p \oplus p_0)^2} \right\} = -\frac{\Delta_N}{T_s} \frac{E_y}{3NM} \left(\frac{Q^2}{2} + 1 \right) \quad (\text{C.22})$$

2. On utilise ici l'égalité $\sum_{a=1}^n a^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

On constate ainsi que pour une valeur de n donnée on obtiendra la même quantité de bruit pour $2^n \leq p < 2^{n+1}$.

C.3.2 Calcul du bruit total causé par l'ensemble des réflectomètres

La section précédente fait donner le bruit correspondant à la contribution d'un module. Afin d'avoir le bruit d'interférence total il faut faire la somme des bruits de tous les modules. Ce bruit d'interférence total de la mesure finale est donné par

$$\mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^T \underline{\epsilon} \} = N \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq p_0}}^{P-1} \mathbb{E} \{ \epsilon_n^{(p)2} \} \quad (\text{C.23})$$

On considère ici que P , le nombre total de modules, est une puissance de 2 et d'après (C.22), l'énergie du bruit causé par un module dépend uniquement de la plus grande puissance de 2 qui divise p noté $Q/2 = 2^\lambda$. On peut donc écrire

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^T \underline{\epsilon} \} &= E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \left(\frac{P}{2} A(1) + \frac{P}{4} A(2) + \frac{P}{8} A(4) + \dots \right) \\ &= E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \frac{1}{3M} \sum_{r=0}^{\log_2(P)-1} \frac{P}{2^{r+1}} \left(\frac{2^{2(r+1)}}{2} + 1 \right) \end{aligned}$$

Après calcul de cette somme géométrique on aboutit à

$$\boxed{\mathbb{E} \{ \underline{\epsilon}^T \underline{\epsilon} \} = E_y \frac{\Delta_N}{T_s} \frac{1}{3M} (P^2 - 1)} \quad (\text{C.24})$$

Distributions de probabilité usuelles et résultats associés

Les trois premières sections de cette annexe rappellent les lois de probabilité utilisées dans ce mémoire. La dernière section donne la démonstration de la relation (5.33) utilisée au chapitre 5.

D.1 Loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$

Une variable $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ suivant une loi normale a pour densité de probabilité

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Les moments d'ordre 1 et 2 sont

$$\mathbb{E}(X) = \mu, \quad \mathbb{E}(X^2) = \sigma^2.$$

D.2 Loi normale repliée

La valeur absolue d'une variable aléatoire gaussienne, $Y = |X|$, suit en loi une distribution gaussienne repliée ou *folded normal distribution*. Dans le cas particulier où la variable gaussienne est centrée, on parle aussi de demi-gaussienne. L'expression de la densité de probabilité est

$$p_Y(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(x+\mu)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right] \cdot \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(x),$$

où μ et σ sont respectivement la moyenne et l'écart type de la variable gaussienne X . Les moments d'ordre 1 et 2 sont

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{Y\} &= \sigma\sqrt{2/\pi} e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}} + \mu [1 - 2\Phi(-\mu/\sigma)], \\ \mathbb{E}\{Y^2\} &= \mu^2 + \sigma^2 - \left\{ \sigma\sqrt{2/\pi} e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}} + \mu [1 - 2\Phi(-\mu/\sigma)] \right\}^2, \end{aligned}$$

D.3 Loi de Bernoulli $\mathcal{Ber}(\lambda)$

Une variable aléatoire $X \sim \mathcal{Ber}(\lambda)$ suivant une loi de Bernoulli a pour valeur 0 ou 1. Sa densité de probabilité est

$$p_X(x) = (1 - \lambda)\delta(x) + \lambda\delta(x - 1),$$

et

$$\mathbb{E}\{X\} = \lambda.$$

D.4 Norme L1 et séquence M bruitée, démonstration de (5.33)

Le calcul de l'espérance du test statistique Θ_{L1} , utilisé au chapitre 5, constitue un cas particulier intéressant du point de vue de l'étude théorique. Cette annexe fournit donc la démonstration de la relation (5.33) que nous avons pu établir.

Soit le signal

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} + \mathbf{n}, \quad (\text{D.1})$$

où \mathbf{y} est une séquence M d'amplitude A et \mathbf{n} est un bruit gaussien de variance σ^2 . Le critère qui nous intéresse ici est la norme L1 qui s'écrit

$$\Theta_{L1} = \sum_{n=0}^{N-1} \Theta_n = \sum_{n=0}^{N-1} |\hat{y}_n| \quad (\text{D.2})$$

Chaque élément Θ_n suit une loi gaussienne repliée ou *folded normal distribution*. Dans le cas particulier où la variable gaussienne est centrée, on parle aussi de demi-gaussienne. L'expression de la densité de probabilité est

$$\Theta_n \sim p_{\Theta_n|y_n}(\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(\theta+y_n)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(\theta-y_n)^2}{2\sigma^2}} \right] \cdot \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(\theta), \quad (\text{D.3})$$

On peut en déduire l'espérance

$$\mathbb{E}\{\Theta_n|y_n\} = \sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{y_n^2}{2\sigma^2}} + y_n \operatorname{erf}\left(\frac{y_n}{\sigma\sqrt{2}}\right), \quad (\text{D.4})$$

où erf est la *fonction erreur*. On a donc

$$\mathbb{E}\{\Theta_{L1}|\mathbf{y}\} = \sum_{n=0}^{N-1} \sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{y_n^2}{2\sigma^2}} + y_n \operatorname{erf}\left(\frac{y_n}{\sigma\sqrt{2}}\right) \quad (\text{D.5})$$

On peut développer cette expression en utilisant la série de Taylor de la fonction erreur qui est donnée par

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{(2n+1) \cdot n!} z^{2n+1} \quad (\text{D.6})$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{z}{2n+1} \prod_{k=1}^l \frac{-z^2}{k}. \quad (\text{D.7})$$

En injectant cette relation dans (D.5), il vient

$$\mathbb{E}\{\Theta_{L1}|\mathbf{y}\} = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{y_n^2}{2\sigma^2}} + \frac{y_n}{\sigma\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \prod_{k=1}^l \left[\frac{-1}{k} \cdot \left(\frac{y_n}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2 \right] \right\} \quad (\text{D.8})$$

Si l'on fait l'hypothèse que le signal $\underline{\mathbf{y}}$ est une séquence M d'amplitude A , $y_n \in \{-A, A\}$, donc on a $|y_n| = A$ et $y_n^2 = A^2$. On obtient alors

$$\mathbb{E} \{ \Theta_{L1} | \underline{\mathbf{y}} \} = N \left\{ \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} + \frac{A^2}{\sigma\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \prod_{k=1}^l \left[\frac{-1}{k} \cdot \left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2 \right] \right\} \quad (\text{D.9})$$

$$= N \left[\sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} + A \cdot \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right] \quad (\text{D.10})$$

Publications

- A. Lelong, M. O. Carrion, V. Degardin, and M. Lienard, “On line wiring diagnosis by modified spread spectrum time domain reflectometry,” in *Piers*, Cambridge MA, July 2008.
- A. Lelong, M. O. Carrion, V. Degardin, and M. Lienard, “Characterization of electromagnetic radiation caused by on line wire diagnosis,” in *URSI*, 2008.
- A. Lelong, L. Sommervogel, N. Ravot, and M. O. Carrion, “Distributed reflectometry method for wire fault location using selective average,” *Sensors Journal, IEEE*, vol. 10, no. 2, pp. 300–310, Feb. 2010.
- A. Lelong and M. Carrion, “On line wire diagnosis using multicarrier time domain reflectometry for fault location,” *Sensor* oct. 2009, pp. 751 –754.

Brevets

- Adrien LELONG and Marc OLIVAS, MULTICARRIER REFLECTOMETRY DEVICE AND METHOD FOR THE ON-LINE DIAGNOSTIC TESTING OF AT LEAST ONE TRANSMISSION LINE, Word Patent, Novembre 2009. WO2009138391.
- Adrien LELONG, DEVICE AND METHOD OF DISTRIBUTED REFLECTOMETRY FOR DIAGNOSING A TRANSMISSION NETWORK, Word Patent, Avril 2010. WO2010043602.
- Adrien LELONG, DÉTECTION ET LOCALISATION DE DÉFAUTS INTERMITTENTS DANS DES RÉSEAUX FILAIRES COMPLEXES EN MILIEU BRUITÉ, Soumis à l’INPI.
- Adrien LELONG, MESURES HAUTE RÉOLUTION À FAIBLE COÛT DE CALCUL, Soumis à l’INPI.

- [1] *Review of Federal Programs for Wire System Safety*, National Science and Technology Council Committee on Technology, 2000. [Online]. Available : www.whitehouse.gov/sites/default/files/microsites/ostp/wire_rpt.pdf
- [2] [Online]. Available : <http://www.tc.gc.ca/fra/aviationcivile/publications/tp14331-section5-3247.htm>
- [3] C. Furse and R. Haupt, "Down to the wire [aircraft wiring]," *Spectrum, IEEE*, vol. 38, no. 2, pp. 34–39, Feb 2001.
- [4] "Seeds - 0defects le diagnostic de câbles dans les transports terrestres," CEA LIST, Tech. Rep., 2010. [Online]. Available : <http://www.predit.prd.fr/predit3/documentFo.fo?cmd=visualize&inCde=37649>
- [5] *Guide de sélection de l'outil de test de câblage le mieux adapté à vos besoins*, Fluke networks. [Online]. Available : <http://www.flukenetworks.com/fnet/fr-fr/StreamIt?Document=2447149&sot=true>
- [6] K. Noborio, "Measurement of soil water content and electrical conductivity by time domain reflectometry : a review," *Computers and Electronics in Agriculture*, vol. 31, pp. 213–327, 2001.
- [7] W. Allen Marr and C. Fairhurst, *Nondestructive and automated testing for soil and rock properties*, A. International, Ed., 1999. [Online]. Available : <http://books.google.fr/books?id=0btxNJduamAC>
- [8] W. Liu, R. G. Hunsperger, M. J. Chajes, K. J. Folliard, and E. Kunz, "Corrosion detection of steel cables using time domain reflectometry," *Journal of Materials in Civil Engineering*, vol. 14, no. 3, pp. 217–223, 2002. [Online]. Available : <http://link.aip.org/link/?QMT/14/217/1>
- [9] P. Somlo, "The locating reflectometer," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 20, no. 2, pp. 105 – 112, feb 1972.
- [10] M. Hartebrodt and K. Kabitzsch, "Fault detection in fieldbuses with time domain reflectometry," in *AFRICON, 2004. 7th AFRICON Conference in Africa*, vol. 1, 17-17 2004, pp. 391–396 Vol.1.
- [11] M. A. McFerrin, "Tdr cable fault location," US PATENT, Août 1971, 3727128.
- [12] M. Hélier, *Techniques micro-ondes - Structures de guidage, dispositifs passifs et tubes micro-ondes*, Ellipses, Ed. Technosup (Paris), 2001. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=CLogAAAACAAJ&dq=9782729804978&hl=fr&cd=1>
- [13] C. R. Paul, *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*, W. Interscience, Ed. Wiley Interscience, 1994.

- [14] C. Buccella, M. Feliziani, and G. Manzi, "Identification and localization of defects in shielded cables by a numerical/experimental procedure," in *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on*, vol. 1, 18-22 Aug. 2003, pp. 213-218vol.1.
- [15] C. F. Lance Allen Griffiths, Rohit Parakh and B. Baker, "The invisible fray : A critical analysis of the use of reflectometry for fray location," *IEEE SENSORS JOURNAL*, vol. 6, pp. 697-706, June 2006.
- [16] M. Zimmermann and K. Dostert, "A multipath model for the powerline channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 4, pp. 553 -559, apr 2002.
- [17] J. Schutt-Aine, "High-frequency characterization of twisted-pair cables," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 4, pp. 598 -601, apr 2001.
- [18] C. Valenti, "Next and fext models for twisted-pair north american loop plant," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 5, pp. 893 -900, jun 2002.
- [19] D. Agrez, "Approximation of the skin effect to improve cable-fault location by tdr," *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2003. IMTC '03. Proceedings of the 20th IEEE*, vol. 1, pp. 50-53, May 2003.
- [20] C.-W. Hsue and T.-W. Pan, "Reconstruction of nonuniform transmission lines from time-domain reflectometry," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 1, pp. 32-38, Jan 1997.
- [21] T.-W. Pan and C.-W. Hsue, "Modified transmission and reflection coefficients of nonuniform transmission lines and their applications," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 12, pp. 2092-2097, Dec 1998.
- [22] S. Galli and K. Kerpez, "Single-ended loop make-up identification-part i : a method of analyzing tdr measurements," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 55, no. 2, pp. 528-537, April 2006.
- [23] K. Kerpez and S. Galli, "Single-ended loop-makeup identification-part ii : improved algorithms and performance results," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 55, no. 2, pp. 538-549, April 2006.
- [24] C. Castanié, "Modèle de lignes de transmission non uniformes pour l'étude de couplages électromagnétiques sur des réseaux de cbles," Ph.D. dissertation, Université Paul Sabatier, Octobre 2002.
- [25] M. O. Carrion, "Communications sur le réseau d'énergie électrique d'un véhicule : modélisation et analyse du canal de propagation," Ph.D. dissertation, Université des Sciences et Technologies de Lille, Juillet 2006.
- [26] J. Mars, *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens : Techniques avancées, Volume 3*, E. TECHNIP, Ed. Publications de l'Institut français du pétrole, 2004. [Online]. Available : http://books.google.fr/books?id=Sn3M1YuMQuAC&printsec=frontcover&source=gbs.v2_summary_r&cad=0#v=onepage&q=&f=false
- [27] C. Furse, Y. C. Chung, C. Lo, and P. Pendayala, "A critical comparison of reflectometry methods for location of wiring faults," *Smart Structures and systems*, vol. 2, pp. 25-46, 2006.
- [28] H. Vanhamme, "High resolution frequency-domain reflectometry," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 39, no. 2, pp. 369-375, April 1990.
- [29] H. Van Hamme, "Maximum likelihood estimation of superimposed complex sinusoids in white gaussian noise by reduced effort coarse search (recs)," *Signal Processing, IEEE Transactions on [see also Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on]*, vol. 39, no. 2, pp. 536-538, Feb. 1991.
- [30] H. Van hamme, "High resolution frequency-domain reflectometry by estimation of modulated superimposed complex sinusoids," in *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1992. IMTC '92., 9th IEEE*, 12-14 May 1992, pp. 106-113.

- [31] P. Tsai, C. Lo, Y. C. Chung, and C. Furse, "Mixed-signal reflectometer for location of faults on aging wiring," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 5, no. 6, pp. 1479–1482, Dec. 2005.
- [32] Y. C. Chung, C. Furse, and J. Pruitt, "Application of phase detection frequency domain reflectometry for locating faults in an f-18 flight control harness," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 47, no. 2, pp. 327–334, May 2005.
- [33] B. C. de la Torre, "Dsl line tester using wideband frequency domain reflectometry," Ph.D. dissertation, University of Saskatchewan, Saskatoon, Saskatchewan, Canada, August 2004.
- [34] B. Celaya and D. Dodds, "Single-ended dsl line tester," in *Electrical and Computer Engineering, 2004. Canadian Conference on*, vol. 4, 2-5 May 2004, pp. 2155–2158 Vol.4.
- [35] T. Engdahl, "Time domain reflectometer (tdr)," 2000, <http://www.epanorama.net/circuits/tdr.html>. [Online]. Available : <http://www.epanorama.net/circuits/tdr.html>
- [36] M. Pays, "Localisation de défauts dans les réseaux de câbles d'énergie," *Techniques de l'ingénieur*, vol. D, p. 4540, 1987.
- [37] H. Kuzyk, "Câbles d'énergie : prélocalisation des défauts par échométrie," *Techniques de l'ingénieur*, vol. D, p. 4542, 2006.
- [38] G. Turin, "An introduction to matched filters," *Information Theory, IRE Transactions on*, vol. 6, no. 3, pp. 311–329, June 1960.
- [39] V. Telasula, C. Furse, and D. C. Lo, "Selection criteria of test signals for correlation-based wire fault analysis," May 2006, à paraître dans *IEEE Sensor Journal*.
- [40] P. Smith, C. Furse, and J. Gunther, "Analysis of spread spectrum time domain reflectometry for wire fault location," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 5, no. 6, pp. 1469–1478, Dec. 2005.
- [41] P. Smith, "Spread spectrum time domain reflectometry," Ph.D. dissertation, UTAH STATE UNIVERSITY, 2003.
- [42] E. Nishiyama, C. Nishijima, and K. Kuwanami, "A method for fault detecting on twisted pair cable network by use of m-sequence correlation," in *Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE*, vol. 2, 2-6 Nov. 2004, pp. 1929–1934 Vol.2.
- [43] E. Nishiyama and K. Kuwanami, "Fault detection for power transmission line by use of m-sequence correlation," in *Transmission and Distribution Conference and Exhibition 2002 : Asia Pacific. IEEE/PES*, vol. 1, 6-10 2002, pp. 465 – 469 vol.1.
- [44] V. Taylor and M. Faulkner, "Line monitoring and fault location using spread spectrum on power line carrier," in *Generation, Transmission and Distribution, IEEE Proceedings*, vol. 143, no. 5, Sept. 1996, pp. 427–434.
- [45] C. Furse, P. Smith, M. Safavi, and C. Lo, "Feasibility of spread spectrum sensors for location of arcs on live wires," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 5, no. 6, pp. 1445–1450, Dec. 2005.
- [46] C. R. Sharma, C. Furse, and R. R. Harrison, "Low-power stdr cmos sensor for locating faults in aging aircraft wiring," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 7, no. 1, pp. 43–50, Jan. 2007.
- [47] N. Ravot, "Analyse et diagnostic de réseaux filaires complexes par réflectométrie," Ph.D. dissertation, Université de Paris-Sud. Faculté des Sciences d'Orsay (Essonne), Septembre 2007. [Online]. Available : <http://www.sudoc.abes.fr/DB=2.1/SET=4/TTL=1/CMD?ACT=SRCHA&IKT=1016&SRT=RLV&TRM=Analyse+et+diagnostic+de+reseaux+filaires+complexes+par+reflectometrie>
- [48] G. Fleury, *Analyse spectrale*, TECHNOSUP, Ed. Ellipses, 2001.
- [49] G. B. Collectif, *Radiocommunications numériques : Principes, modélisation et simulation, Volume 1*, Dunod, Ed., 2002. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=wy4yHQAACAAJ>

- [50] M. K. Simon, *Spread Spectrum Communications Handbook*, M. Hill, Ed. illustrée, 1994. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=ZDKGQgAACAAJ>
- [51] R. Lawton, S. Riad, and J. Andrews, "Pulse and time-domain measurements," *Proceedings of the IEEE*, vol. 74, no. 1, pp. 77–81, Jan. 1986.
- [52] D. Lee, J. Sung, and J. Park, "A 16ps-resolution random equivalent sampling circuit for tdr utilizing a vernier time delay generation," in *Nuclear Science Symposium Conference Record, 2003 IEEE*, vol. 2, 19-25 Oct. 2003, pp. 1219–1223Vol.2.
- [53] J. hui Song, F. Yuan, and Z. liang Ding, "High-speed random equivalent sampling system for time-domain reflectometry," J. Tan and X. Wen, Eds., vol. 7133, no. 1. SPIE, 2008, p. 71330W. [Online]. Available : <http://link.aip.org/link/?PSI/7133/71330W/1>
- [54] K. Dostert, *Powerline communications*, P. H. PTR, Ed. Prentice Hall communications engineering and emerging technologies series, 2001. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=BxV2QgAACAAJ>
- [55] V. Dégardin, "Analyse de la faisabilité d'une transmission de données haut débit sur le réseau électrique basse tension," Ph.D. dissertation, Université des sciences et technologies de Lille, 2002.
- [56] A. Lelong, M. O. Carrion, V. Degardin, and M. Lienard, "Characterization of electromagnetic radiation caused by on line wire diagnosis," in *URSI*, 2008.
- [57] C. Lo and C. Furse, "Noise-domain reflectometry for locating wiring faults," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 47, no. 1, pp. 97–104, Feb 2005.
- [58] A. Lelong, M. O. Carrion, V. Degardin, and M. Lienard, "On line wiring diagnosis by modified spread spectrum time domain reflectometry," in *Piers*, Cambridge MA, July 2008.
- [59] S. Naik, C. Furse, and B. Farhang-Boroujeny, "Multicarrier reflectometry," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 6, no. 3, pp. 812–818, June 2006.
- [60] P. Amini, C. Furse, and B. Farhang-Boroujeny, "Filterbank multicarrier reflectometry for cognitive live wire testing," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 9, no. 12, pp. 1831–1837, Dec. 2009.
- [61] A. Lelong and M. Carrion, "On line wire diagnosis using multicarrier time domain reflectometry for fault location," oct. 2009, pp. 751 –754.
- [62] D. G. M. John G. Proakis, *Digital signal processing*, P. P. Hall, Ed. the University of Michigan, 2006. [Online]. Available : http://books.google.com/books?id=H_5SAAAAMAAJ&hl=fr
- [63] M. R. Schroeder, "Synthesis of low-peak-factor signals and binary sequences with low auto-correlation," *IEEE Transaction on information Theory*, vol. 16, pp. 85–89, January 1970.
- [64] P. Guillaume, J. Schoukens, R. Pintelon, and I. Kollar, "Crest-factor minimization using non-linear chebyshev approximation methods," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 40, no. 6, pp. 982 –989, dec. 1991.
- [65] A. Horner and J. Beauchamp, "A genetic algorithm-based method for synthesis of low peak amplitude signals," *Journal of Acoustical Society of America*, vol. 99 (1), pp. 433–443, 1996.
- [66] J. Idier, *Problèmes inverses mal posés, imagerie*.
- [67] —, *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*, H. science publ, Ed., 2001. [Online]. Available : <http://books.google.fr/books?id=hDfIPAAACAAJ>
- [68] V. Mazet, "Développement de méthodes de traitement de signaux spectroscopiques : estimation de la ligne de base et du spectre de raies," Ph.D. dissertation, Université Henri Poincaré, Nancy 1, 2005. [Online]. Available : <http://lsiit-miv.u-strasbg.fr/lsiit/perso/mazet/phd-fr.htm>
- [69] O. Rabaste, "Estimation de canaux multitrajets. applications à la tomographie acoustique océanique active discrète," Ph.D. dissertation, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne, Novembre 2006.

- [70] B. Jeffs and M. Gunsay, "Restoration of blurred star field images by maximally sparse optimization," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 2, no. 2, pp. 202–211, apr 1993.
- [71] V. Mazet, D. Brie, and C. Caironi, "Sparse spike train deconvolution using the hunt filter and a thresholding method," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 5, pp. 486–489, may 2004. [Online]. Available : <http://lsiit-cnrs.unistra.fr/Publications/2004/MBC04>
- [72] D. D. S. S. Chen and M. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 20, no. 1, p. 33–61, 1998.
- [73] R. Tibshirani, "Regression shrinkage and selection via the lasso," *Journal of the Royal Statistical Society Serie B*, vol. 58, no. 1, p. 267–288, 1996.
- [74] I. Daubechies, M. Defrise, and C. De Mol, "An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 57, pp. 1413 – 1457, 2004. [Online]. Available : <http://www3.interscience.wiley.com/journal/109602450/abstract?CRETRY=1&SRETRY=0>
- [75] A. Beck and M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems," *SIAM J IMAGING SCIENCE*, vol. 2 No. 1, pp. 183–202, 2009.
- [76] I. Selesnick, "Sparse signal restoration," <http://cnx.org/content/m32168/latest/>. [Online]. Available : <http://cnx.org/content/m32168/latest/>
- [77] C. Buccella, M. Feliziani, and G. Manzi, "Detection and localization of defects in shielded cables by time-domain measurements with uwb pulse injection and clean algorithm postprocessing," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 46, no. 4, pp. 597–605, November 2004.
- [78] S. Bourguignon, "Analyse spectrale à haute résolution de signaux irrégulièrement échantillonnés : application à l'astrophysique," Ph.D. dissertation, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2006.
- [79] S. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, dec 1993.
- [80] U. J. Schwarz, "Mathematical-statistical description of the iterative beam removing technique (method clean)," *Astronomy and Astrophysics*, vol. 65, p. 345, 1978.
- [81] W. L. Gans, "The measurement and deconvolution of time jitter in equivalent-time waveform samplers," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 32, no. 1, pp. 126–133, march 1983.
- [82] K. Kaaresen and T. Taxt, "Multichannel blind deconvolution of seismic signals." *Geophysics*, vol. 63(6), p. 2093–2107, 1998.
- [83] S. Gautier, J. Idier, F. Champagnat, A. Mohammad-Djafari, and B. Lavayssière, "Traitement d'échogrammes ultrasonores par déconvolution aveugle," in *GRETSI*, 1997.
- [84] F. Porée, "Estimation et suivi de temps de retard pour la tomographie acoustique océanique," Ph.D. dissertation, Université Rennes 1, 2001. [Online]. Available : <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00439634/>
- [85] A. N. Tychonoff and V. Y. Arsenin, *Solution of Ill-posed Problems*. Washington : Winston & Sons, 1977.
- [86] P. B. Frédéric Rotella, *Théorie et pratique du calcul matriciel*. Editions TECHNIP, 1995. [Online]. Available : <http://books.google.fr/books?id=lf05frChBi8C>
- [87] D. Rodriguez, G. Theis, "An algorithm for estimating the optimal regularization parameter by the l-curve," *Rendiconti di Matematica*, vol. 25, pp. 69–84, 2005. [Online]. Available : [www.mat.uniroma1.it/ricerca/rendiconti/2005\(1\)/69-84.pdf](http://www.mat.uniroma1.it/ricerca/rendiconti/2005(1)/69-84.pdf)
- [88] N. Ravot, F. Auzanneau, Y. Bonhomme, M. O. Carrion, and F. Bouillault, "Distributed reflectometry-based diagnosis for complex wired networks," in *EMC : Safety, Reliability and Security of Communication and Transportation Syst, EMC Workshop*, Paris, June 2007.

- [89] K. G. Beauchamp, *Walsh functions and their applications*, A. Press, Ed., 1975. [Online]. Available : http://books.google.com/books?id=jU_vAAAAMAAJ
- [90] A. Lelong, L. Sommervogel, N. Ravot, and M. O. Carrion, "Distributed reflectometry method for wire fault location using selective average," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 10, no. 2, pp. 300–310, Feb. 2010.
- [91] L. Hayden and V. Tripathi, "Calibration methods for time domain network analysis," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 41, no. 3, pp. 415–420, mar. 1993.
- [92] R. McDonough and A. Whalen, *Detection of signals in noise*. Academic Press, 1995. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=CVJf2vHEF4eC>
- [93] A. Slaby, "Roc analysis with matlab," in *ITI 2007. 29th International Conference on Information Technology Interfaces.*, 25-28 2007, pp. 191–196.
- [94] E. Scheuer, "Reliability of an m-out-of-n system when component failure induces higher failure rates in survivors," *Reliability, IEEE Transactions on*, vol. 37, no. 1, pp. 73–74, apr. 1988.
- [95] D. Hammarwall, M. Bengtsson, and B. Ottersten, "Acquiring partial csi for spatially selective transmission by instantaneous channel norm feedback," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 3, pp. 1188–1204, mar. 2008.
- [96] G. Saporta, *Probabilités, analyse des données et statistique*, E. TECHNIP, Ed., 2006. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=rprNjztQYPAC>
- [97] [Online]. Available : <http://www.dspunit.org>
- [98] N. Ahmed and K. R. Rao, *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer, Ed. l'Université du Michigan, 1975. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=pe1SAAAAMAAJ>

Résumé

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse portent sur le diagnostic de réseaux filaires en ligne. Il s'agit de détecter et de localiser des défauts électriques permanents ou intermittents sur le réseau d'un système alors que celui-ci est en fonctionnement. Ce type de diagnostic passe par des méthodes basées sur le principe de la réflectométrie, utilisées jusqu'alors pour le diagnostic hors ligne. L'objectif est l'étude et l'optimisation de méthodes de réflectométrie et la mise au point des traitements associés dans le but d'automatiser le diagnostic et de l'embarquer au sein du système cible pour une exécution en temps réel.

La première contribution concerne l'utilisation de signaux multiporteuses afin de minimiser les interférences entre le système cible en fonctionnement et la réflectométrie. Cela requiert la mise en oeuvre d'algorithmes de déconvolution impulsionnelle également utilisés pour effectuer les traitements haute résolution. Une méthode de déconvolution semi-aveugle à faible coût de calcul est notamment proposée. Le cas de la réflectométrie distribuée, qui consiste à effectuer l'injection et la mesure simultanément en plusieurs points d'un même réseau est également abordé. Une méthode de filtrage innovante, qualifiée de "moyennes sélectives", est proposée pour résoudre le problème des interférences entre les modules soulevé par l'injection simultanée de plusieurs signaux. Enfin, les différents aspects liés à la mise en oeuvre et à l'automatisation sont traités. Un algorithme innovant de détection des défauts intermittents en milieu bruité est notamment proposé.

Abstract

Research works presented in this thesis rely on on line diagnosis of wire networks. It consists in detecting and locating intermittent or permanent electrical faults, on a system's network while this system is running. Such a diagnosis is based on the principle of reflectometry which is used for off line diagnosis until then. The aim is the analysis and improvement of reflectometry methods and the implementation of related processing in order to automate and to embed it in the target system for a real time execution.

The first contribution refers to the use of multicarrier signals so as to minimize interferences between the running target system and the reflectometry module. Pulse deconvolution algorithms are required for this purpose. These algorithms are also used for high resolution processing described subsequently. A low computational cost semi-blind deconvolution method is proposed among others. Distributed reflectometry, consisting in the simultaneous injection of signals at several points of the network, is then studied. An innovative filtering method called "selective average" is proposed as a solution to the problem of interferences due to the simultaneous injection of the modules. Finally several considerations on the implementation and automation are studied. An innovative intermittent fault detection algorithm for noisy environment is also proposed.