

École doctorale ENGSYS-632

Thèse de doctorat de l'Université de Lille

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'Université de Lille

Spécialité « Acoustique »

présentée et soutenue publiquement par

Sarah Tessier Brothelande

le 12 décembre 2022

Modulation spatio-temporelle d'un cristal phononique piézoélectrique : expériences et simulations en régimes subsonique, sonique et supersonique

Directeur de thèse : **Bertrand Dubus, Directeur de Recherche CNRS IEMN Lille**
Co-encadrant de thèse : **Charles Croënne, Chargé de Recherche CNRS IEMN Lille**

Jury

Fabrice Lemoult,	Maître de Conférences HDR, ESPCI Paris	Rapporteur
Bruno Morvan,	Professeur, Université du Havre	Rapporteur
Sarah Benchabane,	Directrice de Recherche CNRS, FEMTO-ST Besançon	Examinatrice
Olivier Bou Matar,	Professeur, École Centrale de Lille	Président
Vincent Pagneux,	Directeur de Recherche CNRS, LAUM Le Mans	Examinateur
Marie-Fraise Ponge,	Maîtresse de Conférences, INP Bordeaux	Examinatrice

IEMN UMR 8520, Villeneuve d'Ascq,
JUNIA-ISEN, 41 Boulevard Vauban, 59800 Lille

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Olivier Bou Matar, Professeur à l'École Centrale de Lille, pour m'avoir fait l'honneur de présider ce jury. Je souhaite également exprimer ma reconnaissance envers Fabrice Lemoult, Maître de Conférences à l'ESPCI de Paris, et Bruno Morvan, Professeur à l'Université du Havre, pour avoir accepté de rapporter cette thèse et pour toutes leurs questions et remarques intéressantes et bienveillantes lors de la soutenance de la thèse. Merci également à Sarah Benchabane, Directrice de Recherche CNRS à FEMTO-ST Besançon, Vincent Pagneux, Directeur de Recherche CNRS au LAUM de Le Mans, et Marie-Fraise Ponge, Maîtresse de Conférences à l'INP de Bordeaux, pour avoir bien voulu examiner ces travaux de thèse.

Je remercie mon directeur de thèse Bertrand Dubus et mon co-encadrant Charles Croënne pour m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce sujet très intéressant. Merci de m'avoir dédié de leur temps et d'avoir partagé leurs différentes connaissances théoriques qui m'ont aidé à prendre en main le sujet et à interpréter les résultats obtenus au cours de ces travaux. Je remercie également l'équipe du L2EP, notamment Michel Amberg et Frédéric Giraud, qui a conçu et développé l'électronique nécessaire à tous les résultats obtenus lors de cette thèse et sans qui les travaux expérimentaux n'auraient pas été possibles.

Je tiens également à remercier mes pair·esses Bordelais·es, notamment Olivier Poncelet et Marie-Fraise Ponge. Merci à Olivier pour m'avoir transmis sa passion de l'acoustique tout d'abord à travers son cours de Master 1, puis en m'acceptant en tant que stagiaire en 2018 à l'I2M. Merci à Marie-Fraise Ponge qui m'a encadrée lors de mon stage de Master 2 en 2019, qui m'a conseillée d'effectuer ma thèse à l'IEMN, conseil sans lequel je n'aurais peut-être jamais postulé pour ce qui est maintenant *ma* thèse.

Merci beaucoup à Florian Allein et Monique Pouille pour m'avoir aidé sur tous les aspects expérimentaux, m'ayant permis de mettre en place un banc expérimental digne de ce nom. Un grand merci également à Michel Amberg qui m'a dédié beaucoup de son temps, tout d'abord lors du premier confinement à travers de nombreuses visioconférences afin de prendre en main le dispositif du L2EP, puis lors des deux années suivantes de manière périodique pour son aide concernant les aspects expérimentaux liés à l'électronique. Ce fût un plaisir de travailler sous forme de travaux pratiques avec lui, même à distance.

Merci à mes collègues de bureau, Arthur Terroir, Paul Cambourian et Ricardo Alcorta Galván pour ces trois années de nombreuses conversations intéressantes, étonnantes et divertissantes. Mention spéciale à Paul qui a suivi le même planning de rendu de manuscrit et de soutenance que moi, et qui a partagé ma souffrance de la rédaction malgré lui : on a réussi à le faire ! Merci à Ricardo d'avoir subit (et participé à !) mes karaokés forcés lors des derniers soirs avant le rendu du manuscrit, rendant ce moment stressant plus soutenable. Merci également à mes autres collègues Sam, Arthur, Pascal et Marco pour leur sympathie et les moments passés ensemble.

Un grand merci à mes amis, tout d'abord les Lillois : la Barf, Romain et Enya, pour toutes ces soirées formidables, parfois hors du temps, et pour m'avoir attribué le grade de capitaine de Bigoudinie. Merci également à Célestine et Mehdi pour les multiples apéros à la Citadelle et

au Cirque, et les soirées sportives sur Justdance. Merci à mes amis de Gien, Eugénie, Mylène, Thoma, Momo et Jérôme qui, malgré la distance, ont su égayer mon quotidien lors de nos différents rendez-vous annuels devenus maintenant des incontournables. Un grand merci à Jérôme qui a passé beaucoup de son temps pour relire mon manuscrit et dont l'aide a été précieuse lors des derniers moments de rédaction. Merci également à mes amies Bordelaises Léa, Cécile, Clara et aux bibiches pour les vacances et moments suspendus que ce soit pour les fêtes de Bayonne ou dans les Pyrénées. Un merci particulier à Posh qui m'a accompagné à Denver (Colorado) pour ma première conférence internationale, ce qui nous a mené ensuite à un road trip inoubliable ! Merci à mes amis danseurs d'Orléans, Charlotte, Michael, Charlene et Aude, qui parviennent à trouver des créneaux rares mais réguliers afin d'entretenir cette amitié si chère. À vous tous : merci d'avoir rendu supportable les moments difficiles de ces trois années !

Je remercie également ma famille, tout d'abord mes parents dont la confiance et le soutien m'ont permis de poursuivre mes études jusqu'à cette partie si intéressante et difficile qu'est le doctorat. Merci à mes grandes sœurs pour les moments passés ensemble, plus rare de par la grande distance qui nous sépare, mais toujours nécessaires et précieux.

Enfin, un merci très chaleureux à Marwane qui m'a énormément soutenu durant ces trois années. Il a su me remonter le moral lors des moments difficiles et me donner du courage dans les moments de doute. Merci pour ses nombreuses idées de sorties, entre Loire à Vélo, Tour du Mont-Blanc, Seine en kayak et autres joyusetés, tant de voyages sportifs qui ont rendu ces trois années formidables, rendant ce travail de thèse rythmé par des moments de vie inoubliables.

*« Le travail des femmes n'est pas
un cadeau pour les femmes, c'est
un cadeau pour la société. »*

Coline Serreau

Table des matières

Table des matières	vii
Introduction générale	1
1 Contexte de l'étude	3
1.1 Cristaux phononiques : généralités	4
1.2 Modulation spatio-temporelle	10
1.3 Cristaux phononiques et piézoélectricité	14
1.4 Conclusions	20
2 Montage et caractérisation préliminaire du dispositif expérimental	23
2.1 Conception du cristal phononique	24
2.2 Méthodes de génération du signal acoustique	37
2.3 Mesures des propriétés de dispersion du cristal phononique par relevé des potentiels électriques	39
2.4 Mesures par relevé de déplacement vibratoire	49
2.5 Simulations numériques	51
2.6 Conclusions	56
3 Modulation spatio-temporelle : régime subsonique	59
3.1 Modulation spatio-temporelle des conditions électriques	60
3.2 Caractérisation expérimentale du système modulé	63
3.3 Résultats par mesures du déplacement radial	68
3.4 Résultats par mesures des potentiels électriques	76
3.5 Conclusions	88
4 Modulation spatio-temporelle : régimes sonique et supersonique	89
4.1 Avant-propos	90
4.2 Études théorique et numérique du CP modulé en régime sonique	94
4.3 Études théorique et numérique du CP modulé en régime supersonique	104
4.4 Étude expérimentale du CP modulé	106
4.5 Conclusions	113
Conclusion générale et perspectives	115

Bibliographie	118
Annexes	126
A Simulations temporelles en régime subsonique par relevé de potentiels électriques	127
A.1 Comparaison entre les deux types de relevés	127
A.2 Diagrammes de bandes issus des relevés des potentiels	128
B Modèle approché appliqué pour des vitesses de modulation élevées	131
B.1 Application au régime subsonique	131
B.2 Application au régime sonique	132
B.3 Application au régime supersonique	133
C Liste des communications en rapport avec la thèse	135
Abstract	137
Résumé	139

Introduction générale

Les cristaux phononiques (CP) sont des structures périodiques dont les propriétés de dispersion remarquables ont motivé de nombreux travaux scientifiques depuis les années 1990 [1-4]. Un phénomène particulièrement étudié est l'existence de bandes interdites, c'est-à-dire des bandes de fréquences pour lesquelles la propagation des ondes est prohibée. Les fréquences des bandes interdites sont déterminées par la période spatiale du cristal phononique. Dans les années 2000, de nombreuses études se sont concentrées sur l'accordabilité de la bande interdite, c'est-à-dire la capacité de modifier sa position et sa largeur en fréquence [5-8].

À partir de 2009, de nouveaux travaux ont vu le jour concernant la propagation d'ondes élastiques dans des systèmes soumis à une modulation spatio-temporelle [9-12], après avoir été étudiée théoriquement quarante-six ans auparavant par Cassedy *et al.* [13]. De nouveaux phénomènes apparaissent avec une telle modulation, notamment le décalage asymétrique des courbes de dispersion introduisant une non-réciprocité de propagation. Ce décalage peut mener à l'apparition de bandes interdites directionnelles, interdisant la propagation d'ondes sur une bande de fréquence dans un sens, et l'autorisant dans l'autre. On parle alors de propagation d'ondes unidirectionnelle. Jusqu'à présent, les cristaux phononiques ou photoniques avec modulation spatio-temporelle ont été largement étudiés théoriquement mais très peu expérimentalement [14-16].

Les travaux de recherche effectués à l'IEMN dans l'équipe acoustique sur les cristaux phononiques piézoélectriques ont débuté avec les travaux de thèse de Degraeve en 2013 [17]. Cette recherche concernait l'étude numérique et expérimentale d'un cristal phononique à une dimension constitué d'un assemblage de cylindres piézoélectriques séparés par de fines électrodes permettant d'y imposer des conditions électriques. La modification périodique des conditions électriques imposées aux électrodes ouvre une bande interdite de Bragg qui peut être accordée en fonction des conditions imposées [18, 19]. Les résultats obtenus en étudiant ce cristal phononique piézoélectrique ainsi que la possibilité de contrôler les conditions électriques d'un tel système à travers des circuits électriques ont conduit à étudier théoriquement sa modulation spatio-temporelle. Les travaux publiés à ce sujet par Croëgne *et al.* en 2017 [20] et 2019 [21] montrent qu'un tel système est capable de briser la symétrie des courbes de dispersion, et ainsi qu'il est possible d'y observer une propagation d'ondes non réciproque. Ces résultats ont motivé le projet ANR JCJC MEANDRE à l'origine de cette thèse.

L'objectif de cette thèse est de mettre en place au niveau expérimental un cristal phononique piézoélectrique dont les conditions électriques sont modulées spatio-temporellement. Cette étude s'appuie sur un dispositif original conçu et réalisé dans le cadre de cette thèse et sur des simulations par la méthode des éléments finis. La dispersion des ondes dans le CP modulé est étudiée pour des régimes de modulation subsonique, sonique et supersonique décrivant respectivement des vitesses de modulation largement inférieures à la vitesse des ondes dans le système c_L , des vitesses de modulation proches de c_L , et largement supérieures à c_L . Ce manuscrit est divisé en quatre chapitres, décrits brièvement ci-dessous.

Le premier chapitre revient sur les propriétés et applications des cristaux phononiques élastiques dont l'objectif d'accordabilité des bandes interdites mène à l'étude de CP piézoélectriques. Les CP modulés spatio-temporellement sont également évoqués, ainsi que leurs

propriétés spécifiques de dispersion comme la rupture de la symétrie des courbes de dispersion ou les bandes interdites directionnelles. Enfin, les études théoriques du CP piézoélectrique modulé mis en place dans ce manuscrit sont décrites.

Le deuxième chapitre décrit la géométrie du CP piézoélectrique étudié, composé de l'assemblage d'anneaux piézoélectriques séparés par des électrodes. Les propriétés de dispersion du CP sont étudiées expérimentalement et numériquement avec deux types de conditions électriques : lorsque toutes les électrodes sont en condition de potentiels flottants, et lorsqu'elles sont périodiquement reliées à la masse. Les expériences sont réalisées en relevant soit le déplacement radial sur les éléments piézoélectriques du CP, soit les potentiels électriques des électrodes. La mise en place expérimentale d'un microprocesseur servant à commander la mise à la masse des électrodes à travers des circuits électriques est décrite et vérifiée expérimentalement. Sa prise en compte dans les simulations est également décrite.

Le troisième chapitre aborde les effets d'une modulation spatio-temporelle des conditions électriques des électrodes sur la propagation des ondes dans le CP. Il décrit tout d'abord la mise en place de la modulation dynamique par le microprocesseur. Des mesures préliminaires sont effectuées afin de vérifier le bon fonctionnement de la modulation spatio-temporelle du CP. Des expériences sont ensuite menées dans le régime subsonique et des simulations temporelles 2D par éléments finis sont effectuées pour les mêmes vitesses de modulation. Les résultats expérimentaux et issus des simulations sont confrontés et commentés.

Le quatrième et dernier chapitre de ce manuscrit se concentre sur les régimes de modulation sonique et supersonique du CP. Les effets physiques de telles vitesses de modulation dans des cristaux phononiques et photoniques rapportés dans la littérature sont tout d'abord décrits. Les résultats expérimentaux sont ensuite présentés pour des vitesses de modulation proches de c_L puis largement supérieures à c_L et sont confrontés aux résultats obtenus par simulations éléments finis pour ces mêmes vitesses. Les phénomènes observés sur les diagrammes de bandes sont alors discutés.

Chapitre 1

Contexte de l'étude

Sommaire

1.1 Cristaux phononiques : généralités	4
1.1.1 Définition	4
1.1.2 Indice de réfraction négatif	4
1.1.3 Bandes interdites	5
1.1.4 Représentation fréquentielle et formalisme	6
1.1.5 Historique des cristaux phononiques	8
1.2 Modulation spatio-temporelle	10
1.2.1 Historique	10
1.2.2 Propagation d'ondes non réciproque	10
1.3 Cristaux phononiques et piézoélectricité	14
1.3.1 Généralités sur la piézoélectricité	14
1.3.2 Cristaux phononiques piézoélectriques	15
1.3.3 Modulation spatio-temporelle	18
1.4 Conclusions	20

Ce chapitre a pour but de présenter le contexte scientifique qui motive l'ensemble des travaux exposés dans ce manuscrit. Dans un premier temps, les propriétés physiques et acoustiques des cristaux phononiques sont décrites, puis l'état de l'art et les applications de ces systèmes sont présentés. Dans un deuxième temps, les effets d'une modulation spatio-temporelle des paramètres matériaux de cristaux phononiques sont expliqués. Enfin, le concept de cristaux phononiques piézoélectriques est présenté, ainsi que les travaux récents effectués à ce sujet. Les travaux préliminaires de l'équipe d'acoustique de l'IEMN motivant les travaux de ce manuscrit sont également détaillés.

1.1 Cristaux phononiques : généralités

1.1.1 Définition

Les métamatériaux sont des structures composites qui présentent certains effets physiques remarquables relatifs à la propagation des ondes. Les cristaux phononiques (CP), homologues acoustiques des cristaux photoniques pour les ondes électromagnétiques, regroupent la partie des métamatériaux présentant une variation périodique de leurs constantes élastiques ou de leur géométrie. Le CP le plus élémentaire est un système composé de l'alternance de deux matériaux avec des paramètres physiques différents. Dans ce cas, lorsqu'une onde plane incidente rencontre une interface entre le premier et le second milieu, elle sera en partie réfléchie et en partie transmise à cause de la rupture d'impédance mécanique entre les deux milieux. Les CP peuvent être unidimensionnels (1D), bidimensionnels (2D) ou tridimensionnels (3D), comme représentés sur la figure 1.1.

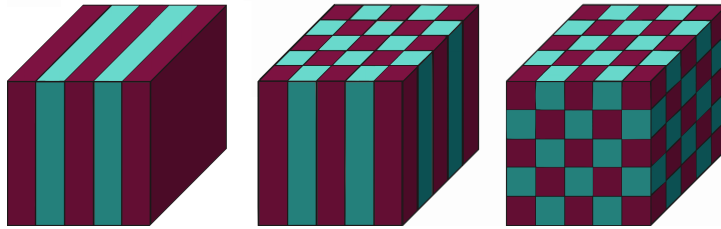


FIGURE 1.1 – Représentation schématique de cristaux phononiques 1D (à gauche), 2D (au milieu) et 3D (à droite).

Les propriétés particulières des CP sont largement étudiées depuis des années et ont fait l'objet de nombreux travaux. Les effets physiques qui intéressent les acousticiens sont plus généralement les effets de dispersion inhabituels comme la présence d'un indice de réfraction négatif.

1.1.2 Indice de réfraction négatif

L'indice de réfraction négatif est une propriété phare des cristaux phononiques. Classiquement, lorsqu'une onde incidente arrive à une interface, elle est en partie réfléchie et en partie réfractée. L'onde incidente et l'onde réfractée se situent de part et d'autre de la normale à l'interface. Dans le cas d'une réfraction négative, l'onde est réfractée du même côté de la normale à l'interface que l'onde incidente, comme représenté sur la figure 1.2. La vitesse de phase c_ϕ et la vitesse de groupe c_g des ondes sont alors de signes opposés. La vitesse de phase désigne la vitesse à laquelle la phase de l'onde se propage, tandis que la vitesse de groupe correspond à la vitesse du maximum d'un paquet d'ondes.

Cette notion a vu le jour en 1968 dans le domaine des ondes électromagnétiques avec les matériaux « main gauche » étudiés théoriquement par Veselago [22]. Ce dernier établit qu'il est possible d'introduire une réfraction négative dans un milieu dont la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique sont négatives. En 2001, des travaux expérimentaux montrent qu'un matériau artificiel périodique contenant des résonateurs locaux permet d'obtenir les propriétés diélectriques et magnétiques adéquates pour la réfraction négative dans une certaine gamme de fréquences [23].

Le phénomène de réfraction négative avec des ondes mécaniques a ensuite été étudié et démontré expérimentalement quelques années plus tard dans des CP fluides en 2D [24-28] et en 3D [29]. De nouveaux travaux théoriques et expérimentaux ont été effectués par la suite sur des cristaux phononiques composés d'une matrice solide et d'inclusions fluides [30, 31].

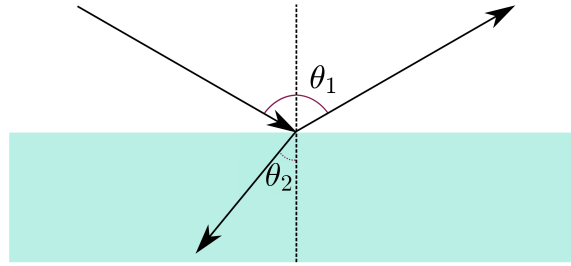


FIGURE 1.2 – Représentation schématique d'une réfraction négative lorsqu'une onde incidente arrive sur une interface, où θ_1 est l'angle entre la normale à la surface et l'onde incidente, et θ_2 est l'angle entre la normale à la surface et l'onde réfractée.

Un autre effet physique particulièrement intéressant concernant la propagation des ondes dans un CP est la présence de bandes interdites de Bragg. Leur origine est décrite dans la section suivante.

1.1.3 Bandes interdites

1.1.3.1 Diffraction de Bragg

Les cristaux phononiques permettent le contrôle de la propagation des ondes élastiques grâce à la diffraction de Bragg. Cette diffraction a d'abord été observée avec des rayons X sur un cristal en 1913 par Sir William Henry Bragg et son fils William Lawrence Bragg [32]. Ils définissent alors la loi de Bragg qui établit un lien entre la distance séparant les atomes d'un cristal arrangés périodiquement et les angles sous lesquels sont diffractés les rayons X incidents, comme représenté sur la figure 1.3. Les ondes réfléchies interfèrent de manière constructive lorsque la différence de chemin optique est un multiple de 2π . Ainsi, lorsque cette différence est égale à un nombre entier de longueurs d'onde de l'onde incidente, il y a interférences constructives. La loi de Bragg s'exprime alors de la façon suivante :

$$n\lambda = 2d \sin(\theta), \quad (1.1)$$

où n est un nombre entier naturel, λ la longueur d'onde, d la distance inter-réticulaire, et θ l'angle entre le faisceau incident et la surface du cristal pour lequel on observe un maximum d'amplitude en réflexion. Cette loi peut s'appliquer de manière plus générale à la diffraction des ondes dans des milieux périodiques, aussi appelés miroirs de Bragg.

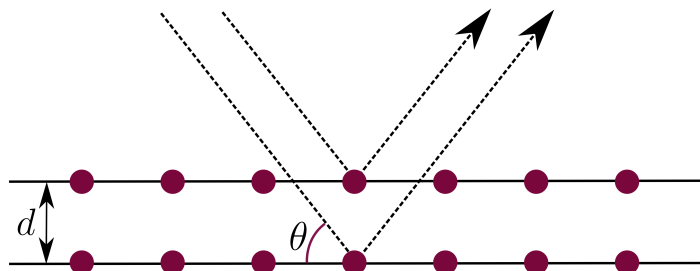


FIGURE 1.3 – Schéma des conditions de diffraction répondant à la loi de Bragg.

1.1.3.2 Miroir de Bragg

Un miroir de Bragg est un arrangement périodique de couches alternées possédant des indices de réfraction différents. Les cristaux phononiques peuvent ainsi être vus comme des miroirs de Bragg. Lorsque la longueur d'onde de l'onde incidente est comparable à la dimension de la période spatiale du cristal phononique, des réflexions successives vont créer des interférences constructives et destructives ainsi que des plages de fréquences à l'intérieur desquelles il n'y a pas de propagation d'ondes. Ces bandes d'atténuation sont appelées bandes interdites de Bragg. Un exemple schématisé de miroir de Bragg est représenté sur la figure 1.4.

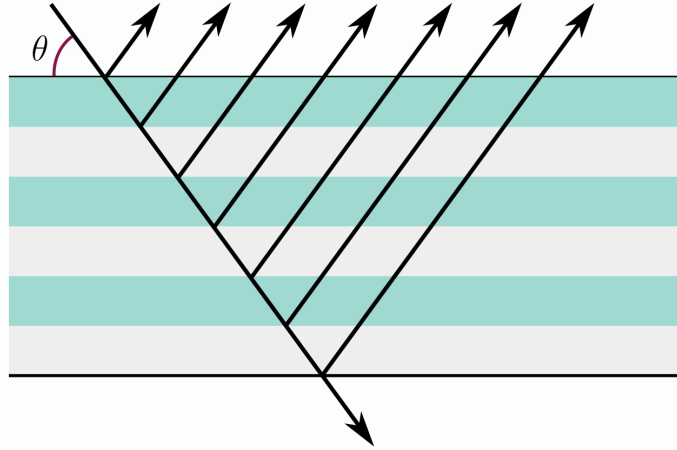


FIGURE 1.4 – Représentation schématisée d'un miroir de Bragg composé de l'alternance de deux milieux. Le rayon incident est réfléchi à chaque interface, créant ainsi des interférences constructives. Le rayon transmis est progressivement atténué.

Ainsi, les cristaux phononiques possèdent des propriétés de dispersion spécifiques et il existe un formalisme spécifique pour décrire la propagation d'ondes en leur sein.

1.1.4 Représentation fréquentielle et formalisme

1.1.4.1 Formalisme

Les fonctions d'ondes de Bloch-Floquet sont un outil incontournable dans l'étude des structures périodiques. En 1928, Félix Bloch se base sur le théorème du mathématicien Gaston Floquet, établi quelques décennies auparavant, pour décrire les états quantiques des électrons dans un milieu où le potentiel est périodique [33]. Il établit ainsi le théorème quantique de l'état solide en utilisant les solutions de l'équation de Schrödinger indépendante du temps pour un potentiel périodique donné (ondes de Bloch) :

$$\Psi(x) = e^{ikx} u_k(x), \quad (1.2)$$

avec Ψ la fonction d'onde, x la position, $k = 2\pi/\lambda$ le nombre d'onde, λ la longueur d'onde et u_k une fonction de même période que le potentiel périodique. Le théorème de Bloch-Floquet peut être directement transposé à des structures périodiques photoniques et phononiques. Ainsi, ce n'est plus le potentiel électrique qui est périodique mais l'indice de réfraction ou les constantes élastiques du matériau. Étant donné que les fonctions $u_k(x)$ sont périodiques dans l'espace direct, elles peuvent se réécrire sous la forme d'une série de Fourier, ce qui donne :

$$\Psi(x) = \sum_n \Psi_n e^{i(nG+k)x}, \quad (1.3)$$

où $G = 2\pi/a$ et a est la période spatiale du réseau.

Ainsi, la périodicité du système permet de calculer des diagrammes de bandes en utilisant le formalisme de Brillouin pour des modes optiques ou mécaniques, comme il est d'usage de le faire pour des électrons dans des solides. Les ondes de Bloch sont caractérisées par leur description dans la première zone de Brillouin, décrite en 1930 par Léon Brillouin [34]. Cette zone est définie dans l'espace réciproque où la variable n'est plus la position x mais le nombre d'onde k . Ainsi, la période du cristal dans l'espace réel a sera équivalente à G dans l'espace réciproque.

La première zone de Brillouin correspond à la maille primitive du réseau réciproque et est représentée sur la figure 1.5 dans le cas d'un réseau 2D de maille carrée. La zone de Brillouin est construite en reliant par des segments le nœud central aux nœuds voisins les plus proches et en traçant les médiatrices de ces segments. La surface délimitée par ces médiatrices constitue la première zone de Brillouin.

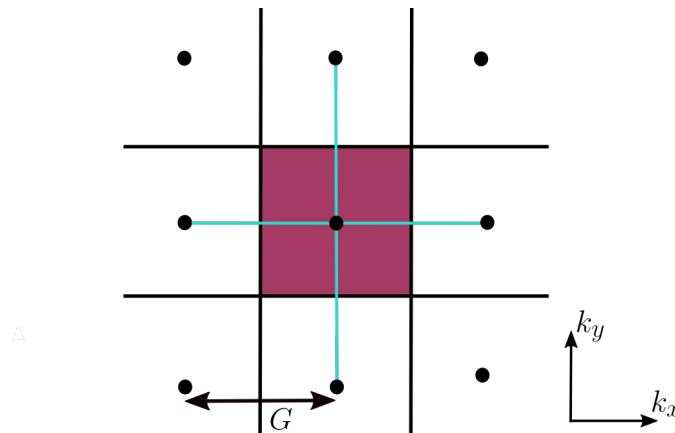


FIGURE 1.5 – Réseau réciproque d'une structure périodique 2D à maille carrée et sa première zone de Brillouin (rouge). Les segments reliant le nœud central aux nœuds voisins sont représentés en cyan et leur médiatrice respective en noir.

L'évaluation de la propagation des ondes peut être effectuée dans la première zone de Brillouin sur les courbes de dispersion. Cela permet de représenter la relation entre la fréquence et le nombre d'onde pour les différents modes se propageant dans le cristal phononique.

1.1.4.2 Courbes de dispersion

La représentation des résultats sous forme de diagramme de bandes, aussi appelé courbes de dispersion dans ce manuscrit, permet de visualiser les propriétés de dispersion des ondes pour l'ensemble des modes présents dans un intervalle de fréquences. Ce type de diagramme permet d'identifier les fréquences de coupure f_c de chaque mode, la vitesse de groupe $c_g = \partial\omega/\partial k$ correspondant à la pente de la courbe en un point donné, ainsi que la vitesse de phase $c_\phi = \omega/k$. Ici, $\omega = 2\pi f$ correspond à la pulsation de l'onde.

La figure 1.6 présente les courbes de dispersion d'un système possédant une périodicité spatiale dans une direction de l'espace. Dans un milieu non-dispersif, la relation entre k et f est linéaire. On voit ici que cette relation est linéaire jusqu'à l'approche de la bande interdite. À l'entrée de celle-ci, la vitesse de groupe devient nulle et l'onde correspond à un mode purement stationnaire. Sur les courbes de dispersion, les bandes interdites sont caractérisées par une absence de mode de propagation à nombre d'onde réel dans une certaine plage de fréquences. On parle alors de propagation d'ondes évanescentes, possédant une fréquence réelle et un nombre d'onde complexe.

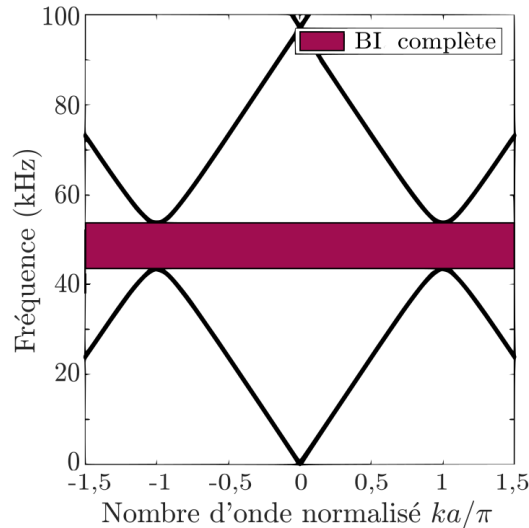


FIGURE 1.6 – Courbes de dispersion d'un milieu périodique. La bande interdite (BI) est représentée en rouge.

1.1.5 Historique des cristaux phononiques

1.1.5.1 Matériaux périodiques et bande interdite

Lord Rayleigh a été le premier à établir qu'un milieu ayant une périodicité spatiale pouvait présenter des propriétés de propagation d'ondes mécaniques inhabituelles et en particulier des bandes interdites à certaines fréquences [35]. Dans les années 1970, l'intérêt pour les structures périodiques a augmenté pour des applications aux filtres à ondes de surface [36], aux super-réseaux [37] ou encore pour le calcul des relations de dispersion de matériaux avec des inclusions sphériques périodiques [38]. Ce n'est qu'à partir de 1990 qu'est apparu le concept de cristal phononique, inspiré de la propagation d'ondes électromagnétiques dans les cristaux photoniques [39, 40]. Cette année là, Liu *et al.* ont présenté la première étude sur la propagation d'ondes élastiques dans une structure périodique tridimensionnelle [41].

Les premières présentations théoriques de bandes interdites absolues, donc indépendantes de l'angle d'incidence, dans des cristaux phononiques ont été effectuées en 1993 par Kushwaha et en 1994 par Economou [1, 2]. Un an plus tard, la présence de bandes interdites a été vérifiée expérimentalement par Martinez-Sala [3] sur une sculpture minimaliste d'Eusebio Sempere exposée à Madrid (voir la figure 1.7). La sculpture, constituée d'un réseau de cylindres en acier de 2,9 cm de diamètre, possède une bande interdite centrée sur 2 kHz qui dépend de l'angle d'incidence des ondes sources. Martinez-Sala a reproduit quelques années plus tard une expérience similaire à plus grande échelle en arrangeant des arbres sous forme de réseau afin d'y atténuer les basses fréquences [4]. Lorsque la longueur d'onde de Bragg du cristal phononique est élevée, les fréquences considérées diminuent et peuvent correspondre à des fréquences audibles. Lorsque c'est le cas, on parle alors de cristal sonique.

La première bande interdite complète a été observée en 1998 par Montero de Espinosa *et al.* sur des plaques d'aluminium avec des inclusions cylindriques de mercure [42]. Dans les années 2000, l'étude des bandes interdites acoustiques s'est poursuivie avec notamment les travaux de Khelif *et al.* qui ont présenté en 2003 des expériences effectuées sur un réseau bidimensionnel de cylindres d'acier immergés dans de l'eau. Lorsqu'un défaut est créé dans ce réseau en retirant un ou plusieurs cylindres, comme illustré à la figure 1.8, une fine bande passante apparaît dans la bande interdite initialement présente [43]. La même année, ils publièrent une étude théorique sur le même réseau de cylindres immergés en remplaçant une



FIGURE 1.7 – Sculpture d'Eusebio Sempere composée de tubes en acier périodiquement espacés.

ligne par des cylindres creux, et constatent l'accordabilité de la bande interdite en fonction de leur rayon interne [44]. Ces études ont ouvert la voie à la possibilité d'améliorer les fonctions de filtrage des cristaux phononiques en modifiant la propagation des ondes en leur sein. Ce faisant, la position en fréquence et la largeur de la bande interdite peuvent être changées en modifiant différents paramètres du cristal phononique, comme par exemple sa période spatiale. On parle alors d'accordabilité de la bande interdite.

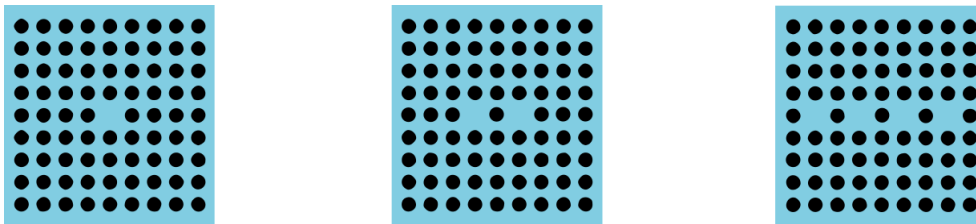


FIGURE 1.8 – Réseaux bidimensionnels de cylindres immergés dans de l'eau avec différents défauts issu des travaux de [43].

1.1.5.2 Accordabilité de la bande interdite

L'accordabilité de la bande interdite est étudiée au milieu des années 2000 avec le développement des cristaux phononiques actifs. Ceux-ci permettent de contrôler la largeur et la position en fréquence de la bande interdite. Huang et Wu en 2005 [5] puis Jim *et al.* en 2009 [8] ont étudié la modification des propriétés physiques d'un matériau à partir d'une variation de température. L'application d'une contrainte externe [7], ou encore d'un champ électrique externe lorsque l'un des composants du système est électrorhéologique [6] a également été testée. Ces études ont permis de montrer théoriquement la possibilité d'accorder les bandes interdites, mais les expériences sont difficilement envisageables. Dans ces travaux, le stimulus externe appliqué doit être très élevé pour avoir un résultat notable, ce qui peut être difficile à mettre en place expérimentalement.

Plus récemment, il a été démontré que la périodicité temporelle d'une structure permet également l'apparition de bandes interdites dans des cristaux photoniques ou phononiques [45, 46]. Ces dernières apparaissent dans le domaine des nombres d'onde et se traduisent sur les courbes de dispersion par des bandes interdites en k . Dans leurs travaux de 2009, Zurita *et al.* [47] étudièrent un milieu dont les fonctions diélectriques sont modulées de manière sinusoïdale en fonction du temps à une certaine fréquence f_m . Lorsque ce système est excité

à une fréquence f_0 , les ondes transmises et réfléchies contiennent des harmoniques de f_m . Ainsi, le système se comporte comme une source polychromatique de fréquences

$$f_s = \pm f_0 \pm n f_m, \quad (1.4)$$

où n est un nombre entier naturel. Cela s'apparente au phénomène d'intermodulation en électronique analogique. Dans ce manuscrit, on appellera ce phénomène « conversions de fréquence ». Ce phénomène est analogue aux ondes de Bloch dans un milieu avec une périodicité spatiale décrites en 1.1.4.1, avec cette fois-ci une périodicité dans le temps. Ces conversions sont également observées en étudiant la propagation d'ondes acoustiques dans des cristaux phononiques dont les paramètres matériaux varient dans le temps [48, 49].

Les travaux effectués sur des systèmes avec une périodicité spatiale ou une modulation temporelle soulèvent alors une nouvelle question. Que se passe-t-il lorsque les propriétés matériaux d'un cristal phononique subissent une modulation spatio-temporelle ?

1.2 Modulation spatio-temporelle

1.2.1 Historique

En 1963, Cassedy *et al.* [13] ont été les premiers à étudier théoriquement la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu modulé périodiquement dans le temps et dans l'espace. Leur système est composé d'une distribution périodique d'inductances L et de capacités C , formant une ligne de transmission. Ils démontrent notamment la présence d'amplification paramétrique lors de la modulation temporelle des capacités. Il faudra attendre l'année 2009 pour que de nouvelles études voient le jour sur la modulation spatio-temporelle des propriétés diélectriques d'un cristal photonique [9-12], permettant de constater une propagation unidirectionnelle des ondes à certaines fréquences.

Quelques années plus tard, des travaux sont entrepris concernant la modulation spatio-temporelle de paramètres matériaux dans un milieu où se propagent des ondes élastiques. Ces études théoriques et numériques portent sur la modulation spatio-temporelle du module d'Young et de la masse volumique de cristaux phononiques [50-54]. Dans ces travaux, le profil des propriétés constitutives du matériau est variable en fonction de l'espace et du temps. La figure 1.9 compare le profil des propriétés constitutives d'un CP non modulé et d'un CP avec modulation spatio-temporelle.

À ce jour, les expériences effectuées sur la modulation spatio-temporelle des propriétés d'un système ne sont pas nombreuses. En effet, les travaux concernent, pour une grande partie de ceux cités précédemment, une modulation de paramètres matériaux tel que le module d'Young. D'autres travaux se concentrent sur une modulation de la conductivité thermique [55, 56]. La variation temporelle rapide de tels paramètres n'est pas réalisable aisément.

Néanmoins, ces travaux théoriques permettent de mettre en évidence des propriétés de dispersion intéressantes, et notamment une propagation d'ondes non réciproque.

1.2.2 Propagation d'ondes non réciproque

1.2.2.1 Définition

La loi de réciprocité en acoustique et en élastodynamique codifie une relation de symétrie de la transmission d'onde dans les fluides et les solides. Dans sa forme la plus simple, elle stipule que les fonctions de réponse en fréquence entre deux points matériels quelconques restent les mêmes après avoir échangé la source et le récepteur, indépendamment de la présence d'inhomogénéités et de pertes (figure 1.10).

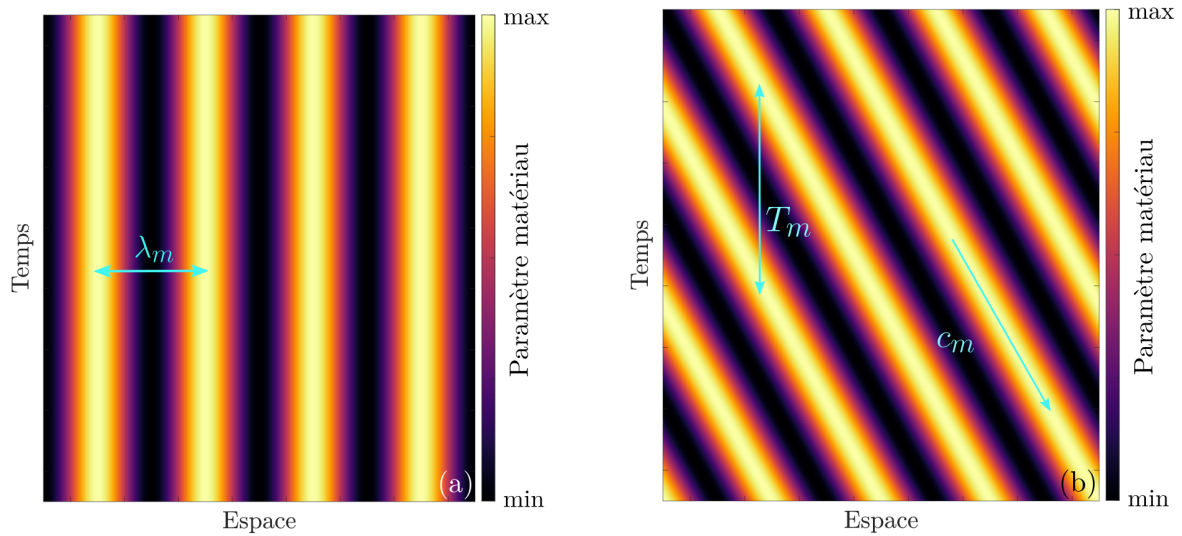


FIGURE 1.9 – Caractéristique d’une constante physique d’un matériau élastique en fonction du temps. Le graphique (a) représente un paramètre matériau invariant en fonction du temps et variant de manière sinusoïdale dans l’espace (CP classique) et le graphique (b) représente un paramètre matériau variant de manière sinusoïdale dans l’espace et dans le temps (CP modulé spatio-temporellement). La vitesse de modulation c_m , la période de modulation T_m ainsi que la longueur d’onde de la modulation λ_m sont représentées en cyan.

Les premières réflexions sur la réciprocité peuvent être trouvées dans la « Mécanique Analytique » de Joseph-Louis Lagrange [57]. Par la suite, des cas particuliers importants ont été traités par Hermann von Helmholtz dans un article de 1860 sur le son dans les tubes [58] et par Alfred Clebsch dans son travail de 1862 sur des systèmes de tiges [59]. En acoustique et en élastodynamique, un théorème de réciprocité a été énoncé et prouvé par Lord Rayleigh en 1873 [60]. Ce théorème stipule que « la vibration excitée en A aura en B les mêmes amplitude et phase relatives que si les places étaient échangées », et prend en compte la présence d’hétérogénéités et de pertes linéaires.

En tant que telle, la réciprocité s’est révélée être un outil de modélisation et d’expérimentation puissant pour de nombreuses applications qui utilisent la propagation des ondes acoustiques et élastiques [61-63]. Néanmoins, un changement récent de paradigme nous invite aujourd’hui à voir la réciprocité comme un obstacle pour réaliser des milieux de propagation où la source et le récepteur ne sont pas interchangeables.

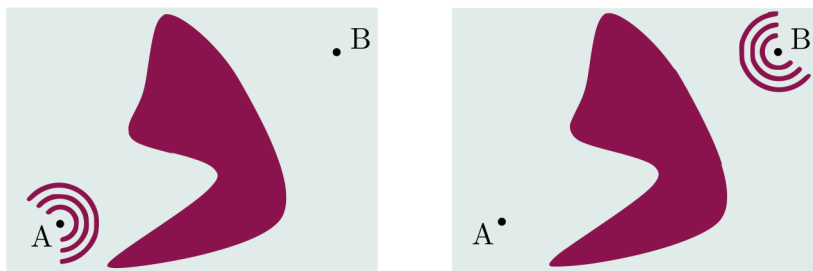


FIGURE 1.10 – Exemple schématique de l’échange entre une source et un récepteur.

1.2.2.2 Systèmes non réciproques

Les systèmes non réciproques permettent la création de dispositifs comme les miroirs acoustiques unidirectionnels, allant au-delà des possibilités plus conventionnelles offertes par les métamatériaux et cristaux phononiques classiques.

La propagation non réciproque des ondes peut apparaître dans des milieux avec mouvement de matière. Considérons par exemple un fluide en mouvement constant dans une direction à une vitesse v_0 inférieure à la vitesse du son dans ce fluide c_0 . Le mouvement du fluide dû à un stimulus externe, par exemple une pompe, confère une quantité de mouvement moyenne au milieu acoustique. Cette quantité de mouvement peut être interprétée comme un biais temporel. Si l'on imagine deux points placés le long de l'écoulement, la vitesse du son dans le sens de l'écoulement $c_{g+} = c_0 + v_0$ diffère de celle qui est contre l'écoulement $c_{g-} = c_0 - v_0$. Cette idée simple a été utilisée pour créer des gyrateurs acoustiques [64], des isolateurs [65], ou encore des circulateurs [66].

La non-réciprocité a été étudiée pour la première fois analytiquement et expérimentalement en 2010 par Liang *et al.* dans un système composé d'un super-réseau d'eau et de verre couplé à un milieu fortement non linéaire [67, 68]. Dans ce cas, c'est le comportement élastique non linéaire du système qui permet un contrôle directionnel des ondes. La première preuve expérimentale d'une diffraction de Bragg non réciproque dans un matériau actif a été observée dans une structure d'aimants annulaires glissant sur un axe commun, abrités par des solénoïdes mis à la masse [69]. Chaque anneau repousse ou attire son solénoïde hôte avec une force proportionnelle au courant d'entrée du solénoïde. En modulant ce courant à une certaine fréquence de modulation, la structure se comporte comme un système masse-ressort dont la rigidité est modulée. D'autres expériences engendrant de la non réciprocité voient le jour en 2019 avec un système composé de deux résonateurs couplés modulés dans le temps [70].

Il est également possible d'avoir une propagation d'onde non réciproque dans des cristaux phononiques avec une modulation spatio-temporelle. Ce sont ces systèmes qui nous intéressent particulièrement et qui seront plus largement décrits dans la section 1.3.3.

1.2.2.3 Effets sur les courbes de dispersion

La modulation spatio-temporelle d'un CP produit un effet spécifique sur son diagramme de bandes. La figure 1.11 compare les diagrammes de bandes dans le cas d'un CP non dispersif non modulé, et avec modulation spatio-temporelle. Lorsque la vitesse de modulation c_m est non nulle, le diagramme de bandes s'incline en suivant la pente de la modulation [13, 51] et les repliements changent de position en fréquence et en nombre d'onde. Ainsi, lors d'une modulation effectuée dans le même sens que la propagation des ondes, la position en k de ces repliements se décale vers les nombres d'onde positifs. Cette position n'est plus située au bord de la première zone de Brillouin π/a .

Dans un milieu dispersif, cette inclinaison entraîne le décalage asymétrique des bandes interdites. Ainsi, les bandes interdites des k positifs (qui se décale vers les fréquences supérieures) et celle des k négatifs (qui se décale vers les fréquences inférieures), w s'éloignent l'une de l'autre de plus en plus lorsque la vitesse de modulation augmente. Ce décalage peut être suffisamment élevé pour entraîner l'apparition de deux bandes interdites disjointes. On parle alors de bandes interdites directionnelles [50, 52], dont un exemple est présenté sur la figure 1.12 (b).

Les effets d'une modulation spatio-temporelle sur la propagation des ondes peuvent être différents en fonction de la vitesse de modulation. Trois régimes principaux sont décrits dans la littérature en fonction de la vitesse de modulation.

Le premier est le régime subsonique dans lequel la vitesse de modulation est inférieure

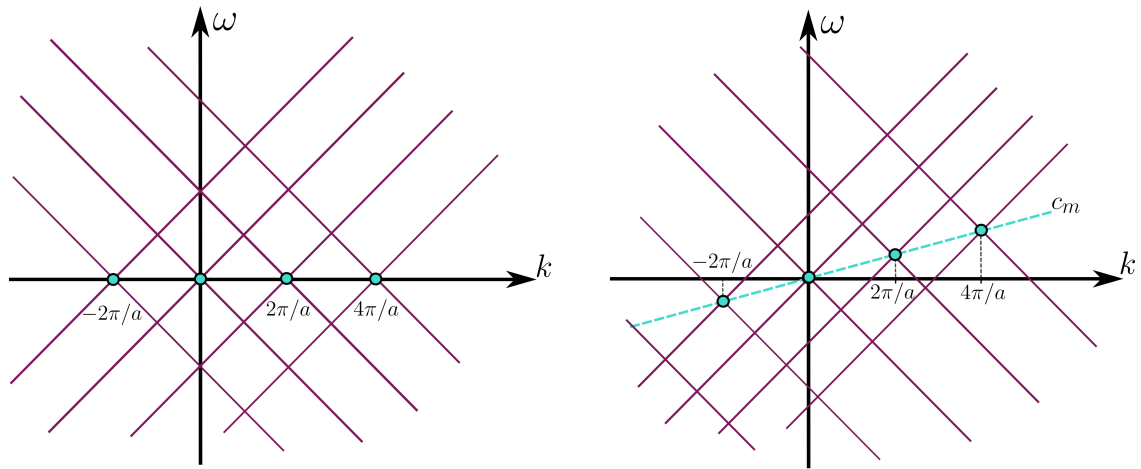


FIGURE 1.11 – Diagramme de bandes d'un CP non dispersif non modulé (à gauche), et soumis à une modulation spatio-temporelle (à droite).

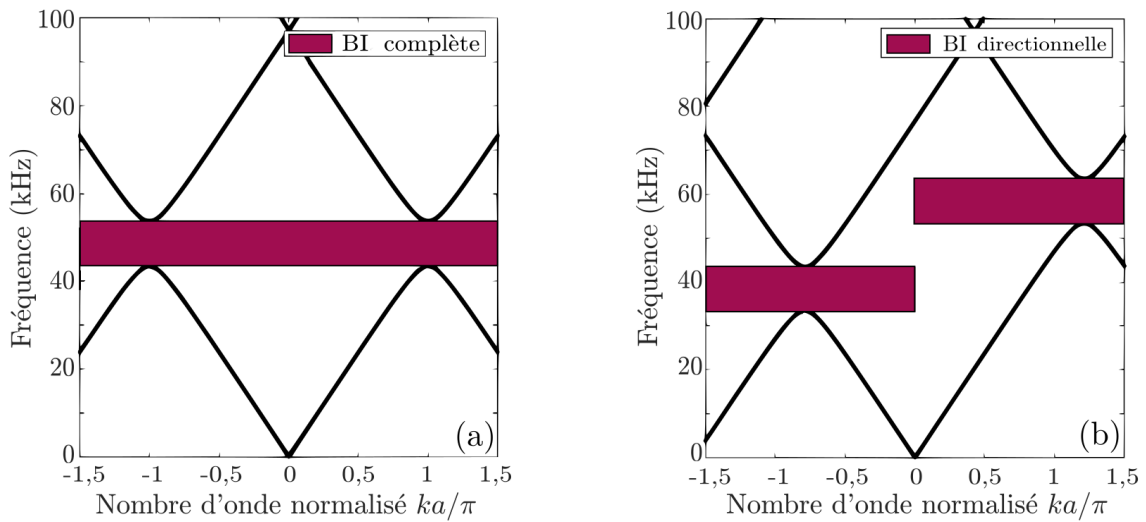


FIGURE 1.12 – Courbes de dispersion dans un milieu périodique (a) et dont les paramètres matériaux sont modulés spatio-temporellement (b). Les bandes interdites (BI) sont représentées en rouge.

à la vitesse des ondes se propageant dans le système c_L . Dans ce cas, les courbes de dispersion se décalent de manière asymétrique, menant parfois à la formation de bandes interdites directionnelles. Lorsque la vitesse de modulation est bien supérieure à c_L , le régime est dit supersonique. Dans ce cas, la modulation tend vers une modulation temporelle et des bandes interdites en nombre d'onde se forment, où seules les solutions à fréquences complexes existent pour des nombres d'onde réels [71]. La partie imaginaire de la fréquence pouvant être positive, ces solutions sont dites instables. Ce régime est peu étudié, et sa mise en place expérimentale n'a pas, à notre connaissance, été réalisée puisqu'elle nécessite des vitesses de modulation souvent très élevées.

Un troisième régime est défini pour des vitesses de modulation proches de la vitesse c_L , appelé régime sonique. Celui-ci a également été très peu étudié dans la littérature. Cassidy *et al.* [13] évoquent ce régime dans leurs travaux de 1963 sans parvenir à l'étudier étant donné que la description par les ondes de Bloch, applicable aux régimes subsonique et supersonique, n'y est pas valable. Ils décrivent néanmoins qu'au régime sonique, lorsque c_m se rapproche de c_L , les ondes propagatives semblent tendre vers une dégénérescence. Un travail numérique publié en 2022 par Pendry *et al.* [72] étudie la propagation d'ondes électromagnétiques dans le régime sonique. Ils semblent établir qu'avant la dégénérescence des ondes, plusieurs modes interagissent. Ces travaux sont plus longuement discutés dans le dernier chapitre de ce manuscrit.

1.3 Cristaux phononiques et piézoélectricité

1.3.1 Généralités sur la piézoélectricité

La piézoélectricité est le phénomène de polarisation électrique induite par une déformation mécanique dans certains cristaux. Cet effet est représenté sur la figure 1.13. On parle alors d'effet piézoélectrique direct.

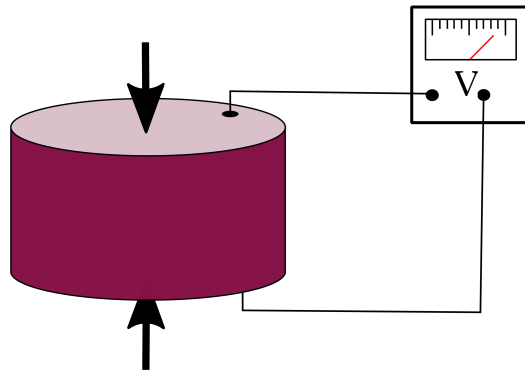


FIGURE 1.13 – Illustration du comportement d'un élément piézoélectrique lorsqu'une force lui est appliquée.

Ce phénomène est également observable dans l'autre sens : une polarisation électrique engendrera une déformation mécanique du cristal piézoélectrique. On parle alors d'effet piézoélectrique inverse. L'efficacité de la conversion d'énergie par effet piézoélectrique peut être représentée par le coefficient de couplage piézoélectrique quasistatique k_{piezo} [73]. Ce coefficient est défini comme étant le rapport entre l'énergie électrique emmagasinée et l'énergie mécanique appliquée

$$k_{piezo}^{dir} = \sqrt{\frac{\text{Énergie électrique convertie}}{\text{Énergie mécanique fournie par la source}}}, \quad (1.5)$$

dans le cas de l'effet piézoélectrique direct, ou le rapport entre l'énergie mécanique totale emmagasinée et l'énergie électrique appliquée

$$k_{piezo}^{indir} = \sqrt{\frac{\dot{E}_{\text{nergie mécanique convertie}}}{\dot{E}_{\text{nergie électrique fournie par la source}}}}, \quad (1.6)$$

dans le cas de l'effet piézoélectrique inverse.

La propagation des ondes mécaniques dans un milieu piézoélectrique dépend des conditions aux limites électriques qui lui sont imposées. Les relations entre grandeurs mécaniques et électriques sont décrites par les équations de la piézoélectricité qui, dans le cas d'un barreau long polarisé suivant sa longueur, prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} S_3 = s_{33}^D T_3 + g_{33} D_3, \\ E_3 = -g_{33} T_3 + \beta_{33}^T D_3, \end{cases} \quad (1.7)$$

où S_3 , T_3 , D_3 et E_3 sont respectivement la déformation et la contrainte mécanique, le déplacement et le champ électrique suivant l'axe z . s_{33} , g_{33} et β_{33}^T sont respectivement la constante de souplesse élastique à déplacement électrique constant, la constante de déformation piézoélectrique et l'imperméabilité diélectrique à contrainte mécanique constante.

Considérons deux milieux piézoélectriques en contact parfait et polarisés dans le même sens, présentés à la figure 1.14. L'interface entre ces milieux peut être reliée à la masse ou être en circuit ouvert. Lorsque l'interface a une condition de circuit ouvert, la contrainte mécanique et le déplacement électriques sont continus. Ainsi, d'après l'expression de S_3 décrite dans le système d'équations 1.7, la déformation mécanique est continue et aucune réflexion n'a lieu à l'interface entre les deux milieux. Lorsqu'une condition de potentiel nul est imposée à l'interface, cela peut se traduire par la discontinuité du déplacement électrique. Dans ce cas, la déformation mécanique est discontinue à l'interface et l'onde incidente est en partie réfléchie. Cet effet rend possible la création de systèmes piézoélectriques dont les conditions électriques sont mises à la masse périodiquement dans l'espace, afin d'introduire une bande interdite. On parle alors de cristaux phononiques piézoélectriques.



FIGURE 1.14 – Comportement d'une onde incidente se propageant dans un empilement d'éléments piézoélectriques. Le schéma de gauche représente une condition de potentiel flottant à l'interface, et le schéma de droite représente une condition de mise à la masse à l'interface.

1.3.2 Cristaux phononiques piézoélectriques

Un cristal phononique piézoélectrique peut être composé partiellement ou totalement d'éléments piézoélectriques. Ce type de CP est plébiscité pour être utilisé en tant que système actif puisque leurs propriétés élastiques peuvent être modifiées en imposant des conditions électriques aux éléments piézoélectriques sans pour autant devoir changer la géométrie du réseau. Ce type de CP peut être piloté par des circuits électriques externes ce qui rend les expérimentations plus facilement réalisables.

1.3.2.1 Cristaux phononiques partiellement piézoélectriques

En 2016, les travaux de Croëne *et al.* portent sur des cristaux phononiques comportant des piézocomposites 1-3 composés de plaques de polymère avec des inclusions de barreaux piézoélectriques [74]. Ils observent l'apparition d'une bande interdite accordable en fonction des conditions aux limites électriques appliquées aux plaques. On peut également citer les travaux de Hsu [75] qui accordent la bande interdite d'un cristal phononique composé d'inclusions de cylindres piézoélectriques dans une poutre.

De nombreuses études se basent sur des patchs piézoélectriques disposés sur un substrat homogène élastique. Ces substrats peuvent être des cylindres [76], des plaques [77-80] (figure 1.15) ou encore des poutres [81, 82]. Les conditions électriques imposées aux patchs piézoélectriques sont contrôlées à l'aide d'un circuit externe qui modifie les conditions électriques. En 2019, Trainiti *et al.* travaillent sur un système composé de patchs piézoélectriques sur une poutre élastique mais imposent une modulation des conditions électriques uniquement temporelle [83]. La plupart de ces travaux considère la modulation des conditions électriques des patchs en les reliant à des capacités négatives pour augmenter le coefficient de couplage généralement faible de ces dispositifs.

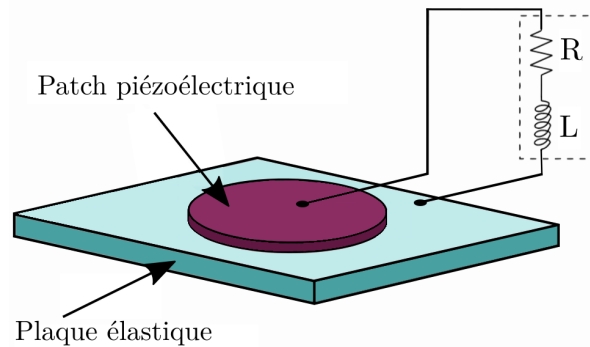


FIGURE 1.15 – Cellule élémentaire d'un CP piézoélectrique constituée d'une plaque élastique et d'un patch piézoélectrique [78].

1.3.2.2 Cristaux phononiques entièrement piézoélectriques

Différentes études sur des cristaux phononiques piézoélectriques sont publiées dans la littérature. Nombre d'entre elles portent sur des plaques piézoélectriques. Certains de ces travaux se concentrent sur l'application de conditions électriques à des électrodes espacées périodiquement des deux côtés d'une plaque [84-87], et d'autres étudient l'effet de la variation de la polarisation au sein d'une plaque piézoélectrique [88, 89]. Enfin, certaines études se concentrent sur des empilements d'éléments piézoélectriques séparés par de fines électrodes [90-92].

En 2014 et 2015, Degraeve *et al.* travaillent sur un cristal phononique composé d'un assemblage de cylindres piézoélectriques séparés par des électrodes en laiton [18, 93, 94], représenté sur la figure 1.16. Le mode longitudinal est étudié et la propagation des ondes est considérée unidimensionnelle en faisant l'hypothèse que le diamètre des cylindres est petit par rapport à la longueur totale de l'assemblage, et l'épaisseur des électrodes est négligeable. Les conditions électriques imposées aux électrodes, initialement flottantes, sont modifiées afin d'ouvrir une bande interdite en fréquence. Plusieurs conditions électriques sont imposées dans ces études : une mise à la masse des électrodes à travers des capacités ou encore un court-circuit entre tous les éléments piézoélectriques.

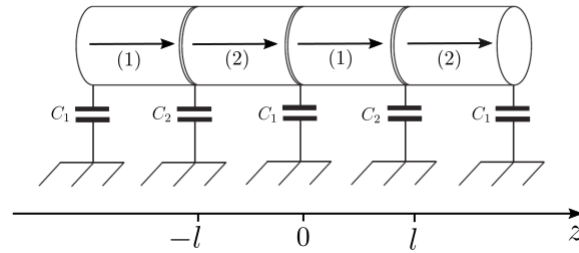


FIGURE 1.16 – Cristal phononique constitué d'un empilement de cylindres piézoélectriques identiques de longueur l séparés par des électrodes d'épaisseur négligeable. Les électrodes sont reliées à la masse par l'intermédiaire de capacités C_1 et C_2 . Les flèches représentent la direction de la polarisation des éléments piézoélectriques [93].

L'ouverture de la bande interdite prédite par le modèle est uniquement due aux conditions électriques périodiques, causée par la discontinuité du déplacement électrique. La bande interdite de Bragg correspondante est nommée bande interdite de charge. Cette ouverture est visible sur les courbes de dispersion représentées sur la figure 1.17.

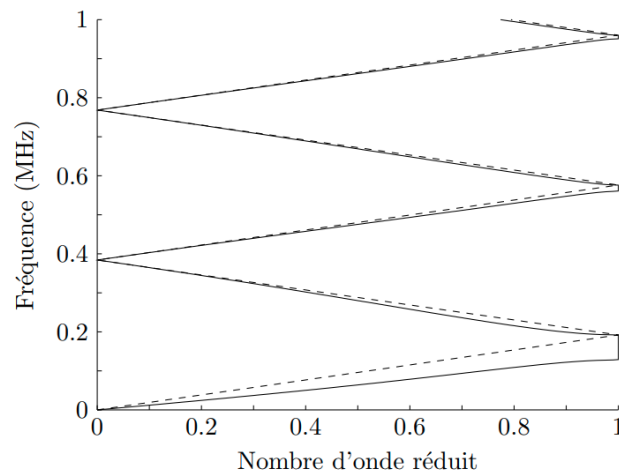


FIGURE 1.17 – Courbes de dispersion analytiques avec conditions aux limites électriques périodiques sur un empilement de barreaux [17].

Dans ces travaux, des mesures expérimentales sont également menées sur un empilement de 28 cylindres piézoélectriques (figure 1.18). Ces mesures de transmission confirment l'apparition d'une bande interdite lors de l'application de conditions électriques aux électrodes distribuées périodiquement.

Ce type de système permet d'envisager un pilotage des conditions imposées aux électrodes à travers des circuits électriques ce qui évite d'effectuer les opérations manuellement. Néanmoins, cette géométrie présente quelques inconvénients en termes de construction. En effet, l'utilisation de colle pour assurer un bon contact entre tous les éléments rend le montage délicat et ne permet pas de construire un assemblage avec un grand nombre de cellules.

La facilité de contrôle des CP piézoélectriques incite à étudier les effets d'une modulation spatio-temporelle de leurs conditions électriques. Les principaux résultats théoriques sont reportés dans la section suivante.

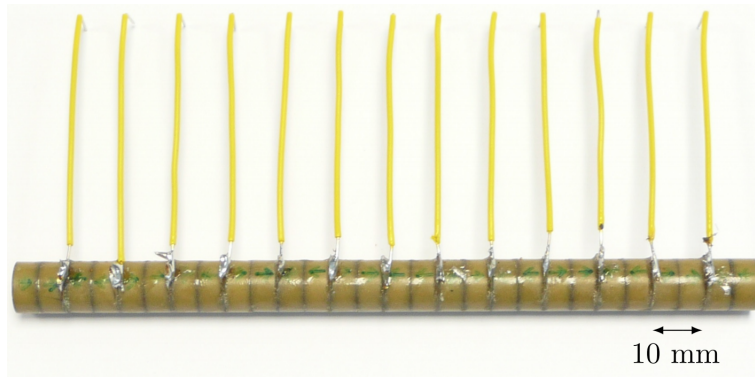


FIGURE 1.18 – Cristal phononique constitué d'un empilement de cylindres piézoélectriques séparés par des électrodes en laiton. La polarisation des éléments piézoélectriques est alternée [17].

1.3.3 Modulation spatio-temporelle

1.3.3.1 Cristaux phononiques partiellement piézoélectriques

La propagation non réciproque dans les systèmes composés d'éléments piézoélectriques peut être atteinte en modulant spatio-temporellement les conditions aux limites électriques de patches déposés sur des substrats élastiques. En 2020, Sugino *et al.* publient des résultats théoriques concernant de tels systèmes [95], et montrent que cela entraîne une propagation d'ondes non réciproque.

La même année, Marconi *et al.* publient des travaux sur un système très similaire avec des résultats expérimentaux [96]. Les patches piézoélectriques sont disposés sur une poutre élastique et sont connectés à des circuits shuntés avec des capacités négatives (figure 1.19). Avec ce système de modulation, une forte variation du module d'Young a lieu lorsque le système fonctionne proche du régime instable du circuit [97]. Ainsi, la présence de patches piézoélectriques shuntés peut faire entrer le système en régime instable à partir d'une faible variation de la capacité négative ce qui peut modifier la valeur visée au départ [98]. De plus, un système avec des patches piézoélectriques implique que chaque élément piézoélectrique soit relié séparément à son propre circuit indépendant ce qui demande un grand nombre d'éléments et de connexions. Ces inconvénients amènent à considérer d'autres systèmes modulables qui en seraient exempts.

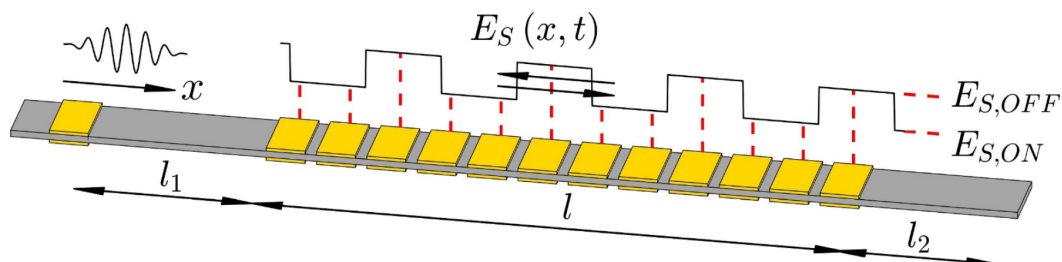


FIGURE 1.19 – CP piézoélectrique composé de patches piézoélectriques disposés sur une poutre élastique. Les patches subissent une modulation temporelle, ce qui module de manière spatio-temporelle la rigidité effective $E_S(x, t)$ [96].

1.3.3.2 Cristaux phononiques entièrement piézoélectriques

Peu de travaux à ce jour traitent de modulation spatio-temporelle de CP entièrement piézoélectriques. Croëgne *et al.* étudient en 2017 un CP piézoélectrique unidimensionnel composé

uniquement d'éléments piézoélectriques dont les conditions aux limites électriques sont modulées périodiquement dans l'espace et dans le temps [20, 21]. Ils étudient leur système grâce à un modèle analytique développé spécifiquement, ainsi qu'à un code de différences finies (FDTD). Le modèle analytique se base sur une modulation spatio-temporelle dans un milieu infini, tandis que le code FDTD est effectué sur un système fini encadré par des couches absorbantes (Perfectly Matched Layer). Les deux modèles utilisés sont schématisés sur la figure 1.20.

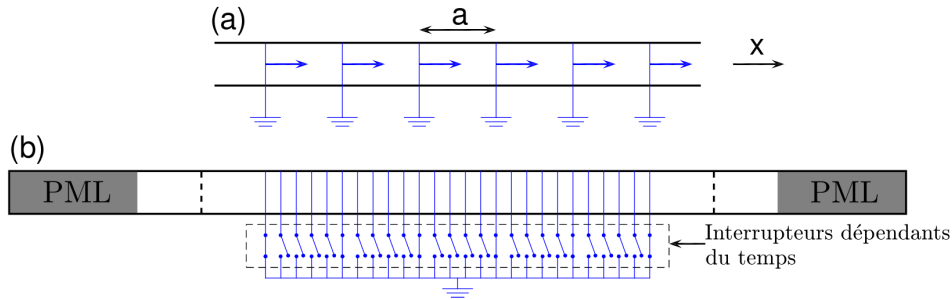


FIGURE 1.20 – Cristal phononique constitué d'un empilement de cylindres piézoélectriques. Le schéma (a) correspond au modèle analytique et le schéma (b) au système simulé par FDTD [21].

Le modèle analytique décrit et résout les relations de dispersion du système dans un repère mobile qui se déplace à la même vitesse que la modulation du CP. Dans ce repère mobile, le système est un milieu statique avec une périodicité spatiale ce qui signifie que les solutions s'obtiennent avec les relations de Bloch-Floquet. La solution dans le repère d'observation statique est ensuite déduite à partir des solutions obtenues dans le repère mouvant par les équations 1.8 :

$$\begin{cases} f = f' + kc_m/2\pi, \\ k = k', \end{cases} \quad (1.8)$$

où k' et f' sont les solutions en nombre d'onde et en fréquence dans le repère mobile. Ce modèle fait l'hypothèse d'un grand nombre d'électrodes par unité de longueur et la modulation spatio-temporelle est approximée en un déplacement continu des mises à la masse. Ce modèle sera utilisé à plusieurs reprises dans ce manuscrit dans un but de comparaison.

La modulation spatio-temporelle consiste à imposer au système une condition périodique de potentiel (de période a) nul qui se déplace à une vitesse de modulation c_m constante. Ce déplacement s'effectue de manière continue avec le modèle analytique, et de manière discrète avec le code de différences finies. Les résultats de ces modèles sont représentés sur la figure 1.21. Les courbes de dispersion obtenues avec le modèle analytique sont représentées en noir et en rouge, et sont superposées au spectre du champ de contraintes, calculé à partir du code FDTD.

Sur les graphiques (a) et (b) de la figure 1.21, la vitesse de déplacement des conditions aux limites électriques est nulle et une bande interdite absolue est située entre 100 kHz et 200 kHz. Lorsque la vitesse de modulation augmente, les courbes de dispersion s'inclinent. Ainsi, la bande interdite présente aux nombres d'onde positifs se déplace vers les nombres d'onde supérieurs en suivant la pente de la courbe. Cela a pour effet de déplacer sa position vers des fréquences supérieures. La bande interdite située aux nombres d'onde négatifs se déplace également vers les nombres d'onde positifs en suivant la courbe, ce qui la fait baisser en fréquence.

Ainsi, plus la vitesse de modulation est élevée, plus les bandes interdites se décalent de manière asymétrique. À partir d'une certaine vitesse de modulation, la propagation des ondes

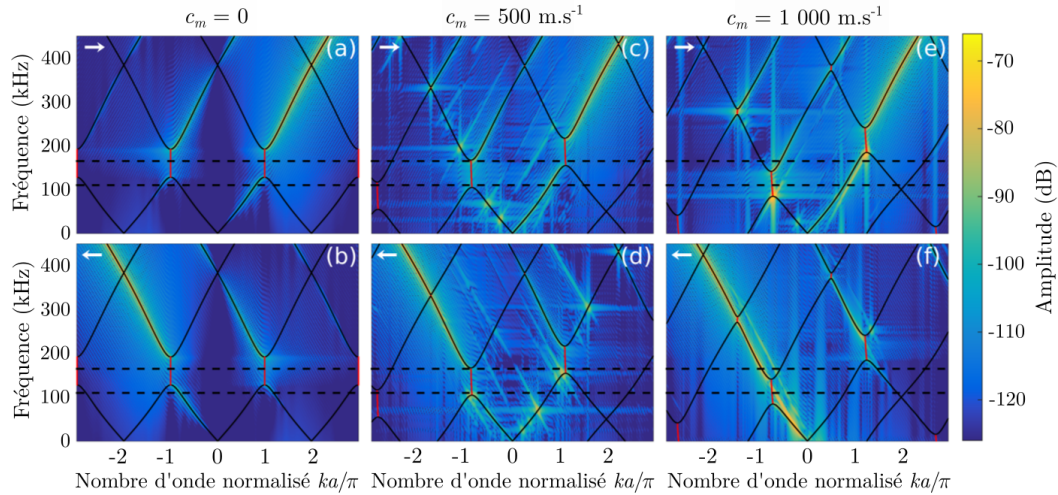


FIGURE 1.21 – Courbes de dispersion obtenues par le modèle analytique (courbes noires et rouges) et par double transformée de Fourier du champ de contraintes dans le cristal phononique calculé par FDTD [21]. Dans le calcul FDTD, les graphiques de la première ligne correspondent à une propagation vers la droite, et la deuxième ligne correspond à une propagation vers la gauche. Chaque colonne correspond à une vitesse de modulation c_m différente.

devient alors unidirectionnelle pour les ondes dont la fréquence est comprise dans l'une ou l'autre des bandes interdites. Cela engendre l'apparition de bandes interdites directionnelles sur les courbes de dispersion (graphiques (e) et (f)).

Ces résultats théoriques motivent en grande partie les travaux décrits dans ce manuscrit. Le concept est repris afin de mettre en place un dispositif similaire pour étudier les effets d'une modulation spatio-temporelle des conditions aux limites électriques d'un cristal phononique piézoélectrique sur la propagation des ondes.

1.4 Conclusions

Les cristaux phononiques ont été largement étudiés depuis les années 2000 pour leurs propriétés particulières dont notamment la présence de bandes interdites empêchant la propagation d'ondes à certaines fréquences, définies à partir de la période spatiale. Des CP dont la bande interdite est accordable ont ensuite vu le jour, permettant de modifier la largeur et la position en fréquence de leur bande interdite. Lorsque le CP est soumis à une modulation temporelle, les bandes interdites s'ouvrent en nombre d'onde au lieu de s'ouvrir en fréquences.

La modulation spatio-temporelle des propriétés élastiques de CP est étudiée depuis environ 2010, montrant le décalage asymétrique des courbes de dispersion et ainsi à une propagation d'ondes non réciproque. De nombreux travaux théoriques et numériques ont vu le jour, mais jusqu'à présent peu de confirmations expérimentales ont été publiées. En effet, certains des travaux théoriques impliquent une modulation thermique, ou encore du module d'Young et de la densité du matériau en fonction du temps, ce qui ne rend pas leur réalisation aisée. Cette difficulté nous mène à envisager un cristal phononique piézoélectrique qui permet un contrôle dynamique des conditions aux limites électriques imposées aux éléments le composant. Ainsi, l'objectif de ces travaux de thèse est de construire un CP piézoélectrique dont les conditions électriques peuvent varier en fonction de l'espace et du temps.

Dans le chapitre 2, le cristal phononique piézoélectrique étudié est présenté. La conception, le choix des éléments le composant ainsi que ses paramètres sont décrits et justifiés. Des résultats de mesures sont présentés et comparés à des résultats de simulations par éléments

finis pour deux conditions électriques différentes. La première est une condition de potentiel flottant sur toutes les électrodes, et la seconde une condition de mise à la masse périodique.

Dans le chapitre 3, la mise en place de la modulation spatio-temporelle des conditions électriques des électrodes du CP est présentée. Cette modulation est tout d'abord vérifiée expérimentalement, puis décrite numériquement. Des mesures sont effectuées en faisant varier la vitesse de modulation dans le régime subsonique de 0 à 2 000 m.s⁻¹. Les simulations par éléments finis sont confrontées aux résultats expérimentaux pour les mêmes vitesses de modulation.

Dans le chapitre 4, des résultats expérimentaux et de simulations sont présentés pour des vitesses de modulation supérieures à 2 000 m.s⁻¹, atteignant le régime sonique puis le régime supersonique. L'évolution du diagramme de bandes lors de modulations rapides est alors discutée.

Chapitre 2

Montage et caractérisation préliminaire du dispositif expérimental

Sommaire

2.1	Conception du cristal phononique	24
2.1.1	Détermination des paramètres de l'assemblage	24
2.1.2	Choix de la période spatiale du cristal phononique	27
2.1.3	Modes de déformation de l'assemblage	29
2.1.4	Mises à la masse périodiques des électrodes	31
2.1.5	Construction du cristal phononique	35
2.2	Méthodes de génération du signal acoustique	37
2.2.1	Signal impulsionnel	37
2.2.2	Train d'ondes modulé en fréquence	37
2.3	Mesures des propriétés de dispersion du cristal phononique par relevé des potentiels électriques	39
2.3.1	Paramètres des mesures	39
2.3.2	Mesures sur le pilier homogène	39
2.3.3	Mesures sur le cristal phononique	43
2.4	Mesures par relevé de déplacement vibratoire	49
2.4.1	Mesures en conditions flottantes	49
2.4.2	Mesures avec mises à la masse périodiques	49
2.5	Simulations numériques	51
2.5.1	Simulations du pilier en conditions flottantes	51
2.5.2	Simulations du cristal phononique	53
2.6	Conclusions	56

Ce chapitre présente le cristal phononique piézoélectrique étudié. Le choix de ses éléments constitutifs et de leurs paramètres est expliqué. La propagation des ondes dans cette structure est ensuite étudiée dans différents cas : tout d'abord lorsque les électrodes du système sont flottantes, puis lorsqu'un ensemble périodique d'électrodes est mis à la masse.

L'objectif visé est de dimensionner et de construire un cristal phononique piézoélectrique dont les conditions aux limites électriques peuvent être modulées. En premier lieu, les dimensions du système sont sélectionnées. L'ajout d'électrodes étant nécessaire afin de moduler les conditions électriques, leur impact sur les propriétés de dispersion est étudié grâce à des simulations par éléments finis.

Les mesures sont effectuées tout d'abord en relevant les potentiels électriques des électrodes du CP, puis en relevant le déplacement radial des éléments piézoélectriques avec un vibromètre laser. La modulation des conditions électriques est appliquée dans un premier temps manuellement *via* une platine d'expérimentation puis dans un second temps de façon automatique en utilisant un microcontrôleur.

Enfin, des simulations par éléments finis sont confrontées aux résultats expérimentaux pour les différents cas de modulation. La prise en compte du circuit électrique introduit par le microprocesseur est également décrite.

2.1 Conception du cristal phononique

2.1.1 Détermination des paramètres de l'assemblage

La géométrie du cristal phononique est choisie en considérant plusieurs critères. Il convient tout d'abord de prendre en compte les différents types de céramiques piézoélectriques disponibles dans le commerce. Les principales formes proposées sont annulaires, tubulaires, sous forme de disques ou encore de plaques. Ici, le choix d'une forme annulaire est retenu, s'inscrivant dans la continuité des précédents travaux de l'équipe de recherche de l'IEMN effectués sur un système composé d'un assemblage de cylindres piézoélectriques [18, 20, 93]. Dans ces travaux, les dimensions latérales sont petites comparées à la longueur totale de l'assemblage, ce qui permet de considérer une propagation unidimensionnelle des ondes suivant l'axe.

L'objectif est d'assembler plusieurs éléments piézoélectriques afin de créer un système final quasi-homogène. L'assemblage comporte une multitude de céramiques mises bout à bout et peut être vu comme la récurrence d'une cellule élémentaire. Le but est de trouver un moyen d'assembler de nombreuses céramiques afin d'assurer un bon contact entre elles. La géométrie annulaire permet d'éviter le collage de cylindres piézoélectriques entre eux, méthode ne permettant que très difficilement l'assemblage de nombreux éléments [17]. Ainsi, les éléments piézoélectriques sont enfilés le long d'une tige filetée en acier. Une contrainte est appliquée de chaque côté de l'assemblage avec des entretoises et des écrous afin d'assurer un bon contact entre tous les éléments. L'assemblage des anneaux céramiques sans la tige filetée est représenté sur la figure 2.1.

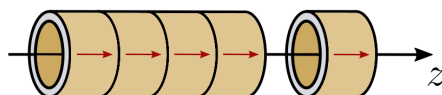


FIGURE 2.1 – Assemblage coaxial des anneaux piézoélectriques. Le sens de polarisation des éléments piézoélectriques est repéré par les flèches rouges.

La longueur des anneaux piézoélectriques est de 5 mm pour un rayon externe de 5 mm. Ils sont polarisés dans le sens longitudinal (z), et assemblés afin que la polarisation de chaque anneau soit dans la même direction. Lorsque les anneaux sont assemblés, le système est considéré comme un cylindre creux piézoélectrique homogène, dont le rayon externe est petit comparé à sa longueur totale. Dans un tel cas de figure, en prenant en compte la symétrie axiale de cette géométrie et de l'excitation, la propagation des ondes peut être

considérée comme étant monomode. En effet, si le diamètre externe du cylindre creux est petit comparé à sa longueur totale, le mode de propagation radial n'apparaît qu'à des fréquences situées en dehors de la gamme d'étude. Ainsi, la propagation des ondes longitudinales est monomode jusqu'à la fréquence de coupure du mode radial. Notons que la propagation des ondes strictement longitudinales s'effectue théoriquement dans un milieu infini. L'anneau considéré ayant un rayon fini et des bords libres sur son contour, on parle alors plutôt de mode de propagation d'ondes quasi-longitudinales. Néanmoins dans la suite, afin de simplifier la lecture de ce manuscrit, le terme « mode longitudinal » sera utilisé par abus de langage.

Des simulations modales par éléments finis en 2D effectuées avec le logiciel COMSOL Multiphysics® [99] permettent de calculer le diagramme de bandes de cet assemblage, présenté à la figure 2.2. Elles correspondent à un milieu infini composé d'un assemblage d'anneaux

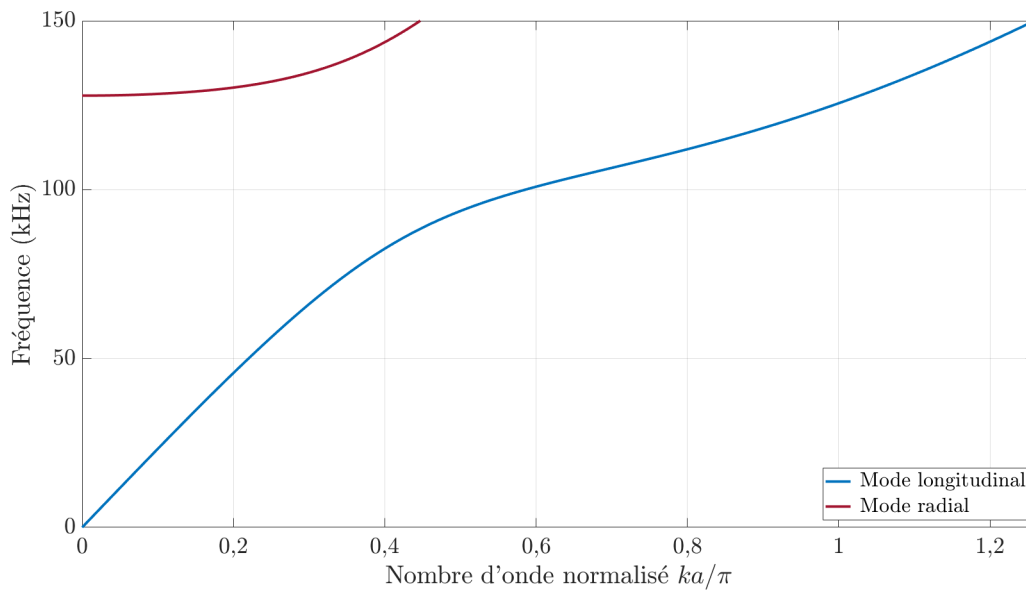


FIGURE 2.2 – Courbes de dispersion de l'empilement d'anneaux piézoélectriques obtenues par simulation modale 2D par éléments finis avec symétrie de révolution.

piézoélectriques d'épaisseur $l_{c\acute{e}ra} = 5$ mm, où une condition de symétrie axiale est imposée. Sur le diagramme de bandes, les nombres d'onde sont normalisés par $a = l_{c\acute{e}ra} = 5$ mm. La première courbe visible, sans fréquence de coupure, correspond au mode de propagation des ondes longitudinales. À basse fréquence (en-dessous de 70 kHz environ), le mode n'est pas dispersif et présente une vitesse de groupe $c_L = \frac{\partial\omega}{\partial k} = 3\,475$ m.s⁻¹. Le mode ayant une fréquence de coupure à $f_c = 127,80$ kHz correspond au mode radial. On constate que le mode longitudinal et le mode radial se couplent à partir de 70 kHz environ, fréquence à partir de laquelle la vitesse de groupe des ondes longitudinales c_L diminue.

Afin de pouvoir modifier les conditions aux limites électriques des céramiques piézoélectriques, il est nécessaire d'insérer des éléments conducteurs entre les anneaux piézoélectriques. Des électrodes sous forme d'anneaux sont alors placées entre les céramiques. Le nouvel assemblage obtenu est représenté sur la figure 2.3.

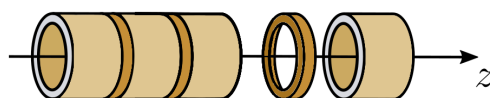


FIGURE 2.3 – Assemblage d'anneaux piézoélectriques et d'électrodes.

L'ajout d'électrodes entraîne des modifications de la propagation des ondes dans le sys-

tème. Afin de réduire au maximum ces effets tout en gardant un aspect pratique pour la réalisation expérimentale, le choix s'est porté sur des électrodes d'une épaisseur de $l_{elec} = 0,5$ mm. Ainsi, on peut considérer que l'assemblage est composé de plusieurs cellules élémentaires, la longueur d'une cellule élémentaire étant désormais $d = l_{céra} + l_{elec} = 5,5$ mm. Les électrodes sont en laiton et possèdent une masse volumique de $\rho_{elec} = 8\,490$ kg.m⁻³ qui se rapproche de celle des céramiques $\rho_{céra} = 7\,650$ kg.m⁻³ ce qui permet de réduire la rupture d'impédance mécanique à l'interface.

Une seconde simulation modale est effectuée en plaçant cette fois-ci une électrode entre les anneaux piézoélectriques. Les courbes de dispersion ainsi obtenues sont visibles sur la figure 2.4, superposées à celles obtenues en l'absence d'électrodes. Afin de pouvoir comparer deux systèmes avec la même période spatiale, la simulation sans électrode est reproduite avec des céramiques de longueur $l_{céra} = 5,5$ mm. Sur le diagramme de bandes, les nombres d'onde sont normalisés par $a = 5,5$ mm.

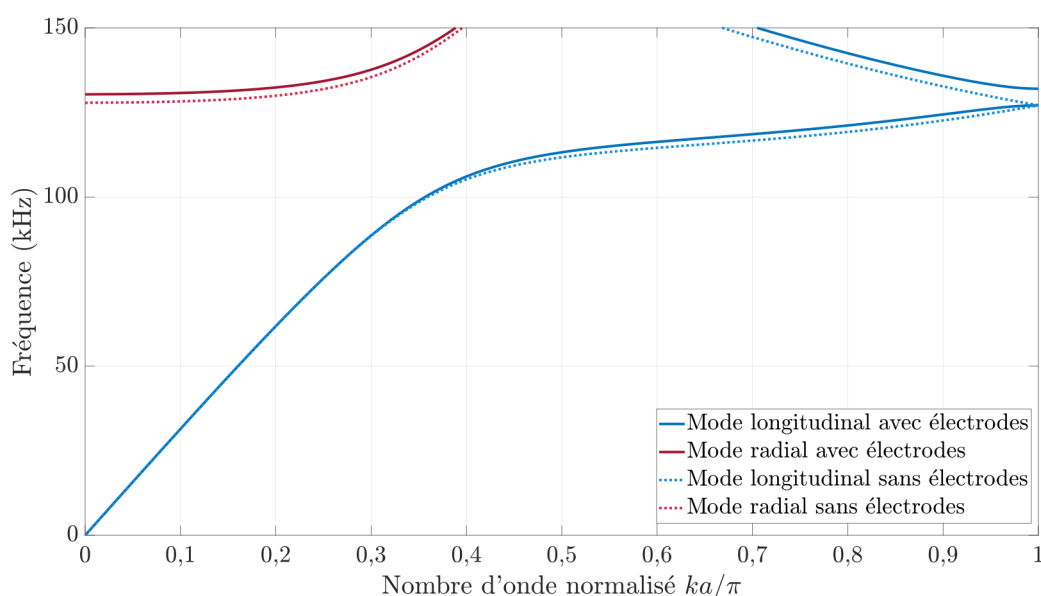


FIGURE 2.4 – Courbes de dispersion de l'empilement d'anneaux piézoélectriques avec et sans électrodes. Le repliement du mode longitudinal sans électrodes est artificiel, représenté ici pour permettre la comparaison avec l'autre mode longitudinal.

Lorsque des électrodes sont introduites entre les céramiques piézoélectriques, une bande interdite, due à la rupture d'impédance mécanique entre ces éléments, apparaît entre 127,10 kHz et 132,00 kHz sur le mode longitudinal. La position en fréquence de cette bande interdite est directement liée à l'épaisseur des électrodes et des céramiques. Cette rupture d'impédance est inévitable mais intervient à suffisamment haute fréquence pour ne pas perturber l'étude des bandes interdites entreprise dans ce manuscrit. On peut noter également que la fréquence de coupure du mode radial augmente légèrement lors de l'ajout des électrodes, passant à 130,40 kHz.

L'ajout des électrodes en laiton permet d'avoir un milieu constitué d'éléments piézoélectriques dont les conditions aux limites électriques sont contrôlables. Ces conditions peuvent être imposées sur toutes les électrodes ou seulement sur quelques unes. L'objectif ici est de modifier les conditions électriques en suivant un motif se répétant périodiquement dans l'espace. La longueur de ce motif constitue la période réelle du cristal piézoélectrique et sera notée a dans la suite. Dans le cadre de cette thèse, le motif de conditions électriques sera toujours constitué d'une mise à la masse suivie par un certain nombre de conditions flottantes. Ainsi, a correspond également à la distance entre deux mises à la masse successives.

2.1.2 Choix de la période spatiale du cristal phononique

La largeur et la position en fréquence de la bande interdite dépendent de la période spatiale du CP, dictée par la distance qui sépare deux électrodes mises à la masse [18]. Dans le système étudié, la période spatiale peut prendre différentes valeurs, égales à un nombre entier de fois la longueur séparant deux électrodes $d = l_{\text{céra}} + l_{\text{élec}} = 5,5$ mm. Ainsi, si toutes les électrodes sont mises à la masse, la période spatiale est $a = d = 5,5$ mm. Si une électrode sur deux est mise à la masse, cette période devient $a = 2d = 11$ mm. Dans notre cas, il convient de déterminer la période spatiale optimale afin de permettre le suivi des bandes interdites par la suite. Pour ce faire, plusieurs simulations sont effectuées avec différentes périodes spatiales. Les courbes de dispersion représentées à la figure 2.5 montrent l'effet d'une période variant de $a = d = 5,5$ mm à $a = 6d = 33$ mm. Les positions en fréquence des bornes des bandes

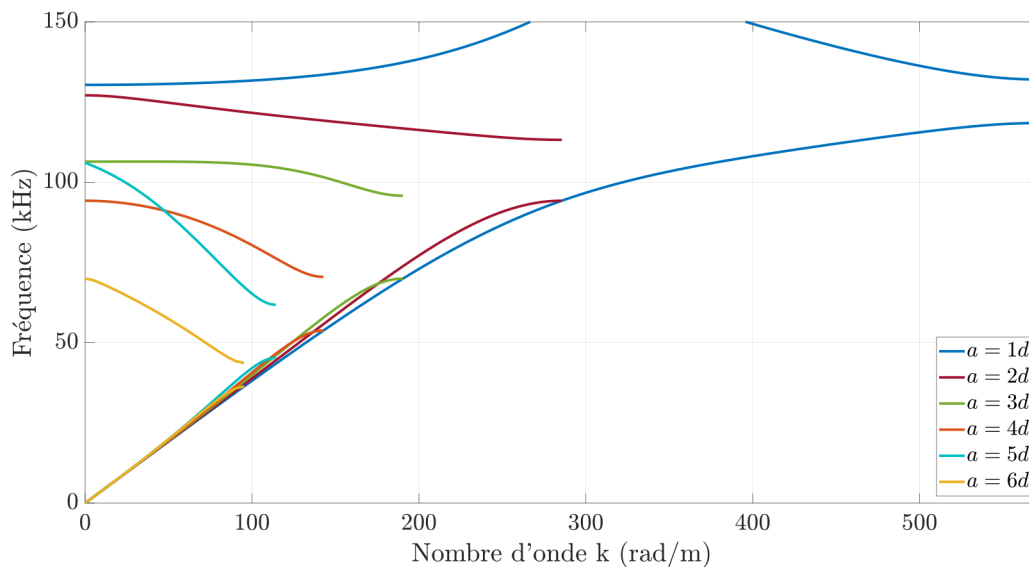


FIGURE 2.5 – Courbes de dispersion simulées pour différentes périodes spatiales.

interdites pour ces périodes spatiales sont regroupées dans le tableau 2.1.

Le fort couplage entre le mode longitudinal et le mode radial au-delà d'environ 100 kHz pouvant rendre le suivi de la bande interdite plus difficile, on choisit d'étudier la propagation des ondes sur la bande de fréquence allant de 0 à 100 kHz. Il est donc également nécessaire de choisir une période spatiale permettant d'observer l'évolution des bandes interdites sur cette plage de fréquences. En effet, bien que la modulation ne soit pas étudiée dans ce chapitre, le choix de la période spatiale doit être effectué dans l'optique de pouvoir l'introduire ultérieurement.

Il convient de noter que plus la période spatiale choisie est faible, plus la discrétisation spatiale de la modulation est grossière par rapport à la taille de la cellule unitaire. La modulation spatio-temporelle à vitesse de modulation c_m constante sera réalisée par pas d'espace $\Delta x = d$ et de temps $\Delta t = \frac{d}{c_m}$. Pour une période spatiale de $a = 2d$, c'est-à-dire une électrode mise à la masse sur deux, la discrétisation spatiale de la modulation représente la moitié de la période. Une période spatiale plus élevée est souhaitable pour créer une modulation la plus proche possible d'une modulation continue. Cependant, une trop grande période spatiale peut poser des problèmes en terme de fabrication. En effet, étant donné qu'un grand nombre de cellules élémentaires doit être utilisé pour permettre l'observation des effets de propagation, un cristal avec une période spatiale plus grande aura nécessairement une longueur totale plus élevée ce qui peut rendre l'assemblage du CP plus difficile.

Pour toutes ces raisons, le choix s'est porté sur une période spatiale intermédiaire de

a	Limite basse	Limite haute	Largeur
$1d$	118,50 kHz	132,00 kHz	13,50 kHz
$2d$	94,25 kHz	113,20 kHz	18,95 kHz
$3d$	69,96 kHz	95,80 kHz	25,84 kHz
$4d$	53,79 kHz	70,50 kHz	16,71 kHz
$5d$	45,24 kHz	61,82 kHz	16,58 kHz
$6d$	36,35 kHz	43,68 kHz	7,33 kHz

TABLEAU 2.1 – Tableau récapitulatif des positions en fréquence des limites hautes et basses des bandes interdites pour des périodes spatiales a allant de $1d$ à $6d$. La ligne surlignée en rose correspond à la période spatiale choisie et sa bande interdite correspondante.

$a = 5d = 27,5$ mm, c'est-à-dire une électrode mise à la masse toutes les cinq électrodes. La bande interdite correspondante se situe ainsi au milieu de la plage de fréquences d'étude prédéfinie.

D'autres simulations sont alors effectuées afin de tracer les courbes de dispersion correspondant à une période spatiale de 27,5 mm. Les courbes de dispersion avec ($l_{c\acute{e}ra} = 5$ mm, $l_{\acute{e}lec} = 0,5$ mm) et sans ($l_{c\acute{e}ra} = 5,5$ mm) électrodes sont représentées sur la figure 2.6. Les nombres d'onde sont normalisés par $a = 5,5$ mm. Sans électrode, la bande interdite est com-

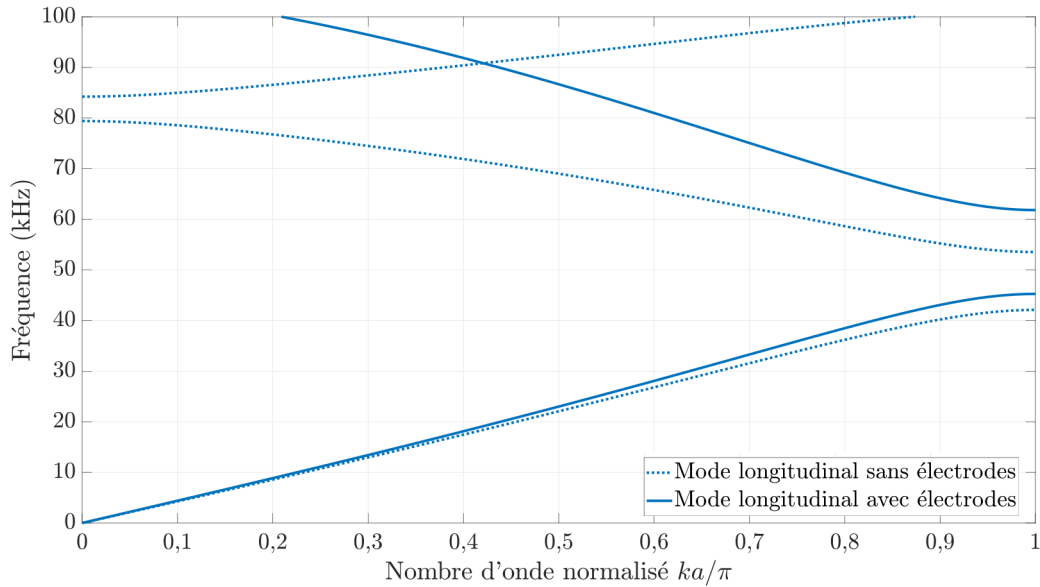


FIGURE 2.6 – Courbes de dispersion de l'empilement d'anneaux piézoélectriques avec électrodes (courbes pleines) et sans électrode (courbes en pointillés).

prise entre 42,10 kHz et 53,53 kHz. Lorsque les électrodes sont ajoutées, la bande interdite est comprise entre 45,24 kHz et 61,82 kHz. L'ajout d'électrodes a pour effet d'élargir la bande interdite du système, et de la décaler légèrement vers les hautes fréquences. La bande interdite est plus large de 5,13 kHz en présence d'électrodes, ce qui correspond environ à la valeur de la bande interdite en présence d'électrodes dont les potentiels sont flottants.

Longitudinal	Radial	Torsion	Flexion	Anti-sym.	Hexapolaire	Ovalisation
$u_r(r, z)$	$u_r(r, z)$	$u_r(r, z)$	$u_r(r, \theta, z)$	$u_r(r, \theta, z)$	$u_r(r, \theta, z)$	$u_r(r, \theta, z)$
$u_z(r, z)$	$u_z(r, z)$	$u_\theta(r, z)$	$u_\theta(r, \theta, z)$	$u_\theta(r, \theta, z)$	$u_\theta(r, \theta, z)$	$u_\theta(r, \theta, z)$
			$u_z(r, \theta, z)$	$u_z(r, \theta, z)$	$u_z(r, \theta, z)$	$u_z(r, \theta, z)$

TABEAU 2.2 – Composantes et dépendances du champ de déplacement en coordonnées cylindriques (r, θ, z) pour les différents modes de propagation dans l'assemblage.

2.1.3 Modes de déformation de l'assemblage

Dans cette partie, nous étudions les modes de déformation de l'assemblage composé d'anneaux piézoélectriques et d'électrodes en laiton. La géométrie à symétrie de révolution conduit à décrire les champs physiques dans le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) . Les modes de déformation peuvent être classés suivant leurs différentes symétries. Certains modes possèdent une symétrie de révolution impliquant que les champs physiques, comme le champ de déplacement, soient invariants selon θ . C'est le cas des modes longitudinal et radial qui ont été les seuls étudiés jusqu'à présent puisque les simulations étaient effectuées en imposant une symétrie axiale. Ces modes possèdent un champ de déplacement non nul en r et en z et le déplacement u_z à une position z_0 donnée est le même pour tout r et θ . Les électrodes ayant une symétrie de révolution, ce sont les seuls modes ayant une activité électrique. Les caractéristiques du champ de déplacement de ces modes sont regroupées dans le tableau 2.2.

Afin de retrouver les déformées des différents modes, les simulations par éléments finis sont effectuées sur un empilement 3D de cinq céramiques et cinq électrodes avec une condition de périodicité de Bloch-Floquet imposée sur les surfaces frontières des éléments aux extrémités afin de simuler un milieu infini. Lorsque la symétrie de révolution n'est pas imposée, plusieurs autres modes de propagation sont présents dans le système. Les courbes de dispersion ainsi obtenues sont présentées à la figure 2.7 pour le cas où toutes les électrodes sont flottantes. On notera que dans ce cas, la cellule simulée est une super-cellule cinq fois plus grande que la cellule unitaire. À partir de maintenant, les diagrammes de bandes sont représentés sur cinq zones de Brillouin. Ainsi, le vecteur d'onde normalisé est compris entre $k_{norm} = ka/\pi = \pm 5$.

Les déformées de chaque mode sont tracées en fixant un nombre d'onde k_{norm} et une fréquence f qui sont représentés par des symboles colorés sur les courbes de dispersion. La figure 2.8 présente les déformées du mode longitudinal et du mode radial. Ces modes sont visibles sur le diagramme de bandes de la figure 2.7, représentés en violet et en noir.

2.1.3.1 Modes sans fréquence de coupure

Outre le mode longitudinal, on remarque deux modes qui n'ont pas de fréquence de coupure. Le mode représenté en bleu correspond au mode de torsion. Ce dernier a un déplacement en θ et en r , mais n'a pas de déplacement selon z . Le mode représenté par la courbe verte est un mode non axisymétrique qui peut être défini par un couple (m, n) où n est l'ordre du mode et m indique les différentes fréquences et diverses formes possibles du mode [73]. Il s'agit ici du mode (1,1), très similaire à un mode de flexion fondamental d'une plaque ou d'un barreau. Les déformées du mode de torsion et du mode de flexion sont visibles sur la figure 2.9. Le champ de déplacement a été ajouté sous forme de flèches rouges sur le mode de torsion afin de mieux visualiser sa déformée. Les caractéristiques du champ de déplacement de ces modes sont regroupées dans le tableau 2.2.

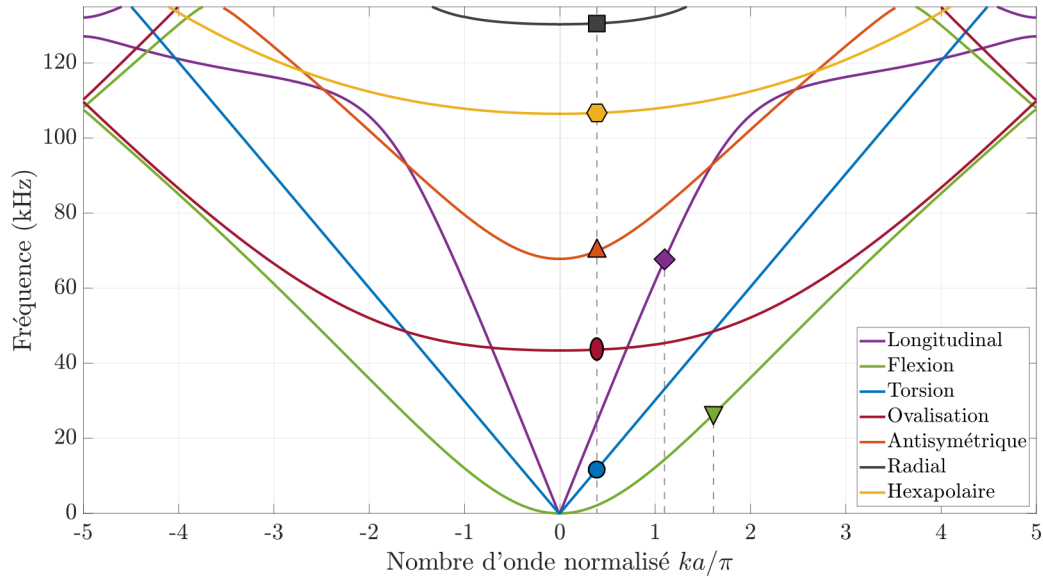


FIGURE 2.7 – Modes propres de l’assemblage avec électrodes flottantes. Les symboles colorés correspondent aux points à partir desquels sont tracées les déformées de chaque mode.

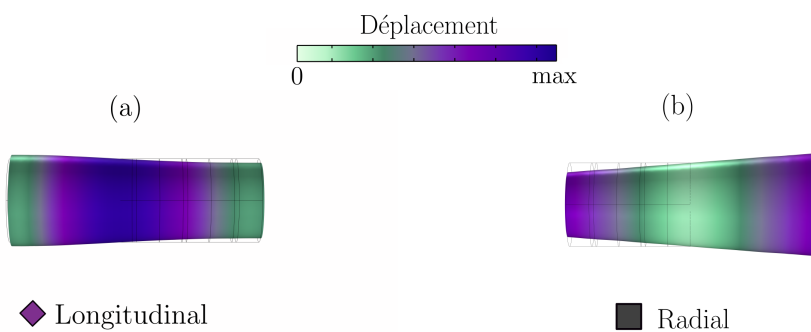


FIGURE 2.8 – Mode longitudinal (a) avec $k_{norm} = 1,1$ et $f = 67,6$ kHz, et mode radial (b) avec $k_{norm} = 0,4$ et $f = 130,6$ kHz. Les symboles correspondent aux couples (k_{norm}, f) pour lesquels les déformées sont calculées, visibles à la figure 2.7.

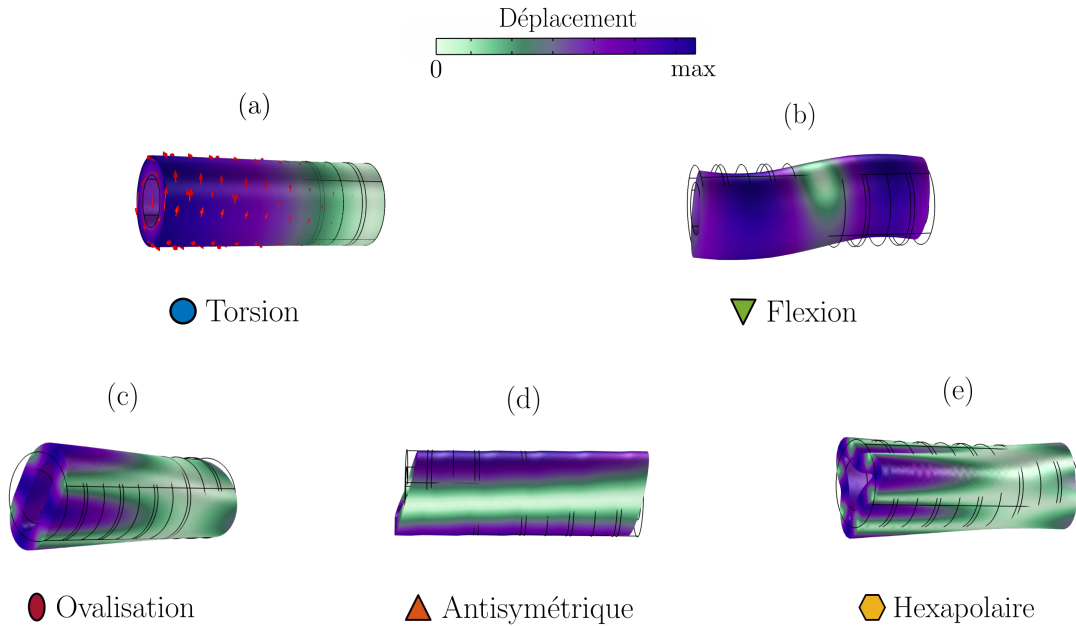


FIGURE 2.9 – Mode de torsion (a) ($f = 12,1$ kHz), mode de flexion (b) ($f = 26,1$ kHz), mode d’ovalisation (c) ($f = 43,6$ kHz), mode antisymétrique (d) ($f = 70,1$ kHz) et mode hexapolaire (e) ($f = 106,7$ kHz). Le nombre d’onde correspondant est de $k_{norm} = 1,6$ pour le mode de flexion, et $k_{norm} = 0,4$ pour les autres. Les symboles correspondent aux couples (k_{norm}, f) pour lesquels les déformées sont calculées, visibles à la figure 2.7.

2.1.3.2 Modes avec fréquence de coupure

Trois nouveaux modes de propagation avec fréquence de coupure sont présents pour des fréquences inférieures à la fréquence de coupure du mode radial. La courbe rouge, ayant une fréquence de coupure de 43,42 kHz, correspond au mode d’ovalisation (2,1) de l’assemblage. La courbe orange, dont la fréquence de coupure est de 67,83 kHz, correspond au mode antisymétrique (1,2) qui est l’ordre supérieur du mode de flexion (1,1). Enfin, la courbe jaune correspond au mode hexapolaire (3,1), dont la fréquence de coupure est de 106,50 kHz. Les déformées de ces trois modes sont représentées sur la figure 2.9.

Le dispositif expérimental n’étant pas parfaitement rectiligne, des simulations supplémentaires ont été effectuées en introduisant une légère courbure de l’axe de révolution de l’empilement. Ce fléchissement a pour effet d’introduire une fréquence de coupure sur le mode de flexion. Néanmoins, cet effet est très faible lorsque le rayon de courbure choisi correspond approximativement à celui constaté expérimentalement, et cette courbure n’a pas d’effet significatif sur le mode longitudinal. Ainsi, dans la suite les simulations par éléments finis sont effectuées avec un axe rectiligne.

2.1.4 Mises à la masse périodiques des électrodes

Nous avons déterminé jusqu’à présent les caractéristiques du cristal phononique piézo-électrique et notamment sa période spatiale, correspondant à la distance entre deux électrodes reliées à la masse. Une méthode expérimentale de mise à la masse des électrodes doit être mise en place afin d’étudier le CP. La méthode la plus simple consiste à relier les électrodes à une masse commune *via* un fil conducteur et une platine d’expérimentation. Un autre dispositif a été mis en place dans l’optique de pouvoir moduler les conditions électriques dynamiquement.

Le dispositif utilisé a été conçu par Michel Amberg et Frédéric Giraud, du Laboratoire d’Électrotechnique et d’Électronique de Puissance de Lille (L2EP). Dans ce dispositif, la

modulation des conditions électriques est contrôlée à l'aide d'un microprocesseur de type Digital Signal Processor (DSP). Celui-ci permet d'envoyer des données à plusieurs mémoires vives dynamiques qui commandent chacune huit interrupteurs pouvant relier à la masse les électrodes du CP. Un schéma simplifié du dispositif expérimental est présenté à la figure 2.10. Les interrupteurs sont des SPDT (Single Pole Double Throw), ce qui signifie qu'ils ont deux

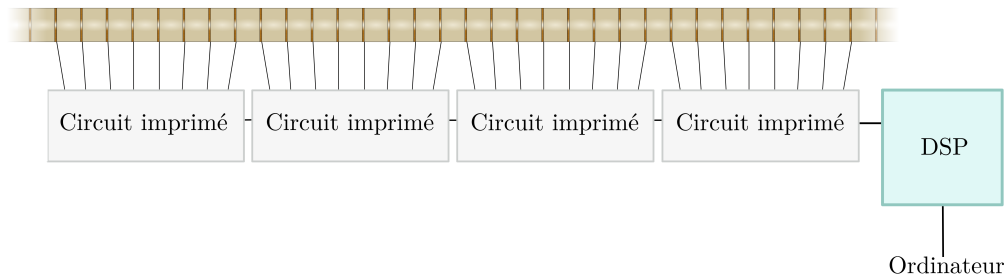


FIGURE 2.10 – Représentation schématique du dispositif expérimental. L'ordinateur sert d'intermédiaire pour envoyer des données au DSP qui les transmet aux mémoires placées sur les circuits imprimés. Les mémoires sont connectées aux interrupteurs, reliés chacun à une électrode du cristal phononique.

positions possibles. La position de commutation de l'interrupteur peut être soit « normalement ouvert » (NO), soit « normalement fermé » (NC). Le brochage des interrupteurs est présenté à la figure 2.11. Lorsque l'interrupteur est en position NO, l'électrode est reliée à une masse commune à tous les interrupteurs et au DSP. Lorsque l'interrupteur est en position NC, l'électrode est laissée flottante.

Une mémoire possède huit bits de sortie correspondant chacun à un signal logique envoyé à la broche 6 d'un interrupteur. Si le bit reçu est de valeur 0, l'interrupteur se met dans sa position NC. S'il est de valeur 1, il se connecte à la broche NO. Il est ainsi possible de commander les conditions appliquées aux électrodes avec une table de vérité contenant les valeurs logiques qui sont envoyées aux huit interrupteurs de chaque mémoire. Dans le cadre d'une modulation uniquement spatiale, les mêmes données sont envoyées sur les interrupteurs à chaque période d'horloge de lecture des mémoires.

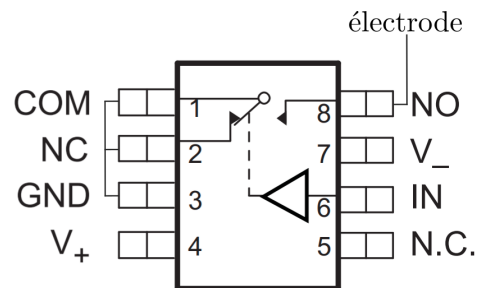


FIGURE 2.11 – Brochage d'un interrupteur SPDT.

La mémoire et les huit interrupteurs qu'elle contrôle sont soudés sur un circuit imprimé visible sur la figure 2.12, et constituent un module élémentaire. Les modules peuvent être reliés les uns aux autres grâce aux connecteurs positionnés à leurs extrémités, formant ainsi une chaîne. Le module positionné en fin de chaîne, c'est-à-dire le plus éloigné du DSP, reçoit donc les données et l'alimentation par l'intermédiaire des modules précédents sur la chaîne. La photographie du DSP est présentée sur la figure 2.13.

Une des différences entre la mise à la masse avec une platine d'essai et celle à travers ces interrupteurs est la présence d'une résistance non négligeable lorsque l'électrode est reliée à la masse. Selon la fiche de caractéristiques du fabricant, cette résistance est de $12,5 \Omega$. La valeur expérimentale de l'impédance des interrupteurs a été mesurée à l'aide d'un impédancemètre Keysight E4990A. Le module de l'impédance $|Z|$ ainsi que sa phase Φ sont mesurés sur un interrupteur en position NO pour des fréquences allant jusqu'à $f = 200 \text{ kHz}$. Ces mesures permettent d'obtenir la partie réelle de l'impédance $Z_{Re} = |Z| \cos(\Phi)$ correspondant à une résistance, et sa partie imaginaire $Z_{Im} = |Z| \sin(\Phi)$ correspondant soit à une capacité, soit à

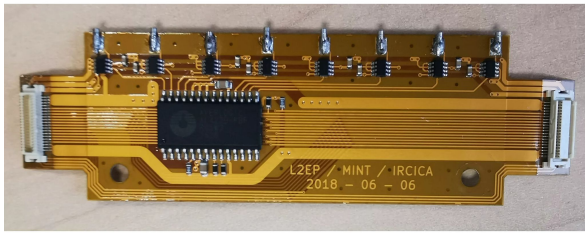


FIGURE 2.12 – Circuit imprimé conçu au L2EP où est soudée une mémoire dynamique et huit interrupteurs.

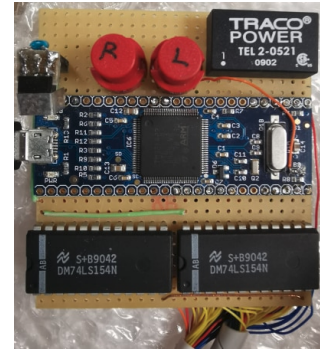


FIGURE 2.13 – Digital Signal Processor (DSP).

une inductance. Les résultats d'une mesure effectuée sur un interrupteur sont présentés à la figure 2.14.

La partie réelle de l'impédance de $3,6 \Omega$ est constante sur la plage de fréquences étudiée. Ces mesures, effectuées sur dix interrupteurs, indiquent une valeur moyenne de $R_{moy} = 4 \Omega$. La partie imaginaire de l'impédance est croissante et varie linéairement avec la fréquence. Ce résultat s'explique par un effet inductif causé probablement par les nombreux fils présents sur le système. La pente de valeur $L\omega$ donne la valeur de l'inductance qui est de $L = 1,2 \mu\text{H}$. Cette opération est répétée pour dix interrupteurs afin d'obtenir la valeur moyenne de l'inductance $L_{moy} = 1,6 \mu\text{H}$. Le module de l'impédance de l'interrupteur en position NC ne peut pas être mesuré car sa valeur dépasse la valeur maximale permise par l'instrument de mesure ($200 \text{ M}\Omega$).

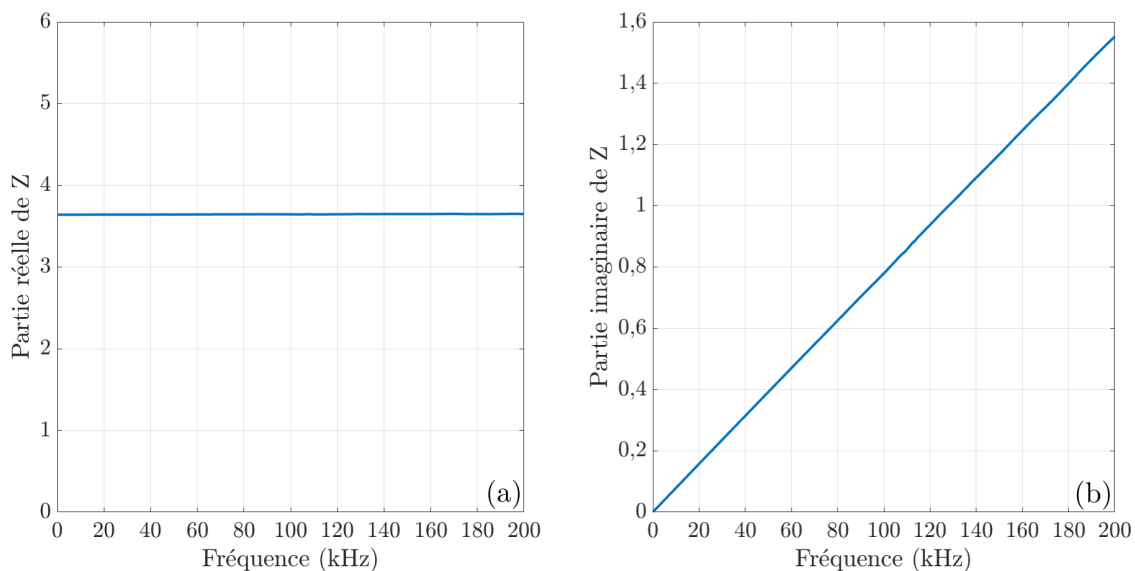


FIGURE 2.14 – Partie réelle (a) et partie imaginaire (b) de l'impédance de l'interrupteur en position NO.

Le délai d'ouverture et de fermeture de l'interrupteur par rapport à l'envoi de la commande logique est vérifié. Pour ce faire, un pont diviseur est mis en place, représenté sur la figure 2.15. La tension est tout d'abord relevée entre la broche 6 de l'interrupteur et la masse (U_6). C'est cette broche qui reçoit le signal logique de commande envoyé par la mémoire. La tension est également relevée à la sortie de l'interrupteur sur la broche 8 (U_8). Cette broche, normalement connectée à l'électrode, est ici reliée à un pont diviseur de tension composé de deux résistances de valeur $R_1 = R_2 = 3,3 \text{ k}\Omega$. L'une de ces résistances est reliée à une source de tension continue de $U = 5 \text{ V}$, et l'autre est reliée à la masse.

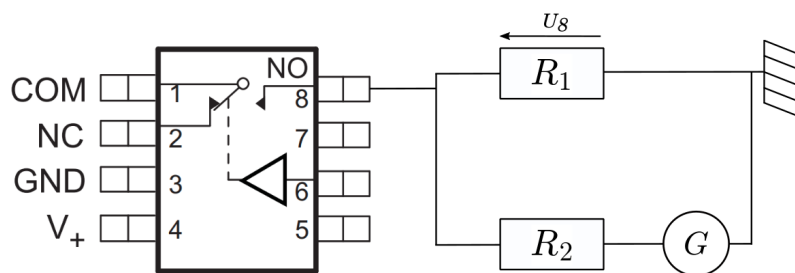


FIGURE 2.15 – Schéma du pont diviseur utilisé pour mesurer le potentiel entre la broche 8 de l'interrupteur et la masse.

Les tensions ainsi mesurées sont représentées sur la figure 2.16. Lorsque la tension à la sortie de la broche 6 (U_6) est nulle, l'interrupteur reste dans son état NC et ne relie pas la broche 8 à la masse. Dans ce cas, la tension aux bornes de la résistance à la sortie de la broche 8 est $U_8 = U/2 = 2,5 \text{ V}$. Lorsque la broche 6 reçoit l'ordre de relier l'interrupteur à la masse, sa tension passe de 0 à $U_6 = 3,3 \text{ V}$. L'état de l'interrupteur passe à NO, ce qui relie la broche 8 à la masse, et la tension relevée aux bornes de la résistance R_1 chute. Le délai mesuré lors du passage de NC à NO est de $t_{ON} = 58 \text{ ns}$, et celui mesuré lors du passage de NO à NC est de $t_{OFF} = 26 \text{ ns}$. Les valeurs théoriques typiques de ces délais fournies par le fabricant sont $t_{OFF}^{TYP} = 25 \text{ ns}$ et $t_{ON}^{TYP} = 56 \text{ ns}$, et les valeurs théoriques maximales sont $t_{OFF}^{MAX} = 30 \text{ ns}$ et $t_{ON}^{MAX} = 85 \text{ ns}$. Ces valeurs signifient que la vitesse de modulation maximale théorique permise par les interrupteurs est de $c_m^{MAX} = \frac{d}{t_{OFF}^{MAX} + t_{ON}^{MAX}} = 47\,826 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ soit environ $14c_L$ ce qui suffit amplement pour effectuer des modulations spatio-temporelles en régime supersonique.

Le DSP est alimenté par un câble USB relié à un ordinateur qui est également utilisé pour lui envoyer les informations. Ce câble peut poser problème étant donné que l'énergie entrant dans le système, et distribuée sur tous les circuits imprimés, utilise le même chemin que le retour du courant vers la masse. Cela pourrait causer des chutes de tension imprévues ou encore altérer mise à la masse des électrodes. Pour se prémunir de ce phénomène, on ajoute entre l'alimentation et le DSP un isolateur galvanique qui utilise deux voies différentes pour apporter l'énergie d'une part, et assurer la communication d'autre part. Une borne dédiée, connectée à la masse commune des interrupteurs, permet de relier le système à la masse.

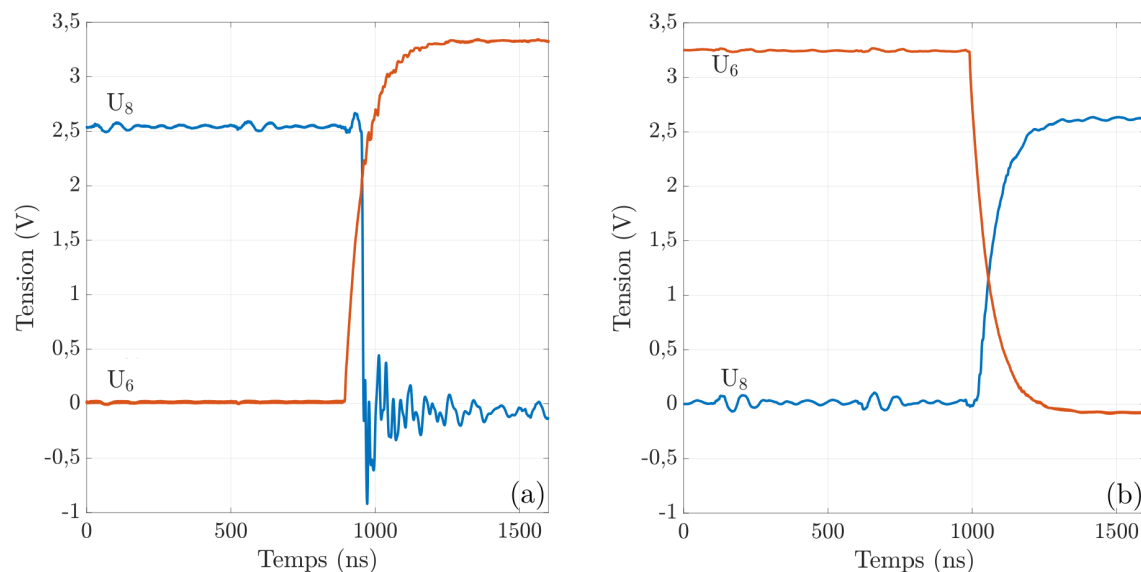


FIGURE 2.16 – Évolution temporelle des tensions mesurées sur l'interrupteur permettant d'évaluer les délais de passage de l'état NC à NO (a), et de l'état NO à NC (b).

2.1.5 Construction du cristal phononique

Le cristal phononique étudié est composé d'un assemblage d'anneaux piézoélectriques et d'électrodes en laiton visibles à la figure 2.17. Les anneaux piézoélectriques et électrodes sont enfilés sur une tige filetée en acier d'un diamètre de 5 mm. Afin de les centrer et d'isoler électriquement l'assemblage et la tige filetée, une gaine thermorétractable est placée sur cette dernière. Cette étape de construction est visible sur la figure 2.18.

Le bon contact entre tous les éléments est assuré en appliquant une pré-contrainte axiale de chaque côté de l'assemblage à l'aide d'écrous. Des entretoises en acide polylactique (PLA) sont placées entre les écrous et l'assemblage et permettent d'isoler électriquement les électrodes placées aux extrémités de l'assemblage, des écrous, et de la tige filetée. Ces entretoises introduisent une rupture d'impédance mécanique aux extrémités de l'assemblage. Ce dernier est supporté à ses extrémités par deux éléments en PLA réalisés par fabrication additive.

La mise à la masse des électrodes est déclenchée par le DSP commandant les interrupteurs reliés à chaque électrode. Ces interrupteurs sont soudés sur des circuits imprimés, eux-mêmes disposés le long du cristal phononique. Le dimensionnement des circuits imprimés permet de positionner les pastilles conductrices tous les $d_{switch} = 10$ mm. Ainsi, un circuit imprimé peut relier ses huit interrupteurs à huit électrodes séparées de d_{switch} . Avec cet écartement, un circuit imprimé ne peut contrôler qu'une électrode sur deux dans l'empilement, ce qui rend nécessaire l'utilisation d'un second circuit imprimé pour les électrodes



FIGURE 2.17 – Électrode et anneau piézoélectrique.



FIGURE 2.18 – Étape d'assemblage des électrodes et anneaux piézoélectriques sur la tige filetée.

restantes. Deux circuits sont donc placés l'un au-dessus de l'autre avec une translation de $d_{PCB} = l_{c\acute{e}ra} + l_{\acute{e}lec} = 5,5$ mm. L'assemblage est placé à mi-hauteur entre les deux chaînes de circuits imprimés et est visible sur les figures 2.19 et 2.20.

Le nombre d'éléments piézoélectriques constituant l'assemblage est déterminé en prenant en compte plusieurs paramètres. Le choix d'une période spatiale de 27,5 mm implique qu'une super-cellule du cristal phononique est composée de cinq céramiques et cinq électrodes. Au final, l'assemblage est composé de 19 super-cellules, avec un total de 114 électrodes et 113 anneaux piézoélectriques. Cela donne une longueur totale du pilier de $L = 622$ mm. Parmi tous ces éléments, 96 électrodes peuvent voir leurs conditions électriques modifiées. Le tout premier interrupteur (situé à l'extrémité droite du CP) est utilisé comme signal de déclenchement des mesures et n'est relié à aucune électrode. Ainsi, 95 électrodes et les 94 céramiques qu'elles encadrent constituent le cristal phononique modulable. Les céramiques et électrodes restantes positionnées de part et d'autre de ce milieu modulable forment un milieu considéré comme homogène dans lequel les ondes peuvent se propager lors de l'excitation avant de pénétrer dans le cristal phononique. Les éléments piézoélectriques du cristal phononique sont des céramiques PZT (Titano Zirconate de Plomb) NCE56 commercialisées par Noliac. Les paramètres matériaux des céramiques sont donnés dans le tableau 2.3.

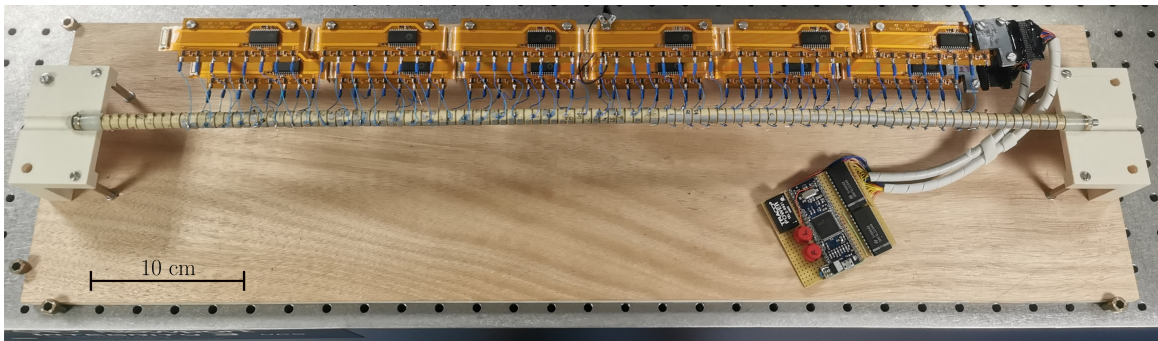


FIGURE 2.19 – Montage expérimental du cristal phononique vu du dessus.

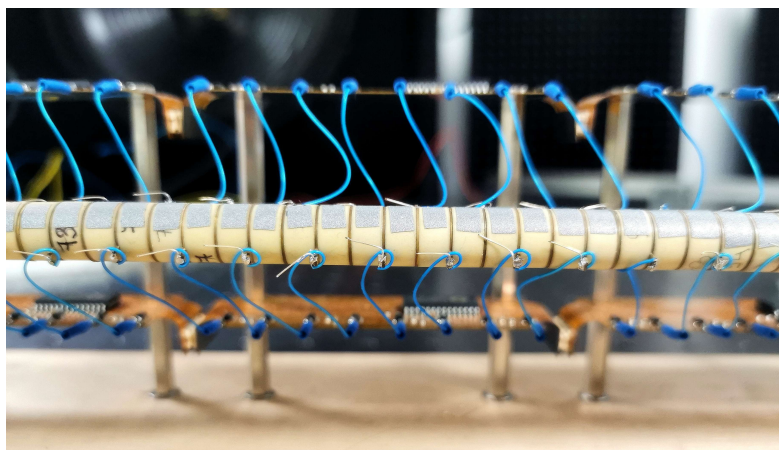


FIGURE 2.20 – Montage expérimental du cristal phononique vu de côté.

Mat. de permittivité relative ε^T	Mat. des compliances s^E (10^{-12}Pa^{-1})	Mat. des constantes piézoélectriques d (10^{-10}C/N)
$\begin{pmatrix} 1600 & 0 & 0 \\ 0 & 1600 & 0 \\ 0 & 0 & 2900 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 17,8 & -5,2 & -9,9 & 0 & 0 & 0 \\ -5,2 & 17,8 & -9,9 & 0 & 0 & 0 \\ -9,9 & -9,9 & 23,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 48,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 48,9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 46,1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,8 & 0 & 0 \\ -2,5 & -2,5 & 5,8 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

TABLEAU 2.3 – Paramètres matériaux des céramiques piézoélectriques PZ29 fournis par le constructeur.

2.2 Méthodes de génération du signal acoustique

Pour procéder aux mesures, différentes méthodes d'excitation sont possibles. Nous pouvons tout d'abord accoler un transducteur de Langevin à l'extrémité de l'assemblage, qui va transmettre l'énergie au système sous forme de vibrations. L'excitation se propage alors de proche en proche dans tout l'assemblage sous forme notamment d'ondes longitudinales.

Une autre manière d'exciter l'assemblage est d'imposer une différence de potentiel variant dans le temps entre deux électrodes à une des extrémités de l'assemblage, dans le milieu non modulable. Cette différence de potentiel introduit une déformation des céramiques présentes entre ces deux électrodes par effet piézoélectrique inverse, et crée ainsi une onde acoustique dans l'assemblage. Le choix d'écrous pour imposer la pré-contrainte au système nous invite à utiliser ce deuxième type d'excitation. Plusieurs types de signaux d'excitation sont envisageables et seront exploités expérimentalement.

2.2.1 Signal impulsionnel

L'utilisation d'un signal impulsionnel permet de visualiser le déplacement des ondes dans l'assemblage en fonction du temps. Elle permet également d'obtenir des courbes de dispersion à la condition que la bande passante de l'impulsion soit dans la plage des fréquences étudiées. On utilise une impulsion de Ricker représentée sur la figure 2.21, aussi connue sous le nom d'ondelette « chapeau mexicain » d'expression :

$$x(t) = A \left(1 - 2\pi^2 f_0^2 t^2\right) e^{-\pi^2 f_0^2 t^2}, \quad (2.1)$$

où f_0 est la fréquence sur laquelle est centrée l'impulsion, A son amplitude et t le temps. La fréquence sur laquelle est centrée l'impulsion $f_0 = 50$ kHz est choisie pour que la largeur de la bande passante permette de visualiser les fréquences allant jusqu'à 100 kHz. Le spectre correspondant est représenté sur la figure 2.22.

Cette excitation est définie sur Matlab et exportée vers un générateur de signal Keysight 33500B Series. Elle est échantillonnée sur $N = 400\,000$ points avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 12,5$ MHz pour une durée totale du signal de $T_S = 32$ ms.

2.2.2 Train d'ondes modulé en fréquence

La deuxième excitation utilisée est un train d'ondes modulé linéairement en fréquence variant entre $f_{min} = 1$ kHz et $f_{max} = 120$ kHz. Ce signal est multiplié par une fonction successivement croissante, constante puis décroissante, de façon à réduire l'apparition de phénomènes parasites lors du calcul des transformées de Fourier. Ce signal ainsi que sa transformée de Fourier sont présentés aux figures 2.23 et 2.24.

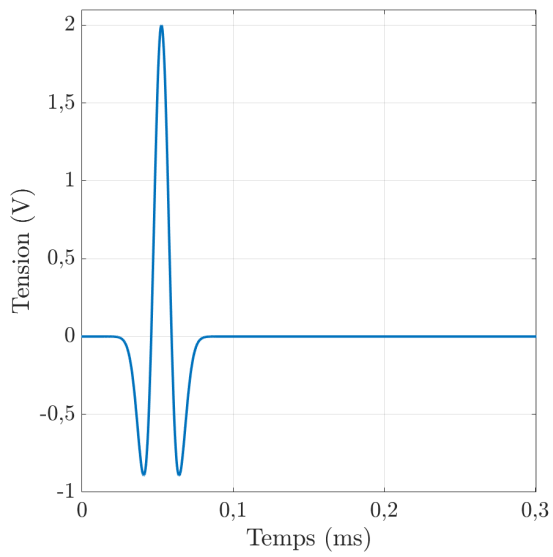


FIGURE 2.21 – Impulsion de Ricker.

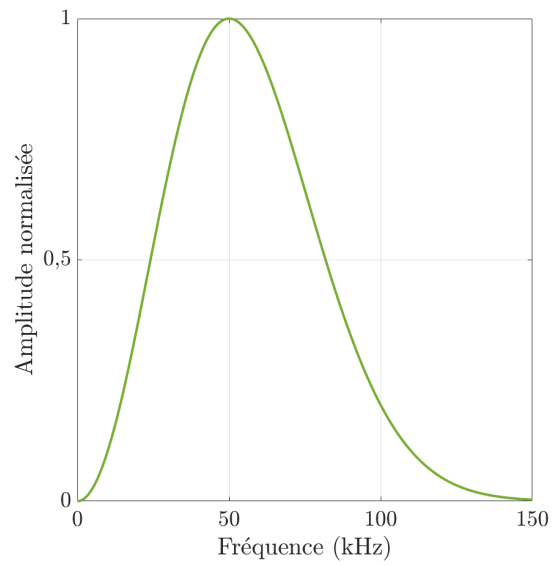


FIGURE 2.22 – Spectre de l'impulsion de Ricker.

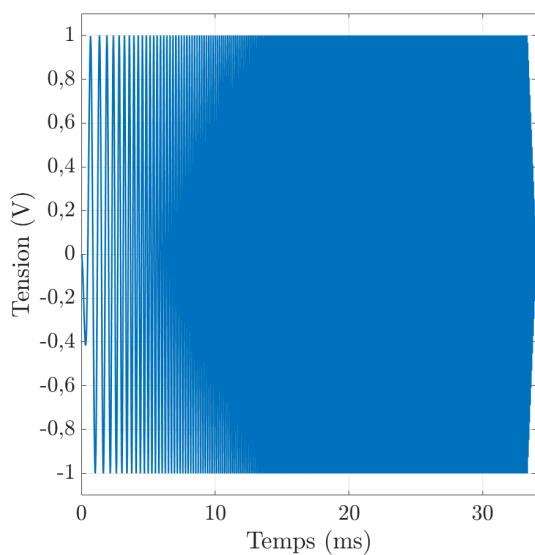


FIGURE 2.23 – Train d'ondes modulé linéairement en fréquence.

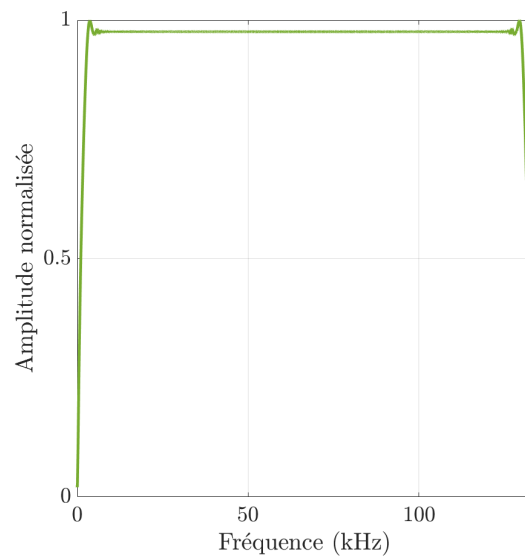


FIGURE 2.24 – Spectre du train d'ondes modulé en fréquence.

Cette méthode d'excitation ne permet pas de visualiser le potentiel d'un paquet d'ondes dans l'assemblage mais permet d'extraire les courbes de dispersion du système. Cette excitation est définie sur Matlab et exportée vers un Keysight 33500B Series, et est générée avec les mêmes paramètres que l'impulsion de Ricker.

2.3 Mesures des propriétés de dispersion du cristal phononique par relevé des potentiels électriques

2.3.1 Paramètres des mesures

Les courbes de dispersion peuvent être caractérisées expérimentalement à partir d'un relevé du potentiel électrique de chaque électrode en fonction du temps [100]. Une fois rassemblées, ces mesures permettent de représenter le potentiel en fonction de l'espace et du temps dans le système. L'excitation utilisée est une impulsion de Ricker d'amplitude $U = 40$ V.

Dans les mesures présentées dans ce chapitre, l'excitation est imposée entre deux électrodes séparées de cinq céramiques, situées au bord de l'assemblage. Selon le nombre de céramiques présentes entre les deux électrodes d'excitation, l'énergie est répartie légèrement différemment en fréquence dans le système. Plusieurs tests ont été effectués au préalable afin d'obtenir un transducteur couvrant au mieux la bande de fréquences d'intérêt. Cette étude préliminaire a mené au choix de cinq céramiques séparant les électrodes d'excitation. La source ainsi utilisée est représentée sur la figure 2.25.

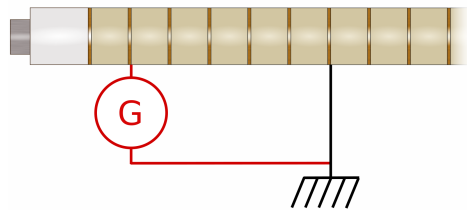


FIGURE 2.25 – Excitation entre deux électrodes séparées de cinq céramiques à l'extrémité gauche de l'assemblage.

Dans cette section, les mesures sont effectuées avec un oscilloscope Wavesurfer™ 3022 de Teledyne Lecroy. Elles sont effectuées sur $T_{mes} = 5$ ms et avec $N_{mes} = 100\,000$ points. La discrétisation temporelle est ainsi $\Delta t = T_{mes}/N_{mes} = 50$ ns et la fréquence d'échantillonnage est de $F_e = 1/\Delta t = 20$ MHz. Les transformées de Fourier calculées à partir de ces mesures auront donc une fréquence maximale de $F_e/2 = 10$ MHz. Les champs de déplacement obtenus seront représentés sur une durée permettant de visualiser deux allers-retours des ondes dans le pilier.

2.3.2 Mesures sur le pilier homogène

2.3.2.1 Électrodes flottantes

Des mesures sont tout d'abord menées sur l'assemblage dont les électrodes sont laissées flottantes. Le potentiel électrique est relevé sur chacune des 95 électrodes du milieu modulable. Les potentiels mesurés sont représentés en fonction du temps sur la figure 2.26.

Cette représentation permet de retrouver la vitesse de groupe des ondes longitudinales se propageant dans le système. Cette vitesse est donnée par la pente correspondant à la

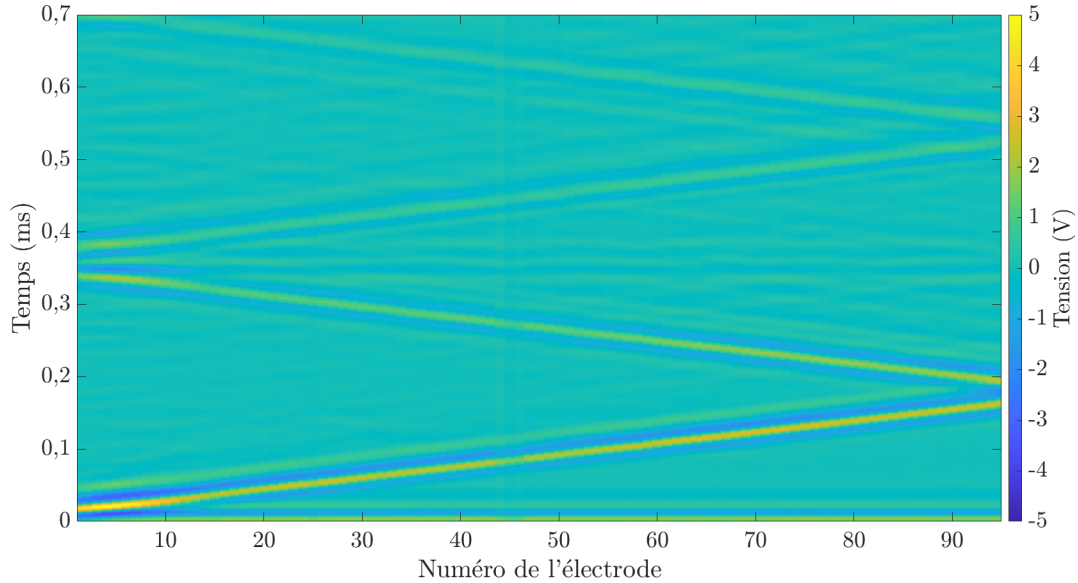


FIGURE 2.26 – Relevé des potentiels électriques des électrodes sans condition électrique imposée.

propagation du signal d'excitation en fonction du temps dans le système. À partir de ces mesures, on trouve une vitesse de groupe de $c_L = 3\,480 \text{ m.s}^{-1}$.

On remarque également une propagation quasi-instantanée de l'énergie dans l'assemblage au moment de l'excitation. Cette énergie est due à un couplage capacitif entre l'assemblage et la tige filetée centrale qui est conductrice. Lorsque la tige filetée centrale est reliée à la masse, ce couplage capacitif disparaît. Dans la suite de ce travail, toutes les mesures sont effectuées sur un assemblage dont la tige est mise à la masse.

Enfin, on peut observer que le potentiel électrique des électrodes proches du transducteur ne redevient pas nul juste après l'excitation. Cette énergie diffusée peu après l'excitation peut être due à la résonance du transducteur excitateur, ou encore à la réflexion des ondes à l'extrémité gauche de l'empilement.

En appliquant une double transformée de Fourier à ces mesures, on obtient les courbes de dispersion du système, visibles sur la figure 2.27. Les courbes de dispersion sont représentées en fonction du nombre d'onde normalisé ka/π pour $a = 5d$. L'impulsion étant centrée sur une fréquence de 50 kHz, l'énergie est répartie autour de cette valeur. Ainsi, les courbes de dispersion du mode longitudinal sont visibles pour des fréquences allant d'environ 10 kHz à 80 kHz.

On peut souligner le niveau d'énergie élevé obtenu à un nombre d'onde nul et pour toutes les fréquences. Cette énergie est due au couplage capacitif mentionné précédemment entre l'empilement et la tige filetée. Elle disparaît des mesures présentées dans le reste du manuscrit où la tige filetée est reliée à la masse.

Sur ces résultats, on peut observer la présence de pics d'énergie répartis autour du mode longitudinal. Ces pics sont dus au traitement appliqué aux résultats afin de calculer la transformée de Fourier. En effet, celle-ci s'effectue à la fois temporellement sur une durée T finie et spatialement sur une longueur totale L finies. Si l'on prend l'exemple de la transformée de Fourier temporelle, cela revient à multiplier le signal temporel $x(t)$ par une porte rectangulaire $\Pi_{[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]}(t)$ de largeur T . La transformée de Fourier de cette multiplication est égale à la convolution des transformées de Fourier de $x(t)$ et de $\Pi_{[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]}(t)$, soit $X(f) * \text{sinc}(2\pi fT)$. Il en est de même pour la transformée de Fourier appliquée en espace. Les pics d'énergie visibles correspondent donc aux maxima secondaires du sinus cardinal dus au fenêtrage. Il

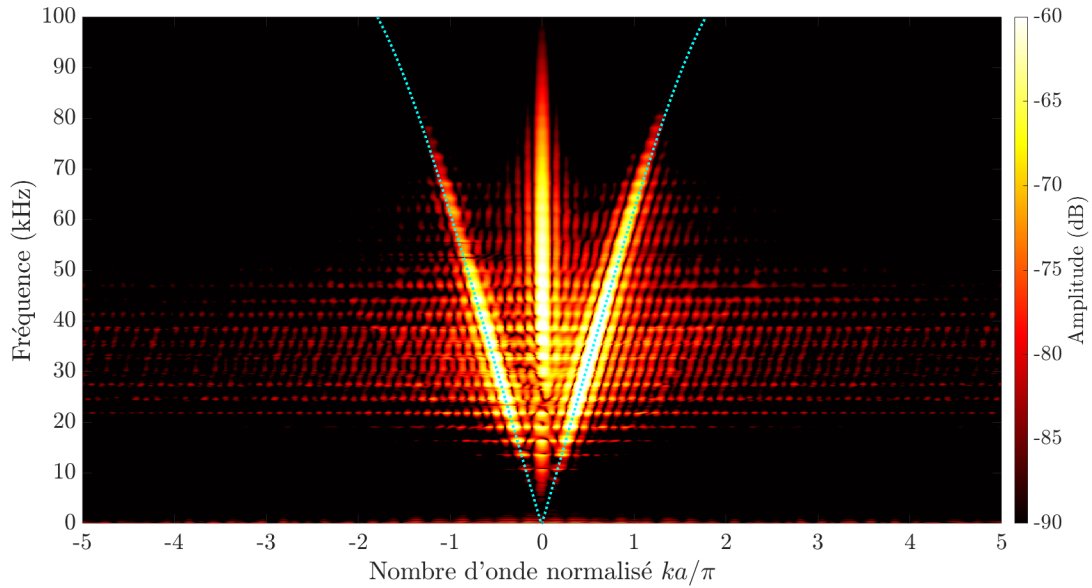


FIGURE 2.27 – Courbes de dispersion des ondes dans un pilier sans condition électrique imposée, obtenues en appliquant une double transformée de Fourier sur le relevé des potentiels électriques des électrodes. Les pointillés cyan correspondent au diagramme de bandes du mode longitudinal issu de la simulation modale avec électrodes en condition de potentiels flottants visible à la figure 2.7.

est possible de filtrer ces effets parasites en multipliant le signal par une fenêtre autre que rectangulaire, avec par exemple une fenêtre de Hanning ou de Hamming. Dans la suite de ce manuscrit, les signaux multipliés par une fenêtre de Hanning sont définis comme étant « fenêtrés ».

Enfin, on observe la présence de modes de résonance du pilier, correspondant aux droites horizontales réparties périodiquement tous les $\Delta f = 2,8$ kHz. Ces modes sont théoriquement présents toutes les demies longueurs d'ondes $\lambda/2$. Ainsi, ils devraient être espacés de $\Delta f = c_L/2D$ où D est la longueur du système. Le calcul de la longueur théorique du pilier à partir des valeurs expérimentales de Δf et de c_L donne $D = c_L/2\Delta f = 621,4$ mm, pour une valeur réelle de 622 mm. On peut également calculer la vitesse de groupe à partir des valeurs de D théorique et de Δf mesurée pour obtenir $c_L = 2D\Delta f = 3\,483$ m.s⁻¹.

2.3.2.2 Condition d'électrodes flottantes avec les interrupteurs

L'objectif dans cette partie est de vérifier les effets éventuels de la condition d'électrodes flottantes imposée par le DSP sur la propagation des ondes dans le système. Les électrodes de la zone modulable sont reliées aux interrupteurs qui sont dans leur état NC afin de les laisser en condition de potentiels flottants. La mesure est effectuée avec une impulsion de Ricker de $U = 40$ V et le potentiel électrique est relevé sur toutes les électrodes de la zone modulable. Les potentiels mesurés sont présentés à la figure 2.28.

On peut tout d'abord noter la disparition de l'énergie instantanée lorsque la tige filetée centrale est reliée à la masse. La vitesse de groupe mesurée à partir de ces résultats est de $c_L = 3\,380$ m.s⁻¹, une valeur légèrement plus faible que celle mesurée sans relier les électrodes aux interrupteurs. Les courbes de dispersion correspondant à ces mesures sont représentées sur la figure 2.29. Celles-ci sont calculées en appliquant une double transformée de Fourier sur le champ de déplacement de la figure 2.28 avec et sans l'application d'une fenêtre de Hanning. Cela permet de constater que les pics d'énergie répartis sur tous les nombres d'onde disparaissent avec le fenêtrage et confirme ainsi leur origine.

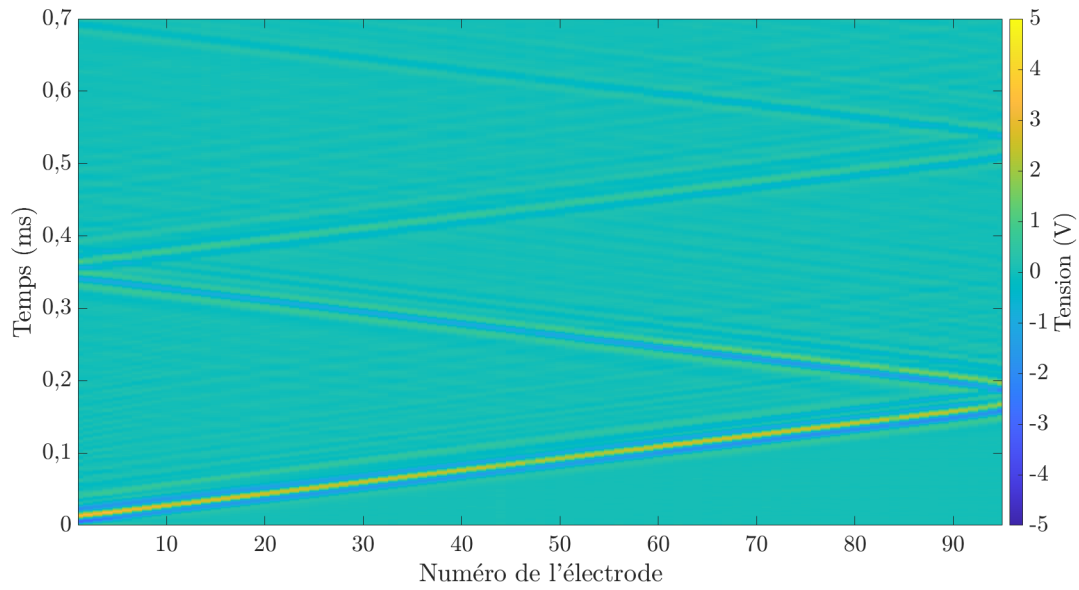


FIGURE 2.28 – Relevé des potentiels électriques des électrodes avec une condition de potentiel flottant imposée.

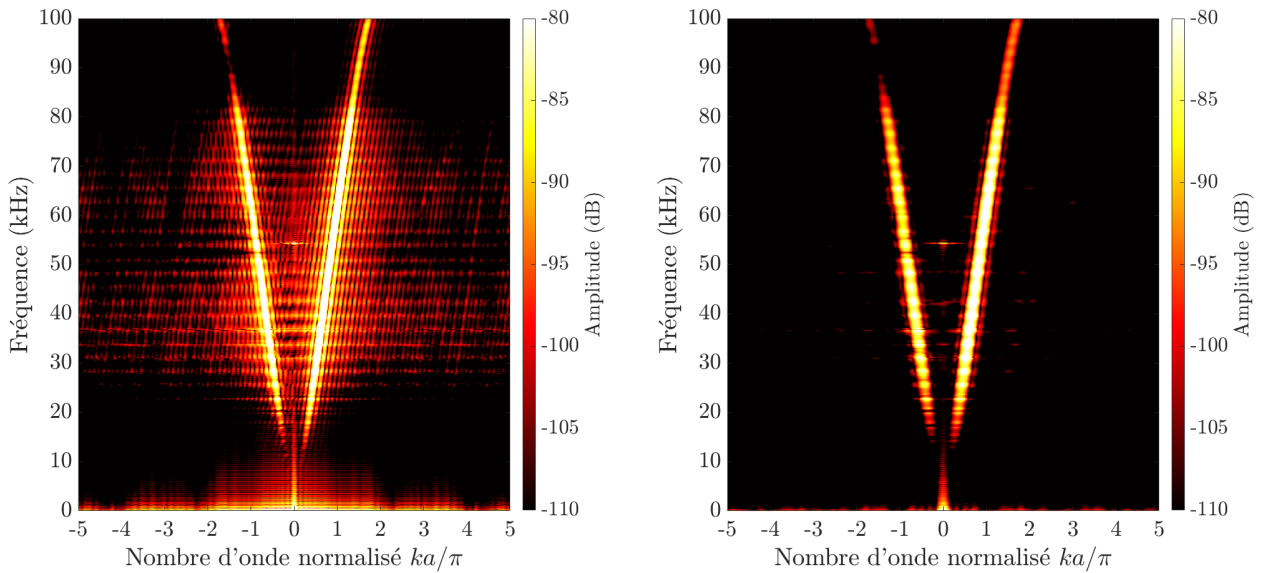


FIGURE 2.29 – Courbes de dispersion des ondes dans l'assemblage avec une condition de potentiel flottant imposée, obtenues avec la double transformée de Fourier des relevés de potentiels électriques des électrodes représentés à la figure 2.28 sans fenêtrage (à gauche) et fenêtré (à droite).

La condition de potentiels flottants imposée par le DSP semble correcte et permet d'observer une propagation d'ondes similaire à celle relevée dans le cas où les électrodes ne sont pas branchées aux interrupteurs. Ce résultat valide partiellement le contrôle des conditions électriques des électrodes par le DSP. Afin de le valider complètement, une mesure avec l'application d'une condition de mises à la masse à travers le DSP est nécessaire et sera discutée dans la section 2.3.3.2. Avant cela, une mesure de transmission est effectuée en condition de potentiels flottants.

2.3.2.3 Mesures de transmission

Une mesure de transmission est effectuée lorsque les électrodes sont en condition de potentiels flottants, imposée par le DSP. Pour ce faire, une impulsion de Ricker est envoyée à l'extrémité gauche de l'assemblage entre deux électrodes séparées par cinq céramiques. Le potentiel électrique de la dernière électrode du milieu modulable est mesuré pour une durée de 10 ms et sur 50 000 points avec l'oscilloscope Wavesurfer™ 3022 de Teledyne Lecroy. La transformée de Fourier du signal temporel mesuré est présentée en rouge à la figure 2.30.

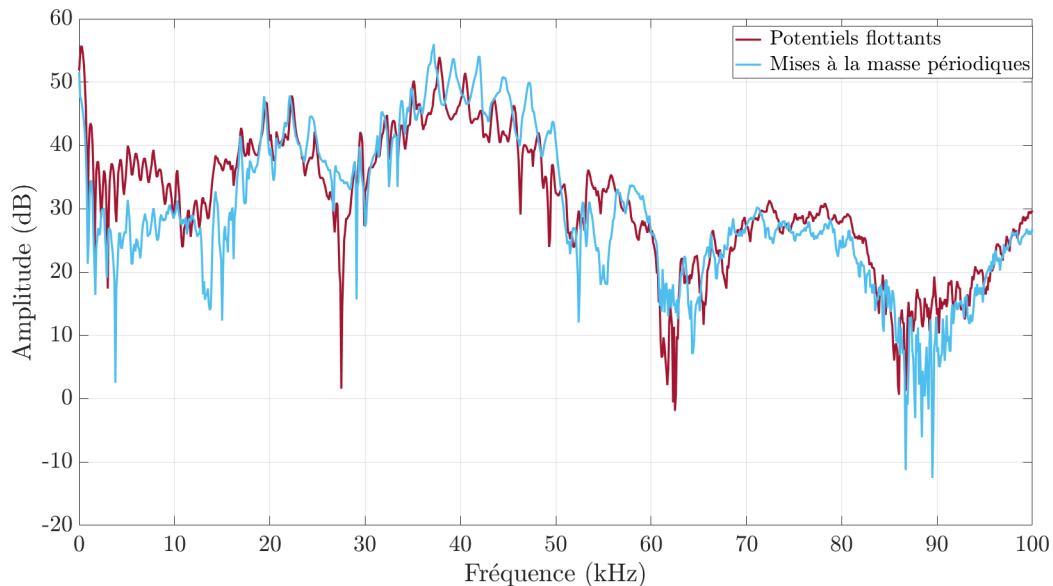


FIGURE 2.30 – Mesure de transmission lorsque les électrodes sont en condition de potentiels flottants (rouge) et lors d'une mise à la masse périodique par cellules de cinq céramiques (cyan).

Sur ces résultats, des pics périodiquement espacés en moyenne d'environ 2,5 kHz sont visibles et correspondent aux résonances de l'assemblage. Des minima de potentiels très marqués sont présents à 27,5 kHz et 62,5 kHz, qui peuvent être attribués à l'existence de nœuds à l'endroit de la mesure pour certains de ces modes de résonance.

2.3.3 Mesures sur le cristal phononique

Les mêmes mesures sont effectuées avec une électrode mise à la masse toutes les cinq électrodes, comme présenté à la figure 2.31. Dans ce cas, les conditions électriques imposées aux électrodes introduisent la période spatiale du système $a = 5d = 27,5$ mm.

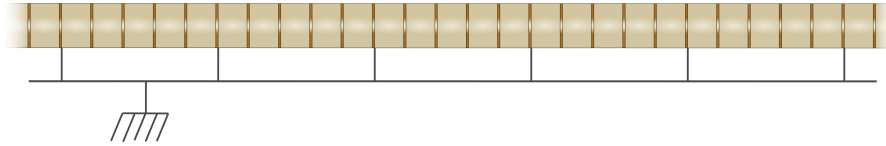


FIGURE 2.31 – Cristal phononique avec une électrode mise à la masse toutes les cinq électrodes.

2.3.3.1 Mise à la masse avec une platine d'essai

La mise à la masse des électrodes est tout d'abord effectuée *via* une platine d'essai. Les mesures sont réalisées avec une impulsion de Ricker d'amplitude $U = 70$ V. Les potentiels ainsi obtenus sont représentés sur la figure 2.32.

Les électrodes mises à la masse sont facilement identifiables sur cette figure à partir des tensions nulles. On remarque la présence d'énergie dans l'ensemble du cristal phononique dès le premier passage de l'impulsion. Cette énergie correspond aux réflexions multiples ayant lieu à chaque fois que l'onde rencontre une électrode reliée à la masse.

Les courbes de dispersion correspondant à ces mesures sont calculées en appliquant une double transformée de Fourier sur le relevé des potentiels fenêtré. Elles sont représentées sur la figure 2.33. L'entrée et la sortie de la bande interdite sont visibles grâce aux repliements, et se situe entre 56,6 kHz et 62,9 kHz. L'entrée dans la bande interdite est repérée notamment par les repliements du mode longitudinal ayant lieu pour toutes les valeurs entières impaires de k_{norm} . Elle est également délimitée par les modes de résonance de l'assemblage, correspondant aux lignes horizontales, qui disparaissent lors de l'entrée dans la bande interdite.

La propagation des ondes dans le cristal phononique, étudiée en appliquant une mise à la masse à l'aide d'une platine d'essai, permet d'avoir une mesure de référence afin de constater l'effet de la mise à la masse des électrodes à travers les interrupteurs.

2.3.3.2 Mise en place du DSP

Le DSP est mis en place pour toutes les mesures qui suivent. Chaque électrode est reliée à un interrupteur et une électrode sur cinq est reliée à une masse commune. En pratique, cela signifie qu'un interrupteur sur cinq est dans son état NO, et que tous les autres interrupteurs sont dans leur état NC.

Le signal source est une impulsion de Ricker d'amplitude $U = 70$ V imposée entre deux électrodes séparées de cinq céramiques à l'extrémité de l'assemblage. Une double transformée de Fourier est appliquée sur le relevé fenêtré des potentiels électriques des 95 électrodes du CP. Les courbes de dispersion correspondant à ces mesures sont représentées sur la figure 2.34.

La bande interdite est toujours présente et bien repérable grâce aux repliements et à l'absence des modes de résonance. Elle est comprise entre 55,5 kHz et 61,3 kHz. La largeur de la bande interdite s'est réduite de 0,5 kHz suite à la mise en place de la mise à la masse avec le DSP et sa position s'est décalée légèrement vers les basses fréquences.

La méthode de relevé des potentiels électriques à partir de l'oscilloscope permet d'obtenir des résultats lisibles et satisfaisants. Néanmoins, une mesure manuelle sur les 95 électrodes du CP dure environ trois heures. Ce temps de mesure ne rend pas envisageable cette méthode pour des mesures paramétriques sur la vitesse de modulation. Ainsi, cet aspect chronophage nous pousse à mettre en place une nouvelle méthode de mesure permettant d'automatiser ce relevé, qui est décrite à la section 2.3.3.4.

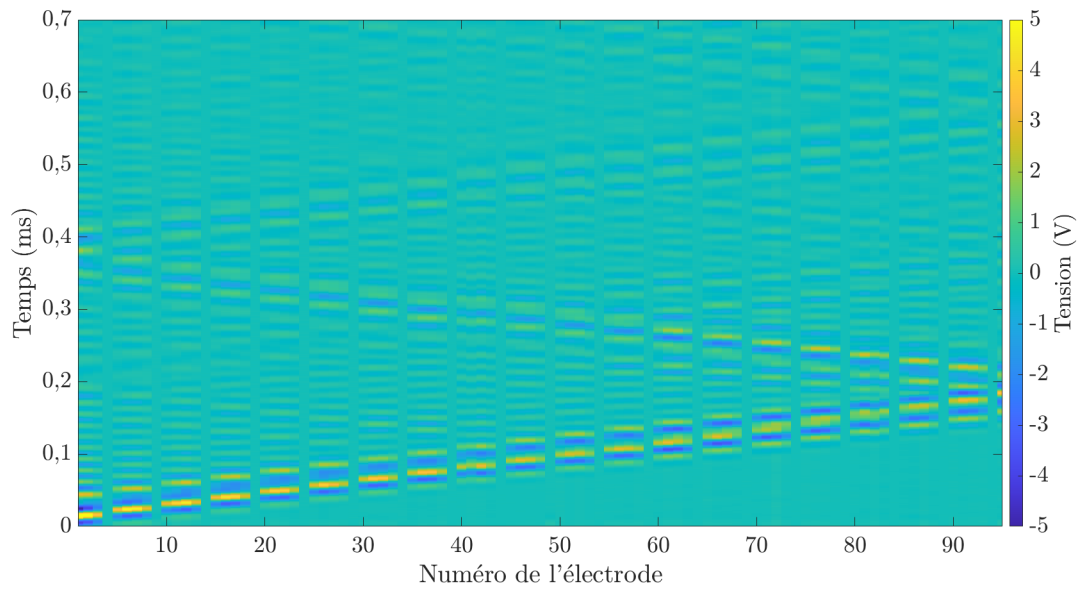


FIGURE 2.32 – Potentiels relevés en fonction de l'espace et du temps dans le cas d'une mise à la masse toutes les cinq céramiques.

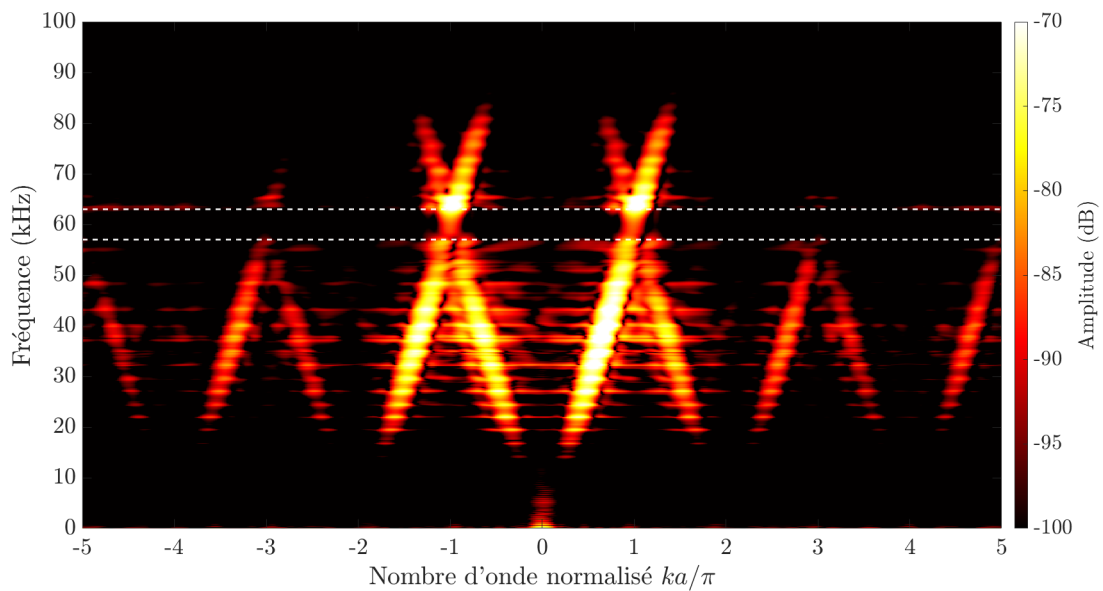


FIGURE 2.33 – Courbes de dispersion expérimentales dans le cas d'une mise à la masse toutes les cinq céramiques, obtenues en appliquant une double transformée de Fourier sur le relevé fenêtré des potentiels électriques. Les pointillés blancs repèrent les limites de la bande interdite constatées expérimentalement.

2.3.3.3 Mesures de transmission

Une mesure de transmission est effectuée lorsque les électrodes sont en condition de mise à la masse périodique imposée par le DSP. La méthode d'excitation et de mesure est la même que celle détaillée dans la section 2.3.2.3. Le spectre obtenu est représenté en cyan sur la figure 2.30 (page 43).

La position de certains pics de résonance est décalée ce qui indique un changement de vitesse moyenne dans le système. Cela qui signale un changement de dispersion qui peut être dû à la présence d'une bande interdite. Cependant, la chute de transmission, signature de la présence de bandes interdites, est très difficile à visualiser sur ce résultat. Celle-ci devrait se trouver entre environ 55,5 kHz et 61,3 kHz selon les résultats obtenus avec le relevé de potentiels électriques de la section précédente. Son absence pourrait être due à la proximité d'un zéro de potentiel lié à des modes de résonance. Ainsi, la bande interdite n'est pas identifiable avec ce type de mesure qui ne sera pas reconduite dans la suite de ce manuscrit.

2.3.3.4 Relevé automatique des potentiels électriques

L'automatisation des mesures de potentiels électriques est effectuée avec un appareil d'acquisition de type DAQ (Data Acquisition System). L'instrument utilisé est un Keysight U2331A qui possède au total 64 voies d'acquisitions. Ainsi, deux instruments sont nécessaires afin de pouvoir mesurer les potentiels électriques des 95 électrodes modulables du CP. Chaque appareil de mesure DAQ contient deux borniers sur lesquels se trouvent les entrées analogiques. Ces borniers sont placés au plus proche du cristal phononique afin de minimiser la taille des fils reliant les voies du bornier aux électrodes. Pour ce faire, deux mâts de profilé aluminium sont installés sur le support du cristal phononique derrière la chaîne de circuits imprimés. Deux rails DIN (rails métalliques standardisé) sont fixés sur ces mâts afin d'y accrocher les borniers. La configuration finale du CP avec ces instruments de mesure est visible sur la figure 2.35.

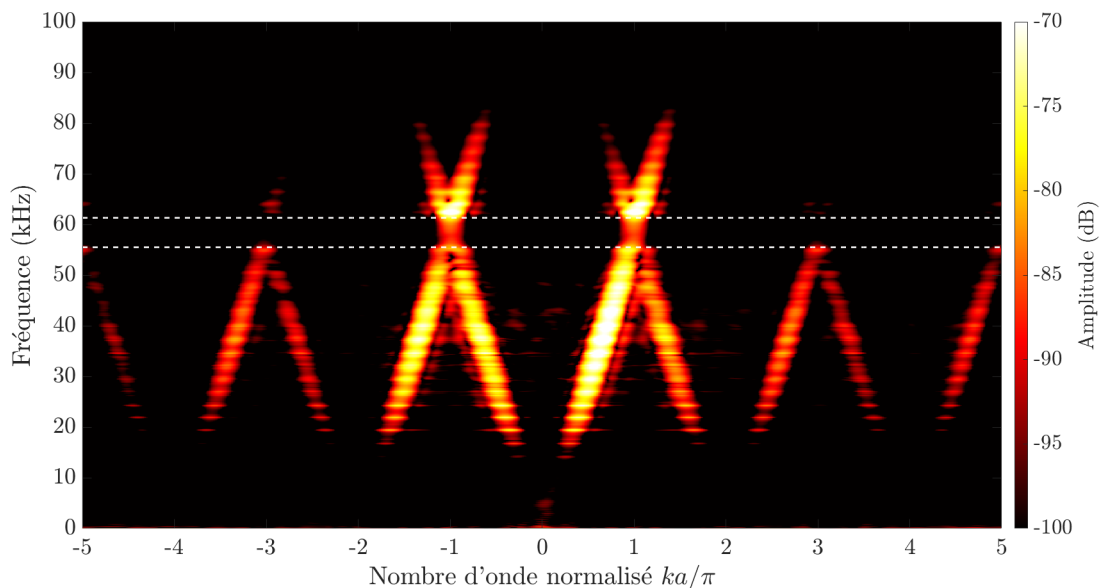


FIGURE 2.34 – Courbes de dispersion expérimentales dans le cas d'une mise à la masse toutes les cinq céramiques avec le DSP, obtenues en appliquant une double transformée de Fourier sur le relevé fenêtré des potentiels électriques. Les pointillés blancs repèrent les limites de la bande interdite constatées expérimentalement.

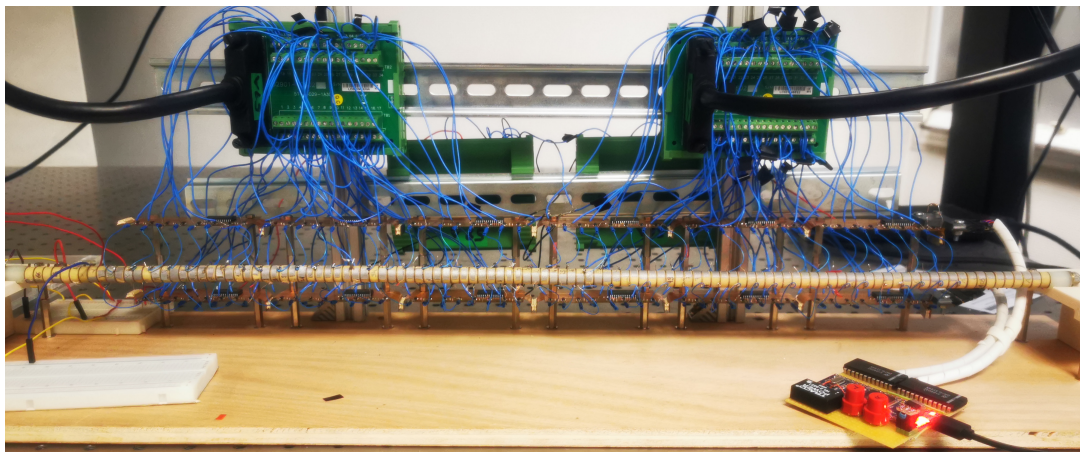


FIGURE 2.35 – Cristal phononique avec son système de mesure automatique des potentiels électriques. Les borniers (boîtiers verts) sont fixés sur des rails DIN vissés à deux mâts verticaux. Chaque électrode du CP est reliée à une voie d'un bornier par un fil.

Les mesures de potentiels électriques sont effectuées sur les 95 électrodes du CP avec 10 000 points de mesure temporels, sur une durée de 10 ms et à une fréquence d'échantillonnage de 1 MHz. Le DAQ mesure le potentiel d'une électrode à la fois afin de pouvoir conserver une fréquence d'échantillonnage permettant d'étudier les courbes de dispersion dans la bande de fréquence désirée. Les courbes de dispersion obtenues avec cet instrument lorsqu'une électrode sur cinq est mise à la masse sont calculées en appliquant une double transformée de Fourier du relevé fenêtré des potentiels électriques. Elles sont représentées sur la figure 2.36. Les limites de la bande interdite constatées sont représentées en pointillés blancs sur les courbes de dispersion.

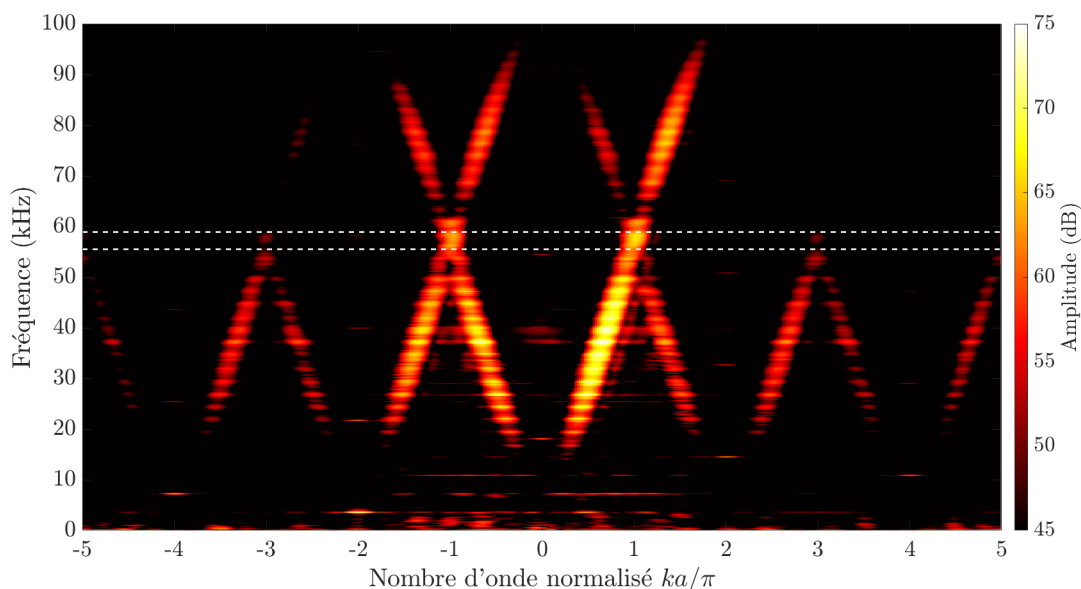


FIGURE 2.36 – Courbes de dispersion expérimentales obtenues avec le DAQ dans le cas d'une mise à la masse toutes les cinq céramiques en appliquant une double transformée de Fourier sur le relevé fenêtré des potentiels électriques. Les pointillés blancs repèrent les limites de la bande interdite constatées expérimentalement.

La différence notable entre la prise de mesure avec un oscilloscope et avec le DAQ est la largeur de la bande interdite qui est bien plus faible que précédemment. Les limites inférieure et supérieure de la bande interdite sont désormais 55,5 kHz et 58,9 kHz. Cette

différence est due aux capacités parasites apportées par le DAQ sur chaque électrode. En effet, de telles capacités diminuent fortement le couplage piézoélectrique ce qui a pour effet de réduire la largeur de la bande interdite. Des mesures d'impédance ont été effectuées afin de connaître la valeur de ces capacités. Les capacités parasites ainsi mesurées atteignent une valeur moyenne de 110 pF sur les électrodes reliées aux borniers lorsque ceux-ci sont sous tension mais n'effectuent pas de mesure. Lorsque le DAQ effectue une mesure, l'électrode mesurée a une capacité parasite moyenne de 190 pF. Ainsi lors d'une mesure, une électrode a une capacité parasite de 190 pF et les 94 autres ont une capacité parasite de 110 pF.

Cette méthode de mesure permet néanmoins de bien visualiser les repliements et ainsi de localiser les bornes de la bande interdite aisément. La faible largeur de la bande interdite due uniquement à l'ajout de l'instrument de mesure DAQ n'est donc à priori pas un problème pour les futures mesures.

2.4 Mesures par relevé de déplacement vibratoire

La propagation des ondes est maintenant étudiée à partir des relevés du déplacement vibratoire des céramiques. Ce déplacement est mesuré expérimentalement à l'aide d'un vibromètre laser à balayage 2D Polytech PSV-400. Lors du passage des ondes, l'assemblage s'allonge localement en fonction du temps ce qui a pour conséquence de contracter la matière dans les directions transverses. Cette contraction transversale est caractérisée par le coefficient de Poisson. C'est grâce à cette déformation qu'il est possible de mesurer le déplacement des ondes longitudinales avec le vibromètre laser qui mesure le déplacement transverse.

Les systèmes d'acquisition DAQ, inutiles pour les relevés par vibrométrie laser, ne sont pas connectés aux électrodes pour ces mesures. Les résultats sont donnés directement sous forme de courbes de dispersion avec une résolution fréquentielle $df = 31,25$ Hz et une fréquence d'échantillonnage $F_e = 400$ kHz.

2.4.1 Mesures en conditions flottantes

L'assemblage est excité par un train d'ondes modulé en fréquence allant de 1 kHz à 200 kHz d'amplitude $U = 50$ V sur une durée de $T = 32$ ms. Les courbes de dispersion du système sont visibles sur la figure 2.37. Celles-ci sont tracées pour tous les nombres d'onde et jusqu'à $f = 200$ kHz dans un premier temps.

Plusieurs modes de propagation sont visibles avec cette méthode de mesure en plus du mode longitudinal. Le mode de propagation additionnel sans fréquence de coupure correspond au mode de flexion. Le mode d'ovalisation est également présent bien que peu visible avec une fréquence de coupure à $f_c = 40$ kHz, ainsi que le mode antisymétrique de fréquence de coupure $f_c = 75$ kHz. Enfin, le dernier mode avec une fréquence de coupure de $f_c = 122$ kHz est le mode radial. On peut noter qu'expérimentalement on visualise bien le fort couplage des modes longitudinal et radial au-dessus de 100 kHz. Les modes de résonance de l'empilement sont également visibles avec cette méthode de mesure.

2.4.2 Mesures avec mises à la masse périodiques

Des relevés similaires sont effectués lorsqu'une électrode sur cinq est mise à la masse à travers le DSP. L'excitation est un train d'ondes modulé en fréquence imposé à deux électrodes séparées de cinq céramiques au bord de l'assemblage. Les courbes de dispersion obtenues sont représentées sur la figure 2.38. Afin de repérer plus facilement les bandes interdites, celles-ci sont entourées en vert sur les courbes de dispersion.

Tout d'abord, des repliements sont visibles à l'entrée et à la sortie de la bande interdite, en particulier lorsque l'on regarde la bande interdite située au niveau des nombres d'onde négatifs. Ensuite, la vitesse de groupe des ondes longitudinales tend à décroître à l'entrée de la bande interdite. À l'intérieur de celle-ci, la pente devient verticale. Enfin, on remarque qu'il y a une baisse d'énergie au sein de cette bande interdite due au caractère évanescent du mode ainsi qu'à la disparition des modes de résonance de l'empilement. La bande interdite se situe autour de 55 kHz et a une largeur d'environ 5 kHz. Cette représentation ne permet cependant pas de repérer aisément ses limites haute et basse, contrairement aux résultats obtenus par relevés de potentiels électriques.

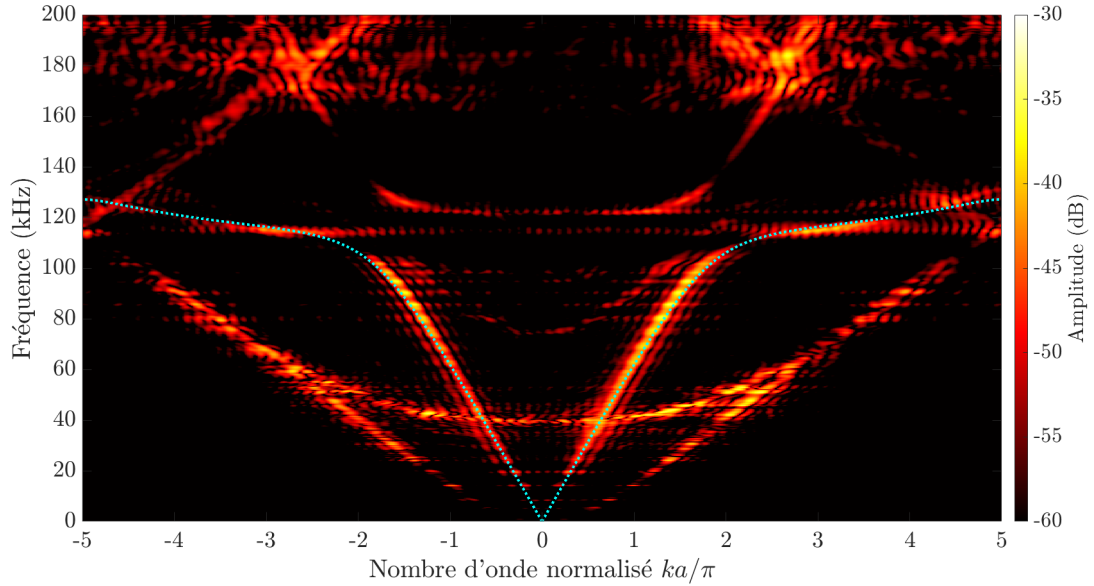


FIGURE 2.37 – Courbes de dispersion expérimentales obtenues à partir du relevé de déplacement radial par le vibromètre laser lorsque les électrodes sont en condition de potentiels flottants. Les pointillés cyan correspondent au mode longitudinal calculé à partir de la simulation modale en condition de potentiels flottants représentée à la figure 2.7 (page 30).

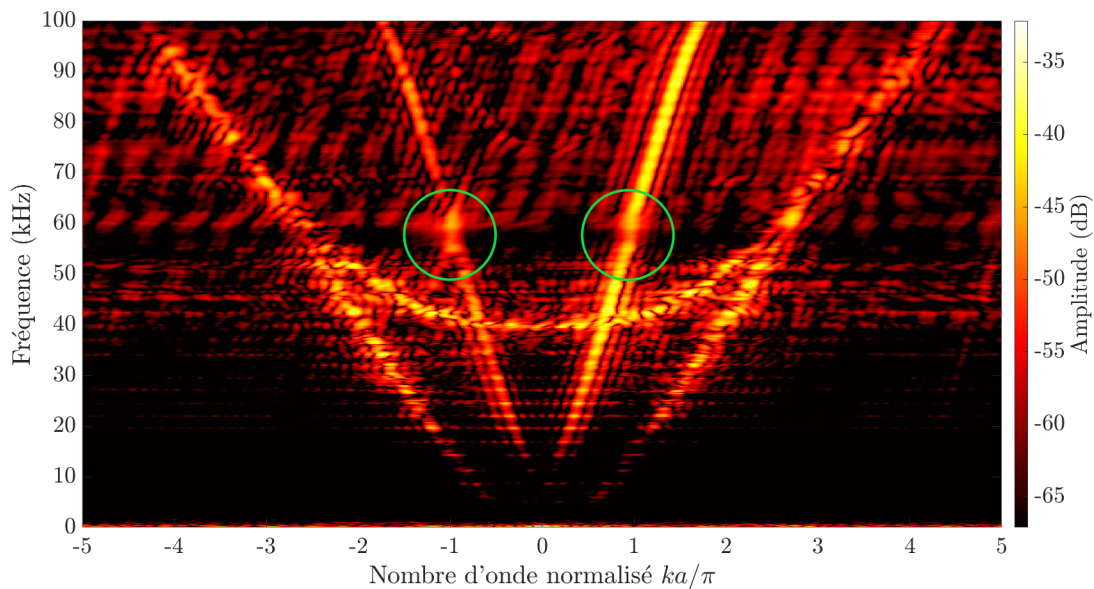


FIGURE 2.38 – Courbes de dispersion expérimentales obtenues à partir du relevé de déplacement radial par le vibromètre laser lorsqu'une électrode sur cinq est mise à la masse. Les bandes interdites sont entourées en vert.

2.5 Simulations numériques

Des simulations temporelles par éléments finis sont effectuées en deux dimensions en imposant une symétrie axiale. La tige filetée centrale n'est pas simulée. À la place, une condition de bords libres est imposée sur le rayon interne des anneaux piézoélectriques et des électrodes. Le nombre d'éléments piézoélectriques et d'électrodes choisi pour ces simulations est le même que celui de l'assemblage expérimental.

L'excitation s'effectue en imposant une différence de potentiel entre deux électrodes séparées de cinq céramiques dans la zone non modulable. Il s'agit d'une excitation sous forme d'impulsion de Ricker d'amplitude $U = 50$ V. Une condition de bord absorbant est imposée sur le bord le plus proche de l'excitation afin d'éviter des réflexions multiples. De l'autre côté, une condition de bord libre est appliquée. Les simulations nécessitant un temps de calcul important, la durée totale d'une simulation est réduite par rapport à celle des expériences. Ainsi, pour une durée totale simulée de $T_{sim} = 1$ ms avec $N_{sim} = 4\,096$ points, la durée d'une simulation est d'environ 16 heures.

Afin de pouvoir confronter les simulations aux résultats expérimentaux obtenus par vibrométrie laser et par relevés de potentiels, deux quantités différentes sont relevées sur les simulations : d'une part le déplacement radial des céramiques et d'autre part le potentiel des électrodes.

2.5.1 Simulations du pilier en conditions flottantes

Dans un premier temps, une condition de potentiel flottant est appliquée à toutes les électrodes de l'assemblage, à l'exception des deux électrodes utilisées en tant que transducteur d'excitation. Le relevé du déplacement radial sur chaque céramique du milieu modulable permet de tracer le champ de déplacement visible à la figure 2.39. Les courbes de dispersion sont calculées en appliquant une double transformée de Fourier sur le champ de déplacement fenêtré, et sont représentées sur la figure 2.40.

La vitesse de groupe des ondes longitudinales mesurée à partir de ces résultats est de $c_L = 3\,400$ m.s⁻¹. On remarque l'apparition d'un second paquet d'onde qui n'était pas visible sur les résultats de mesures. Celui-ci a une vitesse de groupe beaucoup plus faible que les ondes longitudinales, d'environ $c'_L = 300$ m.s⁻¹. Cette vitesse correspond vraisemblablement aux ondes longitudinales qui se couplent au mode radial. Ce couplage, qui a lieu à partir d'environ $f = 100$ kHz, se traduit par une forte diminution de la vitesse c_L . Bien que la méthode de récupération des données soit similaire à celle utilisée expérimentalement avec le vibromètre laser, seuls les modes longitudinal et radial sont visibles. Cela est dû à la condition de symétrie de révolution imposée dans la simulation.

On remarque qu'une bande interdite s'ouvre sur le mode longitudinal entre 126 kHz et 130 kHz, due à la rupture d'impédance mécanique entre les électrodes et les céramiques. Les résultats sont similaires à ceux obtenus expérimentalement avec des électrodes flottantes.

On peut également souligner la présence du mode longitudinal au-delà de 100 kHz uniquement aux nombres d'onde positifs. Le champ de déplacement correspondant à ces courbes de dispersion montre en effet la présence d'un paquet d'onde se déplaçant à faible vitesse. La simulation étant effectuée sur une durée de 1 ms, ces ondes n'ont pas le temps de se réfléchir à l'autre bout du pilier. Ainsi, seules les ondes propagatives sont visibles sur ces courbes à basses vitesses de groupe.

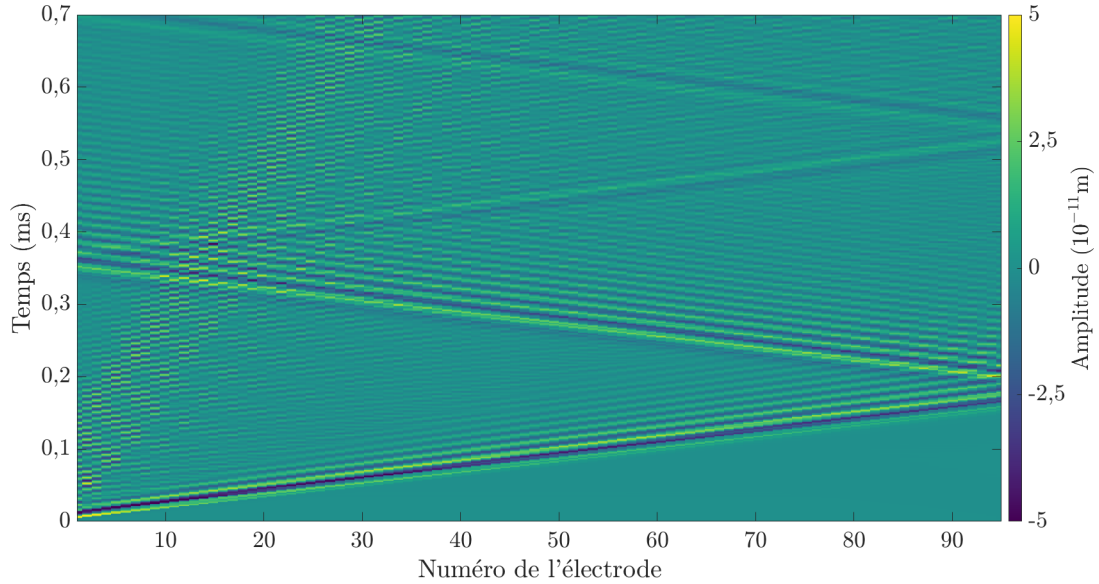


FIGURE 2.39 – Champ de déplacement des ondes se propageant dans l'assemblage avec conditions flottantes issu de simulations temporelles par éléments finis.

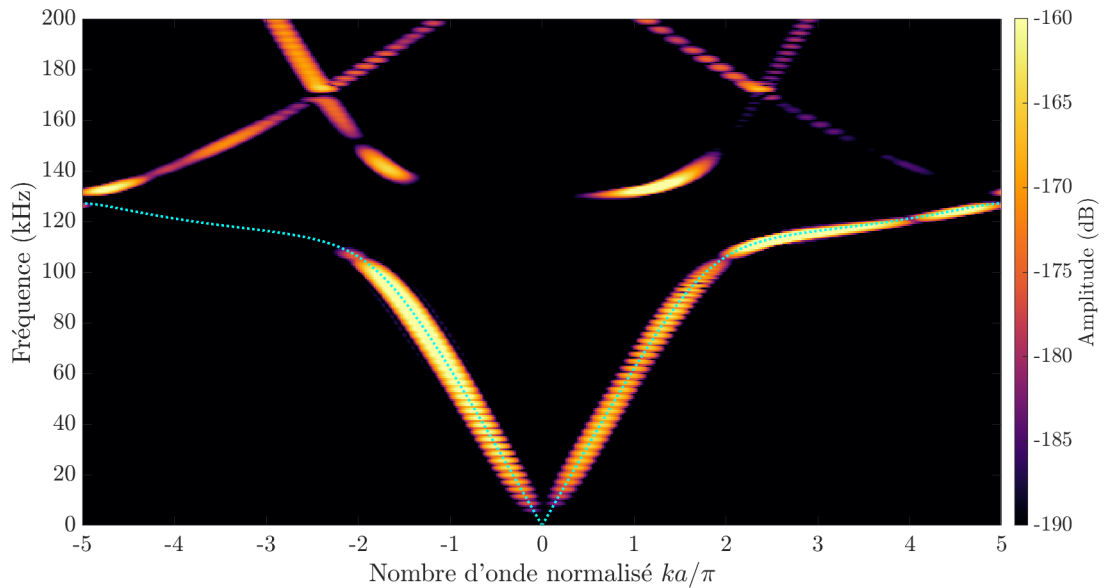


FIGURE 2.40 – Courbes de dispersion de l'assemblage avec condition de potentiels flottantes issues de simulations temporelles par éléments finis. La double transformée de Fourier a été appliquée sur le champ de déplacement fenêtré en temps et en espace. Les pointillés cyan correspondent au mode longitudinal calculé à partir de la simulation modale en condition de potentiels flottants représentée à la figure 2.4.

2.5.2 Simulations du cristal phononique

Dans ces simulations, une électrode sur cinq du milieu modulable est reliée à une masse commune. Afin de prendre en compte le circuit électrique modulant les conditions électriques imposées aux électrodes, on simule de manière simplifiée la présence des interrupteurs. Pour ce faire, chaque électrode du milieu modulable est reliée à une résistance puis à une masse commune. Lorsqu'une condition de potentiel flottant est imposée à l'électrode, la résistance prend une valeur élevée $R_{max} = 10 \text{ G}\Omega$. Lorsque l'on veut relier l'électrode à la masse, on utilise une résistance faible $R_{min} = 1 \Omega$. Toutes les autres électrodes, c'est-à-dire celles ne faisant pas partie du milieu modulable, ont une condition de potentiel flottant classique. Notons qu'il s'agit ici d'une simplification puisqu'en réalité le circuit équivalent de l'interrupteur est plus complexe et contient entre autres des capacités et des inductances.

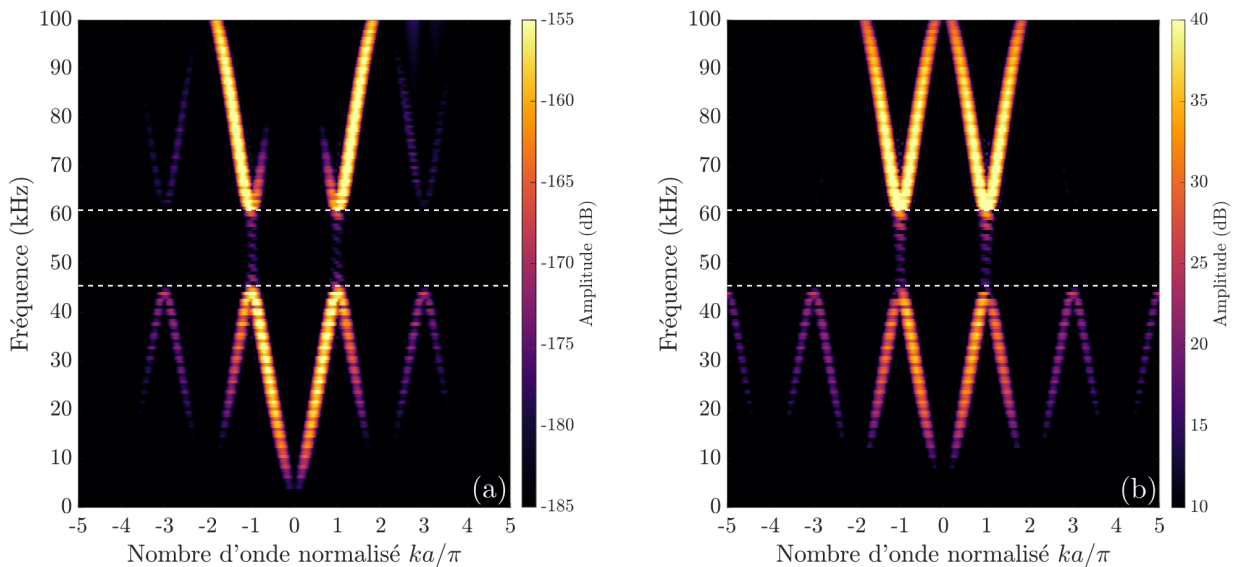


FIGURE 2.41 – Courbes de dispersion issues de simulations avec une électrode sur 5 reliée à une masse commune à travers une résistance $R_{min} = 1 \Omega$. Le graphique (a) correspond à la double transformée de Fourier du champ de déplacement fenêtré et le (b) à celle du relevé fenêtré des potentiels électriques.

Les courbes de dispersion sont calculées dans un premier temps en appliquant une double transformée de Fourier sur le champ de déplacement fenêtré (graphique (a) de la figure 2.41) et dans un second temps sur le relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes (graphique (b) de la figure 2.41) dans le cas d'une mise à la masse périodique. Les courbes de dispersion ont la même forme dans les deux cas et seule la répartition de l'énergie diffère légèrement.

La bande interdite est présente entre 45,5 kHz et 61,0 kHz. Elle est plus large que la bande interdite observée expérimentalement ce qui peut s'expliquer par un coefficient de couplage piézoélectrique plus faible dans la réalité. Ces simulations se rapprochent des résultats expérimentaux bien que quelques différences soient présentes, permettant ainsi de valider le modèle choisi pour notre système. Rappelons que les simulations ne prennent pas en compte la présence de la tige filetée centrale, ni celle des entretoises et des écrous aux extrémités de l'assemblage. De plus, le modèle numérique ne tient pas compte d'éventuels défauts de contact entre les éléments de l'assemblage.

2.5.2.1 Relevés de potentiels avec capacités parasites

La présence de capacités parasites due à la prise de mesures avec le DAQ a des effets non négligeables sur les courbes de dispersion expérimentales (figure 2.36). Cela nous invite à étudier leurs effets sur la propagation des ondes dans le système à partir des simulations par éléments finis.

2.5.2.1.1 Diagramme de bandes

On commence tout d'abord par effectuer une simulation modale sur un milieu infini afin de calculer le diagramme de bandes du CP. Une capacité parasite de $C_{para} = 150$ pF est ajoutée entre chaque électrode flottante et la masse, et une électrode sur cinq est mise à la masse. Dans ces simulations, les résistances R_{min} et R_{max} considérées précédemment ne sont pas ajoutées afin d'évaluer uniquement l'impact des capacités parasites. Le diagramme de bandes ainsi calculé est représenté à la figure 2.42. Le diagramme de bandes correspondant à une mise à la masse périodique des électrodes sans capacité parasite (présenté précédemment dans la section 2.1.2) y est superposé.

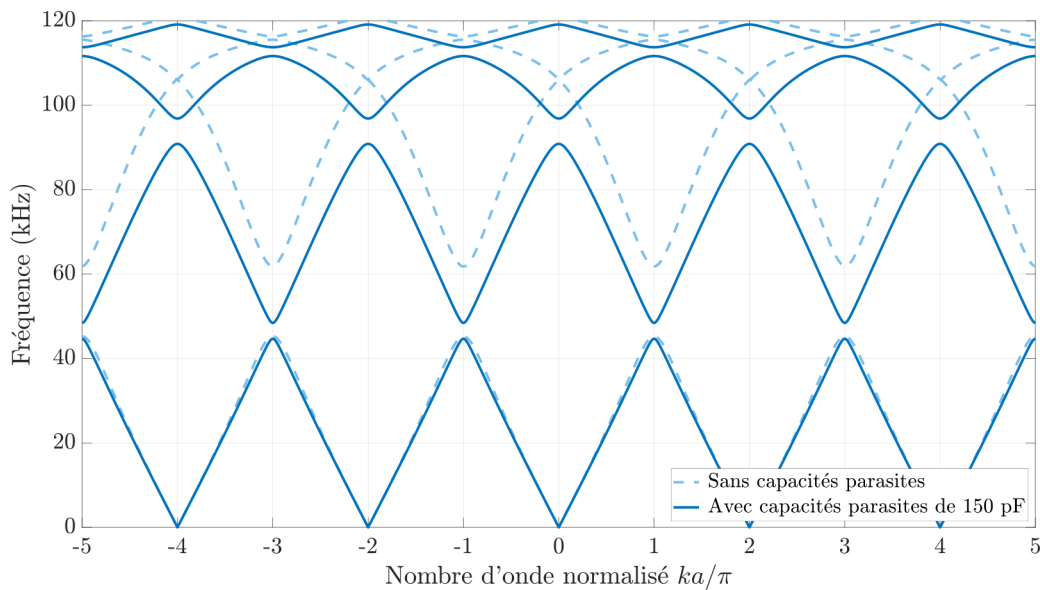


FIGURE 2.42 – Diagrammes de bandes issus de simulations modales avec une électrode sur 5 reliée à la masse. Les courbes en pointillés correspondent au cas où les électrodes non reliées à la masse ont une condition de potentiel flottant, et les courbes pleines au cas où les électrodes flottantes sont reliées à la masse *via* une capacité parasite de $C_{para} = 150$ pF.

L'ajout des capacités parasites modifie la largeur de la bande interdite qui est comprise entre 44,70 kHz et 48,43 kHz. La borne supérieure de la bande interdite est la plus affectée par ce changement, passant de 61,82 kHz en l'absence de capacités parasites à 48,43 kHz en leur présence. Ce phénomène est similaire à celui observé dans les travaux de Degraeve [93] où les électrodes du CP sont reliées à la masse périodiquement par l'intermédiaire de capacités valant alternativement C_1 et C_2 . La largeur de la bande interdite est maximale lorsque les capacités ont des valeurs très différentes. Si C_1 et C_2 sont proches, la largeur de la bande interdite est réduite car la fréquence de sa borne supérieure diminue. On note également l'apparition d'une bande interdite située entre 90,85 kHz et 96,84 kHz en $k_{norm} = 0$.

2.5.2.1.2 Simulations temporelles

Une simulation temporelle est effectuée en ajoutant une capacité en parallèle de chaque résistance, comme représenté sur le schéma de la figure 2.43. La capacité ajoutée est de $C_{para} = 150$ pF sur les 95 électrodes modulables du CP. Une électrode sur cinq est reliée à la masse et les courbes de dispersion correspondantes sont présentées à la figure 2.44.

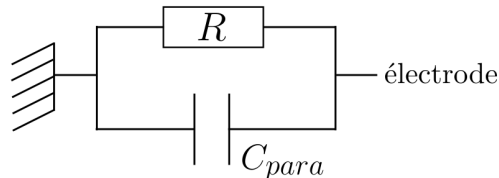


FIGURE 2.43 – Schéma électrique des composants reliés aux électrodes dans les simulations temporelles par éléments finis. La résistance peut prendre la valeur R_{min} ou R_{max} selon la condition imposée.

Cette simulation met en évidence le décalage de la borne supérieure de la bande interdite vers les plus basses fréquences lorsque des capacités parasites sont ajoutées. Les limites et largeurs des bandes interdites observées sur les résultats expérimentaux et simulés sont regroupées dans le tableau 2.4. La présence des capacités parasites a également pour effet d'ouvrir une deuxième bande interdite située entre 90,9 kHz et 96,0 kHz à $k = 0$.

Expérience/Simulation	borne basse	borne haute	largeur
Expérience	55,5 kHz	61,3 kHz	5,8 kHz
Expérience avec capacités	55,5 kHz	58,9 kHz	3,4 kHz
Simulation	45,5 kHz	61,0 kHz	15,5 kHz
Simulation avec capacités	44,0 kHz	47,5 kHz	3,5 kHz

TABLEAU 2.4 – Tableau récapitulatif des bornes inférieures et supérieures ainsi que la largeur des bandes interdites observées sur les courbes de dispersion obtenues expérimentalement et par simulation.

Notons que l'ajout des capacités parasites modifie la dispersion du système. Ainsi la vitesse de groupe des ondes longitudinales dans le CP est différente lorsque les capacités parasites sont présentes. Néanmoins, étant donné la dispersion des ondes et ainsi la difficulté de définir une vitesse de groupe générale lorsque les capacités parasites sont ajoutées, on prend comme référence d'une part la vitesse de groupe mesurée expérimentalement, et d'autre part la vitesse de groupe extraite des simulations dans le cas d'électrodes flottantes et sans capacités parasites. Ces vitesses sont présentées dans le tableau 2.5. Dans le chapitre suivant, la vitesse de référence utilisée est celle calculée à partir des résultats expérimentaux $c_L = 3\,380$ m.s⁻¹.

Expérience/Simulation	c_L
Expérience	3 380 m.s ⁻¹
Simulation	3 400 m.s ⁻¹

TABLEAU 2.5 – Tableau récapitulatif de la vitesse de groupe des ondes longitudinales mesurée expérimentalement et extraite des simulations sans capacités parasites et en condition de potentiels flottants.

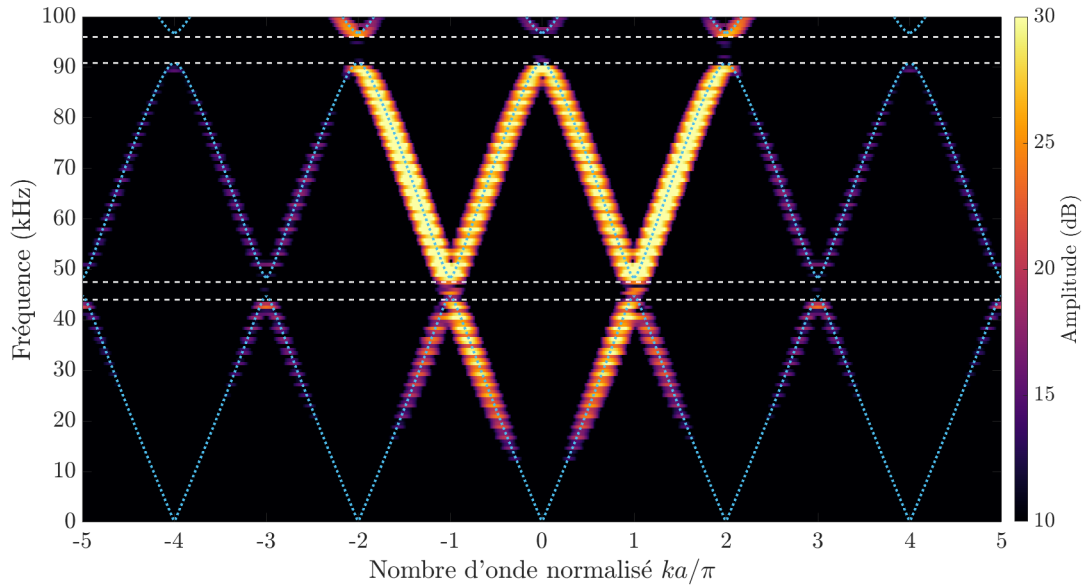


FIGURE 2.44 – Courbes de dispersion issues de simulations avec une électrode sur 5 reliée à une masse commune à travers une résistance et une capacité. La double transformée de Fourier est effectuée sur le relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes. Les pointillés bleus correspondent au diagramme de bandes calculé avec la simulation modale de la figure 2.42.

2.6 Conclusions

Ce chapitre décrit le dimensionnement et la construction du CP piézoélectrique étudié. La distance choisie entre deux électrodes reliées à la masse est $a = 5d = 27,5$ mm, ce qui correspond à une bande interdite située entre 55,5 kHz et 61,3 kHz expérimentalement, et entre 45,5 kHz et 61,0 kHz sur les simulations. La bande interdite observée sur les résultats expérimentaux est moins large que celle observée sur les résultats de simulations dû à un coefficient de couplage plus faible dans la réalité.

Lorsque la condition de potentiels flottants est appliquée en utilisant le DSP, la vitesse de groupe expérimentale des ondes longitudinales passe de $3\,480$ m.s⁻¹ à $3\,380$ m.s⁻¹. Dans la suite de ce manuscrit de thèse, les expériences sont toutes effectuées avec le DSP. On choisit donc pour vitesse de référence des ondes dans le système en absence de dispersion $c_L = 3\,380$ m.s⁻¹. Lorsque la mise à la masse des électrodes est effectuée avec le DSP, la bande interdite reste très similaire à celle obtenue lors d'une mise à la masse par platine d'essai au niveau de sa position en fréquence et de sa largeur. Cela permet de valider la mise en place de la modulation des conditions électriques par le DSP.

Les mesures par vibrométrie ne permettent pas de détecter aussi facilement les bandes interdites présentes sur le mode longitudinal, en raison notamment de la présence du mode de flexion et du mode d'ovalisation qui parasitent les mesures. L'automatisation des relevés des potentiels électriques des électrodes du CP introduit des capacités parasites d'une valeur moyenne mesurée de 110 pF. Cela a pour effet de diminuer la fréquence de la borne supérieure de la bande interdite et par conséquent de diminuer fortement sa largeur. Néanmoins, celle-ci reste visible aisément grâce aux repliements présents sur les courbes de dispersion.

Enfin, les simulations par éléments finis sont effectuées avec une mise à la masse des électrodes à travers une résistance pouvant prendre deux valeurs, R_{min} ou R_{max} , afin de prendre en compte la présence du DSP. D'autres simulations ont été conduites en ajoutant des capacités parasites sur toutes les électrodes afin d'étudier numériquement les effets des mesures réalisées avec le DAQ sur les diagrammes de bandes. Cela permet de confirmer la

diminution de la largeur de la bande interdite. Cette dernière étant initialement plus large que la bande interdite expérimentale, les capacités parasites introduites dans les simulations sont fixées à $C_{para} = 150$ pF afin d'obtenir une bande interdite de largeur similaire à celle constatée sur les résultats expérimentaux. La position en fréquence du centre de la bande interdite simulée est plus basse (46,4 kHz) que la bande interdite expérimentale (57,2 kHz) due à la diminution en fréquence de la borne supérieure des bandes interdites expérimentale et simulée. Ce type de simulation pourra néanmoins servir à la confrontation avec les résultats expérimentaux obtenus avec le DAQ dans la suite de ce manuscrit.

Dans le chapitre 3, la variation spatio-temporelle des conditions électriques imposées aux électrodes du CP est étudiée expérimentalement et par simulations dans un régime sub-sonique.

Chapitre 3

Modulation spatio-temporelle : régime subsonique

Sommaire

3.1	Modulation spatio-temporelle des conditions électriques	60
3.1.1	Mise en œuvre expérimentale de la modulation	61
3.1.2	Simulations numériques de la modulation	62
3.2	Caractérisation expérimentale du système modulé	63
3.2.1	Vérification de la modulation	63
3.2.2	Conversions en fréquence	64
3.3	Résultats par mesures du déplacement radial	68
3.3.1	Paramètres des mesures et simulations	68
3.3.2	Étude des propriétés de dispersion	68
3.3.3	Suivi des bandes interdites	71
3.3.4	Bilan	76
3.4	Résultats par mesures des potentiels électriques	76
3.4.1	Étude des signaux temporels	76
3.4.2	Étude des propriétés de dispersion	78
3.4.3	Suivi des bandes interdites	86
3.5	Conclusions	88

Ce chapitre présente la mise en place de la modulation spatio-temporelle des conditions aux limites électriques aux électrodes du cristal phononique piézoélectrique pour des vitesses de modulation du régime subsonique ($c_m < c_L$). En premier lieu, les mesures et simulations sont effectuées en relevant le déplacement vibratoire des céramiques. Les diagrammes de bandes résultants sont présentés et commentés pour différentes vitesses de modulations allant jusqu'à $1\,000\text{ m.s}^{-1}$, soit $c_m = 0,30c_L$ en prenant une célérité de référence c_L de $3\,380\text{ m.s}^{-1}$. Une seconde campagne de mesures et de simulations est effectuée en relevant les potentiels électriques des électrodes du CP. Les diagrammes de bandes correspondants sont étudiés pour différentes vitesses de modulations allant jusqu'à $2\,000\text{ m.s}^{-1}$, soit $c_m = 0,59c_L$ et $f_m = 72,73\text{ kHz}$. Les modifications des propriétés de dispersion des ondes dans le cristal phononique modulé induites par ces modulations sont discutées.

3.1 Modulation spatio-temporelle des conditions électriques

La modulation spatio-temporelle du CP est réalisée en modifiant les conditions électriques imposées aux électrodes dans le temps. On décide arbitrairement qu'une modulation vers la droite correspond à une vitesse de modulation c_m positive et qu'une modulation vers la gauche correspond à une vitesse c_m négative. Considérons le cas d'une modulation vers la droite.

La figure 3.1 présente l'état de 15 électrodes composant trois super-cellules du CP lors d'une modulation avec $c_m > 0$. Sur cette représentation, les électrodes avec un potentiel flottant sont représentées en bleu et celles reliées à la masse en jaune. Au temps initial t_0 , une électrode sur cinq est reliée à la masse (dans cet exemple, ce sont les électrodes numéro 3, 8 et 13). Toutes les autres électrodes des super-cellules ont un potentiel flottant. Au temps t_1 , les électrodes 3, 8 et 13 passent en potentiel flottant et ce sont les électrodes 4, 9 et 14 qui sont à leur tour reliées à la masse. Au temps t_2 , le numéro des électrodes reliées à la masse est incrémenté de 1 et ainsi de suite jusqu'au temps T_m où la répartition des mises à la masse est identique à celle du temps t_0 . Les instructions envoyées entre t_0 et t_4 sont ensuite bouclées un certain nombre de fois afin d'obtenir un temps total de modulation désiré T_{mes} .

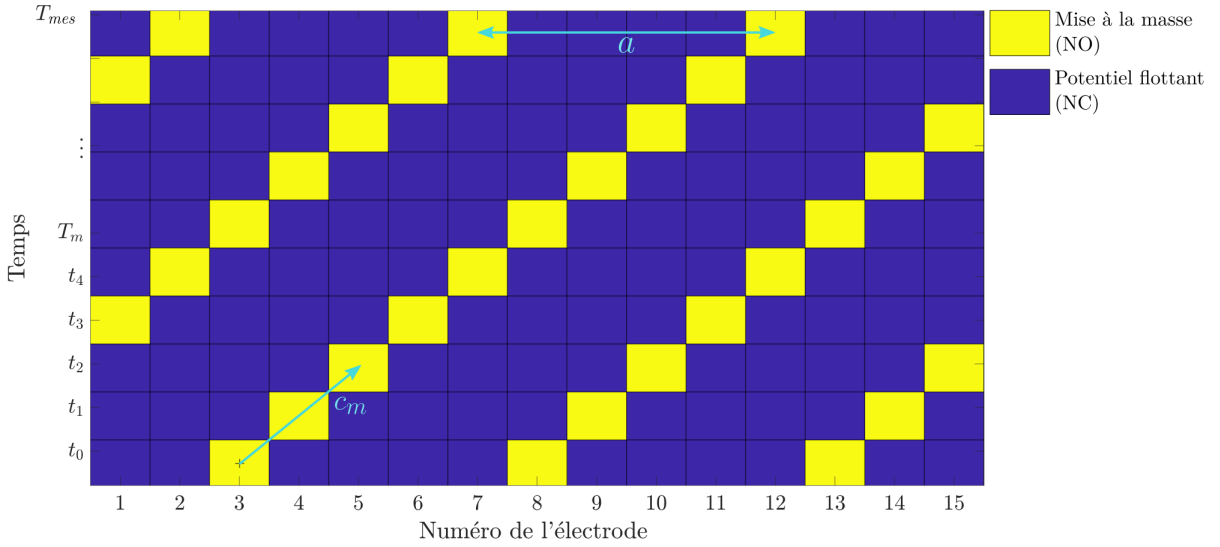


FIGURE 3.1 – Loi de commande de mise à la masse de trois super-cellules pour un total de 15 électrodes. Le jaune correspond à une mise à la masse et le bleu à un potentiel flottant. Le décalage des positions de mise à la masse est effectué vers la droite.

La vitesse de modulation, correspondant à la distance parcourue par la modulation en un pas de temps, est définie par

$$c_m = \frac{d}{T_H} = \frac{a}{T_m}, \quad (3.1)$$

où $d = 5,5$ mm est la distance entre deux électrodes, $T_H = t_1 - t_0$ le pas de temps imposé entre deux instructions, aussi appelé période d'horloge, a la période spatiale des conditions électriques et T_m la période de la modulation correspondant à la période nécessaire pour qu'un motif de mise à la masse soit accompli entièrement.

Notons que le caractère discret de la modulation des conditions électriques à la fois en espace et en temps engendre des effets additionnels sur la propagation des ondes vis-à-vis

des modulations continues. Ces effets sont discutés dans la section 3.4.2.1.1.

La mise en place expérimentale de cette modulation est décrite dans la section suivante.

3.1.1 Mise en œuvre expérimentale de la modulation

3.1.1.1 Principe de la modulation par le DSP

Expérimentalement, la modulation est effectuée au moyen d'un processeur de signal numérique (DSP) qui permet de commander la mise à la masse des électrodes de manière dynamique à travers les interrupteurs décrits dans le chapitre précédent. La figure 3.2 représente l'état de cinq interrupteurs reliés aux électrodes d'une super-cellule lors d'une modulation avec une vitesse positive $c_m > 0$. Pour rappel, l'état NC d'un interrupteur laisse à l'état flottant le potentiel de l'électrode auquel il est relié, et l'état NO relie l'électrode à la masse.

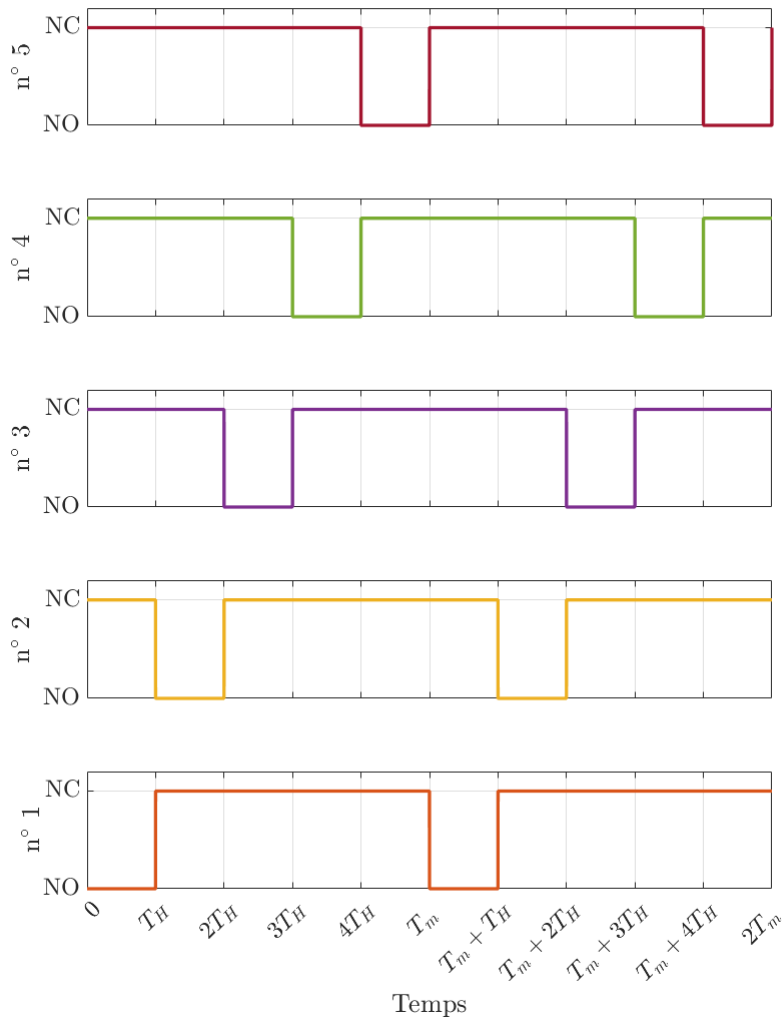


FIGURE 3.2 – Loi de commande envoyée par le DSP à 5 interrupteurs adjacents numérotés de 1 à 5. L'état NO correspond à une mise à la masse et l'état NC à une condition de potentiel flottant.

Lors de la première période d'horloge, l'interrupteur 1 de la super-cellule est à l'état NO et tous les autres sont à l'état NC pendant un temps $T_H = T_m/5$. Au temps suivant, l'interrupteur 1 revient à l'état NC et les quatre autres interrupteurs sont à l'état NO, et

ainsi de suite aux temps suivants. Ainsi, au dernier incrément de temps avant la répétition du motif, l'interrupteur 5, relié à la dernière électrode de la super-cellule, passe à l'état NO en reliant l'électrode à la masse. Ces instructions sont ensuite envoyées en boucle sur une période totale $T_{mes} = nT_m$ choisie pour correspondre à la durée des mesures souhaitées.

3.1.1.2 Paramètres de la modulation

Le DSP nous permet de modifier la vitesse de modulation *via* la fréquence de l'horloge de lecture des mémoires, comprise entre 2 564 Hz et 84 MHz. Comme indiqué précédemment, la vitesse de modulation correspond à la fréquence sélectionnée multipliée par la distance séparant deux électrodes $c_m = df_H = d/T_H$, où f_H et T_H sont respectivement la fréquence et la période d'horloge. La vitesse de modulation est liée à la fréquence de modulation par $c_m = a/T_m = af_m$. La notion de fréquence de modulation est peu utilisée dans ce manuscrit au profit de la vitesse de modulation. Il est cependant possible de la définir à partir de la vitesse de modulation et de la période spatiale a telle que $f_m = c_m/a$.

A partir des fréquences minimale et maximale autorisées par le processeur, il est possible de calculer les vitesses de modulation limites réalisables par le circuit de commande. On obtient une vitesse de modulation minimale de $c_m = 14,1 \text{ m.s}^{-1}$ et une vitesse maximale de $c_m = 462\,000 \text{ m.s}^{-1}$. Cette dernière est la vitesse maximale théorique d'envoi des données mais en réalité il faut prendre en compte la période minimale d'ouverture et de fermeture des interrupteurs t_{ON}^{max} et t_{OFF}^{max} . En se basant sur les valeurs typiques et maximales fournies par le constructeur, des vitesses de modulation limites de respectivement $c_m^{max} = 64\,791 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_m^{max} = 47\,826 \text{ m.s}^{-1}$ peuvent être établies. Nous prendrons cette dernière valeur en référence afin d'être certains que la commutation puisse s'effectuer correctement, ce qui correspond à une fréquence de modulation maximale de $f_m = 1,739 \text{ MHz}$.

Théoriquement, la vitesse de modulation maximale est donc environ quatorze fois plus élevée que la vitesse des ondes longitudinales se propageant dans le cristal phononique ($c_m^{max} = 14,07c_L$). Ce dispositif permet ainsi d'atteindre des vitesses de modulation très élevées. Dans ce chapitre, les expériences et simulations sont effectuées jusqu'à $c_m = 2\,000 \text{ m.s}^{-1}$ ($f_m = 72,73 \text{ kHz}$) soit $0,59c_L$. Le chapitre suivant traitera de vitesses de modulation plus élevées, allant jusqu'au régime supersonique.

3.1.2 Simulations numériques de la modulation

Dans les simulations, la modulation spatio-temporelle est effectuée en faisant varier la valeur de la résistance entre les électrodes et la masse commune. Une électrode sur cinq aura une résistance $R_{min} = 1 \Omega$ pour relier l'électrode à la masse, tandis que les autres auront une résistance $R_{max} = 10 \text{ G}\Omega$ pour simuler un potentiel flottant. Pour qu'une électrode en potentiel flottant soit mise à la masse, elle doit donc passer d'une valeur R_{max} à R_{min} rapidement.

Afin de se rapprocher physiquement du comportement des interrupteurs et pour éviter d'importantes discontinuités qui pourraient être problématiques pour le solveur Comsol, le passage d'une valeur à l'autre est effectué avec une fonction porte lissée. Ainsi, la résistance des électrodes ne passera pas instantanément d'une valeur à l'autre mais en un temps Δt_s . Pour toutes les simulations de ce chapitre, ce pas de temps est fixé à $\Delta t_s = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ soit 200 ns. Cette valeur permet de s'assurer de la continuité de la dérivée de la fonction de passage, tout en choisissant un temps du même ordre de grandeur que le délai d'ouverture et de fermeture maximal des interrupteurs ($t_{ON}^{MAX} = 85 \text{ ns}$). Le passage de R_{min} à R_{max} d'une électrode simulée est représenté sur la figure 3.3. Le passage de R_{max} à R_{min} s'effectue de manière similaire.

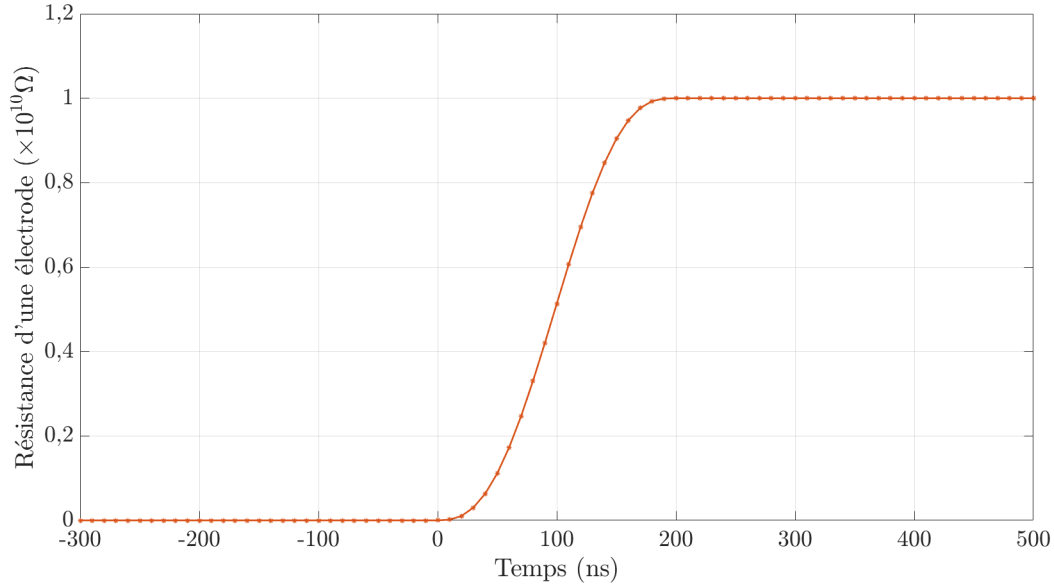


FIGURE 3.3 – Fonction de passage entre les valeurs $R_{min} = 1 \Omega$ et $R_{max} = 10 \text{ G}\Omega$ de la résistance reliée aux électrodes sur les simulations temporelles par éléments finis.

3.2 Caractérisation expérimentale du système modulé

Des mesures préliminaires sont réalisées afin de valider la mise en place de la modulation spatio-temporelle des conditions électriques par le DSP. Pour ce faire, deux expériences sont effectuées. Tout d'abord, on réalise un relevé des potentiels électriques des électrodes du CP modulé avec une excitation par impulsion afin de constater le bon décalage des mises à la masse dans le temps. Ensuite, une mesure avec une excitation harmonique est effectuée afin de vérifier la présence d'une conversion de fréquences lors de la modulation.

3.2.1 Vérification de la modulation

Des relevés de potentiels sont tout d'abord effectués en imposant entre deux électrodes séparées de cinq céramiques une impulsion de Ricker, décrite dans le chapitre précédent (figure 2.21 page 38). Les mesures sont réalisées avec le DAQ Keysight u2331a sur les électrodes du CP modulé à une vitesse de modulation $c_m = 200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ sur une durée de 10 ms. La fréquence d'échantillonnage est de $F_e = 1 \text{ MHz}$ pour 10 000 points temporels.

Le relevé des potentiels électriques de cinq électrodes composant une super-cellule est présenté à la figure 3.4 sur 0,3 ms. Les droites verticales en pointillés gris repèrent les temps T_H où les interrupteurs changent d'état. La mise à la masse successive des cinq électrodes est visible grâce aux potentiels nuls périodiques, surlignés en rouge sur le graphique.

On constate qu'à chaque incrément de temps, l'une des cinq électrodes présente un potentiel nul et les quatre autres un potentiel non nul. Le décalage de la position des électrodes mises à la masse est bien effectué vers la droite puisque tous les T_H , l'électrode n passe en potentiel flottant et l'électrode $n + 1$ est reliée à la masse.

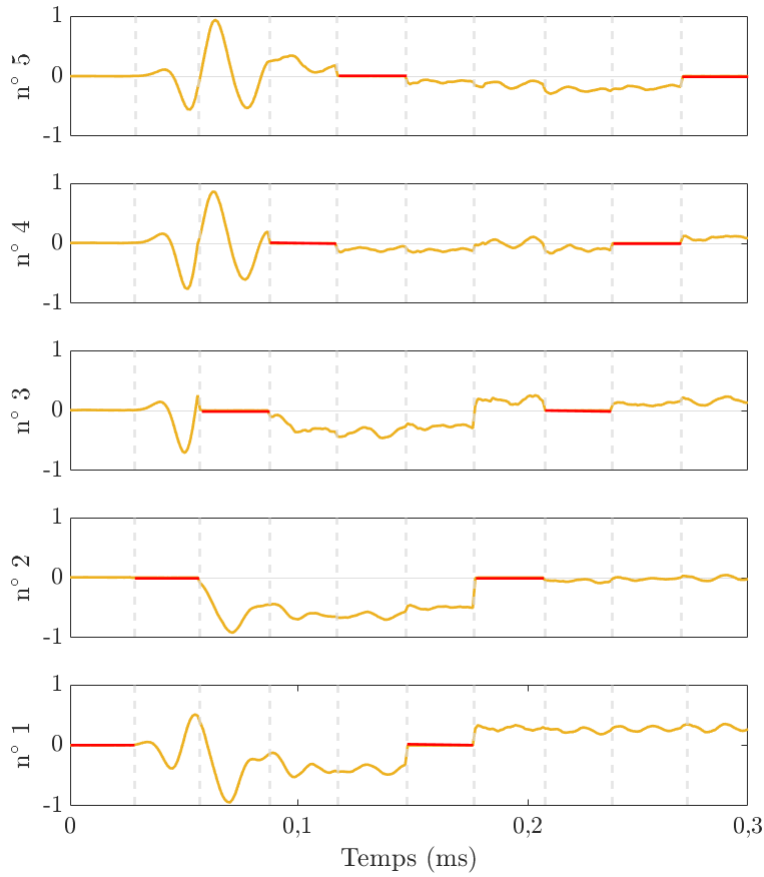


FIGURE 3.4 – Potentiels électriques de la première super-cellule du CP relevés sur 0,3 ms. Les mises à la masse, correspondant à des potentiels nuls, sont surlignées en rouge.

3.2.2 Conversions en fréquence

On procède à une nouvelle série de mesures pour vérifier la présence d'une conversion en fréquences due à la modulation spatio-temporelle. Pour cela, le cristal phononique est excité avec un signal sinusoïdal de fréquence $f_0 = 50$ kHz. Une première mesure est effectuée lorsqu'une électrode sur cinq est reliée à la masse. Pour la seconde mesure, on impose au cristal phononique une modulation spatio-temporelle avec une vitesse de $c_m = 200$ m.s⁻¹. Le potentiel électrique est récupéré sur les 95 électrodes modulables du système et une double transformée de Fourier est appliquée sur les signaux fenêtrés.

3.2.2.1 Mesures harmoniques sans modulation

L'assemblage, dont les électrodes sont en conditions périodiques de mises à la masse, est donc excité avec un sinus de fréquence $f_0 = 50$ kHz. Ici, les conditions périodiques électriques ne dépendent pas du temps et aucune conversion en fréquence ne doit avoir lieu. Ainsi, on s'attend à observer sur la transformée de Fourier un pic d'énergie à f_0 . La double transformée de Fourier de ce relevé est représenté à la figure 3.5. Un seul pic d'énergie y est observé sous la forme d'une droite horizontale située à la fréquence f_0 et localisé aux nombres d'onde dans le CP à cette fréquence.

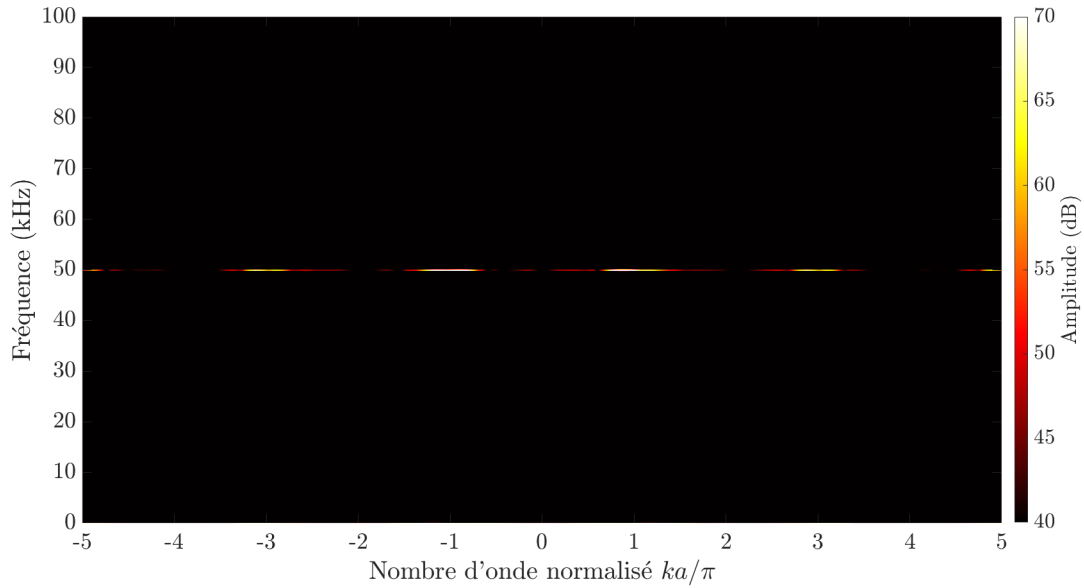


FIGURE 3.5 – Double transformée de Fourier du relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes du CP lorsqu’une électrode sur cinq est reliée à la masse et avec une excitation sinusoïdale de fréquence $f_0 = 50$ kHz.

3.2.2.2 Mesures harmoniques avec modulation spatio-temporelle

Théoriquement, des conversions en fréquence sont présentes dans un système modulé spatio-temporellement ou temporellement. Le même type de mesure est donc effectué en modulant cette fois-ci les conditions électriques des électrodes de manière dynamique avec une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$. Le signal source est une sinusoïde de fréquence $f_0 = 50$ kHz, et la transformée de Fourier est calculée à partir du relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes.

La double transformée de Fourier des mesures effectuées en présence de modulation est présentée à la figure 3.6. On remarque la présence de nombreux nouveaux pics d’énergie en plus de celui associé à la fréquence du signal source situé à 50 kHz. Ces nouveaux pics sont situés à des fréquences reliées à la fréquence de modulation par $f_s = \pm f_0 \pm n f_m$ avec $f_m = c_m/a = 7,273$ kHz. Les droites en pointillés cyan et magenta correspondent aux fréquences théoriques des nouveaux pics d’énergie dus à la modulation. Les expressions permettant de retrouver les valeurs théoriques de toutes ces fréquences sont regroupées dans le tableau 3.1.

Ces mesures permettent de valider la mise en place de la modulation spatio-temporelle du CP par le DSP et légitiment la réalisation des campagnes de mesures décrites dans les sections suivantes. Ces mesures consistent à évaluer expérimentalement les courbes de dispersion pour différentes vitesses de modulation afin d’étudier l’évolution des bandes interdites.

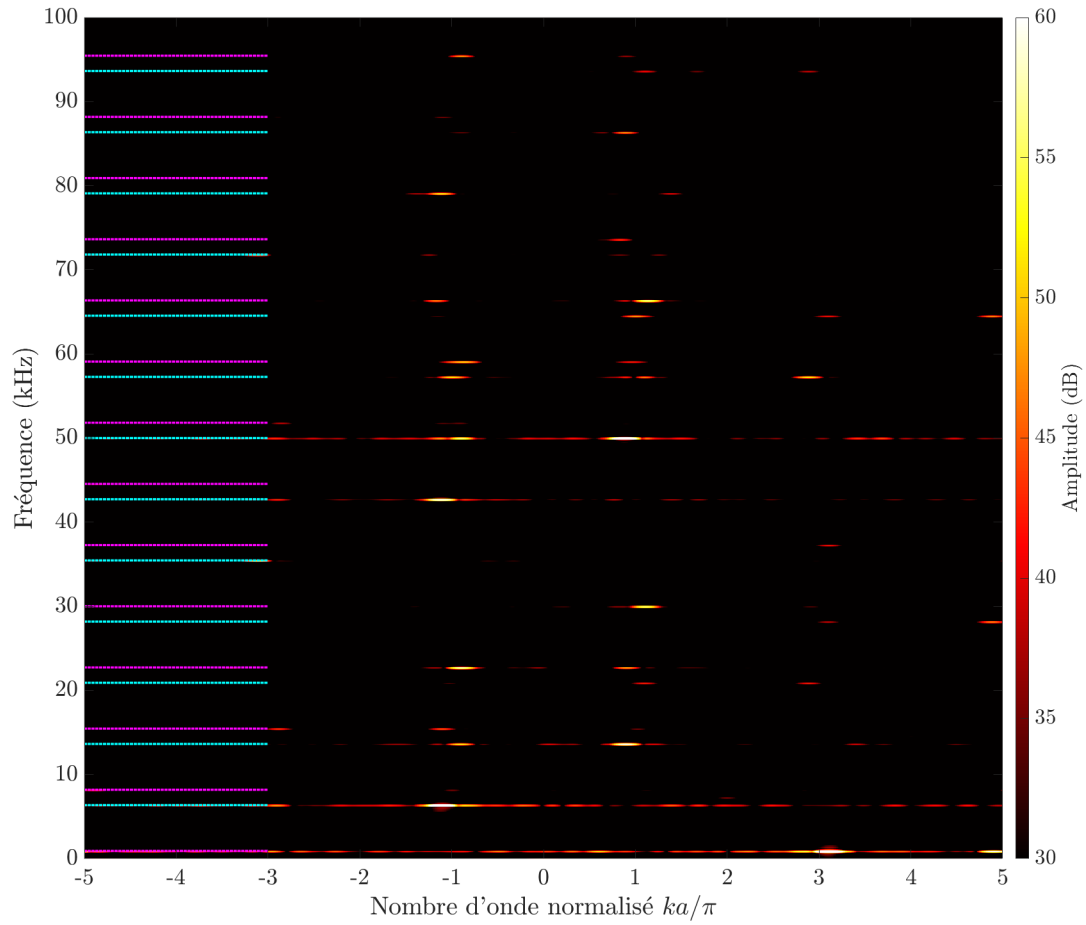


FIGURE 3.6 – Double transformée de Fourier du relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes du CP lors d’une excitation sinusoïdale de 50 kHz et avec modulation spatio-temporelle avec une vitesse de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$. Les pics d’énergie repérés par des pointillés cyan correspondent aux fréquences $f_0 \pm n f_m$, et en magenta $-f_0 + n f_m$.

$f_0 + nf_m$	$f_0 - nf_m$	$-f_0 + nf_m$
cyan	cyan	magenta
57,27 kHz	42,73 kHz	0,91 kHz
64,55 kHz	35,45 kHz	8,18 kHz
71,82 kHz	28,18 kHz	15,46 kHz
86,37 kHz	20,91 kHz	22,73 kHz
93,64 kHz	13,64 kHz	30,00 kHz
	6,36 kHz	37,28 kHz
		44,55 kHz
		51,82 kHz
		59,10 kHz
		66,37 kHz
		73,64 kHz
		80,91 kHz
		88,19 kHz

TABLEAU 3.1 – Fréquences théoriques des pics d'énergie présents lors d'une modulation spatio-temporelle avec une fréquence de modulation $f_m = 7,273$ kHz pour un signal source sinusoïdal de fréquence $f_0 = 50$ kHz.

3.3 Résultats par mesures du déplacement radial

Dans cette section, les résultats d'expériences et de simulations pour différentes vitesses de modulation sont présentés sous forme de diagramme de bandes.

3.3.1 Paramètres des mesures et simulations

Des mesures ainsi que des simulations paramétriques sont tout d'abord effectuées pour évaluer le champ de déplacement des céramiques du cristal phononique. Elles sont réalisées pour des vitesses de modulation positives allant de 0 à 1 000 m.s⁻¹ par pas de 50 m.s⁻¹. Pour rappel, la vitesse de modulation étant positive, le décalage des conditions aux limites électriques s'effectue vers la droite.

Expérimentalement, les mesures sont effectuées au vibromètre laser sur 32 ms. Le signal source est un train d'ondes modulé en fréquence allant de 1 kHz à 100 kHz. Une première campagne de mesure est effectuée en imposant l'excitation du côté gauche de l'empilement, et une seconde est effectuée en excitant du côté droit de l'empilement. Ainsi, chaque campagne de mesure permet d'exciter successivement les modes dont la vitesse de groupe est dans le sens de la modulation (modes dits propagatifs) et ceux pour lesquels elle est de sens opposé (modes dits rétro-propagatifs). Les courbes de dispersion qui sont représentées sont obtenues en faisant la somme des deux campagnes de mesure afin de répartir l'énergie sur les modes propagatifs et rétro-propagatifs.

Concernant les simulations, le signal source est une impulsion de Ricker décrite dans le chapitre précédent. Le temps de calcul étant assez long, les simulations sont effectuées avec une excitation à gauche de l'assemblage uniquement. La condition bord libre à l'extrémité droite de l'assemblage permet de réfléchir le signal incident et ainsi d'injecter de l'énergie sur les modes rétro-propagatifs également. Pour ces simulations, aucune capacité parasite n'est ajoutée, et le déplacement radial est récupéré sur les céramiques du CP pour une durée totale de 1 ms. Les résultats issus de simulations pour les mêmes vitesses de modulation et avec un relevé des potentiels électriques des électrodes sont présentés dans l'Annexe A page 127.

3.3.2 Étude des propriétés de dispersion

Les courbes de dispersion obtenues expérimentalement et par simulations pour des vitesses de modulation allant de 0 à 1 000 m.s⁻¹ par pas de 200 m.s⁻¹ sont présentées sur les figures 3.7 et 3.8. Elles sont représentées pour des nombres d'onde normalisés ka/π compris entre $k_{norm} = \pm 2$, avec $a = 5d$. Les résultats expérimentaux sont présentés à gauche (graphiques (a), (b) et (c)), et les résultats obtenus par simulations sont placés à droite des figures (graphiques (d), (e) et (f)).

Rappelons avant tout qu'avec une modulation uniquement spatiale, les largeurs des bandes interdites obtenues expérimentalement et par simulation ne sont pas les mêmes. En effet, la bande interdite expérimentale est située entre 55,5 kHz et 61,3 kHz tandis que celle obtenue par simulation est située entre 45,5 kHz et 61,0 kHz. Ces limites sont reportées sur leurs courbes de dispersion respectives, représentées en droites blanches en pointillés. Des droites en pointillés sont également tracées aux limites de la première zone de Brillouin $k_{norm} = \pm 1$ ce qui permet de repérer la position de la bande interdite lorsque $c_m = 0$.

Une analyse des résultats expérimentaux montre que la bande interdite semble se décaler progressivement vers la droite avec l'augmentation de la vitesse de modulation. La bande interdite située aux nombres d'onde positifs est plus facilement visible étant donné que son décalage s'effectue vers les hautes fréquences. En effet, la bande interdite située à gauche se décale vers les basses fréquences et se rapproche donc au fur et à mesure du mode

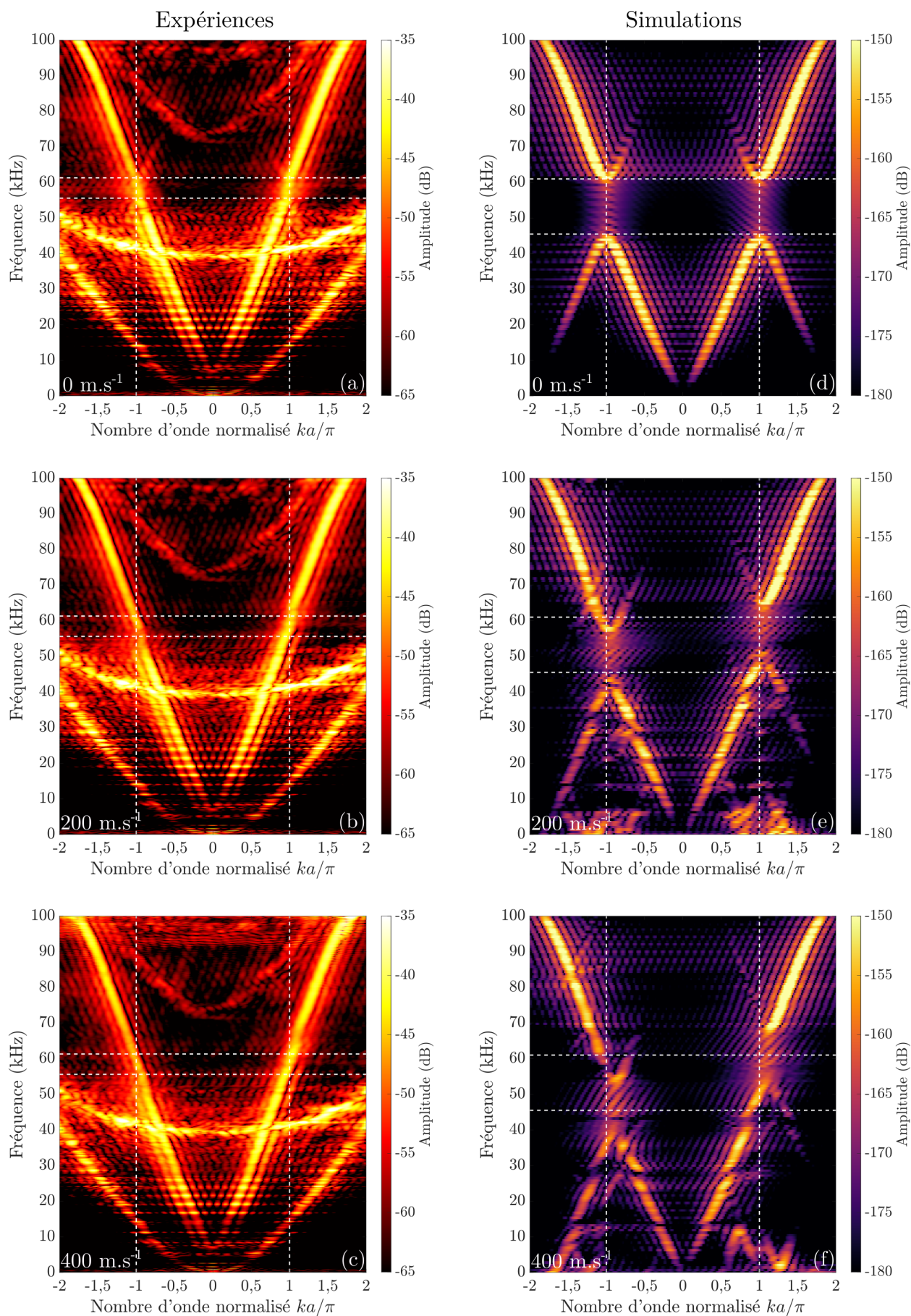


FIGURE 3.7 – Courbes de dispersion. Les graphiques (a), (b), (c), sont des résultats expérimentaux et (d), (e) et (f) des résultats par simulation éléments finis. Les diagrammes de bandes sont tracés pour des vitesses de modulation de 0 ((a) et (d)), 200 m.s^{-1} ((b) et (e)), et 400 m.s^{-1} ((c) et (f)). Les droites blanches en pointillés repèrent les limites des bandes interdites à vitesse de modulation nulle.

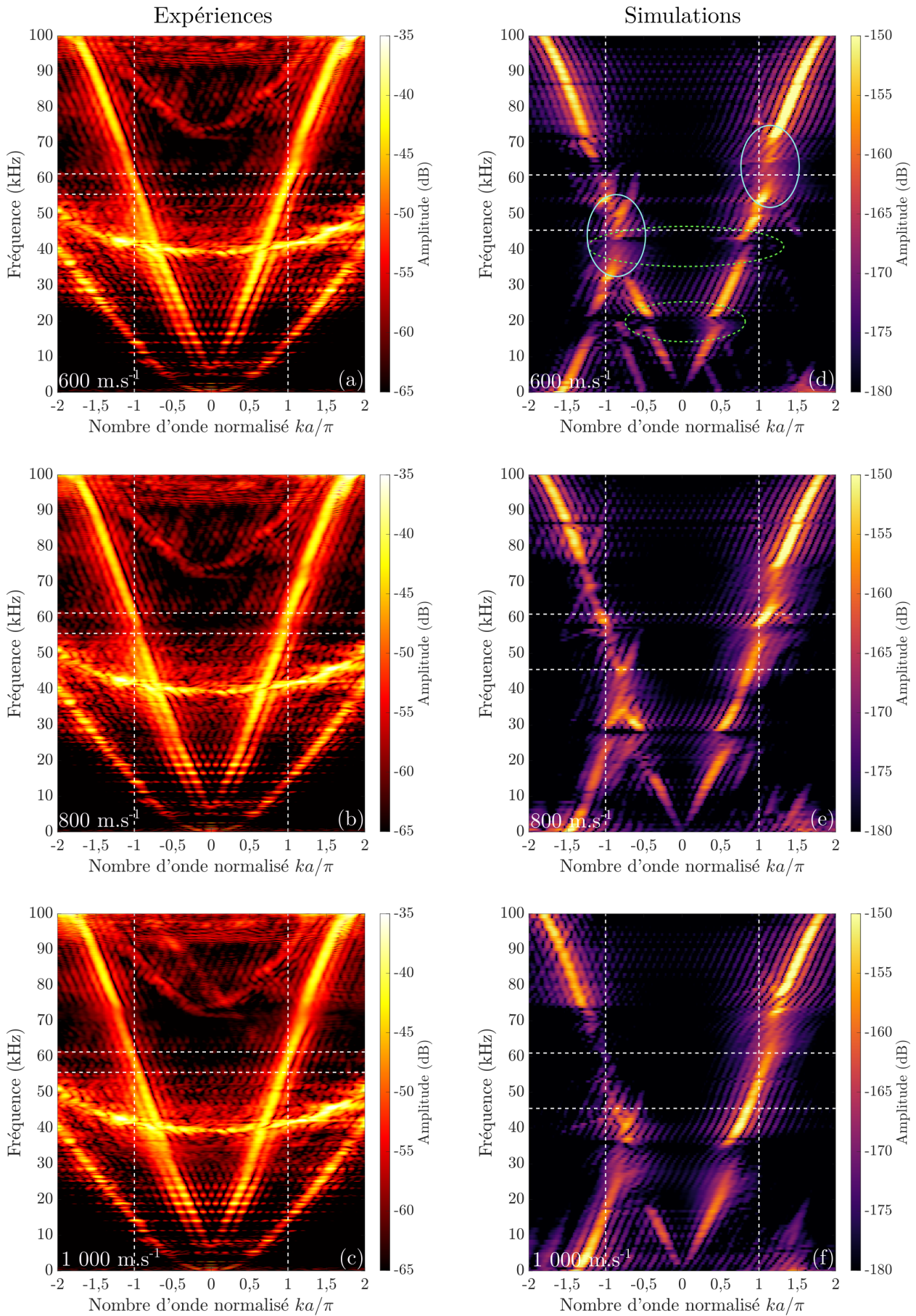


FIGURE 3.8 – Courbes de dispersion. Les graphiques (a), (b), (c), sont des résultats expérimentaux et (d), (e) et (f) des résultats de simulations par éléments finis. Les diagrammes de bandes sont tracés pour des vitesses de modulation de 600 m.s⁻¹ ((a) et (d)), 800 m.s⁻¹ ((b) et (e)), et 1000 m.s⁻¹ ((c) et (f)). Les droites blanches en pointillés repèrent les limites des bandes interdites à vitesse de modulation nulle. 70

d'ovalisation jusqu'à le croiser. Ce croisement empêche une bonne lecture de l'évolution de la bande interdite.

Les diagrammes de bandes obtenus par simulations permettent une étude plus aisée de l'évolution de la bande interdite. En effet, la présence du seul mode longitudinal, due à la condition d'axisymétrie imposée sur les simulations, ainsi que la largeur plus élevée de la bande interdite facilitent son suivi. Les bandes interdites du mode rétro-propagatif et du mode propagatif se déplacent vers la droite lorsque la vitesse de modulation augmente. Ce comportement est similaire à celui décrit dans les articles sur les cristaux phononiques monomodes modulés spatio-temporellement [13, 21, 101]. Des bandes interdites directionnelles sont visibles à partir de $c_m = 600 \text{ m.s}^{-1}$ (entourées en cyan sur le graphique (d) de la figure 3.8). En effet, la bande interdite à gauche se trouve entre 35,6 et 45,5 kHz tandis que la bande interdite de droite se trouve entre 56,5 et 69,8 kHz.

Des phénomènes non prévus par les études préliminaires apparaissent. En effet, on observe l'apparition de bandes interdites absolues, par exemple autour de 20 kHz et 40 kHz pour $c_m = 600 \text{ m.s}^{-1}$ (entourées en vert sur le graphique (d) de la figure 3.8). Ces bandes interdites sont visibles sur les résultats de simulations dès $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$ et se décalent vers les hautes fréquences lorsque la vitesse de modulation augmente. Ce phénomène, dû à la loi de commande, est discuté au paragraphe 3.3.3.3.

3.3.3 Suivi des bandes interdites

Afin de faciliter le suivi des bandes interdites et de mieux comprendre les phénomènes en jeu, une méthode de suivi des bandes interdites est mise en œuvre afin de pouvoir repérer plus facilement leur déplacement en fonction de la vitesse de modulation.

3.3.3.1 Méthode de suivi

La méthode de suivi consiste à relever l'amplitude sur une droite dont la pente est égale à la vitesse de groupe des ondes longitudinales dans le cas où les électrodes sont en condition de potentiels flottants (c_L). Trois relevés sont effectués sur différents résultats. Le premier relevé est réalisé à partir des courbes de dispersion expérimentales lorsqu'une excitation par train d'ondes modulé en fréquence est appliquée. Dans un deuxième temps, le relevé est effectué à partir des résultats expérimentaux dont l'excitation est une impulsion de Ricker. Enfin, on procède à un relevé sur les résultats de simulations dont l'excitation est une impulsion de Ricker. Ce relevé est effectué d'une part sur une droite de pente positive afin de suivre l'évolution des bandes interdites présentes aux nombres d'onde positifs (à droite du diagramme de bandes) et d'autre part sur une droite de pente négative afin de suivre l'évolution des bandes interdites présentes aux nombres d'onde négatifs (à gauche du diagramme de bandes).

3.3.3.1.1 Paramètre de suivi sur les résultats de mesures

Dans le cas des mesures avec le train d'ondes modulé en fréquence, le coefficient directeur choisi pour la droite est de $c_{exp1} = 3\,330 \text{ m.s}^{-1}$. Le relevé de la droite de pente positive est effectué sur des mesures où l'excitation de l'assemblage est située à l'extrémité gauche puisque la branche propagative possède plus d'énergie. À l'inverse, le relevé de la droite de pente négative est effectué sur des mesures dont l'excitation est située à l'extrémité droite de l'assemblage. Ainsi, c'est le mode rétro-propagatif qui possédera le plus d'énergie.

Concernant les résultats expérimentaux avec l'impulsion de Ricker, le suivi sur les droites de pentes positives et négatives est réalisé uniquement sur les résultats dont l'im-

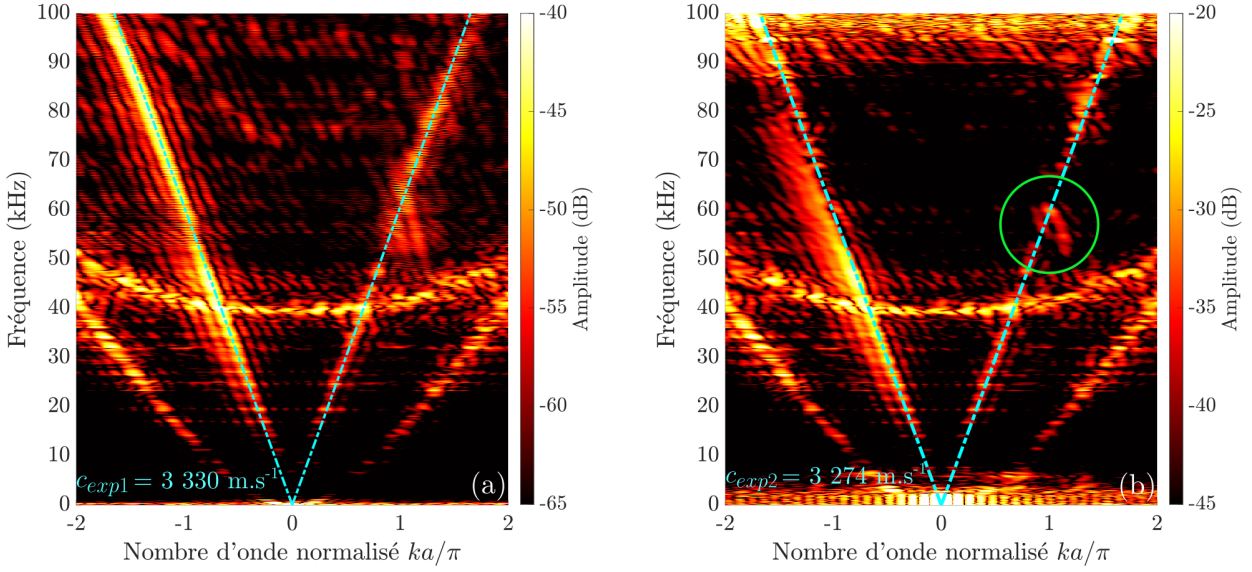


FIGURE 3.9 – Courbes de dispersion issues de mesures avec un train d’ondes modulé en fréquence (a) et une impulsion de Ricker (b) pour $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$. Les pointillés cyan correspondent aux droites sur lesquelles le relevé de l’amplitude est effectué.

pulsion est imposée du côté droit du système. En effet, sur ces résultats l’énergie se trouve principalement sur le mode rétro-propagatif et légèrement sur le repliement du mode propagatif (entouré en vert sur le graphique (b) de la figure 3.9). Cela permet de mettre en évidence la limite inférieure de la bande interdite présente aux nombres d’onde positifs. Le coefficient directeur choisi est légèrement plus faible que c_L avec $c_{exp2} = 3\,274 \text{ m.s}^{-1}$ afin de repérer la partie basse de la bande interdite.

Pour illustrer cette méthode, les diagrammes de bandes obtenus dans le cas de mesures avec un train d’ondes modulé en fréquence et par impulsion pour une vitesse de modulation de 200 m.s^{-1} sont représentés sur la figure 3.9. Les pointillés cyan repèrent les droites de coefficient directeur $\pm c_{exp1}$ et $\pm c_{exp2}$ sur lesquelles le relevé de l’amplitude est effectué.

3.3.3.1.2 Paramètre de suivi sur les résultats de simulations

Le relevé sur les résultats de simulations est effectué lorsque la source est située à gauche de l’assemblage pour les deux pentes. La condition de bord libre à l’extrémité droite permet de réfléchir le signal et ainsi d’avoir de l’énergie répartie sur les modes propagatif et rétro-propagatif. La droite choisie pour effectuer le relevé a un coefficient directeur de $c_{sim} = 3\,200 \text{ m.s}^{-1}$.

Le diagramme de bandes obtenu dans le cas d’une simulation avec une vitesse de modulation de 200 m.s^{-1} est représenté sur la figure 3.10. Les pointillés cyan repèrent les droites de coefficients directeurs $\pm c_{sim}$ sur lesquelles sont effectués les relevés.

3.3.3.1.3 Résultats des suivis des bandes interdites

Les suivis sont réalisés pour des vitesses de modulation allant de 0 à $1\,000 \text{ m.s}^{-1}$ par pas de 50 m.s^{-1} et sont représentés sur la figure 3.11. Les graphiques (a), (b) et (c) présentent les résultats de suivis pour respectivement les expériences avec train d’ondes modulé en fréquence, avec impulsion de Ricker, et pour les simulations. Sur cette représentation, la

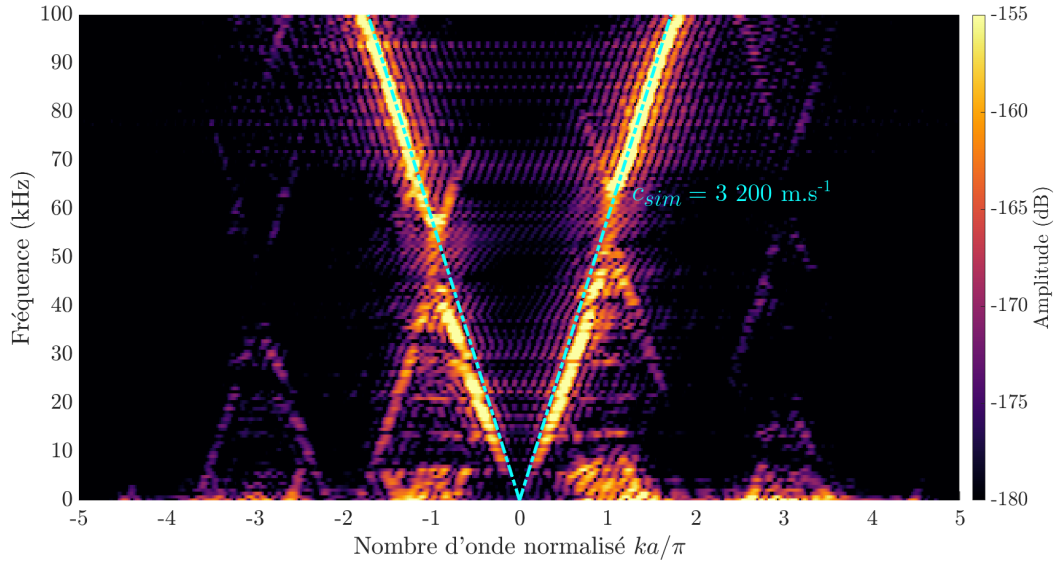


FIGURE 3.10 – Courbes de dispersion issues de simulation éléments finis. Les pointillés cyan correspondent aux droites sur lesquelles les relevés de l’amplitude sont effectués.

partie droite repère le suivi de l’amplitude sur la droite de coefficient directeur positif et la partie gauche représente le suivi de l’amplitude sur la droite de coefficient directeur négatif. La vitesse de modulation de la partie gauche des graphiques de suivi est notée négative de manière arbitraire afin de faire la différence entre l’évolution des bandes interdites des modes rétro-propagatif et propagatif. Autrement dit, sur ces graphiques les vitesses de modulation c_m positives correspondent au suivi de la bande interdite de droite et les vitesses de modulation négatives au suivi de la bande interdite de gauche.

Sur cette représentation, les bandes interdites sont repérées par une amplitude plus faible, c’est-à-dire lorsque l’amplitude tend vers des couleurs sombres. On peut souligner la présence d’énergie autour de 40 kHz sur les résultats expérimentaux qui est due à la présence du mode d’ovalisation. Ainsi, ce pic d’énergie n’existe pas sur le relevé des résultats de simulations puisque ce mode n’y est pas présent.

3.3.3.2 Bandes interdites directionnelles

3.3.3.2.1 Résultats expérimentaux

Le relevé des résultats expérimentaux par train d’ondes modulé en fréquence (figure 3.11 (a)) permet de suivre le déplacement des bandes interdites en fonction de la vitesse de modulation jusqu’à environ $\pm 500 \text{ m.s}^{-1}$. La limite supérieure des bandes interdites apparaît sous la forme d’un pic d’énergie. Néanmoins, cette méthode de détection ne permet pas de déterminer avec certitude la limite inférieure des bandes interdites. De plus, une différence apparaît entre les modes propagatif et rétro-propagatif. En effet, la méthode de suivi semble mettre en évidence une partie plus importante de la bande interdite de gauche, tandis que sur celle de droite seule la limite supérieure est visible. Malgré cette différence, cette représentation permet de repérer le décalage des bandes interdites. En effet, on vérifie que la bande interdite de droite se décale vers les hautes fréquences et que la bande interdite de gauche se décale vers les basses fréquences lorsque la vitesse de modulation augmente.

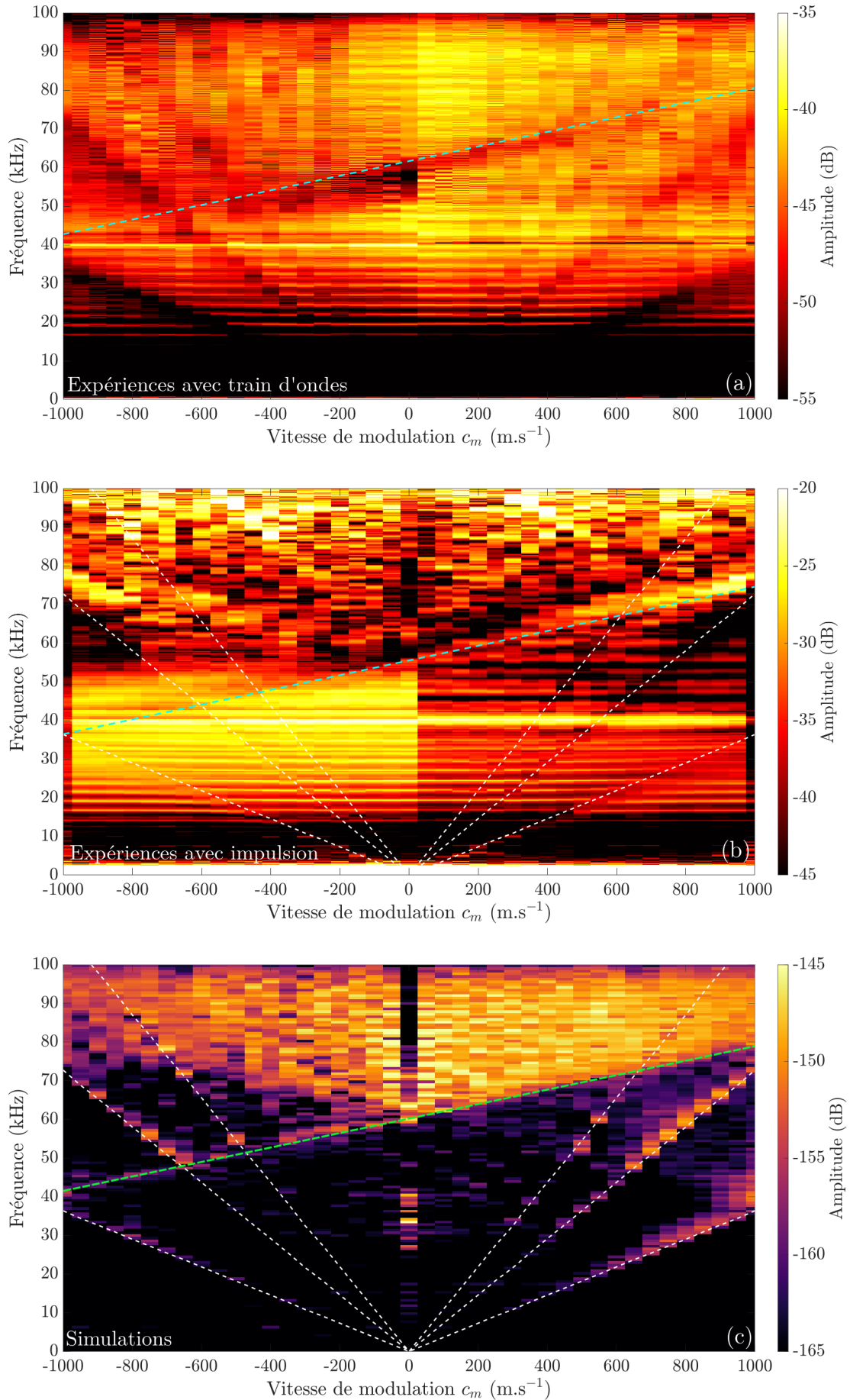


FIGURE 3.11 – Suivi des bandes interdites à partir des résultats expérimentaux avec train d'ondes modulé en fréquence (a) et impulsion de Ricker (b), et résultats de simulations (c).

La limite supérieure de la bande interdite est repérée par la droite en pointillés cyan sur le graphique (a), permettant de projeter l'évolution de la bande interdite au delà de cette vitesse. Ainsi, on peut remarquer que l'évolution de ce décalage en fréquence avec la vitesse de modulation semble être linéaire avec un coefficient directeur de $18,90 \text{ m}^{-1}$. Ce décalage est estimé à $\frac{1}{2a} = 18,18 \text{ m}^{-1}$ par Croënne *et al* [20] qui prévoient le décalage en fréquence et en nombre d'onde des courbes de dispersion d'un CP avec modulation, à partir d'un modèle décrit dans la section 3.4.2. Si l'on fait l'hypothèse d'une translation linéaire de la bande interdite jusqu'à une vitesse de modulation $c_m = 1\,000 \text{ m.s}^{-1}$, on peut s'attendre à des limites supérieures de bandes interdites de 42,7 kHz pour celle de gauche et 80,5 kHz pour celle de droite.

Le relevé sur les résultats expérimentaux avec une impulsion de Ricker (figure 3.11 (b)) permet de repérer la limite inférieure de la bande interdite. En effet, on peut remarquer que lorsque la vitesse de modulation est nulle, l'amplitude du signal décroît brutalement au-delà de 55 kHz. Ainsi, cette chute de signal qui correspond à l'entrée de la bande interdite, semble également suivre une droite avec un coefficient directeur de $19,05 \text{ m}^{-1}$ représentée en pointillés cyan. Notons que lorsque l'excitation est positionnée uniquement à droite du cristal phononique, il y a plus d'énergie présente sur le mode rétro-propagatif et donc sur la moitié gauche du graphique.

3.3.3.2 Résultats de simulations

Enfin, le relevé sur les résultats de simulations (graphique (c)) permet de suivre efficacement la limite supérieure de la bande interdite. En effet, le pic d'amplitude présent en sortie de bande interdite est bien visible. Ainsi, il est possible de tracer une droite suivant ces hautes amplitudes comme effectué avec les graphiques (a) et (b). Celle-ci permet de voir que l'évolution de la bande interdite, représentée en pointillés verts, reste linéaire jusqu'à $c_m = 1\,000 \text{ m.s}^{-1}$. À cette vitesse, la limite supérieure de la bande interdite de gauche est de 41,2 kHz et celle de droite est de 79,5 kHz, ce qui donne un coefficient directeur de $19,15 \text{ m}^{-1}$.

Cette tendance confirme les projections effectuées sur les résultats de suivis à partir des diagrammes de bandes expérimentaux. Notons néanmoins que cette méthode ne permet pas non plus de détecter la limite inférieure des bandes interdites sur les résultats de simulation.

3.3.3.3 Bandes interdites absolues

Sur les graphiques (a) et (b) de la figure 3.11, plusieurs droites d'amplitude faible et de pente positives sont visibles. Sur le graphique (c), ces droites sont également présentes sous forme de fortes amplitudes. Ces droites sont symétriques pour le suivi de la bande interdite de droite et de celle de gauche, ce qui signifie que leur évolution ne dépend pas du sens de la modulation mais uniquement de sa valeur absolue. Ainsi, la position en fréquence des bandes interdites suivant ces droites augmente avec la vitesse de modulation. Sur le graphique (c), ces droites sont également repérables par une amplitude plus élevée.

Ces bandes interdites ont pour fréquence centrale la fréquence fondamentale de la loi de commande ainsi que ses harmoniques. Un exemple de loi de commande avec une vitesse de modulation de $c_m = 800 \text{ m.s}^{-1}$ et sa transformée de Fourier sont représentées sur la figure 3.12. Dans ce cas, la fréquence de la loi de commande est égale à $f_m = c_m/a = 29,1 \text{ kHz}$. On note la présence de pics d'énergie à environ 29 kHz, 58 kHz et 87 kHz, soit f_m , $2f_m$ et $3f_m$.

Ces pics évoluent en fonction de la vitesse de modulation. Leur position en fréquence sont rassemblées pour former les droites en pointillés blancs superposées sur les graphiques (b) et (c). Ainsi, cette superposition permet de confirmer que les trois droites visibles sur les suivis d'expériences et de simulation correspondent à des bandes interdites dues à la

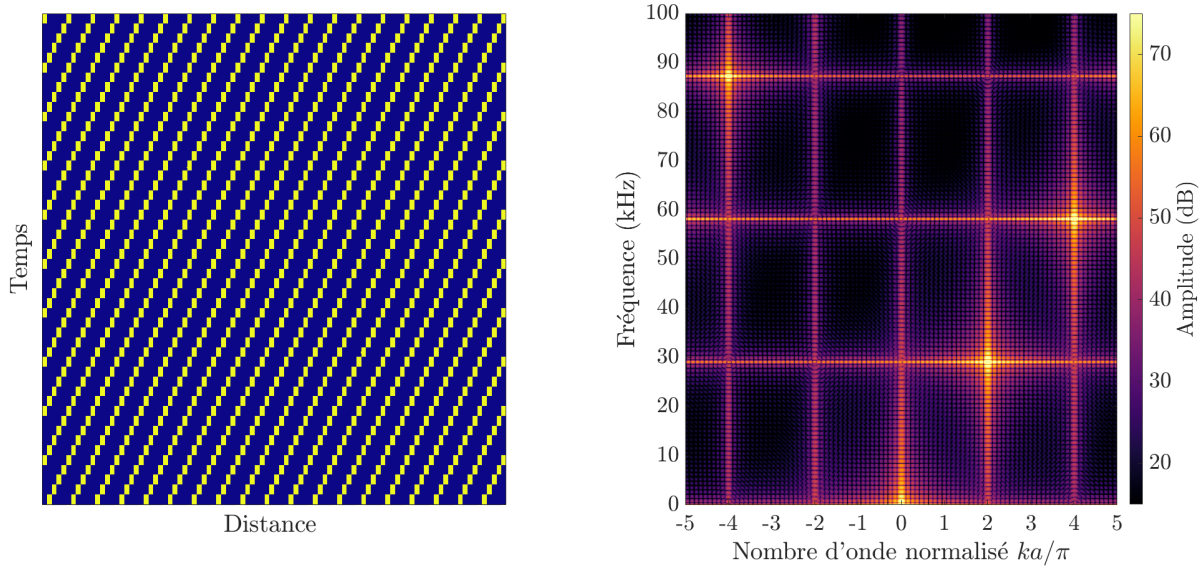


FIGURE 3.12 – Loi de commande de mise à la masse des électrodes (à gauche) pour une vitesse de modulation de $c_m = 800 \text{ m.s}^{-1}$ et sa transformée de Fourier (à droite).

loi de commande. Ce sont ces bandes interdites absolues qui sont visibles sur les courbes de dispersion des simulations (figures 3.7 et 3.8). Le minimum d'énergie s'accompagne d'une décroissance de la vitesse de groupe sur la branche principale, entourée en vert sur la graphique (d) de la figure 3.8, pouvant être la signature d'une hybridation entre le mode longitudinal et un mode localisé dû à la loi de commande.

3.3.4 Bilan

La bande interdite centrale évolue dans le sens prédit par les travaux antérieurs [20, 21] puisqu'elle se déplace vers les nombres d'onde supérieurs en suivant le mode sur lequel elle est placée lorsque la vitesse de modulation est positive. Cela confirme le caractère non réciproque du système lors de la modulation. Néanmoins, le suivi obtenu est parasité et peu lisible à partir de $c_m = 500 \text{ m.s}^{-1}$ ce qui ne permet pas une analyse précise. Afin d'obtenir des résultats plus exploitables, une seconde campagne de mesures est effectuée en relevant le potentiel électrique des électrodes du CP, qui permet de détecter uniquement le mode longitudinal.

3.4 Résultats par mesures des potentiels électriques

Des mesures paramétriques sont effectuées en faisant varier la vitesse de modulation de 0 à $2\,000 \text{ m.s}^{-1}$ par pas de 200 m.s^{-1} . Dans cette section, les résultats présentés sont issus de relevés des potentiels électriques des électrodes du CP effectués avec le DAQ. Au niveau des simulations, le potentiel électrique des électrodes est utilisé au lieu du déplacement radial des céramiques, et les capacités parasites sont prises en compte.

3.4.1 Étude des signaux temporels

Les mesures sont réalisées avec le DAQ Keysight u2331a en utilisant comme signal source une impulsion de Ricker. Expérimentalement, les potentiels électriques des 95 électrodes du CP sont relevés sur une durée de 10 ms. Sur les simulations, le relevé est similaire mais effectué

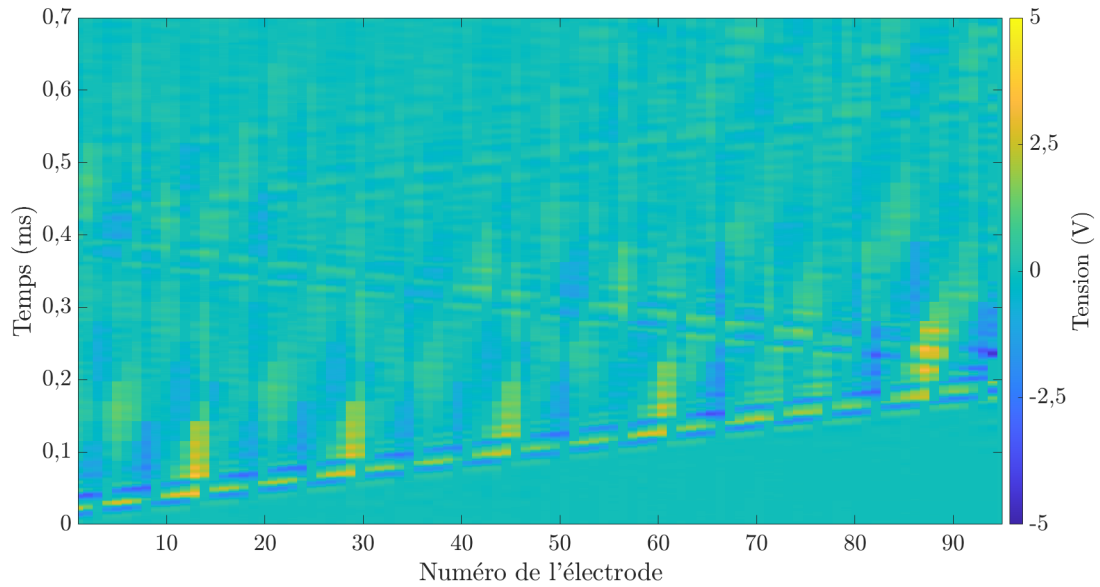


FIGURE 3.13 – Relevé expérimental des potentiels électriques des électrodes du CP modulé pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$.

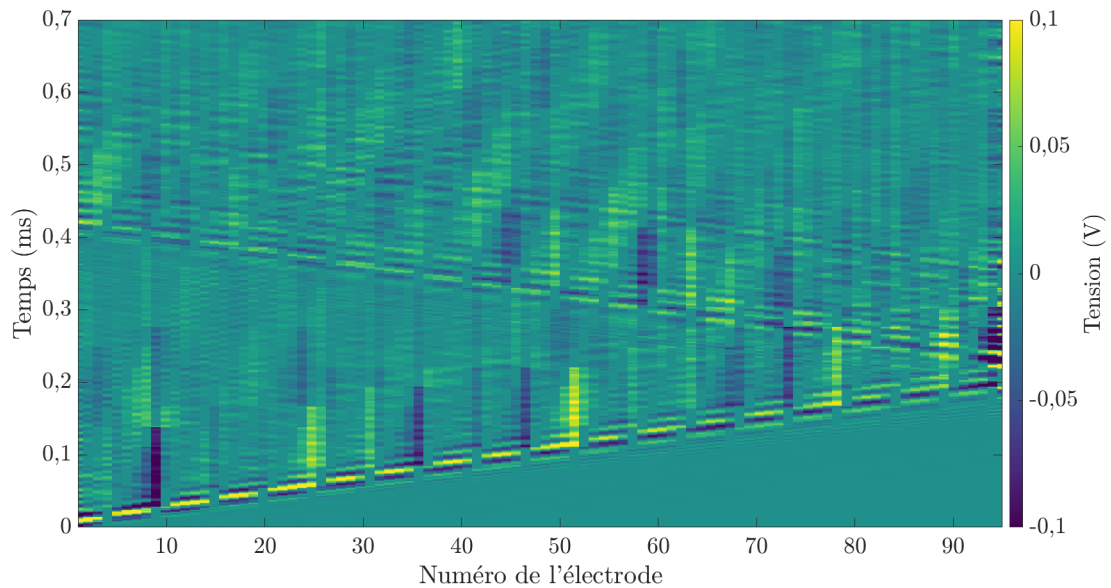


FIGURE 3.14 – Relevé des potentiels électriques simulés des électrodes du CP modulé pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$.

sur une durée de 1 ms. Les relevés temporels expérimentaux et simulés sont représentés aux figures 3.13 et 3.14 pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$.

Sur ces figures, on note la présence d'une tension électrique qui reste présente sur quelques électrodes pendant un certain temps. Ces tensions s'atténuent fortement après la remise à la masse de ces électrodes. La durée de la rémanence est de 0,11 ms sur les simulations et sur les expériences. La vitesse de modulation étant de 200 m.s^{-1} , la période de modulation totale est $T_m = a/c_m = 1,375 \cdot 10^{-4} \text{ s}$. Ainsi, la durée de cette rémanence correspond à $\frac{4}{5}T_m = 0,11 \text{ ms}$ qui est la durée entre deux mises à la masse successives. Ces rémanences viennent du fait que les électrodes peuvent piéger des charges électriques lorsqu'elles passent d'une condition de mise à la masse à un potentiel flottant. Cependant, l'équilibre électrostatique étant atteint instantanément, ces charges supplémentaires sur les électrodes flottantes sont statiques et ne peuvent induire que des fluctuations du champ de polarisation statique à l'intérieur du matériau piézoélectrique. Ce phénomène, observé aussi bien sur les résultats de simulations qu'expérimentaux, n'affecte donc pas directement la propagation des ondes.

3.4.2 Étude des propriétés de dispersion

3.4.2.1 Diagrammes de bandes simulés

Afin de se rapprocher des conditions de mesures effectuées avec le DAQ qui introduisent des capacités parasites, les simulations sont effectuées en ajoutant des condensateurs reliant les électrodes initialement flottantes à la masse. Ainsi, la bande interdite de ces simulations par éléments finis est fortement réduite et positionnée à une fréquence plus basse (discuté à la section 2.5.2.1.2 page 54).

Le diagramme de bandes simulé avec capacités parasites est visible à la figure 3.15 pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$. Les repliements du mode longitudinal suivent la droite de coefficient directeur c_m , repérée par les pointillés bleus. De nombreuses branches de dispersion sont visibles, parallèles aux branches principales. L'origine de ces courbes est discutée dans le paragraphe suivant.

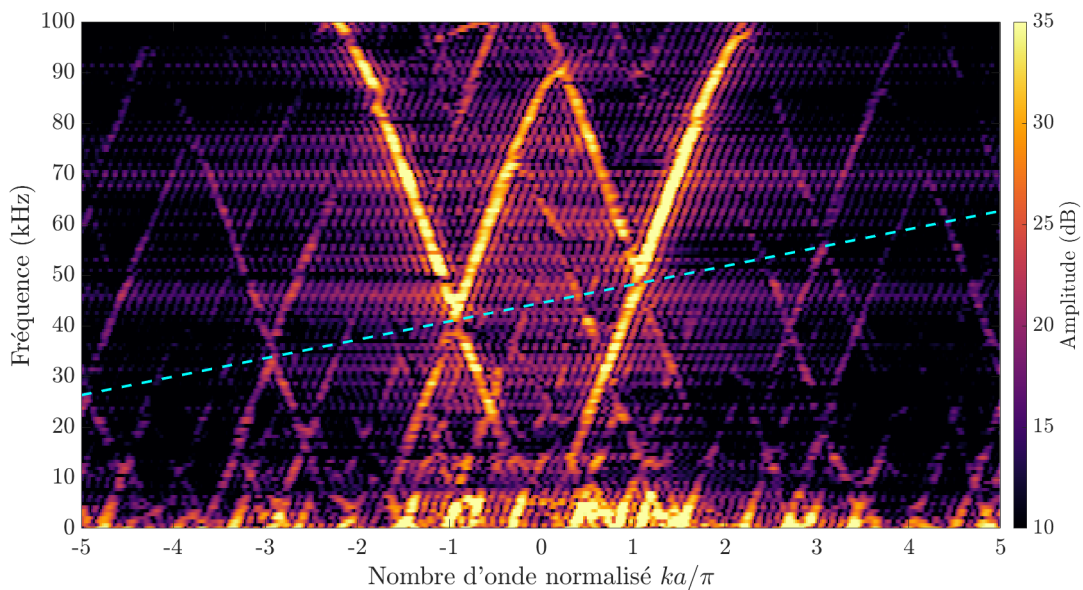


FIGURE 3.15 – Double transformée de Fourier du relevé des potentiels électriques des électrodes du CP modulé issu d'une simulation par éléments finis avec capacités parasites pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$. La droite en pointillés cyan correspond à la vitesse de modulation c_m .

3.4.2.1.1 Branches de dispersion supplémentaires

La modulation spatio-temporelle est effectuée de manière discrète avec comme pas d'espace la distance minimale entre deux électrodes $d = 5,5$ mm. Étant donné qu'une électrode sur cinq est mise à la masse, un décalage d'un cinquième de période dans une direction est équivalent à un décalage de quatre cinquièmes dans la direction opposée. Ainsi, la modulation spatio-temporelle décrite à la vitesse c_m correspond en réalité à un ensemble de vitesses de modulation :

$$c_m^n = (1 + 5n)c_m \quad (3.2)$$

avec n un nombre entier relatif. Ces vitesses peuvent être positives ou négatives en fonction de la valeur de n . Les vitesses de modulation pour $n = 0, 1, -1$ et -2 sont représentées sur la figure 3.16. Dans la suite, le terme « vitesse de modulation » est conservé pour désigner c_m , et le terme « vitesse de modulation effective » est utilisé pour désigner c_m^n .

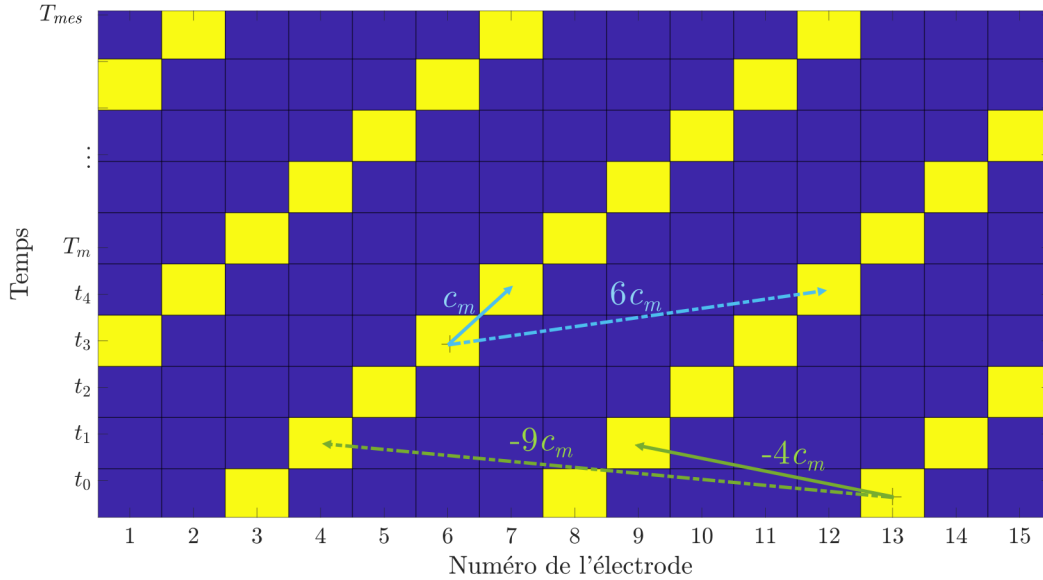


FIGURE 3.16 – Loi de commande de mise à la masse de trois super-cellules pour un total de 15 électrodes. Le jaune correspond à une mise à la masse et le bleu à un potentiel flottant. Le décalage des positions de mise à la masse est effectué vers la droite à une vitesse de modulation c_m . La flèche pleine bleue correspond à la vitesse de modulation effective $c_m^0 = c_m$ et celle en pointillés à la vitesse $c_m^1 = 6c_m$. La flèche pleine verte correspond à la vitesse de modulation effective $c_m^{-1} = -4c_m$ et celle en pointillés à $c_m^{-2} = -9c_m$.

Ainsi, dans le cas d'une vitesse de modulation de 200 m.s^{-1} , des branches de dispersion supplémentaires correspondant aux vitesses de modulation effectives c_m^n avec $n \neq 0$ sont présentes sur le diagramme de bandes.

La modification des diagrammes de bandes pour ces différentes vitesses est estimée en appliquant une déformation au diagramme de bandes issu de la simulation modale en l'absence de modulation temporelle (une électrode sur cinq étant reliée à la masse). Cette déformation est basée sur le modèle de Croëgne et al. [20] que l'on appellera « modèle approché ». Dans ce modèle, les nouvelles fréquences f^n et nouveaux nombres d'onde k^n sont exprimés en fonction de ceux du CP en l'absence de modulation temporelle comme suit :

$$\begin{cases} f^n = f \pm k \frac{c_m^n}{2\pi}, \\ k^n = k \pm k \frac{c_m^n}{c_L}. \end{cases} \quad (3.3)$$

Afin d'illustrer les propriétés des diagrammes de bandes issus du modèle approché, celui-ci est comparé aux diagrammes de bandes obtenus à partir du modèle analytique issu de [21] décrit dans le premier chapitre à la section 1.20 (p.18). Le graphique (a) de la figure 3.17 compare ainsi les diagrammes de bandes issus du modèle analytique (jaune) et de la simulation modale par éléments finis avec capacités parasites (pointillés gris). Le graphique (b) compare les résultats issus du modèle analytique (jaune) avec ceux du modèle approché (pointillés gris) pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$. Le modèle approché permet d'obtenir des résultats similaires au modèle analytique. La différence la plus importante est la dispersion à haute fréquence due à l'interaction avec le mode radial qui n'est pas prise en compte dans le modèle analytique, puisqu'il considère uniquement le mode longitudinal.

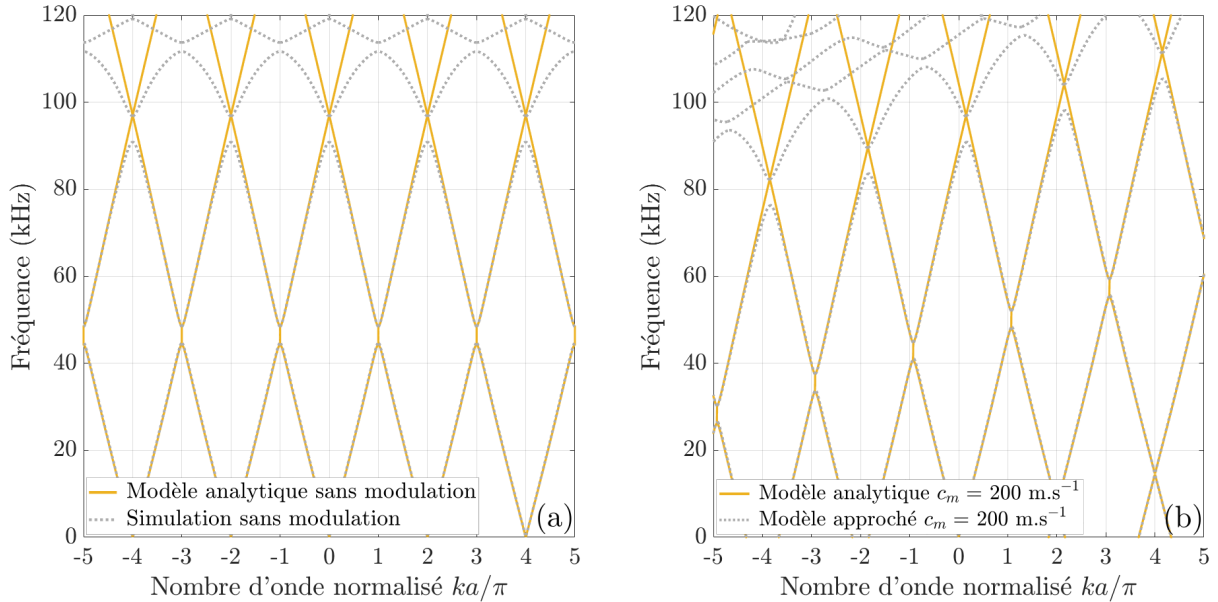


FIGURE 3.17 – Diagrammes de bandes obtenus avec le modèle analytique et le modèle approché. Le graphique (a) compare les diagrammes de bandes sans modulation issus du modèle analytique (jaune) et de la simulation modale avec capacités parasites (pointillés gris). Le graphique (b) compare les diagrammes de bandes avec une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$ issus du modèle analytique (jaune) et du modèle approché (pointillés gris).

Les diagrammes de bandes calculés avec les équations 3.3 pour les deux premiers modes de propagation et pour $c_m^0 = 200 \text{ m.s}^{-1}$, $c_m^{-1} = -800 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_m^1 = 1200 \text{ m.s}^{-1}$ sont représentés sur la figure 3.18. Notons que cette approche ne permet pas de prendre en compte d'éventuelles interactions entre les modes de propagation du système.

Les diagrammes de bandes obtenus à partir du modèle approché pour c_m^{-1} et c_m^1 sont ensuite superposés au résultat de la simulation temporelle par éléments finis avec $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$ sur la figure 3.19. Ces superpositions permettent de constater un bon accord entre la position des branches supplémentaires sur le diagramme de bandes simulé et les modes de propagation avec les vitesses de modulation effectives. Cela confirme l'origine de la présence des branches de dispersion additionnelles due aux vitesses c_m^n avec $n \neq 0$. Cette interprétation, effectuée ici pour $n = \pm 1$, peut être généralisée pour les vitesses c_m^n avec $|n| > 1$ où d'autres branches supplémentaires se superposent au diagramme de bandes du système.

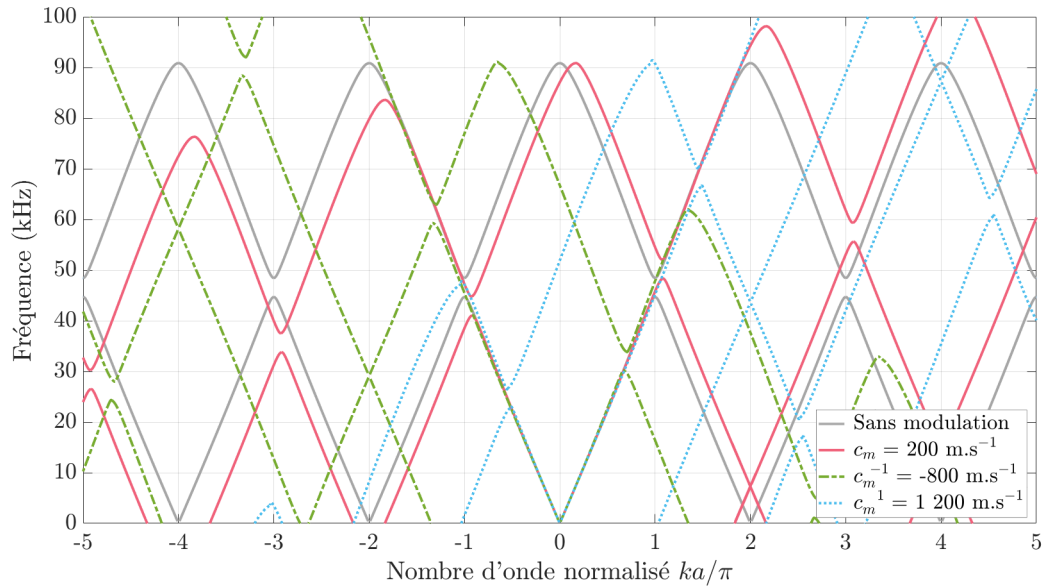


FIGURE 3.18 – Diagramme de bandes calculé avec une simulation modale lorsqu’une électrode sur cinq est reliée à la masse (gris), et décalage de ce diagramme en appliquant les équations 3.3 pour des vitesses de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$ (en rose), c_m^{-1} (en vert) et c_m^1 (en cyan).

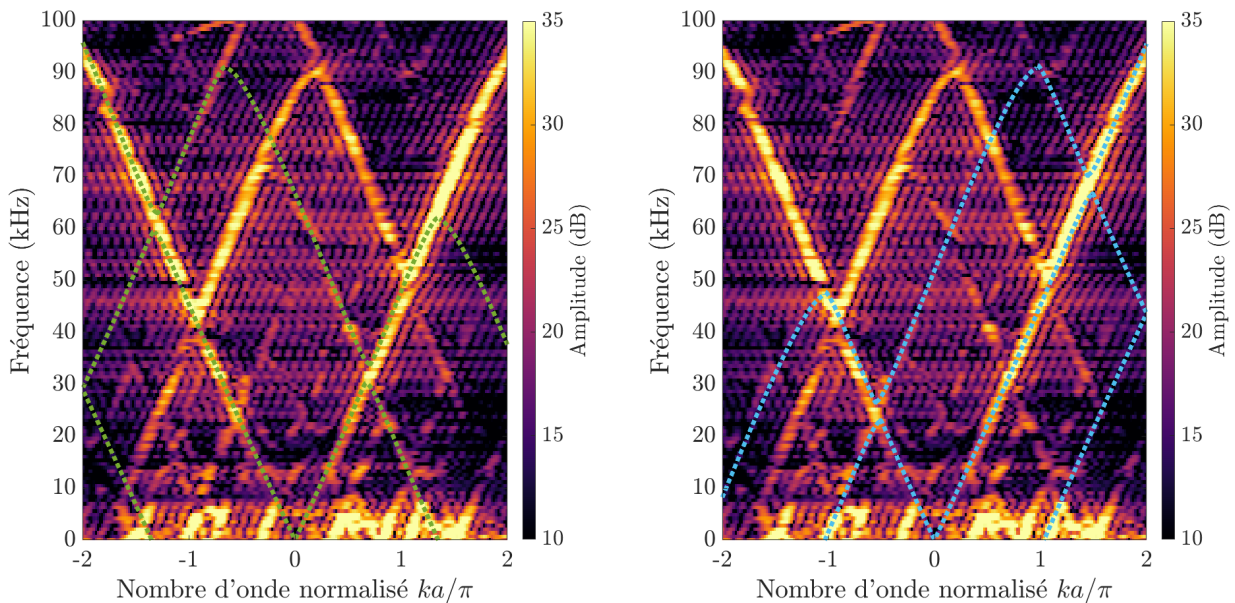


FIGURE 3.19 – Diagrammes de bandes issus de simulations temporelles par éléments finis lors d’une modulation spatio-temporelle avec $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$. Le diagramme de bandes correspondant à c_m^{-1} est superposé en vert sur le graphique de gauche, et celui correspondant à c_m^1 est superposé en cyan sur le graphique de droite.

Un autre phénomène visible sur le diagramme de bandes simulé avec $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$ est la présence de branches de dispersion à basses fréquences. Celles-ci se replient à 7,3 kHz, ce qui correspond à la fréquence de modulation $f_m = c_m/a$. Il s'agit du même effet commenté à la section 3.3.3.3, relié à la loi de commande.

3.4.2.2 Résultats expérimentaux et numériques pour différentes vitesses de modulation

Les relevés de potentiels électriques obtenus expérimentalement et par simulations éléments finis sont traités avec une double transformée de Fourier afin d'en calculer les diagrammes de bandes. Afin de visualiser les effets de la modulation sur les courbes de dispersion, celles-ci sont représentées pour des vitesses de modulation allant de 0 à 400 m.s^{-1} sur la figure 3.20, de 600 m.s^{-1} à 1 000 m.s^{-1} sur la figure 3.21, et de 1 200 m.s^{-1} à 1 400 m.s^{-1} sur la figure 3.22. Les diagrammes de bandes obtenus expérimentalement sont situés sur la gauche, et ceux obtenus par simulations sur la droite. Comme discuté dans le chapitre précédent, l'ajout des capacités parasites réduit la largeur de la bande interdite. Pour ces mesures et simulations, le centre de la bande interdite est repéré par des droites en pointillés blancs.

Tout d'abord, notons la présence d'énergie aux basses fréquences pour des vitesses de modulation non nulles. Les conversions de fréquence ayant lieu lors de la modulation spatio-temporelle par intermodulation entre la fréquence de l'onde et celle de la modulation injectent de l'énergie à des fréquences ne faisant pas initialement partie de la bande passante du signal d'excitation. Cela met en lumière l'effet dû à la loi de commande qui cette fois-ci est visible aussi bien sur les résultats expérimentaux que sur les résultats de simulations, par exemple sur les graphiques (b) et (e) de la figure 3.20 autour de 7,3 kHz, correspondant à la fréquence de modulation $f_m = c_m/a$.

Sur les résultats expérimentaux, la bande interdite, bien que réduite à cause des capacités parasites associées au DAQ lors de la prise de mesures automatisée, reste repérable grâce aux repliements. Il en est de même dans le cas des résultats obtenus par simulations. En effet, les repliements permettent de constater que les bandes interdites se décalent vers la droite lorsque la vitesse de modulation c_m augmente, c'est-à-dire lorsque la position des électrodes mises à la masse est décalée dans le même sens que celui des ondes se propageant dans le système. Ainsi lorsque c_m augmente, la bande interdite située aux nombres d'onde négatifs se décale vers les basses fréquences, et celle située aux nombres d'onde positifs se décale vers les hautes fréquences. Dans les deux cas, les bandes interdites se décalent en suivant la pente du mode longitudinal.

Expérimentalement, la bande interdite est plus aisément repérable que sur les résultats obtenus précédemment par vibrométrie. L'évolution de la position du centre de la bande interdite en nombre d'onde et en fréquence est donc plus facile à réaliser. Il en va de même pour les résultats de simulations.

Sur les résultats des simulations la partie dispersive du mode longitudinal, due au couplage avec le mode radial, est visible à partir de $c_m = 400 \text{ m.s}^{-1}$. Celle-ci est repérée par une flèche cyan sur le graphique (e) de la figure 3.21 correspondant à une vitesse de modulation de $c_m = 800 \text{ m.s}^{-1}$. À cette vitesse, on peut également remarquer l'apparition d'une droite parallèle au mode propagatif située à environ $k_{norm} = 1,5$ sur les expériences ainsi que sur les simulations. Ce phénomène est discuté plus longuement dans le chapitre suivant. Enfin, le mode rétro-propagatif de certaines courbes de dispersion simulées permet de constater que la bande interdite initialement présente autour de 95 kHz baisse en fréquence. Cette bande interdite est entourée en cyan sur le graphique (f) de la figure 3.20 qui correspond à une vitesse de modulation de $c_m = 400 \text{ m.s}^{-1}$.

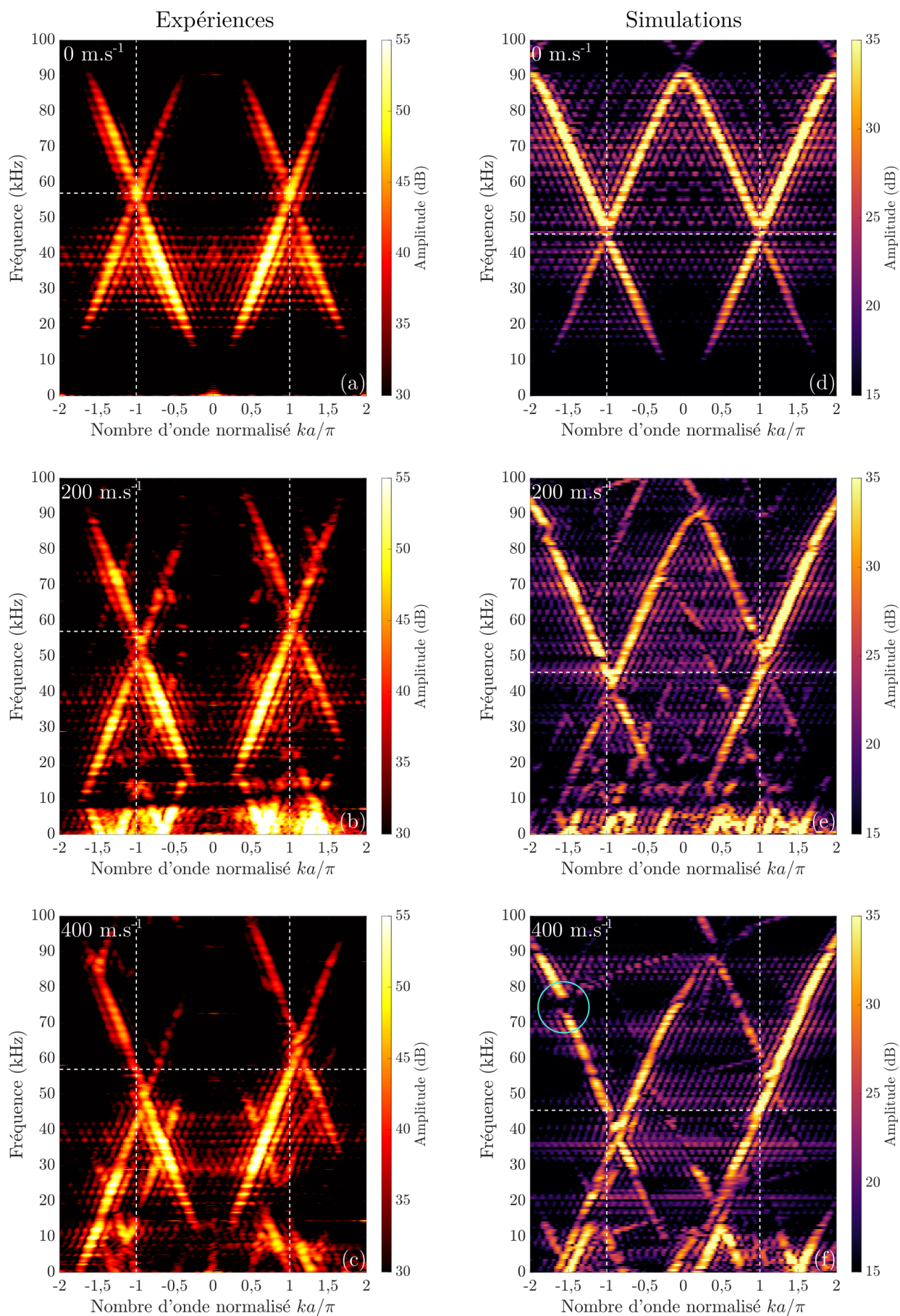


FIGURE 3.20 – Courbes de dispersion expérimentales ((a), (b) et (c)) et par simulations ((d), (e) et (f)) pour des vitesses de modulation de 0 ((a) et (d)), 200 m.s⁻¹ ((b) et (e)) à 400 m.s⁻¹ ((c) et (f)). Les droites blanches en pointillés repèrent le centre de la bande interdite avec une super-cellule de 5 céramiques.

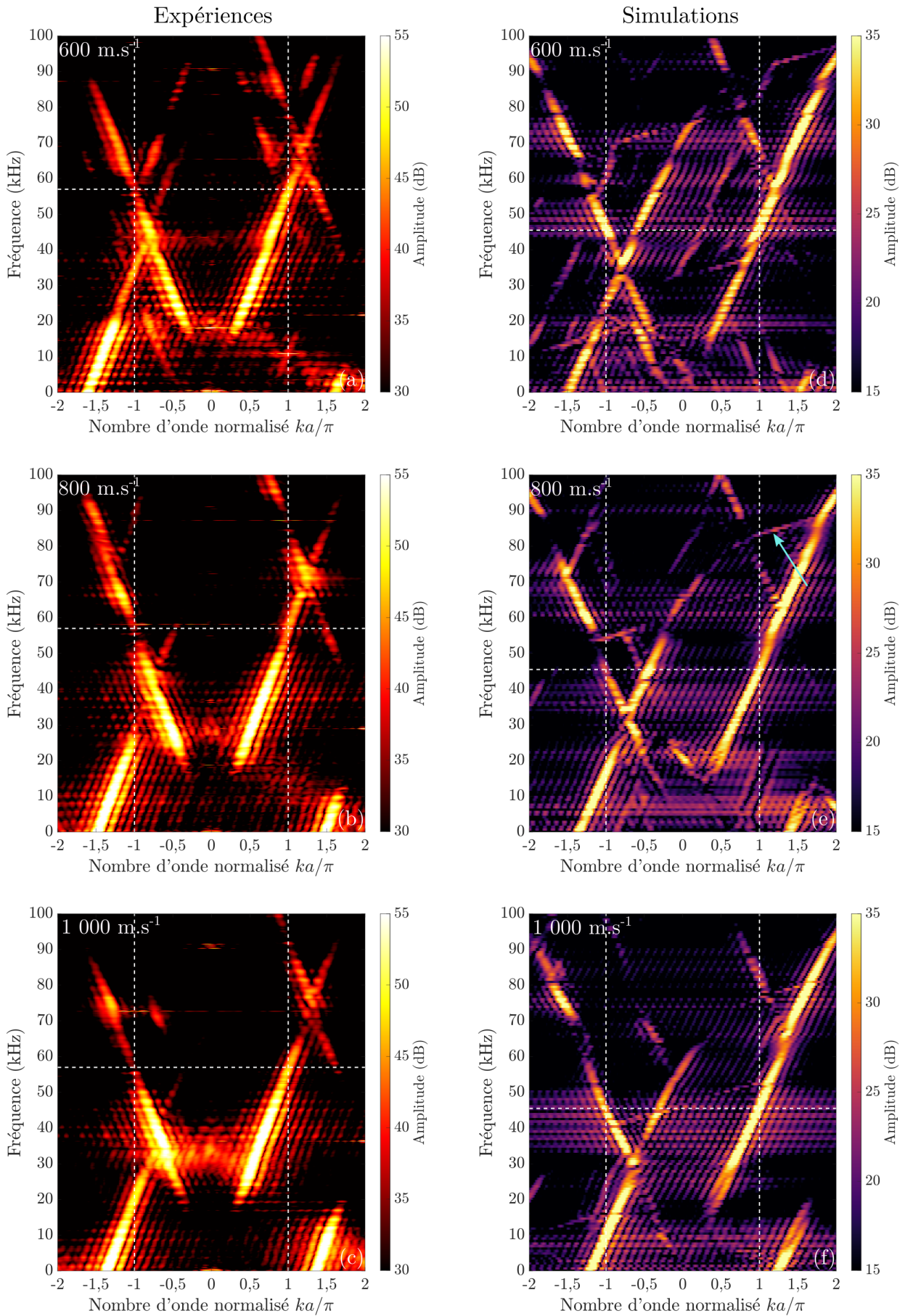


FIGURE 3.21 – Courbes de dispersion expérimentales ((a), (b) et (c)) et par simulations ((d), (e) et (f)) pour des vitesses de modulation de 600 m.s⁻¹ ((a) et (d)), 800 m.s⁻¹ ((b) et (e)) 1 000 m.s⁻¹ ((c) et (f)). Les droites blanches en pointillés repèrent le centre de la bande interdite d'une modulation avec une super-celle de 5 céramiques.

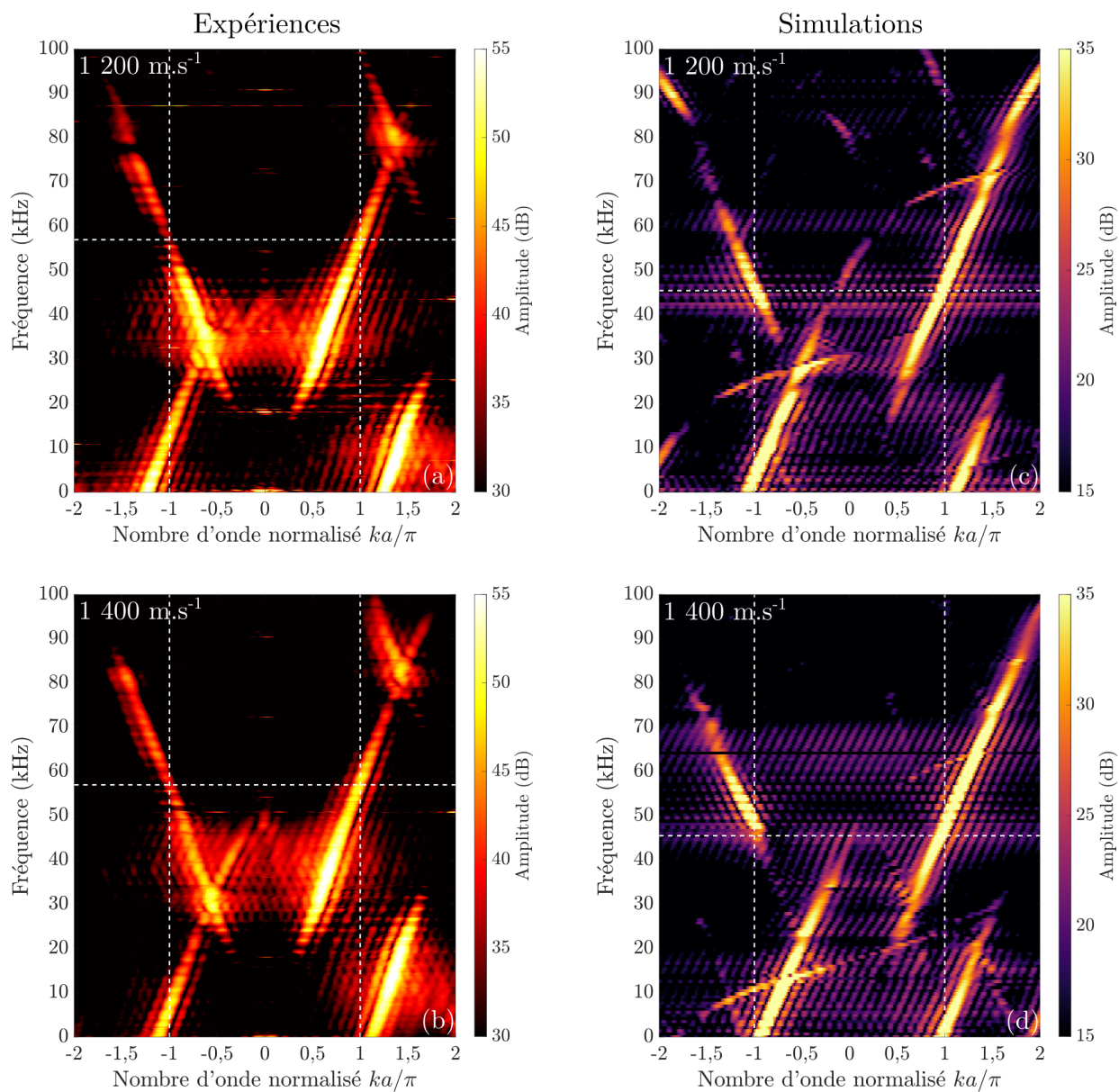


FIGURE 3.22 – Courbes de dispersion expérimentales ((a) et (b)) et par simulations ((c) et (d)) pour des vitesses de modulation allant de $1\ 200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ((a) et (c)) à $1\ 400\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ((b) et (d)). Les droites blanches en pointillés repèrent le centre de la bande interdite d'une modulation avec une super-cellule de 5 céramiques.

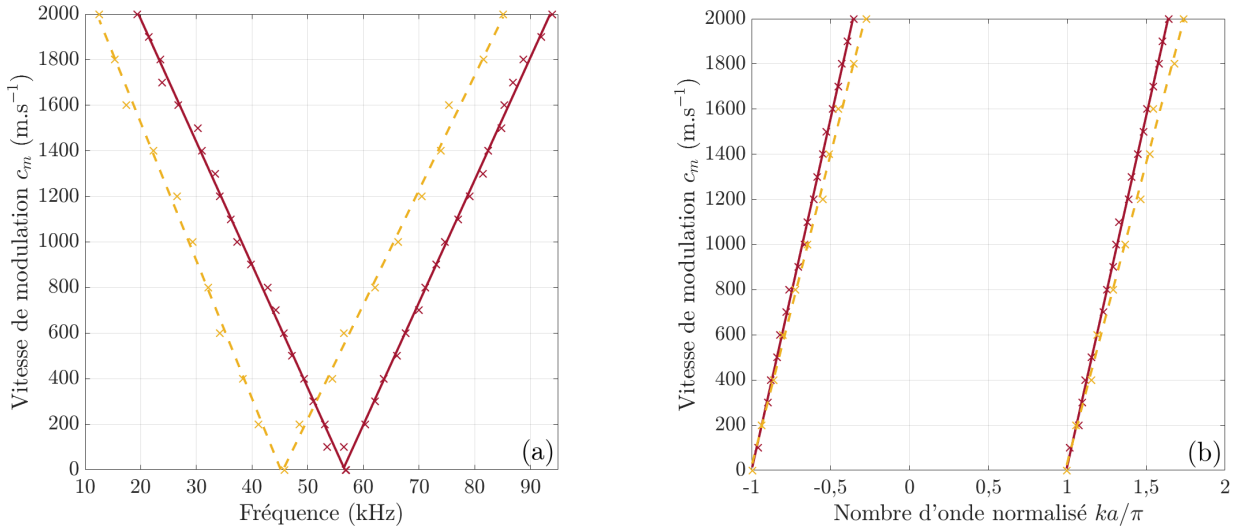


FIGURE 3.23 – Suivi du centre de la bande interdite sur les diagrammes de bandes obtenus expérimentalement (en rouge) et par simulations (traits jaunes). Le graphique de gauche suit la position en fréquence de la bande interdite, et celui de droite sa position en nombre d’onde.

3.4.3 Suivi des bandes interdites

Afin de visualiser le décalage des bandes interdites initialement situées en $k_{norm} = \pm 1$, un relevé de la position de leur centre est effectué sur les diagrammes de bandes obtenus expérimentalement et par simulations. Pour ce faire, une droite est tracée suivant le mode longitudinal et une autre suivant ses repliements. Le point correspondant à l’intersection de ces deux droites est déterminé. Cette opération est effectuée sur le mode propagatif d’un côté, pour repérer la bande interdite de droite, et rétro-propagatif de l’autre pour repérer la bande interdite de gauche.

Ainsi, les valeurs en fréquence et en nombre d’onde des points obtenus sont représentées sur les graphiques de la figure 3.23 en fonction de la vitesse de modulation, pour des vitesses allant de 0 à 2 000 m.s⁻¹. Sur cette figure, les traits jaunes représentent le relevé du centre de la bande interdite issu des simulations par éléments finis, et les traits pleins rouges le relevé des bandes interdites expérimentales. Les points relevés sont représentés sous forme de croix, et des droites issues de régressions linéaires y sont superposées.

Le graphique (a) de la figure 3.23 permet de constater tout d’abord que le décalage en fréquence s’effectue avec le même coefficient pour les deux bandes interdites. Ce décalage, identique à un signe près, est linéaire jusqu’à $c_m = 2\,000$ m.s⁻¹, confirmant la conclusion tirée précédemment dans la section 3.3.3.2 sur le caractère linéaire de l’évolution. Les bandes interdites expérimentales et issues des simulations sont repérées par leur centre, et la valeur en fréquence relevée est différente de 10 kHz. Cet écart correspond à la différence des positions en fréquence des bandes interdites expérimentale et simulée en l’absence de modulation constatée dans le chapitre 2 à la section 2.5.2.1.2. Le décalage en nombre d’onde s’effectue dans le même sens et avec un coefficient similaire expérimentalement et sur les simulations. Ce décalage est légèrement plus rapide sur les résultats de simulations comme en témoigne le graphique (b) de la figure 3.23.

Les suivis des positions en fréquences des bandes interdites expérimentales et simulées sont regroupés sur la figure 3.24 où sont également représentés les suivis étudiés précédemment issus d’expériences et simulations en récupérant le déplacement radial sur les céramiques du système dans la section 3.3.3.1. Le coefficient directeur du suivi des simulations est $c_{sim2} = 18,31$ m⁻¹, légèrement plus faible que celui des expériences $c_{exp3} = 18,50$ m⁻¹. Les

coefficients directeurs des droites suivant les bandes interdites dans les différentes simulations et expériences sont regroupés dans le tableau 3.2. Les bandes interdites présentes sur les résultats de simulations évoluent en moyenne légèrement plus rapidement que celles issues des résultats expérimentaux. Néanmoins, le coefficient directeur est du même ordre de grandeur dans tous les cas étudiés. Ces suivis permettent de valider le caractère non réciproque de ce système pour des vitesses de modulation non nulles.

Ainsi, les mesures par relevé de potentiels électriques permettent de mettre en évidence le décalage linéaire des bandes interdites en fonction de la vitesse de modulation. Cette évolution est vérifiée pour des vitesses de modulation allant jusqu'à $2\,000\text{ m.s}^{-1}$ soit $c_m = 0,59c_L$, et est similaire sur les résultats expérimentaux et sur les simulations.

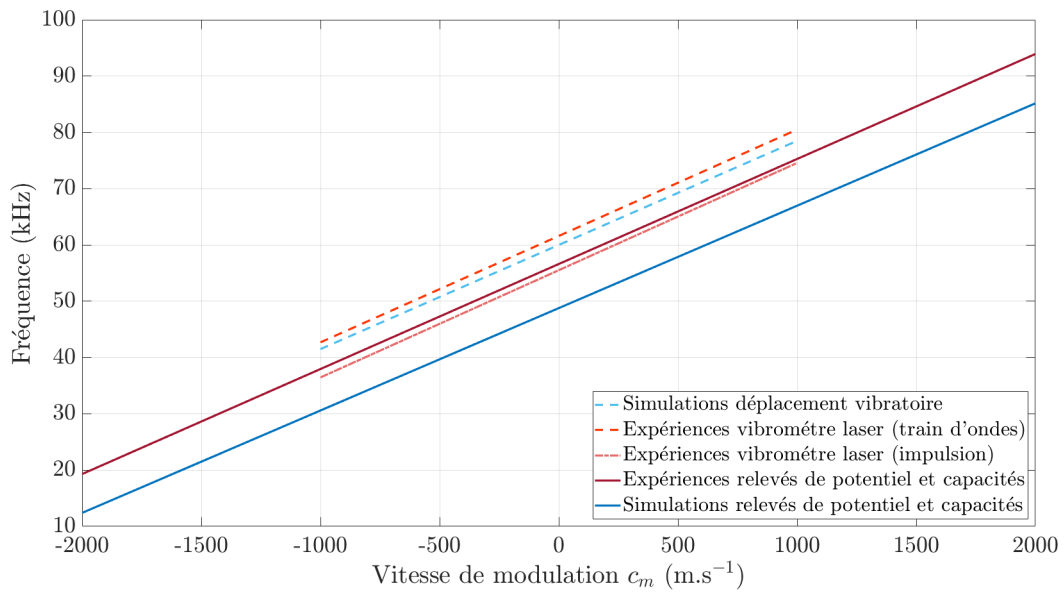


FIGURE 3.24 – Tracés de l'évolution de la bande interdite à partir des résultats expérimentaux (en rouge) et des simulations (en bleu) en fonction de la vitesse de modulation. Les droites en traits pleins correspondent aux relevés de potentiels effectués sur les expériences et simulations en présence de capacités parasites. Les droites en pointillés sont les relevés issus des résultats avec relevés du déplacement radial.

	Type de relevé	Suivi de la bande interdite	coef. dir.
Exp. train d'ondes	déplacement radial	limite haute	$18,90\text{ m}^{-1}$
Exp. impulsion	déplacement radial	limite basse	$19,05\text{ m}^{-1}$
Exp. impulsion	potentiels électriques	centre	$18,50\text{ m}^{-1}$
Sim. impulsion	déplacement radial	limite haute	$19,15\text{ m}^{-1}$
Sim. impulsion	potentiels électriques	centre	$18,31\text{ m}^{-1}$

TABEAU 3.2 – Tableau récapitulatif des coefficients directeurs des droites suivant la bande interdite à partir de résultats d'expériences et de simulations.

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, la modulation spatio-temporelle des conditions aux limites électriques imposées aux électrodes est réalisée expérimentalement en utilisant les interrupteurs reliés au DSP. Cette modulation est également mise en place dans des simulations temporelles par éléments finis.

Une première campagne expérimentale est effectuée en mesurant le déplacement vibratoire sur les céramiques du CP. Les diagrammes de bandes issus de mesures par vibrométrie ne permettent pas de suivre visuellement l'évolution des bandes interdites. Une méthode de suivi est mise en place, consistant à mesurer l'amplitude suivant une droite dont la pente est approximativement la vitesse des ondes longitudinales dans le système. Cette méthode permet de suivre la limite haute (dans le cas d'une excitation avec train d'ondes) et la limite basse (lors d'une excitation impulsionnelle) des bandes interdites expérimentales du mode propagatif et du mode rétro-propagatif jusqu'à 500 m.s^{-1} . Les diagrammes de bandes issus des simulations montrent plus clairement l'évolution des bandes interdites, celles-ci étant plus larges. Lorsque la méthode de suivi est appliquée à ces courbes de dispersion, l'évolution de la limite haute de la bande interdite correspond de manière satisfaisante à celle des expériences. Celles-ci suivent une évolution linéaire en fonction de la vitesse de modulation avec un coefficient directeur de $18,90 \text{ m}^{-1}$ sur les expériences avec train d'ondes, $19,05 \text{ m}^{-1}$ sur les expériences avec impulsion de Ricker, et de $19,15 \text{ m}^{-1}$ sur les simulations.

Une seconde campagne de mesures a été effectuée en relevant les potentiels électriques des électrodes du CP. Ces mesures ont été effectuées avec un DAQ qui introduit des capacités parasites réduisant fortement la largeur de la bande interdite. Cet effet est également observé sur les résultats de simulations incluant des capacités parasites, bien que la position en fréquence de la bande interdite soit plus élevée sur les mesures. En présence de modulation spatio-temporelle, les diagrammes de bandes expérimentaux et simulés ont un bon accord et montrent une évolution des bandes interdites dans le sens prévu théoriquement : lorsque la vitesse de modulation augmente, les bandes interdites se déplacent vers les nombres d'onde supérieurs. Ainsi, la bande interdite du mode propagatif se décale vers les hautes fréquences avec la vitesse de modulation tandis que celle du mode rétro-propagatif se décale vers les basses fréquences.

Pour les mesures et simulations par relevés de potentiels, le centre des bandes interdites est suivi en fréquence et en nombre d'onde en repérant l'intersection du mode propagatif et de son repliement d'une part, et celle du mode rétro-propagatif et de son repliement d'autre part. Ce suivi permet de montrer que l'évolution de la position des bandes interdites suit une fonction linéaire jusqu'à la vitesse de modulation maximale étudiée dans ce chapitre de $c_m = 2\,000 \text{ m.s}^{-1}$. L'évolution des positions en fréquence du centre des bandes interdites présente un coefficient directeur de $18,31 \text{ m}^{-1}$ dans le cas des simulations, une valeur proche de celle des expériences dont le coefficient est $18,50 \text{ m}^{-1}$.

Pour les deux méthodes de mesures, des bandes interdites liées à la loi de commande sont visibles sur les diagrammes de bandes expérimentaux et simulés. Sur les courbes de dispersion, elles sont symétriques contrairement aux bandes interdites de Bragg. Les fréquences de ces bandes interdites dépendent directement de la fréquence de modulation $f_s = nc_m/a$.

Dans ce chapitre, la vitesse de modulation a été limitée aux valeurs subsoniques qui permettent de mettre en évidence la brisure de symétrie de propagation et le décalage des bandes interdites. L'étude des vitesses de modulation plus élevées aux régimes sonique et supersonique est présentée dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Modulation spatio-temporelle : régimes sonique et supersonique

Sommaire

4.1	Avant-propos	90
4.1.1	Notations	90
4.1.2	État de l'art	90
4.2	Études théorique et numérique du CP modulé en régime sonique	94
4.2.1	Modèle analytique	94
4.2.2	Modèle numérique	96
4.2.3	Bilan	102
4.3	Études théorique et numérique du CP modulé en régime super-sonique	104
4.3.1	Modèle analytique	104
4.3.2	Modèle numérique	104
4.3.3	Bilan	105
4.4	Étude expérimentale du CP modulé	106
4.4.1	Représentation du spectre incluant les fréquences négatives	106
4.4.2	Régime sonique	108
4.4.3	Régime supersonique	112
4.5	Conclusions	113

Ce chapitre présente les résultats issus d'expériences et de simulations lorsque la vitesse de modulation est élevée et atteint des régimes sonique et supersonique. Les travaux dans la littérature traitant de ces sujets sont tout d'abord décrits. Les résultats du modèle analytique et des simulations temporelles sont étudiés afin d'estimer les phénomènes engendrés par de hautes vitesses de modulation. Enfin, les résultats expérimentaux sont présentés et commentés.

4.1 Avant-propos

4.1.1 Notations

Dans ce chapitre, des notations sont mises en place afin de faciliter la description de l'évolution des branches de dispersion des diagrammes de bandes. Ainsi, la représentation de Casedy *et al.* [13] est reprise ici, en numérotant d'une part les droites de pentes positives, appelées « solutions *avant* », et d'autre part les droites de pentes négatives appelées « solutions *arrière* ». Cette numérotation est appliquée à la figure 4.1 représentant les diagrammes de bandes d'un CP non dispersif sans modulation (à gauche) et avec modulation spatio-temporelle (à droite). Dans ce chapitre, l'utilisation du terme « sans modulation » définit un milieu avec périodicité spatiale et sans modulation spatio-temporelle.

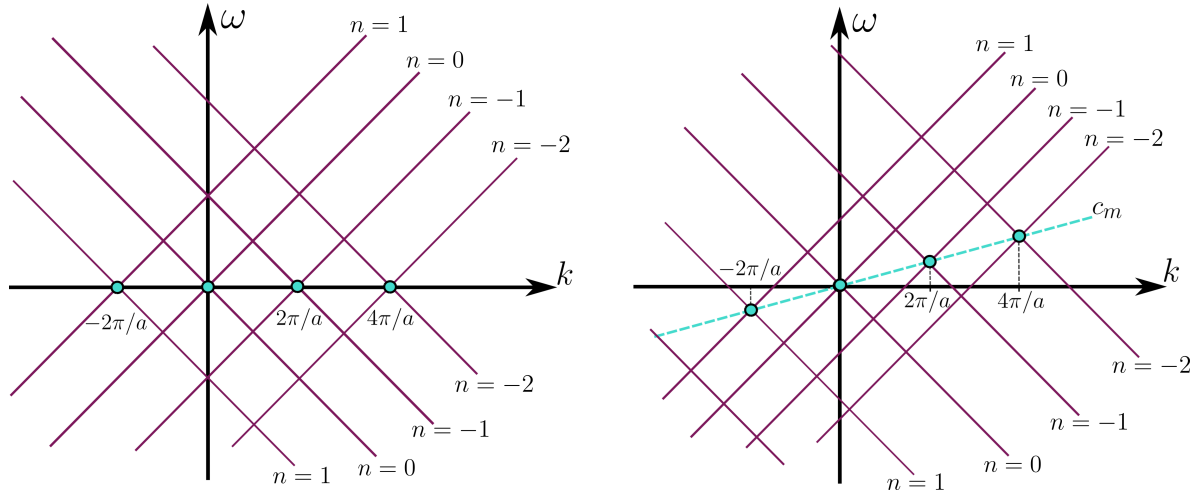


FIGURE 4.1 – Exemples de diagrammes de bandes sans dispersion d'un CP sans modulation (à gauche) et soumis à une modulation spatio-temporelle (à droite). Les solutions *avant* correspondent aux droites de pentes positives et les solutions *arrière* aux droites de pentes négatives.

Sur le diagramme de bandes non modulé, les solutions *avant* et *arrière* se croisent deux par deux tous les $2\pi/a$ en $\omega = 0$. Ainsi, on attribue à ces couples de solutions le même numéro n . Les solutions se croisant à l'origine sont numérotées $n = 0$, celles se croisant aux nombres d'onde positifs sont numérotées $n < 0$ et celles se croisant aux nombres d'onde négatifs sont numérotées $n > 0$. Sur le diagramme de bandes modulé, toutes les solutions se décalent en fréquence. Lorsque la vitesse de modulation c_m est positive, les solutions *avant* $n \neq 0$ se rapprochent de la solution *avant* $n = 0$ et les solutions *arrière* $n \neq 0$ s'éloignent de la solution *arrière* $n = 0$. Seules les solutions *avant* et *arrière* $n = 0$ ne changent pas de position.

Ce décalage apparaît sur les résultats expérimentaux et numériques présentés dans le chapitre 3 de ce manuscrit, lorsque le CP est soumis à une modulation en régime subsonique. L'évolution des diagramme de bandes lors de modulations plus rapides introduit des phénomènes supplémentaires, décrits dans la section suivante.

4.1.2 État de l'art

4.1.2.1 Régime supersonique

Dans la littérature, les études sur des systèmes modulés spatio-temporellement à un régime supersonique, c'est-à-dire lorsque la vitesse de modulation c_m est plus élevée que la vitesse des ondes propagatives dans le système non modulé c_1 , sont peu nombreuses [13, 51,

72, 102, 103]. Cassedy *et al.* ont abordé ce régime dès 1967 [71] en modulant les propriétés d'un milieu électromagnétique tel que :

$$\begin{cases} \epsilon(x, t) = \epsilon_1(1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)), \\ \mu(x, t) = \mu_1, \end{cases} \quad (4.1)$$

où ω_m , $G = 2\pi/a$ et α sont respectivement la pulsation, le nombre d'onde et l'amplitude de la modulation, ϵ et μ la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du milieu modulé, et ϵ_1 et μ_1 la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du milieu au repos. Cette modulation revient à imposer une modulation de la célérité c du milieu et de son impédance Z telle que :

$$\begin{cases} c(x, t) = 1/\sqrt{\epsilon\mu} = c_1/\sqrt{1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)}, \\ Z(x, t) = \sqrt{\mu/\epsilon} = Z_1/\sqrt{1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)}, \end{cases} \quad (4.2)$$

où $c_1 = 1/\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ est la vitesse du milieu non modulé et $Z_1 = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1}$ l'impédance caractéristique du milieu non modulé.

Une modulation supersonique de ces paramètres introduit des bandes interdites en nombres d'onde où seules les solutions de fréquences complexes existent pour des nombres d'onde réels. La partie imaginaire de la fréquence pouvant être positive, ces solutions sont dites instables. Les diagrammes de bandes d'un milieu soumis à une modulation spatio-temporelle de vitesses $c_m < c_1$ et $c_m > c_1$ sont présentés à la figure 4.2. À notre connaissance, aucune démonstration expérimentale de systèmes modulés spatio-temporellement en régime supersonique n'a été présentée dans la littérature à ce jour.

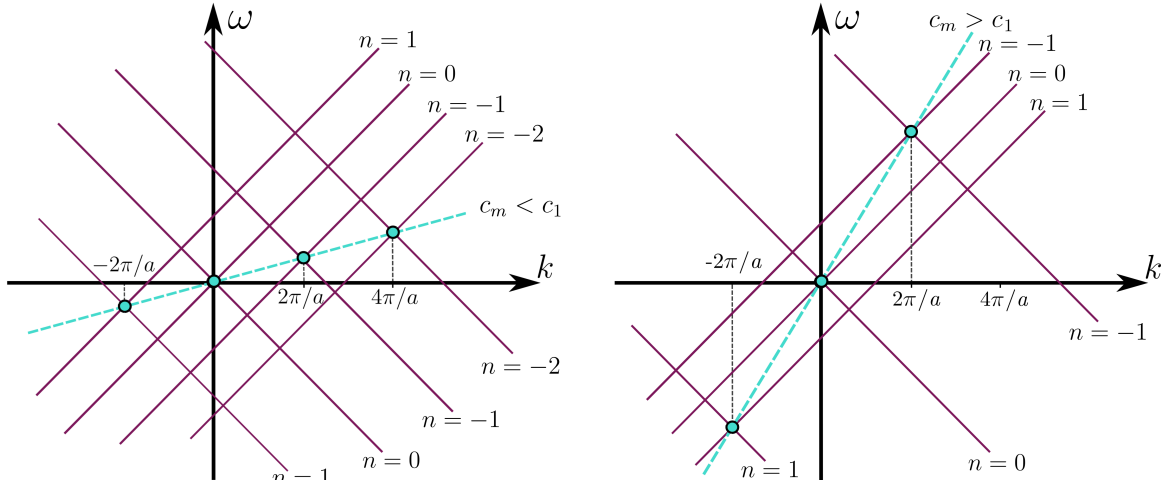


FIGURE 4.2 – Exemples de diagrammes de bandes sans dispersion dans un CP avec modulation spatio-temporelle en régime subsonique (à gauche) et supersonique (à droite).

Les travaux de Cassedy *et al.* sur les milieux non dispersifs modulés décrivent le problème en appliquant le théorème de Bloch pour des vitesses de modulation subsoniques et supersoniques. Cependant, ils ne présentent pas de résultats lorsque la vitesse de modulation est très proche ou égale à la vitesse des ondes dans le système. En effet, dans cette gamme de vitesses de modulation, la description par ondes de Bloch diverge. Cette plage de vitesses de modulation, appelée régime « sonique » en phononique [13] et régime « luminal » en photonique [102, 103], est abordée en détail dans la section suivante.

4.1.2.2 Régime sonique

Le régime sonique sépare les interactions stables ($c_m < c_1$) des interactions instables ($c_m > c_1$). Les diagrammes de bandes des régimes subsonique et supersonique (figure 4.2) donnent une première idée des phénomènes physiques pouvant se produire dans cette région. Le rapprochement des solutions *avant* mentionné précédemment conduit, lorsque $c_m = c_1$, à une situation où toutes les solutions *avant* se superposent et sont en phase pour toutes les fréquences, menant à une dégénérescence. Dès lors, si une solution *arrière* interagit avec une solution *avant*, elle interagit également avec toutes les autres solutions *avant*. Néanmoins, il convient de noter que si le milieu est dispersif, les solutions *avant* ne possèdent plus la même vitesse de phase pour toutes les fréquences et il est probable que des interactions apparaissent séparément entre les différentes solutions.

C'est en photonique que Galiffi *et al.* et Pendry *et al.* ont proposé en 2021 et 2022 des études sur le régime luminal dans un cristal photonique dont les paramètres matériaux sont modulés spatio-temporellement [72, 104]. La première étude [104] utilise un modèle avec une modulation spatio-temporelle de la permittivité ϵ et de la perméabilité μ :

$$\begin{cases} \epsilon(x, t) = \epsilon_1(1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)), \\ \mu(x, t) = \mu_1(1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)), \end{cases} \quad (4.3)$$

qui conduit à une modulation de la vitesse effective et conserve une impédance constante telle que :

$$\begin{cases} c(x, t) = c_1/(1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)), \\ Z = Z_1. \end{cases} \quad (4.4)$$

Dans leurs travaux, la propagation d'ondes est étudiée en négligeant la rétrodiffusion. Néanmoins, ce modèle ne permet pas de prendre en compte des interactions entre les modes et permet uniquement de conclure à une dégénérescence des solutions *avant* lorsque $c_m = c_1$.

Dans une autre étude [72], les mêmes auteur-ices considèrent la permittivité ϵ et la perméabilité μ comme suit :

$$\begin{cases} \epsilon(x, t) = \epsilon_1(1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)), \\ \mu(x, t) = \mu_1/(1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)), \end{cases} \quad (4.5)$$

ce qui a pour effet de moduler l'impédance tout en conservant la vitesse constante :

$$\begin{cases} c = c_1, \\ Z(x, t) = Z_1/(1 + 2\alpha \cos(Gx - \omega_m t)). \end{cases} \quad (4.6)$$

Comme l'indice de réfraction est constant dans le régime luminal, la description par les ondes de Bloch reste valide. En définissant des constantes effectives dans un repère mobile se déplaçant à la même vitesse que la modulation, une solution analytique du problème est obtenue dans ce repère et les solutions correspondantes du repère fixe sont déduites.

Le modèle étudié prend en compte une onde propagative (k, ω) , une onde rétropropagative $(-k, \omega)$, et deux ondes supplémentaires propagatives définies par $(k - G, \omega - \omega_m)$ et $(k + G, \omega + \omega_m)$, qui correspondent aux solutions *avant* $n = \pm 1$. Ainsi, l'étude est effectuée en considérant trois solutions *avant* ($n = -1, n = 0$ et $n = 1$) et une solution *arrière* ($n = 0$). Celles-ci sont représentées pour une vitesse de modulation légèrement supérieure à la vitesse des ondes c_1 sur la figure 4.3. Lorsque la vitesse de modulation c_m se rapproche de la vitesse des ondes dans le système, les solutions *avant* $n = \pm 1$ se rapprochent de l'origine. Des hybridations peuvent avoir lieu entre la solution *arrière* et les deux solutions *avant* $n = \pm 1$. Ces solutions ne s'hybrident pas avec la solution *avant* $n = 0$, qualifiée par conséquent de « spectatrice ».

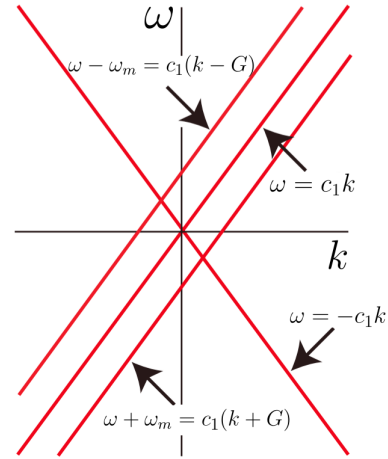


FIGURE 4.3 – Solutions *avant* $n = -1, n = 0$ et $n = 1$, et solution *arrière* $n = 0$ étudiées par Pendry *et al.* dans le régime luminal [72].

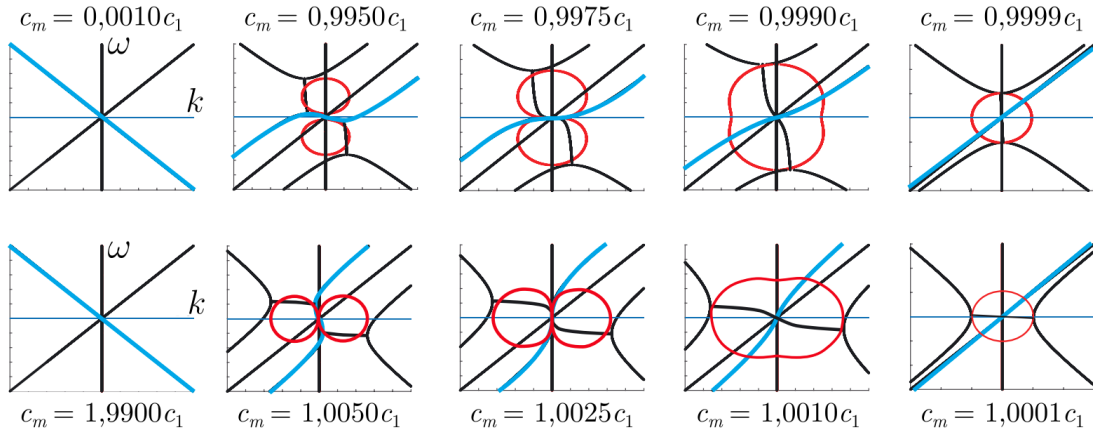


FIGURE 4.4 – Courbes de dispersion du modèle à quatre ondes de Pendry *et al.* pour différentes vitesses de modulation autour de c_1 [72]. La courbe cyan représente la chimère, et les courbes rouges représentent la partie imaginaire du nombre d'onde pour la première ligne, et la partie imaginaire de la fréquence pour la deuxième ligne.

Les courbes de dispersion obtenues par résolution du système d'équations couplées pour différentes vitesses de modulation sont présentées à la figure 4.4. Les graphiques de la première ligne correspondent à des vitesses de modulation légèrement inférieures à la vitesse c_1 , et ceux de la deuxième ligne à des vitesses de modulation légèrement supérieures à c_1 . La courbe bleue correspond à un mode aux propriétés de dispersion inhabituelles nommé « chimère ».

À basse vitesse de modulation ($c_m = 0,0010c_1$), les solutions consistent en une onde propagative et une onde rétro-propagative qui est superposée à la chimère. Pour une vitesse de modulation inférieure mais proche de c_1 ($c_m = 0,9950c_1$), les solutions *avant* $n = \pm 1$ s'hybrident avec la chimère qui conserve une vitesse de groupe négative en $k = 0$, créant ainsi deux bandes interdites. La dispersion de la solution *avant* $n = 0$ n'est pas du tout affectée par les autres solutions. Lorsque la vitesse de modulation est au plus proche de la vitesse des ondes c_1 ($c_m = 0,9999c_1$), la chimère est presque dégénérée avec la solution *avant* $n = 0$. La bande interdite est de moins en moins large, jusqu'à se refermer pour $c_m = c_1$.

Lorsque la vitesse de modulation est supérieure à c_1 (diagrammes de la deuxième ligne), une bande interdite en nombre d'onde est présente. Quand la vitesse de modulation augmente, la vitesse de groupe de la chimère en $k = 0$ continue d'augmenter, jusqu'à devenir infinie puis négative lorsque la vitesse de modulation est nettement supérieure à la vitesse c_1 ($c_m = 1,9900c_1$).

Ces travaux permettent d'identifier les phénomènes possibles en régime sonique dans des milieux modulés périodiquement en temps et en espace. Cependant, le CP piézoélectrique étudié dans ce manuscrit est différent des travaux présents dans la littérature sur de nombreux aspects. En effet, la modulation du CP consiste à moduler des conditions aux limites électriques et non la vitesse ou l'impédance du milieu. De plus, le CP étudié n'est pas monomode dans la gamme de fréquences étudiée et est fortement dispersif à hautes fréquences.

Dans la suite, le modèle analytique décrit dans le chapitre 1 à la section 1.3.3.2 ainsi que des simulations temporelles par éléments finis sont appliqués afin d'étudier les propriétés du CP piézoélectrique modulé en régimes sonique et supersonique.

4.2 Études théorique et numérique du CP modulé en régime sonique

Afin d'étudier l'effet d'une modulation en régime sonique sur le CP, deux méthodes sont utilisées pour estimer la forme des diagrammes de bandes. La première est l'application du modèle analytique pour un CP unidimensionnel et monomode [21], et la seconde est l'étude de simulations temporelles par éléments finis. Le modèle approché décrit dans le chapitre 3 ne permet pas une estimation satisfaisante des diagrammes de bandes dans ce régime et n'est donc pas présenté dans ce chapitre. L'application de ce modèle ainsi que la comparaison avec les simulations numériques sont visibles dans l'annexe B.

Dans ces études préliminaires, le cas de référence correspond au CP avec une électrode mise à la masse toutes les cinq électrodes en présence de capacités parasites. Ainsi, le modèle analytique utilise des paramètres modifiés afin de correspondre au diagramme de bandes des simulations modales en l'absence de modulation et avec des capacités parasites (figure 2.42 page 54). La vitesse des ondes longitudinales dans le CP c_L est recalculée à partir du diagramme de dispersion obtenu avec le modèle analytique. Ainsi, la vitesse de référence des ondes est ici $c_L = 2\,669 \text{ m.s}^{-1}$.

4.2.1 Modèle analytique

Le modèle analytique est tout d'abord appliqué pour des vitesses de modulation subsoniques et soniques de $c_m = 0,700c_L$, $c_m = 0,850c_L$, $c_m = 0,895c_L$, $c_m = 0,900c_L$, $c_m = 1,040c_L$ et $c_m = 1,2c_L$. Les diagrammes de bandes ainsi calculés sont présentés à la figure 4.5

Lorsque la vitesse de modulation augmente, les solutions *avant* et *arrière* se déplacent en fréquence. Le diagramme correspondant à $c_m = 0,700c_L$ permet de constater le décalage des bandes interdites directionnelles, visibles en rouge sur les diagrammes de bandes, phénomène observé expérimentalement et sur les simulations dans le chapitre précédent. Lorsque la vitesse de modulation se rapproche de la vitesse c_L , toutes les solutions *avant* $n \neq 0$ se rapprochent de la solution *avant* $n = 0$ et un couplage apparaît entre les solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$. Ce phénomène est visible dès $c_m = 0,850c_L$, où les branches correspondant à ces deux solutions se courbent l'une vers l'autre aux environs de $k_{norm} = 1$ (entouré en rouge) et est maximal pour $c_m = 0,895c_L$, où les solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$ s'hybrident fortement autour d'un point. Ce point, repéré par une croix rouge sur le graphique

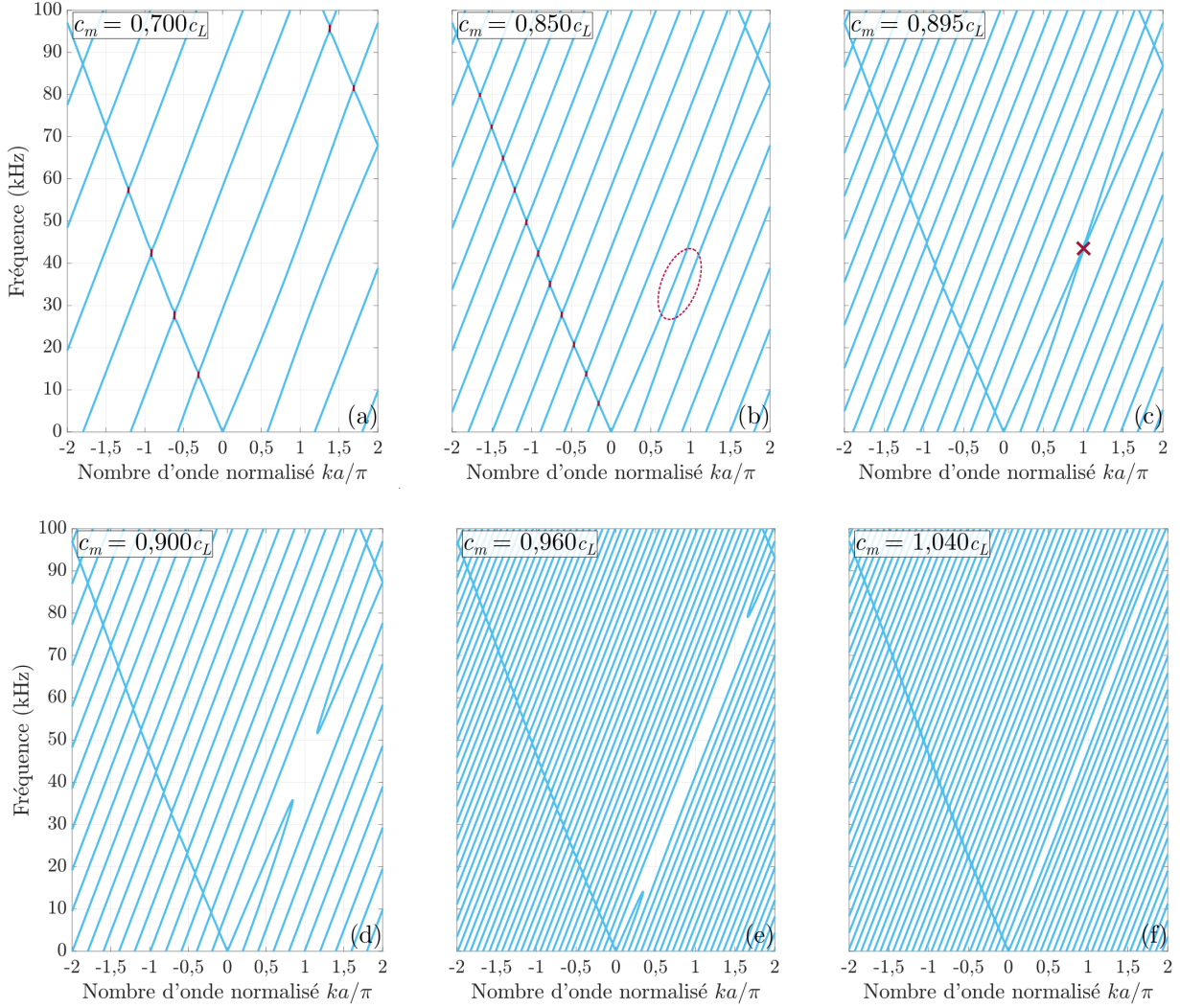


FIGURE 4.5 – Diagrammes de bandes issus du modèle analytique pour le CP modulé lorsque $c_m = 0,700c_L$ (a), $c_m = 0,850c_L$ (b), $c_m = 0,895c_L$ (c), $c_m = 0,900c_L$ (d), $c_m = 0,960c_L$ (e) et $c_m = 1,040c_L$ (f).

(c), correspond au bord de la première zone de Brillouin ($k_{norm} = 1$) et à la borne inférieure de la bande interdite en l'absence de modulation ($f = 44,0$ kHz). Cette interaction a lieu lorsque la vitesse de modulation atteint la vitesse des ondes à champ électrique constant

$c_L^E = \sqrt{1/\rho \left(s_{33}^D + \frac{g_{33}^2}{\beta_{33}^T} \right)} = 2\,390$ m.s⁻¹. Cela a pour effet de créer une bande interdite à partir de $c_m = 0,900c_L$ qui s'élargit lorsque la vitesse de modulation augmente, à laquelle peut être associée une solution instable.

Pour $c_m = 0,960c_L$, les solutions *avant* constituent un ensemble de droites parallèles de pente $c_L/2a$ à l'exception des solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$ qui sont caractérisées par une bande interdite très large en fréquence et en nombre d'onde. Lorsque $c_m = 1,040c_L$, les solutions *avant* s'éloignent de l'origine et de nombreuses bandes interdites en nombres d'onde très étroites sont présentes aux intersections entre la solution *arrière* $n = 0$ et les solutions *avant*.

4.2.2 Modèle numérique

Les simulations temporelles par éléments finis sont effectuées en reprenant les paramètres décrits dans le chapitre précédent. Ainsi, le temps total simulé est de 1 ms et le signal d'excitation est une impulsion de Ricker imposée entre deux électrodes séparées par cinq céramiques à l'extrémité gauche de l'assemblage. Des capacités de 150 pF ainsi qu'une résistance, pouvant prendre une valeur $R_{min} = 1 \Omega$ ou $R_{max} = 10 G\Omega$, sont ajoutées sur chaque électrode. La durée de passage entre R_{min} et R_{max} pendant un changement de condition des électrodes (mise à la masse ou potentiel flottant) est fixée à $\Delta t_s = 200$ ns pour toutes les simulations. Les diagrammes de bandes sont calculés à partir des relevés des potentiels électriques des électrodes du CP, multipliés à une fenêtre de Hanning.

Les résultats issus de ces simulations permettent de visualiser l'évolution des modes dispersifs des solutions *avant* et *arrière* ce qui complexifie leur lecture et leur interprétation. Afin de mieux comprendre le décalage des modes lors d'une modulation, une étude préliminaire est menée sur les diagrammes de bandes incluant les fréquences négatives.

4.2.2.1 Représentation du spectre incluant les fréquences négatives

Les diagrammes de bandes sont obtenus en appliquant une double transformée de Fourier sur les relevés des potentiels électriques des électrodes du CP. Ainsi, les fréquences f sur lesquelles sont calculées ces transformées de Fourier contiennent des fréquences positives et négatives telles que $-F_e/2 \leq f \leq F_e/2$, avec $F_e = 2,857$ MHz la fréquence d'échantillonnage des simulations.

Dans les chapitres précédents, les diagrammes de bandes sont représentés uniquement aux fréquences positives puisque les fréquences négatives en sont le miroir. Néanmoins, dans les régimes sonique et supersonique, l'inclinaison des diagrammes de bandes est telle que de nombreux modes supplémentaires font leur apparition sur la bande de fréquence étudiée initialement (entre 0 et 100 kHz). Afin de comprendre leur origine, les diagrammes de bandes issus de simulations sont représentés entre -250 et 250 kHz. Ainsi, le diagramme de bandes du CP non modulé est présenté sur les graphiques (a) et (b) de la figure 4.6.

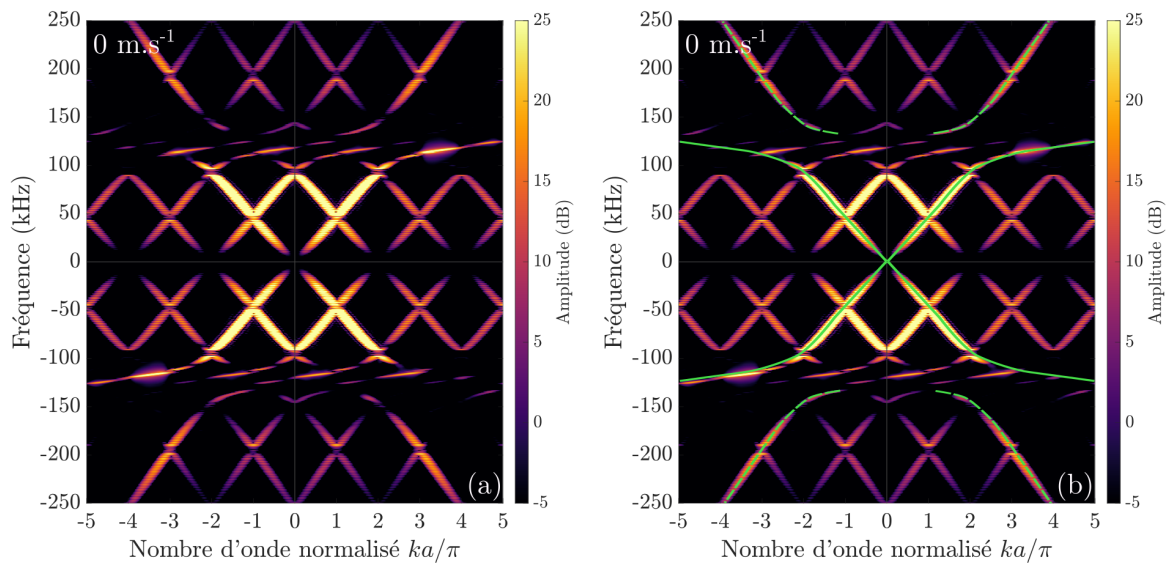


FIGURE 4.6 – Diagramme de bandes issu d'une simulation par éléments finis à partir d'un relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes sans modulation (a). Le graphique (b) reproduit le graphique (a) avec des courbes en traits continus et tirets verts soulignant respectivement les solutions basse et haute fréquence $n = 0$.

Cette représentation permet d'identifier les différents ordres des solutions *avant* et *arrière* aux fréquences positives et négatives. Sur cette bande de fréquences, le mode radial, de fréquence de coupure d'environ $f_c = 130$ kHz, est visible. Le couplage entre le mode longitudinal et le mode radial, très fort entre 80 kHz et 150 kHz, modifie les propriétés de dispersion des solutions *avant* et *arrière* en fonction de leur position en fréquence. Cela nous invite à les décrire séparément en définissant d'une part les branches situées sous f_c , appelées ici « solutions basse fréquence », et d'autre part les branches situées au-dessus de f_c , appelées « solutions haute fréquence ». Les solutions basse fréquence $n = 0$ sont repérées en traits pleins verts sur le graphique (b) de la figure 4.6, et les solutions haute fréquence $n = 0$ sont repérées en tirets verts. Ces deux types de solutions possèdent des vitesses de groupe et de phase différentes.

4.2.2.2 Solutions basse fréquence

Les diagrammes de bandes simulés sans modulation et avec une modulation de vitesse $c_m = 2\,200$ m.s⁻¹ (correspondant à $c_m = 0,824c_L$) sont présentés à la figure 4.7. Cette représentation permet de constater que le décalage des solutions *avant* est plus difficile à interpréter à cause de leur forte dispersion. En effet, les solutions n'ont pas la même vitesse de groupe pour toutes les fréquences.

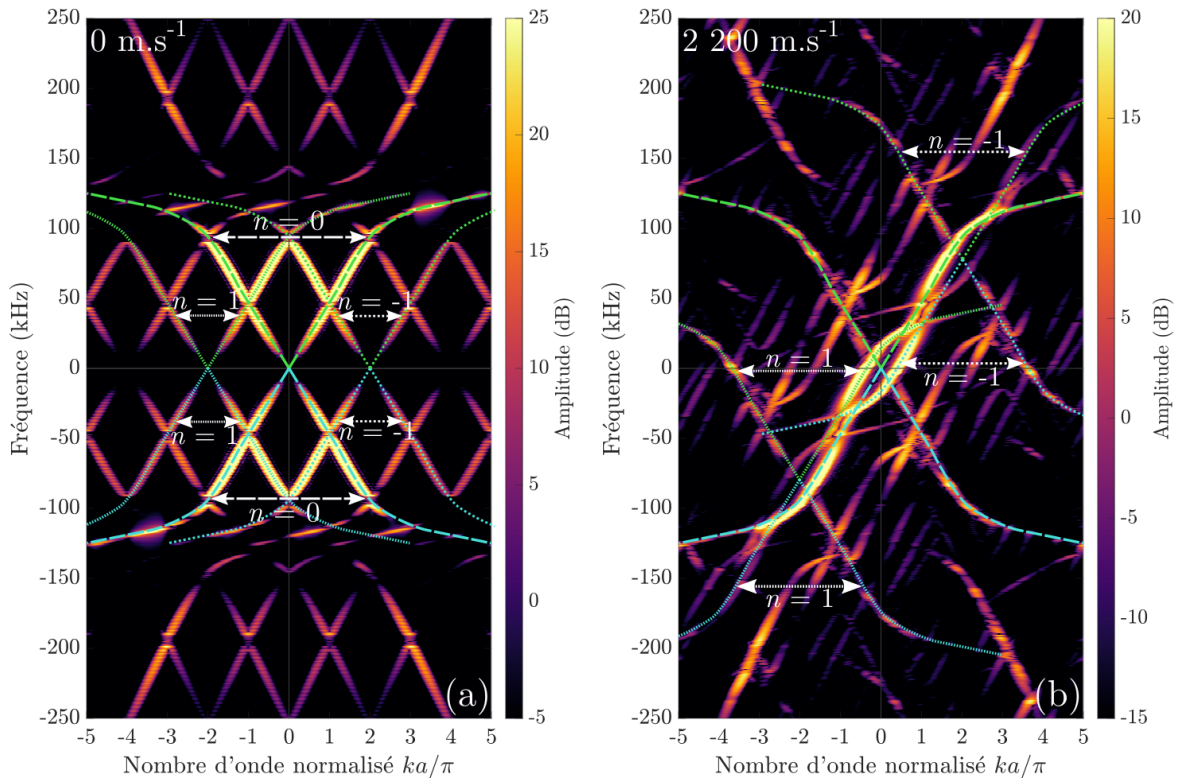


FIGURE 4.7 – Diagrammes de bandes obtenus par simulation éléments finis à partir d'un relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes sans modulation (a) et avec modulation de vitesse $c_m = 2\,200$ m.s⁻¹ (b). Les solutions basse fréquence sont repérées par les pointillés cyan lorsqu'elles sont situées aux fréquences négatives en l'absence de modulation, et verts lorsqu'elles sont situées aux fréquences positives. Les ordres $n = -1$, $n = 0$ et $n = 1$ des solutions *avant* et *arrière* sont repérés par des styles de lignes différents.

Les solutions basse fréquence sont repérées deux par deux : une *avant* et une *arrière* pour le même n . Les solutions initialement présentes aux fréquences positives en l'absence

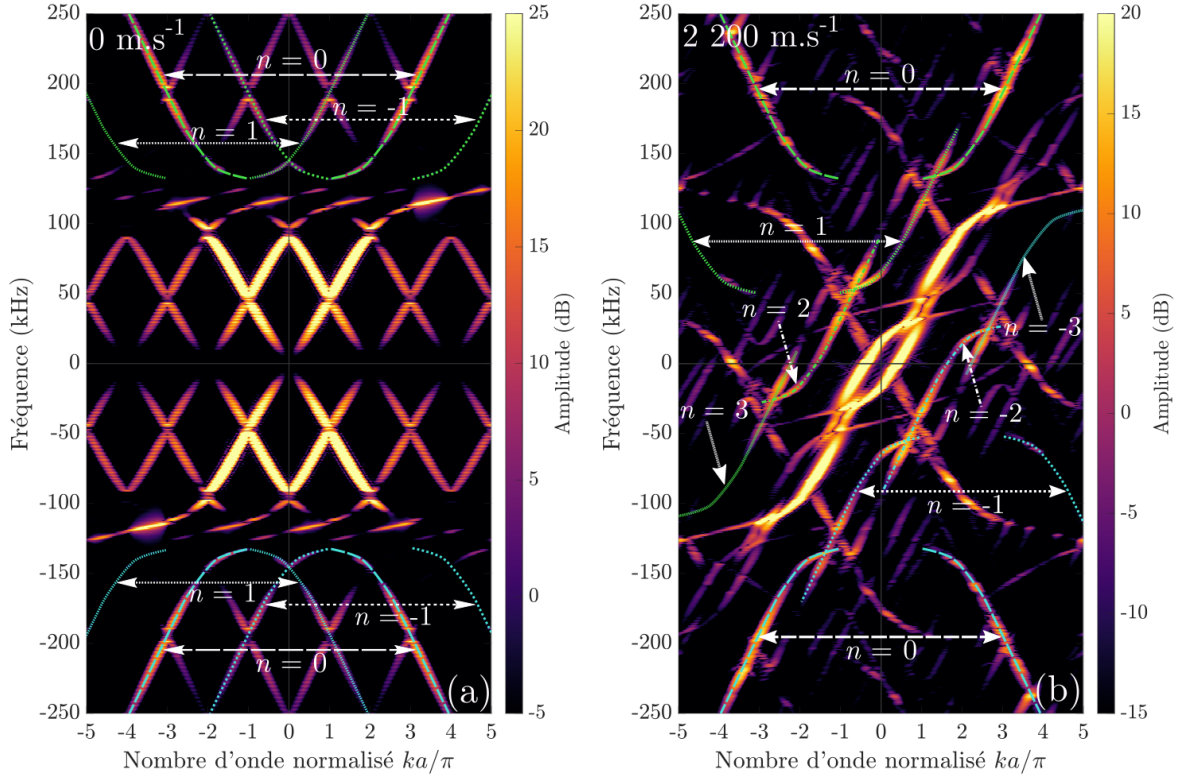


FIGURE 4.8 – Reproduction des diagrammes de bandes de la figure 4.7. Les solutions haute fréquence sont repérées par les pointillés cyan lorsqu’elles sont situées aux fréquences négatives en l’absence de modulation, et verts lorsqu’elles sont situées aux fréquences positives. Les ordres n des solutions *avant* et *arrière* sont repérés par des styles de lignes différents.

de modulation sont repérées en vert et celles initialement présentes aux fréquences négatives en cyan. Lorsque la modulation temporelle est enclenchée (graphique (b)), le diagramme de bandes est fortement incliné. Les solutions *avant* et *arrière* $n < 0$ se déplacent vers les hautes fréquences et les solutions $n > 0$ se déplacent vers les basses fréquences.

4.2.2.3 Solutions haute fréquence

Cette représentation permet également de repérer le décalage des solutions haute fréquence, après hybridation entre le mode radial et le mode longitudinal. Ces solutions sont visibles sur les graphiques (a) et (b) de la figure 4.8, superposées en pointillés verts pour celles initialement présentes aux fréquences positives en l’absence de modulation et en cyan pour celles présentes aux fréquences négatives. Les différents ordres n des solutions sont repérés par des pointillés, permettant de constater également leur décalage en fréquence avec la vitesse de modulation.

Ces solutions, étant plus éloignées en fréquence de la bande passante du signal source, possèdent une amplitude plus faible que les solutions basse fréquence. Malgré cette différence d’amplitude, le décalage de ces modes reste visible pour différents ordres allant jusqu’à $|n| = 3$.

Ainsi, les diagrammes de bandes obtenus par simulations laissent apparaître le décalage des différents ordres des solutions basse fréquence et haute fréquence, dont la dispersion est très forte entre 100 kHz et 150 kHz en l’absence de modulation.

4.2.2.4 Application au régime sonique

Les simulations temporelles sont réalisées pour des vitesses de modulation comprises dans le régime sonique. Les diagrammes de bandes sont tout d'abord calculés pour des vitesses proches mais inférieures à la vitesse de modulation, visibles à la figure 4.9. Les flèches blanches indiquent la position des solutions *avant* basse fréquence et les flèches cyan les solutions *avant* haute fréquence. Ces diagrammes sont représentés en fonction de la vitesse de modulation normalisée par $c_L = 2\,669 \text{ m.s}^{-1}$.

4.2.2.4.1 Vitesses de modulation $c_m < c_L$

Sur les diagrammes de bandes de la figure 4.9, les solutions ont des parties fortement dispersives et n'apparaissent donc pas parallèles à la solution *avant* $n = 0$ pour toutes les fréquences. On peut repérer l'évolution en fréquence du décalage des solutions *avant* grâce à cette dispersion. Les solutions $n < 0$ proviennent des modes présents aux fréquences négatives en l'absence de modulation et $n > 0$ aux modes présents aux fréquences positives.

Lorsque la vitesse de modulation augmente, les solutions *avant* basse fréquence $n \neq 0$, repérées par des flèches blanches, se rapprochent de la solution *avant* basse fréquence $n = 0$ qui ne se déplace pas. La position en fréquence de cette solution en l'absence de modulation est repérée par les pointillés verts. Lorsque la vitesse de modulation est de $c_m = 0,712c_L$ (graphique (a)), les parties peu dispersives des solutions *avant* basse fréquence $n = -1$ et $n = 1$ sont proches de l'origine ($k_{norm} = \pm 0,625$). À cette vitesse, la partie fortement dispersive des solutions *avant* basse fréquence $n = -2$ et $n = 1$ croise la solution *avant* basse fréquence $n = 0$. Notons que la solution *avant* basse fréquence $n = -1$ croise également la solution $n = 0$ aux fréquences négatives, non visibles sur cette représentation.

Pour $c_m = 0,749c_L$, toutes les solutions *avant* basse fréquence visibles sur la bande de fréquences étudiée interagissent. En effet, on peut constater que la répartition de l'amplitude de la solution *avant* $n = 0$ ne suit pas sa vitesse de groupe et est affectée par la proximité des autres solutions. Les parties dispersives des solutions *avant* basse fréquence $n = -2$ et $n = 1$ croisent de manière symétrique la solution *avant* $n = 0$ à $c_m = 0,787c_L$, autour de 39,0 kHz.

Sur le diagramme de bandes correspondant à une vitesse de modulation de $c_m = 0,824c_L$ (graphique (d)), les solutions $n = \pm 1$ sont espacées de $k_{norm} = 0,4$ par rapport à l'origine. Lorsque $c_m = 0,900c_L$, les solutions haute fréquence $n = 1$ et $n = 2$ se déplacent vers de plus basses fréquences, et la solution $n = -2$ apparaît à droite de la solution $n = 0$ à $k_{norm} = 1,5$. Les solutions *avant* basse fréquence sont plus proches de la solution $n = 0$, avec $k_{norm} = \pm 0,25$. Ces solutions semblent interagir et ouvrir une bande interdite autour de $k_{norm} = 1$ et $f = 48 \text{ kHz}$. Ce point correspond environ à la position de la bande interdite du CP non modulé, comprise entre 44,70 kHz et 48,43 kHz. Notons que $c_m = 0,900c_L = 2\,400 \text{ m.s}^{-1}$ correspond environ à la vitesse des ondes à champ électrique constant $c_L^E = 2\,390 \text{ m.s}^{-1}$ déterminée à partir du modèle analytique. Cette observation se rapproche de celles faites sur le modèle analytique, qui prévoyait l'ouverture d'une bande interdite instable pour cette vitesse et ce nombre d'onde.

Pour $c_m = 0,974c_L$, une forte amplitude est présente sur la solution $n = 0$, interagissant avec les autres solutions *avant* basse fréquence. Cette présence de forte amplitude peut correspondre à une solution instable présente lors de l'ouverture de cette bande interdite, similaire au résultat du modèle analytique pour $c_m = 0,960c_L$ (figure 4.5 page 95). Les solutions basse fréquence $n \neq 0$ sont très proches de la position en nombre d'onde de la solution $n = 0$, sans être parfaitement superposées.

Notons que pour tous ces diagrammes de bandes, les solutions haute fréquence $n = 1$ et $n = 2$, repérées par des flèches cyan, sont visibles aux nombres d'onde négatifs mais sont

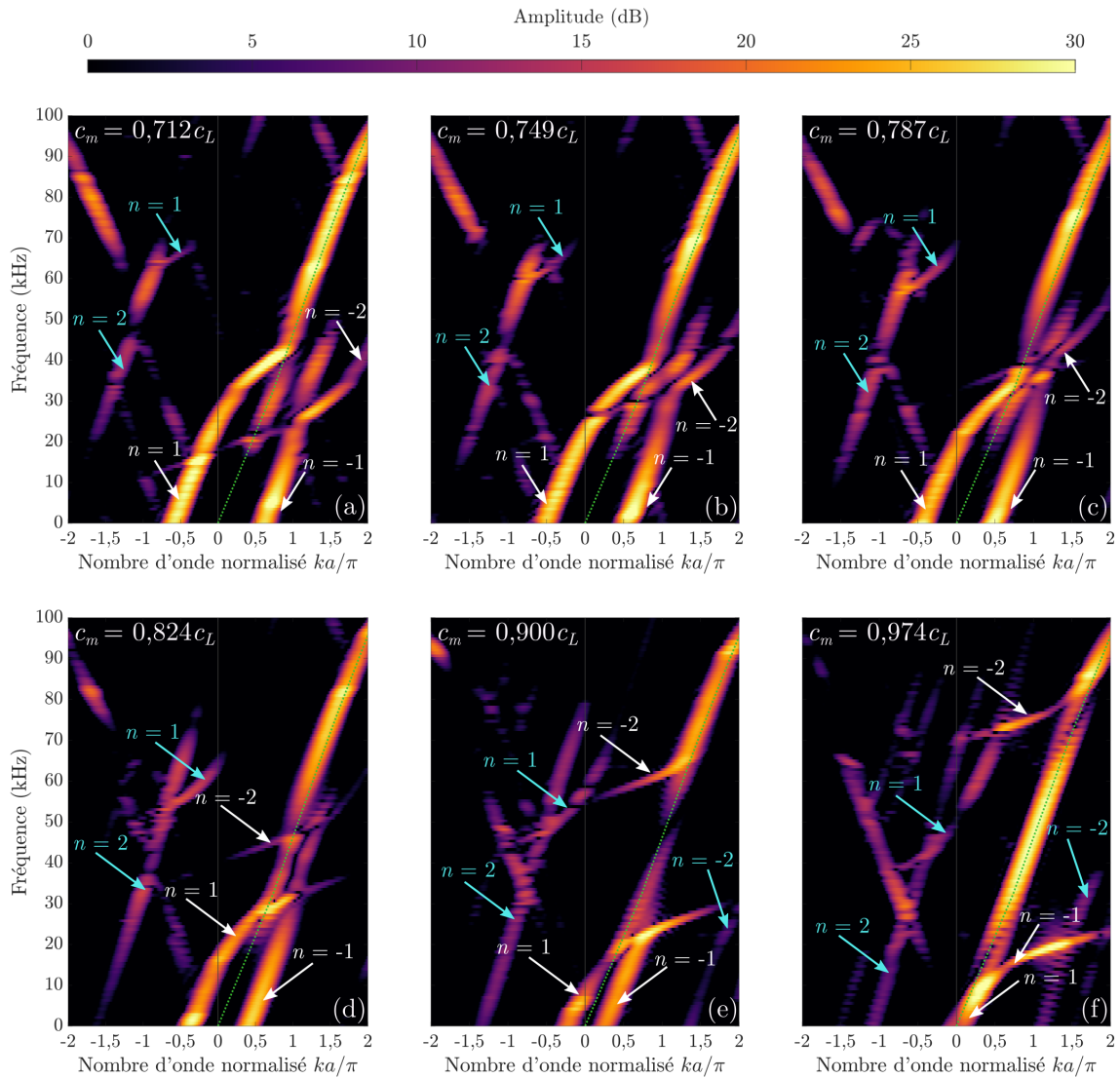


FIGURE 4.9 – Diagrammes de bandes obtenus par simulations éléments finis à partir de relevés fenêtrés des potentiels électriques des électrodes avec différentes vitesses de modulation inférieures à c_L . Les modes basse fréquence sont repérés par des flèches blanches et les modes haute fréquence par des flèches cyan.

plus éloignées de l'origine que les solutions basse fréquence. Cet éloignement est tel que ces solutions n'interagissent pas avec les solutions *avant* basse fréquence n pour ces vitesses de modulation.

4.2.2.4.2 Vitesse de modulation $c_m \approx c_L$

Dans cette section, nous étudions le cas limite où la vitesse de modulation est environ égale à la vitesse c_L . En effet, les simulations temporelles sont effectuées avec un pas de vitesse de modulation de $\Delta c_m = 100 \text{ m.s}^{-1}$, et la vitesse de référence choisie est de $c_L = 2\,669 \text{ m.s}^{-1}$. Ainsi, le diagramme de bandes simulé avec la vitesse de modulation la plus proche de c_L est $c_m = 2\,700 \text{ m.s}^{-1}$. Cela correspond à une vitesse de modulation normalisée de $c_m = 1,012c_L$. La figure 4.10 présente le diagramme de bandes simulé correspondant.

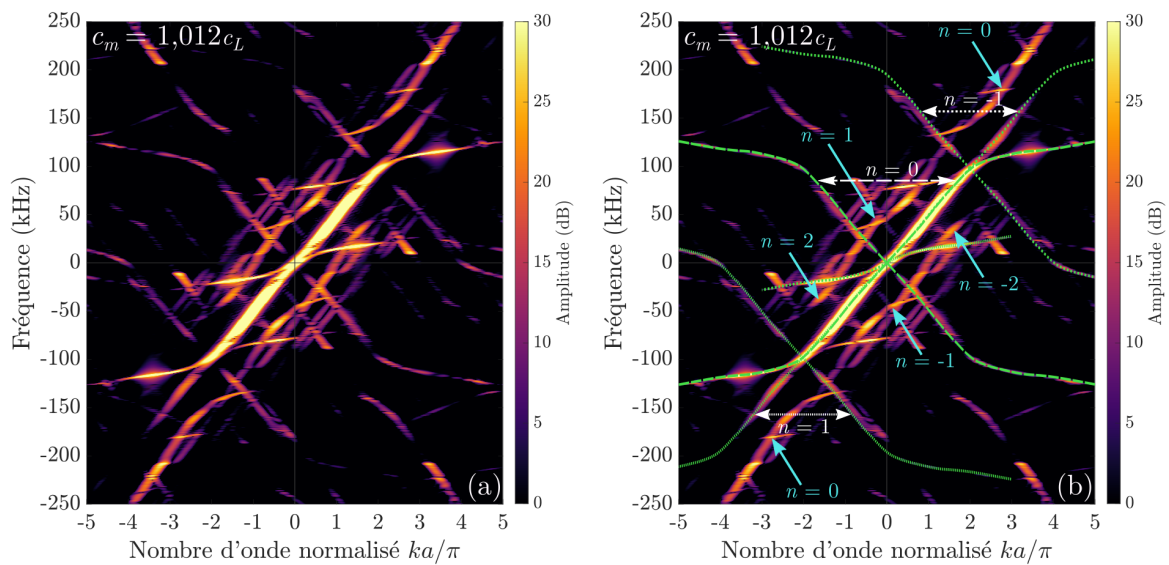


FIGURE 4.10 – Diagramme de bandes simulé lors d'une modulation de vitesse $c_m = 1,012c_L$ (a). Le graphique (b) reproduit le graphique (a) avec des repères indiquant d'une part les solutions *avant* et *arrière* basse fréquence $n = -1$, $n = 0$ et $n = 1$ (en vert), et d'autre part les solutions *avant* haute fréquence $|n| < 3$ (flèches cyan).

Dans ce cas particulier, toutes les solutions *avant* basse fréquence, repérées en vert sur le graphique (b), sont alignées entre elles. Il en est de même pour les solutions haute fréquence, repérées par des flèches cyan. La forte dispersion des solutions fait qu'elles ne sont en pratique jamais complètement superposées, contrairement aux observations issues des travaux dans la littérature décrits précédemment. Les solutions haute fréquence $|n| < 3$, éloignées d'environ $k_{norm} = \pm 1$ par rapport à l'origine, croisent la solution basse fréquence $n = 0$ pour une vitesse de modulation plus élevée.

4.2.2.4.3 Vitesses de modulation $c_m > c_L$

Les diagrammes de bandes sont calculés pour des vitesses de modulation supérieures à la vitesse c_L , et sont présentés à la figure 4.11. Sur le diagramme de bandes correspondant à $c_m = 1,050c_L$ (graphique (a)), les solutions basse fréquence ont traversé la solution $n = 0$. En effet, la partie non dispersive des solutions $n < 0$ se trouve à gauche de la solution $n = 0$, et celle des solutions $n > 0$ à sa droite. Notons cependant que la forte dispersion de ces solutions implique que lorsque leur partie non dispersive a traversé l'origine, ce n'est pas encore le cas

de leur partie dispersive (entourée en blanc pour $n = 1$ et $n = -2$). Ainsi, les solutions *avant* ne se croisent pas en tout points pour une vitesse de modulation unique.

Sur le diagramme de bandes correspondant à une vitesse de modulation de $c_m = 1,162c_L$ (graphique (b)), les solutions basse fréquence s'éloignent de l'origine et les solutions haute fréquence s'en rapprochent. Toutes les solutions *avant* se trouvent proches de la solution $n = 0$, menant à une forte interaction entre les différents modes. Pour $c_m = 1,199c_L$, les solutions haute fréquence sont plus proches de l'origine et une interaction entre toutes les solutions s'opère encore.

Lorsque la vitesse de modulation est de $c_m = 1,237c_L$, l'amplitude est répartie sur la solution *avant* basse fréquence $n = -1$ puis sur la solution $n = 0$ à partir d'environ 58,5 kHz. Sur les graphiques (e) et (f), de nombreuses solutions *avant* basse fréquence et haute fréquence sont proches de l'origine, rendant leur identification difficile. Les solutions *avant* haute fréquence sont plus proches de l'origine que les solutions *avant* basse fréquence. Il y a une interaction entre la solution *avant* basse fréquence $n = 0$ et les solutions *avant* haute fréquence, qui est bien plus faible que celle constatée lors de la proximité des solutions *avant* basse fréquence.

Sur le diagramme de bandes correspondant à $c_m = 1,461c_L$ (graphique (g)), les solutions *avant* basse fréquence $n \neq 0$ ne semblent plus interagir avec les autres solutions. Les parties non dispersives des solutions haute fréquence $n = \pm 1$ sont très proches de l'origine. Lorsque $c_m = 1,500c_L$, ces solutions sont superposées à la solution *avant* basse fréquence $n = 0$. Les solutions basse et haute fréquence ne possédant pas la même vitesse de groupe, elles ne se superposent que partiellement autour de 25 kHz. Enfin, lorsque la vitesse de modulation atteint $c_m = 1,648c_L$, les solutions *avant* haute fréquence $n = \pm 1$ ont croisé la solution *avant* $n = 0$ et s'en éloignent. À partir de cette vitesse de modulation, aucune interaction entre les solutions *avant* n'est constatée. Notons également que l'amplitude des signaux diminue globalement lorsque la vitesse de modulation augmente.

4.2.3 Bilan

Cette section permet de rendre compte des effets attendus lorsque la vitesse de modulation du CP piézoélectrique soumis à une modulation spatio-temporelle atteint un régime sonique. Le modèle analytique permet d'estimer les phénomènes apparaissant lorsque la vitesse de modulation est très proche de la célérité dans le milieu piézoélectrique à champ électrique constant c_L^E . À cette vitesse, les solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$ interagissent fortement en un point, correspondant à la limite inférieure de la bande interdite du CP non modulé. Au-delà de cette vitesse, une bande interdite instable se crée et une hybridation a lieu entre les solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$.

Les simulations temporelles prenant en compte la présence du mode radial, et ainsi une forte dispersion des solutions à certaines fréquences, montrent que plusieurs hybridations ont lieu. Tout d'abord, lorsque la vitesse de modulation atteint c_L^E , une interaction a lieu en $k_{norm} = 1$ autour de 48 kHz, correspondant environ à la position de la bande interdite du CP en l'absence de modulation. Lorsque la vitesse de modulation tend vers la vitesse c_L , les solutions *avant* basse fréquence $n \neq 0$ s'alignent avec la solution $n = 0$, donnant lieu à de fortes interactions. Enfin, pour une vitesse de modulation plus élevée que c_L , les solutions *avant* haute fréquence $n \neq 0$ sont à leur tour très proches de la solution *avant* basse fréquence $n = 0$, créant une interaction plus faible que celle constatée entre toutes les solutions *avant* basse fréquence.

Ces études théorique et numérique sont appliquées au régime de modulation supersonique dans la section suivante.

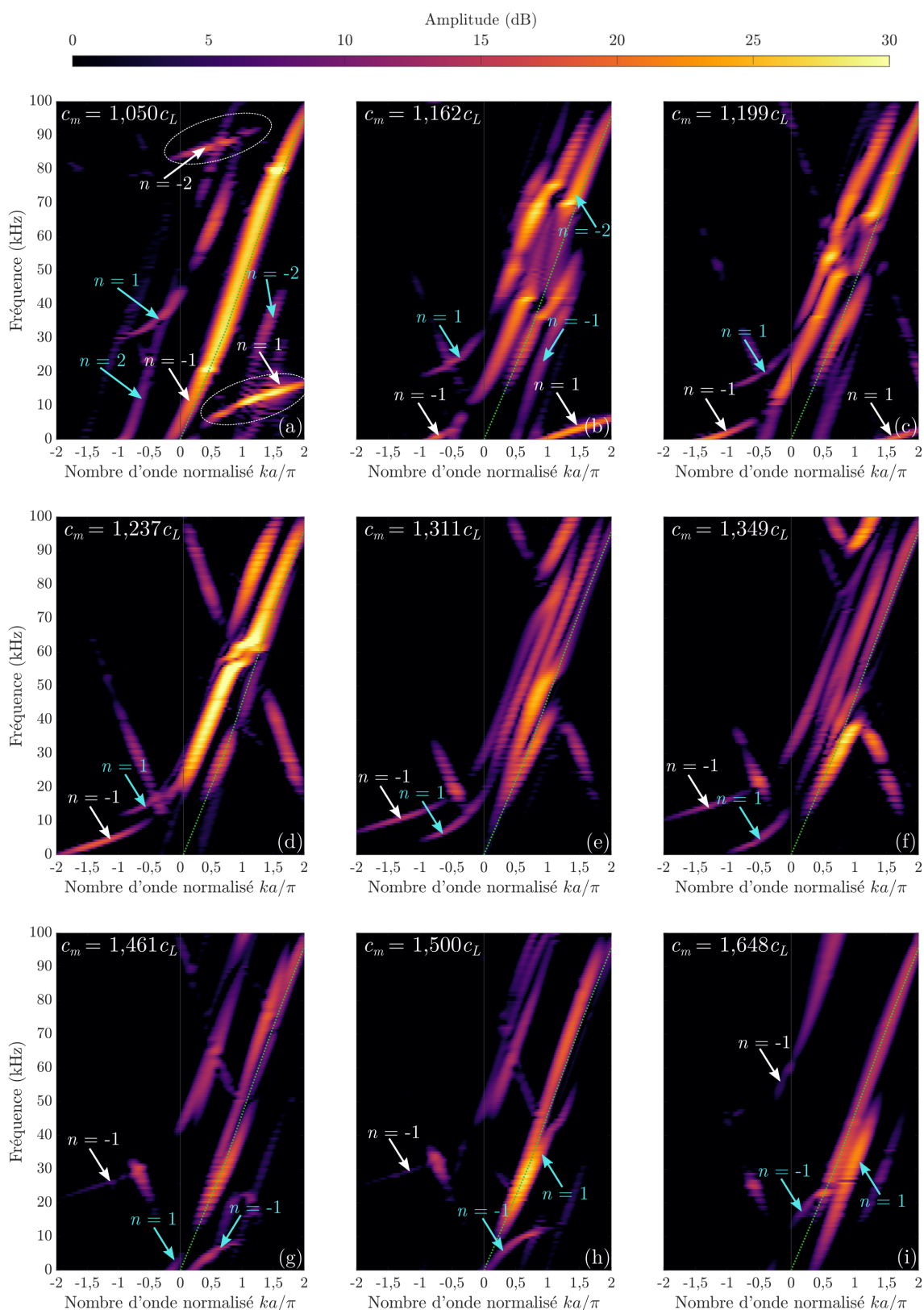


FIGURE 4.11 – Diagrammes de bandes obtenus par simulations éléments finis à partir de relevés fenêtrés des potentiels électriques des électrodes avec différentes vitesses de modulation supérieures à c_L . Les modes basse fréquence sont repérés par des flèches blanches et les modes haute fréquence par des flèches cyan.

4.3 Études théorique et numérique du CP modulé en régime supersonique

4.3.1 Modèle analytique

Le modèle analytique est appliqué pour des vitesses de modulation supersoniques de $c_m = 1,300c_L$, $c_m = 1,650c_L$ et $c_m = 2,000c_L$. Les diagrammes de bandes ainsi calculés sont visibles à la figure 4.12.

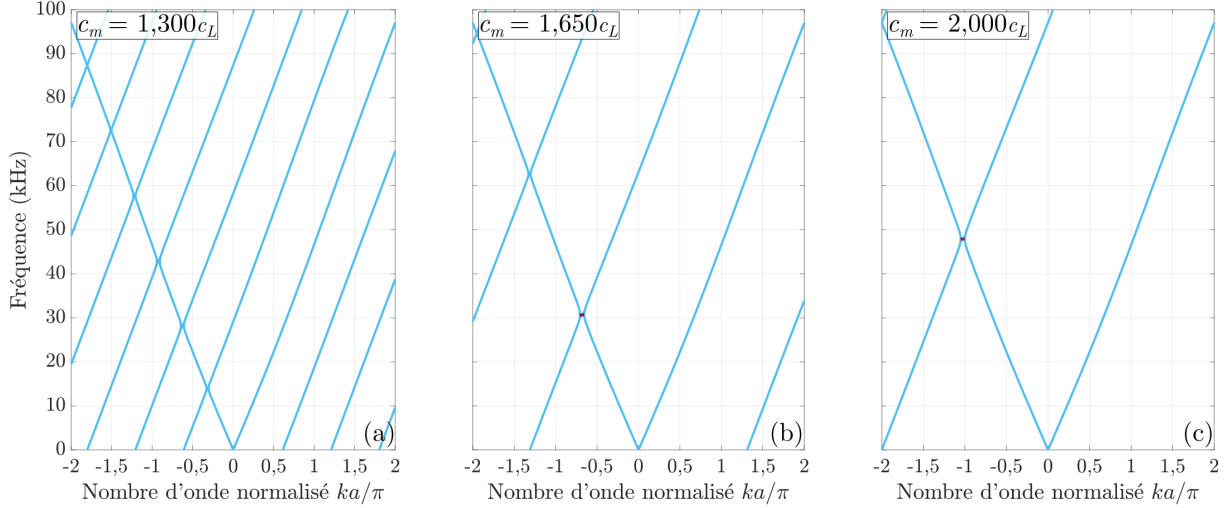


FIGURE 4.12 – Diagrammes de bandes issus du modèle analytique pour le CP modulé avec $c_m = 1,300c_L$ (a), $c_m = 1,650c_L$ (b) et $c_m = 2,000c_L$ (c).

Lorsque la vitesse de modulation augmente, les solutions *avant* s'éloignent de l'origine et des bandes interdites en nombre d'onde, repérées en rouge sur les diagrammes de bandes, se créent au niveau des intersections entre les solutions *avant* et la solution *arrière* $n = 0$. Ce phénomène est en accord avec les résultats théoriques et numériques présents dans la littérature [71].

La largeur des bandes interdites est liée à la qualité du couplage électromécanique. Ainsi, le modèle étant modifié pour correspondre aux simulations et expériences dont le coefficient de couplage piézoélectrique est plus faible, les bandes interdites en nombre d'onde sont étroites de la même manière que les bandes interdites en fréquence le sont dans lors du régime subsonique.

4.3.2 Modèle numérique

Des simulations temporelles par éléments finis sont effectuées pour des vitesses de modulation de $c_m = 1,611c_L$, $c_m = 1,800c_L$ et $c_m = 2,023c_L$. Les diagrammes de bandes ainsi calculés sont visibles à la figure 4.13. Les solutions *avant* haute fréquence $n \neq 0$ continuent de s'éloigner de la solution *avant* basse fréquence $n = 0$ avec l'augmentation de la vitesse de modulation.

Pour $c_m = 2,023c_L$, les solutions *avant* haute fréquence $n = \pm 1$ sont éloignées de $k_{norm} = \pm 1$ de la solution *avant* $n = 0$. Le croisement de la solution haute fréquence *avant* $n = -1$ et de la solution *arrière* $n = 0$ cause l'ouverture d'une bande interdite. Il est difficile de déterminer à partir de ces résultats si la bande interdite est ouverte en nombre d'onde comme le prédit le modèle analytique. Cependant, la présence d'une forte amplitude à l'intersection

de ces branches pourrait être associée à une solution instable caractéristique d'une bande interdite en nombre d'onde.

L'apparition de cette bande interdite est visible sur les résultats du modèle analytique lorsque $c_m = 2,000c_L$. Cependant, sa position en nombre d'onde est d'environ $k_{norm} = -1$, tandis que pour la même vitesse de modulation, elle est de $k_{norm} = -0,5$ sur les simulations. Cette différence peut être due à la différence de vitesse de phase des solutions *avant* à haute fréquence liée au couplage avec le mode radial, non pris en compte dans le modèle analytique.

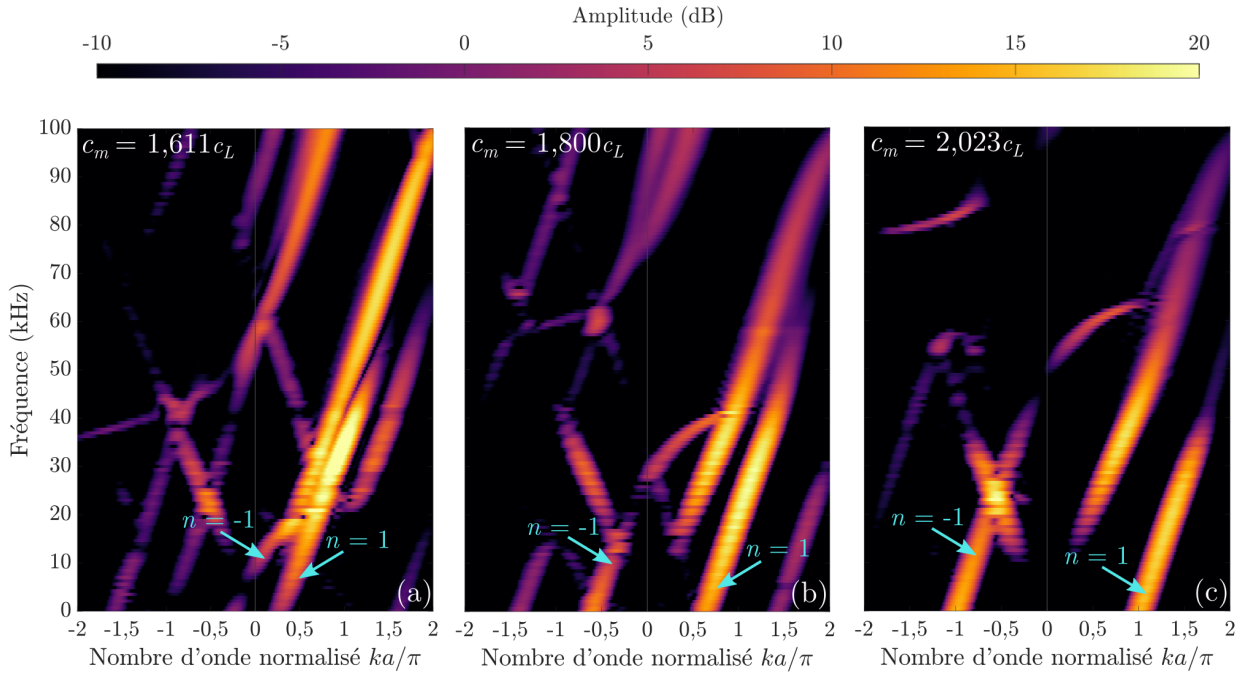


FIGURE 4.13 – Diagrammes de bandes obtenus à partir de simulations temporelles par éléments finis pour différentes vitesses de modulation du régime supersonique. Les graphique (a), (b) et (c) correspondent respectivement à $c_m = 1,611c_L$, $c_m = 1,800c_L$ et $c_m = 2,023c_L$.

4.3.3 Bilan

Cette section permet de rendre compte des effets attendus lorsque la vitesse de modulation d'un système à modulation spatio-temporelle atteint un régime supersonique. Le modèle analytique permet d'estimer les phénomènes apparaissant lorsque la vitesse de modulation dépasse nettement la vitesse c_L , avec en particulier l'ouverture d'une bande interdite à l'intersection entre la solution *arrière* $n = 0$ et la solution *avant* haute fréquence $n = -1$ qui pourrait être associé à une solution instable.

4.4 Étude expérimentale du CP modulé

Dans cette section, toutes les mesures sont effectuées en relevant le potentiel électrique des électrodes avec le DAQ sur une durée totale de $T_{mes} = 10$ ms. L'excitation est un train d'ondes modulé en fréquence entre $f_{min} = 1$ kHz et $f_{max} = 200$ kHz, imposé entre deux électrodes séparées de cinq céramiques à l'extrémité gauche de l'assemblage. Les doubles transformées de Fourier sont effectuées sur les relevés de potentiels fenêtrés par la fonction de Hanning.

4.4.1 Représentation du spectre incluant les fréquences négatives

4.4.1.1 Solutions basse fréquence

La figure 4.14 présente les diagrammes de bandes expérimentaux pour un système sans modulation et avec une modulation de vitesse $c_m = 2\,200$ m.s⁻¹ (soit $c_m = 0,710c_L$). Les pointillés verts correspondent aux solutions présentes aux fréquences positives sans modulation et les pointillés cyan aux solutions présentes aux fréquences négatives sans modulation. Les ordres n des solutions *avant* et *arrière* sont repérés par des styles de lignes différents.

Le graphique (b) montre qu'avec une modulation spatio-temporelle, comme dans le cas des simulations numériques, les solutions négatives se décalent vers les haute fréquence et les solutions positives vers les basses fréquences. On peut noter que l'écart entre les solutions *avant* basse fréquence ± 1 lorsque $c_m = 2\,200$ m.s⁻¹ est d'environ $k_{norm}^{exp} = 0,64$. Il diffère de celui constaté sur les résultats de simulation pour la même vitesse de modulation qui est de $k_{norm}^{sim} = 0,39$.

4.4.1.2 Solutions haute fréquence

Sur la figure 4.15, les mêmes diagrammes de bandes sont représentés, en repérant les solutions *avant* et *arrière* haute fréquence. Ces expériences permettent de repérer les solutions haute fréquence jusqu'à environ 200 kHz, correspondant à la fréquence maximale de la bande passante du signal source. Notons que seules les solutions haute fréquence *avant* sont repérables sur ces diagrammes de bandes, étant donné que l'excitation est appliquée à l'extrémité gauche de l'assemblage.

4.4.1.3 Différence entre expériences et simulations

Lorsque la vitesse de modulation est de $c_m = 2\,200$ m.s⁻¹, l'écart constaté sur les résultats expérimentaux entre les solutions *avant* basse fréquence $n = \pm 1$ et l'origine est d'environ $k_{norm}^{exp} = 0,64$ et celui constaté sur les résultats de simulations est de $k_{norm}^{sim} = 0,39$. La vitesse de modulation permettant de retrouver expérimentalement un espacement similaire entre solutions *avant* $n = \pm 1$ et $n = 0$ sur les expériences est de $c_m = 2\,600$ m.s⁻¹, ce qui donne $k_{norm}^{exp} = 0,35$.

Les courbes de dispersion expérimentales et simulées donnant un espacement similaire des solutions *avant* basse fréquence $n = \pm 1$ sont visibles à la figure 4.16. Leur position en nombre d'onde pour une fréquence nulle est repérée par les croix rouges. Cette différence de 400 m.s⁻¹ est due à la vitesse c_L qui n'est pas la même expérimentalement et sur les simulations à cause de la fermeture de la bande interdite par la borne supérieure discutée à la section 2.3.3.4 du chapitre 2. En l'absence de modulation, la bande interdite constatée à partir des résultats de simulations temporelles est située entre 44,0 kHz et 47,5 kHz tandis

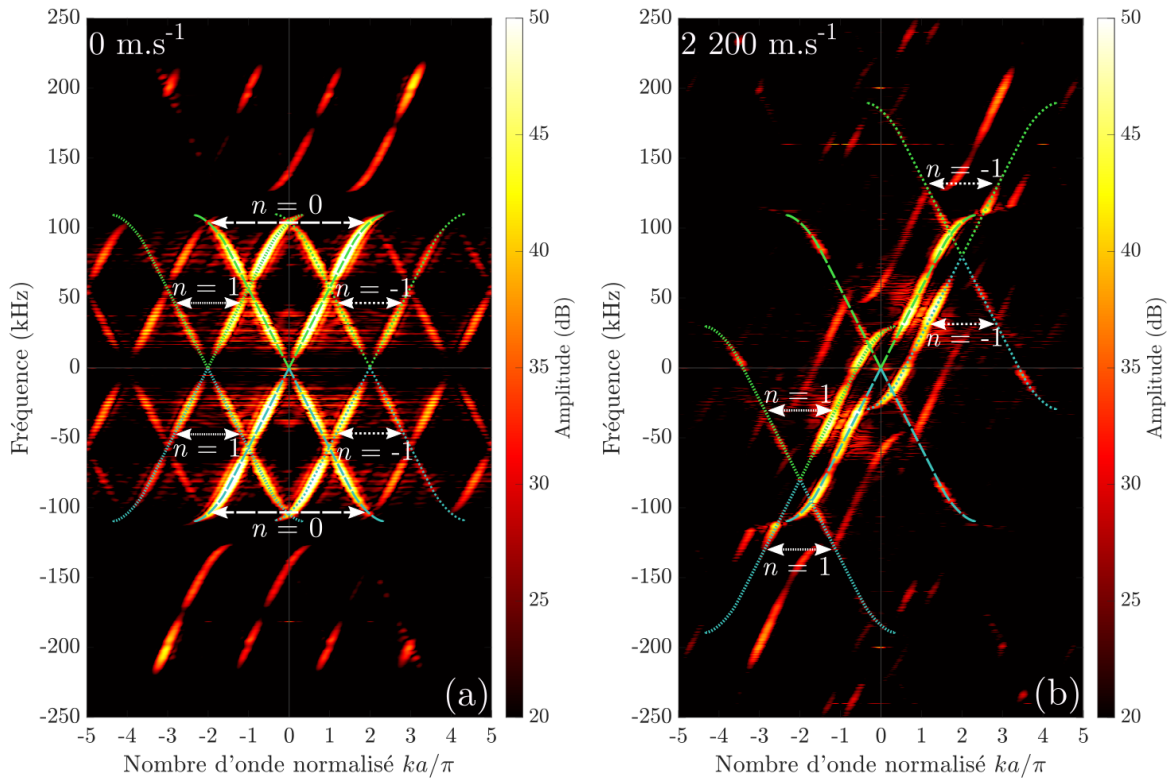


FIGURE 4.14 – Diagrammes de bandes obtenus à partir de relevés expérimentaux des potentiels électriques des électrodes sans modulation (a) et avec modulation spatio-temporelle de $c_m = 2\,200\text{ m.s}^{-1}$ (b). Les solutions basse fréquence sont repérées par les pointillés cyan lorsqu'elles sont situées aux fréquences négatives en l'absence de modulation, et verts lorsqu'elles sont situées aux fréquences positives. Les ordres n des solutions *avant* et *arrière* sont repérés par des styles de lignes différents.

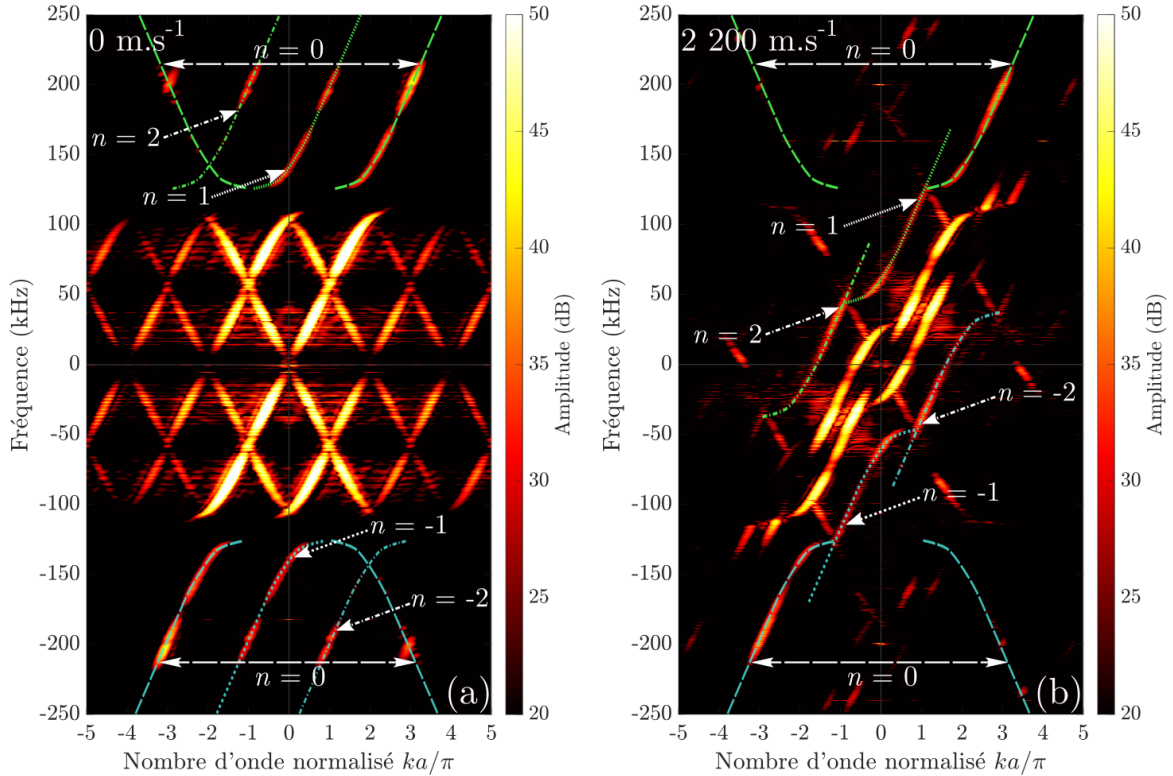


FIGURE 4.15 – Reproduction des diagrammes de bandes de la figure 4.14. Les solutions haute fréquence sont repérées par les pointillés cyan lorsqu'elles sont situées aux fréquences négatives en l'absence de modulation, et verts lorsqu'elles sont situées aux fréquences positives.

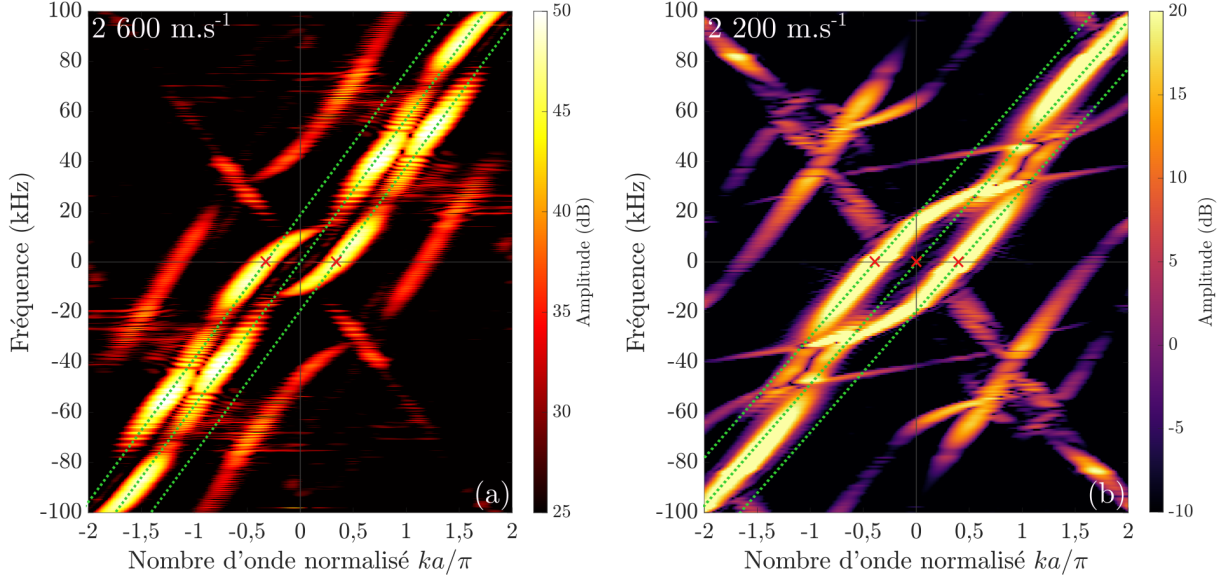


FIGURE 4.16 – Diagrammes de bandes obtenus expérimentalement à partir d’un relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes pour une vitesse de modulation de $c_m = 2\,600\text{ m.s}^{-1}$ (a) et obtenu par simulations pour $c_m = 2\,200\text{ m.s}^{-1}$ (b). Les pointillés verts représentent la projection des solutions *avant* basse fréquence en l’absence de dispersion et sur toutes les fréquences.

que la bande interdite des résultats expérimentaux est située entre 55,5 kHz et 58,9 kHz, menant à une différence de vitesses de phase et de groupe.

Comme la différence de vitesse de modulation constatée afin d’avoir des diagrammes de bandes similaires est de 400 m.s^{-1} , une vitesse de référence de $c_L = 3\,100\text{ m.s}^{-1}$ est choisie pour l’analyse des résultats expérimentaux.

4.4.2 Régime sonique

4.4.2.1 Vitesses de modulation du régime sonique

Dans cette section, nous étudions expérimentalement le comportement des ondes lorsque la vitesse de modulation est relativement proche de c_L . Les diagrammes de bandes expérimentaux sont tout d’abord calculés à partir de mesures avec des vitesses de modulation allant de $0,823c_L$ à $1,355c_L$, visibles à la figure 4.17. Les solutions *avant* et *arrière* $n = 0$ sont superposées en pointillés verts sur tous les graphiques. Les solutions basse fréquence sont repérées par des flèches blanches et les solutions haute fréquence par des flèches cyan.

Lorsque $c_m = 0,823c_L$, les solutions basse fréquence $n = \pm 1$ et haute fréquence $n = 1$ et $n = -2$ se rapprochent de la solution *avant* $n = 0$. À $c_m = 0,903c_L$, la solution basse fréquence *avant* $n = -1$ est très proche de la solution *avant* $n = 0$ et interagit fortement avec elle autour de 50 kHz. L’amplitude se répartit entre ces deux solutions jusqu’à 80 kHz. La solution basse fréquence $n = 1$ est présente aux fréquences négatives et est très dispersive autour de 5 kHz à cette vitesse de modulation. Ainsi, cette solution interagit avec la solution $n = 0$ aux fréquences négatives uniquement. À partir de $c_m = 0,968c_L$, la solution basse fréquence $n = 1$ disparaît de la bande de fréquences étudiée, étant présente aux fréquences négatives. La solution basse fréquence $n = -1$ continue d’interagir avec la solution basse fréquence $n = 0$ et lui est presque superposée. Cette interaction semble s’effectuer autour d’un point situé au bord de la première zone de Brillouin $k_{norm} = 1$ et à 55,6 kHz (repéré par une flèche en tirets blancs sur le graphique (c)). Ce point correspond environ à la position de

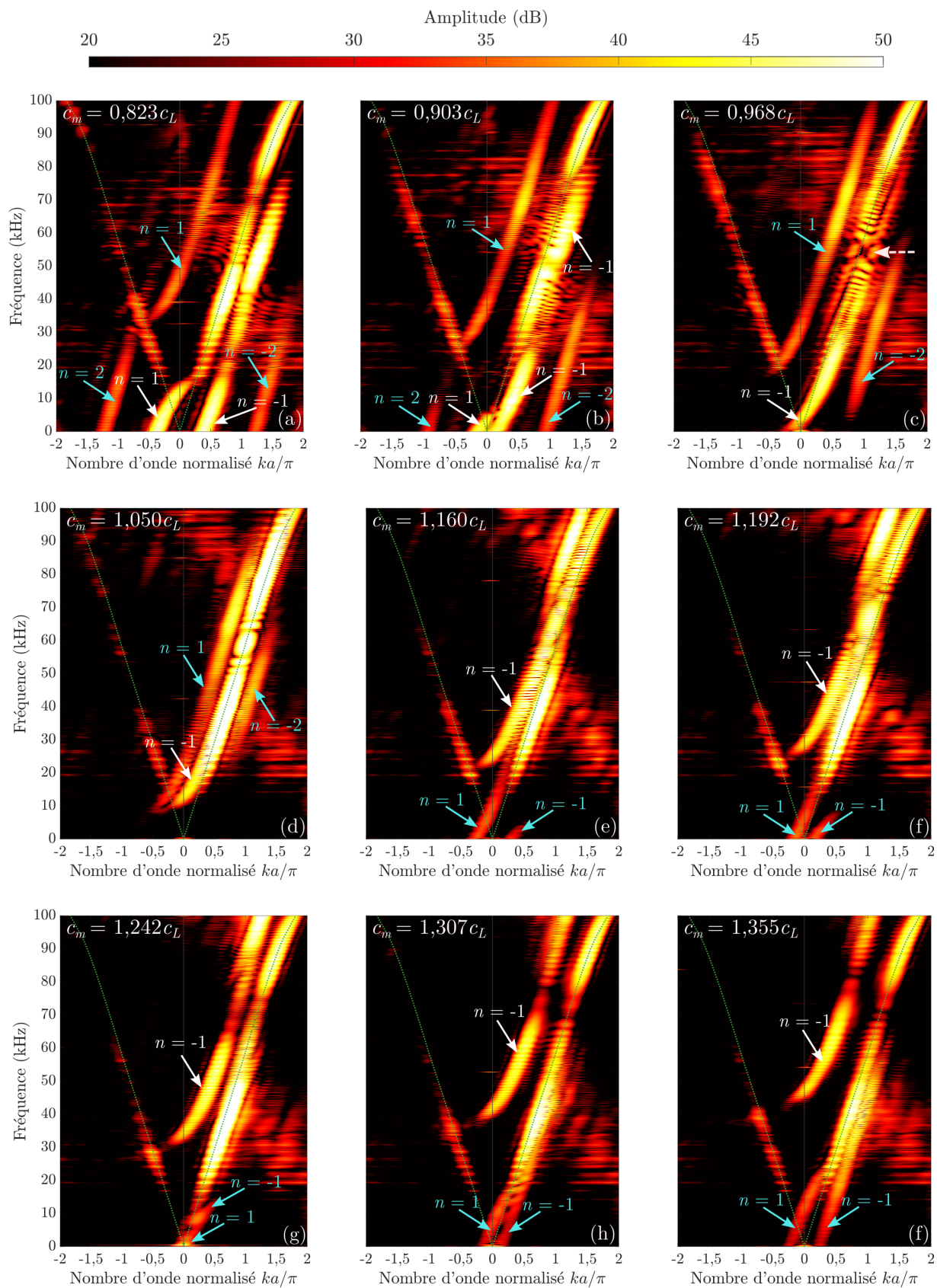


FIGURE 4.17 – Diagrammes de bandes expérimentaux calculés à partir des relevés fenêtrés des potentiels électriques des électrodes du CP pour différentes vitesses de modulation du régime sonique. Les modes basse fréquence sont repérés par des flèches blanches et les modes haute fréquence par des flèches cyan.

la borne inférieure de la bande interdite du CP en l'absence de modulation, comprise entre 55,5 kHz et 58,9 kHz. Cet effet est cohérent avec celui observé à partir du modèle analytique lorsque $c_m = c_L^E$ (figure 4.5).

Sur le graphique (d), la vitesse de modulation dépasse légèrement la vitesse c_L . La solution *avant* basse fréquence $n = -1$ se trouve désormais sur la gauche de la solution $n = 0$. Les solutions haute fréquence $n = 1$ et $n = -2$ sont très proches de la solution $n = 0$. L'énergie de la solution $n = 0$ semble être répartie principalement autour du point repéré précédemment ($k_{norm} = 1, f = 55,6$ kHz). Lorsque $c_m = 1,160c_L$, toutes les solutions *avant* présentes sur la bande de fréquences étudiée semblent interagir entre elles. Ainsi, l'énergie se répartit sur chaque solution à des fréquences différentes. Pour $c_m = 1,192c_L$, la solution basse fréquence $n = -1$ s'éloigne de la solution $n = 0$ tandis que les solutions haute fréquence continuent de s'en rapprocher. L'interaction entre toutes ces solutions persiste.

À partir de $c_m = 1,242c_L$, la solution basse fréquence $n = -1$ n'interagit plus avec la solution $n = 0$. Les solutions haute fréquence $n = \pm 1$ semblent être superposées avec la solution $n = 0$. Lorsque $c_m = 1,307c_L$, ces solutions haute fréquence ont traversé la solution $n = 0$. Ainsi, la solution $n = -1$ se trouve à la gauche de la solution $n = 0$ et la solution $n = 1$ à sa droite. Enfin, pour $c_m = 1,355c_L$, toutes les solutions *avant* continuent de s'éloigner de la solution $n = 0$, qui ne semble plus affectée par la proximité des autres solutions.

Ainsi, autour de $c_m = c_L$, on constate une forte interaction entre les solutions basse fréquence et haute fréquence et la solution $n = 0$. Le paragraphe suivant étudie les diagrammes de bandes pour des vitesses de modulation très proches et égale à c_L .

4.4.2.2 Vitesses de modulation très proches de c_L

La programmation du DSP détermine une variation minimale de la vitesse de modulation. Ainsi, avec les paramètres choisis du DSP, les vitesses expérimentalement les plus proches de c_L possibles (mis à part $c_m = c_L$) sont $c_m = 0,994c_L$ et $c_m = 1,007c_L$.

4.4.2.2.1 Étude des diagrammes de bandes

Les diagrammes de bandes pour des vitesses de modulation très proches de c_L sont représentés à la figure 4.18. Notons que la variation minimale étudiée ici ($\Delta c_m = 0,006c_L$) est bien plus élevée que celle des études théoriques de Pendry *et al.* décrites dans la section 4.1.2.2, qui incluent des variations $\Delta c_m = 0,0001c_L$.

Lorsque la vitesse de modulation augmente, les solutions *avant* basse fréquence interagissent avec la solution *avant* basse fréquence $n = 0$. Le diagramme de bandes pour une vitesse de modulation de $c_m = 0,952c_L$ montre un point d'interaction, repéré par une flèche blanche, à $k_{norm} = 1$ et $f = 53,6$ kHz.

Pour les vitesses de modulation supérieures, les interactions s'effectuent autour de ce point, sous la forme d'un minimum d'amplitude sur la branche dans un premier temps (graphiques (b) à (f)) puis sous la forme d'un maximum d'amplitude (graphiques (g) à (i)) dans un second temps. Cette évolution est cohérente avec les prédictions des modèles analytique et numérique qui suggèrent l'ouverture d'une bande interdite dans cette zone pour une vitesse de modulation de l'ordre de $c_m = 0,90c_L$ et l'apparition d'une solution instable autour de $c_m = 0,97c_L$.

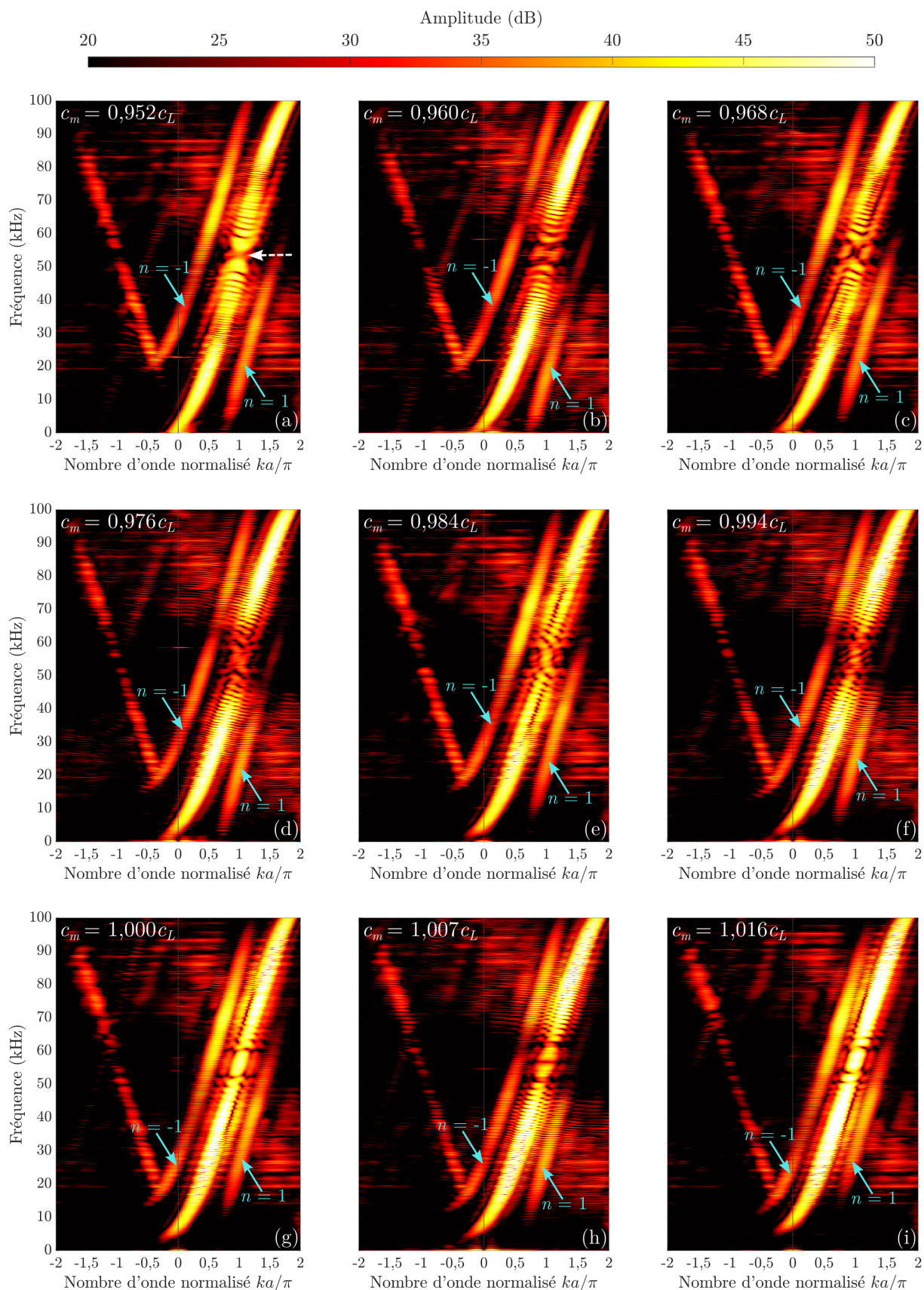


FIGURE 4.18 – Diagrammes de bandes expérimentaux du système modulé pour des vitesses de modulation très proches de la vitesse $c_L = 3\,100\text{ m.s}^{-1}$. Les modes haute fréquence sont repérés par des flèches cyan.

4.4.2.2 Comparaison entre expériences et simulations

Le diagramme de bandes obtenu expérimentalement avec une vitesse de modulation de $c_m = c_L$ est représenté sur le graphique (a) de la figure 4.19 pour des fréquences de ± 250 kHz. Cette représentation permet de constater qu'à cette vitesse, les solutions *avant* basse fréquence, représentées en pointillés et visibles jusqu'à $n = \pm 1$, sont alignées avec la solution $n = 0$. On constate également la présence des solutions *avant* haute fréquence, repérées par des flèches cyan, proches de la solution $n = 0$. Ces phénomènes correspondent à ceux constatés à partir des résultats de simulation temporelle par éléments finis pour une vitesse $c_m = c_L$, représentés sur le graphique (b) de la figure 4.19.

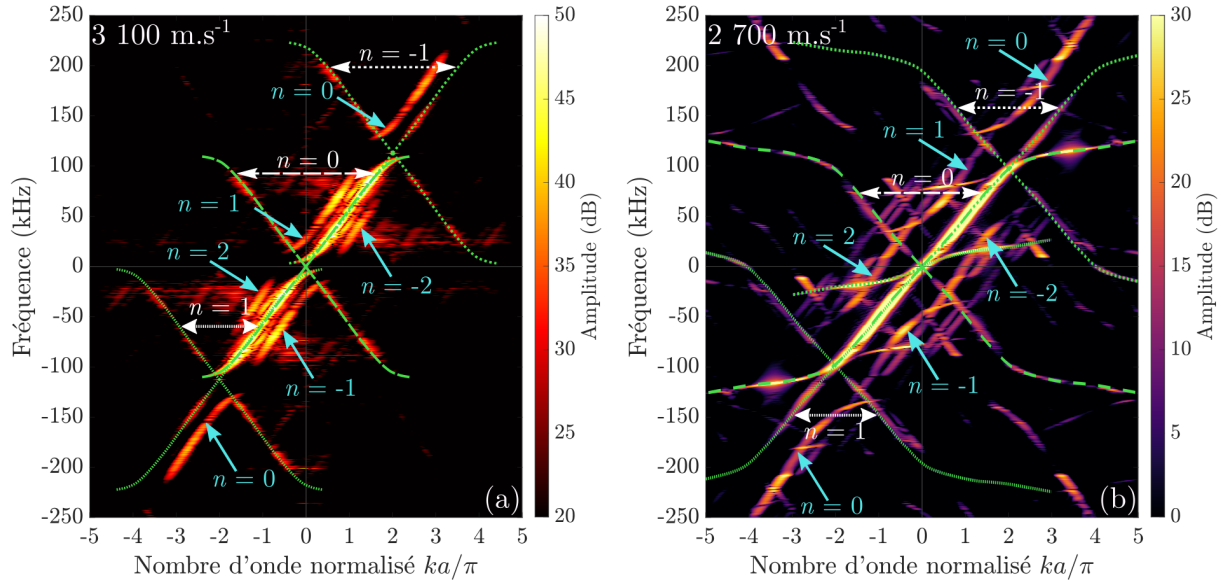


FIGURE 4.19 – Diagrammes de bandes obtenus expérimentalement (a) et par simulation temporelle (b) à partir d'un relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes pour une vitesse de modulation égale à la vitesse des ondes dans le système. Les modes basse fréquence sont repérés par des pointillés verts et les modes haute fréquence par des flèches cyan.

Les solutions haute fréquence $n = 1$ et $n = -2$ encadrant la solution $n = 0$, en sont plus éloignées sur les résultats de simulation que sur les résultats expérimentaux. En effet, elles sont situées à $k_{norm}^{sim} = \pm 1$ sur les résultats de simulation et à $k_{norm}^{exp} = \pm 0,5$ sur les résultats expérimentaux. Ainsi, les solutions *avant* haute fréquence expérimentales croisent la solution *avant* $n = 0$ pour une vitesse de modulation plus proche de c_L que sur les simulations. Cet écart est causé par la différence de dispersion entre les modes haute fréquence et basse fréquence, due à leur fort couplage autour de 100 kHz.

4.4.3 Régime supersonique

Les mesures sont effectuées pour des vitesses de modulation du régime supersonique de $c_m = 1,597c_L$, $c_m = 1,807c_L$ et $c_m = 2,000c_L$. Les diagrammes de bandes correspondants sont représentés à la figure 4.20.

Les solutions *avant* $n = \pm 1$ du mode à haute fréquence s'éloignent de la solution *avant* $n = 0$. La solution *avant* $n = -1$ croise la solution *arrière*, ce qui a pour effet d'ouvrir une bande interdite qui se décale vers les hautes fréquences avec l'augmentation de la vitesse de modulation. Cette bande interdite contient de l'énergie, visible sur le graphique (c) de la figure 4.20 autour de $k_{norm} = -0,75$ et $f = 40,1$ kHz. Cette présence d'énergie pourrait signifier

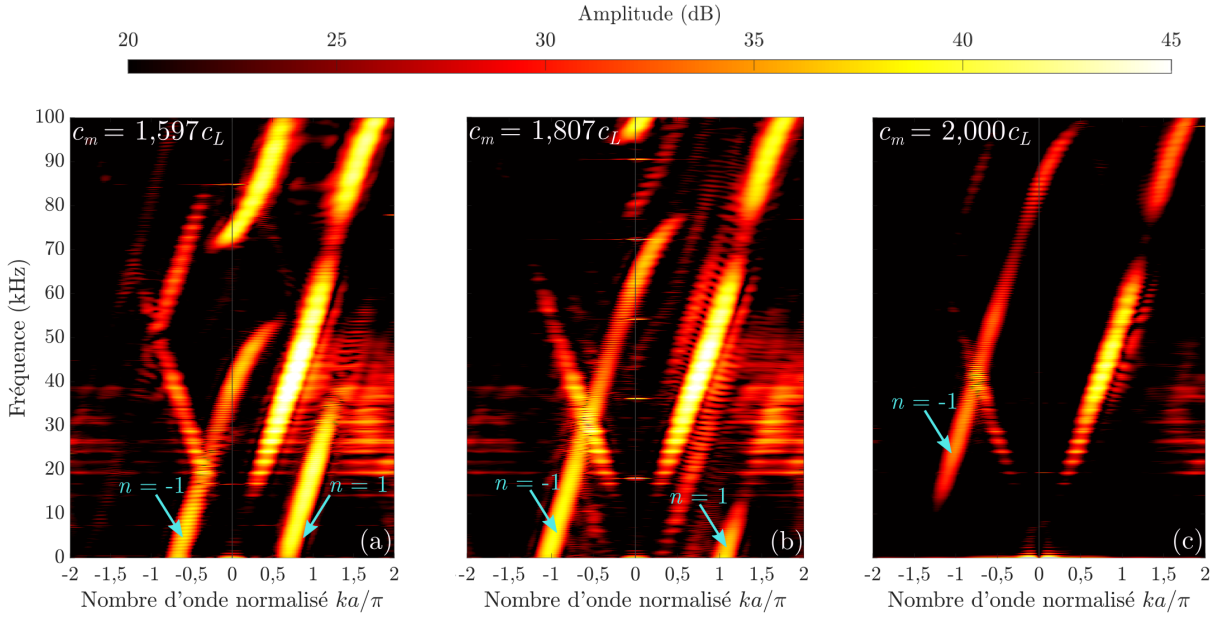


FIGURE 4.20 – Diagrammes de bandes expérimentaux obtenus à partir de relevés fenêtrés de potentiels électriques pour différentes vitesses de modulation du régime supersonique. Les graphiques (a), (b) et (c) correspondent respectivement à $c_m = 1,597c_L$, $c_m = 1,807c_L$ et $c_m = 2,000c_L$.

qu'il s'agit d'une bande interdite instable, avec un nombre d'onde réel et une fréquence complexe.

Notons que la position en fréquence et en nombre d'onde de la bande interdite diffère légèrement de celle constatée à partir des résultats de simulation numérique pour une vitesse de modulation de l'ordre de $c_m = 2c_L$.

4.5 Conclusions

Ce chapitre aborde les phénomènes physiques spécifiques lorsque la modulation spatio-temporelle d'un milieu atteint un régime sonique et un régime supersonique. Les travaux théoriques étudiant le régime sonique sont très peu nombreux et sont réalisés uniquement avec des ondes électromagnétiques. Certaines de ces études prédisent la dégénérescence des solutions *avant* (ondes propagatives) lorsque $c_m = c_L$, sans pour autant parvenir à la calculer [1], tandis que d'autres prédisent l'apparition d'un mode aux propriétés de dispersion inhabituelles lié à l'interaction entre les solutions *avant* [6]. Les travaux concernant le régime supersonique mettent en évidence la présence d'une bande interdite à nombres d'onde réels et fréquences complexes, signature de solutions instables, sans pour autant parvenir à une vérification expérimentale.

Les résultats obtenus sous forme de diagrammes de bandes permettent d'observer le décalage des solutions *avant* en fonction de la vitesse de modulation. Lorsque cette dernière atteint la vitesse des ondes dans le milieu piézoélectrique à champ électrique constant $c_m = c_L^E < c_L$, une forte interaction s'effectue entre les solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$. Cette interaction conduit théoriquement à l'ouverture d'une bande interdite et à l'apparition d'une instabilité. Sur les courbes de dispersion mesurées et simulées, elle est caractérisée par des variations rapides des niveaux d'amplitude à l'intersection des solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$.

Lorsque la vitesse de modulation se rapproche fortement de c_L , les solutions *avant* basse fréquence $n \neq 0$ sont très proches de la solution *avant* basse fréquence $n = 0$, ce qui

entraîne de fortes interactions entre toutes ces solutions. Pour $c_m = c_L$, toutes les solutions *avant* basse fréquence $n \neq 0$ s'alignent avec la solution *avant* basse fréquence $n = 0$. La forte dispersion des modes basse fréquence et haute fréquence implique néanmoins qu'à cette vitesse, toutes les solutions ne se superposent pas pour toutes les fréquences. Cette absence de dégénérescence totale due au caractère dispersif des ondes est également différente des résultats de la littérature qui ne concernent que des milieux non dispersifs. À plus haute vitesse de modulation, les solutions *avant* haute fréquence s'approchent puis croisent la solution basse fréquence $n = 0$, donnant lieu à de nouvelles interactions.

Pour des vitesses comprises dans le régime supersonique, toutes les solutions *avant* $n \neq 0$ s'éloignent de l'origine et n'interagissent plus avec la solution *avant* $n = 0$. Une bande interdite apparaît au croisement de la solution *arrière* basse fréquence $n = 0$ et de la solution *avant* haute fréquence $n = -1$. Sur le modèle analytique, ce croisement introduit une bande interdite en nombre d'onde. L'étroitesse de cette bande, tant au niveau des mesures que sur les simulations, ne permet pas d'en déterminer la nature avec certitude. Néanmoins, la présence d'énergie à l'intersection de ces branches pourrait être associée à une solution instable, caractéristique d'une bande interdite en nombre d'onde.

Conclusion générale et perspectives

Les travaux réalisés dans cette thèse concernent l'étude expérimentale et numérique d'un cristal phononique (CP) piézoélectrique soumis à une modulation spatio-temporelle des conditions aux limites électriques à des régimes subsonique, sonique puis supersonique.

La mise en place du dispositif expérimental a nécessité dans un premier temps le dimensionnement et la construction du CP. Celui-ci est composé d'un assemblage d'anneaux piézoélectriques séparés par des électrodes, enfilé sur une tige filetée. Les électrodes de l'assemblage peuvent être reliées à la masse ou laissées en condition de potentiel flottant. Seuls les modes de déformation radiale et longitudinale sont couplés électriquement et peuvent voir leurs propriétés de dispersion modifiées par l'application de conditions électriques. Les mesures de transmission étant fortement parasitées par la présence de modes de résonances, l'étude s'est portée sur la caractérisation des courbes de dispersion.

Des premières mesures par vibrométrie et par relevés de potentiels électriques des électrodes ont permis de vérifier la présence de bandes interdites sur le mode des ondes longitudinales lorsque les électrodes sont reliées à la masse périodiquement. La période spatiale entre deux électrodes reliées à la masse a été choisie de manière à situer la bande interdite dans une bande de fréquences où le mode longitudinal n'est pas dispersif. La bande interdite est plus étroite sur les résultats expérimentaux par rapport à celle issue des résultats de simulations. Cet effet provient d'un coefficient de couplage réduit résultant d'un montage du pilier différent de l'idéal théorique.

Un DSP (Digital Signal Processor) a été mis en place afin de contrôler les conditions électriques imposées aux électrodes. Il permet de commander des interrupteurs à travers des mémoires dynamiques, permettant soit de laisser le potentiel des électrodes flottant, soit de relier les électrodes à la masse. La commande des interrupteurs par le DSP a été prise en compte de manière simplifiée dans les simulations par éléments finis. Pour ce faire, une variation temporelle de la résistance reliant chaque électrode du CP à la masse, d'une valeur R_{min} à R_{max} ou inversement, a été imposée. Une première vérification a montré que les mesures expérimentales et simulations dans le cas d'une mise à la masse des électrodes par l'intermédiaire du DSP n'a pas apporté de modification notable aux courbes de dispersion par rapport au cas d'une mise à la masse manuelle. Les mesures par vibrométrie étant sensibles à de nombreux modes non axisymétriques, les mesures par relevés de potentiels électriques ont été privilégiées dans la mesure où elles ne sont sensibles qu'aux modes axisymétriques et permettent une meilleure détection des bandes interdites.

Un dispositif d'automatisation des mesures (Data Acquisition System ou DAQ) par relevés de potentiels a été mis en place, et l'impact des capacités parasites introduites par celui-ci a été pris en compte dans la suite des travaux.

La mise en place de la modulation spatio-temporelle du CP piézoélectrique a fait l'objet d'une première campagne expérimentale de mesures du déplacement vibratoire. Les diagrammes de bandes issus de ces mesures ne permettent pas de suivre visuellement l'évolution des bandes interdites. Une méthode de détection automatique de la limite haute ou basse

des bandes interdites (mesurées et simulées) a permis d'identifier les évolutions de ces limites jusqu'à une vitesse de modulation de $c_m = 500 \text{ m.s}^{-1}$, l'évolution des bandes interdites étant linéaire en fonction de la vitesse de modulation.

Une seconde campagne de mesures a été effectuée en relevant les potentiels électriques sur les électrodes du système. Ces mesures ont été réalisées avec le DAQ qui introduit des capacités parasites réduisant fortement la largeur de la bande interdite. En présence de modulation spatio-temporelle, les spectres expérimentaux et simulés montrent une évolution des bandes interdites dans le sens prévu théoriquement. Le centre des bandes interdites a été suivi en fréquence et en nombre d'onde en repérant l'intersection des modes propagatif ou rétro-propagatif et de leurs repliements, montrant une évolution linéaire de la position des bandes interdites jusqu'à la vitesse de modulation maximale étudiée de $2\,000 \text{ m.s}^{-1}$.

Pour les deux méthodes de mesures, des bandes interdites supplémentaires d'hybridation visibles sur les courbes de dispersion expérimentales et simulées ont été attribuées à la loi de commande des interrupteurs, les fréquences des bandes interdites observées dépendant directement de la vitesse de modulation.

Le dernier chapitre a permis d'aborder les phénomènes physiques spécifiques lorsque la vitesse de modulation spatio-temporelle atteint un régime sonique ou supersonique. Les résultats obtenus sous forme de diagrammes de bandes permettent d'observer le décalage des branches propagatives en fonction de la vitesse de modulation. De manière générale, lorsque la vitesse de modulation augmente ($c_m < c_L$), les modèles prédisent un décalage progressif de l'ensemble des solutions ne passant pas par l'origine, les solutions *avant* (branches propagatives) convergeant vers l'origine et les solutions *arrière* (branches rétro-propagatives) s'en éloignant. Les mesures et les simulations du CP piézoélectrique reproduisent ces effets avec deux mécanismes spécifiques non observés jusqu'à présent :

- la présence d'une interaction forte entre les solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$ lorsque la vitesse de modulation atteint la vitesse des ondes dans le milieu piézoélectrique à champ électrique constant $c_m = c_L^E < c_L$. Cette interaction conduit théoriquement à l'ouverture d'une bande interdite et à l'apparition d'une instabilité. Sur les courbes de dispersion mesurées et simulées, elle est caractérisée par des variations rapides des niveaux d'énergie à l'intersection des solutions *avant* $n = 0$ et $n = -1$.
- le caractère dispersif du CP étudié modifie fortement l'interaction entre les solutions *avant* lorsque c_m approche c_L . La dégénérescence de toutes les solutions *avant* étudiée dans la littérature est remplacée par des interactions successives entre la solution *avant* $n = 0$ et les autres solutions avant au fur et à mesure que la vitesse de modulation augmente. Pour $c_m = c_L$, toutes les parties non dispersives des solutions *avant* s'alignent mais ne se superposent pas pour toutes les fréquences.

Pour des vitesses de modulation comprises dans le régime supersonique, les branches propagatives n'interagissent plus entre elles. Une bande interdite apparaît à l'intersection du mode rétro-propagatif et de la solution *avant* $n = -1$, dont la nature est difficile à identifier avec certitude de par le faible couplage. Néanmoins, la présence d'énergie à l'intersection de ces branches pourrait être associée à une solution instable, caractéristique d'une bande interdite en nombre d'onde.

Les résultats de ce manuscrit ouvrent la voie à de nombreuses perspectives. Tout d'abord, de multiples études sont envisageables à court terme sur le CP piézoélectrique :

- la mise en place de signaux d'excitation spécifiques et de traitements temporels ou fréquentiels des signaux mesurés peut être envisagée pour faire ressortir certaines caractéristiques des courbes de dispersions (utilisation des ondes lentes pour mieux visualiser les entrées et sorties de bandes interdites [105] ou du transitoire de fin de signal pour identifier les instabilités [106]),

- la modification de la programmation du DSP pour réduire le pas Δc_m et permettre une analyse plus fine de la traversée de la zone sonique lorsque $c_m \approx c_L^E$,
- l'amélioration de la mesure par vibrométrie laser en moyennant la mesure sur plusieurs points de la circonférence des céramiques de manière à réduire la contribution des modes non symétriques,
- l'étude de nouveaux types de lois de commande temporelles afin d'explorer expérimentalement les nouveaux phénomènes physiques pouvant apparaître dans les CP dépendant du temps (modulations uniformément accélérées, modulations temporellement hachées, alternance spatiale de zones de modulation différentes permettant de réaliser un système acoustique présentant une symétrie parité-temps [107]).

L'étude des régimes instables constitue un sujet d'étude particulièrement intéressant nécessitant des évolutions plus importantes du dispositif expérimental. Les résultats obtenus indiquent que les régimes instables du système piézoélectrique considéré pourraient être plus riches que dans le cas d'une modulation spatio-temporelle des paramètres matériaux (phénomène observé au voisinage de la vitesse de modulation $c_m \approx c_L^E$ décrite dans le chapitre 4). Il conviendra dans ce cas de modifier le dispositif expérimental et les modèles de simulation pour s'intéresser aux bilans énergétiques, en tenant compte des pertes à l'intérieur des matériaux, mais aussi du caractère imparfait des sources et conditions aux limites (schéma équivalent des circuits externes). Plus fondamentalement, les conditions d'existence des instabilités devront être approfondies (conditions sur les vitesses, effets de seuils). À partir des caractéristiques des régimes identifiés (dépendance fréquentielle du gain), la mise en évidence de la réalisation d'une instabilité contrôlable est envisageable et les possibilités offertes par le système pour la réalisation de composants non linéaires (amplificateurs à ondes progressives, conjugateur de phase [108]) pourraient être explorées.

Bibliographie

- [1] M. S. KUSHWAHA *et al.* « Acoustic band structure of periodic elastic composites ». *Physical Review Letters*, *Volume* 71.13 (1993), p. 2022.
- [2] E. N. ECONOMOU et M. SIGALAS. « Stop bands for elastic waves in periodic composite materials ». *The Journal of the Acoustical Society of America*, *Volume* 95.4 (1994), p. 1734-1740.
- [3] R. MARTINEZ-SALA *et al.* « Sound attenuation by sculpture ». *Nature*, *Volume* 378.6554 (1995), p. 241-241.
- [4] R. MARTINEZ-SALA *et al.* « Control of noise by trees arranged like sonic crystals ». *Journal of Sound and Vibration*, *Volume* 291.1-2 (2006), p. 100-106.
- [5] Z.-G. HUANG et T.-T. WU. « Temperature effect on the bandgaps of surface and bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystals ». *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, *Volume* 52.3 (2005), p. 365-370.
- [6] J.-Y. YEH. « Control analysis of the tunable phononic crystal with electrorheological material ». *Physica B: Condensed Matter*, *Volume* 400.1-2 (2007), p. 137-144.
- [7] K. BERTOLDI et M. BOYCE. « Mechanically triggered transformations of phononic band gaps in periodic elastomeric structures ». *Physical Review B*, *Volume* 77.5 (2008), p. 052105.
- [8] K. JIM *et al.* « Thermal tuning of phononic bandstructure in ferroelectric ceramic/epoxy phononic crystal ». *Applied Physics Letters*, *Volume* 94.19 (2009), p. 193501.
- [9] Z. YU et S. FAN. « Complete optical isolation created by indirect interband photonic transitions ». *Nature Photonics*, *Volume* 3.2 (2009), p. 91-94.
- [10] L. FENG *et al.* « Nonreciprocal light propagation in a silicon photonic circuit ». *Science*, *Volume* 333.6043 (2011), p. 729-733.
- [11] D.-W. WANG *et al.* « Optical diode made from a moving photonic crystal ». *Physical Review Letters*, *Volume* 110.9 (2013), p. 093901.
- [12] Y. SHARABI *et al.* « Spatiotemporal photonic crystals ». *Optica*, *Volume* 9.6 (2022), p. 585-592.
- [13] E. CASSEDY et A. OLINER. « Dispersion relations in time-space periodic media: Part I—Stable interactions ». *Proc. IEEE*, *Volume* 51.10 (1963), p. 1342-1359.
- [14] H. NASSAR *et al.* « Nonreciprocity in acoustic and elastic materials ». *Nature Reviews Materials*, *Volume* 5.9 (2020), p. 667-685.
- [15] E. GALIFFI *et al.* « Photonics of time-varying media ». *Advanced Photonics*, *Volume* 4.1 (2022), p. 014002.
- [16] M. OUDICH *et al.* « *Tailoring Structure-borne Sound Through Bandgap Engineering in Phononic Crystals and Metamaterials: A Comprehensive Review* ». (2022).
- [17] S. DEGRAEVE. « Cristaux phononiques accordables ». Thèse de doct. Lille 1, (2013).

- [18] S. DEGRAEVE *et al.* « Bragg band gaps tunability in an homogeneous piezoelectric rod with periodic electrical boundary conditions ». *Journal of Applied Physics*, *Volume* 115 (2014), p. 194508-194508.
- [19] S. DEGRAEVE *et al.* « Tunability of Bragg band gaps in one-dimensional piezoelectric phononic crystals using external capacitances ». *Smart Materials and Structures*, *Volume* 24.8 (2015), p. 085013.
- [20] C. CROËNNE *et al.* « Brillouin scattering-like effect and non-reciprocal propagation of elastic waves due to spatio-temporal modulation of electrical boundary conditions in piezoelectric media ». *Appl. Phys. Lett.*, *Volume* 110.6 (2017), p. 061901.
- [21] C. CROËNNE *et al.* « Non-reciprocal behavior of one-dimensional piezoelectric structures with space-time modulated electrical boundary conditions ». *Journal of Applied Physics*, *Volume* 126.14 (2019). Publisher: American Institute of Physics, p. 145108.
- [22] V. G. VESELAGO. « Electrodynamics of substances with simultaneously negative electrical and magnetic permeabilities ». *Soviet Physics Uspekhi*, *Volume* 10.4 (1968), p. 504-509.
- [23] R. A. SHELBY *et al.* « Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial ». *Applied Physics Letters*, *Volume* 78.4 (2001). Publisher: American Institute of Physics, p. 489-491.
- [24] X. HU *et al.* « Superlensing effect in liquid surface waves ». *Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, *Volume* 69 (2004), p. 030201.
- [25] M. KE *et al.* « Negative-refraction imaging with two-dimensional phononic crystals ». *Physical Review B*, *Volume* 72.6 (2005), p. 064306.
- [26] L. FENG *et al.* « Acoustic Backward-Wave Negative Refractions in the Second Band of a Sonic Crystal ». *Physical Review Letters*, *Volume* 96.1 (2006). Publisher: American Physical Society, p. 014301.
- [27] L. FENG *et al.* « Refraction control of acoustic waves in a square-rod-constructed tunable sonic crystal ». *Physical Review B*, *Volume* 73.19 (2006). Publisher: American Physical Society, p. 193101.
- [28] A. SUKHOVICH, L. JING et J. H. PAGE. « Negative refraction and focusing of ultrasound in two-dimensional phononic crystals ». *Physical Review B*, *Volume* 77.1 (2008), p. 014301.
- [29] S. YANG *et al.* « Focusing of Sound in a 3D Phononic Crystal ». *Physical Review Letters*, *Volume* 93.2 (2004), p. 024301.
- [30] A.-C. HLADKY-HENNION *et al.* « Numerical analysis of negative refraction of transverse waves in an elastic material ». *Journal of Applied Physics*, *Volume* 104.6 (2008). Publisher: American Institute of Physics, p. 064906.
- [31] B. MORVAN *et al.* « Experimental demonstration of the negative refraction of a transverse elastic wave in a two-dimensional solid phononic crystal ». *Applied Physics Letters*, *Volume* 96.10 (2010). Publisher: American Institute of Physics, p. 101905.
- [32] W. H. BRAGG et W. L. BRAGG. « The reflection of X-rays by crystals ». *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, *Volume* 88.605 (1913), p. 428-438.
- [33] F. BLOCH. « Elektron im periodischen Potential, Bändermodell des Festkörpers, Z ». *Phys*, *Volume* 52 (1928), p. 555.
- [34] L. BRILLOUIN. « Les électrons libres dans les métaux et le rôle des réflexions de Bragg ». *J. Phys. Radium*, *Volume* 1.11 (1930), p. 377-400.

- [35] L. RAYLEIGH. « XVII. *On the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure* ». The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, *Volume* 24.147 (1887), p. 145-159.
- [36] L. P. SOLIE. « Surface acoustic wave reflective dot array (RDA) ». *Appl. Phys. Lett.*, *Volume* 28.8 (1976), p. 420-422.
- [37] V. NARAYANAMURTI *et al.* « Selective Transmission of High-Frequency Phonons by a Superlattice: The "Dielectric" Phonon Filter ». *Phys. Rev. Lett.*, *Volume* 43.27 (1979), p. 2012-2016.
- [38] J. D. ACHENBACH *et* M. KITAHARA. « Harmonic waves in a solid with a periodic distribution of spherical cavities ». *The Journal of the Acoustical Society of America*, *Volume* 81.3 (1987), p. 595-598.
- [39] E. YABLONOVITCH. « Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics ». *Physical Review Letters*, *Volume* 58.20 (1987), p. 2059.
- [40] S. JOHN. « Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices ». *Physical Review Letters*, *Volume* 58.23 (1987), p. 2486.
- [41] J. LIU *et al.* « Novel acoustic excitations in suspensions of hard-sphere colloids ». *Physical Review Letters*, *Volume* 65.20 (1990), p. 2602.
- [42] F. R. MONTERO DE ESPINOSA, E. JIMÉNEZ *et* M. TORRES. « Ultrasonic Band Gap in a Periodic Two-Dimensional Composite ». *Physical Review Letters*, *Volume* 80.6 (1998), p. 1208-1211.
- [43] A. KHELIF *et al.* « Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap ultrasonic crystal ». *Physical Review B*, *Volume* 68.21 (2003), p. 214301.
- [44] A. KHELIF *et al.* « Two-dimensional phononic crystal with tunable narrow pass band: Application to a waveguide with selective frequency ». *Journal of Applied Physics*, *Volume* 94.3 (2003), p. 1308-1311.
- [45] N. WANG, Z.-Q. ZHANG *et* C. T. CHAN. « Photonic Floquet media with a complex time-periodic permittivity ». *Phys. Rev. B*, *Volume* 98.8 (2018). arXiv: 1804.07095, p. 085142.
- [46] B. L. KIM *et al.* « Dynamics of Time-Modulated, Nonlinear Phononic Lattices ». arXiv preprint arXiv:2209.06511, (2022).
- [47] J. R. ZURITA-SÁNCHEZ, P. HALEVI *et* J. C. CERVANTES-GONZÁLEZ. « Reflection and transmission of a wave incident on a slab with a time-periodic dielectric function $\epsilon(t)$ ». *Phys. Rev. A*, *Volume* 79.5 (2009), p. 053821.
- [48] D. W. WRIGHT *et* R. S. C. COBBOLD. « Acoustic wave transmission in time-varying phononic crystals ». *Smart Mater. Struct.*, *Volume* 18.1 (2009), p. 015008.
- [49] X. DONG *et al.* « Experimental demonstration of the acoustic frequency conversions by temporal phononic crystals ». arXiv preprint arXiv:1305.1550, (2013).
- [50] G. TRAINITI *et* M. RUZZENE. « Non-reciprocal elastic wave propagation in spatiotemporal periodic structures ». *New J. Phys.*, *Volume* 18.8 (2016), p. 083047.
- [51] H. NASSAR *et al.* « Modulated phononic crystals: Non-reciprocal wave propagation and Willis materials ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *Volume* 101 (2017), p. 10-29.
- [52] H. NASSAR. « Quantization of band tilting in modulated phononic crystals ». *Physical Review B*, (2018), p. 9.
- [53] K. YI, S. KARKAR *et* M. COLLET. « One-way energy insulation using time-space modulated structures ». *Journal of Sound and Vibration*, *Volume* 429 (2018).

- [54] E. RIVA *et al.* « Generalized plane wave expansion method for non-reciprocal discretely modulated waveguides ». *Journal of Sound and Vibration*, *Volume* 449 (2019), p. 172-181.
- [55] D. TORRENT, O. PONCELET et J.-C. BATSALE. « Non-Reciprocal Thermal Material by Spatio-Temporal Modulation ». *Phys. Rev. Lett.*, *Volume* 120.12 (2018). arXiv: 1709.01541, p. 125501.
- [56] J. PALACIOS *et al.* « Temperature-controlled spatiotemporally modulated phononic crystal for achieving nonreciprocal acoustic wave propagation ». *The Journal of the Acoustical Society of America*, *Volume* 151.6 (2022), p. 3669-3675.
- [57] J. L. LAGRANGE. *Mécanique Analytique*. T. 1. Mallet-Bachelier, (1853).
- [58] H. v. HELMHOLTZ. « Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden. » (1860).
- [59] A. CLEBSCH. *Theorie der elasticität fester körper*. BG Teubner, (1862).
- [60] J. W. STRUTT. « Some general theorems relating to vibrations ». *Proceedings of the London Mathematical Society*, *Volume* 1.1 (1871), p. 357-368.
- [61] M. FINK. « Time-reversed acoustics ». *Scientific American*, *Volume* 281.5 (1999), p. 91-97.
- [62] M. BONNET. « Boundary integral equation methods for solids and fluids ». *Meccanica*, *Volume* 34.4 (1999), p. 301-302.
- [63] D. COLTON et H. HADDAR. « An application of the reciprocity gap functional to inverse scattering theory ». *Inverse Problems*, *Volume* 21.1 (2005), p. 383.
- [64] F. ZANGENEH-NEJAD et R. FLEURY. « Doppler-Based Acoustic Gyrotator ». *Applied Sciences*, *Volume* 8.7 (2018). Number: 7 Publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute, p. 1083.
- [65] C. P. WIEDERHOLD, D. L. SOUNAS et A. ALÙ. « Nonreciprocal acoustic propagation and leaky-wave radiation in a waveguide with flow ». *The Journal of the Acoustical Society of America*, *Volume* 146.1 (2019). Publisher: Acoustical Society of America, p. 802-809.
- [66] R. FLEURY *et al.* « Sound Isolation and Giant Linear Nonreciprocity in a Compact Acoustic Circulator ». *Science*, *Volume* 343.6170 (2014). Publisher: American Association for the Advancement of Science, p. 516-519.
- [67] B. LIANG, B. YUAN et J.-c. CHENG. « Acoustic Diode: Rectification of Acoustic Energy Flux in One-Dimensional Systems ». *Physical Review Letters*, *Volume* 103 (2009), p. 104301.
- [68] B. LIANG *et al.* « An acoustic rectifier ». *Nature Materials*, *Volume* 9 (2010), p. 989-92.
- [69] Y. WANG *et al.* « Observation of nonreciprocal wave propagation in a dynamic phononic lattice ». *Physical Review Letters*, *Volume* 121.19 (2018), p. 194301.
- [70] C. SHEN *et al.* « Nonreciprocal acoustic transmission in space-time modulated coupled resonators ». *Phys. Rev. B*, *Volume* 100.5 (2019), p. 054302.
- [71] E. CASSEDY. « Dispersion relations in time-space periodic media part II—Unstable interactions ». *Proc. IEEE*, *Volume* 55.7 (1967), p. 1154-1168.
- [72] J. PENDRY *et al.* « Crossing the light line ». *Nanophotonics*, *Volume* 11.1 (2022), p. 161-167.
- [73] M. BRISSAUD. *Matériaux piézoélectriques: caractérisation, modélisation et vibration*. PPUR presses polytechniques, (2007).

- [74] C. CROËNNE *et al.* « Tunable phononic crystals based on piezoelectric composites with 1-3 connectivity ». *The Journal of the Acoustical Society of America*, *Volume* 139.6 (2016), p. 3296-3302.
- [75] J.-C. HSU. « Switchable frequency gaps in piezoelectric phononic crystal slabs ». *Japanese Journal of Applied Physics*, *Volume* 51.7S (2012), 07GA04.
- [76] O. THORP, M. RUZZENE et A. BAZ. « Attenuation and localization of wave propagation in rods with periodic shunted piezoelectric patches ». *Smart Materials and Structures*, *Volume* 10.5 (2001), p. 979.
- [77] A. SPADONI, M. RUZZENE et K. CUNEFARE. « Vibration and wave propagation control of plates with periodic arrays of shunted piezoelectric patches ». *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, *Volume* 20.8 (2009), p. 979-990.
- [78] F. CASADEI *et al.* « Piezoelectric resonator arrays for tunable acoustic waveguides and metamaterials ». *Journal of Applied Physics*, *Volume* 112.6 (2012), p. 064902.
- [79] F. CASADEI *et al.* « Vibration control of plates through hybrid configurations of periodic piezoelectric shunts ». *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, *Volume* 23.10 (2012), p. 1169-1177.
- [80] Y. CHEN, G. HUANG et C. SUN. « Band gap control in an active elastic metamaterial with negative capacitance piezoelectric shunting ». *Journal of Vibration and Acoustics*, *Volume* 136.6 (2014).
- [81] L. AIROLDI et M. RUZZENE. « Wave propagation control in beams through periodic multi-branch shunts ». *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, *Volume* 22.14 (2011), p. 1567-1579.
- [82] C. SUGINO, M. RUZZENE et A. ERTURK. « Design and analysis of piezoelectric metamaterial beams with synthetic impedance shunt circuits ». *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, *Volume* 23.5 (2018), p. 2144-2155.
- [83] G. TRAINITI *et al.* « Time-Periodic Stiffness Modulation in Elastic Metamaterials for Selective Wave Filtering: Theory and Experiment ». *Phys. Rev. Lett.*, *Volume* 122.12 (2019), p. 124301.
- [84] Y. HUANG, C. ZHANG et W. CHEN. « Elastic wave band structures and defect states in a periodically corrugated piezoelectric plate ». *Journal of Applied Mechanics*, *Volume* 81.8 (2014).
- [85] S. MANSOURA *et al.* « Theoretical and experimental analysis of a piezoelectric plate connected to a negative capacitance at MHz frequencies ». *Smart Materials and Structures*, *Volume* 24.11 (2015), p. 115032.
- [86] N. KHERRAZ *et al.* « Controlling Bragg gaps induced by electric boundary conditions in phononic piezoelectric plates ». *Applied Physics Letters*, *Volume* 108.9 (2016), p. 093503.
- [87] C. VASSEUR *et al.* « Electrical evidence of the tunable electrical bragg bandgaps in piezoelectric plates ». *IEEE transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, *Volume* 65.9 (2018), p. 1552-1562.
- [88] I. OSTROVSKII, V. KLYMKO et A. NADTOCHIY. « Plate wave stop-bands in periodically poled lithium niobate ». *The Journal of the Acoustical Society of America*, *Volume* 125.4 (2009), EL129-EL133.
- [89] C. J. RUPP, M. L. DUNN et K. MAUTE. « Switchable phononic wave filtering, guiding, harvesting, and actuating in polarization-patterned piezoelectric solids ». *Applied Physics Letters*, *Volume* 96.11 (2010), p. 111902.

- [90] A. A. KUTSENKO *et al.* « Quasistatic stopband and other unusual features of the spectrum of a one-dimensional piezoelectric phononic crystal controlled by negative capacitance ». *Comptes Rendus Mécanique*, *Volume* 343.12 (2015), p. 680-688.
- [91] M.-F. PONGE *et al.* « Theoretical and experimental analyses of tunable Fabry-Perot resonators using piezoelectric phononic crystals ». *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, *Volume* 62.6 (2015), p. 1114-1121.
- [92] M.-F. PONGE *et al.* « Control of elastic wave propagation in one-dimensional piezomagnetic phononic crystals ». *The Journal of the Acoustical Society of America*, *Volume* 139.6 (2016), p. 3288-3295.
- [93] S. DEGRAEVE *et al.* « Tunability of Bragg band gaps in one-dimensional piezoelectric phononic crystals using external capacitances ». *Smart Materials and Structures*, *Volume* 24.8 (2015), p. 085013.
- [94] S. DEGRAEVE *et al.* « Tunability of a one-dimensional elastic/piezoelectric phononic crystal using external capacitances ». *Acta Acustica united with Acustica*, *Volume* 101.3 (2015), p. 494-501.
- [95] C. SUGINO, M. RUZZENE *et al.* « Nonreciprocal piezoelectric metamaterial framework and circuit strategies ». *Physical Review B*, *Volume* 102.1 (2020), p. 014304.
- [96] J. MARCONI *et al.* « Experimental observation of non-reciprocal band-gaps in a space-time modulated beam using a shunted piezoelectric array ». *Phys. Rev. Applied*, *Volume* 13.3 (2020). arXiv: 1909.13224, p. 031001.
- [97] L. AIROLDI *et al.* « Design of tunable acoustic metamaterials through periodic arrays of resonant shunted piezos ». *New Journal of Physics*, *Volume* 13.11 (2011), p. 113010.
- [98] F. TATEO *et al.* « Experimental characterization of a bi-dimensional array of negative capacitance piezo-patches for vibroacoustic control ». *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, *Volume* 26.8 (2015), p. 952-964.
- [99] C. MULTIPHYSICS. « Introduction to COMSOL multiphysics® ». COMSOL Multiphysics, Burlington, MA, accessed Feb, *Volume* 9 (1998), p. 2018.
- [100] F. CHIKH-BLED *et al.* « Piezoelectric phononic plates: retrieving the frequency band structure via all-electric experiments ». *Smart Materials and Structures*, *Volume* 28.11 (2019), p. 115046.
- [101] H. NASSAR *et al.* « Nonreciprocity in acoustic and elastic materials ». *Nature Reviews Materials*, *Volume* 5.9 (2020), p. 667-685.
- [102] E. GALIFFI, P. HUIDOBRO *et al.* « Broadband nonreciprocal amplification in luminal metamaterials ». *Physical review letters*, *Volume* 123.20 (2019), p. 206101.
- [103] J. PENDRY, E. GALIFFI *et al.* « Gain in time-dependent media—a new mechanism ». *JOSA B*, *Volume* 38.11 (2021), p. 3360-3366.
- [104] E. GALIFFI *et al.* « Photon localization and Bloch symmetry breaking in luminal gratings ». *Physical Review B*, *Volume* 104.1 (2021), p. 014302.
- [105] A. CEBRECO, V. ROMERO-GARCÍA *et al.* « Complex dispersion relation recovery from 2D periodic resonant systems of finite size ». *Applied Sciences*, *Volume* 9.3 (2019), p. 478.
- [106] G. MAZE *et al.* « Méthode d’Isolement et d’Identification des Résonances (MIIR) de cylindres et de tubes soumis à une onde acoustique plane dans l’eau ». *Revue de Physique Appliquée*, *Volume* 18.6 (1983), p. 319-326.
- [107] C. SHI *et al.* « Accessing the exceptional points of parity-time symmetric acoustics ». *Nature communications*, *Volume* 7.1 (2016), p. 1-5.

- [108] A. BRYSEV, L. KRUTYANSKY et V. PREOBRAZHENSKY. « Modern problems of the parametric ultrasonic wave phase conjugation ». *Physics of Vibrations, Volume 9.1* (2001), p. 52-70.

Annexe A

Simulations temporelles en régime subsonique par relevé de potentiels électriques

Cette annexe présente les résultats issus de simulations temporelles par éléments finis avec relevé des potentiels électriques des électrodes en l'absence de capacités parasites pour des vitesses de modulation subsoniques allant de 0 à 1 000 m.s⁻¹. Les résultats issus de simulations lors d'un relevé du champ de déplacement avec les mêmes conditions sont présentés à la section 3.3.2 du chapitre 3 page 68.

A.1 Comparaison entre les deux types de relevés

La figure A.1 compare les courbes de dispersion obtenues à partir de simulations temporelles par éléments finis pour une vitesse de modulation de $c_m = 200$ m.s⁻¹. Le graphique (a)

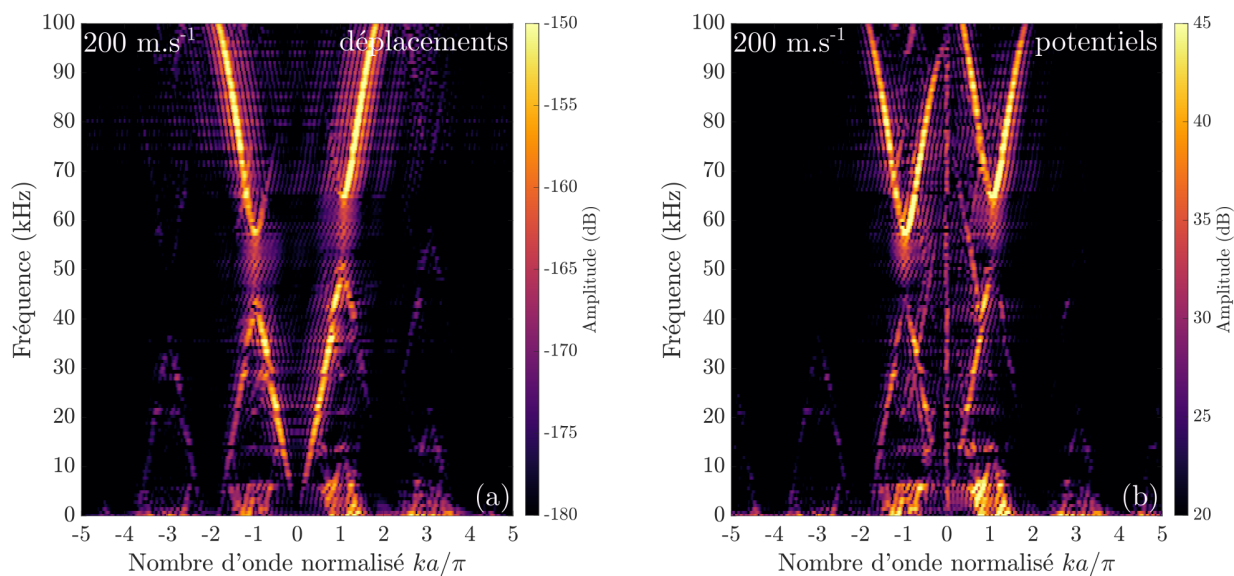


FIGURE A.1 – Courbes de dispersion issues de simulations temporelles par éléments finis à partir d'un relevé du déplacement radial (a) et d'un relevé des potentiels des électrodes (b) pour une vitesse de modulation de $c_m = 200$ m.s⁻¹.

correspond à la double transformée de Fourier du champ de déplacement, et le graphique (b)

à la double transformée de Fourier du relevé des potentiels électriques des électrodes. Ces deux types de relevés permettent de détecter de manière similaire les bandes interdites. Une première différence visible est la présence de modes supplémentaires sur le diagramme de bandes issu du relevé des potentiels. Ces modes correspondent aux diagrammes de bandes pour des vitesses de modulation c_m^n dues au caractère discret de la modulation (discuté à la section 3.4.2.1.1 page 79).

La seconde différence entre ces deux résultats est la présence d'énergie à nombre d'onde nul et pour toutes les fréquences lors du relevé sur les potentiels électriques (graphique (b)). Ce signal est dû à l'équilibre électrostatique atteint quasi-instantanément lors du passage de R_{min} à R_{max} et inversement. Lors de l'ajout des capacités parasites sur les simulations, cet effet disparaît à cause de l'effet de charge et de décharge des condensateurs. Les résultats de simulations pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$ par relevés de potentiels électriques avec et sans capacités sont présentés à la figure A.2. La valeur des capacités ajoutées est celle correspondant à la prise de mesure avec le DAQ de $C_{para} = 150 \text{ pF}$.

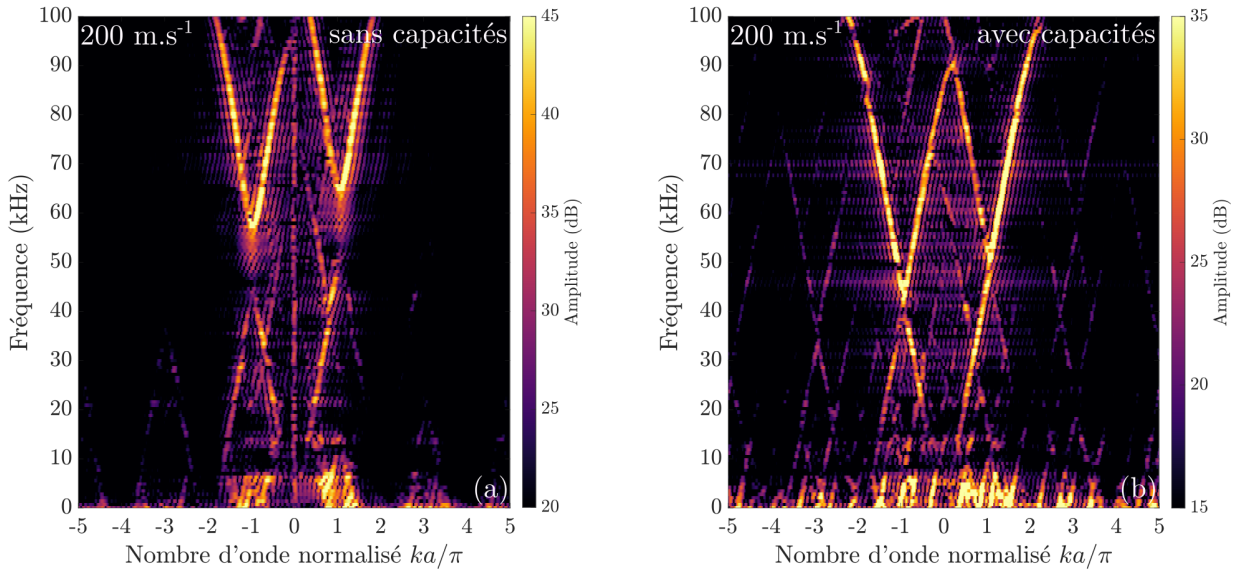


FIGURE A.2 – Courbes de dispersion issues de simulations temporelles par éléments finis à partir d'un relevé des potentiels des électrodes pour une vitesse de modulation de $c_m = 200 \text{ m.s}^{-1}$ sans (graphique (a)) et avec (graphique (b)) capacités parasites de $C_{para} = 150 \text{ pF}$.

A.2 Diagrammes de bandes issus des relevés des potentiels

La figure A.3 présente les diagrammes de bandes issus de simulations temporelles par éléments finis avec relevés des potentiels électriques des électrodes pour des vitesses de modulation allant de 0 à 1 000 m.s^{-1} .

Les diagrammes de bandes obtenus avec ce type de relevé permettent d'observer le décalage des branches de dispersion et de suivre l'évolution des bandes interdites comme cela est présenté à la section 3.3.2 pour les résultats issus des relevés du déplacement radial.

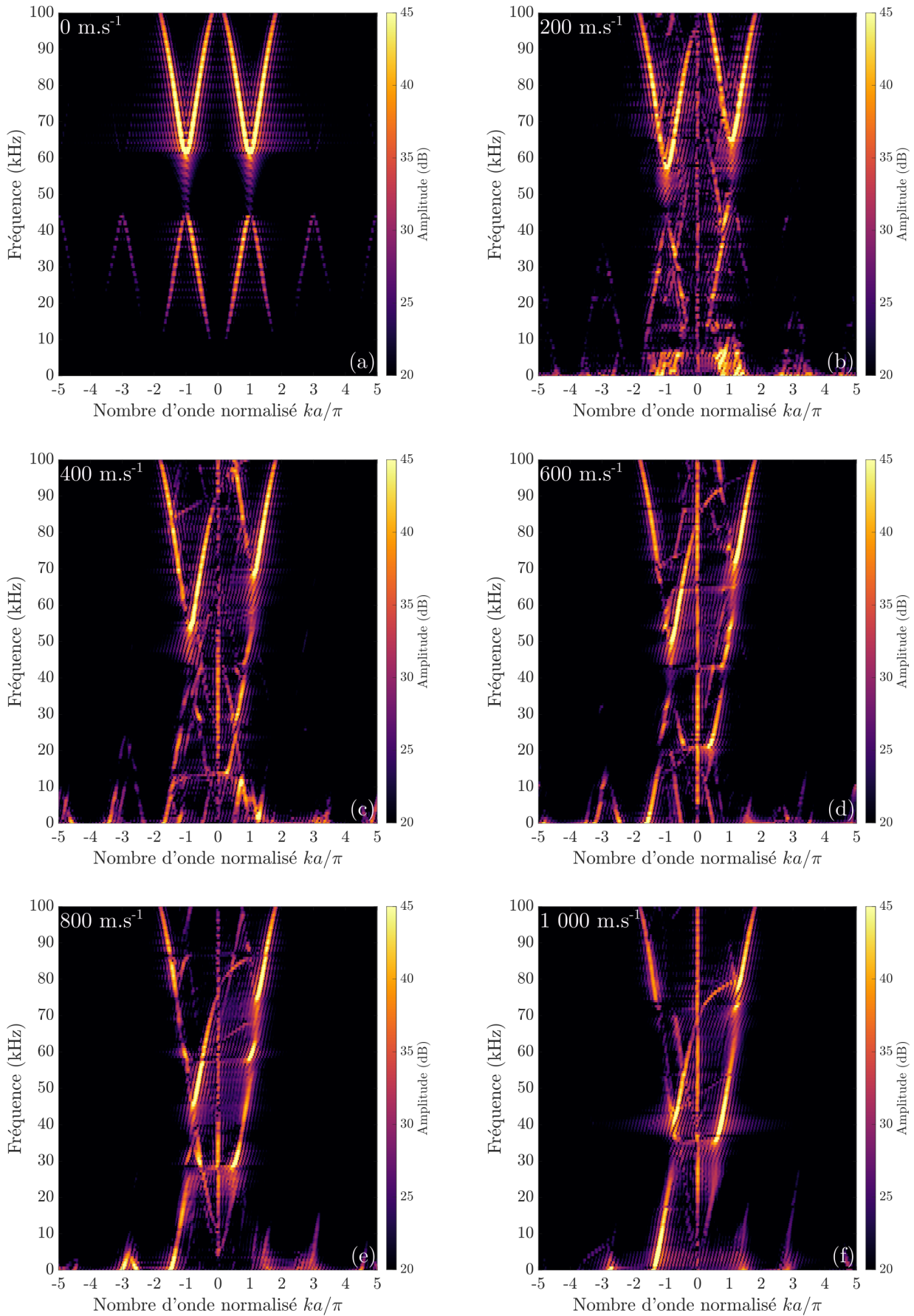


FIGURE A.3 – Courbes de dispersion issues de simulations temporelles par éléments finis sans capacités parasites à partir de relevés des potentiels électriques des électrodes pour des vitesses de modulation allant de 0 à 1 000 m.s⁻¹.

Les diagrammes de bandes avec les deux types de relevés pour une vitesse de modulation de $c_m = 1\,000\text{ m.s}^{-1}$ sont présentés à la figure A.4. La partie dispersive du mode longitudinal, repérée par une flèche verte, est fortement visible sur les résultats issus du relevé des potentiels électriques. Elle est légèrement visible sur le diagramme de bandes issu du relevé du déplacement radial lors son intersection avec le mode propagatif.

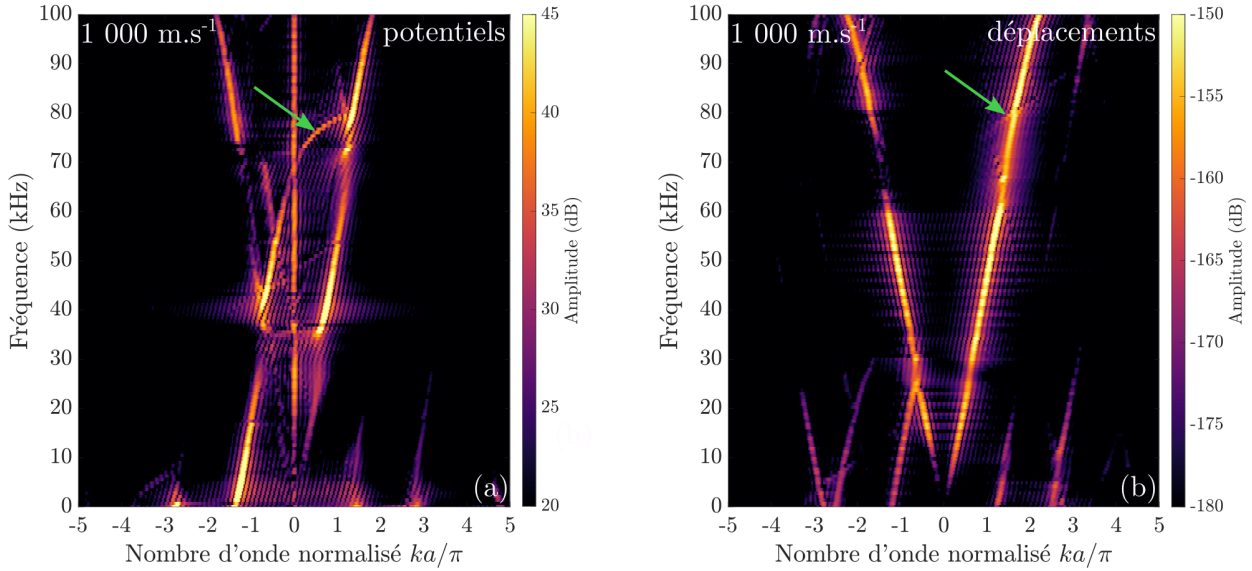


FIGURE A.4 – Courbes de dispersion issues de simulations temporelles par éléments finis pour une vitesse de modulation de $c_m = 1\,000\text{ m.s}^{-1}$ et avec capacités parasites à partir d'un relevé des potentiels électriques des électrodes (graphique (a)) et d'un relevé du déplacement radial (graphique (b)).

Annexe B

Modèle approché appliqué pour des vitesses de modulation élevées

Cette annexe présente les résultats du modèle approché appliqué aux régimes sonique et supersonique, et les compare à ceux issus des simulations numériques.

B.1 Application au régime subsonique

Dans le chapitre 3, le modèle approché est appliqué pour de faibles vitesses de modulation, allant jusqu'à $c_m = 1\,200\text{ m.s}^{-1}$. Un bon accord a été constaté avec le modèle analytique et les simulations numériques. Les diagrammes de bandes obtenus à partir d'une simulation par éléments finis et du modèle approché pour une vitesse de modulation de $c_m = 200\text{ m.s}^{-1}$ sont présentés à la figure B.1.

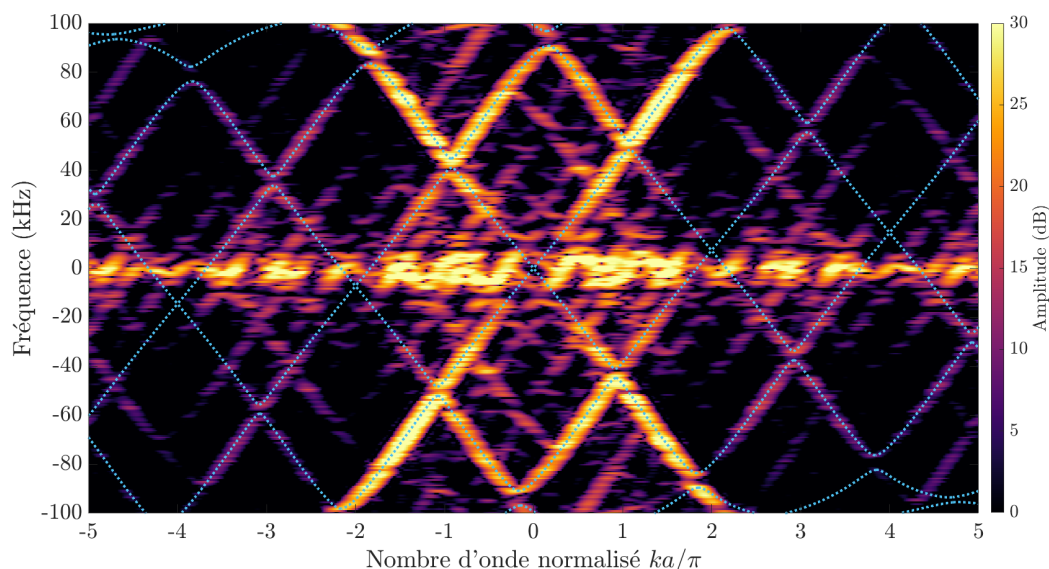


FIGURE B.1 – Diagramme de bandes obtenu par simulation éléments finis à partir d'un relevé fenêtré des potentiels électriques des électrodes avec modulation temporelle de vitesse $c_m = 200\text{ m.s}^{-1}$. Les pointillés bleus correspondent à l'application du modèle approché pour la même vitesse de modulation.

Néanmoins, l'application du modèle approché pour des vitesses de modulation plus élevées permet de constater ses limites quant à l'évaluation de l'évolution des diagrammes de

bandes. Pour illustrer ces propos, les diagrammes de bandes du modèle approché et du modèle numérique sont présentés à la figure B.2 pour une vitesse de modulation nulle (graphique (a)) et de $c_m = 1\,000\text{ m.s}^{-1}$ (graphique (b)).

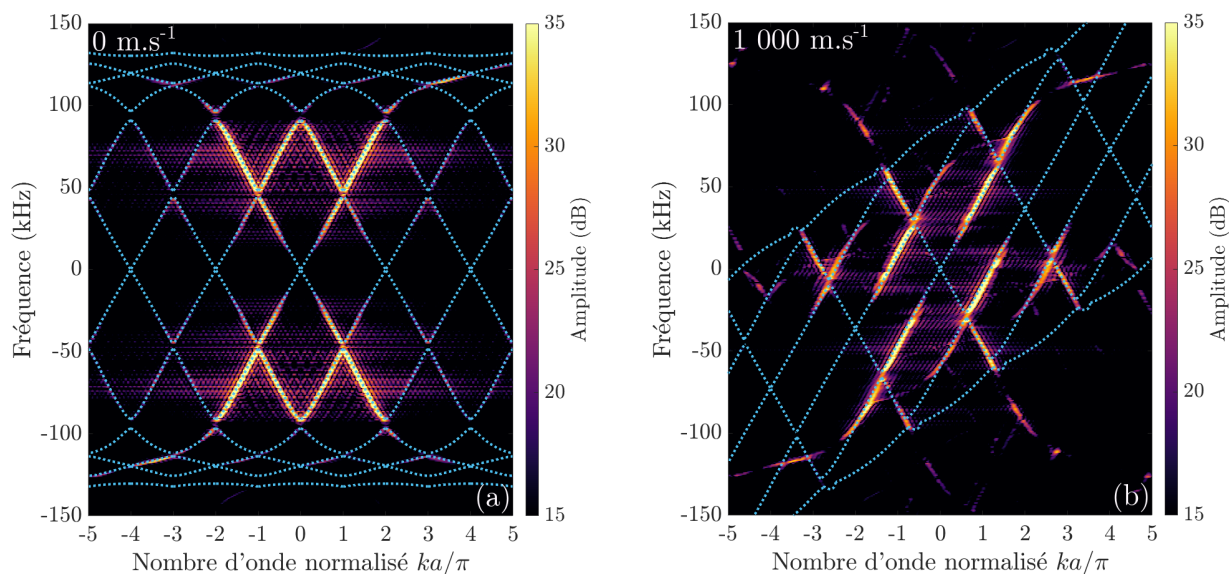


FIGURE B.2 – Diagrammes de bandes obtenus par simulations éléments finis à partir des relevés fenêtrés des potentiels électriques des électrodes sans modulation (a) et avec modulation spatio-temporelle de vitesse $c_m = 1\,000\text{ m.s}^{-1}$ (b). Les pointillés bleus correspondent à la simulation modale avec capacités parasites (a) et à l’application du modèle approché sur les trois premières bandes du diagramme pour $c_m = 1\,000\text{ m.s}^{-1}$ (b).

La déformation appliquée au diagramme de bandes avec le modèle approché permet de décrire correctement l’évolution des deux premières bandes du diagramme. Néanmoins, la troisième bande, très dispersive, subit une déformation ne correspondant pas à celle observée sur les simulations numériques. Ainsi, le modèle approché ne permet pas de décrire correctement le comportement global des branches dispersives, car il conduit à une déformation de ces branches au lieu d’une simple translation.

B.2 Application au régime sonique

Le modèle approché est appliqué sur les trois premières bandes du diagramme de bandes issu de la simulation modale sans modulation avec capacités parasites. Les diagrammes de bandes obtenus pour des vitesses de modulation de 600 m.s^{-1} , $1\,200\text{ m.s}^{-1}$, $1\,800\text{ m.s}^{-1}$, $2\,400\text{ m.s}^{-1}$, $2\,800\text{ m.s}^{-1}$ et $4\,000\text{ m.s}^{-1}$ sont visibles à la figure B.3. Les courbes noires, bleues et rouges correspondent respectivement à la première, deuxième et troisième bande du diagramme.

Sur ces résultats, la déformation de la troisième bande augmente avec la vitesse de modulation, ce qui ne correspond pas au comportement observé dans les simulations numériques et les mesures. Néanmoins, ce modèle permet de constater avec les deux premières bandes (noires et bleues), que les solutions avant ne tendent pas vers une dégénérescence lorsque $c_m = c_L$. En effet, les solutions avant de la première bande vont se superposer entre elles dans un premier temps, puis celles de la deuxième bande dans un second temps. De plus, ces résultats permettent également de visualiser les couplages potentiels entre la solution *avant* et la branche dispersive (troisième bande) du mode basse fréquence. En effet, la troisième bande, fortement dispersive, croise les deux premières bandes pour des vitesses de modulation proches de c_L .

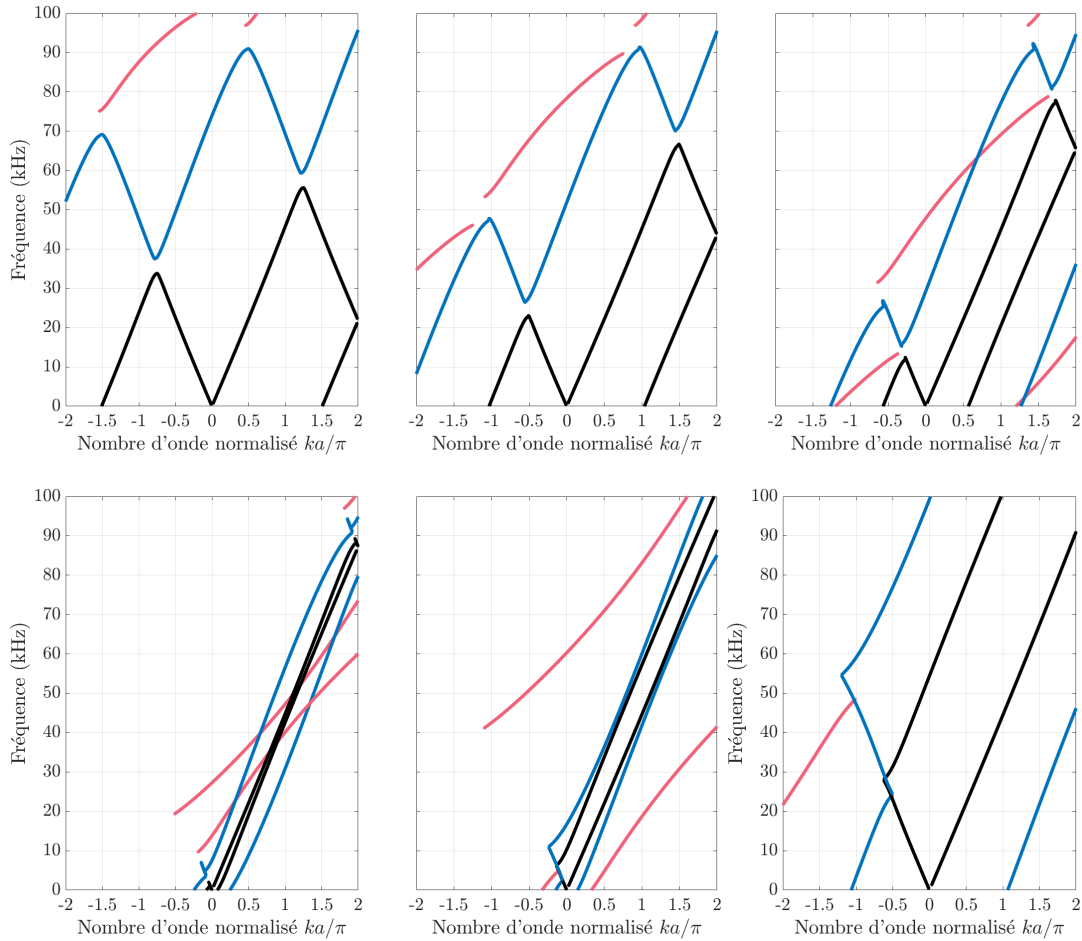


FIGURE B.3 – Diagrammes de bandes issus de l’application du modèle approché au résultat de la simulation modale avec capacités et mises à la masse périodiques. La première ligne correspond aux diagrammes lorsque $c_m = 600 \text{ m.s}^{-1}$ (à gauche), $c_m = 1\,200 \text{ m.s}^{-1}$ (au milieu) et $c_m = 1\,800 \text{ m.s}^{-1}$ (à droite). La seconde ligne correspond aux diagrammes pour $c_m = 2\,400 \text{ m.s}^{-1}$ (à gauche), $c_m = 2\,800 \text{ m.s}^{-1}$ (au milieu) et $c_m = 4\,000 \text{ m.s}^{-1}$ (à droite).

B.3 Application au régime supersonique

Les diagrammes de bandes issus du modèle approché pour des vitesses de modulation de $c_m = 3\,000 \text{ m.s}^{-1}$, $c_m = 4\,000 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_m = 5\,000 \text{ m.s}^{-1}$ sont présentés à la figure B.4 pour les quatre premières bandes du diagramme. Les courbes noires, bleues, rouges et jaunes correspondent respectivement à la première, deuxième, troisième et quatrième bande du diagramme.

Ce modèle prévoit un éloignement des solutions avant par rapport à l’origine qui correspond aux résultats obtenus à partir du modèle analytique et des simulations temporelles par éléments finis.

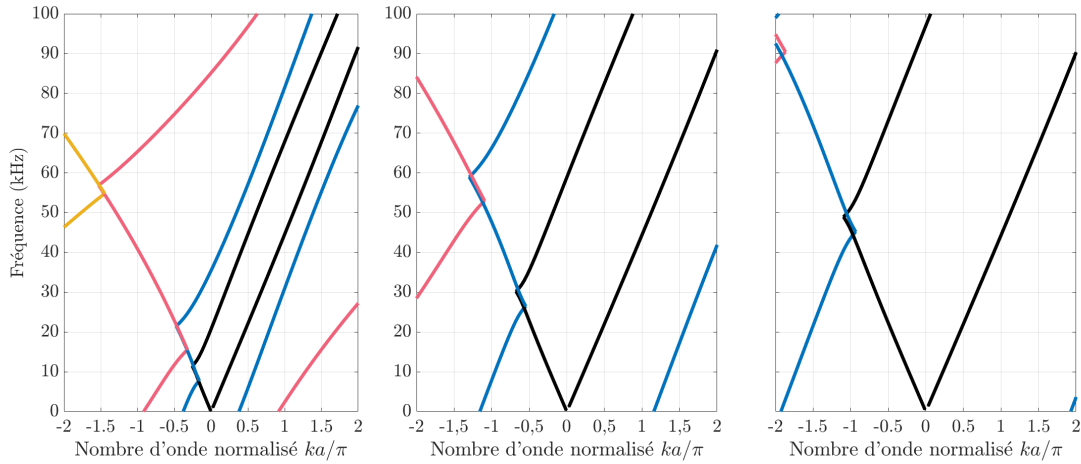


FIGURE B.4 – Diagrammes de bandes obtenus par décalage du diagramme avec modulation spatiale pour le CP modulé avec $c_m = 3\,000\text{ m.s}^{-1}$ (à gauche), $c_m = 4\,000\text{ m.s}^{-1}$ (au milieu) et $c_m = 5\,000\text{ m.s}^{-1}$ (à droite).

À titre de comparaison, les diagrammes de bandes obtenus à partir du modèle analytique et à partir du modèle approché pour une vitesse de modulation du régime supersonique $c_m = 5\,400\text{ m.s}^{-1}$ sont présentés à la figure B.5. Cela permet de constater que les deux modèles décrivent des phénomènes similaires à très haute vitesse de modulation.

Ainsi, le modèle approché semble décrire à nouveau correctement les propriétés de dispersion lorsque les vitesses de modulation sont comprises dans le régime supersonique, et suggère la présence de bandes interdites aux intersections entre les bandes 1 et 2 (solution *arrière* $n = 0$ et solution *avant* $n = 1$).

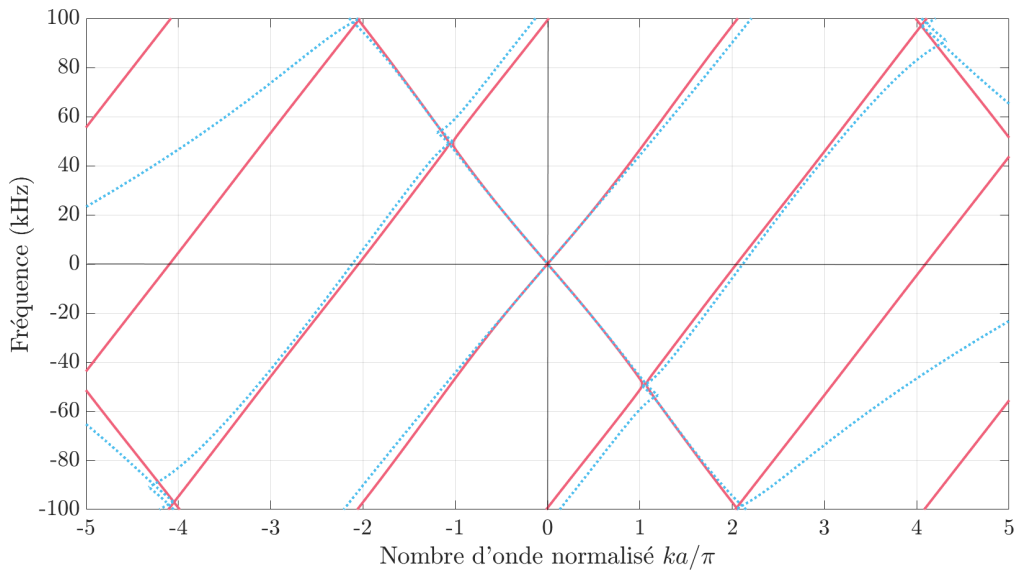


FIGURE B.5 – Diagrammes de bandes obtenus à partir du modèle analytique (en rose) et du modèle approché (en pointillés bleus) pour une vitesse de modulation de $c_m = 5\,400\text{ m.s}^{-1}$, soit environ $2c_L$.

Annexe C

Liste des communications en rapport avec la thèse

- 1 - C. Croënne, S. Tessier, J. O. Vasseur, O. Bou Matar, A.-C. Hladky-Hennion and B. Dubus, « *Non-reciprocal behavior of 1D piezoelectric structures with space-time modulated electrical boundary conditions* », Forum Acousticum (FA), 20-24 Avril 2020, conférence virtuelle.
- 2 - B. Dubus, R. Alcorta Galván, S. Tessier, C. Croënne, J. O. Vasseur, B. Loiseaux, M. Bertrand, É. Eustache, T. Laroche, and A.-C. Hladky-Hennion, « *Electrical Bragg band gaps in piezoelectric media : tunability, non-reciprocity and application to Surface Acoustic Wave devices* », IEEE International Frequency Control Symposium (IEEE IFCS), 07-17 Juillet 2021, conférence virtuelle.
- 3 - S. Tessier, C. Croënne, F. Allein, J. Vasseur, and B. Dubus, « *Contrôle expérimental d'ondes élastiques par modulation spatio-temporelle de conditions électriques dans un cristal phononique piézoélectrique* », Congrès Français d'Acoustique (CFA), 11-15 Avril 2022, Marseille, France.
- 4 - S. Tessier, C. Croënne, F. Allein, J. Vasseur, and B. Dubus, « *Experimental elastic wave control in a piezoelectric phononic crystal with spatio-temporal modulation of electrical conditions* », Acoustical Society of America Meeting (ASA), 23-27 Mai 2022, Denver, Etats-Unis.
- 5 - S. Tessier, C. Croënne, F. Allein, J. Vasseur, and B. Dubus, « *Experimental demonstration of non-reciprocal propagation in a piezoelectric phononic crystal with spatio-temporal modulation of electrical conditions* », Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics (META), 19-22 Juillet 2022, Torremolinos, Espagne.
- 6 - C. Croënne, R. Alcorta Galván, S. Tessier, F. Allein, J. Vasseur, B. Dubus and A.C. Hladky-Hennion, « *On the application of periodic electrical boundary conditions as a mean of achieving tunable RF SAW devices* », CNRS – Imperial College Metamaterial Conference, 5-7 Septembre 2022, Londres, Angleterre.
- 7 - S. Tessier, C. Croënne, F. Allein, J. Vasseur, and B. Dubus, « *Experimental elastic wave control in a piezoelectric phononic crystal with spatio-temporal modulation of electrical conditions* », Symposium on Acoustic Metamaterials (SAM), 19-21 Octobre 2022, Nîmes, France.

Abstract

Wave propagation in media with spatio-temporally modulated material parameters has been widely studied for several years. Nevertheless, simple experimental realizations are not so easy to achieve, as significant and rapid changes of the parameters are difficult to obtain. This thesis focuses on modulated piezoelectric phononic crystals that avoid this pitfall. Indeed, it is possible in this type of system to influence the propagation of acoustic waves by simply modulating the electrical conditions on a set of electrodes. Since the modulation is carried out on electrical conditions, it is possible to control it through electrical circuits, thus simplifying its experimental implementation and allowing to reach high modulation speeds. The resulting phenomena are similar to those observed for a modulation of material parameters. For example, a continuous shift of a set of grounding conditions allows to obtain a non-reciprocal behavior and directional Bragg band gaps, characteristic of space-time modulated media.

An experimental study is conducted on a phononic crystal composed of an assembly of piezoelectric rings separated by electrodes. The electrodes of the assembly can be grounded or left in a floating potential condition. The first measurements by vibrometry and by electrical potential readings verify the appearance of band gaps when the electrodes are periodically connected to the ground. These experimental results are confronted with finite element simulations to refine the interpretation of the various effects observed.

The periodic groundings are then shifted in time at subsonic modulation speeds. The evolution of the dispersion curves with the modulation speed is analyzed and again compared to the results of finite element simulations including the modulation. The experiments show an asymmetric shift of the band gaps and thus a non-reciprocal propagation of the elastic waves.

The wave propagation in the system is then studied for faster modulation speeds, corresponding successively to sonic and supersonic regimes. The study of the dispersion curves for speeds corresponding to the sonic regime allows to observe interactions between several propagation modes.

Résumé

La propagation d'ondes dans des milieux dont les paramètres matériaux sont modulés de manière spatio-temporelle est largement étudiée depuis plusieurs années. Néanmoins, des réalisations expérimentales simples peinent à voir le jour, des modifications à la fois notables et rapides des paramètres étant difficiles à obtenir. Cette thèse s'intéresse à des cristaux phononiques piézoélectriques modulés permettant d'éviter cet écueil. En effet, il est possible dans ce type de système d'influencer la propagation des ondes acoustiques en modulant simplement les conditions électriques sur un ensemble d'électrodes. La modulation s'effectuant sur des conditions électriques, il est possible de la contrôler à travers des circuits électriques, simplifiant ainsi sa mise en place expérimentale et permettant d'atteindre des vitesses de modulation élevées. Les effets ainsi générés sont semblables à ceux observés pour une modulation des paramètres matériau. Par exemple, un décalage continu d'un ensemble de conditions de mise à la masse permet d'obtenir un comportement non-réciproque et des bandes interdites de Bragg directionnelles, typiques des milieux à modulations spatio-temporelles.

Une étude expérimentale est menée sur un cristal phononique composé d'un assemblage d'anneaux piézoélectriques séparés par des électrodes. Les électrodes de l'assemblage peuvent être reliées à la masse ou laissées en condition de potentiel flottant. Des premières mesures par vibrométrie et par relevés de potentiels électriques permettent de vérifier l'apparition de bandes interdites lorsque les électrodes sont reliées à la masse périodiquement. Ces résultats expérimentaux sont confrontés à des simulations par éléments finis pour préciser l'interprétation des différents effets observés.

Les mises à la masse périodiques sont ensuite décalées dans le temps à des vitesses de modulation subsoniques. L'évolution des courbes de dispersion avec la vitesse de modulation est analysée et de nouveau comparée à des résultats de simulations par éléments finis incluant la modulation. Les expériences permettent de constater un décalage asymétrique des bandes interdites et ainsi une propagation non-réciproque des ondes élastiques.

La propagation des ondes dans le système est ensuite étudiée pour des vitesses de modulation plus rapides, correspondant successivement à des régimes sonique et supersonique. L'étude des courbes de dispersion pour des vitesses correspondant au régime sonique permet de constater des interactions entre plusieurs modes de propagation.