

# THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE

Spécialité : MÉCANIQUE DES SOLIDES, DES MATÉRIAUX, DES  
STRUCTURES ET DES SURFACES

présentée par

Baptiste HENDRYCKS

Laboratoire de Mécanique Multiphysique, Multiéchelle (UMR CNRS 9013)  
École doctorale ENGSYS n° 632  
Université de Lille

## Modélisation de l'assemblage roue/essieu ferroviaire et de sa tenue en fatigue sous chargement cyclique

Soutenue le 21 Décembre 2023, devant le jury composé de :

### *Rapporteurs*

Habibou MAITOURNAM	Professeur	ENSTA Paris
Honoré YIN	Directeur de recherche	ENPC

### *Présidente*

Mirentxu DUBAR	Professeure	UPHF
----------------	-------------	------

### *Examineur*

Omar BETTINOTTI	Responsable R&D	Dassault Systèmes
-----------------	-----------------	-------------------

### *Co-Directeurs de thèse*

Philippe DUFRÉNOY	Professeur	Université de Lille
Vincent MAGNIER	Maître de conférence	Université de Lille

### *Invité*

Stéphane SALENGRO	Responsable R&D	Valdunes
-------------------	-----------------	----------

## Résumé

Cette thèse a pour objectif de proposer des modèles numériques permettant une meilleure compréhension du comportement en fatigue de l'assemblage roue-essieu ferroviaires.

Un premier modèle simule l'opération de calage des roues sur les portées de l'essieu. Pour sa réalisation, une attention particulière a été portée au comportement en frottement entre la roue et l'essieu ce qui a notamment permis de montrer une dépendance du facteur de frottement à la pression de contact. Aussi, la simulation met en évidence la création d'une singularité géométrique en début d'opération ayant une influence sur la distribution de contraintes dans la structure.

Ensuite, un modèle permet la simulation de la sollicitation cyclique multiaxiale subie par un assemblage roue/essieu éprouvette échelle 1. Un modèle de comportement pour l'acier EA1N, utilisé pour la fabrication des essieux, a été développé afin de traduire à la fois la réponse monotone et cyclique du matériau. Le choix d'un niveau de chargement élevé a permis à ce modèle de caractériser l'influence du contact en montrant une déformation importante de la portée lorsqu'il y a ouverture.

Afin d'avoir un dimensionnement en fatigue compatible avec le bureau d'étude, la méthode des sauts de cycles a été choisie afin de calculer rapidement un état mécanique stabilisé. L'utilisation de cette méthode dans un premier temps sur un assemblage roue/essieu simplifié, puis sur un cas réel montre une bonne précision des résultats malgré une dépendance au raffinement locaux et au comportement matériau développé qui peut contraindre le temps de calcul.

Enfin, on s'intéresse à la durée de vie en fatigue de la structure avec l'application d'un critère de fatigue sur l'état stabilisé. On propose également une discussion à partir de trajets de chargement, notamment sur l'apparition de cisaillement alterné sur la portée de l'essieu.

## Abstract

The objective of this thesis is to propose numerical models allowing a better understanding of the fatigue behavior of the railway wheel-axle assembly.

A first model simulates the press fit operation in the assembly of a railway axle and wheel. A particular attention was paid to the friction between the wheel and the axle, which notably made it possible to show a dependence of the friction factor on the contact pressure. Also, the simulation highlights the creation of a geometric singularity at the start of the operation having an influence on the distribution of stresses in the structure.

Then, a model simulates the multiaxial cyclic stress on a scale 1 test specimen wheel axle assembly. A behavior model for the EA1N steel, used for the axles, was developed in order to be used for both monotonic and cyclic problems. This model, with a high loading level, shows a significant deformation of the wheel seat with the contact opening.

The skipped cycles method was chosen in order to quickly calculate a stabilized mechanical state. The use of this method initially on a simplified wheel/axle assembly, then on a real case shows good precision of the results despite a dependence on local refinement and the developed material behavior which can constrain the calculation time.

Finally, we calculate the fatigue strength of the structure with the application of a fatigue criterion. We also propose a discussion based on loading paths, in particular on the appearance of alternating shear on the wheel seat.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>2</b>
<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Simulation de l'opération de calage à froid</b>	<b>12</b>
1.1 L'opération de calage à la presse . . . . .	13
1.2 Mise en place du modèle numérique . . . . .	15
1.3 Modélisation de l'interaction Roue/Essieu . . . . .	17
1.4 Identification des propriétés du modèle de frottement . . . . .	18
1.5 État mécanique de l'essieu après calage . . . . .	23
1.6 Étude paramétrique . . . . .	25
1.7 Conclusions . . . . .	27
<b>2 De l'essieu monté jusqu'à la flexion rotative à grand nombre de cycles</b>	<b>29</b>
2.1 Essais de fatigue sur un essieu éprouvette échelle 1 . . . . .	30
2.2 Présentation du modèle numérique . . . . .	31
2.3 Loi de comportement des matériaux . . . . .	32
2.4 Résultats : État mécanique stabilisé . . . . .	38
2.5 Conclusions . . . . .	51
<b>3 Développement d'une méthode pour le calcul du cycle limite</b>	<b>52</b>
3.1 État de l'art . . . . .	52
3.2 Méthode des sauts de cycles . . . . .	56
3.3 Essieu réel . . . . .	63
3.4 Conclusions . . . . .	66
<b>4 Étude de la fatigue de l'essieu soumis à un chargement de flexion rotative</b>	<b>67</b>
4.1 Introduction . . . . .	67
4.2 Chargement 1 : déplacement d'amplitude 8,5 mm . . . . .	69
4.3 Chargement 2 : déplacement d'amplitude 15 mm . . . . .	72
4.4 Influence du rapport de diamètres portée/corps . . . . .	75
4.5 Conclusions . . . . .	77
<b>Conclusions générales</b>	<b>79</b>

# Table des figures

0.1	Dessin de bogie . . . . .	8
0.2	Schéma des efforts appliqués sur l'essieu-monté . . . . .	8
1.1	Banc d'assemblage d'un essieu-monté (opération à mi-portée) . . . . .	13
1.2	Essieu-Axe . . . . .	13
1.3	Chanfrein d'entrée de la portée et congé d'attaque de la roue . . . . .	14
1.4	Courbe de calage d'une roue sur l'essieu-axe et enveloppe normative . . . . .	14
1.5	Mesures de l'évolution de l'effort pour deux calages à géométrie identique . . . . .	15
1.6	Maillage de la portée de calage de l'essieu . . . . .	16
1.7	Courbes de traction monotone de l'acier EA1N . . . . .	16
1.8	Prédictions de l'effort fourni par la presse pour le facteur de frottement $\mu$ dans $[0; 0,1]$ . . . . .	18
1.9	Portée déformée en début et fin de calage . . . . .	19
1.10	Évolution pendant le calage du facteur de frottement global . . . . .	20
1.11	Évolution de la pression de contact au cours du calage . . . . .	21
1.12	Distribution de la pression de contact en fin de calage avec et sans gorge . . . . .	22
1.13	Loi d'évolution du facteur de Coulomb en fonction de la pression de contact . . . . .	22
1.14	Effort de calage calculé avec $\mu$ fonction de la pression de contact . . . . .	23
1.15	Distribution du facteur $\mu$ sur la portée en fin de calage . . . . .	24
1.16	Contraintes résiduelles en surface. . . . .	24
1.17	Cartographie des contraintes résiduelles (en MPa) après le calage . . . . .	25
1.18	Influence de la position de la toile du galet sur la courbe d'effort calculée . . . . .	26
1.19	Influence de l'épaisseur de la toile sur la courbe d'effort calculée . . . . .	26
1.20	Influence de l'épaisseur du moyeu du galet sur la courbe d'effort calculée . . . . .	27
1.21	Influence de la gorge sur la courbe d'effort calculée . . . . .	27
2.1	Montage complet du banc d'essai de fatigue échelle 1 du LaMcube . . . . .	30
2.2	Instrumentation de l'éprouvette . . . . .	31
2.3	Représentation de (a) l'écrouissage cinématique et de (b) l'écrouissage isotrope dans l'espace des contraintes et en traction-compression . . . . .	32
2.4	Relaxation de la contrainte moyenne pour l'acier EA1N [Yameogo, 2004] . . . . .	33
2.5	Courbe d'écrouissage cyclique de l'EA1N : identification de $\{C_i; \gamma_i\}$ . . . . .	35
2.6	Comparaison des essais de traction uniaxiale avec le modèle de comportement proposé . . . . .	36
2.7	Comparaison des essais cycliques avec le modèle de comportement proposé . . . . .	37
2.8	Comparaison d'un essai de relaxation cyclique avec le modèle . . . . .	37
2.9	Comparaison des modèles des aciers EA1N (essieu) et ER7 (roue) en traction monotone . . . . .	38

2.10	Définition de la position angulaire $\theta$ par rapport à la direction de chargement $\vec{U}$ et localisation des zones observées . . . . .	38
2.11	Cartographie des contraintes axiales (MPa) dans l'éprouvette (vue en coupe)	39
2.12	Évolution de l'état mécanique axial dans le congé de raccordement à 38 mm du bord, pour un chargement de 8,5 mm . . . . .	40
2.13	Évolution cyclique de l'effort de réaction . . . . .	40
2.14	Amplitude (en MPa) et direction de la contrainte principale maximale (en valeurs absolues) dans le congé de raccordement . . . . .	41
2.15	Évolution cyclique de la contrainte $\sigma_{zz}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{zz}$ dans le congé de raccordement, à 33 mm de la portée . . . . .	41
2.16	Pas cyclique de la déformation axiale $\varepsilon_{zz}$ dans le congé de raccordement, à 33 mm de la portée . . . . .	42
2.17	Déformations axiales $\varepsilon_{zz}$ au cycle 120 . . . . .	43
2.18	Contraintes axiales $\sigma_{zz}$ (MPa) au cycle 120 . . . . .	43
2.19	Évolution du diamètre de la portée dans la direction du chargement, à 4 instants du chargement cyclique . . . . .	44
2.20	Déformations axiales et statut du contact sur la portée déformée (facteur d'échelle de déformation : 150) . . . . .	45
2.21	Évolution cyclique des sollicitations $\sigma_{rr}$ , $\sigma_{zz}$ , $\sigma_{rz}$ pour la position angulaire $\theta = \pi$ et de l'état du contact en deux points en surface de portée . . . . .	46
2.22	Évolution cyclique de la sollicitation axiale sur la portée à 7,3 mm de son bord côté corps . . . . .	47
2.23	Contrainte radiale en surface de portée à 7,3 mm du bord côté corps . . . . .	47
2.24	Évolution cyclique de la sollicitation radiale sur la portée à 7,3 mm de son bord côté corps . . . . .	48
2.25	Évolution cyclique de la sollicitation circonférentielle sur la portée à 7,3 mm de son bord côté corps . . . . .	48
2.26	Influence du statut de contact sur l'évolution cyclique de la sollicitation axiale dans le congé, à 33 mm de la portée . . . . .	49
2.27	Influence du statut de contact sur l'évolution cyclique de la sollicitation sur la portée, à 7,3 mm de son bord côté corps . . . . .	49
2.28	Contraintes radiales $\sigma_{rr}$ (MPa) après 60 cycles de chargement . . . . .	50
2.29	Contraintes axiales $\sigma_{zz}$ (MPa) après 60 cycles de chargement . . . . .	50
3.1	Description cyclique des grandeurs mécaniques . . . . .	53
3.2	Organigramme de la méthode des sauts de cycles . . . . .	54
3.3	Règles de projection [Khalij et al., 2002] . . . . .	54
3.4	Représentation de la méthode LATIN [Relun et al., 2013] . . . . .	55
3.5	Schéma de l'implémentation des sauts de cycles . . . . .	60
3.6	Vue en coupe du modèle Axe-Bague . . . . .	61
3.7	Aperçu du maillage du modèle Axe-Bague . . . . .	62
3.8	Contraintes axiales dans le raccordement . . . . .	63
3.9	Contrainte axiale dans le congé à 38 mm de la portée - $\theta = \pi$ . . . . .	64
3.10	Contrainte radiale sur la portée à 2 mm du bord - $\theta = \pi$ . . . . .	65
4.1	Cartographie de l'indice de Dang-Van calculé pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	70

4.2	Trajets dans le plan du critère de Dang Van, dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	70
4.3	Trajets dans le plan du critère de Dang Van, sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	71
4.4	Trajets de chargements dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	71
4.5	Trajets de chargements sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	72
4.6	Cartographie de l'indice de Dang-Van calculé pour un chargement en déplacement de 15 mm . . . . .	72
4.7	Trajets dans le plan du critère de Dang Van, dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 15 mm . . . . .	73
4.8	Position des points analysés avec le critère de Dang Van . . . . .	73
4.9	Trajets dans le plan du critère de Dang Van, sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 15 mm . . . . .	74
4.10	Trajets de chargements dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 15 mm . . . . .	74
4.11	Trajets de chargements sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 15 mm . . . . .	75
4.12	Cartographies de l'indice de Dang Van dans l'essieu pour un rapport de diamètre faible ( $k_d = 1,02$ ) . . . . .	76
4.13	Trajets dans le plan du critère de Dang Van, dans le congé de raccordement pour un rapport de diamètre faible ( $k_d = 1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	76
4.14	Trajets dans le plan du critère de Dang Van, sous la portée de calage pour un rapport de diamètre faible ( $k = 1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	77
4.15	Trajets de chargements dans le raccordement à 4,7 mm de la portée pour un rapport de diamètre faible ( $k_d = 1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	77
4.16	Trajets de chargements dans la portée à 8,1 mm du bord pour un rapport de diamètre faible ( $k_d = 1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	78
4.17	Évolution de la contrainte axiale avec le rayon de l'essieu dans le congé de raccordement à 43,8 mm de la portée pour un chargement en déplacement de 8,5 mm . . . . .	78

# Introduction

Ce travail s'inscrit dans le projet du laboratoire de recherche commun SWIT'lab, né de la collaboration entre les laboratoires LaMcube (UMR 9013) et LAMIH (UMR 8201) et la société Valdunes spécialisée dans la conception et la fabrication d'organes de roulements destinés aux véhicules ferroviaires. Les objectifs du SWIT'lab s'appuient sur les problématiques du partenaire industriel Valdunes, allant de l'optimisation des procédés de fabrication afin de réduire la consommation de matière jusqu'à l'augmentation de la durée de vie des composants.



Science for Wheelset Innovative Technology  
« du matériau aux organes de roulements ferroviaires qualifiés »

## Description de l'essieu-monté

Un TGV est composé de deux motrices encadrant une rame qui est articulée par des bogies situés entre les voitures. Un bogie est un chariot composé d'un châssis, structure mécano-soudée de deux longerons reliés par des traverses, qui repose sur deux essieu-montés (figure 0.1). L'essieu-monté désigne l'ensemble essieu et organes de roulement tels que les roues, les boîtes d'essieu assurant la liaison avec le châssis, ou bien les disques de freins. Les organes de roulement sont habituellement montés sur l'essieu par frettage à la presse, opération également appelée calage.

L'essieu, ou essieu-axe, est une pièce ayant une symétrie de révolution dont le diamètre de la section n'est pas constant. Il existe en effet des sections ayant un diamètre supérieur au reste de l'essieu (*i.e.* le corps) appelées portées de calage qui sont destinées à recevoir les organes de roulement. Des portions toriques au rayon variable permettent le raccordement de ces portées au corps de l'essieu-axe. La fabrication de cette pièce est généralement basée sur des opérations d'usinage à partir d'une barre traitée thermiquement au préalable. La barre est obtenue à partir de lingots laminés à chaud constitués d'un acier au carbone type

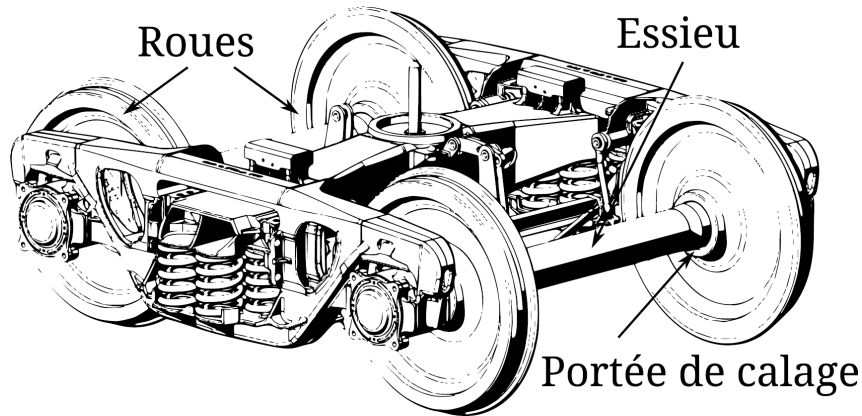


FIGURE 0.1 – Dessin de bogie

XC38. D'autres procédés de fabrication existent, par exemple le forgeage par refoulement à chaud qui peut se résumer comme une opération de compression dans une matrice fermée d'un tube qui va se déformer jusqu'à prendre la forme interne de la matrice.

### Sollicitations en service de l'essieu-monté

Le chargement subi par un essieu-monté en condition de service est schématisé sur la figure 0.2. Les forces verticales  $P_1$  et  $P_2$  représentent l'action exercée par le véhicule

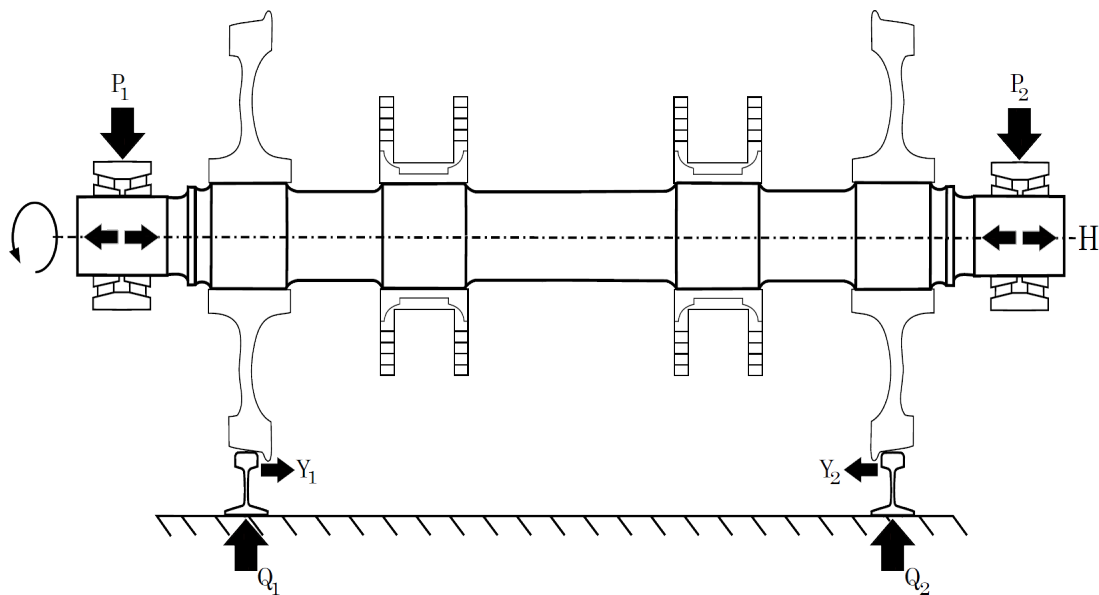


FIGURE 0.2 – Schéma des efforts appliqués sur l'essieu-monté

sur les boîtes d'essieu. Ces charges peuvent varier dans l'intervalle  $[\frac{P}{2}; \frac{3P}{2}]$  en fonction du roulis du train, mouvement de rotation autour de l'axe longitudinale (*i.e.* la direction de progression du train), où  $P$  représente le poids à supporter. L'effort horizontal  $H$  est l'action du véhicule en mouvement transversal sur l'essieu-monté et intervient lors des passages en courbe ou bien lors d'un effet de lacet, mouvement de rotation autour de l'axe vertical. La réaction des rails sur les roues est représentée d'une part avec les composantes verticales  $Q_1$  et  $Q_2$  s'exerçant sur les bandes de roulement des jantes, et d'autre part avec



les composantes horizontales  $Y_1$  et  $Y_2$  s'exerçant sur les boudins (*i.e.* partie intérieure de la jante d'une roue) lors d'un passage sur une voie en courbe. Enfin, l'ensemble de ces charges se combinent à la rotation de l'essieu ce qui se traduit pour ce dernier par une sollicitation de flexion rotative parfois combinée à de la torsion.

Au cours de sa vie, l'essieu parcourt plusieurs millions de kilomètres et subit donc la sollicitation de flexion rotative durant un très grand nombre de cycles. Ainsi, des fissures de fatigue peuvent apparaître en cours de service, qui sont recherchées par examens non-destructifs. Le montage de protection sur le corps de l'essieu permet de se prémunir des fissures qui s'amorcent à partir des impacts du ballast. Cependant, des fissurations sous portée de calage ainsi que dans les raccords entre les différentes sections de l'essieu-axe sont relevées lors de l'inspection des essieux-montés.

## Dimensionnement en fatigue de l'essieu

Les bureaux d'étude de l'industrie ferroviaire utilisent la méthode de calcul définie dans la norme [EN 13103, 2020] pour le dimensionnement à la fatigue de l'essieu-axe. Cette norme définit trois éléments qui sont liés, les deux derniers paramètres étant fortement dépendant de la méthode de calcul :

**Méthode de calcul** Elle s'appuie sur le calcul des contraintes nominales dans chaque section à l'aide de la théorie des poutres à partir d'un système d'efforts déterminés avec des formules dépendant des masses, des distances caractéristiques, des couples moteurs et du freinage.

**Coefficients de correction** Leurs valeurs sont déterminées en utilisant des résultats d'essais sur des éprouvettes avec différents diamètres et rayons de raccordement.

**Contraintes maximales admissibles** Elles sont obtenues à partir des limites de fatigue en flexion rotative des différentes zones de l'essieu-axe obtenues lors d'essais, et à partir d'un coefficient de sécurité défini pour les essieux moteur et porteur.

## Objectifs industriels

La méthode de dimensionnement actuelle a été élaborée à une époque où le calcul par éléments finis n'était pas encore développé. Elle fait alors face à plusieurs limites la rendant potentiellement conservatrice, à cause des coefficients de sécurité définis pour compenser son imprécision.

Les contraintes résiduelles dans l'essieu-monté suite à l'opération de calage ne sont pas prises en compte dans le calcul par théorie des poutres. La norme préconise alors de diminuer les valeurs des limites de fatigue jusqu'à une valeur validée par des années d'expérience sur différents réseaux. Au-delà d'une méthode se substituant à la norme, une meilleure compréhension des phénomènes en jeu lors du calage et de leurs conséquences sur les sollicitations cycliques et la tenue en fatigue de l'essieu est souhaitée.

Plus largement, il s'agit de disposer de méthodes numériques avancées utilisables dans un contexte industriel permettant un dimensionnement moins empirique. Ces outils numériques actualisés pourraient être alors utilisés pour des développements futurs tels que l'optimisation géométrique ou la réduction de masse (essieux creux, etc.).

## Enjeux scientifiques

Le procédé d'assemblage des roues sur les portées de l'axe joue un rôle du premier ordre dans la tenue en service de l'essieu-monté. En effet, l'opération de calage engendre dans la structure des contraintes résiduelles importantes. Il est alors nécessaire de considérer l'état mécanique non-vierge de la structure après l'assemblage des pièces dans la méthodologie de dimensionnement à la fatigue. La simulation numérique du calage est un problème non-linéaire du fait du contact mais aussi de la plasticité. Dans son modèle global de calcul de la tenue à la fatigue, [Yameogo, 2004] simule l'opération de calage en deux dimensions à l'aide de conditions d'axisymétrie. Il utilise pour l'essieu un comportement matériau élasto-plastique avec écrouissages isotrope et cinématique combinés, dont les paramètres sont identifiés à partir d'essais cyclique. Ce modèle de comportement présente l'avantage de pouvoir transférer les valeurs des variables liées à la plasticité vers le calcul de la sollicitation cyclique qui suit, mais son utilisation est critiquable pour un problème monotone tel que l'opération de calage. [Saad, 2016] propose un modèle numérique similaire pour l'assemblage des pièces avec cependant une loi de comportement issue d'un essai de traction monotone. Il ne transfère alors que les valeurs des contraintes en plus de la géométrie déformée vers la simulation cyclique. Dans les deux cas les auteurs choisissent de modéliser le frottement à l'aide d'une loi de Coulomb avec un facteur de frottement identifié à partir de courbes d'efforts appliqués par la presse lors du calage. La loi de Coulomb permet une résolution relativement rapide de la réponse tangentielle du contact, mais est critiquable au vu des pressions mises en jeu et de l'utilisation d'un lubrifiant visqueux durant l'opération.

La seconde difficulté majeure concerne la tenue sous sollicitation cyclique de l'essieu. Afin de procéder à son dimensionnement en fatigue pour un très grand nombre de cycles, on cherche à calculer la solution sur une période après que son évolution cyclique se soit stabilisée. De plus, il faut trouver cette solution pour un coût en temps de calcul qui soit compatible avec les bureaux d'étude tout en intégrant les différentes non-linéarités (matériau et contact). La résolution incrémentale de ce problème étant chronophage, [Yameogo, 2004] utilise une technique de submodelling pour n'avoir à simuler finement la sollicitation que dans un sous-modèle piloté à ses frontières par une solution globale beaucoup moins fine, en supposant donc que la solution du sous-modèle a une influence négligeable sur la solution globale. [Saad, 2016] quant à lui opte pour une résolution par la méthode cyclique directe de [Maitournam et al., 2002] pour diminuer le temps de calcul par rapport à une résolution incrémentale, en faisant l'hypothèse que le statut de contact reste fermé en tout point durant tout le chargement cyclique jusqu'à la solution stabilisée.

Enfin, l'analyse de la tenue en fatigue requiert la connaissance du type de fatigue dans la zone étudiée (polycyclique dans les congés de raccordement, fretting sous la portée de calage), mais aussi du procédé de fabrication de l'essieu. En effet, la fabrication des essieux par forgeage génère une variation de la taille des grains de la microstructure entre la surface et le cœur de l'essieu, ou encore un allongement des grains et des inclusions non-métalliques dans une même direction (que l'on qualifie de fibrage), qui impactent tous deux la limite de fatigue du matériau. Il est également intéressant de prendre en compte l'effet de gradient de contraintes dû à la flexion rotative et notamment présent dans les congés de raccordement dans le choix du critère de fatigue multiaxiale.

## Stratégie

Le premier chapitre présente un modèle de calage intégrant un comportement identifié à la fois pour des sollicitations monotones et cycliques puis propose une analyse de l'influence du facteur de frottement sur les efforts de calage permettant ensuite l'identification d'un modèle de frottement dépendant de la pression de contact.

Le second chapitre est à propos de l'état mécanique stabilisé sous un chargement de flexion rotative. On y détaille l'identification du modèle de comportement commun avec la simulation du calage. De plus, on analyse la réponse asymptotique, notamment liée aux non-linéarités matériau et de contact, pour deux niveaux de chargement.

Le troisième chapitre est consacré au choix et à la mise en place d'une méthode de réduction cyclique permettant l'obtention de la solution à moindre coût. On évalue cette méthode au travers d'une comparaison de la solution avec celle issue de la résolution incrémentale.

Le dernier chapitre analyse la criticité en fatigue des deux niveaux de chargements étudiés dans le chapitre 2 à l'aide d'un critère courant dans l'industrie (*i.e.* critère de Dan Van). De plus, on réalise la même analyse en modifiant le rapport des diamètres entre la portée et le corps de l'essieu afin de favoriser les non-linéarités dans la portée (plastification et évolution du statut de contact localement).

# Chapitre 1

## Simulation de l'opération de calage à froid

### Sommaire

---

1.1	L'opération de calage à la presse . . . . .	13
1.2	Mise en place du modèle numérique . . . . .	15
1.3	Modélisation de l'interaction Roue/Essieu . . . . .	17
1.4	Identification des propriétés du modèle de frottement . . . . .	18
1.5	État mécanique de l'essieu après calage . . . . .	23
1.6	Étude paramétrique . . . . .	25
1.7	Conclusions . . . . .	27

---

Le calage des roues sur l'essieu-axe introduit dans la structure un état mécanique initial non-vierge, avec notamment la présence de contraintes résiduelles. Cet état mécanique joue un rôle primordial lors des conditions de service où l'essieu-monté est soumis à un chargement cyclique [Saad, 2016]. En effet, d'après les rapports d'inspection réalisés par la SNCF (par exemple dans [Rapport SNCF, 1994] ou [Rapport SNCF, 1998]), on observe après plusieurs cycles l'apparition de fissures sur les portées de calage. Pour tenter d'établir le rôle de cet état mécanique obtenu suite au calage sur la tenue en fatigue de l'assemblage en conditions de service, la modélisation offre une perspective de compréhension à condition que le modèle mis en place soit au plus réaliste. Plus précisément, la modélisation du problème se fait à travers plusieurs paramètres incertains tels que les conditions aux limites à appliquer, les propriétés matériaux étendues dans le cadre des comportements non-linéaires, ou encore les propriétés de contact entre la roue et l'essieu.

Ce chapitre a pour objectif d'étudier ces inconnues, dans une moindre mesure leur domaine de variation, et d'apporter leur influence sur l'état mécanique résiduel obtenu. Une validation des hypothèses formulées sera proposée à l'aide d'une vérification des résultats s'appuyant sur des mesures expérimentales obtenues lors d'essais spécifiques. Afin de mieux comprendre l'influence des phénomènes en jeu, une étude paramétrique sera menée nécessitant au préalable le développement d'un modèle optimisé en temps de calcul.

## 1.1 L'opération de calage à la presse

Le but de cette opération est d'obtenir une liaison complète roue-axe permettant d'encaisser les diverses sollicitations exercées sur la roue et transmis à l'essieu, et inversement. Il s'agit d'un assemblage par fretting permettant une bonne répartition des sollicitations et limitant les concentrations des contraintes.

Le calage de la roue consiste à appliquer un effort axial sur le moyeu de cette dernière jusqu'à la fin de course désirée. Du côté de l'essieu, une portée est présente afin d'accueillir la roue. Cette portée de calage est une portion dont le diamètre est supérieur au diamètre du corps (Fig 1.2). Le serrage des deux pièces est obtenu grâce au diamètre de l'alésage du moyeu de la roue légèrement plus faible que celui de la portée de l'essieu.

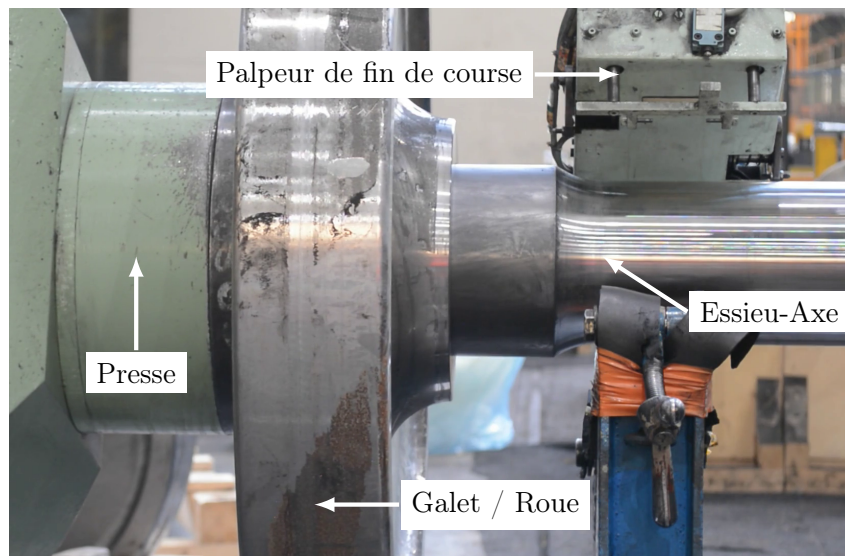


FIGURE 1.1 – Banc d'assemblage d'un essieu-monté (opération à mi-portée)

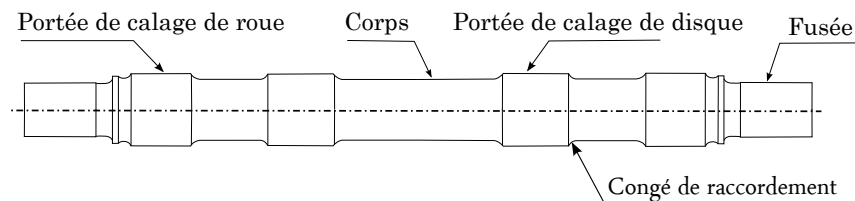


FIGURE 1.2 – Essieu-Axe

Un chanfrein se situe en entrée de portée d'essieu, coté fusée. Il a pour rôle de guider la roue dans sa course, lui évitant ainsi de se mettre en porte-à-faux au début de l'opération. Aussi, afin de minimiser le risque d'arrachement de matière lors de l'entrée en contact, un congé est réalisé côté roue, entre le flanc et l'alésage du moyeu (Fig 1.3).

La portée de calage, mais aussi la surface intérieure du moyeu sont lubrifiées avant l'assemblage. La lubrification permet d'atténuer l'effort à fournir par la presse par rapport à un contact sec. L'essieu est maintenu en position à l'aide d'une presse secondaire, coaxiale à la principale. La pression appliquée est d'environ 3 MPa.

La roue est mise en position en amont de la portée à l'aide d'une douille placée sur la fusée de l'essieu. Le diamètre de la douille correspond au diamètre minimal de la portée,

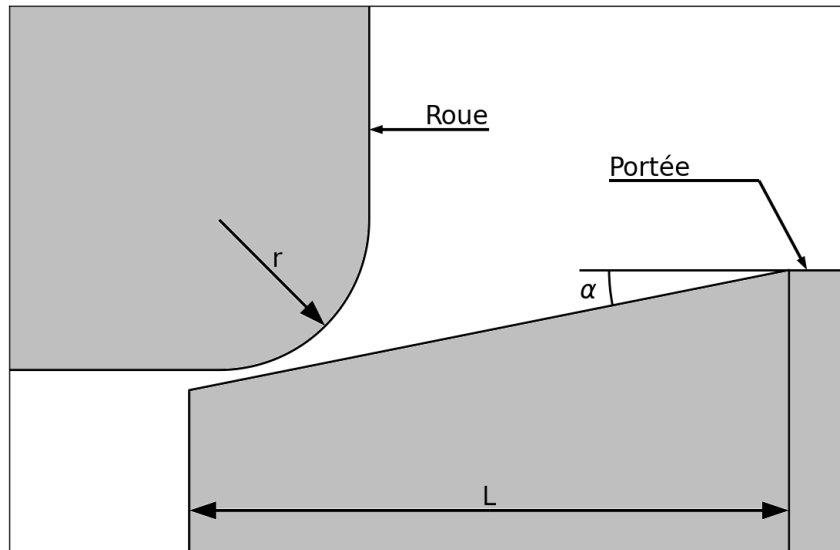


FIGURE 1.3 – Chanfrein d’entrée de la portée et congé d’attaque de la roue

c’est-à-dire à l’entrée du chanfrein. Aussi, la lubrification est étendue à la surface de la douille.

La presse est pilotée en déplacement à vitesse constante. La course de calage est maîtrisée à l’aide d’un palpeur qui envoie la consigne d’arrêt lorsque la roue vient le solliciter. Un relevé de l’effort appliqué par la presse est disponible pendant l’opération. Pour valider le calage, la norme [EN 13260, 2020] impose à la courbe d’effort mesurée de se situer entre deux courbes maîtresses.

La figure 1.4 illustre l’effort en fonction de la course de la presse pendant un calage, ainsi que l’enveloppe à respecter (lignes rouge et bleu). Une courbe de calage standard peut être décomposée en trois parties, à savoir une montée brutale en début de course suivie d’une évolution linéaire durant la première moitié de l’opération et enfin une évolution logarithmique. Aussi, un plateau d’effort apparaît au milieu de la courbe si le moyeu de la roue est doté d’une gorge.

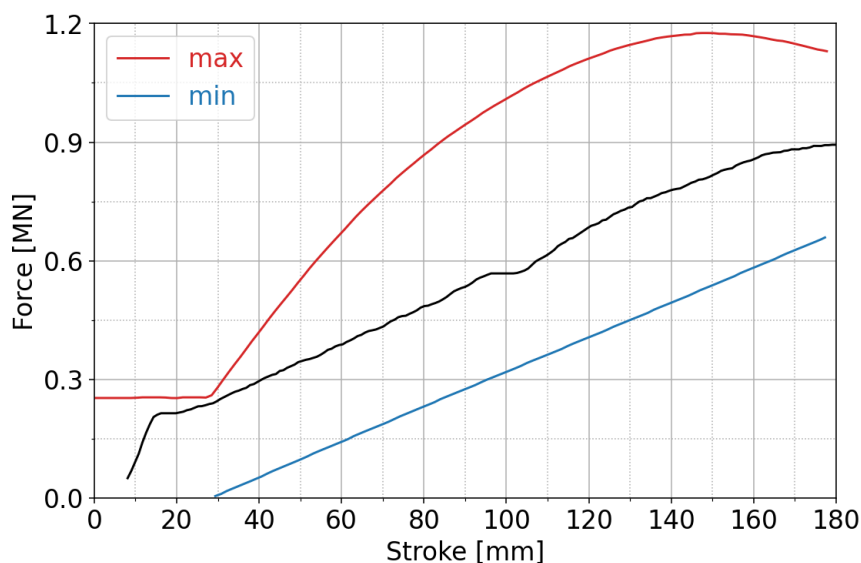


FIGURE 1.4 – Courbe de calage d’une roue sur l’essieu-axe et enveloppe normative

Bien que cette tendance soit toujours respectée, il existe une hétérogénéité de la réponse dans le procédé de calage. Deux calages d’un galet sur un essieu éprouvette ont été réalisés dans le cadre d’essais de fatigue sous sollicitation de flexion rotative. Les géométries et rugosités pour ces deux couples de pièces sont identiques, aux défauts d’usinage près, et pourtant les efforts mesurés diffèrent jusqu’à atteindre un écart de l’ordre de 10 % en fin d’opération (Fig 1.5). Cette différence souligne la dispersion du procédé, par exemple à travers les défauts d’usinage, la mise en position des pièces, ou encore l’application du lubrifiant sur les surfaces.

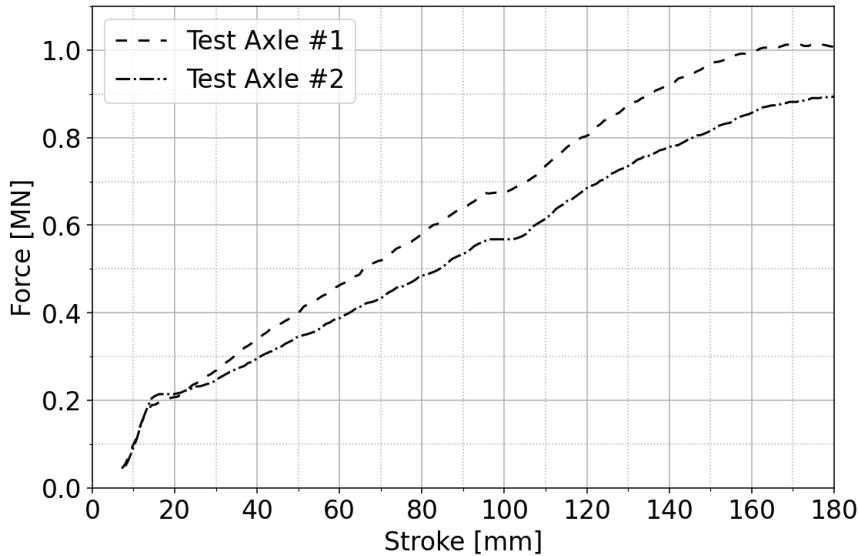


FIGURE 1.5 – Mesures de l’évolution de l’effort pour deux calages à géométrie identique

## 1.2 Mise en place du modèle numérique

Le calcul des contraintes résiduelles est réalisé à l’aide de la méthode des éléments finis. On fait l’hypothèse d’un problème axisymétrique. Ce choix est justifié par la symétrie de révolution de la géométrie et du chargement. De plus, on suppose une coaxialité initiale de la roue avec l’essieu grâce à la présence de la douille et du chanfrein d’entrée.

Ensuite, la vitesse de calage étant faible (3 mm/s), on choisit de résoudre ce problème comme étant quasi-statique, c’est-à-dire en négligeant les effets d’inertie.

Pour le maintien en position de l’essieu, on définit des conditions aux limites bloquant la direction axiale sur ses deux extrémités. On suppose donc que les déformations induites par la pression de 3 MPa sont nulles.

On choisit de piloter le déplacement du galet à l’aide d’une surface analytique, infiniment rigide, en contact avec le flanc du moyeu. On permet ainsi une déformation potentielle de cette zone impossible à avoir si on appliquait directement les déplacements aux nœuds.

La roue et l’essieu sont maillés à l’aide d’éléments quadrangles linéaires de type CAX4 [ABAQUS/Standard, 2019]. Un premier raffinement du maillage est appliqué aux surfaces d’interactions. Les zones susceptibles d’avoir des efforts importants sont davantage raffinées, à savoir les extrémités de la portée (Fig 1.6), le congé d’attaque et la gorge du galet.

Après une étude de maillage, la taille d'élément retenue est de 1,5 mm pour les surfaces en contact, 0,3 mm aux extrémités, et 10 mm ailleurs.

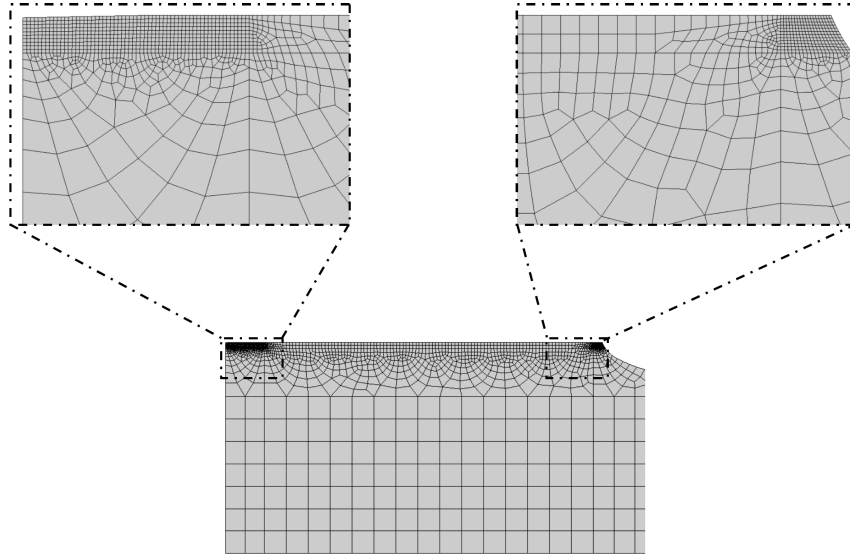


FIGURE 1.6 – Maillage de la portée de calage de l'essieu

Enfin, le matériau EA1N [EN 13261, 2020] de l'essieu est un acier de type XC38 caractérisé en traction monotone dans [Yameogo, 2004] ou encore [Baudoin, 2015] (Fig 1.7). Un modèle de comportement a été identifié pour respecter à la fois la réponse monotone et cyclique du matériau afin de pouvoir enchaîner les simulations. Le modèle utilisé, détaillé dans le chapitre suivant, est un modèle de Chaboche [Chaboche, 2020] qui considère des écrouissages cinématique et isotrope. Le comportement monotone est obtenu par identification des paramètres isotropes, après l'identification des paramètres élastiques et cinématiques. Le modèle de comportement utilisé pour le matériau ER7 [EN 13262, 2020] du galet est un modèle élasto-plastique d'Armstrong-Frederick, identifié dans [Langueh, 2013].

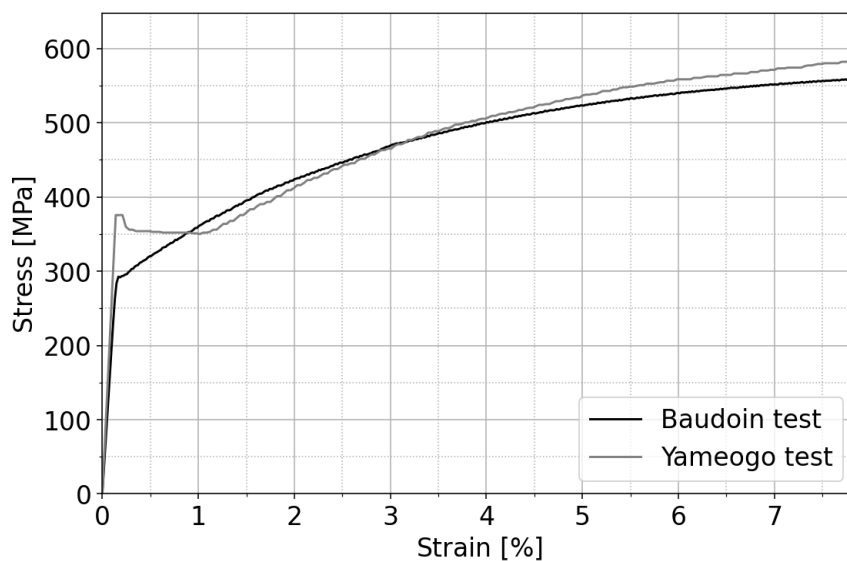


FIGURE 1.7 – Courbes de traction monotone de l'acier EA1N



### 1.3 Modélisation de l'interaction Roue/Essieu

La modélisation du contact entre le moyeu et la portée est le point clé de la simulation du calage. La formulation numérique du contact s'appuie sur la fonction  $gap$  définissant l'état des surfaces :

- $gap > 0$  : séparation
- $gap = 0$  : contact
- $gap < 0$  : pénétration

Il est nécessaire de définir au préalable le rôle de chaque surface, maître ou esclave. La fonction  $gap$  peut alors être déterminée en chaque nœud de la surface esclave. Pour ce faire, on calcule dans un premier temps les normales à la surface maître. On projette ensuite les nœuds esclaves sur la surface maître selon la normale minimisant la distance avec le point projeté. Dès que la fonction  $gap$  et la normale de contact sont définies, on peut appliquer les conditions normales de contact :

- $gap \geq 0$  : pas de pénétration entre les surfaces
- $\sigma_n \leq 0$  : pas d'adhésion des surfaces
- $gap \cdot \sigma_n = 0$  : pas de pression si ouverture du contact, et réciproquement

En fait, ces conditions sont appliquées en moyenne sur une région centrée sur le nœud esclave considéré. Ainsi, une pénétration du nœud esclave est certes possible, on s'assure cependant qu'aucun nœud de la surface maître n'entrera dans la surface esclave. C'est la discrétisation «surface à surface» communément utilisée dans les codes de calcul commerciaux.

Il existe différentes méthodes d'optimisation pour appliquer les conditions de contact. Ces méthodes cherchent à minimiser une fonction erreur en respectant la contrainte  $gap \geq 0$ . Dans la simulation du calage de la roue sur l'essieu, on choisit d'utiliser la méthode de pénalité linéaire. Dans cette méthode, la pression de contact est calculée comme étant le produit d'un facteur de pénalité avec la pénétration si cette dernière est positive, sinon la pression est définie nulle :

$$\sigma_n = \begin{cases} 0 & \text{si } gap \geq 0 \\ k_n \cdot (-gap) & \text{si } gap < 0 \end{cases}$$

On peut interpréter cette méthode comme l'ajout d'une raideur de longueur initiale nulle entre la surface maître et le nœud esclave. Donc, avec le calcul d'équilibre, la fonction  $gap$  tend vers 0. L'avantage majeur de la méthode de pénalité est qu'elle n'ajoute aucun degré de liberté au problème, permettant ainsi une résolution plus rapide que d'autres méthodes qui utiliseraient par exemple des multiplicateurs de Lagrange. Cependant, la solution obtenue n'est pas exacte et le choix du facteur de pénalité est très important. Un facteur trop faible permettra de trop grandes pénétrations, et un facteur trop élevé engendrera un mauvais conditionnement de la matrice tangente et donc une difficulté à converger.

Pour le calcul des contraintes dans le plan tangent, on utilise le modèle de frottement de Coulomb. Ce modèle vient différencier, s'il y a contact, un état collé d'un état glissant :

- $gap > 0$  : séparation
- $|\vec{v}_t| = 0$  : contact collé
- $|\vec{v}_t| > 0$  : contact glissant

Si le contact est collé alors  $|\vec{\sigma}_t| < \mu |\sigma_n|$ , et si le contact est glissant alors  $|\vec{\sigma}_t| = \mu |\sigma_n|$ , où  $\mu$  est un paramètre définissant le cône du modèle de Coulomb dans l'espace des

contraintes de contact. Les conditions tangentielles du contact sont appliquées à l'aide de la méthode de pénalité linéaire. En fait, on suppose qu'il existe une partie réversible dans le déplacement relatif des deux surfaces. On calcule alors les contraintes tangentielles comme étant le produit d'un facteur de pénalité avec ce déplacement réversible. Pour déterminer la partie réversible, on utilise un algorithme de retour radial en supposant initialement que l'incrément de déplacement total soit réversible.

## 1.4 Identification des propriétés du modèle de frottement

L'effort fourni par la presse pendant l'opération est l'unique quantité mesurée. L'identification des propriétés de frottement se limite alors à la comparaison entre les courbes d'effort issues du calcul et celles mesurées. [Yameogo, 2004] évalue le facteur  $\mu$  à 0,08 en comparant les courbes de calages d'un galet sur une éprouvette à échelle 1:3 et à portée de calage unique au centre. On propose de faire une étude paramétrique de ce facteur en reprenant l'ordre de grandeur de la valeur précédemment identifiée.

Les valeurs du facteur  $\mu$  seront prises dans l'intervalle  $[0; 0,1]$  avec un pas de 0,02. On peut voir sur la figure 1.8 l'évolution de l'effort axial en fonction de la course de la presse pour chaque simulation ainsi que, tracées en lignes interrompues noires, les courbes d'effort mesuré lors des deux calages des éprouvettes.

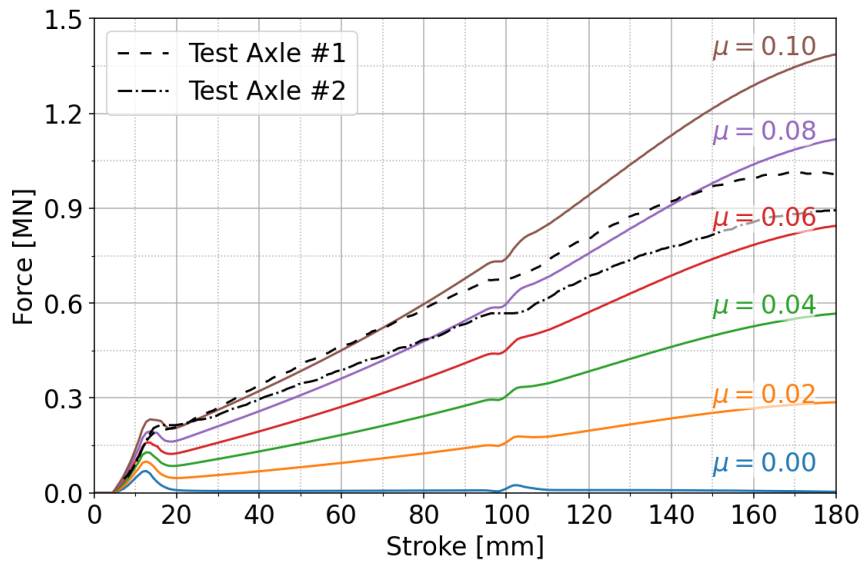


FIGURE 1.8 – Prédictions de l'effort fourni par la presse pour le facteur de frottement  $\mu$  dans  $[0; 0,1]$

Pour commencer, lorsque  $\mu = 0$  (c.-à-d. un modèle sans frottement), l'effort axial est non-nul alors qu'il n'y a pas d'effort tangentiel entre les surfaces en contact. En effet, il y a en début de course une augmentation de l'effort jusqu'à un maximum. Passé ce maximum, l'effort tend rapidement vers 0. En fait, la simulation du calage montre la formation d'un «bourrelet» de matière en surface, au niveau du chanfrein d'entrée, quand le congé d'attaque entre en contact (Fig 1.9). Ce bourrelet est alors propagé sur une courte distance avant d'être écrasé. Cet écrasement est possible dans cette simulation grâce au

choix de la méthode de pénalisation pour le comportement normal du contact, autorisant donc une pénétration relative de ce bourrelet dans le galet. À l'instant le plus critique, la hauteur du bourrelet atteint approximativement  $30\ \mu\text{m}$ , et la pénétration est elle de l'ordre de  $10\ \mu\text{m}$ . Ce phénomène apparaît une seconde fois, dans une moindre mesure, au passage de la gorge qui vient localement ouvrir le contact. Néanmoins, ce bourrelet n'a pas pu être vérifié en pratique, et les courbes expérimentales d'effort ne montrent pas une variation aussi prononcée à ces instants de l'opération.

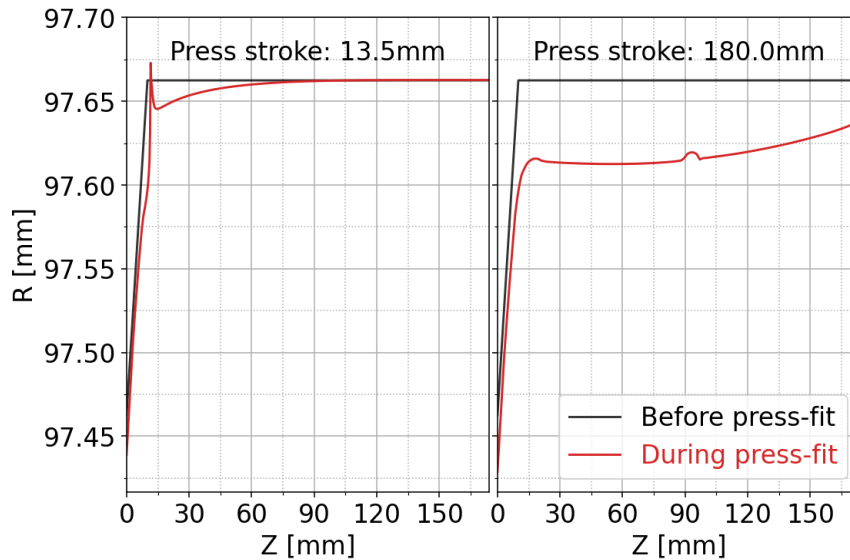


FIGURE 1.9 – Portée déformée en début et fin de calage

Les courbes d'effort issues des mesures montrent une évolution en deux étapes. La première étape correspond à une croissance quasi-linéaire de l'effort avec la course. Les simulations quant à elles montrent une légère convexité des courbes d'effort durant cette phase, notamment avec les facteurs  $\mu$  les plus élevés. L'absence de cette convexité peut être imputée à l'opérateur qui, par expérience, va déposer le lubrifiant non-uniformément sur les surfaces dans l'objectif de respecter la norme imposant une limite supérieure à l'effort. La seconde phase intervient après le passage de la gorge. On observe alors une concavité de la courbe et l'effort atteint une asymptote. Cette asymptote correspond à l'effort nécessaire lorsque l'aire de contact devient maximale. Bien que les calculs fournissent des courbes respectant cette tendance concave, l'effort de la presse est surestimé. On voit par exemple avec le facteur  $\mu = 0,08$  que l'effort calculé après le passage de la gorge se situe entre les deux mesures disponibles, alors qu'il leur devient supérieur à la fin de l'opération.

On propose alors d'analyser la réponse en effort de la presse lors du calage à travers le modèle de Coulomb. On cherche à calculer l'évolution théorique du facteur  $\mu$  pour les calages réalisés. L'effort nécessaire à la presse peut être exprimé dans le repère local du contact comme

$$F_{pr} = (F_n \cdot \vec{e}_n + F_t \cdot \vec{e}_t) \cdot \vec{e}_{pr} \quad (1.1)$$

où  $\vec{e}_{pr}$  est le vecteur unité dirigeant l'axe de poussée de la presse. Le contact étant totalement glissant, on sait que  $F_t = \mu F_n$ . De plus, l'orientation du repère local de contact est indépendante de  $\mu$ . La force de la presse est alors une fonction affine de ce facteur  $\mu$  :

$$F_{pr} = \frac{\Delta F}{\Delta \mu} \mu + F_{pr}(\mu = 0) \quad (1.2)$$

À l'aide des simulations précédentes à  $\mu$  constant, on connaît  $F_{pr}(\mu = 0)$  et on peut calculer  $\frac{\Delta F}{\Delta \mu}$ . On peut ainsi déduire l'évolution de  $\mu$  au cours du calage à partir de la mesure de la force (Fig 1.10).

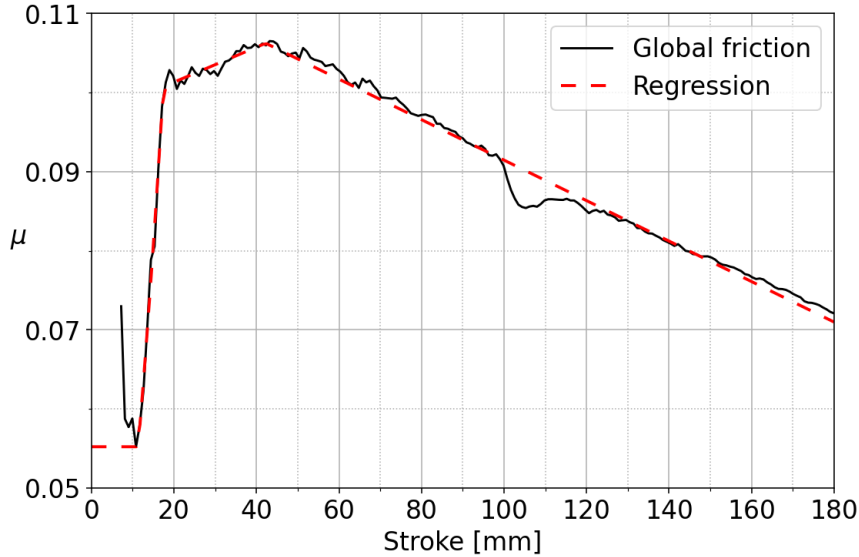


FIGURE 1.10 – Évolution pendant le calage du facteur de frottement global

On réalise alors une simulation du calage en introduisant cette évolution du facteur de Coulomb dans le modèle de frottement. En fait, afin de faciliter la convergence du calcul, on choisit de lisser le facteur calculé (en rouge sur la figure 1.10). La comparaison de l'effort nécessaire à la presse entre ce calcul et la mesure permet de valider ce modèle de frottement.

L'évolution calculée du facteur de frottement permet d'identifier macroscopiquement l'interaction des deux pièces pendant l'opération. Le début de la courbe, c'est-à-dire jusqu'à 11 mm de course, est difficilement exploitable, car elle correspond à la création du bourrelet. Elle nous indique néanmoins un facteur de Coulomb minimal valant 0,055, qui ensuite remonte rapidement au-delà de 0,1 une fois le bourrelet passé. Le facteur est alors légèrement croissant sur les 20 mm suivants. On note une évolution similaire, mais dans une moindre mesure au passage de la gorge sur le chanfrein d'entrée de la portée. L'information principale que l'on peut obtenir de cette courbe est la diminution au cours de l'opération de la résistance au frottement global. Quand bien même le résultat en effort est correct, l'utilisation de cette évolution du facteur  $\mu$  dans le modèle permet uniquement de comprendre la réponse de la structure à travers toute la surface d'interaction, empêchant ainsi de considérer un éventuel phénomène apparaissant dans un sous-domaine des surfaces en contact.

Afin de compléter l'observation précédente, on décide d'analyser l'interaction des deux pièces pendant le calage dans la direction normale aux surfaces, à savoir la direction radiale. On regarde donc l'évolution de la pression de contact (Fig 1.11). Quand bien même l'influence du comportement tangentiel sur les résultats étudiés est négligeable, on choisit de modéliser l'interaction sans frottement. Sur la zone du chanfrein d'entrée, on

observe une forte variation de la pression au début de l'opération puis une stabilisation de cette dernière à un niveau de 600 MPa. Après le passage de la gorge, la pression chute à environ 440 MPa puis diminue légèrement jusqu'à la fin du calage pour atteindre 300 MPa. Sur le reste de la portée, la pression tend à s'uniformiser au cours du temps. À la fin du calage, on observe une pression uniforme de 150 MPa sur la première moitié de la surface considérée, alors que dans la seconde moitié elle évolue entre 100 MPa et 150 MPa. Enfin, on remarque que l'extrémité de la portée coté corps introduit une pression de contact élevée (550 MPa) très localement.

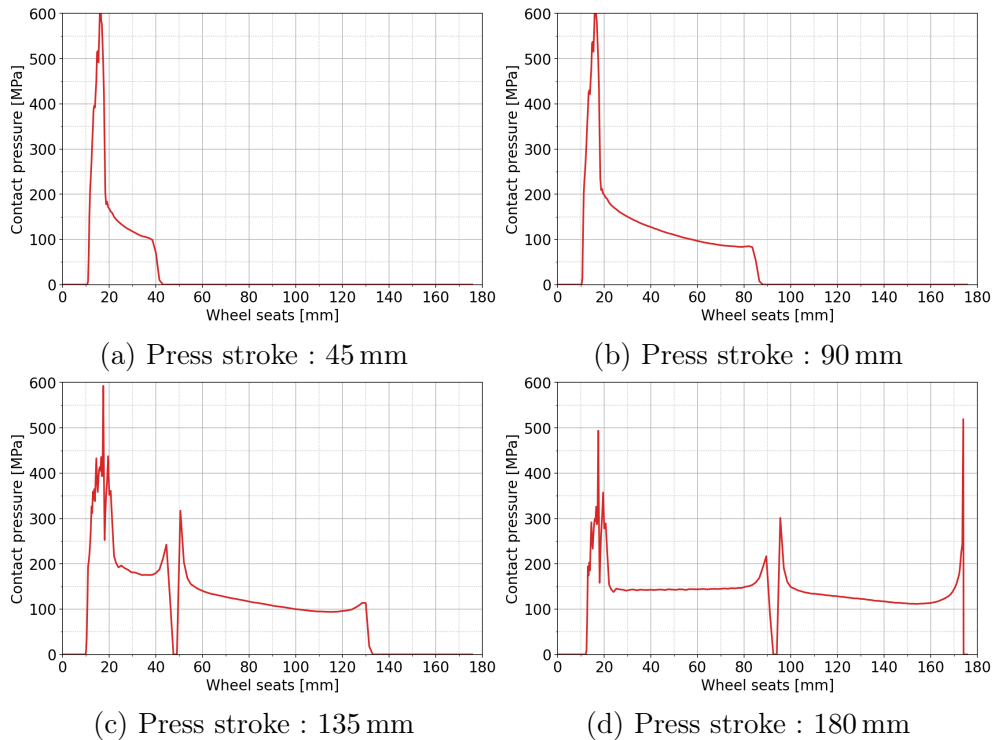


FIGURE 1.11 – Évolution de la pression de contact au cours du calage

Dans l'objectif d'évaluer l'influence de la gorge, on propose de comparer les simulations d'un calage sans gorge avec un calage de référence (Fig 1.12). Les pressions de contact à l'issue des simulations de calage avec et sans gorge dans le moyeu sont identiques hormis dans deux régions. La différence de résultats au milieu de la portée s'explique par la présence ou non de la gorge qui vient ouvrir localement le contact, introduisant ainsi une discontinuité. La seconde différence se situe à l'entrée du contact. On peut voir que l'absence de la gorge a empêché la relaxation de la pression maximale. En comparant l'évolution des déformées au cours des deux simulations, on constate que le bourrelet, créé au début de l'opération, s'engouffre dans la gorge au passage de celle-ci pour être ensuite scindé en deux. Le premier bourrelet qui en résulte est de plus faible amplitude par rapport à l'initial, ce qui explique le niveau de pression plus bas. Le second bourrelet est mobile, prisonnier de la gorge qui avance pendant le calage. Néanmoins, le contact entre ce bourrelet et la gorge est établi uniquement aux extrémités de cette dernière, ce qui explique les pressions élevées délimitant la région où la pression est nulle.

Ainsi, on peut identifier deux zones sur la portée de l'essieu. La première zone correspond aux extrémités de la portée. Le niveau de pression y est plus élevé qu'ailleurs dans le contact, ce qui laisse supposer un régime de lubrification limite comme décrit par la

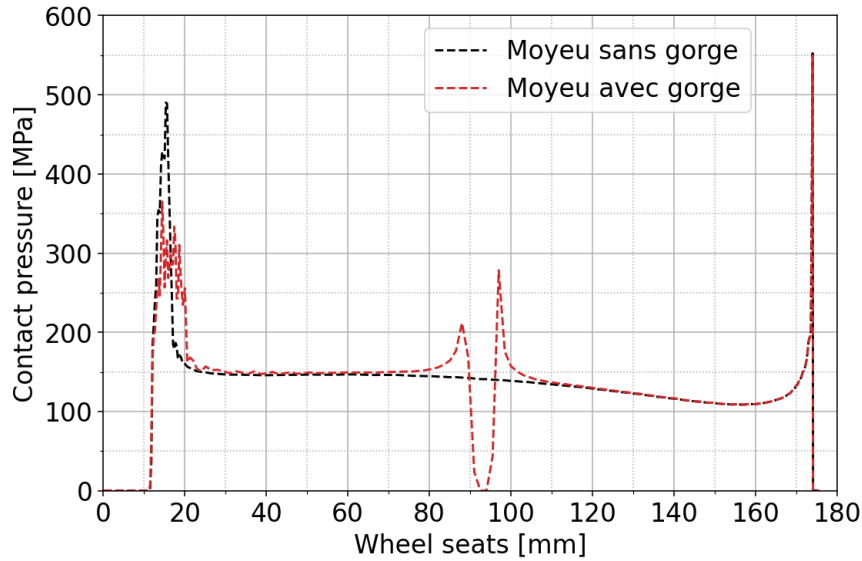


FIGURE 1.12 – Distribution de la pression de contact en fin de calage avec et sans gorge

courbe de [Stribeck, 1901]. Dans ce régime, les aspérités des surfaces entrent en contact et la pellicule lubrifiante est alors répartie dans des régions localisées. Le facteur de Coulomb atteint alors sa limite maximale. La seconde zone correspond au reste de la portée. Les pressions sont plus faibles ce qui rend possible un régime de lubrification mixte, transition entre le régime limite et le régime élastohydrodynamique. Dans ce régime, seulement une partie des aspérités sont en contact ce qui a pour conséquence de diminuer la résistance au frottement et donc le facteur  $\mu$ .

Les observations précédentes nous amènent à modéliser le comportement en frottement à l'aide d'un facteur de Coulomb dépendant de la pression de contact. Comme vu plus

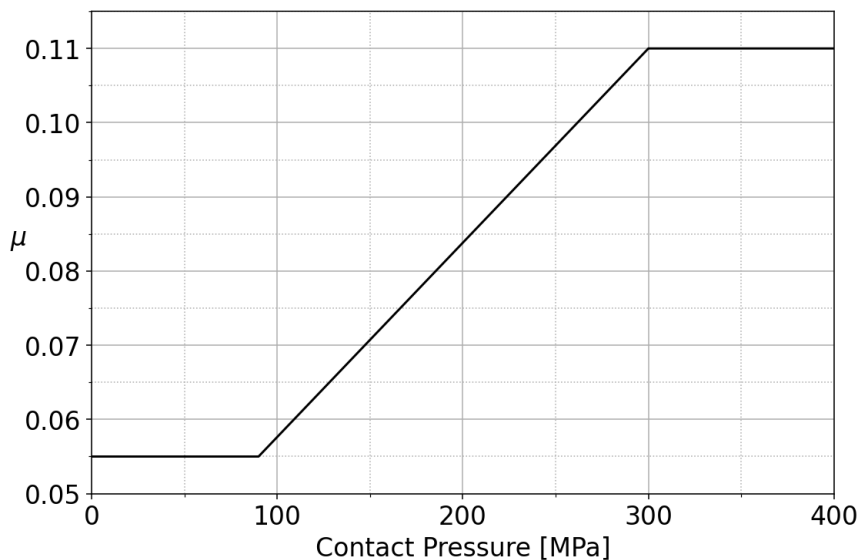


FIGURE 1.13 – Loi d'évolution du facteur de Coulomb en fonction de la pression de contact

tôt,  $\mu$  varie entre 0,055 et 0,11. On choisit alors un seuil de pression en deçà duquel ce facteur sera minimal, et un seuil au-delà duquel il sera maximal. Entre ces deux seuils,

l'évolution est linéaire (Fig 1.13). Le seuil haut retenu est 300 MPa, permettant de faire correspondre les extrémités du contact au frottement maximal. Le seuil bas retenu est 90 MPa. Le choix de ce seuil a été fait pour atteindre la valeur de 0,071 à une pression de 150 MPa, qui sont respectivement le facteur global de frottement et la pression moyenne calculés à la fin de l'opération. Enfin, pour éviter la création de maximum local en effort, on impose un facteur de frottement à 0,055 entre la portée et les zones du moyeu fermant le contact, à savoir le congé d'attaque et la gorge. On suppose donc une lubrification davantage efficace après que le contact ait été ouvert.

La figure 1.14 montre l'effort de calage calculé avec ce modèle de frottement en comparaison avec les deux mesures faites. On constate que le modèle de Coulomb avec dépen-

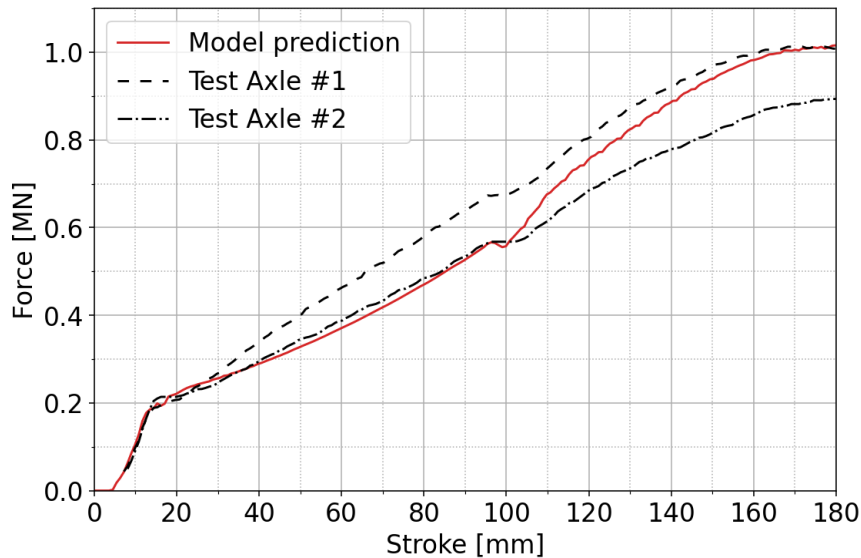


FIGURE 1.14 – Effort de calage calculé avec  $\mu$  fonction de la pression de contact

dance à la pression de contact proposé permet de calculer un effort proche des mesures. Pendant la première moitié de la course de calage, l'effort est quasi-linéaire respectant ainsi la tendance souhaitée, et le niveau correspond à la mesure la plus basse. Néanmoins, bien que la convexité de la seconde partie de la courbe soit respectée, l'effort croît plus rapidement et ce dernier tend alors vers la mesure la plus haute. En fait, la pression de contact entre le début de la portée et la surface du moyeu après la gorge reste trop élevée pour que  $\mu$  diminue suffisamment (Fig 1.15).

On constate ici la limite du modèle de frottement retenu pour la suite.

## 1.5 État mécanique de l'essieu après calage

Le modèle numérique développé plus tôt nous permet d'estimer l'état mécanique de la structure après l'opération d'assemblage, notamment dans la portée et le corps de l'essieu éprouvette. La figure 1.16 montre l'état de contraintes en surfaces en fin d'opération et le compare à un serrage par rétractation du galet. La figure 1.17 représente la cartographie des contraintes dans la portée de l'axe et le moyeu du galet.

Les contraintes radiales en surface sont logiquement identiques à la pression de contact lorsque celui-ci est fermé, c.-à-d. maximales aux extrémités et relativement constant ailleurs, hormis sous la gorge. Au niveau du chanfrein d'entrée où le contact est ouvert, on

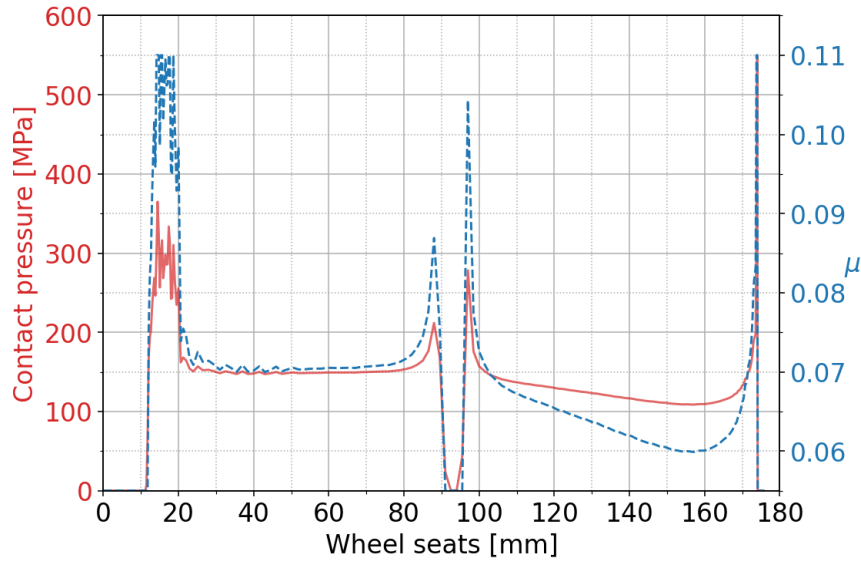
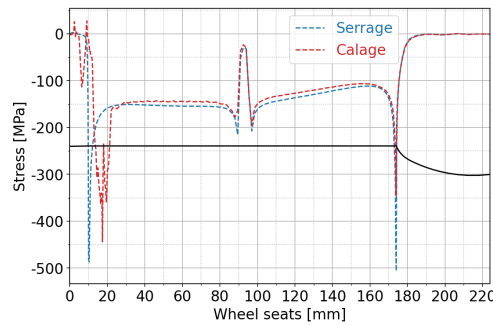
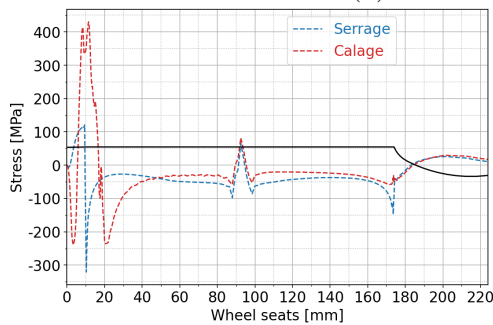


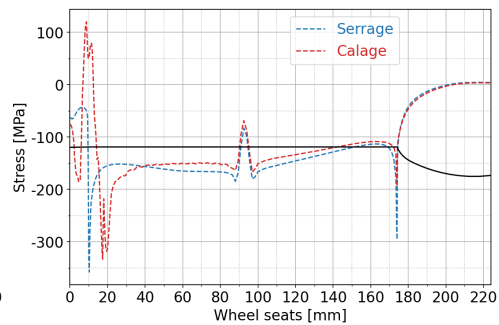
FIGURE 1.15 – Distribution du facteur  $\mu$  sur la portée en fin de calage



(a) Contraintes radiales



(b) Contraintes longitudinales



(c) Contraintes ortho-radiales

FIGURE 1.16 – Contraintes résiduelles en surface.

note un pic de compression atteignant 100 MPa en surface alors que 3 mm en-dessous on observe une zone de traction avec une contrainte du même ordre de grandeur. Au cœur de la portée, on remarque une évolution des contraintes radiales similaire à la surface centrale, donc un niveau de compression d'environ 140 MPa sur la première moitié puis une décroissance pour atteindre une contrainte nulle environ 60 mm après la fin de la portée.

Les distributions superficielles des contraintes longitudinales et ortho-radiales sont similaires. En effet, on voit pour ces deux contraintes un maximum local en compression sur le chanfrein, immédiatement suivi d'un maximum en traction à la fin de ce dernier,



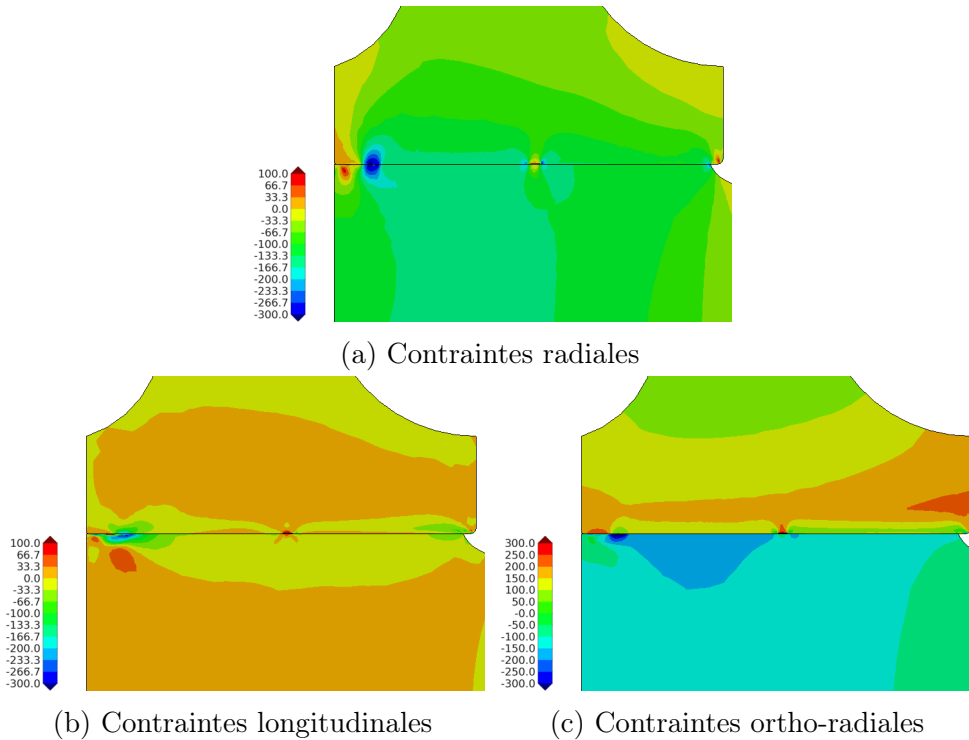


FIGURE 1.17 – Cartographie des contraintes résiduelles (en MPa) après le calage

pour à nouveau atteindre un maximum en compression avant de se stabiliser. Cette forte variation est en fait engendrée au début de l'opération, pendant laquelle la surface couverte par la propagation du bourrelet est soumise à une sollicitation de traction tandis que ses deux extrémités sont comprimées. On met ce phénomène en évidence en comparant les contraintes en surface à l'issue d'un calage avec celles calculées pour un serrage par rétractation (Fig 1.16). Alors que dans la direction radiale, la principale différence réside dans la position du maximum, on observe une répartition des contraintes différentes dans les autres directions. La contrainte ortho-radiale n'est jamais en traction, et la contrainte longitudinale croît le long du chanfrein pour atteindre un niveau d'environ 120 MPa en traction.

Enfin, en profondeur dans la portée les contraintes longitudinales et ortho-radiales tendent rapidement vers les niveaux respectifs de 15 MPa en traction et 140 MPa en compression.

## 1.6 Étude paramétrique

Afin de mieux comprendre l'allure de la courbe d'effort, on propose de réaliser une étude de l'influence des géométries des pièces à l'aide de la simulation de calage mise en place. On s'intéresse dans un premier temps au galet et notamment à sa toile et à son moyeu. Pour la toile, deux paramètres géométriques ont été retenus à savoir sa position relative au bord d'attaque du moyeu (Fig 1.18a) ainsi que son épaisseur (Fig 1.19a).

Les courbes tracées sur la figure 1.18b montrent un lien entre le niveau de l'effort et la position de la toile. En effet, un rapprochement de cette dernière avec le bord d'attaque implique une élévation du chargement nécessaire au calage. Néanmoins, cette élévation est

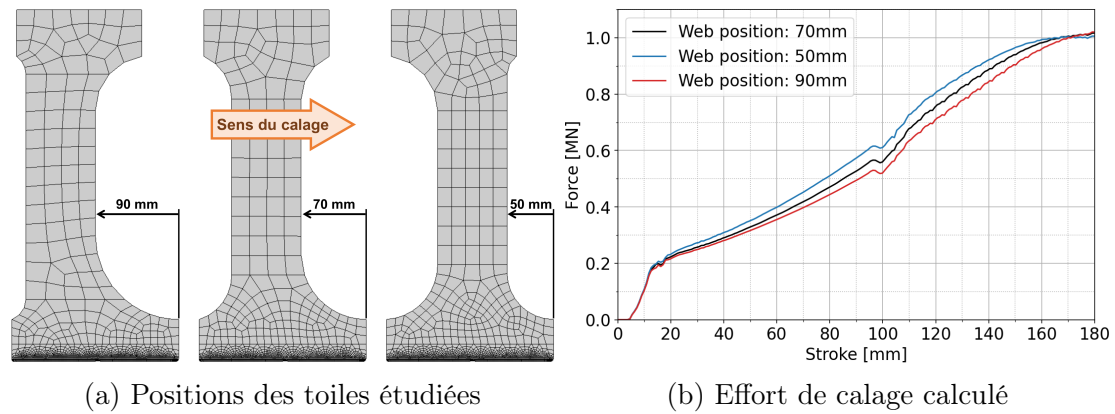


FIGURE 1.18 – Influence de la position de la toile du galet sur la courbe d’effort calculée

restreinte à une plage intermédiaire de la course, et le niveau d’effort en fin d’opération ne varie pas avec la position de la toile.

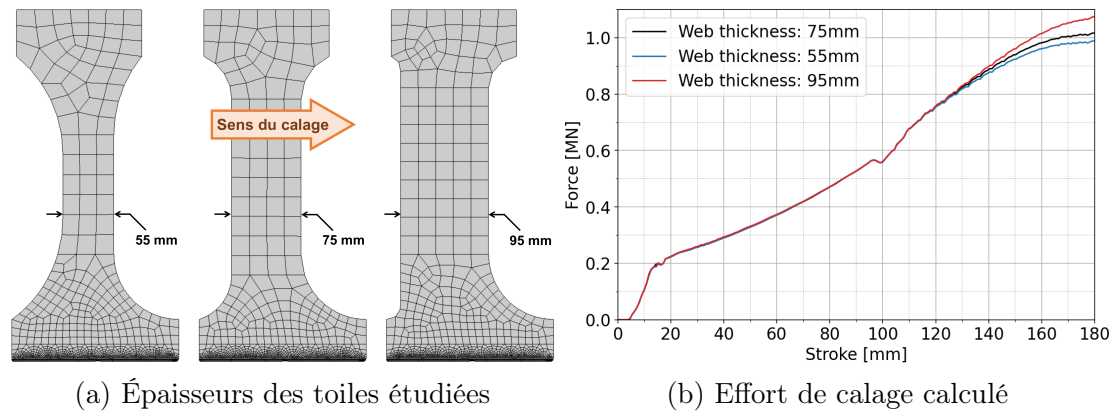


FIGURE 1.19 – Influence de l’épaisseur de la toile sur la courbe d’effort calculée

Il semble que l’effort maximal soit davantage lié à l’épaisseur de la toile qu’à sa position, comme l’illustre la figure 1.19b.

Ces deux résultats mettent en évidence l’importance qu’a la rigidité radiale sur la force d’emmanchement. En modifiant uniquement la position de la toile, on vient déplacer cette rigidité sans la modifier au global, d’où l’influence sur la partie intermédiaire de la courbe. En modifiant son épaisseur, on augmente sensiblement la rigidité du galet ce qui explique l’augmentation de l’effort en fin de course.

Cette observation se confirme lorsqu’on s’intéresse au moyeu. En effet, en faisant varier l’épaisseur de celui-ci (Fig 1.20a), on modifie la rigidité du galet sur toute sa hauteur (dimension correspondant à la direction du calage). Les courbes présentées sur la figure 1.20b nous montrent bien une élévation du niveau d’effort sur toute la course lorsqu’on augmente l’épaisseur du moyeu.

La suite de cette étude paramétrique s’oriente vers les singularités géométriques. On s’intéresse pour commencer à la gorge dans le moyeu. Pour rappel, cette gorge est présente pour faciliter un décalage futur lors de la maintenance des équipements. On a vu précédemment que cette gorge empêchait la monotonie stricte de la force en introduisant temporairement un plateau ou une décroissance de cette dernière. L’objectif ici est de mesurer l’incidence de la gorge sur l’évolution de l’effort pendant l’opération. La figure 1.21

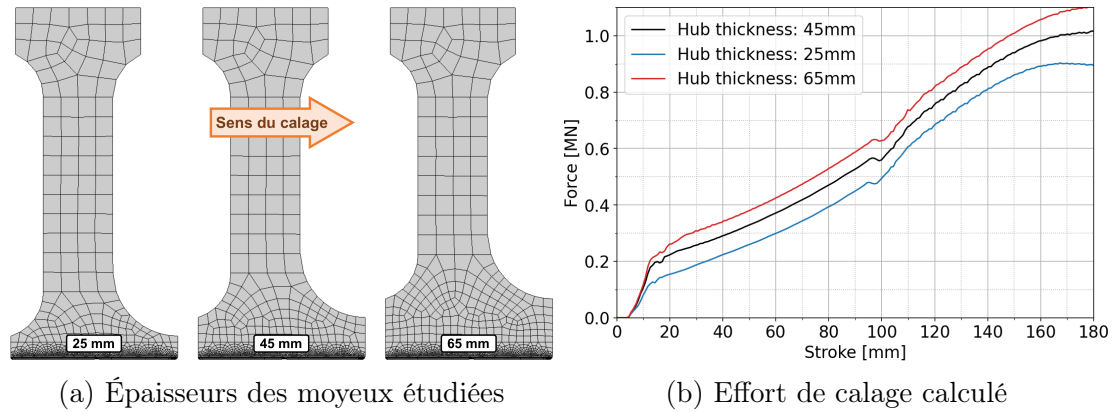


FIGURE 1.20 – Influence de l'épaisseur du moyeu du galet sur la courbe d'effort calculée

montre les courbes de calage calculées en présence d'une gorge à différents emplacements ainsi que sans gorge.

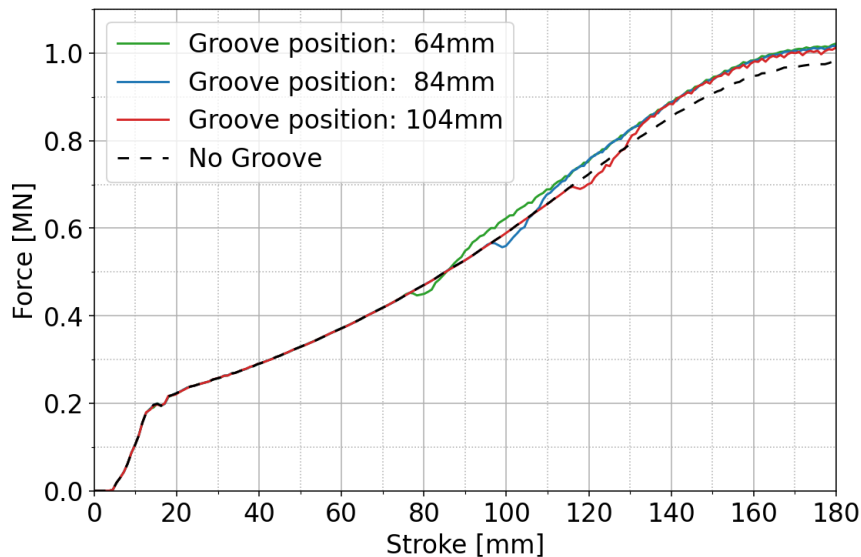


FIGURE 1.21 – Influence de la gorge sur la courbe d'effort calculée

On constate que la présence d'une gorge augmente légèrement la force maximale à atteindre par la presse en fin de calage, indépendamment de la position de cette dernière. Cette différence d'effort en fin de course peut s'expliquer par la modélisation tangentielle du contact pour cette simulation, qui pour rappel fait varier le facteur de Coulomb en fonction de la pression de contact. Lorsqu'on observe la distribution de la pression de contact (Fig 1.12), les bords de la zone ouverte sous la gorge subissent une surpression causant une élévation locale du frottement. La pression plus élevée en début de portée pour le modèle sans gorge ne peut compenser cela étant donné que le seuil haut était déjà atteint pour le modèle avec gorge.

## 1.7 Conclusions

Afin de simuler l'opération d'assemblage de la structure roue-essieu et d'obtenir l'état des contraintes résiduelles associées, un modèle éléments finis a été mis en place. Une at-

tention particulière a été portée à la modélisation du contact entre les deux pièces, et notamment sur les propriétés de frottement. On a pu ainsi identifier, à partir de mesures des efforts fournis par la presse pendant le calage, que la résistance au frottement diminuait au cours de l'opération. L'analyse de l'évolution des pressions de contact a permis d'établir la dépendance du facteur de frottement à cette variable. Une simulation a ensuite été faite avec ce facteur dépendant de la pression et a mis en évidence les limites de ce modèle de frottement choisi.

D'autres paramètres que la pression doivent être considérés au travers du facteur global de frottement, et notamment les rugosités des surfaces. [Benuzzi and Donzella, 2004] montre, à l'aide d'un calage non-lubrifié avec un moyeu instrumenté de tribomètres, que le rapport  $\frac{F_t}{F_n}$  diminue avec la longueur de la surface frottée alors que la rugosité du moyeu passe de  $1,5 \mu\text{m}$  à  $1,38 \mu\text{m}$  et celle de la portée passe de  $0,8 \mu\text{m}$  à  $0,21 \mu\text{m}$ . La prise en compte de l'évolution de la rugosité peut se faire à l'échelle macroscopique dans un premier temps, par exemple en l'ajoutant dans le modèle de frottement comme variable interne dépendant de l'historique de pression vu par le nœud. Une perspective à plus long terme est de considérer l'interaction des deux pièces à une échelle plus fine, ce qui permet aussi d'aborder l'influence des microstructures issues des procédés de fabrication antérieurs au calage.

Une étude paramétrique menée sur la géométrie du galet a permis une meilleure compréhension de l'évolution de l'effort de calage. En effet, le taux de croissance de l'effort en fonction de la course parcourue dépend de la rigidité du galet dans la direction normale au contact. Cette rigidité est maximale sous la toile et diminue dès qu'on s'en éloigne, d'où l'inflexion de la courbe correspondant au milieu de la toile.

Enfin, l'état mécanique calculé a montré la création d'un bourrelet en début d'opération, et son influence non-négligeable sur la distribution des contraintes. Le chapitre suivant va permettre, entre autres, de voir l'évolution des contraintes introduites autour du bourrelet sous sollicitation cyclique.

# Chapitre 2

## De l'essieu monté jusqu'à la flexion rotative à grand nombre de cycles

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Essais de fatigue sur un essieu éprouvette échelle 1 . . . . .</b>	<b>30</b>
<b>2.2</b>	<b>Présentation du modèle numérique . . . . .</b>	<b>31</b>
<b>2.3</b>	<b>Loi de comportement des matériaux . . . . .</b>	<b>32</b>
<b>2.4</b>	<b>Résultats : État mécanique stabilisé . . . . .</b>	<b>38</b>
<b>2.5</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>51</b>

---

Le dimensionnement en fatigue consiste en la vérification d'un critère à partir de la réponse mécanique de la structure sous sollicitation cyclique. Dans notre cas, la rotation de l'essieu en condition de service est à l'origine du caractère cyclique, et le poids supporté en partie par les fusées donne le niveau du chargement. À l'issue des développements présentés dans le chapitre précédent, le modèle numérique de l'opération de calage nous donne les contraintes résiduelles dans l'essieu-monté, qui sont à considérer initialement pour le calcul des contraintes en condition de service. Pour résumer, la simulation à mettre en place s'appuie sur le cycle de sollicitation et sur l'état mécanique initial. Cet état post-calage a été calculé sur une géométrie axisymétrique. Or la flexion rotative vue par l'essieu-monté est un chargement multiaxial. Il est donc nécessaire de procéder à une révolution des résultats du modèle de calage afin de les introduire comme état initial dans le modèle cyclique.

Les calculs précédemment menés dans [Yameogo, 2004] et [Saad, 2016] ont mis en évidence une évolution de la réponse de la structure lors des premiers cycles de chargement, et donc l'importance de simuler plusieurs cycles afin d'estimer l'état mécanique stabilisé de l'essieu. En effet, le comportement des matériaux ainsi que le contact introduisent des non-linéarités dans la réponse de la structure. L'objectif de ce chapitre est donc de calculer cette évolution de l'état mécanique jusqu'à sa stabilisation.

Afin de mesurer la résistance à la fatigue d'un essieu soumis à une sollicitation de flexion rotative, un banc d'essais a été conçu. On choisit dans un premier temps de modéliser cet essai de fatigue. L'instrumentation de l'éprouvette nous donne plusieurs points de comparaison et permet ainsi de mesurer la fiabilité du modèle. Après une description du banc d'essais de fatigue, on présentera le modèle numérique de cet essai. On s'intéressera ensuite aux lois de comportements choisies pour les matériaux, et notamment à celle de l'essieu ainsi qu'à son identification. Enfin, les résultats de la simulation cyclique seront

discutés et une comparaison de l'état stabilisé sera faite dans les zones instrumentées de l'éprouvette.

## 2.1 Essais de fatigue sur un essieu éprouvette échelle 1

En condition de service, l'essieu est soumis à un chargement cyclique de flexion rotative. Afin d'évaluer la résistance à la fatigue de ce dernier un banc d'essai a été mis en place. Le banc permet de lancer des essais sur des éprouvettes allant jusqu'à l'échelle 1. L'éprouvette est un essieu amputé de ses fusées avec une unique portée en extrémité sur laquelle est calé un galet. L'autre extrémité est une réduction de diamètre permettant le montage des équipements de pilotage. Contrairement au cas réel, l'éprouvette n'est pas mise en rotation sur ce banc. Le galet est maintenu en position à l'aide de brides serrant la jante contre une équerre. La flexion rotative est assurée par le trajet circulaire du déplacement appliqué en bout d'axe avec deux vérins décalés angulairement. Les pistons de ces vérins sont liés à une liaison montée sur la section au diamètre réduit.

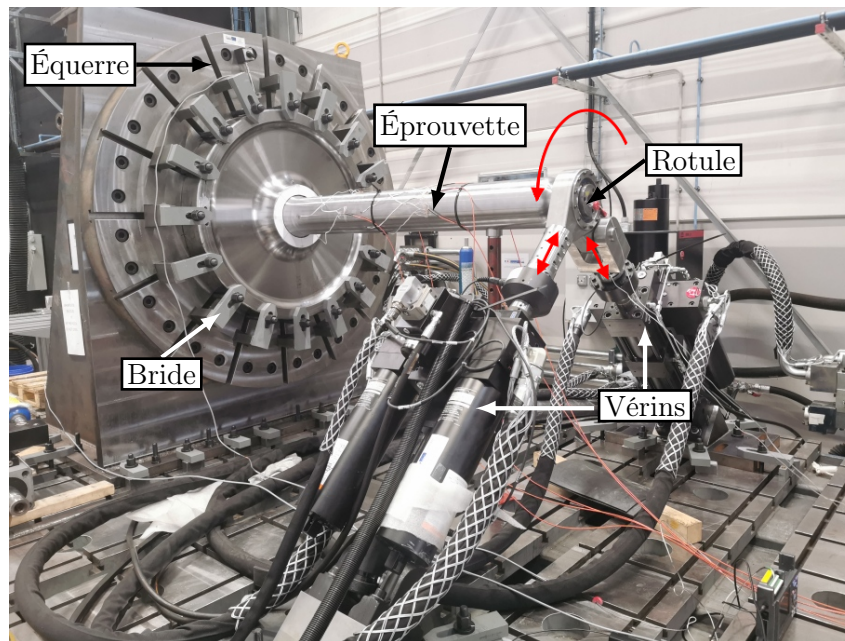


FIGURE 2.1 – Montage complet du banc d'essai de fatigue échelle 1 du LaMcube

Le corps de l'éprouvette est instrumenté de jauges mesurant les déformations dans la direction axiale. Huit premières jauges sont réparties sur toute la circonférence d'une section située relativement loin de la fin de la portée. Une seconde section plus proche de la portée voit sa périphérie couverte par quatre jauges. Enfin, une chaînette de jauge est présente dans le congé de raccordement entre la portée et le corps. La figure 2.2 illustre la position des jauges.

L'essai de fatigue réalisé s'appuie sur des spécifications données dans la norme [EN 13261, 2020], notamment le respect d'une limite d'endurance de 200 MPa hors de la portée de calage. L'essai consiste alors à appliquer une sollicitation de flexion rotative à l'essieu-monté en pilotant le déplacement de manière à atteindre la valeur-limite de 200 MPa dans le corps de l'éprouvette. L'analyse des surfaces après  $10^7$  cycles ne doit révéler aucune fissure afin de valider la géométrie proposée par le bureau d'étude. Dans

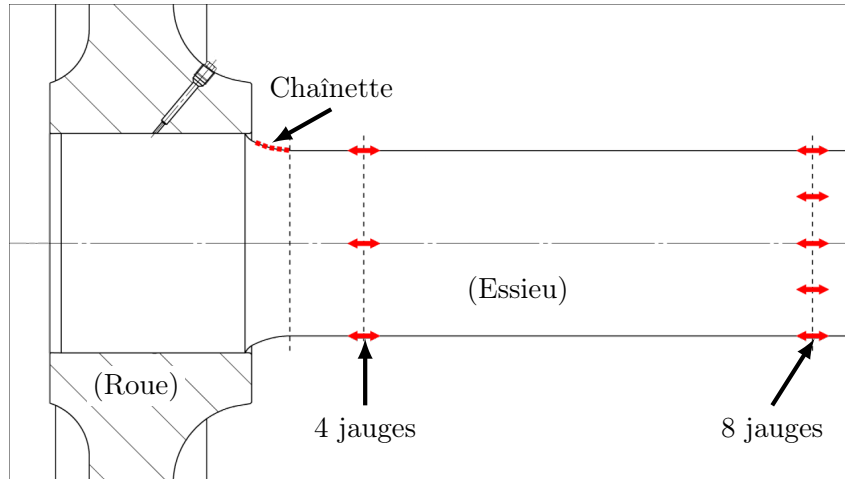


FIGURE 2.2 – Instrumentation de l'éprouvette

notre cas, afin d'intégrer les potentiels défauts du banc, une boucle de rétroaction est mise en place et corrige ainsi le pilotage en déplacement par itération pour obtenir les contraintes désirées. Ces dernières sont calculées à partir des mesures en déformations, en faisant les hypothèses d'un comportement élastique et d'une contrainte initiale nulle. Les sections couvertes par quatre et huit jauges sont assez loin de la portée pour que ces hypothèses soient valides. Néanmoins, elles sont contestables dans le congé de raccordement où la simulation du calage a montré une contrainte résiduelle de traction.

## 2.2 Présentation du modèle numérique

La simulation numérique de cet essai doit permettre de calculer l'état mécanique stabilisé de l'assemblage au cours d'un cycle. Dans le chapitre précédent, un modèle de l'opération de calage a été mis en place afin d'obtenir les contraintes résiduelles dans l'assemblage fretté. Cet état résiduel doit désormais être défini comme initial dans le calcul cyclique. La flexion rotative subie par l'éprouvette est une sollicitation multiaxiale. Ainsi, une modélisation axisymétrique du problème n'est pas envisageable malgré la géométrie de révolution. Afin d'éviter un post traitement intrusif et une perte de précision pour le transfert des résultats entre le modèle de calage 2D axisymétrique et le modèle cyclique 3D, on choisit de travailler sur des maillages compatibles. On génère alors un maillage 3D par révolution du maillage 2D initial grâce à une fonction interne d'*Abaqus* qui permet également le transfert des variables d'écrouissage et des contraintes vers le nouveau maillage.

Sur l'essieu-éprouvette étudié ici, la flexion rotative est assuré par un pilotage en déplacement de l'extrémité de l'axe. Ce pilotage est modélisé par des conditions de Dirichlet appliquées sur un nœud maître en liaison rotule avec la surface pilotée. Pour éviter une dégradation prématurée de l'éprouvette lors du chargement initial sur le banc d'essai, l'amplitude de ce dernier augmente progressivement durant dix cycles jusqu'à atteindre la valeur consigne. Ainsi, le trajet piloté en début d'essai a une allure de spirale. Dans un premier temps, ces cycles de mise en charge seront reproduit dans le modèle, puis une comparaison avec un modèle sans mise en charge sera faite afin d'évaluer son importance par rapport au coût en temps de calcul.

Le bridage du galet contre l'équerre est reproduit à l'aide d'un blocage des déplacements des nœuds appartenant aux flancs de la jante. On suppose ainsi un serrage uniforme et on néglige les déformations induites par chaque bride. Ce choix évite d'alourdir le modèle et se justifie par l'éloignement de la jante avec les zones étudiées, à savoir la portée et le congé de raccordement.

## 2.3 Loi de comportement des matériaux

Les niveaux de charges appliquées lors de la sollicitation de la structure sont assez élevés pour sortir du domaine d'élasticité du matériau. La limite de ce domaine est la surface seuil où des déformations irréversibles peuvent apparaître. On définit alors la fonction de charge  $f$  dépendant de l'état du matériau telle que le domaine élastique est représenté par  $f < 0$ , et la surface seuil de plasticité est atteinte lorsque  $f = 0$ . Pour qu'il y ait écoulement plastique, il faut d'une part que le point représentatif de l'état de contrainte soit situé sur la surface seuil, et d'autre part que ce point ne puisse quitter cette surface tant qu'il y a écoulement plastique.

Au cours du processus de déformation plastique, le domaine d'élasticité est amené à changer de taille et à se déplacer. Deux variables sont nécessaires afin de décrire ces évolutions, à savoir la variable tensorielle  $\mathbf{X}$  indiquant la position du domaine élastique et la variable scalaire  $R$  représentant la variation de sa taille. Le critère de plasticité s'exprime alors sous la forme :

$$f = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - R - \sigma_y \quad (2.1)$$

où  $J_2$  est la norme associée au critère de *von Mises* et  $\sigma_y$  représente la limite d'élasticité initiale en traction. L'évolution des variables  $\mathbf{X}$  et  $R$  sont respectivement définies à l'aide d'une loi d'écrouissage cinématique et d'une loi d'écrouissage isotrope qui sont choisies en fonction du matériau et du chargement. Pour notre étude, l'EA1N utilisé pour l'essieu est un acier doux type C35 ayant subi un traitement de normalisation. Aussi, la loi matériau doit permettre de modéliser précisément le comportement de l'EA1N sous sollicitations monotones pendant l'opération de frettage, puis sous sollicitations cycliques lorsque l'essieu-monté est en conditions de service.

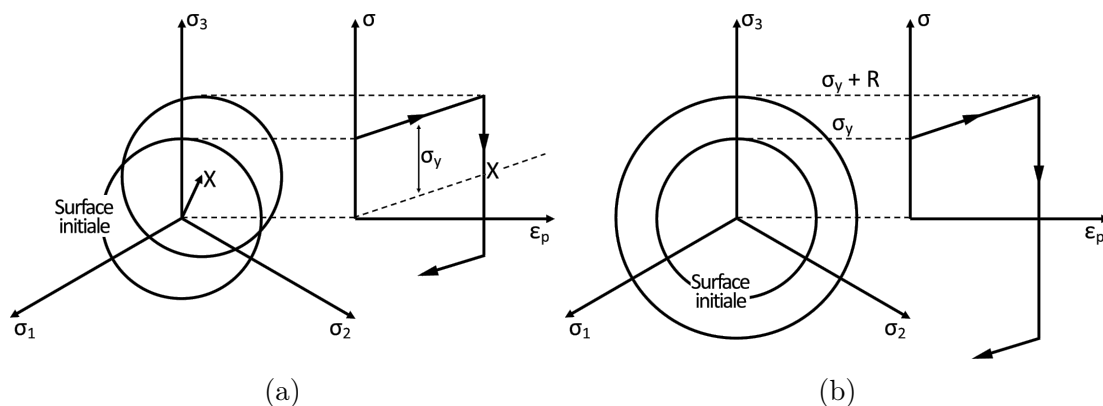


FIGURE 2.3 – Représentation de (a) l'écrouissage cinématique et de (b) l'écrouissage isotrope dans l'espace des contraintes et en traction-compression



Dans le cas du chargement monotone, la combinaison d'un écrouissage cinématique linéaire et d'un écrouissage isotrope est suffisante pour traduire le comportement du matériau, mais ne permet pas de rendre compte de l'effet de relaxation de la contrainte moyenne sous un chargement cyclique. On peut voir ce phénomène sur la courbe expérimentale issue d'un essai de traction-compression cyclique à amplitude de déformation constante autour d'un taux de déformation non nul (Fig 2.4) mené par [Yameogo, 2004]. On observe également sur cette courbe une dissymétrie entre la relaxation de la contrainte maximale et la relaxation de la contrainte minimale. Cette dernière met en évidence une déformation de la surface limite d'élasticité qu'on choisit de ne pas modéliser en conservant uniquement les écrouissages cinématiques et isotropes, permettant ainsi l'utilisation de lois de comportement déjà présents dans les solveurs commerciaux tel qu'*Abaqus*.

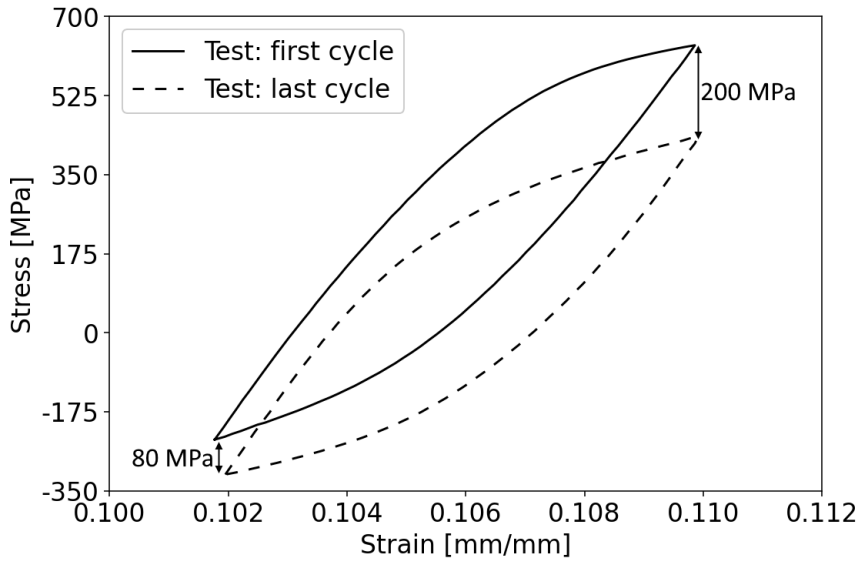


FIGURE 2.4 – Relaxation de la contrainte moyenne pour l'acier EA1N [Yameogo, 2004]

La loi non-linéaire d'Armstrong-Frederick est retenue pour modéliser l'écrouissage cinématique du matériau. Néanmoins, l'utilisation d'une unique variable cinématique est insuffisante si l'on souhaite couvrir une grande plage de variation des déformations. C'est pourquoi on choisit un modèle superposant plusieurs variables cinématiques indépendantes obéissant à la loi d'évolution d'Armstrong-Frederick :

$$\mathbf{X} = \sum_i \mathbf{X}_i \quad (2.2)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p - \gamma_i \mathbf{X}_i \dot{p} \quad (2.3)$$

où  $p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p(\tau) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p(\tau)} d\tau$  est la déformation plastique cumulée pouvant être interprétée comme la longueur du chemin plastique subi par le matériau.  $C_i$  et  $\gamma_i$  sont des paramètres caractéristiques du matériau définissant respectivement le module tangent initial et le terme de rappel dynamique pour chaque écrouissage. Lorsque l'écrouissage cinématique augmente le module d'écrouissage diminue et tend vers 0 avec un taux de variation piloté par  $\gamma_i$ . Ainsi, sous sollicitation uniaxiale  $X_{\infty_i} = \frac{C_i}{\gamma_i}$  représente la valeur à saturation de la variable d'écrouissage  $X_i$ .

Conformément au modèle proposé par [Chaboche, 2020], on choisit de modéliser l'érouissage isotrope comme non linéaire à l'aide d'un modèle similaire à celui employé pour l'érouissage cinématique. De plus, afin de traduire à la fois la courbe de traction monotone, mais aussi les boucles d'hystérésis, on considère un modèle superposant plusieurs variables d'érouissage isotrope :

$$R = \sum_i R_i \quad (2.4)$$

$$\dot{R}_i = b_i (R_{\infty_i} - R_i) \dot{p} \quad (2.5)$$

où  $R_{\infty_i}$  et  $b_i$  sont des paramètres matériau.  $R_{\infty_i}$  est la valeur asymptotique de la variable d'érouissage isotrope  $R_i$ , et  $b_i$  donne la rapidité de la stabilisation.

Pour résumer, en plus du module élastique  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$ , le modèle de comportement retenue nécessite l'identification des paramètres suivant :

- $\sigma_y$  : la limite d'élasticité initiale en traction
- $\{C_i; \gamma_i\}$  : les paramètres d'érouissage cinématique
- $\{R_{\infty_i}; b_i\}$  : les paramètres d'érouissage isotrope

On s'appuie pour cela sur des essais de caractérisation monotone et cyclique menés par [Baudoin, 2015].

La première étape de l'identification s'appuie sur les essais de traction monotone uniaxiale qui permettent l'évaluation du module d'Young par approximation du domaine élastique d'une part, et la mesure de la contrainte maximale d'autre part.

Ensuite, à partir d'un essai de traction-compression cyclique asservi en déformation par paliers de 50 cycles d'amplitude croissante, on estime la taille du domaine élastique à **érouissage isotrope saturée** au travers de la variable  $k = \sigma_y + \sum_i R_{\infty_i}$ . Aussi, on mesure pour chaque boucle d'hystérésis stabilisée les demi-amplitudes de la contrainte  $\frac{\Delta\sigma}{2}$  et de la déformation plastique  $\frac{\Delta\epsilon_p}{2}$ , nous permettant de tracer la courbe d'érouissage cyclique du matériau.

Les paramètres de **l'érouissage cinématique**  $\{C_i; \gamma_i\}$  sont alors déterminés numériquement par la méthode des moindres carrés à partir de la relation :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} - k = \sum_i \frac{C_i}{\gamma_i} \text{th} \left( \gamma_i \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \right) \quad (2.6)$$

$$\text{avec } \sum_i \frac{C_i}{\gamma_i} = X_{\infty} = \sigma_{max} - k \quad (2.7)$$

La figure 2.5 illustre cette identification. On peut y voir une surestimation du niveau de contraintes à faible taux de déformation. En fait, le module d'érouissage initial a été choisi élevé afin d'adoucir la transition entre les comportements élastique et plastique.

Il reste alors à déterminer l'évolution de **l'érouissage isotrope**. Ce modèle d'érouissage est classiquement utilisé pour traduire les phénomènes d'adoucissement ou de durcissement cyclique du matériau, et l'identification de ses paramètres se fait alors à partir d'un essai cyclique à déformation contrôlée. Dans notre cas, on choisit d'utiliser ce modèle pour recaler au mieux aux essais monotones. C'est pourquoi on identifie les paramètres uniquement à partir d'essais de traction uniaxiale. Pour ce type d'essai, la loi de comportement du matériau dans le domaine plastique peut être simplifiée pour obtenir la relation suivante :

$$\sigma - X = \sigma_y + R \quad (2.8)$$

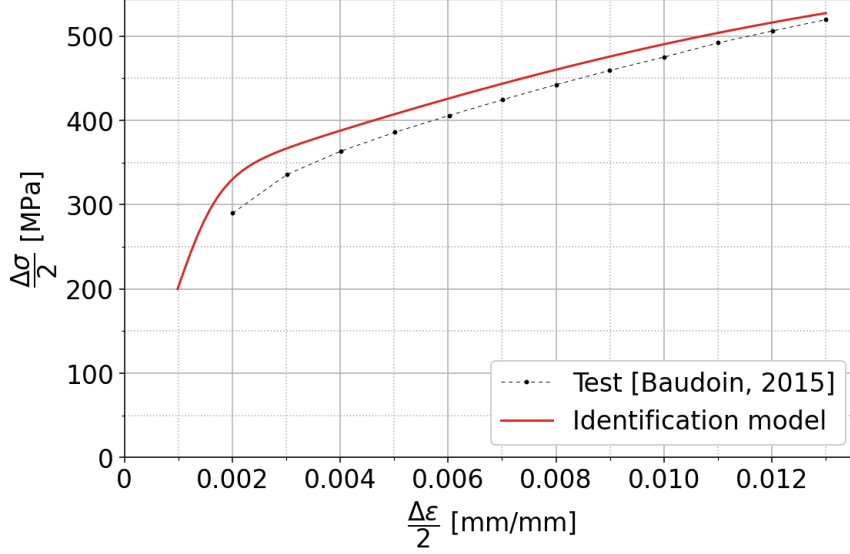


FIGURE 2.5 – Courbe d’écrouissage cyclique de l’EA1N : identification de  $\{C_i; \gamma_i\}$

avec

$$X = \sum_i \frac{C_i}{\gamma_i} (1 - e^{-\gamma_i \epsilon_p}) \quad (2.9)$$

$$\sigma_y = k - \sum_i R_{\infty_i} \quad (2.10)$$

$$R = \sum_i R_{\infty_i} (1 - e^{-b_i \epsilon_p}) \quad (2.11)$$

permettant ainsi l’identification par méthode numérique des paramètres  $\{\sigma_y; R_{\infty_i}; b_i\}$ .

Les paramètres ainsi identifiés sont donnés dans le tableau 2.1. Dans notre cas, l’écrouissage cinématique est décomposé en deux variables  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$ , tout comme l’écrouissage isotrope avec les variables  $R_1$  et  $R_2$ .

Domaine élastique			
E		$\sigma_y$	
203000 MPa		200 MPa	
Écrouissage isotrope			
$R_{\infty_1}$	$b_1$	$R_{\infty_2}$	$b_2$
-286 MPa	91,1	286 MPa	25,6
Écrouissage cinématique			
$C_1$	$\gamma_1$	$C_2$	$\gamma_2$
162400 MPa	1279	20553 MPa	71,1

TABLE 2.1 – Paramètres matériaux identifiés pour l’acier EA1N

On remarque que  $R_{\infty_1} + R_{\infty_2} = 0$ , c’est à dire que la taille initiale du domaine élastique est identique à sa taille finale. La variation de taille intervient à des taux de déformations intermédiaires, avec une forte réduction à déformations faibles avant de tendre progressivement vers sa taille de départ. On peut voir cela en calculant le rapport  $\frac{b_1}{b_2}$  qui nous

indique que l'écroissage associé à la variable  $R_1$  intervient à un niveau de déformation 3,6 fois plus faible que celui associé à la variable  $R_2$ . Cette évolution permet d'éviter une surestimation de la contrainte en traction monotone si seul l'écroissage cinématique était considéré étant donné la valeur élevée du module  $C_1$ .

Suite à l'identification des paramètres de la loi de comportement proposée pour l'acier EA1N, on réalise une comparaison entre les résultats issus de la simulation EF sur un unique élément unidimensionnel avec les données d'essais.

La figure 2.6 représente les courbes d'écroissage monotone pour une éprouvette sous sollicitation de traction uniaxiale. Comme attendu, le résultat fourni par la simulation est très proche des mesures grâce à l'identification de l'écroissage isotrope.

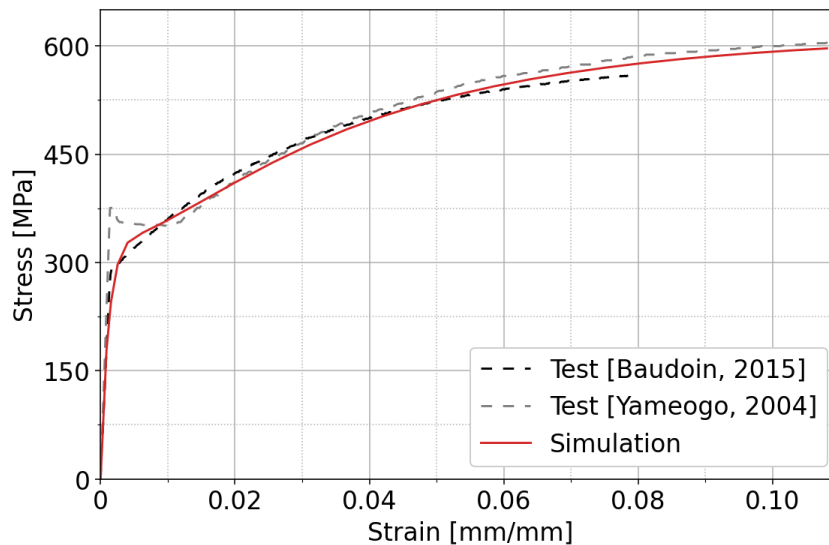


FIGURE 2.6 – Comparaison des essais de traction uniaxiale avec le modèle de comportement proposé

La figure 2.7 montre les boucles d'hystérésis pour une éprouvette soumise à une sollicitation de traction-compression cyclique à amplitude de déformation imposée croissante autour d'une déformation nulle. Quelle que soit l'amplitude de déformation imposée, les contraintes extrêmes sont respectées. On note cependant que le module tangent est légèrement sous-estimé à la sortie du domaine élastique, notamment visible pour les grandes amplitudes de déformation.

Enfin, la figure 2.8 illustre la relaxation cyclique d'une éprouvette sous sollicitation de traction-compression à amplitude de déformation imposée constante autour d'un taux de déformation non-nul. Malgré une identification négligeant ces données d'essais, la comparaison des boucles d'hystérésis initiale et stabilisée montre une relative proximité entre les résultats de la simulation et les données d'essais. L'évaluation du modèle matériau pour l'EA1N est jugée satisfaisante, permettant ainsi l'utilisation de ce dernier dans nos calculs futurs.

Concernant les roues ferroviaires, la modélisation élastoplastique à écroissage cinématique d'Armstrong-Frederic est retenue. L'identification de ce modèle est faite dans [Langueh, 2013] à partir d'essais de traction-compression cycliques à déformation imposée. Le tableau 2.2 donne les paramètres ainsi identifiés.

En comparant les modèles des deux matériaux en traction uniaxiale (Fig 2.9), on constate que le module tangent de l'ER7 est bien plus élevé que celui de l'EA1N à un

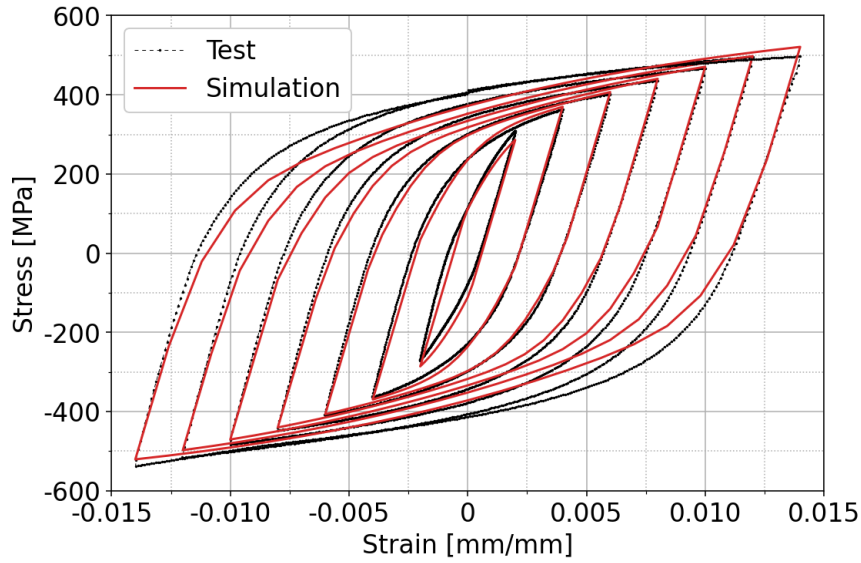


FIGURE 2.7 – Comparaison des essais cycliques avec le modèle de comportement proposé

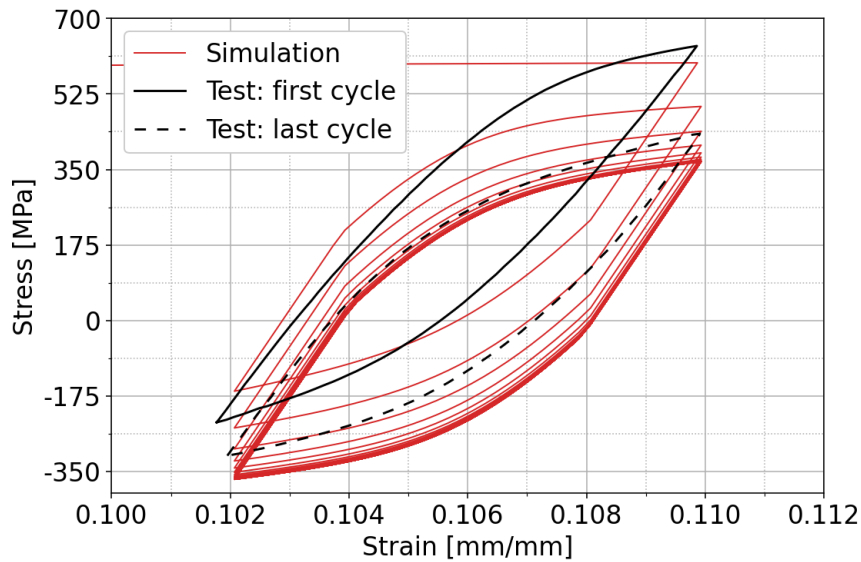


FIGURE 2.8 – Comparaison d'un essai de relaxation cyclique avec le modèle

E (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	C (MPa)	$\gamma$
208550	296	128900	276

TABLE 2.2 – Paramètres matériaux identifiés pour l'acier ER7 [Languéh, 2013]

faible taux de déformation plastique malgré un comportement élastique similaire. Cette différence est à l'origine de la localisation des déformations plastiques majoritairement dans l'essieu, constatée lors des simulations de calage (*cf.* chapitre 1).

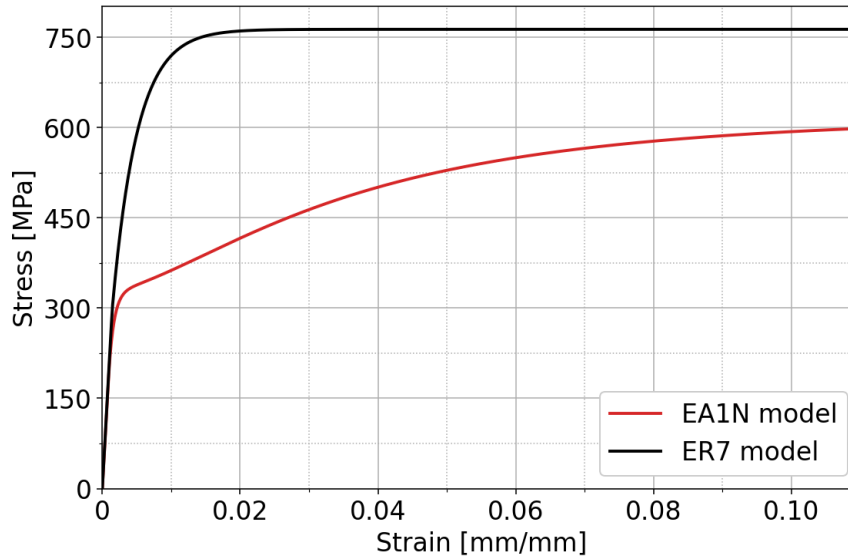


FIGURE 2.9 – Comparaison des modèles des aciers EA1N (essieu) et ER7 (roue) en traction monotone

## 2.4 Résultats : État mécanique stabilisé

Pour la suite, les résultats illustrés seront identifiés par la position angulaire  $\theta$  entre autres. La figure 2.10 définit  $\theta$  comme l'angle autour de l'axe de révolution par rapport à la direction du chargement  $\vec{U}$ . Aussi, les cartographies se placeront dans le repère tel que  $\vec{U}$  est à droite orienté vers le haut.

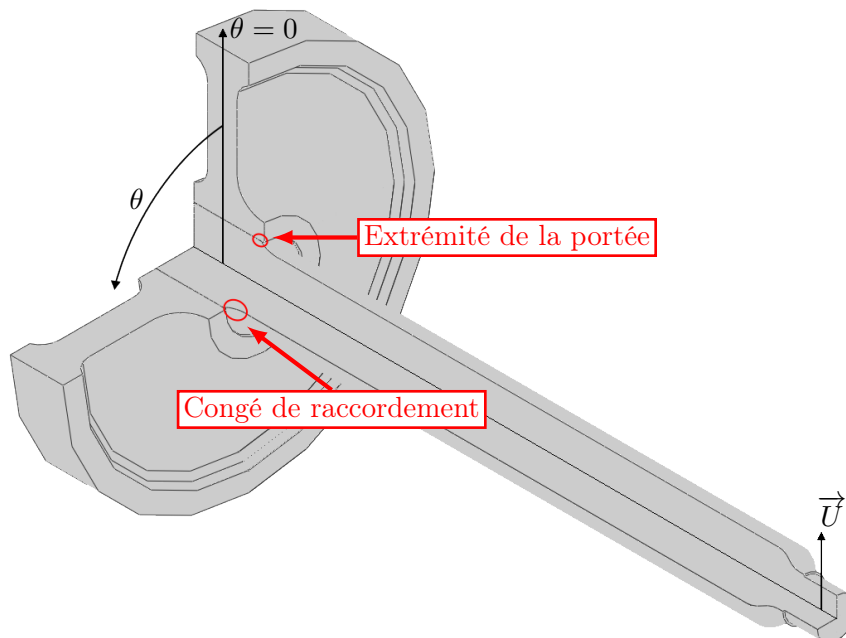


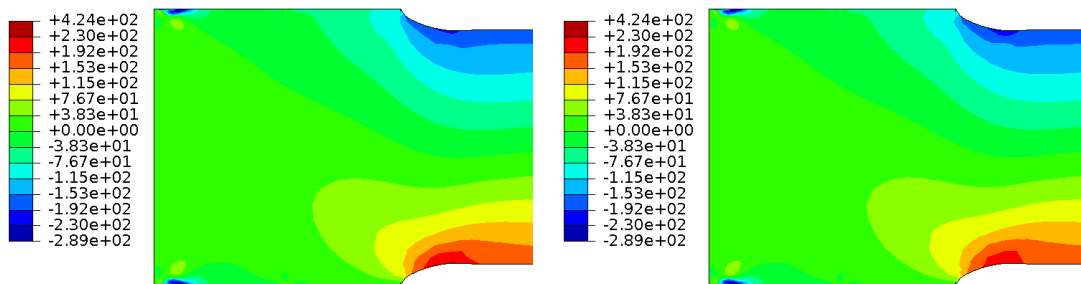
FIGURE 2.10 – Définition de la position angulaire  $\theta$  par rapport à la direction de chargement  $\vec{U}$  et localisation des zones observées

Pour commencer, on s'intéresse à simuler la réponse de la structure sous un chargement identique à celui de l'essai. Ainsi, l'amplitude du déplacement appliqué en bout d'axe vaut

8,5 mm. De plus, la mise en charge en spirale pendant dix cycles est traduite dans le calcul par un chargement où les cinq premiers cycles sont remplacés par un déplacement uniaxial, et on ajoute l'aspect rotatif du chargement pour les cinq cycles suivants. Ceci permet un gain de temps en évitant le calcul des cinq cycles initiaux, et est possible tant que le niveau du déplacement uniaxial n'appelle pas une réponse inélastique de l'axe ou une évolution de l'état du contact entre les deux pièces.

Pour rappel, l'amplitude du chargement a été choisie afin que le corps de l'éprouvette atteigne une contrainte longitudinale limite de 200 MPa. Ce niveau de contrainte est égal à la limite élastique définie pour modéliser l'acier EA1N (*cf.* tableau 2.1) et doit donc permettre a priori un comportement plastique au moins pour les premiers cycles.

La figure 2.11 montre les contraintes longitudinales  $\sigma_{zz}$  à l'intérieur de l'éprouvette juste après la mise en charge puis au 120e cycle. La comparaison des deux cartographies



(a) État après mise en charge ( $N = 0$ )    (b) État après 120 cycles de chargement

FIGURE 2.11 – Cartographie des contraintes axiales (MPa) dans l'éprouvette (vue en coupe)

nous renseigne d'une évolution relativement faible de ces contraintes. Sur la portée, une variation des contraintes entre les deux cycles observés est présente uniquement sur moins de 2 mm au bord côté corps. Ailleurs dans la portée, les contraintes sont identiques quel que soit le cycle. L'évolution la plus marquée se situe dans le congé de raccordement à 38 mm du bord de la portée. On peut voir sur la figure 2.12 que la contrainte est initialement bornée par  $[-200; 235]$  MPa. La contrainte moyenne non-nulle initialement (issue de l'état résiduel après calage) se relaxe ensuite. On constate en effet au cycle 120 que la contrainte évolue alors entre  $-215$  MPa et 215 MPa. La simulation prédit donc une contrainte maximale supérieure de 15 MPa à celle visée lors de la mise en place de l'essai.

Afin d'amplifier les phénomènes en jeu lors de la sollicitation cyclique de l'éprouvette, on choisit pour le chargement une amplitude de déplacement supérieure à celle retenue pour l'essai. On favorise ainsi la présence de non-linéarités dans la réponse de la structure, qu'elles soient dues aux matériaux ou bien au contact. La figure 2.13 montre l'évolution cyclique de l'effort nécessaire pour appliquer des déplacements d'amplitude 8,5 mm et 15 mm. La comparaison des deux courbes nous confirme l'apparente linéarité de la réponse de la structure sous un chargement de 8,5 mm, et nous assure de la non-linéarité désirée pour le chargement de 15 mm. On note en effet une évolution singulière de l'effort pour ce chargement, notamment durant les dix cycles suivant la mise en charge. Pour rappel, les dix premiers cycles correspondent à la montée progressive de l'amplitude jusqu'à ce que celle-ci atteigne sa valeur maximale (*i.e.* mise en charge). On observe dans cette fenêtre

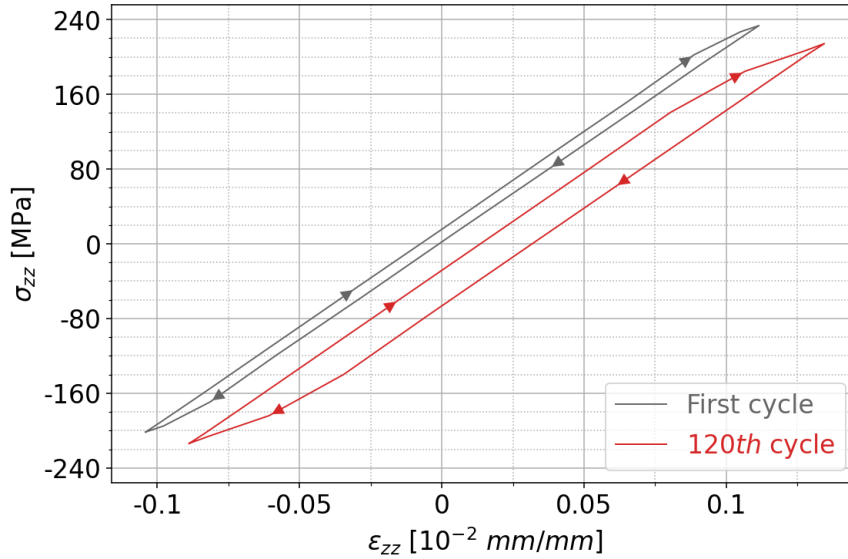


FIGURE 2.12 – Évolution de l'état mécanique axial dans le congé de raccordement à 38 mm du bord, pour un chargement de 8,5 mm

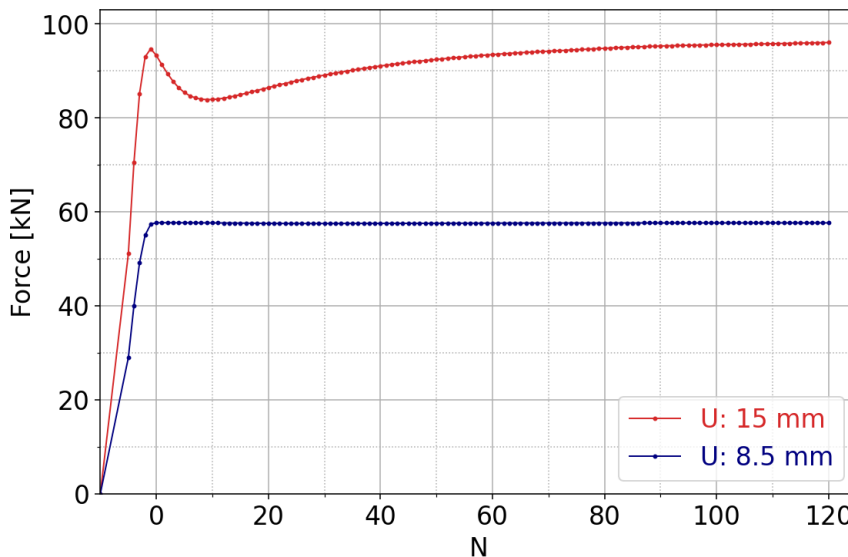


FIGURE 2.13 – Évolution cyclique de l'effort de réaction

de dix cycles une évolution quasi-linéaire de l'effort qui atteint approximativement 95 kN. L'effort décroît ensuite sur les dix cycles suivants, diminuant ainsi d'environ 10 kN, puis augmente à nouveau à la recherche d'une asymptote estimée sous les 100 kN. Cette perte de monotonie en début de courbe n'est pas observée pour l'amplitude de 8,5 mm et l'essai mené en parallèle de la simulation n'a pas été réalisé pour un chargement plus élevé. En l'état, il est donc impossible de vérifier cette courbe d'effort par comparaison avec un résultat expérimental. Néanmoins, on peut imputer cette évolution au choix du modèle pour le comportement de l'EA1N. En effet, ce dernier ayant été calibré sur des résultats monotones et stabilisés, la phase transitoire (c-à-d au début du chargement cyclique) peut laisser apparaître des artefacts. La décroissance peut alors s'expliquer par la chute de la limite d'élasticité introduite dans l'écroutissage isotrope afin de compenser l'écroutissage cinématique dans le cas d'un chargement monotone. L'influence de l'écroutissage isotrope

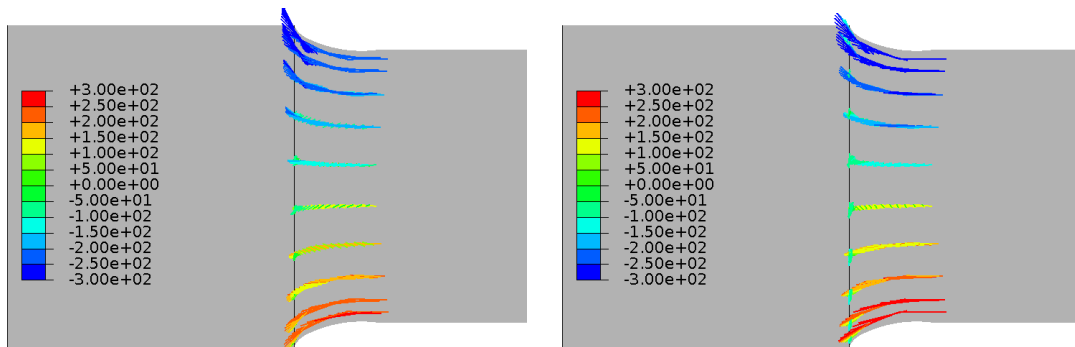


se stabilise rapidement dans les zones sollicitées plastiquement, d'où la stabilisation de l'effort plus tardive.

On supposera, pour la discussion des résultats qui suit, que seuls les premiers cycles présentent des possibles artefacts numériques.

On s'intéresse pour commencer au congé de raccordement entre la portée de calage et le corps de l'axe. Dans cette zone, l'état résiduel après calage se résume à une contrainte en traction de 30 MPa dans la direction axiale.

La figure 2.14 représente la direction principale de sollicitation dans la région du congé de raccordement. On peut voir que cette région subie principalement des sollicitations de traction-compression dans les directions tangentes à la surface du congé dans le plan  $(r, z)$  initialement. Après 120 cycles de chargements, on constate une sollicitation davantage dans la direction axiale, ainsi qu'une amplitude de contrainte plus faible dans la zone compressive.



(a) État après mise en charge ( $N = 0$ ) (b) État après 120 cycles de chargement

FIGURE 2.14 – Amplitude (en MPa) et direction de la contrainte principale maximale (en valeurs absolues) dans le congé de raccordement

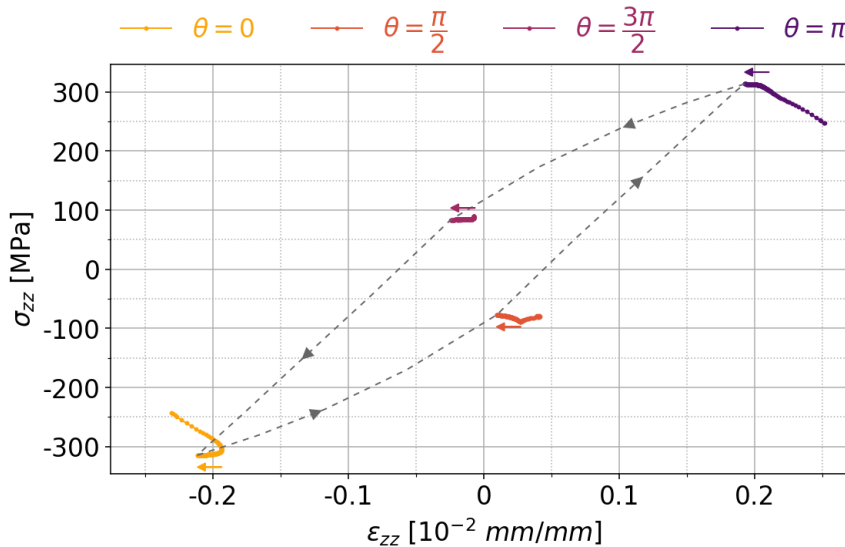


FIGURE 2.15 – Évolution cyclique de la contrainte  $\sigma_{zz}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{zz}$  dans le congé de raccordement, à 33 mm de la portée

La figure 2.15 montre l'évolution cyclique de la contrainte en fonction de la déformation

dans la direction axiale, en quatre points répartis sur la périphérie du congé. Ces quatre points appartiennent à un même plan orthogonal à l'axe de révolution des pièces, et sont identifiés par une position angulaire par rapport à une référence qui est la projection sur ce plan de la direction du déplacement imposé en bout d'éprouvette (Fig 2.10). Ainsi, le point en  $\theta = 0$  correspond à l'emplacement où la contrainte axiale est la plus élevée en compression, à l'instant observé dans le cycle. Au-delà des premiers cycles, on constate que malgré une apparente stabilisation en contrainte, la déformation ne cesse d'évoluer quel que soit le point observé. Le pas cyclique de déformation ou pas de rochet (Fig 2.16) est relativement faible, de l'ordre de  $10^{-6}$ , soit 0,1 % du niveau de déformation pour la sollicitation axiale.

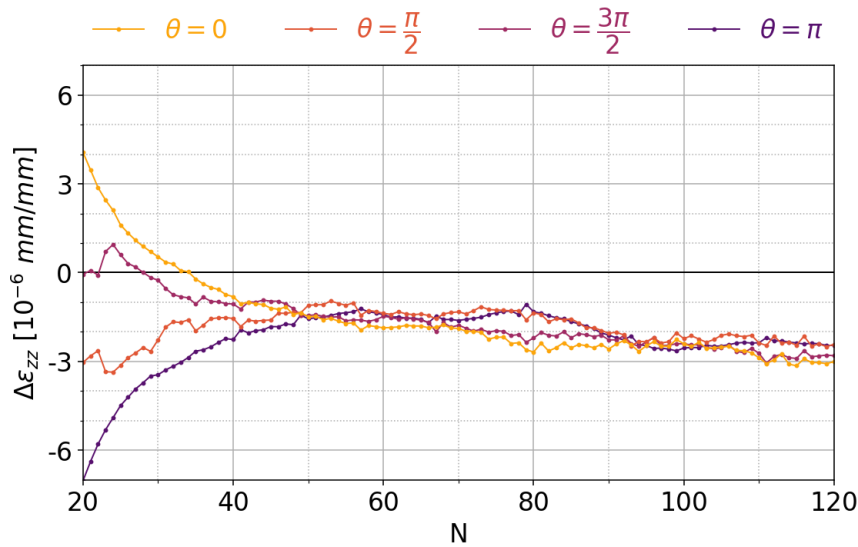


FIGURE 2.16 – Pas cyclique de la déformation axiale  $\varepsilon_{zz}$  dans le congé de raccordement, à 33 mm de la portée

La variation de contraintes au dernier cycle calculé est supérieure à deux fois la limite élastique à saturation de l'écroutissage isotrope :  $\Delta\sigma > 2k$ . Comme désiré lors du choix du chargement, le congé est donc sollicité au-delà du domaine élastique. Avec le modèle de comportement choisi pour le matériau, la contrainte moyenne tend à se relaxer. Dans un problème à déformations imposées comme le nôtre, cette relaxation et donc la stabilisation des résultats peut être lente [Chaboche, 2020]. Ainsi, le phénomène de rochet constaté dans la zone du congé peut théoriquement tendre vers un phénomène d'accommodation après un grand nombre de cycles. Néanmoins, on observe que le pas de rochet atteint une asymptote non-nulle après plusieurs dizaines de cycles simulés. Aucun phénomène d'accommodation ne semble donc prévisible ici.

En observant la géométrie déformée de la portée au cours des cycles, on constate l'apparition d'une zone étirée à l'extrémité coté corps qui s'étend progressivement (en rouge sur la figure 2.18). De plus, les déformations longitudinales semblent indiquer un niveau d'allongement supérieur à l'extérieur de la courbure de l'essieu issue de la flexion (Fig 2.17). Ainsi, à l'intérieur de cette courbure, le niveau de déformation longitudinale est certes plus faible, mais reste positif alors qu'on pourrait s'attendre à obtenir de la compression comme c'est le cas pour le congé. Il existe pourtant des contraintes axiales compressives dans cette zone d'un niveau faible initialement, mais augmentant significativement ensuite. En comparant les extremums de la contrainte axiale au cours d'un

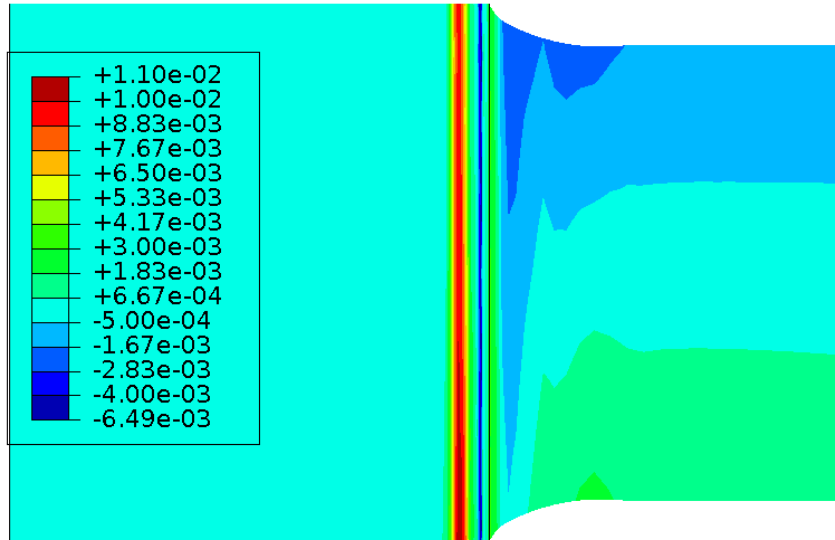


FIGURE 2.17 – Déformations axiales  $\varepsilon_{zz}$  au cycle 120

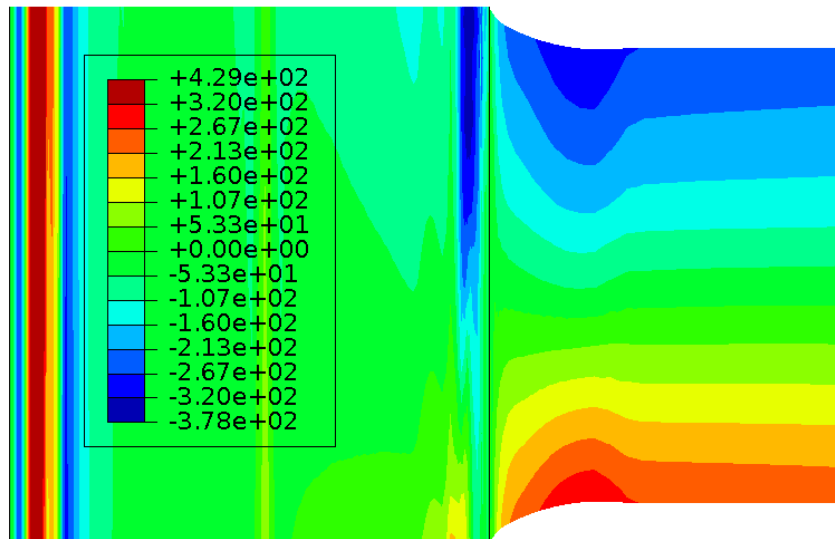


FIGURE 2.18 – Contraintes axiales  $\sigma_{zz}$  (MPa) au cycle 120

cycle en un point situé dans la zone d'étirement, on comprend que le niveau plus faible de compression permet au mieux l'atténuation de l'allongement plastique issue de la traction  $\frac{1}{2}$  cycle plus tôt. Aussi, l'évolution cyclique du champ de contraintes axiales nous montre que la zone de traction s'éloigne progressivement du bord de la portée. Ce qui était précédemment étiré est alors faiblement sollicité en compression. Diamétralement opposé à cette zone proche du bord, le niveau de compression est bien plus élevé.

Pour résumer, lorsqu'on regarde la sollicitation dans la direction axiale, deux zones apparaissent. Celle qui apparaît dans un premier temps fait subir au bord de la portée un étirement à l'extérieur de la courbure dont le niveau de contraintes est supérieur à la compression vue à l'intérieur de la courbure. Cette zone s'éloignant progressivement du bord laisse naître une seconde zone de sollicitation axiale uniquement compressive avec néanmoins un niveau de contrainte plus faible à l'extérieur de la courbure. Aussi, cette zone s'étend suite au passage de la première zone, cette dernière se déplaçant uniquement

sans gagner d'étendu.

On trouve l'origine de cet étirement en regardant le statut de contact (Fig 2.20). En effet, la flexion de l'essieu sous l'amplitude de chargement proposée permet au contact de s'ouvrir à l'extérieur de la courbure et au bord de la portée. Dès lors que le contact s'ouvre, la portée n'est plus bridée par l'interaction avec le moyeu et une sollicitation de traction longitudinale se localise dans la zone ouverte accolée au front de contact. De plus, la déformée de l'essieu sous flexion ne permet pas au contact de s'ouvrir uniformément sur toute la circonférence. Ainsi, à l'intérieur de la courbure, la portée reste en contact avec le moyeu ce qui explique le faible niveau de compression axial par rapport à la traction évoqué plus tôt. L'allongement global de l'extrémité de la portée engendre une diminution de son diamètre (Fig 2.19) permettant alors au contact de s'ouvrir davantage au cours des cycles suivants. Donc le front de contact recule et la zone de traction suit celui-ci. Le

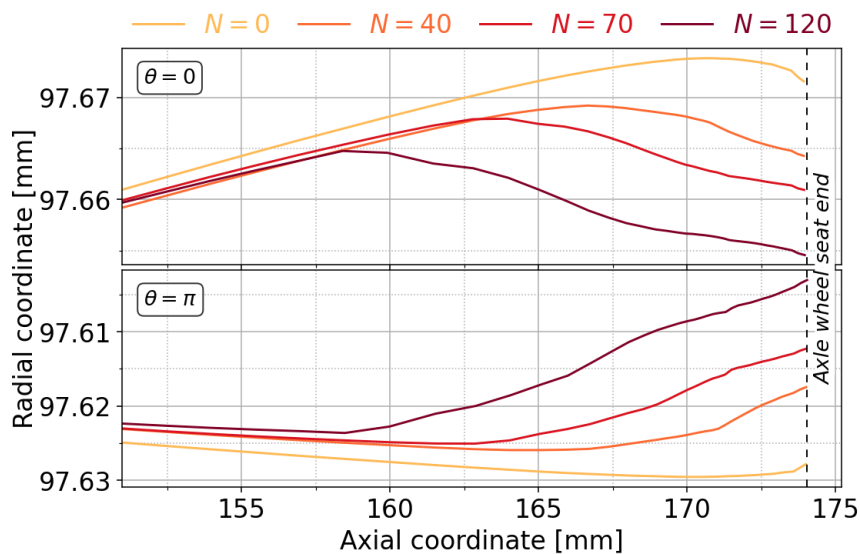


FIGURE 2.19 – Évolution du diamètre de la portée dans la direction du chargement, à 4 instants du chargement cyclique

bord de la portée, «loin» du front de contact reste peu sollicité et la compression observée est résiduelle de la sollicitation  $\frac{1}{2}$  cycle plus tôt. Avec l'éloignement du front de contact, la circonférence de l'extrémité de la portée côté corps devient majoritairement ouverte permettant alors à la compression longitudinale d'atteindre un niveau élevé quand bien même le contact reste fermé à l'intérieur de la courbure. D'ailleurs, le début de cette zone compressive axialement coïncide avec un état de contact ouvert sur la moitié de la circonférence (Fig 2.20).

La figure 2.21 met en évidence le lien entre le statut de contact et la sollicitation subie dans la portée, en deux points.

En traçant l'évolution cyclique de l'état contrainte-déformation projeté sur des nœuds en périphérie de la portée à une position axiale proche du bord, on peut distinguer trois étapes (Fig 2.22). La première étape correspond aux cycles durant lesquels le contact est fermé sur toute la circonférence, et alors l'état mécanique évolue peu. La seconde étape intervient à l'approche du front de contact à l'extérieur de la courbure. La contrainte axiale augmente à cette position angulaire pour atteindre son maximum à l'ouverture, tandis qu'à la position diamétralement opposée, le niveau de contrainte évolue peu. On observe aussi une élévation de la déformation quelle que soit la position angulaire. Après

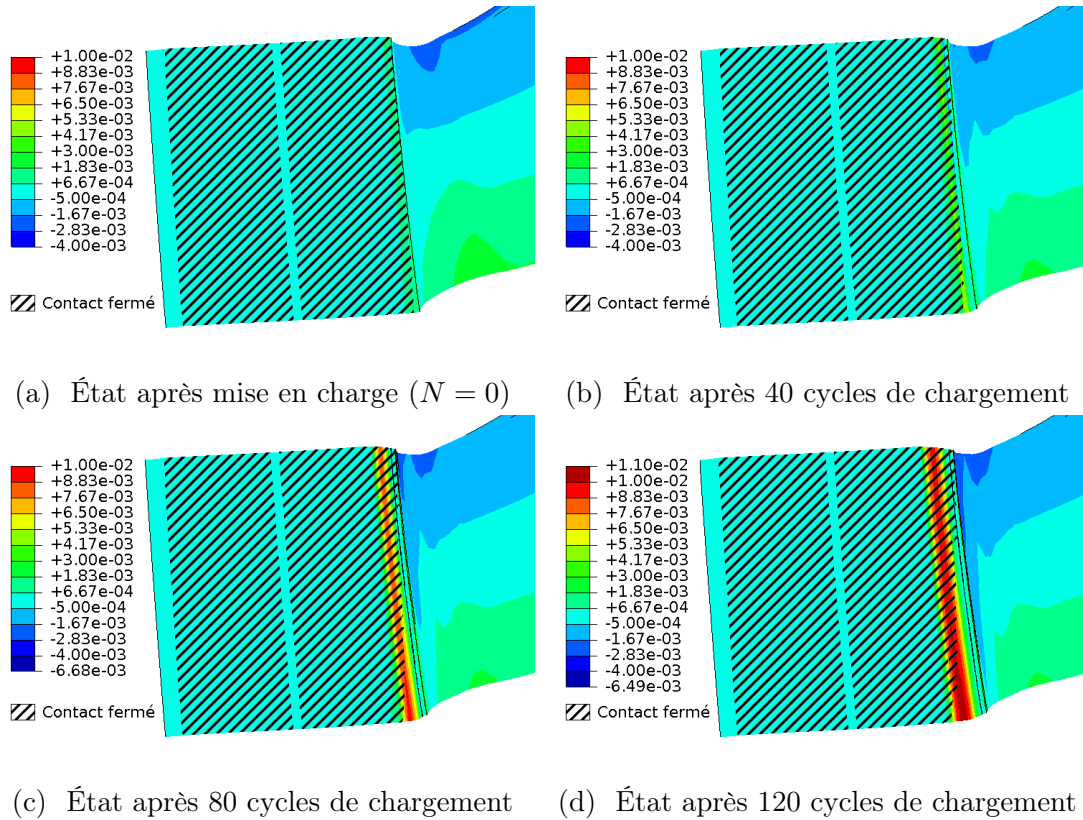
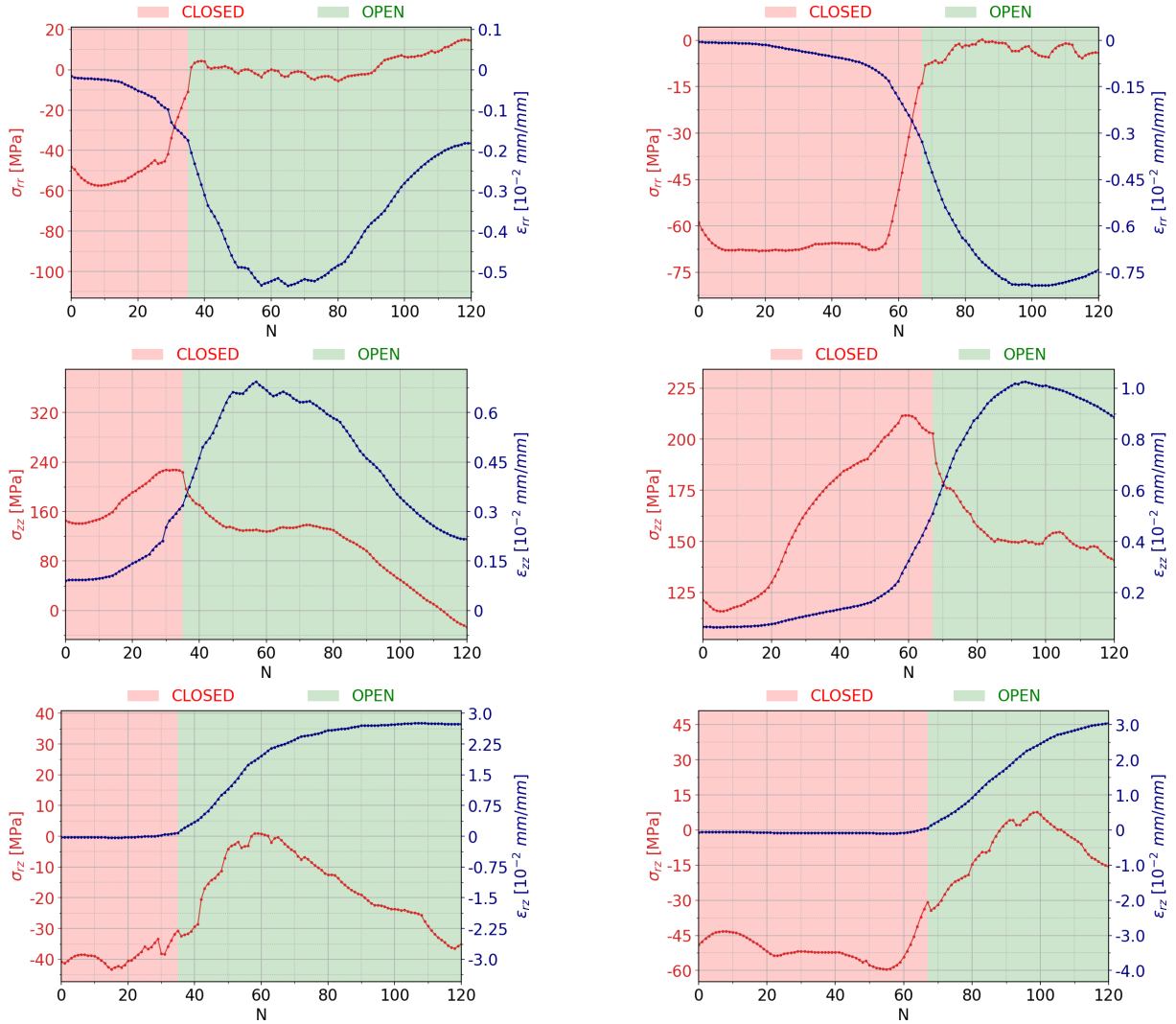


FIGURE 2.20 – Déformations axiales et statut du contact sur la portée déformée (facteur d'échelle de déformation : 150)

l'ouverture du contact, la contrainte diminue. Ainsi, la traction dans la zone ouverte diminue alors que la compression augmente dans la zone fermée. La dernière étape débute quand la sollicitation compressive atteint un niveau tel que la déformation axiale diminue, c'est-à-dire quand la circonférence est à moitié ouverte.

L'allongement de la portée a pour conséquence la réduction du diamètre de cette dernière (Fig 2.19). Cette évolution du diamètre étant absente sur l'alésage du moyeu, le serrage entre les deux pièces diminue. De ce fait, la pression de contact diminue également, au-delà de la sollicitation induite par la flexion de l'essieu (Fig 2.23). En regardant la courbe traduisant l'évolution cyclique de l'état contrainte-déformation dans la direction radiale (Fig 2.24) à la même position que précédemment, on constate à nouveau trois étapes. La première étape est similaire à celle pour la direction longitudinale, c'est-à-dire une faible évolution des contraintes et déformations, hormis vers la position angulaire la plus proche du front de contact ( $\theta = \pi$ ) où on commence à voir une relaxation. La deuxième étape intervient dès lors que la circonférence observée voit son statut de contact ouvert au cours d'un cycle. Alors, la déformation radiale compressive augmente significativement son niveau, traduisant la réduction de diamètre évoquée plus tôt, tandis que la contrainte semble rester à une valeur de saturation. La contrainte radiale tend logiquement vers 0 dans la partie ouverte de la circonférence. Enfin, la troisième étape correspond à une relaxation significative des contraintes sur toute la circonférence, ce qui est cohérent avec l'ouverture du contact, mais aussi une diminution des déformations semblable à celle observée dans la direction longitudinale. Ainsi, à la sortie de la zone étirée, la sollicitation compressive dans la direction axiale permet ce retour des déformations radiales vers un



(a) À 6 mm du bord de la portée

(b) À 9 mm du bord de la portée

FIGURE 2.21 – Évolution cyclique des sollicitations  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{rz}$  pour la position angulaire  $\theta = \pi$  et de l'état du contact en deux points en surface de portée

niveau plus bas.

En regardant l'évolution cyclique des contraintes et déformations dans la direction circonférentielle (Fig 2.25), on voit une augmentation de l'état compressif là où la circonférence est fermée jusqu'à la saturation de la contrainte, qui coïncide avec la diminution des déformations. Dans la zone ouverte, la contrainte tombe à zéro, mais on note que cette dernière retourne vers un niveau négatif durant les derniers cycles et malgré l'ouverture du contact.

## Influence du contact

Dans le but d'apprécier l'influence de l'ouverture du contact sur les résultats vus précédemment, on simule le même chargement cyclique imposé à la même structure en apportant cependant une modification au contact. On choisit en effet d'imposer ce dernier fermé durant toute la simulation, sans modifier les autres propriétés du contact.

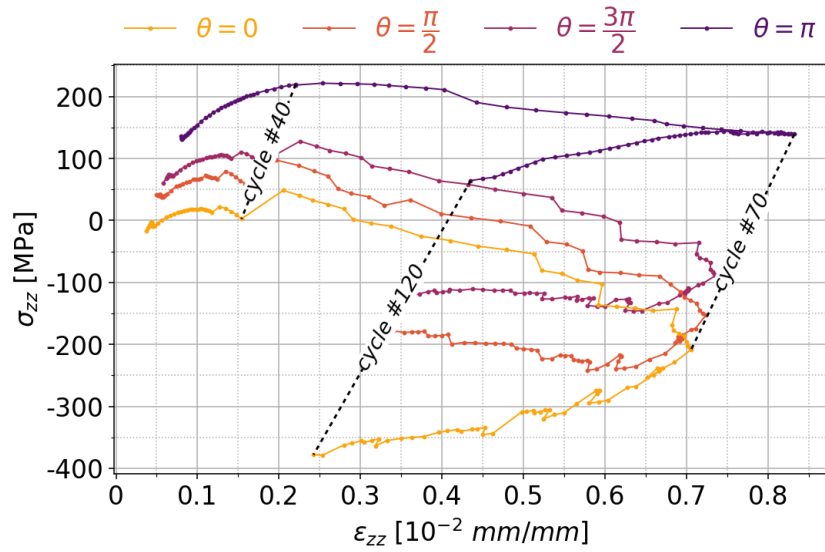


FIGURE 2.22 – Évolution cyclique de la sollicitation axiale sur la portée à 7,3 mm de son bord côté corps

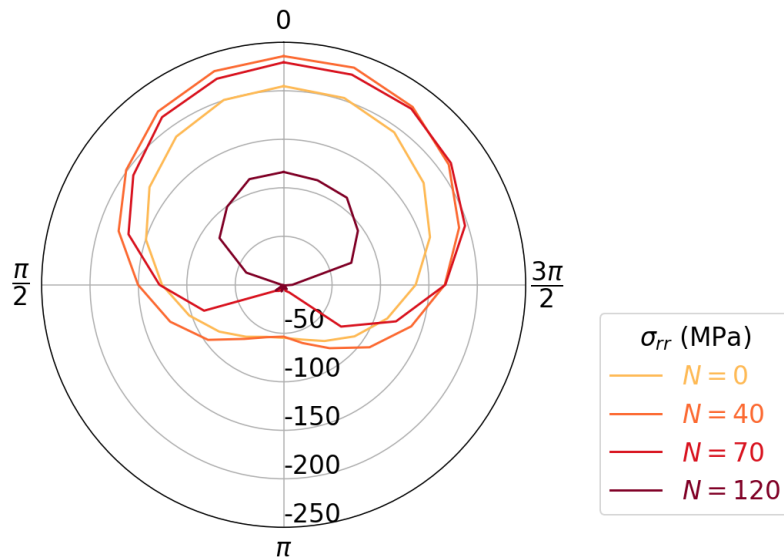


FIGURE 2.23 – Contrainte radiale en surface de portée à 7,3 mm du bord côté corps

Pour commencer, la comparaison des réponses cycliques entre les deux calculs dans le congé de raccordement révèle peu de différence et nous indique donc que cette zone est très peu impactée par l'ouverture du contact. En effet, on peut voir sur la figure 2.26 que les contraintes axiales sont aux mêmes niveaux pour les deux calculs. On note cependant que le pas cyclique de déformation est plus élevé lorsque le contact s'ouvre. Ainsi, l'effet de rochet observé dans le congé s'atténue significativement lorsque le contact est imposé fermé.

On compare ensuite les évolutions cycliques issues des deux simulations dans la zone à l'extrémité de la portée coté corps (Fig 2.27). Dans la direction axiale, imposer le contact fermé permet d'empêcher l'étirement de matière observé précédemment. Les contraintes et déformations dans cette direction deviennent alors relativement stables au cours des cycles. On constate d'ailleurs une alternance traction compression pendant un cycle de

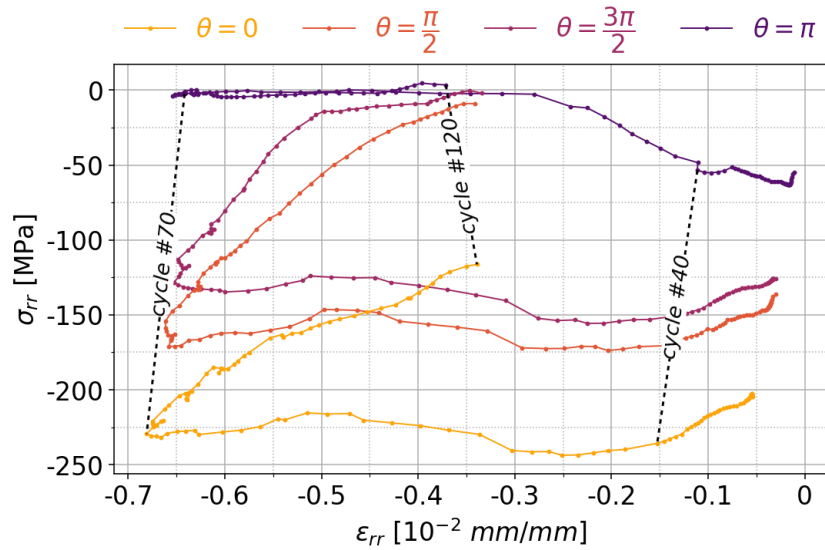


FIGURE 2.24 – Évolution cyclique de la sollicitation radiale sur la portée à 7,3 mm de son bord côté corps

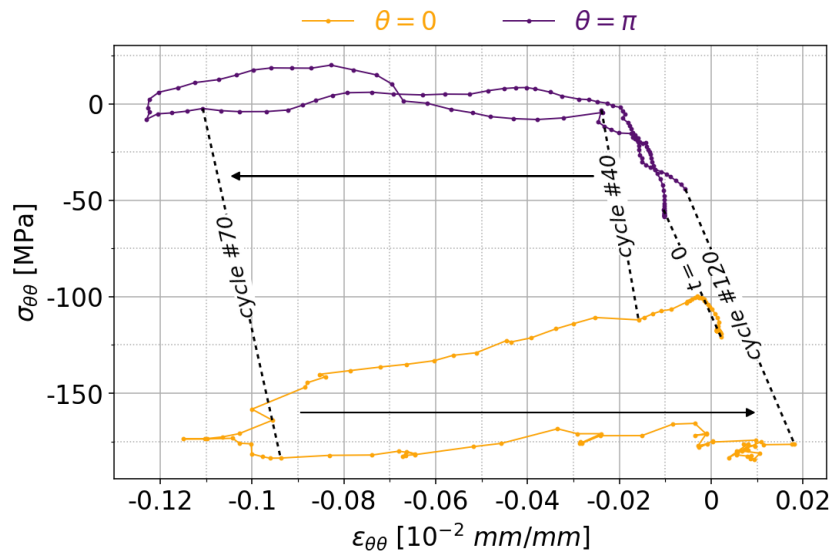


FIGURE 2.25 – Évolution cyclique de la sollicitation circonférentielle sur la portée à 7,3 mm de son bord côté corps

chargement comme attendu pour une poutre sous flexion alternée. Les sollicitations radiales et circonférentielles restent compressives à tout instant sous l'effet du serrage entre la portée et l'alésage du moyeu. Les déformations sont d'un niveau bien inférieur quelle que soit la direction dans le cas où le contact reste fermé.



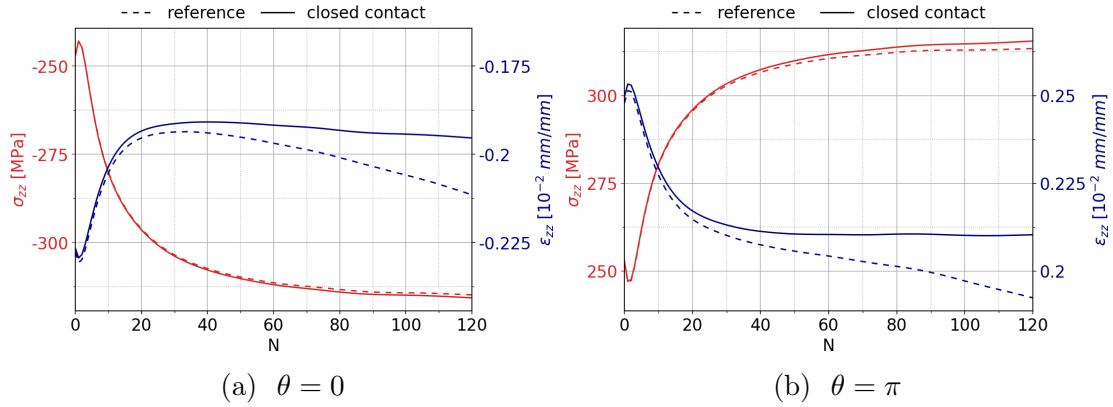


FIGURE 2.26 – Influence du statut de contact sur l'évolution cyclique de la sollicitation axiale dans le congé, à 33 mm de la portée

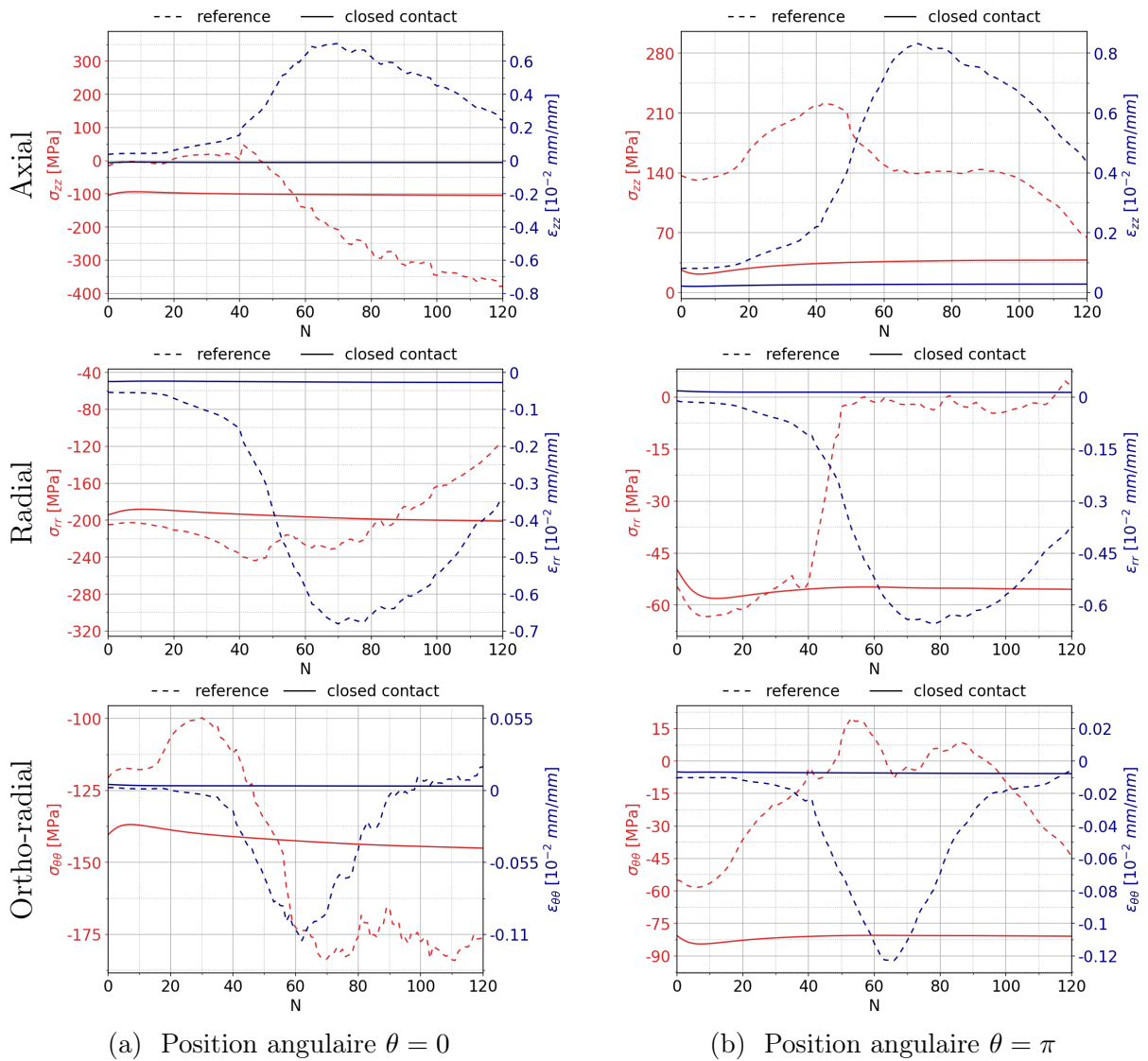


FIGURE 2.27 – Influence du statut de contact sur l'évolution cyclique de la sollicitation sur la portée, à 7,3 mm de son bord côté corps

## Cas du contact glissant

Toujours dans l'objectif de mesurer les effets du contact sur l'état mécanique de l'essieu, on choisit de modifier cette fois le modèle tangentiel de l'interaction entre les deux pièces. La même simulation a ainsi été réalisée en diminuant cependant le facteur de frottement. On choisit pour ce dernier la valeur de 0,07 qui correspond à la valeur en fin de calage (Fig 1.10). On suppose ainsi que le lubrifiant appliqué sur les surfaces afin de faciliter l'assemblage des deux pièces ne s'est pas dégradé ensuite.

On observe qu'avec un frottement aussi faible la sollicitation permet un glissement entre les deux pièces sur toute l'aire de contact, ce qui a pour conséquence une convergence difficile pour la simulation au-delà du 60ème cycle. La comparaison des résultats s'arrêtera donc à ce cycle.

On constate qu'en permettant ce glissement, on ne localise plus les déformations axiales à l'extrémité de la portée et on évite ainsi la réduction de diamètre de cette section. Il n'y a alors plus d'ouverture du contact. On peut voir ça par exemple en comparant les cartographies des contraintes radiales sur la portée au cycle 60 (Fig 2.28), où la zone de contraintes nulles proche du bord est absente dans le cas où  $\mu$  est faible. La différence

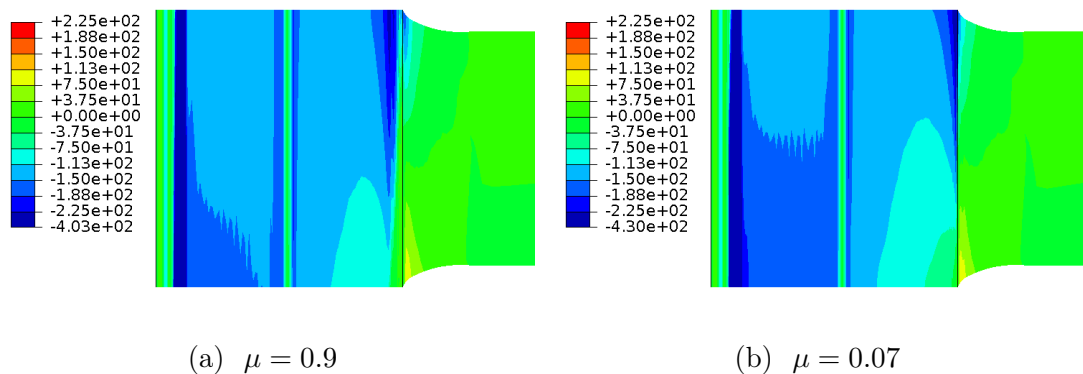


FIGURE 2.28 – Contraintes radiales  $\sigma_{rr}$  (MPa) après 60 cycles de chargement

majeure pour les contraintes se voit dans la direction axiale (Fig 2.29) où la localisation au bord de la portée disparaît au profit d'une zone de contraintes davantage étalée et d'un niveau bien plus faible.

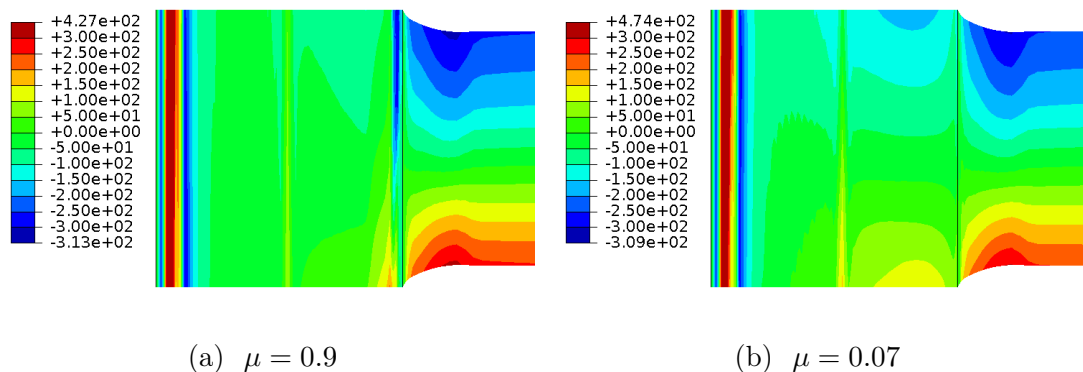


FIGURE 2.29 – Contraintes axiales  $\sigma_{zz}$  (MPa) après 60 cycles de chargement

## 2.5 Conclusions

Pour rappel, l'objectif de ce chapitre était de mettre en place le modèle numérique permettant la simulation de la sollicitation cyclique subie par un essieu en conditions de service. Pour cela, on s'est appuyé sur le banc d'essais de flexion rotative mis en place en parallèle de ces travaux. Ce choix permet d'une part de modéliser des géométries plus simple, notamment en retirant la fusée de l'essieu et en remplaçant la roue par un galet, et il permet d'autre part de maîtriser davantage le chargement par rapport aux conditions réelles rendant ainsi possible une évaluation des résultats par rapports aux mesures. Afin d'enrichir les simulations présentées dans les thèses de [Saad, 2016] et [Yameogo, 2004], un modèle de comportement de l'acier EA1N utilisé pour l'essieu a été proposé. Ce modèle est décrit dans [Chaboche, 2020] et combine plusieurs écrouissages isotropes et cinématiques afin de traduire à la fois la réponse monotone et cyclique du matériau. Le choix d'un chargement sévère a été fait afin de comprendre l'influence de la non-linéarité structurelle qu'est le contact entre la portée de l'essieu et le moyeu du galet. Les résultats obtenus ont permis de constater que ce niveau de chargement engendre une ouverture du contact à l'extrémité de la portée côté corps et que cette ouverture cause un étirement localisé dans cette zone de la portée ayant pour conséquence une relaxation dans la direction radiale et un niveau de compression relativement élevé dans les directions circonférentielle et longitudinale. Enfin, on constate une difficile stabilisation de l'état mécanique, que ce soit dans le congé de raccordement ou bien dans la portée.

Le chapitre suivant va chercher à déterminer un potentiel état mécanique stabilisé à l'aide d'une méthode de calcul pour chargement cyclique permettant la diminution du temps de calcul par rapport à une résolution incrémentale standard.

# Chapitre 3

## Développement d'une méthode pour le calcul du cycle limite

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>État de l'art . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>3.2</b>	<b>Méthode des sauts de cycles . . . . .</b>	<b>56</b>
<b>3.3</b>	<b>Essieu réel . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>3.4</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>66</b>

---

On s'intéresse dans ce chapitre à rendre la détermination de l'état asymptotique d'une structure soumise à un chargement cyclique compatible avec le fonctionnement d'un bureau d'étude. Cette condition implique donc une évaluation rapide du cycle limite des sollicitations dans la structure, tout en conservant une relative précision des résultats. Le chapitre précédent nous a montré que la solution pouvait attendre plusieurs dizaines de cycles avant stabilisation. Chacun des cycles étant discrétisé en plusieurs instants, une résolution incrémentale sur toute la phase transitoire représente un coût en temps de calcul trop important. Plusieurs techniques permettent de réduire le temps de calcul de la solution asymptotique en évitant le calcul de toute l'histoire du chargement, mais la difficulté ici réside dans la double non-linéarité du comportement matériau et de contact. La méthode de résolution retenue doit pouvoir se coupler de manière non-intrusive aux logiciels de calcul utilisés par les bureaux d'études.

### 3.1 État de l'art

*On présente ici quelques techniques présentes dans la littérature qui permettent l'obtention du cycle stabilisé pour un temps de calcul diminué par rapport à une méthode incrémentale.*

### Méthode de sauts de cycles

Proposée dans [Savalle and Culie, 1978] et [Lesne and Savalle, 1989], cette méthode s'appuie sur le constat d'une faible variation des variables internes d'un cycle à l'autre, quand bien même leurs évolutions sont importantes pendant un cycle. Ainsi, avec une

description cyclique des grandeurs, c'est-à-dire en échantillonnant la grandeur à la fréquence de la sollicitation, on observe une évolution monotone et lente (Fig 3.1). On peut

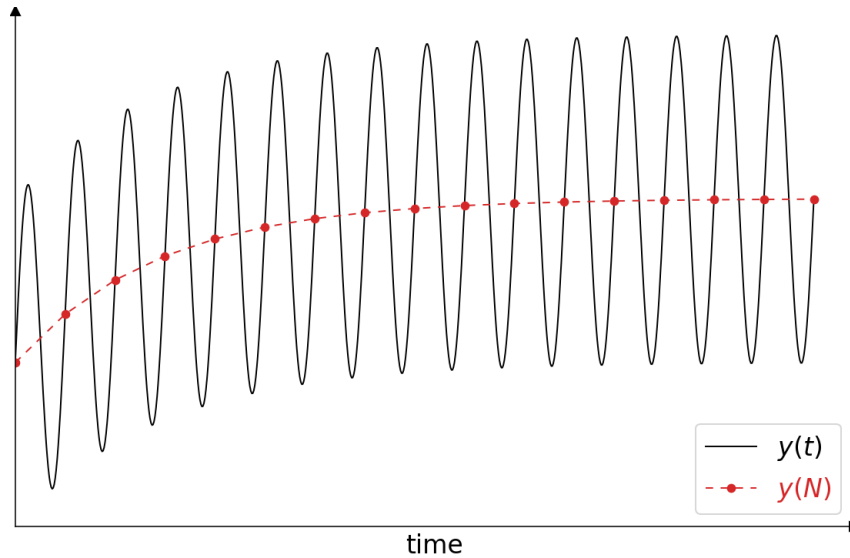


FIGURE 3.1 – Description cyclique des grandeurs mécaniques

alors approximer cette évolution avec un développement de Taylor au second ordre :

$$y(N + \Delta N) \approx y(N) + y'(N) \Delta N + y''(N) \frac{\Delta N^2}{2} \quad (3.1)$$

où  $\Delta N$  correspond à la longueur du saut qui est déterminée de sorte que le terme de second ordre soit négligeable par rapport à celui du premier ordre. La méthode de sauts de cycles nécessite donc l'évaluation des dérivées  $y'$  et  $y''$ . À partir de la solution sur au moins trois cycles, plusieurs extrapolations sont possibles. En effet, les dérivées peuvent être obtenues par différences finies [Sai, 1993], ou bien à l'aide d'une fonction d'évolution choisie et dont les paramètres sont calculés par méthodes des moindres carrés [Cao, 2010]. L'état extrapolé obtenu peut alors servir d'état initial pour une nouvelle itération de la méthode jusqu'à ce qu'un critère de stabilité de la solution soit rempli. Les sauts de cycles permettent donc d'obtenir le cycle limite de la sollicitation en ne calculant que quelques cycles intermédiaires.

Le principe de la méthode des sauts de cycles est résumé sur la figure 3.2.

## Méthode de Zarka

[Zarka et al., 1980] proposent de rechercher directement l'état limite en évitant ainsi la résolution de toute l'histoire de chargement appliqué à la structure. Cette méthode s'appuie sur un changement de variables en introduisant le paramètre de transformée  $\mathbf{Y}$  qui permet d'obtenir la déformation plastique  $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$  à partir d'un calcul purement élastique pour un cycle  $[0, T]$ .

[Khaliq et al., 2002] adaptent cette méthode pour un matériau à écrouissage cinématique linéaire. Dans ce cas,  $\mathbf{Y} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{S}^0$  où  $\mathbf{C}$  est le module tangent et  $\mathbf{S}^0$  est le déviateur des contraintes résiduelles. En chaque point de la structure,  $\mathbf{Y}$  doit être plastiquement admissible, c'est-à-dire appartenir aux deux convexes obtenus pour les amplitudes de chargement maximum et minimum dans l'espace des  $\mathbf{Y}$ . Les cas possibles de projections sont

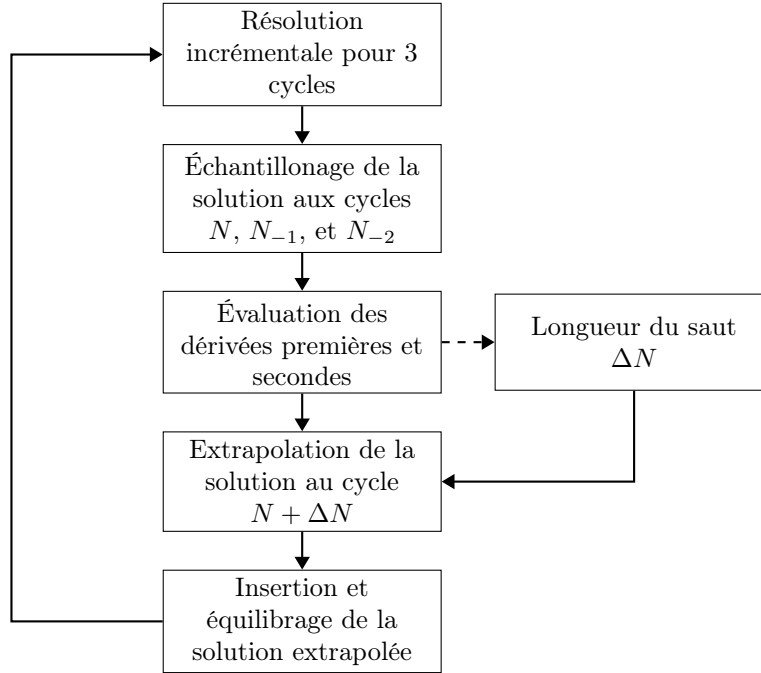


FIGURE 3.2 – Organigramme de la méthode des sauts de cycles

représentés sur la figure 3.3. Dans le cas de l’accommodation, l’intersection entre ces deux convexes est vide et il faut alors trouver les bornes de  $\Delta Y$  afin d’encadrer la quantité  $\Delta \epsilon^{pl}$ .

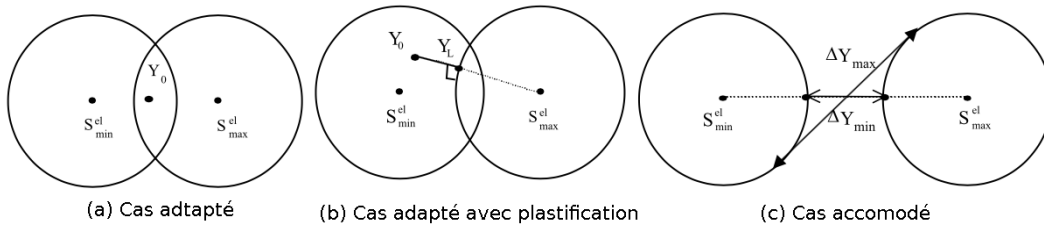


FIGURE 3.3 – Règles de projection [Khalij et al., 2002]

## Méthode LaTIn

La méthode LATIn pour LARGE TIME INCREMENT, ou méthode à grands incréments de temps, est initialement proposée dans [Ladevèze, 1985]. Elle permet la recherche d’une solution sur tout l’intervalle temporelle d’étude, sans avoir à discrétiser ce dernier. L’idée principale derrière cette méthode est de séparer la résolution des équations non-linéaires locales (notamment la loi de comportement) et l’équilibre global de la structure. Un calcul élastique de la structure sur l’ensemble du chargement permet l’initialisation de la méthode. Ensuite, un processus itératif vient déterminer la solution finale en cherchant alternativement dans l’ensemble des éléments vérifiant les équations locales et dans l’ensemble des équations linéaires (respectivement  $\Gamma$  et  $A_d$  sur la figure 3.4).

La difficulté principale de cette méthode réside dans le choix des directions de recherche :  $E^+$  pour construire une solution dans  $\Gamma$  à partir de la solution à l’incrément

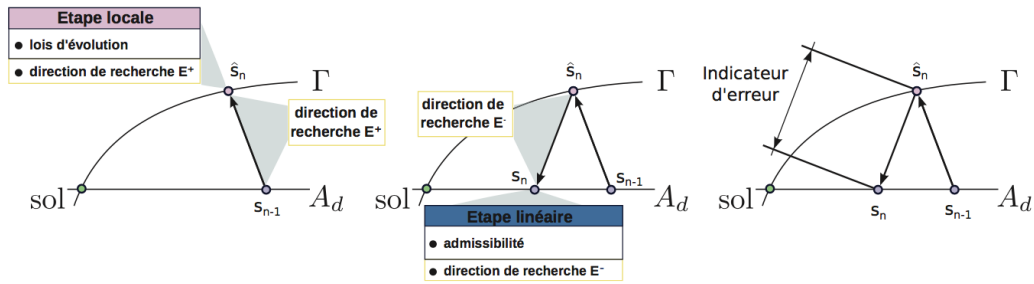


FIGURE 3.4 – Représentation de la méthode LATIN [Relun et al., 2013]

précédent, puis  $E^-$  pour résoudre l'étape globale à partir de la solution plastiquement admissible fraîchement obtenue. Afin de diminuer le coût numérique de l'étape globale, on peut approximer les solutions comme étant des produits de fonctions spatiales par des fonctions temporelles :

$$y = \sum_{i=1}^m \alpha_i(t) A_i(M) \quad (3.2)$$

où  $y$  est la variable recherchée.

[Cognard and Ladevèze, 1993] proposent d'adapter cette méthode pour le cas des chargements cycliques. Les auteurs utilisent deux échelles de temps pour décrire les fonctions temporelles qui sans cela nécessiteraient la résolution d'équations différentielles sur toute la durée du chargement. Une échelle longue permet de décrire l'évolution d'un cycle à l'autre, tandis qu'une échelle courte permet de décrire l'évolution rapide au cours d'un cycle. L'intégration du système différentielle sur quelques cycles permet ainsi d'estimer l'évolution des fonctions temporelles sur tout l'intervalle d'étude.

## Méthode cyclique directe

La méthode cyclique directe [Maitournam et al., 2002] est un procédé itératif qui propose de déterminer directement la solution au cycle stabilisé. Pour cela, elle s'appuie d'une part sur l'idée de la séparation des difficultés de la méthode LATIN, et s'appuie d'autre part sur la périodicité de la solution recherchée.

Une itération de la méthode cyclique directe comprend les trois étapes suivantes :

- Résolution des équations d'équilibre à chaque instant du cycle à partir des déformations plastiques obtenues à l'itération précédente.
- Recherche des solutions plastiquement admissibles à partir de la prédiction élastique fournie par l'étape précédente.
- Actualisation des déformations plastiques et variables internes en début de cycle à partir des valeurs obtenues à la fin du cycle.

La première étape, qui permet donc la détermination d'un champ de déplacement sur tout le domaine d'étude à chaque instant du cycle, est la plus coûteuse en temps de calcul. En sachant que la solution tend vers un état périodique en l'absence de rochet, les auteurs proposent de l'approximer à l'aide d'une décomposition en série de Fourier. Ainsi la fonction résidu classiquement obtenue par le principe des puissances virtuelles

peut s'écrire :

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{r}(\mathbf{u}(t_k)) = \frac{\mathbf{R}_0}{2} + \sum_{n=1}^{N-1} \mathbf{R}_n^c \cos(n\omega t_k) + \mathbf{R}_n^s \sin(n\omega t_k) \quad (3.3)$$

où l'intervalle  $[0, T]$  est discrétisé en  $N$  piquets de temps notés  $t_k$ . On cherche alors les solutions qui annulent les coefficients de Fourier  $\mathbf{R}_n^{c/s}$ .

La limitation du temps de calcul réside dans le choix du nombre de termes de Fourier utilisés pour décrire la solution. En effet, tronquer les développements en série de Fourier permet de réduire la taille du problème. Il faut toutefois garder un nombre de termes suffisant pour ne pas dégrader la qualité de la solution.

La condition de périodicité imposée lors de la dernière étape de la méthode peut engendrer de l'erreur lorsque la solution n'est pas périodique durant les premiers cycles de chargement, ce qui peut être le cas par exemple sous l'influence d'un état initial. [Pommier, 2003] propose alors de ne pas appliquer cette condition lors des premières itérations de la méthode.

Enfin, cette méthode a été implémentée dans plusieurs codes de calcul commerciaux, dont *Abaqus*.

## Contrôle optimal

[Peigney and Stolz, 2001] recherchent directement l'état asymptotique de la structure à l'aide d'une approche par contrôle optimal. Cette méthode permet ainsi de trouver le cycle limite comme solution d'un problème de minimisation.

Le champ de contraintes généralisé  $\Sigma = (\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X})$  est décomposé en une partie purement élastique  $\Sigma^e$  et une partie résiduelle  $\Sigma^r$  qui est fonction des déformations inélastiques  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  et des variables d'érouissage  $\boldsymbol{\alpha}$ . On cherche ce champ résiduel comme solution du problème de contrôle optimal. Pour cela, une fonctionnelle  $J$  est construite à partir de la variable de contrôle  $(\boldsymbol{\varepsilon}^p(t=0), \boldsymbol{\alpha}(t=0))$ , mais est en fait exprimée à travers  $\Delta \Sigma^r = \Sigma^r(T) - \Sigma^r(0)$  de manière à annuler  $J$  si et seulement si  $\Sigma^r(T) = \Sigma^r(0)$ . On cherche donc à résoudre le problème de minimisation suivant :

$$\min_{(\boldsymbol{\varepsilon}_0^p, \boldsymbol{\alpha}_0)} J$$

L'algorithme de résolution choisi par les auteurs fait intervenir le gradient de la fonctionnelle qui est calculé par la méthode de l'état adjoint.

En pratique, on calcule l'évolution des variables internes au cours d'un cycle de chargement à l'aide d'une résolution incrémentale standard sur un modèle éléments finis de la structure à partir d'un état initial  $(\boldsymbol{\varepsilon}_0^p, \boldsymbol{\alpha}_0)$ . À partir du champ de contraintes résiduelles, on évalue  $J$ , et son gradient est déterminé de manière analogue suite à la résolution d'un modèle éléments finis adjoint. L'algorithme de minimisation permet ensuite d'actualiser  $(\boldsymbol{\varepsilon}_0^p, \boldsymbol{\alpha}_0)$  pour la prochaine itération de la méthode.

## 3.2 Méthode des sauts de cycles

Parmi les techniques d'obtention du cycle limite présentées dans l'état de l'art, on propose de retenir la méthode de sauts de cycles. Cette méthode présente l'avantage de s'appuyer sur des résolutions classiques par éléments finis pour prédire la réponse de la



structure. De plus, le développement de la résolution par sauts de cycles peut se faire de manière non-intrusive. Le principe de la méthode reposant sur une extrapolation de résultats, elle peut être développée sous la forme d'un programme principal faisant appel à un code de calcul dès qu'il est nécessaire d'évaluer les évolutions des variables internes.

On propose pour la suite de détailler chaque aspect de la méthode des points de vue théorique et pratique, puis on verra son application sur un modèle simple soumis à un chargement rotatif.

## Échantillonnage

Afin de passer de l'échelle temporelle vers l'échelle cyclique, il faut échantillonner la solution. Ce procédé d'échantillonnage peut être formalisé comme suit :

$$\mathbf{Y}_i [N] = \mathbf{y}_i (t = (N - 1) \times T + \tau) \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{Y}_i [N]$  correspond à la solution  $\mathbf{y}_i$  échantillonnée au cycle  $N$  pour la variable  $i$  sur chaque point d'intégration du modèle. Le choix de l'instant  $\tau$  utilisé pour échantillonner la solution est important pour assurer la stabilité de la méthode. En effet, il est préférable de choisir cet instant dans le cycle où le comportement de la structure est majoritairement élastique. Cependant, dans le cas de la flexion rotative, la structure est constamment sollicitée ce qui empêche de trouver une valeur optimale pour  $\tau$ . On opte alors pour un échantillonnage en fin de cycle :

$$\mathbf{Y}_i [N] = \mathbf{y}_i (t = N \times T) \quad (3.5)$$

## Extrapolation

Le saut de cycles correspond à l'extrapolation de la solution vers le cycle  $N + \Delta N$ . Cette extrapolation s'appuie sur un développement de Taylor limité à l'ordre 2. On suppose ainsi approximer l'évolution des variables internes par une évolution quadratique. Donc, pour un saut de longueur  $\Delta N$ , l'extrapolation de  $\mathbf{Y}_i$  peut s'exprimer comme :

$$\mathbf{Y}_i [N + \Delta N] = \mathbf{Y}_i [N] + \mathbf{Y}_i' [N] \Delta N + \mathbf{Y}_i'' [N] \frac{\Delta N^2}{2} \quad (3.6)$$

Ne connaissant pas a priori l'évolution de la solution, on choisit d'évaluer les dérivées premières et secondes de  $\mathbf{Y}_i [N]$  par différences finies. On exprime donc les dérivées à partir de la solution échantillonnée pour les trois cycles  $N$ ,  $N_{-1}$  et  $N_{-2}$  :

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_i' [N] \approx s_N = \mathbf{Y}_i [N] - \mathbf{Y}_i [N_{-1}] \\ \mathbf{Y}_i' [N_{-1}] \approx s_{N_{-1}} = \mathbf{Y}_i [N_{-1}] - \mathbf{Y}_i [N_{-2}] \\ \mathbf{Y}_i'' [N] \approx s_N - s_{N_{-1}} \end{cases} \quad (3.7)$$

## Longueur du saut

Le choix du nombre de cycles à sauter avec l'extrapolation est fait en s'appuyant sur le développement limité retenu. Dans notre cas, on veut que le terme d'ordre 2 soit négligeable devant le terme de premier ordre :

$$\mathbf{Y}_i'' [N] \frac{\Delta N^2}{2} \ll \mathbf{Y}_i [N] + \mathbf{Y}_i' [N] \Delta N \quad (3.8)$$

On cherche alors  $\Delta N$  de manière à satisfaire cette condition. Pour cela, la méthode introduit un facteur d'extrapolation  $q_{\text{extr}}$  dans le calcul de la longueur du saut :

$$\Delta N = q_{\text{extr}} \frac{\mathbf{Y}'_i [N]}{\mathbf{Y}''_i [N]} \quad (3.9)$$

et la condition s'écrit alors en fonction de ce facteur :  $q_{\text{extr}} \ll 1$ .

[Sai, 1993] montre qu'en pratique une valeur de 0,01 pour  $q_{\text{extr}}$  est suffisamment basse pour avoir des résultats précis. Le choix optimal pour ce paramètre, qui doit permettre un saut significativement grand sans être imprécis, n'est pas évident sans connaître à priori l'évolution de la solution. Dans la littérature, ce paramètre est pris entre 0,1 et 0,5 selon le problème traité.

Afin d'éviter une longueur de saut négative, on remplace dans l'expression le quotient des dérivées par sa valeur absolue. On obtient une longueur de saut pour chaque variable et en chaque point d'intégration du modèle. En pratique, on choisit de calculer  $\Delta N$  à partir d'une unique variable qu'est la plasticité cumulée  $p$ . En évitant ce calcul sur l'ensemble des variables, on réduit le coût de cette étape d'une part, et d'autre part la plasticité cumulée présente l'avantage d'être un scalaire ayant une évolution monotone croissante ce qui facilite le traitement de l'étape.

La longueur de saut final doit être commune à tous les points de Gauss. Il est initialement proposé dans cette méthode de retenir le minimum parmi l'ensemble des sauts calculés sur tout le modèle. En faisant ainsi, on choisit en fait de se focaliser sur le point le plus critique, ce qui dans notre cas restreint fortement la possibilité de faire des grands sauts. [Blanchard, 2018] propose de déterminer la longueur de saut commune en réalisant une moyenne des longueurs locales sur un ensemble d'éléments présélectionner. Cette sélection cherche dans un premier temps à retirer les éléments stabilisés, c'est-à-dire les éléments pour lesquels l'inégalité  $|s_N - s_{N-1}| < 1e^{-8}$  est respectée. Ensuite, l'auteur introduit un critère de sélection s'appliquant à la dérivée première au dernier cycle connu. Ce critère s'appuie sur le maximum de cette dérivée et introduit un coefficient  $\eta$  tel que :

$$s_{N-1} > \eta \times \max(s_{N-1}) \quad (3.10)$$

Donc, le paramètre  $\eta$  quantifie à quel niveau on souhaite se focaliser sur les zones aux variations les plus élevées pour le calcul du saut.

Enfin, on tronque évidemment le résultat final de sa partie décimale afin d'avoir un nombre entier comme longueur de saut :

$$\Delta N = \left\lfloor q_{\text{extr}} \times \left\langle \frac{|s_N(p)|}{|s_N(p) - s_{N-1}(p)|} \right\rangle \right\rfloor \quad (3.11)$$

L'efficacité de la méthode de sauts de cycles repose en grande partie sur le choix du paramètre  $q_{\text{extr}}$ . Ce dernier peut être déterminé en inversant la relation permettant de calculer  $\Delta N$ . Le choix de l'utilisateur se déplace alors vers une longueur de saut  $\Delta N_0$  qu'on impose initialement. Suite à ce premier saut, le facteur d'extrapolation  $q_{\text{extr}}$  est calculé comme suit :

$$q_{\text{extr}} = \frac{\Delta N_0 + \alpha}{\left\langle \frac{|s_N|}{|s_N - s_{N-1}|} \right\rangle} \quad \text{avec : } 0 \leq \alpha < 1 \quad (3.12)$$

Le nombre de cycles sautés à la première itération de la méthode est défini en fonction de la vitesse de variation de la solution durant les premiers cycles de chargements. En pratique, une longueur  $\Delta N_0$  inférieure à 5 cycles est raisonnable. Le facteur  $\alpha$  est pris à zéro par défaut, mais peut être revu à la hausse si on vise des longueurs de sauts plus élevés dans la suite de la méthode sans pour autant modifier le saut initial.

Si au cours de la méthode un calcul est amené à échouer alors le facteur d'extrapolation est revu à la baisse afin de réduire la longueur du saut. Cette altération de  $q_{\text{extr}}$  se fait à la manière de la gestion des réductions des incréments dans *Abaqus* en cas d'erreur. Lors d'un échec de saut, le facteur est divisé par deux, et si deux succès de saut ont lieu après un échec alors on rehausse le facteur en le multipliant par 1,25. Cette opération permet de favoriser l'obtention d'un résultat au terme de la méthode en pénalisant éventuellement son efficacité si les sauts deviennent petits.

## Équilibrage de la solution extrapolée

Afin de faciliter la convergence de la méthode dans les cas d'applications où l'on observe des fortes pentes de variations entre les premiers cycles, de la relaxation numérique peut être introduite. Cette relaxation s'appuie sur une reformulation de l'extrapolation proposée dans [Blanchard, 2018] :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_i [N + \Delta N] &= \mathbf{Y}_i [N] + \frac{1}{2} (s_N + s_p) \Delta N \\ &= \mathbf{Y}_i [N] + s_{\text{extr}} \Delta N \end{aligned} \quad (3.13)$$

où  $s_p$  peut être interprété comme une pente liée à la prédiction :

$$s_p = s_N + (s_N - s_{N-1}) \Delta N \quad (3.14)$$

Cette pente fait intervenir la variation entre les cycles au travers de la différence  $s_N - s_{N-1}$ . Lorsque les variations sont fortes, la pente de prédiction peut conduire à une extrapolation de mauvaise qualité. Par exemple, si  $s_{N-1} \gg s_N$  alors la pente  $s_p$  peut être négative et amener à une surestimation de la stabilisation. Pour éviter cela, on fait apparaître la relaxation  $\beta$  dans le calcul de la pente d'extrapolation  $s_{\text{extr}}$  :

$$s_{\text{extr}} = \beta s_N + (1 - \beta) s_p \quad (3.15)$$

En prenant  $\beta$  dans  $[0,5; 1]$  on réduit le poids de la pente de prédiction. Le cas  $\beta = 0,5$  correspond à l'absence de relaxation.

Dès lors que le nombre de cycles à sauter et le paramètre de relaxation sont déterminés, les solutions en chaque point d'intégration peuvent être extrapolées. Cependant, à l'issue de cette étape, nous ne sommes pas assurés de l'équilibre global de la solution extrapolée. C'est pourquoi, après avoir introduit l'état mécanique extrapolé dans le modèle éléments finis, on réalise dans un premier temps le calcul de l'état équilibré. En pratique, ce calcul ajuste très légèrement le niveau des variables internes sur plusieurs points d'intégration. En faisant ce calcul préliminaire, on évite ainsi de polluer les résultats obtenus pendant le chargement cyclique et on diminue le risque de divergence.

## Implémentation

L'implémentation de la méthode des sauts de cycles est illustrée dans la figure 3.5.

Le programme principal pilotant la stratégie de résolution par sauts de cycles est développé à l'aide du langage *Python*. L'extrapolation de la solution ainsi que le calcul de la longueur de saut sont réalisés dans ce script *Python* maître. Ce dernier doit pouvoir dialoguer avec le solveur *Abaqus/Standard* d'une part pour lire dans la base de données résultats et d'autre part pour renseigner l'état après un saut de cycles.

L'extraction des résultats se fait à l'aide de l'interface de programmation *Abaqus Scripting Interface* qui permet d'accéder aux fonctionnalités du logiciel *Abaqus/CAE* au sein d'un programme *Python*. On crée alors un sous-programme dédié à l'échantillonnage et l'extraction des déplacements, contraintes et variables d'érouissages depuis la base de données résultats (fichier *.odb* dans *Abaqus*). Les variables extraites sont sauvegardées sous la forme d'un tableau dans un fichier qui est ensuite lu dans le programme principal.

L'introduction de l'état extrapolé dans un nouveau calcul est possible avec *Abaqus* grâce à l'option *\*INITIAL CONDITIONS* dans le fichier définissant l'analyse, que l'on combine avec une mise à jour de la position des nœuds. Ainsi, les contraintes et variables d'érouissage sont initialisées à l'aide de routines *Fortran SIGINI* et *HARDINI* respectivement. En pratique, une routine supplémentaire est utilisée : *UEXTERNALDB*. Cette dernière permet d'ouvrir en début de calcul le fichier de données externes générées à l'issue de l'extrapolation, évitant donc aux routines d'initialisation d'avoir à ouvrir ce fichier avant chaque lecture ce qui permet un gain de temps considérable. Aussi, la base de données externes prend la forme de fichiers binaires plutôt que textuels dans le but de minimiser la perte d'informations ainsi que le coût de lecture. Toutes les routines utilisées sont compilées en amont de la stratégie des sauts de cycles afin d'avoir un couplage fort avec *Abaqus*. Enfin, la mise à jour de la position des nœuds permet de considérer l'extrapolation des déplacements et se fait en appelant un nouveau fichier d'entrée (fichier *.inp* dans *Abaqus*) pour la définition de la géométrie.

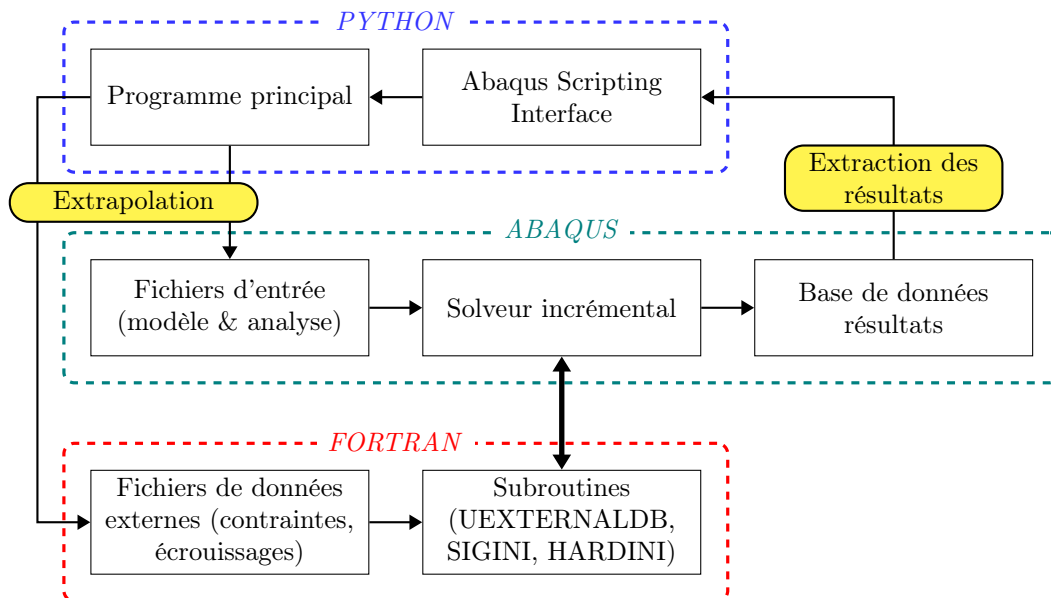


FIGURE 3.5 – Schéma de l'implémentation des sauts de cycles

Le choix de ne pas importer les déformations a été pris. *Abaqus* étant un solveur incrémental, c'est-à-dire qu'il s'appuie sur un incrément de déformation plutôt que sur la déformation elle-même pour calculer la solution, il n'a pas besoin en réalité de connaître cette information. La connaissance des autres variables internes ainsi que de la géométrie déformée est suffisante. Cette décision a pour conséquence de perdre l'histoire des déformations, mais évite un dialogue supplémentaire avec le fichier de données externes.

## Validation sur un essieu simple

Une modélisation simplifiée d'un essieu-monté sous chargement rotatif a été mise en place afin de mesurer l'efficacité et la précision de la méthode (Fig 3.6). En conservant les

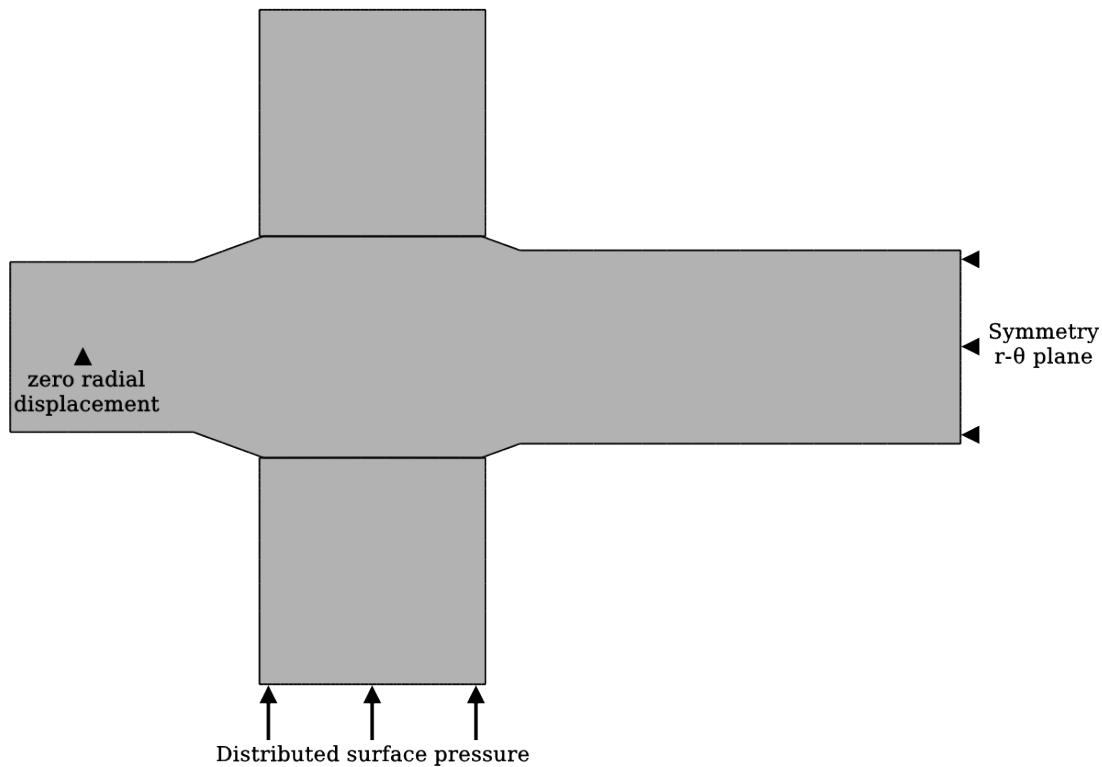


FIGURE 3.6 – Vue en coupe du modèle Axe-Bague

dimensions caractéristiques, l'essieu et la roue sont respectivement simplifiés en un axe et en une bague. La bague a un diamètre et une épaisseur qui correspondent respectivement au diamètre de la bande de roulement et à l'épaisseur du moyeu d'une roue. Cette dernière est serrée sans opération de calage à une portée présente sur l'axe, portée qui est similaire à celle d'un essieu en remplaçant cependant le congé de raccordement avec le corps par un chanfrein (évolution linéaire du diamètre). De plus, la symétrie du problème permet de ne s'intéresser qu'à une demi-structure (*i.e.* une roue et un demi-essieu).

Pour l'application réelle, la structure est soumise pendant sa rotation au poids du véhicule qu'elle supporte au travers de ses fusées ainsi qu'à la réaction du rail sur les jantes. Ce système de chargement est simplifié à l'aide d'un champ de pression parabolique appliqué à la surface extérieure de la bague combiné à un blocage radial du centre de la fusée. De plus, la rotation n'est pas imposée à la structure. On choisit en effet de rendre rotatif le chargement au travers du champ de pression.

La loi matériau utilisée est également simplifiée et on choisit le comportement proposé pour l'acier EA1N par [Yameogo, 2004] qui présente l'avantage d'être à écrouissages combinés sans pour autant multiplier ceux-ci simplifiant ainsi le calcul.

Le maillage n'est pas discrétisé aussi finement que peut l'être celui de l'éprouvette de flexion rotative présenté plus tôt. Cette différence est notable à l'interface de contact, car on choisit pour ce cas d'étude de conserver une règle de maillage similaire pour tout l'axe (Fig 3.7). Cependant, la bague est un peu plus raffinée longitudinalement que l'axe afin de favoriser dans le contact une bonne projection des nœuds de la surface esclave sur la surface maître, malgré la grande taille de maille. Le but de ce modèle n'est pas d'apporter une estimation précise de la réponse, notamment à l'interface de contact, mais de mettre à l'épreuve la méthode de réduction utilisée sur un problème similaire à l'application finale. On choisit donc d'observer les zones les plus sollicitées en excluant le contact.

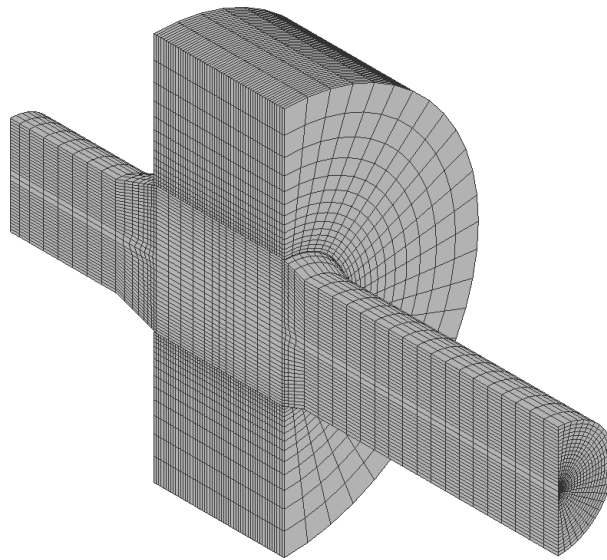


FIGURE 3.7 – Aperçu du maillage du modèle Axe-Bague

On compare à la résolution incrémentale les méthodes de réduction par sauts de cycles et cyclique directe, cette dernière étant déjà intégrée dans le code de calcul utilisé.

Par rapport à la résolution classique, les méthodes des sauts de cycles et cyclique directe permettent respectivement des résolutions 7 et 20 fois plus rapides. Le gain de temps obtenus avec les sauts de cycles est lié aux nombres de cycles effectivement calculés et donc aux longueurs des sauts. Pour le modèle d'essieu simplifié, la méthode réalise des sauts de 2, 9, 20, 36, 2 et enfin 9 cycles sachant que ce dernier saut est contraint par la limite de 100 cycles imposée afin d'avoir une comparaison possible avec l'état final issue du calcul incrémental. Ainsi, seuls 22 cycles sont effectivement calculés sur les 100. On remarque cependant que la cinquième itération de la méthode casse la monotonie dans la croissance des longueurs de sauts, ce qui empêche un gain de temps optimal.

La figure 3.8 présente une comparaison des évolutions cycliques des contraintes longitudinales aux endroits où la sollicitation est maximale en traction et en compression. On peut voir que les deux méthodes testées apportent une estimation satisfaisante de la solution. En effet, l'erreur maximale observée pour les contraintes axiales concerne la méthode cyclique direct, mais reste inférieure à 3%. Concernant la méthode des sauts de cycles, on constate que l'extrapolation est potentiellement la plus grande source d'erreur. Lorsqu'on regarde par exemple l'état extrapolé après le quatrième saut, d'une longueur

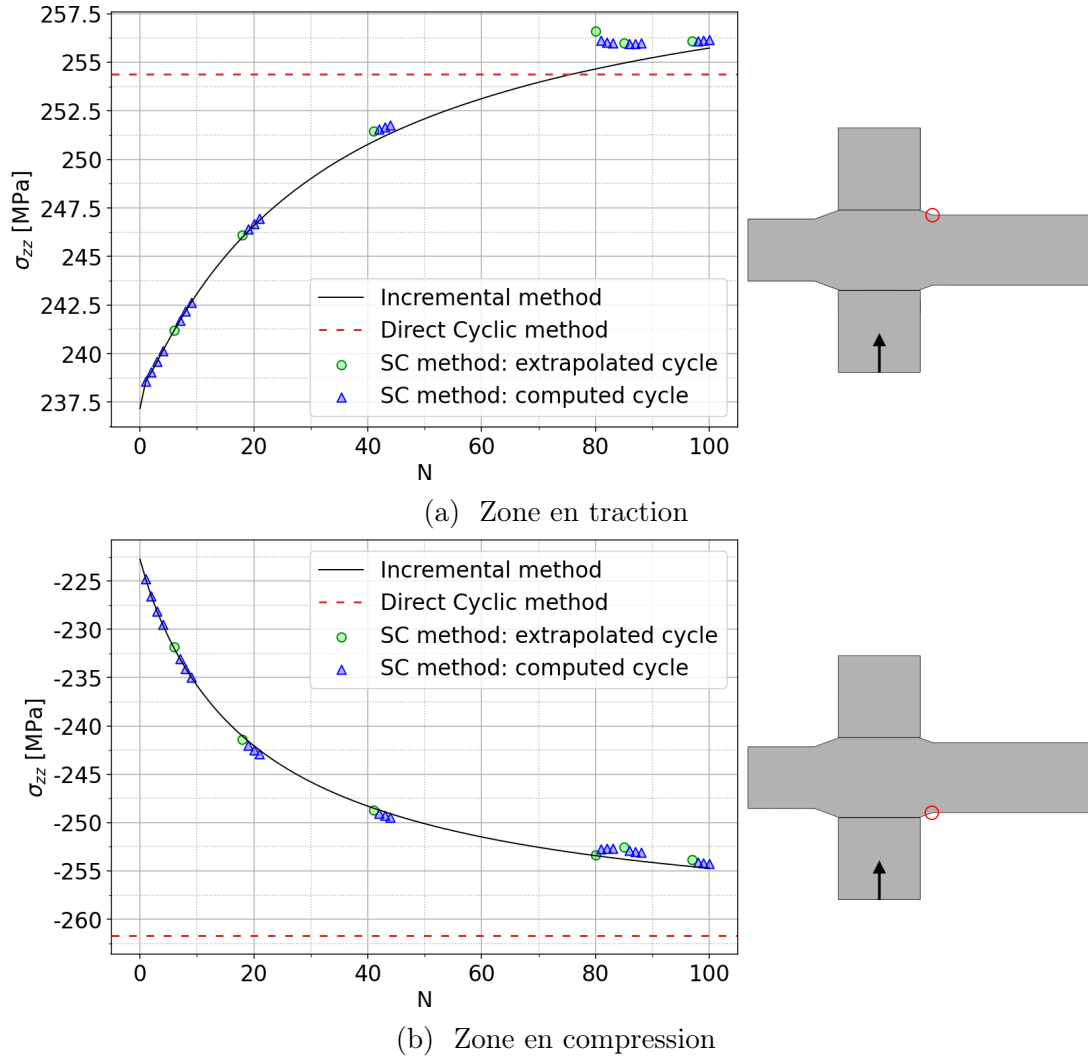


FIGURE 3.8 – Contraintes axiales dans le raccordement

de 36 cycles, engendre une erreur sur les contraintes axiales de l'ordre de 1 % dans la zone en traction. Cependant, le calcul des trois cycles suivants permet d'atténuer cette erreur et la méthode diminue fortement la longueur du saut suivant.

Sur ce modèle d'essieu-monté simple, la méthode des sauts de cycles semble favoriser la précision des résultats au coût en temps de calcul si on la compare à la méthode cyclique directe.

### 3.3 Essieu réel

On a pu montrer à partir d'un modèle d'essieu-monté simplifié que la méthode de réduction mise en place est d'une précision acceptable et apporte un gain significatif sur le coût du calcul. Il reste à étudier les résultats obtenus via cette méthode pour un modèle plus proche de l'application souhaitée, avec une géométrie plus réaliste pour la roue ainsi que pour le raccordement de la portée sur le corps de l'essieu-axe. On choisit d'utiliser la méthode des sauts de cycles sur le modèle de l'éprouvette en flexion-rotative présenté au chapitre précédent (Partie 2.2).

L'amplitude du déplacement imposé en bout d'axe est de 8,5 mm. Pour rappel, une mise en charge en spirale pendant dix rotations précède le chargement étudié. De par sa non-périodicité, la mise en charge est résolue de manière incrémental avant l'application de la méthode des sauts de cycles. On pourra ainsi comparer les résultats de la méthode de réduction avec ceux issus de la résolution incrémentale présentés plus tôt (Partie 2.4).

À la différence du modèle simplifié, ici, les surfaces en contact entre la portée et la roue sont raffinées (Fig 1.6). Avec ce maillage, on considère davantage les effets locaux du contact, notamment aux bords de la portée. Ces effets locaux s'ajoutent alors aux difficultés auxquelles doit faire face la méthode des sauts de cycles. On a vu dans le chapitre précédent que les principales variations de contraintes avaient lieu dans le raccordement à 38 mm du bord, mais aussi sur la portée très proche du bord côté corps (Fig 2.11).

Ce sont donc ces deux zones qui seront observées pour l'évaluation de la méthode. Aussi, on se place à la position angulaire  $\theta = \pi$ , c'est-à-dire là où les contraintes axiales sont en traction à l'instant du cycle mesuré. Ce choix est motivé par l'observation d'ouverture du contact lorsque le niveau du chargement était augmenté à 15 mm. Cette position angulaire a donc le plus grand potentiel de générer des non-linéarités critiques pour la méthode de réduction.

On commence la comparaison des résultats avec les contraintes axiales dans le raccordement (Fig 3.9). On constate ici que la méthode n'est pas parvenue à réaliser des sauts

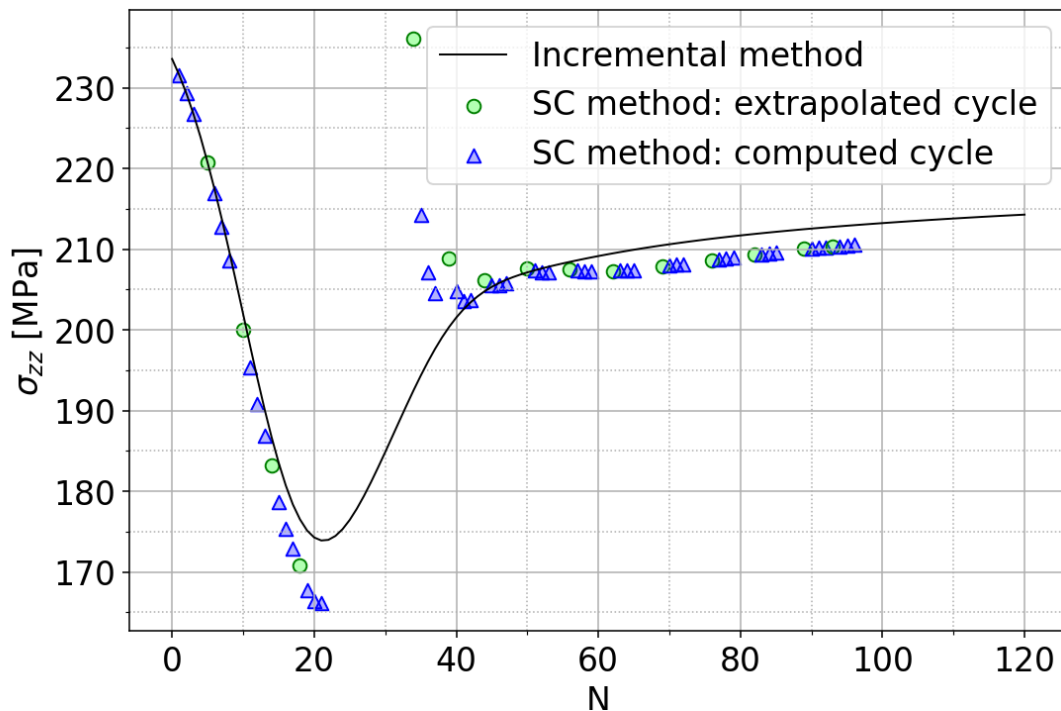


FIGURE 3.9 – Contrainte axiale dans le congé à 38 mm de la portée -  $\theta = \pi$

longs. Pendant les vingt premiers cycles de chargement, les contraintes diminuent fortement jusqu'à un minimum puis remontent plus lentement vers un niveau stable. Cette évolution des contraintes, qui peut être imputée à la partie isotrope du modèle d'écrouissage choisie (Partie 2.3), limite initialement la longueur des sauts. À partir du cycle 21, la méthode réalise un saut de 13 cycles et l'état extrapolé obtenu introduit une erreur élevée dans les contraintes, mais aussi dans les variables d'écrouissage du modèle. Malgré



une atténuation de l'erreur grâce au calcul des trois cycles suivants, la méthode semble ne plus pouvoir réaliser de grandes extrapolations par la suite.

Si on regarde les contraintes radiales à l'extrémité de la portée (Fig 3.10), on peut voir que la méthode parvient à capter la tendance quand bien même il existe des discontinuités lié à l'évolution du statut de contact.

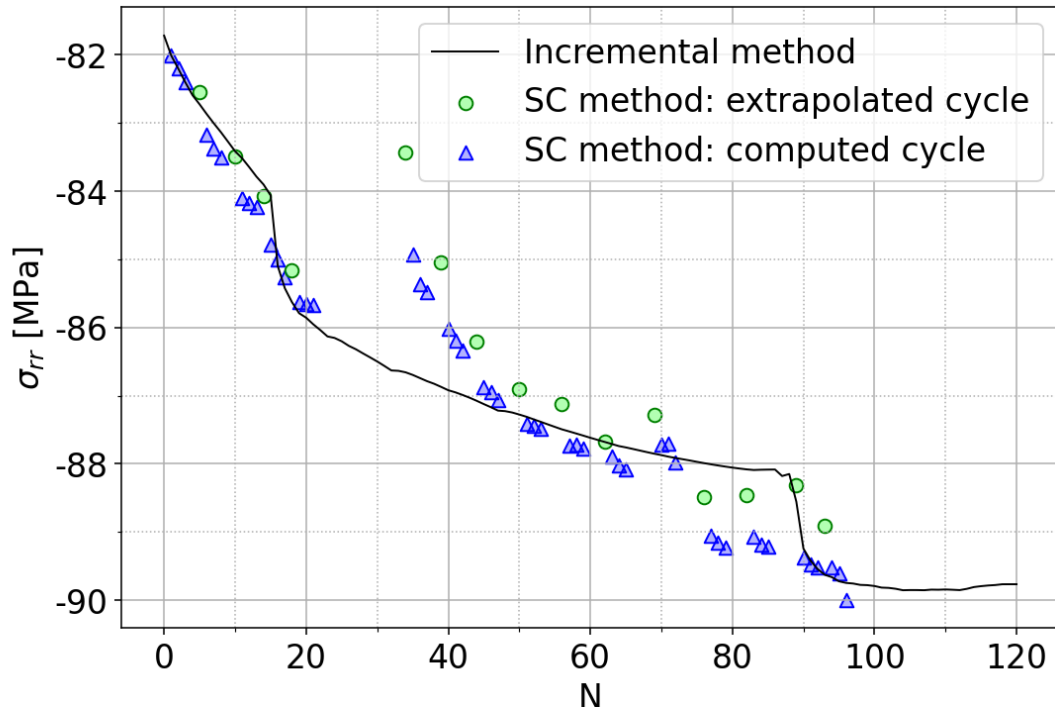


FIGURE 3.10 – Contrainte radiale sur la portée à 2 mm du bord -  $\theta = \pi$

On constate, comme dans le raccordement, que l'extrapolation du cycle 21 vers le cycle 34 engendre une grande erreur et que cette dernière est corrigée ensuite.

De plus, la discontinuité visible vers le cycle 90 est reproduite par la méthode des sauts de cycles. Néanmoins, la méthode prédit ce changement de variation vers le cycle 75 engendrant une erreur les 15 cycles suivants de l'ordre de 1 %.

## 3.4 Conclusions

Afin de répondre aux problématiques industrielles, on a mis en place une méthode permettant le calcul d'un état mécanique stabilisé avec un coût en temps de calcul moindre par rapport à une résolution incrémentale.

Après une revue de plusieurs méthodes et de leurs limites, le choix s'est arrêté sur la méthode des sauts de cycles. Cette dernière présente l'avantage de s'appuyer sur des calculs incrémentaux intermédiaires et peut considérer des variations dans le statut du contact.

L'essai de cette méthode de réduction sur un modèle simplifié de l'essieu-monté sous un chargement rotatif montre une bonne estimation des résultats ainsi qu'un gain de temps significatif, même si la méthode cyclique directe présente dans le code de calcul *Abaqus* propose un temps de calcul bien moindre pour une erreur acceptable.

Cependant, l'application au cas de l'éprouvette en flexion rotative montre que la méthode ne parvient pas à effectuer de longues extrapolations, réduisant ainsi le potentiel gain de temps qu'elle peut apporter. Les deux grandes différences de ce calcul avec le cas simplifié sont le comportement matériaux d'une part et la finesse du maillage à l'interface de contact d'autre part.

Une piste d'amélioration pour la méthode serait de la rendre indépendante des raffinements locaux du maillage. En effet, le raffinement aux extrémités de la portée donne une importance trop élevée par rapport au reste de la structure dans le calcul de la longueur de saut.

Malgré cette difficulté, l'état stabilisé est tout de même calculé à l'issue de la résolution par sauts de cycles. C'est à partir de cet état mécanique asymptotique que l'on va vérifier un critère de fatigue dans le chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Étude de la fatigue de l'essieu soumis à un chargement de flexion rotative

### Sommaire

---

4.1	Introduction . . . . .	67
4.2	Chargement 1 : déplacement d'amplitude 8,5 mm . . . . .	69
4.3	Chargement 2 : déplacement d'amplitude 15 mm . . . . .	72
4.4	Influence du rapport de diamètres portée/corps . . . . .	75
4.5	Conclusions . . . . .	77

---

### 4.1 Introduction

Un critère de fatigue permet de savoir si la limite d'endurance du matériau est atteinte au cours d'un cycle de la sollicitation. Dans le cas d'une structure sous adaptation ou accommodation cyclique, il existe un cycle stabilisé qui est représentatif de la très grande majorité de la sollicitation. Le dimensionnement en fatigue d'une structure cherche à vérifier si cette dernière risque une amorce de fissure macroscopique avant un nombre de cycles défini dans le cahier des charges (la valeur de  $10^7$  cycles est généralement retenue). L'application du critère sur le cycle stabilisé permet ainsi d'effectuer ce dimensionnement.

Un critère de fatigue met en relation le champ de contraintes au cours du cycle, au travers de grandeurs telles que les amplitudes, les valeurs moyennes, ou les valeurs maximales par exemple, avec les limites d'endurance suivant plusieurs modes de sollicitations simples (traction, flexion, torsion alternées ou répétées). Le critère peut être formalisé à l'aide d'une fonction de fatigue qui est comparée avec l'unité. Si cette fonction est égale à 1 alors la limite d'endurance du matériau est atteinte pour le cycle considéré. Dans la littérature, on peut classer les critères de fatigue dans trois familles.

Les critères d'approche empirique sont obtenus à partir de résultats expérimentaux pour une sollicitation multiaxiale particulière. Par conséquent, l'utilisation de ce type de critère est généralement restreinte à la sollicitation mise en place lors des essais d'identification. L'approche empirique est ainsi efficace pour calculer la limite d'endurance pour des modes de sollicitations particuliers, mais n'est pas adaptée aux chargements périodiques quelconques susceptibles d'être rencontrés dans une application réaliste.

Les critères d'approche globale regroupent des modélisations très variés, mais ont en commun de s'appuyer sur une représentation globale de l'état de contraintes dans la structure. Certains critères de cette famille s'appuient sur des invariants du tenseur des contraintes (ou de son déviateur). D'autres sont basés sur une moyenne par plan d'un indicateur d'endommagement. D'autres encore sont établis à partir de considérations énergétiques.

Les critères de type plan critique font l'hypothèse qu'un unique plan, où la sollicitation y serait critique pour l'endommagement, pilote la tenue en fatigue de toute la structure. En plus de la fonction de fatigue, chaque critère de cette famille définit ce plan critique. Il existe des critères qui font un choix à priori du plan critique, mais généralement, ils cherchent le plan qui possède des termes de contraintes extrêmes ou bien qui maximise l'indicateur d'endommagement.

Le choix entre l'approche globale et celle de type plan critique va notamment dépendre de l'unicité du plan endommageant. S'il existe plusieurs plans endommageant pour la structure alors il est préférable de choisir un critère global. Il y a d'ailleurs une proximité entre certains critères de ces deux approches avec la recherche des plans endommageant qui aboutit dans un cas sur le choix d'un plan critique et dans l'autre cas sur le calcul d'un indicateur de fatigue représentatif.

Un critère de fatigue très présent dans l'industrie et dans les codes de calculs commerciaux est le critère de Dang Van ([Dang Van, 1973] dans sa première version). Ce critère adopte une approche de type plan critique et définit ce dernier comme le plan maximisant un indicateur de fatigue calculé à partir de la pression hydrostatique et de la partie alternée du cisaillement dans le plan considéré. L'efficacité de la recherche du plan critique est améliorée par [Dang Van et al., 1989] qui proposent une méthode évitant de balayer chacun des plans. Dans l'espace à 6 dimensions du tenseur déviateur des contraintes, on cherche la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement du cycle, avec le second invariant  $J_2$  utilisé comme distance. Le centre de cette hypersphère correspond à l'état moyen du tenseur déviateur et permet de déduire l'état alterné. L'application du critère de Tresca aux valeurs principales du tenseur déviateur alterné permet ensuite de calculer le cisaillement maximal alterné dans le plan critique. Une formulation standard de l'indicateur de Dang Van est :

$$d_{DV} = \max_t \frac{\tau_a(t) + \alpha P_H(t)}{\beta} \quad (4.1)$$

avec  $\tau_a(t)$  et  $P_H(t)$  respectivement le cisaillement alterné et la pression hydrostatique dans le plan critique. Les deux constantes  $\alpha$  et  $\beta$  sont donnés à partir des limites de fatigue en traction alternée  $\sigma_{-1}$  et torsion alternée  $\tau_{-1}$  par :

$$\alpha = 3 \left( \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \quad (4.2)$$

$$\beta = \tau_{-1} \quad (4.3)$$

qui met en évidence une condition de validité du critère à savoir :

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \quad (4.4)$$

Mais d'autres formulations sont possibles comme par exemple celle présente dans la bibliothèque du logiciel d'analyse de fatigue *fe-safe* qui formule l'indicateur de Dang Van

comme :

$$d_{DV} = \max_t \frac{\beta - \alpha P_H(t)}{\tau_a(t)} \quad (4.5)$$

c'est-à-dire le rapport du cisaillement limite définissant la droite de Dang Van

$$\tau_{DV}(P_H) = \beta - \alpha P_H \quad (4.6)$$

avec le cisaillement alterné dans le plan critique. De cette manière, la limite d'endurance du matériau est atteinte ou dépassée lorsque l'indicateur  $E$  est égal ou inférieur à 1.

On propose dans ce chapitre de réaliser une analyse en fatigue de l'éprouvette de flexion rotative échelle 1, présentée dans la partie 2.1, en appliquant le critère de Dang Van à l'aide du logiciel *fe-safe*. Ce choix est principalement motivé par sa compatibilité avec les exigences d'un bureau d'étude, le critère étant fréquemment utilisé dans l'industrie d'une part, et *fe-safe* permettant un calcul peu coûteux en temps d'autre part. Cependant, pour notre application, ce critère fait face à des limites, notamment avec l'hypothèse d'un plan critique pilotant la tenue en fatigue de la structure, ou encore de prise en comptes des gradients de contraintes et de leurs éventuels effets positifs. Ces limites seront abordées à la fin du chapitre.

Les propriétés du comportement en fatigue de l'acier EA1N sont issus des travaux effectués par [Gros, 1996]. Le tableau 4.1 donne les limites de fatigue et les constantes de Dang Van qui en résultent.

Paramètre	$\sigma_{-1}$ (MPa)	$\tau_{-1}$ (MPa)	$\alpha$	$\beta$ (MPa)
Valeur	270	170	0,389	170

TABLE 4.1 – Limites en fatigue et constantes de Dang Van pour l'acier EA1N

Pour rappel, deux cas de chargement ont été étudiés dans le chapitre 2. Le premier cas de chargement impose une amplitude de déplacement de 8,5 mm en bout d'axe. Cette valeur est issue des demandes normatives qui cherchent à valider la tenue en fatigue de l'essieu lorsque la contrainte axiale dans son congé de raccordement vaut 200 MPa. Le second cas de chargement, où l'amplitude du déplacement vaut 15 mm, a été mis en place afin d'exagérer les non-linéarités matériau et de contact. Ces chargements correspondent respectivement à des efforts en bout d'axe d'environ 60 kN et 100 kN (figure 2.13). On choisit de procéder à une analyse en fatigue de ces deux cas étant donné l'apparente différence des réponses périodiques obtenues après 120 cycles de chargement.

## 4.2 Chargement 1 : déplacement d'amplitude 8,5 mm

On a vu précédemment pour ce chargement que le congé de raccordement était la zone la plus sollicitée, mais également l'unique zone présentant une réponse inélastique. En observant l'état mécanique dans la direction axiale au point le plus sollicité du congé, là où le diamètre de l'essieu est le plus faible, c'est-à-dire à 38 mm de la portée, après 120 cycles de chargement (figure 2.12), on peut noter qu'il est presque adapté puisque le part de déformation plastique représente moins de 10 % de la déformation totale.

La figure 4.1 montre les résultats du calcul par *fe-safe* de l'indice de Dang Van dans la portée et le congé de raccordement. Le critère est respecté sur l'ensemble de l'essieu

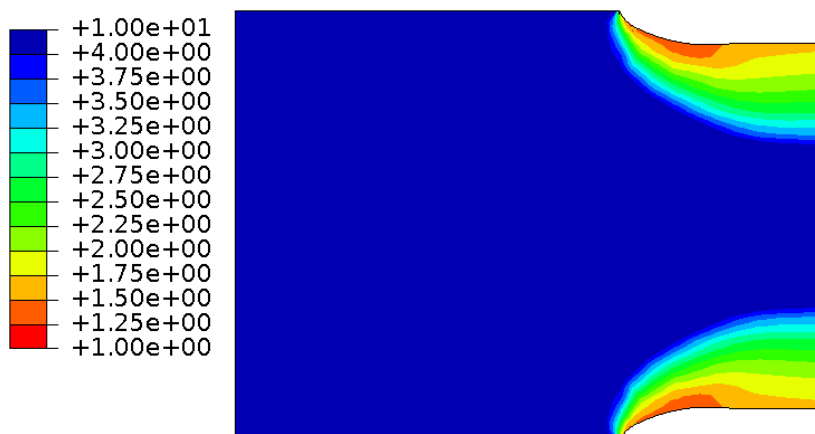


FIGURE 4.1 – Cartographie de l'indice de Dang-Van calculé pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

comme attendu par la norme ayant défini le niveau du chargement pour cette géométrie d'éprouvette. Aussi, c'est au diamètre de l'essieu de plus faible dans le congé de raccordement que le risque est maximal. C'est là encore un résultat attendu puisque cette zone est celle où le niveau de la sollicitation est le plus élevé.

Lorsqu'on regarde le trajet de chargement dans le diagramme de Dang Van pour deux points dans le raccordement, référencés par leurs distances à la portée, on constate une allure en V typique d'un chargement proportionnel (figure 4.2). On constate également

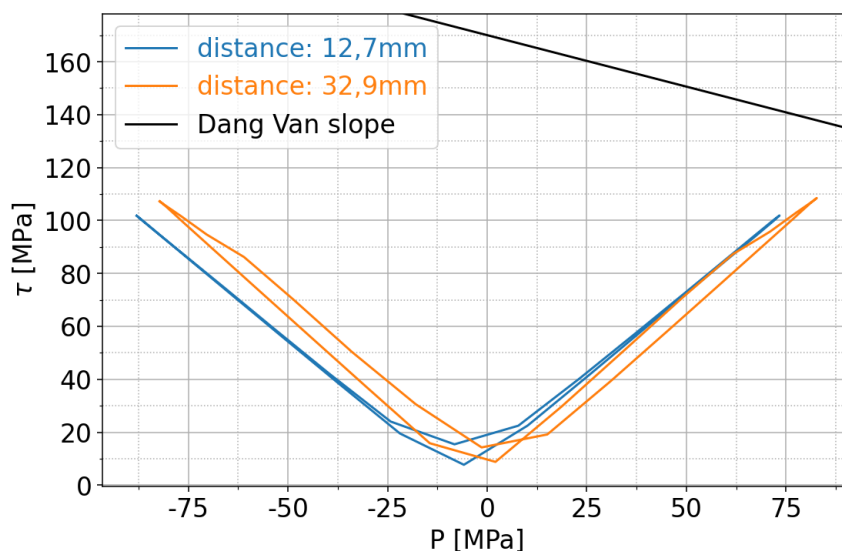


FIGURE 4.2 – Trajets dans le plan du critère de Dang Van, dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

une légère translation en compression du chargement en se rapprochant de la portée.

Cette allure en V est aussi observée sous la portée (figure 4.3). Par rapport au congé, le niveau de la pression hydrostatique est plus élevé tandis que le niveau du cisaillement

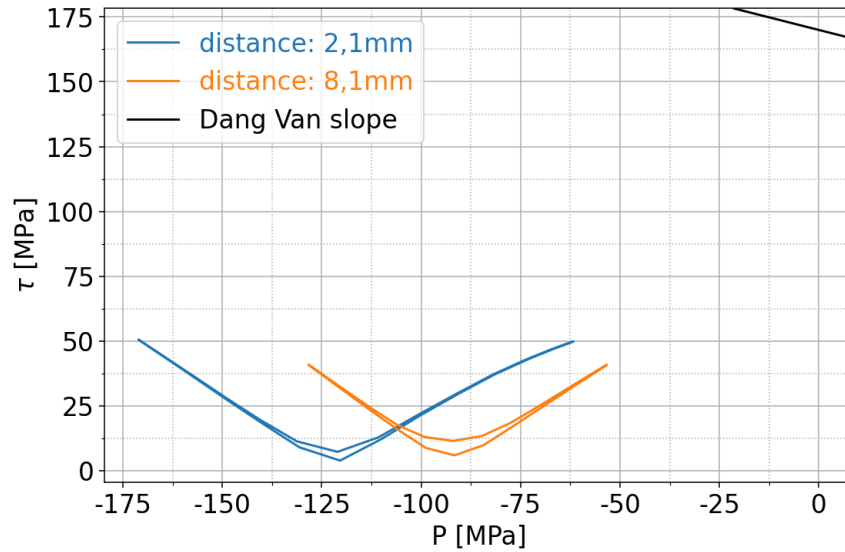


FIGURE 4.3 – Trajets dans le plan du critère de Dang Van, sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

est inférieur. Aussi, la pression augmente en s’approchant du bord de la portée côté corps.

La figure 4.4 illustre les trajets de chargements  $\sigma_{rz} = f(\sigma_{zz})$  et  $\sigma_{\theta\theta} = f(\sigma_{zz})$  aux deux mêmes points dans le congé. Les contraintes radiales, non tracées ici, sont logiquement

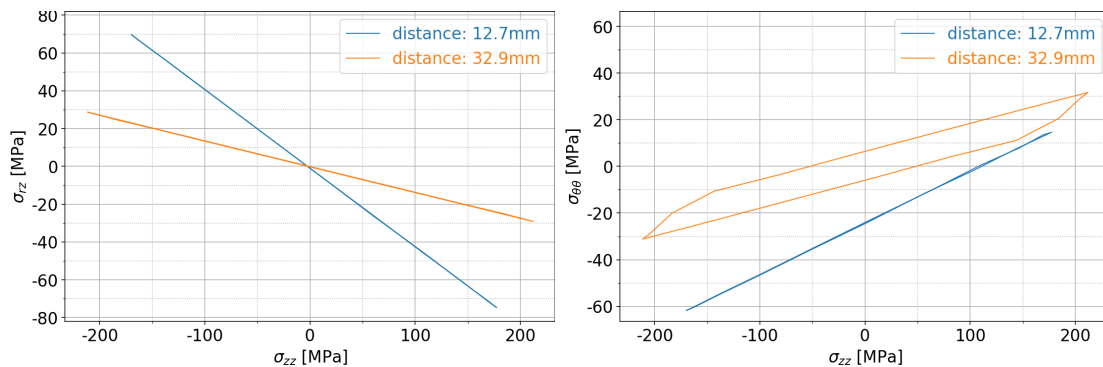


FIGURE 4.4 – Trajets de chargements dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

nulles. Ces trajets de chargement confirment l’observation précédente concernant leur proportionnalité, ou quasi-proportionnalité pour les points s’éloignant de la portée.

La figure 4.5 illustre les trajets de chargements  $\sigma_{rz} = f(\sigma_{zz})$  et  $\sigma_{\theta\theta} = f(\sigma_{rr})$  ainsi que l’état du contact sur la portée. Les trajets observés sont presque affines même pour le point le plus proche du bord. De plus, on note que le domaine de variation des contraintes radiales est plus grand pour ce point par rapport à celui plus loin de l’extrémité. On remarque également qu’il existe un décalage en compression de la contrainte moyenne en s’approchant du bord. Ce résultat est en accord avec l’état résiduel observé au chapitre 1, où l’on voyait une répartition du champ de contraintes à l’issue du calage montrant une croissance monotone du niveau jusqu’à atteindre un maximum au bout de la portée (figure 1.16).

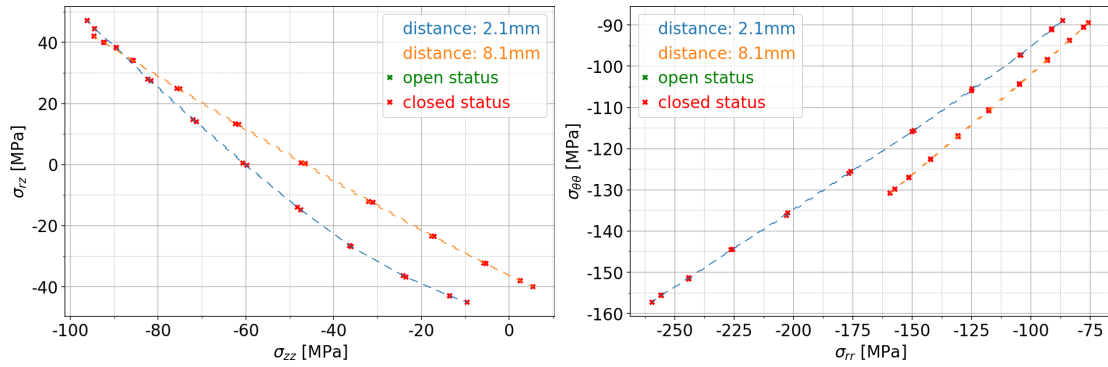


FIGURE 4.5 – Trajets de chargements sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

### 4.3 Chargement 2 : déplacement d'amplitude 15 mm

Pour rappel, le second chargement correspond à un effort en bout d'axe d'environ 100 kN, soit un peu moins du double du chargement précédent. La sévérité de ce chargement a permis de mettre en avant des non-linéarités causées par une ouverture périodique du contact. On va voir dans la suite comment cette non-linéarité influence l'espérance de vie de l'essieu.

La cartographie de l'indicateur de fatigue dans la portée et le raccordement est illustrée figure 4.6. On constate que le critère de Dang Van n'est pas respecté sur une grande partie

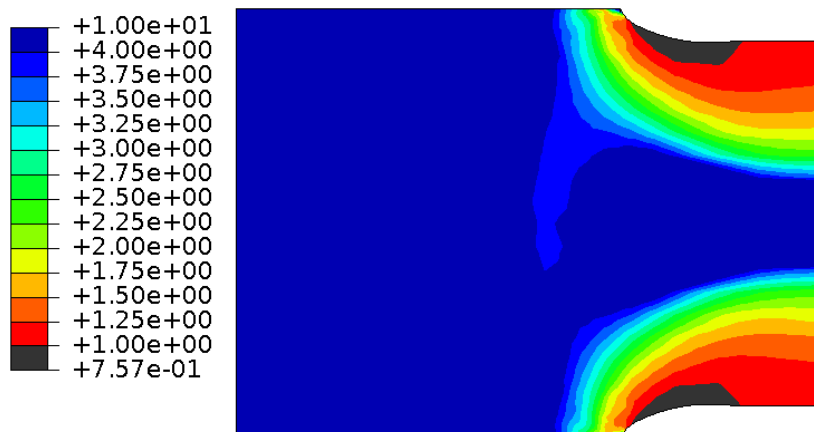


FIGURE 4.6 – Cartographie de l'indice de Dang-Van calculé pour un chargement en déplacement de 15 mm

du congé et le risque maximal se situe au diamètre le plus faible, comme ça avait déjà été observé pour le chargement 1. Cependant, là où le premier chargement montrait une évolution monotone de l'indice de fatigue sous la portée, on observe ici que le risque maximal dans cette zone n'est pas au bord de la portée, mais environ 10 mm avant. Cette zone, moins risquée à l'extrémité de la portée, semble correspondre à la zone majoritairement



ouverte pendant un cycle de sollicitation vu au chapitre 2.

Les trajets de chargement dans le diagramme de Dang Van en deux points du congé de raccordement sont montrés figure 4.7. Les deux points, bien qu'éloignés de presque

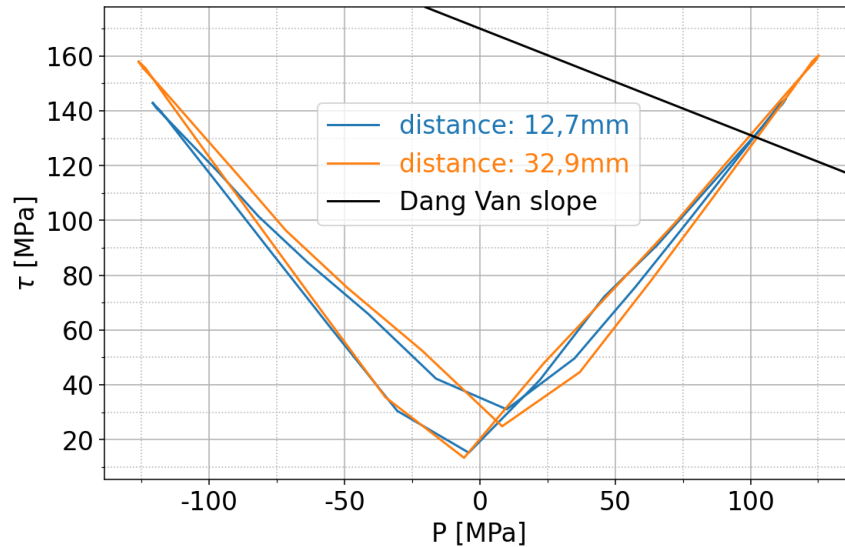


FIGURE 4.7 – Trajets dans le plan du critère de Dang Van, dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 15 mm

20 mm, ont des niveaux de contraintes similaires ainsi qu'une quasi-allure en V typique d'un chargement proportionnel.

Pour la portée, les positions des points analysés ont été choisies dans la zone à faible risque proche du bord et dans la zone où le risque est le plus élevé, c'est-à-dire à environ 2,1 mm et 8,1 mm respectivement (figure 4.8). Les trajets dans le diagramme de Dang

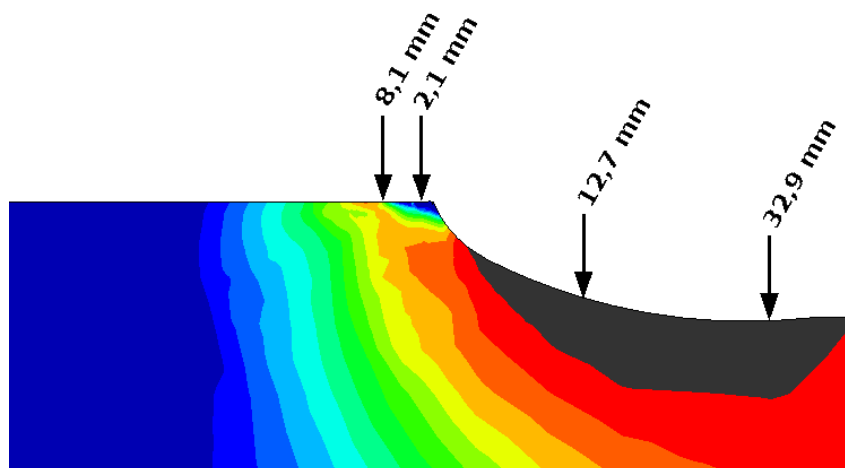


FIGURE 4.8 – Position des points analysés avec le critère de Dang Van

Van nous renseignent d'un chargement non-proportionnel (figure 4.9). En comparant les trajets pour les deux points, on note que l'amplitude de pression hydrostatique ainsi que le

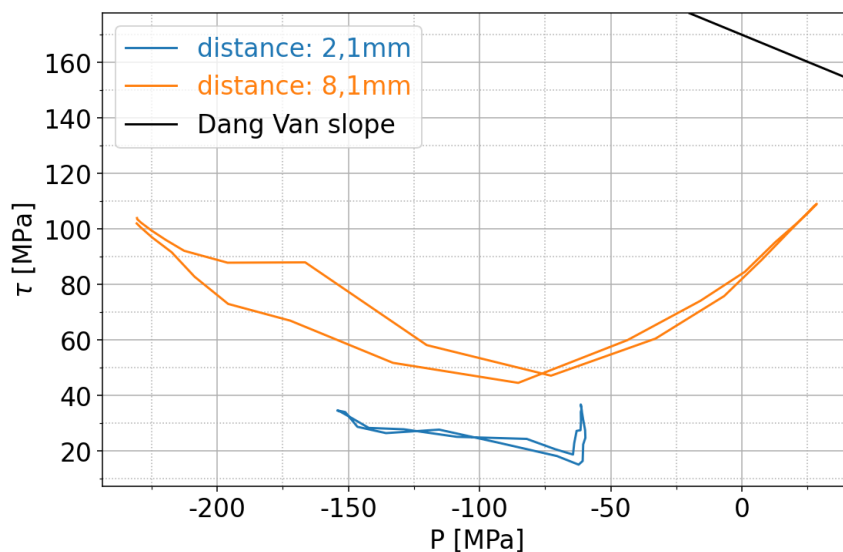


FIGURE 4.9 – Trajets dans le plan du critère de Dang Van, sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 15 mm

niveau de cisaillement diminue en s’approchant de l’extrémité de la portée, ce qui explique le faible risque observé sur la cartographie.

Sur la figure 4.10, on montre les trajets de chargements  $\sigma_{rz} = f(\sigma_{zz})$  et  $\sigma_{\theta\theta} = f(\sigma_{zz})$  dans le congé, aux mêmes points que pour le diagramme de Dang Van. Les contraintes

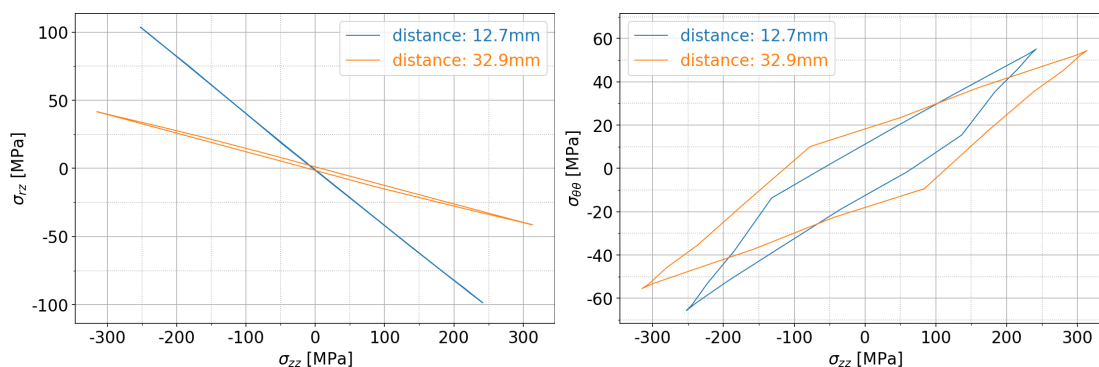


FIGURE 4.10 – Trajets de chargements dans le congé de raccordement pour un chargement en déplacement de 15 mm

tracées sont celles ayant un niveau significatif pour l’analyse (la contrainte radiale étant logiquement nulle). On peut voir des trajets pratiquement proportionnels, confirmant l’observation faite sur le diagramme de Dang Van.

Côté portée, les trajets  $\sigma_{rz} = f(\sigma_{zz})$  et  $\sigma_{\theta\theta} = f(\sigma_{rr})$  sont tracés figure 4.11. Par rapport au cas de chargement 1, les trajets n’ont plus une évolution affine. On peut en effet remarquer une non-linéarité induite par l’évolution du statut de contact. Lorsque ce dernier est fermé, les trajets de chargement traduisent un état presque adapté, tandis que lorsque le contact est ouvert, ils semblent rejoindre un plateau avec notamment la contrainte radiale  $\sigma_{rr}$  qui devient logiquement nulle. Aussi, les contraintes sont plus importantes à 8,1 mm qu’à 2,1 mm, ce qui explique les différences de niveau et d’amplitude

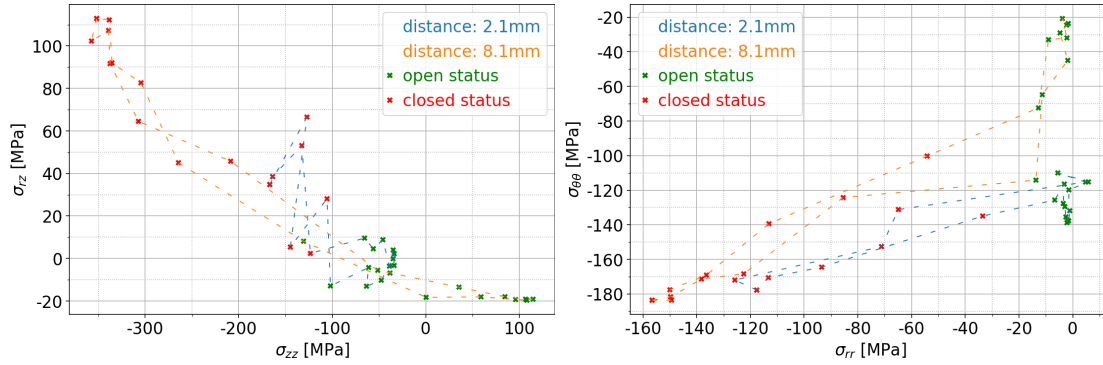


FIGURE 4.11 – Trajets de chargements sous la portée de calage pour un chargement en déplacement de 15 mm

pour ces deux points observés dans le diagramme de Dang Van et par conséquent la localisation vue sur la cartographie. Enfin, on note la présence d'un cisaillement alterné dans le plan  $(r, z)$  dont l'amplitude est maximale dans la zone critique d'après l'indicateur de fatigue.

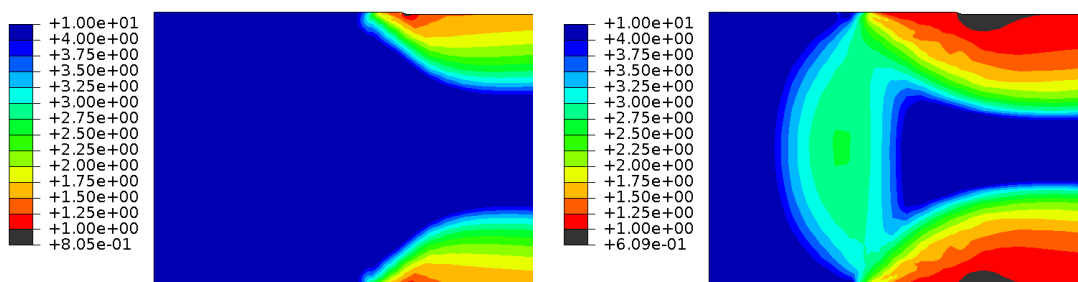
#### 4.4 Influence du rapport de diamètres portée/corps

La limite de fatigue de l'essieu dépend de nombreux paramètres géométriques, dont le rapport des diamètres  $k_d = \frac{D_{\text{portée}}}{D_{\text{corps}}}$ . En fonction de l'application, la norme décrivant le dimensionnement des essieux préconise une borne inférieure de  $k_d$  en dessous de laquelle la limite de fatigue doit être revue à la baisse. Cette valeur minimale du rapport de diamètre est justifiée par une plus forte probabilité de fissuration dans la portée de calage si  $k_d$  est trop petit. On souhaite donc vérifier l'influence de ce paramètre géométrique en modifiant le modèle utilisé pour l'éprouvette de flexion rotative jusqu'à présent. On modifie alors le diamètre du corps de l'axe ainsi que le raccordement avec la portée sans modifier le diamètre de cette dernière et la géométrie du galet. Le rapport des diamètres  $k_d$  passe donc d'une valeur de 1,15 vers une valeur de 1,02.

On s'intéresse pour commencer à la cartographie de l'indice de fatigue pour le chargement 1 (figure 4.12a) et le chargement 2 (fig 4.12b). Dans les deux cas, le critère de Dang Van n'est pas respecté et le point où l'indice est maximal se situe dans le raccordement proche de la portée, avec évidemment un risque plus élevé pour le chargement 2.

La figure 4.13 montre les trajets dans le diagramme de Dang Van de deux points dans le raccordement pour le chargement 1. Ces trajets sont très similaires à ce qui avait pu être observé pour le rapport de diamètre  $k_d = 1,15$  (figure 4.2) avec cependant un léger décalage en pression hydrostatique en se rapprochant de la portée.

La différence entre les deux rapport de diamètres est davantage visible lorsqu'on regarde les trajets  $\tau = f(P_H)$  dans la portée (figure 4.14). En effet, on observe une dissymétrie dans les trajets de chargement, mais aussi une proximité des résultats pour les deux points analysés ici alors qu'on avait un décalage en pression pour  $k_d = 1,15$  (figure 4.3). Cette faible différence peut s'expliquer par l'étendue de la zone d'ouverture du contact plus élevée avec le rapport de diamètre valant 1,02. Ainsi les deux point observés sont majoritairement ouvert lors de la sollicitation à la différence du cas  $k_d = 1,15$  où le point



(a) Chargement 1 : amplitude de déplacement de 8,5 mm

(b) Chargement 2 : amplitude de déplacement de 15 mm

FIGURE 4.12 – Cartographies de l'indice de Dang Van dans l'essieu pour un rapport de diamètre faible ( $k_d = 1,02$ )

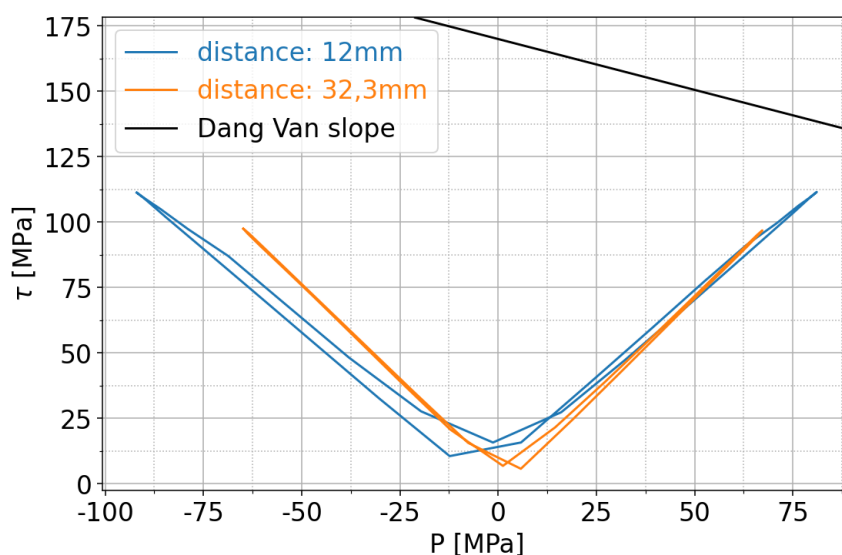


FIGURE 4.13 – Trajets dans le plan du critère de Dang Van, dans le congé de raccordement pour un rapport de diamètre faible ( $k_d = 1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

le plus éloigné avait une durée d'ouverture plus faible que le point proche du bord.

Les trajets de chargements  $\sigma_{rz} = f(\sigma_{zz})$  et  $\sigma_{\theta\theta} = f(\sigma_{zz})$  dans le raccordement sont presque proportionnels (figure 4.15).

La figure 4.16 illustre les trajets de chargements  $\sigma_{rz} = f(\sigma_{zz})$  et  $\sigma_{\theta\theta} = f(\sigma_{rr})$  dans la portée de calage à 8,1 mm du bord. En comparaison avec le rapport de diamètres  $k_d = 1,15$  (figure 4.5), les trajets de chargement perdent leur évolution affine à cause de l'ouverture du contact pendant la sollicitation. De plus, le niveau de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{rz}$  est plus élevé, ce qui nous indique que la diminution du paramètre  $k_d$  favoriserait la fatigue par fretting dans la portée de calage.

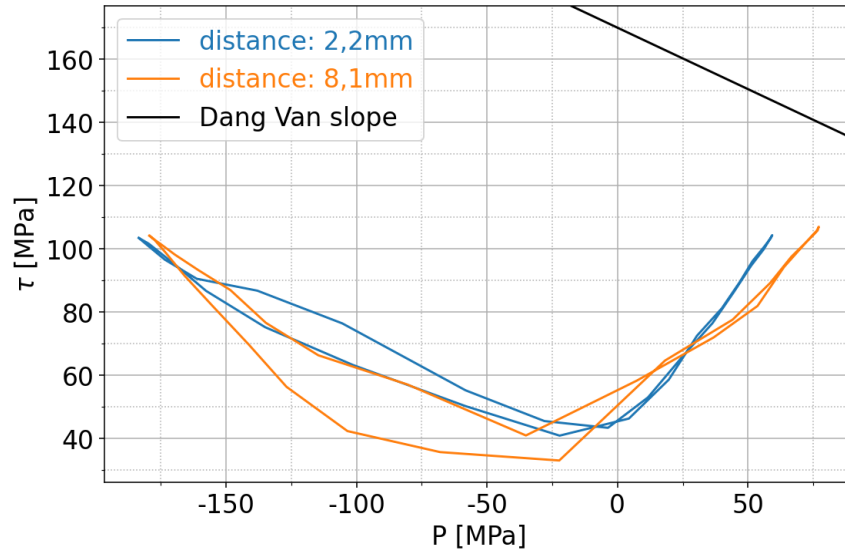


FIGURE 4.14 – Trajets dans le plan du critère de Dang Van, sous la portée de calage pour un rapport de diamètre faible ( $k=1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

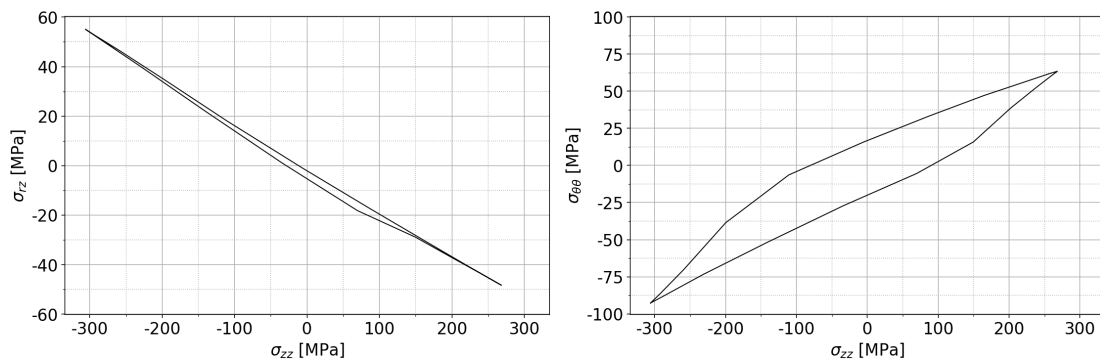


FIGURE 4.15 – Trajets de chargements dans le raccordement à 4,7 mm de la portée pour un rapport de diamètre faible ( $k_d=1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

## 4.5 Conclusions

L'analyse de la tenue en fatigue de l'essieu sous deux niveaux de chargements a permis de mettre en avant l'influence de la non-linéarité dû à l'évolution du statut de contact. En effet, le chargement 2 où l'amplitude du déplacement imposé vaut 15 mm est assez sévère pour permettre au contact de s'ouvrir périodiquement du côté du corps de l'axe, contrairement au chargement 1 plus faible. Alors qu'elle a une influence limitée dans le congé de raccordement, l'ouverture du contact engendre un décalage de la zone critique dans la portée d'une distance par rapport au bord qui est liée à l'étendue de la région périodiquement ouverte.

Aussi, on a pu voir une contrainte de cisaillement dans le plan  $(r, z)$  non-nulle. Une étude paramétrique sur le rapport entre le diamètre de la portée et le diamètre du corps a permis de mettre en lien ce paramètre avec le niveau de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{rz}$ .

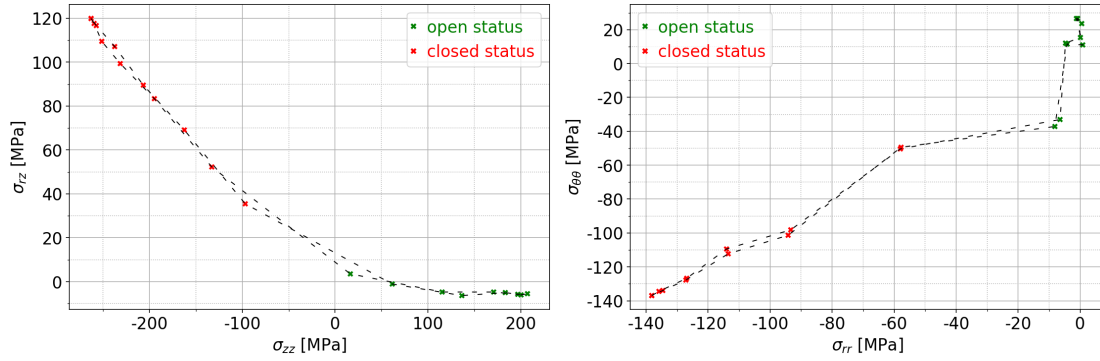


FIGURE 4.16 – Trajets de chargements dans la portée à 8,1 mm du bord pour un rapport de diamètre faible ( $k_d = 1,02$ ) et pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

En effet, la diminution du rapport de diamètres a pour conséquence une augmentation de  $\sigma_{rz}$ .

Enfin, l'utilisation du critère de Dang Van dans notre cas est critiquable. D'une part, la sollicitation subie par la structure ne permet pas de supposer l'existence d'un plan critique unique qui piloterait la tenue en fatigue. D'autre part, on ne considère pas les potentiels effets bénéfiques apportés par le gradient de contraintes présent dans l'essieu. La figure 4.17 illustre l'évolution de la contrainte axiale  $\sigma_{zz}$  en fonction de sa distance avec le centre de l'axe pour le chargement 1. On observe dans notre cas une simple évolution

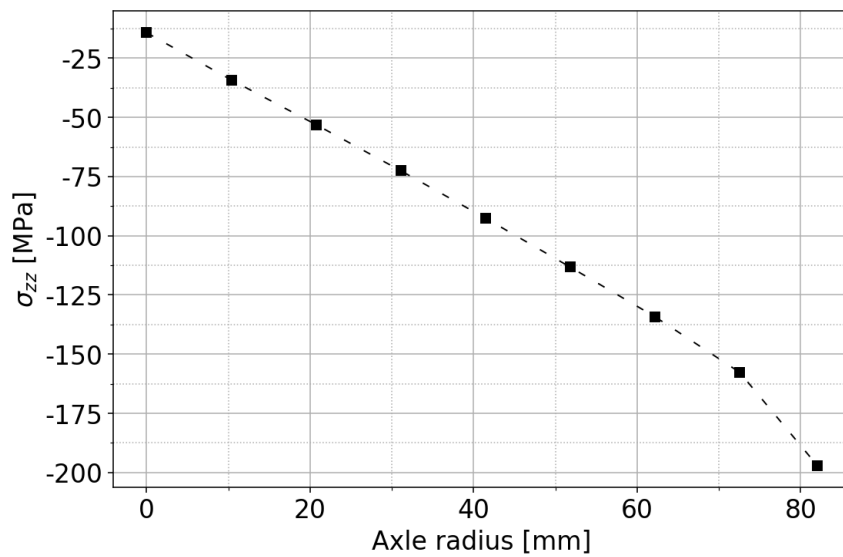


FIGURE 4.17 – Évolution de la contrainte axiale avec le rayon de l'essieu dans le congé de raccordement à 43,8 mm de la portée pour un chargement en déplacement de 8,5 mm

linéaire de la contrainte dans la géométrie de la structure. La présence d'un gradient de contraintes conduit à une meilleure résistance en fatigue et sa prise en compte à l'aide de critère tel que celui de [Papadopoulos and Panoskaltis, 1996] permet une estimation de la résistance en fatigue moins conservative.

# Conclusions générales

Pour rappel, l'objectif de ce travail a été de disposer de méthodes numériques avancées utilisables dans un contexte industriel permettant un dimensionnement moins empirique par rapport à la méthodologie définie par la norme.

Pour la simulation de l'opération de calage d'une roue sur la portée d'un essieu, un modèle de frottement dépendant de la pression de contact a été identifié à partir des mesures d'efforts fournis par la presse lors de l'assemblage des pièces. Ce modèle de frottement permet une évolution de l'effort de calage plus réaliste par rapport au modèle de Coulomb et propose une évolution plausible du facteur de frottement avec la pression de contact. Un modèle plus abouti est cependant envisageable, avec un état de surface évolutif. et la présence d'un troisième corps lubrifiant.

Un modèle de comportement matériau a été identifié à partir d'essais monotones et cycliques. Cette loi de comportement peut donc être utilisée à la fois pour le calage et la sollicitation en flexion rotative, rendant de ce fait le transfert des variables entre les deux modèles possible.

Aussi, une méthode de réduction cyclique considérant les non-linéarités de comportement et l'évolution du statut de contact a été développée. Cette méthode, appelée *sauts de cycles*, alterne entre résolution incrémentale d'au moins trois cycles de chargement et extrapolation des variables internes du modèle. La longueur du saut est calculée à partir des variations de la plasticité cumulée. Sur un modèle où la géométrie, le maillage, et le comportement sont simplifiés, la méthode des sauts de cycles est 7 fois plus rapide qu'une résolution incrémentale sur l'ensemble des cycles jusqu'à stabilisation. Sur ce modèle d'essieu-monté simple, la méthode des sauts de cycles favorise la précision des résultats au détriment du coût en temps de calcul si on la compare à la méthode cyclique directe. Pour une géométrie plus complexe, avec un maillage plus fin, le modèle de comportement identifié et où apparaît donc une évolution du statut de contact, la méthode ne parvient pas à effectuer de longues extrapolations, réduisant ainsi le potentiel gain de temps qu'elle peut apporter. Une voie d'amélioration serait de rendre la méthode indépendante aux raffinements locaux du maillage.

De plus, l'analyse des résultats en fatigue a été associée à une description détaillée des cycles de sollicitations dans les zones critiques. Elle a mis en avant l'importance de la prise en compte de l'évolution du statut de contact notamment au bord de la portée côté corps où une sollicitation de fretting est possible avec un chargement similaire aux conditions de service de l'essieu. Cette analyse de la tenue en fatigue a été faite avec un critère utilisé dans l'industrie, mais d'autres plus élaborés sont envisageables, prenant en compte par exemple les effets de gradient de contrainte.

Enfin, les modèles de comportement et méthodes de résolution ont été faits de sorte à se coupler aux codes de calcul commerciaux sans être intrusifs et sont donc utilisables industriellement. Ces outils numériques actualisés pourront être utilisés pour des développements futurs tels que l'optimisation géométrique ou la réduction de masse (essieux creux, etc.).



# Bibliographie

- [ABAQUS/Standard, 2019] ABAQUS/Standard (2019). SIMULIA, Dassault Systèmes, ABAQUS/Standard, Release 2019.
- [Baudoin, 2015] Baudoin, P. (2015). *Caractérisation et identification de propriétés de matériaux métalliques à gradients de microstructure*. PhD thesis, Université de Lille I.
- [Benuzzi and Donzella, 2004] Benuzzi, D. and Donzella, G. (2004). Prediction of the press-fit curve in the assembly of a railway axle and wheel. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F, Journal of rail and rapid transit*, 218(1) :51–65.
- [Blanchard, 2018] Blanchard, M. (2018). *Méthode global/local non-intrusive pour les simulations cycliques non-linéaires*. PhD thesis, Université Paris Saclay.
- [Cao, 2010] Cao, J. (2010). *Modélisation numérique des problèmes d’interfaces sable-pieu pour les très grands nombres de cycles : développement d’une méthode de sauts de cycles*. PhD thesis, Université de Lille I.
- [Chaboche, 2020] Chaboche, J.-L. (2020). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.
- [Cognard and Ladevèze, 1993] Cognard, J.-Y. and Ladevèze, P. (1993). A large time increment approach for cyclic viscoplasticity. *International Journal of Plasticity*, 9(2) :141–157.
- [Dang Van, 1973] Dang Van, K. (1973). Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sciences et Techniques de l’Armement*, 47(3) :641–722.
- [Dang Van et al., 1989] Dang Van, K., Griveau, B., and Message, O. (1989). On a new multiaxial fatigue limit criterion- theory and application. *Biaxial and multiaxial fatigue. London, Mechanical Engineering Publications*, pages 479–496.
- [EN 13103, 2020] EN 13103 (2020). *Applications ferroviaires - Essieux montés et bogies - Essieux montés et bogies - Méthode de conception pour les essieux-axes*. AFNOR.
- [EN 13260, 2020] EN 13260 (2020). *Applications ferroviaires - Essieux montés et bogies - Essieux montés - Prescriptions pour le produit*. AFNOR.
- [EN 13261, 2020] EN 13261 (2020). *Applications ferroviaires - Essieux montés et bogies - Essieux-axes - Prescription pour le produit*. AFNOR.
- [EN 13262, 2020] EN 13262 (2020). *Applications ferroviaires - Essieux montés et bogies - Roues - Prescriptions pour le produit*. AFNOR.
- [Gros, 1996] Gros, V. (1996). *Etude de l’amorçage et de la propagation des fissures de fatigue dans les essieux-axes ferroviaires*. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris.
- [Khalij et al., 2002] Khalij, L., Hariri, S., and Vaucher, R. (2002). Méthode d’analyse simplifiée appliquée aux structures tridimensionnelles. *Revue Européenne des Eléments*, 11(6) :703–718.

- [Ladevèze, 1985] Ladevèze, P. (1985). Sur une famille d’algorithmes en mécanique des structures. *Comptes-rendus des séances de l’Académie des sciences. Série 2, Mécanique-physique, chimie, sciences de l’univers, sciences de la terre*, 300(2) :41–44.
- [Langueh, 2013] Langueh, A. M. G. (2013). *Contribution au dimensionnement des roues ferroviaires en fatigue de contact de roulement*. PhD thesis, Université de Lille I.
- [Lesne and Savalle, 1989] Lesne, P. and Savalle, S. (1989). An efficient cycles jump technique for viscoplastic structure calculations involving large number of cycles. *ONERA, TP no. 1989-138*, page 13.
- [Maitournam et al., 2002] Maitournam, H., Pommier, B., and Thomas, J.-J. (2002). Détermination de la réponse asymptotique d’une structure anélastique sous chargement thermomécanique cyclique. *Comptes Rendus Mécanique*, 330(10) :703–708.
- [Papadopoulos and Panoskaltis, 1996] Papadopoulos, I. V. and Panoskaltis, V. P. (1996). Gradient-dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion. *Multiaxial Fatigue and Design, ESIS 21*, pages 349–364.
- [Peigney and Stolz, 2001] Peigney, M. and Stolz, C. (2001). Approche par contrôle optimal des structures élastoviscoplastiques sous chargement cyclique. *Comptes rendus de l’Académie des sciences. Série IIB, Mécanique*, 329(9) :643–648.
- [Pommier, 2003] Pommier, B. (2003). *Détermination de la réponse asymptotique d’une structure anélastique soumise à un chargement thermomécanique cyclique*. PhD thesis, Ecole Polytechnique X.
- [Rapport SNCF, 1994] Rapport SNCF (1994). *Rapport d’expertise MR4R1 94 L2 81*. SNCF (AEF).
- [Rapport SNCF, 1998] Rapport SNCF (1998). *Rapport d’expertise MR4R1 98 L2 106*. SNCF (AEF).
- [Relun et al., 2013] Relun, N., Néron, D., and Boucard, P.-A. (2013). A model reduction technique based on the pgd for elastic-viscoplastic computational analysis. *Computational Mechanics*, 51(1) :83–92.
- [Saad, 2016] Saad, S. (2016). *Modélisation de la tenue en fatigue d’essieux ferroviaires issus d’un procédé de forgeage*. PhD thesis, Université de Lille I.
- [Sai, 1993] Sai, K. (1993). *Modèles à grand nombre de variables internes et méthodes numériques associées*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Savalle and Culie, 1978] Savalle, S. and Culie, J. (1978). Méthodes de calcul associées aux lois de comportement cyclique et d’endommagement. *La recherche aérospatiale*, 5 :263–278.
- [Stribeck, 1901] Stribeck, R. (1901). *Kugellager für beliebige Belastungen*. Buchdruckerei AW Schade, Berlin N.
- [Yameogo, 2004] Yameogo, A. (2004). *Etude expérimentale et numérique de l’amorçage et de la propagation de fissure de fretting dans un assemblage roue-essieu ferroviaire*. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris.
- [Zarka et al., 1980] Zarka, J., Engel, J., and Inglebert, G. (1980). On a simplified inelastic analysis of structures. *Nuclear engineering and design*, 57(2) :333–368.