

Université des Sciences et Technologies de Lille

Ecole Doctorale - ED 73

Sciences Economiques, Sociales, de l'Amenagement et du Management

Laboratoire Lille Economie et Management



# De la caractérisation microéconomique des pesticides à l'estimation de leur productivité marginale

Thèse présentée le 30 juin 2015 en vue de l'obtention du doctorat de Sciences

Économiques par

AYOUBA KASSOUM

Sous la direction de Stéphane Vigeant

Membres du jury :

M. Stéphane Vigeant, Professeur à l'Université Lille 1, Directeur de thèse

M. Alain Carpentier, Directeur de recherche INRA - Rennes, Rapporteur

M. Pierre Ouellette, Professeur à l'Université du Québec à Montréal, Rapporteur

M. Hervé Leleu, Directeur de recherche CNRS - IESEG School of Management

M. Stéphane Blancard, Professeur à Agrosup Dijon

M. Jean-Philippe Boussemart, Professeur à l'Université Lille 3 et à l'IESEG School of Management



La faculté n'entend donner aucune approbation ou improbation aux opinions émises dans les thèses. Ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.



# Remerciements

Durant ma thèse, souvent des collègues, commençant leurs thèses me demandaient sur la base de mon « expérience », les conseils que je pourrais leur donner afin qu'ils puissent terminer leurs travaux en trois ans. Je leur disais après réflexion, invariablement, que je n'en avais aucune idée.

En effet, effectuer une thèse peut être comparée à un processus d'optimisation dynamique, sous contraintes. L'aspect essentiel et contrôlable est l'initialisation du processus - donc de la thèse. Le délai de convergence restera, hélas, toujours la grande inconnue.

Le contenu de ma thèse a donc dévié de manière très importante des valeurs initiales. J'aimerais, dans ces quelques lignes, remercier les personnes qui ont permis, d'une manière ou d'une autre, sa dynamique, dynamique qui a permis de converger vers cette version.

Mes remerciements vont en premier lieu à mon directeur de thèse Stéphane Vigeant. Ses conseils, suggestions et disponibilité d'une part et l'intérêt qu'il a toujours porté à mon travail, d'autre part ont été un excellent stimulant. Merci Stéphane.

Mes remerciements d'adressent également à Jean-Philippe Boussemart. Vos conseils toujours avisés et mon intégration au projet ANR POPSY au sein de la tâche 1 que vous dirigiez ont grandement contribué à la dynamique de ma thèse.

Merci Henri-Bertrand pour ta très grande disponibilité. Nos journées passées sur le

traitement de la base de données Eure-et-Loir, avec ta bonne humeur, resteront toujours dans ma tête.

Je tiens également à exprimer toute ma gratitude envers les membres du jury pour le temps qu'ils ont consacré à la lecture de ma thèse.

Je remercie Hubert Jayet pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire LEM (ex EQUIPPE) et d'être toujours disponible et Nicolas Vaneecloo pour avoir constamment, depuis mon Master, pris de mes nouvelles. Merci également à tous les membres d'ex EQUIPPE pour la très bonne ambiance de travail. Je ne vais pas me risquer à vous énumérer.

Merci Claire pour ton soutien constant durant ma thèse. Tu as toujours été disponible et concernée par ce que je fais. Merci pour cela. Je remercie également Carine et Xavier pour votre accueil au sein de l'université Lille 2. Vous m'avez offert une structure de travail épanouissante.

Je n'oublie pas Linjia, Luo et Romain mes compagnons de thèse. Nos soirées me manquent. Bon vent, Linjia et Luo, pour votre nouvelle vie et merci pour tout. Merci à Hélène et Ali Shah d'avoir été là.

Le soutien, je l'ai trouvé également auprès de ma famille. Je souhaite donc remercier mes parents pour leur inconditionnel soutien. Maman, Papa, cette thèse est le fruit de vos efforts continus. Merci également à Kadidja, Kadri et Mimi. Je vous aime.

Pour terminer, je remercie celle qui a passé la majorité de ces années de thèse à mes côtés. Merci Marion pour la patience dont tu as fait preuve durant toutes ces années.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Les pesticides dans l’agriculture</b>	<b>11</b>
1.1 Introduction . . . . .	11
1.2 Définition . . . . .	16
1.3 Utilisation agricole des pesticides : quelques repères . . . . .	17
1.3.1 Évolution de l’utilisation agricole des pesticides . . . . .	17
1.3.2 Le cas de la France . . . . .	18
1.3.3 Comparaison inter-État en termes d’utilisation de pesticides . .	20
1.4 La politique agricole commune et ses évolutions . . . . .	25
1.5 Vers une régulation de l’utilisation des pesticides . . . . .	31
1.5.1 Quelques réformes sur l’usage des pesticides . . . . .	31
1.5.2 La protection intégrée des cultures : un exemple de la volonté de réduction de l’usage des pesticides . . . . .	33
1.6 Caractérisation des pesticides . . . . .	35
1.7 Conclusion . . . . .	41
<b>2 Cadre d’analyse axiomatique</b>	<b>45</b>
2.1 Introduction . . . . .	45
2.2 Technologies de production . . . . .	47
2.2.1 Le graphe de la technologie . . . . .	47
2.2.2 L’ensemble des besoins en facteurs de production . . . . .	50

2.2.3	L'ensemble des produits . . . . .	52
2.3	L'efficacité technique . . . . .	54
2.4	Estimation de l'efficacité technique . . . . .	59
2.4.1	Les méthodes non paramétriques . . . . .	61
2.4.1.1	La méthode Data Envelopment Analysis . . . . .	62
2.4.1.2	La méthode Free Disposal Hull . . . . .	66
2.4.2	Les méthodes paramétriques . . . . .	68
2.4.2.1	Estimation paramétriques de frontière de production déterministe . . . . .	68
2.4.2.2	Estimation paramétriques de frontière de production stochastique . . . . .	71
2.4.2.3	Les formes fonctionnelles . . . . .	73
2.4.2.3.1	La forme Cobb-Douglas . . . . .	76
2.4.2.3.2	La forme translog . . . . .	77
2.5	Analyse de la productivité . . . . .	79
2.6	Existence de la technologie de transformation réglementée . . . . .	85
2.6.1	Existence de la technologie de transformation . . . . .	86
2.6.2	La réglementation . . . . .	88
2.6.3	La technologie de transformation réglementée . . . . .	95
2.7	Conclusion . . . . .	98
<b>3</b>	<b>Présentation du département d'Eure-et-Loir et de la base de données utilisée</b>	<b>101</b>
3.1	Introduction . . . . .	101
3.2	La place de l'agriculture en Eure-et-Loir . . . . .	101
3.3	La base de données mobilisée . . . . .	103
3.3.1	Les différentes variables utilisées dans l'analyse . . . . .	104
3.3.1.1	La production . . . . .	104
3.3.1.1.1	La variable productions céréalières . . . . .	105
3.3.1.1.2	La variable productions industrielles . . . . .	105

3.3.1.1.3	Les autres productions . . . . .	105
3.3.1.1.4	La production totale . . . . .	105
3.3.1.2	La variable pesticides . . . . .	106
3.3.1.3	La surface agricole utile totale . . . . .	106
3.3.1.4	La main d'oeuvre totale . . . . .	106
3.3.1.5	Les amortissements . . . . .	106
3.3.1.6	Les consommations intermédiaires . . . . .	107
3.3.1.7	La variable aides découplées de la PAC . . . . .	107
3.3.1.8	Le coût total de production . . . . .	107
3.3.1.9	Les autres variables apparaissant dans les analyses . . . . .	108
3.3.2	Déflation des variables nominales . . . . .	109
3.3.2.1	Déflation de la variable productions céréalières . . . . .	110
3.3.2.2	Déflation de la variable productions industrielles . . . . .	111
3.3.2.3	Déflation de la variable autres productions . . . . .	112
3.3.2.4	Déflation des autres variables de production . . . . .	113
3.4	Calcul de l'indice climatique . . . . .	117
3.5	Conclusion . . . . .	122
<b>4</b>	<b>Estimation de la productivité des pesticides utilisés en Eure-et-Loir : une approche non paramétrique</b>	<b>123</b>
4.1	Introduction . . . . .	123
4.2	Littérature existante sur l'estimation de la productivité marginale des pesticides . . . . .	125
4.2.1	Spécification traditionnelle . . . . .	125
4.2.2	La spécification de Lichtenberg et Zilberman . . . . .	127
4.2.3	La spécification de Carpentier et Weaver . . . . .	131
4.2.4	Spécifications résultantes de la spécification de Carpentier et Wea- ver et de Lichtenberg et Zilberman . . . . .	135
4.3	Modèles adoptés . . . . .	137
4.4	Description des données . . . . .	150

4.5	Présentation et discussion des résultats . . . . .	153
4.6	Conclusion . . . . .	173
<b>5</b>	<b>Estimation de la productivité marginale des pesticides : une approche Bayésienne</b>	<b>175</b>
5.1	Introduction . . . . .	175
5.2	Généralisation au cas multi-outputs des spécifications de Carpentier et Weaver et de Lichtenberg et Zilberman . . . . .	176
5.2.1	La spécification de Lichtenberg et Zilberman généralisée . . . . .	177
5.2.2	La spécification de Carpentier et Weaver généralisée . . . . .	178
5.3	Spécification formelle d'une fonction de production multi-outputs intégrant des fonctions de réduction des dommages à la Carpentier et Weaver	180
5.4	Le modèle utilisé . . . . .	190
5.4.1	La vraisemblance du modèle . . . . .	190
5.4.2	Les distributions <i>a priori</i> . . . . .	198
5.4.2.1	Distribution <i>a priori</i> de $\beta$ . . . . .	199
5.4.2.2	Distribution <i>a priori</i> de $\sigma$ . . . . .	200
5.4.2.3	Distribution <i>a priori</i> de $\alpha$ . . . . .	200
5.4.2.4	Distribution <i>a priori</i> de $q$ . . . . .	201
5.4.2.5	Distribution <i>a priori</i> de $\mathbf{s}$ . . . . .	201
5.4.2.6	Distribution <i>a priori</i> de $\mathbf{u}$ . . . . .	201
5.4.3	Distributions <i>a posteriori</i> . . . . .	202
5.4.3.1	Distribution <i>a posteriori</i> du paramètre $\beta$ . . . . .	203
5.4.3.2	Distribution <i>a posteriori</i> du paramètre $\sigma$ . . . . .	209
5.4.3.3	Distribution <i>a posteriori</i> du paramètre $\alpha$ . . . . .	212
5.4.3.4	Distribution <i>a posteriori</i> du paramètre $q$ . . . . .	214
5.4.3.5	Distribution <i>a posteriori</i> du paramètre $\mathbf{s}$ . . . . .	216
5.4.3.6	Distribution <i>a posteriori</i> du paramètre $\lambda$ . . . . .	218
5.4.3.7	Distribution <i>a posteriori</i> de $\mathbf{u}$ . . . . .	220
5.5	Données utilisées . . . . .	222

5.6	Présentation et discussion des résultats . . . . .	226
5.7	Conclusion . . . . .	244
<b>6</b>	<b>Spécification et estimation de technologies de transformation avec facteur de réduction des dommages : une approche semi paramétrique</b>	<b>247</b>
6.1	Introduction . . . . .	247
6.2	Modélisation . . . . .	248
6.2.1	Calcul des scores d'efficacité technique . . . . .	253
6.2.2	Inférence . . . . .	255
6.3	Données utilisées . . . . .	260
6.4	Résultats et discussion . . . . .	268
6.5	Conclusion . . . . .	280
<b>7</b>	<b>Impact de l'accord de Luxembourg sur la consommation de pesticides en Eure-et-Loir</b>	<b>283</b>
7.1	Introduction . . . . .	283
7.2	Evolution de la politique agricole commune . . . . .	284
7.2.1	La réforme de la PAC de 1992 . . . . .	285
7.2.2	La réforme de l'agenda 2000 . . . . .	286
7.2.3	La réforme de la PAC de 2003 . . . . .	288
7.3	Réforme de la politique agricole commune de 2003 et consommation de pesticides . . . . .	290
7.3.1	Le modèle adopté . . . . .	292
7.3.2	Résultats des estimations . . . . .	301
7.3.3	Conclusion . . . . .	306
	<b>Conclusion générale</b>	<b>309</b>
<b>A</b>	<b>Présentation de la méthodologie bayésienne</b>	<b>329</b>
A.1	Estimation classique et estimation bayésienne . . . . .	329
A.1.1	Différences entre les deux approches . . . . .	330
A.1.2	Les avantages de l'approche bayésienne . . . . .	332

A.1.3	Pourquoi on n'est pas tous bayésien ? . . . . .	333
A.2	Fonctionnement de la méthode bayésienne . . . . .	334
A.2.1	Point de départ : la formule de Bayes . . . . .	334
A.2.2	Information <i>a priori</i> . . . . .	336
A.2.2.1	<i>A priori</i> informatif . . . . .	337
A.2.2.2	<i>A priori</i> non informatif . . . . .	337
A.2.2.3	<i>A priori</i> conjugué . . . . .	338
A.2.3	L'estimation bayésienne en pratique . . . . .	340
A.3	Les méthodes de simulation bayésienne . . . . .	341
A.3.1	Simulation de Monte Carlo et inférence bayésienne . . . . .	342
A.3.2	Les méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov . . . . .	344
A.3.3	Les algorithmes MCMC les plus utilisés . . . . .	346
A.3.3.1	L'algorithme de Metropolis-Hastings . . . . .	346
A.3.3.2	La marche aléatoire de Metropolis . . . . .	347
A.3.3.3	L'algorithme élément par élément de Metropolis-Hastings . . . . .	348
A.3.3.4	La méthode d'échantillonnage de Gibbs . . . . .	349
A.4	Les outils de diagnostics de convergence . . . . .	350
A.4.1	Le diagnostic de Geweke . . . . .	351
A.4.2	Le diagnostic de Gelman et Rubin . . . . .	352
A.4.3	Le diagnostic de Raftery et Lewis . . . . .	353
A.4.4	Le diagnostic de Heidelberg et Welch . . . . .	354
<b>B</b>	<b>Changement de variable</b>	<b>355</b>
B.1	Changement de variable : version univariée . . . . .	355
B.2	Changement de variable : version multivariée . . . . .	356
<b>C</b>	<b>Lois de distributions usuelles</b>	<b>357</b>
C.1	Loi uniforme . . . . .	357
C.2	Loi Normale multivariée . . . . .	358
C.3	Loi Gamma . . . . .	358
C.4	Loi Dirichlet . . . . .	359

<b>D Déflation de la variable output total</b>	<b>361</b>
D.1 Déflation de la variable productions céréalières . . . . .	361
D.2 Déflation de la variable « Indus-Autres » . . . . .	362



# Liste des tableaux

1.1	Consommation agricole par hectare de pesticides (Kg/Ha) . . . . .	18
1.2	Évolution du tonnage des substances actives phytosanitaires . . . . .	19
1.3	Surfaces agricoles des pays de l'union européenne en 1997 . . . . .	21
1.4	IFT et dépenses en pesticides par hectare et par production en 2006 . .	25
3.1	Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - 1 . .	110
3.2	Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - 2 . .	112
3.3	Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - 3 . .	112
3.4	Indices des prix servant à déflater les autres facteurs de production . .	113
3.5	Statistiques descriptives des variables utilisées . . . . .	116
3.6	Calcul des indices climatiques . . . . .	121
4.1	Descriptif des variables caractérisant le technologie . . . . .	152
4.2	Prix des facteurs de production . . . . .	154
4.3	Référentiels obtenus . . . . .	156
4.4	Descriptif des coefficients d'efficacité technique, analyse 1 . . . . .	157
4.5	Pourcentages des variables d'écart non nuls dans l'échantillon . . . . .	157
4.6	Descriptifs des productivités marginales estimées . . . . .	158
4.7	Répartition des exploitations agricoles . . . . .	159
4.8	Descriptif des productivités positives . . . . .	159
4.9	Comparaison des coûts et des bénéfices privés . . . . .	162
4.10	Pourcentages de sous-optimalité . . . . .	163
4.11	Valorisation des coûts externes des pesticides . . . . .	165
4.12	Distribution des variables environnementales dans les deux groupes . .	166

4.13	Utilisation de pesticides suivant la dominance (assolements) . . . . .	168
4.14	Descriptif des coefficients d'efficacité coût . . . . .	170
4.15	Descriptif des coefficients d'efficacité pesticides . . . . .	171
4.16	Rapport entre les deux situations possibles, en % . . . . .	172
4.17	Variation des prix et des pesticides, en pourcentages . . . . .	172
5.1	Statistiques descriptives des variables utilisées . . . . .	225
5.2	Taux d'acceptation et écart-types de $\alpha$ , $q$ , $s_1$ et $s_2$ . . . . .	227
5.3	Résultats du test de convergence de Geweke . . . . .	231
5.4	Les différentes valeurs de départ . . . . .	232
5.5	Résultats des simulations (2005-2006) . . . . .	233
5.6	Résultats des simulations (2007-2008) . . . . .	234
5.7	Descriptif des scores d'efficacité technique . . . . .	235
5.8	Descriptif des productivités des pesticides . . . . .	235
5.9	Calcul de l'indice composite . . . . .	236
5.10	Analyse cout-bénéfices . . . . .	237
5.11	Productivité marginale des pesticides sur les deux outputs . . . . .	238
5.12	Productivités marginales des facteurs de production . . . . .	239
5.13	Productivités des pesticides et taille . . . . .	240
5.14	Calcul de $E_{xi}$ et $E_z$ . . . . .	243
5.15	Rendements d'échelle . . . . .	243
5.16	Rendements d'échelle et productivité . . . . .	244
6.1	Descriptif des variables caractérisant le technologie, étape 1 . . . . .	262
6.2	Descriptifs de la variable pesticides et des variables environnementales .	267
6.3	Descriptif des efficacités . . . . .	269
6.4	Estimation, seconde étape . . . . .	272
6.5	Calcul des coefficients d'ajustement de l'effet marginal . . . . .	277
6.6	Calcul des productivités marginales . . . . .	277
6.7	Analyse cout-bénéfices . . . . .	279
7.1	Calcul des indices climatiques . . . . .	294

7.2	Répartition des observations par année . . . . .	298
7.3	Descriptif des variables du modèle FDH . . . . .	299
7.4	Statistiques descriptives des variables utilisées, analyse 2 . . . . .	300
7.5	Variables climatiques . . . . .	301
7.6	Descriptif des cardinaux, Ecart maximum = 0,4 . . . . .	302
7.7	Filtrage FDH, Ecart maximum = 0,4 . . . . .	302
7.8	Estimation par les MCO . . . . .	304
7.9	Régression quantile . . . . .	305
D.1	Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - 4 . . . . .	362
D.2	Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - 5 . . . . .	364



# Table des figures

1.1	Distribution de la fonction de réduction des dommages . . . . .	40
2.1	La technologie de production . . . . .	50
2.2	Ensemble des moyens de production . . . . .	52
2.3	Ensemble des productions possibles . . . . .	52
2.4	Fonction de distance orientée input . . . . .	58
2.5	Frontière de production DEA en <i>crs</i> et <i>vors</i> . . . . .	64
2.6	Frontière de production FDH et comparaison des frontières DEA-FDH	67
4.1	Libre et faible disposition des facteurs de production . . . . .	139
4.2	Vue ensembliste du calcul du prix des pesticides . . . . .	147
4.3	Estimation du prix : cas 1 . . . . .	149
4.4	Estimation du prix : cas 2 . . . . .	149
4.5	Estimation du prix : cas 3 . . . . .	150
5.1	Représentation graphique de la constante . . . . .	228
5.2	Représentation graphique de $\gamma_1$ . . . . .	228
5.3	Représentation graphique de l'écart-type . . . . .	228
5.4	Représentation graphique de $\lambda$ . . . . .	228
5.5	Représentation graphique des valeurs de $q$ . . . . .	229
5.6	Représentation graphique de l'efficacité 3 . . . . .	229
5.7	Représentation graphique de $\alpha_1$ . . . . .	229
5.8	Représentation graphique de $\alpha_2$ . . . . .	229
5.9	Représentation graphique de $s_1$ . . . . .	230

5.10	Représentation graphique de $s_2$ . . . . .	230
6.1	Histogramme des efficacités - 2005 . . . . .	270
6.2	Histogramme des efficacités - 2006 . . . . .	270
6.3	Histogramme des efficacités - 2007 . . . . .	270
6.4	Histogramme des efficacités - 2008 . . . . .	270

# Liste des symboles

*CEE* Communauté Economique Européenne

*CES* Contant Elasticity of Substitution

*COP* Céréales et d'Oléo-Protéagineux

*CORPEN* Comité d'Orientation pour des Pratiques Agricoles Respectueuses de l'Environnement

*DA* Dose Appliquée

*DDE* Dichlorodiphényldichloroethylene

*DDT* Dichlorodiphényltrichloroéthane

*DEA* Data Envelopment Analysis

*DH* Dose Homologuée

*DMU* Decision Making Units

*DPU* Droit à Paiement Unique

*FAO* Food and Agriculture Organization of the United Nations

*FDH* Free Disposal Hull

*FEOGA* Fonds Européen d'Orientation et de Garanties Agricoles

*FIFRA* Federal Insecticide, Fungicide and Rodenticide Act

*GATT* General Agreement on Tariffs and Trade

*GMM* Generalized Method of Moments

*IFT* Indice de Fréquence de Traitement

*INSEE* Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques

*IPM* Integrated Pest Management

*MAE* Mesures Agro-Environnementales

*MCMC* Markov Chain Monte Carlo

*MCO* Moindres Carrées Ordinaires

*MSA* Mutualité Sociale Agricole

*NODU* Nombre de Doses Unitaires

*OMC* Organisation Mondiale du Commerce

*PAC* Politique Agricole Commune

*PFT* Productivité Totale des Facteurs

*PIB* Produit Intérieur Brut

*PPT* Proportion de la Parcelle Traitée

*SCOP* Surface Totale en Céréales et Oleo-Protéagineux

*SFA* Stochastic Frontier Analysis

*UIPP* Union des Industries de la Protection des Plantes

*Productivity growth is vital to long run economic sustainability, but it's even better if we relate it to environmental sustainability.*

*Terrence S. Veeman*



# Introduction générale

L'agriculture de par ses relations directes avec l'environnement, la sécurité alimentaire et le revenu des exploitants agricoles occupe une place importante dans nos sociétés contemporaines. La politique agricole commune (*CAP*) essaie de diriger les pratiques culturales afin de les rendre acceptables dans le débat sociétal depuis sa mise en place. Le modèle productiviste encouragé au tout début, vu son coût environnemental et son budget assez conséquent, laisse au fil des ajustements de la *CAP* entrevoir une volonté de migrer vers une agriculture plus saine, plus sûre, avec des prix raisonnables, prenant place dans des territoires dynamiques, source d'emplois et de liens sociaux, et préservant les ressources naturelles pour les générations futures. En d'autres termes, l'objectif est de rendre l'agriculture plus soutenable.

La volonté d'autosuffisance alimentaire affichée par la *CAP* à ses débuts a amené la production agricole à se construire et à se développer au cours des cinquante-soixante dernières années, en Europe et plus généralement dans le monde autour de l'utilisation des pesticides. Ces produits permettent aux agriculteurs de protéger leurs cultures des prédateurs et des maladies pouvant nuire à leur développement et à leur croissance. Ils participent donc au développement de l'offre de produits agricoles via l'amélioration de la productivité, et représentent un moyen permettant aux agriculteurs de proposer des produits végétaux de qualité et d'aspect irréprochables auxquels les consommateurs ont été habitués et cela à des prix relativement modestes.

Cette utilisation des pesticides agricoles a depuis ses débuts été questionnée et discutée. Les craintes provenaient des effets vérifiés et non vérifiés (suspectés) de l'usage

des pesticides à moyen et à long terme sur la faune, la flore et la santé humaine. Ces réserves sur l'usage des pesticides ont été alimentées par un certain nombre d'ouvrages (Carson [1962], Rudd [1964], etc.) qui pointaient du doigt les risques potentiels des pesticides agricoles. Les effets avérés des pesticides dans certains cas et le principe de précaution résultant des fortes présomptions d'effets négatifs sur l'environnement et la santé humaine dans d'autres cas ont amené à une prise de conscience des pouvoirs publics qui réfléchissent et lancent de plus en plus des politiques de réduction de l'usage de ces substances. Cela a ouvert la voie à une littérature assez intensive sur la compréhension économique de ces produits et sur la dépendance des agriculteurs vis-à-vis de ces produits. L'objectif de cette littérature est d'éclairer le débat public ambiant et de guider les politiques publiques de régulation visant à accroître la qualité de l'environnement et à protéger la santé humaine. Dans cette littérature, l'estimation de la productivité marginale des pesticides occupe une place centrale. Cette estimation est intéressante parce qu'elle permet d'une part de voir l'état de l'utilisation agricole de ces produits et d'autre part d'avoir une idée du coût éventuel d'une réglementation touchant ces produits en termes de production agricole perdue. La connaissance de la valeur de cette productivité marginale est donc intéressante dans une optique de mise en place de politiques publiques incitatives visant la réduction de l'utilisation de pesticides. En effet, plus la valeur de cette productivité marginale est importante par rapport au coût marginal d'utilisation, plus le bénéfice additionnel découlant d'une utilisation supplémentaire de ces produits est grand et plus le coût de leur régulation est élevé. Précisons que la référence utilisée est l'utilisation préventive des pesticides. Cette utilisation systématique vise à limiter les risques potentiels provenant des ravageurs compte tenu des pratiques culturales choisies. Ce type d'utilisation des pesticides en agriculture, permettant de suivre un calendrier, est généralement considéré comme étant la pratique actuelle d'une très large majorité des agriculteurs en France. Elle est en moyenne rentable et simple à mettre en oeuvre. Cette information qu'est la valeur de la productivité marginale des pesticides sera à rapprocher d'un certain nombre d'outils disponibles afin de faire émerger des politiques de réduction de l'usage des pesticides efficaces. Comme outils complémentaires, nous pouvons citer le fait d'agir sur les dates

et densités de semis, les successions culturales, l'exploration des substituts aux traitements des pesticides, la formation des agriculteurs, etc.

Le calcul de cette productivité marginale est intrinsèquement lié à la caractérisation des pesticides. La spécification habituelle des processus de production suppose qu'une entité donnée élabore un certain nombre de produits à partir de l'utilisation d'un certain nombre de facteurs de productions. Ces facteurs de production sont supposés être sous le contrôle du gestionnaire à court terme (input variable) ou à moyen et long terme (input quasi-fixe). En d'autres termes, au début de chaque période de production, il procède au choix de sa combinaison productive en tenant compte de ses objectifs et de l'environnement dans lequel il se trouve qui est caractérisé par la réglementation. Ce type de spécification a été utilisé par Headley [1968], Carlson [1977], Fisher [1970] et Campbell [1976] pour comprendre le processus de production agricole et estimer la productivité marginale des pesticides. En tenant compte d'un certain nombre d'évidence agronomiques, Lichtenberg et Zilberman [1986] introduisent la notion d'inputs de réduction des dommages. Ils ont modélisé et intégrée ces inputs de réduction des dommages à la fonction de production. Cette spécificité dans la modélisation des pesticides vise à tenir compte du fait que les pesticides sont des facteurs de production n'ayant pas un effet direct sur la production. Selon Lichtenberg et Zilberman [1986], ces inputs permettent de protéger les rendements en évitant les pertes de cultures pouvant survenir. En d'autres termes, les pesticides sont vus ici comme des inputs, qui permettent en cas d'invasion de ravageurs, d'éviter une réduction importante de l'output potentiel. Ces inputs de réduction des dommages sont modélisés dans une fonction de réduction des dommages qui fait interagir la quantité de pesticides utilisée et la pression des ravageurs. La différence entre les inputs de réduction des dommages et les inputs « normaux » (variable ou quasi-fixe) tient au fait que avec ou sans le facteur de réduction des dommages, un exploitant agricole peut obtenir la même quantité de produits. Cela est évidemment conditionné par le climat, l'occurrence ou non de ravageurs, etc. et contraste donc avec le facteur de production terre par exemple (facteur de production « normal »), sans lequel la production n'est pas possible.

L'objectif de cette thèse est d'élargir au cadre multicultures la spécification des technologies de production tenant compte de la spécificité des pesticides. Cela permettra d'une part d'estimer la productivité marginale des pesticides et d'autre part de voir les conséquences de la caractérisation que l'on adopte pour modéliser les pesticides sur le niveau de cette productivité marginale. De manière transversale dans cette thèse, nous tenons compte des effets des surdosages éventuels dans nos spécifications des technologies de production. Nous partons de l'observation que les analyses empiriques essayant d'extraire la productivité marginale des pesticides se heurtent au manque de cadre théorique permettant d'analyser les exploitations agricoles multicultures. Ces études, pour contourner cette limite, soit agrègent les différents outputs pour se ramener au cas d'un seul produit, soit se limitent uniquement aux cas monocultures et/ou aux procédures d'estimation non paramétriques, procédures qui ne permettent pas l'incorporation des inputs luttant contre les ravageurs, soit passent par l'estimation d'une fonction de coût en utilisant les prix. Cette observation nous a motivé à mettre en place un cadre d'analyse adapté aux exploitations multicultures.

Nous privilégions dans cette thèse une analyse primale du processus de production. Ce choix est la résultante de deux observations. Dans un premier temps, l'approche primale est bénéfique car elle permet d'éviter de faire des hypothèses sur le comportement des agents économiques comme la minimisation du coût ou la maximisation du profit. En effet, la réalité rejette souvent ces deux hypothèses. Cela a entre autres été montré par Lin *et al.* [1974] et Pope et Chavas [1994]. L'imposition de ces hypothèses peut donc mener à des estimations tronquées. Cette approche primale, dans le cadre non paramétrique par exemple, elle est globalement flexible car elle n'impose aucune contrainte sur le degré de substituabilité et de complémentarité des facteurs de production et/ou des produits. Dans un deuxième temps, l'approche duale nécessite que l'information sur les prix soit disponible. Or l'information sur les prix est souvent indisponible à l'échelle des exploitations agricoles. Cela est le cas dans cette thèse.

Cette approche primale est alors utilisée pour nous interroger sur le processus de production agricole, ses caractéristiques ainsi que sur les incitatifs permettant d'orienter les agriculteurs vers des modes d'utilisation des intrants en général et en particulier des pesticides moins intensifs. Cela pose la question des incitatifs pertinents en matière de régulation de l'utilisation des pesticides, dans l'objectif de rendre l'agriculture plus soutenable. A cet égard comme expliqué plus haut, l'estimation de la productivité marginale des pesticides est d'une aide importante. Cette estimation est conditionnée à la fonctionnalité des pesticides dans les processus de production. Ils peuvent être considérés soit comme des facteurs de production luttant contre les ravageurs, soit comme des facteurs de production normaux, soit comme des variables exogènes. De cette classification des pesticides dépend également le choix de la spécification économétrique à retenir. Ces spécifications peuvent être, paramétriques, non paramétriques ou semi paramétriques. A titre illustratif, lorsque l'on considère que les pesticides sont des inputs de réduction des dommages, leur action doit apparaître dans une fonction de réduction des dommages qui n'est compatible qu'avec une estimation paramétrique ou semi paramétrique. Cela nous permet de poser la question de l'incidence de la classification des pesticides sur la productivité marginale estimée. L'approche théorique que nous adoptons a pour base les travaux de Debreu [1951, 1959], Koopmans [1951] et Shephard [1953, 1970]. Cette approche se base sur la théorie axiomatique pour modéliser les technologies de production. En partant de cette base, nous montrons de manière théorique, par la représentation de toutes les contraintes auxquelles fait face une exploitation agricole que, théoriquement, la fonction de production multi-outputs (multicultures) existe. Ces contraintes sont représentées sous la forme d'un ensemble qui limite le champ des possibles de chaque exploitation agricole étudiée. Ce cadre théorique constitue le point de départ des analyses menées dans cette thèse.

La prise en compte dans les analyses menées, au niveau de la formulation de la fonction de production, du fait qu'en cas de surdosage, la productivité marginale des pesticides peut être négative se fera dans les analyses paramétriques par le choix de la forme fonctionnelle de la fonction de réduction des dommages et dans les analyses non para-

métriques par la prise en compte de l'hypothèse de faible disposition des pesticides. Le caractère multicultures des exploitations agricoles étudiées sera intégré empiriquement dans les analyses non paramétriques soit naturellement - vue que cette méthodologie prend en charge facilement le multiculture, soit par l'utilisation du concept de la distance de Hamming et dans les analyses paramétriques par l'utilisation de l'inférence bayésienne. Le concept de la distance de Hamming permet de bien tenir compte de la nature des exploitations comparées en se basant sur les assolements. Comme précisé plus haut, nous adoptons une méthodologie d'estimation bayésienne afin de pouvoir estimer de manière paramétrique la productivité marginale des pesticides agricole. La méthodologie d'estimation bayésienne utilisée permet de prendre en compte de manière complète toutes les interactions pouvant exister dans la fonction de production entre les facteurs de production « normaux » et les inputs de réduction des dommages.

De manière plus précise, dans le premier chapitre de cette thèse, nous introduisons de manière plus complète la problématique. Nous établissons également un état des lieux de l'utilisation des pesticides et des différents programmes mis en place par les pouvoirs publics pour raisonner et ramener à la baisse cette utilisation en France et dans le monde.

Dans le deuxième chapitre toute la base théorique des modèles d'estimation des frontières de production est exposée. Nous y exposons aussi bien les méthodes paramétriques que celles non paramétriques. Nous nous appuyons sur ce cadre exposé pour démontrer, toujours dans ce chapitre, de manière théorique l'existence de la fonction de production multi-outputs dans un environnement règlementé. Cette fonction est particulièrement utile en agriculture où la production est intrinsèquement multicultures et où pèsent sur les exploitants des contraintes découlant de la politique agricole commune (*CAP*) et des incitations de plus en plus visibles dont l'objectif est d'orienter à la baisse l'utilisation agricole de pesticides. La définition et la démonstration de l'existence de cette fonction de production règlementée offre donc un cadre théorique d'analyse adapté à l'étude du fonctionnement des exploitations agricoles menée dans

cette thèse.

La base de données d'Eure-et-Loir sur laquelle toutes nos analyses sont adossées est présentée dans le troisième chapitre. Nous avons plus précisément, après un traitement préliminaire, un échantillon de 3462 observations répartis sur quatre années (2005-2008). Cette base de données contient à l'échelle de l'exploitation agricole, des informations sur les quantités physiques utilisées (facteurs de production et produits), des informations économiques et financières (dépenses relatives aux inputs, subventions, taux d'endettement, etc.) et des informations sur la structure des exploitations (répartition de la main d'oeuvre entre celle salariée et celle familiale, répartition des terres entre la part appartenant à l'exploitant et la part louée, les assolements, etc.).

Dans le quatrième chapitre, nous utilisons des contraintes sur les assolements des exploitations agricoles - via la distance de Hamming - pour estimer de manière non paramétrique la productivité marginale des pesticides dans un cadre multicultures. Les pesticides sont considérés comme des facteurs de production « normaux » vérifiant l'hypothèse de faible disposition. Cela permet de tenir compte des surdosages éventuels découlant de leur utilisation dans le processus de production. Dans un premier temps, nous utilisons une méthode « Data Envelopment Analysis » (*DEA*) pour calculer la productivité marginale des pesticides via les prix implicites estimées. Cela nous permet d'avoir une vue globale de ce secteur en Eure-et-Loir et de constater globalement le rapport des agriculteurs à cette substance chimique. Dans un deuxième temps, nous estimons pour chaque niveau de production agricole i) la réduction maximale possible de l'usage des pesticides étant donnée la technologie, et ii) la réglementation susceptible d'induire ce comportement. Cela se traduira fondamentalement par des hausses de prix. Cette analyse permettra *in fine* d'élaborer des scénarii de réduction de l'usage des pesticides correspondant à chaque niveau de prix.

Dans le cinquième chapitre de cette thèse, nous estimons la formulation de Carpentier et Weaver [1997] étendue au cas multicultures. De manière plus précise, cette spéci-

fication utilise des inputs de réduction des dommages sur chaque input entrant dans le processus de production. Nous montrons comment cette spécification de la fonction de production de Carpentier et Weaver [1997] qui est la plus générale possible, dans un cadre multicultures, tenant compte de la spécificité des pesticides et qui a été très peu utilisée dans la littérature à cause de la complexité de son estimation peut être utilisée en se plaçant dans un cadre bayésien. Cette méthodologie bayésienne permet donc l'estimation de la formulation de Carpentier et Weaver [1997] étendue au cas multicultures et permet d'estimer la productivité marginale des pesticides. Mentionnons pour finir que nous tenons compte de la spécificité des pesticides en utilisant une formulation exponentielle de la fonction de réduction des dommages dans laquelle le signe d'aucun paramètre n'est contraint. Cela permet de prendre en considération les surdosages éventuels.

Nous finissons cette analyse de la productivité marginale des pesticides dans le sixième chapitre. Nous élaborons sur la méthode semi paramétrique d'estimation de la productivité marginale des pesticides utilisée par Kuosmanen *et al.* [2006]. De manière plus précise, nous commençons par exposer clairement cette méthodologie. Ensuite nous montrons la principale limite de cette modélisation et la corrigeons. Nous finissons par généraliser cette modélisation au cadre multicultures. Dans ce cadre mis en place, nous estimons la productivité marginale des pesticides en utilisant une analyse en deux étapes à la Simar et Wilson.

L'impact de la politique agricole commune sur l'utilisation agricole de pesticides est analysé dans un septième et dernier chapitre. Plus précisément, nous explorons la relation entre la réforme de la politique agricole commune de 2003 (découplage des aides) et l'utilisation agricole de pesticides. Pour ce faire, dans une première étape, un modèle « Free Disposal Hull » (*FDH*) (estimation non paramétrique de frontière de production) est utilisé afin de sélectionner les exploitations situées sur la frontière de coût (coût-efficaces). Cela permet de ne garder dans le reste de l'analyse que les agriculteurs qui sont rationnels en ce qui concerne l'utilisation des pesticides. Ensuite sur ces

exploitations retenues, une régression quantile est mise en oeuvre afin de déceler un éventuel effet des aides découplées sur la consommation de pesticides. Cette régression nous permet de voir l'effet de la variable aides découplées de la politique agricole commune tout au long de la distribution de la variable pesticide. Ce chapitre permet de voir l'impact de la volonté de verdissement de plus en plus marquée de la *CAP* sur la consommation de pesticides. Cette analyse est complémentaire à celles visant à jauger l'état de l'utilisation agricole de pesticides. Elle permet d'observer de quelle manière la *CAP* oriente la gestion agricole de ces produits. Si l'effet estimé de la réforme de la *CAP* n'est pas très importante, les pouvoirs publics pourront utiliser les estimations des productivités marginales des pesticides réalisées dans cette thèse : elles donnent la direction et la magnitude des mesures à mettre en oeuvre pour mieux inciter les agriculteurs d'Eure-et-Loir à revoir leur gestion des pesticides.



# Chapitre 1

## Les pesticides dans l'agriculture

### 1.1 Introduction

L'agriculture s'est construite au cours des cinquante-soixante dernières années autour de l'utilisation des pesticides, non seulement parce qu'ils permettent de diminuer l'action des organismes ravageant les cultures et par conséquent d'améliorer la productivité agricole, mais aussi parce que c'est un moyen permettant de proposer les produits végétaux de qualité et d'aspect irréprochables auxquels les consommateurs ont été habitués.

La fin des années 1950 représente la période de rupture entre l'utilisation de techniques « basiques » de protection des cultures contre les ravageurs et l'introduction et l'utilisation massive des pesticides contemporains. Avant cette période, la protection des cultures se faisait de manière « élémentaire » via le soufre, l'arsenic et des compositions à base de mercure ou de sulfate de cuivre telles que la bouillie bordelaise. Cette dernière est un mélange de sulfate de cuivre et de chaux permettant de lutter contre certaines maladies cryptogamiques comme la cloque du pêcher ou le mildiou, champignon parasite de la vigne et de la pomme de terre. A partir de la fin des années 1950 et jusqu'au début des années 1970, des insecticides très efficaces et peu coûteux ont commencé à être utilisés pour lutter contre le doryphore qui ruinait les cultures de pommes de terre. D'autres pesticides sont aussi mis au point pour l'industrie du textile (anti-moisissure, anti-acariens, etc.) et du bois (traitement contre les insectes xylophages et les cham-

pignons des charpentes). Enfin des pesticides sont également élaborés pour les usages domestiques (insecticides), pour l'entretien de la voirie publique et pour les utilisations en médecine (antiseptiques et désinfectants). L'utilisation de ces produits s'est par la suite généralisée au cours des dernières décennies.

Les pesticides sont donc de nos jours présents partout dans l'environnement. Nous pouvons être en contact avec les résidus de pesticides dans l'air, dans l'eau (souterraine et/ou de surface), dans le sol et dans les produits alimentaires. Les voies d'exposition à ces produits sont donc diverses. En milieu professionnel, la voie cutanée représente la principale voie d'exposition. L'exposition par voie respiratoire survient dans la majeure partie du temps lors de l'utilisation des pesticides en milieu fermé. En ce qui concerne la population générale, la voie orale est la plupart du temps considérée comme la principale voie d'exposition et ce à travers l'alimentation.

L'expansion de l'usage agricole des pesticides s'est cependant très tôt accompagnée d'une certaine anxiété découlant des effets vérifiés et suspectés provenant de l'usage de ces substances à court, moyen et long terme sur la faune, la flore et la santé humaine. C'est Rachel Carson, une biologiste américaine, qui tira pour la première fois la sonnette d'alarme avec la publication de son livre « Silent Spring » en 1962. Son ouvrage a été suivi par celui de Rudd [1964] : « Pesticides and the living landscape » dont les conclusions allaient dans le même sens que celles de Rachel Carson. Ces ouvrages pointaient du doigt les risques potentiels de ces produits utilisés massivement en agriculture. Plus précisément, l'ouvrage de Carson [1962] montre l'effet négatif des pesticides sur l'environnement et plus particulièrement chez les oiseaux. Elle montre que le dichlorodiphényltrichloroéthane appelé plus souvent *DDT* amincirait les coquilles d'oeuf chez les oiseaux, ce qui entraîne une hausse de leur mortalité et des problèmes de reproduction. Le *DDT* est le premier pesticide (insecticide) moderne, développé au début des années 1940 et utilisé aussi bien en agriculture pour traiter les plantes contre les ravageurs que pour lutter contre des épidémies (paludisme, typhus). L'onde de choc créée par la parution de cet ouvrage a contribué à l'interdiction du *DDT* dans les années 1970.

Les premiers pays à l'interdire ont été la Norvège et la Suède en 1970. Il est interdit en France en 1971. Le Royaume-Uni de son côté ne l'a interdit qu'en 1984. L'usage du *DDT* en agriculture et dans la lutte contre le paludisme a été peu à peu remplacé par celui de produits moins persistants et moins nocifs pour la santé et l'environnement.

Ces ouvrages ont été les éléments déclencheurs de toute une série d'études visant à détecter et à estimer l'effet des pesticides sur la santé humaine et sur l'écosystème. De nos jours il a été prouvé, au delà des effets sur la faune et la flore que les pesticides peuvent avoir chez les humains des effets allergisants, dermatologiques et respiratoires, des effets neurologiques, des effets cancérogènes, etc.

Par exemple, Hoppin *et al.* [2002] présentent les résultats d'une enquête par questionnaire effectuée sur une cohorte de fermiers de l'Iowa et de la Caroline du Nord (Etats-Unis) utilisant des pesticides. Le questionnaire portait sur l'emploi de quarante pesticides couramment utilisés et sur la manière dont ces derniers sont appliqués. Plus de 20 000 agriculteurs ont répondu à l'ensemble des questions. En prenant également en compte l'âge, la situation géographique, le tabagisme des répondants, ces auteurs ont cherché un lien entre la présence de sifflements, signes d'une gêne respiratoire et chaque pesticide considéré individuellement. Parmi les pesticides pour lesquels un effet significatif est identifié se trouvent : le parathion et le chlorpyrifos. Cette étude a été complétée par Hoppin *et al.* [2007]. Leur analyse a mis en évidence un excès de risque pour la survenue de bronchites chroniques avec l'emploi de deux pesticides : le diazinon et le malathion. Les principales professions concernées par ces affections respiratoires sont les agriculteurs, en particulier les applicateurs de pesticides, les salariés de la fabrication de ces produits et les ouvriers de la désinsectisation.

Pour ce qui est des effets neurologiques, Hayden *et al.* [2010] ont mis en évidence une augmentation du risque de maladie d'Alzheimer du fait de l'exposition aux pesticides. La conclusion de l'étude est que les pesticides peuvent provoquer des effets neurologiques lourds augmentant l'incidence de la maladie d'Alzheimer. Bien que des travaux

complémentaires soient encore nécessaires dans cette direction, les études existantes laissent donc généralement entrevoir un faisceau de présomptions quant au risque de développer une maladie d'Alzheimer du fait de l'exposition aux pesticides. Elbaz *et al.* [2009] sont de leur côté parvenus à établir un lien positif entre la maladie de Parkinson et l'utilisation professionnelle de pesticides. Leur étude porte sur un groupe de 224 patients atteints de la maladie de Parkinson et sur un second groupe de 557 personnes non malades, toutes affiliées à la mutualité sociale agricole (MSA). Leurs expositions aux pesticides durant leur vie professionnelle ont été reconstituées lors d'entretiens avec des médecins du travail de la MSA. Cela a permis de recueillir un grand nombre d'informations sur la surface des exploitations, le type de cultures et de pesticides utilisés, le nombre d'années et la fréquence annuelle d'exposition et la méthode d'épandage. Les études nombreuses et convergentes sur les liens entre exposition aux pesticides et apparition de la maladie de Parkinson ont motivé l'ajout de cette maladie aux tableaux des maladies professionnelles du régime agricole de la sécurité sociale.

En ce qui concerne les effets cancérogènes, selon l'institut national de la santé et de la recherche médicale (INSERM [2008]) il existe une relation entre cancer du testicule et l'exposition aux pesticides. De plus Provost *et al.* [2007] ont conclu que le risque de tumeur cérébrale est plus que doublé chez les agriculteurs très exposés aux pesticides. Les habitants utilisant des pesticides sur leurs plantes d'intérieur ont également un risque plus que doublé de développer une tumeur cérébrale. Enfin, Laurent *et al.* [2008], dans leur étude portant sur la population masculine française, établissent des liens statistiques entre les pesticides employés et les lymphomes développés et montrent que l'incidence des lymphomes est deux à trois fois plus élevée parmi les agriculteurs.

Signalons que les pesticides peuvent avoir aussi des effets négatifs sur le système hormonal ou endocrinien. Les hormones contrôlent des fonctions essentielles de l'organisme, telles que la croissance, le développement, la reproduction, ou encore la régulation du métabolisme. Un nombre important d'études scientifiques ces dernières décennies ont mis en évidence le fait que certains pesticides peuvent perturber le fonctionnement du

système endocrinien et induire des effets néfastes, à court, à moyen ou à long terme, sur les organismes vivants ayant été exposés à ces substances, voire sur leur descendance (Multigner *et al.* [2010] par exemple). De manière plus spécifique, de nombreuses études ont été conduites sur les conséquences du *DDT* et du *DDE* (le *DDE* appelé aussi Dichlorodiphényldichloroéthylène est un pesticide structurellement similaire à la *DDT*) sur la faune sauvage. Le constat principal est que le système reproducteur des animaux ingérant ces substances est en général atteint, ce qui se traduit soit par sa féminisation dans le cas par exemple des alligators, des ours polaires ou des poissons, soit par sa masculinisation, notamment chez les gastéropodes (Waldock [2006] par exemple).

Des études ont également été réalisées sur l'impact de la pollution des milieux aquatiques sur les organismes vivants. Elles mettent en évidence des effets très néfastes, avec des pourcentages importants de poissons victimes d'intersexualité du fait des effets indirects des pesticides. Les effets de cette pollution sur l'homme sont mal connus et mal documentés, mais on estime qu'ils sont probablement moindres du fait des traitements effectués sur l'eau afin de la rendre potable.

Tous ces effets négatifs avérés provenant de l'utilisation des pesticides et le principe de précaution résultant des fortes présomptions d'effets négatifs sur la faune, la flore et la santé humaine provenant de l'usage de ces produits ont amené une prise de conscience des pouvoirs publics qui se lancent de plus en plus dans des politiques de réduction de l'usage agricole de ces substances.

Dans ce chapitre, nous commençons par définir la notion de pesticides et par décrire l'évolution de son utilisation en France et dans le monde. Ensuite nous établissons les liens entre cette consommation agricole de pesticides et la politique agricole commune (PAC). Puis nous présentons un certain nombre de politiques de régulation mises en place en France et dans le monde (Danemark, Pays-bas, Suède, État-Unis et Canada) pour « raisonner » l'utilisation agricole des pesticides et répondre aux préoccupations des consommateurs. Nous finissons par exposer les caractérisations microéconomiques

des pesticides présentes dans la littérature. Ces caractérisations permettent de modéliser les pesticides au sein d'un processus de production et donc de mieux comprendre leur effet sur la production en agriculture. Cette compréhension des pesticides permettra de voir dans quelle mesure, les agriculteurs peuvent s'écarter de leur utilisation.

## 1.2 Définition

Le terme pesticide<sup>1</sup> signifie étymologiquement « tueur de ravageurs » ou encore « destructeur de ravageurs ». La définition actuelle est quelque peu différente étant donné que des facteurs comme la chaleur et le froid, qui tuent aussi certains organismes nuisibles sont rarement pour ne pas dire jamais évoqués comme pesticides. La dénomination « pesticides » est donc presque exclusivement réservée aux produits chimiques minéraux ou organiques, de synthèse ou naturelles susceptibles de tuer les ravageurs. En d'autres termes, un pesticide se doit d'être *in fine* toxique pour les organismes vivants<sup>2</sup> et sous le contrôle de l'utilisateur.

Certains pesticides sont sélectifs dans la mesure où ils ne tuent qu'un type de parasite donné ou annihilent un processus donné : par exemple, certains herbicides fonctionnent en s'attaquant à la photosynthèse, un processus qui ne se produit que chez les plantes. Les pesticides non sélectifs peuvent eux causer du tort à d'autres organismes comme les animaux ou les humains. Selon leur utilisation, les pesticides peuvent aussi être séparés en deux groupes : les pesticides à usage agricole et ceux à usage non agricole. Les premiers sont des substances chimiques utilisées pour la protection des végétaux contre les maladies et contre les organismes nuisibles aux cultures. Les seconds appelés aussi biocides sont utilisés en hygiène publique, en conservation du bois, etc. La classification des pesticides à usage agricole se fait elle en fonction de la cible visée. Les herbicides

---

1. Pesticide est un mot récent emprunté à la langue anglaise. Il date de 1959 et est composé de pest (insecte ou plante nuisible, parasite), lui-même emprunté au français peste au XVI<sup>e</sup> siècle, et de -cide, du latin *caedere* (frapper, abattre, tuer).

2. La définition de la Federal Insecticide, Fungicide and Rodenticide Act (FIFRA) est plus large car elle considère aussi comme pesticides, des substances qui repoussent mais ne tuent pas les ravageurs et les substances qui atténuent les effets des ravageurs.

destinées à tuer les mauvaises herbes, les insecticides à lutter contre les insectes, les fongicides à lutter contre les maladies (champignons), et les souricides, raticides, nématocides, etc. à se débarrasser de divers animaux jugés nuisibles sont les variantes de pesticides les plus connues. Cette thèse se focalise exclusivement sur les usages agricoles des divers produits proposés dans le cadre de la protection des cultures.

## **1.3 Utilisation agricole des pesticides : quelques repères**

Nous présentons dans cette section l'état de la consommation agricole de pesticides, son évolution dans le temps et une comparaison inter-états partielle du recours des agriculteurs à cette substance. Nous commençons par décrire l'état de l'utilisation des pesticides agricoles et la tendance qu'observe son usage de manière globale. Ensuite, nous présentons le cas de la France. Nous finirons par essayer de jauger les différences d'utilisation des pesticides dans quelques pays. Cela amène la question de l'indicateur pertinent permettant de mesurer la consommation de pesticides.

### **1.3.1 Évolution de l'utilisation agricole des pesticides**

Au niveau mondial, même si les quantités et les types de pesticides utilisés varient selon les zones géographiques, le même constat peut être fait et cela quel que soit le niveau de développement économique des pays : les pesticides se sont imposés dans la plupart des pratiques agricoles. De 1945 à 1985, la consommation mondiale de pesticides a doublé tous les dix ans (World Health Organization (WHO) and United Nation's Environment Programme (UNEP) [1990]). Les pesticides, à la fois efficaces, d'un coût relativement faible et faciles d'emploi, ont contribué au développement de systèmes de production intensifs. Ces systèmes de production bénéficiaient de marchés et de prix agricoles favorables et de la relative sous-évaluation des conséquences environnementales et humaines de l'usage des pesticides. Cela a permis la généralisation et l'expansion de leur utilisation dans le monde agricole.

Il faudrait cependant signaler que dans les pays développés et plus précisément en Europe - et cela contrairement aux pays en développement - on remarque depuis une dizaine d'années que la consommation agricole moyenne de pesticides à l'hectare a tendance à décroître. Le tableau 1.1 illustre cet état de fait. Cette tendance à la baisse dans

Tableau 1.1 – Consommation agricole par hectare de pesticides (Kg/Ha)

	1989-1991	1994-1996	1998-2000
Pays développés	0,64	0,54	0,52
Pays en développement	0,18	0,25	0,28
Monde	0,4	0,38	0,39

Source : FAO Compendium of Agricultural-Environmental Indicators, 1989-2000.

les pays développés peut être expliquée d'une part par l'apparition de nouvelles molécules s'utilisant à de très faibles doses par hectare et la limitation voire l'interdiction de l'usage des substances actives dont la dose d'emploi homologuée est généralement élevée et d'autre part par le fait que certains agriculteurs raisonnent plus fortement leurs interventions. Ce dernier aspect est dû à une meilleure connaissance du risque parasitaire via l'utilisation d'outils d'aide à la décision (réseaux d'alerte et de surveillance, détection précoce du risque, etc.), à un usage de techniques agro-environnementales approfondies et à la nécessité de maîtriser les coûts de tous les intrants dans l'exploitation : c'est l'adoption de pratiques agricoles « raisonnées ». Cette baisse est aussi, dans des proportions non négligeables, due à la diminution de l'emploi des produits soufrés et cuivrés. Cette diminution de la consommation par hectare est donc à nuancer : il n'est pas possible de relier directement ces évolutions à la baisse de la consommation à une évolution vers des modes de production résolument orientés vers une réduction des utilisations des produits de protection des plantes par les agriculteurs.

### 1.3.2 Le cas de la France

En 2004, la France occupe le 4<sup>ème</sup> rang mondial - derrière les États-Unis, le Brésil et le Japon - et le premier rang européen en ce qui concerne les quantités de substances actives vendues. 76 100 tonnes de pesticides y ont été vendues selon l'union des in-

dustries de la protection des plantes (UIPP), dont 90 % sont consacrés aux usages agricoles. Les 10 % restant étant utilisés pour les usages non agricoles : entretien des infrastructures routières et ferroviaires, des espaces verts, des trottoirs, jardinage, traitement des locaux, etc. Les fongicides représentent 49 % du volume, les herbicides 34 %, les insecticides 3 % et les produits divers 14 %. Gatignol et Etienne [2010] montrent qu'en 2008, cette consommation de pesticides en France est passée à 78 578 tonnes avec toujours le même rang mondial. Le tableau 1.2 permet d'avoir une idée de l'évolution de la consommation de pesticides en France de 2000 à 2010. Nous remarquons à partir

Tableau 1.2 – Évolution du tonnage des substances actives phytosanitaires entrant dans la composition des spécialités commercialisées en France (en tonnes)

Année	Fongicides	Insecticides	Herbicides	Divers	Totaux
1999	63021	3612	42462	11407	120502
2000	52834	3103	30845	7911	94693
2001	54130	2488	32121	10896	99635
2002	44400	2300	28800	8000	83500
2003	39300	2200	24500	8500	74500
2004	37200	2400	26100	10400	76100
2005	35900	2500	29200	10600	78200
2006	35957	2140	23068	10447	71612
2007	36919	2100	26808	11428	77255
2008	39163	1254	27248	10912	78578
2009	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	63700
2010	n.d.	n.d.	n.d.	n.d.	61900

Source : enquête réalisée auprès des adhérents de l'UIPP.

n.d. signifie non disponible

de l'année 2000 que les quantités totales de substances actives vendues amorcent une diminution : elles passent de 120 502 tonnes en 1999 à 61 900 tonnes en 2010 en passant par 76 100 tonnes en 2004. Cette diminution de la consommation concerne surtout les fongicides, les herbicides et les insecticides. Même si on observe sur quelques années (2001, 2004, 2005, 2007 et 2008) des irrégularités dans cette tendance baissière, celle-ci est globalement présente sur la période 1999-2010. Notons ici aussi, comme mentionné plus haut pour les consommations de pesticides à l'hectare, que ces baisses et hausses ne sauraient en aucun cas être reliées directement à des changements de pratiques culturales : elles résultent de ou d'une combinaison des éléments suivants : adoption

de pratiques agricoles « raisonnées », interdiction de certains produits, apparition de nouvelles molécules s'appliquant à très faibles doses, baisse de l'utilisation du cuivre et du soufre, etc. Ce n'est donc pas une variable permettant de caractériser l'utilisation agricole de pesticides. Pour essayer de lever cette ambiguïté, l'indicateur nombre de doses unitaires (NODU) a été élaboré. Il permet d'apprécier l'intensité de l'utilisation des pesticides en rapportant la quantité vendue de chaque substance active par une « dose unité » qui lui est propre. Cela permet de s'affranchir du fait que beaucoup de substances actives ont été remplacées par d'autres molécules bien plus efficaces et à des doses plus faibles. Cet indicateur a également une limite majeure : il tient compte des quantités de produits vendues au cours de l'année et non des quantités effectivement appliquées. En effet, les possibilités de stockages existantes biaisent cet indicateur.

### 1.3.3 Comparaison inter-État en termes d'utilisation de pesticides

La classification des pays faite plus haut - via les quantités de substances actives vendues - a uniquement une portée descriptive et permet d'apprécier l'utilisation globale de pesticides. Elle n'apporte aucune information sur la manière dont sont utilisés ces produits en agriculture dans un pays d'une année à une autre. Aussi, elle ne permet pas la comparaison des pratiques agricoles entre les pays. En effet, en se basant déjà sur le fait que la France est le premier producteur agricole de l'union européen et qu'elle est le pays qui consacre la plus grande étendue en hectare à l'agriculture dans l'union européenne (voir le tableau 1.3), il résulte évidemment, à pratiques agricoles constantes, qu'elle utilise globalement beaucoup plus de produits de destruction des ravageurs que les autres pays européens. La surface agricole utilisée en France reste à peu près stable : elle est en 2010 de 29 311, 025 hectares en France métropolitaine (données de l'agreste - La statistique, l'évaluation et la prospective agricole). Cela place la France dans l'union européenne devant l'Espagne et l'Allemagne. Pour entreprendre une comparaison des pratiques culturales moins biaisée, nous pouvons utiliser comme indicateur la consommation moyenne de pesticides par hectare cultivé. Avec ce nouvel

Tableau 1.3 – Surfaces agricoles des pays de l’union européenne en 1997

	En milliers d’ha	En % du ter. nat.
France	28 331,30	52
Espagne	25 630,10	51
Allemagne	17 160,00	48
Royaume-Uni	16 168,90	66
Italie	14 833,10	49
Irlande	4 342,40	62
Portugal	3 822,10	42
Grèce	3 498,70	27
Autriche	3 415,10	41
Suède	3 109,10	7
Danemark	2 688,60	62
Finlande	2 171,60	6
Pays-bas	2 010,50	49
Belgique	1 382,70	45
Luxembourg	126,6	49
Union européenne	128 690,80	40

ter. nat. signifie territoire national

Source : EUROSTAT-Enquête structure, 1997.

indicateur, la France se place plutôt dans une position moyenne : elle occupe en Europe la quatrième position en 2008 derrière le Portugal, les Pays-Bas et la Belgique. Cependant, cet indicateur présente aussi des limites en vue d’une comparaison inter-États des pratiques en termes d’utilisation de pesticides. En effet, l’ampleur de l’utilisation des pesticides agricoles dépend non seulement de la manière dont ces derniers sont utilisés (pratiques agricoles) mais aussi des profils agricoles des pays concernés. La consommation de pesticides est élevée dans les pays d’Europe du Sud (Italie, Portugal, Espagne, Grèce et France) du fait notamment de l’importance des cultures légumières, de l’arboriculture, de la vigne et de l’humidité de l’air en zones côtières. Ainsi, l’utilisation de pesticides à l’hectare élevé (plus qu’en France) au Portugal, aux Pays-Bas et en Belgique est due en creusant un peu plus à l’importance du secteur fruits, légumes et vins pour le Portugal et à l’importance des cultures sous serres en Belgique et aux Pays-Bas.

Il faudrait donc, dans un souci d’appréciation cohérente de l’utilisation de pesticides

en agriculture, en vue de comparaisons inter-pays, tenir compte des variétés cultivées. De manière générale, l'utilisation des pesticides en agriculture est globalement la conjonction des types de cultures mises en place dans un territoire donné et des pratiques culturales qui dépendent en grande partie de l'environnement naturel et économique dans lequel se trouve l'agriculteur. Intéressons nous, dans un premier temps, au premier déterminant de l'utilisation agricole de pesticides. Ce déterminant est le type de cultures mises en place. Nous remarquons que comparées aux grandes cultures, les petites cultures sont en moyenne plus dépendantes des pesticides. Cela est expliqué, en partie, par le fait que les grandes cultures ont l'avantage d'offrir davantage de marges de manoeuvre en matière de rotations culturales contrairement aux cultures pérennes. D'autres raisons expliquent cette plus grande dépendance des « petites cultures » (cultures maraîchères, fruitières, horticoles et viticoles) aux pesticides. En effet, ces cultures sont très sensibles aux insectes et attaques fongiques et ce d'autant plus qu'elles sont pratiquées intensivement. Dans ce contexte, les considérations relatives à la protection des récoltes apparaissent comme prépondérantes et l'usage de produits de protection des plantes est adapté pour la prévention comme pour le traitement curatif. Cette utilisation des pesticides dépend dans un second temps du prix des produits agricoles (politique agricole commune) et de la disponibilité des terres cultivables. En faisant des comparaisons inter-États, nous pouvons remarquer que malgré un soutien des prix des produits agricoles, les agriculteurs américains n'ont pas adopté des pratiques aussi intensives que leurs homologues européens : dans les années 1990, le rendement moyen du blé tendre aux États-Unis était la moitié de celui observé en France par exemple. Ceci s'explique non seulement par les différences de prix agricoles mais également et vraisemblablement par la relative abondance des terres arables aux États-Unis. Les possibilités de substitutions ne sont pas les mêmes. En effet, alors que les exploitants agricoles européens cherchaient à accroître leur production pour profiter de prix agricoles élevés garantis par la PAC, en améliorant les rendements de leurs cultures, leurs homologues américains pouvaient accroître les surfaces mises en culture. Nous avons donc à ce niveau deux leviers permettant d'accroître la production totale.

Pour pouvoir mieux mener les comparaisons internationales en termes d'utilisation de produits de protection des cultures - et avoir une estimation de l'évolution nationale des pratiques culturales, d'une année à une autre - l'indice de fréquence de traitement est généralement utilisé. Cet indicateur de fréquence de traitement (IFT), développé au milieu des années 1980 au Danemark, vise à permettre ces comparaisons et donc à répondre au fait que le recours croissant à des produits utilisés à faible grammage n'était pas reflété dans les statistiques portant sur les quantités totales de substances actives vendues : la quantité de produits de protection des cultures vendue peut baisser sans que ne diminuent la pression exercée sur le milieu et donc sans que les pratiques culturales ne changent.

Champeaux [2006], en s'inspirant de l'expérience danoise a adapté la méthode de calcul de cet indicateur au contexte français. Comparé à l'indicateur danois, celui qu'il a élaboré s'appuie entre autres sur les quantités appliquées par l'agriculteur et non plus sur les quantités vendues. Le fait de partir des quantités appliquées par l'agriculteur, et non des quantités vendues (qui peuvent être stockées ou vendues sur un autre territoire) permet de dériver un indicateur plus direct et plus fiable de la pression phytosanitaire exercée sur un territoire donné.

Cet indicateur de fréquence de traitement comptabilise le nombre de doses homologuées (DH) appliquées sur un hectare pour une campagne culturale. La dose homologuée est définie comme la dose efficace d'application d'un produit sur une culture et pour un organisme cible donné. Il peut se décliner de différentes manières en fonction du degré de précision voulu ou/et des données disponibles. On peut donc calculer un IFT global ou particulier (pour une catégorie particulière de pesticides). Il peut aussi se calculer à l'échelle d'une exploitation, d'un territoire, d'une région ou d'un pays, pour une culture particulière ou un ensemble de cultures. Signalons aussi que souvent, une distinction est faite entre l'IFT herbicides et l'IFT hors herbicides (pour les autres produits). En effet, les variations de l'IFT herbicides impliquent des changements de pratiques globales, alors que les variations de l'IFT hors herbicides dépendent des itinéraires techniques

propres à chaque culture. L'IFT fournit ainsi aux acteurs du monde agricole et aux décideurs publics une base objective et précise pour construire et partager un diagnostic commun des pratiques de protection des cultures.

Nous suivons dans ce qui suit Brunet *et al.* [2008] pour l'exposé de la méthode de la méthode de calcul de l'IFT utilisée en France. Ce calcul est effectué à l'échelle de la parcelle. Pour chaque traitement réalisé sur une parcelle, la quantité normalisée est obtenue en divisant la dose réellement appliquée par hectare (DA) par la dose homologuée par hectare (DH) pour le produit considéré. Si pour un même couple « culture, pesticide », il existe plusieurs doses homologuées correspondant à des bioagresseurs différents, on retient la dose homologuée minimale<sup>3</sup>. Si la parcelle n'est pas traitée sur la totalité de sa surface (cas notamment des herbicides), on ne tient compte que de la proportion de la parcelle traitée (PPT) dans le calcul de la quantité normalisée. Cette proportion est le ratio de la surface traitée sur la surface totale de la parcelle. L'IFT d'une parcelle est alors égal à la somme des quantités normalisées définies ci-dessus pour tous les traitements (T) réalisés sur la parcelle<sup>4</sup>, soit :

$$IFT_{parcelle} = \sum_{t=1}^T \left( \frac{DA_t}{DH_t} \times PPT \right) \quad (1.1)$$

T est le nombre de traitements réalisés sur la parcelle étudiée.

Notons également que l'IFT d'un ensemble de parcelles est égal à la moyenne des IFT des parcelles correspondantes, pondérée par la surface de ces parcelles. Ainsi, l'IFT peut être calculé à l'échelle d'une exploitation, d'un territoire, d'une région ou de la France pour une culture particulière ou un ensemble de cultures.

Notons enfin que Butault *et al.* [2010] montrent qu'il y a une très forte corrélation entre l'indice de fréquence de traitement (IFT) et les dépenses en pesticides exprimées en

---

3. Cette convention de calcul fait qu'il est inutile de connaître la cible d'un traitement. Il suffit de connaître la culture sur laquelle il a été réalisé.

4. L'IFT ne tient compte que des pesticides appliqués hors champ : le traitement des semences ou les traitements des produits récoltés ne sont pour l'instant pas pris en compte dans le calcul.

euros rapportées à hectare. Le rapport entre ces deux variables (prix d'un point d'IFT) ne varie ainsi qu'entre 29 et 42 euros l'hectare selon les productions. Cette variation est encore plus limitée en grandes cultures (blé, colza, orges, etc.). Le tableau 1.4 montre cet état de fait en 2006. Étant donné que l'IFT est un indicateur plus pertinent, pour rendre compte de l'évolution de l'utilisation agricole de pesticides, que la variable pesticides utilisés en tonnes et la variable tonnes de pesticides utilisés par hectares, nous utilisons la relation de Butault *et al.* [2010] pour l'approximer. En d'autres termes, dans les analyses de cette thèse, nous approximations l'IFT par les dépenses en euro de pesticides à l'hectare. Dans la section suivante nous essayons de comprendre cette

Tableau 1.4 – IFT et dépenses en pesticides par hectare et par production en 2006

	Fruits		Grandes cultures				
	Vig.	P. Ta.	G. Cul.	Blé T.	Col	Tour.	P. Te.
IFT	12,5	36,5	3,8	4,1	6,1	2,1	16,7
Dépenses en pesticides	394	1267	134	133	203	87	489
Prix du point d'IFT	31	35	35	33	33	42	29

G. Cul. = Toutes les grandes cultures, Pomme de table = P. Ta., Blé tendre = Blé T., Tournesol = Tour., Pomme de terre = P. Te., Col = Colza, Vig. = Vigne. Le prix du point d'IFT est en Euro.

Source : Butault *et al.* [2010].

consommation agricole de pesticides à l'aune de la politique agricole commune. En d'autres termes, nous essayons de voir comment la politique agricole commune qui est en partie à l'origine de l'explosion de la consommation agricole de pesticides, via l'encouragement d'un modèle agricole productiviste à ses débuts, se positionne de nos jours par rapport à cette utilisation de pesticides.

## 1.4 La politique agricole commune et ses évolutions

Le traité de Rome de 1957 qui institue la communauté économique européenne (CEE) entre la Belgique, la France, l'Italie, le Luxembourg, les Pays-Bas et l'Allemagne de l'ouest peut être considéré comme étant l'origine de la PAC. Ce traité avait pour objectif de créer un marché commun et de mettre en oeuvre une politique culturelle commune.

Cela dépasse une simple union douanière. A la création de ce traité les objectifs assignés à cette PAC étaient d'accroître la productivité de l'agriculture, d'assurer un niveau de vie acceptable aux agriculteurs, de stabiliser les marchés, de garantir la sécurité des approvisionnements et d'assurer des prix acceptables pour les consommateurs.

Ces objectifs étaient assez généraux et il n'y avait pas d'organisation particulière des marchés mise en place. En effet, aucun instrument particulier d'intervention sur les marchés agricoles n'a été spécifié. Ce n'est qu'à la conférence de Stresa en 1962 que furent précisés les instruments permettant d'atteindre les objectifs du traité de Rome. Ces instruments et les principes les régissant sont les suivants : *i.* l'unicité des échanges : unicité des prix et des réglementations pour *in fine* entraîner une liberté complète concernant les échanges dans la zone créée, mise en commun des tarifs douanier, *ii.* la préférence communautaire donnant la priorité à la production domestique par rapport aux biens importés et *iii.* le principe de solidarité financière : cela implique que les dépenses induites par la PAC soient assurées par un budget commun et non pas individuel. Cela arrange par conséquent les grands pays agricoles comme la France.

Deux grands instruments sont créés pour pouvoir rencontrer les objectifs de cette PAC. On distingue les instruments des organisations communes des marchés et les actions socio-structurelles.

Les organisations communes des marchés ont pour but la régulation de l'activité agricole. Le système de prix garanti est l'instrument adopté pour cette régulation. Le financement de cet instrument est garanti par le Fonds européen d'orientation et de garanties agricoles (FEOGA). Le mécanisme consiste en une intervention directe sur les marchés agricoles. Chaque année, le conseil des ministres de l'agriculture sur proposition de la communauté européenne fixe un prix indicatif pour chaque produit. L'agriculteur est donc assuré d'écouler ses produits au minimum à ce prix-là. En dessous de ce prix le pouvoir public, au travers du FEOGA, se substitue aux marchés en achetant à l'agriculteur une partie des quantités offertes pour raréfier l'offre et faire augmenter les prix.

Ces quantités sont stockées dans un premier temps. Elles sont écoulées sur le marché intérieur en cas de mouvement inverse des prix, sinon ces produits sont exportés vers des pays tiers. Pour que le mécanisme soit efficace et pour éviter les fluctuations du prix indicatif, le marché intérieur du produit en question doit être préservé des importations à un prix inférieur au prix d'intervention. Cette politique est appelé politique des prix garantis de la PAC. Ce système était celui qui prévalait pour les cultures de blé par exemple. Pour d'autres produits, des aides directes proportionnelles à la production ont été introduites (tabac, viandes oléagineuses, etc.) et pour certains, des droits de douanes, des subventions à l'exportation, etc. sont appliqués.

Le deuxième instrument est une politique de structure. Elle est financée par le même fonds créé à savoir le FEOGA. Cette politique vise à soutenir le volet socio-structurel de la PAC. Elle vise à accompagner les exploitations agricoles s'engageant dans un processus de modernisation via des aides à l'investissement, à aider à la cessation d'activité agricole et à encourager la formation des agriculteurs. Ce volet a bénéficié d'un budget négligeable par rapport au premier.

Ce système mis en place au traité de Rome va globalement fonctionner assez bien jusqu'en 1992 avec certains aménagements. Ses objectifs initiaux ont globalement été atteints. L'objectif d'autosuffisance a été atteint : dans les années 1990 l'agriculture européenne couvrait une bonne part des besoins de son marché intérieur. L'objectif d'accroissement de la productivité a aussi été atteint. Dans l'espace européen élargi à 10 membres, la productivité globale de l'agriculture a progressé à un rythme annuel de 2 % au cours des années 1970-1980 : cette PAC a donc évité la principale critique qui lui a été faite, critique selon laquelle les politiques productivistes peuvent figer les structures de productions et faire accumuler les retards de compétitivité. La contrepartie de cette PAC a été la diminution du nombre d'exploitant et du nombre d'exploitations. En France, par exemple, le nombre d'exploitations agricoles est passé de 1,7 millions à 800 000 entre 1966 et 1993. En ce qui concerne la stabilité des prix communautaires, elle a aussi été atteinte. En effet, les prix européen sont restés stables dans un contexte

mondial où les prix mondiaux variaient beaucoup étant donné les fluctuations du dollar. Signalons pour finir que les consommateurs ont payé en moyenne plus cher les produits agricoles compte tenu de la protection communautaire du marché : sur la période 1973-1990, les prix des produits agricoles américains ont été inférieurs de 20 % aux prix agricoles dans l'espace communautaire (Barkaoui *et al.* [1992]). Cependant, ces consommateurs ont été protégés des aléas du marché.

Remarquons cependant que dès son instauration, cette PAC a ouvertement fait l'objet de critiques de la part des partenaires commerciaux de l'Europe, des consommateurs et des individus militant pour la protection de l'environnement. En effet, pour les États-Unis par exemple, la PAC leur ferme le débouché européen. Ces critiques ont été encore plus vives à partir du moment où l'objectif d'autosuffisance alimentaire a été atteint et que la CEE est devenue une grande exportatrice, notamment de produits fortement subventionnés. Cela a entraîné les premières interrogations sur l'intérêt de maintenir en l'état cette PAC. Le problème avec les exportations fortement soutenues est qu'elles causent deux types de problèmes. D'une part, d'un point de vue interne, le coût budgétaire de cette situation devient croissant pour les États membres. Ce qui est assez problématique. D'autre part, d'un point de vue externe et notamment dans le cadre des négociations internationales sur le commerce ce soutien crée une certaine distorsion de la concurrence. En effet, ces subventions à l'exportation ont été dénoncées comme une distorsion à la concurrence par les États-Unis au cours de la renégociation des accords du GATT (*General Agreement on Tariffs and Trade*). Les États-Unis voyait d'un très mauvais œil ces subventions qui les avaient évincé du marché de la communauté européenne. A titre d'illustration, la part des États-Unis dans les exportations mondiales de produits agricoles est passée entre 1980 et 1990 de 17,5 % à 13 %. Les États-Unis ont alors mis comme préalable à tout accord dans les négociations agricoles internationales, un changement de politique agricole européenne. A côté de ces dysfonctionnements des marchés, la PAC a aussi fait émerger d'autres aspects négatifs. Le premier aspect concerne l'évolution des revenus des agriculteurs et le second les questions environnementales. Concernant le revenu des agriculteurs, remarquons que les

baisses de prix dans la CEE absorbaient plus que les gains de productivité importants de l'époque. Cela a entraîné une baisse continue du revenu des agriculteurs. En France, entre 1973 et 1989 et sur l'ensemble de la communauté européenne, le revenu par tête perdait 1 % par année de son pouvoir d'achat. Concernant le second aspect, notons que les prix agricoles stables favorisent donc l'offre de produits mais également la demande dérivée de facteurs de production. La PAC a donc favorisé une production intensive, utilisant une quantité importante de pesticides, source importante de pollution (pollution des nappes phréatique par les nitrates provenant des pesticides et des déjections animales par exemple). Ce modèle productiviste a été de plus en plus attaqué et des alternatives à ce modèle ont été réclamées de plus en plus vivement.

Ces critiques ont été le point de départ d'un processus d'amélioration visant à rendre la PAC plus acceptable et plus verte. Ce processus a vu l'apparition des réformes de la PAC suivantes : la réforme Mac Sharry de 1992 qui introduit un paiement compensant la baisse des prix garantis, l'agenda 2000 qui introduit un second pilier, à savoir le développement rural, à côté du premier pilier de la PAC et la réforme de Luxembourg de 2003 qui introduit le découplage des soutiens à l'agriculture. Nous reviendrons sur ces différentes réformes dans le chapitre 7 de cette thèse. Signalons cependant que des petites réformes ont été élaborées pour panser les défaillances de cette PAC signalées plus haut avant la grande réforme de 1992. Parmi ces aménagements, on peut entre autres citer la limitation à partir de 1988 de la croissance du FEOGA : son rythme annuel de croissance ne devrait pas dépasser 74 % du taux de croissance du produit intérieur brut (PIB) de l'union européenne. C'est donc une discipline budgétaire qui a été instaurée à ce niveau.

Nous nous penchons dans ce qui suit sur les mesures visant à rendre plus « verte » la politique agricole commune. Nous nous intéressons plus particulièrement aux mesures impactant l'utilisation des pesticides car ces derniers constituent l'objet de cette thèse. Ainsi, afin de répondre aux demandes de la société d'une agriculture plus respectueuse de l'environnement, la politique agricole commune a depuis les années 1980 été accom-

pagnée d'un certain nombre de mesures. Le système de Mesures Agro-Environnementales (MAE) est une des principales réponses à ces préoccupations. Chaque état membre possède sa propre déclinaison de ces mesures. Elles voient le jour dans les années 80 et sont généralisées dans les années 90. Elles deviennent intégrées à la PAC et d'application obligatoire pour les États membres avec la réforme Mac Sharry (1992). La participation des agriculteurs éligibles aux MAE est volontaire. Cependant, s'ils s'engagent, ce sera pour une période minimale de cinq ans. Le paiement doit être assis sur la surface engagée. La prime par hectare est calculée de manière à compenser la perte de profit (ou le surcout) liée au changement de pratiques spécifié par la mesure. Ces pratiques sont les suivantes : mise en place de bandes enherbées le long de cours d'eau, interdiction d'apports d'engrais sur certaines prairies naturelles, limitation des passages de traitements par pesticides, conversion à l'agriculture biologique, etc.

Ces mesures agro-environnementales ont par la suite été intégrées lors de la réforme de l'agenda 2000 au second pilier de la PAC. Ce second pilier a été encore plus renforcé par la réforme de Luxembourg (réforme de 2003) introduisant la modulation des aides du premier pilier de la PAC en faveur du second pilier - le développement rural. La volonté de respect de l'environnement est encore plus marquée via la conditionnalité des aides du premier pilier et de certaines du second pilier. Cette conditionnalité a pour objectif de garantir une agriculture plus durable et donc de favoriser une meilleure acceptation de la politique agricole commune par l'ensemble des citoyens. Ce dispositif soumet le versement de certaines aides communautaires au respect d'exigences de base en matière d'environnement (conservation des oiseaux sauvages et des habitats, protection des eaux souterraines contre la pollution causée par des substances dangereuses, etc.), de bonnes conditions agricoles et environnementales (entretien minimal des terres, diversité des assolements, bande tampon le long des cours d'eau, etc.), de santé des animaux (interdiction de l'utilisation de certaines substances en élevage, lutte contre les maladies animales, etc.), de santé des végétaux (vérification que les agriculteurs n'utilisent pas de pesticides ayant été retirés du marché français par exemple, interdiction de traiter les bordures d'eau, les règles de stockage, etc.) et de protection

animale (l'état des bâtiments d'élevage, prévention des blessures et des souffrances, les soins prodigués aux animaux malades ou blessés, etc.). Ces mesures militent pour une agriculture moins intensive et donc implicitement pour une moins grande utilisation de pesticides en agriculture.

A coté de ces politiques incitant les agriculteurs à un meilleur respect de l'environnement, intégrées à la politique agricole commune, un certain nombre d'incitatifs additionnels sont élaborés par les États afin d'encourager l'adoption par les agriculteurs de pratiques agricoles respectueuses de l'environnement. Ces politiques sont indépendantes de la politique agricole européenne. Nous présentons dans la section qui suit les incitations qui ont été mises en place par un certain nombre de gouvernements pour amener à la baisse l'utilisation agricole de pesticides.

## **1.5 Vers une régulation de l'utilisation des pesticides**

Nous présentons dans cette section, dans un premier temps, un certain nombre de programmes de régulation de l'usage agricole des pesticides. Ces programmes, comme précisé plus haut, sont une réponse des pouvoirs publics à la préoccupation de plus en plus importantes des consommateurs concernant les effets de ces produits. Dans un second temps, nous présentons un exemple d'approche globale de contrôle de l'utilisation des pesticides : la protection intégrée des cultures.

### **1.5.1 Quelques réformes sur l'usage des pesticides**

De la prise de conscience des effets des pesticides, en partie détaillés dans l'introduction de ce chapitre, sur la santé humaine, la faune et la flore résultent, un peu partout dans le monde, des programmes ayant pour objectif de réduire l'utilisation agricole des pesticides. Le Danemark a mis en place en 1986 un plan dont l'ambition était de réduire, avant 1997, de moitié l'utilisation des pesticides et cela au moyen d'une taxa-

tion des pesticides, d'un renforcement de la réglementation et du développement du conseil auprès des agriculteurs. La Suède et les Pays-Bas y sont également allés de leurs programmes de réduction de 50 %. Le plan de la Suède a été mis en place en 1988 et devait atteindre son objectif sur 5 ans, alors que celui des Pays-Bas avait un intervalle d'action de dix ans et a été initié en 1989. Aux États-Unis, beaucoup d'investigations ont été effectuées aussi afin d'explorer les voies et moyens de réduction de l'usage des pesticides Pimentel *et al.* [1993]. Au Canada et plus précisément dans la province de l'Ontario, en 1987, un plan visant aussi une réduction de moitié de l'usage des pesticides a aussi vu le jour. Ce programme étalé sur 15 ans était divisé en trois segments de cinq ans (Roberts et Surgeoner [1993]).

En France, la réflexion sur les voies et moyens de réduction de l'usage des pesticides a commencé avec le comité d'orientation pour des pratiques agricoles respectueuses de l'environnement (CORPEN) en 1984. Ce comité promeut les pratiques agricoles les plus respectueuses de l'environnement, et spécifiquement en termes d'utilisation de pesticides depuis 1992. De manière plus précise, le plan « Produire plus propre » en 1997 limite ou interdit l'usage d'un certain nombre de produits et conduit à la création autour des préfets de région, de groupes régionaux d'actions contre la pollution par les pesticides chargés d'appliquer sur le terrain les préconisations nationales. En 2006, le « plan interministériel de réduction des risques liés aux pesticides (2006-2009) » renforcé en 2008, suite au Grenelle de l'environnement, par le plan « Ecophyto 2018 » visent, outre la réduction de 50 % de l'usage des pesticides au niveau national dans un horizon de 10 ans, à mieux contrôler les conditions de mise sur le marché des substances actives, à encourager les pratiques alternatives au recours des traitements phytosanitaires, la formation et l'information pour les usagers en ce qui concerne les risques sanitaires, mais aussi à mettre en place un programme de surveillance des impacts humains et environnementaux de ces produits.

De manière synthétique, ces programmes visent tous, via un certain nombre d'actions, à aboutir à un ensemble cohérent qui fera office de feuille de route en ce qui concerne la

gestion des pesticides. Entre autres, ils visent à améliorer la fabrication des pesticides, à sonder des méthodes de fabrication de nouvelles substances moins nocives pour l'environnement et pouvant assurer la sécurité alimentaire et humaine. L'objectif est aussi l'amélioration de la formation des agriculteurs et la mise à leur disposition de toute l'information nécessaire (conseil individuel, démonstrations de groupe sur l'utilisation des pesticides, etc.). Cela permettra notamment d'améliorer les techniques d'épandages. Pimentel *et al.* [1992], avaient d'ailleurs signalé que dans beaucoup de cas, faute d'information, les pesticides ne sont pas adaptés ou sont tout simplement appliqués aux mauvaises périodes. Aussi, ils signalent que 25 à 50 % seulement des pesticides appliqués par avion atteignent leur cible. Ces politiques publiques visent aussi à renforcer la procédure d'homologation et de mise sur le marché des nouvelles molécules de pesticides. Cela permettra progressivement l'abandon des molécules les plus dangereuses. C'est dans ce sens que l'union européenne, le 13 Janvier 2009 a voté le « paquet pesticides » composé d'une réglementation plus contraignante concernant la mise sur le marché des pesticides et d'une directive cadre pour une utilisation durable des pesticides. Enfin, la recherche biologique est appuyée en ce qui concerne la sélection des variétés résistantes, ce qui peut amener une substantielle diminution des quantités de pesticides utilisées en agriculture.

### **1.5.2 La protection intégrée des cultures : un exemple de la volonté de réduction de l'usage des pesticides**

La protection intégrée des cultures (Integrated Pest Management - IPM) a vu le jour aux États-unis et a été formulée en politique publique nationale en 1972. Elle peut être vue comme étant une approche globale permettant via un certain nombre de directives et d'action de réduire la toxicité et l'utilisation des pesticides via l'utilisation de nouvelles technologies et une meilleure information. Pour leur leadership et l'effort qu'ils ont consacré au développement et à l'expansion mondiale de cette technique, Perry Adkisson (Professeur d'entomologie à l'université du Texas) and Ray F. Smith (Professeur d'entomologie à l'université de Californie à Berkeley) ont reçu le *World*

*Food Price* en 1997.

La protection intégrée des cultures est une approche résolument tournée vers l'environnement et reposant sur la combinaison d'un certain nombre de pratiques. Elle utilise les informations exploitables sur le cycle de vie des ravageurs et leurs interactions avec l'environnement. Cette information est combinée avec les méthodes existantes de protection des plantes pour aboutir à une meilleure gestion des ravageurs. Elle peut se décliner en les actions suivantes : *i.* la mise en place des seuils d'action : avant de prendre une décision de traitement des plantes, l'agriculteur met en place un seuil d'action, *i.e.* un point au-delà duquel les conditions environnementales et la population des ravageurs indiquent qu'une protection des cultures s'impose ; *ii.* la surveillance et identification des ravageurs : tous les organismes vivants ne sont pas dangereux pour les cultures et ne requièrent pas de contrôle. Beaucoup sont inoffensifs et peuvent même être bénéfiques à certaines cultures. Cette surveillance et cette identification permettent d'éviter l'usage de pesticides lorsque ce dernier n'est pas vraiment nécessaire. Il permet la bonne identification des seuils d'action ; *iii.* la prévention : la réduction de l'usage des pesticides peut également provenir de meilleures rotations entre les cultures, de la sélection de variétés résistantes etc. Cela permet de minimiser le risque d'infestation et donc de réduire les risques pour l'environnement ; *iv.* le contrôle : lorsque de par l'observation, le seuil d'action est atteint, le programme de la protection intégrée des cultures met en place une série de mesures. Dans un premier temps des méthodes moins risquées - pour la faune, la flore et la santé humaine - de protection des cultures sont mises en place : épandage de produits pour empêcher l'accouplement des ravageurs, désherbage et mise en place de pièges pour les ravageurs. Si ces actions en sont pas suffisantes, des mesures additionnelles sont mises en place : la pulvérisation ciblée puis non ciblée de pesticides est utilisée.

Nous venons de définir les pesticides, de passer en revue de manière assez complète les quantifications possibles de leur utilisation en agriculture et d'exposer un certain nombre de politiques publiques tentant de rationaliser leur utilisation. Dans la partie

qui suit, nous passons en revue les prises en compte possibles des pesticides dans les processus de production agricoles.

## 1.6 Caractérisation des pesticides

La spécification classique des processus de production suppose qu'une entité donnée obtient un certain nombre de produits à partir de l'utilisation d'un certain nombre de facteurs de productions (travail, terre, pesticides, etc.). Ces facteurs de production sont supposés être sous le contrôle du gestionnaire. En effet, au début de chaque période de production, il procède au choix de sa combinaison productive en tenant compte de ses objectifs et de l'environnement dans lequel il se trouve qui est caractérisé par la réglementation. Ces facteurs de production qui sont sous le contrôle total du gestionnaire sont appelés inputs variables. Les variables caractérisant l'environnement de la firme et qui affectent implicitement les quantités de facteurs variables utilisées sont appelées variables environnementales.

Afin d'affiner l'analyse et en partant de l'observation que tout les inputs ne peuvent pas être ajustés à leurs niveaux optimums, la notion d'inputs quasi-fixe a été introduite. Cela vise à tenir compte dans l'analyse du fait qu'il faut des investissements, parfois lourds, pour pouvoir ajuster à leurs niveaux désirables des facteurs de production comme le capital.

Une approche qui s'est établie avec le temps comme plus juste pour modéliser les pesticides est celle de Lichtenberg et Zilberman [1986]. Ces derniers introduisent une catégorie d'inputs, appelés inputs de réduction des dommages qu'ils modélisent et intègrent à la fonction de production. Cela vise à tenir compte du fait que les pesticides sont des facteurs de production n'ayant pas un effet direct sur la production. Selon Lichtenberg et Zilberman [1986], ces inputs permettent de protéger les rendements en évitant les pertes de cultures pouvant survenir. En d'autres termes, les pesticides sont vus ici comme des inputs, qui permettent en cas d'invasion de ravageurs, d'éviter une

réduction importante de l'output potentiel. Ces inputs de réduction des dommages sont modélisés dans une fonction de réduction des dommages qui fait interagir la quantité de pesticides utilisée  $\mathbf{z}$  ( $\mathbf{z}$  est le vecteur de  $l$  inputs de réduction des dommages) et la pression des ravageurs  $\mathbf{r}$  ( $\mathbf{r}$  est le vecteur matérialisant l'action de  $t$  ravageurs).

La spécification de la fonction de réduction des dommages de Lichtenberg et Zilberman [1986] est la suivante :

$$\phi^{LZ}(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = 1 - q(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \quad (1.2)$$

L'estimation de cette fonction de réduction des dommages passe par l'approximation de la fonction de dommage  $q$ . Nous connaissons l'intervalle de variation de cette fonction de dommages. En effet, elle prend ses valeurs dans l'intervalle  $[0,1]$ . Elle tend vers 1 lorsque la destruction provoquée par les ravageurs sur les cultures est maximale ( $\phi$  tend vers 0); et tend vers 0 lorsque les cultures, via l'utilisation des pesticides ont été efficacement protégées des effets des ravageurs ( $\phi$  tend vers 1). Donc dans l'esprit de la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986], plus la quantité de pesticides utilisée est importante, plus les dégâts provenant de la présence des ravageurs seront cernés et donc plus  $\phi$  tendra vers 1.

Fox et Weersink [1995], en partant de cette formulation, proposent une spécification encore plus détaillée de la fonction de réduction des dommages. Leur formulation est la suivante :

$$\phi^{FW}(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = 1 - d(\mathbf{r}[1 - c(\mathbf{z})]) \quad (1.3)$$

Avec  $\mathbf{r}$  la variable tenant compte de la pression des ravageurs,  $d$  la proportion de l'output ou de l'input perdu pour un niveau de ravageur donné et  $c$  est la fonction de contrôle représentant la destruction de ravageurs due à l'application de pesticides. Cette formulation permet de bien remarquer l'action indirecte des pesticides : i) effet des pesticides sur les ravageurs ; ii) effet des ravageurs restants sur l'output ou sur l'input.

Comme annoncé plus haut, la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986] permet d'approximer le « vrai » processus. Cela passe par l'utilisation d'une forme fonctionnelle flexible qui peut permettre de révéler la « vraie » fonction. Nous pouvons remarquer que lorsque la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986] est assez flexible pour comprendre  $\phi^{FW}$ , elle nous permet d'éviter l'estimation des deux fonctions  $c$  et  $d$  sur lesquelles aucune connaissance théorique sur les formes fonctionnelles à employer n'existent. Elle nous évite, en d'autres termes, de faire des hypothèses supplémentaires pour l'estimation du modèle. Nous avons, avec la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986], à estimer une seule fonction  $q$  dont on connaît l'intervalle de variation.

Mentionnons que la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986] est adaptée à l'étude des exploitations agricoles utilisant les inputs de réduction des dommages de manière prophylactique, suivant un plan d'action établi à l'avance. La formulation de Fox et Weersink [1995] est elle adaptée à l'analyse des exploitations agricoles n'utilisant les pesticides que lorsque des ravageurs sont observés. Hall *et al.* [2002] montrent que si les agriculteurs attendent d'observer la pression des ravageurs avant d'utiliser les inputs de réduction des dommages, l'utilisation de la fonction de réduction des dommages à la Lichtenberg et Zilberman [1986] donne des résultats biaisés. Ce biais provient du fait que le terme d'erreur qui inclut nécessairement la pression initiale des ravageurs est corrélé avec l'utilisation de pesticides.

La spécification de la fonction de réduction des dommages de Lichtenberg et Zilberman [1986] a été reprise par Carpentier et Weaver [1997]. Ces derniers proposent la caractérisation suivante de cette fonction de réduction des dommages.

$$i. \phi(0, \mathbf{r}) \geq 0$$

Cette propriété voudrait dire que sans utilisation de pesticides et en présence de ravageurs, on peut aboutir à une production non nulle. En d'autres termes, les

ravageurs ne détruisent pas toujours toute la production en l'absence d'utilisation de pesticides.

$$ii. \phi(0, 0) = 1; \phi(\mathbf{z}, 0) \leq 1 \text{ avec } \mathbf{z} \geq 0$$

Cette propriété met l'accent sur le fait qu'il n'y a aucune diminution des inputs standards en l'absence de ravageurs et d'utilisation de pesticides. Cependant des diminutions peuvent survenir en utilisant des pesticides sans pression des ravageurs.

$$iii. 0 \leq \phi(0, \mathbf{r}) \leq 1, 0 \leq \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \leq 1$$

Cette troisième propriété montre que des diminutions sont possibles en présence de ravageurs et en présence/absence d'applications de pesticides.

$$iv. \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, 0)}{\partial z_k} \leq 0; \frac{\partial \phi(0, \mathbf{r})}{\partial r_o} \leq 0$$

Cette propriété mentionne le fait qu'appliquer des pesticides sans pression des ravageurs est contreproductif. Aussi, les ravageurs ont un effet au meilleur des cas nul sur les cultures.

$$v. \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} \geq 0; \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial r_o} \leq 0$$

Cette cinquième propriété montre que l'application de pesticides est bénéfique (cela est aussi relâché dans certaines analyses - les pesticides peuvent avoir un effet négatifs) et que la pression des ravageurs impacte négativement la fonction de réduction des dommages

$$vi. \lim_{\mathbf{z} \rightarrow \mathbf{z}^*} \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = \phi^* \text{ avec } \phi^* \text{ la valeur maximale de la fonction } \phi.$$

Cette propriété montre qu'il existe un niveau optimal d'utilisation de pesticides au-delà duquel la productivité des pesticides est nulle ou devient négative.

Cette dernière propriété peut se réécrire de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} > 0 \text{ pour } \mathbf{z} < \mathbf{z}^* \quad \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} \leq 0 \text{ pour } \mathbf{z} \geq \mathbf{z}^* \\ \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} \leq 0 \text{ pour } \mathbf{z} \geq \mathbf{z}^* \end{array} \right. \quad (1.4)$$

$\mathbf{z}^*$  est la quantité d'input de réduction des dommages amenant à la fonction de réduction des dommages optimale ( $\phi^*$ ).

Les formes les plus souvent utilisées pour modéliser cette fonction de réduction des dommages dans la littérature sont la forme exponentielle, la forme logistique, la forme Pareto et la forme Weibull. Ces fonctions parviennent à contraindre cette fonction dans l'intervalle  $[0,1]$ . La spécification exponentielle utilisée par Lichtenberg et Zilberman [1986] et Carpentier et Weaver [1997] entre autres, dans le cas simple à un input de réduction des dommages ( $l = 1$ ) et en ignorant la pression des ravageurs prend la forme suivante :

$$\phi(z) = 1 - \exp \{-\phi_0 - \phi_1 z\} \text{ avec } \phi_0 \geq 0, \phi_1 \geq 0 \quad (1.5)$$

Les paramètres de cette fonction sont non négatifs afin de contraindre la fonction de réduction des dommages à prendre ses valeurs dans l'intervalle  $[0,1]$ . Cette spécification a une limite majeure : la contribution des pesticides à la fonction de réduction des dommages est supposée toujours positive<sup>5</sup>. Cela entraîne aussi, pour certaines spécifications comme celle de Lichtenberg et Zilberman [1986] des productivités marginales des inputs de réduction des dommages toujours positives. Cela écarte de fait les surdosages de pesticides et peut conduire à des estimations biaisées. Pour dépasser ce problème,

---

5. Si l'agriculteur est efficace et rationnel, cette limitation ne sera pas un problème. Par contre s'il est inefficace cette remarque prend tout son sens. Donc ce concept de productivité marginale des pesticides toujours positives n'est pas très compatible avec l'idée que l'on peut avoir de l'inefficacité.

Zhengfei *et al.* [2005] proposent la spécification exponentielle suivante de la fonction de réduction des dommages :

$$\phi(z) = \exp \left\{ -(\phi_0 + \phi_1 z)^2 \right\} \quad (1.6)$$

La figure 1.1 illustre cette fonction.

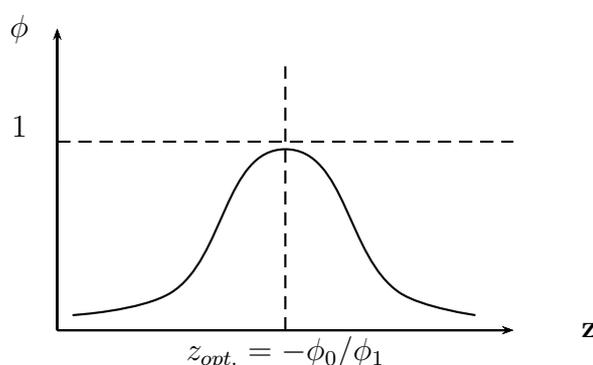


FIGURE 1.1 – Distribution de la fonction de réduction des dommages

Cette spécification permet de laisser libres de signe les paramètres de la fonction de réduction des dommages. En effet, les variables  $\phi_0$  et  $\phi_1$  sont non contraints. Cela permet de tenir compte des effets éventuels des surdosages de pesticides. Cette fonction de réduction des dommages est à son maximum pour  $z_{opt.} = -\phi_0/\phi_1$ . A partir de cette valeur, une augmentation des quantités de pesticides amènera une diminution de la fonction de réduction des dommages : on est donc dans le cas des surdosages. Un autre avantage de cette fonction est qu'elle permet, une fois intégrée dans certains processus de production d'éviter les non linéarités dont l'estimation peut être laborieuse. En effet, cette spécification permet pour une forme translog par exemple d'avoir, après le passage du logarithme, une forme additive plus simple à estimer. Pour ces deux raisons, nous utilisons cette forme pour l'estimation de la fonction de réduction des dommages dans nos analyses paramétriques.

Nous supposons successivement dans les chapitres 4, 5 et 6, pour modéliser la productivité marginale des pesticides, que ces derniers sont des facteurs de production

« normaux », des inputs de réduction des dommages modélisés par la formulation précédente (Zhengfei *et al.* [2005]) et des inputs environnementaux. Cela nous permettra de voir l'impact de la caractérisation microéconomique des pesticides sur la productivité marginale estimée.

## 1.7 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre, la place occupée par les pesticides dans l'agriculture. Nous avons commencé par préciser ce que l'on entend par pesticides et nous avons décrit leur évolution. Nous avons par la suite montré les liens qui peuvent être établis entre la politique agricole commune et l'évolution de la consommation des ces produits, puis passé en revue les politiques publiques incitatives visant à réguler l'utilisation agricole de pesticides (en dehors et à l'intérieur de la PAC). De la combinaison de ces deux éléments résulte une contrainte qui affecte les décisions de production des agriculteurs et les incite à migrer vers une agriculture plus respectueuse de l'environnement. Nous avons fini par la caractérisation micro-économique des pesticides. En effet, étant donné que les pesticides constituent notre variable d'intérêt, nous avons essayé de comprendre le processus biologique par lequel ces derniers impactent la production en milieu agricole.

Dans la suite de cette thèse, nous ne revenons pas sur la validité des différentes études réalisées sur l'impact des pesticides sur la faune ou la santé humaine et exposées au début de ce chapitre. Simplement, il est intéressant de voir, en tant que produit responsable d'un ensemble d'effets négatifs, l'intensité de la dépendance de l'agriculture à son égard. Cela permettra de voir dans quelle mesure on peut s'en éloigner. Nous partons de l'idée que pour se mettre dans une optique de réduction de l'usage d'une substance, il faudrait d'abord être en mesure de bien apprécier ses effets passés et présents.

Une des questions que l'on pourrait se poser, étant donné que les pesticides constituent notre variable d'intérêt, est pourquoi la plupart des pays qui lancent des programmes

de réductions de l'usage des pesticides mettent en place des plans de réduction de 50 %? Cet objectif de réduction doit plutôt dépendre de l'estimation de la productivité marginale. En effet, c'est beaucoup plus logique de connaître et de comprendre l'utilisation que font les agriculteurs des pesticides avant de leur demander de « raisonner » leurs pratiques d'utilisation de ces produits. Pourquoi vouloir donc soumettre des agriculteurs de différents pays dont les spécificités culturelles sont diverses (cultures différentes) à un même niveau de réduction des pesticides? C'est la valeur de la productivité marginale des pesticides qui peut permettre d'avoir le niveau de réglementation à prendre en compte et donc le niveau de sacrifice demandé aux agriculteurs.

Partant de cette observation, nous nous focalisons dans le reste de cette thèse sur le calcul de la productivité marginale des pesticides. Le calcul de cette productivité marginale permet de bien cerner la contribution réelle des pesticides et donc de pouvoir constituer des politiques publiques plus efficaces car comme le disait le mathématicien et physicien britannique Lord Kelvin : « *If you cannot measure it, you cannot improve it* ». Cela passe par la compréhension de l'action des pesticides au sein des processus de production agricoles.

De manière plus précise, le calcul de la productivité marginale des pesticides permet indirectement et en partie aux pouvoirs publics d'estimer la valeur qu'ils attribuent aux effets négatifs des pesticides sur la santé humaine et sur l'écosystème. Ils peuvent donc à la vue de cette valeur agir sur les contraintes environnementales pesant sur les agriculteurs pour donner une autre valeur à ces effets externes. La valeur de la productivité marginale des pesticides constitue le bénéfice privé. C'est le gain que retire l'agriculteur de l'utilisation agricole de pesticides. Ce gain peut également être considéré comme étant le bénéfice social provenant de l'utilisation de pesticides. À côté de ce gain, nous avons le coût social de l'utilisation de pesticides. Une des composantes du coût social des pesticides est donnée par le prix d'achat des pesticides. La seconde composante de ce coût social est difficile à estimer. Ce sont les contreparties monétaires possibles de tous les effets directs et indirects des pesticides sur la santé humaine

et sur l'écosystème. En supposant que les agriculteurs sont rationnels, le cout social et le bénéfice social doivent pouvoir s'égaliser. En d'autres termes, la différence que nous trouvons entre le bénéfice social et le prix d'achat des pesticides agricoles peut être considérée comme étant la valorisation actuelle par le gouvernement de ces couts directs et indirects provenant de l'utilisation des pesticides. Cela se manifeste au niveau des agriculteurs par un ensemble de contraintes, vues plus haut, les incitant à « raisonner » leur utilisation de pesticides. A la lumière de cela, les pouvoirs publics ne doivent pas fixer des politiques de réduction des pesticides de 50 % de manière générale, indifféremment des pays car ces derniers n'ont pas les mêmes structures d'exploitations, pas les mêmes types de cultures, etc. Les productivités marginales des pesticides peuvent être différentes suivant les pays. C'est l'observation de ces productivités qui doit constituer le point de départ de la réglementation.



# Chapitre 2

## Cadre d'analyse axiomatique

### 2.1 Introduction

Notre objectif dans cette thèse est le calcul de la productivité marginale des pesticides. Nous avons, comme précisé dans le chapitre précédant des entités qui évoluent dans un environnement réglementé. Cet environnement réglementé peut être caractérisé par un certain nombre de variables environnementales qui contraignent le choix des facteurs de productions. Ces derniers peuvent être sous le contrôle de l'exploitant (inputs variables), non ajustables à leurs niveaux optimums (inputs quasi-fixes) ou encore permettent de lutter contre les potentiels dégâts réalisés par les ravageurs (inputs de réduction des dommages). Le concept de productivité marginale est lié intrinsèquement à celui de frontière de production. En dessous de cette frontière de production, il n'y a rien de nécessairement important à raconter sur les unités qui s'y trouvent. En d'autres termes, ces unités ne nous renseignent pas sur la productivité marginale. Nous allons donc essayer dans ce chapitre de montrer les fondements théoriques et le fonctionnement des méthodes permettant de d'estimer des frontières de production, en passant en revue la littérature existante. Cela nous permettra par la suite d'observer la manière avec laquelle nous nous y écartons en incluant et en tenant compte du caractère spécifique des pesticides dans la spécification des processus de productions.

Cette littérature théorique portant sur l'économie de la production, basée sur la théorie

microéconomique classique, considère l'activité de production comme étant un processus d'optimisation. Il est supposé que les producteurs gèrent leurs activités en évitant systématiquement les gaspillages de ressources. Ces derniers opèrent donc quelque part sur la frontière des possibilités de production.

Les études empiriques ont montré que tous les producteurs d'un secteur économique donné ne réussissent pas complètement ce processus d'optimisation. Il est donc important d'analyser et de jauger le degré avec lequel les producteurs échouent à mener à bien cette lutte contre la mauvaise utilisation des ressources. Cela introduit la notion d'inefficacité économique.

La construction de frontières de technologies de production est un effort de modélisation réalisé dans l'optique d'estimer cette inefficacité et sa variation à travers le temps. L'approche combine la construction d'une frontière des possibilités de production avec la mesure et l'interprétation de la déviation de l'entité observée (inefficacité) par rapport à cette frontière construite.

Cependant, la technologie de production qui est au coeur de l'analyse, n'est pas directement observable et doit être estimée. L'objectif de ce chapitre est de définir un cadre axiomatique complet pouvant permettre de caractériser et d'approximer la technologie de production. Les estimations d'efficacité et de productivité menées dans cette thèse auront donc ce socle axiomatique.

Vu, comme mentionné plus haut, que la plupart des entités sous observation produisent plusieurs produits et fonctionnent dans un environnement réglementé, nous prouvons dans ce chapitre l'existence des technologies de production multi-outputs réglementées et nous les caractérisons. La réglementation sera prise en compte via un ensemble de contraintes, vérifiant certaines propriétés.

Notons enfin que dans ce chapitre, seul le calcul de la composante technique de l'effica-

cit   économique est pr sent  . En effet, cette efficacit   économique est difficile à calculer de manière globale dans des situations comme la notre où l'information sur les prix est indisponible. L'analyse se basera donc uniquement sur le choix de la combinaison de facteurs de production permettant d'obtenir certains produits, *i.e.* sur l'efficacit   technique.

## 2.2 Technologies de production

Considérons une activité de production transformant des facteurs de production  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$  en produits  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$ . La technologie de production peut être représentée de trois manières : le graphe de la technologie  $\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , l'ensemble des besoins en facteurs de production  $L(\mathbf{y})$  et l'ensemble des produits  $P(\mathbf{x})$ . Ces représentations sont techniquement équivalentes et permettent chacune de mettre en évidence des aspects différents de la technologie de production. En effet, le graphe de la technologie met en exergue les propriétés d'échelles alors que l'ensemble des besoins en facteurs de production et l'ensemble des produits font ressortir respectivement les possibilités de substitution entre inputs et les possibilités de substitution entre les produits.

### 2.2.1 Le graphe de la technologie

Le graphe de la technologie appelé aussi ensemble des possibilités de production est défini comme suit :

$$\Psi = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \mathbf{x} \text{ permet de produire } \mathbf{y}\} \quad (2.1)$$

C'est donc l'ensemble des combinaisons d'inputs-outputs possible étant donné l'état de la technologie. Les hypothèses suivantes peuvent être, en tout ou partie, associées à cet ensemble :

G1.  $(0, 0) \in \Psi$  et si  $(0, \mathbf{y}) \in \Psi$  alors  $\mathbf{y} = 0$

G2.  $\Psi$  est borné  $\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$

G3.  $\Psi$  est un ensemble fermé

G4. Pour tout scalaire  $\theta \in [0,1]$ , si  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi$ , alors  $(\mathbf{x}, \theta\mathbf{y}) \in \Psi$

G5. Pour tout scalaire  $\gamma \geq 1$ , si  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi$ , alors  $(\gamma\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi$

G6.  $\forall (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi$  et  $\forall (\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n$ , si  $(\mathbf{x}, -\mathbf{y}) \leq (\mathbf{x}', -\mathbf{y}')$  alors  $(\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in \Psi$

G7. Considérons  $(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d) \in \Psi$ ,  $d = 1, \dots, D$  et  $\lambda_d \geq 0$  des scalaires tels que  $\sum_{d=1}^D \lambda_d = 1$   
alors  $(\sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d) \in \Psi$

Ces hypothèses trouvent leurs origines dans l'intuition économique et s'interprètent assez facilement. La première hypothèse traduit le fait qu'il est impossible de produire sans inputs et aussi qu'un vecteur d'output nul est toujours possible. Dans sa globalité, cette hypothèse veut donc montrer que la présence de facteurs de production est une condition nécessaire à l'opération de production. La deuxième hypothèse, elle, stipule que l'ensemble des possibilités de production est borné *i.e.* qu'il est impossible de produire une quantité infinie d'output sur la base d'une quantité finie de facteurs de production. L'hypothèse G3 stipule que l'ensemble de production est fermé. Cela permet de définir la technologie efficace comme constituée des points frontières de l'ensemble de production  $\Psi$ . Les hypothèses G4, G5 et G6 sont relatives à la disposition des facteurs de production et des produits. L'hypothèse G6 est relative à la forte disposition des inputs et des outputs. Dans la littérature cette hypothèse est aussi appelée hypothèse de libre disposition des inputs et des produits. La libre disposition des facteurs de production par exemple se réfère au fait qu'un producteur peut produire avec une certaine quantité de facteurs tout ce qu'il pourrait produire s'il disposait de quantités de facteurs moindres. G4 et G5 traduisent les hypothèses de faible disposition des inputs et des produits respectivement. Enfin, l'hypothèse G7 assure la convexité de l'ensemble  $\Psi$ . Elle signifie que toute combinaison linéaire de points réalisés est aussi réalisable. Les cinq premières hypothèses sont assez générales et peuvent la plupart du temps être admises pour tout processus de production. Les autres hypothèses (G6 et G7) sont des caractéristiques particulières des ensembles des possibilités de production qui peuvent être discutées en fonction des technologies de production.

La frontière de l'ensemble des possibilités de production est défini par :

$$\partial\Psi = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi, (\alpha\mathbf{x}, \alpha^{-1}\mathbf{y}) \notin \Psi, 0 < \alpha < 1\} \quad (2.2)$$

Les combinaisons inputs-outputs optimales au sens de Pareto-Koopmans constituent un sous-ensemble de l'ensemble précédant. Cet ensemble d'observations efficaces est de la forme suivante<sup>1</sup> :

$$E(\Psi) = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi, (\mathbf{x}', -\mathbf{y}') \leq (\mathbf{x}, -\mathbf{y}) \implies (\mathbf{x}', -\mathbf{y}') \notin \Psi\} \quad (2.3)$$

Concernant les aspects d'échelle, la technologie de production satisfait l'hypothèse de rendements d'échelle non décroissants (NDRS) si :

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \text{ alors } (\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y}) \in \Psi, \forall \alpha \geq 1 \quad (2.4)$$

Et l'hypothèse des rendements d'échelle non croissants (NIRS) si :

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \text{ alors } (\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y}) \in \Psi, \forall \alpha \in (0, 1] \quad (2.5)$$

L'adoption simultanée des deux hypothèses précédentes conduit à l'hypothèse de rendements d'échelle constants. Cela signifie que toute modification proportionnelle des facteurs de production modifie les produits dans les mêmes proportions. Avec cette hypothèse, la technologie est représentée par un cône. Cela se traduit analytiquement par :

$$\Psi^{crs} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi : (\alpha\mathbf{x}, \alpha\mathbf{y}) \in \Psi \text{ pour } \alpha \geq 0\} \quad (2.6)$$

Enfin, si dans des zones différentes de la frontière de production, la technologie est soumise à des rendements d'échelle non croissants, croissants ou bien constants, on dira qu'elle est à rendements d'échelle variables (vrs).

---

1. Pour un vecteur,  $\mathbf{x} \leq \mathbf{x}' \implies x_i \leq x'_i \forall i$  et  $\exists j$  tel que  $x_j < x'_j$ .

Une représentation du graphe d'une technologie (vrs) dans le cas où un input permet la production d'un output est donnée par la figure 2.1.

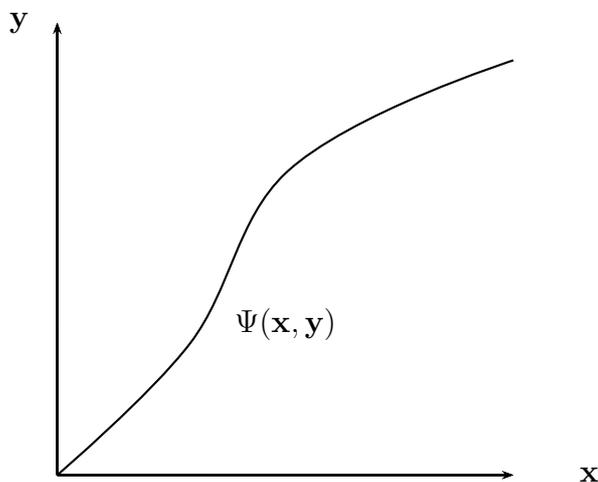


FIGURE 2.1 – La technologie de production

### 2.2.2 L'ensemble des besoins en facteurs de production

L'ensemble des besoins en facteurs de production est formé de tous les vecteurs d'inputs substituables qui permettent d'atteindre le niveau de production  $\mathbf{y}$ . Cet ensemble caractérise donc tous les inputs  $\mathbf{x}$  permettant la production de l'output  $\mathbf{y}$ . C'est une coupe du graphe précédant. Il est défini de la manière suivante :

$$L(\mathbf{y}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m : \mathbf{x} \text{ permet de produire } \mathbf{y} \} = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m : (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \} \quad (2.7)$$

Comme pour le graphe de la technologie, l'ensemble des besoins en facteur de production satisfait ou peut satisfaire la transposition des propriétés de  $\Psi$ . Ces propriétés sont les suivantes :

L1.  $L(0) = \mathbb{R}_+^m$  ; si  $\mathbf{y} > 0$ , alors  $0 \notin L(\mathbf{y})$

L2. Soit une suite de vecteurs d'outputs  $\mathbf{y}_l$  telle que  $\| \mathbf{y}_l \| \rightarrow \infty$  lorsque  $l \rightarrow \infty$  alors

$$\bigcap_{l=1}^{\infty} L(\mathbf{y}_l) = \emptyset$$

L3.  $L(\mathbf{y})$  est une correspondance fermée

L4.  $L(\theta \mathbf{y}) \subseteq L(\mathbf{y}), \forall \theta \geq 1$

L5. Si  $\mathbf{x} \in L(\mathbf{y}), \lambda \mathbf{x} \in L(\mathbf{y}), \forall \lambda \geq 1$

L6.  $\forall \mathbf{y}, \mathbf{y}' \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{y} \geq \mathbf{y}' \Rightarrow L(\mathbf{y}) \subseteq L(\mathbf{y}')$

L7.  $\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \in L(\mathbf{y})$  et  $\mathbf{x} \leq \mathbf{x}'$ , cela implique que  $\mathbf{x}' \in L(\mathbf{y})$

L8.  $L(\mathbf{y})$  est un ensemble convexe  $\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$

Les propriétés  $L1 - L5$  sont assez générales et sont généralement admises pour tout processus de production dans la littérature. La première propriété traduit le fait qu'un output positif ne peut être obtenu à partir d'un vecteur de facteurs de production nul et que tout input non négatif donne au moins un output nul. La deuxième propriété stipule que des facteurs de production finis ne peuvent servir à produire un output infini. La troisième propriété nous permet, elle, de définir pour un niveau d'outputs fixé, une isoquante qui soit un sous-ensemble de la frontière de l'espace des facteurs de production. Elle est équivalente à supposer que le graphe de la technologie est fermé. La quatrième propriété avance le fait qu'une augmentation des inputs ne peut pas faire baisser la production : c'est l'axiome de faible disposition des facteurs de production. Enfin, la cinquième propriété indique qu'une augmentation proportionnelle des outputs ne peut être obtenue lorsque les inputs sont réduits : c'est la faible disposition des produits. Les deux dernières propriétés ( $L4$  et  $L5$ ) peuvent être, dans certaines analyses, remplacées par les hypothèses de libre disposition des inputs ( $L6$ ) et des outputs ( $L7$ ). La dernière propriété ( $L8$ ) traduit la convexité de l'ensemble des besoins en facteurs de production. Notons que l'hypothèse de convexité de  $\Psi$  est une condition suffisante et pas nécessaire à la convexité de  $L$ .

La frontière de cet ensemble - définissant une isoquante - est donnée par l'expression suivante :

$$\partial L(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} \in L(\mathbf{y}), \beta \mathbf{x} \notin L(\mathbf{y}), \beta \in [0, 1]\} \quad (2.8)$$

Avec  $\partial L(0) = 0$ . La figure 2.2 donne une idée de l'ensemble des combinaisons des inputs  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  pouvant produire un vecteur d'output  $\mathbf{y}$ .

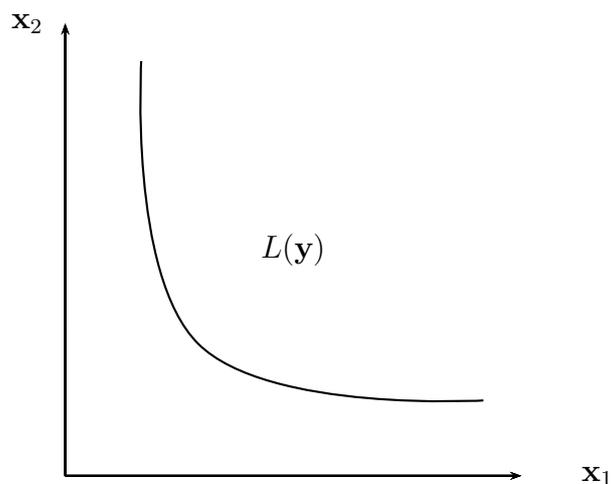


FIGURE 2.2 – Ensemble des moyens de production

### 2.2.3 L'ensemble des produits

Cet ensemble caractérise l'ensemble des productions  $\mathbf{y}$  réalisables à partir d'une dotation factorielle  $\mathbf{x}$  donnée. Cet ensemble a l'expression suivante :

$$P(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n : \mathbf{y} \text{ est produit par } \mathbf{x} \} = \{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n : (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \} \quad (2.9)$$

La figure 2.3 illustre cette définition dans le cas d'un processus de production à deux outputs.

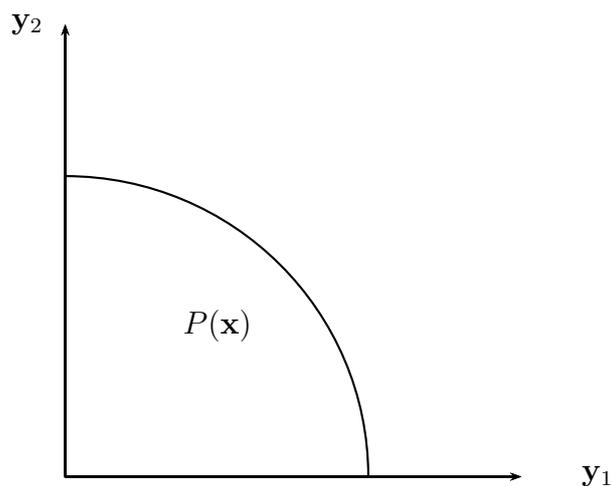


FIGURE 2.3 – Ensemble des productions possibles

Cet ensemble satisfait ou peut aussi satisfaire, comme pour  $\Psi$  et  $L$  un certain nombre de propriétés.

- P1.  $0 \in P(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$ ; si  $\mathbf{y} > 0$  alors  $\mathbf{y} \notin P(0)$
- P2.  $P(\mathbf{x})$  est borné  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$
- P3.  $P$  est une correspondance fermée
- P4.  $\forall \theta \in [0, 1]$  et  $\mathbf{y} \in P(\mathbf{x})$ , on a  $\theta\mathbf{y} \in P(\mathbf{x})$ ,
- P5.  $P(\lambda\mathbf{x}) \supseteq P(\mathbf{x})$ ,  $\forall \lambda \geq 1$
- P6.  $\forall \mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}_+^m$ , si  $\mathbf{x} \geq \mathbf{x}'$  alors  $P(\mathbf{x}') \subseteq P(\mathbf{x})$
- P7.  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$ ,  $\mathbf{y} \in P(\mathbf{x})$ , si  $\mathbf{y}' \in P(\mathbf{x})$  alors  $0 \leq \mathbf{y}' \leq \mathbf{y}$
- P8.  $P(\mathbf{x})$  est un ensemble convexe

Comme pour l'ensemble des besoins en facteurs de production, les propriétés  $P1 - P5$  sont assez générales et sont généralement admises pour tout processus de production dans la littérature. La première propriété stipule d'une part que l'inaction, *i.e.* une production nulle est possible avec tout facteur de production et d'autre part que ces facteurs de production sont nécessaires à l'activité de production. La deuxième propriété traduit le fait qu'un vecteur fini de facteurs de production ne peut permettre de produire un output infini. La troisième propriété nous permet, elle, de définir pour un niveau d'inputs fixé, une isoquante qui soit un sous-ensemble de la frontière de  $P(\mathbf{x})$ . Elle est équivalente à supposer que le graphe de la technologie est fermé. La quatrième propriété traduit le fait qu'une augmentation proportionnelle des facteurs de production ne peut faire baisser le niveau de la production (faible disposition des inputs). La cinquième propriété stipule qu'une baisse proportionnelle des produits est possible en laissant invariants les facteurs de productions (libre disposition des outputs). Les deux dernières propriétés ( $P4$  et  $P5$ ) peuvent être, dans certaines analyses, remplacées par les hypothèses de libre disposition des inputs ( $P6$ ) et des outputs ( $P7$ ). La dernière propriété ( $P8$ ) traduit la convexité de l'ensemble des produits. Notons ici aussi que la convexité de  $\Psi$  est une condition nécessaire mais pas suffisante à la convexité de  $P$ .

La frontière de l'ensemble des produits est définie par :

$$\partial P(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} : \mathbf{y} \in P(\mathbf{x}), \vartheta \mathbf{y} \notin P(\mathbf{x}), \vartheta > 1\} \quad (2.10)$$

L'ensemble des besoins en facteur de production, le graphe de la technologie et l'ensemble des produits sont des représentations équivalentes de la technologie de production. Leur caractéristique commune est de décrire la technologie en termes de vecteurs d'inputs et d'outputs. Comme les prix n'entrent pas en ligne de compte, il s'agit uniquement d'une description purement technique. La relation suivante existe entre ces différents ensembles (Färe [1988]) :

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \iff \mathbf{x} \in L(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in P(\mathbf{x}) \quad (2.11)$$

### 2.3 L'efficacité technique

La technologie de production est souvent modélisée en admettant que le producteur cherche à atteindre des objectifs économiques : réduction des coûts de production et maximisation du profit. Sous ces hypothèses, les entreprises sont évaluées via le calcul de l'efficacité économique. Cette efficacité traduit la capacité de l'entité évaluée à utiliser les meilleures combinaisons d'inputs possibles dans son processus de production en tenant compte des prix qui leur sont attachés. Lorsque l'information sur les prix est difficile à obtenir ou n'est pas disponible (secteur public par exemple), l'effort d'analyse peut être porté à la dimension technique de l'efficacité : l'efficacité technique<sup>2</sup>.

Cette efficacité appelée aussi efficacité au sens de Debreu-Farrell ou encore efficacité au sens de Farrell [1957], en orientation input, est définie pour une observation  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  par rapport à une technologie de production quelconque  $\Psi$  par :

$$\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min \{\theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi\} \quad (2.12)$$

---

2. Notons que l'efficacité économique implique l'efficacité technique mais que l'inverse n'est pas vraie.

Le coefficient d'efficacité technique  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est une mesure radiale indiquant la proportion maximale dans laquelle le vecteur d'input peut diminuer tout en permettant de produire le même vecteur de produit  $\mathbf{y}$ . Remarquons que pour  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \iff \theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 1$ . Aussi, lorsque  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1$ , la combinaison  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est située sur la frontière d'efficacité. Dans ce cas de figure, la combinaison est efficace au sens de Farrell [1957]. Cette mesure de l'efficacité technique au sens de Farrell [1957] fournit donc une nouvelle caractérisation de l'ensemble des possibilités de production et de sa frontière. En effet, la technologie est caractérisée par :

$$\Psi = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 1\}, \quad (2.13)$$

et sa frontière par :

$$\partial\Psi = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1\} \quad (2.14)$$

Ces coefficients d'efficacité peuvent satisfaire eux aussi un certain nombre de propriétés lorsque l'ensemble des besoins en facteur de production satisfait les axiomes *L1-L5*. Ces propriétés sont les suivantes :

- E1.  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est non croissante en  $\mathbf{x} : \forall \mathbf{x}, \mathbf{x}' \in L(y), \mathbf{x} \leq \mathbf{x}' \Rightarrow \theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq \theta(\mathbf{x}', \mathbf{y})$
- E2.  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est homogène de degré -1 en  $\mathbf{x} : \forall \mathbf{x} \in L(y), \theta(\tau\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \tau^{-1}\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \tau > 0$
- E3.  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est continue en  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi$
- E4.  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est invariante aux unités dans lesquelles sont mesurées les inputs et les produits.
- E5. Si l'ensemble des possibilités de production  $\Psi$  est convexe alors  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est aussi convexe.

Les deux premières propriétés découlent des travaux de Färe et Lovell [1978] et de Ziechang [1984]. La propriété de continuité a été démontrée par Russell [1990] d'une part et d'autre part par Dmitruk et Koshevoy [1991]. Cette continuité s'appuie sur des hypothèses assez fortes. En effet, elle n'est vérifiée que pour des mesures réalisées avec

l'hypothèse de faible disposition des facteurs de production. L'invariance du coefficient d'efficacité technique est elle l'oeuvre de Russell [1988]. Elle signifie que la valeur des coefficients d'efficacité est indépendante des unités dans lesquelles les inputs et les outputs sont mesurés. La dernière propriété découle de la convexité de l'ensemble des possibilités de production  $\Psi$ .

La mesure de cette efficacité technique au sens de Farrell [1957] dépend donc des caractéristiques de la technologie sous-jacente. Cette efficacité, par rapport à une technologie à rendements d'échelle variables s'exprime comme suit :

$$\theta^{vrs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min \{ \theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \} \quad (2.15)$$

Si la technologie sous-jacente est un cône *i.e.* caractérisée par des rendements d'échelle constants, l'expression de l'efficacité technique est la suivante :

$$\theta^{crs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min \{ \theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi^{crs} \} \quad (2.16)$$

Le coefficient d'efficacité technique peut aussi être défini en orientation output. Le score obtenu est une mesure radiale indiquant la proportion maximale dans laquelle le vecteur d'output peut augmenter en utilisant le même vecteur de facteur de production. Il est donné par :

$$\beta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max \{ \beta : (\mathbf{x}, \beta \mathbf{y}) \in \Psi \} \quad (2.17)$$

Remarquons que  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \iff \beta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 1$ . Aussi lorsque  $\beta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1$ , la combinaison  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est située sur la frontière d'efficacité. Ce coefficient d'efficacité technique vérifie des propriétés similaires à celles des efficacités orientés inputs (continuité, homogénéité, etc.).

Ces mesures, orientées input et output, des coefficients d'efficacité technique peuvent être liées à des fonctions de distances. Elles peuvent être aussi orientées input ou output. En effet Färe et Lovell [1978] montrent que ces efficacités techniques orientées input

et output sont respectivement l'inverse des fonctions de distance orientées inputs et output de Shephard [1953, 1970]. La fonction de distance orientée input est définie par :

$$D_I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max \left\{ \delta > 0 : \left( \frac{\mathbf{x}}{\delta}, \mathbf{y} \right) \in \Psi \right\} = \max \left\{ \delta > 0 : \frac{\mathbf{x}}{\delta} \in L(\mathbf{y}) \right\} \quad (2.18)$$

Les expressions (2.12) et (2.18) permettent d'établir la relation suivante :

$$D_I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})} \quad (2.19)$$

Cette fonction peut satisfaire les propriétés suivantes lorsque l'ensemble des besoins en facteur de production satisfait les axiomes  $L1-L5$ . Ces propriétés sont les suivantes :

- DI1. Elle est non décroissante en  $\mathbf{x}$  et non croissante en  $\mathbf{y}$
- DI2. Elle est linéairement homogène en  $\mathbf{x}$
- DI3. Elle est concave en  $\mathbf{x}$  et quasi-concave en  $\mathbf{y}$  lorsque  $L$  est convexe
- DI4. Si  $\mathbf{x} \in L(\mathbf{y})$  alors  $D_I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 1$
- DI5.  $D_I(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1$  si  $\mathbf{x}$  est sur la frontière de  $L(\mathbf{y})$

La fonction de distance orientée input fournit donc une mesure de la distance radiale existante entre la position de la combinaison  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  dans l'espace des inputs-outputs et la frontière de l'ensemble de production. Elle est inversement proportionnelle à l'efficacité technique de Farrell [1957] orientée input. Elle est donc supérieure ou égale à l'unité. Lorsqu'elle est unitaire, l'entité évaluée est efficace au sens de Farrell [1957]. Cela voudrait donc dire que l'observation est située sur la frontière des possibilités de production. Cette fonction de distance est illustrée par la figure 2.4. Le vecteur des inputs  $\mathbf{x}$  est une combinaison inefficace. Sa contraction radiale  $\mathbf{x}^*$  se trouve sur la frontière et est efficace.

Enfin, comme pour l'efficacité technique, cette fonction de distance peut être calculée

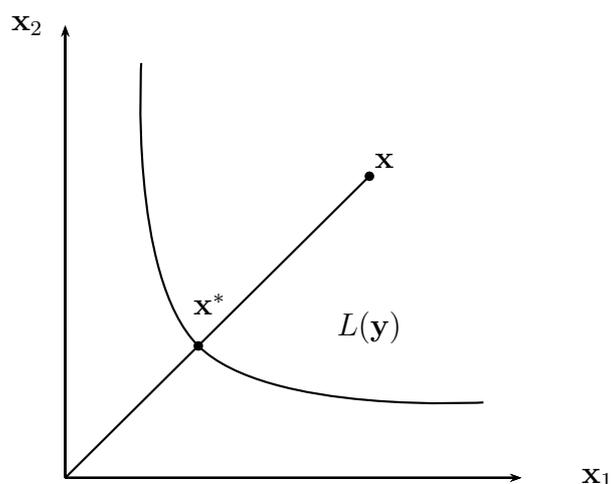


FIGURE 2.4 – Fonction de distance orientée input

par rapport à des technologies soumises à différents types de rendements d'échelle. Pour une technologie à rendements d'échelle variables, la fonction de distance est donnée par l'expression suivante :

$$D_I^{vrs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max \left\{ \delta > 0 : \left( \frac{\mathbf{x}}{\delta}, \mathbf{y} \right) \in \Psi \right\} \quad (2.20)$$

Et pour une technologie à rendements d'échelle constant, l'expression est la suivante :

$$D_I^{crs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max \left\{ \delta > 0 : \left( \frac{\mathbf{x}}{\delta}, \mathbf{y} \right) \in \Psi^{crs} \right\} \quad (2.21)$$

La fonction de distance peut aussi être définie en orientation output. Elle est donnée par l'expression suivante :

$$D_O(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min \left\{ \varrho > 0 : \left( \mathbf{x}, \frac{\mathbf{y}}{\varrho} \right) \in \Psi \right\} \quad (2.22)$$

Comme pour la fonction de distance orientée input, la fonction de distance orientée output satisfait des propriétés similaires à celles de la fonction de distance orientée input. Elle est aussi obtenue en prenant l'inverse du coefficient d'efficacité technique orientée outputs.

## 2.4 Estimation de l'efficacité technique

Les représentations de la technologie ainsi que les mesures d'efficacité présentées dans les sections précédentes ne sont pas observées. Ces grandeurs doivent être estimées à partir des données disponibles.

Considérons un échantillon de  $d$  observations  $\Psi_0 = \{(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d)\}_{d=1}^D$ . Le vrai ensemble de production  $\Psi$  n'est pas observable. L'efficacité, définie comme l'écart par rapport à la frontière de l'ensemble des possibilités de production, est aussi non observable, vu que cette frontière de production est non observable. La mesure absolue de cette efficacité n'existe donc pas. Elle peut cependant être estimée à partir des observations en utilisant  $\Psi_0$ .

En effet, si  $\hat{\Psi}$  est un estimateur de l'ensemble de production  $\Psi$ , en substituant  $\Psi$  par  $\hat{\Psi}$  dans la relation (2.12) par exemple, l'estimateur du coefficient d'efficacité technique  $\hat{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  de  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est dérivé. Donc le vrai coefficient d'efficacité technique  $\theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est une mesure de la distance radiale de réduction des inputs par rapport à la vraie frontière de production  $\partial\Psi$  et le coefficient estimé  $\hat{\theta}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  est une mesure de la distance du même point, dans la même direction par rapport à la frontière estimée  $\partial\hat{\Psi}$ .

Pour estimer le coefficient d'efficacité technique, il faudrait donc estimer la frontière de la technologie de production. Les méthodes d'estimation pouvant être utilisées peuvent être listées en utilisant les deux critères suivants : la spécification ou non d'une forme fonctionnelle pour l'estimation de la technologie de production et la présence ou non d'erreurs dans les données observées.

Le premier critère permet de classer les modèles d'estimation des frontières des technologies en méthodes paramétriques et en méthodes non paramétriques.

La première approche (utilisant des techniques paramétriques) s'appuie sur l'utilisation

de techniques économétriques. Elle revient à choisir une forme fonctionnelle  $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$  *a priori* pour approximer la technologie de production  $\Psi$  : fonction Cobb-Douglas (Cobb et Douglas [1928]), translog (Christensen *et al.* [1971, 1973]), etc. L'avantage de cette approche est de permettre une plus grande facilité d'interprétation des caractéristiques de la technologie (élasticité de substitution, productivités marginales, etc.). Sa limite est le choix nécessaire de la forme fonctionnelle et les difficultés de prise en compte des technologies de production multi-produits lorsque l'information sur les prix n'est pas disponible.

Les méthodes non paramétriques, elles, ne supposent aucune forme fonctionnelle particulière pour approximer la technologie de production. C'est aux données observées de révéler la forme de cette technologie. Cela constitue un avantage non négligeable par rapport aux méthodes paramétriques car aucun choix de forme fonctionnelle n'est fait à ce niveau. Cette méthodologie est donc robuste au choix du modèle (elle ne dépend pas du choix de la forme fonctionnelle) et elle permet aussi d'analyser assez facilement les technologies de production multi-produits.

Le second critère permet de faire la distinction entre les méthodes déterministes d'approximation de technologies de production et les méthodes stochastiques.

Les modèles déterministes supposent le fait que toutes les observations analysées sont contenues dans l'ensemble des possibilités de production  $\Psi$ , *i.e* :

$$Prob \{(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d) \in \Psi\} = 1, d = 1, \dots, D \quad (2.23)$$

L'avantage de cette méthode est qu'aucune hypothèse sur la distribution du terme d'erreur n'est exigée pour l'estimation. Sa principale faiblesse est la sensibilité des estimations aux observations aberrantes. En effet, lors de l'estimation de l'efficacité technique la totalité de la distance d'une observation à la frontière de production approximée est associée à de l'inefficacité. Enfin, les estimations des coefficients d'efficacité technique

orientés inputs par exemple sont souvent biaisées à la hausse.

Quant aux modèles stochastiques, leur avantage est qu'elles prennent en compte l'aléa inhérent à la collecte des données. En effet, elles intègrent les erreurs d'approximation, ainsi que les bruits statistiques (erreurs de mesure, variables omises, etc.). Cela permet facilement de mener l'inférence sur les coefficients d'efficacité obtenus (constructions d'intervalles de confiance et test d'hypothèses). L'inconvénient de la méthode est que les hypothèses faites sur la distribution de l'efficacité et/ou du terme d'erreur sont arbitraires. Aussi, l'identification du terme d'erreur et du terme d'efficacité peut se révéler assez laborieuse. Avec cette approche, quelques observations peuvent donc se trouver en dehors de l'ensemble des possibilités de production  $\Psi$ .

En combinant ces deux critères, découlent les quatre principales méthodes d'approximation des frontières de production usuelles suivantes : *i*. Les modèles paramétriques déterministes (Aigner et Chu [1968]) ; *ii*. Les modèles paramétriques stochastiques (Aigner *et al.* [1977], Meeusen et Van den Broeck [1977], Kumbhakar et Lovell [2000], etc.) ; *iii*. Les modèles non paramétriques déterministes (Charnes *et al.* [1978], Färe *et al.* [1994a], Tulkens [1993], etc.) ; *iv*. Les modèles non paramétriques stochastiques (Kneip *et al.* [1998], Simar et Wilson [1998], etc.)

Les méthodologies d'estimations les plus utilisées dans la littérature de la production sont la méthodologie d'estimation non paramétrique (déterministe) et la méthodologie des frontières stochastiques.

### 2.4.1 Les méthodes non paramétriques

Les méthodes d'approximation non paramétriques des frontières de production et donc d'estimation de l'efficacité technique prennent leurs sources théorique et empirique dans le travail de Farrell [1957]. Dans cet article, Farrell [1957], en s'appuyant sur les travaux de Koopmans [1951] et de Debreu [1951], a établi que l'efficacité d'une firme peut être empiriquement calculée et a proposé, pour la première fois, une méthode radiale d'es-

timination de cette efficacité à partir de l'observation de situations réelles de production.

Deux grandes méthodes d'estimation non paramétriques de l'efficacité technique émergent de la littérature : la méthode Data Envelopment Analysis (DEA) et la méthode Free Disposal Hull (FDH). Ce sont des méthodes d'estimation déterministes. C'est Charnes *et al.* [1978] qui popularisent la méthode DEA. Celle-ci, comme son nom l'indique, consiste à procéder à une estimation de la frontière par enveloppement des données observées. Pour ce faire, il faudrait révéler l'enveloppe convexe d'un certain nombre de vecteur d'inputs-outputs obtenus par l'observation d'unités de production sur un secteur de l'économie. La méthode DEA, basée sur la programmation linéaire consiste dans l'esprit des travaux de Farrell [1957] à mesurer l'efficacité technique sur une technologie linéaire par morceau. Elle se base uniquement sur les hypothèses de libre disposition et de convexité des observations. La méthode FDH a quant à elle été introduite par Deprins *et al.* [1984]. Elle consiste à trouver le plus petit ensemble de production qui enveloppe les données tout en garantissant l'hypothèse de libre disposition des facteurs de production et des produits.

#### 2.4.1.1 La méthode Data Envelopment Analysis

La méthode Data Envelopment Analysis (DEA) est une approche permettant d'approximer via l'utilisation de programme linéaires une frontière de production sur la base de l'observation d'unités de production relativement homogènes, *i.e.* d'unités produisant avec les mêmes inputs des outputs identiques. Ces unités de production sont appelées Decision Making Units (DMU). Elle permet d'évaluer la distance qui sépare une unité de production de cette frontière et donc d'estimer l'efficacité technique relative de l'unité en question. Dans la littérature, c'est dans l'article de Charnes *et al.* [1978] que le terme DEA a été pour la première fois utilisé. Cette méthode, comme mentionné plus haut, a pour point de départ l'article portant sur la mesure de l'efficacité technique de Farrell [1957] : Charnes *et al.* [1978] ont étendu l'analyse de Farrell [1957] qui portait sur l'observation d'entités mono-inputs/mono outputs à une analyse multi-output/multi-inputs d'entités de production. Leur analyse s'appuyait sur un mo-

dèle orienté input, en supposant l'hypothèse de rendements d'échelle constants.

A partir de cet article, beaucoup d'études ont repris et améliorées cette méthodologie DEA en considérant des spécifications alternatives. Dans cette perspective, Banker *et al.* [1984] et Färe *et al.* [1983] ont proposé un modèle à rendements d'échelle variables (vrs). Banker et Morey [1986a,b], eux introduisent les inputs non discrétionnaires dans l'approximation de la frontière de production. Ces inputs non discrétionnaires, qui englobent les inputs quasi-fixes sont un type particulier de facteur de production, présents virtuellement dans presque tous les secteurs de l'économie (agriculture, industrie, etc.), y compris dans le secteur public (hôpitaux, universités, etc.), et ont la particularité, à l'inverse des inputs standards/variables/discrétionnaires de ne pas être ajustables à leur niveau optimal dans le court terme, au moment de la prise de décision. Cela est dû aux coûts d'ajustements, à la réglementation, aux indivisibilités, à la rigidité administrative, etc. La quasi-fixité de ces inputs particuliers contraint l'optimisation du vecteur d'inputs et constitue donc une limitation à la capacité d'optimiser des gestionnaires. Donc supposer dans un modèle de production que tous les facteurs de productions peuvent être librement et instantanément ajustés à leurs niveaux optimaux conduit à des estimations biaisées. Heady *et al.* [1961] et Nerlove et Bachman [1960] sont parmi les premiers économistes à tenir compte de cette particularité des inputs quasi-fixes et à montrer leur rôle dans un processus de production.

Les hypothèses faites sur la technologie de production ( $G1 - G4$  et  $G7$ ) permettent de dériver un estimateur  $\hat{\Psi}$  de la frontière des possibilités de production  $\Psi$ . Cet estimateur est définie comme l'enveloppe convexe des libres dispositions de l'ensemble des observations  $\Psi_0 = \{(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d)\}_{d=1}^D$  :

$$\hat{\Psi} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \mathbf{x} \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \mathbf{y} \leq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d, \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, \lambda_d \geq 0, d = 1, \dots, D \right\} \quad (2.24)$$

La contrainte  $\sum_{d=1}^D \lambda_d = 1$  permet d'assurer la convexité de l'ensemble des possibilités de production. La technologie estimée sera donc caractérisée par des rendements d'échelle variables. Si l'hypothèse des rendements d'échelle constants est retenu pour

caractériser la technologie de production, l'estimateur de  $\Psi$  est définie comme étant le cône convexe de libre disposition de l'ensemble des observations  $\Psi_0$  :

$$\widehat{\Psi}^{crs} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \mathbf{x} \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \mathbf{y} \leq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d, \lambda_d \geq 0, d = 1, \dots, D \right\} \quad (2.25)$$

La figure 2.5 représente graphiquement les frontières de ces deux ensembles des possibilités de production.

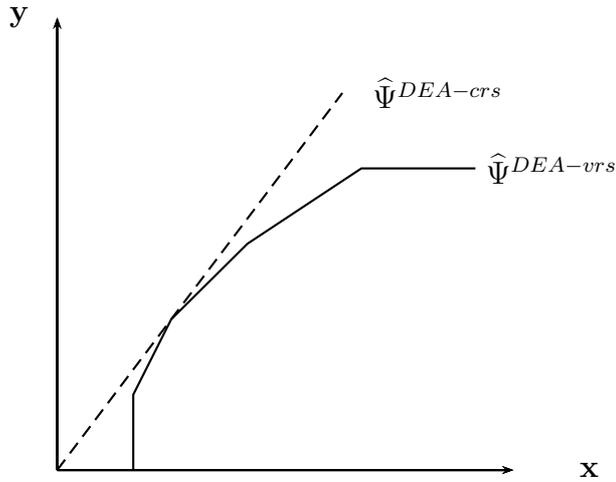


FIGURE 2.5 – Frontière de production DEA en *crs* et *vrs*

Ces deux ensembles vérifient donc la propriété suivante :

$$\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}^{vrs} \subseteq \widehat{\Psi}^{crs} \quad (2.26)$$

Les estimations des coefficients d'efficacité techniques définis par les équations (2.15) et (2.16) peuvent donc être obtenus en substituant respectivement  $\Psi$  et  $\Psi^{crs}$  par leur estimations  $\widehat{\Psi}$  et  $\widehat{\Psi}^{crs}$ . Ces estimations sur une technologie à rendements d'échelle variables et constants sont données respectivement par les expressions suivantes :

$$\widehat{\theta}^{vrs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min \{ \theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \widehat{\Psi} \} \quad (2.27)$$

et :

$$\widehat{\theta}^{crs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min \{ \theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \widehat{\Psi}^{crs} \} \quad (2.28)$$

Ces deux dernières expressions peuvent respectivement être réécrites pour une unité

de référence  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$  de la manière suivante :

$$\widehat{\theta}^{vrs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \arg \min_{\{\theta, \lambda\}} \left\{ \theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \theta \mathbf{x}_0 \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \mathbf{y}_0 \leq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d, \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, \lambda_d \geq 0, d = 1, \dots, D \right\} \quad (2.29)$$

$$\widehat{\theta}^{crs}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \arg \min_{\{\theta, \lambda\}} \left\{ \theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \theta \mathbf{x}_0 \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \mathbf{y}_0 \leq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d, \lambda_d \geq 0, d = 1, \dots, D \right\} \quad (2.30)$$

Remarquons, si l'on considère l'équation (2.29) que la minimisation se fait non seulement par le choix de  $\theta$  mais aussi par le choix du vecteur de pondération  $\lambda$ . L'évaluation détermine la combinaison d'entités de référence servant au calcul de  $\theta$ . L'interprétation des contraintes devient alors facile : le couple  $(\theta, \lambda)$  découle du choix fait des entités ou de la combinaison d'entités qui produisent autant ou plus que l'entité évaluée ( $\mathbf{y} \leq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d$ ) tout en ayant autant ou moins de ressources en inputs ( $\theta \mathbf{x} \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d$ ) que l'entité évaluée.  $\theta \mathbf{x}_0$  est la projection de  $\mathbf{x}_0$  sur la frontière estimée. Enfin, signalons que l'estimation de la fonction de distance de Shephard [1970] s'effectue en prenant l'inverse de ces coefficients d'efficacité techniques estimés.

Si l'on s'intéresse aux prix implicites des facteurs de production, il est utile de dériver les versions duales des équations (2.29) et (2.30). Partons de l'équation (2.29). Sa version duale est donnée par le programme suivant pour une unité de référence  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$  :

$$\theta^{vrs} = \arg \max_{\{\mu, \nu\}} \left\{ \mu_0^\top \mathbf{y} - \rho_0 : \nu_0^\top \mathbf{x} = 1, \mu^\top \mathbf{y}_d - \nu^\top \mathbf{x}_d - \rho_0 \leq 0, d = 1, \dots, D, \mu^\top \geq 0, \nu^\top \geq 0 \right\} \quad (2.31)$$

avec  $\mu^\top = (\mu_1, \dots, \mu_n)$  et  $\nu^\top = (\nu_1, \dots, \nu_m)$  représentant respectivement les variables duales associées aux vecteurs de facteurs de production et de produits. Ces vecteurs peuvent s'interpréter comme étant les prix implicites (*shadow prices*) associés au vec-

teur d'inputs.  $\vartheta^{vrs}$  est la solution du programme dual dérivée du programme primal avec rendements d'échelles variables (équation (2.29)).  $\rho_0$  est une variable duale sans restriction de signe. Elle est associée à la contrainte de convexité  $\sum_{d=1}^D \lambda_d = 1$  et est donc nulle pour une technologie de production à rendements d'échelle constants.

### 2.4.1.2 La méthode Free Disposal Hull

Le modèle Free Disposal Hull (FDH) a été introduit par Deprins *et al.* [1984] puis amélioré par la suite par Tulkens [1993]. L'approche consiste à trouver le plus petit ensemble de production qui enveloppe toutes les données, en garantissant l'hypothèse de libre disposition des facteurs de production et des produits. L'ensemble construit peut s'interpréter comme une réunion finie de sous-ensembles construits à partir des observations réalisées. C'est une méthodologie plus générale que celle du DEA dans le sens où elle ne repose que sur l'hypothèse de libre disposition forte : l'hypothèse de convexité est relâchée.

L'ensemble des possibilités de production estimé avec cette méthode est le suivant :

$$\widehat{\Psi}_{FDH} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \mathbf{x} \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \mathbf{y} \leq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d, \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, \lambda_d \in \{0, 1\}, d = 1, \dots, D \right\} \quad (2.32)$$

$\widehat{\Psi}_{FDH}$  est donc suivant cette méthodologie l'estimateur de l'ensemble  $\Psi$ . Il est défini comme étant l'enveloppe convexe de libre disposition de l'ensemble des observations  $\Psi_0$ . L'ensemble  $\widehat{\Psi}_{DEA}$  est donc l'enveloppe convexe de  $\widehat{\Psi}_{FDH}$ . La figure 2.6 donne une représentation graphique de l'ensemble  $FDH$  et le compare à l'ensemble  $DEA$ .

Cela permet de dériver la relation suivante :

$$\widehat{\Psi}_{FDH} \subseteq \widehat{\Psi}_{DEA} \quad (2.33)$$

Comme pour la méthode DEA, l'équation permettant le calcul de l'efficacité technique s'obtient en remplaçant l'ensemble des possibilités  $\Psi$  de production par son estimation

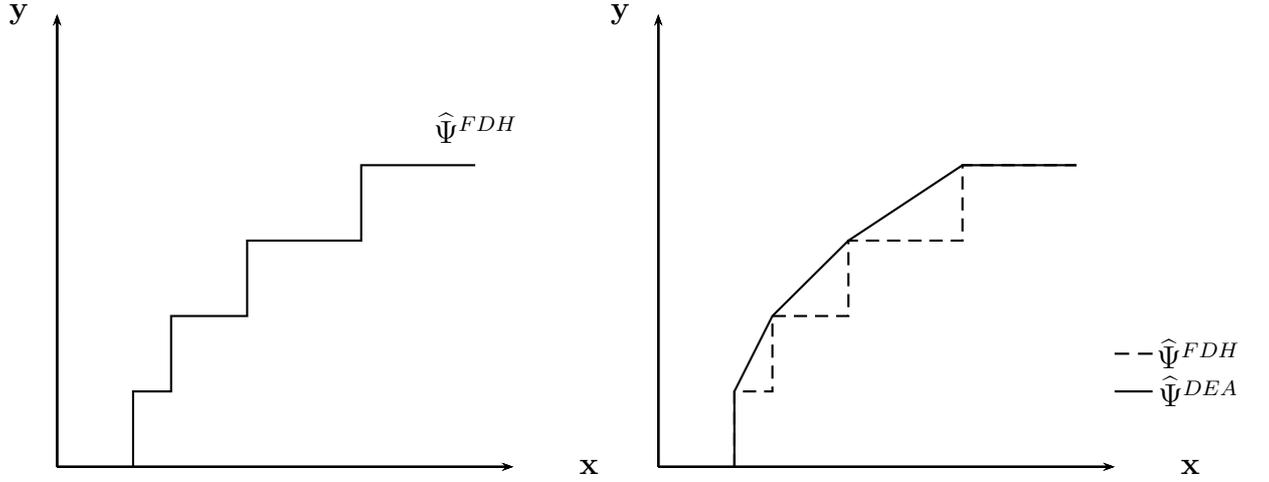


FIGURE 2.6 – Frontière de production FDH et comparaison des frontières DEA-FDH

$\hat{\Psi}_{FDH}$  dans l'équation (2.15). L'expression obtenue est donc la suivante :

$$\hat{\theta}^{FDH}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min \left\{ \theta : (\theta \mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \hat{\Psi}_{FDH} \right\} \quad (2.34)$$

Ou encore :

$$\hat{\theta}^{FDH}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \arg \min_{\{\theta, \lambda\}} \left\{ \theta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \theta \mathbf{x}_0 \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \mathbf{y}_0 \leq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d, \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, \right. \\ \left. \lambda_d \in \{0, 1\}, d = 1, \dots, D \right\} \quad (2.35)$$

Une entité est dite *FDH*-efficace si elle n'est dominée par aucune autre entité alors que dans la méthode *DEA*, une *DMU* est dit efficace si elle n'est dominée par aucune combinaison convexe d'autres *DMU* observées. Le concept de dominance s'explique de la manière suivante :

**Définition 1.** Une *DMU*<sub>k</sub> avec  $p_k = (\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)$  domine une *DMU*<sub>t</sub> avec  $p_t = (\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)$  si et seulement si  $\mathbf{x}_k \leq \mathbf{x}_t$ ,  $\mathbf{y}_k \geq \mathbf{y}_t$  et  $p_k \neq p_t$ .

Signalons pour finir que l'efficacité DEA implique l'efficacité FDH mais que l'inverse n'est pas vrai et aussi que les estimations d'efficacité technique FDH sont en général plus élevées que les estimations DEA. Cela est la résultante de la relation (2.33).

## 2.4.2 Les méthodes paramétriques

Au niveau des méthodes paramétriques d'estimation de frontières de production, l'ensemble des possibilités de production  $\Psi$  est défini via la spécification d'une fonction de production  $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$  dépendant de paramètres inconnus.

L'avantage de cette approche est, comme mentionné plus haut l'interprétation économique des paramètres assez intuitive et les propriétés statistiques intéressantes des estimateurs dérivés. L'aspect critiquable est le choix de la fonction  $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$  et la non prise en compte dans l'analyse des technologies de production multi-outputs en l'absence d'informations sur les prix des facteurs de production. Ces approches paramétriques diffèrent suivant le traitement réservé aux erreurs dans la base de donnée analysée. On distingue les modèles déterministes qui supposent que toutes les observations  $(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d)$  appartiennent à la l'ensemble des possibilités de production et l'approche stochastique qui intègre des erreurs dans la mesure des données. Suivant cette dernière approche, les données peuvent se trouver en dehors de l'ensemble des possibilités de production  $\Psi$ .

### 2.4.2.1 Estimation paramétriques de frontière de production déterministe

Les études portant sur l'estimation déterministe de la fonction de production ont pour base les travaux de Aigner et Chu [1968] poursuivies par Afriat [1972]. Aigner et Chu [1968] utilisent une forme log-linéaire<sup>3</sup> (Cobb-Douglas) pour modéliser la technologie de production.

Le point de départ de l'estimation de frontières de production paramétriques comme non paramétriques est un échantillon d'unités de décisions (firmes, observations, etc.) produisant un output  $\mathbf{y}$  à l'aide d'un vecteur d'inputs  $\mathbf{x}$ . La *DMU*  $d$  produit donc  $y_d$  avec des facteurs de production  $\mathbf{x}_d$  ( $d = 1, \dots, D$ ). La technologie modélisant les meilleures pratiques dépend de paramètres inconnus  $\boldsymbol{\beta}$  associés aux inputs et est donnée

---

3. La linéarité dans les paramètres est la seule condition nécessaire dans ce type d'estimation.

par :

$$y_d = f(\mathbf{x}_d; \boldsymbol{\beta}) \quad (2.36)$$

Cette technologie donne la quantité maximale d'output pouvant être obtenue d'un niveau donné d'inputs. En pratique, la production de beaucoup de firmes du secteur évalué peut se trouver en dessous de la frontière de production. La déviation d'un output observé de cette frontière de production est une conséquence de l'inefficacité technique dans le modèle d'Aigner et Chu [1968]. L'équation précédente peut-être réécrite de la manière suivante en tenant compte de cet état de fait pour toutes les firmes du secteur :

$$y_d = f(\mathbf{x}_d; \boldsymbol{\beta})\tau_d \quad (2.37)$$

$\tau_d$  correspond à l'efficacité technique et est considéré comme une perturbation qui est située dans l'intervalle 0 et 1. En supposant que cette frontière de production est log-linéaire (Cobb-Douglas ou translog) et en prenant le logarithme de l'expression précédente, l'équation suivante est obtenue :

$$Y_d = \mathbf{X}_d\boldsymbol{\beta} + t_d \text{ avec } t_d = \ln(\tau_d) \quad (2.38)$$

Ou encore :

$$Y_d = \mathbf{X}_d\boldsymbol{\beta} - u_d \quad (2.39)$$

Avec  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \dots, \beta_m)^\top$ ,  $Y_d = \ln(y_d)$ ,  $u_d = -\ln(\tau_d)$  et  $\mathbf{X}_d$  - dans le cas d'une Cobb-Douglas - est un vecteur constitué de 1 et des  $\mathbf{x}_d$  transformés en logarithme  $\mathbf{X}_d = (1, \ln(x_{1d}), \ln(x_{2d}), \dots, \ln(x_{md}))$ .  $u_d$  représente le terme d'inefficacité et comme  $0 \leq \tau_d \leq 1$ , cette variable est non-négative. Dans la suite cette analyse, nous considérons  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_D)$  et  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_D)$ .

Cette spécification force l'expression  $\mathbf{X}_d\boldsymbol{\beta}$  à être une frontière de production en imposant le fait que tous les résidus  $t_d$  (écarts à cette frontière) soient inférieurs ou égaux à 0. Cela permet à toutes les observations de se trouver sur ou en dessous de la frontière de production. Les paramètres de ce modèle sont calculés via des méthodes de

programmation linéaires et quadratiques.

Le membre de droite de l'équation (2.39) est donc associé à la frontière des possibilités de production. Ce modèle est appelé déterministe car la partie stochastique est complètement contenue dans celle de l'inefficacité. Aigner et Chu [1968] ont suggéré deux méthodes de calcul des paramètres forçant le résidu  $u_d$  à être non négatif et donc à être associé à de l'inefficacité. La première méthode est de calculer ces paramètres par de la programmation linéaire :

$$\min_{\beta} \sum_{d=1}^D u_d \text{ sous la contrainte } Y_d - \mathbf{X}_d \beta \leq 0 \text{ et cela } \forall d \quad (2.40)$$

Et la deuxième méthode de calcul des paramètres est de passer par la programmation quadratique :

$$\min_{\beta} \sum_{d=1}^D u_d^2 \text{ sous la contrainte } Y_d - \mathbf{X}_d \beta \leq 0 \text{ et cela } \forall d \quad (2.41)$$

On obtient donc via ces deux modèles une estimation de l'efficacité technique. Cette approche peut être appliquée avec des formes fonctionnelles autres que la fonction Cobb-Douglas. Souvent cette méthode dérive des coefficients d'efficacité techniques assez faibles. Pour éviter cette sensibilité aux valeurs extrêmes, Timmer explore et expose l'idée avancée par Aigner et Chu [1968] d'examiner l'effet de la suppression des observations efficaces jusqu'à ce que la suppression n'impacte pas le résultat des estimations.

Etant donné qu'aucune hypothèse n'est faite sur le terme de perturbation et/ou sur les variables explicatives, les propriétés statistiques des paramètres estimés ne peuvent pas être déterminées.

Schmidt [1976] pointe du doigt cette lacune de la modélisation Aigner et Chu [1968] et tente de la dépasser en faisant des hypothèses (les variables explicatives sont indépendantes du terme d'erreur, le terme d'erreur est constitué d'erreurs indépendantes provenant de lois usuelles : distribution exponentielle en ce qui concerne le programme

linéaire, distribution semi-normale pour le programme quadratique) sur la distribution du terme d'erreur. Il montre que l'estimateur d'Aigner et Chu [1968] est sous certaines hypothèses un estimateur du maximum de vraisemblance. Cependant, même sous ces conditions, les propriétés statistiques de l'estimateur restent incertaines. Ces propriétés ont été par la suite démontrées par Ouellette *et al.* [2013]. Dans le même optique, Afriat [1972] montre qu'en supposant que les erreurs suivent une distribution Gamma, le modèle d'Aigner et Chu [1968] peut-être estimé par la méthode du maximum de vraisemblance.

#### 2.4.2.2 Estimation paramétriques de frontière de production stochastique

L'analyse des technologies de production via les frontières stochastiques a été introduite indépendamment par Aigner *et al.* [1977] et Meeusen et Van den Broeck [1977]. Ces travaux impliquaient la spécification d'une forme fonctionnelle pour modéliser la technologie de production et étaient motivées par l'idée que toute la déviation d'une observation par rapport à une frontière de production ne doit pas être associée à de l'inefficacité. Ainsi le terme d'erreur dans ces analyses est lui même constitué de deux éléments. Le premier prend en considération l'effet aléatoire et le deuxième intègre l'inefficacité technique. Les déviations par rapport à la frontière de production sont donc associées à des erreurs de mesures et/ou à de l'inefficacité. En conservant la même structure d'analyse que dans la section précédente (échantillon de  $D$  unités de décisions produisant un output  $\mathbf{y}$  à l'aide d'un vecteur d'inputs  $\mathbf{x}$ ), le processus de production est écrit de la manière suivante :

$$y_d = f(\mathbf{x}_d; \boldsymbol{\beta})\tau_d\epsilon_d \quad (2.42)$$

Avec  $0 \leq \tau_d \leq 1$  une mesure de l'efficacité de la firme  $d$ .  $\tau_d = 1$  indique que la firme évaluée  $d$  est efficace.  $\epsilon_d$  est le terme d'erreur associé à la firme  $d$ .

En supposant comme pour le modèle Aigner et Chu [1968] que cette frontière de production est log-linéaire (Cobb-Douglas ou translog) et après quelques réarrangements (pas-

sage par le logarithme pour une Cobb-Douglas,  $\mathbf{X}_d = (1, \ln(x_{1d}), \ln(x_{2d}), \dots, \ln(x_{md}))$ , etc.) le modèle précédant peut être réécrit de la manière suivante :

$$Y_d = \mathbf{X}_d \boldsymbol{\beta} - u_d + v_d \quad (2.43)$$

Cette expression est identique dans la construction à l'équation (2.39) à l'exception du terme d'erreur  $v_d$  ( $v = (v_1, v_2, \dots, v_D)$ ) qui tient compte des erreurs de mesure.

L'efficacité technique de l'entité  $d$ ,  $TE_d$  ( $TE_d = \tau_d = \exp\{-u_d\}$ ), est une variable aléatoire et son calcul passe par l'estimation des paramètres du modèle des frontières stochastiques. Pour ce faire, les deux termes d'erreurs sont supposés indépendants l'un de l'autre. Aussi il est supposé que ces termes d'erreurs ne sont pas auto-corrélés avec les variables explicatives du modèle. Les hypothèses suivantes sont communément admises :

- i.*  $E(v_d) = 0$  : la moyenne de l'erreur est nulle ;
- ii.*  $E(v_d)^2 = \sigma_v^2$  : hypothèse d'homoscédasticité ;
- iii.*  $E(v_d v_{d'}) = 0 \forall d \neq d'$  : hypothèse d'indépendance ;
- iv.*  $E(u_d)^2 = \sigma_u^2$  : hypothèse d'homoscédasticité ;
- v.*  $E(u_d u_{d'}) = 0 \forall d \neq d'$  : hypothèse d'indépendance

Les variables  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  ont donc des propriétés similaires à l'exception de la nullité de la moyenne de l'erreur pour ce qui est de  $\mathbf{u}$ , vu que  $u_d \geq 0$  comme mentionné plus haut. La méthode d'estimation par les moindres carrés ordinaires (MCO) ne peut pas être utilisée ici. En effet, Coelli *et al.* [2005] montrent qu'une estimation via les MCO de cette relation peut donner des estimateurs cohérents en ce qui concerne les paramètres de pente, cependant, l'estimation de la constante est toujours biaisée. Cela implique que l'estimation par les MCO de la constante est toujours biaisée. Une solution de sortie pour le calcul de l'efficacité technique est de faire des hypothèses additionnelles sur les distributions des deux termes d'erreurs (terme aléatoire et terme d'efficacité) et de procéder à une estimation par maximum de vraisemblance. Dans la littérature, généralement, les termes aléatoires ( $v_d$ ) sont supposés être des variables aléatoires normales indépendamment et identiquement distribuées de moyenne nulle et de variance  $\sigma_v^2$  ( $v_d \sim iidN(0, \sigma_v^2)$ ). En ce qui concerne les termes d'efficacité ( $u_d$ ), un certain nombre

de distributions sont proposées, de la semi-normale à la loi gamma.

Dans leur analyse, Aigner *et al.* [1977] recommandent l'utilisation d'une distribution semi-normale pour l'estimation du modèle stochastique : les  $u_d$  sont des variables aléatoires semi-normales indépendamment et identiquement distribuées. Elles ont une moyenne nulle et une variance égale à  $\sigma_u^2$  ( $u_d \sim iidN^+(0, \sigma_u^2)$ ).

Stevenson [1980] étend l'estimation précédente en proposant une distribution normale tronquée : les  $u_d$  sont des variables aléatoires normales tronquées indépendamment et identiquement distribuées. La fonction de densité de probabilité de chaque  $u_d$  est donc une version tronquée de la densité de probabilité d'une variable aléatoire de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma_\mu^2$  ( $u_d \sim iidN^+(\mu, \sigma_\mu^2)$ ).

De leur côté, Meeusen et Van den Broeck [1977] utilisent dans leur analyse une distribution exponentielle du terme d'efficacité : les  $u_d$  sont des variables aléatoires indépendamment et identiquement distribuées suivant une loi Gamma de moyenne nulle et de degré de liberté 0 ( $u_d \sim iidG(\theta, 0)$ ).

En fin de compte, Greene [1990] généralise l'estimation de Meeusen et Van den Broeck [1977] en proposant la distribution suivante pour l'estimation des paramètres du modèle : les  $u_d$  sont des variables aléatoires indépendamment et identiquement distribuées suivant une loi Gamma de moyenne  $\theta$  et de degré de liberté  $m$  ( $u_d \sim iidG(\theta, m)$ ).

### 2.4.2.3 Les formes fonctionnelles

Les formes fonctionnelles servent à représenter ou approcher des fonctions définies par la théorie économique telles que des fonctions de coût, de production, etc. En économie de la production, elles servent à représenter des unités de décisions se servant d'un certain nombre de facteur de production pour produire un ou plusieurs produits. Une forme fonctionnelle est donc une représentation paramétrique que l'on donne à une technologie de production dans le but de l'estimer économétriquement. Ces formes qui

approchent la vraie technologie servent à tester ou vérifier la théorie économique.

Plusieurs formes fonctionnelles peuvent être retenues afin de modéliser une technologie de production mono-output, multi-inputs : la forme linéaire, la quadratique, la Translog, la Cobb-Douglas, la Leontieff, la Constant Elasticity of Substitution (CES), etc. Parmi ces formes, les plus utilisées dans la littérature de l'économie de la production sont la forme Cobb-Douglas et la forme Translog.

Le choix d'une forme fonctionnelle se fait, la plupart du temps, en mettant en avant un certain nombre de critères d'ordre pratique : la flexibilité, la linéarité au niveau des paramètres à estimer et le respect des conditions de régularités.

La notion de forme flexible a été introduite par Diewert [1971]. Est appelée flexible une forme fonctionnelle dont les dérivées d'ordre un et deux sont exactes en un point. En d'autres termes une fonction  $f^*(\mathbf{x})$  est dite forme flexible si elle est une approximation de la fonction  $f(\mathbf{x})$  telle qu'au point  $\mathbf{x}_0$  les trois conditions suivantes : *i.*  $f^*(\mathbf{x}_0) = f(\mathbf{x}_0)$ ; *ii.*  $Df^*(\mathbf{x}_0) = Df(\mathbf{x}_0)$  et *iii.*  $D^2f^*(\mathbf{x}_0) = D^2f(\mathbf{x}_0)$  sont satisfaites.

Comme montré par Barnett [1983], les trois conditions précédentes sont satisfaites si et seulement si  $f^*(x)$  est une approximation de Taylor au deuxième ordre de  $f(\mathbf{x})$  au point  $\mathbf{x}_0$ .

Les formes fonctionnelles construites autour de la flexibilité sont donc susceptibles de capter des phénomènes économiques riches et complexes. En effet, la plupart des mesures économiques importantes découlant des technologies de production ne font appel, au plus, qu'à des dérivées secondes. Donc, l'approximation du deuxième ordre semble offrir des caractéristiques satisfaisantes pour nos besoins.

Cependant, il faudrait noter que l'estimation de ces formes fonctionnelles flexibles est sans biais que dans une situation où aucune contrainte n'est imposée à la technologie :

la convexité ou la concavité peuvent rompre la flexibilité en forçant la forme fonctionnelle à ne fonctionner que sur une partie du domaine possible [Lau, 1986].

La forme Cobb-Douglas peut être interprétée comme une approximation de premier ordre d'une fonction quelconque. Comme les mesures économiques font souvent appel à des dérivées d'ordre supérieur à un et même si dans le cas de la fonction Cobb-Douglas elles ne sont pas nulles (car la fonction est ici en logarithme), cette forme impose trop de restrictions sur ces dernières. Il y a donc ici un problème de flexibilité de la forme fonctionnelle. Un exemple de forme fonctionnelle flexible est la forme translog. Toutes choses égales par ailleurs, une forme flexible est donc préférée à une forme non flexible. Cependant la flexibilité a un coût : il y a plus de paramètres à estimer, ce qui peut amener des difficultés d'estimation économétrique comme la multicollinéarité.

Ensuite, la linéarité des formes fonctionnelles au niveau de leurs paramètres, permet l'estimation de ces paramètres via les méthodes de régression linéaires (Moindres Carrés Ordinaire, Maximum de Vraisemblance). Pour une forme comme la Cobb-Douglas par exemple, qui n'est pas linéaire en première approche, elle est linéarisée en passant par une transformation logarithmique.

Il faudrait, enfin, que la forme fonctionnelle satisfasse un certain nombre de conditions de régularité afin de conduire à des caractéristiques estimées compatibles avec la théorie économique. Certaines formes fonctionnelles satisfont automatiquement ces conditions de régularité. Pour d'autres formes, doivent être imposées car violées par défaut. Ces conditions sont les suivantes :

- La forme fonctionnelle doit être deux fois continument différentiable
- La forme fonctionnelle doit être monotone croissante : les productivités marginales des facteurs sont positives
- La forme fonctionnelle doit être fortement quasi-concave

### 2.4.2.3.1 La forme Cobb-Douglas

La fonction de Cobb-Douglas s'écrit de la façon suivante pour un processus de production à  $m$  inputs  $\mathbf{x}$  et à un output  $\mathbf{y}$  :

$$y_d = f(x_{i,d}) = \beta_0 \prod_{i=1}^m x_{i,d}^{\beta_i} \text{ avec } d = 1, \dots, D \text{ et } i = 1, \dots, m \quad (2.44)$$

avec  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$  des paramètres du modèle à estimer. Sa version linéarisée est la suivante :

$$\ln(y_d) = \alpha + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln(x_{i,d}) \text{ avec } \alpha = \ln(\beta_0) \quad (2.45)$$

La fonction de production Cobb-Douglas est monotone croissante lorsque  $Df > 0$ . En d'autres termes, la positivité des productivités marginales des facteurs et de  $\beta_0$  assure la monotonie. Il faut donc, pour une entité, que :

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \beta_i \frac{\mathbf{y}}{x_i} > 0 \implies \beta_i > 0 \text{ et } \beta_0 > 0 \text{ pour assurer la monotonie} \quad (2.46)$$

Cette fonction de production, par construction, est deux fois continument différentiable ( $f \in C^2$ ) et fortement quasi-concave. Cette dernière propriété est suffisante pour la théorie économique. Ce n'est donc pas nécessaire d'imposer la concavité qui implique que la matrice Hessienne des dérivées secondes de la fonction de production par rapport aux facteurs de production soit définie négative. Cela implique d'une part que les termes de la diagonale principale soient négatifs et d'autre part que le déterminant soit positif. En fait, cette condition de concavité exige que les sous-déterminants de la diagonale principale alternent de signe en commençant par un signe négatif. Cette concavité permet de garantir un ensemble de besoins en facteur de production convexe. Cela passe par le calcul des dérivés secondes et est obtenue lorsque :

- $0 < \beta_i < 1$
- $\sum_{i=1}^m \beta_i < 1$

La forte quasi-concavité de la fonction de production permet de ne poser aucune restriction sur la somme des  $\beta_i$ . Les conditions de régularités s'arrêtent à  $\beta_i > 0$ .

Cette forme fonctionnelle est la plus simple existante dans la littérature de l'économie de la production. Elle est cependant très restrictive. Elle impose une élasticité de substitution unitaire et la courbure ne change pas, ce qui est assez problématique. Il n'y a pas de raison à priori d'imposer une telle structure. L'objectif serait donc d'obtenir des formes fonctionnelles pour lesquelles cette mesure sera testable et non imposée par la valeur de certains paramètres. La fonction translog, elle, permet cela.

#### 2.4.2.3.2 La forme translog

La forme translog est une forme fonctionnelle flexible, *i.e.* qu'elle est une approximation de Taylor au deuxième ordre de  $f(\mathbf{x})$  au point  $\mathbf{x}_0$ . En d'autres termes, la fonction de production translog permet d'approximer le niveau de la production, le gradient et le hessien de toute fonction en un point : le point d'approximation. Comme ces informations sont les seules à être nécessaires pour définir les caractéristiques de la combinaison productive, une forme flexible, comme cette fonction translog, possède donc les mêmes caractéristiques que la « vraie » technologie au point d'approximation.

Pour un processus de production à  $m$  inputs  $\mathbf{x}$  et à un output  $\mathbf{y}$ , la fonction de production translog prend la forme suivante :

$$\ln(\mathbf{y}) = f(\mathbf{x}) = \alpha + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln(\mathbf{x}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \ln(\mathbf{x}_i) \ln(\mathbf{x}_j) \quad (2.47)$$

Cette fonction de production est homogène de degré  $r$  si les conditions suivantes sont vérifiées :

- $\sum_{i=1}^m \beta_i = r$
- $\sum_{j=1}^m \beta_{ij} = \sum_{i=1}^m \beta_{ji} = 0 \forall i, j$

Nous pouvons essayer de voir les hypothèses à faire sur la fonction translog pour que les

conditions de régularité définies plus haut soient vérifiées. Ces conditions se manifestent par des restrictions sur la valeur des paramètres et sur le domaine des variables. Une fonction translog ne peut généralement satisfaire ces conditions de régularité globalement sans perdre son caractère flexible. En effet, imposer les conditions de régularité implique des contraintes sur le gradient et le hessien de la fonction de production. Lorsque l'estimation d'une forme flexible conduit à des résultats violant fortement les conditions de régularité, leur imposition locale (pour l'échantillon considéré) est nécessaire.

La continuité est supportée par la forme fonctionnelle translog. Pour la monotonie, par exemple, il faut pour chaque  $x_i$  de chaque entité  $d$  que :

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \left( \beta_i + \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \ln(x_j) \right) \frac{f(\mathbf{x})}{x_i} > 0 \quad (2.48)$$

La quasi-concavité de la fonction de production translog peut-être vérifiée en utilisant la matrice hessienne bordée suivante :

$$H = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_m} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_2 \partial x_m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_m} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_m \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_m \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_m \partial x_m} \end{pmatrix}$$

Avec les dérivées secondes de la fonction translog, qui forment en partie cette matrice

Hessienne données par :

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \beta_i + \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \ln(x_j) \right) \frac{f(\mathbf{x})}{x_i} \right] \quad (2.49)$$

Ce qui donne :

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{x_i^2} = \left\{ \left[ \left( \beta_i + \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \ln(x_j) \right) - 1 \right] \left( \beta_i + \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \ln(x_j) \right) + \beta_{ii} \right\} \frac{f(\mathbf{x})}{x_i x_i} \quad (2.50)$$

Et :

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{x_i x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \beta_j + \sum_{i=1}^m \beta_{ij} \ln(x_i) \right) \frac{f(\mathbf{x})}{x_j} \right] \quad (2.51)$$

Ce qui donne :

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{x_i x_j} = \left\{ \left( \beta_i + \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \ln(\mathbf{x}_j) \right) \left( \beta_j + \sum_{i=1}^m \beta_{ij} \ln(\mathbf{x}_i) \right) + \sum_{i=1}^m \beta_{ij} \right\} \frac{f(\mathbf{x})}{x_i x_j} \quad (2.52)$$

Pour que la fonction de production soit quasi-concave, il faut que les déterminants des mineurs principaux (sous matrices) de cette hessienne alternent de signe en commençant par un signe négatif. En d'autres termes, il faudrait que :

$$(-1)^k D_k \geq 0 \text{ avec } k = 1, 2, \dots, m \quad (2.53)$$

avec  $D_k$  le déterminant du mineur d'ordre  $k$ .

## 2.5 Analyse de la productivité

La notion de productivité est l'une des notions les plus intuitive de mesure de la performance, que ce soit au niveau individuel ou au niveau agrégé. C'est un indicateur important car la productivité est un moteur de la croissance économique et de la rentabilité des entreprises. La productivité est le ratio de l'output produit sur les ressources utilisées. Cela donne dans le cas simple ou une exploitation, par exemple, utilise un

seul input pour obtenir un seul output :

$$\text{Productivité} = \frac{y}{x} \quad (2.54)$$

Dans le cas où l'entité sous évaluation utilise un seul output et plusieurs inputs, la productivité d'un input est appelée productivité partielle des facteurs. Sinon, dans le cas général - multi-inputs, multi-outputs - la productivité à calculer s'appelle productivité multifactorielle ou encore productivité totale des facteurs (PTF). C'est donc le rapport de tous les outputs produits sur tous les inputs employés pour les produire. La principale difficulté provenant de cette généralisation est le choix de la bonne méthode pour agréger les facteurs de production et les outputs. Les indices traditionnels (Laspeyres, Fisher, Törnqvist, etc.) utilisent des informations sur les prix, ce qui leur permet d'additionner par exemple du blé et de l'orge produits avec, par exemple, du travail, de la terre et des consommations intermédiaires.

Une alternative à ces indices est d'utiliser un agrégateur économique basé directement sur la technologie. Cette agrégation peut se faire via la fonction de distance, qui gère de façon assez simple les technologies de production multi-outputs et multi-inputs.

Cette section permettra d'établir un lien entre les mesures d'efficacité vues dans la section précédente et la notion de productivité. Elle permettra aussi identifier et d'exposer la contribution de l'innovation (changement technologique) et celle de la diffusion et du « learning by doing » (changement d'efficacité technique) à la croissance de la productivité. En d'autres termes, l'analyse de l'indice de productivité permettra à l'analyste de voir si une augmentation de la productivité d'une *DMU* est due à une amélioration de l'efficacité technique ou à de l'innovation.

Plusieurs méthodes permettent de mener cette analyse de la productivité sur un secteur donnée via les fonctions de distance : indice de productivité de Luenberger, indice de Malmquist, indice de Hicks-Moorsteen, etc. La plus répandue et populaire, l'indice de productivité de Malmquist [1953], est exposé dans cette section. Cet indice est donc

basé sur les fonctions de distance exposées plus haut dans ce chapitre. Ces fonctions de distance peuvent être calculées en utilisant l'une des méthodes d'approximation de frontières de production exposées précédemment.

L'indice de Malmquist a été introduit par Caves *et al.* [1982]. Leur article a été beaucoup repris dans la littérature de la production de manière théorique mais très peu d'études empiriques ont été réalisées sur ce sujet jusqu'à l'article de Färe *et al.* [1989]. Les exceptions sont les articles de Nishimizu et Page [1982] et de Pittman [1997]. Färe *et al.* [1989] montrèrent comment calculer l'indice de Malmquist à partir d'une estimation non paramétrique des fonctions de distance.

Étant donné que cet indice est basé sur la fonction de distance, son cadre d'étude sera identique à celui de la fonction de distance. Le graphe de la technologie s'écrit de la manière suivante au temps  $t$  :

$$\Psi_t = \left\{ (\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \mathbf{x}_t \text{ permet de produire } \mathbf{y}_t \right\} \quad (2.55)$$

Les hypothèses supportées ou pouvant être supportées par cet ensemble des possibilités de production sont identiques à celles de la fonction  $\Psi$ . La fonction de distance orientée input qui permet de calculer l'indice de Malmquist, en orientation input<sup>4</sup>, est donnée par l'expression suivante à la période  $t$  :

$$D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) = \max \left\{ \delta_t > 0 : \left( \frac{\mathbf{x}_t}{\delta_t}, \mathbf{y}_t \right) \in \Psi_t \right\} \quad (2.56)$$

L'indice de productivité de Malmquist permet de comparer la performance de deux entités sur la même période ou de la même entité sur deux périodes de temps différentes. Pour ce faire, il faudrait de considérer le rapport des productivités entre les entités observées. Ce changement de productivité est donné, entre deux périodes  $t$  et  $t + 1$  et

---

4. Nous n'exposons dans cette partie que l'orientation inputs. La transposition à l'orientation outputs se fait de manière assez simple en suivant les mêmes étapes.

en partant toujours du cas simple - mono-inputs, mono-output -, par :

$$\text{Changement de productivité} = \frac{y_t/x_t}{y_{t+1}/x_{t+1}} \quad (2.57)$$

En supposant pour la période  $t$  et  $t + 1$ , que la technologie de référence est celle de l'année  $t$ , la fonction de distance permet la généralisation au cas multi-outputs, multi-inputs, en agrégeant les inputs et les outputs. La fonction de distance orientée input est homogène de degré 1 en input par construction. Si en plus cette technologie est homogène de degré -1 en outputs (ce qui est le cas d'une technologie à rendement d'échelle constant), nous pouvons avoir :

$$\text{Changement de productivité} = \frac{y_t/x_t}{y_{t+1}/x_{t+1}} = \frac{y_t/x_t}{y_{t+1}/x_{t+1}} \times \frac{D_I^t(1, 1)}{D_I^t(1, 1)} = \frac{D_I^t(x_{t+1}, y_{t+1})}{D_I^t(x_t, y_t)} \quad (2.58)$$

Le changement de productivité est donc exprimé comme un ratio de fonction de distance orientée inputs sous l'hypothèse de rendement d'échelle constants. Cet indice de productivité est appelé indice de Malmquist, définie par rapport à la technologie de la date  $t$ . Formellement, cet indice, généralisable au cas multi-outputs, multi-inputs s'écrit de la manière suivante :

$$M_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) = \frac{D_I^t(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \quad (2.59)$$

On pourrait donc aussi bien calculer cet indice de Malmquist en base  $t + 1$ . Cela donne :

$$M_I^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) = \frac{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \quad (2.60)$$

Etant donné que le choix de la date de référence est arbitraire, en suivant l'esprit du travail de Caves *et al.* [1982], Färe *et al.* [1989] définirent l'indice de Malmquist en prenant la moyenne géométrique des deux expressions précédentes. Cela donne :

$$M_I^{t/(t+1)}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) = \left( M_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) \times M_I^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) \right)^{1/2} \quad (2.61)$$

Ce qui permet d'écrire également :

$$M_I^{t/(t+1)}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) = \left[ \frac{D_I^t(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \times \frac{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \right]^{1/2} \quad (2.62)$$

Färe *et al.* [1989, 1994b] ont montré que cet indice de Malmquist peut être décomposé en changement d'efficacité technique et en progrès technique. Il se réécrit de la manière suivante :

$$M_I^{t/(t+1)}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) = \frac{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \times \left( \frac{D_I^t(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})} \frac{D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \right)^{1/2} \quad (2.63)$$

$$= \Delta E \times \Delta P \quad (2.64)$$

Le changement d'efficacité technique entre deux périodes  $t$  et  $t + 1$  a pour expression :

$$\Delta E = \frac{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \quad (2.65)$$

Cette composante capture la variation d'efficacité entre deux périodes  $t$  et  $t + 1$ . Un gain signifie que le gestionnaire de la *DMU* prend de meilleurs décisions dans le choix dans ses combinaisons d'inputs afin de produire ses outputs.

La seconde composante caractérise le progrès technique. Il s'écrit de la manière suivante :

$$\Delta P = \left( \frac{D_I^t(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})} \frac{D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{D_I^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \right)^{1/2} \quad (2.66)$$

Ce terme capture le changement technologique entre les deux périodes  $t$  et  $t + 1$ . Une amélioration de ce changement technologique signifie que les unités de décision bénéficient de progrès technique. Ce progrès technique est une résultante de l'innovation, de l'adoption de nouvelles technologies et/ou d'un environnement plus favorable à la *DMU* évaluée.

L'utilisation empirique de ces indices de Malmquist passe par l'estimation des fonctions

de distances. Rappelons que, théoriquement ces indices s'écrivent comme suit :

$$D_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) = \max \left\{ \delta_t > 0 : \left( \frac{\mathbf{x}_t}{\delta_t}, \mathbf{y}_t \right) \in \Psi_t \right\} \quad (2.67)$$

En considérant les mêmes hypothèses faites pour l'estimation du coefficient d'efficacité technique et en supposant que la technologie exhibe des rendements d'échelle constants, l'estimation non paramétrique suivante de la fonction de distance est dérivée :

$$\widehat{D}_I^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) = \max \left\{ \delta_t > 0 : \left( \frac{\mathbf{x}_t}{\delta_t}, \mathbf{y}_t \right) \in \widehat{\Psi}_t^{crs} \right\} \quad (2.68)$$

avec :

$$\widehat{\Psi}_t^{crs} = \left\{ (\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) \in \mathbb{R}_+^{m+s} : \mathbf{x}_t \geq \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_{dt}, \mathbf{y}_t \leq \sum_{d=1}^D \lambda_{dt} \mathbf{y}_{dt}, \lambda_{dt} \geq 0, d = 1, \dots, D \right\} \quad (2.69)$$

Nous nous limitons à l'estimation de technologies sous l'hypothèse de rendements d'échelle constants dans cette thèse car comme mentionnée par Grifell-Tatjé et Lovell [1995], l'indice de Malmquist ne mesure pas correctement la productivité totale des facteurs lorsque la technologie est supposée à rendements d'échelle variables. Notons néanmoins que Ouellette et Vierstraete [2010] montrent comment prendre en compte dans la décomposition l'effet d'échelle lorsque des rendements d'échelle variables sont considérés dans l'analyse.

Signalons pour finir que ces fonctions de distances menant au calcul des indices de Malmquist sont habituellement estimées en utilisant la méthode DEA. Cependant, elles peuvent aussi être estimées en utilisant la méthode des frontières stochastiques. Par exemple, Fuentes *et al.* [2001] utilisent et estiment de manière paramétrique par une forme translog la fonction de distance. Cette fonction de distance permet par la suite la dérivation des deux composantes de l'indice de Malmquist.

## 2.6 Existence de la technologie de transformation réglementée

La caractérisation classique des processus de production que l'on retrouve en général dans la littérature suppose que les entités évaluées ne font face à aucune contrainte. Ces études basent leurs analyses sur le cadre théorique d'une firme non réglementée. Or dans la réalité la plupart des entités à évaluer (*DMU*) évoluent dans un environnement réglementé, surtout en agriculture. Il faudrait donc pour une meilleure caractérisation ajouter un deuxième niveau d'ensemble de contraintes rendant compte de cette réglementation. Ces contraintes découlent des diverses politiques gouvernementales et ont généralement pour finalité la correction des externalités ou encore l'atteinte d'objectifs sociaux et environnementaux.

Cette observation nous amène à réfléchir sur la manière avec laquelle réagissent certaines caractéristiques des *DMU* face à cette nouvelle donne : comment la réglementation affecte-t-elle l'efficacité technique, la productivité et la croissance de la productivité ?

Nous caractérisons dans cette section les technologies de transformation réglementées. Plus précisément, nous généralisons à une technologie de transformation (fonction de production multi-outputs) - ce qui est la norme dans des secteurs comme l'agriculture - les divers résultats obtenus de la caractérisation de la fonction de production réglementée à un seul produit. Ces études (fonction de production réglementée à un seul produit), initiées par Averch et Johnson [1962] et reprises par la suite par Fare et Logan [1983], puis par Lasserre et Ouellette [1994] et Ouellette et Vigeant [2001], visent avant tout à aboutir à une caractérisation théorique de la technologie de la firme qui soit la plus proche possible de la réalité dans laquelle elle évolue. Cela permettra par la suite d'améliorer les résultats pouvant découler d'éventuelles études empiriques.

### 2.6.1 Existence de la technologie de transformation

**Définition 2.** Soit une fonction  $F : \mathbb{R}_+^{m+n} \mapsto \mathbb{R}_+$  satisfaisant les trois conditions suivantes :

$$(i) P(\mathbf{x}) := \{\mathbf{y} : F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0\} \text{ et } L(\mathbf{y}) := \{\mathbf{x} : F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0\}$$

$$(ii) \text{ Pour tout } \mathbf{y} \geq 0 \text{ et } L(\mathbf{y}) \neq \emptyset, \text{ nous avons : } IsoqL(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} : F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0\}$$

$$(iii) \text{ Pour tout } \mathbf{x} \geq 0 \text{ et } P(\mathbf{x}) \neq \emptyset, \text{ nous avons : } IsoqP(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} : F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0\}$$

alors, nous disons que  $F$  est une fonction de transformation.

Il nous faut, après cette étape de définition, démontrer l'existence d'une telle fonction. Pour ce faire, nous avons besoin, d'abord de résultats intermédiaires. Soient les propriétés suivantes caractérisant les isoquantes :

**Axiome 1.**

$$A1. IsoqP(\lambda \mathbf{x}) \cap IsoqP(\mathbf{x}) = \emptyset, \lambda \neq 1$$

$$A2. IsoqL(\theta \mathbf{y}) \cap IsoqL(\mathbf{y}) = \emptyset, \theta \neq 1$$

$$A3. \mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x}) \Rightarrow \mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y})$$

$$A4. \mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y}) \Rightarrow \mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})$$

Si les deux isoquantes définies plus haut ne se coupent pas, il est possible d'établir que démontrer cet axiome 1 est équivalent à montrer que si  $\mathbf{x}$  est sur la frontière de  $L(\mathbf{y})$ ,  $\mathbf{y}$  est sur la frontière de l'autre ensemble, *i.e.*  $P(\mathbf{x})$  et inversement.

**Lemme 1.**  $A1 \iff A3$  et  $A2 \iff A4$

*Démonstration.* Commençons par démontrer la première partie de ce lemme :  $A1 \iff A3$ .

Débutons par la démonstration de la nécessité, *i.e.*  $A1 \implies A3$ . Nous supposons donc que  $\mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x}) \implies \mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y})$ . En plus nous supposons que  $\mathbf{y} \in IsoqP(\lambda \mathbf{x}) \cap IsoqP(\mathbf{x})$  pour  $\lambda \neq 1$ . Puisque  $\mathbf{y} \in P(\mathbf{x}) \iff \mathbf{x} \in L(\mathbf{y})$ , nous avons :  $\lambda \mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y})$

et  $\mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y})$ . Cela contredit la définition de l'isoquante. Donc  $A1 \iff A3$ .

Démontrons maintenant la suffisance, *i.e.*  $A1 \implies A3$ . Supposons que  $A1$  tienne ( $IsoqP(\lambda\mathbf{x}) \cap IsoqP(\mathbf{x}) = \emptyset, \lambda \neq 1$ ) mais que nous ayons :  $\mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})$  avec  $\mathbf{x} \notin IsoqL(\mathbf{y})$ . Nous savons d'une part que  $\mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x}) \implies \mathbf{y} \in P(\mathbf{x}) \implies \mathbf{x} \in L(\mathbf{y})$  et d'autre part, vue que  $\mathbf{x} \notin IsoqL(\mathbf{y})$ , qu'il existe alors un  $\lambda \in [0, 1[$  tel que :  $\lambda\mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y})$ . Cela implique que  $\lambda\mathbf{x} \in L(\mathbf{y})$  d'où  $\mathbf{y} \in P(\lambda\mathbf{x})$ . Puisque  $0 \leq \lambda < 1$  et par la faible disposition nous avons :  $P(\lambda\mathbf{x}) \subseteq P(\mathbf{x})$ . Puisque nous avons plus haut :  $\mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})$  et  $\mathbf{y} \in P(\lambda\mathbf{x})$ , nous avons une contradiction. En effet, cela n'est possible que si  $IsoqP(\lambda\mathbf{x})$  et  $IsoqP(\mathbf{x})$  sont confondues ou se coupent. Or dès le début de la démonstration, nous avons fait l'hypothèse inverse ( $IsoqP(\lambda\mathbf{x}) \cap IsoqP(\mathbf{x}) = \emptyset, \lambda \neq 1$ ). Cela clôt la première partie de la démonstration. La deuxième partie ( $A2 \iff A4$ ) se démontre de manière similaire.  $\square$

Un deuxième résultat sur les isoquantes est nécessaire pour la démonstration de l'existence de cette technologie de transformation.

**Lemme 2.** *La technologie de transformation  $F(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  existe si et seulement si pour tout  $\mathbf{x} \geq 0, P(\mathbf{x}) \neq \{0\}$  et  $\forall \mathbf{y} \geq 0, L(\mathbf{y}) \neq \emptyset$ , nous avons la relation suivante :  $\mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})$ .*

*Démonstration.* Supposons que  $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$  soit une fonction de transformation. Donc nous avons :  $\mathbf{x} \in L(\mathbf{y})$  et  $\mathbf{y} \in P(\mathbf{x})$ . Si  $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$ , alors nous avons clairement :  $\mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x}) \iff \mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y})$ . Et, par construction nous avons  $\mathbf{x} \in L(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in P(\mathbf{x})$ . Supposons que  $\mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})$ . Nous définissons alors :

$$\Psi = \begin{cases} \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mid \mathbf{x} \geq 0, \mathbf{y} \geq 0, P(\mathbf{x}) \neq \{0\}, \mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})\} = \Psi_P \\ \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mid \mathbf{x} \geq 0, \mathbf{y} \geq 0, L(\mathbf{x}) \neq \emptyset, \mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y})\} = \Psi_L \end{cases} \quad (2.70)$$

Ces deux ensembles sont identiques puisque  $\mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})$ . Posons alors :

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 0 & \forall (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi \\ 0 & \text{si } \mathbf{y} = 0 \text{ et } P(\mathbf{x}) = \{0\} \\ -1 & \text{autrement} \end{cases} \quad (2.71)$$

Cette fonction est une technologie de transformation par construction.  $\square$

**Proposition 1.**  $\forall \mathbf{x} \geq 0, \mathbf{y} \geq 0$  tels que  $P(\mathbf{x}) \neq \{0\}$  et  $L(\mathbf{x}) \neq \emptyset$ , une condition nécessaire et suffisante pour que la fonction de production réglementée  $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$  existe est que :

$$IsoqP(\mathbf{x}) \cap IsoqP(\lambda\mathbf{x}) = \emptyset \text{ et } IsoqL(\mathbf{y}) \cap IsoqP(\theta\mathbf{y}) = \emptyset \quad (2.72)$$

pour tout scalaire positif  $\lambda$  et  $\theta$  différents de 1 ( $\theta \neq 1$  et  $\lambda \neq 1$ ).

*Démonstration.* Par le lemme 1, l'équation (2.72) de la proposition précédente est équivalente à la condition suivante :  $\mathbf{x} \in IsoqL(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in IsoqP(\mathbf{x})$ . Par le lemme 2, nous savons qu'il existe au moins une fonction de transformation satisfaisant ces conditions.  $\square$

## 2.6.2 La réglementation

La réglementation de manière simplifiée et sans perte de généralité est un ensemble de contraintes sur l'utilisation des facteurs de production et de la production d'outputs. Ces contraintes caractérisent l'environnement de la plupart des firmes (inputs quasi-fixes, incitatifs, réglementations, etc.) et dépendent d'un ensemble de paramètres. Averch et Johnson [1962] ont posé les bases d'une méthode solide permettant l'étude du comportement d'une firme soumise à des contraintes réglementaires sur le taux de rendement du capital. Nous nous inspirons dans ce qui suit les travaux de Ouellette et Vigeant [2001] pour modéliser la réglementation. Cette réglementation va s'appliquer à la firme via les facteurs de production (on ne peut pas par exemple dépasser un certain niveau d'utilisation de certains facteurs) et/ou via les produits (la firme peut se voir imposer ou s'imposer une limite dans la production de certains produits; à titre

d'exemple on a le cas des outputs non désirables qui peuvent contraindre la production des outputs désirables). L'ensemble des possibilités de production, par exemple, respectant ces contraintes s'écrit de la manière suivante :

$$R_O : \mathbb{R}_+^m \longrightarrow 2^{\mathbb{R}_+^n} \quad (2.73)$$

Ainsi pour  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$ , nous avons  $R_O(\mathbf{x}) \subseteq \mathbb{R}_+^n$ . Cet ensemble est directement dépendant des paramètres de la réglementation. Définissons ces paramètres rendant compte de la réglementation comme étant  $\phi$ . Nous aurons alors formellement l'ensemble suivant :  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$ ,  $R_0(\mathbf{x} \mid \phi) \subseteq \mathbb{R}_+^n$ . Notons que  $\phi$  peut contenir les prix des inputs, des outputs et les paramètres de la réglementation dictée par le gouvernement.

De façon équivalente, nous pouvons définir l'ensemble des besoins en facteurs de production respectant ces contraintes de réglementation :

$$R_I : \mathbb{R}_+^n \longrightarrow 2^{\mathbb{R}_+^m} \quad (2.74)$$

et  $\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$  nous avons  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi) \subseteq \mathbb{R}_+^m$ .

Ces deux correspondances, dépendantes, de la réglementation sont inversement liées. En effet, nous avons :

$$\mathbf{x} \in R_I(\mathbf{y} \mid \phi) \iff \mathbf{y} \in R_O(\mathbf{x} \mid \phi) \quad (2.75)$$

Nous pouvons, par conséquent, établir une axiomatique complète de la réglementation en production et donc définir la fonction de réglementation. De manière plus précise, il existe une axiomatique qui lie les ensembles de la réglementation  $R_I(\mathbf{x} \mid \phi)$  et  $R_O(\mathbf{y} \mid \phi)$  de la même manière qu'une axiomatique lie  $L(\mathbf{y})$  et  $P(\mathbf{x})$ . Pour la cohérence de la réglementation, l'ensemble des inputs réglementés  $R_I(\mathbf{x} \mid \phi)$  et l'ensemble des outputs réglementés  $R_O(\mathbf{y} \mid \phi)$  devraient être compatibles. Nous avons alors du côté de l'ensemble des besoins en facteurs de production réglementé :

$$R_I1. R_I(0 | \phi) = \mathbb{R}_+^m; 0 \notin R_I(\mathbf{y} | \phi), \mathbf{y} > 0$$

$$R_I2. \text{ Si } \|\mathbf{y}^l\| \longrightarrow +\infty \text{ lorsque } l \longrightarrow \infty \text{ alors } \bigcap_{l=1}^{+\infty} R_I(\mathbf{y}^l | \phi) = \emptyset$$

$$R_I3. R_I(\mathbf{y} | \phi) : \mathbb{R}_+^m \longrightarrow 2^{\mathbb{R}_+^n} \text{ est une correspondance fermée}$$

$$R_I4. \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n, R_I(\mathbf{y} | \phi) \subseteq R_I(\theta \mathbf{y} | \phi) \text{ pour } \theta \in [0, 1]$$

$$R_I5. \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \in R_I(\mathbf{y} | \phi) \text{ et pour tout } \lambda \geq 1 \implies \lambda \mathbf{x} \in R_I(\mathbf{y} | \phi)$$

Comme pour l'ensemble des besoins en facteurs de production, Ces cinq premières hypothèses peuvent être admises la plupart du temps pour l'ensemble des besoins en facteurs de production respectant les contraintes de réglementation. Dans certaines analyses, la faible disposition des inputs et des outputs ( $R_I4$  et  $R_I5$ ) sont remplacées par les hypothèses de libre disposition  $R_I6$  et  $R_I7$  suivantes :

$$R_I6. \forall \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2 \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{y}_1 \geq \mathbf{y}_2 \implies R_I(\mathbf{y}_1 | \phi) \subseteq R_I(\mathbf{y}_2 | \phi)$$

$$R_I7. \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x}_1 \in R_I(\mathbf{y} | \phi) \text{ et } \mathbf{x}_2 \geq \mathbf{x}_1 \implies \mathbf{x}_2 \in R_I(\mathbf{y} | \phi)$$

Cette libre disposition doit cependant être questionnée car sous l'angle des facteurs de production, elle implique que l'augmentation d'un de ces facteurs ne peut faire baisser le niveau de production. Cet ensemble  $R_I(\mathbf{x} | \phi)$  peut également suivant les situations, vérifier l'hypothèse de convexité suivante :

$$R_I8. R_I(\mathbf{y} | \phi) \text{ est convexe } \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$$

Cette hypothèse de convexité doit aussi être questionnée suivant les types de réglementation auxquels nous sommes confronté.

De la même manière, pour l'ensemble des productions possibles réglementé, nous avons :

$$R_O1. 0 \in R_I(\mathbf{x} | \phi) \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m; \mathbf{y} \notin R_O(0 | \phi), \mathbf{y} > 0$$

$R_{O2}$ .  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi)$  est borné  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$

$R_{O3}$ .  $R_I(\mathbf{x} \mid \phi) : \mathbb{R}_+^m \longrightarrow 2^{\mathbb{R}_+^n}$  est une correspondance fermée

$R_{O4}$ .  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{y} \in R_O(\mathbf{x} \mid \phi) \implies \theta \mathbf{y} \in R_O(\mathbf{x} \mid \phi), 0 \leq \theta \leq 1$

$R_{O5}$ .  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m, R_O(\mathbf{x} \mid \phi) \subseteq R_O(\lambda \mathbf{x} \mid \phi), \lambda \geq 1$  et  $\lambda \in \mathbb{R}$

Comme pour l'ensemble des produits, Ces cinq premières hypothèses peuvent être admises la plupart du temps pour l'ensemble des possibilités de production respectant les contraintes de réglementation. Dans certaines analyses, la faible disposition des inputs et des outputs ( $R_{O4}$  et  $R_{O5}$ ) sont remplacées par leurs libres dispositions  $R_{O6}$  et  $R_{O7}$  suivants :

$R_{O6}$ .  $\forall \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}_+^m, R_O(\mathbf{x}_1 \mid \phi) \subseteq R_O(\mathbf{x}_2 \mid \phi), \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x}_2$

$R_{O7}$ .  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m, \mathbf{y}_1 \in R_O(\mathbf{x} \mid \phi) \implies \mathbf{y}_2 \in R_O(\mathbf{x} \mid \phi), 0 \leq \mathbf{y}_2 \leq \mathbf{y}_1$

Cette libre disposition doit cependant être questionnée car sous l'angle des facteurs de production, elle implique que l'augmentation d'un de ces facteurs ne peut faire baisser le niveau de production. Cet ensemble peut également suivant les situations, vérifier l'hypothèse de convexité suivante :

$R_{O8}$ .  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi)$  est convexe  $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$

Cette hypothèse doit également être questionnée suivant les types de réglementation auxquels nous sommes confronté.

**Proposition 2.** *La correspondance de la réglementation output  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi)$  satisfait  $R_{O1} - R_{O5}$  si et seulement si la correspondance de la réglementation  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi)$  satisfait  $R_{I1} - R_{I5}$ , paire à paire.*

*Démonstration.* La démonstration est identique à celle de l'équivalence entre  $L$  et  $P$ .

□

De façon similaire à ce que nous avons fait pour  $L$  et  $P$ , on peut définir les isoquantes que l'on utilisera pour démontrer, en particulier, que la fonction de réglementation existe.

**Définition 3.** *L'isoquante de la réglementation input de  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi)$  est définie pour  $\mathbf{y} \geq 0$  par :  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi) := \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in R_I(\mathbf{y} \mid \phi), \lambda \in [0, 1]\}$  et  $IsoqR_I(0) := \{0\}$*

**Définition 4.** *L'isoquante de la réglementation output de  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi)$  est défini pour  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi) \neq \{0\}$  par :  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi) := \{\mathbf{y} \mid \mathbf{y} \in R_O(\mathbf{x} \mid \phi), \theta \mathbf{y} \notin R_O(\mathbf{x} \mid \phi), \theta > 1\}$  et pour  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi) = \{0\}$ ,  $IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi) := \{0\}$*

La fonction de réglementation est définie de la manière suivante :

**Définition 5.** *Une fonction  $h : \mathbb{R}_+^{m+n} \rightarrow \mathbb{R}_+$  satisfaisant les trois conditions suivantes :*

$$(i) \ R_O(\mathbf{y} \mid \phi) = \{\mathbf{x} : h(\mathbf{x}, \mathbf{y} \mid \phi) \leq 0\} \text{ et } R_I(\mathbf{x} \mid \phi) = \{\mathbf{y} : h(\mathbf{x}, \mathbf{y} \mid \phi) \leq 0\}$$

(ii) *Pour tout  $\mathbf{y} \geq 0$ , et  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi) \neq \emptyset$  nous avons :*

$$IsoqR_I(\mathbf{y} \mid \phi) = \{\mathbf{x} : h(\mathbf{x}, \mathbf{y} \mid \phi) = 0\}$$

(iii) *Pour tout  $\mathbf{x} \geq 0$ , et  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi) \neq \emptyset$  nous avons :*

$$IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi) = \{\mathbf{y} : h(\mathbf{x}, \mathbf{y} \mid \phi) = 0\}$$

*est appelée fonction de la réglementation.*

L'existence de cette fonction de la réglementation découle directement de la section précédente.

## Axiome 2.

$$B1. \ IsoqR_I(\theta \mathbf{y} \mid \phi) \cap R_I(\mathbf{y} \mid \phi) = \emptyset, \theta \neq 1$$

$$B2. \ IsoqR_O(\lambda \mathbf{x} \mid \phi) \cap R_O(\mathbf{x} \mid \phi) = \emptyset, \lambda \neq 1$$

$$B3. \ \mathbf{x} \in IsoqR_I(\mathbf{y} \mid \phi) \implies \mathbf{y} \in IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi)$$

$$B4. \ \mathbf{y} \in IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi) \implies \mathbf{x} \in IsoqR_I(\mathbf{y} \mid \phi)$$

**Lemme 3.**  $B1 \iff B3$  et  $B2 \iff B4$

*Démonstration.* La démonstration est identique à celle du lemme 1.  $\square$

**Lemme 4.**  $h(\mathbf{x}, \mathbf{y} \mid \phi)$  existe si et seulement  $\forall \mathbf{x} \geq 0, R_O(\mathbf{x} \mid \phi) \neq \{0\}$  et  $\forall \mathbf{y} \geq 0, R_I(\mathbf{y} \mid \phi) \neq \emptyset$ , nous avons la relation suivante :  $\mathbf{x} \in IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi) \iff \mathbf{y} \in IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi)$ .

*Démonstration.* Démonstration. Elle est identique à celle du lemme 2.  $\square$

**Proposition 3.**  $\forall \mathbf{x} \geq 0, \mathbf{y} \geq 0$ , tel que  $IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi) \neq \{0\}$ , et  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi) \neq \emptyset$ , une condition nécessaire et suffisante pour que la fonction de réglementation  $h(\mathbf{x}, \mathbf{y} \mid \phi)$  existe est que :  $IsoqR_O(\mathbf{x} \mid \phi) \cap IsoqR_O(\lambda \mathbf{x} \mid \phi) = \emptyset$  et  $IsoqR_I(\mathbf{y}) \cap IsoqR_I(\theta \mathbf{y}) = \emptyset$  pour tout scalaire positif  $\lambda$  et  $\theta$  différents de 1 ( $\theta \neq 1$  et  $\lambda \neq 1$ ).

*Démonstration.* La démonstration est identique à celle de proposition 1.  $\square$

A partir de là, nous nous déplaçons sur ce qui nous intéresse dans cette section : l'existence d'une structure de transformation réglementée. Nous essayons de construire rigoureusement un ensemble définissant la réglementation, cohérent, et qui de plus permettrait la caractérisation et vérifierait l'existence de la fonction de transformation réglementée. Il y a donc quelques points à mettre au clair à ce niveau. En effet, il peut y avoir une multitude de réglementations. Par exemple les contraintes rendant compte de la réglementation peuvent prendre la forme suivante :

1. Les différents types de pesticides ne sont pas tous assujettis aux mêmes conditions d'utilisation
2. Toutes les cultures n'ont pas les mêmes règles d'utilisation des pesticides
3. Nous pouvons observer des réglementations environnementales particulières

Afin de tenir compte de toutes ces réglementations particulières, nous indiquons les ensembles de réglementation. Cela nous conduit aux ensembles suivants :

$$R_I^e(\mathbf{x} \mid \phi_e) \text{ et } R_O^e(\mathbf{y} \mid \phi_e), \quad e = 1, \dots, r \quad (2.76)$$

$r$  rend compte des différents types de réglementation présentes.  $R_I^e(\mathbf{x} \mid \phi_e)$  est l'ensemble des besoins en facteur de production respectant la  $e - i\grave{e}me$  contrainte environnementale et  $R_O^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  est l'ensemble des productions possibles respectant également la  $e - i\grave{e}me$  contrainte environnementale. L'effet global de la réglementation sera donc connu sous :

$$R_I(\mathbf{x} \mid \phi) = \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{x} \mid \phi_e) \text{ et } R_O(\mathbf{y} \mid \phi) = \bigcap_{e=1}^r R_O^e(\mathbf{y} \mid \phi_e) \quad (2.77)$$

Comme défini plus haut, l'ensemble de la réglementation est définie à partir de ces ensembles. Plus précisément,  $h(\mathbf{x}, \mathbf{y} \mid \phi) \leq 0$  est définie si  $R_I(\mathbf{x} \mid \phi)$  et  $R_O(\mathbf{y} \mid \phi)$  satisfont les conditions indiquées plus haut. Il peut donc exister des conditions sur la technologie de réglementation agrégée. Avant de s'attaquer directement à la fonction de transformation réglementée, il faut comprendre les propriétés de ces deux ensembles. Nous savons que :

$$R_I(\mathbf{x} \mid \phi) = \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{x} \mid \phi_e) \text{ et } R_O(\mathbf{y} \mid \phi) = \bigcap_{e=1}^r R_O^e(\mathbf{y} \mid \phi_e) \quad (2.78)$$

L'ensemble des propriétés  $R_I1$  à  $R_I5$  et  $R_O1$  à  $R_O5$  seront préservées par l'intersection. Ces propriétés ont été énumérées plus haut.

**Proposition 4.** *Supposons que  $R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  satisfait  $R_I1$  à  $R_I5$  pour  $e = 1, \dots, r$  alors  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi)$  satisfait  $R_I1$  à  $R_I5$ .*

*Démonstration.*

$R_I1$ . Si  $R_I^e(0 \mid \phi_e) = \mathbb{R}_+^m \forall e = 1, \dots, r$  alors  $\bigcap_{e=1}^r R_I^e(0 \mid \phi_e) = \mathbb{R}_+^m$  ; Supposons que pour  $e = 1, \dots, r$  nous ayons  $0 \notin R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  pour tout  $\mathbf{y} \geq 0$  alors nous avons :  $0 \notin \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  pour tout  $\mathbf{y} \geq 0$ . Ce qui démontre  $R_I1$ .

$R_I2$ . Supposons que lorsque  $\|\mathbf{y}^l\| \rightarrow +\infty$  lorsque  $l \rightarrow \infty$  on a  $\bigcap_{l=1}^{+\infty} R_I^e(\mathbf{y}^l \mid \phi_e) = \emptyset$  pour  $e = 1, \dots, r$ . Soit  $\mathbf{x} \in R_I^e(\mathbf{y}^l \mid \phi_e)$  pour  $e = 1, \dots, r$ , cela implique que  $\mathbf{x} \in \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y}^l \mid \phi_e)$ . Par construction, il existe un  $L$  tel que pour  $l \geq L$  on ait  $\mathbf{x} \notin$

$R_I^e(\mathbf{y}^l \mid \phi_e)$ , d'où  $\mathbf{x} \notin \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y}^l \mid \phi_e)$ . Puisque  $\mathbf{x}$  est arbitraire, il s'ensuit que  $\lim_{L \rightarrow \infty} \bigcap_{l=1}^L \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y}^l \mid \phi_e) = \emptyset$ . Ce qui démontre  $R_I2$ .

$R_I3$ . Puisque  $R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e) : \mathbb{R}_+^m \rightarrow 2^{\mathbb{R}_+^n}$  est une correspondance fermée pour  $e = 1, \dots, r$ , alors pour  $\mathbf{y}$  donnée, les  $R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  contiennent tous les points limites. Puisque l'intersection d'ensemble fermé est un ensemble fermé, on a :  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi) = \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$ , pour  $e = 1, \dots, r$  est un ensemble fermé. Puisque ceci tient pour chaque  $\mathbf{y}$  ( $R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  est une correspondance fermée en  $\mathbf{y}$ ) alors  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi)$  est fermé. Ce qui démontre  $R_I3$ .

$R_I4$ . Supposons que  $\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$ ,  $R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e) \subseteq R_I^e(\theta \mathbf{y} \mid \phi_e)$  pour  $\theta \in [0, 1]$  et  $e = 1, \dots, r$ . Si  $\mathbf{x} \in R_I^e(\theta \mathbf{y} \mid \phi_e)$  pour  $e = 1, \dots, r$  alors  $\mathbf{x} \in R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  pour  $e = 1, \dots, r$ . Donc  $\mathbf{x} \in R_I(\theta \mathbf{y} \mid \phi) = \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\theta \mathbf{y} \mid \phi_e)$  implique que  $\mathbf{x} \in R_I(\mathbf{y} \mid \phi) = \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  et  $R_I(\mathbf{y} \mid \phi) \subseteq R_I(\theta \mathbf{y} \mid \phi)$ . Ce qui démontre  $R_I4$ .

$R_I5$ . Supposons que  $\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$  on ait  $\mathbf{x} \in R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$  pour  $e = 1, \dots, r$ . Clairement, il s'ensuit que  $\mathbf{x} \in \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$ . Puisque par  $R_I5$   $\lambda \mathbf{x} \in R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$ ,  $e = 1, \dots, r$  alors,  $\lambda \mathbf{x} \in \bigcap_{e=1}^r R_I^e(\mathbf{y} \mid \phi_e)$ ,  $e = 1, \dots, r$ . Ce qui démontre  $R_I5$ .

□

**Proposition 5.** *Supposons que  $R_O^e(\mathbf{x} \mid \phi_e)$  satisfait  $R_O1$  à  $R_O5$  pour  $e = 1, \dots, r$  alors  $R_O(\mathbf{x} \mid \phi)$  satisfait  $R_O1$  à  $R_O5$ .*

*Démonstration.* La procédure de démonstration est identique à la précédente. □

### 2.6.3 La technologie de transformation réglementée

Pour qu'une technologie de transformation soit admissible dans un univers réglementé, il faut, pour  $\mathbf{y}$  donné, que :  $\mathbf{x} \in L(\mathbf{y})$  et  $\mathbf{x} \in R_I(\mathbf{y} \mid \phi)$ .

Nous avons donc le nouvel ensemble des besoins en facteurs de production suivant :

$$\mathbf{x} \in L(\mathbf{y}) \cap R_I(\mathbf{y} \mid \phi) \equiv L^R(\mathbf{y}) \quad (2.79)$$

Inversement, pour que la technologie de production soit admissible, nous devons avoir pour  $\mathbf{x}$  donnée :  $\mathbf{y} \in P(\mathbf{x})$  et  $\mathbf{y} \in R_O(\mathbf{x} | \phi)$

Cela nous donne le nouvel ensemble des productions suivante :

$$\mathbf{y} \in P(\mathbf{x}) \cap R_O(\mathbf{x} | \phi) \equiv P^R(\mathbf{x}) \quad (2.80)$$

Nous pouvons donc écrire :

$$\mathbf{x} \in L(\mathbf{y}) \cap R_I(\mathbf{y} | \phi) \iff \mathbf{y} \in P(\mathbf{x}) \cap R_O(\mathbf{x} | \phi) \quad (2.81)$$

Cette relation peut également s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{x} \in L^R(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in P^R(\mathbf{x}) \quad (2.82)$$

avec :

$$P^R(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} | \mathbf{x} \in L^R(\mathbf{y})\} \text{ et } L^R(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} | \mathbf{y} \in P^R(\mathbf{x})\} \quad (2.83)$$

Pour la construction de la technologie de transformation réglementée, nous devons faire quelques hypothèses sur ces ensembles. Ces hypothèses ne sont pas très éloignées de celles que nous avons déjà spécifiées. Nous travaillerons avec les hypothèses sur  $R_I(\mathbf{x} | \phi)$  et  $R_O(\mathbf{y} | \phi)$ .

### Hypothèse 1.

- i) La technologie satisfait L1 – L5 et P1 – P5*
- ii) La réglementation satisfait R<sub>I</sub>1 – R<sub>I</sub>5 et R<sub>O</sub>1 – R<sub>O</sub>5*

Le concept crucial à ce stade est l'existence des isoquantes. Nous savons qu'elles sont définies pour des ensembles spécifiques. Notons que si  $L$ ,  $P$ ,  $R_I$  et  $R_O$  sont fermés, alors :  $L \cap R_I$  et  $P \cap R_O$  sont également des ensembles fermés. Ceci permet de définir les isoquantes seront comme suit :

**Proposition 6.** *Si  $L$ ,  $P$ ,  $R_I$  et  $R_O$  sont fermés ( $L3$ ,  $P3$ ,  $R_I3$  et  $R_O3$  sont satisfaites)*

alors :  $IsoqP^R(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} \mid \mathbf{y} \in P^R(\mathbf{x}), \theta \mathbf{y} \notin P^R(\mathbf{x}), \theta > 1\}$  et  $IsoqL^R(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in L^R(\mathbf{y}), \lambda \mathbf{x} \notin L^R(\mathbf{y}), \lambda \in [0, 1]\}$

*Démonstration.* La démonstration découle naturellement du fait que  $L$ ,  $P$ ,  $R_I$  et  $R_O$  sont fermés. Leurs intersections forment alors des ensembles fermés.  $\square$

Nous pouvons noter qu'avec l'hypothèse de faible disposition sur les ensembles de production et de réglementation, les ensembles :  $L^R = L \cap R_I$  et  $P^R = P \cap R_O$  seront bien définis.

Nous avons les propriétés suivantes qui caractérisent les isoquantes précédemment définies :

**Axiome 3.**

$$A3.1. IsoqL^R(\theta \mathbf{y}) \cap IsoqL^R(\mathbf{y}) = \emptyset, \theta \neq 0$$

$$A3.2. IsoqP^R(\lambda \mathbf{x}) \cap IsoqP^R(\mathbf{x}) = \emptyset, \lambda \neq 0$$

$$A3.3. \mathbf{x} \in IsoqL^R(\mathbf{y}) \Rightarrow \mathbf{y} \in IsoqP^R(\mathbf{x})$$

$$A3.4. \mathbf{y} \in IsoqP^R(\mathbf{x}) \Rightarrow \mathbf{x} \in IsoqL^R(\mathbf{y})$$

**Lemme 5.**  $A3.1. \iff A3.3$  et  $A2.3. \iff A3.4$

*Démonstration.* La démonstration est identique à celle du lemme 1  $\square$

La technologie de transformation réglementée est donc définie sur l'intersection des sections d'inputs et d'outputs de l'ensemble de transformation. Cette définition reposera sur la cohérence entre les isoquantes et le comportement intérieur de l'ensemble.

**Définition 6.** Une fonction  $F^R : \mathbb{R}_+^{m+n} \mapsto \mathbb{R}_+$  satisfaisant les trois conditions suivantes :

$$(i) P^R(\mathbf{x}) := \{\mathbf{y} : F^R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0\} \text{ et } L^R(\mathbf{y}) := \{\mathbf{x} : F^R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0\}$$

$$(ii) \text{ Pour tout } \mathbf{y} \geq 0 \text{ et } L^R(\mathbf{y}) \neq \emptyset \text{ nous avons : } IsoqL^R(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} : F^R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0\}$$

$$(iii) \text{ Pour tout } \mathbf{x} \geq 0 \text{ et } P^R(\mathbf{x}) \neq \emptyset \text{ nous avons : } IsoqP^R(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} : F^R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0\}$$

Alors on dit que  $F^R$  est une fonction de transformation réglementée.

**Lemme 6.**  $F^R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  existe si et seulement si pour tout  $\mathbf{x} \geq 0$ ,  $P^R(\mathbf{x}) \neq \{0\}$  et  $\forall \mathbf{y} \geq 0$  et  $L^R(\mathbf{y}) \neq \emptyset$  on a alors :  $\mathbf{x} \in L^R(\mathbf{y}) \iff \mathbf{y} \in P^R(\mathbf{x})$

*Démonstration.* La démonstration est identique à celle du lemme 2 □

**Proposition 7.** Pour tout  $\mathbf{x} \geq 0$ ,  $\mathbf{y} \geq 0$  tel que  $P^R(\mathbf{x}) \neq \{0\}$ ,  $L^R(\mathbf{y}) \neq \emptyset$ , une condition nécessaire et suffisante pour que la fonction de production réglementée  $F^R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$  existe est que :  $IsoqP^R(\mathbf{x}) \cap IsoqP^R(\lambda\mathbf{x}) = \emptyset$  et  $IsoqL^R(\mathbf{y}) \cap IsoqP^R(\theta\mathbf{y}) = \emptyset$  pour tout scalaire positif  $\lambda$  et  $\theta$  différents de 1 ( $\theta \neq 1$  et  $\lambda \neq 1$ ).

*Démonstration.* Cette démonstration est identique à celle de la proposition 1. □

Dans cette section, en partant de l'axiomatique de la fonction de production, nous avons démontré l'existence de la technologie de transformation des facteurs de production en productions tenant compte de la réglementation et procédé à sa caractérisation. Cette technologie de transformation réglementée permet de coller au plus près de la réalité des entités économiques sous évaluation. Notons qu'une caractérisation plus complète des propriétés de la technologie de transformation est possible en augmentant les hypothèses sur la technologie et la réglementation (par exemple la convexité ou quasi-concavité des correspondances de production. Cela nous entrainerait au delà des nécessités théoriques de cette thèse. Le lecteur intéressé est invité à lire Ayouba et Vigeant [2015] pour une complète caractérisation et quelques exemples concrets de réglementation satisfaisant les hypothèses mentionnées ici.

## 2.7 Conclusion

Ce chapitre a permis globalement la présentation du cadre axiomatique de l'analyse théorique et de l'approximation empirique des technologies de production multi-outputs. Ce cadre sert aussi à l'estimation de l'efficacité technique d'un secteur économique donné. Dans un premier temps, les différentes représentations de la technologie, de sa frontière, ainsi que les propriétés qu'elle vérifie ou qu'elle peut assumer ont été exposées. Ensuite, l'efficacité technique d'une entité de production est définie de manière théorique comme étant sa déviation par rapport à la frontière de la technologie

de production construite sur les hypothèses précédentes. Elle peut prendre des expressions diverses, suivant les hypothèses faites sur la technologie sous-jacente (convexité, rendement d'échelle constants, etc.). Dans un deuxième temps, les méthodologies paramétriques et non paramétriques permettant d'estimer cette frontière de production théorique sont exposées. Les avantages et les inconvénients de ces approches sont aussi exposés. Ces approximations ont permis d'une part dans ce chapitre de fournir les estimations de l'efficacité technique qui seront utilisées dans la suite de cette thèse et d'autre part de procéder à son analyse inter-temporelle via l'indice de Malmquist. Enfin, dans un troisième temps, partant de cette caractérisation « standard » nous avons démontré l'existence de la technologie de transformation réglementée et procédé à sa caractérisation. Cette technologie de transformation réglementée permet de coller au plus près de la réalité des entités économiques sous évaluation.



## Chapitre 3

# Présentation du département d'Eure-et-Loir et de la base de données utilisée

### 3.1 Introduction

Le département d'Eure-et-Loir (28), a pour chef-lieu Chartres et est l'un des six départements de la région centre. C'est un département rural qui couvre une superficie de 593 200 hectares. Il est situé au sud-ouest de l'agglomération parisienne et comprend au nord le Thymerais, à l'est la Beauce, au sud le Dunois et à l'ouest le Perche. La Beauce se caractérise par de très grandes étendues de terres labourables. C'est aussi la zone la plus fertile du département. Le Perche est quant à lui une zone accidentée, formée de collines. Les deux zones restantes offrent un paysage plus diversifié avec beaucoup de forêts. Ce département comptait 423 559 habitants en 2008.

### 3.2 La place de l'agriculture en Eure-et-Loir

Le département d'Eure-et-Loir est un acteur économique majeur dans la production de céréales et d'oléo-protéagineux (*COP*) en France : il est le premier céréalier français et occupe le premier rang national pour la production de colza et de pois protéagineux.

Plus de 85 % de la surface agricole utile du département est consacrée à ces cultures *COP*. Cinq cultures *COP* accaparent à elles seules 93 % des surfaces totales consacrées aux productions *COP*. Ces cultures sont le blé tendre, le blé dur, les orges, le maïs et le colza. Le blé tendre sort de ce lot avec près de 40 % de la surface agricole totale consacrée aux *COP*.

Cette forte spécialisation en grandes cultures fait de l'agriculture un pilier de l'économie d'Eure-et-Loir. La conséquence de cette observation est donc que l'économie de ce département dépend beaucoup de l'environnement extérieur, *i.e.* des conditions auxquelles sont confrontées les exploitants agricoles. En effet, la volatilité des prix observée sur les marchés céréaliers est une grande source d'instabilité pour les revenus des exploitants agricoles du département. Aussi, les différentes réformes de la politique agricole commune ont certainement des conséquences financières et structurelles assez importantes sur ces exploitations agricoles.

L'enquête structure réalisée en 2007 (Agreste [2007]) montre qu'en Eure-et-Loir la surface moyenne par exploitation est de 104 hectares. Cette surface moyenne est de 77,27 hectares à l'échelle nationale. Aussi, plus de 24 % de la surface agricole utile est occupée par des exploitations de plus de 200 ha. Ce chiffre, pour comparaison est de 20,66 % à l'échelle nationale. En comparant ces résultats à ceux de l'enquête structure de 2000, on constate une diminution du nombre des exploitations agricoles (le département a perdu 850 exploitations agricoles entre les deux périodes) et une augmentation de la surface moyenne par exploitation : en 2007, 48 % des exploitations ont une surface d'au moins 100 ha contre 38 % en 2000. Le potentiel agricole du département s'est donc concentré au fil des années sur des exploitations moins nombreuses mais de plus en plus grandes. Enfin concernant la main d'oeuvre, nous pouvons remarquer qu'entre 2000 et 2007, la population agricole a reculé dans cette région de 19,2 %. Cela est le fait en grande partie de la mécanisation qui prend des proportions plus importantes au détriment de son substitut classique qu'est le travail.

### 3.3 La base de données mobilisée

La base de donnée utilisée dans cette thèse provient du centre de gestion d'Eure-et-Loir (CERFRANCE Alliance Centre). La participation des agriculteurs au recensement ayant produit cette base, d'une année à une autre, est volontaire. Pour les agriculteurs participants, l'anonymat des données collectées est garanti. Cette base de donnée va de 2004 à 2008 et compte 8434 observations. Notons qu'étant donné que la participation des agriculteurs est volontaire d'une année à une autre, comme signalé plus haut, nous ne disposons pas d'un panel cylindré. Nous n'avons donc pas forcément les mêmes exploitations d'une année à une autre. Cette base de données fournit aussi bien des informations sur la structure des exploitations agricoles (répartition de la surface agricole totale entre les cultures, composition de la main d'oeuvre, etc.) que sur l'organisation et le fonctionnement de ces dernières (productions réalisées, état financier, les consommations intermédiaires engagées, etc.).

Afin d'éviter l'utilisation de données atypiques et de rendre compatible cette base de données à nos analyses, nous réalisons un certain nombre de transformations. Dans un premier temps, nous ne conservons que les exploitations agricoles ayant une durée d'exercice (*DUREE – EXE*) de 12 mois, des surfaces agricoles utiles (*TOTSAU*) et une main d'oeuvre totale (*TOTUTH*) strictement positives. Dans un second temps, les productions animales (*PRODANIMAL*) positives sont enlevées de l'échantillon. Cela nous permet de ne nous focaliser que sur les exploitants agricoles qui ne font que de la production végétale et qui sont notre sujet d'étude dans cette thèse. En d'autres termes, nous ignorons toutes les exploitations agricoles qui font partiellement ou totalement de l'élevage. Mentionnons enfin qu'au niveau de ces productions végétales (*PRODVEG*), nous ne retenons aussi que les valeurs strictement positives. Une fois toutes ces opérations réalisées, nous nous retrouvons avec un échantillon de 4509 observations.

Après ce premier traitement de la base de données, nous essayons de détecter et de supprimer les valeurs extrêmes encore présentes dans l'échantillon. A titre d'exemple,

nous observons beaucoup exploitations dont la surface agricole totale (*TOTSAU*) est très faible (par exemple 0,15 hectare) et qui affichent des productions végétales totales (*PRODVEG*) très élevées (120337 Euros). Afin d'éviter d'intégrer ces données atypiques dans l'analyse, nous enlevons les observations pour lesquelles le ratio donné par la variable production végétale totale (*PRODVEG*) sur le coût total de production est inférieur à leur moyenne moins trois fois l'écart type et supérieur à leur moyenne plus trois fois l'écart type. Nous reviendrons dans ce qui suit sur le calcul de la variable « coût total de production ». Cela nous donne un échantillon de 3636 exploitations agricoles, constitué plus précisément de 171 exploitations agricoles en 2004, 951 exploitations en 2005, 927 en 2006, 924 en 2007 et 663 exploitations en 2008.

Pour finir le traitement de la base de données, nous enlevons l'année 2004 au vu de sa taille négligeable comparée aux autres années. Nous enlevons aussi les deux valeurs négatives trouvées en inspectant la variable semences (*SEMENCE*). Nous obtenons un échantillon final ayant 3462 observations. Leur répartition suivant les années est la suivante : 950 exploitations en 2005, 926 en 2006, 924 en 2007 et 662 en 2008. Ce sera sur cet échantillon que s'appuieront toutes les analyses menées dans cette thèse.

### 3.3.1 Les différentes variables utilisées dans l'analyse

Dans cette section, nous présentons les différentes variables extraites de la base de données et détaillons leur construction. Ces variables seront, comme mentionné plus haut utilisées dans les différentes analyses menées dans cette thèse.

#### 3.3.1.1 La production

Avant de procéder à la description des variables de production, précisons que nous avons 24 cultures dans notre échantillon. Ces cultures sont les suivantes : blé tendre, blé dur, orge de printemps, orge d'hiver, maïs, avoine, maïs irrigué, blé de force, autres céréales, pois protéagineux, betterave sucrière, pomme de terre de consommation, colza d'hiver, lin, oeillette, tournesol, luzerne déshydratée, autres cultures industrielles, cultures fourragères, cultures fruitières, cultures légumières et horticulture. Nous avons pour

chacune de ces cultures la production en tonnes, sauf pour les variables autres céréales et autres cultures industrielles. Etant donné que nous ne pouvons pas utiliser ces 24 outputs dans nos analyses et que nous ne pouvons additionner ces quantités, nous utilisons les blocs de variables agrégées, en euros, présentes dans la base de données. Ces blocs sont la production céréalière, la production industrielle et les autres productions. Dans ce qui suit, nous allons détailler la composition de ces trois blocs.

#### **3.3.1.1.1 La variable productions céréalières**

Le bloc de productions céréalières est formé par les cultures suivantes : blé tendre, blé dur, orge de printemps, orge d'hiver, maïs, avoine, maïs irrigué, blé de force et autres céréales. Il est exprimé en euros.

#### **3.3.1.1.2 La variable productions industrielles**

La variable productions industrielles est formée des pois protéagineux, de la betterave sucrière, de la pomme de terre de consommation, du colza d'hiver, du lin, de l'oeillette, du tournesol, de la luzerne déshydratée et des autres cultures industrielles. Elle est aussi exprimée en euros.

#### **3.3.1.1.3 Les autres productions**

La variable autres productions est elle formée par les cultures fourragères, fruitières et légumières (parmi les cultures légumières nous avons les pois de consommation, les haricots et les autres légumes) ainsi que de l'horticulture. Elle est elle aussi exprimée en euros.

#### **3.3.1.1.4 La production totale**

La production totale est formée par la somme des trois blocs de production présentés plus haut : la production céréalière, la production industrielle et les autres productions. Cette variable est exprimée en euros.

Suivant les analyses menées dans cette thèse, nous utilisons soit la variable « production totale », soit les trois blocs de variables pour tenir compte du fait que des productions

différentes impliquent des utilisations différentes de facteurs de production.

### 3.3.1.2 La variable pesticides

La variable pesticides (*PHYTOS*) reprend les charges découlant des achats des produits chimiques de protection des plantes. Elle est constituée d'herbicides, de fongicides, d'insecticides, etc. Cette variable est exprimée en euros.

### 3.3.1.3 La surface agricole utile totale

La variable terre (*TOTSAU*) rend compte de la surface agricole utile de chaque exploitation agricole. Elle est exprimée en hectares (ha). Cette variable est constituée, pour une exploitation agricole donnée, de la somme de la surface agricole exploitée en fermage ( $FV - FERM$ ) et de la surface agricole appartenant à l'exploitant agricole ( $FV - PROP$ ). Signalons également que cette surface agricole totale peut s'obtenir en ajoutant les surfaces laissées en jachère aux surfaces des 24 cultures présentes dans notre échantillon.

### 3.3.1.4 La main d'oeuvre totale

La variable travail (*TOTUTH*) est obtenue par la somme de la main d'oeuvre familiale ( $MO - TF$ ) et de la main d'oeuvre salariée ( $MO - TS$ ). Elle est exprimée en unité de travail annuel (*UTA*). L'unité de travail annuel est une mesure de la quantité de travail humain fourni sur chaque exploitation. Elle équivaut au travail d'une personne travaillant à plein temps pendant une année.

### 3.3.1.5 Les amortissements

Nous allons, à l'aide de la variable amortissements (*AMORTISST*), approximer le niveau de mécanisation et d'équipements en bâtiments de chaque exploitation agricole étudiée. Cette variable est exprimée en euros.

### 3.3.1.6 Les consommations intermédiaires

La variable consommations intermédiaires est constituée par la somme des charges opérationnelles et des charges de structures. Les charges opérationnelles comprennent : la variable engrais (*ENGRAIS*) et la variable semences (*SEMENCE*). Les charges structurelles comprennent, elle, la variable carburants (*CARBURANT*), l'eau, le gaz et l'électricité (*EAU – EDF*), l'entretien et réparation (*ENTRETIEN*) et les charges découlant des travaux réalisés par des tiers (*TIERSVEG*) au niveau de chaque exploitation agricole. Cette variable est exprimée en euros.

### 3.3.1.7 La variable aides découplées de la PAC

La réforme de la politique agricole commune de 2003 (accords de Luxembourg) a en 2006 amené en pratique le découplage des aides reçues par les agriculteurs. La variable aides découplées (*SUBVENTION*) reprend toutes les aides reçues par les agriculteurs qui ne sont liées ni aux productions réalisées, ni aux surfaces ensemencées. Elles sont versées aux agriculteurs, sur la base des aides reçues en 2000, 2001 et 2002, à condition que ces derniers respectent un certain nombre d'exigences environnementales. Cette variable est exprimée en euros.

### 3.3.1.8 Le coût total de production

Le coût total de production, dans cette thèse, est donné par la somme des charges suivantes : les charges engendrées par les achats d'engrais (*ENGRAIS*), de pesticides (*PHYTOS*), de semences (*SEMENCE*), les charges provenant de l'achat de carburant (*CARBURANT*), d'eau et d'électricité (*EAU – EDF*), de l'entretien (*ENTRETIEN*) des exploitations agricoles, les charges découlant des travaux réalisés par des tiers (*TIERSVEG*), les amortissements (*AMORTISST*), les charges liées au foncier et les charges liées à la main d'oeuvre. Les coûts qui viennent d'être listés sont tous connus et disponibles dans notre base de données, à l'exception des deux derniers : le coût du foncier et le coût de la main d'oeuvre. Dans ce qui suit, nous détaillons le calcul de ces deux coûts de production. Pour le calcul du coût du foncier, la variable charges

locatives (*FERMAGE*) présente dans notre échantillon est extraite. Elle correspond au coût de la surface en fermage ( $FV - FERM$ ) pour une exploitation donnée. Rappelons, avant d'aller plus loin, que le fermage est un type de bail rural dans lequel un propriétaire confie à un agriculteur (un preneur) le soin de cultiver une terre pendant une période non négligeable en échange d'un loyer annuel fixe. Afin d'avoir le coût total du foncier, *i.e.* intégrer aussi le coût des terres appartenant à l'exploitant agricole ( $FV - PROP$ ), nous procédons comme suit : *i*) nous calculons le ratio donné par le rapport de ces charges locatives sur la surface fermage. Cela nous donne un coût moyen du foncier par hectare, *ii*) nous calculons le prix total du foncier en faisant le produit de ce coût moyen par la surface totale utilisée. Nous calculons pour finir le coût de la main d'oeuvre à partir de la variable charges de personnel (*CHARGPERS*). Cette variable reprend toutes les charges relatives au personnel salarié ( $MO - TS$ ) d'une exploitation agricole donnée. Afin d'avoir un coût total de la main d'oeuvre, constitué de la main d'oeuvre salariée ( $MO - TS$ ) et de la main d'oeuvre familiale ( $MO - TF$ ), nous procédons comme suit : *i*) nous calculons le coût de la main d'oeuvre familiale en attribuant à chaque unité de cette main d'oeuvre un SMIC annuel net, *ii*) nous additionnons ce coût de la main d'oeuvre familiale à celui de la main d'oeuvre salariée (*CHARGPERS*). Dans les analyses figurant dans cette thèse, la somme de ces différentes charges en euros représentera notre coût total de production.

### 3.3.1.9 Les autres variables apparaissant dans les analyses

Dans cette thèse, en plus des variables citées plus haut, un certain nombre de variables « environnementales » sont considérées dans les différentes analyses réalisées. Il s'agit plus précisément du taux d'endettement de court et moyen terme, du taux d'endettement de long terme, de la part des surfaces céréalières dans la surface agricole totale, de la part des surfaces industrielles dans la surface agricole totale, de la part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale et de la part des terres appartenant à l'exploitant dans la surface agricole totale.

Le taux d'endettement de court et moyen terme et le taux d'endettement de long terme

renseignent sur les réserves de liquidités financières de l'exploitation agricole étudiée. Etant donnée que nous n'avons pas ces variables explicitement dans notre base de données, il nous faudra les calculer à partir des données existantes. Nous commençons par former la variable « dettes de long terme » qui est donnée par l'addition des trois variables suivantes, présentes dans notre base de données : les emprunts d'exploitation (*EMPEXP*), les emprunts liés au foncier (*EMPFONCIER*) et les autres emprunts (*AUEMPRUNT*). Ensuite nous obtenons la variable « dettes de court et moyen terme » en soustrayant les dettes de long terme calculées au total des dettes (*TOTALDETTE*). Cette dernière variable est aussi présente dans notre base. Finalement, Le taux d'endettement de court et moyen terme et le taux d'endettement de long terme que nous utilisons sont donnés, respectivement, par le rapport entre la variable « dettes de court et moyen terme » et la variable « Capitaux propres » (*KPROPRES*) et le rapport entre la variable « dettes de long terme » et la variable « Capitaux propres ».

La part des surfaces céréalières dans la surface agricole totale et la part des surfaces industrielles dans la surface agricole totale permettront de tenir compte de la spécialisation des exploitations agricoles. Elles sont données respectivement par le rapport entre la surface céréalière (*SAU – CER*) et la surface totale (*TOTSAU*) et le rapport entre la surface industrielle (*SAU – IND*) et la surface totale (*TOTSAU*).

La variable part de la main d'oeuvre familiale (*MO – TF*) dans la main d'oeuvre totale (*TOTUTH*) permet de son côté d'avoir une idée de la taille de l'exploitation analysée. Plus ce rapport sera élevé, plus l'exploitation étudiée sera grande. Enfin, la variable part des terres appartenant à l'exploitant (*FV – PROP*) dans la surface agricole totale (*TOTSAU*) permet de caractériser l'exploitant agricole.

### 3.3.2 Déflation des variables nominales

Dans cette section, nous présentons les indices de prix que nous utilisons afin de déflater nos variables d'intérêt, en valeur, présentées plus haut.

### 3.3.2.1 Déflation de la variable productions céréalières

Ce bloc est formé comme mentionné plus haut des neuf cultures suivantes : blé tendre, blé dur, orge de printemps, orge d'hiver, maïs, avoine, maïs irrigué, blé de force et autres céréales. Les indices de prix disponibles sur le site de l'INSEE sont les suivants : blé tendre, blé dur, avoine, maïs, orge de printemps (voir INSEE [Cer1]). Cette référence donne un chemin permettant d'accéder sur le site de l'INSEE à un tableau que nous avons réalisé contenant les indices des prix de ces quatre cultures. Ces indices se trouvent dans la série des indices de l'INSEE intitulée : indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP). Pour l'orge d'hiver, on considère l'indice de l'orge de printemps. En ce qui concerne, le maïs irrigué, on reporte l'indice du maïs. Les indices du blé de force seront considérés comme étant les mêmes. Enfin, pour la variable autres céréales, on utilise l'indice des prix céréales disponible également sur le site de l'INSEE (voir INSEE [Cer2]). Cette référence donne aussi un chemin permettant de retrouver l'indice des prix de la variable autres céréales sur le site de l'INSEE<sup>1</sup>. Tous ces indices sont consignés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 – Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - Séries brutes

	2005	2006	2007	2008
Blé tendre	100,000	120,000	189,340	190,000
Blé dur	100,000	107,000	174,025	218,440
Orge de printemps	100,000	114,82	193	169,310
Orge d'hiver	100,000	114,820	193,000	169,310
Maïs	100,000	115,350	164,600	161,880
Avoine	100,000	137,025	197,190	208,000
Maïs irrigué	100,000	115,350	164,600	161,880
Blé de force	100,000	120,000	189,340	190,000
Autres céréales	100,000	117,500	183,100	179,300

Nous constituons un indice composite à l'aide de ces différents indices. Il sera donné par la formule suivante :

1. Les références à venir sur les indices de prix suivront la même logique. Soit elles permettent d'accéder à un indice de prix spécifique, soit elles permettent d'accéder à un tableau d'indices de prix que nous avons préalablement constitué sur le site de l'INSEE.

$$I_{cer.} = \sum_{i=1}^{nc} w_i \times p_i \quad (3.1)$$

avec  $w_i = TOTS AU_i / (SAU - CER)$ .  $p_i$  est l'indice des prix de la production céréalière  $i$ . Comme précisé plus haut, neuf productions ( $nc = 9$ ) forment la variable production céréalière.  $TOTS AU_i$  est la surface agricole utile de l'exploitation  $i$  et  $SAU - CER$  est la surface utilisée par toutes les neuf cultures céréalières. Lorsque la variable  $SAU - CER$  est nulle, la variable production céréalière est également nulle et nous n'avons donc pas besoin d'indice composite. Cet indice composite obtenu est utilisé pour déflater la variable productions céréalières.

### 3.3.2.2 Déflation de la variable productions industrielles

Le deuxième bloc d'output est la variable productions industrielles. Ce bloc est formé des cultures suivantes : pois protéagineux, betterave sucrière, pomme de terre de consommation, colza d'hiver, lin, l'oeillette, tournesol, luzerne déshydratée et de la variable « autres cultures industrielles ». Nous disposons sur le site de l'INSEE des indices des prix des cultures suivantes : pois protéagineux, betteraves sucrières, pomme de terre de consommation, colza d'hiver, lin, tournesol et luzerne déshydratée et oeillette (voir INSEE [Ind1] et INSEE [Ind2]). Pour ce qui est de la variable « autres cultures industrielles », nous n'avons pas pu trouver d'indice de prix. Etant donné que sa contribution à la variable production industrielle est faible (la surface de ces cultures représente en moyenne 1,2349 % de la surface totale allouée aux productions industrielles), nous décidons de les ignorer dans le calcul de l'indice composite visant à déflater la variable productions industrielles. Les indices de prix de ces différentes cultures sont consignés dans le tableau 3.2.

Le calcul de cet indice composite suit la même logique que celui des cultures céréalières. L'indice obtenu servira à déflater la variable productions industrielles.

Tableau 3.2 – Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - Séries brutes

	2005	2006	2007	2008
Pois protéagineux	100,000	111,700	181,200	183,700
Betteraves	100,000	81,800	74,100	71,000
Pommes de terre	100,000	159,300	177,700	121,600
Colza	100,000	119,400	150,000	188,500
Tournesol	100,000	96,600	163,100	160,900
Lin	100,000	111,500	94,300	56,600
Oeillette	100,000	111,500	118,100	117,900
Luzerne déshydratée	100,000	97,130	110,175	171,360

### 3.3.2.3 Déflation de la variable autres productions

C'est notre dernier bloc d'outputs. Il est formé par les cultures suivantes : fourrages, fruits, pois de consommation, haricots, autres légumes et horticulture. Nous disposons sur le site de l'INSEE des indices de prix des cultures suivantes : fourrages, fruits, légumes et horticulture (voir INSEE [Oth]). L'indice des prix des légumes servira à déflater nos trois cultures légumières (pois de consommation, haricots et autres légumes). Ces différents indices sont consignés dans le tableau 3.3.

Tableau 3.3 – Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - Séries brutes

	2005	2006	2007	2008
Fourrages	100,000	98,300	133,800	192,200
Fruits	100,000	111,300	118,200	133,300
Haricots	100,000	110,100	110,700	107,100
Pois de consommation	100,000	110,100	110,700	107,100
Autres Légumes	100,000	110,100	110,700	107,100
Horticulture	100,000	105,600	102,600	108,900

Nous constituons un indice composite à l'aide de ces indices de prix. La règle de calcul est identique à celle adoptée pour calculer l'indice composite visant à déflater les productions céréalières. L'indice obtenu servira à déflater la variable autres productions.

### 3.3.2.4 Déflation des autres variables de production

La variable consommations intermédiaires sera déflatée dans nos analyses par l'indice des prix des moyens de production agricoles (IP des moyens de production agricole) disponible sur le site de l'INSEE (voir INSEE [Con]). Cet indice capture les fluctuations des prix d'achat des consommations intermédiaires agricoles (énergie, semences, fertilisants, etc.).

La variable amortissements sera elle déflatée par l'indice des prix des biens d'investissements (IP biens d'investissements) disponible également sur le site de l'INSEE (voir INSEE [Dep]). Cet indice capture les fluctuations des prix d'achat des composantes de la variable amortissements (équipements agricoles (tracteurs, moissonneuses, etc.) et les structures agricoles (bâtiments)).

La variable consommation de pesticides est déflatée elle par l'indice des prix des moyens de protection des cultures (IP moyens de protection des cultures), disponible sur le site de l'INSEE (INSEE [Pest]). Cet indice capte les fluctuations des prix des produits visant à protéger les cultures : fongicides, insecticides et herbicides.

Enfin, la variable aides découplées de la politique agricole commune est déflatée par l'indice des prix des moyens de production agricoles, indice général (IP des moyens de production agricole). Remarquons que ce même indice a été utilisé pour déflater les consommations intermédiaires. Il est utilisé ici car les aides sont souvent utilisées pour couvrir les charges d'exploitations (consommations intermédiaires). Ces différents indices sont répertoriés dans le tableau 3.4.

Tableau 3.4 – Indices des prix servant à déflater les autres facteurs de production

	2005	2006	2007	2008
IP des biens d'investissements	100	102,7	106,3	112,4
IP des moyens de production agricoles	100	102,8	108,8	122,8
IP des moyens de protection des cultures	100	100,2	100,2	103,5

Nous pouvons remarquer que les prix mondiaux et nationaux de nombreux produits agricoles ont fortement augmenté vers le milieu-fin de l'année 2006 et de manière plus prononcée sur toute l'année 2007. Ils ont continué à croître au cours de l'année 2008. L'observation des indices de prix d'après 2008 permet d'observer une certaine stabilisation de ces derniers. A titre d'exemple, l'indice des prix alimentaires calculé par l'organisation des nations unies pour l'alimentation et l'agriculture (FAO) normalisé à cent pour les années allant de 2002 à 2004 a atteint un niveau de 131 en décembre 2006, 150 en juin 2007 et 187 en décembre 2007. Cette hausse s'est poursuivie durant l'année 2008. Signalons que ces variations à la hausse ont été plus importantes pour les céréales et les oléagineux que pour les autres productions végétales.

Pour ce qui est des déterminants de cette hausse des prix des produits agricoles, il n'y a pas de consensus chez les économistes. Néanmoins quelques explications émergent souvent pour expliquer cette volatilité. Trostle [2010] explique ce mouvement à la hausse des prix agricoles de 2006 à 2008 via une approche tendancielle. Selon cette approche, ce phénomène provient de l'observation depuis plusieurs années, bien avant que les prix ne commencent à augmenter, d'une croissance faible de la production agricole associée à une croissance forte des usages alimentaires. Cette croissance forte des usages alimentaires est de son côté la combinaison de la croissance de la population mondiale et de l'augmentation des consommations alimentaires individuelles induites par la croissance économique et la hausse du revenu moyen. Il y a donc ici un déséquilibre créé entre l'offre globale et la demande globale de produits provenant de l'agriculture. Une autre explication s'appuie sur le cours du pétrole brut. En effet, ce cours globalement stable sur la dernière décennie du  $XX^{ième}$  siècle, à commencé à croître au début des années 2000, de façon relativement faible au début (de 2000 à 2003), et de façon nettement plus prononcée à partir de la fin de l'année 2003 jusqu'au milieu de l'année 2008. Cette augmentation du cours du pétrole a pour effet, toutes choses égales par ailleurs, d'accroître les coûts agricoles (intrants, stockage, collecte, transport, etc.) de production et par suite, exerce une pression à la hausse sur les prix agricoles. Une troisième explication de cette hausse est à trouver du côté de l'accélération de la crois-

sance de la production mondiale de biocarburants de première génération à partir de diverses biomasses végétales (céréales, canne à sucre et betteraves à sucre, huiles végétales, etc.), de la spéculation sur les matières premières agricoles et les comportements « agressifs » d'achat de produits agricoles dans l'optique d'assurer autant que possible l'approvisionnement de leurs marchés à un coût bas. La dernière explication s'appuie sur les variations climatiques. En effet, la production mondiale céréalière, par exemple, qui avait atteint un niveau record en 2004, a diminué de 1 % en 2005 et de 2 % en 2006 sous l'effet, notamment, de conditions climatiques défavorables dans plusieurs régions productrices. Cela a eu pour effet de faire baisser assez fortement les stocks de matières premières agricoles.

Nous pouvons donc affirmer que c'est sans doute une combinaison de ces effets qui est à la base de cette hausse observée des prix des produits agricoles dans notre base de données.

Les statistiques descriptives de ces variables, déflatées, sont consignées dans le tableau 3.5.

Tableau 3.5 – Statistiques descriptives des variables utilisées

	1er quartile	Médiane	3ième quartile	Moyenne	Ecart-type	Minimum	Maximum
Travail	1	1	1	1,2326	0,4605	0,46	4
Terre	90,33	119,27	155,495	126,893	51,2947	0,25	393,97
Amortissements	13253,8483	22182,2396	34298,6318	24837,2321	15284,8268	526,1044	74123,5849
Cons. Int.	31673,901	44258,399	61921,0321	50040,5015	25962,8669	11337,1336	296767,463
Productions céréalières	45111,1535	62184,6837	84934,5789	67659,04	31621,6762	0	209897
Production industrielles	14644,695	24815,1333	40863,5093	32855,3786	28489,8224	0	242566,689
Autres productions	0	0	0	4882,9367	16486,7788	0	184279
Droit à paiement unique	4258,75	26199,4485	37916,4549	25551,7919	19640,9677	0	142202,335
Coût total de production	109761,842	141398,833	182723,234	150378,887	54640,947	48614,6858	444175,22
Consommation de pesticides	14892,9117	20360,1397	28355,0739	22248,1124	10146,5957	0	74014,4928
Taux L.T.	0,1589	0,3851	0,7775	0,6026	25,3822	0	297,029
Taux C-M.T.	0,1676	0,4399	1,0764	0,4555	33,9144	0	129,6546
Part S. Cér./SAU	0,6117	0,6707	0,7277	0,6687	0,0979	0	0,9698
Part S. Ind./SAU	0,1526	0,2122	0,2683	0,2097	0,095	0	0,973
Part MO fam./MO totale	1	1	1	0,932	0,1839	0	1
Part terres explo./SAU	0	0	0,161	0,1191	0,2055	0	1

Avec Cons. Int. = consommations intermédiaires, Taux L.T. = Taux d'endettement de long terme, Taux C-M.T. = Taux d'endettement de court et moyen terme, Part S. Cér./SAU = Part de la surface céréale dans le total SAU, Part S. Ind./SAU = Part de la surface industrielle dans le total SAU, Part MO fam. /MO totale = Part de la main d'oeuvre familiale/ main d'oeuvre totale, Part terres explo. / SAU = Part des terres appartenant à l'exploitant dans le total SAU, Part MO sal. /MO totale = Part de la main d'oeuvre salariée/main d'oeuvre totale.

### 3.4 Calcul de l'indice climatique

Dans le dernier chapitre de cette thèse, nous aurons besoin de comparer ce qui se fait par exemple en 2005 et ce qui se fait en 2008. Cela permet donc de pouvoir voir tout au long de notre échantillon l'impact, par exemple, de l'évolution du processus d'attribution des aides découplées sur la consommation de pesticides. Pour cela, il nous faudrait mettre les quatre années de notre échantillon bout-à-bout. Afin de procéder à un regroupement sans biais, il nous faudrait tenir compte des variations climatiques d'une zone à une autre (indice spatial) et des variations climatiques d'une période à une autre (indice temporel).

Pour ce qui est des variations climatiques d'une zone à une autre, nous considérons dans cette analyse qu'elles sont négligeables puisque notre échantillon provient du même bassin de production d'Eure-et-Loir. Les exploitations sont donc supposées bénéficier de conditions pédo-climatiques assez similaires. En ce qui concerne les variations d'une période à une autre dans l'échantillon, nous calculons un indice climatique. Cet indice permettra de réajuster, par exemple, les outputs avant les estimations. En d'autres termes, il servira à ramener à la même échelle, durant le regroupement les exploitations ayant bénéficié de conditions climatiques favorables et celles ayant été confrontées à de moins bonnes conditions.

L'élaboration de cet indice climatique a pour point de départ le calcul, puis la décomposition de l'indice de productivité de malmquist [Malmquist, 1953] sur la base des frontières agrégées. En d'autres termes, nous allons calculer un indice sur l'échantillon global d'année en année. Cet indice donnera une image globale de la productivité du secteur agricole d'Eure-et-Loir sur chaque année. Ensuite il est décomposé en changement d'efficacité ( $\Delta E$ ) et en changement technologique ( $\Delta P$ ). Le changement technologique désigne soit une expansion, soit une contraction de cette frontière alors que le changement efficacité technique désigne un déplacement de l'entreprise évaluée soit plus près, soit plus loin de la frontière de production. Sur des périodes relativement courtes

comme c'est le cas pour notre échantillon d'exploitations agricoles, le changement technologique d'une année à l'autre est en grande partie associé aux variations climatiques. Nous allons donc le considérer comme indice climatique pour corriger nos outputs<sup>2</sup>.

L'indice de productivité de malmquist entre deux périodes  $t$  et  $t + 1$  est donné par l'expression suivante :

$$M = \left( \frac{D^t(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \times \frac{D^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

Cette expression peut être décomposée de la manière suivante :

$$M = \frac{D^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1})}{D^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \times \left( \frac{D^t(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) \times D^t(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)}{D^{t+1}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{y}_{t+1}) \times D^{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t)} \right)^{\frac{1}{2}} = \Delta E \times \Delta P \quad (3.3)$$

$E$  mesure le changement d'efficacité technique entre  $t$  et  $t + 1$  et  $\Delta P$ , le changement technologique entre  $t$  et  $t + 1$ . Pour des échantillons étalés sur une courte période  $\Delta P$  peut être donc assimilé à un indice de variation climatique.

Les premières études sur le calcul des efficacités structurelles, sectorielles ou encore agrégées ont été réalisées avec l'objectif de comprendre et de jauger le biais d'agrégation des indices d'efficacité individuelles (Blackorby et Russell [1999], Li et Ng [1995], Li [1995], Briec *et al.* [2003]). L'objectif de ces études est de trouver des conditions sur les fondements de la technologie afin de permettre l'utilisation de mesures agrégées. En effet l'utilisation de mesures de performances agrégées comme somme des performances individuelles nécessite parfois des conditions particulières (homogénéité de la technologie, linéarité, etc.).

Considérons  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$  et  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$  les vecteurs respectifs d'inputs et d'outputs d'une exploitation agricole. Ces vecteurs permettent de définir l'ensemble des combinaisons

---

2. Pour pouvoir évaluer une éventuelle expansion ou contraction de la frontière de production d'une année à une autre, nous choisissons l'année 2007 comme année de base. Le choix de cette année de référence est arbitraire. Il est basé ici sur le fait que dans notre échantillon, cette année comporte le plus grand nombre d'exploitations.

d'inputs-outputs réalisables  $\Psi$  de cette exploitation.

$$\Psi = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}^{m+n} : \mathbf{x} \text{ permet de produire } \mathbf{y}\} \quad (3.4)$$

Considérons également un groupe d'exploitations agricole ( $G$ ), composé de  $D$  exploitations ( $d = 1, \dots, D$ ). La technologie agrégée de ce secteur permet la production du secteur à partir des inputs de ce dernier. Cette technologie est dérivée des technologies individuelles des exploitations formant l'industrie ou encore le secteur. Elle permet de voir comment, par exemple, un output du secteur peut être augmenté étant donné les dotations totales d'inputs. Cette technologie permet aussi les ré-allocations de ressources entre les exploitations du secteur étudié. Des relations peuvent être trouvées entre les technologies des exploitations individuelles et les technologies agrégées.

Définissons la technologie agrégée, somme des technologies individuelles  $\Psi$ , par  $\Psi^G$ . Un groupe de  $D$  exploitations forme donc la production agrégée. La  $d^{\text{ième}}$  exploitation de ce groupe produit l'output  $\mathbf{y}_d$  en utilisant le vecteur d'inputs  $\mathbf{x}_d$ . La technologie agrégée est donnée par l'expression suivante :

$$\Psi^G = \left\{ \left( \sum_{d=1}^D \mathbf{x}_d, \sum_{d=1}^D \mathbf{y}_d \right) : (\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d) \in \Psi_d, d = 1, \dots, D \right\} = \sum_{d=1}^D \Psi_d \quad (3.5)$$

Avec l'hypothèse que toutes les exploitations du secteur considéré font face à la même technologie de production, la relation précédente devient :

$$\Psi^G = \sum_{d=1}^D \Psi \quad (3.6)$$

Cette technologie agrégée dépend des caractéristiques des technologies individuelles des firmes et du nombre de firmes ( $D$ ) formant le secteur. Lorsque la technologie est convexe, la relation entre technologie individuelles et agrégée peut être déduite de la proposition suivante que l'on doit à Li et Ng [1995] :

**Proposition 8.** *Un ensemble  $S$  est convexe si et seulement si  $\alpha_1 S + \alpha_2 S = (\alpha_1 + \alpha_2)S$  pour tout  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ .*

*Démonstration.* Si nous posons que  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ , nous obtenons :  $\alpha_1 S + \alpha_2 S = S$ . Donc l'ensemble  $S$  est convexe.

Supposons maintenant que  $S$  est convexe. Considérons  $a$  et  $b \in S$  et  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ . Comme  $S$  est convexe,  $\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)a + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)b \in S$ . Donc  $\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)S + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)S \subseteq S$ . Ce qui équivaut à :  $(\alpha_1 S + \alpha_2 S) \subseteq (\alpha_1 + \alpha_2)S$ .

D'un autre côté, considérons  $\mathbf{x} \in S$ . On peut écrire que  $\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)\mathbf{x} \in \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)S$  et  $\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)\mathbf{x} \in \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)S$ . Donc  $\mathbf{x} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)\mathbf{x} + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)\mathbf{x} \in \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)S + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)S$ . En multipliant des deux côtés par  $(\alpha_1 + \alpha_2)$ , nous obtenons :  $(\alpha_1 + \alpha_2)\mathbf{x} \in \alpha_1 S + \alpha_2 S$  ou encore que  $(\alpha_1 + \alpha_2)S \subseteq \alpha_1 S + \alpha_2 S$ . Donc  $\alpha_1 S + \alpha_2 S = (\alpha_1 + \alpha_2)S$ .  $\square$

La conséquence de ce lemme est donc que, lorsque  $\Psi$  est convexe et lorsque  $\alpha_d = 1$  pour tout  $d$ ,  $\Psi^G = \sum_{d=1}^D \Psi = \underbrace{1\Psi + 1\Psi + \dots + 1\Psi}_{d \text{ fois}} = D\Psi$ . Donc la technologie agrégée est égale à  $D$  fois la technologie individuelle avec l'hypothèse de convexité de la technologie individuelle. Li et Ng [1995] montrent également que cette relation change lorsque la technologie est à rendement d'échelle constants, *i.e.* lorsque  $\Psi_d$  est un cône. Ils montrent en effet que  $\Psi$  est un cône convexe si et seulement si :

$$\sum_{d=1}^D \alpha_d \Psi = \Psi \text{ avec } \alpha_d > 0 \text{ et } \forall d \quad (3.7)$$

La relation obtenue entre technologies à rendement d'échelles constants, en supposant toujours que toutes les exploitations du secteur considéré font face à la même technologie de production ( $\Psi_d = \Psi \forall d$ ) est la suivante :

$$\Psi^G = \sum_{d=1}^D \Psi = \Psi. \quad (3.8)$$

Ces travaux ont permis une avancée dans l'étude du biais d'agrégation de coefficients d'efficacité. En effet, en définissant l'indice d'efficacité industrielle par la somme des efficacités individuelles provenant des technologies individuelles (*ITE*) et l'indice d'efficacité structurelle comme étant égal à l'efficacité provenant de la technologie agrégée

(*STE*), Färe *et al.* [2008], Briec *et al.* [2003] ont montré que  $STE \geq ITE$  et que le biais d'agrégation des coefficients d'efficacité n'est rien d'autre que la différence entre ces deux indices.

Pour les aspects calculatoires, le programme utilisé pour calculer les éléments constitutifs de l'indice de Malmquist sur le secteur en suivant la méthode des frontières agrégées et sous l'hypothèse de rendements d'échelles constants nécessaire pour ce calcul est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } \theta = [D_o^{r_1}(\mathbf{x}^{r_2}, \mathbf{y}^{r_2})]^{-1} \\ s/c \\ \sum_{j=1}^{J^{r_1}} \mu_j \mathbf{y}_j^{r_1} \geq \theta \sum_{j=1}^{J^{r_2}} \mathbf{y}_j^{r_2} \\ \sum_{j=1}^{J^{r_1}} \mu_j \mathbf{x}_j^{r_1} \leq \sum_{j=1}^{J^{r_2}} \mathbf{x}_j^{r_2} \\ r_1, r_2 = t, t + 1 \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Nous avons donc avec l'hypothèse de rendements d'échelles constants, considéré comme démontré plus haut que la somme des technologies individuelle se confondait avec la technologie agrégée.  $\mathbf{y}^{r_1}$  et  $\mathbf{y}^{r_2}$  (respectivement  $\mathbf{x}^{r_1}$  et  $\mathbf{x}^{r_2}$ ) sont les vecteurs d'outputs (respectivement d'inputs) de la date  $r_1$  et  $r_2$ . En faisant varier le temps dans notre échantillon, ce programme nous permet de calculer 16 fonctions de distance ( $D^{2005}(\mathbf{x}^{2005}, \mathbf{y}^{2005})$ ,  $D^{2005}(\mathbf{x}^{2006}, \mathbf{y}^{2006})$ ,  $D^{2005}(\mathbf{x}^{2007}, \mathbf{y}^{2007})$ , etc.). Ces fonctions de distances serviront au calcul de l'indice de Malmquist et à sa décomposition.

Les indices de Malmquist calculés sur notre échantillon, en prenant 2007 comme année de base sont consignés dans le tableau 3.6.

Tableau 3.6 – Calcul des indices climatiques

	Malmquist	$\Delta E$	$\Delta P$
2005-2007	1,0134	0,9746	1,0398
2006-2007	1,0210	1,0338	0,9876
2007-2007	1,0000	1,0000	1,0000
2008-2007	0,9975	0,9824	1,0154

La dernière colonne de ce tableau représentant le changement technologique sera considéré dans la suite de cette thèse comme étant l'indice climatique. Il permettra de tenir compte de l'aléa climatique dans nos analyses.

### **3.5 Conclusion**

Dans ce chapitre le département d'Eure-et-Loir et la base de donnée agricole qui y provient ont été décrits. En effet, toutes les variables rentrant dans les études réalisées dans cette thèse ont été exposées. Aussi, les indices ou la combinaison d'indice permettant de déflater ces variables ont été précisés. Suivant les analyses menées dans cette thèse, la combinaison des variables utilisées est différente. Enfin, nous avons calculé un indice climatique qui permettra dans les analyses nécessitant un regroupement de données de tenir compte des conditions climatiques pouvant être différentes suivant les années.

# Chapitre 4

## Estimation de la productivité des pesticides utilisés en Eure-et-Loir : une approche non paramétrique

### 4.1 Introduction

L'estimation de la productivité marginale des pesticides est une réponse des économistes à la préoccupation de plus en plus forte entourant l'utilisation agricole de ces produits. Cette estimation est intéressante parce qu'elle permet d'une part de voir l'état de leur utilisation agricole et d'autre part d'avoir une idée du coût éventuel d'une réglementation touchant ces produits en termes de production agricole perdue. En effet, plus la valeur de cette productivité marginale est importante par rapport au coût marginal d'utilisation, plus le bénéfice additionnel découlant d'une utilisation supplémentaire de ces produits est grand et plus le coût de leur régulation est élevé. Ce chapitre est une contribution permettant de cerner et de comprendre le rapport des agriculteurs aux pesticides. Cela passe par l'estimation de la productivité marginale des pesticides. La méthode Data Envelopment Analysis (DEA) y est utilisée pour contourner les restrictions assez fortes (choix d'une forme fonctionnelle pour la fonction de production et la fonction de réduction des dommages) employées dans la littérature pour l'estimation de cette productivité marginale. Nous y menons globalement deux analyses. Dans une

première analyse, nous mettons en oeuvre la méthode DEA classique - contraction simultanée de tous les facteurs de production - pour calculer la productivité marginale des pesticides via les prix implicites estimés. Cela nous permet de mener une analyse permettant de comparer au niveau chaque exploitation agricole les couts et les bénéfices privés de l'usage des pesticides. Cette analyse permet indirectement de mettre en évidence une éventuelle réglementation touchant les pesticides. Cette analyse est par la suite étendue au niveau social. Cela permet d'estimer implicitement, la perception par les agriculteurs, de la valeur monétaire que les pouvoirs publics attribuent aux effets négatifs des pesticides sur la santé humaine et sur l'écosystème. Cette estimation en fournissant une « photographie » du secteur agricole aidera donc les pouvoirs publics à bien positionner le curseur pour la mise en place de politiques de régulation de l'usage des pesticides. La deuxième analyse est complémentaire à la première. Elle vise à déterminer, dans un premier temps, pour chaque exploitation agricole, la réduction maximale possible de l'usage des pesticides étant donnée la technologie. Et dans un second temps, à déterminer la réglementation (hausse de prix) susceptible d'induire ce comportement. En d'autres termes, nous calculons pour chaque exploitation agricole, le prix minimum des pesticides lui permettant d'observer la diminution maximale des pesticides calculée. Cette deuxième analyse nous permettra *in fine* de réaliser des scénarios de diminution des quantités de pesticides correspondant à des niveaux de prix dont les pouvoirs publics pourront s'inspirer. Ces analyses amènent également, de manière transversale, deux contributions. Nous élargissons dans un premier temps, le cadre d'étude au cas multicultures via l'introduction de contraintes sur les assolements des exploitations agricoles. Dans un second temps, en cas de surdosages, nous permettons à la productivité marginale des pesticides d'être négative. Nous appliquons cette méthodologie à 3462 exploitations agricoles d'Eure-et-Loir suivies de 2005 à 2008. Les résultats obtenus des estimations réalisées montrent globalement, au niveau privé, que le bénéfice additionnel découlant d'une utilisation supplémentaire de ces produits est plus grand que le coût d'utilisation. Cela met évidence une certaine réglementation en Eure-et-Loir touchant les pesticides. Au travers de cette réglementation, nous estimons la perception par les agriculteurs de la valorisation que font les pouvoirs publics des

effets négatifs des pesticides. Nos estimations montrent que la perception par les agriculteurs de cette valorisation et pratiquement croissante, ce qui traduit la préoccupation de plus en plus importante des pouvoirs publics vis-à-vis de l'utilisation agricole de ces produits. Notre deuxième analyse répond à cette préoccupation et essaie de guider les pouvoirs publics sur la mise en place des politiques de régulation des pesticides. Nous montrons ainsi, qu'en Eure-et-Loir et pour l'année 2006 par exemple, afin d'obtenir une réduction de l'usage des pesticides de 51,8121 %, il faudrait augmenter leur prix de 129,5591 %.

## 4.2 Littérature existante sur l'estimation de la productivité marginale des pesticides

L'estimation de la productivité marginale des pesticides est depuis les travaux de Headley [1968] un sujet assez discuté en économie de la production. Le débat porte essentiellement sur la spécification fonctionnelle permettant de bien tenir compte de l'action des pesticides et sur les conséquences du choix de ladite forme fonctionnelle. Nous présentons dans cette section les principales spécifications des fonctions de production permettant de calculer la productivité marginale des pesticides. Notons que tout au long de ce chapitre, nous considérons  $\mathbf{x}$  comme étant un vecteur de  $m$  facteurs de production ( $i = 1, \dots, m$ ),  $\mathbf{y}$  un vecteur matérialisant la production de dimension  $n$  ( $j = 1, \dots, n$ ),  $\mathbf{z}$  un vecteur de  $l$  inputs de réduction des dommages ( $k = 1, \dots, l$ ) et  $\mathbf{r}$  un vecteur de  $t$  ravageurs ( $o = 1, \dots, t$ ).

### 4.2.1 Spécification traditionnelle

La spécification traditionnelle de la fonction de transformation est la suivante :

$$F(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0 \quad (4.1)$$

Pour le cas particulier d'une fonction de transformation à un output, nous avons la forme suivante :

$$y = f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \quad (4.2)$$

A ce niveau, les deux catégories d'inputs sont traitées de manière symétrique. En d'autres termes, le traitement dans la fonction de production de ces deux types d'inputs est similaire. Afin de dériver les productivités marginales de ces inputs, nous prenons la différentielle totale de la formulation précédente. Cela nous donne :

$$dy = \sum_i \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial x_i} dx_i + \sum_k \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_k} dz_k \quad (4.3)$$

La productivité marginale de l'input « normal »  $i$  est donnée par :

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial x_i} \quad (4.4)$$

La productivité marginale de l'input de réduction des dommages  $k$  est elle donnée par :

$$\frac{dy}{dz_k} = \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\partial z_k} \quad (4.5)$$

Les taux marginaux de substitution entre deux inputs « normaux », deux inputs de réduction des dommages et entre un input normal et un input de réduction des dommages sont donnés respectivement par :

$$\frac{dx_i}{dx_{i'}} = -\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})/\partial x_{i'}}{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})/\partial x_i}; \quad \frac{dz_k}{dz_{k'}} = -\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})/\partial z_{k'}}{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})/\partial z_k}; \quad \frac{dx_i}{dz_k} = -\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})/\partial z_k}{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{z})/\partial x_i} \quad (4.6)$$

Cette spécification est la forme la plus générale possible permettant de tenir compte des pesticides dans l'analyse. Les pesticides sont traités dans ce type de modélisation comme des facteurs de production « normaux ». Leur traitement suit celui réservé à des facteurs de production comme le travail et la terre. Les études qui adoptaient cette spécification utilisaient généralement des formes fonctionnelles Cobb-Douglas pour la modélisation du processus de production et concluaient que la valeur de la productivité marginale des pesticides est supérieure à leur coût d'utilisation. Cela voudrait dire que le niveau optimal d'utilisation n'était pas encore atteint et donc qu'il y avait une certaine « sous-utilisation » de ces produits, si l'on suit une logique de maximisation du

profit (Headley [1968], Carlson [1977], Fisher [1970], Campbell [1976]). Ces conclusions allaient à l'encontre de la perception générale de l'époque des agronomes et des autres spécialistes agricoles, pour qui il y avait clairement une « sur-utilisation » des pesticides. Ce décalage entre les estimations économiques et la perception des agronomes de l'état de l'agriculture a fait émerger une spécification alternative qui est l'oeuvre de Lichtenberg et Zilberman [1986]. Pour ces derniers, les pesticides ne sont pas des facteurs de production normaux : ils permettent plutôt de protéger les cultures en luttant contre les ravageurs. Afin de tenir compte de ce caractère atypique des pesticides, il faudrait rajouter de la structure à la technologie de transformation définie plus haut.

### 4.2.2 La spécification de Lichtenberg et Zilberman

Cette spécification se base sur des évidences agronomiques montrant que les pesticides sont des inputs de réduction des dommages causés par les ravageurs plutôt que des inputs augmentant les rendements. Partant de cette observation, Lichtenberg et Zilberman [1986] avancent que les études antérieures (Headley [1968] ; Carlson [1977], etc.) biaisaient à la hausse la productivité marginale des pesticides et proposent une spécification qui traite de manière asymétrique les pesticides et les autres inputs rentrant dans le processus de production, *i.e.* les inputs « normaux ».

La spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986] a pour point de départ la fonction de transformation suivante, qui est un cas particulier de celle présentée pour la formulation traditionnelle<sup>1</sup> :

$$H(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{r}) = 0 \quad (4.7)$$

Ce processus peut se réécrire de la manière suivante :

---

1. Signalons que la spécification originale de Lichtenberg et Zilberman [1986] n'inclut pas la pression des ravageurs  $r$ . La prise en compte de cette pression des ravageurs est l'oeuvre de Norwood et Marra [2003]. Nous avons préféré exposer ici d'emblée le modèle le plus général. Nous reviendrons plus tard, dans ce chapitre, sur la prise en compte de la pression des ravageurs dans la formulation des technologies de production.

$$H^\phi(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})) = 0 \quad (4.8)$$

Cette fonction  $H^\phi$ , en supposant que le processus de production est à un seul output prend la forme suivante :

$$y = h^\phi(\mathbf{x}, \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})) \quad (4.9)$$

Si en plus nous supposons que  $h^\phi$  et  $\phi$  sont séparables, nous obtenons :

$$y = h(\mathbf{x})\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \quad (4.10)$$

Cette formulation est appelée spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986].  $\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})$  est la fonction de réduction des dommages. Cette spécification traite de manière asymétrique les inputs de réduction des dommages et les inputs normaux. La fonction de réduction des dommages dans cette spécification est appelée fonction de réduction des dommages orientée output.  $h(\mathbf{x})$  est l'output potentiel pouvant découler des facteurs de production. Elle peut être vue comme étant la quantité maximale de produit pouvant découler de l'utilisation des facteurs de production.

Afin de dériver les productivités marginales des deux catégories de facteur de production, nous prenons la différentielle totale de la relation (4.10). Cela nous donne :

$$dy = \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \left( \sum_i \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i} dx_i \right) + h(\mathbf{x}) \left( \sum_k \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} dz_k + \sum_o \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial r_o} dr_o \right) \quad (4.11)$$

La productivité marginale du  $i$  - ème facteur de production normal est donnée par :

$$\frac{dy}{dx_i} = \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \left( \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right) \quad (4.12)$$

La productivité marginale du  $k$  - ième input de réduction des dommages est donnée par :

$$\frac{dy}{dz_k} = h(\mathbf{x}) \left( \frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} \right) \quad (4.13)$$

Les taux marginaux de substitution entre deux inputs normaux, deux inputs de réduction des dommages et entre un input normal et un input de réduction des dommages sont donnés respectivement par :

$$\frac{dx_i}{dx_{i'}} = -\frac{\partial h(\mathbf{x})/\partial x_{i'}}{\partial h(\mathbf{x})/\partial x_i}; \quad \frac{dz_k}{dz_{k'}} = -\frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})/\partial x_{k'}}{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})/\partial x_k}; \quad \frac{dx_i}{dz_k} = -\frac{h(\mathbf{x})\left(\frac{\partial \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k}\right)}{\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})\left(\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_i}\right)} \quad (4.14)$$

Comme pour la spécification traditionnelle, cette formulation à la Lichtenberg et Zilberman [1986] permet les interactions entre les deux catégories de facteurs de production. En effet, la productivité marginale d'un input « normal »  $i$  dépend de la quantité d'input de réduction des dommages. La même remarque peut être effectuée sur la productivité marginale de l'input de réduction des dommages  $k$ . Cependant, le taux marginal de substitution entre deux inputs normaux est indépendant de la quantité d'inputs de réduction des dommages utilisée. Cela constitue la première limite de cette spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986].

La seconde difficulté d'application amenée par la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986] est le choix de la forme fonctionnelle à utiliser pour modéliser la fonction de réduction des dommages. Étant donné qu'il n'existe aucune théorie économique permettant d'opter pour une structure fonctionnelle donnée, un nombre important de spécifications ont été utilisées dans la littérature pour modéliser cette fonction de réduction des dommages à la Lichtenberg et Zilberman [1986] et estimer la productivité marginale des pesticides. Carrasco-Tauber et Moffitt [1992], Chambers et Lichtenberg [1994], Lin *et al.* [1993], Babcock *et al.* [1992] etc. ont appliqué diverses formes fonctionnelles dans leurs analyses et ont aboutie à diverses valeurs de la productivité marginale des produits phytosanitaires ; certaines indiquaient une utilisation sur-optimale des pesticides et d'autres une utilisation sous-optimale. Carrasco-Tauber et Moffitt [1992] ont utilisé une fonction logistique, Weibull et exponentielle pour modéliser la fonction de réduction des dommages et dériver les productivités marginales des produits phytosanitaires utilisés en 1987 aux Etats-Unis dans 48 Etats contiguës. Ils obtiennent respec-

tivement des valeurs des productivités marginales de 7,53 ; 6,88 et 0,11 et concluent que la productivité marginale des pesticides est très sensible à la forme fonctionnelle spécifiée pour le fonction de réduction des dommages. Kuwattanasiri et Waibel [2002], eux aussi utilisent une spécification logistique, Weibull et exponentielle pour estimer la productivité marginale des pesticides dans les rizières thaïlandaises. Ils comparent leurs résultats à ceux obtenus avec une fonction Cobb-Douglas utilisant les pesticides comme des « inputs normaux ». Ils confirment que la modélisation Cobb-Douglas sur-estime la productivité marginale des produits produits phytosanitaires. Aussi selon leur analyse, les pesticides sont sur-utilisés dans les rizières analysées. Les auteurs trouvent aussi que la modélisation exponentielle de la fonction de réduction des dommages et la spécification Cobb-Douglas à la Headley [1968] donnent des résultats assez similaires. Ils confirment en fin de compte la conclusion de l'étude de Carrasco-Tauber et Moffitt [1992] qui dit que la spécification de la fonction de réduction des dommages peut modifier de manière non négligeable les résultats.

Comme mentionné plus haut dans cette section, Norwood et Marra [2003] mettent eux l'accent sur le fait qu'il pourrait exister aussi un biais ramenant à la baisse l'estimation de la productivité marginale des pesticides. En effet, dans la plupart des études réalisées dans ce domaine avant leur article, la pression des ravageurs est omise alors que c'est probablement un des éléments les plus importants dans l'estimation de la productivité des pesticides. Ils utilisent comme proxy pour la pression des ravageurs la fréquence d'application des pesticides. Leur analyse montre que la non prise en compte de cette pression des ravageurs cause une sous-estimation de la productivité marginale des pesticides. Cela a été suivi par Kuosmanen *et al.* [2006] qui, pour estimer la productivité marginale des pesticides définissent trois niveaux de pression des ravageurs : une pression basse, une pression moyenne et une pression élevée des ravageurs.

L'observation de la première limite énoncée plus haut dans cette section a amené Carpentier et Weaver [1997] à proposer une spécification plus générale permettant de prendre en compte la spécificité des pesticides dans la formulation de la technologie

de production.

### 4.2.3 La spécification de Carpentier et Weaver

Le traitement asymétrique des inputs de Lichtenberg et Zilberman [1986], *i.e.* cette partition des inputs en facteurs augmentant la productivité et en facteurs réduisant uniquement les dommages causés par les ravageurs dans la modélisation de la technologie de production a été remis en cause par Carpentier et Weaver [1997]. Ces derniers partent de l'observation que la séparabilité homothétique du vecteur de facteurs de production en inputs « normaux » et en inputs de réduction des dommages n'est ni très réaliste, ni nécessaire. Elle implique, pour une exploitation agricole, que le niveau de d'input de réduction des dommages utilisé n'a pas d'incidence sur le taux marginal de substitution entre, par exemple, le facteur de production mécanisation et le facteur de production terre. Partant de cette limite, Carpentier et Weaver [1997] proposent une nouvelle spécification du processus de production, plus générale.

La spécification de Carpentier et Weaver [1997] a elle aussi pour point de départ la fonction de transformation définie par l'équation (4.7).

Dans cette spécification, chaque facteur de production a une fonction de réduction des dommages spécifique ( $\phi_i$ ). Nous avons donc pour le  $i$  – ème facteur de production :

$$x_i^e = \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_i \quad (4.15)$$

$x_i^e$  est l'input effectif provenant du  $i$  – ème input productif  $x_i$ . Cet input productif dépend donc de l'efficacité d'utilisation des inputs de réduction des dommages. Avec cette relation, la spécification précédente peut être réécrite de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
H(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{r}) &= H^e(\mathbf{y}, \mathbf{x}(\mathbf{z}, \mathbf{r})) \\
&= H^e(\mathbf{y}, \phi_1(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_1, \dots, \phi_m(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_m) \\
&= H^e(\mathbf{y}, \mathbf{x}^e) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Pour un processus de production à un seul output, nous avons la relation suivante :

$$y = h^e(\mathbf{x}^e) \tag{4.17}$$

Cette formulation est appelée spécification de Carpentier et Weaver [1997]. La spécification de Carpentier et Weaver constitue une forme générale de la spécification de Lichtenberg et Zilberman. Nous démontrons cela dans la proposition suivante.

**Proposition 9.** (*équivalence*)

Soit une fonction de production de la forme  $y = h^e(\mathbf{x}^e) = h^e(\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x})$ . Si les fonctions de réduction des dommages de tous les inputs sont identiques et que la fonction de production  $h^e$  est homogène de degré 1 en  $\mathbf{x}$ , alors  $y = h^e(\mathbf{x}^e) = h(\mathbf{x})\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})$ .

*Démonstration.* Partons de la spécification de Carpentier et Weaver :

$$y = h^e(\mathbf{x}^e) = h^e(\phi_1(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_1, \dots, \phi_m(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_m) \tag{4.18}$$

Si nous supposons que les fonctions de réduction des dommages sont identiques pour tous les inputs ( $\phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \forall i$ ), nous avons :

$$y = h^e(\mathbf{x}^e) = h^e(\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_1, \dots, \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_m) = h^e(\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}) \tag{4.19}$$

Enfin si nous supposons que la fonction de production  $h^e$  est homogène de degré 1 en  $\mathbf{x}$ , nous obtenons :

$$y = h^e(\mathbf{x}^e) = h^e(\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})h(\mathbf{x}) \tag{4.20}$$

Cette dernière expression est exactement la spécification de Lichtenberg et Zilberman.

□

Comme pour la spécification précédente, nous calculons les productivités marginales des inputs découlant de cette spécification. Pour cela, nous prenons la différentielle totale de  $y = h^e(\mathbf{x}^e)$ . Cela nous donne :

$$dy = \sum_i \frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_i^e} dx_i^e \quad (4.21)$$

la productivité marginale de l'input effectif  $i$  est donnée par :

$$\frac{dy}{dx_i^e} = \frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_i^e} \quad (4.22)$$

En remarquant que la différentielle totale de  $x_i^e = \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})x_i$  est donnée par l'expression ci-dessous :

$$dx_i^e = x_i \left[ \sum_k \frac{\partial \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} dz_k + \sum_o \frac{\partial \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial r_o} dr_o \right] + \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r}) dx_i \quad (4.23)$$

Nous pouvons dériver la productivité marginale de l'input productif  $i$  de la manière suivante :

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{dy}{dx_i^e} \times \frac{dx_i^e}{dx_i} = \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_i^e} \quad (4.24)$$

Nous remarquons que cette productivité dépend aussi bien des inputs productifs que des inputs de réduction des dommages. Passons maintenant au calcul de la productivité marginale de l'input de réduction des dommages  $k$  associé à l'input productif  $i$ . L'expression obtenue est la suivante :

$$\frac{dy}{dz_k} = x_i \frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_i^e} \frac{\partial \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} \quad (4.25)$$

Le taux de substitution entre deux inputs productifs  $i$  et  $i'$  est donné par :

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{d\mathbf{x}_{i'}} = \frac{\phi_{i'}(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})} \frac{\frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_{i'}}}{\frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_i}} \quad (4.26)$$

On remarque à ce niveau aussi que ce taux de substitution entre ces deux inputs effectifs dépend du niveau de pesticides utilisé et des quantités des facteurs de production « normaux ». Cette spécification permet donc les interdépendances entre les différentes catégories de facteurs de production utilisées. Le taux de substitution entre un input « normal »  $i$  et un input de réduction des dommages  $k$  associé à l'input productif  $i'$  est quant-à-lui donnée par l'expression suivante :

$$\frac{dz_k}{dx_i} = \frac{\phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\phi_{i'}(\mathbf{z}, \mathbf{r})} \frac{\frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_i}}{x_{i'} \frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial z_k} \frac{\partial h^e(\mathbf{x}^e)}{\partial x_{i'}}} \quad (4.27)$$

Cette spécification, en permettant toutes les interdépendances entre les différents types de facteurs de production est la forme la plus complète de modélisation des processus de production tenant compte de la spécificité des pesticides.

Cette modélisation a été utilisée par Oude Lansink et Carpentier [2001]. Ils comparent les valeurs de la productivité marginale des pesticides obtenues en utilisant différentes spécifications du processus de production : la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986], la spécification de Carpentier et Weaver [1997] et une spécification traditionnelle, *i.e.* traitant indifféremment les facteurs de production. Les résultats de la spécification de Carpentier et Weaver [1997] montrent que les pesticides ont des effets différents suivant les inputs « normaux », même si les fondations statistiques de ces estimations sont faibles. En effet, les paramètres estimés, en utilisant la fonction de réduction des dommages orientée input, ne sont pas significatifs. Ils attribuent cet état de fait à la spécification non linéaire adoptée. La spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986] produit, elle, des résultats et des relations statistiquement plus significatifs même si elle impose des restrictions qui ne sont parfois que partiellement supportées par les données (séparabilité, homogénéité). Aussi, l'estimation de la forme traditionnelle ne mène pas

à la sur-estimation de la productivité marginale des pesticides comme annoncé par Lichtenberg et Zilberman [1986]. Oude Lansink et Silva [2004] utilisent de leur côté un certain nombre de modèles non paramétriques d'estimation de frontières (DEA) pour approcher la productivité marginale des pesticides. Cette approche permet de bien prendre en compte les interactions entre les inputs standard et les inputs de réduction des dommages. Ils trouvent qu'il y a une sous-utilisation des pesticides sur la période 1989-1992 dans les exploitations agricoles de l'ouest des Pays-Bas.

#### 4.2.4 Spécifications résultantes de la spécification de Carpentier et Weaver et de Lichtenberg et Zilberman

Une variante de modélisation des pesticides est utilisée par Zhengfei *et al.* [2005]. Ils proposent une spécification qui permet à la productivité marginale des pesticides de pouvoir être négative<sup>2</sup> et qui permet aux facteurs travail et mécanisation d'avoir un rôle de réduction des dommages. Ils analysent et comparent les processus d'abattement des dommages sur un échantillon d'exploitations d'agriculture biologique (28 exploitations, 133 observations) et un échantillon d'exploitations d'agriculture conventionnelle (405 exploitations, 1746 observations) des Pays-Bas sur la période 1990-1999. Leur productivité marginale calculée est plus basse que celle trouvée dans les études antérieures. Aussi, ils remarquent que les exploitations pratiquant l'agriculture conventionnelle se basent beaucoup plus sur la mécanisation et les pesticides pour la réduction des dommages alors que les exploitations pratiquant l'agriculture biologique se basent sur la mécanisation et les changements des pratiques culturales. Il convient aussi de noter qu'une autre variante de la fonction de réduction des dommages a été réalisée par Zhengfei *et al.* [2006]. Ils passent d'une dichotomie inputs « normaux »/inputs de réduction des dommages à une dichotomie *growth inputs/facilitating inputs*, en utilisant toujours une spécification asymétrique (Lichtenberg et Zilberman [1986]) de la fonction de production.

---

2. L'application des pesticides peut avoir des effets négatifs en cas de surdosage.

Kuosmanen *et al.* [2006] proposent de leur côté une méthode semi paramétrique d'estimation de la productivité marginale des pesticides. Ils partent de la spécification de la technologie de production de Lichtenberg et Zilberman [1986]. Nous approfondirons cette spécification dans le chapitre 6 de cette thèse.

Dans les analyses que nous effectuons dans ce papier, nous nous attelons à améliorer la prise en compte de la spécificité des pesticides dans la modélisation du processus de production agricole et donc au passage à améliorer le calcul de la productivité marginale des pesticides. L'objectif principal est de dériver la valeur de la productivité marginale des pesticides et donc de pouvoir comparer les coûts et les bénéfices découlant de l'utilisation de ces derniers. Nous nous appuyons sur l'un des rares papiers tenant compte du caractère spécifique des pesticides et adoptant une approche non paramétrique d'estimation (Oude Lansink et Silva [2004]) pour dépasser les restrictions assez fortes - vues plus haut - provenant du choix arbitraire d'une forme fonctionnelle pour le processus de production (rendements d'échelles constants, nature des substitutions prédéfinie etc.). Cette analyse amène, en plus de n'imposer aucune forme fonctionnelle *a priori* à la fonction de production, deux contributions importantes. Dans un premier temps, il étend l'analyse au cas multicultures en tenant compte du fait que des productions différentes impliquent des utilisations de facteurs de production différentes. Cette différenciation est faite en tenant compte des assolements dans les calculs d'efficacité et de productivités. Dans un deuxième temps il tient compte du fait que l'application « exagérée » des pesticides peut avoir des effets négatifs sur la production via le passage de l'hypothèse de libre disposition à l'hypothèse de faible disposition des pesticides. La section suivante est consacrée à l'introduction de ces deux contributions et à la formation des programmes linéaires permettant les deux analyses exposées dans l'introduction. Ces analyses nous permettront de comprendre le rapport des agriculteurs d'Eure-et-Loir aux pesticides. Ensuite nous présentons les variables utilisées. Dans la dernière section, les différents résultats obtenus sont analysés et discutés.

### 4.3 Modèles adoptés

Nous considérons dans ce qui suit un ensemble de  $D$  exploitations agricoles utilisant une technologie commune transformant  $m$  facteurs de production en  $n$  outputs. La technologie de production de ces exploitations agricoles peut être représentée par l'ensemble fermé non vide suivant :

$$\Psi = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+n} : \mathbf{x} \text{ permet de produire } \mathbf{y} \right\} \quad (4.28)$$

avec  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$  le vecteur d'inputs et  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$  le vecteur d'outputs.

Cette technologie peut être estimée par des méthodes non-paramétriques (Data Envelopment Analysis, Free Disposal Hull, etc.) ou paramétriques (méthodes de frontières stochastiques, etc.). Nous utilisons dans ce chapitre une méthode non paramétrique et plus précisément la méthode Data Envelopment Analysis car aucune hypothèse n'est faite sur la forme fonctionnelle de la technologie à estimer. Cette méthodologie permet en plus toutes les interactions possibles entre les facteurs de production considérés. La totalité de la déviation séparant une exploitation agricole de la frontière estimée est cependant considérée comme étant de l'inefficacité.

La plupart du temps, ces méthodes d'estimation non paramétriques considèrent que les inputs et les outputs sont librement disponibles. En effet, si l'input  $\mathbf{x}_0$  peut produire l'output  $\mathbf{y}_0$ , donc tout input  $\mathbf{x} \geq \mathbf{x}_0$  peut également produire  $\mathbf{y}_0$ . De manière similaire, tout output  $\mathbf{y} \leq \mathbf{y}_0$  peut également être produit à partir de  $\mathbf{x}_0$  ( $\mathbf{x} \geq \mathbf{x}_0$ ). Cela signifie que l'augmentation de n'importe quel facteur de production ne peut avoir un effet négatif sur l'output et donc élimine la possibilité, dans le processus d'estimation, d'une productivité marginale négative des inputs. Cette hypothèse de libre disposition des facteurs de production et des produits, avec celles de rendements d'échelle variables et de convexité conduisent à l'estimation de l'ensemble des possibilités de production convexe suivant pour les couples d'input-outputs observés :

$$\widehat{\Psi} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d \geq \mathbf{y}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1; \lambda_d \geq 0 \right\} \quad (4.29)$$

$\widehat{\Psi}$  est le plus petit ensemble convexe couvrant les inputs et les outputs librement disposés.

Cependant, dans beaucoup de contextes, les facteurs de production et/ou les produits peuvent ne pas être librement disponibles. Par exemple, au niveau d'une exploitation agricole, l'irrigation a un impact marginal positif sur la production mais une irrigation excessive ou des inondations peuvent négativement impacter la production agricole. Afin de prendre en compte ce type de facteur de production, nous utilisons l'idée proposée par Färe *et al.* [1987] de les considérer comme étant des inputs faiblement disponibles. La faible disposition d'un facteur de production signifie que c'est seulement lorsque tous les inputs sont étendus de manière proportionnelle à partir de  $\mathbf{x}_0$ , que  $\mathbf{y}_0$  demeure un niveau d'output atteignable. Cela signifie également que si les productivités marginales négatives de certains inputs réduisent le produit final, l'augmentation proportionnelle de celles des autres inputs compenseront la perte de l'output. Cette faible disposition est donc intéressante car elle permet l'estimation de productivités marginales négatives.

De manière analytique, la faible disposition des inputs implique que si  $\mathbf{x}_0$  permet de produire  $\mathbf{y}_0$ , alors  $\beta \mathbf{x}_0$  permet également de produire  $\mathbf{y}_0$  avec  $\beta \geq 1$ . L'ensemble des possibilités de production estimé sous les hypothèses de convexité, de faible disposition des inputs, de libre disposition des produits et de rendements d'échelle variables pour un échantillon de  $D$  exploitations agricoles  $((\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d), d = 1, \dots, D)$  est le suivant :

$$\widehat{\Psi}^w = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d \geq \mathbf{y}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d = \beta \mathbf{x}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, 0 \leq \beta \leq 1; \lambda_d \geq 0 \right\} \quad (4.30)$$

La figure 4.1 représente un ensemble des moyens de production dans le cas simple d'un processus de production à deux inputs ( $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$ ) où  $\mathbf{x}_1$  est librement disponible et  $\mathbf{x}_2$

faiblement disponible. Les points  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  and  $e$  représentent des exploitations agricoles utilisant des combinaisons différentes de  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  pour produire le même output ( $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}}$ ). Les observations qui se trouvent sur la frontière de cet ensemble sont techniquement efficaces et celles situées dans l'ensemble des besoins en facteurs de production sont techniquement inefficaces.

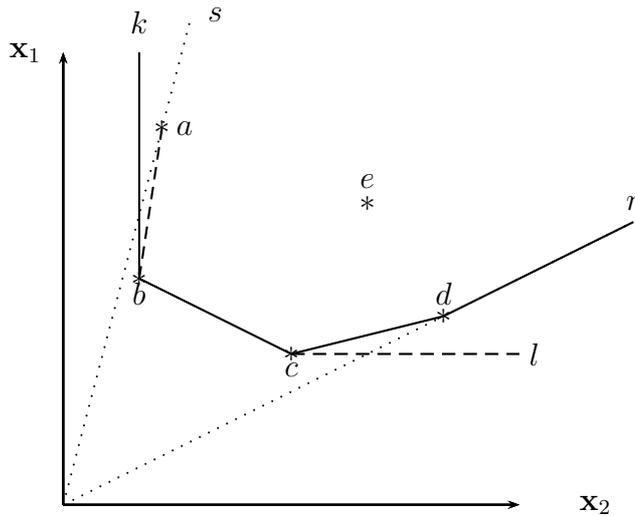


FIGURE 4.1 – Ensemble des besoins en inputs sous les hypothèses de libre et de faible disposition des facteurs de production

Avec l'hypothèse de faible disposition de  $\mathbf{x}_2$ , toute extension radiale partant du point  $d$  demeure dans l'ensemble des besoins en facteurs de production correspondant au niveau d'output spécifié<sup>3</sup>. Donc  $k - b - c - d - r$  est l'ensemble des besoins en facteurs de production correspondant au niveau d'output  $\bar{\mathbf{y}}$ , avec l'hypothèse de faible disposition de  $\mathbf{x}_2$  et de libre disposition de  $\mathbf{x}_1$ . Notons qu'avec l'hypothèse de libre disposition des deux inputs, l'ensemble correspondant au niveau de production  $\bar{\mathbf{y}}$  est celui représenté par  $k - b - c - l$ .

Dans ce chapitre, nous supposons que les exploitations agricoles analysées produisent un output agrégé ( $y \in \mathbb{R}_+$ ), en utilisant des facteurs de production « normaux » ( $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$ ) et des inputs de réduction des dommages ( $\mathbf{z} \in \mathbb{R}_+^l$ ). Cela nous permettra de tenir compte de l'effet négatif éventuel sur l'output pouvant découler d'une utilisation abu-

3. Nous avons placé sur le graphique les lettres  $k$ ,  $s$ ,  $r$  et  $l$  pour décrire les ensembles obtenus. Ce ne sont pas des points de production.

sive des pesticides.

La technologie de production est alors représentée par l'ensemble des possibilités de production suivant :

$$\Psi_{dommage} = \{(\mathbf{x}, y, \mathbf{z}) : (\mathbf{x}, \mathbf{z}) \text{ permet de produire } y\} \quad (4.31)$$

Une estimation DEA de cet ensemble ( $\Psi_{dommage}$ ), pour les  $D$  exploitations agricoles  $((\mathbf{x}_d, \mathbf{z}_d, y_d), d = 1, \dots, D)$ , avec les hypothèses de convexité, de libre disposition des outputs et des inputs « normaux », de faible disposition des inputs de réduction des dommages et de rendement d'échelles variables est donnée par :

$$\hat{\Psi}_{dommage} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \sum_{d=1}^D \lambda_d y_d \geq y_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{z}_d = \beta \mathbf{z}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, 0 \leq \beta \leq 1; \lambda_d \geq 0 \right\} \quad (4.32)$$

L'évaluation des exploitations agricoles se fera relativement à cette technologie estimée. Cette évaluation nous permettra de dériver des coefficients d'efficacité technique pour chaque exploitation.

L'estimation des mesures d'efficacité productives qui permettent entre autres de calculer les productivités marginales des facteurs de production, dépend des objectifs assignés aux exploitations agricoles lors de l'évaluation. Ces objectifs sont modélisés par des choix de direction : une direction par objectif. Les apports méthodologiques de la fonction de distance directionnelle (Chambers *et al.* [1998]), permettent d'évaluer des unités productives suivant l'angle sous lequel on se place. La forme générale de ces fonctions de distance directionnelles, relativement à la technologie  $\hat{\Psi}_{dommage}$  est donnée par :

$$\vec{D}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, y, g_x, g_z, g_y) = \text{Sup}\{\theta : (\mathbf{x} - \theta g_x, \mathbf{z} - \theta g_z, y + \theta g_y) \in \hat{\Psi}_{dommage}\} \quad (4.33)$$

$g_x$ ,  $g_z$  et  $g_y$  spécifient les directions respectives en inputs « normaux », inputs de réduction des dommages et outputs dans lesquelles l'entité évaluée est projetée sur la frontière de production. Par exemple, dans le cas d'une mesure radiale de l'efficacité visant à minimiser les pesticides et les inputs « normaux » tout en maintenant constant les outputs nous aurons :  $g_x = \mathbf{x}$ ,  $g_y = 0$  et  $g_z = \mathbf{z}$ .

Dans ce chapitre, nous effectuons deux analyses distinctes mais complémentaires. La première analyse permet de faire un état des lieux de l'utilisation agricole des pesticides en Eure-et-Loir. Nous nous plaçons sous l'angle d'agriculteurs volontaristes qui sont dans une optique de réduction de l'usage des pesticides au même titre que les autres facteurs de production ( $\vec{D}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{y}, g_x = \mathbf{x}, g_z = \mathbf{z}, g_y = 0) = \theta_1$ ). La deuxième analyse s'inscrit dans une logique de recherche de politique publique permettant de faire baisser l'utilisation agricole de pesticides. L'idée est dans un premier temps d'estimer les niveaux de pesticides qu'utiliseraient les agriculteurs d'Eure-et-Loir s'ils étaient coût-efficaces. Cela passe par la mise en place d'un programme de minimisation des coûts et nous donnera les niveaux de pesticides rationnels et efficaces pour tout niveau de production. Dans un deuxième temps, nous estimons la réduction maximale de l'usage des pesticides possible pour tout niveau de production, tout en conservant des niveaux inférieurs ou constants des autres facteurs de production et l'output constant ( $\vec{D}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{y}, g_x = 0, g_z = \mathbf{z}, g_y = 0) = \theta_2$ ). Dans un troisième et dernier temps nous estimons, pour chaque niveau de production également, le prix du marché qui pourrait permettre de passer du niveau de pesticides coût-efficace calculé lors de la première étape de cette analyse au niveau pesticides-efficace estimé lors de la deuxième étape de cette deuxième analyse. Cette analyse donnera des indications aux pouvoirs publics chargés d'élaborer des politiques de réduction de l'usage des pesticides en agriculture : elle éclairera sur la sensibilité des agriculteurs d'Eure-et-Loir aux prix. Nous détaillons ci-dessous les méthodologies suivies dans les deux analyses.

Commençons par décrire la méthodologie employée dans la première analyse. Le coefficient d'efficacité technique ou encore la fonction de distance directionnelle ( $\theta_1$ ) est

approchée pour l'exploitation « 0 », sous les hypothèses de libre disposition des facteurs de production « normaux », de faible disposition des inputs de réduction des dommages, de convexité et de rendements d'échelles variables, par le programme linéaire suivant que nous nommons programme 1 :

$$\hat{\theta}_1 = \arg \min_{\{\theta_1, \lambda\}} \left\{ \theta_1 : \sum_{d=1}^D \lambda_d y_d \geq y_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \theta_1 \mathbf{x}_0; \sum_{d=1}^n \lambda_d \mathbf{z}_d = \theta_1 \mathbf{z}_0; \sum_{d=1}^n \lambda_d = 1 \right\} \quad (4.34)$$

Ce programme linéaire nous permettra de calculer la productivité marginale des pesticides au point de projection de l'exploitation évaluée sur la frontière de production estimée.

Afin de tenir compte, dans l'estimation de la productivité marginale de l'input de réduction des dommages, du fait qu'au niveau d'une exploitation agricole, les stratégies de gestion des pesticides dépendent beaucoup de l'assolement, nous ajoutons à notre programme linéaire une contrainte permettant de limiter les écarts d'assolement entre l'exploitation agricole évaluée et le référentiel des optimums possibles. Cela nous permettra de ne comparer que des exploitations agricoles ayant des stratégies de gestion des pesticides potentiellement interchangeables. Les estimations obtenues seront plus fines parce que nous ne comparons pas par exemple une exploitation qui ne produit que du blé à une exploitation produisant des fruits et des légumes.

La construction de cette contrainte additionnelle repose sur le concept de la distance de Hamming. Cette distance a été définie par le mathématicien américain Richard Hamming. Elle est fortement utilisée en informatique, en traitement du signal et dans les télécommunications. En télécommunication, par exemple, elle est utilisée pour compter le nombre de bits altérés dans la transmission d'un message d'une longueur donnée. Elle permet de quantifier la différence entre deux séquences de symboles. Si l'on considère deux suites de symboles de même longueur, la distance de Hamming associe le nombre de positions où les deux suites diffèrent. Plus formellement, la distance de Hamming entre deux éléments  $a$  et  $b$  d'un ensemble  $\Lambda$  est le nombre d'éléments de  $a$  qui diffèrent

de ceux de  $b$ .

La distance de Hamming fournit donc un moyen simple permettant de comparer deux mots et plus généralement deux suites de caractères ou de lettres. Elle est définie pour deux mots  $a$  et  $b$  de même longueur comme le nombre de positions en lesquelles les deux mots possèdent des lettres différentes :

$$Ham(a, b) = \text{card} \{i \mid a(i) \neq b(i)\} \quad (4.35)$$

où  $\text{card}$  désigne la cardinalité de l'ensemble.  $a(i)$  et  $b(i)$  donnent la position de  $i$  dans les mots  $a$  et  $b$  respectivement. La distance de Hamming généralisée ( $Ham_g$ ) pour deux vecteurs  $u$  et  $v$  de taille  $D$  a, elle, pour expression :

$$Ham_g(u, v) = \sum_{i=1}^D \{u(i) - v(i)\} \quad (4.36)$$

Elle donne une idée de la dissemblance existante sur les deux vecteurs. Nous utilisons dans cette thèse cette distance afin de comparer uniquement les exploitations agricoles ayant des assolements similaires. La contrainte que l'on va ajouter en suivant la méthodologie préconisée par Ruggiero [1998] au programme linéaire précédent est la suivante :

$$\sum_{d=1}^D \{|(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)|\} \leq H \quad (4.37)$$

avec  $Part_d^1$  la part de la surface de la première culture de l'exploitation  $d$  dans sa surface agricole utile (SAU).  $H$  est l'écart d'assolement retenu et  $c$  le nombre de cultures différentes dans l'échantillon. Avec cette variable de proportions ( $Part_d^1$ ), le Hamming que nous utilisons sera compris entre 0 et 2. Plus la distance entre les deux est faible plus les deux exploitations agricoles que nous comparons sont proches et similaires. Plus la distance tend vers 2, plus les deux exploitations agricoles sont éloignées et n'ont donc pas d'assolements similaires. Le programme 1 par aura avec la contrainte sur les assolements la forme définitive suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \theta'_1 \\ \text{s.c.} \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d y_d \geq y_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \theta'_1 \mathbf{x}_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{z}_d = \theta'_1 \mathbf{z}_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1 \\ \lambda_d = 0 \text{ si } \sum_{d=1}^D \{ |(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)| \} > H \\ \lambda_d \geq 0 \text{ si } \sum_{d=1}^D \{ |(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)| \} \leq H \end{array} \right. \quad (4.38)$$

La productivité marginale des inputs sera calculée en utilisant au niveau du programme 1, les variables duales associées aux inputs « normaux », aux inputs de réduction des dommages et à l'output. Nous suivons pour cela la méthodologie initiée par Ouellette et Vigeant [2015]. Les produits marginaux dérivés de cette méthode, au point de projection, pour une exploitation agricole  $d$  et en utilisant les variables duales associées au programme linéaire 1 ( $\theta'_1$ ), sont donnés pour un input « normal »  $i$  et un input de réduction des dommages  $k$ , par les expressions respectives suivantes :

$$PM_{di} = \frac{\nu_{x_{di}}}{\nu_{y_d}}, \quad d = 1, \dots, D \text{ and } i = 1, \dots, m \quad (4.39)$$

$$PM_{dk} = \frac{\nu_{z_{dk}}}{\nu_{y_d}}, \quad d = 1, \dots, D \text{ and } k = 1, \dots, l \quad (4.40)$$

$\nu_{x_{di}}$ ,  $\nu_{z_{dk}}$  and  $\nu_{y_d}$  sont respectivement les variables duales du programme linéaire 1 ( $\theta'_1$ ) associées aux contraintes sur le facteur de production « normal »  $i$ , l'input de réduction des dommages  $k$  et l'output.

La deuxième analyse effectuée dans ce chapitre se déroulera en trois temps comme précisé plus haut. Dans un premier temps nous calculons, pour chaque niveau de production observé en Eure-et-Loir, la quantité de pesticides coût-efficace à utiliser. Le programme de minimisation des coûts qui permet de déterminer ces niveaux de pesticides rationnels et efficaces, pour le niveau de production  $y_0$ , sous les hypothèses de

libre disposition des facteurs de production « normaux », de faible disposition des inputs de réduction des dommages, de convexité et de rendements d'échelles variables et en tenant compte des assolements est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \sum_i w_{xi} \mathbf{x}_i^{ce} + p_z \mathbf{z}^{ce} \\ \text{s.c.} \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d y_d \geq y_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}^{ce} \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{z}_d = \mathbf{z}^{ce} \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1 \\ \lambda_d = 0 \text{ si } \sum_{d=1}^D \{ |(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)| \} > H \\ \lambda_d \geq 0 \text{ si } \sum_{d=1}^D \{ |(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)| \} \leq H \end{array} \right. \quad (4.41)$$

Avec  $p_z$  le prix des pesticides et  $w_{xi}$  le prix du facteur de production  $i$ . Ce programme est donc un programme de minimisation des coûts. Il permet d'avoir une idée de la manière avec laquelle les exploitations agricoles réagissent aux prix des facteurs de production utilisés.  $\mathbf{x}^{ce}$  et  $\mathbf{z}^{ce}$  sont les quantités permettant de rendre cout-efficace l'exploitation évaluée.

Nous estimons dans un deuxième temps et pour chaque niveau de production la réduction maximale possible de l'usage des pesticides tout en conservant des niveaux inférieurs ou constants des autres facteurs de production et supérieurs ou constants de la production. Plus formellement cela s'effectue via l'estimation du coefficient d'efficacité technique ( $\theta_2$ ). Il est approché pour le niveau de production  $y_0$ , sous les hypothèses de libre disposition des facteurs de production « normaux », de faible disposition des inputs de réduction des dommages, de convexité et de rendements d'échelles variables, par le programme linéaire suivant :

$$\hat{\theta}_2 = \arg \min_{\{\theta_2, \lambda\}} \{ \theta_1 : \sum_{d=1}^D \lambda_d y_d \geq y_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}_0; \sum_{d=1}^n \lambda_d \mathbf{z}_d = \theta_2 \mathbf{z}_0; \sum_{d=1}^n \lambda_d = 1 \} \quad (4.42)$$

Ce programme, avec les contraintes sur les assolements définies précédemment a la forme finale suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \theta'_2 \\ \text{s.c.} \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d y_d \geq y_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{z}_d = \theta'_2 \mathbf{z}_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1 \\ \lambda_d = 0 \text{ si } \sum_{d=1}^D \{ |(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)| \} > H \\ \lambda_d \geq 0 \text{ si } \sum_{d=1}^D \{ |(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)| \} \leq H \end{array} \right. \quad (4.43)$$

Nous appelons ce programme linéaire, programme 2 dans la suite de l'analyse.

Dans un troisième et dernier temps, nous estimons pour chaque niveau de production également, le plus petit prix qui rend coût efficace l'utilisation de la quantité de pesticides calculée à l'aide du programme 2. Plus formellement le programme linéaire permettant d'atteindre cet objectif est le suivant pour le niveau de production  $y_0$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } p_z \\ \text{s.c.} \\ w_x \mathbf{x}_0^* + p_z \mathbf{z}_0^* \leq w_x \mathbf{x}_i + p_z \mathbf{z}_i \text{ pour } i = 1, \dots, D' \\ D' \text{ est la taille du sous-ensemble de l'échantillon respectant les conditions suivantes :} \\ \mathbf{y}_i \geq \mathbf{y}_0^* \\ \mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_0^* \\ \mathbf{z}_i \geq \mathbf{z}_0^* \\ p_z > 0 \\ |(Part_i^1 - Part_*^1)| + \dots + |(Part_i^c - Part_*^c)| \leq H \end{array} \right. \quad (4.44)$$

Avec  $p_z$  le prix des pesticides permettant de rendre coût-efficace l'exploitation évaluée.  $w_x$  est le vecteur des prix associé aux facteurs de production « normaux ».  $\mathbf{x}_0^*$  et  $\mathbf{z}_0^*$  sont

les coordonnées de l'exploitation qui présente le coût de production le plus faible avec les prix  $p_z$  et  $w_x$  et permettant de produire au moins  $y_0$ . Nous avons plus précisément :  $\mathbf{x}_0^* = \mathbf{x}_0$  et  $\mathbf{z}_0^* = \theta_2' \mathbf{z}_0$ . Le programme précédant peut réécrire de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } A_z \\ \text{s.c.} \\ A_z(\mathbf{x}_0^* - \mathbf{x}_i) \leq (\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_0^*) \text{ pour } i = 1, \dots, D' \\ D' \text{ est la taille du sous-ensemble de l'échantillon respectant les conditions suivantes :} \\ \mathbf{y}_i \geq \mathbf{y}_0^* \\ \mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_0^* \\ \mathbf{z}_i \geq \mathbf{z}_0^* \\ p_z > 0 \\ |(Part_i^1 - Part_*^1)| + \dots + |(Part_i^c - Part_*^c)| \leq H \end{array} \right. \quad (4.45)$$

Avec  $A_z = \frac{w_x}{p_z}$ . Ce programme permettra d'estimer pour chaque niveau de production le prix minimum qui induit  $\mathbf{z}^*$ . La figure suivante illustre plus clairement l'analyse que nous menons :

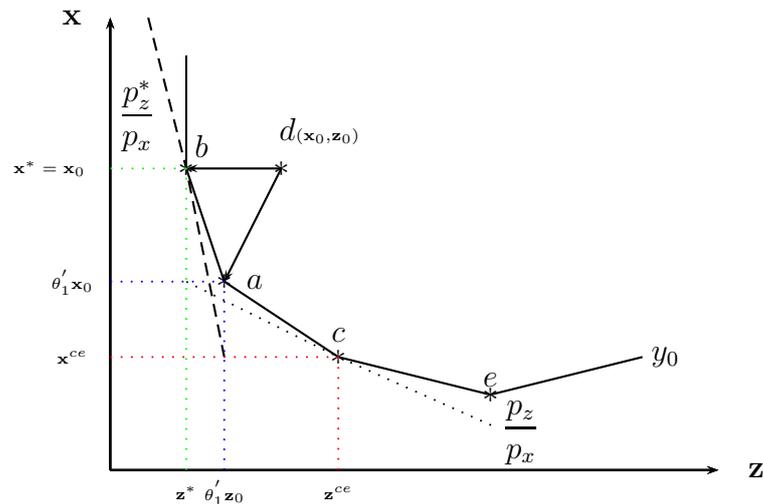


FIGURE 4.2 – Vue ensembliste du calcul du prix des pesticides

Pour le niveau de production  $y_0$  l'utilisation minimale des pesticides se situe au niveau du point  $b$ . En réagissant parfaitement aux prix du marché, *i.e.* en étant coût-efficace, la production s'établirait au point  $c$ . La troisième étape de l'analyse (calcul des prix)

permet de voir le niveau de prix, pour un niveau de production  $y_0$ , permettant de passer d'une production au point  $c$  à une production au point  $b$ , avec donc le niveau minimum de pesticides. En d'autres termes, le prix calculé permet de passer du niveau d'utilisation des pesticides ( $\mathbf{z}^{ce}$ ) au niveau minimum ( $\mathbf{z}^* = \theta'_2 \mathbf{z}_0$ ). De manière plus globale, cette analyse en trois étapes nous permettra de calculer la variation des prix qui induit le déplacement de  $c$  à  $b$ . Nous pouvons donc *in fine* calculer la variation de l'utilisation de pesticides induite par la variation des prix calculée.

Signalons pour finir que trois cas de figure peuvent se présenter à nous durant la phase d'estimation de la variation des pesticides induite par une certaine variation des prix. Le premier cas est présenté dans la figure 4.3. Lorsque pour un niveau de production donné, le programme linéaire 2 nous donne ces niveaux de facteurs de production, la troisième étape de la deuxième analyse est impossible. En effet, il est impossible de trouver un niveau de prix tel que ces niveaux de facteurs de production calculés par le programme 2 soient coût-efficaces : quel que soit le prix, le coût de production en  $b$  est inférieur à celui calculé au point donné par le programme linéaire 2. Pour éviter ce problème d'infaisabilité, nous tenons compte de variables d'écarts pour nous ramener au point  $b$ . Le niveau de pesticide est toujours le même. Les facteurs de production sans écarts ( $\mathbf{x}^{se}$ ) sont obtenues à l'aide des  $\lambda$  calculés par le programme linéaire 2 de la manière suivante :

$$\sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d = \mathbf{x}^{se} \quad (4.46)$$

Le deuxième cas de figure est présenté dans le graphique 4.4. Dans ce type de situation l'estimation du prix est toujours possible. En d'autres termes, nous pouvons toujours dans cette situation estimer l'augmentation des prix qui induira une certaine diminution des pesticides.

Le troisième et dernier cas de figure est présenté dans la figure 4.5. Nous remarquons que le niveau de pesticides donné par le programme linéaire 2 est inférieur au niveau coût-efficace. Nous ne pouvons pas calculer de prix à ce niveau. La solution pour faire

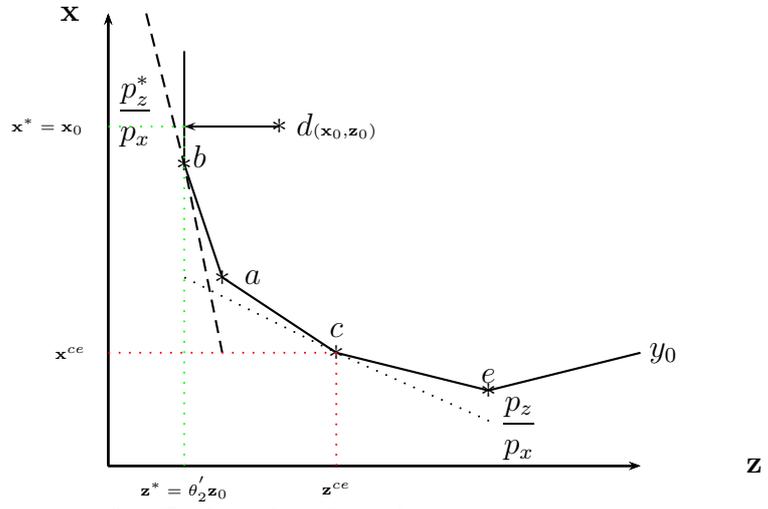


FIGURE 4.3 – Estimation du prix : cas 1

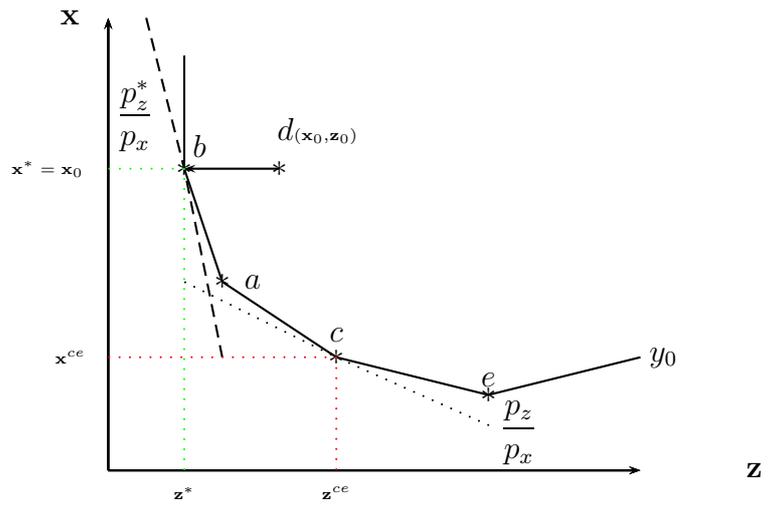


FIGURE 4.4 – Estimation du prix : cas 2



La variable « pesticides » qui reprend la consommation totale des produits de protection des cultures au niveau de chaque exploitation agricole en Euros est notre input de réduction des dommages.

Dans la base de données que nous utilisons, nous avons trois agrégats au niveau de chaque exploitation agricole dont la somme permet d'obtenir notre output. Ces blocs de cultures (agrégats) sont le bloc de productions céréalières (constitué de 9 cultures), le bloc de productions industrielles (constitué de 9 cultures) et le bloc des autres productions (constitué de 6 cultures). La composition exacte de ces blocs de production est donnée également dans le chapitre 3 de cette thèse. Au total, nous pouvons donc noter que 24 cultures forment ces blocs de production. La somme de ces trois blocs sera considérée comme étant notre output dans ce chapitre.

Nous déflatons toutes les variables en valeur présentées ci-dessus. Plus précisément, la déflation de l'agrégat formant notre output est réalisée via la déflation de ses trois composantes. La méthode de déflation de ces composantes, via la constitution d'indices composites, est présentée dans le chapitre 3. La variable pesticides est quant-à elle déflatée par l'indice des prix des moyens de protection des cultures (voir chapitre 3). Les variables « amortissements » (Amort.) et « consommations intermédiaires » (Con. Inter.) sont déflatés respectivement par l'indice des prix des biens d'investissement et l'indice des prix des moyens de production agricoles. Des informations sur cet indice, ainsi que la justification de leur choix en tant que déflateurs sont également disponibles dans le chapitre 3. Les statistiques descriptives de ces variables sont présentées dans le tableau 4.1.

Dans la deuxième analyse de ce chapitre, nous utilisons les prix des facteurs de production. Pour les variables pesticides, consommations intermédiaires et amortissements, nous utilisons comme prix respectivement l'indice des prix des moyens de protection des cultures, l'indice des prix des biens d'investissement et l'indice des prix des moyens de production agricoles (voir chapitre 3). Pour les variables travail et terre, nous considé-

Tableau 4.1 – Descriptif des variables caractérisant le technologie

		Travail	Terre	Amort.	Cons. Int.	Pesticides	Outputs
2005	Minimum	0,5000	14,7900	526,11	11356,00	2814,00	21137,00
	Quartile 1	1,0000	87,39	13553,21	31919,00	14934,00	67525,00
	Moyenne	1,2422	125,1949	24860,47	50452,47	22281,06	106756,98
	Médiane	1,0000	118,2700	22278,11	44075,00	20324,00	94836,00
	Quartile 3	1,2500	154,50	34263,05	62960,00	28409,00	137446,00
	Maximum	4,0000	360,8500	72973,89	196536,00	63085,00	321581,00
	Ecart-type	0,4716	50,6181	15086,94	26093,45	10042,68	52779,45
2006	Minimum	0,5000	14,7900	885,74	12489,30	2726,55	19884,47
	Quartile 1	1,0000	90,31	13222,66	31575,15	14373,75	66481,53
	Moyenne	1,2375	127,03	24747,35	50239,01	21188,95	104949,30
	Médiane	1,0000	119,3500	22661,62	44146,89	19372,26	94820,87
	Quartile 3	1,2125	154,99	34042,24	62116,49	26800,40	135117,55
	Maximum	4,0000	368,2100	70041,02	179648,83	59423,15	323729,75
	Ecart-type	0,4603	51,1830	14997,04	25864,43	9465,16	52215,90
2007	Minimum	0,4600	14,7900	662,26	11874,08	1697,61	21108,55
	Quartile 1	1,0000	91,86	13238,21	30515,63	14964,58	69753,37
	Moyenne	1,2374	128,5249	25325,35	49096,70	22167,64	109589,03
	Médiane	1,0000	120,7500	22091,51	43105,70	20420,16	99730,32
	Quartile 3	1,0250	158,05	35442,45	59832,26	28057,88	138125,12
	Maximum	4,0000	393,9700	74123,58	296767,46	66040,92	322447,45
	Ecart-type	0,4668	52,4119	15888,03	27138,03	10214,57	54469,82
2008	Minimum	0,4600	32,3900	723,31	11337,13	2614,49	15061,16
	Quartile 1	1,0000	90,95	13144,13	33375,41	16003,86	61220,28
	Moyenne	1,2040	127,2516	24311,10	50603,17	23962,05	98378,64
	Médiane	1,0000	120,5800	21801,60	45769,54	21885,02	87800,73
	Quartile 3	1,0000	154,63	33701,07	63068,40	30836,72	123536,78
	Maximum	3,0000	310,9400	72142,35	176463,36	74014,49	414842,98
	Ecart-type	0,4309	50,7690	15157,55	24230,48	10756,29	52796,61

rons comme prix respectivement le prix unitaire de la main d'oeuvre et le cout unitaire du foncier. Le calcul du cout du foncier et de la main d'oeuvre a été également détaillé dans le chapitre 3 de cette thèse. Les statistiques descriptives de ces variables de prix sont présentées dans le tableau 4.2.

Précisons que pour la formation de la contrainte sur les assolements, les parts des différentes cultures présentes dans l'échantillon dans la surface agricole totale sont considérés. Nous avons 24 surfaces sur lesquelles sont produites notre output agrégé. L'ajout à ces surfaces de la surface jachère permet d'obtenir la surface agricole totale. Nous obtenons donc 25 parts au niveau de chaque exploitation agricole, correspondant aux parts des surfaces occupées par les 24 cultures répertoriées plus haut et de la jachère dans la surface agricole totale.

## 4.5 Présentation et discussion des résultats

Nous commençons par la présentation et la discussion des résultats de la première analyse. Rappelons qu'à ce niveau nous estimons la réduction simultanée maximale possible de l'usage des facteurs de production « normaux » et de l'input de réduction des dommages, étant donnée la technologie. Aussi, comme annoncé plus haut, nous caractérisons la technologie avec quatre inputs « normaux », un input de réduction des dommages et un output. La contrainte sur les assolements des différentes exploitations agricoles permettra d'affiner les résultats de nos différentes estimations en ne comparant une exploitation agricole qu'aux exploitations auxquelles elle est comparable. Précisons que dans cette analyse, nous n'avons pas d'informations sur la pression des ravageurs. Pour contourner ce problème, nous effectuons des estimations annuelles en supposant, vu que toutes nos exploitations agricoles étudiées sont dans la même zone de production d'Eure-et-Loir, que sur une année, le climat et la pression des ravageurs s'imposent à elles de manière identique. En d'autres termes, sur une même année, ces exploitations agricoles sont confrontées aux mêmes conditions pédo-climatiques.

Tableau 4.2 – Prix des facteurs de production

		P. foncier	P. travail	P. CI	P. Amort.	P. Pest.
2005	Minimum	23,9774	8459,6386	100	100	100
	Quartile 1	121,8015	15508,625	100	100	100
	Moyenne	217,0069	20247,8273	100	100	100
	Médiane	177,5102	18788,6818	100	100	100
	Quartile 3	271,0422	23555,5	100	100	100
	Maximum	1374,3052	70654	100	100	100
	Ecart-type	140,7315	6660,7214	0	0	0
2006	Minimum	21,359	8951,3333	102,8	102,4	100,2
	Quartile 1	114,7962	15091,875	102,8	102,4	100,2
	Moyenne	204,3839	19493,6667	102,8	102,4	100,2
	Médiane	172,8414	18094,5	102,8	102,4	100,2
	Quartile 3	253,5413	22101	102,8	102,4	100,2
	Maximum	2457,2273	52247	102,8	102,4	100,2
	Ecart-type	148,0269	5792,8654	0	0	0
2007	Minimum	27,7015	4360,3333	108,8	106	100,2
	Quartile 1	112,6204	16028,5	108,8	106	100,2
	Moyenne	204,5203	20892,0733	108,8	106	100,2
	Médiane	167,8942	19309,5	108,8	106	100,2
	Quartile 3	255,5988	23987,5	108,8	106	100,2
	Maximum	1788,5417	61232	108,8	106	100,2
	Ecart-type	142,5511	6759,9413	0	0	0
2008	Minimum	30,2498	8677	122,8	112,4	103,5
	Quartile 1	125,5013	19045,625	122,8	112,4	103,5
	Moyenne	218,1229	24893,1604	122,8	112,4	103,5
	Médiane	182,8629	23500	122,8	112,4	103,5
	Quartile 3	276,9878	28482,25	122,8	112,4	103,5
	Maximum	1007,2592	69708	122,8	112,4	103,5
	Ecart-type	131,4079	8520,4814	0	0	0

P. foncier, P travail, P. CI, P. Amort. et P. Pest. signifient respectivement prix du foncier, prix du travail, prix des consommations intermédiaires et prix des pesticides.

Précisons aussi que nous avons préféré cette méthode d'évaluation des exploitations agricoles multicultures à la méthode DEA multi-outputs classique car elle permet de tenir compte plus finement de la spécificité de chaque exploitation agricole dans l'analyse. En effet, comme annoncé dans la section précédente nous avons trois blocs d'outputs dans notre base de données. Nous n'avons aucune information sur les cultures formant ces blocs à part leurs surfaces. Nous avons deux choix d'analyse et d'évaluation. Le premier choix est de mener une analyse DEA multi-outputs avec ces trois blocs. Ce qui revient cependant à supposer que toutes les cultures présentes dans le bloc des cultures céréalières par exemple sont interchangeables dans une optique d'évaluation de l'utilisation de pesticides. La différenciation est donc faite uniquement entre blocs. Le deuxième choix est d'utiliser la distance de Hamming en considérant l'agrégat formé par les trois blocs outputs et les surfaces de toutes les cultures présentes dans l'échantillon. Cette seconde méthode d'estimation est donc plus fine car elle nous permet des différenciations à l'intérieur des blocs d'outputs.

Nous avons expérimenté dans nos estimations des écarts d'assolement sur les 25 cultures présentes dans l'échantillon de 0,4 ; 0,5 et 0,6. Les statistiques descriptives sur les référentiels obtenus pour chaque exploitation agricole sont présentées dans le tableau 4.3.

Un référentiel de 41 par exemple pour une exploitation agricole et pour un écart d'assolement de 0.4 signifie que la méthode DEA que nous mettons en oeuvre ne compare cette exploitation qu'à 41 autres dans l'échantillon. En d'autres termes, pour cet écart d'assolement, il n'y a que 41 exploitations « similaires » à l'exploitation évaluée dans l'échantillon que nous considérons.

Nous avons choisi dans ce chapitre de ne présenter que les résultats de l'écart d'assolement 0,5. Précisons qu'avec 0,4 et 0,6 comme écarts d'assolement, les principales conclusions de ce chapitre restent valides. L'écart d'assolement choisi nous permet de ne comparer une exploitation qu'à des exploitations dont la somme des écarts d'assolement sur les 25 cultures présentes dans l'échantillon ne dépasse pas 0,5. Avec cet

Tableau 4.3 – Référentiels obtenus

		Ecart 0,4	Ecart 0,5	Ecart 0,6
2005	Moyenne	94,3347	167,52	253,08
	Médiane	39,5	127,5	271
	Ecart-type	102,1723	148,9581	185,0718
2006	Moyenne	95,1469	164,6695	243,0173
	Médiane	39	131	267
	Ecart-type	104,1685	150,3146	185,9849
2007	Moyenne	89,7727	154,8961	231,9589
	Médiane	32,5	107,5	252
	Ecart-type	101,6259	146,0712	182,5669
2008	Moyenne	74,8822	128,864	190,0363
	Médiane	41	120	212,5
	Ecart-type	78,6416	112,0123	138,3463

écart maximum choisi, nous avons un référentiel moyen compris, chaque année et pour chaque exploitation, entre 129-168 exploitations agricoles. Cela est acceptable car l'objectif est de ne pas comparer les exploitations agricoles à elles-mêmes<sup>4</sup>.

Le descriptif des coefficients d'efficacité technique estimés en suivant le programme linéaire 1 et avec l'écart d'assolement retenu, est reporté dans le tableau 4.4. Nous ne remarquons pas de variation significative des coefficients d'efficacité technique suivant les années. Ils évoluent dans l'intervalle  $[0,89 ; 0,91]$ . Les exploitants agricoles d'Eure-et-Loir peuvent donc, suivant les années, réduire en moyenne de manière simultanée l'utilisation de tous les facteurs de production d'approximativement 9-11 % (facteurs de production « normaux » et input de réduction des dommages). Signalons cependant que la moyenne la plus élevée est observée en 2007 et la plus basse en 2008.

---

4. C'est pour cette raison que nous ne présentons pas les résultats de l'écart d'assolement 0,4 dont le référentiel moyen tourne autour de 75-95 exploitations (la médiane tourne autour de 40), ce qui est assez faible. En effet, cette médiane nous dit que pour la moitié des exploitations agricoles, la comparaison de performance s'effectue avec moins de 40 exploitations. Les résultats de l'écart d'assolement 0,6, eux, ne sont pas présentés car cet écart ne filtre pas assez les exploitations agricoles. En effet, le référentiel moyen tourne, suivant les années, autour de 190-254, ce qui est assez élevé.

Tableau 4.4 – Descriptif des coefficients d'efficacité technique, analyse 1

	2005	2006	2007	2008
Minimum	0,5274	0,4853	0,5123	0,4812
Quartile 1	0,8349	0,8501	0,847	0,8165
Moyenne	0,9043	0,9095	0,9115	0,8968
Médiane	0,9314	0,9405	0,9580	0,9416
Quartile 3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Maximum	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Ecart-type	0,1047	0,1061	0,1094	0,1218

Dans l'optique de jauger la consommation des pesticides au niveau des exploitations agricoles, nous nous penchons sur l'analyse de leur productivité marginale. Cela nous permettra de comprendre le rapport des agriculteurs à ces produits. Pour ce faire, nous suivons la méthodologie détaillée dans la section 2. Ce calcul de la productivité des pesticides comme celui des facteurs de production « normaux » se fait via la dérivation des prix implicites associés aux facteurs de production (tous confondus) et aux outputs. Avant de présenter ces productivités marginales, nous présentons le pourcentage des variables d'écart non nuls dans le tableau 4.5. La nullité de ces variables d'écart implique des prix implicites non nuls. Les exploitations agricoles ayant des variables d'écart non nuls au niveau de l'output sont des exploitations au niveau desquelles nous ne pouvons pas dériver de productivité marginale des facteurs de production. Ce sont des observations non exploitables. En effet, avec un prix implicite de l'output nul, ce qui découle de la non nullité des variables d'écarts, la productivité des pesticides et des inputs en général n'est pas définie.

Tableau 4.5 – Pourcentages des variables d'écart non nuls dans l'échantillon

	Production	Travail	Terre	Amort.	Cons. Int.	Pesticides
2005	16,7368	32,5263	42,5263	48,7368	42,0000	10,8421
2006	16,8467	35,4212	48,4881	59,0713	49,6760	11,4471
2007	19,4805	35,8225	54,329	58,1169	50,7576	11,9048
2008	13,5952	31,4199	47,7341	61,1782	49,2447	7,5529

Nous remarquons pour ce programme linéaire 1 et pour toutes les années, que seule-

ment 13-20 % des résultats sur les productivités marginales ne sont pas exploitables. Nous avons donc une base non négligeable qui nous permettra de bien appréhender la productivité marginale des pesticides. Notons qu'au niveau des pesticides, moins de 7-10 % des exploitations présentent des prix implicites nuls. La situation est pratiquement inversée en ce qui concerne les autres facteurs de production. En effet, entre 30 % et 60 % des exploitations présentent des prix implicites nuls.

Le descriptif des productivités marginales des facteurs de production est présenté dans le tableau 4.6. Notons que, dans ce chapitre, nous nous focalisons toujours sur les estimations médianes. Cette valeur, comparée à la moyenne est moins sensible aux valeurs extrêmes. C'est également une exploitation non fictive appartenant à l'échantillon. A titre illustratif, nous reportons également les résultats de l'exploitation moyenne.

Tableau 4.6 – Descriptifs des productivités marginales estimées

		Travail	Terre	Amort.	Cons. Int.	Pesticides
2005	Médiane	23877,9582	295,1808	0,3100	0,4491	1,0202
	Moyenne	75515,1451	542,4656	0,9792	0,8395	1,4892
2006	Médiane	20062,5875	221,6311	0,0000	0,3213	1,6549
	Moyenne	88629,5689	557,0431	1,1508	1,2388	1,7727
2007	Médiane	9844,3146	86,5885	0,0000	0,2240	1,8547
	Moyenne	113623,5970	523,3074	1,0010	1,7387	1,1468
2008	Médiane	54426,0170	215,2741	0,0000	0,1434	1,6284
	Moyenne	82614,7838	653,0078	1,9551	1,1606	1,7724

Parmi ces productivités, nous nous focalisons sur celles des pesticides qui nous intéressent plus précisément dans cette analyse. Ces productivités marginales peuvent être négatives ou positives. Le tableau 4.7 nous permet d'avoir une idée de leur répartition suivant les années et suivant ces deux groupes.

Ce tableau nous permet de remarquer que suivant les années, autour de 25-35 % des exploitations agricoles sur lesquelles nous pouvons calculer une productivité marginale

Tableau 4.7 – Répartition des exploitations agricoles selon la nature de la productivité des pesticides

	2005	2006	2007	2008
Productivités négatives	200	228	239	211
Productivités positives	590	540	504	360
Nombre total	790	768	743	571

affichent une productivité marginale négative. Ces exploitants agricoles ne réagissent pas à une potentielle réglementation touchant les pesticides (ils ne réagissent pas aux prix) et gaspillent les pesticides, probablement à cause d'une très grande aversion au risque. L'analyse de ces exploitations agricoles ne nous révèle rien sur la réglementation sous-jacente concernant les pesticides en Eure-et-Loir. Il faudrait donc, au niveau des programmes prônant la réduction de l'usage des pesticides, accompagner ces exploitants agricoles via des services de conseils sur les moyens d'épandage et de gestion des pesticides. Afin de voir l'état de l'utilisation de pesticides agricoles induite par la réglementation, nous ne considérons que les exploitations agricoles affichant des productivités marginales positives. Le descriptif des productivités de ces exploitations, suivant les années, est consigné dans le tableau 4.8.

Tableau 4.8 – Descriptif des productivités positives

	2005	2006	2007	2008
Médiane	1,9580	2,9292	3,0074	2,8357
Moyenne	4,6685	4,9392	4,7251	4,6548

Nous menons dans un premier temps une analyse au niveau privé de l'utilisation des pesticides, *i.e.* au niveau de chaque exploitation agricole. Afin d'y voir plus clair, nous calculons, pour chaque exploitation agricole le coût d'utilisation d'une unité supplémentaire de pesticides et le bénéfice rapporté par cette utilisation. Pour cela, considérons par exemple la productivité marginale des pesticides, de la première exploitation présente dans notre échantillon en 2005. Cette productivité est de 3,3951. Cela voudrait dire que pour cette exploitation, une augmentation des pesticides d'une unité entraîne

une augmentation de l'output de 3,3951 unités. Pour voir si l'opération est bénéfique ou pas au niveau de l'exploitation, *i.e.* si on est en utilisation sur ou sous optimale des pesticides, il faudrait comparer le coût de cette unité de pesticides au bénéfice généré, *i.e.* le gain apporté par 3,3951 unités d'output. Pour réaliser cette comparaison, nous nous aidons de l'indice de prix des pesticides et de l'indice des prix de notre agrégat (output). Pour les pesticides, comme signalé dans la section 4.4, nous utilisons l'indice des prix des moyens de protection des cultures présenté de manière plus détaillée dans le chapitre 3. L'indice des prix de notre agrégat devra lui être calculé. Rappelons que nous avons déflaté l'agrégat en déflatant chacune de ses trois composantes via les trois indices composites présentés dans le chapitre 3. Nous formons un indice composite unique en nous aidant de ces trois indices et des surfaces des trois blocs de production. Plus formellement, notons les indices composites « céréales », « industriels » et « Autres » respectivement par  $IC_c$ ,  $IC_i$  et  $IC_a$ . Notons également les surfaces des cultures céréalières, industrielles et autres respectivement par  $S_c$ ,  $S_i$  et  $S_a$ . L'indice unique  $IC$  pouvant déflater notre agrégat est donnée par :

$$IC = \frac{(IC_c \times S_c) + (IC_i \times S_i) + (IC_a \times S_a)}{S_c + S_i + S_a} \quad (4.47)$$

Avec ces deux indices (pesticides et agrégat), nous calculons pour chaque exploitation agricole et pour chaque année les coûts et les bénéfices privés découlant de l'utilisation d'une unité supplémentaire de pesticides. Cette petite analyse descriptive peut être formalisée de la manière suivante : l'exploitation agricole au niveau privé essaie de minimiser son coût de production ( $C$ ) étant donné les prix des facteurs de production ( $w_x$  est le prix des facteurs de production normaux et  $p_z$  est le prix des inputs de réduction des dommages) et la technologie disponible ( $H$ ). Le programme de minimisation est le suivant :

$$\begin{cases} C(y, w_x, p_z) = \min w_x^\top \mathbf{x} + p_z z \\ s/c \\ H(\mathbf{x}, z, y) \leq 0 \end{cases} \quad (4.48)$$

Le lagrangien de ce programme de minimisation a la forme suivante :

$$L = w_x^\top \mathbf{x} + p_z z + \lambda H(\mathbf{x}, z, y) \quad (4.49)$$

Les conditions du premier ordre - en ce qui concerne les pesticides - nous donnent :

$$p_z + \lambda H_z = 0 \text{ et } H(\mathbf{x}, z, y) = 0 \text{ avec } H_z = \partial H(\mathbf{x}, z, y)/\partial z < 0 \quad (4.50)$$

Cela nous donne :

$$p_z = -\lambda H_z \quad (4.51)$$

Par le théorème de l'enveloppe, nous avons :

$$C_y = \lambda H_y \text{ et donc } \lambda = C_y/H_y > 0 \quad (4.52)$$

Avec  $C_y = \partial C(y, w_x)/\partial y > 0$  et  $H_y = \partial H(\mathbf{x}, z, y)/\partial y > 0$ .

Finalement, nous avons :

$$p_z = -\frac{C_y \times H_z}{H_y} \quad (4.53)$$

Si l'exploitation agricole est concurrentielle en output, nous avons :

$$C_y = p_y \quad (4.54)$$

Cela nous donne :

$$p_z = -\frac{p_y \times H_z}{H_y} \text{ ou encore } p_z = \left[ -\frac{H_z}{H_y} \right] \times p_y \quad (4.55)$$

Pour déterminer la rationalité « privé » en termes d'utilisation de pesticides, il suffit d'analyser la déviation par rapport à l'égalité précédente. Cela revient à calculer et à comparer pour chaque exploitation agricole et pour chaque année le cout des pesticides utilisés ( $p_z$ ) au bénéfice généré par ces derniers ( $\left[ -\frac{H_z}{H_y} \right] \times p_y$ ). Le tableau 4.9 nous donne une idée de ces variables.

Tableau 4.9 – Comparaison des coûts et des bénéfices privés découlant de l'utilisation de pesticides

		Ind. pest.	Ind. comp. output	Coût pest.	Gain pest.
2005	Médiane	1	1	1	1,958
	Moyenne	1	1	1	4,6685
2006	Médiane	1,002	1,1778	1,002	3,3971
	Moyenne	1,002	1,1619	1,002	5,7002
2007	Médiane	1,002	1,7657	1,002	5,2309
	Moyenne	1,002	1,6958	1,002	7,7722
2008	Médiane	1,035	1,1778	1,035	3,3971
	Moyenne	1,035	1,1619	1,035	5,7002

Nous remarquons clairement que pour toutes les années, le coût privé d'une augmentation des pesticides d'une unité est inférieur au gain privé résultant. En étant rationnel, l'agriculteur médian doit donc augmenter sa consommation de pesticides. Cela voudrait dire que l'exploitation agricole médiane utilise de manière sous-optimale les pesticides. Ce résultat traduit d'une certaine façon l'effet de la réglementation des pesticides : les politiques publiques mises en place pour faire diminuer l'usage des pesticides ont des effets sur les décisions de production des agriculteurs d'Eure-et-Loir. Cette méthode peut être vue comme étant un moyen indirect permettant de révéler la réglementation pesant sur l'utilisation de certains facteurs de production dans un secteur économique donné. C'est donc un outil supplémentaire à la disposition des pouvoirs publics, leur permettant de vérifier l'efficacité des incitatifs mis en place dans un secteur. Globalement, nos résultats disent deux choses. Dans un premier temps, les agriculteurs d'Eure-et-Loir sur lesquelles nous avons mené cette analyse (ceux qui ne gaspillent pas les pesticides) ne sont pas insensibles aux diverses politiques mises en place pour réduire l'usage agricole des pesticides. Donc au moins à minima, ces politiques marchent. Dans un second temps le niveau de la productivité marginale estimé permet à ces mêmes pouvoirs publics d'avoir une idée de la direction dans laquelle il faudrait qu'ils aillent afin de mettre en place d'autres programmes incitatifs.

Afin de vérifier la robustesse de ces résultats, nous avons calculé - sur ces exploitations qui ont une productivité marginale positive - pour chaque année le pourcentage d'exploitations agricoles qui utilisent les pesticides de manière sous-optimale au niveau privé. Les résultats sont consignés dans le tableau 4.10. Ils nous montrent que sur toutes les années, plus de 70-90 % des exploitations agricoles utilisent les pesticides de manière sous-optimale. Cela vient confirmer la conclusion de sous-optimalité globale trouvée. Aussi en analysant ce même tableau, on remarque que les exploitations agricoles qui sous-utilisent les inputs de réduction des dommages contribuent également à plus de 70-90 % de la production totale de l'échantillon analysé. Ce résultat se confirme également en considérant la surface agricole utile (SAU) des exploitations agricoles. Nous pouvons donc affirmer globalement qu'il existe une certaine sous-optimalité en ce qui concerne l'utilisation des pesticides par les exploitants agricoles que nous analysons. Cette sous-optimalité est probablement due à une potentielle réglementation.

Tableau 4.10 – Pourcentages de sous-optimalité

		Sous-optimalité	Sur-optimalité
2005	Pourcentage d'exploitation	67,1743	32,8257
	Pourcentage de la production	71,0989	28,9011
	Pourcentage de la SAU	66,3587	33,6413
2006	Pourcentage d'exploitation	86,3469	13,6531
	Pourcentage de la production	86,2005	13,7995
	Pourcentage de la SAU	84,3277	15,6723
2007	Pourcentage d'exploitation	91,4851	8,5149
	Pourcentage de la production	92,09	7,91
	Pourcentage de la SAU	91,4073	8,5927
2008	Pourcentage d'exploitation	93,3518	6,6482
	Pourcentage de la production	93,5889	6,4111
	Pourcentage de la SAU	92,8451	7,1549

Dans un deuxième temps, nous pouvons mener une analyse plus globale de l'utilisation agricole de pesticides en Eure-et-Loir. Cette analyse prend la suite de celle menée au

niveau de l'exploitation. Dans cette dernière, nous avons mis en évidence une certaine réglementation répondant aux préoccupations de plus en plus fortes concernant les effets des pesticides sur la santé humaine, la faune et la flore. En effet, les agriculteurs étant rationnels, s'ils n'utilisent pas les pesticides au niveau optimal, c'est qu'ils sont confrontés à une certaine contrainte. L'analyse globale que nous menons à ce niveau, permettra de déterminer, en partie, en Eure-et-Loir la valeur que les pouvoirs publics attribuent aux effets négatifs des pesticides. Si ces derniers constatent que l'utilisation des pesticides est trop importante, ils peuvent agir sur cette valeur. Comme vu plus haut, la valeur de la productivité marginale des pesticides constitue le bénéfice privé. C'est le gain que retire l'agriculteur de l'utilisation agricole de pesticides. Ce gain peut également être considéré comme étant le bénéfice social provenant de l'utilisation de pesticides. A côté de ce gain social, nous avons le coût social de l'utilisation de pesticides. La première composante du coût social des pesticides est donnée par le prix d'achat des pesticides. La seconde composante de ce coût social est difficile à estimer. Ce sont les contreparties monétaires possibles de tous les effets directs et indirects des pesticides sur la santé humaine et sur l'écosystème. En supposant que les agriculteurs sont rationnels, le coût social et le bénéfice social doivent pouvoir s'égaliser. En d'autres termes, la différence que nous trouvons entre le bénéfice social et le prix d'achat des pesticides agricoles peut être considérée comme étant la valorisation actuelle par le gouvernement de ces coûts directs et indirects provenant de l'utilisation des pesticides. Cela se manifeste au niveau des agriculteurs par un ensemble de contraintes, vues plus haut, les incitant à « raisonner » leur utilisation de pesticides. Le tableau 4.11 nous donne une idée de la valorisation par les pouvoirs publics des coûts externes des pesticides. Nous remarquons à partir de 2005, une accentuation des contraintes pesant sur les agriculteurs d'Eure-et-Loir, se traduisant par une valorisation des coûts externes de plus en plus importante<sup>5</sup>.

Une des questions que l'on pourrait se poser à ce niveau dans l'analyse est : existe-il des caractéristiques environnementales qui permettent d'expliquer le gaspillage des pesti-

---

5. Cette valorisation baisse en 2008. Cela est probablement dû à la taille de notre échantillon comparé aux autres années.

Tableau 4.11 – Valorisation des coûts externes des pesticides

		Prix pesticides	Rendement pesticides	Valorisation
2005	Médiane	1,0000	1,9580	0,9580
	Moyenne	1,0000	4,6685	3,6685
2006	Médiane	1,0020	3,3971	2,3951
	Moyenne	1,0020	5,7002	4,6982
2007	Médiane	1,0020	5,2309	4,2289
	Moyenne	1,0020	7,7722	6,7702
2008	Médiane	1,0350	3,3971	2,3621
	Moyenne	1,0350	5,7002	4,6652

cides mis en évidence plus haut dans l'analyse. Pour répondre à cette question, nous explorons les caractéristiques des exploitations gaspillant leur stock de pesticides et celles des exploitations agricoles ayant une productivité marginale positive. Les variables environnementales que nous explorons au sein des ces deux groupes d'exploitations sont les suivantes : la part des cultures céréalières dans la surface totale (Cér./SAU), la part des cultures industrielles dans la surface totale (Ind./SAU), la part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale (MO-fam/MO), la part des terres appartenant à l'exploitant dans la surface agricole totale (SAU-exp/SAU), la variable terre et la variable travail. Des statistiques sur la distribution des variables environnementales dans les deux groupes d'exploitations agricoles est donnée dans le tableau 4.12.

Tableau 4.12 – Distribution des variables environnementales dans les deux groupes

			Cér./SAU	Ind./SAU	MO-fam/MO	SAU-exp/SAU	Travail	Terre
2005	sur-optimalité	Moyenne	0,6249	0,2415	0,8868	0,1147	1,4438	148,3339
		Médiane	0,638	0,24	1	0	1	139,92
	sous-optimalité	Moyenne	0,638	0,2307	0,9046	0,1175	1,3081	121,2637
		Médiane	0,6416	0,2386	1	0	1	115,13
2006	sur-optimalité	Moyenne	0,613	0,2662	0,9235	0,1171	1,3214	135,2676
		Médiane	0,6046	0,2676	1	0	1	128,39
	sous-optimalité	Moyenne	0,6387	0,2302	0,9184	0,1106	1,2499	118,3229
		Médiane	0,6423	0,2314	1	0	1	114,77
2007	sur-optimalité	Moyenne	0,6109	0,2676	0,9125	0,075	1,374	152,086
		Médiane	0,619	0,2535	1	0	1	150,11
	sous-optimalité	Moyenne	0,6255	0,2334	0,9144	0,107	1,296	124,3551
		Médiane	0,6271	0,2304	1	0	1	115,255
2008	sur-optimalité	Moyenne	0,653	0,247	0,9416	0,1202	1,4803	156,1606
		Médiane	0,6451	0,2586	1	0	1	138,95
	sous-optimalité	Moyenne	0,6746	0,2085	0,9026	0,093	1,2297	124,46
		Médiane	0,673	0,2121	1	0	1	120,75

Nous remarquons en moyenne, sur toutes les années, que les exploitations agricoles dans lesquelles les pesticides sont « gaspillés » ont une surface agricole plus importante que les autres exploitations agricoles. Il n’y a pas de tendance claire de différenciation en ce qui concerne les autres variables sur lesquelles porte l’analyse. Globalement, il n’y a donc pas de caractéristiques claires permettant d’expliquer le gaspillage de ressources et plus particulièrement des pesticides en Eure-et-Loir, à part dans une certaine mesure la surface agricole totale.

Toujours dans cette logique de caractérisation environnementale des exploitations agricoles, nous nous intéressons aux types de cultures présentes dans l’échantillon. Plus précisément, nous essayons de mettre en évidence si un type d’assolement particulier peut permettre d’expliquer la mauvaise utilisation des pesticides en Eure-et-Loir. Pour ce faire, dans un premier temps, pour chaque année, nous regroupons les exploitations suivant la culture qui domine, *i.e.* la culture qui occupe la plus grande surface dans l’échantillon. Dans un second temps, sur la base des groupes de cultures qui dominent constitués, nous essayons de voir les différences d’utilisation de pesticides. Les résultats sont consignés dans le tableau 4.13.

Tableau 4.13 – Utilisation de pesticides suivant la culture qui domine dans les assolements

	2005		2006		2007		2008	
	% total	% prod. négative						
Ble tendre	80,506	51,0166	75,1914	54,3788	69,863	49,2375	74,433	59,5568
Ble dur	7,2917	8,1633	10,8729	15,493	8,828	25,8621	5,9794	24,1379
Orge d'hiver	1,6369	45,4545	2,2971	20	3,8052	56	4,1237	45
Orge de printemps	2,8274	10,5263	2,6034	17,6471	4,5662	16,6667	4,7423	8,6957
Avoine	0	ND	0	ND	0	ND	0	ND
Mais	0,1488	0	0	ND	0,3044	0	0,4124	0
Mais irrigué	1,1905	25	1,072	14,2857	2,1309	7,1429	1,4433	28,5714
Blé de force	2,381	6,25	2,6034	0	1,8265	8,3333	0,8247	0
Autres céréales	0,744	0	0,7657	0	0,6088	0	0,2062	0
Pois proteagineux	0,1488	0	0,1531	0	0	ND	0	ND
Betterave	1,3393	22,2222	0,7657	20	1,8265	16,6667	1,2371	0
Pomme de terre	0,1488	0	0	ND	0,1522	0	0	ND
Colza d'hiver	0,8929	16,6667	2,6034	11,7647	4,1096	22,2222	5,1546	36
Lin	0		0	ND	0,1522	0	0	ND
Oeillette	0	ND	0	ND	0	ND	0	ND
Tournesol	0	ND	0	ND	0	ND	0	ND
Luzene	0	ND	0	ND	0,1522	0	0	ND
Autres cultures industrielles	0,1488	0	0,3063	0	0	ND	0	ND
Haricot	0	ND	0	ND	0	ND	0	ND
Pois de consommation	0	ND	0,1531	0	0	ND	0	ND
Légumes	0,1488	0	0	ND	0,3044	0	0,2062	0
Fruits	0	ND	0,1531	0	0,1522	0	0	ND
Horticultures	0,1488	0	0	ND	0	ND	0	ND
Fourrages	0	ND	0	ND	0	ND	0	ND
Jachères	0,2976	0	0,4594	0	1,2177	0	1,2371	0

ND signifie non disponible.

La première remarque est que pour toutes les années, la culture « Blé tendre », la plupart du temps domine les assolements. En effet, elle domine, suivant les années, à 70-80 % les autres assolements existants. En ce qui concerne ces exploitations dans lesquelles la culture « Blé tendre » domine, il n'y a pas suivant les années de mode d'utilisation de pesticides qui émerge (gaspillage ou productivité marginale des pesticides positive). En effet, en 2005, 51 % des exploitations gaspillent les pesticides, 54% en 2006, 49 % en 2007 et 59 % en 2008. La deuxième culture qui domine est le « Blé dur ». Elle représente, suivant les années 5-10 % des exploitations agricoles. Ces exploitations en grande partie utilisent assez bien les pesticides. En effet, suivant les années, seules 8-25 % de ces exploitations gaspillent les inputs de réduction des dommages. Les autres cultures qui dominent dans les assolements sont très dispersées (faible pourcentages) pour pouvoir y tenir des conclusions. L'analyse des assolements des exploitations agricoles ne nous permet donc pas d'effectuer des conclusions claires en ce qui concerne l'utilisation agricole de pesticides.

Nous venons d'analyser le rapport des agriculteurs à l'utilisation de pesticides en Eure-et-Loir. Cela nous a permis d'observer qu'une proportion non négligeable - autour de 25-35 % par année - de ces agriculteurs gaspillent les pesticides à leur disposition. Les pouvoirs publics chargés de réguler la consommation agricole de ces produits doivent donc mettre en place des services pour conseiller ces exploitants agricoles. Les exploitations agricoles restantes sont celles susceptibles de nous renseigner sur la réglementation perçue en Eure-et-Loir. La première analyse menée sur ces dernières fait fi des effets indirects des pesticides sur la santé humaine et l'écosystème. Elle montre qu'en moyenne, ces exploitants peuvent aisément augmenter leur usage de pesticides afin d'augmenter leurs productions. Étant donnée que ces agriculteurs sont rationnels, s'ils ne le font pas, c'est parce que des contraintes que nous n'avons pas pris en compte pèsent sur eux. Cette première analyse, réalisée au niveau privé, permet donc de détecter un secteur réglementé. Cela a motivé une deuxième analyse plus générale. Elle permet au niveau de chaque exploitation agricole d'estimer la valorisation monétaire que les pouvoirs publics font de ces effets non souhaités des pesticides. Cette valorisation se traduit par un

ensemble de contraintes pesant sur le secteur agricole d'Eure-et-Loir. Pour encore amener les exploitants agricoles à réduire leur consommation de pesticides, les pouvoirs publics peuvent soit revaloriser cette monétisation des effets négatifs des pesticides (plus d'incitatifs), soit augmenter les prix des pesticides. Nous étudions cette deuxième option dans la suite de l'analyse.

Cette deuxième analyse se fera en trois temps et vise en l'état actuel de la technologie de production en Eure-et-Loir à estimer l'augmentation de prix permettant d'atteindre la diminution maximale possible de l'utilisation des pesticides. Dans un premier temps, nous déterminons pour chaque niveau de production en Eure-et-Loir, le niveau des facteurs de production (input de réduction des dommages et inputs « normaux ») permettant de minimiser le coût global de production. Le tableau 4.14 nous donne une idée du niveau d'efficacité-coût en Eure-et-Loir.

Tableau 4.14 – Descriptif des coefficients d'efficacité coût

	2005	2006	2007	2008
Minimum	0,4624	0,2432	0,3259	0,3521
Quartile 1	0,6972	0,6550	0,6624	0,6177
Moyenne	0,8049	0,7786	0,7775	0,7582
Médiane	0,7914	0,7595	0,7544	0,7410
Quartile 3	0,9279	0,9297	0,9250	0,9187
Maximum	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Ecart-type	0,1364	0,1561	0,1555	0,1712

A ce niveau de l'analyse, pour chaque niveau de production agricole, nous calculons les niveaux de facteurs de production lui permettant d'être coût-efficace. Cette combinaison productive est accessible via le conseil aux agriculteurs.

Dans un deuxième temps nous estimons comme décrit plus haut la réduction maximale de l'usage des pesticides pour tout niveau de production, étant donné l'état de la technologie. Cela se fait par la mise en place du programme linéaire 2. En d'autres termes, pour chaque niveau de production, nous estimons la quantité minimale de pesticides utilisable, étant donné la technologie de production. Un descriptif du coefficient d'effi-

capacité de l'utilisation des pesticides ( $\theta_2$ ) est donné dans le tableau 4.15. Ce coefficient permet d'avoir une idée de l'écart entre la valeur réalisée en termes d'utilisation de pesticides et la valeur minimale estimée.

Tableau 4.15 – Descriptif des coefficients d'efficacité pesticides

	2005	2006	2007	2008
Minimum	0,1914	0,1518	0,2427	0,1207
Quartile 1	0,4984	0,5139	0,5415	0,4359
Moyenne	0,7240	0,7356	0,7561	0,6875
Médiane	0,7206	0,7195	0,7679	0,6821
Quartile 3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Maximum	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Ecart-type	0,2571	0,2409	0,2379	0,2846

Nous remarquons que les exploitants agricoles d'Eure-et-Loir que nous analysons présentent en moyenne le plus fort potentiel de réduction de l'usage des pesticides en 2008 et le plus faible en 2007. Cette étape nous permet pour chaque niveau de production  $y_0$  d'estimer la combinaison productive permettant d'utiliser le moins de pesticides. Cette combinaison a pour coordonnées  $(\mathbf{x}_0, \theta z_0)$ . Comme précisé plus haut, afin d'éviter les in-faisabilités, il faudrait faire attention aux variables d'écart. La combinaison productive que nous utilisons en fin de compte sera donnée par les coordonnées suivantes  $(\mathbf{x}_0 - E = \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d, \theta z_0)$ .  $E$  est le vecteur des variables d'écart des inputs « normaux ».

Dans un troisième et dernier temps, nous estimons pour chaque niveau de production agricole et comme présenté dans la section « Modèles utilisés », le prix le plus faible qui rend coût efficace l'utilisation de la quantité de pesticides calculée via le programme 2. Nous mettons en oeuvre, pour ce faire, le programme d'estimation du prix présenté dans la section 2. Nous avons globalement, en tenant compte des variables d'écarts deux cas possibles. Soit pour le niveau de production considéré, le niveau de pesticides qui minimise le coût de production est inférieur au niveau de pesticides qui est estimé par le programme 2, et dans ce cas de figure, nous avons un prix estimé, soit le niveau

de pesticides estimé qui rend l'exploitation coût-efficace est supérieur au niveau de production donné par le programme 2, et dans ce cas de figure, nous ne calculons pas de variation de prix. Il conviendrait plutôt d'accompagner les agriculteurs dont les niveaux de production présentent ce type de situation. Le tableau 4.16 nous donne une idée du rapport, en pourcentage, entre ces deux situations possibles concernant l'estimation de prix dans l'échantillon.

Tableau 4.16 – Rapport entre les deux situations possibles, en %

	2005	2006	2007	2008
Pas d'estimation de prix	21,6842	24,946	25,8658	28,7009
Estimation de prix	78,3158	75,0540	74,1342	71,2991

Dans la suite de cette deuxième analyse, nous ne considérons que les exploitations sur lesquelles nous sommes parvenus à estimer un niveau de prix. Avec ces prix estimés, pour chaque niveau de production, nous mettons en rapport la variation des prix ( $\frac{p_z - I_z}{I_z}$ ) et la variation des quantités de pesticides induite ( $\frac{\mathbf{z}^* - \mathbf{z}^{ce}}{\mathbf{z}^{ce}}$ ).  $I_z$  est l'indice de prix des pesticides. Le tableau 4.17 nous donne une idée de ce rapport de variation, suivant les années et pour l'exploitation médiane de la proportion de l'échantillon pour laquelle un prix a été estimé.

Tableau 4.17 – Variation des prix et des pesticides, en pourcentages

	Variation des pesticides	Variation des prix
2005	-28,4954	66,8763
2006	-51,8121	129,5591
2007	-50,9759	138,6642
2008	-40,8171	175,8089

Ce tableau permet de voir pour l'exploitation médiane, le niveau d'augmentation des prix susceptible d'induire une certaine diminution de l'usage des pesticides. Pour notre exploitation médiane, nous pouvons dire, en 2006 par exemple qu'une augmentation des prix de 129,5591 % est susceptible d'induire une baisse de l'utilisation des pesticides de 51,8121 %. Le niveau du prix du marché (indice des prix des pesticides) étant de 1,002

euro, l'unité de pesticides, nous pouvons donc dire qu'un passage du prix de 1,002 à 2,3001 induira cette baisse de l'utilisation des pesticides. Les pouvoirs publics chargés d'élaborer les politiques de réduction de l'usage des pesticides peuvent se baser sur ces simulations d'augmentation de prix afin de positionner le curseur de leurs politiques, en gardant en tête que la voie du conseil aux agriculteurs est primordiale.

## 4.6 Conclusion

Ce chapitre s'inscrit dans la littérature tentant de cerner et de comprendre le rapport des agriculteurs aux pesticides. Cela passe la plupart du temps par l'estimation de la productivité marginale des pesticides. Nous avons élargi l'analyse au cas multi-outputs et tenu compte du fait que les surdosages de pesticides peuvent avoir des effets négatifs sur la production agricole. Plus précisément, nous y avons effectué deux analyses. Une première dont l'objectif est de fournir une photographie de l'utilisation de pesticides en Eure-et-Loir et une seconde qui a essentiellement des visés de politique publique. Les résultats obtenus de notre première analyse montrent globalement, au niveau privé, que le bénéfice additionnel découlant d'une utilisation supplémentaire de ces produits est grand et plus le coût d'utilisation. Cela met en évidence une certaine réglementation en Eure-et-Loir touchant les pesticides. Ensuite et au travers de cette régulation, nous estimons la valorisation que font les pouvoirs publics des effets négatifs des pesticides. Nos estimations montrent que cette valorisation est pratiquement croissante, ce qui traduit la préoccupation de plus en plus importante des consommateurs vis-à-vis de l'utilisation agricole de ces produits. Notre deuxième analyse répond à cette préoccupation et essaie de guider les pouvoirs publics dans la mise en place des politiques de régulation des pesticides. Nous montrons ainsi, qu'en Eure-et-Loir et pour l'année 2006, afin d'obtenir une réduction des pesticides de 51,8121 %, il faudrait augmenter leur prix de 129,5591 %. C'est donc un outil d'aide à l'analyse et à la décision que nous avons élaboré.



# Chapitre 5

## Estimation de la productivité marginale des pesticides : une approche Bayésienne

### 5.1 Introduction

Nous estimons dans ce chapitre la productivité marginale des pesticides utilisés en agriculture. Les raisons de cette démarche ont été expliquées dans le chapitre précédent. Ce chapitre est une contribution méthodologique sur l'estimation de la productivité marginale des pesticides. La contribution est triple. Dans un premier temps, nous étendons le cadre d'analyse au cas des exploitations agricoles multicultures (multi-outputs). Ce type d'exploitation, représentant la majorité des exploitations agricoles, n'est pas du tout abordé dans la littérature portant sur l'estimation de la productivité marginale des pesticides. Notre analyse comble donc ce vide, en mettant en place un cadre d'analyse adapté. Dans un deuxième temps, nous considérons la spécification de la fonction de production tenant compte de la spécificité des pesticides à la Carpentier et Weaver [1997]. Cette formulation distingue clairement deux types de facteurs de production : les facteurs de production normaux qui affectent directement l'output potentiel et les facteurs de réduction des dommages causés par les ravageurs (pesticides) qui ont pour rôle de protéger l'output potentiel. Cette formulation permet de bien prendre en compte

les interactions entre tous les facteurs de production entrant dans l'analyse, tout en tenant compte de l'inefficacité. Nous tenons compte, au niveau de la formulation de la fonction de production du fait qu'en cas de surdosage, la productivité marginale des pesticides peut être négative. Dans un troisième temps, nous montrons comment cette spécification de la fonction de production de Carpentier et Weaver [1997] qui est la plus générale possible, dans un cadre mono-output, tenant compte de la spécificité des pesticides et qui a été très peu utilisée dans la littérature à cause de la complexité de son estimation peut être estimée en se plaçant dans un cadre bayésien. En d'autres termes, nous étendons la formulation de Carpentier et Weaver [1997] pour l'amener au cas multi-outputs et présentons une méthodologie d'estimation bayésienne permettant d'estimer la productivité marginale des pesticides. Nous appliquons enfin cette méthodologie à des exploitations agricoles d'Eure-et-Loir suivies de 2005 à 2008. Les résultats de nos estimations montrent globalement, en Eure-et-Loir, sur la période analysée, une certaine sous-optimalité de l'utilisation de ces produits.

## **5.2 Généralisation au cas multi-outputs des spécifications de Carpentier et Weaver et de Lichtenberg et Zilberman**

Nous généralisons au cas multi-outputs les spécifications de Carpentier et Weaver et de Lichtenberg et Zilberman exposées dans le chapitre précédent. En effet, la règle en agriculture est plutôt le cadre multicultures. Cela permet d'offrir un cadre d'analyse théorique aux nombreuses analyses empiriques essayant d'extraire la productivité marginale des pesticides. Ces études se heurtent au manque de spécification permettant d'analyser les exploitations multicultures. Pour contourner cette limite, ces études, soit agrègent les différents outputs pour se ramener au cas d'un seul output, soit se limitent uniquement aux cas monocultures. Cela motive la mise en place d'un cadre d'analyse adapté.

### 5.2.1 La spécification de Lichtenberg et Zilberman généralisée

Le point de départ de notre généralisation de la spécification de Lichtenberg et Zilberman est la fonction de transformation suivante :

$$H(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{r}) = 0 \quad (5.1)$$

Notons que tout au long de ce chapitre, nous considérons  $\mathbf{x}$  comme étant un vecteur de  $m$  facteurs de production ( $i = 1, \dots, m$ ),  $\mathbf{y}$  un vecteur matérialisant la production de dimension  $n$  ( $j = 1, \dots, n$ ),  $\mathbf{z}$  un vecteur de  $l$  inputs de réduction des dommages ( $k = 1, \dots, l$ ) et  $\mathbf{r}$  un vecteur de  $t$  ravageurs ( $o = 1, \dots, t$ ).

Cette expression peut être réécrite de la manière suivante :

$$S^r(\mathbf{y}^r, \mathbf{x}) = 0 \quad (5.2)$$

avec  $\mathbf{y}^r$  le vecteur d'output réalisé. A ce niveau, nous considérons en suivant l'esprit de la spécification de Carpentier et Weaver [1997], que chaque output « normal » a une fonction de réduction des dommages spécifique. Cette fonction, qui prend ses valeurs dans l'intervalle  $[1, \infty[$ , permet d'étendre et de faire tendre cet output « normal » vers l'output réalisé. Le  $j$  – ième output réalisé est donné par :

$$\mathbf{y}_j^r = \psi_j(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{y}_j \quad (5.3)$$

$\mathbf{y}_j$  est le  $j$  – ième output « normal ». C'est l'output obtenu via l'utilisation des facteurs de production « normaux », sans utilisation de pesticides. En partant de l'équation (5.2), nous obtenons la spécification suivante du processus de production, en considérant que les inputs et les outputs réalisés sont séparables homothétiquement :

$$s^r(\mathbf{y}^r) = t(\mathbf{x}) \quad (5.4)$$

Ou encore :

$$s^r(\psi_1(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{y}_1, \dots, \psi_n(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{y}_n) = t(\mathbf{x}) \quad (5.5)$$

Nous appelons cette extension : « spécification de Lichtenberg et Zilberman généralisée ».  $\psi_j(\mathbf{z}, \mathbf{r})$  est la fonction de réduction des dommages orientée output généralisée attachée au  $j - i\grave{e}me$  output.

### 5.2.2 La spécification de Carpentier et Weaver généralisée

La généralisation de la spécification de Carpentier et Weaver part elle aussi de la formulation du processus de transformation amenée par la relation (5.1).

Cette relation (5.1) peut être réécrite pour aboutir à la spécification suivante :

$$\tilde{H}^e(\mathbf{y}, \mathbf{x}^e) = 0 \quad (5.6)$$

avec  $\mathbf{x}^e$  la fonction qui donne les quantités effectives des inputs « normaux ». Elle est, comme dans le cas mono-output, donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{x}_i^e = \phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.7)$$

Nous pouvons donc réécrire notre spécification généralisée de Carpentier et Weaver de la manière suivante :

$$\tilde{H}^e(\mathbf{y}, \phi_1(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}_1, \dots, \phi_m(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}_m) = 0 \quad (5.8)$$

Ou encore :

$$A(\mathbf{y}) = \tilde{h}^e(\phi_1(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}_1, \dots, \phi_m(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}_m) \quad (5.9)$$

$\phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r})$  est donc à ce niveau la fonction de réduction des dommages orientée input généralisée attachée à l'input normal  $i$ . Cette fonction de réduction des dommages est comprise dans l'intervalle  $[0, 1]$  et suit l'esprit de celle de Carpentier et Weaver [1997]. Nous appellerons dans ce qui suit cette extension : « spécification de Carpentier et

Weaver généralisée ».

Sur la base de ces deux nouvelles spécifications, nous pouvons énoncer la proposition suivante :

**Proposition 10.** *La « spécification de Carpentier et Weaver généralisée » et la « spécification de Lichtenberg et Zilberman généralisée » sont équivalentes si les conditions suivantes sont réunies :*

1. *La fonction  $s^r$  est homogène de degré  $\bar{v}$  en  $\mathbf{y}$*
2. *La fonction  $\tilde{h}^e$  est homogène de degré  $\bar{l}$  en  $\mathbf{x}$*
3. *Les fonctions de réductions des dommages de tous les inputs sont identiques*
4. *Les fonctions de réductions des dommages de tous les outputs sont identiques*
5.  $[\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})]^{\bar{l}} = [\psi(\mathbf{z}, \mathbf{r})]^{-\bar{v}}$

*Démonstration.* Partons de notre spécification généralisée de Carpentier et Weaver. Nous avons :

$$A(\mathbf{y}) = \tilde{h}^e(\phi_1(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}_1, \dots, \phi_m(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}_m) \quad (5.10)$$

Si nous supposons que les fonctions de réductions des dommages de tous les inputs sont identiques ( $\phi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = \phi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \forall i$ ), l'expression précédente devient :

$$A(\mathbf{y}) = \tilde{h}^e(\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{x}) \quad (5.11)$$

En supposant en plus que la fonction  $\tilde{h}^e$  est homogène de degré  $\bar{l}$  en  $\mathbf{x}$ , nous obtenons :

$$A(\mathbf{y}) = [\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})]^{\bar{l}} \tilde{h}(\mathbf{x}) \quad (5.12)$$

Considérons maintenant notre spécification généralisée de Lichtenberg et Zilberman. Nous avons :

$$s^r(\psi_1(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{y}_1, \dots, \psi_n(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{y}_n) = t(\mathbf{x}) \quad (5.13)$$

Si nous supposons que les fonctions de réductions des dommages de tous les inputs sont identiques ( $\psi_i(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = \psi(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \forall j$ ), l'équation précédente devient :

$$s^r(\psi(\mathbf{z}, \mathbf{r})\mathbf{y}) = t(\mathbf{x}) \quad (5.14)$$

En supposant en plus que la fonction  $s^r$  est homogène de degré  $\bar{v}$  en  $\mathbf{y}$ , nous obtenons :

$$[\psi(\mathbf{z}, \mathbf{r})]^{\bar{v}} s(\mathbf{y}) = t(\mathbf{x}) \quad (5.15)$$

Nous pouvons donc remarquer que les expressions (5.12) et (5.15), qui représentent respectivement nos spécifications de Carpentier et Weaver et de Lichtenberg et Zilberman généralisées avec les hypothèses 1-4 de la proposition précédente sont équivalentes lorsque :

$$[\phi(\mathbf{z}, \mathbf{r})]^{\bar{l}} = [\psi(\mathbf{z}, \mathbf{r})]^{-\bar{v}} \quad (5.16)$$

□

### 5.3 Spécification formelle d'une fonction de production multi-outputs intégrant des fonctions de réduction des dommages à la Carpentier et Weaver

Nous spécifions dans cette section, de manière formelle une technologie de transformation. Elle est représentée par une forme fonctionnelle translog. Nous considérons que quatre facteurs de production  $\mathbf{x}$  ( $m = 4$ ) et un input de réduction des dommages  $\mathbf{z}$  ( $l = 1$ ) contribuent donc à la formation des produits  $\mathbf{y}$ . Nous n'avons pas d'informations sur la pression des ravageurs en Eure-et-Loir. Étant donné que notre échantillon provient de la même zone de production en Eure-et-Loir, nous supposons dans cette analyse que toutes les exploitations agricoles sont confrontées à la même pression des ravageurs. Avec une spécification de la fonction de réduction des dommages à la Car-

pentier et Weaver [1997], nous avons :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\delta} = & \beta_0 + \beta_1 \ln(\mathbf{x}_1^e) + \beta_2 \ln(\mathbf{x}_2^e) + \beta_3 \ln(\mathbf{x}_3^e) + \beta_4 \ln(\mathbf{x}_4^e) + \frac{1}{2}\beta_{11} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_1^e) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{22} \ln(\mathbf{x}_2^e) \ln(\mathbf{x}_2^e) + \frac{1}{2}\beta_{33} \ln(\mathbf{x}_3^e) \ln(\mathbf{x}_3^e) + \frac{1}{2}\beta_{44} \ln(\mathbf{x}_4^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) + \frac{1}{2}\beta_{12} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_2^e) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{21} \ln(\mathbf{x}_2^e) \ln(\mathbf{x}_1^e) + \frac{1}{2}\beta_{13} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_3^e) + \frac{1}{2}\beta_{31} \ln(\mathbf{x}_3^e) \ln(\mathbf{x}_1^e) + \frac{1}{2}\beta_{14} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{41} \ln(\mathbf{x}_4^e) \ln(\mathbf{x}_1^e) + \frac{1}{2}\beta_{32} \ln(\mathbf{x}_2^e) \ln(\mathbf{x}_3^e) + \frac{1}{2}\beta_{23} \ln(\mathbf{x}_3^e) \ln(\mathbf{x}_2^e) + \frac{1}{2}\beta_{42} \ln(\mathbf{x}_2^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{24} \ln(\mathbf{x}_4^e) \ln(\mathbf{x}_2^e) + \frac{1}{2}\beta_{34} \ln(\mathbf{x}_3^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) + \frac{1}{2}\beta_{43} \ln(\mathbf{x}_4^e) \ln(\mathbf{x}_3^e) \quad (5.17)
\end{aligned}$$

avec  $\boldsymbol{\delta} = \ln \{A(\mathbf{y})\}$ ,  $A(\cdot)$  représentant un agrégateur des outputs. Cela nous donne, en regroupant les termes symétriques :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\delta} = & \beta_0 + \beta_1 \ln(\mathbf{x}_1^e) + \beta_2 \ln(\mathbf{x}_2^e) + \beta_3 \ln(\mathbf{x}_3^e) + \beta_4 \ln(\mathbf{x}_4^e) + \frac{1}{2}\beta_{11} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_1^e) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{22} \ln(\mathbf{x}_2^e) \ln(\mathbf{x}_2^e) + \frac{1}{2}\beta_{33} \ln(\mathbf{x}_3^e) \ln(\mathbf{x}_3^e) + \frac{1}{2}\beta_{44} \ln(\mathbf{x}_4^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) + \beta_{12} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_2^e) \\
& + \beta_{13} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_3^e) + \beta_{14} \ln(\mathbf{x}_1^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) + \beta_{23} \ln(\mathbf{x}_2^e) \ln(\mathbf{x}_3^e) + \beta_{24} \ln(\mathbf{x}_2^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) \\
& + \beta_{34} \ln(\mathbf{x}_3^e) \ln(\mathbf{x}_4^e) \quad (5.18)
\end{aligned}$$

Comme précisé dans le premier chapitre de cette thèse, nous utilisons une fonction de réduction des dommages permettant de tenir compte des effets des surdosages éventuels. Le  $i$  - ième input effectif s'écrit alors de la manière suivante :

$$\mathbf{x}_i^e = \mathbf{x}_i \times \phi_i = \mathbf{x}_i \times \exp\{-(\phi_{0i} + \phi_{1i}\mathbf{z})^2\} \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.19)$$

En remplaçant  $\mathbf{x}_i^e$  par son expression dans l'équation (5.18), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\delta = & \beta_0 + \beta_1 \ln(\mathbf{x}_1) + \beta_2 \ln(\mathbf{x}_2) + \beta_3 \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_4 \ln(\mathbf{x}_4) + \beta_1 \ln(\phi_1) + \beta_2 \ln(\phi_2) + \beta_3 \ln(\phi_3) \\
& + \beta_4 \ln(\phi_4) + \frac{1}{2} \beta_{11} (\ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\phi_1))^2 + \frac{1}{2} \beta_{22} (\ln(\mathbf{x}_2) + \ln(\phi_2))^2 + \frac{1}{2} \beta_{33} (\ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_3))^2 \\
& + \frac{1}{2} \beta_{44} (\ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_4))^2 + \beta_{12} (\ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\phi_1)) (\ln(\mathbf{x}_2) + \ln(\phi_2)) \\
& + \beta_{13} (\ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\phi_1)) (\ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_3)) + \beta_{14} (\ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\phi_1)) (\ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_4)) \\
& + \beta_{23} (\ln(\mathbf{x}_2) + \ln(\phi_2)) (\ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_3)) + \beta_{24} (\ln(\mathbf{x}_2) + \ln(\phi_2)) (\ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_4)) \\
& + \beta_{34} (\ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_3)) (\ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_4)) \tag{5.20}
\end{aligned}$$

En développant, nous avons l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
\delta = & \beta_0 + \beta_1 \ln(\mathbf{x}_1) + \beta_2 \ln(\mathbf{x}_2) + \beta_3 \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_4 \ln(\mathbf{x}_4) + \beta_1 \ln(\phi_1) + \beta_2 \ln(\phi_2) + \beta_3 \ln(\phi_3) \\
& + \beta_4 \ln(\phi_4) + \frac{1}{2} \beta_{11} (\ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\phi_1) \ln(\phi_1) + 2 \ln(\phi_1) \ln(\mathbf{x}_1)) + \frac{1}{2} \beta_{22} (\ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_2) \\
& + \ln(\phi_2) \ln(\phi_2) + 2 \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\phi_2)) + \frac{1}{2} \beta_{33} (\ln(\mathbf{x}_3) \ln(\mathbf{x}_3) + 2 \ln(\mathbf{x}_3) \ln(\phi_3) + \ln(\phi_3) \ln(\phi_3)) \\
& + \frac{1}{2} \beta_{44} (\ln(\mathbf{x}_4) \ln(\mathbf{x}_4) + 2 \ln(\mathbf{x}_4) \ln(\phi_4) + \ln(\phi_4) \ln(\phi_4)) + \beta_{12} (\ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_2) \\
& + \ln(\phi_1) \ln(\mathbf{x}_2) + \ln(\phi_2) \ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\phi_1) \ln(\phi_2)) + \beta_{13} (\ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_1) \ln(\mathbf{x}_3) \\
& + \ln(\phi_3) \ln(\mathbf{x}_1) + \ln(\phi_1) \ln(\phi_3)) + \beta_{14} (\ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_1) \ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_4) \ln(\mathbf{x}_1) \\
& + \ln(\phi_1) \ln(\phi_4)) + \beta_{23} (\ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_2) \ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_3) \ln(\mathbf{x}_2) + \ln(\phi_2) \ln(\phi_3)) \\
& + \beta_{24} (\ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_2) \ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_4) \ln(\mathbf{x}_2) + \ln(\phi_2) \ln(\phi_4)) + \beta_{34} (\ln(\mathbf{x}_4) \ln(\mathbf{x}_3) \\
& + \ln(\phi_4) \ln(\mathbf{x}_3) + \ln(\phi_3) \ln(\mathbf{x}_4) + \ln(\phi_4) \ln(\phi_3)) \tag{5.21}
\end{aligned}$$

Cela nous donne :

$$\begin{aligned}
\delta = & \beta_0 + \beta_1 \ln(\mathbf{x}_1) + \beta_2 \ln(\mathbf{x}_2) + \beta_3 \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_4 \ln(\mathbf{x}_4) + \frac{1}{2}\beta_{11} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_1) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{22} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_2) + \frac{1}{2}\beta_{33} \ln(\mathbf{x}_3) \ln(\mathbf{x}_3) + \frac{1}{2}\beta_{44} \ln(\mathbf{x}_4) \ln(\mathbf{x}_4) + \beta_{12} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_2) \\
& + \beta_{13} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_{14} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_4) + \beta_{23} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_{24} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_4) \\
& + \beta_{34} \ln(\mathbf{x}_3) \ln(\mathbf{x}_4) - \beta_1(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2 - \beta_2(\phi_{02} + \phi_{12}\mathbf{z})^2 - \beta_3(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2 \\
& - \beta_4(\phi_{04} + \phi_{14}\mathbf{z})^2 + \frac{1}{2}\beta_{11}(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^4 + \frac{1}{2}\beta_{22}(\phi_{02} + \phi_{12}\mathbf{z})^4 + \frac{1}{2}\beta_{33}(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^4 \\
& + \frac{1}{2}\beta_{44}(\phi_{04} + \phi_{14}\mathbf{z})^4 - \beta_{11} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2 - \beta_{22} \ln(\mathbf{x}_2)(\phi_{02} + \phi_{12}\mathbf{z})^2 \\
& - \beta_{33} \ln(\mathbf{x}_3)(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2 - \beta_{44} \ln(\mathbf{x}_4)(\phi_{04} + \phi_{14}\mathbf{z})^2 - \beta_{12} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{02} + \phi_{12}\mathbf{z})^2 \\
& - \beta_{12} \ln(\mathbf{x}_2)(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2 + \beta_{13} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2 - \beta_{13} \ln(\mathbf{x}_3)(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2 \\
& - \beta_{14} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{04} + \phi_{14}\mathbf{z})^2 - \beta_{14} \ln(\mathbf{x}_4)(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2 - \beta_{23} \ln(\mathbf{x}_2)(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2 \\
& - \beta_{23} \ln(\mathbf{x}_3)(\phi_{02} + \phi_{12}\mathbf{z})^2 - \beta_{24} \ln(\mathbf{x}_2)(\phi_{04} + \phi_{14}\mathbf{z})^2 - \beta_{24} \ln(\mathbf{x}_4)(\phi_{02} + \phi_{12}\mathbf{z})^2 \\
& - \beta_{34} \ln(\mathbf{x}_3)(\phi_{04} + \phi_{14}\mathbf{z})^2 - \beta_{34} \ln(\mathbf{x}_4)(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2 + \beta_{12}(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2(\lambda_2 + \phi_{12}\mathbf{z})^2 \\
& + \beta_{13}(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2 + \beta_{14}(\phi_{01} + \phi_{11}\mathbf{z})^2(\phi_{04} + \alpha_4\mathbf{z})^2 \\
& + \beta_{23}(\phi_{02} + \phi_{12}\mathbf{z})^2(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2 + \beta_{24}(\lambda_2 + \phi_{12}\mathbf{z})^2(\phi_{04} + \phi_{14}\mathbf{z})^2 \\
& + \beta_{34}(\phi_{03} + \phi_{13}\mathbf{z})^2(\phi_{04} + \alpha_4\mathbf{z})^2
\end{aligned} \tag{5.22}$$

En développant encore l'expression précédente, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\delta = & \beta_0 + \beta_1 \ln(\mathbf{x}_1) + \beta_2 \ln(x_2) + \beta_3 \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_4 \ln(\mathbf{x}_4) + \frac{1}{2}\beta_{11} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_1) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{22} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_2) + \frac{1}{2}\beta_{33} \ln(\mathbf{x}_3) \ln(\mathbf{x}_3) + \frac{1}{2}\beta_{44} \ln(\mathbf{x}_4) \ln(\mathbf{x}_4) + \beta_{12} \ln(x_1) \ln(\mathbf{x}_2) \\
& + \beta_{13} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_{14} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_4) + \beta_{23} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_3) + \beta_{24} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_4) \\
& + \beta_{34} \ln(\mathbf{x}_3) \ln(\mathbf{x}_4) - \beta_1(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z}) - \beta_2(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z}) \\
& - \beta_3(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) - \beta_4(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{11}(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z})(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z}) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{22}(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z})(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z}) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{33}(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z})(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) \\
& + \frac{1}{2}\beta_{44}(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z})(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{11} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z}) - \beta_{22} \ln(x_2)(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{33} \ln(\mathbf{x}_3)(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) - \beta_{44} \ln(x_4)(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{12} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z}) - \beta_{12} \ln(x_2)(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{13} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) - \beta_{13} \ln(x_3)(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{14} \ln(\mathbf{x}_1)(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) - \beta_{14} \ln(x_4)(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{23} \ln(\mathbf{x}_2)(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) - \beta_{23} \ln(x_3)(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{24} \ln(\mathbf{x}_2)(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) - \beta_{24} \ln(x_4)(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z}) \\
& - \beta_{34} \ln(\mathbf{x}_3)(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) - \beta_{34} \ln(x_4)(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) \\
& + \beta_{12}(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z})(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z}) \\
& + \beta_{13}(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z})(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) \\
& + \beta_{14}(\phi_{01}^2 + \phi_{11}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{01}\phi_{11}\mathbf{z})(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) \\
& + \beta_{23}(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z})(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z}) \\
& + \beta_{24}(\phi_{02}^2 + \phi_{12}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{02}\phi_{12}\mathbf{z})(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) \\
& + \beta_{34}(\phi_{03}^2 + \phi_{13}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{03}\phi_{13}\mathbf{z})(\phi_{04}^2 + \phi_{14}^2 \mathbf{z}^2 + 2\phi_{04}\phi_{14}\mathbf{z}) \tag{5.23}
\end{aligned}$$

En regroupant les expressions similaires, nous arrivons à la formulation suivante :

$$\begin{aligned}
\delta = & \vartheta_0 + \gamma_1 \ln(\mathbf{x}_1) + \gamma_2 \ln(\mathbf{x}_2) + \gamma_3 \ln(\mathbf{x}_3) + \gamma_4 \ln(x_4) + \pi_{11} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_1) \\
& + \pi_{22} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_2) + \pi_{33} \ln(x_3) \ln(\mathbf{x}_3) + \pi_{44} \ln(\mathbf{x}_4) \ln(x_4) + \pi_{12} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_2) \\
& + \pi_{13} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_3) + \pi_{14} \ln(x_1) \ln(\mathbf{x}_4) + \pi_{23} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(x_3) + \pi_{24} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(x_4) \\
& + \pi_{34} \ln(\mathbf{x}_3) \ln(\mathbf{x}_4) + \psi_1 \ln(\mathbf{x}_1)\mathbf{z} + \psi_2 \ln(\mathbf{x}_2)\mathbf{z} + \psi_3 \ln(\mathbf{x}_3)\mathbf{z} + \psi_4 \ln(x_4)\mathbf{z} + w_1 \ln(\mathbf{x}_1)\mathbf{z}^2 \\
& + w_2 \ln(\mathbf{x}_2)\mathbf{z}^2 + w_3 \ln(\mathbf{x}_3)\mathbf{z}^2 + w_4 \ln(x_4)\mathbf{z}^2 + \varphi_1\mathbf{z} + \varphi_2\mathbf{z}^2 + \varphi_3\mathbf{z}^3 + \varphi_4\mathbf{z}^4 \quad (5.24)
\end{aligned}$$

avec :

$$\vartheta_0 = \beta_0 - \sum_{i=1}^4 \beta_i \phi_{0i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} \phi_{0i}^4 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j>i}^4 \beta_{ij} \phi_{0i}^2 \phi_{0j}^2 \quad (5.25)$$

$$\gamma_i = \beta_i - \sum_{j=1}^4 \beta_{ij} \phi_{0j}^2 \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.26)$$

$$\psi_i = -2 \sum_{j=1}^4 \beta_{ij} \phi_{0j} \phi_{1j} \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.27)$$

$$\omega_i = - \sum_{j=1}^4 \beta_{ij} \phi_{1j}^2 \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.28)$$

$$\pi_{ii} = \frac{1}{2} \beta_{ii} \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.29)$$

$$\pi_{ij} = \beta_{ij} \quad i = 1, \dots, 3 \text{ et } j > i \quad (5.30)$$

$$\varphi_1 = -2 \sum_{i=1}^4 \gamma_i \phi_{0i} \phi_{1i} \quad (5.31)$$

$$\varphi_2 = -\sum_{i=1}^4 \gamma_i \phi_{1i}^2 - \sum_{i=1}^4 \psi_i \phi_{0i} \phi_{1i} \quad (5.32)$$

$$\varphi_3 = -2 \sum_{i=1}^4 \omega_i \phi_{0i} \phi_{1i} = \sum_{i=1}^4 \psi_i \phi_{1i}^2 \quad (5.33)$$

$$\varphi_4 = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \omega_i \phi_{1i}^2 \quad (5.34)$$

Pour l'identification des termes, nous suivons les étapes successives suivantes :

- Les équations (5.29) et (5.30) nous permettent d'identifier les  $\beta_{ij} \forall i$  et  $j$
- L'équation (5.28) nous permet d'identifier les  $\phi_{1i}^2$  pour  $i = 1, \dots, 4$
- L'équation (5.27) nous permet d'identifier les  $\phi_{1i} \phi_{0i}$  et par la suite les  $\phi_{0i}^2$
- L'équation (5.26) nous permet d'identifier les  $\beta_i$  pour  $i = 1, \dots, 4$
- L'équation (5.25) nous permet d'identifier  $\beta_0$

Tous les termes - sauf  $\phi_{1i}$  et  $\phi_{0i}$  qui ne sont pas nécessaires pour la dérivation de nos résultats - sont identifiés.

Cela peut nous permettre d'aller assez loin dans la compréhension de l'effet des pesticides : le calcul des fonctions de réduction des dommages est possible. Cependant, nous n'avons pas besoin de ces termes pour calculer intrinsèquement la productivité marginale des pesticides ou celle des facteurs de production « normaux ». En effet, l'effet marginal des pesticides sur l'agrégat se calcule, pour une entité  $d$ , de la manière suivante :

$$\frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{dz_d} = \frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{d \ln(z_d)} \times \frac{d \ln(z_d)}{dz_d} = \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dz_d} \times \frac{z_d}{A(\mathbf{y}_d)} \times \frac{1}{z_d} = \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dz_d} \times \frac{1}{A(\mathbf{y}_d)} \quad (5.35)$$

Cela nous donne finalement :

$$\frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dz_d} = \frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{dz_d} \times A(\mathbf{y}_d) \quad (5.36)$$

La « productivité marginale » des pesticides est donc donnée, en considérant l'équation (5.24) par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dz_d} = & (\psi_1 \ln(x_{1d}) + \psi_2 \ln(x_{2d}) + \psi_3 \ln(x_{3d}) + \psi_4 \ln(x_{4d}) + 2\omega_1 \ln(x_{1d})z_d \\ & + 2\omega_2 \ln(x_{2d})z_d + 2\omega_3 \ln(x_{3d})z_d + 2\omega_4 \ln(x_{4d})z + \varphi_1 + 2\varphi_2 z_d + 3\varphi_3 z_d^2 \\ & + 4\varphi_4 z_d^3) \times A(\mathbf{y}_d) \end{aligned} \quad (5.37)$$

Étant donnée cette productivité, nous pouvons remonter aux effets marginaux des pesticides sur chaque output formant l'agrégat. Cela s'obtient en utilisant l'expression suivante :

$$\frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dz_d} = \frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{dz_d} \times A(\mathbf{y}_d) \quad (5.38)$$

Cette expression nous permet d'écrire :

$$\frac{dA(\mathbf{y})}{dy_{jd}} \times \frac{dy_{jd}}{dz_d} = \frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{dz_d} \times A(\mathbf{y}_d) \quad (5.39)$$

Cela nous donne :

$$\frac{dy_{jd}}{dz_d} = \frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{dz_d} \times A(\mathbf{y}_d) \times \left[ \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dy_{jd}} \right]^{-1} \quad (5.40)$$

L'expression finale de la productivité des pesticides sur l'output  $y_{jd}$  est donc :

$$\begin{aligned} \frac{dy_{jd}}{dz_d} = & (\psi_1 \ln(x_{1d}) + \psi_2 \ln(x_{2d}) + \psi_3 \ln(x_{3d}) + \psi_4 \ln(x_{4d}) + 2\omega_1 \ln(x_{1d})z \\ & + 2\omega_2 \ln(x_{2d})z + 2\omega_3 \ln(x_{3d})z + 2\omega_4 \ln(x_{4d})z + \varphi_1 + 2\varphi_2 z_d \\ & + 3\varphi_3 z_d^2 + 4\varphi_4 z_d^3) \times A(\mathbf{y}_d) \times \left[ \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dy_{jd}} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (5.41)$$

L'effet marginale du  $i$  - ème input « normal » se calcule, elle, de la manière suivante :

$$\frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{d \ln(x_{id})} = \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dx_{id}} \times \frac{x_{id}}{A(\mathbf{y}_d)} \quad (5.42)$$

Cela nous donne finalement :

$$\frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dx_{id}} = \frac{d \ln(A(\mathbf{y}_d))}{d \ln(x_{id})} \times \frac{A(\mathbf{y}_d)}{x_{id}} \quad (5.43)$$

Cet effet marginal du  $i$  - ème input « normal », est donné en considérant l'équation (5.24) par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dx_{id}} &= (\gamma_i + \pi_{i1} \ln(x_{1d}) + \pi_{i2} \ln(x_{2d}) + \pi_{i3} \ln(x_{3d}) + \pi_{i4} \ln(x_{4d}) + \psi_i z_d + \omega_i z_d^2) \\ &\quad \times \frac{A(\mathbf{y}_d)}{x_{id}} \end{aligned} \quad (5.44)$$

Comme pour la productivité marginale des pesticides, nous pouvons calculer la productivité marginale d'un input productif sur un output particulier. Cela s'obtient multipliant la productivité obtenu précédemment par  $\left[ \frac{dA(\mathbf{y}_d)}{dy_{jd}} \right]^{-1}$ .

Le taux marginal de substitution entre les inputs  $i$  et  $i'$  est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dx_{i'd}}{dx_{id}} &= \frac{\gamma_i + \pi_{i1} \ln(x_{1d}) + \pi_{i2} \ln(x_{2d}) + \pi_{i3} \ln(x_{3d}) + \pi_{i4} \ln(x_{4d}) + \psi_i z_d + \omega_i z_d^2}{\gamma_{i'} + \pi_{i'1} \ln(x_{1d}) + \pi_{i'2} \ln(x_{2d}) + \pi_{i'3} \ln(x_{3d}) + \pi_{i'4} \ln(x_{4d}) + \psi_{i'} z_d + \omega_{i'} z_d^2} \\ &\quad \times \frac{x_{i'd}}{x_{id}} \end{aligned} \quad (5.45)$$

Enfin, le taux marginal de substitution entre un input « normal »  $i$  et l'input de réduction des dommages est donné par :

$$\begin{aligned} \frac{dz_d}{dx_{id}} &= \frac{(\gamma_i + \pi_{i1} \ln(x_{1d}) + \pi_{i2} \ln(x_{2d}) + \pi_{i3} \ln(x_{3d}) + \pi_{i4} \ln(x_{4d}) + \psi_i z_d + \omega_i z_d^2)}{x_{id}} \times \\ &\quad [\psi_1 \ln(x_{1d}) + \psi_2 \ln(x_{2d}) + \psi_3 \ln(x_{3d}) + \psi_4 \ln(x_{4d}) + 2\omega_1 \ln(x_{1d})z_d + 2\omega_2 \ln(x_{2d})z_d \\ &\quad + 2\omega_3 \ln(x_{3d})z_d + 2\omega_4 \ln(x_{4d})z_d + \varphi_1 + 2\varphi_2 z_d + 3\varphi_3 z_d^2 + 4\varphi_4 z_d^3]^{-1} \end{aligned} \quad (5.46)$$

Mentionnons enfin que la fonction de réduction des dommages de l'input productif  $i$ ,

pour l'entité  $d$ , se calcule de la manière suivante :

$$\phi_i = \exp\{-(\phi_{0i} + \phi_{1i}z_d)^2\} = \exp\{-(\phi_{0i}^2 + \phi_{1i}^2z^2 + 2\phi_{0i}\phi_{1i}z_d)\} \quad (5.47)$$

Tous les termes nécessaires à son calcul sont connus.

Pour ce qui est de l'estimation de cette technologie de production, nous nous plaçons dans un cadre paramétrique d'estimation. Mentionnons cependant que les méthodes non paramétriques sont plus simples d'utilisation lorsque l'on est confronté à des estimations classiques multi-outputs. Elles ont cependant des difficultés à tenir compte du caractère spécifique des pesticides comme c'est le cas dans ce chapitre. Cela justifie notre utilisation des techniques paramétriques.

La plupart des études qui adoptent un cadre multi-outputs paramétrique estiment des fonctions de coût ou des systèmes de demandes pour simplifier la procédure d'estimation. L'estimation s'effectue la plupart du temps en utilisant la méthode des frontières stochastiques (SFA) introduite par Aigner *et al.* [1977] et Meeusen et Van den Broeck [1977]. Le terme d'erreur de leur modèle est lui-même composé de deux éléments : le premier prend en compte l'effet aléatoire et le second représente l'inefficacité technique.

Ces solutions (estimation fonction de coût/système de demande) nécessitent néanmoins que l'information sur les prix soit disponible, ce qui n'est pas toujours le cas en analyse de production. Une solution en cas d'information indisponible sur les prix est d'estimer les fonctions de distance multi-outputs représentant la technologie de production multi-outputs. Pour l'estimation de ces représentations primales de technologies de production multi-outputs, on suppose que la fonction de distance orientée input (orientée output) est linéairement homogène en inputs (outputs). On factorise (normalise) la fonction de distance par l'un de ces paramètres (input ou output). Cela permet d'aboutir, après quelques réarrangements à une formalisation ressemblant à la spécification des problèmes de frontières stochastiques. Il suffit alors d'estimer les paramètres de ce modèle classique. Le problème de cette approche est que la plupart du temps, les

variables endogènes qui n'ont pas été factorisées sont corrélées avec le terme d'erreur et donc que l'estimation des paramètres de la frontière de production est biaisée.

La solution la plus utilisée pour contourner ce problème d'endogenéité est d'estimer les paramètres du modèle en utilisant la méthode des moments généralisés (GMM). Ces modèles impliquent la prise en compte d'instruments non corrélés avec le terme d'erreur. La limite de cette approche est que la méthode des moments est souvent sensible au choix des instruments, aussi les propriétés des estimateurs en échantillon fini sont inconnues. Fernandez *et al.* [2000] adoptent une approche ne nécessitant pas de choix d'instruments. Leur méthode implique la spécification de systèmes d'équations dans lesquelles toutes sauf une des variables ne sont pas observées. L'inférence bayésienne est utilisée pour estimer la variable latente non observée et faire de l'inférence exacte sur les paramètres d'intérêt du modèle. Nous suivons leur méthode pour procéder à notre estimation.

## 5.4 Le modèle utilisé

Dans cette section, nous détaillons la procédure d'estimation des technologies de production multi-outputs présentée par Fernandez *et al.* [2000]. Cette procédure sera appliquée à notre fonction de transformation définie dans la section 5.3. Dans une première partie, nous présentons la fonction de densité des observations. Dans un second temps, nous spécifions pour chaque variable analysée sa distribution *a priori*. Ces deux éléments nous permettront *in fine* de définir dans un troisième temps la distribution postérieure de chaque variable présente dans le modèle<sup>1</sup>.

### 5.4.1 La vraisemblance du modèle

Le point de départ de la modélisation des processus de production multi-outputs tenant compte de la spécificité des pesticides est la spécification de la fonction de transforma-

---

1. Une explication complète de la méthodologie bayésienne (fonctionnement, différence avec l'estimation classique, l'estimation en pratique, les méthodes de simulation et les outils de diagnostic) est présentée dans l'annexe A.

tion suivante :

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) = 0 \quad (5.48)$$

Nous considérons toujours  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$  comme étant un vecteur de  $m$  inputs,  $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^k$  un vecteur de  $k$  inputs de réduction des dommages et  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  un vecteur de  $n$  outputs. Si cette fonction de transformation est séparable, nous pouvons avoir la structure fonctionnelle suivante :

$$A(\mathbf{y}) = \tilde{h}^e(\mathbf{x}, \mathbf{z})\tau \quad (5.49)$$

$\tau$  est le terme d'efficacité avec  $0 \leq \tau \leq 1$ . Remarquons que l'expression  $A(\mathbf{y}) =$  constante dresse la liste des combinaisons d'outputs équivalentes permettant d'avoir une production totale qui égalise cette constante. Ces combinaisons sont appelées « surfaces des productions équivalentes » et sont de dimension  $(n - 1)$ .  $\tilde{h}^e(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  est l'output potentiel. C'est donc l'output maximum pouvant être produit à partir des vecteurs de facteurs de production  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{z}$ .

Afin d'introduire de manière plus formelle le modèle, précisons que  $d$  ( $d = 1, \dots, D$ ) désigne le nombre d'entités sous observation. Aussi nous désignons par  $y_{d,j}$  le  $j$ -ième output de l'entité évaluée  $d$ , par  $x_{d,i}$  le  $i$ -ième input de l'entité évaluée  $d$  et par  $z_{d,k}$  le  $k$ -ième input de réduction des dommages de l'entité évaluée  $d$ . La fonction  $\tilde{h}^e(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  dépendra de la forme fonctionnelle spécifiée pour la technologie de transformation. Dans notre application, nous avons une translog intégrant la spécificité des pesticides. Cette fonction a été définie dans la section 5.3. Il nous reste donc à définir la fonction  $A(\mathbf{y})$ .

Pour ce faire, nous définissons un agrégateur ayant la forme fonctionnelle suivante :

$$A(\mathbf{y}_d) = \left( \sum_{j=1}^n \alpha_j^q y_{d,j}^q \right)^{\frac{1}{q}} \quad (5.50)$$

avec  $\alpha_j \in (0, 1)$  pour  $j = 1, \dots, n$  et  $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$ . L'indice  $q$  permet de définir le taux marginal de substitution entre deux des outputs formant l'agrégat. Ce taux est donné par  $1/(1 - q)$ . Dans notre application nous supposons que  $q > 1$ , ce qui revient à accep-

ter le fait que l'augmentation d'un output dans l'agrégat est possible lorsqu'on diminue au moins un autre des outputs restants. Cette forme fonctionnelle est très proche de la forme CES (*Constant Elasticity of Substitution*). C'est une forme fonctionnelle qui autorise une diversité de formes. Cette spécification permet au taux marginal de substitution entre deux outputs ne n'être fonction que de  $q$  (ce taux est indépendant de  $\boldsymbol{\alpha}$ ). Cela permet au niveau de la formulation des distributions *a priori* de défendre le choix d'*a priori* indépendants entre  $q$  et  $\boldsymbol{\alpha}$ . Notons enfin que l'idée de la méthode que nous utilisons permet d'utiliser d'autres formes afin de procéder à la modélisation.

Pour des valeurs fixes de  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $q$  et  $A(\mathbf{y}_d)$ , l'équation (5.50) définit une surface de production de dimension  $(n - 1)$  correspondant aux vecteurs de dimension  $n$  (outputs). La combinaison des outputs que l'on obtient est univariée. On peut donc la considérer comme étant un seul output. En d'autres termes,  $A(\mathbf{y}_d)$  est un output agrégé qui réduit les vecteurs de dimension  $n$  en un vecteur de dimension 1. Avec cette transformation, notre problème d'estimation se ramène à un problème d'estimation mono-output standard. Avec la formulation de cet agrégateur, nous pouvons nous ramener à la spécification classique des frontières de production stochastiques (*SFA*) :

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.51)$$

Avec  $\mathbf{V} = (v(\mathbf{x}_1), \dots, v(\mathbf{x}_D))^\top$  la matrice de dimension  $D \times k$  des variables explicatives.  $v(\mathbf{x}_d)$  est une fonction de dimension  $k$  des inputs entrant dans l'analyse correspondant à la firme  $d$ . Le choix de  $v(\cdot)$  définit la spécification de la frontière de production. Par exemple pour une fonction Cobb-Douglas,  $v(\mathbf{x}_d)$  est un vecteur de tous les inputs transformés en logarithmes et pour une forme translog, cette fonction contient en plus des logarithmes des variables, le carré des logarithmes des variables et les logarithmes croisés de ces variables. Le vecteur portant les coefficients de la régression est noté par  $\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^k$ .  $\mathbb{R}^k$  est donc l'ensemble dans lequel se trouve l'ensemble des paramètres  $\boldsymbol{\beta}$ . Des considérations théoriques conduisent souvent à des conditions de régularité sur  $\boldsymbol{\beta}$ . Ces conditions restreignent l'espace des paramètres du modèle à un sous ensemble de  $\mathbb{R}^k$  que nous appelons  $\mathfrak{S}$  ( $\boldsymbol{\beta} \in \mathfrak{S} \subseteq \mathbb{R}^k$ ). Nous pouvons par exemple vouloir que les

productivités marginales des inputs soient positives. Cette matrice  $\mathbf{V}$ , dans notre application présente  $k = 27$  colonnes<sup>2</sup> et  $D$  lignes. La première colonne est constituée de 1. Signalons aussi que dans l'équation (5.51),  $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_D)^\top$  avec  $\delta_d = \log(A(\mathbf{y}_d))$

L'inefficacité technique tient du fait que certaines observations sont localisées sous la frontière de production. Le vecteur d'inefficacité est donné dans l'équation (5.51) par :  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}_+^D$ . Il mesure la capacité d'un agriculteur à produire l'output agrégé. Etant donné que nous travaillons sur le logarithme des outputs agrégés, l'efficacité correspondante à la firme  $d$  est définie par  $\tau_d = \exp\{-u_d\}$ , avec  $u_d$  un élément de  $\mathbf{u} > 0$  et  $0 \leq \tau_d \leq 1$ .

L'équation (5.51) capture le fait que la frontière de production n'est pas connue exactement et donc nécessite d'être estimée via les données disponibles. Nous supposons comme il est d'usage dans les analyses de frontières de production stochastique que  $\boldsymbol{\varepsilon}$  suit une distribution normale de dimension  $D$ . Cette distribution a pour moyenne 0 et pour matrice de variance-covariance  $\sigma^2 I_D$ , avec  $I_D$  la matrice identité de dimension  $D$ .  $\boldsymbol{\varepsilon}$  correspond donc à  $D$  répliquations indépendantes provenant de la loi normale univariée.

La fonction de densité résultante de  $\boldsymbol{\delta}$  sachant  $(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma)$  est donnée par :

$$p(\boldsymbol{\delta} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \quad (5.52)$$

Où  $f_N^D$  est la fonction de densité normale de dimension  $D$ .

L'intérêt de cette spécification multi-outputs d'une frontière de production stochastique est qu'il étend la structure de production et d'analyse mono-output. Cependant étant donné que le processus de départ est intrinsequement multi-variée, la fonction de densité définie par l'équation (5.52) n'est pas suffisante pour définir une densité pour le vecteur d'outputs observés ( $\mathbf{y}_d = (y_{d,1}, \dots, y_{d,n})^\top$ ) et donc pour conduire une inférence sur les distributions postérieures des paramètres du modèle qui nous intéressent. En

---

2. Ces 27 colonnes correspondent au nombre de paramètres à estimer présents dans la forme trans-log définie à l'équation (5.24).

effet, cette distribution donnée par l'équation (5.52) correspond à  $D$  répliques indépendantes d'une distribution univariée au lieu d'une distribution  $n$ -variée. En d'autres termes, si  $\boldsymbol{\alpha}$  et  $q$  sont connus et fixes, la densité précédente permet d'établir la vraisemblance de  $\boldsymbol{\delta}$  mais pas celle des outputs individuels  $\mathbf{y}_d$ .

Pour remonter aux vecteurs d'outputs observés, cette vraisemblance n'est pas suffisante. Nous devons donc dire autre chose sur ces outputs observés. En d'autres termes, nous devons trouver une nouvelle relation liant l'output agrégé aux outputs individuels observés. Cela nous permettra de pouvoir remonter aux  $\mathbf{y}_d$  et compléter notre vraisemblance. Pour ce faire, nous considérons le poids ou encore la contribution de l'output  $j$  dans l'agrégat total  $A(\cdot)$ . Cette contribution (élasticité) de l'output  $j$ , pour l'observation  $d$ , est notée  $\eta_{d,j}$  et est donnée par l'expression suivante :

$$\eta_{d,j} = \frac{\partial \log(A(\mathbf{y}_d))}{\partial \log(y_{d,j})} \quad (5.53)$$

Cette expression de la contribution de l'output  $j$  peut se réécrire de la manière suivante :

$$\eta_{d,j} = \frac{\partial \left( \frac{1}{q} \times \log \left( \sum_{j=1}^n \alpha_j^q y_{d,j}^q \right) \right)}{\partial \log(y_{d,j})} = \frac{\partial \left( \frac{1}{q} \times \log \left( \sum_{j=1}^n \alpha_j^q y_{d,j}^q \right) \right)}{\partial y_{d,j}} \times \left[ \frac{\partial \log(y_{d,j})}{\partial y_{d,j}} \right]^{-1} \quad (5.54)$$

Cela nous donne *in fine*, après dérivation, l'expression suivante de la contribution de l'output  $j$  à l'agrégat :

$$\eta_{d,j} = \frac{\alpha_j^q y_{d,j}^q}{\sum_{l=1}^n \alpha_l^q y_{d,l}^q} \quad (5.55)$$

Avec  $j = 1, \dots, n$  et  $\boldsymbol{\eta}_d = (\eta_{d,1}, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n})^\top$ . Notons que cette expression peut être considérée, à tort, comme étant la part de l'output  $j$  dans l'agrégat total. Cela nous donne les  $(n - 1)$  dimensions qui nous manquent pour établir la vraisemblance des  $n$  outputs observés. En effet, étant donné  $\boldsymbol{\alpha}$  ( $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^\top$ ) et  $q$ , il existe une correspondance entre le vecteur des outputs observés  $\mathbf{y}_d \in \mathbb{R}_+^n$  ( $\mathbf{y}_d = (y_{d,1}, \dots, y_{d,n})^\top$ ) et les vecteurs des variables non observés  $(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n})^\top$ . Cette correspondance va nous permettre d'établir l'expression analytique de la vraisemblance des outputs observés. Avant cela, nous caractérisons de manière plus complète ces parts. Etant donné que

$0 \leq \eta_{d,j} \leq 1$ , nous pouvons supposer que ces parts proviennent d'un échantillonnage aléatoire, indépendamment distribué ( $d = 1, \dots, D$ ) ayant pour densité :

$$p(\boldsymbol{\eta}_d | \mathbf{s}) = f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d | \mathbf{s}) \quad (5.56)$$

avec  $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_n)^\top \in \mathbb{R}_+^n$  et  $f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d | \mathbf{s})$  désigne une densité de probabilité de dimension  $(n - 1)$  d'une loi Dirichlet de paramètre inconnu  $\mathbf{s}$  à estimer<sup>3</sup>. Cette distribution Dirichlet est souvent utilisée dans la littérature pour modéliser des parts qui somment à 1. Elle est donc parfaitement adaptée à notre problème puisque nous avons bel et bien un système de parts :  $\sum_{j=1}^n \eta_{d,j} = 1$  et  $0 \leq \eta_{d,j} \leq 1$ .

Connaissant la fonction de densité des parts et la fonction de densité de l'output agrégé, nous établissons la densité des outputs observés. Formellement, cela peut se faire en passant du vecteur des variables non observées  $(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n})^\top$  au vecteur des outputs observés  $\mathbf{y}_d \in \mathbb{R}_+^n$  ( $\mathbf{y}_d = (y_{d,1}, \dots, y_{d,n})^\top$ ). Pour effectuer ce passage, nous nous aidons de la formule de changement de variable<sup>4</sup>. Nous suivons cette formule dans les dérivations qui suivent. Nous considérons dans un premier temps le vecteur de variables aléatoires  $(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n})^\top$  ayant pour densité jointe  $f(\cdot)$  définie sur  $\mathbb{R}_+^n$ . Dans un second temps, nous considérons les relations suivantes existantes entre nos vecteurs observés et non observés :  $y_{d,l} = g_{d,l}(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n})$  pour  $l = 1, \dots, n$  avec  $g_{d,l}(\cdot)$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}_+$  et permettant de passer du vecteur des variables non observées au vecteur des outputs observés. Nous pouvons donc réécrire la relation précédente sous la forme suivante :  $\delta_d = g_{d,1}^{-1}(y_{d,1}, \dots, y_{d,n})$ ,  $\eta_{d,l} = g_{d,l}^{-1}(y_{d,l}, \dots, y_{d,n})$  pour  $l = 2, \dots, n$ , avec  $g_{d,l}^{-1}(\cdot)$  la fonction permettant de passer du vecteur des outputs observés au vecteur des variables non observées. En d'autres termes,  $g_{d,l}^{-1}(\cdot)$  est la fonction inverse de  $g_{d,l}(\cdot)$ .

Avec ces notations, la densité jointe du vecteur des outputs observés, pour l'observation  $d$ , s'écrit de la manière suivante :

---

3. Des informations supplémentaires sur cette distribution et les autres distributions utilisées dans ce chapitre sont présentées dans l'annexe C.

4. La formule de changement de variable, en version uni-variée et multi-variée - est présentée dans l'annexe B.

$$f(y_{d,1}, y_{d,2}, \dots, y_{d,n}) = \begin{cases} |detJ| f(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n}) & \text{si } \mathbf{y}_d \in \mathbb{R}_+^d \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$|detJ|$  est la valeur absolue du déterminant de la matrice Jacobienne. Cette matrice s'écrit de la manière suivante :

$$detJ = \begin{pmatrix} \frac{\partial \delta_d}{\partial y_{d,1}} & \frac{\partial \delta_d}{\partial y_{d,2}} & \dots & \frac{\partial \delta_d}{\partial y_{d,n}} \\ \frac{\partial \eta_{d,2}}{\partial y_{d,1}} & \frac{\partial \eta_{d,2}}{\partial y_{d,2}} & \dots & \frac{\partial \eta_{d,2}}{\partial y_{d,n}} \\ \frac{\partial \eta_{d,n}}{\partial y_{d,1}} & \frac{\partial \eta_{d,n}}{\partial y_{d,2}} & \dots & \frac{\partial \eta_{d,n}}{\partial y_{d,n}} \end{pmatrix}$$

Afin de calculer  $f(y_{d,1}, y_{d,2}, \dots, y_{d,n})$ , nous calculons dans ce qui suit successivement le déterminant de la matrice Jacobienne et la densité jointe de  $f(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n})$ .

Commençons par le calcul du déterminant de la matrice Jacobienne. Cette matrice en se basant sur l'expression de  $\delta_i$  et celles de  $\eta_{d,l}$  ( $l = 2, \dots, n$ ), se réécrit de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} & \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} & \dots & \frac{\eta_{d,n}}{y_{d,n}} \\ -\eta_{d,2} \times q \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & q \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}}(1 - \eta_{d,2}) & -\eta_{d,2} \times q \times \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} & \dots & -\eta_{d,2} \times q \times \frac{\eta_{d,n}}{y_{d,n}} \\ -\eta_{d,3} \times q \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & -\eta_{d,3} \times q \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} & q \times \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}}(1 - \eta_{d,3}) & \dots & -\eta_{d,3} \times q \times \frac{\eta_{d,n}}{y_{d,n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\eta_{d,n} \times q \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & -\eta_{d,n} \times q \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} & -\eta_{d,n} \times q \times \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} & \dots & q \times \frac{\eta_{d,n}}{y_{d,n}}(1 - \eta_{d,n}) \end{pmatrix}$$

Calculons cette matrice par récurrence. Pour ce faire, commençons par calculer le déterminant de la première sous matrice d'ordre 2. Cette dernière s'écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} \\ -\eta_{d,2} \times q \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & q \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} (1 - \eta_{d,2}) \end{pmatrix}$$

Le déterminant de cette matrice a pour expression :

$$J_1 = q \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} \quad (5.57)$$

Considérons maintenant la première sous matrice d'ordre 3. Cette matrice a la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} & \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} \\ -\eta_{d,2} \times q \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & q \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} (1 - \eta_{d,2}) & -\eta_{d,2} \times q \times \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} \\ -\eta_{d,3} \times q \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} & -\eta_{d,3} \times q \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} & q \times \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} (1 - \eta_{d,3}) \end{pmatrix}$$

Le déterminant de cette matrice après calcul est donné par l'expression suivante :

$$J_2 = q^2 \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} \times \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} \quad (5.58)$$

Par récurrence, nous pouvons donc dire que pour une matrice d'ordre  $n$ , l'expression du déterminant est donnée par :

$$J = J_{n-1} = q^{n-1} \times \frac{\eta_{d,1}}{y_{d,1}} \times \frac{\eta_{d,2}}{y_{d,2}} \times \frac{\eta_{d,3}}{y_{d,3}} \times \dots \times \frac{\eta_{d,n}}{y_{d,n}} \quad (5.59)$$

Ce qui peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.60)$$

Maintenant que le déterminant de la matrice jacobienne est calculé, nous calculons la densité jointe  $f(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n})$ . Cette densité peut être écrite sous la forme suivante :

$$f(\delta_d, \eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n}) = f(\delta_d) \times f(\eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n} \mid \delta_d) \quad (5.61)$$

Nous savons que la densité de  $f(\delta_d)$  est de la forme suivante :

$$f_N(V_d \beta_d - u_d, \sigma^2) \quad (5.62)$$

Pour ce qui est de la densité  $f(\eta_{d,2}, \dots, \eta_{d,n} \mid \delta_d)$ , il faudrait remarquer qu'elle est égale à la densité de  $\eta_d$  sachant  $\alpha$  et  $q$ , *i.e.*  $f(\eta_d)$ . Cette densité, comme vu plus haut, a la forme suivante :

$$f(\eta_d \mid \delta_d) = f_{Dir.}^{n-1}(\eta_d \mid \mathbf{s}) \quad (5.63)$$

Tout cela nous permet d'obtenir la forme de la densité de l'observation  $d$ . Cette densité a la forme suivante :

$$p(y_{d,1}, \dots, y_{d,n}) = f_N(V_d \beta_d - u_d, \sigma^2) \times f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d \mid \mathbf{s}) \times q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.64)$$

Ou encore :

$$p(\mathbf{y}_d) = f_N(V_d \beta_d - u_d, \sigma^2) \times f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d \mid \mathbf{s}) \times q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.65)$$

Enfin, étant donné que l'on dispose de  $D$  observations, la vraisemblance globale du modèle s'écrit comme suit :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{u}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d \mid \mathbf{s}) \times \prod_{d=1}^D q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.66)$$

### 5.4.2 Les distributions *a priori*

Afin de conduire l'inférence bayésienne, nous devons compléter la fonction de vraisemblance définie par l'équation (5.66) par une distribution *a priori* des paramètres

présents dans le modèle. Ces paramètres sont :  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\sigma$ ,  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $q$  et  $\mathbf{s}$ . Nous faisons le choix d'utiliser des distributions *a priori* propres car Koop *et al.* [1997] ont montré que l'utilisation de distributions *a priori* impropres dans des modèles de frontières stochastiques peut poser certains problèmes. Aussi, nous faisons le choix, dans cette analyse, de faire transparaître notre quasi-ignorance vis-à-vis des paramètres de notre modèle. Pour ce faire, nous spécifions comme dans Fernandez *et al.* [2000], des distributions *a priori* propres ayant la structure suivante :

$$p(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = p(\boldsymbol{\beta})p(\mathbf{u})p(\sigma)p(\boldsymbol{\alpha})p(q)p(\mathbf{s}) \quad (5.67)$$

Cette hypothèse d'indépendance nous permet d'une part de simplifier la structure de la distribution *a priori* et d'autre part de pouvoir individuellement, pour chaque paramètre du modèle, modéliser notre quasi-ignorance. En d'autres termes, elle nous permet d'éviter l'incorporation d'informations non désirées dans l'inférence. Nous choisissons dans ce papier, comme dans Fernandez *et al.* [2000], pour chaque paramètre, des hyperparamètres permettant d'avoir des *a priori* propres et non informatifs. Nous précisons dans ce qui suit les distributions *a priori* des paramètres de notre modèle.

#### 5.4.2.1 Distribution *a priori* de $\boldsymbol{\beta}$

La distribution *a priori* considérée pour les paramètres de la frontière de production est de la forme :

$$p(\boldsymbol{\beta}) = f_N^k(\boldsymbol{\beta} \mid \mathbf{b}_0, \mathbf{H}_0^{-1}) \times \mathbb{1}_{\mathfrak{S}}(\boldsymbol{\beta}) \quad (5.68)$$

C'est donc une distribution normale de dimension  $k$ . Elle a pour moyenne  $\mathbf{b}_0$  et pour matrice de variance covariance  $\mathbf{H}_0^{-1}$ .  $\mathbb{1}(\cdot)$  est la fonction indicatrice qui, via la prise en compte des conditions de régularité, restreint l'ensemble des valeurs possibles de  $\boldsymbol{\beta}$  à un sous ensemble  $\mathfrak{S} \subseteq \mathbb{R}^k$ . Pour une Cobb-Douglas,  $\mathbb{1}_{\mathfrak{S}}(\boldsymbol{\beta})$  revient à restreindre tous les éléments de  $\boldsymbol{\beta}$  excepté la constante à être non négatifs. Afin d'avoir un *a priori* non informatif, nous choisissons au niveau de la mise en oeuvre empirique  $\mathbf{b}_0 = 0_k$  et  $\mathbf{H}_0 = 10^{-4} \times I_k$ . Cette variance assez grande traduit notre incertitude en ce qui concerne les valeurs de  $\boldsymbol{\beta}$ . Cette distribution normale, centrée sur zéro, est presque

plate et est proche de l'axe des abscisses. Cela permet à la densité des observations de se retrouver presque intégralement dans la distribution *a posteriori*.

#### 5.4.2.2 Distribution *a priori* de $\sigma$

Nous notons pour des facilités de calcul et d'écriture la précision du modèle par  $h$  avec  $h = \sigma^{-2}$ . Ce changement de variable nous permettra par la suite de travailler sur la fonction Gamma en lieu et place de la fonction Gamma inverse. Pour ce paramètre de précision, nous considérons une distribution *a priori* qui suit une loi Gamma ayant la forme suivante :

$$p(h) = f_G(h \mid n_0, a_0) \quad (5.69)$$

Pour l'application empirique, nous considérons, afin d'avoir un *a priori* non informatif,  $n_0 = 1$  (ce qui donne une distribution exponentielle pour  $h$ ) et  $a_0 = 10^{-6}$ . Ce choix d'hyper-paramètres nous permet ici aussi d'avoir une distribution postérieure influencée le moins possible par la distribution *a priori* de  $h$ . Cette distribution *a priori* de  $h$  avec ces valeurs d'hyper-paramètres sera quasi plate sur l'intervalle  $[0, +\infty[$  et sera sur tout cet intervalle inférieure à  $10^{-6}$ .

#### 5.4.2.3 Distribution *a priori* de $\alpha$

Etant donné que tous les  $\alpha$  sont dans l'intervalle  $(0, 1)$  et somment à 1, un choix évident pour sa distribution *a priori* est la distribution Dirichlet de paramètre  $\mathbf{a}$  :

$$p(\alpha) = f_{Dir.}^{n-1}(\alpha \mid \mathbf{a}) \quad (5.70)$$

Avec  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^\top \in \mathbb{R}_+^n$  représentant les hyper-paramètres de la distribution *a priori*. Afin d'avoir un *a priori* non informatif pour cette distribution, nous considérons  $\mathbf{a} = \iota_n$ , avec  $\iota_n$  un vecteur de 1 de dimension  $n$ . Cela permet d'avoir une distribution uniforme (le choix de ce vecteur d'hyper-paramètres nous ramène simplement à une loi uniforme sur toutes les dimensions de la loi Dirichlet d'origine) sur tous les points du support de la loi Dirichlet et donc laisse s'affirmer le plus possible la densité des observations.

#### 5.4.2.4 Distribution *a priori* de $q$

Rappelons à ce niveau que la valeur de  $q$  détermine le taux marginal de substitution entre deux outputs entrant dans agrégat défini au niveau de l'équation (5.50). Nous supposons dans cette étude que nous pouvons toujours augmenter un output entrant dans l'agrégat, à condition de diminuer au moins un autre. Pour ce faire, il faudrait que  $q > 1$ . Tenant compte de cela, nous considérons, pour  $q$ , une distribution exponentielle comme distribution *a priori*, tronquée sur l'intervalle  $(1, \infty)$ . Cette distribution a la forme suivante :

$$p(q) \propto f_G(q \mid 1, \kappa) \times \mathbb{1}_{(1, \infty)}(q) \quad (5.71)$$

Dans l'application empirique, pour que cette distribution *a priori* soit non informative, nous considérons  $\kappa = 10^{-6}$ . Les explications du choix de cet *a priori* sont les mêmes que celles données pour la spécification de l'*a priori* de  $h$ .

#### 5.4.2.5 Distribution *a priori* de $s$

Pour le paramètre  $s$  et plus précisément pour ses composants  $s_j$ , nous considérons  $n$  distributions indépendantes suivant une loi Gamma :

$$p(\mathbf{s}) = \prod_{j=1}^n p(s_j) = \prod_{j=1}^n f_G(s_j \mid b_j, c_j) \quad (5.72)$$

Dans notre application empirique, nous choisissons  $b_j = 1$  et  $c_j = 10^{-6}$  pour tous  $j$  afin d'avoir un *a priori* non informatif. La logique du choix de cet *a priori* est la même que celle énoncée lors du choix de l'*a priori* de  $h$ .

#### 5.4.2.6 Distribution *a priori* de $u$

Pour ce qui est de la distribution *a priori* du terme d'efficacité, nous supposons que ce dernier provient d'une distribution exponentielle de paramètre inconnu  $\lambda$ . Précisons que des distributions normales tronquées ou semi-normales peuvent aussi être considérées pour modéliser ce terme relatif à l'efficacité. L'essentiel est de garantir que le terme d'efficacité prend ses valeurs dans l'intervalle  $[0, 1]$ . *i.e.* que les  $u_d$  soient positifs. Nous

considérons donc que nos  $u_d$  peuvent être modélisés de la manière suivante :

$$p(\mathbf{u} \mid \lambda) = \prod_{d=1}^D f_G(u_d \mid 1, \lambda) \quad (5.73)$$

Etant donné que le paramètre  $\lambda$  est inconnu, il faudra aussi le modéliser et l'estimer. Nous spécifions donc un *a priori* sur cet *a priori*. Van den Broeck *et al.* [1994] préconisent dans les estimations de frontière stochastique de considérer l'*a priori* ayant la forme suivante pour  $\lambda$  :

$$p(\lambda) = f_G(\lambda \mid \lambda_1, \lambda_2) \quad (5.74)$$

avec  $\lambda_1 = 1$  et  $\lambda_2 = -\log(\tau^*)$ . En effet, selon Van den Broeck *et al.* [1994], le fait de poser  $\lambda_1 = 1$  implique un *a priori* uniforme sur  $\lambda$ ; ensuite choisir  $\lambda_2 = -\log(\tau^*)$  permet d'avoir une moyenne *a priori* du terme d'efficacité égale à  $\tau^*$ . En définitive, cette formulation permet d'obtenir un *a priori* relativement non informatif qui implique que l'efficacité moyenne *a priori* de la distribution du terme d'efficacité est  $\tau^*$ . Dans la partie empirique, nous considérons  $\tau^* = 0,875$ . Nous choisissons cette valeur parce que dans la littérature portant sur l'estimation de l'efficacité technique d'exploitations agricoles, la valeur moyenne de cette efficacité tourne autour de 0,875. Nous utilisons différentes valeurs de  $\tau^*$  dans la partie empirique de ce chapitre afin de tester la sensibilité de l'estimation à ce choix.

### 5.4.3 Distributions *a posteriori*

La densité des observations définie par l'équation (5.66) avec les distributions *a priori* définissent un modèle bayésien, *i.e.*, la distribution postérieure de tous les paramètres du modèle présenté. Cette distribution postérieure n'est pas calculable explicitement. Nous pouvons employer des méthodes de simulation Monte Carlo par Chaines de Markov (MCMC) pour l'approximer et plus précisément l'algorithme de Gibbs.

L'idée de départ de cet algorithme est que pour solutionner un problème complexe, au lieu d'essayer de déterminer la solution de manière globale, il est plus simple de le diviser en petits problèmes et de résoudre séquentiellement ces petits problèmes.

Nous mettons donc en route l'algorithme de Gibbs en partitionnant la distribution postérieure suivant les paramètres de notre modèle. Ces différents blocs de distribution postérieure seront simulés de manière séquentielle étant donné les données disponibles et les paramètres des autres blocs. Dans ce qui suit, nous décrivons successivement tous les blocs de la distribution postérieure.

Aussi, dans la suite de cette section, comme dans l'inférence bayésienne de manière générale, nous adoptons le raisonnement proportionnel. En d'autres termes, lorsque nous sommes sur un bloc et que nous nous intéressons à une variable précise, tout ce qui ne se ramène pas à cette variable est considéré comme une constante multiplicative. Nous pouvons, afin de faciliter les calculs, ignorer ou ajouter des constantes multiplicatives car nous savons que nous allons par la suite obtenir la « bonne constante » en imposant que la fonction de densité *a posteriori* calculée s'intègre à 1.

#### 5.4.3.1 Distribution *a posteriori* du paramètre $\beta$

La distribution postérieure du paramètre  $\beta$  est donnée par la multiplication de sa distribution *a priori* (équation (5.68)) et de la densité des observations (équation (5.66)). Nous commençons par rappeler les formes de ces deux distributions. La distribution *a priori* est donnée par :

$$p(\beta) = f_N^k(\beta \mid \mathbf{b}_0, \mathbf{H}_0^{-1}) \times \mathbb{1}_{\mathfrak{S}}(\beta) \quad (5.75)$$

C'est une distribution normale de dimension  $k$  qui a pour moyenne  $\mathbf{b}_0$  et pour matrice de variance-covariance  $\mathbf{H}_0^{-1}$ . La fonction de densité de cette distribution est donnée par l'expression suivante :

$$p(\beta) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{k}{2}} (\mathbf{H}_0^{-1})^{\frac{1}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta - \mathbf{b}_0)^\top \mathbf{H}_0 (\beta - \mathbf{b}_0) \right\} \quad (5.76)$$

La densité des observations est, elle, donnée par l'expression suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{u}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d \mid s) \times \prod_{d=1}^D q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.77)$$

Comme précisé plus haut, la distribution postérieure est donnée par la multiplication de ces deux termes. Afin de faciliter cette opération, nous nous intéressons dans un premier temps à la densité des observations. L'objectif est de la transformer étant donné que tous les paramètres du modèle excepté  $\boldsymbol{\beta}$  sont connus. Vu que nous adoptons un raisonnement proportionnel, c'est uniquement la première partie de l'équation donnant la densité des observations, dépendant de  $\boldsymbol{\beta}$ , qui nous intéresse. La seconde partie peut être ignorée car c'est une constante. Nous nommons cette constante  $T_1$ . Nous pouvons réécrire la densité des observations de la manière suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times T_1 \quad (5.78)$$

Cela nous donne, en développant la densité des observations, l'expression suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{D}{2}} (\sigma^2)^{\frac{D}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \times T_1 \quad (5.79)$$

Etant donné que  $\mathbf{u}$  est connu dans cette expression (tous les paramètres, sauf  $\boldsymbol{\beta}$  sont supposés connus), nous pouvons poser :  $\boldsymbol{\delta}' = \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}$ . Aussi, nous considérons pour des facilités de calcul que  $h = \frac{1}{\sigma^2}$ . Cela donne comme fonction de densité des observations l'expression suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = \left( \frac{2\pi}{h} \right)^{-\frac{D}{2}} \exp \left\{ -\frac{h}{2} (\boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta})^\top (\boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta}) \right\} \times T_1 \quad (5.80)$$

De l'observation de l'expression précédente, nous pouvons écrire :

$$\boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\mathbf{b} - \mathbf{V}(\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}) \quad (5.81)$$

Nous pouvons aussi remarquer que le nombre de degré de liberté (*dof*) est donné par  $dof = D - k$ . Cela nous permet nous d'écrire que :  $\frac{dof}{2} = \frac{D}{2} - \frac{k}{2}$  et donc que  $\frac{D}{2} = \frac{k}{2} + \frac{dof}{2}$ . Avec ces deux observations, nous pouvons réécrire la densité des observations en termes d'une somme des carrés des résidus. Ainsi nous remarquons que :

$$-\frac{h}{2} (\boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta})^\top (\boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta}) = - \left( \frac{dof}{2} \times S^2 \times h \right) - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top [h (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})] (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}) \quad (5.82)$$

avec :

$$S^2 = \frac{(\boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\mathbf{b})^\top (\boldsymbol{\delta}' - \mathbf{V}\mathbf{b})}{D - k} \quad (5.83)$$

et :

$$\mathbf{b} = (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^\top \boldsymbol{\delta}' \quad (5.84)$$

Cela nous permet de réécrire la densité des observations de la manière suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = \left( \frac{2\pi}{h} \right)^{-\frac{k}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}) \right\} \\ \times \left( \frac{2\pi}{h} \right)^{-\frac{dof}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} dof \times S^2 \times h \right\} \times T_1 \quad (5.85)$$

Afin d'obtenir une forme caractéristique de la densité des observations et faciliter l'obtention de la densité *a posteriori* de  $\boldsymbol{\beta}$ , nous multiplions l'expression précédente par une constante bien choisie  $T_2$ , qui ne dépend pas de  $\boldsymbol{\beta}$ <sup>5</sup>. La constante choisie est la suivante :

$$T_2 = (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{\frac{1}{2}} \quad (5.86)$$

---

5. La statistique bayésienne utilise, comme souligné plus haut, le raisonnement proportionnel. En d'autres termes nous pouvons ajouter ou retrancher n'importe quelle constante multiplicative à la distribution étudiée. La bonne constante sera retrouvée dans l'étape d'estimation en imposant que cette distribution s'intègre à 1.

Cela nous permet d'obtenir l'expression suivante de la densité des observations :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto \left(\frac{2\pi}{h}\right)^{-\frac{dof}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}dof \times S^2 \times h\right\} \times (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \left[h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1}\right]^{-\frac{1}{2}} \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top \left[h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1}\right]^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})\right\} \times T_1 \quad (5.87)$$

La densité des observations peut se réécrire de la manière suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \left[h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1}\right]^{-\frac{1}{2}} \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top \left[h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1}\right]^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})\right\} \times T_3 \quad (5.88)$$

Avec  $T_3$  représentant toutes les expressions ne se rapportant pas à  $\boldsymbol{\beta}$ .  $T_3$  s'écrit de la manière suivante :

$$T_3 = \left(\frac{2\pi}{h}\right)^{-\frac{dof}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}dof \times S^2 \times h\right\} \times T_1 \quad (5.89)$$

En définitive, notre densité des observations est donc proportionnelle à l'expression suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})\right\} \quad (5.90)$$

Cette densité des observations est proportionnelle à une loi normale  $k$ -variée de moyenne  $\mathbf{b}$  et de matrice de variance-covariance  $\boldsymbol{\Sigma}$ . La moyenne et la variance sont données par les expressions suivantes :

$$\mathbf{b} = \left[ (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^\top \boldsymbol{\delta}' \right] = (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^\top (\boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}) \quad (5.91)$$

et :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right] \quad (5.92)$$

Maintenant que nous avons affiné la forme de notre distribution des observations autour de  $\boldsymbol{\beta}$ , nous passons au calcul de la distribution *a posteriori* de  $\boldsymbol{\beta}$ . Cette distribution

postérieure est donnée par le produit de la distribution *a priori* et de la densité des observations et s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{\beta} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &\propto p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \times p(\boldsymbol{\beta}) \\
&\propto T_3 \times (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-\frac{1}{2}} \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}) \right\} \\
&\quad \times \frac{1}{(2\pi)^{\frac{k}{2}} (\mathbf{H}_0^{-1})^{\frac{1}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0)^\top \mathbf{H}_0 (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0) \right\} \quad (5.93)
\end{aligned}$$

Cela donne en développant :

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{\beta} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &\propto (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \times (\mathbf{H}_0^{-1})^{-\frac{1}{2}} \times (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-\frac{1}{2}} \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}) - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0)^\top \mathbf{H}_0 (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0) \right\} \times T_3 \\
&\hspace{15em} (5.94)
\end{aligned}$$

Afin de mieux faire ressortir la forme de la distribution *a posteriori* de  $\boldsymbol{\beta}$ , posons que :

$$T_4 = (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \times (\mathbf{H}_0^{-1})^{-\frac{1}{2}} \times (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-\frac{1}{2}} \times T_3 \quad (5.95)$$

et :

$$Q_1(\boldsymbol{\beta}) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b})^\top \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}) - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0)^\top \mathbf{H}_0 (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0) \right\} \quad (5.96)$$

Commençons par considérer l'expression  $Q_1(\boldsymbol{\beta})$ . En la développant, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
Q_1(\boldsymbol{\beta}) &= \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \boldsymbol{\beta}^\top \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right) \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^\top \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left( \mathbf{b}^\top \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{b}_0^\top \mathbf{H}_0 \right) \boldsymbol{\beta} + \mathbf{b}_0^\top \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}^\top \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} \right\} \\
&\hspace{15em} (5.97)
\end{aligned}$$

Multiplions cette expression par une constante  $T_5$  ne dépendant pas de  $\boldsymbol{\beta}$ . La constante

choisie a la forme suivante :

$$T_5 = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right)^\top \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} \right. \\ \left. \times \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right) \right\} \quad (5.98)$$

Cette multiplication nous donne l'expression suivante que nous nommons  $Q_2(\boldsymbol{\beta})$  :

$$Q_2(\boldsymbol{\beta}) = T_5 \times Q_1(\boldsymbol{\beta}) \\ \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \boldsymbol{\beta} - \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right) \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} \right)^\top \right. \\ \times \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right) \\ \left. \times \left( \boldsymbol{\beta} - \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right) \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} \right) \right\} \quad (5.99)$$

Revenons maintenant au terme  $T_4$ . Nous le multiplions par la constante suivante :

$$T_6 = \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.100)$$

Nous avons alors comme expression finale de la distribution postérieure du paramètre  $\boldsymbol{\beta}$  :

$$p(\boldsymbol{\beta} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto T_5 \times Q_1(\boldsymbol{\beta}) \times T_4 \times T_6 \propto \times (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \times \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \boldsymbol{\beta} - \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right) \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} \right)^\top \right. \\ \times \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right) \\ \left. \times \left( \boldsymbol{\beta} - \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right) \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} \right) \right\} \quad (5.101)$$

et donc :

$$p(\boldsymbol{\beta} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto (2\pi)^{-\frac{k}{2}} \times (\mathbf{H}_*)^{-\frac{1}{2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - b_*)^\top \mathbf{H}_*^{-1} (\boldsymbol{\beta} - b_*) \right\} \quad (5.102)$$

C'est une distribution normale de dimension  $k$ , de moyenne  $\mathbf{b}_*$  et de matrice de variance-covariance  $\mathbf{H}_*$ . La moyenne et la variance sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_* &= \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0 \right) \\ &= \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} (h \mathbf{V}^\top \boldsymbol{\delta}' + \mathbf{H}_0 \mathbf{b}_0) \end{aligned} \quad (5.103)$$

et :

$$\mathbf{H}_* = \left( \left[ h^{-1} (\mathbf{V}^\top \mathbf{V})^{-1} \right]^{-1} + \mathbf{H}_0 \right)^{-1} \quad (5.104)$$

#### 5.4.3.2 Distribution *a posteriori* du paramètre $\sigma$

La distribution postérieure du paramètre  $\sigma$  est donnée, comme pour le paramètre  $\boldsymbol{\beta}$ , par la multiplication de sa distribution *a priori* (équation (5.69)) et de la densité des observations (équation (5.66)). Avant de procéder à ce produit, rappelons les formes de ces deux distributions. La distribution *a priori* de  $h$  est donnée par :

$$p(h) = f_G(h \mid n_0, a_0) \quad (5.105)$$

$n_0$  et  $a_0$  sont les paramètres de la distribution *a priori*. Cette distribution Gamma a la densité suivante :

$$p(h) = \frac{(a_0)^{n_0}}{\Gamma(n_0)} \times h^{n_0-1} \times \exp \{-a_0 \times h\} \quad (5.106)$$

La densité des observations est, elle, donnée par l'expression suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \times T_1 \quad (5.107)$$

Nous avons, comme pour le paramètre  $\boldsymbol{\beta}$ , ignoré tous les paramètres ne se rapportant pas à  $h$  dans l'écriture de la densité des observations. Nous obtenons la distribution postérieure en faisant, comme signalé plus haut, le produit de ces deux densités. Cela est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} p(h \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \times p(h) \\ &= (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \times T_1 \\ &\quad \times \frac{(a_0)^{n_0}}{\Gamma(n_0)} \times h^{n_0-1} \times \exp \{-a_0 \times h\} \end{aligned} \quad (5.108)$$

Cela nous donne en développant l'expression précédente :

$$\begin{aligned} p(h \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \times T_1 \times \frac{(a_0)^{n_0}}{\Gamma(n_0)} \times h^{n_0-1} \\ &\quad \times \exp \left\{ -h \left( a_0 + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.109)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} p(h \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= (2\pi)^{-\frac{D}{2}} \times T_1 \times \frac{(a_0)^{n_0}}{\Gamma(n_0)} \times h^{n_0+\frac{D}{2}-1} \\ &\quad \times \exp \left\{ -h \left( a_0 + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.110)$$

L'objectif est d'identifier une distribution connue que suivrait la distribution postérieure de  $h$ . Pour cela, nous multiplions l'expression précédente par une constante qui n'implique pas le terme  $h$ , que nous nommons  $T_8$  :

$$T_8 = \frac{\left( a_0 + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right)^{n_0+\frac{D}{2}}}{\Gamma(n_0 + \frac{D}{2})} \quad (5.111)$$

Cela nous donne l'expression finale de la distribution postérieure suivante :

$$\begin{aligned}
p(h \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= \frac{\left(a_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})\right)^{n_0 + \frac{D}{2}}}{\Gamma(n_0 + \frac{D}{2})} \times h^{n_0 + \frac{D}{2} - 1} \\
&\times \exp \left\{ -h \left( a_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right) \right\} \times (2\pi)^{-\frac{D}{2}} \times T_1 \times \frac{(a_0)^{n_0}}{\Gamma(n_0)}
\end{aligned} \tag{5.112}$$

Ou encore :

$$\begin{aligned}
p(h \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= \frac{\left(a_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})\right)^{n_0 + \frac{D}{2}}}{\Gamma(n_0 + \frac{D}{2})} \times h^{n_0 + \frac{D}{2} - 1} \\
&\times \exp \left\{ -h \left( a_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right) \right\} \times T_9
\end{aligned} \tag{5.113}$$

avec :

$$T_9 = (2\pi)^{-\frac{D}{2}} \times T_1 \times \frac{(a_0)^{n_0}}{\Gamma(n_0)} \tag{5.114}$$

Nous avons donc l'expression finale suivante de la distribution *a posteriori* :

$$\begin{aligned}
p(h \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &\propto \frac{\left(a_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})\right)^{n_0 + \frac{D}{2}}}{\Gamma(n_0 + \frac{D}{2})} \times h^{n_0 + \frac{D}{2} - 1} \\
&\times \exp \left\{ -h \left( a_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right) \right\}
\end{aligned} \tag{5.115}$$

Cette densité *a posteriori* suit donc une distribution Gamma. Nous pouvons écrire :

$$p(h \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto f_G \left( n_0 + \frac{D}{2}, a_0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right) \tag{5.116}$$

### 5.4.3.3 Distribution *a posteriori* du paramètre $\alpha$

La distribution postérieure du paramètre  $\alpha$  est donnée elle aussi par la multiplication de la distribution *a priori* (équation (5.70)) et de la densité des observations (équation (5.66)). Commençons, ici aussi, par rappeler que la distribution *a priori* est donnée par l'expression suivante :

$$p(\alpha) = f_{Dir.}^{n-1}(\alpha | \mathbf{a}) \quad (5.117)$$

Cette distribution Dirichlet de paramètre  $\alpha$  a sa densité donnée par l'expression suivante :

$$p(\alpha) = f_{Dir.}^{n-1}(\alpha | \mathbf{a}) = \frac{\Gamma(\sum_j a_j)}{\prod_j \Gamma(a_j)} \times \prod_j \alpha_j^{a_j-1} \quad (5.118)$$

La densité des observations est, elle, donnée par l'expression suivante :

$$p(\mathbf{y} | \beta, \alpha, \mathbf{u}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\beta - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d | s) \times \prod_{d=1}^D q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.119)$$

Cette densité des observations peut se réécrire de la manière suivante :

$$p(\mathbf{y} | \beta, \alpha, \mathbf{u}, q, \mathbf{s}) = (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\beta + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\beta + \mathbf{u}) \right\} \\ \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^p \eta_{d,j}^{s_j-1} \times \prod_{d=1}^D q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.120)$$

Ou encore :

$$p(\mathbf{y} | \beta, \alpha, \mathbf{u}, q, \mathbf{s}) = T_{10} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\beta + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\beta + \mathbf{u}) \right\} \\ \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \eta_{i,j}^{s_j} \quad (5.121)$$

avec :

$$T_{10} = (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \times \prod_{d=1}^I q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{1}{y_{d,j}} \quad (5.122)$$

La distribution postérieure, comme précisé plus haut, est donnée par le produit de la densité des observations et de la densité *a priori* de  $\boldsymbol{\alpha}$  :

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\alpha} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, q, \mathbf{s}) &= p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \times p(\boldsymbol{\alpha}) \\ &= T_{10} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \\ &\quad \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \eta_{d,j}^{s_j} \times \frac{\Gamma(\sum_j a_j)}{\prod_j \Gamma(a_j)} \times \prod_{j=1}^p \alpha_j^{a_j-1} \end{aligned} \quad (5.123)$$

Cette expression peut se réécrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\alpha} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, q, \mathbf{s}) &= T_{10} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \\ &\quad \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \left( \frac{\alpha_j^q y_{d,j}^q}{\sum_j \alpha_j^q y_{d,j}^q} \right)^{s_j} \times \frac{\Gamma(\sum_j a_j)}{\prod_j \Gamma(a_j)} \times \prod_j \alpha_j^{a_j-1} \end{aligned} \quad (5.124)$$

Cela nous permet d'avoir l'expression suivante comme distribution de la densité *a posteriori* d' $\boldsymbol{\alpha}$  :

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\alpha} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, q, \mathbf{s}) &\propto \prod_{j=1}^n \alpha_j^{a_j + s_j q D - 1} \times \prod_{d=1}^I \prod_{j=1}^n \left( \sum_j \alpha_j^q y_{d,j}^q \right)^{-\sum_j s_j} \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \end{aligned} \quad (5.125)$$

Notons que les termes relatifs à  $\boldsymbol{\delta}$  sont conservés car ils dépendent du paramètre  $\boldsymbol{\alpha}$ . Les termes dépendants des autres paramètres constituent une constante et disparaissent de la densité.

#### 5.4.3.4 Distribution *a posteriori* du paramètre $q$

La distribution postérieure du paramètre  $q$  est elle aussi donnée par la multiplication de sa distribution *a priori* (équation (5.71)) et de la densité des observations (équation (5.66)). Commençons par indiquer les formes de ces deux distributions. La distribution *a priori* est donnée par l'expression suivante :

$$p(q) \propto f_G(q \mid 1, \kappa) \times \mathbb{1}_{(1, \infty)}(q) \quad (5.126)$$

$\kappa$  est le paramètre de la distribution *a priori*. Nous choisissons ce support ( $q > 1$ ) pour tenir compte du fait que nous pouvons toujours augmenter un output entrant dans l'agrégat, à condition de diminuer au moins un autre. La densité de probabilité de cette expression a la forme suivante :

$$p(q) = \frac{\kappa}{\Gamma(1)} \times \exp \{-\kappa \times q\} \times \mathbb{1}_{(1, \infty)}(q) \quad (5.127)$$

La densité des observations a, elle, la forme suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{u}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D f_{Dir.}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d \mid \mathbf{s}) \times \prod_{d=1}^D q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.128)$$

Cette expression, en développant, peut se réécrire de la manière suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \eta_{d,j}^{s_j-1} \times q^{D(n-1)} \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.129)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \\
&\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times q^{D(n-1)} \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}^{s_j}}{y_{d,j}}
\end{aligned} \tag{5.130}$$

La distribution postérieure de  $q$  est donnée, comme rappelé plus haut, par le produit de ces deux densités :

$$\begin{aligned}
p(q \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{s}) &= (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) \right\} \\
&\times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times q^{D(n-1)} \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}^{s_j}}{y_{d,j}} \times \frac{\kappa}{\Gamma(1)} \times \exp \{-\kappa \times q\} \times \mathbf{1}_{(1,\infty)}(q)
\end{aligned} \tag{5.131}$$

Cela nous donne, en développant et en réarrangeant l'expression précédente :

$$\begin{aligned}
p(q \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{s}) &= T_{11} \times q^{D(n-1)} \times \exp \{-\kappa \times q\} \\
&\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) - \sum_d \sum_j s_j \times \log \left( \frac{\sum_j^n \alpha_j^q y_{d,j}^q}{\alpha_j^q y_{d,j}^q} \right) \right\} \times \mathbf{1}_{(1,\infty)}(q)
\end{aligned} \tag{5.132}$$

avec :

$$T_{11} = \kappa \times (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \frac{1}{y_{d,j}} \tag{5.133}$$

La distribution postérieure de  $q$  est donc proportionnelle à l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
p(q \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{s}) &\propto q^{D(n-1)} \times \exp \{-\kappa \times q\} \\
&\times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u})^\top (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}) - \sum_d \sum_j s_j \times \log \left( \frac{\sum_j^n \alpha_j^q y_{d,j}^q}{\alpha_j^q y_{d,j}^q} \right) \right\} \times \mathbb{1}_{(1,\infty)}(q)
\end{aligned} \tag{5.134}$$

Notons ici aussi que les blocs d'expressions relatifs à  $\boldsymbol{\delta}$  ont été conservés car ils dépendent du paramètre  $q$ .

#### 5.4.3.5 Distribution *a posteriori* du paramètre $\mathbf{s}$

Nous nous aidons, comme pour les paramètres précédents, de la distribution *a priori* et de la densité des observations de  $\mathbf{s}$  afin d'établir sa distribution postérieure. Ces deux distributions sont données respectivement par les équation (5.72) et (5.66). Rappelons que la distribution *a priori* de ce paramètre est donnée par l'expression suivante :

$$p(\mathbf{s}) = \prod_{j=1}^n f_G(s_j \mid b_j, c_j) \tag{5.135}$$

$b_j$  et  $c_j$  sont les paramètres de la distribution *a priori*. Sa densité de probabilité est donnée par l'expression suivante :

$$p(\mathbf{s}) = \prod_{j=1}^n \frac{(c_j)^{b_j}}{\Gamma(b_j)} \times s_j^{b_j-1} \times \exp \{-c_j \times s_j\} \tag{5.136}$$

La densité des observations est de son coté donnée par l'expression suivante :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{u}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D f_{Dir}^{n-1}(\boldsymbol{\eta}_d \mid \mathbf{s}) \times \prod_{d=1}^D q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \tag{5.137}$$

Cela donne :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_j \eta_{d,j}^{s_j-1} \times \prod_{d=1}^D q^{n-1} \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.138)$$

Ou encore :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times \prod_{d=1}^D \prod_j \eta_{d,j}^{s_j-1} \times q^{D(n-1)} \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}}{y_{d,j}} \quad (5.139)$$

La distribution postérieure est obtenue en faisant le produit des équations (5.136) et (5.139) :

$$p(s_j \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, s_{-j}) = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \prod_{d=1}^D \left( \frac{\Gamma(\sum_j s_j)}{\prod_j \Gamma(s_j)} \right) \times q^{D(n-1)} \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \frac{\eta_{d,j}^{s_j}}{y_{d,j}} \times \frac{(c_j)^{b_j}}{\Gamma(b_j)} \times s_j^{b_j-1} \times \exp\{-c_j \times s_j\} \quad (5.140)$$

avec  $s_{-j}$  qui est le vecteur constitué de tous les éléments de  $s$  à l'exception du  $j$ -ième élément ( $s_{-j} = (s_1, s_2, \dots, s_{j-1}, s_{j+1}, \dots, s_n)$ ). En réarrangeant l'expression précédente, nous obtenons :

$$p(s_j \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, s_{-j}) = \frac{\Gamma(\sum_j s_j)^D}{\Gamma(s_j)^D \times \prod_{-j} \Gamma(s_{-j})^D} \times s_j^{b_j-1} \times \exp \left[ -s_j \left( c_j + \sum_i \log \left( \frac{\sum_j \alpha_j^q y_{d,j}^q}{\alpha_j^q y_{d,j}^q} \right) \right) \right] \times T_{12} \quad (5.141)$$

avec :

$$T_{12} = f_N^D(\mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{u}, \sigma^2 I_D) \times \frac{1}{\prod_{-j} \Gamma(s_{-j})^D} \times q^{D(n-1)} \times \frac{(c_j)^{b_j}}{\Gamma(b_j)} \times \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^n \frac{1}{y_{d,j}} \quad (5.142)$$

Finalement, la densité *a posteriori* du paramètre  $s_j$  est proportionnelle à l'expression suivante :

$$p(s_j | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, s_{-j}) \propto \frac{\Gamma(\sum_j s_j)^D}{\Gamma(s_j)^D} \times s_j^{b_j-1} \times \exp \left[ -s_j \left( c_j + \sum_i \log \left( \frac{\sum_j^n \alpha_j^q y_{d,j}^q}{\alpha_j^q y_{d,j}^q} \right) \right) \right] \quad (5.143)$$

#### 5.4.3.6 Distribution *a posteriori* du paramètre $\lambda$

La distribution postérieure du paramètre  $\lambda$  est donnée par la multiplication de la distribution *a priori* et de la densité des termes d'efficacité ( $u_d$ ). Rappelons que cette densité suit une distribution Gamma :

$$p(u | \lambda) = \prod_{d=1}^D f_G(u_d | 1, \lambda) \quad (5.144)$$

L'expression formelle de cette densité est la suivante :

$$p(u | \lambda) = \prod_{d=1}^D \frac{\lambda}{\Gamma(1)} \exp \{-\lambda \times u_d\} = \lambda^D \exp \left\{ -\lambda \sum_{d=1}^D u_d \right\} = \lambda^D \exp \{-\lambda \times u^\top \iota_D\} \quad (5.145)$$

La distribution *a priori* de son coté est donnée par l'expression suivante :

$$p(\lambda) = f_G(\lambda | 1, -\log(\tau^*)) \quad (5.146)$$

Cette expression a pour densité :

$$p(\lambda) = \frac{-\text{Log}(\tau^*)}{\Gamma(1)} \exp \{-\lambda \times -\log(\tau^*)\} = -\log(\tau^*) \exp \{-\lambda \times -\log(\tau^*)\} \quad (5.147)$$

La distribution postérieure est donnée par le produit des densités données par les expressions (5.145) et (5.147). Elle est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
p(\lambda | u) &= p(u | \lambda) \times p(\lambda) \\
&= \lambda^D \exp \left\{ -\lambda \times u^\top \iota_D \right\} \times -\log(\tau^*) \exp \left\{ -\lambda \times -\log(\tau^*) \right\}
\end{aligned} \tag{5.148}$$

Cela nous donne, en réarrangeant :

$$p(\lambda | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = \exp \left\{ -\lambda(u^\top \iota_D - \log(\tau^*)) \right\} \times -\log(\tau^*) \times \lambda^D \tag{5.149}$$

Afin de pouvoir identifier une forme caractéristique, nous multiplions cette distribution *a posteriori* par une constante bien choisie, qui ne dépend pas de  $\lambda$ . Cette constante est donnée par l'expression suivante :

$$T_{13} = \frac{(u^\top \iota_D - \log(\tau^*))^{D+1}}{\Gamma(D+1)} \tag{5.150}$$

Cela nous donne :

$$p(\lambda | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto \frac{(u^\top \iota_D - \log(\tau^*))^{D+1}}{\Gamma(D+1)} \times \lambda^D \times \exp \left\{ -\lambda(u^\top \iota_D - \log(\tau^*)) \right\} \times -\log(\tau^*) \tag{5.151}$$

Finalement, nous pouvons écrire :

$$p(\lambda | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto \frac{(u^\top \iota_D - \log(\tau^*))^{D+1}}{\Gamma(D+1)} \times \lambda^D \times \exp \left\{ -\lambda(u^\top \iota_D - \log(\tau^*)) \right\} \tag{5.152}$$

Cette distribution postérieure suit une loi Gamma de paramètre  $a_* = D + 1$  et  $b_* = u^\top \iota_D - \log(\tau^*)$ . Nous pouvons donc écrire pour finir que :

$$p(\lambda | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto f_G(D+1, u^\top \iota_D - \log(\tau^*)) \tag{5.153}$$

### 5.4.3.7 Distribution *a posteriori* de $\mathbf{u}$

Nous finissons les calculs de distributions *a posteriori* par celui du paramètre  $\mathbf{u}$ . Cette distribution est donnée par le produit de la distribution *a priori* de  $\mathbf{u}$  (équation (5.73)) et de la densité des observations (équation (5.66)). Nous commençons par rappeler que la densité des observations a la forme suivante (voir l'équation (5.79)) :

$$p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) = (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{u} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\delta})^\top (\mathbf{u} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\delta}) \right\} \times T_1 \quad (5.154)$$

La distribution *a priori* est de son côté donnée par :

$$p(\mathbf{u} \mid \lambda) = \lambda^D \exp \left\{ -\lambda \times \mathbf{u}^\top \iota_D \right\} \quad (5.155)$$

Le produit de ces deux densités nous permet d'avoir la distribution postérieure de  $\mathbf{u}$ . Cette distribution est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{u} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \lambda, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= p(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \times p(\mathbf{u} \mid \lambda) \\ &= (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{u} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\delta})^\top (\mathbf{u} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\delta}) \right\} \\ &\quad \times \lambda^D \exp \left\{ -\lambda \times \mathbf{u}^\top \iota_D \right\} \times T_1 \end{aligned} \quad (5.156)$$

Cela nous permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{u} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \lambda, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) &= (2\pi)^{-\frac{D}{2}} (h)^{\frac{D}{2}} \times \lambda^D \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{u} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\delta})^\top (\mathbf{u} - \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\delta}) - \lambda \times \mathbf{u}^\top \iota_D \right\} \times T_1 \end{aligned} \quad (5.157)$$

Afin d'identifier la forme de la distribution du terme d'efficacité, nous multiplions l'expression précédente par une constante bien choisie, qui ne dépend pas de  $\mathbf{u}$ . Cela nous permet de remarquer que cette distribution postérieure suit une loi normale de moyenne

$\mathbf{T}_0 = \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\delta} - \lambda \times h^{-1} \times \iota_D$  et de variance  $\mathbf{P}_0 = h^{-1} \times I_D$ . Nous avons donc la forme suivante de la distribution postérieure :

$$p(\mathbf{u} \mid \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \lambda, \sigma, \boldsymbol{\alpha}, q, \mathbf{s}) \propto f_N^D(\mathbf{u} \mid \mathbf{V}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\delta} - \lambda \times h^{-1} \times \iota_D, h^{-1} \times I_D) \quad (5.158)$$

Les différents blocs de distribution *a posteriori* seront simulés de manière séquentielle dans le cadre de l'algorithme de Gibbs<sup>6</sup>. Les partitions de distribution postérieure de  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $h$ ,  $\lambda$  et de  $\mathbf{u}$  ont des formes connues et peuvent être simulées relativement facilement. Donc pour chaque itération nous simulons  $\boldsymbol{\beta}$  un vecteur de  $k$  paramètres d'une loi normale avec les paramètres mentionnées plus haut (distribution postérieure de  $\boldsymbol{\beta}$  sachant tout les autres paramètres),  $h$  une valeur provenant d'une loi Gamma (distribution postérieure de  $h$ ),  $\lambda$  une valeur provenant d'une loi Gamma (distribution postérieure de  $\lambda$ ) et  $\mathbf{u}$  un vecteur de  $n$  paramètres d'une loi normale (distribution postérieure de  $u$ ).

En ce qui concerne la simulation des distributions *a posteriori* d' $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\mathbf{s}$  et  $q$ , la situation est différente. En effet, les densités obtenues n'ont pas de formes standards. Il existe cependant une variété de méthodes permettant de simuler une densité non standard. Nous utilisons dans cette étude, comme suggéré par Fernandez *et al.* [2000], l'algorithme Metropolis-Hastings pour simuler ces distributions. Plus précisément, nous utilisons l'algorithme de la marche aléatoire de Metropolis. De manière assez générale, cet algorithme permet de simuler une valeur candidate à partir d'une distribution arbitraire (densité de transition), puis d'intégrer cette valeur candidate avec une certaine probabilité dans le processus itératif. Dans le cas contraire, nous gardons la valeur courante dans le processus itératif. La proportion des candidats générées acceptés dans l'algorithme de la marche aléatoire de Metropolis peut être augmentée (diminuée) en pondérant à la baisse (à la hausse) la matrice de variance-covariance de la densité de transition. Roberts *et al.* [1997] ont montré que lorsque la densité de transition et la densité postérieure sont normales, le taux optimal d'acceptation (celui qui minimise l'autocorrélation entre les valeurs générées) est approximativement entre 0,25 et 0,45. Nous ne sommes pas exactement dans ce cas de figure dans cette analyse. En effet, les

---

6. Une présentation complète des algorithmes de simulation est disponible dans l'annexe A.

variables sur lesquelles seront appliquées cet algorithme n'ont pas de distributions normales. Nous utilisons cependant des densités de transition normales. Nous gardons donc ces chiffres en tête et nous essayons de nous situer dans l'intervalle suggéré. O'Donnell [2012] considère des taux d'acceptation compris entre 0,2 et 0,6. Fernandez *et al.* [2000] de leur côté considèrent dans leur application numérique des taux d'acceptation compris entre 0,18 et 0,545.

Dans notre étude, nous utilisons une loi normale comme densité de transition afin de procéder à nos simulations. Précisons aussi qu'avec l'algorithme de la marche aléatoire de Metropolis et en utilisant une densité de transition normale, la moyenne de la densité de transition normale est donnée par la valeur de la simulation précédente et la variance qui permet de contrôler la vitesse de convergence de l'algorithme est calibrée de telle sorte que la probabilité d'acceptation soit « raisonnable ». Nous précisons la procédure pratique d'estimation de ces densités non standards dans la partie empirique de ce chapitre.

## 5.5 Données utilisées

Nous nous appuyons, dans cette analyse, la base de données présentée dans le chapitre 3 de cette thèse. Pour rappel, l'échantillon contient 3462 exploitations spécialisées en grandes cultures réparties sur quatre années (2005-2008). Il est composé plus précisément de 950 observations en 2005, 926 en 2006, 924 en 2007 et 662 en 2008.

La technologie retient quatre inputs, un input de réduction des dommages et deux outputs. Au niveau des inputs, la variable « terre » rend compte de la surface agricole utile (SAU) de chaque exploitation agricole. Elle est exprimée en hectares. Le deuxième input est la variable « travail ». Elle est constituée de la somme de la main d'oeuvre familiale et de la main d'oeuvre salariée et est mesurée en unité de travail humain (UTH). La variable « consommations intermédiaires » (Con. Inter.) quant à

elle reprend les charges opérationnelles (engrais, semences, carburant, etc.) et les autres charges (eau, gaz, électricité, entretien et réparations). Elle est exprimée en euros. Enfin, la variable « amortissements » (Amort.) approche le niveau de mécanisation et d'équipements en bâtiments de l'exploitation agricole étudiée. Elle est aussi exprimée en euros. La variable « pesticides » qui reprend la consommation totale des produits de protection des cultures au niveau de chaque exploitation agricole en euros est notre input de réduction des dommages.

Dans la base de données que nous utilisons, comme présenté dans le chapitre 3, nous avons trois agrégats au niveau de chaque exploitation agricole dont la somme donne l'output total en valeur. Ces agrégats sont les « productions céréalières », les « productions industrielles » et les « Autres productions ». Pour rappel, l'agrégat « productions céréalières » est composé des cultures suivantes : blé tendre, blé dur, orge de printemps, orge d'hiver, maïs, avoine, maïs irrigué, blé de force et autres céréales. Le bloc « productions industrielles » est composée de son côté par les cultures suivantes : pois protéagineux, betterave sucrière, pomme de terre de consommation, colza d'hiver, lin, l'oeillette, tournesol, luzerne déshydratée et autres cultures industrielles. Enfin, le dernier bloc de production, dénommé « Autres productions » est composé des cultures suivantes : fourrages, fruits, légumes et horticulture. Etant donné que la méthodologie bayésienne que nous utilisons ne prend pas en charge des outputs nuls et vu que le bloc « Autres productions » possède beaucoup de zéro (81,02 % des exploitations ont des zéros au niveau de cette variable), nous décidons dans cette analyse de fusionner ce bloc d'output et le bloc répertoriant les « productions industrielles ». Nous avons donc en bout de ligne deux blocs d'output : le bloc des cultures céréalières (« Céréales ») et le bloc des cultures restantes (« Indus-Autres »). Pour finir nous supprimons les exploitations agricoles ayant un zéro au niveau d'un ou des deux blocs formés. L'échantillon résultant est constitué de 3420 observations. La répartition suivant les années est la suivante : 937 observations en 2005, 916 en 2006, 912 en 2007 et 654 en 2008. Toutes les variables en valeurs sont déflatées via les indices de prix adéquats présentés dans le chapitre 3. Précisons que, de manière générale, la déflation d'output total s'effectue

via la déflation des différents blocs qui le constitue. Dans ce chapitre, nous déflatons l'output total en déflatant les deux blocs constitués. Cela passe par le calcul de deux indices composites en lieu et place des trois calculés dans le chapitre consacré à la base de donnée. Le calcul de ces deux indices composites est présenté dans l'annexe D. Les statistiques descriptives de ces variables - déflatées pour celles concernées - sont consignées dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 – Statistiques descriptives des variables utilisées

	Travail	Terre	Amortis.	Con. Inter.	Pesticides	Céréales	Indus-Autres	
2005	Minimum	0,5	14,79	526,1	11668	2814	5366	18
	Quartile 1	1	87,97	13670,68	32063	15041	44565	18750
	Médiane	1	118,45	22370,48	44122	20629	60960	29532
	Moyenne	1,245	125,4834	24955	50639,63	22383,01	65641,33	41608,44
	Quartile 3	1,3	154,5	34266,06	63075	28502	81700	52020
	Maximum	4	360,85	72973,9	196536	63085	209897	251397
	Ecart-type	0,4739	50,5763	15092,38	26125,01	10028,87	29478,91	35355,96
2006	Minimum	0,5	14,79	885,74	12489,3	0	4060,27	103
	Quartile 1	1	90,6425	13291,02	31577,33	14408,68	45480,44	14608,67
	Médiane	1	119,9	22699,22	44298,64	19479,04	63540,31	24946,98
	Moyenne	1,2396	127,3444	24819,94	50371,32	21244,83	68632,47	36682,39
	Quartile 3	1,25	155,2325	34123,05	62274,32	26846,06	84935,79	46278,67
	Maximum	4	368,21	70041,02	179648,83	59423,15	198126,92	242566,69
	Ecart-type	0,4618	51,1689	15009,08	25923,88	9489,41	31779,87	33843,5
2007	Minimum	0,46	14,79	662,26	11874,08	0	4461,37	419
	Quartile 1	1	92	13370,75	30605,7	15063,87	47744,39	16227,84
	Médiane	1	121,06	22136,79	43129,6	20478,04	66627,23	27188,18
	Moyenne	1,24	128,9927	25440,81	49226,16	22263,17	71918,24	38243,3
	Quartile 3	1,2	158,13	35482,08	59863,05	28093,81	91000,72	47161,33
	Maximum	4	393,97	74123,58	296767,46	66040,92	201235,75	240025,78
	Ecart-type	0,4687	52,3318	15888,37	27215,24	10216,34	33059,08	34956,5
2008	Minimum	0,46	32,39	723,31	11337,13	0	5917,96	486
	Quartile 1	1	91,06	13178,38	33754,68	16226,57	42550,28	14924,64
	Médiane	1	120,735	21738,88	45966,61	22028,02	58318,01	25644,21
	Moyenne	1,2031	127,6094	24416,24	50793,83	24065,18	64021,56	34945,47
	Quartile 3	1	154,63	33764,46	63105,66	30938,89	78934,41	42328,27
	Maximum	3	310,94	72142,35	176463,36	74014,49	195079,4	256219,82
	Ecart-type	0,4306	50,6672	15161,81	24239,4	10766,09	31502,07	32203,46

## 5.6 Présentation et discussion des résultats

Comme annoncé dans le section 5.4, la distribution postérieure de tous les paramètres du modèle présenté n'est pas calculable numériquement. Nous utilisons des méthodes de simulation Monte Carlo par Chaines de Markov (MCMC) pour l'approximer. Plus précisément nous utilisons l'algorithme de Gibbs dans cette analyse. Cet algorithme nous permet de partitionner notre distribution *a posteriori* en différents blocs. Ces blocs de distribution postérieure seront simulés de manière séquentielle étant donné les données disponibles et les paramètres des autres blocs.

Nous appliquons, comme précisé dans la section « modélisation », l'algorithme de la marche aléatoire sur les variables  $\alpha$ ,  $q$  et  $s$ . Le paramètre  $\alpha$  est bidimensionnelle. Les deux composantes de ce vecteur somment à 1. A chaque itération, nous commençons par simuler la première composante de ce vecteur ( $\alpha_1$ ). Nous nous aidons d'une matrice de transition normale unidimensionnelle. La seconde composante ( $\alpha_2$ ) est donné par le complémentaire par rapport à 1 du premier élément. Nous avons donc au bout du compte un vecteur candidat qui sera comparé au vecteur courant d' $\alpha$  et qui rentrera dans le processus itératif avec une certaine probabilité (voir annexe A pour plus de détails). Pour ce qui est du paramètre  $q$ , nous simulons une densité de transition unidimensionnelle. La moyenne de cette densité est ici aussi donnée par la valeur précédente de la chaîne. La valeur simulée de  $q$ , appelée aussi valeur candidate, entrera dans l'algorithme avec une certaine probabilité. La même procédure est appliquée à chacun des éléments de  $s$  (c'est un vecteur à deux dimensions dont les éléments sont indépendants). Nous présentons dans le tableau 5.2, les écart-types ayant servi à calibrer l'algorithme ainsi que les taux d'acceptation correspondants.

Les valeurs de départ utilisées pour initialiser l'algorithme de Gibbs sont les suivants : 0,5 pour tous les éléments de  $\beta$  ; 0,5 pour l'écart-type ; 10 pour  $\lambda$  ; 0,5 pour tous les éléments d' $\alpha$  ; 2 pour la variable  $q$  ; 1 pour tous les éléments de  $s$  et également pour tous les éléments de  $u$ . Nous avons procédé pour chaque année à 260 000 simulations.

Tableau 5.2 – Taux d’acceptation et écart-types de  $\alpha$ ,  $q$ ,  $s1$  et  $s2$ 

		2005	2006	2007	2008
Taux d’acceptation	$\alpha$	0,4076	0,3807	0,3335	0,4896
	$q$	0,3673	0,2646	0,311	0,3475
	$s1$	0,4022	0,355	0,3404	0,4171
	$s2$	0,3625	0,3791	0,4369	0,3574
Ecart-types	$\alpha$	0,015	0,015	0,015	0,015
	$q$	0,020	0,030	0,020	0,010
	$s1$	0,230	0,230	0,230	0,230
	$s2$	0,250	0,250	0,250	0,250

Les 10 000 premières simulations sont enlevées afin de limiter la dépendance des résultats aux valeurs initiales. Sur les 250 000 simulations restantes nous ne retenons qu’une valeur simulée toutes les 10 itérations afin d’éviter la corrélation entre les simulations successives. Les résultats reportés se basent donc ici sur 25 000 simulations.

N’ayant pas la pression des ravageurs dans notre base de donnée, nous réalisons des estimations pour chaque année. Cela nous évitera de comparer des exploitations agricoles de deux années différentes pouvant avoir des pressions des ravageurs différentes. Rappelons également qu’à l’intérieur d’une année, nous supposons que toutes les exploitations agricoles sont soumises à la même pression des ravageurs. Cette hypothèse est assez réaliste car toutes nos exploitations proviennent du même département : l’Eure-et-Loir. Avant de présenter formellement les résultats de ces simulations, nous étudions d’abord leur convergence. Nous procédons dans un premier temps à une vérification graphique de cette convergence. Pour cela, nous représentons graphiquement la chaîne simulée de chaque variable du modèle. On conclura que la chaîne a convergé lorsque qu’elle varie de part et d’autre d’une ligne horizontale sans tendance perceptible. Pour des questions d’espace, nous ne présentons que l’évolution graphique (voir les figures allant de 5.6 à 5.6) de quelques paramètres du modèle pour l’année 2005.

Nous remarquons globalement que les variables simulées convergent vers leurs variables d’équilibre. Afin de nous assurer de manière plus formelle de cette convergence, nous

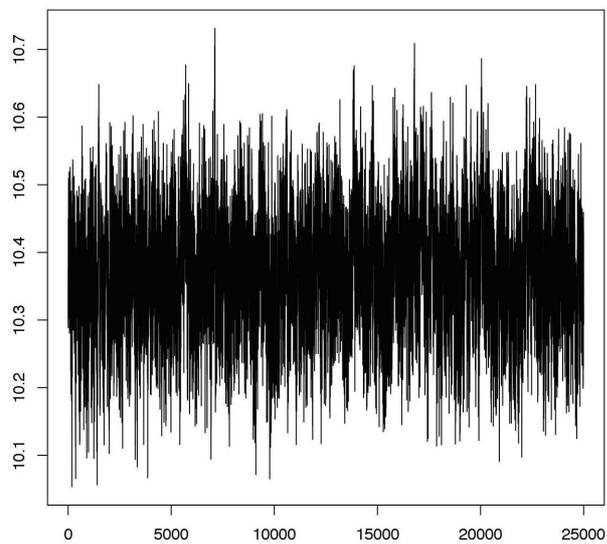


FIGURE 5.1 – Représentation graphique de la constante

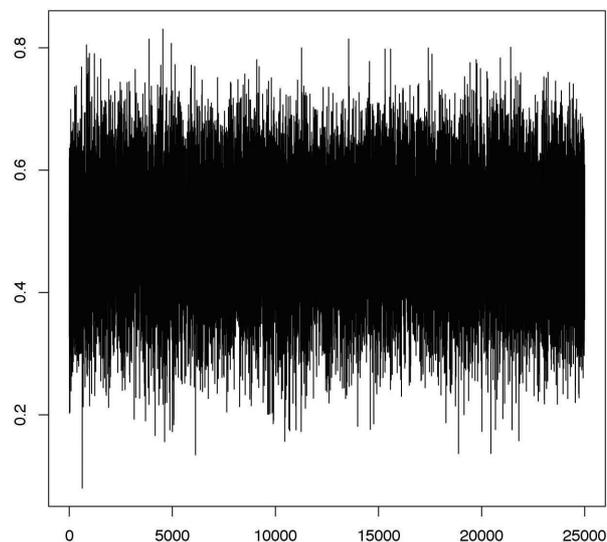


FIGURE 5.2 – Représentation graphique de  $\gamma_1$

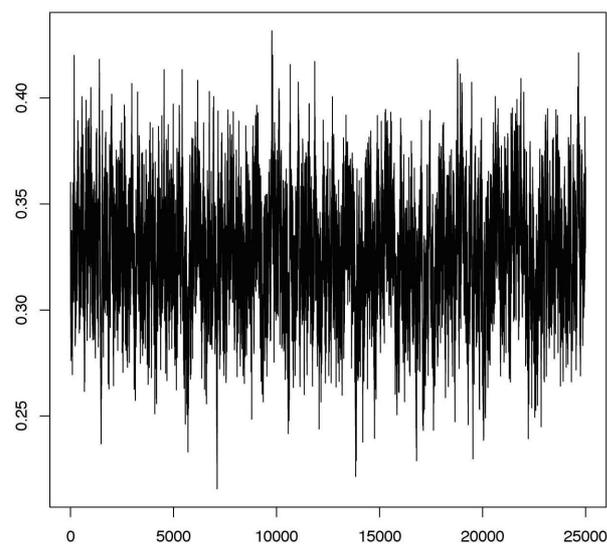


FIGURE 5.3 – Représentation graphique de l'écart-type

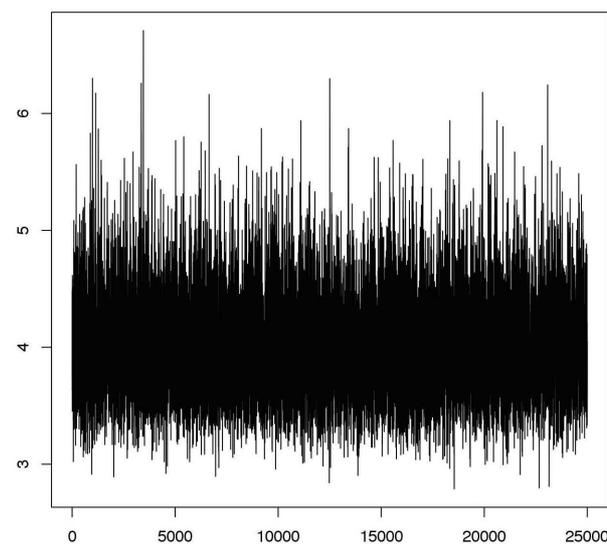


FIGURE 5.4 – Représentation graphique de  $\lambda$

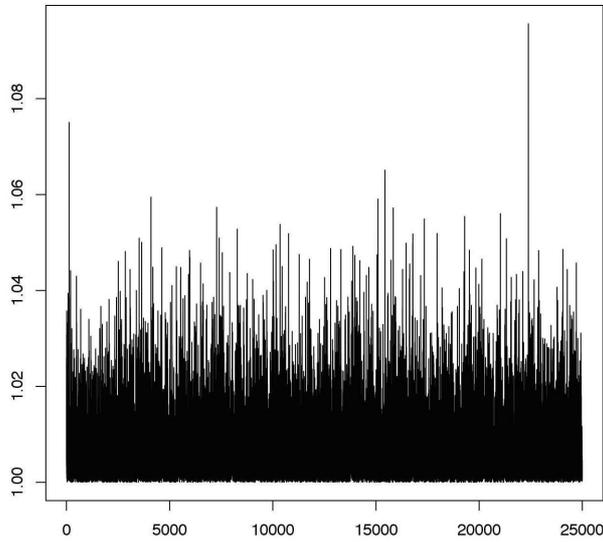
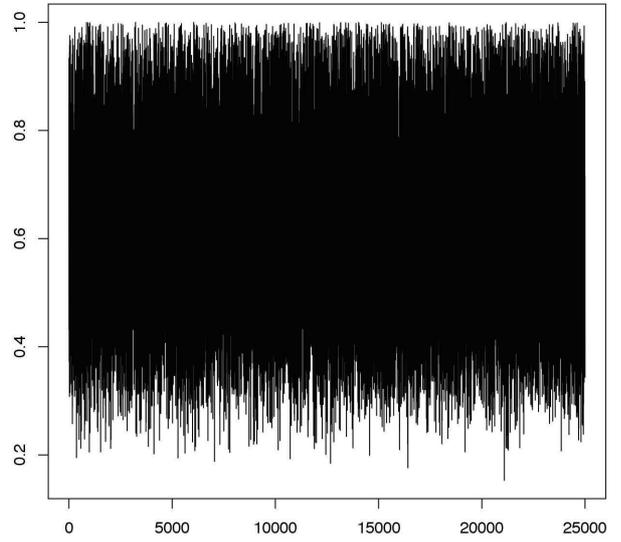
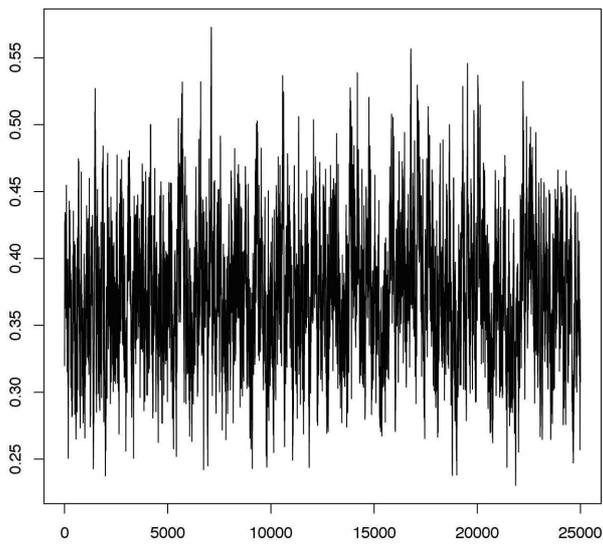
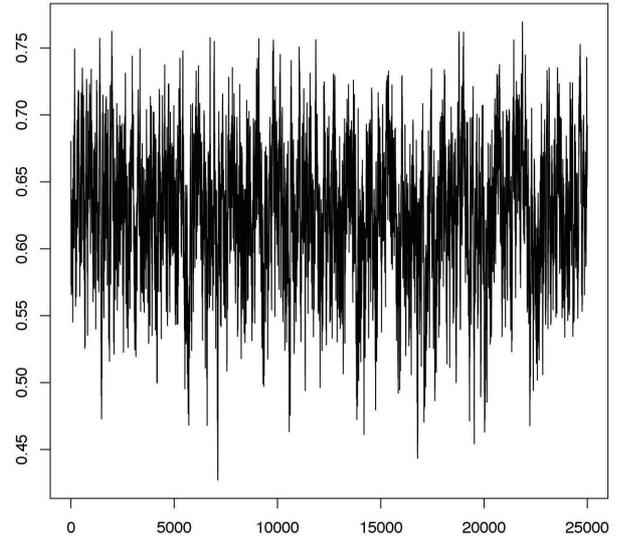
FIGURE 5.5 – Représentation graphique des valeurs de  $q$ 

FIGURE 5.6 – Représentation graphique de l'efficacité 3

FIGURE 5.7 – Représentation graphique de  $\alpha 1$ FIGURE 5.8 – Représentation graphique de  $\alpha 2$

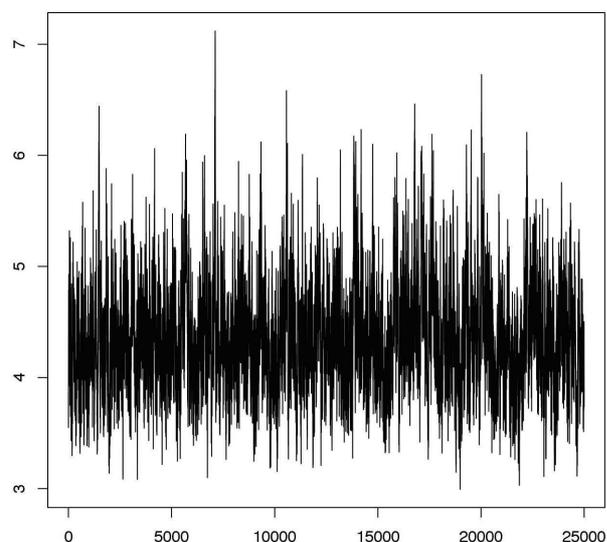


FIGURE 5.9 – Représentation graphique de  $s_1$

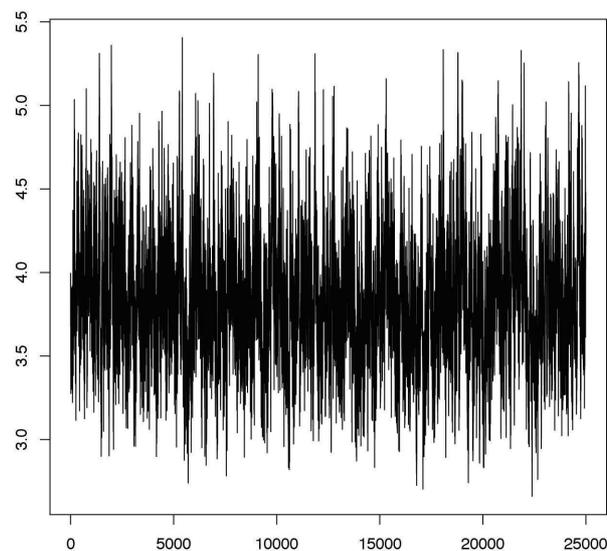


FIGURE 5.10 – Représentation graphique de  $s_2$

mettons en oeuvre le test de convergence de Geweke et le test de convergence de Gelman et Rubin. Ces tests d'analyse de convergence sont disponibles dans un module R nommé CODA (Output analysis and diagnostics for MCMC). Ce module a été écrit par Best *et al.* [1996]. Nous commençons par mettre en oeuvre le diagnostic de Geweke. Nous testons l'égalité des moyennes des premiers 10 % et des derniers 50 % de la chaîne simulée. Les résultats, suivant les années, sont consignés dans le tableau 5.3.

Nous observons que la statistique du test pour toutes les variables du modèle suit une loi normale de moyenne zéro et d'écart-type un (les valeurs sont dans l'intervalle  $[-1,96, 1,96]$ ). Il n'y a donc pas à ce stade de raison de conclure que la convergence n'est pas atteinte. Nous mettons en oeuvre dans un second temps le test de Gelman et Rubin. Ce test permet de vérifier globalement la sensibilité de l'output final aux valeurs de départ utilisées dans l'estimation. Dans cette étude nous avons utilisé successivement les valeurs de départ suivantes consignées dans le tableau 5.4. Ces changements de valeurs initiales n'ont aucun impact sur les chaînes simulées. En d'autres termes, les valeurs estimées restent insensibles aux conditions initiales. Nous pouvons donc à ce niveau dire que nos simulations ont convergé et passer à l'étape d'exploitation des résultats.

Tableau 5.3 – Résultats du test de convergence de Geweke

	2005	2006	2007	2008
$\vartheta_0$	-0,5563	0,3856	-0,6454	0,5475
$\gamma_1$	1,0061	-0,4768	1,2216	-1,1592
$\gamma_2$	-0,4479	-1,2425	0,0832	-0,4789
$\gamma_3$	0,839	0,3184	0,9319	-1,4309
$\gamma_4$	0,3852	-0,4518	0,1507	1,656
$\pi_{11}$	0,2563	-0,0458	-0,6061	0,4902
$\pi_{22}$	0,1631	-0,0121	-0,554	-1,0877
$\pi_{33}$	0,244	0,3094	-0,005	-0,5902
$\pi_{44}$	1,5578	-0,905	0,8227	0,5372
$\pi_{12}$	-0,4236	0,8631	0,1215	1,4595
$\pi_{13}$	0,2465	0,1689	0,131	0,1894
$\pi_{14}$	1,5995	-1,9468	0,0991	-1,4513
$\pi_{23}$	1,2804	-1,4962	1,0883	-0,9943
$\pi_{24}$	-0,5241	0,8887	-1,7479	0,2418
$\pi_{34}$	0,6457	0,9996	1,6786	-0,6471
$\psi_1$	-0,3895	-0,5278	0,1148	-0,5499
$\psi_2$	1,3925	-0,9752	-1,734	-1,2237
$\psi_3$	0,2018	0,4697	1,498	-0,5729
$\psi_4$	1,2577	-0,613	1,7677	0,2944
$w_1$	-1,1871	0,3227	-1,0546	0,6324
$w_2$	0,035	1,5574	0,2585	-1,3663
$w_3$	1,0013	0,6697	-0,0245	0,6931
$w_4$	-0,7162	-1,2191	1,2018	-0,1732
$\varphi_1$	-0,7115	-0,1171	-1,3683	1,1557
$\varphi_2$	1,0997	0,1674	1,52	-0,9042
$\varphi_3$	0,2135	-0,527	-0,6236	-0,6182
$\varphi_4$	-1,1645	-0,1367	-0,767	1,4969
$\sigma$	0,1765	-0,1486	0,5716	-0,2513
$\lambda$	0,8812	-0,4743	0,1357	-1,2917
$q$	0,5567	-0,7922	-1,6529	0,6878
$\alpha_1$	1,6171	0,0745	-0,5768	0,0811
$\alpha_2$	-0,5389	-0,0745	0,5768	-0,0811
$s_1$	-0,4665	0,3339	-0,5929	0,1475
$s_2$	0,4766	0,0945	0,5483	-0,0211

Il n'y a pas de présomption de non convergence lorsque la statistique du test suit une loi normale de moyenne zéro et d'écart-type un, *i.e.* lorsque les valeurs obtenues sont dans l'intervalle  $[-1,96, 1,96]$ .

Tableau 5.4 – Les différentes valeurs de départ

	Valeurs de Départ 1	Valeurs de Départ 2	Valeurs de Départ 3
$\beta$	0,5 pour tous les éléments	1 pour tous les éléments	1,5 pour tous les éléments
$\sigma$	0,5	0,8	0,7
$\lambda$	10	15	20
$u$	1 pour tous les éléments	0,8 pour tous les éléments	0,7 pour tous les éléments
$\alpha$	0,5 pour tous les éléments	0,33 et 0,66	0,75 et 0,25
$q$	2	3	4
$s$	1 pour tous les éléments	2 pour tous les éléments	2,5 pour tous les éléments

Après cette vérification de convergence, nous passons à l'exploitation des résultats des simulations. Les tableaux 5.5 et 5.6 reprennent les valeurs estimées (moyenne des distributions postérieures estimées) des paramètres de notre modèle bayésien pour chacune des années de notre échantillon (2005-2008). Nous présentons également pour chaque valeur estimée son intervalle de confiance à 95 %. Notons, au niveau de chaque variable du modèle, que c'est le quartile 2,5 % et le quartile 97,5 % de la chaîne simulée qui fournissent respectivement une approximation de la borne inférieure et de la borne supérieure de cet intervalle de confiance.

Le tableau 5.7 nous permet d'avoir une vue générale des coefficients d'efficacité technique calculés via la modélisation bayésienne. Comme pour les valeurs estimées des paramètres présentés plus haut, la moyenne des simulations est considérée comme estimation des scores d'efficacité technique.

Ces coefficients d'efficacité technique sont assez stables suivant les années. Il n'y a pas de tendance particulière. Nous pouvons remarquer une légère baisse de l'efficacité en 2008 et une légère augmentation en 2007<sup>7</sup>. Nous pouvons dire que globalement, les exploitations agricoles d'Eure-et-Loir, suivant les années, peuvent réduire approximativement de 20 % l'utilisation de leurs facteurs de production que sont la terre, le travail, les amortissements et les consommations intermédiaires tout en conservant leurs ni-

7. Notons que comme chaque année, nous évaluons une frontière différente, il est difficile, à partir de ces efficacités techniques de comparer la capacité managériale des exploitations, suivant les années.

Tableau 5.5 – Résultats des simulations (2005-2006)

	2005			2006		
	Moyenne	Quart. 2,5	Quart. 97,5	Moyenne	Quart. 2,5	Quart. 97,5
$\vartheta_0$	10372,52	10205,57	10539,844	10168,96	9999,989	10333,2744
$\gamma_1$	498,0405	307,8862	671,7128	474,0331	226,6007	702,9167
$\gamma_2$	8,1494	-11,203	27,8048	7,5065	-16,7734	31,8883
$\gamma_3$	-1,0927	-10,3924	8,1919	2,1768	-9,4998	14,1011
$\gamma_4$	-1,3496	-10,0635	7,2736	-2,1302	-13,089	8,6763
$\pi_{11}$	88,538	3,1653	250,5183	162,8897	8,058	413,0296
$\pi_{22}$	5,4704	1,7168	9,4136	4,0879	0,3769	8,6772
$\pi_{33}$	0,3716	0,0168	1,0082	0,7473	0,0669	1,6657
$\pi_{44}$	0,189	0,0063	0,5866	0,2598	0,0087	0,7908
$\pi_{12}$	7,2171	0,187	25,3521	8,9827	0,2451	31,8553
$\pi_{13}$	3,5083	0,0967	12,1877	4,5987	0,1318	15,8703
$\pi_{14}$	3,3518	0,0959	11,432	4,2327	0,1148	14,5291
$\pi_{23}$	0,3528	0,0096	1,1558	0,4077	0,0106	1,3766
$\pi_{24}$	0,2797	0,0079	0,9331	0,3213	0,0086	1,0889
$\pi_{34}$	0,1301	0,0039	0,4345	0,1902	0,0052	0,6286
$\psi_1$	17,6007	0,5987	53,8536	22,3857	0,6994	70,8658
$\psi_2$	15,4429	8,6323	22,3133	14,1751	5,308	22,8286
$\psi_3$	1,8188	0,0911	4,684	2,8442	0,1845	6,8674
$\psi_4$	1,0317	0,0364	3,0344	1,4324	0,0513	4,1525
$w_1$	-43,051	-56,8612	-29,9931	-59,3024	-79,0537	-40,5065
$w_2$	4,9415	2,9266	6,9685	5,5397	2,7177	8,373
$w_3$	0,2452	-0,8678	1,349	0,4711	-1,0473	2,035
$w_4$	0,0314	-0,9762	1,0578	0,0325	-1,4052	1,4806
$\varphi_1$	-99,4886	-138,6009	-62,6209	-116,0487	-165,707	-68,3759
$\varphi_2$	23,1831	11,7914	35,0101	28,3932	12,3361	44,7529
$\varphi_3$	0,2066	-2,6633	3,0745	0,5343	-3,8703	4,9562
$\varphi_4$	-0,3206	-0,8448	0,19	-0,4491	-1,3305	0,4132
$\sigma$	325,5726	272,0959	377,7851	407,3819	355,7411	459,3626
$\lambda$	4013,736	3327,364	4931,4995	4025,731	3226,282	5114,601
$q$	1007,243	1000,184	1026,4599	1006,745	1000,17	1025,2225
$\alpha_1$	373,3011	283,9632	476,9881	260,4554	198,3607	334,0868
$\alpha_2$	626,6989	523,0119	716,0368	739,5446	665,9132	801,6393
$s_1$	4353,528	3549,725	5441,9646	3195,245	2714,313	3787,8638
$s_2$	3833,002	3137,094	4656,5135	3727,351	3071,032	4496,1184

Les valeurs estimées ont été multipliées par 1000 pour améliorer la présentation des résultats.

Tableau 5.6 – Résultats des simulations (2007-2008)

	2007			2008		
	Moyenne	Quart. 2,5	Quart. 97,5	Moyenne	Quart. 2,5	Quart. 97,5
$\vartheta_0$	10140,14	9972,481	10302,3779	10347,32	101405,4	10550,5745
$\gamma_1$	470,8065	252,5862	674,3229	572,2866	303,1464	828,4627
$\gamma_2$	6,124	-16,5482	29,1395	7,4042	-16,7328	32,7452
$\gamma_3$	1,4115	-9,6583	12,7156	-1,0972	-12,8564	10,814
$\gamma_4$	-1,7467	-12,1033	8,7494	-1,9048	-12,8798	9,0621
$\pi_{11}$	121,2265	5,3947	326,4135	159,9907	7,7322	417,7405
$\pi_{22}$	4,0513	0,3852	8,4668	5,4374	1,1004	10,3337
$\pi_{33}$	0,6578	0,0535	1,5085	0,4331	0,0173	1,2117
$\pi_{44}$	0,2535	0,0089	0,7648	0,207	0,006	0,6609
$\pi_{12}$	8,6525	0,241	30,2488	11,5445	0,3158	39,865
$\pi_{13}$	4,6482	0,1208	15,7147	5,3103	0,133	18,1435
$\pi_{14}$	4,3129	0,1251	14,6246	5,0272	0,1451	16,9034
$\pi_{23}$	0,3875	0,0112	1,2993	0,4703	0,0135	1,5379
$\pi_{24}$	0,3112	0,009	1,0671	0,3494	0,0103	1,1816
$\pi_{34}$	0,1772	0,0051	0,5782	0,1598	0,0043	0,5367
$\psi_1$	17,9046	0,6122	57,1633	21,9673	0,6904	69,916
$\psi_2$	15,9055	7,959	23,7783	10,3844	2,6003	18,3981
$\psi_3$	2,6021	0,1608	6,3148	1,8625	0,077	5,0969
$\psi_4$	1,3116	0,0511	3,8262	1,1056	0,0365	3,3852
$w_1$	-54,0217	-69,8511	-38,7844	-46,692	-62,8396	-31,3605
$w_2$	5,9759	3,6337	8,34	4,1543	1,9904	6,3575
$w_3$	0,4488	-0,8447	1,7698	0,1263	-1,0645	1,3379
$w_4$	0,0616	-1,1372	1,2636	0,008	-1,1012	1,1291
$\varphi_1$	-122,6026	-168,1808	-78,4602	-89,8848	-135,0834	-46,5602
$\varphi_2$	28,5233	14,9936	42,392	20,0348	7,7318	32,8666
$\varphi_3$	0,6874	-2,7044	4,0259	0,0578	-2,8472	2,9506
$\varphi_4$	-0,3318	-0,9086	0,2535	-0,2838	-0,7158	0,1392
$\sigma$	388,3262	336,9021	438,7547	345,1994	292,6763	399,3031
$\lambda$	4208,214	3344,677	5424,5724	3609,299	2863,625	4653,4068
$q$	1005,613	1000,137	1020,0877	1019,461	1000,498	1072,6871
$\alpha_1$	217,8712	159,0782	287,2312	410,2552	313,7282	515,7459
$\alpha_2$	782,1288	712,7688	840,9218	589,7448	484,2541	686,2718
$s_1$	3137,084	2680,883	3685,2295	4588,913	3575,59	5949,705
$s_2$	4609,831	3701,227	5746,3209	3048,145	2487,865	3705,1611

Les valeurs estimées ont été multipliées par 1000 pour améliorer la présentation des résultats.

Tableau 5.7 – Descriptif des scores d'efficacité technique

	2005	2006	2007	2008
Moyenne	0,79673	0,79737	0,80465	0,77811
Médiane	0,81269	0,80872	0,81584	0,80160
Écart-type	0,08866	0,07646	0,07558	0,09845
Quartile 1	0,75810	0,76170	0,77070	0,72961
Quartile 3	0,85711	0,84977	0,85588	0,84671
Maximum	0,92658	0,91987	0,92835	0,92946
Minimum	0,37732	0,32509	0,43497	0,30630

veaux de production.

Une fois que nous avons les valeurs estimées de tous les paramètres de notre modèle, nous calculons la productivité marginale des pesticides suivant les années. Notons que comme pour le chapitre précédant, nous nous focalisons sur les productivités médianes. En effet, la médiane contrairement à la moyenne n'est pas sensible aux valeurs extrêmes. Elle correspond également à une exploitation non fictive appartenant à l'échantillon. Cependant, à titre illustratif, nous reportons également les productivités moyennes. Nous calculons donc dans un premier temps la productivité marginale des pesticides de toutes les exploitations agricoles en nous aidant de l'équation (5.37). Dans un second temps, via cette série de productivités marginales, nous identifions l'exploitation correspondant à cette productivité moyenne et médiane. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau 5.8.

Tableau 5.8 – Descriptif des productivités des pesticides

	2005	2006	2007	2008
Productivité médiane	0,8195	0,7764	0,8786	0,6211
Productivité moyenne	0,9282	0,9056	1,0444	0,6731

Afin mieux comprendre ces productivités marginales et voir si les pesticides sont utilisés de manière optimale, nous comparons, pour chaque année, les coûts d'utilisation d'une unité supplémentaire de pesticides au bénéfice rapporté par cette utilisation<sup>8</sup>. Pour cela,

8. L'analyse théorique suivie est la même que celle suivie dans le chapitre précédant.

considérons par exemple la productivité médiane de l'année 2005. Elle est de 0,8195. Cela voudrait dire que pour l'exploitation agricole correspondante, et en 2005, une augmentation des pesticides d'une unité entraîne une augmentation de l'output agrégé de 0,8195 unité. Pour voir si l'opération est bénéfique ou pas, *i.e.* mieux comprendre le rapport des agriculteurs à ces produits, il faudrait comparer le coût de cette unité de pesticides au bénéfice généré *i.e.* le gain apporté par 0,8195 unité d'output agrégé. Pour calculer ces coûts, nous nous aidons des indices des prix et plus précisément de l'indice composite permettant de déflater l'output agrégé et de l'indice des prix des pesticides. Ce dernier indice est disponible sur le site de l'INSEE. Le calcul de l'indice composite permettant de déflater l'output agrégé est plus compliqué et se fera en plusieurs étapes. Dans un premier temps, nous calculons comme montré dans l'annexe D et pour chaque exploitation agricole, les indices composites des cultures céréalières (« Céréales ») et des cultures restantes (« Indus-Autres ») sur les quatre années de notre échantillon. Dans un second temps, nous nous aidons de la formule d'agrégation des outputs et des valeurs estimées de  $q$  et de  $\alpha$  pour calculer l'indice composite déflatant l'output agrégé, pour l'exploitation médiane. Cet indice sera considéré dans notre analyse cout-bénéfice. Les résultats du calcul de cet indice composite sont consignés dans le tableau 5.9.

Tableau 5.9 – Calcul de l'indice composite

	Céréales	Indus-Autres	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$q$	Indice composite
2005	1,00000	1,00000	0,3733	0,6267	1,00724	1,00000
2006	1,17757	1,17632	0,26046	0,73954	1,00675	1,17466
2007	1,88282	1,50000	0,21787	0,78213	1,00561	1,58649
2008	1,83545	1,88500	0,41026	0,58974	1,01946	1,88551

Avec toutes ces informations, nous mettons en oeuvre notre analyse cout-bénéfices. Les résultats sont consignés dans le tableau 5.10.

Ces résultats sont assez contrastés. En effet, l'analyse cout-bénéfices nous indique une sur-optimalité de l'utilisation des pesticides pour les années 2005 et 2006 (le coût d'une augmentation des pesticides d'une unité est supérieur au gain résultant) et une sous-optimalité de l'utilisation de ces derniers pour les années 2007 et 2008 (le coût d'une

Tableau 5.10 – Analyse cout-bénéfices

	Productivités	Indice prix pesticides	Indice composite	Cout	Gain
2005	0,81952	1,000	1,00000	1,00000	0,819526
2006	0,77643	1,002	1,17466	1,002	0,912051
2007	0,87861	1,002	1,58649	1,002	1,393905
2008	0,62108	1,035	1,88551	1,035	1,171061

augmentation des pesticides d'une unité est inférieur au gain résultant).

Nous pouvons affiner ce résultat et voir *i*) si les pesticides ont des effets différents sur les deux blocs d'outputs formant notre agrégat de produits; *ii*) l'intensité de l'effet des pesticides sur chaque bloc d'output. Cela nous permettra de mieux comprendre l'utilisation des pesticides en Eure-et-Loir et de nous affranchir de la structure de l'agrégat qui dans l'absolue ne veut rien dire. Cette analyse permettrait également dans l'absolu d'identifier les cultures qui utilisent les pesticides de manière sous ou sur-optimale et donc d'encore mieux cibler les politiques de régulation des pesticides. Pour ce faire, nous partons de l'équation 5.41 donnant l'expression générale de la productivité des pesticides sur l'output  $y_j$ . Avec la forme de d'agrégateur que nous avons utilisé dans cette étude, l'expression de la productivité marginale des pesticides est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dy_j}{dz} = & (\eta_1 \ln(\mathbf{x}_1) + \eta_2 \ln(\mathbf{x}_2) + \eta_3 \ln(\mathbf{x}_3) + \eta_4 \ln(\mathbf{x}_4) + 2\delta_1 \ln(\mathbf{x}_1)z + 2\delta_2 \ln(x_2)z \\ & + 2\delta_3 \ln(\mathbf{x}_3)z + 2\delta_4 \ln(x_4)z + \varphi_1 + 2\varphi_2z + 3\varphi_3z^2 + 4\varphi_4z^3) \times A(\mathbf{y}) \\ & \times [(\alpha_j^q y_j^{q-1})(\alpha_1^q y_1^q + \alpha_2^q y_2^q)^{\frac{1}{q}-1}]^{-1} \end{aligned} \quad (5.159)$$

Toutes les valeurs nécessaires au calcul de cette expression sont connues. Nous résumons dans le tableau 5.11 les informations provenant du calcul des ces productivités marginales sur les deux blocs d'outputs que nous considérons dans cette analyse. Signalons que comme pour le calcul des productivités agrégées, nous nous focalisons sur la productivité correspondante à l'exploitation médiane. Nous calculons, à titre illustratif

la productivité correspondante à l'exploitation moyenne.

Tableau 5.11 – Productivité marginale des pesticides sur les deux outputs

	2005		2006		2007		2008	
	Cér.	Ind-A.	Cér.	Ind-A.	Cér.	Ind-A.	Cér.	Ind-A.
Médiane	2,2047	1,3152	2,996	1,0543	4,0530	1,1266	1,5280	1,0724
Moyenne	2,4995	1,4882	3,4985	1,2286	4,8226	1,3385	1,6589	1,1594

Cér. et Ind-A. représentent respectivement les blocs de cultures céréalières et des cultures restantes.

Nous remarquons que pour toutes les années, pour l'exploitation médiane, la contribution des pesticides est plus importante au niveau des cultures céréalières comparée aux « Indus-Autres » (cultures industrielles, légumes, fruits, horticulture et fourrage). En d'autres termes, les cultures céréalières sont plus sensibles à l'effet des pesticides que les autres cultures présentes dans notre échantillon. L'agriculteur rationnel devra donc dans une logique de maximisation de la production, axer plus son utilisation de pesticides sur ce premier bloc de cultures<sup>9</sup>.

Nous pouvons enfin mentionner que la conduite d'une analyse cout-bénéfices, semblable à celle qui a été conduite plus haut, permet de conclure, à ce niveau, à une certaine sous-optimalité de l'utilisation des pesticides au niveau de ces deux blocs de produits. Ce résultat traduit d'une certaine façon l'effet de la réglementation des pesticides : les politiques publiques mises en place pour faire diminuer l'usage des pesticides ont des effets sur les décisions de production des agriculteurs d'Eure-et-Loir.

Nous calculons pour finir les productivités marginales de nos quatre facteurs de production. Nous nous basons sur l'équation (5.44) donnant la formule de calcul de la productivité marginale de l'input  $i$ . Les résultats sont consignés dans le tableau 5.12 pour l'exploitation moyenne et médiane.

Ces valeurs diffèrent suivant les années, tout en restant dans un intervalle relative-

9. Pour être plus rigoureux, il faudrait calculer les élasticités ou utiliser les indices de prix pour comparer les contributions sur les blocs d'outputs.

Tableau 5.12 – Productivités marginales des facteurs de production

		Travail	Terre	Amort.	Cons. Int
2005	Médiane	18752,76	32,49752	0,01917112	0,005178162
	Moyenne	17833,21	40,59531	0,02325697	0,006270752
2006	Médiane	14907,84	24,19682	0,03224841	0,005525795
	Moyenne	14958,79	32,05964	0,04055001	0,007066201
2007	Médiane	14799,28	26,62915	0,03046854	0,005930727
	Moyenne	14500,37	34,9051	0,03647171	0,007497734
2008	Médiane	21438,77	27,14331	0,0211928	0,005093096
	Moyenne	20665,63	33,49494	0,02480049	0,006334431

ment compact. La productivité du travail la plus élevée est observée en 2008 et la plus faible en 2007. Au niveau de la productivité marginale de la terre, nous observons en 2007 la valeur la plus importante et en 2008 la valeur la plus faible. Nous remarquons également que les productivités marginales des amortissements et des consommations intermédiaires sont assez faibles.

Nous analysons par la suite l'existence potentielle de disparités d'utilisation des pesticides suivant la taille de l'exploitation agricole considérée. Cette relation potentielle entre la taille de l'exploitation agricole et la productivité marginale des pesticides a à notre connaissance pas été étudiée dans la littérature agricole. Il existe cependant des études analysant cette relation de manière globale (étude du lien entre la productivité de facteurs de production comme la terre et le travail, et la taille des exploitations agricoles) avec des résultats divers (OCDE [2015],[Woodhouse, 2010]). Nous commençons notre analyse par l'observation, suivant les années et suivant les quartiles de la variable surface agricole utile (*SAU*) de la productivité marginale des pesticides. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau 5.13 pour l'exploitation médiane de chaque groupe (quartile).

Nous remarquons que plus l'exploitation agricole est grande, plus la productivité marginale des pesticides est grande et cela pour toutes les années. Ce lien positif entre la

Tableau 5.13 – Productivités des pesticides et taille

	Cér.	Ind-A.	SAU
2005	0,903	0,7218	69,54
	1,6405	1,3134	104,545
	2,3439	1,8736	134,17
	3,5094	2,8023	184,6
2006	1,0868	0,3848	70,985
	2,0502	0,7204	106,975
	3,3165	1,1678	134,87
	4,7575	1,6713	188,26
2007	1,5502	0,4324	70,76
	2,966	0,8244	107,17
	4,1023	1,1379	136,97
	6,0114	1,6667	191,88
2008	0,6817	0,4805	69,53
	1,0322	0,7208	106,65
	1,4415	1,0122	135,65
	1,7364	1,212	190,85

productivité marginale des pesticides et la taille des exploitations agricoles est vérifié sur les deux blocs d'outputs de notre analyse. Donc plus l'exploitation agricole est grande, plus l'agriculteur gagnerait à utiliser plus de pesticides pour améliorer sa production. Cette utilisation sous-optimale peut être expliquée par l'incidence de la réglementation qui pèserait de manière plus forte sur les grandes exploitations. Cela peut s'expliquer par le fait que ces dernières ont mieux accès aux informations provenant des politiques agricoles et sont plus susceptibles de réagir aux politiques incitatives visant la réduction de l'usage des pesticides. Ils connaissent mieux les contreparties et disposent souvent d'une main d'oeuvre qualifiée et de la technologie (équipements modernes) permettant de tenter ces expérimentations. A titre d'exemple, ces grandes exploitations agricoles sont les plus susceptibles d'adhérer au système de Mesures Agro-environnementales (*MAE*). Ces *MAE*, comme expliqué dans le chapitre 1 visent à rendre l'agriculture plus « verte » via la mise en place de bandes enherbées le long de cours d'eau, l'interdiction d'apports d'engrais sur certaines prairies naturelles, la limitation des passages de trai-

tements par pesticides, la conversion à l'agriculture biologique, etc. La participation des agriculteurs aux *MAE* est volontaire. Le paiement est assis sur la surface engagée de manière à compenser le surcout lié au changement de pratiques. Les grandes exploitations peuvent donc plus fortement se laisser tenter par ce type d'expérimentation, en engageant une partie de leur surface. Elles ont également la main d'oeuvre qualifiée et la technologie nécessaires pour adhérer à ces programmes. Notons enfin que la hiérarchie entre utilisation de pesticides sur les cultures céréalières et les cultures industrielles est également conservée tout au long de ces quartiles.

Afin de vérifier cette relation positive entre la productivité marginale des pesticides et la taille des exploitations agricoles de manière plus formelle, nous calculons les rendements d'échelle au niveau de chaque exploitation agricole. Pour cela, nous partons de la relation estimée suivante :

$$H(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{z}) = 0 \quad (5.160)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} H(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{z}) = & \ln \{A(\mathbf{y})\} - (\vartheta_0 + \gamma_1 \ln(\mathbf{x}_1) + \gamma_2 \ln(\mathbf{x}_2) + \gamma_3 \ln(\mathbf{x}_3) + \gamma_4 \ln(x_4)) \\ & + \pi_{11} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_1) + \pi_{22} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(\mathbf{x}_2) + \pi_{33} \ln(x_3) \ln(\mathbf{x}_3) + \pi_{44} \ln(\mathbf{x}_4) \ln(x_4) \\ & + \pi_{12} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_2) + \pi_{13} \ln(\mathbf{x}_1) \ln(\mathbf{x}_3) + \pi_{14} \ln(x_1) \ln(\mathbf{x}_4) + \pi_{23} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(x_3) \\ & + \pi_{24} \ln(\mathbf{x}_2) \ln(x_4) + \pi_{34} \ln(\mathbf{x}_3) \ln(\mathbf{x}_4) + \psi_1 \ln(\mathbf{x}_1)\mathbf{z} + \psi_2 \ln(\mathbf{x}_2)\mathbf{z} + \psi_3 \ln(\mathbf{x}_3)\mathbf{z} \\ & + \psi_4 \ln(x_4)\mathbf{z} + w_1 \ln(\mathbf{x}_1)\mathbf{z}^2 + w_2 \ln(\mathbf{x}_2)\mathbf{z}^2 + w_3 \ln(\mathbf{x}_3)\mathbf{z}^2 + w_4 \ln(x_4)\mathbf{z}^2 + \varphi_1 \mathbf{z} \\ & + \varphi_2 \mathbf{z}^2 + \varphi_3 \mathbf{z}^3 + \varphi_4 \mathbf{z}^4) = 0 \end{aligned} \quad (5.161)$$

Les rendements d'échelle sont donnés par l'expression suivante pour l'exploitation  $d$  :

$$RE = - \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{\partial h}{\partial x_{id}} x_{id} + \frac{\partial h}{\partial z_d} z_d}{\sum_{j=1}^2 \frac{\partial h}{\partial y_{jd}} y_{jd}} \quad (5.162)$$

avec :

$$E_{xi} = \frac{\partial h}{\partial x_{id}} x_{id} = -(\gamma_i + \pi_{i1} \ln(x_{1d}) + \pi_{i2} \ln(x_{2d}) + \pi_{i3} \ln(x_{3d}) + \pi_{i4} \ln(x_{4d}) + \psi_i z_d + \omega_i z_d^2) \quad (5.163)$$

$$\begin{aligned} E_z = \frac{\partial h}{\partial z_d} z_d = & -(\psi_1 \ln(x_{1d}) + \psi_2 \ln(x_{2d}) + \psi_3 \ln(x_{3d}) + \psi_4 \ln(x_{4d}) + 2\omega_1 \ln(x_{1d}) z_d \\ & + 2\omega_2 \ln(x_{2d}) z_d + 2\omega_3 \ln(x_{3d}) z_d + 2\omega_4 \ln(x_{4d}) z + \varphi_1 + 2\varphi_2 z_d + 3\varphi_3 z_d^2 \\ & + 4\varphi_4 z_d^3) \times z_d \end{aligned} \quad (5.164)$$

et

$$E_{yj} = \frac{\partial h}{\partial y_{jd}} y_{jd} = \frac{\partial \ln(A(\mathbf{y}_d))}{\partial y_{d,j}} y_{jd} = \frac{\alpha_j^q y_{d,j}^q}{\sum_{l=1}^n \alpha_l^q y_{d,l}^q}, \quad n = 2 \quad (5.165)$$

Le dénominateur de cette formule des rendements d'échelle est égal à 1 car :

$$\sum_{j=1}^2 \left( \frac{\alpha_j^q y_{d,j}^q}{\sum_{l=1}^n \alpha_l^q y_{d,l}^q} \right) = 1, \quad n = 2 \quad (5.166)$$

Le calcul des rendements d'échelle se limite au calcul du numérateur de l'expression (5.162). Ils permettent d'avoir une idée de l'échelle de fonctionnement de l'exploitation agricole considérée. Lorsque  $RE$  est supérieur à 1, l'exploitation agricole considérée est caractérisée par des rendements d'échelle décroissants. Cela signifie que cette exploitation a dépassé sa taille optimale de fonctionnement. Lorsque  $RE$  est unitaire, l'exploitation évaluée est caractérisée par des rendements d'échelle constants. Cette exploitation fonctionne sous la taille optimale. Enfin, lorsque cette  $RE$  est inférieur à 1, l'exploitation est caractérisée par des rendements d'échelle croissants. Cela signifie que cette exploitation fonctionne sous sa taille sous-optimale. Les résultats des calculs de  $E_{xi}$  et  $E_z$  qui peuvent respectivement être vues comme les opposés des élasticités des quatre facteurs de production « normaux » entrant dans le processus de production et des pesticides sont donnés dans le tableau 5.14, pour l'exploitation médiane.

Tableau 5.14 – Calcul de  $E_{xi}$  et  $E_z$ 

	Travail	Terre	Amort.	Cons. Int	Pesticides
2005	-0,4682	-0,0944	-0,0108	-0,0058	-0,6869
2006	-0,4437	-0,0842	-0,0215	-0,0074	-0,3327
2007	-0,433	-0,0909	-0,0195	-0,0075	-0,3966
2008	-0,5708	-0,0858	-0,0122	-0,0075	-0,4349

Cela nous permet de calculer les rendements d'échelle au niveau de chaque exploitation agricole. Les résultats des estimations pour l'exploitation médiane sont consignés dans le tableau 5.15.

Tableau 5.15 – Rendements d'échelle

2005	1,2373
2006	0,8724
2007	0,9305
2008	1,104

Afin de voir formellement le lien entre la taille des exploitations agricoles et la productivité marginale des pesticides, nous analysons suivant le régime d'échelle (rendements d'échelle constants, croissants et décroissants), la productivité marginale des pesticides. Ces résultats sont donnés dans le tableau 5.16. Pour chaque groupe, nous nous sommes intéressé à l'exploitation présentant la productivité médiane.

Cela confirme les résultats de la première analyse effectuée sur les quartiles et analysant le lien entre la taille de l'exploitation agricole et la productivité marginale des pesticides. En effet, parmi les exploitations agricoles qui fonctionnent sous une taille sous-optimale, qui gagneraient à augmenter leur *SAU* ont une productivité marginale des pesticides moins importante que les exploitations agricoles sur-dimensionnées, qui elles gagnerait à réduire leur *SAU*.

Tableau 5.16 – Rendements d'échelle et productivité

		Décroissant	Constant	Croissant
2005	Nombre d'exploitation	672	27	238
	Médiane (productivité)	0,9376	0,3887	0,2212
2006	Nombre d'exploitation	250	35	631
	Médiane (productivité)	0,8707	0,4905	0,2311
2007	Nombre d'exploitation	322	34	557
	Médiane (productivité)	0,8895	0,4682	0,2517
2008	Nombre d'exploitation	401	28	224
	Médiane (productivité)	0,6814	0,2833	0,1496

## 5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons estimé la productivité marginale des pesticides utilisés en Eure-et-Loir sur la période 2005-2008. Trois contributions essentielles y sont amenées. Dans un premier temps, nous nous intéressons à des exploitations agricoles multicultures (multi-outputs). Dans un second temps, nous considérons la spécification de la fonction de production tenant compte de la spécificité des pesticides de Carpentier et Weaver [1997] qui permet de bien prendre en compte les interactions entre tous les facteurs de production entrant dans l'analyse. Nous tenons compte également, au niveau de la formulation de la fonction de production du fait qu'en cas de surdosage, la productivité marginale des pesticides peut être négative. Dans un troisième et dernier temps, nous montrons comment cette spécification de la fonction de production de Carpentier et Weaver [1997] qui est la plus générale possible, dans un cadre mono-output, tenant compte de la spécificité des pesticides et qui a été très peu utilisée dans la littérature à cause de la complexité de son estimation peut être estimée en se plaçant dans un cadre bayésien. Nos résultats montrent une certaine sous-optimalité de l'utilisation des inputs de réduction des dommages. Cette sous-optimalité tendrait donc à montrer que les politiques publiques mises en place pour réduire l'utilisation agricole de pesticides agissent sur les décisions de production des agriculteurs en Eure-et-Loir.

Enfin, le cadre multi-outputs adopté permet d'identifier les cultures sur lesquelles les pesticides sont le plus utilisés de manière sur ou sous-optimale et peut permettre de mieux affiner d'éventuelles politiques de régulation des pesticides. Dans ce chapitre, les pesticides sont utilisés de manière sous-optimale sur les deux blocs d'outputs que nous avons considéré. Cette sous-optimalité est néanmoins plus marquée dans les cultures céréalières et tendrait à révéler que les agriculteurs spécialisés dans ces cultures ont la main moins « lourde » en ce qui concerne l'utilisation des pesticides que les agriculteurs spécialisés en cultures industrielles, fruits, légumes, horticulture et fourrage.



# Chapitre 6

## Spécification et estimation de technologies de transformation avec facteur de réduction des dommages : une approche semi paramétrique

### 6.1 Introduction

Ce chapitre complète la revue des méthodes d'estimation de la productivité marginale des pesticides effectuée dans les chapitres précédents. Cette estimation est, comme expliquée dans cette thèse, intéressante parce qu'elle permet d'une part de voir l'état de l'utilisation agricole des pesticides et d'autre part, d'avoir une idée du coût éventuel d'une réglementation touchant ces produits en termes de production agricole perdue. L'approche que nous présentons part de modélisation des pesticides adoptée par Kuosmanen *et al.* [2006] qui a elle même pour base la spécification de Lichtenberg et Zilberman [1986]. Nous commençons par exposer succinctement la modélisation des pesticides adoptée par Kuosmanen *et al.* [2006]. Ensuite nous pointons les limites de cette modélisation. Nous finissons par généraliser cette modélisation au cas multicultures et

proposons une solution à la limite vue plus haut. Le cadre d'étude ainsi élaboré nous permet de mettre en place une analyse en deux étapes à la Simar et Wilson [2007] pour estimer la productivité marginale des pesticides agricoles. Tout au long de ce chapitre, nous considérons  $\mathbf{x}$  comme étant un vecteur de  $m$  facteurs de production « normaux » ( $i = 1, \dots, m$ ),  $\mathbf{y}$  un vecteur matérialisant la production de dimension  $n$  ( $j = 1, \dots, n$ ),  $\mathbf{z}$  un vecteur de  $l$  inputs de réduction des dommages ( $k = 1, \dots, l$ ),  $\mathbf{w}$  un vecteur de  $q$  variables environnementales ( $e = 1, \dots, q$ ) et  $\mathbf{r}$  un vecteur de  $t$  ravageurs ( $o = 1, \dots, t$ ). Nous appliquons cette méthodologie à 3462 exploitations agricoles d'Eure-et-Loir suivies de 2005 à 2008. Les résultats obtenus des estimations réalisées montrent globalement, en Eure-et-Loir, et sur la période analysée, une certaine sous-optimalité de l'usage de ces produits. Cette sous-optimalité à l'échelle de l'exploitation agricole est à des degrés différents suivant le bloc de cultures que l'on considère. Cela voudrait dire, d'une part que les politiques incitant les agriculteurs à réduire l'usage des pesticides impactent et orientent de manière non négligeable leurs décisions de production et d'autre part que la réaction des agriculteurs à cette réglementation est différente suivant les cultures considérées.

## 6.2 Modélisation

L'analyse de Kuosmanen *et al.* [2006] s'appuie sur la représentation de Lichtenberg et Zilberman [1986] de la fonction de production et se limite au cas monoculture suivant :

$$y = f(\mathbf{x}) \cdot g(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \quad (6.1)$$

avec  $f(\cdot)$  la fonction donnant le niveau d'output potentiel. Elle est fonction des inputs « normaux »  $\mathbf{x}$ . La fonction de réduction des dommages  $g(\cdot)$  dépend du niveau de pesticides  $\mathbf{z}$  utilisé et de la pression des ravageurs  $\mathbf{r}$ . Elle est comprise entre 0 et 1. La productivité marginale de l'input de réduction des dommages  $k$  est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{dy}{dz_k} = f(\mathbf{x}) \frac{\partial g(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} \quad (6.2)$$

La relation (6.1) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$g(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = \frac{y}{f(\mathbf{x})} \quad (6.3)$$

La fonction de réduction des dommages est donc donnée par le rapport entre l'output réalisé et l'output potentiel. Elle peut donc être vue comme étant égale à l'inverse du score d'efficacité technique de Farrell orienté output ( $\theta$ ). A partir de cette observation, Kuosmanen *et al.* [2006] mettent en place une analyse en deux étapes. Dans un premier temps, les coefficients d'efficacité technique sont calculés sur la base des inputs « normaux » et de l'output. Les inverses de ces coefficients d'efficacité technique sont donc égaux à  $g(\mathbf{z}, \mathbf{r})$ . Dans un deuxième temps, une fonction linéaire dépendante des inputs de réduction des dommages et de la pression des ravageurs est régressée sur l'inverse des coefficients d'efficacité technique calculés précédemment. L'expression estimée est la suivante :

$$\frac{1}{\theta} = g(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = \alpha + \beta\mathbf{z} + \gamma\mathbf{r} \quad (6.4)$$

Cette estimation est par la suite réalisée en suivant la méthode en deux étapes de Simar et Wilson [2007]. Notons qu'étant donné que le terme de gauche de l'équation (6.4) est compris entre 0 et 1, Kuosmanen *et al.* [2006] utilisent une version adaptée de l'algorithme de base de Simar et Wilson [2007] qui à la base ne prend en compte que la troncature à 1. Avec les informations de cette estimation, la productivité marginale des inputs de réduction des dommages est calculée.

Avant de généraliser et de montrer la limite de cette analyse de Kuosmanen *et al.* [2006], nous montrons qu'elle peut s'effectuer sans adaptation de l'algorithme de Simar et Wilson [2007] et que la productivité marginale des pesticides peut se calculer de manière complètement transparente avec notre nouvelle méthodologie. Pour cela nous retournons à l'équation (6.1). Cette équation peut également se réécrire de la manière suivante :

$$h(\mathbf{z}, \mathbf{r})y = f(\mathbf{x}) \quad (6.5)$$

avec  $h(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = 1/g(\mathbf{z}, \mathbf{r})$ . Cette fonction  $h(\cdot)$  est donc comprise entre 1 et  $\infty$ . Elle peut être considérée comme étant l'efficacité technique au sens de Farrell. Elle traduit l'extension possible de l'output permettant à une exploitation agricole d'être efficace. Cette fonction peut également être vue comme étant une fonction de réduction des dommages appliquée cette fois-ci à l'output. Elle rend compte de l'extension possible de l'output permise par l'application des pesticides agricoles. Nous pouvons réaliser la même analyse en deux étapes que Kuosmanen *et al.* [2006] à partir de cette observation : calcul des coefficients d'efficacité technique sur la base des inputs « normaux » et de l'output dans un premier temps et dans un deuxième temps, régression d'une fonction linéaire dépendante des inputs de réduction des dommages et de la pression des ravageurs sur les coefficients d'efficacité technique calculés précédemment. L'expression estimée est alors la suivante :

$$h(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = \alpha + \beta\mathbf{z} + \gamma\mathbf{r} \quad (6.6)$$

Cette estimation est par la suite réalisée en suivant la méthode classique en deux étapes de Simar et Wilson [2007]. Il n'est pas nécessaire d'adapter l'algorithme vu que la fonction  $h$  est comprise entre 1 et l'infini. Avec les informations de cette estimation, la productivité marginale des inputs de réduction des dommages est calculée. En effet, nous avons vu plus haut que cette productivité pour un input de réduction des dommages  $k$  est donnée par :

$$\frac{dy}{dz_k} = f(\mathbf{x}) \frac{\partial g(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} \quad (6.7)$$

Nous savons d'une part via la relation (6.6) que :

$$\frac{\partial h(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} = \beta_k \quad (6.8)$$

Et d'autre part que :

$$g(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = 1/h(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \quad (6.9)$$

Cette dernière relation nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial g(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k} = \frac{-\frac{\partial h(\mathbf{z}, \mathbf{r})}{\partial z_k}}{h(\mathbf{z}, \mathbf{r})^2} = \frac{-\beta_k}{(\alpha + \beta\mathbf{z} + \gamma\mathbf{r})^2} \quad (6.10)$$

Les relations (6.8) et (6.10) nous permettent d'écrire l'expression suivante de la productivité marginale de l'input de réduction des dommages  $k$  :

$$\frac{dy}{dz_k} = f(\mathbf{x}) \frac{-\beta_k}{(\alpha + \beta\mathbf{z} + \gamma\mathbf{r})^2} \quad (6.11)$$

La limite de cette spécification de Kuosmanen *et al.* [2006] est que toute l'inefficacité trouvée dans la première étape est associée uniquement à une mauvaise utilisation des pesticides. Nous avons clairement, en suivant cette approche, l'égalité entre la fonction de réduction des dommages et l'inverse du coefficient d'efficacité technique. Cela constitue une limite importante car fondamentalement et objectivement d'autres variables, autres que les pesticides impactent cette efficacité technique au niveau agricole. La seconde étape de cette spécification est donc erronée. Il n'y a pas d'égalité entre la fonction de réduction des dommages et l'inverse du score d'efficacité technique de manière généralisée dans le domaine agricole. Dans ce qui suit, nous généralisons cette méthodologie de Kuosmanen *et al.* [2006] au cas multicultures et montrons de manière plus claire la limite de leur approche.

Pour ce faire, nous partons de la technologie de transformation suivante :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}^e) \leq 0 \quad (6.12)$$

$\mathbf{y}^e$  est le vecteur des outputs effectifs. Ces outputs effectifs s'obtiennent de la manière suivante :  $\mathbf{y}^e = \mathbf{y} \cdot \lambda(\mathbf{z}, \mathbf{r})$ .  $\lambda(\mathbf{z}, \mathbf{r})$  peut être vue comme une fonction de réduction des dommages orientée output inversée<sup>1</sup>. Cette fonction est comprise dans l'intervalle [1,

---

1. En considérant la relation  $y = f(\mathbf{x}) \cdot g(\mathbf{z}, \mathbf{r})$ ,  $g(\mathbf{z}, \mathbf{r})$  est la fonction de réduction des dommages

$\infty[$ . Elle traduit l'extension possible du vecteur des outputs  $\mathbf{y}$ , permise par l'utilisation de pesticides et pouvant permettre à une exploitation agricole de se retrouver sur la frontière de l'ensemble de transformation définie par :  $f(\mathbf{x}, \mathbf{y}^e) = 0$ . Avec cette information additionnelle, notre technologie de transformation se réécrit de la manière suivante :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y} \cdot \lambda(\mathbf{z}, \mathbf{r})) \leq 0 \quad (6.13)$$

La frontière de cette technologie de transformation peut se réécrire de la manière suivante :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y} \cdot \lambda(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \cdot \theta(\mathbf{w})) = 0 \quad (6.14)$$

$\theta(\mathbf{w})$  est le coefficient d'efficacité technique, dépendant des variables environnementales, permettant d'amener les outputs effectifs sur la frontière des efficaces. Cette efficacité technique orientée output est également comprise entre  $[1, \infty[$ . Cela permet d'aboutir à l'expression de la technologie de transformation suivante :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y} \cdot \eta(\mathbf{z}, \mathbf{r}, \mathbf{w})) = 0 \quad (6.15)$$

avec  $\eta(\mathbf{z}, \mathbf{r}, \mathbf{w}) = \lambda(\mathbf{z}, \mathbf{r}) \cdot \theta(\mathbf{w})$  un coefficient dépendant des variables environnementales et des inputs de réduction des dommages. Ce coefficient permet d'étendre les outputs et de les ramener sur la frontière des efficaces. Il est compris entre  $[1, \infty[$ . Nous voyons clairement ici, contrairement à l'analyse de Kuosmanen *et al.* [2006], que la fonction de réduction des dommages n'est pas égale à l'inverse du score d'efficacité technique calculé sur les inputs « normaux ». Le score d'efficacité technique calculé est une combinaison de l'efficacité d'utilisation des pesticides  $\lambda(\mathbf{z}, \mathbf{r})$  et de l'environnement dans lequel évolue l'exploitation agricole  $\theta(\mathbf{w})$ . Précisons que dans cette analyse, nous supposons que tous les outputs ont la même fonction de réduction des dommages. Une analyse encore plus fine peut donc être réalisée en assignant une fonction de réduction

---

orientée output. En partant de cette observation avec la relation  $y^e = y \cdot (1/g(\mathbf{z}, \mathbf{r})) = y \cdot \lambda(\mathbf{z}, \mathbf{r}) = f(\mathbf{x})$ ,  $\lambda(\cdot)$  peut-être considérée comme la fonction de réduction des dommages orientée output, inversée. C'est cette analyse mono-output qui a été transposée dans le cadre multi-outputs.

des dommages à chaque output.

La différentielle totale de l'équation (6.15) avec  $d\mathbf{x} = d\mathbf{w} = d\mathbf{r} = 0$  nous donne :

$$0 = \eta(\mathbf{z}, \mathbf{r}, \mathbf{w}) \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial y_j} dy_j + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial y_j} y_j \sum_{k=1}^l \frac{\partial \eta(\mathbf{z}, \mathbf{r}, \mathbf{w})}{\partial z_k} dz_k \quad (6.16)$$

Cela nous permet d'obtenir pour une technologie de transformation à un input de réduction des dommages la relation suivante :

$$\eta(z, \mathbf{r}, \mathbf{w}) \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial y_j} dy_j = - \sum_{j=1}^n y_j \frac{\partial f}{\partial y_j} \frac{\partial \eta(z, \mathbf{r}, \mathbf{w})}{\partial z} dz \quad (6.17)$$

Cela donne pour l'output  $j$  :

$$\eta(z, \mathbf{r}, \mathbf{w}) dy_j = -y_j \frac{\partial \eta(z, \mathbf{r}, \mathbf{w})}{\partial z} dz \quad (6.18)$$

La productivité marginale des pesticides sur l'output  $j$  est alors donnée par :

$$\frac{dy_j}{dz} = - \frac{\partial \eta(z, \mathbf{r}, \mathbf{w})}{\partial z} \frac{y_j}{\eta(z, \mathbf{r}, \mathbf{w})} \quad (6.19)$$

Pour calculer cette productivité, nous mettons en place une analyse en deux étapes. Dans un premier temps, les coefficients d'efficacité technique ( $\eta(z, \mathbf{r}, \mathbf{w})$ ) sont calculés sur la base des inputs « normaux » et des outputs. Dans un deuxième temps, nous régressons une fonction linéaire dépendante des inputs de réduction des dommages et des variables environnementales sur les coefficients d'efficacité technique calculés précédemment. La méthodologie d'estimation suivie sera celle de Simar et Wilson [2007].

### 6.2.1 Calcul des scores d'efficacité technique

Notre objectif dans ce chapitre est d'identifier l'effet des pesticides agricoles sur les niveaux de production agricoles. Comme vu plus haut, cela nécessite dans un premier temps le calcul des coefficients d'efficacité technique et dans un second temps de trouver la bonne manière de relier ces scores aux niveaux de pesticides utilisés.

Afin d'estimer ces coefficients d'efficacité technique au sens de Farrell, nous disposons dans la littérature de la production comme précisé dans le chapitre 4, de deux grands types de méthodes - les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques. Les méthodes paramétriques font souvent référence à la méthode des frontières stochastiques tandis que les méthodes non paramétriques se réfèrent souvent à la méthode Free Disposal Hull (*FDH*) ou Data Envelopment Analysis (*DEA*)<sup>2</sup>. L'avantage de ces méthodes non paramétriques est qu'aucune forme fonctionnelle n'est imposée à la fonction de transformation. Il faudrait cependant noter que pour ces dernières, la totalité de la déviation par rapport à la frontière estimée est considérée comme de l'inefficacité. Nous mettons en oeuvre la méthode *DEA* dans ce chapitre.

Nous considérons dans ce qui suit, pour nos besoins de formalisation, un ensemble de  $D$  exploitations agricoles utilisant une technologie commune transformant  $m$  facteurs de production « normaux » ( $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^m$ ) en  $n$  outputs ( $\mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^n$ ). La technologie de production de ces exploitations agricoles peut être représentée par l'ensemble fermé non vide suivant :

$$\Psi = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}^{m+n} : \mathbf{x} \text{ permet de produire } \mathbf{y}\} \quad (6.20)$$

Pour un niveau de facteurs de production  $\mathbf{x}$  donné, l'ensemble de production est donné par :

$$Y(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \Psi\} \quad (6.21)$$

La frontière d'efficacité - orientée outputs - est alors donnée par l'expression suivante :

$$\Theta Y(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} \in Y(\mathbf{x}) : \eta \mathbf{y} \notin Y(\mathbf{x}), \eta > 1\} \quad (6.22)$$

Les exploitations agricoles efficaces seront localisées sur la frontière de l'ensemble de

---

2. La méthode *FDH* repose uniquement sur l'hypothèse de libre disposition des facteurs de production. L'ajout de l'hypothèse de convexité à cette dernière permet d'obtenir la méthode *DEA*.

transformation et les inefficaces se situeront à l'intérieur de cet ensemble. Afin de mesurer l'efficacité technique, nous utilisons la fonction de distance orientée output suivante :

$$D_O(\mathbf{x}, \mathbf{y})^{-1} = \max_{\eta} \{ \eta \mid (\mathbf{x}, \eta \mathbf{y}) \in \Psi \} \quad (6.23)$$

Cette fonction de distance n'est rien d'autre que les scores d'efficacité de Farrell pour le modèle orienté output. Il rend compte du fait que tous les points sur la frontière de l'ensemble de production sont des expansions de points observés à l'intérieur de cette frontière. Cette fonction de distance n'est pas observée et doit être estimée sur la base de l'échantillon des  $D$  exploitations agricoles dont nous disposons :  $\Psi_0 = \{(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d)\}_{d=1}^D$ .

Il est possible sur cet échantillon et avec les hypothèses de libre disposition des facteurs de production « normaux », de convexité et de rendements d'échelle variables, d'utiliser la méthode *DEA* pour estimer l'ensemble de production et les coefficients d'efficacité technique. Ces coefficients sont la solution du programme linéaire suivant :

$$\hat{\eta} = \arg \max_{\{\eta, \lambda\}} \left\{ \eta : \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d \geq \eta \mathbf{y}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1 \right\} \quad (6.24)$$

Il est important à ce niveau de garder en tête que l'équation (6.23) mesure la distance entre une observation et la vraie frontière de production alors que l'équation (6.24) donne une mesure de la distance entre une observation arbitraire de la base de donnée et la frontière estimée.

### 6.2.2 Inférence

Rappelons encore une fois que notre objectif dans ce chapitre est d'estimer la productivité marginale des pesticides utilisés dans les exploitations agricoles d'Eure-et-Loir. Afin de relier ces coefficients d'efficacité aux niveaux de pesticides utilisés et aux variables environnementales, il nous faut élaborer un modèle statistique. Ces pesticides font partie intégrante du processus de production agricole et nécessitent par conséquent d'être modélisés avec soin.

Etant donné que ces coefficients d'efficacité sont les estimations des vrais scores d'efficacité, nous devons modéliser de manière explicite la relation existante entre ces scores d'efficacité et l'environnement des exploitations agricoles qui les ont généré. Cela est motivé par le fait que les exploitations agricoles opèrent dans un environnement qui peut être décrit par un ensemble de variables exogènes ( $\mathbf{w}$ ) appelée aussi variables environnementales. Ces variables contraignent et orientent les possibilités de production des exploitations agricoles et par conséquent affectent leur processus de production. Une des conséquences de cet état de fait est que les coefficients d'efficacité technique sont également affectés par ces variables environnementales. Cette observation est le point de départ de notre modélisation.

Par définition, ces scores d'efficacité sont supérieurs ou égaux à un. Cela définit un modèle de régression tronquée. L'accumulation des uns est juste un artéfact statistique et il n'y a aucune raison de voir en cela un modèle de régression censurée. En d'autres termes, nous n'avons tout simplement pas d'informations sur les exploitations les plus efficaces qui peuvent ou non exister dans le secteur analysé. En ayant plus d'observations, la frontière estimée peut s'éloigner des observations existantes.

Supposons que le vrai coefficient d'efficacité technique est relié à l'ensemble des variables environnementales et des pesticides comme suit :

$$\eta_d = \Delta(\mathbf{Z}_d, \beta) + \varepsilon_d \quad (6.25)$$

$\eta_d$  est le vrai score d'efficacité technique.  $\mathbf{Z}_d$  est le vecteur englobant  $\mathbf{z}_d$  et  $\mathbf{w}_d$ . En d'autres termes  $\mathbf{Z}_d = (\mathbf{z}_d, \mathbf{w}_d)$ . En supposant que cette forme fonctionnelle est linéaire, le modèle devient :

$$\eta_d = \mathbf{Z}_d \beta + \varepsilon_d \quad (6.26)$$

Cette seconde étape suppose implicitement une corrélation entre  $\mathbf{Z}_d$  et  $\eta_d$ . A partir de là et en supposant que  $E(\varepsilon_d | \mathbf{Z}_d) = 0$ , une estimation tronquée nous permet de

conduire l'inférence et de déduire nos résultats.

Cependant, les vrais scores d'efficacité sont inconnus. Ils doivent être estimés. Cette estimation est réalisée à partir de l'équation (6.24). Notre équation à estimer devient donc :

$$\hat{\eta}_d = \mathbf{Z}_d\beta + \varepsilon_d \quad (6.27)$$

L'estimation de ce modèle pose globalement deux problèmes. Dans un premier temps, pour que l'estimation ait un sens, nous devons nous assurer que l'estimateur *DEA* que nous avons mis en oeuvre converge vers la vraie valeur de  $\eta$ . En d'autres termes, étant donné que  $\eta = \theta \cdot \lambda$ , nous devons nous assurer que  $\text{p-lim } \hat{\eta}_{DEA} = \theta \cdot \lambda$ . Dans un deuxième temps, étant donnée que n'importe quelle  $\hat{\eta}_d$  est une fonction de tous les  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  et que  $\mathbf{Z}_d$  est nécessairement corrélé à  $\mathbf{x}_d$  et  $\mathbf{y}_d$ , il découle que le terme d'erreur dans l'équation (6.27) est corrélé avec  $\mathbf{Z}_d$ . Cette observation rend l'estimation du modèle beaucoup plus complexe. En fait, nous avons ici un problème d'endogenité, rendant l'usage des techniques usuelles d'estimation, basées sur l'indépendance des termes d'erreur, impossible.

Des solutions ont été proposées pour dépasser ces problèmes. Nous pouvons utiliser le raisonnement de Kneip *et al.* [1998] en grand échantillon pour montrer que les  $\text{p-lim } \hat{\eta}_{DEA} = \theta \cdot \lambda$  convergent vers les vrais scores ( $\eta$ ). Par conséquent, l'inférence fonctionne asymptotiquement avec les coefficients d'efficacité estimés. Ils ont également montré que le problème d'endogenité détecté plus haut disparaît asymptotiquement. L'inférence est donc possible. Ils recommandent, étant donné que la forme de la distribution des paramètres est inconnue, de simuler (procédure bootstrap) cette dernière et de l'utiliser pour l'inférence statistique.

A ce niveau, un second problème survient. Il est relatif à la manière avec laquelle nous calculons les scores d'efficacité. Ces scores sont biaisés car ils découlent de l'analyse *DEA* qui sous-estime la vraie frontière de production. Cela est dû au fait que ces scores sont calculés à partir d'un échantillon qui exclut de manière systématique quelques ex-

exploitations agricoles efficaces mais non observées dans l'échantillon utilisé. Nous devons donc tenir compte de ce biais dans la régression tronquée. La méthode d'estimation proposée par Simar et Wilson [2007] permet de résoudre ce problème.

L'équation (6.26) peut être réécrite de la manière suivante pour tenir compte des erreurs d'estimation en échantillon fini comme suit :

$$\widehat{\eta}_d - BIAIS(\widehat{\eta}_d) - u_d = \mathbf{Z}_d\beta + \varepsilon_d \quad (6.28)$$

$u_i$  est le terme d'erreur inconnu et qui ne peut être estimé.  $BIAIS(\widehat{\eta}_d)$  est la nouvelle quantité que nous devons estimer ( $BIAIS(\widehat{\eta}_d) = E(\widehat{\eta}_d) - \eta_d$ ;  $BIAIS(\widehat{\eta}_d) \leq 0$ ). Il peut être estimé en utilisant une procédure bootstrap (voir Efron et Tibshirani [1993]) pour obtenir :

$$\widehat{BIAIS}(\widehat{\eta}_d) = BIAIS(\widehat{\eta}_d) + v_d \quad (6.29)$$

Cette estimation du biais est utilisée afin d'obtenir une estimation corrigé du biais de  $\widehat{\eta}_d$  :

$$\widehat{\widehat{\eta}}_d = \widehat{\eta}_d - \widehat{BIAIS}(\widehat{\eta}_d) \quad (6.30)$$

Le modèle à estimer est donc le suivant :

$$\widehat{\widehat{\eta}}_d + v_d - u_d = \mathbf{Z}_d\beta + \varepsilon_d \quad (6.31)$$

Et comme pour  $n$  assez grand, les termes d'erreur  $v_d$  et  $u_d$  deviennent négligeables asymptotiquement, l'expression finale à estimer pour obtenir des estimateurs robustes, sans biais est :

$$\widehat{\widehat{\eta}}_d \approx \mathbf{Z}_d\beta + \varepsilon_d \quad (6.32)$$

Pour résumer, la présence des termes d'erreur  $v_d$  et  $u_d$  et l'endogeneité en échantillon fini rend l'usage des procédures usuelles d'inférence impossible en petit échantillon.

Pour mettre en oeuvre notre inférence sur les paramètres estimés  $\hat{\beta}$ , nous utilisons une procédure de double bootstrap, comme suggérée par Simar et Wilson [2007]. Cette procédure, permettant de résoudre ces problème, est la suivante<sup>3</sup> :

[1] On utilise les données brutes dans  $\Psi_d$ , pour calculer  $\hat{\eta}_d = \hat{\eta}(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d | \hat{\Psi}) \forall d = 1, \dots, D$  en utilisant l'équation (6.24).

[2] On utilise la méthode du maximum de vraisemblance pour obtenir une estimation  $\hat{\beta}$  de  $\beta$  et une estimation  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  de  $\sigma_\varepsilon$  dans la régression tronquée de  $\hat{\eta}_d$  sur  $\mathbf{Z}_d$  dans  $\hat{\eta}_d = \mathbf{Z}_d \beta + \varepsilon_d$  en utilisant  $t < D$  observations lorsque  $\hat{\eta}_d > 1$ .

[3] Répéter les quatre prochaines étapes [3.1]-[3.4]  $L_1$  fois pour obtenir  $D$  ensembles d'estimations bootstrap  $B_d = \{\hat{\eta}_{db}^*\}_{b=1}^{L_1}$  :

[3.1] Pour chaque  $d = 1, \dots, D$ , simuler  $\varepsilon_d$  de la distribution  $N(0, \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$  avec une troncature à gauche à  $(1 - \mathbf{Z}_d \hat{\beta})$

[3.2] A nouveau pour chaque  $d = 1, \dots, D$ , on calcule  $\eta_d^* = \mathbf{Z}_d \hat{\beta} + \varepsilon_d$

[3.3] Définissons  $\mathbf{x}_d^* = \mathbf{x}_d$ ,  $\mathbf{y}_d^* = \mathbf{y}_d \times \hat{\eta}_d / \hat{\eta}_d^*$  pour tout  $d = 1, \dots, D$

[3.4] Calculons  $\hat{\eta}_d^* = \delta(\mathbf{x}_d, \mathbf{y}_d | \hat{\Psi}^*) \forall d = 1, \dots, D$ , où  $\hat{\Psi}^*$  est obtenu en remplaçant  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  dans  $\hat{\Psi} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{y}_d \geq \mathbf{y}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d \mathbf{x}_d \leq \mathbf{x}_0; \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1\}$  avec  $\mathbf{y}^* = [\mathbf{y}_1^*, \dots, \mathbf{y}_D^*]$ ,  $\mathbf{x}^* = [\mathbf{x}_1^*, \dots, \mathbf{x}_D^*]$

[4] Pour chaque  $d = 1, \dots, D$ , on calcule l'estimateur corrigé du biais de  $\hat{\eta}_d$  défini par l'équation 6.30 en utilisant les estimations bootstrap dans  $B_d$  obtenues dans l'étape [3.4] et l'estimation de  $\hat{\eta}_d$

[5] On utilise la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer la régression tronquée de  $\hat{\eta}_d$  sur  $\mathbf{Z}_d$ , donnant les estimations  $(\hat{\beta}, \hat{\sigma})$

---

3. Cette procédure correspond à l'algorithme 2 de Simar et Wilson [2007].

[6] Répéter les trois prochaines étapes [6-1] - [6-3]  $L_2$  fois pour obtenir un ensemble d'estimations bootstrap  $\varphi = ((\widehat{\beta}^*, \widehat{\sigma}^*)_b)_{b=1}^{L_2}$  :

[6-1] Pour chaque  $d = 1, \dots, D$ , on simule  $\varepsilon_d$  à partir de la distribution  $N(0, \widehat{\sigma})$  avec une troncature à gauche à  $(1 - \mathbf{Z}_d \widehat{\beta})$

[6-2] A nouveau, pour chaque  $d = 1, \dots, D$ , on calcule  $\eta_d^{**} = \mathbf{Z}_d \widehat{\beta} + \varepsilon_d$

[6-3] On utilise la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer la régression tronquée de  $\widehat{\eta}_d^*$  on  $\mathbf{Z}_d$ , donnant l'estimation  $(\widehat{\beta}^*, \widehat{\sigma}^*)$

[7] On utilise les valeurs du bootstrap dans  $\varphi$  et les estimations initiales de  $\widehat{\beta}$ ,  $\widehat{\sigma}$  pour construire des intervalles de confiance pour chaque élément estimé de  $\beta$  et de  $\sigma_\varepsilon$ .

Le premier bootstrap est utilisé pour corriger le biais,  $\widehat{\eta}_d = \widehat{\eta}_d - \widehat{BIAS}(\widehat{\eta}_d)$ . Puis nous mettons en oeuvre une seconde simulation bootstrap pour approximer la distribution de  $\widehat{\beta}$  dans l'équation (6.32). Comme vue plus haut, cette procédure consiste dans un premier temps à estimer les coefficients d'efficacité technique. Puis une estimation du modèle tronqué par le maximum de vraisemblance est mis en oeuvre pour obtenir une première approximation  $\widehat{\beta}$  de  $\beta$  et une estimation de la variance de la régression  $\widehat{\sigma}_\varepsilon^2$ . Ces coefficients estimés sont utilisés dans une procédure bootstrap qui permet de corriger le biais d'estimation de  $\widehat{\eta}$  sur la base du modèle de régression tronquée. Ensuite, la méthode du maximum de vraisemblance est utilisée pour estimer la régression tronquée des scores d'efficacité corrigés obtenus de l'étape précédente ( $\widehat{\eta}$ ) sur  $\mathbf{Z}$ . De cette étape découle  $(\widehat{\beta}, \widehat{\sigma}_\varepsilon)$ . Un deuxième bootstrap est mis en oeuvre pour construire des intervalles de confiance pour chaque paramètre  $(\widehat{\beta}, \widehat{\sigma}_\varepsilon)$ .

### 6.3 Données utilisées

La base de données utilisée est toujours celle d'Eure-et-Loir présentée dans le chapitre 3 de cette thèse. L'échantillon considéré contient 3462 observations réparties sur quatre années (2005-2008). Il est composé plus précisément de 950 exploitations agricoles en 2005, 926 en 2006, 924 en 2007 et 662 en 2008.

Au niveau de la première étape et pour caractériser la technologie, nous considérons quatre facteurs de production « normaux » et les trois agrégats d'outputs présentés également dans le chapitre 3. Plus précisément, les variables retenues comme inputs sont les variables « terre », « travail », « amortissements » (Amort.) et « consommations intermédiaires » (Con. Inter.). Une description complète de ces facteurs de production est également présentée dans le chapitre 3. Signalons juste que la variable « terre » est exprimée en hectares, que la variable « travail » est mesurée en unité de travail humain (UTH) et que les deux facteurs de production restants sont exprimés en Euro.

Les trois blocs d'outputs que nous considérons sont le bloc de productions céréalières (constitué de neuf cultures), le bloc de productions industrielles (constitué de neuf cultures) et le bloc des autres productions (constitué de six cultures). La composition exacte de ces blocs de productions est également disponible au chapitre 3.

Nous déflatons toutes les variables en valeur présentées ci-dessus en utilisant les indices de prix appropriés. Plus précisément, nos trois blocs d'outputs sont déflatés comme présentée dans le chapitre 3. Les variables « amortissements » (Amort.) et « consommations intermédiaires » (Con. Inter.) sont déflatés respectivement par l'indice des prix des biens d'investissement et l'indice des prix des moyens de production agricoles. Des informations sur cet indice, ainsi que la justification de leur choix en tant que déflatés sont également disponibles dans le chapitre 3. Les statistiques descriptives de ces variables déflatées sont présentées dans le tableau 6.1.

Tableau 6.1 – Descriptif des variables caractérisant le technologie, étape 1

		Travail	Terre	Amort.	Cons. Int.	Cér.	Ind.	Autres
2005	Minimum	0,5	0,25	526,1044	15407	0	0	0
	Quartile 1	1	87,27	13564,759	47764	44471,25	16503,75	0
	Moyenne	1,2441	125,0634	24857,6633	72725,4568	65605,54	35949,4389	5283,6011
	Médiane	1	118,19	22251,004	65206	60772,5	26811,5	0
	Quartile 3	1,25	154,4625	34256,7771	90529,5	81696	43486,25	0
	Maximum	4	360,85	72973,8956	225038	209897	232389	184279
	Ecart-type	0,4748	50,7535	15079,2326	33583,5007	29727,5264	30266,6987	16529,86
2006	Minimum	0,5	14,79	885,7422	17998,0545	4060,2718	0	0
	Quartile 1	1	90,335	13191,4063	46082,6848	45551,1195	13314,5331	0
	Moyenne	1,237	126,9555	24728,697	70796,9111	68538,9468	31917,1862	4369,0609
	Médiane	1	119,22	22655,7617	63949,4163	63217,1669	22863,6912	0
	Quartile 3	1,2	154,8925	34010,0098	87818,3366	84863,6217	39310,7106	0
	Maximum	4	368,21	70041,0156	208273,346	198126,918	242566,689	127014,376
	Ecart-type	0,4599	51,1518	14987,1037	32899,6131	31720,4019	29564,2876	14510,8563
2007	Minimum	0,46	14,79	662,2642	17447,6103	0	0	0
	Quartile 1	1	91,895	13246,4623	45268,3824	47644,4647	15139,1612	0
	Moyenne	1,2371	128,4891	25312,5858	69469,0325	71641,9157	32449,7416	5454,2185
	Médiane	1	120,665	22076,4151	61979,3199	66076,0844	25025,8035	0
	Quartile 3	1,0125	158,0525	35438,6792	84819,8529	90783,5266	40180,776	0
	Maximum	4	393,97	74123,5849	317191,177	201235,751	221218,191	173260,163
	Ecart-type	0,4666	52,3948	15884,1667	34348,8667	33046,6849	27099,5344	18849,5853
2008	Minimum	0,46	32,39	723,3096	18136,8078	5917,9639	0	0
	Quartile 1	1	90,96	13146,5747	47760,7899	42449,5838	13487,8752	0
	Moyenne	1,2037	127,2035	24296,2459	70732,4045	63815,9193	30293,7738	4229,3922
	Médiane	1	120,425	21738,879	64151,4658	58263,1618	23687,2746	0
	Quartile 3	1	154,565	33627,669	88857,0847	78925,7956	39462,9582	0
	Maximum	3	310,94	72142,3488	208713,355	195079,405	187134,962	140588,235
	Ecart-type	0,4306	50,7457	15150,8994	31501,2068	31460,4705	25773,9557	15448,1439

Amort., Cons. Int., Cér., Ind., et Autres représentent respectivement les variables amortissements, consommations intermédiaires, bloc de productions céréalières, bloc de productions industrielles et bloc des autres productions.

Comme mentionné plus haut, dans la seconde étape de cette analyse, nous estimons l'effet des variables environnementales et des pesticides sur les niveaux de production en Eure-et-Loir. Comme input de réduction des dommages, nous utilisons la variable « pesticides » présente dans notre base de données et qui reprend la consommation totale des produits de protection des cultures au niveau de chaque exploitation agricole en Euro. Cette variable est déflatée par l'indice des prix des moyens de protection des cultures (voir le chapitre 3 pour la justification du choix de cet indice de prix).

Pour ce qui est des variables environnementales, il est utile de rappeler à ce niveau qu'elles guident les choix de production des agriculteurs. Elles précèdent donc le choix du mix d'inputs-outputs au niveau de l'exploitation et justifient l'existence du processus de production. En d'autres termes, les décisions de production des exploitants agricoles sont conditionnées à l'environnement dans lequel ces derniers se trouvent. Nous considérons, dans ce chapitre, un certain nombre de variables afin de caractériser l'environnement des exploitations d'Eure-et-Loir, d'analyser leur fonctionnement et donc de comprendre leur coefficients d'efficacité technique. Nous nous référons à la littérature pour le choix de ces variables. Les variables les plus souvent utilisées pour caractériser l'environnement des exploitations agricoles sont : la taille de l'exploitation, la part des terres appartenant à l'exploitant dans le total de la surface agricole utile, la spécialisation<sup>4</sup> et l'état financier (dettes). Signalons cependant qu'il y n'a pas de consensus à propos de l'effet de ces variables sur le fonctionnement des exploitations agricoles dans la littérature.

Pour ce qui est de la variable taille, beaucoup d'analyses utilisent la variable « part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale ». En effet plus la part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale est grande, plus l'exploitation en question est petite. C'est une manière exogène de capter l'effet de la variable taille des exploitations agricoles. Deux courants s'affrontent sur la compréhension théorique de l'effet de cette variable sur le fonctionnement des exploitations agricoles. D'un côté,

---

4. Cette spécialisation décrit la structure des assolements d'une exploitation agricole. Plus l'exploitant agricole se concentre sur un nombre limité de cultures, plus il se spécialise dans ces dernières.

nous avons les analyses comme celle de Karagiannis et Sarris [2002] qui avancent que la main d'oeuvre familiale est sensée avoir un effet positif sur l'efficacité technique car elle nécessite moins de besoins de surveillance. Aussi, il n'y a pas d'efforts d'embauche liés cette main d'oeuvre, contrairement à celle salariée. D'un autre côté, cette relation inverse entre la taille et la performance des exploitations agricoles est régulièrement remise en cause par des auteurs qui s'appuient sur le fait que les grandes exploitations bénéficient d'économies d'échelles et jouissent d'un accès préférentiel au marché des intrants et des extrants agricoles [Hall et LeVeen, 1978]. Aussi, la main d'oeuvre salariée peut être synonyme de travailleurs mieux formés avec des compétences spécifiques.

Ce débat théorique sur l'impact de la taille des exploitations agricoles sur l'organisation des exploitations agricoles se retrouve également dans le champ empirique. Il a, entre autres, pour source le travail de Cornia [1985]. Ce dernier montre dans son article une relation empirique inverse entre la taille des exploitations agricoles et leur productivité. L'argument avancé pour justifier cette relation est que les petites exploitations ne sont pas affectées par des problèmes de supervision et d'organisation de la main d'oeuvre. Aussi, la main d'oeuvre familiale est plus motivée vu qu'elle bénéficie des profits de l'exploitation [Buckwell et Davidova, 1993]. De manière plus générale, les résultats de cet débat empirique sont également contrastés et divers.

D'un côté, il y a des auteurs pour lesquels les petites exploitations enregistrent les meilleurs niveaux de performance. Cela a été démontré entre autres par Huffman et Evenson [2001] sur le secteur de la production végétale aux Etats-Unis entre 1953 et 1982 et par Emvalomatis *et al.* [2008] sur des exploitations de coton grecque analysées entre 1996 et 2000. De l'autre côté, on trouve des études pour lesquelles les grandes exploitations enregistrent de meilleures performances. Cela a été démontré entre autres par Bojnec et Latruffe [2013]. Ils montrent que la performance des exploitations existantes avant l'accession et après l'accession, mesurée en termes d'efficacité technique est liée positivement à la taille de ces exploitations. Les petites firmes sont moins efficaces techniquement. On peut encore citer les études de Kleinhan *et al.* [2007] sur les

exploitations animalières d'Allemagne et d'Espagne et de Rezitis *et al.* [2003] sur des exploitations agricoles grecque.

L'effet de la variable « part des terres appartenant à l'exploitant dans le total SAU » sur l'efficacité technique des exploitations agricoles est elle aussi d'un point de vue théorique assez contrasté [Weersink *et al.*, 1990; Lambarraa *et al.*, 2009]. Louer des terres par exemple peut, d'une part inciter les exploitants agricoles à être plus productifs pour pouvoir acquitter leurs loyers. Cette location peut, d'autre part, empêcher les exploitants à mettre en place des améliorations à long terme. Empiriquement, Llewelyn et Williams [1996] montrent que l'efficacité technique est meilleure chez les exploitants qui possèdent une grande part de leur terres car l'incitation à l'efficacité est meilleure. Rezitis *et al.* [2003], montrent, eux, que la part des terres louées a un effet positif sur l'efficacité technique des exploitations grecque.

En ce qui concerne la spécialisation, Llewelyn et Williams [1996] soutiennent l'idée que les exploitants agricoles produisant une seule culture sont plus performantes que celles s'investissant dans du multicultures c'est à dire celles produisant un output plus diversifié. Cela est expliqué en partie par le fait que la spécialisation permet d'exploiter les économies d'échelles et par conséquent fait croître l'efficacité technique.

Enfin, Concernant les dettes, deux positions théoriques peuvent être tenues. D'un côté Jensen [1986] soutient l'idée qu'une plus grande dépendance aux crédits peut permettre d'accroître et de stimuler la performance de l'entité évaluée, vue qu'elle doit honorer ses engagements. D'un autre côté, selon Sotnikov [1998] le niveau de dette peut affecter la capacité des exploitants à obtenir les inputs nécessaires à des périodes critiques comme au moment des semis ou de la récolte. Ces dettes ferment la porte à d'autres possibilités d'emprunt et donc impactent négativement la capacité de l'exploitant d'obtenir ses inputs au meilleur moment.

Ces effets théoriques éventuels seront donc vérifiés empiriquement sur la base de don-

nées d'Eure-et-Loir à notre disposition. Nous utilisons plus précisément dans cette analyse, comme variable de spécialisation, la part des cultures céréalières dans la SAU totale (Part cér./SAU) et la part des cultures industrielles dans la SAU totale (Part Ind./SAU). Le taux d'endettement de court et moyen terme (Tx end. CT) et le taux d'endettement de long terme (Tx end. LT) représenteront nos variables financières. Ces variables renseignent sur les réserves de liquidités financières. Les deux dernières variables retenues sont la part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale (Part MO fam./MO) et la part des terres appartenant à l'exploitant dans le total SAU (Part ter. de expl.). Le tableau 6.2 reporte les statistiques descriptives de ces variables environnementales et de notre input de réduction des dommages.

Tableau 6.2 – Descriptifs de la variable pesticides et des variables environnementales

	Tx end. LT	Tx end. CT	Part cér./SAU	Part Ind./SAU	Part MO fam./MO	Part ter. expl.	Pesticides
2005	Min.	0	0	0	0	0	0
	Quart.1	0,1708	0,179	0,6122	0,1582	1	14916
	Moy.	1,5469	1,8424	0,6652	0,2097	0,9285	0,1279 22257,6074
	Méd.	0,4348	0,5268	0,6654	0,2161	1	0,0027 20313,5
	Quart.3	0,9897	1,4356	0,7199	0,2643	1	0,1723 28395,75
	Max.	251,5195	129,6546	0,8998	0,7158	1	1 63085
	E-type	10,1312	9,3693	0,0926	0,0931	0,1833	0,2144 10063,3872
2006	Min.	0	0	0,232	0	0	0
	Quart.1	0,1693	0,1639	0,6076	0,1549	1	0 14337,0758
	Moy.	1,0792	1,039	0,6655	0,2135	0,9288	0,1171 21143,1856
	Méd.	0,4247	0,5073	0,6698	0,2146	1	0 19330,3393
	Quart.3	0,8704	1,2229	0,7255	0,2722	1	0,1582 26795,1597
	Max.	297,029	109,9586	0,9107	0,6515	1	1 59423,1537
	E-type	10,2572	7,2973	0,0951	0,0944	0,1857	0,2024 9506,0108
2007	Min.	0	0	0	0	0	0
	Quart.1	0,1371	0,1535	0,5926	0,1502	1	0 14935,8782
	Moy.	0,4133	0,3649	0,6551	0,2128	0,9305	0,1123 22143,6478
	Méd.	0,3346	0,3649	0,6632	0,2127	1	0 20405,1896
	Quart.3	0,6304	0,8101	0,722	0,2724	1	0,1541 28051,8962
	Max.	13,5655	13,0364	0,9638	0,973	1	1 66040,9182
	E-type	2,9511	5,8006	0,1029	0,1	0,1889	0,1969 10235,0474
2008	Min.	0	0	0,256	0	0	0
	Quart.1	0,1665	0,1706	0,6428	0,1457	1	0 15998,0676
	Moy.	0,959	0,7256	0,6974	0,1999	0,9438	0,1184 23925,8578
	Méd.	0,3481	0,3883	0,6943	0,2065	1	0 21870,5314
	Quart.3	0,6569	0,8583	0,7549	0,261	1	0,1579 30833,8164
	Max.	261,5574	41,6567	0,9698	0,4787	1	1 74014,4928
	E-type	10,2002	2,0474	0,0962	0,0909	0,1748	0,2086 10788,4228

## 6.4 Résultats et discussion

La méthodologie présentée ci-dessus est appliquée à notre base de donnée agricole d'Eure-et-Loir. Dans la première étape menant au calcul des coefficients d'efficacité technique, nous commençons par caractériser la technologie que nous considérons. Cette caractérisation est faite à l'aide des quatre inputs « normaux » et des trois outputs présentés dans la section précédente. La différenciation des outputs (multicultures) permet de tenir compte du fait que des productions différentes impliquent des utilisations de facteurs de production différentes.

Précisons que dans cette analyse, nous n'avons pas d'informations sur la pression des ravageurs. Pour contourner ce problème, nous effectuons des estimations annuelles en supposant, vu que toutes nos exploitations agricoles étudiées sont dans la même zone de production d'Eure-et-Loir, que sur une année, le climat et la pression des ravageurs s'imposent à elles de manière identique. En d'autres termes, sur une même année, ces exploitations agricoles sont confrontées aux mêmes conditions pédo-climatiques.

L'estimation de la frontière de la technologie est donc réalisée chaque année sur notre échantillon avec les inputs « normaux » et les outputs définis plus haut. Cela permet de dériver des scores d'efficacité technique. L'analyse de ces derniers permet de porter un jugement sur la structure de production et l'utilisation des facteurs de production par les exploitations agricoles d'Eure-et-Loir. Un descriptif de ces coefficients est consigné dans le tableau 6.3. Nous remarquons qu'en moyenne et pour une fonction de production à rendement d'échelles variables, les exploitations peuvent augmenter, suivant les années, de 30-60 % la production des trois outputs que sont la production céréalière, la production industrielle et les autres productions. La principale remarque est que le niveau moyen d'inefficacité est relativement important. Ce niveau élevé peut s'expliquer par le fait que l'analyse compare des exploitations dont les structures de production à l'intérieur des trois grands groupes d'outputs retenus diffèrent assez fortement. Il conviendrait dans une analyse plus approfondie, ultérieure, de mesurer la

sensibilité des scores au niveau de découpage des outputs. Nous observons également que l'efficacité moyenne des exploitations de notre échantillon d'Eure-et-Loir se détériore continuellement au fil des années. Elle passe de 1,3669 en 2005 à 1,5839 en 2008<sup>5</sup>. Cette observation motive encore plus la deuxième étape qui, intrinsèquement, cherche à comprendre ces coefficients d'efficacité en analysant les niveaux de pesticides utilisés et l'environnement de ces exploitations agricoles.

Tableau 6.3 – Descriptif des efficacités

	2005	2006	2007	2008
Minimum	1	1	1	1
Quartile 1	1,1398	1,1685	1,1982	1,2156
Moyenne	1,3669	1,4032	1,4647	1,5839
Médiane	1,3426	1,3597	1,4024	1,5379
Quartile 3	1,5489	1,5959	1,6691	1,8579
Maximum	2,4096	2,7973	3,24	3,3305
Ecart-type	0,2748	0,3072	0,3534	0,452

Les histogrammes présentés dans les figures 6.1 à 6.4 donnent une idée encore plus claire de la distribution des scores d'efficacité technique. Sur l'axe horizontal et l'axe vertical se trouvent respectivement les niveaux d'efficacité technique estimés et le nombre d'exploitations agricoles. Nous remarquons, suivant les années, que la plupart des exploitations agricoles sont concentrées dans l'intervalle [1,2].

Dans la seconde partie de cette analyse, les déterminants de cette inefficacité et plus particulièrement, l'effet de la bonne ou mauvaise utilisation des inputs de réduction des dommages est étudié. Pour cela, les niveaux de pesticides utilisés et les variables environnementales retenues sont régressés sur ces coefficients d'efficacité (tableau 6.4). Notons que les intervalles de confiance sont calculés sur la base de la distribution empirique des paramètres estimés. Ces intervalles contiennent toute l'information pour faire l'inférence statistique. Nous avons utilisé 300 simulations bootstrap pour corriger le biais d'efficacité ( $L1 = 300$ ) et 3000 simulations pour la régression tronquée afin de

5. Cette comparaison est à prendre avec précaution. En effet, pour chaque année, une frontière de production différente est estimée.

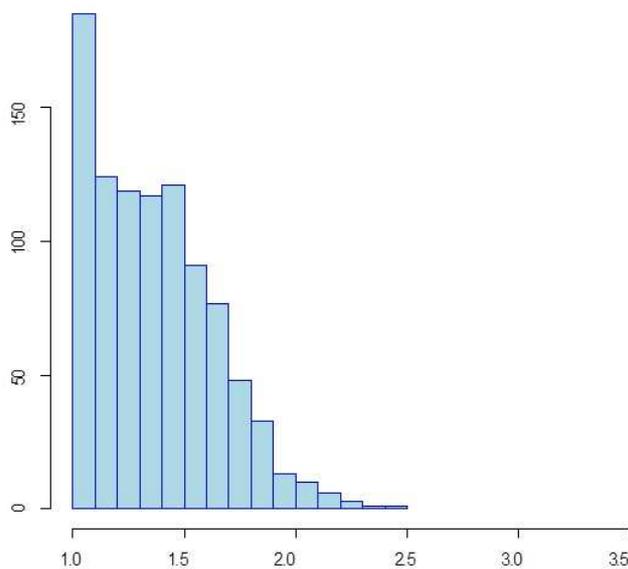


FIGURE 6.1 – Histogramme des efficacités - 2005

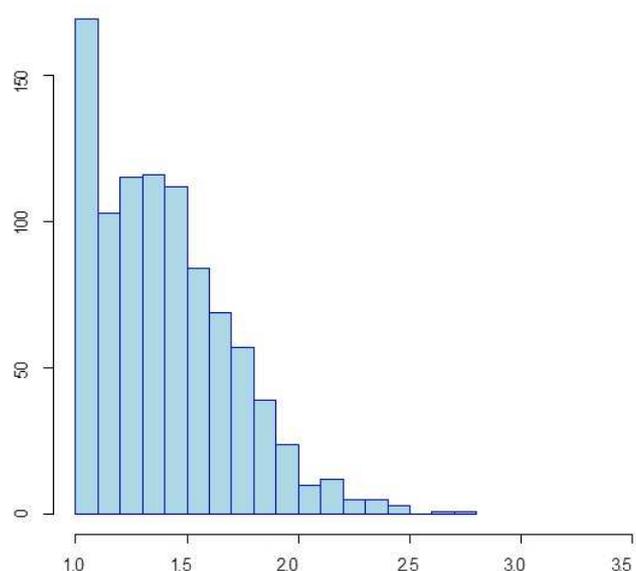


FIGURE 6.2 – Histogramme des efficacités - 2006

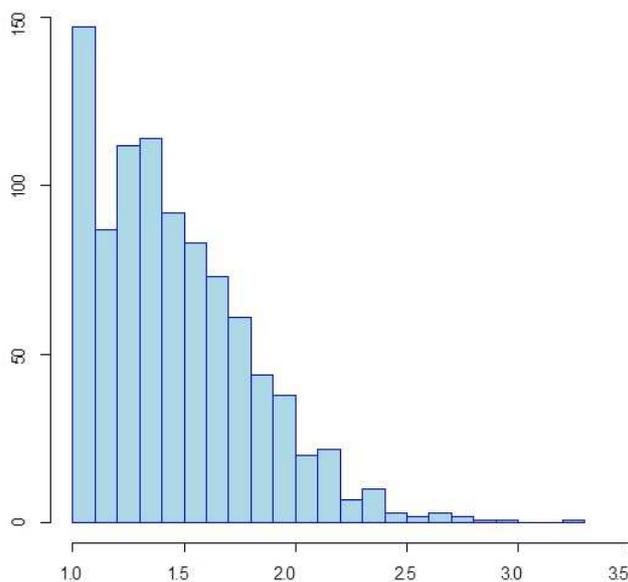


FIGURE 6.3 – Histogramme des efficacités - 2007

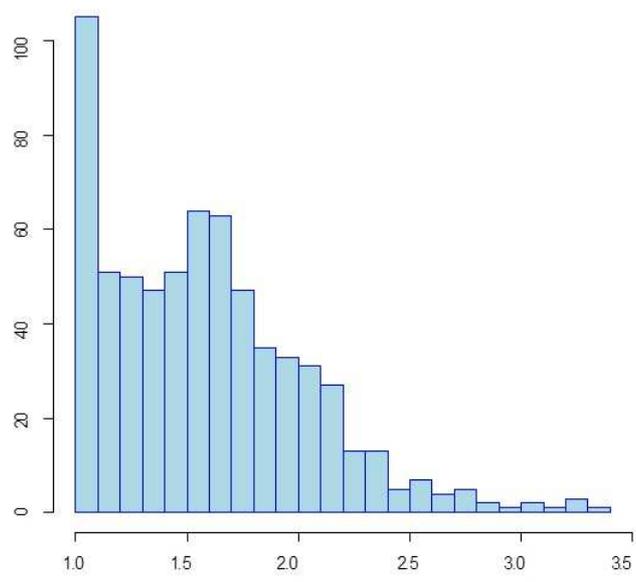


FIGURE 6.4 – Histogramme des efficacités - 2008

construire les intervalles de confiance ( $L2 = 3000$ ) et cela pour chaque année.

Tableau 6.4 – Estimation, seconde étape

	Valeurs	Int. Conf. 10%		Int. Conf. 5%		Int. Conf. 1%		
2005	Constante	0,4252	-1,5984	1,9742	-1,8843	2,3848	-2,467	3,0915
	Tx endet. LT	-0,0093	-0,0264	-0,0061	-0,0286	-0,0057	-0,0321	-0,0049
	Part surf. cér./SAU	-3,9289	-6,9538	-2,8303	-7,3962	-2,4229	-8,2434	-1,895
	Part MO fam./MO	0,8584	0,0366	2,246	-0,1079	2,4726	-0,3985	2,8014
	Pesticides	-0,6582	-1,0431	-0,6727	-1,0897	-0,6435	-1,1653	-0,6047
2006	Constante	5,0081	4,1121	7,4952	3,8159	7,8935	3,2326	8,7497
	Tx endet. LT	-0,0026	-0,0074	-0,0012	-0,0075	-0,0009	-0,0076	-0,0002
	Part surf. cér./SAU	-8,8747	-13,1837	-8,9277	-13,6236	-8,5984	-14,381	-7,9723
	Part MO fam./MO	-0,4405	-1,708	0,5122	-1,9924	0,7259	-2,3808	1,0258
	Pesticides	-0,7283	-1,1511	-0,725	-1,1948	-0,6956	-1,2729	-0,653
2007	Constante	5,3762	4,3568	7,6173	4,0336	7,9716	3,5534	8,7201
	Tx endet. LT	-0,0792	-0,1534	-0,0553	-0,1723	-0,0493	-0,2043	-0,0344
	Part surf. cér./SAU	-8,474	-12,013	-7,9031	-12,3454	-7,4854	-12,9559	-6,7941
	Part MO fam./MO	0,2087	-0,8788	1,3409	-1,1337	1,5376	-1,5735	1,8632
	Pesticides	-1,0348	-1,4665	-1,0959	-1,5099	-1,0752	-1,5939	-1,0237
2008	Constante	1,0881	-3,0636	4,3887	-3,8285	5,2254	-4,8691	6,7794
	Tx endet. LT	0,0275	0,0172	0,0677	0,0139	0,0688	0,0076	0,0702
	Part surf. cér./SAU	-12,3985	-20,6061	-12,2839	-21,2405	-11,6579	-22,721	-10,4709
	Part MO fam./MO	2,5238	1,5314	5,6905	1,2767	6,0881	0,946	6,8425
	Pesticides	-0,4771	-1,0103	-0,2721	-1,0866	-0,2138	-1,2289	-0,1058

Avant de procéder à l'interprétation de ces résultats, précisons trois choses. La première précision à apporter est qu'au cours du processus d'estimation nous avons enlevé les variables suivantes de l'analyse : le taux d'endettement de court et moyen terme (Tx end. CT), la part des terres appartenant à l'exploitant dans le total SAU (Part ter. de expl.) et la part des cultures industrielles dans la SAU totale (Part Ind./SAU). Ces variables, pour toutes les années n'étaient pas significatives. La deuxième précision est une aide à la lecture du tableau : une variable de ce tableau est significative lorsque zéro ne se trouve pas dans l'intervalle de confiance constitué. Pour finir, il faudrait garder en tête que l'analyse est effectuée en orientation output. Un signe positif (négatif) d'une variable sur l'efficacité technique dans l'estimation signifie que cette variable a un effet négatif (positif) sur l'efficacité technique des exploitations agricoles d'Eure-et-Loir.

Les pesticides, sur toutes les années, exercent un effet positif sur l'efficacité technique des exploitations de grandes cultures d'Eure-et-Loir (voir tableau 6.4). Cela signifie, en nous plaçant du côté de l'agriculteur, que la possibilité d'utilisation des pesticides en Eure-et-Loir est plutôt une bonne chose en agriculture et principalement dans notre zone d'étude. Ce résultat est attendu et sera par la suite le point de départ du calcul de la productivité des pesticides. Nous reviendrons donc là-dessus plus tard dans cette analyse.

L'effet de la part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale est plutôt contrasté. Cette variable est non significative pour 2006 et 2007. Elle est significative à 10 % en 2005 et à 1 % en 2008. Nous ne pouvons donc pas annoncer de conclusion générale à ce niveau. Signalons cependant que pour les années où cette variable est significative, son effet est négatif sur l'efficacité technique des exploitations agricoles. Cela est compatible avec les conclusions énoncées par Latruffe *et al.* [2004] sur des exploitations de grandes cultures polonaise et Lambarraa *et al.* [2009] sur le secteur COP (céréales-oléo-protéagineux) espagnol en ce qui concerne l'effet de la main d'oeuvre familiale sur les performances productives. Cela signifierait que les petites exploitations (main d'oeuvre familiale importante) sont soit moins dans une logique de recherche de

rendements et de performance, soit moins ou mal entourées (la main d'oeuvre salariée, qui contient souvent des travailleurs mieux formés avec des compétences spécifiques, manque à ces exploitations). En d'autres termes, ces exploitations doivent pouvoir bénéficier de mesures d'accompagnements spécifiques (formation des exploitants par exemple).

Remarquons aussi que la spécialisation en cultures céréalière est, pour toutes les années bénéfique pour ces agriculteurs. Cela est en adéquation avec le travail de Rezitis *et al.* [2003] pour ce qui est de l'impact de cette variable.

Enfin, le taux d'endettement de long terme exerce un effet positif sur l'efficacité technique des exploitations agricoles d'Eure-et-Loir à 1 % pour les années 2005, 2006 et 2007. Cela est conforme aux effets de l'endettement sur l'efficacité technique identifiés dans les travaux de Zhengfei et Oude Lansink [2006], O' Neill et Matthews [2001], Davidova et Latruffe [2007] et Latruffe *et al.* [2009]. L'explication de cet état de fait est que d'une part les exploitants endettés sont confrontés à la nécessité de rembourser leurs dettes et donc sont plus incités à améliorer leur efficacité et que d'autre part, cette liquidité disponible peut permettre aux exploitants agricoles d'investir dans de nouvelles technologies de production, d'innover et donc d'être plus efficaces. Cet effet s'estompe et se renverse en 2008. Pour cette année le taux d'endettement de long terme exerce un effet négatif sur l'efficacité technique. Cela peut en partie être expliqué par les aides découplées de la politique agricole commune (accords de Luxembourg) qui sont de plus en plus internalisées au niveau des exploitations agricoles. Ces aides fixes donnent aux agriculteurs une meilleure visibilité et leur permettent de faire face à leur endettement. En d'autres termes, elles permettent aux agriculteurs qui le veulent de faire une pause dans la logique productiviste. Cette intuition, *i.e.* la relation entre endettement et aides découplées sera à vérifier dans des études ultérieures.

Maintenant que nous avons analysé de manière approfondie l'effet de ces variables sur l'efficacité des exploitations agricoles d'Eure-et-Loir, nous passons de manière plus

formelle au calcul de la productivité marginale des pesticides. Nous utilisons plus précisément l'équation (6.19) pour calculer la productivité marginale des pesticides associée à chacun de nos trois agrégat d'outputs. Ce calcul inclut l'effet marginal des pesticides découlant de notre régression tronquée.

Rappelons à ce niveau que le modèle de régression que nous utilisons est un modèle de régression tronquée à 1. Il est analytiquement donné par :

$$\eta_d = \begin{cases} \widehat{\eta}_d & \text{si } \widehat{\eta}_d \geq 1 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.33)$$

avec comme vue plus haut  $\widehat{\eta}_d = \mathbf{Z}_d\beta + \varepsilon_d$ . Le terme d'erreur  $\varepsilon_d$  suit une loi normale de moyenne 0 et de variance  $\sigma^2$ . Aussi,  $\eta_d$  est la variable latente et  $\widehat{\eta}_d$  celle observée. La nature de cette régression a des implications sur le calcul de la productivité marginale.

Pour montrer cela, intéressons nous à la distribution de  $\eta_d$  sachant que  $\eta_d$  est supérieur ou égal au point de troncature qui est 1. L'espérance conditionnelle de cette distribution est donnée par (voir Greene [2000], page 836) :

$$E(\eta_d | \eta_d \geq 1) = \mathbf{Z}_d\beta + \sigma \frac{\phi[(1 - \beta\mathbf{Z}_d)/\sigma]}{1 - \Phi[(1 - \beta\mathbf{Z}_d)/\sigma]} \quad (6.34)$$

avec  $\Phi$  et  $\phi$  représentant respectivement la fonction de répartition et la fonction de densité de la loi normale centrée réduite. Cette moyenne conditionnelle est donc une fonction non linéaire de  $\sigma$ ,  $\beta$  et  $\mathbf{Z}_d$ . Elle peut être réécrite de la manière suivante :

$$E(\eta_d | \eta_d \geq 1) = \mathbf{Z}_d\beta + \sigma \cdot \gamma(\alpha_d) \quad (6.35)$$

avec :  $\alpha_d = (1 - \mathbf{Z}_d\beta)/\sigma$  et  $\gamma(\cdot) = \frac{\phi[\cdot]}{1 - \Phi[\cdot]}$

La relation tronquée à estimer est alors la suivante :

$$\eta_d | \eta_d \geq 1 = \mathbf{Z}_d\beta + \sigma \cdot \gamma(\alpha_d) + \xi_d \quad (6.36)$$

$\xi_d$  est le terme d'erreur. Il est donné par la différence entre  $\eta_d$  et son espérance conditionnelle. Etant donné que cette relation est non linéaire en  $\beta$ , elle n'est pas estimable par les moindres carrés ordinaires. Elle peut cependant l'être via le maximum de vraisemblance. C'est ce qui a été effectué plus haut.

Revenons à l'équation (6.35). Nous pouvons après quelques dérivations avoir l'expression suivante de l'effet marginal provenant de la variation des variables explicatives :

$$\frac{\partial E(\eta_d | \eta_d \geq 1)}{\partial \mathbf{Z}_d} = \beta [1 - \gamma^2(\alpha_d) + \alpha_d \gamma(\alpha_d)] \quad (6.37)$$

Cet effet marginal peut se réécrire comme suit :

$$\frac{\partial E(\eta_d | \eta_d \geq 1)}{\partial \mathbf{Z}_d} = \beta [1 - \omega(\alpha_d)] \quad (6.38)$$

avec  $\omega(\alpha_d) = \gamma(\alpha_d) [\gamma(\alpha_d) - \alpha]$

Nous voyons donc qu'il existe une différence significative entre l'effet marginal calculé sur un modèle régression simple, *i.e.* sans prendre en compte la troncature qui est donné par  $\beta$  ( $\frac{\partial \widehat{\eta}_d}{\partial \mathbf{Z}_d} = \beta$ ) et l'effet marginal calculé sur le modèle de régression tronquée. La différence tient à la présence du terme d'ajustement  $[1 - \omega(\alpha_d)]$ .

Nous avons calculé ce coefficient d'ajustement  $[1 - \omega(\alpha_d)]$  à partir des résultats de nos estimations bootstrap. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau 6.5. Précisons qu'étant donné que nous nous concentrons sur l'analyse de l'unité médiane, les coefficients d'ajustement, suivant les années sont également calculés sur cette unité type. Nous présentons également, à titre illustratif, le coefficient calculé sur l'unité moyenne de notre échantillon. Les écart-types proviennent de la régression bootstrap.

Ces coefficients d'ajustement serviront au calcul de la productivité marginale des pesticides. Ces productivités marginales des pesticides sont calculées en suivant l'équation (6.19). Les résultats de ces calculs, suivant les années présentes dans notre échantillon

Tableau 6.5 – Calcul des coefficients d’ajustement de l’effet marginal

	Ecart-type	Médiane	Moyenne
2005	2,2443	0,8613	0,8678
2006	2,3931	0,8571	0,859
2007	2,6011	0,8247	0,8298
2008	6,6447	0,8076	0,8121

et pour chacun des agrégats d’output sont consignés dans le tableau 6.6, pour l’unité médiane. Les calculs relatifs à l’unité moyenne sont donnés à titre illustratif.

Tableau 6.6 – Calcul des productivités marginales

		Cultures Cér.	Cultures Ind.	Autres cultures
Médiane	2005	2,5661	1,1321	0
	2006	2,9022	1,0497	0
	2007	4,0209	1,5229	0
	2008	1,4597	0,5934	0
Moyenne	2005	2,7415	1,5022	0,2208
	2006	3,0558	1,423	0,1948
	2007	4,1999	1,9024	0,3197
	2008	1,5611	0,741	0,1035

Ces productivités nous permettent de voir si les pesticides ont des effets différents sur les trois blocs d’outputs considérés. Leur analyse permet dans l’absolu d’identifier les différences de comportement des exploitants agricoles en termes d’utilisation de pesticides sur les agrégats d’output. Nous remarquons que pour toutes les années, la productivité marginale des pesticides de l’unité médiane de notre échantillon est plus importante au niveau des cultures céréalières comparée aux cultures industrielles<sup>6</sup>. En d’autres termes, les cultures céréalières sont plus sensibles à l’effet des pesticides que les cultures industrielles présentes dans notre échantillon. Les politiques de réglementation de l’usage de ces produits doivent donc tenir compte de la spécificité de chaque exploitation agricole. Cette spécification multicultures permet donc de mieux cibler les

6. Pour ce qui est du bloc des « autres cultures », nous ne pouvons pas mener d’interprétation rigoureuse à cause de la distribution particulière de cette variable. En effet, pour l’unité médiane et pour toutes les années cette variable est à zéro. Cela limite la connaissance approfondie du fonctionnement des exploitations agricoles ayant ces caractéristiques. Nous limitons dans ce suit l’interprétation aux deux blocs de production (cultures céréalières et cultures industrielles).

politiques de réglementation de l'usage des pesticides.

Pour aller plus loin dans l'exploration de ces productivités, nous analysons l'utilisation des pesticides sur chaque bloc de culture au niveau de l'exploitation, *i.e.* au niveau privé<sup>7</sup>. Cela nous permettra de voir si l'utilisation agricole des pesticides est optimale ou sous-optimale en Eure-et-Loir sur ces agrégats, étant donné les prix qui prévalent sur le marché. Pour ce faire, nous allons comparer, pour chaque année, les coûts d'utilisation d'une unité supplémentaire de pesticides au bénéfice rapporté par cette utilisation<sup>8</sup>. Pour cela, considérons par exemple la productivité marginale des pesticides de l'année 2005 calculée sur les productions céréalières. Cette productivité pour l'unité médiane est de 2,5661. Cela voudrait dire que pour cette unité et sur cette année, une augmentation des pesticides d'une unité entraîne une augmentation de la production céréalière de 2,5661 unités. Pour voir si l'opération est bénéfique ou pas, *i.e.* si on est dans une situation optimale, sur ou sous-optimale, il faudrait comparer le coût de cette unité de pesticides au bénéfice généré *i.e.* le gain apporté par 2,5661 unités de production céréalière.

Pour calculer ces coûts, nous allons nous aider des indices des prix et plus précisément des indices composites de prix qui nous ont servi à déflater nos deux premiers blocs d'output. Nous ne considérons pas à ce niveau la variable « autres productions » pour les raisons évoquées plus haut. De manière plus précise, ces indices de prix sont : l'indice composite du bloc des cultures céréalières et l'indice composite du bloc des cultures industrielles. Les résultats de notre analyse cout-bénéfices sont reportés dans le tableau 6.7.

---

7. Une analyse plus globale peut être effectuée en comparant le coût social et le bénéfice social découlant de l'utilisation des pesticides. Nous nous limitons ici à l'analyse au niveau de l'exploitation. En d'autres termes, ici nous n'incluons pas les coûts des effets néfastes des pesticides sur la santé humaine et sur l'écosystème.

8. La base théorique de cette analyse est présentée dans le chapitre 4.

Tableau 6.7 – Analyse cout-bénéfices

		Céréales				Industrielles			
		Indice Pest.	Cout Pest.	Prod.	Indice Cér.	Gain	Prod.	Indice Ind.	Gain
Médiane	2005	1	1	2,5661	1	2,5661	1,1321	1	1,1321
	2006	1,002	1,002	2,9022	1,1775	3,4174	1,0497	1,1834	1,2422
	2007	1,002	1,002	4,0209	1,8827	7,5703	1,5229	1,5	2,2844
	2008	1,035	1,035	1,4597	1,8355	2,6792	0,5934	1,885	1,1186
Moyenne	2005	1	1	2,7415	1	2,7415	1,5022	1	1,5022
	2006	1,002	1,002	3,0558	1,1699	3,575	1,423	1,1699	1,6648
	2007	1,002	1,002	4,1999	1,8654	7,8343	1,9024	1,4796	2,8148
	2008	1,035	1,035	1,5611	1,8398	2,8722	0,741	1,6989	1,2589

Pest., Prod., Cér. et Ind. sont les abréviations respectives de pesticides, production, céréales et industrielles.

Nous remarquons que pour les cultures céréalières et industrielles, il y a une certaine sous-optimalité de l'utilisation des pesticides au niveau privé. Cette sous-optimalité privée est plus marquée au niveau des cultures céréalières. Cela voudrait dire que les exploitants agricoles spécialisés dans ces cultures ont la main moins « lourde » en termes d'utilisation des pesticides que ceux spécialisés en cultures industrielles. Deux conclusions importantes peuvent donc être tirées de cette analyse. La première justifie l'utilisation de technologie de production multicultures. En effet cette technologie permet une caractérisation plus fine du rapport des agriculteurs aux pesticides. Cette caractérisation dépend des cultures et plus précisément ici du bloc de cultures considéré. Cela permet de mieux orienter les politiques de réduction de l'usage des pesticides. La deuxième conclusion est que la sous-optimalité que nous avons captée traduit d'une certaine façon l'effet de la réglementation des pesticides : les politiques publiques mises en place pour faire diminuer l'usage des pesticides ont des effets sur les décisions de production des agriculteurs d'Eure-et-Loir. Cette méthode peut être vue comme étant un moyen indirect permettant de révéler la réglementation pesant sur l'utilisation de certains facteurs de production dans un secteur économique donné. C'est donc un outil supplémentaire à la disposition des pouvoirs publics, leur permettant de vérifier l'efficacité des incitatifs mis en place dans un secteur.

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons estimé la productivité marginale des pesticides utilisés en Eure-et-Loir sur la période 2005-2008. L'analyse amène deux contributions essentielles, théorique et empirique. Dans un premier temps, nous pointons du doigt la limite principale de la modélisation du processus de production adoptée par Kuosmanen *et al.* [2006] et proposons un moyen permettant de la dépasser. Dans un second temps, nous étendons l'analyse au cas multicultures. Ce cadre d'analyse est particulièrement adapté dans la mesure où la plupart des exploitations agricoles, surtout en France, produisent plusieurs outputs à la fois. Nos résultats montrent dans un premier temps une sous-optimalité en ce qui concerne l'utilisation des pesticides et cela sur les

blocs de cultures céréalières et industrielles. Ce résultat traduit une certaine réaction des agriculteurs aux incitatifs présents en Eure-et-Loir, qui visent à orienter à la baisse l'usage des pesticides. Dans un deuxième temps, nous remarquons que la productivité marginale des pesticides est beaucoup plus importante au niveau des cultures céréalières qu'au niveau des cultures industrielles. Les agriculteurs spécialisés en cultures céréalières gagneraient donc plus à augmenter leur utilisation des pesticides, comparée à ceux spécialisés en cultures industrielles. L'analyse coût-bénéfice confirme également ce constat : les pesticides sont utilisés de manière sous-optimale sur les blocs de cultures céréalière et industrielles. Cette sous-optimalité est néanmoins plus marquée dans les cultures céréalières et tendrait à révéler que les agriculteurs spécialisés dans ces cultures ont la main moins « lourde » concernant l'utilisation des pesticides que les agriculteurs spécialisés en cultures industrielles.



# Chapitre 7

## Impact de l'accord de Luxembourg sur la consommation de pesticides en Eure-et-Loir

### 7.1 Introduction

La réforme de la politique agricole commune de 2003, communément appelée accord de Luxembourg se situe dans la continuité des réformes précédentes en allant cependant plus loin. Elle marque une rupture en proposant un découplage total des aides agricoles qui selon les États membres peut être complet ou partiel. Cette réforme agricole introduit aussi la modulation dans le temps de ces aides et le renforcement du second pilier. Plus globalement, elle promeut une agriculture « durable » via une meilleure prise en compte des effets environnementaux de l'agriculture.

Dans ce chapitre, après un retour sur l'évolution de la politique agricole commune, l'effet des accords de Luxembourg sur la consommation agricole de pesticides est analysé. Cela nous permettra donc de mettre en évidence un éventuel signal perçu par les exploitations agricoles provenant de cette nouvelle réforme en termes d'utilisation de pesticides. Cette analyse nous permettra également, en partie, d'expliquer la contribution de cette réforme aux niveaux d'utilisation des pesticides détectés dans les trois

chapitres précédents en Eure-et-Loir. L'idée de départ de cette analyse est que les stratégies d'adaptation à la réforme de 2003 peuvent être diverses : substitution entre cultures pour capter les aides encore couplées, abandon de cultures historiquement aidées qui ne le sont plus directement, baisse de l'acte de production au profit d'un entretien agronomique minimal des terres, extensification des pratiques pour diminuer l'impact sur le revenu d'une aide déconnectée de la production, etc. Ces différents scénarios possibles devraient avoir des conséquences sur les quantités de pesticides utilisées par les agriculteurs. Nous commençons par exposer dans le détail l'évolution de la politique agricole commune. Cela nous permettra par la suite de mieux comprendre la réforme de Luxembourg et le lien éventuel pouvant exister entre l'utilisation agricole de pesticides et cette réforme.

## 7.2 Evolution de la politique agricole commune

Dans cette section, nous passons en revue les différentes évolutions de la politique agricole commune. Des repères historiques sur l'évolution de cette politique, depuis sa création jusqu'à la réforme de 2003 qui nous intéresse dans ce chapitre sont fournis. Ces évolutions de la PAC ont été motivées, la plupart du temps, par la nécessité d'une part de conforter la position de l'Europe dans les négociations agricoles internationales et d'autre part de faire tendre l'agriculture européenne vers des pratiques plus respectueuses de l'environnement.

Le traité de Rome de 1957 qui institue la Communauté économique européenne (CEE) entre la Belgique, la France, l'Italie, le Luxembourg, les Pays-Bas et l'Allemagne de l'ouest peut être considéré comme origine de la PAC. Ce traité avait pour objectif de créer un marché commun et de mettre en oeuvre une politique commune. Ses objectifs, au départ, étaient assez généraux, sans organisation particulière des marchés mise en place. Ils furent précisés à la conférence de Stresa en 1962.

Ce système mis en place au traité de Rome est maintenu jusqu'en 1992 avec quelques

ajustements. Ses objectifs initiaux, *i.e.* l'autosuffisance alimentaire et la stabilité des prix communautaires ont globalement été atteints. Cependant, dès son instauration, cette PAC a ouvertement fait l'objet de critiques de la part des partenaires commerciaux de l'Europe, comme mentionné dans le chapitre 1, dans le cadre de la renégociation des accords du GATT (*General Agreement on Tariffs and Trade*). Aussi la poursuite et l'atteinte de l'autosuffisance alimentaire a favorisé une production intensive source importante de pollution. Cet aspect productiviste de l'agriculture a été aussi critiqué et des alternatives à ce modèle ont été réclamées de plus en plus vivement. Ces critiques ont été le point de départ d'un processus d'amélioration visant à rendre la PAC plus acceptable. Dans ce qui suit, nous passons en revue les différentes réformes de la PAC.

### 7.2.1 La réforme de la PAC de 1992

La logique profonde de cette réforme est de s'attaquer rigoureusement aux dysfonctionnements des marchés agricoles provenant de la réforme précédente et donc aux coûts provenant de ces dysfonctionnements. Un des objectifs de cette réforme est d'améliorer la position de l'Europe en vue des négociations de l'Uruguay round lancées en 1986. Plus précisément, les objectifs de cette réforme portée par le commissaire européen de l'époque Mac Sharry, chargé de l'agriculture - commissaire qui a aussi donné son nom à la réforme - sont les suivants : *i.* Assurer la compétitivité de l'agriculture européenne au niveau mondial par un rapprochement entre les prix communautaires et les prix mondiaux ; *ii.* Permettre la reconquête du marché intérieur, en particulier celui de l'alimentation animale par les céréales européenne ; *iii.* Maîtriser la production et la croissance excessive des dépenses budgétaires ; *iv.* Lutter contre l'inégalité de la distribution des soutiens à l'agriculture ; *v.* Réorienter l'agriculture vers un modèle plus soucieux de l'environnement et de l'aménagement du territoire.

Pour compenser la baisse des prix provenant de la convergence entre le prix mondial des produits agricoles et le prix domestique, en ce qui concerne les céréales par exemple, un paiement par hectare est mis en place. Cette aide, appelée aussi aide compensatoire, est instituée en fonction des surfacesensemencées par les agriculteurs. Elle est calculée

sur une base historique en fonction d'un rendement moyen régional multiplié par la baisse du prix indicatif. Un système équivalent est mis en place par les oléagineux mais conduit à des aides plus élevées. L'ensemble de ces surfaces en grandes cultures pouvant bénéficier de ces aides est plafonné au niveau de chaque Etat membre. La participation des agriculteurs à ce nouveau système d'aide est facultative. Son versement est cependant subordonné au retrait de 15 % de la surface totale en céréales et oleo-protéagineux (SCOP). Des mesures de structures accompagnent cette réforme : *i.* L'institution d'une préretraite agricole pour accélérer l'évolution des structures agricoles ; *ii.* Des aides aux boisements des terres pour favoriser le retrait des terres agricoles *iii.* La mise en place d'un programme agro-environnementale pour inciter les exploitants agricoles via des contrats de mieux protéger l'environnement et les ressources naturelles et à utiliser des techniques de production moins polluantes. Cette réforme a permis la création d'une boîte intermédiaire, appelée boîte bleue regroupant ces paiements directs. On passe d'un système de deux boîtes à un autre à trois boîtes. Rappelons que la logique profonde de cette réforme est de s'attaquer rigoureusement aux dysfonctionnements des marchés afin de permettre à la CEE de mieux se positionner dans les négociations internationales entre autres. Il y a donc une diminution globale des aides directes aux agriculteurs et une certaine convergence des cours mondiaux et domestiques de produits agricoles. Cela limite les aides à l'exportation et permet en même temps de limiter les distorsions causées sur le commerce international. Ces aides ne dépendent donc plus des volumes produits : cela peut permettre l'extensification des cultures. Cette réforme de la PAC de 1992 a permis un accord sur le plan international entre l'Europe et les Etats-Unis à la fin de l'année 1992.

### **7.2.2 La réforme de l'agenda 2000**

Une nouvelle réforme de la PAC est adoptée en mars 1999 malgré le succès relatif de la réforme de 1992. Cette réforme est adoptée en mars 1999 au sommet de Berlin. Il s'agit essentiellement de consolider la réforme précédente. Elle comprend donc des baisses de prix garantis et une compensation partielle des pertes en revenus via des subventions directes à l'hectare ou à la tête de bétail. Cette réforme introduit à côté des aides aux

marchés, aux productions et au soutien des revenus agricoles, dites du premier pilier, un second pilier destiné à mieux contribuer au développement rural.

L'agenda 2000 répond essentiellement à deux préoccupations. Dans un premier temps il répond à la nécessité pour l'Europe de se préparer aux négociations internationales qui s'ouvrent. Les américains s'y étaient préparés en adoptant en 1996 un nouveau « farm bill » instituant un « découplage » au sens de l'OMC de la grande majorité de leurs aides. Dans un second temps cette réforme prépare l'élargissement de l'union européenne aux pays d'Europe centrale et orientale, à Malte et à Chypre. Cet élargissement soulève certains défis pour la PAC. En effet, dans un premier temps ces nouveaux pays ont des soutiens à l'agriculture assez faibles avant leur intégration. Il se pose donc un problème de coût induit par cette extension. Aussi la question de la légitimité de ces aides directes compensant la baisse des prix garantis issu de la réforme de 1999 vu que ces pays n'ont pas eu à faire face à ces baisses de prix garantis est évoquée. Ensuite les agriculteurs de ces pays sont en majorité en retard, concernant les pratiques de production, par rapport aux pays de l'union européenne. Cela implique que tous les agriculteurs n'ont pas besoin du même type de soutien. Enfin, cet élargissement remet sur la table la question du financement de la PAC.

Pour résumer, les objectifs de la réforme de l'agenda 2000 sont de conforter la compétitivité de l'agriculture tout en encourageant des pratiques culturelles plus soucieuses de l'environnement et en essayant d'insérer au mieux dans la PAC la politique de développement rural. Cela est toujours réalisé dans l'objectif d'augmenter la compétitivité de l'agriculture, de se préparer aux nouvelles négociations internationales et à l'élargissement. A côté de cela, deux nouveautés sont introduites dans cette réforme. La première nouveauté est l'introduction de la modulation dans la limite, au niveau de l'exploitation, de 20 % des subventions directes reçues. Elle vise donc à faire baisser les aides compensatoires de la PAC. Les modalités d'application de cette modulation sont laissées à l'appréciation des Etats membres. Cette modulation des aides ne s'applique qu'aux exploitations agricoles percevant plus de 200 000 francs (30489,8034 euros) d'aides. Pour

les sommes perçues au-delà de 200 000 francs seront appliqués, d'une part un taux de réduction uniforme de 3 %, d'autre part un taux variable fonction de la marge brute standard de l'exploitation. La deuxième nouveauté amenée par la réforme de l'agenda 2000 est l'éco-conditionnalité des aides. Cela signifie que le versement des aides est subordonné au respect de pratiques soucieuses de l'environnement. Ici aussi, le choix est laissé aux Etats membres pour fixer leurs propres objectifs et mesures.

Le second volet de l'agenda 2000 est la création du second pilier de la PAC. Ce pilier a trois objectifs fondamentaux : Le développement agricole des régions en retard, la reconversion des zones agricoles en difficulté et le développement des ressources humaines (lutte contre le chômage par exemple). Ce second pilier est donc né d'une meilleure prise en compte de la multifonctionnalité de l'agriculture et a globalement pour objectif de favoriser le développement rural. Les trois axes présentés précédemment s'appuient sur 22 mesures décomposées comme suit : 18 mesures favorisant la modernisation et la diversification des exploitations agricoles et 4 mesures consolidant les mesures de la réforme de 1992 (mesures agro-environnementales, aides aux zones défavorisées etc.). Ce second pilier fait l'objet d'un paiement unique. Les Etats membres ont les coudés franches pour établir leur propre plan de développement rural en combinant comme ils le souhaitent ces 22 mesures, seules les mesures agro-environnementales restent obligatoires. Le financement de ces actions est un mix entre les budgets nationaux et communautaires.

### **7.2.3 La réforme de la PAC de 2003**

L'agenda 2000 prévoyait que la commission européenne fasse une révision à mi-parcours entre 2002 et 2003 en fonction de l'évolution des marchés. Dans ce cadre, les ministres européens de l'agriculture ont formulé un certain nombre de propositions qui ont été adoptées en juin 2003 au Luxembourg. Cependant, bien qu'étant parti pour une révision, c'est finalement une réforme entière de la PAC qui a été adoptée au Luxembourg. Cette réforme, appelée aussi accord de Luxembourg, va plus loin que les réformes précédentes et marque une rupture en proposant un découplage total des aides agricoles

qui selon les Etats membres peut être complet ou partiel. Elle introduit aussi la modulation (obligatoire) dans le temps de ces aides et le renforcement du second pilier. Plus globalement, elle promeut une agriculture « durable » via une meilleure prise en compte des effets environnementaux de l'agriculture.

L'objectif de cette réforme est de mieux adapter la production agricole aux besoins du marché. Il s'agit, en d'autres termes, de permettre à l'agriculture européenne de mieux répondre aux attentes du consommateur en matière de respect de l'environnement, de qualité des aliments, de bien-être des animaux et de développement des zones rurales. Etant donné que les aides directes sont nécessaires pour l'agriculture européenne, l'accord de 2003 plaide pour leur réorientation pour mieux les légitimer au niveau des négociations internationales du cycle de Doha et promouvoir une agriculture durable.

Pour ce qui est de la mise en oeuvre, cette réforme prévoit donc un paiement unique par exploitation indépendant de toute activité de production appelé droit à paiement unique (DPU). Ce paiement unique par exploitation remplace les nombreux paiements directs existants dans les secteurs des grandes cultures, de la viande et du lait. Pour éviter l'abandon de certaines zones de production, une certaine latitude est laissée aux Etats membres dans la mise en place de ces DPU. Cela leur permet de maintenir un certain degré de couplage de ces aides : dans le système des grandes cultures, les Etats membres peuvent maintenir jusqu'à 25 % des aides couplées. En contrepartie de cette plus grande flexibilité des agriculteurs dans le choix des décisions de production, ce paiement unique à l'exploitation est subordonné au respect de normes en matière d'environnement, de sécurité alimentaire, de santé animale et végétale, de bien-être des animaux, au maintien de toutes les terres agricoles dans des conditions agronomiques et environnementales satisfaisantes. Cela appuie donc plus fortement le principe d'éco-conditionnalité évoquée au niveau de la réforme de l'agenda 2000 en le rendant obligatoire.

Cet accord prévoit aussi un renforcement du second pilier. Cela a pour objectif de

stimuler la politique de développement rural en le dotant de moyens financiers supplémentaires. Le financement de ce pilier provient en partie de la modulation des aides directs. Cette modulation des aides n'est plus facultative. Pour cela, il y aura une réduction des aides direct du premier pilier de 3 % en 2005, 4 % en 2006 et 5 % en 2007 et au-delà de 2007 au profit du développement rural.

La France a choisi l'année 2006 comme première année d'application du paiement unique alors que neuf autres Etats ont choisi l'année 2005 comme année d'application. La réforme donne aux Etats la possibilité d'établir le montant du paiement unique selon trois modalités : sur une base historique, par une conversion des aides au niveau régional en une aide par hectare uniforme ou par une combinaison des deux systèmes précédents. La France a choisi de calculer ce paiement unique en utilisant la base historique. Cette aide correspond donc au montant des aides reçues par les exploitants au cours des années 2000, 2001 et 2002. Aussi, la décision a été prise de maintenir couplée, à hauteur de 25 %, les aides octroyées dans le système de grandes cultures et dans l'élevage.

Mentionnons pour finir que dans cet accord, étant donné que ces DPU peuvent s'échanger avec ou sans terre, un encadrement et un suivi strict les concernant est adopté pour assurer le maintien d'une relation entre ces droits et la terre. Cela a pour objectif d'éviter que ces droits ne se transforment en produits financiers et soient des objets de spéculation. Ainsi, les droits risquant de sortir du secteur agricole sont taxés et il est impossible de transférer des droits entre départements.

### **7.3 Réforme de la politique agricole commune de 2003 et consommation de pesticides**

Les pesticides, étant donné qu'elles améliorent la qualité et la quantité des produits agricoles, ont été un contributeur majeur de la croissance de la productivité durant la moitié de siècle passé et ce avec l'utilisation de fertilisants, le développement des tech-

niques d'irrigation et des technologies de récoltes. La productivité globale des céréales a doublé entre 1966 et 2006 (source : FAOstats, 2008). Ces produits sont répandus volontairement dans l'environnement (surtout dans le cadre de l'agriculture) pour lutter contre les organismes vivants jugés nuisibles pour les cultures.

Étant donné cette manière coût-efficace avec laquelle les pesticides améliorent la productivité, la qualité des produits et réduisent l'utilisation des facteurs de production les plus coûteux, nous observons une augmentation de leur utilisation de la part des agriculteurs dans les pays développés du début des années 50 à la première moitié des années 80. L'augmentation de l'utilisation de ces produits est aussi appuyée par des résultats d'études comme celles de Campbell [1976], Headley [1968], et Carlson [1977]. Ces études trouvent que la productivité marginale des pesticides est en moyenne beaucoup plus importante que leurs coûts d'utilisation.

Cependant, comme annoncé dans le chapitre 1, depuis la publication du livre de Carson [1962], le grand public prend de plus en plus conscience des risques associés à l'utilisation de pesticides. Les coûts environnementaux résultant de ce modèle d'agriculture intensive sont de nos jours grandement reconnus [Aubertot *et al.*, 2007]. Les pesticides peuvent avoir un effet négatif sur la santé humaine, la faune et la flore. Cela inclut la toxicité pour les organismes non ciblés, l'augmentation de la résistance des ravageurs aux pesticides, la contamination des sols, de l'air et de l'eau. Pour tenter de réguler cette consommation, divers instruments ont été mis en place par les gouvernements. En France, par exemple, le comité d'orientation pour des pratiques agricoles respectueuses de l'environnement (CORPEN) et le plan « Ecophyto 2018 » visant la réduction de 50 % de l'usage des pesticides au niveau national dans un horizon de 10 ans s'inscrivent dans cet élan.

Cette volonté de tendre vers une agriculture plus « verte », moins intensive, plus économe en pesticide combinée à la nécessité d'orienter l'agriculture vers le marché sont à la base de la plupart des évolutions de la PAC. En effet, comme montré au début

de ce chapitre, depuis le début des années 90, on observe un processus de réforme continue visant l'abandon progressif des prix garantis associés au versement d'aides directes (réforme Mac Sharry, 1992) qui elles-mêmes sont de plus en plus indépendantes (on parle de découplage) de la production et sujettes à pénalités en cas de non respect d'exigences en matière d'environnement, de santé publique, animale et végétale et de bien-être des animaux (on parle d'éco-conditionnalité). De plus, le système de modulation des aides versées (10 % des aides directes en 2012) aux exploitations percevant plus de 5000 euros d'aides directes, permet de soutenir le développement rural (communément appelé second pilier, le soutien de la production constituant le premier pilier), notamment dans ses dimensions environnementales via la préservation de la biodiversité, la gestion de l'eau, la lutte contre le réchauffement climatique (Accords de Luxembourg, 2003 et réforme 2009). Ce découplage, en déconnectant les aides de l'activité de production veut aussi en quelque sorte rompre avec le modèle productiviste de l'agriculture et peut avoir des incidences sur l'utilisation agricole des pesticides.

Nous analysons dans ce chapitre l'impact du découplage des aides européennes sur l'utilisation agricole des pesticides. En effet, suite à l'accord de Luxembourg, on s'attend à l'échelle des exploitants à des changements en termes de choix de productions et d'objectifs de rendements [Aubertot *et al.*, 2007], et donc peut-être dans les stratégies de recours aux pesticides. Déjà, Serra *et al.* [2005] ont étudié la relation entre les aides directes et l'utilisation de pesticides agricoles. Ils ont ainsi montré que la réforme Mac Sharry de la PAC en 1992, qui découple les subventions des rendements et les couplent aux surfaces, entraîne une réduction de l'usage des pesticides. Nous proposons ici, sur la base de notre échantillon d'exploitations de grandes cultures de l'Eure-et-Loir présenté dans le chapitre 3, suivies entre 2005 et 2008, de montrer dans quelle mesure la réforme de la PAC de 2003 conduit aux mêmes conclusions.

### 7.3.1 Le modèle adopté

Comme indiqué plus haut, les stratégies d'adaptation à la réforme de 2003 peuvent être de plusieurs ordres : substitution entre cultures pour capter les aides encore couplées,

abandon de cultures historiques qui ne sont plus directement aidées, baisse de l'acte de production au profit d'un entretien agronomique minimal des terres, extensification des pratiques pour diminuer l'impact sur le revenu d'une aide déconnectée de la production, etc. Ces différents scénarios possibles devraient avoir des conséquences sur les quantités de pesticides utilisées par les agriculteurs.

Pour tenter de révéler ces changements de comportements, nous proposons une analyse en deux étapes. Dans un premier temps, les exploitations agricoles coût-efficaces sont extraites via un modèle FDH [Tulkens, 1993]. Cela permet de repérer les exploitants agricoles qui sont rationnels en ce qui concerne le choix de leur combinaison de facteurs de production et donc dans la gestion des pesticides. Dans un second temps, une régression quantile est menée sur ces exploitations coût-efficaces afin de déceler un éventuel effet de la réforme de l'attribution des aides de la PAC tout au long de la distribution de la consommation de pesticides.

Comme abordé dans le chapitre 3 de cette thèse, l'aléa climatique joue un rôle majeur en agriculture. Afin de calculer une frontière de production sur l'ensemble de l'échantillon, nous utilisons l'indice climatique calculé dans le chapitre 3. Cet indice servira à tenir compte des variations climatiques d'une année à l'autre. Les variations climatiques annuelles d'une zone à une autre sont considérées comme étant négligeables dans notre analyse puisque notre échantillon provient du même bassin de production d'Eure-et-Loir. Les exploitations sont donc supposées bénéficier de conditions pédo-climatiques assez similaires. Cet indice permettra de réajuster les outputs avant l'analyse FDH. En d'autres termes, il servira à ramener à la même échelle, durant l'estimation FDH les exploitations ayant bénéficié de conditions climatiques favorables et celles ayant été confrontées à de moins bonnes conditions. Les indices climatiques suivant les années et avec 2007 comme année de base sont consignés dans le tableau 7.1.

Dans le modèle FDH utilisé ici, on a ajouté au modèle classique une contrainte permettant de limiter les écarts d'assolement entre la firme évaluée et son référentiel des optimums possibles (ensemble de référence). On compare ainsi des exploitations dont

Tableau 7.1 – Calcul des indices climatiques

2005-2007	1,0398
2006-2007	0,9876
2007-2007	1,0000
2008-2007	1,0154

l'assolement est similaire et par voie de conséquence ayant des stratégies de traitement phytosanitaires potentiellement interchangeables, ce qui est important dans une démarche de recherche d'efficacité-coût. La construction de cette contrainte a été décrite et exposée dans le chapitre 4. Elle a la forme suivante :

$$\sum_{d=1}^D \{|(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^c - Part_0^c)|\} \leq H \quad (7.1)$$

avec  $Part_d^1$  la part de la surface de la première culture de l'exploitation  $d$  dans sa surface agricole utile (SAU).  $H$  est l'écart d'assolement retenu et  $c$  le nombre de cultures différentes dans l'échantillon. Avec cette variable de proportions ( $Part_d^1$ ), la contrainte (distance de Hamming) que nous utilisons sera comprise entre 0 et 2. Plus la distance est faible plus les exploitations agricoles que nous comparons sont proches et similaires. Plus la distance tend vers 2, plus les exploitations agricoles sont éloignées et n'ont donc pas d'assolements similaires.

Les variables retenues dans le modèle sont en input, le coût total de production et en output la production totale déflatée. Le modèle orienté coût, avec la contrainte sur les assolements, s'écrit ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \tilde{C} \\ s/c \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d y_d \geq y_0 \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d C_d \leq \tilde{C} \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d = 1, \lambda_d \in \{0, 1\} \\ \sum_{d=1}^D \lambda_d \{|(Part_d^1 - Part_0^1)| + \dots + |(Part_d^{25} - Part_0^{25})|\} \leq H \end{array} \right. \quad (7.2)$$

avec  $C_d$ , le coût total de production de l'exploitation  $d$  et  $y_d$  la production totale de

l'exploitation  $d$ .  $H$  est l'écart d'assolement retenu.

Sur ces exploitations coût-efficaces obtenues, une régression quantile est mise alors en oeuvre pour identifier les facteurs - parmi lesquels se trouvent les DPU - pouvant influencer sur la consommation de produits phytosanitaires.

Dans cette analyse, nous avons préféré nous appuyer sur les régressions quantiles (Koenker et Bassett [1978]; Koenker et Hallock [2001]) plutôt que sur les moindres carrés ordinaires (MCO) pour un certain nombre de raisons. Entre autres, la régression linéaire simple (MCO) porte sur l'estimation d'effets moyens; or la moyenne ne contient généralement qu'une petite partie de l'information (en cas d'asymétrie des variables étudiées, l'estimation par MCO centrée sur la moyenne donne une image imparfaite de la relation étudiée). Si l'on s'intéresse à la variable consommation de pesticides par exemple, la moyenne apporte une information intéressante mais limitée : la consommation de pesticides moyenne ne donne aucune information sur sa répartition plus ou moins inégale dans un échantillon analysé. Aussi en termes d'évaluation de politiques publiques comme c'est le cas ici, la réforme de 2003 peut par exemple avoir un impact moyen nul mais être jugée bénéfique si elle affecte dans le bon sens un certain groupe d'exploitations agricoles. Il est donc intéressant d'explorer dans notre analyse l'effet des DPU tout le long de la distribution de la consommation de pesticides. En résumé, en plus de renseigner la question classique des MCO (comment varie la consommation de pesticides avec les DPU?), cette régression permettra de répondre à la question additionnelle : est-ce que les DPU impactent de la même manière les exploitations les plus consommatrices de pesticides, les exploitations utilisant des quantités moyennes et les exploitations économes en pesticides?

La régression quantile généralise donc le concept de la régression simple en étendant l'estimation à des quantiles conditionnellement à un ou plusieurs covariants. Elle tente d'évaluer comment les quantiles conditionnels de la variable d'intérêt se déforment en fonction des déterminants.

Afin d'introduire la méthode, définissons quelques notations. Nous nous intéressons ici à l'évolution d'une variable aléatoire  $\mathbf{Y}$  de fonction de répartition  $F_{\mathbf{Y}}$  avec  $F_{\mathbf{Y}} = \text{Prob}(\mathbf{Y} \leq \mathbf{y})$ . Le  $\tau^{\text{ième}}$  ( $0 < \tau^{\text{ième}} < 1$ ) quantile est donné par :

$$q_{\tau}(\mathbf{Y}) = \inf \{ \mathbf{y} : F_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) \geq \tau \} \quad (7.3)$$

Les régressions quantiles permettent de déterminer comment varient les quantiles de la distribution conditionnelle  $F_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}}$  en fonction des observables  $\mathbf{X}$ .

Dans la régression de quantile standard, on suppose que ces quantiles de la distribution conditionnelle ont une forme linéaire. Nous avons alors l'expression suivante :

$$q_{\tau}(\mathbf{Y} | \mathbf{X}) = \mathbf{X}^{\top} \beta_{\tau} \quad (7.4)$$

Cette condition est à rapprocher de celle de la régression linéaire standard, à savoir :

$$E(\mathbf{Y} | \mathbf{X}) = \mathbf{X}^{\top} \beta \quad (7.5)$$

La différence entre la régression quantile et la régression standard est que pour la régression quantile, on autorise les coefficients à différer d'un quantile à un autre. Nous disposons donc ici d'une information supplémentaire. L'estimation des régressions quantiles part de l'observation que l'on peut voir le quantile d'ordre  $\tau$  comme solution d'un programme de minimisation :

$$q_{\tau}(\mathbf{Y}) = \arg \min_{\{b\}} \left( \sum_{d:\mathbf{Y}_d \geq b} \tau |\mathbf{Y}_d - b| + \sum_{d:\mathbf{Y}_d < b} (1 - \tau) |\mathbf{Y}_d - b| \right) \quad (7.6)$$

Cette expression peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$q_{\tau}(\mathbf{Y}) = \arg \min_{\{b\}} \sum_d \rho_{\tau}(\mathbf{Y}_d - b) \quad (7.7)$$

$\rho$  s'appelle fonction de perte et a pour expression :  $\rho_{\tau}(u) = (\tau - \mathbb{1}_{u < 0})u$  et  $\mathbb{1}$  est la fonction indicatrice. Cette fonction de perte attribue le poids  $\tau$  aux résidus positifs ( $\mathbf{Y}_d - b$ ) et le poids  $(1 - \tau)$  aux résidus négatifs ( $\mathbf{Y}_d - b$ ).

Sur la base de cette fonction de perte, le quantile conditionnel en tant que fonction linéaire étend la définition du  $\tau^{i\grave{e}me}$  de l'échantillon  $q_\tau(\mathbf{Y})$  au cadre de la régression de la même manière que l'espérance conditionnelle en tant que fonction linéaire étend le concept de la moyenne. En effet, la régression des moindres carrés ordinaires (MCO) permet d'estimer la fonction linéaire que constitue l'espérance conditionnelle  $E(\mathbf{Y} | \mathbf{X})$  en minimisant la somme des carrés résiduelles de la manière suivante :

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\{\beta\}} \sum (\mathbf{Y}_d - \mathbf{X}_d^\top \beta)^2 \quad (7.8)$$

De la même manière, la régression quantile estime la fonction linéaire  $q_\tau(\mathbf{Y})$  en minimisant la somme des écarts pondérées, pour n'importe quel quantile  $\tau$ , comme suit :

$$\hat{\beta}_\tau = \arg \min_{\{\beta\}} \sum \rho_\tau (\mathbf{Y}_d - \mathbf{X}_d^\top \beta) \quad (7.9)$$

On peut réécrire cet estimateur des quantiles de la manière suivante :

$$\hat{\beta}_\tau = \arg \min_{\{\beta\}} \left( \sum_{d:\mathbf{Y}_d \geq \mathbf{X}_d^\top \beta} \tau |\mathbf{Y}_d - \mathbf{X}_d^\top \beta| + \sum_{d:\mathbf{Y}_d < \mathbf{X}_d^\top \beta} (1 - \tau) |\mathbf{Y}_d - \mathbf{X}_d^\top \beta| \right) \quad (7.10)$$

Nous appliquons cette méthodologie pour détecter l'impact éventuel des aides de la politique agricole commune. Nous considérons  $q_\tau(P_d | W_d)$  comme étant le quantile d'ordre  $\tau$  se rapportant aux exploitations ayant les caractéristiques  $W$ .  $P$  est le vecteur des consommations de pesticides et  $W$  la matrice des variables explicatives  $\beta_\tau$  est le vecteur des coefficients tel que :

$$Q_\tau(P_d | W_d) = W_d^\top \beta_\tau \quad (7.11)$$

Cette expression représente donc la relation à estimer pour le  $\tau^{i\grave{e}me}$  quantile. Les coefficients de la régression quantile sont approximés, comme vu plus haut, par le programme d'optimisation suivant :

$$Min_{\beta} = \left( \sum_{d:P_d \geq W_d^T \beta_{\tau}} \tau |P_d - W_d^T \beta_{\tau}| + \sum_{d:P_d < W_d^T \beta_{\tau}} (1 - \tau) |P_d - W_d^T \beta_{\tau}| \right) \quad (7.12)$$

Ces coefficients ( $\beta_{\tau}$ ) estimés sont différents pour chaque quantile et leurs estimations s'appuient sur l'ensemble de l'échantillon, en pondérant davantage certaines observations que d'autres en fonction de leur position dans la distribution conditionnelle de la variable dépendante.

La méthodologie présentée ci-dessus est appliquée à la base de donnée agricole d'Eure-et-Loir. Rappelons que notre échantillon d'exploitations agricoles d'Eure-et-Loir spécialisées en grandes cultures regroupe 3462 observations réparties sur 4 années (2005-2008).

Tableau 7.2 – Répartition des observations par année

	2005	2006	2007	2008	Total
Nombre d'observations	950	927	924	663	3462

En ce qui concerne les variables utilisées pour sélectionner les exploitations coût-efficaces, rappelons que le modèle FDH utilisé considère comme output : la production totale déflatée par les trois indices composites présentés dans le chapitre 3 (en d'autres termes, cette production totale déflatée est la somme des « productions céréalières » déflatées, des « productions industrielles » déflatées et de la variable « autres productions » déflatées) et comme input le coût total de production. Cette variable est déflatée via l'indice des moyens de production agricoles présenté également dans le chapitre 3. Ce coût total de production comprend, comme précisé également dans le chapitre 3, les charges opérationnelles (engrais, semences, produits phytosanitaires), les autres charges (eau, gaz, électricité, entretien et réparations), le coût du foncier (prix locatif moyen de l'échantillon appliqué à la SAU de chaque exploitation quel que soit le mode de faire valoir) et le coût de la main d'oeuvre (le coût de la main d'oeuvre familiale étant assimilée à un SMIC). Les statistiques descriptives sur ces deux variables, déflatées, sont présentées dans le tableau 7.3.

Tableau 7.3 – Descriptif des variables du modèle FDH (recherche des expl. coût-efficaces)

	Cout	Output
Minimum	48614,6858	15061,1655
Quartile 1	109761,842	66216,6173
Médiane	141398,8333	94566,0122
Moyenne	150378,8866	105397,3550
Quartile 3	182723,2344	134947,0000
Maximum	444175,2195	414842,9850
Ecart-type	54640,947	53209,1074

Pour ce qui est de la contrainte d'écart maximum d'assolement entre exploitations comparées, nous avons fait le choix de l'appliquer aux 25 cultures rencontrées dans l'échantillon.

Pour la régression quantile qui suit cette sélection des exploitations coût-efficaces, les aides découplées à l'hectare (Aid. déc./ha) sont régressées sur la consommation totale de pesticides à l'hectare (P/ha). La consommation totale de pesticides et les aides découplées de la PAC sont exprimées en valeur dans notre base de données. Nous les déflatons en utilisant les indices de prix présentés dans le chapitre 3. Nous incluons un certain nombre de variables de contrôle dans cette estimation. La part des cultures céréalières dans la SAU totale (Part surf. cér./SAU) et la part des cultures industrielles dans la SAU totale (Part surf. Ind./SAU) représenteront nos variables de spécialisation. Le taux d'endettement de court et moyen terme (Tx endet. CT) et le taux d'endettement de long terme (Tx endet. LT) représenteront nos variables financières. Ces variables renseignent sur les réserves de liquidités financières au sein des exploitations. Les deux dernières variables retenues sont la part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale (Part MO fam./MO) et la part des terres appartenant à l'exploitant dans le total SAU (Part ter. de expl.). Les statistiques descriptives de ces variables sont consignées dans le tableau 7.4.

Rappelons que l'objectif de cette analyse est de déceler à travers les années de notre échantillon les changements de comportements suite à l'application de la réforme en

Tableau 7.4 – Statistiques descriptives des variables utilisées dans la deuxième partie de l'analyse

	Min.	Quart.1	Med.	Moy.	Quart.3	Max.	E-type
Tx endet. LT	0,00	0,1589	0,3851	0,6026	0,7775	297,0290	25,3822
Tx endet. CT	0,00	0,1676	0,4399	0,4555	1,0764	129,6546	33,9144
Part surf. cér./SAU	0,00	0,6117	0,6707	0,6687	0,7277	0,9698	0,0979
Part surf. Ind./SAU	0,00	0,1526	0,2122	0,2097	0,2683	0,9730	0,0950
Part MO fam./MO	0,00	1,0000	1,0000	0,9320	1,0000	1,0000	0,1839
Part ter. de expl.	0,0000	0,0000	0,0000	0,1191	0,1610	1,0000	0,2055
P/ha	0,00	147,40	173,59	177,39	203,42	1168,77	49,86
Aid. déc./ha	0,00	35,69	253,68	205,52	280,32	14416,00	271,50

2006 au moyen d'une régression quantile. Pour ce faire, la régression quantile doit être effectuée sur toute l'échantillon (toutes les années mises bout-à-bout). Cela permettra de comparer les comportements de gestion des pesticides de 2005 à ceux de 2008 par exemple. Pour ce faire, il nous faudra tenir compte des variations climatiques d'une année à une autre. A ce niveau, nous ne pouvons pas nous appuyer sur l'indice climatique utilisé dans la première partie de l'analyse : cet indice, relié à la consommation de pesticides, souffre en effet d'un problème d'endogenité. Plus précisément un indice climatique élevé est le signe d'une année où les récoltes et les rendements ont été bons. Cela implique que la combinaison de facteurs de production a été judicieuse. C'est donc soit une année où les cultures ont connu peu d'infestations de ravageurs (insectes, maladies...), soit une année où l'agriculteur s'est via l'utilisation de pesticides protégé efficacement contre l'action des ravageurs. Étant donné que l'interprétation de cet indice est ambiguë, nous utilisons comme variables permettant de tenir compte des différences de climat d'une année à une autre dans nos régressions quantiles, les variables suivantes : les températures annuelles moyennes en degré, les précipitations moyennes en millimètre (cumul annuel), l'ensoleillement annuel (cumul horaire), le nombre de jours, par année, avec une précipitation supérieure à 5 millimètres (occurrence), l'occurrence de fortes chaleurs (le nombre de jours, par année, avec une température maximale supérieure à 30 degrés) et l'occurrence de forts froids (nombre de jours, par année, avec une température minimale inférieure à -5 degrés). Ces données ont été recueillies au niveau de la station météorologique de Champhol (Chartres, Eure-et-Loir) et sont disponibles à

l'adresse suivante : <http://www.infoclimat.fr/climatologie/globale/chartres-champhol/07143.html>. Un descriptif de ces variables est présenté dans le tableau 7.5.

Tableau 7.5 – Variables climatiques

	2005	2006	2007	2008
Températures moyennes	15,9	16,1	16,0	15,5
Précipitations moyennes en mm	536,8	607,4	564,0	601,6
Ensoleillement annuel	1780,8	1920,3	1731,4	1721,9
Nombre de jours avec précipitation $\geq$ à 5 mm	33	40	40	43
Occurrence de fortes chaleurs	16	20	2	6
Occurrence de fort froid	5	6	5	9

Ces variables capteront suivant les années les disparités d'utilisation de pesticides dues aux variations climatiques. Rappelons encore une fois que les variations climatiques annuelles d'une zone à une autre sont considérées comme étant négligeables dans notre analyse puisque notre échantillon provient du même bassin de production d'Eure-et-Loir. Les exploitations sont donc supposées bénéficier de conditions pédo-climatiques assez similaires.

### 7.3.2 Résultats des estimations

Sur la base des 25 classes de surface, de la production totale et du coût total définis dans la section précédente, le modèle FDH modifié est mis en oeuvre afin de ne sélectionner que les exploitations agricoles cout-efficaces d'Eure-et-Loir. Ce programme permet de comparer chaque exploitation agricole à des exploitations dont la somme des écarts d'assolement ne dévie pas de son assolement d'un certain seuil. Le principe de l'écart d'assolement est le même que celui présenté dans le chapitre 4. Dans cette analyse nous avons considéré un écart maximum de 40 %, ce qui correspond en fait à un écart d'assolement moyen d'approximativement 1,6 % pour chacune de nos 25 cultures. Dans la réalité, les exploitations de l'échantillon ont en moyenne 6 cultures différentes. Le seuil maximum d'écart de 40 % représente donc en moyenne un écart maximum de près de 7 % par cultures (Cet écart diminue si les exploitations comparées n'ont pas les 6 mêmes cultures). Un tel seuil permet de constituer un ensemble de référence

(les exploitations comparables en termes d'assolement à celle évaluée) comprenant en moyenne 9,3147 % des effectifs de notre échantillon (nous avons un cardinal moyen de 322,4766 et médian de 128 exploitations agricoles). Le tableau 7.6 présente un descriptif de la distribution des cardinaux des ensembles de référence.

Tableau 7.6 – Descriptif des cardinaux, Ecart maximum = 0,4

	Toute la période
Moyenne	322,4766
Médiane	128,0000
Ecart-type	361,7674
Nombre total	3462,0000
Part des cardinaux moyens	9,3147

Les pourcentages des exploitations agricoles cout-efficaces, en appliquant ce filtre<sup>1</sup> sont eux donnés dans le tableau 7.7.

Tableau 7.7 – Filtrage FDH, Ecart maximum = 0,4

	Toute la période
Nombre d'exploitations cout-efficaces	1041,0000
Nombre total d'exploitations agricoles	3462,0000
Pourcentage d'exploitations cout-efficaces	30,0693

Mentionnons que nos résultats tiennent lorsque nous considérons un écart maximum de 50 %. Nous présentons les résultats uniquement de l'écart d'assolement de 40 % car son cardinal suivant les années nous semble acceptable. A titre d'information, pour les écarts de 50 %, nous avons un cardinal moyen tournant autour de 571 exploitations agricoles (la médiane est de 437).

Une régression par les moindres carrés ordinaires (MCO) est menée sur ces exploitations coût-efficaces (voir tableau 7.8). Rappelons à ce niveau que les aides découplées à l'hectare (Aid. déc./ha) sont régressées sur la consommation totale de pesticides à l'hectare (P/ha). Nous incluons également dans cette analyse les variables de contrôle

1. L'estimation est réalisée en utilisant le logiciel R via la procédure lpSolve [R Development Core Team, 2009].

relatives à la structure des exploitations agricoles et celles relatives à l'aléa climatique. Ces variables ont été présentées dans la section précédente. Cette régression permet de voir que les aides découplées ramenées à l'hectare ont globalement un effet négatif sur la consommation de pesticides<sup>2</sup>. Donc une plus grande flexibilité des agriculteurs quant à la gestion de leurs assolements permet d'aboutir en moyenne à moins d'utilisation de pesticides en Eure-et-Loir. Nos variables de spécialisation que sont la part des cultures céréalières dans la SAU totale (Part surf. cér./SAU) et la part des cultures industrielles dans la SAU totale (Part surf. Ind./SAU) permettent de tenir compte du différentiel d'utilisation de pesticides pouvant découler de la différence d'assolements. Notre estimation nous permet de dire que ces deux spécialisations ont un effet négatif significatif sur la consommation de pesticides en Eure-et-Loir. La spécialisation que ce soit en cultures céréalières ou en culture industrielles permet de mieux gérer les pesticides dans ce département. Aussi, la part de la main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale (Part MO fam./MO) a un effet négatif sur la consommation de pesticides en Eure-et-Loir. Cela voudrait dire que les petites exploitations utilisent moins de pesticides comparées aux grandes. Les autres variables rendant compte de la structure des exploitations agricoles ne sont pas significatives. Enfin, pour ce qui est des variables rendant compte de l'aléa climatique, seulement la variable des températures moyennes en degré est significative. Cette variable a également un effet négatif sur la consommation de pesticides en Eure-et-Loir. Cela voudrait dire que plus il fait chaud en moyenne dans ce département, plus l'utilisation de pesticides est réduite. Précisons à ce niveau que comme Daskalopoulou et Petrou [2002], nous avons inséré le mode de faire valoir des terres direct ou indirect (propriété ou location) afin de tenir compte de l'aversion au risque des agriculteurs dans l'estimation. Cette variable s'est avérée non significative. Cela voudrait dire que la sélection des exploitations coût-efficaces a permis de ne garder que des agriculteurs rationnels qui sont assez neutres face au risque ou proche de la neutralité.

Étant donné que l'utilisation agricole de pesticides varie fortement suivant les agriculteurs, une régression quantile est mise en oeuvre sur ces mêmes exploitations coût-

---

2. Précisons cependant que cette variable n'explique qu'une faible partie de l'utilisation de pesticides.

Tableau 7.8 – Estimation par les MCO

	Estimation	STD error	t-value	Pr(> t )
Constante	782,4	152,7	5,122	3,60E-07
Aid. déc./ha	-0,0236	0,004406	-5,356	1,05E-07
Part surf. cér./SAU	-186,3	27,18	-6,852	1,25E-11
Part surf. Ind./SAU	-78,97	27,31	-2,891	3,92E-03
Part MO fam./MO	-19,69	9,931	-1,983	4,77E-02
Température	-27,63	9,369	-2,949	3,26E-03
Multiple R-squared : 0,07706, Adjusted R-squared : 0,07259				
F-statistic : 17,27 on 5 and 1034 DF, p-value : < 2,2e-16				

efficaces afin de voir s'il existe des disparités de réaction aux aides découplées de la PAC selon que l'agriculteur est intensif, raisonnable ou extensif en termes d'utilisation de produits phytosanitaires (voir le tableau 7.9).

Rappelons que l'équation estimée est la suivante :

$$Q_{\tau}(P_d | W_d) = W_d^{\top} \beta_{\tau} \quad (7.13)$$

La première remarque est que les DPU exercent un impact négatif et significatif sur l'utilisation des pesticides (diminution de l'usage) des exploitations des quantiles 0,50 (utilisateurs moyens de pesticides) et 0,75 (exploitations utilisant des quantités élevées de pesticides). En deuxième lieu les DPU n'exercent aucun effet significatif sur le fonctionnement des exploitations utilisant des quantités faibles de pesticides (quantile 0,25). Ce résultat significatif des DPU sur les quantiles 0,50 et 0,75, *i.e.* cette diminution de l'usage des pesticides pour ces quantiles peut s'interpréter de différentes manières ou être la conjonction des alternatives suivantes dans les quantiles concernés. Soit cette réforme de 2003 a amené les exploitants d'Eure-et-Loir à baisser leur consommation de produits phytosanitaires donc à revoir leur gestion des pesticides, soit elle a entraîné une baisse en moyenne de la SAU effectivement utilisée (ici une partie de la SAU est laissée dans un état agronomique satisfaisant, permettant juste de toucher les DPU) et donc par conséquent une baisse de l'usage moyen des pesticides. La dernière alternative serait que ce découplage a entraîné une substitution entre cultures et donc a amené en

Tableau 7.9 – Régression quantile

		Estimation	STD error	t-value	Pr(> t )
0,25	Constante	628,0806	184,18476	3,41006	0,00067
	Aid. déc./ha	-0,01266	0,01173	-1,07918	0,28076
	Part surf. cér./SAU	-40,87583	35,2589	-1,15931	0,2466
	Part surf. Ind./SAU	-0,0805	30,84604	-0,00261	0,99792
	Part MO fam./MO	-11,58972	10,03934	-1,15443	0,24859
	Température	-27,77716	11,00926	-2,52307	0,01178
0,5	Constante	756,36345	138,91107	5,44495	0,0000
	Aid. déc./ha	-0,0191	0,00867	-2,2041	0,02774
	Part surf. cér./SAU	-106,22386	29,20194	-3,63756	0,00029
	Part surf. Ind./SAU	-62,68955	28,49359	-2,20013	0,02802
	Part MO fam./MO	-22,43074	9,42301	-2,38042	0,01747
	Température	-29,78196	8,28497	-3,5947	0,00034
0,75	Constante	980,08043	219,29594	4,46921	0,00001
	Aid. déc./ha	-0,03259	0,01379	-2,36281	0,01832
	Part surf. cér./SAU	-294,34585	82,05192	-3,58731	0,00035
	Part surf. Ind./SAU	-208,80933	80,73625	-2,58631	0,00984
	Part MO fam./MO	-24,95677	14,96953	-1,66717	0,09578
	Température	-31,56815	12,13176	-2,60211	0,0094

Les écart-types peuvent être estimés de diverses manières (méthode d'inversion des rangs, inversion de la fonction de densité, bootstrap, etc.). Nous avons utilisé dans cette étude la méthode bootstrap car c'est la plus pratique en termes de temps d'estimation et aussi parce qu'elle donne des résultats robustes [Lingxin et Naiman, 2007].

Eure-et-Loir progressivement un remplacement des cultures les plus consommatrices de pesticides par d'autres qui en utilisent moins.

Pour les quantiles où l'effet des DPU est significatif (0,50 et 0,75), nous remarquons que ces derniers exercent un effet plus important dans la réduction de l'usage des pesticides dans le quantile 0,75 comparé au quantile 0,50. En d'autres termes, les droits à paiement unique font plus changer les habitudes d'utilisation de pesticides des agriculteurs intensifs en termes d'utilisation de pesticides (quantile 0,75) que de celles des agriculteurs utilisant des quantités moyennes de pesticides (quantile 0,50) : plus l'exploitant utilise de pesticides, plus l'introduction des DPU aura un effet sur la réduction de leur usage.

Nous notons également que la spécialisation joue un rôle négatif et significatif sur la variable consommation de pesticides au niveau des quartiles 0,5 et 0,75. Cela voudrait dire que le fait de se spécialiser en une ou en un nombre limité de cultures en Eure-et-Loir est bénéfique en terme d'utilisation de pesticides. Elle leur permet de rationaliser et de mieux contrôler leur gestion des pesticides. La variable main d'oeuvre familiale dans la main d'oeuvre totale a également un effet négatif sur la consommation de pesticides des quartiles 0,5 et 0,75. Cela voudrait dire que plus l'exploitation est grande, plus elle utilise de pesticides à l'hectare. Nous remarquons à ce niveau que les consommations de pesticides à l'hectare faibles (quartile 0,25) sont assez insensibles à toutes les variables vues plus haut. Cela signifie que ces exploitants agricoles ont déjà rationalisé (raisonné) leur utilisation de pesticides.

Enfin, pour ce qui est de la variable température rendant compte des changements de climat d'une année à une autre, elle est significative sur tous les quartiles. Cela voudrait dire que plus il fait chaud en moyenne dans ce département, plus l'utilisation de pesticides est réduite. Signalons pour finir que l'effet de cette variable est plus marqué à mesure que l'on se déplace vers les consommations de pesticides à l'hectare élevées. Cela signifie que plus l'exploitation agricole utilise de pesticides, mieux il adapte cette utilisation à l'aléa climatique représenté ici par les températures.

### 7.3.3 Conclusion

La réforme de la politique agricole commune de 2003 avait pour objectif, en détachant le paiement des aides de toute activité de production d'améliorer l'efficacité productive de l'agriculture européenne. Cela devait permettre de tempérer la course aux rendements et donc implicitement faire baisser la consommation de produits phytosanitaires. Notre étude montre effectivement que pour les exploitations moyennement et fortement consommatrices de pesticides à l'hectare (quantile 0,50 et 0,75), une telle diminution liée aux DPU s'observe. Donc la liberté de choix amené par cette réforme permet à ces agriculteurs de choisir les combinaisons de facteurs de production qui minimisent les

coûts. Cela implique donc moins d'utilisation de pesticides. Par contre la réforme n'a pas d'influence sur les exploitants les moins consommateurs de produits de traitement des ravageurs à l'hectare (quantile 0,25). Ce résultat peut s'expliquer par le fait que ces exploitations ont déjà rationalisé leur utilisation de pesticides. L'objectif de la réforme qui est de faire migrer les agriculteurs vers des pratiques agricoles plus soutenables est en partie atteint. Cela peut expliquer en partie la sous-utilisation détectée dans les trois chapitres précédents.



# Conclusion générale

Nous nous sommes intéressés tout au long de cette thèse à l'analyse de l'utilisation agricole des pesticides en Eure-et-Loir. Nous nous sommes immergés dans le fonctionnement des exploitations afin de comprendre le rapport des agriculteurs à ce produit et cela via l'estimation de leur productivité marginale. Pour ce faire, nous avons étendu de manière théorique le cadre d'estimation de cette productivité aux structures multicultures. En effet la plupart des exploitations agricoles sont multicultures et la mise en place de ce cadre théorique permet d'analyser de manière plus générale leur fonctionnement. De manière transversale dans cette thèse, nous tenons compte des effets des surdosages éventuels dans nos spécifications des technologies de production. Suivant la caractérisation adoptée pour modéliser les pesticides, nous avons estimé la productivité marginale des pesticides de manière non paramétrique, semi paramétrique et paramétrique. Les résultats de ces analyses nous permettent d'affirmer qu'il y a globalement une certaine sous-optimalité en ce qui concerne l'utilisation des pesticides par les exploitants agricoles d'Eure-et-Loir. Ce résultat traduit d'une certaine manière l'effet de la réglementation pesant sur ces exploitants. Cela voudrait dire que les politiques publiques incitatives mises en place en Eure-et-Loir pour lutter contre l'utilisation excessive de pesticides ont un effet non négligeable sur le fonctionnement et l'organisation des agriculteurs. Cette méthode peut être généralisée à tous les secteurs de l'économie pour essayer de détecter l'effet des réglementations implicites pesant sur les décideurs. Ce cadre d'analyse multicultures adopté nous permet également d'aller plus loin dans l'analyse du rapport des agriculteurs aux pesticides. En effet, il nous permet de voir l'effet des pesticides sur chaque bloc de production considéré. Les résultats des analyses paramétrique et semi paramétrique sont très proches et montrent qu'il y a, en Eure-et-

Loir, sur les blocs considérés une certaine sous-optimalité concernant la consommation de pesticides. Cette sous-optimalité est plus marquée au niveau des cultures céréalières. Cela tendrait à montrer que les exploitants agricoles spécialisés dans ces cultures ont la main moins lourde, en termes d'utilisation de pesticides, comparés à ceux spécialisés dans les cultures industrielles, légumières, fruitières, etc. Cela peut permettre la mise en place de politique de réglementation mieux ciblée. Nous avons, dans le dernier chapitre estimé la contribution de la réforme de la politique agricole commune de 2003 (découplage des aides) à la consommation de pesticides, toujours en Eure-et-Loir et sur le même échantillon. Les résultats obtenus des estimations montrent que cette réforme pèse dans le bon sens sur les décisions d'utilisation de pesticides des exploitants utilisant des quantités moyennes et fortes de pesticides, même si l'effet absolue est faible. Les agriculteurs utilisant ces produits de manière faible restent insensibles à cette réforme. Cette information et les estimations de la productivité des pesticides réalisées dans les chapitres 4, 5 et 6 peuvent permettre aux pouvoirs publics d'avoir une idée, d'une part du niveau des incitatifs pouvant être efficaces dans le domaine agricole en général et en Eure-et-Loir en particulier, *i.e* pouvant influencer plus fortement sur les décisions d'utilisation des pesticides et d'autre part de la direction d'application.

# Bibliographie

- AFRIAT, S. (1972). Efficiency Estimation of the Production Function. *International Economic Review*, 13 (3):568–598.
- AGRESTE (2007). Enquête sur la structure des exploitations en 2007. *Agreste Chiffres et Données Agriculture*, No. 201.
- AIGNER, D. et CHU, S. (1968). On Estimating the Industry Production Function. *American Economic Review*, 58 (4):826–839.
- AIGNER, D., LOVELL, C. et P.SCHMIDT (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6 (1):21–37.
- AUBERTOT, J., BARBIER, J., CARPENTIER, A., GRIL, J., GUICHARD, L., LUCAS, P., SAVARY, S. et VOLTZ, M. (2007). *Pesticides, Agriculture et Environnement*. Editions Quae ( Expertise scientifique collective Inra - Cemagref ) , Versailles , 119 p.
- AVERCH, H. et JOHNSON, L. (1962). Behavior of the Firm under Regulatory Constraint. *American Economic Review*, 52 (5):1053–1069.
- AYOUBA, K. et VIGEANT, S. (2015). Characterisation of regulated transformation function. *Miméo Lille*.
- BABCOCK, B. A., LICHTENBERG, E. et ZILBERMAN, D. (1992). Impact of Damage Control and Quality of Output : Estimating Pest Control Effectiveness. *American Journal of Agricultural Economics*, 74 (1):163–172.

- BANKER, R., CHARNES, A. et COPPER, W. (1984). Some Models for estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30 (9):1078–1092.
- BANKER, R. et MOREY, R. (1986a). The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 32 (12):1613–1627.
- BANKER, R. D. et MOREY, R. (1986b). Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs. *Operations Research*, 34 (4):513–521.
- BARKAOUI, A., BUREAU, J.-C., BUTAULT, J.-P. et ROUSSELLE, J. M. (1992). L’agriculture américaine est-elle plus productive que celle de l’Europe? Une comparaison des productivités et des prix relatifs. *Economie et Statistique*, 254 (1):29–40.
- BARNETT, W. A. (1983). Definitions of second order approximation and of flexible functional form. *Economics Letters*, 12 (1):31–35.
- BEST, N., COWLES, M. et VINES, K. (1996). *CODA : Convergence Diagnostics and Output Analysis Software for Gibbs sampling output*. Version 0.30, MRC Biostatistics Unit, Institute of Public Health, Cambridge, UK.
- BLACKORBY, C. D. et RUSSELL, R. (1999). Aggregation of efficiency indices. *Journal of Productivity Analysis*, 12 (1):5–20.
- BOJNEC, S. et LATRUFFE, L. (2013). Farm size, agricultural subsidies and farm performance in Slovenia. *Land Use Policy*, 32:207– 217.
- BRIEC, W., DERVAUX, B. et LELEU, H. (2003). Aggregation of Directional Distance Functions and Industrial Efficiency. *Journal of Economics*, 79 (1):237 – 261.
- BRUNET, N., GUICHARD, L., OMON, B., PINGAULT, N., PLEYBER, E. et SEILER, A. (2008). L’indicateur de fréquence de traitements (IFT) : un indicateur pour une utilisation durable des pesticides. *Courrier de l’environnement de l’INRA*, 56:131–141.

- BUCKWELL, A. et DAVIDOVA, S. (1993). Potential implications for productivity of land reform in Bulgaria. *Food Policy*, 18 (6):493–506.
- BUTAULT, J.-P., DEDRYVER, C., GARY, C., GUICHARD, L., JACQUET, F., MEYNARD, J., NICOT, P., PITRAT, M., REAU, R., SAUPHANOR, B., SAVINI, I. et VOLAY, T. (2010). *Ecophyto R & D. Quelles voies pour réduire l'usage des pesticides ?* Synthèse du rapport d'étude, INRA Editeur, France, 90 p.
- CAMPBELL, H. F. (1976). Estimating the Marginal Productivity of Agricultural Pesticides : The case of Three-Fruit Farms in the Okanagan Valley. *Canadian Journal of Agricultural Economics*, 24 (2):23–30.
- CARLSON, G. A. (1977). Long-Run Productivity of Pesticides . *American Journal of Agricultural Economics*, 59 (3):543–548.
- CARPENTIER, A. et WEAVER, R. D. (1997). Damage Control Productivity : Why Econometrics Matters. *American Journal of Agricultural Economics*, 79 (1):47–61.
- CARRASCO-TAUBER, C. et MOFFITT, L. J. (1992). Damage Control Econometrics : Functional Specification and Pesticides Productivity. *American Journal of Agricultural Economics*, 74 (1):158–162.
- CARSON, R. (1962). *Silent Spring*. Greenwich, CT : Fawcett Publication.
- CAVES, D. W., CHRISTENSEN, L. et DIEWERT, W. (1982). The Economic Theory of Index Numbers of the Measurement of Input, Output and Productivity. *Econometrica*, 50 (6):73–86.
- CHAMBERS, R. G., CHUNG, Y. et FARE, R. (1998). Profit directionnal distance function, and Nerlovian efficiency. *Journal of Optimization Theory and Application*, 98 (2):351–364.
- CHAMBERS, R. G. et LICHTENBERG, E. (1994). Simple Econometrics of Pesticides Productivity. *American Journal of Agricultural Economics*, 76 (3):407–417.

- CHAMPEAUX, C. (2006). *Recours à l'utilisation de pesticides en grandes cultures. Évolution de l'indicateur de fréquence de traitement au travers des enquêtes Pratiques culturales du SCEES entre 1994 et 2001*. Ministère de l'Agriculture et de la pêche, Institut national de la recherche agronomique, UMR 211 Agronomie Grignon, 101 p.
- CHARNES, A., COPPER, W. et RHODES, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2 (6):429–444.
- CHRISTENSEN, L. R., JORGENSON, D. W. et LAU, L. J. (1971). Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function. *Econometrica*, 39:255–256.
- CHRISTENSEN, L. R., JORGENSON, D. W. et LAU, L. J. (1973). Transcendental Logarithmic Production Frontiers. *The Review of Economics and Statistics*, 55 (1):28–45.
- COBB, C. et DOUGLAS, P. (1928). A Theory of Production. *American Economic Review*, 18 (1):139–165.
- COELLI, T. J., PRASADO-RAO, D., O'DONNELL, C. J. et BATTESE, G. E. (2005). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Springer, 2nd edition.
- CORNIA, G. (1985). Farm size, land yields and the agricultural production function : an analysis of fifteen developing countries. *World Development*, 13 (4):513–534.
- DASKALOPOULOU, I. et PETROU, A. (2002). Utilising a farm typology to identify potential adopters of alternative farming activities in Greek agriculture. *Journal of Rural Studies*, 18 (1):95–103.
- DAVIDOVA, S. et LATRUFFE, L. (2007). Relationships between technical efficiency and financial management for Czech Republic farms. *Journal of Agricultural Economics*, 58 (2):269–288.
- DEBREU, G. (1951). The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 19 (3):273–292.
- DEBREU, G. (1959). *Theory of Value : An axiomatic analysis of economic equilibrium*. Yale University Press.

- DEPRINS, D., SIMAR, L. et TULKENS, H. (1984). Labor-Efficiency in Post Offices. *in M. Marchand, P. Pestieau, and H. Tulkens, eds., The Performance of Public Enterprises : Concepts and Measurement. North Holland : Elsevier Science Publications B. V.*, pages 243–67.
- DIEWERT, W. E. (1971). An Application of the Shephard Duality Theorem : A Generalized Leontief Production Function. *The Journal of Political Economy*, 79 (3):481–507.
- DMITRUK, A. V. et KOSHEVOY, G. A. (1991). On the Existence of Technical Efficiency Criterion. *Journal of Economic Theory*, 55 (1):121–144.
- EFRON, B. et TIBSHIRANI, R. (1993). *An introduction to the Bootstrap*. London : Chapman & Hall.
- ELBAZ, A., CLAVEL, J., RATHOUZ, P. J., MOISAN, F., GALANAUD, J.-P., DELEMOTTE, B., ALPÉROVITCH, A. et TZOURIO, C. (2009). Professional exposure to pesticides and parkinson disease. *Annals of neurology*, 66(4):494–504.
- EMVALOMATIS, G., A., O. et STEFANOU, S. (2008). An examination of the relationship between subsidies on production and technical efficiency in agriculture : The case of cotton producers in Greece. Paper presented at the 10th EAAE seminar, Seville, Spain, 29 January-1 february.
- FÄRE, R., GROSSKOPF, S. et LOVELL, C. K. (1987). Nonparametric disposability tests. *Journal of Economics*, 47 (1)(1):77–85.
- FÄRE, R., GROSSKOPF, S. et ZELENYUK, V. (2008). Aggregation of nerlovian profit indicator. *Applied Economics Letters*, 15 (11)(11):845–847.
- FARE, R. et LOGAN, J. (1983). The rate-of-return regulated firm : cost and production duality. *Bell Journal of Economics*, 14 (2):405–414.
- FARRELL, M. J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society Series*, 120 (3):253–281.

- FERNANDEZ, C., KOOP, G. et STEEL, M. F. (2000). A Bayesian analysis of multiple-output production frontiers. *Journal of Econometrics*, 98 (1):47–79.
- FISHER, L. A. (1970). The Economics of Pest Control in Canadian Apple Production. *Canadian Journal of Agricultural Economics*, 18 (3):89–96.
- FOX, G. et WEERSINK, A. (1995). Damage Control and increasing returns. *American Journal of agricultural Economics*, 77 (1)(1):33–39.
- FUENTES, H. J., GRIFELL-TATJÉ, E. et PERELMAN, S. (2001). A parametric distance function approach for Malmquist productivity index estimation. *Journal of Productivity Analysis*, 15 (2)(2):79–94.
- FÄRE, R. (1988). *Fundamentals of Production Theory*. Springer-Verlag, Berlin.
- FÄRE, R., GROSSKOPF, S., LINDGREN, B. et ROOS, P. (1989). Productivity Developments in Swedish Hospitals : A Malmquist output Index Approach . In Charnes A., Cooper W.W., Lewin A.Y. et Seiford L.M., eds., *Data Envelopment Analysis : Theory, Methodology and applications*, Boston, Kluwer Academic Publishers.
- FÄRE, R., GROSSKOPF, S. et LOGAN, J. (1983). The relative efficiency of Illinois electric utilities. *Resources and Energy*, 5 (4):349–367.
- FÄRE, R., GROSSKOPF, S. et LOVELL, C. (1994a). *Productions Frontiers*. Cambridge University Press.
- FÄRE, R., GROSSKOPF, S., NORRIS, M. et ZHANG, Z. (1994b). Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries. *The American Economic Review*, 84:66–83.
- FÄRE, R. et LOVELL, C. (1978). Measuring the Technical Efficiency of Production. *Journal of Economic Theory*, 19 (1):150–62.
- GATIGNOL, C. et ETIENNE, J. (2010). Pesticides et Santé. *Rapport de l'office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et technologiques sur les pesticides et*

*la santé évaluation des choix scientifiques et technologiques sur les pesticides et la santé.*

GELMAN, A. et RUBIN, D. (1992). Inference From iterative simulation using multiple sequences. *In Bayesian Statistics*. J. Bernardo, J. Berger, A. Dawid and A. Smith, eds, Claredon Press, Oxford, pp. 457-511.

GEWEKE, J. (1992). Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments. *In Bayesian Statistics*. J. Bernardo, J. Berger, A. Dawid and A. Smith, eds, Claredon Press, Oxford, pp. 169-194.

GREENE, W. H. (1990). A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model. *Journal of Econometrics*, 46 (1):141–164.

GREENE, W. H. (2000). *Econometric analysis*, 4th edition.

GRIFELL-TATJÉ, E. et LOVELL, C. (1995). A note on the Malmquist productivity index. *Economics Letters*, 47 (2):169–175.

HALL, B. et LEVEEN, P. (1978). Farm size and economic efficiency : the case of California. *American Journal of Agricultural Economics*, 60 (4):589–600.

HALL, D. C., MOFFITT, L. J. *et al.* (2002). Modeling for pesticide productivity measurement. *Economics of Sustainable Food Markets, Pesticides and Food Safety, Advances in the Economics of Environmental Resources*, 4:21–35.

HASTINGS, W. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57 (1):97–109.

HAYDEN, K. M., NORTON, M. C., DARCEY, D., ØSTBYE, T., ZANDI, P. P., BREITNER, J., WELSH-BOHMER, K. *et al.* (2010). Occupational exposure to pesticides increases the risk of incident ad the cache county study. *Neurology*, 74 (19)(19):1524–1530.

HEADLEY, J. C. (1968). Estimating the Productivity of agricultural Pesticides. *American Journal of Agricultural Economics*, 50 (1):13–23.

- HEADY, E. O., BAKER, C. B., DISSLIN, G. H., KEHRBERG, E. et STANFORTH, S. (1961). *Agricultural supply functions - estimating techniques and interpretation*. Iowa State University Press, 305 p.
- HEIDELBERGER, P. et WELCH, P. (1992). Simulation run length control in the presence of an initial transient. *Operation Research*, 31 (6):1109–1144.
- HOPPIN, J. A., UMBACH, D. M., LONDON, S. J., ALAVANJA, M. C. et SANDLER, D. P. (2002). Chemical predictors of wheeze among farmer pesticide applicators in the agricultural health study. *American journal of respiratory and critical care medicine*, 165 (5)(5):683–689.
- HOPPIN, J. A., VALCIN, M., HENNEBERGER, P. K., KULLMAN, G. J., UMBACH, D. M., LONDON, S. J., ALAVANJA, M. C. et SANDLER, D. P. (2007). Pesticide use and chronic bronchitis among farmers in the agricultural health study. *American journal of industrial medicine*, 50 (12)(12):969–979.
- HUFFMAN, W. et EVENSON, R. (2001). Structural and productivity change in US agriculture, 1950-1982. *Agricultural Economics*, 24 (2):127–147.
- INSEE (Cer1.). Indice des prix des cultures céréalières : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1123&idbank=001570814&idbank=001570817&idbank=001570818&idbank=001570819&idbank=001570822>.
- INSEE (Cer2.). Indice des prix des cultures céréalières : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1123&idbank=001570813>.
- INSEE (Con.). Indice des prix des consommations intermédiaires : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1124&idbank=001571010>.

INSEE (Dep.). Indice des prix des amortissements : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1124&idbank=001570847>.

INSEE (Ind1.). Indices de prix des cultures industrielles : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1123&idbank=001570452&idbank=001570474&idbank=001570497&idbank=001570499&idbank=001570823&idbank=001570839&idbank=001570840>.

INSEE (Ind2.). Indices de prix des cultures industrielles : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1124&idbank=001571089>.

INSEE (Oth.). Other crops price indexes : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1123&idbank=001570449&idbank=001570475&idbank=001570563&idbank=001570611>.

INSEE (Pest.). Indice des prix des pesticides : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1124&idbank=001571061>.

INSERM (2008). Cancer et environnement. *Expertise collective*.

JENSEN, M. (1986). Agency Costs of Free Cash Flow, Corporate Finance, and Takeovers. *American Economic Review*, 76 (2):323–329.

KARAGIANNIS, G. et SARRIS, A. (2002). Direct Subsidies and Technical Efficiency in Greek Agriculture. *In 10th EAAE Congress, Zaragoza (Spain), 28-31 August*.

KLEINHAN, W., MURILLO, C., JUAN, C. S. et SPERLICH, S. (2007). Efficiency, subsidies and environmental adaptation of animal farming under CAP. *Agricultural Economics*, 36 (1):49–64.

- KNEIP, A., PARK, B. U. et SIMAR, L. (1998). A Note on the Convergence of Nonparametric DEA Estimators for Production Efficiency Scores. *Econometric Theory*, 14 (6):783–793.
- KOENKER, R. et BASSETT, J. (1978). Regression Quantiles. *Econometrica*, 46 (1):33–50.
- KOENKER, R. et HALLOCK, K. F. (2001). Quantile Regression. *Journal of Economic Perspectives*, 15 (4):143–156.
- KOOP, G., OSIEWALSKI, J. et STEEL, M. F. (1997). Bayesian efficiency analysis through individual effects : Hospital cost frontiers. *Journal of Econometrics*, 76 (1):77–105.
- KOOPMANS, T. C. (1951). *Activity analysis of production and allocation*. Cowles commission Monograph, 13.
- KUMBHAKAR, S. C. et LOVELL, C. (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge UK.
- KUOSMANEN, T., PEMSL, D. et WESSELER, J. (2006). Specification and Estimation of Production Functions Involving Damage Control Inputs : A Two-Stage, Semiparametric Approach. *American Journal of Agricultural Economics*, 88 (2):499–511.
- KUWATTANASIRI, P. S. D. et WAIBEL, H. (2002). The Productivity of Pesticide Use in Rice Production in Thailand : A Damage Control Approach. *In Paper for the International Symposium on "Sustaining Food Security and Managing Natural Resources in Southeast Asia : Challenges for the 21st Century", Chiang Mai, Thailand.*
- LAMBARRAA, F., STEFANO, S., SERRA, T. et GIL, J. M. (2009). The impact of the 1999 CAP reforms on the efficiency of the COP sector in Spain. *Agricultural Economics*, 40 (3):355–364.
- LASSERRE, P. et OUELLETTE, P. (1994). Factor demands, cost functions, and technology measurements for regulated firms. *Canadian Journal of Economics*, 27 (1):218–242.

- LATRUFFE, L., BALCOMBE, K., DAVIDOVA, S. et ZAWALINSKA, K. (2004). Determinants of technical efficiency of crop and livestock farms in Poland. *Applied Economics*, 36 (12):1255–1263.
- LATRUFFE, L., GUYOMARD, H. et MOUËL, C. L. (2009). The role of public subsidies on farms' managerial efficiency : An application of a five-stage approach to France. *Working Paper SMART-LERECO*.
- LAU, L. J. (1986). Functional forms in econometric model building. *Handbook of econometrics*, 3:1515–1566.
- LAURENT, O., DELABRE, L., MONNEREAU, A., DELVAL, P., BERTHOU, C., FENAUX, P., MARIT, G., SOUBEYRAN, P., HUGUET, F., MILPIED, N. *et al.* (2008). Occupational exposure to pesticides and lymphoid neoplasms among men : results of a french case-control study. *Occupational and environmental medicine*.
- LI, S. K. (1995). Relations Between Convexity and Homogeneity in Multioutput Technologies. *Journal of Mathematical Economics*, 24 (4):311 – 318.
- LI, S. K. et NG, Y. C. (1995). Measuring the Productive Efficiency of a Group of Firms. *International Advances in Economic Research*, 1 (4):377 – 390.
- LICHTENBERG, E. et ZILBERMAN, D. (1986). The Econometrics of Damage Control : Why Specification Matters. *American Journal of Agricultural Economics*, 68 (2):261–273.
- LIN, B., JANS, K. I. et HANSEN, L. (1993). Pesticide Productivity in Pacific Northwest Potato Production. *Agricultural Resources : Inputs, U.S. Department of Agriculture*, ERS publication no. AR-29.
- LIN, W., DEAN, G. et MOORE, C. (1974). An empirical test of utility vs. profit maximization in agricultural production. *American Journal of Agricultural Economics*, 56(3):497–508.
- LINGXIN, H. et NAIMAN, D. Q. (2007). *Quantile Regression*. Thousand Oaks CA : Sage Publications.

- LLEWELYN, R. et WILLIAMS, J. (1996). Nonparametric Analysis of Technical, Pure Technical and Scale Efficiencies for Food Crop Production in East Java, Indonesia. *Agricultural Economics*, 15 (2):113–126.
- MALMQUIST, S. (1953). Index Numbers and Indifference Surface. *Trabajos de Estadística*, 4 (2):209–242.
- MEEUSEN, W. et VAN DEN BROECK, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production function with composed error. *International Economic Review*, 18 (2):345–444.
- METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A., ROSENBLUTH, M., TELLER, A. et TELLER, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21:1087–1092.
- MULTIGNER, L., NDONG, J. R., GIUSTI, A., ROMANA, M., DELACROIX-MAILLARD, H., CORDIER, S., JÉGOU, B., THOME, J. P. et BLANCHET, P. (2010). Chlordecone exposure and risk of prostate cancer. *Journal of Clinical Oncology*, 28 (21)(21):3457–3462.
- NERLOVE, M. et BACHMAN, K. L. (1960). The analysis of changes in agricultural Supply : Problems and approaches. *Journal of Farm Economics*, 42 (3):531–554.
- NISHIMIZU, M. et PAGE, J. (1982). Total Factor Productivity Growth, Technological Progress and Technical Efficiency Change in Yougoslavia. *The Economic Journal*, 92 (368):920–936.
- NORWOOD, F. et MARRA, M. (2003). Pesticide Productivity : Of Bugs and Biases. *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 28 (3):596–610.
- O' NEILL, S. et MATTHEWS, A. (2001). Technical efficiency in Irish agriculture. *The Economic and Social Review*, 32 (3):263–284.
- OCDE (2015). *Multi-dimensional Review of Myanmar*. Editions OCDE.

- O'DONNELL, C. J. (2012). Econometric estimation of distance functions and associated measures of productivity and efficiency change. *Journal of Productivity Analysis*, 41 (2):1–14.
- OUDE LANSINK, A. et CARPENTIER, A. (2001). Damage Control Productivity : An Input Damage Abatement Approach. *Journal of Agricultural Economics*, 52 (3):11–22.
- OUDE LANSINK, A. et SILVA, E. (2004). Non-Parametric Production Analysis of Pesticides Use in the Netherlands. *Journal of Productivity Analysis*, 21 (1):49–65.
- OUELLETTE, P. et VIERSTRAETE, V. (2010). Malmquist indexes with quasi-fixed inputs : an application to school districts in québec. *Annals of Operations Research*, 173(1):57–76.
- OUELLETTE, P. et VIGEANT, S. (2001). On the existence of a regulated production function. *Journal of Economics*, 73 (2):193–200.
- OUELLETTE, P. et VIGEANT, S. (2015). Retrieving Marginal products, Marginal Rates of Substitution, and Returns to Scale in DEA Models. *forthcoming in the European Journal of Operational Research*.
- OUELLETTE, P., VIGEANT, S. et ZHANG, L. (2013). Efficiency, Returns to Scale and Public Infrastructures : the Aigner and Chu Model Revisited. *In A Paper presented at the 13th European Workshop on Efficiency and Productivity Analysis*.
- PIMENTEL, D., ACQUAY, H., BILTONEN, M., RICE, P., SILVA, M., NELSON, J., LIPNER, V., GIORDANO, S., HOROWITZ, A. et D'AMORE, M. (1992). Environmental and Economic costs of pesticide use. *Bioscience*, 42:750–760.
- PIMENTEL, D., MCLAUGHLIN, L., ZEPP, A., LAKITAN, B., KRAUS, T., KLEINMAN, P., VANCINI, F., ROACH, W., GRAAP, E., KEETON, W. et SELIGPESTIC, G. (1993). Environmental and Economic Impact of Reducing U.S. Agricultural Pesticide Use. *In The Pesticide Question : Environment, Economics and Ethics*, D. Pimentel and H. Lehman. Chapman and Hall, Inc.

- PITTMAN, R. (1997). Multilateral productivity comparisons with undesirable outputs. *Economic Journal*, 93 (372):883–891.
- POPE, R. D. et CHAVAS, J.-P. (1994). Cost functions under production uncertainty. *American Journal of Agricultural Economics*, 76(2):196–204.
- PROVOST, D., CANTAGREL, A., LEBAILLY, P., JAFFRÉ, A., LOYANT, V., LOISEAU, H., VITAL, A., BROCHARD, P. et BALDI, I. (2007). Brain tumours and exposure to pesticides : a case–control study in southwestern france. *Occupational and environmental medicine*, 64(8):509–514.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM (2009). *R : A language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.
- RAFTERY, A. and Lewis, S. (1992). How many iterations in the Gibbs sampler? *In Bayesian Statistics*. J. Bernardo, J. Berger, A. Dawid and A. Smith, eds, Clarendon Press, Oxford, pp. 763-774.
- REZITIS, A., TSIBOUKAS, K. et TSOUKALAS, S. (2003). Investigation of factors influencing the technical efficiency of agricultural producers participating in farm credit programs : The case of Greece. *Journal of Agricultural and Applied Economics*, 35 (3):529–541.
- ROBERTS, G., GELMAN, A. et GILKS, W. (1997). Weak convergence and optimal scaling of random walk Metropolis algorithms. *The Annals of Statistics*, 7 (1):110–120.
- ROBERTS, W. et SURGEONER, G. (1993). Reducing Pesticide Use by 50 % in the Province of Ontario : Challenges and Progress. *In The Pesticide Question : Environment, Economics and Ethics*, D. Pimentel and H. Lehman. Chapman and Hall, Inc.
- RUDD, R. L. (1964). *Pesticides and the Living Landscape*. University of Wisconsin Press.

- RUGGIERO, J. (1998). Non-discretionary inputs in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 111 (3):461–469.
- RUSSELL, R. R. (1988). On the Axiomatic Approach to the Measurement of Technical Efficiency. In W. Eichhorn (ed) *Measurement in economics*. Heidelberg, Physica-Verlag, 207-217.
- RUSSELL, R. R. (1990). Continuity of Measures of Technical Efficiency. *Journal of Economic Theory*, 51 (2):255–267.
- SCHMIDT, P. (1976). On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Function. *Review of Economics and Statistics*, 58:238–239.
- SERRA, T., ZILBERMAN, D., GOODWIN, B. K. et HYVONEN, K. (2005). Replacement of agricultural price supports by area payments in the European Union and the effects on pesticide use. *American Journal of Agricultural Economics*, 87 (4):870–884.
- SHEPHARD, R. W. (1953). *Cost and Production Functions*. Princeton : Princeton University Press.
- SHEPHARD, R. W. (1970). *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton : Princeton University Press.
- SIMAR, L. et WILSON, P. (1998). Sensitivity analysis of efficiency scores : how to bootstrap in nonparametric frontier models. *Management Science*, 44 (11):49–61.
- SIMAR, L. et WILSON, P. (2007). Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes. *Journal of Econometrics*, 136 (1):31–64.
- SOTNIKOV, S. (1998). Evaluating the effects of price and trade liberalisation on the technical efficiency of agricultural production in a transition economy : The case of russia. *European Review of Agricultural Economics*, 25(3):412–431.
- STEVENSON, R. E. (1980). Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation. *Journal of Econometrics*, 13 (1):58–66.

- STUART, G. et GEMAN, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions*, 6:721–741.
- TROSTLE, R. (2010). *Global Agricultural Supply and Demand : Factors Contributing to the Recent Increase in Food Commodity Prices* . DIANE Publishing.
- TULKENS, H. (1993). On FDH Efficiency Analysis : Some Methodological Issues and Application to Retail Banking, Courts and Urban Transit. *Journal of Productivity Analysis*, 4 (1):183–210.
- VAN DEN BROECK, J., KOOP, G., OSIEWALSKI, J. et STEEL, M. F. (1994). Stochastic frontier models : A bayesian perspective. *Journal of Econometrics*, 61 (2):273–303.
- WALDOCK, M. (2006). Endocrine disruption in the marine environment. *Marine Incidents Management Cluster (MIMAC) Research in the framework of the BELSPO Supporting Actions SPSD II*.
- WEERSINK, A., TURNEY, C. et GODAH, A. (1990). Decomposition measures for technical efficiency for Ontario dairy farms. *Revue Canadienne d'Agroéconomie*, 38 (3):439–456.
- WOODHOUSE, P. (2010). Beyond industrial agriculture? some questions about farm size, productivity and sustainability. *Journal of Agrarian Change*, 10(3):437–453.
- WORLD HEALTH ORGANIZATION (WHO) AND UNITED NATION'S ENVIRONMENT PROGRAMME (UNEP) (1990). *Public Health Impact of Pesticides Used in Agriculture*.
- ZHENGFEI, G. et OUDE LANSINK, A. (2006). The source of productivity growth in Dutch agriculture : a perspective from finance. *American Journal of Agricultural Economics*, 88 (3):644–656.
- ZHENGFEI, G., OUDE LANSINK, A., van ITTERSUM, M. et WOSSINK, A. (2006). Integrating Agronomic Principles into Production Function Specification : A Dichotomy

of Growth Inputs and Facilitating Inputs. *American Journal of Agricultural Economics*, 88 (1):203–214.

ZHENGFEI, G., OUDE LANSINK, A., WOSSINK, A. et HUIRNE, R. (2005). Damage control inputs : a comparison of conventional and organic farming systems. *European Review of Agricultural Economics*, 32 (2):167–189.

ZIECHANG, K. D. (1984). An Extended Farrell Technical efficiency Measure. *Journal of Economic Theory*, 33 (2):387–396.



# Annexe A

## Présentation de la méthodologie bayésienne

Nous utilisons dans ce chapitre la méthode bayésienne afin d'estimer notre fonction de production et estimer la productivité marginale des pesticides. Cette méthode a été utilisée dans le chapitre 5 de cette thèse. Dans cette section, nous commençons par positionner cette approche par rapport à la méthodologie d'estimation classique. Ensuite, nous expliquons le fonctionnement de cette méthode. Nous finissons par présenter les méthodes de simulation numériques qui permettent la plupart du temps de résoudre les problèmes bayésiens, puis les outils existants permettant de vérifier la convergence du modèle.

### A.1 Estimation classique et estimation bayésienne

Dans cette sous-section, nous exposons l'esprit de la méthode bayésienne, ses avantages comparée à la méthode classique d'estimation et essayons de comprendre la cause de la relative faible popularité, jusqu'à il y a quelques années, de cette méthodologie, surtout dans les sciences sociales.

### A.1.1 Différences entre les deux approches

En statistique, nous avons deux principaux moyens avec lesquels nous pouvons apprendre sur les valeurs des paramètres dans un système stochastique : la méthode classique appelée aussi méthode fréquentiste et la méthode bayésienne. Ces deux méthodes voient les données comme étant la réalisation observée d'un système stochastique contenant un ou plusieurs processus aléatoires.

Cependant, dans l'approche classique, les quantités décrivant le processus aléatoire, *i.e.* les paramètres sont des constantes fixes et inconnues alors qu'en statistique bayésienne, ces paramètres sont eux mêmes vus comme étant des réalisations non observées de processus aléatoires.

Aussi, dans l'approche classique, l'incertitude est évaluée et décrite en termes de fréquence de répliquions hypothétiques de l'expérience. C'est pour cela que cette approche est aussi appelée approche fréquentiste. L'approche bayésienne, elle, évalue l'incertitude en utilisant la distribution postérieure du paramètre, distribution qui n'est rien d'autre que la distribution de la probabilité conditionnelle de tous les paramètres inconnus étant donnée les données, le modèle et l'information *a priori*. En d'autres termes, l'approche bayésienne et classique diffèrent dans leur définition des probabilités. En statistiques classiques, la probabilité est la fréquence relative d'une caractéristique des données observées. En statistiques bayésienne, la probabilité est utilisée pour exprimer l'incertitude de l'analyste sur l'ampleur probable d'un paramètre. Aucune répliquion hypothétique n'est exigée. Précisons un peu plus cette différence en revenant sur la définition d'une probabilité.

La probabilité d'un évènement  $A$  est une fonction additive, non négative, ayant l'unité comme valeur maximale. On définit la probabilité de l'évènement  $A$  par  $p(A)$ . Nous avons deux visions concurrentes en ce qui concerne l'interprétation de cette probabilité : une vision objective et une subjective. Ces deux visions sont respectivement les

points de départ de l'approche classique et de l'approche bayésienne.

Pour ce qui est de l'interprétation objective et donc fréquentiste, la probabilité de l'événement  $A$  est la limite de la fréquence empirique de  $A$ . Pour  $n$  expériences aléatoires et  $m$  réalisations de  $A$ , nous avons :

$$p(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m(n)}{n} \quad (\text{A.1})$$

Selon le point de vue fréquentiste, si par exemple nous jetons une pièce, il existe une « vraie » valeur  $p$ , qui caractérise cette pièce et qui définit la probabilité d'obtenir pile. On l'estime en calculant des moyennes. En d'autres termes, si cette pièce est lancée cent fois la probabilité d'obtenir pile est estimée à partir des résultats obtenus. Cette probabilité est de 53% si l'on compte cinquante-trois fois pile.

Cette interprétation objective a quelques limites : en effet, comment s'interprète  $p(A)$  lorsqu'une expérience n'est pas répétée ? Quelle était, par exemple, la probabilité que Lehmann Brothers disparaisse ? L'inférence bayésienne répond à cette limite.

L'approche Bayésienne adopte, elle, une interprétation subjective des probabilités. La probabilité de l'événement  $A$  mesure la croyance en la proposition que  $A$  représente.  $A$  n'est plus nécessairement répliquable. Cette interprétation est beaucoup plus proche du langage courant. Elle permet de mener à des conclusions comme : au vu des données, et de mon expérience personnelle, l'hypothèse  $A$  est moins probable que l'hypothèse  $B$ . L'approche bayésienne consiste à partir d'un *a priori* et de mettre à jour ces croyances, suite à l'acquisition d'une nouvelle information, en utilisant la formule de Bayes.

Revenons sur l'exemple de la pièce. Dans l'approche bayésienne, on imagine qu'il existe plusieurs pièces, chacune avec sa propre valeur de  $p$ . En d'autres termes,  $p$  suit une loi de probabilité. On impose une seconde loi de probabilité, la loi *a priori* sur les pièces elles-mêmes : elle rend compte de notre croyance quant aux valeurs de  $p$ . Ici, on n'estime donc pas  $p$  mais sa loi de probabilité après avoir observé les réalisations. On

part d'une valeur  $p$  que l'on met à jour en fonction des observations. On aura donc en bout de ligne une distribution de  $p$ .

### A.1.2 Les avantages de l'approche bayésienne

Les avantages de l'approche bayésienne sont nombreux. Nous énumérerons dans cette section, à nos yeux, les trois principaux. Dans un premier temps, nous pouvons citer l'absence de raisonnement asymptotique. En effet, l'inférence classique basée sur le maximum de vraisemblance repose sur le comportement limite des estimateurs, *i.e.* sur le comportement asymptotique. Cependant pour les échantillons finis, les résultats de cette inférence sont possiblement biaisés et sont à interpréter judicieusement. De même, les écart-types et les intervalles de confiance ne sont valides que pour de très grands échantillons. L'inférence bayésienne est elle exacte pour n'importe quelle taille d'échantillon : en utilisant les méthodes de simulation que nous détaillons dans la suite de cette analyse, il n'y aura aucun biais dû à la taille de l'échantillon considéré. Il n'y a donc pas de nécessité de mener un raisonnement asymptotique. Dans un second temps, l'inférence bayésienne est assez souple numériquement : beaucoup de modèles statistiques sont actuellement trop complexes pour être ajustés via les méthodes d'estimation classiques. Elles peuvent cependant l'être en utilisant les méthodes bayésiennes. Dans un troisième temps, l'approche bayésienne base l'inférence sur ce que l'on sait avant la mise en route de l'analyse (l'information *a priori*) et l'information provenant des données. En utilisant une seule loi de probabilité pour les combiner, l'analyse bayésienne développe un mécanisme permettant d'introduire des connaissances extérieures dans l'analyse. Cela peut améliorer significativement la précision de certains estimateurs. Aussi, certains paramètres ne deviennent estimables qu'après cette combinaison d'informations.

Notons cependant que l'utilisation de l'information existante avant l'analyse est assez sensible. La plupart du temps, l'analyste connaît certains aspects des variables à estimer. Par exemple, en estimant le taux annuel de survie d'une certaine catégorie d'oiseau, l'analyste avisé serait surpris d'observer un taux inférieur à 0,9 par exemple.

Les valeurs inférieures apparaîtront douteuses ou impossibles. Dans l'inférence classique, en n'utilisant aucune information *a priori*, on suppose que ce taux de survie dans la population peut être de 0,1 ou de 0,9 par exemple et même 0 ou 1. Cela n'est pas rationnel dans la mesure où tout écologiste sait que si le taux de survie de ces oiseaux était de 0,1, cette population ne survivrait pas dans le long terme. Donc dans l'inférence classique, on suppose une ignorance totale vis-à-vis des paramètres étudiés. L'analyse bayésienne permet de remédier à ce problème. Notons également que dans ce type d'inférence, il est possible de spécifier son ignorance totale par rapport aux paramètres à estimer (*a priori* non informatif). Donc l'inférence peut être basée uniquement sur les données observées. Les résultats obtenus seront assez alors similaires à ceux obtenus via une inférence classique.

### A.1.3 Pourquoi on n'est pas tous bayésien ?

Etant donné les avantages de l'inférence bayésienne vus plus haut, il est étonnant de voir que la plupart des études économiques utilisent l'approche classique. Cet état de fait est lié à une combinaison de facteurs.

Il y a une certaine résistance à la philosophie bayésienne à cause notamment de la subjectivité perçue découlant du choix des *a priori*. Cependant, mis à part ce reproche de subjectivité, la réticence à l'utilisation de cette théorie est essentiellement d'ordre pratique. En effet, dans un premier temps l'inférence bayésienne est menée la plupart du temps sur des modèles assez complexes qui n'ont pas encore été utilisés via la démarche classique. Cela n'est pas la voie d'entrée la plus simple pour comprendre le phénomène bayésien. Dans un second temps, les livres d'introduction à la statistique bayésienne sont la plupart du temps écrits dans un langage mathématique relativement lourd et assez peu pédagogique. Donc l'accès à cette technique est assez compliqué. Dans un troisième temps, la philosophie bayésienne et les méthodes de simulation informatique ne sont la plupart du temps pas enseignées dans les universités. L'accès à cette technique nécessite donc une maîtrise des statistiques et de la programmation informatique.

## A.2 Fonctionnement de la méthode bayésienne

Dans cette sous-section, nous présentons la méthode bayésienne. Nous commençons par montrer que toute l'inférence bayésienne part de la formule des probabilités de Bayes. Ensuite, nous abordons la question du choix de l'information *a priori* à incorporer dans la modélisation bayésienne et les difficultés relatives. Nous finirons par présenter les principaux algorithmes d'approximation des paramètres d'intérêt dans la modélisation.

### A.2.1 Point de départ : la formule de Bayes

Comme mentionné dans la sous-section précédente l'un des principaux avantages de la méthode bayésienne est qu'elle est assez souple numériquement : elle est basée sur très peu de règles de probabilité. Afin de montrer cette simplicité de la méthode bayésienne, considérons deux événements aléatoires  $A$  et  $B$ . Nous pouvons écrire que  $p(A, B) = p(A | B)p(B)$ ; avec  $p(A, B)$  représentant la probabilité jointe des événements  $A$  et  $B$ ,  $p(A | B)$  est la probabilité d'observer l'évènement  $A$  conditionnellement à l'observation de l'évènement  $B$ ,  $p(B)$  est la probabilité marginale de l'évènement  $B$ . Nous pouvons aussi réécrire cette probabilité jointe de la manière suivante :  $p(A, B) = p(B | A)p(A)$ . En égalisant ces deux expressions de  $p(A, B)$  et en les réarrangeant, nous obtenons la formule de Bayes, pièce centrale du raisonnement bayésien :

$$p(B | A) = \frac{p(A | B)p(B)}{p(A)}, \quad \forall p(A) > 0 \quad (\text{A.2})$$

Rappelons que l'inférence économétrique, de manière générale, permet d'utiliser les données disponibles pour estimer certains paramètres du modèle considéré. Considérons  $\mathbf{x}$  comme étant le vecteur ou la matrice de données et  $\boldsymbol{\theta}$  le vecteur ou la matrice contenant les paramètres. Dans l'inférence bayésienne, comme dans l'inférence classique, on essaie d'apprendre sur  $\boldsymbol{\theta}$  compte tenu des données  $\mathbf{x}$ . Cette inférence se base sur la formule de Bayes pour réaliser cela. On obtient dans un cadre d'analyse continue et en considérant la formule de Bayes :

$$p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{x})}, \quad \forall p(\mathbf{x}) > 0 \quad (\text{A.3})$$

La variable d'intérêt dans cette inférence bayésienne est donc :  $p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x})$ . Cette inférence permet de répondre à la question suivante : étant donné les données dont nous disposons, que pouvons nous savoir sur  $\boldsymbol{\theta}$ . Le vecteur ou la matrice de paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  est traité ici comme une variable aléatoire.

Comme précisé dans la sous-section précédente, l'estimation bayésienne est basée sur une vision subjective des probabilités. Cette vision énonce donc que notre incertitude sur tout ce qui est inconnu peut être exprimée en utilisant des règles de probabilités. Étant donné qu'en tant que modélisateur, nous essayons d'apprendre sur des objets inconnus (paramètres) étant donné d'autres connues (les données), les probabilités conditionnelles sont donc la manière la plus intuitive permettant de modéliser cela.

De la formule de Bayes précédente, nous pouvons ignorer  $p(\mathbf{x})$ , vu qu'il n'implique pas  $\boldsymbol{\theta}$  que l'on cherche à estimer et ne représente qu'une constante. Cela nous donne :

$$p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x}) \propto p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}) \quad (\text{A.4})$$

$f(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x})$  est appelée densité postérieure ou densité *a posteriori*,  $p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})$  est la fonction de densité des observations et  $p(\boldsymbol{\theta})$  est la densité *a priori*. Donc la distribution postérieure est proportionnelle à la densité *a priori* multipliée par la densité des observations. Cette densité *a priori* ne dépend pas des données disponibles. Elle regroupe tout ce que nous savons de  $\boldsymbol{\theta}$  avant l'observation des données. Cette information apportée par la densité *a priori* est un des aspects les plus controversés et discutés de l'inférence bayésienne. Ces critiques portaient sur l'incorporation d'informations subjectives dans l'inférence. Pour répondre à cela, un certain nombre de « types » d'*a priori* ont été définis (*a priori* informatif, non informatif, etc.). Nous reviendrons là-dessus. La fonction  $f(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})$  est la densité des données conditionnellement aux paramètres du modèle considéré. Cette fonction est souvent défini comme étant le processus générateur des

données.

La distribution postérieure est donc l'objet sur lequel porte notre regard. Elle résume tout ce que l'on sait de  $\theta$  après avoir observé les données. L'équation (A.4) peut être vue comme étant un processus d'actualisation où nous permettons aux données d'actualiser notre *a priori* sur  $\theta$ . Le résultat, la distribution *a posteriori*, combine les informations contenues dans les données et les informations non contenues dans ces données.

Notons que les avancées théoriques et conceptuelles de l'approche bayésienne ont été effectuées il y a plusieurs décennies. Cependant, si ce n'est que récemment, l'approche fréquentiste a fortement dominée l'approche bayésienne en termes d'applications pratiques. Les raisons de ce développement limité de l'approche bayésienne sont comme précisé plus haut : le choix de l'information *a priori* et la lourdeur des calculs qu'elle implique. Dans ce qui suit, nous détaillons successivement les réponses qu'apportent les bayésiens à ces deux problématiques.

### A.2.2 Information *a priori*

Dans l'inférence bayésienne, la distribution de probabilité *a priori*, appelée aussi simplement *l'a priori* d'un certain paramètre exprime, comme précisé plus haut, l'incertitude de l'analyste sur le paramètre étudié et ce avant que les données ne soient prises en compte. Les paramètres de cette distribution sont appelés hyper-paramètres. Cette appellation permet de distinguer les paramètres de *l'a priori* des paramètres du modèle. La spécification de la distribution a priori constitue le point de départ de l'approche bayésienne. Cette distribution définit donc les croyances *a priori* de l'économètre sur les paramètres du modèle étudié. Le choix de ces distributions est une étape fondamentale dans l'analyse bayésienne. Ce choix peut avoir différentes motivations. Il peut se baser sur des expériences passées, sur une intuition, une idée que le praticien a du phénomène aléatoire qu'il est en train de suivre (*a priori* informatif). Il peut être également motivé par des aspects calculatoires (*a priori* conjugué). Enfin, ce choix peut également révéler le fait que l'analyste ne sait rien du phénomène qu'il observe (*a priori* non informa-

tif). Globalement, lorsque l'on passe en revue les distributions *a priori* possibles, on peut les ranger en deux catégories : les distributions *a priori* informatives et les non informatives. Ces distributions non informatives répondent aux critiques d'un certain nombre d'analystes qui ont longtemps handicapé l'inférence bayésienne. Ces critiques portaient sur l'incorporation d'informations subjectives dans l'inférence.

### A.2.2.1 *A priori* informatif

Lorsque de l'information *a priori* existe sur les paramètres d'un modèle étudié, ces informations doivent être intégrées à l'analyse. Par exemple, supposons que la forme du modèle que nous étudions est assez similaire à la forme d'un modèle étudié dans la littérature ou d'un modèle que nous avons précédemment utilisé. Supposons en plus que ce modèle en cours d'étude est une mise à jour du modèle analysé dans la littérature ou de celui que nous avons utilisé, basé sur plus de données. Alors nous pouvons utiliser la distribution *a posteriori* (résultat obtenu) du modèle étudié dans la littérature ou précédemment utilisé comme distribution *a priori* du modèle courant que nous utilisons. Aussi, lorsque l'information *a priori* est par exemple une opinion d'expert, cette opinion doit être modélisée en une densité de probabilité pour pouvoir être intégrée au modèle principal.

### A.2.2.2 *A priori* non informatif

Le plus souvent on ne dispose pas de suffisamment d'information *a priori* sur le paramètre inconnu du modèle pour construire une loi *a priori* informative. En l'absence d'information *a priori* on introduira la notion de loi *a priori* non informative qui permet de rester dans un cadre bayésien, alors même que l'on ne dispose pas d'information *a priori*. Plusieurs catégories de loi se rangent sous cette dénomination non informative : *a priori* vague, *a priori* diffus, *a priori* plat, etc.

Laplace fut le premier à utiliser les *a priori* plats. En effet, ne disposant d'aucune information *a priori* sur le nombre de boules blanches dans une urne ou sur la proportion de ces boules, il a attribué à ces paramètres une loi *a priori* uniforme. Un tel raison-

nement repose sur le principe d'indifférence ou d'équiproportionnalité des évènements. L'*a priori* spécifié est donc dans ce cas de figure plat. La conséquence d'un *a priori* plat est la suivante : dans l'ensemble des valeurs acceptables du paramètre, tous les intervalles de longueur égale et donc en principe toutes les valeurs sont équiprobables. Cet *a priori* ne va pas influencer la distribution postérieure du paramètre étudié. Il va laisser parler les données d'elles mêmes. En d'autres termes, en faisant cela, on permet à la distribution postérieure d'être dominée par les données observées.

Afin de donner un exemple d'une loi à priori plate, on peut partir d'un ensemble fini de longueur  $w$ . Une loi *a priori* plate du paramètre  $\theta$  étudié pourra être une loi de la forme :

$$p(\theta_i) = \frac{1}{w}, \forall i \quad (\text{A.5})$$

On a donc l'équiprobabilité : les valeurs possibles de  $\theta$  se voient attribuer le même poids.

Un *a priori* vague encore appelé *a priori* diffus est un *a priori* conjugué avec une variance assez grande. La sous section suivante est consacrée à la notion d'*a priori* conjugué.

### A.2.2.3 *A priori* conjugué

Une des difficultés de l'approche bayésienne est le calcul de la loi *a posteriori*. Ce calcul est facilité lorsque la loi *a priori* et la loi *a posteriori* ont la même forme. Dans ce cas de figure, on parle de distributions *a priori* conjuguées. Plus formellement, supposons que la loi des observations est connue. On se donne une famille  $F$  de lois de probabilité sur l'ensemble des valeurs possibles du paramètre étudié. On suppose que la loi *a priori* appartient à  $F$ . Si dans ces conditions, la loi *a posteriori* appartient aussi à  $F$ , on dit que la loi *a priori* est conjuguée.

A titre d'exemple, considérons une observation  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ . On suppose que :  $\mathbf{x} \mid \theta$

suit une loi de Bernoulli de paramètre  $\theta$  et que la loi *a priori* est une loi Beta. Comme  $\theta \mid \mathbf{x}$  suit aussi une loi Beta, on en déduit que la loi Beta est ici conjuguée. Formellement nous avons :

$$B(\mathbf{x} \mid \theta) \text{Beta}(\theta) = \text{Beta}(\theta \mid \mathbf{x}) \quad (\text{A.6})$$

Les lois *a priori* conjuguées sont surtout utilisées dans des environnements où l'information est limitée, car elles donnent des expressions exactes des quantités étudiées *a posteriori*. Il faudrait néanmoins garder à l'esprit le fait que l'impression commune que les lois conjuguées sont non informatives est fautive : le choix d'un *a priori* conjugué, bien qu'il soit défendable comme on le verra ci-dessous, est toujours un choix particulier et influence donc, dans une certaine mesure, l'inférence résultante. De plus, il peut obliger à ignorer une partie de l'information *a priori* si cette dernière n'est pas complètement compatible avec la structure de la loi *a priori* conjuguée. Aussi, si l'on sait que l'on ne connaît rien sur les paramètres du modèle étudié, c'est que l'on sait déjà quelque chose ! Comme énoncé plus haut, ces *a priori* sont intéressants parce qu'ils permettent d'obtenir des distributions *a posteriori* de forme connue et donc facilement simulables.

Pour conclure cette partie consacrée aux distributions *a priori*, mentionnons aussi que ces distributions peuvent être propres ou impropres. Les *a priori* impropres sont généralement utilisés dans l'inférence bayésienne car ils sont non informatifs. Un *a priori* impropre est un *a priori* qui intègre à l'infini (il n'intègre pas à l'unité comme c'est le cas des *a priori* propres). Ces *a priori* peuvent impliquer des distributions postérieures impropres. Lorsque c'est le cas, ces distributions postérieures ne sont pas intégrables et l'inférence est donc non valide. Il faudrait cependant noter que dans certains cas des *a priori* impropres peuvent conduire à des *a posteriori* propres et donc ne pas constituer de problèmes.

### A.2.3 L'estimation bayésienne en pratique

L'inférence bayésienne a été historiquement difficile à réaliser, sinon impossible à réaliser pour une grande partie de classes de modèles à cause de la lourdeur des calculs qu'elle implique. La révolution informatique (développement des capacités de calcul des machines) de ces dernières décennies a permis à l'approche bayésienne de surmonter cet handicap.

Pour plus de clarté sur la nécessité de ressources informatiques dans l'inférence bayésienne, partons de la distribution postérieure. C'est la distribution sur laquelle toute notre attention est focalisée dans la modélisation bayésienne. Afin de présenter un certain nombre d'informations sur cette distribution *a posteriori* (moyenne par exemple), il nous faudra passer par des calculs d'intégrales. En d'autres termes, le calcul intégral permet d'avoir des estimations ponctuelles de la densité de probabilité *a posteriori*. (moyenne, variance, etc. ).

Formellement, considérons notre distribution *a posteriori*  $p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x})$ .  $\boldsymbol{\theta}$  représente le vecteur de paramètres inconnus. La moyenne d'un élément  $i$  de  $\boldsymbol{\theta}$  est donnée par :

$$E(\theta_i \mid \mathbf{x}) = \int \theta_i p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x}) d\boldsymbol{\theta} \quad (\text{A.7})$$

A part dans quelques rares cas, il est impossible de calculer analytiquement cette intégrale. Nous devons donc nous tourner vers des procédures numériques qui exigent une grande capacité de calcul. Nous pouvons aussi présenter le degré d'incertitude associé à cette estimation ponctuelle. Cela peut être fait en calculant la variance de la distribution postérieure. Cela est donnée par :

$$Var(\theta_i \mid \mathbf{x}) = E(\theta_i^2 \mid \mathbf{x}) - \{E(\theta_i \mid \mathbf{x})\}^2 \quad (\text{A.8})$$

Cela requiert le calcul de l'intégrale suivante :

$$E(\theta_i^2 | \mathbf{x}) = \int \theta_i^2 p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x}) d\boldsymbol{\theta} \quad (\text{A.9})$$

Globalement et pour généraliser, tous les aspects relatifs à cette distribution postérieure peuvent être calculés de la manière suivante :

$$E[g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x}] = \int g(\boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x}) d\boldsymbol{\theta} \quad (\text{A.10})$$

Avec  $g(\boldsymbol{\theta})$  représentant la variable d'intérêt :  $g(\boldsymbol{\theta}) = \theta_i$  pour le calcul de la moyenne de la distribution postérieure. Donc l'inférence bayésienne consiste en quelque sorte à évaluer  $E(g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x})$ .

Comme souligné plus haut, cette intégrale permettant de calculer les moments des paramètres de la distribution postérieure est calculable analytiquement dans de rares cas. En général, on utilise des procédures numériques pour calculer cette intégrale. L'approche dominante dans le paradigme bayésien est la simulation de la densité *a posteriori*. Il y a plusieurs méthodes permettant de faire cela. Dans la partie qui suit, nous passons en revue les méthodes de simulations employées dans l'inférence bayésienne.

### A.3 Les méthodes de simulation bayésienne

Le calcul des moments de la distribution postérieure dans l'inférence bayésienne se basent la plupart du temps sur des algorithmes de simulation Monte Carlo et plus particulièrement ceux par chaînes de Markov (MCMC). Ces méthodes de Monte Carlo par Chaînes de Markov se révèlent être l'outil adéquat d'inférence dans un cadre où les lois *a posteriori* n'ont pas de forme connue. Elles ont pour base la construction d'une chaîne de Markov qui converge vers la distribution désirée qui est souvent la distribution *a posteriori*. Nous introduisons dans un premier temps les notions de base de simulation et d'intégration de Monte Carlo. Ensuite, nous décrivons la méthodologie MCMC. Nous finirons par présenter les méthodes MCMC les plus populaires.

### A.3.1 Simulation de Monte Carlo et inférence bayésienne

Afin d'estimer des paramètres d'un modèle économétrique, on est souvent confronté à l'évaluation d'intégrales du type :

$$I = \int g(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (\text{A.11})$$

Une des méthodes permettant d'approximer cette intégrale est la génération d'échantillons aléatoires. Cela permet d'approximer l'intégrale précédente par son estimateur statistique non biaisé qui est la moyenne.

Afin de voir formellement comment cela marche, supposons que la fonction de densité  $f(\mathbf{x})$  de la variable aléatoire  $\mathbf{x}$  nous permet de générer facilement des valeurs de cette variables aléatoires. L'intégrale précédente se réécrit de la manière suivante :

$$I = \int \left[ \frac{g(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})} \right] f(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \int g^*(\mathbf{x})f(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (\text{A.12})$$

avec  $g^*(\mathbf{x}) = \frac{g(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})}$ . Cette intégrale peut être estimée en :

1. Générant  $S$  échantillons  $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(S)}$  de la fonction de densité  $f(\mathbf{x})$
2. Calculant la moyenne des  $S$  échantillons :

$$\hat{I} = \frac{1}{S} \sum_{t=1}^S \left[ \frac{g(\mathbf{x}^{(t)})}{f(\mathbf{x}^{(t)})} \right] \quad (\text{A.13})$$

Cette méthode est appelée simulation directe ou intégration de Monte Carlo. L'avantage principal de cette dernière est sa simplicité d'utilisation. Elle est directement applicable à beaucoup de problèmes d'inférence bayésienne. En effet, si nous considérons l'équation (A.10), pour calculer un aspect  $g(\boldsymbol{\theta})$  de la distribution postérieure  $p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{y})$ , nous pouvons suivre la procédure suivante :

1. Générer  $\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(S)}$  de la fonction de densité *a posteriori*  $p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x})$
2. Calculer la moyenne de  $g(\boldsymbol{\theta})$  :

$$\hat{g}_S = \frac{1}{S} \sum_{t=1}^S g(\theta^t) \quad (\text{A.14})$$

alors  $\hat{g}_S$  converge vers la variable d'intérêt  $E[g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x}]$  lorsque  $S$  tend vers l'infini. Cette intégration Monte Carlo peut donc être utilisée pour approximer tous les aspects relatifs à notre distribution postérieure. L'erreur d'approximation tendra vers zéro uniquement lorsque  $S$  tend vers l'infini. Il existe plusieurs moyens permettant de jauger l'erreur d'approximation associée à une valeur particulière de  $S$ . La plupart sont basées sur des extensions du théorème de la limite centrale. Dans le cas de l'intégration de Monte Carlo précédente, ce théorème central limite implique que l'erreur d'approximation suit une loi normale asymptotiquement :

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \left\{ \sqrt{S}(\hat{g}_S - E(g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x})) \right\} \longrightarrow N(0, \sigma_g^2) \quad (\text{A.15})$$

Avec  $\sigma_g^2 = \text{Var}(g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x})$ .

Ce théorème permet, en utilisant les propriétés de la loi normale, d'estimer l'erreur d'approximation de l'intégration de Monte Carlo. En utilisant le fait que la loi normale centrée réduite a 95% de sa probabilité entre sa moyenne plus ou moins 1,96 fois l'écart-type, nous avons l'approximation suivante :

$$p \left[ -1,96 \frac{\sigma_g}{\sqrt{S}} \leq \hat{g}_S - E(g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x}) \leq 1,96 \frac{\sigma_g}{\sqrt{S}} \right] \approx 0,95 \quad (\text{A.16})$$

$\hat{g}_S$  est l'estimation de  $E(g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x})$ . En contrôlant  $S$ , nous pouvons nous assurer que  $\hat{g}_S - E(g(\boldsymbol{\theta}) | \mathbf{x})$  est suffisamment négligeable avec une probabilité élevée. Le terme  $\sigma_g$  est approximé via l'intégration Monte Carlo. Le terme  $\frac{\sigma_g}{\sqrt{S}}$  est appelé erreur numérique. Lorsque  $S = 10000$  par exemple, l'erreur d'approximation sera égal à 1% de l'écart-type de la distribution postérieure.

Le problème principal de cette méthode de simulation directe est la génération de l'échantillon aléatoire à partir de la distribution de probabilité postérieure. Cette génération est dans la majeure partie des cas assez compliquée. Pour palier ce problème,

et donc pouvoir générer ces valeurs aléatoires, un certain nombre de raffinements de la méthode précédente sont disponibles. Nous présentons certains de ces raffinements dans ce qui suit.

### A.3.2 Les méthodes de Monte Carlo par Chaines de Markov

Les méthodes de simulation décrites dans la section précédente, appelées aussi méthodes de simulation directes ne peuvent pas être employées dans la majorité des cas. Elles sont la plupart du temps appliquées sur des distributions postérieures unidimensionnelles. Aussi, les méthodes de simulation directes ne permettent de simuler que des distributions postérieures qui ont des formes connues (distribution normale, exponentielle, etc.). Pour des distributions plus complexes, la simulation devient plus difficile.

Les méthodes de simulation basées sur des chaînes de Markov permettent de dépasser ces problèmes grâce à leur flexibilité. Cette flexibilité, combinée au développement informatique ont fait de la méthode MCMC, une des techniques de simulation les plus populaire depuis les années 1990. Notons cependant que cette méthode n'est pas nouvelle. Elle a en effet été introduite en 1953 par Metropolis *et al.* [1953] et par la suite généralisée par Hastings [1970].

Les techniques MCMC permettent l'estimation de distributions postérieures de modèles assez compliqués. Cette méthode a grandement contribué au développement de la théorie bayésienne. La méthode MCMC se base sur la construction d'une chaîne de Markov qui converge vers la distribution postérieure du paramètre concerné. Cela permet de distinguer la méthode MCMC des méthodes de simulation directes précédentes qui elles simulent directement un échantillon de la distribution postérieure. Aussi, la méthode MCMC permet d'avoir une suite - *i.e.* un échantillon - d'éléments non indépendants, puisque provenant d'une chaîne de Markov alors que les méthodes de simulation directe donnent une suite d'éléments indépendants. Cette méthode MCMC est une méthode itérative étant donné qu'à chaque étape de la procédure, on produit des valeurs dépendants de valeurs précédentes. Afin de présenter l'algorithme MCMC, commençons par

définir ce que l'on entend par chaîne de Markov :

Une chaîne de Markov est un processus stochastique  $(\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(S)})$  tel que :

$$p(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(1)}) = p(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)}) \quad (\text{A.17})$$

Lorsque la chaîne de Markov est irréductible, a-périodique et récurrente-positive<sup>1</sup> et lorsque  $t$  tend vers l'infini, la distribution des  $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$  converge vers la distribution d'équilibre, distribution qui est indépendante de la valeur initiale de la chaîne  $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ .

Pour ce qui est de l'inférence bayésienne, pour générer un échantillon de la distribution postérieure  $p(\boldsymbol{\theta} | x)$ , nous devons construire une chaîne de Markov remplissant deux propriétés : (i)  $p(\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} | \boldsymbol{\theta}^{(t)})$  doit être facile à simuler et (ii) la distribution d'équilibre de la chaîne de Markov doit être la distribution postérieure de notre variable d'intérêt.

En supposant que l'on a construit une chaîne de Markov avec ces deux propriétés, nous :

1. Sélectionnons une valeur de départ  $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$
2. Génèrons  $S$  valeurs jusqu'à ce que l'équilibre de la distribution soit atteint
3. Etudions la convergence de l'algorithme en utilisant des outils de diagnostic de convergence. Si la convergence n'est pas atteinte, on génère encore plus d'observations.
4. Eliminons les  $B$  premières observations.
5. Considérons  $\{\boldsymbol{\theta}^{(B+1)}, \boldsymbol{\theta}^{(B+2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(S)}\}$  comme échantillon de la distribution postérieure
6. Obtenons un résumé de la distribution postérieure (moyenne, médiane, écart-type, etc.)

---

1. Une chaîne de Markov est dite irréductible si et seulement si tous ses états possibles peuvent être atteints depuis n'importe quel autre état. En d'autres termes, tous les états peuvent être explorés depuis n'importe quel autre état. Une chaîne de Markov est apériodique si pour un nombre d'états assez grand, le graphe qui lui est associé n'a qu'une boucle. Enfin, une chaîne de Markov est récurrente positive si en partant d'un état, l'espérance du temps du premier retour en cet état est finie.

### A.3.3 Les algorithmes MCMC les plus utilisés

Les deux méthodes MCMC les plus populaires sont l'algorithme Metropolis-Hastings (Metropolis *et al.* [1953], Hastings [1970]) et l'échantillonneur de Gibbs (Stuart et Geman [1984]). Nous détaillons dans les deux sections à venir le fonctionnement de ces deux algorithmes.

#### A.3.3.1 L'algorithme de Metropolis-Hastings

Metropolis *et al.* [1953] ont été les premiers à formuler l'algorithme de Métropolis, en introduisant des simulations basées sur des chaînes de Markov. Bien après, Hastings [1970] généralise cette méthode pour avoir *in fine* ce que l'on appelle de nos jours l'algorithme de Métropolis-Hastings. C'est la forme la plus générale des méthodes MCMC. Le fonctionnement de cette méthode, dans le cadre d'une inférence bayésienne et en rappelant que notre paramètre d'intérêt est  $\boldsymbol{\theta}$  et que notre distribution postérieure est  $p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x})$ , est donnée par le processus itératif suivant :

1. Démarrer avec d'une valeur initiale  $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$
2. Pour  $t = 1, \dots, S$  répéter les étapes suivantes :
  - (a) Poser  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$
  - (b) Générer une valeur candidate  $\boldsymbol{\theta}'$  de la distribution  $q(\boldsymbol{\theta}' \mid \boldsymbol{\theta})$ .  $q$  est appelé fonction instrumentale. Nous reviendrons plus bas sur cette fonction.
  - (c) Générer une valeur  $\varsigma$  d'une distribution uniforme  $[0,1]$
  - (d) Calculer :

$$\nu = \min \left( 1, \frac{p(\boldsymbol{\theta}' \mid \mathbf{x})q(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\theta}')}{p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x})q(\boldsymbol{\theta}' \mid \boldsymbol{\theta})} \right) \quad (\text{A.18})$$

- (e) Lorsque  $\varsigma < \nu$  mettre à jour  $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$  ( $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}'$ ). Sinon, considérer que  $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}$ .

Ces étapes de l'algorithme font qu'à chaque étape le paramètre  $\boldsymbol{\theta}'$  simulé est accepté dans l'échantillon simulé avec la probabilité  $\nu$ . Précisons que nous pouvons ajouter

dans l'algorithme un compteur qui nous permet d'avoir une idée, au bout d'un certain nombre de simulations, de la proportion de paramètres issus de la densité de transition acceptées. Cet algorithme va converger vers les distributions d'équilibre quelque soit la fonction  $q$  sélectionnée. Cette fonction est appelée fonction instrumentale ou encore noyau de transition. En pratique le choix de cette fonction est important car elle peut accélérer la convergence de l'algorithme vers sa distribution d'équilibre. Notons qu'avec cet algorithme que l'on a pas besoin de la constante de normalisation  $p(\mathbf{x})$  dans les simulations. En effet, cette constante se simplifie à l'intérieur de  $\nu^2$ . La probabilité d'acceptation peut se réécrire de la manière suivante :

$$\nu = \min \left( 1, \frac{p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}') p(\boldsymbol{\theta}') q(\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\theta}')}{p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta}) q(\boldsymbol{\theta}' | \boldsymbol{\theta})} \right) \quad (\text{A.19})$$

Cette méthodologie de simulation est l'algorithme MCMC le plus général : l'algorithme de Metropolis-Hastings. Des cas particuliers de cet algorithme sont la marche aléatoire de Metropolis, le Metropolis-Hastings élément par élément et l'échantillonneur de Gibbs. Dans ce qui suit, nous décrivons ces méthodes.

### A.3.3.2 La marche aléatoire de Metropolis

Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Metropolis-Hastings. Une distribution symétrique pour la fonction  $q$  est considérée. En effet, nous considérons :

$$q(\boldsymbol{\theta}' | \boldsymbol{\theta}) = q(| \boldsymbol{\theta}' - \boldsymbol{\theta} |) \quad (\text{A.20})$$

Cela conduit à une probabilité d'acceptation dépendant uniquement de la distribution postérieure. Cela donne :

$$\nu = \min \left( 1, \frac{p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}') p(\boldsymbol{\theta}')}{p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta})} \right) \quad (\text{A.21})$$

---

2. En d'autres termes, nous pouvons nous passer du raisonnement proportionnel. En écrivant que  $p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x}) = p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) p(\boldsymbol{\theta}) / p(\mathbf{x})$  et que  $p(\boldsymbol{\theta}' | \mathbf{x}) = p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}') p(\boldsymbol{\theta}') / p(\mathbf{x})$ , le rapport des distributions postérieures permet de simplifier  $p(\mathbf{x})$ .

### A.3.3.3 L'algorithme élément par élément de Metropolis-Hastings

Dans le fonctionnement de cette méthode, le paramètre  $\boldsymbol{\theta}$  est divisé en sous-vecteurs. Ces sous-vecteurs seront mis à jour séquentiellement en utilisant les étapes de la méthode Metropolis-Hastings. L'algorithme de Gibbs est un cas particulier de cette méthode.

A chaque étape de cet algorithme, une valeur candidate  $\theta'_j$  de la  $j$ -ième composante du vecteur de paramètre  $\boldsymbol{\theta}$  est proposée par  $q_j(\theta'_j | \boldsymbol{\theta}^{(t-1)})$ . L'algorithme est le suivant :

1. Considérer une valeur initiale  $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$
2. Pour  $t = 1, \dots, S$ , répéter les étapes suivantes :
  - (a) Considérer  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$
  - (b) Pour  $j = 1, \dots, G$  ( $G$  est le nombre de sous vecteurs de  $\boldsymbol{\theta}$ )
    - i. Générer un nouveau paramètre candidat  $\theta'_j$  pour la  $j$ -ième composante du vecteur de paramètres  $\boldsymbol{\theta}'$  via la distribution  $q(\theta'_j | \boldsymbol{\theta})$
    - ii. Générer  $\varsigma$  d'une distribution uniforme
    - iii. Calculer :

$$\nu = \left( 1, \frac{p(\theta'_j | \boldsymbol{\theta}_{-j}, \mathbf{x})q(\theta_j | \theta'_j, \boldsymbol{\theta}_{-j})}{p(\theta_j | \boldsymbol{\theta}_{-j}, \mathbf{x})q(\theta'_j | \theta_j, \boldsymbol{\theta}_{-j})} \right) \quad (\text{A.22})$$

Ou encore, en développant la distribution postérieure :

$$\nu = \left( 1, \frac{f(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}_{-j}, \theta'_j)p(\theta'_j, \boldsymbol{\theta}_{-j})q(\theta_j | \theta'_j, \boldsymbol{\theta}_{-j})}{p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}_{-j}, \theta_j)p(\theta_j, \boldsymbol{\theta}_{-j})q(\theta'_j | \theta_j, \boldsymbol{\theta}_{-j})} \right) \quad (\text{A.23})$$

où  $\boldsymbol{\theta}_{-j} = (\theta_1, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_d)^\top$ .

- iv. Lorsque  $\varsigma < \nu$  mettre à jour  $\boldsymbol{\theta}_j$  ( $\boldsymbol{\theta}_j = \boldsymbol{\theta}'_j$ ) avec la probabilité  $\nu$ .
- v. Poser  $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}$

### A.3.3.4 La méthode d'échantillonnage de Gibbs

L'algorithme de Gibbs a été introduit par Stuart et Geman [1984]. Comme signalé plus haut, cet algorithme est un cas particulier de l'algorithme élément par élément de Metropolis-Hastings. Cette méthode utilise comme fonction de densité candidate  $q(\boldsymbol{\theta}' | \boldsymbol{\theta}^{(t)})$  la distribution postérieure du paramètre qui est  $p(\theta_j | \boldsymbol{\theta}_{-j}, \mathbf{x})$  avec  $\boldsymbol{\theta}_{-j} = (\theta_1, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_d)^\top$ .

Le choix de cette fonction  $q$  conduit à une probabilité d'acceptation  $\nu = 1$ . Donc la valeur proposée est acceptée à chaque itération. Notons que même si cet algorithme est un cas particulier de l'algorithme de Metropolis-Hastings, il est souvent cité comme un algorithme à part entière de part sa popularité et sa praticabilité. Un des avantages de cette méthode est qu'à chaque étape des valeurs aléatoires sont générées de distributions unidimensionnelles, distributions qu'une multitude de logiciels et d'outils permettent de simuler assez simplement.

Ainsi donc, cette méthode, dans la majeure partie des situations, utilise des distributions conditionnelles dont les formes sont connues. Cela rend assez simple la génération des nombres aléatoires via les logiciels de statistiques. Cette méthode intègre toujours les valeurs candidates et ne requiert pas la formulation d'une distribution candidate ou instrumentale.

L'algorithme peut être résumé en suivant les étapes suivantes :

1. Partir de la valeur initiale  $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$
2. Pour  $t = 1, \dots, S$ , on répète les étapes suivantes
  - (a) Considérer  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$
  - (b) Pour  $J = 1, \dots, G$ , mettre à jour  $\theta_j$  de la distribution  $p(\theta_j | \boldsymbol{\theta}_{-j}, \mathbf{x})$
  - (c) Considérer  $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}$  et le sauvegarder comme étant la valeur générée pour l'itération  $(t + 1)$  de l'algorithme.

Donc à un état donnée de la chaîne  $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ , nous générons des nouvelles variables des paramètres de la manière suivante :

- $\theta_1^{(t)}$  à partir de  $p(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, \mathbf{x})$
- $\theta_2^{(t)}$  à partir de  $p(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, \mathbf{x})$
- $\theta_3^{(t)}$  à partir de  $p(\theta_3 | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \theta_4^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, \mathbf{x})$
- .. .. .. .. .. .. .. .. ..
- .. .. .. .. .. .. .. .. ..
- $\theta_j^{(t)}$  à partir de  $p(\theta_j | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \theta_3^{(t)}, \dots, \theta_{j-1}^{(t)}, \theta_{j+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, \mathbf{x})$
- .. .. .. .. .. .. .. .. ..
- .. .. .. .. .. .. .. .. ..
- $\theta_p^{(t)}$  à partir de  $p(\theta_p | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{p-1}^{(t)}, \mathbf{x})$

## A.4 Les outils de diagnostics de convergence

La première chose à réaliser après l'inférence MCMC est de s'assurer que la chaîne de Markov simulée a atteint sa distribution d'équilibre. En d'autres termes, il faudrait vérifier la convergence de la chaîne de Markov. Nous savons en appliquant une des méthodes MCMC décrites plus haut, que théoriquement, la distribution du paramètre simulée convergera vers une simulation provenant de la distribution postérieure d'intérêt lorsque le nombre d'itérations approchera l'infini. Cependant, ce résultat théorique ne donne aucune information sur la manière avec laquelle l'échantillon simulé donne une bonne approximation de la densité postérieure que l'on analyse. Aussi, il ne donne aucune information sur le nombre de simulations à réaliser afin d'atteindre la convergence.

Aussi, les algorithmes MCMC nécessitent toujours un temps de chauffage. En effet, pour chaque paramètre analysé, nous faisons débiter la chaîne par une valeur initiale arbitraire et étant donnée que les simulations successives, pour chaque paramètre, sont dépendantes des valeurs passées, c'est uniquement après un certain temps que la chaîne simulée sera indépendante des valeurs initiales. Les premières valeurs de la chaîne de Markov doivent donc être enlevées vue qu'elles sont non représentatives de la distribu-

tion d'équilibre de la chaîne de Markov qui nous intéresse. Un aspect important lorsque l'on fait des simulations MCMC est donc de déterminer le nombre de simulations à enlever de la chaîne de Markov afin de procéder à une analyse rigoureuse. Cela est surtout important lorsque l'algorithme est initialisé avec des valeurs qui sont assez loin de la distribution postérieure.

En pratique, il existe un certain nombre de méthodes permettant de voir la performance, *i.e.* la convergence ou non de l'algorithme MCMC et le nombre de simulations à enlever de l'échantillon afin de procéder à l'analyse. La plus simple consiste à inspecter visuellement la représentation graphique de la chaîne simulée. On conclura que la chaîne a convergé lorsqu'elle varie de part et d'autre d'une ligne horizontale sans tendance visible. Cette représentation graphique donne aussi une idée du nombre de simulation à enlever de l'analyse. Pour cela, il faudrait examiner la représentation graphique des valeurs simulées de la variable que l'on cherche à approximer sur le nombre d'itérations. L'analyse graphique permet de voir à partir de quelle valeur, l'effet des valeurs de départ s'estompe. cette inspection visuelle est à réaliser sur toutes les variables analysées.

A côté de cette méthode visuelle se trouve des indicateurs plus élaborés permettant de se prononcer sur la convergence d'une chaîne de Markov. Les principaux outils permettant de diagnostiquer les résultats d'une analyse MCMC sont les suivants : le test de Geweke [1992], le test de Gelman et Rubin [1992], le test de Raftery [1992] et le test de Heidelberger et Welch [1992]. Nous présentons ces tests dans ce qui suit.

#### A.4.1 Le diagnostic de Geweke

Le diagnostic de convergence de Geweke prend deux parties de la chaîne de Markov qui ne se chevauchent pas (souvent les premiers 10% et les derniers 50%) et compare les moyennes de ces deux parties. Cette comparaison se fait en utilisant un test de différence de moyenne et permet de voir si les deux parties formées proviennent de la même distribution stationnaire. L'idée de ce test est que si les parties considérées proviennent

d'une distribution stationnaire, alors les moyennes seront égales. En d'autres termes, si les deux moyennes ne sont pas similaires, alors la convergence n'est pas obtenue.

### A.4.2 Le diagnostic de Gelman et Rubin

Le diagnostic de convergence de Gelman et Rubin s'effectue en suivant les étapes suivantes :

1. On simule un nombre  $m$  de chaînes de longueur  $2n$  avec des valeurs de départ différentes
2. On supprime les premières  $n$  simulations de chaque chaîne
3. On calcule la moyenne des variances à l'intérieur des chaînes simulées ( $V1$ )

$$V1 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Var_j \quad (\text{A.24})$$

avec :

$$Var_j = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\theta_{ij} - \bar{\theta}_j)^2 \quad (\text{A.25})$$

$Var_j^2$  est la variance de la chaîne  $j$ .  $V1$  est la moyenne des variances des chaînes.

4. On calcule la moyenne des variances entre les chaînes simulées ( $V2$ )

$$V2 = \frac{n}{m-1} \sum_{j=1}^m (\bar{\theta}_j - \bar{\bar{\theta}})^2 \quad (\text{A.26})$$

Cette valeur est multipliée par  $n$  car chaque chaîne a  $n$  simulations. Aussi :

$$\bar{\bar{\theta}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{\theta}_j \quad (\text{A.27})$$

5. On calcule la variance estimée de chaque paramètre du modèle comme étant une somme pondérée de la variance entre les chaînes et de la variance à l'intérieur d'une chaîne

$$V(\theta) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)V1 + \frac{1}{n}V2 \quad (\text{A.28})$$

6. On calcule le facteur de réduction d'échelle potentiel de la chaîne ( $R$ )

$$R = \sqrt{\frac{V(\theta)}{V_1}} \quad (\text{A.29})$$

La convergence est obtenue lorsque les chaînes simulées oublient leurs valeurs de départ et que l'output de ces chaînes est similaire. De manière plus formelle, lorsque la statistique du test  $R$ , appelée aussi *shrinkfactor* est proche de 1, cela suppose que la convergence est obtenue. Lorsque cette statistique est élevée (plus grand que 1,1 ou 1,2), nous devons donc simuler des chaînes plus grandes afin d'améliorer la convergence de la chaîne de Markov vers la distribution postérieure analysée.

### A.4.3 Le diagnostic de Raftery et Lewis

Le diagnostic de Raftery et Lewis est applicable à une seule chaîne de Markov simulée. Cet outil permet de déterminer entre autres le nombre d'itérations nécessaires afin d'estimer un quantile de la distribution postérieure analysée. Si nous définissons un taux de tolérance  $r$  ( $r = 0,005$ ;  $0,01$ ; etc.) pour un quantile d'intérêt  $q$  ( $q = 0,0025$ ;  $q = 0,975$ ; etc.) et une probabilité  $s$  d'être dans l'intervalle toléré ( $s$  est sélectionné de telle sorte que l'on soit dans  $(q - r, q + r)$ ), cet outil calculera un certain nombre de paramètres intéressantes et plus précisément :

1. Le nombre minimum d'itérations nécessaires ( $n_{min}$ ) pour estimer le quantile d'intérêt avec les caractéristiques définies ci-dessus (taux de tolérance  $r$  pour le quantile d'intérêt  $q$ , probabilité  $s$  d'être dans l'intervalle toléré) et avec l'hypothèse d'absence d'autocorrélation.
2. Le nombre total  $N$  d'itérations que l'on doit effectuer.
3. Le nombre de simulations ( $M$ ) à enlever avant de procéder à l'analyse.
4. Le rapport entre le nombre total d'itérations  $n$  et le nombre minimal d'itérations  $n_{min}$ . Ce rapport permet de voir le nombre de simulations supplémentaires dû à l'autocorrélation. Si ce rapport est proche de 1, alors les valeurs générées sont indépendantes.

#### A.4.4 Le diagnostic de Heidelberg et Welch

Ce diagnostic calcule un test statistique permettant d'accepter ou de rejeter l'hypothèse nulle selon laquelle la chaîne de Markov simulée provient d'une distribution stationnaire. La statistique de ce test est celle de Cramer-von-Mises. Ce test de diagnostic se déroule en deux parties. Dans la première partie :

1. On génère une chaîne de  $n$  itérations
2. On calcule la statistique sur la chaîne entière. On accepte ou on rejette l'hypothèse nulle selon laquelle la chaîne provient d'une distribution stationnaire
3. Si l'hypothèse nulle est rejetée, on enlève les premiers 10% de la chaîne de Markov et on recalcule la statistique du test
4. On répète cette procédure jusqu'à ce que l'hypothèse nulle soit acceptée ou jusqu'à ce que 50% de la chaîne soit éliminé. Si à ce niveau le test rejette encore l'hypothèse nulle, alors la chaîne n'a pas convergé et il faudra allonger la longueur des simulations.

Si la première étape est passée par la chaîne de Markov simulée, on peut passer à la deuxième partie du diagnostic avec la partie restante de la chaîne. Cette dernière est utilisée pour donner une estimation de la moyenne et pour effectuer un test à partir d'un intervalle de confiance construite autour de celle-ci. Le test passe si la demi largeur de cette intervalle de confiance est plus petite qu' $\epsilon$  multiplié par la moyenne estimée, avec  $\epsilon$  une valeur suffisamment petite choisie par l'utilisateur. Si le test n'est pas réussi, il faudrait alors simuler une chaîne de Markov plus longue.

Tous ces tests d'analyse des résultats d'une simulation MCMC sont disponibles dans un module R nommé CODA (Output analysis and diagnostics for MCMC). Ce module a été écrit par Best *et al.* [1996].

# Annexe B

## Changement de variable

Dans cette section, nous présentons les versions uni-variées et multi-variées de la formule de changement de variables. Nous nous sommes aidés de la version multi-variée pour établir la vraisemblance du modèle présenté dans le chapitre 5 de cette thèse.

### B.1 Changement de variable : version univariée

Considérons  $\mathbf{x}$  une réalisation d'une variable aléatoire ( $X$ ) ayant  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  comme fonction de densité de probabilité. Cette fonction de densité est définie sur l'intervalle  $A$ . Considérons aussi que  $Y = g(X)$  où  $g(\cdot)$  est une fonction permettant de passer de l'intervalle  $A$  à un intervalle  $B$ . Notons  $g^{-1}(\cdot)$  la fonction inverse de  $g(\cdot)$ . On aura donc :  $X = g^{-1}(Y)$ . En supposant que :

$$\frac{dg^{-1}(\mathbf{y})}{d\mathbf{y}} = \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{y}} \tag{B.1}$$

est continue, monotone et n'est pas égale à 0 quelque soit la valeur de  $\mathbf{y}$  dans  $B$ , la fonction de densité de probabilité de  $Y$  est donnée par :

$$f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}) = \begin{cases} \left| \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{y}} \right| f_{\mathbf{x}}[g^{-1}(\mathbf{y})] & \text{si } \mathbf{y} \in B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Notons que  $|a|$  par exemple est la valeur absolue de  $a$ .

## B.2 Changement de variable : version multivariée

Considérons  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)^\top$  une réalisation du vecteur de variable aléatoire  $X = (X_1, \dots, X_N)^\top$ , ayant pour densité jointe  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ . Cette densité de probabilité est définie sur un certain intervalle  $A$ . Considérons aussi  $Y_i = g_i(X)$  pour  $i = 1, \dots, N$  où les  $g_i(\cdot)$  sont des fonctions permettant de passer de l'intervalle  $A$  à un intervalle  $B$ . Notons  $g_i^{-1}(\cdot)$  les fonctions de transformation inverses telles que  $X_i = g_i^{-1}(Y)$ . En supposant que le déterminant de la matrice Jacobienne ci-dessous n'est pas égale à 0 quelque soit la valeur de  $\mathbf{y}$  dans  $B$  :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \mathbf{y}_1} & \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \mathbf{y}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \mathbf{y}_N} \\ \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \mathbf{y}_1} & \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \mathbf{y}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \mathbf{y}_N} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \frac{\partial \mathbf{x}_N}{\partial \mathbf{y}_1} & \frac{\partial \mathbf{x}_N}{\partial \mathbf{y}_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{x}_N}{\partial \mathbf{y}_N} \end{pmatrix}$$

La fonction de densité de probabilité jointe de  $Y$  est donnée par :

$$f_{\mathbf{y}}(\mathbf{y}) = \begin{cases} |det J| f_{\mathbf{x}} [g_1^{-1}(\mathbf{y}), \dots, g_N^{-1}(\mathbf{y})] & \text{si } \mathbf{y} \in B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec  $|det J|$  la valeur absolue du déterminant de  $J$ .

# Annexe C

## Lois de distributions usuelles

Nous présentons dans cette section les fonctions de densité des principales distributions que nous utilisons dans le chapitre 5 pour élaborer notre modèle. Nous présentons successivement les lois suivantes : la loi uniforme, la loi Normale multivariée, la loi Gamma et la loi Dirichlet.

### C.1 Loi uniforme

Une variable aléatoire continue  $\mathbf{y}$  suit une loi uniforme sur l'intervalle  $[a, b]$  et on écrit  $\mathbf{y} \rightsquigarrow U(a, b)$  si sa fonction de densité de probabilité est donnée par l'expression suivante :

$$f_U(\mathbf{y} | a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq \mathbf{y} \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec  $-\infty < a < b < \infty$ . La moyenne et la variance de cette variable aléatoire sont données respectivement par :

$$\begin{aligned} \text{— } E(\mathbf{y}) &= \frac{a+b}{2} \\ \text{— } V(\mathbf{y}) &= \frac{(b-a)^2}{12} \end{aligned}$$

## C.2 Loi Normale multivariée

Un vecteur de variables aléatoires continue  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k)^\top$  de dimension  $k$  suit une loi normale de moyenne  $\boldsymbol{\mu}$  (vecteur de dimension  $k$ ) et de matrice de variance covariance  $\boldsymbol{\Sigma}$ , définie positive de dimension  $k \times k$  et on note  $\mathbf{y} \rightsquigarrow N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  si sa fonction de densité de probabilité est définie par :

$$f_N(\mathbf{y} \mid \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{2\pi^{\frac{k}{2}}} \det(\boldsymbol{\Sigma})^{-\frac{1}{2}} \times \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}) \right] \quad (\text{C.1})$$

$|\boldsymbol{\Sigma}|$  est le déterminant de  $\boldsymbol{\Sigma}$ . Remarquons que pour  $k = 1$ ,  $\boldsymbol{\mu} = 1$  et  $\boldsymbol{\Sigma} = 1$ , nous obtenons la très connue loi normale standard.

## C.3 Loi Gamma

Une variable aléatoire continue  $\mathbf{y}$  suit une loi Gamma de paramètres  $\lambda$  et  $P$  et on écrit  $\mathbf{y} \rightsquigarrow G(P, \lambda)$ , si elle a une fonction de densité de la forme :

$$f(\mathbf{y}) = \frac{\lambda^P}{\Gamma(P)} \exp(-\lambda \mathbf{y}) \mathbf{y}^{P-1}, \mathbf{y} \geq 0, \lambda > 0, P > 0 \quad (\text{C.2})$$

avec :

$$\Gamma(P) = \int_0^\infty \mathbf{y}^{P-1} \exp -\mathbf{y} d\mathbf{y} \quad (\text{C.3})$$

Pour  $P$  entier,  $\Gamma(P) = (P-1)!$ . Lorsque l'on considère  $P = 1$ , nous avons le cas spécial de la distribution exponentielle de paramètre  $\lambda$ . La moyenne et la variance de cette distribution Gamma sont données respectivement par :

- $E(\mathbf{y}) = P/\lambda$
- $V(\mathbf{y}) = P/\lambda^2$

## C.4 Loi Dirichlet

Considérons  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N)^\top$  un vecteur d'une variable aléatoire continue vérifiant la propriété suivante :  $\mathbf{y}_1 + \dots + \mathbf{y}_N = 1$ . Alors,  $\mathbf{y}$  suit une distribution Dirichlet de paramètre  $\alpha$  et on écrit  $\mathbf{y} \rightsquigarrow D(\alpha)$  si sa densité de probabilité a la forme suivante :

$$f_D(\mathbf{y} \mid \alpha) = \left[ \frac{\Gamma(a)}{\prod_{i=1}^N \Gamma(\alpha_i)} \right] \times \prod_{i=1}^N \mathbf{y}_i^{\alpha_i - 1} \quad (\text{C.4})$$

Avec  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)^\top$ ,  $\alpha_i > 0 \forall i = 1, \dots, N$ ,  $a = \sum_{i=1}^N \alpha_i$  et  $\Gamma(a)$  est la fonction Gamma de paramètre  $a$ .

Les moments principaux d'une variable aléatoire  $\mathbf{y}$  suivant une distribution Dirichlet de paramètre  $\alpha$  sont les suivants :

$$\begin{aligned} \text{--- } E(\mathbf{y}_i) &= \frac{\alpha_i}{a} \\ \text{--- } V(\mathbf{y}_i) &= \frac{\alpha_i(a - \alpha_i)}{a^2(a + 1)} \\ \text{--- } Cov(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j) &= -\frac{\alpha_i \alpha_j}{a^2(a + 1)} \end{aligned}$$



# Annexe D

## Déflation de la variable output total

Dans cette section, nous présentons le calcul des deux indices de prix que nous utilisons pour déflater nos deux blocs de produits utilisés dans le chapitre 5.

### D.1 Déflation de la variable productions céréalières

Ce bloc est formé comme mentionné plus haut des neuf cultures suivantes : blé tendre, blé dur, orge de printemps, orge d'hiver, maïs, avoine, maïs irrigué, blé de force et autres céréales. Les indices de prix disponibles sur le site de l'INSEE sont les suivants : blé tendre, blé dur, avoine, maïs, orge de printemps ([http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?request\\_locale=fr&anneeDebut=2005&recherche=criteres&idbank=001570814&idbank=001570817&idbank=001570818&idbank=001570819&idbank=20001570822&anneeFin=2008&codeGroupe20=1123](http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?request_locale=fr&anneeDebut=2005&recherche=criteres&idbank=001570814&idbank=001570817&idbank=001570818&idbank=001570819&idbank=20001570822&anneeFin=2008&codeGroupe20=1123))<sup>1</sup>. Pour l'orge d'hiver, on considère l'indice de l'orge de printemps. En ce qui concerne, le maïs irrigué, on reporte l'indice du maïs. Les indices du blé de force seront considérés comme étant les mêmes. Enfin, pour la variable autres céréales, on utilise l'indice des prix des céréales disponible également sur le site de l'INSEE (<http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1123&idbank=001570813>). Les

---

1. Cette note de bas de page et les suivantes renvoient à des tableaux élaborés sur le site de l'INSEE permettant d'obtenir les indices de prix des variables concernées sur la période 2005-2008.

indices considérés sont consignés dans le tableau D.1.

Tableau D.1 – Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - Séries brutes 2

	2005	2006	2007	2008
Blé tendre	100,000	120,000	189,340	190,000
Blé dur	100,000	107,000	174,025	218,440
Orge de printemps	100,000	114,82	193	169,310
Orge d'hiver	100,000	114,820	193,000	169,310
Maïs	100,000	115,350	164,600	161,880
Avoine	100,000	137,025	197,190	208,000
Maïs irrigué	100,000	115,350	164,600	161,880
Blé de force	100,000	120,000	189,340	190,000
Autres céréales	100,000	117,500	183,100	179,300

Nous constituons un indice composite à l'aide de ces différents indices. Il sera donné par la formule suivante :

$$I_{cer.} = \sum_{i=1}^{nc} w_i \times p_i \quad (D.1)$$

avec  $w_i = TOTS AU_i / (SAU - CER)$ .  $p_i$  est l'indice des prix de la production céréalière  $i$ .  $TOTS AU_i$  est la surface agricole utile de l'exploitation  $i$  et  $SAU - CER$  est la surface utilisée par toutes les neuf cultures céréalières. Comme précisé plus haut, neuf productions ( $nc = 9$ ) forment la variable production céréalière. Lorsque la variable  $SAU - CER$  est nulle, la variable production céréalière est également nulle et nous n'avons donc pas besoin d'indice composite. Cet indice composite obtenu est utilisé pour déflater la variable productions céréalières.

## D.2 Déflation de la variable « Indus-Autres »

Le deuxième bloc d'output est la variable « Productions industrielles et autres productions ». En d'autres termes, il est formé par l'addition des blocs « productions industrielles » et « autres productions » présentés dans le chapitre 3. De manière encore plus précise, ce bloc est formé des cultures suivantes : pois protéagineux, betterave sucrière, pomme de terre de consommation, colza d'hiver,

lin, l'oeillette, tournesol, luzerne déshydratée, fourrages, fruits, légumes et horticulture et de la variable « autres cultures industrielles ». On dispose sur le site de l'INSEE des indices des prix des cultures suivantes : pois protéagineux, betteraves sucrières, pomme de terre de consommation, colza d'hiver, lin, tournesol et luzerne déshydratée et oeillette (ici : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1123&idbank=001570452&idbank=001570474&idbank=001570497&idbank=001570499&idbank=001570823&idbank=001570839&idbank=001570840> et ici : <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?anneeDebut=2000&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1124&idbank=001571089>). Pour ce qui est de la variable « autres cultures industrielles », nous n'avons pas pu trouver d'indice de prix. Etant donné que sa contribution à la variable production industrielle est faible (la surface de ces cultures représente en moyenne 1,2349% de la surface totale allouée aux productions industrielles), nous décidons de les ignorer dans le calcul de l'indice composite visant à déflater la variable productions industrielles. Nous disposons enfin sur le site de l'INSEE des indices de prix des cultures suivantes : fourrages, fruits, légumes et horticulture (<http://www.bdm.insee.fr/bdm2/affichageSeries.action?anneeDebut=2005&anneeFin=2008&recherche=criteres&codeGroupe=1123&idbank=001570449&idbank=001570475&idbank=001570563&idbank=001570611>). Les indices des différentes cultures sont consignés dans le tableau D.2.

Le calcul de cet indice composite suit la même logique que celui des cultures céréalières. L'indice obtenu servira à déflater la nouvelle variable autres productions.

Tableau D.2 – Indices des prix des produits agricoles à la production (IPPAP) - Séries brutes 1

	2005	2006	2007	2008
Pois protéagineux	100,000	111,700	181,200	183,700
Betteraves	100,000	81,800	74,100	71,000
Pommes de terre	100,000	159,300	177,700	121,600
Colza	100,000	119,400	150,000	188,500
Tournesol	100,000	96,600	163,100	160,900
Lin	100,000	111,500	94,300	56,600
Oeillette	100,000	111,500	118,100	117,900
Luzerne déshydratée	100,000	97,130	110,175	171,360
Fourrages	100,000	98,300	133,800	192,200
Fruits	100,000	111,300	118,200	133,300
Légumes	100,000	110,100	110,700	107,100
Horticulture	100,000	105,600	102,600	108,900

# De la caractérisation microéconomique des pesticides à l'estimation de leur productivité marginale

L'objectif de cette thèse est d'élargir au cadre multicultures la spécification des technologies de production tenant compte de la spécificité des pesticides. Cela permettra d'une part d'estimer la productivité marginale des pesticides et d'autre part de voir les conséquences de la caractérisation que l'on adopte pour modéliser les pesticides sur le niveau de cette productivité marginale. De manière transversale dans cette thèse, nous tenons compte des effets des surdosages éventuels dans nos spécifications des technologies de production. Nous partons de l'observation que les analyses empiriques essayant d'extraire la productivité marginale des pesticides se heurtent au manque de cadre théorique permettant d'analyser les exploitations agricoles multicultures. Ces études, pour contourner cette limite, soit agrègent les différents outputs pour se ramener au cas d'un seul produit, soit se limitent uniquement aux cas monocultures et/ou aux procédures d'estimation non paramétriques, procédures qui ne permettent pas l'incorporation des inputs luttant contre les ravageurs, soit passent par l'estimation d'une fonction de coût en utilisant les prix. Cette observation nous a motivé à mettre en place un cadre d'analyse adapté aux exploitations multicultures. Cela permettra de mieux comprendre le rapport des agriculteurs à cette substance. Les résultats de nos estimations montrent globalement, sur notre zone d'analyse d'Eure-et-Loir, que les exploitants agricoles utilisent de manière sous-optimale les pesticides. Ce résultat traduit d'une certaine façon l'effet de la réglementation des pesticides : les politiques publiques mises en place pour faire diminuer l'usage des pesticides ont des effets sur les décisions de production des agriculteurs d'Eure-et-Loir. Cette méthode peut être vue comme étant un moyen indirect permettant de révéler la réglementation pesant sur l'utilisation de certains facteurs de production dans un secteur économique donné. C'est donc un outil supplémentaire à la disposition des pouvoirs publics, leur permettant de vérifier l'efficacité des incitatifs mis en place dans un secteur.

Mots clés : Pesticides, Productivité marginale, Politique Publique, Réglementation, Environnement

LEM, Lille Economie et Management  
Faculté des Sciences Économiques et Sociales, Université des Sciences et Technologies de Lille, 59 655 Villeneuve-d'Ascq, France