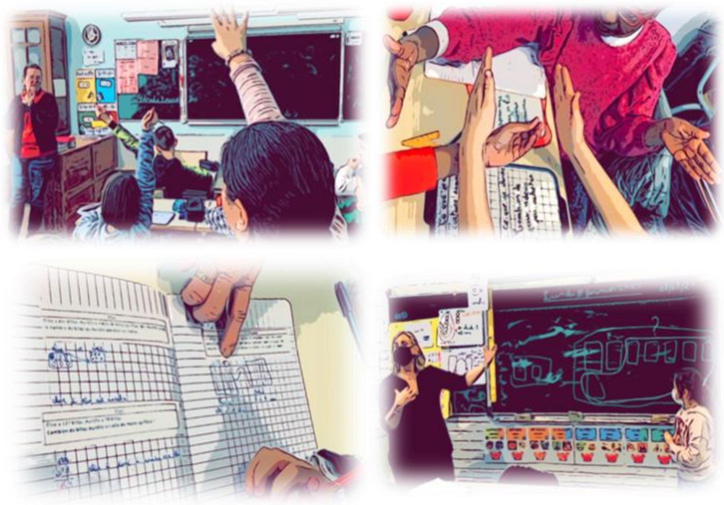
Université de Lille Nord France
École doctorale sciences de l'homme et de la société
Laboratoire Psychologie : Interactions, Temps, Emotions, Cognition

Thèse de doctorat en vue de l'obtention du grade de docteur en psychologie

Améliorer les performances en résolution de problèmes arithmétiques à l'école élémentaire : Agir sur la compréhension des énoncés.



Soutenue publiquement par
Ingrid CLARACQ
LE 4 OCTOBRE 2024

Jury

Mme Maryse BIANCO	Professeur Émérite Grenoble	Rapporteure
Mme Caroline DESOMBRE	Professeur Lille	Présidente du jury
M. Michel FAYOL	Professeur Émérite Clermont-Auvergne	Examinateur
M. Emmanuel SANDER	Professeur ordinaire Genève	Rapporteur
M. Bruno VILETTE	Professeur Lille	Directeur de thèse

Remerciements

Passionnée par les mathématiques et la recherche, j'ai toujours été en quête de démarches innovantes pour accompagner les élèves dans ce domaine tout d'abord en tant qu'enseignante puis en tant que conseillère pédagogique. Je mesure la chance immense que j'ai eu de prolonger cette passion dans un cadre académique, en menant ce travail de thèse alliant à la fois les mathématiques et la psychologie tout en faisant appel à mes compétences professionnelles de conseillère pédagogique. J'ai eu la chance encore plus grande d'être accompagnée par deux personnes uniques, passionnées, rigoureuses et bienveillantes. Bruno, Michel, j'ai passé quatre années formidables à travailler à vos côtés. Vous avez toujours été là pour moi, m'avez accompagnée, guidée. J'ai eu le grand privilège de profiter de vos compétences hors normes. Je ne pourrai jamais vous remercier suffisamment pour tout ce que vous m'avez apporté.

Je tiens à remercier très chaleureusement, Maryse Bianco, Caroline Desombre et Emmanuel Sander d'avoir accepté de participer à mon jury.

Je remercie également Madame le Recteur et Monsieur le Directeur Académique pour la décharge qu'ils m'ont accordée, lors de ma dernière année de thèse, me permettant de rédiger ce manuscrit dans de bonnes conditions.

Cette aventure n'aurait pas vu le jour sans Catherine De Revière. Je la remercie pour l'impulsion qu'elle a su donner à ce projet et le suivi qu'elle y a apporté. Remerciements également à Régis Leclercq pour cette même impulsion.

Mes remerciements vont aussi et tout particulièrement à mon IEN, Thomas Dupont accompagnateur attentif et bienveillant dans l'accomplissement de ce projet.

Cette recherche n'aurait pu se mettre en place sans la mission mathématiques : Brigitte Capelain, Laurence Demailly, Catherine De Revière, Marion Desmarest, Thomas Dupont, Véronique Dubois. Je tiens à leur adresser un grand merci pour la collaboration fructueuse que la mission a su mettre en place. Merci tout particulier à Véronique Dubois pour son engagement et toute l'aide qu'elle a apportée à la mise en place de ces recherches.

Je remercie l'ensemble des inspecteurs et des enseignants des circonscriptions impliquées dans les recherches : Lille1-Centre, Lille 1-Hellemmes, Lille 2-Loos, Lille 3-Ronchin, Lille-1 Sud, Roubaix-Hem, Tourcoing-Est, Tourcoing-Ouest, Tourcoing-Roncq, Valenciennes-Anzin.

Pour leur participation et leur collaboration active, je remercie particulièrement les enseignants des circonscriptions de Lille 3-Ronchin, Tourcoing Est, Tourcoing-Ouest, Valenciennes Anzin ayant pris part au groupe expérimental.

Je remercie mes collègues conseillers/ères pédagogiques des circonscriptions impliquées pour la passation des tests et l'articulation avec les classes : Nathalie Camps, Stéphane Coupé, Nathalie Debrandt, Christophe Dubois, Florence Duthilleul, Cécile Fornasari, Céline Habéra, Anne Leguluche, Valérie Owsinski, Agnès Philippe.

Plus particulièrement, je remercie mes collègues accompagnatrices du groupe expérimental, Nathalie Camps, Nathalie Debrandt et Cécile Fornasari pour leur accueil et nos échanges lors des visites. J'ai une pensée toute particulière pour Nathalie Debrandt et Nathalie Camps : un grand merci pour nos nombreux échanges et tout le soutien que vous m'avez apporté.

Je remercie également les auteurs des banques de problèmes qui ont constitué la base de l'élaboration de notre propre banque : Olivier Graff, Jean-Jacques Calmelet, André Jacquart, Antonio Valzan, Benoit Wozniak.

Je remercie les membres de mon comité de suivi de thèse Alain Guerrien et Guillaume Gimenes pour leur accompagnement bienveillant.

Mes remerciements vont également à mon équipe de circonscription pour le soutien apporté au quotidien: Bénédicte, Guillaume, Lidia, Fatma, Sébastien, Aurélie.

J'ai une pensée pour ma famille et mes enfants.

Enfin , merci à toi Jérôme pour ton soutien inconditionnel dans cette belle aventure.

Résumé

La résolution de problèmes arithmétiques (RDPA) est source fréquente d'échecs quels que soient le niveau et le pays concerné (*PISA 2015 ; OECD, 2015; TIMSS 2015)*. Plus particulièrement, en France, il ressort des récentes évaluations nationales que les élèves sont en difficulté en résolution de problèmes (Desclaux *et al*., 2024 ; Bourgeois *et al.*, 2024). Au CM1, c'est la compétence qui montre le plus grand écart de performances en fonction du milieu de scolarisation (éducation prioritaire versus éducation non-prioritaire) et ce sont encore 40% des élèves qui n'atteignent pas un niveau de compétence satisfaisant (Bourgeois *et al.*, 2024). Ainsi, encore aujourd'hui, après quarante années de recherches et d'interventions tentant d'améliorer les performances des élèves, la RDPA reste toujours un champ d'études actif pour la recherche et les praticiens. Les travaux antérieurs (Muth, 1984 ; Lin, 2021 ; Cummins et al., 1988 ; Swanson, 2017 ; Fuchs et al. ; 2014, 2019) ont progressivement identifié la compréhension comme un paramètre d'intervention susceptible d'améliorer les performances des élèves.

Cependant les interventions menées jusqu'alors ne manipulent la compréhension que de manière indirecte et localisée. Dans notre travail, nous avons proposé et implémenté avec l'appui des enseignants une approche novatrice qui visait à cibler la compréhension de manière holistique pour améliorer les performances des élèves en RDPA.

Pour cela, nous avons mis en place durant trois années successives et à trois niveaux différents - la première année en CE2 (3$^{\text{ème}}$ grade), la deuxième année en CM1 (4$^{\text{ème}}$ grade) et enfin la troisième année en CM2 (5$^{\text{ème}}$ grade) - un protocole d'ampleur qui testait l'hypothèse générale suivante : privilégier l'activité de compréhension avant d'introduire les données numériques devrait permettre d'améliorer les performances des élèves en RDPA.

Les trois études menées, apportent deux grands types de résultats. Tout d'abord, concernant les performances, la démarche permet aux élèves du groupe expérimental et plus particulièrement des classes d'éducation prioritaire d'améliorer leurs performances de manière significativement plus importante qu'avec une démarche classique dans le groupe contrôle, alors que les deux groupes reçoivent les mêmes problèmes, dans le même ordre. Par ailleurs, ces améliorations restent stables dans le temps à tous les niveaux. Ensuite, concernant les inégalités, les élèves du GE progressent significativement plus que les élèves du GCA et ce sont les élèves de milieu défavorisé et les élèves dont le niveau en compréhension initiale est le plus faible qui progressent le plus, suggérant ainsi une réduction des inégalités. Ce résultat est encore plus prononcé au CE2, puisque la démarche sans données numériques réduit les écarts en éducation prioritaire, tandis qu'une démarche classique tend à les creuser.

Mots clés

Résolution de problèmes – Compréhension – Calculs – Représentation – Abstraction - Apprentissage -

Abstract

Word problem solving (RDPA) is a frequent source of failure regardless of the level and country concerned (PISA 2015; OECD, 2015; TIMSS 2015).

More particularly, in France, recent national assessments showed that students have difficulty solving problems (Desclaux et al., 2024; Bourgeois et al., 2024). In grade 4, it is the skill which shows the greatest gap in performance depending on the school socio-economical environment (advantaged vs. disadvantaged) (priority education versus non-priority education) and it is still 40% of students who do not reach a satisfactory level of skill (Bourgeois et al., 2024). Thus, even today after forty years of research and interventions attempts to improve student performance, RDPA still remains an active field of study for researchers and practitioners. Previous work (Muth, 1984; Lin, 2021; Cummins et al., 1988; Swanson, 2017; Fuchs et al.; 2014, 2019) have gradually identified understanding as an intervention parameter likely to improve the performance of students.

However, the interventions carried out to date only manipulate understanding in an indirect and localized manner. In our work, we proposed and implemented with the support of teachers an innovative approach which aimed at targeting understanding in a holistic manner to improve student performance in RDPA.

For this, we implemented for three successive years and at three different levels - the first year in grade 3 (CE2), the second year in grade 4 (CM1) and finally the third year in grade 5 (CM2) - a large-scale protocol which tested the following general hypothesis: prioritizing the comprehension activity before introducing numerical data makes it possible to improve student performance in RDPA.

The three carried out studies provide two main types of results. A first one is linked to performance. There, the approach allows students in the experimental group and more particularly in priority education classes to improve their performance significantly more than with a traditional approach in the control group, while the two groups are given the same problems, in the same order. Furthermore, these improvements remain stable over time at all levels. Then a second type refers to inequalities. While GE students progress significantly more than GCA students, the students from disadvantaged backgrounds and those whom initial levels of understanding are the lowest progress the most. Therefore, this suggests a reduction in inequalities. This result is even more pronounced in grade 3 (CE2), since the approach without digital data narrows the gaps in priority education, while a traditional approach tends to widen them.

Keywords:

Word problem solving – comprehension – calculation - Representation – Abstraction - learning -

Table des matières

PRÉAMBULE et INTRODUCTION

La résolution de problèmes est une thématique traditionnelle de la psychologie. qui a notamment été inspirée par les travaux d'un mathématicien, Polya (1945), qui a décrit séquentiellement au moyen d'une approche introspective la démarche de résolution de problèmes. Par la suite, les chercheurs ont abordé la question sous un autre angle plus empirique. Duncker (1945) par exemple a exploité les verbalisations de participants en situation de résolution de problèmes. Luchins (1942) s'est intéressé aux obstacles empêchant les adultes de découvrir des solutions nouvelles et a pu mettre ainsi en évidence la rigidité d'application des procédures efficaces dans des nouvelles situations problèmes. La thématique de la résolution de problèmes s'est ensuite étendue à l'école et aux problèmes académiques. Aussi, depuis une quarantaine d'années, les questions relatives aux processus en jeu et au poids des variables, mais également aux interventions montrant une amélioration des performances des élèves en résolution de problème, sont au cœur de la recherche en psychologie.

Du point de vue des interventions, les étapes décrites par Polya (1945) dans son ouvrage *« How to solve it »* (Comprendre, Concevoir un plan, Mettre en œuvre le plan, Vérifier la solution obtenue) ont constitué un premier outil au service de l'apprentissage. Ensuite, Riley et al. (1983) ainsi que Vergnaud (1982, 1983) ont révolutionné la catégorisation des problèmes, jusqu'alors organisée par type d'opération, en définissant une taxonomie sémantique. Ces classifications sont de nos jours des références incontournables dans le domaine de la recherche en psychologie. Concernant le monde éducatif, ce n'est qu'en 2022, et avec la parution du *« guide pour enseigner la résolution de problème au cours moyen »* (MEN,2022), que ces catégories sémantiques sont évoquées dans les documents officiels comme un outil de hiérarchisation et d'organisation des problèmes dans le cadre des apprentissages scolaires. Ces outils, et plus particulièrement la catégorisation de Vergnaud, se sont diffusés dans la sphère éducative dans le courant des années 2010 et sont encore utilisés de nos jours. Ils permettent aux enseignants de proposer aux élèves une diversité de problèmes, critère essentiel pour améliorer leurs performances en résolution de problèmes (Stigler et al., 1986). En 2017, Houdement propose une classification générale qui complète celle des instructions de 2002 et qui inclut les taxonomies de Riley et al. (1983) et de Vergnaud (1982). Cette classification est largement reprise dans le monde éducatif et a fait l'objet d'une présentation à l'ESEN en 2017.

En France, dans la communauté éducative, hormis ces outils de classification faisant l'unanimité pour l'organisation de l'apprentissage, aucune démarche ne fait consensus dans la manière d'enseigner la résolution de problèmes. Plusieurs approches, toutes fortement inspirées des travaux issus de la psychologie cognitive, se sont succédé dans lesquelles, par exemple, l'élève apprenait à supprimer les informations inutiles ou encore à souligner les nombres dans le problème. Plus récemment, dans le guide pour enseigner la résolution de problème au cours moyen (MEN, 2022), c'est la modélisation qui est largement plébiscité. Celle-ci s'appuie sur la méthode de Singapour et le triptyque « manipuler, verbaliser, abstraire » (Dias, 2008), des démarches inspirées de travaux de Bruner (1966 ; 1973, 1981) . Cette modélisation a la particularité d'offrir une même représentation « en barre » pour tous les types de problèmes, une exploitation particulièrement efficace pour les fractions. Cependant, aucune étude avec groupe contrôle ne montre ses bénéfices. A cet égard, l'étude de Ho & Lowrie (2014) réalisée auprès de 607 élèves Singapouriens conclut à la nécessité de ne pas enfermer les élèves dans un seul type de modélisation, et de diversifier ainsi les représentations instruites.

L'enjeu est d'importance : il s'agit de rendre efficace l'apprentissage de la résolution de problèmes à l'école, non seulement en France mais également à l'international. En effet, les évaluations internationales dressent toutes le même constat : les élèves ont des difficultés et des résultats faibles en résolution de problèmes (PISA, TIMSS). Ainsi, malgré les nombreuses études d'intervention, il reste encore à valider une approche qui permettrait d'améliorer les performances des élèves en résolution de problèmes arithmétiques (RDPA).

En France, les difficultés en RDPA touchent la grande majorité des élèves et plus particulièrement les élèves de milieux défavorisés. Au CP et au CE1, ce sont respectivement 33% et 53% des élèves qui n'atteignent pas un niveau satisfaisant (Desclaux *et al.*, 2024) et au CM1, ce défaut de performances concerne encore 40% des élèves (Bourgeois *et al.*, 2024). Ces évaluations récentes montrent également qu'au CM1, la résolution de problème est la compétence qui montre le plus grand écart de performances en fonction du milieu de scolarisation (éducation prioritaire versus éducation non prioritaire). Ce résultat conforte des données antérieures mettant en évidence que le système scolaire français accroit les inégalités à l'école élémentaire, ou tout du moins ne les réduit pas. En effet, les données longitudinales du panel d'élèves entrés en CP en 2011, puis évalués lors de l'année de CM2, montrent que les résultats des élèves et leur évolution dépendent du profil socioéconomique du milieu familial (DEPP, 2022). Pour les élèves de milieu défavorisé *versus* de milieu favorisé, en français, à l'entrée au CP l'écart est important et reste stable au CM2. En mathématiques, l'écart est initialement moindrement important et a tendance à s'accentuer au CM2. L'analyse des trajectoires des élèves montre que les élèves le moins susceptibles de progresser sont ceux des milieux les plus défavorisés.

L'ensemble de ces éléments nous ont amené à formuler deux questions : ***Comment améliorer l'apprentissage de la résolution de problèmes ? Comment modifier les trajectoires d'apprentissage des élèves pour les faire progresser et réduire les écarts ?***

Le travail de thèse présenté ici, propose des réponses empiriques à ces questions au travers d'une approche nouvelle, basée sur l'apport théorique des travaux antérieurs en psychologie (Fuchs et al., 2014, 2019, 2020, 2021 ; Muth, 1984 ; De Corte et Verschaffel, 1981 ; Zagar et al. 1991 ; Cummins et al. 1988 ; Thevenot et al. 2007) et s'articulant avec une opérationnalisation impliquant systématiquement des professionnels de l'éducation (i.e. enseignants, formateurs, inspecteurs). Par ce travail, au cœur de la recherche grâce à son protocole exigeant et de grande ampleur, nous avons cherché à valider rigoureusement cette approche nouvelle mais aussi à la placer au service de l'innovation pédagogique et de la formation des enseignants.

Les travaux antérieurs des psychologues cognitivistes ont montré que la compréhension joue un rôle majeur dans l'activité de résolution de problèmes. Cependant les interventions menées jusqu'alors ne manipulent la compréhension que de manière parcellaire et localisée (lexique, syntaxe, etc.). Dans notre travail, nous avons proposé et implémenté avec l'appui des enseignants une approche novatrice qui visait à utiliser la compréhension de manière holistique pour améliorer les performances des élèves en RDPA. Les résultats exposés dans cette thèse attestent que nous avons au moins partiellement réussi.

Dans une première partie de cette thèse, nous dressons un bilan théorique avec trois axes d'analyse présentés dans trois chapitres successifs. Le premier chapitre dresse un état des lieux des interventions ayant cherché à améliorer les performances en RDPA. Le deuxième chapitre est consacré à la compréhension et à son rôle crucial dans l'activité de résolution de problèmes. Enfin, le troisième chapitre présente l'opérationnalisation du protocole visant l'utilisation globale de la compréhension.

Dans une deuxième partie, nous présentons trois contributions expérimentales. La première concerne l'étude mise en œuvre au CE2 (Claracq et al., 2024) et publiée dans *l'Année Psychologique* en mars 2024. La seconde présente la deuxième étude mise en œuvre au CM1 (Claracq et al., 2022) et publiée dans la revue *Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant en octobre 2022*. Enfin, la troisième fait la synthèse des trois années d'étude menées en CE2, CM1 et CM2. Cet article est en révision pour la revue *Topics in Cognitive Psychology*.

Dans une dernière partie, nous discutons et concluons sur les apports de cette démarche novatrice tant du point de vue de l'effet sur la résolution de problèmes de l'approche visant une compréhension globale que de son opérationnalisation en collaboration avec la communauté éducative.

Première partie : Théories et faits

Chapitre I État des lieux des interventions menées en résolution de problèmes

I.1 Le problème arithmétique et sa résolution

I.1.1 Le problème arithmétique verbal : définition et classification

Dans la littérature anglophone, le **problème arithmétique verbal** est couramment évoqué sous le nom de ***« word problem »***. Autrement dit : problème de mots. Un problème arithmétique verbal décrit une situation présentée sous la forme d'une petite histoire. La réponse numérique devant être fournie à l'issue de sa résolution est obtenue par la réalisation d'une ou plusieurs opérations arithmétiques utilisant les données du texte. Un problème arithmétique verbal simple et classique est par exemple « Paul et Louis ont 12 euros ensemble. Paul a 9 euros. Combien Louis a-t-il d'euros ? ». Les problèmes arithmétiques verbaux ne sont pas tous identiques et peuvent être classés selon un critère sémantique. En effet, dans les années 80, pour rendre compte des difficultés relatives aux problèmes arithmétiques verbaux additifs ou multiplicatifs, Vergnaud (1982 ; 1983) et Riley, Greeno et Heller (1983) proposent une catégorisation sémantique des problèmes arithmétiques à énoncés verbaux. Dans notre travail de recherche, nous nous appuierons sur ces catégorisations (Vergnaud ,1982, 1983 ; Riley et al.,1983). Elles sont détaillées dans *l'annexe 3.4*.

I.1.2 Les étapes de résolution d'un problème : ce que dit la recherche

Reprenons l'exemple « Paul et Louis ont 12 euros ensemble. Paul a 9 euros. Combien Louis a-t-il d'euros ? ». Ce type d'énoncé relève à la fois du narratif (i.e. story problem) puisqu'il relate une histoire, même extrêmement sommaire, et d'un type textuel particulier : le problème (Zagar et al., 1991).

Que met en œuvre l'élève lorsqu'il est confronté à un problème ?

Des étapes précises se succèdent-elles ?

En 1945, dans des travaux précurseurs, Polya décrit la démarche de résolution de problèmes en 4 étapes : 1) Comprendre ; 2) Concevoir un plan ; 3) Mettre en œuvre le plan ; 4) Vérifier la solution obtenue.

Les recherches menées ces dernières décennies se sont toutefois attachées à préciser les processus potentiellement mis en œuvre dans ces deux premières étapes. En effet, pour Polya

(1945) la première étape de compréhension implique l'identification de l'inconnue et des données utiles mais aussi une représentation schématique synthétisant les données *(voir annexe 1.1)*. L'étape de conception du plan s'attache à trouver les relations entre les données et l'inconnue mais aussi à identifier une méthode de résolution par analogie avec des situations déjà rencontrées.

Plusieurs éclairages (Reusser, 1990 ; Van Dijk & Kintsch,1983 ; Kintsch et Greeno 1985) ont été apportés au fil des années permettant de préciser et de mieux définir ce que sous-tendent en termes de processus, d'étapes et de représentations, les étapes « Comprendre » et « Concevoir un plan ». L'ensemble des recherches se sont appuyées sur les travaux de Kintsch et Van Dijk (1978). Au fil des recherches, les niveaux de représentation successifs en tant qu'étapes dans la résolution se sont précisés (nous évoquerons plus spécifiquement ces éléments dans le chapitre 2). Aujourd'hui, il y a consensus sur le fait que la résolution d'un problème arithmétique s'articule autour de plusieurs niveaux possibles de représentation : la *base de texte*, le *modèle mental* (voir encadré 1.1) (Johnson-Laird, 1983 ; Thevenot, 2010), ou *modèle de situation*, (Reusser, 1990; van Dijk & Kintsch, 1983) et le *modèle de problème* en interaction avec les schémas et les connaissances préalables, stockés en mémoire à long terme.

Encadré 1.1 : Quelques éléments sur la théorie des modèles mentaux (Johnson-Laird, 1983)

Les modèles mentaux sont des représentations internes analogiques, construites en mémoire de travail, de situation réelles ou imaginaires, c'est-à-dire que leur structure est isomorphe à la structure de la situation qu'ils représentent. Ainsi, un modèle mental représente fidèlement les relations entretenues par les différents éléments décrits dans l'objet représenté. La nature du modèle mental est non propositionnelle : il a un caractère analogique et il peut contenir des informations qui ne sont pas explicites dans la situation représentée.

Ainsi, Verschaffel et al. (2000) et Depaepe et al. (2015) détaillent 6 phases dans l'activité de résolution de problèmes :

(1) La compréhension : comprendre et définir la problématique et développer un modèle de situation (*base de texte et modèle de situation*) ;

(2) La modélisation : développer un modèle mathématique basé sur un modèle de situation approprié (*modèle de problème*) ;

(3) L’analyse mathématique : mettre en œuvre le modèle mathématique pour trouver les résultats ;
(4) L’interprétation : interpréter les résultats par rapport au problème de départ
(5) L’évaluation : examiner si le résultat mathématique interprété est approprié et cohérent par rapport à l’objectif ;
(6) La communication : communiquer la solution

Lorsque l’élève est confronté à un problème, des informations manquent. L’élève doit les identifier pour effectuer les opérations permettant de résoudre le problème. Pour y parvenir, l’élève doit préalablement comprendre la situation problème décrite par l'énoncé. La nature des inconnues, les relations entre ces inconnues et les différentes valeurs numériques sont en effet à appréhender à partir du texte du problème et de son interprétation. Cette étape de compréhension nécessite souvent de construire une représentation mentale la plus proche possible de celle qui est requise pour la résolution, en imageant et simulant mentalement les relations décrites par le texte (modèle mental, Johnson-Laird, 1983, Thevenot, 2010, ou modèle de situation, (Reusser, 1990 ; van Dijk & Kintsch, 1983). Elle constitue une première source de difficulté. L’élève doit ensuite réaliser des calculs en s’appuyant sur les données fournies et sur ses savoirs et savoir-faire. Pour cela, il lui faut faire appel au symbolisme mathématique (*e.g.*, chiffres, signes) et aux traitements associés (*e.g.* opérations). Selon le niveau de difficulté des techniques opératoires requises, les possibilités d’erreurs varient. La **double dimension** liée d’une part, à la **compréhension** et d’autre part, aux **traitements opératoires** permet de comprendre au moins partiellement les difficultés potentielles que soulève la résolution de problèmes.

I.2 Quelles interventions pour pallier ces difficultés ?

Parmi les dispositifs mis en œuvre pour tenter d’améliorer les performances en résolution de problèmes arithmétiques verbaux, deux grandes orientations ont été suivies (Cook et al., 2020 ; Lein et al., 2020 ; Powell, 2011 ; de Koning et al., 2022 ; Ng & Lee, 2009; Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2020; Vilette et al., 2017; Scheibling-Sève et al., 2022; Hudson, 1983 ; De Corte et al., 1985 ; Voyer et Goulet 2013 ; Thevenot et al. 2007 ; Gamo et al., 2009, 2011, 2014 ; De koning et al. 2017) : la première consiste en la mise en œuvre **d’interventions intégrant le cadre des activités scolaires** sur une période plus ou moins longue ; la seconde implique des élèves sur des **protocoles ponctuels** cherchant à vérifier ou à tester **l’impact de certains paramètres**. Nous traiterons ces deux orientations l’une après l’autre, en abordant d'abord les interventions dans le cadre des activités scolaires, puis les interventions sur des protocoles ponctuels.

I.2.1 Que nous apprennent : les interventions intégrant le cadre des activités scolaires ?

La grande majorité des interventions, ont privilégié la notion de **schéma**. Ces interventions évaluées par la recherche ont principalement été conduites aux États Unis.
En France, ce courant s'est aussi largement diffusé dans le milieu éducatif grâce aux écrits francophones de Vergnaud (1990) et Julo (1995, 2000). Cependant, jusqu'à la première décennie des années 2000, la majorité des recherches mises en œuvre se sont orientées d'un point de vue didactique, impliquant peu de mesures d'amélioration des performances des élèves sur une large population comme c'est le cas aux États-Unis.

Parallèlement, à Singapour, s'est mise en place depuis une quarantaine d'années une démarche pédagogique dénommée « The Model Method » (Kaur, 2019; Ng & Lee, 2009)(Voir encadré 5) – démarche généralisée à l'ensemble de la population scolaire, ce qui rend difficile la comparaison avec un groupe contrôle apparié. Cette méthode a fait son apparition en 2018 en France et est aujourd'hui largement reprise dans les guides officiels et les formations de référents mathématiques.

Plus récemment, un certain nombre d'interventions mettent l'accent sur **la compréhension** avec, pour certaines d'entre elles, une attention portée aux **difficultés langagières** (Fuchs, 2014, 2020, 2021) et pour d'autres, une prise en compte des conceptions intuitives des élèves et la nécessité d'un recodage sémantique. (Rivier & Sander, 2022 ; Fischer et al., 2019 ;Sander &Richard, 2017 ; Gros et al., 2020; Vilette et al., 2017).
D'une manière générale, les représentations visuelles, pour la plupart prototypiques, sont des outils privilégiés des interventions mises en œuvre. Dans la plupart des cas, ces outils ont pour but de renforcer le concept de schéma de problème.

Dans cette partie, nous présentons les différents programmes d'intervention et leurs résultats. Nous aurons une attention particulière pour la description des gestes professionnels mis en place et des supports schématiques utilisés (dans les encarts ou en annexe). Nous évoquerons tout d'abord les interventions privilégiant la notion de schéma en définissant tout d'abord ce qu'est un schéma. Ensuite nous présenterons les courants récents mettant l'accent sur la compréhension.

I.2.1.1 Qu'est-ce qu'un schéma ?

Dans le monde de l'éducation, un schéma désigne ordinairement un dessin codé, une représentation schématique. En psychologie, dans la littérature scientifique relative à la résolution de problèmes, le **mot schéma** peut revêtir plusieurs sens : le schéma au sens de schématisation mais aussi dans certains cas le schéma au sens de programme d'action. Dans de nombreuses publications, le cadre d'utilisation du mot schéma n'est pas précisément défini, amenant dans certains cas une ambiguïté en confondant la représentation physique du schéma (schématisation, équation, …) et le schéma lui-même comme concept abstrait. Aussi, dans certaines publications l'utilisation de la théorie des schémas n'est pas spécifiquement évaluée pour elle-même mais davantage en combinaison avec le recours à une représentation schématique (Willis & Fuson, 1988).

Powell (2011) définit très clairement ce qu'est un schéma (de problèmes) : *"A schema is a framework, outline, or plan for solving a problem (Marshall, 1995). In mathematics, students can use schemas to organize information from a word problem in ways that represent the underlying structure of a problem type. Pictures or diagrams, as well as number sentences or equations, can be used to represent schemas. »*[1]

Ces schémas sont en effet des **cadres d'actions**, stockés **en mémoire à long terme**. La confrontation répétée avec les énoncés de problèmes conduirait les élèves à les organiser en mémoire sous formes de catégories (le plus souvent celles de Carpenter & Moser, 1984 ; Riley et al., 1983) permettant de repérer ces dernières, d'activer en mémoire (en MLT) leurs propriétés et de leur associer des modalités de traitement. C'est lors de cette résolution qu'un **outil de représentation** de ce schéma peut être utilisé : dessins, schématisations, équation, opération… Ces représentations sont soit des supports visuels analogiques, soit des représentations symboliques.

Les catégories organisant ces schémas de problèmes pourraient soit être **induites par expérience** (i.e. rencontres fréquentes) soit faire l'objet **d'une instruction *explicite*** (Bianco & Bressoux, 2009 ; Rosenshine, 2009) – *(voir encadré 1.2)*. **Elles guideraient la résolution**. En pratique, selon la théorie des schémas, lorsqu'un problème est présenté à un élève, celui-ci active en MLT le schéma reconnu. Activé, ce cadre d'action permet à l'élève de remplacer les

[1] Un schéma est un cadre d'action ou un plan pour résoudre un problème (Marshall, 1995). En mathématiques, les élèves peuvent utiliser des schémas pour organiser les informations d'un problème de manière à représenter la structure sous-jacente d'un type de problème. Des dessins ou des diagrammes, ainsi que des équations, peuvent être utilisés pour représenter des schémas.

inconnues du programme sélectionné et de mettre en œuvre les calculs associés à ce programme.

Encadré 1.2 : Qu'est-ce que l'instruction explicite ?

(Bianco & Bressoux, 2009 ; Rosenshine, 2009).

(extrait Pascal Bressoux) CSEN, ENSEIGNEMENT EXPLICITE et Bianco (2015)

L'enseignement explicite est fondé sur une conception **active du rôle de l'enseignant**. C'est l'enseignant qui mène le jeu, qui enseigne, supervise, interroge ou encore, donne des feed-back. Il sollicite constamment les élèves et vérifie leur niveau de compréhension.

Les enseignants les plus efficaces **guident et supervisent** la mise en œuvre initiale des nouvelles notions par les élèves. Ils suscitent la discussion, posent des questions, incitent les élèves à auto-expliquer comment ils s'y prennent pour répondre aux questions. Les enseignants les plus efficaces **corrigent immédiatement les erreurs** faites par les élèves et fournissent un étayage en réexpliquant, en simplifiant les questions lorsque c'est nécessaire. Ils utilisent aussi la pensée à haute voix (ou auto-explication) pour donner à voir les arguments qui conduisent à la réponse.

L'enseignement explicite repose sur le principe qu'il faut partir **du simple pour aller vers le complexe**. Ainsi, Il s'agit de repérer préalablement les **étapes nécessaires** à l'acquisition d'une notion en déterminant quelles sont les différentes habiletés impliquées. La compétence ou le savoir à acquérir sont divisés en sous-éléments qui seront enseignés spécifiquement. Ainsi, les notions complexes, décomposées en sous notions sont plus facilement appréhendables par les élèves car ne dépassant leurs capacités cognitives.

Ce découpage implique que plus de temps est passé sur les nouvelles notions. Les enseignants présentent, expliquent les **nouvelles notions**, donnent de nombreux exemples. Ils posent aussi des questions pour s'assurer de la bonne compréhension des élèves ou encore les réexpliquent.

Des révisions journalières, hebdomadaires et mensuelles systématiques sont programmées. Ainsi, l'enseignant s'assure que les élèves maîtrisent les habiletés et notions nécessaires à la leçon du jour, réexplique et ré-entraine jusqu'à l'intégration des connaissances et l'automatisation

Enfin, un temps d'exercice individuel est programmé pour permettre à l'élève d'intégrer les notions à ses connaissances et de pouvoir les utiliser de manière suffisamment fluide.

L'enseignement stratégique est lui un enseignement explicite des stratégies.

I.2.1.2 Vers l'utilisation de schémas (schématisation et théorie des schémas) : Une étude exploratoire

En 1988, Willis et Fuson, mettent en place un dispositif exploratoire sur deux classes de CE1 *(voir annexe 1.2)*. En pratique, les élèves sont amenés **à identifier la catégorie du problème présenté**, à utiliser la schématisation associée en y plaçant les nombres correctement et à en déduire la procédure de résolution.

Les auteurs cherchent à évaluer l'impact de cette démarche sur les performances mais aussi la pertinence, l'adéquation, et l'opérationnalisation de cette démarche auprès d'élèves de cet âge. Ils cherchent notamment à appréhender si les élèves arrivent à utiliser les schématisations et comment ils les utilisent.

Les auteurs montrent que la tâche confiée est adaptée aux élèves. Ceux-ci réussissent à nommer les catégories, à réaliser le bon schéma et à choisir la procédure pertinente de résolution. Ils trouvent également une forte corrélation entre le fait de réaliser le bon schéma et de trouver la bonne procédure. Peu d'élèves ayant un schéma incorrect trouvent la bonne solution et inversement, un schéma correct amène rarement à une solution erronée. Les mesures effectuées au post-test montrent une amélioration des performances des élèves. Cependant ces performances ne sont pas comparées à celles d'un groupe contrôle. Dans cette étude, les deux aspects du schéma (schématisation et programme d'action) sont explorés et confondus. Ils mettent en effet en œuvre à la fois l'utilisation de la représentation schématique mais aussi le recours aux schémas comme cadre d'action puisque les élèves nomment les catégories et appliquent la résolution associée.

Ainsi, proposer aux élèves de deuxième primaire **de schématiser et de convoquer des schémas** de problème **semblent des activités adaptées**. Dans les années suivantes, d'autres chercheurs ont mis en œuvre cette première ébauche avec la conception et la mise en œuvre de programmes d'intervention.

I.2.1.3 Des études d'ampleur mettant en œuvre la notion de schéma

Dans ce même élan et sur **des protocoles bien réglés et d'ampleur**, de très nombreuses recherches américaines ont étudié l'apprentissage et **l'utilisation de schémas de problèmes.** Ces recherches **ont montré leur efficacité** à différents niveaux de scolarité - CP (Fuchs et al., 2021), CE1 et CE2 (Chan et al., 2021 ; Fuchs et al., 2004, 2009, 2010) – et avec des élèves tout-venants ou en difficulté (Cook et al., 2020)(Cook et al., 2020; Lein et al., 2020; Powell, 2011).

Concernant les élèves tout-venants, Fuchs et al., (2020) rapportent une série de recherches dans lesquelles ils recourent à différents dispositifs qui font tous appel à une **instruction explicite**, à une simulation et à l'utilisation de schémas (Pirate Maths ; Hot Math ; Super Solvers). Les élèves parcourent le problème, le lisent seul (ou écoute le texte), effectuent un rappel pour les obliger à prêter attention aux données de l'énoncé, **catégorisent les problèmes** (i.e. les affectent aux catégories de schémas) et écrivent l'opération correspondante. Ils relisent et introduisent les données numériques dans les parties (slots) des schémas, ce qui permet de résoudre les problèmes. De manière générale, les groupes entraînés font mieux que les groupes contrôles : les moyennes sont plus élevées et la dispersion diminue.

Une méta-analyse récente menée sur 52 études confirme ces résultats. Myers (2022) rapporte des effets larges de ce type d'intervention : 80% des élèves du groupe d'intervention ont des performances au-dessus de la performance moyenne de leurs pairs du groupe contrôle. En complément, plusieurs facteurs sont repérés comme modérateurs expliquant les écarts de résultats entre les études : l'échantillon, la taille du groupe, la durée de l'intervention, le mode d'affectation des groupes, l'intervenant, l'année de publication et le type de mesure dépendante. Concernant la fiabilité des résultats relativement aux élèves à besoin (difficultés mathématiques (MD[2]) ou avec des compétences faibles (LD[3]), la méta-analyse n'a pu fournir de résultat fiable du fait du nombre réduit de participants relevant de ces catégories.

D'un point de vue pratique, deux programmes distincts appliquant la notion de schéma sont principalement exploités aux États Unis : l'instruction « ***Schema based*** » et l'instruction ***« schema broadening ». (SBI)*** – *(Voir encadré 1.3)*. Ces deux programmes partagent des similarités et des différences. La principale différence est que l'instruction Schema broadening vise également des compétences de transfert et utilise des schémas avec une représentation sous forme d'équation. La méthode Schema-based utilise des représentations schématiques.

[2] Élèves MD : dans la littérature, ce sont les élèves qui ont des performances basses en mathématiques et qui sont appelés communément comme en difficulté en mathématiques.

[3] Élèves LD : dans la littérature, ce sont les élèves qui démontrent des déficiences dans les capacités générales telles que la mémoire de travail, le langage, l'attention et la vitesse simultanée de stockage et de traitement de l'information.

<u>Encadré 1.3</u> : Éclairage et Illustration de mise en œuvre

Schema based instruction et schema broadening instruction (SBI)

Une méta-analyse récente (Peltier & Vannest, 2017) s'est attachée à analyser deux grands types d'interventions mises en œuvre aux États Unis : l'intervention « Schema based instruction » et l'intervention « schema broadening instruction ». Celle-ci a retenu 21 interventions ayant eu lieu entre 1996 et 2013 et regroupant 3408 élèves d'école élémentaire. Les deux démarches analysées relèvent de la théorie des schémas. Elles visent à améliorer la capacité des élèves à analyser la structure sous-jacente des problèmes de l'histoire et à identifier les solutions potentielles. Dans ces deux types d'intervention, l'instruction implique les étapes suivantes : (a) identifier le schéma, (b) compléter le diagramme correspondant (pour schema based instruction)/ écrire l'équation algébrique correspondant (pours Schema broadening instruction), (c) identifier un plan de solution, et (d) exécuter le plan et vérifier la cohérence du résultat trouvé.

La différence majeure entre ces deux instructions est que l'approche Schema-broadening inclut un enseignement stratégique sur le transfert afin que les élèves puissent le généraliser à de nouveaux problèmes (Powell, 2011). Les interventions Schema Broadening sont mises en place par l'équipe de Fuchs et associés tandis que l'instruction Schema Based est plutôt portée par l'équipe de Jitendra et collègues. (Powell, 2011)
Dans la méthode Schema based, les élèves ont recours à des schématisations tandis que dans la méthode schema Broadening, ils utilisent des équations comme cadre d'action.

Résultats

L'approche schema-broadening montre des effets plus larges. Cependant, de manière inattendue l'approche schema-based obtient de meilleurs effets sur les problèmes de transfert. Le type de problèmes utilisés comme base de catégorisation (*voir <u>annexe 1.3</u>*) semble également impacter les résultats. De meilleurs effets sont relevés sur la catégorisation shopping (list/pictograph) que sur la catégorisation (part–part–whole/change/ compare).

La méta-analyse montre également l'importance d'un partenariat entre enseignant et chercheur dans l'implémentation du protocole. Les chercheurs ont la maîtrise du protocole et les enseignants la maîtrise et la connaissance de leurs élèves et du terrain.

Concernant **les élèves en difficulté** (i.e. MD : difficulté mathématiques), deux méta-analyses (Cook et al., 2020 ; Lein et al., 2020) ont cherché à vérifier si la méthode SBI peut être validée comme une méthode à données probantes (« *Evidence-Based practice* ») auprès d'élèves en difficultés. Ces méta-analyses ont retenu respectivement 10 études (106 participants et 31 études (2838 participants). Elles concluent à **l'efficacité de la méthode** en soulignant cependant plusieurs **limites**, relatives à la sélection des études, au design du protocole ou encore au fait que le chercheur assure lui-même l'intervention. En particulier, les deux méta-analyses montrent un effet plus important de l'intervention sur les performances lorsque ce sont les chercheurs qui assurent l'intervention.

Concernant la mise en œuvre pratique, Powell (2011) passe en revue douze études impliquant une démarche faisant appel aux schémas auprès d'élèves à besoin. L'auteur dresse alors un descriptif des paramètres efficaces d'intervention. Pour être efficace auprès d'élèves à besoin, la démarche doit tout d'abord être **explicite et organisée**. Ensuite, les séances doivent être programmées sur une **durée longue** (semaines, mois) et répétée (plusieurs fois par semaine**)**. En effet, Griffin et Jitendra (2009) n'obtiennent aucun effet lors d'une intervention de 20 séances programmées une fois par semaine tandis que, sur le même protocole, mais avec une programmation chaque jour de la semaine, Jitendra, Griffin, Haria, et al. (2007) améliorent les performances des élèves comparativement aux élèves du groupe contrôle. Enfin, (Fuchs et al., 2008) isolent les effets de l'enseignement de schémas dispensé en **classe entière** par rapport à une intervention en **petits groupes**. Ils concluent que, pour améliorer les performances des élèves à besoin de manière optimale, les deux organisations pédagogiques sont **à combiner.**

Parmi les dispositifs spécifiques particuliers mis en œuvre auprès d'élèves à besoin, deux autres pistes ont été explorées avec des résultats positifs. En premier lieu, Jitendra et al. (2016) évaluent par une méta-analyse les effets d'une **instruction stratégique** consistant à amorcer les structures des problèmes par les **représentations schématiques** auprès d'élèves en difficulté. Les auteurs retiennent 25 études et concluent que la représentation visuelle des problèmes mathématiques en tant que **stratégie** auprès d'élèves en difficulté peut être considérée comme une **pratique** à données probantes. Ensuite, Fuchs et al. améliorent les performances d'élèves à risque avec un autre dispositif connu sous le nom de « tutoring » (Fuchs et al., 2006, 2008, 2009, 2014, 2019) – voir encadré 1.4. Ce dispositif repose sur un **travail en petit groupe** avec **guidage** des élèves par l'enseignant. Dans le cadre d'interventions SBI, sur certains temps, les élèves repérés (MD, à risque), intègrent ces petits groupes avec lesquels l'enseignant met en œuvre un enseignement explicite des stratégies étape par étape (Voir encadré « Tutoring »).

<u>Encadré 1.4</u> : Exemple de la mise en œuvre du « *Tutoring* »

(Enseignement stratégique en petit groupe)

(Fuchs et al., 2009, 2014, 2019)

Le principe du « tutoring » dans le cadre des démarches SBI est d'enseigner explicitement aux élèves des stratégies étape par étape.

En premier lieu, l'élève parcourt le problème. Il le lit et souligne l'inconnu dans la question. Ensuite l'élève doit nommer la catégorie de problèmes (Combiner, Comparer ou Changement).

L'équation associée à la catégorie est écrite par l'élève (par exemple : P1 + P2 = T). L'élève relit alors le problème et doit construire la structure propositionnelle du texte et instancier les variables dans l'équation. Il est amené à barrer les nombres utilisés et les données inutiles.

Selon les auteurs, ce tutorat utilise les schémas et facilite ainsi les liens entre le modèle de situation, le schéma et les stratégies de résolution~~s~~ efficaces tout en réduisant les exigences en matière de raisonnement et de mémoire de travail.

Parallèlement à ces études, Swanson (2014) étudie l'impact d'un enseignement stratégique diversifié avec feed-back (i.e. 3 stratégies différentes) et cherche à déterminer dans quelle mesure leur efficacité se trouve modulée par les capacités de la mémoire de travail. Il relève effectivement que les élèves présentant une capacité de mémoire de travail relativement importante bénéficient plus des interventions introduisant les stratégies que ceux dont la capacité en mémoire de travail est faible. De plus, pour ces derniers, l'impact de cet enseignement **une absence d'effets voire un impact négatif sur les performances en résolution de problèmes.**

L'instruction mise en œuvre dans les protocoles Schema-based Instruction ou Schema-Broadening utilise **la théorie des schémas**. Dans une partie des cas, des supports visuels sous la forme de **schématisations prototypiques** sont utilisés et dans l'autre partie, ce sont **des équations prototypiques**. Les dispositifs déployés suivent dans la majorité des cas une **instruction explicite ou stratégique**. Des dispositifs particuliers sont également mis en place pour les élèves à besoin : guidage en petit groupe, guidage des représentations visuelles en grand groupe. Les études et méta-analyses montrent **des résultats** sur tous les profils d'élèves. Cependant, ces interventions montrent une **absence d'effets** voire un impact négatif en fonction des **capacités en mémoire de travail** (Swanson, 2014).

I.2.1.4 The Model Method : une démarche dans la lignée du SBI ?

En 1983, le ministère de l'éducation Singapourien introduit une heuristique impliquant le dessin de diagrammes nommée Model method (*Voir encadré 1.5*). Cette méthode est utilisée comme outil pour résoudre des problèmes arithmétiques et algébriques impliquant des nombres entiers, des fractions, des rapports et des pourcentages (Kho, 1987). Le principe de cette méthode est de permettre la visualisation de la structure sous-jacente du problème grâce aux diagrammes visuels. Elle s'appuie sur le modèle de traitement de résolution de problèmes de Kintsch et Greeno (1985). Celui-ci décrit deux modes de représentation : la base de texte et le modèle de problème.

Certaines publications apparentent clairement cette méthode à une **démarche alliant l'instruction SBI et les avantages des représentations schématiques** (Kaur, 2019) et placent dans la mise en œuvre, la reconnaissance de la catégorie du problème par l'élève en pré-requis amenant ainsi l'utilisation d'un schéma prototypique. **D'autres publications** insistent sur l'importance d'un **aller-retour permanent entre le texte et le diagramme** lors de la réalisation de celui-ci (de Koning et al., 2022 ; Ng & Lee, 2009) et ce, dès la première lecture du texte *(Voir annexe 1.4)*. La convocation du schéma prototypique de problème dès la lecture du problème pourrait ne pas être automatique dans cette mise en œuvre. On peut se demander si cette forme de mise en œuvre, ne favoriserait pas l'élaboration du modèle mental.

En France, cette démarche fait son apparition dans les guides officiels en 2022. Les textes officiels français optent en partie pour le second courant : l'élève doit reconnaitre le type de schéma à réaliser avant de faire sa schématisation mais insistent tout particulièrement sur l'importance de la compréhension : « *Les processus en jeu dans la compréhension de textes étudiés en français interviennent également pour la compréhension d'un problème en mathématiques.* » *p.45 (Voir annexe 1.5)*. En fonction de la mise en œuvre effective en classe, la démarche peut s'apparenter ou non à une instruction **du type SBI.**

Encadré 1.5 : Éclairage et Illustration de mise en œuvre :

Model Method: (de Koning et al., 2022 ; Kaur, 2019 ; Ng & Lee, 2009)

Principe : Dans la Model Method, les élèves sont encouragés à décrire graphiquement la situation décrite dans le texte du problème en représentant la ou les relations entre les quantités sous la forme de rectangles : Toutes les informations explicitement ou implicitement présentées dans le problème sont représentées dans une série de rectangles (i.e. diagramme en barres) où chaque rectangle représente une variable différente (et sa quantité) du problème *(voir annexe 1.4)*

Étape énactive, Étape iconique et Étape symbolique (Bruner, 1973) :

À Singapour, en première ou deuxième année de primaire, les élèves apprennent à utiliser des images d'ours et d'autres objets familiers pour modéliser les informations présentées dans des problèmes arithmétiques. Plus tard, pour augmenter le niveau d'abstraction, des rectangles sont utilisés pour remplacer les images. Ils suivent ainsi les trois étapes de développement de Bruner (1973), l'étape énactive[4], l'étape iconique[5] et l'étape symbolique.

Dès la 3e primaire, les enfants apprennent à appliquer la même heuristique pour résoudre des problèmes algébriques impliquant des nombres entiers. Cette heuristique – la Model method – donne aux élèves un accès précoce à de tels problèmes en évitant la nécessité de construire et de résoudre des équations algébriques linéaires. Des problèmes algébriques impliquant des fractions et des rapports sont ensuite introduits.

Mise en œuvre pour résoudre un problème :

Trois phases s'enchaînent :

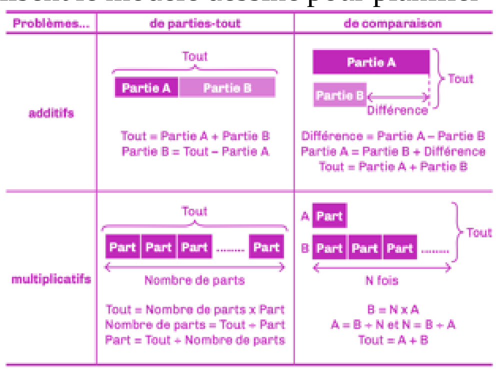
Phase 1 : Phase de texte (T) Les enfants lisent le texte dans le but d'identifier les variables, les quantités et les relations données ainsi que ce qui est inconnu et doit être trouvé.

Phase 2 : Phase structurelle (S) Dans cette phase, les enfants représentent les informations textuelles à l'aide de rectangles et suivant les normes de la méthode.

Phase 3 : Phase procédurale-symbolique (P) les élèves utilisent le modèle dessiné pour planifier et développer une séquence d'équations arithmétiques, qui permet de résoudre le problème.

Exemples de représentations schématiques : diagrammes en barre

(Extrait Guide « La résolution de problèmes au cours moyen, MEN)



[4] Étape basée sur l'action et la manipulation. Elle concerne le canal sensori-moteur.

[5] Étape basée sur la représentation : il s'agit ici de pouvoir se représenter quelque chose sans l'avoir devant les yeux. L'action du mode enactif est transformée en image mentale.

Concernant The Model Method, les publications se sont attachées à évaluer parmi les élèves ayant suivi l'instruction correspondante (et encouragés à l'utiliser lors du test de problèmes), l'impact de l'utilisation effective de la méthode sur les performances comparativement aux élèves de ces mêmes groupes n'ayant pas recours à la schématisation.

Aux Pays Bas, De Koning et al. (2022) soumettent à une population de 75 élèves de cinquième année de primaire qui suivent dans leur cursus scolaire la « Model Method », une série de problèmes consistants et inconsistants. Dans l'ensemble, **l'utilisation de diagrammes est associée à une performance accrue** sur les problèmes consistants et inconsistants, mais les avantages les plus importants des diagrammes sont constatés pour les problèmes inconsistants. En effet, lorsque les élèves utilisent un diagramme en barre, ils ont de meilleurs performances sur les problèmes inconsistants que leurs pairs n'ayant pas utilisé le diagramme : les diagrammes corrects sont liés aux réponses correctes, mais inexacts aux réponses incorrectes.
Les auteurs concluent que les diagrammes fournissent un support graphique efficace pour résoudre des problèmes inconsistants.

Ho et Lowrie (2014) réalisent sur le même principe une étude *(voir encadré 1.6)* auprès de 607 élèves singapouriens et montrent également des effets positifs de la « Model Method ». Cependant, Les auteurs concluent à une condition nécessaire mais non suffisante de l'utilisation d'une méthode visuelle pour permettre aux élèves de réussir un problème et à une nécessité de former les élèves à une diversité de représentations.

<u>Encadré 1.6</u> : Etude Ho et Lowrie (2014)

Ho et Lowrie (2014) ont mené une étude sur les productions d'élèves de 607 élèves de Singapour âgés de 11-12 ans. Ceux-ci sont confrontés à deux problèmes de difficulté différente. Ils analysent ces productions à deux niveaux : la production de schémas (correct/incorrect) et d'une opération (correcte/incorrect). A Singapour, la méthode du modèle en barre est enseignée à tous les élèves.

Bien que la méthode soit généralisée, tous les élèves ne recourent pas à un schéma. La proportion d'élèves ayant recours au schéma augmente en fonction de la difficulté : sur 607 élèves, 134 utilisent un schéma pour le problème le plus simple et 269 pour le problème le plus complexe. **Parmi ceux qui optent pour le schéma**, **il subsiste entre 30 et 40% d'échecs,** à savoir une opération incorrecte. Dans le cas le plus simple, **le schéma est correct** mais **c'est le choix de l'opération qui ne l'est pas**. Dans le cas du problème complexe, 9% des élèves ayant recours au schéma font un schéma correct mais une mauvaise opération et 24% un schéma erroné et un opération erronée.

Les auteurs concluent à une condition nécessaire mais non suffisante de l'utilisation d'une méthode visuelle pour permettre aux élèves de réussir un problème. Ils émettent plusieurs pistes d'amélioration dont celle mettant l'accent sur la compréhension du problème. Ils précisent notamment que ce qui est vital pour réussir la résolution est de comprendre les relations entre les différentes informations et de réaliser un schéma correct. Ils notent également un manque de flexibilité des démarches des élèves et préconisent une diversification des représentations utilisées pour la résolution.

Dans l'ensemble, les recherches qui ont évalué l'impact de la Model Method (de Koning et al., 2022 ; Ho & Lowrie, 2014 ; Kaur, 2019; Ng & Lee, 2009) obtiennent **des effets positifs**. Ho & Lowrie reconnaissent cependant que les élèves ayant recours à cette démarche **manquent de flexibilité dans leurs démarches** et préconisent de les former à d'autres méthodes de représentation pour les outiller davantage lorsqu'ils sont confrontés à de nouvelles situations.
Les **écarts possibles dans la mise en œuvre** ne permettent pas d'identifier clairement l'origine de l'amélioration des performances des élèves : le recours à une **méthode relevant de la théorie des schémas** (Kaur, 2019) **ou plutôt une méthode** (de Koning et al., 2022 ; Ng & Lee, 2009) qui, en amenant l'élève à construire lui-même son **diagramme par des aller-retours avec la base de texte** (prise en compte du sens de la situation et des ordres de grandeur), améliorerait le modèle de situation.
On peut aussi s'interroger si, dans certaines publications qui mettent en œuvre la théorie des schémas, ce n'est pas en partie l'impact du recours à la schématisation comme support visuel qui est évalué.

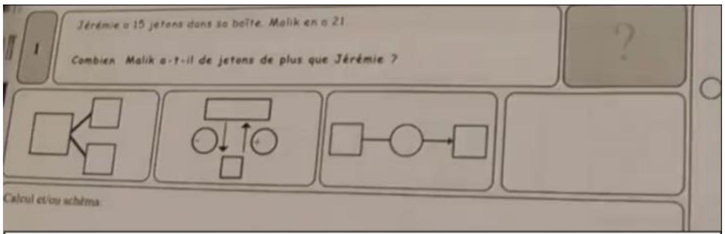
I.2.1.5 En France : quelques dispositifs en lien avec la théorie des schémas

En France, sous l’impulsion des travaux de Vergnaud (1982), le recours à une démarche faisant appel à l’instanciation de schémas s’est largement diffusée dans la sphère éducative *(voir encadré 1.7)*. Cependant dans le cadre scolaire français peu de recherches ont été menées pour évaluer l’impact de cette démarche.

<u>Encadré 1.7</u> : Exemple de diffusion dans la sphère éducative :

Les sites officiels et notamment le site de l’IFE ont contribué à diffuser cette démarche (extrait vidéo site IFE, 2018). Ci-dessous, des extractions de vidéos illustrant la mise en place de la démarche avec un focus sur les outils schémas utilisés mais aussi sur les étapes et sur la démarche des élèves.

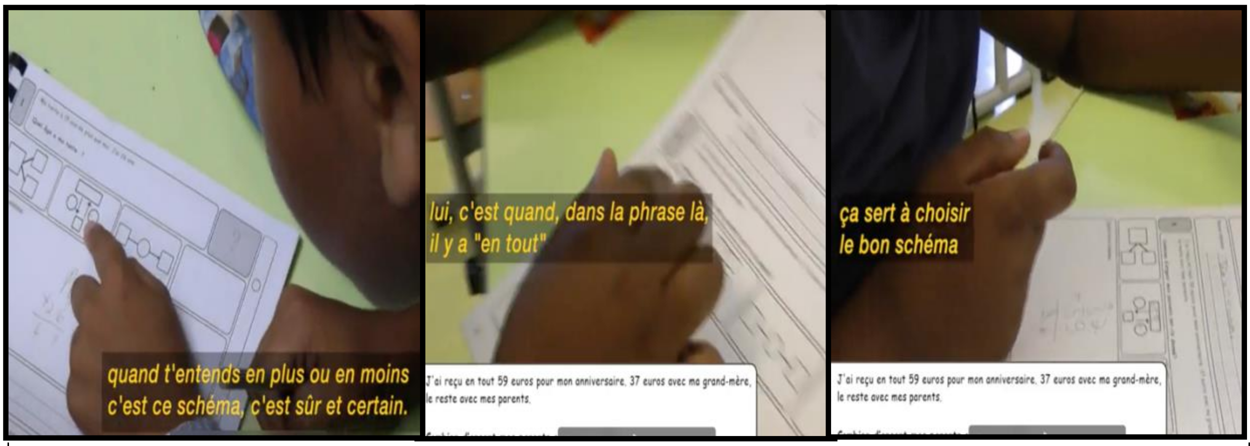
La Schématisation



Exemple d’une page du fichier élève : de gauche à droite :
Schéma Combinaison - Schéma Comparaison - Schéma Transformation

Que fait l’élève dans ce dispositif ?

L’élève lit le problème, choisit le bon schéma, place chaque nombre dans la bonne case et **exécute** l’opération associée au schéma. Il écrit ensuite sa phrase réponse.



L’élève est ainsi amené à choisir un schéma sur la base d’indices : dans l’exemple ci-dessus, ce sont des mots inducteurs qui orientent son choix ou encore la reconnaissance d’un type de problème : « ce schéma c’est lorsque il y a quelque chose qui change ».
Dans un autre extrait de la vidéo, l’élève explique choisir ce schéma car c’est le nouveau schéma qui a été introduit lors de cette séance.

Nous pouvons cependant évoquer, du côté de la recherche et de l'objectivation des résultats dans le contexte français, Levain (2000) qui met en place un dispositif faisant appel à l'utilisation de schémas prototypiques dans un environnement coopératif *(voir encadré 1.8)*. La première année, le dispositif ne montre pas d'amélioration de performances. La deuxième expérimentation montre des résultats significatifs sur les problèmes de transformation grâce à des améliorations **privilégiant les aspects de compréhension** et de traitement des situations grâce à l'introduction des calculatrices. Cependant, au vu des résultats des élèves à besoin, les auteurs concluent que le dispositif ne constitue pas en soi la solution pour améliorer les performances de ces élèves.

<u>Encadré 1.8</u> : Mise en œuvre pratique du dispositif : (Levain, 2000)

Une population de 100 élèves de CM1 et CM2 est appariée (après pré-test) dans deux groupes (contrôle et expérimental). Le post-test est réalisé 3 mois après l'intervention. Au cours des 3 séances du protocole, d'1h45 chacune, les élèves sont amenés à reconnaitre le schéma associé à un problème mais aussi à produire des problèmes à partir d'un schéma proposé. L'intervention s'organise suivant les trois temps suivants:

1) **Présentation** des différents types de schémas additifs et multiplicatifs. Association des opérations (directe et inverse) et analyse des différentes procédures

2) Travail de **mise en correspondance** entre schémas et énoncés. Résolution d'une série de problèmes. Appui sur un travail de groupe. Construction des schémas et opération associée.

3) **Construction d'énoncés** de problèmes correspondant à différents schémas fournis. Puis résolution de problèmes et ~~une~~ discussion générale.

Les diagrammes associés sont les schémas de Vergnaud. Cette démarche s'inscrit dans la lignée des démarches SBI mises en œuvre aux Etats-Unis. La particularité de cette étude est de s'appuyer sur la coopération entre élèves. La première année, l'entraînement a peu d'effet global. L'année suivante, des aménagements sont apportés au protocole pour alléger la charge de travail des élèves tout **en privilégiant les aspects de compréhension** et de traitement des situations problèmes. Aussi, des calculatrices sont désormais fournies aux élèves et utilisées systématiquement au cours des trois séances didactiques et au post-test. Ces aménagements montrent des effets positifs. Les auteurs concluent que de nombreux paramètres peuvent influencer les performances et que, parmi ceux-ci, l'introduction de la calculatrice a modifié profondément les résultats. Ils préconisent ainsi de dissocier plus largement l'apprentissage des algorithmes opératoires des activités de résolution.

En France, ce sont les travaux de Jean **Julo** (1995, 2002) qui ont particulièrement contribué à **diffuser la théorie des schémas**. L'auteur milite pour un apprentissage des schémas de problèmes via l'activité de représentation du problème. Contrairement à Vergnaud qui incite à une catégorisation des problèmes et à une utilisation de schématisations prototypiques, Julo lui, cherche à faciliter la représentation du problème pour contribuer à l'élaboration **des schémas de problèmes** (construction d'une mémoire des problèmes). Il s'appuie ainsi davantage sur des tâches de classement ou de fabrication d'énoncés ou encore sur un dispositif de multi présentation (Julo, 2002). Pour lui, les schémas de problèmes ne se formeraient pas tous de manière identique : certains seraient basés par exemple sur la structure profonde des problèmes, ou encore d'autres sur des indices de surface. Il décrit trois types de formation de schémas : le type cas, le type catégorie abstraite, le type groupement. Le recours à la reconnaissance d'une méthode de résolution basée sur la reconnaissance de la structure des problèmes ne lui semble pas appropriée. Il propose plutôt un dispositif **d'aide à la représentation**. Ces aides sont apportées pendant l'activité de résolution de problèmes et doivent répondre à des critères qui assurent que l'activité de l'élève n'est pas modifiée : *« l'aide ne contient pas d'indices sur la solution, l'aide n'oriente pas vers une procédure de résolution, l'aide ne suggère pas une modélisation du problème. »* (Julo, 2002, p. 45)

Comme Julo, Priolet (2008) met en place un dispositif qui vise à placer l'élève **en situation de résolution de problèmes** en opérant des **rapprochements entre les problèmes** *(voir encadré 1.9)*. Elle propose un cadre didactique d'intervention à mi-chemin entre la didactique et la psychologie. L'intervention s'appuie sur les apports théoriques de différents auteurs : Brousseau, Glaeser, Duval, Bachelard et Vergnaud. Ainsi, le cadre didactique opérationnalisé s'appuie sur 4 grandes phases : La recherche, la mobilisation des connaissances antérieures, la **conversion** dans différents **registres sémiotiques** et la **catégorisation**. La recherche de Priolet (*ibid.*) est réalisée sur un total de huit classes de CE2 (4 expérimentales et 4 contrôles) composé de 137 élèves. Les progrès observés dans le groupe expérimental sont significativement plus importants que ceux du groupe contrôle. Scheibling-Sève et al. (2022) amènent les élèves à catégoriser tout en travaillant sur les conceptions intuitives grâce avec au recodage sémantique (Voir partie Compréhension : conceptions intuitives et recodage sémantique). Cette dernière étude, sur une population plus large que l'expérimentation de Priolet (2008), montre une amélioration des performances des élèves.

Encadré 1.9 : Mise en œuvre pratique du cadre R^2C^2 (Priolet, 2008)

L'étude est mise en œuvre auprès de 8 classes de CE2 (4 expérimentales et 4 contrôles) avec méthode classique d'apprentissage en milieu écologique avec pré-test entraînement et post-test. Les résultats aux tests sont exploités en parallèle d'une analyse minutieuse de la mise œuvre et des gestes professionnels des enseignants.(observations, questionnaires, entretiens).

Le dispositif $\mathbf{R^2C^2}$ s'appuie sur la mise en œuvre de 4 principes en interaction (voir *annexe 1.6*) et peu à peu pris en charge par l'élève. L'élève est amené à chercher, faire le lien avec d'autres problèmes rencontrés antérieurement, catégoriser le problème et traduire sa résolution dans d'autres registres sémiotiques (textuel : texte ; numérique : opération ; iconique : schémas…)

En moyenne, dans l'expérimentation, les élèves étaient confrontés à 5 problèmes par semaine entre janvier et mars. Ils étaient amenés à mettre en œuvre les 4 principes de la démarche et à utiliser un certain nombre d'outils : le répertoire de référence pour garder la mémoire et remobiliser ultérieurement, la boite de référence pour classer les problèmes en catégories et les schémas référents pour faciliter la catégorisation.

Chaque boîte - référente correspond à une catégorie de problèmes définie par Vergnaud (1990) Matérialisées par des fiches, ces boites reçoivent et mettent en relation les différents types de données.

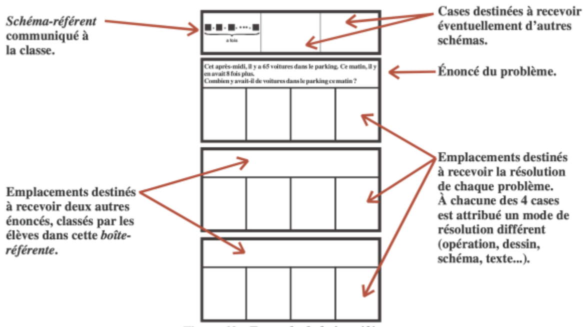
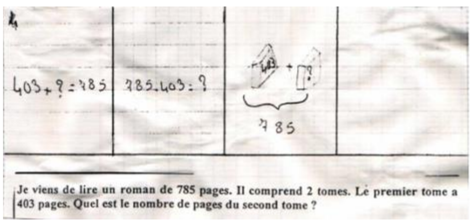


Figure 68 : ***Exemple de boîte-référente***



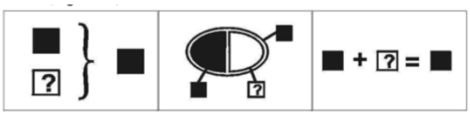


Figure 69 : ***Exemples de schémas–référents***

Exemple de conversion (extrait d'un cahier élève) - Exemple de schéma et en-tête de la « boite -référente n°1 »

Documents extraits du manuscrit de thèse M. Priolet, 2008

En France, les interventions évaluées, peu nombreuses, ont intégré la théorie des **schémas** avec quelques aménagements. Levain (2000) et Priolet (2008) **améliorent les performances** des élèves en mettant en œuvre deux dispositifs différents. Levain (2000) met en place un dispositif collaboratif qui incite à **reconnaitre les schémas** en **intensifiant la compréhension** par l'utilisation de calculatrices. Tandis que Priolet met en place un dispositif qui met en avant la **construction** et la réactivation de **catégories** de problèmes. Les élèves sont amenés à effectuer des rapprochements entre les problèmes et à les affecter dans une catégorie. La trace de résolution doit être **traduite dans les différentes représentations sémiotiques** dont les schématisations, mais aussi le langage ou encore des opérations.

I.2.1.6 Word problem is a form of text comprehension.

Fuchs et ses collaborateurs étudient particulièrement la mise en œuvre du dispositif SBI depuis le début des années 2000. Plusieurs recherches (Fuchs et al., 2006, 2008, 2010, 2016; Schumacher & Fuchs, 2012) axées d'abord sur des analyses corrélationnelles, puis des régressions hiérarchiques, les ont amenés à considérer la compréhension comme un levier d'intervention. En 2006, Fuchs et al. identifient le langage comme un paramètre en lien avec les performances en RDPA. Aussi, dès 2008, alors qu'ils cherchent à savoir si la résolution de problèmes et le calcul s'inscrivent dans des domaines distincts de la cognition mathématique, ils montrent auprès de 924 élèves issus de 89 classes que la difficulté à résoudre des problèmes est associé à **un langage déficient et à la pauvreté** (critère social). Ce résultat est étayé par d'autres études (Chan & Kwan, 2021; Fuchs et al., 2016; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008). Chan et Kwan (2021) cherchent à identifier le lien entre les performances en RDPA et plusieurs autres variables : la fluence en lecture, les concepts arithmétiques, le vocabulaire mathématique, les représentations schématiques et la mémoire de travail. Ils montrent que **le vocabulaire mathématique** joue **un rôle important** et a un impact sur les performances en résolution de problèmes. Au final, pour Fuchs et al. (2015), « word problem is a form of text comprehension ». En effet, Sur quatre groupes de CP (n = 416 élèves à risque en mathématiques), Fuchs et al. obtiennent après 45 semaines d'instruction que les deux groupes (groupe schéma et groupe schéma et compréhension intégrée) utilisant les schémas fassent mieux que le groupe contrôle et que le groupe entraîné aux seules opérations. De plus, le groupe traitant les schémas dans une activité de compréhension obtient de meilleurs résultats que les autres. Toutefois, les auteurs soulignent qu'ils **ne savent pas si ces effets positifs perdurent** (Fuchs et al., 2021).

Au final, la nécessité de concevoir l'élaboration des schémas comme consécutifs à l'expérience cumulée de résolution de problèmes différents aboutissant à la constitution en mémoire de formes prototypiques (Riley et al., 1983) les a conduits à inscrire l'instruction relative aux schémas dans une **démarche mettant l'accent sur la compréhension des énoncés** ce qui en améliorerait l'efficacité *(voir encadré 1.10)*.

<u>Encadré 1.10</u> : Éclairage et Illustration de mise en œuvre

(Fuchs et al., 2014, 2020, 2021)

Cette démarche comporte les mêmes phases que l'instruction Schema-Broadening. Dans chaque situation pratique, un module axé sur la compréhension est intégré. Cette méthode pédagogique intégrant la compréhension **est explicite** et est conçue pour aider les élèves à comprendre et à **appliquer** correctement ces concepts **dans le contexte** de la résolution de problèmes.

Chaque séance s'articule autour d'un point de langage spécifique et reconnu pour sa difficulté potentielle pouvant faire obstacle à la résolution. Avant la résolution du problème, un enseignement explicite sur la notion langagière est mené au travers d'exemples, de discussions et de reformulations. Le problème est ensuite proposé à la résolution. Dans la séance suivante, la difficulté langagière est à nouveau proposée dans un problème dans un autre contexte. D'autres entraînements sont ensuite proposés dans les leçons suivantes.

Le programme de connaissances langagières est précis. Il porte sur du vocabulaire et des concepts dont voici une illustration :

- Les mots qui désignent un rassemblement : ensemble, en tout
- Les catégories reliées au vocabulaire (animaux =chiens+chats)
- Les mots de comparaison (plus, moins, que , plus que…)
- Des particularités spécifiques à la langue anglaise pouvant amener des confusions : mots en -er (bigger vs. Teacher), confusions « more than » vs. « then...more »

Dans les problèmes de changement :

- Les structures syntaxiques : conjonctions de cause et d'effet (alors, parce que , ..)
- Les inférences dues à des verbes de transformation implicite (coûte, mange, trouve…)
- Les phrases qui montrent l'écoulement du temps (3 heures plus tard, le jour d'après…)

L’intervention de Fuchs et ses collaborateurs (2014, 2020, 2021) **intègre un travail sur le vocabulaire au dispositif SBI.** Des effets bénéfiques sont observés mais la stabilisation des performances n’a pas été mesurée. Ce programme s’appuie sur la prise en compte du **rôle des connaissances linguistiques** dans l’intégration sémantique du texte. Elle recouvre en partie un autre courant d’intervention utilisant le concept d’analogie (Sander & Hofstadter, 2013) et de conception intuitive (Sander, 2018)

I.2.1.7 Compréhension : conceptions intuitives et recodage sémantique

Un autre courant d’intervention basé sur la compréhension avec un travail d’analyse des relations sémantiques entre les objets s’est développé récemment. Dans ces interventions, les élèves sont amenés à un recodage sémantique permettant de dépasser leurs ***conceptions intuitives*** *(voir encadré 1.11)* orientant vers des procédures erronées ou couteuses. Le **recodage sémantique** consiste à permettre à l’élève d’adopter un point de vue différent de celui adopté de manière intuitive et spontanée. (Sander, 2018).

Encadré 1.11 : Conception/analogie intuitive : apports de la recherche

L’analogie est un mécanisme psychologique adaptatif pour appréhender la nouveauté à partir de la référence à ce qui est connu . Une situation pourra ainsi être comprise à partir d’une autre. Sander (2018) décrit trois types d’analogies intuitives constituant des facteurs d’influence dans les processus de résolution de problèmes à énoncés verbaux : **Les analogies de substitution, de scénario et de simulation**. Elles reposent sur des connaissances extra-mathématiques construites en amont. Dans une situation de résolution de problème, une analogie peut-être facilitatrice lorsqu’elle conduit à des inférences pertinentes mais dans le cas contraire elles amène **l’élève à mobiliser spontanément** une représentation inappropriée. L’élève doit alors faire évoluer cette représentation initiale.

Une analogie de **substitution** se caractérise par le fait qu'une connaissance préalable se substitue à la notion mathématique. A chaque opération arithmétique correspond une conception intuitive. Ainsi une situation où l’on gagne/ajoute activera l’opération addition, une situation où l’on perd/enlève activera l’opération soustraction (Fischbein, 1989), une situation de multiplication activera l’addition réitérée enfin la division correspondra à la valeur d’une part dans un contexte de partage. (Fischbein, 1989 ; Lakoff &Nunez 2000 ; Sander 2008)

Une analogie de **scénario** repose sur des connaissances extra-mathématiques de l'élève, comme la **nature des liens entre les entités** ou **des variables en jeu dans l'énoncé**. (Sander, 2007; Gros, Thibault & Sander, 2017, 2019 ; Scheibling-Sève et al , 2020).
En fonction de la nature des liens entre les entités ou des variables en jeu dans l'énoncé, la conception intuitive amènera l'élève vers une procédure de résolution. Si le situation est concordante, cela facilitera la résolution, par contre si elle discordante, cela amènera l'élève à une procédure erronée.

<u>Illustrations de la nature des liens entre les entités ou des variables en jeu dans l'énoncé</u>

Concernant la nature des liens entre les données, Bassok, Chase & Martin, (1998) montrent que si l'on demande à des participants de créer un problème avec des entités qui ont une relation de collatéralité, (par exemple des bananes et des oranges), ce seront majoritairement des problèmes additifs qui seront créés. Au contraire, une situation avec des sacs et des billes impliquera majoritairement des situations de partage. Un problème discordant du type : « Combien y a-t-il de sacs et de billes ensemble ? » sera plus difficile à traiter qu'un problème concordant du type : « Combien peut-on mettre de billes dans chaque sac ? ».

Concernant l'impact des variables en jeu, Gamo et al. (2014 ; 2011) montrent que dans un problème où plusieurs procédures de résolution sont possibles, la nature des variables (prix, durée) influence la procédure mise en œuvre. Un effet facilitateur peut donc apparaître en fonction de la nature de la variable en jeu. De plus, Gros et al. (2021) montrent que les grandeurs "durées", "hauteurs" et "nombre d'étages" entraînent un encodage ordinal, tandis que les grandeurs "collections", "poids" et "prix" orientent vers un encodage cardinal.

Une analogie de **simulation** repose sur la capacité à résoudre par une simulation mentale une situation analogue à celle décrite dans l'énoncé plutôt que d'utiliser la stratégie formelle. Par exemple, Schliemann et al. (1998) montrent que la situation « Quel est le prix de 3 objets à 50 cruzeiros » est mieux réussie que la situation « Quel est le prix de 50 objets à 3 cruzeiros » Brissiaud et Sander (2010) montrent que, même après instruction, les situations où les nombres permettent une simulation sont jusqu'à 2 fois plus réussis que celles où les nombres impliquent la stratégie formelle.

Outils de schématisation pour aider à franchir les conceptions intuitives : le schéma ligne, le schéma boite et le schéma rectangle (voir encadré 1.12 pour l'illustration de ces outils)

Les schémas visent à soutenir la compréhension de la situation mais aussi à renforcer le changement de point de vue. En effet, le schéma ligne adopte le point de vue d'une représentation ordinale tandis que le schéma boite adopte un point de vue cardinal. Le schéma nombre rectangle a pour fonction de présenter la multiplication comme une aire ou un produit pour combattre la conception intuitive d'addition itérée associée à la multiplication

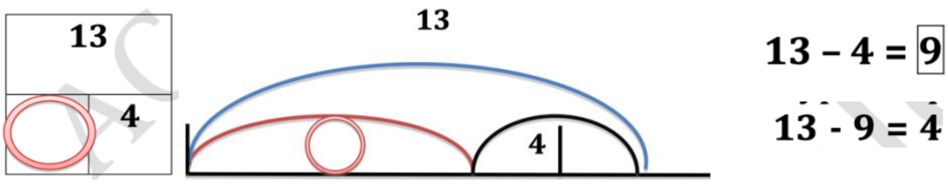
Deux dispositifs *(voir encadré 1.12)* ont mis à l'épreuve cette modalité d'intervention dans le cadre de séances de classe : le dispositif ACE au CP/CE1 sur l'année scolaire ((Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2020; Vilette et al., 2017) et le dispositif AIR2 au CM1 dans le cadre de 10 séances pédagogiques étalées sur 3 mois (Rivier et al. 2022). Dans les protocoles mis en œuvre la phase de compréhension et de **recodage** est suivie d'une phase écrite de schématisation. Les élèves recourent systématiquement à des schémas prototypiques dans une interaction avec les relations entre les données. Ces schémas visent à soutenir la compréhension de la situation mais aussi **à renforcer le changement de point de vue pour franchir l'obstacle des conceptions intuitives**. Ils sont au nombre de 3 : le schéma ligne, le schéma boite ou encore le nombre rectangle (dans le cadre de la multiplication). Le protocole AIR2 vise particulièrement le dépassement des conceptions intuitives hors du domaine de validité grâce au recodage tandis que le dispositif ACE utilise plus largement le recodage sémantique pour **accompagner les élèves dans une montée dans l'abstraction** (Sander &Richard, 2017) grâce aux reformulations et à une utilisation de la modélisation (schéma boîte et ligne).

<u>Encadré 1.12</u> : Mise en œuvre pratique des programmes ACE et AIR2

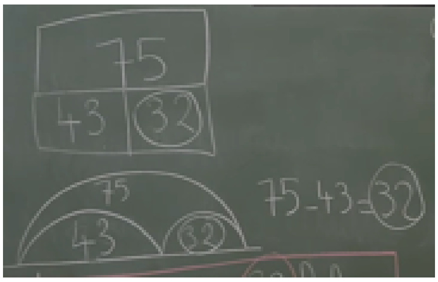
Dans **ACE,** les enseignants sont amenés à faire formuler aux élèves, à leur faire préciser l'inclusion des ensembles : « lequel est le plus grand ?, le plus petit ? » et à utiliser un vocabulaire réglé désignant les différents ensembles : « la quantité-tout, la quantité-partie, … » qui seront ensuite reportés dans le schéma. (voir *<u>annexe 1.7</u>* pour des compléments)
Dans les séances de résolution de problèmes, les élèves sont d'abord amenés à écouter le problème, à en extraire les données à utiliser avec un vocabulaire réglé, à effectuer au besoin un recodage sémantique en exprimant la relation d'inclusion qui lie ces données. Ensuite, les élèves sont conduits à coder la situation grâce aux schémas ligne et boite. Pour terminer ils réalisent le passage à l'opération.

Dans le **dispositif AIR2**, le programme des 10 séances est organisé de sorte que les différents types de discordance sont travaillés sur chaque opération arithmétique. Lors de chaque séance, les élèves sont confrontés à des énoncés de types travaillés lors des séances précédentes et des énoncés de type nouveau. Comme dans le dispositif ACE, la mise en œuvre s’appuie sur le recodage sémantique et l’utilisation de différentes schématisations prototypiques (schéma boite, schéma ligne et nombre rectangle) avec alternance de différentes organisations pédagogiques : recherche individuelle, mise en commun et confrontation de stratégies.

<u>Les représentations utilisées</u> : (schéma ligne, schéma boîte et opération algébrique)



Représentation extraites des documents d’accompagnement disponibles sur le site de présentation du dispositif ACE. (http://blog.espe-bretagne.fr/ace/)



Utilisation en situation de classe – Extrait de la vidéo du site de présentation du dispositif AIR2 (https://www.reseau-canope.fr/conseil-scientifique-de-leducation-nationale-site-officiel/groupes-de-travail/gt-5-metacognition-et-confiance-en-soi/apprendre-a-resoudre-des-problemes-le-dispositif-air2.html)

Dans le dispositif ACE, l’intervention implique 1907 élèves de CP issus de deux milieux (éducation prioritaire et éducation non prioritaire). Parmi eux, 1051 élèves participent au dispositif ACE. Le groupe expérimental obtient de **meilleurs résultats** que le groupe contrôle sur tous les types de problèmes évalués sauf sur la situation de partage. Ces effets sont significatifs pour la moitié des problèmes : recherche d’un ajout, comparaison congruente et transformation additive. En outre, les résultats s’avèrent **meilleurs** dans le groupe Éducation prioritaire. Gvozdic et Sander (2020) analysent les procédures de 208 élèves et montrent que les élèves participant au dispositif ACE produisent plus de stratégies formelles que leurs pairs du groupe contrôle, ce qui conforte l’un des objectifs qui est en effet d’accompagner les élèves vers la structure profonde du problème grâce au recodage sémantique (Sander & Richard, 2017).

Concernant le dispositif AIR2, l’intervention concerne 168 élèves de CM1 et CM2. Il montre des résultats significatifs permettant aux auteurs d’affirmer que la conduite par des enseignants d’une séquence de 10 séances de résolution de problèmes intégrant des discordances de substitution, scénario et simulation à des fréquences contrôlées est suffisante chez des élèves de CM1 pour favoriser la maîtrise des concepts visés dans les instructions officielles.

Dans cette dynamique Gamo et al. (2009, 2011, 2014) réduisent l'impact des conceptions intuitives sur les performances en RDPA. Ils mettent en place un dispositif d'apprentissage sur un nombre réduit de séances sur une population ordinaire (Gamo et al., 2009, 2011) et sur une population d'éducation prioritaire (Gamo et al., 2014). La démarche, basée sur le changement de point de vue et le **recodage** utilise une **instruction explicite** et la **comparaison de stratégies** de résolution.

Les interventions amenant les élèves à mettre en œuvre un recodage sémantique montrent des améliorations de performances en primaire. Ce **recodage sémantique** agit sur la **compréhension** de la situation en incitant au changement de point de vue. De cette façon, les élèves sont amenés à **dépasser la structure induite** sémantiquement par le contenu de l'énoncé et à prendre un point de vue alternatif permettant d'élaborer une **conceptualisation** de la structure mathématique.

Deux objectifs sont ainsi visés : le premier est de dépasser les conceptions intuitives et les procédures induites par celles-ci. Le second est d'accompagner une **montée dans l'abstraction** : la phase de mathématisation (du modèle de situation au modèle de problème).

Dans ces interventions les **schématisations** et le **vocabulaire mathématique** sont des outils privilégiés de la démarche qui ne visent pas la compréhension globale mais plutôt la deuxième partie du processus de résolution : la mathématisation. (Voir chapitre 2)

I.2.1.8 Une autre piste : les concepts avant les procédures

Une autre piste est évoquée par De Corte et Verschaffel (1981). Ils préconisent de **différer la phase** de traitement des nombres après une **phase de réflexion**. Cette « thinking phase » doit permettre aux élèves d'acquérir des compétences d'analyse pour identifier les relations entre les données **avant de calculer**. Pour ces auteurs, ce sont les concepts qui doivent être appris en amont (égalité, partie-tout…) puis appliqués au cours de cette phase de réflexion.

Des interventions utilisant comme levier un travail sur les concepts sont mis à l'épreuve dans plusieurs recherches récentes dans le cadre de la résolution de problèmes (Rittle-Johnson et al., 2001; Rittle-Johnson et al., 2016; Scheibling-Sève et al., 2022). Scheibling-Sève et al. (2022) mettent en place auprès de 588 élèves de quatrième et cinquième grade (CE2 et CM1) un protocole qui s'appuie en partie sur le changement de point de vue. Les élèves du groupe expérimental sont entraînés lors de 12 séances à adopter un ou plusieurs points de vue pour améliorer leurs performances dans la résolution de problèmes multiplicatifs en lien avec la proportionnalité. Le programme aborde d'abord les problèmes de comparaison additifs puis les problèmes de comparaison multiplicatifs. Lors de chaque séance, les élèves sont amenés à manipuler le vocabulaire mathématique spécifique de ces différentes catégories de problèmes :« plus que/moins que ; fois plus que/fois moins que » en adoptant le point de vue inverse de celui parfois décrit dans le problème. L'articulation des séances amène également les élèves à mettre en relation, comparer et à catégoriser ces expressions et à les associer à un type de problème. Ce protocole, qui s'appuie sur un traitement des concepts avant de s'engager dans le procédural, montre des effets significatifs sur les performances. Comme l'avaient suggéré Rittle-Johnson et ses collaborateurs (2016), il semblerait qu'un travail sur les concepts dans le cadre de la résolution de problèmes amène de meilleurs résultats en résolution de problèmes[6] qu'un travail sur le procédural ou encore sur le procédural mené parallèlement au conceptuel. Cependant, une revue de la littérature (Rittle-Johnson & Sigler, 1998) montre qu'en fonction du matériau travaillé (i.e. comptage, raisonnement proportionnel, additions, fractions, multiplication…), cette règle peut s'inverser ou valoriser un travail concomitant du procédural et du conceptuel.

I.2.1.9 Conclusion sur les interventions dans le cadre des activités scolaires

Comme nous l'avons pointé en analysant l'activité des élèves dans l'ensemble des interventions présentées, nombre d'entre elles ont centré leur intervention sur **la notion de schémas**. Elles utilisent la reconnaissance de catégories (Levain, 2000 ; Fuchs, 2004, 2009, 2010 ; Cook et al. (2020) pour une revue; Lein et al., 2020, pour une revue) mais également la construction de ces catégories (Priolet, 2008 ; Scheilbing, 2022). Les interventions mettant en œuvre **la théorie des schémas dans le cadre d'une instruction explicite** montrent des résultats positifs (Cook et al., 2020; Lein et al., 2020; Myers et al., 2022; Peltier & Vannest, 2017). Toutefois, certains travaux rapportent une absence d'effets, voire un impact négatif, en fonction des capacités de la mémoire de travail (Thevenot & Oakhill, 2006 ; Swanson, 2014)

[6] Avec un point important à noter concernant le matériau utilisé dans cette étude : il s'agit d'un matériel de problèmes arithmétiques présentés sous forme symbolique. Les participants recevaient en effet une instruction procédurale ou conceptuelle sur des équations mathématiques du type « 3 + __ = 10 » et non pas sur des problèmes arithmétiques à énoncé verbal.

Les études **les plus récentes rapportent des résultats en s'appuyant sur la compréhension et sur les concepts.** Fuchs et al. (2014, 2018, 2020, 2021) intègrent un travail sur le **vocabulaire mathématique** aux dispositifs basés sur la reconnaissance de schémas, tandis qu'un pan de la recherche explore la dimension des **conceptions intuitives** (Sander, 2018 ; Gamo et al. 2009, 2011, 2014 ; Gvozdic et Sander 2020 ; Sander et Richard, 2017 ; Scheibling-Sève et al., 2022 ; Rivier et al. 2022). Plusieurs équipes travaillant sur le Model Method (de Koning et al., 2022 ; Ng & Lee, 2009) utilisent du matériel et construisent les diagrammes en **aller-retour avec le texte du problème**. Levain (2000) a recours à l'utilisation de calculatrices pour supprimer le volet procédural de l'activité et **renforcer la phase de compréhension**.

Il est à noter qu'une étude comparative entre l'intervention « schéma classique » *versus* « schéma intégrant la compréhension » montre une **plus-value significative** de **l'intégration d'un volet compréhension** à une démarche basée sur les schémas. Cependant la stabilité de cette plus-value n'a pas été testée.

Comme proposé et partiellement mis en œuvre par De Corte et Verschaffel (1981), un travail exclusif privilégiant la compréhension instituerait une **phase de réflexion** qui différerait la phase technique de traitement des nombres. Cette phase de réflexion serait un levier pour améliorer le modèle de situation de l'élève ou encore pour inhiber un recours automatique à des schémas non pertinents. De cette façon, un travail ciblé sur la compréhension, permettant de traiter le conceptuel avant le procédural, irait dans le sens de plusieurs recherches récentes (Rittle-Johnson et al., 2001; Rittle-Johnson et al., 2016; Scheibling-Sève et al., 2022). Ces dernières montrent les bénéfices d'un travail sur le conceptuel avant le procédural dans le cadre de la résolution de problèmes.

En pratique, une intervention qui fait appel aux schémas peut habituer l'élève à entrer rapidement dans un traitement procédural tandis qu'une intervention qui travaille sur la compréhension permet de différer le passage au procédural en accompagnant probablement les premiers niveaux de représentation. Travailler sur la compréhension et le modèle de situation prépare également **la mathématisation** (Reusser, 1990; Gamo et al., 2009; Gros et al., 2020) et la traduction en un modèle de problème (Cf. Chapitre 2).

Dans les interventions recensées jusqu'à présent, plusieurs aspects **pratiques efficaces** de mise en œuvre se dégagent. Tout d'abord, **l'instruction explicite et stratégique** sont particulièrement utilisées et montrent des effets positifs. Ensuite, dans de nombreuses interventions, les diagrammes sont utilisés comme **outil pour soutenir l'activité de résolution.** Des schémas prototypiques ou équations sont utilisés. Dans de nombreux cas, le schéma est choisi puis « recopié » et dans d'autres cas comme dans la mise en œuvre de la Model Method soutenue par Ng & Lee, (2009), le diagramme est construit par l'élève par des **aller-retours avec la base de texte.**

Enfin, des dispositifs particuliers sont également mis en place pour les élèves à besoin : guidage en petit groupe (i.e. Tutoring) et guidage des représentations visuelles en grand groupe.

Parallèlement aux interventions en milieu scolaire, de nombreuses recherches ont mis en œuvre des protocoles ponctuels. Ces études apportent des pistes pour de futures interventions en milieu scolaire. Analysons ces interventions dans la partie suivante, en traitant tout d'abord des interventions s'attardant sur les modalités de présentation puis de celles traitant du langage et de la compréhension.

I.2.2 Que nous apprennent les interventions ponctuelles ?

I.2.2.1 Les modalités de présentation des énoncés

I.2.2.1.1 Les modifications qui organisent le texte : placement de la question, précisions lexicales

Un certain nombre d'interventions ponctuelles se sont concentrées sur les modalités de présentation des énoncés et ont permis d'introduire une aide à l'organisation du texte. Dans cette voie, une première modalité explorée est celle du **placement de la question**. Fayol, Abdi et Gombert (1987) montrent que le placement de la question en tête de l'énoncé entraîne~~,~~ une **amélioration significative des scores** à tous les âges (7, 9 et 11 ans) pour tous le types de problèmes testés (changement à deux étapes/recherche état initial ou final) et une modification des procédures de résolution. Ces résultats sont en cohérence avec les travaux relatifs à la compréhension de texte : le placement d'une information organisatrice au début du texte améliore la compréhension (Dixon, 1987 a, b) et plus particulièrement la compréhension des plus faibles (Oakhill, 1996 ; Oakhill, Cain & Yuill, 1998) grâce à l'aide à l'élaboration du modèle de situation. En effet, Thevenot et al. (2007) mettent en évidence que les améliorations de performances obtenues par le placement de la question en début d'énoncé ne peuvent s'expliquer par l'activation de schémas *(voir encadré 1.13)*. Elles s'interprètent plus facilement en faisant appel à l'élaboration par les élèves d'un modèle de situation ou modèle mental (Brissiaud & Sander, 2010; Johnson-Laird, 1983; Thevenot, 2010).

<u>Encadré 1.13</u> : Apports de la recherche : Théorie des modèle mentaux/ Théorie des schémas (Thevenot et al. 2007)

La théorie des schémas a servi de modèle explicatif à l'interprétation de nombreux résultats. Cette théorie postule l'activation en mémoire à long terme de cadres d'actions permettant la résolution d'un problème grâce à l'instanciation des nombres relatifs au problème. La théorie des modèles mentaux s'appuie au contraire sur la construction ad hoc en mémoire de travail de représentations internes analogiques de situation réelles ou imaginaires. Leur structure est isomorphe à la structure de la situation qu'ils représentent. Ainsi, un modèle mental représente fidèlement les relations entretenues par les différents éléments décrits dans l'objet représenté. Le modèle mental est de nature non propositionnelle et peut contenir des informations qui ne sont pas explicites dans la situation représentée.

Pour déterminer laquelle de ces deux théories illustre les processus mis en œuvre, Thevenot et al. (2007) font résoudre des problèmes de difficultés différentes à des enfants de 9-10 ans. Pour confronter la théorie des schémas à la théorie des modèles mentaux, les auteurs s'appuient sur deux groupes d'élèves : les faibles calculateurs et les bons calculateurs.
Pour chacun des problèmes proposés, la question est placée en tête ou en fin d'énoncé.

Les schémas étant construits et stockés en mémoire à long terme par contact répétés avec une situation problème résolue correctement, les bons calculateurs ont une probabilité plus importante d'avoir développé un plus grand réservoir de schémas. Aussi, si l'effet facilitateur est plus important pour les enfants faibles calculateurs et pour les problèmes difficiles, une interprétation favorisant l'utilisation d'une représentation transitoire en mémoire de travail est adéquate. Au contraire, si l'effet facilitateur de la place de la question est plus important pour les enfants bons calculateurs et pour les problèmes faciles, alors c'est l'hypothèse de l'utilisation de schémas de problème qui doit être retenue.

Les résultats de l'étude montrent que l'effet facilitateur du positionnement de la question en tête de l'énoncé est plus prononcé chez les enfants faibles calculateurs que chez les bons calculateurs, et également plus prononcé pour les problèmes difficiles que pour les faciles. Ces résultats supportent davantage la théorie des modèles mentaux que la théorie des schémas.

Une seconde modalité d'intervention sur la présentation des énoncés est celle de l'apport de **précisions lexicales**. Coquin-Viennot & Moreau (2003) proposent à 379 élèves de troisième et cinquième grade de résoudre des problèmes distributifs de même structure mathématique sous différentes modalités de présentation : l'une intégrant un élément lexical organisant les entités en présence : « *Pour une remise de prix, le fleuriste prépare pour chacun des 14 candidats un* ***bouquet*** *composé de 5 roses et 7 tulipes. Combien de fleurs le fleuriste utilise-t-il au total ?* » et l'autre sans cette précision : « *Pour une remise de prix, le fleuriste prépare pour chacun des 14 candidats, 5 roses et 7 tulipes. Combien de fleurs le fleuriste utilise-t-il au total ?* »

Les résultats montrent une augmentation significative du nombre de factorisations lorsqu'un élément structurant est ajouté au texte, traduisant à nouveau l'impact de la modalité de présentation sur le modèle de situation et en cascade sur la procédure de résolution. Comme pour le placement de la question en début d'énoncé, les résultats de la recherche sur des textes non-mathématiques (Dixon, 1987a, b) s'appliquent, à savoir introduire une information organisatrice au début du texte améliore la compréhension.

Ainsi, lors de la résolution d'un problème, l'aide à l'organisation du texte du problème, par déplacement de la question, ou en apportant des précisions lexicales, **aide à l'élaboration du modèle de situation** et conséquemment à l'amélioration des performances.

I.2.2.1.2 Les reformulations

Une autre modalité explorée est celle de la **reformulation**. C'est Hudson (1983) qui a ouvert cette voie en proposant à des enfants de première année de primaire un même problème sous deux formulations différentes. La première formulation implique la structure comparative *« Combien d'oiseaux y-a-t-il de plus que de vers ?»* et l'autre formulation n'implique aucune structure particulière : « *Combien d'oiseaux n'auront pas de ver ?* ». La première version du problème montre un taux d'échec de 36% alors que la seconde est réussie par tous les élèves. Il montre ainsi que la facilité avec laquelle répondent de jeunes élèves varie en fonction de la formulation de l'énoncé. Ce résultat a amené de nombreux chercheurs à investiguer ce champ (Vicente et al., 2007, pour une revue). Ce sont principalement deux types de reformulations qui ont été explorées : les reformulations **situationnelles** et les reformulations **conceptuelles** *(voir encadré 1.14)*. Dans certaines études, une dimension de **personnalisation** est introduite. Dans leur revue de littérature, Vicente et al. (2007) montrent que chez des élèves de la deuxième à la cinquième année de primaire (CE1 au CM2), seule une reformulation conceptuelle s'est avérée utile pour améliorer les performances des élèves, en particulier chez les plus jeunes et pour les problèmes difficiles. Pour ces auteurs, le manque d'impact de la reformulation situationnelle ne peut s'expliquer par la longueur du texte qui en résulte. En fonction des études, les reformulations qu'elles soient conceptuelles ou situationnelles ont un impact sur les performances de résolution des élèves.

Encadré 1.14 : Apports de la recherche : reformulations situationnelles, reformulations conceptuelles

Une reformulation **conceptuelle** est une reformulation où des éléments concernant la relation entre les ensembles est apportée. Une reformulation **situationnelle** est une reformulation où des détails du contexte, de la situation sont apportés. Entre 1983 et 1992, plusieurs études ont évalué l'impact de reformulations sur différents types de problèmes additifs et pour différents niveaux. Parmi les reformulations conceptuelles, on dénombre plusieurs études. De Corte et al. (1985), investiguent l'impact d'explication en introduisant des **compléments** qui mettent en lumière les relations entre les ensembles. Cummins (1991) et Davis Dorsay et al. (1991) répliquent l'expérimentation sur d'autres types de problèmes.

Exemples de reformulations sur deux types de problèmes : (De Corte et al., 1985)

Problème de départ (Type Change 5): Joe a gagné 3 billes. Il a maintenant 5 billes. Combien de billes Joe avait-il au début ?	Problème reformulé (Type Change 5): ***Joe avait des billes***. Il a gagné 3 billes ***supplémentaires***. Il a maintenant 5 billes. Combien de billes Joe avait-il au début ?
Problème de départ (Type Compare 1): Pete a 8 pommes. Ann a 3 pommes. Combien de pommes Pete a-t-il de plus qu'Ann ?	Problème reformulé (Type Compare 1): Il y a 8 enfants, ***mais il n'y a que*** 3 chaises. Combien d'enfants ***n'auront pas de chaise*** ?

Les reformulations avec personnalisation (Davis-Dorsey et al.,1991) sont des reformulations où certains éléments sont remplacés par d'autres pour être davantage dans l'univers de l'élève (Meilleur compagnon, film favori, jeu favori…). Ces reformulations ne montrent des effets que chez les plus jeunes (2ème grade) et combiné à une autre reformulation.

Aussi, du point de vue de ces reformulations, aucun consensus ne se dégage sur la supériorité d'un type de reformulation. En revanche, tous les auteurs s'accordent pour affirmer que **les reformulations ont un effet bénéfique sur les performances.**

La difficulté à trouver un consensus sur ces reformulations tient au manque de comparabilité des études, notamment sur le contrôle du profil des élèves. Pour remédier à ce manque de comparabilité, Voyer et Goulet (2013) montrent sur une population de 750 élèves de sixième année du primaire provenant de 35 classes réparties dans 17 écoles francophones après constitution de 3 groupes sur la **base du niveau en lecture des élèves**[7] que l'impact du **type de reformulation** n'est pas le même sur tous les groupes. Les auteurs analysent les performances des différents groupes en fonction des types de reformulation et concluent que tous les élèves n'ont pas besoin de la même reformulation pour améliorer leur modèle de situation. **Les plus faibles** auront besoin d'une reformulation davantage axée sur **les relations entre les données,** et donc d'une reformulation conceptuelle, tandis que **les plus forts** profiteront davantage d'une reformulation situationnelle apportant davantage **d'éléments de contexte**. Bien que cette étude ne porte que sur des problèmes d'un seul type, ce constat permet d'envisager les reformulations comme un outil d'intervention en milieu scolaire pour améliorer les performances des élèves en RDPA adaptable en fonction des besoins de chaque élève.

Les différents travaux sur les reformulations montrent d'une part, qu'une intervention qui **aide à l'élaboration du modèle mental** favorise l'amélioration des performances et d'autre part, que les r**eformulations** peuvent être utilisées comme un **outil pédagogique d'intervention** adaptable aux besoins des élèves. Des élèves faibles compreneurs profiteront davantage d'une reformulation où les relations entre les données seront explicitées tandis que des élèves bons compreneurs auront davantage besoin d'éléments situationnels.

I.2.2.1.3 La multi présentation

Sur la base des travaux de Julo (2002), Nguala (2005) évalue l'impact d'une modalité de présentation des énoncés répondant à un principe d'aide à la représentation dans le cadre de

[7] Dans cette étude les critères qui permettent de déterminer le niveau en lecture ne sont pas donnés de manière précise. Le niveau en lecture est déterminé par les enseignants eux-mêmes. Cependant les auteurs s'appuient sur une méthodologie utilisée par d'autres auteurs (Moreau et Coquin-Viennot, 2003; Sovik, Frostrad et Heggberget, 1999). La méthode a étée validée par Sovik et al. (1999), qui ont en parallèle utilisé des tests standardisés en lecture pour confirmer le jugement des enseignants.

l'activité même de résolution. Cette aide ne doit pas modifier l'activité de l'élève mais plutôt l'accompagner pendant la résolution par le biais d' analogies, de rapprochements. De cette façon , Julo cherche à aider à l'élaboration de la représentation du problème pour **contribuer à la formation des schémas de problèmes** (construction d'une mémoire des problèmes). Pour lui, les schémas de problèmes ne se formeraient pas tous de manière identique. Par exemple, certains schémas seraient basés sur la structure profonde des problèmes tandis que d'autres seraient basés sur des indices de surface. Aussi, reconnaitre la catégorie du problème grâce à l'analyse de sa structure ne lui semble pas une démarche appropriée. Il propose plutôt un dispositif **d'aide à la représentation : la multi présentation** *(voir encadré 1.15)*. Des aides sont apportées pendant l'activité de résolution de problèmes et doivent répondre à trois critères : *« l'aide ne contient pas d'indices sur la solution, l'aide n'oriente pas vers une procédure de résolution, l'aide ne suggère pas une modélisation du problème. »* (Julo, 2002, p. 45).

<u>Encadré 1.15</u> : La multi présentation (Julo, 2002; Nguala, 2005)

NGuala (2005) teste auprès de 142 élèves de CM1 et CM2 un dispositif de multi présentation répartis en trois groupes appariés. Un premier groupe reçoit un problème sous trois habillages différents et la consigne leur ait donné de résoudre un seul problème au choix (présentation avec choix) ; le deuxième groupe reçoit également les trois présentations du problème mais n'a pas le choix du problème à résoudre (présentation sans choix) ; enfin le troisième groupe reçoit un seul des trois problèmes (présentation simple).

Les trois problèmes sont de même structure et impliquent les mêmes nombres, seul le contexte change. La nature des variables est donc également amenée à changer (Voir Gros et al., 2021).

Ci-dessous, un exemple de problème sous ses 3 représentations

1.L'anniversaire de Stéphanie (problème S1)
Stéphanie prépare une boisson avec du sucre et des oranges pour son anniversaire. Pour 7 oranges, il faut 12 morceaux de sucre. Elle utilise 35 oranges. Combien lui faut-il de morceaux de sucre pour réussir son mélange ?
2. Les briques de Léa (problème S2)
Léa empile des briques identiques d'un jeu de construction. Avec 7 briques, on obtient une hauteur de 12 cm. Léa empile 35 briques. Quelle hauteur obtient-elle ?
3. Les pains au chocolat de Pierre (problème S3)
Pierre veut acheter des pains au chocolat dans une pâtisserie. 7 pains au chocolat coûtent 12 francs. Pierre veut 35 pains au chocolat. Combien va-t-il payer ?

Les résultats montrent une supériorité des groupes qui reçoivent les problèmes en multi-présentation (avec ou sans choix) par rapport au groupe qui ne reçoit que la présentation simple classique. En effet, un problème est mieux résolu s'il est dans une liste de problèmes ressemblants, que l'on impose à l'élève d'en résoudre un seul choisi ou tous.

Ainsi, la multi présentation apparaît comme un outil permettant d'améliorer les performances des élèves comparativement à une présentation simple et classique du problème

L'expérimentation de Nguala (2005) conduit à des résultats permettant d'affirmer que la multi présentation est un outil pertinent. Il souligne que le dispositif de multi présentation est très peu directif dans le processus de résolution lui-même, qu'il met en évidence le rôle de la représentation et qu'il permet de créer des conditions aidant certains élèves plus faibles à réussir dans la résolution d'un problème donné. Chaque élève recourt à sa propre mémoire de problèmes c'est-à-dire à ses propres « schémas de problèmes » (Julo, 1995). Toutefois, le caractère non interventionniste et peu directif de l'activité ne permet pas d'affirmer que seul le modèle de situation est visé par cette mise en œuvre.

Une modalité de **multi présentation** améliore les performances des élèves. La mise en œuvre s'appuie sur une démarche **non-interventionniste**, opposée soit à l'instruction explicite soit à l'instruction stratégique. Cette modalité cherche à **développer la mémoire des problèmes** en **améliorant en partie le modèle de situation** par le biais d'analogies dans **le cadre de la résolution** du problème par **l'élève seul**.

I.2.2.2 Réduction des effets intuitifs et compréhension : langage et recodage

I.2.2.2.1 Grandeurs en jeu et recodage

Au travers de la présentation d'un problème sous des habillages impliquant des grandeurs différentes et amenant l'élève à réaliser des rapprochements, Julo se place dans la même dynamique de recherche que Gamo et ses collaborateurs (2009 ; 2011 ; 2014). En effet, Gamo et al. (2011) montrent qu'une modification de la présentation du problème **relativement à la grandeur en jeu** (Poids/hauteur *versus* durée) impacte la procédure des élèves. Plus récemment, Gros et ses collaborateurs (2021) montrent que les grandeurs « durées », « hauteurs » et « nombre d'étages » oriente le traitement vers une procédure ordinale, tandis que les grandeurs « collections », poids, prix) orientent davantage vers un traitement cardinal. Ainsi, la nature de la variable influence la construction de la représentation et le choix d'une stratégie. En fonction de la grandeur, l'analogie avec la structure profonde du problème peut être favorisée et donc faciliter la résolution.

Ainsi Gamo et al. (2009) mettent en place une intervention ponctuelle *(voir encadré 1.16)* avec **instruction explicite et stratégique** qui amène les élèves à comparer des procédures et à apprendre à utiliser la procédure la plus rapide par **recodage de la situation**. Cette intervention montre une amélioration des performances du groupe expérimental grâce à l'utilisation d'un recodage de la situation. Les auteurs concluent à l'importance de mettre en place de telles activités pour permettre aux élèves de s'engager dans un changement de point de vue, **un recodage** de la situation et une **re-représentation de la situation.**

Encadré 1.16 : Intervention Gamo et al. (2009)

Un dispositif d'instruction explicite et stratégique est mis en place auprès de 261 élèves de CM1 et CM2. L'entraînement est composé de deux séances précédées d'un pré-test et suivi d'un post-test. Deux problèmes de même structure de résolution sont proposés . Ces problèmes relèvent (selon la nature de la variable) d'un traitement ordinal pour l'un et cardinal pour l'autre, engendrant intuitivement ainsi une procédure partie-tout pour l'un et de comparaison pour l'autre.

Lors des deux séances d'entraînement, les élèves sont amenés à plusieurs reprises **à analyser, à comparer** et **à mettre en œuvre** deux stratégies pouvant être utilisées pour résoudre un problème. L'enseignant **explicite** et **guide** les élèves dans le changement de point de vue et le recodage permettant de mettre en œuvre l'une ou l'autre des procédures. Un diagramme est également construit avec les élèves pour illustrer les deux points de vue. Les élèves **résolvent** plusieurs problèmes en veillant à **utiliser les deux stratégies.**

Cette intervention montre des effets positifs : les élèves du groupe expérimental améliorent leurs performances en mettant en œuvre une stratégie alternative tandis qu'aucun progrès n'est constaté chez les élèves du groupe contrôle. De plus les progrès mesurés ne peuvent être attribués à une règle superficielle appliquée. Ces progrès sont la traduction d'une re-représentation de la situation-problème.

Dans le dispositif de multi présentation[8] l'élève est amené à faire des rapprochements entre les présentations et à **implicitement** faire des analogies entre les problèmes pour favoriser la construction du modèle mental. Dans l'étude de Gamo et ses collaborateurs (2009, 2011, 2014), l'instruction mise en œuvre est au contraire **explicite et stratégique** et amène les élèves vers une activité de **changement de point de vue et de re-représentation** afin de surmonter **le codage intuitif** dicté par les variables en jeu. Les deux dispositifs agissent en partie sur **le modèle mental** et montrent une amélioration des performances. Le dispositif de Gamo et al. a un impact également sur la phase de mathématisation et prépare le passage à la modélisation du problème.

I.2.2.2.2 Langage et activité de compréhension

Dans cette dynamique de réduction de l'impact de la représentation induite, d'autres recherches se sont focalisées sur **le langage et l'activité de compréhension** en s'attachant aux stratégies de traitement. De Koning et al. (2017) réduisent l'impact de la (non)congruence entre représentation mentale (Boonen et al., 2016, voir aussi Gros et al., 2020 ; Hegarty et al., 1995) et formulation par le biais d'un enseignement explicite dispensé à des élèves de CM2.
L'effet de non-congruence est un résultat solide de la littérature, observé à tous les âges (Hegarty et al., 1995; Lewis, 1989; Lewis & Mayer, 1987; Van Der Schoot et al., 2009) mais aussi en fonction de différents niveaux d'habiletés mathématiques (Boonen et al., 2016). Les problèmes appelés aussi problèmes non-consistants sont des problèmes relevant de la catégorie des problèmes de comparaison pour lesquels les expressions utilisées dans le texte du problème renvoient à une opération alors que le traitement à effectuer est l'opération inverse. Par exemple, un problème du type : « Max a 12 billes, Il a 8 billes de moins que Jean. Combien de billes a Jean » relève de cette catégorie. En effet, le terme « moins que » induit une soustraction alors que l'opération à effectuer pour résoudre le problème est une addition.

Dans l'enseignement dispensé *(voir encadré 1.17)*, De Koning et ses collaborateurs (2017) vont au-delà des recherches déjà mises en place autour des difficultés liées à la non-congruence. En effet, dans les travaux antérieurs, l'instruction attire l'attention des élèves sur les difficultés possibles des problèmes de comparaison et sur des mots faussement inducteurs d'une opération. Cette instruction s'appuie en plus sur une **prise en charge explicite** de la **représentation mentale** avec une attention particulière au langage utilisé. Dans une première

[8] Dans l'étude de Nguala, deux problèmes relèvent ainsi d'un traitement cardinal (S1 et S3) tandis qu'un problème relève d'un traitement ordinal (S2). Ce paramètre non étudié par Nguala pourrait éventuellement expliquer certains résultats.

phase, les élèves sont incités à prendre en compte tout le texte et à essayer de se faire une représentation mentale de l'énoncé du problème. Ensuite, dans le contexte de résolution, des explications et un décryptage de **la structure syntaxique des problèmes** et des pièges du vocabulaire employé sont apportés.

Encadré 1.17 : Intervention sur le langage et sur l'activité de compréhension
De Koning et al. (2017)

L'instruction explicite verbale mise en place consiste à faire prendre conscience aux élèves de la différence entre des problèmes similaires congruents et non congruents, et ainsi à réduire l'effet de non-congruence lors de la résolution. L'étude réalisée implique 90 élèves de cinquième grade répartis en deux groupes équivalents. Les deux groupes suivent le protocole pré-test / intervention / post-test immédiat / post-test de transfert. L'intervention dure 100 min et implique deux groupes, expérimental et contrôle. Dans les deux groupes une instruction explicite est mise en place. Dans le groupe contrôle, l'instruction fournit uniquement des informations générales sur la structure des problèmes de comparaison. Dans le groupe expérimental, les élèves reçoivent d'abord cette même formation. Ensuite, ils sont confrontés à un problème et sont incités à **prendre en compte l'intégralité du texte** du problème pour le comprendre et **se représenter mentalement l'énoncé.** Une information est aussi réalisée alertant les élèves sur les stratégies de résolution intuitives et spontanées de calcul sans réflexion. En particulier, les élèves reçoivent une instruction spécifique sur les **constructions linguistiques** des problèmes de comparaison (référence pronominale) mais aussi des mots clés qui compte tenu de la **construction pronominale** peuvent amener à s'engager dans une opération incorrecte.

I.2.3 Conclusion sur les apports des interventions spécifiques

La **théorie des schémas** a servi de modèle d'intervention en vue d'améliorer les performances en RDPA (Myers, 2022) mais aussi de modèle explicatif à l'interprétation de nombreux résultats. Thevenot et al. (2007) montrent qu'une autre théorie, la **théorie des modèles mentaux** joue aussi un rôle dans l'interprétation de certains phénomènes relatifs à la RDPA. Cet apport implique aussi que la prise en compte de ce modèle mental ou modèle de situation pourrait permettre l'amélioration des performances en RDPA. Deux grands courants d'interventions ponctuelles permettent de soutenir cette thèse : les interventions sur les modalités de présentation des énoncés et les interventions exploitant le langage et son analyse.

En premier lieu, de nombreuses interventions ponctuelles ont consisté à **intervenir sur les modalités de présentation** des énoncés, par exemple en les reformulant (Hudson et al., 1983 ; Vicente et al., 2007 ; Davis-Dorsey et al. 1991 ; Cummins, 1991 ; Voyer et Goulet, 2013), en les rendant plus explicites (De Corte et al., 1985), en introduisant des précisions lexicales (Coquin-Viennot & Moreau, 2003), en changeant l'emplacement de la question (Fayol et al., 1987 ; Devidal et al., 1997 ; Thevenot et al., 2004, 2007) ou encore en modifiant la nature des données (Gamo et al., 2009, 2011). Ces modifications de l'énoncé sont à la source de l'amélioration des performances.

En second lieu, les interventions ponctuelles axées sur **le langage** ont d'une part, réduit l'impact du caractère ordinal ou cardinal de la grandeur entre la représentation intuitive et la structure profonde par le biais d'un **enseignement explicite** du **recodage** (Gamo et al., 2009) et d'autre part, réduit l'impact de la (non)congruence entre représentation mentale et formulation par le biais d'un **enseignement explicite** des **constructions linguistiques** (de Koning et al., 2017).

De manière générale, toutes ces **modifications, reformulations, explicitations des constructions langagières** induisent des améliorations de performances du fait qu'elles facilitent chez les élèves **l'élaboration du modèle mental** ou du modèle de situation décrit par l'énoncé du problème.

Ainsi, **faciliter l'élaboration du modèle mental** apparait comme un **levier** pour améliorer les performances en résolution de problèmes arithmétiques. Les r**eformulations écrites du texte ou orales et l'explicitation des constructions langagières** agissent également comme des moyens efficaces d'aide et d'accompagnement des élèves dans la RDPA.

I.3 Conclusions du chapitre 1

Les interventions basées sur la **théorie des schémas** dans le cadre d'une instruction **explicite** montrent des effets positifs chez les élèves tout-venant et en difficulté. Toutefois, certains travaux rapportent également une absence d'effets voire un impact négatif, en fonction des capacités de la mémoire de travail (Thevenot & Oakhill, 2006 ; Swanson, 2014).

Quant aux interventions ponctuelles et aux recherches non interventionnelles (Thevenot, 2007), elles mettent en avant la théorie des **modèles mentaux** pour améliorer les performances des élèves en RDPA. Ainsi, les **reformulations, l'explicitation langagière** et le **recodage sémantique** apparaissent comme des **choix pédagogiques** favorisant l'élaboration des modèles mentaux ou modèles de situation. Ils permettent **d'accompagner la compréhension** de la situation et le **changement un point de vue** en facilitant également la **mathématisation** du problème (Gros et al., 2020).

De plus, les **travaux récents soulignent la nécessité d'utiliser la compréhension** comme un levier d'intervention (Fuchs et al., 2014, 2018, 2020, 2021). Aussi, de nombreux dispositifs mis en place en milieu scolaire (Fischer et al., 2019; Gamo et al., 2009; Levain, 2000; Scheibling-Sève et al., 2022b; Vilette et al., 2017, Fuchs et al. 2020) intègrent ces choix pédagogiques pour accompagner **la compréhension** et améliorent les performances des élèves. Par ailleurs, l'intégration de la dimension "Compréhension" dans ces dispositifs (Fuchs et al. 2020 ; Levain 2000) montrent des effets positifs relativement aux performances comparativement au même protocole qui en sont dépourvu. La stabilité des effets obtenus n'est cependant jamais vérifiée.

Ainsi, les dispositifs qui intègrent la compréhension montrent des résultats grâce aux apports-spécifiques (i.e. travail sur le vocabulaire, explicitation des structures langagières) ou pédagogiques (i.e. recodage, reformulations...) mis en œuvre. Cependant, dans ces interventions la compréhension n'est pas utilisée comme un **levier à part entière**. Comme le suggéraient déjà De Corte et Verschaffel en 1981, une nouvelle piste émerge. Celle-ci consisterait à instituer une phase de réflexion pour amplifier le travail sur la compréhension, et ainsi différer le traitement numérique et procédural. Plusieurs recherches récentes (Rittle-Johnson et al., 2001; Rittle-Johnson et al., 2016; Scheibling-Sève et al., 2022) explorent ce point de vue avec quelques résultats probants.

La compréhension et le conceptuel apparaissent ainsi **comme des leviers d'action prometteurs.**

Dans un problème, deux volets sont mis en œuvre : **la compréhension** et le **traitement numérique**. Entre ces deux pôles, se joue la mathématisation du problème initiée et conditionnée par la représentation du problème lors de la phase initiale de compréhension, comme en attestent les travaux sur le recodage sémantique et de son pendant dans le volet mathématique : la structure profonde.

Que savons-nous sur la compréhension ? Et des traitements numériques ?

Quelles sont les difficultés des élèves relativement à la compréhension ?

Comment agir sur cette compréhension ?

Ces questions seront abordées dans le chapitre suivant.

Chapitre II La compréhension au cœur de la réussite

Dans le chapitre 1, nous avons montré que la compréhension est un levier prometteur pour tenter d'améliorer la RDPA mais qu'elle n'est sollicitée que partiellement dans les interventions antérieures. Aussi, nous consacrons ce deuxième chapitre au bilan théorique relatif à la compréhension en lecture en le croisant avec les apports des recherches empiriques en RDPA. Nous serons ainsi amenés à traiter successivement de l'activité de résolution de problèmes au travers des variables compréhension et calcul, des mécanismes sous-jacents et modélisations associées et enfin des difficultés.

II.1 Compréhension versus traitements numériques : les corrélations avec les performances en résolution de problèmes

L'activité de résolution de problème relève traditionnellement de l'arithmétique. On pourrait donc s'attendre à ce que les performances en résolution de problèmes dépendent fortement de celles relatives aux calculs et aux opérations. Tel n'est pas le cas. Ainsi, Muth (1984) rapporte que la dimension computationnelle n'explique spécifiquement que 8% de la variance en résolution de problèmes chez des élèves de classe de sixième. Dans sa méta-analyse portant sur les données de 98 études empiriques (plus de 100 000 élèves), Lin (2021) met en évidence que, bien que tous les problèmes arithmétiques nécessitent la prise en compte des nombres et de leurs relations pour réaliser les opérations conduisant au résultat, ces dimensions ont un poids non dominant ($\beta = 0{,}24$) sur les performances. Les difficultés en résolution de problème surviennent même lorsque les opérations arithmétiques sont maîtrisées des élèves (Cummins et al., 1988 ; Swanson, 2017). Fuchs et al. (2014) font ainsi l'hypothèse que deux dimensions indépendantes sont impliquées dans la résolution de problèmes, celle relative aux calculs et celle concernant le problème lui-même. Les auteurs se proposent d'évaluer si et dans quelle mesure des interventions portant respectivement sur les calculs et les problèmes ont des impacts spécifiques (des calculs sur les calculs ; des problèmes sur les problèmes) ou des effets s'étendant à l'autre dimension. Mille cent deux élèves de CE1 sont répartis aléatoirement dans trois groupes entraînés pendant 17 semaines, l'un aux calculs, l'autre aux traitements des problèmes, le troisième étant un groupe contrôle (business as usual). Les résultats font apparaître que les effets sont spécifiques : l'entraînement au calcul a un impact sur le calcul seul ; l'entraînement aux problèmes n'a d'impact que sur les problèmes. Ces résultats confortent la thèse de l'indépendance relative des deux dimensions, qui s'avèrent donc séparables (Fuchs et al., 2019).

Ce constat a conduit à étudier plus précisément les relations entre compréhension et résolution de problèmes en référence aux travaux de Kintsch et Greeno (1985). Les études ont ainsi établi des corrélations entre compréhension de textes et performances en résolution de problèmes, souvent élevées, quel que soit le niveau. Par exemple, Vilenius-Tuohimaa et al. (2008) ont trouvé une corrélation de r = .67 entre compréhension en lecture (mais non décodage, Harlaar et al., 2012) et résolution de problèmes en CM1 une fois contrôlé le décodage. Ces résultats confirment ceux antérieurs de Muth (1984) qui rapporte un r = .61 chez des élèves de Sixième. Ces fortes relations valent dès le CP (Cirino et al., 2018 : r = .67) et le CE1 (Fuchs et al., 2015) et au-delà (Bailey et al., 2021). Ces relations varient selon la complexité des problèmes et les caractéristiques individuelles (Pongsakdi, 2020).

Plus intéressant encore, Cummins et al. (1988) montrent que c'est **l'étape de compréhension et de représentation du problème qui est cruciale pour la bonne résolution du problème**. En effet, dans leur étude, les auteurs demandent à des élèves de premier grade (i.e. CP en France) de rappeler les problèmes avant ou après les avoir résolus et de générer des questions finales aux problèmes laissés incomplets. Par ce dispositif, ils seraient en mesure d'accéder à la représentation interne que l'élève s'est faite du problème et de la mettre en relation avec la solution produite. Dans ce cadre, les « erreurs » de solution se révèleraient être des solutions correctes à des problèmes mal compris. La compréhension apparait donc ainsi comme un facteur majeur de réussite.

Au final, si la **résolution de problèmes** relève de l'arithmétique, elle est **fortement dépendante de l'activité de compréhension**. C'est **l'étape de représentation du problème qui apparaît cruciale pour la résolution du problème**

Quels sont alors les mécanismes sous-jacents susceptibles de rendre compte des processus mis en œuvre dans l'activité de résolution de problèmes ?

Comment intervient la compréhension ?

D'où proviennent les difficultés des élèves ?

Qu'est-il possible d'engager pour tenter de prévenir ces difficultés ?

Pour tenter de répondre à ces questions, nous ferons tout d'abord un point sur ce que l'on sait de la compréhension au sens général, puis sur la compréhension de problème (Zagar et al., 1991). Au travers de ces apports, nous analyserons les difficultés relatives à la résolution de problèmes. Enfin, dans le chapitre 3, nous dessinerons des pistes possibles pour tenter de prévenir ces difficultés.

II.2 Ce que l'on sait sur la compréhension de texte : Fayol (1992) ; Bianco (2016 ; 2015) ; Gaonach & Fayol (2003)

La compréhension d'un texte est un processus complexe reposant sur **le texte** mais également sur les connaissances langagières et conceptuelles **du lecteur**.
La compréhension en lecture est le résultat de **processus automatiques** mais également de **processus contrôlés** notamment en ce qui concerne la modulation des vitesses de prise d'information et la régulation de la compréhension (Caverni, 1988). Ces processus dépendent aussi des buts que s'assigne le lecteur.

Les processus automatiques mettent en relation deux pôles : le texte et le lecteur disposant de **connaissances conceptuelles et linguistiques (**Willingham, 2006**)**. Les connaissances antérieures influencent la prise d'information et l'intégration *via* deux mécanismes **automatiques** : l'activation et la désactivation. L'activation conceptuelle se propage au sein des réseaux sémantiques (script, schémas) en fonction de seuils déterminés par la base des connaissances disponibles chez le sujet. La compréhension est plus ou moins facilitée ou complexifiée en fonction des connaissances conceptuelles antérieures et de leur organisation mais aussi **en fonction des connaissances linguistiques du lecteur.** L'activation des concepts et des schémas transite par les **dimensions linguistiques** du texte : le lexique, la morphologie, la syntaxe, la structure des textes, les anaphores, les inférences. Les traitements automatiques mis en œuvre sont spécifiques à chaque connaissance linguistique. Par exemple, certains connecteurs, comme « Si », déclenchent un recodage sémantique et facilitent l'intégration du fait que (si) annonce le type de relation à suivre (Caron, 1997). Au contraire, les marques de ponctuation entraînent que l'unité phrase, d'abord maintenue en mémoire de travail sous forme littérale, se voit recodée lors de la rencontre du « point et majuscule » sous format sémantique avant d'être stockée sémantiquement (Fayol, 1997 ; Gernsbacher, 1990)

En 1978, Van Dijk et Kintsch proposent un premier modèle de l'activité de compréhension. A partir du texte, une microstructure et une macrostructure sont construites pas le lecteur dans un processus cyclique sous le contrôle des connaissances du sujet (dont les schémas disponibles en mémoire). Ce modèle repose sur une représentation propositionnelle : *la base de texte* formée par la microstructure et la macrostructure. Microstructure et macrostructure représentent deux niveaux dans la structure sémantique se caractérisant mutuellement. La microstructure d'un discours est la structure des propositions (voir II-4-1) au sens de Kintsch prises individuellement. La macrostructure est intégratrice et permet de caractériser le discours dans son ensemble (elle est proche d'un résumé ou d'un titre). Plusieurs études font évoluer ce premier modèle car le caractère propositionnel de la représentation ne permet pas de prendre en charge les situations avec inférences (Dellarosa-Cummins et al. , 1988). Aussi un second niveau de représentation est inséré dans le modèle initial. Il s'agit du « modèle de situation » (Van Dijk & Kintsch, 1983) (ou du « modèle mental » de Johnson-Laird), représentation analogique du contenu du texte (Qui fait quoi à qui, avec quoi, et pourquoi… où ?...)

Ainsi Gaonach & Fayol (2003) décrivent l'activité complexe de compréhension : « *L'activité de compréhension au cours de la lecture nécessite donc le traitement fluent des marques linguistiques et l'activation des concepts qu'elles évoquent, la remémoration et la mobilisation des connaissances antérieures relatives aux situations décrites et l'intégration de l'ensemble des informations ainsi activées dans une représentation mentale, un modèle de situation élaboré progressivement et mis à jour au fur jusqu'à ce que la totalité du texte ait été traitée. La conduite simultanée en temps réel de ces différentes opérations s'effectue dans des conditions particulières consécutives aux capacités mémorielles ou attentionnelles limitées des individus, adultes aussi bien qu'enfants.* » *p.40* .Ce processus complexe est décliné visuellement dans le schéma 1 ci-dessous.

<u>Schéma 1 : modélisation de l'activité de compréhension</u>

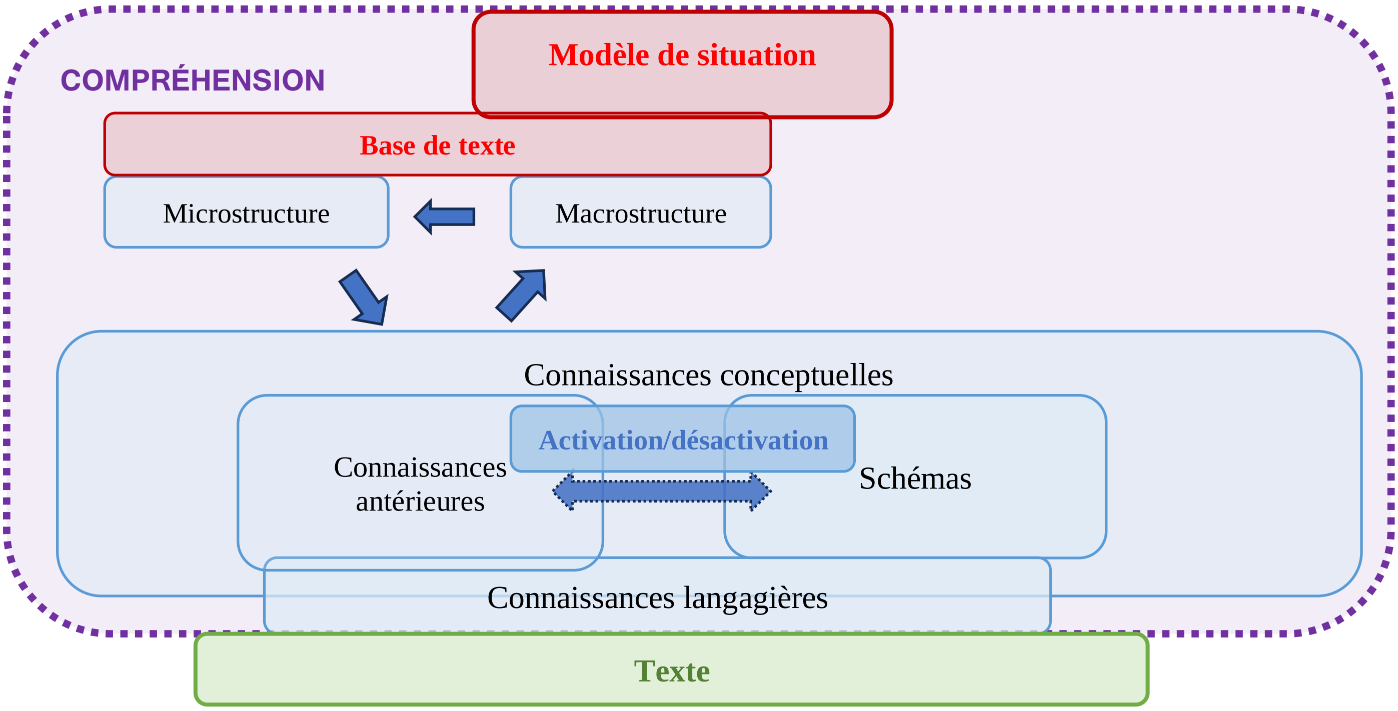


Schéma 1 : modélisation de l'activité de compréhension

La compréhension en lecture est **un processus dynamique qui vise à intégrer les informations au fur et à mesure qu'elles sont perçues** mais aussi à construire progressivement un « modèle mental » (Johnson-Laird, 1983) ou un « modèle de situation » (Van Dijk & Kintsch, 1983).). Elle repose à la fois sur des **processus automatiques** et **contrôlés** mais aussi sur des **connaissances conceptuelles** et **linguistiques**. Ces connaissances forment **le socle orientant la compréhension** comme l'illustre le schéma 1.

Toutefois, la mise en œuvre de l'activité de compréhension s'exerce différemment selon les types de textes auxquels sont confrontés les individus (récit, documentaire, etc.). C'est particulièrement le cas d'un type de texte particulier : l'énoncé de problème.

II.3 Le problème : un type de texte particulier

Un problème arithmétique verbal décrit brièvement une situation sous la forme d'une petite histoire. On peut donner pour exemple le problème suivant : « *J'ai ajouté 16 fleurs à mon bouquet. J'en compte maintenant 48. On voudrait connaître le nombre de fleurs que j'avais avant* ». Ce type d'énoncé relève à la fois du narratif (i.e. story problem) puisqu'il relate une histoire, même extrêmement sommaire, et d'un type textuel particulier : le problème (Zagar et al., 1991). Un élève confronté à un problème doit fournir une réponse numérique à l'issue de la résolution. Celle-ci est obtenue par la réalisation d'une ou plusieurs opérations arithmétiques utilisant les données numériques du texte. Dans l'exemple, l'élève est amené à réaliser le calcul $48 - 16$ correspondant sémantiquement à la transformation suivante : Nombre de fleurs du début $= fleurs\ totales\ du\ bouquet - fleurs\ ajoutées$.

Face à un problème arithmétique, un élève a une **intention particulière de lecture, différente** de celle correspondant à la lecture d'un texte narratif. Son objectif premier est de répondre à la question du problème par la résolution d'une ou plusieurs opérations arithmétique(s). Aussi, nous abordons dans la partie suivante l'adaptation du modèle de compréhension évoqué plus haut au type de texte particulier : le problème (Zagar et al., 1991).

II.4 La compréhension en résolution de problèmes : ce que disent les modèles

II.4.1 Apports des modèles et leur évolution

En 1985, Kintsch et Greeno s'appuient sur le premier modèle de compréhension de Van Dijk et Kintsch (1978) pour produire un modèle adapté à la résolution de problèmes. Ce modèle comprend deux niveaux de représentation : **la base de texte et le modèle de problème**. La base de texte est centrée sur les structures sémantiques du texte, qui se traduisent par une analyse propositionnelle (au sens de Kintsch) de chacune des phrases pour faire ressortir le sens du texte. Par exemple, dans le problème des fleurs, la phrase « *J'ai ajouté des fleurs à mon bouquet » est codé* FLEURS, AJOUTER, BOUQUET.

A partir de la base de texte, un second niveau de représentation se construit, le *modèle de problème*. Ce deuxième niveau est une représentation abstraite et formelle du problème. Pour Kinsch et Greeno (1985) : « elle est inférée à partir des connaissances du lecteur en résolution de problèmes. » (p.110). Dans l'exemple du problème des fleurs, le modèle de problème pourrait se traduire par la nécessité de faire la différence entre la quantité de fleurs du bouquet final et la quantité de fleurs ajoutées pour trouver la quantité de fleurs du début.

En 1990, Reusser (voir aussi Staub & Reusser 1995), apporte un élément nouveau et important avec son modèle SPS (Situation Problem Solver) : **le modèle de situation**. Conformément aux évolutions du modèle de compréhension d'un texte non mathématique, il s'agit d'introduire une **étape de représentation intermédiaire** entre la base de texte et le modèle de problème, ce dernier amenant à la résolution. Le modèle de situation est une représentation « non mathématique », qualitative et sans rapport avec les données quantitatives de la base texte. Celle-ci est décrite pour la première fois par Van Dijk & Kintsch (1983). Le modèle de situation correspond à un niveau de représentation qui précise ce que sont les agents, les actions et les relations entre les acteurs, les événements. En reprenant l'exemple du problème des fleurs, le modèle de situation pourrait être une représentation de la situation du type du schéma 2 ci-dessous

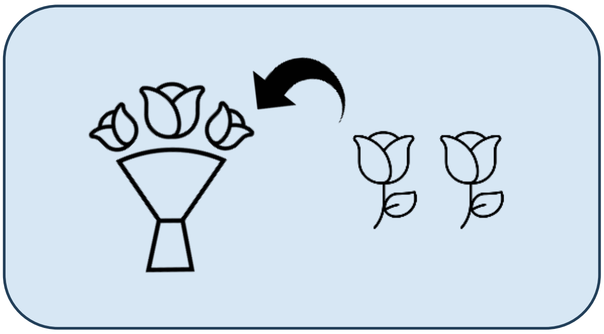


Schéma 2 : le modèle de situation

Dans cette conceptualisation, le modèle de problème, tel que décrit par Kintsch et Greeno (1985), est construit non seulement par la mobilisation de connaissances spécifiques stockées dans la mémoire à long terme (les schémas) mais également par les informations contenues dans le modèle de situation en mémoire de travail. En 2001, Bassok et al. apportent un complément à ces modélisations en intégrant le poids des **connaissances conceptuelles** antérieures dans la construction du modèle de situation, se rapprochant ainsi de la modélisation de l'activité de compréhension. En 2020, Gros et al. proposent le **modèle SECO** synthèse de tous ces modèles, prenant ainsi en compte le poids de la **compréhension** dans l'activité de résolution de problème. (Voir encadré 3.3)

Ainsi, les modèles relatifs à l'activité de résolution de problèmes, se sont enrichis au fil du temps et ont petit à petit ajouté des caractéristiques de modèles relatifs à l'activité de compréhension - avec la prise en compte du modèle de situation ou encore des connaissances du sujet.

Dans la partie suivante, analysons plus précisément la place de la compréhension dans le processus de résolution.

II.4.2 Compréhension en lecture, mathématisation et arithmétisation

Dans la résolution d'un problème intervient la compréhension mais également l'arithmétisation de la situation (Fayol et al., 2005) qui constitue l'**interface entre la situation réelle et son traitement symbolique.** Elle intègre à la fois à une **traduction de l'analogique vers le symbolique** puisqu'elle consiste « à élaborer des représentations symboliques quantifiées du réel puis à opérer sur ces quantifications… » (Fayol et al., 2005 p.3) mais aussi dans un second temps, à un retour au réel de sorte que : « les résultats des opérations (arithmétiques) effectuées sur les représentations symboliques fournissent une approximation acceptable des résultats qui seraient effectivement obtenus par application dans le réel d'actions correspondant aux transformations symboliques (e.g., accroissements, diminutions, répartitions, etc.)… » (Fayol et al., 2005 p.3).

Pour Reusser (1990), lors de l'activité de résolution de problème, le modèle de situation, résultat de la compréhension, laisse place au modèle de problème grâce à une représentation globale orientée mathématiquement puis traduite en équation. Il s'agit de la phase de **mathématisation qui est ainsi une composante de l'arithmétisation.** Cette orientation mathématique amène une représentation réduite et minimale (le modèle de problème) basée sur les seuls paramètres mathématiques : les ensembles, l'inconnue, l'ordre d'inclusion, la relation entre les données… Dans le problème des fleurs, ces paramètres sont par exemple, le bouquet total composé de deux ensembles : les fleurs du début et les fleurs ajoutées. Wong et Yip (2023), qui utilisent la base théorique du modèle SPS, soulignent le caractère peu investigué de ce processus de mathématisation: « *Relatively little is known for* ***the mathematization stage****, in which the problem situation is being transformed into a mathematical expression through a mathematical problem model.* » (Wong et Yip, 2023, p.2). Ils montrent que dans cette phase, l'identification des inconnues joue un rôle déterminant dans la réussite à un problème.

Du point de vue de Reusser, la phase de mathématisation pourrait être définie comme une transformation mathématique de la situation comprise ; La mathématisation suit la phase de compréhension (voir schéma 3). Un point de vue légèrement différent est adopté dans le modèle SECO quant à l'imbrication des phases de compréhension et de mathématisation.

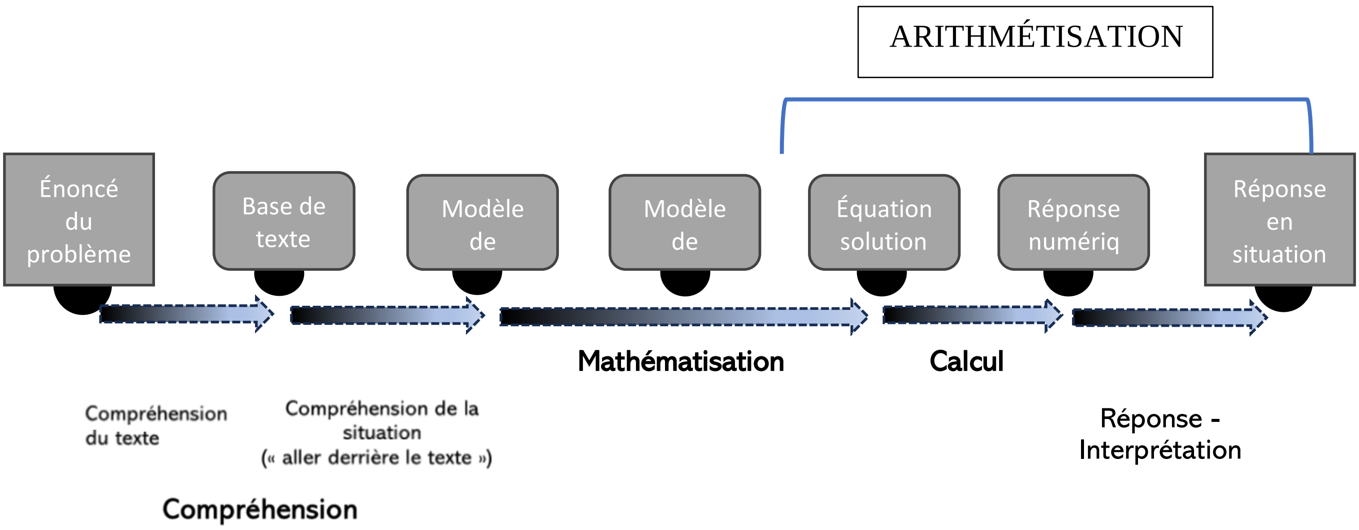


Schéma 3 : Grandes étapes et représentations associées du modèle SPS (Reusser, 1990 ; Staub & Reusser 1995)

En effet, dans le modèle SECO (Gros et al. (2020), le principe directeur est le recodage (Sander & Richard, 2017) qui permet de rendre congruentes la structure interprétée et la structure profonde du problème. Face à un problème, un élève peut être amené à transformer sa première représentation grâce à ce recodage pour aboutir au modèle de problème correspondant à sa structure profonde. Ensuite, la traduction mathématique est opérée. Illustrons ce qu'implique le recodage sémantique à partir d'un exemple. Dans le problème des fleurs, qui est un problème de changement caractérisé par un déroulé dans le temps, le recodage vers la structure profonde doit amener l'élève à adopter un point de vue statique « partie-tout ». (Tout = Bouquet total ; Partie 1= les fleurs du début ; partie 2 = les fleurs ajoutées). Pour trouver les fleurs du début, il faudra alors supprimer les fleurs ajoutées du bouquet total. Cette structure profonde est alors traduite en une opération qui lui est congruente: $\boldsymbol{x = Nouveau\ bouquet - Fleurs\ ajoutées}$. A chaque élément de l'espace analogique de départ correspond un élément de l'espace symbolique d'arrivée.

Ce recodage a deux types d'influences sur les processus. Le premier concerne la compréhension car, en pratique, ce recodage suppose une reformulation conceptuelle de la situation (voir encadré 1.14). Cette reformulation modifie et améliore le modèle de situation. Ainsi le recodage améliore la compréhension. Par ailleurs, ce recodage vise à extraire les essentiels permettant la résolution. Il facilite ainsi l'accès au modèle de problème et joue alors un rôle dans la mathématisation de la situation. Ainsi, pour le modèle SECO (voir Schéma 4), mathématisation et compréhension seraient en interaction et partiellement confondues au travers du recodage. Au final, la compréhension opérée revêt un caractère mathématique et pourrait ainsi être qualifiée de **compréhension orientée mathématiquement**. Cette approche est conforme à l'hypothèse des buts de lecture soutenue par le modèle de construction proposé par Graesser et al. (2007).

Finalement, en analysant ces modèles au travers du prisme du modèle relatif à la compréhension en lecture, le modèle SECO, intègre la compréhension en référence aux connaissances conceptuelles et au modèle de situation. Il laisse aussi une large place à la mathématisation grâce à une **compréhension mathématisée** avant une traduction mathématique symbolique.

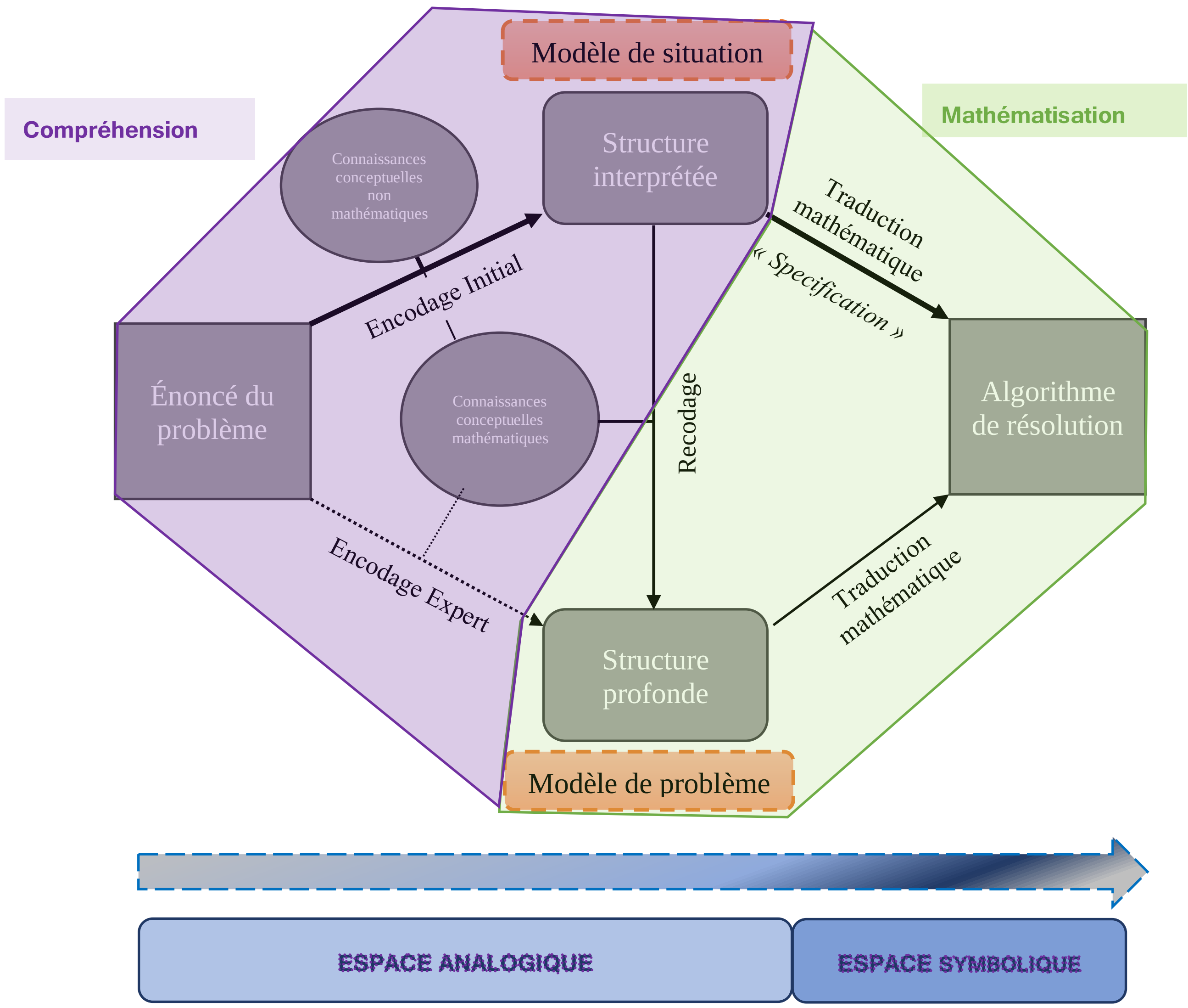
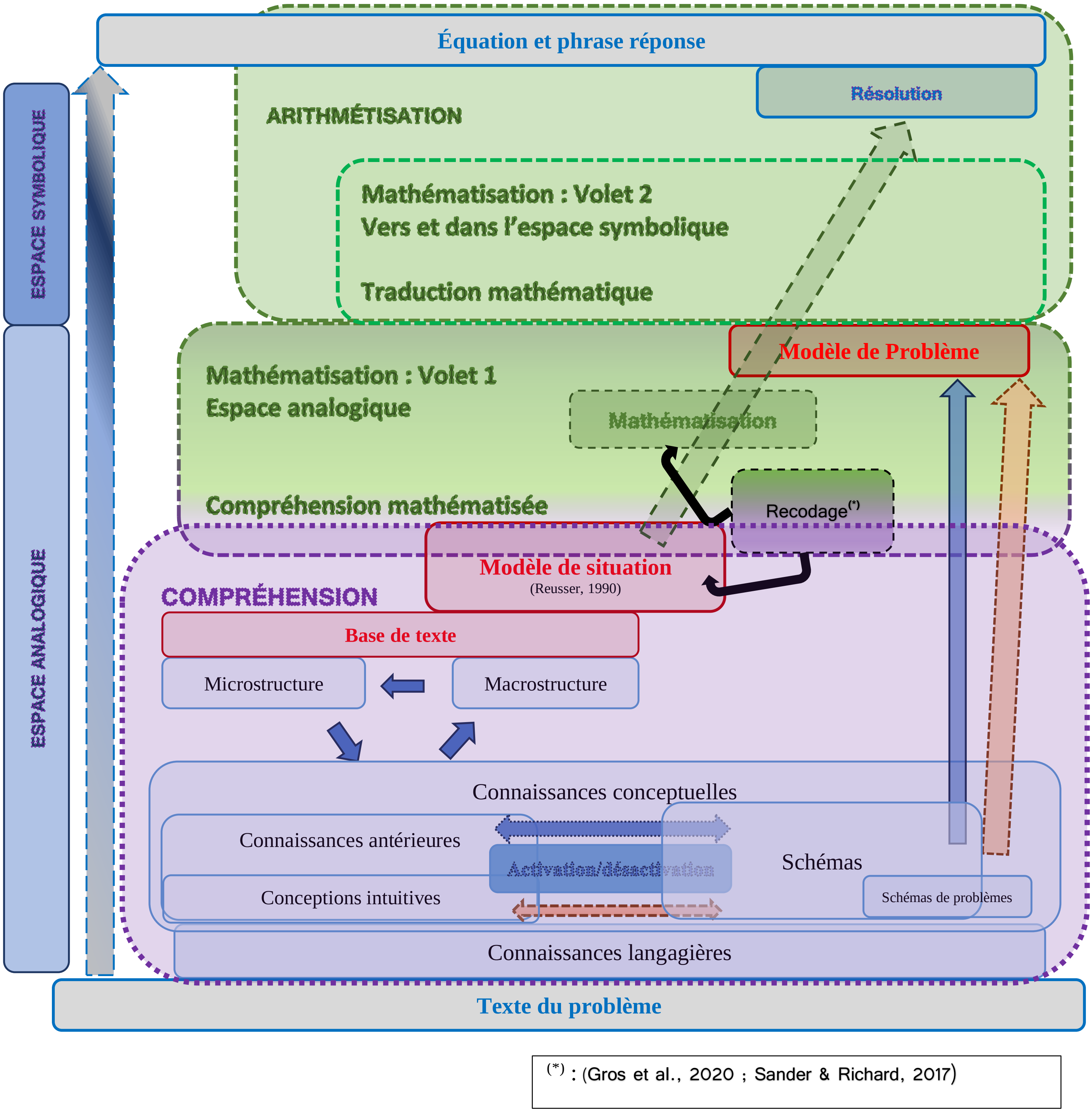


Schéma 4 : analyse du modèle SECO

Au final, les modèles relatifs à l'activité de résolution de problèmes se sont enrichis au fil des années en laissant petit à petit une place plus importante à des **piliers de l'activité de compréhension** tels que le **modèle de situation** ou encore les **connaissances conceptuelles**. Les modèles attribuent également une large place à la phase de mathématisation de la représentation permettant le passage du modèle de situation au modèle de problème (Reusser, 1990 ; Staub & Reusser, 1995). Enfin, ils décrivent également une phase d'arithmétisation assurant l'interface entre l'analogique (la situation) et le symbolique (l'opération).

Dans le schéma 5, nous présentons une modélisation de l'activité de résolution de problèmes par croisement des apports spécifiques à la compréhension en lecture et aux modèles spécifiques à la résolution de problèmes. Entre le texte du problème et la réponse au problème, interviennent trois processus fondamentaux : la compréhension, la mathématisation et l'arithmétisation. La phase de compréhension permet d'aboutir au modèle de situation, représentation analogique, puis une première mathématisation permet de transformer la représentation et d'aboutir au modèle de problème par un éventuel recodage ou encore grâce à l'utilisation de représentations apportant une première abstraction (schématisations, modélisation). Ensuite, c'est l'arithmétisation de la situation qui débute avec, tout d'abord, une traduction de cette représentation analogique en langage symbolique. Elle permet d'aboutir à une opération. Ensuite, c'est le retour au réel qui doit avoir lieu.



: activation en lien avec les connaissances intuitives (qui dans certains cas aurait dû être inhibé)

Schéma 5 : Modélisation de l'activité de résolution de problèmes par croisement des apports spécifiques à la compréhension et aux modèles relatifs à la résolution de problèmes

Dans la partie suivante nous aborderons plus spécifiquement les difficultés relatives à la compréhension. Les relations, non évoquées dans cette partie, concernant les schémas et le modèle de problème (voir schéma 5) sont détaillées du point de vue des apports de la recherche dans la partie (II-5) dédiée aux difficultés.

II.5 Les difficultés relatives à la compréhension d'un problème : données numériques, connaissances préalables, connaissances linguistiques, stratégies

II.5.1 Analyse comportementale au cours de la résolution d'un problème

L'analyse des comportements des élèves au cours de la résolution de problèmes fait apparaître que les données numériques présentes dans les énoncés **focalisent souvent l'attention des élèves** au détriment des informations textuelles fournissant des indications quant aux situations et relations décrites entre états ou transformations (De Corte & Verschaffel, 1981; De Corte et al., 1990; Zagar et al., 1991). La présence des données numériques amène souvent les élèves à effectuer les calculs avant même d'avoir élaboré la structure du problème, d'où l'occurrence d'erreurs. L'analyse des mouvements oculaires d'élèves jugés par leurs enseignants Bons *versus* Faibles en arithmétique - lorsqu'ils sont confrontés à la lecture d'énoncés de problèmes issus des catégories de Riley et al. (1983) - révèle que les durées de fixation des nombres occupent environ 25% du temps total de résolution (De Corte & Verschaffel, 1986). Les élèves fournissent souvent une réponse sans même avoir exploré certaines parties de l'énoncé comportant des indications importantes (e.g. les transformations : plus de, etc.), voire sans avoir lu l'intégralité de l'énoncé. Cette tendance vaut particulièrement pour les Faibles qui vont et viennent d'un nombre à un autre. Des données convergentes ont été rapportées par Zagar et al. (1991) qui ont comparé en Auto-Présentation Segmentée (APS) chez des élèves de CM1 (Exp. 1) et de CM2 (Exp. 2), répartis en groupes de Bons *versus* Faibles en Lecture et en résolution de Problèmes (i.e. BLBP, BLFP, FLBP et FLFP), la lecture de textes identiques (et donc, comportant des informations numériques) présentés par des consignes comme soit de petites histoires à comprendre (H) (suivies de questions), soit des énoncés de problèmes à résoudre (P). Le principal résultat est que les segments non numériques correspondant approximativement à la trame évènementielle sont lus systématiquement plus vite en condition Problème qu'en condition Histoire alors que les segments numériques donnent lieu à des traitements plus longs, apparemment en fonction des calculs réalisés au cours même de la lecture. De fait, les temps d'exposition des nombres, contrôlés par les élèves du fait du paradigme utilisé (APS), sont d'autant plus élevés que les calculs sont complexes (e.g. nombres plus grands ou soustractions plutôt qu'additions). Tout se passe donc comme si les données numériques présentes dans les énoncés focalisaient l'attention des élèves au détriment des informations textuelles fournissant des indications quant aux situations et relations décrites entre états ou transformations.

Ainsi, le problème - type de texte particulier impliquant du texte mais aussi des données numériques - amène un traitement incluant **deux dimensions** : la compréhension et les calculs. L'objectif d'un élève face à un problème est d'élaborer une réponse grâce à la mise en œuvre d'une procédure de calcul. Les études montrent que le **traitement des données numériques**, - calcul ou simple prise en compte -, amène assez souvent l'élève à **focaliser son attention** sur la dimension des données numériques **au détriment de la dimension du texte** et de **sa signification**.

La présence de données numériques constitue un premier obstacle à la compréhension. Toutefois, d'autres obstacles à la compréhension existent. Nous les analysons dans la partie suivante.

II.5.2 Les difficultés relatives à la phase de compréhension : croisement avec les apports de la recherche

Les **apports théoriques portant sur la compréhension** montrent que les **connaissances conceptuelles et les connaissances linguistiques** forment le socle qui oriente et conditionne la compréhension au travers de **processus contrôlés et automatiques** (Fayol, 1992 ; Gaonach & Fayol 2003). Ceci conduit à analyser les difficultés relatives à la compréhension en éclairant le rôle des connaissances conceptuelles et linguistiques, mais aussi celles relatives aux processus, au travers deux axes d'analyse. Le premier axe est celui des résultats de la littérature relatifs aux difficultés en compréhension de texte (Conférence consensus, 2015 ; Bianco, 2015 ; Fayol,1992 ; Gaonach & Fayol 2003) que nous croiserons avec les apports des recherches sur la résolution de problèmes. Le second axe d'analyse s'appuie sur le rôle des connaissances conceptuelles et langagières ainsi que sur l'impact des données numériques (Fischbein, et al., 1985 ; Littlefield & Rieser, 1993 ; Verschaffel et al., 1994 ; Reusser & Stebler, 1997 ; De Corte & Verschaffel , 1985 ;Verschaffel et al., 1994 ; Brissiaud &Sander (2010) ; Thevenot, 2017, pour une revue). Pour chacun des axes d'analyse, nous dresserons un bilan de l'origine des difficultés et nous évoquerons des pistes d'intervention.

II.5.2.1 Origine des difficultés : la compréhension en lecture

Dans cette partie, nous analysons les difficultés relatives à la compréhension en lecture en nous appuyant sur le rapport pour la préparation de la conférence de consensus (Bianco, 2016) et nous traitons d'un groupe identifié, celui des faibles compreneurs[9]. Nous croisons ces apports avec les travaux relatifs à la RDPA et dégageons des pistes d'intervention.

La première caractéristique des faibles compreneurs est la **faible capacité à contrôler et réguler leur propre lecture** (Bianco, 2016). D'une manière générale, *« les faibles compreneurs rencontrent des difficultés avec tous les aspects de la lecture stratégique » (Bianco, 2016 ; p35).*

Tout d'abord, ils sont moins susceptibles d'effectuer spontanément **les inférences** requises par le texte (Cain et al., 2001). Dans le cadre de la compréhension du type « problème », dans le chapitre I, nous avons évoqué le paramètre de la reformulation (Vicente et al., 2007 ; Davis-Dorsey et al. 1991 ; Cummins, 1991) qui constitue effectivement en pratique une aide à la compréhension en accompagnant la prise en charge des inférences. Elle améliore effectivement les performances en RDPA grâce à la construction du modèle de situation.

Ensuite, en lecture compréhension, la **prise de conscience des difficultés** représente l'obstacle majeur pour les faibles compreneurs. (Bianco, 2015 pour une revue ; Ehrlich et al., 1999 ; Cain, 2010 ; Connor *et al.*, 2015). Par exemple, dans un texte incluant une contradiction, tous les lecteurs ralentissent leur lecture quand ils rencontrent l'incongruité. Cependant, c'est le repérage explicite de celle-ci, qui est moins réussit par les faibles compreneurs. Krawec (2014) étend ce résultat à la RDPA, en montrant que les élèves dits « à besoin » n'ont pas conscience lors de la reformulation d'un problème lu que des informations essentielles pour résoudre le problème manquent à leur reformulation.

Enfin, même quand une difficulté est détectée, les faibles compreneurs échouent généralement à utiliser une stratégie adaptée pour y remédier (Connor et al., 2015). « *Ils sont donc démunis face à leurs difficultés car ils ne disposent pas des raisonnements adaptés ou ne savent pas lesquels utiliser.* » *(Bianco, 2016 ; p 36)*

La seconde particularité des **faibles compreneurs** est de disposer de **connaissances langagières moins étendues et moins approfondies** (Bianco, 2016 ; Bianco et al., 2014 ; Oakhill & Cain, 2007). Dans le cadre de la résolution de problèmes, cette dimension est investiguée depuis une dizaine d'années notamment par l'équipe de Fuchs (2014 ; 2020) qui

[9] Il s'agit d'élèves n'accédant pas ou mal à la compréhension et ce, malgré un déchiffrage fluide.

met en place des dispositifs qui intègrent un travail préalable sur la langue (ie. Vocabulaire, structures…). Parmi les connaissances langagières, le **vocabulaire** a fait l'objet d'une attention particulière. Les travaux ont suivi deux grandes orientations.

Une première orientation s'est attachée à définir la notion de vocabulaire dans le cadre de la résolution de problèmes. En effet, on peut définir deux types de vocabulaire : le vocabulaire général et le vocabulaire relié aux mathématiques. Purpura et ses collègues, (Purpura & Reid, 2016 ; Purpura, Logan, Hassinger-Cas et Napoli, 2017) répartissent le vocabulaire mathématique en deux catégories. La première recouvre les quantités et les comparatifs (e.g. « plus », « moins », « beaucoup » et « moins »). La seconde touche aux relations spatiales (par exemple, « avant », « au-dessus » et « près »). Une seconde orientation a cherché à déterminer le rôle occupé par ce vocabulaire mathématique dans l'activité des résolution de problèmes. Fuchs et al. (2015) montrent que **le vocabulaire mathématique** est fortement lié aux compétences précoces en RDPA, même en contrôlant les compétences en vocabulaire général. De plus, la relation entre la compréhension générale du langage, la mémoire de travail et les performances des élèves face aux problèmes s'explique en grande partie par le vocabulaire spécifique au problème (Fuchs et al., 2015).

Une troisième caractéristique des faibles compreneurs est de disposer d'une faible fluence en lecture (Bianco, 2016), malgré des capacités correctes d'identification des mots. Chan et Kwan (2021) exploitent dans le cadre de la résolution de problèmes ce dernier paramètre, en construisant un modèle relatif à la résolution de problèmes incluant la fluence en lecture mais aussi les concepts arithmétiques, le vocabulaire mathématique, les représentations schématiques et la mémoire de travail *(voir encadré 3.1 pour les épreuves et les résultats détaillés)*. Ils confortent ainsi les résultats de Fuchs et al. (2015) en montrant une contribution de la fluence en lecture et des concepts arithmétiques sur les performances en RDPA via le médiateur du vocabulaire mathématique.

Encadré 3.1: Focus sur l'étude de Chan et Kwan (2021)

Kwan et Chan (2021), mettent en place sur une population de 139 élèves de troisième grade un protocole qui vise à mesurer les relations entre les performances en RDPA, les concepts arithmétiques et la fluence de lecture avec, pour médiateur, le vocabulaire mathématique et les schémas.

Pour cela, ils proposent plusieurs épreuves mesurant la fluence en lecture, les concepts arithmétiques, le vocabulaire mathématique, les représentations schématiques, la résolution de problèmes et la mémoire de travail.

Les épreuves de l'étude :

Concept arithmétique : Story task

L'élève doit reconnaitre la bonne opération à partir de l'histoire décrite dans l'illustration

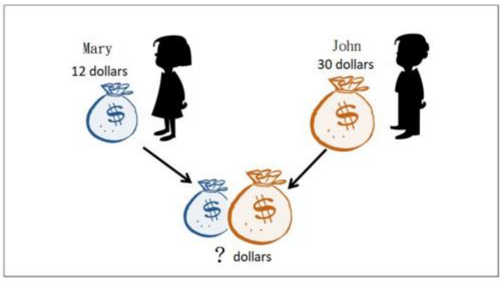
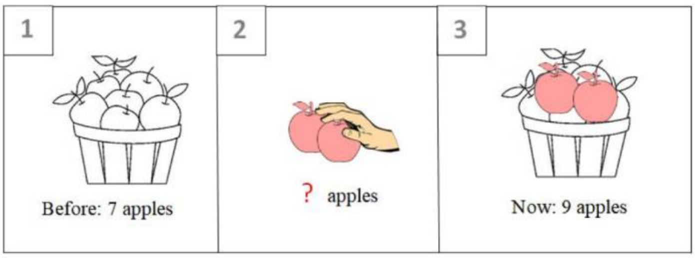


Fig. 3. A sample illustration of an addition problem in the story task.

Matériel extrait de l'article Chan et Kwan (2021) publié dans la revue Contemporary Educational Psychology.

Le vocabulaire mathématique :

L'élève doit compléter la phrase qui décrit les vignettes à partir des phrases proposées (une ou plusieurs correctes)



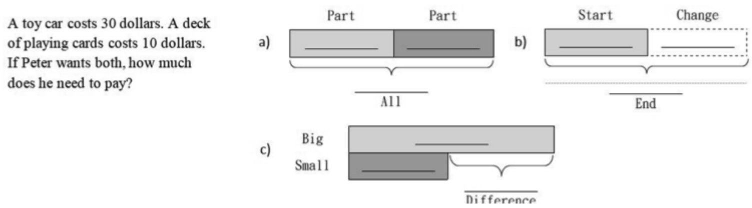
There were 7 apples in the basket. _______________ . Now there are 9 apples in the basket. _____________ ?

a) A person took several apples from it. … How many apples did the person take?
b) A person put more apples in the basket. … How many apples did the person put?
c) More apples were put in the basket. … How many more apples are needed, so that the total amount of apples in the basket are same as before?
d) More apples were put in the basket. … Now how many apples are in the basket?

Matériel extrait de l'article Chan et Kwan (2021) publié dans la revue Contemporary Educational Psychology.

Représentations schématiques

L'élève doit choisir le bon schéma et placer les nombres au bon endroit.

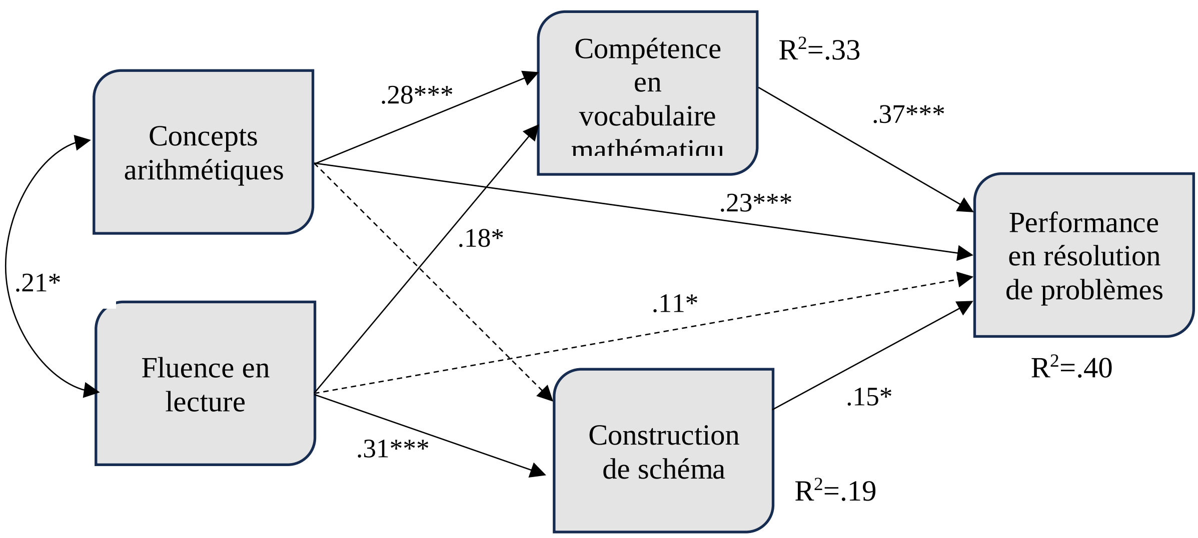


Matériel extrait de l'article Chan et Kwan (2021) publié dans la revue Contemporary Educational Psychology.

Les auteurs confortent les résultats des recherches antérieures et construisent un modèle qui atteste d'une contribution de la fluence en lecture sur les performances en RDPA via la médiation du vocabulaire mathématique. Plus intéressant, ils montrent un impact des concepts arithmétiques sur les performances en RDPA via la médiation du vocabulaire mathématique. Cela suggère que les enfants ayant de meilleurs concepts arithmétiques (compréhension de ce que signifie mathématiquement additionner et soustraire) montrent une meilleure connaissance du vocabulaire mathématique, ce qui facilite la résolution du problème. Par conséquent, une bonne conceptualisation arithmétique est essentielle pour réussir à résoudre des problèmes, en partie parce qu'elle aide à donner un sens au vocabulaire mathématique.

Leur modèle met également en évidence la contribution de la lecture sur les performances en RDPA via la médiation des représentations schématiques.

En particulier, les auteurs préconisent pour les élèves ayant des difficultés de lecture un support pour acquérir le vocabulaire mathématique mais aussi pour la construction des schémas représentant les problèmes tandis que, pour les élèves ayant des difficultés avec les concepts arithmétiques, un support du vocabulaire serait davantage adapté.



Pour **améliorer la compréhension** en lecture, deux voies ont été dégagées (Fayol, 1992; Fayol, 2017) : **intervenir sur le texte** ou **intervenir sur le lecteur**. Les interventions sur le texte sont principalement dirigées vers des aides pour faciliter l'intégration du texte. Pour cela, plusieurs pistes ont été mises en œuvre ; la première vise **à focaliser l'attention du lecteur** (caractères soulignés, en gras…) pour l'amener à traiter plus spécifiquement certains aspects du texte (Fayol, 1987 ; Mayer, 1984) ; la seconde s'attache à préparer la lecture pour **faciliter l'intégration** en fournissant un plan, un titre ou un résumé. Dans le cadre de la résolution de problèmes, nous avons déjà évoqué dans le chapitre I, les améliorations de performances induites par des modifications de la présentation du texte permettant à l'élève de préparer sa lecture : la place de la question (Fayol et al., 1987 ; Devidal et al., 1997 ; Thevenot et al., 2004, 2006), une présentation de la situation impliquant une structure de problème (Hudson, 1993), ou encore la présence de mots structurant (Coquin Viennot, 2003).

Concernant les interventions sur le lecteur, elles doivent combiner et articuler deux dimensions : l'une relative à une **instruction des procédures** élémentaires reconnues comme efficaces (Palincsar et Brown, 1989) **et** l'autre basée sur des **connaissances métacognitives** impliquant des savoirs stratégiques. L'objectif étant d'amener le lecteur à une **autorégulation** reposant sur des activités du type : identifier, mettre en œuvre et évaluer l'efficacité des procédures utilisées.

Ainsi, pour aider les **faibles compreneurs** en lecture **dans le contrôle et la régulation**, la conférence de consensus de 2016 préconise la mise en place d'un enseignement de stratégies, mesure évaluée par la recherche (Bianco, 2003 ; Bianco et al., 2004 ; Connor et al., 2006 ; Edmonds, Vaughn, Wexler et al., 2009 ; Lima et al., 2006 ; Solis, Ciullo, Vaughn et al., 2012 ; Snowling & Hulme, 2010 ; Wanzek, Vaughn, Scammacca et al., 2013) pour aider les élèves les plus fragiles.

L'instruction stratégique (voir *encadré 3.2*) montre également des résultats positifs dans le cadre de la RDPA ; nous avons en effet évoqué dans le chapitre I, les améliorations de performances consécutives à une **instruction stratégique** aidant l'élève à être particulièrement **attentif aux mots faussement inducteurs** (non concordants : problèmes non congruents) (de Koning et al., 2017; Hegarty et al., 1995), à certaines difficultés langagières spécifiques (Fuchs et al., 2020), au transfert à des problèmes nouveaux (Fuchs et al., 2003), ou encore à acquérir plus de flexibilité (Scheilbing et al., 2022). La flexibilité permettrait notamment à l'élève de réguler son attention, sa lecture et la construction d'un modèle de situation.

<u>Encadré 3.2</u> : Qu'est-ce que l'instruction stratégique ?

L'enseignement stratégique est un cas particulier de l'enseignement explicite (Bianco & Bressoux, 2009 ; Rosenshine, 2009). Il mobilise un enseignement explicite de stratégies. Il fait appel à la réflexion consciente de l'élève en centrant l'attention de celui-ci sur les obstacles qu'il est susceptible de rencontrer en lui proposant des raisonnements pour les surmonter. Cet enseignement propose également des moments d'entraînement afin que les mécanismes et les stratégies appris soient intégrés au par les élèves.

Ainsi, les **difficultés de compréhension en lecture** auraient pour origine un déficit dans les **connaissances langagières**, le **contrôle et la régulation de la lecture** au travers des **inférences** et des **stratégies** de lecture disponibles. En **résolution de problèmes arithmétiques**, les interventions basées sur la prise en charge de la compréhension se sont articulées autour du **vocabulaire** (Fuchs et al., 2020), de la **reformulation**, **d'aides provisoires** grâce à la modification du texte (place de la question), ou encore d'une **instruction stratégique** visant à acquérir plus de flexibilité par une pratique du **recodage** sémantique (Sander &Richard, 2017).

Parallèlement, le modèle structural de la compréhension (Bianco et al. (2014), rapporte effectivement des corrélations positives entre la compréhension en lecture et (par ordre croissant) le vocabulaire, les similitudes, la fluence en lecture, les inférences anaphores mais aussi **les inférences de connaissances**. Ces dernières constituent un champ largement investigué dans le cadre de la résolution de problèmes. Nous développons ce point dans la prochaine partie au travers de deux dimensions : le texte et les données numériques.

II.5.2.2 Origine des difficultés : l'impact des données numériques, des connaissances conceptuelles et langagières antérieures

Le descriptif des comportements et des difficultés chez les faibles compreneurs de texte non-mathématique trouve son pendant en résolution de problèmes. En effet, un certain nombre d'études comparent les comportements et les processus mis en œuvre par les élèves **« bons solutionneurs »** versus **« mauvais solutionneurs »**. Tout d'abord, selon Hegarty et al. (1995), les « bons solutionneurs » opèrent en trois étapes : 1/ construction de la base de texte ; 2/ construction du modèle de problème (représentation mathématique du problème) ; 3/

construction d'un plan de résolution. Ils utilisent ainsi une procédure que les auteurs appellent *« the problem model strategy »*. Au contraire les « mauvais solutionneurs » utilisent *« the direct-translation strategy »*. La **focalisation** de l'attention des élèves sur les **données numériques** et/ou sur certains indices de surface comme des mots clés (De Corte & Verschaffel, 1981; De Corte et al., 1990; Zagar, et al., 1991) amène les élèves à produire une solution avant même d'avoir élaboré une représentation et le modèle de problème et dans certains cas, avant même d'avoir exploré l'ensemble du texte (Zagar et al., 1991 ; De Corte & Verschaffel, 1986). De Corte et Verschaffel (1981) attribuent ces comportements aux méthodes d'instruction. Pour ces auteurs, celles-ci amènent les élèves à appliquer sans réfléchir, à de nouveaux contextes, des « recettes » apprises dans des contextes spécifiques.

Thevenot (2017) rend compte de ces différents comportements par l'**activation** d'un **schéma de problèmes** qui **aurait** dû être **inhibé**. Cette activation inappropriée tient à des **connaissances préalables** nombreuses (Thevenot, 2017) relevant de trois catégories différentes : les connaissances en lien direct **avec les données numériques du problème** ; les connaissances conceptuelles **en lien direct avec le texte du problème** ; enfin, les savoirs antérieurs en relation avec de **fausses conceptions de ce qu'est l'activité de résolution** de problème. Concernant ces dernières, on peut lister les fausses conceptions suivantes : tous les nombres doivent être utilisés (Littlefield & Rieser, 1993), un problème ne peut avoir plusieurs réponses (Verschaffel et al., 1994), tous les problèmes ont une solution (Reusser & Stebler, 1997 ; De Corte & Verschaffel, 1985), la vie de tous les jours n'a pas de relation avec les problèmes (Verschaffel et al., 1994). Ces fausses conceptions déclenchent une entrée erronée dans l'activité de résolution de telle sorte que le but que l'élève s'assigne n'est pas le bon. La stratégie de résolution est dès le début mal orientée, amenant ainsi à une résolution incorrecte.

II.5.2.2.1 Analyse d'un point de vue de la dimension du texte

Concernant, les connaissances en **lien direct avec le texte du problème**, Thevenot (2017) fait état de **connaissances conceptuelles** et **langagières construites** antérieurement par l'expérience et impactant l'activité de résolution.

Les connaissances conceptuelles amènent en principe l'activation de **schémas à bon ou à mauvais escient**. Une première illustration est celle des **analogies de scénario** définies par Sander (2008) dans le cadre A-S3. Celles-ci déclenchent un traitement intuitif en fonction de la relation entre les données ou catégories en jeu. Par exemple, dans un problème évoquant des paniers et des pommes, la conception intuitive déclenchera un traitement de mise en correspondance entre les deux ensembles pommes et paniers. Si la situation est dans l'alignement sémantique (« Combien de pommes par panier ? »), la résolution en sera facilitée, dans le cas contraire (« Combien de pommes et de paniers ensemble ?»), un schéma erroné risque d'être activé. Dans les deux cas, dès la lecture, une **activation précoce du schéma** associé au couple panier/pommes a lieu sans formation probable du modèle de situation. Une seconde illustration est celle des **problèmes non-congruents** (Lewis & Mayer, 1987) qui peuvent activer un schéma inapproprié. En effet un problème du type : « Max a 12 billes, Il a 8 billes de moins que Jean. Combien de billes a Jean » active un schéma impliquant une soustraction du fait de **l'indice de surface** « moins » alors que l'opération correcte est une addition. Sur ce même principe d'indice de surface, Sander (2008) définit les analogies de substitution. Le principe est qu'un schéma concordant avec le marqueur sémantique du problème est activé. Par exemple un problème *où l'on gagne/ajoute activera l'opération addition, tandis qu'un problème où l'on perd/enlève activera la soustraction.* Ces différents exemples illustrent le rôle des connaissances conceptuelles dans l'activation de schémas .

Des **connaissances langagières** construites **du fait de l'expérience en relation avec la vie quotidienne,** peuvent également impacter la résolution d'un problème. Coquin-Viennot et Moreau (2003) ont montré qu'un problème comme : « Pour un prix, le fleuriste prépare 5 roses et 7 tulipes pour chacun des 14 candidats. Combien de fleurs le fleuriste utilise-t-il au total ? » est résolu avec une stratégie distributive du type (14x5) +(14x7). Or, une stratégie différente est utilisée lorsque le même énoncé est présenté avec l'introduction d'un élément structurant « bouquet » : "Pour un prix, le fleuriste prépare un bouquet composé de 5 roses et 7 tulipes pour chacun des 14 candidats. Combien de fleurs le fleuriste utilise-t-il au total ?". Avec cette formulation, le problème est plus susceptible d'être résolu avec une stratégie de factorisation, en effectuant 14 x (5 +7). Dans la seconde formulation du problème, le terme « bouquet », et plus précisément les connaissances qui correspondent à un bouquet de fleurs, structurent l'organisation des éléments contenus dans la représentation mentale construite pour résoudre le problème.

D'un point de vue de la dimension du texte du problème, les **connaissances langagières** construites **avec l'expérience en relation avec la vie quotidienne** et les **connaissances conceptuelles** disponibles impactent la résolution d'un problème. Ces dernières peuvent amener à **l'activation d'un schéma** qui aurait dû être **inhibé** et ainsi mener à une résolution incorrecte.

II.5.2.2.2 Analyse d'un point de vue de la dimension des données numériques

Intéressons-nous à présent aux connaissances conceptuelles impliquant **les données numériques** du problème. Certaines connaissances mènent à l'activation de **schémas**, et d'autres s'appuient sur **l'expérience en relation avec la vie quotidienne** (Thevenot, 2017). Brissiaud & Sander (2010) rapportent la mise en œuvre de procédures coûteuses de simulation plutôt que le recours à une stratégie formelle simplifiant la procédure. Par exemple, Schliemann et ses collaborateurs (Schliemann et al., 1998) rapportent que la situation « Quel est le prix de 3 objets à 50 cruzeiros » est mieux réussie que la situation « Quel est le prix de 50 objets à 3 cruzeiros ». Pour ce dernier cas, les sujets mettent en œuvre une **simulation dans la dimension concrète** (3+3+3+3+…+3) plutôt que de mettre en œuvre la stratégie formelle (50x3) qui s'appuie sur les propriétés des opérations dans la dimension symbolique. Dans ce cas-là, on peut supposer qu'ils s'appuient sur le modèle de situation et simulent une transformation dans l'ensemble de la vie réelle. Thevenot and Oakhill (2005) rapportent le même phénomène de simulation du texte en proposant à des adultes la résolution du problème : « Combien de billes John et Tom ont-ils en tout en plus que Paul ? John a 44 billes. Tom a 24 billes. Paul a 41 billes ». La stratégie majoritairement utilisée est : (44 + 24) – 41 alors que la stratégie la plus efficace aurait été (44-41)+24. Cette dernière n'est utilisée que lorsqu'on augmente la taille des nombres. Les auteurs concluent que les sujets adaptent leur activité cognitive en ne s'engageant dans une représentation alternative que lorsque le coût cognitif s'avère plus élevé. Pour Thevenot (2017), ce comportement traduit une **utilisation prioritaire d'un savoir concret de la vie de tous les jours** *« using their knowledge about concrete daily life situations »*. Ce dernier exemple pose **la question** du moment du **passage par le sujet du symbolique au procédural**. Il semblerait en effet que les sujets ont prioritairement recours aux traitements automatisés (i.e. schémas) ou à faible coût cognitif (i.e. simulations ayant un appui dans le réel), délaissant souvent la dimension symbolique qui offre cependant une plus grande puissance dans les traitements (propriétés des opérations, propriétés de calcul…)

Concernant plus particulièrement **les nombres décimaux**, Fischbein et al. (1985) montrent que des connaissances acquises dans le cadre scolaire des apprentissages mathématiques mais aussi dans le cadre de la **vie quotidienne** font obstacle à la résolution correcte. Ils rapportent que des élèves de 5ème, 7èmes et 9èmes grades confrontés à un problème du type : « A partir d'1 kg de détergent, on obtient 15 kg de savon. Quelle quantité de savon obtient-on à partir de 0,75 kg de détergent ? » auront plus de difficulté de résolution qu'à partir d'un problème du type : "A partir d'1 kg de céréales, on obtient 0.75 kg farine. Quelle quantité de farine obtient-on à partir de 15 kg céréales ? ». Dans la première version du problème, l'opérateur amenant à la solution est un nombre décimal, allant ainsi à l'encontre de la connaissance mathématique apprise dans la classe et dans la vie quotidienne : « la multiplication est une addition itérée » mais également que « la multiplication donne un nombre plus grand ». Du fait de l'opérande décimale, cette définition ne peut s'appliquer et causer l'échec à ce type de problème.

Ainsi les traitements des informations reliées aux **données numériques** semblent influencer la prise en charge de la compréhension en amenant l'élève à **raisonner dans le concret** et à **empêcher une montée dans l'abstraction** vers le symbolique du fait de l'interaction avec les **connaissances concrètes de la vie de tous les jours**.

II.5.2.2.3 Le modèle théorique SECO : analyse et perspectives éducatives

Comme nous venons de l'évoquer, les connaissances conceptuelles préalables relatives au texte ou aux données numériques ont un impact sur l'activité de résolution de problème (Thevenot, 2017). Le modèle SECO (Gros et al., 2020) prend pleinement en compte cette dimension en intégrant ces connaissances conceptuelles antérieures dans un modèle qui synthétise les différents modèles théoriques antérieurs *(voir encadré 3.3)*. En effet, pour construire ce modèle, les auteurs dépassent le modèle basé sur la théorie des schémas, utilisent le SPS modèle définit par Reusser (1990) qui inclut le modèle de situation et l'améliorent en intégrant la théorie de l'alignement (Bassok, 2001) fondé sur le rôle des connaissances conceptuelles.

Encadré 3.3 : Le modèle SECO Gros et al. (2020)

Les auteurs analysent sous l'angle de six études robustes de la littérature les manques et les atouts des anciens modèles en comparaison au modèle SECO. Ce nouveau modèle, unification des anciens modèles, met particulièrement en avant l'importance de la phase de compréhension au service de la conceptualisation mathématique grâce à l'interprétation et au recodage. Il s'appuie particulièrement sur les connaissances conceptuelles comme base explicative des processus de compréhension dans le cadre de la résolution de problèmes. Les connaissances conceptuelles antérieures sont particulièrement prises en compte au travers des connaissances intuitives.

Ce modèle postule qu'un texte est encodé en une « structure interprétée » en fonction de connaissances préexistantes sous une forme analogique décrite comme le modèle mental ou modèle de situation.

Pour aboutir à la formalisation (opération mathématique) cette structure interprétée doit être congruente avec la structure profonde. En cas de non-congruence, la structure interprétée doit être recodée. Par exemple, dans le problème des fleurs, la structure profonde du problème correspond à une situation de Partie-Tout. Le bouquet de fleur final représente le tout, les fleurs ajoutées une partie de ce tout et les fleurs du début l'autre partie de ce tout. Lorsque le problème est interprété sémantiquement avec cette structure profonde, la traduction mathématique (formalisation) est directe. A chaque élément de l'espace sémantique correspond un et un unique élément dans l'espace symbolique (i.e l'opération).

Ainsi, en intégrant les connaissances conceptuelles, le modèle SECO converge vers le modèle que nous avons esquissé plus haut (schéma 5), fondé sur **l'activité de compréhension** en lecture en privilégiant une entrée basée sur les **connaissances antérieures**. Il accorde également une large place à la **mathématisation** du problème (Reusser, 1990) au travers d'une ***compréhension mathématisée***.

Comment les interventions se sont-elles emparées de ce modèle ?

En pratique, plusieurs interventions ont utilisé les marqueurs et le cadre du modèle SECO pour améliorer les performances en résolution de problèmes *(voir encadré 3.4 pour les détails des interventions)*.

Ces interventions mises en œuvre en milieu scolaire (Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2020; Vilette et al., 2017 ; Rivier &Sander, 2022; Gamo et al. 2009, 2011, 2014)) utilisent le changement de point de vue et le recodage (Sander &Richard, 2017). Plusieurs types d'obstacles sont traités et plusieurs types d'intervention mise~~s~~ en œuvre.

Les premiers cherchent à surmonter les conceptions intuitives par le biais d' une **instruction explicite des procédures possibles** en utilisant des représentations schématiques**.** L'objectif est d'amener les élèves à conscientiser ces différentes procédures (Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2020; Vilette et al., 2017), à construire la notion mathématique correcte sous-jacente (Scheilbing-Sève et al., 2022) ou encore à identifier la structure profonde du problème (Gamo et al. 2009, 2011, 2014)) en vue d'un **choix stratégique**. Ces interventions (Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2020; Vilette et al., 2017 ; Scheilbing-Sève et al., 2022) prennent en charge des concepts intuitifs-obstacles tels que **les procédures de calcul** (Brissiaud & Sander, 2010 ; Schielmann et al., 1998), des **concepts mathématiques** (i.e. fraction bi-partite, diviser pour partager, la proportion comme un écart à conserver) ou encore les **procédures** reliées à la structure du problème (Gamo et al. 2009, 2011, 2014)). Ces interventions utilisent un changement de point de vue dans l'espace analogique de la situation modélisée en l'articulant systématiquement avec le traitement symbolique mathématique associé dans l'espace arithmétisé. Elles agissent sur une compréhension mathématisée.

Les secondes s'appuient sur des **reformulations conceptuelles** pour aider les élèves à extraire la structure profonde du problème (Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2020; Vilette et al., 2017) grâce à un vocabulaire mathématique réglé et des schématisations. Elles cherchent à rendre congruents modèle de situation et modèle de problème. Ces interventions utilisent un changement de point de vue dans l'espace analogique de la situation modélisée (grâce aux schématisations).

Ces deux types d'interventions utilisent l'outil schéma dès le début de l'activité. De fait l'élève est incité à raisonner en termes d'arithmétisation du monde. La compréhension n'est pas opérée dans le réel mais sur des objets mathématisés. Ainsi, ces interventions ciblent la compréhension de la situation et la mathématisation grâce à une *compréhension mathématisée.* Enfin, les dernières (Scheilbing-Sève et al., 2022) soutiennent la construction du concept mathématique sous-jacent pour surmonter les conceptions intuitives (i.e. en plus/fois plus ; fois plus/fois moins ; chaque/tous) en mettant **en œuvre des reformulations** visant le **changement de point de vue sur la situation réelle ou partiellement modélisée**. Elles agissent directement sur la compréhension de la situation

En fonction de l'obstacle, l'intervention cible davantage la compréhension de la situation ou la mathématisation. Cependant, dans la majorité des cas, elles se consacrent davantage à utiliser le levier de la mathématisation plutôt que la compréhension au sens de compréhension en lecture.

Dans le schéma 6, nous présentons une synthèse des leviers utilisés par les interventions : ACE Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2020; Vilette et al., 2017), RAIFLEX (Scheilbing-Sève et al., 2022) et Gamo (Gamo et al. 2009, 2011, 2014) et le niveau d'influence. En fonction du problème et de l'obstacle, l'intervention opère sur l'espace analogique réel ou modélisé ou encore sur l'espace symbolique. Ces interventions ont trois types d’objectifs : une instruction explicite des procédures possibles, une reformulation conceptuelle ou encore une reformulation visant le changement de point de vue.

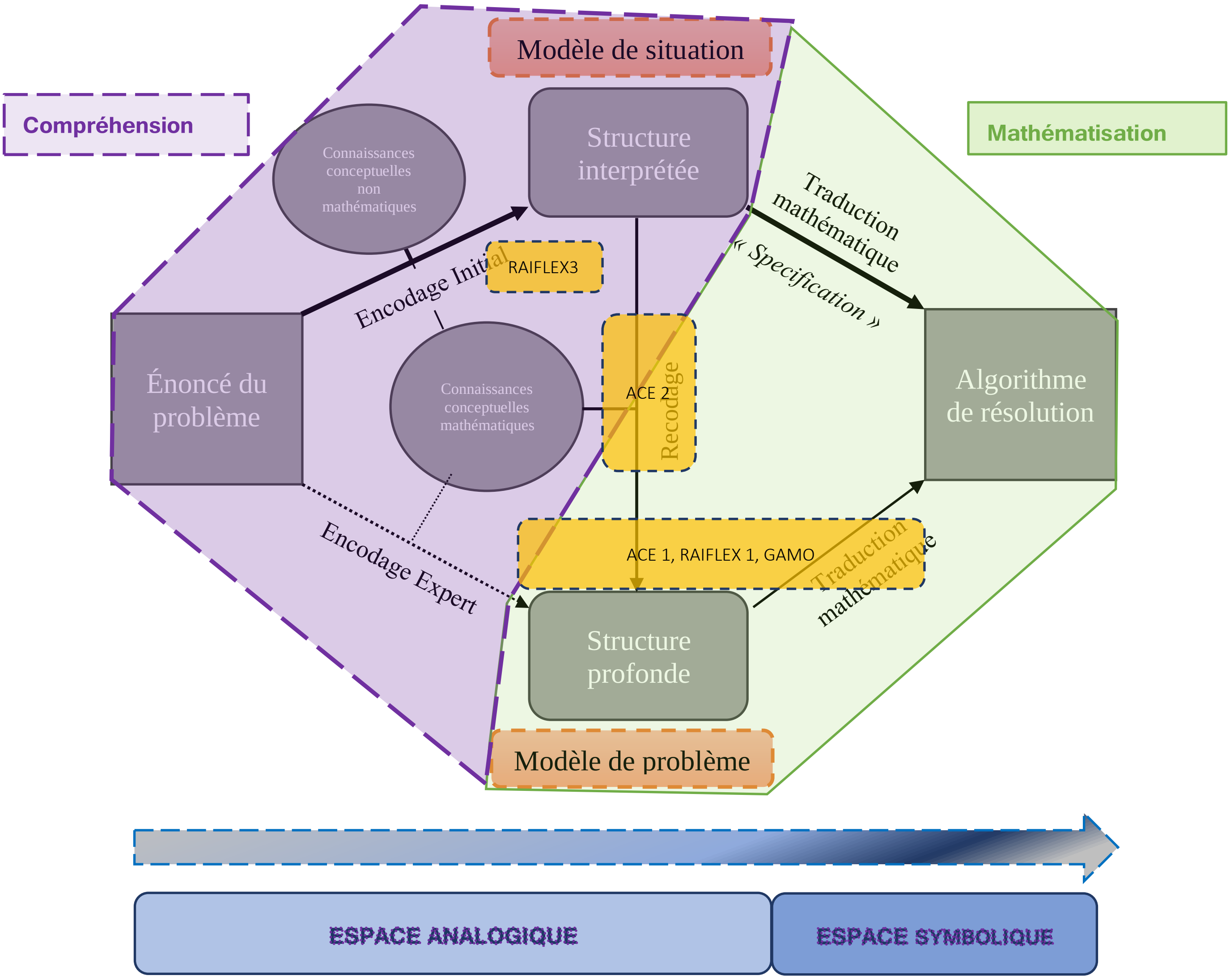


Schéma 6 : levier utilisé par les interventions

Bien que le modèle SECO soutienne la compréhension, en pratique, les interventions s’y rattachant ont d’abord utilisé le levier de la mathématisation en utilisant majoritairement une compréhension dans un espace analogique de la situation modélisée grâce à l’utilisation d’outils de représentation.

Globalement, le modèle SECO considère amplement la phase de **mathématisation** au sens de Reusser et laisse une place à la **compréhension** grâce à la référence aux connaissances conceptuelles et notamment aux conceptions intuitives. (Voir schéma 5).
Les interventions exploitant les marqueurs de ce modèle ont mis principalement en avant un travail sur la mathématisation.

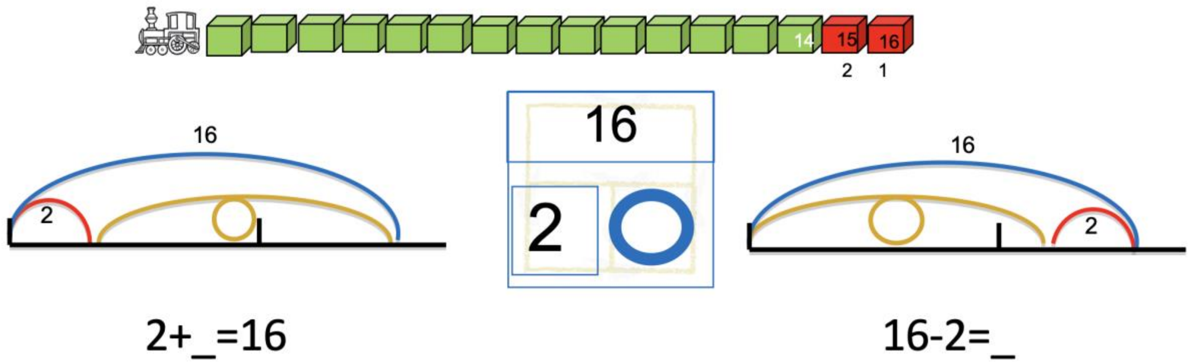
Encadré 3.4: Analyse d'interventions utilisant le modèle SECO

1)une **instruction explicite des procédures possibles**

Dans l'intervention ACE, une comparaison des procédures est mise en œuvre qui permet la **prise en charge de procédures de calcul intuitives** (Brissiaud & Sander, 2010 ; Schielmann et al., 1998). C'est le cas pour des problèmes qui suggèrent intuitivement une procédure de calcul coûteuse alors qu'en adoptant un autre point de vue, le calcul s'en trouve facilité. Par exemple : « J'ai 1284 billes. J'en perds 1279. Combien m'en reste-t-il ? ». La **procédure intuitive** dictée par le texte du problème est la soustraction $1284 - 1279$, alors qu'une procédure de calcul plus simple consisterait à simuler mentalement l'opération à trou $1279 + \cdots = 1284$. Les interventions utilisent une instruction explicite des procédures possibles pour amener les élèves à les conscientiser et à faire un choix stratégique. Elles utilisent tout particulièrement **les schématisations** pour expliciter les procédures et leur équivalence.

Ces interventions **ciblent la deuxième partie de la mathématisation au travers de la procédure de calcul choisie** et s'appuient sur la situation représentée analogiquement par les schémas ou symboliquement avec la boite de Fischer.

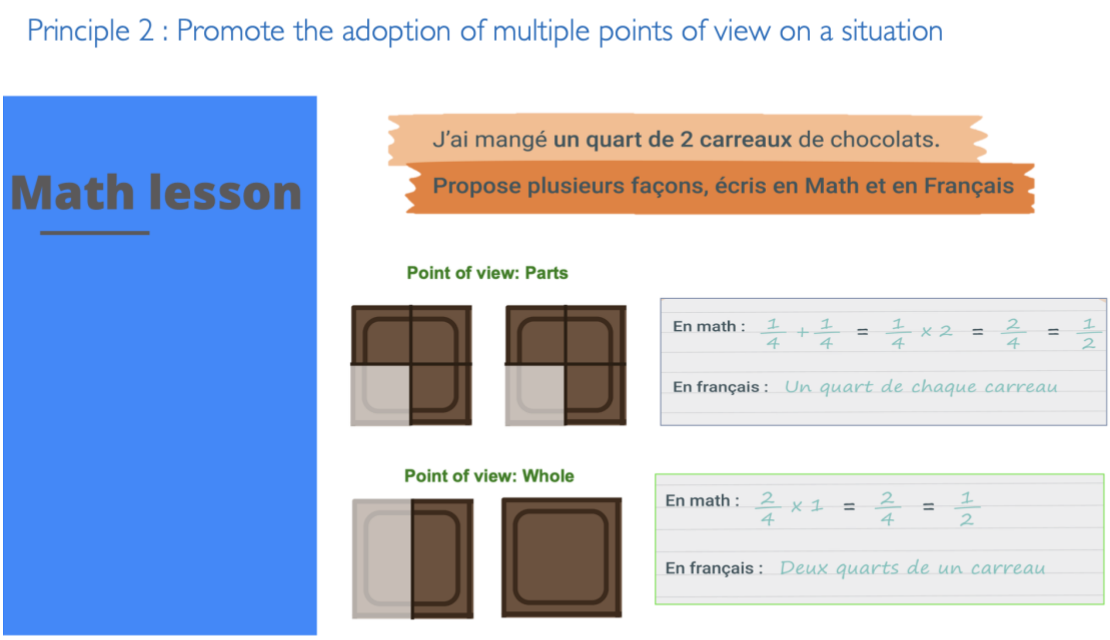
Exemple de problème : *« Zoé a fabriqué un train. Son train comporte 2 wagons rouges et quelques wagons verts. Au total, son train compte 16 wagons. Combien de wagons verts son train possède-t-il ? » (Sander, 2023)*



Matériel extrait de la conférence IDEE d'E. Sander (2023)

Dans l'intervention RAIFLEX (Scheilbing-Sève et al., 2022), l'accent est mis sur le changement de point sur la situation pour faire émerger les différentes procédures mathématiques possibles. La comparaison de ces procédures permet de construire la notion mathématique sous-jacente en franchissant l'obstacle des concepts intuitifs.

Figure 1 : (extrait conférence IDEE, Sander et al., 2023)



Matériel extrait de la conférence IDEE d'E. Sander (2023)

Cette intervention cible le choix de la procédure de calcul en utilisant un changement de point de vue dans l'espace analogique de la situation modélisée en l'articulant systématiquement avec le traitement symbolique mathématique associé dans l'espace arithmétisé. Elle agit sur une compréhension mathématisée.

Gamo et al. mettent en place une intervention qui entraîne les élèves **à comparer** et **à mettre en œuvre** deux stratégies pouvant être utilisées pour résoudre un problème.

Un diagramme est utilisé avec les élèves pour illustrer les deux points de vue.

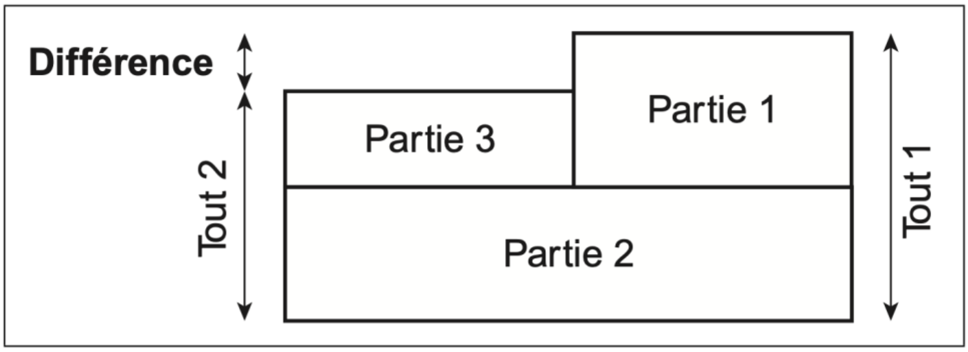


Figure 1. Représentation schématique de la structure des problèmes étudiés par Sander *et al.* (2003).

Figure 1. Graphical representation of the problems studied by Sander *et al.* (2003).

Matériel extrait de la conférence IDEE d'E. Sander (2023)

L'intervention vise un changement de point de vue dans l'espace analogique de la situation modélisée.

2)Reformulation conceptuelles

Dans l'intervention ACE, l'accent est mis sur une **reformulation conceptuelle** au travers du codage et éventuellement du recodage (Sander &Richard, 2017). Ce codage est réalisé à l'aide d'un vocabulaire mathématique commun mis en place (e.g. quantité totale, quantité-partie). Celui-ci oriente essentiellement une *compréhension mathématisée* puisqu'il explicite les ensembles et les relations qui les lie.

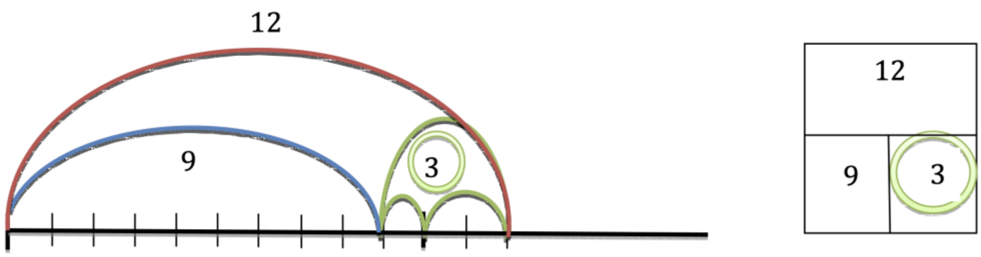
Exemple en CP : Les premières séances s'organisent autour de situations de combinaison pour mettre en œuvre un vocabulaire mathématique précis qui permet de tisser la phase de codage. Par la suite, des situations de comparaison, puis de transformation sont proposées

Dans les séances, les élèves prennent connaissance du problème et utilisent dans les premières séances du matériel pour simuler la situation. Ils sont invités à identifier les ensembles et à leur associer le vocabulaire mathématique commun (phase de codage).

Exemple de problème de combinaison : *« Max a 12 billes. Il a des billes bleues et des billes vertes. Il a 9 billes bleues. Combien a-t-il de billes vertes ? »*

Codage : *12 billes : quantité totale connue ; 9 billes bleues : quantité-partie connue* ; *Billes vertes : quantité-partie manquante*

Ce codage est ensuite utilisé dans la phase de représentation. Un schéma ligne et un schéma boite permettent une représentation ordinale et une représentation cardinale du problème et appuient la procédure de calcul.



Matériel extrait de la conférence IDEE d'E. Sander (2023)

Par la suite, dans les problèmes de type transformation, par exemple le problème des fleurs, le recodage permet de coder la quantité initiale (fleurs du début), la quantité transformation (les fleurs ajoutées) et la quantité finale (le bouquet à la fin) en une quantité-partie (fleurs du début, fleurs ajoutées) ou une quantité totale (les fleurs à la fin). Ce recodage utilise un changement de point de vue. Une situation de transformation est recodée en une situation statique partie-tout.

Exemple : le problème des fleurs

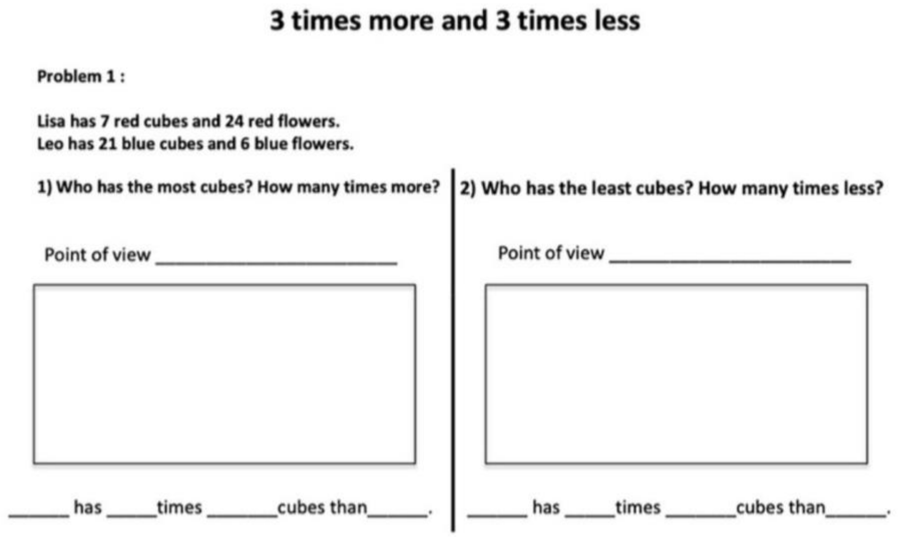
« *J'ai ajouté 16 fleurs à mon bouquet. J'en compte maintenant 48. On voudrait connaître le nombre de fleurs que j'avais avant*

L’intervention cible la mathématisation grâce à une compréhension mathématisée.

En effet, l’extrait du guide ACE à destination des enseignants souligne un travail de compréhension des relations sémantiques essentielles pour la solution : *« Ce travail de recodage est en fait le travail de compréhension en profondeur du problème, qui consiste à dégager les relations sémantiques abstraites essentielles pour la solution, qui peuvent être masquées par les propriétés concrètes de la situation. » (site http://blog.espe-bretagne.fr/ace/)*

3) Reformulation favorisant le changement de point de vue

Dans l’intervention RAIFLEX**,** sur certaines notions (i.e. en plus/fois plus ; fois plus/fois moins ; chaque/tous), une reformulation avec changement de point de vue sur la **situation réelle** est proposée aux élèves. (RAIFLEX 3)



3 times more and 3 times less

Problem 1 :

Lisa has 7 red cubes and 24 red flowers.
Leo has 21 blue cubes and 6 blue flowers.

1) Who has the most cubes? How many times more?

Point of view ______________________

______ has _____times _______cubes than______.

2) Who has the least cubes? How many times less?

Point of view ______________________

______ has _____times _______cubes than______.

Matériel extrait de la conférence IDEE d’E. Sander (2023)

II.6 Conclusions chapitre 2

Au final, la **résolution de problèmes** qui relève de l'arithmétique est de manière contre-intuitive bien plus **dépendante de l'activité de compréhension** (Gros et al., 2020; Scheibling-Sève et al., 2022). C'est **cette étape initiale de représentation du problème qui est cruciale pour une bonne résolution (**Cummins et al.,1988). Agir sur et assurer la compréhension apparaît donc comme un **levier prioritaire** pour améliorer les performances en RDPA.

Lors de la compréhension d'un problème, l'élève a pour objectif de donner une réponse grâce à la mise en œuvre d'une procédure de calcul. Cependant, l'étude du comportement des élèves face à un problème montre que les données numériques peuvent jouer un **rôle de distracteur aux dépens de la compréhension** (De Corte & Verschaffel, 1981, 1986; De Corte et al., 1990; Zagar et al., 1991). De plus, les traitements liés aux **données numériques** semblent influencer la prise en charge de la compréhension en amenant l'élève à **raisonner dans le concret** et à **empêcher une montée dans l'abstraction** vers le symbolique par le biais de l'interaction avec les **connaissances concrètes de la vie de tous les jours**. Par ailleurs, les études montrent que la **compréhension** des problèmes est impactée par les **connaissances langagières** construites **au cours de l'expérience en relation avec la vie quotidienne** et les **connaissances conceptuelles** disponibles. Ces dernières pouvant amener à **l'activation d'un schéma** qui aurait dû être **inhibé**.

Le modèle SECO, dernier modèle en RDPA, intègre les apports de la littérature. Il s'attache à décrire le raisonnement des élèves en pointant les obstacles tels que les connaissances antérieures liées aux mathématiques ou aux connaissances générales du sujet. Il vise la compréhension et plus particulièrement une *compréhension mathématisée*. Ainsi, il se rapproche sous certains aspects de la modélisation du processus de compréhension en lecture sans toutefois englober le processus complexe de compréhension.

En effet, la compréhension en lecture est un processus complexe et dynamique **qui vise à intégrer les informations au fur et à mesure qu'elles sont perçues** mais aussi à construire progressivement un « modèle mental » (Johnson-Laird, 1983) ou un « modèle de situation » (Kintsch, 1983).). Elle repose à la fois sur des **processus automatiques** et **contrôlés,** et aussi sur des **connaissances conceptuelles** et **linguistiques**. Ces connaissances forment **le socle orientant la compréhension**.

En résumé, la compréhension apparait comme un levier important pour améliorer les performances en RDPA. Les données numériques et leur traitement semblent influencer et gêner la compréhension et la montée dans l'abstraction.

Le modèle SECO, dernier modèle relatif au raisonnement des élèves en RDPA et synthèse des anciens modèles, intègre les grandes caractéristiques des modèles de compréhension en lecture sans toutefois décrire un processus complexe et continu en interaction avec les connaissances. Les interventions s'y rattachant visent majoritairement une compréhension mathématisée.

II.7 Synthèse des chapitres 1 et 2

Dans le chapitre 2, nous avons analysé l'activité de résolution de problèmes en prenant en compte deux variables relevant de deux dimensions : la compréhension et les nombres et le calcul.

Depuis trois décennies, de nombreuses recherches ont pointé progressivement la **compréhension comme un levier pour améliorer les performances** (Fuchs et al., 2014, 2018, 2020, 2021) tandis que les données de la littérature recensées dans le chapitre 2 montrent que la dimension des nombres et du calcul peut jouer un **rôle de distracteur** aux dépens de la compréhension et **gêner la montée dans l'abstraction.**

Ces éléments nous ont amenés à étudier dans le chapitre 2 l'activité de résolution de problèmes au travers du prisme des apports de la recherche en compréhension en lecture sous l'angle des processus mis en œuvre mais aussi des difficultés relatives à la compréhension.
Parallèlement, nous avons montré que les modèles décrivant l'activité de résolution de problèmes se sont rapprochés des modèles de la compréhension en lecture en intégrant des éléments de l'activité de compréhension : modèle de situation, impact des connaissances conceptuelles. Le dernier modèle (Gros et al., 2020) dédie une large place à la compréhension tout en l'articulant avec la mathématisation nécessaire du problème. En pratique, les interventions basées sur ce modèle ont particulièrement accompagné la phase de mathématisation en s'appuyant sur le sens de la situation grâce au recodage sémantique global de la situation (ACE : Vilette et al., 2017 ; Richard &Sander, 2017) ou sur des entités modulaires reliées à des expressions (Scheilbing-Sève et al., 2022 ; Rivier & Sander, 2022).

Ainsi, ces interventions se sont attachées à utiliser cette compréhension comme un levier pour améliorer les performances sans toutefois développer une approche globale **de la compréhension** mais ciblée sur la mathématisation au travers d'une compréhension mathématisée.

Nous avons également vu dans le chapitre 1 que, pour accompagner la compréhension et prendre en charge les difficultés s'y rattachant dans le cadre de la résolution d'un problème, les interventions se sont articulées jusqu'alors dans des entités modulaires autour du **vocabulaire** (Fuchs et al., 2020), de la **reformulation** , **d'aides provisoires** grâce à la modification du texte (place de la question), ou encore d'une **instruction stratégique** visant à acquérir plus de flexibilité par une pratique du **recodage** sémantique (Richard &Sander, 2017; Gros et al., 2020; Scheibling-Sève et al., 2022). Ces interventions n'ont pu viser en première intention la compréhension de la situation, notamment du fait de la présence des données numériques (Zagar et al., 1991).

Or la compréhension apparaît comme le levier prioritaire pour améliorer les performances en RDPA. Or, comme nous l'avons vu, si ce levier commence à être exploité, les pistes proposées ne répondent qu'à une partie du bilan des difficultés que nous avons décrit.

Les interventions s'attachent soit à une action ciblée sur la mathématisation, soit encore à une juxtaposition de modules cherchant à améliorer la compréhension, et non à une approche intégrative de la compréhension du fait des données numériques.

Ainsi l'ensemble de ces données, nous ont amenées à réfléchir à un dispositif qui permettrait de privilégier une activité de compréhension intégrée de la situation réelle et à minimiser l'impact des données numériques sur les processus mis en œuvre par les élèves.

Quelles seraient les pistes pour accompagner cette compréhension et aller au-delà de ce qui a été mis en œuvre jusqu'à aujourd'hui ?

Quelles mises en œuvre pratique au sein des classes ?

Nous traiterons de ces questions dans le chapitre suivant en présentant le protocole retenu pour accompagner la compréhension et l'opérationnalisation de ce protocole.

Chapitre III Accompagner la compréhension - Le protocole et son opérationnalisation

III.1 Un protocole nouveau et innovant

Dans ce chapitre, nous allons présenter les données d'un **protocole nouveau et innovant** sous deux aspects.

Le premier, concerne une approche nouvelle s'appuyant sur les données de la recherche. L'ensemble des travaux font apparaître la compréhension comme un levier prioritaire pour améliorer les performances en RDPA. L'élève, confronté à un problème a une intention particulière de lecture (Zagar, 1991) puisqu'il doit donner la réponse au problème. Cependant pour réussir le problème, il doit d'abord le comprendre. Dans notre approche, nous faisons le choix de séparer la dimension de la compréhension de celle du calcul, en prolongement des travaux de Fuchs et al. (2019) qui montrent que les deux dimensions s'avèrent séparables. Nous nous plaçons ainsi dans la même démarche que De Corte et Verschaffel (1981) qui suggéraient de différer la phase de calcul pour permettre aux élèves une première phase de réflexion. Notre objectif est de développer chez les élèves des habitudes et une heuristique générale face à un problème pour surmonter les différents obstacles de résolution qui peuvent par exemple amener à l'activation d'un schéma inapproprié ou encore à une stratégie automatique. Dans cette approche, l'élève doit d'abord comprendre le problème dans le réel, d'un point de vue analogique pour accéder à une représentation analogique mathématisée (i.e. le modèle de problème) avant d'opérer sur le monde arithmétisé et son langage symbolique.

Le second aspect touche au protocole lui-même, à sa construction et à son opérationnalisation. Tout d'abord, l'intervention dans le groupe expérimental s'appuie sur une **collaboration et des interactions** entre praticiens et chercheurs qui permettent d'opérationnaliser la démarche d'un point de vue pédagogique. Tout au long des trois années, 60 enseignants ont participé au protocole expérimental et 13 enseignants supplémentaires ont pré-expérimenté l'approche suggérée. Au total, ce sont 73 enseignants accompagnés de l'équipe de recherche et de formateurs (4 conseillers pédagogiques de circonscription et 1 maître formateur).

Enfin, notre approche est **respectueuse** des gestes professionnels et de la pédagogie de chaque enseignant. Les enseignants du groupe expérimental mettent en œuvre un protocole défini en 4 points mais conservent leur liberté pédagogique quant à sa mise en œuvre.

Un point important du protocole concerne le groupe contrôle qui est **actif.** Les enseignants de ce groupe utilisent la même **banque de problème** que les enseignants du groupe expérimental assurant une solidité aux résultats de l'étude.

Cette approche écologique s'appuie sur un accompagnement relevant de plusieurs types. Tout d'abord, elle a nécessité la création d'outils d'accompagnement tels que les grilles d'observation de pratique et de respect du protocole, une banque de problèmes. Ensuite, c'est un dispositif important d'accompagnement des enseignants qui a été nécessaire avec pour le volet formation, le développement d'une ingénierie de celle-ci.

Au final, c'est cette très étroite **collaboration q**ui a permis de faire naître une démarche et des pratiques de classe efficientes tout en restant **respectueuse de l'expertise professionnelle des enseignants.**

Peu d'études de cette ampleur s'appuient sur un tel dispositif. ACE (Vilette et al., 2017 ; Fischer et al. 2019 ; Richard & Sander, 2017) est la seule recherche qui pourrait correspondre à notre étude dans le champ des recherches en psychologie.

III.2 Le protocole

L'ensemble des données de la littérature nous ont amené à faire l'hypothèse que **privilégier l'activité de compréhension avant d'introduire les données numériques devrait permettre d'améliorer les performances des élèves.**

Pour tester cette hypothèse, nous avons élaboré **un protocole** qui **priorise l'activité de compréhension** et qui ne fait intervenir les données numériques que dans un second temps. Il s'agit de prévenir une focalisation immédiate de l'attention des élèves sur les nombres et le calcul au détriment de la compréhension de la situation décrite par l'énoncé, mais aussi d'amplifier la phase de compréhension en **favorisant l'élaboration du modèle mental ou modèle de situation.**

Durant trois années, ce protocole a été mis en œuvre dans des classes du département du Nord issues de deux milieux différents : éducation prioritaire (R) ou hors éducation prioritaire (NR). La première année, les classes de niveau CE2 (grade 3) ont été concernées. L'année suivante, les classes de niveau CM1 (grade 4) ont pris part à l'expérimentation. Enfin la dernière année, ce sont les classes de niveau CM2 (grade 5) qui ont mis en œuvre le protocole. Chaque année, une approche expérimentale classique d'apprentissage a été mise en œuvre avec pré-test, entraînement (12 semaines (CE2 et CM1) /16 semaines (CM2)) et post-tests immédiat et différé.

Le protocole a reçu le consentement du comité d'éthique[10] assurant ainsi le respect des RGPD (i.e. lettres de consentement, traitement des données) mais aussi l'utilisation d'un certain nombre d'outils de communication assurant la dimension éthique de la recherche.

A chaque niveau de classe, deux groupes sont constitués : un **groupe expérimental** (GE) et un **groupe contrôle actif** (GCA). Les enseignants du GE mettaient en œuvre le protocole expérimental (démarche priorisant l'activité de compréhension), tandis que les enseignants du GCA conservaient leur démarche classique d'apprentissage. Les deux groupes mettaient en œuvre la même banque de problèmes hiérarchisée. Les enseignants des deux groupes reçoivent avant le début de l'expérimentation une **formation adaptée** aux attentes du protocole de leur groupe. Pour les enseignants du GE, plusieurs réunions de régulation ont lieu pour accompagner et opérationnaliser la démarche.

La démarche appliquée a un caractère écologique. Les enseignants du groupe contrôle actif conservent leur démarche habituelle tandis que les enseignants du groupe expérimental utilisent la démarche du protocole. Ces derniers doivent mettre en œuvre les grands principes de la démarche mais, tout comme les enseignants du GCA, ils restent libres des gestes professionnels et de la pédagogie qu'ils utilisent.

Aussi des **visites d'observation** sont mises en place à différents moments clés de la mise en œuvre. Des grilles d'observation permettent de **qualifier les gestes professionnels** des enseignants des deux groupes mais aussi de vérifier le **respect du protocole** dans le GE.

Dans les parties suivantes, nous décrivons dans un premier temps la démarche et ses outils (i.e. banque, grilles d'observation, éthique, plateforme en ligne) puis, dans un second temps, la formation et le protocole d'apprentissage mis en œuvre dans le GE. Dans cette dernière partie, nous décrivons de manière précise l'opérationnalisation de l'apprentissage dans les classes en partenariat avec les enseignants. Nous y abordons notamment la construction des ressources de formation initiale.

III.3 Les outils

III.3.1 Les outils relatifs à l'éthique de la recherche

Les enseignants reçoivent une information sur la recherche accompagnée d'une lettre (*annexe 3.1a et 3.1b*) précisant ce à quoi ils s'engagent mais aussi ce que leur apporte la participation à cette recherche. Ils reçoivent également des outils pour communiquer auprès des

[10] Comité d'éthique d'établissement de l'université de Lille le 20 juillet 2021 sous la référence 2021-522-S96 et l'acronyme *Recherche RDPA*

parents (*annexe 3.2a et 3.2b*). Des lettres de consentement ainsi qu'un protocole d'anonymisation permettent enfin d'assurer le respect des RGPD.

III.3.2 Une plateforme en ligne

Les enseignants des deux groupes (GE, GCA) ont accès à une plateforme en ligne (TRIBU[11]) qui permet de communiquer avec les promoteurs de la recherche, de diffuser la banque de problèmes à mettre en œuvre, de mettre à disposition les outils de formation et de mutualisation et enfin, de recueillir les relevés des problèmes traités. Chaque groupe a sa propre plateforme. *L'annexe 3.3* présente le visuel de chacune d'entre elle.

III.3.3 La banque de problèmes

III.3.3.1 Organisation de la banque

Pour chacun des niveaux, une banque de problèmes est constituée afin de fournir un matériel commun aux deux groupes. Au CE2, cette banque est composée de problèmes additifs portant sur des nombres entiers tandis qu'au CM1 et CM2, les problèmes sont additifs et multiplicatifs et impliquent non seulement des nombres entiers mais également des fractions et des nombres décimaux. La banque est organisée de façon spiralaire par paliers[12] avec montée progressive en difficulté. Cette complexification s'appuie sur les catégorisations sémantiques de Riley, Greeno et Heller (1983) (Voir *annexe 3.4)* et Vergnaud (1982) et sur les taux de réussite aux différents types de problèmes en fonction de l'âge des élèves, tels que rapportés dans la littérature. Parmi les problèmes additifs, les plus difficiles sont les problèmes de changement avec recherche de l'état initial (changement 5 et 6) et les problèmes de comparaison (4, 5 et 6) (Riley et al., 1983). Le tableau 1 présente un exemple d'organisation générale de la banque de problèmes sur la base des catégorisations sémantiques (Niveau CE2).

Tableau 1 : organisation générale des problèmes au niveau CE2

Type de problème	Change 1	Change 2	Change1 et 2	Change 3	Change 4	Change 3 et 4 (plusieurs pas)	Change 5	Change 6	Change 5 et 6 (plusieurs pas)	Combine 1	Combine 2	Compare 1	Compare 2	Compare 3	Compare 4	Compare 5	Compare 6
Palier 1	2 pb			2 pb			2 pb			2 pb		2 pb		2 pb		2 pb	
Palier 2		2 pb			2 pb			2 pb			2 pb		2 pb		2 pb		2 pb
Palier 3	1 pb	1 pb		1 pb	1 pb		1 pb	1 pb		2 pb		2 pb		2 pb		2 pb	
Palier 4	1 pb	1 pb		1 pb	1 pb		1 pb	1 pb			2 pb (2 pas)		2 pb		2 pb		2 pb
Palier 5	1 pb		2 pb	1 pb		2 pb	1 pb		2 pb	2 pb		2 pb		2 pb		2 pb	
Palier 6		1 pb	2 pb		1 pb	2 pb		2pb	2 pb		2 pb		2 pb		2 pb		2 pb

[11] Plateforme en ligne des professionnels de l'Éducation nationale
[12] L'organisation spiralaire correspond à une organisation de l'apprentissage où tous les types de problèmes sont présentés régulièrement et plusieurs fois sur une période donnée. C'est l'opposé de l'organisation massée.
La régularité est organisée autour du palier. Dans chaque palier tous les types de problèmes sont proposés.
Les paliers correspondent à un niveau de difficulté croissant au fil des paliers.

Le deuxième niveau de complexification utilise trois critères : le contexte ; le nombre de pas nécessaire à la résolution et le champ numérique. Enfin, certains problèmes sont repérés comme plus difficiles en fonction des conceptions intuitives sous-jacentes (Sander, 2018) ou du traitement ordinal ou cardinal sous-jacent (Gros et al., 2021). Le tableau 2 présente des exemples de problèmes avec quelques-unes de ces complexifications.

Tableau 2 : Exemples de problèmes avec complexification

Le problème	Particularités du problème ou Complexification
Maguy possède 1772 arbustes et 443 jardinières. Combien Maguy possède-t-elle d'arbustes de plus que de jardinières ? (extrait Guide Résolution de problèmes au cours moyen (MEN, 2022))	Problème hors conception intuitive de l'opération
La bibliothèque de l'école possède 2 418 livres. C'est huit fois moins que la bibliothèque municipale. Combien y a-t-il de livres à la bibliothèque municipale ?	Conception intuitive : problème non concordant
Il y a 1 330 500 élèves scolarisés dans les écoles de la région Île-de-France. Ils sont répartis dans 3 académies. Il y a 646 663 élèves dans l'académie de Versailles et 163 460 élèves dans l'académie de Paris. Les autres élèves sont scolarisés dans l'académie de Créteil. Combien d'élèves sont-ils scolarisés dans l'académie de Créteil ?	Contexte : difficile si l'élève n'est pas familier de la région Île de France
Sophie joue au jeu de l'oie. Elle vient de reculer de 35 cases et se trouve sur la case 53. De quelle case est-elle partie ?	Contexte : difficile si l'élève ne joue pas au jeu de l'oie Situation ordinale

III.3.3.2 Constitution de la banque à destination des deux groupes

La banque de problème comporte 92 problèmes au CE2 (grade 3), 57 au CM1 (grade 4) et 83 au CM2 (grade 5). Pour tous les niveaux, elle est organisée en 6 paliers. Chaque palier comprend de 9 à 16 problèmes.

Les problèmes sont issus de différentes sources (ouvrages, manuels…) : La résolution de problèmes au cours moyen (MEN, 2022), Attendus de fin de cycle (MEN, 2018), Programmes (MEN, 2018), l'ouvrage 1000 problèmes (Coruble et al., 1989), Problèmes additifs et soustractifs CP-CE1(Graff et al, 2013) et la banque de problèmes associée, Situations multiplicatives, problèmes de multiplication et de division (Graff et al., 2011).

Pour chaque problème de la banque, une version sans données numériques est produite.

Les documents à destination du GE comprennent ainsi deux versions du problème, tandis que ceux du GCA ne comprennent que la version classique avec données numériques. Des exemples de problèmes avec les deux versions sont présentés dans le tableau 3.

Tableau 3 : exemples de problèmes dans les deux présentations : avec et sans données numériques

	Problème sans valeurs numériques	Problème avec valeur numérique
Changement	J'avais un bouquet. J'ai ajouté des fleurs à mon bouquet. J'en compte maintenant un certain nombre. Comment faire pour connaître le nombre de fleurs que j'avais au départ ?	J'ai ajouté 16 fleurs à mon bouquet. J'en compte maintenant 48. Combien avais-je de fleurs avant ?
Combinaison	Pour le carnaval, la directrice a acheté un certain nombre de masques. Il y a un certain nombre de masques de souris et des masques de loups. Comment faire pour connaître le nombre de masques de loups ?	Pour le carnaval, la directrice a acheté 1430 masques. Il y a 457 masques de souris et des masques de loups. Combien y a-t-il de masques de loups ?
Comparaison	Clément a des billes. Alice a un certain nombre de billes. Alice en a plus que lui. Comment faire pour connaître le nombre de billes de Clément ?	Clément a des billes. Alice a 756 billes. Elle a 223 billes de plus que Clément. Combien de billes Clément a-t-il ?
Multiplicatif 2 domaines	Pierre a une certaine somme à dépenser pour Noël. Il veut dépenser une certaine somme par cadeau. Comment faire pour connaitre le nombre cadeau qu'il peut faire ?	Pierre a 408€ à dépenser pour Noël. Il veut dépenser 34€ par cadeau. Combien peut-il faire de cadeaux ?

III.3.3.3 Mise en œuvre de la banque

III.3.3.3.1 Planification

La durée de mise en œuvre d'un palier est comprise entre 2 et 3 semaines, en fonction du contexte (jours fériés, contexte sanitaire, …), assurant la mise en œuvre à minima d'un problème par jour. Quelques jours avant le début de chaque palier, les groupes GE et GCA reçoivent *via* la plateforme en ligne tous les documents nécessaires à la mise en œuvre. Trois documents sont remis aux enseignants. Le premier document présente le programme des problèmes et des éclairages relatifs à la complexification et au niveau de difficulté des problèmes. Le deuxième comporte des problèmes mis en page, assurant une uniformisation de la présentation. Chaque élève a un cahier dans lequel les problèmes fournis sont collés. Le troisième et dernier document est le relevé des problèmes traités, que les enseignants doivent renvoyer aux promoteurs de la recherche via la plateforme en ligne.

Les annexes 3.5a, 3.5b et 3.5c présentent un exemple de chacun de ces trois documents à destination des enseignants.

L'annexe 3.6 présente un exemple de cahier d'élève pour chaque groupe.

Les documents à destination du groupe expérimental comprennent également la version réécrite du problème sans données numériques.

Après chaque palier, les enseignants communiquent les problèmes effectivement réalisés via la plateforme. Dans la partie suivante, nous présentons ce qui a été réalisé dans les classes du point de vue de la mise en œuvre de la banque de problème pour chacune des années.

III.3.3.3.2 Mise en œuvre effective

Le protocole qui se déroule en classe ordinaire est ainsi forcément affecté par les réalités du terrain (e.g. contraintes de classe, crise sanitaire…). Ainsi, en fonction de la classe, les élèves ne traitent pas toujours tous les problèmes prévus en amont. La formation relative à la banque de problème permet cependant aux enseignants de réorganiser celle-ci pour assurer une diversité des problèmes traités par les élèves.

D'une manière générale, les élèves du GE ont traité moins de problèmes que les élèves du GCA. En moyenne, les enseignants du GE du CE2 ont traité 58.3 problèmes (écart-type de 17.7) contre 70.5 (écart-type 15.9) pour les enseignants du GCA. La différence entre les deux groupes est marginalement significative ($t(20) = 1.63$, $p = 0.061$).

Au CM1, les enseignants du GE ont résolu en moyenne 36.8 (écart type 8.6) contre 38.5 problèmes (écart type 7.5) pour les enseignants du GCA. Soulignons qu'au CM1, la mise en œuvre a été fortement impactée par la crise sanitaire.

Au CM2, les enseignants du GE ont traité en moyenne 48.8 (écart type 16.4) et ceux du GCA 56.7 problèmes (écart type 20.8).

III.3.4 Les grilles d'observation

III.3.4.1 Observation des classes

III.3.4.1.1 Au CE2, année 1 du protocole

Lors de la première année de mise en œuvre du protocole, toutes les classes ont été observées avant le début de l'entrainement au cours de la mise en œuvre d'un même problème transmis deux jours avant la visite (voir *annexe 3.7*). Lors de cette visite, une grille d'observation est renseignée (*annexe 3.8*) et précise le plus possible des dimensions de l'enseignement et des pratiques pédagogiques (e g. durée et mise en œuvre de chaque phase, groupements et accompagnement des élèves, traces écrites, niveau d'abstraction…). **L'observation est à visée large** et construite à partir des cinq focales de Goigoux (2017) pour concevoir ou analyser une pratique enseignante. L'objectif de cette grille est de **qualifier les gestes professionnels des enseignants**. Après la visite d'observation, un échange avec l'enseignant permet d'identifier ces gestes professionnels. Les enseignants du GCA sont encouragés à continuer la mise en œuvre identifiée.

L'analyse de ces grilles pré-intervention et préformation ne montre pas de différence entre le GE et le GCA relativement aux gestes professionnels utilisés par les enseignants. Nous pouvons cependant souligner deux caractéristiques générales sur l'ensemble de ces enseignants ; l'une concerne l'utilisation des gestes et l'autre le milieu d'intervention. Tout d'abord, la synthèse des grilles montre que **les gestes sont peu utilisés dans les classes**. A la marge, certains enseignants y recourent davantage que d'autres pour illustrer un propos. Ensuite, l'accompagnement en milieu R est davantage individualisé. Pendant les temps de recherche, l'enseignant accompagne les élèves et réalise des retours sur la démarche de l'élève, et cela quel que soit le groupe GE ou GCA. Au contraire en milieu NR, il y a très peu d'accompagnement individuel et lorsqu'il y a un retour, c'est sous forme d'une validation du type juste-faux. L'enseignant n'accompagne pas l'élève dans sa démarche mais valide ou non ce qu'il a produit.

Lors des visites des classes du GE, cette même grille d'observation est complétée à trois reprises durant l'expérimentation. Son analyse permet d'identifier les gestes professionnels modifiés par l'intervention comparativement au GCA, mais aussi comparativement aux pratiques des enseignants du GE dans leur pratique ordinaire avant la formation au protocole.

L'analyse et la synthèse de ces grilles montrent que le principal point de divergence entre les classes du GE et celles du GCA lors de l'intervention, est bien la phase de compréhension. Tous les autres paramètres observés (hormis la modalité travail de groupe) sont équivalents entre les deux groupes. Une synthèse des observations est disponible dans l'encadré 3.1.

Encadré 3.1 :
Convergences et divergences dans la mise en œuvre entre GE et GCA au CE2

La synthèse des grilles d'observation met en évidence que pendant l'intervention, les deux groupes diffèrent du point de vue de la manière d'entrer dans le problème : le groupe expérimental fait vivre la situation aux élèves, demande des reformulations avec changement de point de vue. Suivant une pratique classique, certains enseignants proposent parfois une simple reformulation ou de « se faire le film » Dans la majorité des classes, le but à atteindre est pointé.

Dans le groupe contrôle, aucune classe n'utilise le mime et une petite moitié fait reformuler les élèves. Cette reformulation se restreint à une simple paraphrase qui n'implique pas un changement de point de vue. Une minorité, (2 classes) soit 18% incite les élèves à « se faire le film » du problème. Le but est clairement pointé par 7 classes sur 11 , soit 64% de l'effectif total. Concernant le vocabulaire, il est expliqué de manière quantitativement égale dans les classes du groupe expérimental et celles du groupe contrôle.(6 classes sur 11, soit 54% de chaque groupe).

Après ce temps de reformulation, dans la moitié des classes du GCA, nous observons un recours très rapide à l'opération sans schéma, ni modélisation, ni mime, ni matériel. Dans l'autre moitié des classes du GCA, l'enseignant introduit un schéma. A contrario, dans les classes du GE, l'opération ou la modélisation n'interviennent qu'en toute fin de séance.

A ce titre, La mise en œuvre dans les classes du GE et du GCA diverge du point de vue du cheminement dans l'abstraction proposé à l'élève. En effet, dans le GE, l'élève amorce la construction de sa solution à partir du vécu de la situation. Les simulations, paraphrases et les schémas accompagnent l'élève progressivement vers le passage à l'opération. Dans le groupe contrôle, les outils proposés par l'enseignant à l'élève sont moins nombreux et relèvent d'un niveau d'abstraction avancé : modélisation et passage à l'opération.

Lors de l'intervention, l'accompagnement individuel des élèves tend vers une équivalence. Les élèves sont autant accompagnés lors de la recherche dans le groupe contrôle que dans le groupe expérimental.

Nous notons des paramètres de mise en œuvre équivalents concernant les mises en commun/les corrections collectives, les groupes de besoin ou encore le caractère méthodologique de la démarche de l'enseignant. Nous notons une différence dans la mise en œuvre du travail de groupe. Il est davantage utilisé dans le groupe contrôle.

Lors de la première année d'expérimentation, nous menons une observation large des mises en œuvre de classe. La synthèse des grilles **pré-intervention** ne montre pas de différence majeure dans les pratiques de classe entre le GE et le GCA. D'une manière générale, les gestes constituent un canal peu utilisé dans les classes.

L'analyse des grilles **pendant l'intervention** montre toutefois une différence majeure dans l'entrée des problèmes entre GE et GCA. La phase de compréhension est largement amplifiée dans le GE. Les élèves reformulent, paraphrasent, vivent la situation avec des gestes et adoptent parfois un changement de point de vue.

Après une observation globale exploratoire menée lors de la première année de lancement du protocole (CE2), nous déployons une observation plus ciblée en CM1 et CM2 et éliminons certains paramètres d'observation. Une nouvelle grille est produite. Elle est décrite dans la partie suivante.

III.3.4.1.2 Mise en place du protocole au CM1 et CM2 (Années 2 et 3)

III.3.4.1.2.1 La grille

L'objectif de cette grille est de qualifier les gestes professionnels relatifs à la phase de compréhension et à la montée dans l'abstraction. Dans le GE, durant ces visites, la grille de respect du protocole est également renseignée. Cette grille est davantage ciblée sur les gestes relatifs à la construction du modèle de situation, ainsi que sur la mathématisation du problème~~.~~ Elle est construite puis validée dans le cadre d'un protocole de validation. Celui-ci implique un groupe de 12 conseillers pédagogiques. Les détails de la mise en œuvre sont disponibles dans l'encadré 3.2.

Cette grille est utilisée au CM1 (année 2) et au CM2 (année 3) de la mise en place du protocole. Elle est renseignée pour les classes du GCA avant la période d'entraînement tandis qu'elle est complétée dans le groupe GE à trois reprises lors des trois visites durant l'intervention.

Encadré 3.2 : Protocole de qualification de la grille

Objectif : réajuster et valider la grille d'observation

Participants : 12 conseillers pédagogiques.
Deux groupes sont constitués.
Matériel - Corpus : 11 vidéos de séances - 4 vidéos avec mise en œuvre avec les nombres et 8 vidéos avec mise en œuvre de la démarche sans les nombres.
1 fiche guide par groupe avec le descriptif du contexte des vidéos (voir *annexe 3.9*)

Mise en œuvre

-(30 min) Les conseillers pédagogiques reçoivent une courte présentation de la recherche et de la place de la grille dans la méthodologie. Ils sont informés de leur rôle permettant une qualification de la grille d'observation. La grille est présentée aux conseillers pédagogiques. Chaque item est expliqué et illustré.
-(20 min) Deux vidéos d'entraînement sont proposées : la première ~~vidéo~~ sans les nombres et la seconde avec une démarche incluant les nombres.
L'objectif de ce moment est de permettre à chaque participant une appropriation de la grille.
Les participants visionnent et remplissent leur grille individuellement. Des échanges sont possibles entre les conseillers pédagogiques.
Le groupe est scindé en deux de sorte à composer deux groupes de 6.

Chaque groupe reçoit un corpus de 6 vidéos composé de deux vidéos avec la démarche avec nombres et 4 vidéos sans nombres. -Chaque participant visionne chaque vidéo et remplit individuellement sa grille. -En groupe : Les participants se mettent d'accord afin de ne remplir qu'une seule grille par groupe. Un observateur est présent dans chaque groupe pour noter les points de difficultés ou d'incompréhension pour compléter la grille. Toutes les grilles sont collectées puis analysées. En fonction des retours, la grille est modifiée.

III.3.4.1.2.2 Observations générales sur la grille

Cette nouvelle grille (*annexe 3.10*) vise deux objectifs différents en fonction du groupe observé. Pour le GE, la grille d'observation permet principalement d'assurer un feed-back aux enseignants lors des visites pour améliorer la mise en œuvre. Les critères d'observation sont rationnalisés et précis.

Pour le GCA, l'analyse de ces grilles permet de caractériser la démarche de l'enseignant d'un point de vue global concernant les points clés d'entrée dans le problème et de les comparer au GE.

Cette analyse montre tout d'abord que, dans le GCA, aucune classe n'utilise de représentation externe telle que des gestes et seulement 35% des classes ont recours à un schéma. De plus, l'opération est convoquée immédiatement dans 70% des cas ; enfin 64% des classes utilisent une modélisation type tandis que seulement 27% des classes utilisent une paraphrase après la lecture du texte.

En comparaison, toutes les classes GE utilisent un schéma et ont recours à la paraphrase et à une représentation externe telle que le mime. Aucune classe du GE ne recours directement à l'opération.

III.3.4.2 Respect du protocole

Chaque année, trois visites sont effectuées dans les classes expérimentales : lors de la première semaine, puis au milieu de l'entrainement et enfin vers la fin de la période d'entrainement.

Lors de chaque visite, une grille d'observation est complétée (*annexe 3.11*). Il s'agit d'évaluer **le respect du protocole** et sa mise en œuvre. Un retour est réalisé auprès de chaque enseignant après la visite. Ce feed-back permet de signaler les écarts au protocole et d'identifier les gestes professionnels pertinents en vue de l'intensification de la phase de compréhension. Une note sur 4 points est également attribuée et permet de quantifier le respect du protocole.

Cette note est obtenue à partir du respect de chaque item (présentation sans les nombres puis avec les nombres dans une même séance (1 point) ; mise en œuvre de l'étape de compréhension (1 point) ; mise en œuvre de l'étape de schématisation (1 point) ; mise en œuvre de l'étape de passage à l'opération (1 point))

Le tableau 4 présente la note moyenne de fidélité d'intervention et l'écart type en fonction de la visite. Les résultats montrent qu'en moyenne le protocole est bien mis en place (note maximale sur 4) et qu'au fur et à mesure du temps d'intervention, le protocole est de mieux en mieux respecté. C'est lors des premières visites que l'écart au protocole est le plus grand, il concerne principalement la phase de compréhension.

Tableau 4 : note sur 4 points relative à la fidélité de l'intervention dans les classes du GE

	Visite 1	**Visite 2**	**Visite 3**
Moyenne (sur 4) et écart type	3.65 (0.55)	3.82 (0.43)	3.93 (0.25)

Outre ces outils pratiques, la formation initiale est un point clé de la méthode. Elle est détaillée dans la partie ci-après.

III.3.5 La formation initiale

III.3.5.1 Formation commune à la banque de problèmes

Les enseignants des deux groupes reçoivent une formation sur la banque de problèmes. La formation porte tout d'abord sur les critères de complexification (e.g. type de problèmes, contexte, conceptions intuitives). Elle souligne également l'importance de la diversité et la variété des problèmes, avec en premier lieu la diversité des types de problèmes. A l'issue de cette formation, en cas d'impossibilité de traiter tous les problèmes, les enseignants sont capables de réorganiser la banque de problème pour maintenir une diversité des types de problèmes ainsi qu'une montée en difficulté.

III.3.5.2 Formation du groupe expérimental

La formation du groupe expérimental s'appuie sur trois types de mise en œuvre. En premier lieu, les enseignants du GE reçoivent une **formation initiale** à la démarche d'une durée de deux heures. Cette nouvelle démarche se construit dans un aller-retour avec le terrain avec l'appui des apports de la littérature scientifique. La formation initiale s'appuie sur les grands principes de la démarche (*annexe 3.12*) ainsi que sur des propositions de mise en œuvre qui viennent s'enrichir au fil des années. Les gestes professionnels répondant tout particulièrement à l'objectif visé d'amplification de la compréhension sont identifiés puis partagés au sein du groupe. Cette identification s'appuie sur les observations des classes, les échanges avec les enseignants et les apports de la littérature.

Ensuite, chaque année, **trois temps de régulation** en groupe sont mis en place pour permettre un accompagnement des enseignants dans la mise en œuvre du protocole. Ils permettent des échanges, une mutualisation des pratiques efficaces mais aussi un recueil des difficultés. Lors de ces temps, les promoteurs de la recherche proposent des aménagements et dégagent des pistes d'apports théoriques ultérieurs.

Enfin, les **visites de respect du protocole** au début, au milieu puis à la fin de l'entraînement, sont des moments de régulation et de formation en individuel. Ces moments sont l'occasion de répondre plus précisément aux préoccupations et questions de chaque enseignant.

Ainsi, les contenus de formation se construisent en aller-retour avec le terrain. L'équipe de recherche accompagne les enseignants, répond à leurs besoins et nourrit la mise en œuvre du protocole en orientant et en validant la pratique des enseignants. De leur côté, les enseignants mettent en œuvre ou proposent des mises en œuvre et font part d'améliorations nécessaires dans la mise en œuvre au regard de leur pratique et de ses résultats.
Grâce à cet aller-retour entre recherche et pratique, l'apprentissage mené par les enseignants du GE s'étoffe de mises en œuvre diverses et répondant particulièrement au protocole que nous définissons plus précisément dans les parties ci-après.

III.4 Le protocole d'apprentissage

Le protocole d'apprentissage vise à privilégier l'activité de compréhension. Comme nous l'avons esquissé dans le premier chapitre, plusieurs leviers sont possibles pour agir sur la compréhension : **favoriser l'élaboration du modèle mental**, utiliser **les reformulations** comme un **outil pédagogique** d'intervention, **intensifier** le travail **sur la compréhension et le conceptuel** en différant le traitement numérique et procédural.

Les **reformulations** prennent une place importante dans la construction du modèle de situation. Comme nous l'avons également évoqué, la compréhension repose sur des traitements langagiers portant sur le lexique, la syntaxe mais aussi l'organisation des suites de phrases. Elle s'appuie également sur les inférences permettant de compléter les informations explicites des énoncés et de relier les informations. C'est une activité complexe qui nécessite de multiples traitements simultanés. Aussi, en plus des reformulations qui s'appuient sur le langage, d'autres

aides pourraient s'avérer utiles pour améliorer le traitement de la compréhension. En effet, le **geste et le mime** sont des représentations externes qui fournissent un support non verbal qui pourrait permettre d'améliorer la compréhension d'un observateur (McNeil et al., 2000) et l'intégration des inférences en compréhension (Nathan & Martinez, 2015) dans le modèle mental grâce aux gestes vécus. Le courant relatif à une vision incarnée de la compréhension (Glenberg et al. 1999, 2008) met en avant un impact positif de l'entraînement à l'imagerie mentale sur la compréhension (Glenberg et al. 2004).

Par ailleurs, les schématisations représentent également un paramètre reconnu pour ses bénéfices dans de nombreux travaux et largement utilisés dans les interventions mises en œuvre (Csikos et al., 2012 ; Xin et Jitendra 1999 ; Krawec, 2014)

Que sait-on sur le geste et le mime ? Que sait-on sur les schématisations ?
Quelle utilisation de ces outils pour répondre à notre hypothèse et s'intégrer au protocole ?

III.4.1 Des outils pour intensifier le travail sur la compréhension

III.4.1.1 Un outil : les schémas

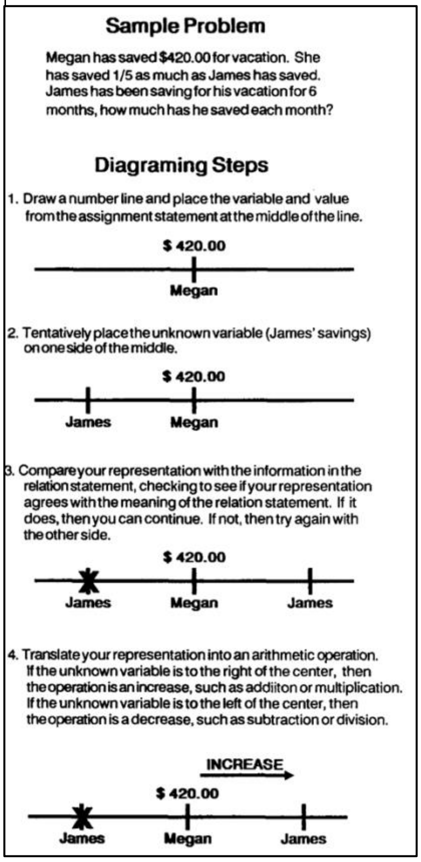
Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, de nombreuses interventions utilisent les schématisations. Deux approches de mise en œuvre peuvent être distinguées.
La première démarche s'appuie pleinement sur la théorie des schémas et utilise des schématisations prototypiques ou des équations. Ces interventions mettent en œuvre le schéma au sens de cadre d'action qui oriente la résolution. Le cadre d'action est choisi à la suite de la lecture du texte et exécuté par l'élève.

La deuxième approche s'appuie sur des schématisations, des diagrammes en partie construits par l'élève en aller-retour avec la situation décrite dans le texte du problème, soutenant ainsi l'élaboration du modèle mental. Par exemple, Lewis (1989) améliore les performances des élèves en *mettant en œuvre* une démarche guidée de résolution avec diagramme en ligne *(voir encadré 3.3)*. Cette démarche est aussi *mise en œuvre* dans les protocoles ACE ((Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2019; Vilette et al., 2017) (diagramme ligne et boite) ou la Model Method (de Koning et al., 2022 ; Ho & Lowrie, 2014 ; Kaur, 2019; Ng & Lee, 2009) (diagramme en barre). Dans cette deuxième approche, les représentations sont construites à partir d'éléments normés que l'élève réagence en fonction des données du texte.

<u>Encadré 3.3</u> : Démarche de résolution guidée par le diagramme

Lewis (1989)

Un protocole comprenant un pré-test, un entrainement de 2 séances, et un post-test sur des problèmes non-congruents, est mis en place auprès de 96 étudiants du premier degré. Trois groupes sont constitués. Deux groupes reçoivent une information générale sur les problèmes afin d'apprendre à « traduire » le problème. L'un de ces deux groupes reçoit également une instruction stratégique associée à une représentation en diagramme qui devra ensuite être appliquée. Un troisième groupe contrôle ne reçoit aucune formation. Les résultats montrent de meilleurs résultats pour le groupe mettant en œuvre le démarche Diagramme.



Dans le groupe diagramme, l'élève est amené à suivre 4 étapes

1) Dessiner une ligne et placer les variable et valeurs données
2) Placer l'inconnue
3) Comparer les informations dessinées et le texte. Placer les données de l'autre côté si cela ne correspond pas
4) Traduire en une opération.

Des techniques sont précisées du type : Si l'inconnue est à droite ou au centre, l'opération est une augmentation (addition ou multiplication)

Extrait de l'article de Lewis (1989) publié dans Journal of Educational Psychology

Les travaux analysant l'impact de l'outil schéma mettent en évidence plusieurs résultats. Le premier est celui de l'analyse des corrélations et de la recherche de modèle explicatif en lien avec l'outil schéma. Kwan et Chan (2021) montrent que la fluidité en lecture explique les performances en résolution de problèmes via le médiateur des connaissances sur les représentations schématiques. Krawec (2014) montre au moyen d'une analyse de régression que l'utilisation des schématisations mais aussi de paraphrases durant le processus de résolution expliquent une grande part de la variance dans la performance en RDPA. Ces auteurs préconisent ainsi la mise en place de démarches qui intègrent les schématisations (et les paraphrases) mais aussi s'attachent à les enseigner (Krawec, 2014). En effet, les études examinant les stratégies adoptées par les élèves montrent que ceux qui réussissent à résoudre des problèmes construisent généralement une représentation schématique du problème, les aidant à mieux relier les informations pertinentes du problème (Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Krawec, 2010, 2014; Montague & Applegate, 2000). Tout au contraire les élèves qui utilisent des représentations picturales ont de moins bons résultats. En complément, Edens & Potter, (2007) montrent que les performances en résolution de problèmes sont corrélées à deux variables : les compétences spatiales mais aussi les compétences de représentation des proportions. L'ensemble de ces éléments souligne l'importance de la mise en place d'une **instruction à la schématisation**.

Dans cette perspective, quelques études ont analysé l'impact des schématisations dans le cadre d'intervention. Les **schématisations et diagrammes** apparaissent comme des outils efficaces pour accompagner les élèves tout-venant (Csíkos et al., 2012) et en difficulté (Yan Ping Xin & Jitendra, 1999). Czikos (2012) montre auprès de 106 élèves que les représentations visuelles et leur instruction *(voir encadré 3.4)* apportent des bénéfices aux élèves tout-venant. Xin et Jitendra (1999) rapportent aussi des bénéfices de l'utilisation de représentations visuelles auprès d'élèves à besoins.

Encadré 3.4: Apprentissage de la production de schémas - Csikos (2012)

L'expérimentation a impliqué cinq classes expérimentales (N=106) et six classes témoins (N =138) d'élèves de troisième année de primaire. L'expérience comprenait 20 leçons et mettait particulièrement en place un enseignement des représentations visuelles en partie construites à partir des représentations des élèves.

Lors de chaque séance, les élèves sont incités à réaliser des dessins pour chaque tâche. Un travail de groupe avec discussion dirigée par l'enseignant permet d'accompagner les élèves avec l'apport de supports normés par l'équipe de recherche présentant différents types de représentations

L'importance de réaliser des représentations était soulignée dans toutes les séances. La démarche visait à accompagner les élèves dans l'évolution de leurs propres schématisations

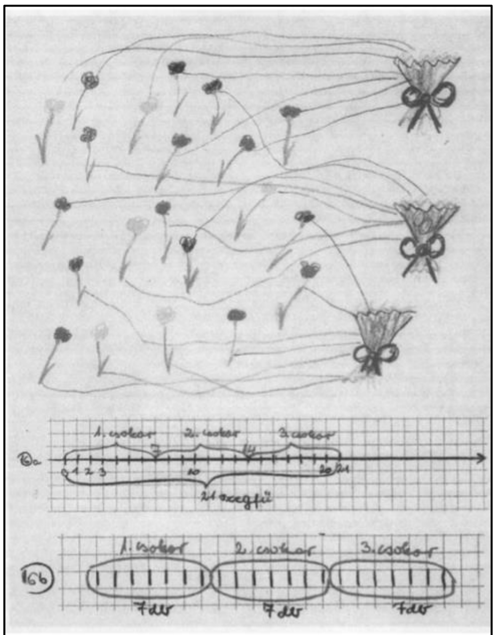


Fig. 1 Illustrations provided for word problem #16 of the sixth lesson unit

Travaux d'élèves extraits de l'article de Csikos(2012) publié dans Educational Studies in Mathematics

En conclusion, L'ensemble de ces éléments suggèrent des pistes pour améliorer les performances en RDPA. Tout d'abord, il faudrait utiliser des **représentations visuelles** et des reformulations **dans le processus de résolution.** Ensuite, il apparait indispensable de mettre en place un **enseignement de ces outils.** Ces préconisations abondent dans le sens de Verschaffel et al. (2016, 2020) qui affirme qu'une phase de schématisation peut permettre aux élèves de s'engager dans une phase de réflexion et éviter un calcul impulsif.

III.4.1.2 Les gestes

Les gestes expriment des idées qui ne se trouvent pas nécessairement ou exactement exprimées par le langage. Ainsi, chez le jeune enfant, les gestes de pointage servent l'acquisition et la création du langage (Goldin-Meadow, 2016). L'enfant utilise les gestes de pointage pour désigner, produire et construire un langage qu'il n'a pas encore. Les gestes peuvent également faciliter la compréhension mais aussi jouer un rôle dans l'apprentissage.

Les travaux ont mis en évidence des résultats différents en fonction des conditions de la mise en œuvre des gestes : type de geste[13] (Mc Neill, 1992; Dargue & Sweller, 2018, 2020), point de vue, lien avec la parole (Carrazza et al., 2021; Novack et al., 2014; Singer & Goldin-Meadow, 2005)…

Concernant plus particulièrement la compréhension, plusieurs résultats mettent en évidence l'impact positif des gestes sur celle-ci. Tout d'abord une méta-analyse récente menée sur 83 études (Dargue et al., 2019) rapporte que **tous les types de gestes améliorent la compréhension** d'une information verbale, qu'il soit produit ou observé. Ensuite, Dargue et Sweller (2018 ; 2020) montrent sur une population d'adultes et d'adolescents que **l'observation de gestes iconiques**[14] typiques améliore la **compréhension** de narrations *(voir encadré 3.5)*. Enfin, concernant plus spécifiquement les inférences, difficulté majeure en compréhension, Nathan & Martinez (2015) montrent qu'elles sont particulièrement mieux intégrées dans le modèle mental en présence de gestes .

Dans cette perspective, Glenberg et al. (1999, 2008) proposent une **approche incarnée de la compréhension**, thèse défendue par Körner et al. (2023) dans une revue récente de la littérature. Pour ces chercheurs, la compréhension d'un énoncé consisterait en la simulation

---

[13] McNeill (1992) définit en 4 catégories : les gestes iconiques, les gestes métaphoriques, les gestes déictiques et les gestes de battement.

[14] Selon la classification de Mc Neill (1992), les gestes iconiques sont des gestes qui représentent une action, un événement ou un objet concret et qui gardent une relation sémantique avec le propos qu'ils accompagnent.

mentale multimodale des actions ou des objets décrits dans le texte. Ils s'appuient sur les principes de la cognition incarnée qui postule que les concepts en mémoire sont stockés sous forme de représentations multimodales sensori-motrices et émotionnelles (Barsalou, 1999).

Dans cette dynamique, plusieurs études montrent un effet de l'entraînement à l'imagerie mentale sur la compréhension d'énoncés. Par exemple, Glenberg et al. (2004) et Center et al. (1999) améliorent les performances en compréhension en incitant les élèves à entraîner leur imagerie mentale, les uns par la manipulation d'objets, les autres par des incitations à « se faire le film » du texte.

L'ensemble de ces apports de la littérature, nous ont amenés à envisager que les gestes pourraient constituer une aide à la compréhension d'énoncés.

Encadré 3.5 : Gestes iconiques et bénéfices pour la compréhension (Dargue & Sweller, 2018 ; 2020)

Parmi les gestes iconiques, Dargue et Sweller (2018) définissent deux catégories : les gestes typiques et les gestes atypiques. Ils constituent un corpus de gestes iconiques typiques à partir de l'observation des productions de 32 adultes et 37 enfants âgés de 3 à 5 ans. A partir de ce corpus de gestes typiques, ils soumettent deux groupes d'adolescents à trois conditions : l'une implique la narration d'une histoire accompagnée la première des gestes typiques du narrateur, la deuxième de la même histoire associée à des gestes atypiques et la dernière sans gestes. Les gestes typiques améliorent la compréhension comparativement à la condition gestes atypiques ou sans gestes. En complément, Dargue et Sweller (2020), affinent leur analyse sur une population de 180 étudiants et montrent que l'observation de gestes iconiques typiques bénéficie à la compréhension des narrations, contrairement aux gestes atypiques.

Par ailleurs, concernant l'apprentissage en général, de nombreux travaux ont été conduits pour éclairer à la fois le rôle des gestes et les conditions qui doivent leur être associées. Ces travaux montrent que les gestes ont une influence sur le fonctionnement cognitif. En effet, ils stimulent l'apprentissage (Broaders et al., 2007; Goldin-Meadow et al., 2009)) sur le long terme (Wakefield et al., 2019) et ont un bénéfice sur le transfert (Novack & Goldin-Meadow,2017). Ils sont aussi des indicateurs du savoir implicite en train de se construire (Alibali et al., 1999; Goldin- Meadow, Alibali, & Church, 1993).

Ainsi le geste apparait comme un outil pertinent pour **accompagner la compréhension** mais aussi pour stimuler l'apprentissage et la montée dans l'abstraction et le transfert.

III.4.2 Le protocole et son opérationnalisation

III.4.2.1 Le protocole général : une innovation pédagogique collaborative

Les données de la littérature précédemment recensées nous ont conduit à élaborer un dispositif qui vise à **enseigner explicitement la résolution de problèmes** arithmétiques en **mettant l'accent sur l'activité de compréhension** d'énoncés **initialement dépourvus de données numériques**. Il s'agit de prévenir une **focalisation** immédiate de l'attention des élèves sur les nombres et les opérations au détriment de la compréhension de la situation décrite par l'énoncé mais aussi d'amplifier la phase de compréhension en **favorisant l'élaboration du modèle mental et en prévenant les réponses intuitives** immédiates, activées en relation avec **les schémas.** Pour cela, les enseignants contraignent les élèves à élaborer d'abord une représentation épisodique – un modèle de situation ou un modèle mental - simulant le déroulement ou l'état de la situation évoquée par l'énoncé, à déterminer les données disponibles et à identifier celles qui manquent et qui constituent la ou les inconnue(s). Les **reformulations, les gestes** prennent alors une place importante dans la construction du modèle de situation. La **schématisation** est aussi un outil de choix qui accompagne l'élève dans sa montée dans l'abstraction.

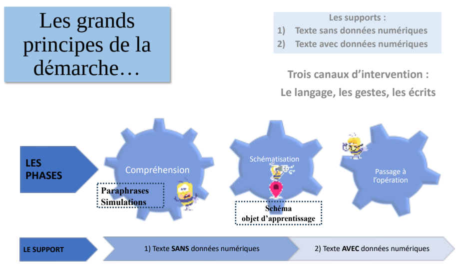
Lors de chaque séance, les énoncés de problèmes dépourvus de toute valeur numérique sont d'abord présentés aux élèves qui doivent les comprendre à travers des lectures suivies de paraphrases (et non de simples rappels) et de simulations gestuelles collectives en grand et/ou en petit groupe. Lorsque la compréhension du déroulement des faits décrits dans les énoncés est assurée, reformulée et simulée, les élèves doivent représenter sur un cahier la manière dont ils imaginent la situation problème et son évolution ou ses états. Enfin, les données numériques sont ensuite introduites dans l'énoncé et les élèves sont invités, d'abord collectivement, puis individuellement au fil des séances, à résoudre le problème en écrivant la ou les opérations et en réalisant les calculs.

La mise en place de ce protocole attribue **un rôle important aux enseignants**. Comme nous l'avons souligné dans les chapitres précédents, les interventions et les pistes récentes mettent en avant l'importance du rôle de l'enseignant au travers d'une instruction parfois stratégique ou au travers d'un accompagnement spécifique des élèves. Dans cette recherche, les enseignants ne sont pas les simples exécutants d'un programme réglé à la lettre mais plutôt le **maillon essentiel de l'opérationnalisation de la démarche sur le terrain**. Pour cela, ils sont accompagnés par l'équipe de recherche qui les forme, leur apporte des éléments théoriques répondant à leurs questions et identifie avec eux les pratiques pertinentes répondant à l'hypothèse de recherche. Dans la partie suivante, nous analysons de plus près l'opérationnalisation de cette nouvelle démarche.

III.4.2.2 Mise en place et opérationnalisation du protocole : contenu de formation

Chaque année et sur la base du protocole général décrit ci-avant, les enseignants reçoivent une formation basée sur **les grands principes de la démarche** *(voir encadré 3.6)* et les apports des mises en œuvre antérieures. Au fil des années, la formation initiale s'est ainsi enrichie dans un aller-retour recherche-terrain.

<u>Encadré 3.6 :</u> Formation des enseignants : Les grands principes du protocole



Le protocole vise à prévenir une **focalisation** immédiate de l'attention des élèves sur les nombres et les opérations et à amplifier la phase de compréhension en **favorisant l'élaboration du modèle mental et en prévenant les réponses intuitives,** automatisées en relation avec **les schémas.** Le protocole s'appuie pour cela sur les **reformulations,** les **gestes et la schématisation.**

Aussi, **d'un point de vue pratique,** il suit trois **grands principes** :

1) Le problème doit dans une même séance être proposé dans sa forme sans données numériques **puis** avec données numériques,
2) Dans sa forme sans données numériques, il doit faire l'objet d'une phase de compréhension, suivie d'une phase de schématisation,
3) Dans sa forme avec données numériques, il doit faire l'objet d'une phase de passage à l'opération.

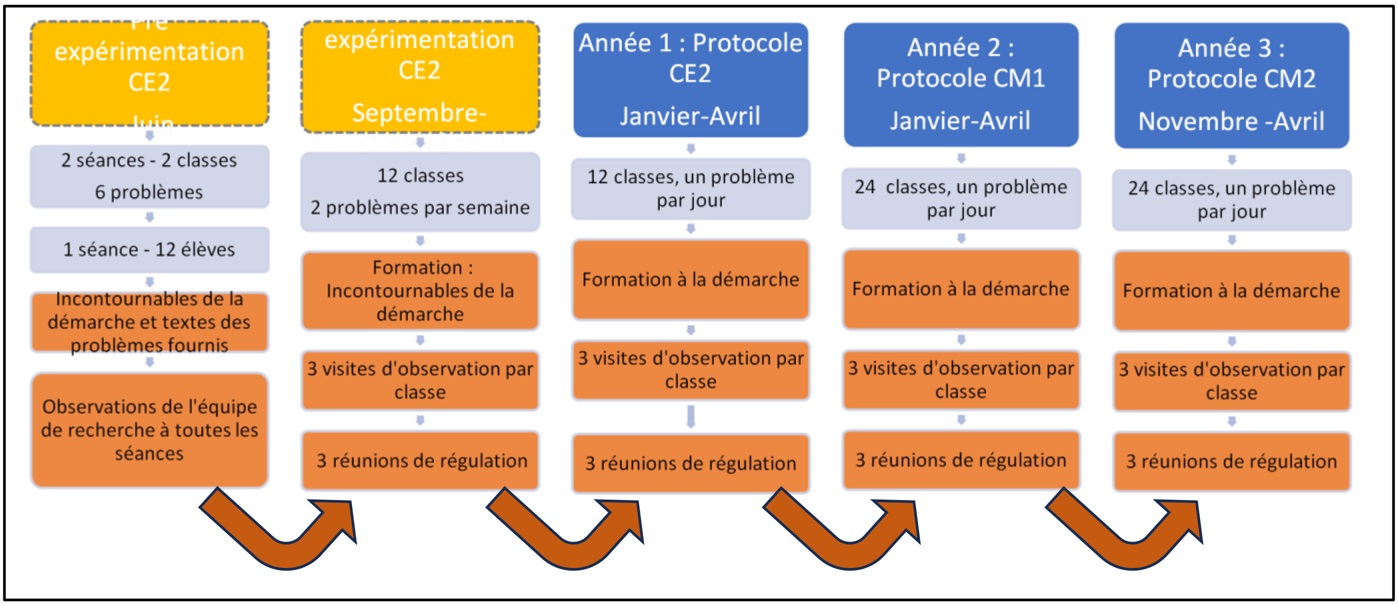
Ainsi, deux présentations du problèmes doivent se succéder et s'articuler autour de trois grandes phases : **la compréhension, la schématisation et le passage à l'opération**.

III.4.2.3 Construction de la démarche et de la formation initiale du GE

Les grands principes du protocole basés sur notre hypothèse de recherche et l'état de l'art, donnent un cadre permettant d'assurer le respect du protocole de recherche. Cependant comme cette approche n'avait jamais été mise en œuvre en classe, de nombreuses questions se posaient et couvraient plusieurs pans de la mise en œuvre tels que la formulation du problème sans données numériques, les consignes de l'enseignant et les gestes professionnels (e.g. l'accompagnement des élèves, l'organisation pédagogique, la mise en œuvre des mises en commun…).

L'opérationnalisation de la démarche a suivi plusieurs phases qui ont permis d'enrichir le contenu de formation initiale à destination des enseignants entrant dans le GE. La première de ces phases a impliqué un groupe pré-expérimental. Par la suite, ce sont les enseignants de ce groupe avec l'accompagnement de l'équipe de recherche qui ont enrichi la mise en œuvre au profit du protocole de l'année suivante. Le tableau 5 présente l'imbrication des temps de formation et d'expérimentation visant à enrichir la démarche et à l'opérationnaliser. Tous les contenus construits sont injectés pour les années suivantes dans le module de formation initiale. Ils relèvent de différentes catégories. Il s'agit de mutualisation de pratiques (e.g. exemples de mise en œuvre en classe, outils pratiques…) mais aussi d'éclairages structurant les difficultés et les procédures des élèves. Cette dernière catégorie est extrêmement importante pour le **travail de préparation des enseignants** car elle leur permet d'**anticiper** la différenciation, les aides possibles, les consignes, l'organisation pédagogique, …

Tableau 5 : imbrication des formations et des phases d'expérimentation ayant permis l'opérationnalisation et l'enrichissement de la démarche



III.4.2.3.1 Apports des groupes pré-expérimentaux

En amont de la première recherche (CE2), une pré-expérimentation en deux temps a été mise en place. Le premier s'est déroulé auprès de deux classes de CE2 à la fin de l'année scolaire précédant le lancement du protocole. Le second a eu lieu auprès de 11 classes de CE2 au début de l'année scolaire juste avant le démarrage du protocole. Ces deux temps d'expérimentation ont généré des apports pour la formation initiale relevant de plusieurs catégories. La première catégorie concerne une série de constats sur les difficultés et les bénéfices de cette approche. La deuxième a trait aux pistes de mise en œuvre pratique. Enfin, la dernière apporte des éléments sur le raisonnement des élèves, éclairant par-là même leurs difficultés.

III.4.2.3.1.1 Première pré-expérimentation

La première pré-expérimentation s'est déroulée durant le mois de juin auprès d'élèves de CE2 issus de deux classes dont un cours double. Elle s'est articulée en deux parties. La première a porté sur les deux classes au cours d'une séance tandis que la seconde s'est concentrée sur le petit groupe de 9 élèves du cours double. Ce petit effectif a permis de mener une analyse fine du raisonnement des élèves en s'appuyant sur les productions écrites et des entretiens individuels.

L'objectif de cette première exploration était de tester cette nouvelle démarche en récoltant des informations sur la faisabilité mais aussi la réaction des enseignants et des élèves face à cette démarche nouvelle. Nous souhaitions également commencer à construire à destination des enseignants les premiers outils à intégrer à la formation initiale du GE.

III.4.2.3.1.1.1 Première exploration : une séance dans deux classes de CE2

Dans cette première phase d'exploration, une séance est menée dans 2 classes de CE2. En amont de cette séance exploratoire, une large série de questions se posait à nous :

Comment les enseignants vont-ils mettre en œuvre de manière pratique le protocole ?

Comment vont-ils réagir ? Vont-ils rencontrer des difficultés ?

Comment vont réagir les élèves ? Que vont-ils produire ?

Pour apporter les premières réponses à ces questions, nous avons proposé aux deux enseignants de nous aider à tester cette démarche. Pour cela, ils ont reçu les grands principes du protocole (Voir encadré 3.6) ainsi que les deux versions du problème (avec et sans données numériques). Les problèmes de la séance sont disponibles dans le tableau 6. Aucune autre consigne n'était donnée aux enseignants.

Tableau 6 : problèmes séance 1 et exemples de première formulation de la question

Problème sans données numériques	Problème	Type et particularité du problème
Tu vas chercher la somme que reçoit Benoît le jour de son anniversaire si ses parents, sa tante et sa grand-mère lui donnent de l'argent.	Quelle somme reçoit Benoît le jour de son anniversaire si ses parents lui donnent 475 euros, sa tante 115 euros et sa grand-mère 175 euros ?	Problème de type changement Cardinal
Sophie joue au jeu de l'oie. A ce tour, elle recule de plusieurs cases. On cherche la case sur laquelle elle était au tour d'avant.	Sophie joue au jeu de l'oie. A ce tour, elle recule de 35 cases. Elle se retrouve sur la case 53. Sur quelle case était-elle au tour d'avant ?	Problème de type changement recherche état initial Ordinal
Pascal a des timbres de collection. Il en possède plus qu'Emma. On cherche le nombre de timbres d'Emma.	Pascal a 194 timbres de collection. Il en possède 61 de plus qu'Emma. Combien Emma a-t-elle de timbres ?	Problème de type comparaison Non concordant

Nous sommes présents à la séance et observons la mise en œuvre, la réaction des élèves, les productions orales et écrites. Avant et après la séance, nous demandons aux enseignants de nous faire part de leur difficulté, réussites et suggestions. L'ensemble des observations de mise en œuvre sont consignées dans le récit de séance dans l'encadré 3.7.

A ce niveau d'expérimentation, les deux enseignants mettent en œuvre cette nouvelle démarche sans grande déstabilisation. Cependant, les réactions observées ne sont pas représentatives d'une population ordinaire puisque ces deux enseignants ont été contactés pour cette première exploration sur la base de leur adaptabilité et leur volonté d'innovation pédagogique. Concernant les élèves, nous remarquons une déstabilisation sur le premier problème. Les élèves entrent ensuite tous dans l'activité demandée dans la suite des problèmes proposés.

<u>Encadré 3.7</u> : Récit de séances – pré-expérimentation

Phase de compréhension
Dans les deux classes, les enseignants incitent les élèves à se faire le film du problème pour comprendre la situation. La mise en œuvre ressemble à une séance de compréhension telle que mise en œuvre dans l'ouvrage Lector-lectrix (Cebe & Goigoux, 2009). Les enseignantes accordent du temps pour la phase de compréhension de l'énoncé et du but à atteindre.
Phase de schématisation
Dans une classe, les élèves sont invités à dessiner ce qu'ils ont compris du problème. Tous les élèves dessinent avec parfois de nombreux détails qui ne sont pas utiles pour la résolution. Dans l'autre classe, la consigne est plus large : « explique ce que tu as compris du problème, vous avez le droit d'utiliser des mots, des schémas, des dessins …. ». En amont de cette consigne, l'enseignante procède à une phase orale collective dans laquelle les élèves expliquent ce qu'ils ont compris du problème. A l'écrit, tous les élèves écrivent des phrases dans leur cahier, fidèlement à ce qui a été échangé dans la phase orale. Une seule élève utilise des dessins.
Phase de passage à l'opération : rien à signaler. Les élèves résolvent le problème

Dans les deux classes, nous avons observé que, pour les problèmes plus complexes, les élèves qui réussissent ajoutent un traitement supplémentaire à l'énoncé. Ils traduisent le problème différemment et décrivent ce qu'ils doivent faire pour trouver la réponse à la question. Ce temps dont se sont emparés les élèves les plus à l'aise doit devenir explicite et une étape de ce type de séance. Ce traitement de l'énoncé <u>doit être impulsé par l'enseignant</u> avec une consigne d'incitation du type : **« Que faudrait-il faire pour savoir… ? »**
Cette incitation pourrait permettre aux élèves d'identifier la transformation à effectuer pour résoudre le problème et ainsi d'expliciter comment ils pourraient parvenir au résultat en utilisant un vocabulaire non formalisé.

En résumé, cette première séance a mis en évidence une amélioration essentielle à apporter dans la formulation de la question du problème sans données numériques de sorte à amener l'élève à **identifier la transformation** à effectuer pour résoudre le problème. L'enseignant doit de manière explicite impulser ce traitement en reprenant un **questionnement du type : « Que faudrait-il faire pour savoir… ? »**

III.4.2.3.1.1.2 Exploration ciblée en deux étapes

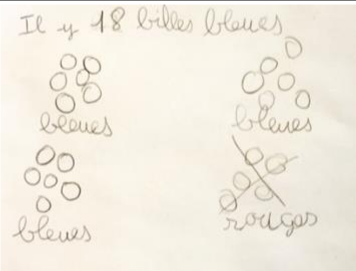
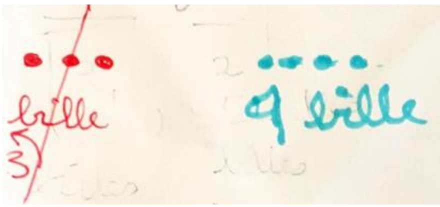
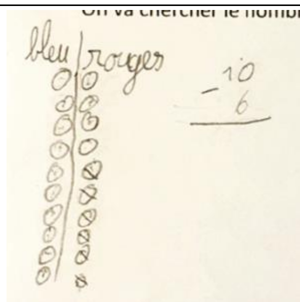
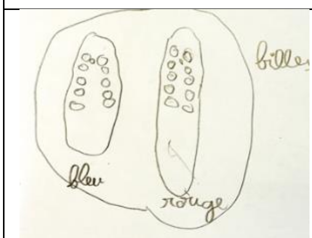
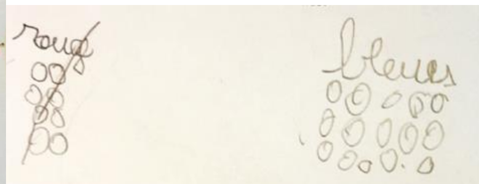
Après cette séance, nous avons proposé à l'enseignant du cours double de poursuivre l'exploration de la mise en œuvre de cette démarche avec ses 9 élèves de CE2. Deux séances ont permis d'étendre la réflexion sur la mise en œuvre de cette approche. Ces séances nous permettent d'ébaucher des pistes pour l'enseignant dans l'accompagnement des élèves en anticipant les difficultés et les modes de raisonnement possibles. Ce petit effectif a permis des entretiens d'explicitation avec les élèves pour mieux analyser leur compréhension et leur raisonnement.

III.4.2.3.1.1.2.1 Étape 1 : mise en œuvre en contexte ordinaire de classe

Lors de la première séance, trois problèmes sont proposés. Le premier est un problème de combinaison avec recherche d'une partie, le deuxième un problème de transformation avec recherche de l'état initial et le troisième, un problème de comparaison. La séance est rapportée en *annexe 3.13*. Un descriptif détaillé des traces écrites récoltées est présenté.

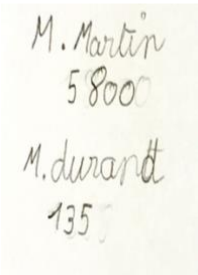
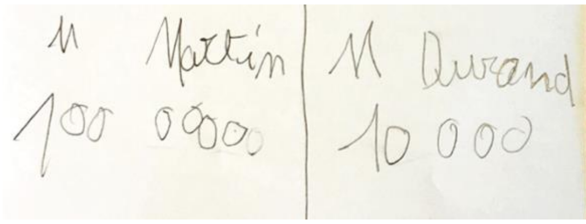
L'analyse des traces produites dans la phase sans données numériques fournit une ébauche de catégorisation des productions des élèves. En effet, deux grands types de représentations émergent. Certains élèves ont recours à des **nombres exemples** et simulent, tandis que d'autres ont davantage recours à des **ensembles**. Ces deux catégories de productions sont consignées dans le tableau 7 et obtenues à partir du problème de type combinaison - recherche - d'une partie, suivant : « *Régis a des billes. Certaines sont rouges et les autres sont bleues. Il les trie et met d'un côté les billes bleues et de l'autre les billes rouges. Comment faire pour connaître le nombre de billes bleues ?* »

Tableau 7 : Ébauche de catégorisation et illustration des représentations utilisées par les élèves

<table>
<tr><th colspan="3">Exemples de représentations à partir de nombres exemples avec manipulations de collections et simulations :</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><th colspan="3">Exemples de représentations à partir de collections et raisonnements sur des ensembles</th></tr>
<tr><td>
</td><td></td><td>
</td></tr>
</table>

Le type de problèmes et les données en jeu semblent influencer le type de représentation utilisée par certains élèves. Par exemple, dans le problème impliquant un prix : « *Monsieur Durand reçoit un salaire tous les mois. Il gagne moins que Monsieur Martin. Comment faire pour connaître le salaire de M. Martin ? »*, la proportion d'élèves qui recourent à des nombres exemples est plus importante que dans un problème n'impliquant pas de prix. (Exemples dans le tableau 8)

Tableau 8 : Ébauche de catégorisation et exemples de représentations utilisées par les élèves dans le cadre des problèmes avec des prix

Exemples de représentations utilisant des NOMBRES EXEMPLES
 

Pour confirmer cette possibilité de catégorisation et informer les enseignants sur le raisonnement, les procédures et productions possibles des élèves, nous avons mis en place une dernière séance relatée dans la partie suivante.

III.4.2.3.1.1.2.2 Étape 2 : dispositif spécifique de collecte des schémas

III.4.2.3.1.1.2.2.1 Groupes de traitement

L'objectif de cette séance complémentaire est de collecter la représentation de chaque élève afin de permettre l'accompagnement de chacun par l'enseignant. Pour cela, nous privilégions un travail individuel sans interaction ni avec les pairs ni l'enseignant. Sept autres problèmes sont proposés (disponibles en *annexe 3.14*). Chaque élève avance à son rythme. Une relecture de chaque problème est réalisée en individuel à la demande de chaque élève. L'enseignant ou l'investigateur passe auprès de chaque élève pour annoter ce que l'élève a compris, ce qu'il cherche à faire ou ce qu'il a voulu faire dans sa trace écrite.

Dans le traitement de la présentation sans les nombres, nous observons de nombreux élèves qui raisonnent avec des nombres-exemples . En analysant de plus près l'ensemble des traces écrites, deux groupes se détachent (voir tableau 9) :

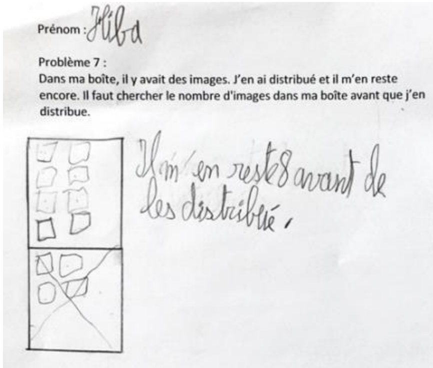
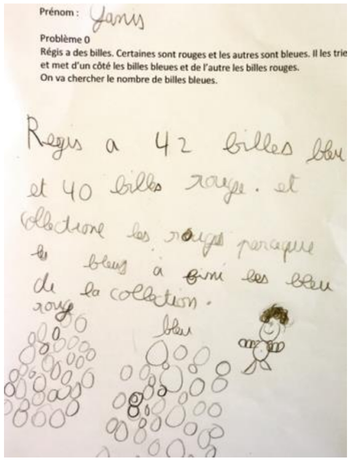
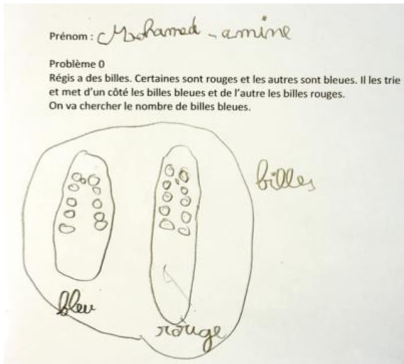
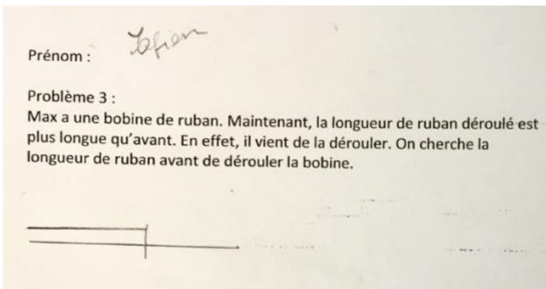
- Le **groupe ensemble** : Les élèves raisonnent avec des ensembles abstraits ou des ensembles représentés par une collection (les nombres ne sont pas manipulés) ;

- Le **groupe nombre-exemple** : Les élèves simulent la situation avec des nombres. Parmi eux, les élèves qui utilisent des petites collections-exemples et y associent le nombre diffèrent de ceux qui utilisent des nombres (parfois grands) et qui ensuite leur associent ou non une collection.

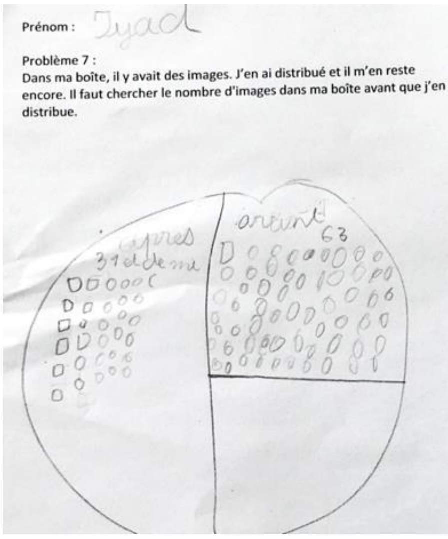
Dans le groupe nombre-exemple, certains élèves sont très stables dans leur manière de raisonner avec des nombres. D'autres, en fonction de la situation vont adapter l'utilisation des nombres : (e.g. utilisation de nombres seuls, utilisation de petits nombres avec une collection, de grands nombres…). Dans certaines situations, des élèves du groupe « nombre » amorcent un début de raisonnement par ensembles. On peut aussi observer des différences dans le traitement lorsqu'il est question de grandeurs continues. Les situations avec les prix sont également traitées de manière particulière. Dans la classe analysée, 60% des élèves raisonnent avec des nombres-exemples. Le détail de l'analyse est présenté en *annexe 3.14*.

Ainsi dans le cadre de la formation initiale à la démarche, nous intégrons ces exemples de production afin de sensibiliser les enseignants aux écrits qu'ils sont susceptibles d'obtenir. Ces apports doivent leur permettre de développer leur expertise à l'analyse des traces écrites et leur permettre ainsi d'opérer les meilleurs choix s'ils sont amenés à les mettre en commun ou à accompagner les élèves.

Tableau 9 : Typologie générale des représentations utilisées par les élèves

		Effectif (élèves)	REPRÉSENTATIONS
GROUPE NOMBRE EXEMPLE	Raisonnement avec des petites collections-exemples puis association ou non d'un nombre	2	
	Raisonnement à partir de nombres (parfois grands) avec association ou non d'une collection	4	
GROUPE ENSEMBLES	Ensembles représentés par une collection (nombres non manipulés)	3	
	Ensembles	1	

Dans l'analyse des productions des élèves de CE2, une particularité concerne les problèmes de type changement. Deux groupes d'élèves se distinguent. Dans le premier (nombreux), les élèves ancrent la représentation dans la temporalité (i.e. avant/après telle que présentée dans l'histoire). En quelque sorte, ces élèves racontent l'histoire dans leur dessin. Ils représentent alors deux fois la collection et ne perçoivent pas la relation d'inclusion qui lie ces deux collections. Cette représentation ne permet pas de percevoir la différence entre les deux moments considérés. Au contraire, pour réussir, l'élève devrait analyser les ensembles en termes d'ordre d'inclusion.

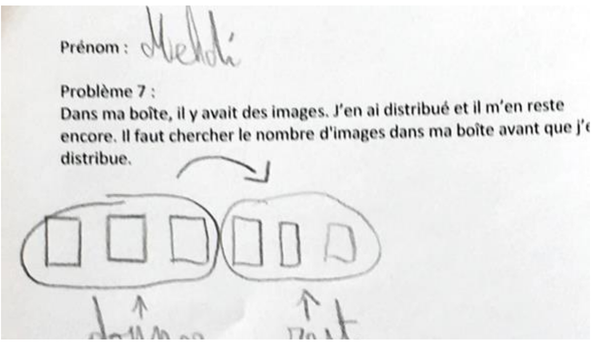


Production 1

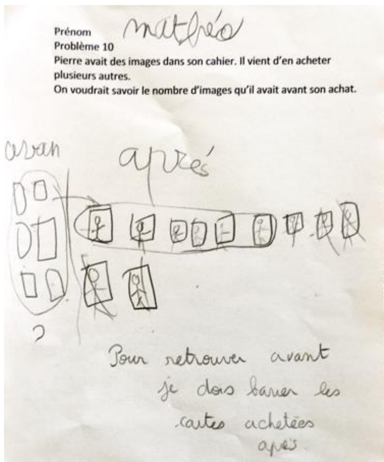
Pour exemple, dans le problème suivant : « Dans ma boite, il y avait des images. J'en ai distribué et il m'en reste encore. Il faut chercher le nombre d'images dans ma boite avant que j'en distribue ».

Dans sa production, Iyad (production 1) présente le problème de manière séquentielle avec la collection avant et la collection après, de sorte qu'elles apparaissent comme disjointes alors que la collection « après la distribution » est incluse dans la collection « avant la distribution »

Au contraire, dans le deuxième groupe, les élèves ne raisonnen dans le temps mais en termes de qualification des groupes/ensembles repérés. L'élève recode le problème en un problème avec des catégories : les images données/les images qui restent. Par exemple, Medhi (production 2) qualifie deux ensembles : les images données et les images qui restent. Un autre exemple intermédiaire est celui de Mathéo (production 3) qui représente au départ deux ensembles disjoints, puis qui identifie ensuite un ensemble dans l'autre.



Production 3



Production 2

Le détail des productions des élèves et leur analyse est disponible en *annexe 3.15*.

Ces éléments amènent à réaliser des préconisations aux enseignants en vue de l'opérationnalisation de la démarche. Ils devront être attentifs à la compréhension de la situation mais aussi préparer la mathématisation en aidant les élèves à bien identifier les ensembles en jeu, leur ordre d'inclusion et leur relation. Pour cela, les reformulations pourront viser particulièrement **la qualification des ensembles**. Par exemple, une première reformulation du problème des images pourrait impliquer les éléments suivants : « les images distribuées ; les images du début » ; les images totales sont composées des images distribuées et des images du début. Par la suite, lorsqu'un vocabulaire mathématique commun sera construit au sein de la classe (e.g.. « le tout, des parties »), un deuxième niveau de reformulation pourra le faire intervenir (i.e. recodage sémantique, (Rivier & Sander, 2022 ; Fischer et al., 2019 ;Sander &Richard, 2017 ; Gros et al., 2020; Vilette et al., 2017)) et ce, après la phase de reformulation visant à la compréhension de la situation, conformément à la modélisation de Reusser (1990).

III.4.2.3.1.2 Deuxième pré-expérimentation

Quelques mois avant le début de l'expérimentation, 11 classes de CE2 mettent en place une pré-expérimentation en vue de continuer à tester cette nouvelle démarche et de dégager les gestes professionnels efficaces qui pourront être mis en œuvre dans le cadre du protocole de recherche. Cette phase s'étend de septembre à décembre. Les classes mettent en œuvre deux problèmes par semaine. Ce panel plus large permet de confirmer les observations menées lors de la première pré-expérimentation quant aux schématisations des élèves. Dans le groupe d'enseignants impliqué, le thème majeur de questionnement est la mise en œuvre pratique des gestes professionnels. Bien que les apports de cette phase soient peu nombreux, leur importance est réelle et concerne le ressenti des enseignants et des élèves, les essais sur le geste et le matériel, et enfin le passage à l'opération. Ces apports sont précisés ci-après.

III.4.2.3.1.2.1 Du côté des enseignants : déstabilisation et meilleure compréhension des difficultés des élèves

Cette deuxième pré-expérimentation sur un panel plus large~~,~~ apporte deux nouveaux résultats. Le premier est la **forte déstabilisation** de la majorité des enseignants. Pour certains, plusieurs semaines sont nécessaires pour qu'ils développent des gestes professionnels assurés. Le second est une **meilleure compréhension** des enseignants concernant **les difficultés de**

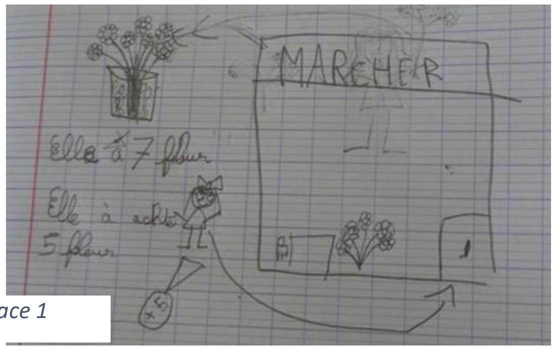
leurs élèves. En effet, les enseignants reconnaissent que la phase sans les nombres met à jour le raisonnement des élèves. Pour exemple, l'analyse des traces écrites dans un problème particulièrement difficile de recherche de l'état initial *(voir encadré 3.8).* De plus, plusieurs enseignants confient mieux comprendre comment enseigner la résolution de problèmes.

<u>Encadré 3.8</u> : Compréhension et mathématisation à partir de travaux d'élèves

Enseignant *: «la présentation sans données numériques nous permet de « voir » le raisonnement des élèves »*

<u>Le problème</u> : *J'ai ajouté des fleurs à mon bouquet. J'en compte maintenant un certain nombre. On voudrait connaître le nombre de fleurs que j'avais avant.*

Trace 0

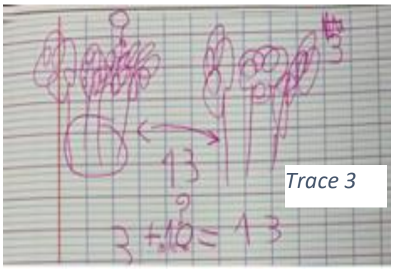

Trace 1

Dans la trace 0, une présentation séquentielle est réalisée faisant obstacle à la résolution : pas d'équation de résolution associée possible.

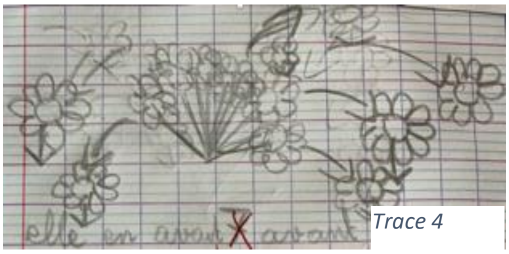
Dans la trace 1, l'élève décrit les faits présentés par le texte de manière séquentielle : deux ensembles (un bouquet, des fleurs ajoutées et un nouveau bouquet) et une relation d'ajout. En termes symboliques, voici l'équation portée par le schéma analogique de l'élève. (« ***égalité descriptive du problème*** »).

$\boldsymbol{Bouquet + Fleurs\ ajoutées = Nouveau\ bouquet}$ (sens de la lecture et de l'histoire)

Pour que le schéma soit congruent avec l'opération recherchée, l'élève doit traduire une relation inverse de celle décrite dans le texte initial. Ici, il s'agit d'organiser les deux ensembles bouquet et fleurs ajoutées avec une relation de suppression ou de complément. Cela n'est possible que lorsque l'élève identifie l'inconnue du problème. Comme dans les exemples ci-dessous.



Trace 3


Trace 4

Dans la trace 3, l'élève propose un complément aux fleurs ajoutées pour arriver au nouveau bouquet. L'élève suit l'histoire du problème . En équation, avec x, l'inconnue :

$$\boldsymbol{Fleurs\ ajout\text{ées}} + \boldsymbol{x} = \boldsymbol{Nouveau\ bouquet}\ \textbf{(complément)}$$

Dans la trace 4, l'élève ne présente pas l'ajout des fleurs mais un retrait. C'est la transformation à effectuer pour trouver le nombre de fleurs du départ qui est représentée. L'écriture de cette équation n'est possible que lorsque la notion de temps disparait et que la représentation devient **statique** (e.g. : relationnelle et spatiale). En termes d'équation, avec x, l'inconnue :

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Nouveau\ bouquet} - \boldsymbol{Fleurs\ ajout\text{ées}}\ \textbf{(soustraction)}$$

Nous pourrons nommer cette dernière égalité : « ***égalité de la transformation orientée par l'inconnue recherchée»*** en opposition à « l'égalité descriptive ». Le passage à l'égalité soustraction correspond **au recodage**

Ces constatations nous amènent à produire deux outils pour la formation initiale du GE afin de faciliter l'entrée dans la démarche et minimiser la déstabilisation initiale. Nous réalisons tout d'abord une captation du témoignage de deux enseignantes qui évoquent leur déstabilisation et la manière dont elles ont surmonté cette difficulté. Ces enseignantes évoquent également dans cette captation ce que la mise en œuvre de la démarche leur a apporté et les gestes professionnels qui ont été modifiés. Ensuite, pour aider les enseignants du GE dans la mise en œuvre de la première séance nous venons observer dans plusieurs classes le premier problème qui sera mis en œuvre dans le protocole du GE. Nous collectons les réactions et les productions écrites. Nous catégorisons ces productions (Voir tableau 10) pour permettre aux enseignants d'anticiper ce premier essai.

III.4.2.3.1.2.2 Du côté des élèves

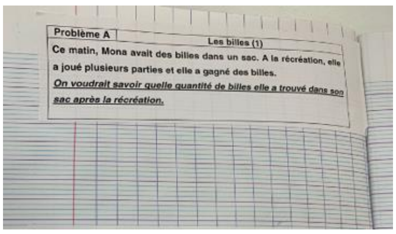
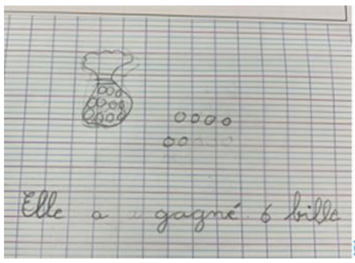
Lors de la première séance dans ce groupe de 11 classes, nous avons pu récolter les traces spontanées des élèves au problème sans données numériques suivant : « Ce matin, Mona avait des billes dans un sac. A la récréation, elle a joué plusieurs parties et elle a gagné des billes. On voudrait savoir combien elle a trouvé de billes dans son sac après la récréation. ».Le problème avec les nombres associé est le suivant : « *Ce matin, Mona avait 248 billes dans un sac. A la récréation, elle a joué plusieurs parties et elle a gagné 151 billes. On voudrait savoir combien elle a trouvé de billes dans son sac après la récréation.* »

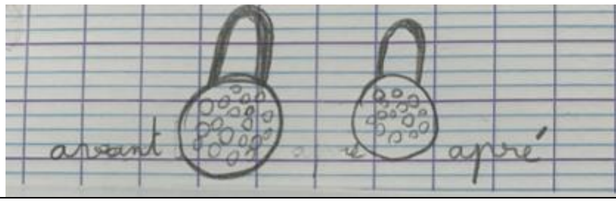
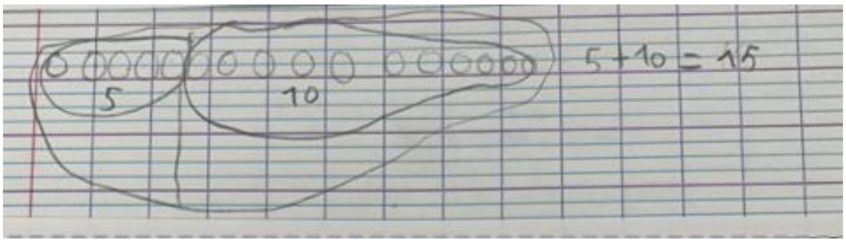
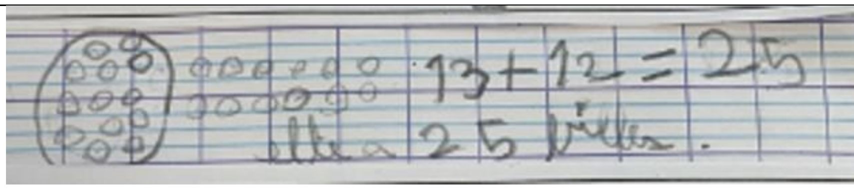
Il s'agit d'un problème de recherche de l'état final. Les traces écrites présentées dans le tableau 10 traduisent différents niveaux de compréhension de la tâche à réaliser, ou encore des niveaux d'avancement différents dans le traitement de l'énoncé. Lors de cette première séance, en moyenne 2-3 élèves par classe éprouvent des difficultés à entrer dans la démarche. Cette difficulté s'estompe après quelques séances pour la majorité. Ce sont les très bons élèves qui sont le plus déstabilisés. Ils nous expliquent qu'ils ne comprennent pas pourquoi séquencer la recherche puisqu'ils ont directement la solution.

Ces observations ainsi que la catégorisation des traces du premier problème de la banque sont intégrées à la formation initiale. L'ensemble des éléments doit permettre aux enseignants débutant la démarche dans le GE CE2 d'entrer plus sereinement dans l'expérimentation avec une séance « balisée ».

Dans les différents types de traces recensées, seules les deux dernières permettent aux élèves de résoudre le problème. Cet outil de formation permet à l'enseignant d'anticiper les formulations et les gestes à mobiliser particulièrement dans la première phase. Il peut aussi anticiper les aides à fournir aux élèves s'il obtient une des 5 premières traces.

Tableau 10 : catégorisation des représentations possibles sur le problème « Mona » (séance 1 du protocole)

1-Aucune trace  Problème A Les billes (1) Ce matin, Mona avait des billes dans un sac. A la récréation, elle a joué plusieurs parties et elle a gagné des billes. On voudrait savoir quelle quantité de billes elle a trouvé dans son sac après la récréation.	2-Le dessin de la situation  « Après »	3-Une désignation de ce qui a été  gagné
4- Une histoire		

5- Avant/Après	
6- Désignation de toutes les parties :Avant /Après/gagnées	
7- Une simulation avec une opération	

Au final, la formation initiale s'enrichit ainsi de deux ressources. L'une, pour minimiser la déstabilisation des enseignants, l'autre pour les accompagner au mieux dans la mise en œuvre de la première séance (voir <u>*annexe 3.16*</u>).

III.4.2.3.1.2.3 Vivre et voir la situation : des essais

Les enseignants de ce groupe pré-expérimental montrent une volonté d'aider les élèves à vivre la situation pour amplifier la compréhension. Cependant ils sont très déstabilisés par l'utilisation de gestes et de mimes et montrent des difficultés à les mettre en œuvre. Une grande majorité d'entre eux utilisent la voie du matériel pour faire vivre la situation aux élèves. Les observations que nous menons montrent que ce matériel amène les élèves à se focaliser à nouveau sur les nombres (Photographie 1). Nous notons également que l'utilisation du matériel conditionne fortement les schématisations des élèves. Cependant dans certaines classes, l'enseignant enferme le matériel dans des sacs pour que les élèves ne recourent pas à la quantité exacte mais plutôt à l'ensemble de la collection. (Photographie 2)

Photographie 2

Photographie 1

Ce n'est que lors des dernières séances que deux classes s'emparent réellement du mime. En pratique, nous notons que ce mime se révèle essentiel pour lever des implicites dans les problèmes de comparaison non concordant. Ce mime permet notamment de rendre évidentes les inférences et de favoriser le changement de point de vue. Ces éléments sont consignés pour la formation initiale du GE. (Voir *annexe 3.17*)

Ainsi la formation s'enrichit de mises en garde relatives à l'utilisation du matériel et d'un exemple d'utilisation des gestes au profit de la levée des inférences.

III.4.2.3.1.2.4 Essais sur le passage à l'opération

Un dernier apport concerne le passage à l'opération où deux enseignants proposent une mise en œuvre particulièrement intéressante (*annexe 3.18*). Il est mis en œuvre à partir du problème de recherche de l'état initial suivant : « Tu ajoutes 25 bonbons dans ta boîte. Maintenant tu en as 78. Combien de bonbons ta boîte contenait-elle déjà ? » et sa forme sans données numériques : « Tu ajoutes des bonbons dans ta boîte et tu les comptes. On voudrait savoir combien ta boîte contenait de bonbons avant. ». Les enseignants s'attachent à faire le lien entre les deux opérations possibles, l'une formelle (soustraction $78 - 25 = \cdots$) et l'autre non formelle (addition à trous, $\ldots + 25 = 78$) qui décrit la situation. Les enseignants s'appliquent également à intégrer les nombres du problème au schéma

La formation initiale à destination des enseignants du GE intègre plusieurs nouvelles ressources visant à aider l'entrée dans la démarche, à apporter des éclairages sur les possibles productions des élèves ou sur des difficultés éventuelles, à donner un éclairage sur un début d'utilisation des gestes pour accompagner la compréhension, et enfin à proposer des exemples de mise en œuvre relativement à la phase de passage à l'opération.

III.4.2.3.1.3 Apports des protocoles expérimentaux

C'est lors de la mise en œuvre de la première année du protocole (CE2) que les apports opérationnels sont les plus importants. Lors de la deuxième et la troisième année, ce sont principalement des enrichissements qui sont proposés avec les groupes d'enseignants.

III.4.2.3.1.3.1 Expérimentation de CE2

III.4.2.3.1.3.1.1 Les reformulations : un outil important

Lors de la première visite, et conformément aux préconisations de la formation initiale, les enseignants accordent un **temps important à la reformulation et à la paraphrase**. Plusieurs types de mise en œuvre sont inventoriés et partagées lors des temps de régulation. Certains enseignants recourent à un dévoilement progressif du texte, déplacent la question ou utilisent la phase de mime comme support à un débat sur la compréhension de la situation. Dans certaines classes, ce **débat sur la compréhension de la situation** se déroule directement après la lecture et juste avant la phase de mime.

Concernant la préparation de la mathématisation, pour une grande majorité des enseignants, les ensembles en jeu sont bien explicités. Parfois, ils sont notés au tableau. L'ordre d'inclusion et la relation entre les ensembles sont souvent moins mis en avant. Souvent, dans des problèmes de type comparaison, un ensemble est oublié.

Au final, les régulations intègrent des exemples de mise en œuvre sur la reformulation et la paraphrase. Ces ressources sont aussi intégrées à la formation initiale CM1.

III.4.2.3.1.3.1.2 Développement de l'utilisation des gestes :

Lors de la première visite d'observation pendant l'entraînement, nous analysons notamment l'utilisation des gestes. Ils sont utilisés dans toutes les classes et permettent d'amplifier la compréhension (Dargue et al, (2018 ; 2019 ; 2020) ; Nathan &Martinez, 2015 ; Körner et al., 2023 ; Glenberg, 1999, 2008).

Lors de ces observations en classe, les essais des enseignants mettent en évidence des gestes de différents types. Ces observations nous amènent à investiguer davantage les travaux de recherche se rapportant aux gestes. Nous nous rapprochons ainsi des publications relatives à la cognition incarnée en axant sur la résolution de problèmes et l'apprentissage en général. Ces apports sont synthétisés dans l'encadré 3.9. Une avancée majeure est celle de la définition de différents types de gestes. L'ensemble des observations relatives aux gestes sont consignées dans l'*annexe 3.19*

Encadré 3.9 : Gestes et apprentissage : apports de la recherche

Novack & Goldin-Meadow (2017) montrent que les gestes permettent d'activer les processus d'apprentissage. Ils peuvent en effet jouer un rôle important dans l'apprentissage en aidant à la généralisation et au transfert. Le geste est aussi un indicateur du niveau d'acquisition de connaissances entre le savoir implicite et le savoir explicite (Goldin-Meadow, 2003; Goldin-Meadow, Alibali, & Church, 1993). Par ailleurs, Goldin-Meadow et al., (2009) montrent qu'inciter les élèves à utiliser les gestes stimule l'apprentissage. Ainsi, un élève qui explique en gestes sa méthode serait davantage enclin à créer de nouvelles stratégies et plus réceptif à l'écoute de la leçon (Broaders et al., 2007). Une étude par IRM (Wakefield et al., 2019) montre qu'inciter les élèves à faire des gestes implique le système moteur dans l'apprentissage et laisse une trace mémoire dans le système neuronal. Cette mémoire de résolution est à nouveau activée sur le long terme, même si l'élève n'utilise pas de geste. Une particularité des gestes est qu'ils sont non seulement produits mais également observés. Or, les mécanismes et les effets de ces gestes ne sont pas les mêmes (Singer & Goldin-Meadow, 2005). Pour qu'il y ait apprentissage, un geste observé doit être synchronisé avec la parole qui le décrit. Ainsi, lorsqu'un enseignant produit un geste pour montrer, expliquer : il doit synchroniser geste et parole. L'apprentissage est également renforcé pour l'observateur si les gestes et les paroles se complètent et diffèrent dans leur contenu (Singer & Goldin-Meadow, 2005). C'est le cas par exemple d'un enseignant qui ferait un geste montrant un complément pour aller jusqu'à une certaine valeur et qui associerait dans son langage le mot « soustraction ». Lorsqu'un élève produit un geste, l'apprentissage ne s'en trouve pas pénalisé (pour lui-même) si geste et parole sont désynchronisés (Carrazza et al., 2021). Un apprentissage outillé par « geste abstrait -parole » est plus efficace sur le long terme et dans les situations de transfert que « geste concret-parole », et lui-même plus efficace que « action-parole » (action sur du matériel). (Novack et al., 2014). Dans le cas particulier de l'action sur du matériel, l'action et la parole doivent être synchronisés pour une meilleure efficacité de l'apprentissage.

L'observation des classes et le croisement avec les apports de la cognition incarnée nous amènent à définir deux grands types de gestes : les gestes concrets et les gestes abstraits. Une illustration pratique de ces gestes est présentée dans l'encadré 3.10. Concernant ces types de gestes, Novack et al. (2014) montrent que, pour aider le transfert dans l'apprentissage, les gestes abstraits sont à privilégier en comparaison aux gestes concrets et aux gestes de manipulations de matériel. A noter que ce passage des gestes concrets aux gestes abstraits correspond à un recodage sémantique (Sander & Richard, 2017) nécessaire pour la résolution des problèmes de changement.

Encadré 3.10 :
Observations des classes et articulation avec les apports de la recherche

Dans le cadre du mime mis en œuvre dans les classes, nous observons l'utilisation de gestes concrets et de gestes abstraits. Voici une illustration de ces différents gestes à partir d'un exemple de problème : « La tempête » mis en œuvre lors du palier 3 :
Problème :« Le toit de ma maison est couvert de nombreuses tuiles. Une tempête éclate et le vent emporte des tuiles. Il reste sur mon toit un certain nombre de tuiles. Je voudrais savoir combien de tuiles le vent a emporté. »

Exemple de gestes concrets

Gestes concrets = des gestes séquentiels qui n'indiquent pas de manière figée les relations entre les ensembles

 L'élève mime les tuiles avant la tempête.	 L'élève mime la tempête.	 L'élève mime les tuiles restantes.	 L'élève mime les tuiles qui se sont envolées (ce que l'on cherche)

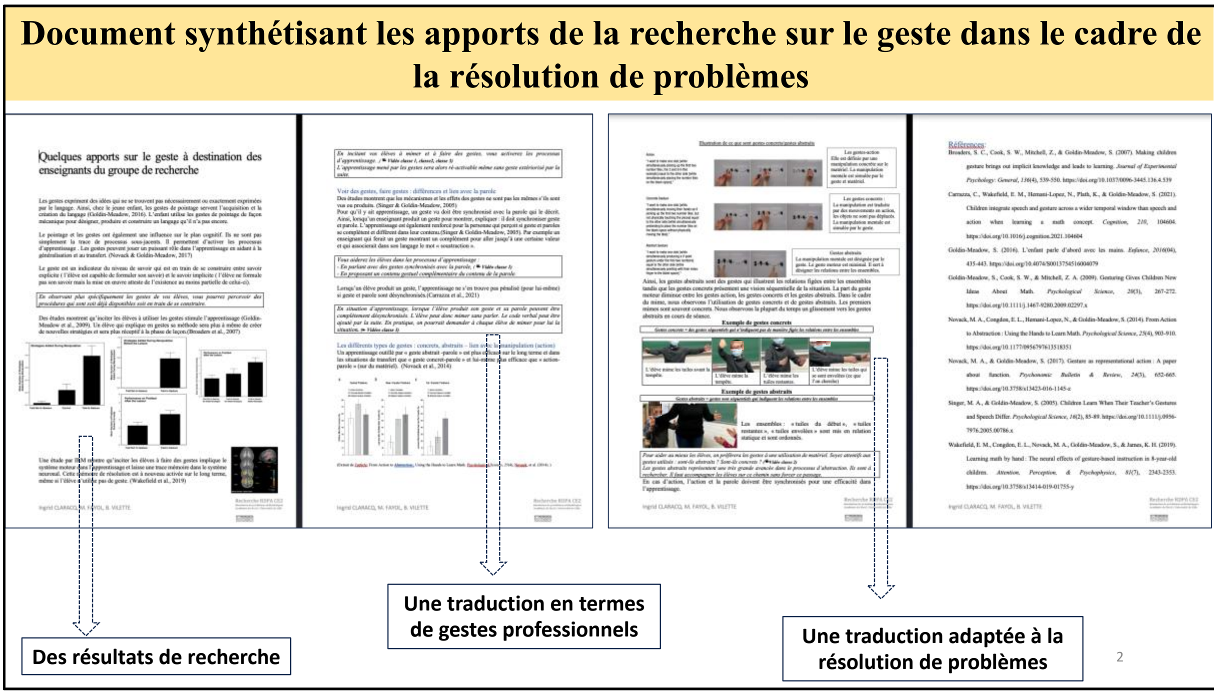
Exemple de gestes abstraits

Gestes abstraits = gestes non séquentiels qui indiquent les relations entre les ensembles

Les ensembles : « tuiles du début », « tuiles restantes », « tuiles envolées » sont mis en relation statique et sont ordonnés.
Dans toutes les séances observées, les premiers mimes sont souvent concrets. Nous observons la plupart du temps un glissement vers les gestes abstraits en cours de séance.
Vers les dernières semaines de l'intervention, nous observons principalement des gestes abstraits.

Lors de la première réunion de régulation, après le début de l'intervention, ces apports complémentaires sur le geste font l'objet d'une présentation aux enseignants. La présentation est ensuite suivie d'échanges. Un document synthétique est mis à disposition des enseignants sur la plateforme en ligne leur permettant de mettre en œuvre les apports de cette formation. Ce document a la particularité de synthétiser **les apports de la recherche en lien avec le questionnement des enseignants**, mais aussi et surtout de les **traduire en termes de gestes professionnels** applicables en classe. Pour certains résultats, une **adaptation à la résolution de problèmes** est également réalisée *(voir encadré 3.11).*

Encadré 3.11 : document synthétique à destination des enseignants



A la suite de cette formation, des captations sont réalisées dans toutes les classes. Les différentes façons efficaces de mettre en œuvre le geste sont partagées sur la plateforme en ligne. L'objectif de cette mutualisation est de permettre aux enseignants d'observer les différentes mises en œuvre possibles mais aussi de pouvoir s'emparer de la mise en œuvre d'un collègue.

Au CE2, une avancée majeure a eu lieu concernant **l'utilisation des gestes**. Les apports sont injectés dans la formation initiale à destination du protocole CM1 et CM2. Ces derniers sont constitués d'une présentation du document synthétique sur le geste et de vidéos l'illustrant.

III.4.2.3.1.3.2 Apports des expérimentations CM1 et CM2

Au CM1 et CM2, les gestes professionnels s'enrichissent notamment avec une mutualisation des pratiques. Comme en CE2, des captations de diverses pratiques adéquates sont réalisées et partagées soit en réunion de régulation, soit sur la plateforme en ligne. Des mises en œuvre spécifiques sur le geste sont notamment partagées.

Une analyse plus large et complémentaire des traces écrites est réalisée et partagée en régulation. Ce travail est présenté en <u>*annexe 3.20*</u>.

Le geste devient un canal privilégié de mise en œuvre, le sens se construit en temps réel. En *annexe 3.21*, des exemples de micro-moments de classe sont présentés.

III.4.2.3.1.3.3 Synthèse sur la construction de la formation

La démarche mise en place dans le cadre du protocole est une démarche originale, jamais mise en œuvre, qui a nécessité plusieurs étapes dans sa construction et son opérationnalisation sur le terrain. Cette opérationnalisation s'est construite progressivement par des interactions constantes entre les chercheurs et les enseignants. A chaque étape, des gestes professionnels ont été identifiés ou modifiés. Ils ont été à l'origine d'outils intégrés dans la formation initiale à la démarche ou encore d'outils d'accompagnement à la mise en œuvre de la démarche via la plateforme en ligne.

Dans un premier temps, c'est **la formulation du problème** sans données numériques qui a été éprouvée en classe et modifiée. Ensuite, les premiers essais ont montré la **déstabilisation des élèves et des enseignants**. Aussi, des outils pour préparer et accompagner les enseignants à une bonne **prise en main de la démarche** ont été intégrés à la formation. Puis, les apports ont concerné le **raisonnement des élèves** et la création de ressources pour l'enseignant afin d'**anticiper les aides et l'accompagnement**. Enfin, de nombreux partages de mise en œuvre et d'outils pédagogiques ont été produits grâce aux observations de classe. Parmi ceux-ci, nous pouvons lister les organisations qui ont favorisé le débat de **compréhension à partir des reformulations ou des gestes**. Parallèlement à ces ressources, des outils majeurs et des pratiques efficaces ont été mis à jour avec le groupe CE2 concernant **l'utilisation des gestes**.

Les classes de CM1 et CM2 ont ensuite diversifié les pratiques et affiné le contenu des reformulations et des gestes associés.

III.5 Synthèse générale sur le protocole et son opérationnalisation

Ce protocole a une très grande particularité dans le champ de la recherche en éducation. Il éprouve une **innovation pédagogique** en s'appuyant sur les **données de la recherche** en psychologie tout en développant une approche **collaborative** et **respectueuse** de **l'expertise professionnelle des enseignants**. C'est aussi un protocole **d'ampleur pour le milieu éducatif**. Il a concerné 73 enseignants dont 60 dans le cadre du protocole expérimental et engagé plusieurs milliers d'élèves durant les trois années du programme de la recherche.

Ce protocole s'est mis en place sur trois années successives et trois niveaux (CE2, CM1 et CM2) et a impliqué deux groupes, un groupe expérimental et un groupe contrôle actif qui utilisaient la même banque de problème. La méthode est une méthode classique d'apprentissage avec pré-test, entrainement et post-test. Le groupe expérimental mettait en œuvre le protocole avec amplification de la compréhension tandis que les enseignants du GCA conservaient leur démarche classique d'apprentissage. Des grilles d'observations accompagnaient la mise en œuvre et permettaient de qualifier les gestes professionnels des enseignants et d'assurer le respect du protocole dans le groupe expérimental.

La démarche que nous testions est une démarche innovante et nouvelle, jamais mise en œuvre. Aussi, plusieurs phases d'opérationnalisation se sont révélées nécessaire en collaboration avec les enseignants pour l'identification et la mise en œuvre des gestes professionnels efficaces dans le but de notre hypothèse. Ce mode opératoire donne un caractère extrêmement innovant à notre protocole grâce à l'aspect collaboratif développé.

Cette nouvelle démarche s'est révélée dans un premier temps, déstabilisante pour les enseignants et les élèves. Cependant, elle leur a permis de mieux comprendre les difficultés de leurs élèves. En effet, l'absence de données numériques contraint les élèves à montrer leur raisonnement dans leurs gestes, leurs schémas ou leurs reformulations.

Au travers ce protocole, nous testions l'hypothèse que **privilégier l'activité de compréhension avant d'introduire les données numériques devrait permettre d'améliorer les performances des élèves.**

Ce protocole est exploité lors de trois études successives que nous présentons dans la partie empirique suivante.

Deuxième partie : contributions expérimentales

Introduction : Vue d’ensemble sur les trois études

L’introduction théorique a montré l’importance de la compréhension dans l’activité de résolution de problèmes arithmétiques et nous a amenée à concevoir et à mettre en œuvre le protocole décrit dans le chapitre 3 durant trois années successives et à trois niveaux différents : la première année en CE2 (3ème grade), la deuxième année en CM1 (4ème grade) et enfin la troisième année en CM2 (5ème grade).

Ce protocole testait l’hypothèse générale suivante : **privilégier l’activité de compréhension avant d’introduire les données numériques devrait permettre d’améliorer les performances des élèves en résolution de problèmes.**

Les trois études relatées dans les trois parties suivantes développent des sous-hypothèses qui apportent deux grands types de résultats, l’un concernant l’amélioration des performances et l’autre traitant de l’impact de la démarche sur la réduction des inégalités.

Dans cette partie empirique, nous présentons tout d’abord et successivement les résultats de l’implémentation du protocole au niveau CE2, puis au niveau CM1. Enfin, dans une dernière partie, nous présentons les résultats de la synthèse portant sur la mise en œuvre au cours des trois années d’intervention (CE2, CM1 et CM2).

Pour chacune des études, les élèves sont répartis en deux groupes qui utilisent la même banque de problèmes. Les enseignants du **groupe expérimental** (GE) mettent en œuvre la démarche d’apprentissage du protocole tandis que les enseignants du **groupe contrôle actif** (GCA) conservent leur démarche habituelle d’apprentissage. La première étude implique 389 élèves de CE2 (GE, N=199 ; GCA, N=190) ; la deuxième concerne 387 élèves de CM1 ; la troisième et dernière étude porte sur un total de 1161 élèves de CE2, CM1 et CM2. Pour chaque étude les données traitées sont celles des élèves participant pour la première année au protocole. Ces élèves sont issus de deux milieux : milieu défavorisé – écoles en éducation prioritaire - et milieu favorisé – écoles hors éducation prioritaire.

Concernant l’amélioration des performances, nous montrons dans les trois articles que la démarche permet aux élèves du GE et plus particulièrement des classes d’éducation prioritaire **d’améliorer leurs performances** de manière **significativement plus importante** qu’avec une démarche classique (GCA) alors que les uns et les autres reçoivent les mêmes problèmes, dans le même ordre. Concernant plus particulièrement le niveau CE2 (article 1) et le niveau CM1 (article 2), nous montrons, résultat rarement attesté dans les publications, que ces améliorations restent stables dans le temps, comme en attestent les post-tests différés.

Concernant l’impact sur la réduction des inégalités, dans l’article traitant du niveau CE2, la démarche sans données numériques **réduit les écarts en éducation prioritaire**, tandis **qu’une démarche classique tend à les creuser**. Enfin, dans le troisième article de synthèse, les élèves du GE progressent significativement plus que les élèves du GCA et ce sont les élèves de milieu défavorisé et les élèves dont le niveau en compréhension initiale est le plus faible qui progressent le plus, suggérant ainsi une réduction des inégalités.

Chapitre IV ÉTUDE 1 : Expérimentation au CE2

IV.1 Introduction de l'étude 1

Dans ce chapitre, nous développons la toute première expérience qui concerne les élèves de CE2 ($3^{ème}$ grade). Au travers de celle-ci, nous testions l'hypothèse que les performances en résolution de problèmes arithmétiques (RDPA) pourraient être améliorées en privilégiant dans un premier temps la compréhension des énoncés verbaux avant d'introduire les données numériques et le calcul. Les effets attendus de cette démarche d'apprentissage de la résolution de problèmes axé sur la compréhension, concernaient non seulement la performance et sa stabilité dans le temps, mais aussi la réduction des écarts de performances entre les élèves. Plus précisément, nous faisions l'hypothèse que les performances du GE seraient meilleures que celles du groupe contrôle (GCA) d'une part, et qu'elles resteraient stables aux post-tests d'autre part. Nous nous attendions également à une réduction des inégalités dans le groupe GE comparativement au groupe contrôle (GCA).

Pour cela, nous comparons selon un protocole pré-test[15] - intervention (12 semaines) - post-tests (immédiat et différés), les performances de deux groupes d'élèves de CE2 (groupes expérimental GE et contrôle GCA) scolarisés en milieu REP (réseau d'éducation prioritaire) et en milieu Non REP. Les deux groupes composés de 22 classes et comprenant au total 389 élèves, sont confrontés chaque jour pendant 12 semaines au même ensemble d'énoncés. L'un (GE, N=199) apprend d'abord à traiter les énoncés sans valeurs numériques avant de disposer des données numériques alors que l'autre (GC, N=190) procède de manière usuelle.

Nous montrons qu'amplifier la phase de compréhension permet d'améliorer significativement les résultats des élèves comparativement à une démarche classique mais aussi que les performances des élèves du GE restent stables dans le temps, résultat rarement attesté dans les études. Nous montrons également que cette démarche innovante permet de réduire les écarts interindividuels tandis qu'une démarche classique tend à les creuser.

[15] Les tests et consignes de passation sont disponibles en annexe 4.1

IV.2 Contribution 1 : Réduire les inégalités en résolution de problèmes. Travailler la compréhension avant les données numériques.

Réduire les inégalités en résolution de problèmes. Travailler la compréhension avant les données numériques.

Reducing inequalities in word-problem solving. Working on comprehension before processing numbers.

Ingrid Claracq[1], Michel Fayol[2], and Bruno Vilette[1]

[1] Univ. Lille, ULR 4072 - PSITEC - Psychologie : Interactions Temps Émotions Cognition, F-59000 Lille, France

[2]Laboratoire de Psychologie Sociale et Cognitive (LAPSCO) – Centre National de la Recherche Scientifique. Université Clermont-Auvergne

Correspondence concerning this article should be addressed to Ingrid CLARACQ; e-mail: ingrid.claracq@ac-lille.fr

Résumé : Nous testons l'hypothèse que les performances en résolution de problèmes arithmétiques (RDP) pourraient être améliorées en privilégiant dans un premier temps la compréhension des énoncés verbaux avant d'introduire les données numériques et le calcul. Pour cela, nous comparons selon un protocole pré-test - intervention (12 semaines) - post-tests (immédiat et différés), les performances de deux groupes d'élèves de CE2 (groupes expérimental GE et contrôle GC) scolarisés en milieu REP (réseau d'éducation prioritaire) et en milieu Non REP. Les deux groupes composés de 22 classes et comprenant au total 389 élèves, sont confrontés chaque jour pendant 12 semaines au même ensemble d'énoncés. L'un (GE, N=199) apprend d'abord à traiter les énoncés sans valeurs numériques avant de disposer des données numériques alors que l'autre (GC, N=190) procède de manière usuelle. Le travail initial du GE sur la compréhension améliore significativement et durablement les performances et réduit les différences interindividuelles en RDP, notamment en REP, comparativement à une approche classique (GC).

Mots-clés : Résolution de problèmes – Apprentissage - Compréhension – Calculs – Éducation prioritaire

Abstract: We examine whether performance of Word Problem Solving (WPS) improves by focusing on problem comprehension rather than on numerical treatment. For validation, we compare performance of two groups (experimental and control) in 22 second-grade classes, with a total of 389 students from priority (REP) and (Non REP) non-priority education areas. For 12 weeks, both groups had been trained to solve the same word problems. Control group (N = 190) were taught to problem solving using conventional teaching. Experimental group (N = 199) solved first the same problems without any numerical values. We evaluated performance on WPS before (pretest) and after (immediate and two deferred posttests) training. We concluded that initial work on comprehension, significantly and sustainably improves performance, and reduces inter-individual differences in WPS, especially in R, compared to classical approach.

Keywords : Word problem solving – Learning – Comprehension – Arithmetic – Disadvantaged Children.

Introduction

Plusieurs méta-analyses récentes sont consacrées à la résolution de problèmes et à ses difficultés (Lin, 2021 ; Myers et al., 2022). De fait, ces dernières apparaissent dans tous les pays et à tous les niveaux scolaires et constituent des sources d'échecs, comme en attestent les comparaisons internationales (PISA 2015 (OECD, 2015) et TIMSS 2015 (IEA, 2015). Les mêmes variables sont évoquées pour rendre compte de ces difficultés : les variables socio-économiques et culturelles (e.g. professions des parents : Arnold & Doctoroff, 2003), certaines capacités cognitives générales (e.g. la mémoire de travail : Swanson et al., 2017), des capacités langagières (*e.g.* le niveau en vocabulaire : Cummins et al., 1988), des difficultés spécifiques aux mathématiques (e.g. fractions ou proportions : Lin, 2021 ; pour une synthèse : Thevenot, 2017). Parmi toutes ces variables, deux ont donné lieu à de nombreuses recherches. En premier lieu, la compréhension en audition ou en lecture des énoncés joue un rôle majeur en ce qu'elle conditionne la résolution. Elle est fortement associée aux dimensions socio-culturelles (e.g. niveau des revenus et professions des parents), comme en témoignent les évaluations nationales conduites en France à l'entrée au CP, puis au CM2, qui mettent en évidence des différences stables en français (respectivement de 37 et 39 points) selon le profil social des élèves (défavorisé *versus* très favorisé). En second lieu, la dimension numérique et les calculs ont un poids relatif moins important en résolution de problèmes. Cette dimension se révèle aussi moindrement sensible au profil social des élèves, tout au moins à l'entrée du CP, puisque la différence en calcul entre les profils défavorisés et très favorisés passe de 24 points au CP à 37 points en CM2 (Fleury et al., 2022, notamment Tableau 1 ; Rocher, 2016). Ces résultats conduisent d'une part, à rechercher les mécanismes sous-jacents susceptibles de rendre compte des difficultés et des différences de réussite et d'autre part, à mettre en place des modalités d'intervention visant à améliorer les performances et réduire les inégalités. L'expérience ici rapportée s'inscrit dans cette perspective : elle consiste à dissocier les phases de compréhension des phases de résolution au cours des séances consacrées en CE2 à la résolution de problèmes et à vérifier que ce mode d'intervention sur plusieurs semaines, conduit en milieu REP (réseau d'éducation prioritaire) et en milieu Non REP, à améliorer les performances de tous les élèves et à réduire les inégalités entre ces deux populations.

La compréhension des énoncés : une difficulté majeure

Un problème arithmétique verbal simple et classique est par exemple « Paul et Louis ont 12 euros ensemble. Paul a 9 euros. Combien Louis a-t-il d'euros ? ». Ce type d'énoncé relate une histoire (sommaire). Il relève à la fois du narratif et d'un type textuel particulier : le problème arithmétique (Zagar et al., 1991). Des informations manquent, que l'élève doit identifier pour effectuer les opérations permettant d'aboutir à la résolution. Pour y parvenir, les enfants doivent préalablement comprendre la situation problème décrite par l'énoncé. Cette étape de compréhension nécessite en principe de construire une représentation mentale la plus proche possible de celle qui est requise pour la résolution, en imageant et simulant mentalement les relations décrites par le texte (modèle mental : Johnson-Laird, 1983; Thevenot, 2010 ; ou modèle de situation : Brissiaud & Sander, 2010 ; van Dijk & Kintsch, 1983). Elle constitue une première source de difficulté (Cummins et al., 1988)

Une large série de travaux a étudié ses relations avec la résolution de problèmes. Trois voies ont été retenues. Une première approche a consisté à calculer les corrélations entre des épreuves de compréhension de phrases ou de textes et des performances en résolution de problèmes. Par exemple, Vilenius-Tuohimaa et al. (2008) ont calculé chez des élèves de CM1 la corrélation entre les performances à une série des 20 problèmes de types[16] changement, combinaison et comparaison (Riley et al., 1983 ; Carpenter & Moser, 1983) et les scores en compréhension de lecture après avoir contrôlé les habiletés de décodage (i.e., d'identification des mots). La corrélation obtenue est élevée (r = .67) et correspond à celle rapportée par Cirino et al. (2018 : r=.61 en CP) et aussi à celles, plus variables (entre r=.15 et r=.67 selon les âges), inventoriées par Lin (2021) selon la complexité des problèmes et les caractéristiques individuelles (Pongsakdi, 2020). Ces corrélations suggèrent que la compréhension en audition ou en lecture (Clinton-Lisell, 2022) partage avec la résolution de problèmes un certain nombre de mécanismes et de connaissances.

Une deuxième approche, inspirée des travaux de Kintsch et Greeno (1985), a étudié les performances en compréhension des énoncés d'une part, par le biais de paraphrases, les élèves

[16] Un problème de type changement (Riley et al., 1983) - appelé aussi transformation par (Vergnaud, 1982) - est un problème où une transformation est appliquée à un état initial pour aboutir à un état final. L'inconnue étant la transformation, l'état initial ou l'état final.
Un problème de type combinaison (Riley et al., 1983) - appelé aussi composition par Vergnaud (1982) - est un problème où est opéré la réunion de deux collections. L'inconnue étant soit le tout, soit l'une des deux collections.
Un problème de type comparaison (Riley et al., 1983 ; Vergnaud, 1982) est un problème où une comparaison entre deux quantités est demandée à l'aide des quantificateurs « le plus », « le moins » . L'inconnue étant soit l'une des deux quantités comparées soit la différence entre les deux quantités .

devant reformuler ou rappeler les énoncés fournis par les enseignants ou les expérimentateurs et d'autre part, par des aménagements de la formulation des énoncés. Cummins et al. (1988) ont demandé à des élèves de première année, puis de 2ème et de 3ème année d'école élémentaire, de rappeler les énoncés de problèmes qui leur étaient lus. Aux trois niveaux scolaires, les performances en résolution étaient prédites par la qualité des rappels, notamment de la structure des énoncés (voir aussi Hegarty et al., 1995). Boonen et al. (2013) observent également un impact de la compréhension des énoncés, évaluée par des QCM, sur la résolution. Ces données illustrent les raisons pour lesquelles les corrélations avec la compréhension rendent compte des performances en résolution : c'est l'interprétation des énoncés – correcte ou erronée – qui sous-tend l'(in)exactitude des procédures de résolution. Ce constat a conduit quelques chercheurs à travailler sur les reformulations des énoncés afin de les rendre plus explicites, et de favoriser ainsi leur compréhension et, en conséquence, leur résolution. Ces interventions ont porté sur le lexique (Coquin-Viennot & Moreau, 2003), les formes syntaxiques et la précision des informations (De Corte et al., 1985) ou encore l'agencement de la succession des phrases (e.g. le placement de la question en début d'énoncé plutôt qu'en fin, Devidal et al., 1997 ; Fayol et al., 1987 ; Thevenot et al., 2007). Il s'agissait de faciliter la compréhension des états ou évènements décrits dans les énoncés, de sorte que les élèves parviennent à se représenter la situation décrite et ce qui était recherché. De manière générale, ces manipulations de la formulation ont abouti à des résultats positifs, surtout avec les élèves les plus faibles. D'autres recherches se sont focalisées sur le langage et l'activité de compréhension en s'attachant aux stratégies de traitement des problèmes résistants : problèmes non-congruents, problèmes impactés par le non-alignement sémantique (Bassok et al., 1998 ; 1995) ou encore le non-alignement des conceptions intuitives (Fischbein et al., 1985 ; Fischbein, 1989). De Koning et al. (2017) réduisent l'impact de la (non)congruence entre représentation mentale (Boonen et al., 2016; Hegarty et al., 1995) et formulation par le biais d'un enseignement explicite dispensé à des élèves de CM2. Scheibling-Sève et al (2022) améliorent les performances des élèves à des problèmes arithmétiques impactés par les préconceptions des élèves sur les proportions. Pour cela, ils mettent l'accent sur la catégorisation mais aussi sur la reformulation et les changements de point de vue dans une phase de compréhension. D'une manière générale, les interventions sur la compréhension améliorent les performances des élèves aux problèmes résistants.

Une troisième approche s'est appuyée sur le concept de schéma pour aborder la résolution de problèmes. Les relations entre espace et mathématiques sont attestées depuis longtemps (Hawes & Ansari, 2020 ; Hawes & al., 2022). Ces relations ont été exploitées en résolution de problèmes d'une part, en étudiant les productions visuo-spatiales réalisées par les élèves, depuis celles qui constituent des illustrations conservant les caractéristiques perceptives (formes, couleurs) des entités évoquées (i.e. dites pictoriales) jusqu'à celles qui ne s'attachent qu'aux relations spatiales ou autres entre ces entités (dites schématiques ; Hegarty & Kozhevnikov, 1999) et d'autre part, en incitant les élèves à associer systématiquement différents types de problèmes (en général ceux de la classification de Riley et al., 1983) à des représentations schématiques abstraites (e.g. de type Partie-Partie-Tout), de sorte que la variété des énoncés spécifiques puisse être ramenée à quelques catégories de schémas associés à des procédures de résolution (Hegarty et al., 1995 ; Willis & Fuson, 1988). Les recherches utilisant un enseignement explicite des schémas postulent que ceux-ci facilitent l'encodage des énoncés, la catégorisation de ceux-ci, le guidage de la résolution et le contrôle de cette dernière. Les résultats des entraînements à leur utilisation ont abouti à des améliorations significatives des performances des élèves à différents niveaux de scolarité, et plus particulièrement avec les élèves les plus faibles (voir les synthèses de Cook et al., 2020 ; Peltier & Vannest, 2013 et de Powell, 2011). Toutefois, ces progrès ne valent que pour un ensemble restreint de catégories de problèmes, les problèmes scolaires considérés comme des prototypes approximatifs des problèmes susceptibles d'être rencontrés dans la vie courante (Fayol et al., 2005). Les interventions ne portent pas directement sur la compréhension mais sur l'efficacité des catégorisations et sur l'exactitude des procédures de résolution.

Plus récemment, des recherches ont intégré les résultats spécifiques des travaux antérieurs dans des démarches « écologiques » impliquant les enseignants et des classes entières. Vilette et al. (2017) sollicitent le sens des nombres et du calcul, ainsi que le recodage sémantique des problèmes, pour améliorer l'enseignement de l'arithmétique au CP et comprendre le concept mathématique d'égalité (Fischer & al., 2019). Fuchs et al., (2020) recourent à différents dispositifs (Pirate Maths ; Hot Math ; Super Solvers) qui font appel à une instruction explicite, à une simulation des situations décrites et à l'utilisation de schémas. Les élèves parcourent les énoncés, les lisent eux-mêmes ou suivent le texte en écoutant quelqu'un le lire, effectuent un rappel qui les oblige à prêter attention aux données de l'énoncé, catégorisent les problèmes (i.e. les affectent aux catégories de schémas) et écrivent l'opération correspondante. Ils relisent et introduisent les données numériques dans les parties des schémas, ce qui permet de résoudre les problèmes. De manière générale, les groupes entraînés font mieux que les groupes contrôles : les moyennes sont plus élevées et la dispersion diminue. Toutefois, les auteurs soulignent qu'ils ne savent pas si ces effets positifs perdurent (Fuchs et al., 2021).

Dans la même perspective que ces trois grandes orientations d'exploration du rôle de la compréhension, une revue de littérature récente (Gros et al., 2020) a fait émerger un modèle théorique, synthèse des différents modèles théoriques connus et utilisés jusqu'alors (théorie des schémas, modèle mental et théorie de l'alignement sémantique (Bassok, 2001)) : le modèle SECO. Les auteurs analysent sous l'angle de six études robustes de la littérature les manques et les atouts des anciens modèles en comparaison au modèle SECO. Ce nouveau modèle, unification des anciens modèles, met particulièrement en avant l'importance de la phase de compréhension au service de la conceptualisation mathématique grâce à l'interprétation et au recodage.

En résumé, les travaux portant sur l'impact de la compréhension en général ou plus précisément celle des énoncés se sont appuyés sur les corrélations entre épreuves de compréhension et performances en résolution de problèmes, ont manipulé les énoncés en vue d'en faciliter la compréhension et ont établi des catégories de problèmes afin d'améliorer les associations entre types d'énoncés et procédures de résolution. Plus récemment, les recherches ont porté sur une approche plus « écologique » et une exploitation des données antérieures dans une perspective accordant plus d'importance à la compréhension. Enfin, le dernier modèle théorique, synthèse et unification des modèles antérieurs, supporte l'idée du caractère crucial de la compréhension. Notre recherche s'inscrit dans le prolongement de ces différents travaux. Elle considère possible et pertinent de consacrer au traitement des problèmes une phase première de compréhension dissociée de la prise en compte des données numériques. Celles-ci ne sont introduites que dans un deuxième temps, comme justifié ci-après.

Les traitements des données numériques

L'activité de résolution de problème relève traditionnellement de l'arithmétique. On pourrait donc s'attendre à ce que les performances correspondantes dépendent fortement de celles relatives aux calculs et aux opérations. Tel n'est pas le cas. Ainsi, Muth (1984) rapporte que la dimension numérique et les calculs n'expliquent spécifiquement que 8% de la variance en résolution de problèmes chez des élèves de classe de sixième. Ainsi encore, les difficultés en résolution de problème surviennent même lorsque les opérations arithmétiques sont maîtrisées des élèves (Cummins et al., 1988 ; Swanson, 2017). Plus convaincant encore, Fuchs et al. (2014) partent du constat que deux dimensions indépendantes sont impliquées dans la résolution de problèmes : celle relative aux calculs et celle ayant trait au problème lui-même. Toutefois, cette indépendance repose essentiellement sur les valeurs des corrélations. Les auteurs se proposent donc d'évaluer si et dans quelle mesure des interventions portant respectivement sur les calculs et les problèmes ont des impacts spécifiques (des calculs sur les calculs ; des problèmes sur les problèmes) ou des effets s'étendant à l'autre dimension. Quelque 1102 élèves de CE1 sont répartis aléatoirement dans trois groupes entraînés pendant 17 semaines, l'un aux calculs, l'autre aux traitements des problèmes, le troisième étant un groupe contrôle (business as usual). Les résultats font apparaître que les effets sont spécifiques : l'entraînement au calcul a un impact sur le calcul seul ; l'entraînement aux problèmes n'a d'impact que sur les problèmes. Ces résultats confortent la thèse de l'indépendance relative des deux dimensions, qui s'avèrent donc séparables (Fuchs et al., 2019).

Les études comportementales et celles qui ont abordé la lecture des énoncés illustrent les modalités de traitement des énoncés incluant ou non des données numériques. Zagar et al. (1991) ont comparé en autoprésentation segmentée (i.e. les textes sont découpés en 7 segments certains incluant des nombres, d'autres non, que les lecteurs se présentent un à un sur écran en contrôlant eux-mêmes les durées de présentation) les mêmes textes présentés à des élèves de CM1 soit comme des récits à comprendre (suivis de questions) soit comme des problèmes à résoudre (avec réponse numérique à fournir). Les patrons de lecture diffèrent quels que soient les niveaux en calcul et lecture des élèves : les récits sont lus plus lentement que les énoncés (noter qu'il s'agit des mêmes textes comportant les mêmes informations) et les durées de traitement des segments numériques sont plus longues mais seulement sous la condition problèmes. Tout se passe comme si les élèves passaient rapidement sur les parties textuelles dans les énoncés et se focalisaient d'emblée sur les nombres alors que les segments textuels sont traités plus lentement sous la condition récit. En d'autres termes, les élèves se focalisent sur les données numériques dans le cas des énoncés et accordent une moindre importance aux informations permettant l'élaboration d'une représentation de la situation décrite. De Corte et Verschaffel (1981, 1986 ; De Corte, Verschaffel & Pauwells, 1990) rapportent, lors de l'étude à partir des mouvements oculaires de la lecture d'énoncés de problèmes de différents types (e.g. comparaison, changement) que les élèves (de CE1), notamment les plus faibles, ne traitent que superficiellement les dimensions textuelles des énoncés (bypass the semantic processing phase) et tendent à se précipiter sur les données numériques (jump to calculations) pour effectuer des calculs sans avoir analysé la situation décrite.

Les données ci-dessus rapportées mettent en évidence la tendance des élèves de l'école élémentaire, surtout mais pas seulement les plus faibles, à se focaliser sur les données numériques et à les traiter en réalisant des calculs sans avoir le plus souvent lu et compris l'énoncé. Il s'ensuit des erreurs d'interprétation et des résultats erronés, en particulier lorsque les problèmes présentés sont les plus difficiles (e.g. problèmes dits non-consistants, Hegarty et al., 1995). La présence de données numériques dans les énoncés peut ainsi apparaître, au moins dans un certain nombre de cas, comme un obstacle à la compréhension des situations évoquées.

La présente étude

Les constats relatifs à l'importance fondamentale de la compréhension des énoncés au cours de la résolution de problèmes et des effets interférents de la présence des données numériques qui tendent à induire la focalisation initiale de l'attention, notamment chez les élèves les plus faibles, nous ont conduits à dissocier la présentation des énoncés de celle des données numériques. Nous avons testé l'efficacité d'une nouvelle procédure : présenter les problèmes dont nous étudions la résolution en donnant à lire, dans un premier temps, les énoncés dépourvus de leurs données numériques, de manière à « forcer » les élèves à assurer la compréhension des situations décrites. Ensuite, dans une deuxième phase, les données numériques sont introduites, permettant aux élèves d'écrire les équations et/ou de réaliser les calculs. Les performances d'élèves de CE2 confrontés pendant 12 semaines à cette approche au cours même des activités mathématiques en classe, conduites par leur enseignant(e)s (Groupe expérimental : GE), ont été comparées à celles, traditionnelles (les énoncés étant présentés d'emblée avec leurs données numériques), menées par un groupe contrôle (GC) apparié au pré-test sur les compétences en calcul et en lecture, ainsi que sur l'empan de mémoire attestant du niveau d'efficience générale. L'appariement entre les deux groupes a ainsi été contrôlé en mesurant chez tous les élèves les habiletés de calcul exact et approximatif, la compréhension de mots à l'écrit et l'empan verbal de chiffres.

Notre objectif est également de tester l'efficacité de la nouvelle procédure non seulement pour améliorer la performance en résolution de problèmes chez tous les élèves, et plus particulièrement chez les élèves les plus en difficulté, mais également pour réduire la dispersion des performances au sein des classes, et plus particulièrement ici encore chez les élèves les plus en difficulté. Cette dispersion - plus importante dans les classes situées en réseau d'éducation prioritaire qui gèrent une plus grande mixité sociale – est aussi un reflet des inégalités en résolution de problèmes selon le profil social (défavorisé *versus* très favorisé) des élèves.

Trois hypothèses sont mises à l'épreuve en regard (i) du rôle que nous accordons à la compréhension dans l'activité de résolution de problèmes, (ii) des liens rapportés dans la littérature entre la compréhension et les performances en résolution de problèmes, (iii) de la stabilité des différences observées dans les évaluations nationales selon le profil social (défavorisé *versus* très favorisé) des élèves. Premièrement, les performances arithmétiques du GE (initialement équivalentes à celles du GC au pré-test), devraient être significativement plus élevées au post-test que celles du GC, cette amélioration devant bénéficier davantage aux élèves des classes en éducation prioritaire (milieu REP) qu'aux élèves des classes hors éducation prioritaire (milieu Non REP). Deuxièmement, la dispersion des performances devrait diminuer dans le GE par comparaison au GC, et cela davantage également dans les classes REP que dans les classes Non REP, la focalisation initiale de l'attention des élèves sur la compréhension des énoncés profitant particulièrement aux élèves les plus faibles (Non REP). Troisièmement, les performances arithmétiques des élèves du GE devraient se maintenir à un post-test différé de plusieurs semaines, et même de plusieurs mois, le maintien des effets d'entrainement étant rarement attesté dans les études d'entraînement comme le soulignent Fuchs et al (2021).

Méthode

Participants[17]

Vingt-deux classes de CE2 ont participé à cette étude. Ces classes ont été recrutées dans des circonscriptions de la région Hauts de France où les inspecteurs de l'Éducation Nationale ont donné leur accord pour la participation des enseignants. Seize classes étaient issues d'écoles situées en réseau d'éducation prioritaire (milieu REP) et six classes d'écoles hors réseau d' éducation prioritaire[18] (milieu Non REP).

Au final, les données de 389 élèves (N_{REP} = 263 et N_{NonREP} = 126) ont été exploitées sur un total de 453 après exclusion des élèves absents à l'un et/ou l'autre des tests (N=64), essentiellement en raison de la crise sanitaire. Hormis les absents, aucun élève n'a été exclu des analyses.

Matériel

Le matériel utilisé dans les tests comprend une épreuve standard qui évalue les performances en résolution de Problèmes Arithmétiques (PA) et quatre épreuves contrôles qui

[17] L'étude a reçu le consentement du comité d'éthique d'établissement de l'université de Lille le 20 juillet 2021 sous la référence 2021-522-S96 et l'acronyme *Recherche RDPA*

[18] L'appartenance d'un collège et donc, plus particulièrement de son réseau d'écoles à l'éducation prioritaire est déterminée par un indice social qui comprend quatre paramètres impactant la réussite scolaire : le taux de catégories socio-professionnelles défavorisées ; le taux d'élèves boursiers ; le taux d'élèves résidant dans un quartier prioritaire des politiques de la ville ; le taux d'élèves ayant redoublé avant la sixième. Les trois premiers critères sont reliés aux revenus des familles.

évaluent des compétences associées à la résolution de problèmes : Opération Arithmétiques (OA), Compréhension à l'écrit (CE), Empan verbal (EV) et Estimation Numérique (EN). Les épreuves OA et EN mesurent respectivement les habiletés de calcul exact et de calcul approximatif. L'épreuve CE mesure la lecture et la compréhension de mots à l'écrit. Enfin, l'épreuve EV mesure l'empan verbal de chiffres. Ce matériel est décrit précisément dans la partie « Description des tests ».

Le matériel utilisé dans les séances d'apprentissage comprend une banque de problèmes (n = 92) exploitée par les enseignants du GE et du GC durant les séances consacrées à la résolution de problèmes arithmétiques. Ces problèmes ont été sélectionnés selon plusieurs critères. Le premier est qu'il s'agit de « problèmes additifs » distingués selon la classification de Riley et al. (1983) : un tiers relève de la catégorie transformation, un tiers de la catégorie combinaison et un dernier tiers de la catégorie comparaison. Un second critère tient à une complexification progressive des problèmes proposés qui s'appuie sur (1) le contexte familier, scolaire ou peu familier de l'énoncé, (2) le nombre d'étapes nécessaire à la résolution, (3) la taille des nombres, (4) les unités de mesure en jeu (longueur, masse, durée, prix), (5) le codage ordinal/cardinal des problèmes (Gros et al., 2021). La banque est ainsi organisée en six paliers de difficulté croissante. Chaque palier est organisé de sorte que les différentes catégories de problèmes soient proposées une ou deux fois à chaque palier. Les problèmes de cette banque ont été conçus à partir des attendus de fin de CE2 et de l'ouvrage de Graff et al. (2009).

Tableau I. Exemples de problèmes en version avec et sans valeur numérique

Examples of word problem with and without numerical values

	Problème sans valeurs numériques	Problème avec valeur numérique
Changement	J'avais un bouquet. J'ai ajouté des fleurs à mon bouquet. J'en compte maintenant un certain nombre. Comment faire pour connaître le nombre de fleurs que j'avais au départ ?	J'ai ajouté 16 fleurs à mon bouquet. J'en compte maintenant 48. Combien avais-je de fleurs avant ?
Combinaison	Pour le carnaval, la directrice a acheté un certain nombre de masques. Il y a un certain nombre de masques de souris et des masques de loups.	Pour le carnaval, la directrice a acheté 1430 masques. Il y a 457 masques de souris et des masques

	Comment faire pour connaître le nombre de masques de loups ?	de loups. Combien y a-t-il de masques de loups ?
Comparaison	Clément a des billes. Alice a un certain nombre de billes. Alice en a plus que lui. Comment faire pour connaître le nombre de billes de Clément ?	Clément a des billes. Alice a 756 billes. Elle a 223 billes de plus que Clément. Combien de billes Clément a-t-il ?

Procédure générale

Les élèves (N = 389) ont été répartis[19] dans deux groupes, le groupe expérimental (GE) et le groupe contrôle (GC), qui comportaient le même nombre de classes (n = 11) et la même proportion de classes provenant de réseaux d'éducation prioritaires (milieu REP, n = 8) ou non prioritaires (milieu Non REP, n = 3). Le GE était constitué de 199 élèves (dont 131 en REP et 68 en Non REP) et le GC de 190 élèves (dont 132 en milieu REP et 58 en milieu Non REP). Les deux groupes ayant été établis à partir des classes retenues par les inspecteurs de l'Éducation Nationale, tous les élèves ont été soumis à un pré-test permettant d'évaluer non seulement les habiletés en résolution de problèmes arithmétiques (PA), mais également certaines compétences associées à la résolution de problèmes : les opérations arithmétiques (OA), la compréhension à l'écrit (CE), l'empan verbal (EV) et l'estimation numérique (EN). Il s'agissait ainsi de vérifier l'homogénéité des deux groupes constitués de façon non totalement aléatoire. Les traitements statistiques ont vérifié que les deux groupes (GE et GC) ne différaient pas significativement aux épreuves du pré-test dans chacun des milieux (REP et Non REP).

La procédure mise en œuvre comprend un pré-test (T0), une phase d'apprentissage (12 semaines), un post-test immédiat (PT1) et deux post-tests différés (PT2, PT3). Le pré-test (T0) a été administré juste avant le début de l'apprentissage vers la fin du premier trimestre scolaire. La durée totale de passation était d'environ 45 minutes. Tous les participants passaient les épreuves dans l'ordre suivant : EV, EN, PA, CM, et CE. Le post-test immédiat (PT1) a été conduit après la phase d'apprentissage au retour de quinze jours de vacances (début du troisième trimestre scolaire). Il comprenait uniquement l'épreuve PA (Problème Arithmétique). La durée totale de passation était d'environ 15 minutes. Le premier post-test différé (PT2) a été administré un mois et demi après l'entraînement (vers la fin du troisième trimestre scolaire) et le second post-test différé (PT3) quatre mois et demi après la fin de l'entraînement, au retour des vacances

[19] Cette répartition a été effectuée de façon non totalement aléatoire en tenant compte des circonscriptions auxquelles sont rattachées les classes des groupes GE et GC de manière à empêcher les contacts et les échanges (notamment par rapport aux réunions de formation et de suivi proposées dans chaque groupe).

d’été, et uniquement dans le groupe GE, pour contrôler la stabilité des performances. L'épreuve PA était strictement identique pour les passations T0, PT1 et PT2 ; elle comprenait les mêmes problèmes mais avec des nombres différents pour la passation PT3[20]. Les nombres choisis impliquaient les mêmes difficultés et les mêmes procédures (même ordre de grandeur et même écart entre les nombres).

Avant le début de l’entraînement, les enseignants des deux groupes ont bénéficié d'une formation d'environ 2 heures durant laquelle étaient présentées la banque de problèmes (selon les types de problèmes, le contexte des énoncés, le nombre d’étapes pour atteindre la résolution et la taille des nombres utilisée) et sa construction spiralaire intégrant tous les types de problèmes à tous les paliers. La formation abordait plus spécifiquement sa construction et les critères de complexification. Les enseignants étaient autorisés à réorganiser la séquence d'apprentissage s’ils ne pouvaient pas suivre l’intégralité des problèmes proposés. Cette réorganisation leur permettait de conserver une diversité de problèmes proposés aux élèves selon le type de problèmes, le contexte, le nombre d’étapes et la taille des nombres. Les enseignants du GE bénéficiaient d'une seconde formation d’environ 2 heures à la démarche de résolution à proposer aux élèves relativement à la phase de présentation des énoncés sans données numériques.

Durant le déroulement de l'expérimentation, tous les enseignants du GE et du GC pouvaient échanger sur leurs pratiques et la mise en œuvre de la banque *via* une plateforme numérique dédiée à cet usage. Cette plateforme permettait également aux promoteurs de l’étude de déposer les problèmes de la banque tous les 15 jours (par paliers progressifs), de solliciter au besoin ces promoteurs, et enfin de transmettre régulièrement le relevé des problèmes effectivement traités, ce qui permettait de suivre le type et le nombre total de problèmes abordés dans chaque classe. De plus, au cours des 12 semaines de la phase d'apprentissage, les enseignants du GE étaient conviés à deux réunions de régulation en distanciel (d'environ une heure trente chacune) afin d'échanger sur la démarche mise en œuvre et de répondre à leurs questions. Durant cette phase, un des promoteurs de la recherche (la première auteure) s'est

[20] Pour le troisième post-test (PT3), nous avons choisi des problèmes identiques aux tests précédents (TO, PT1 et PT2) afin de permettre les comparaisons. Nous avons toutefois modifié les valeurs numériques des problèmes du dernier post-test (PT3) pour vérifier que les progrès observés aux post-tests précédents ne résultaient pas seulement d’un effet « test-retest ». Quant aux classes du groupe contrôle, les conditions logistiques ne nous ont pas permis de réaliser les deux post-tests différés.

également rendue trois fois dans chacune des classes du GE pour s'assurer du respect du protocole et, au besoin, réguler la démarche des enseignants.

Description des tests

Problème Arithmétique (PA).

Cette épreuve est composée de vingt problèmes extraits de l'échelle de Weschler (WISC 4) et adaptés pour une passation collective à l'écrit. L'élève doit lire chaque problème, effectuer les calculs mentalement (sans papier), puis écrire sa réponse. Un temps total limité à huit minutes est accordé pour résoudre le maximum de problèmes. Ces problèmes suivent un ordre croissant de difficulté. On totalise 11 problèmes additifs à une étape ; 2 problèmes additifs à deux étapes ; 3 problèmes multiplicatifs à une étape dont un impliquant des décimaux et deux impliquant une démarche de division ; et enfin 4 problèmes additifs et multiplicatifs à deux étapes. Pour tous les problèmes, le contexte est familier (gâteaux, livres, images, etc.). La réponse à chaque problème est cotée 2 points si la réponse est correcte ; 1 point si la réponse est erronée mais l'opération correcte (erreurs de calcul) ; 0 point en l'absence de réponse ou si la réponse est erronée (score max. = 40).

Opération arithmétique (OA).

L'épreuve Opération arithmétique (Claracq & al., 2022) est composée de trois séries de 40 opérations qui évaluent respectivement les opérations d'addition, de soustraction et de multiplication sur des opérandes à un ou deux chiffres (avec résultats <100). Pour chaque série, l'élève dispose d'une minute pour résoudre un maximum d'opérations. Le résultat de chaque opération est coté 0 ou 1 (score max. = 40 à chaque série).

Compréhension à l'écrit (CE).

L'épreuve Compréhension à l'écrit est une épreuve d'identification et de compréhension de mots écrits sans support imagé extraite d'une ressource orthophonique (Morcrette, 1993). A chaque item, l'élève doit lire une phrase et la compléter en choisissant le dernier mot sémantiquement correct parmi cinq, les quatre autres étant sémantiquement non pertinents (par exemple : *Tous les chiens ont quatre… bouches, pattes, pinces, prunes, oreilles*). L'épreuve comporte au total 22 items et les élèves disposent de huit minutes pour compléter toutes les phrases. La cotation est binaire (score max. = 22).

Empan verbal (EV).

L'épreuve Empan verbal est une adaptation collective de l'épreuve *Répétition de chiffres* issue de la batterie ZAREKI-R (von Aster et Dellatolas, 2006). Elle comporte sept items, chaque item étant constitué de deux essais. A chaque essai, l'élève doit écouter une série de chiffres (entre 1 et 9) présentés à l'oral (à raison d'un nombre par seconde). Après la présentation de la série, l'élève doit entourer les chiffres écrits selon la suite canonique (de 1 à 9) sur le cahier de réponse dans l'ordre de leur présentation orale. Le premier item est composé de deux chiffres ; le septième et dernier de huit chiffres. Chaque essai est codé 0 ou 1 (score max. = 14).

Estimation numérique (EN).

L'épreuve Estimation numérique est issue de la batterie ZAREKI-R (von Aster et Dellatolas, 2006) adaptée pour une passation collective. Elle comporte six items. Les élèves doivent positionner sur un segment de droite bornée (de 0 à 100) un nombre présenté à l'oral (trois items) ou à l'écrit (trois items). Pour les deux séries d'items, une grille de cotation permet d'attribuer à chaque réponse un score compris entre 0 et 2 points suivant l'éloignement correspondant au placement exact (score max. = 12).

Description de l'apprentissage

Dans le groupe GE, les élèves résolvaient les problèmes fournis dans la banque, d'abord sans les nombres, puis avec les données numériques. Les élèves du groupe GC utilisaient la même banque de problèmes que le groupe GE mais résolvaient immédiatement tous les problèmes comportant les données numériques après lecture par l'enseignant, puis par quelques élèves. Dans les deux groupes, le texte du problème était écrit au tableau et accessible dans le cahier de l'élève. Ce texte restait disponible tout au long des séances et pouvait donc être relu par les élèves. D'après les données d'un sondage réalisé auprès de tous les enseignants, chaque élève des deux groupes, GE comme GC, consultait au moins deux fois le texte du problème[21].

Dans le groupe GE, les enseignants incitaient les élèves à traiter les problèmes sans données numériques en mettant l'accent sur la compréhension. Les élèves étaient amenés à reformuler l'énoncé, à recourir à des mimes et des simulations avant de s'engager dans des représentations, des schémas, puis de passer à l'opération. Les gestes sont progressivement devenus un canal de communication privilégié pour la compréhension. Les représentations ou schémas n'étaient pas imposés aux élèves ; ils évoluaient au fil des séances selon un cheminement individuel.

[21] Ce sondage est un indicateur dont la fiabilité n'est pas objectivement démontrable puisque les enseignants n'avaient pas reçu la consigne de comptabiliser le nombre exact de lectures du texte réalisé par les élèves.

Les enseignants des deux groupes proposaient au plus deux énoncés de problèmes chaque jour de la semaine pour une durée totale d'environ 45 minutes.

Chaque élève pouvait être confronté au plus à 92 problèmes au cours des douze semaines d'entraînement. Chaque problème était fourni avec une mise en page spécifique et un support cahier. Le relevé par les enseignants des problèmes effectivement réalisés en classe montre que le GE a traité en moyenne 58.3 problèmes (écart-type de 17.7) tandis que le GC a traité en moyenne 70.5 problèmes (écart-type 15.9). La différence entre les deux groupes est marginalement significative en faveur du GC ($t(20) = 1.63$, $p = 0.061$).

Résultats

Les moyennes et écarts-types des performances des enfants au pré-test (TO) et aux 3 post-tests (PT1, PT2, PT3), ainsi que les moyennes et écarts-types des scores aux épreuves individuelles, sont présentés dans le tableau I.

Tableau II. Moyennes (écarts-types) des scores à chaque épreuve dans GE et GC (N = 389)
Mean scores (standard deviation) according to tasks and groups (N = 389)

	GE		GC	
	REP N = 131	Non REP N = 68	REP N = 132	Non REP N = 58
Problèmes Arithmétiques :				
TO	23,7 (5,88)	25,7 (5,36)	23,2 (6,45)	24,7 (6,27)
PT1	26,9 (5,08)	28,4 (5,53)	24,3 (6,78)	26,4 (6,90)
PT2	28,2 (5,52)	30,3 (6,99)	-	-
PT3	27,4 (4,80)	29,0 (5,64)	-	-
Opération arithmétique (OA)	35,9 (9,12)	36,1 (9,32)	34,7 (10,6)	36,9 (11,4)
Compréhension à l'écrit (CE)	14,5 (3,93)	15,8 (3,04)	13,3 (3,92)	14,8 (4,21)
Empan verbal de chiffres (EV)	7,27 (1,98)	7,28 (2,04)	7,38 (2,21)	7,22 (1,74)
Estimation numérique (EN)	6,10 (2,27)	6,55 (1,78)	6,13 (2,28)	5,91 (2,37)

Deux constats ressortent de l'examen du tableau II. Tout d'abord un effet du milieu : à l'exception de l'épreuve EV (Empan verbal de chiffres), les scores des classes REP sont plus faibles que ceux des classes Non REP. Un autre effet ressort dans le groupe expérimental, celui du facteur tests : les performances augmentent entre TO et PT1, et cette augmentation se maintient aux post-tests suivants (PT2, PT3) pour les groupes dont le suivi a été assuré. Ces deux constats confortent les hypothèses qui ont motivé la recherche. Les analyses statistiques suivantes valident ces constats.

Homogénéité des performances au pré-test

Pour vérifier l'homogénéité des performances dans les deux groupes (GE et GC) avant l'intervention, une analyse multivariée de la variance (MANCOVA) a été conduite sur tous les scores du pré-test en prenant comme prédicteurs catégoriels le facteur milieu (REP, Non REP) et le facteur groupe (GE, GC). Sur les scores PA, cette analyse révèle un effet significatif du facteur milieu ($F(1, 374) = 9.96$, $p<.002$) et aucun effet significatif du facteur groupe ($F(1, 374) < 1$, ns), ni aucun effet significatif de l'interaction groupe x milieu ($F(1, 374) < 1$, ns). Les comparaisons effectuées sur les autres scores (OA, CE, EV, EN) n'indiquent aucune différence significative au seuil $p<.05$, non seulement entre les groupes GE et GC, excepté sur l'épreuve CE ($F(1,374) = 7.47$, $p<.007$) ; mais également entre les milieux REP et Non REP, excepté ici encore sur l'épreuve CE ($F(1,374) = 10.42$, $p<.001$). L'effet d'interaction milieu x groupe n'est significative sur aucun des autres scores au seuil $p<.05$ (OA, CE, EV et EN).

Effets de l'intervention selon le groupe et le milieu

Pour analyser statistiquement les effets de l'intervention, des analyses de la variance pour mesures répétées ont été réalisées pour évaluer l'évolution des performances arithmétiques entre T0 et les post-tests (PT1, PT2, PT3). Puis une analyse post-hoc (t-test) a été utilisée pour comparer les progressions en fonction des groupes et du milieu.

Une première ANOVA pour mesures répétée a été conduite sur les scores PA du pré-test (TO) et du post-test 1 (PT1) en prenant comme facteurs inter-sujets les variables groupe et milieu. Il en ressort un effet significatif du facteur test ($F(1, 385) = 6.42$, $p<.01$), du facteur groupe ($F(1, 385) = 71.59$, $p<.01$) et du facteur milieu ($F(1, 385) = 8.83$, $p<.003$). L'interaction test x groupe est significative ($F(1, 385) = 8.59$, $p<.004$). Aucune autre interaction n'est significative au seuil $p<.05$ (test x milieu : $F(1, 385) < 1$, ns ; groupe x milieu : $F(1, 385)) < 1$, ns ; test x groupe x milieu : $F(1, 385) = 1.12$, ns).

Afin d'analyser la seule interaction significative (test x groupe), une seconde ANOVA pour mesures répétée a donc été conduite sur les scores PA du pré-test (TO) et du post-test 1 (PT1), séparément pour les milieux REP et Non REP. Dans le milieu REP, on trouve un effet significatif du facteur test (F(1, 261) = 52.5, p<.001) et un effet significatif de l'interaction test x groupe (F(1, 261) = 12.2, p<.001). La taille de l'effet du facteur test est modérée (éta carré partiel : 0.17). Dans le milieu Non REP, on trouve également un effet significatif du facteur test (F(1, 124) = 28.36, p<.001) mais pas d'effet significatif de l'interaction test x groupe (F(1, 124) = 1.33, ns). La taille de l'effet du facteur test est également modérée (éta carré partiel : 0.19).

Afin de comparer les progressions entre T0 et PT1 dans le milieu R à celle du milieu Non REP dans les deux groupes GE, nous avons calculé les différences de scores PA entre T0 et PT1 et comparé ces différences selon le milieu ou le groupe. Dans le milieu R, la progression de GE diffère significativement de celle de GC (t(261) = 3.49, p<.001). Dans le milieu Non REP, la progression de GE ne diffère pas significativement de celle de GC (t (124) = 1.15, ns). Au final, comme l'illustre la figure 1, la progression des scores PA entre T0 et PT1 apparaît dans les deux groupes et les deux milieux. Toutefois, la progression est significativement plus importante dans le groupe GE en milieu REP.

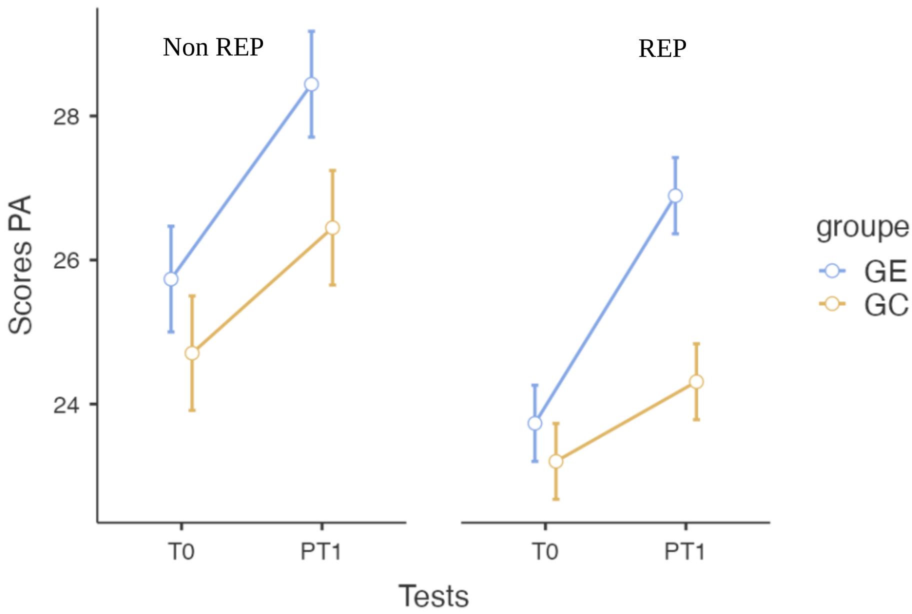


Figure 1. Scores moyens observés à T0 et PT1 à l'épreuve PA selon le groupe et le milieu.
Pre-test (T0) and immediate post-test (PT1) mean scores on the PA task according to class status and groups

Évolution de la dispersion des performances

Les moyennes et écarts-types des variances interclasses observés à T0 et PT1 à l'épreuve Problèmes Arithmétiques (PA) sont rapportés dans le tableau III.

Tableau III. Moyennes (écarts-types) des variances interclasses à l'épreuve PA (n=22)

Means of interclass variances (standard deviation) on PA task (n = 22)

	GE		GC	
	REP n = 8	Non REP n = 3	REP n = 8	Non REP n = 3
T0 (PA)	36,7 (12,7)	27,8 (16,7)	42,5 (10,5)	39,6 (10,6)
PT1 (PA)	27,2 (12,9)	29,2 (12,6)	47,1 (15,8)	43,7 (20,1)

Une ANOVA sur les variances du pré-test avec les facteurs groupe et milieu comme prédicteurs catégoriels indique une absence d'effet significatif du facteur groupe ($F(1, 18) = 1.70$, ns), du facteur milieu ($F(1, 18) = 0.75$, ns) et de l'interaction entre groupe et milieu ($F(1, 18) = 0.19$, ns). Initialement, les deux groupes et les deux milieux ne diffèrent donc pas. Une seconde ANOVA conduite sur les variances du post-test révèlent cette fois un effet significatif du facteur groupe ($F(1, 18) = 5.71$, $p<.03$) tandis que les effets du facteur milieu ($F(1, 18) = 0.01$, $p = .93$) et de l'interaction groupe x milieu ($F(1, 18) = 0.14$, ns) restent non significatif.

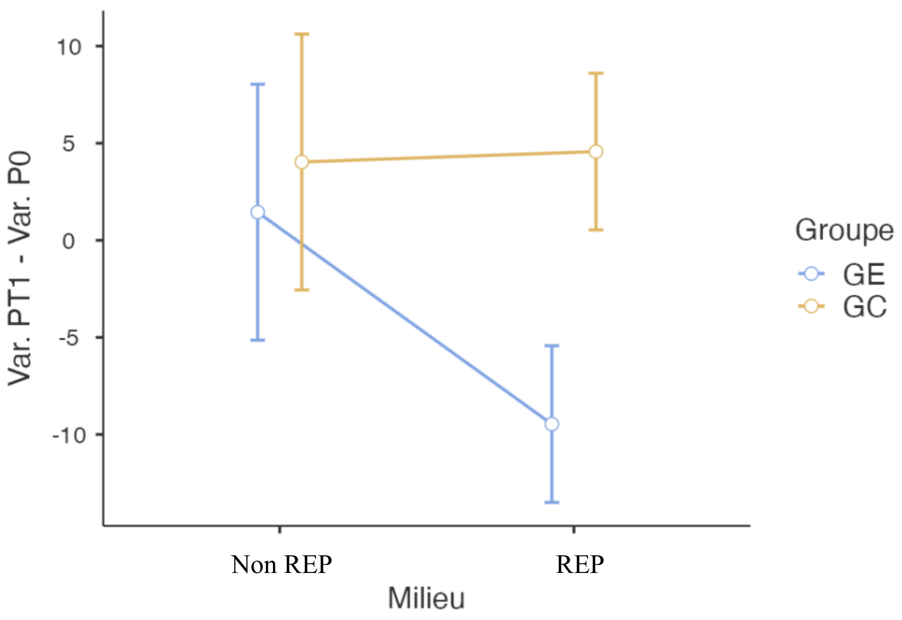


Figure 2. Différences des variances interclasses entre T0 et PT1 à l'épreuve PA

Differences in interclass variances between T0 and PT1 on PA task

Pour comparer l’évolution des variances interclasses entre les groupes GE et GC, nous avons calculé la différence entre les variances du post-test et celle du pré-test pour chaque classe. Comme l’illustre la figure 2, la moyenne des différences est plus faible dans le groupe GE que dans le groupe GC, et plus encore dans le milieu REP que dans le milieu Non REP. Ces constats sont corroborés statistiquement : la différence des variances interclasses entre GE et GC est significative dans le milieu R ($t(14) = 2.33$, $p<.035$) et elle ne l’est pas dans le milieu Non REP ($t(4) = 0.36$, ns).

Performances différées dans le groupe expérimental

Les données relatives à l'évolution des performances arithmétiques (PA) du groupe expérimental (GE) entre le post-test immédiat (PT1) et les deux post-tests différés (PT2 et PT3) figurent dans le tableau I (ci-dessus). Une ANOVA pour mesures répétées a été réalisée sur l'évolution des scores PA en prenant comme facteur inter-sujets la variable milieu (REP, Non REP). Il en ressort un effet significatif du facteur tests ($F(2,306) = 5.97$, $p<.003$), un effet significatif du facteur milieu ($F(1, 153) = 6.14$, $p<.014$), et pas d'effet significatif de l'interaction tests x milieu ($F(2, 306) < 1$, ns).

Les comparaisons *post hoc* sur les trois modalités de la variable tests (comparées deux à deux) font ressortir un effet significatif uniquement entre le premier post-test (Mai) et le second (Juin), $t(153) = 3.02$, $p<.008$), les deux autres comparaisons s'avèrent non significatives au seuil $p<.05$ (entre Mai et Septembre : $t(153) = 1.31$, ns ; entre Juin et Septembre : $t(153) = 2.13$, ns).

Conclusion – Discussion

Les données de la littérature consacrée à la résolution de problèmes arithmétiques simples font ressortir deux principales conclusions. D’une part, les principales difficultés tiennent moins à la situation problème elle-même qu’à la compréhension des énoncés qui la décrivent, et cela surtout, mais pas exclusivement, chez les élèves les plus faibles. D’autre part, ces derniers tendent à se focaliser d’emblée sur les données numériques et à les traiter sans avoir suffisamment compris l’énoncé pour sélectionner et effectuer l’opération pertinente. Il s’ensuit fréquemment des erreurs d'interprétation et des résultats erronés. Ces difficultés sont connues depuis longtemps et diverses modalités d'intervention ont cherché à améliorer les performances des élèves. Notre travail prolongeait les tentatives antérieures en adoptant une approche radicale : dissocier la phase de compréhension des énoncés de celle de traitement des données numériques. Il s'agissait ainsi de contraindre les élèves à consacrer un premier temps à la compréhension des situations décrites dans les énoncés sans être gênés par la présence de données numériques et sans être tentés d'effectuer d'emblée des traitements sur ces dernières. Celles-ci ne pouvaient être réalisées que dans un second temps.

Pour cela, à chaque séance de travail, nous avons présenté, dans un premier temps, à des élèves de CE2 scolarisés dans des milieux contrastés (REP et NON-REP), des énoncés dépourvus de données numériques. Puis, dans une seconde phase, et après un travail collectif approfondi portant sur la compréhension des énoncés, les données numériques ont été introduites dans les énoncés et les élèves invités à résoudre les problèmes. Cette procédure a été appliquée pendant 12 semaines dans le groupe expérimental (GE) alors qu'un groupe contrôle (GC) abordait les mêmes problèmes avec la même progression selon une approche traditionnelle (données numériques d'emblée présentes). Le temps total imparti à cet apprentissage était égalisé dans les deux groupes (45 minutes au plus par jour). Si nécessaire, le groupe contrôle traitait davantage de problèmes, toujours avec les données numériques présentes.

Dans cette quasi-expérimentation (les écoles et les élèves ne pouvaient être affectés au hasard) les performances des GC et GE ont été comparées avant le début de la recherche (pré-test) puis au cours de plusieurs post-tests (PT1, PT2 et PT3) différés dans le temps. Nous attendions une amélioration des performances et une diminution des différences interindividuelles significativement plus importante dans le GE que dans le GC entre le pré- et les post-tests, et plus marquée dans les populations REP que NON-REP.

Les résultats portant sur les performances globales sont conformes à nos attentes. Tous les élèves progressent entre le pré- et le premier post-test, ceux du GC comme ceux du GE, ceux des NON-REP comme ceux des REP. Ce résultat est normal puisque les deux groupes et les deux populations travaillent sur la résolution de problèmes arithmétiques à partir des mêmes énoncés et selon la même progression au cours de la même période. Toutefois, les analyses mettent en évidence que les élèves du GE progressent significativement plus (+ 3 points environ) que ceux du GC (+ 1,5 point environ) bien que ces derniers aient traités un peu plus de problèmes que les premiers. Le même constat vaut pour les deux populations dans le GE : les élèves de REP du GE (+ 3,2) progressent significativement plus que ceux de NON-REP du

GE (+ 2,7) ; des progrès apparaissent également dans le GC mais, outre leur moindre intensité, ils ne sont pas significatifs : GC REP (+ 1,1) et GC NON-REP (+ 2,1). En d'autres termes, ce sont bien les modalités du protocole dissociant une phase de compréhension des énoncés de celle du traitement des données numériques qui induisent une amélioration significative des performances au premier post-test par comparaison avec le GC ; et cette amélioration est significativement plus forte avec les REP qu'avec les NON-REP dans le seul GE. Ce résultat confirme et prolonge les données antérieures qui ont mis en évidence d'abord les fortes corrélations entre compréhension et résolution de problèmes (Lin, 2021 ; Spencer et al., 2020 ; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008), puis ont montré que les progrès en compréhension des énoncés étaient dissociables de ceux obtenus dans les calculs (Fuchs et al., 2014), et ont ensuite élaboré et testé des dispositifs d'intervention en explicitant les formulations des énoncés de manière à les rendre plus compréhensibles (Cummins, 1991) ou en amenant les élèves à utiliser des schématisations (schémas, Cook et al., 2020, Powell, 2011, ou lignes, Gonsalves & Kawec, 2014) intégrés dans les activités de résolution. Plus récemment, plusieurs recherches ont associé divers modes de travail avec les élèves : schémas, stratégies mais aussi recours à des rappels et paraphrases des énoncés, de manière à assurer la compréhension (Jitendra et al., 2015 ; Vicente et al., 2007). Fuchs et al. (2018, 2020) concluent que l'amélioration des performances en résolution de problèmes devrait passer par l'instruction portant sur le langage et la compréhension, et non sur les calculs. Telle a été notre démarche, à notre connaissance la seule à dissocier au cours de l'enseignement la phase de compréhension des énoncés et la prise en compte des données numériques. Et à montrer l'efficacité de cette démarche, à court et moyen termes (voir plus loin) par comparaison avec une approche traditionnelle : il est donc possible de conclure que l'intervention sur la compréhension des énoncés suivie de la prise en compte des données numériques a un impact positif sur les performances de tous les élèves, mais de manière plus forte chez les plus faibles (REP).

Un autre résultat majeur apparaît. Il concerne les différences interindividuelles : la dispersion des scores au premier post-test diminue dans le GE par rapport au pré-test – ce qui traduit une diminution des différences interindividuelles – alors même que cette dispersion augmente dans le GC, ce qui correspond à un accroissement des inégalités. Ce résultat est en accord avec la démarche que nous avons adoptée : les données de la littérature concluent de manière récurrente que les difficultés des élèves les plus faibles, notamment en relation avec leur origine sociale, tiennent à leur moindre maîtrise du langage et de la compréhension, en audition comme en lecture (Bianco, 2015 pour une synthèse ; Clinton-Lisell, 2022 ; Swanson et al., 2017). Les interventions de notre protocole, se focalisant sur l'activité de compréhension ont donc promu une amélioration de celle-ci, notamment chez les plus faibles, permettant à ceux-ci de se rapprocher des performances des élèves initialement meilleurs qu'eux ; d'où la réduction des inégalités. Par contraste, les interventions traditionnelles parce qu'elles ne consacrent pas d'attention particulière à la compréhension des énoncés et ne préviennent pas le recours à des traitements numériques prématurés, contribuent à renforcer les différences interindividuelles et à permettre une augmentation des inégalités de performances.

Un troisième résultat pour lequel nous n'avons pu disposer de comparaisons avec le GC fait apparaître que les performances au premier post-test se maintiennent au deuxième post-test puis au troisième, chez les élèves de REP comme chez ceux de NON-REP. Par rapport au pré-test les améliorations de scores sont respectivement de +3,2 et +2,7 au PT1, puis +4,3 et +4,6 au PT2 (qui utilise les mêmes problèmes et les mêmes données numériques que le PT1) environ quatre semaines plus tard ; et enfin de +3,7 et +2,8 au PT3 (qui reprend les mêmes énoncés mais avec des données numériques modifiées) à la rentrée scolaire suivante, après 10 semaines environ de délai. Nonobstant les effets du milieu, les améliorations de scores entre le pré-test (P0) et les trois post-tests successifs (PT1, PT2, PT3) sont significatifs chez les élèves expérimentaux de REP (respectivement, $t(197) = 7.84$, $p<.001$; $t(175) = 5.01$, $p<.001$; $t(175) = 4.45$, $p<.001$) et chez les élèves expérimentaux de NON-REP (respectivement, $t(197) = 4.83$, $p<.001$; $t(175) = 7.70$, $p<.001$). En outre, ces améliorations ne sont pas empêchées par le changement des données numériques au PT3 (même problèmes avec des nombres différents), ce qui permet de dissocier ces améliorations du seul effet « test-retest ». Ces résultats comblent une lacune soulignée par Fuchs et al (2021) : jusqu'alors, très peu d'améliorations de performances ont donné lieu à des suivis permettant de vérifier la stabilité des apprentissages. L'absence de groupe contrôle oblige néanmoins à rester prudent quant aux conclusions car les effets possibles d'autres facteurs que ceux de l'approche choisie ne sont pas évalués.

Les améliorations relevées dans les performances des élèves de CE2 apparaissent significativement supérieures à celles de leurs pairs confrontés à une approche traditionnelle. Toutefois, nous avons eu recours à une démarche la plus proche possible des conditions usuelles d'enseignement et d'apprentissage : les élèves ont travaillé dans leurs classes, avec leurs enseignant(e)s, en suivant tous la même progression mais avec des différences (non significatives) de rythme et de nombre d'énoncés traités. Les évaluations ont été conduites en situation de groupes pendant les horaires scolaires. Ces conditions, respectueuses du fonctionnement de l'institution scolaire, sont celles d'une quasi-expérimentation. Nous n'avons pu affecter les élèves au hasard dans les différentes conditions. Les enseignant(e)s ont été formé(e)s en amont et suivi(e)s au cours des 12 semaines à la fois par la première autrice de cet article et au cours de séances de régulation en visio-conférence impliquant les trois promoteurs de ce travail. Toutefois, par respect pour ces enseignant(e)s, nous n'avons pas imposé un protocole détaillé, de manière à leur permettre d'élaborer au fur et à mesure des interactions avec leurs élèves un mode d'intervention qui leur était propre, pourvu qu'ils/elles s'en tiennent aux principaux principes. Ces conditions particulières constituent à la fois une faiblesse (relative) par rapport aux conditions idéales des expérimentations et une force, dans la mesure où elles revêtent un caractère réaliste (écologique et collaboratif) susceptible de mieux convaincre les enseignant(e)s et de mieux leur permettre d'adapter la démarche ici testée à leurs situations propres. Il serait utile de poursuivre sur de plus larges effectifs la validation empirique de notre démarche et d'y ajouter la prise en compte des modalités précises d'intervention des enseignant(e)s (les effets « maître ») et, ce faisant, de s'interroger sur les formations à mettre en place en amont (formation initiale) et en aval (formation continue), avec le souci d'apporter des améliorations, notamment en termes d'individualisation.

Nous avons sciemment dissocié le travail relatif à la compréhension des énoncés de celui consistant à introduire les données numériques en vue de la résolution. Ce faisant, nous avons implicitement considéré que la nature et la taille de ces données n'étaient pas susceptibles d'influer sur les procédures de résolutions. Il s'agissait évidemment d'une simplification, utile parce que nous travaillions avec des élèves de CE2, mais sur laquelle nous devrons revenir dans des recherches ultérieures. En CM1 et CM2 la nature des problèmes proposée sera élargie aux problèmes multiplicatifs. Concernant la taille des nombres, de nombreux travaux (Gvozdic & Sander, 2019 ; Koeninger & Nathan, 2004 ; Brissiaud et Sander (2010) montrent qu'avec une présentation classique, cette taille peut influencer la stratégie mise en en œuvre par l'élève. Or, avec une présentation initialement dépourvue de valeurs numériques, l'activité de l'élève pourrait être différente : de fait, les élèves ne sont plus amenés à opérer sur des nombres mais à mettre en œuvre une stratégie de résolution plus globale : au regard des ensembles en jeu et de leur relation d'ordre ou d'inclusion, le tout étant orienté par l'inconnue recherchée. De fait, le processus de re-représentation décrit dans le modèle SECO (Gros et al., 2020) ne peut être mis en œuvre de la même façon. Nous avons également laissé les élèves élaborer eux-mêmes les schémas qu'ils jugeaient utiles de produire, sans imposer de formes ; nous n'avons pas non plus cherché à formaliser les procédures de résolution et les opérations. Ces deux thématiques – utilisation de schémas et formalisation des opérations – feront l'objet de travaux ultérieurs.

Remerciements :

Nous remercions l’IA-IPR de mathématiques Régis Leclerc et les IEN chargés de la mission mathématique du département du Nord qui ont permis la mise en place de cette expérimentation et contribué à son bon déroulement : Catherine De Revière, Brigitte Capelain, Marion Desmarest et Thomas Dupont.

Nos remerciements vont aussi aux conseillers pédagogiques sans lesquels la réalisation de la recherche n’aurait pas été possible : Nathalie Camps, Stéphane Coupé, Nathalie Debrandt, Christophe Dubois, Véronique Dubois, Florence Duthilleul, Cécile Fornasari, Agnès Philippe.

Nous remercions aussi les auteurs des banques de problèmes qui ont constitué la base de l’élaboration de notre propre banque : Olivier Graff, André Jacquart, Antonio Valzan, Benoit Wozniak.

Enfin, nous remercions, les enseignant(e)s et élèves des différentes circonscriptions qui ont participé à la recherche : Lille1-centre, Lille 1-Hellemmes, Lille 2-Loos, Lille 3-Ronchin, Roubaix-Hem, Tourcoing-Est, Tourcoing-Ouest, Valenciennes-Anzin.

Conflit d’intérêt : aucun

Chapitre V ÉTUDE 2 : Expérimentation au CM1

V.1 Introduction de l'étude 2

Ce chapitre développe la deuxième expérimentation qui exploite les données de 387 élèves de CM1 (4ème grade).

Elle prolonge le travail mené en CE2 sur les problèmes additifs restreints aux nombres entiers. Au CM1, les problèmes incluent également des problèmes multiplicatifs, des nombres décimaux et des fractions

Au travers de cette expérimentation, nous testions comme précédemment l'hypothèse que les performances en résolution de problèmes arithmétiques (RDPA) pourraient être améliorées en privilégiant dans un premier temps la compréhension des énoncés verbaux avant d'introduire les données numériques et le calcul.

Les effets attendus de cette démarche d'apprentissage de la résolution de problèmes axé sur la compréhension, concernaient non seulement la performance et sa stabilité dans le temps, mais aussi la réduction des écarts de performances entre les élèves. Plus précisément, nous faisions l'hypothèse que les performances du GE seraient meilleures que celles du groupe contrôle (GCA) d'une part, et qu'elles resteraient stables aux post-tests d'autre part. Nous nous attendions également à ce que l'effet de la compréhension à l'écrit explique significativement les performances en résolution de problème au pré-test dans les deux groupes (GE et GCA), mais plus encore au post-test dans le GE après l'apprentissage axé sur la compréhension.

Pour cela, nous comparons selon un protocole pré-test - intervention (12 semaines) - post-tests (immédiat et différés), les performances de deux groupes d'élèves de CM1 (groupes expérimental GE et contrôle GCA) scolarisés en milieu REP (réseau d'éducation prioritaire) et en milieu Non REP. En plus des tests sur la résolution de problèmes, les élèves sont soumis lors du pré-test à des tests complémentaires en compréhension à l'écrit, en calcul, en traitement visuo-spatial et en estimation numérique (*voir annexe 5.1*).

Les deux groupes composés de 21 classes et comprenant au total 387 élèves, sont confrontés chaque jour pendant 12 semaines au même ensemble d'énoncés. L'un (GE, N=130) apprend d'abord à traiter les énoncés sans données numériques avant de disposer des données numériques alors que l'autre (GC, N=257) procède de manière usuelle.

Nous montrons qu'amplifier la phase de compréhension permet d'améliorer significativement plus les résultats des élèves comparativement à une démarche classique mais aussi que les performances des élèves du GE restent stables dans le temps. Nous montrons également que l'effet de la compréhension à l'écrit explique significativement les performances en résolution de problème au pré-test dans les deux groupes (GE et GCA), mais plus encore au post-test dans le GE après l'apprentissage axé sur la compréhension

V.2 Contribution 2: Comprendre d'abord, calculer ensuite. Améliorer la résolution de problèmes au CM1.

Comprendre d'abord, calculer ensuite. Améliorer la résolution de problèmes au CM1.

Claracq, I., doctorante, Univ. Lille, ULR 4072 - PSITEC - Psychologie : Interactions Temps Émotions Cognition, F-59000 Lille, France

Ingrid.claracq@ac-lille.fr

Fayol, M., Professeur émérite, Université Clermont-Auvergne - Laboratoire de Psychologie Sociale et Cognitive (LAPSCO) – Centre National de la Recherche Scientifique.

Vilette, B., Professeur, Univ. Lille, ULR 4072 - PSITEC - Psychologie : Interactions Temps Émotions Cognition, F-59000 Lille, France

Résumé :

Les problèmes arithmétiques sont résolus difficilement par les jeunes élèves. Nous faisons l'hypothèse que cet apprentissage pourrait être amélioré si l'on mettait l'accent sur la compréhension des énoncés verbaux plutôt que sur le traitement du calcul. Pour tester cette hypothèse, nous comparons les performances de deux groupes d'élèves de CM1 dont l'un apprend à résoudre des problèmes en l'absence de valeur numérique. Les résultats montrent qu'en mobilisant la compréhension avant le calcul, on améliore significativement et durablement la résolution de problèmes arithmétiques.

Mots-clés : résolution de problèmes, compréhension, calculs, apprentissage, instruction

Abstract:

Young children struggle with word problem solving. We examine whether the performance of solving word problem improves if we concentrate on problem comprehension rather than on its numerical treatment. In order to test our hypothesis, we compare the performance of two groups in four year of French elementary school (age between 9 and 10). The experimental group learns how to solve word problem without numerical values unlike the witness group. Results show that this method improves, significantly and at long term, pupils' performance of solving word problem.

Key words: word problem solving, comprehension, computation, instruction, learning

Introduction

Les comparaisons nationales et internationales PISA 2015 (OECD, 2015) et TIMSS 2015 (IEA, 2015) mettent en évidence que la résolution de problèmes constitue une source fréquente d'échecs, quels que soient le niveau scolaire et les pays concernés. Il est donc important de chercher à comprendre l'origine des difficultés rencontrées par les élèves avec, comme objectif, le souci d'intervenir en vue de prévenir ces difficultés ou de transmettre les connaissances et les savoir-faire susceptibles de permettre aux élèves de les surmonter. De très nombreux travaux ont été conduits dans cette perspective, faisant apparaître les impacts des variables socio-économiques et culturelles (e.g. professions des parents : Arnold & Doctoroff, 2003), des capacités cognitives générales (e.g. la mémoire de travail : Swanson, 2017), des capacités langagières (*e.g.* niveau de vocabulaire : Cummins et al., 1988), des difficultés spécifiques aux mathématiques (e.g. fractions ou proportions : Van Dooren et al., 2015) (pour une synthèse : Thevenot, 2017). Parmi ces variables, deux ont particulièrement retenu l'attention des chercheurs : le rôle des traitements numériques (calculs et opérations) et celui de la compréhension des énoncés verbaux.

Un problème arithmétique verbal simple et classique est par exemple « Paul et Louis ont 12 euros ensemble. Paul a 9 euros. Combien Louis a-t-il d'euros ? ». Ce type d'énoncé relève à la fois du narratif (i.e. story problem) puisqu'il relate une histoire, même sommaire, et d'un type textuel particulier : le problème (Zagar, 1991). Des informations manquent, que l'élève doit identifier pour effectuer les opérations permettant d'aboutir à la résolution. Pour y parvenir, les enfants doivent préalablement comprendre la situation problème décrite par l'énoncé. Cette étape de compréhension nécessite en principe de construire une représentation mentale la plus proche possible de celle qui est requise pour la résolution, en imageant et simulant mentalement les relations décrites par le texte (modèle mental : Johnson-Laird, 1983; Thevenot, 2010 ; ou modèle de situation : Brissiaud & Sander, 2010; Van Dijk & Kintsch, 1983). Elle constitue une première source de difficulté (Cummins et al., 1988). L'élève doit ensuite réaliser des calculs en s'appuyant sur les données fournies et sur ses savoirs et savoir-faire. Pour cela, il lui faut faire appel au symbolisme mathématique (chiffres, signes) et aux traitements associés (opérations).

L'activité de résolution de problème relève traditionnellement de l'arithmétique. On pourrait donc s'attendre à ce que les performances correspondantes dépendent fortement de celles relatives aux calculs et aux opérations. Tel n'est pas le cas. Ainsi, Muth (1984) rapporte que la dimension computationnelle n'explique spécifiquement que 8% de la variance en résolution de problèmes chez des élèves de classe de sixième (G6). Lin (2021) a synthétisé les données de 98 études empiriques (plus de 100 000 élèves) et mis en évidence que, bien que tous les problèmes arithmétiques nécessitent la prise en compte des nombres et de leurs relations pour réaliser les opérations conduisant au résultat, ces dimensions ont un poids non dominant (β = 0,24) sur les performances. De plus, les analyses des comportements des élèves au cours de la résolution de problèmes ont fait apparaître que les données numériques présentes dans les énoncés focalisent l'attention des élèves au détriment des informations textuelles fournissant des indications quant aux situations et relations décrites entre états ou transformations (De Corte & Verschaffel, 1981; De Corte et al., 1990; Zagar, 1991). Leur présence amène souvent les élèves à effectuer les calculs avant même d'avoir élaboré la structure du problème, d'où l'occurrence d'erreurs.

Les difficultés en résolution de problème surviennent ainsi même lorsque les opérations arithmétiques sont maîtrisées des élèves (Swanson, 2017). Comme souligné précédemment, l'attention de ces élèves se focalise souvent sur les données numériques aux dépens de la compréhension des situations décrites dans les énoncés. Ce constat a conduit à étudier plus précisément les relations entre compréhension et résolution de problèmes, en référence aux travaux de Kintsch et Greeno (1985). Les études ont établi des corrélations, souvent élevées (e.g. *r*=.67 chez Vilenius-Tuohimaa et al., 2008), quels que soient les niveaux scolaires envisagés. Ces relations varient selon la complexité des problèmes et les caractéristiques individuelles (Pongsakdi, 2020). Certaines études ont induit des améliorations de performances en rendant plus explicites, et donc plus compréhensibles, les formulations des énoncés (Coquin-Viennot & Moreau, 2003; De Corte et al., 1985; Devidal et al., 1997; Thevenot et al., 2007) ; elles ont porté sur des interventions visant à encadrer l'interprétation des énoncés, de sorte que les élèves parviennent à associer plus facilement des énoncés avec des catégories de modalités de résolution (e.g. des schémas inspirés des travaux de Carpenter & Moser, 1984 ou Riley et al.,1983 ; voir Chan et Kwan, 2021 ; Cook et al., 2020; Fuchs et al., 2021). Des recherches récentes s'efforcent d'intégrer les résultats spécifiques des travaux antérieurs dans des démarches « écologiques » impliquant les enseignants et des classes entières. Fuchs et al., (2020) recourent à différents dispositifs (Pirate Maths ; Hot Math ; Super Solvers) qui tous font appel à une instruction explicite, à une simulation (*enacted via role playing with concrete objects*) et à l'utilisation de schémas. Les élèves parcourent le problème, le lisent eux-mêmes ou suivent le texte en écoutant quelqu'un le lire, effectuent un rappel qui les oblige à prêter attention aux données de l'énoncé, catégorisent les problèmes (i.e. les affectent aux catégories de schémas) et écrivent l'opération correspondante. Ils relisent et introduisent les données numériques dans les parties (slots) des schémas, ce qui permet de résoudre les problèmes. De manière générale, les groupes entraînés font mieux que les groupes contrôles : les moyennes sont plus élevées et la dispersion diminue. Toutefois, les auteurs soulignent qu'ils ne savent pas si ces effets positifs perdurent (Fuchs et al., 2021).

Les données issues des travaux antérieurs ci-dessus exposés nous ont conduits à élaborer une démarche nouvelle accordant une priorité à l'activité de compréhension et à faire intervenir les traitements numériques dans un second temps. Il s'agissait de prévenir une focalisation immédiate de l'attention des élèves sur les nombres et les opérations au détriment de la compréhension de la situation décrite par l'énoncé. Pour cela, nous avons contraint les élèves à élaborer d'abord une représentation épisodique – un modèle de situation ou un modèle mental - simulant le déroulement ou l'état de la situation évoquée par l'énoncé, à déterminer les données disponibles et à identifier celles qui manquent et qui constituent la ou les inconnue(s). Cette première phase était explicitement travaillée en mettant en place une lecture de l'énoncé, un rappel et/ou une paraphrase de celui-ci, une simulation du déroulement des faits ou de l'état de la situation (e.g. mimes, gestes). Elle était suivie, dans une deuxième phase, par l'élaboration progressive d'une représentation schématique plus abstraite, constituant un aboutissement : élaboré par les élèves au fil des séances, allant de représentations analogiques (e.g. dessins) à des formalisations proches des organisations « partie-partie-tout » (Willis & Fuson, 1988). Les données numériques étaient introduites dans un troisième temps et permettaient la résolution effective des problèmes.

La présente recherche repose sur un dispositif et une démarche qui visent à enseigner explicitement la résolution de problèmes arithmétiques à des élèves de CM1 en mettant l'accent sur l'activité de compréhension d'énoncés initialement dépourvus de données numériques. Un ensemble de classes (désigné comme le Groupe Expérimental ou GE) a reçu cet enseignement axé sur la compréhension alors qu'un autre ensemble de classes (Groupe Contrôle Actif : GCA) apparié le mieux possible au GE était, lui, confronté aux mêmes énoncés mais comportant comme il est usuel les données numériques. La recherche concernant les GE et GCA s'est déroulée sur 12 semaines à raison de 4 séances par semaine . Dans le GE, lors de chaque séance, les énoncés de problèmes sans valeur numérique étaient d'abord présentés aux élèves qui devaient les comprendre à travers des lectures suivies de paraphrases (et non de simples rappels) et de simulations gestuelles collectives en grand et/ou en petit groupe. Lorsque la compréhension du déroulement des faits décrits dans les énoncés était assurée, reformulée et simulée, les élèves devaient représenter, d'abord collectivement, puis individuellement sur un cahier au fil des séances, la manière dont ils imaginaient la situation problème et son évolution ou ses états. Ensuite, les données numériques étaient introduites dans l'énoncé resté disponible au tableau depuis le début de la séance. Les élèves étaient alors invités, d'abord collectivement, puis individuellement au fil des séances, à résoudre le problème en écrivant la ou les opérations et en réalisant les calculs. Les élèves du GCA recevaient les énoncés sous le format classique : ceux-ci restaient disponibles au tableau au cours de la séance. Dans les deux groupes GE et GCA une correction collective était établie en fin de séance pour chaque problème.

Nous faisions trois hypothèses. Premièrement, nous attendions que les performances du GE, initialement équivalentes (ou statistiquement contrôlées) à celles du GCA au pré-test, soient meilleures au post-test que celles du GCA, bien que ce dernier ait traité les mêmes problèmes mais selon une approche traditionnelle présentant d'emblée les énoncés avec les données numériques. Deuxièmement, le recours à un second post-test différé (de 1 à 2 mois) nous permettait d'évaluer la stabilité (très rarement testée dans les recherches antérieures) des performances de GE et GCA : nous attendions en particulier que la supériorité des élèves du GE sur les GCA se maintienne au post-test différé. Enfin, le rôle fondamental que nous attribuons à la compréhension dans la résolution de problèmes devrait permettre de dissocier le poids de la compréhension à l'écrit de celui du traitement numérique (calcul exact ou estimation) et du traitement visuo-spatial (cf. Lonneman et al., 2008 pour les relations étroites entre les habiletés de calcul et les représentations spatiales), et plus particulièrement encore sous l'effet de l'intervention dans le GE. En conséquence, nous nous attendions non seulement à ce que l'effet de la compréhension à l'écrit explique significativement les performances en résolution de problème au pré-test dans les deux groupes (GE et GCA), mais plus encore au post-test dans le GE après l'apprentissage axé sur la compréhension.

Méthode

Participants

Vingt-sept classes ont été initialement retenues dans différentes circonscriptions de la région Hauts de France pour participer à cette recherche avec l'accord des Inspecteurs de l'Éducation Nationale. Six classes ont été exclues *a postériori* des analyses, soit parce que l'enseignant a été longuement absent, soit parce que le protocole expérimental n'a pas été respecté. Au final, les données de 387 élèves de CM1 (21 classes) ont été exploitées après exclusion des élèves absents à l'un et/ou l'autre des tests, essentiellement en raison de la crise sanitaire. Parmi ces 392 élèves, 234 sont issus d'écoles classées en Réseau d'éducation prioritaire (R) et 158 élèves d'écoles Non classées en Réseau d'éducation prioritaire (NR). Outre les élèves absents au test, cinq autres sujets ont été exclus des analyses en raison de patrons de réponses aberrants.

Matériel

Le matériel utilisé dans les tests et les séances d'apprentissage comprend respectivement :

- une épreuve évaluant les performances en résolution de Problèmes Arithmétiques (PA) et quatre épreuves évaluant des compétences associées à la résolution de problèmes : Opération Arithmétiques (OA), Compréhension à l'écrit (CE), Traitement Visuo-spatial (TV) et Estimation Numérique (EN) ;
- une banque de problèmes (n=57) exploitée par les enseignants du GE et du GCA durant les séances consacrées à la résolution de problèmes arithmétiques.

Procédure générale

Les élèves retenus (N=387) ont été répartis dans deux groupes : le GE constitué de 130 élèves (dont 54 en R et 76 en NR) et le GCA comprenant 257 élèves (dont 178 en R et 79 en NR).

La procédure mise en œuvre comprend un pré-test, une phase d'apprentissage ou de pratique de la résolution de problèmes, un post-test immédiat et un post-test différé. Le pré-test a été réalisé en deux séances d'environ 20 minutes chacune entre le mois de décembre et début janvier. Tous les participants ont passé les épreuves du pré-test dans l'ordre suivant : PA, OA, TV, EN, et CE.

La phase d'apprentissage a commencé juste après le pré-test et s'est poursuivie pendant douze semaines (soit un trimestre scolaire). Les deux post-tests ont été réalisés en une seule séance d'environ 15 minutes, le premier juste après les congés scolaires du mois d'avril, et le second un mois et demi plus tard.

Avant l'expérimentation, les enseignants des deux groupes ont bénéficié d'une formation (d'environ 2h) durant laquelle étaient présentés la banque de problèmes, les critères de difficulté (selon les types de problèmes, le contexte des énoncés, le nombre de pas pour atteindre la résolution et la taille des nombres utilisée) et sa construction spiralaire rebrassant tous les types de problèmes. A l'issue de cette formation, les enseignants devaient être en mesure de réorganiser la séquence d'apprentissage s'ils ne pouvaient pas suivre l'intégralité des problèmes proposés (absences). Cette réorganisation permettait à l'enseignant de conserver une diversité dans les problèmes proposés aux élèves : diversité de types de problèmes, diversité de contexte, diversité dans le nombre de pas et la taille des nombres. Les enseignants du GE ont bénéficié en outre d'une information sur la démarche de résolution de problèmes à mettre en œuvre auprès de leurs élèves : comment prioriser l'activité de compréhension avant de réaliser le traitement numérique (voir l'introduction pour une description de la démarche).

Avant le début de l'expérimentation tous les enseignants ont été observés mettant en œuvre un même problème avec leurs élèves. A cette occasion une grille d'observation a été remplie et a permis de caractériser leur pratique. Les enseignants du GCA mettaient en œuvre une démarche suivant trois phases et impliquant d'emblée les données numériques : présentation du problème, recherche de l'opération(schéma éventuel) et phrase réponse.

Durant le déroulement de l'expérimentation, tous les enseignants du GE et du GCA pouvaient échanger sur leurs pratiques et la mise en œuvre de la banque via une plateforme numérique dédiée à cet usage. Cette plateforme permettait également de déposer les problèmes de la banque (par paliers progressifs), de solliciter au besoin les responsables de la recherche, et enfin de transmettre régulièrement le relevé des problèmes effectivement traités, ce qui permettait de suivre le type et le nombre total de problèmes traités dans chaque classe. De plus, au cours des 12 semaines de la phase d'apprentissage, les enseignants du GE ont été conviés à deux réunions de régulation en distanciel (d'environ 1h30 chacune) afin d'échanger sur la démarche mise en œuvre et répondre à leurs questions. Durant cette phase, un des promoteurs (la première auteure) de la recherche s'est également rendue au moins une fois dans chacune des classes du GE pour s'assurer du respect du protocole et, au besoin, réguler la démarche des enseignants.

Description des tests

Problèmes Arithmétiques (PA). Cette épreuve comporte 10 problèmes extraits de l'échelle de Weschler (WISC 4) et adaptés à une passation collective à l'écrit. L'élève doit lire chaque problème, effectuer les calculs mentalement (sans brouillon), puis écrire sa réponse. Un temps total limité à six minutes est accordé pour résoudre le maximum de problèmes. Ces problèmes suivent un ordre de difficulté croissant. Au total, on a un problème additif à un pas, un problème additif à deux pas et trois problèmes multiplicatifs à un pas dont l'un implique des nombres décimaux et les deux autres une démarche de division. Enfin, on compte cinq problèmes additifs et multiplicatifs à trois pas. Parmi ces derniers, deux impliquent des heures et un calcul de moyenne. Pour tous les problèmes, le contexte est familier pour les élèves (gâteaux, livres, images, etc.). La réponse à chaque problème est cotée 2 points si la réponse est correcte ; 1 point si la réponse est erronée mais l'opération correcte (erreurs de calcul) ; 0 point en l'absence de réponse ou si la réponse est erronée (score max.=20).

Opération Arithmétique (OA). L'épreuve d'opérations arithmétiques comporte trois séries de 40 opérations présentées à l'écrit. La première série évalue les calculs additifs, la deuxième les calculs soustractifs, et la troisième les calculs multiplicatifs. Pour chaque série, l'élève dispose d'une minute pour résoudre un maximum d'opérations. La cotation est binaire (score max.=40 à chaque série).

Traitement Visuo-spatial (TV). L'épreuve visuo-spatiale est issue des travaux de l'IREM Paris Nord. Cette épreuve est composée de neuf items. A chaque item, le dessin d'une pyramide en perspective représentée avec des cubes (certains sont visibles, d'autres non) est montrée à l'élève qui doit indiquer le nombre total de cubes (visibles ou non), qui varie entre 5 et 84. Le temps de présentation des 9 items est limité à trois minutes. La cotation est binaire (score max.=18).

Estimation Numérique (EN). L'épreuve d'estimation numérique est issue de la batterie ZAREKI-R (von Aster et Dellatolas, 2006) adaptée pour une passation collective. Elle comporte six items. Les élèves doivent positionner sur un segment de droite borné de 0 à 100 un nombre présenté à l'oral (trois items) ou à l'écrit (trois items). Pour les deux séries d'items, une grille de cotation permet d'attribuer à chaque réponse un score compris entre 0 et 2 points suivant l'éloignement correspondant au placement exact (score max.=12).

Compréhension Ecrite (CE). L'épreuve de compréhension sémantico-syntaxique (Jordan et Lechenard (2007) est constituée de deux blocs de 12 items. A chaque item, l'élève doit juger de l'adéquation sémantique de deux phrases présentées à l'écrit. Pour cela, l'élève lit silencieusement les deux phrases et doit juger si elles ont ou non la même signification. Pour chaque bloc, les élèves disposent de cinq minutes. La cotation est binaire (score max.=24).

Description de l'apprentissage

Dans le groupe GE, les élèves résolvent les problèmes fournis dans la banque, d'abord sans les nombres, puis avec les données numériques. Dans une séance de résolution, un problème est proposé aux élèves. La durée de résolution de celui-ci est d'environ 25 minutes. Les élèves du GCA utilisent la même banque de problèmes que le GE mais sont d'emblée confrontés aux énoncés incluant les données numériques. Les énoncés sont systématiquement lus en premier par l'enseignant, puis par les élèves. L'énoncé reste disponible dans les cahiers et au tableau tout au long de la phase de travail. D'après les données d'un sondage réalisé auprès de tous les enseignants, chaque élève des deux groupes, GE comme GCA, consultait au moins deux fois le texte du problème.

Dans le GE, les enseignants incitaient les élèves à traiter les problèmes sans donnée numérique en mettant l'accent sur la compréhension. Les élèves étaient amenés après lecture à reformuler l'énoncé, à recourir à des mimes et des simulations avant de produire des représentations picturales, dont des schémas, puis de passer à l'opération. Les gestes devenaient au fil des séances un canal de communication privilégié pour la compréhension. Les représentations ou schémas n'étaient pas d'emblée imposées aux élèves ; ils évoluaient au fil des séances selon un cheminement à la fois collectif et individuel.

La banque de problèmes utilisée par les enseignants des deux groupes était organisée en cinq paliers avec une montée progressive en difficulté – progression établie notamment à partir des catégories sémantiques de Riley, Greeno et Heller (1983) et de Vergnaud (1982). Un tiers des problèmes était additif avec les catégories combinaison, comparaison et transformation. Les deux autres tiers étaient multiplicatifs incluant également les problèmes de proportionnalité, de division-partition et de division-quotition. Chaque palier était organisé de sorte à ce que tous les types de problèmes soient présents une ou deux fois dans chaque palier.

Cinq critères de complexification ont été exploités : le contexte (familier, scolaire ou éloigné), le nombre de pas, la taille des nombres, les unités de mesure (longueur, masse, durée), le codage ordinal/cardinal des problèmes (Gros et al., 2021) et la nature des nombres en jeu (entiers ou décimaux). Chaque élève pouvait être confronté à 57 problèmes (au maximum) – présentés successivement en 5 paliers - lors des douze semaines. Tous les problèmes étaient fournis avec une mise en page spécifique et un support cahier[22].

Résultats

Le tableau 1 présente les moyennes des scores obtenus à chaque épreuve dans les deux groupes (GE; GCA).

[22] La banque de problèmes est disponible sur demande à la première autrice.

Tableau 1. Moyennes des scores à chaque épreuve
des groupes GE et GCA (N=387).

	GE		GCA	
	R (n=54)	NR (n=76)	R (n=178)	NR (n=79)
Pré-test Prob. Arith. (PA)	7,15	8,10	6,43	8,19
Post-test Prob. Arith. (PA)	9,17	10,71	8,08	10,05
Post Différé Prob. Arith. (PA)	9,16	11,81	8,96	11,41
Opération Arithmétique (OA)	50,41	49,84	45,79	49,39
Compréhension à l'Ecrit (CE)	16,49	17,47	16,36	17,74
Traitement Visuospatial (TV)	3,95	3,86	3,49	4,21
Estimation Numérique (EN)	5,88	6,90	6,39	7,11

R (NR): classes situées (Non situées) en Réseau d'éducation prioritaire.

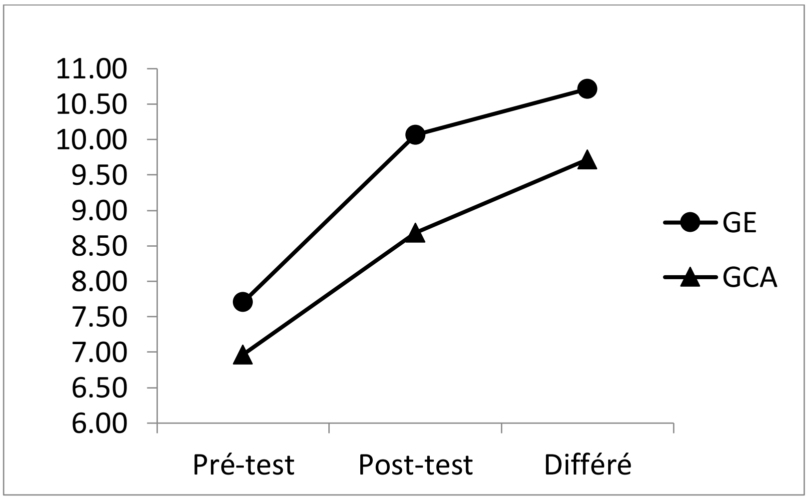
Les données sont analysées en fonction des hypothèses. Tout d'abord, nous évaluons les effets de l'intervention sur les performances en résolution de problèmes arithmétiques. Pour cela, une analyse de variance (ANOVA) a été réalisée sur les scores PA du pré-test, puis une analyse de la covariance (ANCOVA) en traitant les scores PA du prétest comme facteur covariant et les scores PA du post-test comme variable dépendante. Ces analyses étaient nécessaires dans la mesure où les performances arithmétiques au pré-test diffèrent entre les groupes (cf. Tableau 1 et Figure 1), bien que de manière statistiquement non significative. Des analyses de régression ont ensuite été réalisées (corrélationnelles, puis multiples), d'une part, pour étudier les relations entre les capacités de la résolution de problèmes arithmétiques (PA) et certaines habiletés associées à la résolution de problèmes (OA, CE, TV et EN) ; d'autre part, pour évaluer le poids de ces habiletés sur la résolution de problèmes arithmétiques.

Effets de l'intervention sur les performances arithmétiques

Une ANOVA factorielle a été réalisée sur les scores du pré-test en prenant comme prédicteurs catégoriels le facteur groupe (GE, GCA) et le facteur milieu (R, NR). Cette analyse révèle un effet principal significatif du milieu ($F(5, 314)=3.39$, $p<.005$, Eta-deux=.051) et aucun effet principal significatif du facteur groupe ($F(5, 314)=1.20$, ns), ni de l'interaction groupe x milieu ($F(5, 318)=1.35$, ns). Les comparaisons effectuées entre les deux groupes sur chacun des scores du prétest n'indiquent aucune différence significative au seuil $p<.05$ (PA: $F(1, 318)=0.81$, ns ; OA: $F(1, 318)=2.52$, ns ; CE: $F(1, 318)=0.04$, ns ; TV: $F(1, 318)=0.07$, ns ; EN: $F(1, 320)=1.54$, ns).

L'analyse de covariance (ANCOVA) a été réalisée sur les scores PA du post-test en prenant comme prédicteur continu les scores PA du prétest et comme prédicteurs catégoriels les facteurs groupe (GE, GCA) et milieu (N, NR). Il ressort un effet significatif du covariant PA ($F(1, 383)=523.02$, $p<.0001$, Eta-deux=.577), une tendance marginalement significative du facteur milieu ($F(1, 383)= 3.15$, $p<.08$, Eta-deux=.008), ainsi qu'une tendance marginalement significative du facteur groupe ($F(1, 383)=3.08$, $p<.08$, Eta-deux=.008). Comme l'illustre la figure 1, l'augmentation des scores PA entre le prétest et le post-test est plus importante dans le GE que dans le GCA. Une ANOVA sur les scores PA du post-test révèle que la différence entre GE et GCA est significative ($F(1, 363)=5.70$, $p<.02$, Eta-deux=.061).

Figure 1. Scores moyens observés au prétest, au post-test et au post-test différé à l'épreuve de problèmes arithmétiques (PA) dans chaque groupe.



La figure 1 montre également que la différence de scores PA entre GE et GCA se maintient au post-test différé ; elle reste marginalement significative ($F(1,363)=3.19$, $p<.08$, Eta-deux=.037).

Relations entre les performances arithmétiques et les variables individuelles

Une analyse de corrélations de Pearson (bivariée et point bisériale) a été réalisée (Tableau 2) afin de tester les liens entre les variables dépendantes (les scores au pré-test et au post-test) et les variables indépendantes (le groupe et le milieu). Le tableau indique si la différence est significative au seuil corrigé 0.004 (correction de Bonferroni pour comparaisons multiples)

Tableau 2. Corrélations entre les variables dépendantes et indépendantes (N=305)

Variables	PA prétest	PA post-test	PA différé	CE	OA	TV	EN
Groupe	.07	.15	.11	.07	.11	.05	.01
Milieu	.12	.16*	.19*	.24*	.10	.11	.17*

PA= Problèmes arithmétiques ; OA= Opérations arithmétiques ; CE= Compréhenson de l'écrit ; TV= Traitement visuo-spatial ; EN= Estimation numérique. *p<.004

On constate un lien positif et significatif entre le milieu (R ou NR) et les scores PA aux post-tests immédiat et différé, ainsi qu'entre le milieu et les scores en compréhension de l'écrit (CE) et en estimation numérique (EN). Les autres relations ne sont pas corrélées significativement. Par conséquent, la variable milieu sera contrôlée dans les analyses de régression suivantes.

Nous avons d'abord procédé à une analyse de corrélations partielles entre tous les scores, avec contrôle du milieu (Tableau 3). Le tableau indique si la corrélation est significative au seuil corrigé 0.001 (correction de Bonferroni). Tous les scores sont corrélés positivement et significativement. Les corrélations les plus élevées se situent entre les scores PA (problèmes arithmétiques), CM (calcul mental écrit) et CE (compréhension de l'écrit).

Tableau 3. Corrélations partielles entre les scores du pré-test et des post-tests avec contrôle du milieu (N=305)

Variables	1	2	3	4	5	6
1. PA prétest	-					
2. PA post-test	.75*	-				
3. PA Différé	.74*	.79*	-			
4. OA	.59*	.61*	.60*	-		
5. CE	.34*	.42*	.39*	.36*	-	
6. TV	.31*	.29*	.30*	.24*	.24*	-
7. EN	.22*	.28*	.27*	.28*	.29*	.17*

PA= Problèmes arithmétiques; OA= Opérations arithmétiques ; CE= Compréhension de l'écrit ; TV= Traitement visuo-spatial ; EN= Estimation numérique. *p<.001

Nous avons procédé ensuite à deux analyses de régression multiple pour évaluer l'impact du traitement visuo-spatial (TV), de la compréhension écrite (CE), des opérations arithmétiques (OA) et de l'estimation numérique (EN) sur les performances en résolution de problèmes. Afin de contrôler l'effet du milieu (R, NR), cette variable a été introduite dans un premier bloc comme variable contrôle. Les scores TV, CE, OA et EN ont ensuite été entrés dans un second bloc comme variables prédictives. La première analyse de régression avait pour variable dépendante les scores PA au pré-test sur l'ensemble des groupes (Tableau 4); la seconde analyse, les scores PA au post-test sur chacun des groupes séparément (Tableau 5). La troisième analyse reprenait la seconde sur les scores PA au post-test différé (Tableau 6).

Tableau 4. Analyse de régression multiple prédisant la performance arithmétique au prétest (N=322)

	Performance Arithmétique (PA) au prétest	
	ß	R^2
1. Variable de contrôle		
Milieu	.02	5,42%
2. Variables prédictives		
OA	.51**	20,65%
CE	.11**	23,98%
TV	.14**	10,18%
EN	.02	16,42%

**p<.001

L'analyse de régression multiple sur les scores PA du pré-test (tableau 4) montre qu'après contrôle du milieu, les effets de OA (opérations arithmétiques), de CE (compréhension de l'écrit) et de TV (traitement visuo-spatial) sont significatifs au seuil p<.001.

L'analyse de régression sur les scores PA du post-test sur chacun des groupes (Tableau 5) révèle que les effets de OA et CE sont les seuls prédicteurs significatifs dans le groupe GE ; et que les effets de OA, CE et TV sont significatifs dans le groupe GCA.

Tableau 5. Analyse de régression multiple prédisant la performance arithmétique au post-test dans chacun des groupes

	Performance Arithmétique (PA) au post-test			
	GE (n=108)		GCA (n=206)	
	ß	R^2	ß	R^2
1. Variable de contrôle				
Milieu	.08	8,25%	.03	7,06%
2. Variables prédictives				
OA	.42**	24,13%	.52**	19,53%
CE	*	25,47%	.17**	23,36%
TV	.27**	11,80%	.11*	10,65%
EN	*	20,50%	.08	16,04%
	.08			
	.02			

*p<.05 ; **p<.01 ; ***p<.001

L'analyse de régression sur les scores PA du post-test différé sur chacun des groupes (Tableau 6) confirme que les effets de OA et les effets de CE sont toujours des prédicteurs significatifs dans le groupe GE. Dans le groupe GCA, seuls Les effets de OA (Opérations arithmétiques) et de TV (traitement visuo-spatial) sont des prédicteurs significatifs.

Tableau 6. Analyse de régression multiple prédisant la performance arithmétique au post-test différé dans chacun des groupes

	Performance Arithmétique (PA) au post-test			
	GE (n=111)		GCA (n=194)	
	ß	R^2	ß	R^2
1. Variable de contrôle				
Milieu	.01	7,17%	.01	7,17%
2. Variables prédictives				
OA	.42***	23,21%	.52**	17,90%
CE	.30***	25,90%	*	22,73%
TV	.07	10,38%	.10	10,86%
EN	.06	17,86%	.17*	14,91%
			.07	

*p<.05 ; **p<.01 ; ***p<.001

Globalement, les résultats des analyses font ressortir les relations étroites et toujours significatives entre les performances en résolution de problèmes arithmétiques (PA) et les performances aux opérations arithmétiques à l'écrit (OA) et en compréhension de phrases (CE).

C'est dans le groupe GE que les poids de OA et surtout de CE augmentent particulièrement comparativement au groupe GCA. On notera également que, dans le groupe

GE, la proportion de variance expliquée par CE est la plus élevée quelle que soit l'analyse de régression (PA pré-test, PA post-test ou PA différé).

Conclusions et discussion

Cette recherche avait pour objectif de vérifier la possibilité d'améliorer la réussite en résolution de problèmes en privilégiant la compréhension des énoncés au cours des phases d'apprentissage du traitement des problèmes. Pour cela, un protocole expérimental a été mis en place dans lequel les enseignants apprennent aux élèves à résoudre des problèmes arithmétiques dont les énoncés sont présentés d'abord sans données numériques, ces dernières étant introduites dans un second temps. Ce protocole repose sur l'hypothèse qu'en l'absence de données numériques, les élèves se focalisent sur la compréhension des énoncés et élaborent des représentations épisodiques - un modèle de situation ou un modèle mental - qui assurent la compréhension des situations décrites et devraient de ce fait améliorer les performances en résolution de problèmes.

Les résultats confirment que les élèves ayant bénéficié de ce protocole (GE) améliorent significativement leur performance en résolution de problèmes. De plus, cette amélioration est plus importante au post-test, bien que marginalement significative (au seuil $p<.08$), que celle du GCA dont les élèves n'ont pas suivi le protocole mais ont travaillé au même rythme et selon le même agenda sur la même banque de problèmes arithmétiques élaborée à partir de taxonomies expérimentalement évaluées (Riley, Greeno et Heller, 1983 ; Vergnaud, 1982). Les élèves du GCA améliorent également leur réussite en résolution de problèmes au post-test mais cette amélioration est moindre que celle du GE. Rappelons que les performances arithmétiques (PA) entre les deux groupes ne diffèrent pas significativement au pré-test mais qu'elles diffèrent significativement au premier post-test ($p<.02$) et marginalement ($p>.08$) au second post-test 1 mois et demi après le premier alors même qu'elles se maintiennent et même continuent de progresser. La différence de performance entre GE et GCA reste significative en faveur de GE, ce qui confirme la stabilité des performances dans GE et dans GCA entre les deux post-tests.

Enfin, les résultats des analyses de régression confirment les effets attendus de la compréhension à l'écrit sur les performances en résolution de problèmes. Non seulement les effets de CE sont significatifs au pré-test et aux deux post-tests dans le GE, ainsi qu'au pré-test et au premier post-test dans le GCA, mais l'impact de la compréhension à l'écrit sur les performances en résolution de problèmes est plus élevé encore dans le GE après l'apprentissage. Notre démarche s'inscrit dans la ligne des travaux contemporains qui, après avoir rapporté les fortes corrélations entre performances en compréhension de texte et résolution de problèmes (Boonen et al., 2016 ; Cirino et al., 2018 ; Lin et al., 2021 ; Vilenius-Tuohimaa, 2008), après avoir théorisé le rôle de la compréhension de textes lors du traitement des énoncés (Kintsch & Greeno, 1985 ; van Dijk & Kintsch, 1983 ; Pongsakdi et al., 2020) et après avoir montré que des modifications de la formulation des énoncés (De Corte et al., 1985 ; Devidal et al., 1997) ou des reformulations permettant un recodage sémantique (Gvozdic & Sander, 2020 ; Gros et al., 2020) suffisent à améliorer les résultats en résolution, ont récemment entrepris d'intervenir plus ou moins directement sur la compréhension elle-même. Par exemple, Fuchs et al. (2021) rappellent que la résolution de problèmes verbaux est plus liée à la compréhension du langage qu'à l'arithmétique. Ces auteurs développent une intervention privilégiant l'activité de compréhension au cours même de l'activité de résolution. Pour cela, ils demandent aux élèves de réaliser des paraphrases, des simulations (e.g. par gestes ou usage de matériel) et d'élaborer ou de sélectionner des schémas. Les résultats du groupe expérimental sont meilleurs que ceux du groupe contrôle ne faisant appel qu'aux schémas. Notre démarche s'inscrit dans la même perspective à ceci près qu'elle sépare le travail portant sur la compréhension des énoncés de celui traitant les données numériques comme le suggèrent Fuchs et al. (2020). Pour rendre plus crédible la pertinence de notre approche, le GCA est confronté parallèlement au GE aux mêmes problèmes selon le même agenda mais avec des enseignements qui suivent la présentation et la pédagogie traditionnelles. Au total, les élèves du GE et du GCA ont résolu de 37 à 38 problèmes au cours des 12 semaines dédiées à notre recherche en suivant une instruction dispensée par leurs enseignants.

La conséquence de l'attention que nous avons accordée aux conditions écologiques de l'instruction dispensée – classes ordinaires, enseignants avec leurs élèves – et aux conditions scientifiques de réalisation et d'utilisation du matériel – même banque de problèmes organisée selon des paliers de difficulté progressive, même agenda à quelques jours près, même durée de travail en résolution de problèmes - de la recherche ont abouti à une amélioration générale des performances des deux groupes GE et GCA, avec néanmoins, comme attendu, un effet significatif au post-test et marginalement significatif au post-test différé, mais une différence faible en termes d'intensité d'effet. Nous connaissions le risque de n'obtenir aucun effet ou un effet faible, surtout en demandant aux enseignants eux-mêmes d'assurer l'instruction et en évaluant le suivi du protocole par des visites et un questionnaire. Toutefois, même faible, cet effet conforte notre hypothèse principale : travailler dans une première phase la compréhension des énoncés en l'absence de données numériques pour n'introduire ces dernières que dans la phase suivante permet d'assurer la compréhension des situations décrites dans les énoncés et d'améliorer de ce fait les résolutions.

La recherche ici rapportée souffre principalement de trois limites : l'une relative au plan expérimental (design), l'autre concernant le suivi du protocole, la troisième ayant trait aux énoncés de problèmes. La faible durée de la recherche et le nombre relativement réduit d'élèves (avec des conditions particulières associées à la pandémie) rendent souhaitable une réplication de notre travail, en ajoutant un second groupe contrôle autonome (business as usual). Bien que les enseignants du GCA aient suivi une formation préalable, aient pu interagir régulièrement avec les chercheurs et l'encadrement, le suivi du protocole mériterait d'être étudié et évalué, ne serait-ce que pour éventuellement repérer les démarches les plus efficaces, s'il en est. Enfin, la banque de problèmes elle-même devrait être analysée en essayant de déterminer si la progression retenue est bien optimale ou si des aménagements pourraient lui être apportés. Ces faiblesses devraient être corrigées dans les recherches à conduire. Ces dernières devront aussi s'attacher à déterminer les éventuels effets à moyen et long termes des interventions mises en place. Il est connu que les résultats des interventions pédagogiques tendent à se dissiper rapidement. Toutefois, les interventions ont rarement une durée longue et une organisation aussi régulière (i.e. travail initial sur la compréhension suivi de la résolution avec les données numériques). Cette récurrence pourrait se traduire par l'apprentissage par les élèves d'une véritable stratégie de traitement consistant à s'attacher d'abord à comprendre l'énoncé sans tenir compte des nombres avant de passer à la résolution elle-même. Les recherches ultérieures devront s'intéresser à ce possible apprentissage et à son intérêt pour les progrès des traitements de problèmes académiques plus complexes.

Remerciements à la mission mathématiques du département du nord, aux inspecteurs, conseillers pédagogiques et enseignants des circonscriptions de Lille1-centre, Lille1-Hellemmes, Lille-2 Loos, Lille-3 Ronchin, Roubaix-Hem, Tourcoing-Est, Tourcoing-Ouest, Tourcoing Roncq, Valenciennes-Anzin.

Conflit d'intérêt : aucun

Chapitre VI Étude 3

VI.1 Introduction de l'étude 3

Lors de la troisième et dernière année d'intervention, le même protocole (pré-test - intervention - post-test) a été implémenté au niveau CM2 (5ème grade) sur une période de 16 semaines. Comme précédemment, à partir de la même banque de problèmes, les élèves du groupe expérimental apprenaient d'abord à traiter les énoncés sans valeurs numériques avant de disposer des données numériques alors que les élèves du groupe contrôle actif procédaient de manière habituelle. Cette troisième étude est présentée ici dans un article qui fait la synthèse des trois années d'intervention (au CE2, puis au CM1 et enfin au CM2).

Dans les deux précédentes études, nous avons analysé l'effet de l'intervention et la potentielle réduction des inégalités avec pour critère le milieu scolaire. Dans cette troisième étude, nous affinons notre analyse du point de vue du critère du niveau de compréhension de l'écrit. Pour cela, lors des pré-tests, les élèves ont été soumis à une évaluation de la compréhension à l'écrit (*voir annexe 6.1*). Lors des analyses, nous avons ainsi pu constituer *a posteriori* des groupes suivant le niveau en compréhension à l'écrit des élèves (faible, moyen, fort).

Nous faisions l'hypothèse que les performances du GE seraient meilleures que celles du groupe contrôle (GCA) d'une part, et que d'autre part, cette amélioration de performance serait particulièrement prononcée chez les élèves dont le niveau en compréhension est le plus faible et donc potentiellement chez les élèves de milieu défavorisé.

Au total, nous avons traité les données d'un échantillon de mille cent soixante et un élèves (GE, n=464 ; GCA, n=697) issus soit d'un milieu défavorisé - éducation prioritaire (REP), ou non - éducation prioritaire (Non REP) - et de trois niveaux scolaires (CE2 – grade 3, CM1 – grade 4 et CM2[23] – grade 5) soumis à un protocole pré-test - intervention (12/16 semaines) - post-test.

Les résultats du post-test ont révélé que les élèves du GE progressent significativement plus que les élèves du GCA quel que soit le niveau scolaire, attestant de l'efficacité de la démarche axée sur la compréhension. De plus, les élèves de milieu défavorisé (REP) et les élèves dont la **compréhension initiale est la plus faible** sont ceux qui progressent le plus, suggérant ainsi une réduction des inégalités.

[23] L'échantillon d'élèves de CM2 est composé de 249 élèves dans le GCA et de 134 élèves dans le GE.

VI.2 Contribution 3: Text Comprehension-Focused Training as an Effective Method to Reduce Social Inequalities in Word-Problem Solving

Text Comprehension-Focused Training as an Effective Method to Reduce Social Inequalities in Word-Problem Solving

Ingrid Claracq[1], Michel Fayol[2], and Bruno Vilette[1]

[1] Univ. Lille, ULR 4072 - PSITEC - Psychologie : Interactions Temps Émotions Cognition, F-59000 Lille, France

[2]Laboratoire de Psychologie Sociale et Cognitive (LAPSCO) – Centre National de la Recherche Scientifique. Université Clermont-Auvergne

Correspondence concerning this article should be addressed to Ingrid CLARACQ

E-mail: ingrid.claracq@ac-lille.fr

Abstract:

Recent meta-analyses have pinpointed text comprehension as a critical factor in Word-Problem Solving (WPS), with socio-cultural and socioeconomic influences having a significant impact, as attested by French national assessments. We have developed a protocol aimed at improving WPS by focusing on understanding problem texts. In our study, we subjected 1161 disadvantaged (D) and non-disadvantaged (ND) students in Grade 3, 4, and 5 to an initial comprehension test and a WPS pre-test. These students were divided into three groups (Weak, Average, Strong) according to their performance on the comprehension test. All students then received WPS instruction over several weeks, either via the comprehension-focused protocol in the experimental group EG or the traditional approach in the active control group (ACG). Post-training assessments revealed three major findings: the EG outperformed the ACG, indicating that comprehension-focused training to be effective; disadvantaged students made significant gains, suggesting a reduction in inequalities; and, crucially, those with lower initial comprehension benefitted the most, denoting the relevance of comprehension skills in WPS success.
Keywords: inequalities, word-problem solving, comprehension, calculation, learning

Résumé :

La compréhension des énoncés joue un rôle majeur dans les performances en résolution de problèmes (RDP). Ces dernières sont également influencées par les dimensions sociales. Ces résultats nous ont conduits à mettre en place un protocole visant à améliorer la RDP en nous concentrant sur la compréhension des énoncés. Mille cent soixante et un élèves issus de deux milieux (défavorisés, non défavorisés) et de trois niveaux scolaires (CE2, CM1 et CM2) ont été soumis à un test en compréhension ainsi qu'à un pré-test en RDP. Ils ont été répartis en trois groupes suivant leur niveau en compréhension (faible, moyen, fort). Tous les élèves ont suivi un enseignement soit axé sur la compréhension dans le groupe expérimental (GE) soit sur l'approche traditionnelle dans le groupe contrôle actif (GCA). Le post-test a révélé que : les enfants du GE progressent significativement plus que les enfants du GCA, attestant de l'efficacité de la démarche axée sur la compréhension ; les élèves défavorisés et les élèves dont la compréhension initiale est la plus faible sont ceux qui progressent le plus, suggérant ainsi une réduction des inégalités.
Mots clés : Inégalités, résolution de problèmes arithmétiques, compréhension, calcul, apprentissage

Introduction

Challenges in problem-solving are prevalent across nations and educational levels, serving as indicators of academic failure, as demonstrated by international assessments such as PISA 2015 (OECD, 2015) and TIMSS 2015 (IEA, 2015). Among the various factors contributing to these difficulties, the comprehension of verbal or textual problems significantly influences problem-solving ability and the overall solving process (Boonen et al., 2013; Cirino et al., 2018; Cummins et al., 1988; Kintsch & Greeno, 1985; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008). Comprehension of verbal statements is closely linked to socioeconomic aspects, such as parental income and occupations, as shown by longitudinal national assessments in France for primary school Grades 1 and 5 (respectively CP and CM2). These evaluations reveal persistent disparities among students based on socioeconomic backgrounds (non-disadvantaged vs. disadvantaged), which the French educational system has not managed to effectively ameliorate over time between Grades 1 and 5 (Fleury et al., 2022, particularly Table 1; Rocher, 2016).

These French results are similar to those reported in other countries, indicating that social inequalities between students are reinforced and amplified by educational institutions (Croizet et al., 2017). French institutions favor written language, particularly activities for understanding written texts. These activities are better mastered by students from middle-class backgrounds for whom they form a "cultural capital" (Bourdieu & Passeron, 1977). The impact of this differentiation among along social classes is visible from Grade 3 onwards, manifested as a "reading achievement gap" characterized by lower comprehension scores and difficulties in making simple inferences (Vaughn & Barnes, 2023). However, several studies involving younger students have shown that children from disadvantaged backgrounds perform equivalently to their more advantaged peers when problem situations are presented in a non-verbally rather than verbally. Conversely, their performances were significantly lower when responses or presentation methods were given verbally (Jordan et al. 1992, 1994). As reported by Jordan and Levine (2009), most children have the capacity to develop number competence, which lays the foundation for later learning. Their main difficulties lie not in representing problem situations, but in developing these representations from symbolic formulations. It is as if children from disadvantaged social backgrounds failed to mobilize *"hidden talents"* when situations were presented symbolically. If this is the case, it becomes important to research, implement and evaluate the conditions, educational and otherwise, that foster this mobilization (Young et al., 2022). Could these conditions succeed in reducing the effects of social inequalities in solving arithmetic problems?

From Social Inequalities to Understanding Problem Solving

Initial research on the role of comprehension in problem-solving primarily focused on the correlation between comprehension abilities and problem-solving outcomes. Later studies highlighted the benefits of modifying problem statements, such as using simplified vocabulary or providing more precise descriptions, to enhance comprehension and, consequently, problem-solving success (De Corte et al., 1985; Devidal et al., 1997; Thevenot et al., 2007; Coquin-Viennot & Moreau, 2003).

Importantly, the numerical and arithmetic components of problem-solving were relatively less impactful and less influenced by the social background of the students (Fuchs et al., 2014; Fuchs et al., 2019). Recent research has integrated results from past studies in quasi-experimental approaches involving teachers and their classes (Gros et al., 2020; Fuchs et al. 2020; Vilette et al., 2017). These studies demonstrated that the comprehension of problem statements is crucial to problem-solving achievement.

Our research aligns with this new orientation, aiming to reduce social inequalities in solving arithmetic problems by improving the understanding of problem statements. This educational and collaborative intervention encompasses multiple dimensions of the comprehension activity. Teachers assist students in understanding problem statements by reading them aloud, paraphrasing them, and using gestures and actions simulate the situations described verbally. This approach is designed to help students, especially those from disadvantaged social categories (Jordan & Levine, 2009), to utilize their non-verbal representations, which we know they possess and can use (their "hidden talents": Young et al., 2020) through a collective protocol consisting of "translating" symbolic formulations into actions. To prevent students from spontaneously attempting operations based on numerical data before fully reading and interpreting the problem statements (Zagar et al., 1991; De Corte & Verschaffel, 1981), we presented these statements without numerical data. This method avoids premature problem-solving attempts, which are often unsuccessful among students from disadvantaged backgrounds and contribute to reinforcing social inequalities (Croizet et al., 2017).

Research Overview

Previous findings underscore the need to explore the underlying mechanisms that contribute to the challenges and disparities observed in problem-solving success and to design targeted interventions that enhance performance while diminishing educational inequities. The present study builds upon prior research conducted with third-grade students (CE2), which examined the efficacy and practicality of a pedagogical approach that separates comprehension of problem statements from the execution of numerical operations (authors, 2024).

This paper extends that approach, examining the proposition that students from the third through fifth grades (CE2, CM1, and CM2) may derive greater benefit from an instructional protocol that differentiates understanding of problem statements from numerical processing, particularly when their comprehension abilities are initially weaker. Similar to previous third-grade interventions, this study involved two groups the experimental group (EG) and the active control group (ACG) from schools classified as either disadvantaged (D) or non-disadvantaged (ND). Prior to the intervention, both groups were pre-tested for written comprehension skills. Over the course of several weeks, students were presented with the same hierarchically structured problems daily (Grade 3, n = 92; Grade 4, n = 57; Grade 5, n = 83), arranged in a consistent sequence. The ACG engaged in traditional problem-solving practices, receiving verbal problems with numerical data included. In contrast, the EG was presented with verbal problems that initially lacked numerical data, to be incorporated at a later stage. This allowed the EG to focus on the comprehension of problem statements before integrating the numerical information to solve the problems.

Two main hypotheses were posited. Firstly, it was anticipated that the several-week-long pedagogical intervention during the comprehension phases would lead to greater enhancements in problem-solving proficiency for the EG compared to the ACG (Hypothesis 1), regardless of grade level (from Grade 3 to Grade 5), and the schools' socioeconomic status (D and ND). Secondly, in alignment with our first hypothesis, such an enhancement in problem-solving performance was expected to be especially pronounced among students with initially lower levels of comprehension (Hypothesis 2a), thus potentially diminishing disparities across disadvantaged and non-disadvantaged schools (Hypothesis 2b).

Method

Participants

Eighty-nine classes from various school districts within the Hauts-de-France region were initially selected for this study, with approval from France's National Education

Inspectors. However, s even classes were excluded from the analysis due to prolonged teacher absences or non-adherence to the experimental protocol.

Consequently, the study utilized data from 1,161 students [24]: 395 from 22 third-grade classes, 384 from 27 fourth-grade classes, and 382 from 33 fifth-grade classes. These participants were engaging with the protocol for the first time. Out of the 1,161 students, 683 were from Priority Education Network schools[25] (D), and 478 were from schools not designated as such (ND).

The classes were evenly split into two groups that engaged daily with the same set of problems, formulated to align with the end-of-year expectations for the respective grades (third grade [CE2], fourth grade [CM1], or fifth grade [CM2]), based on the toolset created by Graff et al. (2009).

The EG, comprising 464 students, engaged with the newly introduced protocol, while the ACG, with 697 students, continued with standard classroom instruction already in use, ("business as usual"). Educators within the control group were provided with guarantees that their classes would implement the experimental protocol the following academic year.

Material

The assessment materials utilized in this study included a standardized Arithmetic Problem-Solving test (AP) and a Reading Comprehension test (CE) (Morcrette, 1993; Jordan & Lechenard, 2007). A detailed description of these materials is provided in the "Description of the Tests" section.

During the learning sessions, teachers for both the EG and the ACG made use of a problem set tailored to each grade level (Grade 3, n = 92; Grade 4, n = 57; Grade 5, n = 83) during daily arithmetic problem-solving sessions. The selection of problems was based on the categorizations by Riley et al. (1983) and Vergnaud (1982).

In Grade 3, the problems involved addition and subtraction: one -third focused on the transformation, one -third on combination, and the final third on comparison. For Grades 4 and

---

[24] The study received consent from the institutional ethics committee of the University of Lille on July 20, 2021, under the reference 2021-522-S96 and the designation “Recherche RDPA”.

[25] The inclusion of a middle school and its network of schools in priority education policy is determined by a social index (IPS) that includes four parameters impacting academic success: the prevalence of disadvantaged socio-professional categories; the number of students receiving needs-based financial aid; the proportion of students living in a priority area of the city; the proportion of students having repeated a year before sixth grade. The first three criteria are linked to family income.

5, one -third of the problems involved addition (covering combination, comparison, and transformation), while the remaining two-thirds involved multiplication (including proportions, partitive division ("sharing") and quotative division ("grouping")).

Additionally, the problems were structured in ascending order of difficulty across various levels. Each level was carefully designed to ensure that different categories of problems were presented once or twice, fostering a comprehensive exposure to the problem types. The complexity of the problem statements progressively increased based on several criteria : (1) the problem type (2) the context of the statement (familiar, academic, or non-familiar), (3) the number of computational steps required for resolution, (4) the magnitude of the numbers involved, (5) the types of measurement units required (such as length, mass, duration, and price), and (6) whether the problem was represented in ordinal or cardinal form (Gros et al. (2021)).

An example of a problem without numerical values is: "I had a bouquet. I added flowers to my bouquet. I now count them. How do I know how many flowers I had initially?" An example with numerical values is: "I added 16 flowers to my bouquet. I now have 48. How many flowers did I have before?"

General Procedure

The study implementation entailed a pre-test (T0), a learning period (lasting 12 weeks for Grade 3 and 4, and 16 weeks for Grade 5), followed by an immediate post-test (PT) conducted two weeks after a break. The pre-test (T0) was administered right before the learning phase to sequentially evaluate the students' abilities in arithmetic problem-solving (AP) and reading comprehension. Based on the reading comprehension test result, students of both groups were categorized into three levels of comprehension proficiency: weak, average, and strong. The post-test (PT) consisted solely of the AP assessment.

Prior to commencing the educational program, teachers from both groups received approximately two hours of training. This session introduced them to the problem bank, covering aspects such as the various problem types, the context of problem statements, the number of steps required for solving, and the magnitude of numbers involved. The training also explained the spiral structure of the problem bank, which included all types of problems across all levels, and emphasized understanding the construction of the problem bank and the criteria determining problem complexity. Teachers in the EG received a second training session lasting roughly two hours, which concentrated on the problem-solving process and handling statements that lack numerical data.

Throughout the experiment, teachers from both the EG and the ACG were able to discuss their teaching practices and the use of the problem bank via a dedicated digital platform.

The platform also enabled researchers to distribute the problems from the bank biweekly, communicate with teachers as needed researchers, and consistently track which specific problems were addressed. This reporting facilitated monitoring of the variety and total count of problems encountered in each classroom. The teachers were granted a degree of autonomy allowing them to choose not to address all the problems as long as they followed the prescribed sequence of skill levels and maintained the diversity in problem types.

During the intervention phase, which lasted 12 weeks for Grades 3 and 4 and 16 weeks for Grade 5, the first author visited each of the EG classes three times to ensure compliance with the protocol and, adjust teacher methodologies as necessary. Moreover, teachers from the EG were invited to participate in two review meetings, each approximately one and a half hours long, to discuss implemented strategies and address any questions.

Description of the Tests

Arithmetic Problem (AP)

This assessment consists of problems derived from the Wechsler scales (WISC IV and WISC V), adapted for group administration. There are 20 problems for Grades 3 and 5, and 10 problems for Grades 4 due to time constraints. Students must read each problem, compute the solution mentally (no paper usage allowed), and then record their answer. A fixed total time was given to students to work through as many problems as they could, with durations varying based on problem quantity and complexity. These time limits were fine-tuned in a preliminary study, resulting in 8 minutes for Grade 3, 5 minutes for Grade 4, and 11 minutes for Grade 5. The problems are arranged in ascending order of difficulty within each grade level, demonstrating strong internal consistency with Cronbach's alpha coefficients ranging from 0.815 to 0.828.

Reading comprehension

For third graders, the reading comprehension test assesses the identification and understanding of written words without images sourced from a speech therapy resource by Morcrette (1993). In this test, students are presented with a sentence and must choose the semantically correct final word from a list of five options, with the other four being unrelated distractors (e.g., "All dogs have four... mouths, paws, pincers, plums, ears"). The test comprises 22 items, and students have 8 minutes to complete all sentences.

In Grades 4 and 5, the semantic-syntactic comprehension test, developed by Jordan and Lechenard (2007), consists of two blocks, each containing 12 items. For each item, students are required to evaluate the semantic equivalence of two adjacent written sentences (e.g., “The rabbit eats the rat/The rat is eaten by the rabbit”). Students are allotted 5 minutes to complete each block.

Description of the intervention

In both groups, students worked on problems from the same hierarchically organized problem bank. Each day, teachers presented a problem statement to work on for 25 minutes. The problem text was written on the board and was also available in the student’s notebooks remaining accessible for reference during the entire session. Teacher feedback gleaned during visits indicated that students in both the ACG and EG read through the problem at least twice.

Students in the ACG tackled problems containing numerical data immediately after reading the statements. In contrast, the EG students first received problems without numerical information. Teachers in this group prompted students to focus on comprehending the problem statements. The students were instructed to paraphrase the statement and to use gestures and role-playing to aid understanding (Edmonds, 2009; Willinham, 2006; Dargue et al., 2019; Goldin-Meadow et al., 2012) before they began constructing representations, such as diagrams, and performing calculations.

Scoring

For the reading comprehension task, each correct answer was scored 1 point if correct and 0 points in all other cases, resulting in a total score between 0 and 22. Since the task items varied by grade level, a standard z-score was calculated per student at each grade level, and this standard score was transformed categorically into three levels : Low (σ <-1 SD), Medium (-1 SD < σ > 1 SD) and High (σ > 1 SD).

For the AP task, the answer to each problem was scored either 2 points if correct, or 1 point if incorrect with correct operation, and 0 points for all other cases, resulting in a total score ranging from 0 to 40. To compare pre- and post-tests performance across grade levels, a z-score was calculated for each student. Subsequent statistical analyses of reading comprehension and AP tasks, detailed below, were subsequently conducted using these standard scores.

Lastly, a descriptive analysis of the change in success rates on the AP between the pre and post-test was also conducted according to the main variables (group, school status, and level of comprehension).

Results

Preliminary analysis

The means and standard deviations of the AP z-scores at the pre- and post-tests are presented in Table 1. An ANOVA was carried out on the pre-test z-scores to test the homogeneity of the groups (EG, ACG) according to grade level (3, 4, 5) and school status (D, ND). The results reveal a significant effect of school status (p <.001) but no significant effect of grade level (p = .556), group (p = .103), or any interaction between these two factors (see Table 2). Although the group effect was not significant at the conventional threshold (p <.05) the marginal trend (p = .103) confirms the homogeneity of both groups at the pre-test and led us to perform subsequent covariance analyses (ANCOVA) using the pre-test AP z-scores as a covariate and the post-test AP z-scores as the dependent variable.

Table 1

AP z-scores and Standard Deviations at pre- and posttest by grades, school status and groups

	Grade	Status	Group	n	M	SD
PRE-TEST	3	ND	ACG	58	0.111	0.997
			EG	71	0.328	0.874
		D	ACG	134	-0.154	1.058
			EG	132	-0.066	0.967
	4	ND	ACG	79	0.223	1.105
			EG	76	0.204	1.082
		D	ACG	177	-0.187	0.864
			EG	52	0.005	1.050
	5	ND	ACG	102	-0.100	0.937
			EG	92	0.169	1.011

		D	ACG	147	-0.002	1.030
			EG	41	-0.125	1.002
POSTTEST	3	ND	ACG	58	0.040	1.100
			EG	71	0.393	0.879
		D	ACG	134	-0.332	1.091
			EG	132	0.108	0.807
	4	ND	ACG	79	0.182	0.988
			EG	76	0.319	1.035
		D	ACG	177	-0.213	0.946
			EG	52	0.017	0.978
	5	ND	ACG	102	-0.050	0.891
			EG	92	0.287	0.997
		D	ACG	147	-0.117	1.023
			EG	41	-0.098	1.088

Note. N = 1161. ND = Non-Disadvantaged; D = Disadvantaged; ACG = Active Control Group; EG = Experimental Group

Table 2

Three-Way ANOVA on the pre-test AP z-scores

Effect	df	MS	F
Grades	2	0.560	0.570
Status	1	14.454	14.708***
Groups	1	2.621	2.667
Grade * Status	2	1.288	1.311
Grades * Groups	2	0.151	0.153
Status * Groups	1	0.642	0.654
Grades * Status * Groups	2	1.793	1.824

Note. N = 1161. ANOVA = analysis of variance; AP = Arithmetic Problems

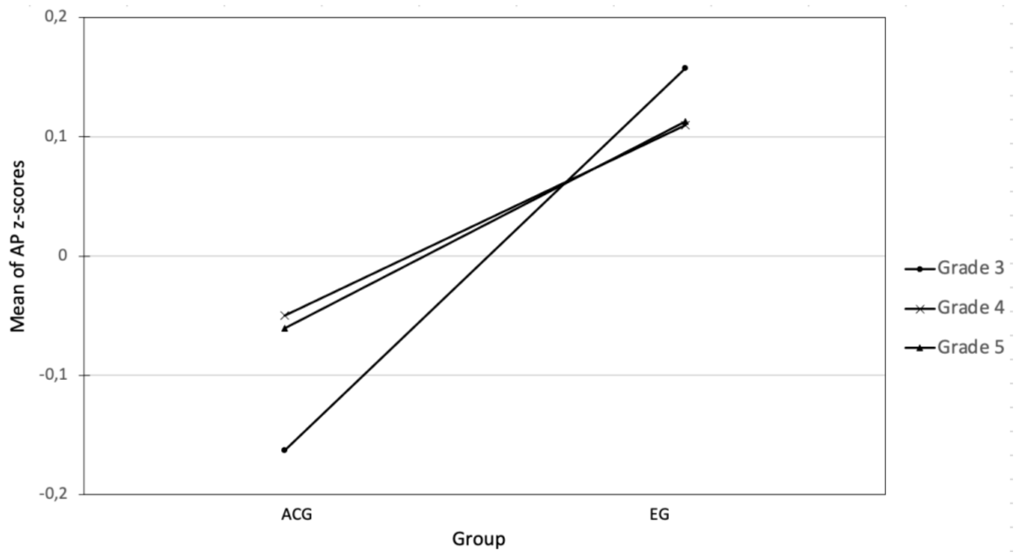
***p<.001

Results by Grade Level

A first ANCOVA was carried out on the post-test arithmetic problem (AP) z-scores, with pre-test AP z-scores as a continuous predictor, and group (EG, ACG) and grade level (3, 4, 5) as categorical predictors. The covariate AP had a significant effect, $F(1, 1154) = 1141.158$, $p <.001$, $\eta^2 = 0.491$, and there was a significant effect of the Group, $F(1, 1154) = 25.945$, $p <.001$, $\eta^2 = 0.011$. No significant effect was found for grade level, $F(2, 1154) = 0.247$, $p = .781$, nor for the interaction between group and grade level, $F(2, 1154) = 1.529$, $p = .217$). Differences in post-test AP z-scores between groups and grade levels are illustrated in Figure 1. Post-hoc comparisons of the post-test AP z-scores reveal that the EG scored significantly higher than the ACG, $t(1154) = -5.09$, $p <.001$, d = 0.311; The effect of grade level was not significant between Grades 3 and 4, $t(1154) = -0.636$, $p = .80$, nor between Grades 4 and 5, $t(1154) = 0.076$, $p = .98$. Overall, the results confirm the first hypothesis (1) of a significant effect of the intervention at each grade level (3, 4, 5).

Figure 1

Mean of AP z-scores at post-test by group and grade



Note. AP = Arithmetic Problems; ACG = Active Control Group; EG = Experimental Group

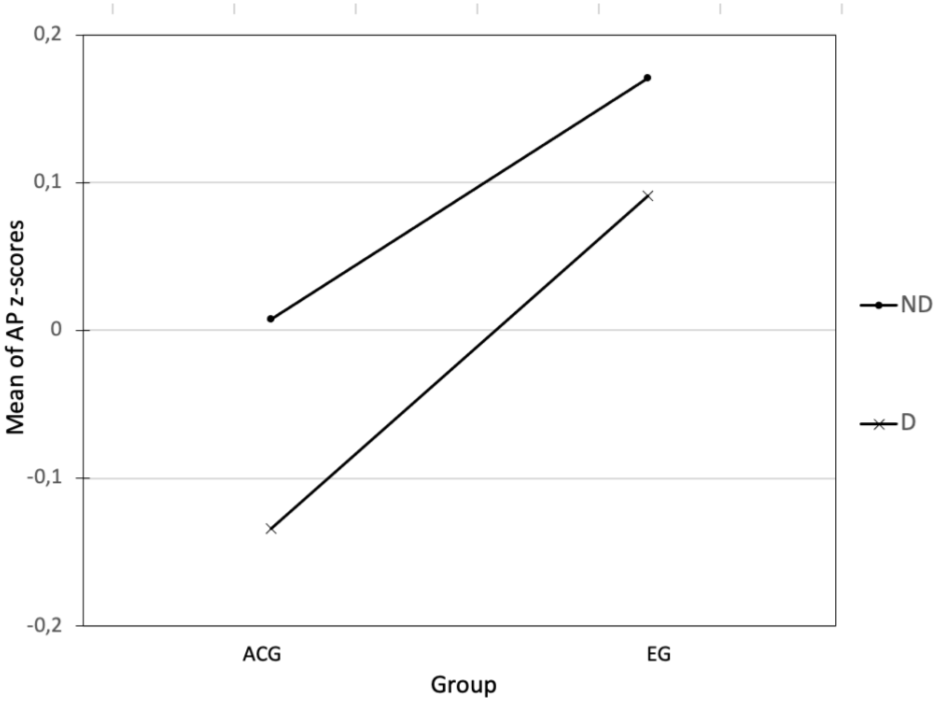
Results by School Status

The performance of students from disadvantaged and non-disadvantaged schools was examined using ANCOVA on the post-test AP z-scores with pre-test AP z-scores as a continuous predictor and group (EG, ACG) and school status (D, ND) as categorical predictors. The analysis revealed a significant main effect of group, $F(1, 1156) = 20.460$, $p<.001$, $\eta^2 = .009$ and a significant main effect of school status, $F(1, 1156) = 6.598$, $p <.001$, $\eta^2 = 0.003$. The interaction between group and school status was not significant, $F(1, 1156) = 0.526$, $p = .468$. Figure 2 illustrates the differences in posttest AP z-scores between groups and school status.

An ANOVA on post-test AP z-scores revealed that the EG significantly outperformed the ACG, $F(1, 1157) = 20.833$, $p<.001$, $\eta^2 = 0.017$, and that the effect of school status was significant, $F(1, 1157) = 20.641$, $p <.001$, $\eta^2 = 0.017$, while the interaction between group and school status was not significant, $F(1, 1157) = 0.012$, $p = .912$. All results yielded further confirm the first hypothesis (1) of a significant effect of the intervention in both disadvantaged and non-disadvantaged schools.

Figure 2

Mean of AP z-scores at post-test by group and school status



Note. AP = Arithmetic Problems; ACG = Active Control Group; EG = Experimental Group; ND = Non-Disadvantaged; D = Disadvantaged

Results by Comprehension Level

Recall that z-scores in the comprehension task were categorized on an ordinal scale into Low, Medium, and High. Thus, the comprehension variable is analyzed using a 2 (Group) x 3 (Grade level) x 3 (Comprehension) ANCOVA on the post-test AP z-scores with the pre-test AP z-scores as a continuous predictor. All results from this analysis are shown in Table 3.

Table 3

ANCOVA on the post-test AP z-scores

Effect	df	MS	F	η^2
AP pre-test (predictor)	1	289.57	638.98***	0.360
Comprehension level	2	14.594	32.20***	0.036
Groups	1	8.806	19.43***	0.011
Grades	2	0.089	0.20	-
Comprehension * Groups	2	0.730	1.61	-
Comprehension * Grades	4	0,287	0.63	-
Groups * Grades	2	1.155	3.48	0.004
Comprehension * Groups * Grades	4	0.810	1.79	0.004

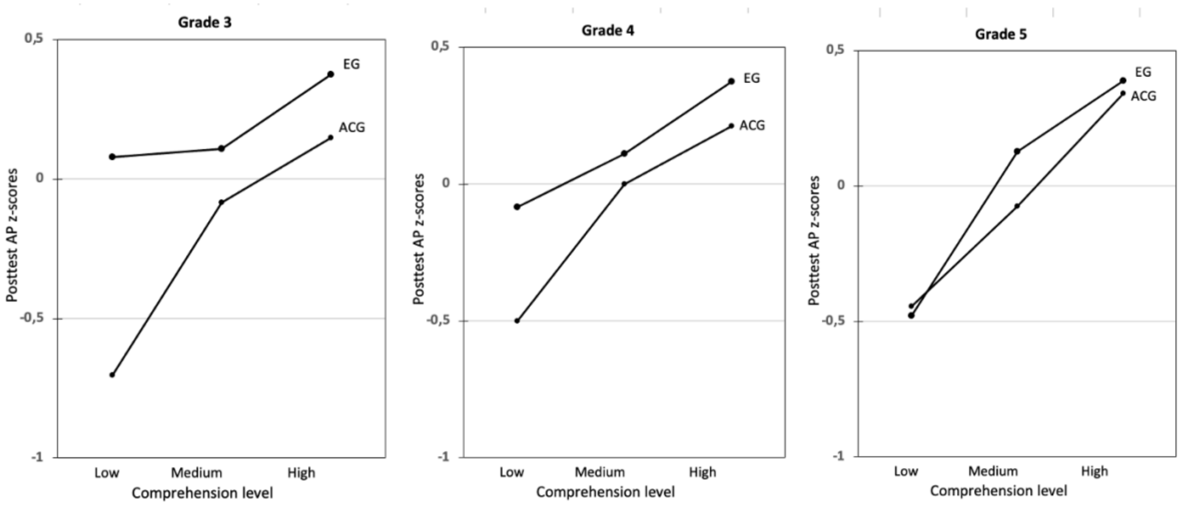
Note. ANCOVA = analysis of covariance; AP = Arithmetic Problems

The significant effect of the comprehension level (*p* <.001) supports the first part of the second hypothesis (2a), which posited the effect of the intervention would be greater as the level of understanding decreases. Note that the magnitude of this effect, η^2 = 0.036, is significantly higher than that of the school status, η^2 = .003 (see below). In addition, the post-hoc comparisons (Tukey test) revealed that in each group (EG and ACG), all pairwise comparisons on comprehension level (Low *vs.* Medium; Low *vs.* High; Medium vs. High) are significant at *p* <.01, except the Low vs. Medium comparison in the EG group (*p* <.09).

A significant three-way interaction between comprehension, groups and grade levels was also expected (Hypothesis 2b). This interaction was not significant (*p* = .129). A post-hoc analysis (t-test with Bonfferoni correction) was conducted by comparing the z-scores of both groups (EG vs. ACG) at each level of comprehension (Low, Medium, High) and at each grade level (Figure 3). This analysis reveals only one significant comparison at Grade 3 (CE2) for Low comprehenders, *t* (1033) = 4.118, *p* <.006, d = 1.161.

Figure 3

Mean of AP z-scores at posttest by comprehension level, groups, and grades



Note. AP = Arithmetic Problems; ACG = Active Control Group; EG = Experimental Group

Descriptive Analysis

In this section, we analyze the rates of change in performance to highlight that the protocol has a stronger effect on students with low comprehension levels and those from disadvantaged schools.

The rates of change in AP scores between pre-test and post-test are reported in the appendix. These rates (expressed as percentages) are calculated using the formula (Post AP score−Pre AP score)/Pre AP score[26]. Table 4 shows the means of the scores over the main variables: comprehension level, group and school status.

Table 4

Growth rates in PA score by comprehension level, groups, and school status

	Pre-test AP scores	Post-test AP scores	Evolution of AP scores	Growth rate
Comprehension level:				
- Low	36.02	41,93	6,04	16.78
- Medium	51.05	58,76	7,71	15.10
- High	62.47	69,49	6,98	11.17
Group:				
- ACG	49.19	55.18	6.05	12.30

26 $\frac{Post\ PA\ score - Pre\ PA\ score}{Pre\ PA\ score} * 100.$

- EG	50.50	58.28	7.77	15.38
School status:				
- ND	51.74	58.95	7.21	13.94
- D	47.96	54.50	6.61	13.78

Note. AP = Arithmetic Problems; ACG = Active Control Group; EG = Experimental Group; ND = Non-Disadvantaged; D = Disadvantaged

It quickly becomes clear that the most significant improvement in AP scores is related to the initial level of comprehension with a difference of +5.61% in favor of low-level compared to high-level, and a difference of +3.93% for medium-level compared to high-level. We also note a strong change in AP scores according to the group with a difference of +3.08% in favor of EG compared to ACG. Finally, we note that the difference of evolution in AP scores according to the school status is almost zero (difference of -0.16%). This last observation must be clarified in relation to the other variables (comprehension level and group). First, the evolution in AP scores by school status was notably greater among students with a low level of comprehension, especially in Grade 3 (see appendix). In the EG, there was an increase of 16.98% for not-disadvantaged students and 31.88% for disadvantaged students, while the ACG showed increases of 6.16% and 4.60%, respectively. Second, by comparing progress for each school status (D and ND) between groups (ACG vs. EG), we find for non-disadvantaged students an overall increase of 15.52% in the ACG compared to 17.28% in the EG, a difference of +1.76%. For disadvantaged students, there was an overall increase of 12.04% in the ACG, as opposed to 17.90% in the EG, a more substantial difference of +5.86%. Therefore, progress was much greater among disadvantaged students in the EG compared to non-disadvantaged students in the ACG.

Discussion

Solving arithmetic problems is a challenging activity for students around the world, and failure is commonplace. Previous research has shown that difficulties experienced among primary and middle school students are largely due to the comprehension of verbal statements, much more than to dimensions linked to calculation. Students' written comprehension varies greatly depending on their socio-cultural origin, constituting a major source of inequalities. Students capable of understanding and solving non-verbal problems have difficulty developing the relevant representations necessary for problem-solving when prompted with verbal statements (Fuchs et al., 2019; Jordan & Levine, 2009).

These findings led us to our first hypothesis, that by focusing on comprehension, we could improve problem-solving performance (Fuchs et al., 2020). To test this hypothesis, we developed an educational and collaborative protocol alongside teachers. In this protocol, students in Grades 3, 4 and 5 focused on understanding, paraphrasing, and simulating the situations described in problem statements without numerical data over several weeks. The latter would be introduced later during the problem-solving phase. The performances of EG students who practiced this protocol increased significantly compared to the ACG, thus validating our first hypothesis and confirming our previous results (Authors, 2024). It is important to recall that the control group processed the same problems according to the same schedule and during the same period, except that the problems were presented in the traditional format, with numerical data included from the start. Comparing the performances of the EG and the ACG demonstrates the effectiveness of the proposed educational protocol, relative to a non-active control group.

In France, statistical data show that sociocultural inequalities are strongly associated with academic success, with schools failing to mitigate these disparities (Croizet et al., 2017). This is particularly evident in written text comprehension and problem solving. Consequently, we could expect that, on one hand, students from disadvantaged social background and attending disadvantaged schools (IPS of around 74) would have lower initial performances, both in reading comprehension and in problem solving compared to students from non-disadvantaged social schools (IPS between 101 and 109). On the other hand, interventions focused on the comprehension of verbal statements are likely to particularly benefit students from disadvantaged schools. The results of our analyses based on levels of understanding (Table III) show that the improvement in problem-solving performance is higher when the initial level of comprehension is low (Hypothesis 2a). In other words, not only do EG students benefit from the protocol, but all students show improvement depending on their comprehension level. The descriptive analysis on the rates of change (Table IV) confirms that progress in problem solving is greater when comprehension scores are low, and for students in the EG compared to those in the ACG (Hypothesis 2b).

Our protocol, which emphasizes comprehension activities over calculation and solution operations, confirms the crucial role of comprehension in problem-solving performance. This approach is borne out by a reduction in performance inequalities: low-comprehenders, often from disadvantaged backgrounds, stand the most to benefit the most from the protocol. Their problem-solving performance shows the greatest improvement between pre- and post-tests. This result is consistent with the idea that students with weaker verbal skills are fully capable of finding solutions if assisted in interpreting verbal formulations and representing the situations described in problem statements (Jordan et al., 1992, 1994).

Our study delivers two major contributions: first, the activities implemented during the learning sessions did not merely generate isolated performances. They allowed EG students to perform better on the post-test than on the pre-test, and also better than their ACG peers, using traditional statements including numerical data. This indicates that EG students acquired the ability to mentally process the situations described in the statements using formal verbal formulations dissimilar to those encountered during the learning sessions. This skill goes beyond lexical or syntactic understanding; it impacts the ability to interpret and integrate symbolic information present in the statements. Consequently, our approach helped students from disadvantaged backgrounds to harness their inner potential (the “hidden talents” described by Young et al. 2022), first during class sessions and then transferring this learning to formal assessments, which are typically disproportionately challenging for such students (Croizet et al., 2017).

Second, our study highlights the modalities of intervention. In France, implementing changes in education practices is difficult business, with several reforms having failed due to resistance from teachers. In this study, the general approach, akin to that of Fuchs et al. (2019), was developed gradually and collaboratively by a group of educational advisors, then extended to a growing number of teachers. Teachers received continuous support through monitoring by advisors and frequent update meetings, which allowed them to share progress, discuss challenges and seek out solutions together. This collaborative effort ensured that the protocol was followed and improved as the research progressed. Expansion to larger teacher cohorts is underway, aiming to mitigate the negative effects of sociocultural inequalities on academic performance in problem solving.

The authors have no conflict of interest to disclose.

Acknowledgements

We thank all supervisory inspectors: Brigitte Capelain, Catherine De Revière, Marion Desmarest, Thomas Dupont and Régis Leclerc.

We thank also the educational advisors: Nathalie Camps, Stéphane Coupé, Nathalie Debrandt, Christophe Dubois, Véronique Dubois, Florence Duthilleul, Cécile Fornasari, Céline Gaffet, Valérie Owsinski, Agnès Philippe.
We also thank the authors of the problem bank which inspired the development of our own bank: Olivier Graff, André Jacquart, Antonio Valzan, Benoit Wozniak.
Finally, we thank the teachers and students from the different districts who participated in the research: Lille1-centre Lille 1-Hellemmes, Lille-1 Sud, Lille 2-Loos, Lille 3-Ronchin, Roubaix-Hem, Tourcoing-Est, Tourcoing-Ouest, Valenciennes-Anzin.

Appendix : Growth rates in AP score between pre-test and post-test

Group	Grade	School status	Comprehension level[27]	N	Pre-test AP scores	Post-test AP scores	Evolution of AP scores	Growth rate
ACG	3	**ND**	Low	11	44.32	47.05	2.73	6.16%
			Medium	34	62.43	66.4	3.97	6.36%
			High	13	74.81	81.54	6.73	9.00%
		D	Low	24	40.21	40.43	1.85	4.60%
			Medium	93	59.6	63.33	3.74	6.28%
			High	19	69.74	70	-0.28	-0.40%
	4	**ND**	Low	4	22.5	30	7.5	33.33%
			Medium	44	35.57	44.66	9.09	25.56%
			High	14	51.07	59.29	8.21	16.08%
		D	Low	36	27.22	26.94	-0.28	-1.03%
			Medium	92	34.4	44.67	10.27	29.85%
			High	17	42.06	55.59	13.53	32.17%
	5	**ND**	Low	8	39.38	46.25	6.88	17.47%
			Medium	59	51.1	60	8.9	17.42%
			High	23	70.43	76.3	5.87	8.33%
		D	Low	15	40.67	45.33	4.67	11.48%
			Medium	82	56.34	61.16	4.82	8.56%
			High	28	63.57	74.29	10.71	16.85%
EG	3	**ND**	Low	3	44.17	51.67	7.5	16.98%
			Medium	41	60.73	67.13	6.4	10.54%
			High	27	74.26	80.74	6.48	8.73%
		D	Low	17	43.82	57.79	13.97	31.88%
			Medium	86	57.12	65.38	8.26	14.46%
			High	29	73.36	78.1	4.74	6.46%
	4	**ND**	Low	8	27.5	39.38	11.88	43.20%
			Medium	51	37.16	50	12.84	34.55%
			High	15	61.67	74.33	12.67	20.54%
		D	Low	6	27.5	35.83	8.33	30.29%
			Medium	21	39.29	47.62	8.33	21.20%
			High	8	43.13	53.75	10.63	24.65%
	5	**ND**	Low	10	40	42.5	2.5	6.25%
			Medium	44	59.43	64.77	5.23	8.80%
			High	35	74.71	79.14	4.43	5.93%
		D	Low	8	35	40	5	14.29%
			Medium	24	59.38	70	10.63	17.90%
			High	6	50.83	50.83	0	0.00%

Note. The difference in numbers with the table 1 relates to the fact that some students, for reasons linked to the pandemic, were unable to take the comprehension test.
ACG = Active Control Group; EG = Experimental Group; ND = Non-Disadvantaged; D = Disadvantaged

Discussion - Conclusion

La résolution de problèmes arithmétiques est source fréquente d'échecs quels que soient le niveau et le pays concerné (*PISA 2015 ; OECD, 2015 ; TIMSS 2015)*. Plus particulièrement, en France, il ressort des récentes évaluations nationales que les élèves de CP et de CE1 sont en difficulté pour la résolution de problèmes (Desclaux *et al.*, 2024). C'est la compétence la moins bien réussie avec 33% des élèves de CP et 53% des élèves de CE1 qui n'atteignent pas un niveau satisfaisant[28]. Au CM1, c'est la compétence qui montre le plus grand écart de performances en fonction du milieu de scolarisation (R versus NR), et ce sont encore 40% des élèves qui n'atteignent pas un niveau de compétence satisfaisant (Bourgeois *et al.*, 2024).

Ainsi, encore aujourd'hui, après quarante années de recherches et d'interventions tentant d'améliorer les performances des élèves, la résolution de problèmes arithmétiques reste toujours un champ d'études actif pour la recherche et les praticiens. Comme nous l'avons montré dans notre introduction, la compréhension apparaît comme une variable cruciale dont l'importance et le rôle ne semblent pas avoir été totalement exploité dans les recherches et les modélisations antérieures.

Deux grandes catégories d'apports sur l'activité de résolution de problèmes nous ont permis d'éclairer ce constat.

La première concerne l'analyse de l'activité et des leviers d'intervention. Les travaux antérieurs (Muth, 1984 ; Lin, 2021 ; Cummins et al., 1988 ; Swanson, 2017 ; Fuchs et al. ; 2014, 2019) ont progressivement identifié la compréhension comme un paramètre d'intervention susceptible d'améliorer les performances des élèves. Parallèlement, le champ de la recherche en résolution de problèmes arithmétiques a fait évoluer les modèles de cette activité (Kintsch et Greeno, 1985 ; Reusser, 1990 ; Staub & Reusser, 1995 ; Bassok, 2001 ; Gros et al. 2020) en suivant les modèles et apports relatifs à la compréhension de l'écrit (Van Dijk et Kintsch, 1978 ; 1983 ; Fayol, 1992 ; Bianco, 2015 ; Fayol & Gaonach, 2003). Ces apports se sont traduits dans les interventions par une transition de l'utilisation de la notion de schéma à celle de modèle de situation, et à la prise en compte des connaissances conceptuelles. Au final, ces apports ont amené à une focalisation sur le rôle potentiel de la compréhension même si celle-ci reste partielle. Elle est notamment intégrée par le biais d'entités modulaires ou grâce à des dispositifs axés majoritairement sur une compréhension mathématisée (Scheilbing-Sève et al., 2022 ; Rivier & Sander, 2022 ; Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2019; Vilette et al., 2017 ; Sander & Richard, 2017 ; Gamo et al. 2009, 2011, 2014).

[28] Ce niveau de compétence suffisant est déterminé à partir d'un seuil de réussite au nombre de problèmes testés. Au CP et au CE1, pour atteindre le niveau suffisant l'élève doit réussir plus de 3 problèmes sur 6.

La seconde catégorie d'apports touche aux obstacles liés à la résolution de problèmes. Concernant ces derniers, plusieurs des travaux antérieurs ont montré que c'est la mise à disposition simultanée et concomitante des élèves, des informations relatives à la compréhension et au calcul (Roth et al., 2024) qui est source de difficulté (De Corte & Verschaffel, 1981, 1986; De Corte et al., 1990; Zagar et al., 1991). En effet, l'analyse du comportement des élèves face à un texte de problème, suggère une intention particulière (Zagar et al., 1991) différente de celle adoptée face à un texte narratif. Les segments non numériques correspondant approximativement à la trame évènementielle sont lus systématiquement plus vite en condition *Problème* qu'en condition *Histoire* alors que les segments numériques donnent lieu à des traitements plus longs, apparemment en fonction des calculs réalisés au cours même de la lecture. Tout se passe comme si la dimension calculatoire retenait l'attention lors du traitement des énoncés, aux dépens de l'interprétation des situations décrites, alors que le traitement réciproque vaut au cours de la lecture des récits, alors même que les deux modalités de présentation (énoncés et récits) comportent exactement les mêmes informations. La focalisation immédiate sur les données numériques semble influer négativement sur le traitement de la situation.

L'ensemble de ces éléments nous ont amené à analyser l'activité de résolution de problèmes au travers du prisme de la compréhension (Van Dijk et Kintsch, 1978 ; 1983 ; Fayol, 1992 ; Bianco, 2015 ; Fayol & Gaonach, 2003) et des travaux antérieurs (Sander & Richard, 2017, Gros et al.,2020 ; Fayol et al. 2005 ; Thevenot, 2017 ; Staub &Reusser, 1995 ; Thevenot et al., 2007), en proposant une nouvelle modélisation (voir schéma 5, chapitre 2) et ainsi à aller au-delà des interventions antérieures dans l'utilisation de la compréhension en prolongeant le travail de De Corte et Verschaffel (1981) en différant le traitement numérique et procédural. Pour cela, conformément aux travaux de Fuchs et al. (2014, 2019) qui confortent la thèse de l'indépendance au moins relative des dimensions compréhension et calcul, nous adoptons une approche radicale. Nous dissocions la phase de compréhension des énoncés de celle de traitement des données numériques, permettant une utilisation intégrative de la compréhension. Il s'agit ainsi de contraindre les élèves à consacrer un premier temps à la compréhension des situations décrites dans les énoncés sans risquer d'être gênés par la présence de données numériques et sans être tentés d'effectuer d'emblée des traitements sur ces dernières. Celles-ci ne peuvent être réalisées que dans un second temps.

Nous avons mis en place cette intervention au cours de trois années et sur trois niveaux scolaires différents (i.e. CE2 puis CM1 et enfin CM2) impliquant deux groupes, un groupe expérimental (GE) et un groupe contrôle actif (GCA), issus de deux milieux (éducation prioritaire (R) et éducation non prioritaire (NR)) en prenant en compte dans les analyses du niveau en compréhension de l'écrit initial des élèves (faible, moyen et fort).

Des résultats probants

Les résultats de ces trois années d'étude sont de deux ordres : l'un concerne les performances globales et leur stabilité, et l'autre les différences interindividuelles.

Concernant les résultats portant sur les performances globales, ils sont conformes à nos attentes. **À tous les niveaux scolaires**, tous les élèves progressent entre le pré-test et le premier post-test, ceux du GCA comme ceux du GE, ceux des NR comme ceux des R. Ce résultat est attendu puisque les deux groupes et les deux populations travaillent sur la résolution de problèmes arithmétiques à partir des mêmes énoncés et selon la même progression au cours de la même période. Toutefois, les analyses mettent en évidence que **les élèves du GE progressent significativement plus** et ce, bien que les élèves du GCA aient traités plus de problèmes. Le même constat vaut pour les deux populations dans le GE ; des progrès apparaissent également dans le GCA mais, outre leur moindre intensité, ils ne sont pas significatifs. En d'autres termes, ce sont bien les modalités du protocole dissociant une phase de compréhension des énoncés de celle du traitement des données numériques qui induisent une amélioration significative des performances au premier post-test par comparaison avec le GCA. Par ailleurs, c'est au niveau CE2 que les améliorations de performance sont les plus importantes.

Ces résultats confirment et prolongent les données antérieures qui ont mis en évidence d'abord les fortes corrélations entre compréhension et résolution de problèmes (Lin, 2021 ; Spencer et al., 2020 ; Vilenius-Tuohimaa et al., 2008), puis ont montré que les progrès en compréhension des énoncés étaient dissociables de ceux obtenus dans les calculs (Fuchs et al., 2014 ; 2019), et ont ensuite élaboré et testé des dispositifs d'intervention en explicitant les formulations des énoncés de manière à les rendre plus compréhensibles (Cummins, 1991) ou en amenant les élèves à utiliser des schématisations (schémas, Cook et al., 2020, Powell, 2011, ou lignes, Gonsalves & Krawec, 2014) intégrés dans les activités de résolution. Plus récemment, plusieurs recherches ont associé divers modes de travail avec les élèves : schémas, stratégies mais aussi recours à des rappels et paraphrases des énoncés, de manière à assurer la compréhension (Jitendra et al., 2015 ; Vicente et al., 2007). Fuchs et al. (2018, 2020) concluent que l'amélioration des performances en résolution de problèmes devrait passer par l'instruction portant sur le langage et la compréhension, et non sur les calculs. Telle a été notre démarche, à notre connaissance la première et la seule à ce jour, à dissocier au cours de l'enseignement la phase de compréhension des énoncés et la prise en compte des données numériques. Et à montrer l'efficacité de cette démarche, à court et moyen termes (voir plus loin) par comparaison avec une approche traditionnelle. Il est donc possible de conclure que l'intervention sur la compréhension des énoncés suivie de la prise en compte des données numériques a un impact positif sur les performances de tous les élèves, et de manière plus prononcée au CE2.

Par ailleurs, l'analyse des performances globales aux post-tests différés, un mois et demi après le post-test immédiat aux trois niveaux (i.e. CE2, CM1 et CM2) et 4 mois après le post-test immédiat au niveau CE2, montrent que ces **améliorations restent stables dans le temps**. Ces résultats comblent une lacune soulignée par Fuchs et al (2021), à savoir que très peu d'améliorations de performances ont donné lieu jusqu'alors à des suivis permettant de vérifier la stabilité des apprentissages.

Un suivi longitudinal aurait permis de prolonger l'analyse des effets à long termes mais également des évolutions individuelles. Le respect de l'anonymisation ne nous a pas permis de mener ce travail plus poussé. De la même façon, la mesure des performances des élèves sur les évaluations de sixième n'a pas été possible du fait de la ventilation des élèves dans de nombreux établissements publics et privés.

Une réduction des inégalités

Le second ensemble de résultats probants et attendus concerne les différences interindividuelles, notamment ceux portant sur la réduction des inégalités.

Nous montrons que les élèves du GE progressent significativement plus que les élèves du GCA, mais aussi que ce sont les élèves dont le niveau en compréhension initiale est le plus faible qui progressent significativement le plus en RDP. Au niveau CE2, cette amélioration de performance est significativement plus forte et, dans le seul GE, ce sont les élèves de milieu défavorisé qui améliorent le plus leurs performances comparativement aux élèves de milieu favorisé. Ces résultats montrent que l'intervention sur la compréhension des énoncés suivie de la prise en compte des données numériques a un **impact positif sur les performances** de tous les élèves, mais de manière plus forte chez **les élèves les plus faibles** et les **élèves issus de milieu défavorisé**, suggérant ainsi que l'intervention permet une **réduction des inégalités**.

De plus, au niveau CE2, dans les classes de milieu défavorisé, les écarts de performances interindividuels diminuent de manière significative au sein des classes du GE alors qu'elles augmentent dans le GCA. Nous montrons ainsi que la démarche sans données numériques

réduit les écarts en éducation prioritaire, tandis qu'une **démarche classique tend à les creuser.**

Ces résultats sont en accord avec la démarche que nous avons adoptée. Les données de la littérature concluent de manière récurrente que les difficultés des élèves les plus faibles, notamment en relation avec leur origine socio-économique, tiennent à leur moindre maîtrise du langage et de la compréhension, en audition comme en lecture (Bianco, 2015 pour une synthèse ; Clinton-Lisell, 2022 ; Swanson et al., 2017). De plus, la France est le pays où l'origine sociale a la plus forte influence sur les performances académiques telles que la compréhension de l'écrit (Bret et al., 2023; Fluss et al., 2009). Les interventions de notre protocole focalisé sur l'activité de compréhension ont donc promu une amélioration de celle-ci, notamment chez les plus faibles, permettant à ceux-ci de se rapprocher des performances des élèves initialement meilleurs qu'eux ; d'où la réduction des inégalités de performances. Par contraste, les interventions traditionnelles, sans doute en partie parce qu'elles ne consacrent pas d'attention particulière à la compréhension des énoncés et ne préviennent pas le recours prématuré à des traitements numériques, contribuent à renforcer les différences interindividuelles et à permettre une augmentation des inégalités de performances.

Une approche, trois caractéristiques

Comme nous l'avons abordé dans le chapitre 3, le protocole et l'approche mis en œuvre répondent à trois caractéristiques particulières.

La première est le caractère **novateur et radical** de la mise en œuvre. Au travers de cette approche, nous cherchions à développer **une heuristique générale** en amenant l'élève confronté à un problème, à adopter une approche différente qui privilégie la compréhension d'un point de vue analogique avant un passage à l'arithmétisation et au symbolique. Bien que prolongeant les travaux antérieurs, cette approche radicale influence l'activité sous deux aspects.

Le premier aspect concerne les **traitements engagés par l'élève qui sont profondément modifiés** par rapport à une présentation classique.

En effet, dans le prolongement des travaux de Zagar et al. (1991), Roth et al. (2024) montrent grâce à l'observation des mouvements oculaires auprès d'adultes que dans un problème présenté de manière ordinaire, la prise en charge des nombres et du texte n'est pas séquentielle (texte puis nombres) mais simultanée. Aussi, les données numériques peuvent influencer les procédures, stratégies et processus des élèves suivant plusieurs aspects. Tout d’abord, la procédure de l’élève peut être orientée par la procédure de calcul associée aux nombres en jeu (Brissiaud, 2010 ; Gvozdic et Sander, 2019). Ensuite, en fonction des capacités en mémoire de travail, du problème et de la taille des données, les sujets peuvent davantage s’orienter vers un traitement séquentiel intégrant les objectifs dans l’ordre d’apparition dans le texte ou encore accéder à une re-représentation plus rapide si les nombres sont plus grands (Thevenot & Oakhill, 2005 ; 2006). Ensuite, sur la base d’observations et d’interviews d’élèves, Houdement (2017) fait état de stratégies qui prennent appui sur les nombres pour le choix de l’opération. Les élèves utiliseraient des inférences et des contrôles sémantiques ou pragmatiques basés sur l’analyse des nombres. Les retranscriptions de ces interviews montrent des stratégies d’élèves basées sur des essais et des approximations, avec un appui sur les nombres et la comparaison de leur magnitude. Roth et al. (2024) appuient ce dernier point en montrant une mobilisation précoce de la magnitude (i.e. dès le début de la lecture du texte du problème).

Ainsi en différant le traitement des données numériques, l’élève est contraint de s’engager dans une phase de réflexion (De Corte & Verschaffel, 1986). Il ne peut focaliser son attention sur les nombres (De Corte & Verschaffel, 1981; De Corte et al., 1990; Zagar, 1991). Sa stratégie et ses procédures, mais également les processus en jeu, ne peuvent s’appuyer ou être influencés par les nombres en jeu.

Ainsi, la démarche d’amplification de la compréhension telle que nous l’avons mise en œuvre cherchait à prévenir les difficultés liées au traitement simultané des deux dimensions, obstacle à la compréhension. Elle s’est révélée utile, les résultats en attestant, en plaçant l’élève dans une autre dynamique, **plus globale**, mais pourrait également entraver certains fonctionnements établis dans un cadre classique tels que l’accès aux re-représentations évoquées par Thevenot et Oakhill (2005, 2006), ou encore l’orientation des procédures de calcul en fonction des nombres (Brissiaud, 2010 ; Gvozdic et Sander, 2019), ou bien l’utilisation d’inférences et de contrôles sémantiques tels qu’évoqués par Houdement (2017). Cependant, ces résultats attachés au contexte classique de présentation du problème mériteraient d’être réanalysés dans le nouveau contexte de présentation du problème de notre protocole. Des études plus spécifiques devraient être menées pour évaluer l’impact réel de cette nouvelle démarche. Pour exemple, dans notre démarche, en analysant les productions orales et écrites des élèves collectées dans les séances observées, l’utilisation de la magnitude semble intervenir comme dans le contexte classique, précocement et « entrelacée » avec la compréhension de la situation. Une étude plus spécifique devrait être menée pour vérifier ces suppositions.

Le second aspect concerne **le travail engagé et les représentations utilisées par les élèves et les enseignants.**

Tout d'abord, privés de données numériques, dans la phase de compréhension, les élèves sont incités à raisonner dans l'espace analogique réel avec des **représentations orales ou gestuelles de la situation.** Ces représentations, reformulations et gestes des élèves et des enseignants, ont constitué une **grande particularité dans la mise en œuvre effective dans les classes**.

Concernant **les gestes**, dans la démarche, les élèves et les enseignants du GE sont incités à les utiliser contrairement aux élèves du GCA[29]. Ces gestes, concrets ou abstraits selon le niveau de représentation de l'élève, ont constitué un canal privilégié dans les interactions entre élèves et entre élèves et enseignants. Rendant évidents certains implicites ou inférences de la situation, ils sont devenus un matériau de choix et ont été le support des échanges en vue de la compréhension de la situation. Dans certaines classes, des dispositifs de mise en commun de mimes ont permis de valider la compréhension de la situation dans un aller-retour avec le texte (*Annexe 3.21)*. Cette approche novatrice avait pour objectif de favoriser la compréhension et de réduire les inégalités car les élèves de milieu défavorisés sont ceux dont la compréhension est la plus affectée et qui potentiellement pouvaient profiter le plus de cette approche. Par ailleurs, cette approche, s'est révélée modifier profondément le cadre lui-même de la classe au travers de l'activité attendue (e.g. pas de calcul immédiat, utilisation de gestes en support de la compréhension) et des interactions. Aussi, en plus du levier de la compréhension, cette approche fournit un nouveau cadre d'action au sein de la classe qui pourrait participer à ~~la~~ combattre les déterminismes sociaux grâce à deux autres de ses caractéristiques. Tout d'abord, ce nouveau cadre est moins académique et place les élèves des milieux favorisés et défavorisés sur un pied d'égalité (Croizet et al., 2017). Ensuite, l'activité attendue, davantage contextualisée grâce aux gestes et aux reformulations, permet aux élèves les plus défavorisés de mieux réussir que dans un contexte classique de classe (Young et al. 2022), cela en valorisant leurs « talents cachés » et donc leur estime de soi.

Concernant **les représentations orales** au travers des reformulations, comme les élèves ne pouvaient pas utiliser de nombres, ils ont été amenés à désigner verbalement des ensembles et à développer des qualificatifs porteurs du sens de la situation (e.g. « les fleurs ajoutées ») au lieu de nombres comme dans la démarche classique (utilisés parfois sans leur unité). Ils ont également été amenés à rechercher la transformation au lieu d'identifier une opération. En

[29] L'analyse des grilles d'observation des classes (i.e. CE2, CM1, CM2) recueillies avant le début de chaque protocole montre que les gestes sont peu ou pas utilisés dans les classes.

travaillant dans l'espace analogique les élèves manipulaient le sens de la situation (ensembles et transformations) contrairement à un travail dans l'espace arithmétisé et une manipulation d'un code symbolique (nombres et opérations) qui peut faire perdre le sens de la situation. Ensuite, dans le second temps de la démarche, les élèves ont été incités à raisonner dans l'espace analogique modélisé avec la schématisation ou de l'utilisation de gestes abstraits. Au travers des **schématisations**, une autre particularité concernait les **représentations écrites dans le GE**.

En effet, les élèves confrontés à un problème sans les données numériques ont recouru plus facilement et naturellement[30] à une schématisation pour supporter leur réflexion que dans une présentation classique. Ainsi, en les incitant à réaliser naturellement des schémas, cette approche a permis de dévoiler leur raisonnement. En effet, les schématisations sont des traces qui rendent possible l'analyse de la stratégie sous-jacente (Gros et al. 2024) ainsi que du niveau d'abstraction de la pensée de l'élève (Hegarty & Kozhevnikov, 1999). Ces schématisations ont ainsi permis aux enseignants d'analyser les procédures et les difficultés de leurs élèves (*voir chapitre 3 – tableau 9, 10 et encadré 3.8*). Ils ont alors été en mesure de mettre en œuvre un accompagnement approprié. L'apparition massive de schématisations a permis également aux enseignants d'axer un travail sur celles-ci[31] en déclinant des séances et des séquences avec des objectifs spécifiques (e.g. codages, représentations spécifiques : lignes, barres, disques…)

Finalement, **le travail dans les classes** s'est trouvé **profondément modifié** par cette nouvelle approche. **Gestes, reformulations, schématisations** se sont révélés être des outils nouveaux ou utilisées différemment par les élèves et les enseignants au service de l'amélioration des performances des élèves. Conformément à la modélisation que nous avons esquissée au travers du prisme des apports de la compréhension en lecture et des travaux et modélisations antérieurs (voir schéma 5, chapitre 2), c'est précisément **cette heuristique générale** amenant l'élève à privilégier la compréhension d'un point de vue analogique avant un passage à l'arithmétisation et au symbolique que nous cherchions à développer.

Dans un contexte classique de présentation d'un problème, les retranscriptions d'Houdement (2017) sont une illustration des stratégies utilisées par les d'élèves qui prennent certes appui sur les nombres et leur magnitude mais qui font également état d'essais et

[30] Dans une présentation classique de problème, les élèves manipulent les nombres et écrivent des opérations tandis que privés de nombres, les élèves utilisent plus largement des représentations analogiques. Dans certains cas, les élèves inventent des nombres et simulent (voir tableau7, tableau 9 et annexe 3.14)

[31] Lors des entretiens et les visites, les enseignants nous rapporte que cette approche leur permet de mieux comprendre les difficultés de leurs élèves et permet d'amorcer un large travail sur la schématisation. La schématisation est un point important de progrès.

d'approximations sans recherche profonde du sens de la situation[32] (Houdement, 2017 p 67-68). Dans notre démarche, nous cherchions tout au contraire à ce que l'élève confronté à un problème mobilise une phase de réflexion en focalisant sur le sens de la situation.

L'évolution significative des performances des élèves du GE par rapport aux élèves du GCA permet de supposer que les élèves du GE ont modifié leur approche des problèmes et ce, de manière durable (i.e. stabilité des performances). En effet, les problèmes proposés lors des différents pré- et post-tests étaient présentés de manière classique (i.e. avec des données numériques) impliquant au vu des résultats, que les élèves ont de manière très probable transposé la démarche axée sur la compréhension. Nous pouvons ainsi supposer que la pratique pendant plusieurs semaines a amené les élèves à intégrer cette façon d'aborder les problèmes.

Ces suppositions mériteraient d'être plus particulièrement évaluées par une analyse basée sur une observation ultérieure et directe d'un échantillon représentatif d'élèves. A ce jour, les seuls éléments que nous possédions quant au comportement des élèves, sont les résultats d'une épreuve du premier post-test CM2 où nous évaluions l'utilisation spontanée de schémas sur une population totale de 710 élèves (GCA/R, n=147 ; GE/R, n=325 ; GCA/NR, n=105 ; GE/NR, n=133) sur le problème suivant : *« Pour la fête de l'école, on veut recouvrir chaque table avec une bande de papier d'une longueur de 4 mètres. Combien de tables pourra-t-on recouvrir avec un rouleau d'une longueur de 50 mètres ? »*[33]. En milieu R, ce sont 41% des élèves qui recourent spontanément à un schéma dans le GE contre 12% dans le GCA et en milieu NR, 95% des élèves du GE contre 8% dans le GCA. Par ailleurs, en éducation non prioritaire, dès la première année de participation au protocole, 95% des élèves utilisent spontanément des schémas tandis qu'en éducation prioritaire, le pourcentage d'élèves utilisant spontanément des schémas augmente avec le temps passé dans le dispositif et atteint 54% après 3 années de participation. Ces résultats montrent que, dans le GE, les élèves recourent de manière plus fréquente à une schématisation traduisant ainsi un temps explicite de réflexion et une nécessité de représenter la situation pour mieux la comprendre. De plus, en éducation prioritaire, la pleine intégration de cette heuristique semble prendre plus de temps.

---

[32] Extrait 1 : « Ludivine [silence, puis lentement] *: Si on fait une division, on va peut-être trouver moins / que si on fait une multiplication on va trouver plus.*
CH *: Alors ?*
Ludivine *: Bah, une multiplication.*»
Extrait 2 : CH *: D'accord. Et comment tu sais que tu dois choisir plus ou multiplier ?*
Nicolas *: J'essaie comme ça.*
CH *: T'essaies comme ça ? Et comment tu sais si ça va ou si ça va pas ?*
Nicolas *: Bah, quand je vois que le nombre est trop grand ou trop petit ou que ça me paraît un peu trop.*

[33] Problème extrait des évaluations nationales 2000

Concernant une analyse plus approfondie du comportement des élèves ayant suivi le protocole, une tentative avec entretiens d'élèves en situation de résolution a été effectuée mais le prélèvement d'indices tangibles pour analyser cette heuristique générale s'est révélé difficile. Un nouveau protocole avec une sélection de problèmes représentatifs, un questionnement calibré et une grille d'analyse devrait être pensé plus finement pour permettre cette analyse.

La seconde caractéristique concerne **la mise en œuvre d'un protocole de type quasi-expérimental et son implémentation.**

Nous avons eu recours à une démarche la plus proche possible des conditions usuelles d'enseignement et d'apprentissage : les élèves ont travaillé dans leurs classes, avec leurs enseignants, en suivant tous la même progression mais avec des différences (non significatives) de rythme et de nombre d'énoncés traités. Les évaluations ont été conduites en situation de groupes pendant les horaires scolaires. Ces conditions, respectueuses du fonctionnement de l'institution scolaire, sont celles d'une quasi-expérimentation.

Nous n'avons pu affecter les élèves au hasard dans les différentes conditions. L'affectation d'une classe dans l'un ou l'autre groupe s'est trouvé dépendante des contraintes de formation.

Cette formation a constitué le fil rouge de l'implémentation de la démarche et de son opérationnalisation. Les circonscriptions participant au groupe expérimental disposaient d'un volume horaire suffisant entrant dans le cadre obligatoire de la formation continue des enseignants tandis que celles intégrant le groupe contrôle actif disposaient d'un volume horaire moins important. Cette sélection des classes sur la base du volume horaire de formation disponible constituait un point négatif puisque les enseignants n'ont pu être assigné au hasard dans l'un ou l'autre groupe. Cependant, cela constituait également une force du dispositif puisque les enseignants entrant dans le protocole ne relevaient pas d'une population d'un profil particulier qui se surinvestirait dans la mise en œuvre. Il s'agissait d'enseignants tout-venant plus ou moins motivés par l'implémentation de la démarche. Cependant, une limite à notre travail est la non-prise en compte spécifique de ces profils d'enseignants (e.g. débutants, expérimentés, leur implication…). La première année, le paramètre de l'expérience a été prélevé et consigné : chaque groupe disposait à la fois d'enseignants d'une grande expérience mais aussi d'enseignants débutants. Cependant, ce paramètre n'a pas été exploité dans les analyses. Concernant l'implication, elle n'a été mesurée que sur la base du nombre de problème résolus. Il serait utile de poursuivre sur de plus larges effectifs la validation empirique de notre démarche, de prendre en compte ces profils particuliers et d'y ajouter la prise en compte des modalités précises d'intervention des enseignants (les effets « maître ») et, ce faisant, de s’interroger sur les formations à mettre en place en amont (formation initiale) et en aval (formation continue), avec le souci d’apporter des améliorations, notamment en termes d’individualisation.

Enfin, la troisième caractéristique est le **caractère collaboratif** et **respectueux des gestes professionnels des enseignantes** qui a constitué le fil rouge de la mise en œuvre du protocole.

Les enseignants ont été formés en amont et suivis au cours des 12/16 semaines. Toutefois, par respect pour ces enseignants, nous n’avons pas imposé un protocole détaillé de manière à leur permettre d’élaborer au fur et à mesure des interactions avec leurs élèves un mode d’intervention qui leur était propre, pourvu qu’ils/elles respectent les principaux principes (*voir encadré 3.6*). Ces conditions particulières constituent à la fois une faiblesse (relative) par rapport aux conditions idéales des expérimentations et une force, dans la mesure où elles revêtent un caractère réaliste (écologique et collaboratif) susceptible de mieux convaincre les enseignants et de mieux leur permettre d’adapter la démarche ici testée à leurs situations propres. En effet, au-delà des résultats de la recherche eux-mêmes, l’objectif profond du travail engagé en cas de confirmation de notre hypothèse, était de permettre une diffusion des résultats et une mise en application sur le terrain en **outillant les enseignants de démarches et de gestes professionnels** améliorant les performances de leurs élèves et réduisant les inégalités. Au final, cette démarche collaborative s’est révélée générer deux niveaux d’apports.

En premier lieu, le caractère collaboratif du protocole a permis l’**opérationnalisation** de la démarche. Comme nous l’avons illustré dans le chapitre 3 avec un exemple sur l’utilisation des gestes (*voir encadré 3.11*), dans une grande majorité des travaux, les résultats de recherche ne sont pas directement utilisables dans les classes. L’opérationnalisation constitue une phase essentielle qui doit à la fois fournir une traduction des apports de la recherche en termes de gestes professionnels efficaces et utilisables par les enseignants mais également permettre la construction d’une ingénierie de la formation en vue d’un essaimage.

Le protocole de notre recherche répondait à ces critères car il a impliqué des enseignants qui, à partir d’un canevas (notre protocole), avaient en charge de mettre en œuvre sur le terrain cette démarche. Le nœud essentiel de cette opérationnalisation s’est révélé être la participation de conseillers pédagogiques qui ont permis un accompagnement des enseignants et la mutualisation des pratiques, mais également la construction d’une ingénierie de la formation dans un aller-retour entre le terrain et la recherche.

En second lieu, la démarche de type collaboratif, respectueuse des gestes professionnels des enseignants, a permis une appropriation de la démarche par les enseignants et un essaimage de celle-ci . En effet, de nombreux enseignants du groupe expérimental ont intégré la démarche dans leur pratique de classe (dès l'année suivant la participation au protocole) et ont continué à la mettre en œuvre dans un cadre ordinaire de classe (i.e. toute l'année avec moins de problèmes chaque semaine). Cet essaimage qui a pu être évalué dans le cadre des évaluations départementales, sur 4 écoles et 8 classes de CE2 d'éducation prioritaire renforcée, montre des résultats probants. Les élèves de ces classes obtiennent en effet des performances meilleures comparativement à tous les élèves du département issus d'éducation prioritaire mais également comparativement à tous les élèves hors éducation prioritaire (*voir annexe 7.1*).

Par ailleurs, ces enseignants convaincus à la fois par les résultats de la recherche mais également par les progrès qu'ils ont observés chez leurs élèves se sont fait le relais de la démarche et ont cherché à la diffuser auprès de leur équipe d'école et à l'implémenter à d'autres niveaux en suivant les pistes suggérées par les résultats de la recherche. En effet, la taille d'effet de l'intervention plus importante au CE2 qu'aux niveaux ultérieurs et l'influence plus importante sur les élèves les plus faibles en compréhension, nous ont amenée à faire l'hypothèse que le protocole, sous une forme adaptée pour le CE1, pourrait avoir également des effets.

Plusieurs équipes dans cette dynamique se sont emparées de ces éléments et ont mis en place une première pré-expérimentation au CE1 que nous avons accompagnée. Les enseignants ont été formés à la démarche CE2 et avaient pour objectif de construire de manière collaborative une mise en œuvre adaptée aux élèves de CE1. Des séances ont été préparées puis mises en œuvre avec l'accompagnement d'un membre de l'équipe de recherche. Deux aménagements sont apparus nécessaires par rapport à la mise en œuvre CE2. Tout d'abord, la phase de compréhension serait plus efficace avec une mise en œuvre dans le coin regroupement avec un petit groupe d'élèves (une demi-classe ou une classe dédoublée) et avec l'appui concomitant des reformulations et des gestes. Ensuite, la schématisation s'est avérée difficile avec des élèves de ce niveau et semble liée à un déficit de production telle qu'évoquée par Lee et al. (2013) chez les élèves jeunes. Un aménagement semble nécessaire. Les premières pistes s'orientent vers une phase de choix de schéma ou un enchaînement immédiat au passage à l'opération avec une mise en œuvre possible d'une tâche de jugement ou d'un choix d'opérations en procédé Lamartinière. Un protocole reste à calibrer dont les effets restent également à mesurer.

Conclusion et perspectives

Le monde éducatif est à la recherche d'outils et de bonnes pratiques validées scientifiquement (« *Evidence Based Practice* ») pour améliorer les performances des élèves en résolution de problèmes. Il a également besoin que ces modalités de travail soient reconnues et acceptées par la communauté des enseignants. Notre recherche se place dans la perspective délicate de répondre à cette double attente.

C'est pour cette raison qu'à partir des travaux antérieurs, nous avons été amené à tester l'hypothèse que privilégier l'activité de compréhension en différant la présence et le traitement des données numériques devrait permettre d'améliorer les performances des élèves et de réduire les inégalités.

Pour ce faire, nous avons mis en place un **protocole innovant et ambitieux**, ouvrant une voie nouvelle basée sur le principe de preuve scientifique et s'appuyant sur les compétences des enseignants et des formateurs. Ce protocole nous a amenée à relever **trois défis**. Le premier était de mettre en œuvre un protocole quasi-expérimental d'ampleur, intégrant la contribution des enseignants. Il a impliqué un nombre important de classes et nécessité des outils et un lien continu avec les classes pour accompagner son caractère écologique. Le second était de mettre en œuvre et d'opérationnaliser une démarche innovante et radicale. Justifiée par les travaux antérieurs, cette approche nouvelle s'est construite avec les enseignants et les formateurs avec l'appui des apports de la recherche. Enfin, le dernier défi, non des moindres, était de viser un transfert vers les classes et les enseignants pour que les premiers bénéficiaires de ce travail soient les élèves au travers des acteurs de terrain que sont les enseignants et les formateurs.
Bien que souffrant de limites inhérentes au caractère écologique de l'implémentation, nous avons montré, en nous plaçant dans les **conditions les plus difficiles d'expérimentation** avec un **groupe contrôle actif**, que cette approche améliore les performances des élèves, et plus spécifiquement celles des plus faibles en compréhension en lecture et des élèves issus de milieu défavorisé.

Malgré une approche radicale et délicate du point de vue de la mise en œuvre dans les classes, c'est cette **implémentation écologique et collaborative** qui a permis le **transfert** attendu vers les classes et les élèves. Au final, notre recherche a permis de mettre en œuvre un protocole alliant une rigueur fournissant **des preuves scientifiques** et un **investissement du milieu éducatif** au travers des enseignants, des formateurs, des inspecteurs pour que **le bénéfice de cette recherche** soit au service de **l'amélioration des performances des élèves**.

Dans le travail mis en œuvre, nous avons dynamisé la compréhension du problème, composante essentielle de notre modélisation de l'activité de résolution de problèmes. Par ailleurs, comme nous l'avons évoqué, la mathématisation et la compréhension mathématisée, autres composantes de cette modélisation, constituent des leviers montrant également des résultats dans plusieurs types d'interventions (Fischer et al., 2019; Gvozdic & Sander, 2019; Vilette et al., 2017 ; Rivier et al. 2022 ; Sander &Richard, 2017 ; Gamo et al. 2009, 2011, 2014)). Dans notre protocole, nous avons amené les élèves à comprendre la situation mais également à entrer dans une première forme de mathématisation dans l'espace analogique modélisé au travers des schématisations utilisées. Notre protocole qui a pris le parti de séquencer l'activité de résolution de problèmes pour aider les élèves en leur permettant d'acquérir une heuristique de résolution, pourrait se prolonger et **gagner en force par un travail complémentaire** et spécifique sur la **phase d'arithmétisation** impliquant la transition analogique/symbolique. Notre protocole qui a montré des résultats, pourrait ainsi trouver des prolongements par un travail complémentaire pour gagner en force ou encore par des ajustements pour accompagner les élèves de niveau CE1. Ces aménagements restent à mettre en œuvre et à évaluer.

Références

Alibali, M. W., Bassok, M., Solomon, K. O., Syc, S. E., & Goldin-Meadow, S. (1999). Illuminating Mental Representations Through Speech and Gesture. Psychological Science, 10(4), 327-333. https://doi.org/10.1111/1467-9280.00163

Arnold, D., & Doctoroff, G. (2003). The Early Education of Socioeconomically Disadvantaged Children. Annual Review of Psychology, 54, 517-545. https://doi.org/10.1146/annurev.psych.54.111301.145442

Bailey, M. J., Sun, S., & Timpe, B. (2021). Prep School for Poor Kids : The Long-Run Impacts of Head Start on Human Capital and Economic Self-Sufficiency. American Economic Review, 111(12), 3963-4001. https://doi.org/10.1257/aer.20181801

Barsalou, L. W. (1999). Perceptual symbol systems. Behavioral and Brain Sciences, 22(4), 577-660. https://doi.org/10.1017/S0140525X99002149

Bassok, M. (2001). Semantic alignments in mathematical word problems. In D. Gentner, K. J. Holyoak, & B. N. Kokinov (Eds.), The analogical mind: Perspectives from cognitive science (pp. 401–433). Cambridge, MA: MIT Press.

Bassok, M., Chase, V. M., & Martin, S. A. (1998). Adding Apples and Oranges : Alignment of Semantic and Formal Knowledge. Cognitive Psychology, 35(2), 99-134. https://doi.org/10.1006/cogp.1998.0675

Bassok, M., & Olseth, K. L. (1995). Judging a book by its cover : Interpretative effects of content on problem-solving transfer. Memory & Cognition, 23(3), 354-367. https://doi.org/10.3758/BF03197236

Bianco, M. (2003). Apprendre à comprendre : l’entraînement à l’utilisation des marques linguistiques. In D. Gaonac’h & M. Fayol (Eds.), Aider les élèves à comprendre, du texte au multimédia (pp. 156-181). Paris: Hachette Education.

Bianco, M. (2015). Du langage oral à la compréhension de l’écrit. Presses universitaires de Grenoble

Bianco, M (2016). Rapport pour la préparation de la conférence de consensus. CNESCO-IFE, Lyon.

Bianco, M. (2015). Pratiques pédagogiques et performances des élèves: langage et apprentissage de la langue écrite. Rapport pour Conseil national d’evaluation du systeme scolaire (CNESCO) http://www.cnesco.fr

Bianco, M., Colé, P., Megherbi, H. & Dessus, P. (2014). DEVCOMP, Bianco, M. & Bressoux, P. (2009). Chapitre 2. Effet-classe et effet-maître dans l'enseignement primaire : vers un enseignement efficace de la compréhension ? Dans : Xavier Dumay éd., L'efficacité dans l'enseignement : Promesses et zones d'ombre (pp. 35-54). Louvain-la-Neuve : De Boeck Supérieur. https://doi.org/10.3917/dbu.dumay.2009.01.0035

Bianco, M., Lima, L., & Sylvestre, E. (2004). Comment enseigner les stratégies de compréhension. In E. Gentaz & P. Dessus (Eds.), Comprendre les apprentissages et enseigner : Apports des sciences cognitives. (pp. 48-68). Paris: Dunod.

Boonen, A.J.H., van der Schoot, M., van Wesel, F., de Vries, M.H., & Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students. Contemporary Educational Psychology, 38, 271–279

Bourgeois et al., 2024, "Évaluations Repères 2023 de début de CM1 : meilleures performances des filles en français et des garçons en mathématiques", Note d'Information, n° 24.14, DEPP. https://doi.org/10.48464/ni-24-14

Bressoux, P., Sprenger-Charolles, L., Bocquillon, M., & Demeuse, M. (2022), CSEN : L'enseignement explicite : De quoi s'agit-il ? Pourquoi ça marche et dans quelles conditions?, Synthèse de la recherche et recommandations. https://www.reseau-canope.fr/fileadmin/user_upload/Projets/conseil_scientifique_education_nationale/CSEN_Synthese_enseignement-explicite_juin2022.pdf

Bret, A., Durand de Monestrol, H., Hick M., Salles, F., Fernandez, A., Loi, M.(2023), DEPP B2-1 et B2.2 PISA 2022 : culture scientifique, compréhension de l'écrit et vie de l'élève. DEPP Note d'information, n°23.49

Brissiaud, R., & Sander, E. (2010). Arithmetic word problem solving : A situation strategy first framework. Developmental Science, 13(1), 92–107. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2009.00866.x

Broaders, S. C., Cook, S. W., Mitchell, Z., & Goldin-Meadow, S. (2007). Making children gesture brings out implicit knowledge and leads to learning. Journal of Experimental Psychology: General, 136(4), 539-550. https://doi.org/10.1037/0096-3445.136.4.539

Bruner, J. S. (1973). Beyond the information given: Studies in the psychology of knowing. Oxford, England: W.W. Norton.

Bruner, J.S. (1966) Toward a Theory of Instruction, Harvard University Press.

Bruner, J.S. (1983) Le Développement de l'enfant, Savoir-faire, savoir dire PUF, Paris.

Cain, K., Oakhill, J., Barnes, M., & Bryant, P. (2001). Comprehension skill, inference-making ability and their relation to knowledge. Memory and Cognition, 29(6), 850-859.

Cain, K. (2010). Reading development and difficulties. Oxford: Wiley-Blackwell.

Caron, J. (1997). Précis de psycholinguistique. Paris: PUF

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One through Three. Journal for Research in Mathematics Education, 15(3), 179-202.

Carrazza, C., Wakefield, E. M., Hemani-Lopez, N., Plath, K., & Goldin-Meadow, S. (2021). Children integrate speech and gesture across a wider temporal window than speech and action when learning a math concept. Cognition, 210, 104604. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2021.104604

Center, Y., Freeman, L., Robertson, G., & Outhred, L. (1999). The effect of visual imagery training on the reading and listening comprehension of low listening comprehenders in Year 2. Journal of Research in Reading, 22(3), 241-256. https://doi.org/10.1111/1467-9817.00088

Chan, W. W. L., & Kwan, J. L. Y. (2021). Pathways to word problem solving: The mediating roles of schema construction and mathematical vocabulary. Contemporary Educational Psychology, 65, 101963. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2021.101963

Cirino, P. T., Child, A. E., & Macdonald, K. T. (2018). Longitudinal predictors of the overlap between reading and math skills. Contemporary Educational Psychology, 54, 99–111. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.06.002

Claracq, I., Fayol, M. & Vilette, B. (2022). Comprendre d'abord, calculer ensuite. Améliorer la résolution de problèmes en CM1. Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant, 180, 001-011.

Claracq, I., Fayol, M. & Vilette, B. (2024). Réduire les inégalités en résolution de problèmes. Travailler la compréhension avant les données numériques. L’Année psychologique, 124, 47-77. https://doi.org/10.3917/anpsy1.241.0047

Clinton-Lisell, V. (2022). Listening Ears or Reading Eyes: A Meta-Analysis of Reading and Listening Comprehension Comparisons. Review of Educational Research, 92(4), 543-582. https://doi.org/10.3102/00346543211060871

Connor, C.M., Radach, R., Vortius, C., Day, S.L., McLean, L., & Morrison, F.J. (2015). Individual Differences in Fifth Graders’ Literacy and Academic Language Predict Comprehension Monitoring Development: An Eye-Movement Study. Scientific Studies of Reading, 19(2), 114-134. doi: https://10.1080/10888438.2014.943905

Connor, C., Morisson, F. J., & Slominski, L. (2006). Preschool Instruction and Children's

Emergent Literacy Growth. Journal of Educational Psychology, 98(4), 665-689. doi:10.1037/0022-0663.94.4.665

Cook, S. C., Collins, L. W., Morin, L. L., & Riccomini, P. J. (2020). Schema-Based Instruction for Mathematical Word Problem Solving : An Evidence-Based Review for Students With Learning Disabilities. Learning Disability Quarterly, 43(2), 75-87. https://doi.org/10.1177/0731948718823080

Coquin-Viennot, D., & Moreau, S. (2003). Highlighting the role of the episodic situation model in the solving of arithmetical problems. European Journal of Psychology of Education, 18(3), 267-279.

Coruble, J., Lucas, JC., & Rosa, J. (1989). 1000 problèmes (Hachette Écoles)

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. Cognitive Psychology, 20, 405–438. http://dx.doi.org/10.1016/0010-0285(88)90011-4

Cummins, D.D. (1991). Children's Interpretations of Arithmetic Word Problems. Cognition and Instruction, 8 (3), 261-283.

Csíkos, C., Szitányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. Educational Studies in Mathematics, 81(1), 47-65.

Dargue, N., & Sweller, N. (2018). Not All Gestures are Created Equal: The Effects of Typical and Atypical Iconic Gestures on Narrative Comprehension. Journal of Nonverbal Behavior, 42(3), 327-345. https://doi.org/10.1007/s10919-018-0278-3

Dargue, N., Sweller, N., & Jones, M. P. (2019). When our hands help us understand: A meta-analysis into the effects of gesture on comprehension. Psychological Bulletin, 145(8), 765-784. https://doi.org/10.1037/bul0000202

Dargue, N., & Sweller, N. (2020). Two hands and a tale: When gestures benefit adult narrative comprehension. Learning and Instruction, 68, 101331. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101331

Davis-Dorsey, J., Ross, S. M., & Morrison, G. R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. Journal of Educational Psychology, 83(1), 61-68. https://doi.org/10.1037/0022-0663.83.1.61

De Corte, E. & Verschaffel, L. (1981). Children's Solution Processes in Elementary Arithmetic Problems : Analysis and Improvement. Journal of Educational Psychology, 73(6), 765-779.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. Journal of Mathematical Behavior, 4, 3-21.

De Corte, E., Verschaffel, L., & de Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. Journal of Educational Psychology, 77(4), 460-470. https://doi.org/10.1037/0022-0663.77.4.460

De Corte, E., Verschaffel, L. (1986). Eye-Movement Data as Access to Solution Processes of Elementary Addition and Subtraction Problems. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (67th, San Francisco, CA, April 16-20,

De Corte, E., Verschaffel, L., & Pauwels, A. (1990). Influence of the semantic structure of word problems on second graders' eye movements. Journal of Educational Psychology, 82(2), 359-365. https://doi.org/10.1037/0022-0663.82.2.359

De Koning, B. B., Boonen, A. J. H., Jongerling, J., van Wesel, F., & van der Schoot, M. (2022). Model method drawing acts as a double-edged sword for solving inconsistent word problems. Educational Studies in Mathematics, 111(1), 29-45. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10150-8

De Koning, B. B., Boonen, A. J. H., & van der Schoot, M. (2017). The consistency effect in word problem solving is effectively reduced through verbal instruction. Contemporary Educational Psychology, 49, 121-129. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.01.006

Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2015). Students' Non-realistic Mathematical Modeling as a Drawback of Teachers' Beliefs About and Approaches to Word Problem Solving (B. Pepin & B. Roesken-Winter, Éds.; p. 137-156). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4_7

Desclaux et al., 2024, "Évaluations Repères 2023 de début de CP et de CE1 : des résultats comparables à ceux de 2022, à l'exception d'une légère baisse en français en CE1", Note d'Information, n° 24.13, DEPP. https://doi.org/10.48464/ni-24-13

Devidal, M., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. L'Année psychologique, 97(1), 9-31. https://doi.org/10.3406/psy.1997.28935

Dias, T. (2008). La dimension expérimentale des mathématiques: un levier pour l'enseignement et l'apprentissage. (Doctorat). Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, France. http://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00635724/

Dixon, P. (1987, a). Actions and procedural directions. In R.S. Tomlin (Ed.), Coherence and grouping in discourse. Amsterdam, Philadelphia: John Benjamins Publishing Co.

Dixon, P. (1987, b). The processing of organizational and component step information in written directions. Journal of Memory and Language, 26, 24-35.

Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2015). Students' Non-realistic Mathematical Modeling as a Drawback of Teachers' Beliefs About and Approaches to Word Problem Solving (B. Pepin & B. Roesken-Winter, Éds.; p. 137-156). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4_7

Devidal, M., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. L'Année psychologique, 97(1), 9-31. https://doi.org/10.3406/psy.1997.28935

Duncker, K. (1945). On problem-solving (L. S. Lees, Trans.). *Psychological Monographs, 58*(5), i–113. https://doi.org/10.1037/h0093599

Edens, K., & Potter, E. (2007). The Relationship of Drawing and Mathematical Problem Solving: Draw for Math Tasks. Studies in Art Education, 48(3), 282-298. https://doi.org/10.1080/00393541.2007.11650106

Edmonds, M. S., Vaughn, S., Wexler, J., Reutebuch, C., Cable, A., Tackett, K. K., & Schnakenberg, J. W. (2009). A Synthesis of Reading Interventions and Effects on Reading Comprehension Outcomes for Older Struggling Readers. Review of Educational Research, 79(1), 262-300. https://doi.org/10.3102/0034654308325998

Ehrlich, M.-F., Rémond, M., & Tardieu, H. (1999). Processing of anaphoric devices in young skilled and less skilled comprehenders: Differences in metacognitive monitoring. Reading and Writing, 11(1),26-53.

Fayol, M. (1992). ,« Comprendre ce qu'on lit. De l'automatisme au contrôle », in M. Fayol et alii (éd.), Psychologie cognitive de la lecture, Paris, Puf.

Fayol, M., (1997) « Des idées au texte : psychologie cognitive de la production verbale, orale et écrite ». Paris : Presse Universitaires de France.

Fayol, M., Thévenot, C. & Devidal, M. (2005). Résolution de problème. In M-P. Noël (Ed.), La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant. Marseille : Solal

Fayol, M., Abdi, H., & Gombert, J. (1987). Arithmetic Problems Formulation and Working Memory Load. Cognition and Instruction, 4, 187-202. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0403_3

Fayol, M. (2017), L'acquisition de l'écrit. Paris, PUF

Fleury, D., Le Cam, M., & et Vourc'h, R. (2022). DEPP-B2.2 Panel des élèves entrés en CP en 2011 - Performances à l'école élémentaire selon le niveau scolaire initial et l'origine sociale. DEPP Note d'information, n°22.14.

Fluss, J., Bertrand, D., Ziegler, J. & Billard, C. (2009). Troubles d'apprentissage de la lecture : rôle des facteurs cognitifs, comportementaux et socio-économiques. Développements, 1, 21-33. https://doi.org/10.3917/devel.001.0021

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division.

Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning. For the Learning of Mathematics, 9(2), 9–14.

Fischer, J. P., Sander, E., Sensevy, G., Vilette, B., & Richard, J. F. (2019). Can young students understand the mathematical concept of equality? A whole-year arithmetic teaching experiment in second grade. European Journal of Psychology of Education, 34, 439-456.

Fleury, D., Le Cam, M., & et Vourc'h, R. (2022). DEPP-B2.2 Panel des élèves entrés en CP en 2011 - Performances à l'école élémentaire selon le niveau scolaire initial et l'origine sociale. DEPP Note d'information, n°22.14.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Burch, M., Hamlett, C. L., Owen, R., & Schroeter, K. (2003). Enhancing third-grade student' mathematical problem solving with self-regulated learning strategies. Journal of Educational Psychology, 95(2), 306-315. https://doi.org/10.1037/0022-0663.95.2.306

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Hamlett, C. L., Finelli, R., & Courey, S. J. (2004). Enhancing mathematical problem solving among third-grade students with schema-based instruction. Journal of Educational Psychology, 96(4), 635-647. https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.635

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C., & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 98(1), 29-43. https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.29

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Craddock, C., Hollenbeck, K. N., Hamlett, C. L., & Schatschneider, C. (2008). Effects of Small-Group Tutoring with and without Validated Classroom Instruction on At-Risk Students' Math Problem Solving : Are Two Tiers of Prevention Better Than One? Journal of educational psychology, 100(3), 491-509. https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.3.491

Fuchs, L. S., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Zumeta, R. O. (2009). Remediating number combination and word problem deficits among students with mathematics difficulties: A randomized control trial.

Journal of Educational Psychology, 101(3), 561-576. https://doi.org/10.1037/a0014701

Fuchs, L., Zumeta, R., Schumacher, R., Powell, S., Seethaler, P., Hamlett, C., & Fuchs, D. (2010). The Effects of Schema-Broadening Instruction on Second Graders' Word-Problem Performance and Their Ability to Represent Word Problems with Algebraic Equations: A Randomized Control Study. The Elementary School Journal, 110(4), 440-463. https://doi.org/10.1086/651191

Fuchs, L. S., Powell, S. R., Cirino, P. T., Schumacher, R. F., Marrin, S., Hamlett, C. L., Fuchs, D., Compton, D. L., & Changas, P. C. (2014). Does calculation or word-problem instruction provide a stronger route to prealgebraic knowledge?. Journal of Educational Psychology, 106(4), 990-1006. https://doi.org/10.1037/a0036793

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Hamlett, C. L., & Wang, A. Y. (2015). Is Word-Problem Solving a Form of Text Comprehension? Scientific studies of reading : the official journal of the Society for the Scientific Study of Reading, 19(3), 204-223. https://doi.org/10.1080/10888438.2015.1005745

Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Powell, S. R., Cirino, P. T., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Seethaler, P. M., & Tolar, T. D. (2016). The role of cognitive processes, foundational math skill, and calculation accuracy and fluency in word-problem solving versus prealgebraic knowledge. Developmental Psychology, 52(12), 2085-2098. https://doi.org/10.1037/dev0000227

Fuchs, L. S., Gilbert, J. K., Fuchs, D., Seethaler, P. M., & N. Martin, B. (2018). Text Comprehension and Oral Language as Predictors of Word-Problem Solving: Insights into Word-Problem Solving as a Form of Text Comprehension. Scientific Studies of Reading, 22(2), 152-166. https://doi.org/10.1080/10888438.2017.1398259

Fuchs, L.S., Fuchs, D., Seetheler, P.M., Cutting, L.E., Mancilla-Martinez, J. (2019). Connections between reading comprehension and word-problem solving via oral language comprehension: Implications for comorbid learning disabilities. In L. S. Fuchs & D. L. Compton (Eds.), Models for Innovation: Advancing Approaches to Higher-Risk and Higher- Impact Learning Disabilities Science. New Directions for Child and Adolescent Development, 165, 1–18.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Seethaler, P. M., & Craddock, C. (2020). Improving Language Comprehension to Enhance Word-Problem Solving. Reading & Writing Quarterly, 36(2), 142-156. https://doi.org/10.1080/10573569.2019.1666760

Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Sterba, S. K., Craddock, C., Fuchs, D., Compton, D. L., Geary, D. C., & Changas, P. (2021). Closing the word-problem achievement gap in first grade: Schema-based word-problem intervention with embedded language comprehension instruction. Journal of Educational Psychology, 113(1), 86-103. https://doi.org/10.1037/edu0000467

Gamo, S., Sander, E., & Richard, J.-F. (2009). Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving. Learning and Instruction, 20(5), 400-410. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.04.001

Gamo, S., Taabane, L., & Sander, E. (2011). Rôle de la nature des variables dans la résolution de problèmes additifs complexes. L'année psychologique, Vol. 111(4), 613-640.

Gamo, S., Nogry, S., & Sander, E. (2014a). Apprendre à résoudre des problèmes en favorisant la construction d'une représentation alternative chez des élèves scolarisés en éducation prioritaire. Psychologie Française, 59(3), 215-229. https://doi.org/10.1016/j.psfr.2014.02.002

Gamo, S., Nogry, S., & Sander, E. (2014b). Réduire les effets de contenus en résolution de problèmes pour favoriser la construction d'une représentation alternative. Le cahier des Sciences de l'Éducation, 36, 35-65.

Gaonach, D. et Fayol, M. (2003). Aider les élèves à comprendre. Paris : Hachette

Gernsbacher, M.A., (1990) « Language comprehension as a structure building ». Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum.

Glenberg, A. M., & Robertson, D. A. (1999). Indexical understanding of instructions. Discourse Processes, 28(1), 1-26. https://doi.org/10.1080/01638539909545067

Glenberg, A. M., Gutierrez, T., Levin, J. R., Japuntich, S., & Kaschak, M. P. (2004). Activity and Imagined Activity Can Enhance Young Children's Reading Comprehension. Journal of Educational Psychology, 96(3), 424-436. https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.3.424

Glenberg, A. M. (2008). Toward the integration of bodily states, language, and action. In Embodied grounding: Social, cognitive, affective, and neuroscientific approaches (p. 43-70). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511805837.003

Goigoux, R. (2017). Les cinq focales pour analyser une pratique d'enseignement. IFE. https://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/images/focales-de-roland-goigoux-octobre-2017/view

Goldin-Meadow, S., Alibali, M. W., & Church, R. B. (1993). Transitions in concept acquisition: Using the hand to read the mind. Psychological Review, 100(2), 279–297. https://doi.org/10.1037/0033-295X.100.2.279

Goldin-Meadow, S., Cook, S. W., & Mitchell, Z. A. (2009). Gesturing Gives Children New Ideas About Math. Psychological Science, 20(3), 267-272. https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2009.02297.x

Goldin-Meadow, S., Levine, S. C., Zinchenko, E., Yip, T. K., Hemani, N., & Factor, L. (2012). Doing gesture promotes learning a mental transformation task better than seeing gesture. Developmental Science, 15(6), 876-884. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2012.01185.x

Goldin-Meadow, S. (2016). L'enfant parle d'abord avec les mains. Enfance, 2016(04), 435-443. https://doi.org/10.4074/S0013754516004079

Gonsalves, N., & Krawec, J. (2014). Using Number Lines to Solve Math Word Problems: A Strategy for Students with Learning Disabilities: NUMBER LINES. Learning Disabilities Research & Practice, 29(4), 160-170. https://doi.org/10.1111/ldrp.12042

Graesser, A. C. (2007). An introduction to strategic reading comprehension. In D. S. McNamara (Ed.), Reading comprehension strategies: Theories, interventions, and technologies (pp. 3–26). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Graff, O., Valzan, A., Wozniak, B., & Jacquart, A. (2009). Problèmes additifs et soustractifs CP-CE1 (CRDP du Nord-Pas-de-Calais).

Graff, O., Wozniak, B., & Calmelet, J.J (2011). Situations multiplicatives – Problèmes de multiplication et de division (CRDP du Nord-Pas-de-Calais)

Griffin CC, Jitendra AK. (2009) Word problem-solving instruction in inclusive third grade classrooms. The Journal of Educational Research. 102:187–201.

Gros, H., Thibaut, J. P., & Sander, E. (2017). The nature of quantities influences the representation of arithmetic problems: Evidence from drawings and solving procedures in children and adults. In R. Granger, U. Hahn, & R. Sutton (Eds.), Proceedings of the 39th Annual Meeting of the Cognitive Science Society (pp 439–444). Austin, TX: Cognitive Science Society.

Gros, H., Sander, E., & Thibaut, J.-P. (2019). When masters of abstraction run into a concrete wall: Experts failing arithmetic word problems. Psychon Bull Rev 26, 1738–1746. https://doi.org/10.3758/s13423-019-01628-3

Gros, H., Thibaut, J.-P., & Sander, E. (2020). Semantic Congruence in Arithmetic: A New Conceptual Model for Word Problem Solving. Educational Psychologist, 55, 1532-6985. https://doi.org/10.1080/00461520.2019.1691004

Gros, H., Thibaut, J.-P., & Sander, E. (2021). What we count dictates how we count: A tale of two encodings. Cognition, 212. DOI: 10.1016/j.cognition.2021.104665

Gros, H., Thibaut, J.-P., & Sander, E. (2024). Uncovering the interplay between drawings, mental representations, and arithmetic problem-solving strategies in children and adults. Memory & Cognition. https://doi.org/10.3758/s13421-024-01523-w

Gvozdic, K., & Sander, E. (2020). Learning to be an opportunistic word problem solver: Going beyond informal solving strategies. ZDM, 52(1), 111-123. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01114-z

Harlaar, N., Kovas, Y., Dale, P. S., Petrill, S. A., & Plomin, R. (2012). Mathematics is differentially related to reading comprehension and word decoding: Evidence from a genetically sensitive design. Journal of Educational Psychology, 104(3), 622–635. https://doi.org/10.1037/a0027646

Hawes, Z., & Ansari, D. (2020). What explains the relationship between spatial and mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. Psychonomic Bulletin & Review, 27(3), 465-482. https://doi.org/10.3758/s13423-019-01694-7

Hawes, Z. C. K., Gilligan-Lee, K.A., & Mix, K.S. (2022). Effects of spatial training on mathematics performance: A meta-analysis. Developmental Psychology, 58(1), 112-137. https://doi.org/10.1037/dev0001281

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual–spatial representations and mathematical problem solving. Journal of Educational Psychology, 91(4), 684-689. https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684

Hegarty, M., Mayer, R.E., & Monk, C.A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. Journal of Educational Psychology, 87 (1), 18-32.

Ho, S. Y., & Lowrie, T. (2014). The model method: Students' performance and its effectiveness. The Journal of Mathematical Behavior, 35, 87-100. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.06.002

Hofstadter, D., & Sander, E. (2013). Surfaces and essences: Analogy as the fuel and fire of thinking. Basic Books.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. Grand N, 100. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01902810

Hudson, T. (1983). Correspondences and Numerical Differences between Disjoint Sets. Child Development, 54(1), 84-90. https://doi.org/10.2307/1129864

Jitendra, A.K., Petersen-Brown, S., Lein, A.E., Zaslovsky, A.F., Kunkel, A.K., Jung, P-G, & Egan, A.E. (2015). Teaching mathematical word problem solving: The quality of evidence for strategy instruction priming the problem structure. Journal of Learning Disabilities, 48 (1), 51-72.

Jitendra AK, Griffin CC, Haria P, Leh J, Adams A, Kaduvettoor A. (2007). A comparison of single and multiple strategy instruction on third-grade students' mathematical problem solving. Journal of Educational Psychology. 99:115–127.

Johnson-Laird, P. N. (1983). Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness. Cambridge, MA: Harvard University Press. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00702919.

Jordan, N. C., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (1992). Differential calculation abilities in young children from middle- and low-income families. Developmental Psychology, 28(4), 644–653. https://doi.org/10.1037/0012-1649.28.4.644.

Jordan, N. C., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (1994). Assessing early arithmetic abilities: Effects of verbal and nonverbal response types on the calculation performance of middle- and low-income children. Learning and Individual Differences, 6(4), 413–432. https://doi.org/10.1016/1041-6080(94)90003-5

Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. Developmental Disabilities Research Reviews, 15(1), 60–68. https://doi.org/10.1002/ddrr.46

Jordan, M. & Lechenard, A. (2007). Evaluation de la compréhension écrite de phrases et de ses compétences associées. Université de Lyon. Mémoire d’orthophonie

Julo, J. (1995). Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l’enseignement. Presses Universitaires de Rennes.

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, 69, 31-52.

Kaur, B. (2019). The why, what and how of the ‘Model’ method: A tool for representing and visualising relationships when solving whole number arithmetic word problems. ZDM, 51(1), 151-168. https://doi.org/10.1007/s11858-018-1000-y

Kho, T. H. (1987). Mathematical models for solving arithmetic problems. Proceedings of the 4th Southeast Asian Conference on Mathematics Education (ICMI-SEAMS) (pp. 345–351). Singapore.

Kintsch, W., & van Dijk, T. A. (1978). Toward a Model of Text Comprehension and Production.

Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review, 92(1), 109-129. https://doi.org/10.1037/0033-295X.92.1.109

Koeninger, K.R., & Nathan, M.J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. The Journal of the Learning Sciences, 13(2), 129-164.

Körner, A., Castillo, M., Drijvers, L., Fischer, M. H., Günther, F., Marelli, M., Platonova, O., Rinaldi, L., Shaki, S., Trujillo, J. P., Tsaregorodtseva, O., & Glenberg, A. M. (2023). Embodied Processing at Six Linguistic Granularity Levels: A Consensus Paper. Journal of Cognition, 6(1), 60. https://doi.org/10.5334/joc.231

Krawec, J. L. (2010). Problem Representation and Mathematical Problem Solving of Students of Varying Math Ability. Journal of Learning Disabilities, 47(2), 103-115. https://doi.org/10.1177/0022219412436976

Krawec, J. L. (2014). Problem Representation and Mathematical Problem Solving of Students of Varying Math Ability. Journal of Learning Disabilities, 47(2), 103-115. https://doi.org/10.1177/0022219412436976

Lakoff, G. & Nunez, R. (2000). Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being. New York: Basic Books.

Lein, A. E., Jitendra, A. K., & Harwell, M. R. (2020). Effectiveness of mathematical word problem solving interventions for students with learning disabilities and/or mathematics difficulties: A meta-analysis. Journal of Educational Psychology, 112(7), 1388-1408. https://doi.org/10.1037/edu0000453

Levain, J.-P. (2000). Apprentissage de schémas et résolution de problèmes. L'orientation scolaire et professionnelle, 29/3, Article 29/3. https://doi.org/10.4000/osp.5816

Lewis, A. B. (1989). Training Students to Represent Arithmetic Word Problems. Lewis, A. B., & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 79(4), 363-371. https://doi.org/10.1037/0022-0663.79.4.363

Lewis, A. B., & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 79(4), 363-371. https://doi.org/10.1037/0022-0663.79.4.363

Lin, X. (2021). Investigating the Unique Predictors of Word-Problem Solving Using Meta-

Analytic Structural Equation Modeling. Educational Psychology Review, 33(3), 1097-1124. https://doi.org/10.1007/s10648-020-09554-w

Lima, L., Sylvestre, E., & Bianco, M. (2006). Améliorer la compréhension de l'écrit à l'école primaire. In P. Dessus & E. Gentaz (Eds.), Apprentissage et enseignement (pp. 25-38). Paris: Dunod.

Littlefield, J., & Rieser, J. J. (1993). Semantic features of similarity and children's strategies for identifying relevant information in mathematical story problems. Cognition and Instruction, 11, 133-188.

Lonnemann, J., Linkersdörfer, J., Nagler, T., Hasselhorn, M. and Lindberg, S. (2013). Spatial representations of numbers and letters in children. Frontiers in Psychology, 4 (544), 1-5. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00544

Luchins, A. S. (1942). Mechanization in problem solving: The effect of Einstellung. Psychological Monographs, 54(6), i–95. https://doi.org/10.1037/h0093502

Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving* (p. x, 424). Cambridge University Press.

McNeil, N.M., Alibali, M.W. & Evans, J.L. (2000). The Role of Gesture in Children's Comprehension of Spoken Language:Now They Need It, Now They Don't. Journal of Nonverbal Behavior 24, 131–150 (2000). https://doi.org/10.1023/A:1006657929803

McNeill, D. (1992). Hand and mind: What gestures reveal about thought. Chicago: University of Chicago Press.

Ministère Éducation Nationale, attendus de fin d'année de CE2, BO, n°22 du 29 mai 2019.

Ministère Éducation Nationale, Programmes du cycle 2 en vigueur à la rentrée 2020, BO n°31 du 30 juillet 2020.

Ministère Éducation Nationale (2022). « Guide pour enseigner la résolution de problèmes au cours moyen »

Montague, M., & Applegate, B. (2000). Middle School Students' Perceptions, Persistence, and Performance in Mathematical Problem Solving. Learning Disability Quarterly, 23(3), 215-227. https://doi.org/10.2307/1511165

Morcrette, D. (1993). Illettrisme et orthophonie : DMI – Difficultés et moyens dans le cadre de la lutte contre l'illettrisme. Isbergues : Ortho-Edition.

Moreau, S., & Coquin-Viennot, D. (2003). Comprehension of arithmetic word problems by fifth-grade pupils : Representations and selection of information. British Journal of Educational Psychology, 73(1), 109-121. https://doi.org/10.1348/000709903762869941

Myers, J. A., Witzel, B. S., Powell, S. R., Li, H., Pigott, T. D., Xin, Y. P., & Hughes, E. M. (2022). A Meta-Analysis of Mathematics Word-Problem Solving Interventions for Elementary Students Who Evidence Mathematics Difficulties. Review of Educational Research, 92(5), 695-742. https://doi.org/10.3102/00346543211070049

Muth, K. D. (1984). Solving arithmetic word problems: Role of reading and computational skills. Journal of Educational Psychology, 76(2), 205-210. https://doi.org/10.1037/0022-0663.76.2.205

Nathan, M. J., & Martinez, C. V. J. (2015). Gesture as model enactment: The role of gesture in mental model construction and inference making when learning from text. Learning: Research and Practice, 1(1), 4-37. https://doi.org/10.1080/23735082.2015.1006758

Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The Model Method: Singapore Children's Tool for Representing and Solving Algebraic Word Problems. Journal for Research in Mathematics Education, 40(3), 282-313.

Nguala, J.-B. (2005). La multi-présentation, Un dispositif d'aide à la résolution de problèmes. Grand N, 76, 45- 63.

Novack, M. A., Congdon, E. L., Hemani-Lopez, N., & Goldin-Meadow, S. (2014). From Action to Abstraction : Using the Hands to Learn Math. Psychological Science, 25(4), 903-910. https://doi.org/10.1177/0956797613518351

Novack, M. A., & Goldin-Meadow, S. (2017). Gesture as representational action : A paper about function. Psychonomic Bulletin & Review, 24(3), 652-665. https://doi.org/10.3758/s13423-016-1145-z

Oakhill, J. (1996). Mental models in children's text comprehension. In J. Oakhill & A. Garnham (Eds.), Mental models in cognitive science (pp. 77-94). Hove: Psychology Press.

Oakhill, J., & Cain, K. (2007). Issues of causality in children's reading comprehension. In D. S. McNamara (Ed.), Reading Comprehension Strategies (pp. 47-72). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Oakhill, J., Cain, K., & Yuill, N. (1998). Individual differences in children's comprehension skill: Toward an integrated model. In C. Hulme & R.M. Joshi (Eds), Reading and Spelling: Development and disorders. Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Palinscar, A. S., & Brown, A. L. (1984). Reciprocal Teaching of Comprehension-Fostering and Comprehension-Monitoring Activities. Cognition and Instruction, 1(2), 117-175. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0102_1

Peltier, C., & Vannest, K. J. (2017). A Meta-Analysis of Schema Instruction on the Problem-Solving Performance of Elementary School Students. Review of Educational Research, 87(5), 899-920. https://doi.org/10.3102/0034654317720163

Pongsakdi, N., Kajamies, A., Veermans, K., Lertola, K., Vaurus, M., & Lehtinen, E. (2020). What makes mathematical word problem solving challenging ? Exploring the roles of word problem characteristics, text comprehension, and arithmetic skills. International Journal on Mathematics Education, 52(1), 33–44. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01118-9

Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Powell, S. R. (2011). Solving Word Problems Using Schemas: A Review of the Literature. Learning Disabilities Research &Amp; Practice, 26(2), 94-108. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2011.00329.x

Priolet, M. (2008). Enseignement et apprentissage de la ré- solution de problèmes mathématiques. Le cas des problèmes numériques au cycle 3 de l'école primaire en France. Approches didactique et ergonomique. Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation, Université Lumière - Lyon 2, Lyon.

Purpura, D. J., Logan, J. A. R., Hassinger-Das, B., & Napoli, A. R. (2017). Why do early mathematics skills predict later reading? The role of mathematical language. Developmental Psychology, 53(9), 1633-1642. https://doi.org/10.1037/dev0000375

Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. Early Childhood Research Quarterly, 36, 259–268. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. European Journal in an International Context, 2, 477-498.

Reusser, K., & Staub, F. C. (1995). The role of presentational structures in understand problems. https://www.ife.uzh.ch/dam/jcr:00000000-3212-6146-ffff-fffffc00f6ea/Staub_Reusser_presentational_structures_understanding_solving_math_problems.pdf

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution – the social rationality of mathematical modeling in schools. Learning and Instruction, 7(4),309-327.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), The development of mathematical skills (pp. 75–110). Psychology Press/Taylor & Francis (UK).

Rivier, C., & Sander, E. (2022). Effets d'une séquence d'apprentissage innovante en résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux “AlR2” chez les élèves de CM1 en France, Apprentissage des mathématiques : mieux comprendre pour mieux intervenir, A.N.A.E., 180, 629-638

Rocher, T. (2016, 16 & 17 mars). Que sait-on aujourd’hui des capacités des élèves à lire et à comprendre des textes divers ? Communication à la Conférence de Consensus Lire, comprendre, apprendre. Lyon

Rosenshine, B. (2009). The empirical support for direct instruction. In Constructivist instruction: Success or failure? (p. 201-220). Routledge/Taylor & Francis Group.

Sander, E. (2007). Manipuler l’habillage d’un problème pour évaluer les apprentissages, Bulletin de psychologie, 60, 119-124.

Sander, E. (2008). Les connaissances naïves en mathématiques. In J. Lautrey, S. Rémi-Giraud, E. Sander & A. Tiberghien (Dir). Les connaissances naïves (pp. 57-102). Paris : Armand Colin.

Sander, E. (2018). Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques : le cadre A-S3. In J. Pilet et C. Vendeira (Eds). Actes de séminaire de didactique des mathématiques 218 (pp. 122-141) Paris, France.

Sander, E., (2023). Améliorer la flexibilité cognitive par une intervention fondée sur la catégorisation multiple : développer le raisonnement proportionnel à l'école primaire. Communication conférence IDEE, Paris, mars 2023.

Sander, E. & Richard, J-F. (2017). Les apprentissages numériques. In R. Miljkovitch, F. Morange-Majoux et E. Sander (Dir.). Traité de Psychologie du Développement (pp. 251-258). Paris : Masson.

Scheibling-Sève, C., Pasquinelli, E., & Sander, E. (2020). Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems. Educational Studies in Mathematics, 103(3), 293-311. https://doi.org/10.1007/s10649-020-09938-3

Scheibling-Sève, C., Gvozdic, K., Pasquinelli, E., & Sander, E. (2022). Enhancing Cognitive Flexibility Through a Training Based on Multiple Categorization: Developing

Proportional Reasoning in Primary School. Journal of Numerical Cognition, 8(3), 443-472. https://doi.org/10.5964/jnc.7661

Schliemann, A.D., Araujo, C., Cassunde, M.A., Macedo, S., & Niceas, L. (1998). Use of multiplicative commutativity by school children and street sellers. Journal for Research in Mathematics Education, 29, 422–435.

Schumacher, R. F., & Fuchs, L. S. (2012). Does understanding relational terminology mediate effects of intervention on compare word problems? Journal of Experimental Child Psychology, 111(4), 607-628. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.12.001

Singer, M. A., & Goldin-Meadow, S. (2005). Children Learn When Their Teacher's Gestures and Speech Differ. Psychological Science, 16(2), 85-89. https://doi.org/10.1111/j.0956-7976.2005.00786.x

Snowling, M. J., & Hulme, C. (2010). Evidence-based interventions for reading and language difficulties: creating a virtuous circle. British Journal of Educational Psychology, 81(1), 1-23. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2010.02014.x

Solis, M., Ciullo, S., Vaughn, S., Pyle, N., Hassaram, B., & Leroux, A. (2012). Reading Comprehension Interventions for Middle School Students With Learning Disabilities: A Synthesis of 30 Years of Research. Journal of Learning Disabilities, 45(4), 327-340. https://doi.org/10.1177/0022219411402691

Spencer, M., Fuchs, L. S., & Fuchs, D. (2020). Language-related longitudinal predictors of arithmetic word problem solving: A structural equation modeling approach. Contemporary Educational Psychology, 60, 101825. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2019.101825

Stigler, J. W., Fuson, K. C., Ham, M., & Kim, M. S. (1986). An Analysis of Addition and Subtraction Word Problems in American and Soviet Elementary Mathematics Textbooks. Cognition and Instruction, 3(3), 153-171.

Swanson, H.L. (2014). Does cognitive strategy training on word problems compensate for working memory capacity in children with math difficulties ? Journal of Educational Psychology, 106 (3), 831-848.

Swanson, H. L. (2017). Verbal and visual-spatial working memory: What develops over a life span? Developmental Psychology, 53(5), 971-995. https://doi.org/10.1037/dev0000291

Thevenot, C. (2010). Arithmetic word problem solving: Evidence for the construction of a mental model. Acta Psychologica, 133, 90-95. https://doi.org.10.1016/j.actpsy.2009.10.004

Thevenot, C. (2017). Arithmetical word problem solving: The role of prior knowledge. In D. Geary, D. Berch, K. Mann-Koepke (Eds.), Mathematical Cognition and Learning. Vol.3: Acquisition of Complex Arithmetic Skills and Higher-Order Mathematics Concepts (pp. 47-66). Academic Press.

Thevenot, C., Barrouillet, P., & Fayol, M. (2004). Représentation mentale et procédures de résolution de problèmes arithmétiques : l'effet du placement de la question. L'année Psychologique, 104(4), 683-699. https://doi.org/10.3406/psy.2004.29685

Thevenot, C., Devidal, M., Barrouillet, P., & Fayol, M. (2007). Why does placing the question before an arithmetic word problem improve performance? A situation model account. The Quarterly Journal of Experimental Psychology, 60(1), 43–56. https://doi.org/10.1080/17470210600587927.

Thevenot, C., & Oakhill, J. (2005). The Strategic use of Alternative Representations in Arithmetic Word Problem Solving. The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A, 58(7), 1311-1323. https://doi.org/10.1080/02724980443000593

Thevenot, C., & Oakhill, J. (2006). Representations and strategies for solving dynamic and static arithmetic word problems: The role of working memory capacities. EUROPEAN JOURNAL OF COGNITIVE PSYCHOLOGY, 18, 756-775. https://doi.org/10.1080/09541440500412270

Van Der Schoot, M., Bakker Arkema, A. H., Horsley, T. M., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2009). The consistency effect depends on markedness in less successful but not successful problem solvers: An eye movement study in primary school children. Contemporary Educational Psychology, 34(1), 58-66. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2008.07.002

Van Dijk, T. A., & Kintsch, W. (1983). Strategies of discourse comprehension. New York, NY: Academic Press.

Vaughn, S., & Barnes, M. A. (2023). Reading comprehension for students with reading disabilities: Progress and challenges. Learning and Individual Differences, 102, 102258. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102258

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction. In T. Carpenter, J. Moser, & T. Romberg (Eds.), Addition and subtraction: A cognitive perspective (pp. 39-59). Hillsdae, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol.10 n°2-3, pp.133-170, éd. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Verschaffel, L. (2016). Get the picture? On the role of graphical representations in the solution of mathematical word problems. Plenary lecture at the Conference of the EARLI SIG 2, Comprehension of Text and Graphics, University of Geneva, Geneva, Switzerland.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. Learning and Instruction, 4, 273-294.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). Making sense of word problems. Lisse: Swets & Zeitlinger.

Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education : A survey. ZDM, 52(1), 1-16. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4

Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2007). Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. British Journal of Educational Psychology, 77, 829-848. https://doi.org/10.1348/000709907X178200

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. Educational Psychology, 28(4), 409-426. https://doi.org/10.1080/01443410701708228

Vilette, B., Fischer, J. P., Sander, E., Sensevy, G., Quilio, S., & Richard, J. F. (2017). Peut-on améliorer l’enseignement et l’apprentissage de l’arithmétique au CP? Le dispositif ACE. Revue française de pédagogie. Recherches en éducation, 201, 105-120. https://doi.org/10.4000/rfp.7296

Von Aster, M.G. & Dellatolas, G. (2006). ZAREKI-R - Batterie pour l’évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l’enfant. Paris, Editions ECPA.

Voyer, D., & Goulet, M.-P. (2013). La compréhension de problèmes écrits d’arithmétique au regard de l’habileté en lecture d’élèves de sixième année (11 ans). Revue des sciences de l’éducation, 39(3), 491-513. https://doi.org/10.7202/1026310ar

Wakefield, E. M., Congdon, E. L., Novack, M. A., Goldin-Meadow, S., & James, K. H. (2019). Learning math by hand: The neural effects of gesture-based instruction in 8-year-old children. Attention, Perception, & Psychophysics, 81(7), 2343-2353. https://doi.org/10.3758/s13414-019-01755-y

Wanzek, J., Vaughn, S., Scammacca, N. K., Metz, K., Murray, C. S., Roberts, G., & Danielson, L. (2013). Extensive reading interventions for students with reading difficulties after grade 3. Review of Educational Research, 83(2), 163–195. https://doi.org/10.3102/0034654313477212

Willingham, D. T. (2006). How We Learn. Ask the Cognitive Scientist: The Usefulness of Brief Instruction in Reading Comprehension Strategies. The American Educator,

Willis, G. B., & Fuson, K. C. (1988). Teaching Children to Use Schematic Drawings to Solve Addition and Subtraction Word Problems. Journal of Educational Psychology, 80(2), 192-201.

Wong, T. T.-Y., & Yip, E. S.-K. (2023). What is the unknown? The ability to identify the semantic role of the unknown from word problems longitudinally predicts mathematical problem-solving performance. Contemporary Educational Psychology, 73, 102183. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2023.102183

Yan Ping Xin, & Jitendra, A. K. (1999). The Effects of Instruction in Solving Mathematical Word Problems for Students with Learning Problems: A Meta-Analysis. The Journal of Special Education, 32(4), 207-225. https://doi.org/10.1177/002246699903200402

Zagar, D., Fayol, M. & Devidal, M. (1991). Une stratégie de prise d'information particulière à la lecture de problèmes ? Psychologie Française, 36(2), 143-149.

Index des tableaux

Index des schémas

Index des annexes

Les annexes ne sont disponibles que pour l’archivage pour des raisons de droits.