N° d'ordre : 4158

Université des Sciences et Technologies de Lille

Jean-Baptiste BIOT
(1774-1862)
et la théorie corpusculaire de la lumière

THESE

Présentée et soutenue publiquement le 14 février 2008

par

Frédéric Leclercq
Agrégé de l'Université

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille
spécialité histoire des sciences et épistémologie

Composition du jury

Président :	Robert Locqueneux, Professeur émérite de l'Université de Lille 1
Directeur de thèse :	Bernard Maitte, Professeur à l'Université de Lille 1
Rapporteurs :	Michel Blay, Directeur de recherches au CNRS
	Jean Eisenstaedt, Directeur de recherches au CNRS
Examinateur :	Jean Rosmorduc, Professeur émérite de l'Université de Brest

Centre d'Histoire des Sciences et d'Epistémologie de Lille 1
UMR « Savoirs, Textes, Langage » - (CNRS Lille 1-Lille3)

© 2008 Tous droits réservés.

http://www.univ-lille1.fr/bustl

Jean-Baptiste BIOT (1774-1862)

et la théorie corpusculaire de la lumière

Un savant en un temps où la science était newtonienne

© 2008 Tous droits réservés.

http://www.univ-lille1.fr/bustl

RESUME

A la fin du XVIII^{e} siècle, l'application des principes de la mécanique exprimés par une analyse mathématique souveraine a permis à Laplace une justification très exacte du mouvement des corps célestes. A cette époque, il lui apparaît nécessaire de mieux connaître les phénomènes terrestres.
Dès 1805, Laplace parvient à transcrire en termes mécaniques certains phénomènes physiques avec les mêmes principes qui ont servi à décrire avec exactitude les phénomènes célestes.
En 1808, la découverte de la polarisation de la lumière par Malus ouvre un champ d'études immense. Dès 1812, Biot, qui succède à Malus, réussit à décrire dans le cadre de la physique laplacienne, au moyen de mouvements spécifiques des corpuscules lumineux autour de leur centre de gravité, les divers aspects des polarisations chromatique et rotatoire.
Les principes mécaniques sur lesquels reposent cette pratique de la science semblent satisfaisants pour justifier des phénomènes, malgré des hypothèses disparates. Mais, des faits nouveaux la déstabilisent : à l'occasion de l'étude des cristaux en lumière convergente, Brewster critique les résultats de Biot qui réagit promptement. Ce dernier étend alors la théorie de la double réfraction des cristaux à un axe, élaborée par Malus, au cas de ceux qui en ont deux. Simultanément, Fresnel donne au système des ondes une avancée rapide sur les mêmes sujets : malgré la persévérance de Biot, la théorie ondulatoire, en concurrence avec la théorie corpusculaire de la lumière, prend de plus en plus d'importance.

Mots-clés : Biot, théorie corpusculaire de la lumière, polarisation, double réfraction, lumière convergente, physique laplacienne, théorie des accès.

© 2008 Tous droits réservés.

http://www.univ-lille1.fr/bustl

Thèse de Frédéric Leclercq, Lille 1, 2008

Jean-Baptiste BIOT (1774-1862)

and the corpuscular theory of light

A researcher

when science was newtonian

© 2008 Tous droits réservés.

http://www.univ-lille1.fr/bustl

ABSTRACT

At the end of the XVIIIth century, the application of the principles of mechanics expressed by a sovereign mathematical analysis allowed Laplace to justify very accurately the movement of heavenly bodies. At that time, it seemed to him necessary to have a better knowledge of terrestrial phenomena.
From 1805, Laplace managed to transcribe in mechanical terms some physical phenomena using with the same principles which served to describe heavenly phenomena with accuracy.
In 1808, the discovery of the polarization of light by Malus opened a very large field of research. From 1812, Biot, who replaced Malus, managed to describe the diverse aspects of chromatic and rotatory polarizations within the framework of Laplacian physics, by means of specific movements of the corpuscles of light around their center of gravity.
The mechanical principles at the basis of this scientific practice appeared satisfactory to justify phenomena, in spite of disparate hypotheses. But, new facts threw the whole thing back into question : the study of crystals with convergent light caused Brewster to criticize Biot's results. The latter's response was quick; he spread the theory of the double refraction of crystals with one axis, elaborated by Malus, to those which have two axes. Simultaneously, Fresnel made the wave theory evolve rapidly on the same subjects : in spite of Biot's perseverance, this theory, in opposition with the corpuscular theory of light, gradually became prevalent.

Keywords : Biot, corpuscular theory of light, polarization, double refraction, convergent light, Laplacian physics, theory of fits.

© 2008 Tous droits réservés.

http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 1:

Introduction générale

Jean-Baptiste Biot a contribué de manière éminente à la découverte et à l'étude de nombreux phénomènes de polarisation de la lumière. Grâce à sa longue vie, les travaux qu'il a entrepris sur cet objet s'étalent sur une durée de cinquante ans, de 1811 à 1860, ultime année de publication. Si on considère d'autres thèmes relatifs à l'optique, il faut même remonter à l'année 1806.

Nous distinguons deux périodes au cours de cet intervalle de temps. La première débute donc en 1806 et s'achève en 1822, avec l'avancée des idées défendues par Augustin Fresnel (1788-1827). Par ailleurs, l'échec de Biot à l'élection au poste de secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences[1] l'éloigne plusieurs années des milieux académiques[2] et clôt la période que traite notre étude. Biot développe et défend alors la théorie corpusculaire de la lumière, associée à des principes mécaniques.

Lorsqu'il reprend ses travaux sur la lumière en 1832, limités pour l'essentiel à la polarisation rotatoire, ceux-ci ont un caractère strictement expérimental[3]. Biot, qui envisage toujours une lumière matérielle, ne propose plus

[1] Fourier est élu secrétaire perpétuel, devançant Biot (38 voix contre 10 seulement pour celui-ci), lors de la séance du 18 novembre 1822.

[2] Biot assiste à très peu de séances durant les années 1823-1825. Une seule présence est attestée par le tableau de présence des membres de l'Institut pour l'année 1824. Pour être précis, notons que Biot part en voyage pour des mesures géodésiques en Italie et en Espagne à l'automne 1824 et rentre à Paris à l'été 1825. in Jean-Baptiste Biot, *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome1, Michel Lévy frères-Libraires, Paris, 1858, p93-111.
Par la suite, Biot assiste de nouveau aux séances de l'Académie des sciences, mais son assiduité n'atteindra plus celle des années 1800-1820. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tomes III à XX, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1912-1922.

[3] Il n'y a pas de publication d'articles relatifs à la lumière entre 1821 et 1833 dans les *Annales de chimie et de physique*. Biot ne lit aucun mémoire d'optique entre 1819 et 1832 à l'Académie Royale des sciences. Alors qu'il est l'un des rédacteurs du *Journal des savants* depuis 1816, année de reprise de la publication de cette revue, le premier article signé par Biot et qui traite d'un fait scientifique

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de justification des phénomènes par la mécanique et prend la réserve à ce sujet. Durant cette seconde période, des recherches en liaison avec la chimie et la cristallographie sont entreprises[4], la lumière servant d'agent d'étude. Nous ne les abordons pas.

En 1816, année pivot de cette première période, Biot fait paraître son *Traité de physique expérimentale et mathématique*. Cet ouvrage juste postérieur au *Traité élémentaire de physique* de Haüy (1745-1822)[5] s'en distingue par l'appareil mathématique utilisé ; car, à propos des dernières recherches, le livre de Haüy ne le cède en rien à celui de Biot. L'ouvrage du premier relate, dans la seconde édition de 1806, la nouvelle théorie capillaire de Laplace (1749-1827) exposée seulement en 1805 dans le livre X du *Traité de mécanique céleste* auquel Haüy renvoie le lecteur désireux de s'informer davantage[6]. On trouve aussi les derniers résultats - postérieurs à 1800 - de Gay-Lussac (1778-1850) et de Dalton (1766-1844) sur la physique des gaz. Haüy explique, de manière qualitative, selon quels principes les auteurs des théories les plus récentes rendent compte de phénomènes déjà connus ou d'aspects particuliers qui peuvent être rattachés à des phénomènes déjà répertoriés. Biot aborde autrement ces questions dans son ouvrage.

La polarisation de la lumière, découverte annoncée par Malus (1775-1812) en 1808, est donc inconnue en 1806 lors de la publication de l'ouvrage de Haüy, mais elle est développée sous toutes les particularités connues dans celui de Biot, lequel n'hésite pas à donner des précisions qui ne figurent pas dans les

d'actualité sur la lumière date de 1839 ("Sur les effets chimiques des radiations et sur l'emploi qu'en a fait M.Daguerre… ", numéros de mars et avril 1839).

[4] Ces travaux de Biot, ceux de Fresnel relatifs à la polarisation rotatoire, ainsi que ceux de Pasteur liés à la cristallographie sont présentés dans la thèse de Jean Rosmorduc, *La polarisation rotatoire naturelle, de la structure de la lumière à celle des molécules*, Université de Bretagne Occidentale, A.Blanchard, 1983. Ce travail présente également les méthodes de mesure mises en œuvre.

[5] Lors de la création des lycées en 1802, une commission constituée de Laplace, Monge et Lacroix demande à Haüy d'écrire un traité de physique. En cas de refus, Biot s'en chargera. Cependant, le Premier Consul, le 8 février 1803, sollicite Haüy personnellement. L'ouvrage est construit et structuré à partir des 15 leçons données durant les cours de l'Ecole de l'an III au début de 1795 ; il fut fort apprécié et eut trois éditions et augmentations en 1803, 1806 et 1821. On remarque l'absence de tout appareil algébrique. Même après la parution du traité de Biot en 1816 - et des précis qui en sont des réductions substantielles - considéré comme un ouvrage de référence, celui de Haüy avait toujours la préférence des élèves et des professeurs, le premier étant jugé hors de portée des capacités intellectuelles ordinaires de l'époque. En 1806, Biot souligne l'influence du traité de Haüy. in *Revue d'Histoire des Sciences*, N°50/3, 1997, numéro thématique "René-Just Haüy (1743-1822), physicien", article : "Des leçons de l'an III au Traité élémentaire de physique", p243-263.

[6] in René-Just Haüy, *Traité élémentaire de physique*, seconde édition, tome1, Courcier, Paris, 1806, p217.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

mémoires de la Classe[7]. Surtout, Biot ne se limite pas - comme son prédécesseur - à une description qualitative de nouveaux phénomènes inconnus jusqu'alors, il propose toujours des mesures précises qu'il justifie. L'expérimentation est certes primordiale, mais reste orpheline si elle n'a point de justification appropriée, c'est-à-dire une justification obtenue par l'autorité incontestable de l'analyse algébrique. Comment avoir l'assurance que celle-ci a été bien appliquée? La réponse de Biot ne souffre d'aucune ambiguïté : par la mécanique.

Dans l'introduction de son *Traité de physique*, Biot indique sa pratique de la science mais, ne précise pas avec toute la netteté souhaitée les raisons de cette pratique que nous allons tenter d'élucider. Dans un premier temps, on recueille à partir du phénomène étudié des mesures que l'on rattache par une formule analytique, laquelle doit inclure tous les aspects de ce phénomène : « *Ici le travail du physicien est terminé, mais ce n'est pas encore là que se bornent les services que l'analyse peut lui rendre. La loi du phénomène n'est encore établie que d'une manière expérimentale ; elle ne peut être regardée comme exacte que dans les limites de précision comportée par l'expérience.* [8] » Ensuite, vient un autre degré de pratique de la science, au terme duquel le physicien qui s'est changé en Géomètre[9] inscrit la loi du phénomène dans le système du monde[10] : « *Pour la rendre tout-à-fait certaine et rigoureuse, il faut la ramener aux lois générales de la mécanique, c'est-à-dire aux lois générales de mouvement et d'équilibre voulues par ces lois. Car, lorsqu'une pareille réduction peut être effectuée complètement, elle met nécessairement en évidence les caractères des* **forces** *par lesquelles les phénomènes sont produits, ce qui est le dernier terme où la science humaine puisse atteindre.* [11] »

Pour que le travail du géomètre soit fécond, il va de soi que l'analyse doit être rigoureuse mais surtout que « *les expériences auxquelles on la compare ou qu'on lui confie soient très-exactes. Je ne sais même si ce dernier point n'est pas le plus important à recommander. Car, après tout, si l'analyse est fausse,*

[7] Ainsi, bien que Biot considérât dès 1812 les micas comme une sorte particulière de cristaux, il fit part de nouvelles recherches en 1816 aux seuls lecteurs de son *Traité de physique*.

[8] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxv.

[9] Biot distingue le "géomètre du premier ordre" du "physicien expérimentateur". Il y a une gradation dans l'activité scientifique entre l'époque où l'on expérimente et celle où on applique l'analyse algébrique. Par la suite, le physicien emprunte les résultats de l'analyse pour vérifier les mesures et les utilise comme des faits. in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxvij.

[10] Ce système du monde laplacien tend à ramener tous les phénomènes de la nature à des attractions plus ou moins intenses selon leur portée. Ainsi, pense-t-on qu'il existe une seule et même action dont la diversité des manifestations caractérise les phénomènes auxquels elles se rapportent.

[11] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxv-xvj.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'observation le fera bientôt apercevoir ; au lieu que, si les données fournies par l'expérience sont fautives, l'analyse n'a presque aucun moyen de le reconnaître… [12]»

Précision expérimentale, analyse algébrique, lois générales de la mécanique, tels sont les principes auxquels Biot se rattache en permanence pour sa pratique de la science. Nous verrons qu'il est un savant "classique" qui réinvestit scrupuleusement des connaissances bien vérifiées et qu'il ne s'écarte pas des chemins bien balisés et sûrs. Pour mieux comprendre l'ensemble de cette pratique, pour mieux saisir ce que ces principes, ces connaissances représentent aux yeux de leur utilisateur, tournons-nous vers la période d'apprentissage de Jean-Baptiste Biot.

Né en 1774, bachelier en 1789, il est un témoin direct et attentif - mais aussi le bénéficiaire - d'importantes transformations sociales et politiques. Les dirigeants de la Convention jugent indispensable d'accompagner celles-ci d'une réforme des institutions éducatives pour une meilleure diffusion du savoir scientifique et des techniques. Ainsi fut décidée la fondation des Ecoles centrales, de l'Ecole Centrale des travaux publics et de l'Ecole Normale de l'an III. Biot connut ces deux dernières[13] et fut par la suite professeur aux premières[14] : il fait ainsi partie de

[12] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxviij.
Comme on pourra le voir dans les tableaux numériques qui suivent, Biot donne des résultats avec de nombreux chiffres significatifs, illusoires de précision. Mais il envisage la pratique de la science sur le long terme et pense que ses mesures pourront servir à d'autres qui en feront meilleur usage : « *Vous pouvez même, à l'aide des méthodes que la doctrine des probabilités enseigne, tirer des observations les valeurs les plus sûres de ces élémens ; et les pesant, pour ainsi dire, dans les balances de la vérité, évaluer avec certitude le degré précis de confiance que vous devez accorder à chacun d'eux.* » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxv.
Biot qui s'intéresse à toutes les nouveautés scientifiques - entre autres - n'ignore pas qu'en 1810 Laplace a formulé le "théorème central limite" qui indique « *la probabilité que la moyenne d'un grand nombre d'observations sera comprise dans des limites données* » : Jean Dhombres, "L'affirmation du primat de la démarche analytique", in *L'Ecole Normale de l'An III, Leçons de mathématiques*, Dunod, 1992, Paris, p39. A notre connaissance, Biot n'utilisera pas ce nouvel outil, faisant toujours de simples moyennes arithmétiques avec ses mesures. Le premier à se servir des résultats de Biot sera Fresnel qui, saluant leur valeur, les utilisera pour discréditer la théorie corpusculaire de la lumière.

[13] Reçu bachelier du Collège Louis-le-Grand en 1789, Biot se perfectionna dans cet établissement durant deux ans en philosophie, ce qui sous-entend qu'il a suivi des leçons de mathématiques et de physique, totalement absentes du cursus des Humanités. Il a assisté aux cours de mathématiques de Mauduit au Collège de France en 1791-1792, avant de s'engager dans l'Armée du Nord de septembre 1792 à septembre 1793. De retour à Paris, Biot assista au cours de calcul différentiel et intégral que Cousin professait au Collège de France, puis fut admis à l'Ecole des ponts et chaussées en janvier 1794, établissement qu'il quitta en novembre de la même année pour participer aux cours révolutionnaires - c'est-à-dire accélérés - dispensés aux nouveaux brigadiers, dont il était avec Etienne-Louis Malus, de la future Ecole Centrale des travaux publics. Notons que le Collège de France fut une des rares institutions à survivre à la Convention avec l'Ecole des ponts et chaussées de Paris.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

la première promotion de l'Ecole Centrale des travaux publics comme chef de brigade[15], c'est-à-dire que ses professeurs - Monge en particulier - le considèrent comme un élève déjà bien instruit, donc capable d'encadrer les élèves moins avancés. Cette démocratisation du savoir autorise Biot à entrer très tôt en contact direct avec les plus grands savants de ce temps, chose qui aurait été plus difficile avant la Révolution : Monge (1746-1818), Lacroix (1765-1843) et Laplace (1749-1827) sont pour lui des familiers en 1800.

Dans ce nouvel établissement très bien doté qu'est l'Ecole Centrale des travaux publics, Biot profite surtout de s'exercer à la pratique expérimentale. Mais ce sont les cours de l'Ecole Normale dispensés par des hommes éminents, parmi lesquels Laplace, qui marquent le jeune Biot : « *On apprit enfin la véritable manière d'enseigner les sciences ; on connut, pour la première fois, la métaphysique de leurs principes.*[16]» Ce sont ces principes qu'il nous faut préciser, car ils participent à toute la pratique scientifique future de Biot.

Le début de sa carrière est marqué par l'influence de Sylvestre-François Lacroix, mathématicien, Idéologue avéré[17] et donc partisan convaincu de la méthode analytique[18]. Biot est d'un avis beaucoup plus nuancé : « *Les succès que les*

in Eugen Frankel, *Jean-Baptiste Biot, the career of a physicist in nineteenth century France*, Princeton University, PH.D., 1972, p17-21.

14 A l'Ecole Centrale de l'Oise à Beauvais. Lacroix a aidé à cette nomination acquise le 13 février 1797 indique Eugen Frankel, p28 de sa thèse, et le 13 mars 1797 affirme Francisque Lefort, in le *Bulletin mathématique*, tome8, p57. Biot resta en poste à Beauvais jusqu'à sa nomination au Collège de France le 25 novembre 1800. Le 25 mai précédent, il était devenu membre associé de la Section de géométrie de l'Institut de France.

15 Les professeurs de cet établissement ont sélectionné des élèves déjà bien formés pour les suppléer dans leur tâche de répétiteur. Bien avancé en mathématique, il est très probable que Biot n'apprit que peu de chose sur ce sujet dans cet établissement. in Eugen Frankel, *Jean-Baptiste Biot, the career of a physicist in nineteenth century France*, p17-21.

16 in J.B Biot, *Essai sur l'histoire des sciences pendant la révolution française*, Duprat, Paris, 1803, p65. Cet usage du mot "métaphysique" est d'un emploi fréquent par Biot et aussi par ses contemporains. L'acception première qu'en fait la philosophie renvoie aux problèmes de l'existence et de l'être. En revanche, l'utilisation qu'en font Biot et ses contemporains renvoie à une réflexion critique des principes de la science, de l'activité scientifique en général.

17 De nombreux article parus dans *La décade philosophie, littéraire et politique* l'attestent. Ceci est encore signalé in François Picavet, *Les idéologues*, Félix Alcan Editeur, Paris, 1891, réimpression Georg Olms Verlag, 1972.

18 Elle s'inspire de l'organisation des mathématiques. De manière générale, on espère déterminer le fonctionnement de la pensée par l'étude de la genèse et de la corrélation des idées, découvrir à cet effet des lois aussi universelles que celles de Newton pour le monde physique. Des procédures doivent être dégagées qui empêchent tout recours à une quelconque déduction impliquant de près ou de loin un principe ou une cause première. On veut éviter tous les errements provoqués par les anciennes métaphysiques. La génération, la transformation, la combinaison des idées demandent une grammaire adaptée à l'objet auquel celle-ci s'applique. Avec l'algèbre, l'analyse mathématique possède déjà la sienne. Par association, est-il possible de transposer, ne serait-ce que la structure du langage de l'algèbre à d'autres domaines du savoir ? Biot ne le pense pas comme nous le verrons.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

géomètres obtiennent par ces méthodes, firent penser qu'on pourrait s'en servir utilement dans d'autres sciences ; mais cette application pour être exacte, ne devait se faire qu'à des objets parfaitement définis, et en partant de données certaines. C'est pour avoir méconnu cette vérité, et avoir appliqué la synthèse à des sujets qui n'étaient pas circonscrits d'une manière rigoureuse, que quelques philosophes du siècle dernier, sont tombés de théorème en théorème dans des paradoxes et des erreurs… d'où il résulte que si rien ne paraît limiter les progrès que l'on peut faire en appliquant aux Sciences qui reposent immédiatement sur les résultats de nos sensations, il n'en est pas ainsi de celle qui a pour objet l'examen des opérations et l'entendement lui-même. Ce n'est qu'avec une extrême réserve que l'on doit appliquer à ces recherches les méthodes de raisonnement usitées en Mathématiques ; …[19]» Ce qui paraît sûr à Biot, c'est la valeur de l'application de l'analyse aux sciences qui utilisent les mathématiques, la synthèse pouvant conduire à des errements condamnables.

A cette époque, Biot remarque que les mathématiques sont loin de former un corps de doctrine complet ; ainsi le calcul intégral n'est pour le moment « *qu'une collection de procédés isolés auxquels les applications ont donné naissance.* [20]» Lui même a effectué des recherches en mathématiques sur des solutions d'équations différentielles[21] et on peut imaginer qu'il s'interroge sur l'étendue possible de l'analyse mathématique à des objets autres que purement mathématiques. Or, des ouvrages montrent déjà une application de l'analyse à des phénomènes physiques, ce sont les « *mécanique analytique et mécanique céleste, véritables sources où l'on peut étudier l'analyse appliquée.* [22]»

Et Biot parle en connaissance de cause puisqu'il a corrigé les épreuves du *Traité de mécanique céleste*[23] et appliqué les principes décrits dans la *Mécanique*

[19] in *La décade philosophie, littéraire et politique*, An VII, 4eme trimestre, p327-328. (été 1799). Cette citation est extraite d'un article signé "Biot, Professeur de Mathématiques à l'Ecole Centrale du département de l'Oise", à propos de l'ouvrage de S.F Lacroix, *Eléments de géométrie*.

[20] in *La décade philosophie, littéraire et politique*, An X, 2eme trimestre, p7. Il s'agit d'un article signé "Biot" à propos du *Traité élémentaire du calcul différentiel et intégral* , abrégé du grand ouvrage déjà publié par S.F.Lacroix.

[21] Voir notre bibliographie. Au cours de ses premières recherches, Biot bute sur les mêmes difficultés analytiques que Laplace bien des années avant, ce qu'il relate par "Une anecdote relative à Laplace" qui débute le tome1 des *Mélanges scientifiques et littéraires*.

[22] in *La décade philosophie, littéraire et politique*, An X, 2eme trimestre, p7.

[23] Les deux premiers volumes de ce traité paraissent en 1799 : « *J'étais alors un tout petit professeur de mathématiques, à l'Ecole centrale de Beauvais. Sorti nouvellement de l'Ecole polytechnique, j'avais beaucoup de zèle et peu de science… Je savais que M.Laplace travaillait à réunir ce magnifique ensemble de découvertes, dans l'ouvrage qu'il a très justement appelé : la Mécanique*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

analytique pour une étude sur la vitesse du son[24]. Vers 1800, Biot excelle dans la maîtrise du calcul différentiel et intégral, possède une connaissance approfondie de l'astronomie physique la plus avancée, sait utiliser tous les principes de la mécanique : il est l'un des hommes les mieux formés de sa génération et l'un des plus instruits, déjà d'une érudition rare[25].

A la suite de ses travaux sur l'astronomie physique, Laplace envisage une étude détaillée des propriétés de l'atmosphère[26]. Simultanément, tout un programme de recherches[27] se dessine, programme dont le but est la connaissance des phénomènes physiques terrestres. Laplace montre la voie : « *M.Laplace fait connaître ici leur* [les effets capillaires] *véritable théorie, en les soumettant au calcul ; ce qui est le dernier degré de perfection auquel la physique puisse atteindre, et vers lequel on doit toujours tendre à la ramener… Les phénomènes de la réfraction étaient jusqu'à présent les seuls où l'on eût calculé les effets de l'attraction à de petites distances ; et cette tentative hardie est due à Newton. Voici que M.Laplace soumet encore au calcul une action de ce genre dans les phénomènes*

Céleste. Le premier volume était sous presse ; les autres suivraient, à de bien longs intervalles, au gré de mes désirs… J'ajoutais que voulant, suivre et refaire tous les calculs en entier pour mon instruction… je pourrais découvrir et signaler les fautes d'impression qui s'y seraient glissées. Il m'envoya toutes les feuilles déjà imprimées… » in *Mélanges scientifiques et littéraires*, "une anecdote relative à M.Laplace", tome1, p2. Biot est, par conséquent, l'un des tout premiers lecteurs de la *Mécanique céleste*, et certainement l'un des premiers à la connaître dans son intégralité. Il a publié une *Analyse du Traité de Mécanique céleste de P.S Laplace*, dès 1801.

24 "Sur la théorie du son", in *Journal de physique, de chimie et d'histoire naturelle*, tome LV, août 1802. Il existe aussi un tirage à part de 10 feuilles à la Bibliothèque Nationale de France à la côte 4-R PIECE-892 que nous avons utilisé. Au cours des calculs, Biot indique, p8 : "*Voyez pour ces formules la Mécanique analytique de la Grange, seconde partie, p500*". A cet endroit de l'ouvrage, section IX de la seconde partie de la mécanique ou dynamique, Lagrange traite du "mouvement des fluides compressibles et élastiques".
Ce premier travail de physique de Biot est considéré par Robert Fox comme le fondement de la physique mathématique. in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p160.

25 Biot aura toujours une activité très diversifiée, touchant de nombreux domaines de connaissance, et sera l'un des rédacteurs du *Journal des savants* lorsque cette revue est à nouveau publiée en 1816. A propos des rédacteurs, on peut noter : « … *Tels étaient, avec l'éclectique M.Cousin, le savant Letronne et J.B Biot, le Fontenelle de notre siècle, les principaux rédacteurs du Journal des Savants, à l'époque de sa réorganisation.* » in Hippolyte Cocheris, *Table méthodique et analytique des articles du Journal des Savants*, A. Durand Libraire, Paris, 1860, p58-61.

26 Avec le livre X du *Traité de mécanique céleste*, Laplace apporte certaines réponses et propose des conjectures à vérifier. in *Œuvres Complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome 4, Chez Courcier, Paris, an XIII-1805.

27 Voici brossé rapidement le tableau de quelques activités de Biot durant la période 1800-1810 : il s'intéresse à l'électricité en 1801, au magnétisme terrestre en 1804 avec Gay-Lussac, à la propagation de la lumière dans les gaz en 1806 avec Arago, fait plusieurs voyages mouvementés en Espagne pour effectuer des mesures géodésiques en 1806-1807 en compagnie d'Arago, et reprend des recherches sur la propagation du son en 1809. in Eugen Frankel, *Jean-Baptiste Biot, the career of a physicist in nineteenth century France*, Princeton University, PH.D, 1972.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de la capillarité. [28]» Créée en 1805, la Société d'Arcueil[29] dont les parrains sont Berthollet (1748-1822) et Laplace n'a d'autre but que d'étendre à tous les phénomènes de la nature cette physique mathématique pour laquelle les corps influent au moyen de forces sensibles à des distances imperceptibles. C'est en respectant cette mathématisation de l'action à distance appliquée aux phénomènes physiques que Biot effectue en 1806 son premier grand travail d'optique - l'étude de la réfraction des gaz[30] - en collaboration avec Arago (1786-1853).

Durant cette période qui est intermédiaire entre l'époque de sa formation et celle de l'étude des phénomènes de polarisation de la lumière vers lesquels il se tourne en 1811, Biot a acquis une maîtrise de la science expérimentale. Il affirme à propos des recherches scientifiques que « *ce ne sera point l'esprit de système qui amènera ces découvertes, ce sera l'expérience et le calcul.* [31]» Que faut-il comprendre par "esprit de système" ? L'article de Biot - destiné à un large public - n'approfondit pas vraiment la question, mais fait comprendre qu'il est souhaitable de se soustraire à l'emprise d'idées préconçues. Pour s'en protéger, l'auteur souligne que « *déduire ainsi des observations et de l'expérience un petit nombre de lois générales, ou principes de mouvements, et expliquer ensuite comment les choses observables découlent de ces principes, rigoureusement et avec les mêmes rapports numériques que nous leur trouvons, ce serait le dernier degré de perfection de la philosophie naturelle*. [32]» Il faut attendre, parmi les écrits publics de Biot, l'année 1816 et le *Traité de physique* pour que son auteur devienne plus explicite. Les recherches difficiles sur la polarisation colorée - débutées en 1812 - l'ont-elles affermi dans ses convictions ou les avait-il acquises dans l'entre deux ? Nous ne pouvons le dire, mais il est certain qu'en 1816, l'opinion de Biot relative à "l'esprit de système" est plus nette encore : la mécanique offre la garantie de s'en protéger et tient alors un

[28] in *La décade philosophie, littéraire et politique*, 1806, 2eme trimestre, p449-459. L'article intitulé "Théorie de l'action capillaire ; par M.Laplace" est signé "Biot, de l'Institut national". Biot y présente la nouvelle théorie d'une manière approfondie. On peut s'interroger au sujet de la compréhension d'un tel article par un public même averti.
Laplace a juste avant, en 1805, donné une justification de la réfraction simple qui se trouve dans le livre X du *Traité de mécanique céleste*. Les études sur la capillarité apparaissent à leur suite sous forme de supplément.

[29] in Maurice Crosland, *The society of Arcueil*, Heinemann, London, 1967.

[30] J.B.Biot et F.Arago : "Mémoire sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome 7.

[31] J.B Biot : "Sur l'esprit de système", in *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome2, Michel Lévy frères-Libraires, Paris, 1858, p110. Cet article a paru en 1809 dans le *Mercure de France*.

[32] ibidem p113.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rôle déterminant dans sa pratique scientifique. Cette garantie provient de la formation de Biot et incidemment du statut acquis par la mécanique au cours du XVIIIe siècle.

Durant ce siècle, la mécanique, science du mouvement des corps, devient une discipline de plus en plus analytique, de laquelle tout recours à la géométrie est exclu avec le traité de Lagrange (1736-1813) [33]. Le mouvement, c'est-à-dire l'effet actuel des forces qui le produisent, est traduit de façon purement analytique. Il n'est plus nécessaire d'introduire ces forces dont la nature reste un sujet de questionnement[34] : il suffit de supposer leur existence et de considérer leur effet. Si on désire les caractériser, il faut rapporter la loi expérimentale du phénomène physique qu'elles créent en loi mécanique[35]. Pour cela, on doit imaginer un mouvement adapté au phénomène, et provoqué par ces forces qui agissent d'un ou de plusieurs lieux géométriques. Ceux-ci peuvent être déduits du phénomène observé. L'étude des caractéristiques du mouvement permet de confirmer les propriétés connues du phénomène, de les étendre, voire d'en prévoir de nouvelles. L'ambition de Biot à ce sujet est grande…

Bien sûr le soucis principal de l'expérimentateur, que souligne Biot, est de bien mesurer, avec le plus d'exactitude, puisque le phénomène est un effet, une

[33] Joseph-Louis Lagrange, *Méchanique Analitique*, Chez la veuve Desaint, Paris, 1788.

[34] « *… Lagrange n'hésite pas à parler de forces là où d'Alembert conformément à ses positions anti-dynamistes, préférait ne faire intervenir que leurs effets observables, c'est-à-dire les quantités de mouvements.* » in Alain Firode, *La dynamique de d'Alembert*, Editions Bellarmin/Vrin, Montréal/Paris, 2001, p151. Les forces sont devenus des quantités analytiques qui n'ont pas davantage de signification que d'autres parce qu'au préalable d'Alembert leur a substitué leur effet.
Comme Newton, d'Alembert utilise les trois mêmes principes pour l'étude du mouvement des corps. Mais d'Alembert juge que Newton emploie certains concepts tels que la force en faisant trop ressortir les aspects métaphysiques auxquels ils renvoient. En effet, Newton désigne la force accélératrice comme étant la cause du mouvement engendré, cause dont la nature reste indéterminée ; et d'Alembert s'affranchit de la causalité des forces en ne considérant que leurs effets, ce qui permet d'éviter toute allusion à leur nature. De la sorte, quand le premier auteur raisonne en terme de composition des forces et d'action et réaction, le second pense composition de mouvements et équilibre. En limitant les forces à la lecture de leurs effets, d'Alembert croit se dégager de leur nature, ce qui a pour conséquence d'accroître considérablement le champ de leurs applications, car plus l'objet qu'une science embrasse est général et abstrait, plus ses principes sont faciles à utiliser : « *nous étendons même nos recherches jusqu'au mouvement des corps animés par des forces ou causes motrices inconnues, pourvu que la loi suivant laquelle ces causes agissent soit connue ou supposée l'être.* » in Jean Le Rond d'Alembert, *Discours préliminaire de l'Encyclopédie*, 1750, réimpression dans la Collection Le livre pour tous, Cornély, Paris, 1902, p16.

[35] Par la considération de ses seuls effets, la mécanique est la discipline qui se rapproche le plus des mathématiques pures qui, elles-mêmes, n'envisagent que la quantité pure, qu'elle soit numérique avec l'arithmétique ou géométrique avec la figure. La mécanique est donc la discipline appliquée au monde matériel qui paraît la plus appropriée à l'investigation des phénomènes physiques. Elle semble présenter l'avantage estimé d'une certaine innocuité quant à la qualité qu'elle entraîne par son application. On lui attribue de fait un statut d'universalité.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

traduction de l'action de forces. Cette association de l'expérience précise et de l'analyse mathématique abrite le vrai physicien de tous errements systématiques.

Si Laplace est l'initiateur de la nouvelle mathématisation de la physique, Biot va être de ceux qui vont l'appliquer aux différents objets de la physique, principalement à la lumière. Les deux hommes se différencient dans la pratique - l'un agit en mathématicien, l'autre en physicien - mais se rejoignent sur l'utilisation des principes. Prenons l'exemple de la double réfraction.

En 1809, Laplace considère la construction d'Huygens (1629-1695) comme juste et représentative de ce phénomène[36]. On déduit de l'expérience que la vitesse des molécules lumineuses du rayon extraordinaire dépend de la position de ce rayon par rapport à l'axe du cristal[37]. La justification du mouvement des corpuscules lumineux qui constituent le rayon extraordinaire repose sur le principe de moindre action qui « *donne toujours la vitesse de la lumière dans un milieu diaphane, lorsque la loi de la réfraction est connue, et réciproquement il donne cette loi quand on connaît la vitesse.* [38]» La première situation est celle du physicien qui part de la loi expérimentale pour en déduire une caractéristique du phénomène, la seconde celle du mathématicien. Laplace agit ici en géomètre car il désire retrouver l'équation de l'ellipsoïde de Huygens sans s'occuper de l'obtention des mesures. Par une étude de variations du principe de moindre action, Laplace obtient l'expression analytique de l'ellipsoïde, les dimensions relatives des demi-axes de celui-ci, montre que la réfraction ordinaire correspond à une constante et que la réfraction extraordinaire est donnée par la même constante augmentée d'une quantité proportionnelle à un cosinus carré de l'angle formé par le rayon de cette réfraction et l'axe du cristal. Pour parvenir à ce résultat, Laplace, suivant l'opinion de Newton (1642-1727), a négligé la partie curviligne prêtée à la lumière : on ne sait rien à propos des forces qui s'exercent sur les corpuscules lumineux, seul le calcul analytique permet de prendre en compte leur action dont on ne constate que l'effet. Et d'après cet effet, Laplace déduit que l'action de ces forces est répulsive pour un

[36] P.S Laplace : "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome10. Laplace regarde avec estime le travail de Huygens sur cet objet de la physique.

[37] La remarque de Laplace est très fine car, en conservant au rayon incident la même direction par rapport à l'axe du cristal, on peut obtenir un angle de réfraction extraordinaire différent selon la face artificielle taillée dans le cristal.

[38] P.S Laplace : "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome10, p270.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

cristal tel que le spath d'Islande. L'analyse autorise un effet opposé sur la lumière, c'est-à-dire que des cristaux attractifs peuvent exister, phénomène que Biot constatera.

La position de Biot diffère de celle de Laplace : c'est celle du physicien. Selon Biot, la réfraction extraordinaire est due à une *action qui émane de l'axe du cristal*, expression que nous voyons constamment dans ses mémoires pour de nombreux phénomènes relatifs à la polarisation et qu'il reprend dans son *Traité de physique*. Cet ouvrage commence, comme l'indique son titre complet, par décrire l'expérimentation pratiquée avec le phénomène étudié[39]. Pour la double réfraction, Biot définit au préalable la section principale du cristal, l'axe du cristal[40], observe et conclut : « *La conséquence que nous en devons déduire, c'est qu'il existe dans le cristal une force particulière qui enlève au rayon ordinaire une partie des molécules, et les pousse vers B'. Mais quelle est cette force ? Nous verrons bientôt qu'elle émane de l'axe même du cristal… tous les phénomènes se passent comme s'il émanait de cette ligne une force* répulsive *qui agirait seulement sur un certain nombre de particules lumineuses…* [41]» Les mesures proposées par Biot - celles de Malus en l'occurrence - sont rapportées à la construction de Huygens grâce à laquelle on constate la validité de la loi expérimentale trouvée. Cette façon de présenter l'action de la force répulsive de la double réfraction a l'avantage de la géométriser, c'est-à-dire d'affecter à un lieu particulier l'origine du phénomène. Ce procédé consolide le lien entre les mesures et leur traitement analytique.

Mais Biot dépasse ce premier degré de la science, celui dévolu au physicien, et considère qu'il faut valider toute loi expérimentale de la manière suivante : « *il faut tâcher de la démontrer par quelque principe mécanique ; car jusque-là on ne peut la regarder que comme une approximation empirique, et son exactitude n'est prouvée que dans les limites de l'erreur comportées par les expériences ; au lieu que, si elle satisfait aux lois générales de la mécanique qui conviennent à des forces attractives, on pourra la regarder comme un calcul*

[39] Tous les mémoires de Biot sur les différentes polarisations ou sur la double réfraction débutent ainsi, avec parfois un rappel historique.

[40] Pour l'instant, les physiciens considèrent que tous les cristaux ont un axe comme la calcite ; par conséquent, cet axe coïncide avec l'axe optique, lui-même confondu avec l'axe cristallographique.

[41] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome3, Deterville, Paris, 1816, p328-329. Pour étayer sa remarque, Biot utilise une coupe selon le plan de section principale du cristal, coupe figurée par un parallélogramme. Il fait alors remarquer que, quelle que soit l'incidence, le rayon réfracté extraordinaire est toujours davantage du côté du sommet B' du parallélogramme que l'autre rayon. D'où l'idée d'une force émanant de l'axe du cristal et qui semble pousser les molécules lumineuses du rayon extraordinaire vers le sommet B'.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rigoureux. C'est ce que M.Laplace a fait par une analyse trop élevée pour que nous puissions ici en rendre compte… [42]» Et Biot donne alors la relation de vitesse des molécules lumineuses du rayon extraordinaire[43]…

Cette manière de faire se distingue de celle de Laplace par son objectif. En 1809, celui-ci a appliqué l'analyse à seulement deux phénomènes physiques, la double réfraction dont il connaissait la loi expérimentale vérifiée par Malus et l'action capillaire dont les caractères principaux sont déjà connus et bien observés[44]. Mais lorsque Biot débute l'étude de la polarisation colorée en 1812, c'est un saut dans l'inconnu. Les travaux précurseurs de Malus n'ont concerné que des phénomènes en lumière blanche, pour lesquels la nature de la lumière n'intervient pas. Dès lors que la polarisation est accompagnée de coloration, que des propriétés de périodicité sont avérées, on ne peut éluder la nature de la lumière que Biot va tenter de circonscrire. Pour lui, il est impératif de rapporter la polarisation colorée à la mécanique, discipline qui est non seulement la plus développée de son temps, mais aussi celle qui est la plus exempte d'idée de système, celle qui exclut le mieux la nature des objets. Rappelons-le, l'analyse utilisée aux phénomènes physiques se confond avec la mécanique comme en témoignent le *Traité de mécanique céleste* et la *Mécanique analytique*, deux modèles selon Biot. Ce dernier ouvrage atteint un point de perfection dans le traitement du mouvement des corps matériels puisqu'il n'est plus nécessaire de recourir à la moindre figure géométrique[45] : ceci permet aussi d'exclure toute introduction explicite des forces qui agissent. La définition que donne

[42] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome3, Deterville, Paris, 1816, p350-351.

[43] $u^2 = \frac{1}{b^2} - \frac{a^2 - b^2}{a^2.b^2}.\sin^2 \mu$, avec a et b : demi-axes de l'ellipsoïde, μ : angle fait par le rayon extraordinaire et l'axe du cristal. ibidem p351.

[44] Haüy et Tremery ont effectué à la demande de Laplace des vérifications expérimentales. Pour le calcul de l'effet capillaire, un procédé d'analogie a servi à Laplace qui remarque l'importance de la forme du ménisque. Voir Jean Dhombres : "La théorie de la capillarité selon Laplace, mathématisation superficielle ou étendue ?", in *Revue d'histoire des sciences*, tome XLII, janvier-juin 1989, p52-53.

[45] Citons quelques mots de Lagrange tirés de l'introduction de son célèbre traité: « *On ne trouvera point de figures dans cet ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière et uniforme. Ceux qui aiment l'analyse, verront avec plaisir la mécanique en devenir une nouvelle branche…* » in Joseph-Louis Lagrange, *Méchanique Analitique*, Chez la veuve Desaint, Paris, 1788, pvj.
Dès 1743, la méthode que proposait d'Alembert dans son *Traité de dynamique* et par laquelle les lois des mouvements des corps sont rapportées à celles de leur équilibre, bien que puissante, n'est pas sans désavantage, puisque son application réclame des constructions géométriques subsidiaires, nécessaires à l'obtention des équations du mouvement. Avec la *Méchanique analitique*, ces difficultés sont éludées.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Lagrange de la notion de force est assez éclairante : « *On entend, en général, par force ou puissance la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée ; & c'est aussi par la quantité du mouvement imprimé, ou prêt à imprimer, que la force ou puissance doit s'estimer.* [46]» Cette interprétation de la force liée à l'actualisation du mouvement est un héritage de d'Alembert (1717-1783) qui avait pris soin, par ce biais, de limiter toute emprise métaphysique. Pour Biot, le recours à la mécanique, au-delà du caractère analytique qu'elle revêt, est le moyen d'introduire les causes réelles des phénomènes - qui restent bien sûr inconnues et inexplicables - par leurs seuls effets. L'application de la mécanique demeurera juste si les lois expérimentales des phénomènes auxquels on fera correspondre un mouvement le sont aussi. L'étude analytique de ce mouvement, c'est-à-dire les propriétés, les variétés qu'il recèle, doit justifier et affermir les premières propriétés observées et au-delà nous renseigner sur les autres propriétés physiques du phénomène qui ont échappé à l'expérimentation. Tout ce procédé a pour vertu d'exclure le plus possible la nature des phénomènes étudiés.

Pour que l'application de la mécanique soit juste et certaine, l'expérimentation doit être précise et exacte, ce que Biot, comme nous l'avons déjà rapporté, considère comme primordial pour édifier une théorie. Car le calcul - la valeur numérique - doit coïncider avec les mesures : c'est le principal reproche fait par Biot à l'encontre du système des ondulations qui « *ne doit pas, en bonne logique, être reçu aujourd'hui, puisque tous les moyens rigoureux nous manquent pour constater sa réalité par ses conséquences* [47]» et c'est pourquoi il adopte la considération de l'émission parce que « *plus simple que l'autre, et plus susceptible d'être suivie dans ses conséquences.* [48]» De plus, en supposant la lumière constituée de corpuscules, on peut appliquer la mécanique et ses principes sûrs, compléter et élever une théorie corpusculaire de la lumière reposant sur la méthode analytique et expérimentale qui offre l'avantage « *d'en bannir absolument tout système.* [49]»

Notons qu'au début du XIX^{eme} siècle, le *Traité d'Optique* (1704) de Newton (1643-1727) est l'ouvrage de référence de cette discipline, mais ni Laplace, ni

[46] in Joseph-Louis Lagrange, *Méchanique Analitique*, chez la veuve Desaint, Paris, 1788, p1-2.
[47] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxxij. Rappelons que Biot écrit cela en 1816, juste après ses principaux travaux sur la polarisation colorée.
[48] ibidem pxxiij.
[49] ibidem pxix.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Malus, ni Biot n'ignorent le *Traité de la lumière* (1690) de Huygens (1629-1695). Ils le citent régulièrement, considèrent avec attention les explications géométriques qui y sont exposées. Lorsque les savants laplaciens expriment leur position sur le bien-fondé d'une théorie relative à la nature de la lumière, la théorie de Huygens est toujours rappelée. D'une certaine manière, ce procédé leur sert en retour à montrer ce qu'il faut éviter de faire dans la pratique de la science : s'imposer un système d'interprétation de la nature qui n'autorise qu'une explication géométrique et qui ne permet pas de justification analytique, la plus exempte de qualité.

Et pourtant, la construction géométrique qui obéit au principe de propagation d'une onde permet de retrouver les trajets des rayons des réfractions ordinaire et extraordinaire de la calcite, de prévoir avec toute la précision souhaitée la position de ces rayons en fonction des faces artificielles taillées dans le cristal. Concomitamment, Huygens a le premier remarqué que la position du rayon extraordinaire est liée à une direction privilégiée du cristal, l'axe cristallographique. Wollaston (1766-1828) en 1802, puis Haüy en 1804, confirment que la construction de Huygens et les mesures qui en rendent compte sont plus pertinentes que le travail de Newton sur ce sujet. Tous les aspects de la double réfraction n'ont pas encore d'explication par la théorie ondulatoire - la rotation des deux spaths par rapport à leurs faces homologues - mais la valeur de tout cet ensemble soutenu par les idées pertinentes de Huygens n'échappe pas aux savants newtoniens du début du XIX^{eme} siècle, tous hommes de grande culture qui connaissent la compétence scientifique et l'importance historique du physicien hollandais[50].

Mais, le reproche principal fait à la théorie ondulatoire de Huygens est de ne pas appartenir à la tradition laplacienne de l'analyse mathématique. Un autre handicap marque cette théorie : l'interprétation de la couleur. Huygens qui ne publie que des travaux achevés et mûrement réfléchis, n'a rien à proposer et élude donc cette question. Or, son contemporain Newton a réuni un ensemble de travaux

[50] Ses travaux sur des sujets mécaniques sont parmi les plus importants du XVII^{eme} siècle. Il a fait aussi beaucoup progresser l'optique instrumentale. De fait, « *… sa présence, ses compétences très diverses et sa grande activité contribuèrent à faire de Paris l'un des principaux pôles de la recherche scientifique du dernier quart du XVIIe siècle et à préparer la réussite scientifique française du XVIIIe siècle… sa correspondance particulièrement importante et riche sur le plan scientifique souligne à quel point Huygens apparaît aux savants de l'époque comme un maître.* » indique Michel Blay dans l'introduction de la réimpression du *Traité de la lumière* de Christiaan Huygens, Editions Dunod, 1690-1992, Paris, p15-16.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

exemplaires sur la couleur[51]. Avec l'expérimentation du prisme, celui-ci a montré que la lumière blanche est la superposition de lumières homogènes[52] qu'il a quantifiées. Il déduit de cette étude un cercle chromatique qui n'est qu'une construction ad hoc[53]. Enfin l'étude des teintes produites par les lames minces a été l'occasion pour Newton de donner les valeurs précises des épaisseurs[54] auxquelles ces teintes apparaissaient et de proposer une explication - la théorie des accès - de leur formation. La théorie corpusculaire de Newton présente encore un avantage jugé très solide par Biot et les sociétaires d'Arcueil, qui est celui de ne recourir qu'à des hypothèses issues de l'expérience même, qui elles-mêmes ne préjugent rien sur la nature de la lumière : « *si l'on examine bien tous les systèmes qui ont été imaginés pour expliquer la nature de la lumière, on verra que leurs auteurs, à mesure qu'ils ont voulu se rapprocher des phénomènes, ont été conduits, et pour ainsi dire forcés à emprunter toutes les propriétés que Newton a reconnues aux accès ; mais toutefois avec cette différence capitale, que Newton s'est borné à la définir exactement, sans rien prononcer sur leur nature, qui dépasse les indications de l'expérience ; au lieu que les auteurs dont je parle ont dû, à cause du but même qu'ils se proposaient, leur donner un corps et les réaliser hypothétiquement.* [55]» En définitive, l'expérience et les résultats qu'elle indique sont les éléments primordiaux à toute pratique scientifique puisque la connaissance de la nature des phénomènes n'est pas du ressort de la science : « *…si après toutes ces recherches, on vous demande quelle est la nature même de la lumière, il vous sera impossible de le dire avec certitude… Mais peu vous importe. Si vous avez suivi méthodiquement les phénomènes, si vos mesures sont exactes, si vous avez trouvé des lois qui les représentent avec justesse, ou des propriétés qui les reproduisent fidèlement, toute cette diversité de systèmes vous est indifférente, car elle n'y portera aucune atteinte. Il faudra toujours que ceux qui inventeront un mode d'action pour produire les phénomènes donnent à leurs agens les propriétés que vous avez établies, et qu'ils les assujettissent à vos lois.*[56]»

[51] L'édition originale de 1704 a pour titre : *Opticks : or, a treatise of reflexions, refractions, inflexions, and colours of light*.
[52] C'est l'objet de la seconde partie du livre I du *Traité d'Optique*.
[53] D.Devaux et B.Maitte, "Newton, les couleurs et la musique", in *Alliage* n°59, décembre 2006.
[54] La précision de ces mesures est objet permanent d'éloge de la part de Biot ; on peut y déceler une sorte de fascination pour l'Illustre Géomètre.
[55] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxxj.
[56] ibidem pxxj.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La pratique scientifique de Biot est invariablement newtonienne et s'appuie sur une validation par la mécanique et ses principes, laquelle doit servir de sujet justificateur universel à l'ensemble des phénomènes terrestres et célestes. Cette discipline estimée d'une portée universelle est considérée comme l'outil qui peut le mieux rendre compte - le plus fidèlement en tout cas - des actions qui produisent les phénomènes. Mais cette science dont l'évolution et la marche semblent irrésistibles, après une brève époque de succès - notamment lorsque Biot étudie les colorations induites par la polarisation de la lumière - va rencontrer des difficultés d'application, et surtout elle va se trouver en peu de temps contrariée puis infirmée par la théorie rivale des ondes, laquelle bénéficie de l'impulsion hors norme d'Augustin Fresnel (1788-1827).

Avant de procéder à un examen assez exhaustif du travail de Biot relatif aux phénomènes de polarisation de la lumière, nous allons esquisser le contenu des divers chapitres de notre travail, étape d'autant plus éclairante que les thèmes visités se chevauchent et alternent dans leurs développements.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 2:

Repères chronologiques

L'étude des phénomènes physiques prend un nouvel essor sous l'autorité de Laplace, afin de répondre aux questionnements subséquents au tome IV du *Traité de mécanique céleste* paru en 1805. Nous préciserons ce qui précède l'élaboration de ce véritable programme de recherches au **chapitre 3** avant de spécifier les apports de Laplace concernant la physique terrestre (**chapitre 4**). C'est à cette époque qu'est créée la Société d'Arcueil[1], association non institutionnelle, qui regroupe autour de Laplace et Berthollet, quelques jeunes diplômés de la nouvelle Ecole polytechnique. Biot est l'un d'eux.

Celui-ci étudie divers phénomènes de physique[2] mais, outre des mesures géodésiques, ce sont des travaux d'optique qui l'accaparent. Ces travaux débutent en 1806 et se poursuivent jusqu'en 1819. Ils constituent la première période qu'on peut étendre à l'année 1822 si on inclut les polémiques et répliques de ces concurrents que nous ne négligerons pas. Nous allons dresser un tableau de cette première période, c'est-à-dire sa segmentation, laquelle ajoute à l'intelligibilité du contenu; car la complexité du sujet, accrue par l'imbrication des thèmes, rend toute étude strictement chronologique irréaliste.

Les recherches faites par Biot se répartissent en trois thèmes de proportions inégales : 1° une étude sur la réfraction des gaz, révélatrice d'un style scientifique lié à l'utilisation de la théorie corpusculaire ; 2° un ensemble très développé sur les phénomènes colorés provoqués par la polarisation ; 3° une partie relative à la double réfraction des cristaux. La difficulté provient du développement

[1] in Maurice Crosland, *The society of Arcueil*, Heinemann, London, 1967.
[2] in Eugen Frankel, *Jean-Baptiste Biot, the career of a physicist in nineteenth century France*, Princeton University, PH.D., 1972, p59-120.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

simultané des deux dernières parties, elle-même composées. Par exemple, Biot est parvenu à distinguer les cristaux uniaxes positifs des négatifs - sujet relatif à la double réfraction - au moyen de la polarisation colorée.

Le premier mémoire d'optique de Biot, fruit d'une collaboration avec Arago, date de 1806 et traite de la réfraction des gaz (**chapitre 5**). C'est un travail suggéré par Laplace en vue de déterminer l'influence de la réfraction atmosphérique sur les observations astronomiques. Ce thème provient directement des questionnements du livre X du *Traité de mécanique céleste*.

Au-delà des mesures - remarquables de précision - de réfraction des gaz en fonction de diverses conditions de température et de pression, Biot, influencé par les travaux sur l'affinité chimique de Berthollet, montre que la lumière sensible à l'action des corps peut servir à les identifier et à connaître leurs proportions dans un mélange. Mais lorsqu'ils sont combinés pour former d'autres corps chimiques, l'identification des composants n'est pas certaine : c'est une tentative infructueuse et sans lendemain.

Un champ d'investigation immense s'ouvre avec la découverte de la polarisation de la lumière par réflexion faite par Malus en 1808. Surtout, celui-ci parvient promptement à relier ce nouveau phénomène avec la double réfraction des cristaux : c'est un nouveau chapitre de l'histoire des sciences qui commence. A partir de cette découverte, Malus justifie la double réfraction, énonce la loi qui porte son nom et donne une explication de l'expérience des deux spaths d'Islande, incomprise de Huygens (**chapitre 6**). Scrutant par l'expérience tous les aspects de la polarisation par réflexion, une polarisation par réfraction produite par des lames épaisses de verre est mise en évidence, mais c'est en réalité un phénomène mal interprété que les physiciens de la théorie corpusculaire reprendront tous (**chapitre 7**). Par ailleurs, Malus est parvenu à déterminer les proportions des quantités de lumière polarisée par réflexion et par réfraction. Mais, la santé de Malus décline et il meurt prématurément en février 1812, venant de recevoir la médaille Rumford décernée par la Royal Society. Durant ces cinq années de son activité principale - 1807-1812 - les travaux de Malus n'ont porté que sur la lumière blanche, c'est-à-dire que la nature de la lumière n'intervient pas : celle-ci est assimilée à un flux de corpuscules indifférenciés, sensible à certaines grandeurs géométriques uniquement. Les phénomènes de la polarisation et de la double réfraction sont traduits sans difficultés particulières en terme de mouvement par les principes de la mécanique du

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

point. Il ressort de cet ensemble d'études une assurance légitimée par l'application fort réussie de la mécanique. Mais les problèmes viennent avec l'observation de phénomènes colorés et polarisés par Arago en 1811 (**chapitre 7**).

Ce savant montre que la polarisation de la lumière blanche, après la traversée d'une lame mince cristalline, est à l'origine des teintes observées dans les images d'un spath analyseur, lesquelles ont des teintes complémentaires. Cette étude reste qualitative, et il revient à Biot d'en faire une étude systématique qui constitue la deuxième partie de ses recherches.

En 1812-1813, celui-ci lit deux imposants mémoires à l'Institut dans lesquels figurent les lois expérimentales des polarisations "chromatique et rotatoire", sans oublier le particularisme du mica qui incite Biot à mettre ce cristal à part des autres (**chapitre 8**). Ces lois expérimentales vont être incluses dans le système du monde laplacien par une traduction en terme de mouvement (**chapitre 9**) qui permet de dégager une théorie explicative - la polarisation mobile - de l'ensemble des phénomènes de polarisation colorée (**chapitre 10**). Cette étude qui se poursuit jusqu'en 1815 rejaillit sur la double réfraction des cristaux et incidemment sur les forces qu'ils recèlent (**chapitre 11**).

En l'absence d'une théorie générale, les phénomènes particuliers se juxtaposent sans qu'on aperçoive les liens les unissant. En peu de temps, diverses sortes d'épreuves se multiplient et le nombre de phénomènes particuliers s'accroît beaucoup. Ainsi, nous avons passé sous silence le fait que toutes ces études sont effectuées en lumière polarisée parallèlement ; or dès 1812, Brewster (1781-1868) découvre les figures d'interférences en lumière convergente. Ce procédé est amélioré et, en 1818, Brewster le considère comme un nouveau moyen d'examen des cristaux qui renseigne sur leur nature et qui permet de les classer selon le nombre d'axes qu'ils possèdent (**chapitre12**).

Après avoir eu connaissance des travaux de Brewster, Biot constate leur validité et se doit de reprendre l'initiative, car le savant anglais a critiqué les résultats de Biot et surtout la pratique des physiciens laplaciens. Français et Anglais n'ont pas les mêmes conceptions : les premiers justifient, c'est-à-dire légitiment les phénomènes par la mécanique rationnelle, science du mouvement, alors que les seconds expliquent, recherchant une cause, un motif à ce qui paraît (**chapitre 12**). Les savants français réclament une preuve par la raison et utilisent pour cela des théories éprouvées, déduisent des lois expérimentales, alors que les savants anglais

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

étudient et expliquent, sans lien nécessaire avec d'autres théories, afin de garantir un strict empirisme[3].

En mars 1819, en réponse aux critiques de Brewster, Biot généralise les lois de la double réfraction des cristaux à un axe à ceux qui en ont deux, et infirme l'explication des figures d'interférences proposée par Brewster. Le mica intègre la liste des cristaux à deux axes et les principes de la mécanique permettent la justification des mesures très précises faites par Biot : c'est un nouveau succès pour la théorie corpusculaire de la lumière (**chapitre 13**).

Cependant, le danger le plus pressant vient du continent et il est porté par Augustin Fresnel (1788-1827). En ce mois de mars 1819, les savants de l'Académie ont récompensé par un prix ses recherches sur la diffraction de la lumière, phénomène auquel est appliquée la théorie ondulatoire et que la théorie corpusculaire est incapable de justifier. Entre-temps, Fresnel est aussi parvenu à justifier des teintes des lames cristallines au moyen du principe des interférences : la présentation de ses résultats devant l'Académie en juin 1821 provoque l'une des plus fameuses polémiques (**chapitre 14**). A cette occasion, Biot ne peut que défendre son travail et se garde de porter des critiques sur le fondement de la théorie ondulatoire. Mais Fresnel continue de développer la théorie ondulatoire et propose, en novembre 1821, une nouvelle théorie de la double réfraction qui utilise trois indices optiques. Le plus grave est encore à venir : en mai 1822, Fresnel montre que les travaux de Biot sur la double réfraction de 1819, malgré leur précision, ne peuvent faire soupçonner l'existence de trois indices optiques, Biot n'en ayant employé que deux pour justifier ses mesures (**chapitre 14**). Fresnel prouve la validité de sa théorie et mesure les trois indices de la topaze, à nouveau par un procédé d'interférences, sur des lames minces taillées selon des plans qui présupposent le positionnement de l'ellipsoïde des indices du cristal. Il ne s'agit pas seulement, pour la théorie corpusculaire, de difficultés liées à l'application des principes qui la structurent,

[3] in Christian Licoppe, *La formation de la pratique scientifique*, Editions La Découverte, Paris, 1996, p297-298.
La précision qui accompagne les mesures est aussi une source de conflit entre les deux partis. La note 12 du précédent chapitre a proposé une hypothèse de l'utilisation des mesures. Biot affirme encore : « *Les Anglais, si éminens dans cette science* [la physique]*, nous reprochent en général d'y employer trop de calculs, et de la compliquer souvent de nos formules, plutôt que de l'éclaircir. Plusieurs d'entre eux, qui sont eux-mêmes des physiciens très-habiles et très-exacts, pensent que la précision dont nous croyons ainsi approcher est purement idéale, parce qu'elle dépasse infiniment les limites des erreurs auxquelles les expériences sont inévitablement sujettes. Cette question fondamentale mérite assurément d'être débattue. Mais d'abord il faut distinguer l'usage raisonné du calcul de l'abus qu'on en peut faire.* » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, 1816, Paris, pxj.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

ceux-ci paraissent tout simplement inappropriés à justifier certains phénomènes. D'ailleurs, après la polémique avec Fresnel, Biot ne publiera plus rien sur ces sujets d'optique avant 1832. Au cours de la seconde période qui débute à cette date, seuls des travaux exclusivement expérimentaux sont entrepris. On ne verra plus la moindre justification par les principes mécaniques les accompagner.

En 1819, simultanément aux travaux sur la double réfraction, Biot entreprend une nouvelle étude de la rotation du plan de polarisation de la lumière - la polarisation rotatoire - propriété partagée par nombre de cristaux - le quartz étant le premier étudié - et de liquides (**chapitre 15**). Ce travail est lu en juin 1819 à l'Institut et constitue l'une des plus belles études sur la couleur. Celle-ci demeure l'une des propriétés de la lumière les plus difficiles à traiter. Or, la plupart du temps, avec les lames cristallines, les phénomènes sont polarisés et colorés.

Si le trajet des rayons lumineux, c'est-à-dire le déplacement de particules lumineuses, est justifiable par les lois de la mécanique, comment procéder avec la couleur ? Biot pense que les lois de la mécanique sont encore les plus appropriées et tente donc de rapporter les diverses propriétés de la lumière à des mouvements spécifiques : les molécules lumineuses vont osciller autour de leur centre de gravité pour expliquer les teintes prises par les images de l'analyseur qui les révèle, mouvement expliqué par la théorie de la polarisation mobile. Divers aspects de la polarisation colorée trouvent une justification par cette théorie.

Mais la Nature est pleine de surprise : les cristaux n'ont pas tous, loin s'en faut, les mêmes propriétés que la calcite, opinion alors partagée par les physiciens et les cristallographes. Les axes de ces cristaux se multiplient, et par ricochet le nombre et la complexité de leurs propriétés. Avec la théorie corpusculaire, Biot va tenter de définir celles-ci. Simultanément, Fresnel fait progresser une théorie rivale sur ce sujet…

Pour respecter au mieux la pensée des savants qui ont fait évoluer ces délicates théories, il faut apporter quelques précisions terminologiques. Jusqu'en 1822, année qui borne notre intervalle d'étude, les qualificatifs chromatique, rotatoire, rectiligne, circulaire, elliptique ne sont jamais employés pour désigner la sorte de polarisation considérée et nous n'en ferons pas usage[4].

[4] Ceci nous obligera à des énoncés plus compliqués des phénomènes.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La première est nommée colorée et sera figurée par Biot au moyen d'oscillations des molécules de lumière, mouvement spécifique - qui permet de justifier des teintes observées et de leurs variations - dont les règles constituent la théorie de la *polarisation mobile*. Lorsque la teinte observée se délave avec l'accroissement de l'épaisseur des lames cristallines, les molécules lumineuses cessent d'osciller : la polarisation devient *fixe* et correspond à la double réfraction. Cette théorie de la *polarisation mobile* se développe essentiellement pendant les années 1812-1814. (**chapitre 10**)

La deuxième est étudiée en deux époques distinctes. Biot la remarque en 1812 avec des lames épaisses de quartz taillées perpendiculairement à l'axe du cristal, et en fait l'étude en lumière blanche : les résultats sont difficilement interprétables et il comprend que l'utilisation d'une lumière homogène[5] peut apporter beaucoup à la compréhension du phénomène. Ces nouveaux travaux en lumière homogène ne sont publiés qu'en 1818, après que Biot a découvert la même sorte de polarisation dans les liquides en 1815. De ces résultats, Biot a déduit une loi qui porte son nom et qui reste d'actualité. Ajoutons que Fresnel ne qualifie pas ce phénomène de "rotatoire ", tout au plus parle-t-il de *dispersion de double réfraction* à propos de l'arc de dispersion produit avec de la lumière blanche. (**chapitre 15**)

Les trois suivantes sont étrangères à la théorie corpusculaire et liées à la théorie actuelle, mais à l'époque que traite notre étude, même Fresnel ne les désigne pas encore ainsi[6]. En effet, la polarisation rectiligne correspond à la *polarisation complète*, celle obtenue par réflexion sur un corps non métallique sous l'incidence brewstérienne. Dès que la polarisation n'est plus complète, elle est considérée partiellement *dépolarisée* par les savants de ce début de 19eme siècle. La *dépolarisation* est l'action produite par une lame ou un appareil quelconque sur les molécules lumineuses. Initialement, elles sont toutes polarisées, par un premier moyen, selon une direction donnée, mais une part d'entre elles est amenée à tourner leurs pôles dans une nouvelle direction. En revanche, lorsque des molécules

[5] Nous conserverons ce qualificatif ou celui de "simple" pour désigner la lumière monochromatique, et nous appellerons "lumière hétérogène", comme à cette époque, une lumière polychromatique.

[6] Fresnel a reconnu les propriétés des polarisations circulaire et rectiligne dès 1817 ("Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", présenté à l'Institut le 10 novembre 1817, in *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p441), mais il ne les désigne ainsi qu'à la fin de 1822 ("Extrait d'un mémoire sur la double réfraction particulière que présente le cristal de roche dans la direction de son axe", imprimé dans le *Bulletin de la Société philomathique* pour 1822 et dans les *Annales de chimie et physique* en février 1825, in *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p624).

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

lumineuses ont leurs pôles tournés dans toutes les directions, la *dépolarisation* est totale : c'est notre polarisation circulaire. Bien sûr, une *dépolarisation* partielle correspond à notre polarisation elliptique.

Pour le moment, laissons la théorie corpusculaire se développer…

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 3:

Laplace, promoteur d'un programme unitaire

Les travaux scientifiques de Biot que nous nous proposons d'examiner appartiennent tous au cadre d'étude défini par Laplace. L'ascendant de celui-ci sur la génération des savants qui forment la Société d'Arcueil - dont l'essentiel de la production scientifique coïncide avec l'existence du premier Empire - n'est plus à démontrer [1]. Biot fut ce que l'on peut dénommer sans afféterie un disciple, comme le montre la complicité des deux hommes lorsque Biot découvre et étudie le *Traité de mécanique céleste* [2]. Laplace lui accordera longtemps sa confiance. De plus, la méthode et les principes à l'œuvre dans les recherches[3] entreprises par Biot témoignent de l'intelligence qui existait entre eux[4]. Comprendre la démarche que Laplace défend et propage éclaire grandement la marche imposée à

[1] « *L'immense pouvoir de Laplace durant la période napoléonienne se mesurait naturellement à l'influence qu'il exerçait sur la communauté scientifique, une influence égalée en France seulement par celle de Berthollet, dont l'enthousiasme envers la science newtonienne n'était en aucun cas moins grand que le sien* » : Robert Fox, "The rise and fall of Laplacians Physics" in *The culture of science in France 1700-1900*, Adelshort, 1992, Variorum, p102-103.

[2] Biot reçoit régulièrement les épreuves du futur traité que lui envoie Laplace. Ce dernier lui demandera un résumé de l'ouvrage pour servir de table des matières. J.B Biot : "Une anecdote relative à M.Laplace" in *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome1, p1. Ce texte fut publié dans le *Journal des savants* en février 1850 et lu à la séance particulière de l'Académie française le 5 du même mois.

[3] « *Entre 1800 et 1807, il produisit d'importants mémoires sur l'électricité, le magnétisme, le son, l'optique, la chaleur, l'astronomie, la chimie, et les mathématiques ; de plus il écrivit deux manuels, en traduisit un troisième, et rédigea une vingtaine de rapports pour la Première Classe.* » : Eugene Frankel in "J.B.Biot and the Mathematization of Experimental Physics in Napoleonic France", in *Historical Studies in physical sciences*, vol 8, p66. On peut préciser 15 mémoires de physique sur cette période d'après le *Catalogue of Scientific Papers* (1800-1900), vol1, de la Royal Society of London, p374-375.
Francisque Lefort dresse une liste des productions de Biot dans l'article : "Documents relatifs à la vie et aux travaux scientifiques et littéraires de Jean-Baptiste Biot" in *Nouvelles annales de mathématiques*, 2eme série, tome I, 1862, p57-80.

[4] Dans la plupart des mémoires, Biot indique que ses recherches se font à la demande de Laplace et il renvoie couramment aux ouvrages de celui-ci, n'hésitant pas à conseiller la lecture du *Traité de mécanique céleste* ou celle de l'*Essai de statique chimique* de Berthollet.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

la science de façon générale, et aux sciences physiques[5] en particulier, à cette époque.

Deux moments particuliers de la carrière de Laplace nous semblent pertinents pour souligner la nature et l'évolution de ses travaux : une première époque qui voit, l'achèvement des travaux sur la chaleur en 1783-1785, le projet du *Traité de mécanique céleste* et l'élection à l'Académie royale des sciences ; une seconde époque vers 1796-1799 où Laplace envisage l'établissement d'une physique terrestre selon la méthode et le but indiqués dans son *Exposition du systême du monde*, époque qui est aussi celle durant laquelle il publie enfin le début de son grand traité d'astronomie physique.

« *Dès le début de sa carrière, Laplace éprouva pour la loi newtonienne de la pesanteur une véritable fascination* [6] », et en 1773, il affirme sans équivoque : « *Il n'existe point en Physique de vérité plus incontestable, & mieux démontrée par l'accord de l'observation & du calcul que celle-ci :* tous les Corps célestes gravitent les uns sur les autres. *Newton, auteur de cette découverte la plus importante que l'on ait jamais faite dans la Philosophie naturelle, trouva que les mouvements observés des Planètes, ne peuvent subsister sans une tendance vers le soleil, proportionnelle à leur masse, & réciproque au quarré de leur distance à cet astre* [7] ».

En 1785, Laplace est parvenu à appliquer l'attraction newtonienne à des problèmes ardus[8], parfois anciens et imparfaitement résolus[9], validant s'il en est encore besoin l'universalité de la loi de cette attraction. Les mathématiques ont un rôle primordial, celui d'atteindre une certaine vérité par le chiffre, lui-même

[5] Robert Fox : "The rise and fall of Laplacians Physics" in *The culture of science in France 1700*-1900, Adelshort, 1992, Variorum, p89-136.

[6] in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p74.

[7] Pierre Simon Laplace : "Sur le principe de la gravitation universelle et sur les inégalités séculaires qui en dépendent" in *Œuvres complètes*, tome8, Gauthier-Villars et fils, Paris, 1891, p212. Ce mémoire fut réuni dans le tome VII des *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris (Savants étrangers) pour l'année 1773*.

[8] Une sélection des sujets les notables nous montre l'étendue du travail de Laplace : "Mémoire sur la précession des équinoxes" (1779), *Théorie du mouvement et de la forme elliptique des planètes* (1784), "Mémoire sur la détermination des orbites des comètes" (1784), "Théorie des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes" (1785). Bibliographie par ordre de publication, in Charles Coulston Gillispie, *Pierre Simon Laplace, 1749-1827, a Life in Exact Science*, Princeton University Press, 1997, p297-306.

[9] Le calcul de la précession des équinoxes qui posait problème à Euler et à d'Alembert n'est pas encore résolu de manière complètement satisfaisant par Laplace en 1785. Ce sera chose faite dans la *Mécanique céleste*. in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p146-147.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

corroboré par l'observation. Car ne nous leurrons pas sur les intentions de Laplace : « *les mathématiques étaient pour lui un simple « outil intellectuel » que leur utilité apparentait aux instruments d'observation*. [10]» Et à la différence de Lagrange qui fut un théoricien exceptionnel, mais qui ne s'aventura pas dans des applications concrètes, « *Laplace préférait manipuler l'outil mathématique en vue d'obtenir des résultats* [11]».

Au-delà de la variété des situations dans lesquelles l'attraction newtonienne se manifeste et que l'on sait être due à la diversité de la mise en action d'une même cause, Laplace a, dès 1784, l'intention de les rassembler toutes en un grand ouvrage d'astronomie physique - le futur *Traité de mécanique céleste* [12] - et affirme-t-il : « *Je propose dans cet ouvrage de faire voir comment tous les phénomènes célestes dérivent du principe de la pesanteur universelle* [13]». Pour le moment, ce projet ne peut être concrétisé car certains aberrations relatives à la circulation des astres n'ont pas encore de justification analytique[14].

Dans l'intervalle, Laplace ne s'est jamais détourné de la physique pour laquelle il a toujours montré de l'attention. L'organisation d'alors des disciplines scientifiques a certainement influé sur son activité. A ce sujet, la lecture du *Discours préliminaire de l'Encyclopédie*[15] de d'Alembert est une source précieuse. La genèse des sciences avancée, la hiérarchie qui s'en déduit et qui les organise sont d'une étude fructueuse, laquelle nous renseigne à propos de leur nature. Ainsi, l'arithmétique est la science de la quantité par excellence, la géométrie celle de l'étendue et de la figure, l'algèbre étant la science propre à désigner et à spécifier les rapports qui existent entre les diverses quantités ou les diverses figures considérées.

[10] in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p152.
[11] ibidem p152.
[12] ibidem p140. Laplace confie ceci dans une lettre à Deluc datée du 18 mars 1785 qui se trouve à la bibliothèque publique et universitaire de Genève (MS D.O.).
[13] ibidem p143. Les sources de Roger Hahn sont un brouillon contemporain de la *Théorie du mouvement et de la forme elliptique des planètes* (1784).
[14] Pour n'en citer que quelques-unes et afin de se rendre compte de l'activité débordante de Laplace : "Mémoire sur les inégalités séculaires des planètes et des satellites" (1787), "Théorie de Jupiter et de Saturne" (1788), "Sur l'équation séculaire de la lune" (1788), "Mémoire sur les variations séculaires des orbites et des planètes" (1789), "Théorie des stellites de Jupiter" (1791),... Pour plus de détails sur la bibliographie par ordre de publication, in Charles Coulston Gillispie, *Pierre Simon Laplace, 1749-1827, a Life in Exact Science*, Princeton University Press, 1997, p297-306.
[15] Ce discours est accompagné d'un *Système figuré des connaissances humaines* que d'Alembert adjoignit au prospectus qui appelait à souscription pour l'édition des premiers volumes de l'*Encyclopédie*. Il faut noter une discordance entre l'arbre du système des connaissances et les propos du *Discours préliminaire* : les sciences physico-mathématiques sont distinguées des mathématiques mixtes à l'encontre de l'usage habituel qui les confond.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Toutes ensemble forment les mathématiques pures que d'Alembert prend pour les plus proches de l'exercice pur de l'esprit. A leur suite, viennent les lois de l'équilibre et du mouvement, objet de la mécanique, qui se déduisent des propriétés d'étendue et d'impénétrabilité observées avec les corps. L'application de ces lois autorise la justification du déplacement de tout corps. A l'époque de d'Alembert, l'astronomie est déjà la discipline la plus digne d'éloges par l'exactitude qu'elle montre. La diversité des mouvements des astres est rendue compréhensible par la déduction qui a été faite, grâce à la mécanique, de la loi de la gravitation universelle. Laplace n'aura de cesse de montrer l'étendue de l'application de cette loi qui justifie la variété des situations par lesquelles les astres influent les uns sur les autres. Donc, d'Alembert range au premier rang l'astronomie parmi les mathématiques mixtes ou sciences physico-mathématiques, suivie de l'optique géométrique, de l'acoustique et de la pneumatique qui, elles aussi, n'ont besoin que du résultat d'une seule observation pour déduire un grand nombre de conséquences[16].

En revanche, nombre de phénomènes regroupés sous la dénomination de *physique générale et expérimentale* restent encore à l'état de vaste « *recueil raisonné d'expériences et d'observations*.[17]» On y trouve probablement - mais d'Alembert ne les cite pas - l'électricité, le magnétisme et la chaleur, toutes disciplines auxquelles un fluide est associé. Les années 1780 seront celles d'un premier développement analytique de ces trois disciplines dont les connaissances étaient restées assez lacunaires. Laplace aura avec Lavoisier (1743-1794) une collaboration fructueuse lors de l'étude de la chaleur.

Mais pour le moment, avant 1783, seules les questions d'astronomie et de mathématiques afférentes à celles-ci l'ont accaparé, d'une part à cause de l'étendue et de la complexité des sujets abordés, d'autre part pour des raisons d'intérêt et de prestige. En cette fin d'Ancien Régime, l'assurance d'une considération sociale et de la sécurité matérielle qui l'accompagne, pour un scientifique d'origine roturière comme Laplace, et malgré toutes ses qualités, passe par l'appartenance à l'Académie royale des sciences[18]. Or, tout le talent de celui-ci

[16] Robert Locqueneux, "Physique expérimentale" in *Dictionnaire européen des Lumières*, PUF, Paris, 1997, p870-871.
[17] in Jean Le Rond d'Alembert, *Discours préliminaire de l'Encyclopédie*, 1750, Réimpression dans la Collection Le livre pour tous, Cornély, Paris, 1902, p18.
[18] Avec la Révolution française, la science devient affaire de carrière. Les postes de professeur, les fonctions liées à la direction d'écoles ou de facultés, la publication d'articles pour des journaux ou des revues sont recherchés. Une lutte âpre se déroule entre les postulants. L'élection à une des académies

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

pour les mathématiques conjugué à l'influence et à l'autorité de d'Alembert ne peuvent le faire élire dans la classe de mathématiques, tant la concurrence y est redoutable[19] ; et c'est finalement la classe de mécanique qui l'accueille[20].

Son activité en tant que mécanicien l'amène à évaluer diverses trouvailles techniques et surtout à participer à l'examen d'instruments de mesure[21]. Ainsi, un mémoire de Jean-André Deluc, physicien genevois[22], à propos du ménisque des thermomètres et des baromètres, captiva l'attention de Laplace, qui, prit de passion pour le sujet[23], rédigea un essai jamais publié, mais lu à l'Académie en 1777.

---

devient surtout un moyen d'accéder aux situations citées ci-dessus. Biot est un bon exemple de ce carriérisme naissant. in Eugen Frankel, *Jean-Baptiste Biot, the career of a physicist in nineteenth century France*, Princeton University, PH.D., 1972.
La principale ambition sociale de Laplace, durant l'Ancien Régime, est donc l'obtention d'un siège à l'Académie des sciences. Les chamboulements de la Révolution le perturbe : « *Laplace ne faisait pas partie de ces savants engagés. Lui qui dans les années ayant précédé l'Ancien Régime avait identifié son statut social à celui d'académicien, fut désemparé.* » Jean Dhombres, "La formation du primat de la démarche analytique", in *L'école Normale de l'An III, Leçons de mathématiques*, Dunod, 1992, Paris, p12.

19 in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p45-47.

20 Laplace progressa difficilement au sein de cette institution : il fut d'abord adjoint mécanicien en 1773, puis associé mécanicien en 1783, enfin pensionnaire de la classe de mécanique en 1785, profitant alors de la réorganisation de l'Académie des sciences. Sa situation changea radicalement lors de la création de l'Institut en 1795.

21 in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p88-89.

22 Jean-André Deluc (1727-1817). Les deux hommes se rencontrent en 1783, peut-être dès 1781. Deluc côtoie les milieux scientifiques suisses bien sûr et britanniques en tant que lecteur de la reine Charlotte. Il défend la théorie de son maître, Le Sage, qui repose sur l'hypothèse que l'agitation des particules, dans les fluides élastiques, a la même cause que celle postulée pour la gravitation. Celle-ci serait due à un flux de particules se déplaçant à grande vitesse dans l'espace. A l'époque des premiers contacts entre Laplace et Deluc, ce dernier révèle que le temps est venu où cette hypothèse pourrait servir à expliquer divers phénomènes terrestres, comme la cohésion de le matière et, par extension les affinités chimiques. « *Ayant fourni aux académiciens d'innombrables détails concernant la théorie de Le Sage sur les fluides élastiques, il* [Deluc] *envisagea de composer une série de lettres ouvertes à «* M.Delaplace *» où il exposerait le système avec méthode. Laplace fut manifestement intrigué, car le sujet avait une incidence directe sur le programme de recherches qu'il menait avec Lavoisier… Laplace était son interlocuteur favori, tandis que Lavoisier, « plus avide de gloire et plus disposé à piller les autres était jugé sévèrement »… Laplace, en revanche, se montrait ouvert à toute idée nouvelle, même quand elle le laissait manifestement sceptique.* » in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p95-97.
Cette idée de particules qui se déplacent avec une très grande célérité et qui sont réparties avec une densité très faible dans l'espace qui sépare les corps célestes, afin d'expliquer la cause de la gravitation, apparaît encore dans le chapitre VII du livre X du *Traité de mécanique céleste*.
Deluc est cité à plusieurs reprises par Haüy - dans les septième et dixième leçons - lorsqu'il professe à l'Ecole normale de l'an III. Haüy se réfère à cet auteur pour montrer l'influence des variations de pression et de température sur la densité de l'air, et aussi pour chiffrer les valeurs des températures auxquelles certains liquides se vaporisent. in *L'Ecole normale de l'an III, leçons de physique, de chimie, d'histoire naturelle*, Editions Rue d'Ulm, Paris, 2006.

23 Egalement, en compagnie de Lavoisier, il siégea dans un comité chargé de rapporter un projet ayant pour but de corriger, lors des mesures barométriques, les effets de la chaleur sur la dilatation

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Celle-ci est le lieu où Laplace rencontre Lavoisier avec lequel il mena une fructueuse collaboration qui aboutit à l'étude de la chaleur rapportée par un mémoire daté de 1783. L'attention de Laplace se tourne également vers l'électricité et le rôle joué par cette dernière lors de la synthèse de l'eau l'intrigue. Dès 1781, une relation jamais interrompue le lie à Volta (1745-1827) [24]. Tout ceci nous montre bien que Laplace ne se borne pas à l'étude des seules questions d'astronomie et d'analyse mathématique, et que l'intérêt qu'il porte à la physique n'est pas uniquement postérieur à la publication du quatrième tome du *Traité de mécanique céleste* [25] - paru en 1804 - dans lequel on trouve les premiers sujets d'étude de la future Société d'Arcueil. Laplace vient de remporter des succès considérables en astronomie physique et constate, par contraste et avec consternation, l'état très qualitatif dans lequel se trouve la physique des corps terrestres. L'application de l'analyse mathématique au développement de la théorie des fluides impondérables à laquelle se rapportent l'électricité, le magnétisme, la chaleur et la lumière apparaît problématique et surtout lente, comparée aux progrès récents réalisés en astronomie physique[26]. Une expérimentation plus précise semble le seul moyen de faire progresser l'étude des phénomènes cités ci-dessus. Nous entrons dans le développement des « mathématiques mixtes » : expérimentation et théorie s'enrichissent mutuellement.

Pour que l'analyse mathématique soit aussi pleinement opérante qu'en astronomie physique, il faut donner d'un phénomène, la chaleur par exemple, une hypothèse à partir de laquelle on peut concevoir une théorie et effectuer des calculs. La mécanique des corps matériels offre, pour le moment, le seul cadre dans lequel on peut appliquer l'analyse mathématique. Cependant, le choix d'une hypothèse n'est pas chose aisée.

---

des colonnes de mercure. in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p89.

[24] Celui-ci est venu à Paris en décembre 1781 présenter un nouvel électromètre et fut reçu en 1801 avec les honneurs de la République lorsque Bonaparte lui remit le prix de l'Institut accompagné d'un montant considérable pour l'invention de la pile électrique.

[25] Les deux premiers tomes paraissent en l'an VII (1799), le troisième en l'an XI (1802), le quatrième qui inclut le livre X en l'an XIII (1804) et le cinquième et dernier en 1825.

[26] « *Vers 1780, la théorie des impondérables était reconnue être imparfaite à cause du fait qu'elle était presque complètement qualitative ; cependant, elle était simple, cohérente et avait le mérite de sa filiation newtonienne. De la sorte, pour un homme tel que Laplace, … c'était comme attendre que les fluides impondérables fournissent une explication totalement acceptable des phénomènes physiques.* » : Robert Fox, "The rise and fall of Laplacians Physics", in *The culture of science in France 1700*-1900, Adelshort, 1992, Variorum, p94.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

En 1783, à propos de la chaleur qui est pour l'instant le seul phénomène physique étudié en détail par Laplace, celui-ci reste circonspect à propos des diverses hypothèses possibles : « *Les physiciens sont partagés sur la nature de la chaleur ; plusieurs d'entre eux la regardent comme un fluide répandu dans toute la nature et dont les corps sont plus ou moins pénétrés, à raison de leur température… D'autres physiciens pensent que la chaleur n'est que le résultat des mouvements insensibles des molécules de la matière. Nous ne déciderons point entre les deux hypothèses précédentes ; plusieurs phénomènes paraissent favorables à la dernière : tel est, par exemple, celui de la chaleur que produit le frottement de deux corps solides…*[27]». Et il conclut : « *Dans l'ignorance où nous sommes sur la nature de la chaleur, il ne nous reste qu'à bien observer ses effets dont les principes consistent à dilater les corps, à les rendre fluides et à les convertir en vapeurs. Parmi ces effets, il faut en choisir un, facile à mesurer, et qui soit proportionnel à sa cause ; cet effet représentera la chaleur…*[28] » Devant ces incertitudes, dans l'impossibilité d'appliquer l'analyse mathématique aux objets de telles hypothèses, Laplace et Lavoisier observent et comparent[29]. Des études sur la chaleur ne seront reprises par Laplace que bien après la Révolution. Mais, simultanément, d'autres disciplines se développent et de nouveaux résultats sont publiés par d'autres.

1784 : Haüy publie l'*Essai d'une théorie sur la structure des cristaux*[30]. A propos de cet ouvrage, Laplace écrit à Lagrange : « *Il renferme une application intéressante des Mathématiques à la nature, et l'on ne peut trop désirer que le domaine de la Géométrie s'étende. C'est dans cette vue que je me suis livré un peu à la Physique, et je ne désespère pas de déterminer quelques nouveaux objets physiques, assez bien pour y appliquer l'Analyse.* [31]»

---

[27] "Mémoire sur la chaleur", in Pierre Simon Laplace, *Œuvres complètes*, tome 10, p151-154. Le mémoire fut lu à l'Académie le 18 juin 1783.

[28] ibidem p154. Deluc ici est une nouvelle fois cité pour les mesures qu'il a effectuées sur la dilatation du mercure qui est « *à très peu près proportionnel à la chaleur, dans l'intervalle compris entre le degré de la glace fondante et celui de l'eau bouillante…* ».

[29] Les calculs présents dans le *Mémoire sur la chaleur* en restent au niveau de la règle de trois ; mais ce fut un travail très fructueux sur le plan expérimental, Laplace imaginant le calorimètre à glace.

[30] La mesure des angles dièdres des cristaux sert à énoncer les lois de la structure des minéraux. Plus tard, Haüy établira leur classification. in René Taton, *La science moderne de 1450 à 1800*, Quadrige PUF, 1958-1995, Paris, p712-714.

[31] in J.A.Serret et G.Darboux, *Œuvres de Lagrange*, tome 14, Paris, Gauthier-Villars Editeur, 1892, p130. L'extrait provient d'une lettre de Laplace adressée à Lagrange et datée du 11 février 1784.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

1785 : Coulomb (1736-1806) fait lecture d'importantes recherches sur l'électricité statique, énonce que l'électricité suit une loi d'attraction analogue à celle de la pesanteur[32]. Il montre aussi que le magnétisme des aimants obéit à cette même loi réciproque au carré de la distance[33]…

Notons que l'idée d'attraction aux faibles distances entre les constituants de la matière, entre les fluides impondérables et la matière "ordinaire", suggérée par Newton[34], est continuée et cultivée en France par Clairaut (1713-1765)[35] et Buffon (1707-1788). Laplace a connaissance de leurs travaux, partage cette référence à Newton, et imagine qu'une même force, universelle, puisse être à l'origine des phénomènes terrestres comme des phénomènes célestes : « *Dans les corps d'une grandeur peu considérable, la force attractive de la matière est insensible ; elle reparoît dans leurs élémens sous une infinité de formes différentes, & avec une activité si grande, qu'il est difficile de croire que ce soit la même force qui fait graviter les corps célestes les uns vers les autres. La solidité des corps, leur crystallisation, la réfraction & la diffraction de la lumière, l'élévation, & l'abaissement des fluides dans les tubes capillaires, & généralement toutes les combinaisons chimiques sont le résultat de forces attractives dont les loix n'ont pas encore été bien déterminées* [36]». En 1784 , Laplace ambitionne de montrer que les phénomènes terrestres dérivent d'une même loi comme il le fait déjà pour les phénomènes célestes. Mais, il n'a guère le temps de reprendre des recherches de physique, accaparé par le désir de rédiger le grand traité qu'il projette et d'achever au préalable des études relatives à Jupiter et à ses satellites, à Saturne ainsi qu'à la lune. La Révolution et ses conséquences retardent son travail.

---

[32] Ce résultat issu de l'expérience sera considéré par Biot comme la preuve d'une véritable renaissance de la physique expérimentale en France : « *C'est à Borda et Coulomb que nous devons la renaissance de la vraie physique en France ; non pas de la physique verbeuse et hypothétique, mais de cette physique ingénieuse et exacte qui observe et compare tout avec rigueur* » : J.B.Biot, "Borda", in *Biographie Universelle ancienne et moderne*, tome 5, Michaux frères, 1812, Paris, p151-154.

[33] De 1785 à 1789, Coulomb publie 7 mémoires sur l'électricité et le magnétisme dans les *Mémoires de l'Académie royale des sciences*.

[34] C'est l'objet principal de la Question 31 de son *Traité d'optique*.

[35] Dans son mémoire "Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle" lu en 1747, Clairaut attribue la rondeur des gouttes de liquide, l'effet capillaire, l'inflexion de la lumière…, à des forces de type gravitationnel, c'est-à-dire décroissant avec la distance. Mais l'intensité de ces forces qui ne doivent pas faire sentir leur influence à de grandes distances comme la gravitation universelle serait la somme de deux termes, l'un proportionnel à $\frac{1}{r^2}$ et l'autre proportionnel à $\frac{1}{r^4}$. in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, pour 1745*, p337-339.

[36] in Pierre Simon Laplace, *Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes*, imprimerie de P.-D Pierres, Paris, 1784, pxij.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

C'est parce que Laplace promet aux élèves de l'Ecole Normale de l'an III un complément relatif au système du monde, qu'il publie en 1796 l'*Exposition du systême du monde*, ouvrage unanimement salué qui eut six éditions[37], qui précise l'état de la science dans la dernière décennie du XVIII[e] siècle et qui indique les chemins qu'elle doit prendre. L'ouvrage, outre les toutes dernières informations relatives à l'astronomie, présente une véritable philosophie du progrès scientifique[38].

La liaison étroite entre théorie et mesure demeure la pierre angulaire sur laquelle repose toute la démarche de Laplace : précision de l'observation et perfection de l'analyse se nourrissent l'une l'autre. Ceci a déjà été évoqué sous la dénomination de « mathématiques mixtes », mais Laplace exprime maintenant plus distinctement son opinion : « *...l'on ne doit espérer de les perfectionner* [les valeurs numériques] *encore, qu'en portant plus loin à la fois, la précision des observations et celle de la théorie.* [39]» L'analyse autorise Laplace à conclure sur un certain nombre de questions bien embarrassantes pour ses plus illustres devanciers. Par exemple, il est parvenu à chiffrer les inégalités séculaires dues aux perturbations que les planètes exercent les unes sur les autres ; et ceci alors que la période de certaines de ces inégalités n'a pu être constatée puisqu'elle surpasse de plusieurs siècles la durée

[37] L'Ecole normale de l'an III n'exista que quatre mois, de janvier à mai 1795. Laplace n'eut donc pas l'occasion d'aborder la mécanique rationnelle, le calcul intégral et différentiel ainsi que l'astronomie, et promit la publication d'un livre où figureraient les dernières avancées de la science ainsi que les idées maîtresses à l'œuvre dans son élaboration actuelle et future ; ouvrage qui parut en deux volumes dès 1796. Il s'agit davantage d'un précis, sans outil algébrique et mathématique mais dont la lecture requiert la connaissance de notions indispensables au discours scientifique telles que force, vitesse, orbite, ellipse... Le texte de la seconde édition est remanié et présenté simultanément avec les deux premiers volumes de la *Mécanique céleste*, le 7 septembre 1799 à l'Institut de France. Une troisième édition est publiée en 1808, une quatrième en 1813 où les sujets de physique auxquels travaillent Laplace et les pensionnaires de la Société d'Arcueil sont regroupés dans le chapitre 18 du livre IV, "De l'attraction moléculaire". Le chapitre 17 "Réflexions sur la loi de la pesanteur universelle" et le chapitre 18 cité ci-dessus, sont absents de la cinquième édition de 1824 dans laquelle Laplace exprime l'intention d'édifier une théorie de la chaleur et des gaz reposant sur l'action de forces moléculaires. Enfin, la sixième édition de 1835, posthume, reprend la précédente et réincorpore les chapitres supprimés de la quatrième édition. Les auteurs ont jugé qu'ils ne trahissaient pas l'opinion de Laplace, empêché d'achever son travail par la maladie puis la mort, qui envisageait des modifications importantes. in Charles Coulston Gillispie, *Pierre Simon Laplace, 1749-1827, a Life in Exact Science*, chapitre 19, Princeton University Press, 1997.

[38] L'auteur a peut-être l'intention de rivaliser avec Condorcet, dont on vient de publier en 1795 l'ouvrage posthume *Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*. « *On peut supposer que Laplace se mesurait consciemment à son ancien collège et rival, qui avait marqué de son empreinte la culture française* ». in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004, p114.

[39] in Pierre-Simon de Laplace, *Exposition du système du monde*, seconde édition, 1799, p282.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

des relevés astronomiques qui ont la précision suffisante[40]. Ceci confirme l'avantage que procure la théorie sur les données brutes lorsqu'on est parvenu à établir la loi qui règle un phénomène : l'astronomie n'est plus une simple science de l'observation, et toutes les variétés de l'attraction entre les corps célestes ne dépendent plus que d'une seule loi immuable, la pesanteur universelle, dont l'action est simplement brouillée par la variété des situations où elle s'exerce.

Laplace projette de faire le même travail pour la physique des corps terrestres : découvrir la loi qui les produit tous. Il conjecture que la variété des phénomènes terrestres dérive d'une force attractive propre aux constituants de la matière qui est différemment mise en situation : « *La force attractive disparaît entre les corps d'une grandeur peu considérable : elle reparaît dans leurs élémens, sous une infinité de formes différentes. La solidité des corps, leur cristallisation, la réfraction de la lumière, l'élévation et l'abaissement des fluides dans les tubes capillaires, et généralement toutes les combinaisons chimiques, sont les résultats de forces attractives dont la connaissance est un des principaux objets de la physique.* [41]»

Il suppose que les constituants de la matière sont séparés par beaucoup de vide : « *le rapport des intervalles qui séparent ces molécules, à leurs dimensions respectives, serait du même ordre, que relativement aux étoiles qui forment une nébuleuse que l'on pourrait, sous ce point de vue, considérer comme un grand corps lumineux. Au reste, rien n'empêche d'adopter cette manière d'envisager tous les corps : plusieurs phénomènes, et entre autres, l'extrême facilité avec laquelle la lumière traverse dans tous les sens, les corps diaphanes, lui sont favorables.* [42]» De

[40] « *Nous en avons déduit les principales inégalités des planètes, et spécialement celles de Jupiter et de Saturne, dont la période embrasse plus de neuf cents années, et qui, n'offrant aux observateurs que des anomalies dont ils ignoraient les lois et la cause, ont paru longtemps faire exception de la théorie de la pesanteur : plus approfondie, elle les a fait connaître, et maintenant ces inégalités en sont une des preuves les plus frappantes.* » in Pierre Simon Laplace, *Œuvres complètes*, tome2, pix.

[41] in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, seconde édition, 1799, p286. Cette citation reprend de nombreux thèmes déjà évoqués à l'époque de la publication du *Mémoire sur la chaleur* (1783) et de la *Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes* (1784).

[42] ibidem p287. Il s'agit d'un argument déjà émis par Newton. Pour celui-ci, l'organisation de la matière est à l'origine des phénomènes physiques : «*Or les plus petites particules de Matière peuvent être unies ensemble par les plus fortes Attractions, et composer de plus grosses particules dont la vertu attractive soit moins forte ; et plusieurs de ces dernières peuvent tenir ensemble, et composer des particules encore plus grosses, dont la vertu attractive soit encore moins forte ; et ainsi de suite durant plusieurs successions, jusqu'à ce que la progression finisse par les grosses particules d'où dépendent les actions chimiques et les couleurs des corps naturels, et qui jointes ensemble composent des corps d'une grandeur sensible* » in Isaac Newton, *Traité d'optique*, traduit en 1722 par Costes à partir de la seconde édition de 1717, question 31, p478. Newton propose une géométrie de la répartition des constituants de la matière pour justifier les divers effets observables. En revanche,

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

plus, Laplace remarque que les forces attractives des corps surpassent considérablement la pesanteur comme on peut l'apercevoir avec l'inflexion de la lumière près des corps, alors que le trajet d'un rayon de lumière n'est pas sensiblement changé par l'attraction terrestre : cela sous-entend un modèle matériel pour la lumière[43].

Ayant lié par l'analogie l'organisation de la matière à celle du Cosmos, la détermination des attractions ou affinités peut se référer aux travaux de l'astronomie physique. Comme on est parvenu au moyen d'une seule attraction, la pesanteur universelle, diversement mise en action, à retrouver par l'analyse mathématique tous les mouvements des astres, Laplace imagine, pour la physique terrestre, une démarche similaire, et infère : « *les affinités dépendraient alors de la forme des molécules intégrantes, et l'on pourrait, par la variété de ces formes, expliquer toutes les variétés des forces attractives, et ramener ainsi à une seule loi générale, tous les phénomènes de la physique et de l'astronomie.* [44]» Cependant, le projet envisagé n'en est qu'au stade de l'ébauche, et devant tant d'inconnu, « *...le parti le plus sage est de s'attacher à déterminer par de nombreuses expériences les lois d'affinités...*[45]» ; mais la méthode fixée : « *...et pour y parvenir, le moyen qui paraît le plus simple, est de comparer ces forces, à la force répulsive de la chaleur, que l'on peut comparer elle-même à la pesanteur.* [46]» ; et le but défini : « *Quelques expériences déjà faites par ce moyen, donnent lieu d'espérer qu'un jour, ces loix*

Laplace croit plutôt à l'influence de la forme propre des molécules intégrantes et à l'effet produit par leurs attractions mutuelles pour montrer la variété des phénomènes physiques.

[43] Les travaux de Michell (1725-1793) sont connus de Laplace. Ainsi, à grande distance, c'est-à-dire pour des distances astronomiques, la lumière subit l'influence de la gravitation de corps massifs de grande dimension telles que les étoiles : Michell suppose que les particules de lumière sont attirées de la même manière que les autres corps . in *Philosophical Transactions*, vol 74, 1784, p37. Un rayon de lumière peut être dévié lorsqu'il passe au près d'une étoile, mais aussi la vitesse de la lumière diminuée par l'action gravitationnelle de l'étoile qui émet cette lumière, action qui peut aller jusqu'à empêcher toute émission, rendant les étoiles les plus massives obscures. Si cette opinion de l'influence directe de la gravitation sur la lumière n'est pas partagée par la plupart des physiciens, Laplace la reprend, l'accepte et chiffre : « *...il existe donc dans les espaces célestes, des corps obscurs aussi considérables, et peut-être en aussi grand nombre, que les étoiles. Un astre lumineux de même densité que la terre, et dont le diamètre serait deux cent cinquante fois plus grand que celui du soleil, ne laisserait en vertu de son attraction, parvenir aucun de ses rayons jusqu'à nous ; il est donc possible que les plus grands corps lumineux de l'univers soient par cela même invisibles.* » in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, p304-305 de la première édition de 1796, p347-348 de la deuxième édition de 1799. Pour plus de détails, voir Jean Eisenstaedt, *Avant Einstein*, p120-127, et in *Archive for history of exact sciences*, vol 42, p356-361. L'œuvre de Newton ne traite pas cet aspect des propriétés de la lumière, le *Traité d'optique* ayant pour sujet l'action des corps sur de courtes distances.

[44] in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, seconde édition, 1799, p287.

[45] ibidem p287.

[46] ibidem p287.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

seront parfaitement connues : alors, en y appliquant le calcul, on pourra élever la physique des corps terrestres, au degré de perfection que la découverte de la pesanteur universelle a donné à la physique céleste [47]».

1799 : les deux premiers tomes du *Traité de mécanique céleste* paraissent. L'achèvement du grand ouvrage projeté en 1784 par Laplace est en bonne voie. Surtout, Laplace va se tourner à nouveau vers les phénomènes "terrestres". Ainsi, il charge en 1801 Biot de calculer la vitesse du son[48], probablement afin d'éprouver l'analyse mathématique dans l'application qu'elle peut avoir pour les problèmes de physique. C'est un échec[49], mais la mathématisation développée par Biot est chose nouvelle que l'on retiendra.

Au fur et à mesure de la publication du *Traité de mécanique céleste*, dont le livre X clôt le quatrième tome paru en 1804, un véritable inventaire des sujets à étudier est dressé. Détaillons.

Comme nous le savons, si la mécanique céleste est parvenue à un tel degré d'exactitude, elle le doit autant au perfectionnement de l'analyse mathématique qu'à la précision des mesures. Mais, ces dernières sont altérées par l'influence de l'atmosphère que la lumière des astres traverse. Or, la physique de l'atmosphère et des gaz est bien peu avancée…Et aller plus avant suppose « *de perfectionner à la fois, la mécanique, l'optique, et l'analyse, qui sont principalement redevables de leurs accroissements rapides, aux besoins de la physique céleste* [50]».

Les réfractions atmosphériques deviennent alors un motif de recherche pour Laplace. Devant l'ignorance de la physique de l'atmosphère, il énonce des hypothèses à vérifier. Faute de pouvoir chiffrer certaines quantités qui se rapportent à ces hypothèses, Laplace ne peut aller plus avant. Ainsi, la modification de la densité de l'air avec l'altitude, c'est-à-dire la manière par laquelle la pression et la température varient avec celle-ci, demeure très mal connue. La densité, donc la

[47] in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, seconde édition, 1799, p287.

[48] Article "Sur la théorie du son", in *Journal de physique, de chimie et d'histoire naturelle*, tome LV, août 1802, p173-182. Il existe aussi un tirage à part sans date de 10 feuilles à la Bibliothèque Nationale de France.
Ce premier travail de physique de Biot est considéré par Robert Fox comme le fondement de la physique mathématique. in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, 2004, Paris, p160.

[49] La vitesse du son calculée par Biot s'écarte de 10% de celle fournie par l'expérimentation. En son temps, Newton avait déterminé une valeur de 20% différente.

[50] in Roger Hahn, *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, 2004, Paris, p340.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

quantité de matière par unité de volume, est une donnée essentielle sur laquelle repose toute l'optique corpusculaire[51].

A la fin du XVIIIe siècle, Laplace a projeté un programme d'études de la physique terrestre en rapport avec celui qu'il a réalisé pour l'astronomie. C'est à la fois un autre programme unitaire et une extension de celui qu'il a mené à bien avec l'astronomie pour sujet. Si la gravitation universelle a rendu possible la justification du mouvement des astres, Laplace croit également possible de justifier tous les phénomènes physiques au moyen d'une force attractive unique modifiée dans son action par la variété des situations où elle agit. La réfraction de la lumière et l'action capillaire sont les deux premiers phénomènes auxquels Laplace va appliquer, avec succès, l'analyse mathématique. Nous allons surtout nous intéresser au premier de ces phénomènes.

[51] Laplace a attribué à la lumière un modèle corpusculaire. L'action que les corps exercent sur la lumière est par conséquent en rapport avec la quantité de matière que ceux-ci renferment et aussi fonction de la répartition de cette matière : c'était déjà l'avis de Newton. Les neuf premières propositions de la troisième partie du livre II de son *Traité d'optique* traitent de la couleur permanente des corps imputée à la grosseur de leurs parties. Avec la dixième proposition, ce qu'indique Newton à propos de l'influence de la matière - et de la densité par laquelle elle se manifeste - sur la lumière est net : « *Si la Lumière est plus rapide dans les Corps que dans le Vuide, selon la proportion des Sinus qui mesurent la Réfraction des Corps ; les forces qu'ont les Corps de réfléchir & de rompre la Lumière, sont à fort peu près, proportionnelles aux densités de ces mêmes Corps, excepté que les Corps onctueux & sulfureux produisent des Réfractions plus fortes que les autres Corps de la même densité* ». in Isaac Newton, *Traité d'optique*, seconde édition de 1717 traduite par Coste en 1722, p317.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 4:

Laplace et la physique terrestre

Dans son *Traité d'optique*, Newton ne propose aucun calcul pour justifier de la réfraction de la lumière. Un mouvement balistique tient lieu d'explication : le corpuscule lumineux qui initialement se déplace rectilignement subit très près du corps transparent l'action de la couche la plus superficielle de ce corps. De celle-ci émane une force intense qui agit perpendiculairement et à très courte distance de la surface. La trajectoire du corpuscule commence à s'incurver. Quand le corpuscule lumineux pénètre le corps transparent, il subit les actions contraires des couches déjà traversées et de celles à traverser : il arrive un terme où ces actions s'équilibrent et pour lequel le corpuscule n'est pas davantage dévié. La trajectoire du corpuscule devient rectiligne dans le corps transparent et comme nous l'apprend l'observation[1]. Ce raisonnement qualitatif va être traduit analytiquement par Laplace[2].

Celui-ci expose dans le livre X du *Traité de mécanique céleste* la méthode analytique qu'il emploiera aussi avec succès lors des études de la capillarité et de la double réfraction. Pour justifier de la réfraction simple, Laplace utilise les lois de la mécanique, puisque « *les effets du pouvoir réfringent* [du corps] *se rapportent à la Dynamique et à la théorie des projectiles* [3]». Le calcul se rapporte à la variation de la force vive du corpuscule lumineux. Au final, nous indiquerons ce

[1] Plus de détails in Bernard Maitte, *La lumière*, Editions du Seuil, Paris, 1981, p122-130.

[2] Au préalable, seul Clairaut, en 1741, effectue une étude analytique du phénomène de réfraction. Par ceci, Clairaut établit la tradition française de la théorie de l'émission et pense « *qu'on peut substituer à l'Attraction sa cause mécanique.*» in Jean Eisenstaedt, *Avant Einstein, Relativité, lumière, gravitation*, Editions du Seuil, 2005, Paris, p59-65.

[3] Pierre-Simon Laplace, "Sur l'action capillaire", in *Œuvres complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome4, p349.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

qui est désigné par *pouvoir réfringent* du corps et verrons les conséquences qui en découlent.

Donc, l'action du corps sur la molécule de lumière n'étant sensible qu'à de très courtes distances, les parties du corps éloignées de la molécule n'ont point d'influence sensible sur elle. La résultante de l'action subie par le corpuscule lumineux peut donc être considérée comme perpendiculaire à la surface. L'équation du mouvement d'une molécule de lumière à proximité de la surface s'écrit :

$$\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{ds'^2}{dt^2} = n^2 + 2\rho K - 2\rho \int \Pi_1(s').ds'$$ [4]

avec ρ : densité du corps ; $\Pi_1(s')$: action totale du corps sur la molécule de lumière située à la distance s' de la surface extérieure du corps[5] ; x : direction parallèle à la surface ; s' : direction perpendiculaire à cette même surface.

Tant que l'influence du corps ne se fait pas encore ressentir, c'est-à-dire jusqu'à une distance "sensible" du corps que l'on ne sait d'ailleurs pas chiffrer, la vitesse de la molécule de lumière est une constante qui vaut n^2. Par conséquent, l'intégrale $\int \Pi_1(s').ds'$ est, d'après l'équation ci-dessus, égale à K.

Lorsque la molécule de lumière s'approche suffisamment du second milieu, l'intégrale précédente donne une valeur qui décroît depuis K jusqu'à 0, le carré de sa vitesse étant alors égal à $n^2 + 2\rho.K$ puisque l'intégrale précédente s'annule lorsque la molécule atteint la surface du second milieu.

En pénétrant à l'intérieur du corps, la vitesse de la molécule continue à se modifier. Au-delà d'une certaine épaisseur l'influence du corps redevient nulle. Mais, avant cela, la vitesse de la molécule de lumière se modifie de la manière suivante : « [la molécule] *est attirée vers cette surface par une couche de l'épaisseur s' ; mais cette attraction est détruite par l'attraction d'une couche inférieure de la même épaisseur, en sorte que la molécule n'est sollicitée à se mouvoir que par l'attraction des couches inférieures à celle-ci ; elle est donc sollicitée de la même manière que lorsqu'elle était au dehors et à la distance s' de la surface du corps ; ainsi l'attraction que le corps exerce sur elle est égale à* $\rho.\Pi_1(s')$. [6] »

[4] in Pierre-Simon Laplace, *Œuvres complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome4, p237.
[5] Le signe – indique que la molécule de lumière se rapproche de la surface du corps diaphane et arrive de l'infini.
[6] in Pierre-Simon Laplace, *Œuvres complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome4, p237. Lorsque la molécule a parcouru une distance 2s', les couches inférieures qu'elle va pénétrer et qui l'attirent, sont à une distance supérieure à 2s' et ainsi de suite. Comme cette sorte d'attraction a une

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Lorsque la molécule a sensiblement pénétré dans le corps, elle a acquis une augmentation de vitesse 2ρK de même valeur que précédemment. La vitesse a l'intérieur du second milieu est une nouvelle constante donnée par l'équation :

$$\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{ds'^2}{dt^2} = n^2 + 4\rho K$$

« *La quantité 4ρ.K est l'accroissement du carré de la vitesse de la lumière lorsqu'elle a éprouvé toute l'action du corps transparent. Cette quantité n'est pas la même dans les différents corps diaphanes ; elle ne suit pas la raison de leurs densités.* [7]» Laplace tente une explication qui a pour mérite de minimiser en la masquant la fonction inconnue $\Pi_1(s')$, action d'un corps sur la lumière. Pour cela, il définit le pouvoir réfringent des corps qui contient implicitement la résultante de la fonction $\Pi_1(s')$.

A partir de l'équation ci-dessus, Laplace retrouve la loi des sinus :

$$\frac{\sin\theta'}{\sin\theta} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{4\rho K}{n^2}}}$$

avec θ : angle d'incidence et θ' : angle de réfraction.

Si on note $\frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = i$, on a $\frac{i^2-1}{\rho} = \frac{4K}{n^2}$, le pouvoir réfringent qui représente l'action du corps sur la lumière : « *Le coefficient constant dont je viens de parler peut représenter l'intensité respective de l'action des corps sur la lumière ou leur pouvoir réfringent* [8]», et il dépend de la nature du corps par la quantité K, propre à chacun d'eux.

Revenons sur le fait que l'accroissement du carré de la vitesse du corpuscule n'est pas fonction que de la densité du corps qu'elle pénètre. Afin d'expliquer ceci, Laplace suppose deux hypothèses : soit la fonction $\Pi_1(s')$ diffère pour chaque corps ; soit cette fonction reste bien la même, mais l'action d'un corps diffère par rapport à un autre parce que cette fonction est multipliée par un coefficient constant propre à chaque corps selon sa nature. N'ayant pas de moyen de s'assurer de l'une plutôt que de l'autre hypothèse, Laplace décide de prendre celle

portée très limitée, en peu de distance, le corps n'agit plus sur la molécule. Comme nous l'avons rapporté, Newton donnait déjà la même explication.

[7] in Pierre-Simon Laplace, *Œuvres complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome4, p238. On constate que la réfraction est en proportion avec la densité du corps, mais ce n'est pas une règle stricte et générale. C'était déjà l'avis de Newton.

[8] ibidem p288.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

qu'il estime être la plus simple, c'est-à-dire la seconde. D'où l'intérêt du pouvoir réfringent qui permet d'ignorer la fonction inconnue $\Pi_1(s')$ qui ne peut être déduite de l'expérience, car le trajet curviligne de la lumière lors du franchissement du dioptre échappe à toute observation. Mais une autre difficulté surgit.

Suivant la seconde hypothèse, avec la relation $\frac{i^2-1}{\rho}=\frac{4K}{n^2}$, on peut croire que K est aisément déterminable au moyen de i, rapport des sinus d'incidence et de réfraction donné par l'expérience. Mais, rien n'est plus faux car « *les rayons de diverses couleurs étant différemment réfrangibles, il faut ou que les vitesses ne soient pas les mêmes, ou que l'intensité de l'action des corps soit différente sur chacun de ces rayons* [9]». Et comme l'expérience montre que les corps transparents ne dispersent pas la lumière blanche de la même façon, on ne peut rien avancer de sûr à propos de la vitesse des molécules lumineuses d'une teinte donnée[10]. Dans l'état de son développement, la théorie corpusculaire ne permet aucune conclusion.

A la fin de 1805, Laplace fait lecture du nouveau travail qu'il a entrepris sur la théorie d'action capillaire, travail important puisque les moyens mis en œuvre vont influer les recherches physiques à venir. Contrairement à ses prédécesseurs, Laplace comprend que l'ascension ou l'abaissement des fluides dans un tube capillaire sont provoqués par la forme du ménisque : « *Les physiciens n'ayant considéré jusqu'ici la concavité ou la convexité des surfaces des fluides dans les tubes capillaires, que comme un effet secondaire de la capillarité, et non comme la principale cause de ce genre de phénomènes, ils ont mis peu d'importance à déterminer la courbure de ces surfaces* [11]».

Une fois ce fait fondamental souligné, Laplace débute une démonstration qui recourt à un ensemble imposant de connaissances : hydrostatique, équations différentielles partielles, analogies avec deux travaux antérieurs sur lesquels nous allons nous attarder un peu.

---

[9] in Pierre-Simon Laplace, *Œuvres complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome4, p239.

[10] Pour tous les corps transparents, à incidence égale, l'angle de réfraction change avec la couleur de la lumière. Ce phénomène peut avoir deux origines : soit que les molécules lumineuses ont une vitesse différente selon leur couleur, soit qu'elles ont une masse différente pour chaque couleur. Les physiciens de l'époque de Laplace ne peuvent trancher. Voir Jean Eisenstaedt, *Avant Einstein, Relativité, lumière, gravitation*, Editions du Seuil, Paris, 2005, en particulier les chapitres 6 et 10.

[11] Pierre Simon Laplace, "Sur l'action capillaire", in *Œuvres Complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome 4, p356. Ceci fait supplément au livre X du tome 4 du *Traité de mécanique céleste* et fut lu préalablement devant la Classe des sciences mathématiques et physiques le 24 avril 1806. in *Procès-verbaux des séances de l'Institut*, tome III, p344.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

En premier lieu, l'auteur explique qu'il convient d'introduire dans le calcul de l'effet capillaire des forces à des distances insensibles comme pour le calcul de la réfraction et débute son article par cette remarque : « *J'ai considéré dans le livre X de cet Ouvrage, les phénomènes dus à l'action réfringente des corps sur la lumière. Cette force est le résultat de l'attraction de leurs molécules ; mais la loi de cette attraction ne peut pas être déterminée par ces phénomènes, qui ne l'assujettissent qu'à la condition d'être insensible à des distances sensibles* [12]». Ainsi, il suppose qu'une attraction s'exerce entre la partie attirante et le point attiré à la manière de la gravitation, c'est-à-dire sans avoir à tenir compte de l'éventuelle interposition d'autre particules ou "obstacles" matériels[13]. Seulement, la fonction mathématique $\varphi(r)$ qui exprime cette attraction demeure inconnue, et peut être considérée comme une généralisation de la force en $\varphi(\frac{1}{r^2})$ qui exprime la gravitation. La précaution à prendre lors des calculs est de rendre le résultat de cette fonction "insensible à des distances sensibles", ce qui n'est pas simple du tout.

En second lieu, la forme du ménisque liée à l'effet capillaire doit être introduite dans les calculs. Ici, une nouvelle fois, Laplace s'appuie sur l'analogie et se tourne vers ses travaux astronomiques : « *La loi de cette ascension dans les tubes de différents diamètres dépend de l'attraction du ménisque, et ici, comme dans la théorie de la figure des planètes, il y a une dépendance réciproque de la figure et de l'attraction du corps qui rend leur détermination difficile* [14]». L'introduction de cet élément d'analogie s'effectue au moyen d'un ellipsoïde osculateur qui épouse le ménisque fait par le liquide dans le tube capillaire, et ceci afin de connaître si les molécules de la surface du ménisque exercent une action perpendiculaire de dehors en dedans comme avec une surface plane : « *il y parvient au moyen des méthodes exposées dans sa Mécanique céleste, pour calculer les attractions des sphéroïdes* [15]».

Le sujet traité, d'une grande technicité mathématique, qui incorpore des notions empruntées à des domaines aussi variés que l'astronomie et l'optique, va

[12] Pierre Simon Laplace, "Sur l'action capillaire", in *Œuvres Complètes de Laplace [Traité de mécanique céleste]*, tome 4, p349.
[13] Jean Dhombres, "La théorie de la capillarité selon Laplace, mathématisation superficielle ou étendue ?", in *Revue d'histoire des sciences*, tome XLII, janvier-juin 1989, p55-57.
[14] Pierre Simon Laplace, "Théorie de l'action capillaire" in *Œuvres Complètes*, tome IV, p359.
[15] J.B Biot : "Théorie de l'action capillaire", in *La Décade philosophique, littéraire et politique*, 2eme trimestre 1806, p452. Article signé "Biot, de l'Institut national".

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

marquer le développement ultérieur de la physique et servir d'exemple aux activités de la Société d'Arcueil. Ce travail exemplaire sur la capillarité incite Laplace à l'optimisme puisqu'il est certain que la suite de "raisonnements géométriques" utilisés ne laisse aucun doute sur la validité de cette théorie. Celle-ci est confirmée par la mesure, le calcul précédant l'expérience[16]. Laplace exhorte les physiciens à suivre son exemple : « *Je désire que cette application de l'analyse à l'un des objets les plus curieux de la Physique puisse intéresser les géomètres et les exciter à multiplier de plus en plus ces applications, qui joignent à l'avantage d'assurer les théories physiques celui de perfectionner l'Analyse elle-même, en exigeant souvent de nouveaux artifices de calcul* [17]». Ainsi, les bases d'une physique analytique étaient posées.

A propos des effets capillaires, Biot rapporte : « *M.Laplace fait connaître ici leur véritable théorie, en les soumettant au calcul ; ce qui est le dernier degré de perfection auquel la physique puisse atteindre, et vers lequel on doit toujours tendre à la ramener* [18]». Il souligne que l' « *attraction à petites distances ne s'exerce pas seulement sur les molécules de lumière ; elle s'exerce aussi de la même manière sur toutes les molécules matérielles qui se mettent en contact avec les corps : elle agit donc aussi sur les particules qui composent sa surface* [19]» et conclut que « *les phénomènes de la réfraction étaient jusqu'à présent les seuls où l'on eût calculé les effets de l'attraction à petites distances ; et cette tentative hardie est due à Newton. Voici que M.Laplace soumet encore au calcul une action de ce genre dans les phénomènes de la capillarité* [20]».

Laplace a appliqué l'analyse mathématique à des phénomènes déjà connus et bien observés. Les lois expérimentales qui les décrivent sont simples et peu variées, une seule observation permettant presque de prévoir toutes les autres. Leur justification par les principes de la mécanique n'a apporté aucune connaissance

[16] Haüy et Tremery ont effectué à la demande de Laplace des mesures d'ascension de liquide dans des capillaires de formes différentes, des mesures d'angle entre le liquide et la paroi qui le limite ainsi que des observations sur les gouttes de liquide. La forme du ménisque d'un capillaire est estimée demi-sphérique sans plus de précision.

[17] Pierre Simon Laplace : "Sur l'action capillaire" in *Œuvres Complètes*, tome IV, p357.
Laplace continue à traiter du sujet de la capillarité jusqu'en 1821. Mais, l'essentiel paraît en 1806 et est regroupé à la suite du livre X.

[18] J.B Biot : "Théorie de l'action capillaire", in *La Décade philosophique, littéraire et politique*, 2eme trimestre 1806, p449. Article signé "Biot, de l'Institut national". Cette formulation est souvent reprise par Biot dans d'autres articles et bien sûr dans son *Traité de physique*.

[19] ibidem p451.

[20] ibidem p458.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

nouvelle à propos des forces d'attraction - et de leur représentation fonctionnelle - qui sont supposées s'exercer entre les constituants ultimes de la matière, l'analyse mathématique introduisant la virtualité de ces forces en faisant taire leur actualisation pour ne conserver que leur effet sensible et mesurable.

On peut légitimement se demander si une application renouvelée de la mécanique à des phénomènes aux propriétés plus diverses et inattendues sera possible.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 5:

La consolidation de la théorie corpusculaire

En ce début d'année 1806, parallèlement à l'activité de Laplace sur la capillarité, d'autres recherches, ayant pour but la connaissance de la réfrangibilité des gaz, sont entreprises par Biot et Arago[1], lesquels reprennent des mesures commencées par Borda mort en 1800[2]. Les gaz qui constituent l'atmosphère terrestre sont les principaux agents qui affectent la lumière reçue des astres, agents qui« *intéressent à la fois la physique, la chimie et l'astronomie* [3]». La détermination précise des pouvoirs réfringents des gaz doit apporter des connaissances indispensables aux réfractions atmosphériques, ce qui est réclamé par Laplace au livre X de son *Traité de mécanique céleste*. On va donc chiffrer très précisément le pouvoir réfringent des principaux gaz en fonction de leur température et de leur pression afin de corriger les relevés astronomiques, la connaissance la plus fine étant jugée indispensable à de nouveaux progrès. L'analyse mathématique n'est-elle pas étroitement liée à la précision expérimentale ?

Biot et Arago furent guidés par les conseils de Laplace et de Berthollet. Des conversations avec ces derniers incitent les premiers à s'informer et à se reporter

[1] J.B.Biot et F.Arago, "Mémoire sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome 7. Ce mémoire fut lu le 24 mars et 7 avril 1806 devant la Première Classe de l'Institut. Les expériences ont débuté en décembre 1805.

[2] Biot et Arago retrouvent dans une boutique d'opticien à Paris le prisme qu'avait utilisé Borda pour la mesures des réfractions des gaz. Voir Eugen Frankel : "J.B.Biot and the Mathematization of Experimental Physics in Napoleonic France", in *Historical Studies in Physical Sciences*, vol 8, 1977, p60.

[3] J.B.Biot et F.Arago, "Mémoire sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome 7, p302.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

à la *Mécanique céleste* et à la *Statique chimique*[4]. Les précautions prises lors des mesures, les modes opératoires prennent une part importante dans la rédaction de ce mémoire[5].

Avec ces recherches, Biot et Arago ne désirent pas tant confirmer l'hypothèse d'une attraction à de très petites distances - fait déjà admis et accrédité par la nouvelle théorie de la capillarité - que l'action des constituants de la matière. Ils supposent que « *l'intensité de cette action est nécessairement liée à la nature des particules des corps et à leur arrangement, c'est-à-dire à leurs propriétés les plus intimes* [6]» et infèrent que « *le physicien qui observe les pouvoirs réfringents des substances pour les comparer entre eux, agit absolument comme le chimiste qui présente successivement une même base à tous les acides, ou un même acide à tous les alcalis, pour déterminer leurs forces respectives et leur degré de saturation* [7]».

Surtout, ils pensent utiliser la lumière avec avantage puisqu'elle n'altère pas les composants des gaz qu'elle traverse. En effet, lors d'une étude chimique, les composants - les "principes constituans" – s'associent pour former des composés par une action chimique dépendant de la distance qui les sépare et dont les « *variations, encore modifiées par la figure des particules, doivent compliquer extrêmement les rapports des composés avec leurs principes, et sans pouvoir en calculer les effets…* [8]»

Tout semble perdu, mais Biot envisage une échappatoire à cette situation apparemment sans issue : « *s'il est permis de raisonner ici pour un moment dans le système de l'émission de la lumière, cette influence de la condensation doit être beaucoup moindre dans les actions que les corps exercent sur elle, à cause de la ténuité des particules lumineuses ; et leur petitesse extrême, par rapport aux distances qui séparent les molécules des corps, doit rendre moins sensible sur elles de faibles degrés de condensation* [9]». Ainsi, la ténuité supposée des

[4] J.B.Biot et F.Arago, "Mémoire sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome 7, p304.
[5] Trois longues notes sont insérées et développées au long de 34 des 87 pages que compte le mémoire. Deux de ces notes évaluent les erreurs systématiques et de mesure, la dernière renvoie à la *Mécanique céleste* pour le calcul des pouvoirs réfringents.
[6] ibidem p327.
[7] ibidem p327.
[8] ibidem p329.
[9] ibidem p329-330.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

corpuscules lumineux [10] alliée à la faible densité pondérale des gaz, c'est-à-dire au peu de matière qu'ils concentrent, sont des arguments en faveur de cette recherche des pouvoirs réfringents des gaz [11].

Biot montre alors qu'en considérant les forces attractives proportionnelles à la matière, le pouvoir réfringent d'un composé est la somme pondérée des pouvoirs réfringents des parties. Par exemple, le pouvoir réfringent mesuré de l'air est confirmé par le calcul au moyen de la connaissance des pouvoirs réfringents de chacun de ces constituants, affectés d'une pondération liée à la proportion massique que ceux-ci ont dans l'air[12]. Mais ce raisonnement est pris en défaut pour de nombreux corps[13] : si l'air est un simple mélange de gaz qui n'agissent pas les uns sur les autres, la plupart des composés à l'état gazeux tel que l'alcool sont une combinaison d'éléments constitutifs comme l'oxygène, l'hydrogène, l'azote, le carbone… Biot impute l'écart entre calcul et expérience à la condensation, c'est-à-dire au rapprochement des éléments constitutifs dû à leur combinaison[14].

N'allons pas croire que Biot considère son travail comme un échec : il a la conviction que des progrès peuvent venir de la chimie, trop imprécise encore dans la connaissance de la composition des corps et des proportions des éléments qui constituent ces derniers.

Surtout, il conclut que les résultats obtenus sont favorables au système de l'émission et à l'idée qu'on a alors de la constitution des corps : « *La combinaison des forces attractives doit se faire proportionnellement aux masses, et le peu d'influence de la condensation prouve seulement le prodigieux éloignement des particules de la lumière, ainsi que leur finesse extrême relativement aux particules*

[10] Le fait que la lumière traverse les corps transparents sans difficulté est un argument de poids depuis Newton au moins. Celui-ci a chiffré sans preuve le rapport entre les pores et les parties solides à la huitième proposition de la troisième partie du livre II de son *Traité d'optique*.

[11] Ceci fait penser à l'image analogique employée par Laplace dans *l'Exposition du système du monde* (p287) et que nous avons déjà citée : « *le rapport des intervalles qui séparent ces molécules, à leurs dimensions respectives, serait du même ordre, que relativement aux étoiles qui forment une nébuleuse que l'on pourrait, sous ce point de vue, considérer comme un grand corps lumineux.* »

[12] Biot considère que l'air contient trois gaz dans les proportions x' = 23,2% pour l'oxygène qui a pour pouvoir réfringent P' ; x" = 75,9% pour l'azote qui a pour pouvoir réfringent P" ; et x"' = 0.6% de gaz carbonique qui a pour pouvoir réfringent P"'. Le pouvoir réfringent P de l'air est donné par la relation linéaire : $P = P'.x' + P".x" + x"'.P"'$

[13] Bien qu'étant des corps composés, l'ammoniac et l'eau respectent la règle !

[14] Curieusement, cette condensation entraîne toujours un accroissement de la force réfringente, c'est-à-dire que la valeur mesurée du pouvoir réfringent surpasse celle calculée, l'écart allant jusqu'à 10%.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

des corps et aux distances qui les séparent ; circonstances qui sont déjà indiquées par beaucoup d'autres phénomènes. [15]»

Si la justification des mesures reste imparfaite, le but de ces recherches est néanmoins atteint par la somme des données numériques accumulées [16] : « *nous avons cherché à déterminer par des expériences directes toutes les données physiques qui servent de fondement à la théorie des réfractions atmosphériques* » et « *il s'ensuit que la force réfringente est la même par toute la terre à densités égales, et ainsi les tables de réfractions calculées par les observations en Europe, peuvent s'étendre à toutes les contrées du globe…*[17]»

Bien que nous soyons rassurés à propos de la validité des mesures astronomiques, nous n'avons aucun élément certain concernant la nature de la lumière, et les forces présentes au sein des corps demeurent toujours méconnues. Pour caractériser ces forces, il est nécessaire de multiplier les études, à partir des phénomènes les plus variés. Une opportunité s'offre avec la polarisation de la lumière par réflexion, phénomène nouveau et inconnu jusqu'alors. Cette découverte inattendue de Malus en 1808 va ouvrir un champ d'investigation immense.

Les sujets relatifs à la lumière et à l'optique restent une préoccupation permanente pour Malus[18]. Son premier travail d'envergure, intitulé *Traité d'optique*[19] et présenté devant la Première Classe de l'Institut le 20 avril 1807, décrit les propriétés géométriques de la lumière. L'auteur les expose au moyen d'un langage d'une haute technicité dont le but et le mode d'application sont très clairement décrits en introduction : « *Les phénomènes de l'optique ont l'avantage particulier de pouvoir être mesurés avec une grande exactitude et d'être liés entre*

[15] J.B.Biot et F.Arago, "Mémoire sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome 7, p344.

[16] Laplace avouait manquer de données relatives aux caractéristiques physiques de l'atmosphère pour corriger les relevés astronomiques. On se fiait à des corrections issues d'observations. D'après ces dernières, Laplace inférait que la vapeur d'eau contenue dans l'air réfractait comme l'air sec, ce que Biot confirma, ne parvenant pas à mettre en évidence une différence entre les pouvoirs réfringents de l'air sec et de l'air humide.

[17] J.B.Biot et F.Arago, "Mémoire sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, tome 7, p352-353.

[18] Ceci est rapporté par André Chappert qui a répertorié et collationné l'ensemble des travaux de Malus dans son ouvrage *Etienne-Louis Malus et la théorie corpusculaire de la lumière*, Librairie Philosophique J.Vrin, Paris, 1977.

[19] La publication de ce travail dans les *Mémoires de l'Institut* est associée à la *Théorie de la double réfraction* dont il constitue la première partie.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

eux par un petit nombre de lois mathématiques. Ces lois sont indépendantes des hypothèses qu'on peut faire sur la nature de la lumière… L'expression de ces lois, jointe aux principes généraux de la mécanique, conduit, avec le seul secours de l'analyse, à la connaissance et au développement de nombreux phénomènes de l'optique. Je déduis d'une analyse uniforme et générale les diverses circonstances de la propagation de la lumière… [20]»

Par le seul recours à l'analyse et à la géométrie, Malus explique toutes les questions de l'optique géométrique et conclut, affirmatif : « *la théorie que je viens d'exprimer renferme la solution de tous les problèmes d'optique qui dépend de la géométrie.* [21]» De prime abord, il semble que la nature de la lumière n'intrigue pas Malus puisque la connaissance de celle-ci n'est pas indispensable, mais il a sans doute bâti cette théorie analytique en présupposant le choix d'une hypothèse sur la lumière[22] comme on le perçoit dans l'explication de la réfraction[23] : « *L'expérience*

[20] Cette citation provient de l'introduction existant in E.L Malus, *Théorie de la double réfraction de la lumière dans les substances cristallisées*, mémoire couronné par l'institut, 1810, Paris, Baudoin, p5-7. Cette ouvrage est un tirage à part du mémoire identique publié par l'Institut mais duquel cette introduction est absente. Nous tirons cette citation de l'ouvrage de André Chappert, *Etienne-Louis Malus et la théorie corpusculaire de la lumière*.

[21] E.L. Malus : "Traité d'optique", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, p302. Malus démontre l'existence de propriétés géométriques des images qui n'ont encore jamais été observées, ce que souligne le rapport de l'Académie des sciences : « *L'étendue qu'il a donnée à ses solutions l'a mis à portée de faire voir que par certaines surfaces et dans certains cas, la réflexion et la réfraction fournissent des images qui sont droites sur une de leur dimension et renversées sur l'autre, ce qu'on n'avait point remarqué en ne considérant les phénomènes optiques que sur un plan où les images, n'ayant qu'une dimension, ne peuvent être que simplement droites ou renversées.* » in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome III, 1804-1807, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p607. Le rapport, élogieux, du 19 octobre 1807, avait pour rédacteurs, Lagrange, Laplace et Lacroix.

[22] Au début de 1776, Monge fait lecture devant l'Académie des sciences du "Mémoire sur la théorie des déblais et remblais". André Chappert estime que le *Traité d'optique* procède de ce travail qui traite des transports de terre lors de creusement d'un déblai ou de la construction d'un remblai, transports qui imposent de déterminer pour le déplacement des "molécules" de terre les routes les plus avantageuses de manière à ce que le prix total du transport soit un minimum. Ce mémoire est divisé en deux parties : "Du transport des aires planes sur des aires comprises dans un même plan" et "Des déblais et remblais dans le cas des trois dimensions". Le même ensemble de concepts accompagne les travaux de Monge et de Malus ainsi qu'un même schéma de développement. in André Chappert, *Etienne-Louis Malus et la théorie corpusculaire de la lumière*, p114-119.
Par ailleurs, lorsqu'il était en poste à Lille, Malus qui participa à la fondation de la Société d'Amateurs des Sciences et Arts de la ville de Lille en 1803, rédigea un premier mémoire sur l'optique. Ce travail lu lors de la séance du 24 nivôse an XI de cette assemblée est malheureusement perdu. Seul nous reste le témoignage de Biot à l'occasion de l'oraison funèbre de Malus et un compte-rendu de Drapier, l'un des dix fondateurs avec Malus de la société lilloise. A propos de ce mémoire de 1803, Drapier indique que « *Le mémoire très étendu est divisé en trois parties : 1° ce qu'est la lumière ; 2° quelles sont les substances constamment nécessaires dans sa production ; 3° que les parties qui composent le rayon lumineux ont des pesanteurs différentes et que c'est à cette différence que sont dues leurs affinités et leurs actions diverses sur les corps colorés et sur l'organe de la vue… M.Malus consacre la troisième partie de son mémoire à faire connaître l'action mécanique de la lumière, les effets de la réfraction et de la réflexion ; l'action de la lumière sur les surfaces courbes opaques y est intimement*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

prouve qu'un rayon lumineux dirigé obliquement sur un corps diaphane terminé par une surface plane parvient en ligne droite jusqu'à une distance insensible de cette surface, et qu'après l'avoir traversée jusqu'à une distance également insensible, il se dirige, suivant une nouvelle droite…[24] ». Il s'en suit un calcul de mécanique qui exprime la force vive dont la variation est liée au carré du rapport des sinus de réfraction et d'incidence, seules quantités accessibles à la mesure. A propos de ce rapport qui est un coefficient propre à chaque corps, l'avis de Malus rejoint celui de Laplace : « *les coefficients sont variables dans chaque corps proportionnellement à sa densité, mais ils ne sont pas proportionnels aux densités de deux corps différents d'où on peut conclure que la force π n'est pas proportionnelle aux densités, et qu'elle dépend d'une attraction élective de chaque substance pour la lumière. Nous ignorons la loi suivant laquelle agit cette force ; ce qui d'ailleurs n'est pas nécessaire pour calculer ces effets : mais l'expérience a prouvé que son influence s'étendait à une si petite distance de la surface des corps diaphanes, qu'on pourrait, dans le calcul de son action, négliger la courbure d'une très petite goutte de liquide ; en sorte que le sinus de l'angle d'incidence et celui de l'angle de réfraction sont encore dans un rapport constant, comme si ce corps était limité par un plan indéfini qui se confondrait avec le plan tangent au point d'incidence.* [25]» On ne peut mieux dire pour expliquer le mécanisme de la réfraction dans l'hypothèse corpusculaire ; cependant, nous ne sommes pas plus avancés qu'en 1804 au livre X de la *Mécanique céleste*, et nous restons dans l'ignorance de la force π dont il n'est nul besoin fort heureusement. Mais, Malus est parvenu à donner de l'optique géométrique une formulation mathématique élaborée que l'entourage de Laplace apprécie et espère étendre à d'autres domaines de la physique. Avec l'estime de tous[26], Malus va poursuivre ses recherches dans le domaine de l'optique.

démontrée par des calculs géométriques. » in *Mémoires de la société des sciences, de l'agriculture et des arts de Lille*, III[e] série, vol 10, p226-227.

[23] Le *Traité d'optique* fut lu devant la première Classe le 20 avril 1807 et publié dans le *Journal de l'Ecole Polytechnique* en avril 1808. L'hypothèse corpusculaire en est absente. Mais, dans la *Théorie de la double réfraction*, publiée en 1810 ou 1811 selon les éditions, on trouve une interprétation théorique de la réfraction et de la réflexion totale au moyen de l'hypothèse corpusculaire : les molécules lumineuses sont déviées par des forces sensibles à de très petites distances des corps. Le choix de cette hypothèse a l'avantage de permettre l'application des lois de la mécanique. in André Chappert, *Etienne-Louis Malus et la théorie corpusculaire de la lumière*, p123.

[24] E.L Malus, "Traité d'optique", in *Mémoires présentés à l'Institut des sciences … par divers savants*, tome2, p261-262.

[25] ibidem p265-266.

[26] Dans le rapport concernant le "Traité d'optique" de Malus, on note que : « *Appliquer ainsi sans aucune restriction le calcul aux phénomènes, déduire d'une seule considération très générale toutes*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Avant ses travaux sur la polarisation, Malus étudie la réflexion totale sur les corps opaques. Il s'agit encore d'une supposition faite par Laplace au livre X de la *Mécanique céleste*.

Lorsqu'un rayon lumineux se réfracte d'un milieu plus réfringent dans un second milieu moins réfringent, il arrive un angle d'incidence pour lequel la réfraction n'opère plus : le rayon se réfléchit à la limite des deux milieux et revient donc dans le premier en effectuant ce qu'on dénomme une réflexion totale. Laplace a montré par l'étude mathématique des relations des pouvoirs réfringents que la réflexion totale se produit de deux manières.

Si l'angle d'incidence dépasse un peu la valeur à partir de laquelle la réfraction se change en réflexion totale, les molécules lumineuses pénètrent sur une distance insensible le second milieu avant de revenir dans le premier milieu. Si l'angle d'incidence continue à croître, il arrive un terme pour lequel les molécules lumineuses qui se réfléchissent, le font sans pénétrer le second milieu. Selon que le second corps est transparent ou opaque, la limite de l'angle d'incidence pour laquelle débute la réflexion totale diffère donc puisque la lumière ne pénètre pas les corps opaques [27]. Ce qui permet à Laplace d'inférer : « *Si ce dernier corps, par sa nature, absorbe la lumière, le rayon ne pourra être réfléchi que de cette seconde manière, et alors l'observation de la limite à laquelle il cesse de se réfléchir déterminera la valeur de K'ρ', et par conséquent le pouvoir réfractif du second corps. On pourra donc ainsi déterminer par l'expérience le pouvoir réfractif des corps même opaques.* [28]»

les solutions qu'on n'avait obtenues que par des considérations particulières, c'est vraiment écrire un traité d'optique analytique qui, rapprochant toute la science sous un seul point de vue, ne peut que contribuer à en étendre le domaine… » in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome III, 1804-1807, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p607.

[27] La différence s'explique aisément en sachant que l'attraction des deux corps sur une molécule lumineuse s'exerce de la même manière de part et d'autre de leur limite physique. Si la molécule lumineuse pénètre le second corps jusqu'à la limite d'action des deux milieux, la perte de vitesse est maximale. Dès que cette perte de vitesse due au corps surpasse la composante normale de celle-ci, il y a réflexion. En revanche, si cette molécule ne pénètre pas le second corps, l'action du corps ne peut détruire au maximum qu'une quantité moitié de la composante normale précédente. Par conséquent, selon cette théorie, il doit exister des angles de réflexion totale différents pour les corps opaques et diaphanes, c'est-à-dire plus grands pour les premiers que pour les seconds en comptant ces angles par rapport à la surface qui sépare les deux corps.

[28] in Pierre-Simon Laplace, *Traité de mécanique céleste*, tome4, p243. Rappelons que le pouvoir réfringent est donné par la formule $\frac{i^2-1}{\rho}=\frac{4K}{n^2}$, où i est la force réfractive, rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, ρ : la densité du milieu, n^2 : le carré de la vitesse de la lumière dans le premier milieu, et K un coefficient dépendant de la nature du corps.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

En définitive, il doit exister des valeurs d'angle d'incidence différentes lorsqu'il y a réflexion totale selon que le corps est diaphane ou opaque. Or, Wollaston vient de proposer une méthode[29] permettant de mesurer la force réfractive, c'est-à-dire l'inverse de notre actuel indice de réfraction, des substances transparentes ou opaques par le phénomène de réflexion totale. Malus reproche à Wollaston de s'être servi de la même formule pour tous les corps, qu'ils soient opaques ou diaphanes, et veut trancher.

Pour cela, il a l'idée de choisir la cire d'abeilles - à cause de son facile changement d'état - qui lui paraît remplir des conditions suffisantes quant aux qualités de transparence ou d'opacité à la lumière. Ayant déterminé les densités dans les deux états, les mesures des angles de réflexion totale autorisent Malus à conclure : « *J'ai ainsi déterminé la force réfractive de la cire opaque et de la cire diaphane par des formules déduites de l'analyse exposée dans la mécanique céleste, et en divisant dans chaque cas mes résultats par les densités correspondantes, j'ai obtenu une même valeur pour le pouvoir réfringent, ce qui est une preuve positive de l'hypothèse sur laquelle l'analyse est fondée… le but principal que je m'étais proposé était de comparer avec la nature les résultats de l'analyse, et d'établir par des faits d'expérience la méthode qu'on doit employer pour mesurer la force réfractive des substances opaques. Dans cette théorie comme dans celle de l'action capillaire, les forces qui décroissent rapidement ont donné une explication complète des faits ; mais ici les résultats du calcul ont précédé la connaissance de plusieurs phénomènes importants, ce qui prouve combien les théories physiques gagnent à rentrer dans le domaine de l'analyse.* [30]»

La conjecture avancée par Laplace est ainsi vérifiée[31], et au-delà, le modèle newtonien d'attraction sensible à des distances imperceptibles sort renforcer ainsi que le traitement analytique qui s'y rapporte. Les doutes sur le caractère corpusculaire de le lumière s'amenuisèrent et les membres de la commission - Laplace, Haüy, Chaptal, Berthollet - qui lurent le mémoire de Malus, tous newtoniens convaincus certes, cautionnèrent le résultat de Malus, comme le rapporta Arago : « *Cette identité des pouvoirs réfringents de la cire opaque ou de la*

[29] W.H Wollaston, "A method of examining refractive and dispersive powers by prismatic reflection", in *Philosophical Transactions, for the year 1802*, p365-380. Ce mémoire fut lu le 24 juin 1802.
[30] E.L Malus, "Sur la mesure du pouvoir réfringent des corps opaques", in *Mémoires présentés à l'Institut des sciences par divers savants*, tome2, 1811, p509.
[31] Biot reprend et détaille l'expérience de Malus dans son *Traité de physique*, tome 3, p292-295.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

cire diaphane, qui semblait de vérité nécessaire, parut à l'auteur, à M.Laplace, comme à tous les géomètres et physiciens émissionnistes de l'Europe, la preuve mathématique de la vérité de la théorie newtonienne. [32]» Mais, de nouvelles épreuves attendent la théorie corpusculaire de la lumière : le rapprochement de la double réfraction et de la polarisation par réflexion va être une occurrence pour son application.

[32] in F. Arago, *Œuvres complètes*, tome3, p436. La biographie de Malus qu'écrivit Arago fut préparée pour la séance publique de l'Académie des sciences de l'année 1854. Entre temps, Arago mourut.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 6 :

Malus et la géométrisation de la lumière

En 1802, Wollaston (1766-1828) a conçu un nouveau goniomètre qui utilise le phénomène de la réflexion. Par ailleurs, il s'intéresse au phénomène de la double réfraction de la calcite[1]. Sa curiosité l'amène à mesurer les angles de réfractions ordinaire et extraordinaire de ce cristal : il constate que les résultats expérimentaux de Huygens sont exacts et que ceux de Newton sont erronés[2]. En 1804, Haüy confirme les dires de Wollaston.

Parce que, pour les savants de l'entourage de Laplace, des mesures ne valent que si la théorie les valide, il est décidé de mettre au concours pour 1810 un prix ayant pour sujet la double réfraction[3]. La commission chargée de ce prix entend obtenir une explication qui s'insère dans le cadre de la nouvelle physique, car jusqu'à maintenant « *aucune* [explication] *ne réunit cette généralité et cette précision qui caractérisent toute loi mathématique susceptible non seulement de représenter la marche des phénomènes, mais encore de donner la mesure exacte de leurs résultats* [4]».

[1] Thomas Young (1773-1829) est, aux dires de Brewster, le savant qui rappelle à la collectivité scientifique, l'importance du travail de Huygens à propos de la double réfraction : « *Le Docteur Young était la première personne qui porta l'attention des philosophes sur l'accord parfait entre la magnifique théorie de Huygens et la double réfraction du spath d'Islande. (voir les Philosophical Transactions pour l'année 1802, p45)* » : David Brewster, "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, 1818, p200.
Biot reprend cette mise au point historique dans son mémoire "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p182.

[2] in Bernard Maitte, *La lumière*, Editions du Seuil, Paris, 1981, p203-204.

[3] Dont l'intitulé, proposé à la séance du 21 décembre 1807, est : « *Donner de la double réfraction que subit la lumière en traversant diverses substances cristallisées une théorie mathématique vérifiée par l'expérience* » in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome III, 1804-1807, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p633.

[4] Cette citation provient du commentaire de l'intitulé. ibidem p633-634.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La double réfraction a déjà été un objet d'étude au XVII^e siècle. A cette époque, Huygens avait proposé une explication qui utilisait la propagation d'ondes au travers d'un éther emplissant l'Univers ainsi que les corps qui s'y trouvent. Au début du XIX^e siècle, cette conception n'est pas recevable par Laplace et les sociétaires d'Arcueil qui pensent traduire l'ensemble des phénomènes physiques au moyen d'attractions à distance qui s'exercent entre des particules matérielles éloignées les unes des autres. Cependant, la cohérence des travaux de Huygens[5], la capacité de prédiction qu'ils recèlent intriguent les savants laplaciens. Détaillons un peu la conception de la lumière que défend Huygens.

Au XVII^e siècle, les philosophes se proposent d'expliquer les propriétés de la lumière - propagation rectiligne, réflexion, réfraction, diffraction, variété des couleurs - en termes mécaniques. Ainsi, Descartes (1596-1650) décrit la réflexion et la réfraction[6] et les traduit en loi mathématique ; il assimile les couleurs à une rotation sur elle-mêmes des boules du deuxième élément[7]. Nous avons un univers plein où le contact est un préalable à toute explication. La multiplication des découvertes expérimentales et surtout le soucis de les quantifier - pensons aux teintes des lames minces - rendent insuffisants la théorie cartésienne.

La démarche de Huygens reprend le cadre cartésien : l'espace, les corps qui s'y trouvent, sont emplis de particules en contact qui transmettent les percussions qu'elles reçoivent. Une analogie mécanique[8] sert à démontrer que cette constitution de l'éther autorise la propagation d'une onde et que des ondes peuvent se croiser sans interagir et se mélanger[9]. Cette conception est renforcée par des observations et par des constatations : la propagation rectiligne de la lumière s'explique au moyen de centres d'ébranlement secondaires à partir desquels se forme

[5] Rappelons qu'il ne faut pas négliger l'importance scientifique de Huygens qui reste considérée comme un savant de premier plan, d'une compétence indéniable.

[6] « … *c'est avec Descartes d'abord dans* le Monde ou le Traité de le lumière *puis dans la* Philosophie *qu'une approche de type mécaniste a été véritablement mise en place.* » in *Traité de la lumière*, Chez Pierre Vander Aa, Leide, 1690, réimpression Dunod, Paris, 1992, p18 de l'introduction de Michel Blay. Selon Descartes, trois éléments principaux constituent le cosmos et leur distinction nous permet de le rendre intelligible : le plus subtil - les raclures - circule le plus vite, s'insinue partout et forme le "feu", l'élément intermédiaire est formé de globules plus importants et arrondis qui composent l'"air subtil", enfin le troisième - le moins véloce de tous - est fait de parties plus grossières dénommées "terre". La répartition de ces éléments engendre des tourbillons et s'explique par leur histoire que Descartes nous conte dans son ouvrage *Le Monde ou le Traité de la lumière*.

[7] René Descartes, *Le Discours de la méthode, La dioptrique, De la lumière*, in AT, VI, p89-93, et René Descartes, *Le Discours de la méthode, Les météores, De l'arc-en-ciel*, in AT, VI, p330-334.

[8] in Christiaan Huygens, *Traité de la lumière*, 1690, réimpression 1992, Dunod, Paris, p61.

[9] Deux rayons lumineux peuvent se croiser sans se gêner si la lumière est assimilée à une onde, alors que les chocs entre corpuscules lumineux semblent inévitables dans l'autre tradition.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'onde principale, la réflexion et la réfraction sont justifiées grâce au déplacement d'un front d'onde dont la célérité est fonction du corps traversé. Huygens trouve par ce moyen une explication à la réfraction extraordinaire du spath d'Islande découverte par Erasme Bartholin (1625-1698) en 1669.

En effet, Huygens a remarqué qu'une rotation de 120° autour d'une direction privilégiée du cristal répète les faces naturelles de la calcite. A partir de cette constatation et de l'étude des régularités de la réfraction extraordinaire, il montre que la propagation de l'onde lumineuse associée à ce phénomène peut être décrite par une construction géométrique spécifique : la distance parcourue en un temps égal par tous les rayons réfractés selon les valeurs de leur incidence définit une enveloppe ellipsoïdale ayant pour axe de révolution la direction privilégiée du cristal. Les conséquences de ceci sont immenses : le phénomène optique est lié à la structure cristalline du milieu et la régularité de l'arrangement des parties constitutives du cristal est à l'origine de cette nouvelle réfraction[10]. Huygens considère l'éther qui imprègne de façon homogène le cristal comme le support de l'onde ordinaire[11], alors que l'onde extraordinaire se propage à la fois au travers de l'éther et des parties constitutives de ce cristal[12].

La construction qui sert à tracer le chemin des rayons réfractés ordinaire et extraordinaire suppose une vitesse de propagation des ondes inférieure à celle dans l'air ou dans le vide. La tradition corpusculaire implique une vitesse de propagation plus grande dans les milieux matériels, et ce d'autant plus que leur densité est forte, ce qui n'est pas le moindre des paradoxes.

Seulement, une dernière observation rapportée par Huygens ne trouve pas d'explication. Lorsqu'il superpose deux spaths par leurs faces homologues, à la sortie du second spath on observe quatre rayons dont les intensités varient selon l'angle dont on tourne l'un des spaths par rapport à l'autre. Si Huygens ne donne pas

[10] Voir Bernard Maitte, *La lumière*, Editions du Seuil, 1981, Paris, p171-176.

[11] « *… je conçus qu'il y avait aussi deux différentes émanations d'ondes de lumière, et que l'une se pouvait faire dans la matière éthérée répandue dans le corps du cristal… J'attribuai à cette émanation d'ondes la réfraction régulière qu'on observe dans cette pierre ; en supposant ces ondes de forme sphérique à l'ordinaire, et d'une extension plus lente au-dedans du cristal qu'elles ne sont au-dehors…* » in Christiaan Huygens, *Traité de la lumière*, 1690, réimpression 1992, Dunod, Paris, p102.

[12] « *Quant à l'autre émanation qui devait produire la réfraction irrégulière, je voulus essayer ce que seraient des ondes elliptiques, ou pour mieux dire sphéroïdes ; lesquelles je supposai qu'elles s'étendaient indifféremment, tant dans la matière éthérée répandue dans le cristal, que dans les particules dont il est composé… je ne doutai presque point qu'il n'y eût dans ce cristal un tel arrangement de particules égales et semblables, à cause de sa figure et de ses angles d'une mesure certaine et invariable.* » ibidem p102.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

d'explication qui le "satisfasse" complètement, en revanche, son intuition ne le trompe pas : « *il semble qu'on est obligé de conclure que les ondes de lumière, pour avoir passé le premier cristal, acquièrent certaine forme ou disposition, par laquelle en rencontrant le tissu du second cristal, dans certaine position, elles puissent émouvoir les deux différentes matières qui servent aux deux espèces de réfraction ; et en rencontrant ce second cristal dans une autre position, elles ne puissent émouvoir que l'une de ces matières.* [13]» Et Newton lui fera reproche de ne pouvoir justifier cette observation : « *Il me semble du moins, que c'est une chose tout-à-fait inexplicable, si la Lumière n'est qu'une pression ou un mouvement continué au travers de l'Ether* [14]» et propose son explication : « *… il y a grande apparence que la réfraction extraordinaire du Crystal d'Islande est produite par quelque espèce de vertu attractive, attachée à certains côtés, tant des Rayons, que des Particules du Crystal… dans ces côtés des Rayons il y a aussi une vertu ou disposition du Crystal, ainsi que les Pôles de deux aimants correspondent l'un à l'autre.*[15]» Nous sommes en présence de deux approches qui bien que contemporaines s'opposent, à un point tel que Newton fournit des résultats - erronés - de mesure de réfractions qui diffèrent de ceux de Huygens [16].

Les différences que revêtent ces deux traditions sont connues de Wollaston et d'Haüy. Le fait que les mesures sur la double réfraction faites par Huygens et par Newton ne coïncident pas n'attire pas l'attention des savants parce qu'aucun d'eux au XVIII^{e} siècle, ne s'intéresse vraiment à ce phénomène. Lorsque celui-ci redevient d'actualité au XIX^{e} siècle, on considère exactes les mesures faites par Newton, tellement son autorité reste incontestée. Mais en 1802, Wollaston vérifie les mesures de son compatriote : elles sont inexactes, alors que celles de Huygens sont bien meilleures. Les résultats de Wollaston sont confirmés en 1804 par Haüy, ce qui jette un trouble chez les savants laplaciens qui croient à la pertinence d'actions à distance. Par l'application de cette sorte d'actions, la réfraction simple et l'effet capillaire reçoivent une justification analytique. Mais pour renforcer la position de la théorie corpusculaire de la lumière - l'une des composantes du système

[13] in Christiaan Huygens, *Traité de la lumière*, 1690, réimpression 1992, Dunod, Paris, p127-128.
[14] in Isaac Newton, *Traité d'Optique*, seconde édition de 1717 traduite par Coste en 1722, réimpression Gauthier-Villars, 1955, Paris, p438. Citation de la Question 28.
[15] ibidem p449-450. Citation de la Question 29.
[16] Avec l'espoir de discréditer son rival, mort depuis presque 10 ans lors de la parution du *Traité d'Optique*. De la sorte, Newton pense éloigner toute critique sérieuse venant de la lecture de l'œuvre de son prestigieux rival.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

du monde laplacien - face à la théorie ondulatoire, il est nécessaire de justifier les mesures de Huygens sur la double réfraction au moyen de l'analyse mathématique.

A cette occasion, Laplace et Malus collaborent et échangent des informations[17]. Ainsi, Laplace confie : « *M.Malus vient de faire, à cet égard, une suite nombreuses d'expériences très précises sur les faces naturelles et artificielles de ce cristal, et il a constamment observé entre elles et la loi d'Huygens le plus parfait accord… L'analogie et des expériences directes ont fait voir à M.Malus qu'elle s'étend encore au cristal de roche, et il est extrêmement vraisemblable qu'elle a lieu pour tous les cristaux qui réfractent doublement la lumière*[18]». Laplace va surtout chercher à justifier la construction géométrique de la double réfraction établie par Huygens au moyen de l'analyse mathématique. Les causes physiques du phénomène de la double réfraction ne sont pas l'intérêt principal de Laplace qui est davantage préoccupé par l'extension de la méthode analytique qu'il a inaugurée avec succès lors de l'étude de l'effet capillaire. Comme nous l'avons fait remarquer dans l'**Introduction générale**, Laplace agit en mathématicien et délaisse l'aspect physique et expérimental du phénomène.

La loi qui lie l'angle de réfraction du rayon extraordinaire à l'angle d'incidence définit une surface mathématique de forme ellipsoïdale, laquelle incite Laplace à faire un rapprochement avec ses travaux d'astronomie : « … *dans ces phénomènes* [de réfraction]*, la nature en allant du simple au composé fait succéder les formes elliptiques à la forme circulaire comme dans les mouvements et la figure des corps célestes* [19]». Afin de démontrer analytiquement ce que Huygens avait obtenu géométriquement, il propose « … *de rapporter la loi de Huygens à des forces attractives et répulsives, ainsi que Newton l'a fait à l'égard de la loi de réfraction ordinaire : il est, en effet, très vraisemblable qu'elle dépend de semblables*

[17] Le traitement analytique que proposent les deux hommes est très similaire, celui de Malus étant plus compliqué et moins élégant. Voir Eugen Frankel, "The Search for a Corpuscular Theory of Double refraction : Malus, Laplace and the Price Competition of 1808", in *Centaurus* n°18, 1974, p239. Laplace reste géomètre.
Ajoutons que Laplace, à la différence de Malus, ne peut prétendre au prix du concours de 1810 sur la double réfraction puisque son mémoire ne comporte pas de mesures, condition spécifiée avec insistance : « *La Classe exige que les auteurs qui suivront cette voie vérifient leurs formules, en les appliquant aux expériences connues et à celles que pourrait indiquer leur théorie.* » in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome III, 1804-1807, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p633.

[18] Pierre-Simon Laplace, "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes" in *Œuvres complètes de Laplace*, tome 12, Gauthier-Villars Editeur, 1898, p269. Ce mémoire fut lu à l'Institut le 30 janvier 1809.

[19] ibidem p273.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

forces…[20]». Comme ces forces n'ont qu'une action sensible à des distances imperceptibles, on peut négliger la courbure qui relie les rayons incident et réfracté. L'application du principe de moindre action sur les parties rectilignes des rayons aboutit à la loi représentative du phénomène en considérant que la vitesse du rayon extraordinaire, dans le cristal, dépend de sa position par rapport à l'axe du cristal.

Evidemment, le mémoire de Laplace n'apporte pas de connaissances nouvelles à propos de la nature du phénomène physique qu'est la double réfraction : la caractérisation des rayons ordinaire et extraordinaire n'est pas spécifiée et on ne comprend pas ce qui les différencie vraiment. D'ailleurs, l'expérience faite par Huygens avec deux spaths à faces homologues et parallèles entre elles, ne peut être davantage expliquée. En tant que géomètre, Laplace fait remarquer la fécondité de l'analyse mathématique. Nous n'allons pas nous attarder davantage sur le travail de Laplace et consacrer nos efforts à celui de Malus, la conceptualisation du phénomène étant son œuvre.

Durant l'année 1808, Malus a procédé à de nombreuses mesures d'angles de réfraction sur différents cristaux et parvient à chiffrer deux rapports constants à partir desquels on trouve tous les trajets des rayons réfractés[21]. Le rapport de la commission qui a examiné le mémoire de Malus est à nouveau élogieux[22] : « *M.Malus les a déterminées* [les deux constantes] *plus précisément que ne l'avait fait Huygens ; en substituant ensuite leurs valeurs dans la formule et comparant ses résultats à ceux d'un grand nombre d'expériences très précises et relatives aux faces naturelles et artificielles du cristal, il a trouvé entr'eux un accord parfait et qui ne laisse aucun doute sur la vérité de la loi découverte par Huygens*[23]». Surtout, le rapporteur signale que Malus a découvert une nouvelle

[20] Pierre-Simon Laplace, "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes" in *Œuvres complètes de Laplace*, tome 12, Gauthier-Villars Editeur, 1898, p270.
[21] L'inverse de ces deux rapports donne ce que nous appelons les indices optiques ordinaire et extraordinaire.
[22] Le mémoire de Malus, déposé le 12 décembre 1808, intitulé "Sur une propriété de la lumière réfléchie ", sera publié seulement dans le tome 2 des *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, 1809, p143-158.
[23] in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome III, 1804-1807, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p146. Les commissaires de ce rapport lu le 19 décembre 1808 sont Laplace, Chaptal, Berthollet et Haüy, rédacteur. Curieusement, ce rapport englobe le phénomène de la double réfraction et celui de la polarisation de la lumière par réflexion.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

propriété acquise par la lumière lors d'une réflexion et qu'il est parvenu aussi à lier cette propriété à la double réfraction[24].

L'expérience des deux spaths faite par Huygens va enfin trouver une explication. Rappelons que cette expérience utilise de la lumière naturelle qui arrive sous incidence normale sur le premier spath d'Islande. Les deux rayons qui en sortent, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, pénètrent le second spath. Trois cas se présentent :

♦les plans de section principale sont parallèles. Seuls deux rayons émergent du second cristal : le rayon ordinaire du premier se réfracte ordinairement, le rayon extraordinaire extraordinairement. Ceux-ci ont sensiblement la même intensité.

♦les plans de section principale sont orthogonaux, le second cristal a été tourné de 90° par rapport au premier, laissant parallèles les faces d'entrée et de sortie de la lumière. Cette fois-ci, les rayons ont interverti leur rôle : le rayon ordinaire du premier cristal se réfracte extraordinairement tandis que le rayon extraordinaire devient ordinaire dans le second cristal. Ils ont encore sensiblement la même intensité.

♦Le cas général est plus complexe : les plans de section principale étant séparés d'un angle quelconque, le second cristal donne quatre rayons dont l'intensité varie en fonction de cet angle.

Ainsi, selon la position relative des plans de section principale des deux cristaux, la lumière n'éprouve pas toujours la double réfraction.

Par ailleurs, Malus a remarqué que la lumière réfléchie sous une incidence de 36° environ par rapport à la surface d'une cuve à eau ne donne pas nécessairement deux rayons réfractés dans le spath qu'elle traverse[25]. En effet, si le plan d'incidence du rayon réfléchi est confondu avec celui de la section principale du cristal, on a un seul rayon réfracté ordinairement[26], et si les deux plans sont orthogonaux, il n'y a toujours qu'un seul rayon, mais réfracté extraordinairement.

[24] Tout porte à croire que Laplace a lu son "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieu diaphanes" en janvier 1809 afin d'empêcher toute tentative d'appropriation du prix par un tiers, de sorte à laisser à Malus le temps d'achever son travail de synthèse entre la double réfraction et les propriétés acquises par la lumière lors d'une réflexion.

[25] Le rayon réfléchi pénètre perpendiculairement la face d'entrée du spath.

[26] « *Le rayon réfléchi par la surface du liquide a donc, dans cette circonstance, tous les caractères d'un rayon ordinaire formé par un cristal dont la section principale serait perpendiculaire au plan de réflexion.* » : E.L Malus, "Sur une propriété de la lumière réfléchie ", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, 1809, p150.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Pour des positions intermédiaires du cristal, c'est-à-dire des angles autres que 0° ou 90°, nous avons l'existence simultanée des deux rayons : Malus en conclut que la réflexion sur la surface diaphane confère à la lumière naturelle des propriétés apparentées à celles de la première calcite de l'expérience de Huygens. Afin de conforter ses premières observations, Malus intervertit les rôles du miroir diaphane et de la calcite.

Ainsi, de la lumière naturelle est doublement réfractée par la calcite. Les deux rayons issus du spath arrivent sur une cuve à eau, qui joue le rôle de miroir diaphane, sous une incidence de 36° par rapport à la surface de l'eau. Pour une position quelconque du plan de section principale du cristal, les deux rayons sont en partie réfléchis et réfractés. En alignant le plan de section principale du rhomboèdre avec le plan d'incidence, Malus constate que le rayon extraordinaire se réfracte complètement mais que le rayon ordinaire reste à la fois réfléchi et réfracté. Une rotation de 90° du rhomboèdre à partir de la position précédente provoque, cette fois-ci, une réfraction complète du rayon ordinaire tandis que le rayon extraordinaire se réfléchit et se réfracte partiellement.

Cette propriété remarquable acquise par la lumière lors d'une réflexion avait échappé à tous avant 1808. Malus s'est assuré de la généralité du phénomène en prenant des cristaux de nature différente et il a montré que la réflexion confère à la lumière cette propriété pour un angle différent selon la nature du corps considéré, que la lumière réfléchie sur les corps en-deçà et au-delà de l'angle qui modifie complètement la lumière naturelle est composée de lumières ayant des propriétés géométriques relatives à deux plans perpendiculaires[27]. Face à cette complexité, il devient urgent de mieux définir la géométrie de toutes ces expériences. Comme Malus a constaté que la lumière modifiée par le premier dispositif et reçue par le second est la raison qui unit toutes les expériences et observations, il décide de caractériser par la géométrie la lumière afin d'obtenir une explication générale de l'ensemble des phénomènes dans la théorie de l'émission.

De sorte à donner à la lumière les caractères géométriques qui lui manquent, Malus imagine une expérience spécifique utilisant deux glaces en verre. Malus la décrit au moyen de trois angles : l'inclinaison du rayon sur chacune des surfaces réfléchissantes et l'angle dièdre fait par les plans d'incidence rapportés à

[27] E.L Malus : "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p239.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

chacune de ces surfaces. On reçoit de la lumière naturelle sous l'incidence de 35°25'. La nouvelle lumière modifiée par cette réflexion « *suit une loi toute différente lorsqu'elle est de nouveau réfléchie par une seconde glace.* [28]» Malus constate un minimum absolu d'intensité lumineuse après la seconde réflexion, c'est-à-dire une extinction, toute la lumière se réfractant, lorsque les angles d'incidence des rayons lumineux sur les deux surfaces valent 35°25' et que les plans d'incidence forment un angle dièdre de 90° entre eux. En revanche, si l'angle dièdre est nul, l'intensité lumineuse est maximale et la réfraction au niveau de la seconde glace nulle. Avant toute mathématisation du phénomène, une géométrisation de l'appareil expérimental était indispensable : c'est ce que Malus est parvenu à faire.

Il indique même, pour la première fois, une loi mathématique qui rend compte de l'influence de l'angle dièdre entre les deux plans d'incidence relatifs aux surfaces réfléchissantes des glaces : « *Si on fait tourner une seconde glace autour du premier rayon réfléchi* a *en faisant constamment, avec lui, un angle de 35°25', et si dans un plan perpendiculaire à ce rayon on conçoit deux lignes l'une* b *parallèle à la première glace, et l'autre* c *parallèle à la seconde, la quantité de lumière réfléchie par celle-ci est proportionnelle au carré du cosinus de l'angle compris entre les lignes* bc*, elle est à son* maximum *quand ces lignes sont parallèles, et nulle lorsqu'elles sont perpendiculaires. En sorte que les limites du phénomène se rapportent à trois axes rectangulaires* abc *dont l'un est parallèle à la direction du rayon, l'autre à la première surface réfléchissante, et enfin le troisième perpendiculaire aux deux premiers.* [29]» Poursuivant, Malus va attribuer aux molécules lumineuses une forme qui assure la liaison indispensable entre la géométrie de l'appareil et les propriétés géométriques acquises par la lumière. Cette géométrisation est plus aisée avec le système de l'émission qu'avec celui des ondes, selon Malus qui donne l'explication suivante : « *Si l'on transporte aux molécules lumineuses les trois axes rectangulaires* abc *auxquels se rapportent les phénomènes que j'ai décrits, et si on suppose que l'axe* a *étant toujours dans la direction du rayon, les axes* b *ou* c *deviennent par l'influence des forces répulsives perpendiculaires à la direction de ces forces ; alors tous les phénomènes de la réflexion totale, de la réflexion partielle, et des circonstances les plus extraordinaires de la double réfraction, deviennent une conséquence les unes des*

[28] E.L Malus : "Sur une propriété des forces répulsives qui agissent sur la lumière", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome2, Mme Veuve Bernard, Paris, 1809, p255-256.
[29] ibidem p257.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

autres et se déduisent de cette loi unique, savoir ; que si on considère dans la translation des molécules lumineuses leur mouvement autour de leurs trois axes principaux a, b, c*, la quantité des molécules dont l'axe* b *ou* c *deviendra perpendiculaire à la direction des forces répulsives, sera toujours proportionnelle au carré du sinus de l'axe que ces lignes auront à décrire autour de l'axe* a*, pour prendre cette direction et réciproquement, la quantité des molécules dont les axes* b *ou* c *se rapprocheront le plus possible de la direction des forces répulsives, sera proportionnelle au carré du cosinus de l'axe que ces lignes auront à décrire dans leur rotation autour de l'axe* a *pour parvenir dans le plan qui passe par cet axe et la direction des forces.* [30]»

A l'aide de cette citation, nous concluons que Malus envisage la répartition des corpuscules lumineux du rayon incident dans deux plans perpendiculaires, de sorte à pouvoir rattacher ce phénomène de réflexion à la double réfraction. Le fait d'attribuer des propriétés géométriques aux corpuscules lumineux aide à l'établissement de lois expérimentales. Malus introduit l'effet de forces, préalable à toute justification mécanique de l'action des corps sur la lumière. Il est maintenant en mesure d'énoncer la loi analytique qui indique la variation de l'intensité des rayons lumineux de la double réfraction, de calculer la vitesse des corpuscules lumineux du rayon extraordinaire par rapport à celle des corpuscules du rayon ordinaire, d'étendre l'étude des réflexion et réfraction partielles.

Dans l'immédiat, il reprend l'expérience faite par Huygens avec les deux spaths, la traduit analytiquement par la loi en cosinus carré, et justifie les observations. Nous sommes dans le cas général pour lequel l'angle entre les plans de section principale des deux spaths est quelconque. Il y a quatre rayons distincts qui sortent du second spath : « *La quantité de lumière contenue dans chacun de ces quatre rayons est variable ; elle dépend de l'angle compris entre les sections principales. ...si on représente par Q la quantité de lumière contenue dans le rayon incident, par (1-m).Q la quantité de lumière absorbée par le premier cristal...* [31]»,

[30] E.L Malus : "Sur une propriété des forces répulsives qui agissent sur la lumière", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome2, Mme Veuve Bernard, Paris, 1809, p260-261.
[31] E.L Malus : "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p413-414.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

on obtient pour les deux rayons à la sortie du premier spath, l'un ordinaire $\overset{o}{F}$, l'autre extraordinaire $\overset{e}{F}$, chacun contenant la moitié de la lumière transmise :

$$\overset{o}{F} = \frac{m.Q}{2} \quad ; \quad \overset{e}{F} = \frac{m.Q}{2}$$

« *La quantité de lumière contenue dans les quatre rayons émergents du second rhomboïde sera m².Q ; et si on nomme i l'angle compris entre les sections principales des deux cristaux, les intensités seront représentées par :*

$$\overset{oo}{F} = \frac{m^2 Q.\cos^2 i}{2} \; ; \overset{oe}{F} = \frac{m^2 Q.\sin^2 i}{2} \; ; \overset{ee}{F} = \frac{m^2 Q.\cos^2 i}{2} \; ; \overset{eo}{F} = \frac{m^2 Q.\sin^2 i}{2}$$ » [32]

Malus précise que l'exposant :
oo correspond au rayon réfracté ordinaire par le premier cristal puis réfracté ordinairement par le second ;
oe correspond au rayon réfracté ordinaire par le premier cristal puis réfracté extraordinairement par le second ;
ee correspond au rayon réfracté extraordinaire par le premier cristal puis réfracté extraordinairement par le second ;
eo correspond au rayon réfracté extraordinaire par le premier cristal puis réfracté ordinairement par le second.

La loi en cosinus carré est d'autant mieux acceptée qu'il n'existe pas d'appareil capable de donner une mesure précise d'intensité lumineuse. Malus n'a donné ici qu'une loi expérimentale du phénomène et ne la justifie pas par la mécanique[33].

En revanche, le phénomène de réfraction, qu'elle soit ordinaire ou extraordinaire, est justifié en considérant l'action de forces qui agissent en surface des corps. La détermination de la vitesse de la lumière des rayons réfractés est typique de la théorie corpusculaire de la lumière : « *Les molécules de lumière contenues dans le rayon incident se mouvant en ligne droite, on doit en conclure*

[32] E.L Malus : "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p415. Nous avons scrupuleusement respecté la notation de Malus. La puissance 2 des fonctions trigonométriques par lesquelles l'angle i est traduit ne repose sur aucune mesure expérimentale précise. La puissance 2 tombe sous le sens, par simplicité, sinon les relations pourraient être beaucoup plus compliquées. Cette valeur satisfait la "conservation de la quantité de lumière", puisqu'on a $\cos^2 i + \sin^2 i = 1$.

[33] Malus étudie ensuite l'influence de l'obliquité du rayon incident sur les intensités des rayons réfractés. Suit alors un développement analytique assez compliqué, puis vient le cas très général où on a taillé des faces artificielles dans le cristal. ibidem p415-424.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

qu'elles n'éprouvent l'action du cristal qu'à une distance insensible de la surface, et comme le rayon réfracté extraordinairement est également dirigé en ligne droite dans l'intérieur du cristal, il s'ensuit aussi que l'action des forces réfringentes ne s'étend intérieurement qu'à une distance insensible de la surface. Cette considération range les forces dont nous avons à calculer l'effet dans la classe de celles qui décroissent très rapidement avec les distances… [34]» Malus, comme Newton et Laplace, attribue la réfraction ordinaire, assimilée à une réfraction simple, à des forces attractives. Pour expliquer la réfraction extraordinaire, il fait intervenir l'action d'une force répulsive qui contrarie la force attractive de la réfraction ordinaire selon la position du rayon extraordinaire par rapport à l'axe du cristal. Malus déduit alors l'expression de u², carré de la vitesse de la lumière du rayon extraordinaire : « $u^2 = \frac{1}{b^2} - \frac{a^2 - b^2}{a^2.b^2}.\sin^2\mu$, *et le carré de la vitesse de la lumière dans le rayon réfracté ordinairement étant* $\frac{1}{b^2}$, *on voit qu'en vertu de la force qui produit la réfraction extraordinaire, le carré de la vitesse est diminué d'une quantité* $\frac{a^2 - b^2}{a^2 b^2}.\sin^2\mu$, *$\mu$ étant l'angle compris entre le rayon réfracté extraordinairement et l'axe du cristal, ce qui indique que dans tous les cas cet effet extraordinaire est dû à une force répulsive.* [35]»

Malus a observé puis a géométrisé tous ces nouveaux phénomènes pour les traduire en lois expérimentales. En attribuant une géométrie aux molécules lumineuses, il les caractérise de sorte à expliquer leur appartenance à un des rayons réfractés. Mais aucune justification de cette appartenance à l'un des rayons n'est possible faute d'informations précises à propos des forces qui produisent le phénomène. Malus ne peut que relier entre eux les effets de ces forces, sans espoir de parvenir à les caractériser : « *Je ne prétends pas indiquer la cause de cette propriété générale des forces répulsives qui agissent sur la lumière, je donne seulement les moyens de lier entre eux les phénomènes, de les prévoir par le calcul et de les mesurer avec exactitude ; de même en rapportant les formes des molécules lumineuses à trois angles rectangulaires, comme le seraient ceux d'un octaèdre, je*

[34] E.L Malus : "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p334-335.
[35] ibidem p351-352. Les quantités a et b sont les inverses des valeurs numériques de nos indices optiques ordinaire et extraordinaire actuels qui permettent la construction de l'ellipsoïde des indices.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

ne préjuge rien sur la forme réelle de ces molécules, mais je présente ce résultat comme une conséquence du calcul auquel m'a conduit l'analyse des phénomènes que j'ai observés. [36]» Toutes les observations faites par Malus n'ont pas encore d'explications satisfaisantes : les propriétés acquises par la lumière lors d'une réflexion sur une glace ne sont pas bien comprises, toutes les molécules lumineuses ne se réfléchissant pas. En revanche, la double réfraction agit sur toutes les molécules lumineuses qui pénètrent la calcite. Même si les propriétés acquises par ces molécules lors d'une réflexion sont apparentées à celles de la double réfraction, il manque une notion universelle qui donnera une unité conceptuelle, tout en ne cessant pas de différencier leur cause : « *Il est probable que toute la lumière produite par la réflexion partielle, est polarisée comme celle qui a été soumise à l'action d'un cristal ; mais comme le rayon réfléchi contient à la fois les molécules qui sont polarisées dans un sens et celles qui sont polarisées dans l'autre, il présente dans sa décomposition par un prisme de spath calcaire, les mêmes propriétés qu'un rayon naturel ; et ce n'est que sous l'angle de réflexion, où toutes les molécules sont polarisées de la même manière, que cette modification de la lumière devient sensible et incontestable. La force qui polarise la lumière est en quelque sorte indépendante de celle qui produit la réfraction extraordinaire ; car une molécule de lumière qui a déjà été polarisée et réfractée ordinairement ou extraordinairement, est réfractée ordinairement ou extraordinairement de la même manière qu'une molécule de lumière directe qui tombe sous le même angle sur la surface réfringente. Les forces qui polarisent agissent également et en sens contraire sur les deux pôles de la molécule de lumière; en sorte qu'elles n'impriment aucun mouvement à son centre de gravité. Leur action est analogue à celle que le magnétisme terrestre exerce sur un barreau aimanté.* [37]»

[36] E.L Malus, " Sur une propriété des forces répulsives qui agissent sur la lumière", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome2, 1809, Mme Veuve Bernard, Paris, p267.

[37] E.L. Malus, "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, p447-448. Cette référence à l'existence de pôles possédés par chaque molécule se trouve déjà chez Newton. Les questions 25 et 26 du *Traité d'Optique* examinent la double réfraction et reprennent l'expérience des deux spaths superposés. Newton arrive à la conclusion que « *chaque rayon de lumière a donc deux côtés opposés, doués originairement d'une propriété d'où dépend la réfraction extraordinaire, et deux autres côtés opposés qui n'ont pas cette propriété.* » in Isaac Newton, *Traité d'optique*, question 26, seconde édition traduite par Coste en 1722, p433.
Il ajoute de manière explicite à la question 29, p450 : « *et puisque le cristal n'agit sur les rayons par cette vertu particulière, que lorsque l'un de leurs côtés à réfraction extraordinaire, est tourné vers cette plage du cristal ; il s'ensuit delà, que dans ces côtés des rayons il y a aussi une vertu ou disposition qui correspond à cette disposition du cristal, ainsi que les rôles de deux aimants correspondent l'un à l'autre.* »

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Le mouvement d'orientation des molécules lumineuses est considéré comme un effet général des corps sur la lumière, quel que soit l'effet observé. Cette nouvelle terminologie, imagée par la rotation d'un barreau aimanté, renvoie à un mouvement mécanique, et incidemment à une lumière formée de corpuscules.

Malus a signalé que la surface de réflexion de la cuve à eau exerce le même effet sur la lumière que le plan de section principale d'un cristal, ce qui laisse supposer une identité de leur rôle. Les phénomènes produits par la réflexion diffèrent principalement de ceux de la double réfraction par l'étendue de leur action : les premiers sont partiels, alors que les seconds concernent toute la lumière reçue. Comme les propriétés géométriques acquises par la lumière au moyen d'une réflexion ou par la double réfraction paraissent indiscernables, une même modification des rayons lumineux doit pouvoir en rendre compte. Avant de désigner cette modification, Malus entreprend une dernière série de vérifications expérimentales.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 7:

Les différentes polarisations

Malus complète ses expériences ; les nouveautés qu'elles révèlent vont l'obliger à rendre plus générale leurs explications sans que celles-ci ne perdent de leur signification.

Il place une glace de verre éclairée par de la lumière naturelle sous l'incidence qui polarise complètement et étudie les lumières réfléchie et transmise : « *Ce phénomène se réduit en dernière analyse à ceci : lorsqu'un rayon de lumière tombe sur une glace de verre, en formant avec elle une incidence de 35°25', toute la lumière qu'elle réfléchit est polarisée dans un sens. La lumière qui traverse la glace est composée, 1° d'une quantité de lumière polarisée dans le sens contraire à celle qui a été réfléchie, et proportionnelle à cette quantité ; 2° d'une autre portion non modifiée, et qui conserve les caractères de la lumière directe. Ces rayons polarisés ont exactement toutes les mêmes propriétés de ceux qu'on a modifiés par les cristaux qui donnent la double réfraction ; ainsi ce que j'ai dit d'ailleurs de ceux-ci peut s'appliquer sans restriction aux premiers.* [1]»

Donc la partie de la lumière qui est réfléchie, est complètement polarisée. Malus étudie alors le reste de la lumière qui se trouve réfractée. Pour cela, il lui fait traverser une nouvelle glace parallèle à la première. Il construit l'ébauche du dispositif de la pile de glaces - constitué de davantage de glaces, au moins une dizaine - et effectue ce que l'on pourrait nommer une "analyse de la lumière" : « *Toutes les fois qu'on produit, par un moyen quelconque, un rayon polarisé, on obtient nécessairement un second rayon polarisé dans un sens diamétralement opposé, et ces rayons suivent des routes différentes. La lumière ne peut pas recevoir*

[1] E.L Malus, " Sur de nouveaux phénomènes d'optique", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, 1811, p108. Ce travail fait en collaboration avec Biot est lu le 11 mars 1811 à l'Institut.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

cette modification dans un sens, sans qu'une partie proportionnelle ne la reçoive dans un sens contraire… On peut donc dire en général que toute la lumière qui a éprouvé l'action d'un corps par réflexion ou par réfraction, contient des rayons polarisés dont les pôles sont déterminés relativement au plan de réflexion ou de réfraction. Cette lumière a des propriétés et des caractères que n'a pas celle qui nous parvient directement des corps lumineux. [2]»

Les propriétés acquises par la lumière lors d'une réflexion ou d'une réfraction ont été observées avec justesse par Malus, mais à l'aide de cette citation, on peut juger de son embarras, n'ayant pas de terme adéquat pour exprimer la modification de l'orientation des molécules lumineuses. Finalement, il se décide à nommer cette orientation, indépendamment de la cause qui la provoque, en la référant aux axes des molécules lumineuses : « *en donnant à ces côtés le nom de pôles, j'appellerai polarisation la modification qui donne à la lumière des propriétés relatives à ces pôles. J'ai tardé jusqu'à présent à admettre ce terme dans la description des phénomènes physiques dont il est question ; je n'ai pas osé l'introduire dans les Mémoires où j'ai publié mes dernières expériences ; mais les variétés qu'offre ce nouveau phénomène, et la difficulté de les décrire, me forcent à admettre cette nouvelle expression, qui signifie simplement la modification que la lumière a subie en acquérant de nouvelles propriétés qui ne sont pas relatives à la direction du rayon, mais seulement à ses côtés considérés à angle droit et dans un plan perpendiculaire à sa direction.* [3]» Malus dispose maintenant d'un outil conceptuel qu'il hésite encore à utiliser, et continue d'étudier les propriétés de polarisation de la lumière réfractée par une glace. Pour cela, il polarise[4] complètement la lumière incidente qui arrive sur une lame de verre placée sous incidence de polarisation complète, la lumière réfractée par cette lame étant analysée au moyen d'un spath d'Islande dont le plan de section principale est parallèle à celui de polarisation du rayon incident.

Lorsque le plan d'incidence de la glace est parallèle au méridien et coïncide avec le plan de polarisation de la lumière incidente - plan de direction Nord-

[2] E.L Malus, " Sur de nouveaux phénomènes d'optique", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, 1811, p108-109.
[3] ibidem p108. Jusqu'à maintenant, il n'avait été question que de pôles et d'orientation de molécules ou de rayons.
[4] A cette occasion, Malus indique pour la première fois que pour polariser un rayon lumineux, il suffit de lui faire traverser un cristal donnant la double réfraction. On peut aussi obtenir le même résultat au moyen d'une réflexion sur une lame placée sous l'incidence qui polarise complètement la lumière.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Sud pris pour origine - la lumière réfléchie partiellement est polarisée suivant ce plan et la partie transmise par la glace est aussi réfractée suivant le méridien, c'est-à-dire que le spath analyseur la réfracte en un seul rayon ordinaire. Malus ne modifie pas son appareil expérimental, le spath restant dans la même position, et « *Si actuellement on fait tourner la glace autour du rayon vertical comme axe, de manière que le plan d'incidence s'approche, par exemple, de la position nord-ouest, la quantité de lumière qu'elle réfléchit diminue, mais elle est complètement polarisée par rapport au nouveau plan d'incidence ; la lumière réfractée augmente proportionnellement à la quantité dont la lumière réfléchie diminue : mais cette lumière qui s'ajoute à celle qui traversait la glace dans sa première position, se trouvant polarisée par rapport au nouveau plan d'incidence, se décompose en deux rayons en traversant le rhomboïde inférieur ce qui donne naissance, dans ce cas-ci, à un rayon extraordinaire qui atteint son* maximum *d'intensité lorsque la glace a fait un demi-quart de révolution, c'est-à-dire lorsque le plan d'incidence est dans la direction du nord-ouest. Dans cette position, la glace réfléchit la moitié de la lumière qu'elle réfléchissait dans le premier cas.* [5]»

Si l'on poursuit la rotation de la seconde glace vers l'azimut ouest, la lumière réfléchie diminue encore d'intensité, mais « *la lumière réfractée augmente dans la même proportion : le rayon extraordinaire produit par le rhomboïde inférieur diminue d'intensité, tandis que le rayon ordinaire devient de plus en plus intense. Enfin, lorsque la glace a fait un quart de révolution, elle ne réfléchit plus une seule molécule de lumière, et le rayon qu'elle transmet au cristal inférieur est réfracté en un seul faisceau ordinaire.* [6]»

Donc, la lumière réfléchie diminue lors de la rotation de la glace du plan du méridien jusqu'à celui en ouest, c'est-à-dire lorsqu'on a effectué une rotation de 90°. C'est la loi suivant le $\cos^2 i$, l'angle i séparant le plan primitif de la lumière incidente de celui de réflexion propre à la glace. Le rayon extraordinaire de l'analyseur est nul pour i = 0° ou 90° et maximum pour l'angle intermédiaire de 45°. Et Malus de conclure : « *En supposant donc que la glace fasse une révolution entière, la lumière réfléchie a deux* maxima *répondant aux positions N. et S., et deux* minima *absolus répondant aux positions E. et O. ; mais la lumière réfractée*

[5] E.L Malus, "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p113-114.
[6] ibidem p114.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

extraordinairement a quatre minima *absolus répondant aux positions N. S. E. et O., et quatre* maxima *répondant aux positions NO.SE.NE.SO.* [7]»

En résumé, Malus a observé la polarisation des lumières réfléchie et réfractée lorsqu'on fait tourner la glace autour de l'axe vertical tout en laissant le spath immobile : les variations des polarisations de ces deux rayons l'ont porté à croire en une polarisation par réfraction[8] propre aux lames épaisses isotropes. Il a bien remarqué que les intensités des rayons réfléchi et réfracté varient de manière complémentaire et aussi selon la position de la section principale du spath analyseur (Voir notre **annexe 1**). Malus a proposé de caractériser - le terme est plus adéquat que mesurer - l'intensité de la lumière réfractée pour le cas où le rayon extraordinaire du spath analyseur présente un maximum au moyen d'une rotation du spath analyseur. Il démontre à cette occasion, en se contentant d'énoncer littéralement une relation que nous donnons en **annexe 2**, que l'intensité présente un maximum et un minimum[9]. Il va plus loin et s'intéresse aussi aux changements provoqués par la variation de l'inclinaison de la lame épaisse isotrope, profitant de cette étude pour souligner à nouveau la singularité de l'incidence qui produit la polarisation complète de la lumière réfléchie[10].

Malus ne propose pas les mesures qu'il a faites à partir des dispositifs qu'il a décrits et n'indique pas de relations analytiques[11], mais transmet à ses successeurs l'idée qu'une partie de la lumière - qui sera nommée O - n'est pas affectée par la traversée de la lame, alors que l'autre partie - qui sera dénommée E - complémentaire en quantité à O est modifiée par l'action de la lame. On retiendra surtout le cas particulier de l'incidence donnant la polarisation complète[12], tout ceci

[7] E.L Malus, "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p115.

[8] A notre connaissance, Malus ne l'a jamais désignée explicitement, mais la compréhension de ces écrits ne prêtent pas à confusion. Surtout, Arago et Biot, ses successeurs immédiats, propageront l'existence d'une "polarisation par réfraction" et la nommeront ainsi.

[9] E.L Malus, "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p115-116. Il s'agit du paragraphe numéroté 2°.

[10] ibidem p116-117. Il s'agit du paragraphe numéroté 3°.

[11] Pour être exact, nous ne connaissons, grâce à la complicité de Biot, que celle rapportée en **annexe 2.**

[12] Comme nous allons le constater immédiatement, Arago, lorsqu'il fait l'étude de la polarisation de la lumière des anneaux de Newton qu'il rapporte dans son "Mémoire sur les couleurs des lames minces", met l'accent sur le cas où l'incidence est celle de la polarisation complète. in *Oeuvres complètes de F.Arago*, tome 10, p1-35.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

faisant croire à une méprise de Malus qui n'aurait étudié que cette situation particulière. Les travaux ultérieurs de Biot et d'Arago ont pour fondement les résultats spécifiques à l'incidence de polarisation complète.

Durant l'année 1811, la santé de Malus décline. Il meurt le 23 février 1812 alors qu'il était devenu membre de la Première Classe de l'Institut en août 1810 et que la Royal Society lui avait décerné la médaille Rumford en mars 1811. Il transmet à Arago et à Biot qu'ils côtoient comme membre de la Société d'Arcueil un ensemble théorique et expérimental étendu, un véritable patrimoine scientifique de la théorie corpusculaire. Il a encore la force de proposer un appareil expérimental propre à l'étude des cristaux que nous détaillons.

Le plus couramment, le spath analyseur est tourné pour indiquer l'orientation du plan de polarisation d'un rayon. Malus propose de déterminer le plan de section principale d'une lame biréfringente, les orientations du plan primitif de polarisation du rayon incident et celui de la section principale du spath analyseur étant connues et laissées fixes. Pour faciliter cette détermination, Malus choisit de remplacer le spath analyseur par une glace inclinée de sorte à produire la polarisation complète[13]. Quand le plan d'incidence de cette glace forme un angle dièdre de 90° avec le plan primitif de polarisation - nous dirions maintenant que polariseur et analyseur sont croisés - l'œil placé derrière la glace, donc dans le prolongement du rayon polarisé incident, reçoit toute la lumière. L'insertion d'une lame biréfringente[14] modifie l'intensité de la lumière reçue, intensité qui atteint l'extinction lorsque le plan de section principale de la lame est perpendiculaire ou parallèle au plan d'incidence de la glace. En revanche, dès que l'on tourne la lame, « *l'œil reçoit alors une certaine quantité de lumière réfléchie*[15]*, qui est à son* maximum *quand la section principale du cristal a décrit autour de la verticale un angle de 45°, et qui devient nulle de nouveau quand la section principale a décrit un quart de circonférence* [16]». Ce dispositif expérimental sera celui utilisé par Biot lors de l'étude des couleurs provoquées par les lames cristallines.

Biot, dans son *Traité de physique*, considère ce phénomène de la polarisation par réfraction lorsque l'incidence est celle de la polarisation complète. Il donne alors des lois analytiques qui seront utilisées dans d'autres situations. in J.B Biot, *Traité de physique*, tome 4, Deterville, 1816, Paris, p295-304.

[13] Les deux moyens d'analyse sont utilisés par tous à cette époque. Avec une glace pour analyseur, il est plus aisé de repérer les extremums d'intensité.

[14] suffisamment épaisse pour ne pas produire de coloration.

[15] Malus cite par ceci la lumière polarisée par réflexion au moyen de la première glace.

[16] E.L Malus, "Sur l'axe de réfraction des cristaux et des substances organisées" in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p144. La recherche du plan de section

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Il revient à François Arago de faire de nouvelles découvertes relatives à la polarisation. De retour à Paris en juillet 1809 après un voyage d'études géodésiques mouvementé[17] en compagnie de Biot, il est élu académicien en septembre de la même année et reprend ses recherches sur la vitesse de la lumière commencées avant son départ en 1806 [18]. Après 1810, ce sujet d'optique est mis de côté par Arago qui porte son attention sur les nouveaux phénomènes de polarisation. En ce début d'année 1811, il fait des expériences sur la polarisation de la lumière des anneaux colorés de Newton[19].

D'après les travaux de Malus, Arago pense que la lumière des anneaux réfléchis et transmis possède une polarisation qui pourrait être à l'origine de leur formation : « *les physiciens se sont beaucoup occupés de l'étude des lois suivant lesquelles naissent ces couleurs, et sont parvenus à plusieurs résultats importants ; quant à la cause qui les produit, elle est toujours enveloppée d'une grande obscurité* [20] ». Arago analyse, au moyen d'un spath d'Islande, la lumière des anneaux réfléchis produits par une mince lame d'air éclairée en incidence perpendiculaire, et constate que les deux images fournies par le rhomboèdre sont d'égale intensité. Il diminue l'angle d'incidence de la lumière qui éclaire le dispositif et remarque l'extinction d'une des images du spath analyseur pour un angle d'incidence de 55° environ, lequel donne la polarisation complète. Au-delà de cette valeur de l'angle

principale nécessite deux ou trois opérations successives suivant les cas. Malus propose de "faire des sections dans le cristal", donc de le tailler, afin d'obtenir des faces perpendiculaires à la direction de l'"axe du cristal", c'est-à-dire à la direction d'isotropie. Alors, le cristal devient isotrope pour un rayon perpendiculaire, et ne provoque plus de "dépolarisation". L'œil placé derrière la glace servant d'analyseur ne perçoit plus de lumière, quelle que soit la rotation du cristal ainsi taillé.
La "dépolarisation" est le changement de plan de polarisation d'un rayon provoqué par un moyen quelconque, une réflexion ou la double réfraction d'un cristal. Cette notion sera souvent reprise par Arago et Biot, et apparaît pour la première fois dans le mémoire de Malus, "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p119.

17 François Arago, "Histoire de ma jeunesse", in *Œuvres complètes*, tome1, p1-102, Gide et Baudry éditeurs, Paris, 1854, réimpression Christian Bourgois, 1985, Paris. L'aventure d'Arago s'étend sur trois années de 1806 à 1809.

18 Les *procès-verbaux des séances de l'Académie* indiquent trois lectures de notes ou mémoires les 1er septembre 1806, 4 septembre 1809 et 10 décembre 1810. Cependant, il n'y a pas de publication dans les mémoires de la Première Classe, les résultats n'étant pas à la hauteur des espérances. in Jean Eisenstaedt, *Avant Einstein*, chapitre 10 "L'expérience d'Arago", p181-206.
Finalement, Arago fait imprimer son "Mémoire sur la vitesse de la lumière, lu à la Première Classe de l'Institut le 10 décembre 1810" dans le volume 36 des *Comptes-rendus de l'Académie des sciences* pour l'année… 1853, c'est-à-dire à une époque où la théorie corpusculaire de la lumière est abandonnée par presque tous les physiciens.

19 Malus évoque succinctement le travail d'Arago dans son mémoire " Sur de nouveaux phénomènes d'optique", lu le 11 mars 1811.

20 F. Arago, "Mémoire sur les couleurs des lames minces", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p1.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

d'incidence, la série d'anneaux éteints réapparaît : tout semble conforme aux descriptions faites par Malus.

En revanche, l'analyse des anneaux transmis réserve une surprise : il y a bien deux séries d'anneaux pour une incidence quelconque et une seule pour l'incidence de polarisation complète, mais dans ce cas, celle qui existe a le même plan de polarisation que la série d'anneaux réfléchis. Selon Malus, la lumière réfractée doit posséder, en partie, une polarisation perpendiculaire au plan d'incidence. Arago, dubitatif, conclut momentanément que « *dans le phénomène des anneaux, la lumière blanche est décomposée en deux portions distinctes et colorées qui, suivant des routes différentes, sont cependant polarisées de la même manière, tandis que, dans le phénomène général découvert par Malus, les parties du faisceau incident, transmises ou réfléchies, sont polarisées en sens contraires.* [21]» Arago cherche à comprendre ce qui semble une anomalie.

Pour cela, il forme des anneaux colorés avec de la lumière polarisée. Afin d'éviter l'utilisation d'un système qui polarise la lumière naturelle et pour rendre la manipulation plus aisée, il remplace la lame supérieure en verre du dispositif formant les anneaux par une lame taillée dans de la calcite[22]. Eclairant le tout sous incidence de polarisation complète, chaque image du spath analyseur s'éteint alternativement deux fois lors de la rotation du dispositif. Ainsi, à chaque quart de tour, l'une des images s'éteint [23]. Arago conclut que « *les disparitions successives des deux séries d'anneaux tiennent premièrement à ce que, dans chaque quart de révolution de la plaque de spath calcaire, un des faisceaux qu'elle fournit parvient à cette situation où il pénètre le verre en totalité, et deuxièmement à ce que lorsqu'un faisceau échappe à la réflexion partielle, il échappe également à l'action*

[21] F. Arago, "Mémoire sur les couleurs des lames minces", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p16. Il est curieux que Arago soit surpris et hésite à donner une explication, d'autant que Malus ne semble pas troublé. Ainsi, ce dernier, le mois suivant, c'est-à-dire le 11 mars 1811, glisse dans son mémoire : « *L'observation curieuse que M. Arago a rapportée dernièrement à la Classe, semblerait seule au premier coup d'œil faire exception au cas général. Il a remarqué que les anneaux colorés par transmission présentaient le phénomène de la polarisation ; et, dans ce cas-ci, les bandes les plus tranchantes semblaient être polarisées dans le même sens que la lumière réfléchie ; mais en songeant aux causes de ce phénomène, on s'aperçoit qu'il n'est pas une exception à la règle générale* » : E.L Malus, "Mémoire sur de nouveaux phénomènes d'optique", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p109. Cependant, Malus ne développe pas cette remarque.

[22] Ce dispositif astucieux a l'avantage de servir de polariseur pour la lumière incidente et d'analyseur pour celle des anneaux réfléchis. Les anneaux transmis réclament l'usage d'un spath d'Islande pour analyser leur lumière.

[23] Dans chacune des positions intermédiaires à celles donnant l'extinction, les deux images sont d'intensité égale et maximale.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

des forces qui décomposent la lumière ordinaire en anneaux, ce que nous voulions démontrer. [24]» Donc, les règles de la réflexion partielle découvertes par Malus ne souffrent aucune exception puisque la lumière est intégralement réfractée - échappant ainsi à toute réflexion même partielle - si sa polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence et si l'angle d'incidence est celui de la polarisation complète.

Cependant, la deuxième partie de la citation d'Arago sous-entend une conséquence néfaste pour la cohérence de la théorie corpusculaire. Newton avait démontré que les caractéristiques des anneaux colorés sont fonction de l'épaisseur de la lame et de l'incidence de la lumière. La complémentarité des teintes des anneaux réfléchis et transmis et la périodicité de ceux-ci s'expliquent de façon satisfaisante au moyen de la théorie des accès de facile réflexion et de facile transmission. Or, bien que les conditions géométriques soient remplies pour l'existence des anneaux, ils peuvent ne pas se former : il existe donc des situations où l'état de polarisation de la lumière prime sur ces conditions géométriques, c'est-à-dire sur l'action des accès. Les forces responsables de la polarisation des molécules lumineuses, à certaines occasions, semblent s'imposer sur les forces de réflexion et de réfraction ordinaires. Mais, à ce sujet, Arago n'infère rien.

D'autres phénomènes qui présentent des colorations retiennent l'attention d'Arago. Ainsi, en regardant un objet recouvert de vernis, sous incidence forte lors d'un coucher de Soleil et en direction de l'astre, Arago observe une teinte - vert sale tirant vers le bleu - qui se change en pourpre très vif quand il se tourne de 90° par rapport au Soleil. En poursuivant la rotation d'un quart de tour, donc dans la direction opposée au Soleil, la teinte repasse à celle d'origine. Il remarque que le changement de teinte se produit progressivement lors de la rotation, que les teintes observées dépendent de l'angle d'incidence. En particulier, « *…sous l'angle de 35°, elles étaient très visibles dans l'azimut du Soleil et dans le sens opposé ; au nord et au sud, on en voyait aucune trace ; plus obliquement, les couleurs changeaient continuellement de nature suivant que tel ou tel autre point du ciel envoyait des rayons sur le couvercle, mais avec cette particularité remarquable que les nuances*

[24] F. Arago, "Mémoire sur les couleurs des lames minces", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p21. Il faut attendre le développement de la théorie ondulatoire pour justifier de l'existence des anneaux réfléchis et transmis selon la polarisation et l'incidence de la lumière. Voir E.Verdet, in *Leçons d'optique physique*, tome2, Imprimerie impériale, Paris, 1870, p489-500.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de l'est et de l'ouest étaient toujours complémentaires de celles du nord et du sud [25]» et Arago ajoute : « *…l'expérience ne réussit que par un temps serein* [26]». Arago sait que c'est la fine couche de laque qui recouvre certains objets métalliques qui génère les colorations. De-là à l'observation des teintes produites par des lames minces de cristaux, il n'y a qu'un pas.

En août 1811, Arago publie le résultat de ses dernières recherches : « *En examinant, par un temps serein, une lame assez mince de mica, à l'aide d'un prisme de spath d'Islande, je vis que les deux images qui se projetaient sur l'atmosphère n'étaient pas teintes des mêmes couleurs : l'une d'elles était jaune verdâtre, la seconde rouge pourpre, tandis que la partie où les deux images se confondaient était de la couleur naturelle du mica vu à l'œil nu. Je reconnus en même temps qu'un léger changement dans l'inclinaison de la lame par rapport aux rayons qui la traversent, fait varier la couleur des deux images, et que si, en laissant cette inclinaison constante et le prisme dans la même position, on se contente de faire tourner la lame de mica dans son propre plan, on trouve quatre positions à angle droit où les deux images prismatiques sont du même éclat et parfaitement blanches. En laissant la lame immobile, et faisant tourner le prisme, on voyait de même chaque image acquérir successivement diverses couleurs, et passer par le blanc après chaque quart de révolution.* [27] »

La complémentarité des teintes des deux images incite Arago à se référer aux travaux de Newton. Cependant, l'analogie s'arrête à la comparaison exclusive de ces teintes. En effet, celles-ci ne se révèlent qu'avec un système analyseur, n'existent qu'à la condition d'éclairer le dispositif avec une lumière incidente polarisée[28], peuvent être modifiées par la rotation d'un des éléments du dispositif[29], changent avec l'incidence, alors qu'avec l'expérience "classique" des

[25] F. Arago, "Mémoire sur les couleurs des lames minces", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p33.
[26] ibidem p32. Arago entame la description de l'expérience de la polarisation colorée en de mêmes termes…
[27] F. Arago, "Mémoire sur la polarisation colorée", in *Oeuvres complètes*, tome 10 , p 37-38.
[28] « *…par un temps entièrement couvert les deux images ne présentaient pas les moindres traces de coloration…tandis que par un temps serein, ces rayons, dans chaque direction, sont plus ou moins fortement polarisés suivant la direction du Soleil. Ce rapprochement devait naturellement me conduire à examiner l'influence de la polarisation préalable des rayons sur les couleurs auxquelles ils donnent naissance lorsqu'ils tombent sur un cristal doué de la double réfraction, après avoir traversé une lame de mica.* » ibidem p 40.
[29] « *… qu'il y a quatre positions respectivement rectangulaires de la lame, dans lesquelles elle n'exerce aucune influence sur les rayons polarisés qui la traversent ; et qu'en faisant tourner le*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

anneaux de Newton, une lumière naturelle suffit à les créer, leur observation étant directe : Arago vient de découvrir une nouvelle polarisation, qu'il dénomme *polarisation colorée*.

Le dispositif expérimental mis en œuvre mérite quelques précisions. Arago utilise directement la lumière solaire plus ou moins polarisée, sans la polariser davantage. On obtient une observation meilleure avec des miroirs diaphanes inclinés sous incidence de polarisation complète pour polariser et pour analyser. Avant d'insérer la lame cristalline, on aligne les plans d'incidence de l'analyseur et du polariseur, nous dirions actuellement qu'analyseur et polariseur sont parallèles. La lumière réfléchie par l'analyseur est donc intense et blanche, celle réfractée nulle. Si on insère la lame cristalline, la lumière analysée reste blanche lorsque son axe est parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence. En tournant la lame, on observe, comme l'indique Arago, une teinte qui émerge de la lumière blanche jusqu'à ce que l'angle décrit vaille 45°, angle pour lequel cette teinte atteint le maximum de son éclat. Si on poursuit la rotation de la lame, la teinte se délave à nouveau pour redevenir blanche quand l'angle vaut 90°. Ceci se répète dans les trois autres quadrants[30]. Bien sûr, l'analyse de la lumière qui a traversé la lame de mica peut se faire avec un spath d'Islande.

Et Arago interprète cette observation comme il suit : « *il résulte, comme on voit, de ce que je viens de rapporter, qu'on peut, à l'aide d'une simple lame mince de mica et d'un cristal doué de la double réfraction, séparer successivement de la lumière blanche les divers rayons colorés dont elle se compose. Cette méthode ne donne pas, il est vrai, des couleurs parfaitement pures…*[31]. Il déduit que la lame de mica *dépolarise* la lumière initiale, c'est-à-dire tourne les pôles des molécules lumineuses d'une certaine teinte dans un azimut qui est propre à celle-ci. Ainsi, des molécules lumineuses du faisceau polarisé incident sont enlevées à l'azimut primitif dans lequel leurs pôles étaient alignés. C'est ce phénomène que

rhomboïde, la plaque de mica restant immobile, on verra les deux images complémentaires passer par le blanc après chaque quart de révolution du cristal, du moins dans les incidences perpendiculaires » F. Arago, "Mémoire sur les couleurs des lames minces", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p41-42.

[30] Bien sûr, lorsqu'on laisse la lame mince fixe et qu'on tourne le miroir analyseur, alors la lumière que celui-ci réfléchit passe par toutes sortes de couleurs *prismatiques*, comme le constate initialement Arago lorsqu'il observe l'une des images fournies par un cristal analyseur.

[31] F. Arago, "Mémoire sur la polarisation colorée", in *Oeuvres complètes*, tome 10 , p 48-49.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'auteur dénomme *dépolarisation*[32], terme déjà présent dans les mémoires de Malus[33]. Si les molécules lumineuses sont tournées dans un plan perpendiculaire au plan primitif de polarisation, on parle alors de *dépolarisation complète*. Mais Arago ne dépasse pas le stade de l'observation et ses résultats sont essentiellement qualitatifs[34]. Ainsi, le développement de cette partie de l'optique va lu échapper. Biot ne tarde pas à décrire analytiquement ce phénomène et à l'insérer dans le système du monde de Laplace.

Cependant, les investigations d'Arago ne s'arrêtent point aux lames minces : « *J'ai trouvé, en effet, une plaque de cristal de roche de plus de 6 millimètres d'épaisseur, qui, placée dans les mêmes conditions que les lames de mica et de sulfate de chaux, a donné naissance à des phénomènes fort remarquables et analogues à ceux que j'ai déjà décrits.* [35]» L'analyse de la lumière qui a traversé la plaque de cristal de roche donne une succession de couleurs identiques à celle des anneaux de Newton lors d'une rotation autour de l'axe de cette plaque[36]. Arago interprète ce nouveau phénomène en recourant aussi à la notion de *dépolarisation* : pour chaque angle, une teinte est enlevée à la lumière blanche initiale. Cette observation lui sert à nommer également "polarisation colorée" ce phénomène propre au cristal de roche. La polarisation colorée est donc un effet général de *dépolarisation* de la lumière incidente qui doit nécessairement être

[32] « *On voit, de plus, que ces lames semblent agir diversement sur les rayons de différentes couleurs, et que, par suite, elles impriment aux rayons de lumière des caractères qui les distinguent à la fois et de la lumière directe et des rayons polarisés… il y aura, entre le rayon qui a été polarisé en se réfléchissant, ou en traversant un cristal doué de la double réfraction, et ce même rayon, à son émergence d'une lame de mica, cette différence, que dans le premier les axes des molécules de diverses couleurs sont parallèles, tandis que dans le second il existe des molécules de diverses teintes dont les axes ont des directions différentes.* » F. Arago, "Mémoire sur les couleurs des lames minces", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p42.

[33] Cette notion de perte d'une polarisation initiale apparaît dans les mémoires de l'année 1811 : « *… on observera l'angle sous lequel la lumière paraît dépolarisée comme un rayon naturel.* », E.L Malus, "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p119, et aussi : « *… le phénomène de dépolarisation cesse d'avoir lieu,…* », E.L Malus, "Sur l'axe de réfraction des cristaux et des substances organisées", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p145.

[34] La valeur de 45° dont il faut tourner l'axe de la lame cristalline pour observer la teinte à son maximum d'éclat n'est donnée par Arago que bien tardivement dans son "Quatrième Mémoire sur plusieurs nouveaux phénomènes d'optique" lu le 28 décembre 1812. in F. Arago, *Oeuvres complètes*, tome 10, p106-108.
Entre temps, Biot a donné dès le 1er juin 1812 les lois analytiques de la *polarisation colorée*.

[35] F. Arago, "Mémoire sur la polarisation colorée", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p54.

[36] Arago utilise un cristal de roche prismatique hexagonal dont la coupe est perpendiculaire au grand axe.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

polarisée. Si les molécules lumineuses du faisceau initial ne sont pas alignées - polarisées - l'analyse ne révèle rien de particulier.

Donc, au début de l'année 1812, époque à laquelle Malus meurt, la modification géométrique de la lumière, c'est-à-dire la polarisation, est bien spécifiée. On sait la reconnaître et la produire. Mais on ne comprend pas l'origine des diverses polarisations et tous les liens qui peuvent exister entre elles. La polarisation par réflexion semble due aux mêmes forces qui provoquent la réfraction simple ou ordinaire, mais les forces répulsives responsables de la double réfraction s'en distinguent en contrariant les précédentes. La réfraction au travers d'un corps isotrope génère une polarisation qu'on trouve étrangère à la polarisation par réflexion. Et Arago vient de découvrir une polarisation colorée qui consiste en une dépolarisation d'une partie des molécules lumineuses du faisceau incident. Cette polarisation colorée présente des phénomènes différents avec les lames de mica et les plaques de quartz. Un champ d'étude immense s'ouvre au physicien.

C'est à Biot qu'il va revenir d'expliciter les lois analytiques de la polarisation colorée et de leur donner une justification dans le système du monde.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 8 :

Les lois de la polarisation colorée

Pour le moment, Biot ne s'est que peu intéressé aux phénomènes de la polarisation. A la suite des travaux sur le pouvoir réfringent des gaz effectués en 1806 avec Arago, Biot étudie à nouveau l'influence de l'atmosphère sur la réfraction atmosphérique[1] en 1807 et s'intéresse aux mirages[2] en 1808. Mais les découvertes de Malus à propos de la polarisation sont un sujet plus stimulant, car plus neuf. Il semble même que les deux hommes collaborent puisque lors de la même séance de l'Académie, Malus fait lecture d'un mémoire sur de "Nouvelles expériences sur la réflexion de la lumière" et Biot également d'un mémoire « *où il expose diverses expériences qu'il a faites sur la* Réflexion de la lumière[3]». En 1811, Arago fait des observations sur la polarisation des anneaux

[1] Biot confirme, par des expériences très précises, insiste-t-il, que les observations astronomiques nécessitent seulement la connaissance de la pression et de la température, que l'atmosphère peut-être considéré comme de l'air sec. Les astronomes n'ont donc pas à se soucier du taux hygrométrique de l'atmosphère comme le supposait déjà Laplace. "Mémoire sur l'influence de l'humidité et de la chaleur dans les réfractions atmosphériques", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 8, Baudouin, Paris, 1808, p39-66. Ce mémoire fut lu à l'Institut le 31 août 1807.

[2] Il s'agit du volumineux mémoire "Sur les réfractions extraordinaires qui s'observent très-près de l'horizon" lu le 8 août 1808. Il en existe trois publications : in *Nouveau Bulletin des sciences*, août 1808, repris in tome1, J.Klostermann fils, Paris, 1810-1814 ; "Recherches sur les réfractions extraordinaires qui s'observent très-près de l'horizon" in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 10, 1809, p1-266 ; et un tiré à part, sous le même titre, de 1810, du libraire Baudouin.
Le sujet est antérieurement traité par Huygens auquel Biot fait référence dans son mémoire. in Christiaan Huygens, *Traité de la lumière*, réédition de 1992, Dunod, Paris, chapitre quatre : "De la réfraction de l'air", p89-94.

[3] Il s'agit de la séance du 11 mars 1811. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome IV, 1808-1811, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p458. Le mémoire de Malus est publié avec le titre "Mémoire sur de nouveaux phénomènes d'optique" in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, Baudouin, Paris, 1810, p105-111.
En revanche, il n'y a aucune trace du travail de Biot, si ce n'est dans le *Traité de physique*. Là, on y apprend que Biot a fait des expériences sur la pile de glaces qui provoque « *un autre genre de phénomènes qui a été découvert et décrit dans le même temps par Malus et par moi, mais dont*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

colorés[4] et découvre la polarisation colorée[5]. Ce dernier phénomène est annoncé dans le *Moniteur* du 31 août 1811 où il y a un résumé substantiel avant que l'Institut ne fasse imprimer in extenso le mémoire d'Arago dans les *Mémoires de la Classe*. Ainsi, Brewster ne peut-il convaincre lorsqu'il annonce en 1813, dans son *Treatise on new philosophical instruments*, avoir fait les mêmes observations alors qu'il ignorait le travail de Arago[6].

Arago poursuit ses recherches sur la polarisation de divers phénomènes colorés. De son côté, Biot s'intéresse à cette sorte de phénomène, mais n'a encore rien publié. Survient un premier différent entre les deux hommes lors de la séance du 30 mars 1812 : « *M.Biot lit une note sur quelques phénomènes dépendant de la* Polarisation de la lumière par réflexion ou par réfraction. *M.Arago annonce avoir fait en partie les mêmes observations et demande que la Classe fasse constater qu'il les a consignées dans les Registres de l'Observatoire*[7] ». On lit dans le procès-verbal de la séance suivante du 6 avril : « *M.Arago dépose sur le Bureau le Registre où il a consigné ses notes sur les phénomènes de la polarisation de la lumière, dont il a parlé dans la séance précédente … il en résulte que la déclaration faite par M.Arago est de la plus exacte vérité* [8]».

Leurs relations s'enveniment un peu plus quand Biot débute la lecture du mémoire qui donne les lois de la polarisation colorée[9] le 1er juin 1812. Afin de se

l'analyse et la loi appartiennent à lui seul » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p295.

[4] Note sur les *Anneaux colorés* et *Nouvel exemple de polarisation de la lumière* lus le 18 février 1811. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome IV, 1808-1811, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p450. Le Mémoire sur les anneaux colorés ne se trouve pas imprimé dans les collections de l'Institut. Comme il est indiqué dans les *Œuvres complètes de François Arago*, tome 10, p1, ce mémoire nommé "Mémoire sur les couleurs des lames minces" fut inséré en 1817 dans les *Mémoires de la Sociétés d'Arcueil*. Quant à la seconde note, elle est à l'origine d'un véritable conflit entre Biot et Arago.

[5] Deux publications du même travail : "Mémoire sur la polarisation colorée" in *Œuvres complètes de François Arago*, tome 10, p36, et aussi "Mémoire Sur la modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps diaphanes ; et sur quelques autres nouveaux phénomènes d'optique" in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, Baudouin, Paris, 1812, p93-134. On trouve une erreur de date pour la lecture de ce mémoire : il ne s'agit pas du 11 août 1811 mais du 12 qui est un lundi.

[6] in *Œuvres complètes de François Arago*, tome 7, Paris-Leipzig, 1858, p381-382.

[7] Burckhardt et Bouvard sont chargés de cet examen. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome V, 1812-1815, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1914, p41.

[8] in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome V, 1812-1815, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1914, p43. Nous n'avons trouvé aucune trace de ce registre, ni à l'Observatoire de Paris, ni aux Archives de l'Académie des sciences. Les notes en question sont celles rassemblées in *Œuvres complètes de François Arago*, tome 7, Paris-Leipzig, 1858, p381-382.

[9] Jean-Baptiste Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques* , tome 12, p135-280.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

protéger des récriminations d'Arago, au bas de la première page de ce mémoire, Biot fait ajouter la note suivante avant l'impression : « *Le manuscrit original de ce Mémoire a été paraphé par M.Delambre, secrétaire perpétuel ; il est déposé au secrétariat de l'Institut. A l'époque où il fut présenté à la Classe, M.Arago n'avait publié de ses recherches sur la lumière, que les extraits imprimés dans les n° 49, 50, 51, du Bulletin des Sciences, et dans le Moniteur du 31 août 1811…* [10]» Pour preuve de sa bonne foi, Biot évoque son absence de Paris[11]. Il invite Arago à parapher ses futurs travaux. Seulement, celui-ci ne se plie pas de bonne grâce à cette discipline, ce que Biot ne tarde pas à lui reprocher dans la note citée ci-dessus et datée du 15 février 1813.

Beaucoup plus tard, Arago mit aussi une note au bas de la première page de son "Mémoire sur la polarisation colorée" lors de la publication de ce travail dans ses *Œuvres complètes*, note par laquelle il explique qu'entre février et août 1811, pris par ses obligations à l'Observatoire, il ne lui reste que peu de temps à consacrer à ses recherches sur la polarisation : « *Je m'étais proposé de réunir tout ce travail dans un seul Mémoire, qui aurait été ainsi moins indigne de l'attention des physiciens ; mais plusieurs personnes s'étant occupées des mêmes recherches, je me suis trouvé dans la nécessité de publier séparément mon premier travail, en me réservant de donner, dans une autre circonstance, des développements destinés à compléter la théorie de ce genre de phénomènes* [12]». En effet, la concurrence est rude entre les différents protagonistes, et c'est sans compter sur la puissance de travail de Biot, toujours à l'écoute des nouveautés et prompt à étendre le champ des découvertes expérimentales. Il est impossible de cerner davantage ce en quoi consiste l'apport de Biot sur la polarisation des phénomènes colorés avant qu'il ne publie ses deux grands mémoires en 1812.

Biot va rechercher les lois que suivent les nouveaux phénomènes de coloration due à l'action de la lumière polarisée sur des lames cristallines minces,

[10] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques* , tome 12, p135. Le manuscrit autographe, paraphé par Delambre, est consultable aux Archives de l'Académie des Sciences, pochette du 1er juin 1812.

[11] La table de présence des membres insérée en fin de volume, nous indique que Biot n'assista à aucune des séances des mois de juillet à octobre 1811. Il prend à nouveau part aux séances à partir du 25 novembre. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome IV, 1808-1811, Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913, p576-577.

[12] in *Œuvres complètes de François Arago*, tome 10, Paris-Leipzig, 1858, p36.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

phénomènes désignés polarisation colorée par Arago. Il ne conçoit le développement de la "vraie physique" qu'au moyen de mesures précises dont les valeurs doivent être reliées par des relations analytiques. Ainsi, chaque phénomène particulier est représenté par une équation capable de prédiction : « *Le véritable objet des sciences n'est pas la recherche des causes premières, mais la recherche des lois suivant lesquelles les phénomènes sont produits… Déduire ainsi des observations et de l'expérience un petit nombre de lois générales, ou principes de mouvements, et expliquer ensuite comment les choses observables découlent de ces principes, rigoureusement et* avec les mêmes rapports numériques *que nous leur trouvons, ce serait le dernier degré de perfection de la philosophie naturelle* [13]». Il faut d'abord créer l'appareil expérimental qui permettra d'obtenir les lois du phénomène étudié. Par la suite, le géomètre utilise l'analyse mathématique pour traduire en termes mécaniques ces phénomènes particuliers en vue de déduire des lois plus générales.

Pour cette étude de la polarisation colorée, il faut disposer d'un matériau biréfringent facilement clivable et dont les lames présentent une bonne uniformité d'épaisseur et un poli de grande qualité. C'est pourquoi Biot a choisi la chaux sulfatée ou gypse[14]. Les teintes complémentaires de chaque image que donne le dispositif analyseur sont alors parfaitement uniformes. Enfin, la position de l'axe du cristal[15] est un élément primordial qu'il faut connaître pour cette sorte de recherches. Pour cela, Biot taille des prismes de gypse pour s'assurer de la direction qu'il estime être celle de cet axe, comme l'a fait Malus avec la calcite (Voir **annexe 4**).

Le début du mémoire de Biot porte sur les conditions d'expérimentation et sur l'appareil expérimental : « *Je suis obligé d'entrer dans tous ces détails, car les précautions que je viens d'indiquer sont indispensables pour*

[13] in J.B Biot, *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome 1, Michel Lévy frères-Libraires, Paris, 1858, p112-113. Il s'agit de la reprise de l'article "Sur l'esprit de système" paru en 1809 dans le *Mercure de France*.

[14] Certes, le gypse est un cristal biaxe ; mais, cette distinction ne peut encore se faire et cette caractéristique n'est pas gênante. Notons que Biot soupçonne immédiatement une différence avec la calcite, cristal uniaxe… Pour le moment, nous laissons de côté ce genre de difficultés afin de rendre notre propos le plus clair possible. Mais, nous y reviendrons…

[15] « *L'axe optique est la direction pour laquelle le cristal perd sa biréfringence. Cette direction se confond avec l'axe cristallographique ternaire du cristal* » in Fleury et Mathieu, *Images optiques*, p199. En 1812, lorsque Biot débute ses recherches, le terme "axe optique" n'apparaît nulle part. En revanche, on trouve "axe du cristal", "axe cristallographique" et "axe de double réfraction" qu'il utilise indifféremment, comme des synonymes pour désigner la direction d'isotropie du cristal. (Voir **annexe 3**).

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

déterminer avec précision, et même pour apercevoir les lois auxquelles les phénomènes des couleurs sont assujettis. [16]» Exposons ces précautions.

Biot fait construire un instrument qui soit précis et d'une utilisation aisée : « *Un an après la lecture du travail de M.Arago, je présentai à la Classe mon premier mémoire sur cette matière. Persuadé que les lois générales des phénomènes ne peuvent être découvertes et prouvées que par des mesures exactes, je commençai par me former un appareil qui me permit de mesurer avec précision toutes les circonstances de ce que je voulais examiner*[17]». L'instrument est conçu sur le principe expérimental décrit par Malus (voir **figure 1**) : un simple tube muni à ses extrémités de deux glaces qui polarisent la lumière naturelle pour l'une et qui, pour l'autre, analyse la lumière précédemment polarisée. On insère entre elles la lame cristalline montée sur un anneau gradué inclinable[18]. Ce procédé était aussi celui utilisé par Arago.

Mais, Biot rappelle l'observation d'Arago qui en était resté à des observations qualitatives (voir **figure 2**) : « *Si l'on présente une pareille lame mince, perpendiculairement à un rayon blanc, polarisé en un seul sens, et si l'on analyse la lumière transmise, en se servant d'un rhomboïde de spath d'Islande, ou de la réflexion sur une glace, on observe généralement, comme M.Arago l'a découvert, deux images colorées de teintes complémentaires, c'est-à-dire, dont l'ensemble recompose la lumière blanche incidente ; et suivant ses observations, la couleur et l'intensité de ces images changent avec les positions de la lame et du cristal, l'incidence restant toujours perpendiculaire, comme nous l'avons supposé* [19]».

En revanche, Biot procède autrement parce qu'il désire obtenir des valeurs numériques pour déduire des lois expérimentales (voir **figure 3**) : « *Pour analyser ce phénomène et en découvrir la loi générale, concevons un rayon blanc, vertical, polarisé par réflexion sur une glace polie et non étamée, le plan de réflexion étant dirigé suivant le méridien. Recevons ce rayon sur une autre glace*

[16] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p139.
[17] in J.B Biot, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Didot , Paris, 1814, pLvij.
[18] Sur la **figure 1**, l'analyse est faite avec un spath.
[19] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p139-140.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

qui fasse avec lui l'angle convenable pour la polarisation complète, et dont le plan de réflexion soit dirigé suivant le vertical d'est et d'ouest. Ce sera l'appareil inventé par Malus. Le rayon blanc réfléchi par la première glace se trouve polarisé relativement au plan du méridien, et en tombant sur la seconde glace, il la traverse librement sans éprouver aucune réflexion[20]», et observe : « *si, avant qu'il parvienne à cette seconde glace, on lui fait traverser perpendiculairement une lame mince et régulière de chaux sulfatée, la seconde glace réfléchira une lumière colorée, d'une espèce particulière de teinte. Si l'on tourne la lame dans son plan, l'incidence restant toujours perpendiculaire, cette teinte ne changera pas de nature, mais son intensité variera. Elle deviendra nulle quand l'axe de double réfraction de la lame sera dirigé vers un des quatre points cardinaux ; et elle atteindra son maximum dans les points intermédiaires, c'est-à-dire, quand l'axe sera dirigé dans les azimuts de 45°, 135°, 225°, 315°* [21]».

On constate pour les deux études une position fixe du dispositif analyseur par rapport au plan de polarisation primitif, seule la lame cristalline est mobile dans son plan. Lorsque Arago fait tourner la lame de mica, en l'occurrence, les teintes des images de l'analyseur changent simultanément et varient sans cesse. En revanche, le mode opératoire de Biot présente le grand avantage de conserver une image de même teinte, seule l'intensité de cette image varie avec la rotation de la lame. Là où Arago distinguait une teinte émergeant du blanc tous les quarts de tour de la lame pour chaque image, Biot observe dans une des images une teinte unique dont l'intensité varie entre un maximum et l'extinction[22]. Biot a saisi l'importance du lieu géométrique que représente l'axe de la lame. Ceci va permettre une géométrisation du phénomène[23].

[20] .B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p140. Lorsqu'on se réfère au travaux de Malus, le plan primitif de polarisation est le méridien de direction nord-sud. La seconde glace a son plan d'incidence perpendiculaire à celui de la première glace.

[21] ibidem p140.

[22] Selon notre terminologie actuelle, Arago observe les teintes des lames avec un dispositif à polariseur et analyseur parallèles, alors que Biot utilise un dispositif à polariseur et analyseur croisés.

[23] A la lecture du travail d'Arago, on ne constate pas de préoccupation particulière envers la position de l'axe de la lame biréfringente. Il remarque cette influence mais ne va guère plus avant. Ceci est d'autant plus étrange que le dispositif expérimental utilisé pour la polarisation colorée, d'après Biot, serait une adaptation de celui de Malus faite par Arago pour trouver la position de l'axe du cristal : « *Arago donna un moyen d'observer la direction des axes dans les lames cristallisées, d'après la polarisation qu'elles produisent quand elles sont interposées entre deux rhomboïdes de cristal d'Islande ; et l'exposition qu'il donna de ce procédé est antérieure au mémoire où Malus proposa ce moyen à peu près pareil dont nous avons parlé plus haut…* » in J.B Biot, *Recherches expérimentales*

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

Il nous reste à considérer un dernier aspect de ce mode opératoire : l'analyse de la lumière qui a traversé la lame cristalline. Deux dispositifs sont connus : par réflexion avec une glace sans tain ou par double réfraction avec un cristal biréfringent achromatisé[24]. Au fil du temps, Biot recourt de plus en plus souvent à « *un prisme de cristal d'Islande d'un petit nombre de degrés, et dont la face antérieure est une des faces naturelles d'un rhomboïde* [25]». Quel que soit le dispositif analyseur retenu, Biot préfère se rapporter pour ses explications au cas où l'analyse se fait avec un prisme biréfringent, car les teintes des images ordinaire et extraordinaire du spath analyseur sont symbolisées par les lettres (O,E) qui désignent aussi la nature de la polarisation de ces images (voir **annexe 2**) : nous verrons que les molécules de la teinte O ont toutes leurs pôles orientés dans l'azimut d'origine et constituent le rayon ordinaire, alors que les molécules de la teinte E ont leurs pôles orientés perpendiculairement au plan d'incidence, comme pour un rayon extraordinaire.

L'expérimentation s'effectue donc avec de la lumière blanche polarisée qui arrive en incidence normale sur une lame mince de gypse. Directement à la sortie de celle-ci, l'observateur ne perçoit aucune coloration.

Mais en analysant cette lumière au moyen d'une glace placée sous incidence de polarisation complète et tournée dans l'azimut $\alpha = 90°$ par rapport au

et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité, pLvij.

[24] N'oublions pas que Malus a identifié le plan de réflexion de la cuve à eau au plan de section principale de la calcite lorsqu'il a montré les rapports unissant la polarisation par réflexion avec la double réfraction.

[25] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, note de bas de page p144.
Au tout début de l'étude de la polarisation colorée, il semble que le choix d'un prisme achromatisé ne soit pas encore fait : le rayon extraordinaire qu'étudie particulièrement Biot doit être, au moins un peu dispersé. Le but est simplement de séparer les deux images. En revanche, en 1816, dans son *Traité de physique expérimentale et mathématique*, au tome 4, p268, Biot revendique, pour la même expérience, l'utilisation d'un prisme de spath d'Islande achromatisé. L'arête du petit angle de ce prisme est taillée suivant l'axe optique. On y accole un autre prisme, de type crown, d'indice voisin de celui de n_e, de sorte à obtenir une lame à faces parallèles. Le rayon extraordinaire n'est presque pas dévié, donc très peu dispersé. Ce dispositif fournit un analyseur biréfringent assez achromatique et avec des prismes d'un angle de 30°, la séparation angulaire des deux rayons est de 5°30' environ, ce qui à un mètre donne un écartement de 10cm. in Fleury et Mathieu, *Images optiques*, p207-208.
Pour obtenir un achromatisme rigoureux du rayon ordinaire, on accole, de sorte à former une lame à faces parallèles, deux prismes de calcite taillés suivant des directions parallèles et perpendiculaires à l'axe optique : c'est le prisme de Rochon. Mais Biot s'intéresse à l'image extraordinaire et utilisera peu cet analyseur. D'autres dispositifs vont être inventés, en particulier le polariseur de Nicol (1828), mais ceci est postérieur aux travaux de Biot.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

faisceau incident, la partie de cette lumière réfléchie par la glace est d'une teinte constante, d'intensité variable avec la rotation de la lame dans son plan : nulle si l'axe de la lame est parallèle ou perpendiculaire à la polarisation primitive (celle du faisceau incident) et maximale dans les azimuts intermédiaires.

Biot se réfère aux expériences de Malus sur la polarisation par réflexion pour expliquer le comportement des molécules lumineuses. Lorsque l'axe de la lame est parallèle à celui des molécules du rayon incident (azimut i = 0°), toutes la traversent sans rien éprouver. Comme le plan du miroir analyseur est tourné à 90° du plan primitif, les corpuscules lumineux présentent leur axe parallèlement à la surface de la glace : les forces en surface ne produisent aucune action résultante sur les corpuscules qui se réfractent tous. L'observateur ne perçoit aucune lumière réfléchie, il y a extinction de l'image extraordinaire.

Selon Biot, la totalité des molécules lumineuses du rayon incident forme un rayon ordinaire parce qu'elles n'ont pas changé de polarisation, c'est-à-dire d'orientation de leur axe. Si on analyse cette lumière au moyen d'un spath dont le plan de section principale coïncide avec le plan primitif de polarisation, seule se forme une image ordinaire.

En tournant la lame de 90° dans son plan (azimut i = 90°), on ne perçoit toujours aucune lumière : selon Biot, toutes les molécules lumineuses incidentes doivent avoir leur axe transporté par la lame dans un azimut identique au précédent de sorte à provoquer une réfraction de toutes les molécules au travers de la glace qui analyse. Ainsi, ces molécules lumineuses se retrouvent toutes dans l'image ordinaire du spath dont on se sert comme analyseur.

Le cas intermédiaire où l'azimut i vaut 45° est le plus révélateur de l'action de la lame imaginée par Biot. La direction de l'axe de la lame est dans la position médiane aux plans d'incident et à celui du miroir analyseur, ou si l'on veut bissecteur aux plans des rayons ordinaire et extraordinaire. L'expérience indique à Biot que c'est lorsqu'on porte l'axe de la lame dans cet azimut que les deux images de teintes complémentaires atteignent le maximum de leur éclat. La séparation des molécules lumineuses doit donc être optimale, ce qui fait conclure à Biot que certaines molécules lumineuses conservent l'orientation de leur axe de polarisation dans le plan primitif pour constituer la teinte O de l'image ordinaire, alors que les autres tournent leurs pôles dans l'azimut 90° pour former l'image extraordinaire de teinte E.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

De tout cela, Biot conclut que « *la lame n'exerce son action polarisante extraordinaire que sur un certain ensemble de rayons qui reste le même dans toutes les positions de la lame. Je dis sur un certain ensemble de rayons, et non pas sur les rayons d'une certaine couleur ; car les expériences de Newton nous ont appris que la même couleur peut, au moins à nos sens, résulter de divers mélanges de rayons simples les uns sur les autres* [26]» et que la répartition de la lumière incidente en deux rayons s'effectue comme il suit : « *On peut donc considérer la lumière totale, comme composée de ces deux teintes, dont l'une, passant librement, reste polarisée par rapport au plan du méridien ; et l'autre, qui est celle sur laquelle agit la lame, éprouve de sa part une polarisation relative à son axe de cristallisation… l'une, que nous représenterons par E, sera celle qui éprouve une action de la part de la lame mince ; l'autre, que nous nommerons O, sera celle sur laquelle la lame n'agit point. L'ensemble de ces deux teintes O+E composera le rayon blanc incident…* [27]» L'expérience n'indique rien à propos de la composition des teintes : « *Ce ne sont pas des couleurs simples, mais composées ; et elles ont leurs différents ordres comme celle des lames minces de verre, des bulles d'eau, et des anneaux colorés.* [28]»

Grâce à cette répartition en deux groupes O et E de la lumière blanche incidente, il devient facile à Biot d'interpréter l'action de la lame cristalline sur les molécules lumineuses avec les expériences rapportées ci-dessus. Quand i = 0°, l'ensemble O + E traverse la lame mince et forme l'image ordinaire du spath analyseur. Si i = 90°, les molécules lumineuses de teinte O traversent la lame mince et vont former l'image ordinaire, celles de la teinte E vont aussi dans cette même image puisque l'image extraordinaire du spath est à nouveau éteinte et que l'image ordinaire est toute blanche : l'axe des molécules lumineuses a donc tourné de 180°, c'est-à-dire de deux fois 90°. Pour terminer, appliquons ce procédé au cas intermédiaire i = 45°. Ici, pour les molécules de la teinte O, il n'y a aucun changement ; en revanche, les molécules E vont toutes dans l'image extraordinaire du spath ou sont réfléchies par la glace qui analyse, ce qui veut dire que leurs pôles ont été tournés dans l'azimut 90° par l'action de la lame mince, c'est-à-dire de deux fois 45°. En conclusion, l'axe des molécules lumineuses de la teinte E est toujours

[26] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p141.
[27] ibidem p142-143.
[28] ibidem p141. Biot s'aperçoit facilement de ce fait puisque le spath analyseur même achromatisé disperse le rayon ordinaire à cause de *l'inégale réfrangibilité des teintes*.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

tourné d'un angle double de celui qui existe entre le plan primitif de polarisation et l'axe de la lame mince. Les molécules qui appartiennent à la teinte O ne sont pas affectées par leur passage au travers de la lame cristalline.

Lors d'une rotation de 90° de la glace qui analyse, l'observation indique une permutation des teintes complémentaires des images : la lame exerce maintenant son action sur les molécules de lumière de la teinte O et n'agit pas sur les molécules de la teinte E. On peut encore dire que le dispositif analyseur a échangé les images donc les teintes.

Cette variation de l'intensité de la teinte en fonction des angles, i de l'axe de la lame et α du plan de section principale du spath analyseur, doit maintenant être traduite analytiquement. Biot se tourne logiquement vers ce qui est connu, et les seules formules donnant la variation d'intensité d'un rayon lumineux en fonction d'une grandeur angulaire sont celles de Malus. Deux séries de formules ont été trouvées par ce dernier, l'une relative à la polarisation par double réfraction, l'autre à la polarisation par réfraction au travers d'une lame non cristalline.

Cependant, Biot reste méfiant envers le "pouvoir" de ces formules, car elles « *ne sont que la représentation empirique des expériences qu'il* [Malus] *a faites*[29]» et « *l'expression la plus simple à partir d'observations portant uniquement sur les positions limites où l'intensité devient nulle pour l'un des deux rayons.*[30]» Par conséquent, faute de mieux pourrait-on dire, Biot va se servir des formules de Malus.

Dans un premier temps, Biot tente d'utiliser les formules relatives à la double réfraction. Afin de rendre cette étude analytique plus aisée, il préfère rapporter les relations d'intensité des images à l'analyse de la lumière faite au moyen d'un cristal de spath d'Islande, alors qu'il analyse la plupart du temps avec une glace. La **figure 4** sert de support au raisonnement : les molécules lumineuses du faisceau incident - polarisé complètement - ont toutes leurs pôles ou leur axe orientés suivant le plan CX, pris comme méridien.

La lame mince cristalline n'agit pas sur les molécules lumineuses de la teinte O et les laisse dans l'azimut CX d'origine. Il n'en est pas de même avec les

[29] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p142.
[30] ibidem p142.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

molécules lumineuses de la teinte E : dans un premier temps, en faisant une analogie avec les formules d'intensité de Malus, Biot considère que les molécules lumineuses de cette teinte se répartissent en deux faisceaux, l'un proportionnel à $\cos^2 i$ reste dans l'azimut primitif et forme le rayon ordinaire dont l'intensité est notée F_o, l'autre proportionnel à $\sin^2 i$ est polarisé perpendiculairement à l'azimut primitif et donne le rayon extraordinaire dont l'intensité est notée F_e. On a alors :

$$F_o = E\cdot\cos^2 i \ ; F_e = E\cdot\sin^2 i$$

A leur tour, chacun d'eux est séparé par le spath analyseur au moyen des mêmes formules d'intensité, ce qui aboutit à quatre rayons définis comme il suit :

F_{oo} : intensité du rayon ordinaire issu du premier rayon ordinaire

F_{oe} : intensité du rayon extraordinaire issu du premier rayon ordinaire

F_{ee} : intensité du rayon extraordinaire issu du premier rayon extraordinaire

F_{eo} : intensité du rayon ordinaire issu du premier rayon extraordinaire

Sachant que le rhomboèdre analyseur se trouve dans l'azimut α par rapport au plan primitif, le faisceau ordinaire F_o se scinde sous l'action biréfringente en :

$$F_{oo} = F_o.\cos^2(\alpha-i) = E.\cos^2 i.\cos^2(\alpha-i)$$

$$F_{oe} = F_o.\sin^2(\alpha-i) = E.\cos^2 i.\sin^2(\alpha-i) \ ;$$

Et le faisceau extraordinaire F_e donne quant à lui :

$$F_{eo} = F_e.\cos^2(\alpha-i-90°) = E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha-i)$$

$$F_{ee} = F_e.\sin^2(\alpha-i-90°) = E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha-i)$$

En revanche, le rayon de teinte O qui a traversé librement la lame est à son tour partagé par le rhomboèdre analyseur en deux termes $O.\cos^2\alpha$ et $O.\sin^2\alpha$.

Au total, nous obtenons six termes à propos desquels Biot affirme : « *voilà en tout six faisceaux distincts dans leur origine ; mais il est visible qu'à cause du peu d'épaisseur de la lame, ils se confondent en tombant sur le rhomboïde* [31] » et comme en sortie du spath, « *ceux de même nature s'ajoutent* », on n'observe que deux images :

l'une ordinaire, notée à nouveau F_o :

$$O.\cos^2\alpha + F_{oo} + F_{eo} = O.\cos^2\alpha + E.\cos^2 i.\cos^2(\alpha-i) + E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha-i)$$

l'autre extraordinaire, encore notée F_e :

$$O.\sin^2\alpha + F_{oe} + F_{ee} = O.\sin^2\alpha + E.\cos^2 i.\sin^2(\alpha-i) + E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha-i)$$

[31] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p145.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

Biot vérifie maintenant la validité des relations ci-dessus et remarque que :

♦ $F_o + F_e = O + E$, ce qui est la proposition de départ ;

♦ F_o et F_e sont complémentaires lorsque $\alpha = \pm 90°$, ce qui correspond bien aux phénomènes observés par Arago ;

♦ si $\alpha = 0°$, CS et CX sont parallèles et les relations se réduisent à :

$$\begin{cases} F_o = O + E.\cos^4 i + E.\sin^4 i = O + (E/2).(1+ \cos^2 2i) \\ F_e = 2.E.\cos^2 i.\sin^2(i) = (E/2).\sin^2 2i \end{cases}$$

Avec $i = 0°$ ou $90°$, le rayon extraordinaire est éteint, ce que l'observation montre. De plus, quelque soit i, la teinte du rayon extraordinaire reste la même, uniquement fonction de E, « *mais en même temps on doit remarquer qu'ils* [les phénomènes] *se rapportent tous à des positions limites, c'est-à-dire, dans lesquels un des deux azimuts i, α, de la lame du rhomboïde est égal à 0 ou à 90 °. Or, c'est surtout dans les positions intermédiaires qu'il faut éprouver ces formules : car c'est là que Malus n'a pas eu les mêmes facilités pour les vérifier.* [32]»

Effectivement, pour des azimuts intermédiaires, par exemple si $i = 45°$ et si α reste confondu à l'azimut initial 0°, on a :

$$\begin{cases} F_o = O + E/2 = (E+O)/2 + O/2 \\ F_e = E/2 \end{cases}$$

L'image extraordinaire contient la moitié de E et l'autre image n'est pas son complément O, comme le prouve l'expérience.

L'application systématique des relations d'intensité relatives à la double réfraction de Malus ne corrobore pas les faits observés. Biot en conclut que « *les effets des lames minces se composent d'une double réfraction jointe à une réflexion, soumises l'une et l'autre, aux lois que ces formules indiquent, comme il paraît que Malus en a eu l'idée* [33]» et qu'en conséquence il faut reconsidérer l'approche théorique de ce genre de phénomène.

[32] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p146. Cette loi a été soumise à de nombreuses vérifications expérimentales par Arago à l'aide d'un procédé photométrique en 1833 seulement et relaté in F. Arago, "De la loi d'après laquelle un faisceau de lumière polarisée se partage entre l'image ordinaire et l'image extraordinaire quand il traverse un cristal doué de la double réfraction", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p152.

[33] ibidem p147.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Il tente alors d'appliquer les autres relations trouvées par Malus lors de l'étude de la polarisation par réfraction au travers d'une lame épaisse isotrope[34]. Faisons un rappel.

Lorsque de la lumière naturelle arrive sur une glace placée sous l'incidence de polarisation complète, la réflexion partielle produit un rayon complètement polarisé selon le plan d'incidence. Le reste de la lumière se réfracte et est composée de deux parties : une première partie est proportionnelle à la quantité de lumière qui s'est réfléchie, et se trouve polarisée perpendiculairement au plan d'incidence ; la seconde partie ne subit pas l'influence de la lame et « *conserve les caractères de la lumière directe* », c'est-à-dire naturelle d'après Malus[35].

Si on éclaire maintenant la même glace avec de la lumière complètement polarisée et si on fait tourner cette glace autour d'un axe vertical, son inclinaison restant celle donnant la polarisation complète, la quantité de lumière réfléchie varie avec l'angle et reste polarisée selon le nouveau plan d'incidence (Voir **annexe 1**). Ce qu'on perd à la réflexion lors de la rotation est proportionnellement gagné par la réfraction dont la lumière est alors polarisée dans un plan transverse au nouveau plan d'incidence. Le reste de la lumière n'est pas du tout affectée par la rotation de la glace selon Malus[36]. Lorsque la glace a tourné de 45°, l'intensité de l'image extraordinaire du spath analyseur, c'est-à-dire la quantité de lumière polarisée transversalement au nouveau plan d'incidence, est à son maximum[37] : tout ceci a dû influencer Biot.

Malus n'a donné que le résultat de l'étude analytique de l'intensité du rayon réfracté par une lame épaisse, mais Biot en connaît l'établissement et va l'adapter au phénomène de la polarisation colorée (voir **annexe 2**). Suivons son raisonnement avec les lames épaisses.

---

34 Ceci se rapporte au mémoire de E.L Malus, "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome1, p111.

35 E.L Malus, "Sur de nouveaux phénomènes d'optique", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p108.

36 E.L Malus, "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 11, p113-114.
Cette manière d'interpréter et cette importance excessive portée au cas de l'incidence brewstérienne vont amener Biot à supposer qu'une partie des molécules lumineuses ne subit pas l'action de la lame épaisse isotrope. Cette partie est désignée O, représente une quantité et ne correspond pas, dans ce cas, à une teinte.

37 ibidem p114.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

La lumière incidente, polarisée, se répartit en deux quantités O et E. Avec la glace placée sous incidence de polarisation complète, nous avons donc une partie O de la lumière incidente qui n'est pas affectée par la glace, quel que soit l'azimut dans lequel elle se trouve. La partie réfléchie l'est en fonction de i, azimut du plan d'incidence de la glace par rapport au méridien, et vaut $E.\cos^2 i$. Le complément $E.\sin^2 i$ est transmis et polarisé dans l'azimut $90° + i$.

Dans le cas général, le spath analyseur a son plan de section principale dans l'azimut α. La portion de lumière O est alors séparée en deux faisceaux, l'un ordinaire $O.\cos^2\alpha$, l'autre extraordinaire $O.\sin^2\alpha$. L'autre quantité $E.\sin^2 i$ polarisée par réfraction est également divisée : se trouvant polarisée dans l'azimut $90°+ i$, l'axe CX de polarisation des molécules lumineuses forme un angle de $\alpha - i - 90°$ avec le plan de section principale du spath. Cette seconde portion de lumière est également séparée en un faisceau ordinaire $E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha-i-90°)$ et un faisceau extraordinaire $E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha-i-90°)$. Le spath analyseur fournit donc deux images, l'une ordinaire F_o, l'autre extraordinaire F_e :

$$\begin{cases} F_o = O.\cos^2\alpha + E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha-i-90°) = O.\cos^2\alpha + E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha-i) \\ F_e = O.\sin^2\alpha + E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha-i-90°) = O.\sin^2\alpha + E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha-i) \end{cases}$$

Ces relations sont indiquées dans le mémoire du 1er juin 1812 sans développement par Biot[38] et ne donnent pas plus satisfaction que celles provenant de la double réfraction. Il faut constater que l'idée qu'une partie des molécules lumineuses - celles de la teinte O - n'éprouve pas l'action de la lame mince cristalline semble bien provenir de l'étude des lames épaisses isotropes. C'est pourquoi Biot a tenté d'appliquer au cas des lames minces les relations déjà établies par Malus.

Puisque la loi d'intensité de Malus pour la double réfraction et les formules liées à la réfraction des lames épaisses isotropes sont inappropriées, Biot se résigne à chercher, « *d'après les expériences, quelles espèces de termes il faudrait y ajouter pour les compléter* [les formules] [39]». Il ajuste le dernier jeu de formules qu'il juge plus propre à traduire les nouveaux phénomènes de la polarisation colorée : « *Après avoir essayé vainement l'emploi de ces formules, j'ai cherché,*

[38] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p148. Biot trace le raisonnement indiqué à grands traits. Cependant, une démonstration précise est proposée en 1814 dans les *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, pxxxix-xL, et aussi en 1816, dans le *Traité de physique expérimentale et mathématique*, tome 4, p297-300.
[39] ibidem p148.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

d'après les expériences, quelles espèces de termes il faudrait y ajouter pour les compléter, et j'ai trouvé… qu'il fallait encore y ajouter un terme de même dimension formé par les premières puissances de ces quatre quantités…[40]»

Il obtient les expressions suivantes pour l'intensité des deux rayons fournis par le spath analyseur :

Image ordinaire : $F_o = O.\cos^2\alpha + E.\cos^2(2i-\alpha)$

Image extraordinaire : $F_e = O.\sin^2\alpha + E.\sin^2(2i-\alpha)$

« *Ces formules très simples satisfont sans exception à tous les phénomènes que présentent les lames minces.* [41]» En effet :

♦Si $\alpha = 0°$ et $i = 45°$, c'est à dire lorsque le plan de section principale du spath coïncide avec le plan primitif de polarisation et que l'axe de la lame est tourné de 45° par rapport à ceux-ci, il y a séparation complète des deux teintes et leurs intensités sont maximales :

pour l'image ordinaire, $F_o = O.\cos^2(0°) + E.\cos^2(2.45°- 0°) = O$

pour l'image extraordinaire, $Fe = O.\sin^2(0°) + E.\sin^2(2.45°- 0°) = E$

---

[40] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p148. Nous avons souligné. Les quatre quantités des *formules précédentes* associées aux deux rayons réfractés par le spath analyseur sont $\sin^2(i)$, $\cos^2(i)$, $\sin^2(\alpha-i)$, $\cos^2(\alpha-i)$. Par addition de l'expression $2E.\sin(i).\cos(i).\sin(\alpha-i).\cos(\alpha-i)$ au terme représentant l'intensité du rayon ordinaire, et retrait de cette même expression au terme représentant l'intensité du rayon extraordinaire, puis réduction de ces deux relations, Biot aboutit aux formules qui décrivent parfaitement les modifications des intensités des deux rayons. Aucun raisonnement, aucune connaissance physique du comportement de la lumière ne permettent l'introduction d'un tel terme. Il s'agit de représenter le phénomène. Biot essaie de faire apparaître l'angle double 2i auquel l'intensité de la teinte E semble obéir. En effet, la teinte E du rayon extraordinaire est à son maximum d'intensité pour $i = 45°$.
Rappelons que Biot avait obtenu par l'application systématique des formules d'intensité de Malus, pour le rayon ordinaire $F_o = O.\cos^2\alpha + E.\cos^2i.\cos^2(\alpha-i) + E.\sin^2i.\sin^2(\alpha-i)$, pour le rayon extraordinaire $F_e = O.\sin^2\alpha + E.\cos^2i.\sin^2(\alpha-i) + E.\sin^2i.\cos^2(\alpha-i)$. L'apparition d'un terme trigonométrique contenant 2i se fait aisément en transformant les produits $\cos^2(i).\cos^2(\alpha-i)$ et $\sin^2(i).\sin^2(\alpha-i)$. Leur somme vaut dans ce cas $\frac{1}{2}.(\cos^2\alpha + \cos^2(\alpha-2i))$.

Comme $2.\sin(i).\cos(i).\sin(\alpha-i).\cos(\alpha-i) = \frac{1}{2}.(\cos^2(\alpha-2i) - \cos^2\alpha)$, l'addition de celui-ci à ce qui précède, aboutit à l'élimination de $\cos^2\alpha$, ne laissant que $\cos^2(\alpha-2i)$. Ainsi, la teinte E dans l'image ordinaire n'est plus fonction que de ce dernier terme qui exprime exactement la modification de l'intensité de E avec i et α. En menant le même type de transformation avec l'expression de l'intensité de E dans l'image extraordinaire, on a bien $\cos^2i.\sin^2(\alpha-i) + \sin^2i.\cos^2(\alpha-i) = \frac{1}{2}.(\sin^2\alpha + \sin^2(\alpha-2i))$, qui, retranchée cette fois-ci à $2.\sin(i).\cos(i).\sin(\alpha-i).\cos(\alpha-i)$, aboutit à $\frac{1}{2}.[1 - (\cos^2(\alpha-2i) - \sin^2(\alpha-2i))]$ $= \frac{1}{2}.[1 - \cos2(\alpha-2i)] = \sin^2(\alpha-2i)$. Nous avons bien la teinte E dans l'image extraordinaire, fonction de ce dernier terme uniquement, comme le veulent les observations.

[41] ibidem p149.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Ceci se reproduit également lorsque i = 135° ; 225° et 315° ; et pour ces quatre azimuts de l'axe de la lame, la séparation des teintes est toujours complète comme le montre l'expérience.

♦Si $\alpha = 90°$ et $i = 45°$, c'est à dire lorsque le plan de section principale du spath se trouve à angle droit du plan primitif de polarisation, l'axe optique de la lame restant tourné de 45° par rapport au plan primitif de polarisation, nous obtenons:

$$\begin{cases} F_o = O.\cos^2(90°) + E.\cos^2(2.45° - 90°) = E \\ F_e = O.\sin^2(90°) + E.\sin^2(2.45° - 90°) = O \end{cases}$$

Les teintes des images sont permutées : lors de la rotation de 0° à 90° du spath, la teinte E de l'image ordinaire pâlit jusqu'à disparaître dans une lumière blanche, puis la teinte O apparaît de la lumière blanche et devient de plus en plus vive à mesure que α approche de 90°. Les relations indiquent bien ce fait car lorsque $\alpha = i = 45°$, il vient :

$$\begin{cases} F_o = O.\cos^2(45°) + E.\cos^2(2.45° - 45°) = (O + E)/2 \\ F_e = O.\sin^2(45°) + E.\sin^2(2.45° - 45°) = (O + E)/2 \end{cases}$$

Les images sont blanches et ont même intensité.

♦De façon générale avec i = 45°, les relations s'écrivent :

$$\begin{cases} F_o = O.\cos^2\alpha + E.\sin^2\alpha \\ F_e = O.\sin^2\alpha + E.\cos^2\alpha \end{cases}$$

et la permutation entre E et O s'effectue tous les 90°, c'est-à-dire avec α valant successivement 0° ; 90° ; 180° et 270°.On s'aperçoit bien qu'il y a séparation complète des teintes, en ne faisant tourner que le spath analyseur, pour $\alpha = 0°$ ou 90°. Entre ces deux azimuts, la rotation du spath provoque l'apparition de toutes les teintes des anneaux colorés : c'est la difficulté à laquelle s'est heurtée Arago lors de la découverte de la polarisation colorée.

En définitive, les deux relations analytiques qui indiquent les intensités des images de l'analyseur sont d'une grande clarté et faciles d'emploi. Seule manque la détermination des teintes.

Arago s'est bien aperçu de l'influence de l'épaisseur de la lame de mica sur les teintes des deux images du spath analyseur. En revanche, il ne semble pas

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

qu'il ait relié systématiquement les teintes de ces images avec celles des anneaux de Newton, bien qu'il y fasse référence [42]. Biot paraît être le premier à le faire.

Ainsi, après l'adaptation analytique des relations d'intensité, «*... il ne reste plus maintenant, pour pouvoir prédire tous les phénomènes, qu'une seule indéterminée à connaître ; c'est la couleur de la teinte E sur laquelle la lame exerce son action. E étant connu, O le sera pareillement, puisque c'est la teinte complémentaire, et que les deux ensemble doivent recomposer la lumière blanche incidente...*[43]». Par ailleurs, Biot a remarqué que la teinte E correspond à celle d'un anneau réfléchi, et la teinte O à celle de l'anneau transmis, tout ceci pour une épaisseur de lame cristalline donnée. Mieux encore : les épaisseurs de lame cristalline qui donnent les teintes observées sont exactement proportionnelles à celles qui sont marquées dans la table de Newton pour les lames minces d'une substance non cristallisée, l'épaisseur d'une lame cristalline étant plus grande que celle d'une lame de verre pour une teinte identique.

Cette ressemblance entre les deux sortes de phénomènes[44] amène Biot à conclure que « *les couleurs réfléchies par les lames minces en vertu de la réflexion ordinaire, et les couleurs données par la réfraction extraordinaire dans les lames de chaux sulfatée, de mica et de cristal de roche, et probablement de beaucoup d'autres corps cristallisés, ces dernières couleurs, comparées aux épaisseurs des*

[42] « *L'expérience que je viens de rapporter semble, au premier aspect, avoir quelque analogie avec la vingt-quatrième du second livre de l'Optique de Newton...* » : F. Arago, "Mémoire sur la polarisation colorée", in *Oeuvres complètes*, tome 10 , p 39. Dans la suite de son mémoire, Arago ne précise pas davantage l'appartenance d'une image du spath avec l'un des anneaux colorés, réfléchi ou transmis, il n'a constaté, au sujet des teintes, que la complémentarité des deux images.

[43] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, page 158.

[44] Ressemblance heureuse, sinon Biot n'aura pu aussi aisément lier les deux phénomènes. La théorie ondulatoire indique que la différence de marche des rayons à l'origine des anneaux réfléchis ($\delta = 2\pi\frac{n.e}{\lambda}$) est de même forme que la différence de marche des rayons ordinaire et extraordinaire à l'origine des couleurs des lames minces cristallines ($\delta = 2\pi\frac{\Delta n.e}{\lambda}$). Le terme Δn désigne la biréfringence de la lame cristalline, généralement très faible. C'est pourquoi, à teinte identique, il faut des épaisseurs de lame cristalline 20 à 1000 fois plus fortes que l'épaisseur de lame de verre ou d'air qui forme les anneaux de Newton. Cette identité des différence de marche est due au fait que la lumière incidente est polarisée rectilignement. Avec une lumière polarisée circulairement par exemple, la différence de marche est toute autre, et l'analogie avec les teintes des anneaux de Newton impossible.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

lames qui les donnent, suivent exactement les mêmes rapports que celles que Newton a observées. [45]»

Le rapprochement évoqué par Biot entre les teintes des deux sortes de phénomènes n'est pas pour l'étonner. Lui qui connaît si bien le *Traité d'Optique* de Newton, sait que ce dernier attribue la couleur permanente des corps à un mécanisme proche de l'effet que les lames minces produisent sur la lumière qui les éclaire : « *Les parties transparentes des Corps, selon leurs différentes grosseurs, réfléchissent des rayons d'une certaine Couleur, & laissent passer ceux d'une autre Couleur, sur les mêmes fondements que les Plaques minces, ou les Bulles réfléchissent ou laissent passer ces Rayons. Et c'est-là, à mon avis, le fondement de toutes les Couleurs des Corps* [46]». Les deux propositions précédentes sont des conjectures induites par les observations qu'il a décrites auparavant. La septième de ces propositions s'énonce : « *Par les Couleurs des Corps Naturels on peut conjecturer quelle est la grosseur des parties dont ils sont composés* », et Newton y infère que la dimension des parties des corps peut s'estimer en consultant les tables des couleurs des anneaux, la difficulté principale relevant de l'appréciation de l'ordre auquel la couleur appartient.

Remarquons que Biot s'oppose à toute autre opinion, fusse celle de Berthollet qui, dans ses *Elémens sur l'art de la teinture* [47] pour expliquer la couleur des corps estime que leur couleur peut s'expliquer au moyen d'action à distances entre les constituants de la matière. Pour Biot, c'est l'opinion d'un chimiste, mais lui en tant que physicien, pense qu'il faut continuer à prendre en considération l'avis de Newton sur l'origine des couleurs : « *Les dernières expressions* [qu'indique la théorie des affinités de Berthollet] *pourront paraître étranges aux physiciens qui regardent avec Newton les couleurs des corps, comme dépendantes uniquement de l'écart et de la disposition de leurs particules ; opinion à laquelle Newton fut conduit par les phénomènes des lames minces et transparentes qui transmettent ou*

[45] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, page 168.
[46] in Isaac Newton, *Traité d'Optique*, traduction de Coste de 1722 à partir de la deuxième édition anglaise de 1717, Gauthier-Villars, Paris, 1955, cinquième proposition de la troisième partie du livre II.
[47] La première édition date de 1791, la seconde de 1804. C'est cette dernière qui est critiquée par Biot pour la *Décade philosophique.*

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

réfléchissent à volonté telle ou telle nuance, selon que l'on atténue plus ou moins leur épaisseur. Mais M.Berthollet est d'un autre sentiment[48]».

Tout ceci pour nous convaincre que la similitude des teintes produites par les deux classes de phénomènes repose autant sur une analogie de faits que sur une analogie de principe. Dès lors, on conçoit plus aisément que Biot se serve des travaux de Newton sur les anneaux colorés pour expliquer les teintes fournies par les lames minces cristallines.

La table des teintes des anneaux réfléchis de Newton est construite pour trois milieux différents, suivant que la lame mince entre les objectifs est constituée d'air, d'eau ou de verre (voir **annexe 6**). A une teinte d'un ordre donné, il y a trois épaisseurs qui correspondent à chacun des milieux cités. Par conséquent, il existe une relation biunivoque entre l'épaisseur et la teinte, pourvu que l'on se rapporte toujours au même milieu, c'est-à-dire à la même colonne. Par exemple, si l'on considère les épaisseurs des anneaux des bleus du deuxième et troisième ordre exprimées en millionième de pouce anglais, le rapport de ces épaisseurs donne :

Nature de la lame	air	eau	Verre
Bleu 2eme ordre	14	10 1/10	9
Bleu 3eme ordre	23 2/5	17 11/20	15 1/10
Rapport d'épaisseur	0.5983	0.5983	0.5960

De la même manière, Biot doit établir une relation entre la teinte et l'épaisseur de la lame cristalline. Pour mesurer cette épaisseur, Biot demande à Cauchoix de construire un sphéromètre suffisamment précis. Chaque graduation de l'instrument permet la mesure d'une épaisseur de 2.25864µm, la lecture s'effectuant au dixième de graduation près. Si une incertitude existe, il faut davantage incriminer l'estimation de la teinte, comme le soulignait déjà Newton. L'appréciation de l'ordre auquel cette teinte appartient est la chose la plus difficile à faire. Ceci ne peut se faire qu'en comparant plusieurs lames dont l'épaisseur est connue, donc d'en voir plusieurs simultanément.

[48] in *La Décade philosophique, littéraire et politique*, article "Elémens sur l'art de la teinture", 2eme trimestre an XIII (hiver 1805), p195, signé "I.B". Dans les "Documents relatifs à la vie et aux travaux scientifiques ou littéraires de Jean-Baptiste Biot", Lefort, petit-gendre de Biot, attribue tous les articles signés par ces deux lettres à Biot.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Pour cela, Biot propose un autre mode opératoire qui consiste à observer les couleurs des lames minces non par transmission avec le dispositif de la **figure1**, mais par réflexion en éclairant les lames par de la lumière naturelle, donc non polarisée (voir **figure 5**) : « *… placez cette même lame horizontalement sur un corps noir ; faites réfléchir sur sa surface la lumière blanche des nuées sous une inclinaison d'environ 35°, comptée de l'horizon, et recevez cette lumière réfléchie sur un verre noir placé dans la position convenable pour que les rayons polarisés ordinairement échappent à la réflexion. Il faut pour cela que ce verre fasse un angle de 35°avec le rayon réfléchi, et, de plus, que le plan de réflexion soit perpendiculaire au plan vertical d'incidence sur la lame mince. Les choses étant ainsi disposées, si vous regardez la lame par réflexion, dans ce verre noir, vous la verrez entièrement et uniformément teinte d'une vive couleur, qui changera d'intensité et de nuance en tournant la lame dans son plan. La couleur réfléchie deviendra nulle quand l'axe de la lame coïncidera avec le plan d'incidence de la lumière sur sa surface, ou lui sera perpendiculaire ; elle atteindra son maximum d'intensité absolue lorsque l'axe de la lame formera un angle de 45° avec son plan ; et la teinte réfléchie dans cette position sera précisément celle sur laquelle la lame exercera la polarisation par transmission sous l'incidence perpendiculaire…*[49]»

Quelle justification Biot donne-t-il de cette expérience ? Comment peut-il prouver que la teinte observée par réflexion est bien la même que celle vue par transmission ? Il commence par expliquer la polarisation donnée à la lumière naturelle incidente : « *La réflexion sur la première surface sera la même que si la lame n'était pas cristallisée ; car il paraît, et ceci est encore un point bien constaté par mes expériences ; il paraît, dis-je, que cette première réflexion s'opère hors de la limite des forces polarisantes des cristaux, comme Malus l'avait soupçonné (Théorie de le double réfraction, page 240) : la lumière ainsi réfléchie hors de la*

[49] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p170-172. Cette comparaison doit se faire, tout au moins dans un premier temps, avec des épaisseurs de lame suffisamment minces, de sorte que les couleurs correspondent à celles des premiers anneaux de Newton, ceux qui ont des teintes bien identifiables et bien marquées. Signalons que l'observation par réflexion des teintes est due à Arago : « *Je n'ai parlé jusqu'ici que des couleurs qu'on aperçoit à l'aide de la lumière transmise ; les rayons réfléchis par les lames paraissent modifiés d'une manière analogue, avec cette différence cependant, qu'on aperçoit des couleurs sans qu'il soit indispensable que la lumière incidente ait été préalablement polarisée … je me suis d'abord assuré que les lames de sulfate de chaux jouissent, par rapport aux rayons polarisés des mêmes propriétés que le mica … je l'ai placé sur un corps noir, et en le faisant tourner sur lui même, l'œil restant fixe, j'ai bientôt trouvé la position où la lame était parfaitement blanche* » : F. Arago, "Mémoire sur la polarisation colorée", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p 50.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

première surface de la lame sous l'inclinaison de 35°, se trouvera donc polarisée ordinairement relativement au plan d'incidence [50] *; et de-là, en tombant sur le verre noir qu'elle rencontre sous l'angle convenable, elle ne pourra pas être réfléchie, elle le pénétrera et se combinera avec sa substance.* [51]» La lumière naturelle subit donc une polarisation complète par réflexion partielle à la surface de la lame mince cristalline. Cette lumière complètement polarisée est totalement réfractée par la glace qui analyse, et absorbée à la seconde face noircie de cette glace[52].

Nous sommes exactement dans la même configuration que celle utilisée par Malus lors de l'étude de la polarisation par réfraction : « *Suivons maintenant l'autre portion de lumière qui a pénétré dans l'intérieur de la lame. Cette lumière s'est trouvée polarisée en deux sens. La teinte O, sur laquelle n'agit point la lame, arrive encore à la seconde surface à l'état naturel : elle y subit une seconde réflexion partielle qui agit sur elle comme a fait la première surface* [53]*, comme aurait fait une surface de verre ordinaire ; le rayon ainsi réfléchi se trouve donc encore polarisé ordinairement : il arrive ainsi au verre noir, qui ne peut le réfléchir, et il le pénètre ; mais le reste de la lumière qui a pénétré la lame, et qui a subi son action comme corps cristallisé, a pris en partie, relativement au plan d'incidence, le caractère d'un rayon extraordinaire…* [54]» Souvenons-nous du résultat trouvé par Malus lors de l'éclairement d'une simple lame de verre sous cette même incidence de polarisation complète : une partie de la lumière blanche incidente, que l'on peut noter O, traverse la lame en restant dans son état naturel non polarisé, et vient s'ajouter à une autre portion polarisée perpendiculairement au plan d'incidence et d'intensité $E.\sin^2 i$. Et Biot s'appuie sur ce cas des lames épaisses et isotropes.

Deux curiosités apparaissent dans ce raisonnement. D'une part, la partie O non polarisée reste non polarisée en traversant la lame, comme si celle-ci

[50] Nous sommes au point 1 de la **figure 5**.
[51] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p173.
[52] Ceci permet d'éclairer un large champ où l'ensemble des lames est disposé sur le drap noir afin d'obtenir une comparaison aisée de leur teintes.
[53] Nous sommes au point 2 de la **figure 5**.
[54] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p173.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

n'agissait pas : ce n'est qu'après la réflexion sur la face inférieure de la lame cristalline que la lumière réfléchie sous incidence de polarisation complète prendra une polarisation. Tout semble indiquer que Biot considère la lame mince cristalline peu différente d'une lame de verre. D'autre part, nous voyons Biot commettre une confusion : le terme O désigne chez Malus une quantité de lumière, c'est-à-dire un nombre de molécules lumineuses qui appartiennent à toutes les couleurs allant du rouge au bleu. Alors que Biot identifie la même quantité O à une teinte, c'est-à-dire à un nombre de molécules lumineuses qui appartiennent à une petite partie du spectre lumineux. Il est probable qu'il y a confusion entre rayon ordinaire O et teinte O.

En revanche, l'état de la lumière décrit par Biot après la seconde réflexion respecte les principes de l'optique corpusculaire : la lumière qui se réfléchit est complètement polarisée dans le plan primitif et se résout en deux parties, l'une contenant les molécules constitutives de la teinte O, l'autre renfermant celles de la teinte E (voir **figure 5**). Le reste de la lumière est absorbé par le drap noir après réfraction.

Dans son *Traité de physique*, en 1816, Biot corrige cette inexactitude et donne l'explication qui appartient à la tradition corpusculaire : « *Suivons maintenant l'autre portion de lumière qui a pénétré dans l'intérieur de la lame. Cette lumière, provenant du rayonnement des nuées, a ses axes distribués indifféremment dans toute sortes de directions. Elle ne prend donc pas de polarisation déterminée en traversant la lame, et n'y produit point de couleurs, non plus que ne l'aurait fait tout autre rayon naturel qui y pénétrerait de la même manière. Mais lorsqu'elle arrive à la seconde surface de la lame, dans cet état d'indétermination, elle y subit une réflexion partielle, qui, à cause de l'obliquité que l'on a choisie, polarise complètement le faisceau réfléchi, et tourne les axes de polarisation de ses particules dans la direction du plan d'incidence. Ce faisceau, en rentrant dans la lame, s'y trouve donc modifié exactement comme l'était, dans notre expérience fondamentale, le rayon polarisé transmis sous la même obliquité. Ainsi, en supposant que l'axe fasse un angle de 45° avec le plan d'incidence, il doit de même se résoudre dans les deux teintes O, E, la première, polarisée dans le plan*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

d'incidence, la seconde dans le plan perpendiculaire ; par conséquent cette dernière seule peut se réfléchir sur la surface du verre noir. [55]»

L'explication de Biot ne souffre plus à cette époque aucune objection quant à l'application du principe qui gouverne la formation des couleurs des lames. Cependant, on peut être étonné qu'il ne se préoccupe pas davantage de l'épaisseur effective de lame traversée par la lumière. La lame de gypse n'est plus en incidence perpendiculaire mais sous incidence de polarisation complète, c'est-à-dire que la lumière qui l'éclaire arrive avec une incidence d'environ 55° par rapport à la normale. Le trajet parcouru par la lumière réfléchie à la seconde face de la lame est plus grand de l'inverse de cos55°, soit d'un facteur égal à 1,74. Par conséquent, la teinte devrait changer ; or Biot constate que les lames de gypse et celles de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe optique[56] donnent toutes une teinte à son maximum d'éclat lorsque l'azimut de leur axe est à 45° du plan d'incidence de la lumière primitive, comme si l'incidence était perpendiculaire. En 1812, Biot ne pouvait démontrer ce fait que seule la théorie de Fresnel permettra d'expliquer : celle-ci indique que dans l'azimut particulier i = 45°, l'incidence ne change pas la teinte, sauf pour des valeurs approchant l'incidence rasante [57].

Biot effectue des mesures avec un grand nombre de lames, relève leurs épaisseurs et observe leurs teintes par comparaison en les disposant sur un drap noir. Il prend pour lame étalon celle qui donne une teinte dont il est sûr d'avoir déterminé l'ordre auquel elle appartient. Il s'agit d'une lame répondant à la teinte "bleu de cobalt" du 2eme ordre. Son épaisseur répond à 36.5 graduations du sphéromètre qui équivalent à 82.44036µm. La 3eme colonne de la table de Newton indique pour cette teinte une épaisseur correspondante de verre de 9 millionièmes de pouce anglais. Biot en déduit un coefficient de conversion des µm vers les millionièmes de pouce anglais afin de pouvoir trouver directement dans la table de

[55] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome 4, page 339-340. Nous avons souligné pour attirer l'attention sur ce point capital. Afin de prouver que la réflexion se fait réellement à la seconde surface de la lame, Biot l'enduit d'une couche d'encre de Chine qu'il laisse sécher et constate qu'il n'y a plus de lumière réfléchie, ce qui est la preuve recherchée. Cette détermination des teintes par réflexion pose néanmoins l'influence d'un éclairage en lumière oblique d'une part, et de l'épaisseur effective de substance biréfringente traversée par le rayon E, d'autre part, c'est-à-dire de la teinte réellement observée. Nous reviendrons sur cette difficulté.

[56] Nous rappelons que Biot considère, comme tous les physiciens de son époque, que tous les cristaux se comportent comme la calcite et possèdent donc un seul axe de double réfraction.

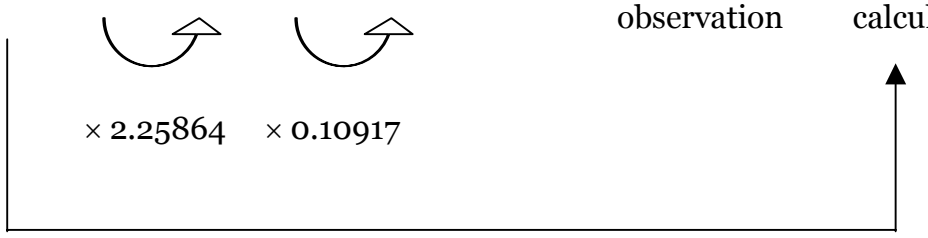
[57] Voir l'**annexe 5** pour de plus amples détails.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

Newton la teinte en rapport avec l'épaisseur mesurée au sphéromètre. Ainsi, $\frac{9}{82.44036} = 0.10917$.

On se reportera au **tableau 1** où se trouvent juxtaposées les épaisseurs déduites à partir de la teinte E observée et celles mesurées au sphéromètre, ceci pour des lames d'épaisseur différente de gypse sous incidence perpendiculaire dans l'azimut i = 45°. Les valeurs de ce tableau sont les résultats de calculs effectués comme suit :

Numéro des lames	L'indication du sphéromètre en graduations du micromètre	L' épaisseur réelle de la lame en µm	Leur épaisseur réduite à l'échelle de Newton en millionième de pouce anglais	Leur épaisseur calculée avec la table de Newton, d'après la couleur observée et donnée en millionième de pouce anglais	
1	60.5	136.6477	14.92	15.1	14.92
1 bis	62	140.0356	15.29	15.1	15.29
2	93.8	211.8604	23.13	23.2	23.13
3	55.5	125.3545	13.68	13.55	13.68
4	65.5	147.9409	16.15	16.25	16.15
				observation	calcul



× (9/36.5)

Plutôt que d'utiliser la colonne intermédiaire où apparaît l'épaisseur réelle, Biot multiplie aussi l'indication du sphéromètre par 9/36.5 et obtient directement l'épaisseur de la lame en millionième de pouce anglais. La précision semble tout à fait satisfaisante, la relation entre épaisseur et teinte rapportée aux tables de Newton convainc. L'analogie entre les teintes des lames minces cristallines et les teintes des anneaux de Newton est patente, seul un facteur constant - 0.10917 - sépare les épaisseurs les unes des autres.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Cependant, Biot désire prouver que les teintes de l'image extraordinaire des lames cristallines se rapportent aux anneaux réfléchis, c'est-à-dire aux anneaux à centre noir. Au lieu d'une simple déduction de l'observation, Biot cherche une preuve : « *il s'agit de savoir si, en supposant cet accord exact, il exige nécessairement que le rayon extraordinaire soit analogue aux anneaux réfléchis, et si l'on ne pourrait pas trouver le même accord entre les couleurs du rayon extraordinaire et les teintes des anneaux transmis.*[58] » Biot observe donc les teintes de quatre lames de teinte rouge pour le rayon extraordinaire dans les quatre premiers ordres, mais aussi pour le rayon ordinaire (voir **tableau 2**).

La complémentarité des teintes des rayons ordinaire et extraordinaire est vérifiée sans difficulté pour les trois dernières lames et les fait appartenir aux ordres indiqués sans ambiguïté. Néanmoins, rien ne prouve encore que ces teintes rouges correspondent bien à celles des anneaux réfléchis. Ce qui est sûr, c'est que la teinte rouge du rayon extraordinaire de la première lame - numérotée 16 - de cette liste correspond à une teinte d'anneaux réfléchis à laquelle répond bien la teinte complémentaire "blanc bleuâtre" du faisceau ordinaire[59]. Cette lame va servir de référence à Biot.

Si les teintes rouges du rayon extraordinaire se rapportent aux anneaux transmis des quatre premiers ordres - ce que Biot dénomme "l'hypothèse" - , leurs compléments sont alors les verts des 2eme , 3eme, 4eme ordres et le bleu verdâtre du 5eme. En lisant dans la table de Newton les épaisseurs en millionième de pouce anglais, nous obtenons pour les quatre lames les valeurs regroupées dans le **tableau3**.

Proportionnellement à la première lame, les trois suivantes sont dans les rapports indiqués colonnes de droite. Les teintes doivent être en rapport des épaisseurs : puisque la lame N°16 a une épaisseur de 24,6 parties du sphéromètre, les trois autres lames ont alors les épaisseurs "calculées d'après l'hypothèse" et consignées dans le **tableau 4**.

[58] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p228.

[59] « *… car alors le violet du 2^{e} ordre, qui est un violet sombre, a pour complément, dans les anneaux transmis, le blanc, ou, pour parler à la rigueur, une teinte approchant du blanc. Ainsi, en allant de ce violet vers le rouge du 1er ordre, on doit passer au blanc bleuâtre ; d'où l'on voit pourquoi, dans les anneaux réfléchis, le complément du rouge du 1er ordre est un blanc bleuâtre, et pourquoi lui seul, parmi les rayons de différents ordres, jouit de cette propriété.* » ibidem p229.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

Nous constatons dans ce tableau un excès entre l'épaisseur déduite à partir de la table de Newton et celle mesurée au sphéromètre. Biot conclut : « *Donc, par l'impossibilité d'admettre d'aussi grandes erreurs dans nos mesures, autant que par l'opposition constante que nous trouvons entre l'hypothèse que nous examinons et les couleurs observées, nous devons conclure que cette hypothèse est fausse ; et qu'ainsi, non seulement les observations s'accordent en supposant le rayon extraordinaire analogue aux anneaux réfléchis ; mais encore que cette supposition est la seule qui puisse les représenter.* [60]»

Ainsi, l'analogie la plus intime semble liée les phénomènes de la polarisation colorée et ceux des anneaux de Newton. Les lois qui décrivent l'intensité des images, l'identité de celles-ci avec les anneaux colorés, eux-mêmes rattachés aux seules dimensions du dispositif qui les créent comme l'a montré Newton, sont une garantie certaine de la validité du travail scientifique de Biot.

Comme les couleurs des anneaux colorés n'apparaissent qu'à partir d'une certaine épaisseur et se délavent au delà d'un certain ordre, Biot conjecture que le même phénomène doit exister avec les lames minces cristallines. En prenant pour référence la lame dont l'épaisseur est de 0.08244 mm et qui fournit le "bleu de cobalt" du 2e ordre, il déduit grâce à la table de Newton qu'il faut :

- 0.011777 mm d'épaisseur de cette lame pour que la polarisation colorée commence à se manifester,

- 0.45493 mm d'épaisseur de lame pour que la polarisation colorée prenne définitivement une teinte blanche d'ordre supérieur composée du mélange de couleurs de divers anneaux.

La limite supérieure est facile à vérifier par l'expérience. La plus petite ne permet pas une mesure directe à cause de l'extrême ténuité de la lame, mécaniquement très fragile. Mais un peu plus tard, Biot va vérifier la validité de son analogie.

L'investigation positive des phénomènes de la polarisation colorée amène Biot à soumettre les lames cristallines à toutes sortes de situations expérimentales : études en incidence oblique et superposition de plusieurs lames. La

[60] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p231.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

première sera traitée plus loin, mais la seconde va retenir immédiatement notre attention.

L'épaisseur des lames minces étant le facteur principal du changement des teintes, Biot vérifie si l'addition des parties correspond bien à leur totalité. Pour cela, il clive une lame de gypse en deux autres lames. Il observe leurs teintes respectives en incidence perpendiculaire et les rapporte à leur épaisseur correspondante avec la table de Newton. Il constate que la somme de ces épaisseurs donne, aux erreurs dues à l'estimation des teintes près, l'épaisseur de l'échantillon primitif mesurée au sphéromètre lorsqu'on a pris soin de faire coïncider l'axe des deux lames.

En multipliant les épreuves - sur plus de 80 lames tirées de cristaux différents - Biot annonce qu'il a « *trouvé dans la polarisation de la lumière par ces lames, une loi analogue à la conservation des forces vives dans la mécanique.* [61]» Ainsi, il montre que la teinte du rayon extraordinaire est une constante quand on superpose les lames extraites du même corps cristallisé, si l'on prend soin de mettre parallèle leurs axes, et ceci quel que soit l'ordre dans lequel on les combine et quelle que soit la distance qui les sépare.

Biot reprend la même expérience en croisant l'axe des deux lames à angle droit et constate cette fois-ci que la teinte produite est la même que celle que donnerait la différence d'épaisseur des deux lames. L'ordre de superposition des lames comme leur écartement n'ont pas plus d'influence que précédemment.

Le phénomène soustractif est d'autant plus intéressant qu'il donne la possibilité de distinguer des lames d'épaisseurs si semblables que leur différence tombe dans les limites des erreurs dont les mesures sont susceptibles. Un tel fait n'échappe pas à un expérimentateur de la valeur de Biot. L'observation des teintes devient plus exacte que la mesure du sphéromètre comme le montre l'exemple qui suit, consigné dans le **tableau 5**.

La différence d'épaisseur devient très faible et finalement peu significative[62]. En revanche, la première lame donne un peu plus de jaune, la

[61] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p4.

[62] Afin d'approcher au mieux la valeur de l'épaisseur, Biot répète les mesures en différents endroits de la lame. Les épaisseurs inscrites dans les divers tableaux sont toujours des moyennes de plusieurs mesures.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

seconde un peu plus de vert. La lame N°7 est donc plus épaisse que la N°6 puisque pour un même ordre d'anneaux l'épaisseur croît du violet vers le rouge : « *en croisant ces deux lames à angle droit, le rayon extraordinaire se trouve presque insensible ; cependant on découvre une faible lueur violacée, ce qui est en effet la première espèce de rayon qui commence l'ordre des anneaux.*[63]» Ce que Biot n'est pas parvenu à observer à cause de la trop grande ténuité de la lame il l'obtient par l'artifice du croisement de deux lames.

Nous avons vu que Biot a observé les teintes des lames minces cristallines par réflexion sous l'incidence de polarisation complète, que ces teintes se confondent avec celles vues par transmission dans l'image extraordinaire du dispositif analyseur, pourvu qu'on les considère lorsque l'axe de la lame se trouve à 45° du méridien. Dès qu'on tourne la lame dans son plan, c'est-à-dire dès que l'axe de cette lame n'est plus dans l'azimut de 45°, l'incidence restant la même, la teinte observée par réflexion change. Biot va faire une étude exhaustive de l'influence de l'incidence en fonction de l'azimut de l'axe de la lame et tenter de déduire des lois, si cela est possible.

L'expérimentation nécessite la détermination exacte de l'angle du faisceau incident et la position précise de l'axe de la lame par rapport à ce même faisceau. Pour cela, Biot revient à une étude des teintes par transmission. Par conséquent, le dispositif expérimental reprend celui qui a permis la détermination de l'intensité des teintes par transmission, mais s'y ajoute un anneau inclinable qui porte la lame cristalline, anneau que l'on peut entraîner en rotation selon l'axe du tube du dispositif au moyen d'un tambour par incrément de 22°30' (Voir la **figure1**). Des propriétés de compensation des effets colorés par des angles situés dans des plans différents vont ainsi pouvoir être montrées, ce que l'étude des teintes par réflexion ne permet pas.

Considérons la lame dont l'axe est tourné dans l'azimut 45° : la teinte E du rayon extraordinaire est à son maximum d'éclat. Si on quitte l'incidence perpendiculaire en basculant l'anneau qui porte la lame mince, la teinte ne se

[63] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p26.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

modifie pas d'une manière appréciable, au moins à nos sens, comme le dit précautionneusement Biot [64].

Dès lors que l'on quitte l'azimut particulier i = 45°, la variation de l'incidence modifie la teinte E[65]. Si l'axe de la lame se trouve plus proche du faisceau incident que la ligne qui lui est perpendiculaire, c'est-à-dire si l'azimut est inférieur à 45°, pour une incidence fixée, la teinte de l'image extraordinaire du rayon transmis correspond à une teinte d'un ordre inférieur de l'échelle des anneaux de Newton que ce qu'on observe en incidence perpendiculaire, comme si la lame devenait plus mince. Lorsqu'on tourne d'un quart de tour la lame dans son plan, c'est maintenant la ligne qui est perpendiculaire à l'axe de la lame qui s'approche le plus du faisceau incident lors du basculement de la lame, c'est-à-dire que cette fois l'azimut dépasse 45°. Pour la même incidence que précédemment, on observe alors que la teinte de l'image extraordinaire de ce même faisceau transmis correspond à une teinte d'un ordre supérieur de l'échelle des anneaux de Newton que ce qu'on observe en incidence perpendiculaire, comme si la lame devenait plus épaisse. Biot conclut à des actions antagonistes émanant de deux lignes situées dans le plan de la lame, l'une d'elle étant l'axe de la lame lui-même, l'autre une ligne perpendiculaire à cet axe.

Par cet argument géométrique, nous comprenons toute la particularité de la position de la lame lorsqu'elle est tournée à 45° : les molécules lumineuses de la teinte E ne subissent pas davantage l'action de l'une des lignes que de l'autre, et la teinte répond à l'épaisseur effective de la lame, quelle que soit l'incidence. Il reste à Biot à expliquer dans quelle mesure les actions émanant de ces lignes modifient les teintes.

Pour cela, il reprend la même méthode de recherche des lois des phénomènes que lors de l'étude en incidence perpendiculaire : « *Avant tout, il faut ici, comme dans l'incidence perpendiculaire, distinguer essentiellement l'intensité du rayon extraordinaire, et sa couleur ; l'intensité est soumise à une loi indépendante des teintes, et les changements des teintes suivent une loi indépendante de l'intensité. C'est seulement après avoir étudié séparément ces deux*

[64] C'est cette propriété qui a permis de déterminer par réflexion la teinte des lames posées sur le drap noir.
[65] Voir l'**annexe** 5.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

classes de phénomènes, qu'on peut les réunir dans une même formule très-simple, et être assuré que cette formule satisfait à tous les cas. [66]»

Biot remarque que la loi d'intensité ne dépend que de l'azimut de l'axe de la lame et ceci quelle que soit l'incidence du rayon de lumière polarisée. Ainsi, au moyen du tambour, l'entraînement en rotation d'un angle α de l'anneau qui supporte la lame provoque un changement que l'on peut inhiber par une rotation de la lame dans son propre plan, de la même quantité α, mais en sens contraire : « *Ce qu'il y a de très-singulier relativement à ces deux mouvements, c'est qu'ils se compensent exactement, quoiqu'ils se fassent dans des plans inclinés l'un à l'autre d'un angle quelconque ; car le mouvement de rotation du tambour fait tourner la lame autour du rayon polarisé comme axe, et amène seulement le plan d'incidence dans des cercles horaires différents, au lieu que le mouvement de la lame dans son plan la fait tourner autour de la normale à sa surface.* [67]»

Plus importante est la loi des teintes : « *j'ai trouvé qu'en nommant E la teinte du rayon extraordinaire observée sous l'incidence perpendiculaire, et exprimée en parties de la table de Newton, les autres teintes, que je désignerai par E', oscillaient autour de celle-là ; de manière que pour une même lame, on pourrait les représenter par la formule*

$$E' = E + A.\cos 2(i' - i) + B.\cos^2 2(i' - i)$$

i' – i étant, d'après nos définitions précédentes, l'angle que l'axe de la lame forme sur le plan de cette lame avec la trace du plan d'incidence. [68]»

Seulement, les coefficients A et B changent pour chaque inclinaison, ce qui limite la portée de cette relation. Biot va donc pallier à cette difficulté, et propose une solution en prenant appui sur un précédent, le plus incontestable de tous, qui lui sert d'exemple : « *…l'analogie de ces phénomènes avec ceux des anneaux colorés doit nous porter à supposer qu'ils suivent des lois analogues dans leurs changements d'inclinaison. Newton, dans le second livre de l'Optique, a donné pour cet objet une règle approchée qu'il a déduite des expériences. Ayant observé les points successifs des lames d'eau et d'air inégalement épaisses sur lesquelles passait*

[66] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p238.
[67] ibidem p242.
[68] ibidem p247. i' - i est l'angle formé par l'axe de la lame avec la trace du plan d'incidence sur sa surface : c'est encore la rotation que l'on donne à la lame dans son propre plan par rapport à la trace du plan d'incidence.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

une même couleur dans les changements d'inclinaison, il avait trouvé qu'à mesure que l'inclinaison augmente, la même couleur répond à une plus grande épaisseur, d'où il suit que la même épaisseur répond à une couleur plus élevée dans l'ordre des anneaux, précisément comme si la lame fût devenue plus mince… [69]»

Grâce à la similitude des phénomènes que présentent les lames minces isotropes et anisotropes, fort de la référence aux travaux de Newton relatifs aux teintes produites par les lames minces isotropes sous incidence variable[70], Biot propose une loi des variations des teintes des lames minces de gypse en fonction de l'incidence. A la suite de simplifications justifiées par un développement limité, il parvient à une relation dans laquelle figurent deux coefficients A_i et B_i que seule l'expérience permet de déterminer, mais qui servent au calcul de la teinte E', et ceci pour toute incidence :

$$E' = E + E.[A_i.\cos 2(i' - i) + B_i.\cos^2 2(i' - i)].\sin^2\theta$$

Rappelons que la teinte E est celle observée sous incidence perpendiculaire. Nous avons maintenant la loi qui donne la teinte E' et celle de l'intensité énoncée un peu plus haut. Leur combinaison aboutit aux intensités F_o et F_e des rayons ordinaire et extraordinaire[71] :

$$\begin{cases} F_o = O' + E'.\cos^2 2(i' - i - A) \\ F_e = E'.\sin^2 2(i' - i - A) \end{cases}$$

Afin de valider tout ceci, Biot éprouve les relations analytiques donnant la teinte E' avec les quatre lames de gypse qui répondent aux teintes rouges des quatre premiers ordres. Ces teintes observées en incidence perpendiculaire et accompagnées de leurs épaisseurs réduites à l'échelle de la troisième colonne de la table de Newton sont consignées dans le **tableau 6**.

[69] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p247-248. Pour éloigner tout doute, quand Biot indique qu'une couleur s'élève dans l'ordre des anneaux, nous devons comprendre qu'elle se situe de plus en plus vers les premiers ordres, c'est-à-dire qu'en se référant aux teintes observées sous incidence perpendiculaire, cette couleur est produite par une épaisseur équivalente de lame mince de plus en plus ténue.

[70] Biot calque son raisonnement sur celui de Newton, rappelle la relation qui indique la modification de la teinte avec l'incidence et obtient une expression dont il prend les premiers termes de la série. Plus de détails p247-249.

[71] Dans ces deux formules, on introduit la teinte E', elle-même calculée à partir de E. O' représente bien sûr la teinte complémentaire de E'. i'- i est l'angle formé par l'axe de la lame avec la trace du plan d'incidence sur sa surface, θ l'angle d'incidence du rayon par rapport à la surface de la lame. Quant à A, angle dièdre formé par le plan d'incidence avec le plan de polarisation du rayon, il représente l'angle dont on tourne le tambour qui entraîne l'anneau. Lorsque $i' - i = A$, le rayon F_e est éteint, ce qu'indique la loi d'intensité énoncée par Biot. Nous avons aussi extinction quand $(i' - i) - A = k.\pi/2$.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

A partir d'un grand nombre d'observations provenant de ces quatre lames, Biot a déduit les valeurs des deux coefficients $A_i = - 0{,}195$ et $B_i = + 0{,}065$ pour que le calcul des teintes correspondent bien à celles de l'expérience pour toutes les incidences.

Prenons l'exemple de la lame N°5 qui appartient au deuxième ordre. Les teintes E' du **tableau 7** ont été calculées avec les valeurs de i'- i et θ indiquées, E valant 13. On remarque que les formules de Biot donnent des épaisseurs effectives croissantes avec l'angle i' – i, et ceci quelle que soit l'incidence : la valeur médiane 45° conserve à l'image extraordinaire sa teinte. En partant de cette valeur médiane, plus i' – i devient inférieur à 45°, plus la lame a une épaisseur effective qui décroît ; plus i' – i devient supérieur à 45°, plus la lame a une épaisseur effective qui croît.

Tout ceci est en parfait accord avec les premières observations - et la loi des teintes déjà énoncée - et traduit l'hypothèse d'actions émanant de directions privilégiées dans le cristal : une action provient de l'axe de la lame et fait sentir son influence quand l'angle i'- i devient inférieur à 45°, ce qui a pour effet de ramener la teinte E' vers les premiers ordres des anneaux, comme si la lame devenait plus mince[72] ; une autre action qui provient d'une ligne perpendiculaire à l'axe de la lame domine et fait sentir son influence dès que l'angle i' - i dépasse 45°, ce qui provoque cette fois-ci une modification de la teinte E' vers les ordres supérieurs des anneaux, comme si l'épaisseur croissait[73].

Pour achever cette étude de l'influence de l'incidence sur les teintes, Biot vérifie l'ensemble de sa théorie par un nouvel ensemble de mesures qui inclut la validation de la loi des teintes et de celle des intensités. On commence par régler l'incidence θ en basculant l'anneau qui porte la lame de sorte à amener le rayon incident à 52°45' ou 75°37' de la surface de la lame[74], puis on tourne le tambour qui entraîne l'anneau d'un angle A par rapport au plan d'incidence servant de méridien origine. Enfin, on tourne d'un l'angle i' – i la lame dans son plan afin que cet angle vaille les cinq valeurs proposées dans le **tableau 8**.

[72] Pour l'azimut i' – i = 22°30', E' passe de 12.13 à 11.7 ce qui correspond à un amincissement de la lame avec l'accroissement de θ, c'est-à-dire avec un rayon incident de plus en plus perpendiculaire avec le plan de la lame.
[73] Pour l'azimut i' – i = 67°30', E' passe de 14.29 à 15.05 ce qui correspond à un accroissement de l'épaisseur de la lame avec θ.
[74] Rappelons que la quantité θ n'est pas notre angle d'incidence actuel, mais son complément puisque Biot le mesure à partir de la surface de la lame.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

On voit que la loi d'intensité est respectée : quand $A-(i'-i)=k.90°$, k étant un entier positif ou négatif, l'image extraordinaire est éteinte. Les teintes calculées du rayon extraordinaire répondent bien à celles observées. Confiant, Biot conclut : « *La loi de ces résultats et l'accord de l'expérience avec le calcul, relativement aux périodes des intensités des teintes, est évidente : on voit que, lorsqu'on fait changer l'angle dièdre A, formé par le plan d'incidence sur la lame, et le plan de polarisation du rayon, l'incidence restant la même, les phénomènes sont absolument les mêmes lorsque A=0, et lorsque A=90° ; on voit de plus que la série des différentes teintes, qui convient à l'incidence θ, ne se développe dans toute son étendue que dans la position A=45°, parce que, lorsque A=0 ou 90°, les teintes extrêmes sont masquées par la loi des intensités qui les fait disparaître, en rendant leur intensité nulle ; et cette disparition confirme ce que nous avons dit précédemment, sur l'espèce d'indépendance qui existe, dans ce genre d'action, entre la loi des intensités et celle du changement des teintes.*[75]»

Le calcul des teintes reste tributaire des coefficients A_i et B_i que seule l'expérience donne. Poursuivant ses expériences avec des lames de teinte bleue, Biot s'aperçoit que « *l'étendue des changements des teintes paraît aussi moins grande pour les lames bleues que pour les rouges.*[76]» Ceci l'oblige à modifier les valeurs des coefficients A_i et B_i lui servant à calculer les teintes. Dans ce cas, il déduit pour ces coefficients les valeurs $A_i = -\ 0{,}1428$ et $B_i = +\ 0{,}00959$. Ainsi parvient-il à concilier l'observation au calcul pour les intensités ; néanmoins « *les variations des teintes les plus basses sont en erreur de moitié de l'intervalle d'une teinte*[77]». La validité du travail de Biot elle-t-elle compromise ? Il ne le croit pas et s'en explique par une approche critique des plus intéressante.

Prenant l'exemple de la lame N°15, il montre que l'écart moyen entre la teinte observée et celle calculée ramené en épaisseur réelle de lame à partir de la table de Newton équivaut à environ cinq millièmes de millimètre. Cependant, cet écart estimé par l'appréciation des teintes s'avère encore trop important pour justifier des teintes par le calcul. En prenant les deux tiers de l'épaisseur indiquée ci-

[75] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p256.
[76] ibidem p262.
[77] ibidem p264.

© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

dessus, il parvient à un résultat satisfaisant. Ainsi, Biot conclut-il prudemment : « *La correction que nous venons de faire montre combien les erreurs comportées par les observations sont petites, et elles prouvent aussi que les formules qui représentent ces observations dans tous leurs détails, doivent être, sinon rigoureuses (car celles de Newton mêmes ne peuvent pas être regardées comme telles), du moins extrêmement approchées.*[78]»

Cette étude des teintes des lames minces cristallines est tributaire des connaissances relatives aux anneaux colorés. Toute imprécision à propos de leur connaissance, toute difficulté dans l'appréciation de leurs qualités se traduisent inévitablement par une limitation qui se répercute sur la détermination des teintes de la polarisation colorée.

Biot soupçonne que la variabilité des coefficients A_i et B_i a pour origine l'inégale étendue des anneaux suivant leur couleurs. Prenant encore exemple sur Newton qui a observé que les anneaux rouges sont plus dilatés que les violets, Biot rappelle « *qu'en faisant varier la succession des rayons incidents d'une manière uniforme, Newton trouvait que les contractions et les dilatations d'un même anneau, formé par une couleur homogène, étaient plus promptes et plus grandes dans le rouge, plus lentes et moindres dans le violet, et intermédiaires dans les couleurs intermédiaires. Ce pourrait être en vertu de cette propriété que, dans les teintes composées de nos lames, celles où le bleu, l'indigo, le violet dominent, varient moins que celles où domine le rouge, pour un changement égal d'inclinaison.*[79]» Biot ne manque pas de remarquer, à propos des lames minces cristallines que leurs variations sont bien moins importantes que celles des anneaux de Newton, c'est-à-dire des lames isotropes : « *...l'étendue des variations des teintes produites par les changements d'inclinaison est toujours fort petite... elle devient plus grande à mesure que la teinte fondamentale elle-même répond à une épaisseur plus grande dans l'ordre des anneaux...*[80] »

Cette étude a permis de montrer en fonction de quelles grandeurs la polarisation colorée des lames minces cristallines et selon quelles lois les teintes qu'elles présentent varient. L'étude positive du phénomène semble achevée. Il reste à

[78] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p266.
[79] ibidem p266.
[80] ibidem p271.

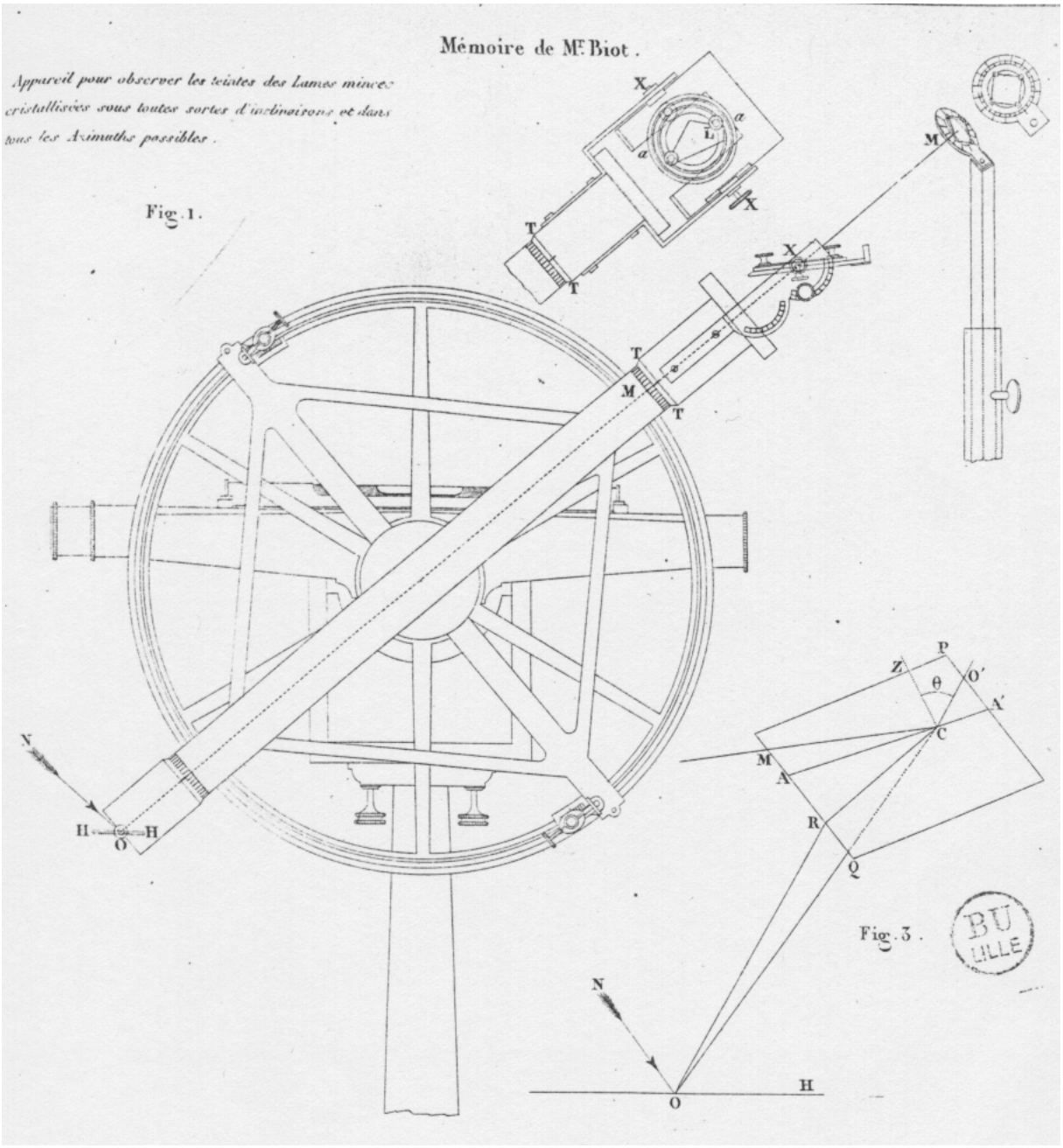
© 2008 Tous droits réservés. http://www.univ-lille1.fr/bustl

le justifier, à lui donner une légitimité conférée uniquement par les lois de la mécanique. Mais certains doutes subsistent quant à l'universalité de ce travail : l'influence de l'incidence sur la modification des teintes est bien comprise lorsqu'on utilise des lames minces de gypse ou de cristal de roche dont l'axe de cristallisation se trouve dans le plan des lames, mais les lames de mica présentent un comportement différent. A propos de ces dernières, Biot conclut : « *les variations des couleurs, quand l'inclinaison change, s'y font d'une autre manière ; ce qui semblerait indiquer, ou que l'axe du mica n'est pas dans le plan de ses lames, ou que quelque autre phénomène se combine avec l'action qu'il devrait exercer* [81]». Nous reviendrons sur cette question fondamentale à l'origine de la découverte des cristaux à deux axes. Dans l'immédiat, Biot va inclure son travail expérimental sur la polarisation colorée dans le système du monde.

[81] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p224.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Figures



[82]

Figure 1

[82] J.B Biot : "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, planche à la suite du mémoire.
La lumière naturelle arrive en N, est polarisée par la glace HH et traverse le tube OM. La lame cristalline L est fixée sur un anneau qui autorise une rotation de la lame dans son plan pour modifier l'orientation de l'axe de la lame. Cet anneau peut être basculé autour de l'axe XX pour donner de l'incidence, et l'ensemble est entraîné en rotation par le tambour TT, mouvement qui change l'azimut de la lame par rapport au plan de polarisation du rayon incident. Sur cette figure, l'analyse de la lumière en M est faite, non avec une glace, mais avec un spath fixé sur un support gradué.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

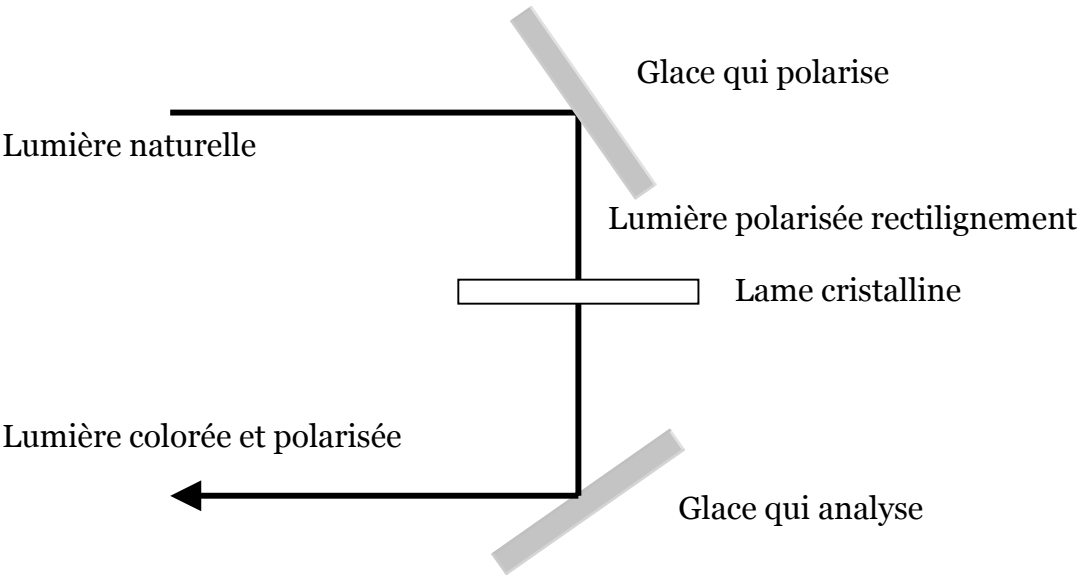


Figure 2

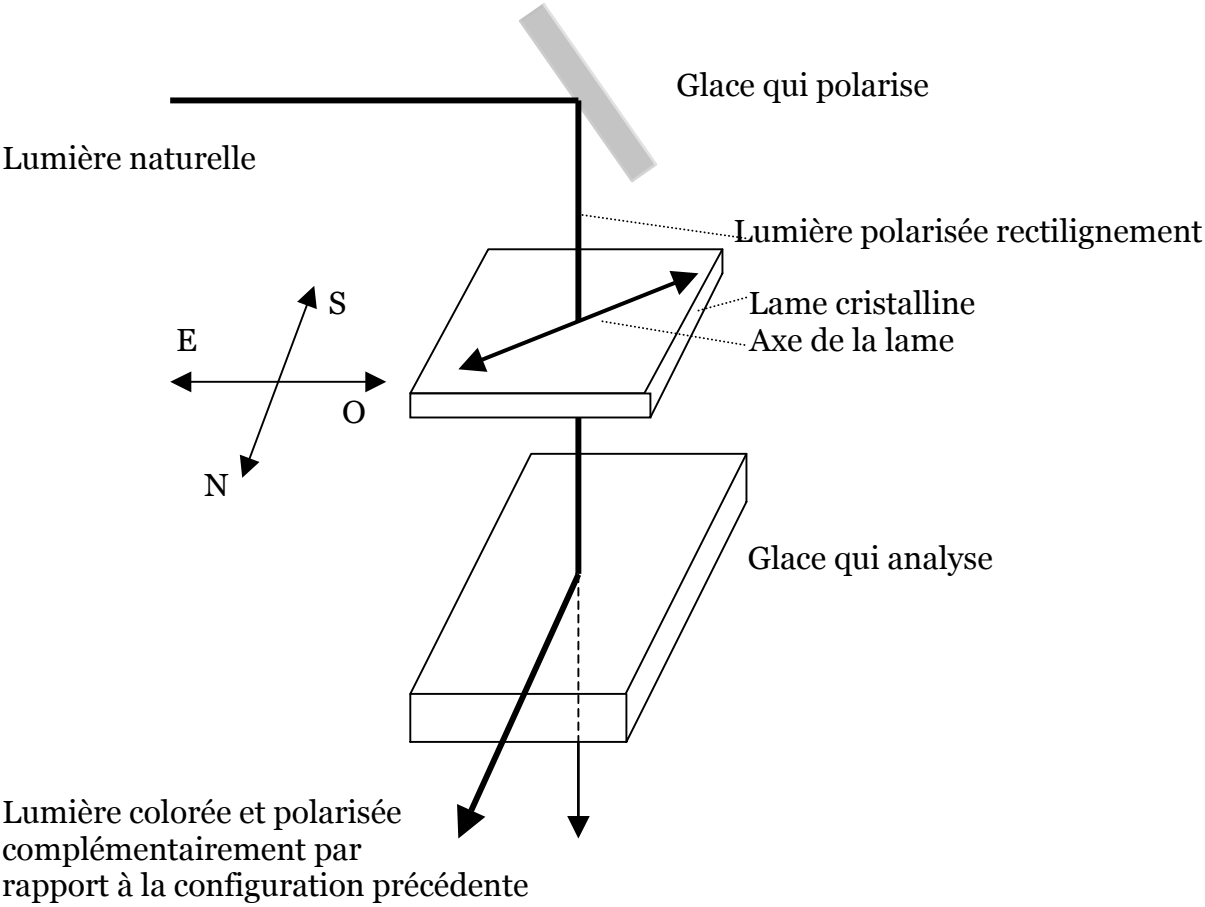


Figure 3

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

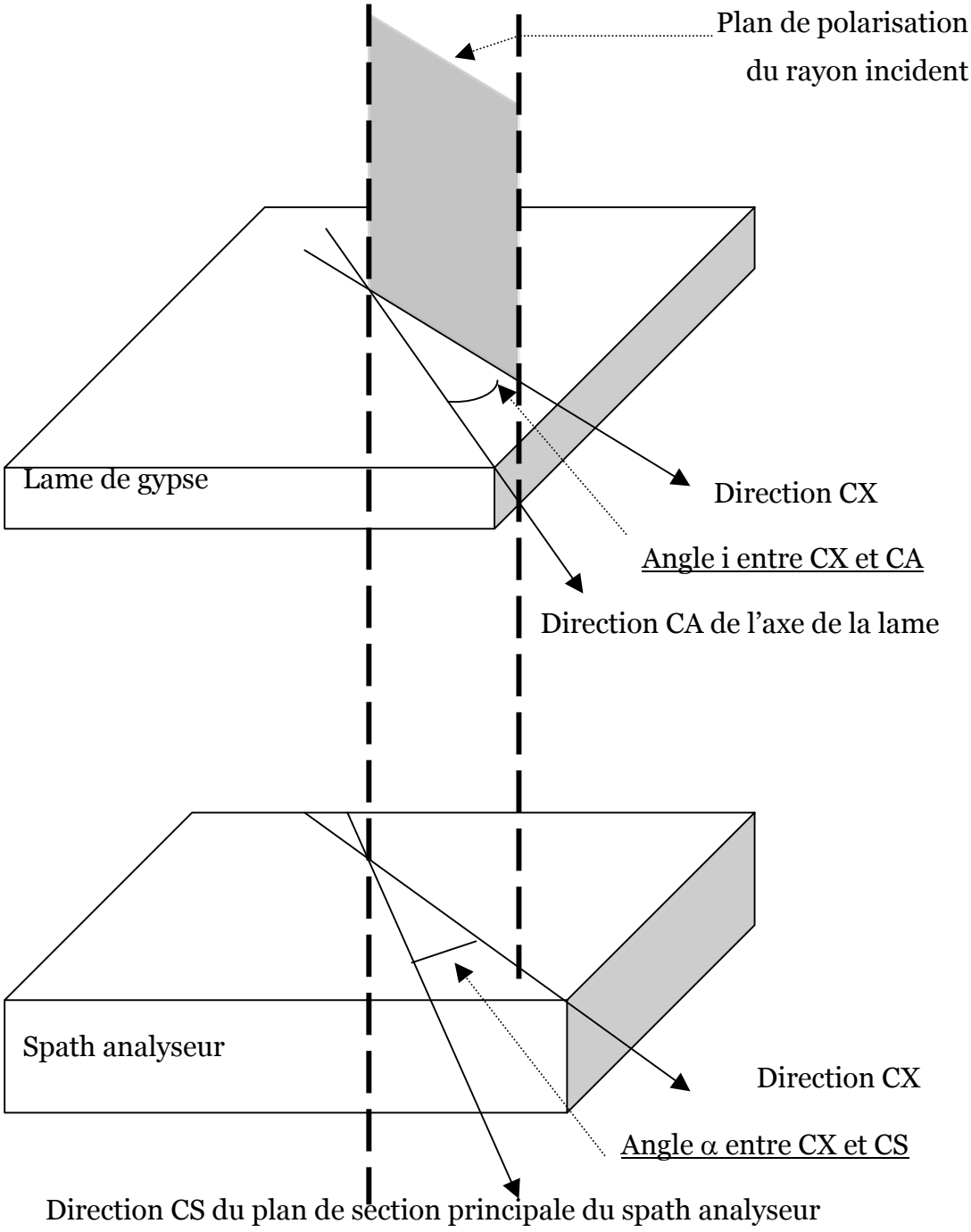
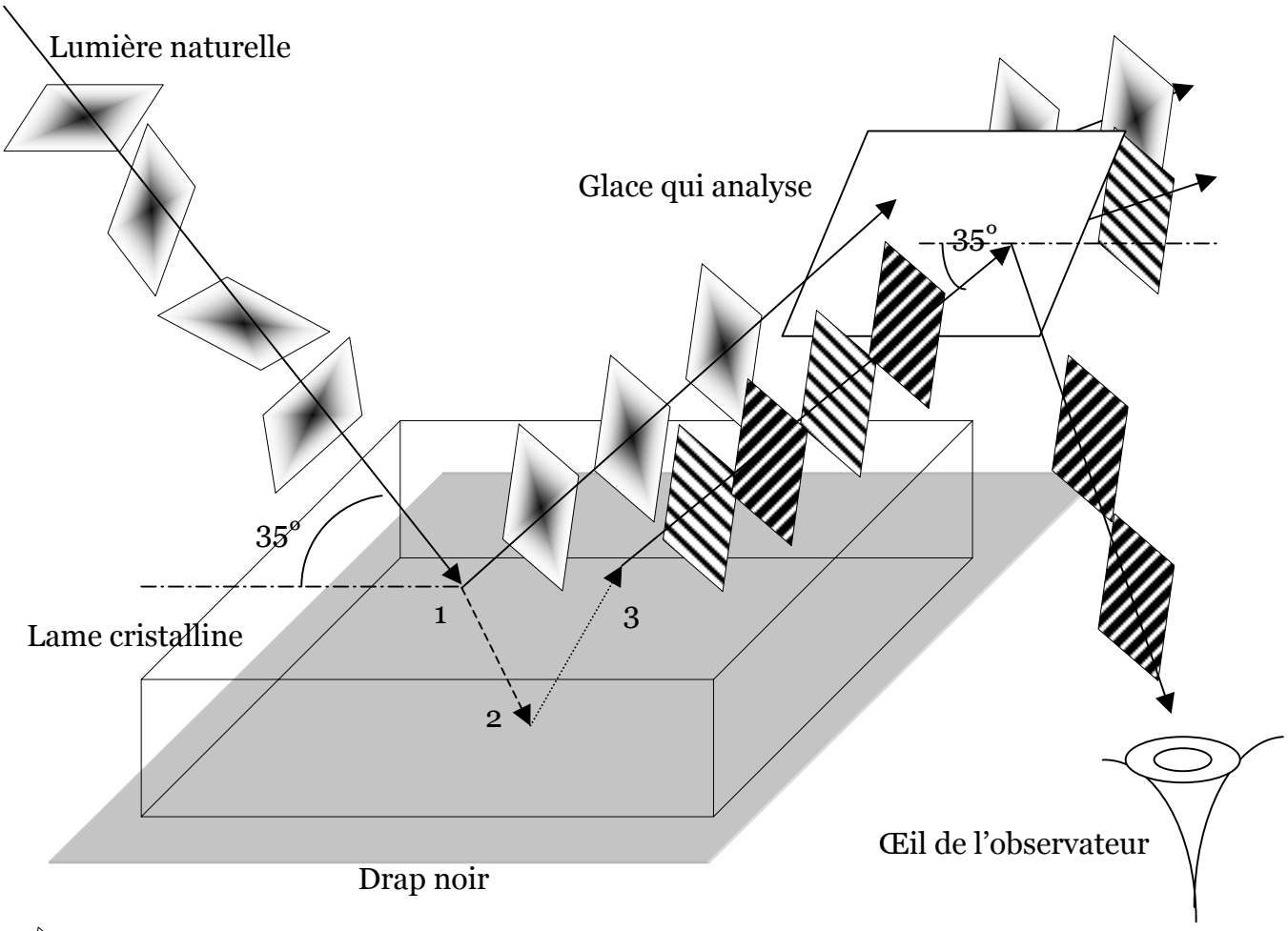


Figure 4

Avec :

- ♦CX : plan primitif de polarisation
- ♦CA : axe de la lame
- ♦CS : plan de section principale du spath
- ♦i : angle donnant l'azimut de CA
- ♦α : angle donnant l'azimut de CS

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



: molécules polyédriques associées à de la lumière blanche naturelle

: molécules polyédriques composant la lumière de teinte O polarisée ordinairement

: molécules polyédriques composant la lumière de teinte E polarisée extraordinairement

En 1 : Réflexion partielle sous incidence de polarisation complète sur la face supérieure

En 2 : Réflexion partielle sous incidence de polarisation complète sur la face inférieure

En 3 : Sortie du cristal des rayons teintés et polarisés O et E

Remarque : nous avons représenté les rayons réfractés par la glace qui analyse pour ajouter à la compréhension, mais cette glace étant noircie à sa deuxième face, ils sont complètement absorbés.

Figure 5

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Tableaux

NUMÉROS des lames.	Leur couleur observée.	Leur épaisseur mesurée et réduite à l'échelle de Newton.	Leur épaisseur calculée avec la table de Newton, d'après leur couleur observée.
1	bleu.	14,92	15,1 supposé le bleu pur du 3e ordre.
1 *bis*.	bleu.	15,29	15,1 supposé le bleu pur du 3e ordre.
2	vert jaunâtre.	23,13	23,2 vert jaunâtre du 4e ordre.
3	pourpre.	13,68	13,55 supposé le pourpre du 3e ordre.
4	vert.	16,15	16,25 vert du 3e ordre.

[83]

Tableau 1

Numéros des lames.	Leur épaisseur en parties de la table de Newton.	Teinte du rayon extraordinaire observé par transmission sous l'incidence perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire observé par transmission sous l'incidence perpendiculaire.
16	5,8	rouge brun du 1er ordre.	blanc bleuâtre.
5	13,0	rouge pourpré du 2e ordre.	vert.
1	18,7	rouge du 3e ordre.	vert.
8	26	rouge du 4e ordre.	vert bleuâtre.

[84]

Tableau 2

[83] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p186.
[84] ibidem p228.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Numéros des lames.	Leur teinte.	Leur épaisseur en parties de la table de Newton, suivant l'hypothèse.	Leur épaisseur en prenant la première d'entre elles pour unité.
16	rouge du 1er ordre.	9, 7	1
5	rouge du 2e ordre.	16, 25	1, 67
1	rouge du 3e ordre.	22, 75	2, 345
8	rouge du 4e ordre.	29, 67	3, 05

[85]

Tableau 3

Numéros des lames.	Leur couleur.	Leur épaisseur observée au sphéromètre.	Leur épaisseur calculée d'après l'hypothèse que le rayon extraordinaire soit analogue aux anneaux transmis.	Excès de l'observation.
16	Rouge du 1er ordre.	24P, 6	24P, 6 observée.	0
5	Rouge du 2e ordre.	53, 0	41, 08 calculée.	+ 11P, 92
1	Rouge du 3e ordre.	77, 33	57, 69 calculée.	19P, 64
8	Rouge du 4e ordre.	107, 7	90, 5 calculée.	17P, 2

[86]

Tableau 4

[85] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p230.

[86] ibidem p231. Biot a commis une erreur de calcul avec la dernière lame : l'épaisseur calculée n'est pas de 90.5, mais de 75.03. L'"excès de l'observation" passe alors à 32.67 au lieu des 17.2 indiqués.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Numéros des lames.	Epaisseur réduite à l'échelle de Newton.	Teinte que la lame polarise.
7	..... 10P, 1	Jaune verdâtre du 2e ordre.
6	..... 10	Vert jaunâtre du 2e ordre.
	Différence.... 0, 1	

87

Tableau 5

Numéros des lames.	Leur épaisseur réduite à l'échelle de Newton.	Teinte du rayon ordinaire sous l'incidence perpendiculaire, dans l'azimut de 45°.	Teinte du rayon extraordinaire sous l'incidence perpendiculaire dans l'azimut de 45°.
16	5, 98	Blanc bleuâtre.	Rouge brun légèrement pourpré, du 1er ordre.
5	13	Vert jaunâtre.	Rouge pourpré du 2e ordre.
1	18, 7	Vert.	Rose du 3e ordre.
8	26	Vert.	Rouge du 4e ordre.

88

Tableau 6

87 J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p26.

88 J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p250.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Valeurs de $i' - i$.	Valeurs de E' pour l'incidence $\theta = 52° 45'$.	Valeur de E' pour l'incidence $\theta = 75° 37' 20''$.
0	11,82 rouge du 2e ordre.	11,4 entre l'orangé et le rouge du 2e ordre.
22° 30′	12,13 rouge.	11,7 rouge un peu orangé.
45	12,89 rouge pourpre.	12,89 rouge pourpre.
67 30	14,29 indigo du 3e ordre.	15,08 bleu du 3e ordre.
90	15,04 bleu du 3e ordre.	16,17 vert du 3e ordre.

89

Tableau 7

89 Résultats obtenus avec la lame N°5. J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p254.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Incidence sur la lame. ψ.	Angle horaire du plan d'incidence. A.	Angle de l'axe avec la trace du plan d'incidence. $i' - i$.	Couleur et intensité du rayon ordinaire, observée. F_o.	Couleur et intensité du rayon extraordinaire, observée. F_e.	Couleur et intensité du rayon extraordinaire, calculée. F_o.
52° 45′	0	0	Blanc : maximum.	0	0
		22° 30′	Blanc verdâtre.	Rouge.	Rouge.
		45	Vert jaunâtre : minim.	Rouge pourpre:maxim.	Rouge pourpre:maxim.
		67 30	Blanc sensiblement.	Indigo.	Indigo.
		90	Blanc : maximum.	0	0
	45°	0	Vert bleuâtre : minim.	Rouge un peu orangé : maximum.	Rouge : maximum.
		22 30	Blanc bleuâtre.	Rouge.	Rouge.
		45	Blanc : maximum.	0	0
		67 30	Blanc sensiblement.	Indigo.	Indigo.
		90	Blanc : minimum.	Bleu : maximum.	Bleu : maximum.
	90°	0	Blanc : maximum.	0	0
		22 30	Blanc verdâtre.	Rouge.	Rouge.
		45	Vert légèrement jaunâtre : minimum.	Rouge pourpre:maxim.	Rouge pourpre:maxim.
		67 30	Indigo.	Indigo.	Indigo.
		90	Blanc : maximum.	0	0
75° 37′ 20″	0	0	Blanc : maximum.	0	0
		22 30	Vert.	Rouge orangé.	Rouge un peu orangé.
		45	Vert : minimum.	Rouge pourpre:maxim.	Rouge pourpre:maxim.
		67 30	Blanc sensiblement.	Bleu très-légèrement verdâtre.	Bleu.
		90	Blanc : maximum.	0	0
	45°	0	Bleu : minimum.	Orangé rougeâtre : maximum.	Entre l'orangé et le rouge du 2e ord. : maxim.
		22 30	Blanc bleuâtre.	Rouge un peu orangé.	Rouge un peu orangé.
		45	Blanc : maximum.	0	0
		67 30	Blanc rougeâtre.	Bleu très-légèrement verdâtre.	Bleu du 3e ordre.
		90	Rouge : minimum.	Vert : maximum.	Vert du 3e ord. : maxim.
	90°	0	Blanc : maximum.	0	0
		22 30	Vert.	Rouge un peu orangé.	Rouge un peu orangé.
		45	Vert : minimum.	Rouge pourpre:maxim.	Rouge pourpre:maxim.
		67 30	Blanc sensiblement.	Bleu légèrement verdâtre.	Bleu.
		90	Blanc : maximum.	0	0

90

Tableau 8

90 Résultats relatifs à la lame N°5. J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p255.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 9 :

Polarisation colorée et système du monde

Après l'établissement des lois expérimentales de la polarisation colorée, le physicien cède la place au géomètre : « *La loi du phénomène n'est encore établie que d'une manière expérimentale… Pour la rendre tout-à-fait certaine et rigoureuse, il faut la ramener aux lois générales de la mécanique, c'est-à-dire, la dériver des conditions générales de mouvement et d'équilibre voulues par ces lois. Car, lorsqu'une pareille réduction peut être effectuée complètement, elle met nécessairement en évidence les caractères des* FORCES *par lesquelles les phénomènes sont produits, ce qui est le dernier terme que la science humaine puisse atteindre.* [1]» Biot recherche une justification de la polarisation colorée par l'application des lois générales de la mécanique, ainsi qu'une caractérisation des actions à l'œuvre dans le cristal, l'éventuelle relation de celles-ci avec la gravitation, et enfin, mais c'est un objectif plus lointain, la déduction d'autres faits particuliers. Les phénomènes qu'il a décrits dépendent tous, d'après lui, d'actions qui émanent du cristal. Que faut-il comprendre ?

Rattaché à la tradition de la physique, qu'elle soit laplacienne ou qu'elle soit newtonienne, le fait qu'une action émane d'un lieu géométrique d'un corps signifie qu'une classe de phénomènes sensibles à l'influence de ce lieu peut être

[1] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxv-xvj.
Biot introduit cette proposition en prenant exemple sur la double réfraction des cristaux. Huygens a vérifié par la géométrie les chemins pris par les deux rayons en supposant que le rayon extraordinaire se construit grâce à une figure elliptique. Or, la détermination numérique des angles de réfraction n'est pas sans difficulté par une construction géométrique. Mais à l'époque de Biot, l'analyse mathématique est suffisamment avancée pour calculer le chemin pris par un rayon lumineux. Biot note tout le profit qu'on peut en tirer : « *vous aurez encore l'avantage, beaucoup plus grand, de connaître les élémens abstraits dont ses lois dépendent, d'en lire l'influence dans la formule, de découvrir ainsi les circonstances les plus favorables pour les déterminer exactement*. » Notons que ce travail algébrique à propos de la double réfraction a été effectué par Laplace en 1809, puis par Malus dans sa *Théorie de la double réfraction* en 1810.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rapportée à une quantité géométrique. Par exemple, lors de l'étude en incidence oblique, Biot a attribué les modifications des teintes observées à deux actions, l'une émanant de l'axe du cristal, l'autre de la ligne perpendiculaire à cet axe. Ceci a permis de quantifier ces modifications au moyen des angles θ et i qui déterminent la loi représentative du phénomène. Dans l'immédiat, la véracité de l'origine supposée de ces actions importe peu : seules les variations du phénomène nous sont accessibles par les mesures, l'étude de celles-ci permettant uniquement de supposer l'existence d'actions rapportées aux directions spécifiées ci-dessus. De ces actions, nous ne pouvons constater que les effets. Les principes de la mécanique les utilisent pour déterminer les mouvements auxquels ils correspondent, et comme l'indique Biot, il devient alors possible de caractériser les forces qui produisent le phénomène étudié. La justification du phénomène par la mécanique est alors une chose acquise. L'étude analytique des équations du mouvement doit valider tous les aspects déjà connus du phénomène et permettre d'en connaître d'autres[2].

Mais, la première difficulté que l'on rencontre réside dans l'expression des rapports qui existent entre les mesures fournies par l'expérience ; difficulté aisément surmontée en exprimant par des formules algébriques la représentation empirique des faits[3]. Nous sommes alors en dehors de l'univers matériel, ayant

[2] Pour cela, l'astronomie reste la science de référence, sujet de développement de l'analyse mathématique et aussi son principal objet d'application : « … *leurs successeurs* [les géomètres contemporains de Newton] *ont eu l'heureuse idée d'appliquer cette analyse* [infinitésimale], *aux mouvemens célestes : ils sont ainsi parvenus à expliquer par la loi de la pesanteur, tous les phénomènes du système du monde, et à donner aux théories et aux tables astronomiques, une précision inespérée… C'est principalement dans ces applications de l'analyse, que se manifeste la puissance de ce merveilleux instrument, sans lequel il eût été impossible de pénétrer un mécanisme* [le système solaire] *aussi compliqué dans ses effets, qu'il est simple dans sa cause. Le Géomètre embrasse à présent dans ses formules, l'ensemble du système solaire et de ses variations successives… le Géomètre a su tirer des observations, comme d'une mine féconde, les élémens les plus importants de l'astronomie, qui sans l'analyse, y resteraient éternellement cachés. Il a déterminé les valeurs respectives des masses du soleil, des planètes et de leurs satellites, par les révolutions de ces différens corps, et par le développement de leurs inégalités périodiques et séculaires : la vitesse de la lumière et l'ellipticité de Jupiter, lui ont été données par les éclipses des satellites, avec plus de précision que par l'observation directe…* » in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, troisième édition, Courcier, Paris, 1808, p385.
Cette démarche a montré, par sa fécondité, la validité de la théorie de la gravitation universelle et de la loi mathématique qui la caractérise : une quantité de matière possède la faculté d'attirer une autre quantité de matière en proportion des masses respectives et réciproquement au carré de la distance qui les sépare. Tout le reste n'est que situations particulières d'application de cette loi de la nature, application assujettie aux développements de l'analyse mathématique.

[3] Pour Biot se pose la question suivante : Comment ordonner toutes ces observations et tous ces résultats d'expériences afin d'en faire les lois des phénomènes qui soient capables de vérification et de prédiction ? Par l'invention et l'imagination. Et ces deux facultés de l'esprit sont utiles aussi bien à la littérature qu'à la science… En effet, « *dans les sciences, comme dans les lettres, l'imagination voit et saisit les objets, les situations, les circonstances, et les diverses faces des phénomènes ; l'invention les combine ensuite et les dirige vers un but. C'est par elle que le poète, développant les passions de ses*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

dépouillé le phénomène de ses qualités sensibles pour le rapporter à la seule abstraction que représente la quantité : c'est le point où Biot est arrivé avec les lois de la polarisation colorée. Ensuite, ne pouvant aller plus avant dans l'exploitation des mesures, il ne reste plus qu'à figurer ces lois au moyen des mouvements d'un objet matériel sur lequel on pourra appliquer les connaissances de la mécanique rationnelle afin que l'étude de ces mouvements - qui concrétisent les lois en question - révèle et formalise les actions supposées émaner du lieu géométrique. Au-delà de la simple justification, Biot projette surtout de montrer que des forces attractives et répulsives sont à l'origine du phénomène de la polarisation colorée, comme avec la double réfraction[4].

Avant d'en venir là, il faut s'assurer que d'autres manifestations associées à la polarisation colorée renvoient au même principe et donc qu'elles sont explicables par le ou les lieux géométriques d'où agissent les forces responsables du phénomène dans toutes ses particularités. L'astronomie, première des sciences physico-mathématiques, est, à ce titre, exemplaire puisqu'elle parvient au moyen de l'unique principe de la gravitation universelle à rendre compte de tous les mouvements des astres. Biot n'a d'autre but que de porter la physique générale et expérimentale au niveau des sciences physico-mathématiques[5].

Cette induction des propriétés singulières d'un objet à une propriété générale est d'autant moins aisée à effectuer que celle-ci recouvre un ensemble étendu de phénomènes[6]. Cependant, selon Biot, au moyen d'un grand nombre de

personnages, amène d'une manière naturelle et sûre le dénouement de l'action qu'il a imaginé. C'est par elle que le savant, combinant les forces de la nature empreintes dans les propriétés des substances qu'il emploie, fait sortir les vérités générales du dédale des phénomènes particuliers. » : "Discours sur l'esprit d'invention et de recherche dans les sciences", in J.B Biot, *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome2, Michel Lévy frères, Paris, 1858, p89.

4 J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p1.

5 « *Elle* [La physique générale et expérimentale] *diffère des sciences physico-mathématiques, en ce qu'elle n'est proprement qu'un recueil raisonné d'expériences et d'observations ; au lieu que celles-ci, par l'application des calculs mathématiques à l'expérience, déduisent quelquefois en une seule et unique observation un grand nombre de conséquences qui tiennent de bien près, par leur certitude, aux vérités géométriques* ». in Jean Le Rond d'Alembert, *Discours préliminaire de l'Encyclopédie*, Cornély, Collection Le livre pour tous, Paris, 1902, p18.
D'Alembert met la catoptrique, la dioptrique, la mécanique des fluides, la mécanique de manière générale au nombre des sciences physico-mathématiques puisqu'une seule expérience relative à chacune de celles-ci suffit à déterminer toutes les variétés du phénomène qu'elles renferment. En revanche, la physique générale et expérimentale n'est encore "qu'un recueil raisonné d'expériences et d'observations".

6 Ainsi, lorsqu'on considère les diverses inégalités périodiques et séculaires des planètes, les inégalités de la lune, il n'est peut-être pas si évident d'en déduire la loi d'attraction universelle…

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

mesures effectuées avec une extrême précision, on parvient à une mise en équations algébriques rigoureuse de phénomènes bien choisis : il s'agit de la méthode qu'il emprunte lorsqu'il étudie l'influence de l'incidence sur les teintes de la polarisation colorée que nous avons décrit au chapitre précédent[7]. Une grande souplesse est requise pour la justification de ces phénomènes, car, il n'est pas encore sûr que l'induction fournisse la loi la plus générale qui unit tous les aspects, mêmes ceux inconnus, de la polarisation colorée. Une application exacte de la mécanique doit montrer si cette loi est plausible, et quel est le degré de son étendue[8]. Ainsi, un grand nombre de phénomènes est susceptible de trouver une justification par une cause unique : l'attraction sensible "à des distances insensibles" en est un exemple. Montrer qu'une telle attraction est apparentée à la gravitation reste un objectif encore lointain[9]. Cependant, comme nous ne tarderons pas à le constater, l'ambition de Biot va plus loin que celle de Malus puisqu'il va essayer de quantifier les actions qui émanent du cristal. Pour cela, il est nécessaire d'avoir une figuration mécanique du phénomène.

Et pour la polarisation colorée, le choix d'un mécanisme qui ne relève pas de la fantaisie de l'esprit est à faire, un choix cependant limité par des travaux antérieurs, et spécialement ceux de Malus. En effet, ce dernier était parvenu à donner une géométrie à la lumière, c'est-à-dire qu'il avait affecté aux corpuscules lumineux une forme qui rend possible de traduire en terme mécanique tous les aspects des phénomènes de polarisation alors connus. Ceci avait permis le

[7] La méthode scientifique de Biot est constante : « *… on doit observer avec le plus grand soin deux conditions indispensables : c'est que l'analyse sur laquelle on s'appuie soit rigoureuse, et que les expériences auxquelles on la compare ou qu'on lui confie soient très-exactes.* » in J.B Biot, Traité de physique, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxviij.

[8] D'Alembert indique-t-il, p17, du même *Discours préliminaire de l'Encyclopédie* : « *plus on diminue le nombre des principes d'une science, plus on leur donne d'étendue ; puisque l'objet d'une science étant nécessairement déterminé, les principes appliqués à cet objet seront d'autant plus féconds qu'ils seront en plus petit nombre. Cette réduction, qui les rend d'ailleurs plus faciles à saisir, constitue le véritable esprit systématique, qu'il faut bien se garder de prendre pour l'esprit de système avec lequel il ne se rencontre pas toujours* ».
Les propos de Laplace illustrent ceux de son maître et prennent appui sur l'exemple de la gravitation : « *On peut accroître la probabilité d'une théorie, soit en diminuant le nombre des hypothèses sur lesquelles on l'appuie, soit en augmentant le nombre des phénomènes qu'elle explique.* » in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, troisième édition, Courcier, Paris, 1808, p291.

[9] Ne serait-ce qu'à cause de la méconnaissance des lois mathématiques qui traduisent ce type d'attraction : « *Ainsi la matière est soumise à l'empire de forces attractives de nature différente… tout ce qui tient à la constitution intime des subsatnces qui les composent, dépend principalement des autres forces dont l'action n'est sensible qu'à des distances imperceptibles. Il est presque impossible par cette raison, de connaître les lois de leur variation avec la distance ; heureusement, la propriété de n'être sensibles qu'extrêmement près du contact, suffit pour soumettre à l'analyse, un grand nombre de phénomènes intéressans qui en dépendent.* » in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, troisième édition, Courcier, Paris, 1808, p296.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rapprochement entre la polarisation par réflexion et la double réfraction. Puisque la polarisation colorée n'est pas étrangère à ces dernières, jusqu'où la fécondité de ce travail fondateur peut-elle se prolonger ?

Biot s'est toujours insurgé contre toute idée de système puisque la nature n'a pas à être conforme au système imaginé ; car seuls les principes découverts à partir de l'expérience sont à même de la décrire et de la reproduire fidèlement[10].

On peut, comme Newton l'avait déjà proposé, n'admettre d'autres causes que celles qui peuvent être déduites des phénomènes eux-mêmes, et non d'hypothèses "de confort" face à la vérité des faits. Avec précaution, Newton affirme que « *la grande & principale affaire de la Physique, c'est de raisonner sur les Phénomènes sans le secours d'Hypothèses imaginaires…* [11]». Le « *Non fingo hypotheses* » newtonien reste d'actualité quand Biot affirme que : « *… la méthode, à la fois analytique et expérimentale, que j'ai recommandée, offre encore un avantage bien important pour l'exposition de la science ; c'est d'en bannir absolument tout système.* [12]» Il dit n'accepter aucun système, car ils contiennent tous, de manière potentielle, des préjugés et donc des limitations stérilisantes de l'interprétation à donner d'un phénomène ; pas plus qu'il ne désire une représentation spécifique, donc conjecturale, et par conséquent qui se prononce à propos de la nature du phénomène. De toute façon, l'expérience tranche et suffit : « *… si l'on examine bien tous les systèmes qui ont été imaginés, pour expliquer la nature de la lumière, on verra que leurs auteurs, à mesure qu'ils ont voulu se rapprocher des phénomènes, ont été conduits, et pour ainsi dire forcés à emprunter toutes les propriétés que Newton a reconnues aux accès ; mais à cette différence capitale, que Newton s'est borné à les définir exactement, sans rien prononcer sur leur nature, qui dépasse les indications de l'expérience ; au lieu que les auteurs dont je parle ont dû, à cause du but qu'ils se proposaient, leur donner un corps et les réaliser hypothétiquement.* [13]» D'une manière générale, une théorie n'est recevable que si elle est validée par le calcul numérique, seul indicateur fiable. A l'encontre de la théorie de l'émission, « *le système des ondulations fût-il vrai au fond, ce que nous*

[10] Voir les notes 14 et 15 du chapitre sur "Les lois de la polarisation colorée".
[11] in Isaac Newton, *Traité d'Optique*, traduction de 1722 de Coste de la deuxième édition anglaise de 1717, réimpression Gauthier-Villars, Paris, 1955, p444.
[12] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxix.
[13] ibidem pxxj.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

ne pouvons savoir, ne doit pas, en bonne logique, être reçu aujourd'hui, puisque tous les moyens rigoureux nous manquent pour constater sa réalité par ses conséquences. Ce motif ne subsiste pas contre l'hypothèse de l'émission, parce que toutes les particularités qu'elle admet ou qu'elle suppose sont nettes et précises, comme dépendants de directions et d'intersections de lignes droites, toutes choses que nous savons calculer.[14]»

La science est avant tout affaire de longue haleine, la nature n'étant encore interprétable que par les seules données de l'expérience patiemment collectées, mêmes si elles restent de prime abord impénétrables à l'esprit. L'interprétation mécanique des phénomènes de polarisation de la lumière n'est peut-être pas l'explication définitive …

Il faut se méfier de tous errements comme nous l'avons signalé, ce qui nécessite de conserver et de se reporter, pour plus de sûreté, aux travaux les plus indiscutables, c'est-à-dire à ceux de Newton en matière d'optique. Par cette voie empruntée avec intransigeance, Biot se montre en ce début de XIX^{e} siècle un savant classique, n'hésitant jamais à faire une sorte de panégyrique de Newton[15]. En effet, être classique, c'est savoir se répéter : Biot ne sortira pas du cadre de la science newtonienne, réinvestissant de façon doctrinale les résultats de son prédécesseur. Ainsi, le soucis de la vraisemblance étendu, par ailleurs, à toutes les connaissances, est pour Biot une raison suffisante à sa propension insatiable à faire des mesures, seuls objets susceptibles de receler une part de la vérité[16]. Celle-ci nourrit les sciences et doit structurer les lettres puisqu'il n'envisage les premières que fortifiées par l'étude préalable des secondes[17], et n'admet par conséquent aucune

[14] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxxij.

[15] A propos de l'avancement des sciences, il nous confie : « *cette marche, que j'ai tâché partout de suivre, est celle que Newton nous a enseignée par ses ouvrages, et qui, après ce grand homme, a été peut-être trop peu suivie. C'est encore celle que l'auteur de la Mécanique céleste a fait revivre…* » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxxiij.

[16] « *Je ne sais même si ce dernier point n'est pas le plus important à recommander. Car, après tout, si l'analyse est fausse, l'observation le fera bientôt apercevoir, au lieu que, si les données fournies par l'expérience sont fautives, l'analyse n'a presque aucun moyen de le reconnaître…* » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxviij.

[17] Dès le début de sa carrière, il ne tenait pas d'autres propos au sujet d'une éducation estimée profitable et féconde : « *La première* [condition] *est que les sciences et les lettres s'y trouvent alliées et réunies… Ce sont les lettres qui ont donné aux sciences l'éclat dont elles brillent aujourd'hui. Sans les sciences la nation la plus lettrée deviendrait faible et bientôt esclave ; sans les lettres la nation la plus savante retomberait dans la barbarie* ». in J.B Biot, *Essai sur l'histoire des sciences pendant la révolution française*, 1803, p77. A la fin de sa vie, il ne variait pas et prônait avec constance « *l'alliance des sciences, avec les lettres, leurs sœurs aînées* », conseillant toujours aux jeunes gens de

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

invraisemblance dans les ouvrages littéraires [18]. La science, par ce biais, prend elle aussi des accents classiques, comme ceux des auteurs auxquels Biot se réfère[19]. Si le littérateur classique est celui qui n'a nul recours au néologisme et qui enrichit l'esprit humain par un petit pas de plus simplement en ressaisissant « *quelque passion éternelle dans ce cœur où tout semblait connu et exploré ; qui a rendu sa pensée, son observation ou son invention, sous une forme n'importe laquelle, mais large et grande, fine et sensée, saine et belle en soi…*[20]», alors il n'est pas interdit de faire à propos de Biot un parallèle lorsqu'on considère sa pratique de la science : « *cette marche toujours croissante, toujours inventive, est précisément ce qui fait le grand attrait des sciences…* [21]» Non seulement il prend l'œuvre de Newton pour référence, mais il tente de faire prospérer la méthode qui l'a fait naître et de renforcer les résultats qu'elle renferme. S'il intègre des éléments plus récents, c'est parce qu'ils

s'appliquer à « *exercer, assouplir, perfectionner les ressorts de* [leur] *esprit par l'étude des lettres* » avant de s'attacher aux sciences. in J.B Biot, *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome3, "Discours de réception à l'Académie française", 1858, p507 et 529.

18 Dans l'article "De l'influence des idées exactes dans les ouvrages littéraires", Biot s'insurge contre Bernardin de Saint-Pierre qu'il accuse d'entretenir des systèmes qui faussent et altèrent les rapports des phénomènes qui sont évoqués et décrient dans *Paul et Virginie* et dans les *Etudes de la nature*. Quant au *Génie du christianisme* de Chateaubriand, Biot y dénonce les illusions des idées systématiques et s'étonne qu'on veuille tenter de faire renaître ces idées. Ainsi, met-il en garde contre le retour des "fantômes de notre imagination", les écrivains du Grand Siècle étant le meilleur antidote : « *Heureusement, le bon sens et le bon goût n'ont pas encore perdu toute leur influence, et ceux qui veulent introduire parmi nous une nouvelle poétique, fondée sur la déraison et l'extravagance, n'auront pas seulement, comme ils le supposent, à se défaire des gens éclairés et savants ; leurs véritables ennemis, leurs ennemis mortels, ce sont les grands écrivains du siècle de Louis XIV ; particulièrement Fénelon, Boileau, Racine, qui nous ont appris, par leur exemple et par leurs ouvrages, à ne connaître d'autres sources des beautés littéraires que la nature et la vérité* ». in Jean-Baptiste Biot, *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome 1, Michel Lévy frères-Libraires, Paris, 1858, p19. Cet extrait provient de l'article intitulé "De l'influence des idées exactes dans les ouvrages littéraires" publié dans le tome XXXIX du *Nouveau Mercure* pour l'année 1809. Ajoutons que Biot a mis pour épigraphe à son article un vers de Boileau tiré de l'*Epitre IX* " Sur le vrai " : « *Rien n'est beau que le vrai.*»

19 Parmi lesquels Boileau qui déteste l'artifice et l'emphase, aime le mot juste, la vérité telle qu'elle est. Boileau admire les Anciens et tout particulièrement Horace dont il ambitionne d'être l'égal pour la littérature française, Horace que Biot n'a de cesse de citer et de louer. *Les Provinciales* de Pascal sont le seul ouvrage du 17eme siècle que Boileau estime être comparable aux chefs-d'œuvre des Anciens. Pour Pascal, il faut préciser avec rigueur, comme un mathématicien, la valeur des termes employés ; les principales qualités du style sont la propriété et le naturel : l'art d'ordonner les mots qui correspondent à des idées justes est commandé par le souci fondamental de la pensée à exprimer et la vaine et fausse éloquence est à rejeter car elle encombre le discours. Avant Boileau, Pascal est un théoricien de l'art classique, art qui refuse toute ostentation inutile et semble économe du moyen. Ce qualificatif de classique est aussi à relier à l'état dans lequel on se maintient une fois les principes établis : « *L'idée de classique implique en soi quelque chose qui a suite et consistance, qui fait ensemble et tradition, qui se compose, se transmet et qui dure* », nous dit Sainte-Beuve en 1850, contemporain de Biot, in *Les causeries du lundi*, collection Classiques Larousse, tome 1, Librairie Larousse, Paris, 1953, p38.

20 ibidem p38-39.

21 "Discours sur l'esprit d'invention et de recherche dans les sciences", in Jean-Baptiste Biot, *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome 2, Michel Lévy frères-Libraires, Paris, 1858, p88. Ce discours fut lu à la séance publique de l'Institut le 3 janvier 1814.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

sont le prolongement de travaux déjà formulés à l'époque de Newton ou qui en procèdent : le *Traité de mécanique céleste* de Laplace répond aux imperfections de circulation des astres antérieurement signalées, l'*Exposition du système du monde* cautionne l'organisation d'un univers gouverné par une attraction unique[22] et supposée diversement mise en application. Surtout, de nouveaux chapitres de la physique terrestre viennent d'être enrichis grâce à l'hypothèse d'actions à très petites distances anciennement émise par Newton : l'action capillaire, la double réfraction, la relation entre la polarisation par réflexion et la double réfraction montrent toute la fécondité d'une telle démarche scientifique et valide cette hypothèse d'attraction à distance.

Le désir d'attribuer à toutes les manifestations du monde matériel une cause commune reste une quête permanente du physicien. Cependant, la marche de la science, avec ses réussites, ne va pas sans heurt. Ainsi, on sait depuis les travaux de Malus que le nombre de molécules lumineuses préalablement polarisées qui se réfléchissent à la surface d'une glace est fonction de l'azimut de celle-ci, et qu'une lumière complètement polarisée va jusqu'à perdre totalement sa capacité à se réfléchir, « *quelle que soit l'espèce d'accès où se trouvent les molécules lumineuses, et à quelque période qu'elles soient de cet accès. C'est là une propriété nouvelle qu'il faut ajouter à la théorie de Newton* [23]». La théorie des accès, fondement de l'explication des anneaux colorés produits par les lames minces, partie la mieux assurée de l'optique physique par la précision des mesures qui l'accompagnent, n'est certainement pas à écarter puisque les teintes offertes par les lames minces isotropes ou cristallines sont analogues, à un point tel que la première sorte de teintes sert de référence à la détermination de la seconde sorte. Pour Biot, savant classique, la théorie de Newton requiert un approfondissement qui exclut toute remise en cause radicale. Il va s'agir de faire une relecture de l'œuvre de son prédécesseur et de proposer une extension qui multiplie ses applications.

Voyons comment Biot va figurer la justification mécanique des divers aspects présentés par la polarisation colorée en restant fidèle aux connaissances de Laplace et de Newton, et comment il va tenter de quantifier les actions responsables

[22] Loin de nous l'idée d'attribuer à Laplace un simple plagiat de l'œuvre de Newton, d'autant que Laplace avance dans l'*Exposition du système du monde* que la naissance du système solaire proviendrait d'une nébuleuse primitive, hypothèse neuve et très féconde.
[23] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, Paris, 1816, pxxviij.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

des mouvements mécaniques en les rapportant à la gravitation universelle. Nous ferons suivre ceci de l'adaptation de la théorie des accès à laquelle Biot a procédé.

Nous avons vu que Biot a constaté lors de l'étude de l'influence de l'incidence sur les couleurs données par la polarisation colorée, que l'origine des modifications des teintes était imputable à deux lieux géométriques, une ligne coïncidant avec l'axe de la lame et une autre perpendiculaire à cet axe. En effet, l'examen des mesures fait déduire à Biot que « *toutes ces circonstances compliquées, qui se laissent ainsi prévoir par le seul raisonnement, d'après la considération de l'action multiple des axes et de leur inégale énergie, confirment d'une manière assez frappante l'existence de ces axes, ou du moins celle des forces qui émanent de leurs directions, seule chose que je prétends établir.*[24]» Cette localisation de la cause qui provoque le phénomène, mais qui reste inexplicable, suffit à Biot : « *Comment ces axes résultent des actions particulières des molécules du cristal, c'est ce que je ne prétends pas expliquer.* [25]» De la sorte, il n'y a aucune nécessité imposée à l'application du calcul différentiel pour rendre raison mécaniquement du phénomène, c'est-à-dire qu'une certaine liberté interprétative existe, puisque d'une part, les lois algébriques du phénomène ne contiennent pas implicitement les causes de sa réalité physique, et d'autre part, on n'a assigné à cette cause aucune condition autre que celle déduite de l'expérience, ce qui doit limiter toute dérive de l'imagination du savant.

Donc à partir de la lecture des résultats d'expérience et des lois établies grâce à ceux-ci, Biot va justifier la polarisation colorée. Voici par quelle manière : « *Je ne me propose point de chercher une hypothèse qui les explique, je ne veux que les composer ensemble, et les réduire par des considérations mathématiques en un seul fait général qui en sera l'expression abrégée, et duquel on pourra tirer ensuite, par le calcul, non seulement les faits que je viens de rappeler, mais encore tous les phénomènes composés qui peuvent résulter de leur combinaison* [26]». Biot cherche une théorie générale des phénomènes de la polarisation colorée.

Pour mettre en œuvre son projet, il doit imaginer un mécanisme propre à supporter les mises à l'épreuve que constituent les faits expérimentaux et

[24] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p19.
[25] ibidem p13.
[26] ibidem p60-61.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

les lois analytiques qu'on en a dégagées. Biot, en savant classique, réinvestit les travaux antérieurs, poussé par l'analogie profonde offerte par les teintes des lames minces cristallines avec celles des anneaux colorés, tant elles sont apparentées. Afin d'évaluer jusqu'à quel point cette quasi-identité existe, Biot recompose la table des teintes de Newton et, nous dit-il, « *j'ai réussi à la faire, ou, pour mieux dire, à vérifier par des calculs exacts que les nombres assignés par Newton avec tant de précision pour les épaisseurs des lames minces d'air qui réfléchissent telle ou telle teinte composée, répondaient en effet à la nature des rayons qui composaient cette teinte, et aux proportions suivant lesquelles ils s'y trouvaient mélangés.*[27]» Le recours à la théorie des accès tend à s'imposer à cause de l'identité des teintes des deux classes de phénomènes. L'application de cette théorie doit se faire avec une attention toute particulière, car l'intensité de l'image extraordinaire varie avec la position de l'axe de la lame tout en conservant sa teinte ; c'est-à-dire que l'analogie des teintes et probablement les mécanismes sensés les produire entraînent que les accès associés à la teinte correspondante des anneaux colorés et qui commandent la réflexion ou la réfraction des molécules lumineuses, ne doivent plus agir strictement aux épaisseurs multiples impaires 1, 3, 5,... à la réflexion et aux épaisseurs multiples paires 0, 2, 4,... à la transmission, comme le laissait entendre Newton[28], mais avec une progressivité due à l'intensité variable de l'action émanant du cristal.

Avant tout, avoir la teinte de l'image polarisée dans l'azimut 2i, c'est connaître les lumières homogènes qui la constituent ainsi que leurs proportions, car « *ces teintes sont composées de la même manière que la table*[29] *l'indique, ou, en d'autres termes, les teintes des lames étant d'accord avec les lois des anneaux composés lorsqu'on les éclaire en lumière blanche, seraient également d'accord avec les anneaux simples si on les exposait à une lumière homogène.* [30]» Mais, préalable à toute justification, le mécanisme attaché aux phénomènes de la polarisation colorée reste à trouver. A ce propos, Biot nous révèle un peu plus tard, en 1814 : « *ces lois n'étaient encore que des résultats composés de l'expérience. Je ne voyais aucune propriété physique, aucun mode d'action des lames sur la lumière,*

[27] in J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p64.
[28] voir à ce propos Bernard Maitte, *La lumière*, Editions du Seuil, Paris, 1981, p140.
[29] Voir **annexe 6**.
[30] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p65.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

auquel je pusse les rattacher. Enfin, à force d'y penser, je parvins à comprendre ce qu'elles signifiaient ; et pour dire la vérité, maintenant que j'en connais le résultat, il me semble que j'aurais dû m'en apercevoir plus tôt, tant il est évident et simple, et concordant avec les phénomènes, quoiqu'il s'écarte absolument de ce l'on avait trouvé jusqu'alors.[31]». L'invention a produit son effet.

Mais, c'est à une curieuse expérience que nous devons peut-être l'origine de cette justification. La polarisation de la glace d'eau est un phénomène déjà attesté en 1812. Après avoir réalisé une lame mince à faces parallèles dans ce matériau, on observe l'image extraordinaire du rayon transmis en fonction de l'épaisseur de cette lame. Cette image présente un maximum d'éclat lorsque l'azimut de l'axe de la lame est tourné à 45° des deux positions perpendiculaires où il n'y a aucune lumière incidente transmise, comme pour tout cristal. La glace d'eau fond lentement à température ambiante. Au début de l'expérience, cette lame de glace présentait une teinte bleu-vert qui appartenait au troisième ordre, puis Biot constata qu'« *à mesure qu'elle fondait, les teintes montaient dans l'ordre des anneaux* [32]» ; et il ajouta : « *j'ai vu ainsi le rayon polarisé par cette lame passer au rouge du deuxième ordre, puis à l'orangé, au jaune, au vert, et ainsi de suite dans l'ordre des anneaux jusqu'au blanc du premier ordre ; après quoi, continuant toujours, il arriva au bleu, au violet, au violet sombre, et enfin disparut* [33]». L'expérience réalisée avec la lame en glace d'eau démontre lors de sa fusion que des couleurs différentes correspondent bien à certaines épaisseurs du cristal.

De prime abord, on peut imaginer un système proche de celui des accès pour expliquer la formation des teintes de la polarisation colorée puisque ce phénomène suit selon l'épaisseur du cristal des lois similaires à celles des anneaux colorés. S'il est possible qu'une certaine teinte passe de l'image extraordinaire à l'image ordinaire par rotation d'un quart de tour de l'analyseur, en revanche, il est impossible qu'une teinte réfléchie devienne une teinte transmise avec le phénomène des anneaux colorés. Ainsi, la position angulaire des pôles des molécules lumineuses

[31] in J.B Biot, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvemens des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Firmin Didot, Paris, 1814, pLxj. Il s'agit d'un ouvrage, qui regroupe in extenso les deux grands mémoires de l'année 1812, avec une introduction très bien documentée faisant l'historique de la polarisation.

[32] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p55. Rappelons que Biot utilise une terminologie contraire à notre mode de description. Monter l'ordre des anneaux est pour nous aller vers des anneaux d'ordres élevés ; en revanche pour Biot, c'est aller vers l'origine de ceux-ci, donc vers l'ordre un.

[33] ibidem p55-56.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

au cours de leur progression dans le cristal commande la teinte observée et doit intervenir.

Donc, au cours de leur avancée à l'intérieur de la lame cristalline, les molécules lumineuses doivent progressivement présenter leurs pôles - donc changer leur polarisation - dans l'azimut primitif puis dans un autre azimut de valeur 2i, comme le suggère la loi d'intensité de la polarisation colorée ; ainsi la rotation des molécules lumineuses autour de leur centre de gravité est une solution appropriée[34]. Il reste à décrire la manière par laquelle ce mécanisme rend compte des teintes du phénomène.

Par l'attribution aux molécules lumineuses d'un accès adapté au phénomène de la polarisation colorée, c'est-à-dire d'une propriété périodique en relation avec la distance parcourue dans le cristal, au même titre que le fit Newton pour les anneaux colorés dans les milieux isotropes, Biot décrit le mouvement des molécules lumineuses : « *Ainsi, en suivant successivement par la pensée la marche d'une même molécule de lumière, à travers une plaque d'épaisseur quelconque, on voit qu'à l'épaisseur zéro, à son entrée dans la plaque, son axe de polarisation, est d'abord tourné dans l'azimut 0° : puis à l'épaisseur 2.e', il est tourné dans l'azimut 2i ; à l'épaisseur 4.e', dans l'azimut 0, à l'épaisseur 6.e', dans l'azimut 2i ; et ainsi de suite à travers toute l'épaisseur du corps.* [35]» Surtout, Biot ajoute ce qu'il est nécessaire de savoir et de comprendre à propos de la manière par laquelle les accès agissent : « *Il faut de plus concevoir, conformément aux variations des teintes, que les molécules violettes, par exemple, ne sont pas toutes subitement polarisées aux épaisseurs fixes 2.e' ; 6.e' ; 10.e'..... ; mais que ce sont là les épaisseurs moyennes où leur tendance à la polarisation est la plus forte dans chacune de ces alternatives ; en sorte que la première polarisation commence à l'épaisseur e', et finit à l'épaisseur 3.e' ; la seconde commence à l'épaisseur 5e' et se continue jusqu'à l'épaisseur 7.e', et ainsi de suite jusqu'à la* n^e *alternative qui commencera à l'épaisseur* $e_n = (4n-3).e'$ *; et qui finira à l'épaisseur* $E_n = (4n-1).e'$*, comme cela a lieu*

[34] Sans inférer jusqu'où on peut transposer les manifestations de la pesanteur universelle, Laplace affirme que l'ensemble des phénomènes qu'elle induit dans le système solaire se ramène à trois sortes de mouvements : le mouvement des centres de gravité des corps célestes, la figure de ces corps et les oscillations des fluides qui les recouvrent, enfin le mouvement de ces corps autour de leur centre de gravité. in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, troisième édition, Courcier, Paris, 1808, p291.

[35] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p66.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

dans les anneaux colorés. [36]» Bien sûr, il convient d'employer le même raisonnement lorsque les molécules reprennent leur polarisation primitive aux épaisseurs moyennes 0 ; 4.e' ; 8.e' ;... car elles le font progressivement avant et après ces époques dans les limites +e' et –e'.

Donc, en considérant une molécule répondant à une couleur donnée, l'image extraordinaire commence à se teinter pour une épaisseur e', atteint un maximum à l'épaisseur 2.e'[37], puis décroît jusqu'à s'éteindre pour l'épaisseur 3.e'. Le corpuscule associé à cette longueur d'accès se trouve polarisé dans l'azimut 2i pour l'épaisseur moyenne 2.e'. Il en est de même pour toutes les épaisseurs moyennes multiples de (4n-2).e'. De la même façon, les molécules lumineuses reprennent leur polarisation primitive aux épaisseurs moyennes multiples de (4n-4).e'. Ces alternances sont « *sans fin et sans bornes, puisque nous avons prouvé par l'expérience que les mêmes accès se perpétuent à travers des masses épaisses de quatre centimètres et davantage, dans lesquelles, à en juger d'après l'épaisseur primitive e', ces alternances ont dû s'accomplir plusieurs centaines de fois, et plusieurs milliers de fois.* [38]»

Considérons maintenant ce qui arrive lorsque des molécules appartenant à plusieurs teintes se mettent à osciller. Jusqu'à une certaine épaisseur de cristal propre à chaque teinte, les molécules lumineuses conservent leur polarisation primitive. Elles ont donc toutes leur axe dans l'azimut 0° jusqu'à cette épaisseur particulière. Si par la pensée, en l'absence de lame cristalline, on imagine que les molécules lumineuses d'un rayon de couleur blanche orientées selon l'azimut primitif traversent un spath analyseur ayant sa section principale parallèle à ce même azimut primitif, alors elles forment toutes le rayon ordinaire et le rayon

[36] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p66-67.

[37] A cause de la valeur de leur accès, les premières molécules sur lesquelles la polarisation colorée opère sont celles de la teinte violette. Pour le violet sombre, nous avons 2e' = 0.01177mm, valeur déduite par Biot pour le gypse en se référant à la table de Newton.

[38] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p65-66.
Pour crédibiliser sa propre théorie, Biot cite Newton qui obtint des anneaux colorés avec des corps de forte épaisseur « *dont le premier ne répondait plus à un seul accès, mais au 82386e accès, le second au 82385e, et ainsi de suite en diminuant d'une unité.* » in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p68. On trouve effectivement des valeurs de cette sorte, mais un peu différentes, avec l'observation VIII de la quatrième partie du livre second du *Traité d'Optique* de Newton, p357-363, dans la traduction de Coste. Newton prend exemple avec les 34386e et 34385e accès. Curieusement, Biot n'a pas pris exactement les mêmes valeurs.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

extraordinaire est éteint. En interposant la lame cristalline, celles dont la longueur d'accès est la plus petite, c'est-à-dire les molécules répondant au violet, commencent en premier leurs oscillations. En tournant leurs pôles vers l'azimut 2i, elles constituent le rayon extraordinaire : au fur et à mesure que nous pénétrons le cristal de e' à 2e', nous constatons que l'intensité de ce rayon extraordinaire augmente. Sur le même intervalle d'épaisseur, les molécules répondant au bleu commencent à s'ajouter aux précédentes par leur mise en oscillation. Pour les épaisseurs qui suivent, progressivement, les molécules de toutes les teintes entrent en oscillation et se mêlent en vertu des limites de l'inégalité de leur accès. Selon l'accroissement de l'épaisseur, l'oscillation des molécules produit pour chacun des rayons ordinaire et extraordinaire, respectivement les mêmes teintes que celles des anneaux de Newton vus par transmission et par réflexion. On imagine bien que les premières molécules répondant au violet achèvent leur première période d'oscillation, c'est-à-dire reprennent leur azimut initial et vont à nouveau constituer le rayon ordinaire, alors que les dernières molécules répondant au rouge commencent à peine leur oscillation. Pour des épaisseurs plus grandes, des molécules peuvent avoir effectué un nombre différent d'oscillations, et l'on comprend ainsi que la teinte apparente du rayon extraordinaire est la somme de plusieurs couleurs de différents ordres, comme cela se produit avec les anneaux de Newton. Petit à petit, les deux rayons prennent la teinte d'un blanc d'ordre supérieur et la coloration s'estompe : on passe de la polarisation colorée à une polarisation blanche, pour les deux rayons, à une épaisseur d'environ 0.45mm ; et le phénomène de la polarisation colorée est parfaitement décrit par ce mécanisme de mouvement de rotation des molécules lumineuses autour de leur centre de gravité. Ce mouvement oscillatoire est en accord avec le fait que les accès n'ont pas une intensité constante et présentent « *une intensité d'abord nulle, puis progressivement croissante jusqu'à un* maximum*, et ensuite progressivement décroissante jusqu'à zéro… Cette variation d'intensité, qui est parfaitement conforme à toutes les idées physiques et mécaniques, a lieu dans les accès de facile transmission et de facile réflexion…* [39] »

Le savant classique qu'est Biot argumente afin de démontrer que les nouveaux résultats de la polarisation colorée constituent une classe jusqu'alors inconnue de phénomènes qui ne sont finalement qu'une variation de la propriété de

[39] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p67.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

périodicité que possède la lumière, propriété théorisée pour la première fois par Newton : « *Les physiciens qui ont paru considérer l'idée des accès comme une hypothèse ingénieuse, me semblent n'avoir pas fait assez attention à ces admirables expériences… Newton n'a considéré que la périodicité des accès et les variations de leur longueur, il m'a semblé que l'examen minutieux des faits exigeait qu'on y joignît la considération de leur intensité, et qu'on la supposât variable dans les diverses périodes d'étendue d'un même accès. De cette manière on embrasse plusieurs phénomènes qui ne semblaient pas d'abord rentrer dans cette théorie. En général, lorsqu'une même propriété physique tirée de l'expérience représente un très-grand nombre de phénomènes, un résultat nouveau qui d'abord ne s'y trouverait pas compris, ne doit pas être considéré comme la détruisant, car les faits ne sauraient être contraires aux faits : c'est seulement un motif pour chercher à ramener les nouveaux résultats aux précédens, ou pour étendre ces derniers si leur réunion avec les autres est impossible. Ainsi, les recherches des physiciens sur les anneaux colorés pourront faire découvrir encore beaucoup de phénomènes inconnus à Newton ; elles pourront même conduire un jour jusqu'à la connaissance de leur cause, mais elles ne porteront aucune atteinte à l'existence même des accès et à leur périodicité… et par conséquent les conséquences que je déduis de la considération de cette table avec les phénomènes des lames cristallisées ne peuvent pas non plus être détruites par des considérations nouvelles, tant que je me borne à rapprocher ces deux classes de faits par les lois de périodicité qui leur sont communes, sans prétendre en conclure aucune relation entre les causes différentes ou semblables par lesquelles ils sont produits.* [40] »

Puisque la mise à l'épreuve du mécanisme donne satisfaction, qu'il respecte les anciennes connaissances, il reste à appliquer la mécanique. Les mouvements que l'esprit a imaginés à partir des observations et des mesures traduites en lois doivent être reproduits au moyen de la mécanique rationnelle, ce qui a pour but de cautionner le mécanisme sur lequel repose la description de la polarisation colorée. En particulier, si les lois de la mécanique confortent ce choix, on pourra mettre en évidence des forces ou leurs résultantes, acteurs véritables du mouvement effectué par le mécanisme. Biot est-il convaincu de la réalité de ces forces ?

[40] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p68-70.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Au fil des expériences - plus de cinq cents[41] - et grâce à celles-ci, son opinion s'est affermie. Si l'objet de son étude se limitait initialement à la détermination des lois de la polarisation colorée, il parvient ensuite à la conviction que des forces existent effectivement, après quelques hésitations. Rapporter les mesures à l'effet de forces dont les actions sont prévues par la mécanique est le but ultime de la science newtonienne : « *Aujourd'hui, appuyé sur de nouvelles expériences, je vais plus loin, et je dis que ces deux lignes font réellement l'effet de deux axes qui influent en sens contraire sur la polarisation, la première tendant à augmenter l'action de la lame, la seconde à la diminuer… Mais, quant à montrer qu'il en émane réellement des forces dans les cristaux que nous examinons, c'est ce que j'espère établir par expérience.* [42]» Et Biot d'ajouter après avoir décrit le mécanisme des accès qui explique les colorations des lames minces : « *quelle que soit la cause physique qui amène ainsi tour-à-tour les axes des molécules dans l'azimut 0 et dans l'azimut 2i, l'effet qui en résulte ne peut être appelé autrement qu'un mouvement oscillatoire dont les limites sont 0 et 2i ; par conséquent la première chose que nous ayons à faire, c'est de déterminer avec exactitude les lois de ce mouvement, après quoi nous verrons s'il est possible de remonter jusqu'à la loi de la force qui le produit.* [43]» Avant tout calcul, il faut dissiper toute incompatibilité du mécanisme vis à vis du phénomène à expliquer.

---

[41] C'est ce que Biot affirme en p64 de son mémoire.

[42] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p13.
Nous possédons une preuve de l'évolution des idées de Biot sur la question. Le tirage de ce grand mémoire de 371 pages que nous avons en notre possession a deux feuillets différents des pages 13 à 16. (On les trouve aussi mais reliés sans qu'il soit vraiment possible de déterminer exactement leur antériorité dans le volume des *Mémoires de la Classe* que possède la bibliothèque de l'université de Lille). Celui détaché et laissé volant est, semble-t-il, le plus ancien, remplacé par un nouveau incorporé au corps du livre. A la page 13, nous lisons : « *Je n'examine point ici comment cette double influence s'exerce, ni quelles sont les forces qui semblent émaner de ces deux lignes. Je ne prétends pas même affirmer ici qu'il émane réellement des forces de la seconde comme de le première. Nous ne pourrons le savoir qu'après avoir mesuré d'une manière précise les variations que les phénomènes éprouvent dans ces deux sens sous les incidences diverses. Mais en attendant, puisque nous ne pouvons rien faire de plus général que d'admettre une action quelconque dépendante de cette ligne, et de chercher à tirer des phénomènes même la loi et l'intensité suivant laquelle elle s'exerce.* » Si l'opinion de Biot a évolué, c'est parce qu'il vient d'achever l'étude de l'influence de l'incidence avec des lames minces de gypse et de cristal de roche. Nous avons rapporté cette étude de l'incidence à la fin du précédent chapitre "Les lois de la polarisation colorée". Surtout, Biot a remarqué le comportement atypique des lames de mica. Les teintes qu'elles présentent selon l'incidence échappent aux lois obtenues avec les lames de gypse et de cristal de roche : il attribue ce fait à l'existence d'un troisième axe perpendiculaire au plan des lames. Ceci a certainement été l'élément majeur en faveur de l'existence réelle des forces responsables de la polarisation colorée. Nous y reviendrons de façon plus étendue lors de l'étude des lames de mica.

[43] ibidem p70-71.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chaque teinte possède une longueur d'accès qui lui est propre. Par l'effet oscillant décrit, une molécule lumineuse appartient tantôt au rayon ordinaire, tantôt au rayon extraordinaire. Or, la célérité de chaque rayon diffère ; et la théorie proposée par Biot impose une vitesse constante aux molécules lumineuses lors de leur parcours dans la lame mince de gypse. Cette aporie n'échappe pas à la sagacité de Biot qui a pris soin d'étudier l'influence de l'inégalité des vitesses des deux rayons avec des lames croisées épaisses. Celles-ci développent la double réfraction, mais en croisant ces deux lames épaisses, on obtient une lame équivalente de faible épaisseur, ayant les mêmes propriétés de couleur que la différence d'épaisseur des deux plaques épaisses. Ceci autorise Biot à conclure d'après l'expérience : « *…puisque cette inégalité des vitesses n'a que des effets absolument insensibles dans les lames minces qui produisent naturellement ces images colorées, je n'y aurai point égard dans un premier exposé de la théorie qu'elle compliquerait inutilement ; et je considérerai les molécules lumineuses de même nature qui traversent de pareilles lames sous l'incidence perpendiculaire, comme ayant toutes d'égales vitesses, ou, ce qui revient au même, je considérerai les deux faisceaux dont les directions coïncident, comme ne faisant qu'un faisceau unique.*[44]» L'effet des lames minces est donc un phénomène distinct de la double réfraction : l'action des lames minces diffèrent de celle des lames épaisses.

Biot est amené à considérer que les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire sont quasi-confondus dans les lames minces et ne deviennent distincts qu'avec des lames épaisses cristallines. Ceci appelle une remarque importante qui va nous révéler toute la singularité de l'optique corpusculaire par rapport à l'optique ondulatoire. Pour Biot, à la sortie de la lame mince cristalline, un faisceau unique contient donc les rayons ordinaire et extraordinaire déjà colorés, car : « *…les limites des oscillations des molécules lumineuses étant zéro et 2i, le rayon incident polarisé se divisera dans l'intérieur des lames en deux faisceaux colorés dont les axes de polarisation seront tournés dans ces azimuts. Supposant l'incidence perpendiculaire, et les deux surfaces de lames parallèles, les deux faisceaux ne se sépareront point en la traversant : par conséquent, si on les observe à l'œil nu, ils se confondront en un seul rayon blanc ; mais si on les fait passer perpendiculairement à travers un rhomboïde de chaux carbonatée… il se*

[44] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p63.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

sépareront en deux faisceaux… nommant E la teinte polarisée par la lame dans l'azimut 2i, et désignant par O la teinte complémentaire qui a repris sa polarisation primitive…[45]». Ainsi, le dispositif analyseur, miroir diaphane ou spath achromatisé, n'a pas d'autre fonction que la séparation de ces deux rayons dans chacune des images qui correspond à leur nature. Jamais l'analyse de la lumière n'a eu de meilleure définition : séparer les parties du tout [46].

Avec la théorie des ondes, on ne trie plus au moyen de l'analyseur les molécules lumineuses qui oscillent lors de leur passage au travers de la lame cristalline. Le rayon polarisé incident est d'abord divisé en amplitude par la lame selon deux directions orthogonales - les axes lent et rapide - pour former deux rayons, l'un polarisé ordinairement, l'autre extraordinairement. Intervient alors l'analyseur qui compose après une nouvelle division selon deux directions orthogonales les rayons issus de la lame cristalline. Cette composition[47] s'effectue entre les rayons situés dans un même plan et qui ont été déphasés à cause des différences de célérité existant entre les rayons ordinaire et extraordinaire. Lorsque analyseur et polariseur sont croisés et que l'axe lent ou l'axe rapide de la lame est bissecteur de l'angle droit que forment l'analyseur et le polariseur, certaines radiations sont éteintes dans l'une des images, celles-ci présentant alors une séparation maximale de leur teinte. Ce rappel nous montre combien les deux conceptions sont éloignées ; la terminologie léguée par la tradition corpusculariste n'étant même plus adéquate pour signifier le dispositif qui analyse la lumière : en

[45] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p105.

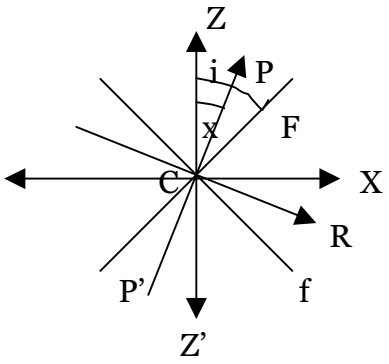
[46] Quelle que soit l'incidence, les rayons ordinaire et extraordinaire issus du même rayon incident sont géométriquement si proches l'un de l'autre, à cause de la ténuité de la lame cristalline, que l'œil les reçoit mêlés et ne perçoit donc que de la lumière blanche. Un spath analyseur taillé en prisme, correctement orienté, va donc laisser la lumière polarisée extraordinairement le traverser, alors que celle qui est polarisée ordinairement est déviée et séparée de la précédente : ceci permet une distinction effective des deux images de colorations complémentaires. Un miroir analyseur sans tain tourné dans le bon azimut et incliné comme il se doit donne un résultat similaire : l'image extraordinaire est réfléchie en totalité alors que l'image ordinaire est réfractée complètement, une séparation intégrale est ainsi réalisée.
Si l'axe de la lame est orienté dans l'azimut particulier i = 45°, les molécules lumineuses de la teinte E tournent leurs pôles dans l'azimut 2i = 90° à la sortie de la lame cristalline et vont donc toutes constituer le rayon extraordinaire : c'est la raison pour laquelle l'image extraordinaire que l'on observe est au maximum de son éclat. Qu'en est-il pour des valeurs de i autres que 45° ? Dans l'immédiat, Biot n'en dit mot.

[47] Par conséquent, elle ne peut exister que s'il y a empiètement des rayons ordinaire et extraordinaire. Pour observer les teintes, il faut donc une source étendue pour éclairer les lames cristallines : les expériences de Biot entrent bien dans ce cas lorsqu'il compare les teintes de lames posées sur le drap noir.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

place de séparer les rayons issus de la lame cristalline, il conviendrait de substituer une appellation évoquant la composition à la sortie de la lame…

Maintenant que le phénomène de la polarisation colorée est associée à un mécanisme - la molécule lumineuse dotée de pôles et affectée d'un mouvement oscillatoire autour de son centre de gravité - il reste à appliquer la mécanique pour déterminer de quelle manière le mouvement oscillatoire des molécules lumineuses se produit. Bien sûr, Biot recourt à l'action de forces qu'il estime réelles, attractions propres au cristal, respectant en cela la tradition newtonienne de la physique : « *Les deux lignes de repos sur lesquelles les molécules s'arrêtent font toujours des angles égaux avec le premier axe des lames, quel que soit l'azimut où celui-ci est placé : c'est donc à partir de cet axe qu'émanent les forces qui produisent le mouvement d'oscillation ; mais en étudiant les modifications que les phénomènes éprouvent sous des incidences obliques, nous avons vu que le second axe des lames influe aussi en sens contraire sur la rotation des molécules lumineuses. Nous devons donc concevoir que la force, quelle qu'elle soit, qui fait osciller les molécules, est la différence des actions que les deux axes exercent pour produire cet effet en sens opposé…* [48]» La discussion qu'il engage s'appuie sur la figure ci-dessous :



CZ: plan de polarisation primitif
CF: axe de la lame (du cristal)
CP: plan de polarisation à l'instant t
CR: plan perpendiculaire à CP
Cf : plan perpendiculaire à CF
ZCP : angle x
ZCF: angle i

Les actions exercées par les forces sur les molécules lumineuses à partir de l'axe de la lame ou de l'axe qui lui est perpendiculaire sont opposées : l'une est attractive, l'autre répulsive [49].

[48] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p71. Le raisonnement de Biot repose sur l'existence de deux forces antagonistes, l'une émanant de l'axe du cristal et l'autre de l'axe perpendiculaire au premier.
[49] Souvenons-nous qu'une ligne fait "monter les teintes dans l'ordre des anneaux" avec l'incidence, l'autre ligne fait au contraire "descendre les teintes dans l'ordre des anneaux".

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

A une certaine profondeur à l'intérieur de la lame, les molécules associées à une couleur se mettent à osciller autour de leur centre de gravité et ont un de leurs axes de polarisation suivant CP à l'instant t. L'angle PCF que fait l'axe de la molécule avec l'axe de la lame vaut alors (i – x). L'action de la force qui émane de cet axe est fonction de l'angle (i – x) et s'écrit φ (i – x). L'angle RCf qui existe entre les axes perpendiculaires aux précédents prend la même valeur (i – x), mais de l'axe perpendiculaire à celui de la lame émane une action contraire à la précédente, c'est-à-dire répulsive, et d'intensité φ_i (i – x) : « *…la force accélératrice* $\frac{d^2x}{dt^2}$ *qui tendra à chaque instant à faire tourner la molécule autour de son centre de gravité, de manière à augmenter l'angle x, sera la différence des deux* [actions] *précédentes… :*

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \varphi(i-x) - \varphi_i(i-x)$$ » [50]

Cette équation exprime, selon Biot, la résultante des attractions que subissent les molécules lumineuses de la part des molécules du cristal. Après intégration puis introduction de conditions aux limites qui expriment les constantes d'intégration, on obtient le carré de la vitesse de rotation de la molécule de lumière, ce qui n'est autre chose que la force vive :

$$\frac{dx^2}{dt^2} = 2[\psi(i-x) - \psi(i)] - 2[\psi_i(i-x) - \psi_i(i)]$$ [51]

Nouvelle équation à propos de laquelle Biot indique : « *…quelle que soit la nature des forces exercées par les deux axes de la lame, et quelle que soit leur intensité, les limites des oscillations des molécules lumineuse seront toujours les azimuts 0 et 2i, et ces limites, indépendantes de l'intensité des forces, seront par conséquent les mêmes pour les molécules de toutes les couleurs : ce qui est conforme aux observations.* [52]»

Comme la teinte du rayon extraordinaire ne dépend pas de l'angle fait par l'axe de la lame et le plan primitif du rayon incident, il est légitime de concevoir une période d'oscillation indépendante de l'amplitude de cette oscillation. Pour ce faire, Biot va se servir des connaissances du monde macroscopique pour rendre plus

[50] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p74. Cette écriture d'une force inconnue reprend celle que Laplace a utilisée pour l'étude de l'effet capillaire.
[51] ibidem p75.
[52] ibidem p76.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

affirmative l'oscillation des molécules lumineuses : le mouvement du pendule de torsion va servir à comparer celui des molécules lumineuses puisqu'il représente un exemple d'oscillateur isochrone dont la période est indépendante de l'amplitude des oscillations.

L'étude de la pesanteur universelle a engendré le développement de la mécanique rationnelle qui décrit principalement les effets aux grandes échelles, comme Laplace vient de le montrer avec l'astronomie physique. L'application de cette mécanique aux phénomènes terrestres sous-entend une nature similaire des actions responsables de ces phénomènes avec l'action de la pesanteur universelle, elle-même trait d'union de la description des phénomènes célestes et des actions gravifiques à la surface terrestre. Ainsi, si Biot a recours à la mécanique rationnelle pour justifier du phénomène d'oscillation des molécules lumineuses, c'est aussi parce que la mécanique appelle les mêmes ressources de l'analyse mathématique, ce qui est nécessaire pour vérifier le mouvement supposé des molécules lumineuses à partir des observations et des mesures, et pour prouver ensuite que les actions d'attraction à courtes distances sont une variation de la pesanteur universelle.

Ce dispositif du pendule de torsion donne des oscillations d'un angle α de part et d'autre de la position de repos. Ainsi, nous avons une amplitude totale de 2α comme celle des molécules lumineuses qui traversent une lame mince en décrivant un angle i autour de l'axe de la lame. Biot connaît bien la fécondité d'un dispositif qui a permis à Cavendish la détermination de la constante de gravitation au moyen de sa « balance à peser la Terre » et permis aussi à Coulomb de montrer l'influence en $\frac{1}{r^2}$ de la force électrostatique. A partir de ce dispositif, il espère remonter jusqu'à la loi d'action des forces qui font osciller les molécules lumineuses grâce à la connaissance des fonctions qui les expriment.

Pour cela, Biot exploite les propriétés de la balance de torsion afin de déterminer certaines grandeurs relatives aux corpuscules lumineux comme il l'expose au début de son mémoire : « *la durée de ces oscillations, leur vitesse, et la loi des forces qui les produisent ; ce qui donnera une relation entre la grandeur des particules et l'intensité des forces qui les sollicitent, de même que la vitesse des vibrations d'un pendule donne une relation entre sa longueur et la force de*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

gravité [53]». En effet, ne peut-on pas, en astronomie, déterminer la masse d'un corps céleste si l'on connaît la loi d'attraction qui s'exerce sur lui et la période de son orbite ?

En supposant l'indépendance de la période et de l'amplitude des oscillations, et en procédant à un développement limité, Biot obtient alors l'équation différentielle paramétrée par *v*, *arc commençant au milieu de l'amplitude de l'oscillation totale* [54], c'est-à-dire entre les extrémités de l'angle balayé par l'axe de la molécule lumineuse, qui s'écrit :

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -a.v \text{ , où } v \text{ vaut i} - \text{x ;}$$

et qui a pour intégrale:

$$v = m.\cos[t\sqrt{a} + n]$$

dans laquelle m , n et a sont des constantes arbitraires.
Avec les conditions aux limites pour lesquelles m= i, on a :

$$\text{x} = \text{i} - \text{m}.\cos(\text{t}\sqrt{\text{a}}) = 2\text{i}.\sin^2\frac{\text{t}\sqrt{\text{a}}}{2}$$

« *De là il résulte que le temps d'une oscillation entière dans l'arc 2i est donné par l'équation* $t\sqrt{a} = \pi$*, d'où* $t = \frac{\pi}{\sqrt{a}}$*, π étant la demi-circonférence dont le rayon égale l'unité.* [55]»

[53] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p1.

[54] Biot différentie l'angle de l'arc de cercle. Le premier terme se rapporte à la même notation qu'actuellement et s'exprime en radian. En revanche, le second terme désigne bien la longueur parcourue sur un cercle par l'extrémité d'un rayon et est donné en mètre.

[55] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p87. Cette valeur de t correspond à une oscillation, soit une alternance, c'est-à-dire à notre demi-période. La période complète constituée de deux oscillations s'écrit par conséquent $2t = T = \frac{2\pi}{\sqrt{a}}$. Rappelons que l'étude du pendule de torsion aboutit à l'équation de la période $T = 2\pi.\sqrt{\frac{J}{C}}$, où J désigne le moment d'inertie du solide et C la constante de torsion du fil d'acier qui suspend le solide par son centre d'inertie. Cette étude d'oscillations libres non amorties donne bien une période d'oscillation indépendante de l'angle décrit par le solide : c'est ce type de mouvement qui est attribué par Biot aux molécules lumineuses dans le phénomène de la polarisation colorée.
Ajoutons que pour Biot, dans cette formule de l'oscillation, π n'a pas d'unité puisque cela indique le rapport de l'arc de cercle au diamètre.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Cette solution qui ne dépend pas de l'amplitude de l'oscillation, c'est-à-dire de l'angle fait par le plan primitif de polarisation du rayon incident et par l'axe de la lame, est malheureusement stérile puisqu'elle s'exprime au moyen de constantes qu'aucune expérience ne permet de chiffrer. Mais cette solution correspond au mécanisme qu'est le pendule de torsion et qui sert d'analogie très concrète permettant au moins une comparaison de la force accélératrice responsable des oscillations avec celle de la pesanteur. Et comme à toute échelle cette attraction est diversement mise en oeuvre afin d'expliquer la variété des phénomènes, la voie prise par Biot paraît bien légitime. C'est surtout la voie choisie initialement par Newton : les phénomènes de la nature par la diversité des manifestations qu'ils engendrent sont quantifiables dès lors que les forces qui modélisent leurs actions peuvent être comparées à l'action de la pesanteur.

Biot introduit la pesanteur en attribuant à la molécule lumineuse les mêmes dimensions que celles d'une *aiguille*[56] que l'on suspend horizontalement pour constituer avec le fil de torsion un oscillateur. La solution de l'équation différentielle qui décrit le mouvement de l'*aiguille* donne pour force accélératrice :

$$\varphi = \frac{p.a.(i-x)}{g}$$

avec p : pesanteur terrestre sous la latitude de Paris ; g : double de l'espace que cette pesanteur fait décrire au corps pendant la première seconde sexagésimale[57] (qui, exprimé en mètres, égale 9.8088) ; φ : force accélératrice qui sollicite l'*aiguille* dans l'arc (i – x).

A l'instant pour lequel le mouvement commence, x vaut 0. Comme les molécules décrivent un angle de π au maximum et ramènent leur axe dans la position initiale du plan, si on appelle « *r, le rayon de la molécule lumineuse, c'est-à-dire la distance de son centre de rotation à l'extrémité de son axe de polarisation et π, la demi-conférence dont le rayon est l'unité* [58]», pour un angle droit, nous avons pour arc de cercle:

$$i = \frac{\pi.r}{2} \text{ et } a = (\frac{\pi}{T})^2$$

[56] Distance entre l'axe d'oscillation et l'extrémité du bras oscillant.
[57] Cette manière déjà ancienne d'exprimer la vitesse par la distance parcourue dans l'espace où s'exerce la pesanteur est encore en usage à l'époque de Biot.
[58] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p89.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

et par conséquent :

$$\varphi = \frac{(p.\pi^3.r)}{(2.g.T^2)}$$

Avec λ= 0.99384 m, « *longueur du pendule à secondes qui donne une oscillation de durée une seconde* [59]», la valeur de g, espace parcouru en 1" sexagésimale, vaut $\frac{(\pi^2.\lambda)}{(1'')^2}$. Et, l'expression de la force accélératrice φ à l'extrémité de l'axe de la molécule lumineuse quand cet axe fait un angle droit avec l'axe du cristal devient :

$$\varphi = \frac{(p.\pi.r).(1'')^2}{2T^2.\lambda}$$

« *Mais ces oscillations des particules lumineuses sont si rapides, que le temps T est absolument inappréciable par nos sens, mais nous pouvons le calculer d'après les observations.*[60]»

Pour être plus convaincant et démonstratif, et sans doute rapprocher son travail de la première des sciences, l'astronomie, Biot amène le mouvement oscillatoire d'une molécule lumineuse à l'échelle du cosmos, c'est-à-dire qu'il va le comparer aux dimensions de l'ensemble Terre-Soleil.

Durant une demi-oscillation - un quart de période - la molécule d'une certaine teinte parcourt un espace e'. Puisque la lumière met 8'13", soit 493", pour parcourir la distance R séparant la Terre du Soleil, il faut en proportion une durée $\frac{e'.493''}{R}$ à la molécule lumineuse pour franchir l'épaisseur e' dans la lame cristalline pendant le temps $\frac{T}{2}$.

Ainsi, nous avons : $\frac{T}{2} = \frac{e'.493''}{R}$

Il faut diminuer la valeur donnée par cette expression, car la durée du trajet des molécules lumineuses dans le cristal est moindre que dans l'air, selon la théorie

[59] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p90-91. Le pendule pesant que Biot doit couramment utiliser lors de ses voyages géodésiques a une période donnée par $T = 2\pi.\sqrt{\frac{J}{m.g.\lambda}}$ si les oscillations sont de faible amplitude. Dans ce cas, les oscillations sont quasi sinusoïdales et on démontre que la période est d'environ 2 secondes avec λ = 1m. A chaque seconde, l'extrémité du pendule passe par sa position d'équilibre.

[60] ibidem p91.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

newtonienne. Biot divise donc cette expression par une constante m, rapport de la vitesses des molécules lumineuses dans le cristal comparée à celle qu'elles ont dans l'air : m est encore donné par le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction[61]. La période vaut alors vaut :

$$T = \frac{2.e'.493''}{m.R}$$

Finalement, la force accélératrice φ s'écrit :

$$\varphi = \frac{p.m^2.\pi.R^2.r}{2\lambda.e'^2.(986'')^2}.$$

Biot propose une application numérique relative au gypse.

Avec ce matériau, 2.e'= 0.011777 mm pour les premières molécules violettes et $m = \frac{61}{41}$. Comme le pendule à secondes a une longueur λ = 0.99384 m, on aboutit à une expression de la force accélératrice φ en fonction principalement de la pesanteur p :

$$\varphi = p.\frac{R^2.r}{0.00003854}$$

R et r sont des nombres à exprimer en mètres, et on voit que « *le rapport absolu de la force φ à la pesanteur p dépend de la grandeur du rayon r de la molécule lumineuse, et lui est proportionnelle…* [62]»

En supposant arbitrairement que $\varphi = 10^8.p$, on peut déduire le rayon r de la molécule lumineuse[63]. Ce calcul indique que $r = \frac{3854}{R^2}$: « *ce résultat nous donne une prodigieuse idée de la ténuité de la lumière ; mais aussi, quelle ténuité ne doit-elle pas avoir pour se transmettre librement à travers des corps aussi denses que le verre, et pour produire tous les autres phénomènes de ce genre que nous observons !* [64]»

Biot évalue ensuite la vitesse maximale tangentielle v que possède l'extrémité de l'axe de la molécule lumineuse afin de la comparer à celle du

[61] m est donc identique à l'indice optique de la théorie ondulatoire.

[62] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p93.

[63] Les savants de l'époque sont conscients que les forces intrinsèques aux corps matériels macroscopiques ont des intensités bien plus fortes que celle de la pesanteur. Remarquons que si on diminue l'intensité, les dimensions des particules lumineuses décroissent proportionnellement.

[64] ibidem p93.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

déplacement rectiligne V dans le cristal. La vitesse v est la plus grande lorsque l'axe de la molécule se confond avec celui du cristal, puisque celle-ci oscille autour de cet axe. Reprenant l'équation différentielle du second ordre vue plus haut, il obtient après intégration et prise en compte des nouvelles conditions initiales du problème :

$$v = \frac{\pi.r}{2}\sqrt{a}\ .$$

Comme $\sqrt{a} = \frac{\pi}{T}$, la vitesse tangentielle maximale v s'écrit :

$$v = \frac{\pi^2.r}{2T}$$

La vitesse de translation de la molécule lumineuse dans le vide vaut $\frac{R}{493''}$, avec R, rayon de l'orbite terrestre que la lumière traverse en 493". Dans le cristal, la vitesse est plus grande de la quantité m = $\frac{61}{41}$, rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour le gypse. Donc, la vitesse de translation V vaut $\frac{m.R}{493''}$ et le rapport qu'elle forme avec v s'écrit après substitution de T = $\frac{2e'.493''}{mR}$:

$$\frac{v}{V} = \frac{\pi^2}{4}.\frac{r}{e'} = 2.4674.\frac{r}{e'}\ .$$

Puisque r est très intérieur à e', Biot conclut à une lenteur relative de la vitesse tangentielle des oscillations vis-à-vis du déplacement des molécules.

Cependant, il ne réussit pas à véritablement chiffrer toutes ces quantités, ne peut que les comparer à des effets macroscopiques - et mêmes célestes - de la gravitation, et attribue cela à l'impossibilité de déterminer les fonctions qui décrivent l'action des forces qui polarisent les molécules lumineuses et les font osciller à l'intérieur du cristal.

Et Biot s'interroge sur la relative inefficacité de sa démarche qu'il attribue à l'impuissance de l'analyse mathématique qui n'est semble-t-il pas assez avancée pour traiter cette sorte de mouvement oscillatoire que les molécules lumineuses ont : « *dans la théorie de la réfraction ordinaire, la translation des molécules lumineuses se fait toujours dans un même sens ; elles n'éprouvent ni oscillation, ni rebroussement dont il faille tenir compte. Cela fait que les intégrales peuvent être aisément étendues dans toute leur longueur de la trajectoire qu'elles*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

décrivent ; mais lorsqu'il s'agit d'un mouvement oscillatoire, le changement de signe des vitesses, et les alternatives des directions, donnent lieu à des difficultés de calculs qu'il ne paraît pas aisé de surmonter.[65]»

A la différence de l'étude des anneaux colorés, l'expérience ne permet pas la mesure directe de l'épaisseur 2.e' de cristal nécessaire au développement d'une oscillation. L'action de la polarisation colorée débute dès que la molécule lumineuse a pénétré d'une longueur e' le cristal. Pour déterminer la valeur de e' , Biot, en savant classique, en appelle aux résultats consignés dans le *Traité d'optique* de Newton. Ceux-ci vont donner le moyen de quantifier cette épaisseur e' pour chacune des teintes : « *...le rapport de longueur des accès pour les molécules lumineuses de diverses couleurs, nous donnera également les profondeurs diverses auxquelles ces molécules commencent leurs oscillations... puisque les couleurs des rayons extraordinaires s'accordent parfaitement avec les couleurs des anneaux, il faut bien que les épaisseurs e' soient aussi proportionnelles entre elles dans les deux genres de phénomènes, et c'est ce que l'expérience confirme.* [66]» Est-ce suffisant ? Y-a-t-il un rapport certain entre l'action qui fait débuter la réflexion des molécules lumineuses qui vont constituer les anneaux colorés et l'action qui commence à tourner ces mêmes molécules vers l'azimut 2i ? Rien n'est sûr. Biot continue à scruter les anneaux colorés afin de recueillir quelque nouvelle information.

Grâce à l'épaisseur de lame rapportée à celle des anneaux colorés pour les teintes rouge et violette, Biot réussit à déterminer l'intensité relative des forces répulsives - pour les molécules violettes - en répétant sa comparaison avec le pendule de torsion rapporté au dimension du système Terre-Soleil. Cette intensité est notée par la lettre a [67]. En nommant α celle relative aux rayons rouges, il aboutit à la relation suivante : « $a = \alpha \,.\, 2.5854$, *c'est-à-dire que l'intensité de la force répulsive qui s'exerce sur les dernières molécules violettes est deux fois et demie aussi forte que celle qui s'exerce sur les dernières molécules rouges, à distances égales de leurs centres ; ce qui, relativement à l'ordre d'intensité, s'accorde avec*

[65] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p100.
[66] ibidem p101.
[67] Ce *a* n'a rien avoir avec celui qui précède. Cette sorte de confusion est répandue à l'époque.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

tous les résultats physiques que l'on a pu observer sur les molécules diverses. [68]» Une autre comparaison…

Biot se montre plein de ressources, sachant que la manière par laquelle la mise en oscillation des corpuscules lumineux s'effectue est une information capitale à la connaissance des forces à l'œuvre dans les phénomènes de polarisation colorée[69]. L'expérience semble indiquée que les molécules ne se mettent pas immédiatement à osciller lors de leur entrée dans le cristal mais qu'elles le font au terme d'une épaisseur e' en rapport avec la teinte qu'elles représentent. Face à tant d'incertitudes, Biot conclut : « *…nous ne savons pas par quelles périodes s'exercent les forces qui font osciller les molécules lumineuses ; nous ignorons si l'étendue des oscillations est toujours la même, ou si elles n'ont pas une amplitude d'abord très petite, et ensuite successivement croissante, jusqu'à une certaine profondeur après laquelle elle devient constante.*[70]» Comme de nombreuses inconnues subsistent, Biot, qui n'a d'autre moyen de justifier les teintes de la polarisation colorée qu'avec la théorie des accès, se voit obliger d'adapter cette théorie.

Afin de conserver à sa théorie des oscillations une souplesse nécessaire, Biot précise le mécanisme des accès puisque celui-ci recouvre tous les aspects périodiques de la lumière et reste le seul véritable moyen de caractériser le phénomène de la polarisation colorée. On sait que même en incidence normale une partie de la lumière se réfléchit[71]. Les travaux de Malus montrent que le nombre de molécules lumineuses préalablement polarisées qui se réfléchissent à la surface

[68] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p103.

[69] En effet, le régime transitoire de la solution de l'équation différentielle d'un phénomène caractérise parfaitement celui-ci. Mais la résolution des équations différentielles ne s'effectue pas encore de cette manière.

[70] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p99. Biot est parvenu à une équation différentielle du second degré de *la force accélératrice* qui n'a pas de terme en dérivée première, c'est-à-dire que cela revient à considérer le cas d'un amortissement nul. Par conséquent, la caractérisation des forces est rendue impossible : les oscillations atteignent immédiatement une amplitude constante et ne décroissent jamais en fonction du temps.

[71] Voir la proposition 13 de la partie III du livre II, in Isaac Newton, *Traité d'Optique*, traduction de 1722 de Coste de la deuxième édition anglaise de 1717, réimpression Gauthier-Villars, Paris, 1955, p332.
Ce fait est attesté dés l'antiquité. Actuellement, nous savons, par l'expérience et le calcul, que l'intensité du rayon réfléchi atteint 4% de celle du rayon incident. Cette valeur reste sensiblement constante jusque vers 50°. in Fleury et Mathieu, *Lumière*, Editions Eyrolles, Paris, 1961, p176.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

d'une glace est variable selon l'azimut et l'incidence de celle-ci. Elles peuvent jusqu'à toutes échapper à la réflexion pour une configuration géométrique particulière. Lorsque Arago étudia la polarisation des anneaux colorés, il s'était aperçu que les lois habituelles de la réflexion et de la réfraction étaient transgressées, et comprit que ceci avait des conséquences sur la théorie des accès. L'étude récente des teintes des lames minces cristallines montrent que leur intensité se modifie avec l'azimut fait par l'axe des lames avec le plan primitif de polarisation. Tout cet ensemble de propriétés de la lumière doit trouver une explication grâce à la théorie des accès ; et celle-ci doit être revisitée, Newton ne l'ayant pas suffisamment explicitée ou détaillée[72]. Biot, en savant classique et respectueux de la préservation des résultats antérieurs, remarque que : « *Newton n'a considéré que la périodicité des accès et les variations de leur longueur, il m'a semblé que l'examen minutieux des faits exigeait qu'on y joignît la considération de leur intensité, et qu'on la supposât variable dans les diverses périodes d'étendue d'un accès.*[73]» Ceci ne remet pas en cause le fondement de la théorie de Newton, mais va la faire évoluer. Biot n'y voit aucune aporie : « *En général, lorsqu'une même propriété physique tirée de l'expérience représente un très grand nombre de phénomènes, un résultat nouveau qui d'abord ne s'y trouverait pas compris, ne doit pas être considéré comme le détruisant, car les faits ne sauraient être contraires aux faits : c'est seulement un motif pour chercher à ramener les nouveaux résultats aux précédens, ou pour étendre ces derniers si leur réunion avec les autres est impossible.* [74]»

Par ailleurs, il étend son jugement aux autres manifestations de la lumière que nous venons de rappeler. Ainsi, s'interrogeant sur la loi d'intensité de Malus, Biot se demande : «*quelle est la condition qui détermine ces molécules à se réfléchir de préférence, et qu'ont-elles en elles-mêmes qui les rendent plus*

[72] « *… les Rayons seront transmis aux épaisseurs 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, etc & formeront par là la Tache centrale, & les Anneaux lucides qui sont vus par transmission ; & ils seront réfléchis aux épaisseurs 1, 3, 5, 7, 9, 11, etc & formeront par là les Anneaux qui se voyent par Réflexion.* » in Isaac Newton, *Traité d'Optique*, traduction de 1722 de Coste de la deuxième édition anglaise de 1717, réimpression Gauthier-Villars, Paris, 1955, p328. Si on applique de façon systématique le fonctionnement des accès, on aboutit à une solution en contradiction avec les observations : « *Puisque la disposition à être alternativement transmise et réfléchie revient périodiquement, avec des intervalles égaux dont la grandeur ne dépend que des vibrations créées, les nombres des corpuscules réfléchis ou transmis doivent toujours être rigoureusement égaux. Or l'expérience montre que les intensités des faisceaux réfléchis ou réfractés par une même surface ne sont qu'exceptionnellement égales et varient avec l'incidence.* » in Bernard Maitte, *La lumière*, Edition du Seuil, Paris, 1981, p 140.

[73] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillations que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p68.

[74] ibidem p69.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

susceptibles que les autres de subir la réflexion, puisque l'angle d'incidence et la disposition des axes sont les mêmes pour elles et pour les autres ? … il n'est pas exact de dire que toutes ces molécules sont absolument dans le même état lorsqu'elles parviennent à la seconde glace, car les unes peuvent être dans le commencement d'un accès de facile réflexion, d'autres au milieu, d'autres à la fin, et d'autres encore dans les états intermédiaires. [75]»

D'après Biot, cette variation de l'intensité des accès se perçoit lorsque nous observons la constitution des anneaux colorés, lesquels offrent un élément solide de réponse : « *Cette gradation d'intensité est indiquée même par le phénomènes des anneaux colorés… Or, il n'est pas croyable que dans ces cas la facilité de la réflexion soit rigoureusement égale ; car lorsque les molécules passent d'un accès de facile transmission à un accès de facile réflexion et réciproquement, il y est extrêmement probable qu'elles ne le font pas d'une manière brusque et subite, mais successive et graduée, perdant d'abord peu à peu de leur disposition à se transmettre, puis la perdant tout à fait, et bientôt acquérant une nouvelle disposition à se réfléchir, laquelle, d'abord très faible, croît peu à peu jusqu'à un certain maximum, après quoi elle s'affaiblit par les mêmes degrés ; et cette dégradation d'intensité est indiquée même par les phénomènes des anneaux colorés ; car dans les anneaux réfléchis formés par des couleurs simples, la réflexion de la lumière incidente n'est jamais totale, si ce n'est au milieu de l'épaisseur de chaque anneau…*[76]»

Biot rectifie cette inexactitude relative à l'intensité de la lumière réfléchie des anneaux puisqu'il sait que les anneaux obscurs par transmission ne sont jamais totalement noirs à cause du fait que justement la réflexion n'est pas complète[77]. Comme nous l'avons déjà dit, l'œuvre de Newton n'est en rien condamnée et elle conserve toute sa légitimité, les nouvelles propriétés attribuées à la lumière imposent seulement de compléter la lecture faite jusque maintenant de cette œuvre. Certains aspects des accès ont été négligés par les savants ou ont

[75] in J.B Biot, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvemens des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Firmin Didot, Paris, 1814, pxxiv-xxv.
[76] ibidem pxxvj. Dans son *Traité de physique*, en 1816, en note au bas de la page 94, l'opinion de Biot a évolué : « *… car en observant les anneaux colorés qui se forment par réflexion à la seconde surface, nous avons remarqué que la réflexion est bien loin d'être totale, même au milieu de chaque anneau simple.* »
[77] Newton indique à propos des anneaux qu'ils sont obscurs ou sombres et jamais qu'ils sont noirs lorsqu'il détaille les expériences à la première partie du second livre de son *Traité d'optique*.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

échappé à leur sagacité ; mais la science n'est-elle pas une lente accumulation de savoirs patiemment collectés ?

La lecture de la théorie des accès de Newton indique une carence à propos de leur fonctionnement : on ne trouve pas l'explication qui rend compte de l'inégale épaisseur des anneaux selon leur couleur. Biot s'y emploie. C'est en explicitant davantage que ne l'avait fait Newton la variabilité de l'intensité des accès que Biot explique la structure des anneaux, et bien sûr les teintes des lames cristallines. Ceci ne sera proposé et développé qu'en 1816 dans son *Traité de physique* : « *Il importe beaucoup de remarquer que ces modifications n'impriment pas aux molécules lumineuses une nécessité* absolue *de se réfléchir ou de se transmettre à tel ou tel intervalle, mais leur donnent seulement une disposition ou* facilité *à l'une ou à l'autre de ces conditions… On voit par ces exemples* [pris aux anneaux colorés] *que Newton a très-fidèlement suivi les phénomènes, en donnant aux accès des dénominations qui indiquassent, non une nécessité de réflexion ou de transmission* absolue*, mais une disposition* conditionnelle*, telle que l'indiquent les mots mêmes d'accès de* facile transmission *ou de* facile réflexion. [78]»

Biot décrit la structure des anneaux colorés et la théorie des accès qui les justifie au long de 115 pages au tome 4 de son *Traité de physique*. Voici comment il introduit la notion d'intensité des accès.

Prenons pour raisonner la figure (voir **figure 1**) où la ligne SS, tout en haut, sert d'origine. Les neuf molécules qui se trouvent en haut de la figure sont dans des valeurs différentes de facile transmission et se dirigent vers le bas de la figure. L'intensité de l'accès de facile transmission est figurée par un demi-cercle ouvert à gauche, celle de facile réflexion par un demi-cercle ouvert à droite : on constate bien l'alternance des accès, la longueur d'accès[79] valant i = 10. Biot ne conjecture rien sur la manière par laquelle l'accès de la molécule passe d'un type d'accès à l'autre, et indique arbitrairement par des demi-cercles l'évolution de son intensité. Donc, ce schéma est un simple support visuel afin de figurer les alternances. Le changement de milieu n'altère pas l'état de l'accès, seulement la longueur de celui-ci.

[78] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p92-93.

[79] La distance entre deux états identiques d'accès, l'intervalle d'accès, vaut 2i. La quantité i est la longueur d'accès, c'est-à-dire la longueur pour laquelle l'accès conserve sa qualité d'être un accès de facile réflexion ou de facile transmission ou si l'on veut la longueur qui fait se succéder des accès de nature différente pour une même intensité.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Imaginons la surface de séparation d'un second milieu, c'est-à-dire la seconde surface qui limite une lame mince, par exemple l'ordonnée située à 10, 30 ou 50 de la première surface. La molécule du centre est alors à son maximum d'accès de réflexion. Les huit autres ont la même longueur d'accès et se trouvent à des degrés divers dans cet accès : nous sommes dans le cas d'une lumière homogène. Si l'on suppose la force réfléchissante énergique, les neuf molécules se trouvant toutes dans un accès de facile réflexion sont toutes réfléchies. A une distance valant 10 de la surface SS, la réflexion est complète puisque tous les molécules se trouvent dans leur accès de réflexion, c'est-à-dire que la transmission est nulle : nous observons un anneau brillant en réflexion et un anneau noir en transmission. De même aux distances 30, 50, 70, …

Aux autres épaisseurs, la réflexion est partielle et les molécules se répartissent par rapport à l'accès qu'elles ont, sauf pour les distances 20, 40, 60, … où la transmission est totale. Ainsi, les anneaux sont séparés dans leur succession par une bande noire infiniment fine : en 20, 40, 60 … pour les anneaux réfléchis et en 10, 30, 50 … pour les anneaux transmis. En résumé, pour les deux cas extrêmes, nous obtenons les deux séries suivantes :

Transmission complète 0 2i 4i 6i 8i…
Réflexion complète i 3i 5i 7i 9i…

La première ligne indique encore les épaisseurs précises auxquelles la réflexion est tout à fait nulle, et la seconde, celles où elle devient complète. Ceci correspond à la nécessité absolue de la théorie des accès.

Or, l'observation montre à Biot qu'une telle situation n'est pas la réalité : les anneaux en lumière homogène sont nettement distincts les uns des autres, n'ont pas une largeur infiniment mince ou ne sont pas séparés par une bande infiniment mince. L'application stricte de la règle de Newton relative aux accès n'est pas conforme à l'expérience. D'où l'idée de Biot de faire agir de manière conditionnelle les accès, comme le souhaitait Newton.

Dès lors qu'on suppose une force peu énergique, la théorie des accès révisée de Biot révèle toute sa fécondité. La faible intensité de la force réfléchissante ou répulsive[80] fait que son action ne devient effective qu'à partir d'une certaine intensité de l'accès : « *par exemple, en supposant la totalité de la lumière incidente*

[80] Biot utilise indistinctement ces deux qualificatifs.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

uniformément répartie entre toutes les phases de l'accès, s'il y en a la moitié qui échappe, ce sera une preuve que la réflexion ne s'opère que sur les molécules qui ont subi plus du quart, et moins des trois-quarts de leur accès ; s'il y en a le quart, les limites de la réflexion seront i/8 et 7 i/8, et ainsi du reste [81]. »

Donc, avec les parties actives d'accès comprises entre i/8 et 7 i/8, à la distance 10 de la ligne SS, les ¾ des molécules sont réfractées. Une bande noire d'une largeur de i/8 s'étend de part et d'autre des ordonnées 20, 40, 60, … Ceci se rapproche de l'observation. Voici le résumé de cette manière d'envisager la répartition des molécules de lumière comme Biot l'indique dans son *Traité de physique* [82] et la lecture qu'il en donne :

Transmission	0		2i		4i	
Transmission totale	0	e	2i – e	2i + e	4i – e	4i + e
Réflexion	i		3i		5i	
Réflexion maximale	i – e	i + e	3i – e	3i + e	5i – e	5i + e
Réflexion partielle	e	2i - e	2i + e	4i - e	4i + e	6i - e

La quantité notée e serait le i/8 de la citation précédente, i – e étant la seconde limite, soit 7 i/8.

De l'épaisseur 0 jusqu'à e, les molécules sont toutes transmises. De même, pour les épaisseurs situées à ± e de part et d'autre des multiples pairs de la longueur d'accès. Par réflexion, pour de la lumière homogène de longueur d'accès i, entre ces limites d'épaisseurs, il y a absence de lumière : on observe une bande noire dans la succession des anneaux de Newton pour les épaisseurs de lame correspondantes.

En revanche, une réflexion des molécules lumineuses se produit pour les épaisseurs intermédiaires aux limites précédentes : de manière partielle à toute épaisseur, et de

[81] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p99.
[82] ibidem p101.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

manière maximale - mais pas totale[83] - aux épaisseurs situées à ± e de part et d'autre des multiples impairs de la longueur d'accès.

Ainsi, par la considération d'une force qui sollicite plus ou moins l'activité des accès par son intensité[84], Biot parvient à donner une interprétation plus fidèle des phénomènes périodiques, c'est-à-dire colorés ; par ailleurs, la largeur des anneaux et des bandes obscures nous renseigne à propos de l'intensité de la force répulsive qui agit sur les accès. En attribuant une longueur d'accès plus grande aux molécules lumineuses de la lumière rouge qu'à celles de la lumière bleue, on obtient aussi une largeur d'anneau plus grande pour le rouge que pour le bleu, fait montré par l'observation, puisqu'à intensité de force répulsive identique, la variation de longueur d'accès revient à modifier la valeur de e, c'est-à-dire l'étendue d'accès pendant laquelle la lumière est réfléchie. Tout ceci a pour conséquence de provoquer des largeurs d'anneau différentes selon la couleur, comme l'indique l'observation. La théorie revisitée de Newton par Biot renforce la théorie corpusculaire par une explication plus fine des conditions d'obtention des teintes des lames minces, sujet envers lequel cette théorie se trouve être souvent en difficulté.

Biot va encore conjecturer une nouvelle hypothèse à propos de la façon par laquelle la molécule lumineuse manifeste son accès. Newton avait introduit pour support des accès un éther : une vibration provoquée par le franchissement de la limite entre deux corps différemment réfringents se propage dans l'éther du second corps avec une célérité plus grande que la molécule lumineuse. L'état de la vibration, représentant celui de l'accès, favorise la réflexion ou la réfraction. Avec Biot, il n'est plus question d'un mécanisme vibratoire autorisant la molécule lumineuse à se réfléchir ou à se réfracter. Soulignons que tout au long de ses mémoires et de son *Traité de physique*, Biot ne fait jamais intervenir un quelconque éther, n'utilise ce terme que pour critiquer le système adverse, encore emploie-t-il plutôt, à cette occasion, le terme « *fluide très-subtil* ». Laplace avait prouvé dans son *Traité de Mécanique Céleste* la non-influence d'un éventuel éther. En tout cas, s'il existe, il est trop ténu pour que l'observation indique son influence, comme semble le prouver

[83] Il reste toujours un certain nombre de molécules lumineuses dans un état extrême de leur accès, qui échappe à la réflexion comme le montre l'expérience.

[84] Pour une force répulsive infiniment faible, on trouve les épaisseurs donnant les réflexion et transmission en faisant tendre e vers i/2. Alors, les anneaux réfléchis sont d'une largeur égale aux bandes obscures qui les séparent.
Le cas introductif d'une force énergique est celui pour lequel e tend vers 0.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'imperturbable circulation des astres[85]. Comme Biot connaît très bien cet ouvrage et l'opinion de son auteur, on comprend qu'il ne recourt pas à cette hypothèse. En revanche, il affecte les molécules lumineuses de qualités périodiques. Dans les premiers chapitre d'optique de son *Traité de physique*, il indique, pour expliquer la réflexion à la surface des corps, que les molécules lumineuses « *éprouvent dans leurs propriétés physiques elles-mêmes des intermittences périodiquement réglées, qui, comme des aimantations passagères, tantôt les rendent plus propres à être attirées par les surfaces des corps, et tantôt les disposent à en être repoussées.* [86]» Plus loin, à propos de la réfraction, on trouve : « *Toute molécule lumineuse qui a traversé une surface réfringente quelconque, a acquis dans cet acte même une certaine disposition transitoire, qui dès-lors, pendant toute la marche de la molécule dans le même milieu, se reproduit à intervalles égaux… ces alternatives dépendent de quelque modification physique qui est imprimée aux molécules lumineuses dans leur passage à travers la première surface réfringente, et qu'elles emportent ensuite avec elles dans toute l'étendue du milieu qu'on leur fait parcourir.*[87]» Nous devinons, sous les descriptions de ces mécanismes, l'influence des travaux de Malus sur la polarisation. Enfin, quand Biot aborde la polarisation, il affecte, suivant l'exemple de Malus, de pôles les molécules lumineuses par identité aux "côtés" du rayon polarisé.

Nous constatons que Biot est parvenu à attribuer au phénomène de la polarisation colorée un mouvement spécifique justifié par les lois de la mécanique. Bien qu'il n'ait pas réussi à remonter à l'expression des forces à l'origine de ce phénomène, cette étude s'inscrit bien dans le système du monde laplacien. Surtout, Biot a ajouté de la cohérence à la théorie corpusculaire de la lumière par l'accroissement de l'application de la théorie des accès, octroyant à celle-ci une souplesse qui augmente la portée de son application. Il reste à Biot à éprouver le

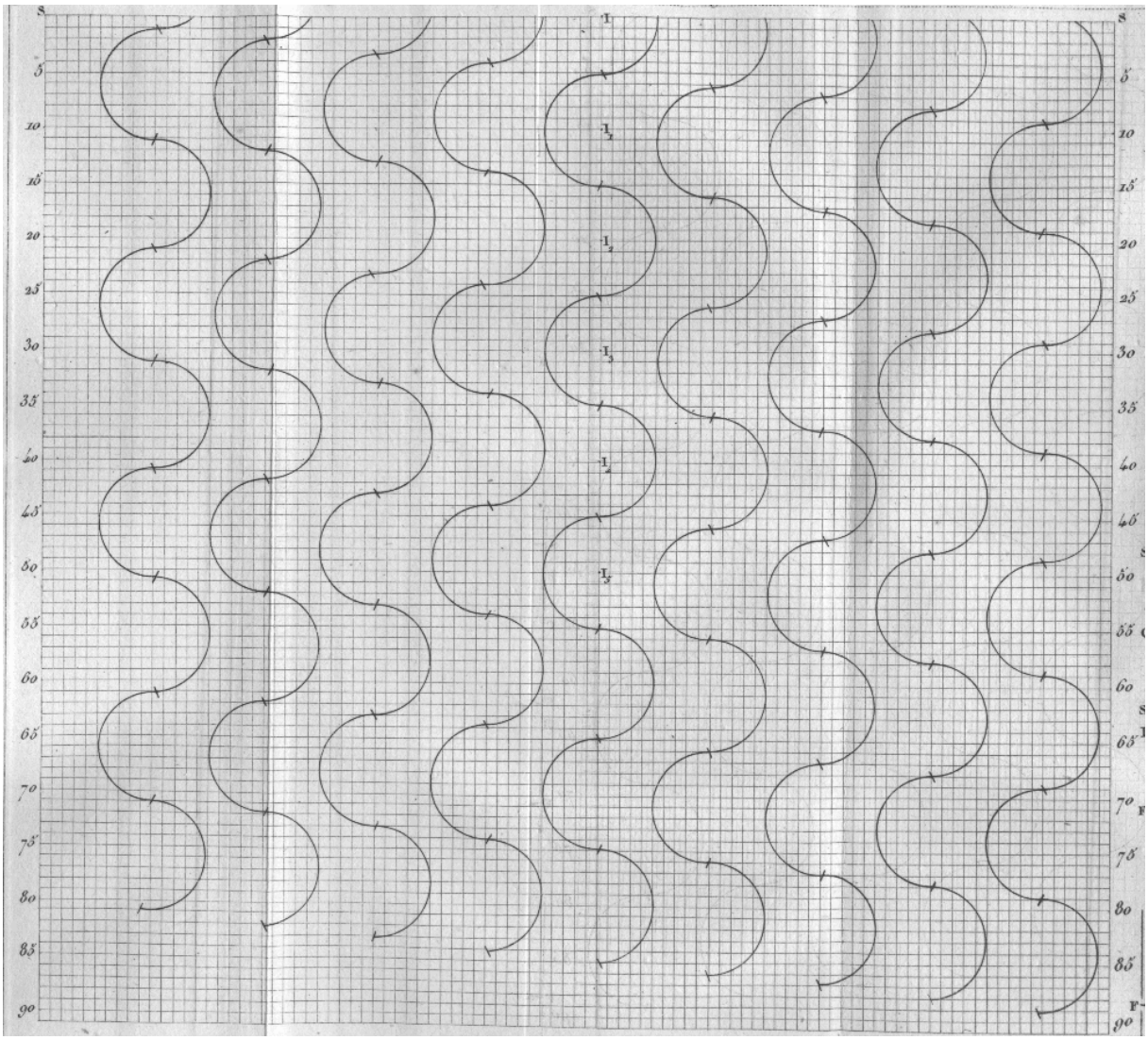
[85] « *Lorsque la seule accélération du moyen mouvement de la lune, était connue ; on pouvait l'attribuer à la résistance d'un éther, ou à la transmission successive de la gravité… L'accord de la théorie avec les observations, nous prouve que si les moyens mouvemens de la lune sont altérés par des causes étrangères à la pesanteur universelle, leur influence est très-petite et jusqu'à présent insensible.* » in Pierre-Simon Laplace, *Exposition du système du monde*, troisième édition, Courcier, Paris, 1808, p229.
Laplace est maintenant plus affirmatif qu'aux éditions précédentes car, les calculs théoriques auxquels il fait allusion datent de 1805 et se trouvent au livre X ("sur différents points relatifs au système du monde") du *Traité de Mécanique Céleste*, chapitre VII ("Sur les altérations que les mouvements des planètes et des comètes peuvent éprouver par la résistance des milieux qu'elles traversent, et par la transmission successive de la pesanteur"), p314-328.
[86] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome3, Deterville, Paris, 1816, p195.
[87] ibidem tome4, p89-91.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

principe théorique d'oscillation des molécules lumineuses à d'autres phénomènes, ce qui est sensé accroître la validité de cette théorie.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Figure



88

Figure 1

88 in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, figure 22 de la planche II.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 10 :

Vers la polarisation mobile

Biot va mettre à l'épreuve sa nouvelle théorie d'oscillation des molécules lumineuses afin de montrer la capacité de prédiction et de vérification dont elle est porteuse : « *pour éprouver maintenant cette théorie d'une manière plus générale, il faut en faire sortir d'autres phénomènes indépendans de ceux qui ont servi à l'établir*. [1]» Les expériences qui vont lui servir sont de deux sortes, les unes se rapportent au croisement de deux lames minces cristallines selon des angles différents de 90°, les autres réexaminent afin de les compléter des situations étudiées.

Nous concevons aisément qu'à l'endroit où les molécules lumineuses sortent de la lame, elles se trouvent toutes à des époques différentes de leurs oscillations selon l'épaisseur et la nature de la lame traversée et que la rotation des corpuscules lumineux autour de leur centre de gravité peut être stoppée ou se poursuivre afin d'achever une oscillation… avant d'appartenir à l'image ordinaire ou extraordinaire du dispositif analyseur. La méconnaissance à ce sujet est du même ordre que celle de la formation des anneaux qui servent de référence pour la teinte de la polarisation colorée : une partie de la lumière est réfléchie et l'autre transmise jusqu'à la limite de chaque anneau, et de même, pour la polarisation colorée, la polarisation selon l'azimut 0° ou 2i sera déterminée par la tendance prise par la molécule au sortir de la lame. Bien sûr, la théorie ne prédit rien à ce propos puisque les lois analytiques des forces qui produisent la polarisation colorée nous sont inconnues. Biot ne voit de recours qu'en l'expérience. Or, les effets de l'action de ces

[1] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p106-107.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

forces à la surface du cristal « *se manifestent surtout quand les molécules lumineuses sortent d'une lame pour entrer dans une autre.* [2]»

Biot a déjà montré que l'épaisseur effective de deux lames cristallines, même épaisses, équivaut à leur somme ou à leur différence selon que leurs axes sont respectivement parallèles ou perpendiculaires. L'éloignement des deux lames n'a pas d'influence sur la teinte observée, ce qui semble une preuve ou de la poursuite des oscillations dans l'espace qui sépare les deux lames ou de la persistance d'une propriété physique acquise par les molécules lumineuses lors de leur traversée du cristal. Cependant, on ne peut s'empêcher de s'interroger et de s'étonner : puisque les teintes des faisceaux dépendent absolument du nombre d'oscillations que font les molécules lumineuses en traversant la lame, comment peuvent-elles rendre la longueur du trajet parcouru entre les deux lames indépendante de l'époque de l'accès qu'elles ont pris à la sortie de la première lame avant de pénétrer la seconde ? La coloration observée est due à ce que toutes les molécules du faisceau incident ont leurs pôles alignés, et ce synchronisme initial dote l'ensemble des molécules lumineuses d'une discipline qui ne doit pas se perdre, au risque d'observer une teinte blanche à la sortie. Pour conserver cette organisation des oscillations, Biot fait une suggestion.

Avant la sortie de la première lame, sauf cas très particulier, un corpuscule lumineux donné n'a pas achevé complètement son oscillation. Il n'a parcouru qu'une distance ε de la longueur 2.e' durant laquelle s'opère une oscillation. Lorsque ce corpuscule pénètre la seconde lame, il achève son oscillation sur une distance 2.e'- ε avant d'arrêter cette oscillation et d'en reprendre d'autres en relation avec la nature de la lame qu'il pénètre. Ainsi, par cette hypothèse, les molécules lumineuses conservent le synchronisme qu'elles ont initialement reçu, et par conséquent, l'organisation de leurs oscillations se maintient avant qu'elles ne commencent une nouvelle série d'oscillations dans la seconde lame, « *car si cela n'avait pas lieu, et si les molécules, en entrant dans la seconde lame, ne commençaient leur oscillation qu'à la profondeur e', comme dans la première, alors, dans le passage d'une lame à une autre, il y aurait des molécules qui*

[2] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p108.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

perdraient précisément une demi-oscillation, et d'autres plus, d'autres moins. [3]» Ce mécanisme n'est pas sans mystère puisque « *toutes les causes qui avaient retardé ou accéléré les mouvemens de la molécule lumineuse à sa sortie de la première lame, changent de sens lorsqu'elle arrive à la seconde, c'est-à-dire, que ce qui avait été un principe de retard, le devienne d'accélération, et réciproquement.* [4]» Si l'inconnue qui recouvre les lois des forces était un obstacle, l'hypothèse du comportement des molécules lumineuses au sortir d'une lame, même relayée par l'expérience, semble une gageure.

Biot multiplie les expériences, superpose jusqu'à quatre lames dont les axes sont parallèles, et considère son hypothèse validée parce qu'il n'est pas possible de justifier autrement comment les molécules lumineuses transportent dans une seconde lame les dispositions qu'elles avaient prises, selon l'époque de leur accès, au sortir de la première lame. Une expérience distincte de celles qui consistent à superposer des lames minces mérite de retenir notre attention, car elle clôt ce débat.

Biot éclaire une lame mince de gypse tournée dans l'azimut 45° par rapport au plan primitif, en incidence quasi-normale, avec bien sûr de la lumière polarisée, et analyse celle réfléchie par la seconde face de la lame. Cela revient à doubler l'épaisseur de lame puisque la lumière reçue dans l'analyseur a effectué un aller-retour dans la lame. Et la teinte de l'image extraordinaire[5] du spath analyseur indique bien une teinte déduite des tables de Newton en rapport double de l'épaisseur mesurée au sphéromètre. Biot arrange son dispositif expérimental pour observer simultanément la lumière qui est sortie de la lame et l'a traversée de nouveau après une réflexion sur une glace étamée située 10cm en arrière de la lame : il ne perçoit aucune différence entre les teintes des lumières réfléchies dans l'intérieur de la lame ou par la glace étamée. Ceci constitue pour Biot une preuve que l'écart entre les lames successives n'a pas d'importance, surtout que le fait de sortir au-dehors de la lame cristalline, pour la lumière, n'a pas d'influence. Les oscillations continuent, ou tout au moins, ne perdent pas la discipline d'ensemble donnée par les

[3] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p110.

[4] ibidem p110-111.

[5] L'observation de l'image extraordinaire permet d'éliminer la lumière blanche polarisée ordinairement par la première face de la lame, comme lors de l'expérience où de nombreuses lames étaient disposées sur un drap noir sous l'azimut de 45°.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

forces qui émanent du cristal. Par ailleurs, les accès, comme Biot - et Newton avant lui - l'ont montré sur des lames épaisses, ne se poursuivent-ils pas indéfiniment[6] ?

Cette expérience apporte aussi de précieuses indications à propos de la portée de l'action des forces responsables des différentes polarisations. Les oscillations ne commencent qu'après que les molécules ont traversé une épaisseur e' de cristal. Et Biot considère cette épaisseur e' à partir de laquelle se manifestent les forces polarisantes très grande par rapport à la distance à laquelle les forces réfringentes habituelles agissent. En revanche, les forces responsables de la réfraction extraordinaire - celle de la double réfraction - n'opèrent que bien au-delà des limites auxquelles s'exercent les forces de la polarisation colorée : « *elles en sont, dis-je, aussi éloignées que si elles en étaient à 100 mètres de distance.*[7]» Pour obtenir la double réfraction, il faut des épaisseurs bien plus importantes que celle des lames minces de gypse ou de quartz dans lesquelles se produisent la polarisation colorée. Cette dernière est d'une autre nature que la double réfraction. Les différentes polarisations seront le sujet d'étude central des futurs travaux de Biot.

Dans l'immédiat, il met à l'épreuve la théorie des oscillations. Supposant de quelle manière les oscillations se poursuivent d'une lame à une autre, il observe les teintes provenant de deux lames de gypse éclairées perpendiculairement, dont les axes sont croisés d'un angle quelconque, et constate que les teintes sont très variables, que l'ordre de superposition des lames les change. Grâce à sa théorie, Biot va déterminer la polarisation des différents faisceaux de molécules lumineuses qui apparaissent lors de la traversée des deux lames, parvenant à prévoir les observations.

Nous allons considérer le cas général où l'on croise deux lames d'épaisseurs différentes qui sont tirées du même cristal, le tout éclairé par un rayon polarisé en incidence perpendiculaire avant d'appliquer à des cas particuliers facilement vérifiables par l'observation.

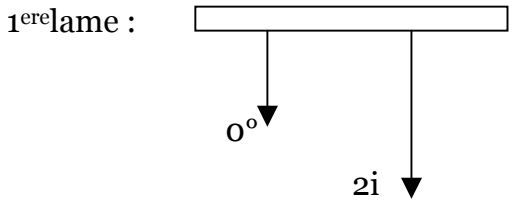
---

[6] Rappelons que Biot cite Newton qui a obtenu des anneaux colorés avec des corps de forte épaisseur « *dont le premier ne répondait plus à un seul accès, mais au 82386e accès, le second au 82385e, et ainsi de suite en diminuant d'une unité.* » in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p68. Des valeurs un peu différentes sont proposées par Newton p358 de son *Traité d'Optique*. Curieusement, Biot n'a pas pris exactement les mêmes valeurs.

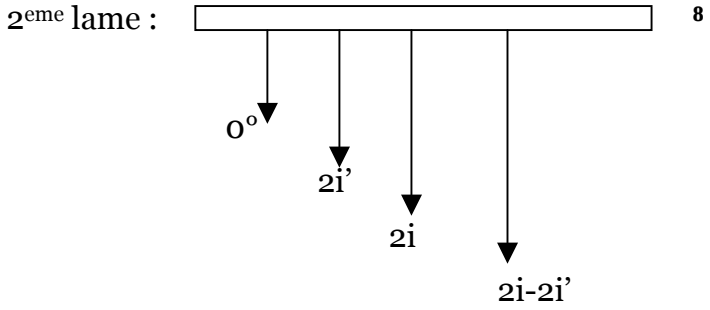
[7] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p114.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Le spath analyseur qui reçoit la lumière au sortir de la seconde lame a son plan de section principale en coïncidence avec le plan primitif de polarisation du rayon incident. La première lame a son axe dans l'azimut i par rapport au plan primitif, la seconde dans l'azimut i' par rapport à la même origine. Les deux axes des lames sont donc croisés d'un angle a = i'- i.



Une partie des molécules lumineuses de la lumière incidente reste dans l'azimut primitif, celles de la partie complémentaire sont polarisées dans l'azimut 2i lors de la traversée de la première lame.



[8]

Ces deux rayons arrivent à la seconde lame. Les molécules restées dans l'azimut primitif sont séparées en deux groupes, l'un constitué d'une quantité A de molécules qui reste encore dans l'azimut primitif, l'autre groupe A_1 complémentaire de A a ses molécules polarisées selon 2i'. Les molécules qui sont déjà polarisées dans l'azimut 2i se séparent aussi en deux groupes, l'un A_2 qui reste constitué de molécules polarisées dans l'azimut 2i, l'autre A_3 dont les molécules se tournent dans l'azimut 2i'- 2i.

Il faut déterminer les quatre coefficients A_i en fonction des teintes O et E de la première lame et O, et E, de la seconde. Cependant, on ne peut éliminer le coefficient A qui reste indéterminé. Biot aboutit aux expressions suivantes des intensités des rayons ordinaire F_o et extraordinaire F_e que donne le spath analyseur :

[8] Ces deux schémas nous sont propres.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

$$\begin{cases} F_o = A + (O,-A).\cos^2 2i + (O-A).\cos^2 2i' + \dfrac{(E+E,-O-O,+2A).\cos^2 2a}{2} \\ F_e = (O,-A).\sin^2 2i + (O-A).\sin^2 2i' + \dfrac{(E+E,-O-O,+2A).\sin^2 2a}{2} \end{cases}$$

Il constate qu'on ne peut trouver, avec ces relations, aucun résultat sans avoir recours à l'expérience, sauf si le coefficient A est éliminé. Et Biot détermine ce cas particulier en remarquant que : si a = 45° et si les deux lames sont de même épaisseur - donc E = E, et O = O, - alors F_e = E [9]; ce qui veut dire qu'on peut tourner l'ensemble des deux lames sans changer ni la teinte ni l'intensité de l'image extraordinaire du spath analyseur. Cette teinte est la même que celle donnée par une des deux lames dans l'azimut 45° : « *ce résultat m'avait été donné ainsi par le calcul avant que je l'eusse observé par expérience ; mais je l'ai vérifié plusieurs fois depuis, en me servant de deux moitiés d'une même lame que je croise l'une sur l'autre sous l'angle de 45°… on trouve que la teinte extraordinaire est constante, quelque position que l'on donne aux lames en les tournant dans leur plan.* [10]»

Cette théorie est prédictive. On peut en conclure qu'elle représente effectivement une part de la réalité des phénomènes de la polarisation colorée, ce qui veut dire que l'application des lois de la mécanique sur les molécules lumineuses figurant un mécanisme oscillant est crédible. D'autres tests sur les relations ci-dessus confortent l'opinion de Biot.

Ainsi, si l'une des lames a son axe parallèle au plan de polarisation primitif et si l'autre lame est perpendiculaire, quelles que soient leurs épaisseurs, le faisceau extraordinaire est éteint comme on l'observe. En effet, dans ce cas, i = 0° et i' = a = 90°, on a :

$$F_e = (O,-A).\sin^2 0° + (O-A).\sin^2 0° + 0 = 0$$

[9] Comme a = i' – i et a = 45°, alors 2i' = 2 (i+a) ; et sin2i' = sin (2i + 90°) = cos 2i.

[10] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p129. Notons que si on tourne de 90° le spath analyseur, on observe bien la teinte O, complémentaire de E. En effectuant cette rotation de l'analyseur, on observe toute sorte de couleurs. La lumière à la sortie du système de lame n'est donc pas polarisée circulairement ; il s'agit davantage d'un fait particulier que d'autre chose. Biot s'assure de la constance de la teinte en écartant un peu le rayon incident du point où les lames se croisent. Cette observation sera contestée par Fresnel comme nous le verrons et sujet d'une controverse. Voir le chapitre "Système de l'émission contre système des ondes".
Biot fait une étude très détaillée de la superposition de deux lames et s'intéresse à l'influence de la position du spath analyseur. Pour une certaine configuration, alors que la teinte devrait rester blanche, la rotation du système des deux lames provoque une très légère altération de la teinte, ce que note Biot. ibidem p133.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Lorsque les deux lames d'épaisseurs identiques restent croisées à angle droit, si on tourne le spath analyseur, l'image extraordinaire est toujours blanche, d'une intensité variant avec l'azimut du plan de section principale du spath. Théorie et expérience se rejoignent. D'autres exemples sont traités avec succès par Biot. En revanche, on perçoit les limites de cette théorie quand on désire retrouver les cas pour lesquels les lames étaient soit parallèles, soit perpendiculaires.

Si des lames d'épaisseurs différentes ont leurs axes parallèles, a = 0° et on obtient, par le calcul, pour l'intensité du faisceau extraordinaire :

$F_e = (O,+O-2A).\sin^2 2i$; et la teinte reste indéterminée, sauf si on se reporte à l'expérience : « *dans ce cas, si l'on nomme φ (e' + e) la teinte du rayon extraordinaire qui répond à la somme des épaisseurs des deux lames, on a par l'expérience les mêmes phénomènes que donnerait une seule lame égale à leur somme…* [11]». Par nécessité, Biot réintroduit ici une règle déjà constatée.

Maintenant, si les lames sont croisées à angle droit et toujours d'épaisseur différente, avec a = 90°, on a :

$F_e = (O,-A).\sin^2 2i + (O-A).\sin^2 2i' = (O,-A).\sin^2 2i + (O-A).\sin^2(2i+180°)$;

soit $F_e = (O,-O).\sin^2 2i$.

Il n'est pas possible de montrer directement que la teinte de l'image extraordinaire est en rapport avec la différence des épaisseurs des deux lames. Biot contourne cette difficulté en supposant une fonction φ(e' – e) qui représente l'intensité maximale de la teinte extraordinaire liée à la différence des épaisseurs, fonction que seule l'expérience peu donnée[12]. A nouveau, une règle déjà vérifiée est nécessaire pour cautionner le traitement analytique.

Biot tire des conclusions importantes de cette première série d'applications de sa théorie des oscillations par l'examen des résultats en eux-mêmes et aussi par l'attention qu'il accorde à l'application des principes de la science : « *si l'on considère que les faits auxquels le calcul vient de nous conduire… n'étaient nullement prévus par l'observation, qu'ils ne sont entrés pour rien dans les fondemens de la théorie, et que néanmoins l'expérience se trouve constamment d'accord avec eux, lorsqu'on les vérifie avec les précautions nécessaires, on*

[11] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p135.
[12] On s'aperçoit uniquement du cas limite que présente l'égalité des épaisseurs : $F_e = 0$ si $O, = O$.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

conviendra qu'un pareil accord offre une confirmation assez frappante de cette théorie, qui, ainsi que je l'ai déjà remarqué, n'est point fondée sur une hypothèse, mais sur le simple développement des faits observés. [13]» Certes,... Cependant, cette théorie montre des limites.

En effet, Biot donne de ce dernier exemple du croisement à angle droit de deux lames minces, une explication mécanique élégante par les oscillations des molécules de lumière lorsque les deux lames sont d'égale épaisseur : une partie des molécules lumineuses va achever ses oscillations dans l'azimut primitif, c'est-à-dire effectuer un nombre pair d'oscillations ; l'autre partie se trouve dans l'azimut 2i, c'est-à-dire à effectuer un nombre impair d'oscillations. Parce que les deux lames ont même épaisseur, les molécules vont effectuer le même nombre d'oscillations dans la seconde lame : celles qui ont fait un nombre d'oscillations pair recommencent, et les autres doublent le nombre impair de leurs oscillations. Ainsi, toutes les molécules sans exception auront effectué un nombre pair d'oscillations et seront polarisées dans l'azimut primitif à la sortie de la seconde lame ; l'image extraordinaire du spath analyseur est donc éteinte comme si la lame était d'épaisseur nulle. En vérité certaines molécules ont été tournées de 180°, mais à cause de la symétrie qu'elles sont supposées posséder, le résultat final n'est pas altéré[14]. Nous parlions d'élégance à propos de cette remarque de Biot car, il ne faut pas étendre cette façon de faire sans réfléchir.

Par exemple, lorsque les deux mêmes lames ont maintenant leurs axes parallèles, on peut croire que les molécules vont encore doubler le nombre de leurs oscillations en traversant la seconde lame : rien n'est plus faux, car le mode d'oscillation ne s'applique pas aux mêmes groupements de molécules. D'ailleurs, à la sortie de la seconde lame, les quatre rayons se réduisent à deux dans les azimuts 0° et 2i puisque i = i'. Ayons toujours à l'esprit que les lois des teintes et des intensités sont indépendantes...

[13] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p138.
[14] ibidem p120-122.
Notre schéma relatif à la seconde lame donne bien un rayon dans l'azimut 2i – 2i' = 2a = 180°.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Après des études sur les variations provoquées par l'incidence et sur la double réfraction - sur lesquelles nous reviendrons - Biot estime, en 1814, nécessaire de faire une mise au point à propos des différents modes de polarisation.

Soucieux de clarifier certains faits complexes et rendus sans doute confus par la profusion des résultats[15] que renferment ses mémoires, désireux de persuader ses lecteurs ou ses auditeurs que de *véritables propriétés physiques* sont acquises par les molécules de lumière lors de leur traversée des corps cristallisés, Biot met en situation quelques expériences à titre explicatif. Nous allons également en tirer profit.

« *Les preuves sur lesquelles j'avais établi ce résultat* [les véritables propriétés physiques]*, quoiqu'elles me parussent certaines, dépendaient d'une discussion très délicate, et exigeaient le rapprochement d'un assez grand nombre d'expériences, ce qui pouvait les rendre moins sensibles pour les personnes qui ne les auraient pas suivies avec une extrême attention. C'est pourquoi j'ai cherché des moyens moins détournés de mettre en évidence une conséquence aussi extraordinaire, et j'ai trouvé dans la théorie même que j'en avais déduite, les procédés les plus simples pour l'établir directement.* [16]» Ces situations expérimentales montrent que les lames minces et les lames épaisses provoquent des polarisations de natures distinctes.

Biot commence par polariser complètement un rayon lumineux par réflexion. Ce rayon arrive sur une lame de gypse dont l'épaisseur dépasse un peu 0.45mm : les oscillations mêlent assez les molécules de couleurs diverses pour que les deux faisceaux soient blancs, mais restent visuellement indiscernables. Ainsi, la double réfraction n'opère pas encore, d'après Biot. Comme l'axe de la lame est positionné à 45° de la direction primitive du faisceau incident, les limites des oscillations sont les azimuts 0° et 90°.

Pour pouvoir étudier séparément un de ces faisceaux, par exemple celui polarisé dans la direction CZ du méridien, on utilise une pile de glaces. Ce rayon, s'il traverse à son tour une lame mince de gypse qui n'excède pas 0.45mm,

[15] Biot fait certainement allusion aux *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, parues en 1814, qui compilent les deux grands mémoires de 1812.

[16] J.B Biot, "Sur les propriétés physiques que les molécules lumineuses acquièrent en traversant les cristaux doués de double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p31. Ce mémoire fut lu à l'Institut le 22 mai 1814.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

provoque des images de coloration complémentaire lors de l'analyse. Au-delà de cette épaisseur, les deux images sont blanches.

Biot insiste sur la différence de nature entre un rayon polarisé par réflexion qui est blanc et un autre rayon, également blanc, mais issu de la traversée d'une lame de gypse d'épaisseur 0.45mm. En effet, lorsque le second rayon traverse une autre lame de gypse dont l'axe est perpendiculaire à celui de la première lame, les colorations peuvent réapparaître si cette seconde lame possède une épaisseur comprise entre e – 0.45mm et e + 0.45mm[17], e étant l'épaisseur de la première lame. En revanche, quand on éclaire directement la seconde plaque par le premier rayon cité et polarisé complètement par réflexion, dès que l'épaisseur de cette plaque excède 0.45mm, jamais les colorations ne reviendront. Ainsi, « *le rayon transmis à travers une première plaque de chaux sulfaté, a acquis des impressions qu'il ne perd point ensuite… on peut dire qu'un rayon qui a traversé une certaine épaisseur de cristal n'a reçu que l'espèce d'impression ou d'aimantation que cette épaisseur peut produire, au lieu que celui qui a été polarisé sur une glace est dans le même cas que s'il avait traversé une plaque de cristal d'une épaisseur infinie.* [18]» Pour Biot, il n'y a pas de doute, la polarisation des lames minces est d'une nature différente de celle produite par les lames épaisses.

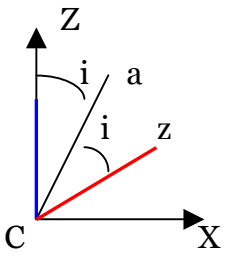
Biot poursuit sa recherche de la distinction des polarisations qui s'exercent sur les molécules lumineuses. Pour cela, il éclaire en lumière naturelle une première lame d'épaisseur supérieure à 0.45mm et recueille la lumière qui en est issue au travers d'une pile de glaces. Bien sûr, la lumière polarisée par ce dernier dispositif ne donne maintenant plus d'images colorées si elle traverse à nouveau une seconde lame - dont l'axe est croisée - d'épaisseur supérieure à 0.45mm. Donc, la pile de glaces a détruit les propriétés acquises lors de la traversée de la première lame : « [le faisceau] *n'a pas conservé sans altération les propriétés qui lui avaient été imprimées par la plaque. Car lorsqu'il en est sorti ses molécules n'étaient pas polarisées dans une seule direction. Elles l'étaient au contraire dans tous les azimuts, comme celles de la lumière directe.* [19]» Biot conclut que la polarisation par

[17] Biot prend en compte la valeur algébrique de la différence des épaisseurs des lames pour indiquer que l'ordre de superposition de ces lames peut être inversé. Seule la borne supérieure e + 0.45mm a un *sens physique*.
[18] J.B Biot, "Sur les propriétés physiques que les molécules lumineuses acquièrent en traversant les cristaux doués de double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p34.
[19] ibidem p34-35.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

réfraction - produite par la pile de glaces - « *communique aux particules lumineuses des impressions aussi complètes que celles que la réflexion sur une glace pourrait lui donner*. [20]» Les deux modes de polarisation, par réflexion et par réfraction, ont des caractéristiques voisines, contrairement à la polarisation colorée qui semble bien différente. Biot cherche à mieux définir en quoi cette dernière se distingue des deux précédentes. Pour cela, il reprend le raisonnement que nous avons relaté à propos des plans de polarisation pris par les molécules lumineuse lors de la traversée de deux lames dont les axe sont, soit parallèles, soit croisés à angle droit. Nous avions fait remarquer qu'on ne devait pas appliquer systématiquement le nombre, pair ou impair, d'oscillations en relation avec l'épaisseur pour trouver la polarisation des axes des molécules lumineuses. Biot reprend et détaille cette étude.

Lorsqu'un faisceau blanc polarisé arrive sur la première lame mince d'épaisseur au moins 0.45mm dont l'axe est tourné de 45° du faisceau primitif, il produit deux images blanches CZ et CX, respectivement dans les azimuts 0° et 2i = 90°. Si on isole le faisceau blanc CZ à la sortie de la première plaque avec la pile de glaces, celui-ci produit à nouveau des colorations après avoir traversé une lame mince de gypse. Le faisceau CX ferait de même. En revanche, les deux réunis donnent des images blanches dans le spath analyseur. Biot propose une explication au moyen de la théorie des oscillations en s'appuyant sur la figure ci-dessous :

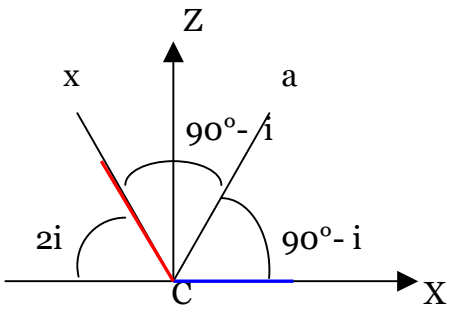


Par la pensée, on sélectionne le faisceau CZ qui éclaire la seconde lame dont l'axe Ca est dirigé selon l'azimut i. Ce faisceau blanc CZ se résout en deux faisceaux : celui qui reste dans l'azimut CZ renferme les molécules lumineuses de la teinte O, celui dans l'azimut 2i selon Cz contient les molécules de la teinte E.

[20] J.B Biot, "Sur les propriétés physiques que les molécules lumineuses acquièrent en traversant les cristaux doués de double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p35.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

L'autre faisceau blanc CX, perpendiculaire à CZ, se résout à son tour en deux parties : l'axe Ca de la lame est alors à 90°- i de CX. Les molécules qui vont constituer la même teinte O que précédemment restent dans l'azimut de CX, celles de la teinte E se trouvent dans l'azimut Cx, comme sur la figure ci-dessous.



A partir de ces deux figures, nous constatons que les azimuts Cx et Cz sont rectangulaires et sont les directions de polarisation des molécules lumineuses de la teinte E. Les azimuts CX et CZ sont également rectangulaires et les directions de polarisation des molécules lumineuses de la teinte O. Quand ces quatre faisceaux traversent le spath analyseur, quelle que soit la direction dans laquelle son plan de section principale est tourné, les images du spath sont blanches car « *leur translation se fait sur la même ligne droite.* [21]» On ne peut distinguer individuellement ces quatre faisceaux. De la sorte, la polarisation produite par les lames minces diffère de la double réfraction.

Comme les faisceaux d'une même teinte sont à 90°, quelle que soit l'orientation du spath analyseur, il y a toujours autant de molécules lumineuses des teintes O et E dans l'une ou l'autre image du spath. Donc, on peut tourner comme on veut le spath les images restent blanches. En revanche : « *Ce mélange n'a plus lieu quand on commence par exclure complètement un des faisceaux CX ou CZ avant d'interposer la lame mince ; et voilà pourquoi la coloration des images partielles se laisse alors apercevoir.* [22]»

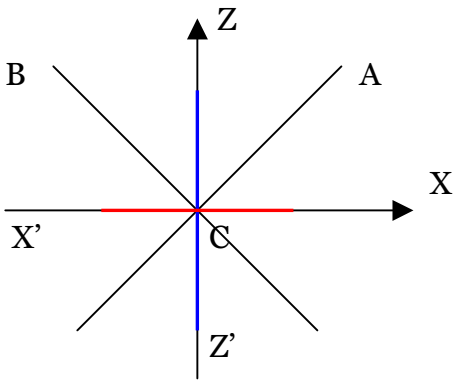
Pour achever la démonstration de la valeur de sa théorie, Biot reprend le cas particulier où les deux lames CA et CB étaient croisées à angle droit et le plan

[21] J.B Biot, "Sur les propriétés physiques que les molécules lumineuses acquièrent en traversant les cristaux doués de double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p36.
[22] ibidem p36.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de polarisation du rayon à 45° des deux lames. C'est donc le cas précédent pour lequel i = 45°, figuré par le schéma ci-dessous avec :

CZ : direction du plan primitif de polarisation du rayon incident
CA : direction de l'axe de la première lame
CB : direction de l'axe de la seconde lame



Par conséquent, les angles entre chaque ligne valent tous 45°. A la sortie de la première lame d'épaisseur e, les molécules lumineuses sont séparées dans les azimuts perpendiculaires CZ et CX. Celles qui sont dans l'azimut CZ oscillent sous l'action de la seconde lame vers les azimuts CZ et CX'. Les autres molécules lumineuses dans l'azimut CX vont osciller entre les limites CX et CZ'. Toutes les molécules du faisceau incident, après la traversée des deux lames, se trouvent dans les azimuts CX, CX', CZ ou CZ'. Seulement, il n'y a que deux rayons puisque les molécules lumineuses sont supposées être des polyèdres symétriques. Ainsi, avec le croisement des plaques et cette géométrie particulière, on obtient la même disposition pour la polarisation qu'avec une seule lame d'épaisseur e' – e.

Lorsque le plan de section principale du spath analyseur est selon Z'Z, on observe une teinte O, et s'il est tourné selon X'X, on a la teinte E. Tout autre azimut donne un mélange de ces deux teintes.

Mais, il s'agit encore de relations d'intensités des rayons, et on ne peut rien dire à propos des teintes observées dans l'analyseur.

Remarquons qu'en éliminant un des deux rayons qui sortent de la première plaque avec la pile de glaces, le résultat reste le même parce que l'angle de 45° entre le plan primitif et chacun des deux axes des lames est un cas particulier très important ;

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

chacun des rayons CX ou CZ donne des teintes complémentaires polarisées dans des azimuts perpendiculaires.

Comme l'avait fait Malus en son temps, afin de clarifier les modes de polarisation auxquels la lumière est soumise, il faut attribuer à ceux-ci une dénomination qui les identifie aisément. Malus avait distingué la polarisation par réflexion, d'ailleurs partielle, de la polarisation par réfraction - sans la nommée - donnée à la lumière par la traversée d'une lame épaisse de verre. Il a montré que cette seconde polarisation est produite en proportion de la première, mais l'action qui est à leur origine reste ignorée.

Nous avons vu que lors de l'étude de la polarisation des anneaux colorés, en 1811, Arago s'aperçoit que les anneaux transmis peuvent ne pas se former. Delà, Biot gardera l'opinion que la polarisation par réfraction ne se produit qu'avec des lames non cristallisées épaisses : « *la différence me paraît tenir à ce que dans les observations d'anneaux la lame d'air était nécessairement très mince, au lieu que dans les expériences faites avec les glaces nous n'employons que des lames épaisses…On ne doit donc pas s'étonner si l'effet de la polarisation extraordinaire ne s'est pas produit dans les expériences de M.Arago sur les lames minces d'air… la polarisation extraordinaire, analogue à la polarisation par réfraction ne commence à s'exercer qu'après qu'ils ont atteint une épaisseur beaucoup plus grande que celle à laquelle ils forment les anneaux… une fois que l'épaisseur est assez considérable pour que la force qui polarise par réfraction ait pu se développer entièrement, cette force tend à ramener l'axe des molécules perpendiculaire au plan d'incidence ; elle contrarie donc en cela l'influence de la force polarisante ordinaire, qui tend à le ramener dans ce plan…* [23]»

La différence entre l'action des forces responsables de la polarisation extraordinaire produite par une lame épaisse isotrope et celle d'autres forces responsables de la réfraction extraordinaire produite par une lame épaisse cristalline se résume ainsi : dans les lames épaisses isotropes, la polarisation extraordinaire par réfraction ne s'exerce toujours que sur une partie de la lumière incidente naturelle , la même quantité de lumière étant polarisée ordinairement par réflexion ; en

[23] in Jean-Baptiste Biot, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvemens des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Firmin Didot, Paris, 1814, pLij.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

revanche, dans les lames épaisses cristallines, la totalité de la lumière incidente se répartit entre une réfraction ordinaire et une réfraction extraordinaire.

Ce qui se rapporte à la lumière blanche trouve un prolongement lors de l'étude des phénomènes colorés. Ainsi, Biot croit à une différence de nature entre les rayons de la polarisation colorée des lames minces cristallines et les rayons blancs de la double réfraction des cristaux épais.

Lors de ses premiers travaux en 1812, il nomme la polarisation qui s'exerce sur une teinte particulière « polarisation partielle, *réservant la dénomination de* polarisation totale *pour le cas où la lame, devenant assez épaisse, polarise les molécules de toutes les couleurs dans la proportion qui fait le blanc.* [24]» Nous pouvons un peu plus loin discerner l'influence de l'analogie sur ces dénominations lorsque Biot fait remarquer que la polarisation partielle extraordinaire donne des teintes « *proportionnelles à celles des lames minces d'air ou de verre, qui produisent la réflexion partielle sur des teintes semblables…* [25]»

Nous sentons bien ce que la nouveauté et la complexité des phénomènes génèrent comme hésitations, auxquelles s'ajoutent la parenté si grande des teintes de ces phénomènes avec celles des anneaux colorés. La variété des cristaux nourrit l'incertitude à propos de l'étendue des lois trouvées. Ainsi, la calcite et l'aragonite à cause de leur très forte biréfringence semblent ne pas produire les couleurs de la polarisation colorée[26] : « *on ne les découvrirait probablement pas, si l'on n'était pas prévenu par la théorie de la manière de s'en servir, et c'est ce qui est arrivé à plusieurs personnes fort exercées aux observations d'optique, lorsque je leur ai montré ces expériences pour la première fois.* [27]» C'est lors de l'étude en incidence oblique que Biot devient affirmatif à propos de l'existence de la

[24] J.B Biot, "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences et mathématiques* et *physiques*, tome 12, p161.
[25] ibidem p278.
[26] Les premières études de la polarisation colorée, en 1812, ont eu pour support trois minéraux : le gypse, le mica et dans une moindre mesure le cristal de roche. Tous possèdent une biréfringence maximale faible : celle du gypse vaut 0.0070, celle du mica 0.0041 et celle du quartz 0.0091. En comparant les épaisseurs qui donnent la même teinte du même ordre entre une lame mince d'air et une lame mince cristalline, il faut une épaisseur 800 fois plus grande avec le mica et 360 fois avec le quartz.
En revanche, la calcite possède une biréfringence de 0.1719. Pour observer la même teinte, il suffit d'une lame de calcite environ 19 fois moins épaisse qu'une lame de quartz. L'étude des couleurs de la polarisation colorée en fonction de l'épaisseur est rendue beaucoup plus délicate ; à tel point que Biot a hésité à propos de la production de la polarisation colorée par ce cristal.
[27] J.B Biot, "Sur une nouvelle application de la Théorie des Oscillations de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p5.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

polarisation colorée dans tous les cristaux. Et à la fin de l'année 1813, la terminologie s'épure : « *Aujourd'hui, je les* [ces recherches] *étends même aux substances dont la double réfraction est la plus énergique, telles que l'arragonite*[28] *et la chaux sulfatée rhomboïdale ; et je suis arrivé à voir que, dans ces cristaux, comme dans tous les autres, les molécules lumineuses commencent par osciller autour de leur centre de gravité jusqu'à une certaine profondeur, après quoi, elles acquièrent une polarisation fixe, qui range leurs axes en deux sens rectangulaires.* [29]»

Donc, avant que la double réfraction ou polarisation fixe n'apparaisse, les molécules de lumière oscillent, ce qui est la polarisation colorée. Biot devient dès plus catégorique à propos de l'existence de celle-ci qui s'étend même aux cristaux les plus biréfringents, et qu'il dénomme polarisation mobile : « *toutes les lames minces de cette substance* [l'arragonite] *ont produit la polarisation mobile, et donné des faisceaux colorés…*[30]»

Ce que nous rapportons n'est pas en contradiction avec ce qui précède. A toute proportion gardée selon la biréfringence, la distinction entre lame mince et lame épaisse demeure. Biot ne parvient pas, et ne parviendra pas, à donner une explication du passage d'une polarisation à l'autre : « *puisqu'au delà de certaines limites d'épaisseur quelquefois fort considérables, la polarisation devient fixe, et l'immobilité des particules succède aux oscillations, n'est-on pas en droit d'en conclure que la modification éprouvée par les particules lumineuses en traversant des corps cristallisés, ne consiste pas seulement dans un déplacement de leurs axes, mais renferme aussi une certaine impression physique, et comme une sorte d'aimantation que les particules acquièrent progressivement à mesure qu'elles s'enfoncent dans le cristal…* [31]»

En 1816, dans son *Traité de physique*, il expose, dans sa version définitive, sa théorie de la polarisation mobile en relation avec la polarisation fixe.

[28] Biot et ses contemporains écrivent toujours ce mot avec deux r contrairement à l'orthographe actuelle.
[29] J.B Biot, "Sur une nouvelle application de la Théorie des Oscillations de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p2.
[30] ibidem p4. Ce mémoire lu le 27 décembre 1813 est à notre connaissance le premier qui fait mention de la polarisation mobile.
[31] ibidem p18. Cette hypothèse que les molécules lumineuses conservent un effet - *une sorte d'aimantation* - provoqué par leur passage au travers des lames cristallines est une constante chez Biot. Ceci lui permet d'exploiter l'autre hypothèse de la poursuite des oscillations d'une lame à une autre, sans que les molécules lumineuses perdent d'informations relatives à leur passage dans la première lame.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

L'opposition des qualificatifs renvoie immédiatement à l'aspect sensible du mécanisme qui figure la polarisation dans le système de l'émission.

Relativement au premier énoncé, la manière par laquelle s'exécutent les oscillations varie seule. Au lieu de considérer un nombre pair ou impair d'oscillations autour de l'axe de la lame pour indiquer les molécules qui appartiennent à la teinte O ou E, Biot considère que les premières effectuent leur mouvement entre les azimuts 0° et 2i, les secondes entre 0° et –2(90°- i) : « *dans le premier cas, l'oscillation s'opérera autour de l'axe de la lame ; dans le second, autour de la ligne perpendiculaire. Il est vraisemblable que les molécules lumineuses se partagent entre ces deux directions, puisqu'elles se trouvent définitivement réparties sur l'une ou l'autre, quand elles ont atteint la polarisation fixe.* [32]» Les molécules lumineuses qui oscillent autour de l'axe de la lame vont former le rayon ordinaire, celles qui oscillent autour de la ligne perpendiculaire le rayon extraordinaire. Ceci ajoute un peu à la cohérence de cette théorie, tente d'établir des liens plus serrés entre les deux sortes de polarisation, mais ne change en rien ce qui précède et n'accroît pas davantage la compréhension de la cause qui commande telle molécule à appartenir au rayon de la teinte O ou de la teinte E. Enfin, le passage de la polarisation mobile à la polarisation fixe n'a pas plus d'explication : « *il est extrêmement vraisemblable que les molécules qui forment chaque faisceau passent progressivement du mouvement oscillatoire à cet état fixe…* [33]» Ce qui paraît certain à Biot, c'est que le mouvement oscillatoire s'arrête lorsque les molécules lumineuses quittent la lame mince ou entrent dans un milieu qui n'est pas biréfringent. Cette théorie ne sera plus développée, ni modifiée ; la principale critique soulevée par les tenants de la théorie ondulatoire étant son incapacité à expliquer le passage de la polarisation mobile à la polarisation fixe, c'est-à-dire de la polarisation colorée à la polarisation blanche de la double réfraction.

Malgré cela, la théorie de la polarisation mobile permet de justifier une bonne part des aspects de la polarisation colorée, bilan tout à fait remarquable. Puisque le mouvement des molécules lumineuses et les situations dans lesquelles il s'exécute sont de mieux en mieux connus, il semble possible d'approcher des causes des effets observés de la polarisation colorée, c'est-à-dire des forces, acteurs

[32] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome 4, Deterville, Paris, 1816, page 389.
[33] ibidem p392.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

véritables du mouvement. A défaut de pouvoir les définir exactement, celles-ci pourront sans doute être au moins caractérisées.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 11 :

La nature des forces présentes dans les cristaux

La recherche sur les phénomènes de la polarisation colorée se rapporte à deux parties principales. D'une part, il y a la mise à l'épreuve de la théorie des oscillations dans son principe, ce qui vient d'être fait par des études sur le croisement de lames. L'explication des teintes observées au moyen des oscillations des molécules de lumière conforte Biot dans son interprétation de la polarisation colorée par la théorie de la polarisation mobile. Il s'agissait aussi d'une phase d'ajustement propre à donner à cette théorie toute sa généralité. Par exemple, il a été nécessaire de formuler une hypothèse qui indique comment l'oscillation se poursuit d'une lame cristalline à une autre.

D'autre part, et simultanément, cette première étape assez qualitative doit être dépassée afin que la justification du mécanisme d'oscillation soit à nouveau éprouvée pour être précisée. L'inscription de l'ensemble des phénomènes dans le système du monde requiert une application plus concrète de la mécanique. Pour cela, il faut faire ressortir davantage les forces qui interviennent et s'exercent sur la lumière. Comme on ne sait pas encore formuler analytiquement ces forces - tout au plus peut-on comparer leur intensité à celle de la gravitation dans des aspects particuliers - il est très important d'indiquer les lieux géométriques d'où elles émanent. Et une série de questionnements surgit alors : ces forces sont-elles réelles ? Si elles existent, peuvent-elles avoir des effets contraires ?

Pour l'essentiel, ce sont de nouvelles études en incidence oblique qui vont être l'objet de vérification et d'approfondissement de la théorie de la polarisation mobile. Lors d'une première série d'études en incidence oblique en 1812, Biot avait noté que deux lignes perpendiculaires l'une à l'autre et situées dans le plan de la lame influaient de façon contraire sur les teintes de l'image extraordinaire du

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

spath analyseur : de l'axe de la lame émane, selon lui, une force qui tend à ramener la teinte vers les premiers ordres des anneaux avec l'accroissement de l'incidence, comme si la lame devenait plus mince, alors que de la ligne perpendiculaire émane une autre force qui tend au contraire à faire monter la teinte vers les anneaux d'ordre élevé comme si l'épaisseur de la lame augmentait. Du premier axe de la lame, agit une force qui tend à ramener l'axe des molécules de lumière dans l'azimut primitif, tandis que du second axe - la ligne perpendiculaire - il y a une force qui tend à aligner les pôles des molécules dans l'azimut 2i. Cette déduction de deux forces de nature antagoniste s'appuie initialement sur deux faits : le croisement de lames de même nature et l'invariance de l'incidence dans l'azimut de 45°. Le premier de ces faits indique que lorsque deux lames sont croisées à angle droit, c'est-à-dire si les lignes d'où émanent des forces antagonistes sont superposées dans le même plan, alors la lame équivalente a une épaisseur égale à la différence des épaisseurs propres des deux lames. Le second fait que nous prenons en compte peut s'interpréter en tant que situation particulière pour laquelle les deux forces sont neutralisées.

A la fin de 1812, c'est-à-dire après la lecture des deux grands mémoires sur la polarisation colorée, Biot est formel : « *je dis que ces deux lignes font réellement l'effet de deux axes qui influent tous deux en sens contraire sur la polarisation, la première tendant à augmenter l'action de la lame, la seconde à la diminuer… quant à montrer qu'il en* [des lignes] *émane réellement des forces dans les cristaux que nous examinons, c'est ce que j'espère établir par expérience.* [1]» Lors de l'édition du second mémoire[2], en 1814, Biot est moins catégorique et rectifie au moyen d'un nouveau feuillet qui devait se substituer au précédent : « *Je n'examine point ici comment cette double influence s'exerce, ni quelles sont les forces qui semblent émaner de ces deux lignes. Je ne prétends pas même affirmer ici qu'il émane réellement des forces de la seconde comme de la première.* [3]» Pourquoi un tel changement d'opinion ?

Lorsque Malus étudie en 1808-1809 la double réfraction de la calcite, il calcule le trajet du rayon extraordinaire en supposant que les molécules lumineuses

[1] J.B Biot : "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p13. Ancien feuillet.
[2] Lu à l'Institut le 30 novembre 1812.
[3] J.B Biot : "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p13. Nouveau feuillet.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

qui le constituent ont subi l'action d'une force répulsive. C'est une déduction liée à la moindre déviation du rayon extraordinaire, considérée comme l'effet de l'action attractive de la réfraction ordinaire tempérée par une force répulsive qui émane de l'axe du cristal, c'est-à-dire de la direction d'isotropie. L'application du principe de moindre action donne la relation suivante entre les vitesses des deux rayons : $V^2 = 2{,}736693 - 0{,}536510.\sin^2 U$, avec V : vitesse de la lumière du rayon extraordinaire, et U : angle entre le rayon réfracté extraordinaire et l'axe du cristal[4]. Malus étend cette étude de la double réfraction à trois autres cristaux : le quartz, la barytine et l'aragonite[5]. La double réfraction paraît un phénomène qui a reçu une réponse définitive par une théorie accomplie.

Les forces attractives et répulsives et les lieux d'où elles émanent acquièrent une crédibilité certaine. Ainsi, pour justifier par le calcul le mouvement oscillatoire des molécules lumineuses de la polarisation colorée, Biot imagine que deux forces agissent, l'une qui émane de l'axe du cristal et attire un des axes des corpuscules lumineux, l'autre produite par la ligne perpendiculaire et qui repousse l'autre axe des corpuscules. Mais l'important est la résultante qui s'exerce sur les pôles des molécules lumineuses, que l'on peut figurer comme une action attractive émanant d'une ligne ou comme une action répulsive émanant de la ligne perpendiculaire : « *ces deux manières sont absolument indifférentes pour la représentation des phénomènes, et peuvent être également bien employées. La seconde est la plus conforme à l'idée que l'on se fait des forces qui produisent la double réfraction, forces qui, dans le mouvement du rayon, agissent comme répulsives ; mais la première est la plus simple à énoncer, parce qu'elle rapporte*

[4] Malus effectue des mesures avec quatre prismes de calcite taillés différemment. L'accord entre les mesures confirme la théorie, les écarts étant imputables pour l'essentiel au fait que Malus travaille en lumière blanche. Nous reviendrons plus en détail sur cela dans le prochain chapitre. Voir également l'**annexe 7**.

[5] La calcite est un cristal uniaxe négatif, le quartz un uniaxe positif, la barytine un biaxe positif et l'aragonite un biaxe négatif. Malus détermine dans ces cristaux une direction d'isotropie - c'est-à-dire une direction perpendiculaire au plan de section principale pour un cristal à un axe ou à l'un des trois plans de l'ellipsoïde des indices s'il s'agit d'un cristal à deux axes - fait tailler des prismes dont l'arête aiguë est parallèle à cette direction, mesure la déviation des deux rayons au minimum de déviation. Par analogie à la calcite, il croit que les réfractions suivent toutes les deux la loi des sinus de Descartes lorsque le plan d'incidence est perpendiculaire à cet axe, et ne fait qu'une seule sorte de mesures au minimum de déviation. Il donne pour chaque cristal la relation liant les vitesses des deux rayons. Cette confiance dans l'universalité du comportement de la lumière analogue à celui de la calcite fige toute investigation nouvelle à d'autres cristaux.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

immédiatement les phénomènes au mouvement de l'axe de polarisation [P'CP de la molécule lumineuse]... [6]»

L'implication d'actions antagonistes à laquelle la physique newtonienne recourt souvent n'a rien d'atypique : les natures opposées des deux forces rappellent celles des divers fluides impondérables à l'origine des effets de l'électricité, du magnétisme, et de la chaleur qui s'oppose au mouvement d'accrétion propre à la matière. Biot se révèle un savant "classique". Mais, de nouvelles expériences - plus complètes - sur le croisement de lames, l'étude des lames de mica dont le comportement est jugé irrégulier vont faire évoluer son opinion sur l'existence et la nature de ces forces. A la fin de l'année 1814, Biot aura apporté une réponse satisfaisante, c'est-à-dire conforme aux canons de la science newtonienne.

Pour découvrir les causes des variations des teintes avec l'incidence, il faut évaluer le nombre d'oscillations fait par les molécules de lumière, et ce « *nombre d'oscillations dépend de trois élémens : du trajet que la lumière fait dans le cristal, de l'intensité de la force répulsive qui produit la polarisation exercée par la lame, enfin de la vitesse de translation des molécules lumineuses.* [7]»

La connaissance du trajet de la lumière renvoie à la détermination des rayons réfractés dans les cristaux utilisés qui sont le gypse et le quartz. On a taillé dans ces minéraux des lames qui ont leurs deux axes dans le plan de ces lames. Biot assure qu'il est peu probable de pouvoir faire un parallèle avec la loi de Huygens qui est issue de l'étude de la calcite, parce que ce cristal possède une biréfringence très forte, et montre une séparation visuelle des deux rayons réfractés, alors que les deux

[6] J.B Biot : "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p72-73.

[7] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome13, p157.
Biot ne dit mot sur l'origine d'une telle relation. Nous ne pouvons nous empêcher de penser au travail de Laplace "Mémoire sur la double réfraction de la lumière dans les cristaux diaphanes" et à celui de Malus *Théorie de la double réfraction*. Pour s'en tenir au travail de Laplace, rappelons qu'il applique le principe de moindre action aux résultats expérimentaux de Huygens, confirmés par ceux de Malus. On constate que le produit du trajet effectué par le rayon extraordinaire avec sa vitesse est un minimum. Cette vitesse est fonction du carré du sinus de l'angle fait par le rayon extraordinaire et l'axe du cristal. Ceci est vrai si aucune force ne s'exerce sur les molécules de lumière, c'est-à-dire là où la trajectoire est rectiligne. Pour que le principe de moindre action indique un résultat correct, il suffit d'exclure la partie de la trajectoire où les forces du cristal agissent effectivement. Or, leur action n'est sensible que très près de la surface du cristal sur une distance inappréciable et donc négligeable par rapport à la longueur du trajet total pris en compte. Mais Biot est confronté à un problème d'une autre sorte, comme nous allons le voir.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

cristaux cités ont une biréfringence beaucoup plus faible. Il propose donc, puisque la double réfraction du gypse et du quartz est faible, de confondre le chemin des deux rayons avec celui de la réfraction ordinaire : « *on aura donc déjà une évaluation très-approchée du trajet pour le rayon ordinaire, et avec le rapport ordinaire de réfraction.* [8] »

Le deuxième élément à connaître est l'intensité de la force répulsive qui produit le rayon extraordinaire : « *on sait que dans la chaux carbonatée elle est proportionnelle au carré du sinus de l'angle que l'axe de cristallisation forme avec le rayon réfracté extraordinaire : ainsi, par analogie, on peut essayer s'il n'en serait pas de même dans les cristaux que nous examinons…* [9] »

Enfin, Biot assimile, *en première approximation*, la vitesse du rayon extraordinaire à celle du rayon ordinaire.

Finalement, le produit du trajet de la lumière par le carré du sinus de l'angle fait par le rayon réfracté et l'axe de cristallisation, ramené à l'échelle de Newton[10], donne « *à très peu de chose près la teinte du rayon que la plaque polarise ; et cette expression devient tout-à-fait rigoureuse, tout-à-fait conforme aux expériences, si l'on y joint un facteur dépendant probablement de la vitesse, et qui varie seulement entre neuf dixièmes et l'unité.* [11]»

Avec l'angle de réfraction θ' compté de la normale (voir **figure1**) l'épaisseur effective de la lame, c'est-à-dire le trajet de la lumière, est comme $\frac{e}{\cos\theta'}$.

L'angle entre l'axe du cristal et le rayon réfracté est le complément à 90° de θ', c'est-à-dire que $\sin^2(90°-\theta') = \cos^2\theta'$. En tenant compte du terme correctif relatif à la vitesse que Biot inclut au dénominateur, on a :

$$\frac{e}{\cos\theta'}.\cos^2\theta'.\frac{1}{1-a.\sin^2\theta'-b.\sin^4\theta'} = \frac{e.\cos\theta'}{1-a.\sin^2\theta'-b.\sin^4\theta'}$$ [12]

[8] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome13, p159.

[9] ibidem p159.

[10] A teinte égale, les lames cristallines sont plus épaisses qu'une lame de verre ou d'eau. Ce rapport d'épaisseur est considéré par Biot pour le calcul de la teinte de la lame cristalline à partir de la table de Newton.

[11] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome13, p159-160.

Ce facteur est de la forme $1+a.\sin^2\theta'+b.\sin^4\theta'$.

[12] ibidem p160.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Les deux coefficients a et b sont déterminés par deux observations. Quant à l'angle θ', il est déduit de l'angle θ d'incidence et du rapport des sinus propre au cristal pour la réfraction ordinaire.

Biot a déjà remarqué à propos de l'action d'une force qui émane d'une direction bien définie que cette action est nulle lorsque « *l'axe de polarisation des molécules devient parallèle à la ligne dont elle émane.* [13]» Or, pour pouvoir calculer les teintes en fonction de l'incidence, Biot sait qu'il est nécessaire de considérer une force émanant du premier axe de la lame. Le terme en $\cos^2\theta'$ marque l'influence de cette force. En revanche, quand le plan d'incidence contient la ligne perpendiculaire, le fait d'incliner cette ligne vers le rayon incident ne change pas l'angle entre les rayons incident et réfracté et l'axe de la lame. Par conséquent, il ne faut pas mettre de terme en $\cos^2\theta'$ pour exprimer une variation - estimée inexistante - de l'intensité de la force qui émane de cet axe, ce qui permet à Biot de conclure que : « *ce résultat me paraît donc prouver que toute la force émane réellement du premier axe.* [14]» Les changements de teintes qui s'observent en rapport avec ce second axe ne sont dus qu'à la variation d'épaisseur avec l'incidence et se vérifient par le calcul en attribuant au terme correctif de nouvelles valeurs a' et b'. La loi qui exprime ces teintes est ici donnée par :

$$\frac{e}{\cos\theta'.(1+a'.\sin^2\theta'+b'.\sin^4\theta')}$$ [15]

Biot va prouver la validité de ces remarques théoriques - et fortifier un peu plus sa théorie des oscillations des molécules de lumière - avec des relevés expérimentaux. La ténuité des lames minces de gypse et de quartz interdit des variations importantes de teintes avec l'incidence. Pour vérifier ses formules, Biot prend donc dans ces cristaux des lames épaisses qu'il croise. Bien sûr, comme nous l'avons vu, la lame équivalente est égale à la différence de leurs épaisseurs, avec cet avantage qu'il est possible de conserver une des plaques en incidence perpendiculaire et d'incliner l'autre (voir **figures 2 et 3**).

[13] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome13, p162.
[14] ibidem p161-162.
[15] ibidem p162. Le changement de signe devant les coefficients a' et b' par rapport à ceux qui affectent a et b dans l'expression précédente est inexpliqué.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

L'ensemble est placé dans l'azimut de 45°, et c'est pour celui-ci que les coefficients a, b, a', et b' relatifs à l'une des plaques sont déterminés. Prenons un exemple.

La différence des épaisseurs e' – e de deux plaques de gypse vaut, rapportée à la table de Newton, 16,88. Après correction et vérification, on a e = 249,12 et e' = 266. En inclinant l'axe de la première plaque vers le rayon incident (voir **figure 2**), et en laissant la seconde plaque perpendiculaire, Biot établit la formule suivante pour la teinte E du rayon extraordinaire du spath analyseur :

$$E = -249{,}12 + \frac{266.\cos\theta'}{1 - 0{,}28.\sin^2\theta' - 0{,}2.\sin^4\theta'}$$ [16]

Il a déterminé que a = 0,28 et b = 0,2 pour la plaque d'épaisseur 266.

Pour 19 incidences différentes, Biot montre que la teinte E calculée et celle observée puis ramenée aux épaisseurs de la table de Newton sont très voisines (voir **tableau 1**). Il fait remarquer que les sommes des colonnes des teintes calculées et observées diffèrent seulement de 3 (164,32 à 161,33), et que lorsqu'il exclut les trois mesures erronées signalées par un astérisque, la correspondance est presque parfaite[17].

Dans ce **tableau 1**, nous constatons que la teinte E devient nulle pour θ = 51°25', puis croît à nouveau, comme si la lame équivalente reprenait de l'épaisseur.

Dans un second temps, on incline la ligne perpendiculaire à l'axe de la première lame vers le rayon incident (voir **figure 3**), en conservant toujours la seconde lame perpendiculaire au rayon incident. Il n'y a donc que le trajet de la lumière à l'intérieur de cette première lame à prendre en compte. La formule est alors :

$$E = -249{,}12 + \frac{266}{\cos\theta'.(1 + 0{,}153915.\sin^2\theta' + 0{,}33353.\sin^4\theta')}$$ [18]

Les valeurs de a' et b' sont respectivement de 0,153915 et 0,33353, toujours pour la plaque d'épaisseur 266.

Les mesures sont relatives à 11 incidences différentes (voir **tableau 2**). Les sommes des colonnes des teintes calculées et observées montrent une grande homogénéité.

[16] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome13, p167.

[17] Les sommes donnent 145,86 et 145,82.

[18] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome13, p170.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

L'incidence est limitée à 59° puisque au-delà, la teinte observée est du septième ordre et donc blanche. Nous constatons aussi que la teinte correspond à des épaisseurs toujours croissantes avec l'incidence, contrairement au cas précédent[19].

En conséquence de quoi, Biot conclut que « *l'espèce de teinte polarisée par chaque plaque, sous une incidence donnée, dépend de l'angle que le rayon réfracté forme avec l'axe de cristallisation, et de la longueur du trajet que ce rayon parcourt à travers la substance du cristal…* [et] *à mesure que l'axe de cristallisation s'incline sur le rayon réfracté, la force qui fait osciller les particules lumineuses diminue, et le nombre des oscillations faites dans le même espace décroît comme le carré du sinus de l'angle que cet axe forme avec le rayon réfracté ; mais en même temps le trajet de la lumière dans la plaque s'augmente par l'obliquité ; et les oscillations en deviennent plus nombreuses dans le même espace.* [20]»

Comme nous l'avons vu, selon l'épaisseur d'une des plaques par rapport à l'autre, avec la variation de l'incidence, la teinte E de l'image extraordinaire peut rétrograder sur l'échelle des teintes de Newton, puis s'élever après être passée par le noir. Ces expériences ont permis de conclure à l'existence d'une ligne unique d'où émane une force dont l'action est modifiée par la valeur de l'incidence et dont l'intensité dépend de la position du rayon réfracté par rapport à l'axe du cristal suivant la même loi que la double réfraction. Un minéral présente des variations de teintes similaires à celles que nous venons de rapporter avec l'incidence : le mica. C'est l'occasion pour Biot de tester la validité de sa théorie.

Biot a utilisé cette espèce cristalline dès le début de l'étude de la polarisation colorée en 1812. En incidence perpendiculaire, la teinte E reste liée à l'épaisseur de la lame et se rapporte bien aux teintes des anneaux de Newton. En revanche, une lame mince de mica, même seule, présente des variations de teintes similaires à l'association de deux plaques de gypse ou de quartz [21].

Dès le commencement de l'étude de la polarisation colorée, Biot a considéré le mica comme un cristal "atypique" : « *les variations des couleurs, quand*

[19] Biot reprend tout un ensemble de mesures sur d'autres lames de gypse, mais également avec des lames de quartz. Par la suite, il incline l'ensemble des deux lames et obtient encore une concordance excellente entre les teintes calculées et observées. Il va jusqu'à croiser des lames de nature différente, c'est-à-dire une lame de gypse avec une lame de quartz.

[20] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome13, p215-217.

[21] Voir l'**annexe 4**.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'inclinaison change, s'y font d'une autre manière ; ce qui semblerait indiquer, ou que l'axe du mica n'est pas dans le plan de ses lames, ou que quelque autre phénomène se combine avec l'action qu'il devrait exercer. [22]»

Afin de caractériser l'effet des lames de mica, Biot attribue à ce matériau un troisième axe [23] perpendiculaire au plan de la lame. Il semble acquis que le plan de la lame de mica ne peut être le siège de plus d'une force ; et puisqu'en incidence perpendiculaire le mica se comporte comme le gypse et le quartz, que l'action de la force qui émane d'un axe est proportionnelle au carré du sinus de l'angle fait par le rayon réfracté et l'axe de la lame - cet angle étant nul pour cette incidence - ce troisième axe n'exerce pas d'action pour cette incidence. Par conséquent, cet axe supplémentaire se situe perpendiculairement au plan de la lame : les lois de la polarisation colorée du mica sont, pour cette incidence, identiques à celles du gypse et du quartz, c'est-à-dire en rapport uniquement avec l'épaisseur de la lame considérée. Il reste à vérifier cette conjecture par une étude en incidence oblique.

Initialement, Biot a placé les lames de mica dans l'azimut de 45° avec le plan de polarisation du rayon incident, et il « *trouve qu'en partant de l'incidence perpendiculaire, les teintes du faisceau polarisé changent à mesure que la lame s'incline sur le rayon incident… dans tous les cas, les couleurs changent comme si la lame devenait plus épaisse.* [24]» Cet effet est bien différent de la teinte constante qu'offrent le gypse et le quartz dans cet azimut particulier de 45° pour des variations de l'incidence.

L'axe de la lame de mica restant tourné dans l'azimut de 45°, en inclinant le premier axe de cette lame vers le rayon incident, l'action de cet axe décroît et la teinte E devrait descendre les ordres des teintes des anneaux comme si la lame devenait plus mince, et comme le font les lames de gypse et de quartz. Mais,

[22] J.B Biot : "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p224.

[23] Nous rappelons que l'axe de la lame, ou axe de cristallisation, ou axe de double réfraction, est contenu dans le plan de section principale du cristal, et est désigné comme premier axe, la ligne perpendiculaire comme second axe, les deux se trouvant contenus dans le plan de la lame. L'étude du mica s'effectue avant que Biot ne déduise l'existence d'un seul axe, c'est-à-dire d'une seule ligne contenue dans le plan des lames et d'où émane la force qui agit sur les molécules lumineuses. C'est pourquoi l'axe perpendiculaire au plan de la lame est comptabilisé comme étant le troisième.

[24] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p15.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

ce n'est pas ce qui s'observe puisqu'au contraire, les teintes montent dans l'ordre des anneaux avec le mica. L'intervention d'un troisième axe va permettre d'expliquer ceci : « *l'augmentation d'intensité causée par l'influence croissante de l'axe perpendiculaire au plan des lames, qui conspire alors avec le premier axe, est plus que suffisante pour compenser cette diminution, et en conséquence la teinte du faisceau polarisée par la lame, descend constamment dans l'ordre des anneaux, comme si elle devenait plus épaisse.* [25]»

L'effet le plus remarquable se produit lorsqu'on tourne la lame de 90° dans son plan et qu'on amène le second axe sur le rayon incident : « *l'action croissante du troisième axe favorise le second axe, et fait plus que compenser la diminution d'énergie qu'il éprouve par l'accroissement d'inclinaison… les teintes du rayon polarisé, au lieu de descendre, remontent dans l'ordre des anneaux comme si la lame devenait plus mince… il arrive un terme auquel les actions réunies du second et du troisième axes font exactement équilibre à l'action du premier, de sorte que, sous cette incidence, la lame ne polarise plus aucune molécule de lumière, et le rayon extraordinaire s'évanouit. Mais au-delà de cette limite… on voit le rayon extraordinaire reparaître et redescendre de nouveau dans l'ordre des anneaux…* [26]»

On comprend aisément pourquoi la comparaison des teintes de lames de mica posées sur un drap noir, la lumière incidente arrivant sous l'angle de polarisation complète, n'est plus possible : l'influence du troisième axe modifie l'action des deux autres selon l'incidence, et la teinte E observée par transmission en incidence perpendiculaire n'est plus la même que celle vue par réflexion. On ne peut étudier les lames de mica comme les lames de gypse ou de quartz tournées dans l'azimut de 45° [27]. La multiplication des axes amène Biot à approfondir leur mode d'action.

[25] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p16.
Nous rappelons que Biot caractérise à sa manière les "montées" et les "descentes" des teintes : descendre veut dire aller vers les ordres élevés, alors que monter indique qu'on se rapproche de l'origine des teintes.
[26] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p16.
[27] J.B Biot : "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p18-19.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Afin d'affermir son hypothèse sur l'existence d'axes situés dans le plan des lames et perpendiculairement à ce plan, Biot assemble des lames pour lesquelles il est sûr de connaître le nombre et la direction des axes, c'est-à-dire les lignes d'où sont sensées agir les forces sur les molécules de lumière. Il va ainsi reproduire l'effet des lames minces de mica à trois axes.

Pour cela, il lui faut disposer de deux matériaux, l'un ayant un axe situé dans le plan de sa lame, l'autre un axe perpendiculaire à ce même plan, et superposer les deux lames. Certaines lames de mica ne présentent pas de coloration en incidence normale, ce qui permet à Biot d'inférer qu'il existe « *des lames dans lesquelles ce troisième axe existe seul, l'influence des deux autres étant détruite, probablement par des irrégularités de cristallisation.* [28] » Il confirme la présence de cet axe perpendiculaire unique en vérifiant qu'une teinte donnée par une certaine incidence ne se modifie pas lorsqu'on tourne la lame dans son plan.

Biot poursuit en réalisant l'assemblage d'une lame de gypse avec une lame mince de ce mica particulier qui n'a qu'un axe perpendiculaire au plan de ses lames[29]. En incidence normale, le placement de cette lame de mica sur celle de gypse ne modifie pas la teinte donnée par la lame de gypse seule.

La lame de gypse a son premier axe tourné à 45° du plan de polarisation primitif. Si on incline l'ensemble en rapprochant le premier axe de la lame de gypse du rayon incident, ce mouvement a pour effet de faire monter la teinte du rayon extraordinaire issu des deux lames dans l'ordre des anneaux comme si le système devenait plus mince ; et en inclinant davantage, les teintes redescendent et parcourent une succession de teintes contraire à celles de la montée. Ce phénomène offre les mêmes changements que ceux déjà observés par Biot avec une lame de mica possédant trois axes.

Bien sûr, lorsque l'axe de la lame de gypse est tourné de 90°, c'est la ligne perpendiculaire qu'on amène vers le rayon incident. L'action de cette lame conjuguée à celle de la lame de mica à un axe a pour effet total une descente permanente de la teinte du rayon extraordinaire dans l'ordre des anneaux, comme si

[28] ibidem p15.
Le mica est un cristal monoclinique. Des assemblages comportent parfois des couches tournées de 60° et prennent une symétrie senaire. Ceci explique le comportement particulier de certains micas. in M.Font-Altaba, *L'encyclopédie en couleur de la minéralogie*, Marabout Université, 1965, p120.
Cette possibilité d'un assemblage particulier est imaginée par Biot dans l'article "Sur une manière d'imiter artificiellement les phénomènes des couleurs produites par l'action des lames mince de mica sur des rayons polarisés", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome3, p109.
[29] Le spath analyseur a sa section principale située dans l'azimut primitif de polarisation.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

la lame équivalente devenait plus épaisse. Biot fait bien remarquer que l'expérience n'est concluante que si les deux lames sont d'épaisseurs comparables. Si elles diffèrent trop, ces phénomènes ne s'observent pas, les forces en jeu étant trop disparates. Il déduit ainsi que l'obtention de cet effet d'inversion de l'évolution des teintes ne se constate que si l'action de la force émanant du mica à un seul axe surpasse celle du gypse.

Une comparaison entre les effets produits par l'assemblage de la lame de gypse et de mica à un axe avec ceux d'une lame de mica à trois axes indique des effets similaires, mais dans des azimuts perpendiculaires, c'est-à-dire que le premier axe de la lame de gypse et le premier axe de la lame de mica à trois axes paraissent exercer des effets contraires. Biot ne relève pas cette inversion des actions[30].

Qualitativement, au moyen des oscillations des molécules lumineuses, il montre que la diminution apparente de l'épaisseur de la lame est imputable à la neutralisation progressive de l'action de l'axe de la lame de gypse par l'action de la lame de mica. Il arrive une incidence pour laquelle l'image extraordinaire du spath analyseur est éteinte : « *si l'incidence est telle, que l'action répulsive de la plaque de mica soit égale à l'action attractive de l'axe CA* [de la lame de gypse]*, alors, tout le faisceau qui avait changé de polarisation dans la première lame en change aussi dans la seconde…* [31]» Au-delà de cette incidence, la résultante des forces n'est plus nulle et la teinte réapparaît.

Pour montrer que son interprétation est juste, Biot ose une comparaison : « *il se passe ici absolument la même chose que dans les plaques de chaux sulfatée dont les axes sont croisés à angles droits ; car on pourrait à l'axe répulsif de la lame de mica dirigé suivant CA dans notre expérience, substituer un axe attractif dirigé suivant la ligne BB', rectangulaire sur CA, et alors les circonstances deviennent absolument pareilles à celles que présentent les lames croisées rectangulaires, lorsque les axes sont situés dans leur plan.* [32]» Donc les forces qui émanent effectivement des axes des cristaux sont toujours répulsives,

[30] … qui provient du fait que le gypse et le mica ont des signes de biréfringence opposés.

[31] J.B Biot : "Sur une manière d'imiter artificiellement les phénomènes des couleurs produites par l'action des lames mince de mica sur des rayons polarisés", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome3, p111.

[32] J.B Biot : "Sur une manière d'imiter artificiellement les phénomènes des couleurs produites par l'action des lames mince de mica sur des rayons polarisés", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome3, p112.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

seulement, selon la situation géométrique, leurs actions peuvent produire une résultante attractive [33].

Lorsqu'on incline le second axe du gypse vers le plan d'incidence, la teinte monte toujours dans l'ordre des anneaux comme si l'épaisseur croissait : « *car alors l'action répulsive de l'axe perpendiculaire… agit dans le même sens que le premier axe attractif CA… Les circonstances sont alors absolument pareilles à ce qui arrive lorsque la lumière traverse successivement plusieurs lames de chaux sulfatée, dont les axes sont disposés parallèlement ; l'action totale du système est égale à la somme des actions des lames superposées.* [34]» Biot rapporte l'ensemble de ces phénomènes à l'antagonisme de forces - ou de leur résultante - qui émanent de lieux géométriques des lames. Il n'avance rien encore à propos de la nature des lames, c'est-à-dire qu'il n'imagine pas que des cristaux puissent se comporter différemment de la calcite.

Dans l'immédiat, il parfait ses observations sur ce mode artificiel de production des mêmes effets que le mica par deux compléments expérimentaux. Ainsi, il vérifie que la rotation de la lame de mica seule dans son propre plan ne modifie en rien la teinte observée, « *puisque la force exercée par cette lame émane d'un axe perpendiculaire à ce plan* [35]», ce qui est en accord avec les propriétés du mica à un axe et montre l'indépendance de l'action des deux lames de gypse et de mica à un axe. Pour davantage d'assurance, Biot substitue à la lame de mica à un axe une lame de quartz taillée perpendiculairement à son axe de cristallisation : les résultats sont exactement semblables[36].

---

[33] Jusqu'à la fin de 1812, Biot n'utilise que le gypse et le cristal de roche pour faire ses expériences. Lorsqu'il superpose parallèlement ou perpendiculairement des lames de ces minéraux ayant leur premier axe situé dans le plan des lames, il constate toujours que la lame équivalente est respectivement la somme ou la différence des épaisseurs des lames prises séparément. Il y a deux raisons à ceci : le gypse et le quartz sont des cristaux positifs (même si le premier est un biaxe et le second un uniaxe), et ceux sur lesquels il expérimente ont exactement la même biréfringence maximale de valeur 0,0091. C'est ce qui initialement trompe Biot et lui fait dire : « *si l'on prend plusieurs d'entre elles* [les lames] *extraites des corps cristallisés que nous avons désignés* [le gypse et le quartz]*, et qu'on les superpose dans un ordre quelconque, avec la seule condition de rendre leurs axes parallèles, la teinte du rayon qu'elles polarisent est constante, quel que soit l'ordre dans lequel les lames sont superposées, et soit que l'on combine ensemble des lames tirées d'une espèce de cristal, ou de cristaux de nature diverse… dans le cas où les lames se croisaient à angles droits, leur action paraissait être celle qui convenait à la différence de leurs épaisseurs…* » : J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p4-5.

[34] J.B Biot : "Sur une manière d'imiter artificiellement les phénomènes des couleurs produites par l'action des lames mince de mica sur des rayons polarisés", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome3, p113.

[35] ibidem p109.

[36] Pour de faibles épaisseurs, la polarisation rotatoire n'est pas notable.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Biot précise : « *le détail des expériences et leur accord avec la théorie des oscillations, ne me laissaient aucun doute sur l'existence de ces deux genres de forces* [émanant d'axes situés dans des plans perpendiculaires]. *J'en ai conclu que , si l'on pouvait avec d'autres corps composer des systèmes de forces semblables, ces systèmes devraient, si la théorie était juste, produire les mêmes phénomènes de couleurs que le mica ; c'est aussi ce que l'expérience a confirmé.* [37]»

En conclusion - nous sommes au milieu de l'année 1813 - Biot note qu'en développant « *ces forces par des sections convenables dans les corps qui les possèdent, conformément à ce que la théorie des oscillations indique, on peut reproduire artificiellement tous les phénomènes de polarisation que la nature nous présente dans chacun de ces corps en particulier ; d'où il suit qu'au lieu d'avoir à considérer ces phénomènes dans tous leurs détails…il suffit désormais de considérer généralement les forces connues qui les produisent, ce qui est incomparablement plus simple.* [38]»

Ainsi, des forces exercent leurs actions selon diverses directions à l'intérieur des cristaux. Mais on ne sait encore rien de leurs intensités, ni de leur nature. Ceci est fâcheux pour la physique laplacienne dont l'un des buts principaux est de parvenir à justifier tous les effets des phénomènes. Pour elle, l'application numérique est la marque de la réussite de toute théorie. Biot persévère dans sa recherche de l'effet de la polarisation colorée et s'attache à calculer la variation de la teinte qu'offre une lame mince cristalline.

Comme nous venons de le voir, Biot vient de montrer au moyen de relations analytiques que la teinte donnée par un système de deux lames minces est liée au nombre d'oscillations des molécules lumineuses, lui-même le résultat du produit du trajet du rayon réfracté à l'intérieur du cristal par le carré du sinus de l'angle qui sépare ce rayon réfracté de l'axe du cristal. Ce dispositif expérimental avait permis à Biot de prouver qu'une force émane *réellement* de l'axe du cristal. Il reprend le même principe du calcul du nombre d'oscillations pour justifier la teinte d'une seule lame mince. Les grandeurs qui interviennent dans le calcul de cette teinte excluent toutes quantités provenant de la géométrie de l'association des deux lames précédentes, seules vont contribuer au résultat les quantités propres à la

[37] J.B Biot : "Sur une manière d'imiter artificiellement les phénomènes des couleurs produites par l'action des lames mince de mica sur des rayons polarisés", in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome3, p106-107.
[38] ibidem p121.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

géométrie et à la nature d'une seule des deux lames. Ceci va permettre de justifier que pour les lames de gypse et de quartz qui ont leur axes dans le plan de clivage, l'incidence n'a pas d'influence[39] lorsque l'axe de ces lames est tourné dans l'azimut 45°.

La chose essentielle est l'introduction analytique de la force répulsive. En confondant la marche des deux rayons ordinaire et extraordinaire et grâce à une étude en trigonométrie sphérique, Biot montre que l'intensité de la force répulsive est donnée par l'expression suivante :

$$\sin^2 V = 1 - \cos^2 i . \sin^2 \theta'$$

avec V, angle entre le rayon réfracté et l'axe du cristal ; i, angle entre l'axe du cristal et la trace du plan d'incidence sur le plan de la lame ; θ', angle de réfraction par rapport à la normale au plan de la lame.

La longueur du trajet du rayon réfracté reste liée à l'épaisseur effective de la lame et vaut $\frac{e}{\cos\theta'}$, où e est l'épaisseur de la lame mince de cristal et θ', encore l'angle de réfraction par rapport à la normale au plan de la lame.

On effectue alors le produit de ces deux quantités, auxquelles Biot ajoute à nouveau « *un facteur de la forme* $1 + a.\sin^2\theta' + b.\sin^4\theta'$ *dépendant de la variation de la vitesse dans l'intérieur du cristal* [40]». Il obtient la relation qui suit :

$$\frac{e.(1 - \cos^2 i.\sin^2\theta')}{\cos^2\theta'.(1 + a.\sin^2\theta' + b.\sin^4\theta')}.$$

« *Toutes les particularités du phénomène viennent de ce que les quantités V, a, b, varient en même temps que l'azimut i, tandis que la longueur du trajet est indépendante de cet azimut, au moins à nos sens…* [41]».

Le recours à l'expérience est inévitable pour la détermination des coefficients a et b. De nombreuses expériences indiquent que les coefficients a et b ne dépassent pas respectivement $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2125}$, et qu'ils sont négatifs pour l'azimut 0° et positifs pour

[39] J.B Biot : "Sur une loi remarquable qui s'observe dans les oscillations des particules lumineuses, lorsqu'elles traversent obliquement des lames minces de chaux sulfatée ou de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de cristallisation" in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome 3, J.Klostermann, Paris, 1817, p132-147. Ce mémoire fut lu à la Société d'Arcueil le 28 juin 1813.
[40] ibidem p138.
[41] ibidem p138.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'azimut 90°. Biot infère qu'ils doivent prendre la valeur 0 lorsque l'azimut vaut 45° et vérifie.

En effet, si a = b = 0, avec i = 45°, l'expression précédente devient $e + \frac{2.e.\sin^4 \frac{\theta'}{2}}{\cos\theta'}$, dans laquelle figure un terme « *qui est du quatrième ordre par rapport aux puissances de sinθ', et qui sera toujours par conséquent très faible.* [42]» Biot examine maintenant ce résultat pour le cas le plus défavorable, c'est-à-dire pour l'incidence perpendiculaire.

Avec un rapport des sinus d'incidence et de réfraction de 1.5, θ' vaut 41°48'30" et l'expression générale des teintes s'écrit $e + 0.04348.e$. Biot juge très faible cet écart et montre, en se référant à la table de Newton, la petitesse des changements de teintes dans divers ordres d'anneaux, lesquels ne dépassent pas la moitié de l'intervalle d'une teinte. Par exemple, en supposant que e = 18.7 millionièmes de pouces anglais, ce qui répond au rouge vif du 3eme ordre, l'incidence perpendiculaire amène la teinte à 19.513. Or, la teinte qui suit ce rouge vif est un rouge bleuâtre qui répond à l'épaisseur $20\frac{2}{3}$. L'œil perçoit difficilement une si faible modification dans la nuance de la teinte.

Ainsi, Biot est parvenu à démontrer pour les cristaux qui ne possèdent qu'un axe dans le plan de leur lame, que la teinte qu'ils présentent par réflexion est identique à celle vue par transmission et qu'elle reste insensible à l'incidence[43].

Il tire maintenant profit de la fécondité qu'il accorde à l'analyse. Afin de mieux évaluer qui de l'incidence ou de l'azimut agit le plus sur la variation de la teinte dans l'azimut de 45°, Biot dérive par rapport à l'azimut i l'expression de la teinte E donnée par la relation suivante :

[42] J.B Biot : "Sur une loi remarquable qui s'observe dans les oscillations des particules lumineuses, lorsqu'elles traversent obliquement des lames minces de chaux sulfatée ou de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de cristallisation" in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome 3, J.Klostermann, Paris, 1817, p140.

[43] Biot a donc observé que certaines lames peuvent, pour une incidence forte, présenter une variation visible de leur teinte initiale. Ainsi, avec e = 10.8 qui répond au jaune du deuxième ordre, la plus forte incidence mène la teinte extrême à 11.27 qui correspond au orangé. Biot regrette de ne pouvoir vérifier mieux cela à cause de l'insuffisance de la précision sur la mesure de l'azimut. En effet, cette modification de la teinte est compensable et Biot a remarqué qu' « *un changement de 4° dans la position de l'axe suffirait à détruire ces petites variations*. » ibidem p142-143.
Pour le gypse, cette variation de la teinte est due à l'influence grandissante des deux axes optiques situés dans le plan de la lame. Biot ignore encore, cette propriété optique du gypse, révélée par Brewster lors d'études en lumière convergente. (Voir **annexe 4**)

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

$$E = \frac{e.(1-\cos^2 i.\sin^2 \theta')}{\cos\theta'}.$$ [44]

Il résulte puisque i = 45° :

$$dE = \frac{e.\sin^2 \theta'}{\cos\theta'}.di$$

ce qui permet à Biot de conclure que la variation de la teinte est du signe de celle de l'azimut i. Ceci est conforme à ce qui a déjà été observé : quand l'azimut croît à partir de 45°, la teinte évolue vers les ordres élevés comme si la lame devenait plus épaisse, et si l'azimut décroît, alors la teinte descend vers les premiers ordres comme si la lame s'amincissait. Biot conclut : « *Tous ces résultats sont parfaitement conformes à l'expérience ; mais ici la théorie, en les calculant, nous éclaire sur leur véritable cause. Elle nous montre qu'ils dépendent des effets opposés que l'inclinaison produit sur la force répulsive de l'axe de cristallisation, et sur la longueur du trajet que la lumière décrit à l'intérieur du cristal. Quand l'angle de l'axe avec le plan d'incidence est compris entre zéro et 45°, l'augmentation du trajet ne compense pas l'affaiblissement qu'éprouve la force répulsive, et le nombre des oscillations diminue comme si la lame devenait plus mince. Vers l'azimut de 45° les effets se compensent, et le nombre des oscillations est, à très-peu de chose près, le même sous toutes les inclinaisons. Enfin, pour des azimuts plus considérables, depuis 45° jusqu'à 90°, l'augmentation du trajet que décrit la lumière dans l'intérieur du cristal est plus que suffisante pour compenser l'affaiblissement de la force répulsive émanée de l'axe et le nombre des oscillations augmente comme si la lame devenait plus épaisse.* [45]»

En 1814, lorsque Biot modifie avant publication le feuillet de la page 13 de son grand mémoire sur les oscillations des molécules lumineuses, il est moins enclin à penser que des forces sont les seuls agents responsables de la polarisation colorée, tellement leur action peut être modifiée par l'incidence et le parcours de la lumière dans le cristal. Et puis, il y a l'étrange comportement du mica que Biot a étudié dès 1812 [46].

[44] J.B Biot : "Sur une loi remarquable qui s'observe dans les oscillations des particules lumineuses, lorsqu'elles traversent obliquement des lames minces de chaux sulfatée ou de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de cristallisation" in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome 3, J.Klostermann, Paris, 1817, p144. a et b sont bien sûr considérés comme étant nuls.

[45] ibidem p145.

[46] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p315-371.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Le **tableau 3** regroupe l'ensemble des teintes observées et calculées avec ce cristal[47]. La première série est relative au rapprochement de l'axe de la lame vers le plan d'incidence, la seconde à la ligne perpendiculaire à cet axe. Biot a établi des relations capables de justifier numériquement les observations, relations qui « *n'empruntent de l'expérience que deux données ; savoir : la teinte sous l'incidence perpendiculaire, et la valeur particulière de l'incidence à laquelle le zéro des teintes s'observe* [48]» Une fois de plus, il y a accord entre théorie et mesure puisque nous constatons bien une augmentation continuelle d'épaisseur avec la première série et une décroissance suivie d'une augmentation avec la seconde série obtenue avec l'inclinaison de la ligne perpendiculaire au premier axe de la lame de mica. Mais une anomalie n'échappe pas à Biot.

Lors de l'étude en incidence oblique avec des lames de gypse et de quartz dont l'axe est situé dans le plan des lames, Biot avait noté que des teintes de polarisation identique peuvent avoir des intensités différentes. Cette indépendance existe toujours avec le mica, mais la loi des intensités n'est plus respectée. Cette loi indique que pour une incidence quelconque, une rotation d'un angle α de la lame autour du plan d'incidence peut être compensée par une rotation de $(-\alpha)$ dans le plan de la lame[49]. Le même effet est observé dans les trois autres quadrants, c'est-à-dire lorsqu'on tourne la lame dans son plan de $-(\alpha+90°)$, $-(\alpha+180°)$ ou $-(\alpha+270°)$. Les lames de mica ne respectent plus du tout cette règle.

Avec celles-ci, pour une incidence inférieure à 35°11'24" de la normale au plan de la lame, les quatre valeurs angulaires qui rétablissent l'effet d'une rotation autour du plan d'incidence ne sont plus séparées par 90°. Ainsi en tournant d'un

[47] Biot affirme que les deux séries d'expériences de ce tableau ont été depuis longtemps publiées. in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p559.
Cependant, nous n'avons pas trouvé trace de celles-ci avant qu'elles n'aient été imprimées dans ce *Traité de physique*.

[48] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p561.
La teinte du rayon extraordinaire du système analyseur correspond à E = 10,4 de l'échelle de Newton. L'angle d'incidence pour lequel l'image extraordinaire est éteinte vaut θ = 35°11'24" : cette mesure coïncide avec l'angle fait entre les axes optiques du mica et la normale au plan de la lame. Actuellement, pour le mica muscovite, cet angle est proche de 29°. Ces données proviennent de la cinquième et dernière partie du mémoire "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p315-371.

[49] Pour plus de facilité, Biot considère l'extinction du rayon extraordinaire. Nous employons l'idée de compensation plus générale.
L'étude en incidence oblique des lames de mica est relatée dès 1812-1813 dans le mémoire "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux".

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

angle i la lame autour du plan d'incidence, on compense cet effet de deux façons selon le signe de l'incidence. Dans un cas, on tourne la lame de l'angle - i dans son plan, pour l'autre signe de l'incidence, une rotation rétrograde de i' inférieure à i est suffisante. Le même phénomène s'observe pour les angles opposées (i+180°) et (i'+180°). Donc il y a bien quatre positions pour lesquelles il y a compensation, mais elles ne sont plus symétriquement réparties [50].

Lorsque l'incidence vaut exactement 35°11'24", il ne reste que deux positions qui assurent la compensation et si l'incidence dépasse cette valeur particulière, propre à toutes les lames de mica d'une même espèce, il n'est plus possible d'avoir le rétablissement par une rotation dans le plan de la lame d'une rotation du plan d'incidence. Le mica est bien un cristal à part.

Biot observe aussi une autre particularité du mica pour les incidences qui sont de part et d'autre de la valeur 35°11'24", incidence pour laquelle le rayon extraordinaire de l'analyseur est éteint. Entre 0° et 35°, les teintes montent dans l'ordre des anneaux jusqu'au noir, puis repassent par les mêmes couleurs au-delà de 35° ; et surtout : « *la nature de l'action par laquelle elles* [les teintes] *sont produites est de signe contraire avant et après l'inclinaison où ce phénomène a lieu.* [51]» Biot tire cette constatation de l'ajout d'une lame de gypse : « *si le rayon qui a traversé la lame de mica dans cette direction est transmis perpendiculairement à travers une lame mince de chaux sulfatée, dont l'axe soit tourné dans le plan d'incidence, on trouve que le teinte E, donnée par la lame, de mica avant d'avoir passé par zéro, s'ajoute à celle de la lame de chaux sulfatée ; et au contraire, après avoir passé par ce zéro, elle s'en retranche.* [52]» Une explication toute qualitative à partir de l'action de deux forces répulsives, l'une dans le plan de la lame, l'autre perpendiculaire, est avancée. La géométrie fait que la résultante peut être tantôt attractive, tantôt répulsive[53], mais Biot est certain que « *le système des forces polarisantes du mica*

[50] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p564-565, et aussi p350-351 du mémoire "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13.

[51] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p555.

[52] ibidem p555-556.

[53] La distinction, opérée par Biot en 1814, qui répertorie les cristaux en deux classes - nous y venons - est donc antérieure à la publication en 1816 du *Traité de physique*. Est-ce que l'étude du mica a provoqué la classification des cristaux en deux groupes, ou bien les travaux sur le mica sont-ils la conséquence de cette classification ? Aucun élément en notre possession ne permet d'avancer une réponse.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

est ainsi combiné. [54]» Nous trouvons dans un mémoire une comparaison des valeurs d'intensité[55] de ces deux forces qui sera à l'origine d'une critique acerbe de Brewster.

Bien que le mica ait un comportement singulier, dès 1813, l'opinion de Biot est définitivement arrêtée et ne variera guère : les phénomènes de la polarisation colorée sont le fait de mouvements oscillatoires des molécules de lumière autour de leur centre de gravité qui « *peuvent être intermittents et alternatifs pour une même particule de lumière, à mesure qu'en traversant le corps, elle tombe dans la sphère d'activité des diverses molécules qui le composent ; et si ces molécules sont arrangées d'une manière régulière et symétrique, comme cela a lieu dans les corps cristallisés, la succession de leurs actions peut, dans certains cas, imprimer à la lumière des oscillations régulières telles que celles dont j'ai reconnu et assigné les lois.* [56]» Les phénomènes de ce que nous appelons maintenant la polarisation chromatique trouvent tous une explication, le mica présentant une particularité qui sera dissipée si l'on connaît mieux les rapports d'intensité qui existent entre les forces qui émanent des différents axes des cristaux, pense Biot.

Cependant, il a un doute : toutes les substances cristallines produisant la double réfraction ont-elles la capacité de produire la polarisation mobile ? La calcite semble faire exception.

Nous avons vu que Biot distingue deux types de lames. Les lames minces cristallines qui développent la polarisation mobile et colorée, et celles qui sont épaisses isotropes ou non et qui produisent la polarisation fixe. Mais Biot considère qu'il n'a appliqué sa théorie des oscillations des molécules lumineuses qu'à des cristaux où la double réfraction est "très-faible", « *si faible que les images des points lumineux vues à travers des plaques à surfaces parallèles, et de trois à*

[54] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p557.

[55] En note de bas de page, Biot ajoute : « *J'ai trouvé depuis que l'action de l'axe normal est à celle de l'axe situé dans le plan des lames comme 677 à 100. Voyez mon Traité de physique expérimentale et mathématique, tome IV, page 554. (Note ajoutée pendant l'impression du Mémoire.)* » : in "Observations Sur des forces qui produisent la double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 14, p234.
On ne trouve pas cette valeur numérique dans le *Traité de physique* dont la parution est antérieure de deux ans à la publication de ce mémoire lu le 2 janvier 1815, mais édité en 1818.

[56] J.B Biot, "Sur une loi remarquable qui s'observe dans les oscillations des particules lumineuses, lorsqu'elles traversent obliquement des lames minces de chaux sulfatée ou de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de cristallisation" in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome 3, J.Klostermann, Paris, 1817, p147.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

quatre centimètres d'épaisseur, ne sont pas sensiblement séparées [57]» L'étude des teintes en incidence oblique a permis à Biot de constater que l'action qui s'exerce sur les molécules de lumière est fonction de l'épaisseur de l'échantillon et de l'angle fait entre le rayon réfracté et l'axe du cristal : « *ce résultat me conduisit à penser que si le spath d'Islande paraissait toujours produire la polarisation fixe, cela tenait à la grande énergie de sa force répulsive, et que, si l'on atténuait cette force, on pourrait l'amener aussi à faire seulement osciller la lumière, et à produire des couleurs.* [58]»

Biot fait tailler par Cauchoix des lames minces et parallèles aux faces naturelles des rhomboèdres du spath d'Islande : « *elles produisirent aussitôt des couleurs par réfraction et par réflexion, comme les lames de cristal de roche et de chaux sulfatée. La teinte dépendait également des épaisseurs et de l'incidence, conformément à la théorie.* [59]» L'observation des couleurs données par les lames de calcite est très difficile et présuppose la connaissance d'une théorie, celle de la polarisation mobile.

A l'issue d'expériences sur la polarisation colorée avec la calcite, Biot conclut que le rapport des forces polarisantes de la calcite et du gypse est égal à 18,602[60]. En se servant des résultats de Malus, Biot déduit un rapport de 17,7 entre la force répulsive de double réfraction du quartz et celle de la calcite[61]. Il s'est assuré de cette presque égalité entre forces polarisantes responsables de la polarisation colorée et forces répulsives de la double réfraction avec d'autres cristaux : « *ce qui achèverait de montrer, si cela était encore nécessaire, que la théorie des oscillations*

[57] J.B Biot, "Sur une nouvelle application de la Théorie des oscillations de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p2. Les premières lames étudiées sont celles de gypse et de quartz, cristaux peu biréfringents.

[58] ibidem p3.

[59] ibidem p3.

[60] Le gypse agit exactement avec la même intensité que le quartz.

[61] Malus donne la valeur moyenne - à partir de mesures faites sur quatre coupes différentes du cristal - de l'inverse des indices de réfraction de la calcite, soit a = 0,674171702 et b = 0,604487105, ("Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p407) et $V^2 = \frac{1}{b^2} - \frac{a^2 - b^2}{a^2.b^2}.\sin^2 U$ = 2,736693 - 0,536510. $\sin^2 U$. Pour le quartz, nous avons V^2 = 2,427913 - 0,030261. $\sin^2 U$. Le coefficient du $\sin^2 U$ indique l'intensité avec laquelle le cristal agit sur le rayon extraordinaire. La comparaison de ces deux cristaux donne $\frac{0.536510}{0.030261}$ = 17,73. La calcite est environ 17,7 fois plus biréfringente que le quartz. Lorsque Biot compare quelles épaisseurs de cristaux donnent la même teinte E, il constate qu'il faut une épaisseur 18,602 fois plus grande avec le quartz qu'avec la calcite. (J.B Biot : "Sur une nouvelle application de la Théorie des oscillations de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p16).

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de la lumière atteint réellement ces phénomènes dans leur naissance, et les ramène à la considération des véritables forces par lesquelles ils sont produits. [62]» Ainsi, un lien semble exister entre la polarisation mobile et la polarisation fixe ; l'étude de l'une peut apporter à l'autre. Des expériences avec l'aragonite - cristal fortement biréfringent - confortent l'opinion de Biot.

Les phénomènes de double réfraction et de polarisation colorée n'existent pas isolément. Les cristaux possèdent presque tous[63] la capacité de produire l'une et l'autre. Tout cet ensemble expérimental amène Biot à croire que la force émanant de l'axe du cristal peut être répulsive ou attractive. Ceci est en corrélation avec le système du monde laplacien qui propose aussi deux sortes d'électricité - la vitrée et la résineuse - et deux sortes de magnétisme - le boréal et l'austral. Pourquoi n'y aurait-il pas deux sortes de cristaux, les uns attractifs, les autres répulsifs ?

Avant les travaux sur la polarisation de la lumière, le nombre de substances qui possèdent la double réfraction est évaluée à 20 par Haüy[64]. Malus a fait une étude détaillée de la double réfraction du spath d'Islande parce que c'est le cristal le plus biréfringent connu. De plus, sa grande transparence favorise des mesures angulaires précises. La double réfraction du quartz, de l'aragonite et de la barytine sont également étudiées par Malus[65]. Pour les cristaux autres que le spath d'Islande, il se limite à la taille de prismes parallèles à un axe supposé d'isotropie pour la mesure des indices optiques, ce qui rend la distinction entre les rayons ordinaire et extraordinaire délicate.

Parce que nombre de cristaux possèdent une biréfringence trop faible pour distinguer les deux rayons réfractés, Biot va utiliser une propriété de la

[62] J.B Biot : "Sur une nouvelle application de la Théorie des oscillations de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p16-17.

[63] Sauf « *…toutes les substances dont la molécule intégrante est remarquable par sa symétrie ont la réfraction simple. Telles sont celles qui ont pour forme primitive le cube, l'octaèdre régulier et le dodécaèdre rhomboïdal.* » in R.J Haüy, Traité de minéralogie, tome1, imprimerie de Delance, Paris, 1801, p232.

[64] Parmi lesquelles on trouve la chaux carbonatée, la chaux sulfatée, le quartz, la topaze, l'émeraude et le soufre. En appendice, Haüy ajoute l'aragonite. in R.J Haüy, *Traité de minéralogie*, tome1, imprimerie de Delance, Paris, 1801, p271-272. Cette liste de 20 substances est reprise par Malus, mais il en exclut la topaze, certainement à cause d'une omission accidentelle. Malus note que plusieurs produits chimiques susceptibles de cristalliser possèdent cette propriété, mais il n'en cite aucun ; E.L Malus : "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p304.

[65] Voir l'**annexe 7**.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

polarisation colorée pour déterminer la nature attractive ou répulsive de la force qui émane de leur axe.

Il étudie des lames de béryl[66]. Ainsi deux lames minces de ce minéral dont les axes sont croisés produisent une teinte en rapport avec la différence de leurs épaisseurs. Biot remarque que *la force polarisante* du béryl vaut deux fois celle du gypse. Surtout, le béryl agit d'une façon contraire à celle du gypse ou du quartz, car ce n'est pas par le croisement de plaques de ces minéraux avec celles du béryl que l'on parvient à une compensation des effets de polarisation colorée, mais en rendant parallèles une plaque de gypse ou de quartz avec une plaque de béryl. Biot donne la raison d'un tel phénomène : « *la force polarisante émanée du béryl s'exerce sur les molécules lumineuses en sens contraire de celle qui émane de l'axe du cristal de roche ou de la chaux sulfatée. Si l'une commence par faire tourner les molécules lumineuses de droite à gauche, l'autre agissant ensuite sur ces mêmes particules, les fera tourner de gauche à droite, ou généralement détruira les impressions que la première leur aura données.* [67]»

Ceci est bien la preuve qu'il existe deux sortes de cristaux comme il y a deux sortes d'électricité et de magnétisme. Biot classe les cristaux en deux classes selon qu'ils se comportent comme le quartz ou comme le béryl qui ont des effets contraires. Les premiers exercent une *polarisation quartzeuse*, les seconds une *polarisation béryllée* [68]. Biot dresse une première liste :

Polarisation quartzeuse	*Polarisation béryllée*
Cristal de roche	Chaux carbonatée rhomboïdale
Chaux sulfatée	Aragonite
Baryte sulfatée	Chaux phosphatée
Topaze	Béryl
	Tourmaline

[69]

[66] Ce minéral n'est pas retenu par Haüy dans sa liste de 20 substances douées de la double réfraction. Il semble qu'il l'inclut dans la famille de l'émeraude puisqu'elle est une variété de béryl.
[67] J.B Biot : "Sur la découverte d'une propriété nouvelle dont jouissent les forces polarisantes de certains cristaux" in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p24.
[68] Cette terminologie apparaît pour la première fois dans le mémoire "Sur les deux genres de polarisation exercée par les cristaux doués de la double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p28.
[69] ibidem p29.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La polarisation colorée ne peut donner davantage d'informations. Biot désire observer visuellement la double réfraction des deux sortes de cristaux afin de s'assurer de cette nouvelle propriété.

Pour cela, il fait tailler des prismes de petit angle dont l'arête est parallèle à l'axe de double réfraction, dans divers cristaux. Il envoie un rayon incident de lumière naturelle, situé dans un plan d'incidence perpendiculaire aux arêtes du prisme[70]. Deux cas ont lieu : « *si la double réfraction est produite par une force répulsive, comme cela a lieu dans le spath d'Islande… la réfraction extraordinaire sur chaque face du prisme est moindre que la réfraction ordinaire ; ce qui est la conséquence naturelle de la répulsion, qui, s'exerçant seulement sur les molécules du rayon extraordinaire, diminue alors l'attraction du cristal pour elles… Mais si, dans certains cristaux, la réfraction extraordinaire au lieu d'être produite par une force répulsive l'était par une force attractive, ce que la théorie mécanique établie par M.Laplace montre être mathématiquement possible, les phénomènes seraient inverses*. [71]» Avec ce minéral, l'image extraordinaire est plus déviée que le rayon ordinaire ; et les cristaux qui produisent la polarisation béryllée[72] offrent la même sorte de double réfraction. Ceux qui exercent la polarisation quartzeuse[73] produisent l'effet contraire, leur image extraordinaire étant moins déviée que l'ordinaire[74]. Biot vérifie la nature des images en les observant avec une plaque de tourmaline et en utilisant de la lumière polarisée parallèlement, puis perpendiculairement aux arêtes des prismes[75]. Il n'est cependant pas convaincu de déterminer correctement la nature des images, car, d'après lui, un doute subsiste.

En effet, deux causes peuvent être à l'origine des deux sortes de cristaux : ou les forces sont de nature contraire, c'est-à-dire attractive ou répulsive, ou bien elles sont répulsives, mais une classe de cristaux a la faculté de tourner les axes des molécules lumineuses dans des plans orthogonaux, c'est-à-dire que les

70 C'est le même dispositif qu'a utilisé Malus : le plan d'incidence coupe les deux nappes de l'ellipsoïde des indices selon deux sections circulaires, si le cristal est bien un uniaxe. Par conséquent, les deux rayons vont suivre la loi des sinus de Descartes.

71 J.B Biot : "Sur la nature des forces qui partagent les rayons lumineux dans les cristaux doués de la double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 14, p223.

72 Des prismes de béryl, tourmaline, aragonite et spath d'Islande sont taillés.

73 Des prismes de quartz, barytine, topaze et gypse sont taillés.

74 Aucune mesure d'indice n'est effectuée.

75 A la date de lecture de ce mémoire, le 26 décembre 1814, Biot a dû s'apercevoir du dichroïsme de la tourmaline. La découverte de cette propriété fait l'objet d'un article paru dans le *Nouveau Bulletin des sciences* en janvier 1815.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rayons ordinaire et extraordinaire sont intervertis et pris l'un pour l'autre[76]. Pour connaître la réponse, il faut décider « *si l'ellipsoïde par lequel Huygens a représenté les phénomènes de la double réfraction ne serait pas aplati à ses pôles, dans une de ces classes, et allongé dans l'autre ; car le principe de moindre action indique ces deux cas comme également possibles, ainsi qu'on peut le voir par les formules de M.Laplace.* [77]»

Pour s'assurer de la bonne hypothèse, Biot fait assembler des lames à faces parallèles constituées de deux prismes de mêmes angles (voir **figure 4**). Cette expérience est menée avec deux ensembles de cristaux de nature différente, l'un constitué de deux prismes de quartz, l'autre de deux prismes de spath d'Islande. Biot repère la nature des images issues des deux assemblés : « *le sens de la polarisation de cette image* [celle qui est extraordinaire]*, déterminée par la plaque de tourmaline, se trouvera le même, c'est-à-dire perpendiculaire à la section principale du second prisme ; et l'image ordinaire, au contraire, se trouvera polarisée dans le sens de cette section. Ce résultat prouve que les deux classes de cristaux ne diffèrent point l'une de l'autre quant à la direction qu'ils donnent aux pôles des molécules lumineuses, mais quant à l'espèce de réfraction extraordinaire, attractive ou répulsive, qu'ils leur font éprouver.* [78]»

Il reste à confirmer la loi de la force à l'origine de ces deux classes de cristaux. Biot rappelle que Wollaston et Malus ont prouvé expérimentalement que les mouvements de la lumière étaient représentés exactement par la construction de Huygens, et que Laplace, une fois cette construction admise, a démontré que le chemin du rayon extraordinaire était le résultat de l'action d'une force répulsive d'intensité proportionnelle au carré du sinus de l'angle fait par l'axe du cristal et par le rayon réfracté. Les formules de Laplace permettent de calculer le chemin des rayons, mais n'indiquent rien sur leur nature. Les forces qui agissent sur les molécules lumineuses peuvent être répulsives ou attractives, sans interdit. Delà, Biot affirme que cette loi s'étend au quartz, seulement il faut considérer une force attractive dont l'action s'exerce selon la même loi en sinus carré ; il précise que tout

[76] Pour le moment, Biot croit à l'universalité du phénomène montré par le spath d'Islande : le rayon extraordinaire est produit par une force répulsive qui l'écarte davantage de l'axe du cristal que le rayon ordinaire. En supposant que cette même force répulsive agit toujours, mais qu'en plus certains cristaux tournent de 90° les axes des molécules, on obtient un rayon extraordinaire moins dévié que le rayon ordinaire. Ainsi, Biot crée une seconde classe de cristaux.
[77] J.B Biot : "Sur la nature des forces qui partagent les rayons lumineux dans les cristaux doués de la double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 14, p227.
[78] ibidem p230.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

ceci s'applique sans exception aux cristaux qui ont un seul axe, le mica étant l'unique exception[79] : « *pour énoncer commodément ces résultats, je proposerai d'appeler cristaux à double réfraction attractive ceux qui agissent comme le quartz, et cristaux à double réfraction répulsive ceux qui agissent sur la lumière comme le spath d'Islande. Ces dénominations doivent être substituées à celles de polarisation quartzeuse et de polarisation bérillée…*[80] »

Et Biot affine sa conclusion à propos de l'ellipsoïde qui permet la construction du rayon extraordinaire : « *dans les cristaux à double réfraction attractive, cet ellipsoïde est allongé à ses pôles ; dans les cristaux à double réfraction répulsive, il est aplati aux pôles et renflé à l'équateur. Ce dernier cas est celui du spath d'Islande, le seul que Huygens ait considéré.* [81] »

En 1816, dans son *Traité de physique*, Biot indique la formule liant les vitesses des deux rayons pour trois minéraux[82] :

pour le spath d'Islande, $V^2 = 2{,}736693 - 0{,}536510.\ \sin^2 U$;

pour le cristal de roche, $V^2 = 2{,}427913 + 0{,}030261.\ \sin^2 U$;

pour la barytine, $V^2 = 2{,}712090 + 0{,}038073.\ \sin^2 U$; avec U : angle entre le rayon extraordinaire et l'axe du cristal et V : vitesse de la lumière du rayon extraordinaire.

Alors que Malus considérait tous les cristaux identiques à la calcite, Biot corrige le signe du coefficient qui affecte les $\sin^2 U$. Les signes de ces trois minéraux sont exacts[83], bien que la barytine soit un cristal à deux axes.

---

[79] En 1816, Biot affirme toujours que le seul cristal qui possède plus d'un axe est le mica. in *Traité de physique*, tome4, p387.

[80] J.B Biot : "Sur la nature des forces qui partagent les rayons lumineux dans les cristaux doués de la double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 14, p232-233. Toutes ces recherches sont publiées entre avril 1814 et janvier 1815.

[81] ibidem p233. Cet ellipsoïde a des rayons en inverse des vitesses de la lumière, nous dit Biot. Or, la figure décrite est celle que nous désignons comme surface d'onde, fonction des vitesses des rayons ordinaire et extraordinaire suivant Huygens. Cela tient seulement aux différences des concepts : Huygens et les tenants de la théorie des ondes calculent le trajet de la lumière au moyen du principe de Fermat, tandis que Laplace et les tenants du système de l'émission ont recours au principe de moindre action. « *Ainsi l'un et l'autre de ces principes conduisent à la loi de la réfraction, découverte par Huygens, pourvu que, dans le principe de Fermat, on prenne, avec Huygens, le rayon de l'ellipsoïde pour représenter la vitesse et que, dans le principe de la moindre action, ce rayon représente le temps employé par la lumière à parcourir un espace déterminé pris pour unité.* » in Pierre-Simon Laplace, *Œuvres complètes*, tome 12, Gauthier-Villars Editeur, 1898, "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieu diaphanes", p273.

[82] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p361 et 423. Ces mesures sont celles de Malus.

[83] Remarquons que $-\dfrac{a^2 - b^2}{a^2.b^2} = -(n_o^2 - n_e^2) = n_e^2 - n_o^2$ est le signe de la biréfringence.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Ainsi, le rapport d'intensité de la barytine comparée au quartz donne 1,25 pour la double réfraction, d'après les mesures de Malus, et 1,15 au moyen de la polarisation colorée, d'après Biot[84]. La différence est imputable à la difficulté que Malus a eue pour faire ses mesures, puisque la barytine est peu biréfringente[85].

Biot constate à nouveau la presque égalité de l'action que les cristaux exercent sur la double réfraction et sur la polarisation colorée, mais signe leur action. Les forces qui produisent ces phénomènes semblent posséder une origine commune, et si on pouvait douter de la nature des forces responsables de la polarisation colorée, le rapprochement avec la double réfraction lève de nombreux doutes.

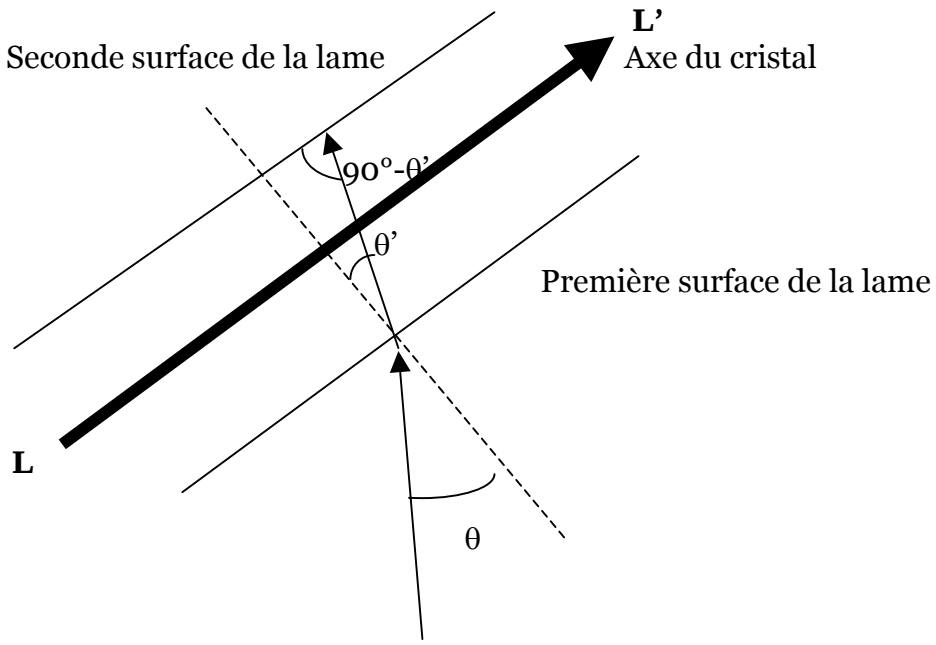
La distinction entre cristaux à un axe ou à deux axes n'est pas encore faite - comme on le constate par la lecture du tableau ci-dessus - parce que Biot, comme ses prédécesseurs, n'imagine pas qu'un cristal puisse se comporter différemment de la calcite ou du quartz.

En revanche, à la fin de l'année 1814, il semble acquis que des forces de nature opposée sont réellement produites par les cristaux et qu'il est légitime de classer ceux-ci en deux groupes - spath d'Islande ou quartz - suivant que les forces, à l'origine de la réfraction extraordinaire, qu'ils exercent sur la lumière, sont répulsives ou attractives[86]. De plus, la double réfraction et la polarisation colorée exercent des actions de mêmes intensités sur la lumière. Ce schéma de classification des cristaux ne va pas tarder à être remis en cause par l'utilisation de la lumière convergente, l'examen minutieux des figures de courbes isochromatiques par Brewster bouleversant toutes les connaissances admises.

[84] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p422-423.
[85] Selon la section obtenue par la taille du minéral, la biréfringence vaut 0,0106 ou 0,0117, et rapportée à celle du quartz 1,165 ou 1,286. Malus et Biot ont obtenu des valeurs intermédiaires.
[86] Seul le mica fait exception.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

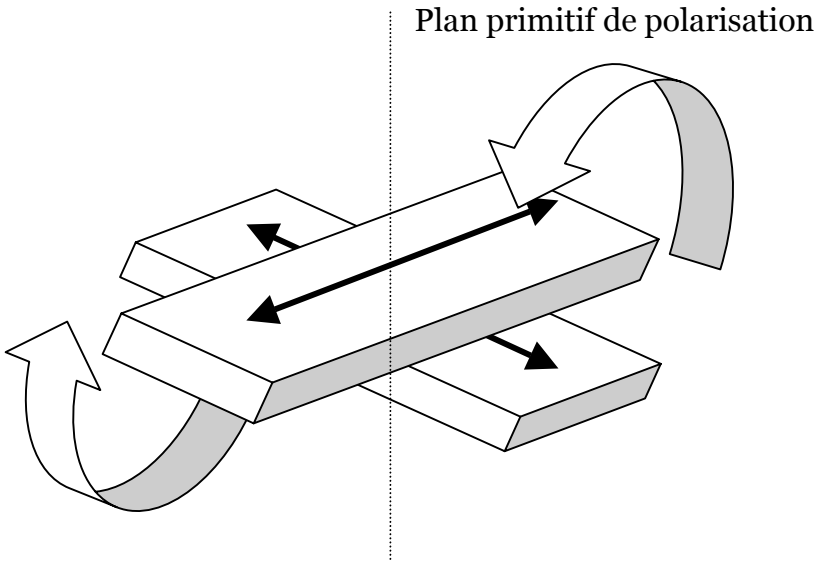
Figures



L'axe LL' du cristal est maintenu dans le plan d'incidence pendant qu'on incline la lame sur le rayon incident. Cette inclinaison est aussi l'angle d'incidence θ.

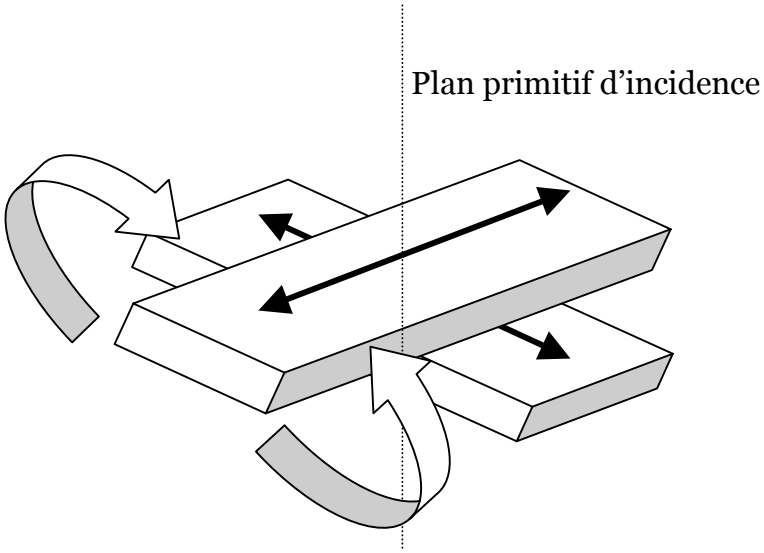
Figure 1

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



La lame au second plan, d'épaisseur e, est fixe, perpendiculaire au plan primitif d'incidence, et a son axe tourné à 45° de ce plan. La lame au premier plan, d'épaisseur e', a son axe tourné de 90° par rapport à celui de l'autre lame. On l'incline par rapport à une ligne perpendiculaire à son axe (ou si l'on veut parallèle à l'axe de la seconde lame). Cette lame agit sur la vitesse de la lumière qui la traverse en fonction des coefficients a et b.

Figure 2



Les lames restent toujours croisées à angle droit. On incline la première lame autour de son axe et elle agit maintenant sur la vitesse de la lumière qui la traverse en fonction des coefficients a' et b'.

Figure 3

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

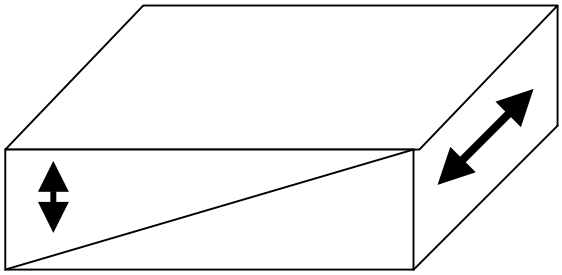


Figure 4

Le prisme qu'utilise Biot est une lame à faces parallèles formée de deux prismes taillés dans un même cristal selon deux directions orthogonales comme il est indiqué ci-dessus. Ces deux prismes sont collés ensemble avec de l'huile de térébenthine épaissie. C'est ce que nous appelons un prisme de Rochon[87] .

La lumière incidente arrive par la face supérieure parallèlement à l'axe optique. En pénétrant le second prisme inférieur, la lumière se scinde en un rayon ordinaire qui n'est pas du tout dévié et en un rayon extraordinaire qui se réfracte en suivant la loi des sinus de Descartes si le prisme est taillé dans un cristal uniaxe.

[87] Biot ne les nomme pas, mais il s'agit bien de ce dispositif à double image imaginé dès 1801. in Rochon, *Journal de Physique*, tome LIII, 1801, p192.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Tableaux

Application de la formule [1] pour les plaques croisées quand on incline le premier axe.

$$E = 249,12 - \frac{266 \cdot \cos. \theta'}{1 - 0,28 \sin^2 \theta' - 0,2 \sin^4 \theta'};$$

Incidence observée. θ.	Teinte du rayon ordinaire; observée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de la teinte E, d'après la formule.	Valeur de E, d'après la teinte observée.	
0° 0′ 0″	Violacé.	Vert pâle blanchâtre.	16, 88	16, 88	Supposé intermédiaire entre le vert et le jaune du 3e ordre.
12 30 40	Rouge.	Vert très-beau du 3e ordre.	15, 66	16, 25	Supposé exactement le vert du 3e ordre.
17 35 40	Jaune.	Bleu.	14, 60	15, 10	Supposé exactement le bleu du 3e ordre.
19 38 20	Jaune orangé.	Indigo.	13, 95	14, 25	Supp. exactement l'indigo du 3e ordre.
24 18 0	Vert.	Rouge du 2e ordre.	12, 48	12, 25	Supposé intermédiaire entre le rouge et l'écarlate du 3e ordre.
26 37 20	Bleu.	Orangé.	11, 46	11, 11	Supp. exactement l'orangé du 2e ordre.
33 22 20	Orangé.	Bleu.	9, 00	9, 00	Supposé exactement le bleu du 2e ordre.
36 4 50	Jaune pâle.	Indigo.	7, 83	8, 17	Supp. exactement l'indigo du 2e ordre.
37 19 20	Blanc bleuâtre.	Violacé.	7, 28	7, 10	Supposé exactement le violet du 2e ordre.
37 50 40	Presque blanc.	Rouge du 1er ordre.	7, 05*	5, 80	Supposé exactement le rouge du 1er ordre.
39 24 40	Blanc un peu bleuâtre.	Orangé.	5, 88*	5, 11	Supp. exactement l'orangé du 1er ordre.
41 8 50	Bleu un peu blanchâtre.	Jaune pâle.	5, 53*	4, 60	Supposé exactement le jaune pâle du 1er ord.
44 7 40	Noir presque exactement.	Blanc brillant du 1er ordre.	4, 10	3, 40	Supposé exactement le blanc du 1er ordre.
51 25 0	Blanc brillant.	Noir ou bleu très-sombre.	0, 58	0	Supposé exactement le noir.
58 18 10	Violet très-sombre.	Blanc un peu jaunâtre.	2, 75	3, 40	Supposé exactement le blanc du 1er ordre.
63 13 20	Bleu.	Orangé.	5, 10	5, 10	Supp. exactement l'orangé du 1er ordre.
66 11 40	Vert blanchâtre	Rouge sombre du 1er ordre.	6, 31	5, 80	Supposé exactement le rouge du 1er ordre.
70 56 20	Jaune.	Indigo.	8, 20	8, 20	Supposé l'indigo du 2e ordre.
75 24 10	Rouge.	Vert un peu blanchâtre.	9, 68	9, 71	Supposé le vert du 2e ordre.
		Sommes....	164, 32	161, 33	

[88]

Tableau 1

[88] J.B Biot : "Sur une nouvelle application de la Théorie des Oscillations de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p168.
L'intensité de la teinte E s'annule pour θ = 51°25'. De part et d'autre de cette incidence, la modification de cette teinte suit une progression inversée.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Application de la formule [2] pour les plaques croisées quand on incline le deuxième axe.

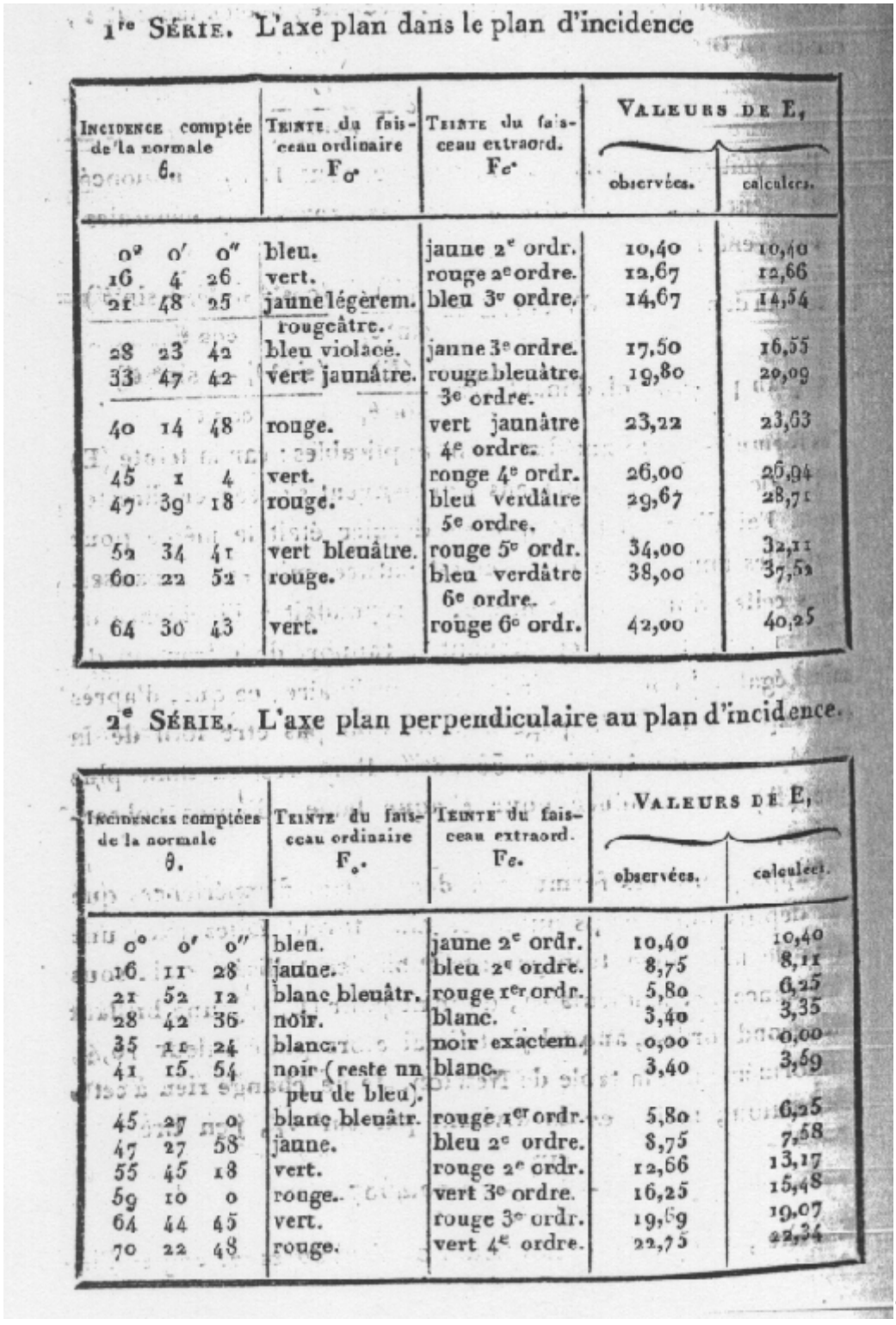
Incidence observée, θ.	Teinte du rayon ordinaire ; observée.	Teinte du rayon extraordinaire ; observée.	Valeur de la teinte E, d'après la formule.	Valeur de E, d'après la teinte observée.	
0° 0′ 0″	Rouge violacé.	Vert jaunâtre du 3e ordre.	16, 88	16, 88	
7 12 0	Bleu.	Jaune paille.	17, 50	17, 50	Supposé le jaune du 3e ordre.
15 51 0	Vert.	Rouge très-beau du 3e ordre.	19, 93	19, 67	Supposé entre le rouge et le rouge bleuâtre du 3e ordre.
22 50 0	Rouge.	Vert très-beau du 4e ordre.	23, 04	22, 75	Supposé exactement le vert du 4e ordre.
30 29 0	Vert.	Rouge du 4e ordre.	27, 47	26, 00	Supposé exactement le rouge du 4e ordre.
36 22 10	Rouge.	Bleu verdâtre du 5e ordre.	31, 43	29, 67	Supposé exactement le bleu verdâtre du 5e ordre.
42 11 30	Bleu verdâtre.	Rouge.	34, 50	34, 00	Supposé exactement le rouge du 5e ordre.
46 7 30	Rouge.	Bleu verdâtre du 6e ordre.	38, 85	38, 00	Supposé le bleu verdâtre du 6e ordre.
50 6 40	Bleu verdâtre.	Rouge.	42, 06	42, 00	Supposé exactement le rouge du 6e ordre.
53 45 30	Blanc rougeâtre	Bleu verdâtre du 7e ordre.	45, 08	45, 80	Supposé exactement le bleu verdâtre du 7e ordre.
59 20 10	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre	49, 67	49, 67	Supposé exactement le blanc rougeâtre du 7e ordre.
		Sommes....	346, 43	341, 94	

[89]

Tableau 2

[89] J.B Biot : "Sur une nouvelle application de la Théorie des Oscillations de la lumière", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p171.
Ici, il n'y a plus d'extinction de la teinte E.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



1re Série. L'axe plan dans le plan d'incidence

Incidence comptée de la normale θ.	Teinte du faisceau ordinaire F_o	Teinte du faisceau extraord. F_e	Valeurs de E, observées.	Valeurs de E, calculées.
0° 0′ 0″	bleu.	jaune 2e ordr.	10,40	10,40
16 4 26	vert.	rouge 2e ordre.	12,67	12,66
21 48 25	jaune légèrem. rougeâtre.	bleu 3e ordre.	14,67	14,54
28 23 42	bleu violacé.	jaune 3e ordre.	17,50	16,55
33 47 42	vert jaunâtre.	rouge bleuâtre 3e ordre.	19,80	20,09
40 14 48	rouge.	vert jaunâtre 4e ordre.	23,22	23,63
45 1 4	vert.	rouge 4e ordr.	26,00	26,04
47 39 18	rouge.	bleu verdâtre 5e ordre.	29,67	28,71
52 34 41	vert bleuâtre.	rouge 5e ordr.	34,00	32,11
60 22 52	rouge.	bleu verdâtre 6e ordre.	38,00	37,53
64 30 43	vert.	rouge 6e ordr.	42,00	40,25

2e Série. L'axe plan perpendiculaire au plan d'incidence.

Incidences comptées de la normale θ.	Teinte du faisceau ordinaire F_o.	Teinte du faisceau extraord. Fe.	Valeurs de E, observées.	Valeurs de E, calculées.
0° 0′ 0″	bleu.	jaune 2e ordr.	10,40	10,40
16 11 28	jaune.	bleu 2e ordre.	8,75	8,11
21 52 12	blanc bleuâtr.	rouge 1er ordr.	5,80	6,25
28 42 36	noir.	blanc.	3,40	3,35
35 11 24	blanc.	noir exactem.	0,00	0,00
41 15 54	noir (reste un peu de bleu).	blanc.	3,40	3,69
45 27 0	blanc bleuâtr.	rouge 1er ordr.	5,80	6,25
47 27 58	jaune.	bleu 2e ordre.	8,75	7,58
55 45 18	vert.	rouge 2e ordr.	12,66	13,17
59 10 0	rouge.	vert 3e ordre.	16,25	15,48
64 44 45	vert.	rouge 3e ordr.	19,69	19,07
70 22 48	rouge.	vert 4e ordre.	22,75	22,34

[90]

Tableau 3

[90] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p560.
Avec le mica, on observe bien comme avec l'assemblage de deux lames une extinction de la teinte E en rapport avec l'un des axes.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 12 :

La polarisation colorée en lumière convergente

Biot s'est demandé si le spath d'Islande avait la faculté de produire ou non la polarisation colorée. La biréfringence de ce cristal est l'une des plus fortes que l'on puisse trouver dans le règne minéral. Ainsi pour une épaisseur très faible par rapport aux autres minéraux tels que le gypse ou le quartz, la calcite donne presque toujours une teinte blanche d'ordre supérieur. Biot a montré que ce minéral possède une intensité 18,602 fois plus forte que le gypse[1]. Donc, on obtient une même teinte, avec une épaisseur 18,602 fois moindre avec la calcite si l'axe du cristal se trouve dans le plan de la lame. Afin d'atténuer l'action de la calcite, Biot est amené à incliner les lames dans le plan d'incidence ou à faire des coupes qui s'approchent de la perpendiculaire à l'axe du cristal.

Il en arrive à observer la figure suivante (voir notre **figure 3**) au moyen d'un dispositif polariseur-analyseur croisés (voir **figures 1 et 2**) : « *les choses étant ainsi disposées, on introduit dans le trajet des rayons une plaque de spath d'Islande taillée perpendiculairement à l'axe de cristallisation, et on la tourne de manière qu'elle reçoive le faisceau polarisé, sous incidence perpendiculaire. Alors l'œil, toujours fixe en O, aperçoit dans le verre VV, une multitude d'anneaux colorés concentriques, séparés en quatre quadrans par une grande croix noire, dont les branches vont en s'évasant comme les queues des comètes, à mesure qu'elles s'éloignent du centre, le tout ensemble forme l'arrangement représenté fig.38.* [2]» Nous sommes en 1816, il s'agit de la première évocation de la polarisation

[1] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p481.
Nous rappelons que la biréfringence maximale de la calcite vaut 0,17195 et celle du gypse 0,0091 pour la raie D du sodium. in Fleury & Mathieu, *Images optiques*, Editions Eyrolles, Paris, 1962, p217.
[2] ibidem p482. La lumière incidente n'est pas concentrée au moyen d'une lentille par exemple. Néanmoins, Biot observe des anneaux d'interférence. Ceci est lié à la forte biréfringence de la calcite.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

colorée en lumière convergente par Biot. Il n'est pas l'initiateur de cette méthode comme on peut le lire dans les écrits de Brewster : « *Le système d'anneaux colorés produits par un axe de double réfraction et le système plus compliqué, mais encore plus beau, produit par deux axes ont été découverts par moi durant l'année 1813. J'observais celui-là avec le béryl, l'émeraude, le rubis, … et celui-ci avec la topaze, le mica et une grande variété d'autres minéraux. Le docteur Wollaston fut le premier à observer le système circulaire d'anneaux avec le spath d'Islande, que cet éminent philosophe me montra en juillet 1814. Dans une lettre datée du 3 décembre 1815, M.Biot m'annonça qu'il avait découvert des anneaux circulaires avec le spath d'Islande, et il semble que la même observation a été faite par M.Seebeck en décembre 1815 ; ces deux dates, cependant, sont presque postérieures d'une année et demie à l'expérience du docteur Wollaston.* [3]» Un peu plus loin, il ajoute : « *La méthode d'observation que j'ai toujours employée consiste à visualiser le système des anneaux colorés vus autour de l'axe des cristaux à un axe, et autour de la ligne intermédiaire aux axes des cristaux qui en ont deux. Je fus le premier à découvrir ces anneaux dans le mica et la topaze vers la fin de l'année 1812, et au début de 1813 avec le béryl et plusieurs minéraux à un seul axe dont le système d'anneaux est caractéristique aux cristaux de cette classe. Le docteur Wollaston découvrit le même système d'anneaux avec la calcite en 1814 ; et bien après cette découverte, M.Biot examina le phénomène et montra en mesurant les diamètres des anneaux produits par ce cristal que la variation des teintes est décrite par une loi en* $\sin^2\varphi$. [4]»

[3] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, 1818, read January 15th, 1818, p213. Cet article est achevé dès le 1er juin 1817. Voici le texte original : « *The law of coloured rings produced by one axis of double refraction, and the still more beautiful and complicated system produced by two axes, were discovered by me in the year 1813. I observed the form in* beryl, emerad, ruby*, &c. and the latter in* topaz, mica*, and a great variety of other minerals.* Dr Wollaston *was the first who detected the circular system of rings in Iceland spar, and they were shown to me by that eminent philosopher in july 1814. In a letter dated Dec.3, 1815,* M.Biot *announced to me, that he had then discovered the circular rings in Iceland spar, and it appears that the same observation was made by M.Seebeck, in Dec.1815; these dates, however, are nearly a year and half posterior to that of Dr. Wollaston's experiment.* »
L'observation des anneaux colorés est déjà rapportée in *Treatise on new philosophical instruments*, Edinburgh, 1813, p336.

[4] ibidem p236. Voici le texte original : « *The method of observation which I have always employed, consists in observing the system of coloured rings which are seen along the axes of crystals with one axis, and along the resultant axes of crystals with two axes. These rings I first discovered in mica and topaz, about the end of the year 1812, and early in 1813 I discovered in beryl and several other minerals with one axis, the system of rings peculiar to crystals of that class. Dr.Wollaston discovered the same system of rings in calcareous spar in 1814; and long after this discovery was made, M.Biot examined the phenomenon, and showed by measuring the diameters of the rings that in this crystal the variation of the tints was expressed by* $\sin^2\varphi$. »

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La chronologie de l'observation de la polarisation colorée en lumière convergente est d'autant plus trouble que Biot affirme devoir à Wollaston l'idée d'utiliser une lumière non parallèle : « *C'est ainsi que le docteur Wollaston me les* [les deux systèmes d'anneaux colorés] *a fait* [sic] *voir d'abord, dans l'espèce de mica vulgairement appelé verre de Moscovie, dont il exposait les lames à un large faisceau de lumière polarisée, rendant sensibles à la fois, par cette belle expérience, tous les effets des deux systèmes de forces polarisantes dont j'avais reconnu l'existence antérieurement… les micas ne sont pas les seules substances où l'on trouve deux axes de polarisation disposés de cette manière ; la topaze est dans ce cas, ainsi que me l'a fait voir le docteur Wollaston ; et on aurait pu le conclure des systèmes d'anneaux colorés que présentent les lames parallèles à la base de sa forme primitive, lesquels ont été découverts et décrits par M.Brewster.* [5]» Malheureusement, Biot ne précise pas la date de sa rencontre avec Wollaston et comme ce dernier n'a pas laissé de mémoires sur le sujet, nous restons dans l'ignorance. Cependant, il ressort que Brewster est le premier à consigner sans ambiguïté cette sorte de figures où l'on observe des lignes isochromatiques[6], alors que François Arago relate dans son *Mémoire sur la polarisation colorée* de 1811 une observation qu'il nous ait difficile de rapprocher formellement d'un phénomène lié à la lumière convergente[7], mais que Biot considère comme tel : « *…les courbes d'égale teinte se trouvent être des cercles concentriques séparés par une croix noire en quatre segments égaux. Les premiers anneaux de ce genre ont été vus par M.Arago dans le cristal de roche. Le docteur Brewster en a observé d'analogues dans la topaze, et M.Wollaston dans le spath d'Islande. Le hasard me les ayant aussi*

[5] J.B Biot : "Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison, dans un grand nombre de cas où le système cristallin n'est pas immédiatement observable", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris*, tome1, 1818, p308-309.

[6] in David Brewster, *Treatise on New Philosophical Instruments*, 1814, Edinburgh, p336, et aussi "On the affections of light transmitted through crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, 1814, p185.

[7] Arago a fait taillé des lentilles de cristal de roche de la forme de verres de médaillons. Ainsi, il analyse avec un spath d'Islande la lumière transmise à travers des lames non parallèles et de révolution, et observe des anneaux circulaires qui s'éteignent quatre fois par tour. Convenons que l'explication n'est pas très nette, d'autant qu'il ne spécifie pas l'existence d'une croix noire. F. Arago : "Mémoire sur la polarisation colorée", in *Oeuvres complètes*, tome 10, Gide éditeur, Paris, 1858, p67-71.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

présentés après eux, j'ai cherché à déduire leurs diamètres de la loi générale que j'avais précédemment trouvée pour les teintes à toute distance de l'axe…[8]»

Brewster semble bien être le premier - en 1813 - à faire une description détaillée des anneaux produits par la topaze et du dispositif qui les crée. Une lame à faces parallèles de 103 millièmes de pouce d'épaisseur est taillée de sorte à ce qu'un de ces axes de dépolarisation soit dirigé selon DE (voir **figure 4**). Brewster interprète cette expérience de la façon suivante : « *Si un rayon incident RR' de lumière naturelle arrive sur la face AB avec un angle d'environ 60°38', une partie de ce rayon pénétrera la topaze en R', et après avoir atteint la face postérieure ab, sera partiellement transmise en C, selon la direction CF, et partiellement réfléchie selon Cr en partant de C presque complètement polarisé. Mais dans la traversée Cr le long de l'axe dépolarisant du cristal, le rayon est dépolarisé et émerge en r, selon la direction rr', dépourvu de la polarité qu'il avait acquise par réflexion en C. Si l'observateur regarde dans la topaze selon r'r au travers d'une plaque d'agate perpendiculaire à la section ABab, il apercevra environ dix anneaux elliptiques colorés et lumineux, quatre d'entre eux ayant deux points centraux comme on le voit planche VI, figure1*. [voir notre **figure 5**] [9]»

Cependant, Brewster en reste à une approche purement descriptive des anneaux, même s'il effectue des mesures précises d'angles par lesquels ils sont vus ; aucune explication théorique de leur formation n'est avancée. Brewster recherche surtout si d'autres minéraux ou d'autres substances ont le pouvoir de créer de semblables anneaux avec la lumière polarisée : « *les anneaux qui ont été décrits sont*

[8] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation dans les corps régulièrement cristallisés", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris*, tome3, 1820, p196.

[9] D.Brewster : "On the affections of light transmitted through crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1814, p203.
Brewster met en note de bas de page, qu'il a observé des couleurs plus distinctes encore avec des lames de mica et qu'il a compté jusqu'à 14 anneaux colorés.
Voici le texte original : « *If a beam of common ligth RR' is now incident on the anterior surface AB at an angle of about 60° 38', a part of the beam will penetrate the topaz at R, and after reaching the posterior surface ab, il will be partly transmitted at C in the direction CF, and partly reflected in the direction Cr, so as to depart from the point C almost wholly polarised by reflexion; but in its passage from C to r along the oblique depolarising axis of the crystal, it is depolarised and emerges at r, in the direction rr' deprived of the polarity which it had acquired by reflexion at C. If the observer now looks into the topaz in the direction rr', through a plate of agate having its laminae perpendicular to the plane of the section Abab, he will perceive about ten brilliantly coloured elliptical rings, four of which, with the two central spots, are shewn in Plate VI., fig.1.* »

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

produits par la topaze, mais j'en ai obtenus aussi avec le cristal de roche, le mica, l'agate, le rubis, l'émeraude,… l'ambre, la glace,… l'acétate de plomb…[10] »

En revanche, Biot est bien le premier, en 1816 dans son *Traité de physique*, à proposer une étude mathématique du système d'anneaux colorés produit par une lame de calcite taillée perpendiculairement à l'axe optique. Il débute par une description minutieuse du phénomène : « *si l'on promène l'œil parallèlement à la plaque, ils* [les anneaux colorés] *restent les mêmes, et de même grandeur, quel que soit le point de ses surfaces par lequel les rayons sont transmis. L'observation de ces diverses particularités me fit connaître que la dépolarisation du faisceau, transmis à travers la plaque, était due aux forces polarisantes qu'elle exerçait sur les divers rayons qui la traversaient obliquement à son axe. Car l'intensité de ces forces étant inégale, à diverses distances du centre, mais restant la même, à une même distance, tout autour de l'axe, elles devaient, selon les lois de la polarisation mobile, produire des anneaux de même couleur et de même ordre que les donnait l'observation.* [11]» Une explication - en relation avec la théorie de la polarisation mobile - de la croix noire qui barre les anneaux (voir **figure 3**) est proposée en se référant aux forces polarisantes.

Le centre de la croix est noir puisqu'un rayon qui traverse la plaque cristalline parallèlement à l'axe[12] d'où émane l'action du cristal n'en subit aucune ; et l'intensité de la force, nulle, ne peut provoquer la polarisation colorée. En cet endroit de la figure, la lumière ne subit aucun effet de la part de la plaque cristalline, arrive sur le verre noir et se réfracte en totalité. Il en va de même des rayons qui ont une inclinaison très proche de l'axe du cristal ; ce qui explique que ce centre noir s'étende en une petite tache.

Tous les rayons contenus dans le plan d'incidence, c'est-à-dire dans le plan qui contient la direction XX (voir **figure 6**), même s'ils sont inclinés par rapport à l'axe du cristal, restent polarisés dans le plan primitif[13]. Selon cette

[10] D.Brewster : "On the affections of light transmitted through crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1814, p211. Il a maintenant recours à un spath d'Islande pour analyser la lumière. Des expériences avec de la lumière préalablement polarisée selon divers azimuts sont tentées, mais les figures d'anneaux ne sont pas fondamentalement modifiées. Tout au plus a-t-on l'intensité et l'étendue de la ligne noire qui changent ainsi que les teintes des anneaux.

[11] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p483.

[12] En l'occurrence, il s'agit de l'axe d'isotropie de la lame.

[13] Pour s'en convaincre, il faut considérer la méthode qui a servi à Biot pour déterminer la loi des intensités des rayons polarisés par une lame cristalline dont l'axe se trouve dans son plan. Lorsque le

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

direction et à des distances très proches, nous avons donc extinction de la lumière dans le verre noir : c'est la raison pour laquelle on observe une ligne sans lumière. Le même principe explique l'origine de la ligne noire YY perpendiculaire à XX[14].

Pour tout rayon polarisé dans un plan autre que ceux qui contiennent les lignes XX et YY, la conservation de la polarisation primitive du rayon incident n'a plus lieu et la polarisation mobile s'exerce : « *une partie O' du rayon conserve sa polarisation primitive ; le reste E' la perd et dirige ses axes suivant une direction CX', également inclinée de l'autre côté de CN ; de sorte que, si l'angle NCX est désigné par i, l'angle X'CX sera 2i. Alors, quand ce faisceau arrive au verre VV, il s'en réfléchit une portion dont l'intensité peut être exprimée par E.sin²2i, en appelant E la proportion qui s'en réfléchirait s'il tournait ses axes suivant CY, dans le plan même de réflexion du verre noir.* [15]» Lorsque l'angle d'incidence reste proche de la normale, c'est-à-dire si le rayon incident est presque parallèle à l'axe du cristal, l'intensité de la force répulsive est très faible. Par conséquent, les rayons réfractés ordinaire et extraordinaire peuvent être confondus, et la valeur de la teinte E, comme avec les lames de gypse ou de quartz s'écrit :

$$E = \frac{e.\sin^2\theta'}{\cos\theta'} \ ;$$ [16]

avec e l'épaisseur de la plaque, et θ' l'angle de réfraction.

Comme l'incidence est peu différente de la normale, θ' reste proche de 0° et donc cosθ' de 1. Ainsi, on a $\sin\theta' = \sqrt{\frac{E}{e}}$.

En désignant par ξ le demi-diamètre d'un anneau mesuré sur la plaque du côté de l'œil, par D la distance "brisée" OIC (égale à O'IC), et par n le rapport de réfraction du spath d'Islande, au moyen de la **figure 6**, on obtient :

plan de polarisation du rayon incident et l'axe de la lame coïncident, quelle que soit l'inclinaison donnée à la lame, l'image extraordinaire du dispositif analyseur reste éteinte, si nous sommes dans la configuration polariseur-analyseur croisés. C'est précisément ce qui se produit ici dans le plan XX.

[14] Par rapport à ce qui précède, si l'on tourne la lame de 90° dans son plan, l'axe de cette lame est maintenant perpendiculaire au plan primitif de polarisation. L'inclinaison que l'on peut donner dans cet azimut, autour de l'axe de la lame, laisse l'image extraordinaire du dispositif toujours éteinte. C'est aussi ce qui se produit dans le plan YY.

[15] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p484-485. CN est l'axe de la lame. C'est la théorie de la polarisation mobile qui est évoquée ici. Elle sert aussi à prouver l'existence de la croix noire : il y a absence de lumière dans l'image extraordinaire, c'est-à-dire que l'intensité des anneaux est nulle quand sin²2i l'est, donc si i = 0° ou 180° ainsi que lorsque i = 90° ou 270°. Voir p493.

[16] C'est le sin²φ indiqué par Brewster.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

$$\xi = D.n.\sqrt{\frac{E}{e}}\ .$$

A propos de ce résultat, Biot indique : « *ceci nous apprend que, pour une même distance de l'œil, les carrés des diamètres des anneaux, formés dans une même plaque, sont proportionnels aux nombres assignés par la table de Newton, pour les couleurs dont ces anneaux sont formés.* [17]» Ainsi, le rayon des anneaux croît avec leur ordre. Ceci permet d'autre part de montrer que les bras de la croix noire ont une largeur observée qui augmente depuis le centre, cette largeur restant identique si on la rapporte à l'éloignement du centre [18].

Mais, Biot constate que la mesure du diamètre des anneaux sur la plaque de spath n'est pas chose aisée – la plaque ne doit être soumise à aucune contrainte mécanique - et qu'il vaut mieux intercaler entre la plaque et l'œil une plaque de verre sur laquelle la mesure est plus précise. Toute considération faite, il arrive à la formule suivante, pour le rayon R lu sur la plaque de verre :

$$R = 1065{,}828.\sqrt{\frac{E}{46170}} = 4{,}9603.\sqrt{E}$$ [19]

Bien sûr, Biot confronte son résultat théorique à l'expérience. La mesure des diamètres des anneaux rouges des trois premiers ordres et leur calcul sont regroupés dans le tableau suivant :

	Anneau rouge du 1er ordre	Anneau rouge du 2eme ordre	Anneau rouge du 3eme ordre
Diamètre mesuré	22	34	44
Diamètre calculé	23,892	33,186	44,0201

[20]

Biot est très satisfait de ce résultat, et impute l'écart entre mesure et théorie à la difficulté qu'il y a à déterminer l'endroit de l'anneau où la mesure doit être effectuée. La validité de la théorie de la polarisation mobile semble certaine, d'autant que Biot n'hésite pas à prouver ce que l'analyse de la lumière issue de la lame par un spath d'Islande révèle. Les deux images fournies par le spath sont complémentaires : « *la lumière ainsi transmise forme encore des anneaux,*

[17] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p486.
[18] ibidem p493.
[19] ibidem p490.
[20] ibidem p491.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

complémentaires de ceux que F_e donne ; de sorte, par exemple, que les branches de la croix y sont blanches au lieu d'être noires, et une opposition pareille s'observe dans toutes les autres couleurs ; mais la vivacité des teintes de ces anneaux est beaucoup moindre à cause de la portion de lumière blanche avec laquelle ils sont mélangés. [21]»

A la lecture du travail de Biot, nous sommes néanmoins intrigué par l'absence de figures obtenues avec d'autres matériaux que la calcite. Pourquoi n'y a-t-il pas celles du mica, que Brewster affirme avoir observé ? Alors que ce minéral est l'objet de toutes les attentions de Biot, rien n'est rapporté à propos de son étude en lumière convergente dans son *Traité de physique*. On ne peut imaginer un problème de manipulation, à cause de la grande réputation de Biot comme expérimentateur.

Dans le mémoire de Brewster "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies[22]" lu à la Royal Society de Londres le 15 janvier 1818, nous ne trouvons aucun résultat qui soit postérieur au contenu du *Traité de physique* de Biot. Ceci est logique si on considère qu'il ne publie rien - sur le sujet de la polarisation coloré[23] - avant que ne soit lu à l'Académie Royale des sciences de Paris, le 22 juin 1818, son mémoire "Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…"[24].

En fait, Biot fut empêché par son activité d'astronome durant une bonne part de l'année 1817 [25]. Son *Traité de physique* est achevé au début de l'année

[21] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p495. Biot montre à partir des formules d'intensité des deux images qu'on retrouve bien celles déjà indiquées plus haut. Ces formules proviennent de l'établissement des lois de la polarisation colorée. Elles s'écrivent :
Image ordinaire : $F_o = O.\cos^2\alpha + E.\cos^2(2i-\alpha)$
Image extraordinaire : $F_e = O.\sin^2\alpha + E.\sin^2(2i-\alpha)$
Si le spath analyseur a sa section principale confondue avec le plan primitif de polarisation, $\alpha = 0$. Les formules sont alors :
Image ordinaire : $F_o = O + E.\cos^2(2i)$
Image extraordinaire : $F_e = E.\sin^2(2i)$
Nous avons bien l'intensité de l'image extraordinaire précédemment indiquée.

[22] in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p203.

[23] Hors le mémoire "Nouvelles expériences sur le développement des forces polarisantes dans tous les sens des cristaux par la compression", lu le 13 janvier 1817 à l'Institut, dans lequel Biot montre l'influence sur la polarisation de la lumière d'une contrainte mécanique, in *Annales de chimie et de physique*, deuxième série, tome3, Crochard, Paris, 1817, p386.

[24] La lecture de ce mémoire se déroule sur trois séances à l'Institut les 22 juin, 6 et 13 juillet 1818 comme l'attestent les *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, p332-336 du tome 6 pour les années 1816-1819. La publication du mémoire de Brewster dans les *Philosophical Transactions* est faite en fin d'année 1818.

[25] Le Bureau des Longitudes le chargea d'achever la triangulation de l'arc de méridien. Il s'absenta de mai 1817 à la fin de cette année, au moins novembre, date à laquelle Arago le rejoignit à Londres pour

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

1816, l'auteur offrant un exemplaire à la Classe le 22 avril[26]. De nouvelles recherches sur la polarisation en lumière convergente sont probablement achevées dès la fin de l'année 1816, mais leur publication est repoussée à juin 1818 pour les raisons que nous venons d'évoquer et aussi parce que Biot fait étudier la composition chimique[27] de nombreux micas que lui envoient des correspondants de toute l'Europe. Rassembler tout ceci a dû prendre du temps, mais fut indispensable car, l'une des finalités de cette étude est de montrer que la lumière polarisée qui traverse les micas subit une modification en relation avec la constitution chimique de ces minéraux ; le sujet principal étant la détermination du système cristallin au moyen de la lumière polarisée lorsque l'aspect d'un cristal ne permet pas d'identifier sa forme cristalline : les micas offrent une indétermination de cette sorte[28]. Lors de la rédaction de ce mémoire, Biot fait référence à des travaux récents[29] des années 1816, 1817 et 1818 publiés dans les *Annales de chimie et de physique*.

Ce nouveau mémoire ne présente aucune figure, mais il est riche d'enseignement sur la progression des recherches de Biot. Nous ne retiendrons que ce qui se rapporte à l'examen des micas en lumière convergente[30].

Afin d'observer facilement toutes les variations chromatiques d'un seul coup d'œil, Biot utilise deux plaques de tourmaline taillées parallèlement à leur axe. Si elles sont croisées à angle droit, l'œil, appliqué immédiatement derrière la seconde plaque qui sert d'analyseur, ne perçoit aucune lumière[31]. En revanche, dès qu'on

lui prêter main-forte. Francisque Lefort, "Un savant chrétien J.B Biot", in *Le correspondant*, nouvelle série tome36, Charles Douniol Libraire-Editeur, Paris, 1867, p977-978.
La table de présence des membres de l'Institut confirme l'absence de Biot durant cette période : entre les séances du 28 avril et celle du 15 décembre 1817, il n'est pas compté au nombre des présents. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome6 pour les années 1816-1819, imprimerie de l'observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1915, p526-527.
Le déroulement et les conditions de ce travail géodésique sont rapportés en séance publique de l'Académie des sciences le 24 avril 1818 sous le titre "Notice sur les opérations entreprises en Angleterre, en Ecosse et aux îles Shetland, pour la détermination de la figure de la terre". in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris*, tome3, 1818. Ce texte est repris par Biot in *Mélanges scientifiques et littéraires*, tome1, Michel Lévy Libraires-Editeurs, Paris, 1858, p69-92.

[26] in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome6 pour les années 1816-1819, imprimerie de l'observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1915, p47.

[27] Beudant et Vauquelin sont sollicités pour cette tâche.

[28] La relation à la composition chimique est un autre aspect de ces recherches.

[29] Gay-Lussac, en autres, avec qui Biot professent à la Sorbonne, les deux hommes se partageant le programme de physique expérimentale.

[30] Le travail de Biot est très riche, liant chimie, optique et cristallographie sur 72 pages. J.B Biot : "Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris*, tome1, 1818, p275-346.

[31] La tourmaline, cristal rhomboédrique uniaxe, a la faculté d'absorber très fortement un rayon polarisé ordinairement, et de peu absorber l'autre rayon. Ce cristal est qualifié de dichroïque. Cette propriété possédée par de nombreux cristaux a été observée avec la tourmaline par Biot dès 1815 :

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

insère une lame cristalline entre les deux plaques, « *vous voyez en même temps, et par des rayons perpendiculaires, et par des rayons obliques, dans toute l'étendue du champ que peut embrasser votre œil… toutes les variétés de teintes que la lame de mica ou de tout autre cristal… peut produire sous toutes ces incidences diverses ; et la série des inclinaisons, où les teintes sont les mêmes dans divers azimuts, doit former des lignes courbes, colorées de chacune de ces teintes… la forme des courbes d'égale teinte est différente, selon la nature et le mode de polarisation qu'exerce la lame interposée.* [32]» Biot, qui vient d'inventer le dispositif de la pince à tourmalines, observe essentiellement deux types de matériaux, les micas qu'il dit à un axe et ceux à deux axes. Pour les premiers, « *ces courbes sont des anneaux circulaires, concentriques à la normale, et dans lesquels on voit se succéder, à partir du centre, toutes les couleurs désignées dans la table de Newton. Ce centre lui-même, ainsi que tout le système des anneaux, est partagé en quatre secteurs égaux, par les quatre branches d'une croix noire…* [33]»

Avec les seconds, « *on ne voit plus une seule série d'anneaux circulaires concentriques à la normale, et traversés à leur centre par une croix noire ; ce centre est alors occupé par des couleurs d'un certain ordre dépendantes de l'épaisseur de la lame, et qui proviennent du croisement de deux systèmes d'anneaux dont les centres sont placés hors de la normale à des distances égales, dans les directions mêmes, et sous les inclinaisons précises où les deux axes se compensent dans les premières observations…* [34]» La symétrie par rapport à la normale à la lame est somme toute logique pour Biot, et même un gage de crédibilité

« *… j'ai fait polir les faces inclinées d'une grosse tourmaline, de manière, à en former un prisme dont le tranchant fût parallèle à l'axe de l'aiguille, qui est aussi celui du rhomboïde primitif. Si l'on regarde la flamme d'une bougie à travers ce prisme, en dirigeant le rayon visuel dans la partie la plus mince, on voit deux images d'un éclat sensiblement égal, dont l'une, ordinaire, est polarisée dans le sens de l'axe de la tourmaline, et la seconde, extraordinaire, l'est dans un sens perpendiculaire à l'axe. A mesure que l'on ramène le rayon visuel dans la partie la plus épaisse, l'image ordinaire s'affaiblit et enfin disparaît entièrement, tandis que l'image extraordinaire continue de se transmettre sans éprouver d'autre diminution d'intensité que celle qui provient de l'absorption.* » J.B Biot, "Sur un mode particulier de polarisation qui s'observe dans la Tourmaline", in *Nouveau bulletin des sciences, par la société philomathique de Paris,* tome IV, 7eme année, 1814, Paris, Klostermann, p26-27. En marge, il est indiqué que cette note fut lue à l'Institut en janvier 1815.

32 J.B Biot : " Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, tome1, 1818, p306.

33 ibidem p307. Biot note qu'avec les cristaux à un seul axe comme le spath d'Islande et le béryl, on observe le même système d'anneaux dont les dimensions peuvent être calculées selon la théorie proposée dans son *Traité de physique.*

34 J.B Biot : " Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, tome1, 1818, p307.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

vis à vis de ses travaux antérieurs. Il fait encore remarquer qu'avec tous les micas à deux axes, « *les anneaux paraissent circulaires ou légèrement elliptiques ; mais ils sont traversés à leur centre par une simple ligne noire, au lieu de la croix noire par laquelle les anneaux des cristaux à un seul axe sont traversés.* [35]» Tout dépend du cristal, car on peut aussi avoir une croix noire avec des cristaux à deux axes, comme avec le talc : « *il y a deux positions dans lesquelles la croix noire se forme complètement avec ses deux branches exactement rectangulaires.* [36]»

Mais la distinction entre les deux sortes de cristaux ne souffre aucune ambiguïté lorsqu'on tourne la lame cristalline dans son plan. Avec un cristal à un seul axe, cette rotation laisse la croix noire inchangée. En revanche, si le cristal à deux axes, « *la croix se déforme, ses branches se séparent, se coupent et deviennent deux branches d'une même hyperbole ; les sommets de ces branches s'écartent de plus en plus de l'autre, jusqu'à ce que la lame ait été tournée de 45° ; alors si l'on continue de la tourner, ces sommets se rapprochent graduellement par les mêmes périodes qu'ils avaient suivies dans leur écart…* [37]»

Pour certaines variétés de mica, note Biot, l'angle de compensation[38] des deux systèmes est trop important pour que l'œil les embrasse simultanément. Il devient alors nécessaire d'incliner la lame de mica pour les distinguer successivement : « *c'est ainsi que le docteur Wollaston me les a faits voir d'abord, dans l'espèce de mica vulgairement appelé verre de Moscovie…* [39]» Biot précise que l'angle de compensation des deux systèmes d'anneaux varie de façon notable selon l'espèce de mica.

Arrivé à ce terme, il faut bien nous souvenir des conclusions antérieures de Biot relatives aux micas. Ceux qu'il dit à un seul axe ont cet axe placé perpendiculairement au plan de leur lame, tandis que ceux qui en possèdent deux ont leurs axes situés dans des plans orthogonaux, l'un dans le plan de la lame. Biot a déduit, sans justification mathématique écrite, que ces deux axes exercent des actions d'intensité 677 par rapport à 100. Or, avec la lumière convergente, il constate

[35] ibidem p308. Il n'y a pas de croquis rapportant cette observation importante. Le champ d'observation empêche Biot d'apercevoir l'intersection des deux branches à cause de la forte valeur de l'angle qui sépare les deux axes. Pour le mica muscovite, on a 2V = 138°.

[36] ibidemp322.

[37] ibidem p322. C'est aussi ce que rapporte Brewster, figure à l'appui. Voir **figure 9**.

[38] Il s'agit simplement de l'angle 2V fait par les axes optiques des cristaux biaxes.

[39] J.B Biot : " Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, tome1, 1818, p308.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

que les teintes observées proviennent de la composition de deux systèmes d'anneaux qui semblent inclinés par rapport au plan des lames. Ceci est-t-il en contradiction avec la position supposée perpendiculaire des axes ? A-t-on deux axes dont on ne constate que la composition oblique, ou bien a-t-on un axe oblique dont on perçoit seulement les composantes selon deux directions perpendiculaires ? Cet axe ou ces axes sont-ils les vrais lieux d'où s'exercent les forces responsables de la double réfraction et de la polarisation colorée ? Avant de préciser les conclusions de Biot, rapportons les observations de Brewster qui a croqué de très intéressantes figures sur le même sujet. Pour cela, nous allons éclaircir ce à quoi se rapporte la dénomination « axe ».

Le procédé expérimental a fait de grands progrès - essentiellement par la manière de l'utiliser - comme le prouvent les figures jointes au mémoire[40]. En lumière convergente, on observe seulement deux types de figures : celles qui présentent un seul centre pour les anneaux colorés (voir **figure 7**) et celles qui montrent un double centre (voir **figures 8 et 9**). En juin 1818, Biot est parvenu à la même conclusion : « *ayant ainsi défini généralement les deux classes de phénomènes optiques produits par les diverses variétés de micas, selon que leurs forces polarisantes émanent d'un ou de deux axes, il faut en examiner les détails dans chacune d'elles et voir s'ils s'offrent réellement les conditions qui caractérisent un système cristallin intérieur…*[41] » De son côté, Brewster avance une explication du système d'anneaux des cristaux à deux axes sans rien connaître des nouveaux travaux de son concurrent (voir notre **figure 8**) : « *si nous transmettons de la lumière polarisée dans toutes les directions possibles du plan CODo de la figure 5 (qui est la section de la sphère de la figure 4) au travers d'un cristal, nous trouverons qu'il y a deux diamètres Pp et P'p' pour lesquels il n'y a ni polarisation*

[40] Brewster montre seulement la constitution du nouveau prisme de spath d'Islande utilisé comme analyseur. L'efficacité de cet appareil peut suffire à expliquer le saut qualificatif des figures d'interférences. Voir David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p212.
Ce prisme modifié est encore proposé comme analyseur in D.Brewster, *Manuel d'optique*, tome2, traduit par P.Vergnaud, Librairie encyclopédique de Roret, Paris, 1833, planche III, figure 95. La figure voisine numérotée 94, indique de façon plus précise un autre moyen d'analyse par une glace sous incidence de polarisation complète. Une précaution de manipulation est dévoilée : « *En 1813, j'adoptai une nouvelle méthode, celle d'approcher la couche ou cristal à examiner, aussi près que possible de l'œil, en interposant une très petite plaque B épaisse d'un quart de pouce comme sur la fig 94, entre le cristal et l'œil, pour réfléchir la lumière transmise par le cristal.* » ibidem tome1, p258.

[41] J.B Biot : " Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, tome1, p309.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

*ni double réfraction. A ces lignes, je donne le nom d'*axes résultants ou de diamètres de non polarisation*, P, P', p, p' étant les pôles de non polarisation.* [42]» Les notions de double réfraction et de polarisation de cette citation sont à préciser.

L'étude expérimentale des propriétés optiques du béryl - cristal à un axe - est à l'origine de ces notions. Lorsque Brewster observe en incidence normale avec de la lumière polarisée les teintes que donne ce minéral, il constate que les images fournies par le dispositif analyseur ont une teinte uniforme si une lame cristalline suffisamment mince est taillée parallèlement aux surfaces du prisme hexaédrique du béryl[43]. Les teintes de ces images sont bien différenciées si l'axe est tourné dans le plan de la lame à 45° du plan primitif de polarisation. En revanche, lorsque la lumière polarisée traverse un prisme de béryl parallèlement aux faces de l'hexaèdre, l'analyse de la lumière sortante montre une série d'anneaux colorés répondants aux teintes de Newton (voir **figure 7**).

Avec un rayon de lumière naturelle, Brewster constate que la double réfraction offre une séparation maximale des deux images lorsque l'incidence est perpendiculaire à l'axe du prisme hexaédrique de béryl. Ces deux rayons n'en forment plus qu'un si, inclinant ce prisme, son axe devient parallèle au rayon lumineux incident. De ces deux sortes d'études relatives à des lumières polarisée et naturelle, Brewster conclut : « *l'axe du prisme est aussi l'axe apparent de double réfraction, et encore l'axe du système d'anneaux de la figure1. Delà, nous concluons que le béryl a un axe apparent de réfraction extraordinaire et un axe apparent de polarisation qui se confondent.* [44]» Suit une liste de 24 cristaux qui ont le

[42] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p226.
Voici le texte original : « *If we transmit polarised lignt in every possible direction through a crystal, CODo, Pl.XV.fig.5, (which is a section of the sphere in Fig.4, through the great circle CODo), we shall find that there are two diameters Pp, P'p' in which there is neither polarisation nor double refraction. To these lines I have given the name of* resultant axes or diameters of no polarisation*, P, P', p, p' Pl.XV.figs.4 and 5, being the poles of no polarisation.* »
Si Biot avait constaté avec les micas à deux axes deux directions particulières - dont il mesure l'azimut et l'inclinaison - pour lesquelles l'image extraordinaire du dispositif analyseur était éteinte, Brewster montre plus explicitement l'existence des quatre ombilics, points de rencontre des deux nappes de la surface des indices.

[43] ibidem p236. Il affirme avoir observé ce fait dès 1812 avec le mica et la topaze et indépendamment des physiciens français.

[44] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p211.
Voici le texte original: « *The axis of the prism, therefore, is the apparent axis of double réfraction, and likewise the axis of the system of rings shown in fig.1. Hence we conclude that beryl has one apparent axis of extraordinary refraction, and one apparent axis of polarisation which are coincident.* »

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

comportement du béryl répartie en deux ensembles, selon que ces cristaux sont positifs ou négatifs[45]. Même si la vérification de la double réfraction n'a pu être faite avec tous ces minéraux, puisque certains ne sont pas suffisamment épais ou bien sont trop opaques, Brewster a néanmoins la ferme conviction que des forces émanent de ces axes qui se confondent et que « *la force qui produit la déviation du rayon extraordinaire croît et diminue comme la force polarisante qui produit les anneaux colorés.* [46]» En définitive, les idées que ces deux savants ont de l'action des cristaux sur la lumière sont proches. Seulement, pour Brewster - qui cherche davantage à expliquer les phénomènes qu'à les justifier - il suffit de considérer cette action des cristaux sur la lumière par de pures considérations géométriques pour rendre compte des observations ; alors qu'avec Biot, il est nécessaire de justifier les mesures - plutôt que de les expliquer - au moyen de calculs numériques donnés par la mécanique, c'est-à-dire par des principes tels que ceux des forces vives ou de la moindre action.

Brewster scrute tous les aspects d'un phénomène, allant pour cela, jusqu'à modifier le dispositif expérimental selon les incidences étudiées, déduit grâce à la géométrie certaines propriétés des cristaux telles que les axes qu'ils possèdent : « *En tentant d'établir de nouvelles et de plus générales lois, j'ai commencé mes recherches par l'établissement d'un vaste ensemble de faits. Cent soixante cinq cristaux furent examinés… j'ai été conduit à un principe général qui embrasse tous les phénomènes et qui s'étend du plus complexe au plus simple développement des forces polarisantes. Ce principe général n'est pas plus le respect d'une expression empirique des faits qui le représente, qu'il n'est le support d'une donnée empirique. Fondée sur les principes de la mécanique, c'est une loi rigoureusement physique, et qui nous permet de calculer toutes les teintes,… des anneaux colorés, et tous les phénomènes de double réfraction, avec la même précision que nous pouvons avoir lors du calcul du mouvement et de la position des corps célestes.* [47]» Cette citation

[45] ibidem p211. Cette classification est irréprochable.

[46] ibidem p212. Voici le texte original : « *… that the force which produces the deviation of the extraordinary ray increases and diminishes with the polarising force which produces the coloured rings.* »
En note à cette page, Brewster indique que cette parenté entre forces responsables de la double réfraction et de la polarisation colorée revient à Biot, que celui-ci ne l'avait déduit que de la calcite et du quartz, alors que lui, Brewster vient d'en montrer toute la généralité.

[47] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p205. Voici le texte original : « *in attempting, therefore, to establish new and more general laws, I began my researches by laying a broad foundation of facts. One hundred and sixty-five crystals were subjected to examination… I have been*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

possède un caractère elliptique - à propos des "principes mécaniques" - qu'il nous faut dissiper en la complétant par ce que Brewster ajoute après qu'il a établi la loi du phénomène de la polarisation colorée : « *La loi que nous venons de développer n'est manifestement pas déduite de données empiriques, mais elle est rigoureusement physique et fondée sur les mêmes principes qui règlent la combinaison de toutes autres forces mécaniques. La précision avec laquelle elle représente le système compliqué des teintes est merveilleuse, et ne peut manquer d'attirer l'attention des philosophes à propos d'une véritable loi de la nature.* [48]»

Nous entendons mieux la signification de ce principe général évoqué par Brewster et éloignons la confusion que pouvait amener son rapprochement avec les principes de la mécanique tels que les savants laplaciens les considèrent. Brewster se sert pour l'essentiel de représentations graphiques reposant sur l'observation et cherche à établir les lois des phénomènes par des relations géométriques ajustées[49]. On pourrait croire que les grandeurs qui interviennent se combinent entre elles selon le principe de la composition des forces mécaniques habituelle. Mais ce n'est pas le principe ordinaire qui est utilisé : « *La méthode d'observation que j'emploie toujours consiste à visualiser le système des anneaux colorés vus autour de l'axe des cristaux à un axe, et autour de la résultante des axes des cristaux qui en ont deux…Cette loi générale des teintes peut être décrite de la façon suivante : la teinte produite en chaque point de la sphère par l'action combinée de deux axes est égale à la diagonale du parallélogramme dont les côtés représentent les teintes produites par chaque axe seul, et dont l'angle est double de celui formé par les deux plans passant au travers de ce point de la sphère et des axes respectifs.* [50]» L'interprétation géométrique du phénomène va être une source

led to a general principle which embraces all the phenomena, and extends to the most complex, as well as to the most simple developement of polarising forces. This general principle is in no respect an empirical expression of the facts which it represents, nor is it supported by any empirical data. Founded on the principles of mecanics, it is a law rigorously physical, and enables us to calculate all the tints, &. of the coloured rings, and all the penomena of double refraction, with as much accuracy as we can compute the motions and positions of the heavenly bodies. »

[48] ibidem p240. Voici le texte original: « *The law which we have now explained is obviously deduced from no empirical data, but is rigorously physical, and is founded upon the same principles which regulate the combinaison of all other mechanical forces. The accuracy with which it represents the complicated system of tints is very wonderful, and cannot fail to recommend it to the reception of philosophers as a true law of nature.* »

[49] La **figure 10** est un bon exemple de la schématisation de ces relations géométriques qui lient les diverses grandeurs qui interviennent sur le phénomène.

[50] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p236-240. Nous avons repris une partie d'une précédente note qui donne une meilleure illustration de notre propos.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de conflit entre les deux savants puisque la règle utilisée par Brewster n'est pas celle qui sert habituellement à composer les forces. Biot ne se privera alors pas de la critiquer lorsqu'il étudiera les lois de la double réfraction : « *le mode de composition de ces forces, adopté par le docteur Brewster, est aussi une hypothèse, puisque, dans les règles de la mécanique, on construit le parallélogramme des forces sur leur direction même, et non pas sur un angle double de leur inclinaison…* [51]» Biot montre toujours beaucoup de réalisme vis à vis des faits.

Ainsi, la pratique de Biot s'écarte notablement de celle de son concurrent. Si les combinaisons imposées par Brewster n'ont d'intérêt que par la liaison qu'elles assurent entre la quantité numérique qu'elles donnent et la mesure correspondante, une telle démarche n'est pas admissible par Biot.

En effet, les savants laplaciens ont le soucis de relier leurs équations aux propriétés de la matière ; ces équations doivent correspondre à un effet positif, concret, et ne sont nullement une commodité de représentation d'un phénomène. Si Brewster évoque des forces émanant d'axes, c'est avant tout pour introduire des relations géométriques telles qu'un $\sin^2\varphi$. La réalité des forces supposées est accessoire, des directions qui marquent leurs actions éventuelles suffisent[52]. En revanche, lorsque Biot étudie une propriété de la lumière, il recourt pour la justifier[53], à toutes les possibilités de l'analyse mathématique, c'est-à-dire qu'il formule les équations différentielles nécessaires, utilise des théorèmes tels que celui de la force vive, tout ceci rapporté aux objets matériels que sont les corpuscules lumineux.

Voici le texte original: « *The method of observation which I have always employed, consists in observing the system of coloured rings which are seen along the axes of crystals with one axis, and along the resultant axes of crystals with two axes… This general law of the tints may be expressed in the following manner : the tint produced at any point of the sphere by the joint action of two axes, is equal to the diagonal of a parallelogram, whose sides represent the tints produced by each axis separately, and whose angle is double of the angle formed by two planes passing through that point of the sphere and the respective axes.* » Même si l'explication de Brewster est absconse, on saisit, chose essentielle, que la résultante se situe dans un plan qui n'est pas celui formé par les côtés du parallélogramme. Ceci n'échappe pas à Biot.

[51] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisées ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, tome3, p220.

[52] Brewster ne pense pas qu'il soit possible d'atteindre cette certitude de la réalité des forces.

[53] Un peu avant cette date, en 1816, dans l'introduction de son *Traité de physique*, Biot, en se servant du système des ondes, fait remarquer ce qui sépare le calcul de l'explication, avec un brin d'ironie : « *Quel est celui de ces phénomènes que, dans l'état actuel de l'analyse, on puisse, je ne dis pas expliquer, on explique tout, mais calculer, c'est-à-dire déduire, mathématiquement, comme conséquence nécessaire d'un ébranlement primitif propagé dans un fluide rigoureusement défini ?* » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome1, Deterville, 1816, Paris, pxxiij.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La justification des phénomènes lumineux doit être faite par le mouvement de particules matérielles sur lesquelles s'exercent des forces dont les effets sont décrits par les principes de la mécanique, ceux synthétisés par Lagrange et utilisés avec virtuosité par Laplace. Par conséquent, le physicien qui se fait géomètre, imagine un mouvement spécifique au phénomène étudié, mouvement qui est l'effet de ces forces. Malheureusement, comme Biot le remarque, on ne peut être sûr de la réalité des forces, c'est-à-dire d'avoir l'agent le plus élémentaire et le plus direct des actions sur les corpuscules lumineux, car le mouvement imaginé n'est qu'une traduction du phénomène. Si la réalité du phénomène n'est pas présentée sous une apparence suffisamment vraisemblable, le travail analytique risque d'être erroné, les effets des forces révélées par la mécanique aussi irréelles que des chimères peuvent l'être face à la vérité. C'est pourquoi Biot demeure prudent et indique que son travail est une figuration des phénomènes. Mais celle-ci, par la précision avec laquelle elle rend compte de l'observation, lui semble un gage suffisant de sécurité.

Lorsque Biot considère deux axes perpendiculaires desquels semblent émaner des actions dans un rapport 677 à 100, ces axes ne sont pas seulement des directions géométriques de circonstance comme avec Brewster, mais des lieux particuliers, sièges à partir desquels des forces agissent. Cependant, Biot n'exclut pas que ces lieux soient les images projetées d'un axe oblique unique et caractéristique des micas. Pour déterminer quelle situation est juste, il faut varier les expériences, c'est-à-dire étudier les propriétés optiques des micas dans toute leur diversité. Jusqu'alors, seuls les effets de la polarisation colorée ont été considérés. Biot a remarqué que la double réfraction peut apporter une réponse puisque ce phénomène est en corrélation avec la polarisation colorée, les deux phénomènes agissant sur la lumière avec des intensités identiques.

Mais les micas n'autorisent pas l'observation de la double réfraction, car ils se présentent sous la forme de feuillets très minces et ne cristallisent pas en gros prismes homogènes. C'est pourquoi l'étude en lumière polarisée convergente est d'une grande importance pour de nombreux minéraux et peut être le moyen de s'assurer de l'existence de deux axes perpendiculaires ou d'un axe oblique. Précisons.

Lors de l'étude des lames cristallines, Biot avait distingué les lames minces des lames épaisses, les premières qui produisent la polarisation colorée avec de la lumière polarisée et parallèle, les secondes la double réfraction, que la lumière

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

incidente soit polarisée ou naturelle. Des résultats récents[54] indiquent que l'action des cristaux s'exercent avec une même "énergie" dans les deux sortes de phénomènes[55]. C'est la raison principale qui autorise Biot à penser que les propriétés optiques des minéraux sont les mêmes dans leurs parties que dans leur totalité. Ainsi, si on ne peut s'assurer directement des propriétés de biréfringence d'un cristal parce qu'il se présente sous une apparence désorganisée, comme le sont le plus souvent les micas, l'étude de la polarisation colorée d'une lame mince de ce minéral nous apportera autant d'informations sur l'organisation du minéral que la double réfraction à partir d'un cristal épais.

Par conséquent, pour les micas, l'étude de l'action des lames minces sur la lumière permet de savoir s'ils ont la structure de vrais cristaux, leur aspect extérieur étant le résultat d'un assemblage plus ou moins hétéroclite de lamelles elles mêmes bien cristallisées. Biot tient son opinion des observations suivantes : « *Leurs lames deviennent pour la lumière de vrais cristaux, où l'on retrouve l'homogénéité de composition, la transparence, et dans lesquels l'homogénéité de structure est attestée, par la régularité et l'identité des phénomènes qui se produisent en chacun de leurs points. Dans les micas à un seul axe les effets sont absolument pareils à ceux qu'offre le spath d'Islande sauf l'intensité qui est moindre à-peu-près dans le rapport de 1 à 5 pour les micas du Vésuve. Quant aux micas à deux axes, leurs effets sont tout semblables à ceux que produisent des lames de topaze blanche, sauf la nature de l'action qui, dans ces micas, est répulsive au lieu que dans la topaze elle est attractive.* [56]» Selon Biot, ces minéraux ont un de leurs axes situé dans le plan de la lame, l'autre perpendiculaire ; mais ces axes ont des intensités différentes suivant la variété considérée. Pour parvenir à cette conclusion, il a observé un grand nombre de micas à deux axes, qui tous présentent les mêmes caractéristiques optiques et se

[54] Dans le mémoire "Sur une nouvelle application de la théorie des oscillations de lumière", lu le 27 décembre 1813, in *Mémoire de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p15.

[55] Rappelons que Biot s'est aperçu que les forces qui provoquent la polarisation colorée de la calcite ont une action 18,602 fois plus intense que celles d'autres cristaux tels que le quartz, l'étude de leur biréfringence aboutissant au même rapport. Un lien entre l'action des forces responsables de ces deux phénomènes semble exister.

[56] J.B Biot : "Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, tome1, p309.
Pour Biot, un cristal possède des propriétés optiques identiques en tous ses points. En revanche, une contrainte mécanique qui s'exerce sur un verre provoque une polarisation différente selon l'endroit où on observe.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

différencient seulement par l'angle de compensation fait entre les deux axes [57]. Il a de plus remarqué que « *dans chaque variété de mica, l'inclinaison qu'il faut donner à l'axe normal pour qu'il compense l'autre axe, est le même pour toutes les lames minces ou épaisses…* [58]» Mais les lames de mica n'ont pas l'épaisseur suffisante pour une observation sensible et directe de la double réfraction qu'ils offrent. A propos des micas, Biot ne peut conclure davantage et ceux-ci conservent leur singularité.

Brewster, qui n'a pas une connaissance complète de l'avancement des recherches de Biot sur la similitude de comportement des lames cristallines minces et épaisses, se réfère aux derniers travaux que celui-ci a publiés en même temps que le *Traité de physique* et va fortement critiquer. Les résultants qui permettent à Brewster de critiquer ont été obtenus avec de la lumière polarisée convergente.

Biot avait proposé une liste de 12 cristaux distingués seulement par leur action attractive ou répulsive[59]. Dans cette liste, des cristaux à deux axes sont mélangés à ceux n'ayant qu'un seul axe. Lors de l'observation des anneaux colorés produits par la lumière convergente, Brewster s'est immédiatement aperçu de la chose : « *Pas moins de* sept *des* douze *minéraux employés par M.Biot ont deux ou davantage d'axes de double réfraction. La chaux sulfatée elle-même est de ce nombre ; et toutes les irrégularités de son action que M.Biot a représentées par des formules empiriques, sont les résultats légitimes et calculables de deux axes rectangulaires. La division des cristaux en attractifs et répulsifs, ainsi que le recours à deux axes dont les intensités sont de 100 à 677 pour les phénomènes du mica, seront estimés être complètement hypothétiques.* [60]» La charge de Brewster

[57] Biot a constaté trois valeurs assez "tranchées" selon son expression ; savoir 34°, 30° et 25°. ibidem p312. Une étude de la composition chimique des micas est ensuite entreprise pour trouver une éventuelle origine des différences de propriétés optiques. C'est un travail sur les relations lumière-matière qui n'est pas sans similitude, dans son principe, avec celui effectué en 1806 sur les gaz.

[58] J.B Biot : " Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière, pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison…", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, tome1, p310.
Biot a fait quelques observations avec des micas homogènes d'une épaisseur suffisante pour constater qu'ils offrent bien une double réfraction.

[59] Nous rappelons que cette distinction fait suite à une étude par croisement des lames minces à 90°. Lorsque les lames sont de même nature, la lame équivalente est en rapport avec la différence de leurs épaisseurs respectives. Si les lames sont de nature opposée, la différence de leurs épaisseurs s'obtient cette fois-ci en mettant parallèle l'axe des lames. Le spath d'Islande a servi de référence.

[60] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p204. Voici le texte original: « *No fewer than* seven *out of the* twelve *minerals employed by M.Biot, have two or more axes of double refraction. Sulphate of lime itself belongs to this number; and all the irregularities of its action, which M.Biot has represented by empirical formulae, are the legitimate and calculable results of two rectangular axes. The division of crystals into attractive and repulsive, and the reference of the phenomena of*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

est on ne peut plus vigoureuse, d'autant que le travail théorique de Biot n'est pas seul en cause, la qualité des mesures compte au nombre des reproches. Brewster critique aussi le travail de Malus[61], fort de l'appui que constitue l'ensemble des résultats provenant de l'étude de 165 substances minérales ou organiques… Parmi celles-ci, nous trouvons, selon Brewster, 23 minéraux à un axe répartis en 18 cristaux négatifs et 5 positifs[62].

Tout ceci incite Brewster à reprocher la trop grande promptitude de Biot à généraliser à partir de seulement deux minéraux - la calcite et le quartz, tous deux à un seul axe - la loi d'action en sinus carré de l'angle séparant l'axe du cristal et le rayon réfracté aux micas, cristaux à deux axes, et à corriger les erreurs de celui-ci. Parmi les 8 cristaux dont le signe a été déterminé en premier par Biot, la moitié ont deux axes :

«

Classe répulsive	**Classe attractive**
Spath calcaire	Cristal de roche
Aragonite	*Chaux sulfatée*
Béryl	*Baryte sulfatée*
Tourmaline	*Topaze*

Mais puisque les cristaux notés en italiques ont deux ou plus d'axes de double réfraction, et ne peuvent, comme nous le montrerons, être rangés dans ce classement, la liste corrigée de M.Biot devient :

mica to two repulsive axes, whose intensities are as 100 to 677, will also be found to be entirely hypothetical. »
Brewster attribue trois axes aux cristaux qui ne produisent pas la double réfraction, c'est-à-dire à ceux qui ont pour forme primitive le cube, l'hexaèdre régulier et le dodécaèdre rhomboédrique. Les cristaux ayant un axe ont pour forme primitive le prisme hexaédrique, le rhomboèdre avec un sommet obtus, et l'octaèdre à base pyramidale carrée. Les cristaux à deux axes cristallisent dans les autres formes. Brewster rend hommage au travail de Haüy, et ne s'oppose qu'en de rares occasions aux résultats de ce dernier, là où la forme extérieure du minéral est équivoque. Une étude optique permet de lever l'ambiguïté. ibidem p225.

61 Dans sa *Théorie de la double réfraction*, Malus développe l'étude exhaustive de ce phénomène avec la calcite, puis généralise au quartz, à l'aragonite et à la barytine, la méthode d'étude de la calcite. Il n'échappe pas à Brewster que ces deux derniers minéraux sont biaxes. Nous y reviendrons dans le prochain chapitre "Les lois générales de la double réfraction".

62 David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p211. La liste de Brewster est irréprochable.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Classe répulsive	Classe attractive
Spath calcaire	Cristal de roche
Béryl	
Tourmaline	

» [63]

Et Brewster ajoute encore : « [Biot] *considère comme un point établi qu'avec le quartz, le rayon extraordinaire est attiré par l'axe, tandis que dans les autres cristaux* [ceux de la liste précédente] *il est repoussé par celui-ci. De-là, il a conclu que le phénomène peut être représenté dans le premier cas* [celui du quartz] *par un ellipsoïde allongé, et pour les seconds par un ellipsoïde aplati comme Huygens l'avait montré ; et il a été conduit à diviser les cristaux en deux grandes classes, l'une* attractive *et l'autre* répulsive. *Cependant, cette division est complètement hypothétique…* [64]» Et Brewster d'expliquer qu'un résultat similaire pour le quartz peut être obtenu par un système de forces répulsives, voire attractives. L'opposition à Biot devient pressante… et va se poursuivre.

Si Malus avait compté l'aragonite et la barytine au nombre des cristaux à un axe, Biot n'a pas évité cette sorte d'erreur par son mode d'observation, attribuant au gypse, à l'aragonite, à la topaze, à la barytine, au sulfate de strontium et au feldspath un seul axe au lieu des deux qu'ils possèdent tous[65]. Par l'observation des anneaux colorés, Brewster met en évidence cette erreur.

Une nouvelle liste de 81 minéraux[66] ayant plus d'un axe est proposée par Brewster[67]. Ce dernier pense « *qu'il y a une relation nullement douteuse entre la forme primitive d'un cristal et le nombre de ses axes de réfraction*

[63] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p217. Voici le texte original : « *But since the crystals marked in italics have two or more axes of double refraction, and cannot, as we shall afterwards show, be ranked in either class, M.Biot's list, when corrected, will stand thus :* »

[64] ibidem p218. Voici le texte original : « *… and he considers it as an established point, that in rock crystal, the extraordinary ray is attracted to the axis, while in the other crystals it is repelled from it. Hence he has conclued, that the phenomena may be represented in the first case by a prolate ellipsoid, and in the second case by an oblate ellipsoid as Huygens had already shown; and has thus been led to divide crystals into two great classes,* attractive *and* repulsive. *This division, however, is entirely hypothetical…* »
La critique de Brewster est d'autant plus sévère que la classification de Biot entre uniaxes positifs et uniaxes négatifs est exacte, si on excepte la confusion entre uniaxes et biaxes, comme cela a déjà été signalé.

[65] ibidem p236.

[66] Elle ne comprend que des minéraux, tandis qu'une précédente liste de 165 substances mélange des corps minéraux et organiques, telles que de l'ongle ou de la corne. A cette liste de 81 minéraux, il faut ajouter celle de 23 autres minéraux à un seul axe, signalée plus avant.

[67] C'est-à-dire à deux ou à trois axes.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

extraordinaire[68]» et propose un commentaire perspicace à propos de la mesure faite sur 49 cristaux (voir **tableau 1**) de l'angle qui existe entre les deux axes optiques : « *Lors de l'examen de la liste précédente, nous ne pouvons manquer d'être frappé par la distribution régulière des angles inférieurs à 90° ; une circonstance qui contribue à rendre cette nouvelle propriété des cristaux comme le caractère physique le plus distinct et le plus précieux en minéralogie.* [69]» A partir de ces angles, Brewster cherche à calculer les teintes produites selon la position, le nombre et les intensités attribuées à ces axes, par un procédé géométrique qui obéit au principe particulier de composition des forces, comme nous l'avons indiqué plus haut. Le mica est pris comme exemple d'application. Brewster, qui critique la déduction faite par Biot de l'existence de deux axes rectangulaires d'intensité selon les rapports 100 à 677, propose cinq combinaisons hypothétiques de deux axes d'où émanent des forces pour retrouver les teintes observées.

Ces combinaisons se répartissent en deux groupes selon que les axes qui indiquent la présence des forces sont perpendiculaires ou obliques entre eux. Le positionnement des axes se rapporte à notre **figure 8** qui inclut les figures notées 4 et 5 par Brewster : 1er, les deux axes sont dans le plan de la figure, perpendiculaires, dirigés suivant Oo et AB, d'effets négatifs, d'intensités inégales dans un rapport 100 à 677 ; 2e, un axe d'effet négatif dirigé selon Oo et un axe d'effet positif dirigé selon CD de rapport d'intensités 100 à 173 ; 3e, deux axes d'effets négatifs selon CD et AB, d'intensités inégales 100 à 117 ; 4e, deux axes d'effets positifs et égaux orientés suivant RS et TV, inclinés de 85°26' l'un par rapport à l'autre ; 5e, deux axes d'effets négatifs et égaux orientés suivant X et Y, inclinés de 42°2' l'un par rapport à l'autre[70].

[68] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p223.
Voici le texte original : « *... that there is a connection by no means equivocal between the primitive form of a crystal and the number of its axes of extraordinary refraction.* »
A propos des formes primitives des cristaux, Brewster prend référence à l'article "Crystallography" de l'*Endinburgh Encyclopaedia* du docteur Thomson et aux observations faites par Haüy et Bournon depuis la parution du *Traité de minéralogie* de Haüy. La liste de Brewster est à nouveau irréprochable.

[69] ibidem p231.
Voici le texte original : « *In examining the preceding table, we cannot fail to be struck with the uniform distribution of the angles over the quadrant; a circumstance which contributes to render this new property of crystals a most distinct and valuable physical character in mineralogy.* »

[70] David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p232. Aucune de ces combinaisons dont le nombre pourrait être multiplié n'utilise les axes du cristal. Il est peu vraisemblable que Brewster n'y

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Dans un premier temps, Brewster ne s'avance point en faveur d'une de ces hypothèses, car il n'est pas sûr du nombre, de la direction ou de l'intensité des forces qui produisent la force résultante de polarisation qui s'exerce en un point du cristal. En effet, il a remarqué qu'en différents points du champ d'observation des anneaux colorés, le mica et la topaze présentent des teintes de caractères opposés, le premier de nature négative, la seconde de nature positive. Et puis, les teintes des minéraux qui ont un angle de 90° semblent ne pas pouvoir être caractérisées[71]. A partir de quel critère, peut-on choisir un positionnement juste des forces pour justifier des teintes ? Une réponse certaine est inenvisageable d'après Brewster comme nous le verrons.

Dans l'immédiat, les travaux de Biot vont à nouveau servir à Brewster comme matériau pour critiquer la démarche de la physique laplacienne. Les relations analytiques élaborées par Biot pour rendre compte des variations des teintes du gypse avec l'incidence sont prises comme point de départ. En 1812, Biot a procédé à des mesures en incidence oblique avec le gypse et le quartz jusqu'à des valeurs d'incidence n'excédant pas 40° par rapport à la normale. La modification de la teinte E suivait une loi relativement régulière. Lorsque Biot reprend cette étude pour des incidences plus fortes[72], les teintes des lames minces de ce minéral ne s'expriment pas au moyen d'une simple relation en carré du sinus de l'angle fait entre l'axe du cristal et le rayon réfracté. Pour représenter les teintes du gypse, Biot a établi en se référant à l'expérience la formule suivante[73] :

$$E' = E.\frac{\sin^2 U + 0{,}0713653.\cos^6 U}{\cos u} \ ;$$

E étant la teinte en incidence perpendiculaire, c'est-à-dire la teinte en rapport avec l'épaisseur de la lame mince ; E' la teinte observée pour une incidence donnée.

ait point pensé. Biot en donnera la raison lors de l'étude des lois de la double réfraction des cristaux à deux axes : la construction géométrique de Brewster est alors inopérante…

71 Brewster ne sait pas encore différencier les biaxes négatifs de ceux qui sont positifs, c'est-à-dire qu'il ignore s'il fait la mesure de l'angle 2V par rapport à la bissectrice aiguë ou s'il prend le complément à 180° de 2V. Comme on le constate dans le **tableau 1**, Brewster affecte toujours aux cristaux biaxes un angle 2V inférieur à 90°. Ainsi, cet angle est exact pour les biaxes positifs, tandis que celui des biaxes négatifs est le complément à 180°. Le **tableau 2** montre l'exactitude des mesures de cet angle 2V par Brewster en les comparant avec des mesures récentes : seule manque l'orientation de la bissectrice par rapport à laquelle la mesure s'effectue.

72 Lors des premières études, Biot pensait qu'une irrégularité de cristallisation pourrait être à l'origine de la complexité de la loi.

73 in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p379.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

L'angle U se calcule au moyen de cosU = cosi.sinθ', et u avec $\sin u = a.\sin\theta' + b.\sin^5\theta'$. Les coefficients a et b sont déduits de l'expérience et changent en fonction de l'azimut i et de la couleur produite par la lame (voir **tableaux 3 et 4**).

Comparée à celle exprimée en 1812, la position de Biot a évolué. Initialement, il a étudié les teintes produites par le gypse en croisant des lames, l'une restant perpendiculaire au rayon incident, l'autre étant plus ou moins incliné[74]. D'après la lecture du *Traité de physique*, il a repris cette étude de l'influence de l'incidence en utilisant qu'une seule lame. Pour atteindre les grandes incidences, Biot a placé la lame de gypse dans de l'eau ou dans de l'huile de térébenthine[75]. Des incidences de 78° ont ainsi été atteintes. Pour ces fortes incidences, la relation faisant intervenir l'accroissement du trajet dans le cristal ainsi que le sinus carré de l'angle fait par l'axe du cristal et le rayon réfracté ne suffit plus : « *lorsque cet angle commence à diminuer au-dessous de certaines limites, la formule montre qu'il faut ajouter à l'expression primitive des forces un terme proportionnel à sin⁶θ'... cela nous apprend donc que ces forces n'agissent pas seulement dans la chaux sulfatée, et qu'elles y sont combinées avec d'autres dont l'effet, d'abord masqué par elles, devient sensible et prépondérant quand elles s'affaiblissent.* [76]» Et Biot ajoute, commentant sa table numérique des teintes (notre **tableau 3**) : « *Quand i = 45°... les valeurs de E' n'éprouvent-elles d'abord que des diminutions insensibles, qui bientôt deviennent nulles, puis se changent en accroissements très-faibles. Ce n'est que sous les grandes incidences que leur augmentation devient bien marquée. C'est pourquoi, lorsqu'on fait l'expérience dans l'air, la teinte E paraît tout-à-fait constante sous quelque incidence qu'on place les lames, parce que l'angle de réfraction θ' est alors toujours moindre que 40°...* [77]»

Brewster a modifié le **tableau 3** constitué des résultats numériques de la formule de Biot en multipliant les chiffres de chaque ligne par cosθ', et a obtenu une nouvelle table (voir **tableau 5**). Et les critiques pleuvent - avec raison - à l'encontre de Biot. Examinons-les sans se perdre dans les détails.

[74] Voir les **figures 2 et 3** du chapitre « La nature des forces présentes dans les cristaux ».
[75] Celle-ci produit une rotation du plan de polarisation de la lumière polarisée. Biot va s'apercevoir de cet effet, ce qui l'amènera à la découverte de la "polarisation rotatoire" dans les liquides.
[76] in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p377.
L'incidence est ici comptée à partir de la surface de la lame.
[77] ibidem p381.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La méthode de mesure qui a permis à Biot d'établir la relation analytique ci-dessus est jugée insuffisante par Brewster qui utilise deux méthodes différentes selon que l'angle d'incidence est inférieur ou supérieur à 60°. A partir de ces observations, il dresse un nouveau tableau (voir **tableau 6**). Les différences avec les mesures de Biot se constatent pour les azimuts forts et les grandes incidences. Surtout, Brewster parvient à justifier avec précision ses mesures par un calcul (voir **tableau 7**) : les différences entre les valeurs des **tableaux 6 et 7** sont minimes, mais indiquent que le principe mécanique pris par Brewster rend mieux compte du phénomène que la physique laplacienne de Biot[78].

Brewster n'affirme nullement détenir une vérité certaine, mais il dit ne pas comprendre l'assurance des savants français à propos des conclusions qu'ils tirent de leurs résultats. Ainsi, le fait que Laplace associe une force nécessairement répulsive à la double réfraction de la calcite, comme la déduction faite par Biot au sujet des cristaux attractifs et répulsifs, lui semblent des opinions prématurées : « *Ces opinions ont acquis une grande force comme je l'indiquais en introduction, et je crois que je serai capable de démontrer, non seulement, que les phénomènes de double réfraction et de polarisation peuvent être expliqués par des forces ou des combinaisons de forces différentes de celles qui ont été données par Laplace et Biot, mais qu'il y a certaines analogies de nature et certaines circonstances physiques du phénomène qui peuvent nous conduire à choisir une combinaison de forces plutôt qu'une autre, à l'image des voies que la nature a employées pour l'accomplissement de ses desseins.* [79]» C'est pourquoi la distinction des cristaux en deux classes, l'une attractive, l'autre répulsive, est jugée péremptoire par Brewster. Ceci jette une ombre sur les certitudes des savants français.

Selon Brewster, Biot et les savants laplaciens n'ont pas été assez précautionneux, généralisant trop promptement à partir d'un nombre limité de cas. On peut incriminer la grande confiance attribuée à l'analyse mathématique pour étendre une propriété particulière en loi universelle : ainsi, lors de l'étude en

[78] Brewster affirme être parvenu à la même précision lors d'études avec le nitre, le mica, la topaze, le sulfate de fer… : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p244.

[79] ibidem p245. Voici le texte original : « *These opinions have acquired new strenght as I advanced in the inquiry, and I trust I shall be able to demonstrate, not only that the phenomena of double refraction and polarisation may be explained by forces or combinaisons of forces different from those which have been given by Laplace and Biot, but that there are certain analogies of nature, and certain physical circumstances in the phenomena, which may be lead us to select one combinaison of forces in preference to others, as the means which nature has employed in the accomplishment of her purposes.* »

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

incidence oblique, Biot ne se sert que du gypse, n'est pas assez précautionneux aux fortes incidences, et n'est pas loin de croire que l'ensemble des cristaux obéit à la même loi[80]. Lorsque Brewster fait remarquer que le gypse possède deux axes, alors que Biot base son explication théorique de l'influence de l'incidence sur l'existence d'un seul axe pour ce cristal, on imagine le désarroi qui a dû se manifester dans le camp laplacien… D'autant que le mica n'est plus ce cristal particulier, la topaze paraît posséder des propriétés semblables.

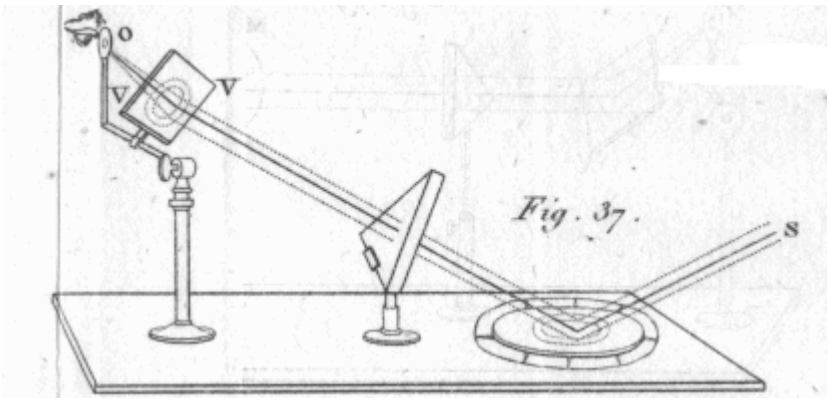
Pour conclure, Biot a distingué les cristaux en deux classes selon que la force qui agit sur les molécules lumineuses polarisées extraordinairement est répulsive ou attractive. Mais, la théorie corpusculaire de la lumière, qui lui sert de moyen d'investigation des cristaux, ne lui a pas permis de préciser la position - ni d'entrevoir l'existence - des axes supposés d'isotropie des cristaux à deux axes. Brewster a montré par l'expérience la réalité de ces deux axes en utilisant de la lumière polarisée et convergente. L'explication qu'il donne des anneaux colorés ne convint pas Biot. Notons que la raison pour laquelle Biot n'a pas trouvé l'existence des deux axes du mica après avoir étudié les anneaux colorés produits par le quartz reste énigmatique.

Méthode expérimentale remise en cause, principe théorique battu en brèche, et par là même système du monde atteint : Biot, principale cible des critiques de Brewster, se doit de réagir, pour défendre la physique laplacienne et les résultats qu'elle a accumulés depuis les travaux de Laplace et Malus, pour ne se limiter qu'à l'optique. La réplique de Biot va être à la hauteur de l'énergie et de la pugnacité dont il est capable.

Figures

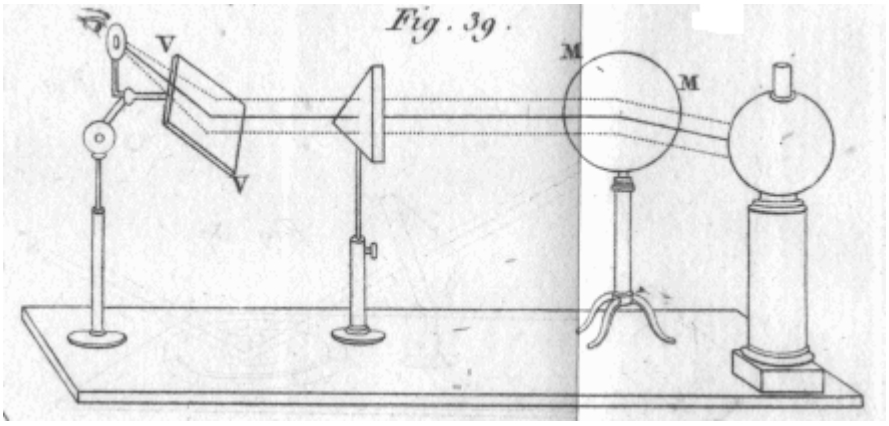
[80] « *Je n'ai jusqu'ici considéré que les lames minces de chaux sulfatée, qui, ainsi qu'on l'a vu plus haut contiennent naturellement dans leur plan l'axe de double réfraction. Je me suis assuré que les lames minces de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe, suivent encore des lois pareilles, à la seule différence près qui résulte des forces secondaires, lesquelles ne sont pas les mêmes dans ces deux substances ; en sorte que, tant que le rayon réfracté ne s'approche pas assez de l'axe pour que ces forces soient sensibles, les mêmes formules peuvent servir… Nous examinerons les lois qui conviennent au mica sous des incidences obliques.* » in J.B. Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p387.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



[81]

Figure 1



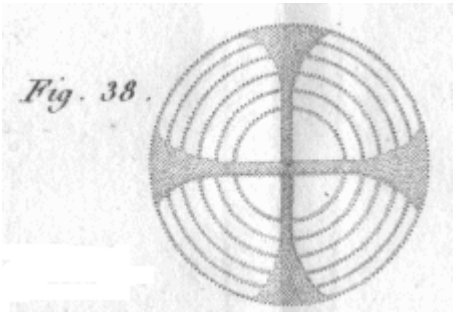
[82]

Figure 2

[81] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche IV.
C'est le premier dispositif utilisé par Biot : la lumière naturelle est polarisée par un verre dont la face inférieure est noircie, puis analysée par le verre VV de sorte à avoir extinction. Ensuite, on intercale le cristal qu'il faut bien mettre perpendiculaire au trajet de la lumière.

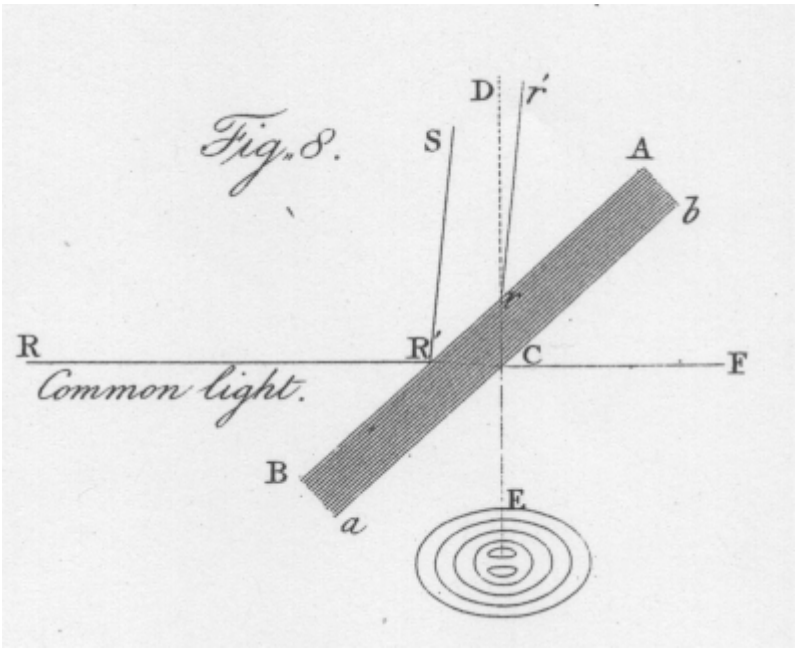
[82] ibidem planche IV.
Le montage précédent n'est pas d'une utilisation très pratique. C'est pourquoi Biot recourt à ce second montage : la source lumineuse est ici la flamme d'une lampe à courant d'air entourée d'un globe dépolie. Biot affirme (p482 du tome 4) que les couleurs sont alors plus vives, et que l'observation des anneaux ainsi que les réglages sont plus aisés.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



[83]

Figure 3



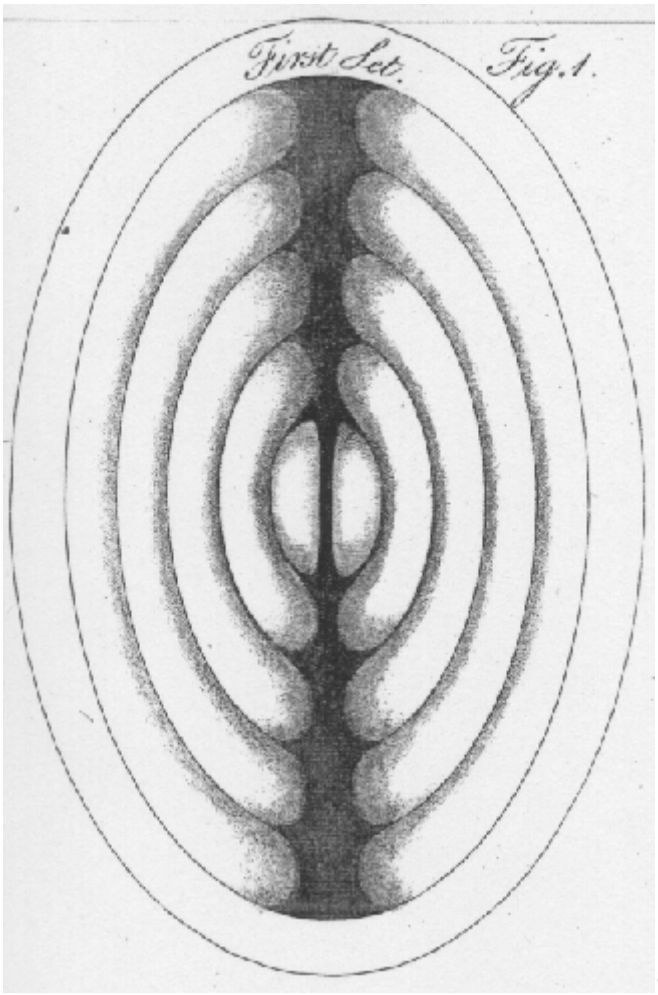
[84]

Figure 4

[83] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche IV.
C'est la première figure représentant le système d'anneaux en lumière convergente obtenue par Biot.

[84] in *Philosophical Transactions*, London, 1814, planche V, figure 8.
En observant avec une lame d'agate comme analyseur, l'une des images est dispersée. Avec une lame de tourmaline, l'une des images est absorbée, un spath d'Islande donnant bien sûr deux images. in D.Brewster, *Manuel d'optique*, tome1, traduit par P.Vergnaud, Librairie encyclopédique de Roret, Paris, 1833, p260.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

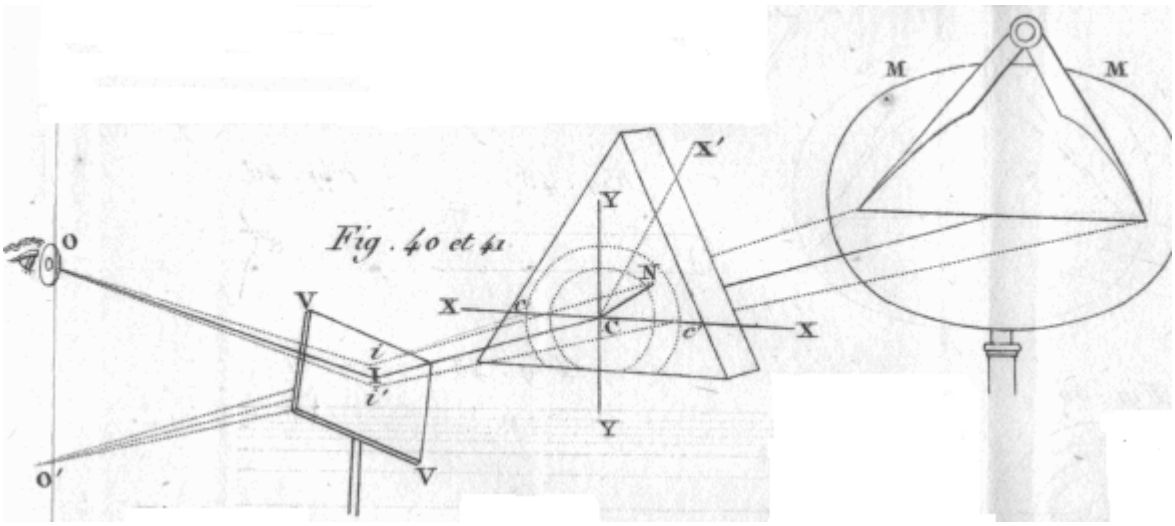


[85]

Figure 5

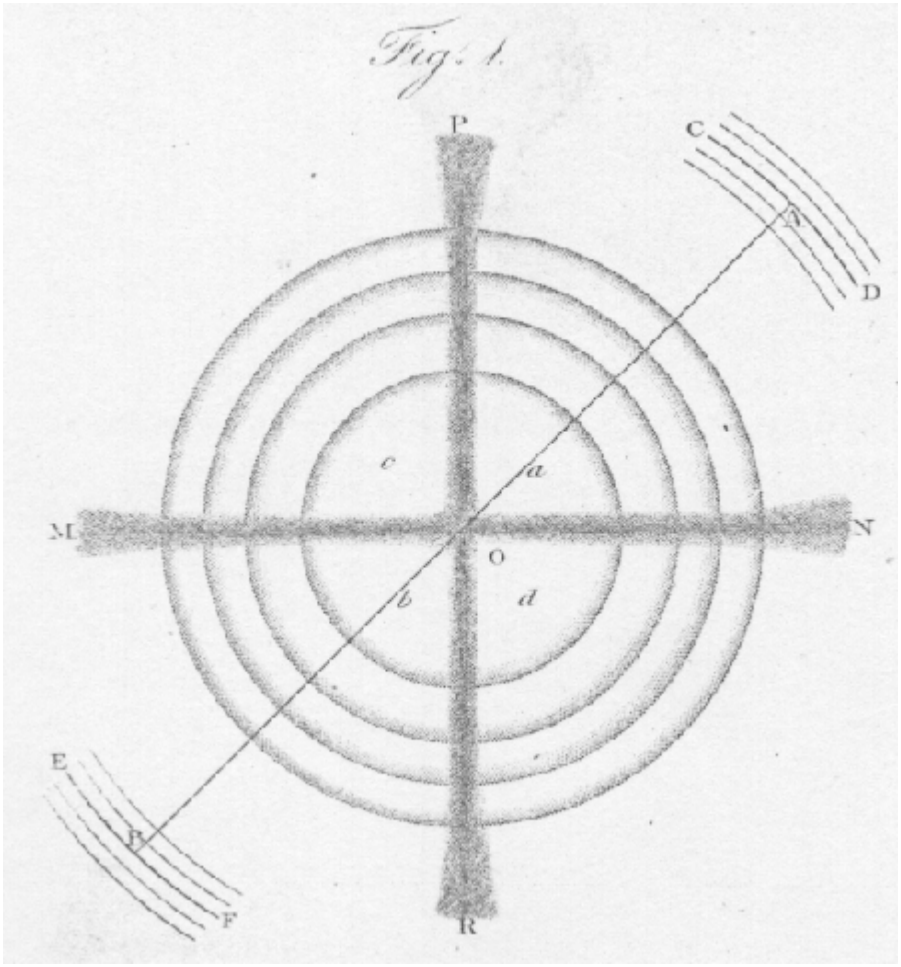
[85] in *Philosophical Transactions*, London, 1814, planche VI, figure 1.
Cette figure est encore reprise 20 ans plus tard lors de la parution d'un ouvrage qui expose, de manière concise mais très juste et très précise, les principales observations liées aux propriétés de la lumière. in D.Brewster, *Manuel d'optique*, traduit par P.Vergnaud, Librairie encyclopédique de Roret, Paris, 1833, figure 105

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



[86]

Figure 6



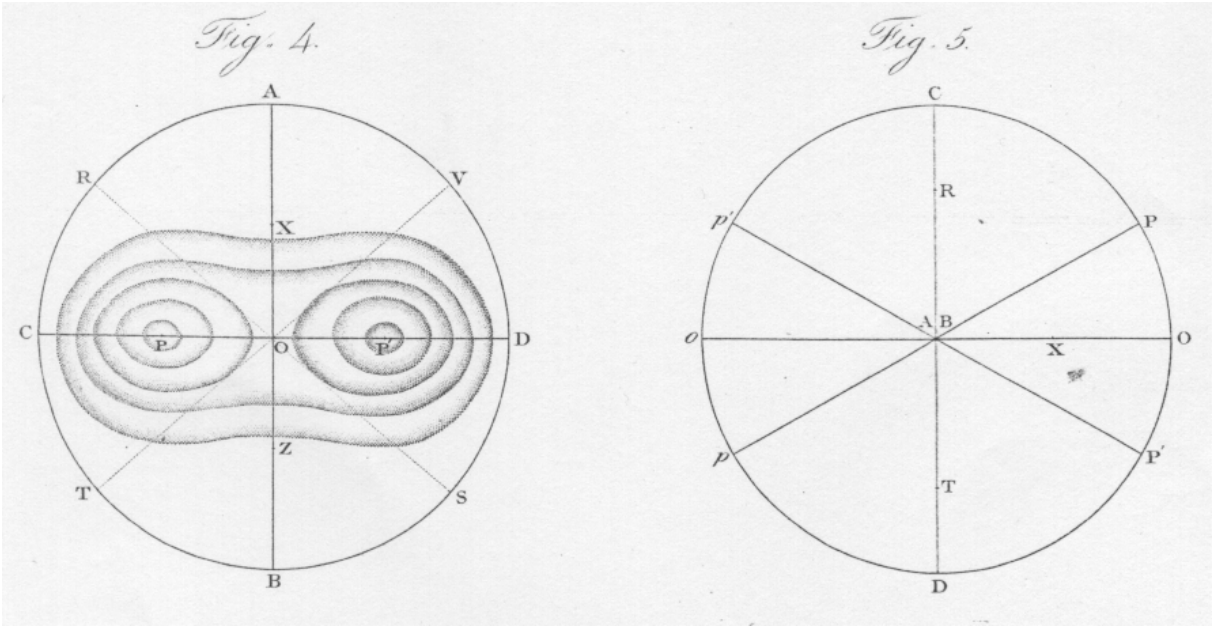
[87]

Figure 7

[86] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche IV.

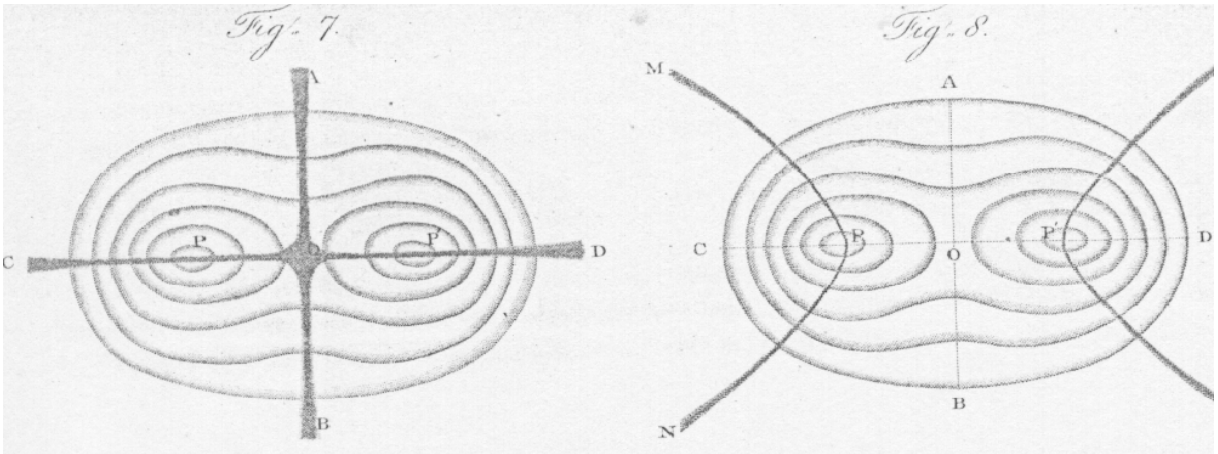
[87] in *Philosophical Transactions*, London, 1818, planche XV, figure 1. Ce système d'anneaux est obtenu avec une plaque de béryl, ibidem p210-211.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



88

Figure 8

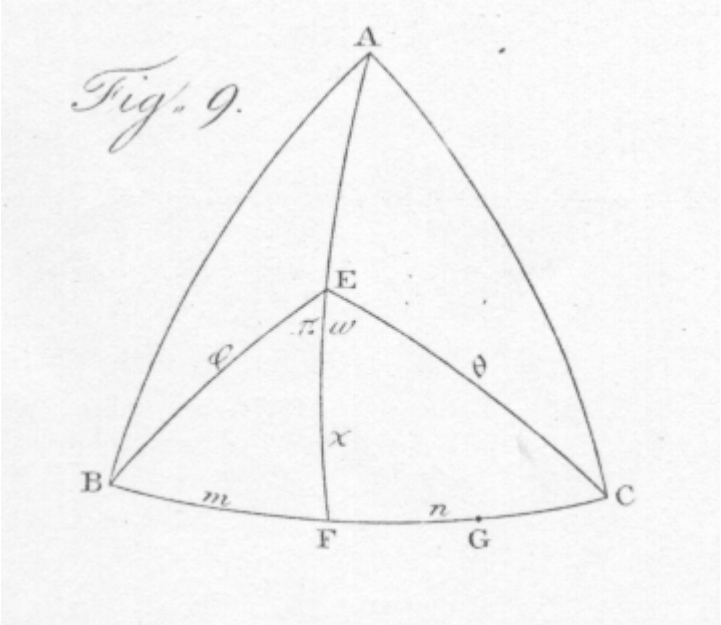


89

Figure 9

88 in *Philosophical Transactions*, London, 1818, planche XV, figures 4 et 5. Il n'y a pas d'indication précise sur la nature du cristal employé pour l'obtention de cette figure. La topaze est une possibilité.
89 in *Philosophical Transactions*, London, 1818, planche XVI, figures 7 et 8. Brewster conserve fixe la lame cristalline et tourne simultanément l'analyseur et le polariseur.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



90

Figure 10

90 in *Philosophical Transactions*, London, 1818, planche XVI, figure 9.
Cette figure représente un quart de la surface sphérique de la figure 4 de la planche XV qui se trouve à gauche dans la **figure 8** de notre numération, et est le point de départ de l'établissement de la loi du phénomène relatif aux cristaux biaxes. Le point G est la position de l'un des deux axes optiques du cristal.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Tableaux

TABLE *of the inclination of the resultant axes of forty nine crystals.*

	°	′
Sulphate of nickel, certain specimens	3	0
Carbonate of lead	5	15
Nitrate of potash	5	20
Talc	7	24
Mother of pearl	11	28
Hydrate of barytes	13	18
Mica, certain specimens, about	14	0
Arragonite	18	18
Prussiate of potash	19	34
Cymophane	27	51
Borax	28	42
Anhydrite	28	7
Sulphate of magnesia	37	24
——— barytes	37	42
Tincal	38	48
Nitrate of zinc, estimated at about	40	0
Stilbite	41	42
Sulphate of nickel	42	4
Carbonate of ammonia	43	24
Mica	45	0
Lepidolite	45	0
Benzoate of ammonia	45	8
Sulphate of zinc	44	28
——— ammonia	49	42
Sugar	50	0
Sulphate of strontites	50	2
Murio-sulph. magn. and iron	51	16
Sulph. ammon. and magnes.	51	22
Phosphate of soda	55	20
Sulphate of lime	60	0
Oxynitrate of silver	62	16
Feldspar	63	0
Topaz	65	0
Sulphate of potash	67	0
Carbonate of soda	70	1
Acetate of lead	70	25
Citric acid	70	29
Tartrate of potash	71	20
Tartaric acid	79	0
Tartrate potash and soda	80	0
Carbonate of potash	80	30
Kyanite	81	48
Hyper-oxymur. potash	82	0
Muriate of copper	84	30
Epidote, about	87	0
Peridot	87	56
Crystallized Chelt.-salts	88	14
Succinic acid, estimated at about	90	0
Sulphate of iron	90	0

[91]

Tableau 1

[91] David Brewster : “On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies”, in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p230.
Nous pouvons constater l’excellence des mesures en les comparant à celles des tables actuelles. Ainsi, l’angle 2V du gypse vaut 58°, celui de l’acide tartrique 78°, celui de la topaze 65°.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Biaxes positifs	D'après Brewster	D'après Fleury&Mathieu
Gypse	60° 0'	58°
Acide tartrique	79° 0'	78°
Topaze	65° 0'	65°
Biaxes négatifs		
Aragonite	18° 18'	162°
Mica muscovite	45° 0'	138°
Stibnite	41° 42'	133°

92

Tableau 2

ANGLE de réfract. θ'.	$i = 0$	$i = 22° 30'$.	$i = 45°$.	$i = 67° 30'$.	$i = 90°$.
0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
10	0,99182	0,99337	0,99848	1,00553	1,00934
20	0,96891	0,97496	0,99502	1,02289	1,03802
30	0,93570	0,94858	0,99329	1,05303	1,08957
40	0,89842	0,91970	1,00025	1,11224	1,17473
50	0,86497	0,89492	1,02808	1,21280	1,31994
60	0,84815	0,88192	1,09665	1,39642	1,58769
70	0,88511	0,88974	1,20503	1,73927	2,14554
80	1,19644	0,92074	1,44033	2,33812	3,56163
90	infinie	0,94307	1,57079	2,82360	6,17153

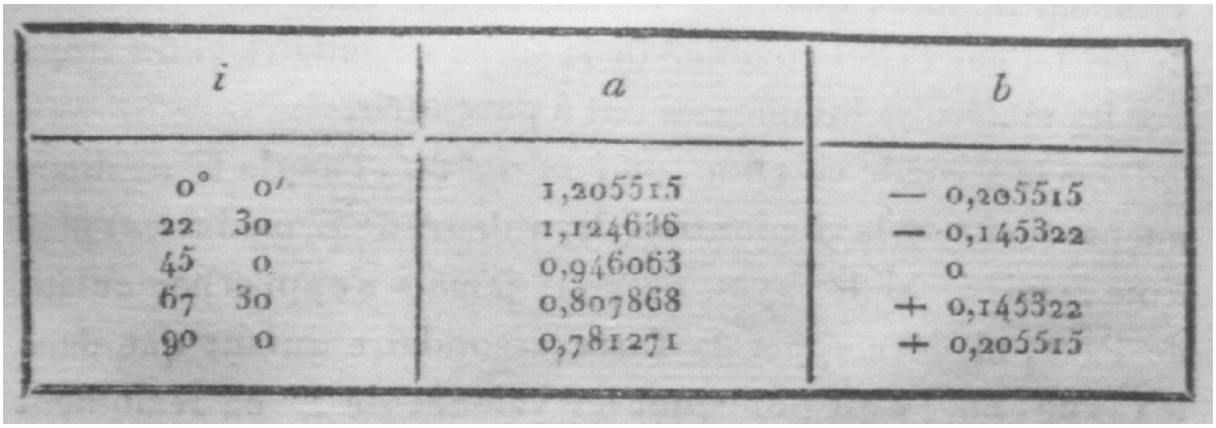
93

Tableau 3

92 Valeurs de l'angle 2V séparant les normales aux sections circulaires des cristaux biaxes. A partir des mesures de David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p230; et des données in Fleury&Mathieu, *Images optiques*, Editions Eyrolles, Paris, 1962, p217.
Remarquons que les mesures de Brewster relatives aux cristaux biaxes négatifs ne souffrent d'aucune erreur, seulement, ne sachant pas en quoi se distinguent les biaxes négatifs des positifs, il donne toujours pour les négatifs le complément à 180°. La différence de nature entre le mica, biaxe négatif, et la topaze, biaxe positif, ne sera expliquée qu'au moyen de la surface des indices. Nous sommes encore loin de cela…

93 in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p380. Valeurs de E' en fonction de l'angle de réfraction θ' et de l'azimut i, E étant prise comme unité.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



i	*a*	*b*
0° 0′	1,205515	— 0,205515
22 30	1,124636	— 0,145322
45 0	0,946063	0
67 30	0,807868	+ 0,145322
90 0	0,781271	+ 0,205515

94

Tableau 4

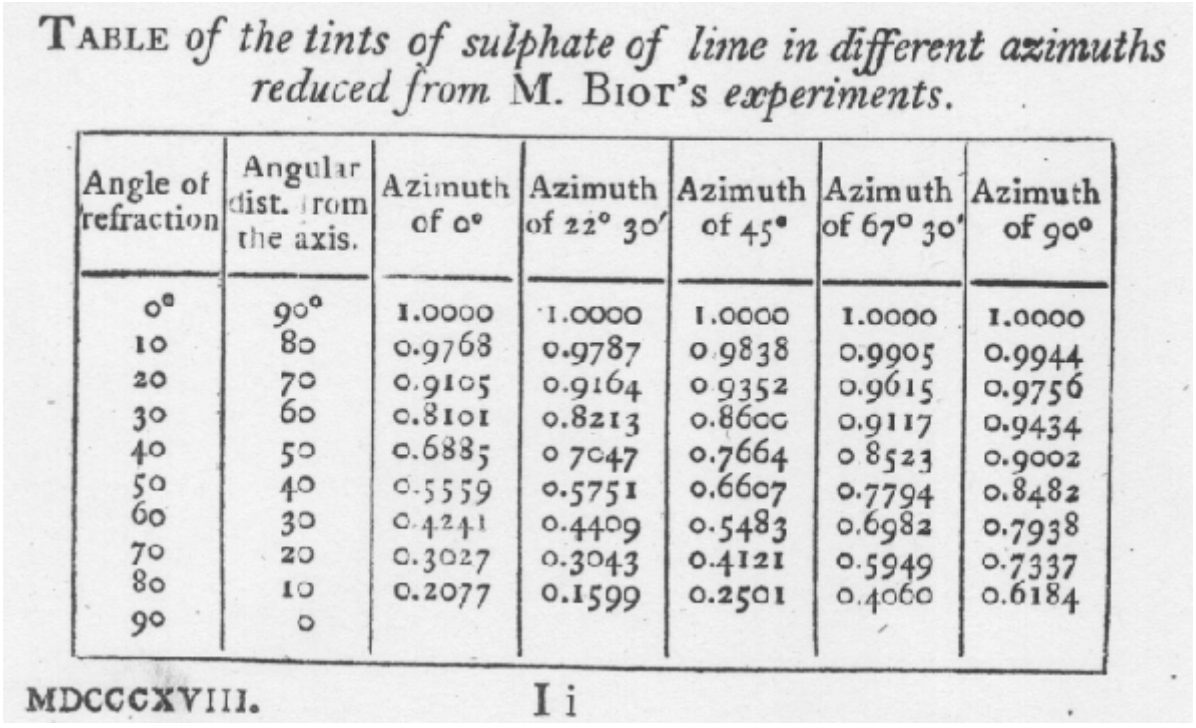


TABLE *of the tints of sulphate of lime in different azimuths reduced from* M. BIOT's *experiments.*

Angle of refraction	Angular dist. from the axis.	Azimuth of 0°	Azimuth of 22° 30′	Azimuth of 45°	Azimuth of 67° 30′	Azimuth of 90°
0°	90°	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	80	0.9768	0.9787	0.9838	0.9905	0.9944
20	70	0.9105	0.9164	0.9352	0.9615	0.9756
30	60	0.8101	0.8213	0.8600	0.9117	0.9434
40	50	0.6885	0.7047	0.7664	0.8523	0.9002
50	40	0.5559	0.5751	0.6607	0.7794	0.8482
60	30	0.4241	0.4409	0.5483	0.6982	0.7938
70	20	0.3027	0.3043	0.4121	0.5949	0.7337
80	10	0.2077	0.1599	0.2501	0.4060	0.6184
90	0					

MDCCCXVIII. I i

95

Tableau 5

94 in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p379. Valeurs de a et b en fonction de l'azimut.

95 David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p241.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Angle of refraction	Angular dist. from the axis.	Azimuth of 0°	Azimuth of 22° 30′	Azimuth of the resultant axis 30°	Azimuth of 45°	Azimuth of 67° 30′	Azimuth of 90°
0°	90°	1.0000	1.0000	1.000	1.0000	1.0000	1.0000
10	80	0.978	0.979	0.980	0.984	0.992	0.995
20	70	0.913	0.919	0.927	0.938	0.962	0.973
30	60	0.811	0.824	0.835	0.861	0.913	0.939
40	50	0.689	0.710	0.729	0.768	0.853	0.898
50	40	0.558	0.576	0.588	0.662	0.782	0.850
60	30	0.435	0.438	0.448	0.538	0.719	0.810
70	20	0.340	0.294	0.304	0.410	0.659	0.775
80	10	0.274	0.125	0.154	0.305	0.614	0.760
90	0	0.250	0.105	0.000	0.246	0.597	0.753

96

Tableau 6

Angle of re-fraction.	Angular dis-tance from the axis.	Azimuth of 0°.	Azimuth of 22° 30′.	Azimuth of the resultant axis, 30°.	Azimuth of 45°.	Azimuth of 67°30′	Azimuth of 90°.
0°	90°	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
10	80	0,9775	0,9796	0,9811	0,9848	0,9903	0,9925
20	70	0,9124	0,9202	0,9258	0,9401	0,9614	0,9707
30	60	0,8125	0,8272	0,8385	0,8660	0,9160	0,9375
40	50	0,6901	0,7093	0,7254	0,7729	0,8573	0,8967
50	40	0,5600	0,5755	0,5936	0,6593	0,7901	0,8533
60	30	0,4375	0,4356	0,4507	0,5339	0,7221	0,8125
70	20	0,3378	0,2980	0,3018	0,4071	0,6615	0,7792
80	10	0,2726	0,1238	0,1511	0,2983	0,6190	0,7575
90	0	0,2500	0,1035	0,0000	0,2500	0,6036	0,7500

97

Tableau 7

96 David Brewster : “On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies”, in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p243.
97 ibidem p244.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 13 :

Les lois générales de la double réfraction

Comme nous venons de le voir, parmi les critiques formulées par Brewster, la plus grave est celle qui accuse les principes mis en application par Biot. La physique laplacienne, c'est-à-dire la manière de pratiquer cette science qui allie les principes de la mécanique aux mesures pour l'ensemble des phénomènes de la nature, serait-elle en passe d'être désavouée ? Les travaux maintes fois confirmés de Laplace et de Malus à propos de l'optique, ceux également de Biot relatifs à la polarisation colorée, reposeraient-ils sur quelque principe équivoque ? Certaines imperfections dans l'application des méthodes et des principes de cette science ne sont pas à écarter. Cependant, pour Biot, si la justification des lois expérimentales des phénomènes par les principes de la mécanique montre des insuffisances, le fait que les lois expérimentales de ces phénomènes soient étroitement liées à la mesure et les représentent correctement reste la meilleure assurance que l'on puisse avoir. Par conséquent, pour repousser l'ensemble des critiques de Brewster, la réaffirmation de ces méthodes et principes est un préalable. L'étude de la double réfraction étendue à tous les cristaux va être l'occasion de prouver leur validité. Nous constaterons à nouveau que l'opposition des deux savants tient à une incompréhension liée à des pratiques différentes des principes de la science.

Puisque le travail de Malus n'échappe pas à la critique de Brewster, Biot qui y fait souvent référence commence par le défendre. Celui-ci rend hommage à la méthode qui a accompagné les découvertes de Malus, lequel a allié l'esprit mathématique à la précision expérimentale. Les lois expérimentales qu'il a portées à notre connaissance l'ont été en appliquant la philosophie naturelle de Newton qui consiste en trois choses : « *trouver et déterminer d'abord les phénomènes, puis les*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

lois, puis les forces qui les produisent, et qui, étant une fois connues, réduisent tous leurs détails à n'être que des conséquences déterminables par le calcul. [1]» Biot fait tout de suite remarquer que : « *relativement aux phénomènes de la double réfraction et de la polarisation de la lumière, nous paraissons n'en être encore qu'aux deux premières périodes, je veux dire à la découverte des faits et à la détermination expérimentale de leurs lois… des idées très-utiles, parce que très fécondes, ont été mises en avant, pour rattacher au moins dans quelques parties, les nouveaux résultats à la constitution de la lumière… ce qui est un pas très important vers la troisième période, c'est-à-dire vers la connaissance des forces mêmes…* [2]» Et Biot d'expliquer que la matérialité attribuée à la lumière est à l'origine des progrès récents de l'étude de la lumière, et qu'en revanche le système des ondulations ne permet pas actuellement une application de l'analyse mathématique[3].

Toutes les entreprises n'aboutissent pas, certaines amènent à l'erreur : c'est pourquoi Biot réclame l'indulgence et demande à ce qu'on ne conserve que ce qui s'y trouve de bon. En effet, dans l'accroissement rapide des connaissances de la physique, les résultats qui semblent les plus complets ne sont bientôt que des particularités. Selon Biot, l'attitude de Brewster devient par là condamnable : « *ces réflexions nous ont été suggérées par un mémoire du docteur Brewster, qui ne nous a pas paru rédigé dans ces principes d'indulgence réciproque.* [4]» Résumons les reproches de Biot à l'encontre de Brewster et les arguments avancés pour la défense de la physique laplacienne.

Biot précise que Brewster extrapole à propos de la théorie développée par Laplace : celui-ci ne fait aucune supposition sur la nature des forces qui agissent sur les molécules lumineuses du rayon extraordinaire[5]. Contrairement à l'avis de

[1] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés", in *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1819, p178. Lu à l'Institut le 29 mars 1819.

[2] ibidem p178-179.

[3] Les lois de condensation et de vitesse à donner aux ondes lumineuses sont trop précaires, nous dit Biot, qui doit se souvenir des difficultés qu'il a rencontrées lors de l'étude de la vitesse du son en 1801…

[4] ibidem p180. Biot évoque la lecture du mémoire "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p199-273.

[5] Laplace n'exprime pas les forces qui dévient les rayons réfractés dans un cristal, comme on peut le constater dans son "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les corps diaphanes". Lorsqu'elles agissent sur les corpuscules lumineux pour les détourner de leur trajectoire initiale, c'est à des distances insensibles et inaccessibles à la mesure. Par conséquent, on ne peut pas les représenter par une fonction mathématique et on ne doit rien présumer à ce sujet. L'analyse mathématique permet de ne conserver que leur effet, sans jamais les exprimer. Les calculs de Laplace, généraux, autorisent les forces à être attractives ou répulsives.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Brewster qui les envisage répulsives, Laplace, qui les suppose seulement agissant en surface immédiate des corps, ne les introduit, quelles soient attractives ou répulsives, qu'en vue de pouvoir appliquer le principe de moindre action, lequel requiert la loi de la vitesse de la lumière dans le cristal. C'est la seule donnée de l'expérience, tout le reste n'étant que simple application des lois de la mécanique.

Brewster se demande encore si la construction de Huygens est aussi générale qu'on le croit et si elle n'est pas un simple cas particulier propre au spath d'Islande. L'étendue des travaux de Malus est remise en cause et ceci irrite Biot puisque ses recherches renvoient aux résultats de Malus. Cependant, les soupçons de Brewster sont fondés depuis qu'il a identifié deux cristaux à deux axes parmi les quatre étudiés par Malus[6]. Pour la défense de ce dernier, Biot avance quelques arguments : « *lorsque Malus chercha à vérifier la loi d'Huygens, l'exactitude surprenante qu'il lui trouva l'avait naturellement porté à la considérer comme générale… le hasard ayant dirigé ses épreuves, soit sur le cristal de roche, qui n'a qu'un axe, soit sur l'aragonite et la baryte sulfatée, qui ont deux axes, mais peu inclinés l'un à l'autre, ou peu énergiques, la différence de leur double réfraction se trouva insensible dans les coupes particulières qu'il avait besoin d'y pratiquer, et cette différence lui échappa.* [7]»

Biot essaie de minimiser la méprise de Malus en faisant remarquer la difficulté qu'il y a à mesurer cette double réfraction des cristaux à deux axes, puisque, même avec l'aragonite, en incidence perpendiculaire avec une lame épaisse de 50mm dont les faces sont taillées parallèlement à l'axe de la forme primitive du cristal, la séparation des rayons ne dépasse pas 0.14 mm[8]. Et Malus utilise de la lumière blanche… Notons cependant que ceci est un argument un peu spécieux car l'aragonite a l'une des plus fortes biréfringences. En revanche, la détermination de la position des axes optiques, peu inclinés l'un à l'autre, est une difficulté qui n'est pas liée à la valeur de la biréfringence. Tout semble venir, selon Biot, d'une insuffisance dans l'application du procédé expérimental.

En effet, les résultats imparfaits de Malus « *ne fournissent aucune induction contre sa méthode même, puisque leur imperfection vient de ne l'avoir*

[6] Malus a étudié la calcite, le quartz, l'aragonite et la barytine. Ces deux derniers sont biaxes.

[7] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1819, p186.

[8] Il y a séparation des rayons parce que les axes optiques de ce cristal sont inclinés de 9° 9' par rapport aux arêtes des aiguilles hexaédriques à partir desquelles les lames sont taillées.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

pas complètement appliquée : par conséquent on n'en peut tirer aucun motif légitime pour jeter le moindre doute sur les expériences de Malus relativement au spath d'Islande, bien loin d'y trouver contre elles une preuve décisive, comme l'a avancé le docteur Brewster. [9]»

Cette imperfection de la méthode, Biot l'accepte à propos de ses travaux relatifs aux teintes du gypse en incidence oblique. Il reconnaît avoir supposé que la constitution lamelleuse de ce minéral devait être la cause de la variation des teintes observées pour les grandes incidences[10], alors que Brewster a découvert la véritable origine de cette modification des teintes qui est due à l'influence de deux axes situés dans le plan des lames. Biot tente à nouveau de minimiser l'apport du savant anglais en notant la limitation involontaire de la portée de son propre travail : « *parce que je n'ai pas songé, dans cette circonstance, à la possibilité de deux axes, et parce qu'en essayant quelques autres cristaux, seulement dans deux sens rectangulaires, je suis tombé dans la même erreur, le docteur Brewster emploie contre moi (p203, 204, 235, 236) la même forme de raisonnement dont il a fait usage plus haut contre Malus ; c'est-à-dire, qu'il accuse la méthode dont je me suis servi, au lieu d'accuser l'application incomplète que j'en avais faite…* [11]»

Nous constatons que Biot ne modifie pas sa position, persuadé de la validité des principes qu'il utilise. D'ailleurs, il va vivement critiquer ceux de son concurrent : « [Brewster] *est même parvenu à représenter ces phénomènes par une loi, ou plutôt par une construction géométrique, qui, bien qu'empyrique dans ses éléments, et enveloppée, dans la forme sous laquelle il la présente, d'une complication inutile qui empêche d'en apercevoir l'expression simple, donne cependant une approximation réelle, et suffisante pour décrire les phénomènes de couleurs dans le très-grand nombre des cas que l'auteur a considérés… l'auteur semble être parti de ses résultats comme d'un type définitif pour juger trop défavorablement, à ce qu'il me semble, les travaux de ses prédécesseurs ; soit qu'il trouve dans leurs imperfections, alors inévitables, des motifs suffisants à ses yeux pour les rejeter tout-à-fait de la science ; soit qu'en les admettant pour exacts, il les présente comme des aperçus heureux qui avaient besoin de recevoir de ses*

[9] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1819, p188.
[10] Biot note qu'il y a une parfaite concordance entre ses observations et celles de Brewster.
[11] ibidem p191.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

expériences une nouvelle démonstration. [12]» Les propos de Biot tendent à montrer le manque de nuance de Brewster, voire la versatilité de ses opinions, mais surtout, Biot repousse toute idée d'utiliser des procédés géométriques comme justification car les lois des phénomènes ne sont justifiables que par l'analyse mathématique qui accompagne les lois de la mécanique. Evidemment, la critique faite par Brewster de la pratique de la mécanique par les physiciens laplaciens ne peut avoir l'approbation de Biot. En effet, Brewster a selon Biot, mal interprété - ou trop interprété - le travail de Laplace sur la double réfraction. L'influence de l'axe du cristal comme lieu d'où émaneraient les forces responsables des deux sortes de réfraction n'est pas du tout ce qu'il faut comprendre dans les écrits de Laplace : « *la rectification des idées émises sur ce point par le docteur Brewster, est d'une importance capitale ; car leur effet, involontaire sans doute, serait de présenter comme une hypothèse ce qui est une simple application des lois de la mécanique, application qui a l'avantage précieux de donner au résultat expérimental d'Huygens le caractère d'une loi rigoureuse…* [13]» Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction générale, Laplace n'envisage pas du tout des forces émanant de l'axe de la calcite : il conçoit seulement que les lois de la mécanique qu'on applique pour justifier du trajet de la lumière nécessitent la connaissance de la position de l'axe du cristal. Pour Biot, des forces agissent bien à partir de l'axe du cristal, lieu à partir duquel on applique la mécanique rationnelle et l'analyse mathématique qui exprime celle-là. Mais Biot ne recourt pas à une quelconque construction géométrique pour expliquer le trajet des rayons réfractés ; cette supposition de la présence de forces issues de l'axe du cristal est une commodité d'utilisation des lois de la mécanique rendue nécessaire par l'importance expérimentale de ce lieu. Dans l'esprit de Brewster, l'action du cristal sur les rayons lumineux peut s'expliquer par des considérations purement géométriques, alors que les savants laplaciens n'entendent que des principes mécaniques et analytiques. Nous y reviendrons tant les conceptions des deux parties semblent irréconciliables.

Afin de redonner tout son crédit à la science laplacienne, débordée par des concurrents étrangers à sa pratique - alors qu'il est habituel qu'elle soit portée à

[12] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1819, p181.
[13] ibidem p183.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'avant-garde du développement scientifique - Biot va montrer que les différences des propriétés optiques des cristaux à un ou à deux axes peuvent être expliquées sans difficultés particulières, c'est-à-dire en conservant les mêmes principes que ceux mis en œuvre par Laplace et Malus. Il a l'intention de préciser la notion contestée de double réfraction attractive ou répulsive en faisant voir de manière sensible, donc visuellement, cette distinction. Bien sûr, pour que cette "démonstration" soit complète, il revisite la méthode de Malus si critiquée par Brewster afin de prouver que tout ceci n'est qu'un mal-entendu imputable à une simple négligence, et peut-être aussi à un excès de confiance de la part de Malus lui-même.

Ce thème de la différence de nature de la double réfraction est un fort sujet de divergence entre les deux savants. Quand Biot associe la double réfraction des cristaux à une nature, soit attractive, soit répulsive, Brewster la rapporte aux cristaux qualifiés de positif ou négatif. On pourrait considérer la chose secondaire alors qu'elle touche au fondement de leur pratique scientifique. Quand les physiciens laplaciens attribuent à un cristal le qualificatif de répulsif, c'est parce qu'on observe que le rayon extraordinaire est davantage dévié que l'ordinaire, attribuant à la cause de cet effet une force répulsive qui éloigne les molécules lumineuses de l'axe du cristal, siège d'où elle émane. Pour Biot, il s'agit d'un choix associé à une origine, la plus simple et la plus directe, pour obtenir l'effet observé et le justifier. En revanche, Brewster ne partage pas cet avis et pense que cette façon d'envisager l'action du cristal sur la lumière repose sur une hypothèse sans fondement réel[14]. Pour lui, on doit seulement prendre en compte des actions qui s'opposent, sans rien envisager quant à leur réalité. Brewster explique, c'est-à-dire rend compréhensible le phénomène sans se soucier de rien démontrer par des principes généraux - ceux de la mécanique rationnelle – déjà éprouvés. Ce à propos de quoi Biot s'insurge : « *la raison qu'il* [Brewster] *donne, c'est que les phénomènes de la double réfraction, que j'ai appelée attractive, peuvent être représentés par les actions répulsives émanées de deux axes, et que la double réfraction répulsive peut être représentée de même par des actions émanées de deux axes attractifs (p.218) : il est vrai qu'en imaginant de pareilles droites, qu'il appelle des axes ; en imaginant qu'il en émane certaines*

[14] « *Cette division est cependant complètement hypothétique, car entre autant de forces polarisantes, on montrera ensuite que les phénomènes du cristal de roche peuvent être expliqués par une force négative émanant de deux axes rectangulaires de même intensité, ou que les phénomènes d'autres classes peuvent être expliqués par une force positive d'une manière similaire…* » D.Brewster, "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p218.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

forces, dont l'influence sur les teintes est proportionnelle au quarré du sinus de l'angle que les rayons forment avec elles ; en imaginant un mode de composition de ces forces tout-à-fait particulier et arbitraire, le docteur Brewster parvient à trouver, par cette combinaison d'hypothèses, les phénomènes que la loi de Huygens donne immédiatement pour les cristaux à un axe. Mais, précisément parce qu'il retrouve ces mêmes phénomènes, toute la composition d'actions qu'il a imaginée est inutile. Car, en la réduisant en calcul, elle ne fait que reproduire identiquement la loi de Huygens sans rien y ajouter. C'est un mode d'expression compliqué substitué à un résultat simple, et non une généralisation réelle ; de même qu'on ne généralise pas l'équation d'une parabole ou d'une ellipse, quand on rapporte ces courbes à un système de coordonnées quelconques, au lieu de les rapporter à leurs axes, qui en présentent l'expression la plus abrégée… on n'est pas, je crois, pour cela en droit d'en conclure, logiquement, que c'est l'énoncé simple qui est hypothétique, et le compliqué qui est le véritable. [15]»

Pour appuyer tout ceci, Biot rappelle que la polarisation dans les cristaux à un axe, tel que le quartz, se rapporte à une direction unique, l'axe du cristal, que l'expérience des anneaux colorés en lumière convergente met facilement en évidence. Les diamètres de ces anneaux ont été liés à leur teinte par Biot comme on le voit dans le *Traité de physique* [16].

Grâce à Brewster, la configuration des anneaux des cristaux à deux axes a été dotée d'une règle, bien qu'empirique, très fidèle pour rendre compte des diverses formes qu'ils peuvent prendre. Surtout, à partir de cette règle et en prenant les mêmes éléments que ceux utilisés avec les cristaux à un axe - longueur du trajet et accroissement du carré de la vitesse du rayon extraordinaire - Brewster pense déterminer la loi de double réfraction dans tous les cristaux[17], c'est-à-dire la vitesse de la lumière du rayon extraordinaire, ce que Biot conteste. En effet, si la méthode de son concurrent est excellente pour reconnaître le nombre d'axes d'un cristal, il la croit impropre à déterminer la loi de la réfraction extraordinaire car « *la double*

[15] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés", in *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1819, p195. A propos de ces diverses combinaisons d'actions, voir le chapitre précédent.

[16] Biot indique à nouveau que les premiers anneaux de cette sorte sont décrits par Arago. ibidem p196.

[17] Il s'agit de la section VII dont le titre est "Sur les lois de la double réfraction dans les cristaux à plusieurs axes" : D.Brewster, "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p267-273.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

réfraction qui les produit est alors nécessairement d'une extrême faiblesse. [18]» Biot craint que, la double réfraction étant sujette à modification de la part de la moindre contrainte ou de la moindre irrégularité de cristallisation, les erreurs qui peuvent en découler donnent un résultat faux. En conséquence, la méthode de Brewster ne permet pas de mesurer avec toute la précision suffisante la double réfraction et elle n'offre aucune démonstration rigoureuse de la loi suivant laquelle cette dernière s'effectue dans les cristaux[19]. D'autres questions liant propriétés optiques et cristallographiques amènent Brewster à envisager une nouvelle approche expérimentale, des remarques riches d'anticipation étant avancées.

En effet, s'il y a polémique quant à l'interprétation de la nature des cristaux, la coïncidence constamment observée entre l'axe de polarisation et celui de double réfraction pour les cristaux à un seul axe permet d'affirmer qu'on doit la considérer comme un fait établi, coïncidence propre à renforcer la construction de Huygens « *dans les limites des erreurs expérimentales, non seulement pour la calcite, mais pour tous les cristaux à un seul axe de double réfraction.* [20]» Plus généralement, Brewster, par la composition des forces qu'il suppose émanées de diverses directions, conclut que « *la forme du composé, un sphéroïde irrégulier, doit donc être estimée pour tous les cristaux réfractant doublement* [21]» et envisage de nouvelles recherches à propos « *de la forme des ellipsoïdes par laquelle leur double réfraction est calculée, et aussi de la position de leurs axes par rapport à leurs faces naturelles ou par rapport à certaines lignes de leurs formes primitives.* [22]» Mais, seule une mesure directe de réfraction opérée sur les cristaux donnera une réponse à ces questions selon Brewster. On revient ainsi à la méthode de Malus…

[18] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés", in *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1819, p197. La valeur de la vitesse du rayon extraordinaire se détermine au moyen d'un anneau situé près d'un des axes, là où la double réfraction est très faible selon Biot.

[19] « *Il me semble que l'observation des anneaux, peut bien offrir en général une confirmation utile et satisfaisante de ces lois lorsqu'elles sont déjà connues, mais qu'elle est incapable d'en donner une mesure précise et une démonstration rigoureuse.* » ibidem p199.

[20] D.Brewster, "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p267.
Voici le texte original : « *… within the limits of experimental errors, not only the phenomena of calcareous spar, but those of all other crystals with a single axis of double refrction.* »

[21] ibidem p270. Voici le texte original : « *The form of the compound, or irregular spheroid, may therefore be computed for all doubly refracting crystals.* »

[22] ibidem p271. Voici le texte original : « *… on the form of the ellipsoids by which their double refraction is regulated, and on the position of their axes with respect to their natural faces, or with respect to certain fixed lies in their primitiv forms.* »

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Et Biot, après avoir eu connaissance du travail de Brewster, propose une méthode de mesure de la déviation des rayons lumineux que l'on observe visuellement : c'est une amélioration de l'expérimentation faite par Malus.

Le cristal à étudier est accolé à un parallélépipède de verre[23] au moyen de petites gouttes de mastic mou qui, une fois étendues et refroidies, assurent l'adhésion des deux matériaux (voir **figure1**). Les faces CB et DG sont à peu près parallèles. La colonne Hh qui supporte le cristal se translate suivant l'axe horizontal AX de sorte à ce que l'observateur voit au moins l'un des deux rayons O et E coïncider avec une graduation entière de l'axe vertical AZ.

Selon la biréfringence du cristal, Biot le taille en lame à faces parallèles ou en prisme d'angle plus ou moins grand. Certaines coupes sont obliques au plan de section principale[24] et nécessitent l'adjonction du dispositif supplémentaire qui coulisse sur l'axe vertical (c'est la *fig.2* de notre **figure 1**), le rayon extraordinaire étant souvent dévié hors du plan formé par les axes gradués AX et AZ. Pour de bonnes mesures, il faut que les faces des prismes soient bien planes. Enfin, pour calculer avec toute la précision requise les vitesses des différents rayons - et déduire les indices optiques - la détermination des angles des prismes est cruciale.

Biot indique à propos de cette expérimentation : « *Les avantages de cette méthode… tiennent à deux choses : d'abord à ce que la précision de la mesure porte sur l'écart même des deux rayons, et non pas sur l'incidence absolue dans laquelle, en effet, une petite erreur n'est presque jamais d'aucune importance ; en second lieu, à ce que les alternatives de superposition et de séparation des traits remplissent, pour ainsi dire, l'office de verniers qui font juger avec une extrême exactitude, le point où chaque coïncidence est la plus parfaite.* [25]» Ce mode expérimental est désigné "méthode des coïncidences" par son auteur, laquelle permet de déterminer la position d'un rayon par rapport à l'autre[26]. Si l'on considère

[23] Ce qui aide à la réfraction des rayons fort inclinés. De plus, cette association réalise une achromatisation partielle, les rayons réfractés présentant moins de dispersion.

[24] Biot détermine la position de ce qu'il croit être la section principale du cristal en clivant une lame du cristal, et observe l'influence de cette dernière sur la polarisation d'un rayon lumineux et aussi sur l'obtention des teintes de la polarisation colorée par croisement avec d'autres lames.

[25] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p206.

[26] Il est probable que Biot soit redevable à Malus de cette méthode. A propos de toutes celles mises en œuvre par Malus lors de l'étude des réfractions de la calcite, Biot confie : « *Ce résultat peut se vérifier… par des observations d'amplitude, en mesurant l'écart des deux rayons ordinaire, extraordinaire, après qu'ils ont traversé une plaque de l'épaisseur e… Malus a fait des observations*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

les indices optiques, cette méthode fournit la valeur d'un indice en fonction de l'autre. Pour obtenir, la valeur absolue des indices, Biot doit procéder à une mesure annexe, comme nous le verrons.

Les cristaux à un axe sont les premiers objets d'observation[27]. La loi de Huygens est aisément validée dans un plan perpendiculaire à l'axe puisque la constance du rapport des sinus pour les deux rayons est vérifiée. Alors, chaque réfraction ne dépend plus que d'une seule constante et « *l'observation montre que la vitesse extraordinaire, considérée dans le système de l'émission, surpasse la vitesse ordinaire ; le contraire a lieu dans le spath d'Islande et dans les cristaux que j'ai appelés répulsifs… on peut conclure avec assurance que cette loi* (celle de Huygens)*, déjà si exactement réalisée dans le spath d'Islande, ne l'est pas avec moins d'exactitude dans le cristal de roche ; avec cette seule différence, que, dans la première de ces substances, l'ellipsoïde, dans la construction de Huygens, est aplati à ses pôles ; au lieu que, dans la seconde, il est allongé.* [28]» Biot confirme ce qu'il avançait dans un précédent mémoire[29].

Ensuite, la réfraction est mesurée dans des situations nombreuses et diverses[30]. Le traitement mathématique des mesures par l'application du principe de moindre action - initialement mis en oeuvre par Laplace - donne des résultats concordants pour les valeurs des indices optiques. Tout ceci est validé par une étude

de ce genre sur une plaque de spath d'Islande… » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome3, Deterville, Paris, p345.

27 Le spath d'Islande est considéré sans intérêt car trop étudié. Le quartz est le seul cristal à un axe parmi ceux étudiés par Biot ; les topazes limpide et jaune, la chaux sulfatée anhydre et l'euclase se classent parmi les cristaux à deux axes.

28 J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p211. Biot constate également avec le béryl la loi de Huygens : c'est un cristal à un seul axe répulsif comme le spath d'Islande. Au préalable, il s'est assuré de la position de l'axe du cristal par une expérience en lumière convergente. Biot remarque que les anneaux ne sont pas parfaitement formés et attribue cette irrégularité à une compression extérieure qu'auraient subie les aiguilles de béryl lors de leur formation. Mais ces anomalies n'ont pas d'influence perceptible sur la double réfraction du minéral, assure-t-il.

29 « *Dans les cristaux à double réfraction attractive, cet ellipsoïde est allongé à ses pôles ; dans les cristaux à double réfraction répulsive, il est aplati aux pôles et renflé à l'équateur*. » : J.B Biot, "Sur la nature des forces qui produisent la double réfraction", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, p233. Ce mémoire fut lu à l'Institut le 2 janvier 1815.

30 Biot expérimente avec une grande variété de prismes d'angles différents dont les arêtes sont parallèles à l'axe. Des observations sont aussi faites par rapport à d'autres faces de ces prismes. Enfin, il mesure la réfraction des rayons avec des prismes dont la première face est parallèle à l'axe et la seconde lui est oblique (voir **figure 2**), puis la réfraction des rayons avec des prismes dont la première face est perpendiculaire à l'axe et la seconde lui est parallèle (voir **figure 3**), enfin dans des plans obliques à la section principale.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de la réflexion intérieure des rayons à la seconde surface du cristal de quartz : « *l'observation de ces phénomènes est donc encore une épreuve propre à vérifier l'application de la loi de Huygens, et elle est même nécessaire pour en constater la généralité.* [31]»

Biot, après avoir effectué de nombreuses épreuves (voir **tableau 1**), résume ses principaux résultats sous le titre d'*éléments des deux réfractions* (voir **tableau 2**). Il éloigne toute ambiguïté concernant la nature des deux rayons : celui qui est extraordinaire est moins réfracté que l'ordinaire[32]. Le quartz est donc un cristal attractif, contrairement au spath d'Islande, et ce fait devient visible et par conséquent indubitable par l'observation directe de la position des deux rayons. Biot avait mis en évidence, de manière indirecte, cette caractéristique du quartz au moyen de la polarisation colorée. La lecture du **tableau 2** confirme que l'indice extraordinaire surpasse l'indice ordinaire. Cette étude de la double réfraction conforte définitivement les premiers travaux de Biot, et l'opinion qu'il avançait à propos de la nature des cristaux - que Brewster jugeait hypothétique - est devenue un fait avéré.

Biot compare aussi ses résultats à ceux de Malus et insiste sur la valeur de la différences des carrés des vitesses (voir **tableau 2**) : alors que ce dernier avait trouvé 0.030261, lui a obtenu 0.028596, valeur que Biot estime plus juste à cause du mode opératoire[33]. Grâce à la "méthode des coïncidences" qui permet la détermination directe de cette quantité, l'exactitude de celle-ci est plus sûre ; alors que Malus avait fait des mesures absolues[34] d'indice avant d'en faire la différence des carrés, estimant à chaque fois la partie moyenne du spectre, ce qui entache d'autant les résultats. Cependant, il faut tempérer les résultats de Biot, comme nous l'avons signalé plus haut. Pour atteindre les valeurs absolues des indices, il est

[31] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p304.

[32] Biot s'en assure au moyen d'un cristal de tourmaline.

[33] A propos de l'exactitude des mesures de Biot : actuellement, nous avons pour le quartz avec la raie D du sodium, n_e = 1,5533 et n_o = 1,5442, soit une différence des carrés de 0,028187 proche de celle de Biot valant 0,028596. L'écart n'est que de 1,45%, mais Biot travaillait en lumière blanche, visait le milieu du spectre, et avait raison de considérer ses mesures plus exactes que celles de Malus (à seulement 7,35% de la valeur actuelle).
Les valeurs des indices de Biot sont à 0,24% de la valeur actuelle, et toutes deux un peu trop fortes. Ce qu'il faut souligner c'est que les écarts respectifs des indices optiques en rapport avec nos valeurs actuelles sont de 0,0038 pour l'indice extraordinaire et 0,0037 pour l'indice ordinaire. Cette homogénéité des écarts nous renseigne à propos de la sensibilité du mode opératoire et nous indique le soin apporté par Biot aux mesures. Une variation de la troisième décimale de l'indice est décelable.

[34] Malus a aussi utilisé la méthode des coïncidences qu'il a imaginée, mais accessoirement.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

nécessaire de déterminer directement l'un des indices, en l'occurrence l'indice ordinaire au moyen d'un prisme de quartz placé au minimum de déviation.

Toutes ces mesures n'ont de sens que si elles sont justifiées par le calcul. Ainsi, l'application du principe de moindre action effectuée par Laplace avec la calcite va être reprise. Biot utilise pour l'expression analytique du carré de la vitesse des particules du faisceau extraordinaire, la relation suivante :

$$V^2 = \frac{1}{b^2} - (\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}).\sin^2 \mu$$

avec a et b : coefficients dont les inverses correspondent à nos indices optiques actuels, et μ : angle entre l'axe du cristal et le rayon extraordinaire. La réussite est complète puisque la théorie confirme la mesure, c'est-à-dire que Biot parvient à retrouver la position des rayons sur les axes gradués de l'appareil expérimental ; et cette recherche avec le quartz va servir de référence à l'analogie appliquée par Biot à l'étude des cristaux à deux axes.

Avant de généraliser la loi de la double réfraction à tous les cristaux, Biot reçoit, à sa demande, une confirmation supplémentaire de la construction de Huygens par une nouvelle méthode expérimentale : « *on sait que MM.Arago et Fresnel ont découvert, pour la mesure des réfractions, un procédé d'une extrême exactitude, fondé sur les phénomènes de la diffraction de la lumière. Ce procédé, appliqué à des lames cristallisées douées de la double réfraction, rend sensibles les plus petites différences de vitesse des rayons qui les ont traversées dans des sens connus… Ce procédé est donc extrêment propre à vérifier les lois de la double réfraction dans toutes les substances, soit à un axe, soit à deux axes, et MM.Arago et Fresnel avaient depuis longtemps le dessein d'en faire cette application ; mais quelques dispositions particulières à introduire dans les détails d'expériences, les ont empêchés jusqu'ici de se livrer à ce travail. Cependant, ils ont voulu, à ma sollicitation, faire, avec leurs appareils, un simple essai sur une lame de cristal de roche parallèle à l'axe, que je leur ai remise… D'où l'on voit que l'application de la loi de Huygens au cristal de roche n'est pas douteuse ; et ensuite que la diffraction, ainsi employée par MM.Arago et Fresnel, fournit, pour déterminer la loi de la*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

double réfraction dans toutes les substances, une seconde méthode très-exacte… [35]»

Fort de ce succès avec le quartz, Biot s'intéresse maintenant aux cristaux à deux axes : « *Je considère d'abord, qu'en appliquant à la marche de la lumière dans un cristal quelconque le principe de moindre action comme l'a fait M.Laplace, il ne reste qu'à découvrir la loi des vitesses ; car, lorsqu'elle sera donnée, l'application seule du principe déterminera la marche des rayons. Maintenant, pour découvrir cette loi des vitesses, je remarque qu'en général, dans les cristaux réguliers, jusqu'à présent connus, il existe deux directions, et non davantage, suivant lesquelles l'écart des deux rayons réfractés est nul. Cela est conforme aux expériences mêmes du docteur Brewster, et j'avais aussi constaté ce fait sans le connaître*[36]*. La chose est d'ailleurs évidente par cela seul que les phénomènes de couleurs, qui accompagnent par-tout ailleurs la double réfraction, sont nuls dans les directions dont il s'agit. Ces deux directions sont ce que j'appelle* les axes *du cristal ; et ce point de vue embrasse aussi les cristaux à un seul axe, en les considérant comme ayant deux axes réunis en un seul, c'est-à-dire séparés par un angle nul.* [37]» Le début de cette citation montre bien que Biot agit en physicien, en expérimentateur : il détermine la loi des vitesses des rayons par rapport aux lieux remarquables que sont les axes optiques des cristaux puis applique le principe de

[35] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p212-213.
Fresnel a déposé son Mémoire sur la diffraction pour le prix organisé par l'Institut le 29 juillet 1818, le concours étant fermé le 1er août 1818. Ce travail est couronné par l'Institut lors de la séance du 15 mars 1819 et la distribution des prix a lieu le 22 mars 1819 lors d'une séance publique. La commission était composée de Biot, Laplace, Arago, Gay-Lussac et Poisson. Lorsque Biot lit son propre mémoire sur la double réfraction le 22 mars 1819, il connaît très bien le travail scientifique de Fresnel et a eu le temps de le comprendre. Peut être subsiste-t-il un doute dans l'esprit de Biot quant à l'étendue des applications de cette théorie de la diffraction lorsqu'il indique, nous citons, « *l'application de la loi de Huygens n'est pas douteuse…* ». Mais, Biot est certain de la précision de la méthode de mesure qu'elle offre. On ne peut se détourner de l'idée d'assister à un test supplémentaire, lorsque Biot indique que lors d'une modification de l'incidence, le rapport des déplacements des franges est à un quarantième près le même que celui indiqué par la construction de Huygens. De plus, la concordance de la mesure de la vitesse du rayon extraordinaire entre la théorie de la diffraction et celle de Biot est assurée à un quatre millième près. Etant conscient de la précision de cette nouvelle méthode, Biot se rassure aussi à propos de la sienne…

[36] Lors de l'étude en incidence oblique des lames de mica, Biot soupçonne l'existence de plus d'un axe. J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux" in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, Firmin Didot, 1814, Paris, p315-371.

[37] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p226. Nous rappelons que lors de l'étude de la polarisation colorée du mica, Biot a remarqué deux directions dépourvues de teintes qui ne sont pas disposées orthogonalement, et ceci dès 1812.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

moindre action pour justifier des mesures. Biot procède à de nombreuses mesures avec principalement la topaze. Nous avons souligné que la précision des mesures de Biot - avec le quartz - rend sensible une variation de la troisième décimale des indices optiques. Or, les calculs de Biot à partir des mesures faites avec la topaze ne renferment que l'utilisation de deux indices[38], comme avec un cristal à un seul axe.

Comment se fait-il que Biot ne se soit pas aperçu que la topaze possède trois indices optiques ? L'écart de 0,0024 entre les indices n_m et n_p peut-il être mis en évidence par l'appareil expérimental de Biot ? La rédaction du mémoire ne laisse guère de doute : Biot ne recherche pas la détermination des indices optiques, mais a justifié la marche des rayons réfractés. Détaillons la démarche opératoire de Biot qui est très instructive.

Il commence par déterminer la position des axes optiques de la topaze. Bien qu'étant un minéral très dur, la topaze se clive aisément suivant un plan, et donne de belles lames à faces parallèles. La lumière réfractée par la lame de topaze est analysée au moyen d'un spath achromatisé. En absence de cette lame, toute la lumière incidente, qui est polarisée, forme l'image ordinaire du spath. L'interposition de la lame de topaze, éclairée en incidence perpendiculaire, produit deux images, mais par la rotation de la lame autour du rayon incident, on ne laisse subsister que l'image ordinaire dans l'analyseur. Biot repère ensuite une autre position à 90° de la précédente qui donne aussi une seule image ordinaire dans le spath. Il place alors le plan d'incidence à 45° des deux directions rectangulaires précédemment déterminées, et bascule la lame vers le faisceau d'incidence. Selon qu'on incline l'une des deux directions perpendiculaires repérées, l'observation diffère radicalement. Dans un cas, on distingue toujours deux rayons, mais dans l'autre cas, il y a une inclinaison pour laquelle il n'y a qu'un seul rayon. Une position symétrique par rapport au plan de la lame offre la même singularité. Biot détecte ainsi les deux axes optiques : « *d'où il suit que la normale, à cette face, divise en deux parties égales leur inclinaison mutuelle, qui, d'après mes expériences, se trouve être de 63°14' dans la topaze limpide.* [39]» Ainsi, le plan qui contient les deux axes de la topaze est perpendiculaire aux faces de clivage. Après que cette importante caractéristique de la

[38] La topaze limpide a trois indices optiques qui valent : n_g = 1,6250 ; n_m = 1,6180 ; n_p = 1,6156. in G.Bruhat, *Optique*, sixième édition, Dunod, Paris, 1965-1992-2005, p470.

[39] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p331.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

topaze a été mise en évidence, les expériences menées par Biot vont être de deux sortes selon les faces d'incidence et d'émergence empruntées par la lumière.

Dans la première série d'expériences, la lumière traverse deux faces perpendiculaires aux faces de clivage (voir **figure4**). La figure qui donne le trajet des rayons est notre **figure5** [40]. Les résultats de ces mesures sont consignés au **tableau3**, grâce auquel nous constatons que Biot a pris la précaution de faire des mesures également avec la face opposée P'P' à celle d'incidence PP. Ainsi, les imperfections liées au parallélisme des faces s'en trouvent en partie corrigées.

Les mesures précédentes sont ensuite comparées aux calculs (voir **tableau4**). Les troisième et quatrième colonnes indiquent les écarts respectivement observé et calculé des rayons ordinaire et extraordinaire. La cinquième colonne donne l'excès entre l'observation et le calcul, la sixième l'excès moyen entre des mesures effectuées avec les faces opposées du cristal. De tout cela, Biot conclut : « *les erreurs des résultats partiels sont presque uniquement dues à un petit défaut d'exactitude dans le sens suivant lequel on a taillé les faces : car elles deviennent insensibles dans les résultats accouplés où elles sont détruites par le retournement. Alors la théorie se trouve parfaitement satisfaite.* [41]»

Dans une seconde série d'expériences, Biot réalise des mesures par rapport à d'autres faces du cristal. Le dispositif expérimental est celui de la **figure 6**, le trajet de la lumière étant signifié au moyen de la **figure 7**. Cette fois-ci, la face d'incidence est parallèle au plan contenant les deux axes optiques, la face d'émergence est quant à elle à 90° et correspond à une face de clivage. De la sorte, Biot a une grande diversité de mesures par rapport aux axes optiques du cristal. C'est ce qu'il importe de remarquer ; en revanche, les tableaux de mesures qui se rapportent à cette nouvelle série d'épreuves n'apportent rien de nouveau, et nous ne les reportons pas. La chose essentielle est maintenant de savoir par quels calculs Biot va réussir à justifier précisément les mesures. A la fin de la citation ci-dessus, Biot évoque l'application de la théorie. Quelle est-elle ?

[40] La face CCCC est face de clivage. Le rayon incident entre dans le cristal par la face inférieure PPPP et sort par la face SSSS.

[41] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p348-349.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Nous avons vu que Biot se réfère au travail de Laplace, lequel a appliqué le principe de moindre action aux cristaux dotés d'un seul axe avec le succès que nous connaissons. Biot va étendre ce principe à tous les cristaux : « *l'analogie porte donc à penser que, dans le cas général de deux axes, la différence des quarrés des vitesses sera encore exprimée par une fonction du même genre, c'est-à-dire du second degré par rapport aux deux axes du cristal : or la fonction la plus générale de cet ordre est composée de trois termes, dont deux sont les quarrés des sinus des angles formés par le rayon réfracté avec chacun des deux axes, et le troisième est le produit de ces mêmes sinus ; mais les termes qui contiennent les sinus isolés doivent disparaître d'eux-mêmes, en vertu des coefficients qui les affectent, puisque la double réfraction devient nulle suivant chacun des axes, ce qui rend alors les vitesses égales ; il ne peut donc rester que le troisième…*[42]» et il énonce la nouvelle loi des vitesses dans les cristaux à deux axes, pendant de celle des cristaux à un seul axe : « *le quarré de la vitesse extraordinaire sera égal au quarré de la vitesse ordinaire, plus un terme proportionnel au produit des sinus des angles formés par chacun des deux axes avec le rayon réfracté extraordinairement*. [43]» Cette nouvelle loi s'écrit :

$$V_1^2 = {}_1V^2 + k.\sin u'.\sin u''$$

avec V_1^2 : carré de la vitesse du rayon extraordinaire, ${}_1V^2$: carré de la vitesse du rayon ordinaire, u' et u" : les angles formés par le rayon réfracté extraordinaire avec chacun des axes, k : coefficient positif ou négatif qui signe la nature du cristal.

Biot exprime maintenant la position des rayons par rapport aux axes[44] au moyen de relations de trigonométrie sphérique :

$$\begin{cases} \cos u' = \sin\lambda'.\sin\theta_1'.\cos(\pi_1' - a') + \cos\lambda'.\cos\theta_1' \\ \cos u'' = \sin\lambda''.\sin\theta_1'.\cos(\pi_1' - a'') + \cos\lambda''.\cos\theta_1' \end{cases}$$

Le positionnement des rayons est repéré par des coordonnées angulaires et suivant divers plans. Le trajet des rayons est devenu un grand problème

[42] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p228.
[43] ibidem p228. Biot a été guidé par le fait que si l'angle entre les deux axes est nul, on obtient à nouveau le cas des cristaux à un seul axe et la construction de Huygens : « *les cristaux à un seul axe ne sont qu'un cas de racines égales* »
[44] « *la direction absolue des deux axes du cristal est le seul élément essentiel des résultats* » : ibidem p232.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

d'astronomie où les "distances azimutales" et les "distances zénithales" sont les variables.

Ensuite, Biot combine la loi des vitesses avec le principe de moindre action, selon les conditions « *que M.Laplace a établies dans les mémoires de l'Institut pour 1809* [45]», et finalement, parvient à déterminer ce qu'il recherche : la position relative des rayons émergents sur les axes gradués AX et AZ afin de la comparer à celle des mesures. Comme nous l'avons vu par la lecture des *écarts calculé et mesuré* rassemblés dans le **tableau 4**, le but est atteint : l'analyse mathématique, une nouvelle fois, est parvenue à rendre compte du phénomène - ici la double réfraction - et les principes de la mécanique ont encore montré toute leur universalité. En supposant - ce dont ne doute pas Biot - que des forces émanent de lignes particulières - les deux axes optiques du cristal - il a étendu et généralisé la double réfraction à tous les cristaux. Mais, en quoi l'optique des cristaux a-t-elle progressé ?

On sait déjà, depuis les travaux de Huygens confortés par ceux de Malus, que les cristaux à un axe ont toujours un rayon ordinaire polarisé suivant le plan de section principale et un rayon extraordinaire polarisé perpendiculairement à ce plan. Au moyen de l'expérience, Biot constate que les rayons des cristaux à deux axes sont polarisés en fonction de la position qu'ils ont par rapport à ces axes : « *…menez par chacun d'eux un plan qui contienne le rayon ordinaire ; ce rayon est polarisé dans un sens exactement intermédiaire entre ces deux plans, et le rayon extraordinaire l'est dans un sens perpendiculaire, en répétant pour lui une construction analogue. Dans toutes les observations que j'ai faites avec la topaze, le sens de polarisation des faisceaux tant ordinaires qu'extraordinaires s'est toujours*

[45] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p229. Biot fait référence au "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes", lu le 30 janvier 1809. Par ailleurs, il cite une seule fois un théorème démontré par Ampère sur cet objet, lu le 27 mars 1815, qui est intitulé "Démonstration d'un théorème d'où l'on peut déduire toutes les lois de la réfraction ordinaire et extraordinaire", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 14, p235-248. L'idée de ce travail est venue à Ampère par « *la découverte qu'a faite M.Biot de deux axes de polarisation dans le mica,* [qui] *doit faire soupçonner que la loi du mouvement de la lumière dans cette substance… pourrait être plus compliquée et dépendre de deux angles déterminant la direction du rayon*. » ibidem p235-236.
Ce travail d'Ampère est simplement signalé par Biot dans son *Traité de physique*, au tome3, p353, sans détail, et sans indiquer quel avantage il procure. Dans son mémoire "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisées", Biot cite l'existence du travail d'Ampère par une simple indication p185, ne s'en sert pas explicitement, mais souligne surtout l'importance du mémoire initiateur de Laplace sur la double réfraction de 1809.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

trouvé parfaitement conforme à cette loi. [46]» Ainsi, Biot a correctement déterminé les plans de polarisation des rayons[47]. Puisque le plan de polarisation des deux rayons réfractés est changeant par rapport aux deux axes selon la direction du rayon incident, pourquoi Biot s'autorise-t-il à les distinguer en rayons ordinaire et extraordinaire [48] ?

Deux éléments plaident en faveur de cette différentiation, tous liés à l'analogie, l'un de caractère logique, l'autre déduit de l'expérience. La loi des vitesses proposée par Biot dérive de celle des cristaux à un axe. Il n'échappe pas à la sagacité de ce savant que lorsque les deux axes optiques n'en font plus qu'un seul, le plan de polarisation du rayon ordinaire contient l'axe optique. Le second élément relatif à l'expérience incline Biot à généraliser ce qu'il mesure. Au moyen d'un montage subsidiaire, il détermine l'indice ordinaire n du cristal, puis se servant des résultats expérimentaux, déduit le second indice n' à partir du premier : « *la valeur de* $n'^2 - n^2$ *étant positive,* n' *est plus grand que* n*, et la vitesse extraordinaire* V_1 *se trouve constamment plus grande que la vitesse ordinaire* $_1V$*. De là résulte cette conséquence : si l'on coupe dans le cristal une face perpendiculaire à la ligne qui divise l'angle des axes en deux parties égales ; et si, ayant pris sur cette face un azimuth d'incidence perpendiculaire au plan des deux axes, on introduit suivant cette direction dans le cristal un rayon naturel qui se partage en deux faisceaux par l'effet de la double réfraction, le faisceau extraordinaire se rapprochera toujours du plan des deux axes plus que le faisceau ordinaire, comme s'il était attiré vers ce plan. L'effet contraire aurait lieu si* $n'^2 - n^2$ *était une quantité négative ; alors le faisceau extraordinaire s'écarterait du plan des deux axes plus que le faisceau ordinaire, de même que s'il était repoussé.* [49]» En définitive, tout semble se passer -

[46] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p233.

[47] Dans son "Premier mémoire sur la double réfraction" lu à l'Académie des sciences le 19 novembre 1821, Fresnel conserve cette dénomination qui permet de distinguer aisément les deux rayons. Bien qu'aucun des rayons ne soit ordinaire, ce que Fresnel démontre par l'expérience puis par l'analyse. Par facilité, on qualifie d'ordinaire le rayon dont le plan de polarisation est intermédiaire à ceux qu'il forme avec les deux axes optiques.

[48] La question ne se pose pas avec les cristaux à un axe : le rayon ordinaire est polarisé dans le plan fait par l'axe du cristal et le rayon incident, le rayon extraordinaire dans le plan perpendiculaire.

[49] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p345-346.
Trois topazes sont utilisées, une *d'un blanc un peu bleuâtre*, une deuxième *extrêmement limpide et pure*, une troisième *jaune du Brésil*. C'est lors de l'étude de la deuxième que Biot détaille bien la distinction qu'il fait entre les deux rayons réfractés. La figure 9 de l'**annexe 4** nous révèle la méprise

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

parce que Biot a choisi cet azimut particulier - comme avec un cristal à un axe, et pour conforter son opinion, il fait remarquer que si l'angle entre les deux axes devient nul, alors on retrouve le cas des cristaux à un seul axe[50], signés par la différence $n^{'} - n$.

Ainsi, c'est de l'observation de la position des rayons réfractés selon leur nature que Biot a très probablement obtenu la loi des vitesses liant celle du rayon extraordinaire à celle du rayon ordinaire. L'analogie a entraîné une erreur de principe parce que Biot se conforme à l'opinion communément admise parmi les physiciens d'alors que dans tous les cristaux existe un rayon ordinaire. Biot ne fait pas exception, se réclame de cette opinion comme sa formule des vitesses le prouve sans ambiguïté[51]. La même question revient : aurait-il pu néanmoins s'apercevoir de l'existence d'un troisième indice optique ?

De prime abord, la précision offerte par son dispositif expérimental nous invite à le supposer, car le mode opératoire est très performant. Seulement Biot ne cherche nullement à mettre en évidence une quelconque singularité optique des cristaux à deux axes par rapport à ceux à un axe. Il réaffirme toutes les potentialités des principes de la mécanique et l'importance des axes d'où émanent les forces responsables de la déviation des corpuscules constituant chaque rayon, et ne s'intéresse pas aux indices optiques et à leur mesure puisque ceux-ci ne sont que des

---

de Biot. Le plan xOy est bien celui perpendiculaire au plan contenant les axes optiques du cristal et à la bissectrice des deux axes optiques. L'une des nappes décrit un cercle de rayon n_g, l'autre une ellipse de demi-axes n_p et n_m. La première respecte la loi de Descartes de la constante du rapport des sinus et incite à penser qu'un rayon ordinaire existe comme avec les cristaux à un axe : l'homogénéité des mesures obtenues par Biot l'a incité à une telle affirmation. Dès que le plan d'incidence ne coïncide plus avec l'un des trois plans définis à partir des axes xyz, c'est le rayon le plus dévié qui est ordinaire si le cristal est positif, et le contraire pour un cristal négatif.

50 Pour compléter la note précédente, si on confond n_p et n_m, qui sont de valeurs proches, on obtient les nappes d'un cristal à un axe.

51 Pour les cristaux à un axe, Laplace a utilisé la formule des vitesses, que nous avons déjà rappelé et qui est la suivante : $V^2 = \frac{1}{b^2} - (\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}).\sin^2\mu$. Elle ne diffère en rien de l'actuelle formule provenant de la théorie des ondes : avec les indices, nous avons $\frac{1}{n^{'2}} = \frac{1}{n_o^2} + (\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2}).\sin^2\alpha$, formule qui devient en exprimant les vitesses contenues dans les indices $V'^2 = V_o^2 - (V_o^2 - V_e^2).\sin^2\alpha$. Les théories corpusculaire et ondulatoire donnent les mêmes relations. En revanche, avec les cristaux à deux axes, il en va autrement. La théorie ondulatoire indique $\frac{1}{n^{'2}} = \frac{1}{n^{''2}} + (\frac{1}{n_p^2} - \frac{1}{n_g^2}).\sin\alpha'.\sin\alpha''$, transposable en $V^{'2} = V^{''2} + k.\sin\alpha'.\sin\alpha''$. Biot propose la formule $V^{'2} = V_o^2 + k.\sin u'.\sin u''$ qui offre une seule différence, la constance de la vitesse V'' qu'il fixe égale à celle V_o d'un rayon ordinaire. in Fleury & Mathieu, *Images optiques*, Editions Eyrolles, Paris, 1962, p200 et 215.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

auxiliaires de calcul. La détermination des trajets des rayons nécessitent six équations composées de termes incluant les deux indices n et n', et de nombreux angles. Ce calcul s'effectue progressivement à cause de la complexité des équations : « *la résolution rigoureuse des équations (5) et (6) serait assez compliquée ; mais elle n'est point nécessaire : car on peut, à l'aide d'une approximation fort simple, en tirer les valeurs de* a *et* n' *avec toute l'exactitude que les observations les plus précises peuvent exiger… Maintenant, pour une première approximation, j'emploie* n *au lieu de* n', *pour calculer les termes où* n'^2 *entre comme diviseur. Cela revient évidemment à négliger d'abord le quarré de* $n'^2 - n^2$ *qui, en effet, est une extrêmement petite fraction.* [52]»

Biot parvient à l'équation suivante avec la première série de mesures provenant du montage illustré par notre **figure 4** :

$$0.02562738 - 0.6944095.\frac{(n'^2 - n^2)}{n'^2}.\sin^2 a = (n'^2 - n^2).\cos^2 a$$

avec les deux indices optiques et a : demi-angle entre les axes du cristal[53].

Les approximations faites par Biot sont insensibles à la mesure. Certes, l'exactitude du calcul numérique est tributaire de la précision avec laquelle l'angle 2a entre les deux axes du cristal est connu. Pour la première topaze, Biot propose une valeur qui ne laisse pas de doute quant à sa précision : 32° 56' 7". Ceci est important car la théorie mise en œuvre suppose un lieu (ou des lieux) précisément connu d'où émane une force responsable de l'effet constaté, ici les deux axes du cristal auxquels on attribue la cause de la réfraction extraordinaire. Cette force complètement inconnue ne peut s'expliciter, mais agit masquée au travers du principe de moindre action. Bien sûr, la position des plans de polarisation des rayons ne peut être démontrée directement au moyen de l'analyse mathématique, seule la position relative des rayons indique à Biot leur nature d'après l'expérience. Continuons à scruter les résultats.

---

[52] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p339-340.
Le fait de confondre n' et n entraîne un écart de 3 millièmes sur le second terme du premier membre de ces équations.

[53] ibidem p344.
C'est la première série de mesures faites avec la première topaze, *d'un blanc légèrement bleuâtre*. Biot rapporte la position angulaire du rayon réfracté par rapport aux axes du cristal, ce qui nécessite la connaissance de l'angle 2a entre les deux axes. C'est un facteur supplémentaire d'imprécision. Notons que l'actuelle théorie des ondes a éludé cette mesure puisque 2a se détermine au moyen des trois indices optiques.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Une seconde série de mesures obtenues grâce au montage de notre **figure 6** permet d'affiner la valeur de n'. Biot ne détaille pas la manière par laquelle il parvient à la valeur de cet indice. En résumé, avec cette topaze, il a trouvé n' = 1,64049 après avoir mesuré l'indice ordinaire n = 1,63045 par une méthode absolue[54].

Afin de conforter cette étude, Biot recommence des mesures avec une seconde topaze, *extrêmement limpide et pure*. Surtout, il introduit un élément nouveau pour mener cette expérimentation : il observe les positions des rayons au moyen d'une *plaque colorée d'un orangé-rougeâtre* [55]. Il s'agit d'une des premières mesures en lumière quasi-monochromatique. Toute la démarche reste la même : détermination des positions des axes optiques, mesure de l'indice ordinaire absolu (voir **tableau 5**), observation de la position des rayons au moyen des deux montages (voir **figures 4 et 6**) et validation par la théorie. Les résultats relatifs aux indices sont présentés au **tableau 6**. Nous voyons que la différence des indices est positive et vaut 0,0099, la valeur moderne n_g - n_p étant de 0,0094. L'écart avec nos valeurs contemporaines s'est resserré, peut-être à cause de l'utilisation du verre coloré d'une teinte plus proche de la raie D du sodium que ne l'est le milieu du spectre qu'il faut par ailleurs bien estimé. On peut aussi conclure que les mesures et la théorie qui leur est appliquée forment un ensemble tout à fait remarquable : Biot a réussi à justifier le trajet des rayons réfractés dans la topaze, tout en ne considérant que deux indices optiques. La même question revient : pourquoi Biot ne soupçonne-t-il pas l'existence d'un troisième indice optique avec la topaze ? La simple constatation des performances du dispositif de Biot nous incite à croire en une possibilité de discerner ce troisième indice pour les cristaux à deux axes. Mais ce doute va être levé par l'expertise d'Augustin Fresnel lui-même.

54 J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p345. Nous avons déduit cette valeur de n', car Biot ne donne que n'² ! La différence de ces indices vaut 0,01004. Actuellement, nous avons n_g = 1,6250 ; n_m = 1,6180 ; n_p = 1,6156. La différence n_g - n_p est de 0,00940. Nous n'affirmons pas que Biot ait voulu déterminer ces deux indices, cependant il faut bien admettre que sa "méthode des coïncidences" est d'une bonne exactitude, comme semble le prouver l'écart relatif des indices.

55 ibidem p354-355.
Auparavant, les expériences ont été menées en lumière blanche, Biot visant probablement le centre du spectre de dispersion comme Malus. Les renseignements à ce propos ne sont pas nets.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

En 1821, Fresnel commence la publication de ses travaux sur la double réfraction[56]. Pour vérifier la validité de sa théorie, il emploie les mesures et les observations de Biot et Brewster[57]. Regardons surtout celles qu'il emprunte à Biot.

Voici, d'une manière concise, l'analyse faite par Fresnel : « *Ainsi la différence qu'il y a entre la loi des vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires adoptée par M.Biot, et celle qui résulte de ma construction, dépend uniquement de ce qu'il a supposé la vitesse des rayons ordinaires constante, tandis qu'elle ne l'est pas dans ma construction… Toutes ses expériences, excepté celles dans lesquelles il a mesuré la réfraction absolue des rayons ordinaires, ont pour unique objet de déterminer l'écart des deux images ; or cet écartement dépend principalement de la différence de vitesse des deux faisceaux dans le cristal ; et d'après la méthode qu'il emploie ; une petite erreur sur leurs réfractions absolues n'en produit point de sensible dans leur écartement, lorsque la différence des vitesses est exacte…* [58]» Des applications numériques indiquent la différence issue des calculs des deux théories rivales.

La comparaison de ces deux théories est rendue aisée parce qu'on passe de l'une à l'autre en "renversant les carrés des vitesses", l'utilisation directe des vitesses avec le principe de moindre action pour le système de l'émission répond à celle des inverses de ces vitesses avec le principe de Fermat pour le système des ondes. Pour caractériser la topaze qui va servir à Fresnel d'objet d'études, ce dernier mesure en faisant interférer la lumière au moyen du dispositif d'Young. Devant chaque fente, on place une lame de topaze limpide de même épaisseur, taillée selon des directions perpendiculaires, mais de sorte à ce que les rayons ordinaires soient relatifs au même indice. La coupe choisie par Fresnel lui assure une "différence de vitesse maximale" pour les rayons extraordinaires, ainsi l'expérience possède une

[56] Leur genèse est complexe du fait des notes, suppléments et extraits lus à l'Académie des sciences. Cette institution reçoit le *Premier mémoire sur la double réfraction* le 19 novembre 1821. in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, quatrième section, p257-623.

[57] A.Fresnel, "Note sur l'accord des expériences de MM.Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, p443-458. Cette note est datée par Fresnel du 27 mai 1822, et porte sur une étude critique des résultats présentés par Brewster dans son mémoire "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies", in *Philosophical Transactions*, London, 1818, p199-273, et par Biot dans son mémoire "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisées", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1820, p177-384.

[58] A.Fresnel, "Note sur l'accord des expériences de MM.Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, quatrième section, p443-444.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

sensibilité optimale[59]. En prenant l'indice optique le plus petit n_p égal à l'unité, Fresnel calcule - avec ses mesures reposant sur le principe des interférences - que la différence $\beta = 1 - \frac{1}{n_m^2}$ = 0,00338 et $\gamma = 1 - \frac{1}{n_g^2}$ = 0,01222. A partir des mesures que Biot a effectuées avec une topaze *extrêmement limpide et pure* mais tirée d'un autre cristal, et pour le cas le plus défavorable, Fresnel conclut que β = 0,00335 et γ = 0,01218. On peut constater de suite l'homogénéité de ces valeurs et juger de l'extrême précision du mode opératoire de Biot, mode étranger aux mesures interférentielles[60].

Après la détermination de ces deux constantes β et γ, Fresnel applique sa théorie pour laquelle les rayons ordinaires ont des vitesses différentes, et compare avec celle de Biot qui suppose la constance de la vitesse des rayons ordinaires : la différence de position est de 2" d'arc à laquelle Fresnel ajoute deux autres secondes d'arc pour des inexactitudes de calcul. Nous avons au maximum un écart de 4" entre les deux théories alors que l'appareil de Biot est sensible à 20" près selon Fresnel[61]. Pour des cas limites, l'écart ne dépasse pas 3", c'est-à-dire 5" au maximum. En conséquence, malgré la sensibilité de son dispositif, Biot ne peut, par l'expérience, discerner que le rayon qu'il considère comme ordinaire ne l'est pas. La découverte des trois indices que possèdent les cristaux à deux axes lui échappe.

Cependant, Fresnel rend hommage à l'habilité et à la sagacité de Biot et explique la raison de l'inefficacité de son expérience à découvrir les trois indices des cristaux à deux axes : « *Ainsi les mesures de M.Biot sur la double réfraction de la topaze présentent une preuve expérimentale très importante de l'exactitude de ma construction. Mais par leur nature même elles ne peuvent servir à vérifier la loi qui en résulte que relativement à la différence des carrés des rapports inverses des vitesses, et non pas dans les valeurs absolues qu'elles donnent des vitesses.* [62]» A propos des expériences de Brewster, Fresnel ajoute : « *Il en est de même des*

[59] Cette expérience et les mesures afférentes proviennent d'un mémoire antérieur à celui de la "Note sur l'accord des expériences de MM.Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde", intitulé "Second supplément au mémoire sur la double réfraction" (lu à l'Institut le 26 novembre 1821) in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, quatrième section, p416-421.

[60] Les valeurs numériques de Fresnel proviennent de mesures précises au vingtième de largeur de frange près.

[61] A.Fresnel, "Note sur l'accord des expériences de MM.Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, quatrième section, p448-454.

[62] ibidem p455.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

expériences de M.Brewster ; parce que la forme des anneaux et la nature des couleurs que la lumière polarisée développe dans les plaques cristallines dépendent bien plus de la différence de vitesse des ondes ordinaires et extraordinaires qui les traversent que des vitesses absolues des rayons, et qu'il faudrait se tromper de beaucoup sur celles-ci pour qu'il en résultât une erreur sensible sur la teinte. Les expériences de M.Brewster, très propres à mesurer les petites différences de vitesse, ont l'avantage de prouver que la loi du produit des sinus est exacte jusqu'à la limite en moins ; tandis que celles de M.Biot démontrent son exactitude pour de plus grandes valeurs de différence des carrés des vitesses et jusqu'à sa limite en plus. [63]»

La nouvelle théorie de Fresnel a l'universalité qui manquait aux théories précédentes. C'est tout de même un coup terrible porté à la science laplacienne puisque l'expérience, aussi précise soit-elle, n'est plus une garantie suffisance pour découvrir les aspects subtils des phénomènes de la nature. Il devient nécessaire de concevoir une expérimentation guidée par un présupposé théorique spécifique. Par exemple, Fresnel imagine que les cristaux à deux axes n'ont plus de véritable rayon ordinaire et projette l'expérience la plus appropriée grâce à la théorie créée : « *Je me suis enfin assuré hier que la vitesse n'était pas constante pour le rayon ordinaire dans les cristaux à deux axes, comme mes idées théoriques sur la double réfraction me l'annonçaient d'avance et d'une manière si nécessaire que, si le résultat de l'expérience n'avait pas été conforme à cette conséquence, j'aurais été obligé de rejeter entièrement mes hypothèses sur la double réfraction…* [64]»

En regard de l'assurance prise par Fresnel, on pourrait croire que Biot n'était pas désarmé pour traiter la nouveauté que représentent les cristaux à deux axes, comme le laisse penser une information étonnante.

Après avoir affirmé que les cristaux à un seul axe produisent une double réfraction attractive ou répulsive qui peut être figurée au moyen d'un ellipsoïde soit allongé, soit aplati, Biot propose d'étendre cette figuration aux cristaux à deux axes : « *le sphéroïde n'est plus du second ordre et devient du quatrième ; mais de même que pour les cristaux à un seul axe, il s'aplatit ou se renfle en certaines parties, selon que le cristal est répulsif ou attractif, c'est-à-dire*

[63] A.Fresnel, "Note sur l'accord des expériences de MM.Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, quatrième section, p448-455.
[64] A.Fresnel, in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, p257. Il s'agit d'une lettre de Fresnel à Arago datée du 21 septembre 1821. Le mémoire sur la double réfraction est déposé à l'Institut le 19 novembre 1821, un extrait en est lu le 26 du même mois.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

selon que la vitesse du rayon extraordinaire est retardée ou accélérée par son action. Cette distinction, que j'avais reconnue d'abord dans les cristaux à un seul axe, se trouve ainsi généralisée. [65]» Cette assertion ne peut provenir des mesures qui s'insèrent dans une théorie de la double réfraction conçue avec deux indices optiques. Ces mesures ne permettent pas non plus de déduire l'existence d'un troisième indice. Biot ne propose aucun traitement analytique de cette supposition dans son mémoire alors que les propriétés de l'ellipsoïde pour un cristal à un axe sont toutes bien connues de Biot. Ainsi, lit-on dans son *Traité de physique* : « *la forme la plus générale que cette équation* [de l'ellipsoïde] *puisse avoir sera donc* $A.x^2 + 2Bxz + C.z^2 + D.y^2 = a^2.b^2$, *A, B, C, D étant des coefficients qu'il faudra déterminer d'après les conditions auxquelles la construction de l'ellipsoïde est assujettie.* [66]» Selon des sections particulières de cet ellipsoïde, il retrouve les équations des ellipses ou des cercles qui servent à la construction graphique du rayon extraordinaire[67]. Des expressions analytiques des rayons permettent de justifier les mesures effectuées par Malus, et que Biot reprend : « *en général, on peut appliquer ces formules à des sections faites dans le cristal, suivant des directions quelconques : si multipliées et si diverses qu'on veuille les choisir, on trouvera toujours qu'elles représentent parfaitement les observations. C'est ce que Huygens, et après lui Wollaston et Malus ont fait avec beaucoup de soin pour le spath d'Islande.* [68]»

Fresnel se serait-il entretenu avec Biot de ce problème lors de l'une de leurs rencontres ? C'est très peu probable, puisque Fresnel n'emploie les surfaces des indices[69] qu'à la fin de 1821. Certes, les deux hommes se connaissent depuis le 30

[65] A.Fresnel, "Note sur l'accord des expériences de MM.Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, quatrième section, p238.

[66] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome3, Deterville, Paris, 1816, p339.

[67] Figures 96, 97, et 101 de la planche IV du tome 3 du *Traité de physique*.

[68] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome3, Deterville, Paris, 1816, p346. On trouve les mêmes équations dans le "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les corps diaphanes" de Laplace, mémoire lu à l'Institut en janvier 1809. Dans son ouvrage, Biot se montre plus progressif et didactique.

[69] « *Il résulte donc des faits nouveaux rapportés dans ce Mémoire, comme de ceux qui étaient déjà connus, que dans les cristaux où la double réfraction a peu d'énergie, ses lois peuvent être représentées avec une approximation suffisante à l'aide d'un ellipsoïde dont les trois diamètres conjugués rectangulaires sont généralement inégaux. On les représentera plus rigoureusement dans tous les cas, et l'on y comprendra celles qui résultent des expériences de Huygens, Wollaston et Malus pour le spath calcaire, en substituant à l'ellipse une courbe du quatrième degré, dont l'équation est déterminée par l'hypothèse de l'ellipticité des ondes, hypothèse qui paraît jusqu'ici d'accord avec l'observation…* » : A.Fresnel, in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, p324. Cette citation provient d'un extrait du mémoire sur la double réfraction, achevé le 25 novembre 1821,

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

mars 1818 au moins[70] ; il est possible qu'ils se soient rencontrés à la Société philomathique de Paris antérieurement à cette date, avant que Fresnel n'en devienne membre[71]. Comme cette Société n'a pas tenu de tableau de présence durant la période qui nous concerne et que les procès-verbaux de l'Académie des sciences n'indiquent que la présence des académiciens[72], nous restons dans l'ignorance. Il est permis de conclure que puisque les travaux de Fresnel sur la double réfraction n'apparaissent qu'en 1821, l'allusion de Biot en 1819 à un sphéroïde du quatrième degré est une simple remarque que Fresnel n'a pas relevé [73].

Nous refermons là cette relation entre les travaux de ces deux savants sur la double réfraction, sujet sur lequel Biot ne reviendra jamais[74], et nous nous tournons vers les conclusions auxquelles celui-ci est amené à propos du mémoire de Brewster. Ce dernier s'était montré critique envers la pratique scientifique de Biot

lu le lendemain 26 novembre à l'Institut, le mémoire ayant été présenté le 19 novembre. Il n'est pas question d'une quelconque courbe du quatrième degré dans le mémoire, mais uniquement dans l'extrait postérieur d'une semaine. Les idées de Fresnel se développent très vite en cette fin de 1821.

70 A cette date, Fresnel a fait lecture de son "Mémoire sur les couleurs développées dans les fluides homogènes par la lumière polarisée" à l'Institut. Arago a reproché à Fresnel son intervention : « *On n'a pas entendu un mot, m'a dit Arago, du Mémoire que j'ai lu dernièrement à l'Institut, parce que j'ai lu trop bas et trop rapidement.* », lettre d'Augustin Fresnel à son frère Léonor datée du 10 avril 1818, in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, p844.
Biot et Arago sont rapporteurs. Le tableau de présence des membres de l'Académie signale bien sûr la présence de ceux-ci à cette séance. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome VI, années 1816-1819, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1915, p528.
Au préalable, Fresnel a lu lui-même, semble-t-il, à l'Institut son "Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée" le 24 novembre 1817, mais Biot est absent de Paris jusqu'à la séance du 15 décembre suivant. ibidem p237. Le 30 mars 1818 est, semble-t-il, la date la plus ancienne.

71 Fresnel indique qu'il sera bientôt membre de cette société à son frère dans une lettre du 23 avril 1818, et semble impatient : « *la Société philomathique est l'arène où combattent les partisans des différentes doctrines scientifiques…* » Son élection aura lieu le 3 avril 1819. in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, p846.
Quant à Biot, il en est déjà membre correspondant en 1797, et membre depuis 1801. in *Nouvelles annales de mathématiques,* deuxième série, tome I, Paris, 1842-1868, p58, article "Documents relatifs à la vie et aux travaux scientifiques et littéraires de Jean-Baptiste Biot", de Francisque Lefort, (27 mai 1862).

72 Arago lit une note sur le premier mémoire de Fresnel relatif à la diffraction à la séance du 26 février 1816, mais Fresnel est bien sûr absent puisqu'il n'est pas membre de l'Institut. Cependant, il semble que l'on a autorisé Fresnel à prendre la parole à titre exceptionnel avant son élection à l'Institut en 1823.

73 L'apport d'Ampère avec son mémoire "Démonstration d'un théorème d'où l'on peut déduire toutes les lois de la réfraction ordinaire et extraordinaire", lu le 27 mars 1815, ne paraît aucunement déterminant. Ampère envisage des ellipsoïdes aplatis de révolution si la force est répulsive, et des ellipsoïdes oblongs de révolution si la force est attractive, comme l'a imaginé antérieurement Biot. in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 14, p247.

74 Biot lit un mémoire sur la double réfraction le 14 janvier 1828. Nous n'en connaissons pas le contenu. in *Procès-verbaux des séances de l'Académie des sciences*, tome IX, années 1828-1831, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1921, p5.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

qui entend bien, grâce à ses résultats, minimiser l'aspect théorique du travail de son concurrent.

En mars 1819, Biot vient par son étude très précise de la double réfraction de répondre à l'un des questionnements de Brewster qui cherchait à déterminer l'origine de la déviation du rayon extraordinaire par une observation directe. Bien sûr, Biot a montré que ce phénomène était lié aux forces émanant des axes du cristal. En revanche, Brewster avait supposé cinq configurations possibles - donnant diverses compositions de forces - de lignes qui auraient pu être les lieux à l'origine de la double réfraction, sans trancher pour l'une d'elles.

De cela, Biot conclut que « *c'est un mode d'expression compliqué substitué à un résultat simple, et non une généralisation réelle* [75] » ; et pour démontrer cette assertion, il prend une des combinaisons de forces produites par deux axes arbitraires[76] et parvient, après d'assez longues transformations, à retrouver la loi indiquant que la vitesse du rayon extraordinaire est fonction du produit des sinus des angles formés par le rayon réfracté avec les deux axes optiques réels du cristal : « *ainsi tout le développement que le docteur Brewster a donné à sa construction, par l'emploi indéfini des divers systèmes d'axes arbitraires qu'il substitue à son gré les uns aux autres, n'est réellement qu'une transformation de coordonnées ; et les influences idéales qu'il substitue à chacun de ces axes, aussi bien que le mode empirique par lequel il les compose, ne font en définitive que reproduire, par une combinaison d'hypothèses, la loi du produit des sinus qui s'observe dans chaque cristal autour des deux axes réels, par rapport auxquels les expressions de tous les phénomènes de polarisation et de double réfraction deviennent symétriques et simples.* [77] »

En définitive, deux traditions s'opposent. Brewster cherche à expliquer et propose des causes à l'origine du phénomène étudié. Des forces sont ces causes. Pour répondre aux exigences géométriques du phénomène, Brewster a imaginé

[75] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p195.

[76] Brewster propose cinq arrangements hypothétiques d'axes, trois rectangulaires et deux obliques, pour expliquer les phénomènes colorés du mica. Voir David Brewster : "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies ", in *Philosophical Transactions*, 1818, p232, et notre chapitre précédent.

[77] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p237-238.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

plusieurs configurations d'axes qui figurent les actions directes de ces forces. L'existence réelle de ces forces est une question secondaire, plusieurs configurations étant possibles. La combinaison de plusieurs forces pour rendre compte du phénomène s'établit par une règle fondée sur la composition des forces mécaniques, un dérivé de la règle du parallélogramme. Par ce moyen, la loi empirique du phénomène doit être retrouvée. L'important est d'assigner par l'intermédiaire de ces forces une cause qui facilite l'établissement de cette loi, et au-delà l'interprétation des propriétés du phénomène. En revanche, il en va tout autrement avec la pratique de Biot. Celui-ci n'utilise pas de construction géométrique pour justifier du mouvement des corpuscules lumineux : il applique la mécanique sous forme analytique. Pour cela, l'effet de causes qui provoque le phénomène doit être rapportée à un lieu géométrique défini par l'observation. L'établissement des lois expérimentales dépend de ce lieu ainsi que leur justification. C'est pourquoi Biot utilise les axes du cristal. On voit que dans l'esprit des deux hommes les principes de la mécanique auxquels ils se réfèrent ne recouvrent pas les mêmes notions. Pour mieux repousser l'interprétation théorique de Brewster, Biot se sert d'une constatation analytique qui porte : « *les deux axes réels d'un cristal ne peuvent jamais être employés comme axes dans la construction du docteur Brewster* [78]» et il ajoute : « *… le docteur Brewster n'attache pas au mot axe la même idée que nous. Il n'entend pas par-là seulement la droite ou les droites suivant lesquelles la double réfraction du cristal est nulle. Ce qu'il appelle généralement axes, ce sont des lignes droites arbitraires, menées à volonté dans un cristal, et auxquelles il entreprend de rapporter les phénomènes.* [79]»

Afin d'affadir un peu plus l'apport du savant anglais, Biot tempère les suppositions de ce dernier qui affirme, après avoir fait quelques mesures directes de double réfraction, que la force polarisante et celle de la double réfraction suivent la même loi. Brewster prête le flanc lorsqu'il indique la manière par laquelle cette expérience sur la double réfraction est réalisée : utilisation de la flamme d'une bougie jugée sans valeur à cause de l'imprécision qu'elle suppose, aucune indication du cristal employé, pas de résultats numériques. Biot a tôt fait de conclure : « *j'ignore, par exemple, comment le docteur Brewster a pu s'assurer*

[78] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p238.
[79] ibidem p218.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

numériquement *que la force de double réfraction suivait la même loi que la force de polarisation ; car jusqu'ici personne n'a pu mettre à nu ces forces, ni en introduire la considération autrement que comme un moyen abrégé d'exprimer la marche générale des phénomènes, et alors on ne saurait se faire une idée nette de ce que peut être leur mesure.* [80]» et d'ajouter avec un brin d'ironie : « *Félicitons-le d'avoir trouvé une loi expérimentale qui embrasse un grand nombre de phénomènes dont jusqu'ici personne n'avait su exprimer les rapports…* [81]»

L'opinion de Biot à propos de l'importance des axes du cristal est confortée par une découverte de Herschel signalée en addition, à la dernière page du mémoire, à l'époque de son impression : « *…dans les cristaux qui ont deux axes de double réfraction, la position de ces axes et leur inclinaison sont en général différentes pour les rayons inégalement réfrangibles… en étudiant, par des moyens très précis, la configuration des anneaux qui en résultent avec de la lumière polarisée, il* [Herschel] *a trouvé qu'elle était exactement conforme aux règles de la polarisation alternative et à la loi des sinus que je lui avait communiquée antérieurement… la dispersion des axes offre une preuve inattendue de la loi des vitesses que j'avais donnée dans ce Mémoire, et en même temps une particularité physique qui complète la théorie de la double réfraction.* [82]» En 1819, grâce à ces nouveaux travaux, l'optique corpusculaire regagne toute sa crédibilité, les observations de Herschel réaffirmant l'importance accordée aux axes des cristaux par Biot.

Donc, en mars 1819, avec ce mémoire sur la double réfraction, Biot a répondu aux critiques de Brewster. La science laplacienne n'a rien perdu de sa fécondité. Au même moment, en mars 1819, l'Institut couronne le mémoire de Fresnel sur la diffraction : on juge le système des ondes plus approprié que celui de l'émission pour expliquer cette sorte de phénomène. Mais, c'est à propos de la polarisation et surtout de la double réfraction que la confrontation des deux

[80] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p224-225.
[81] ibidem p226.
[82] ibidem p384. Il s'agit très probablement du mémoire de William Herschel, "On the action of cristallized bodies on homogeneous light and on the cause of deviation from Newton's scale in the teints which many of them developpe as exposed to a polarized ray", in *Philosophical Transactions*, 1820, p45-100. Ce mémoire fut lu le 23 décembre 1819 à la Royal Society. Biot en eut connaissance avant l'impression en 1820 du volume 3 des *Mémoires de l'Académie des sciences*, pour les travaux de l'année 1818.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

systèmes se produit ; or, l'avantage va aller à la théorie ondulatoire. En effet, la science laplacienne semble au terme de son développement, car dès 1822, les travaux de Fresnel indique que les principes auxquels elle se réfère ne permettent plus de justifier certains phénomènes, telle que la double réfraction des cristaux à deux axes. En revanche, les présupposés théoriques des travaux de Fresnel - l'existence de trois indices optiques variant selon la figure d'un ellipsoïde à trois axes inégaux - ont dépassé le degré de la simple hypothèse, et la représentation de la lumière au moyen du système des ondes devient plus probable.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Tableaux

HAUTEUR du support I.H.	VALEUR de HO observée.	VALEUR de HE observée.	ÉCART des traits dont les images coïncident, OE observée.	VALEUR de l'angle φ conclue.	VALEUR de l'angle ψ conclue.	VALEUR de $n'^2 - n^2$ conclue.
50mm	50mm	53mm	3mm	45° 00′ 00″	43° 19′ 54″	0,0291014
	63	67	4	38.26.14	36.43.58″	0,0287530
	72	77	5	34.46.40	32.59.50	0,0287631
100	82	87	5	50.38.54	48.58.36	0,0287613
	102	108	6	44.25.58	42.47.50	0,0285086
	116	113	7	40.45.50	39. 6.40	0,0283932
	126	134	8	38.26.14	36.43.58	0,0287530
Moyenne en rejetant la première.....						0,0286553

[83]

Tableau 1

[83] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p249.
Il s'agit d'un des nombreux tableaux de mesures issues d'observation selon certaines coupes et certaines faces du cristal. On remarquera que la différence des carrés des vitesses des deux rayons extraordinaire et ordinaire retenue par Biot est donnée par une moyenne sur l'ensemble des mesures.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Éléments des deux réfractions dans le cristal de roche, pour la partie moyenne du spectre.

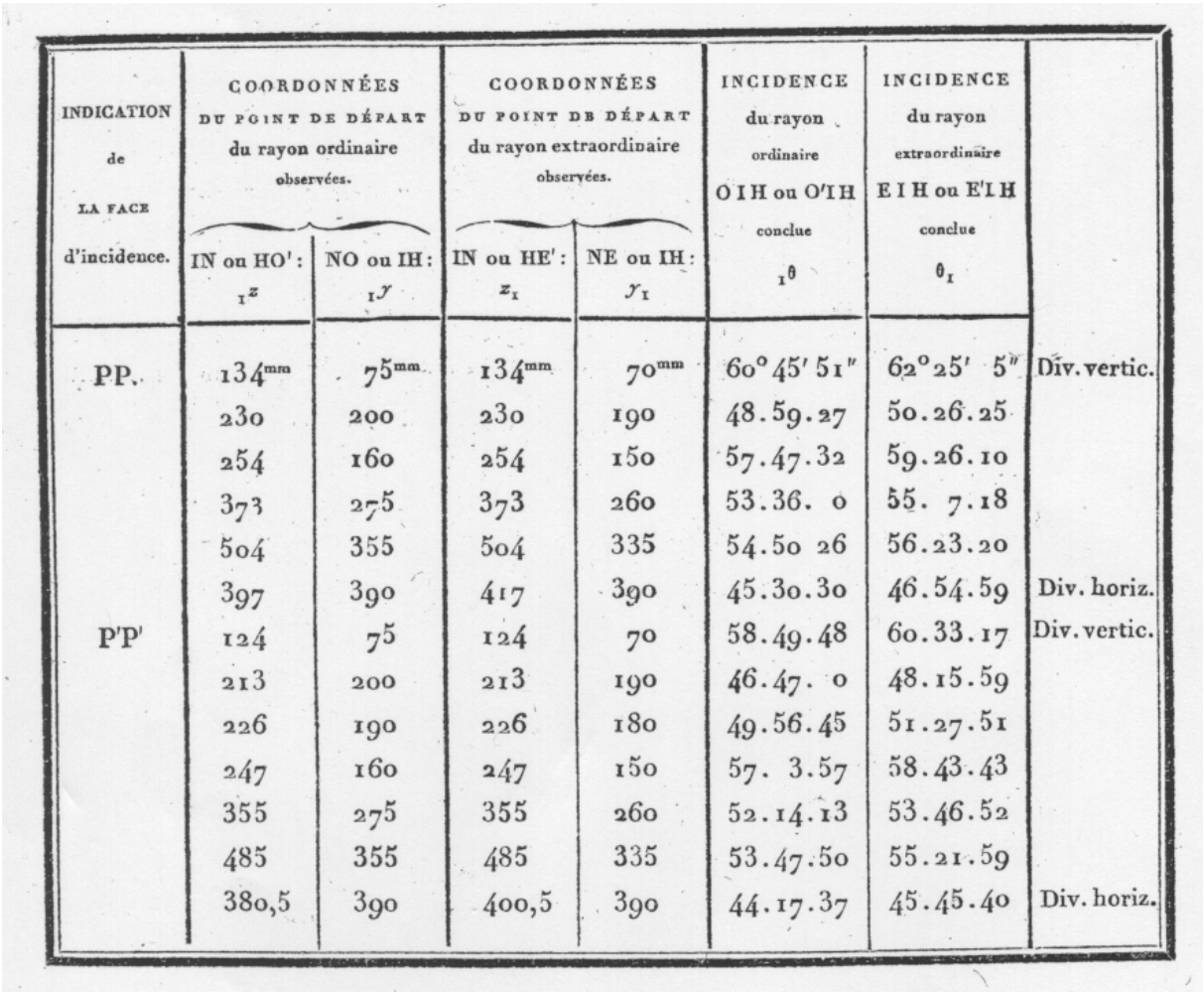
Rapport de réfraction ordinaire.....	$n = 1{,}547897$;	$log.\, n = 0{,}1897420$
Rapport de réfraction extraordinaire. ...	$n' = 1{,}557106$;	$log.\, n' = 0{,}1923183$
Rapport des vîtesses.....	$\frac{n'}{n} = 1{,}005950$;	$log.\left(\frac{n'}{n}\right) = 0{,}0025763$
Différ^ce des quarrés des vîtesses.	$n'^2 - n^2 = 0{,}028596$;	$log.\,(n'^2 - n^2) = \bar{2}{,}4563076$
Demi-somme des quarrés des vîtesses.....	$\frac{1}{2}(n'^2 + n^2) = 2{,}410283$;	$log.\frac{1}{2}(n'^2 + n^2) = 0{,}3820680$

84

Tableau 2

84 J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p262.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



INDICATION de LA FACE d'incidence.	COORDONNÉES DU POINT DE DÉPART du rayon ordinaire observées. IN ou HO' : $_1z$	NO ou IH : $_1y$	COORDONNÉES DU POINT DE DÉPART du rayon extraordinaire observées. IN ou HE' : z_1	NE ou IH : y_1	INCIDENCE du rayon ordinaire OIH ou O'IH conclue $_1\theta$	INCIDENCE du rayon extraordinaire EIH ou E'IH conclue θ_1	
PP.	134mm	75mm	134mm	70mm	60° 45′ 51″	62° 25′ 5″	Div. vertic.
	230	200	230	190	48.59.27	50.26.25	
	254	160	254	150	57.47.32	59.26.10	
	373	275	373	260	53.36. 0	55. 7.18	
	504	355	504	335	54.50 26	56.23.20	
	397	390	417	390	45.30.30	46.54.59	Div. horiz.
P'P'	124	75	124	70	58.49.48	60.33.17	Div. vertic.
	213	200	213	190	46.47. 0	48.15.59	
	226	190	226	180	49.56.45	51.27.51	
	247	160	247	150	57. 3.57	58.43.43	
	355	275	355	260	52.14.13	53.46.52	
	485	355	485	335	53.47.50	55.21.59	
	380,5	390	400,5	390	44.17.37	45.45.40	Div. horiz.

85

Tableau 3

85 J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p343.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

DÉSIGNATION de LA FACE d'incidence.	INCIDENCE DU RAYON ORDINAIRE observée i^0	ÉCART DES POINTS de départ des rayons O E ou O'E': observé.	ÉCART DES POINTS de départ des rayons O E ou O'E': calculé.	EXCÈS DES RÉSULTATS partiels calculés pour chaque face.	EXCÈS MOYEN DES COUPLES correspondants calculés pour les deux faces.	
			mm	mm		
P P	60° 45' 51"	5mm	5,37	+ 0,37	mm + 0,04	Div. vertic.
P' P'	58. 49. 48	5	4,67	— 0,33		
P P	48. 59. 27	10	10,12	+ 0,12	— 0,12	
P' P'	46. 47. 0	10	9,74	— 0,26		
P' P'	49. 56. 45	10	9,76	— 0,24		
P P	57. 47. 32	10	10,11	+ 0,11	— 0,04	
P' P'	57. 3. 57	10	9,85	— 0,15		
P P	53. 36. 0	15	15,24	+ 0,24	+ 0,00	
P' P'	52. 14. 13	15	14,76	— 0,24		
P P	54. 50. 26	20	20,34	+ 0,34	+ 0,11	
P' P'	53. 47. 50	20	19,77	— 0,23		
P P	45. 30. 30	20	20,44	+ 0,44	— 0,07	Div. horiz.
P' P'	44. 17. 37	20	19,49	— 0,51		
Somme des écarts observés. 170			Somme des erreurs. . . .	— 0,08		

86

Tableau 4

86 J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p348.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

DISTANCE de la face antérieure du prisme à la division verticale IN.	HAUTEUR du point d'incidence I au-dessus de la division horizontale HI.	HAUTEUR du point R duquel émane le rayon réfracté AR.	HAUTEUR du point D auquel tend le rayon émergent AD.	ANGLE d'incidence RIN conclu θ.	DÉPRESSION du rayon émergent au-dessous de l'horizontale menée par le point d'émergence, conclue N'I' D ou ϛ.	DÉVIATION du rayon par la réfraction du prisme, conclue Δ.	RAPPORT de réfraction, conclu n.	ÉCARTS des résultats partiels autour de la moyenne.
mm								
192,0	401mm	520mm	395mm	31° 47′ 25	+ 0° 33′ 42″	32° 21′ 7″	1,61067	+ 0,00049
192,0	401	510	386	29.35. 2	+ 3. 5.11	32.40.13	1,60869	— 0,00149
193,5	401	540	410	35.41.30	— 3.37.11	32. 4.19	1,61307	+ 0,00289
217,3	401	530	390	30.40.20	+ 1.44.52	32.25.12	1,60860	— 0,00158
225,5	401	530	385	29.46.20	+ 2.53.26	32.39.46	1,60940	— 0,00078
225,5	401	540	394	31.39. 0	+ 0.43.24	32.22.24	1,61064	+ 0,00046

Valeur moyenne du rapport de réfraction ordinaire $n = 1{,}61018$

87

Tableau 5

Eléments de la double réfraction pour la lumière orangée dans la topaze limpide.

Rapport de réfraction pour la lumière orangée...	*ordinaire*,	$n = 1{,}61018$;	$\log. n = 0{,}2068746$
	extraordinaire,	$n' = 1{,}62008$;	$\log. n' = 0{,}2095360$
		$\frac{n'}{n} = 1{,}006147$;	$\log.\left(\frac{n'}{n}\right) = 0{,}0026614$
Accroissement du quarré de la vîtesse.....		$n'^2 - n^2 = 0{,}0319723$;	$\log.(n'^2 - n^2) = \bar{2}{,}5047740$
Demi-inclinaison des deux axes.....		$a = 31°.37'.1''$.	

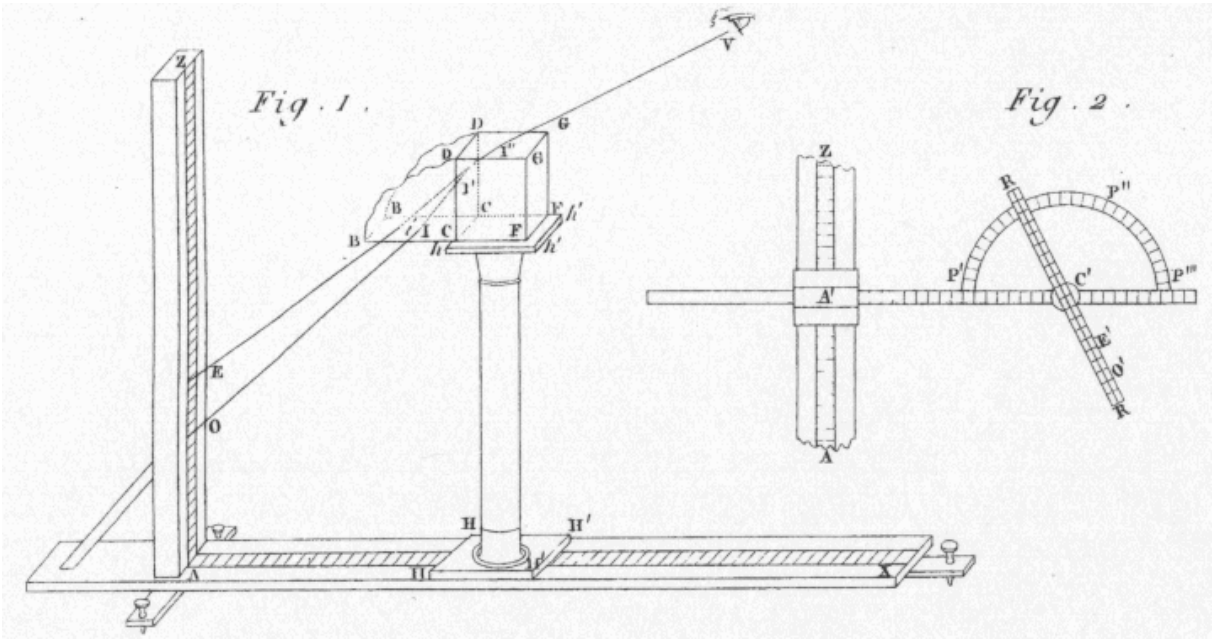
88

Tableau 6

Figures

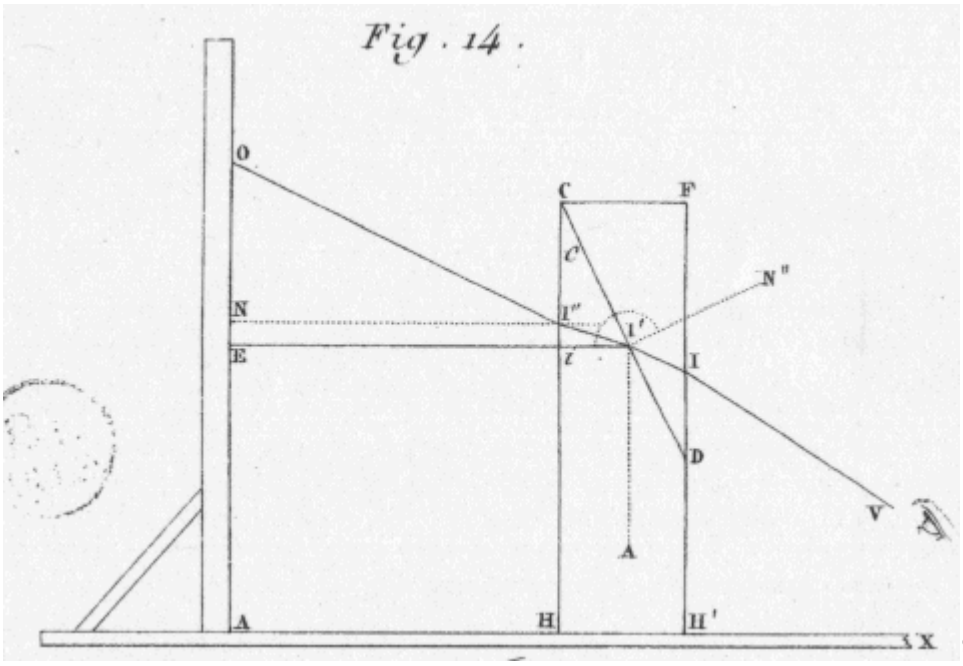
87 J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, p355.
88 ibidem p357.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



89

Figure 1



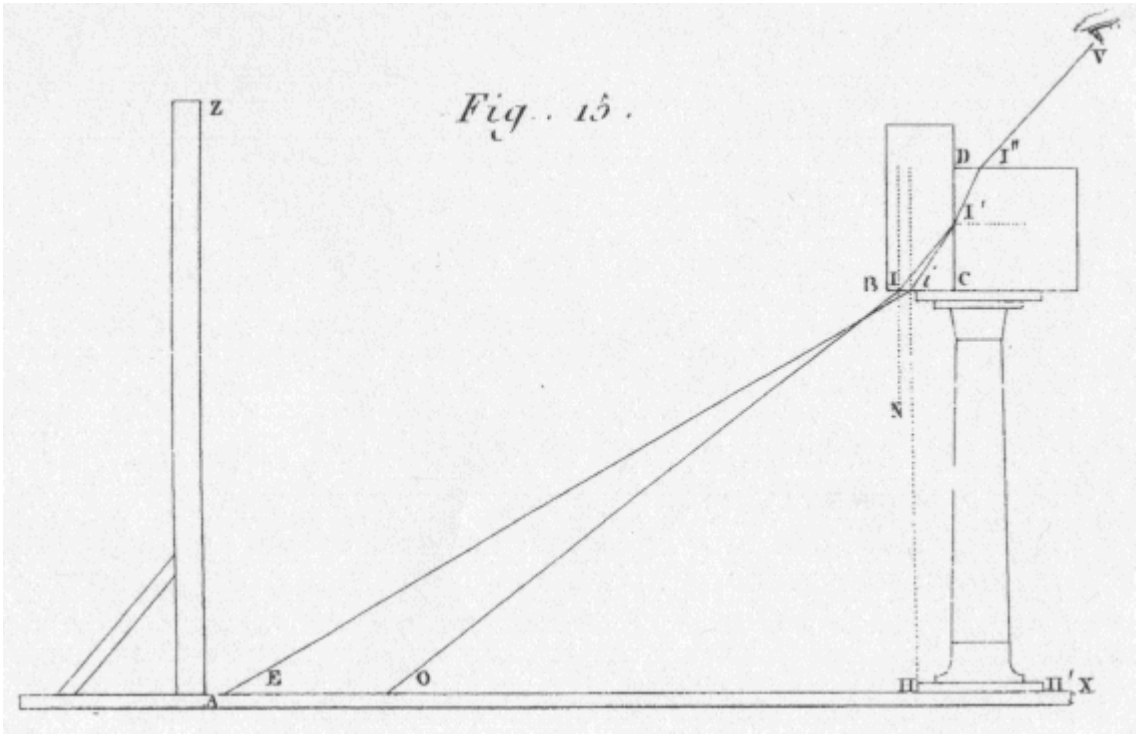
90

Figure 2

89 J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, planche 1.

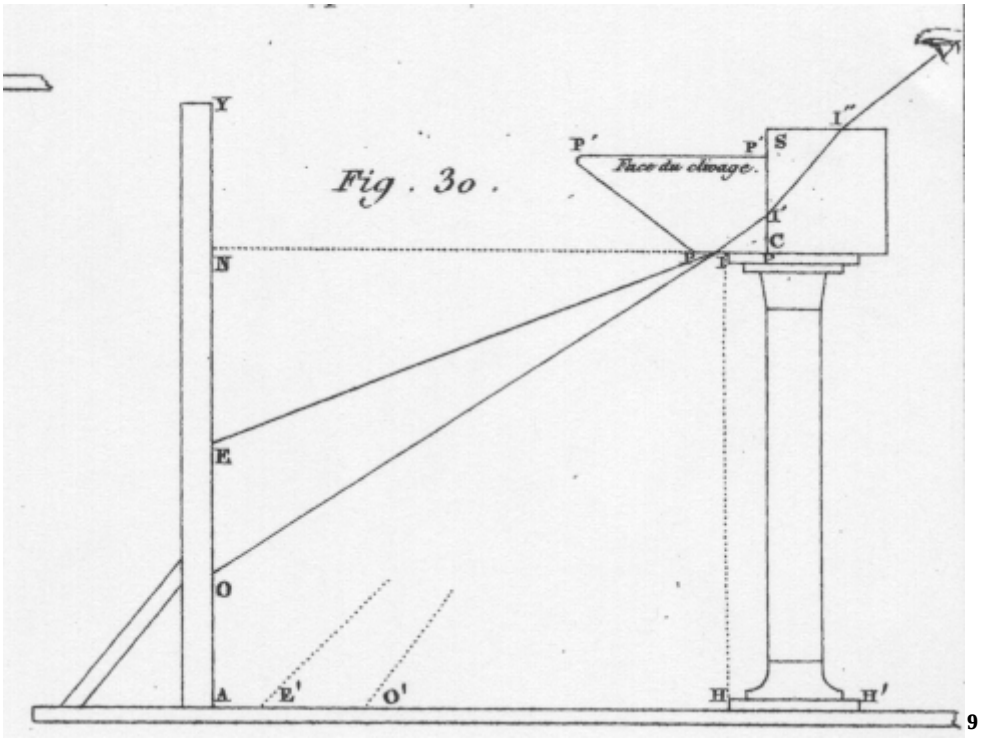
90 ibidem planche 2.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



[91]

Figure 3

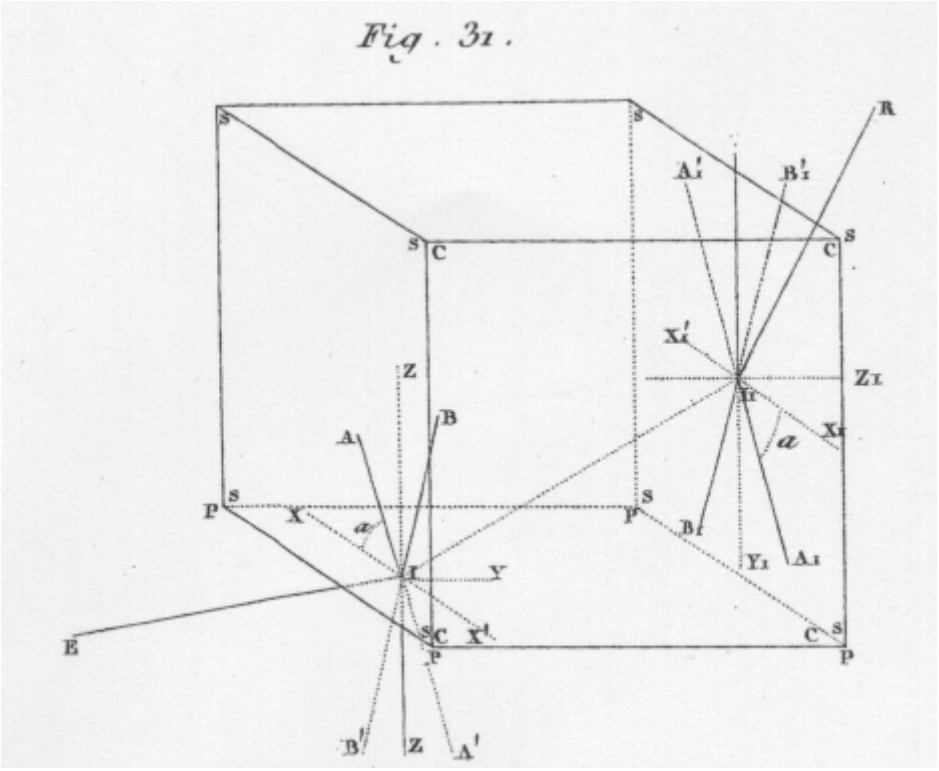


[92]

Figure 4

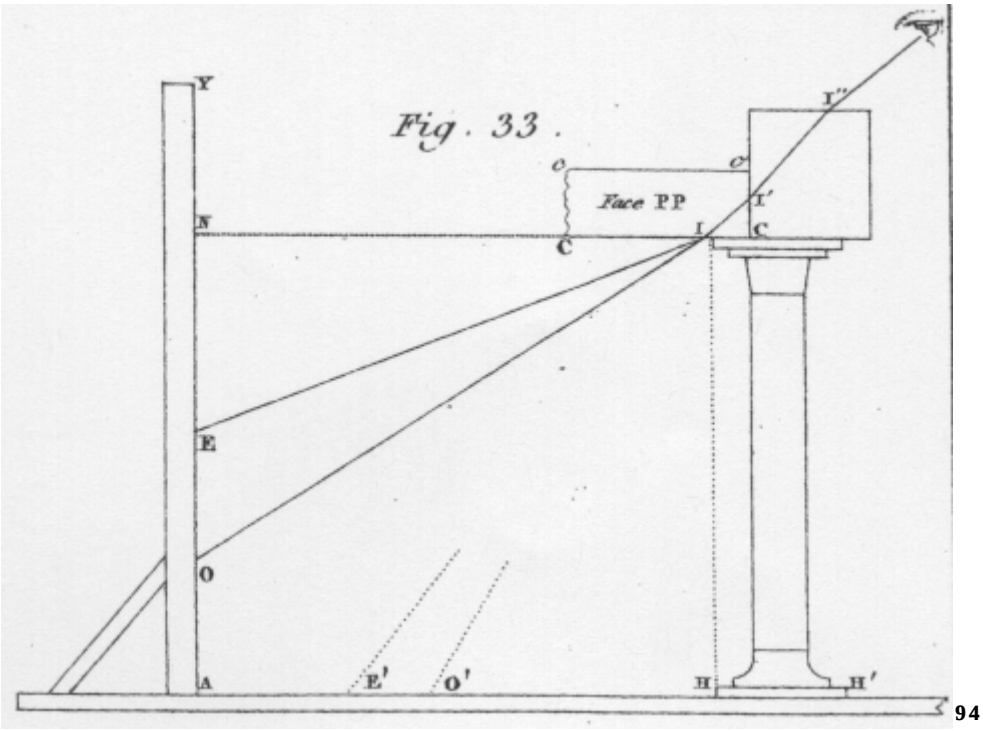
[91] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, planche 2.
[92] ibidem planche 5.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



93

Figure 5



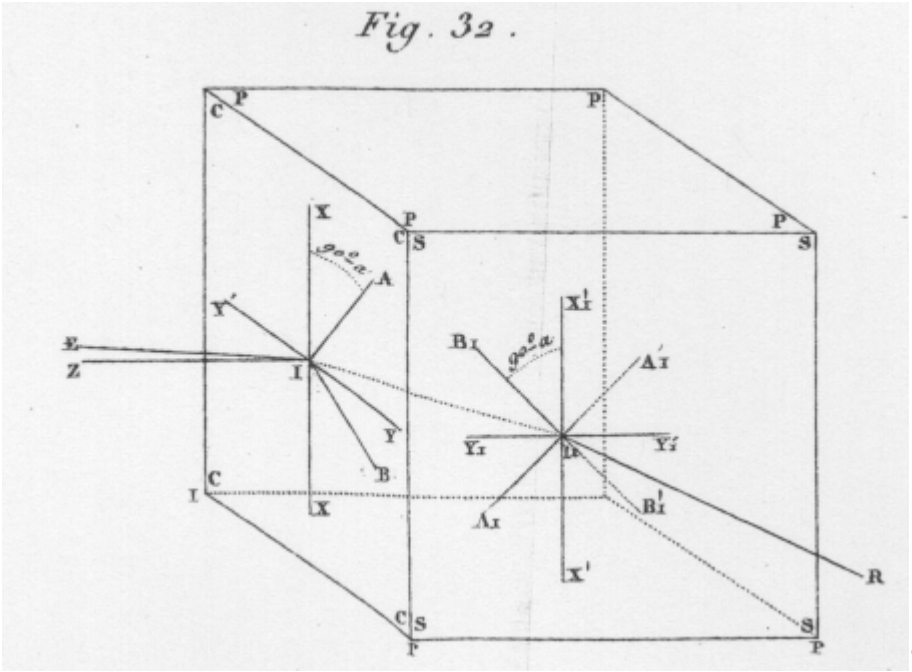
94

Figure 6

93 J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, planche 5.

94 ibidem planche 5.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



[95]

Figure 7

[95] J.B Biot : " Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisés ", in *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, tome3, planche 5.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 14:

Système de l'émission contre système des ondes

Au moyen de la théorie corpusculaire de la lumière, Laplace, Malus, Arago et Biot viennent d'étudier et de justifier de nombreux et souvent nouveaux phénomènes d'optique. Jusqu'ici la théorie rivale des ondes semble plus propre à proposer des causes qui expliquent, moins fondée à appliquer des principes qui légitiment les phénomènes. Ainsi, en 1815, Young (1773-1829) exprime à Brewster son découragement après les nombreux efforts infructueux qu'il a consentis à l'édification d'une théorie ondulatoire de la lumière, mais reste persuadé de la véracité de ses conjectures et n'hésite pas à critiquer l'emploi fait par Malus de la théorie de l'émission qui repose sur des hypothèses qui ne sont pas incompatibles avec les faits, mais qui ne nous sont d'aucun secours pour en trouver l'explication[1].

Mais à partir de cette même année 1815, un jeune polytechnicien, Augustin Fresnel, va faire progresser la théorie des ondes au point qu'elle devient menaçante pour la pérennité de la théorie concurrente. Fresnel est intuitivement persuadé que Newton, dont les principes de la théorie optique ont été adoptés par les savants français, radote[2]. Par des remarques très perspicaces, Fresnel montre les insuffisances du système de l'émission et surtout, de nouveaux principes théoriques vont permettre de justifier un phénomène tel que la diffraction que la théorie corpusculaire préfère négliger.

Au début de ses recherches en optique, en 1815, l'attention de Fresnel se porte sur ce phénomène. Biot, qui a certainement eu connaissance de la nature

[1] Thomas Young : "Sur l'explication des couleurs que présentent les lames cristallines par la théorie des interférences" in *Miscellaneous works*, Peacocke Editeur, London, 1855, tome1, p361. Il s'agit d'un article publié dans la *Quarterly Review* entre 1809 et 1814.
[2] in Bernard Maitte, *La lumière*, Edition du Seuil, Paris, 1981, p220-222.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

des travaux de Fresnel, s'engage dans l'étude de la diffraction et annonce, devant l'Institut, lors de la séance du 2 octobre 1815, « *qu'une série d'expériences faites en commun avec M.Pouillet, Répétiteur à l'Ecole Normale, a fait connaître toutes les lois de la diffraction de la lumière. Il en résulte que ce phénomène a la liaison la plus intime avec celui des anneaux colorés et peut s'en déduire numériquement. Ces lois indiquent également l'espèce de modification extrêmement singulière que la lumière éprouve quand elle passe près des extrémités des corps.* [3]» Fresnel adresse son premier mémoire sur la diffraction le 15 du même mois, mémoire rapidement augmenté[4]. Juste avant la parution de son *Traité de physique* daté de 1816, Biot fait ajouter un supplément[5] dans lequel il affirme que « *ces franges, découvertes par Grimaldi, et observées après lui par le docteur Young et par M.Flauvergues, viennent d'être récemment étudiées avec détail par M.Fresnel, ingénieur des ponts et chaussées ; mais je ne puis rendre compte ici du travail de ce physicien, parce qu'il n'est pas encore imprimé.* [6]» Pour le moment, voici l'explication que Biot propose dans son ouvrage.

L'étude réalisée par Biot et Pouillet a pour appareil expérimental une fente rectangulaire limitée par deux biseaux. La lumière qui passe entre eux est reçue sur un verre dépoli derrière lequel on observe[7]. On distingue un nombre de franges

[3] in *Procès-verbaux des séances de l'Académie*, tome V, années 1812-1815, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1914, p557.
Les recherches de Biot sur le sujet, menées communément avec Pouillet, ont fait l'objet de communications à l'Institut aux séances des 4, 11, 18, 25 mars et 8 avril 1816.

[4] Poinsot et Arago sont nommés commissaires pour l'examen de ce mémoire le 23 octobre 1815. Dès le 10 novembre 1816, Fresnel envoie un premier complément. Pour le cahier de mars 1816 des *Annales de chimie et de physique*, Fresnel a effectué une refonte complète de son travail : c'est ce qui est désigné "deuxième mémoire sur la diffraction de la lumière" dans les *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*. Lors de la séance du 22 mars 1816 à l'Institut, il est fait lecture du rapport sur le premier mémoire et son complément.

[5] En toute fin du tome4, p743-778, on trouve un "Supplément à l'optique : Sur la diffraction de la lumière par MM.Pouillet et Biot". Il est permis de penser que l'activité de Fresnel, connue de Biot, presse ce dernier qui tient à faire un exposé aussi exhaustif que possible de toute l'optique physique pour son *Traité de physique* dont un premier exemplaire est offert à la Classe le 22 avril 1816. Biot est à l'affût de toute nouveauté et n'entend être précédé sur aucun sujet, surtout s'il s'agit d'optique. Or, Fresnel a envoyé ses *Rêveries* à Ampère à la fin de 1814, a cherché des renseignements au-près d'Arago en juillet 1815 à propos de la diffraction. in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p6. Il est probable que l'attention de Biot a dû être attirée, ce qui l'a peut-être décidé à augmenter de ce supplément son ouvrage. Une atmosphère de compétition et par effet de suspicion plane à l'Institut comme le montre la lettre de Léonor Mérimée à son neveu Augustin Fresnel. Ainsi, Arago donne à Léonor Mérimée pour qu'il la rapporte à Fresnel une précision d'expérience dans la bibliothèque de l'Institut et se retourne en demandant à son interlocuteur : « *Personne ne m'a-t-il entendu ?* » in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, p832, Lettre de Léonor Mérimée à son neveu Augustin Fresnel du 1er décembre 1815.

[6] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p767-768.

[7] Nous limitons notre propos à cet exemple bien détaillé ; cependant Biot a observé les franges produites par un petit trou circulaire. Il constate que la forme de la surface qui diffracte détermine

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

colorées dont le nombre varie avec l'écartement de la fente. Biot va fixer la largeur de cette fente éclairée en lumière homogène à 1mm : il obtient des franges sombres et brillantes, en mesure les dimensions et les positions par rapport à la frange centrale (voir **figure 1**). Le centre des franges sombres se trouve à une distance multiple de 4.e, celles qui sont brillantes à 4.e+2 ; 2.e étant la longueur d'accès[8] des molécules lumineuses d'une teinte donnée. En fonction de cette caractéristique de la lumière, le système de franges s'étale plus ou moins (voir **figure 2**). De ces observations, Biot constate que la répartition des franges suit la même loi que celle des anneaux colorés [9] : « *on voit que ce problème est identiquement pareil à celui qu'on résout dans les anneaux colorés ordinaires, lorsqu'on détermine la nature des couleurs simples qui se réfléchissent ou se transmettent perpendiculairement à diverses épaisseurs d'un milieu continu ; l'épaisseur dans les anneaux correspondant exactement à la déviation dans les bandes diffractées.* [10]» et énonce la loi suivante : « *les déviations éprouvées par les molécules lumineuses dans des milieux quelconques, sous l'incidence perpendiculaire, et pour un écartement donné des biseaux, sont déterminées par les longueurs des accès des molécules lumineuses dans ces milieux-là, et leur sont proportionnelles.* [11]»

Jusqu'à maintenant, la distance de la fente au verre sur lequel on reçoit les franges est restée constante. Biot a aussi observé ce phénomène en faisant varier la distance, puis en utilisant de lumière blanche. Il a trouvé des franges à l'intérieur de l'espace limité par l'écartement des biseaux. Selon la distance, les franges sont colorées, blanches, d'un nombre variable… Décrivons et donnons l'interprétation de Biot.

---

celle des franges et infère : « *de même que dans les phénomènes capillaires, l'action exercée par le contour intérieur des tubes circulaires se reproduit aux surfaces intérieures de tous les autres tubes, quelle que soit leur forme, à cause des petites distances où elle est sensible, de même l'action infléchissante exercée au périmètre d'un trou circulaire sur les molécules lumineuses qui passent très près de ses bords, dit se reproduire et s'exercer suivant des lois pareilles…* » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p746.
Lois que Biot n'énoncera pas, mais nous pouvons constater la permanence de ses idées.

[8] La longueur d'accès est la distance parcourue par une molécule lumineuse qui conserve le même état d'accès. L'intervalle d'accès est la distance parcourue par cette molécule entre deux accès de même nature. L'intervalle d'accès est double de la longueur d'accès et vaut la moitié de la longueur d'ondulation de la théorie ondulatoire.

[9] L'ordre des teintes des franges se rapporte mieux au cas d'une ouverture circulaire : du centre vers la périphérie, les couleurs des franges vont du violet vers le rouge comme avec les anneaux colorés.

[10] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p755.

[11] ibidem p754.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Lorsque le verre dépoli est tout près de la fente, Biot perçoit une image d'un éclat uniforme, de même dimension que celle-ci. Mais à mesure qu'il recule le verre, il observe avec une loupe que des lignes noires très fines strient cette image à partir de ses limites externes. En poursuivant ce mouvement, petit à petit, la largeur des bandes noires s'accroît au détriment de leur nombre. On arrive à un terme où il y a, au centre de la figure, une bande brillante étroite accompagnée d'autres bandes brillantes, leur nombre total étant impair. Au-delà, les deux bandes noires latérales à celle brillante du centre se rejoignent pour constituer une bande noire unique, et l'éloignement progressif du verre dépoli montre qu'il se produit une sorte d'uniformité de la zone de 1mm. Cette description de la diffraction faite par Biot peut être obtenue par lecture de la **figure 3**. Celle-ci se construit de la manière suivante pour une lumière homogène.

Biot conjecture que la lumière qui passe le plus près des biseaux est déviée pour former les deux coins divergents qui se superposent à une certaine distance de la fente et qui réalisent une zone d'un éclat uniforme à partir de laquelle vont se positionner les franges (voir le schéma de gauche de notre **figure 4**). Sur chaque bord intérieur des biseaux, il y a une zone sans lumière qui s'étale : ceci est l'ébauche de l'explication des bandes alternativement brillantes ou noires observées loin de la fente (voir le schéma de droite de notre **figure 4**). Enfin, il suffit à Biot de juxtaposer alternativement des bandes brillantes et sombres, de plus en plus inclinées, pour construire la **figure 3** déjà citée, qui rend bien compte, selon lui, des bandes sombres observées dans l'intérieur de l'ombre à toutes distances de la fente.

Lorsque la lumière est blanche, il faut considérer le même schéma pour chaque couleur, les bandes noires étant espacées en fonction de la longueur d'accès de cette teinte, et superposer toutes les figures.

Biot ne propose aucune justification d'ordre mécanique qui ferait intervenir des forces ou d'autres agents responsable de la formation des franges dont il vient de faire une description. Ainsi, les franges sont délimitées par des droites. On remarque que contrairement à son habitude, Biot joint très peu de mesures. Pourtant, il écrit : « *quoique les lois que nous venons d'exposer ne fussent point de nature à laisser de doute, étant uniquement fondées sur l'expérience, nous n'avons cependant pas négligé de les éprouver, en les appliquant aux teintes des bandes*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

composées ; et elles les ont toujours reproduites avec une fidélité parfaite. [12]» En comparaison des travaux sur la polarisation, celui-ci fait pâle figure. Nous ne pouvons que croire Biot lorsqu'il dit ne pas avoir pris connaissance du travail de Fresnel, car, même lors d'une lecture superficielle du premier mémoire sur la diffraction de celui-ci, on est attiré par les tableaux de mesures et surtout par la figure qui montre les lieux d'égale différence de phase qui sont des hyperboles[13].

Plus tard, jamais Fresnel ne fait allusion au travail de Biot et Pouillet sur la diffraction. Dès son premier mémoire sur la diffraction[14], antérieur à la publication du *Traité de physique* de Biot, Fresnel met en cause le système de l'émission et les résultats de Newton sur la diffraction. Si la théorie de Fresnel n'est pas encore exempte d'inexactitude, en revanche, les mesures faites avec beaucoup de soin, s'opposent à celles de Newton. En comparant théorie et mesures, la première justifiant les secondes, Fresnel affirme que « *la même frange ne se propage pas en ligne droite, mais suivant une hyperbole… un résultat aussi surprenant avait besoin d'être confirmé par des expériences plus exactes.* [15]» Il construit donc un micromètre grâce auquel le doute n'est plus permis quant aux premières mesures déjà faites : « *l'hyperbole se rapproche extrêmement d'une ligne droite, et c'est ce qui a été cause sans doute de l'erreur où est tombé Newton.* [16]» Par ailleurs, comment expliquer au moyen du système de l'émission[17] que les franges intérieures produites par un fil de fer de 1mm disparaissent quand on occulte l'un des côtés de ce fil ? Fresnel conclut que le concours des rayons qui arrivent des deux côtés du fil est nécessaire à la production de ces franges et que cet aspect du phénomène de la diffraction est une preuve forte en faveur de la théorie des ondes. Confiant dans ses

[12] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p757.

[13] in Bernard Maitte, *La lumière*, Edition du Seuil, Paris, 1981, p222-224.

[14] Adressé à l'Institut le 15 octobre 1815. in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p9-33.
Ce travail est encore bien incomplet puisque le principe des interférences y est inexact. Les commissaires désignés par l'Académie des sciences, Poinsot et Arago, n'ont pas relevé cet énoncé erroné, indique dans une note Emile Verdet. in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p17.
Verdet ajoute encore que Fresnel attribue faussement la formation des franges à l'intervention des rayons réfléchis sur les bords des ouvertures dans tous ses mémoires sur le sujet, sauf dans le grand mémoire de 1819, couronné par l'Institut, dans lequel la théorie de la diffraction est exposée sans défaut.

[15] A.Fresnel, in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p19. La dixième observation consignée dans le livre III du *Traité d'optique* de Newton indique l'existence de franges *en forme d'hyperboles*.

[16] ibidem p22.
A moins que Newton n'ait délibérément simplifié ses résultats ou introduit des imprécisions suffisantes de sorte à sauver l'ensemble de la théorie corpusculaire. in Bernard Maitte, *La lumière*, Edition du Seuil, Paris, 1981, p143-146.

[17] En s'appuyant sur la **figure3** relative à l'explication de Biot, la suppression d'un des couteaux doit laisser l'autre produire des franges…

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

idées, il propose une explication de la réflexion, de la réfraction et accentue ses critiques envers le système de l'émission, et suggère - déjà[18] - que la théorie ondulatoire peut expliquer beaucoup mieux la polarisation.

Dès son premier mémoire, Fresnel montre que si l'angle de réflexion n'est pas égal à celui d'incidence, le système des ondes indique que les rayons voisins se contrarient. Les images perdent alors leur netteté ; or rien de tel ne s'observe. Par conséquent, il y a égalité des angles et Fresnel tire une conclusion très intéressante à propos de la réflexion expliquée dans le système de l'émission. Newton avait supposé que les corpuscules de lumière étaient repoussés à une distance sensible des corps pour se soustraire aux aspérités présentes en surface de ceux-ci. Cette explication laisse Fresnel sceptique à cause de la théorie des accès : « *une molécule lumineuse ne passe pas sans doute brusquement et sans intermédiaires d'un accès de facile réflexion à un accès de facile transmission, et il n'est pas nécessaire pour qu'elle soit réfléchie, qu'elle se trouve à cet instant au plus haut degré de l'accès de facile réflexion. Il suffit que sa disposition à être repoussée l'emporte sur l'attraction. Elle peut donc être repoussée dans une infinité de circonstances différentes, et il n'y en a qu'une seule cependant où la molécule, à son retour, se trouve exactement dans les mêmes dispositions qu'à son arrivée, et où, par conséquent, les deux branches de la courbe qu'elle décrit soient symétriques par rapport à la normale…* [19]» En d'autres mots, la théorie corpusculaire est impropre à expliquer la régularité de la réflexion de la lumière ; et de mêmes arguments sont avancés pour la réfraction. On constate que Fresnel, indépendamment de Biot, envisage la progressivité de l'intensité des accès, aspect négligé par Newton[20].

[18] Nous rappelons que tout ceci se trouve dans le premier mémoire sur la diffraction adressé à l'Institut le 15 octobre 1815.

[19] A.Fresnel, in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, note de la page 29.
Cette diversité des états d'accès a été envisagée par Biot dans son *Traité de physique* comme le remarque Fresnel. Il est curieux de constater que l'ouvrage de Biot a été publié en avril 1816, et que Fresnel le cite dans son "Supplément au deuxième mémoire sur la diffraction" présenté le 15 juillet 1816. Mais, Fresnel a déjà pensé à ce mode progressif d'activation à la réflexion ou à la transmission des molécules de lumière avant que ne paraisse le livre de Biot.
Avec le système des ondes, l'examen de ces situations physiques est superflu : il suffit, affirme Fresnel, que les constituants de la matière aient des dimensions inférieures à la longueur d'ondulation de la lumière pour expliquer la régularité de la réflexion et de la réfraction, les chemins parcourus par les divers rayons étant presque identiques. Voir la "Note sur la réflexion et la réfraction considérées dans le système de l'émission", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p220-224.

[20] Biot explique l'influence des différents états d'accès dans son *Traité de physique* qui paraîtra en avril 1816, six mois après ce premier mémoire de Fresnel. Nous avons détaillé le travail de Biot précédemment.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Concernant la propagation de la lumière, Fresnel affirme : « *je tire de cette théorie une conséquence absolument opposée à celle de Newton : c'est que la marche de la lumière est plus lente dans le verre que dans l'air, suivant le rapport du sinus de réfraction à celui d'incidence…* [21]» Et Fresnel enchaîne, quelques lignes plus loin, au sujet des anneaux colorés : ceux « *produits par des rayons obliques, paraissent prouver cependant que les mêmes espèces de rayons peuvent avoir dans le même milieu des accès plus ou moins longs suivant le degré d'obliquité ; mais je soupçonne que c'est à tort que Newton en a tiré cette conséquence…* [22]»

Si nous avons détaillé autant le contenu de ce premier mémoire - nous sommes le 15 octobre 1815 - c'est pour montrer l'étendue des idées que Fresnel avait dès le début de ses recherches. Il est certain que pour lui Newton "radote" et que toute la théorisation de son optique est à rejeter.

Quelques mois après ce premier mémoire sur la diffraction, en 1816, Fresnel précise ses arguments contre la théorie corpusculaire à propos de la réflexion et de la réfraction et fragilise progressivement les fondements de cette théorie.

Fresnel considère contradictoires les propositions de Newton indiquant que les corps doivent attirer les corpuscules lumineux lors de la réfraction et posséder en même temps une faculté à les réfléchir. En effet, la force répulsive doit s'exercer à une distance sensible pour soustraire les corpuscules lumineux à tout contact avec la surface inégale des corps, tandis que la force accélératrice, responsable de la réfraction, a son action qui décroît beaucoup plus rapidement et qui ne s'étend qu'à des distances inappréciables puisqu'on ne perçoit pas le raccordement des rayons incident et réfracté. C'est aussi pour lui l'occasion d'une vive critique de l'application de la théorie des accès aux anneaux colorés, lesquels nécessitent réflexions et réfractions. Sans entrer immédiatement dans le mécanisme qui commande à la réflexion ou à la transmission les corpuscules lumineux, Fresnel fait une remarque à propos des épaisseurs des lames minces qui forment les anneaux. La lecture de la table de Newton donnant les teintes obtenues pour trois milieux différents - l'air, l'eau et le verre - indique que pour une même teinte, la comparaison d'épaisseur de lame mince entre l'air et l'eau par exemple, est exactement dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour le

[21] A.Fresnel, in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p31.
[22] ibidem p31-32. C'est une remarque essentielle : la longueur d'accès augmente comme la distance parcourue par la molécule lumineuse pour un milieu donné, une conséquence que Newton n'a pas pue développer sans se référer à la théorie ondulatoire.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

passage de la lumière de l'air dans l'eau. Or, d'après Newton, la vitesse de la lumière augmente avec la densité du corps : l'expérience prouve plutôt le contraire[23]. Fresnel expose des critiques plus dangereuses encore, fondées sur le mécanisme des accès qu'il juge improbable, de par sa complexité.

En considérant les dimensions des molécules constitutives des corps par rapport à la longueur des accès[24], il rapporte une observation propre à discréditer l'optique corpusculaire. En comparant les anneaux obscurs avec la lumière réfléchie par la deuxième surface du verre supérieur[25], Fresnel constate que l'intensité de la lumière des anneaux obscurs est presque nulle, alors que la quantité de lumière renvoyée par la seconde surface du verre supérieur en l'absence du verre inférieur est appréciable. La conclusion de Fresnel met à nouveau en difficulté le système de l'émission : « *il n'y a pas seulement soustraction de la réflexion inférieure, mais encore diminution de la réflexion qui s'opère à la surface supérieure. Cela devient encore plus frappant lorsqu'on se sert d'une lumière homogène… Newton a bien fait voir comment celles* [les molécules lumineuses] *qui entrent dans la lame mince d'air peuvent être réfléchies par sa surface inférieure, ou la traverser, selon l'espace qu'elles ont parcouru depuis la surface supérieure ; mais il n'a pas expliqué pourquoi, vis-à-vis des points où le verre plan* [notre verre inférieur] *ne renvoie plus de lumière, il y a aussi une diminution très sensible dans la réflexion produite par la seconde surface de la lentille…* [26]» Fresnel ajoute qu'on ne peut imaginer des forces agissant à partir du verre inférieur jusqu'au verre

[23] A.Fresnel : "Supplément au deuxième mémoire sur la diffraction de la lumière", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p131.

[24] Ceci est développé de remarquable manière par Fresnel dans la "Note sur les accès de facile réflexion et de facile transmission des molécules lumineuses dans le système de l'émission", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, p147-165. Cette note fut lue à la Société philomathique dans les premiers mois de 1821. Signalons l'empressement de Fresnel à devenir membre de cette société qui *était l'arène où combattaient les partisans des différentes doctrines*. En première page de cette Note, on nous rapporte que Fresnel y rencontrait souvent Biot et Poisson depuis le printemps 1818. Ainsi, on peut lire aux premières lignes de cette Note : « *M.Biot, en parlant des accès, dans la dernière séance, m'a rappelé les objections qu'on peut opposer à cette singulière hypothèse du système de l'émission, et m'a inspiré le désir de communiquer à la Société, en leur donnant un peu plus de développement que je ne l'avais fait dans mon Mémoire*. » ibidem p147.
Ajoutons à propos du contenu de cette Note que Fresnel envisage et détaille trois cas selon que la sphère d'activité des molécules des corps est inférieure, supérieure ou égale à la longueur d'accès. L'explication de la réflexion ou de la réfraction est pour tous ces cas problématiques avec le système de l'émission.

[25] On peut imaginer que le verre supérieur déborde le verre inférieur de sorte qu'il n'y ait plus de réflexion possible de la lumière du verre inférieur vers le verre supérieur.

[26] A.Fresnel : "Supplément au deuxième mémoire sur la diffraction de la lumière", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p134. Cette explication des anneaux obscurs est reprise et davantage explicitée dans le "Mémoire couronné sur la diffraction de la lumière". in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p257.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

supérieur, leurs distances d'action devant être beaucoup plus petites que l'épaisseur de la lame à l'origine des anneaux. Et, nous devinons où Fresnel veut aboutir : infirmer l'existence des forces responsables des déviations des corpuscules lumineux, fondement de la théorie corpusculaire. Si la réflexion et la réfraction sont des phénomènes déjà très problématiques, si l'explication des anneaux colorés semble imparfaite, comme nous venons de le voir, la diffraction dont va se servir Fresnel est elle rigoureusement inconciliable avec le système de l'émission[27].

L'ombre d'un corps opaque éclairé en lumière blanche par une source ponctuelle est bordée de trois franges colorées bien distinctes. Avec le système de l'émission, il faut supposer « *une force alternativement répulsive et attractive qui produit des contractions et des dilatations successives dans le faisceau lumineux.* [28]» Cette alternance de la nature de la force est tout à fait inconcevable pour Fresnel, ce qui l'incline à nier l'existence des forces en surface des corps ; d'autant que l'expérience confirme que « *le tranchant et le dos d'un rasoir donnent des franges de même largeur ; or, si les forces attractives et répulsives qui les produisent agissaient à des distances sensibles du corps opaque, elles varieraient nécessairement avec l'étendue de sa surface.* [29]» Fresnel ajoute que l'observation montre que la largeur des franges augmentent si on rapproche la source lumineuse - ce qu'il justifie avec le système des ondes - fait qui reste absolument inexplicable avec l'autre théorie puisque l'action des forces ne peut dépendre du chemin parcouru par les molécules lumineuses…

En 1819, avec le mémoire couronné par l'Institut, Fresnel est catégorique : « *il est donc certain que les phénomènes de la diffraction ne dépendent point de la nature, de la masse ou de la forme des corps qui interceptent la lumière,*

[27] Le rapport lu à l'Institut le 25 mars 1816 sur le premier mémoire de Fresnel sur la diffraction contient la remarque suivante, Poinsot et Arago étant les commissaires : « *Le fait découvert par M.Fresnel, de la propagation des bandes dans les hyperboles, nous semble un des plus curieux résulats de l'optique. Dans la théorie des accords et discordances, il n'est pas nécessaire d'attribuer un mouvement courbe à la lumière… Nous ignorons comment ce mouvement singulier pourrait se concilier avec l'hypothèse de l'émission.* » "Rapport sur un mémoire relatif à la diffraction de la lumière par M.Fresnel", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p86. On trouve ce rapport également au tome1 des *Mémoires de l'Académie royale des sciences* dans la partie historique où Delambre dresse un état des travaux de cette assemblée.

[28] A.Fresnel : "Supplément au deuxième mémoire sur la diffraction de la lumière", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p148. Biot évoque, le premier, des dilatations et condensations du faisceau lumineux et ajoute qu'elles seraient liées à la variation d'une force répulsive, mais tout ceci reste très évasif.

[29] ibidem p148-149.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

mais seulement des dimensions de l'espace dans lequel elle est interceptée, ou de la largeur de la fente par laquelle elle est introduite. On doit, en conséquence, rejeter l'hypothèse qui attribuerait ces phénomènes à des forces attractives ou répulsives… on ne peut pas admettre davantage que la diffraction est occasionnée par de petites atmosphères de la même étendue que la sphère d'activité de ces forces… Il en résulte donc que les phénomènes de la diffraction sont inexplicables dans le système de l'émission. [30]» Les commissaires de ce prix, tous newtoniens à l'exception d'Arago, ont accepté le travail de Fresnel[31].

En mars 1819, la position de la théorie corpusculaire est déjà affaiblie et compromise. Biot qui s'était occupé de la diffraction en 1816 n'a pas réussi à en donner une théorie probante ni même à en faire une étude expérimentale précise comme celle de Fresnel. Depuis le début de ses recherches, celui-ci a la conviction d'être capable de donner la véritable explication des teintes des lames cristallines en lumière polarisée.

Fresnel a montré dès 1816, en s'appuyant sur une application numérique, que les couleurs produites par les lames minces cristallisées éclairées en lumière polarisée se rapportent à la différence des chemins parcourus par les rayons ordinaire et extraordinaire lors de la traversée de la lame[32]. Son calcul concorde avec les mesures de Biot[33]. Mais celui-ci remarque que le système des ondes auquel se

[30] A.Fresnel : "Mémoire couronné sur la diffraction de la lumière", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p281-282.

[31] Nous rappelons que ce sont Laplace, Biot, Gay-Lussac, Poisson et Arago. L'énoncé du prix proposé à la séance du 17 mars 1817 est le suivant : « *1° Déterminer par des expériences précises tous les effets de la diffraction des rayons lumineux directs et réfléchis, lorsqu'ils passent séparément ou simultanément près des extrémités d'un ou plusieurs corps, d'une étendue soit limitée, soit indéfinie, en ayant égard aux intervalles de ces corps, ainsi qu'à la distance du foyer lumineux d'où les rayons émanent. 2° Conclure de ces expériences par des inductions mathématiques les mouvements des rayons dans leur passage près des corps.* » in *Procès-verbaux des séances de l'Académie*, tome VI, années 1816-1819, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1915, p165.
Cet énoncé d'inspiration newtonienne est accompagné des dates de fermeture du concours - 1er août 1818 - et de remise du prix qui aura lieu lors de la séance publique du 22 mars 1819.

[32] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p428.
Il s'agit de la deuxième rédaction, bien meilleure que la précédente, déposée le 6 octobre 1816. La première date du 30 août de la même année. A propos de cette identité, de la différence de marche des rayons réfléchis des anneaux colorés avec la différence de chemin des rayons réfractés ordinaire et extraordinaire, Young en fait part in *Quarterly Review*, avril 1814, avec l'article "Malus, Biot, Brewster and Seebeck on light". Les deux savants ont imaginé le même rapprochement entre ces deux phénomènes dans l'ignorance l'un de l'autre.
Le principe des interférences est exposé par Young plus avant en 1802 par le mémoire "On the theory of light and colours", in *Philosophical Transactions*, 1802, p12.

[33] Fresnel a effectué indépendamment de Young le même calcul.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

réfère son concurrent est encore bien imparfait pour former une théorie achevée, concurrente de celle de l'émission : Fresnel ne sait pas indiquer laquelle des images de l'analyseur est ordinaire ou extraordinaire, et le calcul de l'épaisseur de la lame nécessite l'ajout sans motif d'une demi-ondulation à l'un des rayons. Si Biot connaît bien ces difficultés liées au système des ondes, c'est parce qu'il a lu le manuscrit autographe de Fresnel et voyant inscrit sur la dernière page du mémoire ses propres formules des teintes des lames minces[34] commente ainsi le travail de son concurrent : « *Ce sont mes deux formules sur lesquelles il avait accommodé les siennes, en y cherchant quelle était celle des deux images à laquelle il fallait ajouter* hypothétiquement *une demi-ondulation pour faire concorder ses nouvelles formules avec mes expériences.* [35]»

Surtout, Fresnel n'a pu encore expliquer par le principe des interférences la manière par laquelle les rayons ordinaire et extraordinaire agissent les uns sur les autres[36]. A l'opposé de Biot, il a la certitude que les lames minces et les lames épaisses suivent les mêmes lois de réfraction, et donc de polarisation, c'est-à-dire qu'il considère la théorie de la polarisation mobile improbable, pour le moins surprenante dans son principe. Fresnel a constaté qu'avec cette théorie, les molécules lumineuses oscillent dans les lames minces entre deux angles différents [0 ; 2i] de ceux de la polarisation fixe [0 ; 90°] produite par les lames épaisses et conclut à propos des lames minces que « *les faisceaux qui les traversaient ne recevaient la polarisation fixe qu'au moment de leur émergence, et dans des directions très différentes de celles où ils étaient polarisés immédiatement auparavant ; ce qui est bien difficile à admettre, car, d'après toutes les expériences que j'ai faites jusqu'à présent, il ne paraît pas que les surfaces des cristaux aient sur la lumière une action polarisante différente de celles des autres corps transparents… Toutes ces difficultés disparaissent dans la théorie des ondulations, qui n'oblige pas, comme celle-ci, à supposer que les cristaux d'une petite épaisseur*

[34] $F_o = O.\cos^2\alpha + E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha - i)$
$F_e = O.\sin^2\alpha + E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha - i)$

[35] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p411.

[36] Fresnel et Arago ont seulement constaté que des rayons polarisés dans des plans perpendiculaires n'interagissent pas, alors qu'il en va tout autrement si les plans sont parallèles. Ces deux savants ignorent encore, en 1816, en quoi consiste la polarisation de le lumière dans le système des ondes.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

polarisent la lumière autrement que ceux qui la divisent en deux faisceaux distincts. [37]» Nous rappelons que nous sommes en 1816.

En collaboration avec Arago, Fresnel progresse vite, découvrant même de nouvelles propriétés de polarisation de la lumière qui ont échappé à Malus et à Biot[38]. Il parvient, en 1817, à donner une règle pour connaître auquel des rayons réfractés il faut ajouter une demi-ondulation[39].

Le calcul des teintes des lames minces cristallines est plus assuré et Fresnel commence à critiquer certains résultats de Biot. Ainsi, celui-ci avait observé que lors de la rotation d'un système de deux lames de même épaisseur tirées du même cristal - ces lames ont leurs axes parallèles à leur plan et sont tournées de 45° - les teintes des images du dispositif analyseur ne changeaient pas si le plan de section principale du spath analyseur se confondait ou était tourné à 90° du plan primitif de polarisation. En particulier, la teinte du rayon extraordinaire du spath analyseur valait constamment E, teinte des anneaux réfléchis identique à celle d'une seule des deux lames cristallines. Or, en 1818, Fresnel conteste ce résultat, calculs et observations à l'appui.

Il précise que les observations de Biot sont exactes pour des azimuts particuliers. Ainsi, lorsque l'axe d'une des deux lames du système se trouve dans un azimut multiple de 45°, la teinte du rayon extraordinaire du spath analyseur correspond bien à celle E des anneaux réfléchis. Pour tout autre azimut, la teinte diffère légèrement de E. Dans un premier temps, Fresnel nous rapporte qu'il croyait s'être trompé, tant il a confiance dans l'habileté expérimentale de Biot. Il modifie le procédé expérimental de celui-ci de sorte à ce que l'angle fait par les axes des deux lames soit exact à 1° près[40], et décèle un changement sensible de la teinte pour les azimuts intermédiaires à ceux multiples de 45°. En vérité, l'attention de Fresnel est attirée par ses calculs théoriques qui prédisaient une variation légère de la teinte E.

---

[37] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p438.

[38] Ce problème a été signalé par l'**annexe 1**. Malus et Biot n'ont pas constaté au cours de leurs observations qu'une lumière déjà complètement polarisée conserve cette polarisation après réflexion sur un corps transparent, et que seul l'azimut du nouveau plan de polarisation change. Cette propriété de la polarisation de la lumière entraîne des questionnements - et des réponses - sur l'influence des plans de polarisation dans le phénomène d'interférences et in fine sur la production des couleurs des lames minces cristallines. Voir A.Fresnel : "Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p441.

[39] ibidem p469.

[40] Fresnel note que le procédé utilisé par Biot provoque aisément une erreur de 2 ou 3°.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Après la traversée de la seconde lame, quatre rayons parviennent au spath analyseur qui se résolvent en huit rayons, quatre pour former le rayon ordinaire et quatre autres pour le rayon extraordinaire. Fresnel obtient la relation suivante dont le commentaire est des plus intéressant :

« *Ainsi l'intensité de chaque espèce de rayons dans l'image ordinaire est donnée par* $A.\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\cos[2\pi(e-o)]-\frac{1}{2}\sin 4i.\sin^2[2\pi(e-o)]}$ [41]»

o et e représentent les nombres d'ondulations ordinaires et extraordinaires pour l'épaisseur des lames cristallines ; i : l'angle fait par l'axe de la première lame par rapport au plan primitif de polarisation.

Rappelons ici la relation trouvée par Biot pour l'image extraordinaire :

$$F_e = (O,-A).\sin^2 2i + (O-A).\sin^2 2i' + \frac{(E+E,-O-O,+2A).\sin^2 2a}{2}$$

Si a = i' - i, angle entre les deux lames, égale 45° et si les deux lames sont de même épaisseur - donc E = E, et O = O, - alors F_e = E [42], quelle que soit la valeur de l'azimut dont est tourné le système des deux lames. Ainsi cette teinte est constante d'après la théorie de l'émission. Or, Fresnel indique une teinte variable puisque les rayons de certaines teintes s'affaiblissent, voire disparaissent pour les azimuts intermédiaires aux multiples de 45°. Bien sûr, la relation ci-dessus donne avec i, multiple de 45°, une intensité de $A.\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\cos[2\pi(e-o)]}$ constante puisque sin4i est nul pour ces azimuts particuliers.

Insistons : pour toutes autres positions du système des deux lames, l'intensité de chaque lumière homogène change, ce qui affecte l'ensemble de la teinte de l'image ordinaire. On constate bien ce qui sépare les deux approches. Biot considère la teinte E des anneaux réfléchis, c'est-à-dire une teinte composée de plusieurs rayons homogènes dont l'intensité, si elle se modifie, le fait sur toutes ses composantes, alors que Fresnel montre à loisir l'extinction comme la variation de l'intensité de chaque espèce de rayons : les deux hommes ne s'intéressent pas aux

[41] A.Fresnel : "Supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", in *Oeuvres complètes d'Augustin*, tome1, p498. Ce supplément est présenté à l'Institut le 19 janvier 1818. La relation donnée par Fresnel correspond à celle de l'image ordinaire, alors que Biot s'intéresse à l'autre image. Mais ce n'est nullement gênant pour ce qui suit.

[42] Comme a = i' – i et a = 45°, alors 2i' = 2 (i+a) ; et sin2i' = sin (2i + 90°) = cos 2i.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

mêmes entités. Avec Fresnel, nous sommes dans l'individuel et le détail, contrairement à Biot qui traite des collections importantes de corpuscules lumineux.

Pour affermir un peu plus la théorie qu'il développe, Fresnel modifie, en le choisissant à bon escient, l'acteur majeur de cette observation : la lumière naturelle est remplacée par de la lumière homogène. Ainsi, « *on peut rendre beaucoup plus sensible les variations d'intensité des rayons pour lesquels e – o est égal à n ± ¼, en employant de la lumière homogène, au lieu de lumière blanche, et choisissant précisément cette espèce de rayons, que l'on reconnaît aisément à la propriété de donner des images d'égale intensité, lorsque l'axe d'une des lames est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation.* [43]» La théorie de l'émission n'a pas de réponse puisque la lumière blanche polarisée, au passage d'une lame mince cristalline, se partage en deux collections formant des couleurs complémentaires. Par conséquent, si la lumière incidente n'est faite que d'une seule sorte de lumière, comment vont se répartir les molécules lumineuses ? La théorie des ondes donne une réponse confirmée par l'observation et permet de démontrer que les intensités des images, pour le cas d'une seule lame dont l'axe est tourné à 45° du plan de polarisation, sont égales. La théorie rivale ne le peut pas et une lumière homogène révèle toute son inanité dans ce cas.

La fécondité du travail de Fresnel est telle qu'elle lui permet de soupçonner que l'identité des teintes des anneaux de Newton avec celles des lames minces cristallines éclairées en lumière polarisée n'est pas rigoureuse, mais très proche. En effet, « *il est possible que ces nouvelles teintes ne soient pas exactement semblables à celles des anneaux colorés du même ordre, parce qu'elles ne sont pas composées de la même manière ; mais j'ai peine à croire que l'œil puisse saisir cette différence.* [44]» Et Fresnel commente ceci par une annotation marginale de son mémoire : « *j'ai reconnu depuis, comme on le verra dans le Mémoire suivant, que ces teintes ne sont pas composées comme celles des anneaux colorés qui changent de degré dans l'échelle des ordres, en changeant de couleur, tandis que celles-là sont toujours au même degré quoique en changeant de couleur ; c'est ainsi que les*

[43] A.Fresnel : "Supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", in *Oeuvres complètes d'Augustin*, tome1, p500.
Si la lumière est parfaitement monochromatique, l'intensité de l'image varie entre deux extremums A.1 et A. $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ce qui rend le phénomène bien visible effectivement.

[44] A.Fresnel : "Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p459.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

anneaux transmis sont du même ordre que les anneaux réfléchis correspondants quoique de couleur complémentaire.[45]»

En 1821, Fresnel a obtenu une relation analytique de la teinte des lames minces cristallines[46], concurrençant les travaux de Biot. Fort de cette réussite, Fresnel et Arago engagent une polémique publique sur la théorie de la polarisation mobile. Résumons les progrès de la théorie ondulatoire qui ont permis à Fresnel et à Arago de se risquer à cette polémique. Dès 1816, Fresnel commence à justifier les teintes des lames cristallines[47], remarquant que les écrits de Young sur le sujet restent superficiels : « *dans le numéro du journal anglais où le docteur Young rend compte de l'ouvrage de M.Biot, il ne s'attache qu'à prouver l'accord numérique de ses observations et des formules déduites de la théorie des ondulations, et n'explique pas de quelle manière la polarisation développe des couleurs dans les lames cristallisées…* [48]» Fresnel se sert des mêmes notations que Biot afin de « *faciliter la comparaison de ses formules avec les siennes* [49]», d'autant que l'établissement des nouvelles formules de Fresnel recourt aux formules de Malus. Selon Biot, à la sortie de la lame cristalline, nous avons aussi deux rayons, l'un ordinaire F_o, l'autre extraordinaire F_e, le premier polarisé dans le plan primitif et le second dans l'azimut 2i. Le spath analyseur a pour fonction de séparer les deux rayons. Selon Fresnel, « *comme ils* [les rayons] *sont polarisés en sens contraires, leur influence mutuelle ne produit pas d'effet sensible ; mais, en leur faisant traverser un second cristal, on les divise chacun en deux autres ordinaire et extraordinaire, d'où résultent quatre*

[45] A.Fresnel : "Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p459. Nous sommes le 10 novembre 1817. Le mémoire qui suit, daté du 15 janvier 1818, "Supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", ne renferme pas de preuve précise d'un calcul, seulement une indication de son avancement. Mais, les débuts sont prometteurs et les premiers résultats rapprochant les teintes des anneaux colorés avec celles des lames cristallines « *s'accordent aussi bien avec la table de Newton que ceux auxquels M.Biot a été conduit par une formule toute générale.* » in *Oeuvres complètes d'Augustin*, tome1, p508. La citation de Fresnel manque de netteté car elle n'est pas suffisamment développée : le mot degré désignerait la proximité qui existe entre les différentes couleurs d'un même ordre, proximité qui varie avec l'ordre.

[46] Note publiée dans le cahier de mai 1821 des *Annales de chimie et de physique*.

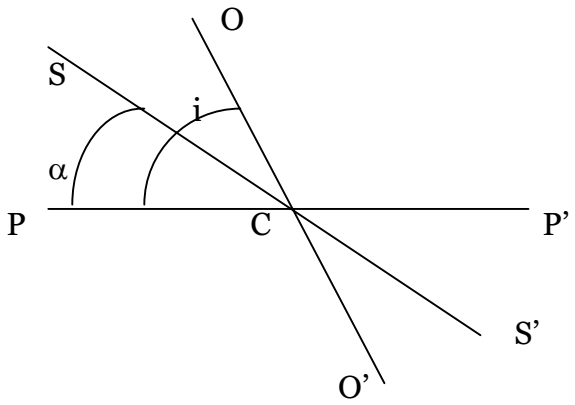
[47] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p385-409 et p410-439. Il existe deux rédactions, la seconde du 6 octobre 1816 étant plus précise dans son objet que la première datée du 30 août 1816. Cependant, celle-ci contient des remarques concernant le travail de Young qui ne figurent plus dans la suivante.

[48] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p397. Le journal anglais que cite Fresnel est la *Quarterly Review* d'avril 1814, volume n°11.

[49] ibidem p399.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

faisceaux distincts, dont deux ordinaires, polarisés dans le même sens, peuvent agir l'un sur l'autre d'une manière apparente, ainsi que les deux faisceaux extraordinaires. [50]». Donc le spath analyseur reçoit les deux faisceaux de la lame cristalline $F_o = F.\cos^2 i$ et $F_e = F.\sin^2(\alpha - i)$. Ceux-ci se divisent et forment les deux images qui sont la somme de deux termes. La figure ci-dessous sert au raisonnement :



avec PP' : plan primitif de polarisation des rayons incidents ; OO' : plan de section principale de la lame cristalline ; SS' : plan de section principale du spath analyseur.
Ainsi, nous avons, pour l'image ordinaire :

$$F_{oo} = F.\cos^2(\alpha - i) = F.\cos^2 i.\cos^2(\alpha - i)$$

$$F_{eo} = F.\sin^2(\alpha - i) = F.\sin^2 i.\sin^2(\alpha - i) ;$$

et pour l'image extraordinaire :

$$F_{oe} = F.\cos^2(\alpha - i - 90°) = F.\cos^2 i.\sin^2(\alpha - i)$$

$$F_{ee} = F.\sin^2(\alpha - i - 90°) = F.\sin^2 i.\cos^2(\alpha - i).$$ [51]

Si Biot a obtenu les mêmes relations, celles de Fresnel traitent la totalité de la lumière reçue par la lame cristalline, alors que Biot ne considérait que les molécules lumineuses de la teinte E. A ces intensités des images du spath, il fallait encore ajouter les termes dus à la quantité de lumière de teinte O qui a traversé librement la lame cristalline et qui est à son tour partagée par le spath analyseur en deux termes $O.\cos^2\alpha$ et $O.\sin^2\alpha$.

[50] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p400.
[51] ibidem p404.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

A ce stade de développement, la théorie de Fresnel rend bien compte des huit extinctions pour chacune des images de l'analyseur lors de la rotation de la lame, tout restant fixe par ailleurs, extinctions qui se réduisent à quatre si analyseur et polariseur sont croisés ou parallèles[52]. Mais, dans l'immédiat, cette théorie n'indique par la teinte des images, contrairement à la théorie de Biot.

Le premier calcul bien développé[53] faisant intervenir la teinte du rayon est relatif au croisement à 45° de deux lames de mêmes épaisseurs que nous avons déjà évoqué. Mais, la "Note sur le calcul des teintes que la polarisation développe dans les lames cristallisées", parue dans les *Annales de chimie et de physique* de mai 1821 montre que Fresnel est parvenu à surmonter la difficulté que représente le calcul de la teinte produite par une lame cristalline[54]. A l'opposé de Biot, Fresnel calcule l'intensité d'un rayon homogène, c'est-à-dire pour une seule longueur d'onde. En appliquant la formule générale de composition des ondes donnée dans son "Mémoire sur la diffraction", il obtient les intensités des rayons ordinaire et extraordinaire du dispositif analyseur[55] :

Image ordinaire ..... $\cos^2 s - \sin 2i.\sin 2(i-s).\sin^2 \pi(\frac{o-e}{\lambda})$

Image extraordinaire ..... $\sin^2 s + \sin 2i.\sin 2(i-s).\sin^2 \pi(\frac{o-e}{\lambda})$ [56]

Lorsque le facteur en $\sin^2 \pi(\frac{o-e}{\lambda})$ est nul, les deux images deviennent blanches, et nous constatons que la coloration des images résulte de la suppression d'une partie de la lumière incidente pour l'une d'elles et de l'ajout de cette même partie dans l'autre. Cette théorie permet de déterminer suivant quelle proportion une lumière homogène se répartit entre les deux images. Pour connaître la teinte d'une image, il faut calculer pour toutes les longueurs d'ondulations présentent dans la lumière incidente leur proportion dans chacune des images de l'analyseur. Mais alors, quelle

[52] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p407.
[53] A.Fresnel : "Supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", in *Oeuvres complètes d'Augustin*, tome1, p498. Nous sommes en janvier 1818.
[54] in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p609-653.
[55] Cette formule s'écrit $A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa'.\cos 2\pi (c/\lambda)$. Avant de déterminer les amplitudes des rayons ordinaire et extraordinaire du spath analyseur au moyen de cette relation, Fresnel divise la lumière polarisée incidente selon les directions des plans de section principale de la lame cristalline et du spath. Voir p614-616.
[56] Ces formules sont multipliées par le facteur F^2, amplitude du rayon incident, que nous omettons comme Fresnel. L'angle s est identique à α des relations de Biot ; Fresnel a simplement changé de notation.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

teinte voit-on ? Fresnel indique qu'« *il faut avoir recours à la construction empirique de Newton fondée sur l'expérience ; car appliquer et calculer théoriquement l'effet produit sur l'œil par un mélange de rayons hétérogènes, c'est un double problème de physique et de physiologie qu'on est sans doute encore loin de résoudre.* [57]» Problème, comme nous l'évoquerons, repris par Biot pour minimiser la portée du travail de Fresnel…

Avec ce mémoire de 1821, Fresnel reprend une démonstration plus étendue et plus précise de la teinte fournie par le système constitué de deux lames croisées à 45° et donne des considérations mécaniques sur la polarisation de la lumière. En effet, pour l'ensemble des savants de cette époque, tous newtoniens, une justification mécanique des phénomènes est indispensable, Biot restant l'un des plus inflexibles à ce sujet. La polémique publique entre Fresnel et Biot débute lorsque l'Académie, à la demande de Fresnel, propose un rapport sur le "Mémoire relatif aux couleurs des lames cristallisées douées de la double réfraction"[58].

Pour l'essentiel, la polémique porte sur la théorie de la polarisation mobile selon laquelle les molécules lumineuses de la teinte E oscillent entre des azimuts 0° et 2i durant leur progression dans le cristal. L'achèvement de l'oscillation à la sortie du cristal est énigmatique - Biot dit ne pas savoir l'expliquer - et cette théorie entraîne la distinction entre lames minces et lames épaisses cristallines, toutes difficultés ignorées dans le système des ondes. Les conditions nécessaires à l'interférence de deux rayons fournissent le matériau qui infirme cette distinction.

Fresnel et Arago ont montré que deux rayons polarisés dans des plans orthogonaux ne peuvent interférer[59] ; et la composition des deux rayons est d'autant plus intense que leurs plans de polarisation tendent à devenir parallèles. Grâce à ces propriétés d'interférence, Fresnel et Arago vont démontrer la production des teintes

[57] A.Fresnel, "Note sur le calcul des teintes que la polarisation développe dans les lames cristallisées", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p616.

[58] Ce rapport devrait, d'après son titre, concerner un mémoire, or il n'existe qu'une "Note sur le calcul des teintes que la polarisation développe dans les lames cristallisées" parue dans le cahier de mai 1821 des *Annales de chimie et de physique*. Cette publication n'est qu'un prétexte, mais ce qu'elle contient confortent Fresnel et Arago à propos de la validité de la théorie ondulatoire. Dès lors ils agissent contre Biot et sa théorie de la polarisation mobile. Les rapporteurs, Arago et Ampère, indiquent en Nota Bene qu'ils ne considèrent que les mémoires des 7 octobre 1816 et 19 janvier 1818. Les suppléments et notes diverses ne sont pas prises en compte parce qu'ils ne renferment que de simples développements. Or, c'est dans ceux-ci que se trouvent les objections, voire les preuves, les plus graves contre la polarisation mobile.

[59] A.Fresnel : "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p393. La première rédaction de ce travail est datée du 30 août 1816.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

des lames minces cristallines et l'identité de comportement des lames minces et épaisses.

Le dispositif des trous d'Young sert d'instrument. En disposant une seule lame mince de gypse devant les deux fentes, on observe un unique système de franges qui est en réalité la superposition de la composition des rayons de même nom issus de chacune des fentes : les rayons ordinaires de la fente de gauche interfèrent avec ceux de l'autre fente, les rayons extraordinaires faisant de même. Comme le dispositif impose par sa géométrie des différences de marche identiques aux deux sortes de rayons, les franges d'interférence provenant des rayons ordinaires et extraordinaires coïncident, ne donnant qu'un seul système de franges monochromes, visibles à l'œil nu.

La lame de gypse est ensuite découpée en deux moitiés, chacune disposée devant une fente en prenant soin d'orienter les axes des lames à 90° l'un de l'autre. Alors, deux systèmes de franges apparaissent : le rayon extraordinaire sortant de la fente de gauche est polarisé dans un plan parallèle au rayon ordinaire sortant de l'autre fente, les rayons interfèrent et produisent un système de franges à cause de la différence de chemin imposé par la géométrie du dispositif, système par ailleurs décentré à cause de la différence de vitesse dans le cristal des rayons ordinaire et extraordinaire. Réciproquement, les rayons de l'autre sorte issus de chaque fente vont former un autre système de franges décentré du côté opposé au précédent. Enfin, les rayons polarisés dans des plans perpendiculaires et qui sortent des deux fentes ne peuvent interférer, produisent une plage monochrome sur tout le champ d'observation, faisant apparaître entre les deux systèmes de franges précédents une zone uniforme plus ou moins étendue selon la valeur de la différence de vitesse entre les rayons ordinaire et extraordinaire, c'est-à-dire selon la biréfringence. A l'aide d'un spath d'Islande, on reconnaît que les systèmes latéraux de franges sont polarisés perpendiculairement l'un à l'autre[60].

[60] Arago et Fresnel : "Mémoire sur l'action que les rayons de lumière polarisée exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p516-518. Ce mémoire fut publié dans le cahier de mars 1819 (tome X) des *Annales de chimie et de physique*. Cette formation des systèmes de franges est résumé dans le "Rapport fait à l'Académie des sciences, le lundi 4 juin 1821, sur un mémoire de M.Fresnel, relatif aux couleurs des lames cristallisées douées de la double réfraction". ibidem p558-559.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Fresnel et Arago substituent par ailleurs aux lames minces de gypse des lames épaisses de calcite dont les axes sont orientés de la même manière[61] : les mêmes systèmes de franges identiquement polarisés sont observés, c'est-à-dire que la distinction de l'effet des lames selon leur épaisseur n'a pas de fondement. Puisque toutes les lames cristallines ont les mêmes effets, la théorie de la polarisation mobile peut être considérée erronée et devient obsolète.

Pour qu'existent les couleurs produites par les lames minces cristallines, Fresnel et Arago montrent la nécessité simultanée d'une règle et d'une condition confirmées par l'expérience : « *deux rayons polarisés en sens contraires, et ramenés ensuite à des polarisations analogues,* s'influencent comme les rayons naturels*, s'ils proviennent d'un faisceau primitivement polarisé dans un même sens.* [62]» Ainsi, il est nécessaire que la lumière incidente soit, polychromatique et complètement polarisée, mais il faut imaginer que différents rayons, mêmes polarisés dans des plans perpendiculaires, se composent dans un plan intermédiaire : en langage contemporain, nous dirions que ces rayons sont projetés selon un plan d'une orientation définie. A partir de là, comme l'indiquent les rapporteurs, « *peu de mots vont maintenant nous suffire pour montrer comment M.Fresnel explique la production des teintes.* [63]»

La lumière blanche complètement polarisée se divise en deux rayons polarisés dans des plans perpendiculaires lors de la traversée de la lame mince biréfringente. Un spath analyseur dont le plan de section principale ne coïncide avec aucun des plans qui contiennent ces deux rayons en donne quatre rayons, deux ordinaires et deux extraordinaires qui peuvent mutuellement s'influencer par la règle du plan intermédiaire. Ce sont le plan de section principale du spath et le plan perpendiculaire qui servent de plans intermédiaires, c'est-à-dire que dans ces plans se forment les images ordinaire et extraordinaire observables. A cause de la différence de vitesse des rayons qui se composent dans chacun de ces plans, on peut avoir pour un rayon rouge, par exemple, cette teinte qui prédomine dans une image de l'analyseur. En revanche, cette teinte est d'une faible intensité, voire absente, dans

[61] Nous passons sur les problèmes liés à la formation des systèmes de franges fortement séparés à cause de l'épaisseur des cristaux. On déplace ces systèmes au moyen d'une lame de verre compensatrice disposée sur une des fentes.

[62] Arago et Fresnel : "Mémoire sur l'action que les rayons de lumière polarisée exercent les uns sur les autres", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p521.

[63] "Rapport fait à l'Académie des sciences, le lundi 4 juin 1821, sur un mémoire de M.Fresnel, relatif aux couleurs des lames cristallisées douées de la double réfraction". in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p565.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'autre image polarisée perpendiculairement. Ceci est expliqué par la demi-ondulation qu'on ajoute à la différence des vitesses des rayons de l'une des images, phénomène que l'expérience confirme toujours mais que Fresnel ne peut pas encore justifier par la théorie. D'une manière générale, ce qui est présent dans l'une des images est absent de l'autre.

Ainsi, la théorie des ondes permet d'expliquer la formation des teintes et donne les raisons de leur complémentarité, comme le montrent les formules ci-dessus. Rappelons que Fresnel a aussi indiqué la manière par laquelle la teinte fournie par un système de deux lames tournées à 45° l'une de l'autre évolue lors de la rotation de l'ensemble, démontrant la fausseté de l'observation et du calcul de Biot.

Les remarques des rapporteurs, Arago et Ampère (1775-1836), tous deux opposés à Biot, sont sans concession : « *on voit maintenant où réside la difficulté, dans les recherches entreprises par MM. Biot et Fresnel, sur le genre de polarisation que chacun des deux rayons a dû éprouver dans la lame. M.Biot, sans essayer d'isoler ces rayons, se contente d'examiner en masse les propriétés de la lumière émergente. Il trouve que, dans certains cas que nous avons fait connaître, cette lumière, composée à la fois de rayons ordinaires et de rayons extraordinaires, paraît conserver sa polarisation primitive, ou semble polarisée tout entière dans l'azimut 2i : c'est sur cela qu'il fonde la conclusion que les lames minces agissent tout autrement que les cristaux épais. M.Fresnel, s'il ne sépare pas à la rigueur les deux classes de rayons émergents, les isole du moins par leurs effets.* [64]» Ces mêmes rapporteurs concluent : « *… dès à présent elles* [les expériences menées par Fresnel] *établissent qu'il y a, non pas seulement de simples analogies, mais la liaison la plus intime entre les phénomènes de coloration des lames cristallisées, le phénomène des anneaux colorés ordinaires et celui de la diffraction.* [65]» Enfin ce rapport rend hommage au travail de Fresnel mais les commissaires ne se prononcent pas sur la validité scientifique de la nouvelle théorie. Et sous les signatures de Ampère et de Arago, nous trouvons indiqué : « *L'Académie adopte les conclusions du rapport.* [66]»

[64] "Rapport fait à l'Académie des sciences, le lundi 4 juin 1821, sur un mémoire de M.Fresnel, relatif aux couleurs des lames cristallisées douées de la double réfraction". in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p561.
[65] ibidem p568.
[66] ibidem p568.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

En faisant imprimer le rapport de l'Académie dans les *Annales de chimie et de physique* pour le mois de mai 1821, Arago rend les conditions de la réponse de Biot délicates. Cependant, celui-ci réagit très promptement, la semaine suivante, donc le 11 juin 1821, mais sa tache est difficile tant la théorie de Fresnel a acquis de consistance : tous les phénomènes de coloration des cristaux - à l'exception de ceux provoqués par le quartz - paraissent explicables sans qu'il soit nécessaire d'introduire d'hypothèses particulières, le principe d'interférences palliant à tout. Très soucieux du règlement, Biot critique l'attitude des rapporteurs qui prennent en considération des notes et des suppléments sans date d'enregistrement[67], mais il obtient une limitation qui facilite sa réponse : « *MM. les commissaires ayant déclaré, dans cette seconde séance, qu'ils ne demandaient point à l'Académie de se prononcer sur le rapport même, mais seulement sur les conclusions qui le terminent, et ayant modifié ces conclusions de manière qu'elles n'exprimaient plus que de justes éloges du travail de M.Fresnel, éloges auxquels j'ai joint moi-même mon suffrage, j'ai supprimé ici la dernière partie de mes remarques, qui portait sur la légalité du rapport, et je n'ai conservé que les considérations scientifiques, seules dignes par elles-mêmes qu'on y attache de l'intérêt.* [68]» Il ne reste à Biot qu'à défendre la théorie corpusculaire sans qu'il ait à porter de jugements à propos de la théorie ondulatoire.

Après avoir rappelé les circonstances qui l'ont amené aux lois de la polarisation mobile, Biot compare ses relations à celles de Fresnel et les juxtapose. En 1812, Biot était parvenu aux deux relations suivantes pour les deux images du spath analyseur :

Image ordinaire ..... $F_o = O.\cos^2\alpha + E.\cos^2(2i-\alpha)$

Image extraordinaire ..... $F_e = O.\sin^2\alpha + E.\sin(2i-\alpha)$;

et Fresnel, en 1821, à celles-ci :

Image ordinaire ..... $F_o = \cos^2 s - \sin 2i.\sin 2(i-s).\sin^2 \pi(\frac{o-e}{\lambda})$

Image extraordinaire ..... $F_e = \sin^2 s + \sin 2i.\sin 2(i-s).\sin^2 \pi(\frac{o-e}{\lambda})$.

[67] « *Nul plus que Biot n'était respectueux du règlement et des traditions.* » in Maurice Daumas, *Arago, la jeunesse de la science*, Gallimard, 1943, réimpression Bourgois, 1987, p109.
[68] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p569.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Les lettres α et s désignent le même angle. Biot substitue $\sin^2(\alpha-2i) - \sin^2\alpha$ au terme $\sin 2i.\sin 2(i-s)$ dans les relations de Fresnel qui deviennent, avec $\alpha = s$:

Image ordinaire.....$F_o = \cos^2\pi(\frac{e-o}{\lambda}).\cos^2\alpha + \sin^2\pi(\frac{e-o}{\lambda}).\cos^2(\alpha-2i)$

Image extraordinaire..... $F_e = \cos^2\pi(\frac{e-o}{\lambda}).\sin^2\alpha + \sin^2\pi(\frac{e-o}{\lambda}).\sin^2(\alpha-2i)$

Biot identifie ces deux nouvelles relations aux siennes, conclut que $O = \cos^2\pi(\frac{e-o}{\lambda})$ et que $E = \sin^2\pi(\frac{e-o}{\lambda})$; la longueur d'ondulation λ n'étant rien d'autre que le quadruple de la longueur d'accès affectée aux molécules lumineuses qui appartiennent au rayon de même teinte.

On ne peut imaginer d'élément plus démonstratif que ce rapprochement des relations obtenues au moyen des deux traditions. Avec Fresnel, nous avons le calcul qui s'applique au détail, c'est-à-dire à chaque lumière homogène ; alors qu'avec Biot, le calcul traite la lumière en collections de corpuscules lumineux indifférenciés. Si le progrès de la science, comme le pense Biot, se mesure à la capacité que celle-ci a de saisir les faits dans des détails de plus en plus ténus, il faut en conclure que la théorie ondulatoire de Fresnel surpasse maintenant celle de l'émission. En voulant démontrer que les résultats de Fresnel ne sont qu'un autre aspect d'une même réalité, Biot entre dans des considérations problématiques au sujet des accès, ce qui n'ajoutera rien à la crédibilité de la théorie corpusculaire. Certes, il s'appuie sur la valeur indiscutable à ses yeux que représente l'expérience : « *Il y a toutefois une différence essentielle à faire entre les formules de M. Fresnel et les miennes : c'est que les coefficients O, E, dans mes formules, sont des faits ; au lieu que, dans les siennes, ce sont des expressions hypothétiques... on voit que je n'emploie absolument que des lois physiques qui sont des résultats d'expérience.* [69]» Il poursuit en reprochant à Fresnel d'attribuer à la lumière une "nature" : « *Pour M.Fresnel, au contraire, les expressions auxquelles il parvient étant déduites d'un système sur la nature de la lumière, et étant présentées comme des conséquences rigoureuses de ce système, il faut indépendamment de l'exactitude mathématique de leur déduction, qu'elles représentent numériquement et avec rigueur les teintes de anneaux pour le cas des lames de chaux sulfatée, du moins dans les limites de*

[69] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p576.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'exactitude physique avec laquelle cette identité peut être constatée. [70]» Biot rejette toute idée de système et lorsque Fresnel qualifie la lumière en l'identifiant à une onde, il s'oppose. La valeur de l'expérience, les mesures indissociables d'une haute précision, sont pour Biot ce qui compte le plus. Le fait d'associer la lumière à des corpuscules n'est pas la preuve d'un esprit de système, car les lois de la mécanique qui les utilise comme objet de représentation pour la justification des lois expérimentales sont indemnes de toute qualité, donc d'esprit de système selon Biot. La justification des lois expérimentales par les principes de la mécanique reste le but de toute science car ceux-ci ne considèrent que les effets de causes, elles, hypothétiques - les forces - qu'on élude. L'application de la mécanique conçue sur ces principes est une sorte de preuve, car la mécanique est la discipline la mieux mathématisée, la plus imprégnée du langage de l'algèbre et par conséquent la plus proche de l'exercice pur de l'esprit. C'est la raison qui fait que Biot est plus enclin à considérer la lumière comme formée de corpuscules.

Alors, la conclusion de Biot à propos de la polarisation colorée devient sans équivoque : « *c'est ce mode alternatif de polarisation que j'ai appelé la polarisation mobile. Je suis encore persuadé aujourd'hui qu'il est exact, comme représentation de ces phénomènes, et je ne lui attache pas d'autre valeur. Ainsi, je ne serais pas étonné si l'on venait à découvrir qu'il se produit autrement que par un mouvement oscillatoire des molécules lumineuses, ou en vertu de quelques propriétés des rayons que j'aurais ignorées. Mais cela ne changerait rien aux lois physiques des phénomènes, telles qu'elles se trouvent exprimer par mes formules. Nous sommes encore si éloignés de savoir ce que c'est que la lumière, qu'on ne peut guère de longtemps se flatter d'y découvrir autre chose que des lois.*[71]» Les conceptions qu'ont les deux hommes de la science les opposent.

Afin de prouver un peu plus que les travaux de Fresnel n'offrent qu'une présentation différente des siens, Biot les examine et montre que le système des ondes implique $\lambda = 4i$ et $e - o = 2\,e'$, double de l'épaisseur de la lame cristalline considérée[72]. Alors $\sin^2 \pi(\frac{e-o}{\lambda}) = \sin^2(\frac{\pi}{2}.\frac{e'}{i})$, et ainsi cette expression donne des

[70] ibidem p576 .
[71] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p580.
[72] Cette étude des relations qui lient les deux systèmes est une note ajoutée après lecture des "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

valeurs qui alternent et rappellent celles observées avec les anneaux noirs pour e' = 0 ; 2i ; 4i ; ... et les anneaux brillants pour e' = i ; 3i ; 5i ; ... Il y a bien concordance pour les valeurs maximales et minimales des intensités, mais Biot affirme qu'aux valeurs intermédiaires, cette expression de l'intensité varie trop graduellement si on observe les anneaux de Newton en lumière homogène[73]. Donc, selon Biot, le terme en carré du sinus qui entre dans les relations de Fresnel n'est pas adapté à la représentation des phénomènes puisque les couleurs simples ne se différentient pas suffisamment les unes des autres.

Contrairement aux anneaux colorés où une faible partie seulement des molécules lumineuses est réfléchie par des forces répulsives peu énergiques, les teintes des lames minces cristallines sont le résultat de forces polarisantes plus actives, agissant sur une plus grande proportion de molécules lumineuses[74]. Le phénomène à l'œuvre est plus sélectif, la théorie des accès ne s'applique plus suivant la *facilité*, mais plutôt suivant la *nécessité*. La complémentarité remarquable des teintes des images ordinaire et extraordinaire de la polarisation colorée, le passage plus franc d'une couleur à une autre qu'il n'est perçu avec les anneaux colorés, laissent croire à une action énergique des accès : ce sont les raisons qui autorisent Biot à rejeter la loi en sinus carré des relations de Fresnel. La souplesse du processus qui règle la répartition des molécules lumineuses donne plus de généralité, ce qui contraste avec la rigueur de la théorie ondulatoire de Fresnel, laquelle indique de

Ampère", p577. Il existe un document manuscrit, non daté, constitué de six notes dont trois se rapportent assurément à cette polémique de juin 1821. Ce document, conservé sous la côte E3-55 à la Bibliothèque de l'Observatoire de Paris, constitue, à notre connaissance, le seul cahier d'expériences de la main de Biot qui nous soit parvenu. Ces trois notes ont pour titre : "Expérience avec le verre rouge employé dans les expériences d'Arago et Fresnel", "Calcul des teintes des anneaux composés par la formule de Fresnel $\sin^2 2\pi\frac{e}{\lambda}$", "Expériences sur les variations de couleur que les lames de mica présentent sous les diverses incidences". Pour information, une quatrième note est relative à la diffraction et s'intitule "Note de Fresnel sur une expérience relative à la teinte centrale de l'ombre d'une ouverture circulaire". Les deux dernières notes portent sur des mesures géodésiques à Lipari et à Formentera. La lecture de ce document est difficile et reste bien souvent énigmatique. Dans la note qui nous intéresse, "Expérience avec le verre rouge employé dans les expériences d'Arago et Fresnel", Biot se demande si la lumière employée par Fresnel et Arago est bien homogène : « *Le verre rouge employé par A et F transmet des rayons qui ne sont pas rigoureusement (?) car ils n'ont pas tous les mêmes limites rigoureuses d'accès. Cette différence étant toutefois fort petite ne peut être mise en évidence par un petit nombre d'alternances de propagation, (?) sans doute qu'elle n'a pas été sensible pour Fresnel dans ses expériences sur la diffraction...* » in document E3-55. En définitive, cette lumière rouge peut être considérée homogène.

[73] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p577-578. Les propos de Biot sont d'autant plus stupéfiants que l'expérience montre le contraire !

[74] Le passage d'une teinte à l'autre s'effectue d'une façon plus marquée que dans le cas des anneaux de Newton.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

manière individuelle l'action sur une lumière homogène d'une longueur d'ondulation déterminée.

Avec cette théorie, on peut déterminer les proportions exactes des couleurs qui constituent chacune des images du spath analyseur. Biot calcule à partir des formules de Fresnel la composition des teintes produites par une lame de gypse d'épaisseur connue : « *… l'épaisseur 9, qui répond au rouge du premier ordre, donnerait suivant la formule de M. Fresnel, un rouge composé environ des 7/13 de tous les rayons rouges qui forment le spectre, joints à 2/5 des orangés, 7/25 des jaunes, 1/10 des verts, 1/16 des violets, et à des proportions presque insensibles d'indigo et de bleu, le tout comprenant 1/5 de toute la lumière réfléchie au maximum des anneaux ; ce qui produit une sorte de rouge mélangé, telle pour l'œil qu'on la formerait avec deux parties de lumière blanche et trois de rouge ; tandis que selon les mesures prises par Newton, le rouge de cet ordre est formé uniquement de la portion du rouge situé vers l'extrémité du spectre, à peu près jusqu'au tiers de tout le rouge, sans aucun mélange sensible d'aucune autre couleur…* [75]» Biot reproche à la théorie de Fresnel d'être trop analytique au sujet de la composition des teintes. En effet, quelle est alors la couleur qui en résulte ? Mais on peut aussi rétorquer que la "lecture" des teintes de Newton est qualitative, car limitée par les facultés de l'œil.

En définitive, toutes les remarques faites par Biot se réfèrent à la théorie des accès, et celui-ci dégage une question essentielle : une lumière parfaitement homogène produirait-elle la même succession d'anneaux que celle de la table de Newton ? L'observation de la progressivité avec laquelle se succèdent les alternances de réflexion et de transmission permettrait de trancher à propos de la loi en sinus carré des formules de Fresnel, loi variant trop graduellement selon Biot.

Nous avons vu que Arago et Fresnel avaient fait usage de lumière homogène pour expliquer l'influence de deux rayons polarisés dans des plans différents. Le dispositif d'Young dont chaque fente était garnie d'une lame de gypse servait d'appareil expérimental. Toutes les suppositions théoriques de l'interférence

[75] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p578-579.
Dans la note manuscrite intitulée "Calcul des teintes des anneaux composés par la formule de Fresnel $\sin^2 2\pi\frac{e}{\lambda}$", on distingue parfaitement sept calculs relatifs aux sept couleurs définies par Newton. On ne trouve pas de résultats fractionnaires comme dans la citation ci-dessus, et surtout, les calculs se rapportent à une lame d'air d'une épaisseur de 12.833 millionièmes de pouce anglais alors que la citation des "Remarques" renferme les proportions de teintes de deux lames d'épaisseur 9 et 11.166.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de rayons situés dans des plans différents reçurent une confirmation expérimentale[76]. Or, le même verre rouge utilisé par Arago et Fresnel pour obtenir la lumière homogène de l'expérience précédente est employé par Biot pour vérifier ses supputations concernant la gradation de l'alternance des anneaux. Celui-ci constate que, « *quel que soit ce mode de partage, il ne serait peut-être pas parfaitement sûr de le déterminer avec le verre rouge dont MM. Arago et Fresnel ont fait usage, et dont M. le rapporteur a bien voulu me confier un échantillon pour répéter leurs expériences ; car je me suis assuré que ce verre transmet, non seulement une certaine espèce de rouge, mais laisse aussi passer des rayons jaunes et même quelques rayons verts…* [77]». Souvenons-nous que les molécules de la lumière incidente tournent leurs pôles dans les azimuts 0° ou 2i, après qu'elles ont oscillé durant la traversée de la lame. Les molécules lumineuses qui ont leurs pôles dans l'azimut 0° forment la teinte complémentaire du reste de la lumière dont les molécules ont leurs pôles orientés dans l'azimut 2i. Si la lumière incidente est rigoureusement homogène, on ne peut pas discerner deux groupes de molécules lumineuses appartenant à des teintes complémentaires, et la théorie de la polarisation mobile ne s'applique plus. Mais, même si une lumière paraît homogène, les molécules lumineuses qui répondent à cette teinte ont une inégalité - même faible - de longueur d'accès propres à les répartir, après un nombre suffisant d'oscillations, dans les deux plans de polarisations 0° et 2i : « *d'où il résulte que les alternatives de polarisation, en se multipliant, doivent de plus en plus séparer ses diverses parties hétérogènes en vertu de l'inégale longueur de leurs accès, et les ramener ainsi à des époques différentes dans la même image, jusqu'à ce qu'enfin ces alternatives, étant devenues suffisamment nombreuses, les répartissent toutes en quantité semblablement égale dans les deux sens de polarisation 0° et 2i : ce qui produira dans les deux images une égalité d'intensité complète qui se maintiendra sans*

[76] Ajoutons que Fresnel a prouvé, par l'expérience et par la théorie, que les images d'un spath analyseur ont des teintes et des intensités égales si on interpose une lame mince de gypse dont l'axe est tourné à 45°. Ceci va à l'encontre de la théorie corpusculaire pour laquelle les images sont de teintes complémentaires.

[77] Cette affirmation relative à la composition de la lumière issue du verre rouge n'est pas en relation avec la note "Expérience avec le verre rouge employé dans les expériences d'Arago et Fresnel", dans laquelle il n'est pas fait mention de couleurs autres que le rouge. Dans une note rajoutée après lecture, Biot indique que l'observation des anneaux formés autour des axes d'une topaze blanche, donc en lumière convergente, constitue le meilleur moyen pour déterminer si une lumière est homogène ou non. J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p583-584.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

modification sensible dans toutes les alternatives plus nombreuses… [78]» Ces conséquences sont aussi confirmées par l'observation des teintes des deux images fournies par la polarisation fixe[79]. La souplesse d'utilisation de la théorie des accès lui permet de subsister, mais les remarques de Biot sont ressenties comme des pis-aller par ses adversaires.

Biot doit encore s'expliquer à propos des lames croisées à 45°, Fresnel ayant démontré que les observations et la loi qui en est déduite n'étaient exactes que lorsque le système des deux lames se trouvaient tourné dans les azimuts multiples de 45°. Biot reconnaît avoir fait une application inexacte : « *L'erreur que j'avais commise tenait à ce que … Mais il suffit de la corriger pour avoir les formules véritables qui s'appliquent à tous les angles de croisement des lames, comme on peut aisément le vérifier.* [80]» Il n'y trace nulle part des nouvelles formules pour remplacer les anciennes…

Fresnel a fortement critiqué, en se servant du contenu du *Traité de physique* de Biot, la transition inexpliquée de la polarisation mobile à la polarisation fixe. Biot convient simplement : « *J'ignorais, j'ignore encore comment ce passage s'opère…* [81]» et achève ses "Remarques" en rappelant la démarche qu'il a toujours suivie, la seule qu'il estime légitime : « *Je n'ai jamais prétendu dans mes recherches, établir autre chose que des lois expérimentales. Ainsi, lorsque l'on parviendra à lier entre eux des groupes de faits que je n'aurais pas pu réunir, ou que j'aurai seulement tenté de rapprocher par des inductions, je jouirai de cette extension de la science d'autant plus librement qu'elle ne saurait porter atteinte aux lois physiques que j'ai découvertes, lois que je regarde seules comme durables, et auxquelles j'attache quelque prix.* [82] »

Arago ne laisse pas ces "Remarques" de Biot sans réponse[83], critique encore l'attitude procédurière de celui-ci et rappelle que la théorie de la polarisation mobile est inconciliable avec les expériences de Fresnel qui prouvent que la lumière

[78] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p584.
[79] ibidem p584, note n°2.
[80] ibidem p586, note n°1.
[81] ibidem p587.
[82] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p587 – 588.
[83] Dans le cahier des *Annales de chimie et de physique* de juillet 1821, Arago fait publié un "Examen des remarques de M.Biot par Arago" qu'il débute ainsi : « *En ne mettant aucun obstacle à la publication des Remarques de M.Biot dans les* Annales de chimie et de physique*, je ne me suis pas engagé à les laisser sans réponse…* » in *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel,* tome 1, p591.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

se partage en deux rayons polarisés dans des plans perpendiculaires, que les lames soient épaisses ou minces. Arago insiste sur la question de l'homogénéité de la lumière. Une lumière rigoureusement homogène se partage - lors de la traversée d'une lame mince dont l'axe est bissecteur des plans croisés de l'analyseur et du polariseur - en deux images de même teinte et de même intensité d'après l'expérience et selon la théorie des ondes. Or, Biot a affirmé le contraire, ce que Arago rappelle complaisamment : « *M.Biot dit clairement, dans dix endroits différents de ses ouvrages, qu'un rayon polarisé, de lumière simple, qui traverse une lame cristallisée, douée de la double réfraction, est polarisé tout entier à sa sortie, ou dans le plan primitif ou dans l'azimut 2i.* [84]» N'accordant aucun répit, Arago conclut d'un ton mordant : « *En lisant les remarques de M. Biot, je me suis involontairement rappelé le petit jeu de société connu sous le nom de propos interrompus, et dans lequel comme on sait, il faut répondre au hasard à une question qu'on n'a pas entendue. J'ai montré l'inexactitude de la théorie de la polarisation mobile par des expériences directes, positives : on m'oppose une grande dissertation sur la théorie newtonienne des accès dont je n'ai pas dit un seul mot .*[85] »

Fresnel répond également aux "Remarques" de Biot. Deux sujets prédominent dans les propos de Fresnel. Celui-ci s'est entretenu avec Biot de la question du système formé de deux lames tournées à 45° l'une de l'autre et Fresnel nous confie : « *… je n'ai jamais cité l'erreur dans laquelle il* [Biot] *avait été conduit par ses premières formules, et* donc j'ai été averti par les miennes*, comme une preuve décisive de l'inexactitude de sa théorie ; mais j'ai voulu montrer seulement par cet exemple que j'avais choisi un meilleur guide que le sien : et il me semble qu'il n'en disconvenait pas dans la conversation dont il s'agit ; car il me dit que "la théorie que j'avais adoptée prenait les phénomènes de plus haut, et les conduisait plus loin"*. [86]» Fresnel convient que la théorie de la polarisation mobile qui renvoie par analogie à la table de Newton suffit à la détermination des teintes des lames minces, renouvelle le secours que les travaux de Biot lui ont procuré pour connaître les maximums et les minimums d'intensité des images et pour savoir à laquelle des

[84] F.Arago, "Examen des remarques de Biot par Arago", in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome 1, p597.
[85] ibidem p597.
[86] A.Fresnel, "Examen des remarques de Biot par Fresnel", in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome 1, p607.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

images il fallait ajouter une demi-longueur d'ondulation, et ajoute : « *c'est principalement lorsque la superposition de plusieurs lames vient compliquer le phénomène, que la différence est grande entre les secours qu'on trouve dans les deux théories. Avec celle que j'ai adoptée, les lois des phénomènes les plus compliqués sont des conséquences* forcées *des mêmes principes qui ont servi à calculer les teintes d'une seule lame ; tandis que M.Biot est obligé de faire de nouvelles suppositions pour* renouer les oscillations des molécules lumineuses *d'une lame à la suivante : c'est là surtout que la complication et la multiplicité de ses hypothèses rend sa théorie bien improbable.* [87]»

Les principes théoriques développés par Biot sont l'objet de controverses et de critiques nombreuses et justifiées. En ce mois de juin 1821, un seul thème de contestation de la théorie des ondes reste à Biot. Au début du XIX^eme^ siècle, aucun physicien ne peut imaginer d'ondes sans qu'elles se propagent au moyen d'un support matériel. L'éther, substance infiniment subtile que les savants newtoniens - dont Biot – jugent sans influence dans leur système du monde, va devenir un nouveau sujet de spéculation. La non-interférence d'ondes polarisées dans des plans perpendiculaires amènent progressivement Fresnel à imaginer la propriété de transversalité des ondes lumineuses[88], propriété optique qui impose à l'éther des propriétés mécaniques jugées improbables par tous : « *Arago se refuse dorénavant à suivre Fresnel dans ce qu'il appelle des "acrobaties"*. [89]» Et, Fresnel sait bien que la justification de la théorie des ondes ne peut se passer des principes de la mécanique[90]. L'idée de la transversalité des ondes remonte à une date qu'il est impossible de fixer avec précision[91]. Nous savons seulement que Biot et Fresnel se sont probablement entretenus à ce propos avant la polémique publique de juin 1821 : « *Pour expliquer les phénomènes de coloration que présentent les lames cristallisées, il ne suffit pas d'y appliquer le principes des interférences, comme l'a*

[87] A.Fresnel, "Examen des remarques de Biot par Fresnel", in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome 1, p608.
[88] in Bernard Maitte, *La lumière*, Editions du seuil, Paris, 1981, p232-241.
[89] ibidem p235-236.
[90] Cette question de l'aberration des étoiles restera épineuse et empoisonnera l'esprit des physiciens jusqu'à ce qu'Albert Einstein propose une solution définitive qui ne nécessite pas l'existence d'un éther.
[91] Dans les "Notes et fragments sur l'action que les rayons polarisés exercent le uns sur les autres et sur la polarisation mobile", Verdet indique que la connaissance de la date de cette note fixerait à peu près l'époque où Fresnel a définitivement adopté l'hypothèse des ondes transversales. in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome 1, p527.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

fait le docteur Young, il faut encore y faire concourir des propriétés remarquables de la lumière polarisée, que nous avons découvertes par l'expérience M.Arago et moi, mais dont la théorie des ondes n'a pas encore rendu raison ; ce qui n'est pas étonnant, puisqu'elle n'a pas encore fourni de définition mécanique de la singulière modification transversale des ondes lumineuses qui constitue la polarisation. [92]» Fresnel a bien conscience que la constitution de cet éther est un argument indispensable pour convaincre les savants newtoniens.

Cependant, Biot qui a toujours suivi avec attention les travaux de Fresnel[93] ne produit plus aucun travail à propos de la polarisation colorée ou de la double réfraction à la suite de la polémique de 1821, à l'exception d'un mémoire sur la double réfraction lu le 14 janvier 1828, mais disparu. Biot a bien déposé le 17 décembre 1821 un paquet cacheté que l'Académie agrée au dépôt des Archives de l'Institut. A la séance du 7 janvier 1822, Biot retire ce paquet et le remplace par une note plus étendue, note qui sera elle-même reprise en 1828 et dont il ne reste aucune trace dans les Archives de l'Académie des sciences[94]. S'agit-il de travaux relatifs à l'optique ?

Après le succès remporté par le mémoire sur la diffraction en 1819, le calcul fructueux des teintes des lames cristallines en 1821, la théorie corpusculaire est sérieusement contestée par Fresnel et Arago au moment de la polémique. Le 19 novembre 1821, les phénomènes de double réfraction des cristaux à deux axes sont justifiés au moyen d'ellipsoïde à trois axes inégaux. Des suppléments datés des 13 janvier et 31 mars 1822 étoffent un peu plus le travail de Fresnel, lequel avec sa "Note sur l'accord des expériences de MM. Biot et Brewster avec la loi des vitesses

[92] A.Fresnel, "Note sur la théorie des couleurs que la polarisation développe dans les lames minces cristallisées", in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome 1, p525.

[93] La note B des "Notes et Fragments" a été trouvée dans les papiers de Biot, Fresnel la lui ayant donnée. Egalement, des copies signées voire annotées par Fresnel des deux rédactions du "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent l'un sur l'autre", déposées à l'Institut les 30 août et 6 octobre 1816, figuraient dans les papiers de Biot. La correspondance de Fresnel laisse suggérer que les deux hommes se rencontraient souvent à partir de 1819 à la Société philomathique.

[94] in *Procès-verbaux des séances de l'Académie*, tome VII, années 1820-1822, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1916.
Cette note a été reprise par Biot le 14 janvier 1828 : « *un paquet cacheté déposé au Secrétariat le 7 janvier 1822 par M.Biot, et intitulé* Détermination expérimentale des expressions des deux vitesses dans les phénomènes de la double réfraction, *lui est remis sur sa demande après avoir été ouvert et paraphé par un des secrétaires* » in *Procès-verbaux des séances de l'Académie*, tome VII, années 1820-1822, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, Hendaye, 1916.
Les pochettes des séances de l'Académie des sciences ne contiennent aucun des travaux de Biot, à l'exception du mémoire du 1er juin 1812 paraphé par Delambre.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

donnée par l'ellipsoïde"[95] montre l'incapacité de la théorie de l'émission à traiter la double réfraction des cristaux à deux axes. Cette note présentée le 27 mai 1822 montre que la subtilité des propriétés optiques des cristaux à deux axes échappe à l'expérimentation si celle-ci n'est pas conçue à partir d'idées théoriques préalables. A cette occasion, Fresnel démontre que les cristaux à deux axes n'ont pas de rayon ordinaire à proprement dit. Un nouveau rapport de l'Académie des sciences[96] sur le mémoire de la double réfraction réclame l'impression de ce travail dans le *Recueil des savants étrangers*. La commission s'abstient cependant de se prononcer sur les idées théoriques de Fresnel relatives aux vibrations qui constituent la lumière, ultime motif de réticence des physiciens.

Suite à la polémique de juin 1821, Biot a certainement poursuivi des recherches sur la double réfraction, comme le suggère le titre du mémoire de la note cachetée ouverte en 1828. Mais avec le succès croissant des travaux de Fresnel, Biot est-il encore aussi convaincu du bien-fondé de la théorie corpusculaire ? A ce propos, en 1818, Fresnel nous confie : « *…M.Biot, qui a lu ce mémoire et qui d'ailleurs connaît mieux que personne les difficultés du système de l'émission, est celui des trois dont la conversation me paraît la plus avancée ; c'est dommage qu'il se trouve, à cause de son ouvrage, dans une situation qui intéresse si vivement son amour-propre en faveur de ce système.* [97]»

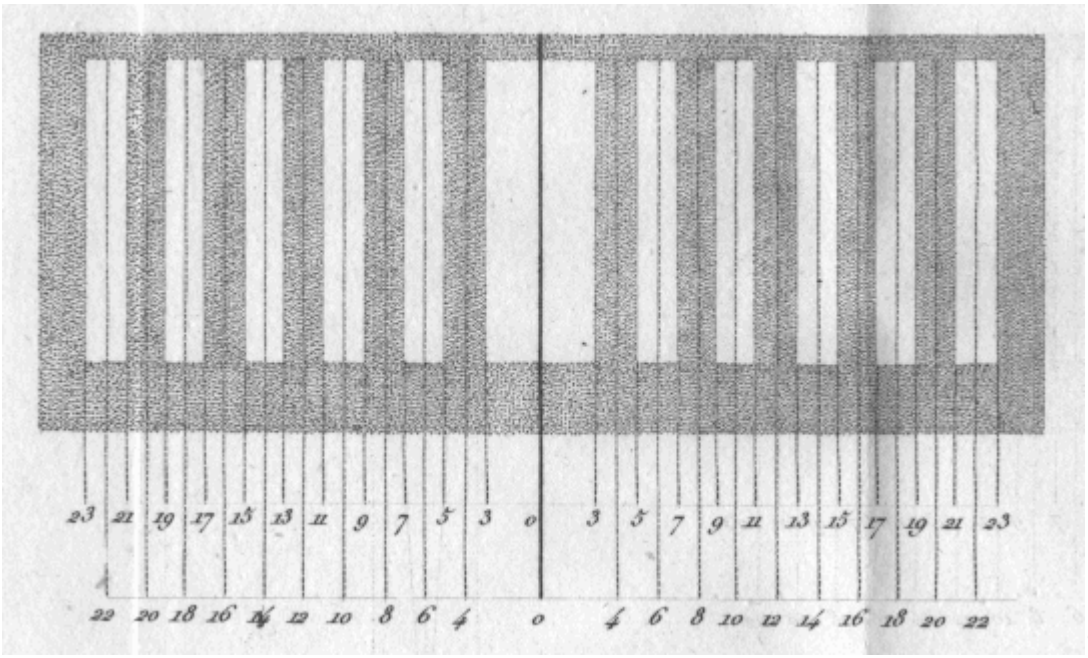
[95] A.Fresnel, in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome2, p443.

[96] Lu le 19 août 1822, les rapporteurs étant Fourier, Ampère et Arago. in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome2, p459.

[97] A.Fresnel, "Correspondance scientifique : Lettre à son frère Léonor", in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome2, p848-850. Cette lettre est datée du 5 septembre 1818.
Le mémoire en question s'intitule "Mémoire sur les couleurs développées dans les fluides homogènes par la lumière polarisée", présenté à l'Académie des sciences le 30 mars 1818. Les commissaires étaient Biot et Arago. Deux des trois personnes sont Biot et Laplace, la troisième Poisson sans doute. Quant à l'ouvrage de Biot, il s'agit très certainement du *Traité de physique* publié en 1816 et tenu par son auteur pour « *l'œuvre de sa vie* » comme il le confie à Marcel Pictet. in *Bibliothèque universelle des sciences, belles-lettres et arts*, Série sciences et arts, Genève, 1816, tome 2, p83.

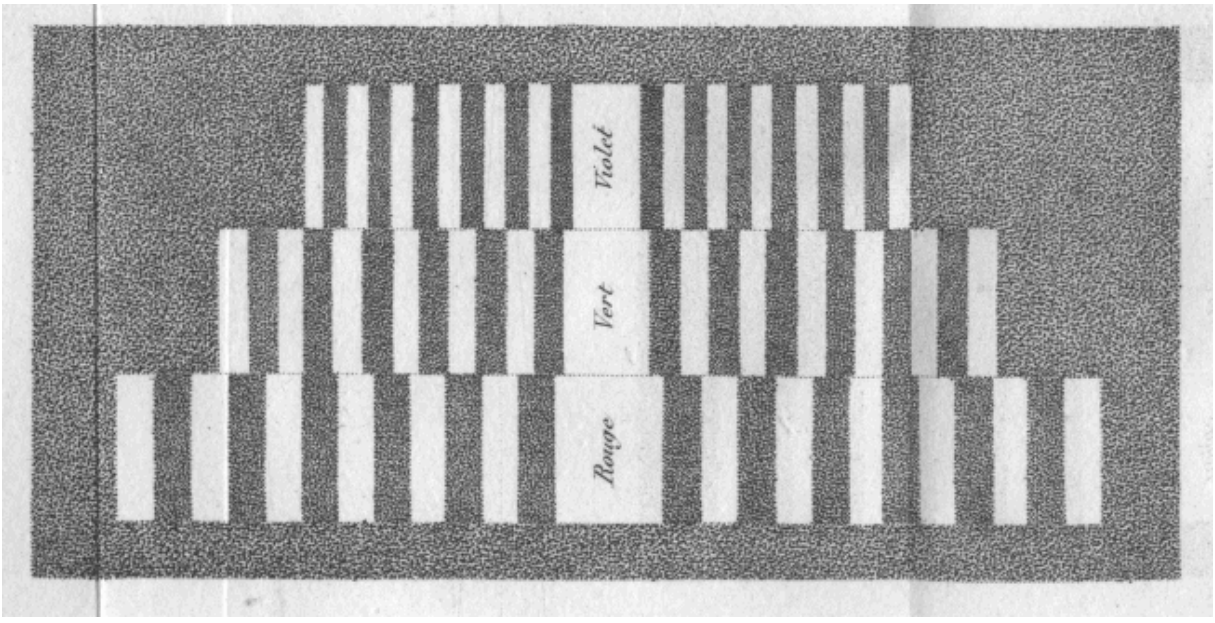
© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Figures



98

Figure 1

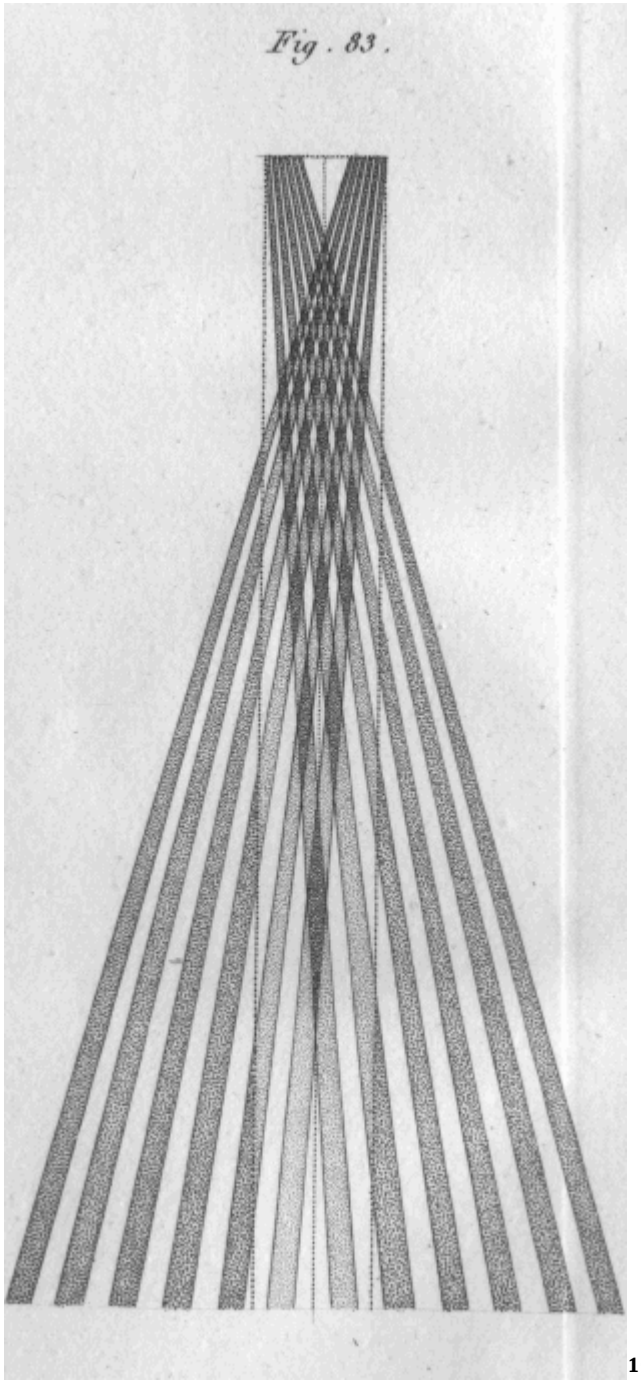


99

Figure 2

98 in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche VII.
99 ibidem planche VII.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



[100]

Figure 3

[100] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche VII.
Les zones grisées indiquent l'absence de lumière.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

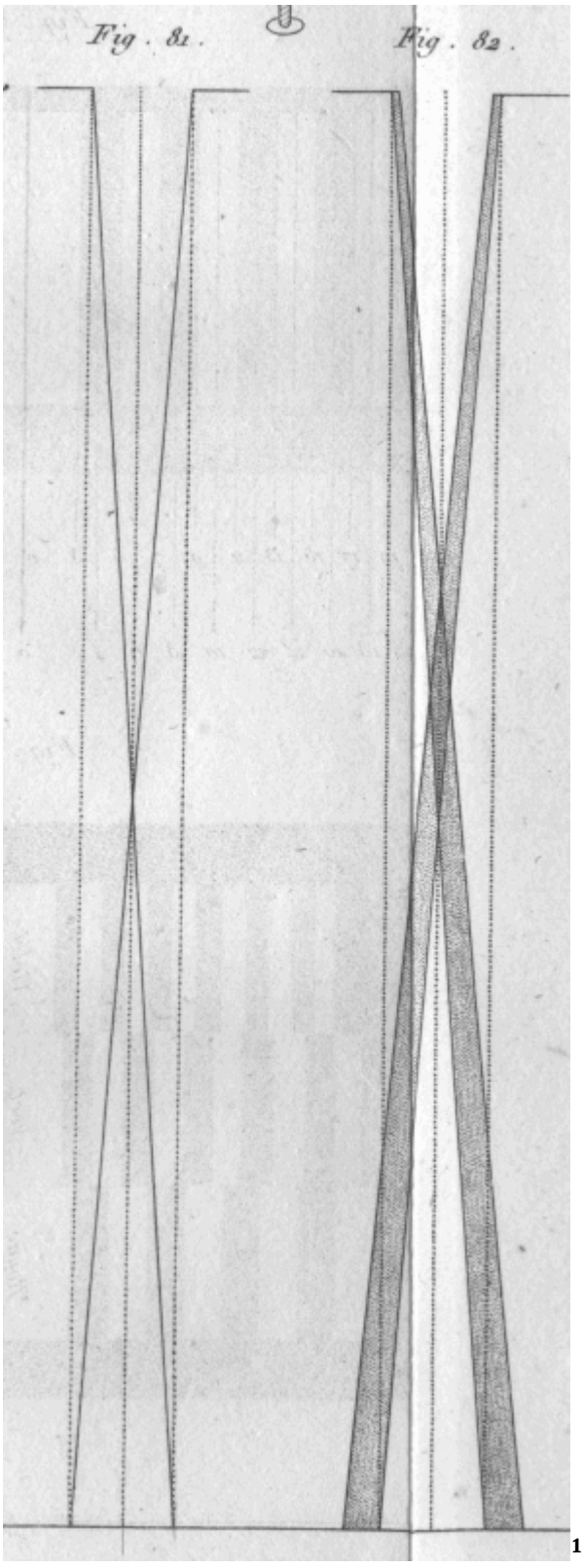


Figure 4

[101] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche VII. Les zones grisées indiquent l'absence de lumière.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 15:

Sur la rotation de la lumière polarisée

En 1811, Arago avait distingué deux sortes de polarisation colorée[1]. L'une d'elles était produite par des lames minces cristallines biréfringentes, l'autre par des lames épaisses de quartz taillées perpendiculairement à leur axe. En 1812, Biot a décrit la première de ces polarisations colorées au moyen d'un mouvement d'oscillation des molécules lumineuses autour de leur centre de gravité[2], mouvement périodique dénommé "théorie de la polarisation mobile" qui permet l'explication d'un grand nombre de phénomènes. Avec les lames épaisses de quartz, la lumière polarisée qui les a traversées provoque dans les images ordinaire et extraordinaire du spath analyseur une succession de teintes identiques à celle des anneaux colorés lors de la rotation du spath. Si on immobilise le spath analyseur, la rotation de la lame épaisse de quartz autour de son axe ne modifie ni la teinte ni l'intensité des images ; ce qui est bien différent de la première sorte de polarisation colorée pour laquelle la rotation de la lame mince provoque une variation de l'intensité de l'image extraordinaire du dispositif analyseur, image de teinte unique. Si Arago a bien, le premier, distingué les deux sortes de polarisation colorée, c'est à Biot que revient le mérite de l'étude de la succession des teintes provoquée par des plaques de quartz.

En 1812, à la suite de l'établissement des lois des teintes des lames minces cristallines, Biot mène une expérimentation sur les plaques épaisses de

[1] F.Arago, "Mémoire sur la polarisation colorée", in *Oeuvres complètes*, tome 10, p36.

[2] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux" in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p1-371.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

quartz en lumière blanche[3]. Il tente de traduire ces phénomènes en terme de rotation continue des molécules lumineuses autour de leur centre de gravité, mais l'attribution de ce mouvement aux molécules lumineuses attend une justification par les principes de la mécanique. Avant cela, il s'aperçoit qu'il est nécessaire, pour rendre compte du phénomène dans tous ses détails, de connaître comment s'effectue la rotation de chaque lumière "simple et homogène"[4]. Ainsi, va-t-il mener peu de temps après, une étude systématique en lumière homogène[5], ce qui aboutit à une description très exhaustive et méticuleuse que nous relaterons. Dans l'intervalle, Biot va découvrir que certains liquides, voire des gaz, possèdent cette propriété de faire tourner le plan de polarisation de la lumière qui les traverse, alors qu'aucun d'entre eux n'a de structure cristalline comme le quartz. D'importantes conséquences au sujet de la structure de la matière vont être déduites.

Ainsi, dans un premier temps, en 1812, Biot utilise de la lumière blanche complètement polarisée pour éclairer les plaques de quartz. Afin de comprendre le mode d'action de ces plaques coupées perpendiculairement à leur axe, il fait varier leur épaisseur[6]. Elles proviennent toutes du même cristal qu'on amincit progressivement. Biot étudie le phénomène pour 13 épaisseurs différentes[7] allant de 0,4 mm à 13,416 mm.

Après la traversée des plaques, la lumière polarisée est analysée par un spath d'Islande dont la section principale coïncide initialement avec le plan primitif de polarisation. Ces expériences présentent toutes des aspects communs : la rotation

[3] Il s'agit de la cinquième partie, lue le 31 mai 1813, du mémoire "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux" dont la lecture débute le 30 novembre 1812. in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p1-371.

[4] ibidem p256-257.

[5] Ceci est relaté dans le mémoire intitulé "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, Firmin Didot, 1817, Paris, p41-136. La lecture a lieu à l'Institut le 22 septembre 1818, alors que l'impression de l'ouvrage est datée de l'année 1817. Les travaux de Biot ont lieu au plus tard en 1817. On ne peut avoir davantage de précision à propos de ce retard.

[6] Cette épaisseur est mesurée avec un sphéromètre.

[7] Biot procède aussi à des mesures avec deux autres aiguilles de quartz différentes pour s'assurer de la généralité des mesures qu'il effectue avec la première. Nous ne retiendrons que les résultats de cette première aiguille, bien suffisants à notre entreprise.
Ce travail de Biot fait partie du grand mémoire "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", dont la lecture débute le 30 novembre 1812. La cinquième section traite de la polarisation rotatoire et de la polarisation en incidence oblique des lames de mica. Sa lecture a lieu le 31 mai 1813. in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de droite à gauche[8] et de 0° à 90° du spath analyseur[9] provoque une montée de la teinte du rayon extraordinaire dans l'ordre des anneaux de Newton comme si la lame devenait plus mince[10] ; la poursuite de la rotation du spath donne les mêmes teintes dans l'ordre rétrograde jusqu'à retrouver pour 180° la teinte initiale. Le phénomène se répète tous les 180 degrés. Le rayon extraordinaire présente les teintes des rayons réfléchis des anneaux de Newton et le rayon ordinaire les teintes complémentaires (voir les **tableaux 1, 2, 3 et 4**). L'ordre auquel les teintes appartiennent est d'autant plus élevé que l'épaisseur de la lame est grande[11]. Pour les plaques de fortes épaisseurs, les deux images du spath analyseur sont blanches et d'intensités égales.

Les lames les plus minces (comme celle des **tableaux 1 et 2**) montrent un minimum d'intensité - allant presque jusqu'à l'extinction - de l'image extraordinaire du spath. L'angle dont il faut tourner le spath pour atteindre ce minimum croît selon l'épaisseur de la lame ; et il arrive un terme pour lequel ce minimum ne se produit plus (**tableaux 3 et 4**), l'épaisseur 3,5 mm étant la valeur limite. Biot a rassemblé dans un tableau les angles pour lesquels l'image extraordinaire présente ce phénomène en fonction de l'épaisseur, et a ensuite comparé l'angle observé de ce minimum par rapport à la moyenne calculée (voir notre **tableau 5**) qui est de 23°,5372 par mm. L'ensemble des observations se limite à ce fait et Biot en déduit la seule loi expérimentale - en lumière blanche - relative à l'étude des lames épaisses de quartz taillées perpendiculairement à leur axe : « *L'accord du calcul et de l'observation est assez frappant pour que l'on puisse en conclure, qu'en effet l'azimut qui donne le minimum du rayon extraordinaire quand ce minimum existe, est proportionnel à l'épaisseur des plaques*. [12]»

Après avoir mis en évidence cette loi expérimentale, il est nécessaire pour Biot de la justifier grâce à des lois déjà confirmées ou bien par les principes de la mécanique. Cependant, il n'y a aucun lieu particulier - comme l'axe de la lame -

[8] La lumière se dirige vers l'œil de l'observateur qui regarde la face de sortie du spath analyseur. Cette définition du sens de rotation reste encore celle usitée de nos jours et correspond au sens trigonométrique.

[9] L'angle dont on tourne le spath est appelé azimut par Biot.

[10] Pour Biot, la "montée" d'une teinte dans l'ordre des anneaux correspond à une modification de cette teinte vers l'ordre 1.

[11] Pour s'assurer de l'ordre auquel la teinte appartient, Biot incline la lame et observe les nouvelles teintes qui apparaissent. Leur succession comparée aux couleurs de la table de Newton permet de déduire l'ordre auquel la teinte appartient pour l'incidence normale. Pour l'azimut 0° du "rhomboïde", les teintes des trois premiers tableaux appartiennent toutes à l'ordre 1.

[12] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p246.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

qui puisse être considérée comme le siège d'une action sur les molécules de lumière. Biot remarque que le minimum d'intensité du rayon extraordinaire est toujours constitué des molécules relatives aux teintes bleu et indigo, et qu'en tournant le spath analyseur, une teinte violacée rougeâtre qui devient très vite rouge puis orangée apparaît, et ceci quelle que soit l'épaisseur de la lame considérée. Il ne comprend pas la raison de ce phénomène, mais affirme qu' « *on est forcé de convenir que l'action du rhomboïde sur les rayons lumineux ainsi modifiés, n'est pas la même que sur les rayons lumineux qui ont été polarisés par la réflexion…* [13]» Comme l'accroissement de l'épaisseur de la plaque entraîne l'observation d'une teinte du rayon extraordinaire appartenant à des ordres de plus en plus élevés, on peut imaginer que les axes des molécules lumineuses tournent de plus en plus au fur et à mesure de leur progression dans la plaque, mais alors, comment expliquer l'existence d'un minimum d'intensité, uniquement pour les faibles épaisseurs de lames de surcroît ? Biot ne sait, constate que l'action du spath analyseur diffère de celle exercée dans les autres phénomènes de la polarisation colorée, et conclut que les molécules lumineuses acquièrent de nouvelles propriétés « *qui sont de véritables propriétés physiques qui subsistent encore après que les molécules sont sorties de la plaque, et qui font que le rhomboïde agit sur elles autrement qu'il n'a coutume de faire avec un rayon polarisé par réflexion.* [14]»

Puisque l'intuition ne permet pas une compréhension immédiate, Biot espère un secours de l'analyse et se réfère aux formules de Malus, a priori générales puisque « *confirmées par toutes mes expériences* [Biot parle des siennes] [15]», pour exprimer les intensités des rayons ordinaire et extraordinaire du spath analyseur. Il attribue un angle et une intensité à chaque nième partie de la lumière incidente, lumière blanche et polarisée ne l'oublions pas. Grâce au minimum d'intensité observé avec les lames les plus minces, il espère éliminer un certain nombre de coefficients, mais c'est l'échec : cette sorte de polarisation colorée ne semble pas apparentée à celle exercée par les lames cristallines dont l'axe se trouve dans leur propre plan.

[13] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p247.
[14] ibidem p248.
[15] ibidem p249. Notons que les termes de Biot sont abusifs : les formules de Malus seules n'ont pu expliquer les teintes des lames minces cristallines…

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Biot a montré par des études en incidence oblique que les teintes observées dépendaient, selon lui, de la longueur du trajet des molécules lumineuses dans le cristal et de l'angle entre le rayon réfracté et l'axe du cristal. Ici, la lumière traverse le quartz selon une parallèle à l'axe du cristal, par conséquent la force répulsive qui émane de cet axe n'agit pas sur les corpuscules lumineux. Et pourtant, certains corpuscules ont leurs axes tournés en fonction de l'épaisseur de cristal traversée : Biot infère l'existence d'autres lieux que l'axe du cristal pour expliquer la rotation des molécules lumineuses. Mais alors en incidence oblique, les forces qui émanent de ces lieux devraient perturber l'action apparemment unique de la force qui émane de l'axe du cristal. Pour circonvenir cette difficulté, Biot propose la solution suivante : « *les phénomènes que présentent les plaques taillées de cette manière seraient encore exactement semblables si l'on concevait en outre dans le cristal de roche un nombre infini d'axes rayonnans autour de l'axe principal perpendiculairement à sa direction ; car à cause du nombre infini de ces axes, leur action totale ne changerait pas quand on inclinerait les plaques sur le rayon polarisé, et par conséquent leur existence dans ces sortes de plaques ne se manifesterait en aucune manière… cette idée, que je ne donne, si l'on veut, que comme une conception mathématique, rendrait parfaitement raison de tous les phénomènes…* [16] »

Voici l'explication de la formation des couleurs qui en résulte : « *en admettant ici, comme nous l'avons reconnu dans tout le reste de nos expériences, que les actions polarisantes ainsi exercées par les molécules dans l'intérieur du cristal sont successives, on voit que les molécules lumineuses éprouveraient d'abord l'action d'une de ces forces, ou d'un de ces axes, puis d'un autre, puis d'un troisième, et ainsi de suite à mesure qu'elles pénètrent dans l'intérieur de la plaque, de manière à acquérir un mouvement de rotation autour de leur centre de gravité…* [17] »

[16] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p256.

[17] ibidem p256.
En 1816, dans son *Traité de physique*, Biot distingue la force répulsive principale qui émane de l'axe du cristal des forces secondaires perpendiculaires à cet axe : *« il suffit d'imaginer que les forces secondaires qui les produisent s'exercent perpendiculairement à l'axe du cristal, et tendent, non plus à faire osciller les molécules lumineuses autour de l'axe, mais à les faire tourner dans un même sens.* » in *Traité de physique*, Deterville, Paris, 1816, p515-516.
Nous ne trouvons rien de nouveau dans cet ouvrage à propos de la polarisation des plaques de quartz. Biot indique que le quartz est alors le seul cristal connu à posséder cette propriété, qu'il a la conviction que d'autres cristaux doivent l'avoir, et qu'il a découvert dans certains liquides cette même propriété. Nous allons y venir. ibidem p525.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Biot a imaginé un mouvement - une rotation continue - des molécules lumineuses autour de leur centre de gravité. Il est important de situer le lieu - ou les lieux - d'où émanent les forces responsables de ce mouvement, car c'est une condition indispensable à l'application des principes de la mécanique. Or, d'après la citation précédente, cela paraît impossible. Biot, dans l'immédiat, se satisfait de remarques tirées de l'expérience et pense que cette rotation est en rapport avec la teinte à laquelle les molécules de lumière appartiennent, leur vitesse de rotation étant certainement liée à la longueur de leur accès puisque, d'après l'expérience, les molécules associées à la teinte violette tournent le plus vite et celles de la teinte rouge le plus lentement. Ainsi, au fur et à mesure de leur avancée dans le cristal, les molécules lumineuses de la teinte violette se mettent à tourner, les autres conservant leurs pôles fixes, puis les molécules de la teinte bleue entament leur rotation, et ainsi de suite. Cette succession de mise en mouvement rappelle celle des oscillations des molécules autour de leur centre de gravité, les molécules de la teinte violette de plus petit accès étant les premières à se mettre en mouvement et les molécules de la teinte rouge les dernières. La polarisation colorée des lames minces d'axe situé dans leur plan répondait parfaitement aux teintes des anneaux de Newton parce que le mouvement alternatif de l'oscillation était en adéquation avec le mode cyclique des accès de réflexion et de transmission. Or, avec cette nouvelle sorte de polarisation colorée produite par les plaques de quartz taillées perpendiculairement à leur axe, nous avons une succession de rotation des diverses lumières homogènes, laquelle s'effectue à une vitesse inconnue. Biot s'interroge : « *quelles seront les vitesses absolues de ces différentes vitesses ? c'est ce qu'il faudrait déterminer par des expériences directes, faites sur chaque lumière prise dans son état simple et homogène ; car il est visible que la table de Newton, formée sur la considération des accès alternatifs de réflexion et de transmission, ne peut plus nous servir dans la circonstance actuelle, où il s'agit de calculer les effets d'un mouvement continu.* [18] » Notons que Biot n'aborde pas le problème de la formation des teintes dans le spath analyseur. En effet, les rayons du spath sont polarisés dans des plans perpendiculaires, et les molécules lumineuses qui sortent de la plaque de quartz ont, d'après la théorie de Biot, leurs axes tournés selon tous les azimuts. Les molécules lumineuses vont devoir achever leur rotation pour faire partie de l'une des images

[18] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p257.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

selon un critère indéfini. Nous avons la même difficulté qu'avec l'achèvement des oscillations à la sortie des lames minces de gypse ou de quartz taillées parallèlement à leur axe.

Infatigable expérimentateur, Biot a noté l'existence de plaques de quartz qui font tourner les molécules de lumière dans le sens opposé, c'est-à-dire de gauche à droite. Pour obtenir à épaisseur égale la même succession des teintes, il faut avec ces plaques tourner le spath analyseur de gauche à droite. Biot détermine que l'intensité avec laquelle les plaques de quartz font tourner les molécules lumineuses est la même pour les deux sortes de quartz[19]. Pour s'en assurer, il associe différentes plaques : il y a addition des effets des plaques qui font tourner les molécules de lumière dans le même sens, c'est-à-dire que la plaque équivalente a pour épaisseur la somme des épaisseurs, et au contraire, il y a soustraction algébrique des effets si les plaques font tourner les molécules lumineuses dans des sens opposés : « *quand on superpose deux de ces plaques qui font tourner la lumière en sens opposé, l'action définitive du système est égale à leur différence ; et le sens du mouvement de rotation des molécules lumineuses est celui de la plaque la plus épaisse…* [20]» Ceci suggère que le principe des forces vives est certainement applicable à cette polarisation colorée, comme il le fut pour les oscillations des molécules lumineuses ; mais pour cela, répétons-le, un lieu d'exercice des forces responsables du phénomène doit être identifié : Biot ne peut le déterminer et ne le déterminera pas.

L'approfondissement du phénomène ne peut provenir que de l'expérience. Ainsi, il faut établir par quelle manière et selon quelle proportion les rayons homogènes de la lumière blanche incidente s'associent pour former les teintes des images du spath analyseur. Le mémoire daté de 1818 répond à cette interrogation.

La théorie de la polarisation mobile requiert de séparer en deux parties complémentaires la lumière incidente : ainsi peut-on expliquer les teintes des deux images de l'analyseur, lesquelles contiennent des collections de plusieurs lumières homogènes, elles-mêmes d'intensités différentes. Etudier de quelle manière les

[19] Cette propriété du quartz est une véritable constante, quelle que soit la plaque considérée, et quelle que soit la lumière homogène choisie.

[20] J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p273.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

plaques de quartz agissent sur chaque lumière simple représente une sorte de défi puisque leur nombre, même limité au domaine du spectre visible, est infini. Par conséquent, il faut choisir ce nombre avec justesse, ce qui revient à délimiter des intervalles de couleurs suffisamment homogènes. Cette délimitation doit permettre de retrouver la teinte globale qui provient de la somme de diverses couleurs qui sont elles-mêmes une juxtaposition d'intervalles plus ou moins étendus, lesquels sont connus depuis Newton. Ce dernier a considéré que la lumière solaire peut être assimilée à la superposition de sept couleurs fondamentales dont il tente de rapporter les proportions aux intervalles d'une gamme musicale[21]. Ce procédé arbitraire donne néanmoins satisfaction lorsqu'on a à composer une teinte particulière à partir de ces sept couleurs fondamentales parce que la sensibilité chromatique de l'œil est limitée[22].

Afin d'isoler les différentes lumières simples du spectre solaire, Biot conçoit une expérimentation en rapport. Nous détaillons un peu le mode opératoire qui permet d'isoler une lumière simple ainsi que les difficultés rencontrées. Biot utilise la lumière des nuées qu'il disperse au moyen d'un prisme très réfringent dont la rotation amène successivement les différentes portions du spectre sur une glace inclinée de sorte à obtenir une polarisation complète. Cette lumière traverse ensuite la plaque de quartz, puis est analysée par un prisme de spath d'Islande achromatisé, posé sur un support gradué au demi-degré. Le spath d'Islande est taillé en prisme d'angle dièdre parallèle à l'axe du cristal, et accolé à un autre prisme de verre crown pour former une lame à face parallèle. L'ensemble achromatise le rayon extraordinaire et sépare nettement les deux rayons ordinaire et extraordinaire. Mais cette expérimentation n'est pas sans poser problèmes.

D'après Biot, une portion de la lumière dispersée par le premier prisme reste non polarisée, et ce d'autant plus que cette portion de lumière est une partie

[21] in Isaac Newton, *Traité d'optique*, seconde édition de 1717, traduction de Coste de 1722, réimpression de 1955, Gauthier-Villars, Paris. C'est l'objet de la deuxième partie du livre I.
La question reste en suspens car les gammes sont multiples et aucune n'a l'universalité souhaitée. Newton a choisi une répartition des couleurs qui a suffisamment de précision dans la pratique. Le rapprochement de cette répartition avec une gamme musicale n'est pas justifiable mathématiquement. Voir D.Devaux et B.Maitte, "Newton, les couleurs et la musique", in *Alliage* n°59, décembre 2006.

[22] La sixième proposition de la deuxième partie du livre I traite de la question : « *Dans un mélange de couleurs primitives, la quantité et la qualité de chaque couleur étant données, connaître la couleur du composé.* » in Isaac Newton, *Traité d'optique*, seconde édition de 1717, traduction de Coste de 1722, réimpression de 1955, Gauthier-Villars, Paris, p173. La démonstration repose sur un cercle chromatique des couleurs identique à celui considéré par Biot pour calculer les teintes produites par les plaques épaisses de quartz.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

importante du spectre. En restreignant l'étendue du spectre à polariser en de plus petits intervalles, on parvient à un résultat meilleur ; mais pour étudier la totalité du spectre, il devient nécessaire de multiplier les mesures. On note que ces intervalles en s'amenuisant tendent à se confondre avec une lumière homogène. Est-ce bien un avantage pour la théorie corpusculaire ? En effet, lorsqu'on parle d'un rayon rouge homogène par exemple, quel point de la partie rouge du spectre doit-on considérer[23] ?

Pour échapper à cette question, Biot observe les images du spath analyseur avec un verre rouge prêté par Arago et rassemble ses résultats dans un tableau (voir notre **tableau 6**). Biot a choisi des plaques de quartz d'épaisseurs différentes, tirées de plusieurs cristaux, certains déviant dans des sens opposés la lumière rouge. Les résultats de chaque épaisseur sont la moyenne de plusieurs mesures faites au minimum d'intensité de l'image extraordinaire du spath analyseur. Donc, la rotation du plan de polarisation d'une lumière homogène préalablement polarisée est un phénomène proportionnel à l'épaisseur de cristal traversée, ce que nous savions. On constate une grande homogénéité de la rotation de ce plan provoquée par chaque millimètre de quartz des plaques considérées, rotation qui s'établit en moyenne à 18,414° par mm pour ce rouge. Les écarts sont imputables au fait que le verre rouge n'isole pas une seule lumière homogène, ce qui empêche une extinction totale de cette image et provoque le passage par un minimum d'intensité qu'il est nécessaire d'estimer.

Comme Biot a l'intention de déterminer la rotation exercée sur diverses lumières homogènes par les plaques de quartz et surtout de comparer ces rotations, il faut nécessairement évaluer la longueur d'accès de ces lumières. Voici comment il chiffre la valeur de la longueur d'accès du verre rouge : « *D'après les expériences de Newton, que j'ai calculées et réduites en table dans mon traité de physique, la longueur d'accès, dans le vide, en millionième de pouces anglais, est, pour le rouge extrême, 6,34628 ; et pour la limite de l'orangé et du rouge, 5,86586. Admettons que le rouge dont j'ai fait usage, réponde au tiers de cet intervalle, du côté du rouge extrême : la longueur d'accès de cette espèce de rouge sera 6,18614 ; et sa rotation,*

[23] Cette question a d'autant plus d'importance que Biot dérange une partie de l'appareil à chaque changement de plaque : « *il aurait fallu être sûr d'employer toujours identiquement la même espèce de lumière… dans les observations comparées ; ce qui eût été très difficile, étant obligé, à chaque changement de plaque, de déplacer l'appareil pour vérifier rigoureusement la direction du rayon transmis.* » J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p41.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

dans un millimètre de cristal de roche, sera, comme on l'a vu tout-à-l'heure, 18°,414. D'après le peu d'intervalle que comprennent les termes extrêmes du rouge, cet évaluation ne saurait être que très-près de la vérité… [24]» Biot a donc procédé à une évaluation de la longueur d'accès de la lumière du verre rouge et s'est servi des travaux de Newton qu'il expose effectivement en page 109 du tome4 de son *Traité de physique* (voir notre **tableau 7**). Les valeurs de ce tableau sont les points de repère utilisés pour calculer la rotation provoquée par chaque millimètre de quartz aux autres longueurs d'accès. Plutôt que chercher par exemple le centre de chacune des sept couleurs du spectre, Biot pointe leurs limites - plus faciles à retrouver après chaque changement de plaque - et détermine les rotations qui les accompagnent. Tout ceci est rassemblé dans notre **tableau 8**.

A la suite de ces mesures, Biot s'aperçoit d'un fait très important pour cette sorte de phénomène et pour les phénomènes chromatiques en général. Nous avons vu que la moyenne des minimums de l'image extraordinaire lorsqu'on éclaire la plaque de quartz en lumière blanche s'établit à 23°,5372 par mm de plaque de quartz, minimum décelable avec des plaques de 3,5mm au plus. Cette image qui a une teinte bleue ou violette vire au rouge subitement lors de la rotation du spath analyseur (voir **tableaux 1 et 2**). Selon Biot, ce fait provient de la faiblesse de l'action des lames qui sont peu épaisses. Ainsi, à la lecture du **tableau 8**, on constate que les parties du spectre sont d'autant plus déviées qu'elles s'approchent du violet. Avec les lames les plus minces, seules certaines molécules lumineuses des teintes bleue, indigo et violette, ont leurs pôles suffisamment tournés pour que ces corpuscules parviennent à constituer l'image extraordinaire. Les autres corpuscules vont constituer l'image ordinaire qui apparaît presque blanche à l'œil.

Pour que cette réunion soit la meilleure, il faut tourner le spath au milieu de la partie jaune du spectre (voir **figure 2**). Biot, qui vient de mettre en évidence l'importance du phénomène de teinte sensible[25], constate que le coefficient

[24] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p57.

[25] La dénomination n'apparaît pas explicitement sous la plume de Biot en 1818. La teinte sensible ou teinte de passage est ainsi désignée par Biot lorsqu'il reprend ses travaux d'optique dans les années 1830. Voir son "Mémoire sur la polarisation circulaire et ses applications à la chimie organique", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome XIII, p80.
La teinte sensible s'observe dans tous les phénomènes d'interférences en lumière blanche polarisée ou non ; mais Biot est le premier à noter l'importance de ce fait.
Quand on supprime le jaune moyen du spectre solaire, on obtient une teinte pourpre lie de vin. Si on éteint à la place du jaune moyen une raie jaune voisine, on constate que la couleur vire brusquement au rouge brique ou au violet sombre selon que la raie éteinte est plus proche d'une extrémité du

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

23°,5372 par mm correspond presque au milieu de la partie jaune du spectre qui serait 23°,8945 par mm, d'après lui, et confirme la valeur de sa découverte en se référant aux travaux de Newton : « *C'était donc réellement la rotation du jaune que j'observais alors ; et voilà pourquoi elle se trouvait proportionnelle à l'épaisseur. En général, dans les phénomènes de teintes, les observations faites sur les parties les plus brillantes répondent au jaune, et y répondent avec une précision qui devient très grande dans des observations nombreuses et comparées. C'est sur l'observation des parties les plus brillantes des anneaux colorés réfléchis, que Newton a d'abord établi la progression de leurs diamètres, et par suite celles des épaisseurs auxquelles ils se forment. Les déterminations ainsi obtenues se sont trouvées donner les mêmes lois qu'une lumière simple, et leurs résultats absolus ont été exactement les mêmes que ceux du jaune simple observé dans la chambre obscure.* [26]» Ces phénomènes colorés ont donc de probables analogies avec les travaux de Newton sur la couleur, et la détermination des teintes par le calcul au moyen des résultats de Newton semble possible.

Afin de valider la loi de proportionnalité de la rotation des plans de polarisation des différentes lumières homogènes (voir le **tableau 8**), Biot va l'éprouver par le calcul des teintes observées en 1812 avec les 13 lames d'épaisseurs différentes (de 0,400mm à 13,416mm) qui proviennent toutes de la même plaque de quartz. Deux informations primordiales sont nécessaires pour effectuer ce calcul : la composition de la lumière blanche qui pénètre la plaque de quartz et la manière par laquelle chaque rayon homogène à la sortie de la plaque se répartit dans les images du spath analyseur.

Pour la première question, Biot se réfère à l'œuvre de Newton, lequel expose dans son *Traité d'optique* les proportions de lumières simples présentes dans

spectre que de l'autre. D'où aussi la dénomination de teinte de passage. La teinte sensible jaune est typique du premier ordre, c'est-à-dire liée aux lames très minces. Ce phénomène est renforcé par la physiologie de l'œil pour lequel le jaune est couleur actinique. On peut définir d'autres teintes de passage pour les ordres supérieurs, mais elles répondent au vert-vert jaunâtre et sont moins reconnaissables. in G.Bruhat, *Optique*, sixième édition, Dunod, Paris, 1965-1992-2005, p127-128 bis.
Biot constate bien ce passage du bleu sombre au rouge violacé de l'image extraordinaire pour les lames les plus minces, c'est-à-dire qui répondent aux teintes du premier ordre de l'échelle de Newton, pendant que l'image ordinaire est de teinte blanc-blanc jaunâtre. Pour les lames plus épaisses, le passage du bleu sombre au rouge violacé de l'image extraordinaire répond à une teinte verte du rayon ordinaire. L'explication de la composition des teintes est propre à Biot.

[26] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p60.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

la lumière blanche. La présentation qualitative de la composition d'une teinte par Newton est réduite en formules analytiques par Biot dans son *Traité de physique* [27].

La seconde question requiert l'utilisation des résultats du **tableau 8**. Grâce à ceux-ci, et parce qu'il y a proportionnalité de la rotation du plan de polarisation en fonction de l'épaisseur de quartz, il est aisé de connaître pour les 13 plaques de quartz l'azimut pris par certains rayons simples après la traversée d'une de ces plaques : toutes ces valeurs numériques sont regroupées dans le **tableau 9** et figurées au moyen de 13 diagrammes[28]. Sur ces derniers, nous voyons bien les sept secteurs colorés qui sont délimités par les huit valeurs angulaires provenant du **tableau 9** et qui sont d'autant plus étendus que les lames sont épaisses. Ces diagrammes comme les résultats dont ils sont issus représentent la répartition angulaire de la totalité de la lumière blanche incidente. Pour calculer par exemple la teinte observée dans l'image extraordinaire du spath analyseur, il faut connaître la répartition de chaque lumière simple entre les deux images. Biot sait que la répartition d'une de ces lumières simples dépend de l'azimut qui sépare le plan de polarisation de cette lumière du plan de section principale du spath analyseur et pense à nouveau que les formules de Malus, « *confirmées jusqu'ici par toutes les expériences* [29]» fournissent cette information. Il va donc les appliquer.

Nous avons déjà montré que la théorie corpusculaire traite la lumière en collections de particules lumineuses parce qu'elle identifie d'autant mieux les teintes qu'elle les oppose. Une teinte donnée est le complément d'une autre, les deux ensemble formant le blanc de la lumière solaire. Ceci était surtout flagrant avec les teintes des lames minces de gypse dont l'axe se trouvait dans leur plan. L'image extraordinaire de l'analyseur présentait alors toujours la même teinte composée d'intensité variable avec la position de l'axe de la lame. Biot avait appliqué une analogie directe avec les teintes des anneaux de Newton, sans s'intéresser à la répartition des lumières simples de ces teintes. Mais avec cette nouvelle sorte de polarisation colorée, parce que Biot a effectué une étude en lumière homogène, la position angulaire des plans de polarisation des différentes lumières simples est

[27] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome3, Deterville, Paris, 1816, p445-455. Voir **annexe 8**.
[28] Nous proposons les diagrammes des plaques n°3 et n°12, d'épaisseurs respectives 2,094mm et 11,971mm, diagrammes désignés **figure 2** et **figure 3** dans notre nomenclature.
[29] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p60-61.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

connue. Une détermination par le calcul de la teinte observée devient possible. Détaillons.

La répartition de la lumière dans chaque secteur est supposée uniforme et de valeur i. Celui-ci s'étend sur un arc a' - a, différence des positions angulaires qui limitent le secteur en question. Pour chaque élément angulaire dx, l'intensité de lumière vaut donc $\frac{i.dx}{a'-a}$. Le spath analyseur divise, selon la loi de Malus, cette lumière en deux faisceaux ordinaire et extraordinaire d'intensités respectives, $\frac{i.dx}{a'-a}.\cos^2(x-\alpha)$ et $\frac{i.dx}{a'-a}.\sin^2(x-\alpha)$, α étant l'angle entre le plan de section principale du spath et le plan primitif de polarisation. L'intensité due au secteur complet sera donc :

$$\text{Pour l'image ordinaire} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots F_o = \frac{i}{a'-a}\int \cos^2(x-\alpha).dx$$

$$\text{Pour l'image extraordinaire} \ldots\ldots\ldots F_e = \frac{i}{a'-a}\int \sin^2(x-\alpha).dx\,.$$

Les intégrales de ces deux relations, entre les bornes a et a' d'un secteur coloré, aboutissent à pour :

$$\text{l'image ordinaire} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots F_o = \frac{i}{2}.\left(1+\frac{R.\sin(a'-a)}{a'-a}.\cos(a'+a-2\alpha)\right)$$

$$\text{l'image extraordinaire} \ldots\ldots\ldots F_e = \frac{i}{2}.\left(1-\frac{R.\sin(a'-a)}{a'-a}.\cos(a'+a-2\alpha)\right).$$ [30]

Si nous donnons ce résultat, c'est en vue d'obtenir les expressions des intensités de ces images aux limites d'épaisseurs des plaques de quartz. Nous verrons à cette occasion la capacité de prédiction de la théorie développée par Biot.

Ce calcul d'intégration doit être effectué pour chacun des sept secteurs. Précisons. Pour être certain que le calcul se rapporte exactement à l'observation, Biot va déterminer les teintes observées lorsque la section principale du spath coïncide avec le plan primitif de polarisation, c'est-à-dire pour $\alpha = 0$. En effet, la position du spath est parfaitement connue puisqu'en l'absence de plaque de quartz, l'image extraordinaire de l'analyseur est éteinte. Pour cette disposition de l'appareil, il

[30] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p64-65.
Parce que Biot exprime les angles en degrés sexagésimales, R = 57°,29574. Ceci est la valeur d'un radian, unité actuelle d'angle qui n'a pas de dimension, afin d'éviter cette sorte de complication dans les calculs.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

obtient alors les proportions de chacune des sept couleurs qui entrent dans la composition de l'image extraordinaire et rassemble les résultats dans un tableau pour les 13 plaques (voir notre **tableau 10**). Pour savoir avec quelle intensité chacune des couleurs entre dans la composition de l'image extraordinaire, « *il faudra connaître combien la lumière blanche contient de rayons de chaque espèce sur un nombre total donné. C'est à quoi conduisent les expériences de Newton, rapportées dans mon Traité de physique, tome III, pag.447.* [31]» A partir de ce résultat empirique de la composition de la lumière blanche, Biot calcule pour les 13 plaques les quantités de chacune des sept couleurs présentes dans cette image, ainsi que les "nombres absolus de rayons simples", toujours pour la position $\alpha = 0$ du spath analyseur (voir notre **tableau 11**). Pour achever sa démonstration, Biot déduit (voir notre **tableau 12**), comme nous l'avons indiqué dans l'**annexe 8**, la position du point de couleur G qu'il place grâce à la connaissance de U et Δ sur le cercle de notre **figure 1**.

Afin de bien appréhender le travail de Biot, nous allons lire et interpréter les résultats qui se rapportent aux plaques d'épaisseurs 2,094 mm et 11,971 mm qui provoquent les arcs de dispersion représentés aux **figures 2 et 3**. Avec la première plaque, nous trouvons la teinte de l'image extraordinaire à 266° par rapport à l'axe CR de la **figure 1**, soit une teinte indigo proche du bleu. Comme $\Delta = 0.17$, beaucoup de blanc se mélange et par conséquent, la teinte effectivement observée est un blanc bleuâtre ou un bleu blanchâtre : c'est bien ce que Biot a noté en 1812 (voir notre **tableau 2**). La même méthode appliquée à l'image ordinaire indique une teinte jaune-orangé. Les intensités des images du spath analyseur sont données par les nombres N et N'. Ainsi, l'image extraordinaire possède un éclat assez intense puisque N vaut presque 470, et l'image ordinaire est plus terne car N' égale presque 189 seulement (voir notre **tableau 12**) [32].

L'autre plaque que nous considérons a une épaisseur de 11,971 mm et l'arc de dispersion des teintes est représenté **figure 3**. La teinte de l'image extraordinaire se trouve à presque 52° de la ligne CR, c'est-à-dire qu'elle répond à un

[31] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p67. Se reporter à notre note 27.

[32] La totalité des rayons vaut 659. L'image extraordinaire rassemble donc $\frac{470}{659}$ de la lumière incidente, c'est-à-dire 71%. L'image ordinaire est constituée des 29% restants.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rouge proche de l'orangé. Comme $\Delta = 0.18$, pour 18 parties de teinte rouge-orangé, nous avons 82 parties de blanc : le mélange donne un rouge pâle jaunâtre[33]. La lecture de la teinte observée en 1812 donne bien cette même indication. La teinte de l'image ordinaire est celle d'un bleu blanchâtre. Dans le mémoire précédent, Biot avait vu un vert-bleuâtre : il attribue cette différence à l'imperfection de l'achromatisme de l'analyseur qui touche essentiellement cette image[34].

Ainsi, la théorie développée par Biot rend très bien compte des teintes et des intensités des observations, tout au moins dans les limites de sensibilité propres à l'œil. Par rapport à la polarisation colorée produite par les cristaux taillés en lames minces parallèlement à leur axe, c'est-à-dire la polarisation mobile, une avancée importante s'est faite. Il n'est plus question d'analogie avec les teintes des anneaux de Newton : Biot calcule directement la teinte des images du spath analyseur à partir des proportions de lumière blanche qu'elles contiennent. Certes, il n'effectue pas un traitement individuel de chaque lumière homogène, mais son analyse en fractionnant le contenu chromatique de la lumière blanche en sept couleurs fondamentales est suffisamment fine pour justifier des observations. C'est une situation intermédiaire entre la théorie ondulatoire de Fresnel et la théorie de la polarisation mobile, laquelle fait intervenir la couleur en paquets qui regroupent des lumières homogènes non déterminées.

Pour conforter la validité de sa théorie, Biot examine les prédictions de celle-ci pour des plaques de quartz ou très minces ou très épaisses, ce qui lui permet de comprendre "comment naissent les teintes" et de savoir "comment elles finissent".

Il a remarqué qu'avec des plaques d'une épaisseur d'environ 1 mm, pour $\alpha = 0$, la teinte de l'image extraordinaire du spath n'est ni violette, ni indigo, mais toujours d'un bleu sombre qui a tendance à blanchir pour des épaisseurs un peu plus grandes (voir les **tableaux 1 et 2**). Le calcul de la teinte en prenant la formule complète ou la limite pour des épaisseurs faibles aboutit à des valeurs d'une différence indiscernable à l'observation, et indique même que le bleu sombre observé est un mélange d'indigo et de blanc[35].

[33] De la même manière, l'image extraordinaire rassemble 54% de la lumière incidente, l'image ordinaire 46%.
[34] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p79.
[35] ibidem p83.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Avec des plaques épaisses, l'arc de dispersion de chaque teinte s'étend de plus en plus, c'est-à-dire que la quantité (a' – a) des relations de F_o et F_e ci-dessus rend les termes facteur de R nuls : les images contiennent toutes les deux un nombre i/2 de rayons de chaque espèce, soit la moitié de la lumière blanche incidente. On a donc deux images blanches d'égales intensités : « *il est vrai, qu'à la rigueur, cette égalité parfaite ne pourrait avoir lieu que pour une épaisseur infinie ; mais, bien avant ce terme, l'égalité des images et leur blancheur sera* [sic] *sensible par l'œil ; de même que, dans les anneaux réfléchis par les lames minces des corps, il n'y a déjà plus de coloration appréciable après le septième ordre, qui répond à des épaisseurs excessivement petites…* [36] »

Biot résume cette démarche analytique du calcul de teintes au moyen d'un abaque (voir notre **figure 5**) qui ressemble à celui construit par Newton pour déterminer la composition des teintes des lames minces isotropes[37]. En effet, à partir de l'étude en lumière homogène, Biot remarque que « *les valeurs absolues des rotations dans chaque plaque pour les différens rayons simples… étaient réciproquement proportionnelles aux quarrés des longueurs de leur accès, ou aux quarrés des longueurs de leurs vibrations dans le système des ondes.* [38] » Puisqu'il y a proportionnalité, Biot trace le réseau de droites qui correspondent aux rotations de 180°, 360°, 540°, etc… pour les différentes couleurs, selon l'inverse du carré de leur longueur d'accès (voir notre **figure 5**). Ainsi, nous lisons en ordonnée - axes UU', II',… ZZ' - les angles de rotation pour les teintes : violet extrême en U, indigo en I, bleu en B,… rouge en R et rouge extrême en Z. La détermination de la teinte du rayon extraordinaire du spath analyseur est immédiate. Prenons un exemple. Si la plaque a une épaisseur de 9.102 mm, la teinte à la limite du bleu et du vert (ligne V) a tourné de 9.102×30.0460 ≈ 273° (voir notre **tableau 8**). On trace une droite parallèle à l'abscisse pour cette ordonnée de 273°, droite notée NN sur notre **figure 5**. Il suffit ensuite de remarquer comment se situe cette droite par rapport au centre de gravité des quadrilatères qu'elle coupe. La droite NN passe juste à côté des centres de gravité

[36] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p84.
[37] in Isaac Newton, *Traité d'optique*, seconde édition, traduction de Coste de 1722, réimpression de 1955, Gauthier-Villars, Paris, seconde planche du livre II, fig6, p376. L'étude des teintes des lames minces constitue l'objet des première et deuxième parties du livre II. Biot étend cette étude dans son *Traité de physique* et donne le même abaque que nous reproduisons avec notre **figure 4**.
[38] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, 1817, p49.
Cette loi a conservé de nos jours le nom de loi de Biot et demeure une bonne approximation.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

des couleurs verte et bleue, pas trop loin de celui du jaune, mais loin de ceux des couleurs violette, indigo, orangée et rouge. Par conséquent, on peut estimer la teinte de l'image extraordinaire du spath comme étant verte, ce que Biot a effectivement observé. C'est une méthode empirique qui s'inspire de celle déjà employée par Newton pour les lames minces non cristallines. La détermination exacte de la teinte se fait au moyen des relations analytiques vues plus avant. Mais, l'obtention d'un abaque proche de celui de son prédécesseur a dû conforté Biot dans la justesse de son étude.

L'explication des phénomènes colorés provoqués par les plaques de quartz est un succès pour l'optique corpusculaire, même si Biot ne les justifie pas par les principes de la mécanique. En 1818, on ne connaît pas d'autre cristal que le quartz possédant cette propriété découverte dès 1811 par Arago. Fortuitement, en 1815, Biot met en évidence des phénomènes de polarisation colorée de la même sorte dans les liquides[39]. L'essence de térébenthine est la première substance liquide étudiée. La lumière du verre rouge sert à nouveau et « *pour l'essence de térébenthine, comme pour le cristal de roche, l'arc de rotation est proportionnel à l'épaisseur que le rayon traverse. Mais la vitesse absolue de la rotation, comparée à celle du cristal de roche, est beaucoup plus faible, et seulement dans le rapport de 0.27057 à 18.414, ou de 68.55.* [40]» Pour être sûr de ce rapport, Biot fait traverser par un rayon polarisé une longueur de liquide 69 fois plus grande[41] que l'épaisseur de quartz : la rotation observée pour la lumière du verre rouge fut la même. Il reste à vérifier les rotations des autres couleurs. Une seule expérience va suffire pour s'assurer que ce liquide tourne tous les rayons simples de la lumière blanche dans les

[39] Pour faire pénétrer des rayons polarisés sous forte incidence, Biot trempe des lames cristallines dans de l'essence de térébenthine. L'influence de celle-ci apporte des résultats curieux qui amènent Biot à étudier les propriétés optiques de l'essence de térébenthine seule. Ainsi découvre-t-il un phénomène « *analogue à celui que l'on observe dans les plaques de cristal de roche, quand on y transmet les rayons lumineux parallèlement à l'axe de cristallisation.* » in *Nouveau Bulletin des sciences, par la société philomathique de Paris*, tome IV, 7eme année, imprimerie Perroneau, Paris, 1814, p190-192. Cette note fut lue à l'Institut le 23 octobre 1815, et dès la semaine suivante, par un ajout, Biot précise que plusieurs huiles essentielles possèdent la même propriété de polarisation. Le tout parut dans le cahier de décembre 1815.
La découverte de cette propriété optique des liquides est sujet de controverse entre Biot et Seebeck. Ce dernier n'aurait reconnu le phénomène qu'en janvier 1816 selon Biot. in *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p542. Verdet est plus réservé mais n'affirme rien : in *Leçons d'optique physique*, tome II, Imprimerie impériale, Paris, 1870, p266.

[40] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p93.

[41] Biot contient l'essence dans un tube fermé par deux glaces.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

mêmes proportions que le quartz. Pour cela, Biot tente de compenser leurs effets en mettant bout à bout une plaque de quartz et une colonne d'essence 69 fois plus longue que l'épaisseur de la plaque, sachant que l'une dévie les rayons en sens opposé de l'autre. L'expérience est probante parce qu'on ne constate aucune action globale sur la lumière : le rayon extraordinaire de l'analyseur reste éteint, ce qui veut dire que les arcs de dispersion du quartz et de l'essence de térébenthine, pour toutes les couleurs, sont dans des proportions identiques[42]. L'utilisation de l'abaque de notre **figure 5** - dont les graduations des axes verticaux sont à modifier dans un rapport 69 - rend bien compte des teintes observées.

Une confirmation de l'égale proportionnalité de l'action des liquides pour chaque lumière homogène est donnée par l'étude de leurs mélanges[43] : « *j'imaginai qu'en formant des mélanges de ces liquides, je pourrai ajouter ensemble les forces de même nature, et opposer les unes aux autres les forces contraires… je pus ainsi, à volonté, accroître ou diminuer les phénomènes, et former des mélanges où ils devinssent absolument nuls par l'opposition complète et l'égale intensité des actions…* [44]» Par exemple, « *d'après les observations faites à travers le verre rouge, on voit qu'à longueur égale, la force rotatoire de l'essence de citron est à celle de térébenthine, comme 66 à 38…* [45]» Toute cette vérification des effets des différentes huiles en mélange renvoie indirectement au principe des forces vives. Mais aucune application n'en est proposée, les forces - rotatoires ? - restent de l'ordre de la spéculation.

Biot s'intéresse à d'autres substances, en particulier au sucre de canne liquide, et les mêmes phénomènes sont observés. Surtout, la rotation des teintes est en rapport avec la concentration de sucre dans l'eau, c'est-à-dire qu'à partir d'une solution de concentration connue, on peut déterminer la teneur en sucre d'une solution quelconque. En conclusion, « *la loi de rotation des différents rayons simples est la même pour le sucre liquide que pour le cristal de roche et l'essence de térébenthine.* [46]» Parce qu'un liquide et un cristal produisent des phénomènes

[42] Connaissant le rapport 69 qui existe entre les effets de l'essence de térébenthine et celles du quartz, Biot compose les actions des deux corps selon des épaisseurs diverses. Les effets produits sont conformes aux attentes.
[43] A condition d'éviter toute réaction chimique entre les différents corps.
[44] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p46-47.
[45] ibidem p118. Cette notion de force rotatoire ne sera pas définie.
[46] ibidem p114.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

identiques sur la polarisation de la lumière, Biot infère que l'état d'agrégation des particules constitutives de ces corps n'a pas d'influence : « *la faculté en vertu de laquelle cette rotation est produite, réside dans les particules mêmes des corps…* [47]» Cette conjecture est soutenue par la considération des propriétés de polarisation associées aux corps solides, lesquels, remarque Biot, n'agissent pas sur la lumière suivant certaines directions, c'est-à-dire que l'ordre de juxtaposition des constituants des corps solides n'ont pas plus d'importance que celui des liquides qui n'en possèdent pas. Seule la figure des particules constitutives importe, comme le montre l'influence de l'épaisseur des corps, solides ou liquides, car le nombre de particules rencontrées par la lumière croît avec cette épaisseur. Pour soutenir davantage cette hypothèse, Biot a dilué des solutions dans des rapports déterminés et a formé des colonnes de liquide dont les longueurs sont réciproques aux dilutions[48] : aucun changement ne fut apporté à la lumière polarisée qui traversait ces solutions, parce que la lumière rencontre toujours la "même masse de ce fluide". Biot en vient à observer l'effet direct et unique des molécules actives, c'est-à-dire celles qui sont supposées être les responsables du phénomène de rotation des rayons polarisés.

Pour cela, il vaporise le liquide, ici l'essence de térébenthine, pour constater si le pouvoir de rotation se conserve dans l'état gazeux. C'est une expérience restée célèbre à cause de l'incident qui l'a accompagnée[49]. L'appareil construit à cet effet est complexe et volumineux, constitué d'une chaudière et d'une longue tuyauterie. Alors que Biot commence à observer la rotation de la lumière polarisée au travers d'une colonne de gaz longue de 15 m, la chaudière qui produit la vapeur d'essence de térébenthine explose pour une raison indéterminée. Ni Biot, ni ses deux assistants ne furent blessés, mais un fort incendie s'en suivit qui ravagea une partie de l'Orangerie du palais du Luxembourg où se déroulait l'expérience. L'intervention rapide des secours évita le pire. L'expérience a duré suffisamment pour que Biot et ses assistants constatent l'apparition des deux images colorées du spath analyseur : l'image extraordinaire, éteinte au commencement, se colore de plus en plus au fur et à mesure que la vapeur d'essence remplace l'air de la colonne. Ainsi,

[47] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p114. Une agitation du liquide ne trouble pas l'expérience.
[48] ibidem p115. Biot dilue l'essence de térébenthine avec de l'éther sulfurique, inactif sur la rotation des rayons de lumière polarisée. D'autres essences sont essayées.
[49] ibidem p125-133.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

le pouvoir de rotation présent à l'état liquide subsiste à l'état gazeux[50] et Biot retient que : « *cette dernière et importante expérience, en confirmant toutes les indications que nous avons tirées des précédentes, achève de montrer que le singulier pouvoir que certaines substances possèdent pour faire tourner les axes de polarisation des rayons lumineux est une faculté individuelle à leurs particules ; faculté qu'elles ne peuvent perdre que lorsqu'elles cessent d'être elles-mêmes, par leur décomposition.* [51]»

Biot n'alla pas plus avant, mais cette étude détaillée de la rotation de la lumière polarisée fut à partir de 1832 à l'origine d'une nouvelle série de travaux très nombreux[52]. C'est à cette époque que la notion de pouvoir rotatoire moléculaire[53] fut défini. Alors que les travaux des années 1810 étaient déjà restreints à une démarche purement expérimentale - si l'on excepte l'explication des teintes par le calcul, lui-même rendu possible par des observations - cette seconde série d'études des années 1830 ne déborde pas le cadre de l'expérience. La justification des phénomènes au moyen des principes de la mécanique, c'est-à-dire en faisant appel aux forces supposées être présentes dans la matière, n'apparaît plus comme un moyen de représentation et d'investigation de la nature. Cependant, durant les années 1830, Biot eut le mérite d'établir de nombreuses liaisons entre propriétés chimiques et propriétés optiques[54] : cet ensemble étoffé de travaux lui valut la médaille Rumford que la Royal Society lui décerna pour l'année 1840.

[50] La mesure du pouvoir rotatoire des gaz ne reprend qu'en 1864, avec Désiré Gernez, "Sur le pouvoir rotatoire des liquides actifs et de leurs vapeurs", in *Annales de l'Ecole normale*, tome I, p1.

[51] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p131-132.

[52] Jusqu'en 1839, Biot publia 14 articles ou mémoires sur cette question. Par la suite, plus de 30 autres publications lui sont imputables jusqu'en 1860.

[53] Le *pouvoir rotatoire* des liquides dépend de l'action individuelle des molécules qui les composent et non de leur mode de groupement. Ce pouvoir rotatoire est défini par le sens et la valeur de la rotation qu'éprouve le plan de polarisation d'un rayon lumineux qui traverse une colonne de 10 cm pour la couleur rouge d'un verre coloré par l'oxyde de cuivre. Par exemple, l'essence de térébenthine a un pouvoir rotatoire de −29,6°, l'essence de bergamote de +19,08°. Ces deux liquides ne dévient pas la lumière polarisée dans le même sens. La concentration en substances actives agit sur l'intensité de la déviation du rayon polarisé qui traverse ces liquides, déviation proportionnelle au nombre de molécules actives ou à la masse de substance active contenue par unité de volume. Afin de pouvoir comparer l'action moléculaire de différents corps dilués et/ou mélangés, Biot a divisé le pouvoir rotatoire que nous avons indiqué plus haut, par la densité du liquide, et a obtenu ce qu'il a appelé le *pouvoir rotatoire moléculaire* noté [ρ].

[54] Voir Jean Rosmorduc, *La polarisation rotatoire naturelle, de la structure de la matière à celle des molécules*, Université de Bretagne occidentale, Blanchard, 1983.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Tableaux

1ere Expérience. *Plaque n° 1, épaisseur en parties du sphéromètre 177, en millimètres 0mm,400. Cette plaque provient de la plaque n° 2 de l'expérience suivante, qui a été amincie.*

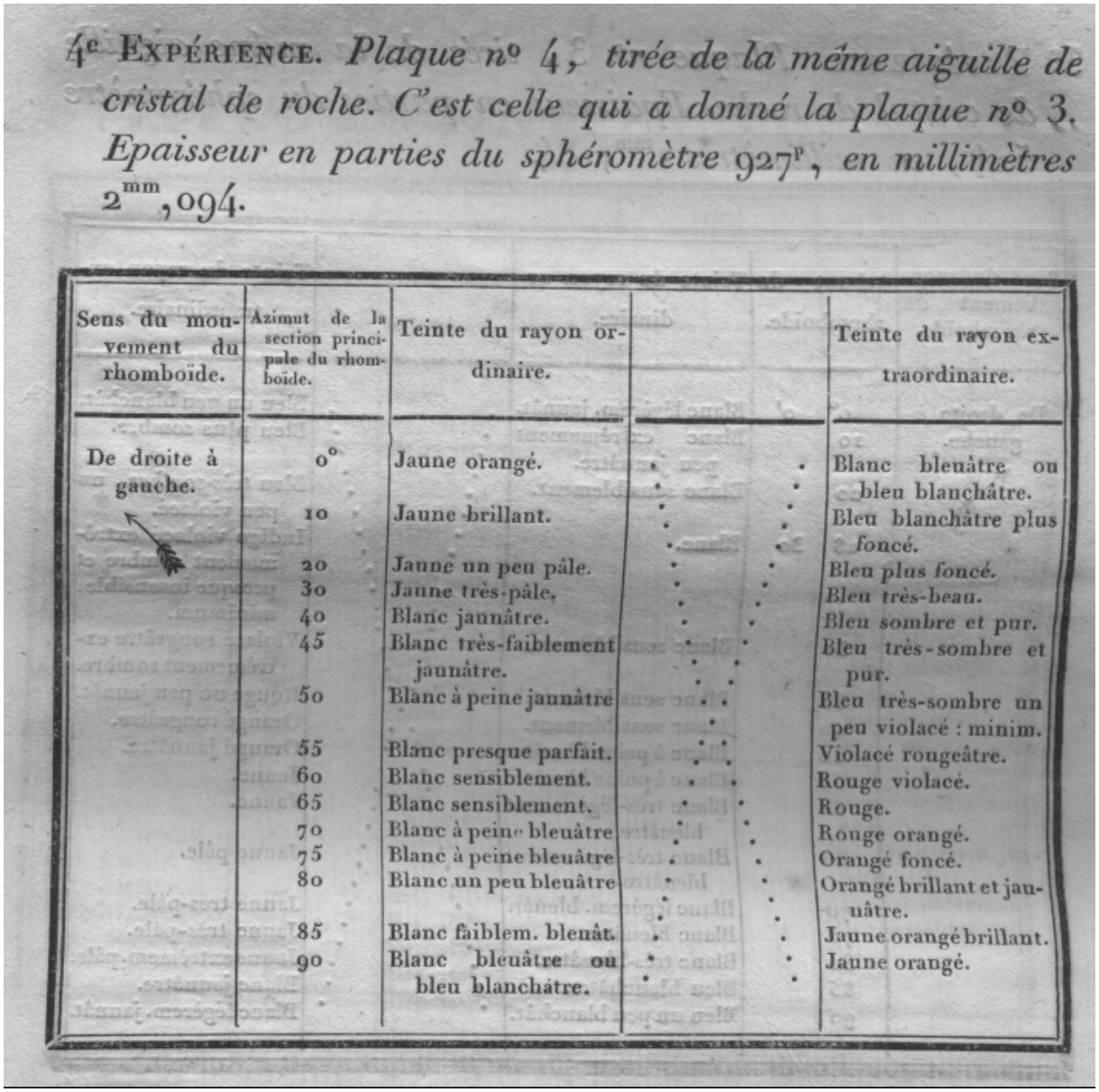
Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.
De la droite à la gauche de l'observateur.	0° 0′	Blanc.	Bleu sombre.
	9 45	Blanc.	Bleu violacé, si faible qu'il est presqu'imperceptible : min.
	11 30	Blanc.	Rouge jaunâtre ou violacé jaunâtre très-sombre.
	20	Blanc.	Jaune pâle.
	30	Blanc.	Jaune très-pâle.
	40	Blanc.	Blanc à peine jaunâtre
	50	Blanc à peine bleuâtre	Blanc à peine jaunâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	Blanc légèrem. bleuât.	Blanc sensiblement.
	70	Blanc bleuâtre	Blanc.
	80	Bleu blanchâtre.	Blanc.
	90	Bleu sombre.	Blanc.
	90 + 0° 0′	Bleu sombre.	Blanc.
	9 45	Bleu violacé presque noir.	Blanc.
	11 30	Violacé jaunâtre très-sombre.	Blanc.
	20	Jaune pâle.	Blanc.
	30	Jaune très-pâle.	Blanc.
	40	Blanc à peine jaunâtre	Blanc.
	50	Blanc à peine jaunâtre	Blanc à peine bleuâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	Blanc sensiblement.	Blanc légèrem. bleuât.
	70	Blanc.	Blanc bleuâtre.
	80	Blanc.	Bleu blanchâtre.
	90	Blanc.	Bleu sombre.

55

Tableau 1

55 J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p221.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



4e Expérience. *Plaque n° 4, tirée de la même aiguille de cristal de roche. C'est celle qui a donné la plaque n° 3. Epaisseur en parties du sphéromètre 927p, en millimètres* $2^{mm},094$.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Jaune orangé.	Blanc bleuâtre ou bleu blanchâtre.
	10	Jaune brillant.	Bleu blanchâtre plus foncé.
	20	Jaune un peu pâle.	Bleu plus foncé.
	30	Jaune très-pâle.	Bleu très-beau.
	40	Blanc jaunâtre.	Bleu sombre et pur.
	45	Blanc très-faiblement jaunâtre.	Bleu très-sombre et pur.
	50	Blanc à peine jaunâtre	Bleu très-sombre un peu violacé : minim.
	55	Blanc presque parfait.	Violacé rougeâtre.
	60	Blanc sensiblement.	Rouge violacé.
	65	Blanc sensiblement.	Rouge.
	70	Blanc à peine bleuâtre	Rouge orangé.
	75	Blanc à peine bleuâtre	Orangé foncé.
	80	Blanc un peu bleuâtre	Orangé brillant et jaunâtre.
	85	Blanc faiblem. bleuât.	Jaune orangé brillant.
	90	Blanc bleuâtre ou bleu blanchâtre.	Jaune orangé.

56

Tableau 2

56 J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p226.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

6e Expérience. *Plaque nº 6. Epaisseur en parties du sphéromètre 2233, en millimètres* $5^{mm},044$. *C'est cette lame amincie qui a donné la précédente.*

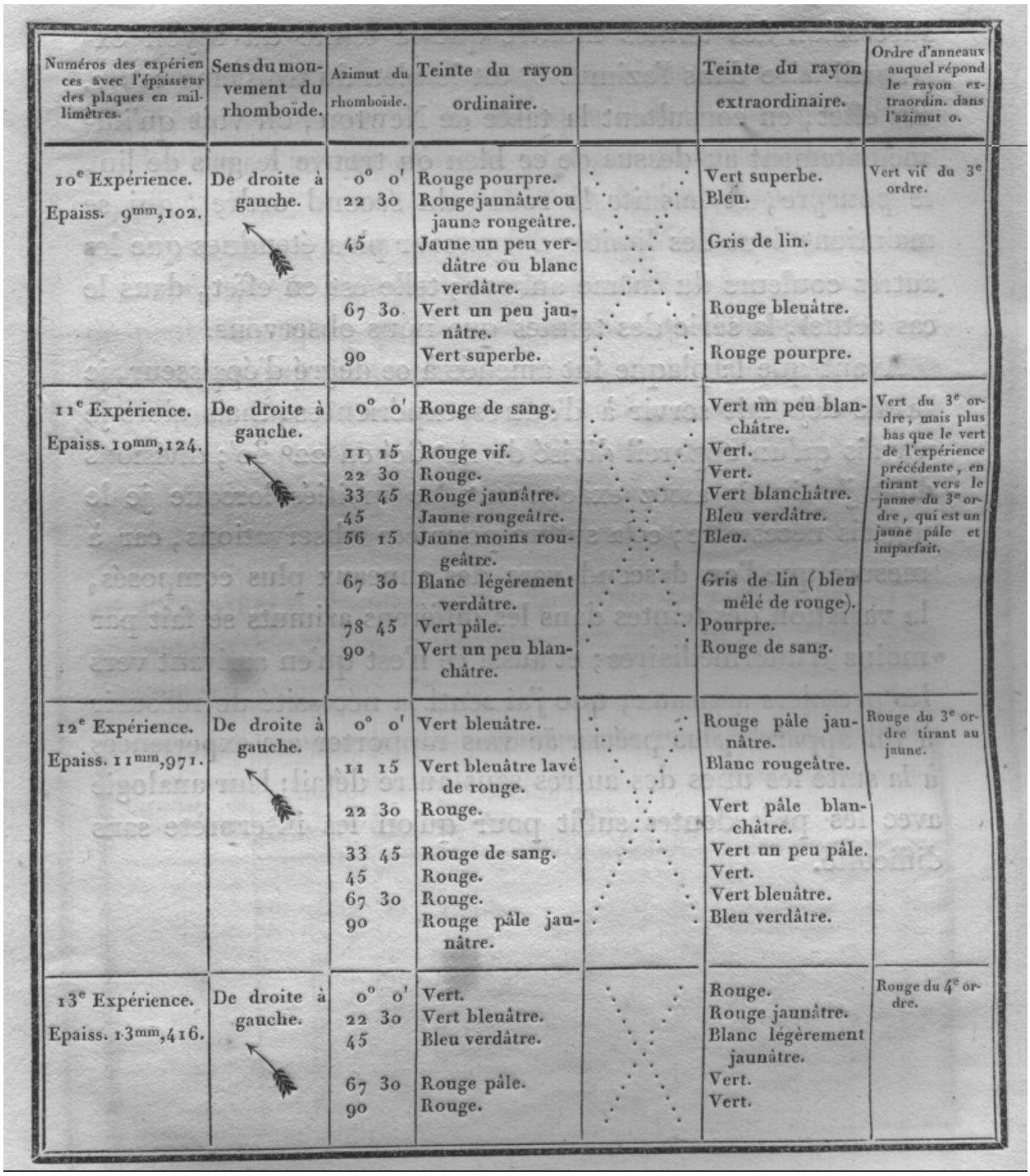
Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Bleu.	Orangé brillant.
	10	Bleu indigo.	Jaune orangé.
	20	Indigo sombre.	Jaune citron un peu verdâtre.
	30	Indigo violacé.	Vert jaunâtre.
	40	Violet rougeâtre.	Vert moins jaunâtre, clair.
	50	Rouge pourpre.	Vert bleuâtre.
	60	Rouge.	Vert bleuâtre ou bleu verdâtre clair.
	70	Rouge jaunâtre.	Bleu céleste clair.
	80	Orangé très-rouge.	Bleu céleste.
	90	Orangé brillant.	Bleu.

57

Tableau 3

57 J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p228.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



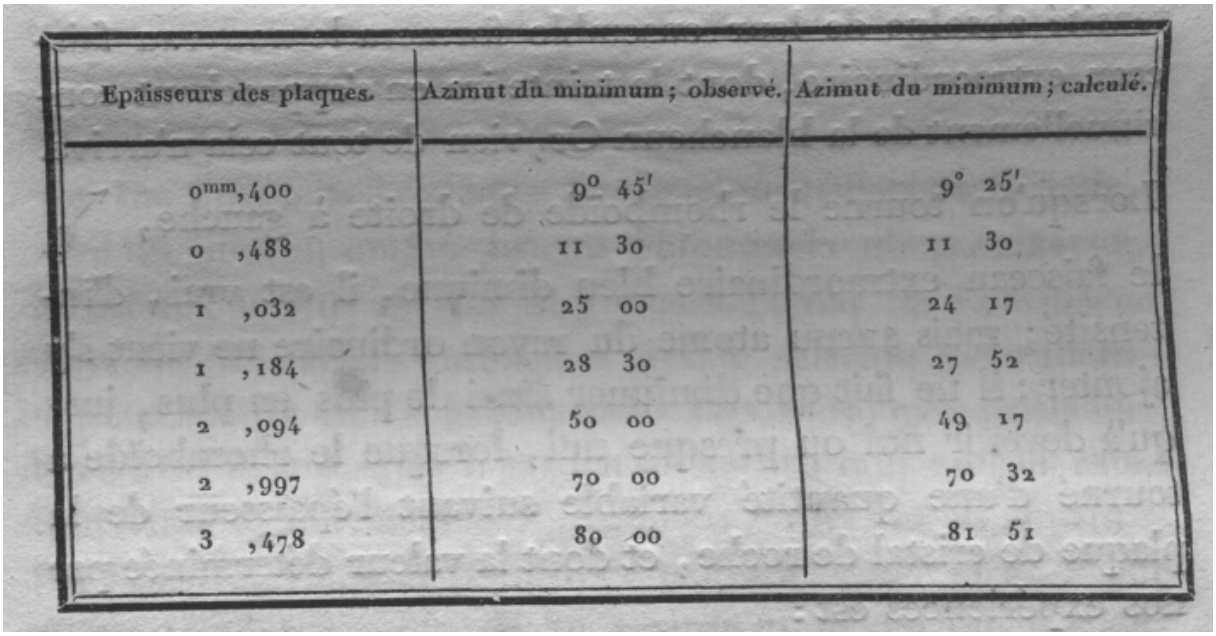
Numéros des expériences avec l'épaisseur des plaques en millimètres.	Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'anneaux auquel répond le rayon extraordin. dans l'azimut o.
10e Expérience. Epaiss. 9mm,102.	De droite à gauche.	o° o′	Rouge pourpre.		Vert superbe.	Vert vif du 3e ordre.
		22 30	Rouge jaunâtre ou jaune rougeâtre.		Bleu.	
		45	Jaune un peu verdâtre ou blanc verdâtre.		Gris de lin.	
		67 30	Vert un peu jaunâtre.		Rouge bleuâtre.	
		90	Vert superbe.		Rouge pourpre.	
11e Expérience. Epaiss. 10mm,124.	De droite à gauche.	o° o′	Rouge de sang.		Vert un peu blanchâtre.	Vert du 3e ordre, mais plus bas que le vert de l'expérience précédente, en tirant vers le jaune du 3e ordre, qui est un jaune pâle et imparfait.
		11 15	Rouge vif.		Vert.	
		22 30	Rouge.		Vert.	
		33 45	Rouge jaunâtre.		Vert blanchâtre.	
		45	Jaune rougeâtre.		Bleu verdâtre.	
		56 15	Jaune moins rougeâtre.		Bleu.	
		67 30	Blanc légèrement verdâtre.		Gris de lin (bleu mêlé de rouge).	
		78 45	Vert pâle.		Pourpre.	
		90	Vert un peu blanchâtre.		Rouge de sang.	
12e Expérience. Epaiss. 11mm,971.	De droite à gauche.	o° o′	Vert bleuâtre.		Rouge pâle jaunâtre.	Rouge du 3e ordre tirant au jaune.
		11 15	Vert bleuâtre lavé de rouge.		Blanc rougeâtre.	
		22 30	Rouge.		Vert pâle blanchâtre.	
		33 45	Rouge de sang.		Vert un peu pâle.	
		45	Rouge.		Vert.	
		67 30	Rouge.		Vert bleuâtre.	
		90	Rouge pâle jaunâtre.		Bleu verdâtre.	
13e Expérience. Epaiss. 13mm,416.	De droite à gauche.	o° o′	Vert.		Rouge.	Rouge du 4e ordre.
		22 30	Vert bleuâtre.		Rouge jaunâtre.	
		45	Bleu verdâtre.		Blanc légèrement jaunâtre.	
		67 30	Rouge pâle.		Vert.	
		90	Rouge.		Vert.	

58

Tableau 4

58 J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p236.
Cette page et la suivante sont numérotées à tort d'une centaine supplémentaire.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



Epaisseurs des plaques.	Azimut du minimum; observé.	Azimut du minimum; calculé.
0mm,400	9° 45′	9° 25′
0 ,488	11 30	11 30
1 ,032	25 00	24 17
1 ,184	28 30	27 52
2 ,094	50 00	49 17
2 ,997	70 00	70 32
3 ,478	80 00	81 51

59

Tableau 5

59 J.B Biot, "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", in *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 13, pour l'année 1812, Firmin Didot, 1814, Paris, p246.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

ÉPAISSEUR de la plaque.	SENS de la rotation.	ARC de rotation.	ROTATION pour un millimètre. (1)	ARC DE ROTATION calculé d'après la moyenne.	EXCÈS de calcul.
1,mm 184		— 22°	18,°581	21,°80	—0,°20
2, 999		— 56	18, 667	55, 24	—0, 76
3, 397		— 62½	18, 399	64, 04	+1, 54
3, 901		+ 72	18, 456	71, 83	—0, 17
4, 005		— 74	18, 476	73, 75	—0, 25
5, 014		— 92	18, 348	92, 33	+0, 33
7, 465		—136	18, 218	137, 46	+1, 46
7, 510		+136	18, 109	138, 29	+2, 29
	Moyenne.....		18, 414		

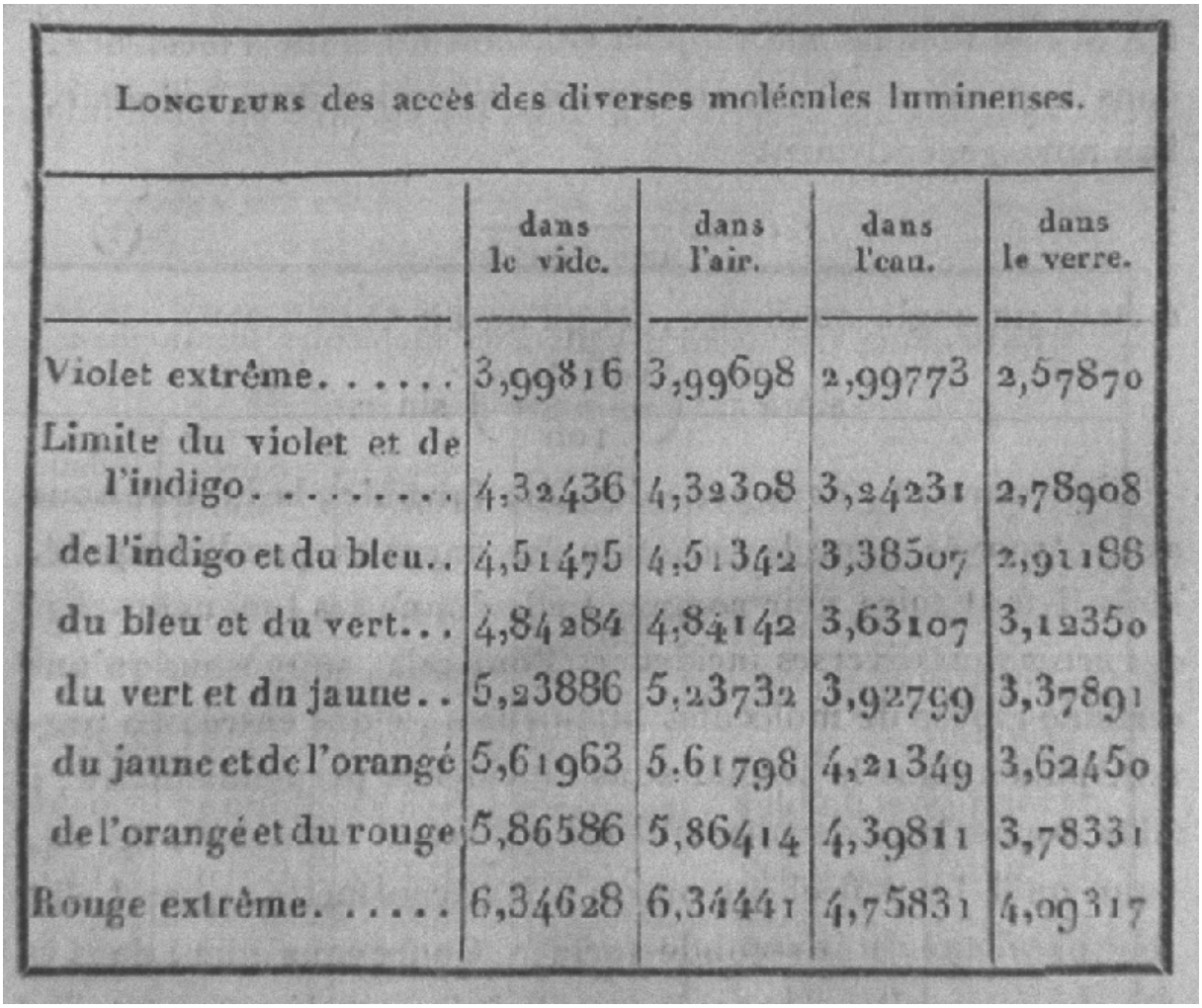
(1) Le degré employé ici, et dans tout le reste du mémoire, est le degré sexagésimal.

[60]

Tableau6

[60] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p55.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



Longueurs des accès des diverses molécules lumineuses.

	dans le vide.	dans l'air.	dans l'eau.	dans le verre.
Violet extrême.	3,99816	3,99698	2,99773	2,57870
Limite du violet et de l'indigo.	4,32436	4,32308	3,24231	2,78908
de l'indigo et du bleu..	4,51475	4,51342	3,38507	2,91188
du bleu et du vert...	4,84284	4,84142	3,63107	3,12350
du vert et du jaune..	5,23886	5,23732	3,92799	3,37891
du jaune et de l'orangé	5,61963	5,61798	4,21349	3,62450
de l'orangé et du rouge	5,86586	5,86414	4,39811	3,78331
Rouge extrême.	6,34628	6,34441	4,75831	4,09317

[61]

Tableau 7

[61] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome 4, Deterville, Paris, 1816, p109.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Arc de rotation des divers rayons simples, à travers un millimètre de cristal de roche.

DÉSIGNATION DU RAYON SIMPLE.	ARC DE ROTATION EN DEGRÉS SEXAGÉSIM.	LOGARITHMES DE CET ARC EN DEGRÉS.
Rouge extrême.....	17,° 4964	1,2429499
Limite du rouge et de l'orangé..	20, 4798	1,3113251
de l'orangé et du jaune..	22, 3138	1,3485731
du jaune et du vert.....	25, 6752	1,4095149
du vert et du bleu.....	30, 0460	1,4777883
du bleu et de l'indigo....	34, 5717	1,5387209
de l'indigo et du violet...	37, 6829	1,5761447
Violet extrême.....	44, 0827	1,6442681

62

Tableau 8

62 J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p58.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Arcs de rotation des divers rayons simples correspondans aux limites des divisions du spectre.

ÉPAISSEUR DES PLAQUES.	ROUGE extrême.	LIMITE DU ROUGE et DE L'ORANGÉ.	LIMITE DE L'ORANGÉ et DU JAUNE.	LIMITE DU JAUNE et DU VERT.	LIMITE DU VERT et DU BLEU.	LIMITE DU BLEU et DE L'INDIGO.	LIMITE DE L'INDIGO et DU VIOLET.	VIOLET extrême.
0,mm400	6°. 59′. 50	8°. 11′. 30	8°. 55′. 30	10°. 16′. 10″	12°. 1′. 10″	13°. 49′. 40″	15°. 4′. 20″	17°. 38′. 0
1, 184	20. 43. 0	24. 14. 50	26. 25. 10	30. 24. 0	35. 24. 30	40. 56. 0	44. 36. 50	52. 11. 40
2, 094	36. 38. 20	42. 53. 0	46. 43. 30	53. 45. 50	62. 55. 0	72. 22. 40	78. 54. 30	92 18. 30
3, 397 (*)	59. 26. 10	69. 34. 10	75. 48. 0	87. 13. 10	102. 4. 0	117. 26. 20	128. 0. 30	149. 44. 50
4, 005	69. 4. 20	82. 1. 20	89. 22. 0	102. 49. 50	120. 20. 0	138. 27. 30	150. 55. 10	176. 33. 0
5, 044	88. 15. 10	103. 3. 40	112. 33. 0	129. 30. 20	151. 33. 10	174. 22. 45	190. 4. 15	222. 21. 10
5, 985	104. 43. 0	122. 34. 20	133. 32. 50	153. 40. 0	179. 49. 30	206. 54. 40	225. 31. 50	263. 50. 10
6, 982 (*)	122. 9. 40	142. 59. 20	155. 47. 40	179. 9. 50	209. 46. 50	241. 22. 50	263. 6. 10	307. 47. 20
7, 935	138. 50. 0	162. 30. 20	177. 3. 40	203. 44. 0	238. 24. 50	274. 19. 30	299. 0. 50	349. 47. 40
9, 102	159. 15. 20	186. 24. 30	203. 6. 0	233. 41. 50	273. 28. 50	314. 40. 20	342. 59. 20	401. 14. 30
10, 124	177. 8. 0	207. 20. 10	225. 54. 20	259. 56. 10	304. 12. 10	350. 0. 10	381. 30. 10	446. 17. 30
11, 971	209. 27. 0	245. 9. 50	267. 7. 0	307. 21. 30	359. 40. 50	413. 51. 30	451. 6. 10	527. 42. 50
13, 416	234. 44. 0	274. 45. 20	299. 21. 0	344. 27. 30	403. 6. 0	463. 48. 50	505. 33. 10	591. 24. 50

(*) Les épaisseurs marquées d'un astérisque sont celles des deux plaques dont les évaluations ont été corrigées. La première avait été portée, dans mes premières recherches, à 3mm,478, et la seconde à 7,082; tandis que leurs valeurs en parties du sphéromètre, qui étaient 1504 et 3091, donnent réellement 3mm,397, et 6mm,982, comme nous l'employons ici.

63

Tableau 9

63 J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p63.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Proportions des rayons simples de chaque couleur qui entrent dans l'image extraordinaire.

ÉPAISSEUR DES PLAQUES.	ROUGE.	ORANGÉ.	JAUNE.	VERT.	BLEU.	INDIGO.	VIOLET.
0,mm400	0,017466	0,022146	0,027796	0,037358	0,050009	0,062268	0,079271
1, 184	0,152427	0,183084	0,226340	0,295083	0,381911	0,461205	0,559250
2, 094	0,400506	0,496558	0,591023	0,724530	0,855366	0,938433	0,994158
3, 397	0,814698	0,911403	0,978209	0,993438	0,885781	0,707744	0,432526
4, 005	0,937685	0,996658	0,988719	0,864716	0,588590	0,341885	0,078487
5, 044	0,990276	0,906494	0,734307	0,404120	0,085807	0,001507	0,195042
5, 985	0,833698	0,619217	0,355052	0,067998	0,069904	0,351802	0,794037
6, 982	0,541344	0,261145	0,061891	0,083001	0,509626	0,897335	0,886850
7, 935	0,247294	0,036404	0,049284	0,435784	0,915931	0,904924	0,363911
9, 102	0,033504	0,070970	0,391126	0,887213	0,805568	0,277225	0,118635
10, 124	0,065697	0,358332	0,771395	0,912451	0,316140	0,034309	0,622253
11, 971	0,536668	0,931845	0,879109	0,239559	0,245213	0,881148	0,570555
13, 416	0,896562	0,901350	0,392523	0,130155	0,844805	0,661013	0,181693

64

Tableau 10

64 J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p67.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Nombres absolus des rayons simples qui composent l'image extraordinaire.

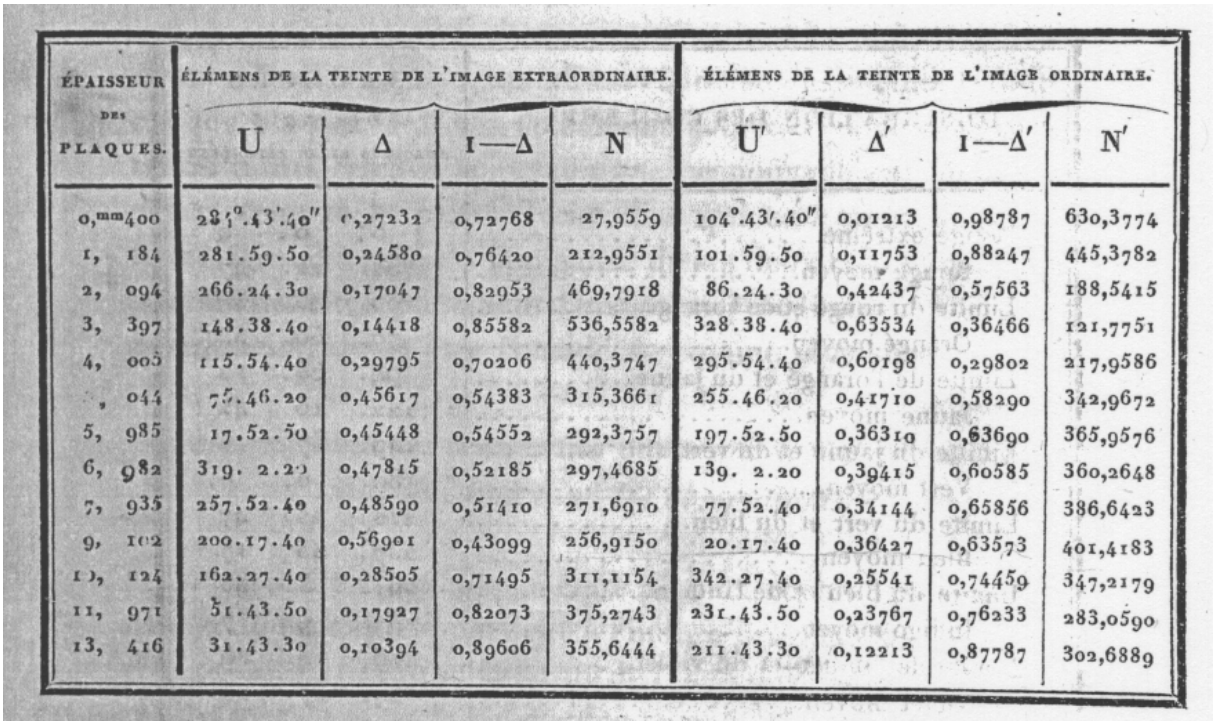
ÉPAISSEUR DES PLAQUES.	ROUGE.	ORANGÉ.	JAUNE.	VERT.	BLEU.	INDIGO.	VIOLET.	NOMBRE TOTAL DES RAYONS.
0,mm400	1,9407	1,3841	2,7796	4,1509	5,0010	3,8917	8,8079	27,9559
1, 184	16,9360	11,4428	22,6340	32,7870	38,1911	28,8253	62,1389	212,9551
2, 094	44,5007	31,0349	59,1023	80,5032	85,5366	58,6521	110,4620	469,7918
3, 397	90,5220	56,9627	97,8209	110,3820	88,5781	44,2340	48,0585	536,5582
4, 005	104,1850	62,2911	98,8719	96,0794	58,8590	21,3678	8,7208	440,3747
5, 044	110,0310	56,6558	73,4308	44,9022	8,5807	0,0942	21,6714	315,3661
5, 985	92,6331	38,7011	35,5052	7,5553	7,7671	21,9876	88,2263	292,3757
6, 982	60,1493	16,3210	6,1891	9,2232	50,9626	56,0840	98,5389	297,4685
7, 935	27,4771	2,2753	4,9284	48,4250	91,5931	56,5577	40,4345	271,6910
9, 102	3,7227	4,4356	39,1126	98,5793	80,5568	17,3269	13,1811	256,9150
10, 124	7,2997	22,3957	77,1395	101,3830	31,6140	2,1443	69,1392	311,1154
11, 971	59,6296	58,2400	87,9109	26,6186	24,5213	55,0715	63,3945	375,2743
13, 416	99,6185	56,3344	39,2523	14,4611	84,4805	41,3095	20,1881	355,6444

65

Tableau 11

65 J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p68.
Pour traduire les proportions du **tableau 10** en valeurs absolues du **tableau 11**, il faut multiplier les premières par les fractions représentatives des sept couleurs qui constituent la lumière blanche de sorte à obtenir les secondes. En **annexe 8**, nous donnons ces proportions. Par exemple, la couleur rouge de la 13eme plaque vaut 0,896562 qui multiplié par 1/9 donne 0,099618. Afin de rendre plus commode la lecture de cette valeur, Biot a multiplié par 1000 tous les résultats. Ainsi, nous pouvons lire 99,618 dans le **tableau 11**.
Le nombre total de rayons, somme des rayons de chacune des sept couleurs, est l'addition simple de leurs valeurs. Grâce à ce résultat, il est possible de connaître l'intensité de l'image extraordinaire par rapport à celle du faisceau incident. En conservant l'exemple de la 13eme plaque, nous avons 355,6444. Or, en se référant à notre note 19, nous savons que l'intensité de la lumière blanche dans sa constitution naturelle se rapporte à la fraction 79/120. Multiplié par 1000, cela donne 658,3333. L'image rassemble donc 355.64444/658.3333, soit environ 54% de la lumière incidente, les 46% restant allant former l'image ordinaire.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



ÉPAISSEUR DES PLAQUES.	ÉLÉMENS DE LA TEINTE DE L'IMAGE EXTRAORDINAIRE. U	Δ	1—Δ	N	ÉLÉMENS DE LA TEINTE DE L'IMAGE ORDINAIRE. U′	Δ′	1—Δ′	N′
0,mm400	284°.43′.40″	0,27232	0,72768	27,9559	104°.43′.40″	0,01213	0,98787	630,3774
1, 184	281.59.50	0,24580	0,76420	212,9551	101.59.50	0,11753	0,88247	445,3782
2, 094	266.24.30	0,17047	0,82953	469,7918	86.24.30	0,42437	0,57563	188,5415
3, 397	148.38.40	0,14418	0,85582	536,5582	328.38.40	0,63534	0,36466	121,7751
4, 003	115.54.40	0,29795	0,70206	440,3747	295.54.40	0,60198	0,29802	217,9586
, 044	75.46.20	0,45617	0,54383	315,3661	255.46.20	0,41710	0,58290	342,9672
5, 985	17.52.50	0,45448	0,54552	292,3757	197.52.50	0,36310	0,63690	365,9576
6, 982	319. 2.20	0,47815	0,52185	297,4685	139. 2.20	0,39415	0,60585	360,2648
7, 935	257.52.40	0,48590	0,51410	271,6910	77.52.40	0,34144	0,65856	386,6423
9, 102	200.17.40	0,56901	0,43099	256,9150	20.17.40	0,36427	0,63573	401,4183
10, 124	162.27.40	0,28505	0,71495	311,1154	342.27.40	0,25541	0,74459	347,2179
11, 971	51.43.50	0,17927	0,82073	375,2743	231.43.50	0,23767	0,76233	283,0590
13, 416	31.43.30	0,10394	0,89606	355,6444	211.43.30	0,12213	0,87787	302,6889

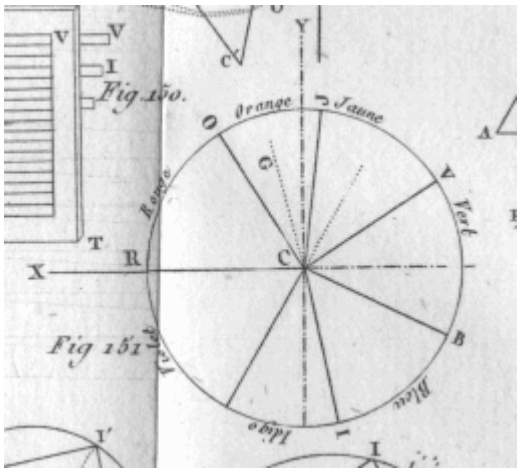
66

Tableau 12

66 J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, p69.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Figures

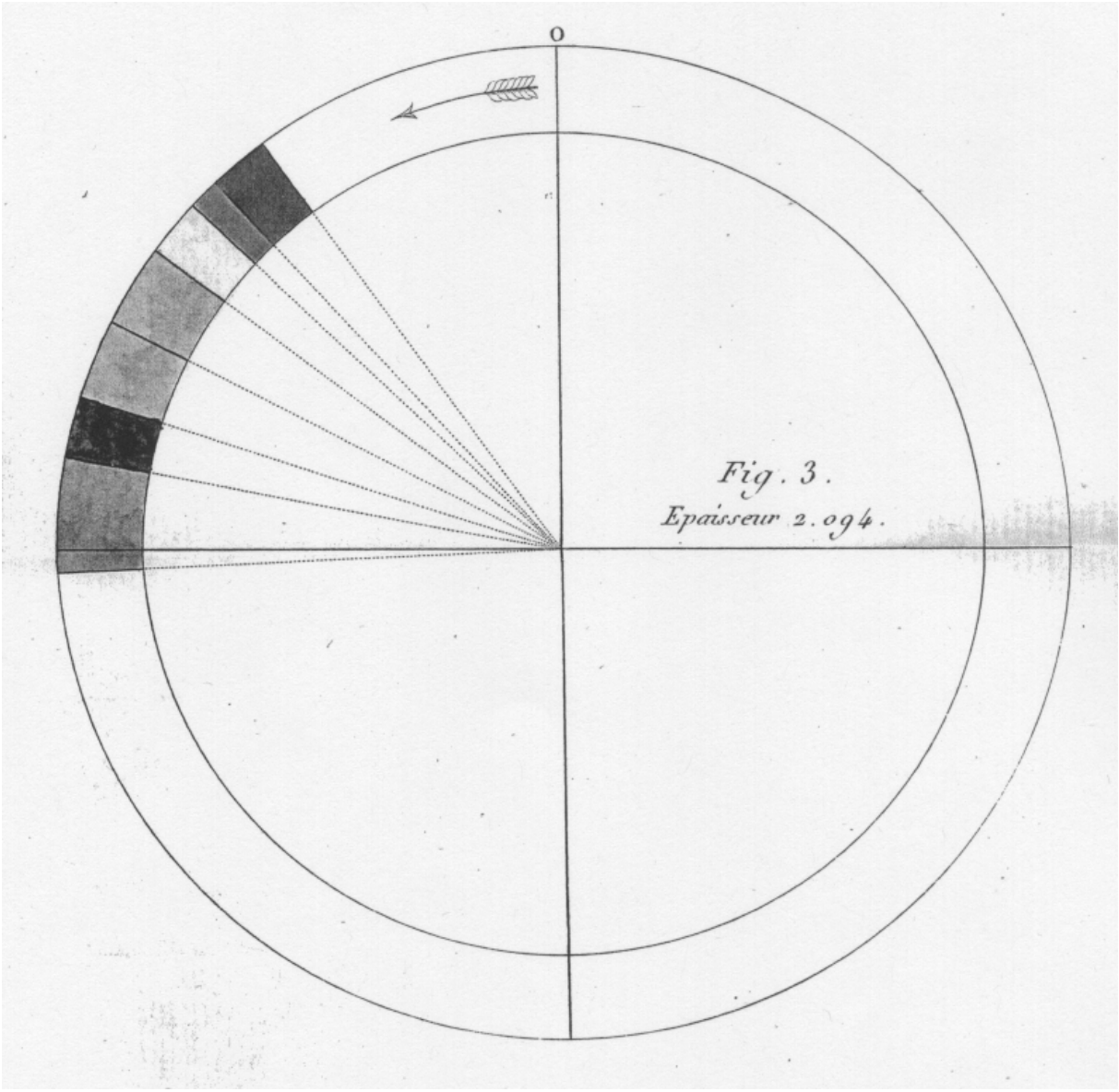


[67]

Figure 1

[67] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome 3, Deterville, Paris, 1816, planche VI, figure 151.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

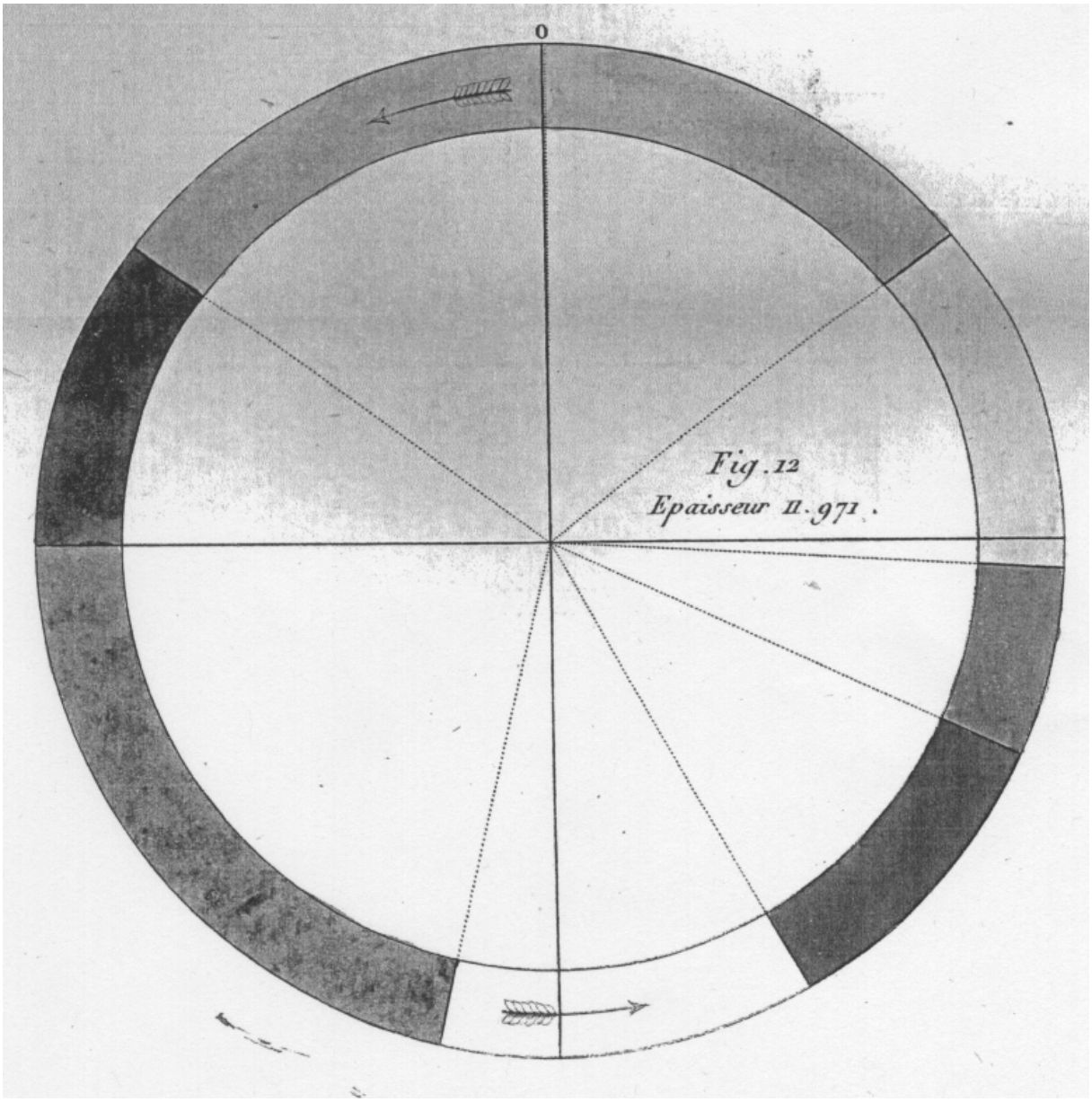


[68]

Figure 2

[68] J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, planche I.
Nous voyons figurer les sept secteurs colorés du moins au plus dévié, c'est-à-dire du rouge au violet.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



69

Figure 3

69 J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, planche II.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

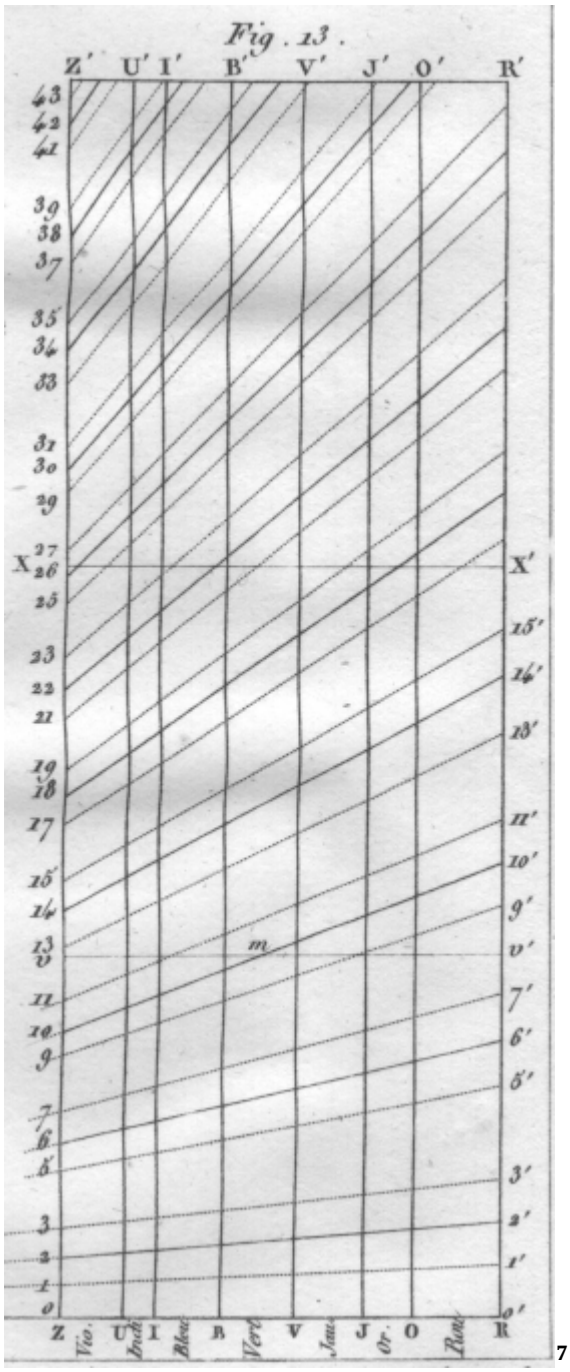
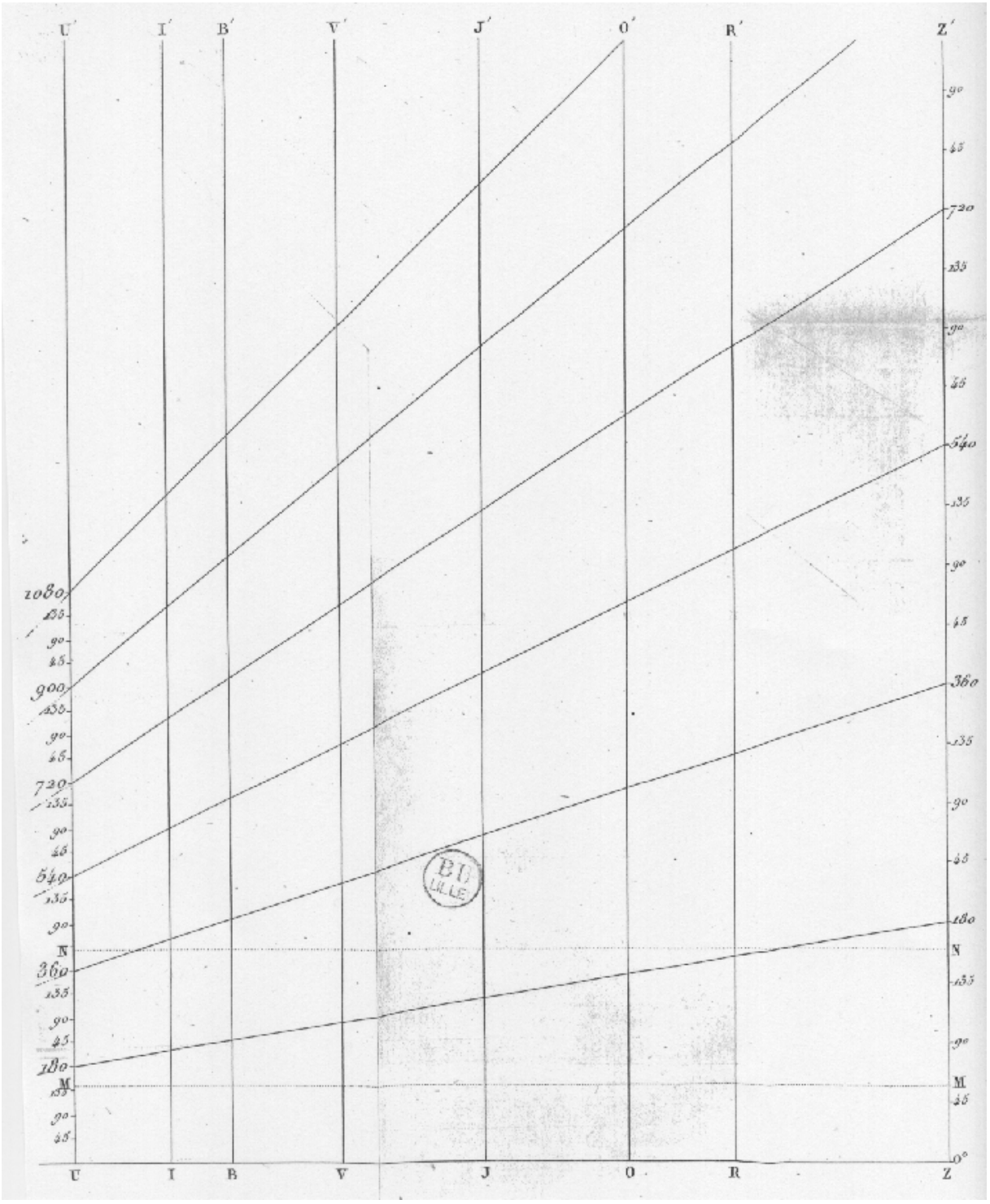


Figure 4

[70] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche I. Composition des teintes des anneaux selon l'épaisseur de la lame. Les anneaux qui répondent à la plus petite épaisseur sont de teinte violette. Pour l'épaisseur signifiée par la ligne vv', les seules couleurs entrant dans la teinte observée sont du troisième ordre, laquelle contient essentiellement du vert.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



71

Figure 5

71 J.B Biot, "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", in *Mémoires de l'Académie Royale des sciences*, tome II, planche III.
Par rapport à la **figure 4**, nous avons en abscisse un ordre des couleurs inversé (le phénomène est en inverse du carré de la longueur d'accès). L'axe des ordonnées est gradué en degrés qui répondent à des épaisseurs…

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Chapitre 16:

Conclusion

A la fin du 18eme siècle, Laplace a donné une justification analytique à un grand nombre de phénomènes célestes tels que les inégalités séculaires et la libration de la lune. Toute la finesse de l'explication de ces phénomènes a été rendue possible tant par l'habileté de Laplace que par le développement ininterrompu de la mécanique et de l'analyse mathématique depuis l'énoncé de la loi de la gravitation universelle un siècle plus tôt par Newton. Il s'agit de l'application d'un mode d'action de la matière qui s'exerce à de grandes distances entre de grandes quantités de matière : nous sommes ici à l'échelle du Cosmos. Toutes les études effectuées par Laplace sur ce sujet sont collationnées et réorganisées dans son ouvrage principal qu'est le *Traité de mécanique céleste*. Pour l'avancement de l'astronomie physique, il est nécessaire, selon Laplace, de mieux connaître certains phénomènes physiques terrestres. Son traité contient l'ébauche de cette nouvelle physique qu'il entend étendre à l'ensemble de ceux-ci ; et on y trouve les premiers succès que sont les études de la réfraction simple, des réfractions atmosphériques et de l'effet capillaire. Pour parvenir à ce résultat, Laplace a repris l'idée newtonienne d'actions à des distances - cette fois-ci - imperceptibles exercées par les constituants des corps à de très petites distances. Ceci est un autre mode d'action de la matière produit par des forces qui suivent d'autres lois que celle de la gravitation. Ainsi, l'étude de l'effet capillaire en 1805, celle de la justification de la construction de Huygens pour la double réfraction en 1809 sont d'indiscutables réussites.

Par ailleurs, dans le même intervalle de temps, le très remarqué *Traité d'optique* de Malus, daté de 1807, ajoute aux certitudes accordées à l'analyse mathématique, celui-ci prévoyant pour les systèmes optiques des propriétés jamais

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

observées à propos des images qu'ils forment. La découverte de la polarisation de la lumière par Malus en 1808 va être un grand sujet d'application pour les physiciens qui se réclament de la pratique laplacienne. En considérant la lumière constituée de corpuscules, les physiciens laplaciens, avec à leur tête Malus et Biot, rendent rapidement compte d'aspects très variés de la polarisation de la lumière. Malus a étudié et exposé, le premier, de nombreuses propriétés de ce phénomène, et imposé à cette partie de l'étude de la lumière une terminologie, celle du système de l'émission, que nous empruntons toujours. Pour ce faire, il a géométrisé la lumière en attribuant aux corpuscules lumineux supposés la constituer, une figure polyédrique qui permet de relier entre elles les grandeurs géométriques intervenant dans l'appareil expérimental. Grâce à l'analyse mathématique appliquée aux distances imperceptibles auxquelles les corps agissent sur la lumière, Malus élude la réalité supposée des forces émanant de ces corps pour ne conserver que leurs effets. L'ensemble de ces travaux fondateurs a porté sur des phénomènes relatifs à la lumière blanche qui est toujours considérée comme un flux de particules indifférenciées. La géométrie des situations par lesquelles la lumière est polarisée est traduite en termes comptables, comme on le constate avec la loi en cosinus carré par exemple. Loin de nous de vouloir minimiser l'apport remarquable de Malus, lequel relie la polarisation par réflexion à la double réfraction, définit ce que sont la polarisation et l'analyse de la lumière, signale l'importance de l'incidence désignée plus tard brewstérienne, c'est-à-dire celle qui fournit la polarisation complète.

La traduction de tous ces phénomènes en terme de mouvement de particules lumineuses, au moyen des principes de la mécanique, demeure une réussite indiscutable. Malus a aussi étudié la polarisation provoquée par la traversée d'une lame épaisse isotrope. Cette observation mal interprétée fera croire aux successeurs de Malus, Arago et Biot, à l'existence d'une polarisation par réfraction. De là viendra la distinction entre les effets des lames minces et des lames épaisses, méprise aux fâcheuses conséquences. Mais Malus, arrêté par la mort en février 1812, ne fut jamais confronté aux difficultés associées à la coloration de certains phénomènes polarisés. Or, en août 1811, Arago fait part à l'Institut de l'observation de colorations polarisées produites par des lames minces cristallines. L'étude expérimentale et la justification par les lois de la mécanique de ce phénomène désigné *polarisation colorée* par Arago, sont menées par Biot durant les années 1812-1815. D'ailleurs, la majeure partie des travaux de Biot portera sur ce sujet. Pour

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

cela, Biot va réinvestir les principes énoncés par Malus lors des premières études de la polarisation de la lumière. La connaissance de la nature des cristaux va aussi s'en trouver accrue.

Notons que Biot est, comme Poisson, très proche de Laplace. Ils partagent les mêmes idées générales à propos de la science, Biot ne variant seulement que dans son application. A la différence de Laplace qui agit essentiellement en théoricien, en géomètre, Biot pratique la physique, c'est-à-dire qu'il effectue des mesures, imagine des dispositifs expérimentaux, avant de justifier par l'analyse mathématique les résultats de ses expériences.

Ainsi, le premier mérite de Biot est d'avoir bien caractérisé les différents aspects des colorations de la lumière polarisée, là où Arago n'avait réussi qu'à les distinguer. Pour cela, il a adapté le dispositif initial d'Arago pour obtenir des mesures précises qui ne soient plus de simples observations qualitatives. Cette caractérisation était non seulement nécessaire pour bien délimiter l'objet d'études, mais également indispensable à cause de la découverte simultanée de presque toutes les sortes de phénomènes polarisés. Ainsi, Biot établit les lois de la polarisation chromatique des lames cristallines en 1812, de la polarisation rotatoire du quartz la même année, découvre que tous les cristaux n'ont pas le même signe de biréfringence en 1814, s'aperçoit que certains liquides produisent une polarisation rotatoire qu'il mesure en 1815, met en évidence le dichroïsme de la tourmaline en 1815. En cette même année, il est encore le premier à faire une étude analytique des anneaux colorés formés par les cristaux à un axe éclairés en lumière polarisée convergente après que Brewster a fait usage de ce nouveau procédé dès la fin de 1812.

En adaptant le dispositif initial d'Arago à l'étude des lames minces cristallines - dont l'axe se trouve dans leur plan – Biot remarque qu'on peut donner à l'image extraordinaire du dispositif analyseur[1] une teinte constante dont seule l'intensité varie avec la rotation de la lame cristalline. L'étude des teintes des lames cristallines faite par Biot, composée de deux parties qui se nourrissent l'une l'autre, est très révélatrice de la pratique de la science laplacienne : d'abord l'établissement des lois expérimentales du phénomène, puis la justification par les lois de la mécanique, garantie d'une véracité de la représentation du phénomène. Cette

[1] Il s'agit de notre actuelle configuration en analyseur et polariseur croisés, contrairement à Arago qui n'avait observé les teintes qu'avec l'analyseur et le polariseur parallèles.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

seconde phase est d'autant plus importante que Biot et les savants laplaciens considèrent la mécanique comme la discipline la plus universelle, parce qu'exprimée dans un langage, l'analyse mathématique, considéré comme le plus sûr outil intellectuel, celui le plus proche de l'exercice pur de l'esprit. C'est aussi l'outil le plus approprié à la recherche de propriétés ayant échappé à l'expérimentation.

Donc, Biot distingue deux degrés dans la pratique de la science qui est la sienne. L'étude exhaustive de la polarisation colorée en fonction de l'incidence et de l'azimut donnés aux lames cristallines qui la produisent permet de déterminer des lois représentatives des teintes et de leurs intensités, lois qui rendent parfaitement compte des observations de ce phénomène. Cette première étape est l'œuvre du physicien. Et Biot a, pour ce faire, collecté un nombre important de mesures - plus de 500 - qui l'amène à énoncer des lois générales telles que la relation liant l'épaisseur du cristal aux teintes des images de l'analyseur comparées à celles des anneaux de Newton, l'indépendance de la loi d'intensité de celle des teintes présentées par les images de l'analyseur. Le principe sur lequel repose l'établissement de ces lois expérimentales se résume à ceci : la lumière incidente polarisée est séparée par la lame cristalline en deux parties complémentaires en teinte et en intensité. La partie qui regroupe les molécules lumineuses constituant l'image ordinaire de l'analyseur ne subit pas l'action de la lame et reste dans l'azimut primitif de polarisation. Les molécules lumineuses de la partie complémentaire sont orientées dans l'azimut 2i défini par la géométrie de l'appareil expérimental et vont former l'image extraordinaire de l'analyseur. De la sorte, Biot admet que ces deux images sont composées de molécules lumineuses qui correspondent à diverses couleurs. Chaque ensemble de molécules lumineuses est traité dans sa globalité, et Biot ne se soucie pas de l'action particulière sur telle ou telle couleur : la théorie corpusculaire de la lumière n'individualise pas les effets. Dès lors, l'analogie est le seul moyen pour justifier des teintes présentées par les lames cristallines : leur rapprochement avec celles produites par les lames minces isotropes - les anneaux de Newton - reste la grande réussite de Biot. La comparaison des deux phénomènes, le semblable qu'ils manifestent dans le dissemblable qui les crée ont permis à Biot d'établir les lois des phénomènes de la polarisation colorée sans emprunter à la nature de la lumière, ce qui n'est pas le moindre des mérites. Biot est même parvenu à démontrer que les teintes de l'image extraordinaire de l'analyseur correspondent à celles des anneaux réfléchis de Newton. Ainsi, le rôle de l'analogie, l'appartenance de Biot à la science

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

newtonienne et son comportement de savant classique respectueux d'une tradition marquent l'obtention des lois de la polarisation colorée. L'étude des teintes en incidence oblique est plus significative encore : pour représenter analytiquement la variation de l'intensité des teintes, Biot se réfère directement aux lois que suivent les anneaux colorés de Newton lors du changement d'inclinaison.

Nous constatons aussi les limites de cette science. Les expressions analytiques qui traduisent l'influence de l'incidence dépendent de coefficients qu'il est nécessaire d'évaluer expérimentalement pour chaque cristal selon son épaisseur. Ainsi des lames clivées à partir du même cristal - l'une présentant une teinte bleue, l'autre une teinte rouge par exemple - ont les variations de leurs teintes explicitées au moyen de constantes différentes. Il faut néanmoins souligner la pertinence et la cohérence du travail expérimental de Biot, bien remarquer la continuité de ce travail qui prolonge et renvoie sans cesse aux résultats de Newton. En effet, Biot a très justement perçu que nombre des caractères de la polarisation colorée sont indubitablement liés à ceux des anneaux colorés, ce qui conforte son opinion dans l'analogie qui lui sert de guide lors de cette grande étude.

Vient ensuite le temps du géomètre qui inscrit les lois expérimentales explicitées par le physicien dans le système du monde laplacien. C'est le but ultime de la science selon Biot. Il s'agit alors d'appliquer les principes considérés universels de la mécanique. Pour cela, les forces à l'origine de tous les phénomènes physiques doivent être traduites par leurs seuls effets, ce qui permet d'ignorer la nature de ces forces. D'ailleurs on considère qu'il n'est pas souhaitable que cette nature transparaisse. La mécanique a pour objet de traduire les actions de ces forces sans qu'il soit nécessaire de rien savoir sur celles-ci. A l'époque des travaux de Biot, l'application des lois de la mécanique ne requiert plus l'utilisation d'aucune construction géométrique subsidiaire depuis les travaux de Lagrange ; par conséquent, seule la connaissance d'un lieu géométrique - lieu le moins arbitraire possible pour faciliter les calculs - issu des observations et qui marque l'origine supposée de l'action des forces, suffit à l'emploi de ces lois. C'est pourquoi Biot accorde une si grande importance à l'axe de la lame - parfois axe optique ou axe cristallographique - lieu à partir duquel les forces du cristal sont supposées agir[2]. En

[2] Biot fait intervenir un second lieu, une ligne perpendiculaire à la précédente, pour expliquer la variété des phénomènes en incidence oblique. Ceci ne change en rien la manière de faire. Ce procédé a l'avantage, par l'attribution d'effets antagonistes à chaque axe, d'expliquer la montée ou la descente des teintes observées en incidence oblique selon l'azimut considéré. On donne par ce moyen une

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

imaginant un mécanisme, c'est-à-dire un mouvement des corpuscules lumineux, Biot réussit à figurer la polarisation colorée : les corpuscules lumineux exécutent des oscillations autour de leur centre de gravité et ce mouvement décrit fidèlement les phénomènes tout en respectant les impératifs de périodicité attribués à la lumière par Newton. Explicitons un peu : au fur et à mesure de leur progression dans le cristal, les molécules lumineuses oscillent entre des angles extrêmes imposés par les conditions d'expérience, c'est-à-dire par la géométrie de l'appareil expérimental. Ce mécanisme donne une explication satisfaisante des teintes prises par les images de l'analyseur selon l'épaisseur des lames cristallines. Biot considère que la théorie des accès de Newton est un cadre référant tout désigné pour accréditer ce mécanisme. Il l'utilise avec succès mais perçoit que la théorie des accès n'a pas toute la souplesse nécessaire, qualité qu'il accroît en introduisant une gradation de l'intensité des accès qui commandent à la réflexion ou à la réfraction les molécules lumineuses. Cette latitude implicite, mais non explicitée par Newton, à davantage de facilité que de nécessité dans l'action des accès, bien considérée par Biot, donne à l'explication des phénomènes colorés par les accès une validité renforcée. Surtout Biot a remarqué que la modification d'une certaine teinte selon l'épaisseur de la lame cristalline suit celle observée avec les anneaux de Newton : une connaissance plus approfondie de leur structure peut apporter à la connaissance de la polarisation colorée. Alors que Biot avait compris qu'il était indispensable de développer l'application des accès dès 1812, il ne concrétisa son intention qu'en 1816 avec la parution de son *Traité de physique*, œuvre principale de ce savant et plus fidèle exposition de la science laplacienne. Avec cet ouvrage, la théorie corpusculaire de la lumière est présentée avec un haut degré de certitude, et la pratique newtonienne de la science accompagnée des résultats afférents est exposée avec l'assurance que procure la réussite. Les succès à propos de l'étude de la polarisation de la lumière s'accumulent.

En comparant les oscillations des molécules lumineuses à celles d'un pendule de torsion proportionné aux dimensions du rayon de l'orbite terrestre, Biot infère aux molécules lumineuses une taille tellement petite que leur passage sans entrave au travers des corps transparents reste tout à fait plausible. Par ailleurs, cette comparaison semble indiquer que les forces à l'origine de la polarisation colorée - qui restent indéterminées - sont d'une intensité sans commune mesure avec celle de

explication intuitive de l'insensibilité des teintes - de certains cristaux - à l'incidence dans l'azimut de 45°, intermédiaire aux deux axes supposés.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

la gravitation, conséquence qui conforte l'opinion des physiciens laplaciens en des forces sensibles à des distances imperceptibles, responsables des phénomènes physiques à petite échelle. Biot montre aussi que le nombre des oscillations des molécules lumineuses peut être changé par le croisement de lames cristallines ou par l'inclinaison de ces lames : tous les aspects que présente la polarisation colorée dans les situations citées vont être expliqués - au moins qualitativement - par la théorie de la polarisation mobile, théorie qui traite du mouvement oscillatoire des corpuscules lumineux. Cette théorie se rapporte au trajet du rayon réfracté extraordinaire et à l'angle que ce dernier fait avec l'axe du cristal. Et Biot, pour ce faire, confond la vitesse des molécules lumineuses des deux rayons réfractés, arguant qu'avec les lames minces on ne peut pas discerner les deux rayons : c'est une preuve supplémentaire de la distinction toujours faite par Biot entre les lames minces et les lames épaisses des cristaux.

Ces dernières séparent la lumière incidente en deux faisceaux visibles et blancs, alors que les premières produisent des colorations rendues sensibles par l'analyse de la lumière qui les a traversées. De plus, les lames épaisses produisent une polarisation fixe, les molécules lumineuses de chaque rayon réfracté étant tournées selon deux plans perpendiculaires, alors que les lames minces font osciller les molécules lumineuses entre des limites imposées par la géométrie de l'appareil expérimental. Avec l'accroissement de l'épaisseur de la lame mince, les trajets des molécules lumineuses deviennent distincts et les colorations des images de l'analyseur s'estompent. Biot déduit de ceci qu'au terme d'une certaine épaisseur, les molécules lumineuses arrêtent leurs oscillations : de mobile, la polarisation devient fixe, c'est-à-dire qu'après avoir été colorée, elle prend une teinte blanche. Ce passage inexpliqué du mouvement oscillatoire à la fixité est la grande faiblesse de la théorie de Biot. Cependant, au moment de la publication du *Traité de physique* en 1816, ouvrage de référence bientôt traduit en allemand et en italien, tous les résultats accumulés et leur justification assurée par les principes de la science laplacienne constituent un ensemble très imposant qui procure à Biot une autorité incontestée. Soulignons que les recherches de Biot ne se restreignent pas au domaine de l'optique en 1816, mais le savant français apparaît aux yeux de la collectivité scientifique européenne comme le spécialiste de l'optique corpusculaire. Pour preuve, nous savons que Brewster et Fresnel, futurs opposants de la pratique scientifique de Biot, acquièrent l'ouvrage dès sa parution.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Dans l'intervalle de l'établissement de la théorie de la polarisation mobile en 1813 et de la parution de cet ouvrage en 1816, Biot développe l'application de cette théorie. Ainsi, les teintes observées par le croisement de lames sont calculées[3]. L'écartement des lames n'ayant pas d'influence sur la teinte constatée, Biot infère qu'à la sortie de la première lame, les molécules lumineuses conservent une propriété physique qui leur est conférée par le cristal, propriété assimilable à une aimantation selon l'analogie due à Malus. Par cet appareil expérimental, il montre que les lames cristallines ont des caractères opposés comme on le constate avec les phénomènes électriques et magnétiques : les cristaux produisent soit une polarisation quartzeuse soit une polarisation béryllée selon qu'ils se comportent comme le quartz ou le béryl. Peu de temps après, Biot fera une simplification plus conforme aux principes de la science laplacienne de la dénomination de ces polarisations : celle désignée quartzeuse deviendra attractive, celle béryllée deviendra répulsive. A partir de mesures faites avec la polarisation colorée et avec la double réfraction pour un même cristal, il constate l'égalité de l'intensité de ces deux actions sur la lumière. Cependant, Biot n'est pas sûr que les deux effets aient une origine commune. Lorsqu'il a essayé d'appliquer aux lames minces les lois obtenues par Malus lors de l'étude de la double réfraction des lames épaisses, il a constaté que ces lois étaient inappropriées. C'est pourquoi, avec la difficulté à expliquer le passage de l'oscillation à la fixité du mouvement des molécules lumineuses, Biot continue de distinguer l'effet des lames minces de celui des lames épaisses cristallines. Afin de dissiper ces incertitudes, Biot tente de mieux caractériser les actions présentes dans les cristaux, c'est-à-dire les forces.

Nous avons signalé l'importance de l'influence de l'axe des cristaux, lieu supposé d'où émanent les forces qui agissent sur les corpuscules lumineux. Jusqu'à la parution du *Traité de physique*, tous les cristaux n'ont, selon Biot et les autres physiciens, qu'un seul axe[4]. Le mica semble être la seule exception car les teintes qu'il offre en incidence oblique suivent une loi différente de celle de tous les

[3] Biot dispose les axes contenus dans le plan des lames à 90° ou à 45°. Signalons que ces situations sont particulières car, lorsqu'on superpose deux lames dont les axes sont tournés dans des azimuts autres que 90°, l'ordre de superposition importe.

[4] Biot introduit dans les raisonnements qu'il mène lors de l'étude de la polarisation colorée un second lieu, perpendiculaire au précédent, également situé dans le plan des lames. Mais, il s'agit d'un artifice pour expliquer plus aisément l'influence qu'a l'inclinaison des lames sur les teintes observées. Le lieu principal est celui d'isotropie.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

autres cristaux[5]. C'est pour Biot un objet d'études complémentaire, capable de mettre à l'épreuve la théorie de la polarisation mobile. Pour expliquer cette exception, Biot infère l'existence d'un axe supplémentaire orienté perpendiculairement au plan de la lame dans lequel se trouve l'axe unique commun aux autres cristaux. Pour confirmer son hypothèse, Biot associe deux lames à un seul axe de sorte à ce que leurs axes soient situés dans des plans perpendiculaires : les observations en fonction de l'incidence présentent alors les mêmes colorations que celles du mica. Dans un azimut particulier, on voit les teintes qui descendent l'ordre des anneaux pour atteindre l'extinction avant de reparaître pour parcourir l'ordre de manière rétrograde aux plus fortes incidences. Biot constate que l'action du cristal change de nature - d'attractive, elle devient répulsive ou l'inverse selon la situation - de part et d'autre de l'incidence qui provoque l'extinction. De cela, Biot déduit que les axes exercent des actions sur les molécules lumineuses dans un rapport 677 à 100, mais ne le démontre pas. Il parvient à faire des observations avec des lames plus épaisses de mica qui l'assurent que ce rapport 677 à 100 des actions du cristal est le même pour toutes les lames d'une espèce donnée de mica, quelle que soit leur épaisseur. Ainsi, vers 1816, Biot a le sentiment d'être parvenu à justifier l'action des cristaux lorsqu'ils exercent la polarisation colorée ou la double réfraction. Il n'y a pas encore une théorie générale qui unit ces deux phénomènes pour tous les cristaux, puisque le mica fait exception, mais la science laplacienne est en plein développement, et Biot a conscience, comme Laplace, que la science est affaire de longue haleine. Cependant, l'époque des revers commence.

David Brewster est très certainement le premier[6], à la toute fin de l'année 1812, à bien observer les anneaux colorés en lumière polarisée convergente formés par des lames cristallines. Biot, à qui Wollaston a révélé cette nouvelle méthode, propose une étude mathématique des anneaux produits par le quartz en 1816, dans son *Traité de physique*. Curieusement, Biot ne semble pas s'être intéressé au mica. Or, en 1818, Brewster observe les anneaux produits par 165 substances diverses dont plusieurs dizaines de minéraux. Son travail expérimental est irréprochable et permet de classer les cristaux qui possèdent la double réfraction en

[5] Mis à part le mica, Biot n'a utilisé que le gypse et le quartz pour ses expériences. Toutes ces lames ont leur axe placé dans leur plan. Avant les travaux de Brewster, Biot ne s'aperçoit pas que le gypse en a deux.

[6] Selon Biot, c'est Arago en 1811 qui aurait vu le premier la croix noire qui barre le système d'anneaux colorés produits par le quartz. La lecture du mémoire d'Arago ne permet pas de conclure avec assurance.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

deux groupes selon qu'ils ont un ou deux axes. Le constat est dévastateur pour Biot et incidemment pour Malus : non seulement le mica n'est pas une exception - il possède deux axes comme de nombreux minéraux - mais Biot a utilisé un cristal à deux axes, le gypse, pour établir les lois de la polarisation colorée, croyant que ce minéral n'en avait qu'un seul. Brewster indique aussi que Malus a généralisé sans suffisamment de précautions l'étude de la double réfraction en 1810. En effet, tout ce qui a été fait à propos de la calcite est remarquable, mais, par négligence, Malus a étendu à l'aragonite et à la barytine, deux cristaux à deux axes, le principe appliqué à la calcite, cristal à un seul axe. Surtout, le savant anglais critique la pratique scientifique de Biot, qui ne peut l'accepter. Nous savons que pour justifier de la polarisation colorée, Biot imagine que des forces agissent à partir de lieux particuliers, le ou les axes du cristal selon la nature de ce dernier. Brewster ne partage pas l'assurance de Biot à propos de l'action effective des lieux considérés comme axes : en effet, les figures d'anneaux colorés de la polarisation en lumière convergente présentent des centres qui ne coïncident pas avec les lieux pris comme origine des actions des forces par Biot. Ces lieux considérés par Biot comme origine des forces sont-ils les projections rectangulaires d'un axe oblique d'où émanerait vraiment les forces s'exerçant sur la lumière ou bien cet axe oblique est-il la composition de deux lieux orthogonaux porteurs des actions de forces ? Biot réagit promptement.

En 1819, par une grande étude sur la double réfraction applicable à tous les cristaux, quel que soit le nombre de leurs axes, il répond point par point en défendant la science laplacienne. Il insiste sur les insuffisances théoriques de la pratique de son concurrent, tourne les critiques de son adversaire en errements, et montre que les seuls lieux d'où émanent les forces qui agissent sur la lumière ne peuvent être que des directions obliques pour les cristaux à deux axes. Le quartz, cristal à un axe, et la topaze, cristal à deux axes, sont les sujets d'études de Biot, qui parvient à justifier du trajet des rayons réfractés au travers de ces deux cristaux avec toute la précision souhaitée : il s'agit bien d'un travail remarquable qui montre l'étendue de l'application de la science laplacienne. Par cela, Biot a rehaussé la position quelque peu amoindrie de cette pratique scientifique.

Mais les coups les plus durs envers la théorie corpusculaire de la lumière viennent de France. Une autre pratique de la science se développe sous l'impulsion d'Augustin Fresnel, pratique qui va rapidement mettre en grave

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

difficulté la théorie corpusculaire de la lumière, et subséquemment la science laplacienne. Fresnel, en attribuant à la lumière une nature ondulatoire, parvient en quelques années à justifier de phénomènes imparfaitement interprétés par la théorie corpusculaire. Ainsi, Fresnel est distingué en 1819 par l'Institut pour son étude théorique et expérimentale de la diffraction, phénomène mal observé par Biot. L'étude de la polarisation colorée est aussi d'une grande fécondité par ce système : le calcul des teintes produites par les lames cristallines correspond bien aux observations, et surtout Fresnel parvient à prévoir les particularités des couleurs issues du croisement de deux lames, particularités qui ont échappé à Biot. Celui-ci a réussi à calculer la teinte résultant du croisement à 45° de deux lames, alors que Fresnel parvient à le faire pour un angle quelconque. Notons que l'étude de Fresnel s'effectue avec difficulté, car elle nécessite le recours au principe d'ondes transversales qui se propagent grâce à un fluide éthéré. Cette "acrobatie" ne sera défendue par Fresnel qu'après notre période d'études et nous ne nous y attardons pas. Cependant, n'allons pas croire que les travaux de Biot sur la polarisation colorée soient secondaires.

Il a entrepris des recherches sur la polarisation colorée qui ont indiqué le rapport entre l'épaisseur et la teinte des lames cristallines minces et qui ont le mérite de la simplicité accompagnée d'une bonne précision. Ceci n'a pas échappé à Fresnel qui a reconnu l'avantage de cette théorie pour les effets simples, c'est-à-dire lorsqu'on ne considère qu'une lame seule. Mais, la théorie de Biot - la polarisation mobile - n'a pas toute la généralité nécessaire pour justifier de la grande variété des cas où les effets se composent. Par ailleurs, selon la nature du cristal, il est indispensable d'effectuer un nombre plus ou moins important de mesures à partir desquelles on détermine des constantes numériques pour le calcul des teintes observées. Ainsi, on ne peut prévoir au moyen de la théorie limitative de Biot, avec toute la généralité et toute la précision souhaitées, une observation comme l'a fait Fresnel pour le croisement des lames cristallines.

Comme nous l'avons indiqué un peu plus haut, les nouvelles observations de Brewster sur les propriétés optiques des cristaux qui se classent en deux sortes, selon qu'ils ont un ou deux axes, ont ébranlé la théorie corpusculaire, également mise à mal par l'étude du phénomène de la diffraction. Nous avons indiqué que Biot avait en 1819 effectué une grande étude sur la double réfraction. La topaze, cristal à deux axes, est prise pour objet d'études. Biot a caractérisé sans

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

erreur les deux rayons qu'elle réfracte, mais il a considéré qu'il existe toujours un rayon ordinaire, et surtout, lors du calcul des trajets des rayons réfractés, il n'a utilisé que deux indices optiques. En 1821, Fresnel s'assure de l'existence supposée de trois indices pour ce cristal - et pour tous les cristaux à deux axes - au moyen de mesures interférentielles. Celles-ci sont concluantes parce que Fresnel a effectué dans la topaze des coupes qui présupposent la connaissance de la position de l'ellipsoïde des indices du cristal. L'année suivante, en 1822, Fresnel explique, calculs à l'appui, les raisons de la méprise de Biot : l'appareil expérimental de ce dernier, d'une grande sensibilité - Biot effectue une partie de ses mesures en lumière monochromatique - ne peut atteindre la précision requise à la découverte d'un troisième indice optique parce que ce dispositif expérimental n'est pas destiné à découvrir la spécificité de la topaze. Pour Biot, les propriétés de la lumière sont définies à partir des mouvements - de translation, autour du centre de gravité - des corpuscules supposés la constituer. Il est un savant classique qui réinvestit scrupuleusement les acquis de ses prédécesseurs, un lecteur perspicace du *Traité de mécanique céleste* de Laplace et de la *Méchanique analitique* de Lagrange. Ce dernier a établi toute la science du mouvement des corps matériels à partir de quatre principes déduits des lois de la dynamique : conservation des forces vives, conservation du mouvement du centre de gravité, conservation du moment du mouvement du centre de gravité ou principe des aires, principe de la moindre quantité d'action[7]. Biot se sert de ces quatre principes pour attribuer un mouvement aux corpuscules lumineux et associe l'une des caractéristiques de ce mouvement à la propriété du phénomène lumineux étudié. Ainsi, l'oscillation des molécules lumineuses autour de leur centre de gravité a permis de traduire en terme de mouvement la polarisation colorée. La double réfraction des cristaux est associée à une propriété de translation des molécules lumineuses qui les traversent. Pour Biot, parvenir à justifier du trajet observé et mesuré des deux rayons réfractés est le but assigné par la science qu'il pratique. Pour les cristaux biréfringents, qu'ils aient un ou deux axes, deux indices optiques permettent cette justification avec une précision suffisante, c'est-à-dire celle attendue de l'appareil expérimental construit pour les exigences de la théorie utilisée. Biot, en savant classique, reprend, en l'étendant, la méthode éprouvée que Malus a employée pour l'étude de la double réfraction de la calcite, et il n'a donc pas renouvelé son approche de la question lors de l'étude de la topaze, cristal à deux

[7] in Joseph-Louis Lagrange, *Méchanique Analitique*, Chez la veuve Desaint, 1788, Paris, p182.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

axes. Ce minéral possède trois indices optiques, ce que Biot ne soupçonne pas, et ce que rien n'indique dans l'étude expérimentale qu'il mène. Malgré la grande précision de l'appareil expérimental, il n'est pas possible de distinguer des mesures l'existence - et l'influence - d'un troisième indice optique, car la précision nécessaire à cette connaissance surpasse les possibilités inhérentes au dispositif mis en œuvre. Surtout, bien que Biot effectue des observations selon des sections du cristal diversement orientées, il ne décèle pas l'existence de ce troisième indice optique car il ne le cherche pas. Il faut un autre procédé de mesures qui est associé, bien sûr, à l'imagination de nouveaux présupposés théoriques : c'est ce qu'a réussi à faire Fresnel.

Ainsi, il devient nécessaire de concevoir une expérimentation spécifique : les résultats obtenus marquent une grave limitation pour la science newtonienne et marquent son incapacité à traiter certains aspects d'un phénomène, telle la polarisation. La précision, composante la plus essentielle de la pratique scientifique selon Biot, n'est donc plus une garantie suffisante pour découvrir les aspects les plus subtils de la nature.

Simultanément à tout ceci, l'étude exemplaire de la polarisation rotatoire du quartz faite par Biot est une réussite qui ne laisse pas de prise à ses concurrents. Celui-ci a scruté les couleurs produites par ce phénomène, tâche du physicien. Dans un premier temps, en 1812, il ne parvient pas à justifier des teintes car le phénomène est mal compris, insuffisamment distingué dans sa spécificité. Mais, Biot a saisi la raison de cet échec : l'utilisation de la lumière blanche. Lorsqu'il reprend cette étude de la polarisation rotatoire en 1819, il est parvenu à mesurer l'influence du quartz sur chacune des lumières homogènes qui composent la lumière blanche, et réussit à déterminer la loi qui donne l'angle de dispersion de chaque teinte en fonction de l'épaisseur du cristal. A partir de cela, en se référant au cercle chromatique de Newton qui indique les proportions des couleurs de la lumière blanche, Biot calcule les teintes des images du dispositif analyseur. Il s'agit d'une justification remarquable, correspondant à la seconde étape dévolue au géomètre. Mais, contrairement à l'étude de la polarisation chromatique, Biot n'applique pas les lois de la mécanique au mouvement supposé des corpuscules lumineux : il n'a pas réussi à définir les lieux d'où émanent les forces qui s'exercent sur ceux-ci. Les calculs de Biot se résument à la détermination de la position d'un point situé dans le cercle chromatique de Newton, point provenant d'un mélange pondéré des sept

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

couleurs constitutives de ce cercle. Ce dernier a considéré que la lumière solaire peut être assimilée à la superposition de sept couleurs fondamentales, dont il rapporte les proportions aux intervalles d'une gamme musicale[8]. Ce procédé illusoire donne néanmoins satisfaction lorsqu'on a à composer une teinte particulière à partir de ces sept couleurs fondamentales parce que la sensibilité chromatique de l'œil est limitée. Il constitue donc un bon compromis. Et Biot, en savant respectueux de la tradition, reprend l'œuvre de Newton : ceci donne aussi du crédit à ses résultats.

Cette évaluation de la teinte correspond à un calcul de mécanique d'où toute force est exclue. Notons que Biot, en répartissant la lumière blanche en sept parties bien distinctes, en étudiant séparément l'action du quartz sur elles, convient de l'importance prépondérante des accès, propriété périodique attribuée aux molécules lumineuses. Il justifie alors les difficultés survenues avec l'utilisation de la lumière blanche, ce que représente la teinte sensible, remarque que l'arc de dispersion est fonction de l'inverse de la longueur d'accès. De son côté, Fresnel n'appliquera la théorie ondulatoire à la polarisation rotatoire qu'à partir de 1823.

Dans l'immédiat, Fresnel, en calculant les teintes de la polarisation chromatique, en prévoyant les particularités de celles dues au croisement de ces lames, particularités qui ont échappé à Biot, a infligé un grave revers à la théorie corpusculaire défendue par Biot, lequel s'abstiendra alors de publier sur les questions d'optique. En 1832, il s'intéressera à nouveau à la polarisation rotatoire et aux relations qui la lient aux phénomènes chimiques et à la structure des cristaux, mais le tout sous un point de vue purement expérimental. Les principes théoriques appliqués par Biot au cours de sa première période d'activité que nous estimons finir en 1822, ne sont plus du tout mis en œuvre. Cependant, l'avancée des travaux de Biot a été d'un grand secours pour Fresnel puisque, grâce aux nombreuses observations et mesures effectuées par Biot, il a plus aisément développé les principes de sa nouvelle théorie. L'interprétation des phénomènes faite par Biot et les mesures précises qu'il en donne ont servi à Fresnel d'indicateur pour ses calculs et de

[8] in Isaac Newton, *Traité d'optique*, seconde édition de 1717, traduction de Coste de 1722, réimpression de 1955, Gauthier-Villars, Paris. C'est l'objet de la deuxième partie du livre I.
La question reste en suspens car les gammes sont multiples et aucune n'a l'universalité souhaitée. Newton a choisi une répartition des couleurs qui a suffisamment de précision dans la pratique. Le rapprochement de cette répartition avec une gamme musicale ne peut se justifier, quoi qu'en dise Newton. Ce dernier a recouru à des motifs philosophiques et théologiques pour justifier la partition des couleurs constitutives de la lumière solaire. Voir D.Devaux et B.Maitte, "Newton, les couleurs et la musique", in *Alliage* n°59, décembre 2006.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

validation lorsqu'il a appliqué sa théorie à la teinte des lames cristallines et à la double réfraction.

L'édification de la théorie ondulatoire de Fresnel se fait donc en relation avec les résultats publiés par Biot : dans les mémoires du premier, il relève de la gageure de ne pas trouver une page où n'apparaisse pas « *M.Biot* ». A cette époque que nous estimons s'étaler de 1806 à 1822 environ, la réputation de Biot est telle que Fresnel en vient à douter de la validité du principe des interférences lorsqu'il tente de calculer les teintes produites par le croisement de lames cristallines : la théorie des ondes donne un résultat qui ne correspond pas aux observations de Biot. Fresnel désespère, puis se reprend et reproduit l'expérience faite par Biot, qui a négligé certains aspects du phénomène. S'agit-il d'une négligence de l'expérimentateur ou les aspects de la polarisation colorée sont-ils tellement divers que les propriétés de ce phénomène deviennent indénombrables, et la généralité qui les regroupe inappréciable sans un préalable théorique ? On ne sait encore ; cependant il faut rappeler la réussite originale et bien souvent pertinente que constitue l'application de la théorie corpusculaire à l'objet de la polarisation colorée.

Au-delà des difficultés liées aux observations, à la conception des divers appareils expérimentaux, à la compréhension des résultats et des mesures, la justification des résultats obtenus par ces trois savants est ce qui les sépare le plus. Celle-ci aboutit à des polémiques dues à la confrontation des principes défendus, polémiques très fécondes pour saisir leurs influences sur l'évolution des sciences.

La première polémique date de 1819 et oppose Biot à Brewster à propos de la polarisation en lumière convergente. Ceci montre bien ce qui sépare les deux hommes. Le savant anglais, excellent expérimentateur, pratique une science essentiellement empiriste. Ainsi, il parvient à donner une explication des teintes des anneaux produits avec des cristaux à un ou à deux axes au moyen d'une loi "mécanique" créée pour la circonstance. Cette loi diffère des lois habituelles qui décrivent les actions et relations existant entre des corps matériels. Brewster imagine une relation entre des directions hypothétiques de façon à satisfaire aux observations, et note que plusieurs rapports d'intensité et d'orientation entre ces directions sont possibles. Cette manière de faire a été vivement critiquée par Biot. Pour celui-ci, les teintes doivent être justifiées, c'est-à-dire prouvées par un raisonnement légitime : on ne peut par conséquent inventer une loi ad hoc

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

susceptible de fournir une cause aux observations comme l'a fait Brewster, car seules les lois issues des principes éprouvés de la mécanique sont propres à justifier les phénomènes physiques. Si Biot utilise ces lois, ces principes, c'est parce qu'ils ont été validés lors de leur application aux mouvements des corps célestes et qu'ils commencent à être étendus avec succès - effet capillaire, réfractions et polarisation de la lumière - à la physique terrestre. Pour Biot, il est inconcevable d'utiliser un cadre scientifique autre que celui définit par la tradition des lois de la mécanique, lois qui se rapportent à des actions à distances.

La position de Brewster est anomale, certainement jugée peu importante par Biot, mais elle a nécessité une réplique parce que Brewster, fort de l'exactitude de ses observations, a, d'une part, critiqué certains résultats obtenus par Malus et par Biot qui n'ont pas su distinguer les cristaux à un axe de ceux à deux axes, et d'autre part, a attribué cette méprise à la pratique de la science laplacienne. Lors des premières études sur la double réfraction et sur la polarisation colorée, personne ne soupçonnait une aussi grande diversité de la nature des cristaux. En revanche, Biot est certain de la valeur des principes qu'il applique et il réagit promptement en proposant une nouvelle étude sur la double réfraction des cristaux, apparemment exacte, et qui semble démontrer toute la validité des principes de la mécanique appliquée à la physique terrestre. Le débat entre les deux hommes se clôt par cette étude de Biot sur la double réfraction.

Les critiques envers la théorie corpusculaire reprennent avec une polémique engagée par Fresnel en 1821. Fort du calcul réussi des teintes produites par les lames cristallines, Fresnel, avec le soutien tendancieux d'Arago, demande à l'Institut d'approuver la pertinence de ses résultats. Biot s'insurge, indique la désorganisation du travail de son concurrent.

Comme Fresnel a précédemment signalé les insuffisances de la théorie corpusculaire de la lumière, même pour des phénomènes aussi ordinaires que la réflexion ou la réfraction, il amène Biot à affiner encore le fonctionnement des accès de facile réflexion et de facile transmission qui sont à l'origine des teintes des lames cristallines. Biot répond de manière qualitative et évasive, mais pointe les difficultés liées à la théorie ondulatoire. Deux d'entre elles retiennent notre attention.

Fresnel conçoit que la lumière est une vibration de l'éther, fluide qui imprègne les corps et emplit l'Univers. Les phénomènes de la polarisation indiquent que ces vibrations lumineuses doivent être transversales, ce qui est en contradiction

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

avec les connaissances de la mécanique des fluides. Ceci n'échappe pas à Biot qui note : « *Pour expliquer les phénomènes de coloration que présentent les lames cristallisées, il ne suffit pas d'y appliquer le principes des interférences, comme l'a fait le docteur Young, il faut encore y faire concourir des propriétés remarquables de la lumière polarisée, que nous avons découvertes par l'expérience M.Arago et moi, mais dont la théorie des ondes n'a pas encore rendu raison ; ce qui n'est pas étonnant, puisqu'elle n'a pas encore fourni de définition mécanique de la singulière modification transversale des ondes lumineuses qui constitue la polarisation.*[9] »

Par ailleurs, la manière par laquelle la lumière blanche et les couleurs qui la constituent sont employées par les deux traditions corpusculaire et ondulatoire est très significative. Pour expliquer les teintes de la polarisation chromatique, Biot avait imaginé que la lumière blanche incidente était scindée par la lame cristalline en deux parties de teintes complémentaires. L'une de teinte O est composée de molécules lumineuses qui correspondent à diverses couleurs et qui restent dans l'azimut primitif. L'autre partie de teinte E est formée par le reste des molécules de la lumière incidente qui tournent leurs pôles dans l'azimut 2i. Par cette théorie, Biot modifie des collections complètes de molécules lumineuses en fonction de la géométrie de l'appareil expérimental. La connaissance des teintes observées nécessite une lecture de la table des anneaux de Newton, ce qui n'est nullement gênant pour Biot puisque celle-ci est tirée de l'expérience. En revanche, Fresnel calcule l'intensité de chaque couleur, prise individuellement. Biot critique cette méthode car la teinte obtenue est la somme de plusieurs couleurs d'intensités différentes, et il s'interroge sur l'appréciation de cette teinte et amène Fresnel à avouer qu'« *il faut avoir recours à la construction empirique de Newton fondée sur l'expérience ; car appliquer et calculer théoriquement l'effet produit sur l'œil par un mélange de rayons hétérogènes, c'est un double problème de physique et de physiologie qu'on est sans doute encore loin de résoudre.* [10] »

Ces deux aspects relatifs à la composition des teintes fournies par la polarisation colorée ne sont pas ce qui sépare le plus Biot de Fresnel, car c'est moins le recours à des systèmes différents - celui de l'émission pour Biot et celui des ondes pour Fresnel - qui oppose les deux hommes, que la pratique de la science qu'ils mettent en oeuvre.

[9] A.Fresnel, "Note sur la théorie des couleurs que la polarisation développe dans les lames minces cristallisées", in *Oeuvres complètes de Augustin Fresnel*, tome 1, p525.
[10] ibidem p616.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Rappelons que pour Biot, la valeur de l'expérience, les mesures indissociables d'une haute précision, sont ce qui est déterminant et ce qui suffit ; car en supposant la lumière constituée de corpuscules, on peut associer aux diverses propriétés de la lumière un mouvement spécifique qui les décrit par les lois de la mécanique, discipline hautement mathématisée, analytique, sûre puisque l'une des plus proches de l'exercice pur de l'esprit. D'une manière générale, la justification des lois expérimentales d'un phénomène par les principes de la mécanique reste le but de toute science car ceux-ci ne considèrent que les effets de causes qui, elles, peuvent rester hypothétiques : c'est échapper, selon Biot, à tout esprit de système. De la sorte, on se soustrait au mieux à la nature des phénomènes étudiés. Ainsi, Biot rejette toute autre idée qu'une constitution corpusculaire de la lumière, puisque c'est la seule qui autorise une application certaine des lois de la mécanique. Quand Fresnel identifie la lumière à une onde, Biot s'oppose car on attribue une qualité à la lumière et surtout on ne peut pas utiliser avec sûreté ces mêmes principes mécaniques. En cela, l'étude de la double réfraction est très révélatrice.

La pratique scientifique est une accumulation de savoirs qui reprennent, en les affinant, ceux qui sont antérieurs. Malus a étudié ce phénomène avec la calcite, cristal à un axe, pour objet. Lorsque Biot entreprend l'étude de la double réfraction de la topaze, cristal à deux axes, il utilise, en le rendant plus sensible, l'appareil expérimental de son prédécesseur. En effet, les cristaux à deux axes ne présentent-ils pas deux rayons réfractés et deux seulement ? En conséquence, il est légitime de conserver un dispositif ayant les mêmes caractéristiques : reprendre et améliorer un appareil expérimental existant fait partie d'une bonne pratique scientifique. N'est-ce pas de la sorte que l'astronomie est parvenue à ce haut degré de certitude ?

Donc, il faut étudier expérimentalement les phénomènes, en se servant de méthodes éprouvées, les ordonner en lois justifiées par les principes de la mécanique, lesquels n'utilisent que les effets de causes qui sont par ailleurs des forces. La connaissance de ces dernières, en rapport avec la nature des phénomènes, est un objectif plus lointain de la science, objectif dont la quête n'est pour le moment pas possible. Sur tous ces sujets, Biot a été très clair : « *L'esprit mathématique qui dirige aujourd'hui toutes les recherches des sciences physiques, n'a pas peu contribué à accélérer ces nouveaux progrès, en portant leurs auteurs à définir avec précision les phénomènes, à lier les uns aux autres par des déductions numériques,*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

enfin à les réduire autant que possible en lois expérimentales. Telle est en effet la marche la plus simple, la seule même qui puisse assurer nos pas dans l'étude de la nature. Toute la philosophie naturelle, dit Newton, consiste en trois choses : trouver et déterminer d'abord les phénomènes, puis leurs lois, puis enfin les forces qui les produisent, et qui, étant une fois connues, réduisent tous leurs détails à n'être que des conséquences déterminables par le calcul. Relativement aux phénomènes de la double réfraction et de la polarisation de la lumière, nous paraissons n'en être encore qu'aux deux premières périodes, je veux dire à la découverte des faits et à la détermination expérimentale de leurs lois…[11] »

Avec cette citation, Biot a certainement à l'esprit l'évolution des travaux astronomiques depuis Kepler jusqu'à Laplace : le premier a déterminé les lois des mouvements des corps célestes, Newton les a justifiées au moyen de la force d'attraction de la matière, enfin Laplace a explicité de la généralité de la gravitation tous les phénomènes particuliers que constituent les aberrations séculaires jusqu'à la libration de la Lune. Par conséquent, alliées aux développements de l'analyse mathématique, les lois de la mécanique sont propres à de grandes découvertes et sont susceptibles de s'appliquer à d'autres phénomènes de la nature, en particulier aux phénomènes terrestres. Laplace n'a-t-il pas rendu compte de la réfraction ordinaire, de l'effet capillaire, de la double réfraction par des principes mécaniques tels que celui des forces vives, et Malus n'a-t-il pas, par ce moyen, géométrisé la lumière polarisée ? L'application de la mécanique conçue sur ces principes est une sorte de preuve, car la mécanique est la discipline la mieux mathématisée, la plus imprégnée du langage de l'algèbre et par conséquent la plus proche de l'exercice pur de l'esprit. C'est la raison qui fait que Biot est plus enclin à considérer la lumière comme formée de corpuscules.

Lorsqu'il applique les principes de la mécanique aux phénomènes de la polarisation colorée, Biot est sans équivoque, mais prudent et constant dans sa position : « *c'est ce mode alternatif de polarisation que j'ai appelé la polarisation mobile. Je suis encore persuadé aujourd'hui qu'il est exact, comme représentation de ces phénomènes, et je ne lui attache pas d'autre valeur. Ainsi, je ne serais pas étonné si l'on venait à découvrir qu'il se produit autrement que par un mouvement oscillatoire des molécules lumineuses, ou en vertu de quelques propriétés des*

[11] J.B Biot : "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation, dans les corps régulièrement cristallisées", in *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, tome3, 1819, p178.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rayons que j'aurais ignorées. Mais cela ne changerait rien aux lois physiques des phénomènes, telles qu'elles se trouvent exprimer par mes formules. Nous sommes encore si éloignés de savoir ce que c'est que la lumière, qu'on ne peut guère de longtemps se flatter d'y découvrir autre chose que des lois.[12]» Biot n'a probablement pas oublié la probante utilisation du système des ondes faite par Huygens et il est conscient des récentes avancées des idées de Fresnel.

Si Biot minore la portée du système des ondes, c'est parce que celui-ci n'offre pas toutes les garanties de l'application de l'analyse mathématique ; il reste pour lui un système infirme pour cette raison, encore peu éloigné de ce que Huygens en avait fait : une habile construction. Et Biot ne varie pas dans son opinion, même si les progrès de la théorie de Fresnel sont flagrants. Un raidissement se ressent dans les propos tenus en 1824, soit juste après la première période des recherches de Biot : « *les résultats auxquels il* [M.Fresnel] *a été conduit,… assignent aux ondes lumineuses plusieurs caractères fort compliqués, lesquels se trouvant ainsi conclus expérimentalement des faits, et non pas déduits mathématiquement des principes mécaniques du mouvement dans le système ondulatoire, deviennent autant de données physiques de ce système, tel que M.Fresnel l'envisage.*[13]» Biot est proche d'accuser Fresnel d'esprit de système…[14]

En opposition à la pratique de Biot, Fresnel est parvenu par le principe d'interférences à rendre compte, par ce seul artifice, de la diffraction et de la couleur des lames minces. Les propriétés de double réfraction de tous les cristaux ont reçu de nombreux éclaircissements. A partir d'un nombre très restreint de règles - principe de Huygens-Fresnel, principe des interférences, ellipsoïde des indices - les phénomènes de la lumière ont reçu une justification. Avec Fresnel, la caractérisation et l'étude de nombreux phénomènes physiques présupposent une théorie, l'expérimentation devenant principalement un outil de preuve : c'est la nouvelle manière de faire de Fresnel qui semble l'emporter en optique au début de ces années 1820 : « *Elle* [la mauvaise manière de raisonner] *aurait l'avantage qu'on doit le plus rechercher dans toutes les théories, celui d'annoncer d'avance les lois des*

[12] J.B. Biot, "Remarques de M.Biot, sur un rapport lu, le 4 juin 1821, à l'Académie des sciences par MM. Arago et Ampère", in *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome1, p580.
[13] ibidem p615.
[14] A cette époque, Arago freine constamment Fresnel au sujet de la constitution de l'éther.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

phénomènes et les rapports secrets qui les unissent ; car voilà le principal mérite d'une théorie. [15]»

En revanche, l'application de la théorie corpusculaire de la lumière montre des signes inquiétants. Par exemple, les différentes polarisations nécessitent des hypothèses distinctes et difficilement conciliables. Rappelons que Biot n'a pu expliquer l'achèvement des oscillations des molécules de lumière autour de leur centre de gravité, événement qui indique le passage de la polarisation mobile à la polarisation fixe. La multiplication des mouvements spécifiques associés aux diverses polarisations inquiètent les physiciens laplaciens dès 1818. Cependant, comme l'indique la citation précédente de Biot, la conviction qu'il affiche pour la théorie corpusculaire ne fléchit pas, parce que Fresnel n'est pas encore parvenu à donner une définition correcte, c'est-à-dire mécanique, des ondes lumineuses qui parcourt l'éther. Fresnel a bien conscience que la constitution de cet éther est un argument indispensable pour convaincre les savants newtoniens. C'est pourquoi, en 1824, Biot s'autorise encore, et même à propos du phénomène de diffraction qui a permis à Fresnel de se distinguer, à suspecter le système des ondes : « *ce phénomène est favorable au système ondulatoire. Toutefois, si l'on approfondit les détails de cette explication, on sentira qu'elle offre plutôt une représentation du phénomène qu'elle n'en fournit une théorie mécanique rigoureuse.* [16]»

Le plus grand mérite de Biot reste d'avoir étendu le domaine de l'optique anisotrope - signe de la double réfraction des cristaux à un axe, polarisation rotatoire des liquides et des gaz, dichroïsme de la tourmaline - et d'avoir contraint ses concurrents à préciser leurs idées, leurs méthodes. L'organisation intime des corps matériels est un autre objet de questionnement : l'assemblage des constituants

[15] A.Fresnel, "Note sur les accès de facile réflexion et de facile transmission…", in *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel*, tome2, Imprimerie Impériale, Paris, 1868, p161. Cette note est des premiers mois de 1821 selon Emile Verdet.
"La mauvaise manière de raisonner" est une critique formulée par Poisson à l'encontre de la théorie des ondes, jugée mathématiquement imparfaite, et donc impropre à toute justification.

[16] in J.B Biot, *Précis élémentaire de physique expérimentale*, tome2, troisième édition, Deterville, Paris, 1824, p472.
On retrouve les **figures 1 et 2** qui illustrent le chapitre 14 "Système de l'émission contre système des ondes". Biot relate les expériences menées par Fresnel et par Young, mais il n'abandonne pas son explication de la formation des franges, explication primitive et erronée de Fresnel pourtant corrigée dans le mémoire couronnée de la diffraction : « *Dans le cas où les bandes diffractées sont formées par le passage du faisceau entre deux biseaux à bords rectilignes, elles peuvent de même, avec une très grande approximation, être attribuées à l'interférence de deux portions de lumière qui tombent sur les bords opposés de ces biseaux.* » ibidem p471

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

de la matière, leur figure ont été des objets importants de conjecture. Biot fait prendre conscience des imperfections de l'analyse chimique, de l'avantage et des progrès que peut procurer l'étude de la constitution et des propriétés des corps par des méthodes optiques.

Les lois expérimentales de la polarisation colorée, c'est-à-dire ce qui correspond à nos polarisations chromatique et rotatoire, ont été établies en écartant le plus possible toute considération sur la nature de la lumière. La tentative de les inscrire dans le système du monde laplacien a montré les limites d'une science qui exclut le plus possible l'intrusion de la nature des phénomènes dans leur interprétation. On constate que l'application de la loi de la gravitation aux mouvements des corps célestes - exemple premier et historique de la recherche et de l'étude d'une même cause diversement mise en action - n'est pas transposable aussi aisément qu'on le pensait aux phénomènes terrestres, de natures beaucoup plus disparates. En ce début de XIX^{eme} siècle, d'autres disciplines vont échapper de plus en plus à cette pratique [17].

Alors que Berthollet, en 1803, avec son *Essai de statique chimique*, pense expliquer les relations entre les divers constituants de la matière au moyen des affinités, c'est-à-dire réaliser une partie du rêve newtonien qui consiste à déterminer les forces entre particules de matière, Dalton propose dès cette même année son hypothèse atomique qu'il étend et expose à partir de 1808 dans le premier tome de son grand ouvrage, *New System of Chimical Philosophy*. En 1807, Fourier propose son mémoire sur la "Théorie de la propagation de la chaleur dans les solides" qui s'oppose dans son principe à la physique newtonienne, montre que la loi de Newton à propos de l'écoulement du froid est inexacte, et il imagine un mode de transmission de proche en proche de la chaleur : on ne retrouve plus dans ce travail la conception d'action à distance commune à la physique newtonienne.

Les idées sur la chaleur opposées aux principes newtoniens ne vont cesser de s'affirmer. Ainsi, en 1819, le mémoire sur l'"identité de capacité calorifique des atomes de tous corps simples" de Dulong et Petit est un indicateur du déclin de la science laplacienne. Ces derniers ont été influencés par Berzelius qui critique les idées sur le calorique de Lavoisier - sans les rejeter totalement - et en 1820, Dulong

[17] Voir Robert Fox, "The rise and fall of Laplacians Physics" in *The culture of science in France 1700-1900*, Adelshort, 1992, Variorum.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

attribue la chaleur à une vibration de la matière. Tout ceci renforce la théorie atomique de Dalton et infirme de plus en plus la position newtonienne de Berthollet.

D'une manière générale, à partir de 1820, en France, un courant anti-laplacien se développe fortement : Dulong, Petit, Fresnel, Arago et Ampère sont des partisans d'un principe ondulatoire pour expliciter les phénomènes qu'ils étudient dans leur domaine respectif.

L'étude des phénomènes électriques et magnétiques par Oersted est à l'origine d'un des plus cinglants démentis des principes newtoniens. Si avec les phénomènes de la chaleur on ne pouvait pas constater directement l'inexactitude des idées sur les forces attribuées à la matière, les phénomènes électriques offrent cette opportunité. Jusqu'à maintenant, on avait essentiellement considéré les charges électriques au repos. En 1785, Coulomb avait montré que la force exercée par des charges statiques s'exprimait par une loi analogue à celle de la gravitation. Le magnétisme des aimants semble produire la même sorte d'action. En 1819, Oersted remarque l'influence qui existe entre les courants électriques et les aimants, alors que Coulomb croyait en l'impossibilité d'avoir une interaction entre les phénomènes électriques et magnétiques. Dès l'annonce de cette nouveauté, en septembre 1820, les savants français s'en emparent. En particulier, Biot et Savart étudient l'interaction entre les courants électriques et les aimants dont les résultats servent à Laplace pour déduire la loi d'action entre les courants électriques et les aimants. Ce fait surprit d'autant les savants newtoniens que la force qui en résulte est perpendiculaire à la direction des éléments en interaction : l'universalité de l'action newtonienne est ébranlée et avec elle les certitudes des savants newtoniens. Cependant, Biot s'opposera à la théorie électrodynamique d'Ampère, estimant inacceptable ce que ce dernier avance[18], et tentera d'adapter les effets électrodynamiques à la théorie des deux fluides magnétiques de Coulomb. Ampère ne tardera pas à infirmer les propositions de Biot[19] qui essaie d'expliquer ces

[18] Ampère commence à envisager l'existence d'un éther apparenté à celui de Fresnel, responsable des effets électrodynamiques.

[19] in André-Marie Ampère, *Théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques, uniquement déduite de l'expérience*, 1826, Paris, 180-188.
Ampère s'est maintenant éloigné des principes laplaciens qui servaient primitivement de cadre à sa pratique scientifique. Ses recherches sur l'électrodynamique montrent que « *Ampère met explicitement en œuvre sa propre méthodologie positiviste.* » in Robert Locqueneux, *Histoire de la physique*, 1987, Que sais-je ? PUF, p83.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

phénomènes par les principes laplaciens[20]. Dans toutes les disciplines de la physique, les principes newtoniens sont de plus en plus critiqués [21].

L'œuvre de Biot s'inscrit dans une pratique de la science en déclin, une science laplacienne en train de perdre l'universalité supposée de son application. La fin de l'extension de cette pratique scientifique réside peut-être dans la description trop précise donnée aux phénomènes : à vouloir trop expliquer, on se perd dans des détails qui ne sont plus que des conjectures.

Tout ceci indique qu'au-delà des grandes qualités d'expérimentateur et de théoricien de Biot, on ne peut, par induction, aller à coup sûr de l'expérience à la théorie, à cause de la variété insaisissable des aspects d'un même phénomène.

Cependant, malgré les résultats encourageants obtenus par Fresnel, la théorie des ondes est encore loin de l'emporter. Vers 1830, les physiciens ne cessent de souligner les carences des deux systèmes corpusculaire et ondulatoire, aucun n'étant exempt d'insuffisances. A propos du système des ondes, Herschel indique : « *nous prierons le lecteur de suspendre son jugement sur la théorie que nous allons exposer, et de ne pas la condamner d'avance à cause des faits qui* paraissent *incompatibles avec elle, jusqu'à ce qu'il ait pris connaissance d'une multitude de phénomènes compliqués qu'elle explique parfaitement.* [22]» Même si l'auteur met le système corpusculaire en bonne place, il souligne les difficultés rencontrées avec celui-ci pour rendre cohérente l'explication des teintes des lames cristallines avec d'autres phénomènes. Ainsi la théorie de la polarisation mobile de Biot suscite quelques réserves de la part de Herschel et « *comme M.Biot l'avoue lui-même. Avant de l'adopter il faudrait lever une difficulté bien grande : c'est qu'elle suppose à une lame* mince *une action différente non seulement en énergie, mais encore quant à l'espèce, de celle qu'exerce une lame épaisse, sans marquer la limite où le cristal cesse d'agir comme une lame mince et commence à agir comme lame épaisse, et sans établir de gradations entre les deux modes d'action.* [23]» Biot ne pourra pas apporter de réponse.

[20] "Sur l'aimantation imprimée aux métaux par l'électricité en mouvements", in *Journal des savants*, 1821, p221-235 et in J.B Biot, *Précis élémentaire de physique expérimentale*, Deterville, 1824, Paris, p766-772.
[21] Même la mécanique fait l'objet de controverse : Fourier, Navier et Germain s'opposent à Poisson, newtonien irréductible. La "mécanique d'analyse" se différencie de la "mécanique physique" de Poisson.
[22] in John Herschel, *Traité de la lumière*, tome1, traduction de Verhulst et Quételet, 1829, Librairie De Malher et C°, Paris, p357.
[23] ibidem p115.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La lecture des travaux de Biot et de Fresnel, parmi d'autres, indique que nous sommes bien à une époque de mutation qui voit une nouvelle pratique de la science, celle de Fresnel, se substituer à l'ancienne que Biot a remarquablement étendue et qu'il défendra encore.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Annexe 1 :

Malus et la polarisation par réfraction

De la lumière naturelle qui se réfléchit sur une surface vitreuse - une lame à faces parallèles par exemple - se polarise partiellement. Quelle que soit l'incidence, la polarisation dans le plan d'incidence surpasse toujours celle du plan perpendiculaire et devient complète pour l'incidence brewstérienne. Le reste de la lumière a été réfracté et, sa polarisation se situe dans le plan perpendiculaire à celui d'incidence. L'intensité de cette polarisation surpasse toujours celle rapportée à ce dernier plan.

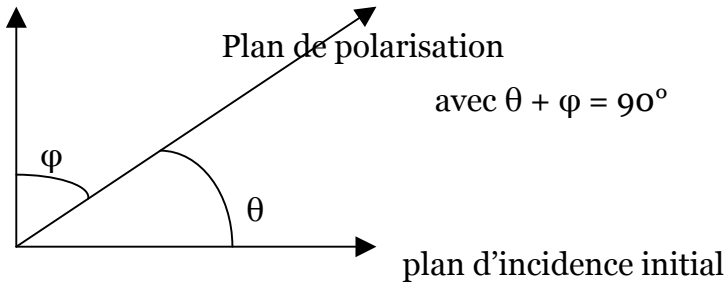
Si l'on considère maintenant de la lumière incidente polarisée rectilignement dans un plan primitif pris pour plan d'incidence, la lumière réfléchie reste polarisée de la même façon. Une rotation de la lame autour du rayon incident d'un angle θ, revient à tourner d'un azimut θ le plan de polarisation du faisceau incident. Or, la lumière réfléchie reste polarisée rectilignement, mais dans un azimut θ' différent de θ, donné par $\mathrm{tg}\theta' = \mathrm{tg}\theta.\frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$, i étant l'angle d'incidence et r celui de réfraction au point d'incidence.

Ainsi, l'accroissement de l'angle d'incidence i, c'est-à-dire l'inclinaison de la lame sur le rayon incident, a pour effet de rapprocher le plan de polarisation du rayon réfléchi d'azimut θ' du plan de polarisation d'azimut θ. Pour l'incidence brewstérienne, les deux plans se confondent, c'est-à-dire que le plan de polarisation du rayon réfléchi se trouve dans le même azimut θ que celui du rayon incident.

L'étude de la partie réfractée de la lumière s'effectue plus couramment par rapport au plan perpendiculaire au plan d'incidence initial. Le calcul de la valeur φ' de l'azimut du plan de polarisation de la lumière réfractée se rapporte à la figure

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

suivante qui représente les positions respectives des plans d'incidence initial et de polarisation, lequel est tourné d'un angle θ par rapport au premier :



La partie transmise de la lumière est aussi polarisée rectilignement mais dans l'azimut φ', avec $tg\varphi' = tg\varphi.\cos^2(i - r)$, i étant encore l'angle d'incidence et r celui de réfraction au point d'incidence.

L'accroissement de l'angle d'incidence i tend à rapprocher les plans d'azimut φ' et φ, c'est-à-dire que l'azimut du plan de polarisation du rayon réfracté tend à être perpendiculaire au plan primitif de polarisation. Notons que l'intensité du rayon réfracté passe par un maximum pour l'incidence brewstérienne.

Plusieurs réfractions successives, c'est-à-dire la traversée de plusieurs lames à faces parallèles, amènent donc le rayon sortant à être polarisé dans le plan perpendiculaire au plan primitif de polarisation de la lumière incidente : il s'agit du dispositif dénommé piles de glaces, imaginé par Malus. La portion de lumière polarisée dans cet azimut reste cependant faible ; c'est la raison pour laquelle ce dispositif n'est plus employé.

Lorsque Malus étudie la polarisation du rayon réfracté par une lame à faces parallèles placée en incidence brewstérienne, il utilise de la lumière polarisée rectilignement et laisse le dispositif analyseur dans l'azimut du plan de polarisation du rayon incident. Ainsi, en tournant la lame à faces parallèles autour du rayon incident, il constate que les deux images de l'analyseur - qu'il soit une glace placée sous incidence brewstérienne ou un spath d'Islande dont le plan de section principale coïncide avec le plan primitif de polarisation - existent toujours, mis à part les azimut extrêmes 0° et 90°. L'intensité de l'image extraordinaire passe par un maximum pour l'azimut intermédiaire de 45° et est donc éteinte pour les angles 0° et 90°. C'est cette observation qui installe la croyance en une polarisation par réfraction propre aux lames isotropes épaisses.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

A la lecture du mémoire “Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière”, il semble bien que Malus n’effectue pas une étude exhaustive de la lumière réfractée par la lame isotrope en fonction de son azimut au moyen du spath analyseur. Il n’indique pas explicitement que cette lumière réfractée possède une polarisation rectiligne dans certains azimuts, et cherche à caractériser la lumière réfractée selon des critères propres à l’optique corpusculaire. Surtout, les deux systèmes qui s’appliquent à la lumière renvoient à des notions qui sont étrangères les unes aux autres : celles développées par le système ondulatoire - la polarisation elliptique par exemple - ne se rapprochent pas aisément au système de l’émission.

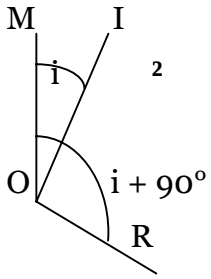
© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Annexe 2 :

Calculs sur la lumière transmise par les lames épaisses

Lors de l'étude de la polarisation exercée par les lames épaisses isotropes, Malus caractérise la lumière qu'elles transmettent. Il entend aussi calculer les variations de son intensité, et déduit une relation qu'il ne démontre pas. Biot l'établit dans l'introduction - faisant l'historique des phénomènes de polarisation - d'un ouvrage[1] qui compile ses travaux des années 1812-1813.

La lumière incidente, complètement polarisée, se répartit en deux quantités O et E. Avec la glace placée sous incidence de polarisation complète, Malus considère qu'une partie O de la lumière incidente n'est pas affectée par la glace et la traverse, quel que soit l'azimut i dans lequel elle se trouve. L'autre partie E est affectée par l'azimut i de la glace.



[2]

La partie réfléchie l'est en fonction de i, azimut du plan d'incidence OI de la glace par rapport au méridien, et vaut $E.\cos^2 i$. Le complément $E.\sin^2 i$ est transmis et polarisé dans l'azimut 90° + i du plan OR.

Les intensités des deux rayons ordinaire et extraordinaire du spath sont données par les relations :

[1] in J.B Biot, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Didot , Paris, 1814.
[2] Schéma identique à celui de la figure 12 de la planche III du tome 4 du *Traité de physique* de Biot.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

$$\begin{cases} F_o = O + E.\sin^2 i.\cos^2(i+90°) \\ F_e = E.\sin^2 i.\sin^2(i+90°) \end{cases}$$

Si le spath analyseur est tourné dans l'azimut α par rapport au plan primitif de polarisation, les intensités des deux rayons ordinaire et extraordinaire du spath deviennent alors :

$$\begin{cases} F_o = O.\cos^2\alpha + E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha-i-90°) = O.\cos^2\alpha + E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha-i) \\ F_e = O.\sin^2\alpha + E.\sin^2 i.\sin^2(\alpha-i-90°) = O.\sin^2\alpha + E.\sin^2 i.\cos^2(\alpha-i) \end{cases}$$

Avant de pouvoir calculer les intensités des lumières réfléchie et transmise, Malus doit déterminer au moyen de l'expérience les quantités O et E qui constituent ces lumières.

Biot précise : « *Quoiqu'il ne les* [les relations ci-dessus]*ait pas énoncés textuellement, il a rapporté un résultat qui ne peut être qu'une conséquence ; c'est l'évaluation des rapports de O et E ou des quantités de lumière transmise et réfléchie par la glace dans sa première position… Pour tirer ce rapport* [O/E] *des expériences, il faut savoir que, dans chaque position donnée de la glace, ou i a une valeur quelconque connue, l'intensité du rayon extraordinaire F_e est susceptible d'un minimum…Or, c'est la considération de ce minimum, quand i = 45°, qui donne les rapports des quantités de lumière O et E.* [3]»

Biot fait i = 45° dans la formule de F_e, dérive par rapport à α et arrive à :

$$O.\sin 2\alpha + \frac{1}{2}.E.\cos 2\alpha = 0 \text{ qui donne } \frac{O}{E} = -\frac{1}{2.\mathrm{tg}2\alpha}.$$

Il commente ce résultat ainsi : « *lorsqu'on aura placé la glace dans cette position, il n'y aura qu'à tourner lentement le rhomboïde en sens contraire de l'angle i jusqu'à ce que le rayon extraordinaire arrive à son minimum d'intensité. Lorsqu'on sera arrivé à cette position, on mesurera l'angle α ; et le rapport $-\frac{1}{2.\mathrm{tg}2\alpha}$ étant évalué en nombre donnera les rapports d'intensité O/E.* [4]»

Comme l'intensité de la lumière transmise vaut $O + E.\sin^2 i$ et celle de la lumière réfléchie $E.\cos^2 i$, leur rapport s'écrit $\frac{O + E.\sin^2 i}{E.\cos^2 i} = \frac{\frac{O}{E} + \sin^2 i}{\cos^2 i}$. La connaissance du

[3] in J.B Biot, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Didot , Paris, 1814, pxliij.
[4] ibidem pxliv.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

rapport O/E donne celui des intensités des lumières transmise et réfléchie pour tout azimut i de la glace placée sous incidence de polarisation complète.

Ce travail de Malus qui introduit la *polarisation par réfraction* « *dont l'analyse et la loi appartiennent à lui seul* [5]», nous dit Biot, amène la distinction de la polarisation par réfraction de celle par réflexion et apportera aussi la distinction de l'effet des lames épaisses non cristallines de celui des lames minces cristallines.

[5] in J.B Biot, *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Didot , Paris, 1814, pxxxvj. En 1816, dans son *Traité de physique*, Biot indique à propos de la polarisation par réfraction : « *Je viens maintenant à un autre genre de phénomènes qui a été découvert et décrit dans le même temps par Malus et par moi, mais dont l'analyse et la loi appartiennent à lui seul.* » in J.B Biot, *Traité de physique*, tome 4, Deterville, 1816, Paris, p295.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

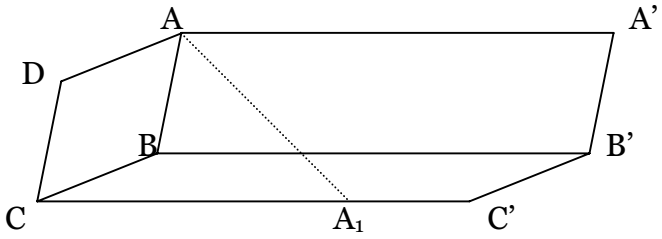
Annexe 3 :

Plan de section principale

La calcite ou spath d'Islande est le premier minéral pris pour objet d'études relatives à la double réfraction à cause de l'acuité que prend ce phénomène. Si Bartholin a la primeur de la description de la biréfringence, c'est Huygens qui fit une étude phénoménologique de celle-ci et donna la loi de propagation des deux rayons qui naissent lorsque la lumière pénètre un tel cristal.

On remarque qu'avec un rayon de lumière naturelle dont le plan d'incidence coïncide avec un plan particulier du cristal, les rayons réfractés suivent des chemins singuliers.

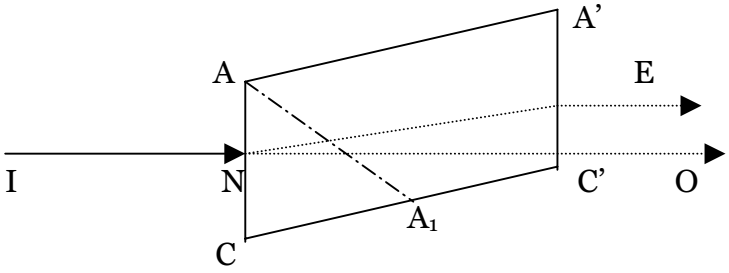
La calcite se présente sous la forme de rhomboèdres comme ci-dessous :



La caractérisation d'un cristal repose sur les angles faits entre ses diverses arêtes et non sur les longueurs de celles-ci. Ainsi, pour la calcite, les trois angles en A des faces qui se réunissent en ce point font un angle obtus de 101°53', spécifique de ce cristal. La propriété de la direction AA_1 faisant des angles égaux en A avec les plans des trois faces qui s'y réunissent est celle d'un axe ternaire, c'est-à-dire qu'une rotation de 120° autour de cette direction ramène les faces dans des positions parallèles à celles prises initialement. Cette direction s'appelle la direction de l'axe du cristal. Voyons les propriétés optiques qui s'y réfèrent.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Imaginons la coupe de la calcite suivant un plan contenant la direction AA_1. L'ensemble de ce plan avec la normale à la face d'entrée forme le plan de section principale du cristal.



Un pinceau lumineux IN arrive en incidence normale sur la face d'entrée AC. Le cristal a ses faces d'entrée et de sortie parallèles et constitue ainsi une lame à faces parallèles. Le rayon incident se scinde en deux rayons, l'un O non dévié comme on peut s'y attendre avec une lame à faces parallèles, l'autre E qui subit une déviation mais reste dans le plan de section principale. Ainsi, en faisant tourner le cristal autour de la normale à la face d'entrée, le faisceau O reste fixe, tandis que le faisceau E tourne autour du faisceau O et accompagne le plan de section principale dans sa rotation. Le premier rayon, O, qui suit les lois de Descartes est dénommé rayon ordinaire, le second,E, qui bien souvent échappe à celles-ci est désigné rayon extraordinaire.

En taillant une face artificielle perpendiculaire à la ligne AA_1 du cristal, un rayon incident en incidence normale ne subit aucune altération de la part de celui-ci, c'est-à-dire qu'il conserve toutes ses propriétés : pas de réfraction ni de polarisation, le cristal se comportant de façon isotrope. La ligne AA_1 est direction d'isotropie ou encore axe optique de la calcite.

Si les rayons ordinaire ou extraordinaire n'ont pas les mêmes propriétés géométriques au sens où ils ne se réfractent pas suivant les mêmes lois, ils n'ont pas non plus les mêmes propriétés physiques : la lumière qui les constitue n'est plus de la lumière naturelle comme celle du faisceau incident, mais de la lumière polarisée, n'ayant plus la symétrie de révolution autour de la direction de propagation. Par convention, celle de Malus, on considère que le rayon ordinaire est caractérisé par le plan de section principale, c'est-à-dire qu'il est polarisé dans ce plan ; en revanche le rayon extraordinaire, de nature dissemblable, est polarisé dans le plan perpendiculaire. Les deux rayons sont donc polarisés à angle droit.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Ce que Biot désigne sous les divers vocables *axe du cristal* ou *axe de double réfraction* ou *axe cristallographique* se confond avec notre axe optique. Au début de l'étude de la polarisation, les physiciens pensent que tous les cristaux exercent une action identique sur la lumière, comme le fait le spath d'Islande, cristal uniaxe.

La découverte des cristaux biaxes va modifier cet état de fait. Ceux-ci n'ont plus de plan de section principale, mais trois plans de symétrie xOy, xOz et yOz. Lorsque le plan d'incidence se confond à l'un d'eux, nous constatons l'existence d'un rayon qui suit la loi de Descartes. Cependant, la rotation du cristal autour de la direction du rayon incident ne laisse pas l'un des rayons fixe et n'entraîne pas l'autre dans ce mouvement comme avec le spath d'Islande. Fresnel montre que ces cristaux n'ont plus de rayon ordinaire, mais deux rayons extraordinaires.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Annexe 4:

Surface des indices

Lorsque Biot commence l'étude systématique de la polarisation colorée, il ignore évidemment la diversité des propriétés des milieux anisotropes ainsi que leur répartition dans les deux grandes classes que constituent les cristaux uniaxes et biaxes. Afin de rendre plus accessible le contenu de ses travaux, le rappel préliminaire du comportement optique des quatre minéraux utilisés - calcite, quartz, gypse et mica - est opportun.

La connaissance de l'indice optique que présente un minéral en fonction de l'angle du rayon incident qui le pénètre est une donnée essentielle à la prévision du trajet des rayons réfractés, comme l'a mis en évidence Huygens avec sa construction géométrique ellipsoïdale. Cependant, la réponse est plus complexe à produire qu'il n'y paraît pour les cristaux : elle ne dépend pas seulement de l'angle du rayon incident comme pour les milieux isotropes, mais aussi de la position de ce rayon par rapport à des directions caractéristiques du cristal.

Nous savons que les valeurs prises par l'indice optique en un endroit du cristal sont des quantités sensibles au plan transverse à celui du rayon incident puisque les ondes lumineuses sont transversales. On facilite cette réponse en construisant une surface des indices. Mais, l'habitude qui consiste à prendre pour origine l'ellipsoïde des indices principaux du cristal est de pure convention car cette figure est davantage une conséquence pratique de la connaissance de la surface des indices. Historiquement, Fresnel a déterminé, en premier, cette surface des indices qui a servi à déduire l'ellipsoïde des indices. Les ouvrages de référence[1] sur la

[1] Nous pensons, en langue française, à *Optique* de G.Bruhat, incontournable, aux deux ouvrages de Fleury et Mathieu *Lumière* et *Images Optiques*, enfin parmi les ouvrages récents à *Optique géométrique et ondulatoire* de J.P.Pérez.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

question qui démontrent toutes les propriétés optiques des cristaux conservent cette pratique.

Nous débutons notre explication avec la calcite, le premier minéral connu pour être biréfringent parce que la double réfraction qu'il offre est l'une des plus fortes et des plus faciles à observer.

Voici l'ellipsoïde des indices de ce cristal qui est de révolution autour de l'axe z.

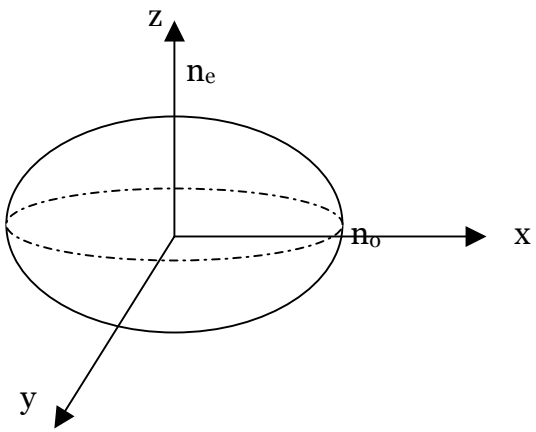


Figure 1

Deux indices optiques principaux suffisent à la détermination de cette figure. Sur l'axe de révolution, nous trouvons l'indice extraordinaire n_e égal au demi-axe polaire de l'ellipsoïde, alors que les deux autres demi-axes suivant les directions x et y ont des longueurs identiques et égales à l'indice ordinaire n_o. L'équateur de l'ellipsoïde est donc un cercle.

Pour la calcite, l'indice extraordinaire n_e étant plus petit que l'indice ordinaire n_o, l'ellipsoïde est aplati et la différence $(n_e - n_o)$ négative : ce cristal appartient à la classe des cristaux uniaxes négatifs, c'est-à-dire que le rayon extraordinaire fait un angle de réfraction plus grand que le rayon ordinaire. Il reste à pouvoir déterminer ces deux angles pour une incidence donnée, c'est-à-dire à connaître les indices optiques dans les directions transverses au rayon incident. Pour cela, il faut construire la surface des indices qui s'obtient en portant sur la direction parallèle à celle de la normale à l'onde, deux longueurs égales aux deux indices n et n'. La répétition de cette construction pour toutes les directions de l'espace aboutit à la figure 2 ci-dessous :

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

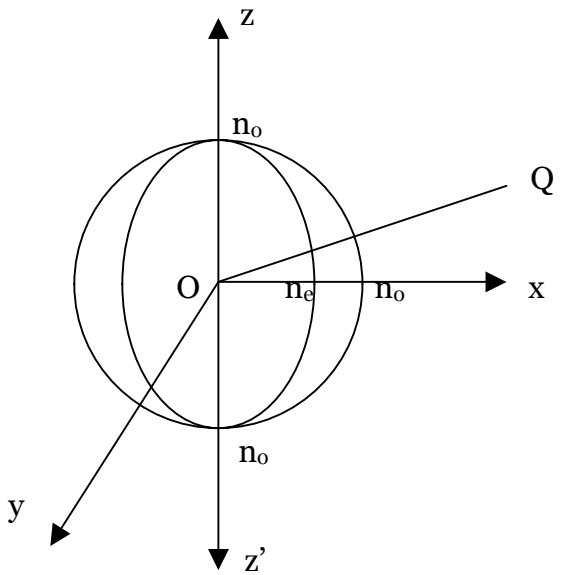


Figure 2

Cette nouvelle surface qui permet une lecture directe de l'indice suivant l'incidence est constituée de deux nappes, une sphère de rayon n_o et un ellipsoïde allongé, de révolution, contenu dans la sphère. Les deux surfaces se rejoignent aux pôles de l'ellipsoïde. Le long de la direction z'z dite d'isotropie, l'indice optique est unique. L'ellipsoïde a un équateur de rayon n_e. Donc, pour un rayon incident de direction quelconque OQ, nous avons un rayon ordinaire dont l'angle de réfraction obéit à la loi de Descartes et un rayon extraordinaire dont la réfraction se détermine à partir de la valeur de l'indice n' indiquée par l'ellipsoïde, valeur intermédiaire entre n_e et n_o. Ce rayon ne suit pas la loi de Descartes, sauf si le rayon incident est dirigé dans le plan xOy, la coupe des surfaces d'indices montrant deux cercles concentriques de rayons égaux aux indices principaux.

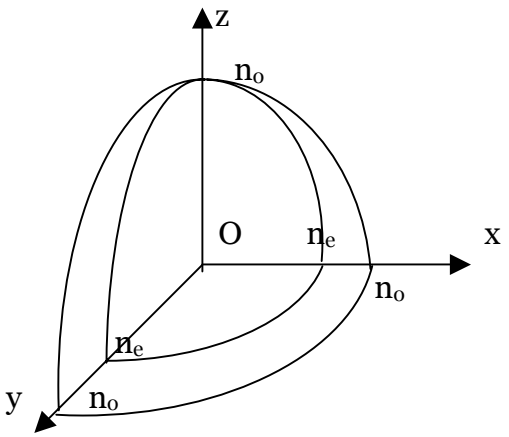


Figure 3

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Dans la pratique, comme les propriétés optiques des cristaux ne sont pas utilisées au hasard, mais par rapport aux plans de symétrie des nappes, nous allons indiquer comment s'en servir. La figure 3, section de la figure 2, est plus explicite.

La direction suivant l'axe z ne présente qu'une seule valeur d'indice : c'est l'axe d'isotropie ou axe optique du cristal. Tout rayon perpendiculaire à l'axe z, c'est-à-dire tout rayon incident situé dans le plan xOy se réfracte en deux rayons qui suivent la loi de réfraction de Descartes puisqu'ils se rapportent chacun à un cercle dans ce plan.

Notons que la construction des rayons réfractés s'effectue le plus souvent avec les surfaces d'ondes qui sont la transformation par polaires réciproques des nappes des indices. Ceci aboutit à la méthode utilisée par Huygens, les axes portant alors les vitesses de propagation des rayons, inverses des indices précédents à la constante c près. Nous ne nous attardons pas sur cette représentation plus pratique pour cet usage car le chemin pris par les rayons n'est pas notre préoccupation, seule la connaissance des indices optiques avec la direction du rayon incident présentant de l'intérêt.

Avec le quartz, tout ce qui vient d'être dit reste valable. Les figures sont seulement modifiées par le fait que ce cristal uniaxe est positif, c'est-à-dire que l'indice extraordinaire n_e est supérieur à l'indice ordinaire n_o, en tout endroit du cristal. L'ellipsoïde des indices prend alors la forme suivante :

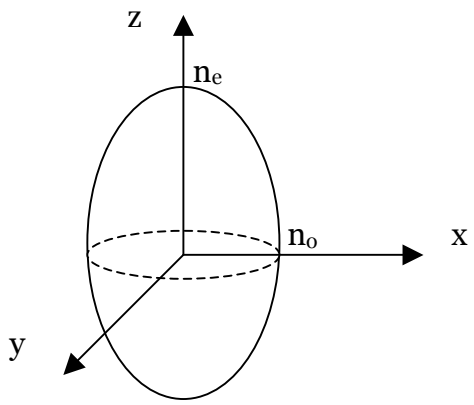


Figure 4

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Et les deux nappes de la surface des indices dans le plan xOz :

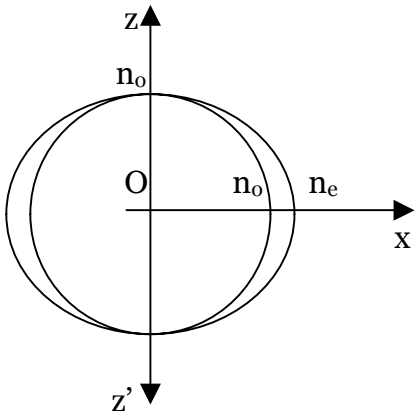


Figure 5

C'est maintenant l'ellipsoïde qui inclut la sphère. Le rayon extraordinaire sera moins réfracté que le rayon ordinaire, contrairement à la calcite.
Voici un tableau comparatif des deux minéraux :

Cristal	Signe	Formule chimique	Système cristallin	n_e	n_o	Biréfringence $n_e - n_o$
Calcite	Négatif	CaCO3	Rhomboédrique	1.48641	1.65836	- 0.17195
Quartz	positif	SiO2	Hexagonal	1.5533	1.5442	0.0091

[2]

La calcite présente une double réfraction environ 19 fois plus forte que celle du quartz, d'une valeur exceptionnelle qui a valu à ce cristal la primeur de nombreuses études, à commencer par celles de Bartholin et Huygens au XVIIe siècle.

Il reste à différentier le rayon ordinaire du rayon extraordinaire. La direction AA' des vibrations du rayon extraordinaire est obtenue par la projection de l'axe optique z'z sur le plan perpendiculaire π au rayon incident et centré en O, la direction BB' des vibrations du rayon ordinaire étant dans le même plan, mais ces vibrations sont perpendiculaires à celles de l'autre rayon, comme l'indique la figure6.

[2] in Fleury et Mathieu, *Images optiques*, p217. Les valeurs des indices sont données pour la raie D du sodium (539,0 nm) vers 15°C.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

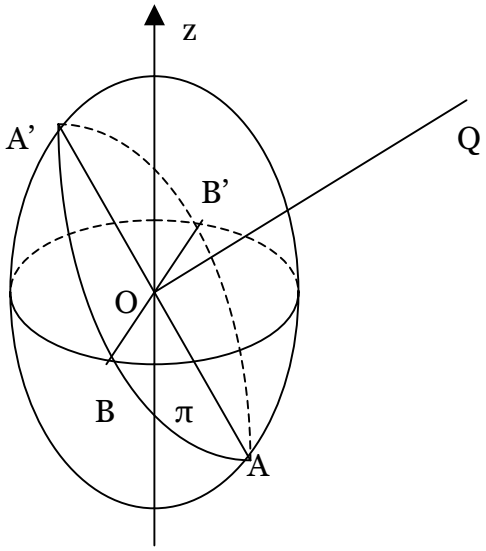


Figure 6

Mais, de nombreux cristaux possèdent trois indices optiques, prennent la dénomination de cristaux biaxes et montrent des propriétés optiques bien différentes des cristaux uniaxes. Le gypse et le mica appartiennent à cette classe de minéraux et au système monoclinique de cristallisation. Cependant, les variations des teintes que les lames minces issues de leur plan de clivage font voir lors de l'étude de la polarisation chromatique ont incité Biot à ranger ces deux minéraux dans des classes différentes. Nous allons en donner la raison.

Voici l'ellipsoïde des indices d'un cristal biaxe vu en perspective :

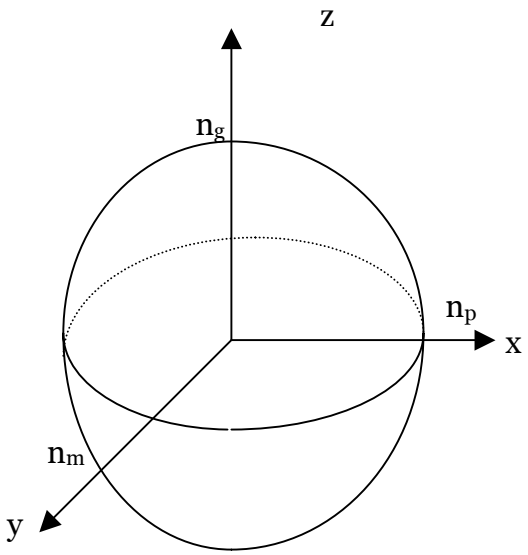


Figure 7

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

La coupe selon le plan xOy donne la figure ci-dessus :

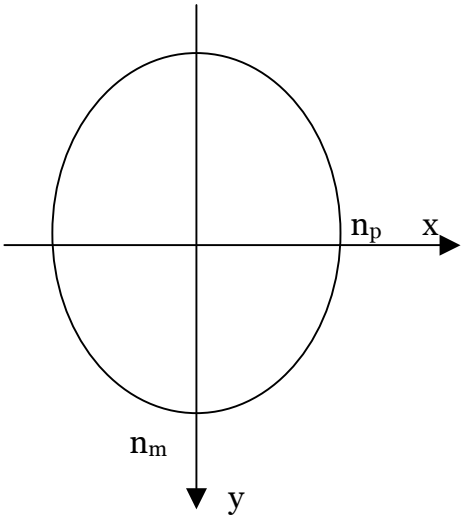


Figure 8

Au premier abord, il paraît semblable à celui d'un cristal uniaxe si ce n'est que l'équateur de cette ellipsoïde est une ellipse comme on le voit sur la figure 8. Les trois demi-axes ont pour longueur respectivement suivant x, y et z, n_p, n_m et n_g. Par convention, on a $n_p < n_m < n_g$.

Ceci a pour conséquence un changement important pour la surface des indices. Nous n'avons plus comme avec les cristaux uniaxes deux surfaces distinctes - une sphère et un ellipsoïde, l'un incluant l'autre selon que le cristal est positif ou négatif, les deux ayant comme point de contact les pôles de l'ellipsoïde - mais une surface unique à deux nappes qui se "coupent" en quatre ombilics appelés points coniques. La représentation de cette surface dans sa totalité est de peu d'intérêt à cause de sa complexité ; en revanche les sections principales qu'elle montre par rapport aux plans xOy, yOz et xOz sont très instructives et sont indiquées sur la figure 9. Celle-ci est une représentation d'un huitième de la surface totale des indices qui s'obtient par symétrie à partir de la figure 7.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

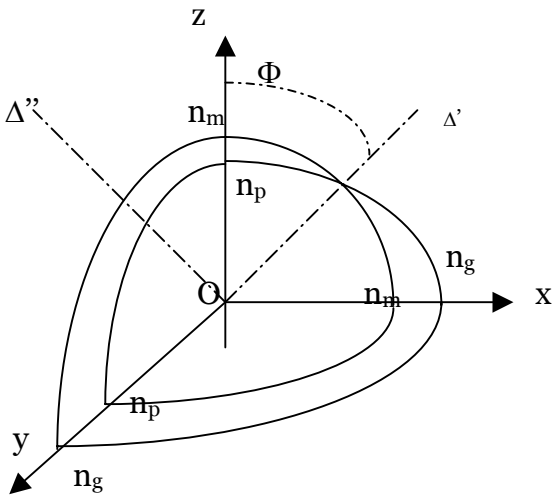


Figure 9

Ces trois sections des deux nappes de la surface des indices donnent toutes une ellipse et un cercle. Nous remarquons qu'un rayon incident dirigé vers O et situé dans le plan yOz, en balayant ce plan de l'azimut y vers l'azimut z produit toujours deux rayons réfractés : l'un imposé par l'indice constant n_p représenté par un cercle et l'autre commandé par un autre indice variant entre n_g et n_m en suivant une ellipse, celle-ci entourant toujours le cercle. Ainsi, le rayon déduit de la nappe intérieure a une vitesse constante, quel que soit l'angle d'incidence situé dans le plan yOz : c'est un rayon ordinaire[3] lié à l'indice n_p. L'autre rayon provenant de la nappe extérieure est un rayon extraordinaire puisque l'indice varie avec l'incidence. Si on se réfère à la définition classique de la biréfringence, celle-ci est toujours positive dans ce plan.

Dans le plan xOy, le comportement du cristal obéit aux mêmes critères : un rayon réfracté ordinaire est imposé par l'indice constant n_g et un autre est commandé par un indice variant entre n_p et n_m lorsque l'azimut balaie ce plan ; mais c'est maintenant le cercle qui entoure l'ellipse : la biréfringence est donc négative.

Le dernier quadrant zOx indique un phénomène remarquable puisque le cercle et l'ellipse se coupe au point Δ', l'un des quatre ombilics. Le point Δ" est le symétrique de Δ' par rapport à l'axe z. Donc, un rayon incident situé dans ce quadrant produit encore deux rayons réfractés, l'un ordinaire l'autre extraordinaire, sauf quand il est dirigé suivant la ligne OΔ' où nous constatons le phénomène de la

[3] Rudberg est le premier, en 1831, à s'assurer avec l'aragonite et la topaze qu'un des rayons suit la loi de Descartes quand le plan d'incidence se confond avec l'un des plans principaux. in E.Verdet, *Leçons d'optique physique*, tome1, p536, et in Rudberg, *Annales de physique et de chimie*, [2], tome48, p225.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

réfraction conique pour lequel le rayon unique n'a pas de polarisation définie puisque ce rayon est la juxtaposition d'une infinité de rayons à la polarisation variable.

La variation de l'azimut dans ce dernier quadrant montre que la biréfringence de part et d'autre de la ligne OΔ' change de signe. Lorsque n_m tend vers n_g, c'est-à-dire si la ligne OΔ' va se confondre avec l'axe x, la surface des indices devient de la même sorte que celle de la calcite, puisque cette surface se ramène à deux nappes distinctes, une sphère entourant un ellipsoïde. Quand c'est n_m qui tend vers n_p, la ligne OΔ' va se confondre avec l'axe z et on a alors pour surface des indices un ellipsoïde incluant une sphère, cas du quartz. Grâce à cette remarque, on affecte un signe aux cristaux biaxes : si la ligne OΔ' est plus proche de l'axe z que de l'axe x, donc si l'angle Φ est inférieur à 45°, le cristal est dit positif alors que si l'angle Φ est supérieur à 45°, il est considéré négatif. Ainsi, le gypse est un biaxe positif, le mica un biaxe négatif.
Voici les principales propriétés de ces deux cristaux :

Cristal	Signe	Formule chimique	Système cristallin	n_g	n_m	n_p	Angle Φ
Mica	négatif	$(AlSi_3O_{10})(OH)_2Kal_2$	Monoclinique	1.5977	1.5936	1.5601	71°
Gypse	positif	SiO_2	monoclinique	1.5296	1.5226	1.5205	29°

[4]

Nous devons finaliser cet ensemble de remarques en soulignant la raison pour laquelle Biot n'a su que tardivement rapporter ces deux cristaux à la classe des biaxes.

Il a étudié la polarisation chromatique qu'ils produisaient dans leur plan de clivage. Pour le gypse, ce plan contient la direction particulière OΔ' de réfraction conique ainsi que sa conjuguée OΔ" comme le montre la figure 10 ci-dessous où apparaissent les directions des indices principaux de l'ellipsoïde des indices.

[4] in Fleury et Mathieu, *Images optiques*, p217. Les valeurs des indices sont données pour la raie D du sodium (539,0 nm) vers 15°C.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

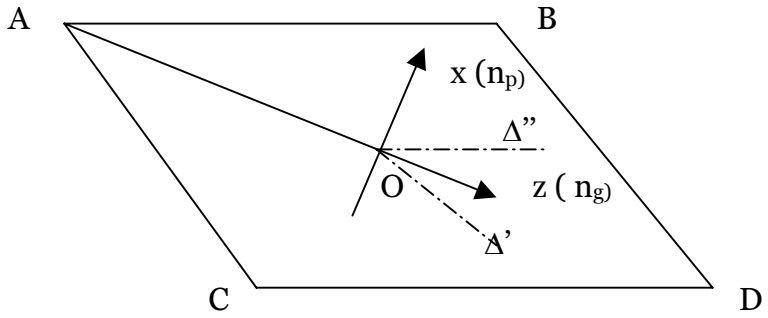


Figure 10

La polarisation chromatique qu'offre ce matériau quand la lumière incidente est dirigée perpendiculairement au plan de la lame, c'est-à-dire suivant l'axe y de la surfaces des indices, diffère peu de celle d'un cristal uniaxe. Le long de cet axe, la biréfringence est maximale et se rapporte à $n_g - n_p = 1.5296 - 1.5205 = 0.0091$. Signalons que le quartz possède exactement la même biréfringence, chose qui n'a pas échappé à Biot et qui a ajouté à la confusion. Lorsque l'on incline le rayon incident sur le plan de la lame de gypse les phénomènes obéissent aux mêmes lois qu'un cristal uniaxe : tout ceci a fait initialement croire à Biot que le gypse est uniaxe.

En revanche, le mica se comporte très différemment. Son plan de clivage est perpendiculaire à l'axe x de l'ellipsoïde des indices (voir la figure 11) et les axes de réfractions coniques ne se trouvent pas dans ce plan, comme avec le gypse. En incidence perpendiculaire, la biréfringence vaut $n_g - n_m = 1.5277 - 1.5236 = 0.0041$; le mica présente un comportement similaire au gypse et au quartz. Mais lorsque le rayon incident se rapproche du plan de la lame, la biréfringence diminue, s'annule et croît à nouveau dans le plan xOz. Ce que Biot explique en indiquant une "montée" dans l'ordre des anneaux, c'est-à-dire une progression des teintes vers le premier ordre, puis une perte de coloration, le cristal semblant être devenu isotrope, avant une nouvelle "descente" dans l'ordre des anneaux - un accroissement de l'ordre auquel les teintes appartiennent - car la biréfringence augmente à nouveau au delà de l'angle Φ. Ainsi, jusqu'en 1816 au moins, le mica restera, en considérant la polarisation chromatique qu'il provoque, le seul cristal au comportement étranger à celui de la calcite.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

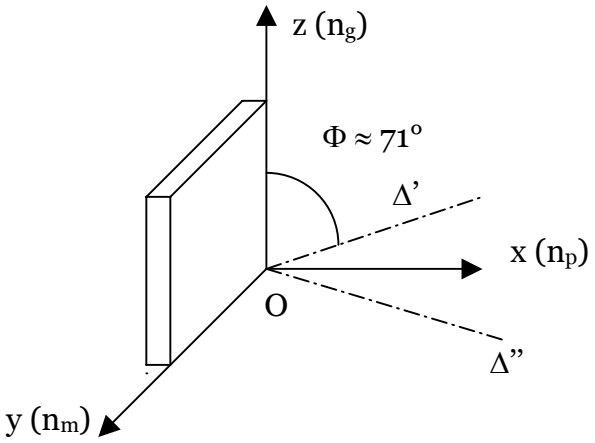


Figure 11

Précisons que Biot distingue plusieurs espèces de mica : certaines possèdent deux axes comme le mica muscovite, d'autres un seul. Ceci est dû à la grande diversité d'assemblage des feuillets élémentaires qui les constituent. Ces derniers sont toujours de structure monoclinique, mais s'ils se superposent en se tournant de 180°, il résulte que les deux cristaux monocliniques maclés présentent une symétrie orthorhombique, et si les feuillets s'assemblent suivant une répartition angulaire de 120° ou 60°, l'édifice acquiert respectivement une symétrie ternaire ou senaire[5]. Cet ultime cas donne au mica des propriétés optiques voisines de celles du quartz coupé perpendiculairement à l'axe optique pour la polarisation chromatique. Lorsque Biot tente de reproduire artificiellement les phénomènes du mica muscovite, il parvient à des résultats similaires en substituant au mica à un seul axe, c'est-à-dire devant présenter une structure senaire, un cristal de quartz taillé perpendiculairement à l'axe cristallographique.

[5] in M.Font-Altaba, *L'encyclopédie en couleurs de la minéralogie*, Marabout Université, 1960.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Annexe 5:

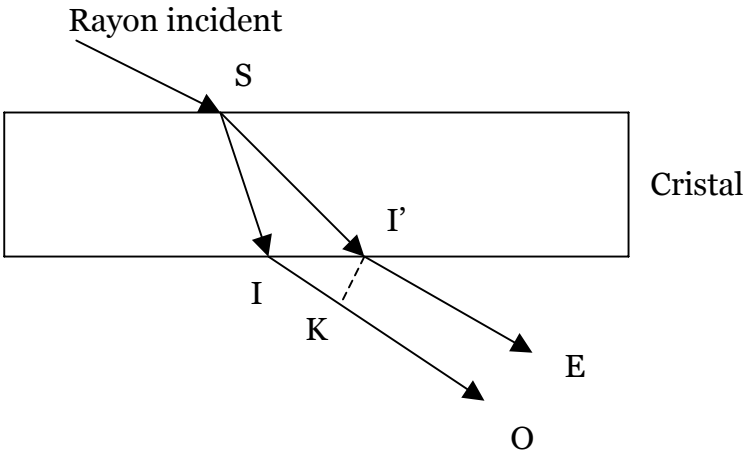
A propos de l'incidence oblique

Biot se livre à des expériences très variées lors de l'étude de la polarisation chromatique. En particulier, certaines observations et certaines mesures effectuées en incidence oblique peuvent laisser pantois et quelque peu désarmé : quand il affirme que les teintes que présentent les lames cristallines dans l'azimut de 45° ne dépendent pas de l'angle d'incidence, mis à part le mica, cela ne relève pas de l'évidence, car même aidé de la surface des indices, le lecteur que nous sommes, peut-être trop pressé et insuffisamment précautionneux, échoue à s'assurer d'une telle observation par la pensée.

Intuitivement, pour un cristal uniaxe, même avec le secours de la figure 3 de l'**annexe 4**, nous ne comprenons pas la raison qui fait que la teinte ne se modifie pas avec l'incidence - dans le plan yOz par exemple - puisque la biréfringence varie entre n_e - n_o et 0 et que l'épaisseur effective de la lame - en inverse du cosinus de l'incidence - compense l'effet de la biréfringence. Cette compensation, serait-elle, par coïncidence, exacte ?

Une étude de la différence de marche des rayons ordinaire et extraordinaire nous révèle la complexité de la question. Lors d'une incidence oblique, cette différence de marche provient de deux termes : les chemins inégaux pris par les deux sortes de rayons sont parcourus avec des vitesses différentes, mais aussi, à la sortie de la lame, ces deux rayons suivent des chemins différents dans l'air, comme l'illustre la figure ci-dessous.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



La différence de chemin du rayon ordinaire O par rapport au rayon extraordinaire E s'écrit :

$$\frac{O-E}{\gamma} = \frac{IK}{\gamma} + \frac{SI}{u} - \frac{SI'}{u'}$$

avec γ vitesse de la lumière dans l'air, u et u', respectivement vitesse du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire dans le cristal. Les quantités SI, SI', u et u' varient avec la géométrie, c'est-à-dire en rapport avec les positions respectives des plan d'incidence et de section principale[1].

Ceci est la remarque préliminaire qui définit complètement le problème à résoudre, d'une difficulté certaine à cause de la lourdeur des relations analytiques provenant de l'utilisation des équations des surfaces d'ondes, renseignement unique à l'origine des solutions recherchées.

Les ouvrages actuels ne traitent pas en détail le cas de l'incidence oblique, Georges Bruhat ne faisant que poser le problème dans son *Cours d'Optique*. En revanche, à la suite des travaux de Fresnel, Emile Verdet envisage l'influence de l'incidence oblique. La difficulté première est la transcription des termes que recèlent les relations exprimées au moyen de la théorie mécanique de l'éther de Fresnel. La validité des relations analytiques exprimées par cette théorie reste complète puisqu'elles représentent les phénomènes de la polarisation chromatique dans toute leur exactitude. Ceci est dû à l'utilisation du concept d'ondes : leur nature, qu'elle soit matérielle ou non, n'affecte pas la description des phénomènes qu'elles

[1] Pour un cristal uniaxe. Avec un biaxe, le problème reste de même nature mais devient analytiquement beaucoup plus complexe, certaines solutions ne pouvant être obtenues que par approximation au moyen de développements limités.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

autorisent. Ainsi, les propriétés du phénomène d'interférences se conçoivent aussi bien à partir d'une onde d'éther qu'avec le champ électrique associé à une onde électromagnétique.

Ainsi, l'expression de l'ellipsoïde de la surface d'élasticité ou surface des vitesses normales de la théorie mécanique de Fresnel s'écrit:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

avec x, y et z, axes principaux de cet ellipsoïde et « *a, b, c les vitesses de propagation des déplacements parallèles aux axes, ces vitesses, étant proportionnelles à la racine carrée de la force élastique…* [2]».

Comparons la formulation faite par Bruhat du même ellipsoïde des vitesses radiales :

$$\frac{x^2}{v_1^2}+\frac{y^2}{v_2^2}+\frac{z^2}{v_3^2}=1.$$ [3]

pour lequel, les vitesses v sont les vitesses principales le long des axes principaux de l'ellipsoïde. Au sujet de ce dernier, Bruhat ajoute : « *c'est en somme l'équation de l'ellipsoïde des indices, où l'on a remplacé les indices principaux n_1, n_2, n_3, par les vitesses principales v_1 ,v_2, v_3. Toutes les formules établies à propos de la surface des indices S peuvent être appliquées à la surface d'onde Σ…* [4]»

Par conséquent, nous voyons la correspondance directe entre a, b, c et les trois indices principaux ; et il n'y a pas de raison majeure à ne pas faire le rapprochement entre les expressions des résultats obtenus par la théorie mécanique de Fresnel et la théorie électromagnétique. Par ailleurs, Bruhat formule l'opinion autorisée qui suit : « *…la théorie électromagnétique s'exprime par les mêmes formules que la théorie mécanique, elle ne présente aucun avantage sur elle au point de vue de la représentation mathématique des phénomènes lumineux…c'est l'impossibilité où elle se trouvait d'expliquer cette identité* [des propriétés des ondes herztiennes et des ondes lumineuses] *qui a fait abandonner la théorie mécanique.* [5]» Nous pouvons, sans arrière pensée, nous servir des relations, après transcription, de l'ouvrage de Verdet.

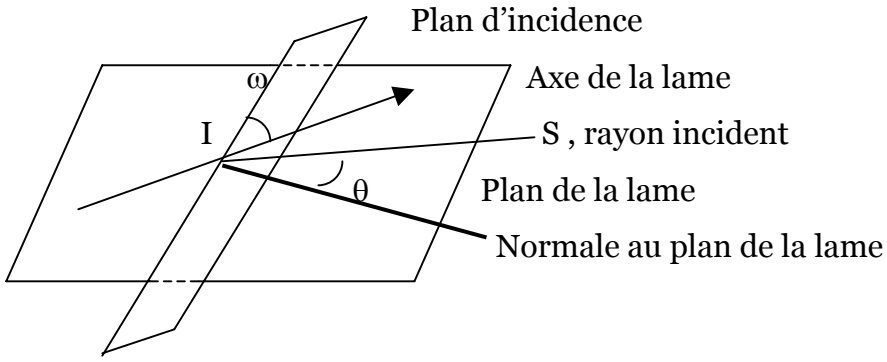
[2] in Emile Verdet, *Leçons d'optique physique*, tome1, p473.
[3] in Georges Bruhat, *Cours d'optique*, troisième édition, 1942, p487.
[4] ibidem p488.
[5] in Georges Bruhat, *Cours d'optique*, troisième édition, 1942, p314.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Les quantités a, b et c sont inférieures à l'unité, la vitesse de la lumière étant prise égale à 1. Par conséquent, leurs inverses correspondent à l'indice optique principal de l'axe auquel elles se rapportent.

Donc, Biot avait observé que la teinte du rayon extraordinaire du dispositif qui analyse la lumière issue d'une lame mince cristalline n'était pas notablement changée par la modification de l'incidence, que le plan d'incidence soit perpendiculaire ou non à celui de la lame. Pour les cristaux uniaxes, nous n'allons considérer qu'une seule situation : celle pour laquelle l'axe de la lame est dans le plan de celle-ci. Néanmoins, trois cas se présentent alors, suivant que le plan d'incidence contient l'axe, lui est perpendiculaire, ou est quelconque. Ce plan reste toujours perpendiculaire au plan de la lame, c'est-à-dire également à l'axe de cette lame.

Donc, le plan d'incidence, perpendiculaire au plan de la lame, est tourné d'un azimut ω par rapport à l'axe de la lame et le rayon d'incidence fait un angle θ dans le plan d'incidence par rapport à la normale au plan de la lame.



Ces deux angles suffisent à déterminer complètement le problème, sachant que l'axe de la lame, c'est-à-dire la direction pour laquelle la biréfringence est maximale, se trouve nécessairement dans le plan de la lame.

Débutons par le cas d'un cristal uniaxe.

♦ Si le plan d'incidence est parallèle à l'axe de la lame et le contient, ω = 0°. La différence de marche des rayons ordinaire et extraordinaire s'écrit :

$$E - O = e.(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}).\sqrt{\gamma^2 - b^2.\sin^2\theta}$$

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

e étant l'épaisseur de la lame. Les indices ordinaire et extraordinaire sont donnés respectivement par $n_o = \frac{\gamma}{b}$ et $n_e = \frac{\gamma}{a}$.[6] La relation ci-dessus se note alors :

$$E - O = e.(n_e - n_o).\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_o^2}}$$

Nous constatons que la différence de marche est du signe du cristal uniaxe : elle est positive pour un cristal positif tel que le quartz et négative pour la calcite, cristal négatif. Surtout, cette différence de marche décroît avec l'incidence. Ainsi, lorsque l'on fait tourner la lame autour de la ligne perpendiculaire à l'axe de celle-ci, l'accroissement de l'inclinaison - qui revient à modifier l'incidence - équivaut à une diminution de l'épaisseur, ce qui provoque une descente des teintes vers les premiers ordres des teintes de Newton.

♦Quand le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe de la lame, ω = 90°. La différence de marche s'écrit :

$$E - O = e.n_o.n_e.\frac{\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2}}{\frac{1}{n_e^2}.\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_o^2}} + \frac{1}{n_o^2}.\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_e^2}}}.$$

Cette expression est encore du signe du cristal. Surtout, elle augmente en valeur absolue avec l'incidence. Donc, si l'on fait tourner la lame autour de ce qui est désigné par son axe, tout revient à la rendre plus épaisse, ce qui se traduit par une montée dans l'ordre des teintes de Newton.

Ceci corrobore bien les observations faites par Biot : l'inclinaison de la lame produit une montée ou une descente dans l'ordre des teintes selon que le changement d'incidence se fait autour de l'axe de la lame ou autour de la ligne perpendiculaire. Les variations des teintes sont assimilées fort justement par Biot à une augmentation ou une diminution d'épaisseur de lame.

Il nous reste à examiner la situation très intéressante pour laquelle la teinte ne varie pas avec l'incidence. Biot a remarqué que l'azimut 45° correspond à cette situation particulière. Afin de confirmer cette observation, reprenons l'analyse de Verdet pour le cas où le plan d'incidence est quelconque.

[6] Dans toutes les relations, Verdet prend la vitesse de la lumière dans l'air pour unité. Il convient donc de rétablir les formules en introduisant cette vitesse γ afin de se conformer à l'usage actuel.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

♦Lorsque le plan d'incidence est tourné d'un angle ω, la différence de marche vaut :

$$E-O=e.[n_e^2.\sqrt{1-(\frac{\sin^2\omega}{n_e^2}+\frac{\cos^2\omega}{n_o^2}).\sin^2\theta}-n_o^2.\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_o^2}}]$$

Seule l'étude de la dérivée par rapport à θ apporte quelque renseignement, et nous apprend que pour tout ω, il existe une valeur de l'incidence θ autour de laquelle les changements de teintes sont insensibles.
Mais, pour un angle d'incidence faible, le développement au premier ordre de l'expression ci-dessus s'écrit :

$$E-O=e.(n_o-n_e).[1+\frac{\sin^2\theta}{2.n_o}.(\frac{\sin^2\omega}{n_e}-\frac{\cos^2\omega}{n_o})]$$

On s'aperçoit aisément que cette relation devient indépendante de l'incidence si $tg^2\omega=\frac{n_e}{n_o}$.Comme les deux indices sont toujours proches l'un de l'autre, ω est peu différent de 45°. Biot a constaté expérimentalement la non-influence de l'incidence pour l'azimut 45°. Le plan d'incidence est alors bissecteur du plan zOx de la figure 3 de l'**annexe 4**. Notons aussi qu'à incidence donnée, si ω tend vers 0°, la différence de marche diminue puisque $(\frac{\sin^2\omega}{n_e}-\frac{\cos^2\omega}{n_o})$ est négatif. Il n'a pas échappé à Biot que si l'azimut du plan d'incidence se rapproche de l'axe de la lame, c'est-à-dire lorsque ω tend vers zéro, les teintes se modifiaient comme si l'épaisseur de la lame diminuait.

En revanche, si ω tend vers 90°, la différence de marche augmente, le terme mathématique ci-dessus devenant de plus en plus positif ; les teintes montent dans l'ordre des anneaux comme si la lame était plus épaisse, toute chose vue par Biot encore.

Signalons, pour être exhaustif, que si la lame est perpendiculaire à l'axe, la différence de marche s'écrit :

$$E-O=e.\frac{1}{b}.\sqrt{\gamma^2-a^2.\sin^2\theta}-\sqrt{\gamma^2-b^2.\sin^2\theta}),$$

qui se note encore :

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

$$E - O = e.n_o.(\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_e^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_o^2}}).$$

Nous constatons qu'en incidence normale, c'est-à-dire si $\theta = 0°$, E - O est nulle. En effet, suivant l'axe de la lame qui est aussi l'axe optique, le cristal est isotope. Il n'y a pas de phénomène de polarisation chromatique à observer.

Remarque : Lorsque le plan d'incidence n'est plus perpendiculaire au plan de la lame, nous sommes dans le cas le plus général. Tout revient à considérer un plan d'incidence perpendiculaire au plan de la lame dans lequel l'axe de celle-ci ne se trouve pas. Il n'y a plus de loi générale à déduire des diverses relations ; une étude au cas par cas est nécessaire à cause du grand nombre de possibilités offertes par l'association des différentes variables décrivant le phénomène.

Pour les cristaux à deux axes, il est nécessaire de faire l'étude par rapport aux trois directions principales de l'ellipsoïde des indices. Les éclaircissements qui vont s'en déduire nous permettront de comprendre la raison pour laquelle Biot a primitivement classé le gypse parmi les cristaux uniaxes.

Verdet effectue l'étude de la polarisation chromatique des cristaux biaxes en considérant les trois cas pour lesquels la lame est taillée perpendiculairement, soit à l'axe x de plus grande élasticité a, soit à l'axe y de moyenne élasticité b, soit à l'axe z de petite élasticité c. Prenant $a > b > c$, les indices optiques correspondants se définissent à partir de ces trois quantités comme il suit :

$$n_p = \frac{\gamma}{a},\ n_m = \frac{\gamma}{b},\ n_g = \frac{\gamma}{c}\ ;$$

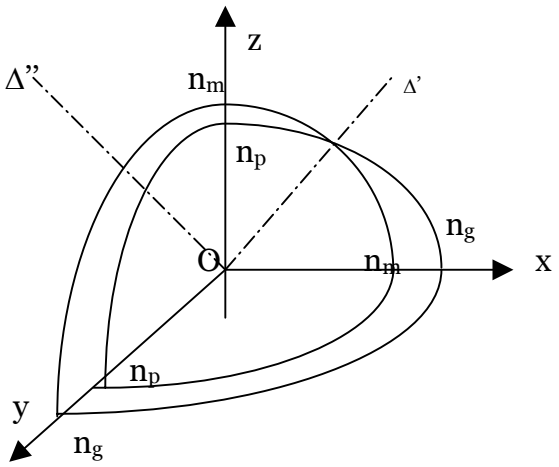
et nous avons bien $n_p < n_m < n_g$. Ceci nous permet de retrouver la figure 7 de l'**annexe4**. La transposition des relations que propose Verdet ne pose pas davantage de problème et leur interprétation est sans ambiguïté. Deux des trois cas présentent de l'intérêt pour les cristaux utilisés par Biot.

En effet, l'étude du gypse s'effectue par rapport au plan de clivage naturel, c'est-à-dire selon l'axe y de l'ellipsoïde des indices qui porte l'indice n_m et qui est perpendiculaire au plan des lames, comme l'indique la figure 10 de l'**annexe 4**. Nous allons donc nous reporter à l'étude de Verdet où la lame est perpendiculaire à l'axe y de moyenne élasticité.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Pour le mica, le plan de clivage naturel est perpendiculaire à l'axe x qui porte l'indice n_p, comme l'indique la figure 11 de l'**annexe 4**. L'étude de ce second cristal correspond à celui où la lame est perpendiculaire à l'axe x de petite élasticité.

Afin de faciliter la compréhension des résultats de Verdet, nous reproduisons ci-dessous la figure 9 de l'**annexe 4** grâce à laquelle il est plus aisé de raisonner.



♦Pour le gypse, lorsque le plan d'incidence contient les axes x et y, l'angle d'incidence étant défini par rapport à l'axe y, l'incidence normale est celle pour laquelle le rayon incident est parallèle à l'axe y. Alors, la différence de chemin[7] s'écrit :

$$E - O = e.(n_p.\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_m^2}} - n_g.\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_g^2}})$$

Pour les rayons voisins de la normale, E – O est négatif et la lame se comporte comme un cristal uniaxe négatif dont la section principale serait située dans le plan contenant les axes optiques.

♦ Si maintenant le plan d'incidence contient les axes y et z, l'angle d'incidence restant défini par rapport à l'axe y, la différence de marche est notée :

[7] Nous conservons la notation E - O puisque les cristaux biaxes présentent un rayon qui suit la règle de Descartes dans les trois plans de symétrie.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

$$E - O = e.(n_g.\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_m^2}} - n_p.\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_p^2}})$$

Maintenant, le cristal a le comportement d'un uniaxe positif, et il n'y a pas de remarque générale sur l'évolution de la différence de marche avec l'incidence. On se rend mieux compte de la difficulté d'assigner aux biaxes un signe : ce n'est pas par rapport à l'axe y qu'on peut le faire.

De plus, nous voyons qu'en incidence normale les deux relations précédentes indiquent la même différence de marche en valeur absolue $e.(n_g - n_p)$, mais de signe opposée : sur l'axe y, les nappes se raccordent selon des courbes différentes - ellipse ou cercle - dans les plans xOy et yOz. Par conséquent, pour un rayon incident parallèle à l'axe des y, des deux rayons réfractés, lequel est ordinaire, l'autre étant extraordinaire, s'il est possible de leur attribuer une de ces qualités ?

Voici une application numérique de la différence de marche relative aux deux plans précédents.

Angle d'incidence	E-O dans le plan xOy	E-O dans le plan yOz
0°	-0.00910	+0.00910
22°30'	-0.00926	+0.00895
45°	-0.00976	+0.00857
67°30'	-0.01046	+0.00821

Pour le gypse, la différence de marche, en valeur absolue, croît avec l'incidence dans le plan xOy et décroît dans l'autre plan. Comme Biot considère la direction de l'axe z comme axe de la lame - à cause de considérations guidées par l'analogie avec la calcite - l'inclinaison de la lame autour de l'axe x, direction perpendiculaire à la précédente, tend à diminuer E - O, ce qui a pour effet une montée dans l'ordre des teintes comme si la lame s'amincissait. Bien sûr, nous avons l'effet opposé dans l'autre plan, et le gypse donne toutes les apparences d'un cristal uniaxe tel que le quartz.

Pour des azimuts autres, il serait intéressant de savoir comment la différence de marche se modifie avec l'incidence, en particulier pour l'azimut 45°, c'est-à-dire pour le plan bissecteur à xOz. En effet, Biot affirme que la teinte est indépendante de l'incidence dans cette situation. Malheureusement, l'analyse de la

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

différence de marche pour ce cas qualifiable de général[8] est inextricable et Verdet ne s'y attarde pas.

Cependant, Mascart, rédacteur des leçons sur la polarisation chromatique et sur la polarisation rotatoire professées par Verdet à l'Ecole Normale Supérieure, nous propose une formule approchée dans son propre *Traité d'Optique* [9].

Cette formule reste tout de même très lourde et son étude par dérivation en fonction de l'azimut du plan d'incidence est inexploitable. Nous allons donc tenter une application numérique pour l'azimut 45°.

Nous conservons la notation relative aux élasticités qui prennent pour valeurs numériques les inverses des indices optiques. Nous avons :

$$E-O = e.(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}).(1 - \frac{(b^2-a.c).(c'^2-a.c)}{(a-c)^2}.\frac{\sin^2\theta}{2} + \frac{a.c.(a-c)^2.(b^2-c'^2)^2-(b^2-a.c)^2.(c'^2-a.c)^2}{(a-c)^4}.\frac{\sin^4\theta}{8})$$

Sachant que $c'^2 = c^2.\cos^2\omega + a^2.\sin^2\omega$ et que ω prend la valeur 45°, $c'^2 = \frac{c^2+a^2}{2}$.

L'application numérique pour le gypse donne :

$$E-O = e.(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}).(1-0.000345.\sin^2\theta+0.006621.\sin^4\theta)$$

Par conséquent, l'influence de l'incidence est infime. Il n'est pas étonnant que Biot n'ait pas constaté de changement notable de la teinte dans cet azimut. Nous comprenons aussi la raison pour laquelle les teintes observées lorsque les lames étaient posées sur un drap noir, tournées dans l'azimut 45° et éclairées sous l'angle de polarisation complète étaient semblables à celles offertes sous incidence perpendiculaire pour le quartz et le gypse.

En définitive, puisque les axes optiques du gypse se trouvent dans le plan des lames dont s'est servi Biot, ce dernier n'a dans un premier temps pas différencié ce cristal d'un uniaxe tel que le sont le quartz et la calcite. Mais, il en va tout autrement pour le mica.

[8] Pas tout à fait car la lame reste taillée selon l'un des trois plans de symétrie !
[9] in E.Mascart, *Traité d'Optique*, tome2, p54.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Ce minéral a son plan de clivage qui coïncide avec le plan yOz de la surface des indices, c'est-à-dire que l'axe x portant l'indice n_p est perpendiculaire au plan de la lame.

♦Lorsque le plan d'incidence est parallèle au plan xOy, l'axe x étant pris pour normale à l'angle d'incidence, la différence de marche s'écrit :

$$E - O = e.(n_m.\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_p^2}} - n_g.\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_g^2}})$$

Quelle que soit l'incidence, le comportement du cristal reste celui d'un uniaxe négatif et la différence de marche croît en valeur absolue avec l'inclinaison de la lame. (Voir le tableau ci-dessous)

♦Si le plan d'incidence se confond avec le plan xOz, la différence de marche vaut :

$$E - O = e.(n_g.\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_p^2}} - n_m.\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_m^2}})$$

Cette fois-ci, E-O change de signe après s'être annulé comme il est rapporté dans le tableau ci-dessous. C'est la première fois que Biot est confronté à une telle situation. Jusqu'à $\theta = \Phi$, le signe de E - O est positif. Mais cette quantité diminue, s'annule, puis croît à nouveau avec un signe opposé.

Angle d'incidence	E – O dans le plan xOz	E –O dans le plan xOy
0°	+0.00410	-0.00410
22°30'	+0.00192	-0.00628
29°	-0.00053	-0.00767
45°	-0.00396	-0.01219
67°30'	-0.01104	-0.01937

Le signe change vers 28° à 29°. En effet, l'angle de la bissectrice des axes optiques est compté à partir de l'axe z. Par conséquent, en se référant à l'axe x perpendiculaire au plan de la lame on obtient le complémentaire à 90°, soit environ 29°. Ce phénomène va à l'encontre de tout ce que Biot a observé, et au moins jusqu'en 1816, il ne connaît pas d'autre cas que le mica.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Lorsque le plan d'incidence est tourné dans l'azimut 45°, c'est-à-dire s'il est bissecteur du plan xOy, la formule approchée de Mascart nous confirme que l'incidence modifie maintenant la différence de marche, donc la teinte observée.
Pour cela, on permute a et c dans la relation initiale de Mascart. Avec $c'^2 = b^2.\cos^2\omega + c^2.\sin^2\omega = \frac{b^2 + c^2}{2}$, on obtient :

$$E - O = e.(\frac{1}{c} - \frac{1}{b}).(1 - 0.004526.\sin^2\theta + 6.203645.\sin^4\theta)$$

Nous constatons qu'avec le mica, il n'y a pas d'azimut insensible à l'influence de l'incidence. Pour l'azimut particulier de 45°, l'expression ci-dessus indique un accroissement de la différence de marche faisant croire à une augmentation de l'épaisseur de la lame, chose consignée par Biot.

Quelle que soit la position du plan d'incidence, si on quitte l'incidence normale, le mica se distingue du quartz et du gypse. Biot a mis à part ce cristal.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Annexe 6:

Teintes des anneaux colorés

La table des teintes des anneaux réfléchis de Newton pour trois milieux différents est rappelée par Biot dans son mémoire lu le 1er juin 1812 (voir ci-après) [1]. La figure 13 de la planche I du tome IV du *Traité de physique* de Biot est un abaque[2] qui donne les proportions des sept couleurs principales de la lumière solaire présentes dans la lumière réfléchie des anneaux colorés. Cette construction est déduite du tableau de la page 53 du *Traité de physique* de Biot où figurent les épaisseurs de lame d'air auxquelles commencent et finissent les anneaux réfléchis des sept couleurs principales de la lumière solaire définies par Newton. Prenons l'exemple du violet extrême de ce tableau. L'anneau du premier ordre débute à presque 2 millionièmes de pouce anglais pour s'achever à presque 6 pouces. Celui du deuxième ordre existe pour les épaisseurs comprises entre 10 et 14 pouces. La valeur inférieure de ces intervalles est donnée par $2.e_n.(4n-3)$, la supérieure par $2.e_n.(4n-1)$; n se rapportant à l'ordre que l'on considère.

Ce tableau est transcrit de façon normalisée[3] figure 13. Les lignes d'ordonnées ZZ' et RR' indiquent respectivement les limites des teintes extrêmes violette et rouge observées par réflexion. Les limites du violet extrême sont 1 et 3, celles du rouge extrême 1' et 3'. Cette figure est à l'échelle, c'est-à-dire qu'elle respecte les dimensions réellement observées des anneaux monochromatiques[4]. La

[1] C'est la même table que celle de l'ouvrage de Newton. in *Traité d'Optique*, traduction de Coste de 1722 à partir de la deuxième édition anglaise de 1717, Gauthier-Villars, Paris, 1955, p266-267.
[2] C'est le même que celui de Newton. ibidem p376.
[3] Cette normalisation rend universel l'abaque : on change l'échelle selon l'indice de la lame isotrope.
[4] On mesure pour o'3' une valeur de 18mm, alors que o 3 vaut 12mm, c'est-à-dire qu'il existe un rapport 1,5 à la fin de l'anneau pour les deux couleurs extrêmes. Or, le tableau nous donne bien 9.51/5.99 soit environ 1,58. L'abaque est bien à une échelle respectée pour toutes les teintes de tous les anneaux. On remarque que les couleurs sont représentées par des bandes en abscisse d'une largeur

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

ligne 2-2' est l'épaisseur moyenne à laquelle on observe les teintes du premier anneau au maximum de leur intensité.

Cet abaque permet la détermination des proportions de lumières monochromatiques présentes dans la lumière réfléchie des anneaux à une épaisseur donnée. Par exemple, la ligne vv' de la figure 13 indique que la lumière réfléchie ne comporte que des teintes du 3e ordre : essentiellement du vert, du jaune et du bleu. On imagine facilement que ces trois teintes doivent donner un vert [5].

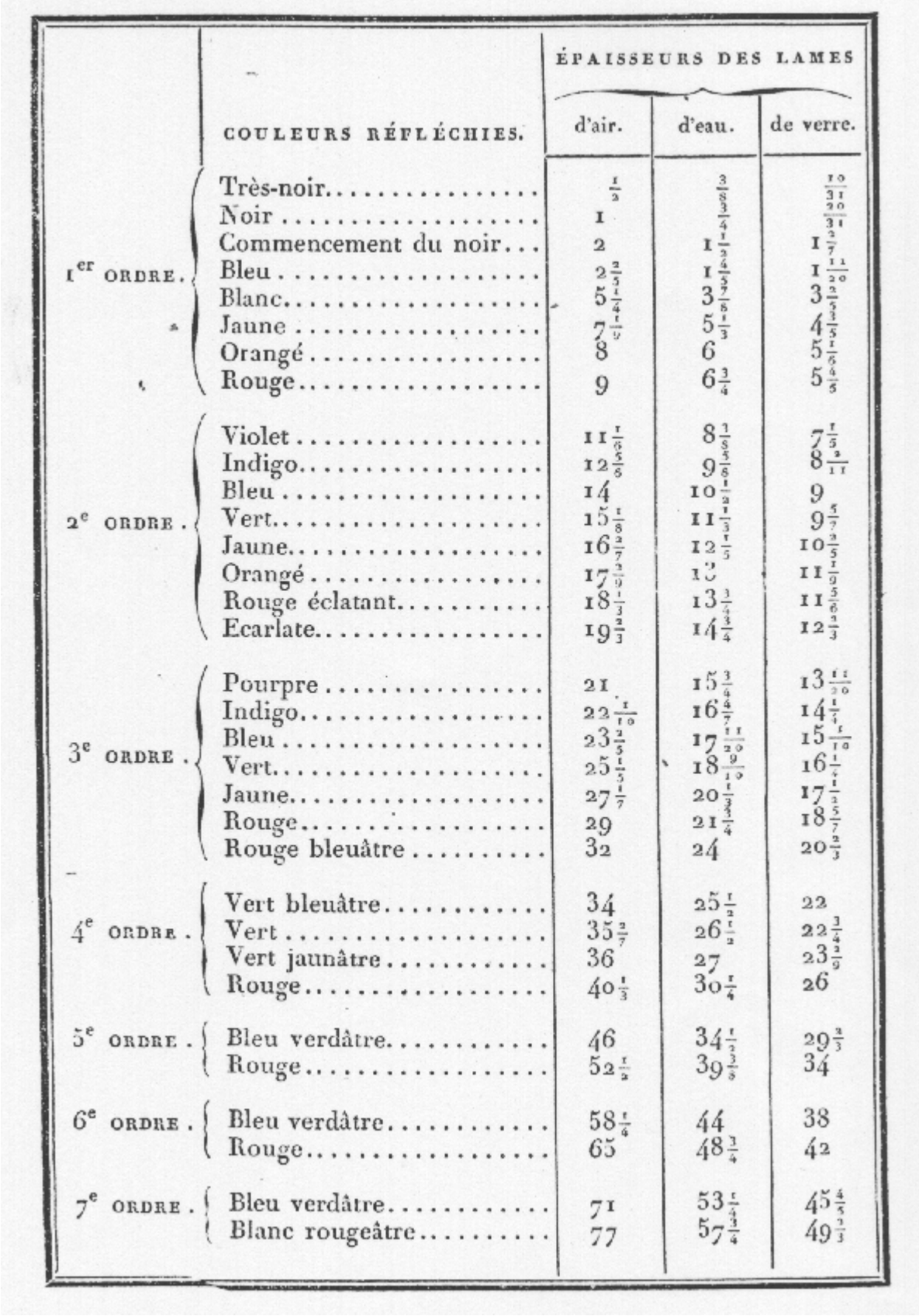
La ligne XX' correspond à une épaisseur de 50 millionièmes de pouces anglais environ. La table des couleurs réfléchies donne une teinte du cinquième ordre, encadrée par un bleu verdâtre et un rouge... La lecture de l'abaque révèle un mélange de teintes de trois ordres différents. Si on monte la ligne XX', on ajoute principalement du rouge, alors qu'en l'abaissant on ajoute plutôt du bleu et du vert au détriment du rouge, comme le laisse supposer la table des couleurs. L'abaque est par conséquent un outil précieux pour la connaissance des couleurs qui constituent une teinte d'anneaux ou de lames minces cristallines. Cette construction, due à Newton, résume tout l'aspect phénoménologique des anneaux sous une présentation d'une grande facilité d'emploi.

Notons que l'abaque nous révèle un anneau noir entre les teintes des deux premiers ordres. On constate qu'à des épaisseurs plus fortes, il y a mélange de teintes de différents ordres et on comprend aisément qu'on tend vite vers une teinte blanche dite justement d'ordre supérieure.

en rapport avec la pondération attribuée à chacune d'elles par le cercle des couleurs établi par Newton. Cet ensemble est d'une grande précision.

[5] L'épaisseur est d'environ 24 millionièmes de pouces anglais. La consultation de la table des couleurs réfléchies indique que 24 est encadré par le bleu du troisième ordre à 23 2/5 et par le vert du même ordre à 25 1/5.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

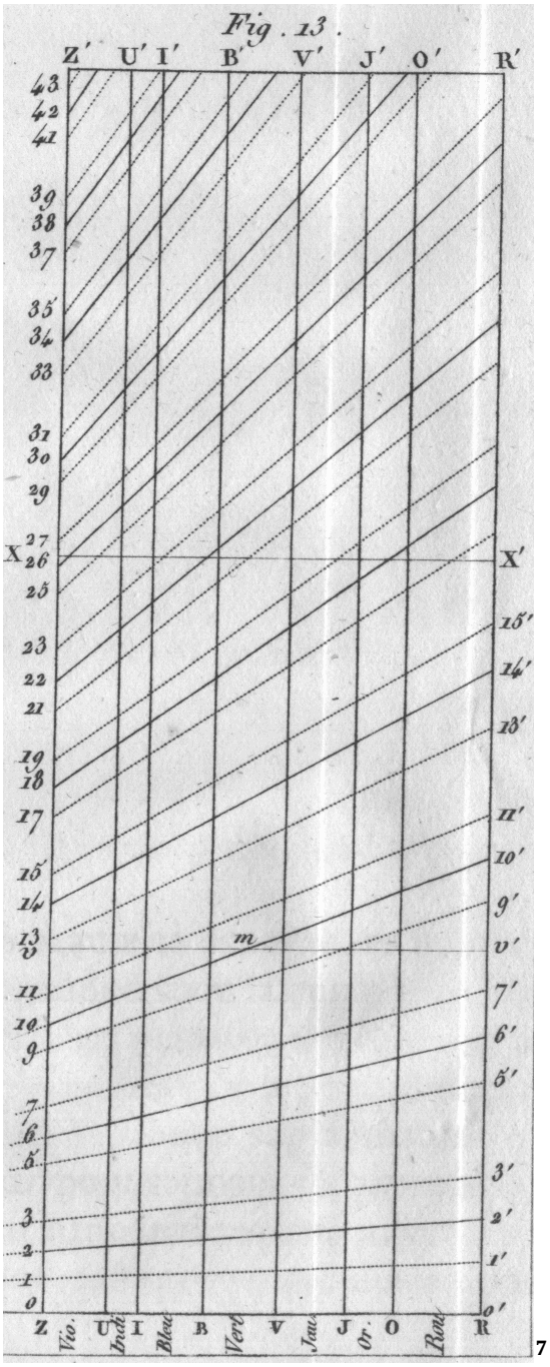


	COULEURS RÉFLÉCHIES.	ÉPAISSEURS DES LAMES d'air.	d'eau.	de verre.
1er ordre.	Très-noir	1/2	3/8	10/31
	Noir	1	3/4	20/31
	Commencement du noir	2	1 1/2	1 2/7
	Bleu	2 2/5	1 4/5	1 11/20
	Blanc	5 1/4	3 5/8	3 2/5
	Jaune	7 1/2	5 1/3	4 3/5
	Orangé	8	6	5 1/6
	Rouge	9	6 3/4	5 4/5
2e ordre.	Violet	11 1/5	8 1/5	7 1/5
	Indigo	12 5/8	9 5/8	8 2/11
	Bleu	14	10 1/2	9
	Vert	15 1/8	11 1/3	9 5/7
	Jaune	16 2/7	12 1/5	10 2/5
	Orangé	17 2/9	13	11 1/9
	Rouge éclatant	18 1/3	13 3/4	11 5/6
	Ecarlate	19 2/3	14 3/4	12 2/3
3e ordre.	Pourpre	21	15 3/4	13 11/20
	Indigo	22 1/10	16 4/7	14 1/4
	Bleu	23 2/5	17 11/20	15 1/10
	Vert	25 1/3	18 9/10	16 1/4
	Jaune	27 1/7	20 1/3	17 1/3
	Rouge	29	21 3/4	18 5/7
	Rouge bleuâtre	32	24	20 2/3
4e ordre.	Vert bleuâtre	34	25 1/2	22
	Vert	35 2/7	26 1/2	22 3/4
	Vert jaunâtre	36	27	23 2/3
	Rouge	40 1/3	30 1/4	26
5e ordre.	Bleu verdâtre	46	34 1/2	29 2/3
	Rouge	52 1/2	39 3/8	34
6e ordre.	Bleu verdâtre	58 1/4	44	38
	Rouge	65	48 3/4	42
7e ordre.	Bleu verdâtre	71	53 1/4	45 4/5
	Blanc rougeâtre	77	57 3/4	49 1/3

6

6 J.B Biot, “Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés”, in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, tome 12, p184.

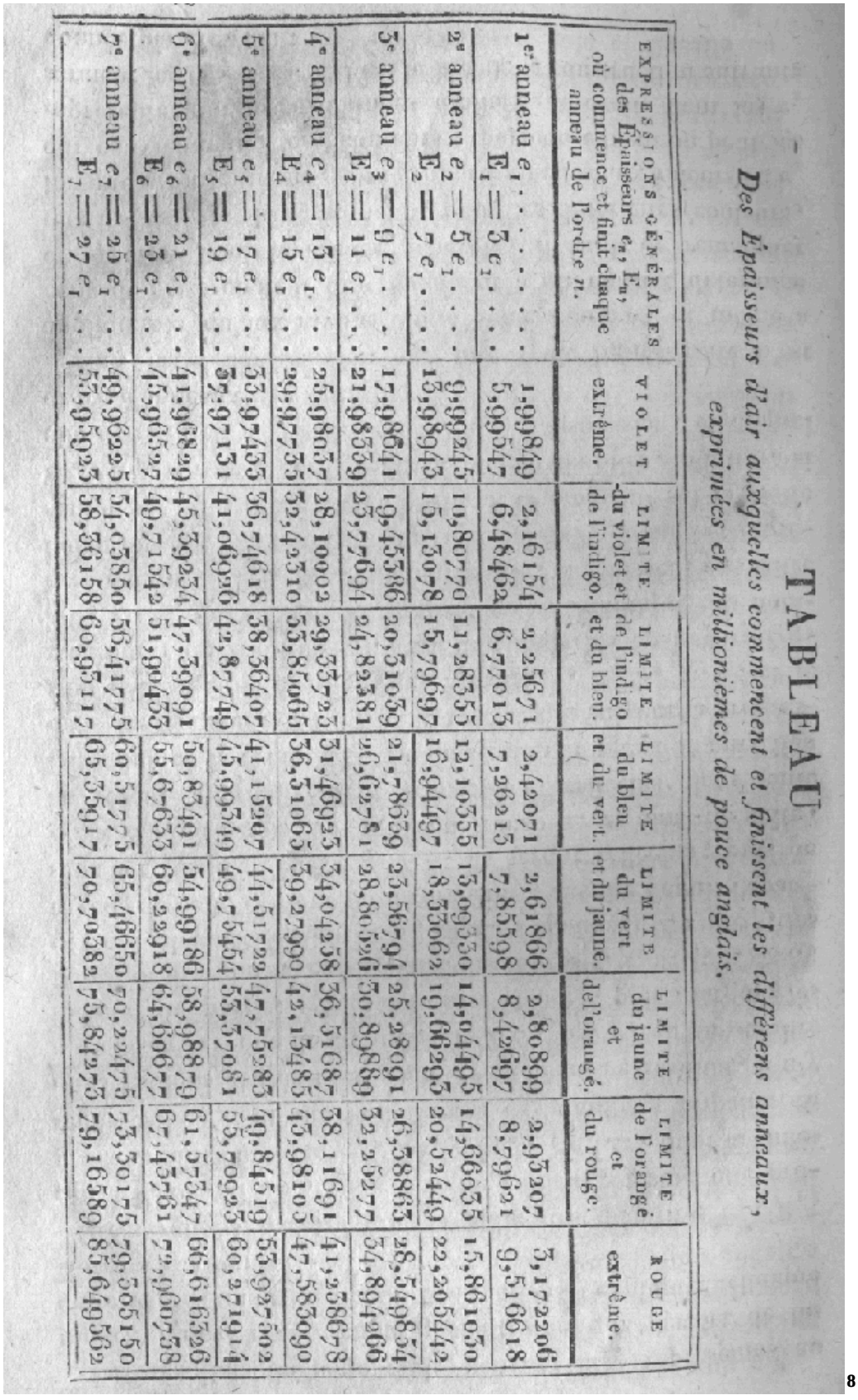
© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



[7]

[7] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, planche I, figure 13.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl



TABLEAU

Des Épaisseurs d'air auxquelles commencent et finissent les différens anneaux, exprimées en millioniemes de pouce anglais.

EXPRESSIONS GÉNÉRALES des Épaisseurs e_n, E_n, où commence et finit chaque anneau de l'ordre n.	VIOLET extrême.	LIMITE du violet et de l'indigo.	LIMITE de l'indigo et du bleu.	LIMITE du bleu et du vert.	LIMITE du vert et du jaune.	LIMITE du jaune et de l'orangé.	LIMITE de l'orangé et du rouge.	ROUGE extrême.
1er anneau e_1	1,99849	2,16154	2,25671	2,42071	2,61866	2,80899	2,95207	3,17220
$E_1 = 5\ e_1$	5,99547	6,48462	6,77015	7,26215	7,85598	8,42697	8,79621	9,51661
2e anneau $e_2 = 5\ e_1$	9,99245	10,80770	11,28355	12,10355	13,09330	14,04495	14,66035	15,86105
$E_2 = 7\ e_1$	13,98943	15,13078	15,79697	16,94497	18,33062	19,66295	20,52449	22,20544
3e anneau $e_3 = 9\ e_1$	17,98641	19,45386	20,31039	21,78639	23,56794	25,28091	26,38863	28,54985
$E_3 = 11\ e_1$	21,98339	23,77694	24,82381	26,62781	28,80526	30,89889	32,25277	34,89406
4e anneau $e_4 = 13\ e_1$	25,98037	28,10002	29,33723	31,46925	34,04258	36,51687	38,11691	41,23867
$E_4 = 15\ e_1$	29,97735	32,42310	33,85065	36,31065	39,27990	42,13485	43,98105	47,58390
5e anneau $e_5 = 17\ e_1$	33,97433	36,74618	38,36407	41,15207	44,51729	47,75285	49,84519	53,92750
$E_5 = 19\ e_1$	37,97131	41,06926	42,87749	45,99549	49,75454	53,57081	55,70925	60,27191
6e anneau $e_6 = 21\ e_1$	41,96829	45,39234	47,39091	50,83491	54,99186	58,98879	61,57547	66,61926
$E_6 = 23\ e_1$	45,96527	49,71542	51,90455	55,67633	60,22918	64,60677	67,43761	72,96073
7e anneau $e_7 = 25\ e_1$	49,96225	54,03850	56,41775	60,51775	65,46650	70,24475	73,30175	79,30515
$E_7 = 27\ e_1$	53,95923	58,36158	60,95117	65,35917	70,70582	75,84275	79,16589	85,64956

[8]

[8] in J.B Biot, *Traité de physique*, tome4, Deterville, Paris, 1816, p53.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Annexe 7:

Malus et la double réfraction

Malus était parvenu à la certitude que les deux constantes a et b, respectivement pour les rayons extraordinaire et ordinaire, suffisaient pour déterminer mathématiquement le chemin de ces deux rayons. Bien sûr l'expérience est à l'origine des valeurs de ces constantes. Il commence à faire des mesures avec la calcite.

Le minéral est taillé en prisme de sorte à ce que l'axe du cristal coïncide avec le petit angle dièdre de ce prisme, lequel est placé verticalement sur un cercle répétiteur disposé horizontalement : « *dans cette position, le rayon réfracté dans l'intérieur du prisme fait un angle égal avec chacune des faces réfringentes*. [1]»

Cette mesure s'effectue donc au minimum de déviation dans le plan de section principale du cristal. Trois autres coupes furent utilisées : lorsque la face d'entrée est soit inclinée sur l'axe, le plan d'incidence étant parallèle ou perpendiculaire à la section principale, soit perpendiculaire à l'axe. A chaque fois, Malus a déduit de ses mesures des valeurs toujours concordantes pour les coefficients a et b. Selon lui, les différences sont imputables à l'utilisation de lumière blanche : « *la valeur de l que nous venons de déterminer appartient au rayon moyen du spectre coloré, et comporte les erreurs qui dépendent de la détermination précise du centre du spectre*. [2]» Le "l" correspond à notre actuel indice optique ordinaire et est relié à b par $\frac{1}{b} = l$. L'indice extraordinaire est bien sûr donné par $\frac{1}{a} = l'$.

[1] E.L Malus : "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p310.
[2] ibidem p314.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Par la suite, Malus ne prend plus la précaution de tailler diverses faces artificielles dans les autres cristaux qu'il étudie, se restreignant à la taille de prisme parallèlement à l'axe supposé de réfraction extraordinaire. Il recherche les positions du minimum de déviation pour chacun des rayons, sans faire davantage de recherche sur la nature des rayons. Ainsi, avec le quartz, Malus ne remarque pas que le rayon le plus dévié est polarisé ordinairement, contrairement à ce qu'on observe avec le spath d'Islande. Pour les deux autres cristaux, l'aragonite et la barytine, il considère de même que le rayon le plus dévié est un rayon extraordinaire. Dans sa *Théorie de la double réfraction*, la calcite est donc le modèle qui sert à l'étude de tous les autres cristaux. Rappelons que le hasard a voulu que Malus s'intéressât à quatre cristaux, deux uniaxes, l'un négatif l'autre positif, et deux biaxes, l'un négatif l'autre positif également. Il indique les valeurs suivantes de la vitesse U du rayon extraordinaire en fonction de l'angle μ fait par le rayon extraordinaire avec l'axe du cristal :

spath d'Islande : $U^2 = 2.736693 - 0.536510.\sin^2\mu$; in paragraphe [42], p408,

quartz : $U^2 = 2.427913 - 0.030261.\sin^2\mu$; in paragraphe [55], p452,

aragonite : $U^2 = 2.866706 - 0.511088.\sin^2\mu$; in paragraphe [56], p454,

barytine : $U^2 = 2.712090 - 0.038073.\sin^2\mu$; in paragraphe [58], p564.

Le signe moins de ces quatre relations indique que Malus considère que tous les cristaux présentent une biréfringence négative. La lumière du rayon extraordinaire est plus lente, et le rayon qui la marque plus dévié que celui de la réfraction ordinaire.

Comme la plupart des cristaux biaxes, la barytine et l'aragonite ont deux de leurs trois indices peu différents. Lors de mesures en lumière blanche, on peut comprendre que leur singularité ait échappé à Malus. D'autant qu'il a taillé dans ces minéraux un prisme dont l'arête du petit angle dièdre est parallèle à l'axe supposé de réfraction, axe qui diffère, remarque Malus, de l'axe de la forme primitive du cristal pour l'aragonite. Le cristal est probablement taillé suivant l'un des trois plans de symétrie, ou dans un plan très proche. Alors, l'un des rayons suit le loi de Descartes des sinus, même pour un cristal biaxe, si le plan d'incidence reste celui d'un des plans de symétrie : une nappe de la surface des indices est de section circulaire, c'est-à-dire d'indice constant (1.530 pour l'aragonite), l'autre elliptique varie entre des valeurs d'indice très voisines (1.686 et 1.682 pour l'aragonite). Des mesures en lumière blanche ne permettent pas de constater cette variation de

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

l'indice optique. Ce qui autorise Malus à croire que tous les cristaux n'ont que deux indices. Le commentaire qu'il avance sur la mesure des indices conforte notre opinion : « *lorsque sur un prisme de cristal, on observe la réfraction extraordinaire dans un plan perpendiculaire aux faces réfringentes, et lorsqu'on trouve un rapport constant entre les sinus d'incidence et ceux de réfraction, on est assuré que ces deux faces sont parallèles à l'axe de réfraction, et leur commune intersection donne la direction de cet axe.* [3]»

Ajoutons que Malus a aussi mesuré, par une autre méthode, peut-être la plus connue, les coefficients a et b de la calcite en posant un cristal épais sur une équerre graduée dont les divisions étaient visées au moyen d'une lunette montée sur un cercle répétiteur. Le cristal avait sa section principale supposée perpendiculaire à la grande graduation de l'équerre.

Ainsi, les propriétés optiques de ce minéral ont été particulièrement bien étudiées et offrent des garanties sûres de validité. Il ne fait pas de doute pour Malus que la construction de Huygens renferme les données de l'expérience, et que cette figure décrit bien les propriétés optiques de tous les minéraux.

[3] E.L Malus : "Théorie de la double réfraction", in *Mémoires présentés à l'Institut par divers savants*, tome2, Baudouin, Paris, 1811, p457.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Annexe 8 :

Biot et le calcul de la couleur

L'ensemble du spectre de la lumière blanche est représenté par un cercle chromatique divisé en sept secteurs qui correspondent aux sept couleurs dans les proportions définies par Newton dans son *Traité d'optique* (voir notre **figure 1** du chapitre "Sur la rotation de la lumière polarisée"). Selon Newton, le rouge , le violet et le vert occupent chacun $\frac{1}{9}$ de la circonférence, l'indigo et l'orangé $\frac{1}{16}$, le jaune et le bleu $\frac{1}{10}$. A partir de la somme de ces fractions qui vaut $\frac{79}{120}$, Biot calcule l'étendue du secteur angulaire de chaque couleur : le rouge, le violet et le vert occupent chacun un arc de 60°45'34", l'indigo et l'orangé chacun 34°10'38", le jaune et le bleu chacun 54°41'01". L'étendue de ces secteurs assure un "certain poids" à chacune des couleurs. Si l'on désire déterminer la teinte d'une lumière complexe quelconque, il suffit de connaître le "nombre de rayons" de chacune des sept couleurs qui la constituent. Au préalable, il faut bien comprendre la propriété du cercle de la **figure 1**. Le parcours de la circonférence du cercle montre toutes les nuances possibles du rouge au violet. Le rapprochement du rouge et du violet sur la ligne CR n'est guère étonnant, selon Biot, parce que la teinte en cet endroit du cercle est le pourpre, teinte composée de ces deux couleurs, et parce « *qu'avec du bleu et du rouge on forme des mélanges qui produisent sur l'œil la sensation d'un beau violet ; et c'est cette espèce de retour des teintes sur elles-mêmes, tout-à-fait analogue à la consonnance d'octaves, qui a porté Newton à rapprocher, comme il l'a fait souvent, les impressions des couleurs diverses de celles*

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

que produisent les intervalles musicaux. [1]» Ainsi se justifie cette répartition circulaire des couleurs constitutives de la lumière blanche. Il reste à savoir utiliser ce cercle des couleurs pour déterminer une teinte dont on connaît les proportions des couleurs qui la constitue. Pour cela, indique Biot, « *ayant déterminé les centres de gravité de tous ces arcs successifs en* r o j v b i r*, placez-en chacun d'eux un poids proportionnel à l'arc total qui y correspond, et considérez ces poids comme autant de forces qui tendent à tirer à elles le centre C, et l'œil qu'on y suppose placé.* [2]» Lorsque les sept couleurs existent dans la proportion exacte de la lumière blanche naturelle, l'œil reste placé en C, centre du cercle, et perçoit la lumière toute blanche. En revanche, dès que le mélange des couleurs n'est plus celui de la lumière blanche, le centre de gravité de l'ensemble, noté g, quitte la position C. Plus g s'éloigne du centre C et s'approche de la périphérie du cercle, et plus la teinte devient forte et vive, de moins en moins lavée de blanc : « *en général, si l'on représente la distance Cg par Δ, le rayon du cercle étant 1, 1 - Δ exprimera très approximativement la proportion de blanc qui entre dans la couleur composée, et Δ exprimera la proportion excédante que cette couleur contient de la couleur simple vers laquelle Cg se dirige. De sorte que l'on connaîtra ainsi la nature de la teinte et son intensité.* [3]»

Le calcul d'une teinte s'obtient au moyen de considérations mécaniques (voir notre **figure 1**) : « *il ne nous reste plus qu'à réduire cette méthode en formule générale. Pour cela, je rapporterai les centres de gravité partiels de chaque couleur à deux coordonnées rectangulaires x y comptées à partir du centre C ; la première, suivant la ligne CR qui forme le passage du violet au rouge ; la seconde, sur une droite CY perpendiculaire à celle-là. Quand ces coordonnées seront connues, il faudra multiplier chacune d'elles par le nombre de rayons de cette couleur qui entrent dans le composé que l'on veut faire ; ce sera le moment statique de chaque couleur ; et divisant la somme de tous ces momens par la somme des masses colorifiques, c'est-à-dire par le nombre total des rayons que l'on compose, on aura les coordonnées X Y du centre de gravité du système.* [4]»

Ainsi, Biot calcule les coordonnées du centre de gravité de chacun des sept secteurs colorés définis par Newton et obtient deux formules générales qui

[1] in J.B Biot, *Traité de physique*, Deterville, 1816, Paris, p449.
[2] in J.B Biot, *Traité de physique*, Deterville, 1816, Paris, p448.
[3] ibidem p449.
[4] ibidem p450.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

donnent les coordonnées X et Y de la couleur définitive en fonction des proportions de chacune des sept couleurs. Prenons l'exemple inscrit sur notre **figure 1**. Pour ce faire, Biot imagine que la lumière dont on veut déterminer la teinte est constituée d'une partie de violet, une d'indigo, deux de bleu, trois de vert, cinq de jaune, six d'orangé et dix de rouge. L'application de sa formule donne les coordonnées du point G, X = 0,144417 et Y = 0,414220. Afin de faciliter l'interprétation de ce résultat numérique, Biot calcule la distance Δ du point G au centre C du cercle ainsi que l'angle U de la droite de direction CG par rapport à la direction CR. Cet angle U indique donc la couleur, Δ l'intensité de cette couleur à laquelle on ajoute la quantité de lumière blanche 1 - Δ. Avec l'exemple proposé, Biot obtient U = 70°46'41" et Δ = 0,438677. La teinte calculée se trouve sur la droite CG de notre **figure 1**, résultat commenté ainsi par Biot : « *… d'où l'on doit conclure que la couleur composée sera un orangé tirant un peu plus vers le rouge que vers le jaune. Enfin l'intensité de cet orangé sera indiquée par les valeurs Δ = 0,438677, 1-Δ = 0,561323 ; d'où l'on voit que sur cent parties il en contiendra environ 56 de blanc et 44 d'orangé pur ; proportion qui ne doit pas s'entendre des quantités de poudres blanches ou orangées qu'il faudrait mêler ensemble pour les produire, mais des quantités réelles de lumière que de pareilles poudres devraient réfléchir pour le former.* [5]» Ainsi, la teinte finale procède de ce que nous appellerions actuellement une synthèse additive.

[5] in J.B Biot, *Traité de physique*, Deterville, 1816, Paris, p452.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Bibliographie

Bibliographie primaire

Mémoires de **Jean-Baptiste BIOT** classés chronologiquement avec la date de leur lecture à l'Institut ou à la Société d'Arcueil :

- "Mémoire sur les équations aux différences mêlées", *Mémoires de l'Institut National des sciences et arts…*, an IX, tome3.

  Lecture à l'Institut le 1er brumaire an 8 (23 octobre 1799).

- "Mémoire sur l'intégration des équations différentielles et sur les surfaces vibrantes", *Mémoires de l'Institut National des sciences et arts…*, an XI, tome4.

  Lecture à l'Institut le 1er prairial an 8 (21 mai 1800).

- "Recherches sur le calcul aux différences partielles et sur les équations des sphéroïdes", *Mémoires de l'Institut National des sciences et arts…*, 1806, tome6.

  Lecture à l'Institut le 27 prairial an 10 (16 mai 1802).

- "Sur la théorie du son", *Journal de physique, de chimie et d'histoire naturelle*, tome LV, août 1802.

  Il existe aussi un tirage à part de 10 feuilles à la Bibliothèque Nationale de France à la côte 4-R PIECE-892.

- "Mémoire sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, 1806, tome7.

  En collaboration avec Arago.

  Lecture à l'Institut les 24 mars et 7 avril 1806.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

- "Mémoire sur l'influence de l'humidité et de la chaleur dans les réfractions atmosphériques", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1808, tome8.

  Lecture à l'Institut le 31 août 1807.

- "Recherches sur les réfractions extraordinaires qui s'observent très-près de l'horizon", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1810, tome10.

  Lecture à l'Institut le 8 août 1808.

- "Sur de nouveaux rapports qui existent entre la réflexion et la polarisation de la lumière des corps cristallisés", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1812, tome12.

  Lecture à l'Institut les 1er et 15 juin 1812.

- "Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1814, tome13.

  Lecture à l'Institut les 30 novembre et
  7 décembre 1812, les 8 février, 5 avril et 31 mai 1813.

- "Sur une manière d'imiter artificiellement les phénomènes des couleurs produites par l'action des lames mince de mica sur des rayons polarisés", *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, J.Klostermann, Paris, 1817, tome3.

  Lecture à la Société d'Arcueil le 29 mai 1813.

- "Sur une loi remarquable qui s'observe dans les oscillations des particules lumineuses, lorsqu'elles traversent obliquement des lames minces de chaux sulfatée ou de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de cristallisation" *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, J.Klostermann, Paris, 1817, tome3.

  Lecture à la Société d'Arcueil le 28 juin 1813.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

- "Examen comparé de l'intensité d'action que la force répulsive extraordinaire du spath d'Islande exerce sur les molécules lumineuses de diverses couleurs", *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, J.Klostermann, Paris, 1817, tome3.

  Lecture à la Société d'Arcueil le 7 novembre 1813.

- "Sur une nouvelle application de la Théorie des Oscillations de la lumière", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1816, tome13.

  Lecture à l'Institut le 27 décembre 1813.

- "Sur la découverte d'une propriété nouvelle dont jouissent les forces polarisantes de certains cristaux", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1816, tome13.

  Lecture à l'Institut le 25 avril 1814.

- "Sur les deux genres de polarisation exercée par les cristaux doués de la double réfraction", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1816, tome13.

  Lecture à l'Institut 16 mai 1814.

- "Sur les propriétés physiques que les molécules lumineuses acquièrent en traversant les cristaux doués de la double réfraction", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1816, tome13.

  Lecture à l'Institut le 23 mai 1814.

- "Sur un mode particulier de polarisation qui s'observe dans la tourmaline", *Nouveau Bulletin des sciences, par la société philomathique de Paris*, 1814, tomeIV, 7eme année, imprimerie Perroneau, Paris, p26-27.

  Lecture à l'Institut le 5 décembre 1814.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

- "Observations : Sur la nature des forces qui partagent les rayons lumineux dans les cristaux doués de la double réfraction", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1818, tome14.

Lecture à l'Institut le 26 décembre 1814.

- "Observations : Sur la nature des forces qui produisent la double réfraction", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1818, tome14.

Lecture à l'Institut le 2 janvier 1815.

- "Phénomènes de la polarisation successive, observés dans des fluides homogènes", *Nouveau Bulletin des sciences, par la société philomathique de Paris*, 1814, tome IV, 7eme année, imprimerie Perroneau, Paris, p190-192.

Lecture à l'Institut le 23 octobre 1815.

- "Nouvelles expériences sur le développement des forces polarisantes par la compression dans tous les sens des cristaux ", *Annales de chimie et de physique*, 1817, deuxième série, tome3, Crochard, Paris.

Lecture à l'Institut le 13 janvier 1817.

- "Sur l'utilité des lois de la polarisation de la lumière pour reconnaître l'état de cristallisation et de combinaison, dans un grand nombre de cas où le système cristallin n'est pas immédiatement observable", *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, 1818, tome1.

Lecture à l'Institut le 22 juin 1818.

- "Sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux", *Mémoires de l'Académie Royale des sciences de l'Institut de France*, 1819, tome2.

Lecture à l'Institut le 22 septembre 1818.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

- "Sur les lois générales de la double réfraction et de la polarisation dans les corps régulièrement cristallisés", *Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, 1820, tome3.

Lecture à l'Institut le 29 mars 1819.

- "Mémoire sur la polarisation circulaire et ses applications à la chimie organique", *Mémoires de l'Académie Royale des sciences de l'Institut de France*, tome13.

Lecture à l'Institut le 5 novembre 1832.

Ouvrages ou articles de **Jean-Baptiste BIOT** classés chronologiquement selon leur date de parution :

- "A propos de l'ouvrage de S.F Lacroix, *Eléments de géométrie*", *La décade philosophie, littéraire et politique*, An VII, 4eme trimestre, p324-328.
- *Analyse du* Traité de mécanique céleste *de P.S Laplace*, Duprat, Paris an IX.
- "A propos de l'ouvrage de S.F Lacroix, *Traité élémentaire du calcul différentiel et intégral*", *La décade philosophie, littéraire et politique*, AnX, 2eme trimestre, p6-8.
- *Essai sur l'histoire des sciences pendant la révolution française*, Duprat, Paris, an XI-1803.
- "Elémens sur l'art de la teinture", *La Décade philosophique, littéraire et politique*, anXIII, 2eme trimestre, p193-198.
- "Théorie de l'action capillaire ; par M.Laplace", *La décade philosophie, littéraire et politique*, 1806, 2eme trimestre, p449-459.
- "Borda", *Biographie Universelle ancienne et moderne*, Michaux frères, Paris, 1812, tome 5.
- *Recherches expérimentales et mathématiques sur les mouvements des molécules de la lumière autour de leur centre de gravité*, Didot , Paris, 1814.
- *Traité de physique expérimentale et mathématique*, Deterville, Paris, 1816, 4 volumes.
- "Lettre de J.B Biot à Marcel Pictet", *Bibliothèque universelle des sciences, belles lettres et arts*, Série sciences et arts, Genève, 1816, tome 2.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

- *Précis élémentaire de physique expérimentale*, troisième édition, Deterville, Paris, 1824, 2 volumes.
- *Mélanges scientifiques et littéraires*, Michel Lévy frères, Paris, 1858, 3 volumes.
- Manuscrit E3-55, Bibliothèque de l'Observatoire de Paris.

ALEMBERT Jean Le Rond d'

- *Discours préliminaire de l'Encyclopédie (1750)*, Cornély, Collection Le livre pour tous, Paris, 1902.

AMPERE André-Marie

- "Démonstration d'un théorème d'où l'on peut déduire toutes les lois de la réfraction ordinaire ou extraordinaire", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1818, tome14.

Lecture à l'Institut le 25 mars 1815.

ARAGO François

- "Mémoire sur la vitesse de la lumière", *Comptes-rendus de l'Académie des sciences pour l'année… 1853*, tome36.

Lecture à l'Institut le 10 décembre 1810.

- "Mémoire sur les couleurs des lames minces", *Oeuvres complètes de François Arago*, tome10.

Lecture à l'Institut le 18 février 1811 et impression in *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, tome3, J.Klostermann, Paris, 1817.

- "Mémoire sur la polarisation colorée", *Oeuvres complètes de François Arago*, tome10.

Lecture à l'Institut le 11 août 1811 et désigné "Mémoire sur une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps diaphanes et sur quelques autres

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

phénomènes d'optique", in *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1812, tome12.

- *Œuvres complètes de François Arago*, Gide et J.Baudry éditeurs/ T.O Weigel, Paris/Leipzig, 1854, 14 volumes.

BREWSTER David

- "On the affections of light transmitted through crystallized bodies", *Philosophical Transactions, for year 1814*.
- "On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies ", *Philosophical Transactions, for year 1818*.

Lecture à la Royal Society le 15 janvier 1818.

- *Treatise on new philosophical instruments*, Edinburgh, 1813.
- *Manuel d'optique*, Librairie encyclopédique de Roret, Paris, 1833, traduit par P.Vergnaud, 2 volumes.

CLAIRAUT Alexis-Claude

- "Sur les explications cartésiennes et newtoniennes de la réfraction de la lumière", *Mémoires de l'Académie royale des sciences pour 1739*.
- "Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle", in *Mémoires de l' Académie Royale des Sciences pour 1745*.

FRESNEL Augustin

- "Complément au premier mémoire sur la diffraction", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1866, Paris, tome1.
- "Supplément au deuxième mémoire sur la diffraction de la lumière", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1866, Paris, tome1.
- "Mémoire couronné sur la diffraction de la lumière", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1866, Paris, tome1.
- "Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres", *Oeuvres complètes d'Augustin* Fresnel, Imprimerie Impériale, 1866, Paris, tome1.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

- "Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1866, Paris, tome1.
- "Supplément au Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1866, Paris, tome1.
- "Note sur les accès de facile réflexion et de facile transmission des molécules lumineuses dans le système de l'émission", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1868, Paris, tome 2.
- "Premier mémoire sur la double réfraction", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1868, Paris, tome2.
- "Second supplément au mémoire sur la double réfraction", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1868, Paris, tome2.
- "Note sur l'accord des expériences de MM.Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde", *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel*, Imprimerie Impériale, 1868, Paris, tome2.

GERNEZ Désiré

- "Sur le pouvoir rotatoire des liquides actifs et de leurs vapeurs", *Annales scientifiques de l'Ecole normale supérieure*, série 1, tome I, 1864, p16-38.

HAUY René-Just

- *Traité de minéralogie*, Imprimerie de Delance, Paris, 1801, 5 volumes.
- *Traité élémentaire de physique*, seconde édition, Courcier, Paris, 1806, 2 volumes.

HERSCHEL John

- *Traité de la lumière*, 1829-1833, traduction de l'anglais par Verhulst et Quételet, Librairie Mahler & Co, Paris, 2 volumes.

HUYGENS Chritiaan

- *Traité de la lumière*, Chez Pierre Vander Aa, Leide, 1690, réimpression Dunod, Paris, 1992.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

LAGRANGE Joseph-Louis

- *Oeuvres de Lagrange*, rassemblées par J.A Serret et G.Darboux, Gauthier-Villars, Paris, 1867-1892, 14 volumes.
- *Méchanique analitique*, Chez la veuve Desaint, Paris, 1788.

LAPLACE Pierre-Simon

- *Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes*, impr. de P.-D Pierres, Paris, 1784.
- *Exposition du système du monde*, première édition, Imprimerie du Cercle-Social, Paris, 1796.
- *Exposition du système du monde*, seconde édition, Duprat, Paris, 1799.
- *Exposition du système du monde*, troisième édition, Courcier, Paris, 1808.
- "Mémoire sur les mouvements de la lumière dans les milieux diaphanes", *Œuvres complètes de Laplace*, 1812, tome 12.

  Lecture à l'Institut le 30 janvier 1809.

- *Oeuvres complètes de Laplace*, Gauthier-Villars, Paris, 1878-1912, 14 volumes.

LEFORT Francisque

- "Documents relatifs à la vie et aux travaux scientifiques et littéraires de Jean-Baptiste Biot", *Nouvelles annales de mathématiques*, 2eme série, tome I, 1862, p57-80.
- "Un savant chrétien J.B Biot", *Le correspondant*, nouvelle série, tome36, Charles Douniol Libraire-Editeur, Paris, 1867.

MALUS Etienne-Louis

- "Traité d'optique", *Mémoires présentés à l'Institut … par divers savants*, 1er série, 1811, tome2.

  Présentation à l'Institut le 20 avril 1807.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

- "Sur la mesure du pouvoir réfringent des corps opaques", *Mémoires présentés à l'Institut des sciences … par divers savants*, 1er série, 1811, tome2.
Présentation à l'Institut le 16 novembre 1807.

- "Sur une propriété de la lumière réfléchie", *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, Mme Veuve Bernard, Paris,1811, tome2.
Présentation à l'Institut le 19 décembre 1808.

- "Sur une propriété des forces répulsives qui agissent sur la lumière", *Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil*, Mme Veuve Bernard, Paris, 1811, tome2.
Suite non datée du mémoire précédent.

- "Théorie de la double réfraction", *Mémoires présentés à l'Institut … par divers savants*, 1er série, tome2, 1811.
Mémoire couronné lors de la séance du 2 janvier 1810.

- *Théorie de la double réfraction de la lumière dans les substances cristallisées*, mémoire couronné par l'institut, Baudouin, Paris,1810.

- " Mémoire sur de nouveaux phénomènes d'optique", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1811, tome 11.
Lecture à l'Institut le 11 mars 1811.

- "Sur les phénomènes qui accompagnent la réflexion et la réfraction de la lumière", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1811, tome 11.
Lecture à l'Institut le 27 mai 1811.

- "Sur l'axe de réfraction des cristaux et des substances organisées", *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques,* 1811, tome 11.
Lecture à l'Institut le 19 août 1811.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

MICHELL John

- "On the means of Discovering the distance, Magnitude, &c. of the Fixed Stars…", *Philosophical Transactions*, 1784, vol 74, p35-57.

NEWTON Isaac

- *Traité d'optique*, traduit en 1722 par Costes à partir de la seconde édition de 1717, réimpression Gauthier-Villars, Paris, 1955.

ROCHON Alexis-Marie de

- Dispositif à double image, *Journal de Physique*, tome LIII, 1801.

SAINTE-BEUVE Charles-Augustin

- *Les causeries du lundi*, collection Classiques Larousse, tome 1, Librairie Larousse, Paris, 1953.

WOLLASTON William Hyde

- "A method of examining refractive and dispersive powers by prismatic reflection", *Philosophical Transactions*, for the year 1802, p365-380.

YOUNG Thomas

- *Miscellaneous Works*, Peacocke éditeur, London, 1855, 3 volumes.

Bibliographie secondaire

BLAY Michel

- *La conceptualisation newtonienne des phénomènes de la couleur*, Librairie Vrin, Paris, 1983.
- "René-Just Haüy (1743-1822), physicien, Des leçons de l'an III au Traité élémentaire de physique", *Revue d'Histoire des Sciences*, 1997, N°50/3, p243-263.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

BREHIER Emile

- *Histoire de la philosophie*, PUF/Quadrige, Paris, 2004.

BRUHAT Georges

- *Optique*, troisième édition, Masson, Paris, 1942.
- *Optique*, sixième édition, Dunod, Paris, 1965-1992-2005.

BUCHWALD Jed Z

- *The rise of the wave theory of light* , The University of Chicago Press, Chicago & London, 1989.

CHAPPERT André

- *Etienne-Louis Malus et la théorie corpusculaire de la lumière*, Librairie Philosophique J.Vrin, Paris, 1977.
- *L'édification au XIXe siècle d'une science du phénomène lumineux*, Librairie Vrin, Paris, 2004.

COCHERIS Hyppolite

- *Table méthodique et analytique des articles du Journal des Savants*, A. Durand Libraire-Editeur, Paris, 1860.

CROSLAND Maurice

- *The society of Arcueil*, Heinemann, London,1967.

DAUMAS Maurice

- *Arago, la jeunesse de la science*, Gallimard/Belin, Paris, 1943/1987.

DHOMBRES Jean

- "La théorie de la capillarité selon Laplace, mathématisation superficielle ou étendue ?", *Revue d'histoire des sciences*, tome XLII, janvier-juin 1989.
- "L'affirmation du primat de la démarche analytique", *L'Ecole normale de l'an III, leçons de mathématiques*, Dunod, Paris, 1992.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

DHOMBRES Nicole et Jean

- *Naissance d'un nouveau pouvoir : sciences et savants en France 1793-1824*, Editions Payot, Paris, 1989.

EISENSTAEDT Jean

- *Avant Einstein, Relativité, lumière, gravitation*, Editions du Seuil, Paris, 2005.
- "De l'influence de la gravitation sur la propagation de la lumière en théorie newtonienne. L'archéologie des trous noirs", *Archive for history of exact sciences*, vol 42, 1991.

FIRODE Alain

- *La dynamique de Lagrange*, Editions Bellarmin/Vrin, Montréal/Paris, 2001.

FLEURY & MATHIEU

- *Images optiques*, Editions Eyrolles, Paris, 1962.
- *Lumière*, Editions Eyrolles, Paris, 1961.

FONT-ALTABA Manuel

- *L'encyclopédie en couleur de la minéralogie*, adaptation française, Marabout Université, Paris, 1960-1965.

FRANKEL Eugen

- *Jean-Baptiste Biot, the career of a physicist in nineteenth century France*, Princeton University, PH.D., 1972.
- "The Search for a Corpuscular Theory of Double refraction : Malus, Laplace and the Price Competition of 1808", *Centaurus* n°18, 1974.
- "Corpuscular Optics and the Wave Theory of Light: The Science and Politics of a Revolution in Physics", *Social Studies of Science*, n°6, 1976.
- "J.B.Biot and the Mathematization of Experimental Physics in Napoleonic France", *Historical Studies in Physical Sciences*, vol 8, 1977.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

FOX Robert

- "The rise and fall of Laplacians Physics", *The culture of science in France 1700*-1900, Variorum, Adelshort, 1992.

GILLISPIE Charles Coulston

- *Pierre Simon Laplace, 1749-1827, a Life in Exact Science*, Princeton University Press, 1997.

HAHN Roger

- *Le système du monde, Pierre Simon Laplace, un itinéraire dans la science*, Editions Gallimard, Paris, 2004.

JANGINS Janis

- *La République avait besoin de savants* , Belin, Paris, 1987.

KOYRE Alexandre

- *Etudes Newtoniennes*, Editions Gallimard, Paris, 1968.
- *Etudes d'histoire de la pensée scientifique*, Gallimard, Paris, 1966-1973.

LICOPPE Christian

- *La formation de la pratique scientifique*, Editions La Découverte, Paris, 1996.

LOCQUENEUX Robert

- *Histoire de la physique*, Collection Que sais-je ?, PUF, 1987.
- "Physique expérimentale", *Dictionnaire européen des Lumières*, PUF, Paris, 1997.

MAITTE Bernard

- *Histoire de l'arc-en-ciel*, Editions du Seuil, Paris, 2005.
- *La lumière*, Editions du Seuil, Paris, 1981.

MAITTE Bernard et DEVAUX Dorothée

- "Newton, les couleurs et la musique", *Alliage*, n°59, décembre 2006.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

MASCART Eleuthère

- *Traité d'optique*, Gautier-Villars, Paris, 1889-1893, 3 volumes.

NORGUET Anatole de

- "Malus, fondateur de la société des sciences de Lille", *Mémoires de la société des sciences, de l'agriculture et des arts de Lille*, III[e] série, vol 10, année 1872, p226-227.

PICAVET François

- *Les Idéologues*, Félix Alcan Editeur, Paris, réimpression Georg Olms Verlag, 1891/1972.

ROSMORDUC Jean

- *La polarisation rotatoire naturelle, de la structure de la matière à celle des molécules*, Université de Bretagne occidentale, Brest, 1983.

TATON René

- *Histoire générale des sciences*, PUF/Quadrige, Paris, 1958/1995, 4 volumes.

VERDET Emile

- *Leçons d'optique physique*, Imprimerie impériale, Paris, 1869-1870, 2volumes.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Index sélectifs

Index des noms

ALEMBERT Jean Le Rond d' : 13, 26, 27, 28.

AMPERE André-Marie : 263, 272, 287, 303.

ARAGO François

découverte de la polarisation colorée : 75, 77, 80, 321.

polarisation des anneaux de Newton : 72-74, 151, 173.

réfraction des gaz : 44.

BARTHOLIN Erasme : 55, 385, 392.

BREWSTER David : 212-215, 223-226, 229-232, 233.

BUFFON Georges Louis Leclerc, Conte de : 31.

BIOT Jean-Baptiste

Et la polarisation chromatique

analogie des teintes : 96-98, 102-104, 299.

analogie du pendule de torsion : 142-148.

axes des lames : 84, 107, 124, 138, 178, 179, 185-191, 227, 232, 251, 273-275.

croisement des lames : 105-106, 161-167, 297-299.

dispositifs analyseurs : 83-85.

établissement des lois de la polarisation colorée : 85-95.

identité des teintes par réflexion à celles par transmission : 98-101.

oscillations des molécules lumineuses : 131-136.

signe des cristaux : 230, 236.

teintes du mica : 185-187, 195-197.

© 2008 Tous droits réservés.

http://www.univ-lille1.fr/bustl

Et la polarisation rotatoire

calcul des teintes de la polarisation rotatoire : 331-337.
polarisation de rotation du quartz : 322-325, 327-333.
polarisation de rotation des liquides : 337-340.
pouvoir rotatoire des liquides : 234.
rotation des molécules lumineuses : 325-326.

Et la double réfraction

axe du cristal : 82.
construction d'Huygens : 202, 203, 231, 249-258, 271, 376.
double réfraction : 255-267.
ellipsoïde de Huygens : 231, 254, 256, 270-271.

Et la lumière

anneaux en lumière convergente : 220-222.
diffraction : 287-290.
dichroïsme : 201, 360, 378.
lumière convergente : 211, 216-218.
pince à tourmalines : 220.
teinte sensible : 330-331.
théorie des accès : 74,130, 137, 150-157, 309, 310, 364.

Et la science

Académie des sciences : 1.
degrés de pratique de la science : 3-10.
Ecole Centrale des Travaux Publics : 4-6.
Ecole Normale de l'an III : 4, 5, 32.
étude de la réfraction des gaz : 17, 41-47.
étude de la vitesse du son : 7, 35, 248.
effet capillaire : 7, 8, 41, 42.
esprit de système : 8, 82, 309, 374, 375.
formation, idées sur l'éducation : 4, 128-129.
géomètre, physicien : 3, 9-10.
nature de la lumière : 15, 128-129.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

lois de la mécanique : 9, 141-142, 148, 225-229, 247.
périodes d'activité : 1, 17.
savant classique : 128, 130, 132, 149, 151, 181, 363, 369.
Traité de physique expérimentale et mathématique : 2-3.

Et les polémiques
dispute avec Arago : 79-81.
polémique avec Brewster : 19, 225-227, 248-253, 273-276.
polémique avec Fresnel : 20, 303, 310-317.

CLAIRAUT Alexis-Claude : 31-37.
COULOMB Charles-Augustin: 31.
DALTON John : 2.
DELUC Jean-André : 26, 28, 30.
DESCARTES René : 54, 207.
FRESNEL Augustin
critique du système de l'émission : 292-297.
croisement des lames minces : 297-299.
diffraction : 290-292.
double réfraction : 268-270, 272.
polémique avec Biot : 303, 310-317.
principe des interférences : 296, 310-317.
théorie des accès : 291, 292, 310.
GAY-LUSSAC Louis-Joseph : 2, 7, 219, 259, 295.
HAUY René-Just
double réfraction : 14, 30, 53, 54, 56, 57.
théorie des cristaux : 30.
Traité élémentaire de physique : 2.
HERSHEL John : 381.
HUYGENS Chritiaan
construction de la double réfraction : 10,11, 14, 53, 54, 56, 57.
Traité de la lumière : 13.
expérience des deux spaths : 18, 55, 58, 59.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

LACROIX Sylvestre-François : 2, 5, 48.

LAGRANGE Joseph-Louis : 9, 12, 26, 30, 227, 362.

LAPLACE Pierre-Simon

Académie des sciences : 27.

attraction newtonienne : 25.

construction d'Huygens : 10, 37, 358.

double réfraction : 10, 53, 57-58, 251.

effet capillaire : 12, 36, 40, 41, 56, 57, 358.

Exposition du système du monde : 25, 32, 130.

mémoire sur la chaleur : 30.

physique terrestre : 29, 31, 33, 35.

Traité de mécanique céleste : 26, 35.

LAVOISIER Antoine : 27, 28, 29, 30.

MALUS Etienne-Louis

action capillaire : 51.

analyse de la lumière réfléchie : 60, 67.

analyse de la lumière réfractée : 69.

choix de l'hypothèse corpusculaire : 48-49.

désignation de la *polarisation* : 68.

détermination de l'axe des cristaux : 71.

double réfraction : 57-58, 63-64, 179, 249.

Ecole Centrale des Travaux Publics : 4.

expérience des deux spaths : 59.

géométrisation de la lumière : 60-62.

loi d'intensité de la lumière :62-63.

réflexion totale des corps opaques : 50-51.

Traité d'Optique : 47-49.

MICHELL John : 34.

MONGE Gaspard : 2, 5, 48.

NEWTON Isaac

théorie des accès : 15, 128.

VOLTA Alessandro : 29.

WOLLASTON William-Hyde : 14, 51, 53, 56, 202, 212, 213, 221, 271, 366.

YOUNG Thomas : 268, 286, 287, 300, 304, 311, 316, 374.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Index des matières

Analogie des teintes avec celles des anneaux colorés : 96-98, 102-104, 110-111, 130, 132-135, 149, 312.
Anneaux colorés : 72-74, 87, 94 , 97, 130, 149, 151-153, 173, 292-294, 321, 341, 360.
Axe du cristal : 11, 58, 64, 72, 82, 124, 180, 191, 211, 233, 251-253, 325.
Comparaison des teintes produites par les lames cristallines dans les deux systèmes : 307-310.
Construction d'Huygens : 10, 11, 14, 37, 53, 54, 56, 57, 202, 203, 231, 249-258, 271, 358, 376.
Cristal à un axe : 11,58, 64, 72, 82, 124, 180, 191, 211, 233, 251-253, 325.
Cristal à deux axes : 180, 203, 221, 367, 368, 375.
Deux degrés de pratique de la science : 3, 10.
Dépolarisation : 22, 72, 77, 78, 214, 215.
Deux degrés de pratique de la science : 3-10.
Dichroïsme : 201, 360, 378.
Différences des effets des lames minces et des lames épaisses : 168-175.
Diffraction selon l'étude de Biot : 287-290.
Double réfraction
- Biot : 202, 203, 231, 249-258, 255-267, 270-271, 376.
- Brewster : 212, 223, 225, 229, 230, 235, 253, 274.
- Fresnel : 268-270, 272.
- Haüy : 14, 30, 53, 54, 56, 57.
- Laplace : 10, 53, 57-58, 251.
- Malus : 57-58, 63-64, 179, 249.

Double réfraction attractive : 203, 253, 256, 270.
Double réfraction répulsive : 203, 235, 252.
Ellipsoïde : 10, 20, 202, 203, 231, 254, 256, 258, 270-271, 276, 316, 317, 369, 377.
Ether : 54, 55, 156, 315, 316, 373, 378.
Idéologues : 4-6.
Lumière convergente : 211.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

anneaux colorés observés par Biot : 216-219.
anneaux colorés observés par Brewster : 211-214, 223-226.
Mathématiques mixtes : 29, 126.
Médaille Rumford : 18, 71, 340.
Polarisation béryllée : 200, 203.
Polarisation colorée
découverte : 75, 77.
lois : 85-95.
influence de l'incidence : 107-112, 183-186.
Polarisation de rotation : 321-323, 325-326.
Polarisation des anneaux de Newton : 72-74.
Polarisation des liquides et des gaz : 337-340.
Polarisation fixe : 175.
Polarisation mobile : 22, 175, 178, 309.
Polarisation quartzeuse : 200, 203.
Polarisation par réflexion : 60, 67.
Polarisation par réfraction : 69-70.
Polémiques
Biot-Brewster : 19, 225-227, 248-253, 273-276.
Biot-Fresnel : 303, 310-317.
Pouvoir réfringent : 37, 39, 45, 46.
Réfraction simple
démonstration de sa loi par Laplace : 37-40.
Réfraction double
affirmation de sa loi par Laplace : 10-11, 57-58.
Réfractions atmosphériques : 44, 47, 79.
Réfraction des gaz : 44.
Signe de la biréfringence : 200-203.
Société d'Arcueil : 8, 17, 24, 29, 42, 71.
Système du monde : 3, 19, 32, 77, 113, 157, 178, 236, 315, 362, 379.
Teinte sensible : 330-331.
Théorie des accès : 15, 74, 130-132, 151-157, 309-310.

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

Table des matières

CHAPITRE 1

INTRODUCTION GENERALE 1

CHAPITRE 2

REPERES CHRONOLOGIQUES 17

CHAPITRE 3

LAPLACE, PROMOTEUR D'UN PROGRAMME UNITAIRE 24

CHAPITRE 4

LAPLACE ET LA PHYSIQUE TERRESTRE 37

CHAPITRE 5

LA CONSOLIDATION DE LA THEORIE CORPUSCULAIRE 44

CHAPITRE 6

MALUS ET LA GEOMETRISATION DE LA LUMIERE 53

CHAPITRE 7

LES DIFFERENTES POLARISATIONS 67

CHAPITRE 8

LES LOIS DE LA POLARISATION COLOREE 79

CHAPITRE 9

POLARISATION COLOREE ET SYSTEME DU MONDE 123

CHAPITRE 10

VERS LA POLARISATION MOBILE 160

CHAPITRE 11

LA NATURE DES FORCES PRESENTES DANS LES CRISTAUX 178

CHAPITRE 12

LA POLARISATION COLOREE EN LUMIERE CONVERGENTE 211

CHAPITRE 13

LES LOIS GENERALES DE LA DOUBLE REFRACTION 247

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl

CHAPITRE 14

SYSTEME DE L'EMISSION CONTRE SYSTEME DES ONDES 286

CHAPITRE 15

SUR LA ROTATION DE LA LUMIERE POLARISEE 321

CHAPITRE 16

CONCLUSION 358

ANNEXE 1

MALUS ET LA POLARISATION PAR REFRACTION 383

ANNEXE 2

CALCULS SUR LA LUMIERE TRANSMISE PAR LES LAMES EPAISSES 386

ANNEXE 3

PLAN DE SECTION PRINCIPALE 389

ANNEXE 4

SURFACE DES INDICES 392

ANNEXE 5

A PROPOS DE L'INCIDENCE OBLIQUE 403

ANNEXE 6

TEINTES DES ANNEAUX COLORES 415

ANNEXE 7:

MALUS ET LA DOUBLE REFRACTION 420

ANNEXE 8

BIOT ET LE CALCUL DE LA COULEUR 423

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE PRIMAIRE 426

BIBLIOGRAPHIE SECONDAIRE 436

INDEX SELECTIFS

INDEX DES NOMS 441

INDEX DES MATIERES 445

TABLE DES MATIERES 447

© 2008 Tous droits réservés.
http://www.univ-lille1.fr/bustl