

## THÈSE

Pour l'obtention du Doctorat de l'Université Lille 1 Sciences et Technologies

Discipline : **Histoire des Sciences et Epistémologie**

# **PIERRE DUHEM (1861–1916)**

## **ET LA**

# **THÉORIE DU MAGNÉTISME**

# **FONDÉE SUR LA THERMODYNAMIQUE**

Présentée et soutenue publiquement le 28 juin 2011

par

**Nicolas WIPF**

### **Composition du jury :**

**Bernard MAITTE** (Directeur de thèse)

*Professeur à l'Université Lille 1 Sciences et Technologies*

**Robert LOCQUENEUX** (Co-encadrant)

*Professeur émérite à l'Université Lille 1 Sciences et Technologies*

**Christian BRACCO** (Rapporteur)

*Maitre de Conférences HDR à l'IUFM de Nice*

**Michel PATY** (Rapporteur)

*Directeur de Recherche émérite au CNRS, Université Denis Diderot - Paris 7*

**Anastasios BRENNER** (Examineur)

*Professeur à l'Université Paul-Valéry - Montpellier III*

**Paul BROUZENG** (Examineur)

*Professeur émérite à l'Université Paris-Sud 11*

**Laurent-Patrick LÉVY** (Examineur)

*Professeur à l'Université Joseph Fourier - Grenoble I*

**Bernard POURPRIX** (Membre invité)

*Professeur honoraire à l'IUFM de Lille*



*À Elsa et Margot,  
qui ont toujours été très efficaces  
pour aérer l'esprit de leur tonton...*

*À mes parents,  
qui m'ont constamment encouragé  
et soutenu dans mes études.*





# REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier en tout premier lieu Bernard MAITTE, qui a su me faire partager sa passion insatiable pour l'histoire des sciences dès mes débuts en Master 2 et qui a accepté de diriger ma thèse. Je lui suis reconnaissant pour son soutien scientifique, sa disponibilité et sa bienveillance tout au long de mes recherches. Sans lui, cette formidable aventure humaine et scientifique n'aurait pas eu la même saveur.

Je remercie également Robert LOCQUENEUX, qui a accepté de co-encadrer ma thèse. Son soutien scientifique est inestimable, ses conseils, ses remarques et ses corrections étant toujours très justes.

J'adresse aussi mes remerciements à Bernard POURPRIX, avec qui j'ai partagé le bureau 165 durant ma thèse. Même si quelques années séparent nos passages respectifs dans le bâtiment G de l'ENS Cachan, nous nous sommes toujours parfaitement accordés pour rendre l'ambiance aussi studieuse que conviviale. Nos discussions sur le plan scientifique étant toujours très enrichissantes, je suis ravi qu'il ait accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je remercie également Paul BROUZENG, qui a accepté de me rencontrer au début de mes recherches pour me faire part de son expertise sur Pierre Duhem, et qui a accepté de faire partie de mon jury de thèse. Je tiens ensuite à remercier Michel PATY et Christian BRACCO de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de cette thèse, ainsi qu'Anastasios BRENNER et Laurent-Patrick LEVY d'avoir accepté de juger mon travail.

Je remercie finalement l'ensemble des membres du CHSE, plus particulièrement Rémy FRANCKOWIAK et Marc MOYON, qui ont toujours été bienveillants à mon égard. Et je n'oublie pas Isabelle RIVIÈRE, toujours de bonne humeur et disponible pour régler les « tracasseries » administratives.



**PIERRE DUHEM (1861–1916)**

**ET LA**

**THÉORIE DU MAGNÉTISME**

**FONDÉE SUR**

**LA THERMODYNAMIQUE**

# RÉSUMÉ

L'objet de ce travail est l'analyse des travaux théoriques de Pierre Duhem dans le domaine du magnétisme et de l'électromagnétisme, très peu étudiés jusqu'ici et souvent éclipsés par ses contributions à la philosophie et à l'histoire des sciences. Ces travaux correspondent toutefois à une production scientifique abondante (plus de 3500 pages), s'étalant sur toute sa carrière. Mon travail permet de mettre en évidence la richesse de son œuvre en sciences physiques, ainsi que les tâtonnements accompagnant l'élaboration de sa thermodynamique générale, un programme ambitieux et original dans le contexte scientifique de l'époque. De sa thèse sur la théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique (1888) à son article *Sur le diamagnétisme* (1913), en passant par ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* (1892), ses idées théoriques sont en constante évolution. Concernant le problème du diamagnétisme, mon travail permet de mettre en évidence plusieurs facteurs décisifs dans le processus de construction de sa théorie (un article de Parker sur le principe de Carnot (1889), une lettre envoyée par Curie (1902) ou encore les réflexions de Duhem sur la stabilité de l'équilibre électrique menées à partir de 1896). La thèse aborde également l'approche originale de Duhem dans l'étude des systèmes renfermant des courants électriques, étude qui le conduit à considérer l'électromagnétisme comme une branche se détachant très tôt du tronc commun formé par l'essentiel de son énergétique, tout en prolongeant la théorie de Helmholtz. Duhem échouera dans sa tentative de convaincre ses contemporains de la supériorité de cette théorie logique par rapport à celle de Maxwell.

**Mots clés :** Pierre DUHEM ; thermodynamique ; magnétisme ; électromagnétisme ; électrodynamique ; équilibre – stabilité ; Hermann von HELMHOLTZ ; Pierre CURIE ; James Clerk MAXWELL.



**PIERRE DUHEM (1861–1916)**

**AND THE**

**THEORY OF MAGNETISM**

**BASED ON**

**THERMODYNAMICS**

# ABSTRACT

The object of this work is the analysis of Pierre Duhem's theoretical works in the field of magnetism and electromagnetism, very little studied up to now and often overshadowed by his contributions to philosophy and history of science. These works, however, correspond to an abundant scientific production (over 3500 pages), spread out over his whole career. My study allows to highlight the richness of his work in physics, as well as the trial-and-error process accompanying the development of his general thermodynamics, an ambitious and original program in the scientific context of time. From his thesis on the theory of magnetization by induction based on thermodynamics (1888) through his *Lessons on electricity and magnetism* (1892) to his article *On diamagnetism* (1913), his theoretical ideas are in constant evolution. Concerning the problem of diamagnetism, my work can highlight several decisive factors in the process of elaborating his theory (an article by Parker on the principle of Carnot (1889), a letter sent by Curie (1902) or Duhem's thoughts on the stability of electrical equilibrium (1896, 1903)). The thesis also discusses Duhem's original approach to the study of systems containing electric currents, study that led to consider electromagnetism as a branch breaking away very early from the common core formed by the bulk of his energetics, while extending the theory of Helmholtz. Duhem will fail in his attempt to convince his contemporaries of the superiority of this logical theory compared to that of Maxwell.

**Keywords :** Pierre DUHEM ; thermodynamics ; magnetism ; electromagnetism ;  
electrodynamics ; equilibrium – stability ; Hermann von HELMHOLTZ ;  
Pierre CURIE ; James Clerk MAXWELL.



# SOMMAIRE

Résumé .....	7
Abstract .....	9
Sommaire .....	11
Table des matières .....	13
Table des illustrations .....	21
INTRODUCTION .....	25
<b>1<sup>ère</sup> PARTIE : Magnétisme et thermodynamique (1884 - 1890)</b>	
CHAPITRE I : Premiers travaux scientifiques de Pierre Duhem .....	33
CHAPITRE II : Le problème de l'aimantation par influence .....	71
CHAPITRE III : La théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique .....	101
CHAPITRE IV : Le problème du diamagnétisme et des corps plongés dans un milieu magnétique .....	143
<b>2<sup>ème</sup> PARTIE : Leçons sur l'électricité et le magnétisme (1891 - 1892)</b>	
PRÉLIMINAIRE : Objectif des <i>Leçons</i> .....	169
CHAPITRE V : Les corps aimantés et les corps diélectriques .....	173
CHAPITRE VI : Electrodynamique et électromagnétisme .....	191
CHAPITRE VII : L'affirmation d'un projet scientifique et épistémologique .....	237
<b>3<sup>ème</sup> PARTIE : Magnétisme, électromagnétisme et thermodynamique (1893 - 1913)</b>	
CHAPITRE VIII : Electrodynamique de Helmholtz – Duhem .....	253
CHAPITRE IX : Pierre Curie et les propriétés magnétiques des corps .....	299
CHAPITRE X : Retour sur le problème du diamagnétisme .....	357
ÉPILOGUE .....	381
CONCLUSION GÉNÉRALE .....	387
Annexes .....	395
Bibliographie .....	487
Index des noms .....	521
Index des notions .....	525





# TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION .....	25
--------------------	----

## 1<sup>ère</sup> PARTIE

### Magnétisme et thermodynamique (1884 - 1890)

CHAPITRE I : Premiers travaux scientifiques de Pierre Duhem .....	33
---	----

I. Initiation de physicien .....	33
1. Un milieu conservateur .....	33
2. Au Collège Stanislas .....	34
3. A l'École Normale .....	37
II. Elaboration d'un programme de recherche .....	39
1. Une thèse de physique mathématique refusée par le jury .....	39
2. Le système thermochimique de Berthelot .....	40
3. La thermodynamique chimique de Gibbs .....	42
3.1. Notion de <i>fonction de force</i> .....	42
3.2. Portée des travaux de Gibbs .....	44
4. Mécanique et thermodynamique .....	46
5. La théorie du potentiel thermodynamique .....	48
5.1. Principes de la théorie .....	48
5.2. Propriétés des déplacements sans changement d'état .....	51
5.3. Rejet des philosophies mécanistes .....	53
III. Potentiel thermodynamique et phénomènes électriques .....	55
1. La théorie électrostatique .....	55
2. Première approche des courants : les courants permanents .....	56
3. Actions qui s'exercent entre les courants électriques .....	57
3.1. Objectif : réduire l'électrodynamique à la thermodynamique .....	57
3.2. Potentiel thermodynamique et potentiel électrodynamique .....	59
3.3. Détermination de la forme générale du potentiel électrodynamique .....	60
3.4. Extension aux courants non uniformes .....	64
3.5. Actions électrodynamiques des courants .....	65
3.6. Liens avec l'électrodynamique de Helmholtz .....	67

<b>CHAPITRE II : Le problème de l'aimantation par influence .....</b>	<b>71</b>
I. Une thèse sur l'aimantation par influence .....	71
1. Entrée à l'Université .....	71
2. Une thèse de sciences mathématiques .....	73
II. Etude historique de l'aimantation par influence .....	74
1. Travaux de Coulomb .....	75
1.1. Des fluides magnétiques .....	75
1.2. Loi des actions magnétiques .....	75
1.3. Force coercitive et théorie moléculaire .....	76
2. La théorie de Poisson ou la mathématisation du magnétisme .....	77
2.1. Une théorie newtonienne de l'électricité .....	77
2.2. Une théorie newtonienne du magnétisme .....	78
2.2.1. Hypothèses fondamentales .....	78
2.2.2. Action magnétique à longue distance et notion d'aimantation .....	79
2.2.3. Conditions fondamentales de l'équilibre magnétique .....	80
3. Magnétisme et électricité .....	82
3.1. L'expérience d'Ørsted .....	82
3.2. La naissance de l'électrodynamique .....	84
3.3. La théorie des courants particuliers .....	84
4. Les <i>Experimental Researches</i> de Faraday .....	85
4.1. Des lignes de force .....	85
4.2. La découverte de l'induction .....	86
4.3. Le magnétisme de la matière .....	86
4.3.1. Effet Faraday et propriétés magnétiques de la matière .....	86
4.3.2. Un nouveau champ d'investigation .....	88
5. Théorie dynamique du magnétisme selon Thomson .....	89
5.1. Une théorie phénoménologique .....	89
5.2. Extension de la théorie de Poisson .....	91
5.3. Thomson et la théorie d'Ampère .....	92
6. Théorie du magnétisme de Weber .....	93
6.1. Action à distance .....	93
6.2. Théorie de Weber du magnétisme et du diamagnétisme .....	93
7. Le développement de l'électrotechnique à la fin des années 1880 .....	95
III. L'exposé historique de Duhem .....	96
1. Les préliminaires historiques chez Duhem .....	96
2. Etude historique des théories de l'aimantation par influence .....	97
2.1. Objectif de cette enquête historique .....	97
2.2. Limites des précédentes théories de l'aimantation par influence .....	98

<b>CHAPITRE III : La théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique .....</b>	<b>101</b>
<b>I. Equilibre et stabilité de l'équilibre magnétique .....</b>	<b>101</b>
1. Expression du potentiel thermodynamique .....	101
1.1. Rappels de la théorie du potentiel .....	101
1.2. Potentiel thermodynamique des corps isotropes aimantés .....	103
2. Equations de l'équilibre magnétique .....	106
2.1. Corps parfaitement doux et aimants permanents .....	106
2.2. Equations fondamentales de l'aimantation par influence .....	106
2.3. A propos de la physique mathématique .....	107
3. Stabilité de l'aimantation .....	109
3.1. Existence d'une solution .....	109
3.2. Unicité et stabilité de la solution pour les corps magnétiques .....	111
3.3. Les corps diamagnétiques et l'expérience de Joubin .....	112
<b>II. Equilibre et mouvement d'une masse magnétique .....</b>	<b>116</b>
1. Un équilibre nécessairement instable .....	116
1.1. Equations d'équilibre d'une masse magnétique .....	116
1.2. Stabilité de l'équilibre .....	117
2. Sur une loi de Faraday .....	120
2.1. L'équilibre magnétique chez Thomson .....	120
2.2. Rejet de la loi de Faraday par Duhem .....	121
3. Comparaison des corps magnétiques et diamagnétiques .....	124
<b>III. Phénomènes thermiques liés au magnétisme .....</b>	<b>126</b>
1. Chaleur dégagée durant le déplacement d'une masse magnétique .....	126
1.1. Premières études de <i>l'effet Thomson</i> .....	126
1.2. Les phénomènes thermiques dans la théorie de Duhem .....	128
1.2.1. Préliminaires .....	128
1.2.2. Chaleur dégagée durant le déplacement d'une masse magnétique .....	129
2. Influence du magnétisme sur les phénomènes chimiques .....	130
2.1. Travaux récents sur le sujet .....	130
2.2. Corrections apportées par la théorie du potentiel thermodynamique .....	131
2.3. Contribution de Janet à la théorie de Duhem .....	133
2.3.1. Duhem et Janet, deux correspondants scientifiques .....	133
2.3.2. Influence de l'aimantation sur la chaleur de combinaison du fer .....	134
2.3.3. Retour sur l'effet Thomson .....	137
2.3.4. Erreur commise par Duhem .....	139
2.3.5. Nouvelle démonstration de la chaleur dégagée par effet Thomson .....	141
<b>IV. Conclusion du travail de thèse de Duhem .....</b>	<b>142</b>

<b>CHAPITRE IV : Le problème du diamagnétisme et des corps plongés dans un milieu magnétique .....</b>	<b>143</b>
I. Une nouvelle interprétation du diamagnétisme .....	144
1. A propos d'une note de John Parker .....	144
2. Impossibilité de l'existence des corps diamagnétiques .....	146
3. Controverse sur la nature du diamagnétisme .....	148
4. Influence de Parker sur les travaux de Duhem .....	151
II. La théorie des corps diamagnétiques .....	152
1. Equilibre d'un corps plongé dans un milieu magnétique .....	152
1.1. Aimantation d'un corps magnétique au sein d'un milieu magnétique .....	152
1.2. Pression exercée par un fluide aimanté .....	154
1.3. Equilibre de la surface de séparation de deux fluides magnétiques .....	157
2. Mouvement d'un corps plongé dans un milieu magnétique .....	159
2.1. Condition de déplacement du corps magnétique .....	159
2.2. Loi de Faraday .....	161
2.3. Nouvelle démonstration de l'impossibilité du diamagnétisme véritable .....	161
2.4. Stabilité de l'équilibre d'un corps plongé dans un milieu magnétique .....	162
III. Bilan de la théorie de l'aimantation par influence .....	166

## 2<sup>ème</sup> PARTIE

### Leçons sur l'électricité et le magnétisme (1891 - 1892)

<b>PRÉLIMINAIRE : Objectif des <i>Leçons</i> .....</b>	<b>169</b>
<b>CHAPITRE V : Les corps aimantés et les corps diélectriques .....</b>	<b>173</b>
I. L'aimantation par influence et la thermodynamique .....	173
1. Démonstration généralisée de l'impossibilité du diamagnétisme .....	173
2. A propos d'une note de Beltrami .....	174
II. Aimantation d'un corps au sein d'un milieu magnétique .....	176
1. Hydrostatique des fluides aimantés .....	176
2. Conditions d'équilibre. Interprétation de l'expérience de Joubin .....	177
III. Les corps diélectriques .....	180
1. Propriétés fondamentales des corps diélectriques .....	180
2. Corps électrisés plongés dans un milieu diélectrique .....	181
3. Les cristaux pyro-électriques et piézo-électriques .....	183
IV. Pression à l'intérieur des corps polarisés .....	185
1. L'état de déformation dans la théorie de Maxwell .....	185
2. Déformation des corps polarisés dans la théorie de Duhem .....	187
3. Correction apportée par Alfred Liénard .....	188

<b>CHAPITRE VI : Electrodynamique et électromagnétisme .....</b>	<b>191</b>
I. Actions qui s'exercent entre les courants et les aimants .....	191
1. Potentiel thermodynamique d'un système électromagnétique .....	192
1.1. L'analyse des rouages de l'instrument thermodynamique .....	192
1.2. Expression générale du potentiel électromagnétique .....	193
1.3. Hypothèse des fluides magnétiques .....	195
1.4. Intégrale selon une ligne .....	197
1.5. Potentiel électromagnétique dans l'hypothèse des fluides magnétiques .....	199
2. Analogie des courants fermés et des aimants .....	201
3. Actions entre aimants et courants linéaires quelconques .....	206
3.1. Impossibilité de l'hypothèse des fluides magnétiques .....	206
3.2. Expression générale du potentiel électromagnétique .....	207
4. Bilan des travaux sur l'électrodynamique et l'électromagnétisme .....	208
II. L'électrodynamique dans le tome III des <i>Leçons</i> .....	209
1. Lien entre induction et action électrodynamique .....	209
2. L'induction électrodynamique chez Duhem .....	211
3. Energie interne d'un système de courants .....	213
4. Loi fondamentale de l'électrodynamique .....	214
5. Examen de quelques paradoxes .....	215
5.1. Déplacements sans changement d'état .....	215
5.2. Théorie du potentiel thermodynamique .....	216
5.3. Raisons qui ont fait adopter l'ordre suivi dans le tome III .....	219
III. L'électromagnétisme dans le tome III des <i>Leçons</i> .....	222
1. L'induction électromagnétique .....	222
2. Energie interne d'un système d'aimants et de courants uniformes .....	225
3. A propos de l'expression de l'énergie .....	227
3.1. Proposition énoncée par Vaschy .....	227
3.2. Helmholtz et le principe de moindre action .....	229
3.3. Duhem et le principe de moindre action appliqué à l'électrodynamique .....	231
4. Nouvelle définition des corps parfaitement doux .....	232
5. Loi fondamentale de l'électromagnétisme .....	235
 <b>CHAPITRE VII : L'affirmation d'un projet scientifique et épistémologique .....</b>	 <b>237</b>
I. Bilan des <i>Leçons sur l'électricité et le magnétisme</i> .....	237
1. « Un exposé aussi un, aussi logique que possible » .....	237
2. L'œuvre de Duhem dans son aspect mathématique .....	239
3. Réception des travaux de Duhem .....	241
II. Constitution d'une thermodynamique générale .....	242
1. L'idée d'une thermodynamique générale .....	242
2. Codification des principes de l'énergétique .....	244

3. De nouvelles branches qui s'élèvent .....	246
III. Méditation sur la méthodologie scientifique .....	247

### 3<sup>ème</sup> PARTIE

## Magnétisme, électromagnétisme et thermodynamique (1893 - 1913)

<b>CHAPITRE VIII : Electrodynamique de Helmholtz – Duhem .....</b>	<b>253</b>
I. La fin de la période lilloise .....	254
1. De Lille à Bordeaux .....	254
2. Duhem antidreyfusard .....	255
II. Extension de l'œuvre de Helmholtz .....	255
1. Considération des milieux étendus .....	255
2. Electrodynamique des milieux diélectriques .....	257
2.1. Définition des flux de déplacement .....	258
2.2. Actions électrodynamiques des flux de déplacement .....	258
2.3. Propagation d'une perturbation électrique dans un milieu continu .....	259
2.4. Nouvelle définition des flux de déplacement .....	262
2.5. La théorie électromagnétique de la lumière .....	264
2.6. La théorie de Helmholtz ne se réduit pas à celle de Maxwell .....	265
3. Etude critique de l'œuvre de Maxwell .....	266
3.1. L'œuvre électromagnétique de Maxwell .....	267
3.2. Duhem et la méthode anglaise .....	268
3.3. Limites de la théorie de Maxwell .....	270
3.4. L'électromagnétisme ne peut pas se réduire aux équations de Maxwell .....	273
3.5. Recours nécessaire à la doctrine électrodynamique de Helmholtz .....	274
III. Duhem et l'électromagnétisme autour de 1900 .....	275
1. La théorie de Lorentz .....	276
2. Duhem reste à l'écart .....	279
3. Oppositions épistémologiques aux idées atomistes et relativistes .....	281
IV. Stabilité de l'équilibre électrique et magnétique .....	283
1. Stabilité électrique selon Helmholtz .....	284
2. Extension de la condition de stabilité .....	286
3. Analyse du cas $\lambda < 0$ .....	289
3.1. Méthode de Helmholtz .....	289
3.2. Liapounoff et le problème général de la stabilité du mouvement .....	290
3.3. Duhem et l'instabilité de l'équilibre électrique .....	294
4. Conclusion .....	297

**CHAPITRE IX : Pierre Curie et les propriétés magnétiques des corps ..... 299**

I. Premiers travaux scientifiques .....	300
1. L'étude de la piézo-électricité .....	300
2. Réflexions sur la symétrie .....	301
3. Profil d'un physicien prometteur .....	302
II. Description des recherches sur le magnétisme .....	303
1. Contours d'une thèse de doctorat .....	303
2. Une « recherche d'investigation générale » .....	304
3. Dispositif expérimental .....	305
3.1. Principe des mesures magnétiques .....	305
3.2. Etalonnage de l'électro-aimant .....	308
3.2.1. Principe de l'étalonnage .....	308
3.2.2. Intensité du champ magnétique et de sa dérivée .....	309
3.3. Appareil de chauffage .....	310
3.4. Dispositif de mesure de la force .....	312
3.5. Marche des expériences et incertitudes expérimentales .....	314
3.6. Conclusion .....	316
III. Propriétés magnétiques des corps .....	317
1. Les corps diamagnétiques .....	317
1.1. Influence de la température .....	317
1.2. Le cas du bismuth et de l'antimoine .....	319
2. Les corps paramagnétiques .....	320
2.1. Le paramagnétisme de l'oxygène .....	320
2.2. Les sels magnétiques .....	324
2.3. Le verre et la porcelaine .....	325
3. Les corps ferromagnétiques .....	326
3.1. Termes de correction .....	326
3.2. Propriétés magnétiques du fer doux aux températures inférieures à 770°C .....	327
3.2.1. Courbes $I = f(H)$ pour différentes températures .....	327
3.2.2. Courbes d'aimantation stable .....	330
3.2.3. Courbes $I = f(t)$ pour différentes intensités du champ magnétique .....	331
3.2.4. Température de transformation magnétique .....	333
3.3. Les corps ferromagnétiques au-delà de leur transformation magnétique .....	333
3.3.1. Représentation des données expérimentales .....	333
3.3.2. Résultats expérimentaux .....	336
IV. Conséquences des travaux de Pierre Curie .....	339
1. Lois relatives aux différents types de magnétisme .....	339
2. A propos de la théorie du magnétisme de Duhem .....	341
2.1. Nature des relations entre diamagnétisme et paramagnétisme .....	341
2.2. Lettre de Pierre Curie à Pierre Duhem .....	341
2.3. Curie – Duhem : oppositions scientifiques et épistémologiques .....	342

3. Analogie avec les propriétés des fluides .....	344
4. Le magnétisme libre .....	347
5. De nouvelles préoccupations pour Curie .....	348
6. Le magnétisme après les recherches expérimentales de Curie .....	350
6.1. Recherches théoriques .....	350
6.2. Recherches expérimentales .....	355
6.3. Conclusion .....	356
<b>CHAPITRE X : Retour sur le problème du diamagnétisme .....</b>	<b>357</b>
I. A propos du diamagnétisme .....	357
1. Etat des lieux .....	357
2. Nouvelles considérations de Duhem .....	358
II. La stabilité selon les lois de la thermodynamique .....	359
1. La théorie du potentiel thermodynamique .....	359
2. Stabilité de l'équilibre magnétique .....	361
3. Détermination des conditions d'instabilité diamagnétique .....	362
3.1. Considérations générales .....	362
3.2. Corps ellipsoïdaux et corps de forme quelconque .....	364
III. La stabilité selon les lois de l'électromagnétisme .....	366
1. Stabilité de l'équilibre magnétique .....	366
2. Les corps diamagnétiques ( $K < 0$ ) .....	367
2.1. Hypothèse sur le champ total .....	368
2.2. Stabilité du mouvement magnétique .....	368
IV. Thermodynamique et électromagnétisme .....	370
1. Incompatibilité des conditions de stabilité .....	370
2. Recours nécessaire à l'électromagnétisme .....	372
3. Les corps diamagnétiques et le principe de Carnot-Clausius .....	374
4. Corps diélectriques et corps magnétiques .....	378
<b>ÉPILOGUE.....</b>	<b>381</b>
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>	<b>387</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>395</b>



# TABLE DES ILLUSTRATIONS

I. Table des portraits et des photographies .....	21
II. Table des figures .....	21
III. Table des tableaux .....	23

## I. Table des portraits et des photographies

Autoportrait de Pierre Duhem, étudiant au Collège Stanislas (1879) .....	35
Josiah Willard Gibbs (1839 – 1903) .....	37
Hermann von Helmholtz (1821 – 1894) .....	37
Pierre Duhem à l'ENS en 1882 .....	38
Principe de Dirichlet, Karl Weierstrass (1815 – 1897) .....	111
Paul Joubin (1862 – 1941) .....	115
Paul Janet (1863 – 1937) .....	132
Edmond Becquerel (1820 – 1891) .....	149
Alfred Liénard (1869 – 1958) .....	189
Hendrik A. Lorentz (1853 – 1928) .....	277
Pierre Curie (1859 – 1906) .....	299
Pierre Duhem à la Faculté de Bordeaux en 1913 .....	393
Photographie de la première page de la lettre :	
- adressée par Bouty à Duhem le 4 février 1888 .....	398
- adressée par Janet à Duhem le 18 octobre 1888 .....	406
- adressée par Janet à Duhem le 19 mai 1889 .....	414
- adressée par Liénard à Duhem le 3 janvier 1893 .....	432
- adressée par Curie à Duhem le 11 janvier 1902 .....	485

## II. Table des figures

Figures I.1a et I.1b : décomposition d'un circuit fermé en circuits partiels .....	61
Figure I.2 : Actions électrodynamiques .....	66
Figure II.1 : Expérience de l'aimant brisé .....	77
Figure II.2 : Action magnétique en un point M situé à l'intérieur d'un élément magnétique .....	81

Figure II.3 : Pouvoir conducteur sur les lignes de force magnétiques .....	88
Figure III.1 : Influence du magnétisme sur un phénomène chimique .....	130
Figure III.2 : Dispositif de mesure de l'effet Thomson .....	139
Figure IV.1 : Mouvement cyclique effectué à température constante par un corps diamagnétique en présence d'un aimant permanent .....	145
Figure IV.2 : Action d'un fluide aimanté sur le corps qui y est plongé .....	156
Figure IV.3 : Dispositif expérimental de mesure du coefficient d'aimantation .....	158
Figure IV.4 : Variation seconde du potentiel thermodynamique lors de la translation d'un corps magnétique plongé dans un fluide magnétique .....	165
Figure V.1 : Equilibre d'un fluide magnétique incompressible .....	178
Figure VI.1 : Déformation d'un conducteur fermé en présence d'un solénoïde magnétique .....	197
Figure VI.2 : Equivalence entre un courant et un élément magnétique du point de vue de l'électromagnétisme .....	202
Figure VI.3 : Equivalence entre un courant et un élément magnétique du point de vue de l'électrodynamique .....	203
Figure IX.1 : Dispositif expérimental .....	307
Figure IX.2 : Electro-aimant utilisé par Curie durant sa thèse .....	307
Figure IX.3 : Profil du champ magnétique .....	307
Figure IX.4 : Appareil de chauffage .....	311
Figure IX.5 : Equipage mobile .....	312
Figure IX.6 : Ampoule pour l'étude des corps diamagnétiques .....	317
Figure IX.7 : Coefficients d'aimantation spécifique de quelques corps diamagnétiques en fonction de la température .....	320
Figure IX.8 : Dispositif pour l'étude du paramagnétisme de l'oxygène .....	321
Figure IX.9 : Coefficient d'aimantation spécifique de l'oxygène en fonction de la température .....	322
Figure IX.10 : Coefficients d'aimantation spécifique de quelques corps faiblement magnétiques en fonction de la température .....	322
Figure IX.11 : Courbes $I = f(H)$ pour différentes températures .....	328
Figure IX.12 : Courbe $I = f(H)$ au voisinage de la température de transformation magnétique .....	329
Figure IX.13 : Courbes d'aimantation du fer à diverses températures .....	331
Figure IX.14 : Courbes $I = f(t)$ pour différentes intensités du champ magnétique .....	332
Figure IX.15 : Courbes $I = f(t)$ au-delà de la température de transformation magnétique .....	335
Figure IX.16 : Echelle logarithmique .....	336
Figure IX.17 : Courbes $K = f(t)$ en échelle logarithmique, pour $t$ compris entre 600 et 1350°C .....	338
Figure IX.18 : Analogie entre la transition liquide – gaz et la transition ferromagnétique – faiblement magnétique .....	346

---

Figure IX.19 : Balance magnétique de Curie – Chéneveau .....	351
Figure IX.20 : Intensité d'aimantation en fonction du paramètre $a$ dans la théorie de Langevin du paramagnétisme .....	353

### III. Table des tableaux

Tableau IX.1 : Sensibilité de la balance pour différents fils de torsion .....	314
Tableau A3.1 : Evaluation du travail reçu par le système lors du déplacement cyclique d'un corps B au voisinage d'un corps A .....	419



# INTRODUCTION

Depuis la publication de son premier article en 1884, alors qu'il est encore étudiant à l'Ecole Normale, jusqu'à son décès en 1916, Pierre Duhem a poursuivi une activité de recherche très soutenue en sciences physiques, donnant lieu à un nombre considérable d'articles et d'ouvrages. Il suffit de consulter la *Notice* sur ses travaux scientifiques, publiée en 1913, pour se rendre compte de la richesse de sa production scientifique, consacrée à pratiquement toutes les branches des sciences physiques : thermodynamique, mécanique chimique, mécanique rationnelle, hydrodynamique, élasticité ou encore électromagnétisme <sup>1</sup>. Malgré la diversité des disciplines abordées, son œuvre est marquée par un caractère indéniable d'unité puisqu'elle est l'expression d'un projet ambitieux et original qu'il s'est rapidement fixé : l'élaboration d'une thermodynamique générale, ou énergétique, une science qui réunirait sous des lois communes l'étude des mouvements locaux des corps et celle de tous leurs changements d'état physique et chimique. Son opposition avec Berthelot, personnalité très influente en France à l'époque, et ses attaques virulentes contre ses détracteurs scientifiques ont cependant limité considérablement la diffusion et la promotion de ses travaux dès le début de sa carrière. L'échec de son projet énergétique et les succès des théories électroniques et atomiques, auxquelles il s'est toujours opposé, ont ensuite fait tomber son œuvre dans l'oubli. Peu d'auteurs se sont depuis véritablement penchés sur son activité de physicien. Aujourd'hui, seules ses contributions à la chimie physique et à la thermodynamique des phénomènes irréversibles ont été étudiées avec attention <sup>2</sup>.

En parallèle de ses recherches en sciences physiques, Duhem a publié dans les années 1890 une série d'articles de réflexions épistémologiques sur la méthodologie scientifique, dont les idées fondamentales sont précisées dans son fameux ouvrage sur *La théorie physique, son objet, sa structure* <sup>3</sup>. Il est également l'auteur de plusieurs travaux significatifs en histoire des sciences, rédigeant notamment un monumental *Système du monde*, dont une partie ne sera publié qu'après sa mort <sup>4</sup>. Contrairement à ses travaux en sciences physiques, ces

---

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1913a].

<sup>2</sup> Les travaux de Paul Brouzeng et de Michelle Goupil permettent de mettre en lumière l'apport scientifique de Duhem dans ces domaines : BROUZENG Paul [1981b, 1987] ; GOUPIL Michelle [1991]. On peut également citer un travail de thèse récent, dans lequel l'œuvre de Duhem est vue au travers de ses contributions à la mécanique chimique : VAUTHELIN Pierre-Michel [2007].

<sup>3</sup> DUHEM Pierre [1906a].

<sup>4</sup> DUHEM Pierre [1913 - 1959].

dernières facettes de son œuvre ont toujours suscité l'intérêt des historiens des sciences et des philosophes <sup>5</sup>. L'importance de ses idées sur la méthodologie scientifique a d'ailleurs contribué à occulter davantage ses travaux de physicien, tendant à réduire son projet de thermodynamique générale à de simples considérations épistémologiques. Pourtant, Duhem se considérait avant tout comme un physicien, la grande majorité de son activité de recherche étant consacrée au développement des connaissances en sciences physiques.

Ses contributions à la mécanique chimique et aux processus irréversibles sont-elles les seules qui méritent aujourd'hui l'attention des historiens des sciences ? Sont-elles en outre représentatives de l'ensemble de son œuvre en sciences physiques ? Les considérations développées dans le présent mémoire permettront d'apporter des éléments de réponse à ces questions. Durant trois ans, je me suis en effet attaché à étudier les travaux de Duhem sur le magnétisme et l'électromagnétisme, partie de son œuvre encore largement inexplorée bien qu'elle n'ait cessé de le préoccuper tout au long de sa carrière. Duhem a présenté d'abord une thèse de physique mathématique sur le potentiel thermodynamique ; elle est refusée en 1884 par le jury pour non-conformité avec la science officielle de l'époque. La seconde thèse qu'il a rédigée, acceptée sans discussion par un autre jury, porte sur les sciences mathématiques ; elle concerne l'application de sa théorie du potentiel thermodynamique aux systèmes magnétiques. La fécondité de sa méthode thermodynamique appliquée aux corps magnétiques le conduit à poursuivre ses recherches dans ce domaine et à définir un programme très ambitieux : intégrer le magnétisme et l'électromagnétisme dans son projet de thermodynamique générale. L'ensemble de ces recherches donne lieu à une production abondante, s'étalant sur plus de vingt-cinq ans. A la suite de son mémoire de thèse, il rédige ainsi près de cinquante articles sur le sujet <sup>6</sup>, un mémoire sur le diamagnétisme publié en 1889 dans les *Travaux et Mémoires des Facultés de Lille* ou encore un imposant ouvrage de *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, qui paraît en trois tomes entre 1891 et 1892. Cet énorme corpus de textes, qui représente plus de 3500 pages, bien plus que ses contributions à la mécanique chimique et aux phénomènes irréversibles, n'avait jusque là pas encore été exploité. Pourtant, au vu de l'ampleur de la production scientifique de Duhem dans ce domaine, il paraît essentiel d'analyser la nature de ces travaux si l'on veut apprécier à sa juste valeur sa contribution au développement des sciences physiques. L'étude de ces

---

<sup>5</sup> Anastasios Brenner réalise en 1990 une analyse approfondie des réflexions philosophiques de Duhem et de ses travaux en histoire des sciences, s'interrogeant notamment sur les rapports entre ces deux contributions originales : BRENNER Anastasios [1990].

<sup>6</sup> Duhem publie ses articles dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, dans les *Annales scientifiques de l'ENS*, dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, dans les *Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*, dans *l'American Journal of Mathematics*, dans *L'Eclairage électrique*, dans les *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, dans les *Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, dans les *Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstag* ou encore dans les *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*.

travaux a d'ailleurs tôt fait de montrer qu'un aspect essentiel de son œuvre avait été jusqu'ici profondément occulté : Duhem est un physicien – mathématicien et l'analyse mathématique joue un rôle prépondérant dans le développement de ses idées théoriques. Si l'aspect fortement mathématisé de ses écrits a certainement favorisé l'occultation d'une grande partie de son œuvre, il apparaît nécessaire de dépasser cet obstacle si l'on veut se rendre compte de la richesse de ses travaux sur le magnétisme et l'électromagnétisme et avoir une image plus fidèle de son œuvre de physicien.

Cette étude approfondie des travaux de Duhem permettra également de mettre en lumière le processus complexe de construction d'une théorie physique. Je m'attacherai en effet à montrer que l'apparente simplicité de son approche phénoménologique tranche avec les nombreux tâtonnements, voire les inflexions significatives, qui ponctuent l'élaboration de sa théorie thermodynamique du magnétisme et de l'électromagnétisme. De sa thèse sur la théorie de l'aimantation par influence (1888) à son article *Sur le diamagnétisme* (1913), en passant par ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* (1892), ses idées théoriques sont en effet en constante évolution. Pour mettre en évidence les différents facteurs qui influent sur l'orientation de ses recherches, je m'appuierai notamment sur sa correspondance avec plusieurs de ses collègues physiciens. Cette étude nécessitera également l'analyse approfondie des travaux d'autres savants, physiciens et mathématiciens, contemporains ou non de Duhem. Parmi les auteurs qui jouent un rôle certain dans les recherches menées par Duhem, on retrouvera notamment Hermann von Helmholtz, Josiah Willard Gibbs, Paul Janet, John Parker, Pierre Curie, Alfred Liénard, William Thomson ou encore James Clerk Maxwell<sup>7</sup>. Les considérations développées tout au long de ce mémoire permettront alors de réévaluer l'œuvre de Duhem, en répondant à la question suivante : si la théorie thermodynamique qu'il imaginait n'a pas fonctionné comme il le souhaitait, ses travaux apportent-ils tout de même des éléments pertinents pour le développement de connaissances dans les domaines de l'électricité et du magnétisme ?

L'idée paraît séduisante de soutenir en juin 2011, à l'Université de Lille 1, une thèse sur « Pierre Duhem (1861 – 1916) et la théorie du magnétisme fondée sur la thermodynamique » : le mois de juin est en effet marqué par le 150<sup>e</sup> anniversaire de la naissance de Duhem, tandis que la plupart de ses recherches sur le magnétisme et l'électromagnétisme ont été menées en tant que maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille. Ces considérations ne sont néanmoins que de pures coïncidences. Les raisons qui m'ont poussé à choisir un tel sujet de recherche sont en effet bien différentes et balaient immédiatement l'idée d'un travail mené dans le but de réhabiliter à tout prix les travaux théoriques de Duhem. M'étant intéressé au problème du magnétisme d'un point de vue théorique et expérimental au cours de mes

---

<sup>7</sup> Dans la bibliographie, les sources primaires étudiées sont distinguées de celles citées, mais non consultées.

études en physique <sup>8</sup>, je me suis fixé comme objectif, au début de ma thèse, d'étudier les recherches sur le magnétisme menées en France autour de 1900. Cette étude m'aurait notamment permis de mettre en évidence les relations entre Curie et son ancien élève Langevin, le premier effectuant des travaux expérimentaux sur les propriétés magnétiques des corps dans les années 1890 et le second élaborant en 1905 une théorie électronique du magnétisme qui tient compte des résultats expérimentaux obtenus. Dès le début de mes recherches, j'ai été amené à considérer un article de Paul Brouzeng intitulé « Magnétisme et énergétique. La méthode de Duhem. A propos d'une lettre inédite de Pierre Curie », publié dans la *Revue d'histoire des sciences* en 1978 <sup>9</sup>. Cet article évoque l'existence d'un échange épistolaire entre Curie et Duhem au sujet de la théorie du magnétisme imaginée par ce dernier. Souhaitant approfondir les considérations développées dans cet article, je me suis intéressé aux premiers travaux de Duhem sur le sujet. Cette étude était initialement destinée à éclairer mon analyse de l'œuvre de Curie, mais l'ampleur et l'originalité des travaux ainsi découverts m'ont amené à recentrer mon sujet autour des recherches théoriques de Duhem sur le magnétisme, d'autant plus que celles-ci sont restées largement ignorées par les historiens des sciences. Ainsi, l'intérêt de soutenir une thèse sur la théorie thermodynamique du magnétisme de Duhem n'est pas un postulat de départ, mais constitue déjà un résultat de mes recherches.

Mon mémoire est divisé en trois parties, décrivant trois périodes successives de la carrière de Duhem :

- 1<sup>ère</sup> partie : Magnétisme et thermodynamique (1884 – 1890) ;
- 2<sup>ème</sup> partie : Leçons sur l'électricité et le magnétisme (1891 – 1892) ;
- 3<sup>ème</sup> partie : Magnétisme, électromagnétisme et thermodynamique (1893 – 1913).

La 1<sup>ère</sup> partie est consacrée aux recherches théoriques menées par Duhem à l'Ecole Normale, puis lors de ses premières années à la Faculté des Sciences de Lille. Dans le **CHAPITRE I**, nous présenterons les principes de sa théorie du potentiel thermodynamique, pierre angulaire de ses travaux en sciences physiques, en examinant notamment l'influence des travaux de Gibbs et de Helmholtz sur l'orientation de ses recherches. La nature des relations entre mécanique et thermodynamique apparaîtra alors comme une problématique essentielle à laquelle la théorie du potentiel thermodynamique se propose de répondre. Nous analyserons ensuite la manière dont Duhem applique sa théorie aux phénomènes

---

<sup>8</sup> Dans le cadre de ma première année de Master à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, j'ai effectué en 2005 un stage expérimental de cinq mois sur les corps supraconducteurs (diamagnétiques parfaits) à l'Université de Sherbrooke (Canada). Puis, après avoir passé l'agrégation de physique en 2006, j'ai préparé le Master 2 Recherche « Physique de la matière condensée et du rayonnement » à l'Université Joseph Fourier de Grenoble, où le magnétisme constitue un thème de recherche privilégié.

<sup>9</sup> BROUZENG Paul [1978].



électrostatiques et électrodynamiques, ce qui nous permettra d'esquisser un nouveau rapprochement avec les travaux de Helmholtz. Les trois derniers chapitres de cette première partie sont ensuite entièrement consacrés à l'étude des phénomènes magnétiques. Dans le **CHAPITRE II**, nous présenterons les principales recherches théoriques et expérimentales menées depuis le début du XIX<sup>e</sup> siècle sur le magnétisme. A travers cette étude historique, nous définirons précisément le problème de l'aimantation par influence et les concepts qui s'y rattachent. Nous analyserons ensuite le regard que porte Duhem sur les travaux de ses prédécesseurs et les raisons qui le poussent à élaborer sa propre théorie de l'aimantation par influence. Dans le **CHAPITRE III**, nous présenterons alors les principes de cette théorie, fondée sur des concepts thermodynamiques, et ses applications à l'étude du mouvement d'une masse magnétique et à celle des phénomènes thermiques liés au magnétisme. En nous appuyant sur sa correspondance et sur les travaux d'autres physiciens, nous mettrons en évidence certaines hésitations, voire imprécisions, dans les raisonnements suivis par Duhem. Sa méthode thermodynamique se révèle toutefois fructueuse dans toutes les directions qu'il explore. Quelques mois après la soutenance de sa thèse, un article publié en mai 1889 par le physicien anglais Parker le convainc d'ailleurs de développer ses vues sur le diamagnétisme, ce qui lui permet de mettre fin à une controverse débutée quarante ans plus tôt entre Faraday et E. Becquerel. L'analyse de ces nouvelles considérations est l'objet du **CHAPITRE IV**.

La 1<sup>ère</sup> partie de ce mémoire nous permettra ainsi de définir les fondements de la théorie de l'aimantation par influence imaginée par Duhem et d'apprécier la puissance de l'outil thermodynamique appliqué au magnétisme. La 2<sup>ème</sup> partie est ensuite consacrée à l'étude des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* (1891 – 1892), un traité en trois tomes qui constitue la production scientifique la plus notable de ses recherches à l'Université de Lille, couronnant ses premières années de recherches sur les phénomènes électriques et magnétiques. Dans un **PRÉLIMINAIRE**, nous indiquerons les raisons qui l'ont poussé à entreprendre la rédaction d'un ouvrage si original et ambitieux. Dans le **CHAPITRE V**, nous présenterons les nouveaux développements qu'il apporte dans l'étude des corps aimantés. Nous analyserons également la manière dont il étend sa méthode thermodynamique à l'étude des corps diélectriques et des milieux polarisés, lui permettant notamment de développer de nouvelles considérations sur les relations entre corps magnétiques et corps diélectriques. Le **CHAPITRE VI** est ensuite consacré à sa théorie thermodynamique de l'électrodynamique et de l'électromagnétisme, qui lui permet d'apporter un éclairage nouveau sur plusieurs aspects de l'électricité et du magnétisme. Si son approche le conduit à quelques propositions paradoxales concernant les concepts thermodynamiques associés aux systèmes électrisés, elle lui permet également de prolonger la théorie électrodynamique proposée par Helmholtz dans les années 1870. Dans le **CHAPITRE VII**, nous ferons finalement le bilan des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* et montrerons comment celles-ci s'intègrent dans son vaste projet de thermodynamique générale.

Les recherches menées par Duhem entre 1893 et 1913, à l'Université de Rennes puis de Bordeaux, sont l'objet de la 3<sup>ème</sup> et dernière partie de ce mémoire. Le **CHAPITRE VIII** est consacré à l'extension de la théorie électromagnétique décrite dans ses *Leçons* et, plus généralement, à l'opposition entre la méthode de Helmholtz, défendue par Duhem, et celle de Maxwell, adoptée par la majorité des physiciens. Cette étude sera l'occasion de replacer les travaux de Duhem en électromagnétisme dans le contexte scientifique de l'époque et de comprendre le regard qu'il porte sur les travaux de ses collègues (et inversement). A la fin de ce chapitre, nous étudierons également l'application de sa théorie à l'étude de la stabilité de l'équilibre électrique, ce qui nous permettra d'apprécier l'aspect fortement mathématisé d'une partie de son œuvre en sciences physiques. Cette étude de la stabilité constitue un outil théorique employé par Duhem en 1913, lorsqu'il est amené à revoir les fondements de sa théorie thermodynamique du magnétisme. Cette révision est notamment imposée par les recherches expérimentales de Curie sur les propriétés magnétiques de corps, menées au début des années 1890. L'analyse des travaux de Curie, fondamentaux pour le développement des idées sur le magnétisme, est l'objet du **CHAPITRE IX**. Nous analyserons ensuite, dans le **CHAPITRE X**, les conséquences importantes de ces travaux sur la théorie thermodynamique du magnétisme de Duhem.

Dans l'**ÉPILOGUE**, nous tirerons alors le bilan de l'œuvre de Duhem dans les domaines du magnétisme et de l'électromagnétisme, en examinant notamment ce que les physiciens retiennent de cette abondante production scientifique. Après avoir balayé l'ensemble de la carrière de Duhem, nous pourrons alors examiner, dans la **CONCLUSION** de ce mémoire, dans quelle mesure notre travail permet d'apporter un nouvel éclairage sur l'œuvre riche et complexe de ce physicien atypique de la fin du XIX<sup>e</sup> et du début du XX<sup>e</sup> siècle.

**1<sup>ère</sup> PARTIE**

**MAGNÉTISME ET  
THERMODYNAMIQUE  
(1884 – 1890)**



# CHAPITRE I

## PREMIERS TRAVAUX SCIENTIFIQUES DE PIERRE DUHEM

### I. Initiation de physicien

#### 1. Un milieu conservateur

Pierre Duhem naît le 10 juin 1861 au 42 rue des Jeûneurs, au sud de Montmartre, et y passe les premières années de sa vie. Celles-ci coïncident avec une période de forts bouleversements politiques. La guerre de 1870 et le siège de Paris par l'armée prussienne conduisent sa famille à quitter la capitale pour Bordeaux. Après quatre mois d'exil, ils retournent à Paris et assistent au déclenchement de la Commune de Paris. De tradition catholique et ultraconservatrice, notamment à travers la branche maternelle de la famille, les Duhem considèrent cette insurrection comme une irruption de l'anarchisme et de l'irréligion. Ils assistent donc avec soulagement à l'écrasement de la Commune en mai 1871. L'ensemble de ces événements donne « *matière à réflexion* »<sup>1</sup> à Pierre Duhem, qui commence à se forger ses premières opinions. En plus de ces troubles qui agitent la jeune République<sup>2</sup>, il doit

---

<sup>1</sup> Souvenirs de Marie, sœur de Pierre Duhem ; citation extraite de : BROUZENG Paul [1987], p. 15.

<sup>2</sup> Construite sur les décombres du Second Empire (1870), aux prises avec la brève mais sanglante expérience révolutionnaire de la Commune (mars – mai 1871), puis dominée durant cinq ans par une assemblée à forte majorité monarchiste (1871 – 1875), la République avait peu de chance de survivre. C'est finalement la division du camp antirépublicain qui va conduire, aux termes de nombreuses péripéties, à l'adoption en 1875 de trois lois constitutionnelles instaurant de fait la Troisième République. Celle-ci prend alors le pas sur l'Ordre Moral monarchiste lors de la crise du 16 mai 1877 et l'échec des tentatives engagées par Mac-Mahon pour renforcer le pouvoir présidentiel. La révision constitutionnelle de 1884 pérennise finalement la République, le spectre de voir la présidence investie par un prétendant au trône, ce pour quoi le poste avait été conçu par les monarchistes, s'éloignant définitivement. Par ailleurs, Jules Ferry, ministre de l'Instruction publique de 1879 à 1883, fait voter toute une série de lois portant sur la question scolaire : création de lycées publics pour jeunes filles en 1880, instauration de l'école gratuite laïque et obligatoire en 1881 – 1882, laïcisation du personnel enseignant des écoles publiques en 1886. Ces mesures sont prises afin de rattraper le retard sur l'Allemagne, la défaite de 1871 ayant été attribuée en partie à la moins bonne éducation dispensée aux citoyens français. L'influence de l'Eglise dans la société et dans l'Etat est également présentée par les républicains comme l'une des causes de cette défaite. Compromise avec l'Empire puis avec l'Ordre Moral, l'Eglise apparaît comme l'ennemi de la démocratie.

également faire face à un drame familial en 1872. Une épidémie de laryngite diphtérique coûte en effet la vie à l'une de ses sœurs, ainsi qu'à son tout jeune frère et filleul.

Soucieux de sa bonne éducation, ses parents l'inscrivent dès l'âge de sept ans à des cours particuliers de grammaire, d'arithmétique, de latin et de catéchisme. Il intègre le Collège Stanislas à l'âge de onze ans, un établissement catholique qui allie, selon sa mère, « *les avantages universitaires à la parfaite éducation* »<sup>3</sup>. Il y côtoie des jeunes gens issus de l'ancienne noblesse ou de la haute bourgeoisie et donc porteurs d'idéaux aristocratiques. Durant les dix années passées au Collège, de 1872 à 1882, il y retrouve les valeurs qui lui ont été inculquées par ses parents, ce qui le conforte un peu plus dans ses orientations et ses engagements. Ainsi, l'attachement indéfectible à la religion et le rejet de l'idéologie républicaine dont il fera preuve tout au long de sa vie trouvent leurs origines dans le milieu ultraconservateur dans lequel il a grandi. Mais bien que sa foi soit des plus sérieuses, et alors que plusieurs de ses camarades choisissent de devenir prêtres ou missionnaires, aucune vocation religieuse ne germe chez lui. Son goût prononcé pour les sciences l'oriente en effet vers une carrière universitaire plutôt qu'ecclésiastique. Hadamard indiquera ainsi plus tard que « *cette vocation n'avait pas attendu l'Ecole Normale pour s'affirmer : elle était chose définitive en lui [...] dès les bancs du collège* »<sup>4</sup>.

## 2. Au Collège Stanislas

Duhem est un collégien brillant qui s'épanouit dans ses études, même s'il montre de bonne heure le caractère indépendant et ombrageux qui sera à l'origine d'une partie des difficultés rencontrées dans sa carrière. Durant ses vacances à la campagne, il se passionne véritablement pour les sciences naturelles, collectionnant toute sorte d'insectes, de roches ou de plantes. Il s'appuie notamment sur son talent de dessinateur pour reproduire plusieurs observations micrographiques avec une remarquable fidélité (*voir l'encadré ci-contre*). Malgré ce goût certain pour l'histoire naturelle, il va suivre une voie différente. Grâce à la relation

---

<sup>3</sup> BROUZENG Paul [1987], p. 15. Le Collège Stanislas, fondé en 1804, est un établissement privé catholique de Paris. Sa devise est « *Français sans peur, Chrétien sans reproche* ». Situé dans le quartier Montparnasse depuis 1847, il prépare à l'entrée dans les Grandes Ecoles (ENS, Polytechnique, Saint-Cyr) avec un taux de réussite élevé. Il doit à ses élèves primés au Concours général une part importante de sa notoriété. Parmi les anciens élèves du Collège, on peut citer plusieurs membres de l'Académie des Sciences comme Auguste Bravais (1811 – 1863), Henri Sainte-Claire Deville (1818 – 1881) ou encore Léon Foucault (1819 – 1868).

<sup>4</sup> HADAMARD Jacques [1927], p. 467. Jacques Hadamard (1865 – 1963) est un mathématicien français dont l'œuvre a embrassé de domaines variés, allant de la théorie des nombres à l'analyse mathématique. Après s'être côtoyés à l'Ecole Normale, Hadamard et Duhem se lient d'amitié lorsqu'ils se retrouvent à l'Université de Bordeaux à partir de 1894. Leurs discussions sur différents problèmes de physique mathématique (théorie de l'élasticité, propagation des ondes, principes variationnels en mécanique) ont une grande influence sur l'orientation des travaux ultérieurs d'Hadamard. Bien que leurs vues politiques soient très différentes, notamment à propos de l'affaire Dreyfus, leur amitié ne sera jamais remise en cause.

privilegiée qu'il entretient avec son professeur de physique et de chimie Jules Moutier <sup>5</sup>, il s'initie en effet à la recherche en sciences physiques dès ses études au Collège Stanislas.



**Autoportrait de Pierre Duhem, étudiant au Collège Stanislas (1879).** Dès l'enfance, Duhem dessine au crayon ou à l'encre de Chine les paysages rencontrés lors de ses vacances à Cabrespine. De 1876 à 1878, il rédige avec l'un de ses camarades du Collège Stanislas un ouvrage contenant des planches d'observations micrographiques d'algues et de champignons microscopiques. Il possède en outre un réel talent de caricaturiste, parvenant à chaque fois à « choisir et placer les accents essentiels » <sup>6</sup>. Il n'hésite pas en effet à « croquer » ses professeurs du Collège Stanislas, ce qui contribue à sa renommée dans l'enceinte du collège.

Source : BROUZENG Paul [1987], p. 18.

Duhem ne manquera pas plus tard d'exprimer sa reconnaissance à l'égard de son professeur : « c'est ce maître qui fit germer en nous l'admiration pour la théorie physique et le désir de contribuer à son progrès. Naturellement, il orienta nos premières tendances dans le sens même où ses propres préférences le portait » <sup>7</sup>. Pionnier dans l'application de la thermodynamique aux phénomènes de dissociation, Moutier travaille dans le laboratoire d'Henri Sainte-Claire Deville à l'Ecole Normale, où l'étude des réactions à hautes températures est déterminante pour le développement de la thermodynamique chimique. Il ne manque donc pas de souligner dans ses cours « l'influence de la [thermodynamique] sur les progrès de la physique

<sup>5</sup> Jules Moutier (1829 – 1895), physicien et chimiste français, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, devient professeur de physique et de chimie aux Collèges Sainte Barbe et Stanislas puis répétiteur à l'Ecole polytechnique. Il s'intéresse principalement à la théorie de la chaleur et à l'électricité. Bien qu'il fasse appel à diverses méthodes dans ses recherches, c'est aux tentatives d'explication mécanique que Moutier revient le plus souvent. L'ensemble de ses travaux scientifiques est décrit dans une *Notice* de quarante-huit pages publiée en 1881 (MOUTIER Jules [1881]). Moutier est de plus l'auteur de deux ouvrages didactiques sur la thermodynamique, *Eléments de thermodynamiques* et *La thermodynamique et ses principales applications* publiés en 1872 et 1885 (MOUTIER Jules [1872, 1885]). Duhem s'attachera tout au long de sa carrière à défendre l'œuvre scientifique de son maître, restée méconnue notamment à cause de la forte influence en France des travaux thermochimiques de Berthelot : « J. Moutier mourut méconnu et, peut-être, son nom ne serait-il jamais prononcé par ceux qui écrivent sur la statique chimique si l'élève qu'il a formé et auquel il a pris soin de communiquer le fond même de sa pensée, ne saisissait toute occasion de proclamer les titres de gloire de son maître » (DUHEM Pierre [1897a], p. 365).

<sup>6</sup> Souvenirs d'un ancien camarade de Duhem au Collège Stanislas, extraits de : BROUZENG Paul [1987], p. 16.

<sup>7</sup> DUHEM Pierre [1904a], p. 417.

*générale et des sciences voisines* »<sup>8</sup>. Mais c'est principalement au cours de discussions privées que Moutier ouvre l'esprit de son élève aux nombreuses applications possibles de la théorie de la chaleur. Ces discussions sont notamment fréquentes lors de la dernière année de Duhem au Collège Stanislas, alors que ce dernier y est nommé maître auxiliaire. Cette année supplémentaire au Collège est en fait due aux ennuis de santé qui perturbe régulièrement la scolarité de Duhem<sup>9</sup>. Moutier profite de cette proximité avec son brillant élève pour l'entretenir de ses propres travaux, qui font justement l'objet d'une notice publiée en 1881<sup>10</sup>. Il lui conseille également la lecture de différents écrits récents dans lesquels la thermodynamique vise à fixer les lois des réactions chimiques. Parmi ceux-ci, deux ouvrages jouent un rôle crucial dans la formation de Duhem et dans l'orientation de ses futures recherches en sciences physiques.

Le premier, intitulé « Etudes sur les équilibres chimiques », est un long compte rendu du chimiste Lemoine sur l'ensemble des connaissances ayant trait aux lois d'équilibres chimiques et à leur interprétation<sup>11</sup>. L'intérêt que porte Duhem à cet exposé tient notamment à la description de la théorie de la dissociation de Gibbs et la confrontation de cette dernière aux résultats expérimentaux. Dans ses travaux publiés entre 1876 et 1878, Gibbs fait reposer l'étude toute entière des équilibres physico-chimiques sur un principe analogue à celui sur lequel Lagrange avait fondé la mécanique statique (*voir le portrait de Gibbs ci-contre*). Le second ouvrage qui capte l'attention du jeune Duhem décrit justement une théorie similaire. Il s'agit de la première partie des travaux de Helmholtz sur la thermodynamique des phénomènes chimiques, présentés en février 1882 à l'Académie des Sciences de Berlin<sup>12</sup> (*voir le portrait de Helmholtz ci-contre*). Helmholtz applique notamment ses idées à l'étude des effets thermiques produits par une pile voltaïque. Duhem possède ainsi très tôt une connaissance étendue des problèmes liés à l'application de la théorie de la chaleur à l'étude des

---

<sup>8</sup> MOUTIER Jules [1885], p. 1.

<sup>9</sup> Pierre Duhem possède en effet une santé fragile, comme le soulignera plus tard sa fille Hélène (1891 – 1974) : « [Mon père n'a jamais eu de] *maladie d'estomac au sens propre du terme ; mais il a eu toute sa vie, depuis sa jeunesse, des fréquentes « crampes d'estomac* ». Il avait eu vers l'âge de 17 ou 18 ans une grave crise de rhumatismes articulaires, qui l'avait immobilisé pendant des semaines, interrompu dans ses études, et forcé de ce fait à redoubler une année de collège. Peut-être ces rhumatismes lui ont-ils laissé une lésion au cœur qu'on ignorait car il n'a pu depuis se livrer à un exercice violent [...]. Mais mon père n'a jamais eu de médecin à ce sujet, car il était sceptique vis-à-vis de la médecine et faisant souvent siennes les plaisanteries de Molière » (citation extraite de JAKI Stanley L. [2007], p. 284). Si les maux dont souffre Duhem s'atténuent avec le temps, ils ne disparaissent jamais totalement.

<sup>10</sup> MOUTIER Jules [1881].

<sup>11</sup> Georges Lemoine (1841 – 1922) est professeur de chimie à l'Institut Catholique de Paris et répétiteur à l'Ecole Polytechnique. Disponible séparément dès 1881, son article d'environ trois cents pages sur les équilibres chimiques fait partie de la vaste *Encyclopédie chimique* publiée entre 1882 et 1905 sous la direction d'Edmond Frémy (LEMOINE Georges [1882]). Moutier ou encore Berthelot apportent eux-mêmes leur contribution à cette encyclopédie.

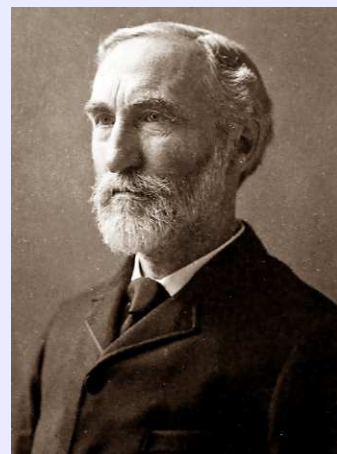
<sup>12</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1882].



transformations physico-chimiques. Il est très vite convaincu de la fécondité de la méthode inaugurée en thermodynamique par Gibbs et Helmholtz. Pour lui, les deux ouvrages cités précédemment « [lui] ont montré la voie sur laquelle [il s'est] dès lors engagé pour ne plus la quitter »<sup>13</sup>.

#### Josiah Willard Gibbs (1839 – 1903)

Gibbs est nommé professeur de physique mathématique au Yale College en 1871, poste qu'il occupe jusqu'à sa mort. Ses travaux publiés sous le titre *Equilibre des substances hétérogènes* (1876 – 1878) constituent la base de la thermodynamique chimique. Gibbs introduit à cette occasion les notions de potentiel chimique et de variance et énonce la fameuse règle des phases. Dans les années 1880, il contribue également à la théorie de la propagation de la lumière en développant une méthode d'analyse vectorielle. Enfin, dans ses *Principes élémentaires en mécanique statistique* publiés en 1902, il s'intéresse aux fondements de la thermodynamique et offre une étude systématique des ensembles statistiques.



#### Hermann von Helmholtz (1821 – 1894)

Helmholtz s'est illustré dans de multiples disciplines : physique, chimie, physiologie ou encore mathématiques. En 1847, dans son mémoire fondamental *Sur la conservation de la force*, il interprète tous les phénomènes de la nature en termes de deux formes fondamentales de force, la force vive et la force de tension, faisant émerger le principe de conservation de l'énergie<sup>14</sup>. A la fin des années 1850, il s'intéresse à l'hydrodynamique et établit les lois dynamiques du mouvement tourbillonnaire. Il contribue également au développement de l'optique et de l'acoustique physiologiques en proposant une théorie des couleurs et une explication mécanique de l'audition. Nommé à la prestigieuse chaire de physique de Berlin en 1870, il se livre à une évaluation critique des différentes théories de l'action électrodynamique qui sont alors en concurrence, notamment celles de Weber et de Maxwell. Dans ses dix dernières années, il tente, sans succès, de fonder toute la physique autour du principe unique de moindre action.

Source : GIBBS Josiah Willard [1906], p. ii ; HELMHOLTZ Hermann (Von) [1895], p. ii.

### 3. A l'Ecole Normale

Après le collège, Duhem est déterminé à entrer à l'Ecole Normale Supérieure pour s'adonner pleinement aux sciences physiques. Il y est brillamment admis à l'automne 1882 dans la section sciences. Gernez, maître de conférences de chimie et examinateur du

<sup>13</sup> DUHEM Pierre [1913], p. 36.

<sup>14</sup> Pour une analyse approfondie des travaux de Helmholtz sur le sujet, voir par exemple : POURPRIX Bernard et LUBET Jacqueline [2004].

concours, souligne d'ailleurs que « *M. Duhem s'est trouvé le premier de la liste avec une supériorité marquée sur ses concurrents* »<sup>15</sup>. La maturité de Duhem n'échappe pas non plus à ses camarades de promotion, comme l'un d'eux en témoignera quelques années plus tard : « [il] était déjà un homme fait ; son caractère et son esprit avaient pris leur forme définitive : il savait quelles vérités nouvelles il apporterait au monde ; en vérité, il était déjà un maître, et nous tous, qui vivions à côté de lui, n'eûmes pas à l'instant l'idée, ni le motif, de contester sa supériorité intellectuelle »<sup>16</sup>. Le jeune cacique gardera ainsi sa place de premier de promotion durant toutes ses études à l'ENS.



**Pierre Duhem à l'ENS en 1882**

Extrait de la photographie de promotion 1882 section sciences de l'École Normale Supérieure.

Source : Bibliothèque de l'ENS.

Duhem passe cinq années (1882 – 1887) à l'École Normale, bien que la durée normale de la scolarité soit de trois ans. Après avoir obtenu une licence en mathématique et une autre en physique à la fin de sa seconde année, il est reçu premier à l'agrégation de sciences physiques en 1885. Au moment où il aurait dû commencer sa carrière enseignante, il choisit de passer une quatrième année à l'École pour élargir encore son champ de connaissances. Il est finalement nommé agrégé préparateur de physique pour sa cinquième et dernière année passée à l'École.

Ayant pris connaissance des qualités du jeune Duhem, le laboratoire de Louis Pasteur à l'École Normale souhaite pourtant le recruter dès 1885. Pasteur s'attache en effet depuis longtemps à ce que les postes de préparateur de son laboratoire de la rue d'Ulm soient réservés à des normaliens devenus agrégés. A l'époque, l'école pasteurienne poursuit ses recherches sur la prophylaxie de la rage et vient de réaliser la première inoculation antirabique humaine (juillet 1885). Duhem hésite mais refuse finalement l'offre de Pasteur car il ne peut se résigner à abandonner le programme de recherche qu'il s'est déjà fixé. Sa fille Hélène rapportera ainsi plus tard ses motivations : « *l'intérêt de découvertes dans un*

<sup>15</sup> BROUZENG Paul [1987], p. 19.

<sup>16</sup> Citation extraite de JAKI Stanley L. [1990], p. 46.

*domaine vierge encore ne pouvait le détourner de la physique théorique et du but qu'il se fixait alors : étudier chacune des branches de la physique selon les principes de la thermodynamique »*<sup>17</sup>.

## II. Elaboration d'un programme de recherche

### 1. Une thèse de physique mathématique refusée par le jury

Le parcours de Duhem prend très tôt une orientation décisive pour la suite de sa carrière scientifique. Entre 1883 et 1884, le jeune normalien mène ses propres recherches en thermodynamique et décide de présenter son travail théorique comme thèse de physique mathématique, alors qu'il est tout juste en troisième année. Ce comportement n'est pas habituel dans l'Université française et témoigne de sa précocité et de son ambition. Il transmet son mémoire le 20 octobre 1884 à un jury composé de Hermite, Lippmann et Picard. Il y décrit la théorie de ce qu'il nomme le *potentiel thermodynamique*, extension des idées de Gibbs et Helmholtz, et l'applique comme ces derniers à la mécanique chimique et à l'étude des phénomènes électriques. Malheureusement pour Duhem, la commission chargée d'évaluer son travail considère que celui-ci n'est « *pas de nature à être soutenu comme thèse devant la Faculté des Sciences de Paris* »<sup>18</sup>. La raison essentielle de ce refus n'est cependant pas son inexpérience mais plutôt la critique non dissimulée des positions défendues par le chimiste Berthelot. La théorie du potentiel thermodynamique ébranle en effet les fondements du système thermochimique que ce dernier était parvenu à édifier.

A cette époque, Berthelot est l'une des figures les plus influentes de la science française et de l'Université. Membre de l'Académie des Sciences depuis 1873, dont il deviendra secrétaire perpétuel à partir de 1889, il est également un homme politique de premier ordre durant la Troisième République. Inspecteur général de l'Instruction publique en 1876, il devient sénateur à vie en 1881, puis ministre de l'Instruction publique de 1886 à 1887. Preuve marquante de son influence sur l'organisation des enseignements, la chimie française s'est vue contrainte d'ignorer jusqu'à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle la théorie atomiste au profit de celle des équivalents, au nom des convictions positivistes de Berthelot. Pontife du scientisme, ce dernier pense d'ailleurs que l'idéologie républicaine doit s'enraciner dans cette philosophie héritée du positivisme, que la science doit promouvoir la morale et procurer le bonheur. Si les convictions antirépublicaines et religieuses affichées par Duhem contribuent inévitablement à nourrir l'antagonisme avec Berthelot, leur rivalité se construit néanmoins avant tout sur le plan scientifique.

---

<sup>17</sup> DUHEM Hélène [1936], p. 52.

<sup>18</sup> Conclusion du rapport du jury sur la thèse présentée par Duhem ; document reproduit dans BROUZENG Paul [1987], p. 33.

Pour prouver la pertinence de sa théorie du potentiel thermodynamique, Duhem s'attache systématiquement à la placer en perspective historique. Dans l'introduction de sa thèse, ou plus tard en 1893 dans *l'Introduction à la mécanique chimique*, il présente en effet sa théorie comme le produit d'une lente évolution historique, insistant sur la rupture qu'elle engendre par rapport au système thermochimique de Berthelot, mais aussi sur sa continuité avec les travaux menés par Clausius et Gibbs notamment. Il consacre d'ailleurs en 1887 un article en deux parties sur les travaux thermodynamiques de ce dernier <sup>19</sup>. Après avoir montré comment les principes de la thermodynamique conduisent à la méthode nouvelle élaborée par Gibbs, Duhem y expose l'histoire des tentatives qui avaient été essayées auparavant dans le même sens et les applications qui depuis ont été faites de cette méthode. Pour apprécier les fondements des premiers travaux de Duhem et les situer dans le contexte scientifique de l'époque, il semble donc nécessaire de retracer l'évolution des idées émises au sujet de la mécanique chimique et de la théorie de la chaleur jusqu'au début des années 1880 <sup>20</sup>. La nature des relations entre mécanique et thermodynamique apparaîtra dès lors comme une problématique essentielle à laquelle la théorie du potentiel thermodynamique se propose de répondre.

## 2. Le système thermochimique de Berthelot

Dans son *Essai de Statique chimique* paru en 1803, Berthollet considère la lutte entre la force expansive du calorique et la force attractive de l'affinité comme le fondement du mécanisme des réactions chimiques. Ainsi, au début du XIX<sup>e</sup> siècle, les membres de l'école laplacienne estiment que deux substances ont d'autant plus d'affinité l'une pour l'autre que la quantité de chaleur dégagée lors de leur combinaison est plus grande. Cependant, malgré quelques hypothèses proposées sur la nature et la cause de l'affinité chimique, notamment par Berzelius, un grand flou entoure ce concept qui reste qualitatif. Le déclin du système newtonien conduit alors les chimistes à abandonner peu à peu l'interprétation des affinités en termes de forces moléculaires, au profit de grandeurs directement tirées de l'expérience. Le lien entre affinité et quantité de chaleur mise en jeu dans une réaction devient ainsi quantitatif. Le perfectionnement des méthodes calorimétriques permettent aux thermochimistes de multiplier les mesures expérimentales et de tenter de dégager des lois générales. Dans cet essor, l'établissement de la thermodynamique apporte à la chimie les concepts quantitatifs et les grandeurs mesurables qui lui sont utiles.

L'établissement du premier principe de la thermodynamique, celui de la conservation de l'énergie, est le fruit de multiples travaux menés simultanément par différents physiciens britanniques et continentaux. Les recherches expérimentales de Joule au début des années

---

<sup>19</sup> DUHEM Pierre [1886a, 1893a, 1887a].

<sup>20</sup> Ouvrages de référence : GOUPIL Michelle [1991] ; LOCQUENEUX Robert [2009a].

1840 permettent notamment d'interpréter comme des transformations les connexions existant entre les différentes forces de la nature (mécaniques, chimiques, électriques, caloriques, etc.). La formulation en tant que principe de conservation est donnée par Helmholtz dans son mémoire « Sur la conservation de la force » publié en 1847, ouvrant ainsi une toute nouvelle perspective pour la physique et la chimie. La chaleur n'est définitivement plus considérée comme une substance, le calorique, mais comme une forme d'énergie qui peut se convertir dans une autre.

Après le succès de ses travaux en chimie organique, Berthelot se propose de bâtir un système thermochimique basé sur ce principe de conservation. Il considère pour cela la quantité de chaleur dégagée dans la formation d'un composé chimique comme une mesure de l'affinité, c'est-à-dire comme une mesure du travail nécessaire pour séparer le composé en ses constituants. Il s'appuie pour cela sur les nombreuses expériences de calorimétrie chimique qu'il a lui-même effectuées à partir de 1864 au sein du laboratoire du Collège de France. Mais il faut attendre 1875 et la parution de la dernière série de ses mémoires consacrés à la thermochimie pour qu'il énonce de façon définitive le principe qui constitue la clé de voûte de sa mécanique chimique. Ce *principe du travail maximum* rattache la prévision des phénomènes chimiques à la notion mécanique du travail accompli par les actions moléculaires : « *tout changement chimique accompli sans l'intervention d'une énergie extérieure, tend vers la production du corps qui dégage le plus de chaleur* »<sup>21</sup>. Fort de l'énoncé de ce principe, Berthelot se présente comme le fondateur de la science thermochimique, ce qui va engendrer une longue et rude querelle de priorité avec le chimiste Thomsen. Le ralliement de Duhem à la cause de ce dernier dans son *Introduction à la Mécanique chimique* sera d'ailleurs pour Berthelot une source supplémentaire d'aigreur à l'encontre de l'impétueux normalien.

La règle proposée par Berthelot est d'une application facile et ses conséquences peuvent être immédiatement soumises au contrôle de l'expérience. Mais si celle-ci présente un accord satisfaisant dans de nombreux cas, les expérimentateurs mettent en évidence de plus en plus de réactions n'obéissant pas au principe fondamental de la thermochimie. Ce sont les combinaisons endothermiques ainsi que les réactions renversables, donc limitées, telles que les phénomènes de dissociation découverts par Sainte-Claire Deville en 1857. Accroché vigoureusement à ses idées, Berthelot tente d'éviter les contradictions en affirmant que les phénomènes physiques tels que les changements d'état sont distincts des phénomènes chimiques et ne sont donc pas censés obéir aux principes de la thermochimie. Cependant, les phénomènes de dissociation révèlent justement l'existence d'états d'équilibre voisins de ceux dont la physique trace les lois en étudiant la vaporisation et la fusion. En un mot, la mécanique chimique ne semble être qu'une branche de la théorie générale des changements d'état, ce que Duhem va s'attacher à démontrer dès ses premiers travaux.

---

<sup>21</sup> BERTHELOT Marcellin [1875], p. 6.

### 3. La thermodynamique chimique de Gibbs

#### 3.1. Notion de *fonction de force*

A partir des années 1860, il apparaît donc que, pour comprendre la renversabilité de certaines réactions et la notion d'équilibre chimique, il est nécessaire d'introduire un autre critère que la simple chaleur dégagée durant la réaction. Il s'agit de trouver une règle fondée sur la thermodynamique qui justifie les nombreuses concordances qui rendent si utile le *principe du travail maximum*, mais aussi les exceptions qui empêchent de lui accorder une généralité absolue.

Dans son mémoire « Sur la force motrice de la chaleur » de 1850, Clausius parvient à surmonter les contradictions existant entre la théorie de Carnot, basée sur la notion de calorique, et le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail. Cette relecture des travaux de Carnot le conduit à fonder le théorème du rendement maximum sur l'axiome suivant, considéré comme l'un des énoncés du second principe : « *la chaleur ne peut passer d'elle-même d'un corps froid à un corps chaud* »<sup>22</sup>. Dans un mémoire ultérieur, publié en 1865, il dégage de cet axiome le concept d'*entropie* qui lui permet de donner une nouvelle forme analytique au second principe<sup>23</sup>. Comme l'*énergie interne* dans l'énoncé du premier principe, cette fonction d'état joue un rôle fondamental dans l'énoncé du second.

Entre 1866 et 1869, Gibbs parcourt l'Europe, passant notamment par Paris, Berlin puis Heidelberg. En y côtoyant dans cette dernière Université des professeurs tels que Helmholtz et Kirchhoff, il a l'occasion de se familiariser avec les derniers développements de la théorie de la chaleur. De retour de son voyage studieux, il est nommé professeur de physique mathématique au Yale College de New Haven. Il entreprend alors des recherches sur l'application de la thermodynamique au problème de l'équilibre des systèmes physico-chimiques. Après un premier mémoire publié en 1873 dans lequel il étudie divers diagrammes propres à représenter les propriétés thermodynamiques des fluides et de leurs transformations, il expose ses résultats dans un mémoire fondamental intitulé « Sur l'équilibre des substances hétérogènes », publié en plusieurs parties entre 1876 et 1878<sup>24</sup>. Gibbs prend pour point de départ de ses recherches la théorie de la chaleur de Clausius. Cette filiation est notamment significative dans le choix de l'épigraphe de son mémoire : « *L'énergie de l'Univers est constante. L'entropie de l'Univers tend vers un maximum* »<sup>25</sup>, soit les

---

<sup>22</sup> CLAUSIUS Rudolph [1850], p. 55, note 1, addition de 1864.

<sup>23</sup> CLAUSIUS Rudolph [1865].

<sup>24</sup> GIBBS Josiah Willard [1876 - 1878]. Traduction d'une partie des articles par Henry Le Chatelier en 1899 : GIBBS Josiah Willard [1899]. Dans la préface de son ouvrage, Le Chatelier ne cite pas le nom de Duhem, alors que ce dernier contribue fortement à la diffusion et à l'extension des travaux de Gibbs.

<sup>25</sup> CLAUSIUS Rudolph [1865], note 4, p. 420.

deux lois fondamentales énoncées par Clausius. Il fixe alors, sous deux formes équivalentes, le critérium de l'équilibre et de la stabilité d'un système isolé :

(i) pour l'équilibre d'un système isolé, il est nécessaire et suffisant que, dans tous les changements possibles de l'état du système qui ne modifient pas son énergie  $\varepsilon$ , la variation de son entropie  $\eta$  soit nulle ou négative, soit  $(\delta\eta)_\varepsilon \leq 0$  ;

(ii) pour l'équilibre d'un système isolé, il est nécessaire et suffisant que, dans tous les changements d'état où son entropie ne varie pas, la variation de son énergie soit nulle ou positive, soit  $(\delta\varepsilon)_\eta \geq 0$ .

La première proposition consiste à dire qu'un système est en équilibre stable si toute transformation spontanée qui l'affecterait contreviendrait au second principe de la thermodynamique. Gibbs n'est pas le premier à énoncer ce type de proposition et à faire intervenir l'entropie dans les questions de mécanique chimique. Horstmann a en effet développé des idées analogues en 1873. Pour ce dernier, l'état limite qui s'établit dans les phénomènes de dissociation « se produit lorsque l'entropie a pris la plus grande valeur qu'elle puisse avoir pour toutes les modifications que l'on peut imaginer. Notre problème est donc résolu si l'on sait dans quelles circonstances et de quelle manière l'entropie est modifiée par les phénomènes que l'on considère »<sup>26</sup>. Mais contrairement à Gibbs, Horstmann omet d'indiquer la nécessité d'en restreindre l'application aux systèmes isolés, donc à énergie interne constante.

En partant de deux propositions énoncées précédemment, Gibbs démontre en outre que, si le système est maintenu à une température uniforme  $t$ , la condition d'équilibre peut s'écrire

$$(\delta\psi)_t \geq 0, \quad (1)$$

avec

$$\psi = \varepsilon - t\eta. \quad (2)$$

Ce critérium de stabilité correspond, selon Gibbs, à « une extension du critérium utilisé en Statique ordinaire au cas plus général des systèmes thermodynamiques »<sup>27</sup>. Il est en effet l'analogue de la proposition sur la stabilité de l'équilibre mécanique découverte par Lagrange et démontrée rigoureusement par Lejeune-Dirichlet<sup>28</sup> : toutes les fois qu'un système qui admet

<sup>26</sup> HORSTMANN August Friedrich [1873], pp. 193 – 194. La traduction de l'allemand est donnée par Duhem dans son *Introduction à la mécanique chimique*, les éléments soulignés étant en italique dans l'article original (DUHEM Pierre [1893a], pp. 103 – 104). Dans une note communiquée à la Royal Institution le 5 mars 1875, Rayleigh émet lui aussi des idées similaires : RAYLEIGH (Lord) [1875]. La contribution de Horstmann n'est pas tout de suite reconnue. Ainsi, en 1883, Helmholtz considère encore Rayleigh comme le premier à avoir appliqué le second principe de la thermodynamique à la chimie.

<sup>27</sup> GIBBS Josiah Willard [1878], p. 355. La condition d'équilibre thermodynamique d'un corps plongé dans un milieu à température (et pression) constante est donnée par Gibbs dès décembre 1873, dans une note discrète de bas de page de son article sur les représentations géométriques (GIBBS Josiah Willard [1873], p. 43).

<sup>28</sup> LAGRANGE Joseph-Louis [1811], 1<sup>ère</sup> partie, section III ; LEJEUNE-DIRICHLET Peter Gustav [1846a].

un potentiel présente un état pour lequel ce dernier est minimal, cet état est un état d'équilibre stable. La fonction  $\psi$  joue donc ici le rôle du potentiel ou de la fonction de force en mécanique rationnelle. C'est justement pour rappeler cette analogie mécanique que Gibbs propose d'appeler la quantité  $\psi$  *fonction de force à température constante*.

Or, comme le fait remarquer Gibbs, cette fonction s'identifie à une constante multiplicative près à la *fonction caractéristique*  $H$  introduite en 1869 par Massieu<sup>29</sup>. Au cours de ses recherches, ce dernier est parvenu à perfectionner de manière singulière l'application de méthodes purement analytiques à la thermodynamique. Il obtient en effet un résultat capital, à savoir que toutes les équations de la thermodynamique peuvent être écrites au moyen d'une seule fonction et de ses dérivées partielles, l'expression de cette fonction caractéristique changeant avec les variables indépendantes adoptées. Tous les coefficients qui déterminent les propriétés mécaniques et physiques d'un corps (énergie interne, entropie, chaleurs spécifiques, coefficients de dilatation, etc.) sont par conséquent connus lorsque cette fonction des paramètres d'état du corps est connue. Les considérations précédentes montrent qu'en plus de ces propriétés, ces fonctions jouent un rôle essentiel dans la détermination de l'état d'équilibre physico-chimique du système. Cette propriété des fonctions caractéristiques n'avaient pas été soupçonnée par Massieu, comme il le concède lui-même dans une lettre adressée à Duhem en avril 1893 : « *je reconnais d'ailleurs que je n'avais nullement supposé que l'on put appliquer les résultats que j'ai obtenus à la thermo-chimie à laquelle j'étais resté étranger ; c'est Gibbs qui le 1<sup>er</sup> m'a fait remarquer que je m'étais arrêté en route* »<sup>30</sup>. Introduites par Clausius, les fonctions fondamentales que sont l'énergie interne et l'entropie s'effacent donc à présent devant les *fonctions de force* dont elles dérivent et dont la connaissance achève l'étude statique du système.

### 3.2. Portée des travaux de Gibbs

Après avoir établi les théorèmes précédents, Gibbs les applique à l'étude de la dissociation des corps gazeux et obtient une conformité satisfaisante avec le petit nombre de résultats expérimentaux accumulés jusque-là. Cependant, à cause notamment de l'aridité mathématique de ses écrits et de l'excessive contraction du style par lequel il exprime sa pensée, la fécondité de l'œuvre de Gibbs n'est pas immédiatement reconnue. Au lecteur non prévenu, ces travaux paraissent en effet traiter d'analyse mathématique et non de physique et de chimie. En faisant part en 1908 de ses réflexions sur la récente publication des mémoires scientifiques de Gibbs, Duhem décrira d'ailleurs judicieusement cet aspect récurrent de l'œuvre du savant américain : « *lorsqu'un scribe, au moyen-âge, rencontrait en un manuscrit un assemblage de caractères dont il n'avait pas la clé, il mettait en sa naïve copie : Graecum est, non*

<sup>29</sup> MASSIEU François J. D. [1869]. Si quelques extraits de son travail paraissent en 1869, son mémoire complet n'est publié qu'en 1876 : MASSIEU François J. D. [1876].

<sup>30</sup> MASSIEU François J. D. [1893].



*legitur*. Lorsqu'il aperçoit, au livre de Gibbs, cette foule de symboles abstraits dont aucune traduction ne lui est donnée en la langue qu'il est accoutumé de parler, le chimiste est tenté de dire : *Algebraicum est, non legitur* »<sup>31</sup>. En plus de présenter sa statique chimique sous cette enveloppe algébrique peu accessible pour ceux qui auraient intérêt à la connaître, Gibbs fait paraître ses mémoires dans les *Transactions*, un recueil bien peu répandu que publie depuis peu l'Académie des Arts et des Sciences du Connecticut. Plusieurs résultats qu'il expose seront ainsi redécouverts de manière empirique par d'autres savants, mais sans rien lui emprunter.

Ainsi, c'est en ignorant les travaux de Gibbs que Helmholtz semble débiter ses propres recherches sur l'application de la thermodynamique aux transformations physico-chimiques. Exposée en 1882 dans un premier mémoire « Sur la thermodynamique des phénomènes chimiques »<sup>32</sup>, sa théorie s'appuie sur un principe similaire à celui énoncé par Gibbs. Helmholtz insiste sur la nécessité de distinguer deux sortes d'énergie dans les études thermochimiques : l'énergie libre, susceptible d'être transformée en travail et l'énergie liée, capable seulement de se manifester sous forme de chaleur. Et c'est la variation d'énergie libre, et non le dégagement total de chaleur, dont le signe détermine le sens dans lequel s'effectuent les réactions chimiques. Or cette énergie libre n'est rien d'autre que la fonction de force  $\psi$  de Gibbs<sup>33</sup>. Au début de son troisième mémoire consacré aux applications de sa théorie, Helmholtz reconnaîtra d'ailleurs la priorité de Massieu et de Gibbs sur ces idées<sup>34</sup>. Néanmoins, en refondant dans son propre creuset les idées de ces deux savants et en usant d'un formalisme plus accessible, il contribue à signaler aux physiciens européens la fécondité de la nouvelle doctrine. Des écoles hollandaises et allemandes s'attachent alors à perfectionner, d'un point de vue théorique et expérimental, la mécanique chimique fondée sur la thermodynamique.

Au moment où ce mouvement scientifique se dessine en Europe, Duhem s'efforce de diffuser et d'étendre la pensée de Gibbs et Helmholtz en France. Cependant, sous l'influence de Berthelot et de son école, la doctrine thermochimique y jouit d'une autorité incontestée. Cette mise sous tutelle de la recherche scientifique contribue fortement au retard pris par la chimie physique française sur ses équivalentes allemande et hollandaise à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. Néanmoins, malgré le refus de son travail de thèse par ceux qui président à l'organisation de la science française, Duhem ne renonce pas à ses idées et décide

<sup>31</sup> DUHEM Pierre [1908], p. 22 ; les éléments soulignés sont en italique dans l'article original.

<sup>32</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1882].

<sup>33</sup> Lorsqu'un système subit une modification à température constante, la quantité de travail mécanique qu'il fournit est inférieure à la diminution subie par la fonction  $F = U - J\theta S$  que Helmholtz choisit donc de nommer « *freie Energie* » (c'est-à-dire énergie libre),  $U$  désignant l'énergie,  $S$  l'entropie,  $\theta$  la température et  $J$  l'équivalent mécanique de la chaleur. Duhem signale que ce théorème a été aperçu pour la première fois en 1871 par Maxwell. Dans la quatrième édition de son livre *Theory of Heat*, ce dernier donne à cette quantité le nom d'« *available energy* », soit d'énergie utilisable (DUHEM Pierre [1893a], p. 114).

<sup>34</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1883].

audacieusement de publier ses travaux sur le potentiel thermodynamique deux ans plus tard dans une librairie scientifique de Paris <sup>35</sup>. En s'opposant ainsi à Berthelot, il ne se doute pas encore qu'il fragilise sa future carrière académique, amenuisant radicalement ses chances d'obtenir plus tard une chaire importante à Paris.

#### 4. Mécanique et thermodynamique

Ce qui attire particulièrement l'attention de Duhem sur la théorie de Gibbs et Helmholtz, c'est l'étroite analogie mise en évidence entre la mécanique et la thermodynamique. La nature des relations entre la mécanique rationnelle et la science de la chaleur a été l'objet de conjectures bien diverses au cours de son élaboration. A la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, il existe ainsi deux conceptualisations de la thermodynamique qui s'opposent : une première qui tend à réduire la théorie de la chaleur à la mécanique et une seconde qui considère la thermodynamique comme une science définie et indépendante de celle-ci.

La première de ces doctrines s'appuie sur des hypothèses sur la structure de la matière, supposée discrète, et pose en principe que la chaleur est un certain mouvement des molécules des corps. La loi de l'équivalence entre la chaleur et le travail devient dans ce cas un simple corollaire du théorème des forces vives établi en dynamique. Les partisans de cette réduction de la thermodynamique à la mécanique s'appuient sur des modèles microscopiques plus ou moins élaborés pour interpréter les grandeurs et les principes de la thermodynamique, notamment dans le cadre de la théorie cinétique des gaz. Convaincu que les molécules constitutives de la matière suivent les lois de la mécanique, Clausius est ainsi parvenu à donner une interprétation microscopique de la température et de la pression d'un gaz idéal. De son côté, Maxwell commence ses recherches sur la théorie de la chaleur en les inscrivant dans la tradition dynamiste de la physique anglaise, c'est-à-dire en s'appuyant sur des analogies mécaniques qui ne l'engagent pas à opter pour l'existence des atomes. Au terme de ses recherches, il se convainc néanmoins que son modèle mécanique et statistique des gaz est une schématisation pertinente de la réalité et plus simplement une analogie d'intérêt purement heuristique. Dans la continuité des travaux de Clausius et Maxwell, Boltzmann parvient en 1877 à dégager une interprétation mécanique probabiliste du second principe et de la notion d'irréversibilité.

Pourtant, si les modèles cinétiques permettent dans un premier temps de donner les renseignements les plus minutieux sur la nature et le mouvement des molécules, comme par exemple la longueur du chemin parcouru par une molécule entre deux chocs, ils ne parviennent bientôt plus à faire la preuve de leur fécondité. Ces théories se heurtent en outre à de graves difficultés liées aux conséquences du théorème d'équipartition, qui impose de

---

<sup>35</sup> DUHEM Pierre [1886a]. Le manuscrit original de la thèse étant perdu, on ne connaît pas les modifications apportées par Duhem dans cet ouvrage.

limiter le nombre de degrés de liberté de chacune des molécules du système. Cette apparente simplicité de la structure des molécules tranche en effet nettement avec la complexité de leurs spectres d'émission. Des physiciens comme Planck restent en outre convaincus que les travaux de Boltzmann ne permettent pas de surmonter le paradoxe de l'irréversibilité, c'est-à-dire la contradiction entre l'irréversibilité macroscopique du système et le comportement réversible des systèmes mécaniques. A ces difficultés de la réduction au mécanisme s'ajoute, à la fin du siècle, une désaffection croissante pour toute spéculation sur la structure invisible de la matière.

Les limites de la théorie cinétique et le scepticisme croissant quant à la pertinence des modèles mécaniques incitent ainsi certains physiciens à élaborer une thermodynamique en se tenant à la perception des grandeurs macroscopiques et en refusant toute hypothèse sur la nature de la chaleur. Clausius initie d'ailleurs ce courant phénoménologique en élaborant sa propre théorie mécanique de la chaleur. En effet, ce dernier use de conjectures sur la structure de la matière uniquement lorsque celles-ci sont indispensables pour le développement de sa théorie. Ses travaux nourrissent ainsi l'idée d'une thermodynamique exempte de tout recours à une hypothèse sur la nature de la chaleur et basée uniquement sur les deux principes fondamentaux. Il s'agit là de la méthode prudente que Kirchhoff inaugure dans ses leçons sur la théorie de la chaleur, sans cacher, lui non plus, sa prédilection pour les explications purement mécaniques. Il s'attache ainsi à dissocier le principe d'équivalence de la chaleur et du travail des hypothèses mécaniques qui servent de prémisses à sa démonstration dans la théorie cinétique. Au lieu de faire de cette proposition un théorème, Kirchhoff la considère comme un postulat, c'est-à-dire comme une hypothèse physique démontrée simplement par ses conséquences expérimentales. La thermodynamique fondée sur deux postulats autonomes, le principe de la conservation de l'énergie et le principe de Carnot, se constitue ainsi comme une science définie, indépendante de la mécanique. Elève de Kirchhoff, proche de Berthelot et du courant positiviste, Lippmann rapporte cette méthode en France et s'en fait l'ardent défenseur. Elle est dès lors généralement adoptée dans l'enseignement des facultés et des écoles françaises <sup>36</sup>.

Or voici que Gibbs et Helmholtz parviennent à montrer que les propositions fondamentales de la thermodynamique prennent une forme semblable à celle que revêtent depuis longtemps les théorèmes de mécanique. Pour décrire les états d'équilibre auxquelles aboutissent les changements d'état physique et chimique, la thermodynamique est en effet amenée à considérer une grandeur, la *fonction de force* de Gibbs ou l'*énergie libre* de Helmholtz, qui joue le rôle que la statique attribue au potentiel. La statique thermodynamique peut donc se développer selon des méthodes tout à fait semblables, dans

---

<sup>36</sup> Pour plus de détails sur l'état de la thermodynamique française à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, voir par exemple : VAUTHELIN Pierre-Michel [2007].

leur forme, à celles par lesquelles se déroule la statique mécanique depuis Lagrange. Un lien étroit entre mécanique rationnelle et thermodynamique est ainsi mis en évidence, ce qui amène toute une partie des sciences physiques « à un plus haut degré d'unité »<sup>37</sup> que par le passé. Duhem aperçoit rapidement l'importance de ce point de vue et ses premiers travaux sont guidés par « le désir de mettre plus fortement encore, si possible, cette analogie en évidence »<sup>38</sup>.

## 5. La théorie du potentiel thermodynamique

### 5.1. Principes de la théorie

En tant que fervent défenseur de la raison logique, Duhem n'est pas insensible à la rigueur mathématique dont témoigne Gibbs tout au long de son œuvre, considérant celle-ci comme « l'empreinte d'une majestueuse grandeur où l'on sent le coin du génie »<sup>39</sup>. Néanmoins, à l'excessive contraction de style de ce dernier s'oppose le souci de Duhem de présenter des travaux clairs et didactiques. Les deux propositions sur l'équilibre et la stabilité d'un système, dont tout le reste du mémoire découle, sont en particulier présentées par Gibbs sans aucun commentaire ni aucune introduction historique. Or Duhem remarque que derrière ces deux énoncés si brefs se cachent des notions qui ne bénéficient pas d'un consensus parmi les physiciens, comme les notions de transformation réversible ou d'entropie : « qui donc soupçonnerait l'existence de tous ces motifs d'hésitation et de doute en contemplant la sereine assurance avec lequel le professeur de New-Haven écrit les deux formules qui renferment toute son œuvre thermodynamique »<sup>40</sup>. Duhem justifie ainsi son recours à une perspective historique qui seule permet, selon lui, d'apprécier la valeur et le sens des hypothèses émises. Si Gibbs et Helmholtz ont tracé la voie à suivre, il lui reste à consolider celle-ci, c'est-à-dire à montrer comment les principes de la nouvelle méthode se déduisent simplement des postulats de la thermodynamique.

Dans la première partie de sa thèse, Duhem s'attache ainsi à montrer que les idées introduites par Clausius en thermodynamique conduisent presque immédiatement au théorème sur lequel reposent les théories de Gibbs et Helmholtz :

#### (i) Le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail

Soit un système subissant une modification infiniment petite quelconque. Cette modification s'accompagne du dégagement d'une quantité de chaleur  $dQ$ , tandis que la force vive du système augmente de  $d\sum \frac{1}{2}mv^2$  et que les forces extérieures appliquées au système effectuent un certain travail  $d\tau_e$ . Le premier principe de la thermodynamique consiste à

<sup>37</sup> DUHEM Pierre [1887a], p. 123.

<sup>38</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 37.

<sup>39</sup> DUHEM Pierre [1897], p. 366.

<sup>40</sup> DUHEM Pierre [1908], p. 33.

admettre la relation suivante :

$$dQ + A d \sum \frac{1}{2} m v^2 = -dU + A d\tau_e, \quad (3)$$

A étant l'équivalent calorifique du travail, dont l'inverse est l'équivalent mécanique de la chaleur E, et U l'énergie interne du système. Pour simplifier, Duhem considère généralement la force vive du système comme une constante.

(ii) Le principe de Carnot-Clausius

Après avoir étendu le principe de Carnot à tous les cycles fermés réversibles, Clausius est parvenu à montrer quelles modifications on devait faire subir à ce principe pour qu'il devienne applicable aux cycles fermés non réversibles, puis à une série quelconque de modifications non réversibles <sup>41</sup>. Soit T la température absolue commune à tous les points du système au moment d'une modification infiniment petite quelconque. L'énoncé du second principe de la thermodynamique est le suivant :

$$\frac{dQ}{T} = -dS + A dN. \quad (4)$$

S désigne l'entropie du système et  $dN$  est une quantité infiniment petite, toujours positive et nulle seulement lorsque la transformation considérée est réversible. Clausius a donné le nom de *transformation non compensée* à cette dernière quantité.

Ce principe de Carnot-Clausius donne un moyen de déterminer les états d'équilibre du système. En effet, si toutes les modifications virtuelles que l'on peut imaginer à partir d'un état du système sont telles qu'elles entraînent une transformation non compensée nulle ou négative, le système est alors assurément en équilibre. Cette proposition est analogue, par son énoncé, au *principe des vitesses virtuelles* tel que Gauss l'a formulé et qui constitue depuis Lagrange le fondement de la statique <sup>42</sup>. Ce principe consiste en effet à dire que, pour qu'un système purement mécanique soit en équilibre, il est nécessaire et suffisant que, dans tout déplacement virtuel, la somme des travaux des forces appliquées au système soit nulle ou négative. Ce critérium d'équilibre thermodynamique n'aurait cependant que peu d'intérêt si la transformation non compensée n'était susceptible d'une expression remarquable dans le cas d'une modification à température constante. Duhem introduit pour cela la quantité

$$d\tau = T dN, \quad (5)$$

<sup>41</sup> CLAUSIUS Rudolph [1854, 1862]. Dans son « Etude sur les travaux thermodynamique de Gibbs » publié en 1887, Duhem examine de façon approfondie la manière dont Clausius a été conduit à l'énoncé du second principe de la thermodynamique. Il considère en effet qu'il est nécessaire de soumettre à une discussion rigoureuse les principes des différentes branches de la physique afin que cette science s'approche de plus en plus de la précision des mathématiques (DUHEM Pierre [1887a], 1<sup>ère</sup> partie).

<sup>42</sup> Ce *principe des vitesses virtuelles* ou *principe des travaux virtuels* est énoncé pour la première fois en 1725 par Jacques Bernoulli, puis généralisé par D'Alembert et Lagrange. La forme complète de ce principe est donnée par Gauss en 1829 : GAUSS Carl Friedrich [1829], p. 27, en note.

positive comme  $dN$ , et qu'il nomme logiquement *travail non compensé*. Il suppose en outre que les forces extérieures dérivent d'un potentiel, de telle sorte que :

$$d\tau_e = -dW. \quad (6)$$

Les deux principes de la thermodynamique conduisent alors à l'expression suivante du travail non compensé :

$$d\tau = -d(F + W), \quad (7)$$

où

$$F = E(U - TS) \quad (8)$$

correspond à la *fonction de force à température constante* de Gibbs et à l'*énergie libre* de Helmholtz. Le travail non compensé est donc égal au travail mécanique qui serait accompli dans la modification considérée si le système était soumis aux mêmes forces extérieures et à des forces intérieures admettant un potentiel égal à  $F$ . Il apparaît donc légitime pour Duhem d'attribuer le nom de *potentiel thermodynamique interne* à cette dernière fonction, préférant cette dénomination à celles utilisées par ses prédécesseurs. La fonction  $\Omega = F + W$  est appelée *potentiel thermodynamique total* du système.

La règle énoncée précédemment pour déterminer les états d'équilibre stable d'un système peut à présent s'énoncer de la manière suivante : pour qu'un système dont tous les points sont à la même température absolue soit en équilibre stable, il suffit que pour toute modification virtuelle

$$d\Omega \geq 0, \quad (9)$$

c'est-à-dire que le potentiel thermodynamique total de ce système ait la plus petite valeur qu'il peut prendre à la température considérée. Ce théorème fondamental correspond à celui énoncé sous une forme moins générale par Gibbs et Helmholtz. Si Duhem attribue « à *bon droit* »<sup>43</sup> ce théorème au savant américain, sa propre contribution est d'avoir prouvé que ces idées peuvent se déduire simplement des principes de la thermodynamique.

Après avoir formulé les principes généraux de la nouvelle théorie, il reste à confronter leurs conséquences avec les lois particulières établies par l'observation. Si la théorie élaborée par Gibbs et Helmholtz contribue aux progrès de la mécanique chimique, inaugurant ce que l'on peut appeler la *thermodynamique chimique*, son champ d'application est *a priori* bien plus vaste. En effet, Gibbs ne se borne pas à l'étude de la dissociation mais montre que la thermodynamique donne une signification nouvelle à la théorie de la capillarité de Gauss. Tout comme Helmholtz quelques années plus tard, il montre en outre que son théorème fondamental permet d'étudier les phénomènes thermiques se produisant dans une pile voltaïque. Ces dernières applications font naturellement partie des premières expertises

<sup>43</sup> DUHEM Pierre [1887a], p. 168. Gibbs et Helmholtz se sont restreints au cas  $d\tau_e = -p dv$ , où  $p$  est une pression normale et uniforme et  $v$  le volume du système : suivant que le volume ou la pression soit supposé constant, ils sont conduits à  $W = 0$  ou  $W = pv$ .

menées par Duhem durant sa scolarité à l'École Normale <sup>44</sup>. Mais l'objectif que s'est fixé ce dernier pour ses premiers travaux est avant tout de pousser très en avant l'application de la nouvelle méthode dans toutes les branches de la physique et de la chimie. La confrontation de la théorie avec la physique expérimentale sera ainsi l'occasion d'en prouver la fécondité, mais aussi d'en déterminer les éventuelles limites.

## 5.2. Propriétés des déplacements sans changement d'état

La nouvelle théorie paraît simple et féconde, l'étude de l'équilibre d'un système quelconque reposant entièrement sur la connaissance de son potentiel thermodynamique. Mais encore faut-il être capable de déterminer en toute circonstance l'expression de cette fonction d'état du système. Pour y parvenir, Duhem aura souvent recours à un lemme dont il établit la démonstration dans la dernière partie de son mémoire de 1886. Ce lemme fondamental et les corollaires qu'il implique sont des outils indispensables pour l'application pratique de la théorie du potentiel thermodynamique, notamment pour l'étude des systèmes électrisés et aimantés. Mais ils jouent aussi, comme nous allons le voir, un rôle primordial dans les rapprochements que l'on peut tenter entre mécanique et thermodynamique.

Soit un système quelconque décomposé en un nombre limité ou illimité de corps finis ou infiniment petits. Les modifications qu'envisage la mécanique rationnelle consistent exclusivement en déplacements sans changement d'état des diverses parties d'un système. Supposons donc que le système soit soumis à des liaisons par lesquelles chacun des corps est incapable d'éprouver d'autres modifications que des déplacements (translations et rotations). Toutes les quantités autres que la position et l'orientation des divers corps constituant le système demeurent ainsi invariables : forme et volume de chacun des corps, état physique et chimique, température en ses divers points, etc. Les principes de la thermodynamique peuvent naturellement être appliqués à une semblable transformation. Mais comme le système est, de plus, maintenu dans un état invariable, les propositions établies en mécanique rationnelle sont aussi applicables. Ces considérations permettent alors à Duhem d'établir le lemme fondamental suivant : « *dans toute modification qui déplace les uns par rapport aux autres les divers corps qui constituent un système sans changer leur état, le travail effectué par les actions mécaniques internes du système est la variation changée de signe d'un potentiel, et ce potentiel*

---

<sup>44</sup> DUHEM Pierre [1884, 1885a, 1886a]. Pourtant, ni dans son étude des phénomènes capillaires publiée en 1885 dans les *Annales scientifiques de l'ENS* ni dans la partie de son ouvrage de 1886 traitant des phénomènes électriques, Duhem ne fait référence aux travaux de Gibbs sur ces sujets. Concernant l'étude de la pile voltaïque, Duhem cite par exemple uniquement les travaux de Helmholtz, alors que ceux-ci s'appuient sur le même postulat que celui énoncé par Gibbs. Duhem possède donc à cette époque une connaissance incomplète des applications qu'a faites le savant américain de sa nouvelle méthode. Ce n'est qu'en 1887, dans son exposé plus approfondi sur les travaux thermodynamiques de Gibbs, que Duhem proclamera « *l'incontestable priorité de M. Gibbs* » sur ces sujets (DUHEM Pierre [1887a], p. 174).

ne diffère du potentiel thermodynamique interne que d'une quantité qui peut bien dépendre de l'état des divers corps, mais qui ne dépend pas de leur position »<sup>45</sup>.

Pour la démonstration de ce lemme, Duhem s'appuie sur la pierre angulaire de la statique mécanique, c'est-à-dire le principe des vitesses virtuelles. Mais le raisonnement peut aussi se faire en sens inverse. En supposant la validité du lemme précédent, Duhem peut en effet retrouver l'énoncé même du principe des vitesses virtuelles à partir des principes de la thermodynamique. Le principe fondamental de la statique devient alors une simple conséquence de la théorie du potentiel thermodynamique ainsi définie. Lorsqu'on ne considère que des modifications telles que la mécanique rationnelle les envisage, Duhem montre ainsi que l'on peut user indifféremment des principes de la statique ou de ceux de la thermodynamique.

Ce parallélisme doit toutefois être nuancé. En mécanique rationnelle, le principe des vitesses virtuelles se présente comme une condition d'équilibre *nécessaire et suffisante*. Déduit au contraire de la thermodynamique, ce principe correspond à une condition *suffisante* mais non *nécessaire* de l'équilibre. Cette différence tient à la nature du second principe de la thermodynamique. En mécanique, si les conditions d'équilibre déduites du principe des vitesses virtuelles ne sont pas vérifiées, le système doit se mettre en mouvement. En thermodynamique, on sait qu'un système ne peut éprouver de changement d'état contraire au principe de Carnot-Clausius. Mais si une modification virtuelle est compatible avec ce principe, on ignore si le système éprouvera réellement cette modification. La thermodynamique indique donc que, dans certaines circonstances, un système demeure nécessairement invariable, mais on ne peut prétendre par là que le système ne puisse rester invariable que dans ces conditions. Gibbs et Moutier avaient déjà indiqué quelques considérations se rattachant à ces notions<sup>46</sup>. Duhem en offre ici une vision très approfondie en considérant les propriétés des déplacements sans changement d'état. Il remarque en outre que le principe des vitesses virtuelles déduit de la thermodynamique est toujours conforme à l'expérience, tandis que de nombreux cas d'équilibre contredisent le principe tel qu'on l'admet en mécanique rationnelle. Pour expliquer ces contradictions, les physiciens admettent généralement qu'il y a frottements et que le principe des vitesses virtuelles suppose que le système soit soumis à des liaisons dépourvues de frottement. Ainsi, tout ce que donne le principe des vitesses virtuelles, au sens de Lagrange, est contenu dans la nouvelle méthode, mais celle-ci permet en outre de traiter des états d'équilibre que la mécanique rationnelle ne pouvait pas traiter.

---

<sup>45</sup> DUHEM Pierre [1888a], pp. L5 – L6. Formulation équivalente dans le mémoire sur la théorie du potentiel thermodynamique : DUHEM Pierre [1886a], pp. 194 – 195.

<sup>46</sup> GIBBS Josiah Willard [1876 - 1878] ; MOUTIER Jules [1882].



Du lemme énoncé précédemment, Duhem déduit en outre un corollaire immédiat qui illustre un peu plus les liens existant entre mécanique et thermodynamique, mais qui démontre aussi le progrès apporté par la nouvelle méthode. Il établit en effet que les travaux étudiés en mécanique rationnelle « *se rangent toujours dans la catégorie du travail non compensé* » et que « *les modifications auxquelles elle s'applique n'engendrent jamais aucun travail compensé* »<sup>47</sup>, c'est-à-dire aucune variation d'entropie. Tant que l'on n'étudie que des déplacements sans changement d'état, on peut donc confondre l'énergie interne avec le potentiel des actions intérieures du système. Il faut cependant se garder d'étendre cette manière d'opérer lorsque l'on considère des changements d'état accompagnés ou non de déplacements. Pour Duhem, c'est faute d'avoir fait cette remarque que Berthelot a été conduit aux lois inexactes de la thermochimie. Le principe du travail maximum posé par Berthelot reviendrait en effet à admettre que c'est l'énergie interne et non l'énergie libre qui joue le rôle de potentiel dans la statique chimique. La même remarque peut être faite à la théorie de la pile voltaïque proposée par plusieurs physiciens vers 1850 et qui suppose une loi de proportionnalité entre la force électromotrice et la quantité de chaleur dégagée par la pile. C'est Gibbs le premier qui, en appliquant en 1878 la nouvelle méthode à la pile voltaïque, est parvenu à substituer à l'ancienne loi la règle véritable confirmée depuis par l'expérience<sup>48</sup>.

### 5.3. Rejet des philosophies mécanistes

L'analogie qui se manifeste entre les équations de la statique thermodynamique et celle de la statique mécanique aurait pu, chez un tenant du mécanisme, fortifier l'idée que la chaleur est un mouvement et que les phénomènes physiques s'expliquent en dernière analyse par les agitations des molécules. Ce n'est pas le cas chez Duhem. Si, sous l'influence de Moutier, il quitte le Collège Stanislas en 1882 en « *partisan convaincu du mécanisme* »<sup>49</sup>, Duhem est fortement influencé par les convictions empiristes de ses professeurs de l'Ecole Normale et finit par partager leur méfiance à l'égard des hypothèses sur la constitution intime de la matière. On peut d'ailleurs remarquer que les travaux de Gibbs et de Helmholtz, qui sont à l'origine de ses recherches, sont eux-mêmes dépourvus de référence au mécanisme. Les principes de la thermodynamique y sont traités comme des hypothèses qui ne se réclament d'aucune interprétation mécanique<sup>50</sup>.

---

<sup>47</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L10.

<sup>48</sup> GIBBS Josiah Willard [1876 - 1878] ; DUHEM Pierre [1884].

<sup>49</sup> DUHEM Pierre [1904a], pp. 417 – 418.

<sup>50</sup> Duhem s'interrogera néanmoins sur les rapports qu'entretient Gibbs avec les conceptions mécanistes, notamment après ses travaux de mécanique statistique. Dans les premiers travaux du savant américain, « *les principes de la Thermodynamique y étaient traités comme des hypothèses qui ne se réclament d'aucune interprétation mécanique ; le professeur du Yale College s'exprimait, en toutes circonstances, exactement comme le ferait le plus rigoureux*

L'avancement de ses propres recherches conforte ensuite Duhem dans cette conception de la thermodynamique. Le corollaire énoncé précédemment présente en effet une conséquence fondamentale en ce sens. Il montre que seule l'étude du *travail non compensé* peut fournir en thermodynamique des propositions analogues à celles dont la mécanique rationnelle fait usage. Il serait donc « *vain et illusoire* »<sup>51</sup>, selon Duhem, de chercher une quantité analogue à l'entropie dans les exemples fournis par la mécanique. Duhem vise directement par ce constat ceux des physiciens qui cherchent à réduire la thermodynamique à la mécanique, en tentant par exemple de faire apparaître une relation entre le second principe et le principe de moindre action<sup>52</sup>. Dans un article consacré à la méthodologie scientifique et publié en 1892, il illustrera ainsi les limites d'une méthode qui repousse toute théorie non mécanique : « *prenez [un] artiste, à qui vous interdisez tout autre procédé que le trait, et demandez-lui de rendre la couleur de l'objet qu'il a devant les yeux : il ne pourra le faire. N'est-ce pas pour une raison analogue que les théories mécaniques les plus complexes n'ont pu, jusqu'ici, rendre un compte satisfaisant du principe de Carnot ? Aussi, bien loin que la théorie mécanique nous apparaisse comme la théorie idéale, nous la regardons comme une théorie gênée par des entraves qui lui imposent une forme étriquée et parfois même rendent son développement impossible* »<sup>53</sup>. Aussi Duhem considère-t-il que certaines notions physiques, telle que l'entropie, ne sont pas susceptibles d'être symbolisées par une combinaison, même très complexe, des seuls concepts mécaniques.

On voit donc s'affirmer chez Duhem une hostilité à l'égard des théories qui cherchent à réduire les phénomènes physiques aux mouvements moléculaires. Au vu de ses premières

---

*des énergétistes. Cependant, on se fût sans doute trompé en le rangeant parmi ceux qui réputent à tout jamais impossible toute représentation mécanique des phénomènes naturels. Ses recherches de Mécanique statistique [...] témoignent du très vif intérêt qu'il portait aux essais tentés pour asseoir la Physique sur les seuls fondements de la Dynamique. [...] Escomptait-il, pour un avenir plus ou moins éloigné, le triomphal avènement d'une Physique déduites des seules lois de la Dynamique ? Pensait-il, au contraire, que les physiciens agiraient sagement en abandonnant tout essai d'explication mécanique et en s'efforçant seulement de représenter par des théories mathématiques les lois que l'expérience leur révèle ? Les quelques réflexions échappées à son extrême réserve ne nous permettront guère de la deviner » (DUHEM Pierre [1908], pp. 41 – 43).*

<sup>51</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L10.

<sup>52</sup> Au moment où Duhem débute sa carrière scientifique, Helmholtz fait une tentative dans ce sens dans son mémoire « Sur la statique des systèmes monocycliques » puis dans celui « Sur la signification physique du principe de moindre action » (HELMHOLTZ Hermann (Von) [1884, 1887]). Henri Poincaré, qui rend compte des travaux de Helmholtz devant l'Académie des Sciences, pense comme Duhem que les principes de la thermodynamique ne peuvent être rattachés aux théorèmes généraux de la mécanique. Ainsi, si l'explication proposée par Helmholtz paraît satisfaisante en ce qui concerne les phénomènes réversibles, « *il faudra chercher ailleurs l'explication des phénomènes irréversibles et renoncer pour cela aux hypothèses familières de la Mécanique rationnelle* » (POINCARÉ Henri [1889], pp. 552 – 553). Helmholtz ne considère d'ailleurs pas cette limitation comme fondamentale puisqu'il pense que l'irréversibilité n'est pas dans la nature des choses, mais repose seulement sur l'imperfection de nos moyens d'étude permettant de suivre les mouvements irréguliers des atomes individuels.

<sup>53</sup> DUHEM Pierre [1892a], pp. 156 – 157.

applications, la théorie du potentiel thermodynamique semble suggérer une alternative à ces hypothèses mécaniques en privilégiant une description macroscopique et globale des phénomènes, ce qui implique accessoirement une approche plus mathématique et plus abstraite. Pour cerner le potentiel de cette nouvelle méthode, Duhem décide de la soumettre aux divers chapitres de la physique et de la chimie. Parmi toutes ces applications, l'une d'elles va se montrer particulièrement ambitieuse : il s'agit de l'étude des phénomènes électriques et magnétiques sous l'angle de la thermodynamique. Initié dans son mémoire de thèse sur le potentiel thermodynamique, ce travail monumental l'occupera jusqu'à sa mort en 1916. Cette étude thermodynamique des phénomènes électromagnétiques, que nous allons analyser de façon approfondie dans ce mémoire, constitue dès lors un parfait révélateur de l'ensemble de l'œuvre de Duhem en sciences physiques.

### III. Potentiel thermodynamique et phénomènes électriques

#### 1. La théorie électrostatique

La théorie de la distribution de l'électricité sur les corps, fondée par Coulomb et Poisson, a permis aux géomètres de créer l'une des branches les plus fécondes de l'analyse mathématique. Parmi les conséquences auxquelles ces recherches mathématiques ont conduit au cours du XIX<sup>e</sup> siècle, certaines ont reçu une pleine confirmation expérimentale, tandis que d'autres ne s'accordent pas avec les observations. Parmi ces faits inexplicables se trouvent la différence de niveau de potentiel au contact de deux métaux différents, la dilatation électrique ou encore les phénomènes thermo-électriques. Dans son ouvrage de 1886, Duhem cherche à montrer comment les propositions fondamentales de la thermodynamique permettent d'établir une théorie rigoureuse qui dépasse l'ancienne théorie électrostatique. Dans la dernière partie de son mémoire, il détermine ainsi l'expression du potentiel thermodynamique interne d'un système renfermant des corps électrisés. Il s'appuie pour cela simplement sur l'énoncé des lois de Coulomb et sur le lemme fondamental relatif aux déplacements sans changement d'état<sup>54</sup>. L'expression obtenue lui permet notamment de mettre en défaut la proposition fondamentale suivante, énoncée par Poisson : lorsque l'équilibre électrique est établi sur un corps conducteur, la fonction potentielle  $V$  possède la même valeur en tous les points intérieurs du corps. Duhem établit que la véritable fonction uniforme est  $\varepsilon V + \theta$  et non  $V$ ,  $\varepsilon$  étant un coefficient constant dépendant des unités adoptées et  $\theta$  une quantité dépendant de la nature et de l'état physico-chimique de la substance. Cette proposition, plus générale que celle de Poisson, renferme cette dernière comme cas particulier. Elle permet en outre de concevoir l'existence des différences de niveau de potentiel au contact de deux substances différentes et de trouver les

---

<sup>54</sup> Duhem reprendra une démarche analogue deux ans plus tard pour l'étude des systèmes renfermant des corps aimantés. Nous détaillerons alors à cette occasion le raisonnement sur lequel il s'appuie (chapitre III).

lois auxquelles ces différences de niveau sont assujetties. Jusqu'ici, la seule explication de ces phénomènes avait été proposée par Helmholtz et consistait à admettre l'existence d'actions particulières, exercées par les molécules matérielles sur les charges électriques.

## 2. Première approche des courants : les courants permanents

La théorie du potentiel thermodynamique permet à Duhem d'éclaircir quelques-unes des difficultés que présente l'électrostatique. Il lui reste à montrer comment cette théorie doit être complétée lorsque l'on pénètre dans le champ de l'électrodynamique. Dans son premier ouvrage, Duhem se limite à l'étude des courants permanents : il considère uniquement des systèmes qui renferment des courants fermés, uniformes et constants, traversant des conducteurs invariables de forme et de position. Dans ce cas, il admet que le passage du courant est équivalent en tout point au déplacement virtuel d'une charge électrique idoine au travers du conducteur. Cette hypothèse fondamentale rattache donc l'étude de tels systèmes à l'électrostatique et Duhem peut s'appuyer sur ses résultats précédents. En faisant appel à la loi de l'électrolyse de Faraday <sup>55</sup>, il parvient notamment à en déduire le postulat sur lequel Gibbs et Helmholtz ont basé leur théorie de la pile voltaïque, c'est-à-dire la proportionnalité entre la force électromotrice de la pile et la variation du potentiel thermodynamique lors de la décomposition chimique. Duhem considère la démonstration de ce principe comme l'un des résultats majeurs de sa théorie du potentiel thermodynamique et de son premier ouvrage.

Immédiatement après la publication de ce dernier, il décide d'étendre ses idées sur les courants permanents en les appliquant à l'étude des phénomènes thermo-électriques et pyro-électriques. Cette étude fait l'objet d'un mémoire spécial, publié en deux parties dans les *Annales scientifiques de l'ENS* <sup>56</sup>. L'effet thermo-électrique correspond à l'apparition d'un courant électrique lorsqu'un conducteur inhomogène est soumis à une différence de température. Thomson a élaboré une théorie de ces phénomènes à partir de 1851, puis a vérifié ses conséquences expérimentalement <sup>57</sup>. Exposée dans tous les traités de physique, cette théorie ne convainc néanmoins pas Duhem. Ce dernier précisera ainsi plus tard que les raisonnements de Thomson laissent prises aux doutes puisqu'ils consistent « à traiter comme réversible un phénomène qui ne l'est pas » <sup>58</sup>. Duhem s'efforce donc à éliminer les difficultés que présente cette doctrine en l'appuyant sur sa théorie du potentiel thermodynamique. En généralisant son étude précédente aux conducteurs dont tous les points ne sont pas à la

---

<sup>55</sup> C'est-à-dire la proportionnalité entre l'action chimique produite dans un électrolyte et la charge électrique qui provoque cette décomposition.

<sup>56</sup> DUHEM Pierre [1885b, 1886b].

<sup>57</sup> THOMSON William [1851a, 1854, 1857]. Pour une description des effets thermo-électriques et des recherches menées dans ce domaine, voir par exemple : DUHEM Pierre [1891a], chapitres VII, VIII et IX.

<sup>58</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 88.

même température, il retrouve les formules énoncées par Thomson, en leur donnant même une forme plus générale. Il parvient ainsi à faire reposer la théorie des phénomènes thermo-électriques exclusivement sur les principes de la thermodynamique et sur les lois des actions entre corps électrisés découvertes par Coulomb.

Duhem étend également sa méthode à l'étude de la pyro-électricité en considérant cette dernière comme un épiphénomène des processus thermo-électriques <sup>59</sup>. Il semble avoir été influencé sur ce point par les idées émises par Gaugain dans les années 1850 <sup>60</sup>. Ce dernier avait en effet cherché dans les phénomènes thermo-électriques des faits analogues à ceux que l'on attribue à la pyro-électricité, mais ses idées avaient été abandonnées depuis. La plupart des physiciens admettent, selon des idées de Thomson puis de Riecke, que la pyro-électricité est due au jeu de compensation entre un état de polarisation électrique permanent à l'intérieur de la substance et une charge électrique de surface. Cependant, ne voyant dans cette explication aucune analogie avec un autre phénomène électrique observé, Duhem juge cette théorie improbable et incapable d'expliquer l'ensemble des phénomènes pyro-électriques. Il décide donc de reprendre les idées de Gaugain mais en allant plus loin que ce dernier. Il ne considère plus la pyro-électricité comme simplement analogue à la thermo-électricité, mais comme un véritable processus thermo-électrique. Cette hypothèse forte lui permet alors d'élaborer une théorie de la pyro-électricité qui dérive de ses précédents résultats sur la thermo-électricité <sup>61</sup>.

### 3. Actions qui s'exercent entre les courants électriques

#### 3.1. Objectif : réduire l'électrodynamique à la thermodynamique

L'étude des actions qui s'exercent entre les courants électriques, actions auxquelles sont dus les phénomènes électrodynamiques et les phénomènes d'induction, occupe une place prépondérante en physique depuis le jour où ces actions ont été mises en évidence. Toutefois, malgré l'importance de cette branche de la physique, les lois qui la régissent ne sont pas connues avec une entière certitude. S'il est possible de mesurer l'action exercée par un courant fermé sur une petite portion de circuit électrique, approximation d'un élément de courant, il est cependant impossible d'isoler simultanément deux de ces éléments et de séparer leur interaction de celles qui sont dues aux autres parties du système. Autrement dit,

---

<sup>59</sup> La pyro-électricité correspond à l'apparition d'une polarisation électrique sous l'effet de la température.

<sup>60</sup> GAUGAIN Jean-Mothée [1859]. Jean-Mothée Gaugain (1810 – 1880), ancien polytechnicien, a travaillé sur divers problèmes touchant à l'électricité : propagation de l'électricité, condensation électrique, courants thermo-électriques, courants induits, etc. Il est en outre connu pour avoir traduit en 1860, avec des déformations, la théorie mathématique des courants électriques de G. S. Ohm. Publiée en 1827, cette théorie était alors peu connue en France. Sur ce sujet, voir : POURPRIX Bernard [2007].

<sup>61</sup> Pour une analyse plus approfondie de cette théorie thermo-électrique de la pyro-électricité, ainsi que de celle de la piézo-électricité, voir par exemple : KATZIR Shaul [2006], chapter 3.

les actions électrodynamiques élémentaires restent inaccessibles par l'expérience. Certains des successeurs d'Ampère ont profité de ce fait pour ajouter à la loi des actions électrodynamiques élémentaires des termes qui, intégrés à un circuit fermé, donnent une sommation nulle. Les auteurs de ces solutions ont formulé diverses hypothèses propres à traduire les expériences fondamentales de l'électrodynamique. Alors qu'Ampère a admis le principe de l'égalité de l'action et de la réaction pour deux éléments de courants, les physiciens allemands (Gauss, Weber, Riemann ou encore Clausius) ont cherché à expliquer les phénomènes électrodynamiques par des actions entre charges électriques ponctuelles et dont l'intensité dépend de la vitesse avec laquelle ces charges se meuvent. Helmholtz, s'appuyant sur les travaux de F.-E. Neumann, a admis de son côté que les actions mutuelles de deux éléments de courants dépendent d'un potentiel. Enfin Maxwell, suivant les idées de Faraday et rejetant l'hypothèse des actions à distance, a tenté de relier les phénomènes électriques aux propriétés du milieu éthéré.

Duhem remarque qu'aucun physicien n'a songé jusqu'ici à appuyer son étude des actions électrodynamiques sur les principes de la thermodynamique. Après avoir traité les phénomènes électrostatiques et les courants permanents selon ce prisme, il lui paraît naturel de chercher à déterminer aussi complètement que possible les lois fondamentales de l'électrodynamique « *en prenant pour point de départ les principes de la thermodynamique, et en invoquant seulement des hypothèses adoptées par tous les auteurs qui se sont occupés de ces questions* » <sup>62</sup>. Les résultats de ce travail, partiellement dévoilés dans une note présentée à l'Académie des Sciences en 1885, font l'objet d'un mémoire dont Duhem achève la rédaction en mai 1886 <sup>63</sup>. Ce mémoire d'une centaine de pages et intitulé « Applications de la Thermodynamique aux actions qui s'exercent entre les courants électriques » n'est publié qu'en avril 1888 dans la revue de la Société des Sciences de Finlande <sup>64</sup>. Hormis le traitement

---

<sup>62</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 232.

<sup>63</sup> DUHEM Pierre [1885c, 1886c]. Le mémoire est signé du 10 mai 1886. Duhem publie la même année un article « Sur la loi d'Ampère » dans le *Journal de Physique* puis un autre deux ans plus tard « Sur un théorème d'Electrodynamique » dans le *Journal de mathématiques pures* (DUHEM Pierre [1886d, 1888b]). Ces deux articles se rapportent à la forme de l'action électrodynamique entre deux éléments de courants mais ne font pas usage des principes de la thermodynamique (ce sont en quelque sorte des articles *classiques* d'électrodynamique). Ils ne présentent donc que peu d'intérêt pour notre analyse.

<sup>64</sup> La Société des Sciences de Finlande offre une large diffusion à sa revue, intitulée *Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*. Elle envoie en effet ses publications dans toutes les plus grandes sociétés savantes d'Europe et d'Amérique du nord : l'Académie royale des Sciences de Berlin, l'Académie des Sciences de Paris ou encore la Royal Society de Londres et d'Edimbourg. Les articles sont généralement publiés dans la langue de l'auteur. Les mathématiciens Hermite et Weierstrass, membres honoraires étrangers de la Société, font notamment partie des contributeurs à la revue, tout comme Henri Poincaré. Le délai entre la transmission d'un article et la publication de ce dernier semble être un problème récurrent de la revue. En effet, en plus de celui de Duhem, plusieurs autres articles sont publiés en 1888 alors qu'ils sont signés du début de l'année 1886. Et il n'est pas rare d'attendre trois ans entre la parution de deux tomes successifs : t. XIV (1885), t. XV (1888), t. XVI (1888), t. XVII (1891), etc.

relativement complet des courants non uniformes, tous les résultats d'électrodynamique obtenus par Duhem dans ce travail sont déjà connus. Duhem précise d'ailleurs que « *dans le domaine des courants uniformes, l'expérience a si complètement confirmé les vues d'Ampère, que vouloir innover dans ce domaine serait se condamner à l'erreur* »<sup>65</sup>. L'objectif de son travail se situe donc ailleurs : montrer comment les principes de la thermodynamique permettent de constituer une théorie complète de l'électrodynamique.

### 3.2. Potentiel thermodynamique et potentiel électrodynamique

La méthode suivie par Duhem est analogue à celle dont il a fait usage pour résoudre quelques-unes des difficultés que présente l'étude de l'électricité statique et des courants permanents. Pour simplifier, il considère dans un premier temps un système renfermant uniquement des conducteurs linéaires fermés traversés par des courants électriques uniformes. Une fois ce problème traité, il pourra le généraliser à des systèmes renfermant des conducteurs étendus dans toutes les directions et traversés par des courants quelconques.

La détermination de la forme du potentiel thermodynamique  $\Phi$  du système s'impose comme la première question à résoudre. Duhem admet pour cela la proposition suivante : lorsque le système éprouve une modification dans laquelle les divers conducteurs restent immobiles et les intensités des courants qui les traversent invariables, le travail non compensé accompli est le même que celui qui serait accompli pour la même modification appliquée au même système supposé sans courant. Cette hypothèse, qui formait déjà le point de départ de l'étude des courants permanents, constitue ici l'hypothèse fondamentale de l'étude des phénomènes électrodynamiques. Elle implique la décomposition du potentiel thermodynamique en deux termes,

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi'. \quad (10)$$

$\Phi_0$  est indépendant des intensités des courants qui traversent les divers éléments et est donc connue par les recherches antérieures de Duhem.  $\Phi'$  dépend par contre des intensités des divers courants et doit s'annuler si celles-ci s'annulent. En exprimant le travail non compensé engendré lors d'une déformation infiniment petite des conducteurs, les intensités étant maintenues constantes, Duhem démontre que cette quantité  $\Phi'$  s'identifie au *potentiel électrodynamique* du système, c'est-à-dire que le travail accompli par les actions électrodynamiques lors d'une déformation quelconque est égal, au signe près, à la différentielle de  $\Phi'$ , prise en supposant les intensités constantes.

Pour pousser plus en avant son étude, il suppose en outre que ce potentiel électrodynamique peut se mettre sous la forme suivante :

$$\Phi' = \iint \varphi ds ds', \quad (11)$$

---

<sup>65</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 329.

$ds$  et  $ds'$  étant deux éléments d'un même conducteur ou de conducteurs différents, la sommation s'étendant à toutes les combinaisons distinctes que l'on peut former. Cette hypothèse est de même ordre que celle par laquelle les physiciens ramènent, dans toutes les théories précédentes, l'étude des actions qui s'exercent entre courants fermés à l'étude des actions qui s'exercent entre éléments de courant. Ainsi, pour Duhem, cette hypothèse « *ne semble [...] pas susceptible de soulever de difficultés* »<sup>66</sup>. Duhem admet de plus que  $\varphi$  ne dépend que de la position mutuelle des éléments  $ds$  et  $ds'$  et des intensités  $I$  et  $I'$  des courants qui les traversent. Là encore, tous les physiciens qui se sont occupés d'électrodynamique ont admis cette proposition. Finalement, en traduisant l'additivité de courants électriques, Duhem peut écrire :

$$\varphi ds ds' = I I' F\left(r, \frac{\partial r}{\partial s}, \frac{\partial r}{\partial s'}, \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'}\right) ds ds', \quad (12)$$

$r$  étant la distance entre les deux éléments de courants  $ds$  et  $ds'$ . Les quatre paramètres dont dépend  $F$  fixent entièrement la situation relative de ces éléments. Il résulte immédiatement de cette expression que la fonction  $F$  change de signe si l'on renverse le sens de l'élément  $ds$  ou de l'élément  $ds'$ . De cette propriété, Duhem va pouvoir en déduire une proposition importante pour la détermination du potentiel électrodynamique.

### 3.3. Détermination de la forme générale du potentiel électrodynamique

Duhem considère un circuit fermé quelconque. En traçant une ligne entre deux points de ce circuit, il décompose le circuit primitif en deux circuits partiels, supposés décrits l'un et l'autre dans le même sens que le circuit primitif (**Figure I.1a**). Il est alors aisé de voir que l'intégrale

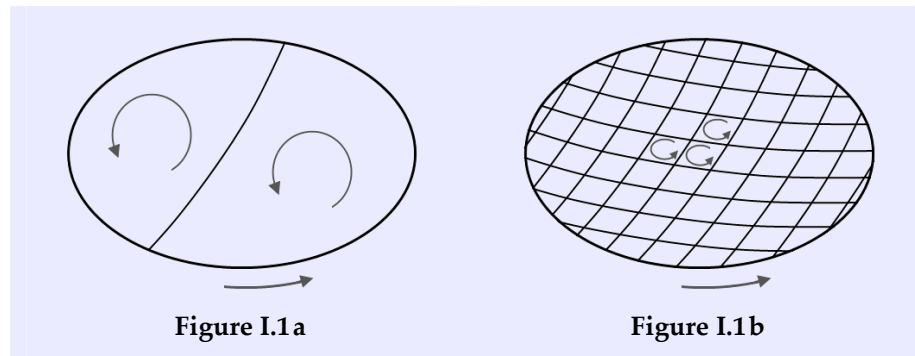
$$\int F\left(r, \frac{\partial r}{\partial s}, \frac{\partial r}{\partial s'}, \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'}\right) ds$$

étendue au circuit primitif est la somme des intégrales analogues relatives aux deux circuits partiels. En répétant une infinité de fois la décomposition précédente, Duhem peut ainsi remplacer la première intégrale par une somme d'intégrales analogues relatives à des contours infiniment petits (**Figure I.1b**). Cette décomposition n'est évidemment pas sans rappeler celle par laquelle Ampère substituait un ensemble de circuits élémentaires à un circuit fermé quelconque parcouru par un courant<sup>67</sup>. La compensation de l'effet de deux courants égaux et contraires placés au même endroit se traduit ici simplement par la dépendance de la fonction  $F$  vis-à-vis du sens de parcours du circuit.

<sup>66</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 239.

<sup>67</sup> MAXWELL James Clerk [1885], t. II, p. 153 ; LOCQUENEUX Robert [2008a], p. 597.





Dans le cas d'une fonction quelconque, l'intégrale relative à un circuit élémentaire est un infiniment petit du même ordre que le contour de l'élément. Les considérations précédentes impliquent cependant que l'intégrale

$$\int F\left(r, \frac{\partial r}{\partial s}, \frac{\partial r}{\partial s'}, \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'}\right) ds$$

étendue à un contour infiniment petit soit un infiniment petit du même ordre que l'aire embrassée par ce contour, c'est-à-dire un infiniment petit du second ordre par rapport à la longueur du contour. Cette condition est en effet imposée par le fait que l'intégrale de  $F$  étendue au circuit primitif possède une valeur finie. Ce résultat important coïncide avec la première des trois lois expérimentales sur lesquelles Ampère a appuyé sa théorie : elle consiste en ce que deux courants de mêmes extrémités, toujours très voisins l'un de l'autre, exercent la même action sur un conducteur mobile quelles que soient les sinuosités de leurs chemins. Ce *principe des courants sinueux* apporte des renseignements importants sur la forme de l'action électrodynamique élémentaire et permet en outre à Ampère de justifier par l'expérience la loi d'addition géométrique des éléments de courant. Or Duhem vient de montrer que ce principe est une simple conséquence logique de quelques hypothèses admises par tous les physiciens avant lui. Il peut donc s'affranchir de l'un des principes expérimentaux sur lesquels reposent depuis Ampère les lois des actions électrodynamiques, principe dont la vérification est soumise aux plus grandes difficultés.

Dans le cours de physique qu'il professe durant l'année 1891 – 1892 à l'Université de Lille, Duhem reviendra d'ailleurs sur l'idée que la théorie électrodynamique d'Ampère ait été, d'après son auteur, entièrement déduite de l'expérience : « *il suffit de parcourir les écrits de ce grand géomètre pour reconnaître que sa formule fondamentale de l'Electrodynamique a été trouvée toute entière par une sorte de divination ; que les expériences évoquées par lui ont été imaginées après coup, et combinées tout exprès, afin qu'il put exposer selon la méthode newtonienne [c'est-à-dire la méthode inductive] une théorie qu'il avait construite par une série de postulats* »<sup>68</sup>. Duhem

<sup>68</sup> DUHEM Pierre [1906a], pp. 301 – 302. Dans un article intitulé « Quelques réflexions au sujet des théories physiques » et qui constitue l'introduction de son cours de 1891 – 1892, Duhem évoque deux exemples classiques de la méthode inductive : le passage par Newton des trois lois de Kepler aux lois de la gravitation et la théorie électrodynamique d'Ampère (DUHEM Pierre [1892a], p. 147). Ce dernier exemple n'est pas développé dans cet article, mais le sera plus tard dans *La théorie physique, son objet, sa structure*.

souligne que les hypothèses ne peuvent être la simple traduction symbolique des lois expérimentales et que l'intuition joue un rôle important dans leur choix. Aussi, bien loin que la théorie d'Ampère ait été entièrement déduite de l'expérience, « l'expérience n'a eu qu'une part très faible à sa formation ; elle a été simplement l'occasion qui a éveillé l'intuition du physicien de génie, et cette intuition a fait le reste ». L'exemple de l'élaboration de la théorie électrodynamique par Ampère conforte ainsi Duhem dans son idée que les considérations expérimentales ne doivent pas être à la base de la théorie mais qu'elles en sont le couronnement. Soutenant dans ses premiers articles philosophiques que la méthode inductive prônée par Ampère reste tout de même un idéal à poursuivre, il finira par se convaincre, dans *La théorie physique, son objet, sa structure*, que cette méthode est chimérique : « c'est que deux écueils inévitables rendent impraticable au physicien la voie purement inductive. En premier lieu, nulle loi expérimentale ne peut servir au théoricien avant d'avoir subi une intervention qui la transforme en loi symbolique ; et cette interprétation implique l'adhésion à tout un ensemble de théories. En second lieu, aucune loi expérimentale n'est exacte ; elle est seulement approchée ; elle est donc susceptible d'une infinité de traductions symboliques distinctes ; et parmi toutes ces traductions, le physicien doit choisir celle qui fournira à la théorie une hypothèse féconde, sans que l'expérience guide aucunement son choix »<sup>69</sup>.

Duhem n'est pas le premier à montrer que l'on peut s'affranchir du *principe des courants sinueux* introduit par Ampère. En 1872, le mathématicien Joseph Bertrand démontre en effet que cette loi expérimentale ne devait plus être conservée à titre de principe puisqu'elle est la conséquence d'une seconde loi expérimentale invoquée par Ampère<sup>70</sup>. Cette seconde loi prétend qu'un courant fermé et uniforme quelconque exerce sur un élément de courant une action normale à cet élément. La démonstration de Bertrand repose essentiellement sur le fait que cette dernière loi implique que la force électrodynamique élémentaire intégrée le long d'un circuit infiniment petit est du même ordre que l'aire embrassée par ce circuit. Cette condition est analogue à celle vérifiée par la fonction  $F$  considérée par Duhem. Or, de cette propriété, Bertrand en déduit, par analyse mathématique, que la force électrodynamique entre deux éléments  $ds$  et  $ds'$  doit avoir la forme suivante :

$$\Phi(r) \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \Psi(r) \cos(ds, ds'),$$

<sup>69</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 303. Pour suivre l'évolution de la pensée de Duhem, de ses premiers articles philosophiques à *La théorie physique, son objet, sa structure*, voir : BRENNER Anastasios [1990].

<sup>70</sup> Joseph Bertrand (1822 – 1900), professeur à l'École Polytechnique et au Collège de France, secrétaire de l'Académie des Sciences à partir de 1873, est une figure influente des mathématiques françaises. Entre 1868 et 1875, il écrit une série d'articles condamnant le manque de rigueur mathématique des travaux de Maxwell en électromagnétisme. Il déclenche ensuite une polémique avec Helmholtz à propos de l'existence, selon ce dernier, d'un couple électrodynamique élémentaire. Rejetant les travaux britanniques et allemands en électromagnétisme, Bertrand s'attache à prouver la supériorité des travaux d'Ampère, ce qui l'amène à développer une version mathématiquement affinée de la loi dite d'Ampère.

c'est-à-dire la forme trouvée par Ampère comme conséquence du *principe des courants sinueux*. Ce dernier principe n'a donc plus de raison d'être considéré comme base expérimentale de la théorie. Sans avoir à reprendre le raisonnement de Bertrand, qui nécessite tout de même l'emploi d'une loi expérimentale, Duhem peut simplement s'appuyer sur le théorème d'analyse mathématique établi par ce dernier. Ce *théorème de Bertrand* permet en effet à Duhem de déterminer l'expression de la fonction  $F$ . Aussi, en remarquant que l'on peut ajouter une quantité de la forme

$$\frac{\partial^2 R(r)}{\partial s \partial s'}$$

à l'expression de  $F$  sans changer la valeur du potentiel électrodynamique, Duhem parvient à l'expression générale suivante :

$$F = \frac{1-K}{2} \Theta(r) \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+K}{2} H(r) \cos(ds, ds'), \quad (13)$$

où  $K$  est une constante numérique et

$$\Theta(r) + r \frac{dH(r)}{dr} = 0. \quad (14)$$

Les expériences qui ont permis de déterminer la forme de la fonction de la distance figurant dans la loi d'Ampère permettraient encore de déterminer la forme des fonctions  $\Theta(r)$  et  $H(r)$ . Mais Duhem souhaite montrer que l'on peut arriver à la connaissance de ces fonctions sans faire appel à l'expérience et à la seule condition de faire l'hypothèse suivante sur sa forme :

$$\Theta(r) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 \dots + a_n r^n + \frac{A_1}{r} + \frac{A_2}{r^2} + \dots + \frac{A_p}{r^p}. \quad (15)$$

Cette hypothèse est analogue à celles qu'Ampère et Gauss ont faites respectivement dans l'étude des actions élémentaires électrodynamiques et dans l'étude des actions magnétiques. Elle est même plus générale<sup>71</sup>. Pour déterminer l'expression de la fonction  $\Theta(r)$ , Duhem va alors s'appuyer sur une expérience de pensée. En considérant le potentiel thermodynamique d'un circuit circulaire parcouru par un courant uniforme et en traduisant le fait que le travail non compensé engendré par une variation infiniment petite de l'intensité de ce courant doit rester une quantité finie, il est en effet conduit à la conséquence suivante :  $\Theta(r)$ , qui est une fonction finie, continue et uniforme pour toutes les valeurs réelles et positives de  $r$ ,

- 1) doit tendre vers 0 comme  $\frac{1}{r}$  lorsque  $r$  croît au-delà de toute limite ;
- 2) doit devenir infiniment grande au plus de l'ordre de  $\frac{1}{r}$  lorsque  $r$  tend vers 0.

---

<sup>71</sup> Ampère, en cherchant à déterminer la fonction inconnue de la distance qui figure dans la formule de l'action mutuelle de deux éléments de courant, et Gauss, en cherchant à déterminer la loi suivant laquelle les actions des particules magnétiques varient avec la distance, ont supposé que les fonctions inconnues dont ils s'occupaient étaient de la forme  $1/r^n$ . Ils ont demandé ensuite à l'expérience la détermination de la constante  $n$ .

A elles seules, ces considérations ne suffisent pas à déterminer complètement  $\Theta(r)$ . Il faut nécessairement y adjoindre une hypothèse de la forme de celle de l'équation (15). Celle-ci impose alors que seule la constante  $A_1$  est non nulle. Seule l'expérience permettrait finalement de déterminer la valeur de cette constante, qui s'avère être négative. Par commodité, Duhem pose donc <sup>72</sup>

$$A_1 = -\frac{A^2}{2}. \quad (16)$$

Il en résulte que la forme générale du potentiel électrodynamique élémentaire  $\varphi$  est la suivante :

$$\varphi ds ds' = -\frac{A^2}{2} I I' \left[ \frac{1-K}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+K}{2r} \cos(ds, ds') \right] ds ds'. \quad (17)$$

Comme le facteur relatif à la constante  $K$  s'annule après intégration le long d'un contour fermé, cette constante possède une valeur arbitraire. Il existe donc une infinité d'expressions possibles pour le potentiel électrodynamique d'un système de conducteurs fermés traversés par des courants uniformes.

### 3.4. Extension aux courants non uniformes

Après avoir considéré uniquement des courants uniformes, Duhem s'intéresse au cas des courants quelconques. Il impose seulement à l'intensité de ces courants de varier d'une manière continue le long des conducteurs. En particulier, l'intensité aux extrémités d'un conducteur ouvert est, selon lui, forcément nulle <sup>73</sup>. En reprenant la même démarche que précédemment, il est amené à considérer un terme supplémentaire

$$\iint I I' \psi ds ds'$$

dans l'expression du potentiel thermodynamique,  $\psi$  dépendant uniquement de la position mutuelle des éléments de courant  $ds$  et  $ds'$ . Ce terme supplémentaire devant s'annuler lorsque les conducteurs sont tous parcourus par des courants uniformes, Duhem peut écrire :

<sup>72</sup> Au cours de ses travaux sur l'électricité et le magnétisme, Duhem change régulièrement de notations, ce qui rend laborieux la circulation entre ses différents mémoires et articles. Par commodité, la notation utilisée par Duhem dans le tome III de ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* sera dorénavant adoptée. Duhem indique ici que le signe de la constante présente dans l'expression du potentiel électrodynamique est imposé par l'expérience, mais il ne cite aucun exemple de preuve expérimentale. Il aurait notamment pu citer le fait que deux courants rectilignes parallèles s'attirent. Dans ses *Leçons*, le signe de cette constante sera déterminé différemment : il sera imposé par la stabilité de l'équilibre électrique (DUHEM Pierre [1892c], p. 119).

<sup>73</sup> Il s'agit là d'une différence avec la théorie de Maxwell. Ce dernier considère en effet que les courants doivent toujours être considérés comme fermés du point de vue électromagnétique. Lorsque le fluide électrique sort d'un conducteur, il déplace le fluide inducteur du milieu diélectrique, ce qui crée un *courant de déplacement*. Ainsi, les courants ouverts de la théorie ordinaire se ferment, dans la théorie de Maxwell, selon les lignes de force du diélectrique.

$$\psi = \frac{\partial^2 \Psi(r)}{\partial s \partial s'}. \quad (18)$$

La détermination de  $\Psi(r)$  se fait ensuite de la même manière que celle utilisée pour déterminer  $\Theta(r)$ . Pour son expérience de pensée, Duhem considère toujours le potentiel électrodynamique d'un circuit circulaire, mais parcouru cette fois par un courant non uniforme, antisymétrique par rapport au centre du cercle. Il obtient finalement l'expression suivante du potentiel électrodynamique élémentaire dans le cas général où les courants sont quelconques :

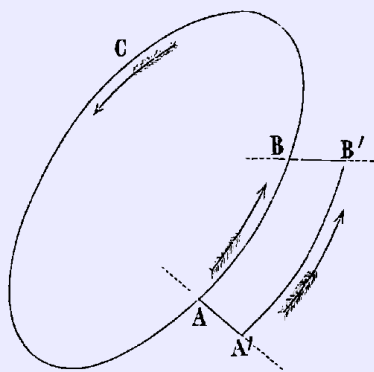
$$I I' (\varphi + \psi) ds ds' = -\frac{A^2}{2} I I' \left[ \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right] ds ds'. \quad (19)$$

Le potentiel électrodynamique garde donc la même forme que dans le cas des courants uniformes, la constante  $K$  étant simplement remplacée par une autre constante  $\lambda$ . Cependant, le terme en facteur de ce coefficient ne s'annulant pas après intégration le long d'un circuit fermé lorsque celui-ci est parcouru par un courant non uniforme,  $\lambda$  n'est plus, comme l'était la constante  $K$ , une constante arbitraire. La valeur de cette constante devient indifférente seulement s'il n'y a plus dans le système que des courants uniformes.

### 3.5. Actions électrodynamiques des courants

Pour connaître les actions exercées par un courant fermé sur un segment de conducteur quelconque, il suffit de calculer le travail  $d\tau$  exercé par les actions électrodynamiques lorsque ce segment éprouve seul un déplacement virtuel quelconque. Cependant, pour Duhem, la notion de travail non compensé ne peut s'appliquer qu'aux modifications que l'on peut, sans contradiction, supposer réalisées d'une manière expérimentale. Or « *aucun fait d'expérience ne saurait présenter un courant non fermé dont l'intensité ne soit pas nulle aux deux extrémités* »<sup>74</sup>. De fait, l'expression de *force appliquée à un élément de courant* n'a, par elle-même, aucun sens. Néanmoins, s'il veut confronter sa théorie aux lois de l'électrodynamique proposées par les autres physiciens, Duhem est tout de même amené à en donner une définition. Pour surmonter cette difficulté, il s'appuie sur l'idée émise par F.-E. Neumann de faire entrer en ligne de compte les chemins décrits par les extrémités du conducteur. Il démontre en effet que le travail  $d\tau$  est égal, au signe près, au potentiel électrodynamique du système sur un circuit fermé fictif mais réalisable, construit à partir du déplacement (**Figure I.2**). Les principes de la thermodynamique peuvent par conséquent s'appliquer à ce système.

<sup>74</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 266.



**Figure I.2 : Actions électrodynamiques**

Duhem démontre que le travail effectué par les actions électrodynamiques intérieures à un système, lorsqu'on déplace d'une manière quelconque un segment AB de conducteur, est égal au potentiel électrodynamique du système dans son état primitif (y compris le conducteur soumis au déplacement) sur un courant fermé formé de la manière suivante :

- (i) l'élément AB dans sa position initiale, parcouru par le courant qui le parcourt initialement ;
- (ii) le chemin BB' du point B, parcouru de B en B' par un courant dont l'intensité est égale à celle du courant qui arrive initialement en B ;
- (iii) le segment B'A' parcouru par un courant dont l'intensité  $a$ , en chaque point, la même valeur qu'au point correspondant de BA, mais de signe contraire ;
- (iv) le chemin renversé A'A du point A, parcouru de A' en A par un courant dont l'intensité est égale à celle du courant qui part initialement de A.

Cette proposition fondamentale a été donnée par F.-E. Neumann en 1845 dans le cas des courants uniformes et Duhem l'a étendu, dans le cadre de sa théorie, aux courants non uniformes <sup>75</sup>.

Source : DUHEM Pierre [1886c], p. 331, fig. 2

L'expression de l'action électrodynamique obtenue par Duhem lui permet de discuter des divers théories proposées par les physiciens qui ont traité de l'électrodynamique et de déterminer dans quelles circonstances il est permis de faire usage des formules adoptées par chacun d'eux. Duhem établit tout d'abord que « *les actions électrodynamiques exercées sur un élément de courant quelconque par un conducteur linéaire quelconque se réduisent à une force unique appliquée au milieu de l'élément* » <sup>76</sup>. S'il s'agit d'un élément de courant uniforme, la force obéit à la loi donnée en 1843 par Grassmann. Si le circuit fermé est de plus traversé par un courant uniforme, l'expression de la force résulte de l'application de la loi d'Ampère. Dans le cas général de courants non uniformes, la force est représentée par une expression où tout est déterminé, sauf la constante  $\lambda$ , dans l'expression du potentiel électrodynamique de deux éléments de courants.

Concernant l'action mutuelle de deux éléments de courants, Duhem rappelle que la thermodynamique ne peut fournir aucun renseignement, ses principes n'étant applicables qu'à des modifications dont la réalisation expérimentale est concevable. Et il s'empresse de remarquer que « *la cause qui rend impossible la solution de ce nouveau problème, la rend en même temps inutile* » <sup>77</sup>. L'action entre deux éléments de courants doit être regardée comme une pure abstraction. Seule la somme de cette action le long d'un conducteur fermé représente une réalité physique soustraite à tout arbitraire.

<sup>75</sup> NEUMANN Franz Ernst [1845].

<sup>76</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 303.

<sup>77</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 275.

### 3.6. Liens avec l'électrodynamique de Helmholtz

La forme générale ( 19 ) du potentiel électrodynamique élémentaire déterminée par Duhem coïncide avec celle énoncée en 1870 par Helmholtz <sup>78</sup>. Après avoir situé ses premiers travaux de thermodynamique en référence à ceux de Helmholtz, Duhem croise donc à nouveau le chemin du physicien allemand. Mais il ne s'agit pas d'une simple coïncidence, puisque les approches des deux savants présentent de fortes similitudes. Helmholtz souhaite en effet accorder la science électrique avec le principe de conservation de l'énergie, principe qu'il a lui-même contribué à développer dans son mémoire *Sur la conservation de la force* en 1847. Rejetant les théories de l'action électrodynamique qui sont alors en concurrence, il admet comme point de départ de ses travaux l'existence d'un potentiel électrodynamique. Il élimine ainsi les forces d'Ampère et de Weber et les champs de Maxwell en les remplaçant par des considérations énergétiques. De la même manière, Duhem appuie son étude des systèmes renfermant des courants électriques sur l'hypothèse qu'il existe un potentiel thermodynamique pour de tels systèmes.

Les travaux de Duhem dépassent néanmoins ceux de Helmholtz. Pour déterminer l'expression du potentiel électrodynamique, ce dernier s'est en effet appuyé sur la formule de F.-E. Neumann relative à un circuit fermé, formule elle-même déduite de la loi d'Ampère. Sans contredire les vues de Helmholtz, Duhem est par contre parvenu à asseoir l'expression générale du potentiel électrodynamique sur une base plus assurée, en s'appuyant uniquement sur des hypothèses générales admises par tous les physiciens. Dans son article intitulé « Quelques réflexions au sujet des théories physiques » publié en 1892, il précisera ainsi la supériorité de sa théorie par rapport à celle de Helmholtz : « *une théorie physique n'a pas le droit d'invoquer des hypothèses inutiles ; elle doit en réduire le nombre au minimum* » <sup>79</sup>. La théorie doit ainsi restreindre le nombre de lois qu'elle regarde comme premières et dont elle fait des hypothèses. Le physicien ne doit accepter une nouvelle hypothèse que lorsqu'une nécessité inéluctable l'y contraint. Or, en s'appuyant notamment sur les méthodes de l'analyse fonctionnelle, Duhem est parvenu à prouver l'inutilité des principes expérimentaux énoncés par Ampère et dont la vérification reste douteuse. Il s'agit là d'un résultat essentiel de l'application de la thermodynamique aux phénomènes électrodynamiques. Duhem est en outre parvenu à démontrer l'expression du potentiel électrodynamique dans le cas général des courants non uniformes, alors que Helmholtz n'a fait qu'admettre sans démonstration l'extension de l'expression établie pour les courants uniformes. Duhem propose néanmoins d'appeler *constante de Helmholtz* la constante fondamentale  $\lambda$  qui apparaît dans l'expression générale du potentiel électrodynamique.

---

<sup>78</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870a].

<sup>79</sup> DUHEM Pierre [1892a], p. 166.

Dans le cas où les courants sont uniformes, l'expression du potentiel électrodynamique de Helmholtz renferme comme cas particuliers les formules énoncées antérieurement par F.-E. Neumann ( $K=1$ ) et par Weber ( $K=-1$ )<sup>80</sup>. Toutes ces formules sont d'ailleurs équivalentes lorsqu'on considère uniquement des conducteurs fermés. Par contre, la théorie d'Ampère ne peut pas être considérée comme un cas particulier de celle de Helmholtz, puisqu'elle ne s'accorde pas avec l'existence d'un potentiel électrodynamique. Ampère a en effet supposé que l'action électrodynamique entre deux éléments de courant se réduit à une force, dirigée suivant la droite qui joint ces éléments. Or, comme le potentiel électrodynamique dépend de l'orientation des éléments de courant en interaction, l'action électrodynamique se compose nécessairement d'une force et d'un couple, ce dernier tendant à faire tourner les éléments les uns par rapport aux autres.

Grand admirateur des travaux d'Ampère, Bertrand a fait à ce sujet des objections à la théorie de Helmholtz, arguant notamment que ces couples devraient immédiatement briser le fil parcouru par un courant. Mais en analysant de manière complète les actions mutuelles de deux conducteurs, Duhem parvient à désamorcer la violente polémique déclenchée en 1871 par Bertrand, dont l'influence sur la science française est considérable à cette époque. Il établit en effet que les objections du mathématicien « *montrent simplement que l'hypothèse d'un courant dont l'intensité présenterait en certains points des discontinuités est une hypothèse inadmissible. Il n'y a rien dans cette dernière conclusion qui puisse étonner les physiciens* »<sup>81</sup>. A travers ses travaux, Duhem contribue ainsi à remettre en lumière la théorie électrodynamique de Helmholtz, complètement délaissée en France à la suite des objections de Bertrand. Il est parvenu à reformuler cette théorie selon le prisme thermodynamique, en conciliant l'ensemble des connaissances sur le potentiel électrodynamique avec la notion de potentiel thermodynamique. Aussi Duhem espère-t-il que son essai, « *malgré ses imperfections, contribuera à jeter quelque lumière sur les problèmes encore si obscurs que soulève l'étude de l'Electrodynamique* »<sup>82</sup>.

<sup>80</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870a], p. 540. Helmholtz affirme également qu'on retrouverait l'électrodynamique de Maxwell en faisant  $K=0$ . Dans les leçons qu'il professe à la Faculté des Sciences de Paris en 1889 – 1890, Poincaré montre que cette dernière assertion n'est pas exacte puisque Maxwell ne considère que des courants fermés et  $K$  doit donc toujours disparaître des équations. Néanmoins, Poincaré montre que l'électrodynamique de Maxwell s'en déduit d'une façon toute différente et consiste en un cas limite plutôt qu'un cas particulier de celle de Helmholtz (POINCARÉ Henri [1891], chapitre V). Helmholtz démontre en outre que la constante  $K$  ne peut pas avoir une valeur négative car cela conduirait à des résultats qui, bien que conformes au principe de conservation de l'énergie, correspondraient à un équilibre instable de l'électricité. Helmholtz en déduit donc que la formule proposée par Weber ne peut être exacte. Pour arriver à cette conclusion, il doit au préalable établir les équations du mouvement de l'électricité, ce que nous examinerons au chapitre VIII.

<sup>81</sup> DUHEM Pierre [1885c], p. 46.

<sup>82</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 330.



L'extension naturelle de ce travail sur l'électrodynamique est l'application de la thermodynamique aux actions qui s'exercent entre les courants électriques et les aimants. Il s'agit donc de passer de l'électrodynamique à l'électromagnétisme. Néanmoins, il est nécessaire pour Duhem de considérer dans un premier temps des systèmes simplement aimantés, c'est-à-dire dépourvus de courants électriques. Cette étude du magnétisme sous l'angle de la thermodynamique se révélera extrêmement féconde, incitant notamment Duhem à soutenir une thèse de sciences mathématiques sur la théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique.



## CHAPITRE II

# LE PROBLÈME DE L'AIMANTATION PAR INFLUENCE

### I. Une thèse sur l'aimantation par influence

#### 1. Entrée à l'Université

Après cinq années passées à la rue d'Ulm, Duhem est nommé maître de conférences à Lille en octobre 1887. Cette nomination dans une faculté de province est courante pour les normaliens. La Faculté des Sciences de Lille est alors considérée comme l'un des plus brillants centres de recherche scientifique <sup>1</sup>. Duhem espère néanmoins que cette affectation précède un retour rapide à Paris. Au vu de son classement à l'agrégation (1<sup>er</sup> en 1885) et de la fécondité de ses premières recherches, il s'estime en effet digne d'une chaire de professeur à la Sorbonne. Il s'investit pour cela pleinement dans les nouvelles tâches d'enseignement qui lui incombent, mais prend peu à peu conscience que ses efforts pour retourner à Paris resteront vains et qu'il doit payer le fait d'avoir contesté les travaux de Berthelot. Ainsi, comme l'affirme sa fille Hélène, les « *potentats* » de la communauté scientifique, Berthelot en tête, font tout pour « *lui barre[r] la route de Paris* » <sup>2</sup>. Duhem passera finalement l'ensemble de sa carrière universitaire en province, à Lille (1887 – 1893), Rennes (1893 – 1894) puis Bordeaux (1894 – 1916).

Un mois seulement après l'arrivée de Duhem à Lille, le ministre de l'Instruction Publique inaugure la réunification des quatre facultés de Lille. Les Facultés de Droit et de Lettres de l'Université de Douai rejoignent ainsi celles de Médecine et des Sciences, déjà présentes à Lille. Ce transfert, conclu au terme d'âpres contestations avec les Douaisiens, n'est pas anodin de la part du gouvernement. En mettant en place une université laïque compétitive à Lille, l'Etat souhaite concurrencer l'Institut catholique de la ville et « *lutter avec*

---

<sup>1</sup> La même année, le mathématicien Paul Painlevé est nommé maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille. Puis plus tard Emile Borel, major à l'ENS, à Polytechnique et à l'agrégation de mathématiques.

<sup>2</sup> Citation d'Hélène Duhem reproduite dans l'ouvrage suivant : JAKI Stanley L. [2007], p. 134.

*avantage contre l'enseignement donné sous les auspices du cléricalisme* »<sup>3</sup>. L'Institut catholique de Lille, créé dès le vote de la loi de 1875 sur la liberté de l'enseignement supérieur, constitue en effet un vaste centre d'enseignement s'appuyant sur cinq facultés (Droit, Lettres, Sciences, Médecine et Théologie) puis, plus tard, sur des écoles techniques<sup>4</sup>. L'influence de ce fleuron de l'enseignement catholique français n'est alors pas du goût des républicains défenseurs de la laïcité. Ainsi, dès 1880, à l'occasion de la construction de la Faculté de Médecine, Jules Ferry annonce l'action du gouvernement : « *on a dit que la ville de Lille était d'un certain point de vue une citadelle du cléricalisme. Messieurs, nous élevons ici citadelle contre citadelle, dans le vaste champ de la liberté* »<sup>5</sup>.

Le fait que l'Université de Lille, nouvellement fondée, bénéficie d'un soutien financier notable de la part du gouvernement explique en partie le dynamisme de ses facultés. Mais le meilleur réconfort pour Duhem est certainement sa rencontre avec un milieu catholique et conservateur ressemblant fortement à celui qu'il vient de quitter à Paris. Duhem participe en effet à une série de débats animés par un cercle d'intellectuels lillois, majoritairement catholiques - convaincus comme lui. Au sein de cet environnement conservateur et engagé, il se voit donc conforté dans ses engagements déjà très affirmés. Lors de ces débats, les différents protagonistes s'interrogent notamment sur la compatibilité entre science et foi, ce qui amènera Duhem à préciser plus tard sa position épistémologique sur le sujet<sup>6</sup>. En complément de ses nombreux travaux théoriques, il commence à publier, à partir de 1892, une série d'essais relatifs à la méthode en physique, à la relation entre physique théorique et expérience et aux rapports entre science et métaphysique<sup>7</sup>. Le cercle d'intellectuels lillois l'encourage à publier ces réflexions dans la *Revue des questions scientifiques*, vecteur de communication de la *Société scientifique de Bruxelles*<sup>8</sup>. Au cours de son séjour dans la *citadelle du cléricalisme*, Duhem se nourrit donc de la proximité entre l'Université et l'Institut catholique, allant de ce fait à l'encontre des visées de l'Etat. Mais il ne semble visiblement pas se préoccuper des règles implicites de séparation entre les deux établissements. Il accueille

<sup>3</sup> Editorial du principal quotidien républicain de Lille, *Le Progrès du Nord* ; citation extraite de l'ouvrage de L. Trénard sur l'histoire de l'Université de Lille : TRENARD Louis [1978], p. 84.

<sup>4</sup> L'Institut Technique Roubaisien est créé en 1895 et l'Institut Catholique des Arts et Métiers de Lille en 1898.

<sup>5</sup> Citation extraite de l'article suivant : MARCHAND Philippe [2003].

<sup>6</sup> Duhem justifiera en 1904 la pertinence d'une « *physique de croyant* ». Il affirme que l'objet et la nature de la théorie physique sont « *choses étrangères aux doctrines religieuses et sans contact avec elles* » (DUHEM Pierre [1904a], p. 422).

<sup>7</sup> Nous reviendrons sur le contenu de ces essais philosophiques dans le chapitre VII.

<sup>8</sup> L'ensemble des essais philosophiques publiés dans la *Revue* par Duhem lors de son séjour lillois a été republié en 1987 et regroupé en un seul volume, *Prémices philosophiques*, avec une introduction de Stanley L. Jaki : DUHEM Pierre [1987]. Fondée en 1875, la *Société scientifique de Bruxelles* est une association de scientifiques catholiques. Elle comprend notamment une vingtaine de membres de l'Académie des Sciences de Paris, au sein de laquelle la plupart des scientifiques catholiques n'osent pas se regrouper.

notamment Eugène Monnet, assistant de chimie à l'Institut catholique, dans ses cours et dans son laboratoire. Ce dernier lui fera d'ailleurs connaître Adèle Chayet, sa future épouse, lors d'une rencontre soigneusement organisée <sup>9</sup>.

## 2. Une thèse de sciences mathématiques

C'est durant les six années passées à Lille que Duhem entreprend son étude du magnétisme sous l'angle de la thermodynamique. Après avoir communiqué à l'Académie des Sciences plusieurs notes sur le sujet dès le début de son séjour lillois <sup>10</sup>, il décide de présenter son travail comme thèse de sciences mathématiques dès l'année suivante. La rapidité entre la publication des premiers articles et la rédaction de la thèse témoigne de sa parfaite maîtrise de l'outil thermodynamique auquel il souhaite soumettre toutes les branches de la physique, et plus particulièrement ici le magnétisme.

Soutenue le 30 octobre 1888, cette thèse sur l'aimantation par influence est cette fois-ci acceptée sans réserve par le jury, composé de Darboux, Poincaré et Bouty <sup>11</sup>. L'approbation de ce travail nourrit un peu plus la suspicion autour du refus de sa première thèse. Ce second travail n'est en effet que l'application au problème du magnétisme de la théorie du potentiel thermodynamique décrite dans sa première thèse. On pourrait certes arguer que cette seconde thèse est une thèse de sciences mathématiques, alors que son premier mémoire a été rédigé en vue d'un doctorat de physique mathématique. L'attention porterait donc ici essentiellement sur la validité des enchaînements mathématiques et là sur la pertinence de la théorie physique. Mais comme l'indique Bouty dans une lettre adressée à Duhem en février 1888, le jury était tout à fait disposé à considérer son travail sur le magnétisme au point de vue purement physique, « *eu égard à l'importance de [ses] recherches actuelles et de [ses] recherches antérieures* » <sup>12</sup>. Notons d'ailleurs que Bouty a lui-même présenté une thèse sur le

---

<sup>9</sup> Marie-Adèle Chayet (1861 – 1892) est la benjamine d'une famille aisée de cinq enfants et est issue du milieu conservateur catholique fréquenté par Duhem. Ils se marient six mois après leur rencontre, en octobre 1890, à l'église Saint-Sulpice de Paris.

<sup>10</sup> DUHEM Pierre [1887b – f, 1888c].

<sup>11</sup> Gaston Darboux (1842 – 1917), professeur de géométrie supérieure à la Faculté des Sciences de Paris, est le président du jury. Ses travaux concernent l'analyse (intégration et équations différentielles) et la géométrie différentielle (étude des courbes et des surfaces). Henri Poincaré (1854 – 1912), professeur de physique mathématique, s'illustre aussi bien en mathématiques qu'en physique, ses travaux touchant la plupart des problèmes importants de la science de l'époque : les équations différentielles et *l'Analysis situs* en mathématiques, la théorie du potentiel, la thermodynamique ou encore l'électromagnétisme en physique. Edmond Bouty (1846 – 1922), professeur de physique, est quant à lui l'auteur de nombreuses recherches sur le magnétisme et l'électricité. Après une thèse sur le problème de la distribution du magnétisme en 1875 et quelques travaux sur l'aimantation de l'acier, ses recherches s'orientent ensuite plus vers l'électricité, avec l'étude de l'électrostriction ou de la conductibilité des solutions salines.

<sup>12</sup> BOUTY Edmond [1888]. Cette lettre fait partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences. Elle est reproduite en annexe 1.

magnétisme en 1874. Malgré l'absence d'expériences personnelles, considérées jusqu'alors comme condition *sine qua non* d'un doctorat de sciences physiques, Bouty demande simplement à Duhem d'ajouter à son mémoire quelques calculs numériques tirés d'anciennes données expérimentales. Mais il ne se « *croirai[t] pas forcé d'être très exigeant sur le nombre et l'étendue des additions ou modifications dont il s'agit* ». Malgré cette faveur de la part des membres du jury, preuve que le jeune normalien est porté en grande estime par ces derniers, Duhem ne prend pas la peine d'effectuer ces modifications et présente son travail uniquement dans le cadre d'un doctorat de sciences mathématiques. Son mémoire paraît en 1888 dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* et est édité la même année chez Gauthier-Villars <sup>13</sup>.

## II. Etude historique de l'aimantation par influence

En complément de son étude purement scientifique du problème du magnétisme, Duhem fait paraître dans le même tome des *Annales* une « Etude historique sur la théorie de l'aimantation par influence », dans laquelle il expose l'évolution des idées théoriques sur le sujet depuis le début du siècle <sup>14</sup>. Cet exposé historique sur les théories du magnétisme n'est pas exhaustif, puisque Duhem ne s'attache qu'aux théories pouvant mettre en exergue la pertinence et le progrès apportés par sa propre théorie. Néanmoins, pour bien comprendre la portée de ses travaux théoriques, il semble nécessaire d'étoffer cette étude historique en replongeant les travaux des différents protagonistes dans leur contexte scientifique, mais aussi en décrivant des théories qui, malgré une influence certaine, restent volontairement ignorées par Duhem. C'est notamment le cas des théories d'Ampère et de Weber qui, en se basant sur des hypothèses spéciales sur la structure de la matière, sont en opposition avec ses positions épistémologiques. Il est de plus primordial de préciser les avancées réalisées sur le plan expérimental au cours du XIX<sup>e</sup> siècle, notamment à travers les *Experimental Researches* de Faraday. Cette étude historique plus complète nous permettra en outre de définir plusieurs notions qu'il est nécessaire de maîtriser pour pouvoir apprécier pleinement l'ensemble des problèmes liés aux phénomènes magnétiques : ce sont notamment les concepts de *force coercitive*, de *fonction potentielle magnétique* et d'*aimantation*, ainsi que la distinction entre *magnétisme* et *diamagnétisme*. Après avoir décrit les éléments essentiels de cette histoire de l'aimantation par influence, nous pourrons analyser, dans le paragraphe suivant, le regard porté par Duhem sur les travaux de ses prédécesseurs.

---

<sup>13</sup> DUHEM Pierre [1888a]. La diffusion de l'ouvrage édité chez Gauthier-Villars est limitée. D'après une lettre de Wassmuth adressée à Duhem, l'édition est épuisée dès juin 1889 : WASSMUTH Anton [1889].

<sup>14</sup> DUHEM Pierre [1888d].

## 1. Travaux de Coulomb

### 1.1. Des fluides magnétiques

La plupart des travaux sur le magnétisme au XVIII<sup>e</sup> siècle sont en lien avec la navigation et l'amélioration des boussoles. Il s'agit notamment de perfectionner les procédés d'aimantation, afin de donner une plus grande force et une plus grande persistance aux aimants. C'est d'ailleurs un concours académique sur « *la meilleure manière de fabriquer les aiguilles aimantées* »<sup>15</sup> qui attire l'attention de Coulomb sur le magnétisme en 1777. Si cette discipline ne bénéficie pas du même perfectionnement technique que l'électricité, elle profite de la similitude entre les phénomènes d'attraction et de répulsion entre corps électrisés et entre aimants pour se développer dans le même cadre théorique que celui de l'électricité. Ainsi, dans son *Tentamen theoriae electricitatis et magnetismi*<sup>16</sup>, Aepinus attribue la cause du magnétisme à l'existence d'un fluide magnétique. Agissant de manière analogue au fluide électrique, ce fluide n'est cependant sensible qu'aux molécules de quelques corps (fer, acier) et « *une fois engagé dans les pores de l'aimant, ne se déplace qu'avec difficulté* »<sup>17</sup>. Quelques années plus tard, Wilcke et Brugmans ont recours à deux fluides magnétiques qu'ils appellent *austral* et *boréal* : les fluides de même nature se repoussent et ceux de natures différentes s'attirent<sup>18</sup>. Uniformément répartis à l'état non magnétique, ces fluides se séparent lors de l'aimantation, chacun s'accumulant alors au pôle correspondant.

Si l'existence de ces fluides magnétiques ne repose pas selon les physiciens « *sur des preuves aussi plausibles que celles qui attestent l'existence du fluide électrique* »<sup>19</sup>, elle constitue néanmoins un support pour la conception newtonienne du magnétisme. Coulomb souhaite donc s'appuyer sur le succès de la mécanique céleste développée par Lagrange et Laplace pour étendre le newtonianisme, c'est-à-dire la physique laplacienne en France à l'époque, aux domaines de l'électricité et du magnétisme.

### 1.2. Loi des actions magnétiques

Pour déterminer expérimentalement la loi des actions magnétiques, Coulomb utilise deux méthodes différentes, l'une statique fondée sur les lois de la torsion et l'autre dynamique fondée sur les lois des petites oscillations<sup>20</sup>. Obtenant des résultats concordants, il peut alors énoncer la proposition suivante : « *la force attractive et répulsive du fluide*

---

<sup>15</sup> COULOMB Charles-Augustin [1785 - 1789], p. 1.

<sup>16</sup> AEPINUS Franz [1759].

<sup>17</sup> COULOMB Charles-Augustin [1785 - 1789], p. 297.

<sup>18</sup> WILCKE Johan Carl [1764] ; BRUGMANS Anton [1778].

<sup>19</sup> LIBES Antoine [1801], p. 344 ; BLONDEL Christine [1982], p. 16.

<sup>20</sup> On peut d'ailleurs remarquer que c'est l'étude des fils de torsion qui amène Coulomb vers celle de l'électricité et du magnétisme, puisque les forces qui sont en jeu permettent de générer des torsions très faibles.

*magnétique est exactement, ainsi que dans le fluide électrique, en raison composée de la directe des densités, et inverse du carré des distances des molécules magnétiques* »<sup>21</sup>. La *densité magnétique* dont parle ici Coulomb est proportionnelle à la *masse magnétique* dont il se sert pour qualifier les pôles de l'aimant, par analogie avec les masses de la loi de gravitation universelle,

$$F \propto \frac{mm'}{r^2}. \quad (1)$$

Les lois des actions gravitationnelles, électriques et magnétiques sont donc formellement identiques, ce qui conforte le point de vue laplacien. Ces résultats marquent la naissance d'une science mathématisée de l'électricité et du magnétisme. Dès lors, la tâche qui incombe aux membres de l'école laplacienne est de transposer à ces disciplines les travaux de mécanique de Laplace.

### 1.3. Force coercitive et théorie moléculaire

Avant d'élaborer la formalisation de la théorie du magnétisme, Coulomb est néanmoins conscient que les observations expérimentales imposent d'y ajouter quelques hypothèses. En effet, comment expliquer que le magnétisme persiste dans l'acier après que l'on ait soustrait celui-ci à l'action de l'aimant ? Coulomb imagine donc une *force coercitive* qui empêche les fluides magnétiques de se déplacer et de se neutraliser, « *force que l'on peut comparer au frottement dans les machines* »<sup>22</sup> : un échantillon de fer possède une *force coercitive* d'autant plus grande qu'il s'aimante difficilement par induction et qu'il conserve une plus grande quantité de magnétisme rémanent. Le fer dénué de *force coercitive* est généralement appelé fer *doux*, en référence à ses propriétés mécaniques : il est facilement courbé, travaillé et possède peu d'élasticité.

Mais si cette *force coercitive* empêche le fluide de s'écouler, comment alors expliquer l'expérience de l'aimant brisé et la création de deux pôles austral et boréal à l'endroit de la coupure (**Figure II.1**) ? Pour rendre compte de cette expérience, Coulomb est conduit à émettre une seconde hypothèse, sur la structure interne des corps aimantés : « *les fluides magnétiques sont renfermés dans chaque molécule ou partie intégrante de l'aimant ou de l'acier ; [...] les fluides peuvent être transportés d'une extrémité à l'autre de cette molécule, ce qui donne à chaque molécule deux pôles, mais [...] ces fluides ne peuvent pas passer d'une molécule à une autre* »<sup>23</sup>. Ainsi, les fluides magnétiques ne peuvent se déplacer librement à l'intérieur de l'aimant,

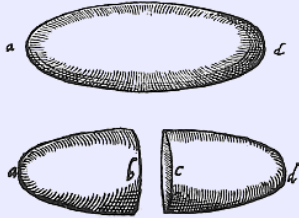
<sup>21</sup> COULOMB Charles-Augustin [1785 - 1789], p. 146.

<sup>22</sup> *Ibid*, p. 299. Cette comparaison de la *force coercitive* avec le frottement dans les machines n'est pas anodine puisque les travaux de Coulomb sur les principes des machines simples et les lois du frottement précèdent ses recherches sur le magnétisme : COULOMB Charles-Augustin [1781].

<sup>23</sup> COULOMB Charles-Augustin [1785 - 1789], p. 303. Cette proposition a été énoncée par Coulomb dans l'hypothèse d'Aepinus d'un fluide magnétique unique. Nous avons néanmoins choisi de transposer cette proposition à la théorie des deux fluides à laquelle Coulomb donne sa préférence, même s'il admet que les deux théories conduisent aux mêmes résultats.



comme le font les fluides électriques dans un conducteur, mais sont confinés à l'intérieur de « molécules aimantaires »<sup>24</sup>.



**Figure II.1 : Expérience de l'aimant brisé**

Cette expérience est décrite dès le XIII<sup>e</sup> siècle dans l'*Epistola de Magnete* de Pierre de Maricourt. Si l'on tente d'isoler un pôle en coupant en deux un aimant, chaque morceau présente à son tour les deux sortes de pôles. William Gilbert reprendra l'expérience de Maricourt en 1600, dans son ouvrage *De Magnete*.

Source : GILBERT William [1600], p. 29.

## 2. La théorie de Poisson ou la mathématisation du magnétisme

Parmi les élèves de Laplace, Poisson est l'un des plus dogmatiquement attachés à la doctrine du maître. Aussi, après avoir élaboré une théorie mathématique de l'électricité, il construit en 1824 la première théorie newtonienne de l'aimantation par influence. Les outils analytiques qu'il développe à cette occasion feront de cette théorie du magnétisme une référence essentielle pour tous les physiciens qui aborderont par la suite le problème du magnétisme par influence.

### 2.1. Une théorie newtonienne de l'électricité

Poisson envisage, à partir de 1812, de construire une théorie mathématique de l'électricité dans les corps conducteurs en s'appuyant sur les travaux expérimentaux et théoriques de Coulomb et sur la physique mathématique de Laplace. Le problème relatif aux forces électriques est néanmoins plus complexe que celui de la gravitation : les corps conducteurs s'électrisent par influence, c'est-à-dire que la distribution du fluide électrique à l'intérieur des corps conducteurs en interaction dépend de leurs positions mutuelles. Le cœur de l'analyse de Poisson est l'introduction d'une certaine fonction  $V$ , définie en chaque point comme « la somme des molécules fluides, divisées par leurs distances respectives »<sup>25</sup> à ce point. Cette fonction s'identifie à celle introduite dès 1777 par Lagrange dans son étude des attractions newtoniennes et reprise ensuite par Laplace<sup>26</sup>. La transposition de cette fonction à un champ différent de la mécanique se révèle extrêmement féconde. Elle permet en particulier d'exprimer simplement, par ses différences partielles, la résultante des actions suivant une direction quelconque :  $-dV/dx$  exprime ainsi la résultante des actions électriques de toutes les molécules fluides, selon un rayon vecteur  $x$ . La condition d'équilibre

<sup>24</sup> COULOMB Charles-Augustin [1785 – 1789], p. 329.

<sup>25</sup> POISSON Siméon-Denis [1812], p. 16.

<sup>26</sup> LAGRANGE Joseph-Louis [1777] ; LAPLACE Pierre-Simon [1782].

du fluide électrique imposant la nullité de cette quantité, le problème de la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs se résume donc à l'étude de la fonction  $V$ .

Cette théorie newtonienne de l'électricité est reçue avec enthousiasme par les membres de l'école laplacienne. Ainsi dans son *Traité de physique expérimentale et théorique*, Biot décrit de manière élogieuse les travaux de Poisson : « si l'on considère combien cette théorie embrasse des phénomènes variés [...], comme elle les représente avec exactitude [...], on conviendra qu'elle est une des mieux établies de la physique, et qu'elle donne à l'existence réelle des deux fluides électriques le plus haut degré de probabilité, pour ne pas dire une certitude entière »<sup>27</sup>. Les formulations analytiques déterminées par Poisson sont généralisées par Green en 1828, dans son *Essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism*<sup>28</sup>. Ce dernier attribue à cette occasion le nom de *fonction potentielle* à la fonction  $V$  et l'équation dite de *Poisson* devient l'expression locale de l'un de ses théorèmes. Les allemands Gauss et Clausius s'intéresseront eux aussi aux propriétés de cette fonction potentielle, dont Poisson déjà « connaissait l'importance dans un grand nombre de questions »<sup>29</sup>.

## 2.2. Une théorie newtonienne du magnétisme

### 2.2.1. Hypothèses fondamentales

Malgré les succès de sa théorie de l'électricité, il faut attendre plus de dix ans pour que Poisson étende ses instruments mathématiques au problème du magnétisme<sup>30</sup>. Comment expliquer un temps de latence si conséquent ? Une des raisons de cette mathématisation tardive du problème du magnétisme est la faiblesse des fondements théoriques et expérimentaux de cette discipline. En effet, en plus des doutes vis-à-vis de l'existence des fluides magnétiques, Poisson souligne que « les preuves que [Coulomb] a données [de la loi en raison inverse du carré des distances] et qui sont incontestables pour l'électricité, sont loin d'être aussi concluantes par rapport au magnétisme »<sup>31</sup>. Tandis que de petites boules de sureau électrisées peuvent être assimilées à des masses ponctuelles de fluide électrique, il n'est pas possible de mesurer pratiquement l'action entre des masses magnétiques ponctuelles : l'action magnétique sur une aiguille aimantée correspond toujours à la résultante des actions sur chacun des pôles de cette aiguille. Néanmoins, pour Poisson, rien n'empêche d'admettre

<sup>27</sup> BIOT Jean-Baptiste [1816], t. II, p. 312.

<sup>28</sup> GREEN George [1828].

<sup>29</sup> GAUSS Carl Friedrich [1840] ; CLAUSIUS Rudolf [1870] ; POISSON Siméon-Denis [1826], p. 460. L'utilisation de la fonction potentielle, fonction continue des variables d'espace, est pourtant en contradiction avec la notion de particule sur laquelle repose l'interprétation newtonienne. Elle n'est donc pour les laplaciens qu'un simple artifice mathématique. Elle peut cependant s'accorder avec l'hypothèse de l'action par contact et sera ainsi développée dans ce sens au cours du XIX<sup>e</sup> siècle.

<sup>30</sup> POISSON Siméon-Denis [1824a, b].

<sup>31</sup> POISSON Siméon-Denis [1824a], p. 248.

la loi de Coulomb et de confronter ensuite avec l'expérience les conséquences qui s'en déduisent par le calcul. La raison principale de l'élaboration tardive de la théorie du magnétisme est en fait la difficulté apportée par la structure interne des corps magnétiques. En effet, d'après les idées de Coulomb, alors que les fluides électriques se déplacent librement dans les conducteurs, les fluides magnétiques sont confinés dans des *éléments magnétiques* à l'intérieur desquels ils sont soumis à une *force coercitive*. Si Poisson se soustrait à la seconde difficulté en considérant uniquement des corps dénués de force coercitive, l'existence des éléments magnétiques complique considérablement son entreprise.

Mais si les différences entre corps électriques et magnétiques l'empêchent d'appliquer « *sans restriction* »<sup>32</sup> sa théorie de l'électricité, Poisson peut tout de même s'inspirer fortement de cette dernière pour élaborer sa théorie du magnétisme. En effet, un corps aimanté étant décrit comme « *un assemblage de parcelles magnétiques, séparées par des espaces inaccessibles au magnétisme* »<sup>33</sup>, le problème de l'aimantation par influence est similaire à celui de l'électrisation d'un ensemble de corps conducteurs très petits, séparés les uns des autres par une substance isolante. Tout en s'abstenant de confondre les éléments magnétiques avec les molécules du corps, Poisson suppose que leurs dimensions sont extrêmement petites par rapport à celles du corps. Chaque élément renferme des quantités égales de fluides austral et boréal et leur distribution parfaitement libre à l'intérieur de l'élément ne concerne qu'une très faible proportion du fluide neutre total. Poisson admet alors la même condition d'équilibre qu'à l'intérieur des conducteurs électriques, c'est-à-dire la nullité en tout point de la résultante des actions magnétiques. Celle-ci est égale à la somme des actions extérieures qui influent sur le corps aimanté et des actions exercées par les éléments magnétiques du corps lui-même.

### 2.2.2. Action magnétique à longue distance et notion d'aimantation

Poisson souhaite dans un premier temps déterminer l'action d'un élément magnétique placé en  $O(x, y, z)$  sur une masse unité de fluide magnétique située en  $M(\xi, \eta, \zeta)$ . Il reprend pour cela la voie suivie dans son mémoire sur la distribution de l'électricité dans les conducteurs et introduit une fonction potentielle  $V$  relative à l'élément magnétique. Mais n'ayant fait aucune hypothèse sur la forme de l'élément magnétique, il ne peut poursuivre son analyse que dans le cas limite où la distance  $r = OM$  est très grande devant les dimensions de l'élément. Dans ce cas, il montre que l'action magnétique exercée par l'élément magnétique dérive du potentiel

$$V = A \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) + B \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{r} \right) + C \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right), \quad (2)$$

<sup>32</sup> *Ibid*, p. 249.

<sup>33</sup> *Ibid*, p. 255.

où A, B et C dépendent uniquement de la répartition du fluide magnétique à l'intérieur de l'élément. Ces grandeurs correspondent aux composantes d'une grandeur géométrique dont la valeur s'apparente au *momentum* d'une aiguille aimantée. Ce moment magnétique a été défini par Coulomb comme « l'aire qui représente la somme des densités magnétiques, multipliée par la distance du centre de gravité de cette aire [au centre de l'aiguille] »<sup>34</sup>. L'action de l'élément magnétique sur un point éloigné est donc équivalente à celle d'une petite aiguille aimantée dont l'orientation et la quantité de fluide libre contenue à chacun de ses pôles sont déduites des composantes du moment magnétique. Poisson définit ensuite l'*aimantation* comme étant le moment magnétique par unité de volume, une grandeur dont « l'intensité et le sens [...] dans les différents points de ce corps sont tout ce qu'on peut connaître de la distribution du magnétisme dans son intérieur »<sup>35</sup>.

Dès lors, Poisson est capable d'exprimer la fonction potentielle  $\mathcal{V}$  relative à un corps aimanté quelconque, en un point dont la distance à tout point du corps est extrêmement grande devant les dimensions d'un élément magnétique. Soit

$$\mathcal{V} = \iiint \left( \mathcal{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) + \mathcal{B} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{r} \right) + \mathcal{C} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right) \right) dx dy dz, \quad (3)$$

l'intégrale s'étendant au volume occupé par le corps aimanté. Une intégration par partie permet à Poisson de mettre cette fonction sous la forme remarquable suivante :

$$\mathcal{V} = \iiint \frac{\rho}{r} dv + \iint \frac{\sigma}{r} d\omega, \quad (4)$$

la première intégration s'étendant au volume du corps aimanté et la seconde à sa surface. Les grandeurs  $\rho$  et  $\sigma$  dépendent uniquement des composantes de l'aimantation et de la forme du corps aimanté. Poisson démontre ainsi qu'un corps aimanté exerce sur toute masse magnétique éloignée la même action qu'une distribution *fictive* de fluide magnétique libre de densité  $\rho$  à l'intérieur du corps et de densité  $\sigma$  à sa surface. Ces grandeurs sont considérées non comme des réalités physiques, mais comme des outils purement mathématiques.

### 2.2.3. Conditions fondamentales de l'équilibre magnétique

L'approche précédente n'est plus valable pour déterminer l'action magnétique en un point M situé à l'intérieur d'un corps aimanté. Il faut en effet distinguer dans ce cas les éléments magnétiques qui sont à une distance sensible de M de ceux qui en sont rapprochés. Poisson introduit pour cela un volume  $v$  qui entoure l'élément magnétique contenant M et dont tous les points de la surface sont séparés de l'élément par une distance très petite par rapport aux dimensions du corps, mais très grande par rapport aux dimensions d'un

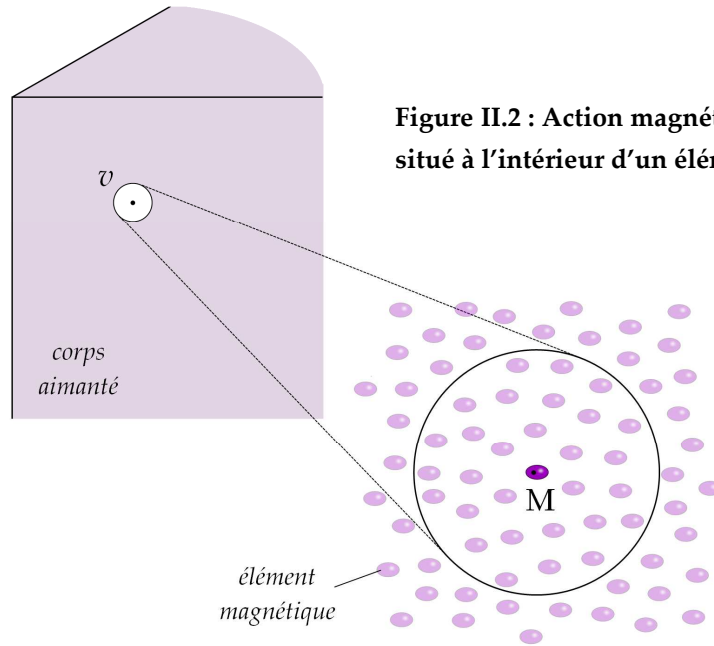
<sup>34</sup> COULOMB Charles-Augustin [1785 - 1789], p. 289.

<sup>35</sup> POISSON Siméon-Denis [1824a], p. 270. Je souligne.

élément magnétique (**Figure II.2**). L'action magnétique totale en  $M$  est alors la somme des actions des fluides magnétiques contenus dans trois régions distinctes de l'espace :

- (i) l'élément magnétique contenant  $M$  ;
- (ii) l'intérieur du volume  $v$  auquel on a soustrait l'élément magnétique contenant  $M$  ;
- (iii) la partie de l'espace extérieure à  $v$ .

A l'équilibre, la somme de ces actions exercées par les régions (i), (ii) et (iii) doit être nulle.



Pour déterminer les équations d'équilibre magnétique, Poisson s'appuie alors sur des raisonnements qui renferment plusieurs erreurs d'ordre analytique. Certaines de ces erreurs ont été mises en évidence par les mathématiciens qui, comme Green, se chargeront de perfectionner les outils mathématiques de la théorie du potentiel. En s'appuyant sur des raisonnements qui se révéleront inexacts, Poisson est parvenu à déduire de la condition d'équilibre du fluide magnétique le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial x} + \frac{4\pi}{3} \frac{1-k}{k} \mathcal{A} = 0 \\ \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial y} + \frac{4\pi}{3} \frac{1-k}{k} \mathcal{B} = 0 \\ \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial z} + \frac{4\pi}{3} \frac{1-k}{k} \mathcal{C} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Les potentiels  $\mathcal{W}$  et  $\mathcal{V}$  sont définis par l'équation (3), l'intégrale s'étendant respectivement au corps aimanté et à tous les corps autres que le corps aimanté. Le facteur  $k$  représente la *densité magnétique*, c'est-à-dire le rapport entre le volume occupé par les éléments magnétiques (supposés sphériques) et le volume total du corps aimanté. Compris par définition entre zéro et l'unité,  $k$  peut par exemple dépendre de la température via les dilatations possibles des

espaces séparant les éléments. Si l'on considère une substance magnétique de coefficient  $k$  connu soumise à l'influence d'aimants permanents donnés, c'est-à-dire placée dans un espace où la fonction  $\mathcal{U}$  est donnée, comme  $\mathcal{W}$  est une fonction des composantes de l'aimantation, le problème de l'aimantation par influence se résume, selon Poisson, à une simple « *question d'analyse* »<sup>36</sup>.

Dans la dernière partie de son mémoire, Poisson résout complètement ce problème dans le cas de corps sphériques et compare ses résultats aux données expérimentales publiées en 1823 par Barlow<sup>37</sup>. Cette confrontation à l'expérience montre alors, selon Poisson, « *la vérité de la théorie en général* », bien qu'elle « *laisse encore quelque chose à désirer sous le rapport de l'accord plus ou moins parfait des nombres donnés par le calcul ou par l'observation* »<sup>38</sup>. Cette théorie mathématique du magnétisme ne rencontre cependant pas le même succès que son équivalent électrique. Elle est en effet sujette, comme nous l'avons signalé précédemment, à de nombreuses critiques d'ordre analytique, ce qui amènera plusieurs physiciens à la transformer. La détermination expérimentale de la valeur du coefficient  $k$  pour différentes substances conduira en outre à des conséquences incompatibles avec la théorie de Poisson<sup>39</sup>. Néanmoins, les idées neuves apportées seront discutées et précisées au milieu du XIX<sup>e</sup> siècle, notamment par Thomson. Si ce dernier abandonne les hypothèses faites sur la nature du magnétisme, les principaux résultats analytiques obtenus par Poisson vont subsister. Cette théorie constitue donc une référence essentielle pour tous les physiciens qui abordent le problème du magnétisme par influence.

### 3. Magnétisme et électricité

#### 3.1. L'expérience d'Ørsted

Si Poisson est parvenu à prolonger les travaux de Coulomb, il ne prend pas en considération les importants développements qui bouleversent la science électrique au début des années 1820. En 1819, Ørsted observe la déviation d'une aiguille aimantée sous l'influence de l'appareil voltaïque<sup>40</sup>. Cette découverte, loin d'être le résultat du hasard, tient dans l'adhésion d'Ørsted à la *Naturphilosophie*, un courant philosophique qui imprègne alors la culture germanique au début du XIX<sup>e</sup> siècle. La conception dynamiste de la nature

---

<sup>36</sup> POISSON Siméon Denis [1824d], p. 7.

<sup>37</sup> BARLOW Peter [1823]. Les expériences de Barlow sont relatives aux déviations d'une boussole sous l'influence d'une sphère pleine ou creuse.

<sup>38</sup> POISSON Siméon-Denis [1824a], p. 262.

<sup>39</sup> Dans le cas du fer doux, le coefficient  $k$  est très voisin de l'unité et surpasse la limite imposée à ce coefficient lorsque les éléments magnétiques sont sphériques (compacité maximale d'un ensemble de billes sphériques). Et les propriétés des corps diamagnétiques, découverts par Faraday en 1845, semblent exiger que le coefficient  $k$  soit supérieur à l'unité, ce qui est impossible par définition.

<sup>40</sup> ØRSTED Hans Christian [1820].

attachée à cette métaphysique le conduit en effet à penser que toutes les forces sont convertibles les unes dans les autres. Les phénomènes électriques et magnétiques seraient ainsi les manifestations d'un principe unique, un *conflit électrique* qu'il imagine comme une succession d'interruptions et de rétablissements de l'équilibre électrique. Si les physiciens français contemporains rejettent cette interprétation, ils ne négligent pas pour autant l'importance des résultats obtenus et cherchent à les expliquer.

L'interaction entre fluide électrique en mouvement et masses magnétiques semble incompatible avec la conception laplacienne des interactions, où les forces agissent toujours entre des corpuscules de même nature. Cette action présente en outre une autre anomalie par rapport aux présupposés de l'école laplacienne, puisqu'elle ne suit pas la ligne joignant les éléments en interaction, mais est perpendiculaire. Lorsque les résultats d'Ørsted sont publiés, la physique laplacienne a déjà dû faire face à plusieurs déconvenues. Avec le mémoire de Fourier sur la théorie de la propagation de la chaleur dans les solides et celui de Fresnel sur la diffraction de la lumière, la physique laplacienne a en effet cessé d'être la seule à apporter sa grille interprétative aux phénomènes physiques. La fragilisation des domaines de l'électricité et du magnétisme risque d'affaiblir davantage le système laplacien. L'année de publication du mémoire de Poisson sur la théorie du magnétisme (1824) n'est d'ailleurs, de ce point de vue, pas complètement anodine. Ce travail, qui est dans la plus stricte tradition laplacienne, est en effet l'occasion de renforcer la théorie magnétique de Coulomb face à la théorie des courants particuliers que propose Ampère à la même époque.

Biot, disciple de Laplace et se considérant comme un spécialiste du magnétisme, s'attache de son côté à sauver le modèle laplacien en cherchant une interprétation à l'expérience d'Ørsted. Reprenant la démarche expérimentale de Coulomb, il établit en septembre 1820 que la force qui sollicite les pôles d'un aimant est en raison inverse de la distance entre le fil et l'aimant. De cette loi, Laplace en déduit que la force élémentaire exercée par chaque tranche de fil sur un pôle magnétique est bien réciproque au carré de la distance. Pour interpréter le caractère transversal de la force et sauvegarder le dogme laplacien, Biot suppose alors que celle-ci résulte de la superposition d'une multitude infinie d'actions élémentaires de type newtonien. L'électricité en mouvement imprimerait ainsi, selon Biot, une aimantation passagère similaire à celle d'aiguilles aimantées placées sur le contour du fil <sup>41</sup>.

---

<sup>41</sup> BIOT Jean-Baptiste [1821]. Pour plus de détails sur les travaux de Biot et la genèse de la loi dite de *Biot et Savart*, voir l'article : GUILLO Jean-Marie et LOCQUENEUX Robert [2005]. Si la transversalité de l'action magnétique du courant heurte les conceptions laplaciennes, elle étaye par contre la thèse de l'action par contact. Les théories de l'éther, un milieu impondérable support de la propagation de l'action, bénéficient en effet à cette époque d'un regain d'intérêt. L'Académie des Sciences couronne ainsi en 1819 le mémoire de Fresnel sur la diffraction, qui s'appuie sur une théorie ondulatoire de la lumière.

### 3.2. La naissance de l'électrodynamique

Initialement convaincu de la distinction entre fluides électriques et magnétiques, Ampère est amené à revoir sa position après les travaux d'Ersted. Encouragé par Arago, il multiplie les communications à l'Académie des Sciences entre septembre 1820 et janvier 1821, présentant ses propres expériences relatives à l'action entre fils conducteurs et aimants. Dès le 25 septembre 1820, il annonce un fait nouveau, celui de l'action mutuelle de deux courants électriques. Deux spirales parcourues par des courants électriques de même sens s'attirent, tandis qu'elles se repoussent lorsqu'elles sont parcourues par des courants de sens opposés. Devant la similitude de ces actions et de celles entre aimants, Ampère imagine alors « *l'aimant comme un assemblage de courants électriques [qui se meuvent] dans des plans perpendiculaires à la ligne qui en joint les pôles* »<sup>42</sup>. Le magnétisme ne devient alors plus qu'un aspect de l'électricité. Et cette nouvelle conviction de l'identité des fluides électriques et magnétiques est confortée par les recherches expérimentales d'Arago, qui parvient à aimanter un barreau d'acier en l'entourant d'une hélice parcourue par un courant.

Le but que se fixe alors Ampère est de ramener l'ensemble des actions entre aimants et conducteurs à une force unique entre portions infiniment petites de courants électriques et dirigée suivant la ligne qui joint leurs milieux. Tandis que les laplaciens n'envisagent que des interactions entre particules au repos, Ampère considère donc l'existence d'un nouveau type d'interaction, entre courants électriques. La loi de Coulomb sur l'action entre aimants et celle de Biot sur l'action entre un conducteur et un aimant ne seraient alors qu'une simple conséquence mathématique de la loi des actions électrodynamiques élémentaires.

### 3.3. La théorie des courants particuliers

Si Ampère est convaincu de l'origine électrodynamique des phénomènes magnétiques, des interrogations persistent néanmoins. La première concerne la répartition des boucles de courant à l'intérieur des aimants. Alors qu'il admet tout d'abord l'existence de boucles macroscopiques de courant autour de la ligne des pôles, Ampère finit par préférer l'hypothèse des courants particuliers suggérée par Fresnel : il considère ainsi l'aimant comme un assemblage de courants électriques « *tournant autour de ses particules* »<sup>43</sup>. Aucun

---

<sup>42</sup> AMPERE André-Marie [1820], p. 172.

<sup>43</sup> AMPERE André-Marie [1826], p. 5. Ampère, qui pense initialement que le magnétisme est dû à des courants permanents macroscopiques dans l'aimant, fait mention de l'hypothèse des courants particuliers pour la première fois dans un mémoire lu le 15 janvier 1821. Cette hypothèse lui est proposée par Fresnel qui, selon Ampère, « *trouvait plusieurs avantages à considérer de cette manière les courants électriques de l'aimant* » (extrait d'un fragment, écrit de la main d'Ampère, faisant partie des papiers appartenant à l'Académie, reproduit dans : FRESNEL Augustin [1884], p. 98). Biot, qui s'oppose fermement aux idées d'Ampère, tentera de montrer l'in vraisemblance de ces courants particuliers en les comparant injustement aux tourbillons imaginés par Descartes.



phénomène connu à l'époque ne permet néanmoins de trancher entre ces deux hypothèses et Ampère n'exclut donc pas totalement la première.

La seconde interrogation à laquelle Ampère souhaite apporter une réponse est la suivante : ces courants sont-ils préexistants ou bien créés pendant l'aimantation ? En juillet 1821, Ampère fait une expérience qui, selon lui, démontre l'impossibilité de créer des courants par influence. Il en déduit donc que les courants préexistent autour de chaque particule des corps susceptibles d'aimantation. Ces courants étant initialement désordonnés à l'état non magnétique, « *l'aimantation doit s'opérer toutes les fois que l'action d'un aimant ou celle d'un fil conducteur vient à donner à tous ces courants une direction commune, en vertu de laquelle leurs actions sur un point situé à l'extérieur du corps s'ajoutent au lieu de s'entre-détruire* »<sup>44</sup>. Bien qu'ayant repris son expérience l'année suivante avec Auguste de La Rive et constaté « *la production des courants électriques par influence* »<sup>45</sup>, Ampère ne remettra pas en cause la préexistence des courants particuliers.

## 4. Les *Experimental Researches* de Faraday

### 4.1. Des lignes de force

En Angleterre, Faraday n'est pas convaincu par la théorie électrodynamique d'Ampère. Sa vision des actions électromagnétiques, influencée fortement par les philosophies dynamiques de la nature proposées en Allemagne, est en effet très différente. Comme Ørsted et les tenants de la *Naturphilosophie*, il pense que les mathématiques sont impuissantes à rendre compte de la complexité de la nature. Sa faible formation mathématique ne lui permet d'ailleurs pas de maîtriser les subtilités de cet outil. Il cherche donc à exprimer les lois de la nature, non pas à l'aide d'équations, mais à travers un symbolisme géométrique qui se révèle particulièrement fécond<sup>46</sup>. A partir de l'observation des spectres de limailles au voisinage des circuits électriques et des aimants, il introduit le concept de *lignes de force*, ces lignes représentant les actions électriques et magnétiques ayant lieu dans l'espace. Les attractions et répulsions à distance entre un fil conjonctif et une

---

<sup>44</sup> AMPÈRE André-Marie [1821], p. 171.

<sup>45</sup> AMPÈRE André-Marie [1833], p. 761. Ampère constate la production de courants électriques par influence durant l'été 1822. Néanmoins, comme il l'indique dans une lettre adressée à de La Rive en avril 1833, ni lui ni de La Rive ne songèrent « *à analyser ce phénomène et à en reconnaître toutes les circonstances* ». Le fait qu'Ampère s'attende à la production de courants permanents par influence, par analogie avec les charges permanentes induites par l'électricité statique, explique probablement cette découverte manquée. Celle-ci sera réalisée dix ans plus tard, en 1832, par Faraday.

<sup>46</sup> Maxwell souligne d'ailleurs la rigueur de la démarche de Faraday dans la préface de son *Traité d'électricité et de magnétisme* : « *A mesure que j'avançais dans l'étude de Faraday, je m'apercevais que sa manière de concevoir les phénomènes était aussi mathématique, quoiqu'elle ne se présentât pas sous la forme conventionnelle des symboles mathématiques. Je reconnus que ces idées pouvaient être exprimées par les formes mathématiques habituelles, et être ainsi comparées à celles des mathématiciens de profession* » (MAXWELL James Clerk [1885], p. XIII).

aiguille aimantée ne sont donc pour lui que des illusions et sont le résultat des actions révolutionnaires des lignes de force qui emplissent l'espace autour des fils et des aimants. A partir de 1844, Faraday ira même jusqu'à reprendre des idées anciennes de Bošković en considérant les éléments constitutifs de la matière comme de simples centres de force.

## 4.2. La découverte de l'induction

En 1824, Arago observe l'amortissement anormalement fort des oscillations d'une aiguille aimantée suspendue à proximité d'une masse de cuivre. Poursuivant ses expériences, il observe que la rotation d'un disque de cuivre entraîne la déviation de l'aiguille et, inversement, que la rotation de l'aiguille entraîne celle du disque. La plupart des physiciens, notamment Arago, pensent que ce *magnétisme de rotation* est dû à l'interaction entre l'aimant et les pôles mobiles qu'il induit à la surface du disque. En 1826, dans un « Mémoire sur la théorie du magnétisme en mouvement », Poisson attribue ces phénomènes à l'action d'une résistance particulière qui retarderait le mouvement des fluides magnétiques à l'intérieur des éléments magnétiques <sup>47</sup>. Il faut néanmoins attendre 1831 et la découverte par Faraday des courants créés par influence, ou *courants induits*, pour obtenir une explication convaincante de ces phénomènes.

Après plusieurs expériences infructueuses (1824, 1825, 1828), Faraday parvient à observer pour la première fois des courants induits en enroulant des fils conducteurs isolés autour d'un même anneau de fer. Il reconnaît qu'il s'agit d'un phénomène temporaire lié à la variation des conditions magnétiques dans lesquelles se trouve le circuit induit. Il détermine ainsi la raison de l'échec de ses premières expériences et de celles d'Ampère, c'est-à-dire l'attente d'un passage continu de courant induit. Les règles quantitatives ne sont formulées par Faraday qu'en 1851, reliant la quantité d'électricité induite au nombre de lignes de force coupées. Dès 1834, Lenz énonce la loi générale de l'induction, connue aujourd'hui sous le nom de *loi de Lenz*. C'est sur cette loi que s'appuie son compatriote F.-E. Neumann pour établir en 1845 la première formulation mathématique des phénomènes d'induction, dans le cas des courants fermés et uniformes <sup>48</sup>.

## 4.3. Le magnétisme de la matière

### 4.3.1. Effet Faraday et propriétés magnétiques de la matière

En ardent défenseur d'une unité des forces de la nature, Faraday s'intéresse à partir de 1845 aux interactions entre phénomènes électromagnétiques et optiques <sup>49</sup>. Après des

---

<sup>47</sup> POISSON Siméon-Denis [1826].

<sup>48</sup> LENZ Heinrich [1834] ; NEUMANN Franz Ernst [1845].

<sup>49</sup> Ces idées caractéristiques de la *Naturphilosophie* sont exposées clairement par Faraday : « J'ai eu depuis longtemps l'opinion, qui atteint presque la valeur d'une conviction, partagée, je crois, par d'autres hommes passionnés pour les sciences

centaines d'expériences, il observe la rotation du plan de polarisation de la lumière lorsque celle-ci se propage à travers un verre lourd et suivant des lignes de force magnétiques. Ainsi, après des essais infructueux en appliquant un champ électrostatique, il parvient à mettre en évidence un effet magnéto-optique ou *effet Faraday*. Cette découverte retentissante conforte sa vision unificatrice des forces et constituera plus tard un argument fort en faveur de la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell. En 1862, Faraday recherche aussi l'effet d'un champ magnétique sur une source lumineuse, mais les spectroscopes et les électro-aimants dont il dispose ne sont pas suffisamment puissants : cette découverte ne sera réalisée qu'en 1896, par Zeeman <sup>50</sup>.

Les expériences de Faraday sur l'effet magnéto-optique ne sont pas destinées à faire une analyse quantitative de ce phénomène, mais simplement à en montrer la généralité <sup>51</sup>. La constatation suivante retient tout particulièrement son attention : « *les forces magnétiques n'agissent pas directement sur le rayon lumineux et sans l'intervention de matière, mais par l'intermédiaire de la substance dans laquelle ces forces et le rayon ont une existence simultanée* » <sup>52</sup>. Faraday est ainsi amené à préciser l'action des forces magnétiques sur la matière. Cette action a lieu selon lui même en l'absence de lumière, l'effet magnéto-optique étant simplement un moyen d'observer comment les forces magnétiques affectent la matière. Faraday suspend alors librement un prisme allongé de verre lourd entre les pôles d'un électro-aimant : le prisme s'oriente, non pas suivant les lignes de force comme l'aurait fait un prisme semblable de fer, mais perpendiculairement à ces lignes. Faraday y voit alors un nouveau mode d'action de lignes de force magnétiques, antithétique par nature avec le magnétisme développé par le fer : il le nomme *diamagnétisme*. Tandis qu'un petit corps magnétique est attiré par un aimant permanent, un petit corps diamagnétique est repoussé. Faraday proposera plus tard un autre caractère distinctif : un petit corps diamagnétique, placé dans un champ magnétique, tend à se mouvoir des points où l'intensité est plus grande à ceux où elle est plus faible, l'inverse ayant lieu pour un corps magnétique.

---

*naturelles, que les formes variées sous lesquelles se manifestent les forces matérielles ont une origine commune ; ou, en d'autres termes, qu'elles sont en relation si directes et en une telle dépendance mutuelle, qu'elles sont transformables les unes dans les autres et exercent des actions équivalentes* » (FARADAY Michael [1845a], par. 2146 ; traduction extraite de : SOCIÉTÉ Française des Electriciens [1931], p. 212).

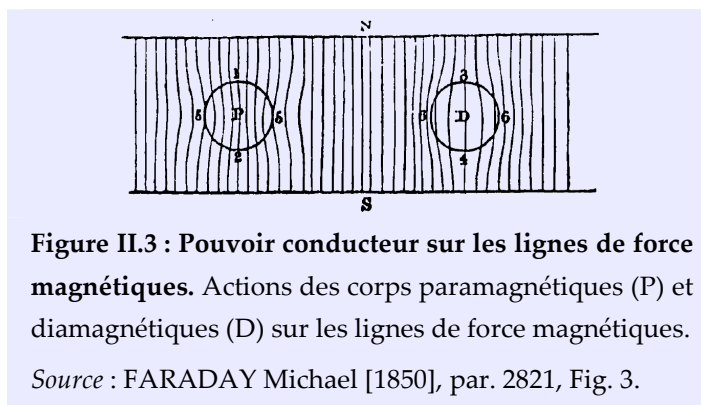
<sup>50</sup> ZEEMAN Pieter [1897].

<sup>51</sup> Ses expériences semblent néanmoins montrer que l'angle de rotation est proportionnel à l'intensité des lignes de forces magnétiques et à la longueur parcourue par la lumière à l'intérieur de la substance. Le sens de la rotation dépend de celui du courant électrique de l'électro-aimant générant les lignes de force magnétique. Il s'agit là d'une différence importante avec la polarisation rotatoire que présentent naturellement certaines substances comme le quartz ou les sucres.

<sup>52</sup> FARADAY Michael [1845a], par. 2224.

Faraday étend alors ses recherches et s'aperçoit que tous les corps possèdent des propriétés magnétiques. Il les classe en trois catégories, suivant leur *pouvoir conducteur* sur les lignes de force (**Figure II.3**) :

- les *ferro-magnétiques* attirent les lignes de force magnétiques. Ces corps, tels que le fer, le nickel ou le cobalt, étaient jusqu'alors les seuls réellement étudiés ;
- les *paramagnétiques* attirent les lignes de force magnétiques mais sont beaucoup moins polarisables que le fer <sup>53</sup> ;
- les *diamagnétiques*, les plus nombreux, repoussent les lignes de force magnétiques <sup>54</sup>.



#### 4.3.2. Un nouveau champ d'investigation

Aussitôt connus, les travaux de Faraday suscitent un regain d'intérêt pour le magnétisme. Plusieurs physiciens cherchent en effet à préciser les actions exercées par les aimants sur tous les corps, solides, liquides et gazeux <sup>55</sup>. Edmond Becquerel multiplie

<sup>53</sup> Faraday n'est pas le premier à observer que d'autres corps que le fer, le nickel et le cobalt sont sensibles à l'action de l'aimant. Coulomb l'avait par exemple observé en 1802 pour des aiguilles en métal (or, argent, plomb), en verre ou même en bois. Mais, selon Antoine César Becquerel, les physiciens n'avaient alors « *pas trouvé de motif suffisant* » pour se prononcer sur la cause de ces phénomènes et décider s'il s'agit d'une propriété générale de la matière d'être magnétique à un degré plus ou moins marqué, ou si ces phénomènes étaient dus à des impuretés de particules ferrugineuses (BECQUEREL Antoine César [1846], p. LXXXIV).

<sup>54</sup> Faraday utilise dès lors le terme *dia*-magnétique dans un sens différent que celui employé dans son mémoire sur l'effet magnéto-optique (corps à travers lequel passent les lignes de force magnétiques). En rendant compte de ses expériences devant la Royal Society, Faraday affirme que « *si un homme pouvait être suspendu et placé dans un champ magnétique, il s'orienterait équatorialement* », c'est-à-dire perpendiculairement aux lignes de force, car il reconnaît comme diamagnétiques toutes les substances dont le corps humain est formé, y compris le sang (FARADAY Michael [1845a], par. 2281). Le naturaliste hollandais Brugmans avait observé dès 1778 qu'un morceau de bismuth, la substance la plus diamagnétique connue, était repoussé par l'aimant. Mais cela n'attira pas l'attention des physiciens, pensant que ce phénomène était dû à une cause accidentelle mais « *nullement [...] au magnétisme* » (BECQUEREL Antoine César [1846], p. LXXXV).

<sup>55</sup> On peut citer par exemple Julius Plücker, John Tyndall, Wilhelm Weber ou encore Edmond Becquerel. Pour avoir un aperçu des recherches expérimentales menées entre 1820 et la fin des années 1850, on peut se référer au *Résumé de l'histoire de l'électricité et du magnétisme* édité par les Becquerel père et fils : BECQUEREL Edmond et Antoine César [1858], chapitre V.

notamment ce type d'expériences et parvient à mettre en évidence le magnétisme de l'oxygène en 1849. Pour déterminer la puissance magnétique de ce gaz, il a l'idée astucieuse de le condenser dans un petit barreau de charbon, qu'il fait ensuite osciller entre les pôles d'un aimant puissant, selon la méthode dynamique employée par Coulomb.

De nombreuses études expérimentales sont réalisées dans différentes conditions de température, d'intensité magnétique et de contraintes mécaniques. On observe notamment qu'une élévation de température tend généralement à diminuer l'action magnétique des corps. E. Becquerel, Tyndall et Reich vérifient de plus que le pouvoir d'attraction et de répulsion du fer doux et de différents corps paramagnétiques et diamagnétiques varie comme le carré de l'intensité magnétique de l'aimant <sup>56</sup>. Ils en déduisent que cette action n'est pas due à une propriété inhérente à ces corps, l'action serait alors simplement proportionnelle à la force de l'aimant, mais au développement du magnétisme par induction. L'aimantation semble ainsi proportionnelle à la force magnétisante pour la plupart des corps diamagnétiques et paramagnétiques.

La composition chimique des corps semble aussi influencer sur l'action magnétique de la substance. Des combinaisons de métaux non magnétiques peuvent en effet être attirables par l'aimant (le chlorure de cuivre par exemple), tandis que des combinaisons de fer peuvent être repoussées (le cyanure jaune de fer par exemple). Outre la composition chimique du cristal, l'influence de la forme cristalline sur les propriétés magnétiques est mise en évidence. Ces effets magnéto-cristallins, déjà prévus par Poisson, seront étudiés plus précisément par Thomson.

## 5. Théorie dynamique du magnétisme selon Thomson

### 5.1. Une théorie phénoménologique

En 1828, Green avait appliqué ses propres outils d'analyse mathématique à la théorie de l'aimantation par influence imaginée par Poisson. S'il ne modifie pas les hypothèses de Poisson, son principal apport est la consolidation des bases mathématiques de la théorie. Resté presque ignoré des savants français, cet *Essay* <sup>57</sup> de Green n'est révélé qu'à partir de sa réimpression en 1850, par l'entremise de Thomson. Ce dernier développe lui-même, à la même époque, une *Théorie mathématique du magnétisme* <sup>58</sup>. Il s'agit d'une théorie phénoménologique, c'est-à-dire fondée uniquement sur des grandeurs accessibles par l'expérience. En effet, selon Thomson, « dans l'état actuel de la science, aucune théorie fondée sur l'hypothèse de "deux fluides magnétiques" mobiles dans des "éléments magnétiques" ne peut être satisfaisante, étant donné qu'il est généralement admis que la véracité d'une telle hypothèse est

---

<sup>56</sup> *Ibid*, chapitre V, § 3.

<sup>57</sup> GREEN George [1828].

<sup>58</sup> THOMSON William [1849].

*extrêmement improbable* »<sup>59</sup>. C'est pourquoi il s'attache à établir une théorie complète de l'induction magnétique en s'appuyant « sur une base purement expérimentale ». Il repousse ainsi toute hypothèse sur la nature du magnétisme et la structure de la matière aimantée et se contente de définir un aimant par la simple donnée, en chaque point, d'une grandeur géométrique : l'aimantation.

Thomson commence par préciser la notion de *force magnétisante* fréquemment employée par les physiciens, mais qui reste néanmoins relativement vague. La résultante des forces magnétiques en un point situé à l'intérieur de la matière magnétique est ainsi, selon lui, la force que subirait un aimant donné dans une cavité infiniment petite creusée autour de ce point. Contrairement à Poisson, Thomson est bien conscient de l'influence de la forme de la cavité. Il introduit donc deux types de force, *polaire* ( $X, Y, Z$ ) et *électromagnétique* ( $X, Y, Z$ ), suivant que la cavité en forme de disque est tangentielle ou normale aux lignes d'aimantation. Ces forces, reliées par les équations fondamentales

$$X = \mathcal{X} + 4\pi \mathcal{A}, \quad Y = \mathcal{Y} + 4\pi \mathcal{B}, \quad Z = \mathcal{Z} + 4\pi \mathcal{C} \quad (6)$$

s'identifieront avec Maxwell aux composantes respectives du *champ magnétique* et de l'*induction magnétique*.

L'hypothèse fondamentale de la théorie magnétique de Thomson est alors la suivante : étant donné un corps isotrope soumis à l'induction, « les lignes d'aimantation de ce corps sont dans la même direction que les lignes de force du champ dans lequel il est introduit et l'intensité d'aimantation est égale au produit d'une constante (que l'on peut appeler 'capacité inductive' de la substance) et de l'intensité de la force magnétisante »<sup>60</sup>. D'où :

$$\mathcal{A} = \kappa \mathcal{X}, \quad \mathcal{B} = \kappa \mathcal{Y}, \quad \mathcal{C} = \kappa \mathcal{Z}. \quad (7)$$

La *capacité inductive*  $\kappa$ , appelée par la suite *susceptibilité magnétique*, est directement reliée au *pouvoir conducteur*  $\mu$  d'un milieu magnétique sur les lignes de force, notion introduite de manière qualitative par Faraday :

$$\mu = 1 + 4\pi \kappa. \quad (8)$$

S'appuyant constamment sur des analogies entre les phénomènes physiques, Thomson préfère attribuer le nom de *perméabilité magnétique* à  $\mu$ . En effet, ce terme semble selon lui plus adapté à exprimer une qualité spécifique commune à différents domaines physiques<sup>61</sup> :

<sup>59</sup> THOMSON William [1851b], § 604, p. 466.

<sup>60</sup> *Ibid*, § 610, p. 472.

<sup>61</sup> THOMSON William [1872]. La recherche d'analogies est caractéristique des membres de l'école britannique. Ces analogies leur permettent de fonder un raisonnement rendant compte des phénomènes physiques, mais ils ne leur attribuent pas pour autant une quelconque réalité physique.

perméabilité thermique	=	conductivité thermique
perméabilité vis-à-vis des lignes de forces électriques	=	capacité inductive électrostatique d'un isolant
perméabilité magnétique	=	pouvoir conducteur sur les lignes de forces magnétiques
perméabilité hydrocinétique	=	capacité d'un solide poreux à modifier le flux d'un liquide non visqueux

## 5.2. Extension de la théorie de Poisson

Mais si Thomson s'appuie essentiellement sur l'image des lignes de force magnétiques pour définir l'aimantation des corps, son postulat de départ (7) coïncide avec la conséquence (5) de la théorie de Poisson, c'est-à-dire la proportionnalité entre l'aimantation et la force magnétisante :

$$\mathcal{A} = -\kappa \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial x}, \quad \mathcal{B} = -\kappa \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial y}, \quad \mathcal{C} = -\kappa \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial z}. \quad (9)$$

La théorie de Thomson repose donc sur les conditions d'équilibre de la théorie de Poisson, tout en évitant les principales objections mathématiques auxquelles cette théorie pouvait donner lieu. La résolution des équations d'équilibre magnétique de Poisson reste donc un défi que se lancent les géomètres, notamment allemands. F.-E. Neumann, Kirchhoff, Lipschitz, Beer ou encore C. Neumann s'intéressent ainsi aux propriétés générales de ces équations et à leur résolution dans le cas de corps sphériques ou ellipsoïdaux <sup>62</sup>.

Alors que la théorie de Poisson ne semble pas pouvoir s'accorder avec l'existence des corps diamagnétiques, Thomson n'a par contre aucune difficulté à traiter ces corps. Sa théorie laisse en effet une grande indétermination sur la valeur de la susceptibilité magnétique, si bien qu'elle s'accorde avec les résultats expérimentaux : la susceptibilité est positive pour les corps magnétiques et négative pour les corps diamagnétiques. Thomson se limite néanmoins dans ses travaux à des susceptibilités magnétiques constantes, ce qui est vérifié expérimentalement pour tous les corps faiblement magnétiques et qui impliquerait l'indépendance mutuelle des inductions magnétiques superposées <sup>63</sup>. En juin 1853, dans

<sup>62</sup> Dans son « Etude historique sur la théorie de l'aimantation par influence », Duhem donne la liste des principaux travaux réalisés sur le sujet : DUHEM Pierre [1888d], pp. 34 – 40.

<sup>63</sup> THOMSON William [1851b], § 607, pp. 468 – 469. La susceptibilité magnétique peut néanmoins dépendre de la direction de l'aimantation dans les corps cristallisés. Ce problème de l'aimantation des cristaux a été étudié expérimentalement dès 1848 par Plücker, Faraday, Knoblauch ou encore Tyndall. Abandonnant l'hypothèse initialement proposée par Plücker d'une action particulière de l'aimant sur les axes optiques des cristaux, les physiciens finissent par admettre une capacité d'aimantation des corps cristallisés variable suivant la direction. Poisson avait en fait déjà traité théoriquement ce problème, considérant des éléments magnétiques non plus sphériques mais de forme et d'orientation quelconques (apparition de neuf coefficients, pas forcément indépendants, dans les équations de l'équilibre magnétique). Mais la théorie de Poisson sur le sujet avait été laissée dans l'oubli par les auteurs de ces recherches expérimentales. Après en avoir rappelé les idées, Thomson

l'annexe de son mémoire sur l'aimantation d'un cylindre indéfini, Kirchhoff se propose d'étendre cette théorie à l'ensemble des corps dénués de force coercitive <sup>64</sup>. Il substitue pour cela au coefficient d'aimantation  $\kappa$  de la théorie de Thomson une *fonction magnétisante*  $F(\mathcal{M})$  dépendant de l'intensité  $\mathcal{M}$  de l'aimantation et de la nature de la substance soumise à l'aimantation. L'intégration des équations d'équilibre suppose alors la détermination expérimentale préalable, pour chaque substance, de la forme de cette fonction.

Malgré son importance considérable en électromagnétisme, l'œuvre de Maxwell ne donne pas d'éclaircissements supplémentaires sur l'aimantation par influence. En effet, concernant la genèse du magnétisme au sein de la matière, Maxwell s'appuie simplement sur le modèle des lignes de force de Faraday et sur le postulat de Thomson. Si le système d'équations fondamentales établi par Maxwell permet une séparation conceptuelle entre les champs électromagnétiques et leurs sources, la nature des sources à l'origine du magnétisme de la matière reste floue. Dans le second tome de son *Treatise on Electricity and Magnetism* <sup>65</sup>, Maxwell se contente ainsi de discuter les différentes théories du magnétisme proposées depuis Poisson, à la lumière des progrès récents en électromagnétisme.

### 5.3. Thomson et la théorie d'Ampère

Thomson considère longtemps avec scepticisme la théorie des courants particuliers d'Ampère. Il affirme ainsi en 1847 que les idées d'Ampère « *doivent être considérées comme simplement théoriques, car il est absolument impossible de concevoir que les courants qu'il décrit comme tournant autour des molécules de matière ont une existence physique* » <sup>66</sup>. Mais cette position va évoluer au cours de sa carrière. Influencé par les idées de Joule sur la nature dynamique de la chaleur et par les travaux théoriques de Stokes en hydrodynamique, Thomson tente d'établir en 1856 une illustration dynamique des effets de polarisation rotatoire magnétique découverts par Faraday. L'étude de cet effet magnéto-optique le convainc du caractère rotatoire hélicoïdal des phénomènes magnétiques et il se rallie alors à la théorie des courants moléculaires, persuadé de la « *réalité des explications d'Ampère sur la nature ultime du magnétisme* » <sup>67</sup>. Sur le continent, quelques années auparavant, la théorie d'Ampère se trouvait de même soutenue pour les travaux théoriques de Weber.

---

développe cette théorie des effets magnétocristallins : THOMSON William [1851b] (une démonstration de la réduction à six du nombre de coefficients est ajoutée par Thomson en janvier 1872).

<sup>64</sup> KIRCHHOFF Gustav [1853].

<sup>65</sup> MAXWELL James Clerk [1887], III<sup>e</sup> partie ; traduit de l'anglais sur la deuxième édition de 1881.

<sup>66</sup> THOMSON William [1847a], § 602, p. 463.

<sup>67</sup> THOMSON William [1856]. Traduction en français : MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1896], p. 764.



## 6. Théorie du magnétisme de Weber

### 6.1. Action à distance

Alors que les physiciens anglo-saxons développent avec Maxwell une théorie de l'électromagnétisme basée sur des actions contiguës, les physiciens allemands explorent une voie toute différente à partir des années 1840. Ces théories allemandes, qui s'appuient sur l'action à distance, constituent la principale référence pour les recherches en électromagnétisme menées en-dehors de la Grande-Bretagne jusqu'en 1870. Entre 1846 et 1848, Weber formule une théorie qui condense en une loi unique les phénomènes électrostatiques, les phénomènes électrodynamiques et l'induction électromagnétique <sup>68</sup>. S'appuyant sur les idées de Gauss, cette théorie des phénomènes électriques et magnétiques est sans doute la première fondée sur la notion de charge électrique discrète et de courant électrique créé par un mouvement de charges. L'action entre deux charges électriques dépend non seulement de leur distance mutuelle  $r$  mais aussi de leur vitesse et de leur accélération relatives,

$$\frac{ee'}{r^2} \left[ 1 - \frac{1}{2c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{1}{c^2} r \frac{d^2r}{dt^2} \right]. \quad (10)$$

Dans cette expression,  $c$  représente la vitesse relative pour laquelle deux charges électriques n'exercent plus aucun effet l'une sur l'autre. Mesurée en 1856 par Weber et Kohlrausch, cette vitesse est approximativement égale à celle de la lumière. Cette découverte capitale appuiera la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell.

### 6.2. Théorie de Weber du magnétisme et du diamagnétisme

Lorsqu'il aborde le problème du magnétisme de la matière en 1848, Weber possède déjà une connaissance étendue du sujet, aussi bien du point de vue expérimental que théorique. De 1832 à 1840, en collaboration avec Gauss, il a notamment étudié le magnétisme terrestre et fait construire à cette occasion un nouvel observatoire magnétique à Göttingen. Pour Weber, la découverte du diamagnétisme par Faraday confirme l'hypothèse des courants moléculaires à l'intérieur des corps et réfute celle des fluides magnétiques. Il se propose donc, au début des années 1850, d'élaborer une théorie du magnétisme et du diamagnétisme en développant les idées d'Ampère <sup>69</sup>.

La théorie du magnétisme de Weber diffère peu de celle du physicien français. Dans les corps magnétiques comme le fer, la force magnétisante tend à orienter dans la même direction les axes des courants moléculaires préexistants dans le corps, de sorte que le corps pris dans son ensemble soit aimanté. Si tous les axes deviennent parallèles, le corps présente

<sup>68</sup> WEBER Wilhelm [1846].

<sup>69</sup> WEBER Wilhelm [1852].

alors la plus grande intensité d'aimantation dont il est susceptible. La preuve expérimentale de l'existence d'une telle limite d'aimantation est justement fournie par les travaux récents de Müller et Joule <sup>70</sup>. Cet état de saturation, incompatible avec la théorie des fluides magnétiques inépuisables, constitue donc un argument en faveur de la théorie d'Ampère et de Weber. Il reste néanmoins à expliquer pourquoi les corps magnétiques perdent leur aimantation lorsque la force magnétisante s'annule. Weber suppose pour cela que chaque courant moléculaire est soumis à une *force directionnelle moléculaire* <sup>71</sup> en plus de la force magnétisante. Cette force de rappel est égale à celle que produirait une force magnétisante constante agissant dans la direction primitive de l'axe du courant moléculaire. En supposant cette direction primitive quelconque, Weber parvient alors à exprimer par intégration la loi de variation croissante de l'intensité d'aimantation en fonction de la force magnétisante. Bien que la relation obtenue s'accorde avec les résultats expérimentaux, la portée de cette théorie reste limitée étant donnée la grande incertitude laissée à cette *force directionnelle moléculaire*.

Dans la théorie du diamagnétisme de Weber, les courants moléculaires ne sont plus préexistants mais induits : comme Faraday l'avait remarqué, ces courants moléculaires sont dans une direction contraire à ceux existant dans le solénoïde ou l'aimant inducteur, c'est-à-dire dans la même direction que les courants induits à l'intérieur d'un conducteur diamagnétique au début de l'induction <sup>72</sup>. Habituellement, ces courants cessent au bout d'un certain moment à cause de la résistance du conducteur. Weber attribue donc des *canaux* sans résistance aux courants moléculaires, si bien qu'une fois initiés, ces courants circulent aussi longtemps que la force magnétisante persiste. Partant des lois de l'induction développées par F.-E. Neumann, Weber parvient alors à exprimer le moment *électro-diamagnétique* de courants moléculaires orientés aléatoirement. Cette expression du moment diamagnétique s'accorde avec l'observation expérimentale d'un coefficient d'aimantation constant par rapport à la force magnétisante. En attribuant le magnétisme et le diamagnétisme à des processus microscopiques différents, Weber conforte les idées de Faraday sur l'indépendance entre le magnétisme et le diamagnétisme <sup>73</sup>. Ces phénomènes peuvent coexister, le magnétisme éclipsant généralement le diamagnétisme, moins intense.

Néanmoins, le fait que les courants particuliers présentent des propriétés similaires aux corps magnétiques ne prouve pas que le magnétisme soit effectivement dû, comme le pensent Ampère et Weber, à des courants électriques internes. Initialement très en vogue, la doctrine de Weber ne justifie d'ailleurs pas les espérances qu'elle avait tout d'abord suscitées. Désespérés de la stérilité des spéculations relatives aux actions qu'exercent les

<sup>70</sup> MÜLLER Johann H. J. [1850] ; JOULE James Prescott [1851].

<sup>71</sup> WEBER Wilhelm [1852], p. 166 : « *moleculare Directionskraft* ».

<sup>72</sup> FARADAY Michael [1845b], par. 2430.

<sup>73</sup> Nous reviendrons sur ces considérations dans le chapitre IV.

charges électriques en mouvement, les physiciens en détournent peu à peu leur attention. En 1870, Helmholtz montre en outre que la théorie électrodynamique de Weber, qui ne constitue qu'un cas particulier de sa propre théorie, correspond à une solution instable et doit donc être rejetée.

## 7. Le développement de l'électrotechnique à la fin des années 1880

La découverte des lois de l'électricité et du magnétisme ouvre la voie à de nombreuses applications pratiques. La fin du XIX<sup>e</sup> siècle voit ainsi l'invention de nouveaux générateurs électriques, de moteurs ou de transformateurs électriques. Ces appareils révolutionnent les pratiques industrielles et domestiques et mettent en avant l'importance des phénomènes dépendant de l'aimantation. Les propriétés des aimants permanents à l'intérieur de ces machines déterminent en effet les performances électriques et mécaniques de ces dernières. On observe donc à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle une inclinaison de l'activité scientifique des physiciens expérimentateurs, notamment français, vers les recherches en magnétisme. Comme le précise le rapport d'activité de 1876, l'étude du magnétisme devient notamment la « *spécialité du laboratoire* »<sup>74</sup> de recherches physiques de la Sorbonne. Dix ans plus tard, alors que Lippmann succède à Jamin à la direction du laboratoire, les recherches en électricité et en magnétisme restent encore « *le plus en faveur* ».

Le développement de l'électrotechnique souligne l'insuffisance des connaissances sur les propriétés magnétiques de la matière et plus particulièrement sur le ferromagnétisme. Des recherches à caractère plutôt technique portent alors sur les courbes d'aimantation du fer et du nickel. Hopkinson réalise notamment un travail considérable sur les propriétés des corps ferromagnétiques à partir de 1885<sup>75</sup>. Observé dès 1880 par Warburg, l'*effet d'hystérésis* est étudié dix ans plus tard, de façon minutieuse, par Ewing<sup>76</sup>. L'aimantation dépend non seulement de la force magnétisante mais aussi du cycle que le corps ferromagnétique a parcouru pour arriver dans son état, d'où le nom qu'attribue Ewing à cet effet : *hystereîn*, qui signifie « être en retard », pour décrire le retard de l'effet sur la cause dans le comportement des corps soumis à une action décroissante puis croissante. L'explication de ce phénomène, si important pour la technique, devra attendre plus de quarante années<sup>77</sup>.

---

<sup>74</sup> Cette citation et la suivante sont extraites de l'article de Christine Blondel sur « Les physiciens français et l'électricité industrielle à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle » : BLONDEL Christine [1998], pp. 258 et 263.

<sup>75</sup> L'ensemble de ces travaux sur le magnétisme sont regroupés ici : HOPKINSON John [1901].

<sup>76</sup> EWING James Alfred [1891]. Warburg s'intéresse également au début des années 1880 à la chaleur produite dans le fer lorsque celui-ci est soumis à une force magnétisante variable.

<sup>77</sup> La surface du cycle d'hystérésis mesure la dissipation de l'énergie dans le matériau. Pour fabriquer des appareils soumis à des champs alternatifs, tels que les transformateurs, il est donc préférable d'utiliser des matériaux ferromagnétiques doux, c'est-à-dire possédant des cycles d'hystérésis étroits. Nous reviendrons sur l'étude des corps ferromagnétiques dans le chapitre IX, en analysant notamment les travaux de Pierre Weiss.

### III. L'exposé historique de Duhem

#### 1. Les préliminaires historiques chez Duhem

Duhem fait paraître une « Etude historique sur la théorie de l'aimantation par influence » dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* en 1888, la même année que son mémoire de thèse <sup>78</sup>. Avant d'analyser le contenu de ce travail, il apparaît nécessaire de préciser le rôle que Duhem attribue à ces compléments historiques. Le recours à l'histoire est en effet fréquent dans son œuvre, la plupart de ses mémoires et ouvrages scientifiques étant enrichis de préliminaires historiques. C'est par exemple le cas pour son ouvrage sur *Le Potentiel thermodynamique* de 1886 puis, plus tard, pour ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* de 1891 – 1892 et son *Introduction à la Mécanique chimique* de 1893 <sup>79</sup>. Ces études historiques abordent l'évolution des idées émises jusqu'à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle et couvrent des périodes bien plus récentes que les ouvrages qui, comme le *Système du monde*, feront de lui l'une des grandes figures de l'histoire des sciences en France. Présents dans son œuvre spécifiquement scientifique, ces récits historiques ne restituent pas le contexte scientifique et philosophique des différents protagonistes, mais ont pour but de justifier sa propre démarche scientifique et le choix des hypothèses sur lesquelles il appuie sa théorie : l'histoire est mise au service du physicien. Ainsi, dans *l'Introduction à la Mécanique chimique*, les différentes occurrences historiques ont essentiellement pour but de défendre son orientation scientifique, c'est-à-dire de prouver la pertinence d'une mécanique chimique fondée sur la thermodynamique. Pour Duhem, décrire l'évolution des idées émises dans un certain domaine de la physique, c'est en quelque sorte en faire l'analyse logique. Dans *La théorie physique, son objet, sa structure*, il insistera ainsi sur l'importance qu'acquiert en physique la méthode historique : « le seul moyen de relier les jugements formels de la théorie, à la matière des faits que ces jugements doivent représenter, et cela tout en évitant la subreptice pénétration des idées fausses, c'est de justifier chaque hypothèse essentielle par son histoire » <sup>80</sup>.

Duhem n'utilisera cependant pas toujours l'histoire comme un simple auxiliaire de la science. Il produira en effet également des œuvres dans lesquelles l'enquête historique acquiert une certaine autonomie vis-à-vis de la science contemporaine, n'ayant plus pour but de répondre aux diverses préoccupations du physicien. A partir des années 1900, il consacre en effet de plus en plus de son temps à l'histoire des sciences, s'engageant notamment dans un programme ambitieux de réhabilitation de la pensée scientifique médiévale. Si ses enquêtes historiques étaient jusqu'alors subordonnées à la légitimation de son projet

---

<sup>78</sup> DUHEM Pierre [1888d].

<sup>79</sup> DUHEM Pierre [1886a, 1891a, 1892b, c, 1893a]. Pour une analyse complémentaire de la place de l'histoire dans l'œuvre scientifique de Duhem, voir par exemple l'article de Paul Brouzeng sur la théorie de la capillarité de Duhem ou la thèse de Pierre-Michel Vauthelin : BROUZENG Paul [1981a] ; VAUTHELIN Pierre-Michel [2007].

<sup>80</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 410.

scientifique et de ses positions philosophiques, les ouvrages sur *Les origines de la statique*, les *Études sur Léonard de Vinci* ou *Le Système du monde* sont de véritables œuvres d'érudition, fruits d'un réel travail d'historien des sciences <sup>81</sup>.

## 2. Etude historique des théories de l'aimantation par influence

### 2.1. Objectif de cette enquête historique

Duhem consacre une trentaine de pages à l'exposé historique des théories de l'aimantation par influence. Il limite son analyse aux théories qui sont parvenues à mettre en équations le problème de l'aimantation par influence, c'est-à-dire qui sont capables de répondre à la question suivante : un corps magnétique étant placé en présence d'aimants permanents donnés, quelle est la distribution du magnétisme sur ce corps ? Au fil des années, ce problème est devenu un classique d'analyse mathématique et plus particulièrement de la théorie du potentiel. La délimitation de l'histoire du magnétisme à ce type de problématique s'explique évidemment par la nature et le sujet de la thèse que Duhem souhaite soutenir. De plus, l'ensemble des théories du magnétisme proposées depuis Poisson sont déjà décrites, de façon plus ou moins complète, dans la majorité des ouvrages d'électromagnétisme publiés à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle <sup>82</sup>. Rien donc ne l'oblige à viser l'exhaustivité dans ses préliminaires historiques.

A travers cet exposé historique, il cherche avant tout « à préciser les principes mêmes qui, dans chaque théorie, servent à établir les équations de l'équilibre magnétique » <sup>83</sup>. Il souhaite de cette façon mettre en évidence l'insuffisance de ces différentes théories, en pointant notamment la complexité des hypothèses choisies et l'absence de lien avec une théorie plus générale. Alors que les phénomènes dépendant de l'aimantation par influence jouent un rôle de plus en plus important dans l'industrie, il estime que la théorie reste « à peu près impuissante à aborder » ce type de problème. La conclusion de son enquête historique constitue dès lors une justification de ses propres recherches : un progrès à réaliser consisterait en effet, selon lui, « à déduire la théorie de l'aimantation par influence d'un petit nombre de faits d'expérience simples, des lois de Coulomb par exemple, au moyen de principes généraux d'équilibre, tels que ceux que fournit la Thermodynamique » <sup>84</sup>.

---

<sup>81</sup> DUHEM Pierre [1906b, c, 1909, 1913c, 1913 - 1959]. La facette historique de l'œuvre de Duhem est notamment analysée dans les ouvrages suivants : BRENNER Anastasios [1990], p. 131 ; VAUTHELIN Pierre-Michel [2007], p. 103.

<sup>82</sup> On peut par exemple citer les *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* de Mascart et Joubert et la traduction du *Traité* de Maxwell : MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882] ; MAXWELL James Clerk [1885, 1887].

<sup>83</sup> DUHEM Pierre [1888d], p. 1.

<sup>84</sup> *Ibid*, p. 33.

## 2.2. Limites des précédentes théories de l'aimantation par influence

Duhem commence par examiner la théorie du magnétisme imaginée par Poisson en 1824 et qui constitue la première tentative de mise en équations de l'équilibre magnétique. Il y consacre près de la moitié de son « Etude historique », offrant une analyse minutieuse qui dépasse celles pouvant apparaître dans les autres traités. Il commence par préciser les hypothèses de départ de la théorie de Poisson : le corps magnétique est regardé comme un assemblage d'éléments magnétiques, à l'intérieur desquels un fluide magnétique peut se déplacer librement ; à l'équilibre, l'action magnétique engendrée par tout le fluide que renferme le système est nulle en tout point des éléments magnétiques. Cette action magnétique totale est la somme des actions des fluides contenus dans trois régions distinctes de l'espace : (i) l'élément magnétique considéré ; (ii) l'intérieur d'un certain volume  $v$  auquel on a soustrait l'élément magnétique ; (iii) la partie de l'espace extérieure à  $v$ . Duhem souligne que « jusqu'à présent la théorie de Poisson, tout en invoquant un certain nombre d'hypothèses, ne donne lieu à aucun reproche, car ces hypothèses sont toutes énoncées avec précision »<sup>85</sup>.

Cependant, pour parvenir à déduire les équations d'équilibre magnétique de ces hypothèses, Poisson s'appuie ensuite sur des raisonnements qui renferment plusieurs graves erreurs. Dans son « Etude historique », Duhem énonce ainsi plusieurs critiques d'ordre analytique auxquelles prête la théorie de Poisson. A plusieurs reprises, il démontre l'inexactitude des équations établies par Poisson, en obtenant les expressions exactes qui doivent leur être substituées<sup>86</sup>. Cette analyse minutieuse est une preuve de la solide formation mathématique de Duhem et de son puissant esprit logique. Il n'est cependant pas le premier à souligner les difficultés analytiques de la théorie de Poisson, certaines ayant déjà été mises en évidence par les mathématiciens qui, comme Green, ou plus tard Mathieu, se sont chargés de perfectionner les outils mathématiques de la théorie du potentiel<sup>87</sup>. Néanmoins, sur certains points, l'analyse de Duhem dépasse celle de ses prédécesseurs. Par exemple, alors que Mathieu considère une proposition erronée de Poisson comme « une

<sup>85</sup> *Ibid*, p. 5

<sup>86</sup> La détermination de l'action due à la région (ii) est notamment une entreprise difficile pour Poisson, la forme des actions magnétiques à courte distance n'étant pas connue. Poisson contourne la difficulté en établissant que cette action est nulle pourvu que le volume  $v$  admette un centre et que  $M$  soit ce centre. Or Duhem démontre l'inexactitude de cette proposition et souligne le fait que « cette même inexactitude se retrouve dans plusieurs [de ses] raisonnements et constitue l'un des graves défauts analytiques que l'on peut reprocher à la théorie de l'illustre géomètre » (*Ibid*, p. 7). Pour le démontrer, Duhem considère l'action exercée au point  $M$  par les éléments magnétiques situés entre deux surfaces ayant pour centre le point  $M$ . D'après Poisson, cette action doit être nulle. Or, tous les éléments considérés étant supposés à une distance de  $M$  considérable par rapport aux dimensions des éléments magnétiques, l'action dérive d'un potentiel dont l'expression est connue. Finalement, en considérant le cas de deux surfaces cylindriques non homothétiques, Duhem démontre que l'action engendrée par le fluide contenu dans la région (ii) ne peut être identiquement nulle : « la proposition énoncée par Poisson est donc manifestement inexacte » (*Ibid*, p. 9).

<sup>87</sup> MATHIEU Emile [1886].

*simple inadvertance* »<sup>88</sup> de sa part, Duhem démontre qu'elle est en fait la conséquence d'un raisonnement incorrect. Dans son ouvrage *Electricité et optique* publié en 1901, Poincaré recommandera d'ailleurs en priorité la lecture du mémoire de Duhem « où les calculs de Poisson et les objections qu'on y peut faire sont exposés avec la plus grande clarté »<sup>89</sup>.

En plus de ces critiques d'ordre analytique, Duhem rappelle également les objections fournies par l'expérience. Tandis que le coefficient  $k$  de la théorie de Poisson semble être très voisin de l'unité pour le fer doux, ce coefficient devrait être supérieur à l'unité pour les corps diamagnétiques, ce qui est impossible par définition. Si Poisson est parvenu à déterminer les équations de l'équilibre magnétique, la voie suivie par ce dernier pour les établir présente donc toute sorte de difficultés : recours à un fluide magnétique hypothétique, manque de rigueur des déductions mathématiques, opposition avec les faits de quelques-unes des conséquences expérimentales. Ainsi, selon Duhem, la théorie du magnétisme de Poisson, « tout en constituant une importante et remarquable tentative, est encore éloignée du degré de rigueur analytique et d'accord avec l'expérience qu'il est permis d'exiger en une question offrant un si grand intérêt au double point de vue de la Physique générale et de la pratique »<sup>90</sup>.

Les physiciens qui se sont occupés de la théorie de l'aimantation par influence après Poisson, notamment Thomson et Kirchhoff, ont cherché à éliminer les difficultés de cette première théorie : l'aimant étant vu comme un corps continu, les propriétés des molécules polarisées sont simplement représentées par une grandeur dirigée, l'aimantation. Cette manière de traiter les corps magnétiques est généralement admise, puisqu'elle rend plus aisés et plus élégants les développements de la théorie du magnétisme, en même temps qu'elle permet de rendre les hypothèses physiques indépendantes de toute conjecture sur la structure microscopique des corps magnétiques. Tout en se contentant d'une description sommaire des travaux élaborés par les successeurs de Poisson, Duhem souligne cependant que ces derniers ne sont parvenus à élaborer cette théorie phénoménologique « qu'en admettant d'emblée les équations de l'équilibre magnétique comme des hypothèses primordiales, sans les rattacher d'aucune manière à des théories plus générales ou à des lois directement accessibles par l'expérience »<sup>91</sup>. Cette absence de raisons à l'appui d'équations fondamentales complexes est ainsi d'autant plus dommageable, selon Duhem, qu'il est difficile d'en trouver des vérifications expérimentales qui ne soient pas très indirectes et détournées. Duhem se propose donc de reprendre le problème de l'aimantation par influence en s'appuyant « uniquement sur les lois incontestées qui règlent les actions mutuelles des aimants [la loi de Coulomb] et sur les principes non moins incontestés de la Thermodynamique ». Cette étude

<sup>88</sup> *Ibid.*, p. 156 ; DUHEM Pierre [1888d], p. 12.

<sup>89</sup> POINCARÉ Henri [1901], p. 37.

<sup>90</sup> DUHEM Pierre [1888d], p. 18.

<sup>91</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L1.

originale des systèmes aimantés lui permettra de considérer les équations d'équilibre magnétique, non comme une hypothèse première que ne justifie aucune considération préliminaire, mais comme une conséquence de sa théorie du potentiel thermodynamique. Cette théorie du magnétisme, que nous analysons dans le prochain chapitre, lui fournira en outre l'explication d'un grand nombre de phénomènes qui se relie plus ou moins directement à l'étude de l'aimantation par influence.



## CHAPITRE III

# LA THÉORIE DE L'AIMANTATION PAR INFLUENCE FONDÉE SUR LA THERMODYNAMIQUE

Pour Duhem, l'étude de l'équilibre d'un système quelconque doit se ramener à la détermination et à l'analyse de son potentiel thermodynamique. Pour appliquer cette méthode aux systèmes renfermant des aimants, il va donc suivre une voie analogue à celle qui, dans ses précédents travaux, lui a permis d'étudier les propriétés des systèmes électrisés. La théorie du potentiel magnétique, qui dérive des lois de Coulomb, et quelques propositions de thermodynamique lui suffisent à former le potentiel thermodynamique interne d'un système aimanté. Ce potentiel une fois connu, la théorie de l'équilibre magnétique se déroule toute entière par des calculs réguliers où l'indétermination ne semble plus avoir de place. Duhem peut ainsi traiter le problème de l'équilibre d'une masse magnétique en présence d'aimants permanents ou encore celui des phénomènes thermiques liés au magnétisme. Cette étude, présentée dans un mémoire d'environ 140 pages et intitulé « De l'aimantation par influence », lui permet d'obtenir le grade de docteur ès sciences mathématiques <sup>1</sup>.

## I. Equilibre et stabilité de l'équilibre magnétique

### 1. Expression du potentiel thermodynamique

#### 1.1. Rappels de la théorie du potentiel

Deux aimants très éloignés exercent l'un sur l'autre des actions mécaniques en raison inverse du carré de la distance. Cette proposition, à laquelle Coulomb a été amené par ses expériences, a été vérifiée par la suite de façon très précise par les expériences de Gauss et est désormais admise par tous les physiciens <sup>2</sup>. De plus, il est établi que les actions mutuelles

---

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1888a].

<sup>2</sup> Duhem fait une description des travaux de Gauss en 1892, dans ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* : DUHEM Pierre [1892b], chapitre II.

d'un aimant et d'un pôle extérieur à cet aimant sont complètement définies lorsque l'on connaît la grandeur et l'orientation de l'aimantation  $\mathcal{M}$  en tout point de l'aimant. En d'autres termes, la connaissance des composantes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$  de l'aimantation en tout point d'un corps est nécessaire et suffisante pour connaître l'état magnétique de ce dernier.

Les composantes de l'action exercée par un aimant sur un pôle d'aimant (fluide magnétique austral) placé en  $M(x, y, z)$  ont pour valeur

$$X = -h \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}, \quad Y = -h \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y}, \quad Z = -h \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \quad (1)$$

où  $h$  est une quantité positive prenant en compte les rapports d'unité et  $\mathcal{V}$  est la *fonction potentielle magnétique* de l'aimant. Cette dernière fonction est définie par l'intégrale sur le volume entier de l'aimant

$$\mathcal{V}(x, y, z) = \iiint \left( \mathcal{A}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{1}{r} \right) + \mathcal{B}_1 \frac{\partial}{\partial y_1} \left( \frac{1}{r} \right) + \mathcal{C}_1 \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{1}{r} \right) \right) dx_1 dy_1 dz_1, \quad (2)$$

$r$  étant la distance entre un point  $(x_1, y_1, z_1)$  de l'aimant et le point  $M$ <sup>3</sup>. Il résulte de là que les actions mutuelles de deux corps aimantés  $A$  et  $A_1$  admettent un potentiel et que ce potentiel a pour expression

$$\mathcal{P} = h \int \left\| \mathcal{A} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \right\| dv, \quad (3)$$

l'intégrale s'étendant au corps  $A$  tout entier et  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$  désignant les composantes de l'aimantation de ce corps. L'expression de ce potentiel  $\mathcal{P}$  est évidemment symétrique par rapport aux corps  $A$  et  $A_1$ .

La fonction potentielle magnétique d'un aimant est établie uniquement en un point éloigné de cet aimant. Aucune expérience n'a en effet permis jusqu'ici de déterminer la loi qui règle les actions de deux aimants extrêmement petits, rapprochés jusqu'au contact. Et donc, comme le souligne Duhem, « rien ne prouve a priori »<sup>4</sup> que l'on puisse étendre l'expression précédente de la fonction potentielle magnétique au cas d'un point intérieur à l'aimant. Une semblable extension imposerait au préalable que l'intégrale

$$\int \left\| \mathcal{A}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{1}{r} \right) \right\| dv_1$$

<sup>3</sup> Dans la suite, nous rencontrerons constamment des expressions de la forme  $f g + f' g' + f'' g''$ , où  $f'$  et  $f''$  (respectivement  $g'$  et  $g''$ ) se déduisent de  $f$  (respectivement de  $g$ ) par permutation circulaire. Pour abrégé, nous représenterons une semblable formule par  $\| f g \|$ . La fonction potentielle magnétique sera ainsi notée :

$$\mathcal{V}(x, y, z) = \int \left\| \mathcal{A}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{1}{r} \right) \right\| dv_1.$$

Cette notation est utilisée par Duhem à partir de 1892, dans ses *Leçons* : DUHEM Pierre [1892b], p. 7.

<sup>4</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L14.

conserve un sens pour un point  $M(x, y, z)$  intérieur à l'aimant, ce qui n'est pas immédiat puisque la quantité  $1/r$  devient infinie aux alentours de ce point. Pour démontrer cette proposition, Duhem entoure alors le point  $M$  d'une petite surface fermée  $\sigma$  et examine l'intégrale précédente étendue à l'ensemble du corps  $A_1$  extérieur à  $\sigma$ . Lorsque cette surface  $\sigma$  vient s'évanouir au point  $M$  d'une manière quelconque, il montre que l'intégrale tend vers une limite finie et entièrement déterminée<sup>5</sup>. La fonction  $\mathcal{V}$  garde donc un sens pour un point intérieur à l'aimant. Dès lors, pour Duhem, « rien ne nous empêche d'admettre, comme généralisation des faits d'expérience »<sup>6</sup>, que les actions mécaniques internes d'un système d'aimants admettent pour potentiel l'intégrale

$$J = \frac{h}{2} \int \left\| \mathcal{A} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \right\| dv \quad (4)$$

étendue à tous les aimants du système. Les propriétés connues de la fonction potentielle, notamment le théorème de Green, permettent de mettre l'expression précédente sous une forme équivalente :

$$J = \frac{h}{8\pi} \int \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \right)^2 \right] dv, \quad (5)$$

l'intégrale s'étendant cette fois à tout l'espace.

$J$  coïncide avec l'énergie magnétique introduite dès 1853 par Thomson. Mais plutôt que d'admettre d'emblée ce dernier résultat, Duhem a préféré l'établir rigoureusement (il s'agit d'une thèse de sciences mathématiques), soulignant à cette occasion le recours nécessaire à une hypothèse : l'extension de la loi expérimentale de Coulomb aux actions mutuelles entre particules d'un aimant. Il s'agit pour lui de « l'hypothèse unique sur laquelle nous fonderons l'étude de l'aimantation par influence »<sup>7</sup>. Duhem choisit en outre d'appeler la fonction  $J$  potentiel magnétique plutôt qu'énergie magnétique. Cette dernière dénomination, utilisée par la plupart des auteurs, est en effet jugée inadéquate par Duhem puisque  $J$  ne représente, comme il va l'établir, qu'une partie de l'énergie interne d'un système aimanté.

## 1.2. Potentiel thermodynamique des corps isotropes aimantés

Pour déterminer l'expression générale du potentiel thermodynamique d'un système aimanté, Duhem s'appuie sur le lemme fondamental qu'il a établi dans son premier travail de thèse. D'après ce lemme, le potentiel thermodynamique interne  $\mathcal{F}$  ne diffère du potentiel des actions mécaniques intérieures au système que d'une quantité pouvant dépendre de

<sup>5</sup> Cette démonstration est détaillée dans son « Etude historique », dans le but de montrer l'inexactitude d'une proposition de la théorie de Poisson : DUHEM Pierre [1888d], pp. 11 – 14.

<sup>6</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L17.

<sup>7</sup> *Ibid*, p. L18.

l'état des divers éléments magnétiques, mais non de leur position. Duhem peut donc écrire la relation suivante :

$$F = J + F', \quad (6)$$

où  $F'$  dépend uniquement de l'état de chacun des éléments du système, c'est-à-dire :

- du volume de l'élément ;
- de la surface qui le limite ;
- de l'orientation de l'axe magnétique par rapport à cette surface <sup>8</sup> ;
- de l'intensité de l'aimantation en un point de l'élément ;
- d'autres paramètres  $\alpha, \beta, \dots$ , qui achèvent de déterminer l'état physique et chimique de la substance.

C'est donc la quantité  $F'$  que Duhem doit chercher à déterminer. Pour cela, il cherche la variation que subit cette fonction lorsque seules l'intensité d'aimantation et l'orientation de l'axe magnétique d'un élément magnétique varient. Le potentiel thermodynamique étant une fonction d'état, la variation que subit  $F'$  lors d'une transformation quelconque ne dépend que de l'état du système avant et après cette transformation. Duhem peut donc choisir arbitrairement la voie suivie par le système pour passer de l'état initial à l'état final. Il décompose alors de façon astucieuse cette transformation :

- 1° il découpe dans le système l'élément  $dv$  dont l'état doit varier et éloigne à l'infini tous les autres éléments du système sans changer leur état. Dans cette modification qui constitue un déplacement sans changement d'état,  $F'$  ne subit aucune modification.
- 2° dans l'élément isolé, l'intensité d'aimantation et l'orientation de l'axe magnétique subissent les variations infiniment petites envisagées :  $F'$  varie alors de  $\delta_1 F'$ .
- 3° tous les éléments du système sont finalement ramenés à leur position initiale, sans changer leur état. Dans ce déplacement sans changement d'état,  $F'$  ne subit aucune modification.

La variation de  $F'$  est donc égale à la variation  $\delta_1 F'$  que subirait le potentiel thermodynamique d'un système formé par l'élément  $dv$  seul. Cet élément peut lui-même être partagé en une infinité de cubes infiniment petits par rapport à  $dv$  et dans lesquels l'axe magnétique a une direction déterminée par rapport à la surface qui limite les cubes. Duhem peut alors faire subir à chacun de ces cubes une transformation analogue à celle qu'il a fait subir à l'élément  $dv$  tout entier. Il en déduit donc aisément que la variation  $\delta_1 F'$  est proportionnelle au volume  $dv$  de l'élément et indépendante de la forme de la surface qui le limite. Soit :

---

<sup>8</sup> Dans le dernier chapitre de son mémoire, Duhem étudie les propriétés des corps cristallisés. Dans ce cas,  $F'$  peut aussi dépendre de l'orientation de l'axe magnétique par rapport aux axes d'élasticité de la substance.

$$\delta F' = \delta_1 F' = (A \delta \mathcal{A} + B \delta \mathcal{B} + C \delta \mathcal{C}) dv, \quad (7)$$

où  $A, B, C$  dépendent uniquement des composantes  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  de l'aimantation suivant trois axes invariablement liés à l'élément et des paramètres  $\alpha, \beta, \dots$ . Au lieu de prendre  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  comme variables indépendantes pour définir l'état d'aimantation de l'élément, Duhem peut aussi bien prendre l'intensité d'aimantation  $\mathcal{M}$  et les deux composantes  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$ . Soit

$$\delta F' = \delta_1 F' = (m \delta \mathcal{M} + a \delta \mathcal{A} + b \delta \mathcal{B}) dv, \quad (8)$$

où  $m, a, b$  dépendent uniquement des variables  $\mathcal{M}, \mathcal{A}, \mathcal{B}, \alpha, \beta, \dots$ . Considérant deux transformations formellement équivalentes sur un élément de forme sphérique (rotation de l'axe magnétique à l'intérieur de l'élément immobile et rotation de l'élément avec l'axe magnétique invariablement lié à celui-ci), Duhem parvient alors à montrer que  $a$  et  $b$  sont nuls. Donc, dans toute modification où seule l'aimantation de l'élément subit une variation,

$$\delta F' = f(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) \delta \mathcal{M} dv. \quad (9)$$

Soit, en posant

$$\mathcal{F}(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) = \int_0^{\mathcal{M}} f(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) d\mathcal{M}, \quad (10)$$

Duhem peut écrire

$$F' = \int \mathcal{F}(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) dv + F'', \quad (11)$$

l'intégrale triple s'étendant au volume entier du système et  $F''$  demeurant invariable lorsqu'on modifie la position ou l'état magnétique des éléments sans altérer leur volume ou les paramètres  $\alpha, \beta, \dots$  relatifs à chacun d'eux. Et donc, si l'on fait décroître jusqu'à zéro l'intensité d'aimantation en chaque point du système sans modifier l'état des éléments qui le constituent,

$$F = J + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) dv + F''$$

tend vers  $F''$ , les deux premiers termes s'annulant d'après les égalités (4) et (10). D'autre part, en désignant par  $U$  et  $S$  l'énergie interne et l'entropie que posséderait le système si tous les éléments conservaieent le même état et le même volume mais cessaieent d'être magnétiques, la limite vers laquelle tend  $F$  est égale à  $E(U - TS)$ .

Duhem parvient donc à déterminer complètement la forme du potentiel thermodynamique interne d'un système qui renferme des corps isotropes aimantés, soit

$$F = E(U - TS) + J + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) dv. \quad (12)$$

L'énergie interne d'un corps aimanté ne se compose donc pas seulement de l'énergie interne d'état physique et chimique. Les termes supplémentaires, qui ne se limitent pas au potentiel magnétique du corps, dépendent à la fois de la distribution d'aimantation sur le corps et de son état physico-chimique<sup>9</sup>. De cette expression du potentiel thermodynamique, Duhem va

<sup>9</sup> La relation entre l'énergie interne et le potentiel thermodynamique, qui est une *fonction caractéristique*, a été établie par Massieu :  $E U = F - T \partial F / \partial T$ .

alors pouvoir déduire les équations fondamentales de l'aimantation par influence des substances isotropes.

## 2. Equations de l'équilibre magnétique

### 2.1. Corps parfaitement doux et aimants permanents

Le problème de l'aimantation par influence est le suivant : déterminer la grandeur et la direction de l'aimantation en chaque point d'un corps magnétique soumis à l'action d'aimants donnés. Selon la démarche que Duhem s'est fixée, cette distribution du magnétisme à l'équilibre doit simplement traduire les conditions d'équilibre fournies par la thermodynamique. Cependant, dans son mémoire sur le potentiel thermodynamique, il avait bien précisé que ces conditions d'équilibre étaient *suffisantes* mais non *nécessaires*. Il peut ainsi arriver qu'un corps magnétique conserve un état d'aimantation invariable sans que les conditions d'équilibre prescrites par la thermodynamique ne soient vérifiées. Duhem se doit donc de commencer son étude par quelques définitions.

Pour les physiciens, un corps est dit *parfaitement doux* s'il est dénué de force coercitive, si le magnétisme de ce corps varie librement avec les circonstances ou encore s'il n'existe pas de magnétisme rémanent. Duhem est amené à reconsidérer cette définition pour la placer dans la cadre de sa thermodynamique : pour lui, un corps sera *parfaitement doux* si, en toute circonstance, l'aimantation en chacun des points de ce corps satisfait aux conditions d'équilibre indiquées par la thermodynamique. Au contraire, un aimant sera dit *permanent* si l'aimantation en chaque point conserve une grandeur et une direction invariables quelles que soient les circonstances dans lesquelles l'aimant se trouve placé. Ainsi, pour Duhem, les seuls corps que les physiciens peuvent étudier théoriquement correspondent aux limites extrêmes de la série des corps magnétiques : « *les aimants permanents parce que leur état magnétique peut être censé donné arbitrairement, et les corps parfaitement doux parce que cet état est réglé par les propositions de la Thermodynamique* »<sup>10</sup>.

Une fois ces définitions données, le problème de l'aimantation par influence s'énonce de la manière suivante : un corps *parfaitement doux* étant placé en présence d'aimants *permanents* donnés, quelle sera la distribution permanente du magnétisme sur ce corps ?

### 2.2. Equations fondamentales de l'aimantation par influence

Pour déterminer les équations de l'équilibre magnétique, Duhem suppose l'existence d'un tel état d'équilibre pour le système et impose des variations infiniment petites autour de cet état : les composantes de l'aimantation au sein d'un élément de volume  $dv$  varient de  $\delta\mathcal{A}$ ,  $\delta\mathcal{B}$ ,  $\delta\mathcal{C}$  tandis que les autres paramètres du système restent inchangés. D'après la définition

<sup>10</sup> *Ibid*, p. L25.

des corps parfaitement doux, il ne doit résulter aucun travail compensé de ces modifications, c'est-à-dire que la variation  $\delta\mathcal{F}$  du potentiel thermodynamique interne doit être nulle et ce quelles que soient les variations d'aimantation. En s'appuyant sur l'expression précédente de  $\mathcal{F}$ , Duhem peut calculer aisément cette variation. Il aboutit alors aux équations d'équilibre magnétiques suivantes, vérifiées en tout point d'une masse dénuée de force coercitive et soumise à l'aimantation :

$$\begin{cases} \mathcal{A} = -h F(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \\ \mathcal{B} = -h F(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} \\ \mathcal{C} = -h F(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \end{cases} \quad (13)$$

où

$$\frac{1}{F(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots)} = \frac{1}{\mathcal{M}} \frac{\partial F(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots)}{\partial \mathcal{M}}. \quad (14)$$

L'aimantation d'un corps parfaitement doux et la grandeur géométrique dont les composantes sont

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}', \quad \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y}', \quad \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z}$$

sont ainsi dirigées, en tout point, suivant la même droite. Cette proposition se retrouve dans toutes les théories de l'induction magnétique proposées depuis Poisson, comme conséquence plus ou moins immédiate des hypothèses sur lesquelles reposent ces théories. Or Duhem vient de montrer que cette proposition est une simple conséquence des principes de la thermodynamique et des lois de Coulomb. La fonction magnétisante  $F(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots)$  dépend de l'intensité d'aimantation et de la nature de la substance et possède donc la forme générale du coefficient d'aimantation admise, à titre d'hypothèse, par Kirchhoff. Si cette fonction magnétisante est positive, le corps est magnétique ou paramagnétique, si elle est négative, il est diamagnétique : « *la théorie des corps diamagnétiques et la théorie des corps magnétiques se trouvent [donc] comprises en une seule et même théorie* »<sup>11</sup>.

### 2.3. A propos de la physique mathématique

En supposant connue la forme de la fonction magnétisante  $F(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots)$ , les équations de l'équilibre magnétique peuvent être réduites, selon une méthode indiquée dès 1853 par Kirchhoff, en équations différentielles vérifiées par la seule fonction  $\mathcal{V}$ <sup>12</sup>. Ces équations déterminent alors complètement la solution du problème de l'aimantation par influence, qui n'est plus qu'une simple question d'analyse. Cependant, à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, très peu de

<sup>11</sup> *Ibid*, p. L27.

<sup>12</sup> KIRCHHOFF Gustav [1853].

conséquences ont été déduites des équations générales de l'aimantation par influence. La plupart des résultats analytiques se rapportent en effet aux équations déduites de la théorie de Poisson et de Thomson, c'est-à-dire supposent la constance du coefficient d'aimantation. Le petit nombre de cas où ces équations ont été intégrées par les géomètres (corps sphériques et ellipsoïdaux) prouve d'ailleurs que ce problème est complexe à résoudre, bien plus que celui déjà ardu de la distribution de l'électricité sur les corps conducteurs. La résolution de ce type de problème analytique ne fait cependant pas partie des objectifs que s'est fixés Duhem. Il souhaite avant tout montrer que sa théorie du potentiel thermodynamique permet de répondre à une vaste étendue des questions relatives aux corps aimantés. Néanmoins, il est intéressant de connaître le regard qu'il porte sur ces travaux de physique mathématique.

A l'occasion de la parution en 1888 du *Traité de physique mathématique* de Résal, ouvrage qui a pour objet de résumer cette vaste science, Duhem fait part de ses propres convictions dans le *Bulletin des sciences mathématiques* de novembre 1889 : « nous ne pouvons nous empêcher de regretter [...] que M. Résal n'ait pas réagi, avec l'autorité qui lui appartient, contre une tendance fâcheuse qui va en s'accroissant dans les *Traités de Physique mathématique*. Elle consiste à s'occuper surtout des cas particuliers où peuvent s'intégrer les équations aux dérivées partielles de la Physique sans s'occuper de l'établissement de ces équations, de leurs propriétés générales, de leurs conséquences vérifiables par l'expérience »<sup>13</sup>. A travers cette critique du traité de Résal, Duhem dénonce en fait plus généralement le rôle joué par les mathématiciens dans l'enseignement des sciences, un rôle qu'il juge excessif. Alors que la part d'enseignement de la physique générale est à cette époque très restreinte dans les facultés des sciences, les cours de physique mathématique, lorsqu'ils existent, sont en effet assurés par des mathématiciens. La physique est ainsi divisée en une physique expérimentale, liée à la chimie, et une physique mathématique, intégrée dans les sciences mathématiques. Or, pour Duhem, pour que la physique mathématique mérite véritablement son nom, elle doit avant tout servir au physicien : « le physicien a besoin de se rendre un compte exact des hypothèses sur lesquelles repose la mise en équation des problèmes qui l'occupent, et des lois générales qui découlent de ces hypothèses. Rarement il a besoin d'intégrations toujours trop particulières pour s'appliquer aux corps de forme compliquée qu'il a à manipuler. Ces intégrations n'ont d'intérêt pour lui que lorsqu'elles permettent une vérification expérimentale des hypothèses faites, ou lorsqu'elles fournissent des méthodes de mesure des coefficients introduits par la théorie. Les grands physiciens qui, comme Laplace et Poisson, ont fondé la Physique mathématique, avaient bien compris ce caractère de la Science ; mais depuis il a été méconnu, et les *Traités de Physique mathématique*, devenus des collections de problèmes sur les équations aux dérivées partielles, ont cessé d'être lus par les physiciens, au grand détriment de la Science ». Duhem rédige une critique tout aussi sévère de l'ouvrage de *Thermodynamique*

<sup>13</sup> RESAL Henri [1888] ; DUHEM Pierre [1889a]. Professeur de mécanique à l'École Polytechnique et membre de l'Académie des Sciences depuis 1873, Henri Résal (1828 – 1896) est l'auteur de plusieurs ouvrages de physique, notamment un *Traité de mécanique générale* publié en sept volumes entre 1872 et 1880.



publié en 1892 par Poincaré : dans la *Revue des questions scientifiques*, il regarde ce cours de physique mathématique « *comme les impressions reçues, dans de rapides excursions aux travers de la physique, par un esprit habitué à des méditations d'un tout autre genre* »<sup>14</sup>. Aussi déconseille-t-il la lecture de cet ouvrage aux étudiants qui veulent se familiariser avec la thermodynamique et aux ingénieurs qui souhaitent faire des applications de cette science.

La mécanique constitue un bon révélateur de la ligne de démarcation instaurée à cette époque entre les sciences mathématiques et les sciences physiques. La mécanique est en effet séparée en deux disciplines qui poursuivent des objectifs différents : une mécanique purement expérimentale et une mécanique rationnelle, dégagée de toute référence à l'expérience et qui constitue une branche des mathématiques. Bouasse, qui défend les mêmes idées que Duhem au sujet des rapports entre sciences théoriques et sciences expérimentales, décide de publier en 1910 un ouvrage au titre volontairement évocateur : *Cours de Mécanique rationnelle et expérimentale, spécialement écrit pour les physiciens et les ingénieurs*<sup>15</sup>. Dans le *Bulletin des sciences mathématiques*, Duhem souligne vivement l'originalité et l'intérêt d'un tel ouvrage : « *à la fois rationnelle et expérimentale, construite selon la méthode qui sert à bâtir toute théorie physique, le Mécanique aura vraiment alors pris la place qu'elle doit occuper en l'édifice de la Physique mathématique* »<sup>16</sup>. Duhem et Bouasse auront néanmoins du mal à convaincre leurs collègues de la nécessité d'une telle réforme de l'enseignement, puisque les mathématiciens continueront encore longtemps à enseigner la même mécanique rationnelle.

### 3. Stabilité de l'aimantation

#### 3.1. Existence d'une solution

Duhem est parvenu à déterminer les conditions nécessaires que doit vérifier une distribution magnétique minimisant le potentiel thermodynamique interne. Mais existe-t-il toujours une semblable distribution ? C'est la question que Duhem se propose d'examiner.

Partant de l'expression (5) du potentiel magnétique  $J$  et en posant

$$\Pi \mathcal{V} = \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \right)^2, \quad (15)$$

<sup>14</sup> POINCARÉ Henri [1892] ; DUHEM Pierre [1892e], p. 604.

<sup>15</sup> BOUASSE Henri [1910]. Henri Bouasse (1866 – 1953) est également l'auteur de plusieurs ouvrages pour l'enseignement des collèges, des lycées, de la licence et de l'agrégation. De 1911 à 1932, il érige notamment un monument de 45 volumes, la *Bibliothèque scientifique de l'ingénieur et du physicien*, dans lequel il aborde tous les domaines de la physique, la relativité mise à part. Pour apprécier le regard, souvent acerbe, que porte Bouasse sur l'enseignement et la recherche de son époque, voir : LOCQUENEUX Robert [2008b].

<sup>16</sup> DUHEM Pierre [1910], p. 161. Un commentaire de l'article de Duhem sur la *Mécanique rationnelle et expérimentale de Bouasse* a été rédigé par R. Locqueneux : LOCQUENEUX Robert [2010].

le potentiel thermodynamique interne du système peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & E(U - TS) + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) dv_1 \\ & + \frac{h}{8\pi} \int \Pi \mathcal{V} dv_0 + \frac{h}{8\pi} \int \Pi \mathcal{V} dv_1 \\ & + \int \left( \frac{h}{8\pi} \Pi \mathcal{V} + \mathcal{F}(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots) \right) dv_2. \end{aligned} \quad (16)$$

Les intégrales qui portent sur  $dv_0$ ,  $dv_1$  et  $dv_2$  sont étendues respectivement à tout le milieu non magnétique, à tout l'espace occupé par les aimants permanents et à tout l'espace occupé par les corps parfaitement doux. Les termes de la première ligne conservent une valeur indépendante de la distribution magnétique sur les corps parfaitement doux. Les termes de la seconde ligne sont quant à eux toujours positifs. De plus, d'après les équations (10) et (14),  $\mathcal{F}(\mathcal{M}, \alpha, \beta, \dots)$  est toujours positif pour les corps magnétiques et toujours négatif pour les corps diamagnétiques. Cette circonstance ne permet pas de prévoir le signe des termes de la troisième ligne de l'égalité (16) pour les corps diamagnétiques. Cependant, dans le cas où toutes les substances dénuées de force coercitive sont magnétiques, Duhem peut écrire

$$\mathcal{F} = C + P, \quad (17)$$

$C$  étant une quantité indépendante de la distribution du magnétisme et  $P$  une quantité qui demeure positive quelle que soit cette distribution. Cette égalité prouve donc que  $\mathcal{F}$  est une quantité dont les variations sont limitées inférieurement.

Duhem peut-il alors en conclure qu'il existe au moins une distribution magnétique correspondant à une valeur de  $\mathcal{F}$  plus petite que toutes les autres et par conséquent à un état magnétique stable ? Il est conscient que cette déduction présente un défaut de rigueur car « de ce que les variations d'une quantité sont limitées inférieurement, il ne résulte pas que cette quantité présente un minimum »<sup>17</sup>. Gauss avait admis cette propriété en 1839 pour justement démontrer qu'il existe un état d'équilibre électrique sur les corps conducteurs. Ce problème, abordé pour la première fois par Green en 1828, est en fait équivalent au problème plus général dit de Lejeune-Dirichlet. Or la démonstration du *principe de Dirichlet*, qui affirme l'existence dans tous les cas d'une solution pour ce problème, donne prise à plusieurs critiques, notamment dues à Weierstrass (*voir l'encadré ci-contre*). Ainsi, admettre l'exactitude de ce principe, c'est faire une hypothèse dont la vérification dépasse la portée de l'analyse de l'époque. C'est donc sous une réserve semblable à celle qui pèse sur le *principe de Dirichlet* que Duhem énonce la proposition suivante : « des corps magnétiques quelconques étant soumis à l'action d'aimants quelconques, on peut trouver sur ces corps une distribution magnétique au moins qui satisfait aux lois de l'aimantation par influence et qui demeure stable si l'on maintient invariables la position, la forme et l'état des divers corps du système ».

<sup>17</sup> DUHEM Pierre [1888a], L42.

**Principe de Dirichlet.** Considérons le problème suivant : étant donné un domaine  $\Omega$  de l'espace et  $g$  une fonction définie sur la surface de  $\Omega$ , peut-on trouver un prolongement harmonique de  $g$  à l'intérieur de  $\Omega$  (une fonction harmonique est une fonction vérifiant l'équation de Laplace) ? Tout problème sur la distribution électrique d'équilibre à la surface des corps pouvant se ramener au problème précédent, celui-ci intéresse de nombreux analystes. En 1839, Gauss montre que ce problème peut être ramené à la minimisation d'une certaine fonction positive et considère alors comme évident l'existence d'une solution. Cette démonstration de Gauss sert ensuite de modèle aux démonstrations proposées par d'autres auteurs. Bien que Lejeune-Dirichlet n'ait jamais rien publié sur le sujet, Riemann donne en 1857, pour honorer son maître, le nom de *problème de Dirichlet* à ce type de problème et le nom de *principe de Dirichlet* à l'énoncé qui affirme l'existence d'une solution dans tous les cas. Mais le prestige du *principe de Dirichlet* est remis en question en 1869 par Weierstrass, quand ce dernier prouve sur un exemple que le minimum peut ne pas être atteint. Weierstrass ne formule ses critiques dans aucune de ses publications mais Heine, en les faisant connaître, déclare les emprunter à l'enseignement de ce dernier<sup>18</sup>. Les critiques de Weierstrass ont un grand impact sur les mathématiciens, ébranlant pendant presque trente ans leur confiance dans le principe variationnel, ce qui conduit au développement de nouvelles approches pour la résolution des problèmes aux limites<sup>19</sup>.



**Karl Weierstrass**  
(1815 – 1897)

### 3.2. Unicité et stabilité de la solution pour les corps magnétiques

Les équations de l'équilibre magnétique expriment simplement la nullité de la variation première subie par le potentiel thermodynamique interne. Cette situation peut-elle correspondre à plusieurs distributions magnétiques distinctes ? Et lorsqu'elle a lieu, la fonction  $F$  est-elle bien minimale, de telle façon que la distribution magnétique soit stable ? Pour répondre à ces questions, Duhem se doit d'étudier la variation seconde du potentiel thermodynamique. Les résultats qu'il obtient sont alors exposés dans une note qu'il communique à l'Académie des Sciences dès le 31 octobre 1887<sup>20</sup>.

Duhem suppose que les composantes de l'aimantation au point  $(x, y, z)$  d'un corps parfaitement doux varient de

$$\delta\mathcal{A} = a \delta t, \quad \delta\mathcal{B} = b \delta t, \quad \delta\mathcal{C} = c \delta t, \quad (18)$$

$a, b, c$  étant des quantités finies et  $\delta t$  une quantité infiniment petite et positive indépendante de  $x, y, z$ . Pour simplifier, Duhem considère le système composé seulement d'un aimant

<sup>18</sup> HEINE Eduard [1870].

<sup>19</sup> Pour avoir des compléments sur cette histoire du *principe de Dirichlet*, on pourra consulter l'ouvrage suivant : MONNA Antonie Frans [1975].

<sup>20</sup> DUHEM Pierre [1887c].

permanent désigné par l'indice (1) et d'un corps parfaitement doux désigné par l'indice (2). Lors de la variation de l'aimantation, la fonction potentielle  $\mathcal{V}$  varie de  $v \delta t$  où

$$v(x, y, z) = \int \left\| a \frac{\partial}{\partial x'_2} \left( \frac{1}{r} \right) \right\| dv'_2. \quad (19)$$

Duhem obtient alors l'expression suivante de la variation seconde de  $\mathcal{F}$  :

$$\delta^2 \mathcal{F} = \frac{h \delta t^2}{8\pi} \int \Pi v dv + \delta t^2 \int \left( \frac{a^2 + b^2 + c^2}{F(\mathcal{M})} - \frac{\mathcal{M}}{F(\mathcal{M})^2} \frac{\partial F(\mathcal{M})}{\partial \mathcal{M}} m^2 \right) dv_2. \quad (20)$$

La première intégrale s'étend à l'espace tout entier et  $m$  est défini par l'équation  $\delta \mathcal{M} = m \delta t$ , avec  $\mathcal{M}^2 = \mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 + \mathcal{C}^2$ . Pour alléger l'écriture, les variables  $\alpha, \beta, \dots$  de la fonction  $F$  sont sous-entendues.

Pour les corps diamagnétiques, Duhem considère le signe de  $\delta^2 \mathcal{F}$  impossible à prévoir sans données numériques. Par contre, « les renseignements que l'on possède sur les corps magnétiques permettent d'affirmer que, pour ces corps,  $\delta^2 \mathcal{F}$  est toujours positif »<sup>21</sup>. En effet, pour les corps magnétiques,  $F(\mathcal{M})$  est positif et décroît généralement quand l'intensité d'aimantation augmente, ce qui assure  $\delta^2 \mathcal{F} \geq 0$ . Pour certains corps tels que le fer doux, les travaux de Weber et Kirchhoff ont néanmoins montré que  $F(\mathcal{M})$  croît pour les faibles valeurs de  $\mathcal{M}$ , passe par un maximum puis décroît<sup>22</sup>. Mais les accroissements restent faibles si bien que  $\delta^2 \mathcal{F}$  reste encore positif. Ainsi, Duhem peut déduire de ce résultat que toute distribution magnétique répandue sur un corps magnétique, conformément aux lois d'équilibre (13), correspond à un état d'équilibre stable. De plus,  $\delta^2 \mathcal{F}$  étant toujours fini et positif, il ne peut pas exister deux distributions magnétiques distinctes telles que  $\delta \mathcal{F} = 0$  : « il n'existe [donc], pour les corps magnétiques, qu'une seule solution au problème de l'aimantation par influence. Elle correspond à une aimantation stable »<sup>23</sup>.

### 3.3. Les corps diamagnétiques et l'expérience de Joubin

Duhem ne peut pas étendre les considérations précédentes au cas des corps diamagnétiques soumis à l'action d'aimants permanents. Dans l'hypothèse d'un coefficient d'aimantation constant  $F$ , il est néanmoins possible de démontrer, à partir des propriétés de la fonction potentielle, que deux distributions magnétiques distinctes ne peuvent satisfaire aux équations d'équilibre magnétique. Cette proposition a en effet déjà été démontrée par F.-E. Neumann dans le cas des corps magnétiques. Reproduite par Duhem dans son mémoire,

<sup>21</sup> *Ibid*, p. 800.

<sup>22</sup> KIRCHHOFF Gustav [1853].

<sup>23</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L43. En particulier, lorsqu'un corps magnétique parfaitement doux est placé hors du champ des aimants permanents, les équations d'équilibre sont satisfaites pour  $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \mathcal{C} = 0$ . Comme la solution est unique, Duhem précisera dans ses *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme* qu'« un corps magnétique parfaitement doux ne présente pas de magnétisme rémanent » (DUHEM Pierre [1892b], p. 198).

cette démonstration est en fait tout aussi valable pour les corps diamagnétiques<sup>24</sup>. En effet, elle exige simplement que la quantité  $(1 + 4\pi hF)$  ne s'annule pas, ce qui est vérifié pour tous les corps connus, même diamagnétiques. Donc, dans le cas d'un coefficient d'aimantation constant, « *il n'existe qu'un seul état d'équilibre magnétique, aussi bien pour les corps magnétiques que pour les corps diamagnétiques* »<sup>25</sup>.

Reprenant le cas général d'un coefficient d'aimantation variable, Duhem expose alors un raisonnement qui, « *sans prouver rigoureusement l'existence de plusieurs états d'équilibre magnétique pour un corps diamagnétique, rend au moins très vraisemblable cette existence* ». Il considère pour cela une distribution magnétique d'équilibre sur un corps diamagnétique, distribution qui correspond à un minimum  $\mathcal{F}$  du potentiel thermodynamique interne. Il suppose alors que, le corps restant dans la même position en présence des mêmes aimants, toutes les particules de ce corps conservent la même aimantation sauf la particule  $dx dy dz$  qui devient non aimantée. Soit  $\mathcal{M}$  l'intensité primitive de cette particule et  $\mathcal{F}'$  la nouvelle valeur du potentiel thermodynamique interne, Duhem établit que

$$\mathcal{F}' - \mathcal{F} = \left[ \frac{\mathcal{M}^2}{F(\mathcal{M})} - \int_0^{\mathcal{M}} \frac{\mathcal{M}'}{F(\mathcal{M}')} d\mathcal{M}' \right] dx dy dz. \quad (21)$$

Si le coefficient d'aimantation garde en outre un signe constant lorsque l'aimantation varie de 0 à  $\mathcal{M}$ <sup>26</sup>, cette expression peut être mise sous la forme suivante :

$$\mathcal{F}' - \mathcal{F} = \mathcal{M}^2 \left[ \frac{1}{F(\mathcal{M})} - \frac{1}{2F(\mu)} \right] dx dy dz, \quad (22)$$

$\mu$  étant compris entre 0 et  $\mathcal{M}$ . Cette différence  $\mathcal{F}' - \mathcal{F}$  est donc négative pour des corps diamagnétiques pour lesquelles la fonction  $F$ , constamment négative, vérifie l'une des conditions suivantes :

- la fonction magnétisante est indépendante de l'intensité d'aimantation ;
- sa valeur absolue est une fonction décroissante de l'intensité d'aimantation ;
- sa valeur absolue croît avec l'aimantation, mais assez faiblement pour qu'elle n'atteigne jamais le double d'une autre de ses valeurs.

<sup>24</sup> NEUMANN Franz Ernst [1857], p. 35. Duhem n'indique pas dans son mémoire de thèse que cette démonstration est celle de F.-E. Neumann. Il fait néanmoins référence aux travaux de ce dernier dans son « Etude historique » et dans sa note « Sur l'aimantation des corps diamagnétiques » (DUHEM Pierre [1888d], p. 25 ; DUHEM Pierre [1888c]). Dans cette note, il indique par erreur que la démonstration ne peut être étendue aux corps diamagnétiques, ce qu'il corrige dans son mémoire de thèse.

<sup>25</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L49.

<sup>26</sup> Cette condition nécessaire n'apparaît pas clairement dans son mémoire de thèse mais est énoncée dans la note présentée à l'Académie des Sciences (DUHEM Pierre [1888c]). Le passage de l'équation (21) à (22) n'est pas non plus démontré par Duhem, mais relève d'un calcul relativement immédiat.

Pour Duhem, ces restrictions sont certainement vérifiées par tous les corps diamagnétiques connus, dans les limites où l'on a pu les étudier jusqu'ici. Il peut donc énoncer la proposition suivante relative aux corps diamagnétiques : « si [...] on considère une distribution magnétique d'équilibre correspondant à un minimum du potentiel thermodynamique, on peut, sans changer les aimants permanents ou la position du corps, trouver une distribution pour laquelle le potentiel thermodynamique a une valeur moindre que dans l'état d'équilibre considéré »<sup>27</sup>. Dès lors, s'il existe un état d'équilibre correspondant à un minimum du potentiel thermodynamique, « ou bien le potentiel thermodynamique présentera une infinité d'autres minima, ou bien il existera un nombre fini ou infini de séries illimitées et continues de distributions magnétiques, telles que, le long de chacune d'elles, le potentiel thermodynamique aille sans cesse en décroissant ». Dans ce dernier cas, si une circonstance quelconque amène la distribution magnétique à se confondre avec l'un des termes d'une de ces séries, bien que le corps reste invariable de position en présence d'aimants invariables, l'aimantation variera indéfiniment sans jamais parvenir à un état stable. Comme Duhem a démontré précédemment qu'il ne peut exister plusieurs états d'équilibre pour un corps diamagnétique de coefficient d'aimantation constant, la démonstration précédente le conduit « à penser qu'un semblable corps présenterait le singulier phénomène que nous venons de décrire »<sup>28</sup>. Un corps diamagnétique de coefficient d'aimantation variable peut par contre présenter soit ce phénomène, soit une infinité d'états d'équilibre, soit à la fois l'une et l'autre particularité.

Bien que Duhem lui-même juge ces conséquences « quelque peu paradoxales », celles-ci semblent s'accorder avec certaines expériences réalisées récemment par Paul Joubin, un de ses anciens camarades de promotion à l'École Normale (voir le portrait ci-contre). Alors qu'il est préparateur au Collège de France et qu'il entreprend une thèse sur la dispersion rotatoire magnétique, Joubin essaye d'utiliser l'aimantation des corps diamagnétiques pour mesurer l'intensité d'un champ magnétique. Pour cela, il suspend par un bifilaire un petit barreau de bismuth muni d'un léger miroir entre les pôles d'un électro-aimant<sup>29</sup>. Joubin compte déduire la valeur du champ de la position d'équilibre du barreau soumis à l'influence des forces magnétiques et du couple de torsion. Cependant, dès les premiers pas, une difficulté singulière l'empêche de continuer dans cette voie. Il observe en effet que, pour un même courant circulant dans l'électro-aimant, la position du barreau dépend de la suite des modifications magnétiques qu'on lui a fait subir. En particulier, la position n'est pas la même

---

<sup>27</sup> DUHEM Pierre [1888c], p. 737.

<sup>28</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L52.

<sup>29</sup> L'utilisation d'un miroir pour les mesures des faibles déviations angulaires a été imaginée en 1827 par Johann Christian Poggendorff. Cette méthode optique sera notamment reprise par Pierre Curie au début des années 1890, sous une forme légèrement modifiée, dans ses expériences minutieuses de mesures de propriétés magnétiques des corps (ces expériences seront analysées au chapitre IX).

suivant que l'intensité du courant croît ou décroît. La méthode de mesure, qui se voulait rapide, se révèle donc inefficace.

Si Joubin n'accorde pas dans un premier temps une grande importance à ce phénomène, une correspondance échangée avec Duhem lui « *fait voir la question sous un nouveau jour* »<sup>30</sup>. Alors qu'il a réalisé ses expériences sans connaître les travaux de Duhem, Joubin pense qu'elles peuvent servir à confirmer les conséquences paradoxales de la théorie de son ancien camarade. Ce dernier vient en effet de montrer qu'un corps diamagnétique, placé dans une position déterminée dans un champ magnétique déterminé, peut présenter un moment magnétique variable avec la série de transformations qui a servi à l'amener dans ce champ. Les observations de Joubin s'accordent donc avec cette proposition étonnante de la théorie de Duhem et les anciens camarades de la rue d'Ulm se décident à publier leurs résultats respectifs. Leurs notes sont présentées conjointement à l'Académie des Sciences par Mascart, durant la séance du 12 mars 1888<sup>31</sup>.



#### **Paul Joubin (1862 – 1941)**

Paul Joubin est le frère du zoologiste Louis Joubin et de l'archéologue et historien de l'art André Joubin. Elève à l'Ecole Normale Supérieure dans la même promotion que Duhem, agrégé de physique, il soutient le 20 juin 1888 une thèse de sciences physiques sur la dispersion rotatoire magnétique<sup>32</sup>. Chargé de cours puis maître de conférences de physique à la Faculté des Sciences de Montpellier (1887 – 1890), il devient professeur puis doyen à l'Université de Besançon (1892 – 1902). Il occupe ensuite jusqu'à la fin de sa carrière différents postes de recteur d'académie (Chambéry, Grenoble puis Lyon).

*Source* : Bibliothèque de l'ENS. Extrait de la photographie de promotion 1882 section sciences de l'Ecole Normale Supérieure.

<sup>30</sup> JOUBIN Paul [1888b], p. 735.

<sup>31</sup> JOUBIN Paul [1888b] ; DUHEM Pierre [1888c].

<sup>32</sup> JOUBIN Paul [1888a].

Si les conséquences de sa théorie paraissent avoir reçu ici un commencement de vérification expérimentale, cette question reste néanmoins pour Duhem « *assurément encore fort obscure, tant du point de vue théorique qu'au point de vue expérimental* »<sup>33</sup>. Joubin envisage de reprendre ses recherches sur le sujet, en étudiant ce phénomène de manière plus approfondie. Il doit en particulier s'assurer que les variations d'aimantation observées ne proviennent pas d'autres causes, comme par exemple de l'hystérésis du noyau de fer de l'électro-aimant. L'influence d'un magnétisme rémanent du bismuth semble toutefois à exclure. En effet, d'après une observation non publiée par Joubin mais que Duhem tient directement de ce dernier, les mesures restent identiques en recommençant l'expérience après ouverture du circuit.

Mais Joubin, dont la carrière prend progressivement un tournant plus administratif, ne parviendra pas à lever les doutes sur son expérience et ne publiera plus aucun article sur le sujet. Une nouvelle interprétation de cette expérience viendra en fait de Duhem lui-même, quatre ans plus tard, dans ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*<sup>34</sup>. Entre-temps, sa théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique aura pris un tournant remarquable par rapport aux résultats exposés dans son mémoire de thèse. Mais avant de décrire ces importants développements, poursuivons l'analyse des résultats décrits par Duhem dans son mémoire de thèse.

## II. Equilibre et mouvement d'une masse magnétique

### 1. Un équilibre nécessairement instable

#### 1.1. Equations d'équilibre d'une masse magnétique

Duhem a examiné jusqu'ici les lois qui président à la distribution du magnétisme sur un corps parfaitement doux maintenu immobile. Il se propose alors d'élargir son étude en considérant des corps magnétiques susceptibles de se déplacer, la forme et l'état physique et chimique restant invariable. Si ce problème est plus complexe que le précédent, la méthode de résolution reste identique, et c'est là l'une des forces de la théorie de Duhem. Pour exprimer qu'un état du système est un état d'équilibre, il fait subir une modification virtuelle quelconque à ce système. En désignant par  $\delta F$  la variation subie par le potentiel thermodynamique interne et par  $\delta \tau_e$  le travail des forces extérieures agissant sur le système, Duhem peut écrire, conformément aux principes de la thermodynamique :

$$\delta F = \delta \tau_e . \quad (23)$$

<sup>33</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L53.

<sup>34</sup> Nous aborderons ces considérations au chapitre V, § II, section 2.



En plus des variations  $\delta\mathcal{A}$ ,  $\delta\mathcal{B}$ ,  $\delta\mathcal{C}$  des composantes de l'aimantation en chaque point, Duhem doit cette fois considérer les variations indépendantes liées à la translation imprimée à la masse magnétique ( $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$ ) et à la rotation imposée à cette masse ( $\delta\lambda$ ,  $\delta\mu$ ,  $\delta\nu$ ). L'égalité précédente conduit donc à neuf équations. Duhem retrouve tout d'abord les trois équations (13) qui fixent la distribution magnétique sur les corps maintenus immobiles. Les six équations restantes déterminent alors les conditions d'équilibre mécanique. Ainsi, la translation  $\delta x$  et la rotation  $\delta\nu$  conduisent respectivement aux équations suivantes :

$$\Sigma X = h \int \left( \mathcal{A} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \mathcal{B} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x \partial y} + \mathcal{C} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x \partial z} \right) dv, \quad (24)$$

$$\Sigma(Yx - Xy) = h \int \left[ \left( \mathcal{A} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x \partial y} + \mathcal{B} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2} + \mathcal{C} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z \partial y} \right) x - \left( \mathcal{A} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \mathcal{B} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y \partial x} + \mathcal{C} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z \partial x} \right) y \right] dv. \quad (25)$$

$X$ ,  $Y$ ,  $Z$  sont les composantes des forces extérieures et  $\mathcal{U}$  la fonction potentielle des aimants permanents. Les quatre équations restantes sont des permutations circulaires de ces deux équations.

## 1.2. Stabilité de l'équilibre

Lorsqu'une masse magnétique est mise en présence d'aimants permanents, sa position d'équilibre est fixée par les équations précédentes. Pour discuter de la stabilité de cette position, Duhem est amené à chercher le signe de la variation seconde du potentiel thermodynamique total. Il considère pour cela un corps indéformable parfaitement doux, placé en présence d'aimants permanents et soumis à des forces extérieures qui se réduisent :

- à une pression normale et uniforme en tout point de sa surface ;
- à une force constante en grandeur et en direction appliquée à chacun des éléments du corps magnétique.

Il s'agit sensiblement du cas présenté par un corps magnétique placé dans l'air et soumis à l'action de la pesanteur. Les forces extérieures admettent dans ce cas un potentiel  $W$  et le potentiel thermodynamique total est donné par

$$\Omega = \mathcal{F} + W. \quad (26)$$

Duhem commence par rechercher le signe de  $\delta^2\Omega$  non pas pour une modification virtuelle quelconque, mais pour toute *translation virtuelle*. Dans ces conditions,  $\delta^2W = 0$  et la question se ramène donc à la détermination du signe de  $\delta^2\mathcal{F}$ . Cette quantité se présente comme une forme homogène et du second ordre en  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$  :

$$\delta^2\mathcal{F} = A \delta x^2 + B \delta y^2 + C \delta z^2 + 2D \delta x \delta y + 2E \delta x \delta z + 2F \delta y \delta z, \quad (27)$$

les coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  dépendant des composantes de l'aimantation et des dérivées de  $\mathcal{U}$  en tout point du corps parfaitement doux. La quantité  $\delta^2\mathcal{F}$  est identiquement nulle si la force exercée par les aimants permanents ne varie ni en grandeur ni en direction dans cette

translation. Excepté ce cas particulier,  $\delta^2\mathcal{F}$  ne peut demeurer positive quelle que soient les translations virtuelles effectuées. Duhem remarque en effet que la somme des coefficients

$$A + B + C = h \int \left( \mathcal{A} \frac{\partial}{\partial x} \Delta \mathcal{U} + \mathcal{B} \frac{\partial}{\partial y} \Delta \mathcal{U} + \mathcal{C} \frac{\partial}{\partial z} \Delta \mathcal{U} \right) dv = 0, \quad (28)$$

$\Delta \mathcal{U}$  étant nul en tout point du volume d'intégration, c'est-à-dire en tout point du corps parfaitement doux. Cette dernière propriété impose qu'un au moins des coefficients A, B, C est négatif et donc il existe forcément des translations virtuelles pour lesquelles  $\delta^2\mathcal{F}$  est négative. Dès lors, Duhem peut énoncer la proposition suivante : « si l'on excepte un certain cas particulier qui comprend, comme cas encore plus particulier, celui où les aimants permanents engendreraient un champ uniforme, un corps magnétique ou diamagnétique, soumis à l'action d'aimants permanents, d'une pression extérieure normale et uniforme et de forces extérieures constantes en grandeur et en direction appliquées à chacun de ses éléments, ne peut prendre aucune position d'équilibre qui ne soit instable »<sup>35</sup>. Pour parvenir à cette proposition, il a regardé la position et l'aimantation comme des paramètres que l'on pouvait faire varier de manière indépendante dans les modifications virtuelles. Pour démontrer l'instabilité de l'équilibre, il a alors pu se limiter au cas d'une aimantation rigide durant la translation. En effet, si l'équilibre est instable lorsqu'on fixe l'aimantation sur le corps, il l'est à plus forte raison si l'on autorise une variation quelconque de cette aimantation durant le déplacement.

On peut néanmoins se placer à un autre point de vue et admettre que la distribution magnétique est à chaque instant la distribution d'équilibre pour la position que le corps occupe à cet instant. Les équations (13) de l'équilibre magnétique deviennent donc des équations de liaison pour les nouvelles modifications virtuelles. Ce point de vue, qui revient à regarder la vitesse à laquelle s'établit l'équilibre magnétique comme infinie par rapport à la vitesse de son déplacement, est donc plus restreint que le précédent. Toutes les modifications virtuelles possibles dans ces conditions le sont dans les anciennes, mais la réciproque n'est pas vraie. Ainsi, selon Duhem, « il pourrait [...] se faire qu'un état d'équilibre instable au premier point de vue ne le fût plus au second ».

Après avoir imprimé deux fois de suite une translation  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$  au corps parfaitement doux, Duhem obtient une expression très compliquée pour  $\delta^2\mathcal{F}$ . Cette quantité se présente en effet comme une somme de vingt termes du second ordre par rapport aux variations des composantes de la translation  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$  et à celle de l'aimantation  $\delta'\mathcal{A}$ ,  $\delta'\mathcal{B}$ ,  $\delta'\mathcal{C}$ . Mais comme les équations de l'équilibre magnétique demeurent vérifiées, ces variations ne sont pas indépendantes entre elles. Duhem parvient alors à une expression de  $\delta^2\mathcal{F}$  qui se prête à une « interprétation très simple »<sup>36</sup>,

$$\delta^2\mathcal{F} = \delta_1^2\mathcal{F} - \delta_2^2\mathcal{F}. \quad (29)$$

<sup>35</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L60.

<sup>36</sup> *Ibid*, p. L68.

1° Imaginons que, le corps étant placé dans sa position d'équilibre et y ayant pris l'aimantation d'équilibre, on rende son magnétisme rigide.  $\delta_1^2\mathcal{F}$  est la variation seconde de  $\mathcal{F}$  après avoir imprimé au corps deux translations successives quelconques  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$ . Il s'agit de l'expression calculée précédemment par Duhem. Il sait donc qu'il existe assurément des translations pour lesquelles  $\delta_1^2\mathcal{F}$  est négative.

2° Supposons que le corps, maintenu dans la position d'équilibre considérée, se recouvre d'une distribution magnétique qui demeure stable pour cette position du corps. Dans ces conditions, si l'on fait subir deux fois de suite une variation quelconque  $\delta\mathcal{A}$ ,  $\delta\mathcal{B}$ ,  $\delta\mathcal{C}$  en chaque point,  $\mathcal{F}$  subit une variation seconde positive. En particulier, celle-ci est égale à  $\delta_2^2\mathcal{F}$  lorsque ces variations correspondent à  $\delta'\mathcal{A}$ ,  $\delta'\mathcal{B}$ ,  $\delta'\mathcal{C}$ .

Duhem peut donc énoncer le théorème suivant : « *s'il existe une position d'équilibre pour une masse magnétique ou diamagnétique quelconque, soumise à l'action d'aimants permanents, d'une pression normale et uniforme aux divers points de sa surface et d'une force constante en grandeur et en direction agissant sur ses divers éléments, et si de plus l'aimantation de cette masse demeure stable lorsque l'on maintient cette masse dans cette position, l'équilibre de cette masse est un équilibre instable* »<sup>37</sup>. Ainsi, lorsque l'aimantation est liée à chaque instant à la position par les équations de l'aimantation par influence, il n'existe pas de moyen de réaliser, par des aimants, l'équilibre d'un corps magnétique ou diamagnétique soumis à l'action de la pesanteur et à la pression atmosphérique.

Avant de préciser les conséquences de ce résultat, Duhem pense qu'il n'est pas inutile d'insister sur ce que l'expression de  $\delta^2\mathcal{F}$  présente de paradoxal : « *il pourrait sembler au premier abord que la deuxième manière d'envoyer la stabilité de l'équilibre d'un corps placé dans un champ magnétique, en astreignant tout déplacement virtuel du corps à produire une perturbation au sein d'une distribution magnétique stable, doit augmenter les chances de stabilité du système. On voit au contraire que cette circonstance diminue la stabilité du système, puisqu'elle diminue la variation seconde du potentiel thermodynamique précisément de la quantité qui constituerait cette variation seconde si l'on dérangeait l'aimantation du corps sans déranger cette position* »<sup>38</sup>. Dans une note de bas de page, Duhem indique que Maxwell a obtenu un résultat similaire dans le cas d'un corps électrisé infiniment petit. Ce dernier souhaitait alors démontrer le théorème dit d'Earnshaw, c'est-à-dire établir que l'équilibre d'un corps électrisé placé dans un champ de force électrique est nécessairement instable<sup>39</sup>. La voie suivie par Maxwell présente d'ailleurs des fortes similitudes avec celle suivie ici par Duhem. Partant des propriétés du potentiel électrique, il montre dans un premier temps que l'équilibre est instable lorsque l'électricité est maintenue fixe sur le corps électrisé. De là, il en conclut que l'équilibre est aussi instable

<sup>37</sup> *Ibid*, p. L69. Conclusion présentée dès le 31 octobre 1887 à l'Académie : DUHEM Pierre [1887c], p. 800.

<sup>38</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L69.

<sup>39</sup> MAXWELL James Clerk [1885], pp. 182 – 184.

lorsque l'électricité y est mobile. En effet, « *si le système est instable lorsqu'on lui a enlevé un certain nombre de degrés de liberté en fixant l'électricité, il l'est a fortiori lorsque cette liberté lui est rendue* ». Maxwell traite ensuite un cas plus particulier en laissant l'électricité se mouvoir sur le corps et prendre sa distribution d'équilibre, qui est toujours stable. Dans ce cas, il montre que la force qui tend à ramener le corps à sa position initiale se trouve nécessairement diminuée. Ainsi a-t-il démontré que « *lorsque l'électricité est libre de se mouvoir, l'instabilité [...] est accrue* ». Ce résultat est donc analogue à celui obtenu par Duhem pour les corps magnétiques et diamagnétiques à partir des principes de la thermodynamique.

## 2. Sur une loi de Faraday

### 2.1. L'équilibre magnétique chez Thomson

Le problème de l'équilibre d'une masse magnétique ou diamagnétique en présence d'aimants permanents a été traité par Thomson. Dans un article publié en mai 1847<sup>40</sup>, ce dernier indique qu'une petite sphère d'une substance magnétique ou diamagnétique, placée au voisinage d'aimants et soustraite à l'action de toute force non magnétique, est en équilibre lorsqu'elle se trouve en un point où la force résultante est stationnaire. Pour une petite sphère de fer doux, la position d'équilibre est stable si la force résultante y atteint une valeur maximale. Pour une petite sphère diamagnétique, la position d'équilibre est stable si la force résultante y atteint une valeur minimale. Ce résultat repose sur la loi suivante, énoncée par Faraday puis démontrée par Thomson : un petit corps magnétique, placé dans un champ magnétique, tend à se mouvoir dans le sens où l'intensité du champ croît, l'inverse ayant lieu pour un corps diamagnétique.

Peu après la publication de cet article, Thomson indique, sans toutefois faire part de sa démonstration, que « *la force résultante ne peut avoir aucun maximum absolu en un point extérieur à l'aimant* »<sup>41</sup>. Par conséquent, il ne peut exister de position d'équilibre stable pour une sphère magnétique infiniment petite parfaitement libre de toute liaison. La force résultante peut par contre présenter un minimum, différent ou non de zéro. Il existe donc pour une sphère diamagnétique des positions d'équilibre stable. Soit par exemple deux barreaux aimantés dont les pôles de même nom sont en regard, il existe une position où la force résultante est nulle. Il apparaît donc qu'une sphère diamagnétique infiniment petite, soumise à l'action de la pesanteur, sans aucun support ni soutien, serait en équilibre stable un peu en-dessous de cette position, pourvu seulement que les aimants soient assez puissants. L'observation expérimentale d'un tel phénomène reste néanmoins improbable à l'époque puisque, pour tous les corps connus, la répulsion diamagnétique est très faible devant le poids du corps. « *Toutefois, note Thomson, nous pouvons considérer comme obtenue la véritable*

---

<sup>40</sup> THOMSON William [1847b].

<sup>41</sup> THOMSON William [1850], p. 509.

*solution théorique du célèbre problème suggéré par le "cercueil de Mahomet", et ce n'est pas la moins curieuse parmi les conséquences des découvertes de Faraday sur le magnétisme* ». Selon une légende ancienne, le cercueil de Mahomet demeurerait en effet ainsi, flottant en l'air dans une mosquée de Médine, grâce à l'action de pierres magnétiques savamment disposées <sup>42</sup>.

## 2.2. Rejet de la loi de Faraday par Duhem

Il existe clairement une contradiction entre les résultats obtenus par Duhem (équilibre nécessairement instable des corps parfaitement doux) et la proposition de Thomson sur la stabilité de l'équilibre d'une masse diamagnétique en présence d'aimants permanents. La proposition énoncée par ce dernier sur la possibilité des maxima ou des minima de la valeur absolue de la force résultante étant démontrée vraie par Duhem, l'explication de la contradiction doit être cherchée dans l'examen de la loi de Faraday sur laquelle Thomson base son analyse. Duhem se propose donc d'examiner « *en quel point pêche la démonstration qui en est donnée* » <sup>43</sup>.

Duhem considère un corps magnétique de volume infiniment petit  $dv_2$  et de forme quelconque. Soit  $R$  la valeur de la force résultante au point où il se trouve placé et  $\mathcal{U}$  la fonction potentielle des aimants permanents,

$$R^2 = h^2 \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z} \right)^2 \right]. \quad (30)$$

Pour que le petit corps considéré puisse subir une translation  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$ , l'équilibre magnétique étant établi sur le corps, il faut que le potentiel thermodynamique diminue durant cette modification. La variation première de ce potentiel a pour expression :

$$\begin{aligned} \delta F = & -\frac{F(\mathcal{M})}{2} \left( \frac{\partial R^2}{\partial x_2} \delta x + \frac{\partial R^2}{\partial y_2} \delta y + \frac{\partial R^2}{\partial z_2} \delta z \right) dv_2 \\ & - h^2 \int F(\mathcal{M}) \left[ \delta x \left( \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial y_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y_2 \partial x_2} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z_2 \partial x_2} \right) \right. \\ & + \delta y \left( \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x_2 \partial y_2} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial y_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y_2^2} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z_2 \partial y_2} \right) \\ & \left. + \delta z \left( \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x_2 \partial z_2} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial y_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y_2 \partial z_2} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z_2} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z_2^2} \right) \right] dv_2, \end{aligned} \quad (31)$$

$\mathcal{W}$  étant la fonction potentielle du corps parfaitement doux.

<sup>42</sup> Dans un article intitulé « Le cercueil flottant de Mahomet », A. Eckhardt offre une étude approfondie sur l'origine et la persistance de cette légende : ECKHARDT Alexandre [1949].

<sup>43</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L73.

D'après Duhem, « *Sir W. Thomson a admis que, grâce à l'infinie petitesse du corps, on avait dans tout l'espace  $\mathcal{W} = 0$*  »<sup>44</sup>, c'est-à-dire que l'influence de l'aimantation propre du corps est supposée négligeable. Cette hypothèse revient pour Duhem à « *ne considér[er] que le premier genre de transformation virtuelle* »<sup>45</sup> dans la démonstration qu'il a décrite précédemment, c'est-à-dire à ne considérer que des translations dans lesquelles l'aimantation reste invariable. Or, en considérant  $\mathcal{W} = 0$ , l'expression précédente de  $\delta F$  se limite aux termes de la première ligne. La condition de déplacement du corps magnétique correspond alors à l'inégalité suivante :

$$F(\mathcal{M}) \left( \frac{\partial R^2}{\partial x_2} \delta x + \frac{\partial R^2}{\partial y_2} \delta y + \frac{\partial R^2}{\partial z_2} \delta z \right) > 0 \quad (32)$$

qui n'est autre que l'expression algébrique de la loi de Faraday. Mais comme cette loi conduit à des résultats en contradiction avec les résultats thermodynamiques précédents, l'hypothèse de Thomson est, pour Duhem, nécessairement fautive. Et effectivement, d'après les propriétés de la fonction potentielle, ce dernier montre qu'on ne peut pas poser simultanément

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x_2} = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial y_2} = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z_2} = 0 \quad (33)$$

et donc avoir recours à l'approximation de Thomson. Duhem en conclut alors que la démonstration de la loi de Faraday est insuffisante et que les considérations précédentes sur la stabilité de l'équilibre imposent le rejet de cette loi.

Duhem n'a cependant pas rigoureusement démontré l'insuffisance de la loi de Faraday. Pour s'en rendre compte, il suffit de se référer à l'article même de Thomson sur le sujet. Thomson n'y énonce pas l'hypothèse que lui attribue Duhem, mais admet plutôt que, pour un petit corps magnétique de forme quelconque, l'axe d'aimantation « *doit coïncider, dans toute la masse du corps, avec la direction de la force magnétisante* »<sup>46</sup>. Or cette proposition revient à modifier les équations d'équilibre magnétique

$$\begin{cases} \mathcal{A} = -h F \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial x_2} \\ \mathcal{B} = -h F \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial y_2} \\ \mathcal{C} = -h F \frac{\partial(\mathcal{V} + \mathcal{W})}{\partial z_2} \end{cases} \quad (34)$$

de la manière suivante :

<sup>44</sup> *Ibid*, p. L75.

<sup>45</sup> DUHEM Pierre [1887c], p. 800.

<sup>46</sup> THOMSON William [1847b], p. 494.

$$\begin{cases} \mathcal{A} = -h \tilde{F} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_2} \\ \mathcal{B} = -h \tilde{F} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y_2} \\ \mathcal{C} = -h \tilde{F} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z_2} \end{cases} \quad (35)$$

où  $\tilde{F}$  est un coefficient d'aimantation apparent. Pour effectuer cette modification, le cas  $\mathcal{W} = 0$  envisagé par Duhem est effectivement une solution, mais ce n'est pas l'unique possibilité. Les équations (35) sont en particulier exactes dans le cas, traité par Thomson, d'un très petit corps de forme sphérique. En effet, on sait depuis Poisson<sup>47</sup> que, dans ce cas :

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x_2} = \frac{4}{3} \pi \mathcal{A}, \quad \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial y_2} = \frac{4}{3} \pi \mathcal{B}, \quad \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z_2} = \frac{4}{3} \pi \mathcal{C}. \quad (36)$$

D'où

$$\tilde{F} = \frac{F}{1 + \frac{4}{3} \pi h F}. \quad (37)$$

Or ces nouvelles équations d'équilibre magnétique conduisent sans peine à l'inégalité (32)<sup>48</sup>, et la théorie de Duhem établit donc dans ce cas la légitimité de la loi de Faraday. Mais si cette loi est exacte, la proposition de Thomson sur la stabilité de l'équilibre d'une masse diamagnétique en présence d'aimants permanents en résulte nécessairement. Ainsi, pour des petits corps diamagnétiques de forme sphérique, la théorie de Duhem conduit à deux conclusions contradictoires concernant la stabilité de cet équilibre.

Duhem a-t-il perçu les incohérences que présente alors sa théorie thermodynamique ? Il n'en rendra compte explicitement qu'à partir de la publication *Des corps diamagnétiques* en 1889, en vérifiant la validité de la loi de Faraday non pas pour des petits corps diamagnétiques sphériques mais pour des petits corps faiblement diamagnétiques. Cependant, à cette époque, la situation est bien différente. Il vient en effet de démontrer l'impossibilité du diamagnétisme et donc de lever la contradiction de sa théorie à propos de l'équilibre des masses diamagnétiques. Et cette apparente contradiction fournira dès lors une nouvelle démonstration de l'instabilité de l'aimantation pour les corps diamagnétiques proprement dits<sup>49</sup>.

Il est néanmoins étonnant que Duhem attribue à tort l'hypothèse  $\mathcal{W} = 0$  à Thomson alors que ce dernier développe justement, dans l'article considéré, le cas des petits corps sphériques qui conduit directement à la loi de Faraday. Peut-on alors penser que Duhem se

<sup>47</sup> Voir par exemple : MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882], p. 420.

<sup>48</sup> Il suffit en effet de poser formellement  $\mathcal{W} = 0$  dans les anciennes équations d'équilibre magnétique et de remplacer  $F$  par  $\tilde{F}$  dans l'expression de  $\delta F$ . On voit alors aisément que la variation première du potentiel thermodynamique se résume au premier terme de l'équation (31).

<sup>49</sup> Ces travaux sont analysés au chapitre IV.

soit rendu compte des contradictions possibles de sa théorie dès 1888 mais n'ait pas su les expliquer et n'ait pas osé en faire part ? D'autant plus qu'en 1892, dans ses *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme*, Duhem décrira ce même article de Thomson comme démontrant rigoureusement la validité de la loi de Faraday dans le cas des petits corps sphériques<sup>50</sup>. Il semble en fait que Duhem ne se soit réellement pas rendu compte immédiatement des conditions de validité de la démonstration de Thomson. En effet, en 1889, dans son mémoire traitant *Des corps diamagnétiques*, cette démonstration sera toujours décrite comme inexacte car « *ne suppos[ant] pas le corps peu magnétique* »<sup>51</sup> alors que cette hypothèse est inutile dans le cas des corps sphériques. Il semble donc que Duhem ait réellement mal interprété les travaux de Thomson en 1888, poussé peut-être par la conviction de l'inexactitude de la loi de Faraday. Et ce n'est donc qu'un événement extérieur, la parution d'un article d'un physicien britannique en mai 1889, qui le conduira à modifier son interprétation des corps diamagnétiques, ce que nous analyserons dans le prochain chapitre.

### 3. Comparaison des corps magnétiques et diamagnétiques

La forme adoptée pour distinguer les corps magnétiques des corps diamagnétiques est généralement fournie par la loi de Faraday. Mais la discussion précédente ayant conduit Duhem à rejeter cette loi, celui-ci est obligé de chercher ailleurs un critérium distinguant ces deux types de corps. Il s'agit donc pour Duhem de répondre à la question suivante : une masse dénuée de force coercitive est-elle attirée ou repoussée par des aimants permanents ?

Duhem commence par préciser le sens de cette question. Il considère ainsi une masse magnétique mise en présence d'aimants permanents et soumise uniquement à l'action d'une pression normale et uniforme. Soit  $\mathcal{F}_0$  la valeur du potentiel thermodynamique interne du système lorsque la masse est à une distance très grande et comme infinie des aimants. Soit  $\mathcal{F}$  la valeur du potentiel lorsque la masse est à une distance finie des aimants, son aimantation ayant pris sa distribution d'équilibre. Duhem définit alors de la manière suivante les termes d'*attraction* et de *répulsion* magnétique :

- si  $\mathcal{F} - \mathcal{F}_0$  est négatif, le passage de la position infiniment éloignée à la position située à distance finie des aimants est, au point de vue de la thermodynamique, un phénomène possible. Le phénomène inverse est impossible. La masse magnétique très éloignée d'aimants permanents est donc *attirée* par ces aimants ;
- si  $\mathcal{F} - \mathcal{F}_0$  est positif, la masse très éloignée d'aimants permanents est *repoussée* par ces aimants.

<sup>50</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 268.

<sup>51</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 37.



Duhem obtient aisément l'expression de cette différence, soit :

$$\mathcal{F} - \mathcal{F}_0 = \int \left[ \frac{1}{2F(\mu)} - \frac{1}{F(\mathcal{M})} \right] \mathcal{M}^2 dv_2 - \frac{h}{8\pi} \int \Pi \mathcal{W} dv. \quad (38)$$

$\mu$  est compris entre 0 et  $\mathcal{M}$ , la première intégrale s'étend au corps parfaitement doux et la seconde à tout l'espace. Le second terme est assurément négatif. Le premier terme, déjà présent dans des calculs précédents, est de signe contraire à  $F(\mathcal{M})$  moyennant des restrictions vérifiées par l'ensemble des corps dénués de force coercitive. Duhem peut donc énoncer la proposition suivante : « *tout corps magnétique est attiré par des aimants permanents lorsqu'il en est très éloigné. Il est impossible de rien prévoir pour un corps diamagnétique* »<sup>52</sup>. Cette proposition ne suffit donc pas pour différencier ces deux sortes de corps.

L'opposition entre le comportement des corps magnétiques et diamagnétiques est en fait à chercher dans l'expérience classique de Faraday. Celle-ci consiste à observer la position d'équilibre prise par ces corps lorsqu'ils sont suspendus par un fil entre les deux pôles d'un puissant électro-aimant. Le poids du corps étant généralement bien plus important que les actions magnétiques, on peut regarder le phénomène comme étant le même que si le corps était assujéti à se mouvoir autour d'un axe vertical. Dans ce cas, lorsqu'on fait exécuter à ce corps un tour complet autour de cet axe, le potentiel thermodynamique interne du système, qui en général varie pendant le mouvement, reprend sa valeur primitive. Il est donc passé par un certain nombre de minima et de maxima qui sont autant de positions d'équilibre alternativement stables et instables.

Ces positions d'équilibre sont déterminées par la nullité du couple mécanique défini par l'équation (25) et par les équations (13) de l'équilibre magnétique. Dans le cas d'un corps très faiblement magnétique ou très faiblement diamagnétique, les termes dépendant de la fonction potentielle du corps parfaitement doux peuvent être négligés. Duhem démontre alors la propriété suivante : « *deux corps, l'un très peu magnétique, l'autre très peu diamagnétique, ayant même forme et des fonctions magnétisantes égale en valeur absolue, ont les mêmes positions d'équilibre* »<sup>53</sup>. C'est en considérant le signe de la variation seconde  $\delta^2\mathcal{F}$  relative à la rotation que Duhem parvient à énoncer la proposition qui marque complètement l'opposition entre les corps magnétiques et les corps diamagnétiques : « *les positions d'équilibre stable de l'un des deux corps sont les positions d'équilibre instable de l'autre* ». En particulier, si une aiguille allongée d'un corps paramagnétique, suspendue entre les deux pôles d'un électro-aimant, s'oriente dans la direction de ces deux pôles, une aiguille diamagnétique se mettra perpendiculairement à cette direction.

<sup>52</sup> DUHEM Pierre [1887d], p. 932.

<sup>53</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L83.

### III. Phénomènes thermiques liés au magnétisme

L'étude des phénomènes thermiques liés au magnétisme fait partie des applications immédiates que Duhem peut faire de sa théorie. Cette étude doit néanmoins se borner aux phénomènes que peuvent présenter des systèmes ne renfermant que des corps magnétiques. Elle exclut en particulier les phénomènes thermiques qui accompagnent l'aimantation ou la désaimantation du fer doux d'un électro-aimant, souvent étudiés du point de vue expérimental <sup>54</sup>, mais qui font intervenir l'étude plus générale de l'aimantation par les courants. Et Duhem a jusqu'ici exclu de ses considérations théoriques l'existence de courants électriques dans les systèmes aimantés.

#### 1. Chaleur dégagée durant le déplacement d'une masse magnétique

##### 1.1. Premières études de l'effet Thomson

L'application des principes thermodynamiques aux phénomènes magnétiques se trouve déjà dans les écrits de Thomson. En avril 1855, ce dernier publie un article « Sur les propriétés thermo-élastiques et thermo-magnétiques de la matière » dans le premier numéro du *Quarterly Journal of Mathematics*. Il se limite cependant à la première partie du sujet, rien n'étant écrit sur l'extension de son analyse à l'étude des effets thermo-magnétiques. Les résultats pouvant être déduits de cette dernière étude sont simplement présentés en 1860, dans la seconde édition de la *Cyclopaedia of the Physical Sciences* de son collègue et ami J. P. Nichol. Thomson finit néanmoins par reprendre le contenu de ses deux précédents articles dans le *Philosophical Magazine* de janvier 1878, en y ajoutant cette fois des compléments permettant d'expliquer les résultats obtenus <sup>55</sup>.

Thomson étudie dans un premier temps les propriétés élastiques d'un solide non magnétique. La température est notée  $t$  et l'état mécanique du système est défini par la donnée de six variables indépendantes  $x, y, z, \xi, \eta, \zeta$ . Celles-ci correspondent par exemple aux longueurs et aux inclinaisons des faces d'un solide parallélépipédique. Pour transposer cette étude au cas d'un corps magnétique solide indéformable, Thomson considère simplement que les variables précédentes décrivent la position et l'orientation du solide dans l'espace. Il considère alors le cycle de transformations suivant :

$$\begin{array}{ccc}
 (x_0, y_0, z_0, \xi_0, \eta_0, \zeta_0, t) & \rightarrow & (x_0, y_0, z_0, \xi_0, \eta_0, \zeta_0, t') \\
 \uparrow & & \downarrow \\
 (x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t) & \leftarrow & (x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t')
 \end{array}$$

<sup>54</sup> On peut notamment citer les travaux de Cazin sur le sujet : CAZIN Achille [1875].

<sup>55</sup> THOMSON William [1855, 1878] ; NICHOL John Pringle [1860], « Thermo-magnetism », p. 838.

Les quatre transformations sont supposées réversibles et la différence de température  $t' - t$  est supposée infiniment petite. Soient  $w$  le travail reçu et  $H$  la chaleur absorbée par le système lors de la transformation à la température constante  $t$ . En appliquant les principes de la thermodynamique au cycle, Thomson obtient la relation suivante :

$$H = -\frac{t}{J} \frac{dw}{dt}, \quad (39)$$

$J$  étant l'équivalent mécanique de la chaleur. La chaleur dégagée par le système lors d'une transformation isothermique réversible se déduit donc simplement du travail reçu lors de cette même transformation. Thomson va alors s'appuyer sur cette propriété pour déterminer les propriétés thermo-élastiques et thermo-magnétiques de la matière.

Soit un corps magnétique, par exemple un morceau de fer doux, placé dans un champ magnétique. Soient  $P, Q, R$  les composantes de la force et  $S, T, U$  les composantes du couple à appliquer pour maintenir ce corps en équilibre. Ces grandeurs sont supposées être des fonctions connues de la température  $t$ . Lors d'un déplacement infiniment petit, le travail reçu par le système est  $Pdx + Qdy + Rdz + Sd\xi + Td\eta + Ud\zeta$ . Thomson en déduit alors l'expression suivante pour  $H$ , la chaleur absorbée lors du déplacement infiniment petit  $(x_1, y_1, z_1, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) \rightarrow (x_2, y_2, z_2, \xi_2, \eta_2, \zeta_2)$  à la température  $t$  :

$$H = \frac{t}{J} \left\{ \frac{-dP}{dt} (x_2 - x_1) + \frac{-dQ}{dt} (y_2 - y_1) + \frac{-dR}{dt} (z_2 - z_1) + \frac{-dS}{dt} (\xi_2 - \xi_1) + \frac{-dT}{dt} (\eta_2 - \eta_1) + \frac{-dU}{dt} (\zeta_2 - \zeta_1) \right\}. \quad (40)$$

$H$  peut également être vue comme la quantité de chaleur qu'il faut fournir au corps pour que la température reste constante lors du déplacement. Ainsi, si le système n'échange pas de chaleur avec l'extérieur, la variation de température du corps est donnée par

$$\Delta t = -\frac{H}{C}, \quad (41)$$

où  $C$  est la capacité thermique totale du corps.

Soit par exemple un morceau de fer doux placé à proximité d'un aimant. On sait que la capacité inductive du fer doux diminue avec la température. Les composantes  $P, Q, R, S, T$  et  $U$  diminuent donc en valeur absolue avec la température. Ainsi, lorsque le morceau de fer doux s'éloigne de l'aimant,  $H > 0$  et donc le corps éprouve un refroidissement. A l'inverse, lorsqu'il s'approche de l'aimant, le corps s'échauffe. Finalement, Thomson parvient aux résultats généraux suivants : si la capacité inductive d'un corps magnétique diminue avec la température, « la substance éprouve un refroidissement lorsqu'elle est déplacée d'une telle manière qu'un travail doit être fourni pour s'opposer aux forces magnétiques »<sup>56</sup>. L'inverse a lieu si la capacité inductive augmente avec la température.

<sup>56</sup> THOMSON William [1878], p. 26.

Ces lois sur l'effet thermo-magnétique, énoncées par Thomson dès 1860, sont généralement admises après lui. En 1883, deux ans après avoir découvert l'effet d'hystérésis magnétique, Warburg et Hönig s'intéressent à la chaleur produite dans le fer lorsque la force magnétisante évolue de manière cyclique <sup>57</sup>. Ils identifient alors trois processus de production de chaleur :

- la chaleur de friction magnétique (« *die magnetische Friktionwärme* »), liée à l'existence d'une force coercitive dans le fer ;
- la chaleur électromagnétique, liée à l'action de l'aimantation variable du fer sur les courants électriques ;
- l'effet Thomson, qui dépend de la manière dont l'aimantation varie avec la température.

En évaluant théoriquement la chaleur dégagée lors de ce dernier processus, ils obtiennent des résultats qui concordent avec ceux de Thomson. Ils établissent néanmoins, à partir de leurs mesures expérimentales, que cet effet Thomson est un processus thermique généralement négligeable dans un cycle d'hystérésis.

## 1.2. Les phénomènes thermiques dans la théorie de Duhem

### 1.2.1. Préliminaires

L'état d'un système quelconque est défini par sa température  $T$  et par un certain nombre d'autres paramètres  $\alpha, \beta, \dots$ . Ces paramètres sont choisis de telle sorte que, si  $T$  varie sans qu'aucun d'eux ne change de valeur, les forces extérieures n'effectuent aucun travail. C'est ce qui a lieu si tous les paramètres dont dépend la forme du système figurent parmi les  $\alpha, \beta, \dots$ . Soient  $F$  le potentiel thermodynamique interne du système,  $\Upsilon$  son énergie interne,  $\Sigma$  son entropie et  $W$  le potentiel des forces extérieures qui agissent sur le système. Le potentiel thermodynamique étant une fonction caractéristique du système, l'énergie interne et l'entropie s'expriment simplement en fonction de ce dernier :

$$E \Upsilon = F - T \frac{\partial F}{\partial T} \quad \text{et} \quad E \Sigma = - \frac{\partial F}{\partial T}. \quad (42)$$

De là, Duhem en déduit aisément l'expression de la quantité de chaleur  $dQ$  dégagée par le système lors d'une modification quelconque,

$$E dQ = -d(F + W) + d \left( T \frac{\partial F}{\partial T} \right). \quad (43)$$

Si le système est en équilibre, le premier terme de l'égalité est nul. Par conséquent :

$$dQ = A d \left( T \frac{\partial F}{\partial T} \right). \quad (44)$$

<sup>57</sup> WARBURG Emile et HÖNIG Ludwig [1883].

L'expression de la chaleur dégagée se ramène donc à la connaissance du potentiel thermodynamique interne. Les deux relations précédentes peuvent ainsi être appliquées aux modifications subies par des systèmes renfermant des corps magnétiques. Duhem est notamment en mesure d'évaluer l'influence de l'aimantation sur la chaleur dégagée dans une réaction chimique ou encore de déterminer la chaleur dégagée durant le déplacement d'une masse magnétique. L'expression de l'énergie interne en fonction du potentiel thermodynamique permettrait en outre à Duhem d'étudier l'influence de l'aimantation sur la *chaleur spécifique sous volume constant*. Il réserve néanmoins cette étude pour ses *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme*.

### 1.2.2. Chaleur dégagée durant le déplacement d'une masse magnétique

Duhem souhaite déterminer la quantité de chaleur mise en jeu lorsqu'une masse magnétique dénuée de force coercitive est déplacée dans le champ d'aimants permanents. Il suppose pour cela que la masse, placée tout d'abord à distance finie des aimants, s'en éloigne ensuite infiniment. S'appuyant sur les résultats précédents, il aboutit à l'expression suivante pour la chaleur  $Q$  dégagée par le système :

$$EQ = -\frac{h}{8\pi} \int \Pi \mathcal{W}' dv + \int \left[ \frac{1}{2F(\mu, T)} - \frac{1}{F(\mathcal{M}, T)} \right] \mathcal{M}^2 dv_2 - T \int \frac{\partial F(\mathcal{M})}{\partial T} dv_2 \quad (45)$$

$\mu$  étant compris entre 0 et  $\mathcal{M}$ . La première intégrale s'étend à tout l'espace et les deux suivantes au corps parfaitement doux.

D'après des considérations déjà évoquées précédemment, la somme des deux premiers termes est négative pour tous les corps magnétiques connus et de signe inconnu pour les corps diamagnétiques. Le dernier terme peut lui s'écrire

$$T \int \left[ \int_0^{\mathcal{M}} \frac{\mathcal{M}'}{F(\mathcal{M}', T)^2} \frac{\partial F(\mathcal{M}', T)}{\partial T} d\mathcal{M}' \right] dv_2.$$

Pour toute substance magnétique ou diamagnétique, il est donc positif si le coefficient d'aimantation croît avec la température et négatif s'il décroît lorsque la température croît. Par conséquent, Duhem peut énoncer la proposition suivante : « *lorsqu'une substance magnétique (mais non diamagnétique) se trouve soumise à l'action d'aimants et lorsqu'on l'éloigne ensuite à l'infini, elle absorbe de la chaleur si son coefficient d'aimantation diminue ou demeure constant lorsque la température croît. En dehors des conditions que nous venons d'énoncer, le sens du phénomène thermique ne peut être prévu sans données numériques* »<sup>58</sup>.

Pour rappel, les travaux de Thomson et de Warburg avaient conduit à la proposition suivante : une masse magnétique que l'on éloigne d'aimants permanents s'échauffe (respectivement se refroidit) si son coefficient d'aimantation croît (respectivement décroît)

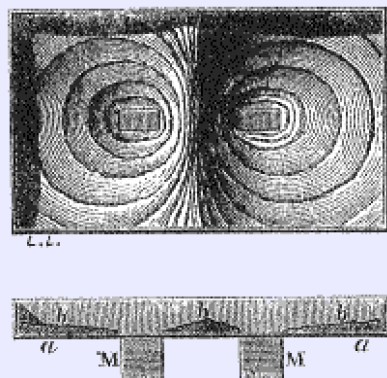
<sup>58</sup> DUHEM [1887e], p. 1115.

avec la température, l'inverse ayant lieu pour une masse diamagnétique. La proposition énoncée par Duhem s'accorde donc avec la précédente dans le cas d'une masse magnétique dont le coefficient d'aimantation diminue avec la température, mais l'accord s'arrête là. Ainsi Duhem juge-t-il « *incomplet* » le raisonnement ayant conduit Thomson et Warburg aux résultats précédents.

## 2. Influence du magnétisme sur les phénomènes chimiques

### 2.1. Travaux récents sur le sujet

Depuis que Berzelius a établi sa théorie électrochimique, la précipitation d'un métal en solution par un autre métal est vue comme un phénomène d'électrolyse ou, en d'autres termes, comme un phénomène mettant en jeu des forces électriques. L'action de ces forces sera-t-elle alors modifiée si l'on en introduit de nouvelles, électriques ou magnétiques ? Si cela paraissait probable, ce n'est qu'en 1881 que le chimiste américain Remsen parvient à mettre en évidence expérimentalement l'influence du champ magnétique sur un processus chimique <sup>59</sup>. Ce dernier place une solution de sulfate de cuivre dans une nacelle de fer mince. Alors que le cuivre se dépose d'une façon uniforme dans les conditions ordinaires, l'épaisseur du dépôt devient très irrégulière lorsque la nacelle est placée sur les pôles d'un puissant électro-aimant (Figure III.1).



**Figure III.1 : Influence du magnétisme sur un phénomène chimique.** Un récipient en tôle est rempli d'une solution de sulfate de cuivre. Dans les conditions ordinaires, le cuivre se dépose de façon uniforme. Mais si le récipient est placé sur les pôles d'un puissant électro-aimant, l'épaisseur du dépôt devient irrégulière. Nulle aux points de contact avec les pôles, elle croît au fur et à mesure que l'on s'éloigne de ces points. Et les lignes d'égale épaisseur, considérées comme le lieu des points où la réaction chimique s'est produite avec une égale vitesse, dessinent des formes analogues à celles des équipotentielles.

Source : JUEPTNER Hanns (Von) [1887], p. 469

Selon H. von Jueptner, résumant les vues de Remsen, « *la phénomène est facile à expliquer. L'attraction que l'aimant exerce sur le fer du récipient met obstacle à la dissolution de ce même fer et par suite à la séparation du cuivre ; il en résulte que la quantité de cuivre séparée est inversement proportionnelle à l'attraction magnétique* » <sup>60</sup>. Si cette explication permet de rendre compte des résultats, elle n'en reste pas moins purement qualitative. Alors qu'il débute une thèse de

<sup>59</sup> REMSEN Ira [1881].

<sup>60</sup> JUEPTNER Hanns (Von) [1887], p. 469.

doctorat sur l'étude théorique et expérimentale de l'aimantation transversale des conducteurs magnétiques, Paul Janet attire l'attention de ses collègues sur une proposition qu'il vient de démontrer (*voir le portrait page suivante*). Dans une note publiée en 1887 dans le *Journal de Physique*, il indique que « *la chaleur de combinaison du fer avec un corps quelconque diminue lorsque le fer est placé dans un champ magnétique* »<sup>61</sup>. Si donc, conformément aux principes de la thermochimie, on prend pour mesure de la facilité avec laquelle une réaction s'effectue la quantité de chaleur qu'elle dégage, on arrive à une explication des phénomènes observés par Remsen.

Il résulte en particulier des considérations précédentes que la force électromotrice d'une pile qui renferme une électrode de fer doux ne doit pas être la même suivant que cette pile se trouve en présence ou non d'un champ magnétique. Si Janet est le premier à déduire cette conséquence d'idées théoriques, ce phénomène a été observé en premier lieu par l'allemand Gross en avril 1885. Ces résultats sont ensuite confirmés par les expériences Nichols et Franklin, réalisées quelques mois avant que Janet ne publie son propre travail<sup>62</sup>. Enfin, lors du dernier Congrès de l'Association Britannique, tenu à Manchester en 1887, Rowland décrit « *quelques expériences remarquables, soit personnelles, soit dues à d'autres physiciens, sur l'action chimique dans un champ magnétique* »<sup>63</sup>. Ces expériences montrent notamment que lorsqu'un morceau de fer soumis à une aimantation intense est dissous, dans l'acide nitrique par exemple, les parties les plus fortement aimantées sont à demi protégées et moins rapidement attaquées que les autres. L'explication adoptée est alors identique à celle de Janet : « *il est évident que la dissolution du fer, qui se détache au voisinage d'un pôle aimanté, produit moins de travail que si ce fer n'était point aimanté ; par conséquent, la tendance protectrice de l'aimantation était à prévoir* ».

## 2.2. Corrections apportées par la théorie du potentiel thermodynamique

Malgré les travaux précédents, l'étude théorique de l'influence que l'aimantation exerce sur la chaleur de combinaison reste confuse selon Duhem, ce dernier jugeant nécessaire de reprendre cette étude par « *des méthodes rigoureuses* »<sup>64</sup>. Il ne se satisfait en effet pas de ces explications qui utilisent les principes erronés de la thermochimie. Dans ses précédents travaux, il s'est attaché à montrer que la possibilité d'une réaction ne dépend pas du signe de la quantité de chaleur dégagée qu'elle met en jeu, mais du signe du travail non compensé qu'elle engendre : « *il ne faut point par conséquent prendre pour mesure de la facilité avec laquelle une réaction se produit la grandeur du dégagement calorifique qui l'accompagne, mais plutôt la*

---

<sup>61</sup> JANET Paul [1887], p. 287.

<sup>62</sup> GROSS Theodor [1885, 1887] ; NICHOLS Edward Leamington [1886]. C'est Duhem qui poussera Janet à citer les travaux de Nichols dans sa seconde publication sur l'influence du magnétisme sur les phénomènes chimiques.

<sup>63</sup> LODGE Oliver [1887]. Extrait traduit par Duhem : DUHEM Pierre [1888a], p. L103.

<sup>64</sup> DUHEM Pierre [1888a], L138.



**Janet à l'Ecole Supérieure d'Electricité de Paris en 1923.** Source : © Jacques Boyer / Agence Roger-Viollet

**Painlevé et Janet sur la photographie de promotion 1883 de l'ENS.**

Source : Bibliothèque de l'ENS

**Paul Janet (1863 – 1937).** Il est le fils du philosophe Paul Janet et le cousin du psychologue et médecin Pierre Janet, tous deux membres de l'Institut. Il entre à l'Ecole Normale en 1883, soit un an après Duhem, et y retrouve le mathématicien Paul Painlevé (*photo de gauche*). Ce dernier est un ami très proche, leur complicité s'étant construite dès les bancs du lycée Louis-le-Grand à la fin des années 1870. Depuis cette époque, Janet et Painlevé passent régulièrement leurs vacances ensemble à Forges-les-Bains. Issu d'une famille de normaliens, Janet a d'ailleurs joué un rôle certain dans l'orientation du futur mathématicien : « *Painlevé songe à Polytechnique. Je ne crois pas avoir été étranger à son changement de direction : je vois encore l'endroit où [...] sur mes instances, il me déclara un jour qu'il choisirait l'Ecole Normale. Nos liens d'amitié, déjà si étroits, en furent resserrés et nous devînmes inséparables* »<sup>65</sup>. Reçu premier à l'agrégation de physique en 1886, Janet soutient en avril 1890 une thèse de doctorat intitulée *Etude théorique et expérimentale sur l'aimantation transversale des conducteurs magnétiques*<sup>66</sup>. Chargé des cours de physique à la Faculté des Sciences de Grenoble dès 1886, il est nommé professeur titulaire en 1893. Il y devient le promoteur de l'application de la science à l'industrie puisqu'il ouvre en 1892 les premiers cours publics d'électricité industrielle. Il est ensuite nommé en 1895 directeur de l'Ecole supérieure d'électricité et du Laboratoire central d'électricité de Paris, poste qu'il occupe jusqu'à sa mort (*photo de droite*). Elu membre de l'Académie des Sciences en 1919, il prend sa retraite en 1934. Lauréat de différents prix délivrés par l'Académie des Sciences et la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale, Janet est l'auteur de plusieurs ouvrages visant à développer l'électricité industrielle<sup>67</sup>.

<sup>65</sup> JANET Paul [1934], p. 60. Citation tirée de : ANIZAN Anne-Laure [2006], vol. 1, p. 59.

<sup>66</sup> JANET Paul [1890]. Notons qu'après Duhem et Joubin, un troisième normalien effectue un travail de thèse sur le magnétisme, preuve que cette discipline constitue un domaine de recherche important en France à l'époque.

<sup>67</sup> JANET Paul [1892, 1900].



*grandeur de la diminution qu'elle fait subir au potentiel thermodynamique* »<sup>68</sup>. Duhem possède donc tous les outils nécessaires pour déterminer rigoureusement l'influence de l'aimantation sur la possibilité d'une réaction chimique. Il évalue pour cela la variation du potentiel thermodynamique lors de la dissolution d'une masse magnétique infiniment petite, lorsque celle-ci est aimantée ou non. Il parvient alors à énoncer la proposition suivante : « *la dissolution dans un réactif d'une masse magnétique dénuée de force coercitive et placée dans un champ magnétique entraîne une moindre diminution de potentiel thermodynamique que si cette masse n'était pas aimantée. L'inverse a lieu pour une masse diamagnétique* »<sup>69</sup>.

Duhem montre en outre que l'altération que l'aimantation de la particule dissoute fait subir à la variation du potentiel thermodynamique dépend uniquement de l'intensité de l'aimantation de cette particule. Cette altération est en particulier proportionnelle au carré de l'intensité d'aimantation dans le cas où le coefficient d'aimantation est constant. Ainsi, si la vitesse de réaction est proportionnelle à la diminution du potentiel, les lignes le long desquelles le dépôt a une épaisseur constante sont des lignes d'égale intensité magnétique. Duhem obtient donc une théorie qui rend compte, d'une façon précise, des principaux phénomènes observés par Remsen et Rowland.

### 2.3. Contribution de Janet à la théorie de Duhem

#### 2.3.1. Duhem et Janet, deux correspondants scientifiques

Nous avons vu que Janet, alors jeune agrégé de physique, a énoncé une proposition importante concernant l'influence du magnétisme sur les phénomènes chimiques. Duhem et Janet se connaissent bien puisqu'ils se sont côtoyés plusieurs années à l'Ecole Normale. Painlevé, très proche de ce dernier, obtient en outre son premier poste de maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille en 1887, soit la même année que Duhem. Ce rapprochement avec Painlevé favorise par conséquent le maintien du contact entre Duhem et Janet à la sortie de l'Ecole Normale, comme en témoignent les nombreuses lettres que s'échangent les deux normaliens et qui se rapportent à leurs travaux respectifs sur l'électrodynamique et le magnétisme<sup>70</sup>.

Dans son mémoire de thèse, Duhem reproche explicitement à Janet l'usage des principes de la thermochimie pour parvenir à ses conclusions sur l'influence du magnétisme sur les phénomènes chimiques. Mais il lui reproche aussi le fait de s'être appuyé, selon lui, sur une expression erronée de la chaleur de combinaison du fer. Janet, qui a reçu un exemplaire du mémoire de thèse à Forges-les-Bains, cherche alors à lever ce désaccord. Mais

---

<sup>68</sup> *Ibid*, L103.

<sup>69</sup> *Ibid*, L104.

<sup>70</sup> JANET Paul [1888a, b, c, 1889a, b]. Cette correspondance, conservée aux archives de l'Académie des Sciences, est reproduite en annexe 2.

son analyse va prendre une tournure inattendue puisqu'elle va l'amener à mettre en évidence des imprécisions dans les propres réflexions de Duhem concernant, non pas les phénomènes chimiques, mais l'effet thermo-magnétique de Thomson. Après s'être entretenu avec lui par courrier, Janet décide finalement de publier une nouvelle note dans le *Journal de Physique*, en juillet 1889.

### 2.3.2. Influence de l'aimantation sur la chaleur de combinaison du fer

Analysons pour commencer le contenu de la première note de Janet, publiée en 1887 dans le *Journal de Physique*. Il y décrit ses réflexions théoriques sur l'influence que joue l'aimantation sur la réactivité chimique du fer, par exemple lors de sa combinaison avec un acide. Considérant un aimant permanent et un morceau de fer doux, il imagine le cycle d'opérations suivant, dans lequel l'aimant permanent reste fixe :

1° le morceau de fer doux étant primitivement à l'infini (état  $\beta$ ), on le laisse s'approcher de l'aimant (état  $\alpha$ ). Soit  $\tau_i$  le travail des forces magnétiques.

2° le morceau de fer doux se combine avec un corps quelconque, de l'acide sulfurique par exemple. Soit  $Q$  la chaleur dégagée.

3° on éloigne à l'infini le morceau de sulfate de fer ainsi formé. Si on néglige la magnétisme du sel de fer devant celui du fer, le travail dépensé est négligeable devant  $\tau_i$ .

4° on décompose le sulfate de fer de manière à reconstituer le fer et l'acide sulfurique. Soit  $Q_1$  la quantité de chaleur absorbée.

Le cycle étant fermé, Janet peut appliquer le principe de l'équivalence de la chaleur et du travail. De là, il en déduit la relation

$$E(Q - Q_1) = -\tau_i. \quad (46)$$

Comme  $\tau_i$  est positif, Janet peut en conclure que la chaleur de combinaison du fer est plus grande hors du champ magnétique que dans ce champ. Il en déduit alors que la réaction entre le fer et le sulfate de cuivre se produit plus facilement lorsque le fer est non aimanté, proposition qui s'accorde avec les observations de Remsen. Cette conclusion est cependant fermement dénoncée par Duhem dans son mémoire de thèse. Aussi, après que ce dernier lui a rappelé l'inexactitude des principes de la thermochimie, Janet est bien conscient des limites de ce dernier raisonnement.

Mais il ne s'agit pas là de la seule critique adressée par Duhem aux travaux de Janet. Duhem attaque aussi la généralité de la proposition relative à la chaleur de combinaison. Il lui reproche en particulier d'avoir raisonné sur l'équation incomplète

$$E(Q - Q_1) = J_\alpha - J_\beta, \quad (47)$$

où  $J$  désigne le potentiel magnétique, alors que la relation complète est, d'après la théorie du potentiel thermodynamique,

$$E(Q-Q_1) = J_\alpha - J_\beta + \int \left[ \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M}, T) - T \frac{\partial \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M}, T)}{\partial T} \right] dv_2, \quad (48)$$

l'intégrale étant étendue seulement au fer doux. Pour obtenir cette dernière équation, Duhem s'appuie sur la relation (43), tient compte de l'invariabilité des aimants et suppose comme Janet que le fer combiné est non magnétique. Après des calculs usuels, il peut alors énoncer une proposition qui se révèle plus nuancée que celle émise précédemment par Janet : « lorsqu'une substance magnétique entre en réaction pour fournir une combinaison chimique dont le magnétisme soit négligeable, elle dégage une moindre quantité de chaleur lorsque la combinaison s'effectue dans un champ magnétique que lorsque la combinaison s'effectue en dehors du champ, pourvu que le coefficient d'aimantation diminue ou demeure constant lorsque la température croît ; si ce coefficient augmente avec la température, on ne peut plus rien prévoir en dehors des données numériques. Il en est de même pour tous les corps diamagnétiques »<sup>71</sup>.

La lecture du mémoire de thèse de Duhem, et en particulier celle des critiques relatives à son propre travail, incite Janet à reprendre son étude de l'influence du magnétisme sur les réactions chimiques. Son objectif est de lever le désaccord apparent entre ses résultats et ceux de son ami Duhem. Ainsi, dans une série de lettres datées de mai 1889, Janet annonce à son ancien camarade son intention de publier une nouvelle note dans le *Journal de Physique* : « le but de ma note n'est pas d'établir des résultats nouveaux, mais de montrer que mon raisonnement d'autrefois était exact, et que si quelques-uns de tes résultats sont en contradiction avec les miens, ce n'est qu'une apparence, qu'en particulier l'équation :

$$E(Q-Q_1) = J_\alpha - J_\beta$$

que tu m'attribues n'est pas celle que j'ai donnée »<sup>72</sup>.

Janet se propose donc de mettre l'équation (46) sous une forme analogue à celle de l'équation que lui attribue Duhem. Il lui faut pour cela trouver une fonction  $H$  des coordonnées et de l'intensité d'aimantation en chaque point dont la variation, lorsqu'on passe de l'état  $\beta$  à l'état  $\alpha$  sans force vive, donne le travail des forces extérieures employées à effectuer ce déplacement, la température restant constante. Ainsi, pour un déplacement infiniment petit et sans force vive du morceau de fer doux, le travail des forces extérieures et celui des forces intérieures sont reliés par

$$\delta H = \delta \tau_e = -\delta \tau_i, \quad (49)$$

$\delta$  étant le symbole d'une variation totale, portant aussi bien sur les coordonnées que sur l'intensité d'aimantation. Janet appelle cette fonction  $H$  *énergie potentielle* du fer doux dans le champ créé par l'aimant. Si cette dénomination est couramment employée dans le sens où

<sup>71</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L101.

<sup>72</sup> JANET Paul [1889b], p. 8.

Janet l'emploie, Duhem lui conseille néanmoins, pour éviter toute confusion, de préciser dans son article que « *cette fonction ne se confond pas, bien entendu, avec celle qu'on introduit en Thermodynamique sous le nom d'Energie interne* »<sup>73</sup>.

Pour déterminer cette fonction  $H$ , Janet va alors s'appuyer entièrement sur les travaux de Duhem. Il imagine un déplacement réversible infiniment petit de la masse de fer doux soumise à l'action de l'aimant et à celle de forces extérieures. En appelant  $\Omega$  le potentiel thermodynamique total, la condition d'équilibre s'écrit

$$\delta\Omega = 0, \quad (50)$$

soit

$$\delta\mathcal{F} - \delta\tau_e = 0. \quad (51)$$

L'énergie potentielle recherchée est donc :

$$H = \mathcal{J} + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}) dv. \quad (52)$$

Cette fonction  $H$  coïncide ainsi, à la constante près  $E(U - TS)$  qui ne joue aucun rôle dans les phénomènes magnétiques, avec ce que Duhem appelle *potentiel thermodynamique interne du système*. Sur ce point, Janet et Duhem sont « certainement d'accord »<sup>74</sup>.

L'expression (46) peut à présent se mettre sous la forme développée

$$E(Q - Q_1) = \mathcal{J}_\alpha - \mathcal{J}_\beta + \int \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M}) dv_2, \quad (53)$$

l'intégrale étant uniquement étendue au fer doux. Cette équation diffère donc de l'équation incomplète (47) par la présence d'un terme supplémentaire

$$\int \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M}) dv_2.$$

Elle reste néanmoins encore différente de celle énoncée par Duhem.

Cependant, dès la rédaction de son premier article en 1887, Janet annonce qu'il néglige une contribution : la chaleur qui se dégage dans le fer par son approche de l'aimant. Cette *chaleur de Thomson*  $Q'$  n'a pas été prise en compte par Janet puisqu'il sait, depuis les travaux de Warburg, qu'elle est généralement très faible. De toute façon, elle n'aurait fait qu'augmenter encore la différence  $Q - Q_1$  et donc n'aurait pas modifié les conclusions tirées dans sa première note. Mais pour rétablir cet effet Thomson, il suffit à Janet d'ajouter un terme supplémentaire dans l'expression de la chaleur de combinaison, soit

$$E(Q - Q_1) = -EQ' - \tau_i. \quad (54)$$

Cela posé, s'il souhaite retrouver l'équation énoncée par Duhem, il lui suffit à présent d'admettre la relation

$$EQ' = \int T \frac{\partial}{\partial T} \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M}) dv_2 \quad (55)$$

<sup>73</sup> JANET Paul [1889a], p. 1 ; l'élément souligné est en italique dans l'article original.

<sup>74</sup> JANET Paul [1889b], p. 2.

que Janet appelle *équation de Thomson*. Les conséquences tirées de cette équation concordent alors, comme on peut s'en convaincre facilement, avec les conclusions de Thomson sur le signe de la quantité de chaleur dégagée dans le mouvement d'un morceau de fer doux en présence d'aimants fixes.

### 2.3.3. Retour sur l'effet Thomson

Si Janet semble ainsi avoir levé les objections concernant son étude de l'influence de l'aimantation sur les réactions chimiques, une dernière difficulté subsiste : Duhem attaque justement la théorie de Thomson et énonce un résultat qui la contredit. Cette *équation de Thomson* ne coïncide pas avec celle (45) qu'il donne pour caractériser l'effet Thomson. Avec les conventions précédentes, celle-ci s'écrit :

$$-EQ' = J_\alpha - J_\beta + \int \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M})dv_2 - \int T \frac{\partial}{\partial T} \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M})dv_2. \quad (56)$$

Mais, selon Janet, « il n'est pas difficile de voir d'où provient la divergence »<sup>75</sup> entre ces deux équations. En effet, pour obtenir son équation, « M. Duhem considère un déplacement de la masse de fer doux sans force vive initiale ni finale et sans forces extérieures. Un tel déplacement est, en général, impossible, et doit être considéré comme virtuel ». Pour rendre physiquement possible un tel déplacement, il faut donc en général introduire des forces extérieures qui accomplissent un certain travail

$$\int_\alpha^\beta d\tau_e = H_\beta - H_\alpha = J_\beta - J_\alpha - \int \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M})dv_2. \quad (57)$$

Ce terme devant être ajouté au second membre de l'équation de Duhem, celle-ci se réduit à

$$EQ' = \int T \frac{\partial}{\partial T} \mathcal{F}_\alpha(\mathcal{M})dv_2, \quad (58)$$

c'est-à-dire à l'*équation de Thomson*. La théorie de Duhem confirme donc le résultat de Thomson au lieu de le contredire. Mais c'est Janet, et non Duhem, qui est le premier à donner l'expression exacte de l'effet thermo-magnétique suggéré en 1878 par Thomson.

Initialement, Janet souhaitait simplement lever les contradictions existant entre son étude de l'influence du magnétisme sur les phénomènes chimiques et les résultats de Duhem sur le sujet. Mais en reprenant à cette occasion la théorie élaborée par Duhem, il est parvenu en outre à corriger les conclusions de ce dernier concernant l'effet Thomson. Dans la note qu'il publie en juillet 1889 dans le *Journal de Physique*, Janet n'indique pas que son ancien camarade de l'ENS s'est trompé. Il explique simplement que Duhem considère exclusivement des déplacements de la masse magnétique exécutés sans force vive initiale ni finale et sans forces extérieures. Les résultats de Duhem seraient donc tout à fait exacts, mais

<sup>75</sup> JANET Paul [1889c], p. 315.

ne concerneraient simplement que des déplacements particuliers, qui sont « *en général* »<sup>76</sup> virtuels.

Il ne fallait évidemment pas s'attendre à ce que Janet affiche explicitement, dans ses propres publications, l'erreur commise par son ami Duhem. Il suffit pour comprendre cela de revenir quelques mois plus tôt, en octobre 1888. Janet vient déjà de déceler quelques imprécisions dans un théorème d'électrodynamique que Duhem a récemment publié dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*. Dans une lettre datée du 28 octobre 1888, il lui confie alors : « *je t'avouerai que je ne tiens guère à faire une rectification au Journal de Physique ; [...] aux yeux des autres, et en particulier de nos camarades, je ne voudrais pas avoir l'air, en quelque façon, de chercher à trouver en défaut un ami – ce qui, comme tu sais, est loin de ma pensée. [...] Ainsi donc, il vaut beaucoup mieux que ce soit toi qui fasses la rectification, sous la forme que tu jugeras la plus convenable* »<sup>77</sup>. Pour son étude de l'influence du magnétisme sur les phénomènes thermiques, Janet garde le même état d'esprit et décide de ne rien publier sans l'aval de son ami Duhem. Il lui écrit ainsi, en conclusion de l'une de ses lettres : « *je te renvoie ma note pour que tu la relises en même temps que cette lettre ; inutile de te dire que j'y changerai tout ce qui pourrait t'être le moins du monde désagréable. Je te demande, comme preuve d'amitié, la plus grande franchise à cet égard* »<sup>78</sup>.

Dans sa correspondance personnelle avec Duhem, Janet est cependant moins complaisant que dans ses publications officielles : « *un déplacement tel que tu le considères dans ton mémoire, c'est-à-dire depuis la position actuelle [à distance finie des aimants] jusqu'à l'infini (et non en sens inverse) est toujours, en toutes circonstances, physiquement irréalisable. Je ne l'ai pas fait remarquer dans ma note précisément pour conserver à ton résultat, convenablement interprété, l'intérêt qu'il présente ; mais il me semble que tu n'aurais pas intérêt à attirer l'attention là-dessus* »<sup>79</sup>. Janet ne croit donc pas lui-même à l'interprétation qu'il donne des résultats de Duhem dans le *Journal de Physique*. Les déplacements considérés par Duhem dans son mémoire de thèse sont en effet nécessairement virtuels et donc sans aucun intérêt. Duhem a donc bel et bien commis une erreur dans son raisonnement.

Janet cherche malgré tout à louer le travail de son ancien camarade en donnant une interprétation de l'équation de Duhem dans le seul cas où le déplacement envisagé est réalisable : la masse de fer doux, placée à l'infini sans force vive, serait abandonnée à elle-même et des forces retardatrices convenables (frottement, courants induits, etc.)

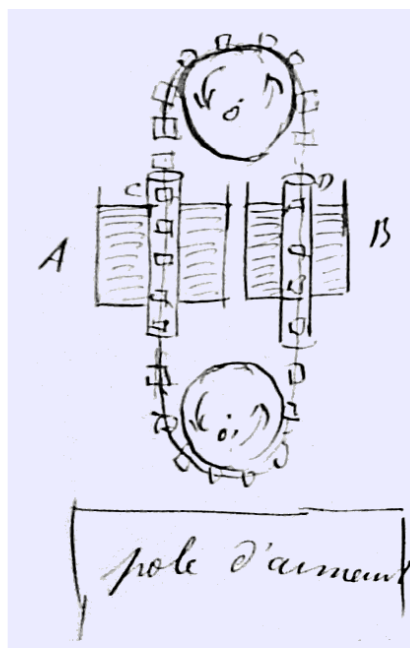
<sup>76</sup> *Ibid*, p. 315.

<sup>77</sup> DUHEM Pierre [1888b] ; JANET Paul [1888c], pp. 1 – 2.

<sup>78</sup> JANET Paul [1889b], p. 8.

<sup>79</sup> *Ibid*, p. 5.

empêcheraient la masse d'acquérir de la force sensible <sup>80</sup>. Ainsi Duhem suggère-t-il à Janet d'indiquer que ses résultats permettent de concevoir une expérience sur les phénomènes thermo-magnétiques : « *cette expression représente encore, comme M. Duhem me prie de le faire remarquer, la quantité de chaleur qui serait cédée à un calorimètre par une masse de fer doux abandonnée sans vitesse initiale en présence d'aimants permanents, et qui viendrait perdre sa force vive dans l'eau du calorimètre, en supposant que, même dans ce cas, la distribution est à chaque instant celle qui correspond à l'équilibre* » <sup>81</sup>. Cependant, dans une expérience de ce genre, la chaleur provenant de l'effet Thomson serait tout à fait négligeable par rapport à celle que dégagerait le frottement et le choc contre l'eau du calorimètre. Janet propose donc une autre expérience où seul l'effet Thomson entre en jeu (Figure III.2).



**Figure III.2 : Dispositif de mesure de l'effet Thomson**

Soient A et B deux calorimètres à glace munis de deux tubes verticaux C et D. Une chaîne sans fin portant un grand nombre de pièces en fer doux est mise en mouvement par les poulies O et O'. Tout l'appareil est maintenu dans une enceinte à 0 °C et placé à proximité d'un pôle d'aimant. La quantité de glace fondue d'un côté et formée de l'autre mesure la chaleur dégagée ou absorbée par suite de l'effet Thomson entre l'entrée et la sortie de chaque calorimètre. Janet fait remarquer à Duhem que « *cette expérience est au moins aussi réalisable que la tienne, peut-être plus, puisqu'elle amplifie les effets à mesurer* » <sup>82</sup>.

Source : JANET Paul [1889b].

#### 2.3.4. Erreur commise par Duhem

Nous venons de voir que le raisonnement de Duhem sur l'effet Thomson est inexact. Pour déceler l'erreur commise par ce dernier, il faut se pencher directement sur son mémoire de thèse. Dans ce dernier, il ne semble pas considérer *délibérément* des déplacements sans forces extérieures, mais semble plutôt avoir omis, par erreur, le travail des forces extérieures dans son expression de la chaleur dégagée. Il ne s'agit cependant pas d'une erreur d'inadvertance, mais bien d'une erreur d'interprétation.

<sup>80</sup> Ces exemples de forces retardatrices sont donnés par Janet dans la note publiée en juillet 1889. Le deuxième exemple, le freinage par courants induits, n'est cependant pas compatible avec la théorie de Duhem exposée dans son mémoire de thèse. Celle-ci exclut en effet l'existence de courants électriques dans les systèmes aimantés.

<sup>81</sup> JANET Paul [1889c], p. 316.

<sup>82</sup> JANET Paul [1889b], p. 7.

L'équation générale (43) permet à Duhem de déterminer l'expression de la quantité de chaleur  $Q$  dégagée dans une modification isothermique entre un état ( $\alpha$ ) et un état ( $\beta$ ). Dans la première partie de son étude des phénomènes thermiques, Duhem décide alors de séparer cette expression en deux contributions

$$Q = Q + Q_1, \quad (59)$$

avec

$$EQ = \left[ -J - \int F(\mathcal{M}) dv + \int T \frac{\partial F(\mathcal{M})}{\partial T} dv \right]_{\alpha}^{\beta} \quad (60)$$

et

$$EQ_1 = \left[ -E(U - TS) - W + ET \frac{\partial}{\partial T} (U - TS) \right]_{\alpha}^{\beta}. \quad (61)$$

Duhem sépare ainsi les termes dépendant de l'aimantation de ceux n'en dépendant pas. Il déduit alors la proposition suivante : «  $Q_1$  représente la quantité de chaleur qui serait dégagée si l'on faisait subir au système exactement les mêmes changements d'état en les maintenant constamment à l'état non magnétique ; la quantité  $Q$  mesure donc la part d'influence exercée sur le phénomène thermique par l'aimantation du système et par ses variations »<sup>83</sup>. Cette proposition, énoncée au début du chapitre sur les phénomènes thermiques, n'est cependant pas exacte.

Soit  $Q$  la quantité de chaleur dégagée lorsqu'un fragment d'une substance aimantée se combine.  $Q_1$  représente bien la quantité de chaleur dégagée lors de la réaction chimique réalisée à partir de la même substance non aimantée. C'est en s'appuyant sur la relation précédente que Duhem a alors déterminé l'influence de l'aimantation sur les phénomènes chimiques, c'est-à-dire la relation entre  $Q$  et  $Q_1$ . Pour l'étude de l'effet Thomson,  $Q$  représente la chaleur dégagée durant le déplacement à température constante d'une masse magnétique. On peut alors remarquer que l'expression (45) donnée par Duhem pour rendre compte de l'effet Thomson correspond simplement à  $Q$ . D'après la proposition énoncée précédemment,  $Q_1$  correspondrait en effet à la quantité de chaleur dégagée lorsque le système est maintenu à l'état non magnétique :  $Q_1$  serait donc nulle en l'absence de tout frottement. Ainsi Duhem pense-t-il avoir déterminé la part d'influence exercée par l'aimantation sur la chaleur dégagée par le système. Cependant, en négligeant les modifications physico-chimiques du système durant le déplacement, on a

$$EQ_1 = W_{\alpha} - W_{\beta} = \int_{\alpha}^{\beta} d\tau_e. \quad (62)$$

$Q_1$  correspond donc à l'équivalent calorifique du travail des forces extérieures, terme que Janet a justement dû rajouter à l'expression de Duhem. Les forces extérieures à appliquer lors du déplacement de la masse magnétique dépendent de la force d'attraction entre cette masse

<sup>83</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L98.



et l'aimant permanent.  $Q_1$  dépend donc aussi de l'aimantation du système, ce qui contredit la proposition énoncée initialement par Duhem et qui l'a très certainement induit en erreur.

### 2.3.5. Nouvelle démonstration de la chaleur dégagée par effet Thomson

Quelques mois seulement après la publication de la note de Janet, Duhem reprend l'étude de l'effet Thomson dans son mémoire traitant *Des corps diamagnétiques*<sup>84</sup>. Il y indique cette fois explicitement les hypothèses faites sur les actions appliquées au système. Le cas d'un système dans lequel un corps parfaitement doux soumis à des forces extérieures quelconques se meut sans frottement est notamment traité de façon élégante. Pour un tel système, le travail des forces extérieures et celui des forces intérieures sont reliés par l'équation

$$\delta \sum \frac{mv^2}{2} = \delta\tau_e + \delta\tau_i \quad (63)$$

et le principe d'équivalence de la chaleur et du travail devient alors :

$$E \delta Q = -\delta \left( F - T \frac{\partial F}{\partial T} \right) - \delta\tau_i. \quad (64)$$

Soit  $\delta_1 F$  la variation que subirait le potentiel thermodynamique interne du système si les paramètres qui fixent la position des diverses parties variaient seuls, les autres paramètres qui fixent leur aimantation et leur état physique et chimique demeurant invariables. Soit  $\delta_2 F$  la variation que subirait le potentiel thermodynamique interne si, au contraire, ces derniers paramètres variaient seuls. On a :

$$\delta F = \delta_1 F + \delta_2 F. \quad (65)$$

Pour un déplacement sans changement d'état, Duhem a montré que

$$\delta\tau_i = -\delta_1 F. \quad (66)$$

De plus, si l'état d'aimantation est à chaque instant celui qui conviendrait à l'équilibre si l'on arrêta le corps dans la position qu'il occupe à cet instant,

$$\delta_2 F = 0. \quad (67)$$

D'où l'expression de la chaleur dégagée lors du déplacement infiniment petit d'une masse magnétique,

$$E \delta Q = T \delta \frac{\partial F}{\partial T}. \quad (68)$$

Duhem retrouve donc bien l'équation de Thomson<sup>85</sup>.

<sup>84</sup> DUHEM Pierre [1889b].

<sup>85</sup> Dans ses *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme*, Duhem remarque que cette expression est de la même forme que celle (44) qui convient à un phénomène réversible « bien que la transformation considérée [...] soit réalisable et, par conséquent, non réversible » (DUHEM Pierre [1892b], p. 282). Cette propriété expliquerait selon lui la validité des conclusions de Thomson malgré un traitement erroné de l'effet magnéto-calorique, considérant comme réversible un phénomène qui ne l'est pas. Nous reviendront sur ce problème dans le chapitre X.

## IV. Conclusion du travail de thèse de Duhem

Pour déterminer les lois de l'équilibre magnétique, Poisson regardait le magnétisme comme un fluide et était obligé de faire diverses hypothèses sur la structure de la matière aimantée. L'effondrement de la doctrine laplacienne et le discrédit vis-à-vis du fluide magnétique amenèrent alors les physiciens à demander à des postulats spéciaux, suggérés notamment par l'expérience, les lois qui régissent la distribution permanente du magnétisme. Cette méthode a permis de réduire à l'analyse mathématique un grand nombre de problèmes issus de cette branche de la physique mais elle n'établissait pas de lien logique entre les hypothèses sur lesquelles reposaient les diverses solutions. Duhem s'est donc proposé de reprendre le problème de l'aimantation par influence en s'appuyant « *uniquement sur les lois incontestées qui règlent les actions mutuelles des aimants [lois de Coulomb] et sur les principes non moins incontestés de la Thermodynamique* »<sup>86</sup>. Il a alors été conduit à des équations d'équilibre identiques à celles imaginées par Kirchhoff, équations qui jusqu'alors étaient introduites comme une hypothèse première. La méthode développée par Duhem fournit en outre l'explication d'un grand nombre de phénomènes qui se relient plus ou moins directement à l'étude de l'aimantation par influence : mouvement d'une masse magnétique en présence d'aimants, phénomènes thermiques liés au magnétisme. Pour lui, ce travail « *n'aura assurément pas éliminé toutes les difficultés que présente la théorie de l'aimantation par influence ; mais nous espérons au moins qu'il aura contribué à éclaircir quelques-uns des points obscurs de cette théorie* »<sup>87</sup>.

L'élaboration de cette théorie ne s'est cependant pas faite de façon autonome et sans remise en question. En effet, tandis que les travaux expérimentaux de Joubin lui ont suggéré une conséquence inattendue à propos des corps diamagnétiques, les réflexions de Janet au sujet des phénomènes thermiques liés au magnétisme l'ont conduit à remettre en cause ses premières conclusions. Duhem s'est donc appuyé à deux reprises sur le réseau d'anciens élèves de l'École Normale pour développer ses recherches théoriques. Comme nous allons le voir dans le prochain chapitre, c'est le contenu d'un article publié en mai 1889 dans une revue scientifique britannique qui définira l'orientation de ses futures recherches en magnétisme.

---

<sup>86</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L1.

<sup>87</sup> *Ibid*, p. L2.

## CHAPITRE IV

# LE PROBLÈME DU DIAMAGNÉTISME ET DES CORPS PLONGÉS DANS UN MILIEU MAGNÉTIQUE

En étudiant du point de vue de la thermodynamique les propriétés des corps diamagnétiques, Duhem a été conduit à certaines conséquences jugées paradoxales au sujet de leurs propriétés. Bien que ces conséquences s'accordent, au moins en apparence, avec quelques « *curieuses observations* »<sup>1</sup> de Joubin, Duhem estime que de nouveaux éclaircissements sont nécessaires. Ces éclaircissements ne viendront cependant pas de nouvelles expériences réalisées par Joubin mais de la lecture d'une note parue en mai 1889 dans le *Philosophical Magazine*. Intitulée « On Diamagnetism and Concentration of Energy », cette courte note est signée John Parker, fellow du St John's College de Cambridge<sup>2</sup>. Les réflexions théoriques de ce dernier vont conduire Duhem à développer de nouvelles considérations sur sa propre théorie de l'aimantation par influence : « *M. Parker a publié récemment une Note qui, malgré son extrême brièveté, me paraît renfermer l'une des idées les plus importantes émises jusqu'ici sur la théorie du Magnétisme. La lecture de cette Note m'a amené à*

---

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 1.

<sup>2</sup> PARKER John [1889a]. John Parker (1859 – ?) est un physicien anglais sur lequel il est difficile de trouver des informations. Quelques éléments biographiques apparaissent dans un ouvrage donnant la liste des étudiants diplômés de l'Université de Cambridge avant 1900 (VENN John Archibald [1953], p. 26). Des lettres manuscrites envoyées par Parker à Larmor entre 1888 et 1897 et à Duhem entre 1888 et 1894 sont également conservées aux archives de l'Université de Cambridge (<http://janus.lib.cam.ac.uk/>) et à celles de l'Académie des Sciences de Paris. Effectuant des recherches sur l'effet thermo-électrique à la fin de l'année 1888, Parker prend connaissance du travail de Duhem sur le sujet. Ce dernier lui envoie à cette occasion deux de ses articles, comme en témoigne la lettre de remerciement de Parker envoyée en décembre 1888 (PARKER John [1888]). Si Parker peine à publier ses propres travaux sur l'électricité, ceux-ci lui permettent néanmoins d'obtenir une bourse du St John's College de Cambridge (1889 – 1892). Il consacre alors ses travaux à la thermodynamique et rédige un ouvrage d'environ quatre cents pages intitulé *Elementary Thermodynamics* et qui paraît en 1891 (PARKER John [1891b]). Il envisage de compléter cette étude par un nouveau traité dans lequel il appliquerait les principes de la thermodynamique à l'électricité et au magnétisme. Il semble cependant avoir été tellement blessé par les critiques défavorables visant son premier ouvrage qu'il finit par quitter définitivement la communauté scientifique (d'après une lettre d'A. H. Style, citée dans VENN John Archibald [1953], p. 26).

modifier profondément l'interprétation que j'avais tout d'abord donnée des paradoxes auxquels j'avais été conduit »<sup>3</sup>. Dans ce chapitre, nous allons ainsi voir en quoi consistent les idées de Parker et les conséquences que celles-ci ont eues sur la théorie du magnétisme de Duhem.

## I. Une nouvelle interprétation du diamagnétisme

### 1. A propos d'une note de John Parker

Les travaux de Clausius sur le principe de Carnot ont conduit à cette conséquence fondamentale : si un système décrivant un cycle fermé non réversible dégage une quantité de chaleur  $dQ$  pendant une modification élémentaire durant laquelle il possède la température  $T$ , l'intégrale

$$\int \frac{dQ}{T},$$

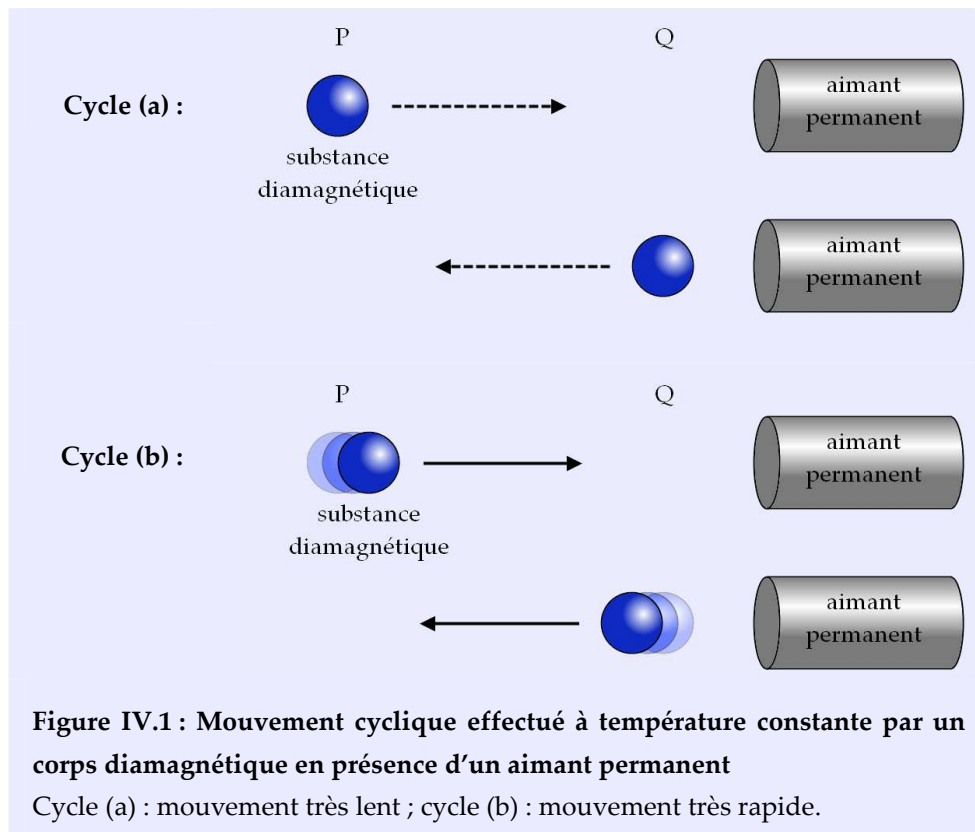
prise le long du cycle, est forcément positive. Si ce cycle est isothermique, le principe de conservation de l'énergie permet d'exprimer cette proposition sous la forme suivante : le travail effectué par les forces extérieures pendant toute la durée du cycle est forcément positif. Dans une note publiée en mai 1889 dans le *Philosophical Magazine*, Parker décrit pourtant un cycle fictif qui apparaît en contradiction avec cette dernière proposition : « soit  $A$  un morceau d'acier aimanté d'une manière permanente ; soit  $B$  un morceau d'une substance diamagnétique quelconque, de bismuth par exemple, qui, lorsqu'on le place sous l'influence du corps  $A$ , est aimanté par influence et repoussé par  $A$ . Supposons que l'on effectue les cycles suivants d'opérations à température constante [Figure IV.1] :

» (a) Le corps  $B$  est amené d'une position  $P$ , éloignée de  $A$ , à une seconde position  $Q$ , voisine de  $A$ , et cela de manière que l'aimantation de ce corps  $B$  ait à chaque instant sa valeur maximum ; soit  $W$  le travail dépensé. Supposons ensuite que le corps  $B$  retourne à sa position primitive  $P$  en suivant en ordre inverse la modification précédente. Le travail  $W$ , qui a été dépensé dans la modification précédente, est recouvré dans celle-ci. Il n'y a donc, en somme, ni perte ni gain de travail mécanique.

» (b) Le corps  $B$  est amené de  $P$  en  $Q$  si rapidement que l'aimantation de ce corps  $B$  n'ait pas le temps de s'altérer d'une manière sensible. Le travail fourni à  $B$  sera inférieur à  $W$ . On laisse ensuite  $B$  dans la position  $Q$  assez longtemps pour qu'il atteigne l'aimantation qui convient à l'équilibre, puis on le ramène rapidement de  $Q$  en  $P$  par le premier chemin renversé. Le travail rendu par  $B$  est supérieur à  $W$ . Ce cycle fournit donc, à température constante, un gain de travail, contrairement au principe de Carnot »<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> DUHEM Pierre [1889b], pp. 1 – 2.

<sup>4</sup> PARKER John [1889a], p. 404. Extrait traduit par Duhem : DUHEM Pierre [1889b], pp. 2 – 3. Les éléments soulignés sont en italique dans le texte original.



Pour Parker, seules trois voies se présentent pour expliquer la contradiction entrevue avec le principe de Carnot :

1. Le travail obtenu a été créé de rien. Parker rappelle que « *cette manière de voir est en contradiction à la fois avec le principe de conservation de l'énergie et avec le principe de Carnot, et ces derniers sont aujourd'hui universellement acceptés* » ;
2. Le développement du magnétisme sur les corps diamagnétiques est instantané : Parker considère cette hypothèse comme peu probable car cela serait contraire à ce qui arrive pour les autres phénomènes physiques, qui exigent un certain temps ;
3. Le travail obtenu a été produit aux dépens de la chaleur ; « *dans ce cas, le principe de l'énergie demeure intact, mais le principe de Carnot est en défaut. Si nous employons le travail produit à transporter de la chaleur d'un corps froid à un corps chaud, nous sommes en possession d'un moyen qui permet de produire des inégalités de température, c'est-à-dire une concentration d'énergie, sans aucune action extérieure. Il devient donc nécessaire de modifier le principe de Carnot* »<sup>5</sup>.

Parker finit donc par admettre l'idée que le principe de Carnot n'est pas général. Ce principe reste probablement vérifié pour les corps paramagnétiques, le cycle précédent ne conduisant dans ce cas à aucune contradiction. Par contre, le principe de Carnot ne semble pas applicable aux corps diamagnétiques. Refusant la possibilité de réaliser un mouvement perpétuel par l'association astucieuse d'un corps diamagnétique et d'un aimant permanent,

<sup>5</sup> PARKER John [1889a], p. 405 ; DUHEM Pierre [1889b], p. 3.

Parker décide alors de modifier de la manière suivante l'axiome de Clausius : en désignant par  $dQ$  la quantité de chaleur dégagée à la température  $T$  par un corps diamagnétique, l'intégrale

$$\int \frac{dQ}{T}$$

prise le long d'un cycle serait forcément négative et non plus forcément positive.

Ainsi, l'existence des corps diamagnétiques semble en contradiction avec l'axiome énoncé par Clausius. Cette remarque fondamentale va jouer le rôle de déclic dans les réflexions théoriques de Duhem. Reprenant sa théorie de l'aimantation par influence, ce dernier va en effet retrouver, par une voie différente, la contradiction entre l'existence des corps diamagnétiques et le principe de Carnot-Clausius. Mais la conclusion qu'il en tire est toute différente de celle proposée par le savant anglais.

## 2. Impossibilité de l'existence des corps diamagnétiques

Dès ses premiers travaux en thermodynamique, Duhem admet l'absolue généralité du principe d'équivalence du travail et de la chaleur et du principe de Clausius. Pour déduire ensuite de ces principes les propositions qui constituent la théorie du potentiel thermodynamique, certaines conditions sont requises pour le système étudié. D'après la définition qu'il donne d'un corps parfaitement doux, ces conditions sont toutes vérifiées par les corps magnétiques ou diamagnétiques dénués de force coercitive. Si donc un tel corps est en contradiction avec les conséquences de la théorie du potentiel thermodynamique, c'est qu'il est en contradiction avec les postulats de base de la thermodynamique et, par conséquent, que l'existence de ce corps est impossible.

Pour discuter de la stabilité de l'aimantation d'un corps magnétique ou diamagnétique, Duhem avait établi en 1887 l'expression suivante de la variation seconde du potentiel thermodynamique <sup>6</sup> :

$$\delta^2 F = \frac{h \delta t^2}{8\pi} \int \Pi v dv + \delta t^2 \int \left( \frac{a^2 + b^2 + c^2}{F(\mathcal{M})} - \frac{\mathcal{M}}{F(\mathcal{M})^2} \frac{\partial F(\mathcal{M})}{\partial \mathcal{M}} m^2 \right) dv_2, \quad (1)$$

la première intégrale s'étendant au volume entier du système et la seconde au volume du corps parfaitement doux. Cette équation avait permis à Duhem de conclure à la stabilité de l'aimantation des corps magnétiques. Par contre, pour les corps diamagnétiques, Duhem ne pensait alors rien pouvoir prévoir sur le signe de  $\delta^2 F$  sans données numériques. Cependant, poussé par les idées de Parker, Duhem décide de reprendre son analyse de la stabilité de l'aimantation des corps diamagnétiques. Il constate alors que le signe de  $\delta^2 F$  peut être déterminé si l'on suppose que la fonction magnétisante  $F(\mathcal{M})$  possède une très petite valeur absolue. Dans ce cas, le signe de  $\delta^2 F$  est en effet imposé par celui de la seconde intégrale.

<sup>6</sup> DUHEM Pierre [1887c].

Dans cette dernière, le premier terme, qui est négatif, est de plus généralement dominant. Duhem aboutit donc à la conclusion suivante : « *pour un corps diamagnétique dont le coefficient d'aimantation a une valeur absolue toujours très petite, qui demeure constante, croît très faiblement ou décroît lorsque l'aimantation croît, il ne peut pas exister de distribution magnétique stable* »<sup>7</sup>.

Duhem a la conviction que cette conclusion doit encore demeurer vraie lorsque la fonction magnétisante a une valeur qui n'est pas très petite. Pour le démontrer, il lui suffit de reprendre les résultats qu'il avait présentés en mars 1888 à l'Académie des Sciences<sup>8</sup>. Il considère alors un système renfermant des aimants permanents et des corps diamagnétiques pour lesquels la fonction magnétisante est constamment négative et assujettie à l'une des conditions suivantes :

- la fonction magnétisante est indépendante de l'intensité d'aimantation ;
- sa valeur absolue est une fonction décroissante de l'intensité d'aimantation ;
- sa valeur absolue croît avec l'aimantation, mais assez faiblement pour qu'elle n'atteigne jamais le double d'une autre de ses valeurs.

Ces dernières restrictions sont certainement vérifiées par tous les corps diamagnétiques connus, dans les limites où l'on a pu les étudier jusqu'ici. Duhem était parvenu à montrer que, lorsque la distribution magnétique est donnée par les équations d'équilibre, on peut toujours trouver d'autres distributions faisant prendre au potentiel thermodynamique interne une valeur moindre que dans l'état d'équilibre considéré. Pour concilier cette proposition avec les résultats expérimentaux de Joubin, Duhem avait alors imaginé l'existence de variations continues de l'aimantation à l'intérieur des corps diamagnétiques. Cette conclusion ne le satisfaisait néanmoins pas complètement et il l'abandonne ainsi à présent sans trop de difficulté, au profit de la proposition suivante : « *il est [...] très vraisemblable qu'il n'existe pour de semblables corps aucun minimum du potentiel thermodynamique, proposition que nous savons être vraie lorsque la fonction magnétisante est très petite* »<sup>9</sup>.

Duhem finit donc par trouver une certaine cohérence entre les différentes conséquences de sa théorie thermodynamique. Quelle que soit la valeur de la fonction magnétisante, la théorie de l'aimantation par influence s'accorde en effet avec la non-existence d'un minimum pour le potentiel thermodynamique des corps diamagnétiques. Il peut dès lors énoncer la proposition fondamentale suivante : « *les principes de la Thermodynamique ne permettent pas qu'il existe de corps dont la fonction magnétisante soit telle qu'ils présentent les propriétés attribuées aux corps dits diamagnétiques* »<sup>10</sup>. Duhem aboutit ainsi à une proposition identique à celle énoncée par Parker, c'est-à-dire la contradiction entre les principes de la thermodynamique

---

<sup>7</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 8.

<sup>8</sup> DUHEM Pierre [1888c].

<sup>9</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 10.

<sup>10</sup> *Ibid*, p. 10. Le terme souligné est en italique dans le passage cité.

et l'existence des corps diamagnétiques. Mais contrairement à ce dernier, Duhem conserve la généralité de ces principes et conclut à la non-existence des corps diamagnétiques : « *la théorie mécanique de la chaleur conduit [...] à rejeter l'existence des corps diamagnétiques, tout comme la théorie de l'aimantation par influence de Poisson. Mais tandis que l'incompatibilité des corps diamagnétiques avec la théorie de Poisson avait simplement amené la plupart des physiciens à rejeter les hypothèses sur lesquelles repose la théorie de Poisson, leur incompatibilité avec les principes de la Thermodynamique doit forcément amener à rejeter leur existence, à moins que l'on ne veuille rejeter les axiomes de Clausius et de Thomson, c'est-à-dire admettre la possibilité de créer, avec des corps diamagnétiques, des instruments capables de produire un mouvement perpétuel* »<sup>11</sup>.

Selon Duhem, il ne peut donc pas exister de corps diamagnétiques proprement dits, c'est-à-dire des corps dont la fonction magnétisante est négative. Mais comment alors interpréter l'existence dans la nature de corps, comme le bismuth, dont les propriétés semblent s'accorder avec l'existence d'une fonction magnétisante négative ? Pour Duhem, le rejet de la classification des corps magnétiques proposée par Faraday conduit « *presque forcément* »<sup>12</sup> à accepter une autre hypothèse, émise à la même époque par Edmond Becquerel.

### 3. Controverse sur la nature du diamagnétisme

Dès 1824, soit environ vingt ans avant les recherches de Faraday sur le magnétisme de la matière, Antoine-César Becquerel avait observé que des aiguilles de bois ou de résine se placent, sous certaines conditions, perpendiculairement à la ligne des pôles<sup>13</sup>. Pour ce dernier, ce phénomène résulte de la faiblesse du magnétisme dans ces corps qui permet une distribution transversale du magnétisme, alors que dans le fer ou l'acier celle-ci se fait toujours dans le sens de la longueur. Faraday, qui affirme n'avoir eu connaissance des travaux d'A.-C. Becquerel qu'en décembre 1845, souligne la différence profonde entre leurs interprétations : « *il n'attribue pas le phénomène [...] à une action élémentaire répulsive, ni ne montre que ce phénomène est commun à une immense classe de substances, ni ne distingue cette classe, que j'ai appelée diamagnétique, de la classe magnétique* »<sup>14</sup>. Ainsi, Faraday lui reproche de ne pas avoir compris qu'il s'agit d'une nouvelle forme de magnétisme : « *il considère que toutes les actions magnétiques sont du même genre tandis que je montre qu'il y a deux sortes d'actions magnétiques, aussi distinctes l'une de l'autre que les actions électriques positive et négative le sont dans leur domaine* ». Si A.-C. Becquerel ne reprend pas ses recherches lorsque les travaux de Faraday paraissent en France, c'est son fils, Edmond Becquerel, qui va poursuivre les recherches paternelles.

---

<sup>11</sup> *Ibid*, p. 11.

<sup>12</sup> DUHEM Pierre [1905], p. 288.

<sup>13</sup> BECQUEREL Antoine César [1824, 1827].

<sup>14</sup> FARADAY Michael [1845b], note 2.





**Edmond Becquerel (1820 – 1891)**

Source : Lithographie de Pierre Petit

A partir de juin 1846, ce dernier publie plusieurs mémoires « *sur l'action du magnétisme sur tous les corps* »<sup>15</sup>. Il y défend notamment l'antériorité des travaux de son père sur ceux de Faraday, mais surtout conteste la classification proposée par ce dernier. Il pense en effet, comme son père, que la distinction entre corps magnétiques et diamagnétiques est injustifiée. Il propose ainsi en 1849 une théorie unifiant l'ensemble des phénomènes magnétiques et évitant d'admettre deux genres d'actions différentes : « *l'action du magnétisme sur un corps est la différence des actions exercées sur ce corps et sur le milieu ambiant déplacé* »<sup>16</sup>. Ainsi, un corps est attiré ou repoussé par l'aimant suivant que l'action exercée sur lui est plus ou moins forte que l'action produite sur le milieu environnant. Ce principe est analogue au principe d'Archimède pour la pesanteur : un corps plongé dans un fluide semble attiré (respectivement repoussé) par le centre de la Terre suivant que ce corps est plus (respectivement moins) dense que le fluide. Cette théorie a l'avantage de ramener à une seule cause deux classes de phénomènes, le magnétisme et le diamagnétisme n'étant plus que les degrés d'une même propriété, la perméabilité magnétique.

Faraday a lui-même montré dès 1845 l'influence jouée par le milieu environnant sur les propriétés magnétiques des corps, mais c'est E. Becquerel qui énonce la loi d'action différentielle. A la même époque, Plücker étudie lui aussi les actions magnétiques exercées sur un corps plongé dans un liquide magnétique ou diamagnétique et arrive à une idée analogue<sup>17</sup>. Les physiciens se posent alors la question suivante : l'action diamagnétique est-elle une véritable force de répulsion ou, comme le pense E. Becquerel, une simple attraction

<sup>15</sup> BECQUEREL Edmond [1846, 1849, 1850].

<sup>16</sup> BECQUEREL Edmond [1849], p. 290.

<sup>17</sup> PLÜCKER Julius [1849].

différentielle ? Pour ce dernier, sa théorie est appuyée par le fait que les attractions et les répulsions magnétiques semblent suivre des lois identiques, proportionnellement au carré de l'intensité magnétique. Mais pour expliquer que des substances telles que le bismuth sont repoussées par l'aimant même dans le vide, « *il est nécessaire d'admettre que le milieu éthéré, à l'aide duquel se transmettent les actions mécaniques, est influencé de la même manière [...] et qu'une enceinte vide se comporte comme un milieu plus magnétique que la substance la plus repoussée, c'est-à-dire le bismuth* »<sup>18</sup>. L'hypothèse de l'attraction différentielle impose donc d'attribuer des propriétés magnétiques à l'éther. E. Becquerel « *ne voit rien qui s'oppose à cette manière de voir, et [...] pense qu'il est plus simple de déduire ainsi l'explication des attractions et des répulsions magnétiques de l'action d'un seul agent, que d'avoir recours à l'existence du diamagnétisme* ». Cet argument de simplicité ne satisfait cependant ni Faraday ni Plücker. Ce dernier se refuse en particulier à imaginer un éther magnétique, ne voulant pas faire entrer en ligne de compte « *une force qui n'est pas attachée à la matière pondérable, et qui n'a jusqu'ici pas d'analogue* »<sup>19</sup>. Aussi, la théorie d'E. Becquerel est combattue par plusieurs physiciens, Tyndall et Weber lui opposant notamment différentes expériences censées démontrer l'existence d'une véritable polarité diamagnétique<sup>20</sup>.

A l'époque où Duhem effectue ses travaux sur le magnétisme, la question de la nature du diamagnétisme reste discutée parmi les physiciens. L'opinion selon laquelle les corps diamagnétiques prennent une polarisation inverse de celle que prend le fer dans les mêmes conditions est l'opinion qui prévaut et qui a cours dans l'enseignement. Mais comme le rappellent les articles de Braun et de Blondlot publiés en 1887 et 1888, toutes les expériences invoquées jusqu'ici pour défendre cette opinion peuvent aussi bien s'expliquer par la théorie de l'action différentielle énoncée par E. Becquerel<sup>21</sup>. Mais si l'expérience n'est pas parvenue jusqu'à présent à trancher entre les deux conceptions du diamagnétisme, la thermodynamique semble, d'après la théorie de Duhem, rejeter l'existence du diamagnétisme véritable : les soi-disant corps diamagnétiques ne seraient donc que des corps magnétiques plongés dans un milieu plus fortement magnétique. Duhem semble donc avoir mis un terme à une controverse débutée quarante ans plus tôt entre Faraday et les

---

<sup>18</sup> BECQUEREL Edmond [1849], p. 343.

<sup>19</sup> PLÜCKER Julius [1849], p. 583.

<sup>20</sup> Les travaux de Tyndall sur le sujet, publiés dans les années 1850, sont regroupés dans l'ouvrage suivant : TYNDALL John [1888]. Si Faraday propose tout d'abord d'expliquer le diamagnétisme par l'existence, dans les corps diamagnétiques, d'une polarité inverse par rapport à celle des corps magnétiques, il finit par abandonner cette hypothèse et pense que la répulsion donnant lieu à la position transversale des aiguilles de bismuth entre les pôles d'un aimant n'est pas accompagnée de polarité et que chaque pôle exerce la même action répulsive. Faraday ne décrira dès lors plus l'action magnétique en termes de polarité mais uniquement en fonction du pouvoir conducteur de la matière sur les lignes de force magnétiques. Pour une analyse complémentaire de la controverse entre les Becquerel et Faraday, voir : BARBO Loïc [2003].

<sup>21</sup> BRAUN Ferdinand [1887] ; BLONDLOT René [1888].

Becquerel père et fils. Il va dès lors s'attacher à développer, plus que l'on ne l'a fait jusqu'ici, l'étude des fluides aimantés et des corps qui y sont plongés. L'extension de sa théorie à l'hypothèse d'E. Becquerel fait l'objet d'un mémoire spécial, publié à la fin de l'année 1889 dans les *Travaux & Mémoires des Facultés de Lille* <sup>22</sup>.

#### 4. Influence de Parker sur les travaux de Duhem

Avant de détailler le contenu de ce mémoire, il est utile de mesurer l'influence qu'ont eue les idées de Parker sur celles de Duhem. Ce n'est en effet qu'à la lecture de la note de ce dernier que Duhem parvient à réinterpréter les anciens résultats de sa théorie de l'aimantation par influence. Cette réinterprétation n'exige aucun calcul supplémentaire de sa part, ce qui explique qu'il est en mesure d'en présenter les principaux résultats dans une courte note « Sur l'impossibilité des corps diamagnétiques » dès le 20 mai 1889, soit quelques jours seulement après avoir lu la note de Parker <sup>23</sup>. Cette extrême rapidité montre en outre qu'il ne se satisfaisait pas de ses anciens résultats et qu'il restait à l'affût d'une nouvelle interprétation.

Ce n'est pas à proprement parler le contenu théorique de la note de Parker qui met Duhem sur la piste, mais simplement la conclusion remarquable que ce dernier en tire. En effet, Duhem ne s'appuie nullement sur les travaux de Parker pour développer ses nouvelles idées. Il considère même ses propres résultats comme plus probants, car basés sur une théorie plus solide : « *M. J. Parker met en évidence ce fait capital que l'existence des corps diamagnétiques est en contradiction avec l'axiome sur lequel Clausius a fondé le principe de Carnot. Nos formules sur l'aimantation par influence peuvent conduire à la même conséquence par une voie nouvelle, exempte, croyons-nous, des objections que l'ont pourrait peut-être adresser à la démonstration de M. Parker* » <sup>24</sup>. Dès lors, Duhem ne se souciera pas des objections dont les travaux de Parker feront l'objet. Il semble d'ailleurs qu'il ne prête que très peu d'attention aux articles ultérieurs de ce dernier sur le sujet, publiés en juillet 1890 et août 1891 <sup>25</sup>.

---

<sup>22</sup> DUHEM Pierre [1889b].

<sup>23</sup> DUHEM Pierre [1889c].

<sup>24</sup> *Ibid*, p. 1042.

<sup>25</sup> PARKER John [1890, 1891a]. L'analyse de ces articles est faite en annexe 3. Dans son article « Sur la théorie du magnétisme et l'absurdité de la polarité diamagnétique » publié en août 1891, Parker indique que ses réflexions théoriques sur le diamagnétisme font suite à la lecture d'un article de Tait paru en 1868 dans *Sketch of Thermodynamics*. Tait y évoque une expérience de pensée menée par Thomson et qui relève, pour la première fois, une contradiction entre l'hypothèse de la répulsion diamagnétique véritable et le principe de l'énergie : « *l'opinion communément reçue, selon laquelle un corps diamagnétique placé dans un champ magnétique prend une polarisation opposée à celle que les mêmes circonstances déterminent dans un corps paramagnétique, a été attaquée par Thomson au nom du principe de l'énergie. Puisque tous les corps paramagnétiques exigent un certain temps pour le développement complet de leur magnétisme, et que ce dernier ne disparaît pas instantanément quand la force magnétisante cesse d'agir, nous sommes en droit de penser qu'il en est encore de même pour les corps diamagnétiques. Dès lors, il est aisé de voir qu'une sphère*

## II. La théorie des corps diamagnétiques

### 1. Equilibre d'un corps plongé dans un milieu magnétique

#### 1.1. Aimantation d'un corps magnétique au sein d'un milieu magnétique

E. Becquerel et Plücker ont énoncé presque en même temps la loi des actions exercées sur un corps plongé dans un fluide magnétique (liquide, gaz ou éther) : l'action du magnétisme sur un corps est la différence des actions exercées sur ce corps et sur le milieu ambiant déplacé. Pour établir cette loi, ils ont supposé que le corps et le milieu s'aimantent indépendamment l'un de l'autre, comme s'ils étaient isolés. Ils ne tiennent ainsi pas compte de l'influence que peut avoir l'aimantation du milieu sur l'aimantation du corps, c'est-à-dire qu'ils admettent implicitement dans leurs considérations que le corps et le fluide sont peu magnétiques. Cette hypothèse est par contre énoncée de façon explicite par Beer, un ancien doctorant de Plücker. Dans un ouvrage publié après sa mort, il parvient à en déduire des formules approchées de la théorie de l'aimantation par influence <sup>26</sup>.

Dans son mémoire traitant *Des corps diamagnétiques*, Duhem considère le mathématicien Mathieu comme étant le premier à ne pas avoir recours à cette hypothèse simplificatrice et à tenter de tenir compte de l'aimantation du milieu <sup>27</sup>. Duhem semble donc ignorer à cette époque les travaux de Maxwell sur le sujet, publiés dès 1873 dans son *Treatise on Electricity and Magnetism* <sup>28</sup>. Ce n'est que trois ans plus tard, dans ses *Leçons*, que Duhem fera référence aux travaux de Maxwell, dont l'approche et la conclusion sont similaires à celles obtenues par Mathieu. En 1885 et 1886, ce dernier publie un ouvrage en deux parties sur la *Théorie du potentiel et ses applications à l'électrostatique et au magnétisme*. Il y examine les propriétés du potentiel, une fonction trouvant son origine en physique mathématique mais dont l'intérêt touche aussi les mathématiques pures. Il s'intéresse ainsi à la théorie du magnétisme de Poisson, qu'il expose en évitant les inexactitudes analytiques commises par ce dernier. De plus, pour lever les contradictions entre la théorie de Poisson et l'expérience, Mathieu se propose d'en modifier légèrement les hypothèses fondamentales. En considérant des

---

*diamagnétique, homogène et isotrope tournant dans un champ magnétique serait soumise, si elle prenait une distribution magnétique opposée à celle acquise par le fer dans les mêmes circonstances, à un couple tendant constamment à lui imprimer une rotation de même sens autour de son centre ; cette sphère permettrait donc de réaliser le mouvement perpétuel* » (TAIT Peter Guthrie [1868], pp. 72 – 73 ; l'élément souligné est en italique dans le texte original). Le raisonnement de Thomson, qui semble être passé totalement inaperçu au sein de la communauté scientifique, est à l'origine des travaux de Parker sur le diamagnétisme. Cependant, alors que l'expérience de pensée de Thomson a toute sa place dans les *Leçons* que Duhem publie en 1892, ce dernier ne l'évoque qu'à partir de 1902, dans son étude historique et critique sur *Les théories électriques de Maxwell* (DUHEM Pierre [1902a], p. 24). Cela tend à prouver que Duhem n'a pas lu avec attention les derniers articles de Parker.

<sup>26</sup> BEER August [1865].

<sup>27</sup> MATHIEU Emile [1886], p. 163.

<sup>28</sup> Référence dans la traduction française de l'ouvrage de Maxwell : MAXWELL James Clerk [1887], p. 58.

éléments magnétiques parallélépipédiques et non plus sphériques, le coefficient  $k$ , sans dépasser l'unité, peut devenir aussi voisin de l'unité que l'on veut. La théorie s'accorde donc avec les valeurs trouvées expérimentalement pour  $k$  dans le cas du fer doux<sup>29</sup>. Cette modification apportée à la théorie de Poisson ne suffit pas toutefois à rendre compte des propriétés des corps diamagnétiques. Pour cela, Mathieu va donc s'appuyer sur l'hypothèse d'E. Becquerel et établir la proposition suivante à partir de la théorie du potentiel :

Soient un aimant permanent (1) et un corps parfaitement doux (3) plongés dans un milieu magnétique (2). Soient  $k_3$  et  $k_2$  les coefficients d'aimantation de ces deux corps. La distribution magnétique engendrée par la présence des trois corps en question est la même que si le milieu magnétique n'existait pas et si le corps (3) avait un coefficient d'aimantation  $k$  donné par l'égalité

$$1 + 4\pi h k = \frac{1 + 4\pi h k_3}{1 + 4\pi h k_2}. \quad (2)$$

$k$  possède le signe de  $k_3 - k_2$  et est donc positif ou négatif suivant que le corps est plus ou moins magnétique que le milieu. Dès lors, le corps apparaît magnétique ou diamagnétique suivant ces deux cas.

Pour Duhem, cette proposition n'est pas exacte, ce qu'il s'empresse de démontrer. Il se place pour cela dans le cas particulier, traité par Mathieu, où le corps magnétique et le milieu qui l'entoure possède des coefficients d'aimantation constants. Soient  $\mathcal{U}_1$ ,  $\mathcal{U}_2$  et  $\mathcal{U}_3$  les fonctions potentielles magnétiques des milieux (1), (2) et (3)<sup>30</sup>. La fonction  $\mathcal{U}_1$  étant connue, il suffit pour résoudre le problème de déterminer la fonction

$$\mathcal{W} = \mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_3. \quad (3)$$

Cette fonction est harmonique dans chacune des régions (1), (2) et (3). Sur la surface de séparation des milieux (1) et (2), on a<sup>31</sup>

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial N_1} + (1 + 4\pi h k_2) \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial N_2} = 0, \quad (4)$$

---

<sup>29</sup> On rappelle que  $k$  est le rapport entre la somme des volumes des éléments magnétiques et le volume total du corps. Ce paramètre est donc compris entre 0 et 1. Dans l'hypothèse d'éléments parallélépipédiques,  $k$  est relié au coefficient d'aimantation  $\kappa$  par la relation suivante :

$$4\pi \kappa = \frac{k}{1 - k}.$$

Pour suivre les notations de Duhem, nous noterons dans la suite le coefficient d'aimantation  $k$  et non plus  $\kappa$ , en évitant toutefois de le confondre avec le coefficient intervenant dans la théorie de Poisson.

<sup>30</sup> Dans son mémoire, Duhem se contredit régulièrement dans ses notations, attribuant les indices (2) et (3) indifféremment au corps parfaitement doux et au milieu magnétique. Par souci de clarté, nous fixons les notations suivantes : (1) = aimants permanents, (2) = milieu magnétique, (3) = corps parfaitement doux.

<sup>31</sup> Dans l'écriture des conditions aux limites vérifiées par la fonction  $\mathcal{W}$ , Duhem fait apparaître des coefficients du type  $1 - 4\pi h k$  au lieu de ceux en  $1 + 4\pi h k$ . Il s'agit là d'une erreur sans conséquence sur les conclusions de Duhem et sera corrigée plus tard dans les *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme* (DUHEM Pierre [1892b], p. 233).

$N_1$  et  $N_2$  désignant les deux directions de la normale à cette surface. Sur la surface de séparation des milieux (2) et (3), on a

$$(1 + 4\pi h k_2) \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial N_2} + (1 + 4\pi h k_3) \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial N_3} = 0. \quad (5)$$

Enfin, à l'infini,

$$\mathcal{W} = 0 \text{ et } \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial y} = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Partant de l'équation (5), Mathieu a établi que cette fonction  $\mathcal{W}$  était identique à la fonction potentielle  $\mathcal{W}'$  d'une masse occupant la place du corps (3), plongée dans un milieu non magnétique et ayant un coefficient d'aimantation donné par l'équation (2). Or, comme l'indique Duhem, « *cela ne serait exact, ainsi qu'on le voit aisément, que si l'équation (4) était remplacée par l'équation*

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial N_1} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial N_2} = 0 \text{ » }^{32}. \quad (7)$$

La proposition de Mathieu, identique à celle énoncée par Maxwell, ne peut ainsi pas être conservée. Duhem se propose donc, dans la suite de son mémoire, d'appliquer sa théorie du potentiel thermodynamique à un corps magnétique plongé dans un milieu magnétique. Il souhaite de cette façon montrer qu'en admettant l'existence d'un milieu impondérable répandu dans tout l'espace et susceptible de s'aimanter, il est possible d'expliquer les propriétés des corps auxquels on attribue généralement une fonction magnétisante négative.

## 1.2. Pression exercée par un fluide aimanté

Duhem considère des corps magnétiques pondérables plongés dans un milieu impondérable indéfini. Il admet que ce milieu est un « *fluide homogène, incompressible, d'état invariable, magnétique, parfaitement doux, ayant une fonction magnétisante particulière* »<sup>33</sup>. Le potentiel thermodynamique interne de ce système a pour valeur

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = E(U - TS) + \frac{h}{2} \int \left\| \mathcal{A}_1 \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_1} \right\| dv_1 + \int \mathcal{F}_1(\mathcal{M}_1) dv_1 \\ + \frac{h}{2} \int \left\| \mathcal{A}_2 \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_2} \right\| dv_2 + \int \mathcal{F}_2(\mathcal{M}_2) dv_2 \\ + \frac{h}{2} \int \left\| \mathcal{A}_3 \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_3} \right\| dv_3 + \int \mathcal{F}_3(\mathcal{M}_3) dv_3 \end{aligned} \quad (8)$$

où  $\mathcal{V} = \mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_3$  est la fonction potentielle magnétique totale. En suivant la même voie que celle de sa thèse sur l'aimantation par influence, Duhem obtient aisément les équations d'équilibre magnétique en tout point du milieu magnétique (2) et du corps parfaitement doux (3), soit :

<sup>32</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 19.

<sup>33</sup> *Ibid*, p. 14. En italique dans le passage cité.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{A}_2 = -h F_2(\mathcal{M}_2) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_2} \\ \mathcal{B}_2 = -h F_2(\mathcal{M}_2) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y_2} \\ \mathcal{C}_2 = -h F_2(\mathcal{M}_2) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z_2} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{A}_3 = -h F_3(\mathcal{M}_3) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_3} \\ \mathcal{B}_3 = -h F_3(\mathcal{M}_3) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y_3} \\ \mathcal{C}_3 = -h F_3(\mathcal{M}_3) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z_3} \end{array} \right. \quad (9)$$

les fonctions magnétisantes étant toujours définies par

$$\frac{1}{F_2(\mathcal{M}_2)} = \frac{1}{\mathcal{M}_2} \frac{\partial F_2(\mathcal{M}_2)}{\partial \mathcal{M}_2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{F_3(\mathcal{M}_3)} = \frac{1}{\mathcal{M}_3} \frac{\partial F_3(\mathcal{M}_3)}{\partial \mathcal{M}_3}. \quad (10)$$

L'aimantation définie par les équations précédentes est une aimantation stable, pourvu que les fonctions magnétisantes du corps (3) et du milieu (2) soient positives<sup>34</sup>.

Duhem cherche ensuite à déterminer les actions exercées par le fluide aimanté sur le corps qui y est plongé. C'est en effet l'étude de ces forces qui doit, d'après les idées émises par E. Becquerel, fournir l'explication des phénomènes présentés par les corps soi-disant diamagnétiques. Duhem doit dès lors constituer ce qu'il convient d'appeler l'*hydrostatique* des fluides aimantés dénués de force coercitive<sup>35</sup>. Il considère pour cela le corps parfaitement doux (3) soumis à des forces étrangères au magnétisme et se propose de déterminer les conditions d'équilibre de ce corps. Conformément aux principes de sa théorie, le potentiel thermodynamique interne du système doit vérifier, pour tout déplacement virtuel du système,

$$\delta F = \delta \tau_e, \quad (11)$$

$\delta \tau_e$  étant le travail des forces extérieures. Il suffit donc pour Duhem de calculer  $\delta F$  pour une translation ( $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$ ) et une rotation ( $\delta \lambda$ ,  $\delta \mu$ ,  $\delta \nu$ ) imposées au corps parfaitement doux. Il décide pour cela de mettre le potentiel thermodynamique interne du système sous la forme suivante :

$$F = E(U - TS) + \mathcal{F}_{1+3} + h \int \left\| \mathcal{A}_2 \frac{\partial (\mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_3)}{\partial x_2} \right\| dv_2 \quad (12)$$

$$+ \frac{h}{2} \int \left\| \mathcal{A}_2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial x_2} \right\| dv_2 + \int F_2(\mathcal{M}_2) dv_2,$$

$\mathcal{F}_{1+3}$  étant la partie magnétique du potentiel thermodynamique interne du système lorsque le milieu (2) est non magnétique. Duhem a déjà calculé la variation d'un tel terme dans sa thèse et il ne lui reste donc plus qu'à considérer la variation des trois derniers termes de l'équation (12). Cette variation ne dépendant que de l'état initial et final du système, il choisit

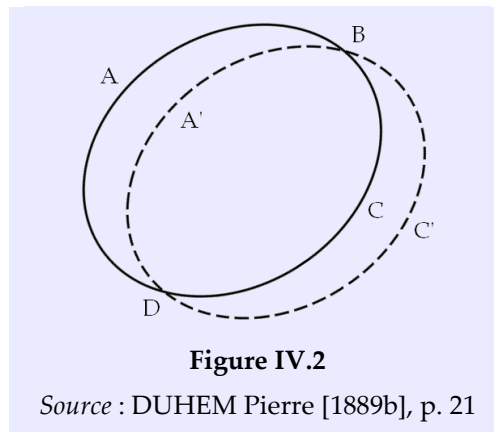
<sup>34</sup> Duhem ne juge pas utile de démontrer cette proposition dans son mémoire. Dans ses *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme*, il se contentera de dire qu'« on démontrerait sans peine » ce résultat par la méthode suivie dans son mémoire de thèse (DUHEM Pierre [1892b], p. 232).

<sup>35</sup> Rappelons à cette occasion que Duhem enseigne l'hydrostatique à la Faculté des Sciences de Lille durant l'année 1888. Ces leçons sur les principes fondamentaux de l'hydrostatique seront publiées en 1890 dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* : DUHEM Pierre [1890a].

de décomposer la modification en deux phases. Soit ABCD la position initiale du corps (3) et A'BC'D la position finale (**Figure IV.2**) :

*1<sup>ère</sup> phase* : le solide reste immobile dans la position initiale. Sans rien changer au reste du système, on enlève le fluide aimanté renfermé dans la couche BCDC' et on place du fluide dans la couche ABA'D en lui donnant l'aimantation qu'il doit avoir.

*2<sup>ème</sup> phase* : on déplace le solide à la position A'BC'D et le milieu subit un changement infiniment petit quelconque d'aimantation.



Enfin, en regroupant l'ensemble des résultats, Duhem obtient les six équations d'équilibre d'un solide aimanté plongé dans un milieu magnétique :

Soient :

- $X, Y, Z$  les composantes d'une des forces extérieures appliquées au solide et  $x, y, z$  les coordonnées de son point application ;
- $d\sigma$  un élément de surface du solide et  $N_2$  la normale à cette surface, dirigée vers l'intérieur du fluide (2) ;
- $\Psi(\mathcal{M})$  une fonction de l'intensité d'aimantation définie par

$$\Psi(\mathcal{M}) = \frac{\mathcal{M}^2}{F(\mathcal{M})} - \mathcal{F}(\mathcal{M}) = \mathcal{M}^2 \left[ \frac{1}{F(\mathcal{M})} - \frac{1}{2F(\mu)} \right], \quad (13)$$

où  $\mu$  est une certaine valeur comprise entre 0 et  $\mathcal{M}$ . Cette fonction  $\Psi(\mathcal{M})$  est souvent apparue dans les développements théoriques précédents de Duhem <sup>36</sup>. Moyennant certaines hypothèses renfermant tous les cas connus expérimentalement,  $\Psi(\mathcal{M})$  est positive.

Les équations d'équilibre relatives par exemple à la translation  $\delta x$  et à la rotation  $\delta v$  sont :

<sup>36</sup> DUHEM Pierre [1888a], pp. L51, L80, L105. Si le milieu possède un coefficient d'aimantation constant  $k$ ,  $\Psi(\mathcal{M})$  se réduit à  $\mathcal{M}^2 / 2k$ .



$$\Sigma X = h \int \left( \mathcal{A}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial x_3^2} + \mathcal{B}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial x_3 \partial y_3} + \mathcal{C}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial x_3 \partial z_3} \right) dv_3 \quad (14)$$

$$+ \int \Psi_2 (\mathcal{M}_2) \cos(N_2, x) d\sigma,$$

et

$$\Sigma (Yx - Xy) = h \int \left[ \left( \mathcal{A}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial y_3 \partial x_3} + \mathcal{B}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial y_3^2} + \mathcal{C}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial y_3 \partial z_3} \right) x_3 \right. \quad (15)$$

$$\left. - \left( \mathcal{A}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial x_3^2} + \mathcal{B}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial x_3 \partial y_3} + \mathcal{C}_3 \frac{\partial^2 (\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2)}{\partial x_3 \partial z_3} \right) y_3 \right] dv_3$$

$$+ \int \Psi_2 (\mathcal{M}_2) [x \cos(N_2, y) - y \cos(N_2, x)] d\sigma.$$

Les quatre autres équations d'équilibre sont des permutations circulaires des précédentes. Ces équations d'équilibre montrent que les actions magnétiques exercées sur le corps solide se réduisent :

- 1° aux actions exercées, en vertu des lois de Coulomb et de Gauss, sur les différents éléments de volume du solide (3) par le magnétisme distribué sur l'aimant permanent (1) et dans le milieu (2) ;
- 2° à une pression normale appliquée à sa surface et ayant pour valeur en chaque point  $-\Psi_2 (\mathcal{M}_2)$ . Cette pression est négative et constitue en réalité une *tension*.

### 1.3. Equilibre de la surface de séparation de deux fluides magnétiques

Pour montrer l'importance des résultats précédents, Duhem cherche à les appliquer à des situations pouvant être étudiées expérimentalement. La pression exercée par un fluide magnétique intervient notamment lorsque l'on veut déterminer la forme d'équilibre de la surface séparant deux fluides magnétiques incompressibles (2) et (3) soumis à l'action d'aimants permanents (1). En raisonnant comme précédemment, Duhem obtient, pour une déformation quelconque de la surface  $S$  de séparation,

$$\delta F = \int [\Psi_2 (\mathcal{M}_2) - \Psi_3 (\mathcal{M}_3)] \delta N_2 dS, \quad (16)$$

en appelant  $\delta N_2$  le déplacement normal de l'élément de surface  $dS$ , dirigé vers l'intérieur du fluide (2). En admettant que les forces extérieures dérivent d'une fonction potentielle  $\Omega$ , la condition d'équilibre devient

$$\int [\Psi_2 (\mathcal{M}_2) - \Psi_3 (\mathcal{M}_3) - (\rho_2 - \rho_3) \Omega] \delta N_2 dS = 0, \quad (17)$$

$\rho_2$  et  $\rho_3$  étant la densité des fluides magnétiques. Cette égalité doit avoir lieu pour toute déformation de la surface  $S$  qui laisse invariable le volume de chacun des deux fluides, c'est-à-dire pour toutes les valeurs de  $\delta N_2$  qui satisfont à la condition

$$\int \delta N_2 dS = 0. \quad (18)$$

En s'appuyant sur un théorème connu du calcul des variations, Duhem en déduit la condition générale d'équilibre de la surface, soit

$$\Psi_2(\mathcal{M}_2) - \Psi_3(\mathcal{M}_3) - (\rho_2 - \rho_3) \Omega + C = 0, \quad (19)$$

C étant une constante.

Duhem considère alors un tube en U renfermant un liquide pesant (2) et placé dans l'air ou dans l'éther magnétique (3) (Figure IV.3). La branche B du tube est soumise à l'action d'un champ magnétique intense tandis que la branche B' est située dans une région où le champ est peu intense. Les forces non magnétiques se limitent aux forces de pesanteur. Soient Z et Z' les hauteurs de la surface liquide dans la branche B et B'. En écrivant la condition d'équilibre précédente pour chacune des surfaces, Duhem obtient l'égalité

$$(\rho_2 - \rho_3) g(Z - Z') = \Psi_3(\mathcal{M}_3) - \Psi_2(\mathcal{M}_2), \quad (20)$$

g étant l'intensité de la pesanteur. Ainsi, si la quantité  $\Psi_3(\mathcal{M}_3) - \Psi_2(\mathcal{M}_2)$  est positive, le liquide s'élève davantage dans la branche aimantée que dans l'autre. L'inverse a lieu si cette quantité est négative.

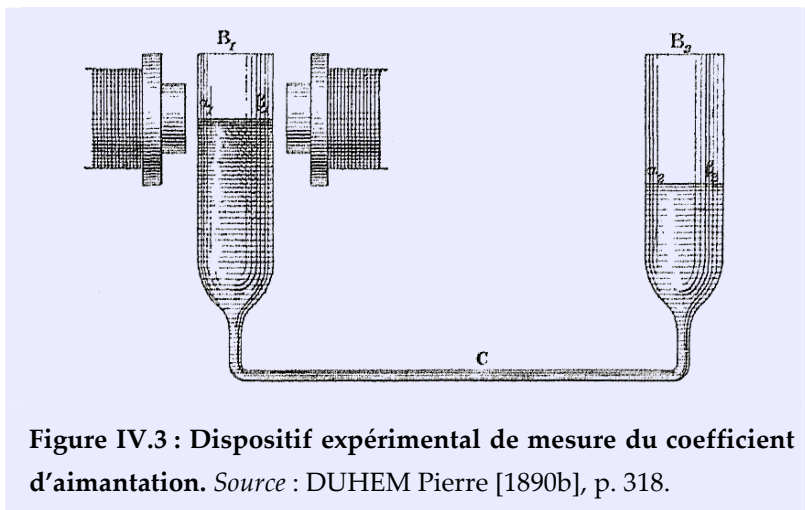


Figure IV.3 : Dispositif expérimental de mesure du coefficient d'aimantation. Source : DUHEM Pierre [1890b], p. 318.

Dans le cas où les corps considérés possèdent un coefficient d'aimantation constant, l'égalité précédente peut s'écrire

$$(\rho_2 - \rho_3) g(Z - Z') = \frac{h^2}{2} (k_3 - k_2) \Pi(\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_3), \quad (21)$$

Si de plus les deux corps (2) et (3) sont supposés faiblement magnétiques,  $\mathcal{U}_2$  et  $\mathcal{U}_3$  sont négligeables devant  $\mathcal{U}_1$ . Ainsi, en désignant par F l'intensité du champ créé par les aimants au point considéré de la branche B,

$$(\rho_2 - \rho_3) g(Z - Z') = \frac{1}{2} (k_3 - k_2) F^2. \quad (22)$$

Cette dernière formule, énoncée pour la première fois par Beer <sup>37</sup>, conduit à la proposition suivante : si le liquide que renferme le tube a un coefficient d'aimantation plus grand que

<sup>37</sup> BEER August [1865], p. 217.

celui du milieu dans lequel il est plongé, le liquide monte dans la branche aimantée ; il descend dans le cas contraire. La mesure de la dénivellation qui s'établit entre les deux branches du tube fournit donc un moyen pour déterminer expérimentalement la différence entre le coefficient d'aimantation du liquide et celui du milieu. Cette méthode de mesure a notamment été employée à partir de 1884 par Quincke et plus récemment par Gouy<sup>38</sup>. Dans un mémoire « Sur les dissolutions d'un sel magnétique » publié en 1890 dans les *Annales scientifiques de l'ENS*, Duhem étend l'ensemble des propositions précédentes, établies pour des fluides magnétiques homogènes, au cas de dissolutions formées par un sel sensible à l'action d'un aimant<sup>39</sup>.

## 2. Mouvement d'un corps plongé dans un milieu magnétique

Duhem vient d'examiner les lois qui président à l'équilibre d'un corps parfaitement doux plongé dans un milieu magnétique et maintenu immobile. Reprenant la même voie que celle suivie dans son travail de thèse, il se propose alors d'élargir son étude en autorisant un semblable corps à se déplacer.

### 2.1. Condition de déplacement du corps magnétique

Il considère un système formé d'un aimant permanent (1), d'un milieu magnétique (2) et d'un corps parfaitement doux (3). Le potentiel thermodynamique interne d'un tel système prend une forme très simple dans l'hypothèse où l'équilibre magnétique est constamment établi sur le corps parfaitement doux et dans le milieu magnétique, ceux-ci étant supposés faiblement magnétiques. En effet, en tenant compte des équations d'équilibre magnétique et en ne gardant que les termes du même ordre que  $F_2(\mathcal{M}_2)$ ,  $F_3(\mathcal{M}_3)$ , Duhem montre que

$$F = E(U - TS) + A - \int \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_2 - \int \Psi_3(\mathcal{M}_3) dv_3, \quad (23)$$

où  $A$  demeure invariable si l'aimant (1) est permanent. Cette égalité lui permet de répondre aisément à la question suivante : dans quel cas un corps magnétique plongé dans un milieu magnétique peut-il passer, sans l'action d'aucune force extérieure, d'une position à une autre ? La condition de déplacement du corps magnétique correspond en effet simplement à l'inégalité

$$\delta\tau = \delta \int \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_2 + \delta \int \Psi_3(\mathcal{M}_3) dv_3 > 0, \quad (24)$$

$\delta\tau$  correspondant au travail élémentaire des actions magnétiques qui tendent à déplacer le corps parfaitement doux. Son expression peut se modifier légèrement.

Les corps (2) et (3) étant faiblement magnétiques,  $\mathcal{U}_2$  et  $\mathcal{U}_3$  sont négligeables devant  $\mathcal{U}_1$  dans les équations d'équilibre magnétique. Le corps parfaitement doux et le milieu

<sup>38</sup> QUINCKE Georg Hermann [1884] ; GOUY Louis Georges [1889].

<sup>39</sup> DUHEM Pierre [1890b].

s'aimantent donc indépendamment l'un de l'autre comme s'ils étaient isolés. De plus, l'intensité d'aimantation du milieu (2) vérifie l'égalité

$$\mathcal{M}_2^2 = h^2 k_2^2 \Pi(\mathcal{U}_1), \quad (25)$$

ce qui permet de définir une valeur pour l'aimantation du milieu (2) même aux points intérieurs au corps (3), de sorte que le symbole

$$\int_{v_3} \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_3$$

possède un sens. La somme

$$\int_{v_2} \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_2 + \int_{v_3} \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_3$$

représente la quantité

$$\int \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv,$$

l'intégrale étant étendue à tout l'espace extérieur à l'aimant permanent. Cette quantité est évidemment indépendante de la position du corps (3) et donc, lors du déplacement de ce dernier,

$$\delta \int_{v_2} \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_2 + \delta \int_{v_3} \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_3 = 0. \quad (26)$$

Duhem peut donc mettre le travail élémentaire  $\delta\tau$  sous la forme remarquable qui se prête bien à l'interprétation :

$$\delta\tau = \delta \int_{v_3} \Psi_3(\mathcal{M}_3) dv_3 - \delta \int_{v_3} \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_3. \quad (27)$$

La quantité

$$\delta \int_{v_3} \Psi_3(\mathcal{M}_3) dv_3$$

représente le travail des forces qui seraient exercées sur le corps parfaitement doux si le milieu magnétique n'existait pas. La quantité

$$\delta \int_{v_3} \Psi_2(\mathcal{M}_2) dv_3$$

représente le travail des forces qui seraient exercées sur une masse de fluide magnétique remplissant le volume occupé par le corps parfaitement doux, si le reste du milieu magnétique n'existait pas. Duhem est donc en mesure d'énoncer la proposition fondamentale suivante : « lorsqu'un corps faiblement magnétique est plongé dans un milieu faiblement magnétique [ou dans l'éther magnétique], chacun d'eux s'aimante sous l'action d'aimants permanents comme s'il était seul. Les actions exercées sur le corps parfaitement doux s'obtiennent en composant les actions qui seraient exercées sur ce corps si le milieu magnétique n'existait pas et des actions égales et directement opposées à celles qui seraient exercées sur une masse d'éther magnétique remplissant le volume du corps parfaitement doux et supposée isolée du reste de l'éther magnétique » <sup>40</sup>. En s'appuyant sur sa théorie du potentiel thermodynamique et sur

<sup>40</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 35.

quelques hypothèses simplificatrices, Duhem retrouve donc la loi d'action différentielle énoncée par E. Becquerel et Plücker.

## 2.2. Loi de Faraday

Si le corps et le milieu, tous deux très peu magnétiques, s'aimantent conformément à la théorie de Poisson, la condition de déplacement précédente prend une nouvelle forme remarquable. Soit

$$F^2 = \frac{h^2}{v_3} \int \Pi(\mathcal{V}_1) dv_3 \quad (28)$$

le carré moyen de l'intensité du champ dans l'espace occupé par le corps parfaitement doux. L'inégalité précédente devient

$$\delta\tau = \frac{k_3 - k_2}{2} v_3 \delta F^2 > 0. \quad (29)$$

Si  $(k_3 - k_2)$  est positif (respectivement négatif), le corps est dit « *magnétique en apparence* » (respectivement « *diamagnétique en apparence* »). Duhem peut alors énoncer les lois suivantes : « *un corps magnétique en apparence tend à se déplacer de lui-même dans un sens tel que le carré moyen de l'intensité du champ dans l'espace qu'il occupe aille en augmentant. Un corps diamagnétique en apparence tend à se déplacer de lui-même dans un sens tel que le carré moyen de l'intensité du champ dans l'espace qu'il occupe aille en diminuant* »<sup>41</sup>.

Ces lois coïncident précisément avec celles énoncées par Faraday en 1846 et que Duhem a été amené à rejeter dans son travail de thèse. Ce dernier précise néanmoins que ces lois doivent être restreintes aux corps peu magnétiques plongés dans un milieu peu magnétique. En particulier, il considère toujours la démonstration de Thomson comme inexacte car « *ne suppos[ant] pas le corps peu magnétique* »<sup>42</sup>. Mais si Duhem a été conduit un an plus tôt à émettre des doutes sur la loi de Faraday, ce n'est pas uniquement à cause de cette démonstration de Thomson mais à la suite de considérations sur la stabilité des corps magnétiques. Ainsi, en démontrant ici la validité de la loi de Faraday, il est amené à reconsidérer ces questions de stabilité.

## 2.3. Nouvelle démonstration de l'impossibilité du diamagnétisme véritable

Si on considère un corps *réellement diamagnétique*, c'est-à-dire un corps pour lequel la fonction magnétisante est négative, et si on suppose que le milieu qui entoure ce corps est non magnétique, la démonstration précédente de Duhem peut être reprise, pourvu que le corps soit considéré *faiblement* diamagnétique et que sa fonction magnétisante varie peu avec l'aimantation. Donc un tel corps, supposé très petit et placé dans un champ magnétique, se

<sup>41</sup> *Ibid*, p. 36.

<sup>42</sup> *Ibid*, p. 37.

déplacerait toujours vers des points où l'intensité du champ magnétique possède une valeur moindre qu'au point où il se trouve. Or Thomson a montré, par des exemples, qu'il peut exister dans un champ des points où l'intensité est minimale. Par conséquent, un petit corps très faiblement diamagnétique, placé en un de ces points, y serait en état d'équilibre stable. C'est la conséquence que Thomson en a tiré et que Duhem vient de déduire des considérations précédentes.

D'autre part, en étudiant la stabilité d'un corps magnétique ou diamagnétique quelconque placé dans un milieu non magnétique, Duhem était arrivé à la conclusion suivante : « *s'il existe une position d'équilibre pour une masse magnétique ou diamagnétique quelconque, soumise à l'action d'aimants permanents, d'une pression normale et uniforme aux divers points de sa surface et d'une force constante en grandeur et en direction agissant sur ses divers éléments, et si de plus l'aimantation de cette masse demeure stable lorsque l'on maintient cette masse dans cette position, l'équilibre de cette masse est un équilibre instable* »<sup>43</sup>.

Il semble donc qu'il y ait une contradiction entre cette proposition générale et la proposition de Thomson, que Duhem a reconnue exacte dans le cas de petits corps faiblement magnétiques à fonction magnétisante peu variable. La proposition sur l'équilibre d'une masse magnétique ou diamagnétique suppose cependant la stabilité de l'aimantation sur cette masse. Or, dans la première partie de son mémoire, Duhem a justement démontré que pour un corps faiblement diamagnétique à fonction magnétisante peu variable, il ne peut pas exister de distribution magnétique stable. Ainsi, la contradiction précédente disparaît. Ou plutôt, Duhem considère que celle-ci fournit « *une nouvelle démonstration de l'instabilité de l'aimantation des corps diamagnétiques proprement dits* »<sup>44</sup>.

#### **2.4. Stabilité de l'équilibre d'un corps plongé dans un milieu magnétique**

Duhem a démontré que la proposition de Thomson demeure exacte dans le cas de corps faiblement diamagnétiques *en apparence*, c'est-à-dire des corps faiblement magnétiques plongés dans un milieu plus magnétique. Dans ce cas, l'aimantation du système est stable. La proposition générale sur la stabilité d'un corps magnétique plongé dans un milieu non magnétique ne doit donc plus être exacte lorsque ce corps est plongé dans un milieu magnétique. Par conséquent, Duhem est amené à reprendre l'étude de la stabilité de l'équilibre d'un corps magnétique quelconque plongé dans un milieu magnétique quelconque.

---

<sup>43</sup> DUHEM Pierre [1888a], p. L69.

<sup>44</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 38.

La question de la stabilité de l'équilibre se ramène à la détermination du signe de la variation seconde du potentiel thermodynamique du système pour toute modification virtuelle. Duhem reprend pour cela une démarche similaire à celle suivie durant sa thèse et considère tout d'abord l'aimantation rigide sur le corps parfaitement doux : « *le corps et le milieu ayant pris leur aimantation d'équilibre, on donne au corps une translation quelconque sans faire varier son aimantation* »<sup>45</sup>. La présence du milieu magnétique lui impose néanmoins de faire une hypothèse supplémentaire : « *l'aimantation du milieu variera de manière à rester aimantation d'équilibre* ». Duhem doit donc considérer les variations des composantes de l'aimantation du milieu (2) comme liées aux composantes de la translation par une relation complexe, déduite des équations de l'équilibre magnétique.

Le calcul de  $\delta^2\mathcal{F}$  est donc très lourd. Ainsi, après seize pages de calculs et malgré de nombreuses simplifications, Duhem finit par admettre que « *l'ensemble des termes restants présente une complication presque inextricable qui en rend l'interprétation impossible* ». Cependant, en supposant le corps et le milieu faiblement magnétiques et en négligeant ainsi les termes de l'ordre du carré des fonctions magnétisantes, l'interprétation devient « *plus facile* »<sup>46</sup> pour Duhem. Cette facilité reste néanmoins toute relative puisqu'elle demande neuf pages de calculs supplémentaires !

La clé de cette interprétation réside en fait surtout dans sa capacité à faire apparaître, par intuition, des termes *familiers* dans l'expression de  $\delta^2\mathcal{F}$ . Il considère par exemple un système constitué uniquement de l'aimant permanent (1) et d'une masse de fluide (2) occupant le volume du corps (3). Ce système est apparu naturellement dans l'étude précédente des actions exercées sur un corps plongé dans un milieu magnétique. Duhem considère alors une translation de cette masse, l'aimantation vérifiant sans cesse les équations d'équilibre magnétique. La variation seconde  $\delta^2\mathcal{F}_1$  du potentiel thermodynamique interne de ce système lors de la translation apparaît alors dans l'expression de  $\delta^2\mathcal{F}$ . Après s'être attaché à mettre  $\delta^2\mathcal{F}_1$  sous une forme légèrement différente, Duhem parvient finalement à réécrire l'expression de  $\delta^2\mathcal{F}$  sous la forme remarquable suivante :

$$\delta^2\mathcal{F} = \delta_1^2\mathcal{F} + \delta_2^2\mathcal{F}. \quad (30)$$

1° Imaginons un système formé seulement par l'aimant permanent (1) et par une masse magnétique remplissant le volume du corps (3) et ayant pour coefficient d'aimantation  $F_3(\mathcal{M}_3) - F_2(\mathcal{M}_2)$  (**Figure IV.4b**).  $\delta_1^2\mathcal{F}$  représente la variation seconde du potentiel thermodynamique interne de ce système lorsqu'on translate la masse de  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$ , le magnétisme étant rigide. Duhem a déjà démontré, dans sa thèse, que cette quantité ne peut être positive pour toute translation.

<sup>45</sup> *Ibid*, p. 38.

<sup>46</sup> *Ibid*, p. 54.

2° Imaginons un système formé par l'aimant permanent (1) et une masse de fluide (2) occupant le volume du corps (3) (**Figure IV.4c**).  $\delta_2^2\mathcal{F}$  représente le terme principal de la variation seconde du potentiel thermodynamique interne de ce système lorsque, la position de la masse étant fixe, son aimantation varie de :

$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{A}_2 &= \frac{\partial\mathcal{A}_2}{\partial x}\delta x + \frac{\partial\mathcal{A}_2}{\partial y}\delta y + \frac{\partial\mathcal{A}_2}{\partial z}\delta z, \\ \Delta\mathcal{B}_2 &= \frac{\partial\mathcal{B}_2}{\partial x}\delta x + \frac{\partial\mathcal{B}_2}{\partial y}\delta y + \frac{\partial\mathcal{B}_2}{\partial z}\delta z, \\ \Delta\mathcal{C}_2 &= \frac{\partial\mathcal{C}_2}{\partial x}\delta x + \frac{\partial\mathcal{C}_2}{\partial y}\delta y + \frac{\partial\mathcal{C}_2}{\partial z}\delta z.\end{aligned}\tag{31}$$

Duhem a de même déjà démontré que, si la fonction magnétisante  $F_2(\mathcal{M}_2)$  est indépendante de l'aimantation, décroissante ou faiblement croissante,  $\delta_2^2\mathcal{F}$  est essentiellement positive.

Au terme d'un effort calculatoire considérable, Duhem aboutit donc finalement à la conclusion suivante : « en étudiant les translations d'une masse peu magnétique, plongée dans un milieu peu magnétique, qui laisse rigide le magnétisme de la masse, nous ne pouvons rien prévoir sur la stabilité ou l'instabilité d'équilibre de cette masse »<sup>47</sup>. Ce résultat peu fructueux ne constitue cependant qu'une étape intermédiaire dans son raisonnement. Il poursuit en effet son analyse en supposant que, pendant la translation de la masse (3), son aimantation, au lieu de rester rigide, varie de manière à vérifier constamment les équations d'équilibre magnétique. Mais au lieu de calculer la valeur générale de  $\delta^2\mathcal{F}$  et de la simplifier ensuite par l'hypothèse que le corps et le milieu sont peu magnétiques, il fait immédiatement cette hypothèse, ce qui allège considérablement les calculs. Il obtient finalement une expression de la forme suivante :

$$\delta^2\mathcal{F} = \delta_1^2\mathcal{F} + \delta_2^2\mathcal{F} - \delta_3^2\mathcal{F}.\tag{32}$$

Le terme supplémentaire  $\delta_3^2\mathcal{F}$  s'interprète facilement. Imaginons un système formé uniquement par l'aimant permanent (1) et le corps parfaitement doux (3) (**Figure IV.4d**).  $\delta_3^2\mathcal{F}$  représente le terme principal de la variation seconde du potentiel thermodynamique interne de ce système lorsque, la position du corps étant fixe, son aimantation varie de  $\Delta\mathcal{A}_3$ ,  $\Delta\mathcal{B}_3$ ,  $\Delta\mathcal{C}_3$ . Ce résultat est similaire à celui obtenu par Duhem dans sa thèse sur l'aimantation par influence. En effet, en astreignant tout déplacement virtuel d'un corps magnétique à produire une perturbation au sein de la distribution magnétique, Duhem avait montré que  $\delta^2\mathcal{F}$  était précisément diminuée de la quantité qui constituerait cette variation seconde si l'on dérangeait l'aimantation du corps sans déranger cette position.

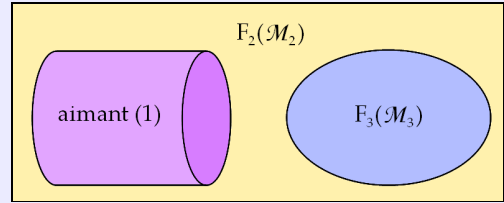
<sup>47</sup> *Ibid*, p. 63.



**Figure IV.4 : Variation seconde du potentiel thermodynamique lors de la translation d'un corps magnétique plongé dans un fluide magnétique.** Le système (a) est composé d'un aimant permanent immobile (1) et d'un corps magnétique (3), tous deux plongés dans un fluide magnétique (2). Lors du déplacement, les aimantations du corps magnétique et du fluide sont supposées vérifier constamment les équations d'équilibre magnétique. La variation seconde du potentiel thermodynamique du système pour toute translation virtuelle peut se mettre sous la forme suivante :

$$\delta^2 \mathcal{F} = \delta_1^2 \mathcal{F} + \delta_2^2 \mathcal{F} - \delta_3^2 \mathcal{F},$$

chacun des termes s'interprétant comme suit :



a) Système initial

Terme calculé	Système considéré	Modification envisagée
b) $\delta_1^2 \mathcal{F}$ :	$F_3(\mathcal{M}_3) - F_2(\mathcal{M}_2)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– translation <math>\delta x, \delta y, \delta z</math> de la masse magnétique</li> <li>– magnétisme rigide</li> </ul>
c) $\delta_2^2 \mathcal{F}$ :	$F_2(\mathcal{M}_2)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– masse magnétique immobile</li> <li>– variation d'aimantation <math>\Delta \mathcal{A}_2, \Delta \mathcal{B}_2, \Delta \mathcal{C}_2</math></li> </ul>
d) $\delta_3^2 \mathcal{F}$ :	$F_3(\mathcal{M}_3)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– masse magnétique immobile</li> <li>– variation d'aimantation <math>\Delta \mathcal{A}_3, \Delta \mathcal{B}_3, \Delta \mathcal{C}_3</math></li> </ul>

Pour conclure sur la stabilité de l'équilibre, Duhem estime que le seul cas intéressant est celui où les fonctions magnétisantes des corps (2) et (3) se réduisent à des constantes  $k_2$  et  $k_3$ . Dans ce cas, il établit en effet que :

$$\delta_2^2 \mathcal{F} - \delta_3^2 \mathcal{F} = h(k_2 - k_3) \int \left[ \left( \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial x_3^2} \delta x + \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial x_3 \partial y_3} \delta y + \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial x_3 \partial z_3} \delta z \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial x_3 \partial y_3} \delta x + \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial y_3^2} \delta y + \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial y_3 \partial z_3} \delta z \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial x_3 \partial z_3} \delta x + \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial y_3 \partial z_3} \delta y + \frac{\partial^2 \mathcal{V}_1}{\partial z_3^2} \delta z \right)^2 \right] dv_3. \quad (33)$$

Cette quantité est du même signe que  $(k_2 - k_3)$ , c'est-à-dire négative pour un corps magnétique en apparence et positif pour un corps diamagnétique en apparence. Etant données les considérations sur le signe de  $\delta_1^2 \mathcal{F}$ , Duhem arrive donc à la conclusion suivante : « un corps peu magnétique à coefficient d'aimantation peu variable est plongé dans un milieu peu

magnétique à coefficient d'aimantation peu variable. Si le corps est plus magnétique que le milieu, il ne peut jamais, sous l'action d'aimants permanents, d'une force constante en grandeur et en direction, et d'une pression normale et uniforme, prendre une position d'équilibre stable. Il peut se faire qu'il n'en soit plus de même si le corps est moins magnétique que le milieu, c'est-à-dire s'il est en apparence diamagnétique »<sup>48</sup>. Cette conclusion générale, qui laisse une part d'incertitude concernant l'équilibre des corps diamagnétiques en apparence, s'accorde donc avec toutes les conséquences qu'il avait tirées de la validité de la loi de Faraday pour les corps peu magnétiques plongés dans un milieu peu magnétique.

### III. Bilan de la théorie de l'aimantation par influence

Duhem a été amené à donner à certains résultats analytiques de sa théorie de l'aimantation par influence une nouvelle interprétation dont l'origine se trouve dans une note publiée en mai 1889 dans le *Philosophical Magazine*. Dans cette note, Parker met en évidence ce fait capital que l'existence des corps diamagnétiques est en contradiction avec l'axiome sur lequel Clausius a fondé le principe de Carnot. La théorie de Duhem conduit à la même conséquence par une voie nouvelle, exempte selon lui des objections que l'on pourrait peut-être adresser à la démonstration de Parker. La thermodynamique conduit donc à rejeter l'existence des corps diamagnétiques et à reprendre l'hypothèse d'E. Becquerel, c'est-à-dire à admettre que les soi-disant corps diamagnétiques ne sont que des corps magnétiques plongés dans un milieu plus fortement magnétique. Cette hypothèse, traitée selon la méthode thermodynamique usuelle, fournit une théorie complète des corps diamagnétiques et permet d'étudier de façon cohérente l'ensemble des phénomènes magnétiques. Cette théorie ne rend néanmoins plus compte des observations de Joubin, dont l'interprétation reste à trouver.

Au vu des premiers travaux théoriques menés par Duhem entre 1884 et 1889, l'application de la théorie du potentiel thermodynamique aux phénomènes électriques et magnétiques semble très féconde. Il envisage ainsi d'étoffer et de regrouper l'ensemble de ces travaux dans un ouvrage unique, afin de prouver la pertinence et la puissance de l'outil thermodynamique appliqué à la science électrique et magnétique. Cet ouvrage, intitulé *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* et publié en trois tomes entre 1891 et 1892, constitue une production majeure de sa carrière scientifique. L'analyse de cette œuvre de plus de 1500 pages est l'objet des prochains chapitres.

---

<sup>48</sup> *Ibid*, p. 66.

**2<sup>ème</sup> PARTIE**

**LEÇONS SUR L'ÉLECTRICITÉ  
ET LE MAGNÉTISME  
(1891 – 1892)**



## PRÉLIMINAIRE

# OBJECTIF DES *LEÇONS*

Depuis le début du XIX<sup>e</sup> siècle, les phénomènes électriques et magnétiques ont été l'objet de travaux incessants où se sont unis les efforts d'un nombre considérable de physiciens et de mathématiciens. Leurs découvertes forment un vaste ensemble de connaissances qui fait de la science électrique l'une des branches les plus étendues de la physique. Distinguer, parmi cet amas de matériaux de toute valeur et de toute provenance, les éléments vraiment acquis à la science et les fondre en un corps de doctrine, tel est l'objectif audacieux que s'est fixé Duhem dès le début de sa carrière, comme en témoignent ses premiers travaux sur les diverses parties de la science électrique. Il estime ainsi, comme nombre de ses pairs, que « *si l'on parvenait à réaliser cette vaste synthèse, on se trouverait en présence du plus beau système de Philosophie naturelle qui ait jamais été engendré par l'esprit humain* »<sup>1</sup>. Dans un ouvrage volumineux qui paraît chez Gauthier-Villars entre 1891 et 1892, il décide de présenter ce qu'il considère comme « *une première ébauche* » de cette complexe synthèse de la science électrique. Bien qu'il soit conscient que son œuvre puisse présenter encore quelques imperfections, il pense qu'elle constitue une première étape essentielle vers d'autres œuvres plus achevées. Intitulé *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, ce traité en trois tomes constitue la production scientifique la plus notable de son séjour lillois et couronne ses premières années de recherches dans les domaines de l'électricité et du magnétisme.

Ce traité n'est pas une simple compilation didactique de toutes les connaissances relatives à l'électricité et au magnétisme mais, comme il le précise, « *un exposé aussi un, aussi logique que possible des théories sur l'Electricité et le Magnétisme* »<sup>2</sup>. Il considère en effet qu'il est plus parfait de coordonner un ensemble de lois expérimentales au moyen d'une théorie dont toutes les parties, logiquement enchaînées, découlent d'un certain nombre d'hypothèses fondamentales que d'invoquer, pour classer ces mêmes lois, un grand nombre de théories reposant sur des hypothèses parfois inconciliables entre elles. Dans un article de « *Réflexions au sujet des théories physiques* » publié en 1892, il insiste ainsi sur la prédominance d'une telle théorie unificatrice : « *deux théories sont en présence : l'une embrasse une certaine classe de*

---

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1891a], p. v.

<sup>2</sup> *Ibid*, p. v.

phénomènes ; l'autre embrasse, dans une représentation unique, non seulement cette classe de phénomènes, mais encore d'autres classes auxquelles ne peut s'étendre le mode de représentation adopté par la première : assurément, nous devons préférer la seconde »<sup>3</sup>. Duhem cherche donc à grouper les connaissances relatives aux phénomènes électromagnétiques autour d'un petit nombre de principes et d'hypothèses, selon une ligne directrice déjà entrevue dans ses travaux antérieurs : « après avoir, pendant dix ans, médité les diverses parties de la Science électrique, nous nous sommes convaincu que tout ce qu'il y a de clair et de fécond dans cette Science pouvait se grouper, avec beaucoup d'ordre et d'unité, autour de quelques principes empruntés à la Mécanique et à la Thermodynamique, et c'est ce groupement que nous avons essayé d'exposer »<sup>4</sup>. Dès le début de sa carrière, il s'est fixé comme objectif de mettre en évidence la puissance des deux principes de la thermodynamique. Il s'est attaché pour cela à en tirer des conséquences remarquables dans les domaines les plus divers de la physique et de la chimie et, par leur multiplicité, cherche à montrer combien l'on aurait tort de se passer d'un tel outil avant d'en avoir obtenu tous les services qu'il est capable de rendre. Il s'engage donc à travers ses *Leçons* à prouver la puissance de l'« instrument thermodynamique » en l'astreignant à l'étude des phénomènes électriques et magnétiques. Il consacre à cette synthèse trois gros volumes d'environ cinq cents pages chacun :

- tome I, *Les corps conducteurs à l'état permanent* (1891, 6 livres, 560 pages, 16 fr.) ;
- tome II, *Les aimants et les corps diélectriques* (1892, 6 livres, 480 pages, 14 fr.) ;
- tome III, *Les courants linéaires* (1892, 4 livres, 528 pages, 15 fr.)<sup>5</sup>.

La dimension de cette œuvre est une preuve à la fois de la difficulté de son entreprise, mais aussi de la richesse de sa nouvelle méthode.

Duhem précise dans l'introduction de son traité qu'il se borne à une description sommaire des méthodes expérimentales servant à vérifier les lois étudiées. Il juge inutile que son ouvrage fasse double emploi avec les traités qui garnissent les bibliothèques et où ces méthodes y sont déjà exposés. Son but n'est d'ailleurs pas d'écrire « un Manuel propre à servir de guide à l'expérimentateur et au praticien, mais de marquer nettement le lien théorique qui unit

<sup>3</sup> DUHEM Pierre [1892a], p. 169.

<sup>4</sup> DUHEM Pierre [1891a], p. vi.

<sup>5</sup> La table des matières de cet ouvrage ainsi que l'introduction générale sont reproduites en annexe 4. Alors que les deux derniers tomes sont en cours de publication, Duhem consacre son cours de physique mathématique et de cristallographie de l'année 1891 – 1892 au magnétisme et à l'électrodynamique. Certaines propositions contenues dans ces *Leçons* sont même enseignées par Duhem dès l'année universitaire 1889 – 1890 à la Faculté des Sciences de Lille (DUHEM Pierre [1892c], p. 386). Duhem a en effet l'habitude d'adapter son enseignement à ses propres travaux. Ainsi, le cours de l'année 1890 – 1891 est consacré à l'hydrodynamique, à l'élasticité et à l'acoustique, cours qui paraît chez Hermann en 1891 (DUHEM Pierre [1891b]). Et l'année 1892 – 1893, Duhem traite de la mécanique chimique fondée sur la thermodynamique, cours qui paraît en 1893 sous le titre *Introduction à la mécanique chimique* (DUHEM Pierre [1893a]).

*entre elles les diverses parties de la Science électrique* »<sup>6</sup>. Il estime en effet que les spéculations théoriques, les recherches expérimentales et les applications pratiques constituent trois domaines distincts qu'il importe de ne pas confondre. La théorie n'a pas pour objet de faire découvrir de nouvelles lois expérimentales et encore moins de produire des inventions : le physicien mathématicien n'est ni un physicien expérimentateur ni un ingénieur. Les principaux représentants de la physique française acceptent à l'époque cette distinction entre physique mathématique et physique expérimentale, comme en témoigne le rapport sur l'état de la physique présenté par Poincaré au Congrès international de physique en 1900<sup>7</sup>. Néanmoins, comme le souligne Duhem dans son article de réflexions au sujet des théories physiques, si ces domaines sont distincts, ils ne sont pas pour autant indépendants : « *la connaissance de chacun d'eux aide à la connaissance des autres ; entre les explorateurs de ces différents domaines doit s'établir un continuel échange de questions et de renseignements. [...] de là une continuelle influence de la science appliquée sur la science expérimentale et de la science expérimentale sur la science appliquée* »<sup>8</sup>.

Le premier tome des *Leçons* est consacré aux fondements de la théorie du potentiel thermodynamique et à son application aux phénomènes pour lesquels l'électricité est immobile sur les corps ou en mouvement permanent. Les principaux résultats de ce tome sont l'objet de précédentes publications de Duhem et ont donc déjà été présentés au début de ce mémoire<sup>9</sup>. Nous analyserons donc essentiellement les deux tomes suivants.

---

<sup>6</sup> DUHEM Pierre [1891a], p. viii.

<sup>7</sup> POINCARÉ Henri [1900].

<sup>8</sup> DUHEM Pierre [1892a], pp. 175 – 176.

<sup>9</sup> Duhem reprend essentiellement les résultats de sa thèse sur le potentiel thermodynamique (DUHEM Pierre [1886a]) et ceux présentés dans ses deux mémoires sur les phénomènes thermo-électriques (DUHEM Pierre [1885b, 1886b]). Ces travaux ont été décrits au chapitre I, au début du paragraphe III intitulé « Potentiel thermodynamique et phénomènes électriques ».





## CHAPITRE V

# LES CORPS AIMANTÉS ET LES CORPS DIÉLECTRIQUES

Pierre Duhem consacre le second tome à l'étude des corps aimantés et des corps diélectriques. Il y reprend, sous une forme plus ou moins modifiée, l'ensemble des résultats qu'il a publiés sur les phénomènes magnétiques depuis 1887 : l'établissement du potentiel thermodynamique d'un système aimanté et des équations de l'équilibre magnétique, les discussions sur l'unicité et la stabilité des solutions de ces équations, l'étude du mouvement d'une masse magnétique en présence d'aimants permanents ou encore le lien entre chaleur et aimantation. Mais parmi ces résultats déjà connus se trouvent des résultats inédits, qui témoignent de l'avancée de ses recherches depuis son dernier mémoire sur les corps diamagnétiques, publié en 1889 dans les *Travaux & Mémoires des Facultés de Lille*. Duhem approfondit ses réflexions sur l'impossibilité du diamagnétisme véritable et sur l'aimantation des corps au sein d'un milieu magnétique. Il étend de plus son étude au cas des corps diélectriques, dont l'analogie avec les corps magnétiques est suggérée depuis les travaux de Faraday. Il s'intéresse enfin aux déformations des corps polarisés, qu'ils soient fluides ou solides, magnétiques ou diélectriques, ce qui le conduit à une analyse critique de la théorie de Maxwell.

## I. L'aimantation par influence et la thermodynamique

### 1. Démonstration généralisée de l'impossibilité du diamagnétisme

Dans son mémoire de 1889 visant à démontrer l'impossibilité des corps diamagnétiques, Duhem s'est appuyé sur les deux propositions suivantes : 1) la variation seconde du potentiel thermodynamique est toujours négative pour un corps diamagnétique dont la fonction magnétisante a une valeur absolue toujours petite, 2) si l'on suppose l'équilibre établi sur un système renfermant des corps diamagnétiques de fonction magnétisante quelconque, on peut toujours trouver un état correspondant à une valeur moindre du potentiel thermodynamique. Si ces deux propositions rendent « très

*vraisemblable* »<sup>1</sup> l'impossibilité des corps diamagnétiques dans le cas général, elles n'en sont pas moins restreintes au cas où la fonction magnétisante est constante, croît très faiblement ou décroît en valeur absolue lorsque l'aimantation croît. Aussi, dans le tome II de ses *Leçons*, Duhem décide d'y adjoindre une démonstration entièrement générale de ce fait que, sur un système contenant des corps diamagnétiques, le potentiel thermodynamique ne peut jamais présenter de minimum.

Duhem considère pour cela un élément de volume  $dv$  pris dans une région diamagnétique et fait tourner l'aimantation de cet élément de telle façon que ses composantes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  varient de  $\delta\mathcal{A}$ ,  $\delta\mathcal{B}$ ,  $\delta\mathcal{C}$  sans que l'intensité d'aimantation  $\mathcal{M}$  ne change de grandeur. Cette dernière restriction permet de simplifier considérablement l'expression de la variation seconde du potentiel thermodynamique interne et facilite donc l'analyse de son signe. En effet, dans ce cas, Duhem parvient à établir l'expression suivante :

$$\delta^2\mathcal{F} = \frac{(\delta\mathcal{A})^2 + (\delta\mathcal{B})^2 + (\delta\mathcal{C})^2}{F(\mathcal{M})} dv. \quad (1)$$

Comme  $F(\mathcal{M})$  est négatif, il en est de même pour  $\delta^2\mathcal{F}$ . Ainsi, si une région est diamagnétique dans un système, il ne peut y avoir d'équilibre magnétique stable sur celui-ci. Duhem est donc à présent en mesure d'énoncer sans restriction la proposition suivante : « *les principes de la Thermodynamique ne permettent pas qu'il existe de corps diamagnétiques, c'est-à-dire de corps dont la fonction magnétisante soit négative* »<sup>2</sup>.

## 2. A propos d'une note de Beltrami

Duhem a publié ses premières considérations sur l'instabilité de l'équilibre diamagnétique à la suite des travaux de Parker publiés en mai 1889. Mais quelques semaines avant la publication de l'article du physicien anglais, dans une lettre envoyée à son élève Cesàro, lettre dont Duhem ignorait alors l'existence, Beltrami<sup>3</sup> formulait déjà une proposition remarquable : l'équilibre d'aimantation sur un corps diamagnétique serait toujours instable. De cette proposition, ce dernier déduisait une conséquence identique à

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1889b], p. 10.

<sup>2</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 226.

<sup>3</sup> Eugenio Beltrami (1835 – 1900) est un mathématicien et physicien italien, professeur à l'Université de Bologne, de Pise, de Rome puis de Pavie. Ses travaux mathématiques portent sur la géométrie différentielle, poursuivant l'œuvre de Gauss, Lobatchevski, Riemann et Cremona. En 1868, il exhibe notamment un exemple concret de surface où la géométrie de Lobatchevski s'applique sans contradiction, confirmant l'idée que le fameux cinquième postulat des parallèles n'est ni incontournable, ni une évidence universelle. En physique mathématique, Beltrami cherche à généraliser à des espaces non euclidiens les lois physiques fondamentales (mécanique, théorie du potentiel, élasticité, électromagnétisme). Il se propose en outre de trouver quelles sont les déformations de l'éther responsables de la propagation des actions électromagnétiques. Il établit alors que le système de tensions proposé en 1873 par Maxwell dans son *Treatise on Electricity and Magnetism* ne peut pas exister et suggère ainsi l'idée que l'éther remplirait un espace non nécessairement euclidien.

celle formulée par Duhem deux mois plus tard, c'est-à-dire l'impossibilité du diamagnétisme véritable. Aussi, dans le tome II de ses *Leçons*, Duhem ne manque pas de citer ce résultat qui semble aller dans la même direction que ses propres recherches, d'autant plus qu'il provient d'un scientifique reconnu en Europe.

La *note fisico-matematiche* de Beltrami est présentée au Cercle mathématique de Palerme lors de la séance du 10 mars 1889<sup>4</sup>. Le savant italien y discute les propriétés de la quantité

$$P = J + \int \frac{\mathcal{M}^2}{2k} dv \quad (2)$$

qu'il considère comme une mesure de l'énergie magnétique. En adoptant l'approximation d'une fonction magnétisante constante  $k$ ,  $P$  représente la partie magnétique du potentiel thermodynamique interne déterminé par Duhem. Cette expression de l'énergie magnétique a été introduite par de nombreux auteurs dans leurs recherches sur les propriétés des corps magnétiques. Duhem reproche toutefois à ces derniers de « *n'en [avoir] ordinairement pas défini la nature et justifié l'origine* »<sup>5</sup>. Cette expression de l'énergie est en effet établie afin de rendre compte des équations de l'induction magnétique, équations qui ne sont pas démontrées mais prises comme hypothèses fondamentales. Néanmoins, Duhem considère avec intérêt le résultat auquel est parvenu Beltrami dans sa note. Ce dernier établit en effet que, pour un système entièrement diamagnétique, la quantité  $P$  est forcément négative : « *ce résultat en entraîne un autre, qui n'est pas moins invraisemblable. On sait que, si, à la distribution magnétique induite dans un corps par des actions magnétiques externes, données et invariables, on superpose une autre distribution magnétique quelconque, le potentiel de tout le système augmente d'une quantité qui est simplement égale au potentiel de la distribution superposée à la distribution induite. Il résulte de là, en tenant compte du résultat précédent, que, si le corps induit est paramagnétique, le potentiel augmente quand cesse l'équilibre d'induction, mais au contraire que, si le corps est diamagnétique, le potentiel diminue. Dans le premier cas donc, le potentiel total serait minimum dans l'état d'équilibre ; dans le second, au contraire, il serait maximum, en sorte que l'équilibre d'induction diamagnétique serait instable* »<sup>6</sup>. Cette dernière conclusion conduit donc Beltrami à penser, comme Duhem, que le coefficient d'aimantation des corps est forcément positif et que l'induction diamagnétique n'est qu'apparente.

Ainsi trois physiciens, italien, britannique et français, sont parvenus simultanément, dans des recherches indépendantes<sup>7</sup>, à des résultats qui semblent concourir à cette conséquence remarquable : le diamagnétisme véritable ne peut se rencontrer dans la nature,

<sup>4</sup> BELTRAMI Eugenio [1889].

<sup>5</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 187. Duhem donne à cet endroit la liste des auteurs utilisant l'expression précédente de l'énergie magnétique, citant notamment W. Thomson et J. Stefan.

<sup>6</sup> BELTRAMI Eugenio [1889], p. 72. Traduction en français de Duhem : DUHEM Pierre [1892b], p. 227.

<sup>7</sup> Indépendantes dans le sens où Duhem n'a pas eu besoin de modifier ses calculs après la lecture de l'article de Parker publié en mai 1889.

il est simplement apparent, selon l'hypothèse émise par Edmond Becquerel. Les travaux concordants de Parker et Beltrami peuvent apparaître comme des arguments en faveur des propres conclusions de Duhem. Néanmoins, ce dernier se contente de rendre compte de leurs résultats sans en faire une analyse approfondie. Il n'en voit en fait pas l'intérêt puisqu'il considère son approche du problème du magnétisme comme plus rigoureuse et assurée que celles de ses confrères. D'ailleurs, dans une lettre que Beltrami adresse à Duhem en juillet 1891, le savant italien reconnaît lui-même ses lacunes en thermodynamique, qu'il n'a « *jamais eu l'occasion d'approfondir, autant que l'importance du sujet le mérite* [raisonnement en terme énergétique] »<sup>8</sup>.

## II. Aimantation d'un corps au sein d'un milieu magnétique

### 1. Hydrostatique des fluides aimantés

Lorsque Duhem conclut en 1889 à l'impossibilité du diamagnétisme véritable, il est amené, pour expliquer le diamagnétisme apparent de corps comme le bismuth, à étudier les phénomènes que présente un corps magnétique plongé dans un milieu magnétique. Il parvient alors à constituer ce qu'il appelle l'*hydrostatique* des fluides aimantés dénués de force coercitive. Une fois résolu, ce problème peut être étendu aux fluides non dénués de force coercitive. Outre l'intérêt logique qu'elle présente, cette extension a une importance particulière pour Duhem. Il souhaite en effet montrer que tous les phénomènes présentés par les corps diamagnétiques s'expliquent en admettant, selon l'hypothèse d'E. Becquerel, l'existence dans tout l'espace d'un fluide aimanté. Or il lui serait impossible de représenter quelques-uns de ces phénomènes s'il considérait ce fluide dénué de force coercitive.

Avant de débiter son étude générale des fluides aimantés, il est nécessaire pour Duhem de préciser ce qu'il entend par *fluide aimanté*, une définition qu'il n'a pas jugé bon de donner dans son mémoire de 1889 : un corps aimanté est fluide s'il est possible de lui imprimer toutes les déformations virtuelles qui n'altèrent pas le volume de ses différentes particules, l'aimantation restant invariablement liée à la matière qui forme chacune des particules. Cette définition étant posée, il semble à présent possible pour Duhem d'étudier les propriétés communes à tous les fluides aimantés, qu'ils soient incompressibles ou non, dénués ou non de force coercitive. Néanmoins, dès le début de ses travaux sur les corps magnétiques, Duhem s'est attaché à souligner que les conditions d'équilibre fournies par la thermodynamique sont *suffisantes* mais non *nécessaires*. Si le corps est parfaitement doux, les conditions d'équilibre sont entièrement dictées par les principes de la thermodynamique, cette proposition tenant d'ailleurs lieu de définition pour ces corps. Par contre, pour un corps doué de force coercitive, on ignore toujours s'il éprouvera réellement les modifications

<sup>8</sup> BELTRAMI Eugenio [1891], p. 2. Cette lettre de Beltrami, conservée aux archives de l'Académie des Sciences, fait suite à l'envoi par Duhem du premier tome de ses *Leçons*.

dictées par le principe de Carnot. Or, dans son étude des fluides aimantés, ceux-ci pouvant être doués de force coercitive, Duhem applique sans restriction sa théorie du potentiel thermodynamique. Aussi, devant l'absence de justification sur ce sujet, les propositions énoncées par Duhem doivent être logiquement considérées comme suffisantes pour définir l'équilibre d'un fluide aimanté possédant une force coercitive, mais non nécessaires.

## 2. Conditions d'équilibre. Interprétation de l'expérience de Joubin

Pour discuter des conditions d'équilibre d'un fluide aimanté, Duhem considère un élément de volume  $dv$  ayant la forme d'une sphère infiniment petite. Il imagine que cet élément éprouve une rotation infiniment petite autour de son centre, entraînant avec elle son aimantation. Lors de ce déplacement, les forces étrangères au magnétisme n'effectuent aucun travail. Donc, selon Duhem, si le fluide est en équilibre stable, pour tout déplacement de ce genre,

$$\delta F = 0, \quad (3)$$

soit encore

$$\left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \delta \mathcal{A} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} \delta \mathcal{B} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \delta \mathcal{C} \right) dv = 0. \quad (4)$$

Moyennant la condition

$$\mathcal{A} \delta \mathcal{A} + \mathcal{B} \delta \mathcal{B} + \mathcal{C} \delta \mathcal{C} = 0 \quad (5)$$

imposée par l'invariance de l'intensité d'aimantation  $\mathcal{M}$  lors de la rotation, la condition d'équilibre précédente implique, d'après un principe connu du calcul de variations,

$$\begin{cases} \mathcal{A} = -\theta(x, y, z) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \\ \mathcal{B} = -\theta(x, y, z) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} \\ \mathcal{C} = -\theta(x, y, z) \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \end{cases} \quad (6)$$

$\theta(x, y, z)$  étant une certaine fonction des coordonnées. Duhem obtient donc une première proposition importante : « un fluide aimanté ne peut donc être au repos si l'aimantation n'est, en chaque point, tangente à la ligne de force »<sup>9</sup>. Cette première proposition obtenue, Duhem se pose alors la question suivante, qui constitue en quelque sorte le problème fondamental de l'hydrostatique des fluides aimantés :

Soit  $S$  une surface fermée tracée à l'intérieur du fluide aimanté. Les divers éléments du fluide que renferme cette surface sont soumis à certaines forces étrangères au magnétisme, forces qui subsistent si l'aimantation s'annule en chaque point, et à des forces magnétiques dues aux corps aimantés extérieurs à  $S$ . Imaginons que, sans rien modifier à ces forces

<sup>9</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 238.

extérieures, on supprime les obstacles que la présence des corps extérieurs à la surface oppose aux déformations du fluide intérieur à  $S$ . Sera-t-il possible de maintenir en équilibre le fluide supposé incompressible que renferme la surface au moyen de forces convenablement choisies appliquées aux divers éléments de la surface  $S$  ?

Pour résoudre cette question, Duhem va s'inspirer d'une méthode développée par son ancien maître, Jules Moutier, pour étudier un problème classique d'hydrostatique. Dans son *Cours de Physique* publié en 1883, ce dernier parvient à montrer que le principe des vitesses virtuelles implique que la pression soit normale à l'élément sur lequel elle agit, proposition qu'avant lui on admettait comme une hypothèse indépendante. Duhem décrit d'ailleurs la méthode employée par Moutier dès 1888 dans ses propres enseignements à la Faculté des Sciences de Lille <sup>10</sup>. Voici en quoi celle-ci consiste.

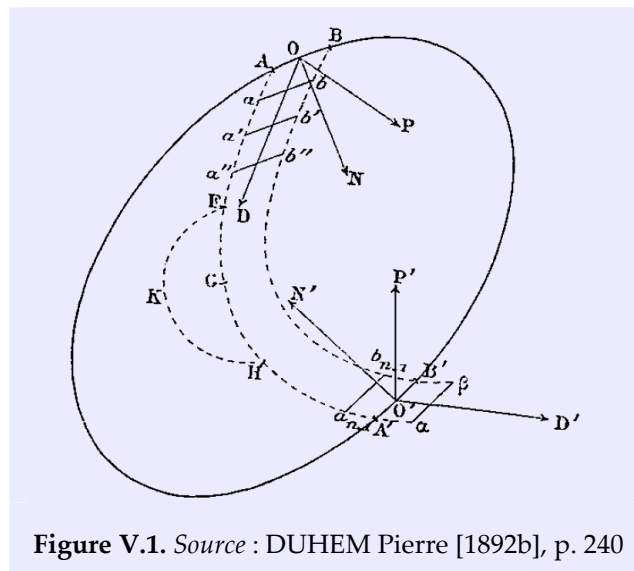


Figure V.1. Source : DUHEM Pierre [1892b], p. 240

Duhem considère deux éléments  $AB = dS$  et  $A'B' = dS'$  sur la surface déformable du fluide et trace entre ces éléments un canal infiniment délié, de forme quelconque, entièrement compris à l'intérieur du fluide (Figure V.1). Il impose alors au fluide un déplacement infiniment petit le long de la génératrice du canal. Pour que la modification virtuelle ainsi conçue soit compatible avec les liaisons imposées au système, il suffit pour Duhem de considérer que chaque tranche de fluide, en se déplaçant, entraîne avec elle son aimantation. Pour l'équilibre du fluide, il faut alors que cette modification, qui peut être effectuée en sens inverse, n'entraîne aucun travail non compensé, soit

$$\delta F - d\tau_e = 0, \quad (7)$$

$d\tau_e$  étant le travail effectué par les forces extérieures au fluide.

Cette équation permet à Duhem de déterminer l'expression de la pression à exercer sur le fluide aimanté pour le maintenir en équilibre. Il retrouve alors, en les approfondissant, les

<sup>10</sup> MOUTIER Jules [1883] ; DUHEM Pierre [1890a].

résultats obtenus précédemment dans son mémoire traitant *Des corps diamagnétiques*. Mais l'équation précédente permet en outre à Duhem de préciser les conditions d'équilibre d'un fluide aimanté. En effet, l'égalité (7) doit être indépendante de la forme du canal qui relie à travers le fluide les deux éléments  $dS$  et  $dS'$ . L'intégrale curviligne le long du canal qui apparaît dans le calcul de  $\delta F - \delta \tau_e$  peut alors bien dépendre de la position des extrémités de ce canal mais pas de sa forme. En d'autres termes, la quantité sous le signe de cette intégrale doit être la différentielle totale d'une fonction de  $x, y, z$ , continue et uniforme en tout point du fluide. Or, cette condition impose que la fonction  $\theta(x, y, z)$  ne dépende pas de  $x, y, z$  si ce n'est par l'intermédiaire de l'intensité d'aimantation  $\mathcal{M}$ , soit

$$\theta(x, y, z) = \Theta(\mathcal{M}). \quad (8)$$

Duhem est donc conduit à la proposition fondamentale suivante : « *lorsqu'un fluide incompressible, homogène, aimanté, dénué ou non de force coercitive, est en repos, les particules magnétiques y présentent exactement la distribution qu'elles présenteraient dans un corps homogène qui aurait la même forme que ce fluide, serait soumis à l'action des mêmes aimants, serait dénué de force coercitive, et présenterait une fonction magnétisante convenablement choisie  $\Theta(\mathcal{M})$*  »<sup>11</sup>. Si le fluide est dénué de force coercitive, les conditions de l'équilibre magnétique montre que cette fonction  $\Theta(\mathcal{M})$  est déterminée et égale à la fonction magnétisante  $F(\mathcal{M})$  propre au fluide. Par contre, si le fluide n'est pas dénué de force coercitive, rien ne détermine l'expression de cette fonction.  $\Theta(\mathcal{M})$  peut donc dépendre non seulement de la nature du fluide aimanté mais encore de toute la série de modifications qui ont amené le système à son état actuel.

Cette dernière remarque est d'une grande importance pour Duhem puisqu'elle lui permet de revenir sur l'interprétation d'une expérience qui a joué un rôle notable dans ses précédents travaux, celle effectuée en 1888 par son ancien camarade Paul Joubin. Après que ses recherches l'aient amené à modifier sa première interprétation de l'équilibre des corps diamagnétiques, Duhem avait laissé de côté l'analyse de cette expérience. Dans sa note publié en 1889 « Sur l'impossibilité des corps diamagnétiques », Duhem concluait ainsi que sa nouvelle théorie « *ne rend plus compte des curieuses observations de M. Joubin, dont l'interprétation est encore à trouver* »<sup>12</sup>. Pour rappel, Joubin avait observé que, pour un même courant circulant dans l'électro-aimant, la position d'équilibre d'un barreau de bismuth dépendait de la suite des modifications magnétiques qu'on lui avait fait subir. Duhem admet à présent que le diamagnétisme véritable est impossible et que les propriétés des corps diamagnétiques en apparence, tels que le bismuth, doivent s'expliquer en admettant l'existence dans tout l'espace d'un fluide aimanté impondérable, homogène et incompressible. Pour expliquer les curieuses expériences de Joubin, il suffit alors à Duhem

<sup>11</sup> DUHEM Pierre [1892b], pp. 246 – 247.

<sup>12</sup> DUHEM Pierre [1889c], p. 1043.

de regarder l'éther comme un fluide non seulement magnétique, mais également « *doué de force coercitive* »<sup>13</sup>.

### III. Les corps diélectriques

#### 1. Propriétés fondamentales des corps diélectriques

Les recherches menées par Faraday sur l'électrolyse et la décomposition des liquides conducteurs l'ont amené à considérer les effets de la force électrique sur des corps isolants, qu'il appelle *diélectriques*. De 1837 à 1838, il mesure ainsi les *pouvoirs inducteurs spécifiques* de divers isolants, cinquante ans après les travaux de Cavendish sur la capacité des condensateurs. Ses réflexions le conduisent à « *comparer les particules d'un diélectrique isolant soumis à l'induction à une série de petites aiguilles magnétiques ou, encore plus correctement à une série de petits conducteurs isolés* »<sup>14</sup>. Les corps diélectriques sont donc considérés comme analogues aux corps magnétiques décrits par Coulomb et Poisson, le fluide électrique se substituant au fluide magnétique. L'analyse de Poisson est alors transposée à la théorie de l'électrisation des corps diélectriques par l'italien Mossotti en 1847, puis par l'allemand Clausius en 1866<sup>15</sup>. Les corps magnétiques et les corps diélectriques sont ainsi l'objet d'une même branche de la physique mathématique, que Thomson propose d'appeler « *théorie mathématique des forces polaires* »<sup>16</sup>. Alors que ce dernier a rendu la théorie de l'aimantation par influence sauve de toute hypothèse sur la nature des aimants, la théorie des milieux diélectriques s'affranchit de même des hypothèses sur la constitution de ces milieux en suivant les idées de Maxwell ou de Helmholtz.

Après avoir exposé les principales propriétés des corps magnétiques, Duhem revient à la fin du tome II sur l'étude des phénomènes électriques. Dans l'ensemble des études qui forment le premier tome des *Leçons*, Duhem a regardé l'état d'électrisation d'un corps comme complètement défini par la densité électrique en tout point intérieur à ce corps et par la densité électrique superficielle en tout point de sa surface. Pour rendre compte des phénomènes diélectriques, Duhem est amené à compléter cette représentation par l'introduction d'un nouveau paramètre, une grandeur géométrique variable d'un point à l'autre de manière continue, qui correspond à l'*induction diélectrique*. L'analogie de ce dernier paramètre avec l'*intensité d'aimantation* qui définit un système aimanté permet alors à Duhem d'étudier les corps diélectriques en imitant presque complètement son étude des corps aimantés. Mais si ce rapprochement est justifié par l'identité presque complète des calculs

---

<sup>13</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 251.

<sup>14</sup> FARADAY Michael [1838], par. 1679.

<sup>15</sup> MOSSOTTI Octavio Fabricio [1847] ; CLAUSIUS Rudolph [1866].

<sup>16</sup> THOMSON William [1849], § 447.



qui servent à l'étude des milieux magnétiques et diélectriques, il n'implique nullement, dans l'idée de Duhem, que ces deux espèces de corps présentent des analogies de nature.

En suivant une marche identique à celle décrite dans sa théorie de l'aimantation par influence, Duhem parvient à établir la forme du potentiel thermodynamique interne d'un système qui renferme des diélectriques polarisés et électrisés. L'expression obtenue ne diffère de celle relative à un système aimanté et électrisé que par un terme, relatif aux actions mutuelles des éléments électrisés et des éléments polarisés<sup>17</sup>. Le potentiel thermodynamique d'un système aimanté et électrisé ne renferme aucun terme analogue puisque Duhem admet, comme l'ensemble des physiciens, que les éléments magnétiques n'exercent *a priori* aucune action sur les éléments électrisés au repos. Duhem est néanmoins conduit à des équations d'équilibre d'un corps diélectrique parfaitement doux similaires à celles qui définissent l'état d'aimantation d'un corps magnétique parfaitement doux. La fonction potentielle des charges électriques immobiles répandues sur le système y joue en effet le rôle de la fonction potentielle des aimants permanents. Ces équations d'équilibre peuvent donc se prêter à la même analyse que celle développée dans la théorie de l'aimantation par influence. Duhem établit en particulier que la *fonction polarisante*, analogue à la *fonction magnétisante*, est elle aussi forcément positive. Enfin, en étudiant l'équilibre électrique sur un corps conducteur placé en présence de diélectriques, Duhem retrouve les résultats établis dans le premier tome de son ouvrage : « lorsque nous complétons la théorie des phénomènes électriques en introduisant la polarisation diélectrique dans nos raisonnements, nous ne perdons aucun des résultats déjà acquis »<sup>18</sup>. L'analyse de l'ensemble de ces phénomènes semble donc parfaitement cohérente.

## 2. Corps électrisés plongés dans un milieu diélectrique

Duhem est parvenu à montrer que les propriétés des corps diamagnétiques ne pouvaient s'expliquer qu'en admettant, dans les espaces qui semblent vides, l'existence d'un fluide doué de propriétés magnétiques. Les expériences menées par Joubin semblent d'ailleurs indiquer que ce fluide est doué de force coercitive. Si l'on admet l'existence d'un semblable fluide doué de propriétés magnétiques, il semble naturel de supposer qu'il puisse en outre être doué de propriétés diélectriques. La question suivante se pose alors à Duhem : quelle perturbation apporte la présence d'un tel milieu diélectrique sur les actions mutuelles

<sup>17</sup> Pour ne pas surcharger l'analyse du mémoire de thèse de Duhem, nous avons fait abstraction du chapitre VII qui aborde les phénomènes électriques au sein d'un système aimanté. Ce problème revient à déterminer le potentiel thermodynamique interne d'un système renfermant des corps magnétiques et des corps électrisés sur lesquels les charges électriques sont immobiles. Par rapport au cas d'un système simplement aimanté, l'expression de  $\mathcal{F}$  contient des termes supplémentaires définis par Duhem dès 1886, dans son étude des systèmes électrisés. Ainsi, pour une substance isotrope :  $\mathcal{F} = E(U - TS) + J + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}) dv + W + \sum \theta q$ .  $U$  et  $S$  désignent l'énergie interne et l'entropie du système « désélectrisé » et désaimanté,  $W$  le potentiel électrostatique,  $q$  la charge qui se trouve en un point et  $\theta$  une quantité qui dépend de la nature du système désaimanté autour de ce point.

<sup>18</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 355.

des corps électrisés qui y sont plongés ? S'il est possible d'étendre aux corps diélectriques les théories développées en étudiant les systèmes aimantés, cette question va toutefois donner lieu à des remarques auxquelles ne prêtaient pas les corps magnétiques.

Pour étudier les propriétés d'un tel système, Duhem s'appuie évidemment sur les équations d'équilibre des corps diélectriques parfaitement doux, mais aussi sur les relations de continuité des fonctions potentielles à la surface des différents corps en présence. C'est d'ailleurs en raisonnant sur ces relations qu'il avait démontré, dans son mémoire de 1889 traitant *Des corps diamagnétiques*, l'invalidité des propositions énoncées par Mathieu et Maxwell concernant l'aimantation d'un corps au sein d'un milieu magnétique. Duhem aboutit alors au théorème fondamental suivant : « dans un milieu diélectrique dont le coefficient d'induction a la valeur  $k$ , sont plongés des conducteurs portant des charges déterminées et des corps diélectriques ayant des coefficients de polarisation déterminés. La distribution électrique et diélectrique sur ce système et les actions qui s'exercent dans ce système sont celles que l'on calculerait si, faisant abstraction de l'existence du milieu diélectrique, on attribuait à la constante  $\epsilon$  des actions électrostatiques non pas sa valeur réelle, mais la valeur fictive  $\epsilon' = \epsilon / (1 + 4\pi \epsilon k)$  et, à chaque corps diélectrique, non pas son coefficient d'induction réel, mais un coefficient fictif égal à l'excès de son coefficient réel sur le coefficient du milieu »<sup>19</sup>. Ce théorème capital suppose que tous les corps électrisés du système sont des corps bons conducteurs et que les seuls corps diélectriques sont des corps parfaitement doux. Lorsque le système renferme des corps mauvais conducteurs électrisés ou des corps diélectriques doués de force coercitive, il n'existe en effet plus aucune règle simple permettant d'en ramener l'étude à celle d'un système plongé dans un milieu isolant idéal. Cette restriction est la raison pour laquelle Duhem n'a pas été conduit à un théorème analogue dans l'étude du magnétisme : si le système étudié contient exclusivement des corps magnétiques parfaitement doux, il ne présenterait aucune aimantation. Selon Duhem, cette remarque doit mettre en garde contre la tentation d'étendre le théorème précédent à l'influence qu'un milieu magnétique exerce sur les corps aimantés qui y sont plongés. A cette tentation, Maxwell et Mathieu ont cédé, tandis que Helmholtz a de son côté proposé une approche différente<sup>20</sup>.

Le théorème énoncé précédemment implique que, si l'on considère le vide susceptible de se polariser, il n'est pas nécessaire de changer les lois des actions électriques, mais il suffit de modifier la valeur de la constante fondamentale des lois de Coulomb et des coefficients

<sup>19</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 381.

<sup>20</sup> Nous avons déjà évoqué les travaux de Mathieu et Maxwell dans le chapitre IV consacré à l'analyse du mémoire de Duhem sur les corps diamagnétiques. Ces auteurs ont admis que l'action mutuelle de deux aimants doit être divisée par la susceptibilité magnétique du milieu dans lequel ils se trouvent. L'approche de Helmholtz est différente puisque celui-ci analyse l'influence du milieu aimanté en considérant les actions électrodynamiques exercées entre des courants plongés dans ce milieu. Selon lui, la présence du milieu aimanté revient à multiplier la constante fondamentale de l'électrodynamique  $A^2$  par la susceptibilité magnétique du milieu et à diviser la constante de Helmholtz  $\lambda$  par la même quantité (HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870b], pp. 626 – 627).

d'induction des corps diélectriques. Cette propriété implique en particulier qu'il n'est pas possible de déterminer par l'expérience la valeur de la constante  $\varepsilon$ , ni la valeur du pouvoir inducteur du vide  $k$ , mais seulement celle de la quantité

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1 + 4\pi \varepsilon k}. \quad (9)$$

La valeur  $k$  a-t-elle une valeur appréciable ? La quantité mesurable  $\varepsilon'$  diffère-t-elle notablement de la valeur qu'il conviendrait d'attribuer à la quantité  $\varepsilon$  inaccessible à l'expérience ? Duhem n'est pas en mesure de répondre de façon catégorique à ces questions. Il formule toutefois une remarque qui rend vraisemblable l'opinion selon laquelle le coefficient d'induction du vide  $k$  serait une quantité nulle ou du moins très petite : « si le vide avait un coefficient d'induction notable, on observerait probablement des corps dia-diélectriques dont le coefficient apparent d'induction aurait une valeur négative notable »<sup>21</sup>. De tels corps seraient aux corps diélectriques ce que les corps diamagnétiques sont aux corps magnétiques. Or l'expérience n'a jamais révélé l'existence d'aucun corps dia-diélectrique. Ce fait s'accorde donc avec l'hypothèse que le vide possède un coefficient de polarisation très faible, sans cependant démontrer l'exactitude de cette hypothèse. De même, l'absence de corps fortement diamagnétiques laisse penser que le coefficient d'aimantation du vide est lui-même une quantité très petite.

Toutes ces questions sur la nature diélectrique et magnétique du vide présentent d'autant plus d'intérêt chez Duhem que les expériences de Joubin l'ont conduit à penser que le vide était doué de force coercitive magnétique. Il est dès lors aussi possible qu'il soit doué de force coercitive diélectrique. Or, si ces propriétés magnétiques et diélectriques étaient notables, « la théorie entière de l'électricité et du magnétisme serait remise en cause ».

### 3. Les cristaux pyro-électriques et piézo-électriques

Les méthodes par lesquelles la théorie du potentiel thermodynamique fixe la polarisation d'équilibre des corps diélectriques ne se bornent pas aux corps isotropes mais s'appliquent aussi bien aux corps cristallisés. Duhem établit ainsi que la considération de corps non isotropes implique simplement de remplacer la fonction  $\mathcal{F}(\mathcal{M})$  dans l'expression du potentiel thermodynamique par la fonction suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(A, B, C) = & \lambda A + \mu B + \nu C \\ & + \varphi_{11}(A, B, C)A^2 + \varphi_{22}(A, B, C)B^2 + \varphi_{33}(A, B, C)C^2 \\ & + 2\varphi_{23}(A, B, C)BC + 2\varphi_{31}(A, B, C)CA + 2\varphi_{12}(A, B, C)AB \end{aligned} \quad (10)$$

$\lambda$ ,  $\mu$  et  $\nu$  étant trois constantes et  $A$ ,  $B$ ,  $C$  désignant les composantes de la polarisation (magnétique ou diélectrique) selon les trois axes d'élasticité de la substance. Suivant la symétrie du cristal, la forme générale précédente peut se simplifier notablement. Dans le

<sup>21</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 382.

dernier chapitre de sa thèse sur l'aimantation par influence, consacré à l'aimantation des cristaux, Duhem n'avait pas admis l'existence de termes linéaires par rapport aux composantes de la polarisation. Il s'était alors appuyé sur une condition de convergence qu'il juge à présent trop restrictive pour la fonction  $G$ . D'autant plus que Duhem considère à présent que ces termes linéaires jouent un rôle capital dans l'étude des propriétés des corps diélectriques anisotropes. Il démontre en effet que ces termes permettent de décrire de façon complète les phénomènes pyro- et piézo-électriques, en indiquant les dissymétries requises pour que ces phénomènes se produisent et en précisant les lois qui les régissent.

Duhem avait publié une première théorie des phénomènes pyro- et piézo-électriques en 1886, dans les *Annales scientifiques de l'ENS* <sup>22</sup>. Il considérait alors ces phénomènes comme des processus d'origine thermo-électrique. Au vu de cette supposition particulière, sa théorie fut sujette à de nombreuses critiques de la part des autres physiciens. Elle impliquait notamment de traiter ces corps comme des conducteurs alors que ceux-ci sont généralement isolants, c'est-à-dire diélectriques. Duhem renonce à présent définitivement à cette première théorie, la jugeant même « *complètement erronée* » <sup>23</sup>. Il peut s'autoriser ce constat sans détour puisque son étude approfondie des corps diélectriques lui permet à présent d'élaborer une théorie alternative, exempte cette fois de toute hypothèse réductrice sur les causes de ces phénomènes. Reflétant l'évolution de sa pensée épistémologique, qui sera affirmée dans une série d'articles philosophiques publiés entre 1892 et 1894, sa nouvelle théorie n'est plus explicative mais simplement descriptive, s'intégrant parfaitement dans son projet naissant de thermodynamique générale.

En calquant sa théorie des corps diélectriques sur celles des corps magnétiques, puis en regardant les phénomènes pyro- et piézo-électriques comme une propriété des corps diélectriques anisotropes, Duhem poursuit d'une certaine manière une tradition née un siècle auparavant. Le point de départ des recherches d'Aepinus est en effet la découverte du phénomène de pyro-électricité : en chauffant une aiguille cristalline de tourmaline, le savant allemand remarque l'apparition de deux pôles électriques tout à fait semblables aux pôles de l'aimant. Cette observation le conduit à développer au milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle une théorie des aimants calquée sur celle de l'électricité, émettant l'idée d'un fluide magnétique analogue au fluide électrique. Et l'on sait combien cette analogie entre phénomènes électriques et magnétiques s'est révélée féconde au cours du XIX<sup>e</sup> siècle <sup>24</sup>.

---

<sup>22</sup> DUHEM Pierre [1885b, 1886b].

<sup>23</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 391. Duhem indique que c'est Hermann Lorberg (1831 – 1906) qui lui a fait remarquer l'inexactitude de sa première théorie. Ce dernier partage l'approche générale phénoménologique adoptée par Duhem en physique, louant notamment sa théorie du potentiel thermodynamique dans un article sur l'effet thermoélectrique publié en 1888 (LORBERG Hermann [1888]).

<sup>24</sup> Dans les années 1780, Haüy s'appuie également sur les travaux d'Aepinus pour étudier les relations qu'entretiennent la structure cristalline et les propriétés physiques d'un cristal. Ces travaux de Haüy, prolongés

## IV. Pression à l'intérieur des corps polarisés

Duhem a étudié précédemment les conditions d'équilibre d'un fluide magnétique quelconque, parfaitement doux ou non, mais supposé incompressible. Il se fixe alors comme objectif d'étendre son étude à un fluide magnétique ou diélectrique parfaitement doux, mais supposé cette fois compressible. Si cette étude se situe dans le prolongement naturel de ses précédents travaux, elle présente en outre un intérêt primordial pour Duhem : elle lui permet en effet, pour la première fois, de confronter ses propres travaux à la théorie de Maxwell, une théorie qui a profondément bouleversé la science électromagnétique quelques années auparavant. Ainsi, l'étude de la pression à l'intérieur des corps polarisés constitue pour Duhem un bon moyen d'analyser les idées de Maxwell : « nous devons faire cette étude avec d'autant plus de soin que nous en déduirons des conséquences complètement en désaccord avec celles qui ont été introduites dans la science par Maxwell. [...] Nous examinerons ces dernières et nous verrons pourquoi il est nécessaire de les rejeter »<sup>25</sup>. D'après Painlevé, qui rend compte des travaux de son ami Duhem dans le *Bulletin des sciences mathématiques*, cette étude est l'une de celles qui attirent le plus vivement l'attention des physiciens sur la nouveauté des théories exposées par Duhem, et « ne sera pas sans soulever des discussions parmi les admirateurs de Maxwell »<sup>26</sup>.

### 1. L'état de déformation dans la théorie de Maxwell

Faraday avait créé, à côté de l'électrostatique des corps conducteurs, l'électrostatique des corps diélectriques. Alors que personne n'avait jusque-là fait entrer en ligne de compte ces corps dans les spéculations de l'électrodynamique, Maxwell fait intervenir dans sa théorie ce qu'il appelle les *flux de déplacement*, c'est-à-dire la vitesse à laquelle la polarisation diélectrique varie. Les conclusions qu'il tire de cette hypothèse sont alors remarquables : les lois qui régissent la propagation des flux de déplacement dans un milieu diélectrique sont exactement celles de la propagation des vibrations de l'éther auxquelles l'optique attribue les phénomènes lumineux. De plus, la vitesse de propagation des flux de déplacement mesurée par des expériences purement électriques se trouve être numériquement égale à la vitesse de la lumière dans le vide. La lumière serait donc une onde électromagnétique. Il faut néanmoins attendre 1887 et les expériences de Hertz sur les ondes produites par des sources électromagnétiques pour que s'estompe progressivement le scepticisme affiché par les physiciens devant les raisonnements suivis par Maxwell. La prise en compte de ses travaux par les physiciens français gagne alors du terrain, comme en témoigne par exemple

---

en 1840 par ceux de son élève Delafosse, ouvrent la voie au développement de la cristallographie dans la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle et au dénombrement systématique des symétries.

<sup>25</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 407.

<sup>26</sup> PAINLEVE Paul [1893], p. 12.

l'introduction de la théorie électromagnétique de la lumière dans l'enseignement de l'École polytechnique à partir de 1893. Selon Duhem, la théorie de Maxwell est considérée par les physiciens comme « *une œuvre de génie* », comme « *une des théories les plus importantes de la Physique moderne* »<sup>27</sup>.

Maxwell a été amené dans ses travaux à préciser la nature des pressions qui s'exercent au sein d'un corps polarisé. Il publie les plus importantes de ses propositions dans les années 1860, puis les développe en 1873 dans son *Traité d'Electricité et de Magnétisme*<sup>28</sup>. D'après Maxwell, à l'intérieur d'un fluide polarisé, les lois classiques de l'hydrostatique doivent être profondément modifiées. La pression qui s'exerce sur un élément n'est plus en toute circonstance indépendante de l'orientation de l'élément sur lequel elle s'exerce : un élément perpendiculaire aux lignes de force supporte une pression normale, tandis qu'un élément parallèle aux lignes de force supporte une tension (pression négative) normale. Ces résultats sont par la suite développés par d'autres physiciens : Helmholtz étend les formules de Maxwell aux fluides compressibles, tandis que Lorberg et Kirchhoff prennent en compte les effets d'anisotropie imposés dans les solides par les déformations<sup>29</sup>.

L'incompatibilité des formules de Maxwell avec les lois de l'hydrostatique retient particulièrement l'attention. M. Brillouin et Beltrami cherchent ainsi à définir un système de déformations compatibles avec de telles pressions, mais aboutissent à cette conclusion qu'un tel système n'existe pas<sup>30</sup>. Mathieu démontre également en 1886 que la théorie de Maxwell ne peut s'accorder avec les principes de la théorie de l'élasticité<sup>31</sup>. Dans un ouvrage publié en 1890 et consacré à l'analyse des idées de Maxwell, Poincaré insiste de même sur les nombreux paradoxes que soulève la théorie des actions élastiques au sein des diélectriques<sup>32</sup>. Mais malgré les difficultés qu'elle soulève, la théorie de Maxwell est adoptée par la majorité des physiciens. Selon Duhem, ceux-ci « *regardent ces difficultés comme des paradoxes qui seront un jour expliqués, et continuent à croire à la vérité de cette théorie* »<sup>33</sup>. Maxwell précise d'ailleurs à la fin de ses travaux qu'il n'a rien affirmé sur la façon dont l'état de déformation prend naissance et se maintient dans le milieu. Il n'a fait que prouver qu'un tel état produirait effectivement les forces dont on observe les effets. Aussi, « *tout nouveau développement sur cet état de déformation [...] doit être considéré comme une partie distincte et indépendante de la théorie présente ; sa confirmation ou sa ruine n'affecterait en rien les résultats acquis jusqu'ici* »<sup>34</sup>.

---

<sup>27</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 449.

<sup>28</sup> Référence dans la traduction française de l'ouvrage de Maxwell : MAXWELL James Clerk [1887], p. 312.

<sup>29</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1881] ; LORBERG Hermann [1884] ; KIRCHHOFF Gustav [1884].

<sup>30</sup> BRILLOUIN Marcel [1887] ; BELTRAMI Eugenio [1886].

<sup>31</sup> MATHIEU Emile [1886], p. 110.

<sup>32</sup> POINCARÉ Henri [1890a], p. 88.

<sup>33</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 456.

<sup>34</sup> MAXWELL James Clerk [1887], p. 317.

## 2. Déformation des corps polarisés dans la théorie de Duhem

Duhem regrette de son côté qu'aucun des physiciens ayant signalé les difficultés de la théorie de Maxwell « *ne va jusqu'à regarder comme inexacte l'expression, donnée par le physicien anglais, des pressions au sein d'un milieu polarisé. C'est pourtant là la conclusion à laquelle nous nous arrêtons* »<sup>35</sup>. Pour Duhem, les difficultés que présente la théorie de Maxwell ne sont en effet pas des paradoxes qui pourront un jour trouver une explication, mais bien des contradictions qui mettent en avant son inexactitude et qui doivent inciter les physiciens à la rejeter. Par une voie analogue à celle qu'il a suivie dans l'étude des fluides incompressibles, Duhem cherche donc à déterminer les conditions d'équilibre d'un milieu polarisé compressible. Ses résultats, résumés dans un note présentée à l'Académie en 1891<sup>36</sup>, sont entièrement différents de ceux indiqués par Maxwell. Son étude montre en effet que, contrairement aux idées de ce dernier, la pression à l'intérieur des fluides polarisés, constamment normale à l'élément sur lequel elle agit, est indépendante en grandeur de l'orientation de cet élément.

D'après la théorie de Maxwell, un fluide diélectrique polarisé éprouve en chaque point une contraction dans le sens des lignes de force et une dilatation dans toute direction normale. Selon Duhem, lorsque le fluide peu magnétique ou peu diélectrique passe de l'état neutre à l'état de polarisation, il se produit une dilatation proportionnelle au coefficient de compressibilité du fluide, au coefficient de polarisation du fluide et au carré de l'intensité de champ de polarisation. D'un point de vue expérimental, il a été observé que les corps polarisés se dilatent dans les directions normales aux lignes de force, ce qui s'accorde aussi bien avec la théorie de Duhem qu'avec celle de Maxwell. Mais comme le souligne Poincaré en 1890 dans son ouvrage *Electricité et Optique*, aucune expérience n'est encore parvenue jusqu'ici à confirmer ou à contredire l'existence de tensions suivant les lignes de force. Si Quincke a cru pouvoir déduire de ses expériences qu'un diélectrique polarisé se dilate uniformément en tous sens, ce qu'implique la théorie de Duhem, son interprétation n'est pas exempte de critiques<sup>37</sup>.

Rejetant les idées de Maxwell, Duhem est convaincu de la supériorité de sa propre théorie, puisque celle-ci se conforme aux principes de l'hydrostatique et à ceux de l'élasticité. Néanmoins, selon lui, « *la théorie de Maxwell, toute erronée qu'elle nous paraisse, a été adoptée et admirée par des physiciens si éminents, que nous ne voulons pas nous contenter de cette fin de non-recevoir* »<sup>38</sup>. Il s'attache ainsi dans ses *Leçons* à pointer l'erreur analytique sur laquelle repose

---

<sup>35</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 456.

<sup>36</sup> DUHEM Pierre [1891c].

<sup>37</sup> QUINCKE Georg Hermann [1880]. Dans l'ouvrage cité précédemment, Poincaré détaille les critiques formulées par Jacques Curie à l'encontre des raisonnements de Quincke : POINCARÉ Henri [1890a], pp. 295 – 297.

<sup>38</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 458.

d'après lui la théorie de Maxwell, en mettant en avant les termes omis par ce dernier dans l'expression des contraintes imposées au fluide. Il considère dès lors que « *la théorie de Maxwell, contre laquelle militent tant d'objections, repose sur une démonstration inexacte, en sorte que tout conspire à la faire rejeter* »<sup>39</sup>.

### 3. Correction apportée par Alfred Liénard

Duhem est donc parvenu à donner une théorie des pressions dans les milieux polarisés distincte de celle de Maxwell et exempte selon lui des difficultés que cette dernière présente. Si la méthode suivie, fondée sur la théorie du potentiel thermodynamique, lui paraît hors de contestation, une erreur s'est néanmoins glissée dans ses calculs. Dans une lettre datée de janvier 1893<sup>40</sup>, Alfred Liénard (*voir le portrait ci-contre*) lui signale l'omission d'un terme dans le calcul de la variation du potentiel magnétique. Ayant étudié durant l'hiver précédent la distribution des pressions à l'intérieur des corps polarisés, le jeune ingénieur des Mines reconnaît une certaine divergence entre ses résultats et ceux présentés par Duhem dans ses *Leçons* et s'assure « *que cette divergence tient à une inexactitude qui s'est glissée* » dans les formules de Duhem. Avec l'accord de ce dernier, Liénard décide donc d'apporter sa correction dans un article publié en 1894 dans la *Lumière électrique*<sup>41</sup>.

L'inexactitude signalée ne correspond qu'à une erreur de calcul puisque Liénard reconnaît que Duhem a donné « *les vrais principes que l'on doit suivre dans l'étude de ces questions* »<sup>42</sup>. S'intéressant à la fois à la théorie de l'électricité et à celle de l'élasticité, Liénard suit d'ailleurs de très près les recherches menées par Duhem. Son travail publié en 1894 prélude ainsi à tout un ensemble de recherches qui aboutira, dans les années 1920, à la publication de plusieurs mémoires sur l'application de la notion de potentiel thermodynamique aux systèmes dans lesquels s'exercent des forces d'origine électromagnétique. Il sera du reste l'un des rares physiciens à poursuivre la théorie électromagnétique de Duhem après la mort de ce dernier<sup>43</sup>.

Les objections de Liénard amènent Duhem à reprendre l'étude des pressions dans les milieux polarisés dans un article publié en 1895 dans *l'American Journal of Mathematics*<sup>44</sup>. L'erreur qu'il a commise a pour origine les propriétés complexes de la fonction potentielle magnétique. Duhem reprend alors ses calculs en lui substituant, d'après une transformation

---

<sup>39</sup> *Ibid*, p. 466.

<sup>40</sup> LIENARD Alfred [1893]. Conservée aux archives de l'Académie des Sciences, cette lettre est reproduite en annexe 5.

<sup>41</sup> LIENARD Alfred [1894].

<sup>42</sup> *Ibid*, p. 69.

<sup>43</sup> LIENARD Alfred [1921, 1923, 1925, 1941, 1943]. Ces travaux seront étudiés dans l'épilogue de ce mémoire, à la fin de la 3<sup>ème</sup> partie.

<sup>44</sup> DUHEM Pierre [1895a].



usuelle, la fonction potentielle électrostatique de distributions fictives, une fonction « dont le maniement n'offre plus rien de scabreux » et qui permet de « justifier avec une entière sécurité »<sup>45</sup> les résultats de Liénard. La modification apportée par ce dernier dans l'expression de la pression ne modifie pas d'une manière essentielle les résultats obtenus par Duhem. La théorie démontre ainsi toujours « l'inanité de la théorie de Maxwell d'après laquelle les forces magnétiques pourraient être considérées comme résultant des déformations d'un milieu (éther) dans lequel tous les corps sont plongés »<sup>46</sup>. Les conditions d'équilibre qui se réfèrent aux points situés à l'intérieur d'une masse magnétique ou diélectrique restent inchangées. Par contre, à la surface limite du milieu polarisé, l'expression de la pression à appliquer pour maintenir le fluide en équilibre est modifiée, sa grandeur devenant dépendante de l'orientation de l'élément. Si ce terme complémentaire peut être négligé lorsque les corps sont faiblement polarisés, cette dernière « conséquence remarquable »<sup>47</sup> implique néanmoins que la théorie de Duhem ne se conforme pas plus que celle de Maxwell aux principes de l'hydrostatique.



#### Alfred Liénard (1869 – 1958)

Entré en 1887 à l'École Polytechnique, Liénard intègre le Corps des Mines deux ans plus tard. Après quelques années de service comme ingénieur à Valence, Marseille puis Angers, il sera nommé professeur à l'École des Mines de Saint-Etienne en 1895, puis à l'École des Mines de Paris en 1908. Comme son enseignement, ses recherches portent sur l'électromagnétisme, l'élasticité, la résistance des matériaux, l'hydrodynamique ou encore la thermodynamique. Dans un mémoire publié en 1898 dans la revue *Éclairage électrique*, Liénard est notamment le premier à déterminer l'expression exacte du champ électromagnétique produit par une charge ponctuelle animée d'un mouvement absolument quelconque, ce qui témoigne d'une grande sûreté de raisonnement mathématique<sup>48</sup>. Wiechert parvient au même résultat deux ans plus tard et de façon

indépendante. Le champ électromagnétique dérive de potentiels, appelés *potentiels de Liénard – Wiechert*, dont les expressions seront par la suite obtenues beaucoup plus facilement par une application du principe de relativité, impossible évidemment à l'époque. De ses formules, Liénard déduit en particulier divers résultats sur l'énergie rayonnée par une charge en mouvement accéléré et sur l'inertie électromagnétique d'un petit corps chargé, plusieurs années avant les travaux de Langevin sur le sujet.

Source : Alfred Liénard, élève de l'École des Mines de Paris, © Photo Collection ENSMP

<sup>45</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 92.

<sup>46</sup> LIENARD Alfred [1894], p. 9.

<sup>47</sup> DUHEM Pierre [1895a], pp. 117 – 118.

<sup>48</sup> LIENARD Alfred [1898].



## CHAPITRE VI

# ELECTRODYNAMIQUE ET ÉLECTROMAGNÉTISME

Dans les deux premiers tomes de ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, Duhem a montré que c'est à la thermodynamique qu'il faut demander la solution logique des problèmes visant à fixer la distribution d'équilibre de l'électricité dans les corps conducteurs et la polarisation d'équilibre dans les corps magnétiques et diélectriques. Dès lors, Duhem ne peut que continuer à avoir une entière confiance en une méthode qui lui a permis jusqu'à présent de classer un aussi grand nombre de phénomènes magnétiques et électriques. Aussi cherche-t-il, dans la dernière partie de son ouvrage, à l'appliquer à l'étude du mouvement de l'électricité dans les corps conducteurs et les diélectriques.

### I. Actions qui s'exercent entre les courants et les aimants

Avant d'analyser le contenu du dernier tome des *Leçons*, nous allons revenir sur un travail antérieur de Duhem, un ensemble de deux mémoires publiés dans la revue de la Société des Sciences de Finlande et consacrés à l'application de la thermodynamique aux actions électrodynamiques et électromagnétiques. Nous avons déjà analysé la première partie de ce travail dans le chapitre I. Dans un mémoire rédigé en 1886 et publié en 1888, Duhem était parvenu à résoudre le problème électrodynamique sans invoquer les cas d'équilibre empruntés à l'expérience par Ampère et en faisant appel uniquement à des hypothèses générales admises par tous les physiciens. Selon Duhem, la loi des actions électrodynamiques se trouve ainsi être une simple conséquence des propriétés analytiques imposées par la définition du courant électrique. Cette loi, mise selon lui « à l'abri de l'incertitude expérimentale »<sup>1</sup>, est représentée par une expression où tout est déterminé, sauf la constante introduite par Helmholtz dans l'expression du potentiel électrodynamique.

Après avoir montré comment les principes de la thermodynamique peuvent servir de guides dans l'étude des actions mutuelles des courants électriques, Duhem s'attache à appliquer une méthode semblable au problème électromagnétique. Il publie donc un second

---

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 3.

mémoire, d'une centaine de pages également, intitulé « Applications de la thermodynamique aux actions qui s'exercent entre les courants électriques et les aimants ». Publié en 1891 dans la revue *Acta Societatis Scientiarum Fennicæ* de la Société des Sciences de Finlande, ce travail a certainement été rédigé par Duhem au tournant des années 1888 – 1889. Dans l'introduction de son mémoire, il annonce que cette étude « aura pour résultat de nous faire envisager sous un jour tout nouveau les relations qui existent entre l'Electrodynamique et l'Electromagnétisme »<sup>2</sup>.

## 1. Potentiel thermodynamique d'un système électromagnétique

### 1.1. L'analyse des rouages de l'instrument thermodynamique

Duhem doit considérer dans son étude des systèmes qui renferment à la fois des aimants et des conducteurs parcourus par des courants. Quels sont alors les paramètres dont peut dépendre le potentiel thermodynamique total du système ? Dans son « Etude sur les travaux thermodynamiques de M. J. Willard Gibbs » publiée en 1887 dans le *Bulletin des sciences Mathématiques*<sup>3</sup>, Duhem définissait justement ce qu'il convient d'entendre par *paramètres qui fixent à un instant donné l'état d'un système* : ce sont toutes les variables qu'il serait nécessaire et suffisant de savoir exprimer en fonction du temps pour connaître à tout instant l'état du système. Les équations de liaisons qui résultent de la définition du système peuvent pour cela être prises en compte, mais aucune équation découlant d'une quelconque loi physique ne peut être employée. De cette définition, il résulte donc que les coordonnées des divers points du système peuvent se trouver parmi les paramètres d'état, mais non leurs vitesses. De plus, le potentiel thermodynamique peut bien dépendre des intensités des courants et des intensités d'aimantation en chaque point, mais non des dérivées de ces quantités par rapport au temps.

Dans son mémoire traitant des actions électrodynamiques, cette dernière proposition ne paraissait nullement évidente pour Duhem. En effet, après avoir rappelé les travaux électrodynamiques des allemands Gauss, Weber, Riemann et Clausius, Duhem convenait que la présence de termes dépendant des vitesses des divers points du système dans l'expression du potentiel pouvait ne pas sembler paradoxale. Toutefois, comme les termes figurant dans l'expression du potentiel thermodynamique d'un système dépourvu de courant ne renferment aucune dérivée par rapport au temps, Duhem s'était persuadé qu'il en était de même dans le cas général. Duhem avait alors admis « *comme approximation suffisante dans l'état actuel de la Physique* »<sup>4</sup> que le potentiel thermodynamique d'un système renfermant

<sup>2</sup> *Ibid*, p. 4. Ce travail est postérieur à la thèse soutenue par Duhem en novembre 1888 puisque ce dernier s'appuie sur les résultats de sa théorie de l'aimantation par influence. Il fait en outre référence à ce mémoire sur les actions qui s'exercent entre les courants électriques et les aimants dans son article publié en septembre 1889 dans les *Annales scientifiques de l'ENS* (DUHEM [1889e], p. 300). Le mémoire y est d'ailleurs daté de l'année 1888.

<sup>3</sup> DUHEM Pierre [1887a], pp. 124 – 125.

<sup>4</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 238.

des courants ne dépendait pas des dérivées par rapport au temps des coordonnées des divers points du système, ni des dérivées par rapport au temps des intensités qui traversent les conducteurs. En l'espace d'un peu plus de deux ans, une même proposition est donc passée du statut d'hypothèse spéciale à celui de proposition « *implicitement comprise dans les Principes mêmes de la Thermodynamique* »<sup>5</sup>.

Ainsi, l'extension du champ d'application de la thermodynamique à différents domaines des sciences physiques, l'électricité et le magnétisme notamment, est aussi un moyen pour Duhem de s'interroger sur les fondements mêmes de l'outil thermodynamique qu'il utilise. Dans l'introduction de ses *Leçons*, il songe d'ailleurs à publier un traité général sur les principes de la thermodynamique : « *plus tard, si nos forces ne nous trahissent pas, nous démonterons cet instrument [thermodynamique] pièce à pièce, nous en expliquerons tous les organes et nous montrerons les autres applications qu'on en peut faire* »<sup>6</sup>. Ces réflexions générales prennent la forme d'un « Commentaire aux principes de la Thermodynamique », publié en trois parties entre juillet 1892 et avril 1894<sup>7</sup>. Il y formule les théorèmes généraux de la thermodynamique, de façon suffisamment ample pour que toutes les catégories de phénomènes puissent y prendre place, et de façon suffisamment précise pour que l'on connaisse toujours exactement leur domaine d'application. Dans ce traité, l'idée d'une thermodynamique généralisée est pour la première fois clairement énoncée<sup>8</sup>. En plus de cet intérêt scientifique, l'analyse approfondie des concepts propres à la thermodynamique présente aussi un intérêt d'ordre didactique et pédagogique pour Duhem. En effet, entre 1891 et 1893, bien qu'il ne soit pas chargé de cet enseignement, Duhem dispense des cours de thermodynamique à la demande de ses étudiants<sup>9</sup>. Ses réflexions sur les fondements de la thermodynamique ont donc également pour objectif d'apporter un regard nouveau sur l'enseignement de cette discipline, une révision imposée par les développements récents dont Duhem est le principal instigateur.

## 1.2. Expression générale du potentiel électromagnétique

Dans son travail de thèse, Duhem est parvenu à déterminer l'expression du potentiel thermodynamique  $\mathcal{F}$  d'un système qui renferme des aimants et des corps portant des charges électriques immobiles. Si le système renferme en outre des courants, les intensités des courants peuvent figurer au nombre des variables qui définissent l'état du système. Par

---

<sup>5</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 22.

<sup>6</sup> DUHEM Pierre [1891a], pp. vi – vii.

<sup>7</sup> DUHEM Pierre [1892d, 1893b, 1894a].

<sup>8</sup> Nous reviendrons sur cette idée de thermodynamique générale dans le chapitre VII.

<sup>9</sup> Cette initiative est d'ailleurs l'une des causes des relations tendues que Duhem entretient avec ses collègues de l'Université lilloise, notamment avec B. Damien qui voit ses cours de thermodynamique désertés au profit de ceux délivrés officieusement par Duhem.

conséquent, l'expression complète du potentiel thermodynamique doit différer de  $\mathcal{F}$  d'une certaine quantité  $\Lambda$  qui s'annule lorsque tous ces courants ont disparu. En reprenant l'approche utilisée dans l'étude des actions électrodynamiques, Duhem obtient ainsi que

$$\Lambda = \Pi + \Omega, \quad (1)$$

où

$$\Pi = \sum \Psi(ds, ds') \quad \text{et} \quad \Omega = \sum \Xi(ds, dv), \quad (2)$$

$ds$  et  $ds'$  désignant des éléments de courant du système et  $dv$  un élément magnétique. Les sommations s'étendent à toutes les combinaisons que l'on peut former entre ces différents éléments. D'après la nature des paramètres qui figurent dans son expression, la grandeur  $\Pi$  n'est pas modifiée si l'on éloigne à l'infini tous les aimants que renferme le système. On est donc ramené à l'étude d'un système renfermant des courants électriques mais pas d'aimants :  $\Pi$  s'identifie donc au *potentiel électrodynamique* du système, déterminé par Duhem dans son précédent mémoire. Il ne reste donc plus qu'à déterminer l'expression de la fonction  $\Omega$ , celle-ci s'identifiant au *potentiel électromagnétique* du système. En effet, de la même manière que les actions mutuelles des courants électriques se déduisaient du potentiel électrodynamique, les actions exercées par un aimant sur un courant vont se déduire de  $\Omega$ .

$\Xi$  est une fonction des paramètres relatifs aux éléments de courant et aux éléments magnétiques qui peuvent entrer dans l'expression de  $\Lambda$  :

- les intensités du courant  $I$  et d'aimantation  $\mathcal{M}$  et leurs dérivées spatiales successives ;
- les paramètres qui fixent la grandeur, la forme et la position mutuelle de ces éléments ;
- les paramètres qui fixent la position relative d'un élément  $ds$  et de la direction de l'aimantation d'un élément  $dv$ .

Il est possible pour l'aimantation de varier de manière discontinue en intensité et en orientation lorsque l'on passe d'un élément à un autre. Comme le potentiel doit garder un sens même quand les dérivées spatiales de l'intensité d'aimantation n'en ont aucun, Duhem en déduit que  $\Xi$  ne doit pas dépendre de ces paramètres. Un raisonnement analogue ne saurait servir à démontrer que le potentiel électromagnétique ne dépend pas des dérivées spatiales de  $I$  puisque, pour Duhem, l'intensité du courant est forcément continue. C'est donc par hypothèse que Duhem suppose  $\Xi$  indépendante de ces paramètres. Finalement, en reprenant une analyse semblable à celle décrite dans son étude des actions électrodynamiques, Duhem parvient à montrer que

$$\Xi(ds, dv) = \xi dv I ds, \quad (3)$$

où  $\xi$  dépend des paramètres suivants :

- l'intensité d'aimantation  $\mathcal{M}$  en un point de l'élément  $dv$  ;
- la distance  $r$  entre les deux éléments  $ds$  et  $dv$  ;
- l'angle  $(r, ds)$  que fait l'élément  $ds$  avec la droite liant les deux éléments ;

- l'angle  $(r, d\ell)$  que fait la direction  $d\ell$  de l'aimantation de  $dv$  avec la même droite ;
- l'angle  $(d\ell, ds)$ .

Pour aller plus en avant dans la détermination de  $\xi$ , il est alors nécessaire pour Duhem de faire appel à de nouvelles hypothèses, « *moins incontestables que celles que nous avons faites jusqu'ici* »<sup>10</sup>.

### 1.3. Hypothèse des fluides magnétiques

Considérons deux points M et M' à l'intérieur d'un élément magnétique  $dv$ , tels que la droite MM' soit parallèle à la direction de l'aimantation et ait le même sens. On pose

$$\mu d\ell = \mathcal{M} dv, \quad (4)$$

$d\ell$  étant la longueur infiniment petite MM' et  $\mathcal{M}$  l'intensité d'aimantation en un point de l'élément. On affecte alors le point M du coefficient  $-\mu$  et le point M' du coefficient  $\mu$ , ce que l'on exprime en disant que l'on place une quantité  $\mu$  de *fluide magnétique boréal* en M et une quantité  $\mu$  de *fluide magnétique austral* au point M'. Par convention, ces deux masses  $\mu$  et  $-\mu$  sont appelées *pôles magnétiques* de l'élément  $dv$ . Si l'on suppose que deux quantités de fluide magnétique marquées en grandeur et en quantité par  $\mu$  et  $\mu'$  se repoussent avec une force

$$h \frac{\mu \mu'}{r^2},$$

il est établi, par l'expression du potentiel magnétique, que l'action mutuelle de deux aimants équivaut à l'action mutuelle des pôles de leurs divers éléments. Guidé par cette proposition, Duhem va alors supposer que « *l'action d'un élément magnétique sur un élément de courant peut [aussi] être remplacée par l'action des deux pôles de cet élément magnétique* »<sup>11</sup>. Cette proposition, prise comme hypothèse, va permettre à Duhem de déterminer l'expression de potentiel électromagnétique.

Soient  $X ds$ ,  $Y ds$ ,  $Z ds$  les composantes de la force qu'exerce un élément magnétique quelconque sur un certain élément de courant  $ds$ <sup>12</sup>. L'action de l'élément magnétique peut être remplacée par celle de ses deux pôles si l'on peut écrire :

$$X = \mu \frac{\partial f}{\partial \ell} d\ell, \quad Y = \mu \frac{\partial g}{\partial \ell} d\ell, \quad X = \mu \frac{\partial h}{\partial \ell} d\ell, \quad (5)$$

les quantités  $f$ ,  $g$  et  $h$  dépendant uniquement des coordonnées de cet élément. De cette proposition, Duhem en tire une première conséquence : l'égalité (3) peut s'écrire

$$\Xi(ds, dv) = \zeta \mathcal{M} dv I ds, \quad (6)$$

<sup>10</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 31.

<sup>11</sup> *Ibid*, p. 33.

<sup>12</sup> Duhem affirme que, par une méthode analogue à celle suivie dans son premier mémoire, on pourrait montrer que le couple exercé est nul, de même que la variation de la tension du fil. Ainsi, « *l'action d'un aimant quelconque sur un élément quelconque se réduit [...] à une force unique appliquée au milieu de l'élément* » (*Ibid*, p. 34).

où  $\zeta$  dépend uniquement de la position et de l'orientation relative de l'élément magnétique et de l'élément de courant. Pour déterminer complètement cette fonction  $\zeta$ , Duhem va alors s'appuyer sur les propriétés que présente, dans l'hypothèse des fluides magnétiques, un *solénoïde magnétique fermé*.

Imaginons qu'une courbe fermée  $\ell$  soit prise pour directrice d'une surface canal de section infiniment petite  $\omega$ . Remplissons cette surface d'une substance magnétique ayant en tout point une même intensité d'aimantation  $\mathcal{M}$ , dirigée comme la tangente à la courbe directrice. Un tel système constitue un *solénoïde magnétique fermé*. Duhem définit un élément magnétique comme étant une section de longueur  $d\ell$  le long de la directrice. L'action du solénoïde fermé sur un élément de courant quelconque est donc égale à la somme, le long de la courbe directrice, de l'action exercé par chacun de ces éléments magnétiques. Partant de l'expression (5), Duhem en déduit alors aisément que l'action du solénoïde fermé sur un élément de courant quelconque est nulle. Cette proposition entraîne immédiatement la suivante : « le Potentiel Electromagnétique mutuel d'un solénoïde magnétique fermé et d'un courant réalisable quelconque ne subit aucune variation lorsque, sans jamais rompre le solénoïde, on déforme de manière quelconque le conducteur qui porte le courant en laissant constante l'intensité en chaque point »<sup>13</sup>. Ce théorème, appliqué à un circuit fermé et uniforme, va alors fournir des renseignements essentiels sur la fonction  $\zeta$ .

Le potentiel électromagnétique d'un solénoïde magnétique fermé  $S$  sur un courant fermé et uniforme a pour valeur

$$\Omega = \mathcal{M} \omega I \iint \zeta d\ell ds, \quad (7)$$

l'intégrale double s'étendant à tous les éléments  $d\ell$  de la directrice du solénoïde et à tous les éléments  $ds$  du courant. Duhem peut poser

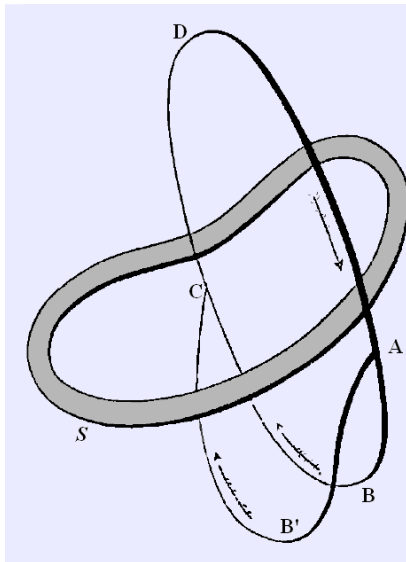
$$\int \zeta d\ell = F(x, y, z, \frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}) \quad (8)$$

puisque, le solénoïde  $S$  étant déterminé, l'intégrale curviligne précédente ne dépend que de la position  $(x, y, z)$  des éléments de courant  $ds$  et de leur orientation. En appliquant le théorème énoncé précédemment à des déformations convenablement choisies du conducteur (**Figure VI.1**), Duhem parvient alors à démontrer que la quantité  $F ds$  est une *différentielle totale*, c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire comme la différentielle d'un certain potentiel. Duhem appuie notamment son raisonnement sur le théorème de Bertrand qu'il avait déjà utilisé dans son mémoire précédent sur les actions électrodynamiques<sup>14</sup>.

<sup>13</sup> *Ibid*, p. 38.

<sup>14</sup> Voir chapitre I, § III, section 3.3 : « Détermination de la forme générale du potentiel électrodynamique ».





**Figure VI.1 : Déformation d'un conducteur fermé en présence d'un solénoïde magnétique.** Soit  $S$  un solénoïde magnétique fermé et  $ABCD$  un courant fermé d'intensité uniforme  $I$ . Une portion  $ABC$  de ce courant est déformée de telle manière que tous les points du nouvel arc  $AB'C$  soient infiniment voisins des points correspondants de l'arc initial, l'intensité du courant restant inchangée. Lors de cette déformation, le potentiel électromagnétique n'est pas modifié. En supposant successivement les points  $A$  et  $C$  infiniment voisins puis quelconques, Duhem parvient à en déduire que la quantité  $F ds$  est une différentielle totale.  
Source : DUHEM Pierre [1889d], p. 99, Fig. 3

#### 1.4. Intégrale selon une ligne

Duhem vient de montrer que le potentiel électromagnétique  $\Omega$  du système correspond à l'intégrale curviligne, le long du conducteur, d'une quantité correspondant à une différentielle totale. Cette dernière condition est en général suffisante pour que l'intégrale ne dépende pas du chemin suivi lors de l'intégration, mais seulement des coordonnées des extrémités. Le conducteur étant fermé, le potentiel électromagnétique serait nul dans ce cas. Cependant, comme l'indique notamment Maxwell dans les préliminaires de son ouvrage sur l'électricité et le magnétisme, « il y a toutefois des cas où les conditions pour que  $X dx + Y dy + Z dz$  soit une différentielle exacte [...] dans une région de l'espace, et où cependant l'intégrale prise de  $A$  à  $P$  peut avoir des valeurs différentes pour deux contours, tous deux entièrement compris dans la région. Ce cas peut se présenter si la région est en forme d'anneau, et si les deux lignes de  $A$  à  $P$  sont situées dans des segments opposés de l'anneau. On ne peut, dans ce cas, passer d'un contour à l'autre d'un mouvement continu sans sortir de la région »<sup>15</sup>. La situation envisagée par Duhem est similaire à celle décrite ici par Maxwell. En effet, les considérations précédentes n'étant valables que dans l'espace extérieur au solénoïde magnétique fermé, les différents contours envisageables pour le courant ne sont pas *réductibles* les uns aux autres, mais dépendent de leur enroulement autour du solénoïde. Duhem est donc conduit à des considérations rentrant dans le cadre de la *géométrie de situation*<sup>16</sup>.

<sup>15</sup> MAXWELL James Clerk [1885], p. 17.

<sup>16</sup> Egaleme nt appelée *analysis situs*, cette section des mathématiques traite des questions de géométrie dans des espaces à un nombre quelconque de dimensions. Elle est actuellement plus connue sous le nom de *topologie*, d'après le terme introduit en 1836 par le mathématicien allemand J. B. Listing. Pour plus de détails sur les origines et le développement de cette discipline, on pourra consulter l'ouvrage de J.-C. Pont sur *La topologie, des origines à Poincaré* et la partie « topologie » de *L'Abrégé d'histoire des mathématiques* : PONT Jean-Claude [1974] ; DIEUDONNE Jean [1978].

C'est aux travaux de Riemann sur les fonctions d'une variable complexe que l'on doit rattacher le mouvement d'idées qui donne à *l'analysis situs* sa vraie place parmi les disciplines mathématiques <sup>17</sup>. A partir de 1851, les notions de surface riemannienne et de connexion s'imposent ainsi comme des outils indispensables à l'analyse fonctionnelle, permettant notamment de généraliser en géométrie la théorie des résidus élaborée en 1825 par Cauchy. Ces considérations topologiques ne sont pas restreintes aux mathématiques mais touchent aussi certains problèmes de physique mathématique, comme par exemple l'étude des vortex en hydrodynamique. C'est d'ailleurs ces derniers travaux de Helmholtz et de Thomson qui poussent Maxwell à considérer les intégrales curvilignes comme « *une opération importante dans la Physique en général, et qui doit être clairement comprise* » <sup>18</sup>.

Pour son étude des actions électromagnétiques, Duhem va s'appuyer sur les travaux d'un disciple de Riemann, le mathématicien italien Enrico Betti. Ce dernier étend aux espaces à  $n$  dimensions la notion d'ordre de connexion développée par Riemann en dimension 1 et 2. Duhem se réfère ainsi à l'important mémoire « Sur les espaces d'un nombre quelconque de dimensions » publié par Betti en 1871 et résumé en 1876 dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées de Liouville* <sup>19</sup>. Betti y énonce la proposition suivante, qui constitue le *théorème de Betti*.

#### THEOREME DE BETTI

Soient  $X, Y, Z$  trois fonctions de  $x, y, z$  finies et continues en tous les points d'un espace  $E$  dont la connexité de première espèce est d'ordre  $(q + 1)$ . Ces trois fonctions vérifient, en tous les points de l'espace  $E$ , les égalités

$$\frac{dY}{dz} - \frac{dZ}{dy} = 0, \quad \frac{dZ}{dx} - \frac{dX}{dz} = 0, \quad \frac{dX}{dy} - \frac{dY}{dx} = 0.$$

Quelle est la valeur de l'intégrale

$$\int X dx + Y dy + Z dz$$

prise le long d'une courbe fermée  $l$  tracée dans l'espace  $E$  et parcourue dans un sens particulier ?

Pour réduire la connexité de première espèce de l'espace  $E$  à être du premier ordre, il est nécessaire et suffisant selon Betti de tracer dans cet espace, de manière convenable,  $q$  surfaces simplement connexes. Soient  $S_1, S_2, \dots, S_q$  un tel système de surfaces. Chacune de ces surfaces possède deux faces que l'on peut nommer face *positive* et face *négative*. Supposons que la ligne  $l$  rencontre  $n_k$  fois la surface  $S_k$  en passant de la face négative à la face positive et  $n'_k$  en sens inverse. Désignons par  $H_1$ ,

<sup>17</sup> RIEMANN Bernhard [1851].

<sup>18</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1858] ; THOMSON William [1869] ; MAXWELL James Clerk [1885], p. 14.

<sup>19</sup> BETTI Enrico [1871] ; LEMMI Emile [1876].

$H_2, \dots, H_q$   $q$  constantes indépendantes de la forme de la ligne  $l$  et dépendant seulement de la forme des fonctions  $X, Y, Z$  et de la nature des connexions de l'espace  $E$ . Betti démontre que :

$$\int X dx + Y dy + Z dz = (n_1 - n'_1) H_1 + (n_2 - n'_2) H_2 + \dots + (n_q - n'_q) H_q. \quad (9)$$

Appliqué à l'espace ordinaire simplement connexe, ce théorème permet de retrouver que l'intégrale selon un contour fermé d'une différentielle totale est nulle. Par contre, dans le cas d'un espace quelconque de connexité de première espèce d'ordre  $(q + 1)$ , les intégrales pourront être différentes les unes des autres de multiples de  $q$  quantités constantes, selon le chemin suivi lors de l'intégration. Betti a bien fait ressortir l'importance de ce théorème dans ses leçons de physique mathématique données aux élèves de l'Université de Pise à partir de 1872. Supposons que  $X, Y, Z$  soient les composantes de la résultante des forces appliquées à une masse. Ces forces émanent généralement de points, de lignes, de surfaces ou de volumes et deviennent bien souvent infinies ou discontinues dans ces lieux, notamment si elles agissent selon la loi de Newton. Ces forces et leurs dérivées ne se conservent donc continues et finies que dans l'espace que l'on obtient en excluant ces points, lignes, surfaces ou volumes. Cet espace n'étant pas forcément simplement connexe, le travail

$$\int_A^P X dx + Y dy + Z dz$$

peut ainsi dépendre du chemin parcouru entre  $A$  et  $P$  même si les forces dérivent d'un potentiel. La masse mobile pourra donc, partant d'une même position initiale, arriver à une autre position avec une force vive différente selon le chemin suivi.

L'espace considéré par Duhem possède la connexité de l'espace illimité extérieur à un tore, c'est-à-dire une connexité de première espèce du second ordre. Pour réduire cette connexité au premier ordre, il suffit donc de tracer une surface simplement connexe. En particulier, si l'on suppose le canal infiniment délié réduit à une ligne fermée  $\ell$ , la surface considérée aura pour contour cette ligne. Ainsi, pour tout circuit fermé  $s$  contenu dans cet espace, le théorème de Betti dans le cas  $q = 1$  conduit à l'égalité suivante :

$$\int F ds = (n - n') H, \quad (10)$$

les constantes  $H, n$  et  $n'$  étant définies dans l'énoncé du théorème <sup>20</sup>.

### 1.5. Potentiel électromagnétique dans l'hypothèse des fluides magnétiques

Pour comprendre comment Duhem va pouvoir utiliser la propriété précédente pour la détermination du potentiel électrodynamique, il apparaît nécessaire de rappeler ici un résultat connu d'électromagnétisme : le potentiel mutuel d'un courant fermé et d'une masse

<sup>20</sup> Nous verrons par la suite que  $H$  s'identifie, à un facteur multiplicatif près, avec la constante des actions électromagnétiques.

magnétique n'est pas une simple fonction des coordonnées mais dépend du chemin suivi par la masse. En effet, comme on peut le lire notamment dans l'ouvrage de Mascart et Joubert <sup>21</sup>, le potentiel magnétique  $V$  du courant fermé en un point  $P$  vaut, à une constante près,

$$V = I \omega, \quad (11)$$

$I$  désignant l'intensité du courant et  $\omega$  l'angle solide sous lequel la face positive du courant est vue depuis le point  $P$ . Or, lorsque ce point se trouve sur la face positive du courant,  $\omega$  a une valeur qui surpasse de  $4\pi$  celle qu'il prend lorsqu'il se situe sur la face négative. Si donc  $P$  revient à son point de départ après avoir traversé  $n$  fois le courant de la face négative à la face positive et  $n'$  fois en sens inverse,  $\omega$  aura augmenté de  $4\pi(n - n')$  au lieu de reprendre sa valeur primitive. Le potentiel magnétique du courant en un point, évalué à partir du travail nécessaire pour y amener depuis l'infini une unité de masse magnétique, possède donc une infinité de valeurs qui diffèrent de  $4\pi I$ . Maxwell souligne à ce propos que c'est justement l'étude du potentiel magnétique d'un courant et la mise en évidence de l'importance de la relation géométrique entre courbes fermées « *qui amen[èrent] Gauss à déplorer le peu de progrès faits par la Géométrie de position, depuis l'époque de Leibniz, d'Euler et de Vandermonde* » <sup>22</sup>.

D'après ces considérations, il apparaît naturel que Duhem fasse intervenir les propriétés de l'angle solide dans son analyse. Soit donc  $\omega$  l'angle solide sous lequel la face positive du contour  $\ell$  est vue depuis un point  $(x, y, z)$  de la ligne  $s$ . Duhem peut exprimer le théorème de Betti sous la forme générale suivante qui permet de s'affranchir des coefficients  $n$  et  $n'$  spécifiques au circuit considéré :

$$\int F ds = \frac{H}{4\pi} \int \left[ \frac{\partial \omega}{\partial x} dx + \frac{\partial \omega}{\partial y} dy + \frac{\partial \omega}{\partial z} dz \right]. \quad (12)$$

Cette dernière intégrale peut encore être explicitée. En effet, dans le second tome de son *Traité*, Maxwell a donné une expression analytique très utile de la différentielle  $d\omega$  <sup>23</sup> :

$$d\omega = \Delta ds d\ell, \quad (13)$$

avec

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \begin{vmatrix} \frac{x-\xi}{r} & \frac{y-\eta}{r} & \frac{z-\zeta}{r} \\ \frac{dx}{ds} & \frac{dy}{ds} & \frac{dz}{ds} \\ \frac{d\xi}{d\ell} & \frac{d\eta}{d\ell} & \frac{d\zeta}{d\ell} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

$(\xi, \eta, \zeta)$  désignant les coordonnées d'un point de la courbe  $\ell$  et  $r$  sa distance au point  $(x, y, z)$ . Ainsi, pour tout courant fermé et uniforme,  $\zeta$  vérifie :

<sup>21</sup> MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882], p. 490.

<sup>22</sup> MAXWELL James Clerk [1887], p. 47.

<sup>23</sup> *Ibid*, p. 45.

$$\int \left( \zeta - \frac{H \Delta}{4 \pi} \right) ds dl = 0. \quad (15)$$

Duhem aboutit donc à l'expression suivante du potentiel électromagnétique pour un système contenant des courants fermés et uniformes,

$$\Omega = \frac{H}{4 \pi} \sum \mathcal{M} I \Delta dv ds. \quad (16)$$

Il rappelle que cette détermination repose uniquement sur des considérations « *admisses par tous les physiciens* » et sur « *l'hypothèse que l'action d'un élément magnétique peut être remplacée par une action fictive émanée de ses pôles* »<sup>24</sup>.

## 2. Analogie des courants fermés et des aimants

L'expression du potentiel électromagnétique à laquelle Duhem est parvenu est identique à celle admise par la communauté scientifique et conduit donc à l'ensemble des lois connues de l'électromagnétisme. Ainsi, dans ses deux mémoires publiés dans la revue de la Société des Sciences de Finlande, Duhem est parvenu à montrer que des hypothèses générales servant à définir un élément de courant électrique et un élément magnétique permettent de déduire complètement les lois de l'électrodynamique d'une part, et les lois de l'électromagnétisme d'autre part<sup>25</sup>. Ces lois ont été établies indépendamment les unes des autres, par des méthodes semblables, mais dont chacune peut se suffire à elle-même. Cette approche est toute autre que celle habituellement suivie par les physiciens. Jusqu'alors, les lois de l'électromagnétisme étaient en effet obtenues comme conséquence de l'analogie, admise en principe, des solénoïdes magnétiques et des solénoïdes électrodynamiques.

Dans ses travaux, Duhem n'a fait appel à aucun moment aux relations tirées des expériences d'Ampère d'une part, et de Biot et Savart d'autre part. Toutes les déductions tirées par Duhem ont une origine purement théorique. Cette approche logique et rationnelle implique toutefois le recours à des outils d'analyse fonctionnelle bien plus lourds que ceux nécessaires, par exemple, à la construction de l'électromagnétisme à partir de la loi de

<sup>24</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 44.

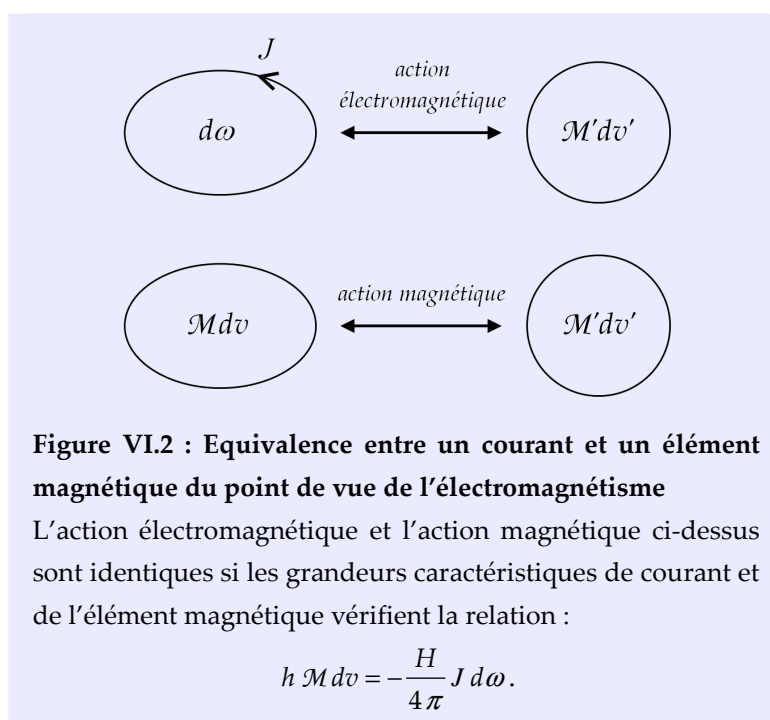
<sup>25</sup> Dans son article de réflexions au sujet des théories physiques publié en 1892, Duhem s'exprime ainsi sur la définition des grandeurs physiques : « *La notion physique qu'il s'agit de représenter possède un certain nombre de propriétés fondamentales. La grandeur destinée à la symboliser doit présenter un certain nombre de caractères propres à représenter ces propriétés [...]* La définition des divers grandeurs propres à symboliser les notions sur lesquelles portera une théorie constitue la première des opérations dont sortira cette théorie » (DUHEM Pierre [1892a], p. 144). Le courant électrique et l'aimantation sont ainsi caractérisés par certaines symétries qui ont amené les physiciens à les symboliser l'un par un scalaire orienté, l'autre par une grandeur géométrique (un vecteur). Duhem se contente de cette considération de symétrie dans son premier mémoire sur les actions électrodynamiques. Dans son second mémoire sur les actions électromagnétiques, la symbolisation de l'aimantation par une grandeur géométrique ne lui permet pas de déterminer complètement l'expression du potentiel électromagnétique. Cette détermination lui impose de faire une hypothèse supplémentaire, de décrire les propriétés d'un élément magnétique par celles de deux pôles, ceux-ci n'étant considérés que comme un artifice mathématique.

Laplace. Ce souci qu'a Duhem de conserver une approche la plus générale possible va néanmoins lui permettre de préciser les relations souvent ambiguës existant entre l'électrodynamique et l'électromagnétisme. En effet, des expressions des potentiels magnétique, électrodynamique et électromagnétique résultent nécessairement quelques propriétés remarquables :

1) La possibilité de remplacer l'action d'un courant fermé sur un aimant par l'action mutuelle de deux aimants : soit un courant fermé uniforme, d'intensité  $J$ , qui parcourt un contour plan infiniment petit d'aire  $d\omega$  et de normale positive  $dN$ . Ce courant exerce sur un aimant quelconque et éprouve de la part de cet aimant la même action que s'il était remplacé par un élément magnétique de volume  $dv$  s'appuyant sur son contour, d'axe d'aimantation  $dN$  et d'intensité d'aimantation définie par l'égalité suivante :

$$h \mathcal{M} dv = -\frac{H}{4\pi} J d\omega. \quad (17)$$

Cette propriété peut se résumer en disant que le petit courant et l'élément magnétique sont équivalents du point de vue de l'**électromagnétisme** (Figure VI.2). Il s'agit là d'une conséquence que Duhem tire de son second mémoire sur les actions entre les courants électriques et les aimants.



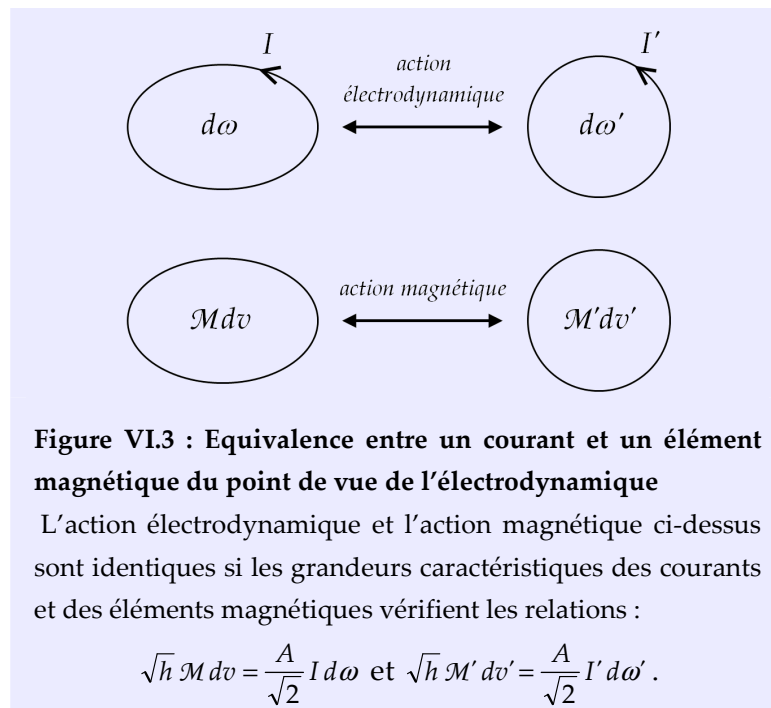
2) La possibilité de remplacer l'action d'un courant fermé sur un autre courant fermé par l'action mutuelle de deux aimants : soit deux courants fermés uniformes d'intensités  $I$  et  $I'$ , parcourant des contours plans infiniment petits d'aires  $d\omega$  et  $d\omega'$ . Ces deux courants exercent l'un sur l'autre la même action que s'ils étaient remplacés par deux éléments

magnétiques construits comme dans le cas précédent, l'intensité d'aimantation étant définie par les égalités :

$$\sqrt{h} \mathcal{M} dv = \frac{A}{\sqrt{2}} I d\omega, \quad (18)$$

$$\sqrt{h} \mathcal{M}' dv' = \frac{A}{\sqrt{2}} I' d\omega'. \quad (19)$$

Cette propriété peut se résumer en disant que le petit courant et l'élément magnétique correspondant sont équivalents du point de vue de l'électrodynamique (Figure VI.3). Duhem tire cette conséquence de son premier mémoire sur les actions entre les courants <sup>26</sup>.



Ces propriétés sont pour Duhem des « conséquences forcées de la Thermodynamique et de ces hypothèses simples qui servent en quelque sorte à définir les courants et les aimants » <sup>27</sup>. Elles doivent donc demeurer quelle que soit l'hypothèse faite sur la nature des courants et la nature des aimants. Ces propriétés seules n'indiquent d'ailleurs aucune corrélation entre ces dernières. D'un point de vue logique, l'action réciproque de deux courants fermés n'est en

<sup>26</sup> La constante  $A$  a été introduite par Duhem dans son premier mémoire sur les actions électrodynamiques. La constante  $h$  définissant l'unité des actions magnétiques dans le travail de thèse de Duhem est notée  $\eta$  dans les deux mémoires publiés dans la revue de la Société des Sciences de Finlande. Duhem ne détaille pas la manière dont il parvient aux relations d'équivalence. Cet excès de concision est d'autant plus regrettable que les relations énoncées par Duhem dans son mémoire sont fausses (DUHEM Pierre [1889d], p. 46). Les formules exactes qui doivent leur être substituées seront en fait données dans le tome III de ses *Leçons* (DUHEM Pierre [1892c], p. 545). Nous tentons d'analyser l'erreur commise dans l'annexe 6. Néanmoins, comme cette erreur ne modifie en rien les conclusions tirées par la suite par Duhem, nous avons choisi de remplacer immédiatement les formules initiales par les formules exactes (de même pour la relation (20)).

<sup>27</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 45.

effet pas forcément identique à celle de deux éléments magnétiques respectivement équivalents à chacun d'eux du point de vue électromagnétique <sup>28</sup>. En d'autres termes, la théorie n'impose aucunement la relation

$$\frac{A\sqrt{h}}{\sqrt{2}} = -\frac{H}{4\pi} \quad (20)$$

sur laquelle repose la définition des unités électriques dans le système électromagnétique.

Pour appuyer plus encore son propos, Duhem reprend explicitement l'argumentaire de Mascart et Joubert, qui sont selon lui les premiers à avoir fait l'observation précédente, dans la première édition de leurs *Leçons* : « un courant fermé et un feuillet, équivalents vis-à-vis d'un système magnétique quelconque, le sont-ils encore vis-à-vis d'un autre courant ? Ainsi, le courant  $C_1$  et le feuillet  $S_1$  de même contour sont équivalents vis-à-vis d'un système magnétique  $M_2$  ; supposons que ce système magnétique soit un feuillet  $S_2$  ; l'action réciproque qui s'exerce entre  $S_1$  et  $S_2$  est identique à celle qui s'exerce entre  $S_1$  et le courant  $C_2$  équivalent à  $S_2$  ; mais cette dernière action est-elle la même que celle qui s'exercerait entre les deux courants  $C_1$  et  $C_2$  ? L'affirmative paraît probable ; mais ce n'est là qu'une induction et il serait facile de trouver des exemples pour lequel le même mode de raisonnement conduirait à des conséquences manifestement erronées. Ainsi, dans des conditions convenablement choisies, il peut se faire que les actions exercées sur un aimant par un aimant et par un morceau de fer doux soient les mêmes ; on n'en saurait conclure que le fer doux et l'aimant seraient encore équivalents vis-à-vis d'un autre morceau de fer doux » <sup>29</sup>.

Ce n'est donc pas comme une déduction nécessaire de la théorie mais simplement comme un résultat expérimental que l'on peut admettre l'identité entre les courants et les feuillets magnétiques. Pourtant, comme le souligne Duhem, « l'expérience dont il s'agit n'a jamais été faite » <sup>30</sup>, bien que cette vérification expérimentale soit nécessaire. Peu après Mascart et Joubert, le mathématicien Le Cordier, membre de la toute nouvelle Société Internationale des Electriciens, insiste vivement sur cette lacune. Dans un article sur « Les actions mécaniques produites par les aimants et par le magnétisme terrestre », présenté en avril 1883 à l'Académie, ce dernier fait en effet le constat suivant : « L'unité de pôle de solénoïde étant définie celle qui repousse son égale avec l'unité de force à l'unité de distance, et l'unité de pôle d'aimant celle que l'unité de pôle de solénoïde repousse avec la même force à la même distance, il reste à démontrer : 1° que l'unité de pôle d'aimant repousse aussi son égale avec l'unité de force à l'unité de distance ; 2° que le magnétisme terrestre agit avec la même intensité sur l'unité de pôle de solénoïde et sur l'unité de pôle d'aimant. Voilà les deux faits que l'expérience seule peut établir et qui reviennent

<sup>28</sup> C'est-à-dire que dans les deux figures précédentes,  $I$  et  $J$  ne sont pas forcément égaux.

<sup>29</sup> MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882], pp. 492 – 493 ; extrait cité intégralement par Duhem : DUHEM Pierre [1889d], p. 47. Le raisonnement suivi par Mascart et Joubert fait écho à celui utilisé par Maxwell dans son *Treatise*, mais avec une conclusion différente puisque ce dernier prend l'identité des actions comme postulat de départ (dans l'édition traduite en français : MAXWELL James Clerk [1887], p. 163).

<sup>30</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 47.



au suivant : *“Parmi les neuf actions mutuelles entre les courants, les aimants et le magnétisme terrestre, toutes celles que l’on peut observer, au nombre de cinq, sont réductibles à un seul système d’unités absolues. On l’appelle système électromagnétique.”* » <sup>31</sup>. Les expériences qui démontreraient cet énoncé n’ont pas été faites, même si Le Cordier reconnaît qu’elles « se ramènent à d’autres beaucoup plus simples, plus faciles, susceptibles d’une plus grande précision, qui n’ont pas été faites, mais dont le résultat n’est pas douteux, en sorte qu’elles peuvent être invoquées comme des principes expérimentaux ». La vérification expérimentale en question n’a jamais été réalisée dans le but indiqué, puisque l’exactitude de la relation (20) a toujours été admise implicitement. Mais lorsqu’un physicien se sert d’un électrodynamomètre et d’une boussole des tangentes pour déterminer l’intensité d’un même courant, il effectue une mesure d’un point de vue électrodynamique d’une part, et d’un point de vue électromagnétique d’autre part. En constatant l’accord de ces mesures, il fait donc implicitement l’expérience en question. L’exactitude de l’égalité précédente ne saurait dès lors être mise en doute et les deux constantes fondamentales de l’électrodynamique et de l’électromagnétisme cessent bien d’être indépendantes.

En citant Mascart et Joubert puis Le Cordier, Duhem leur reconnaît le mérite d’avoir perçu le rôle spécial joué par la relation (20). Son propre travail met encore plus nettement en évidence l’importance de cette relation puisqu’elle y est la seule, parmi toutes les analogies entre les courants fermés et les aimants, qui ait une origine purement expérimentale et ne soit pas une conséquence forcée des hypothèses qui entrent dans la définition des courants et des aimants. Dans l’exposé classique des théories de l’électrodynamique et de l’électromagnétisme, ce rôle spécial est éclipsé par l’établissement en principe de l’analogie entre un petit courant fermé et un élément magnétique, notamment par la définition de l’intensité du courant à partir de la loi de Laplace. Cette définition réduit à une question de pur calcul l’identité des champs magnétiques produits par les courants et les aimants. Dès lors, l’action électrodynamique de deux courants est vue comme l’action exercée sur le premier par le champ magnétique dû au second. Ainsi, toutes les actions envisageables entre courants et aimants sont perçues comme équivalentes. L’approche différente de Maxwell dans son *Traité* conduit au même constat <sup>32</sup>. Ainsi, tandis que l’électrodynamique et l’électromagnétisme s’enchevêtrent perpétuellement dans les autres théories, Duhem parvient, par son approche originale, à mettre en lumière les rapports qui apparaissent entre les résultats de ces deux sciences.

<sup>31</sup> LE CORDIER Paul [1883], pp. 114 – 115. Les éléments soulignés sont en italique dans le texte original.

<sup>32</sup> Désireux d’écarter la considération des actions à distance, Maxwell suit en effet une voie différente en n’accordant ni à la loi d’Ampère ni à la loi de Laplace la place qui leur est accordée dans les autres théories. Il prend comme postulat de départ l’identité des lignes de force produites par les courants et les aimants pour définir l’intensité du courant. Il en déduit ensuite les expressions des lois précédentes.

### 3. Actions entre aimants et courants linéaires quelconques

#### 3.1. Impossibilité de l'hypothèse des fluides magnétiques

Après avoir déterminé l'expression du potentiel thermodynamique d'un système d'aimants et de courants fermés et uniformes, Duhem cherche logiquement à étendre son analyse aux courants réalisables quelconques. Il se demande notamment s'il est également possible de trouver une expression de ce potentiel telle que l'action d'un élément magnétique sur un élément de courant quelconque puisse être remplacé par une action émanant de ses pôles.

Duhem envisage ainsi un système formé par un solénoïde magnétique fermé et par un courant réalisable ouvert. L'intensité est nécessairement nulle aux extrémités de ce dernier. D'après les raisonnements suivis précédemment, le potentiel électromagnétique de ce système a pour expression

$$\Omega = \mathcal{M} \omega \iint I \zeta \, d\ell \, ds, \quad (21)$$

l'intégration par rapport à  $d\ell$  s'étendant au solénoïde magnétique et celle par rapport à  $ds$  au courant. Dans l'hypothèse des fluides magnétiques, Duhem a démontré que cette quantité doit garder une valeur invariable dans tous les déplacements que le courant peut subir sans rencontrer le solénoïde. Mais comme le courant est ici ouvert, celui-ci peut toujours être éloigné à l'infini sans rencontrer le solénoïde et la quantité précédente est donc nulle.

Duhem affirme alors que cette dernière condition entraîne la suivante :

$$\int \zeta \, d\ell = 0 \quad (22)$$

quelle que soit la forme du solénoïde magnétique et quelle que soit la position de l'élément  $ds$  dans l'espace. Pour démontrer cette proposition, Duhem s'appuie sur un raisonnement par l'absurde. Il suppose en effet qu'il existe un solénoïde et un élément  $ds$  pour lesquels l'intégrale précédente soit non nulle. Cette intégrale étant une fonction continue de la position et de l'orientation de l'élément  $ds$ , on peut former un conducteur ouvert de longueur finie en plaçant à la suite de cet élément une série d'autres éléments pour lesquels

$$\int \zeta \, d\ell$$

garde le même signe. Ainsi, « en lançant dans ce conducteur un courant dont l'intensité, toujours positive, varierait d'une manière continue d'un point à un autre et s'annulerait aux deux extrémités, on obtiendrait un système formé d'un solénoïde magnétique fermé et d'un circuit ouvert réalisable pour lequel la quantité

$$\iint I \zeta \, d\ell \, ds$$

serait différente de 0, ce qui, d'après ce qui précède, est impossible »<sup>33</sup>. D'où la condition (22).

<sup>33</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 51.

Cette propriété de la fonction  $\zeta$  est cependant incompatible avec la relation (15) établie précédemment, à savoir

$$\int \left( \zeta - \frac{H\Delta}{4\pi} \right) ds d\ell = 0,$$

à moins que la constante des actions électromagnétiques soit nulle,

$$H = 0, \tag{23}$$

ce que les expériences avec des aimants et des courants fermés et uniformes ne permettent pas. En parvenant à cette contradiction, Duhem démontre donc que « l'action d'un aimant sur un courant quelconque ne peut se déduire de l'hypothèse d'après laquelle l'action de chaque élément magnétique pourrait être regardée comme provenant de deux pôles »<sup>34</sup>. Tandis que dans les autres parties de la physique, un élément magnétique peut toujours être regardé comme équivalent à deux masses magnétiques égales et de signe contraire placées en deux de ses points, cette conception conduirait à des résultats inadmissibles lorsque des courants *non uniformes* sont en présence d'aimants. Il apparaît donc nécessaire de rejeter ce mode de représentation des éléments magnétiques pour les définir seulement par la grandeur et la direction de leur aimantation.

### 3.2. Expression générale du potentiel électromagnétique

Les considérations précédentes empêchent Duhem d'étendre aux courants quelconques l'hypothèse qui lui a servi à établir le potentiel électromagnétique d'un système renfermant uniquement des courants fermés et uniformes. Pour pouvoir déterminer l'action d'un aimant sur un courant réalisable quelconque, Duhem doit donc avoir recours à une nouvelle hypothèse. Mais son étude des courants uniformes et les données de l'expérience conduisent justement à une conséquence susceptible de s'étendre au cas des courants quelconques : l'analogie des aimants et des courants. L'extension de cette conséquence va dès lors devenir l'hypothèse fondamentale sur laquelle repose sa théorie générale de l'électromagnétisme. Duhem substitue ainsi la supposition suivante à l'hypothèse des fluides magnétiques qu'il a été amené à rejeter : « le Potentiel Electromagnétique [d'un] élément magnétique et d'un courant réalisable quelconque est égale au Potentiel Electrodynamique du courant [équivalent à l'élément magnétique] et du même courant réalisable »<sup>35</sup>.

Pour déterminer l'expression générale du potentiel électromagnétique, Duhem peut alors s'appuyer sur celle du potentiel électrodynamique qu'il a déterminée dans son premier mémoire. Il lui reste donc à l'appliquer au cas d'un courant réalisable quelconque et d'un courant circulaire infiniment petit, en s'appuyant pour ce dernier sur la relation

<sup>34</sup> *Ibid*, p. 59.

<sup>35</sup> *Ibid*, p. 59.

d'équivalence ( 20 ). Après quelques pages de calculs, il obtient finalement l'expression suivante du potentiel électromagnétique :

$$\Omega = \frac{H}{4\pi} \sum \mathcal{M} dv \int I \Delta ds. \quad (24)$$

Cette expression redonne bien, dans le cas d'un circuit fermé et uniforme, l'expression connue du potentiel électromagnétique.

#### 4. Bilan des travaux sur l'électrodynamique et l'électromagnétisme

Pierre Duhem parvient, dans deux mémoires d'une centaine de pages chacun, à déterminer complètement l'expression du potentiel thermodynamique d'un système renfermant des courants et des aimants. Il retrouve ainsi les expressions connues du potentiel électrodynamique et du potentiel électromagnétique d'un système où tous les courants sont uniformes, puis parvient à les généraliser à des courants quelconques. Il s'attache pour cela à restreindre au maximum le nombre d'hypothèses utilisées, n'en acceptant une nouvelle uniquement lorsqu'une nécessité inéluctable l'y contraint. Excluant toute référence à des actions à distance ou aux propriétés d'un milieu étheré, Duhem considère comme premières les considérations énergétiques. Aussi, dans son premier mémoire, il parvient à élaborer sa théorie électrodynamique en ne faisant appel à aucun principe expérimental et en invoquant seulement des hypothèses adoptées par tous les physiciens qui se sont occupés de ces questions.

Souhaitant poursuivre cette approche pour les systèmes renfermant des courants et des aimants, Duhem s'aperçoit cependant que l'entreprise est bien plus ardue. En abordant le problème avec une approche la plus générale possible, Duhem s'expose en effet à une analyse mathématique extrêmement délicate. Il est ainsi plus aisé d'élaborer la théorie électromagnétique en partant d'hypothèses spéciales (principes expérimentaux, analogie entre un élément magnétique et un courant infiniment petit) qu'en s'appuyant simplement sur les propriétés scalaire et vectorielle de l'intensité du courant et de l'aimantation. Cette dernière approche impose à Duhem l'emploi de méthodes avancées d'analyse fonctionnelle et de géométrie de situation. Il n'est toutefois pas totalement désorienté, puisque la connaissance de l'expression du potentiel électromagnétique dans le cas des courants uniformes peut lui suggérer des idées, comme par exemple l'introduction de l'angle solide.

Malgré cela, pour parvenir à déterminer l'expression du potentiel électromagnétique dans le cas des courants non uniformes, il doit recourir à une hypothèse supplémentaire : l'extension de l'analogie observée entre des aimants et des petits courants. Duhem se refuse pourtant à invoquer dès le début du mémoire cette hypothèse qui se présente dans toutes les théories proposées jusqu'alors. Il semble en effet s'être fixé comme objectif de construire aussi complètement que possible la théorie électrodynamique et la théorie électromagnétique

indépendamment l'une de l'autre. Il considère donc dans un premier temps une autre hypothèse, qui lui semble moins restrictive : ramener l'action d'un élément magnétique sur un courant à l'action de ses pôles, une réduction que les physiciens reconnaissent pertinente pour des systèmes dépourvus de courants. Cette hypothèse des fluides magnétiques, bien que s'avérant limitée à la considération de courants uniformes, permet à Duhem de retrouver l'expression connue du potentiel électromagnétique sans aucun recours à de quelconques considérations électrodynamiques. Si l'analogie entre un petit courant et un aimant appuyé sur le même contour apparaît alors comme une conséquence de cette théorie, la relation existant entre les constantes fondamentales de l'électrodynamique et de l'électromagnétisme ne peut pas être prévue théoriquement : c'est à l'expérience qu'il faut en demander la vérification. Et c'est justement pour définir clairement la nature expérimentale de cette relation que Duhem a suivi cette voie particulière dans son mémoire.

D'après les titres qu'il leur attribue, Duhem considère que ses deux mémoires sur l'électrodynamique et l'électromagnétisme décrivent des *applications de la thermodynamique* aux actions propres à chacune de ces disciplines. Duhem n'y tire néanmoins pas encore toutes les conséquences possibles des principes de la thermodynamique. Il ne fait ainsi usage à aucun moment du principe de Carnot pour déterminer des états d'équilibre, notamment parce qu'il ne considère que les actions exercées par des courants invariables et des corps magnétiques dont l'aimantation est permanente. Le contenu de ces mémoires serait ainsi inchangé si, sans faire référence à de quelconques considérations thermodynamiques, il supposait simplement l'existence d'un potentiel pour ces actions et cherchait à en déterminer la forme la plus générale. Le traitement complet de ces deux disciplines sera en fait réalisé trois ans plus tard, dans le tome III des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*. En plus des forces électrodynamiques et des forces électromagnétiques, Duhem y aborde le problème de l'induction. L'examen, sous l'angle de la thermodynamique, de l'ensemble de ces phénomènes électrodynamiques et électromagnétiques va alors conduire Duhem à quelques propositions paradoxales qu'il lui sera nécessaire d'éclaircir.

## II. L'électrodynamique dans le tome III des *Leçons*

### 1. Lien entre induction et action électrodynamique

Quelques années après la découverte des phénomènes d'induction par Faraday, Lenz énonce en 1834 la loi qui lie le sens de l'induction exercée par le mouvement des conducteurs au sens de l'action électrodynamique qu'ils exercent. En s'aidant des travaux d'Ampère sur l'électrodynamique et en étendant la loi de Lenz au moyen d'une série d'hypothèses, F.-E. Neumann parvient entre 1845 et 1847 à énoncer la loi générale de l'induction entre courants fermés et uniformes <sup>36</sup>. Soit  $P$  le potentiel électrodynamique de l'inducteur sur l'induit, ce

---

<sup>36</sup> NEUMANN Franz Ernst [1847].

dernier étant traversé par un courant d'intensité égale à l'unité, le théorème de Neumann indique que la force électromotrice d'induction  $\xi$  est donnée par la formule suivante :

$$\xi = \frac{dP}{dt}. \quad (25)$$

Dans son célèbre mémoire « Sur la conservation de la force » publié en 1847, Helmholtz montre que la loi de Joule, jointe au principe de conservation de l'énergie, permet de déduire la loi d'induction de celle de l'électrodynamique. D'une manière indépendante, Thomson publie une idée analogue l'année suivante dans les *Philosophical Transactions* <sup>37</sup>. Dans la plupart des ouvrages qui exposent la théorie des courants électriques, les auteurs commencent ainsi par établir les lois de l'électrodynamique puis, conformément aux idées de Helmholtz et de Thomson, en tirent la loi de l'induction. On peut notamment lire la démonstration suivante dans les *Leçons* de Mascart et Joubert publié en 1882 <sup>38</sup> :

Soit un circuit de résistance  $R$ , renfermant une force électromotrice constante  $E$  et parcouru, en régime permanent, par un courant d'intensité  $I_0$ . Pendant le temps  $dt$ , l'énergie fournie par la force électromotrice, laquelle est empruntée aux actions chimiques dans le cas d'une pile, est égale à l'énergie calorifique dégagée en vertu de la loi de Joule, soit

$$E I_0 dt = R I_0^2 dt. \quad (26)$$

Si le courant effectue en outre un travail extérieur  $dT$ , l'égalité précédente n'est plus vérifiée et le courant doit donc prendre une autre valeur  $I = I_0 + i$ ,  $i$  désignant le *courant induit*. Le principe de conservation de l'énergie permet d'écrire que le travail extérieur représente l'excès de l'énergie chimique sur l'énergie calorifique, soit :

$$(E I - R I^2) dt = dT. \quad (27)$$

Il résulte de cette équation que le courant  $I$  est défini par la même expression que s'il existait dans le circuit une force électromotrice  $E + e$ ,

$$R I = E + e. \quad (28)$$

L'expression de cette quantité  $e$ , qui représente la *force électromotrice d'induction*, permet alors de retrouver l'énoncé du théorème de Neumann :

$$e = -\frac{1}{I} \frac{dT}{dt}. \quad (29)$$

Cette application de la thermodynamique est néanmoins limitée par Helmholtz et Thomson aux phénomènes d'induction produits par les mouvements de conducteurs, les phénomènes liés aux variations d'intensité des courants étant laissés de côté. Duhem regrette ainsi dès 1886 qu' « aucune tentative n'[ait] été faite [depuis] pour combler cette lacune, non plus

<sup>37</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1847] ; THOMSON William [1848].

<sup>38</sup> MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882], pp. 560 – 561.

que pour accroître la rigueur des raisonnements proposés »<sup>39</sup> par les deux savants. Duhem s'attache alors à y remédier dans le troisième tome de ses *Leçons*.

## 2. L'induction électrodynamique chez Duhem

Dans les théories exposées dans les deux premiers tomes des *Leçons*, Duhem s'est efforcé de respecter, au moins dans les grandes lignes, l'ordre thématique généralement suivi dans les ouvrages classiques sur le sujet. Pour des raisons fondamentales que nous dévoilerons par la suite, il juge néanmoins nécessaire de construire le dernier volume sur un plan entièrement original en étudiant les phénomènes d'induction avant d'aborder la théorie des forces correspondantes. La première moitié du tome III, consacrée aux phénomènes électrodynamiques, débute ainsi sur l'étude de l'induction électrodynamique.

Le phénomène d'induction électrodynamique est dû à la variation de l'intensité des courants circulant dans un système de conducteurs ou au mouvement de ces mêmes conducteurs. Duhem cherche donc à déterminer les conséquences d'une telle modification infiniment petite lorsqu'elle est appliquée à un système constitué par l'élément  $ds$  d'un conducteur  $C$  et par un autre conducteur  $C'$ . En appelant  $Rds$  la résistance de l'élément  $ds$  et  $\xi ds$  la force électromotrice d'induction qui y est engendrée, la quantité d'électricité  $\delta Q$  mise en mouvement par induction dans cet élément pendant le temps  $dt$  vaut

$$Rds \delta Q = \xi ds dt. \quad (30)$$

Duhem considère cette quantité entièrement déterminée par la connaissance de l'état du système avant et après la modification infiniment petite appliquée au système. Il est en outre généralement admis que la force électromotrice d'induction engendrée par un courant inducteur est la somme des forces électromotrices élémentaires émanées des divers éléments de l'induit. Duhem peut donc écrire

$$Rds \delta Q = \sum \delta \mu', \quad (31)$$

la somme s'étendant aux divers éléments du conducteur  $C'$ . Chaque quantité  $\delta \mu'$  dépend :

- de la grandeur de l'élément  $ds$  et de l'élément  $ds'$  ;
- de la situation relative de ces deux éléments ;
- des intensités des courants  $J$  et  $J'$  qui traversent ces deux éléments ;
- des variations de ces données.

<sup>39</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 232.

Duhem s'appuie alors sur différents raisonnements lui permettant de déterminer le rôle joué par chacun des paramètres précédents <sup>40</sup>. Après tout de même une vingtaine de pages de calculs, il parvient à établir la relation suivante :

$$R ds \delta Q = \delta \left( ds \sum \Phi J' ds' \right), \quad (32)$$

où  $\Phi$  est simplement fonction de la distance  $r$  entre les éléments  $ds$  et  $ds'$  et des cosinus des angles  $(r, ds)$ ,  $(r, ds')$  et  $(ds, ds')$ . Cette relation implique que la quantité d'électricité mise en mouvement par induction lors d'une modification quelconque d'un système de courants ne dépend que de l'état initial et de l'état final du système, et non des états intermédiaires par lesquels a pu passer le système. Admise par Duhem uniquement dans le cas d'une modification infiniment petite, cette proposition est ainsi démontrée pour une modification quelconque. Or cette dernière proposition joue justement le rôle d'hypothèse fondamentale dans la théorie de F.-E. Neumann et dans la plupart des autres théories de l'induction électrodynamique. Elle est d'ailleurs confirmée par les expériences réalisées dans les années 1850 par Ricardo Felici <sup>41</sup>.

Remarquant que la fonction  $\Phi$  vérifie les mêmes propriétés mathématiques que la fonction  $F$  introduite dans son mémoire sur les actions électrodynamiques rédigé en 1886, Duhem peut s'appuyer sur un raisonnement entièrement analogue pour déterminer l'expression de cette fonction <sup>42</sup>. Il établit ainsi que

$$\Phi = -\frac{A^2}{2} \left( \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right), \quad (33)$$

soit

$$\xi ds dt = -\frac{A^2}{2} \delta \left[ ds \sum J' \left( \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right) ds' \right], \quad (34)$$

la somme s'étendant aux divers éléments du conducteur  $C'$ . Les quantités  $\lambda$  et  $A^2$  sont nommée *constante de Helmholtz* et *constante fondamentale de l'électrodynamique* <sup>43</sup>. Cette loi

<sup>40</sup> DUHEM Pierre [1892c], pp. 71 – 92. Duhem s'appuie notamment sur le fait que, lorsqu'une même modification infiniment petite est décrite de deux manières différentes, la quantité d'électricité mise en mouvement par induction reste inchangée. Il considère également qu'un élément  $ds$  parcouru par un courant  $j + J$  est équivalent à deux éléments juxtaposés parcourus par des courants  $j$  et  $J$ .

<sup>41</sup> Les expériences de Felici sont décrites par Maxwell : MAXWELL James Clerk [1887], p. 215.

<sup>42</sup> DUHEM Pierre [1886c]. Cette étude est décrite au chapitre I, § III, section 3.3. Duhem fait notamment reposer son raisonnement sur un théorème démontré par Bertrand.

<sup>43</sup> DUHEM Pierre [1892c], pp. 111 – 119. Pour démontrer que la constante  $B = -A^2/2$  dans l'expression de la force électromotrice est bien négative, Duhem considère un système de conducteurs immobiles traversés par des courants d'intensités variables. Supposant  $B$  positif, Duhem montre que si un système initialement au repos était dérangé, les intensités des courants croîtraient au-delà de toute limite par suite de l'induction. Pour Duhem, ce résultat est évidemment inadmissible. Au contraire, si  $B$  est négatif, l'état stationnaire, une fois troublé, tend à se rétablir. Pour sa démonstration, Duhem s'inspire notamment des travaux de Helmholtz et de Brillouin sur les



élémentaire de l'induction permet de rendre compte du phénomène d'induction par mouvement de conducteurs et par variation d'intensité. Elle coïncide d'ailleurs avec celle donnée par Helmholtz en 1874 et déduite, par l'intermédiaire de la loi de Joule et du principe de conservation de l'énergie, de son expression du potentiel électrodynamique établie en 1870 <sup>44</sup>. Et c'est justement en renversant la marche suivie par Helmholtz que Duhem va tenter de déduire la loi des actions électrodynamiques de la loi précédente.

### 3. Energie interne d'un système de courants

Lorsqu'un système renferme des courants, son énergie interne diffère d'une certaine quantité  $U'$  par rapport à son expression en l'absence de courants. D'après une hypothèse régulièrement évoquée par Duhem, cette quantité supplémentaire doit demeurer constante si les conducteurs qui composent le système restent immobiles et les courants qui traversent ces conducteurs constants. En particulier,  $U'$  doit se réduire à zéro lorsque tous les courants viennent à s'évanouir. Duhem pourrait déterminer l'expression de  $U'$  par des raisonnements analogues à ceux qui ont servi à déterminer le potentiel électrodynamique dans son mémoire de 1886 sur les actions qui s'exercent entre les courants. Néanmoins, en s'appuyant sur le premier principe de la thermodynamique, il peut relier directement cette expression à sa loi de l'induction. Aussi, la première étape de cette détermination consiste à évaluer le dégagement de chaleur qui se produit dans un système renfermant des courants.

Au début des années 1840, les lois de cet échauffement ont été déterminées expérimentalement par Joule, Lenz et E. Becquerel. Il est ainsi établi que la quantité de chaleur  $dQ$  dégagée durant le temps  $dt$  par un élément de conducteur homogène renfermant une force électromotrice  $\eta$  et traversé par un courant d'intensité  $J$  vaut

$$E dQ = \eta J dt, \quad (35)$$

$E$  étant l'équivalent mécanique de la chaleur. Une partie  $dQ'$  de la quantité de chaleur totale dégagée par le système peut ainsi être directement associée au phénomène d'induction électrodynamique. D'après les notations utilisées précédemment, celle-ci a pour expression :

$$E dQ' = dt \sum \xi J ds, \quad (36)$$

la sommation étant étendue à tous les éléments du système. Cette quantité peut donc se mettre sous la forme générale suivante :

$$E dQ' = \sum J \delta \left( ds \sum \Phi J' ds' \right), \quad (37)$$

le premier signe somme s'étendant à tous les éléments  $ds$  du système et le second à tous les éléments  $ds'$  autres que  $ds$ .

---

équations différentielles auxquelles conduit l'étude des phénomènes d'induction dans les circuits (HELMHOLTZ Hermann (Von) [1851] ; BRILLOUIN Marcel [1881]).

<sup>44</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1874].

En particulier, lorsque tous les conducteurs du système sont immobiles et traversés par des courants variables, Duhem peut écrire :

$$E dQ' = dt \sum \Phi J \frac{dJ'}{dt} ds ds', \quad (38)$$

la sommation s'étendant à toutes les combinaisons deux à deux des divers éléments du système. Or, si tous les éléments du système sont immobiles, les forces extérieures qui lui sont appliquées n'effectuent aucun travail. Par application du principe de conservation de l'énergie, Duhem parvient donc à établir que

$$E dQ' = -E \delta U'. \quad (39)$$

En tenant compte du fait que  $U'$  s'annule lorsque toutes les intensités des courants qui traversent le système s'annulent, Duhem aboutit finalement à l'expression générale suivante de cette quantité :

$$EU' = \frac{A^2}{2} \sum \left( \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right) J J' ds ds'. \quad (40)$$

S'il avait suivi une approche semblable à celle décrite dans son mémoire de 1886, il aurait été conduit à une relation identique, mais dans laquelle les constantes seraient *a priori* sans lien avec celles entrant dans l'expression de la loi de l'induction.

#### 4. Loi fondamentale de l'électrodynamique

Après avoir considéré un système de conducteurs immobiles, Duhem suppose à présent que ces derniers peuvent se déformer et se déplacer. En appliquant à nouveau le principe de conservation de l'énergie, Duhem montre alors que la présence des courants dans le système a pour effet de faire naître dans le système des forces dont le travail élémentaire vaut :

$$d\tau = -E \delta U' - E dQ', \quad (41)$$

soit

$$d\tau = \delta \left( \sum J J' \Phi ds ds' \right) - \sum J \sum \delta (J' \Phi ds ds'). \quad (42)$$

En supposant le système composé d'un nombre fini  $n$  d'éléments de courant, Duhem parvient, après plusieurs lignes de calcul, à mettre l'expression suivante sous une forme qui peut se prêter à une interprétation. En désignant par  $D$  une différentielle prise en prenant constantes les intensités des courants qui parcourent les divers éléments, Duhem montre ainsi que

$$d\tau = -D\Pi, \quad (43)$$

avec

$$\Pi = -\frac{A^2}{2} \sum \left( \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right) J J' ds ds'. \quad (44)$$

Les forces qui s'exercent entre des conducteurs traversés par des courants admettent donc comme potentiel la quantité  $\Pi$ , qui correspond ainsi au *potentiel électrodynamique* du système. Cette expression s'accorde d'ailleurs avec celle obtenue quelques années plus tôt par Duhem, en partant simplement de l'hypothèse que les actions mutuelles des courants admettent un potentiel <sup>45</sup>.

Duhem est donc parvenu à déterminer complètement la loi fondamentale de l'électrodynamique en la déduisant, par la thermodynamique, de la loi fondamentale de l'induction. Ce sont Helmholtz et Thomson qui, les premiers, ont indiqué que le principe de conservation de l'énergie joint à la loi de Joule devait former le lien entre l'électrodynamique et l'induction. Duhem considère dès lors son travail « *comme étant leur idée mise sous une forme précise* » <sup>46</sup>. Néanmoins, en examinant de près la voie qu'il vient de suivre, Duhem va se trouver confronté à quelques difficultés « *étranges et paradoxales* » <sup>47</sup> qu'il lui sera nécessaire d'éclaircir. L'examen de ces paradoxes le conduira ainsi à mettre en évidence certaines idées fondamentales qui ne lui semblent pas avoir été aperçues jusqu'ici. Et ce sont justement ces idées qui justifient l'ordre suivi par Duhem dans l'étude des phénomènes électrodynamiques, un ordre inverse par rapport à celui envisagé par Helmholtz et Thomson.

## 5. Examen de quelques paradoxes

### 5.1. Déplacements sans changement d'état

Soit  $U$  l'énergie interne du système et  $d\tau_i$  le travail des forces intérieures autres que les forces électrodynamiques. Désignons par  $DU$  la différentielle de l'énergie interne, prise en regardant comme invariables l'état chimique et physique des divers corps, les charges électriques qu'ils portent, les intensités des courants qui les traversent, et en faisant varier seulement les paramètres qui définissent leur forme et leur position mutuelle. Lorsque le système ne renferme pas de courants,

$$EDU = -d\tau_i, \quad (45)$$

ce qui traduit le théorème sur les déplacements sans changement d'état, théorème fondamental sur lequel reposent les travaux de Duhem sur l'électrostatique et le magnétisme. Mais lorsque le système renferme des courants,

$$EDU = -d\tau_i + EDU', \quad (46)$$

soit, en remarquant que  $\Pi = -EU'$ ,

$$EDU = -d\tau_i + d\tau. \quad (47)$$

<sup>45</sup> Equation (19) du chapitre I. On peut en outre remarquer que les expressions du potentiel électrodynamique et de la force électromotrice d'induction s'accordent avec le théorème de Neumann.

<sup>46</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 217.

<sup>47</sup> *Ibid*, p. 219.

La variation d'énergie interne n'est donc plus égale à la somme des travaux des forces inférieures au système mais à l'excès du travail des forces électrodynamiques sur le travail des autres forces intérieures. Le théorème des déplacements sans changement d'état ne s'applique donc plus aux courants électriques, ce que Duhem va chercher à justifier.

Ce théorème résulte de l'application du premier principe de la thermodynamique à un déplacement sans changement d'état. La première condition pour que ce théorème soit valable est donc que l'on puisse imposer au système dont il s'agit, sans contredire à sa définition, des déplacements sans changement d'état, c'est-à-dire des déplacements durant lesquels on laisse invariables :

- l'état physique et chimique de chacun des éléments ;
- la distribution des charges électriques sur chacun d'eux ;
- l'intensité du courant qui traverse chacun d'eux.

Or il résulte de la loi de Faraday que, si un courant traverse un électrolyte, cet électrolyte éprouve un changement d'état proportionnel à l'intensité du courant. Donc, dans un système renfermant des courants, un déplacement sans changement d'état ne peut être observé que si aucun des conducteurs du système n'est électrolysable. De plus, la distribution électrique sur les divers conducteurs ne peut rester invariable que si les courants sont uniformes. Des déplacements sans changements d'état ne peuvent donc être envisagés que parmi les seuls courants uniformes traversant des conducteurs non électrolysables. Et ces déplacements ne peuvent pas être quelconques puisqu'ils doivent être tels que les forces électromotrices d'induction engendrées par ces déplacements entretiennent dans les conducteurs des courants uniformes et constants. Aussi, pour Duhem, « *il n'y aura pas lieu de s'étonner que le théorème sur les déplacements sans changement d'état ne soit pas applicable à un système renfermant des courants, si l'existence d'un déplacement sans changement d'état dans un pareil système est contradictoire* »<sup>48</sup>. La proposition d'apparence paradoxale rencontrée par Duhem est ainsi équivalente à cette proposition, « *nullement surprenant et conforme à l'expérience* » : il est impossible, par le seul mouvement de fils métalliques, de réaliser un appareil engendrant des courants constants.

## 5.2. Théorie du potentiel thermodynamique

Un nouveau paradoxe résulte de l'application, aux systèmes qui renferment des courants, des théorèmes qui constituent la théorie du potentiel thermodynamique. Lorsqu'un système renferme des courants, le potentiel thermodynamique interne  $\mathcal{F}$  diffère d'une certaine quantité  $\mathcal{F}'$  par rapport à son expression en l'absence de courants. En 1886, Duhem

---

<sup>48</sup> *Ibid*, p. 221.

était parvenu, en s'appuyant sur quelques hypothèses générales, à déterminer la forme de cette fonction <sup>49</sup>, soit :

$$\mathcal{F}' = B'' \sum \left( \frac{1-\lambda''}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda''}{2r} \cos(ds, ds') \right) J J' ds ds'. \quad (48)$$

Il résulte en outre de la formule générale <sup>50</sup>

$$E U = \mathcal{F} - T \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial T} \quad (49)$$

et de l'expression (40) du terme énergétique  $U'$  associé à la loi de l'induction que

$$B'' = \frac{A^2}{2} \quad \text{et} \quad \lambda'' = \lambda. \quad (50)$$

Duhem imagine alors un système de  $n$  conducteurs fermés  $c_1, c_2, \dots, c_n$  immobiles, non électrolysables et traversés par des courants uniformes. En posant

$$(c_i, c_j) = \int \int_{c_i c_j} \left[ \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds_i) \cos(r, ds_j) + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds_i, ds_j) \right] ds_i ds_j, \quad (51)$$

Duhem obtient

$$\mathcal{F} = C + \frac{A^2}{2} \left[ \frac{1}{2} \sum_i (c_i, c_i) J_i^2 + \sum_{i,j \neq i} (c_i, c_j) J_i J_j \right], \quad (52)$$

$C$  étant une constante. Or, comme le montre Duhem, le second terme de l'expression précédente est toujours négatif, à moins que les intensités de tous les courants ne se réduisent à zéro. Duhem arrive donc à cette conclusion que, dans un tel système, le potentiel thermodynamique est maximum lorsque les intensités de tous les courants sont nulles. Mais il a justement démontré, en étudiant les équations différentielles vérifiées par les intensités des courants dans un tel système, que l'état où toutes les intensités sont nulles est un état d'équilibre stable. Il arrive donc à cette conséquence étonnante, en contradiction avec le principe fondamental de la théorie du potentiel thermodynamique : « un système de conducteurs fermés, immobiles, non électrolysables, traversés par des courants uniformes, est en équilibre stable lorsque son potentiel thermodynamique est maximum » <sup>51</sup>. Cette contradiction peut également être mise en évidence en considérant la notion de travail non compensé. Duhem montre ainsi que dans un tel système, « il se produit à chaque instant un travail non compensé négatif » <sup>52</sup> alors que le principe de Carnot-Clausius impose à cette quantité d'être positive. Duhem est dès lors confronté à cette question essentielle : d'où proviennent ces

<sup>49</sup> DUHEM Pierre [1886c].

<sup>50</sup> Cette relation nécessite que les paramètres définissant l'état du système soient choisis de telle sorte que, si la température varie seule, les forces extérieures n'effectuent aucun travail (DUHEM Pierre [1891a], p. 341).

<sup>51</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 226.

<sup>52</sup> *Ibid*, p. 227.

contradictions entre les lois de l'électrodynamique et de l'induction d'une part et les conséquences du principe de Carnot d'autre part ?

Pour justifier le principe de Carnot, deux postulats ont été proposés, l'un par Clausius et l'autre par Thomson. La généralité de ces deux postulats, souvent regardés comme équivalents, est admise par l'ensemble des physiciens. Néanmoins, selon Duhem, ces postulats ne suffisent pas à la démonstration du principe en question mais nécessitent un certain nombre de conditions et d'hypothèses supplémentaires. En particulier, si la thermodynamique ne peut pas se passer de la considération des *modifications réversibles*, cette notion de réversibilité est en même temps l'une des plus délicates à définir de façon rigoureuse. Pour Duhem, cette notion n'a de sens que pour des systèmes vérifiant la condition suivante : « *le système étant pris dans un certain état [...], étant placé dans une enceinte de température égale à la sienne, il existe un système de forces extérieures qui, lui étant appliqué, est susceptible de le maintenir dans cet état* ». Or, en s'appuyant sur un raisonnement similaire à celui suivi à propos des déplacements sans changement d'état, il montre que cette condition ne peut jamais être vérifiée pour un système traversé par des courants : les intensités des courants ne peuvent être maintenues constantes lorsque la forme et la position des conducteurs, l'état physico-chimique de chaque élément et la distribution électrique sont invariables<sup>53</sup>.

Ainsi, selon lui, les conséquences du principe de Carnot ne sont pas applicables aux systèmes qui renferment des courants électriques : « *les notions d'entropie, de travail non compensé, de potentiel thermodynamique, n'ont plus de sens pour de semblables systèmes* »<sup>54</sup>. Et les considérations précédentes montrent combien de précautions doivent être prises avant d'appliquer un théorème de thermodynamique aux systèmes qui renferment des courants.

---

<sup>53</sup> Duhem indique la manière dont la restriction précédente s'introduit dans la démonstration du principe de Carnot lors d'une étude sur la thermodynamique professée à la Faculté des Sciences de Lille en 1888. Uniquement suggérées dans le tome I des *Leçons* (DUHEM Pierre [1891a], p. 339), ces idées sont décrites à partir de 1893 dans ses *Commentaires aux principes de la thermodynamique* et dans différents traités de mécanique chimique (DUHEM Pierre [1893a, b, 1897b]). Pour Duhem, une modification réversible n'est pas une modification mais une suite continue d'états d'équilibre, limite commune de deux groupes de modifications réalisables de sens inverse. Ce n'est donc que par la pensée que l'on peut faire subir à un système une semblable modification. Et c'est la présence de corps extérieurs convenablement choisis qui permet de transformer des états intermédiaires quelconques en états d'équilibre. La considération de systèmes traversés par des courants électriques prouve d'ailleurs selon Duhem que la restriction énoncée précédemment « *ne constitue pas une vaine précaution* » (DUHEM Pierre [1893b], p. 335). D'après L. Marchis, un étudiant devenu collègue, « *Duhem est le premier qui ait défini avec précision la modification réversible et qui ait montré quels sont ses caractères* » (MARCHIS Lucien [1904], p. 60).

<sup>54</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 228.

### 5.3. Raisons qui ont fait adopter l'ordre suivi dans le tome III

Dans la plupart des ouvrages sur le sujet, l'ordre suivant lequel l'électroynamique est exposée se rapproche plus ou moins de l'ordre historique, les lois des forces électroynamiques ayant été découvertes, au moins partiellement, bien avant les lois de l'induction. Duhem a néanmoins décidé de construire son ouvrage sur un plan entièrement nouveau, en renversant l'ordre traditionnel. Ce renversement dans la marche suivie n'est *a priori* pas motivé par un « *vain désir d'innover* »<sup>55</sup> puisque Duhem semble avoir envisagé de suivre la voie classique aux débuts de ses recherches. En effet, dans son premier mémoire sur les actions électroynamiques, il indique que son étude ne nécessite pas encore l'usage de la loi de Joule mais que celle-ci serait utile « *lorsque nous étudierons ultérieurement les phénomènes d'induction* »<sup>56</sup>. Or Duhem se propose à présent de montrer que la voie initiée par Helmholtz et Thomson conduit à des conséquences absolument incompatibles avec l'expérience et que l'ordre suivi dans le troisième tome de ses *Leçons* est imposé « *par d'importantes raisons théoriques* »<sup>57</sup>. Celles-ci sont notamment rattachées aux paradoxes indiqués précédemment.

Pour commencer, Duhem suppose que l'on soit parvenu directement, d'une manière quelconque, à la loi fondamentale de l'électroynamique :

$$\Pi = -\frac{A^2}{2} \sum \left( \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right) J J' ds ds'. \quad (53)$$

Duhem cherche alors à tirer la loi de l'induction de cette dernière, en faisant usage de la loi de Joule et du principe de conservation de l'énergie. La première étape consiste à déterminer l'énergie interne d'un système traversé par des courants électriques, c'est-à-dire le terme  $U'$  associé à la présence des courants. La première idée qui s'offre alors à l'esprit est l'application du théorème des déplacements sans changements d'état qui, dans les autres branches de l'électricité et du magnétisme, relie l'énergie interne au travail des forces intérieures. Celle-ci conduit à admettre que le travail exercé par les forces électroynamiques intérieures au système est égale à la variation changée de signe de la quantité  $EU'$ , cette variation étant prise en regardant les intensités constantes. Ces considérations impliquent la relation suivante :

$$EU' = \Pi. \quad (54)$$

Celle relation est celle dont les physiciens sont naturellement portés à admettre par voie d'analogie avec la relation qui lie l'énergie interne au travail des actions gravitationnelles, capillaires, électrostatiques ou encore magnétiques.

<sup>55</sup> *Ibid*, p. 230.

<sup>56</sup> DUHEM Pierre [1886c], p. 236.

<sup>57</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 230.

Ce résultat obtenu, l'application de la loi de Joule (36) et du principe de conservation de l'énergie (41) conduit à l'égalité suivante :

$$\sum \xi J ds dt = -E \delta U' - d\tau, \quad (55)$$

$d\tau$  représentant le travail des forces intérieures électrodynamiques. Soit encore :

$$\sum \xi J ds dt = -\delta \Pi + D\Pi. \quad (56)$$

Cette relation implique finalement la forme suivante de la force électromotrice d'induction :

$$\xi ds = \frac{A^2}{2} ds \sum \left( \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right) \frac{dJ'}{dt} ds'. \quad (57)$$

Telle est la loi de l'induction à laquelle on parvient naturellement en suivant la voie indiquée par Helmholtz et Thomson. Mais cette formule conduit à différentes conséquences qui sont incompatibles avec les observations expérimentales :

- il n'y aurait pas d'induction par seulement mouvement des conducteurs ;
- la force électromotrice d'induction par variation d'intensité aurait la valeur donnée par la théorie de Neumann, mais de signe contraire, en sorte que l'équilibre électrique sur un ensemble de conducteurs immobiles serait un équilibre instable.

Dès lors, si l'on veut, conformément à l'ordre classique, passer de la loi de l'électrodynamique à la loi de l'induction en employant comme intermédiaires la loi de Joule et le principe de conservation de l'énergie, on est obligé d'accepter l'égalité suivante à titre de principe fondamental :

$$E U' = -\Pi, \quad (58)$$

soit encore la relation (47),

$$E D U = -d\tau_i + d\tau,$$

$d\tau_i$  désignant le travail des forces intérieures non électrodynamiques. Cette égalité établit une différence profonde entre la relation qui lie l'énergie interne au travail des actions électrodynamiques et celle qui lie cette même énergie au travail des forces intérieures dans les autres branches de la physique. La thermodynamique peut bien montrer la possibilité de cette relation mais ne peut pas en prouver la nécessité ni même établir l'impossibilité de la relation inverse. Néanmoins, dans la théorie décrite par Duhem dans ses *Leçons*, « cette égalité se présente comme la conséquence finale d'une suite d'hypothèses très naturelles et de déductions très claires, en sorte qu'elle ne constitue plus qu'un paradoxe, facile d'ailleurs, à expliquer dans l'état actuel de la Thermodynamique. Prise au contraire comme point de départ d'une théorie, elle paraît fort invraisemblable, et devait surtout le paraître à une époque où l'obscurité qui entourait les principes de la Thermodynamique en rendait l'explication presque impossible. Aussi M. Helmholtz, Sir W. Thomson, les physiciens qui, après eux, ont suivi la même voie, ont-ils dissimulé l'invraisemblance du point de départ sous la brièveté et l'obscurité de l'exposé »<sup>58</sup>. Ainsi, pour Duhem, un résultat

<sup>58</sup> *Ibid*, p. 234.



paradoxal peut satisfaire l'esprit lorsque ce résultat est une conséquence d'une théorie logique et qu'il s'agit seulement d'expliquer ce qu'il présente de paradoxal. Par contre, prendre ce résultat comme fondement même de la théorie présenterait un grand inconvénient au point de vue de la logique.

Une seconde difficulté apparaît en outre lorsque l'on suit l'ordre historique et ce même en admettant *a priori* l'égalité (47). En effet, l'application de la loi de Joule et du principe de conservation de l'énergie conduit à l'égalité suivante :

$$\sum \left( \xi ds dt + \frac{A^2}{2} \delta \left[ ds \sum \left( \frac{1-\lambda}{2r} \cos(r, ds) \cos(r, ds') + \frac{1+\lambda}{2r} \cos(ds, ds') \right) J' ds' \right] \right) J = 0. \quad (59)$$

Si cette équation est bien vérifiée en remplaçant la force électromotrice d'induction  $\xi$  par sa valeur admise dans la théorie de l'induction, il n'est pas certain que ce soit la seule solution possible. En particulier, si  $J = 0$  dans un élément de conducteur, on peut attribuer une valeur arbitraire  $\xi$  à cet élément. Ainsi, en suivant l'ordre historique, on obtient une seule relation entre les forces électromotrices d'induction qui agissent dans les divers éléments du système et celle-ci ne suffit pas pour déterminer isolément la valeur de chacune de ces forces.

L'ensemble de ces raisons a ainsi poussé Duhem à rompre avec l'ordre traditionnel initié par Helmholtz et Thomson et à renverser la perspective entre l'électrodynamique et l'induction<sup>59</sup>. De la méthode des deux illustres physiciens, Duhem en garde néanmoins l'idée capitale, à savoir la possibilité de relier les lois de l'induction et des forces électrodynamiques par l'intermédiaire de la loi de Joule et du premier principe de la thermodynamique. Dans l'introduction d'un article publié en 1893 et consacré à l'extension de l'étude précédente au cas des conducteurs d'étendue finie, Duhem ne manquera d'ailleurs

<sup>59</sup> Comme l'indique O. Manville dans son compte rendu de l'œuvre scientifique de Duhem, ce dernier indiquait régulièrement à ses collègues qu'il aurait établi le tome III sur un plan encore différent si les circonstances lui avait permis de faire une nouvelle édition (MANVILLE Octave [1927], p. 181). Ce nouvel ordre d'exposition, qui lui semble « *plus naturel et plus rigoureux* », est décrit sommairement en 1905, dans son ouvrage sur *l'Evolution de la mécanique* : « *un ensemble d'hypothèses simples, précisées par quelques appels à l'expérience, fournit le terme électrocinétique qui doit figurer dans l'Energie totale. L'énergie électrocinétique une fois connue, il suffit de postuler que l'Entropie du système ne contient aucun terme électrocinétique, de même qu'elle ne contient aucun terme cinétique [c'est-à-dire dépendant de la vitesse des éléments du système]; d'admettre que les actions de viscosité sont, en toutes circonstances, déterminées par les formules de Ohm, pour se trouver en pleine possession des principes de l'Electrodynamique. De ces principes, toutes les formules qui constituent cette science, toutes les lois qui régissent les forces électromotrices d'induction, les actions électrodynamiques, le dégagement de chaleur dans les corps que traversent les courants, se tirent par des procédés réguliers* » (DUHEM Pierre [1905], p. 332). La considération d'une hypothèse sur l'entropie est très surprenante puisque Duhem affirme justement dans ses *Leçons* que cette notion n'a plus de sens pour des systèmes qui renferment des courants. Il n'aura cependant pas l'occasion de détailler ce nouvel ordre d'exposition de l'électrodynamique et donc de nous éclairer sur ce point. Notons enfin, à propos du renversement de l'ordre d'exposition opéré par Duhem, que Bouasse, proche de Duhem, opérera lui-même une rupture avec l'ordre traditionnel dans son cours de physique. Bouasse traite en effet le magnétisme avant d'aborder le problème de l'électricité statique. Il justifie cet ordre en remarquant qu'il est bien plus aisé d'observer un spectre magnétique que son équivalent électrostatique (BOUASSE Henri [1914 - 1916]).

pas de signaler l'influence certaine qu'ont jouée les travaux de Helmholtz dans l'orientation de ses recherches : « *si nos études contribuent à faire partager au lecteur l'admiration que nous inspire l'œuvre de l'illustre physicien, notre but sera atteint* »<sup>60</sup>.

### III. L'électromagnétisme dans le tome III des *Leçons*

La seconde moitié du tome III des *Leçons*, consacrée aux phénomènes électromagnétiques, est construite selon une architecture semblable à celle qui préside à la conception de l'œuvre électrodynamique. Duhem cherche tout d'abord à déterminer la loi élémentaire de l'induction électromagnétique en s'appuyant sur quelques hypothèses générales sur les courants et les aimants. Il en déduit ensuite, grâce à la loi de Joule et au principe de conservation de l'énergie, l'expression de l'énergie interne d'un système renfermant des conducteurs et des aimants puis la loi fondamentale des forces électromagnétiques. Néanmoins, à l'image de son second mémoire paru dans la revue de la Société des Sciences de Finlande, cette étude des phénomènes électromagnétiques nécessite des hypothèses supplémentaires par rapport à son équivalent électrodynamique. Duhem se limite ainsi dans un premier temps aux conducteurs parcourus par des courants uniformes et suppose que l'ensemble des actions électromagnétiques d'un élément magnétique peut se ramener aux actions émanant de ses deux pôles. L'extension d'une conséquence de cette théorie, à savoir l'analogie entre un élément magnétique et un courant fermé, devient alors l'hypothèse fondamentale sur laquelle reposera la théorie générale des phénomènes électromagnétiques exercés dans des conducteurs quelconques.

#### 1. L'induction électromagnétique

Par suite du déplacement relatif d'un conducteur et d'un aimant ou de la variation de l'aimantation sur ce dernier, une force électromotrice d'induction électromagnétique prend naissance dans le conducteur. C'est l'expression de cette force électromotrice que Duhem se propose de rechercher, en suivant une voie analogue à celle décrite dans son étude de l'induction électrodynamique. En désignant par  $\zeta ds$  la force électromotrice engendrée dans un élément  $ds$  du conducteur, Duhem admet que celle-ci peut être mise sous la forme

$$\zeta ds dt = \sum \delta v, \quad (60)$$

la somme s'étendant aux divers éléments magnétiques du système. Chaque quantité  $\delta v$  dépend des paramètres qui fixent à l'instant  $t$  l'état électrodynamique de l'élément  $ds$  et l'état magnétique de l'élément  $dv$ , ainsi que des variations que subissent ces paramètres pendant le temps  $dt$ . En s'appuyant sur des raisonnements similaires à ceux suivis dans son étude de l'induction électrodynamique, Duhem parvient à montrer que :

<sup>60</sup> DUHEM Pierre [1893d], p. G1.

$$\zeta ds dt = \delta \left( ds \sum M \mathcal{M} dv \right), \quad (61)$$

où  $M$  est fonction des paramètres qui définissent sans ambiguïté la situation relative de l'élément  $ds$  et de la direction  $d\ell$  de l'aimantation de l'élément  $dv$ . Comme pour son équivalent électrodynamique, cette relation implique que la quantité d'électricité mise en mouvement par induction électromagnétique dépend uniquement de l'état initial et de l'état final du système formé par les aimants et l'élément conducteur.

Pour pousser plus loin la recherche de la loi de l'induction électromagnétique, Duhem se place alors dans un cas particulier. Il suppose qu'un système d'aimants soit placé en présence d'un conducteur fermé et forme avec lui un certain ensemble. Cet ensemble se modifie de telle manière que l'induction des aimants sur le conducteur, jointe aux autres forces électromotrices que le système renferme, engendre dans le conducteur un courant uniforme  $j$ <sup>61</sup>. L'intensité du courant étant la même pour tous les éléments  $ds$ , l'intégration de l'égalité précédente le long du conducteur fermé conduit à

$$\zeta ds dt = \sum \delta \left( \mathcal{M} dv \int M ds \right). \quad (62)$$

Dans les circonstances où s'est placé Duhem, le problème se ramène donc à la recherche de l'expression des intégrales

$$\int M ds.$$

Duhem affirme alors que ces intégrales peuvent être déterminées en faisant usage de l'hypothèse suivante, déjà invoquée dans ses premières recherches sur les actions électromagnétiques : « l'action électromagnétique produite par [un] élément magnétique peut être remplacée par des actions électromotrices émanant de ses deux pôles »<sup>62</sup>.

En suivant une voie entièrement analogue à celle qui lui a servi à déterminer la forme de  $\delta v$ , Duhem parvient à énoncer la proposition suivante : si  $d\ell$  désigne l'élément d'un courbe fermé invariable et  $ds$  l'élément d'une courbe fermée susceptible de toutes les variations qui n'exigent pas la rupture de la première courbe fermée, alors

$$\delta \left( \iint M ds d\ell \right) = 0. \quad (63)$$

Cette proposition rappelle évidemment celle énoncée quelques années plus tôt par Duhem et relative à la constance du potentiel électromagnétique d'un solénoïde magnétique fermé et d'un courant réalisable quelconque. Aussi, en s'appuyant sur des raisonnements analogues, notamment sur le théorème de Betti, Duhem peut énoncer le résultat suivant :

$$E dt = \frac{H}{4\pi} \delta \left( \mathcal{M} dv \int \Delta ds \right), \quad (64)$$

<sup>61</sup> Duhem fait remarquer que cette hypothèse n'implique aucune restriction au sujet de la forme du système ou des variations qui surviennent dans ses diverses parties puisqu'on peut toujours imaginer que, dans l'induit, des forces électromotrices étrangères à l'induction développée par l'aimant assurent l'uniformité du courant.

<sup>62</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 355.

où  $E$  désigne la force électromotrice induite par un élément magnétique dans le conducteur fermé considéré. Cette relation suffit à la détermination du courant induit dans le cas où l'on est assuré qu'il est uniforme.

En mettant l'expression précédente sous une forme différente, Duhem va pouvoir mettre en évidence un fait important. Par le conducteur que parcourt le courant, faisons passer une aire à deux côtés où  $d\Omega$  désigne un élément de cette aire et  $N$  la normale à la face positive de cet élément. La définition de l'angle solide permet d'écrire

$$\mathcal{M} dv \int \Delta ds = \int \frac{\partial}{\partial N} \left( \mathcal{M} \frac{\partial}{\partial \ell} \left( \frac{1}{r} \right) dv \right) d\Omega = \int \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial N} d\Omega, \quad (65)$$

$\mathcal{V}$  désignant la fonction potentielle magnétique de l'élément  $dv$  au point où se trouve  $d\Omega$ <sup>63</sup>. Imaginons à présent qu'autour de l'axe  $d\ell$  de l'élément magnétique, on trace un petit cercle d'aire  $d\omega$  et de normale positive  $d\ell$ , et que l'on fasse parcourir ce cercle par un courant d'intensité  $J$  telle que :

$$\mathcal{M} dv = \frac{A}{\sqrt{2}} J d\omega. \quad (66)$$

D'après une définition donnée dans un précédent mémoire, le petit courant et l'élément magnétique sont dits *équivalents du point de vue de l'électrodynamique* et  $\mathcal{V}$  pourra être regardée comme la fonction potentielle de ce petit courant. Or, d'après la loi d'induction électrodynamique, ce petit courant engendre, dans le conducteur fermé considéré, une force électromotrice qui peut s'écrire

$$\xi dt = -\frac{A}{\sqrt{2}} \delta \left( \int \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial N} d\Omega \right), \quad (67)$$

soit

$$E = -\frac{\sqrt{2}}{4\pi} \frac{H}{A} \xi. \quad (68)$$

Pour déterminer la force électromotrice qu'engendre un élément magnétique dans un circuit fermé  $C$ , il suffit donc de remplacer cet élément par le petit courant qui lui est équivalent au sens électrodynamique du mot. On détermine la force électromotrice engendrée par ce petit courant dans le circuit  $C$  et l'on multiplie par un certain coefficient dépendant des constantes fondamentales de l'électrodynamique et de l'électromagnétisme.

Cette proposition ramène ainsi l'étude de l'induction électromagnétique à celle de l'induction électrodynamique. Par conséquent, Duhem peut se dispenser de plus longs

---

<sup>63</sup> Comme le fait remarquer Duhem, cette intégrale représente le *nombre de lignes de force* qui traversent la surface du conducteur, selon une expression créée par Faraday. Ce résultat se trouve également chez Maxwell, qui s'attache notamment dans ses travaux à traduire en langage mathématique les raisonnements géométriques de Faraday (DUHEM Pierre [1892c], p. 140 ; MAXWELL James Clerk [1887], pp. 158 – 159).

développements sur le sujet. Il existe entre ces deux constantes fondamentales une relation qui ne saurait être mise en doute :

$$\frac{A}{\sqrt{2}} = -\frac{H}{4\pi}. \quad (69)$$

Néanmoins, comme Duhem l'a déjà indiqué dans un précédent travail, cette relation ne peut pas être prévue par la théorie, sa vérification devant être demandée à l'expérience.

## 2. Energie interne d'un système d'aimants et de courants uniformes

Lorsqu'un système renferme des courants, son énergie interne diffère d'une certaine quantité  $\Lambda$  par rapport à son expression pour un système qui renferme des aimants et des charges immobiles, mais pas de courants. D'après des hypothèses et des raisonnements analogues à ceux qui ont été employés dans sa théorie électrodynamique et dans son mémoire publié en 1891 dans la revue de la Société des Sciences de Finlande, Duhem parvient au résultat suivant :

$$\Lambda = U' + U'', \quad (70)$$

$U'$  étant défini par l'équation (40) relative à la théorie électrodynamique et  $U''$  ayant la forme suivante, d'après l'hypothèse dite des fluides magnétiques :

$$EU'' = \frac{H'}{4\pi} \sum \mathcal{M} dv J \int_C \Delta ds, \quad (71)$$

la sommation s'étendant à toutes les combinaisons distinctes que l'on peut former entre un élément magnétique  $dv$  et un conducteur fermé  $C$  parcouru par un courant uniforme d'intensité  $J$ . La constante  $H'$ , qui apparaît lors de l'application du théorème de Betti, est *a priori* différente de la constante  $H$  apparaissant dans la loi de l'induction électromagnétique puisque cette dernière n'a, jusqu'ici, pas été invoquée. Et Duhem va justement montrer que l'application de la seule loi de Joule lui permet de déterminer complètement la valeur de  $H'$ .

Dans un système de conducteurs homogènes, la loi de Joule énonce que la quantité de chaleur totale  $dQ$  dégagée pendant le temps  $dt$  vaut

$$E dQ = dt \sum \xi J ds, \quad (72)$$

$\xi ds$  étant la force électromotrice totale engendrée dans l'élément  $ds$  et  $J$  l'intensité du courant dans cet élément. Cette égalité peut-elle s'étendre d'une manière générale et sans modification à des systèmes qui renferment des aimants ? Pour tenter de répondre à cette question, Duhem cherche justement à appliquer cette loi à un système renferme des aimants, supposés immobiles, mais dépourvu de conducteur. Lors d'une modification infiniment petite de l'aimantation des aimants, l'égalité précédente et le principe de conservation de l'énergie conduisent respectivement aux relations suivantes :

$$dQ = 0 \quad \text{et} \quad dQ = -\delta U. \quad (73)$$

Or, par ses précédents travaux, Duhem connaît l'expression de l'énergie interne d'un système renfermant uniquement des corps aimantés. En particulier, si le système est composé d'un aimant permanent (1) d'un morceau de fer doux (2),

$$E dQ = T \frac{\partial}{\partial T} \int \frac{\partial F_2(\mathcal{M}_2, T)}{\partial \mathcal{M}_2} \delta \mathcal{M}_2 dv_2. \quad (74)$$

Cette dernière quantité n'étant pas nulle en général, Duhem met ainsi en évidence que la loi de Joule, comprise au sens de loi du dégagement de chaleur dans un système, ne peut s'étendre sans restriction ni modification aux systèmes qui renferment des aimants. Il est donc amené à faire une hypothèse pour que cette loi ne donne plus lieu aux conséquences contradictoires dont il vient d'être question : « la loi de Joule s'applique à un système qui renferme à la fois des courants électriques et des aimants, pourvus que les aimants gardent tous une aimantation invariable »<sup>64</sup>. Cette hypothèse va alors permettre à Duhem de déterminer la valeur qu'il convient d'attribuer à  $H'$ .

Duhem considère pour cela un système constitué d'un élément magnétique  $\mathcal{M} dv$  immobile et d'aimantation invariable et un conducteur, invariable de forme et de position et parcouru par un courant uniforme d'intensité  $J$  variable. Tous les éléments du système étant immobiles, la quantité de chaleur dégagée par le système est simplement reliée, d'après le principe de conservation de l'énergie, à la variation de l'énergie interne  $U$  du système :

$$dQ = -\delta U. \quad (75)$$

Mais comme l'état de l'élément magnétique est invariable, le conducteur n'est le siège d'aucune force électromotrice d'induction électromagnétique et la chaleur dégagée par le système n'est ainsi, d'après la loi de Joule généralisée, pas modifiée par la présence de l'élément magnétique. Dans l'expression de l'énergie interne,  $U''$  est le seul terme dépendant de l'aimantation qui soit affecté par la variation de l'intensité du courant. Duhem montre ainsi que

$$E \delta U'' = \frac{H'}{4\pi} \mathcal{M} dv \frac{dJ}{dt} dt \int_C \Delta ds = 0, \quad (76)$$

ce qui implique

$$H' = 0. \quad (77)$$

L'énergie interne d'un système qui renferme des courants fermés et uniformes et des aimants invariables ne contient ainsi aucun terme dépendant de la situation relative des courants et des aimants.

Si le système est en outre électrisé, Duhem est ainsi parvenu à déterminer l'expression générale suivante de l'énergie interne :

<sup>64</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 383.

$$E U = E \Upsilon + W + \sum \left( \theta - T \frac{\partial \theta}{\partial T} \right) q + J + T \int \left[ F(\mathcal{M}, T) - T \frac{\partial F(\mathcal{M}, T)}{\partial T} \right] dv - \Pi. \quad (78)$$

Dans cette expression :

- $\Upsilon$  est l'énergie interne du système dépourvu de courants et ramené à l'état neutre électrique et magnétique ;
- $W$  est le potentiel électrostatique ;
- $q$  est la charge électrique en un point du système ;
- $\theta$  est une quantité qui dépend de la nature de la matière autour de ce point et de la température ;
- $J$  est le potentiel magnétique ;
- $\mathcal{M}$  est l'intensité de l'aimantation en un point de l'élément  $dv$  de volume du système ;
- $F(\mathcal{M}, T)$  est une fonction de l'aimantation et de la température qui dépend de la nature de la matière autour du point considéré ;
- $\Pi$  est le potentiel électrodynamique.

Parmi les termes qui forment l'énergie interne, le potentiel électrostatique  $W$  et le potentiel magnétique  $J$  figurent avec leur signe tandis que le potentiel électrodynamique apparaît avec un signe opposé. Si Duhem a déjà rendu compte de ce résultat paradoxal, il vient à présent de mettre en évidence une autre proposition tout aussi paradoxale : « *il n'y a pas, dans l'expression de l'énergie interne d'un système qui renferme des courants électriques et des aimants, de terme électromagnétique* »<sup>65</sup>. L'analogie que les lois de l'induction ont fait apparaître entre les courants et les aimants n'annonçait pas une telle conclusion. Duhem estime néanmoins que ce résultat ne doit pas surprendre puisqu'il s'explique de la même manière que les paradoxes étudiés précédemment. Il souligne d'ailleurs que ce résultat doit justement servir « *à nous rappeler de quelles précautions doivent toujours être entourées les applications de la Thermodynamique aux systèmes qui renferment des courants électriques. Il montre, avec évidence, combien les simples raisonnements par analogie seraient dangereux en pareil cas* »<sup>66</sup>.

### 3. A propos de l'expression de l'énergie

#### 3.1. Proposition énoncée par Vaschy

L'absence de terme électromagnétique dans l'expression de l'énergie interne fait partie des propositions enseignées par Duhem dès l'année 1889 – 1890 à la Faculté des Sciences de Lille. Dans ses *Leçons*, il signale que l'ingénieur des Télégraphes A. Vaschy est parvenu de son côté à la même proposition, dans son *Traité d'électricité et de magnétisme* publié en 1890. Vaschy démontre en fait cette proposition dès 1887, dans un article « Sur les feuillets

<sup>65</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 386.

<sup>66</sup> *Ibid*, p. 417.

magnétiques et les courants » publié dans *La Lumière électrique*, un journal spécialisé en électricité<sup>67</sup>. Voici en quoi consiste son raisonnement.

Lorsque deux aimants se déplacent l'un par rapport à l'autre, les forces magnétiques en jeu développent un certain travail, qui correspond à la diminution de l'énergie potentielle du système. La situation n'est cependant pas aussi simple lorsqu'un courant se déplace dans un champ magnétique. Lorsqu'un pôle magnétique  $q$  revient à son point de départ après avoir décrit une courbe fermée embrassant un courant  $i$ , l'énergie potentielle relative du pôle et du courant retrouve la même valeur qu'avant le déplacement tandis que les forces électromagnétiques ont produit un travail égal à  $4\pi iq$ . Dans ce déplacement du pôle, puisqu'il n'y a pas de variation d'énergie potentielle, on en conclut que le travail des forces électromagnétiques est emprunté à d'autres sources d'énergie, telle que la pile qui donne naissance au courant  $i$ . C'est justement là le point de départ de la théorie de l'induction électromagnétique. Vaschy souligne néanmoins que « pour établir la théorie de l'induction, au lieu d'admettre immédiatement que le travail électromagnétique est entièrement emprunté à la source d'énergie chimique, on devrait, à la rigueur, montrer préalablement que l'énergie potentielle ne joue aucun rôle »<sup>68</sup>. L'ingénieur français va ainsi s'attacher à montrer que l'énergie relative d'un courant et d'un aimant est nulle, c'est-à-dire que la présence simultanée d'un courant et d'un aimant dans le même champ ne développe pas d'énergie potentielle, comme le ferait la présence de deux courants ou de deux aimants.

En suivant les idées de Faraday et de Maxwell, il suppose que l'énergie potentielle d'un système magnétique est répandue dans tout le milieu et que l'énergie totale vaut :

$$W = \int \frac{f^2}{8\pi k'} dv, \quad (79)$$

où  $f$  représente la force magnétique et  $k'$  le coefficient apparaissant dans la formule fondamentale du magnétisme. Si un courant se trouve en présence d'un aimant, la force magnétique en un point quelconque est la résultante de la force  $f_1$  due au courant et de la force  $f_2$  due à l'aimant. En appelant  $\alpha$  l'angle entre ces deux forces,

$$f^2 = f_1^2 + f_2^2 + 2 f_1 f_2 \cos \alpha, \quad (80)$$

d'où

$$W = \int \frac{f_1^2}{8\pi k'} dv + \int \frac{f_2^2}{8\pi k'} dv + \int \frac{f_1 f_2 \cos \alpha}{4\pi k'} dv. \quad (81)$$

<sup>67</sup> VASCHY Aimé [1890], t. I, pp. 318 – 320 ; VASCHY Aimé [1887]. Le *Traité d'électricité et de magnétisme* de Vaschy est la reproduction d'un cours professé à l'École supérieure de télégraphie. Créée en 1878, cette école forme des ingénieurs spécialisés en électricité et en télégraphie et intègre dans son enseignement les développements les plus récents de la science électrique britannique, dont le *Traité* de Maxwell.

<sup>68</sup> VASCHY Aimé [1887], p. 61.



Les deux premières intégrales représentent respectivement l'énergie potentielle due au courant seul et celle due à l'aimant seul. Le dernier terme correspond donc à l'énergie relative due à l'action réciproque du courant et de l'aimant, dont Vaschy souhaite montrer la nullité.

Il considère pour cela un tube de force fermé sur lui-même, de section infiniment petite, dans le champ créé par le courant seul. On sait que le produit de la force  $f_1$  par la section  $dS$  du tube est constant tout au long de ce dernier. Ainsi, en intégrant sur le volume total du tube considéré, on obtient :

$$\int \frac{f_1 f_2 \cos \alpha}{4\pi k'} dS dn = \frac{f_1 dS}{4\pi k'} \int f_2 \cos \alpha dn . \quad (82)$$

$dn$  étant la longueur d'un élément de tube. Or  $f_2 \cos \alpha dn$  est le travail que produirait la force  $f_2$  due à l'aimant sur un pôle unité qui décrirait le chemin  $dn$  le long du tube. Ce travail étant la chute de potentiel dû à l'aimant, son intégration le long du tube fermé est nulle. Cette propriété est valable pour l'ensemble des tubes de forces semblables et donc pour le volume entier du champ, ce qui démontre la proposition énoncée.

### 3.2. Helmholtz et le principe de moindre action

Bien que Duhem n'y fasse pas référence dans ses *Leçons*, Helmholtz indique également l'absence de terme électromagnétique dans l'expression de l'énergie dès 1887, soit la même année que la parution de l'article de Vaschy. Helmholtz est conduit à ce résultat par une voie encore différente de celles suivies par Vaschy et Duhem.

Si la carrière de Helmholtz commence avec l'extension du principe de conservation de l'énergie à toutes les forces, elle se conclut par l'étude d'un autre principe, celui de moindre action. Dans ses dernières recherches, du début des années 1880 jusqu'à sa mort en 1894, Helmholtz s'attache ainsi à étendre le principe de moindre action bien au-delà de la mécanique des corps pondérables, domaine où il s'est développé depuis les travaux de Maupertuis et de Lagrange notamment. D'après ce principe, tous les états possibles d'un système doivent être considérés, l'état effectivement réalisé étant celui qui minimise une certaine quantité. La forme du principe de moindre action qu'adopte Helmholtz est celle qu'en a donnée Hamilton dans les années 1830 <sup>69</sup>. Désignant par  $F$  l'énergie potentielle du système et par  $L$  sa force vive, la fonction dont l'intégrale par rapport au temps entre les positions extrêmes est un minimum pour le mouvement normal vaut

$$H = F - L , \quad (83)$$

l'énergie du système étant

$$E = F + L . \quad (84)$$

<sup>69</sup> HAMILTON William Rowan [1834].

Helmholtz propose de donner à la fonction principale de Hamilton  $H$  le nom de *potentiel cinétique*<sup>70</sup>. Il propose en outre d'ajouter à  $H$  une somme

$$\sum_a P_a p_a$$

dans laquelle les  $P_a$  sont les forces qui agissent dans la direction de coordonnées  $p_a$ . Sous cette forme, le principe du minimum donne les équations de Lagrange pour les forces  $P_a$  et, par suite, l'ensemble des recherches basées sur ces équations sont comprises dans le principe de moindre action convenablement modifié. Or, dans son *Traité d'électricité et de magnétisme*, Maxwell a justement montré que les lois des actions électrodynamiques et de l'induction peuvent être mises sous la forme des équations de Lagrange<sup>71</sup>. Ces équations s'appliquent au mouvement des molécules du fluide impondérable que Maxwell suppose présider à la manifestation des phénomènes électriques. Les forces électromotrices d'induction seraient ainsi des forces d'inertie et le potentiel électrodynamique correspondrait à la demi-force vive du fluide, c'est-à-dire à une énergie cinétique. Cette description lagrangienne des actions électrodynamiques suggère alors à Helmholtz d'appliquer le principe de moindre action aux systèmes qui renferment des courants. Il développe ces idées dans un article général « Sur la signification physique du principe de moindre action » qu'il publie en 1887<sup>72</sup>.

S'appuyant sur ses recherches sur le potentiel électrodynamique menées au début des années 1870, Helmholtz admet la forme suivante pour le potentiel cinétique d'un ensemble de circuits fermés :

$$H = -\frac{1}{2} \sum_b \sum_c Q_{b,c} I_b I_c, \quad (85)$$

$I_b$  étant l'intensité du courant dans le circuit  $b$  et  $Q_{b,c}$  une fonction des coordonnées  $p_a$  des masses pondérables qui composent les circuits. Les principes de la mécanique hamiltonienne impliquent alors les expressions suivantes pour les forces électrodynamiques et l'énergie électrodynamique :

$$P_a = \frac{1}{2} \sum_b \sum_c \frac{\partial Q_{b,c}}{\partial p_a} I_b I_c, \quad (86)$$

$$E = H - \sum_b I_b \frac{\partial H}{\partial I_b} = -H. \quad (87)$$

Helmholtz retrouve donc cette proposition remarquable que le potentiel électrodynamique apparaît changé de signe dans l'expression de l'énergie. S'il existe en outre un aimant

<sup>70</sup> Dans un article « Sur la statique des systèmes monocycliques » publié en 1884, Helmholtz montre d'ailleurs que si l'on se retient aux phénomènes réversibles, ce potentiel cinétique s'identifie à l'*énergie libre* qu'il a introduite en thermodynamique (HELMHOLTZ Hermann (Von) [1884]).

<sup>71</sup> MAXWELL James Clerk [1887], chapitres V, VI et VII.

<sup>72</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1887].

permanent, dont la position  $p_0$  est déterminée, il faut ajouter à  $H$  une série de termes linéaires par rapport à l'intensité des courants. Désignée par  $h$ , cette quantité peut s'écrire

$$h = \sum_b R_b I_b, \quad (88)$$

$R_b$  étant des fonctions des coordonnées  $p_b$  et  $p_0$ . Mais cette quantité  $h$  ne contribue aucunement à l'énergie puisque

$$h - \sum_b I_b \frac{\partial h}{\partial I_b} = 0. \quad (89)$$

Le principe de moindre action montre ainsi qu'il n'y a pas de terme électromagnétique dans l'expression de l'énergie. Helmholtz montre d'ailleurs que ce résultat n'est qu'un cas particulier de la proposition générale suivante : si le potentiel cinétique contient des termes linéaires par rapport aux vitesses, ici les intensités des courants, ces termes disparaissent de la valeur de l'énergie. Helmholtz est ainsi parvenu à montrer que les résultats paradoxaux énoncés par Duhem dans ses *Leçons* se présentent comme des conséquences du principe de moindre action appliqué aux phénomènes électromagnétiques.

### 3.3. Duhem et le principe de moindre action appliqué à l'électroynamique

On peut se demander ce que Duhem pense de ces résultats, obtenus d'ailleurs par un physicien pour qui il ne cache pas son admiration. Remarquons tout d'abord que Duhem ne discute aucunement, dans ses *Leçons*, la théorie lagrangienne de l'électroynamique imaginée par Maxwell. Poincaré, qui consacre son cours de physique mathématique de l'année 1888 – 1889 aux théories de Maxwell, considère pourtant cette partie de l'œuvre de Maxwell comme l'une des plus originales<sup>73</sup>. Duhem n'évoque l'approche de Maxwell qu'en 1905, dans son ouvrage sur *l'Evolution de la mécanique*, au moment où il considère la place de l'électroynamique dans sa thermodynamique générale. Duhem a montré que l'application du principe de conservation de l'énergie marque une distinction profonde entre les systèmes renfermant des courants et ceux qui en sont dépourvus. Cette distinction essentielle n'exclut cependant pas de faire certains rapprochements entre l'électroynamique et la mécanique. Maxwell est ainsi parvenu à montrer que, dans un système parcouru par des courants linéaires et uniformes, on peut élaborer une théorie électroynamique en s'appuyant sur des formules semblables à celles qui, depuis Lagrange, servent à calculer les forces d'inertie lorsqu'on connaît l'expression de la force vive. Néanmoins, si ce rapprochement rend frappante l'analogie entre l'énergie cinétique et l'énergie électrocinétique, Duhem se garde bien d'en exagérer la portée. Il remarque ainsi que l'approche de Maxwell ne s'étend pas aux systèmes traversés par des courants non uniformes. Mais surtout, si l'existence d'une explication mécanique de l'électroynamique exige que les lois régissant les phénomènes

<sup>73</sup> POINCARÉ Henri [1890a], chapitre IX.

électriques soient mises sous la forme des équations de Lagrange <sup>74</sup>, il ne s'en suit pas que cette condition nécessaire soit en même temps suffisante : « *Maxwell y voyait une preuve que le courant électrique est réductible au mouvement local ; pour nous, il traduit surtout ce fait que l'Énergie électrocinétique est homogène et du second degré par rapports aux intensités du courant, comme la force vive est homogène et du second degré par rapport aux vitesses généralisées* » <sup>75</sup>. Duhem n'y voit donc rien de plus qu'une simple analogie formelle.

De la même manière, Duhem ne va pas accorder le statut de démonstration aux propositions énoncées par Helmholtz dans le cadre du principe de moindre action. Il connaît d'ailleurs les limites de ce dernier principe lorsque celui-ci est appliqué en thermodynamique aux phénomènes irréversibles. Pour Duhem, l'introduction d'un terme nouveau dans l'expression de l'énergie nécessite quelques précautions, d'autant plus si la forme reçue par ce terme est quelque peu imprévue, comme dans le cas des termes électrodynamique et électromagnétique. Or Duhem considère les derniers travaux de Helmholtz comme « *une œuvre qui a simplement pour objet de mettre en évidence l'analogie qui existe entre les formules connues* » <sup>76</sup>. Aussi, le fait qu'il soit nécessaire d'accepter ces propositions particulières si l'on veut que le principe de moindre action s'applique aux phénomènes électromagnétiques « *ne suffirait peut-être pas à entraîner l'adhésion* ». Dans son ouvrage de *Leçons*, Duhem prétend au contraire « *exposer et justifier* » la coordination établie par la thermodynamique entre les diverses parties de la science électrique. Les propositions relatives à la forme de l'énergie, quoique paradoxales, y sont donc présentées comme rigoureusement démontrées. Et si ses travaux en électrodynamique amènent Duhem à suivre d'anciennes idées émises par Helmholtz, celles-ci ne se rapportent à aucun moment aux recherches menées par ce dernier à la fin de sa carrière.

Une fois établie cette proposition qu'il n'y a pas d'énergie électromagnétique, l'extension de la loi de Joule à un système dont les courants et les aimants varient arbitrairement fait connaître d'une part les lois des forces qui s'exercent entre ces entités, d'autre part les lois d'aimantation par les courants. La théorie de l'électromagnétisme se trouve dès lors assurée par ses principes expérimentaux.

#### 4. Nouvelle définition des corps parfaitement doux

En élaborant sa théorie de l'aimantation par influence, Duhem a supposé que les corps étudiés faisaient partie d'un système admettant un potentiel thermodynamique interne et a défini les corps magnétiques *parfaitement doux* comme portant à chaque instant une distribution magnétique qui minimise ce potentiel. Or Duhem vient de montrer que la notion

---

<sup>74</sup> Le formalisme lagrangien est en effet applicable à tous les systèmes mécaniques.

<sup>75</sup> DUHEM Pierre [1905], p. 334.

<sup>76</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 94.

de potentiel thermodynamique interne ne peut s'étendre à un système renfermant des courants. La proposition précédente n'est donc plus susceptible de définir ce qu'il faut entendre par corps magnétique *parfaitement doux* dans un système qui renferme à la fois des aimants et des courants. Il est donc nécessaire pour Duhem de donner une nouvelle définition de ces corps s'il veut les intégrer dans sa théorie électromagnétique, et étudier notamment le phénomène d'aimantation par les courants. Cette nouvelle définition va en fait découler d'une proposition relative aux systèmes qui ne renferment pas de courants.

Dans un système qui ne renferme pas de courant, si l'aimantation subit une variation quelconque sur un corps quelconque immobile, le dégagement de chaleur vaut, d'après l'expression de l'énergie interne d'un système aimanté :

$$E dQ = -E \delta U = -\delta \left( J + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}, T) dv \right) + T \frac{\partial}{\partial T} \int \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{M}, T)}{\partial \mathcal{M}} \delta \mathcal{M} dv. \quad (90)$$

De plus, dire que la première différentielle

$$\delta \left( J + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}, T) dv \right)$$

s'annule revient à admettre que l'aimantation du corps vérifie les équations de l'équilibre magnétique établies par Duhem dans sa théorie de l'aimantation par influence. Ainsi, en supposant que le corps est parfaitement doux, Duhem retrouve l'équation (74) établie précédemment :

$$E dQ = T \frac{\partial}{\partial T} \int \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{M}, T)}{\partial \mathcal{M}} \delta \mathcal{M} dv. \quad (91)$$

Et inversement, en partant de cette dernière expression de la quantité de chaleur dégagée, il peut retrouver les équations de l'équilibre magnétique. Duhem vient donc d'établir l'équivalence des deux propositions suivantes :

- (i) dans un système qui ne renferme aucun courant, un corps magnétique est un corps parfaitement doux s'il porte à chaque instant une distribution magnétique rendant minimum le potentiel thermodynamique ;
- (ii) dans un système qui ne renferme aucun courant, un corps magnétique est un corps parfaitement doux si toute variation d'aimantation de ce corps engendre dans le système un dégagement de chaleur donné par l'égalité (91).

Duhem est donc en possession de deux définitions du mot *corps parfaitement doux* qui sont totalement équivalentes pour des systèmes dépourvus de courants. Mais la seconde présente un grand avantage par rapport à la première, puisqu'elle peut s'étendre aux systèmes qui renferment à la fois des corps aimantés et des courants. Duhem admet donc à présent cette dernière définition d'un corps parfaitement doux valable dans un système quelconque.

Cette définition électromagnétique des corps parfaitement doux permet à Duhem d'en déduire la loi générale de l'aimantation par influence et notamment la loi qui règle l'aimantation par les courants. Il considère pour cela un système formé d'un conducteur fermé et immobile C, parcouru par un courant uniforme et constant  $J$ , d'un aimant permanent (1) et d'un morceau de fer doux (2). D'après les considérations précédentes, si l'aimantation sur le corps (2) varie, le système dégage durant  $dt$  une certaine quantité de chaleur donnée par l'égalité :

$$E dQ = \eta J dt + T \frac{\partial}{\partial T} \int \frac{\partial \mathcal{F}_2(\mathcal{M}_2, T)}{\partial \mathcal{M}_2} \delta \mathcal{M}_2 dv_2. \quad (92)$$

$\eta$  étant la force électromotrice totale engendrée dans le conducteur. Or, d'après le principe de conservation de l'énergie, cette quantité de chaleur est liée à la variation de l'énergie interne du système :

$$E dQ = -E \delta U. \quad (93)$$

En ne considérant que les termes dépendant de la variation d'aimantation, ces relations conduisent ainsi sans peine à l'équation suivante :

$$E J dt = -\delta \left( J + \int \mathcal{F}_2(\mathcal{M}_2, T) dv_2 \right), \quad (94)$$

où  $E$  est la force électromotrice d'induction électromagnétique engendrée dans le conducteur. Dans la théorie de l'aimantation par influence établie dans des systèmes sans courant, le terme à gauche de l'égalité était nul. En s'appuyant sur la loi de l'induction électromagnétique et en appelant  $\mathcal{V}$  la fonction potentielle du courant fermé, Duhem parvient à mettre ce terme supplémentaire sous la forme suivante :

$$E J dt = -\frac{\sqrt{2} H}{4\pi A} \int \left\| \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_2} \delta \mathcal{A}_2 \right\| dv_2. \quad (95)$$

Aussi, en appelant respectivement  $\mathcal{V}'_1$  et  $\mathcal{V}'_2$  les fonctions potentielles relatives à l'aimant permanent (1) et au corps parfaitement doux (2), Duhem est conduit au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_2 &= -\mathcal{F}_2(\mathcal{M}_2) \left[ \frac{\partial(\mathcal{V}'_2 + \mathcal{V}'_1)}{\partial x_2} - \frac{\sqrt{2} H}{4\pi A} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x_2} \right] \\ \mathcal{B}_2 &= -\mathcal{F}_2(\mathcal{M}_2) \left[ \frac{\partial(\mathcal{V}'_2 + \mathcal{V}'_1)}{\partial y_2} - \frac{\sqrt{2} H}{4\pi A} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y_2} \right] \\ \mathcal{C}_2 &= -\mathcal{F}_2(\mathcal{M}_2) \left[ \frac{\partial(\mathcal{V}'_2 + \mathcal{V}'_1)}{\partial z_2} - \frac{\sqrt{2} H}{4\pi A} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z_2} \right] \end{aligned} \quad (96)$$

L'aimantation par les courants se traite donc analytiquement de la même manière que l'aimantation par des aimants : un courant fermé et uniforme influe sur le morceau de fer doux de la même manière qu'un feuillet magnétique.

## 5. Loi fondamentale de l'électromagnétisme

En suivant une méthode identique à celle qu'il a suivie pour déterminer les actions électrodynamiques, Duhem peut déterminer sans peine la loi des forces électromagnétiques entre aimants et courants fermés uniformes. Il montre ainsi que, dans un déplacement quelconque, le travail des forces électromagnétiques a pour expression

$$d\tau = -\frac{H}{4\pi} \sum \mathcal{M} dv J \delta \int \Delta ds, \quad (97)$$

c'est-à-dire que ces forces dérivent d'un potentiel dont l'expression s'accorde avec celle (16) déterminée dans son mémoire sur les actions électromagnétiques publié en 1891. Duhem est donc conduit à faire les mêmes commentaires sur les relations existant entre les forces électromagnétiques et les forces électrodynamiques.

Duhem parvient également à montrer que l'hypothèse des fluides magnétiques devient inacceptable lorsque l'on considère des conducteurs parcourus par des courants non uniformes. Cette hypothèse exigerait en effet la nullité de la constante électromagnétique  $H$ , ce que les expériences faites avec des aimants et des courants fermés et uniformes ne permettent pas. Pour étendre son étude électromagnétique au cas des courants quelconques, Duhem est donc à nouveau amené à prendre comme hypothèse fondamentale l'analogie des courants et des aimants observée dans le cas des courants uniformes. Il admet ainsi qu'un élément magnétique et son petit courant équivalent engendrent, en toutes circonstances, la même force électromotrice d'induction dans un courant quelconque. Cette hypothèse ramène immédiatement l'étude de la loi élémentaire de l'induction électromagnétique à un problème d'induction électrodynamique. Par conséquent, la théorie de l'ensemble des phénomènes électromagnétiques se déduit entièrement de la théorie électrodynamique. Duhem parvient notamment à montrer que dans l'expression de l'énergie interne d'un système renfermant des courants quelconques, il n'y a pas non plus, comme dans le cas des courants uniformes, de terme électromagnétique.





## CHAPITRE VII

# L’AFFIRMATION D’UN PROJET SCIENTIFIQUE ET ÉPISTÉMOLOGIQUE

### I. Bilan des *Leçons sur l’électricité et le magnétisme*

#### 1. « Un exposé aussi un, aussi logique que possible »<sup>1</sup>

Selon les mots de son élève E. Jouguet, Pierre Duhem « *croit avoir fait œuvre utile s’il a trouvé une méthode élégante pour coordonner d’une manière nouvelle d’anciens résultats* »<sup>2</sup>. En moins d’une année, il a fait paraître un exposé très étoffé, de plus de 1500 pages, sur les théories de l’électricité et du magnétisme. Même si l’auteur fait preuve d’une érudition peu ordinaire en accompagnant son texte de nombreux renvois bibliographiques, cet ouvrage n’est pas une simple compilation des différentes théories mathématiques proposées jusqu’alors. Duhem s’est en effet attaché à démêler, à coordonner et à enrichir cet amas de connaissances en soumettant cette branche de la physique aux principes de la thermodynamique et à quelques hypothèses qu’il a cherché à garder les plus générales possibles. Il offre ainsi une théorie complète de l’équilibre de l’électricité et de son mouvement permanent sur les corps conducteurs, des propriétés des corps aimantés et des corps diélectriques, qu’ils soient cristallisés ou non, plongés ou non dans un milieu polarisé. Selon lui, tous ces phénomènes seraient essentiellement gouvernés par les lois de Coulomb et les propriétés du potentiel thermodynamique. En cherchant à étendre ces résultats aux cas de systèmes renfermant des courants électriques, il a cependant été amené à revoir son approche puisque les notions d’entropie, de travail non compensé et de potentiel thermodynamique ne semblent plus avoir de sens pour de tels systèmes. Malgré ces quelques paradoxes, il est parvenu à édifier une théorie générale des phénomènes électrodynamiques et électromagnétiques en associant quelques hypothèses générales au principe de conservation de l’énergie et à la loi de Joule généralisée.

En plus des résultats déjà connus de la science électrique qui ont pu être réunis en un faisceau unique, la démarche adoptée par Duhem lui permet également de développer des

---

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1891a], p. v.

<sup>2</sup> JOUGUET Emile [1917], p. 49.

idées entièrement nouvelles sur plusieurs facettes de cette discipline. On peut notamment citer la démonstration de l'impossibilité du diamagnétisme véritable, la théorie des pressions à l'intérieur des corps polarisés, celle des phénomènes pyro-électriques et piézo-électriques, ou encore le nouveau regard porté sur l'électrodynamique et l'électromagnétisme. Certaines de ces idées ont déjà été émises par Duhem, au moins partiellement, dans des publications antérieures. En faisant paraître ses *Leçons*, il espère offrir une diffusion plus large à ces travaux et montrer la pertinence et la puissance de *l'instrument thermodynamique* appliqué aux phénomènes électriques et magnétiques.

En regardant l'abondance des sujets traités par Duhem dans ses *Leçons* et la cohérence de l'œuvre dans son ensemble, fruit de plusieurs années de travail, il semble qu'il soit parvenu à atteindre le but qu'il s'était initialement fixé. Bien que la tâche fût hérissée de difficultés, il présente un exposé étoffé et harmonieux des théories de l'électricité et du magnétisme. Selon Painlevé, qui rend compte dans le *Bulletin des sciences mathématiques* de la parution de l'ouvrage de son collègue lillois, « *l'Ouvrage de M. Duhem a sa place marquée dans la bibliothèque de tous ceux qu'intéressent, à un point de vue quelconque, les théories de l'électricité* »<sup>3</sup>. Réservant un grand fond de scepticisme aux hypothèses d'ordre métaphysique, Duhem a justement cherché à construire une théorie générale qui puisse être admise par tous les esprits, quelles que soient leurs tendances. Dans le développement de la théorie, il évite toute hypothèse sur la nature des phénomènes électriques et magnétiques, ne faisant à aucun moment allusion à l'idée que ces actions agiraient à distance ou par l'intermédiaire d'un milieu. Les lois qu'il est parvenu à établir et les propriétés importantes qui en découlent sont ainsi indépendantes des hypothèses que l'on peut émettre à cet égard. Ce sont des résultats acquis que Duhem exprime dans un langage phénoménologique et qui doivent donc selon lui subsister avec toute autre forme de langage<sup>4</sup>.

Dans aucun de ses travaux en sciences physiques, Duhem ne discute d'ailleurs la question de savoir si les corps sont réellement continus ou formés de parties discontinues très petites. Il estime en effet qu'« *en Physique, il nous est à la fois impossible et inutile de connaître la constitution réelle de la matière* »<sup>5</sup>. S'il adopte une représentation continue de la matière, comme l'immense majorité des physiciens à l'époque, c'est selon lui simplement parce que ce mode de représentation bénéficie d'outils mathématiques plus développés

---

<sup>3</sup> PAINLEVE Paul [1893], p. 16.

<sup>4</sup> Dans *La théorie physique, son objet, sa structure*, Duhem insistera justement sur l'avantage qu'il y a à rendre une théorie physique indépendante de toute explication métaphysique : « *on la rend acceptable, en même temps, à des esprits qui professent des opinions philosophiques incompatibles ; et cependant, bien loin d'entraver les recherches de ceux qui prétendaient donner une explication des phénomènes, on facilite leur tâche ; on condense en un petit nombre de propositions très générales les lois innombrables dont ils doivent rendre compte, en sorte qu'il leur suffise d'expliquer ces quelques propositions pour que cet immense ensemble de lois ne renferme rien de mystérieux* » (DUHEM Pierre [1906a], pp. 70 – 71).

<sup>5</sup> DUHEM Pierre [1892d], p. 272.

(calcul infinitésimal et intégral) et conduit à des théories plus élégantes. Ce mode de représentation est en outre privilégié dans la science positive par la considération de concepts qui sont macroscopiques : dans les domaines comme l'élasticité ou la mécanique des fluides par exemple, même si les corps possèdent une structure discontinue, une représentation macroscopique permet de diviser ces milieux en portions sensiblement homogènes et peuvent être regardées, au point de vue du calcul intégral, comme continus.

## 2. L'œuvre de Duhem dans son aspect mathématique

L'exécution du programme d'unification de la science électrique que s'est fixé Duhem nécessite le recours à de nombreuses ressources de l'analyse mathématique : théorie du potentiel, calcul de variations, notions de géométrie de situation, etc. Pour Duhem, l'instrument mathématique est nécessaire à l'étude de la physique et le physicien doit être capable d'en maîtriser tous les rouages. Cet instrument doit toutefois rester un moyen et non une fin, un principe « *que l'on ne doit jamais perdre, si l'on veut éviter les abus de la Physique Mathématique* »<sup>6</sup>.

La solide formation mathématique de Duhem marque irrémédiablement l'ensemble de son œuvre physique, ce qui lui donne une empreinte peu commune à l'époque, à l'exception peut-être des travaux de Poincaré ou ceux de P. Curie sur la symétrie. En décrivant cet aspect de l'œuvre de son ancien collègue et ami, le mathématicien Hadamard soulignera ainsi que « *Duhem a pris une place à part, celle d'un puissant logicien, à une époque où la physique commençait déjà à sa mouvoir presque exclusivement à coup d'intuitions et d'images et à ne pas même toujours craindre les contradictions. [...] Cette connaissance des mathématiques, que tant d'autres auraient pu lui envier, [...] lui a permis de jouer un rôle scientifique que bien peu, et il faut le regretter hautement, étaient et sont encore aujourd'hui capables de remplir. C'est un grand besoin, et de plus en plus gravement ressenti à notre époque d'indispensable spécialisation, que celui d'une liaison, toujours plus utile et toujours plus difficile, entre les divers parties de la science. Pour l'établir, il faut des intelligences également rompues aux disciplines les plus diverses, disciplines dont non seulement les résultats s'ajoutent les uns aux autres, mais dont les esprits et les méthodes s'opposent, et c'est cela qui manque le plus souvent : les Duhem sont et seront toujours rares* »<sup>7</sup>. A ceux qui jugent Duhem trop mathématicien pour la physique, Bouasse répondra pour sa part sur le ton acerbe qui le caractérise : « *jugement commode qui m'a toujours semblé l'aveu qu'on était incapable de lire les écrits de M. Duhem, ce dont on ferait bien de ne pas se vanter* »<sup>8</sup>.

---

<sup>6</sup> DUHEM Pierre [1892a], p. 173. Les critiques de Duhem à l'égard des dérives de la physique mathématique ont été décrites au chapitre III, § I, section 2.3 : « A propos de la physique mathématique ».

<sup>7</sup> HADAMARD Jacques [1927], p. 468.

<sup>8</sup> BOUASSE Henri [1912], p. 465.

Toutefois, même si l'on admet l'enveloppe nécessairement mathématique de sa théorie phénoménologique, il faut remarquer que Duhem présente ses *Leçons* sous une forme qui heurte les habitudes des physiciens. Bien que la méthode invariablement analytique à laquelle Duhem s'est tenu donne un caractère de puissance et d'unité à son ouvrage, elle en rend parfois la lecture malaisée. Painlevé souligne ainsi que « pour ce qui est de la forme même du Livre, tous les lecteurs seront frappés par le développement naturel des propositions et des théories, par la marche uniforme des raisonnements. Ces procédés systématiques de démonstration entraînent, en même temps que des avantages essentiels, certains défauts (longueurs, introduction de formules intermédiaires sans application, etc.), et ces défauts choqueront quelquefois ceux qui mettent au-dessus de tout l'élégance et la brièveté »<sup>9</sup>. Bien que l'enchaînement des équations relève la plupart du temps d'opérations analytiques relativement immédiates, les calculs exposés par Duhem peuvent en effet s'étaler sur plusieurs pages, ce qui demande un effort certain au lecteur s'il ne veut pas perdre le fil du raisonnement. C'est par exemple le cas lorsque Duhem détermine les variations successives du potentiel thermodynamique par rapport aux variables de position et d'aimantation, ou lorsqu'il détermine la forme générale de la loi de l'induction<sup>10</sup>. Tandis que Gibbs pouvait pêcher par excès de concision dans ses publications, Duhem détaille au contraire excessivement la marche de ses raisonnements dans ses *Leçons*, certainement obsédé par la volonté de montrer que sa théorie satisfait pleinement aux règles de la logique. Cet excès de précision a tendance à brouiller quelque peu les informations que Duhem souhaite transmettre à travers ses *Leçons*. Les physiciens qui ont l'ouvrage de Duhem entre les mains sont ainsi tentés de faire le même reproche qu'à l'œuvre de Gibbs : « algebraicum est, non legitur »<sup>11</sup>. Dans l'exposé que nous avons donné des *Leçons*, nous avons d'ailleurs essayé d'éviter cet écueil en présentant sous une forme plus concise les raisonnements suivis par Duhem. En faisant cela, nous nous sommes néanmoins attachés à ne jamais trahir les pensées de l'auteur.

<sup>9</sup> PAINLEVE Paul [1893], p. 15. L'élément souligné est en italique dans l'article considéré.

<sup>10</sup> Une partie des raisonnements suivis par Duhem pour déterminer la forme de la loi élémentaire de l'induction électrodynamique est reproduite en annexe 7. Cet extrait donne un aperçu de la forme très mathématisée que prennent certains chapitres des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*.

<sup>11</sup> DUHEM Pierre [1908], p. 22. Duhem ne juge pas utile de limiter les longues déductions mathématiques, une précaution qu'il prendra pourtant en 1897 dans son *Traité élémentaire de mécanique chimique fondée sur la thermodynamique* : « parmi les physiciens et les chimistes auxquels nous adressons notre ouvrage, il en est plusieurs qui redoutent l'emploi des théories mathématiques trop compliquées ; nous avons cherché à leur faciliter autant que possible l'étude d'une science qui leur devient chaque jour plus utile » (DUHEM Pierre [1897b], p. vi). S'il ne souhaitait pas renoncer à la précision et à la rigueur qu'exige l'exposition complète de sa théorie de l'électricité et du magnétisme, Duhem aurait toutefois pu, à l'image par exemple des ouvrages de physique de Bruhat, enrichir ses *Leçons* de passages dégagés du formalisme mathématique et résumant ses principaux résultats (BRUHAT Georges [1924]).

### 3. Réception des travaux de Duhem

Dans le *Bulletin des sciences mathématiques* et dans *La lumière électrique*, Painlevé et Blondin rendent compte de la parution des *Leçons* en décrivant plus ou moins précisément le contenu des trois volumes de l'ouvrage<sup>12</sup>. Dans ces articles, les auteurs louent tous les deux le travail effectué par Duhem pour élaborer sa synthèse électrique. Nous avons vu en outre que Liénard était fortement intéressé par les travaux de Duhem, ce qui lui a d'ailleurs permis de corriger certaines erreurs de calculs commises par ce dernier. De son côté, Beltrami loue également le travail accompli par Duhem. Après la réception du troisième volume de *Leçons*, Beltrami le remercie personnellement : « *la manière tout à fait nouvelle dont vous posez, dans votre nouveau volume, la question fondamentale des actions électrodynamiques mérite un examen sérieux que je n'ai pu jusqu'ici qu'initier. J'ai pu au contraire puiser des connaissances dans divers chapitres détachés de ce volume, ayant rapport à certains sujets particuliers dont j'avais besoin de m'occuper. J'espère pouvoir me familiariser un peu plus tard avec les considérations d'ordre plus général qui caractérisent votre ouvrage* »<sup>13</sup>.

Pour nous éclairer sur la réception des travaux de Duhem, nous n'avons cependant pas trouvé, dans les revues scientifiques de l'époque, de critiques négatives formulées à l'encontre du travail de synthèse électrique de Duhem. Painlevé signale toutefois qu'en éliminant de son travail la plupart des considérations expérimentales, Duhem prend le risque de limiter le champ de ses lecteurs potentiels, peu de physiciens à l'époque étant en effet enclins à considérer des travaux exclusivement théoriques : « *les esprits qui aiment à se sentir près de l'expérience, ceux aussi qu'intéressent surtout les vues sur la nature même des choses, reprocheront aux hypothèses de l'auteur leur caractère trop général et trop conventionnel, à ses groupements, leur apparence artificielle qui les fait ressembler à des classifications plutôt qu'à des assemblages nécessaires* »<sup>14</sup>. La seconde édition des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* publiée en 1896 par Mascart et Joubert permet d'apprécier la place accordée en France aux idées de Duhem sur la science électrique. Les auteurs introduisent la notion de potentiel thermodynamique développée par ce dernier, mais limitent cependant son application à la seule étude des phénomènes chimiques à l'intérieur de la pile<sup>15</sup>. Concernant la théorie des phénomènes piézo-électriques par exemple, ils ne citent pas la théorie de Duhem mais uniquement celle W. Voigt<sup>16</sup>. Deux ans avant que Duhem ne publie ses *Leçons*, ce dernier

<sup>12</sup> PAINLEVE Paul [1893] ; BLONDIN Jules [1893].

<sup>13</sup> BELTRAMI Eugenio [1892], p. 2.

<sup>14</sup> PAINLEVE Paul [1893], p. 15. Nous verrons dans la suite de ce chapitre, en présentant les travaux de philosophie des sciences de Duhem, que ce dernier considère justement qu'une théorie physique ne doit être rien de plus qu'une représentation économique et une classification des lois expérimentales.

<sup>15</sup> MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1896], pp. 113 et 308.

<sup>16</sup> Woldemar Voigt (1850 – 1919) effectue des recherches dans de nombreux domaines de la physique : la cristallographie, la thermodynamique ou encore l'électro-optique. Décrite dans son *Lehrbuch der Kristallphysik*, sa théorie générale de la piézo-électricité distingue les vingt classes cristallines piézoélectriques (VOIGT Woldemar

présente en effet une théorie des phénomènes piézo-électriques à la Société des Sciences de Goettingen. Dans son mémoire, il admet à titre de postulat les conditions d'équilibre auxquelles Duhem a été conduit par ses considérations thermodynamiques. Dans un article publié en 1894, Voigt complète sa théorie en la soumettant cette fois à la thermodynamique, mais il ne s'appuie pas pour cela sur les travaux de Duhem <sup>17</sup>. Si Duhem regrettera plus tard dans sa *Notice* de ne jamais retrouver son nom dans les ouvrages qui exposent la théorie des phénomènes piézo-électriques, il se console en citant un ouvrage de Lamé : « *ceux qui, les premiers, ont signalé ces nouveaux instruments, n'existeront plus et seront complètement oubliés ; à moins que quelque géomètre archéologue ressuscite leur nom. Eh ! qu'importe, d'ailleurs, si la Science a marché !* » <sup>18</sup>.

Néanmoins, pour véritablement mesurer la portée des résultats obtenus par Duhem, notamment ceux qui concernent l'impossibilité du diamagnétisme véritable et la théorie phénoménologique de l'électromagnétisme, il est nécessaire de poursuivre la description des travaux de Duhem dans ces différents domaines. Ainsi, dans le prochain chapitre, nous montrerons qu'après la parution de ses *Leçons*, Duhem s'attache à développer la théorie électrodynamique de Helmholtz, oubliée en France depuis la controverse avec Bertrand. Nous verrons qu'il appuie notamment sa démarche sur une véritable aversion pour la méthode suivie par Maxwell. Enfin, dans les deux derniers chapitres, nous reviendrons sur le problème de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique. Après avoir mis en lumière l'importance des travaux expérimentaux sur le magnétisme menés par Pierre Curie dans les années 1890, nous décrivons la manière dont Duhem parvient à intégrer ces nouveaux résultats fondamentaux dans sa théorie du magnétisme.

## II. Constitution d'une thermodynamique générale

### 1. L'idée d'une thermodynamique générale

Dans son premier travail sur le potentiel thermodynamique, Duhem a montré que la statique thermodynamique, ébauchée par Clausius, Massieu, Gibbs et Helmholtz, possède une forme semblable à celle que revêt la statique mécanique de Lagrange. Dans ses recherches ultérieures, il a soumis cet outil thermodynamique à diverses branches de la

---

[1910]). Voigt est également connu pour son étude de l'effet Doppler, qui annonce les transformations de Lorentz. Il propose en outre en 1902 une théorie électronique du magnétisme, trois ans avant celle de Paul Langevin (VOIGT Woldemar [1902]).

<sup>17</sup> Voigt indique ainsi : « *Ich gehe aus von der Annahme, die in der Literatur zuerst Duhem ausgesprochen hat, die ich aber unabhängig von ihm wenig später in meinen Vorlesungen als Ausgangspunkt für die Behandlung dieses Gebietes gemacht habe, dass die genannte electrischen Vorgänge vollständig umkehrbare seien, also ein thermodynamisches Potential besäßen* » (VOIGT Woldemar [1894], p. 344). Cité par Duhem dans sa *Notice* : DUHEM Pierre [1913a], p. 93.

<sup>18</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 93. Cette citation correspond à la conclusion des *Leçons sur les coordonnées curvilignes et leurs diverses applications* publiées par le physicien Gabriel Lamé en 1859.

physique et de la chimie : l'hydrodynamique, l'élasticité, la mécanique chimique, l'électricité et le magnétisme. L'avancement de ces recherches lui suggère alors l'idée que la mécanique et la thermodynamique ne seraient que deux chapitres particuliers d'une même doctrine. Dans un traité intitulé « Commentaire aux principes de la thermodynamique », publié en trois parties entre 1892 et 1894, Duhem émet ainsi l'idée d'« *une science qui embrasse dans des principes communs tous les changements d'état des corps, aussi bien les changements de lieu que les changements de qualités physiques* »<sup>19</sup>. Cette nouvelle doctrine apparaît comme une mécanique générale, suppléant à l'insuffisance que manifeste la mécanique ordinaire dès qu'elle s'applique à des mouvements accompagnés de changements d'états. La nouvelle mécanique ne se borne plus seulement au mouvement local, elle traite également des changements par lesquels les diverses qualités d'un corps augmentent ou diminuent d'intensité, par lesquels un corps s'échauffe ou se refroidit, s'aimante ou se désaimante.

Duhem refuse à la théorie physique le droit de deviner les réalités qui se cachent derrière les données sensibles. Revenant à l'esprit de la philosophie aristotélicienne, il réduit les corps à des qualités physiques, révélées par l'expérience. Il surmonte cependant les difficultés de la physique scolastique en substituant des symboles numériques aux qualités physiques, les soumettant ainsi au langage mathématique. Pour Duhem, le physicien doit chercher à rendre aussi petit que possible le nombre de qualités physiques considérées. Ainsi, c'est seulement après avoir reconnu l'impossibilité de ramener un effet nouveau aux qualités déjà définies qu'il pourra se résigner à admettre dans ses théories une qualité nouvelle. Le choix des qualités physiques n'a en outre rien de définitif et d'irrévocable puisqu'une qualité peut perdre son rang de qualité première suivant l'avancement des connaissances dans un domaine. Ainsi, si l'éclairement se présente au début de l'optique comme une qualité première, l'avènement de la théorie électromagnétique de la lumière ramène l'éclairement aux variations rapides d'une autre qualité, la polarisation diélectrique.

Cette science nouvelle, à laquelle Duhem donne le titre de *thermodynamique générale*, a en fait déjà été imaginée par le savant écossais Rankine dans les années 1850<sup>20</sup>. Ce dernier avait posé les bases d'une théorie abstraite qui considère l'ensemble des phénomènes physiques et destitue la mécanique de son rôle de système explicatif général. Si l'état d'avancement de la science ne lui avait pas permis de développer la théorie généralisée qu'il entrevoyait, il devinait néanmoins déjà le rôle essentiel que la notion d'énergie devait y jouer et lui avait en conséquence donné le nom d'*énergétique*. Ce projet d'unification des sciences physiques autour de quelques principes constitue le fil conducteur de l'ensemble de l'œuvre scientifique de Duhem, précisant dans l'introduction de sa *Notice* publiée en 1913, qu'« *en taillant les uns après les autres tous ces fragments, nous avons sans cesse présente à l'esprit l'idée*

---

<sup>19</sup> DUHEM Pierre [1894a], p. 285.

<sup>20</sup> RANKINE William J. M. [1855].

*d'une doctrine simple et harmonieuse que notre grossière mosaïque tentait de réaliser* »<sup>21</sup>. Duhem n'est pas le seul à poursuivre le projet de Rankine, Ostwald et quelques autres savants développent en effet également leur propre énergétique à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. Rejetant les hypothèses mécaniques, Ostwald considère que le seul but de la science est d'établir des rapports entre des grandeurs tangibles et mesurables et que ces rapports s'expriment en fonction du concept d'énergie, qui « *gouverne toutes les forces physiques* »<sup>22</sup>. Il va même jusqu'à réduire la notion de matière à celle d'énergie, puisque la matière n'est perçue que par des différences d'énergies : l'énergie cinétique est l'expression de la masse, l'énergie de volume celle de l'impenétrabilité, l'énergie chimique celle des propriétés chimiques, etc. Dans son ouvrage sur *L'évolution de la mécanique*, Duhem se démarque explicitement de ces dernières considérations : « *au moment de quitter la terre ferme de la Mécanique traditionnelle pour nous élancer, sur les ailes du rêve, à la poursuite de cette Physique qui localise les phénomènes dans une étendue vide de matière, nous nous sentons pris de vertige* »<sup>23</sup>. Il s'oppose également à la formulation de l'énergétique proposée par Robin<sup>24</sup>. Si ce dernier cherche aussi à établir une théorie unifiée autour des principes de la thermodynamique, il se place à un point de vue méthodologique différent de celui de Duhem. Il prétend en effet éliminer de la science toute hypothèse qui ne serait pas une induction de l'expérience. Or, dans son ouvrage sur *La théorie physique, son objet, sa structure*, Duhem critique la pertinence de la méthode inductive et la vision empiriste de la science défendue par Robin<sup>25</sup>.

## 2. Codification des principes de l'énergétique

Dans son « *Commentaire aux principes de la thermodynamique* »<sup>26</sup>, Duhem consacre ses efforts à la formulation des théorèmes généraux de son énergétique et à ses applications. Ces théorèmes généraux doivent être suffisamment amples pour que tous les phénomènes physico-chimiques rentrent dans le cadre de cette énergétique, et suffisamment précis pour que les limites d'application de ces théorèmes soient toujours clairement définies. Dans son mémoire sur *L'évolution de la mécanique* publié en 1905, puis en 1911 dans son volumineux *Traité d'énergétique*<sup>27</sup>, Duhem poursuit l'esquisse de cette théorie qui a pour ambition d'unifier l'ensemble des sciences physiques.

---

<sup>21</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 35.

<sup>22</sup> OSTWALD Wilhelm [1895], p. 218.

<sup>23</sup> DUHEM Pierre [1905], pp. 178 – 179.

<sup>24</sup> ROBIN Gustave [1901].

<sup>25</sup> Les articles de Duhem consacrés à la méthodologie scientifique sont décrits dans le dernier paragraphe de ce chapitre. Nous reviendrons sur la défiance de Duhem à l'égard des idées de Robin dans le chapitre X.

<sup>26</sup> DUHEM Pierre [1892d, 1893b, 1894a].

<sup>27</sup> DUHEM Pierre [1905, 1911].



Le fondement de la théorie est le principe de conservation de l'énergie, que Duhem énonce en disant que l'énergie totale d'un système isolé est invariable. L'énergie totale du système peut, par hypothèse, être scindée en deux contributions : l'énergie interne, qui dépend de l'état du système mais pas de son mouvement local, et l'énergie cinétique, qui dépend du mouvement local du système mais pas de son état. En chacun des chapitres qu'il a explorés depuis le début de ses recherches, Duhem a déterminé à l'aide d'hypothèses particulières la forme qu'il convient d'attribuer à l'énergie interne. L'énergie cinétique est par contre susceptible d'une détermination générale, puisqu'elle correspond à ce que l'ancienne mécanique nommait *force vive* et qui est proportionnelle au carré de la vitesse.

Lorsque deux systèmes se modifient l'un en présence de l'autre, l'existence d'une énergie mutuelle des deux systèmes permet à Duhem de définir la notion de travail accompli par chacun des systèmes. Contrairement à la mécanique ordinaire, il peut y avoir travail sans qu'il y ait mouvement local : tout changement d'état physico-chimique, électrique ou magnétique, peut, aussi bien qu'un déplacement, correspondre à un travail. Cette définition générale rend possible une autre définition, celle de la *quantité de chaleur*. Pour Duhem, cette quantité doit être définie de telle manière que la loi de l'équivalence entre la chaleur et le travail, corollaire du principe de conservation de l'énergie, soit une conséquence immédiate de cette définition. Celle-ci présente l'avantage, selon Duhem, de ne faire aucune référence, même implicite, à de quelconques hypothèses sur la nature de la chaleur. Par le théorème de Carnot et la notion de modification réversible qui s'y attache, la mécanique imaginée par Duhem est alors en possession de tous les principes qui lui sont nécessaires pour décrire l'équilibre des systèmes. A chaque état du système, ces deux principes attachent en effet une certaine fonction caractéristique, le *potentiel thermodynamique*, qui permet de déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour que le système soit maintenu à l'équilibre par des corps étrangers qui se trouvent à la même température que le système. Le principe fondamental de la statique nouvelle se présente sous une forme analogue à celle de la statique de Lagrange, le potentiel thermodynamique interne jouant le rôle du potentiel des forces intérieures.

L'énergétique esquissée par Duhem ne se propose pas de gouverner seulement les équilibres des systèmes, mais encore leur mouvement : une fois en possession de la statique générale, Duhem cherche ainsi à édifier une dynamique générale. Les physiciens n'avaient jusqu'alors défini les équations de la thermodynamique que pour la statique. Seul Helmholtz, en introduisant les actions d'inertie à côté des actions extérieures, avait amorcé la solution de cette extension <sup>28</sup>. Pour passer des lois de l'équilibre aux lois du mouvement, ce dernier s'est ainsi appuyé sur le principe de d'Alembert, qui permet de passer de la statique à la dynamique ordinaire : partout où figure le travail des actions extérieures en statique, il

---

<sup>28</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1887].

faut ajouter en dynamique le travail des actions d'inertie. Mais Duhem souligne que les équations tirées du principe de d'Alembert ne suffisent pas à rendre compte de tous les mouvements du système. Il faut en effet y joindre le travail des résistances passives ou actions de *viscosité* : celles-ci dépendent des vitesses, non seulement des vitesses des mouvements locaux, mais également des vitesses avec lesquelles varient les propriétés les plus diverses, c'est-à-dire les dérivées par rapport au temps des variables, autres que la température, qui définissent l'état du système.

### 3. De nouvelles branches qui s'élèvent

Si vastes soient-elles, la statique et la dynamique ainsi décrites ne suffisent pas à embrasser l'immensité des phénomènes physiques. Pour qu'un système se plie aux règles précédemment établies, toute suite continue d'états d'équilibre doit en effet constituer une modification réversible. Or les systèmes susceptibles d'altérations permanentes et les systèmes à frottement sortent de ce cadre. Tout ce qui précède l'emploi de la notion de modification réversible, ce qui fait appel au seul principe de conservation de l'énergie, s'accorde avec les propositions de l'énergétique ordinaire. Par contre, l'étude de ces systèmes se détache du tronc principal de la thermodynamique au moment où la notion de modification réversible est invoquée. Au moyen d'additions et de légères modifications, Duhem modifie alors la formulation théorique de l'énergétique ordinaire, cette dernière constituant la forme limite vers laquelle doit tendre la statique et la dynamique des systèmes à frottement et à modifications permanentes. Duhem est notamment conduit à envisager le frottement comme un phénomène général et à l'introduire jusque dans la mécanique chimique, pour rendre compte des faux-équilibres. Il s'attache donc à élaborer une thermodynamique qui prenne en compte les phénomènes irréversibles, dont le rôle était jusqu'alors relativement négligé<sup>29</sup>.

Dans ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, Duhem a mis en évidence une nouvelle branche qui se détache encore davantage du tronc principal de l'énergétique : la mécanique des courants électriques. Bien que la densité d'électricité soit une variable sans inertie, la vitesse généralisée qui lui correspond, c'est-à-dire le flux électrique, influe sur les propriétés du système. Celles-ci ne dépendent donc plus seulement de l'état du système et de son mouvement local, mais également du mouvement électrique dont il est le siège. Outre l'énergie interne et l'énergie cinétique, l'énergie totale du système comprend donc un terme supplémentaire par rapport à l'énergétique ordinaire, une *énergie électrocinétique*. Ces idées se manifestent également dans l'étude des diélectriques polarisés où le flux de déplacement, la vitesse généralisée correspondant à l'intensité de polarisation, doit être introduit dans la

---

<sup>29</sup> Sur la contribution de Duhem au développement de la thermodynamique des phénomènes irréversibles, voir par exemple : BROUZENG Paul [1981b, 1987].

formule qui exprime l'énergie totale du système. Duhem regarde ainsi la mécanique des courants électriques comme une mécanique nouvelle, distincte de celle qu'il a décrite jusqu'ici. Si les courants sont nuls ou permanents, l'énergie électrodynamique est nulle ou constante et les propositions de l'énergétique ordinaire peuvent être appliquées à un tel système. Aussi Duhem a-t-il pu appliquer la théorie du potentiel thermodynamique dans plusieurs problèmes d'électricité et de magnétisme, qui constituent l'objet des deux premiers tomes de ses *Leçons*. Les équations de l'énergétique ordinaire sont par contre en défaut dès que les courants varient ou que les courants se mettent en mouvement, c'est-à-dire dès que l'énergie électrodynamique ne peut plus être regardée comme une constante. Forces électrodynamiques, actions électromotrices d'induction, dégagement de chaleur au sein des systèmes mobiles traversés par des courants variables, tels sont les effets que la nouvelle branche de la mécanique se doit d'analyser. Dans ses *Leçons*, Duhem est parvenu à déduire l'expression et les propriétés du terme électrocinétique des lois de l'induction et de la loi de Joule. L'énergie électrocinétique est précisément égale au potentiel électrodynamique changé de signe, ce qui fait jouer à ce potentiel un rôle bien distinct de celui que joue le potentiel des forces électrostatiques. Ainsi, dès l'emploi du principe de conservation de l'énergie, une distinction profonde se marque entre la mécanique des actions électrodynamiques et la mécanique générale.

Quatre types de systèmes émergent ainsi dans la classification énergétique proposée par Duhem : les systèmes à modification réversible, les systèmes à frottement, les systèmes à modification permanente et les systèmes électrodynamiques. Si les systèmes à modifications réversibles bénéficient du développement le plus conséquent, Duhem s'attache également à définir les fondements de la science des phénomènes irréversibles, pour les systèmes à frottement et les systèmes à déformation permanente. Dans ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, il a consacré ses efforts au développement de la branche électrodynamique, qui s'intéresse aux systèmes parcourus par des courants. Dans la suite de ses recherches, il va alors s'attacher à prouver un peu plus la logique et l'ampleur de cette théorie, en montrant notamment qu'« à l'extrémité des rameaux poussés par cette nouvelle branche de la Mécanique s'épanouit la fleur la plus brillante qu'ait produite le génie [de Maxwell], la Théorie électromagnétique de la lumière »<sup>30</sup>.

### III. Méditation sur la méthodologique scientifique

Au moment où il esquisse le cadre de son énergétique, Duhem livre également ses premières réflexions sur le processus de construction des théories physiques. Les idées d'ensemble sur l'objet et la structure de la théorie physique sont le fruit de ses travaux scientifiques, qui touchent pratiquement tous les chapitres des sciences physiques, mais aussi

---

<sup>30</sup> DUHEM Pierre [1905], p. 336.

des questions pédagogiques qu'il se pose à cette époque, notamment à propos des principes de la thermodynamique. Dans les premiers articles philosophiques qu'il publie au début des années 1890 dans la *Revue des questions scientifiques*<sup>31</sup>, Duhem expose certaines des idées caractéristiques qui se retrouveront plus tard dans son ouvrage fondamental sur *La théorie physique, son objet, sa structure*<sup>32</sup>. La lecture attentive de ces différents articles philosophiques met néanmoins en évidence une certaine évolution dans la pensée de Duhem, comme l'a notamment montré A. Brenner<sup>33</sup>. L'objectif de notre travail n'est cependant pas de faire une analyse approfondie de cette facette philosophique de l'œuvre de Duhem. Nous nous sommes donc contenté ici de rappeler les principales thèses qui fondent la conception duhemienne de la théorie physique et nous nous sommes appuyé sur celles-ci pour éclairer, tout au long de ce mémoire, notre analyse des travaux scientifiques de Duhem. Pour approfondir les notions de méthodologie scientifique de Duhem, nous renvoyons le lecteur aux nombreuses études déjà réalisées sur le sujet.

En regardant une théorie physique comme une explication hypothétique de la réalité matérielle, celle-ci est subordonnée à une métaphysique et ne peut donc être acceptée que par ceux qui reconnaissent la philosophie dont ils se réclament. Pour lui assurer le bénéfice du consentement universel, Duhem estime donc que la théorie doit être soustraite à toute considération métaphysique. Il s'attache pour cela à délimiter précisément la nature et le but d'une théorie physique : « *une théorie physique n'est pas une explication. C'est un système de propositions mathématiques, déduites d'un petit nombre de principes, qui ont pour but de représenter aussi simplement, aussi complètement et aussi exactement que possible, un ensemble de lois expérimentales* »<sup>34</sup>. Cette construction symbolique, qui a pour but de résumer les lois expérimentales, se construit à partir de quatre opérations successives :

1° la définition et la mesure des diverses grandeurs : par des méthodes de mesure appropriées, des symboles mathématiques sont associés aux propriétés physiques sur lesquelles portera la théorie. Cette association n'implique aucune relation de nature entre les symboles et les propriétés qu'ils représentent.

2° le choix des hypothèses : les diverses grandeurs introduites sont reliées par un petit nombre de propositions qui serviront de principes sur lesquels s'édifiera la théorie. La contradiction logique, soit entre les termes d'une même hypothèse, soit entre les hypothèses d'une même théorie, est la seule limite devant laquelle s'arrête ce choix arbitraire.

---

<sup>31</sup> DUHEM Pierre [1892a, 1893e, f, 1894d].

<sup>32</sup> DUHEM Pierre [1906a].

<sup>33</sup> BRENNER Anastasios [1990].

<sup>34</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 24.

3° le développement mathématique de la théorie : les diverses hypothèses sont combinées entre elles suivant les règles de la logique mathématique. A ce stade, les grandeurs sur lesquelles porte le calcul ne prétendent pas être des réalités physiques.

4° la comparaison avec l'expérience : les diverses conséquences tirées des hypothèses peuvent se traduire en autant de jugements portant sur les propriétés physiques des corps. Si ces jugements concordent avec les lois expérimentales que la théorie se propose de représenter, au degré d'approximation des procédés de mesure employés, la théorie est déclarée bonne. Sinon, elle est mauvaise et doit être modifiée ou rejetée.

Une théorie conçue selon ce plan ne prétend rien apprendre sur la nature même des choses. Rejoignant sur ce point les idées de Mach <sup>35</sup>, Duhem considère la théorie physique comme une *économie de pensée*, comme une représentation condensée des lois physiques que fournit l'expérience. Cette construction symbolique n'est cependant pas simplement une représentation économique des lois expérimentales, elle est également une classification des ces lois. En les classant, la théorie les rend plus aisément utilisables et, en mettant de l'ordre, rend leur ensemble plus harmonieux. Duhem pense ainsi que, lorsqu'une théorie physique se perfectionne, les groupements qu'elle établit laissent soupçonner les affinités réelles des choses : « *plus elle se perfectionne, plus nous pressentons que l'ordre logique dans lequel elle range les lois expérimentales est le reflet d'un ordre ontologique ; plus nous soupçonnons que les rapports qu'elle établit entre les données de l'observation correspondent à des rapports entre les choses ; plus nous devinons qu'elle tend à être une classification naturelle* » <sup>36</sup>. Mais si Duhem estime que la théorie physique peut atteindre une certaine connaissance de la nature des choses, cette connaissance apparaît comme le terme du progrès de la théorie, comme la limite dont elle s'approche sans jamais l'atteindre.

Une hypothèse acquiert une légitimité si, en s'unissant à d'autres principes analogues dans la construction d'une théorie, elle fournit des conséquences en accord avec l'expérience. Si Duhem reconnaît que les observations expérimentales contribuent à la genèse des principes à la base d'une théorie, il affirme néanmoins que l'expérience n'est pas capable de conférer une certitude quelconque à ces principes. L'accord avec l'expérience n'est pas, comme l'exige la méthode inductive, à l'origine de la théorie physique, mais à son terme. La théorie physique n'est donc ni une explication, ni une généralisation inductive des enseignements de l'expérience. Tandis que les convictions de Duhem étaient proches de l'inductivisme dans ses premiers articles philosophiques, il s'en détache explicitement dans *La théorie physique*. Il y considère cette méthode comme un idéal de la physique théorique, mais un idéal irrémédiablement hors de portée. Il s'oppose donc à ceux qui, comme Robin par exemple, prétendent atteindre cet idéal.

---

<sup>35</sup> MACH Ernst [1903, 1904].

<sup>36</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 35.

Cette critique de la méthode inductive s'inscrit dans une réflexion plus générale sur la place que doit jouer l'expérience dans l'élaboration de la théorie physique. Selon Duhem, la comparaison avec l'expérience correspond à un rapprochement de la théorie, prise dans son intégralité, avec les données de l'expérience. Le physicien ne peut donc jamais soumettre au contrôle de l'expérience une hypothèse isolée, mais seulement tout un ensemble d'hypothèses. Si l'expérience ne s'accorde pas avec les prévisions théoriques, elle lui apprend que l'une au moins des hypothèses qui constituent cet ensemble est erronée et doit être modifiée, mais elle ne lui désigne pas celle qui doit être changée. Ces considérations sur l'expérimentation physique conduisent notamment Duhem à affirmer l'impossibilité de l'expérience cruciale. Lorsque le physicien énonce le résultat d'une expérience, il ne fait pas le récit des faits constatés mais interprète ces faits en les transposant dans le langage symbolique créé par les théories qu'il regarde comme établies. La théorie physique n'est donc pas une simple traduction des données expérimentales, mais une interprétation de ces données.

**3<sup>ème</sup> PARTIE**

**MAGNÉTISME,  
ÉLECTROMAGNÉTISME  
ET THERMODYNAMIQUE  
(1893 – 1913)**





## CHAPITRE VIII

# ELECTRODYNAMIQUE DE HELMHOLTZ – DUHEM

Nous verrons dans le prochain chapitre que Duhem sera placé en 1902 devant certaines contradictions entre sa théorie thermodynamique de l'aimantation par influence et de récentes expériences menées par Pierre Curie sur le magnétisme. Ce ne sera cependant qu'en 1913 qu'il donnera une nouvelle analyse de sa théorie à la lumière de ces considérations expérimentales. Nous nous attacherons dans ce chapitre à combler l'intervalle existant entre la parution des *Leçons* en 1892 et la publication de ce nouvel article, vingt ans plus tard. L'objectif n'est pas de faire une analyse complète des multiples recherches sur l'électrodynamique menées par Duhem durant cette période. Cette analyse demanderait en effet au préalable une étude approfondie de l'œuvre de Maxwell et de ses continuateurs, ainsi que des travaux expérimentaux sur les ondes électromagnétiques menées à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle et au début du XX<sup>e</sup>, expériences dont les interprétations sont alors parfois sujettes à controverses. Cette étude dépasserait amplement l'objectif défini au début de ce mémoire <sup>1</sup>.

Après avoir indiqué les bouleversements qui affectent la vie privée et professionnelle de Duhem durant cette période, nous nous attacherons à mettre en lumière la problématique qu'il s'est fixée après la parution de ses *Leçons*, à savoir l'extension de la théorie électrodynamique de Helmholtz, et à placer ses travaux dans le contexte scientifique du tournant des XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles <sup>2</sup>. Nous analyserons finalement une question particulière abordée par Duhem dans ses recherches en électrodynamique, celle de la stabilité de l'équilibre électrique. Cette étude nous permettra notamment de présenter les outils théoriques dont il se servira plus tard pour la révision de sa théorie magnétique.

---

<sup>1</sup> Pour une analyse plus approfondie de la réception de l'œuvre de Maxwell, on pourra notamment se référer aux ouvrages suivants : DARRIGOL Olivier [2000, 2005] ; ABRANTES Paulo Cesar Coelho [1985].

<sup>2</sup> Durant cette période, Duhem ne s'intéresse pas uniquement à l'extension des travaux électrodynamiques de Helmholtz. En plus de ses réflexions de philosophie des sciences, il étudie en effet aussi la mécanique des corps fluides et des corps élastiques, la mécanique chimique ou encore les frottements et les faux équilibres. A partir de 1904 et jusqu'à sa mort, il entreprend en outre un travail considérable en histoire des sciences, ce qui fera passer son œuvre scientifique au second plan.

## I. La fin de la période lilloise

### 1. De Lille à Bordeaux

Installé dans une maison à deux pas du département de physique de l'Université de Lille, l'épouse de Duhem donne naissance à Hélène en septembre 1891. Malheureusement, la seconde grossesse d'Adèle Duhem, un an plus tard, donne lieu à de sérieuses complications. Elle décède en juillet 1892, après avoir donné naissance à un petit garçon prématuré qui ne survivra pas. Il s'agit là d'un nouveau drame dans la vie de Pierre Duhem, vingt ans après le décès de sa sœur et de son jeune frère. Trois ans auparavant, en avril 1889, Duhem venait en outre de perdre son père, ce qui avait conduit sa mère à le rejoindre à Lille. C'est d'ailleurs cette dernière qui se voit confier l'éducation d'Hélène après le décès d'Adèle Duhem. Pierre Duhem ne se remarie pas et consacre le reste de sa vie à ses recherches et à sa fille.

Toutes ces épreuves douloureuses ne sont pas sans conséquence sur la vie sociale et professionnelle de Duhem. Elles contribuent en effet à assombrir son caractère et à dégrader un peu plus ses rapports avec ceux qui dénigrent ses productions scientifiques ou qui attaquent ses convictions politiques et religieuses. Autant Duhem peut se montrer généreux et avenant au sein de son cercle intime, autant il n'hésite pas à réagir vigoureusement et sans modération face à ses détracteurs. Pour preuve son altercation à la fin de l'été 1893 avec G. Demartres, le doyen de la Faculté des Sciences de Lille. Si cet épisode débute par un simple malentendu avec un préparateur de laboratoire, Duhem finit par convenir que son départ de l'université lilloise est « *la seule solution possible* »<sup>3</sup>. En octobre 1893, il quitte donc Lille pour la Faculté des Sciences de Rennes. Ce nouveau poste ne lui plait guère, puisqu'il n'y retrouve ni les conditions matérielles de l'Université lilloise, ni la qualité des contacts qu'il a noués à Lille avec un cercle d'intellectuels catholiques. Il rejoint finalement la Faculté des Sciences de Bordeaux en octobre 1894, où il est nommé professeur de physique théorique l'année suivante. Bien que le directeur de l'enseignement supérieur lui ait promis que « *Bordeaux est le chemin de Paris* »<sup>4</sup>, sa demande de poste à la Sorbonne demeure sans réponse et Duhem reste à Bordeaux jusqu'à sa mort en 1916. Lorsque la chaire d'histoire des sciences au Collège de France devient vacante en 1903, on invite Duhem à faire acte de candidature, mais ce dernier refuse. La réponse qu'il donne à sa fille témoigne alors de l'intransigeance de son caractère et de ses convictions : « *je suis théoricien de la physique, ou j'enseignerai la physique théorique à Paris, ou je n'y rentrerai pas* »<sup>5</sup>.

---

<sup>3</sup> Lettre de Charles Bayet, recteur de l'académie de Lille, à Duhem (12 octobre 1893); citation extraite de BROUZENG Paul [1987], p. 55.

<sup>4</sup> Lettre de Louis Liard à Paul Tannery ; citation extraite de BROUZENG Paul [1987], p. 61.

<sup>5</sup> DUHEM Hélène [1936], p. 150.

## 2. Duhem antidreyfusard

Dans une atmosphère de crise politique et sociale, l'affaire Dreyfus (1895 – 1906) révèle un peu plus les clivages de la France de la Troisième République. Si les contours des deux camps qui s'affrontent ne sont pas toujours très précis, les positions antirépublicaines et nationalistes de Duhem le conduisent dans le camp des antidreyfusards. Ce dernier participe en 1898 à l'organisation de la *Ligue de la Patrie française*, qui a pour objectif de fédérer et d'organiser les forces antidreyfusardes. Mondaine et conservatrice, cette ligue regroupe plusieurs membres de l'Institut de France, ainsi que des artistes et des écrivains bien en vue. Sa création répond à celle de la *Ligue des droits de l'Homme*, fondée en février 1898 par les dreyfusards et se basant sur une défense stricte des droits individuels. Duhem n'hésite pas à prendre part, avec conviction et fermeté, aux débats qui secouent la France en cette fin de XIX<sup>e</sup> siècle. En plus de son opposition avec Berthelot et de ses attaques virulentes contre ses détracteurs scientifiques, cet engagement public marqué a également une influence certaine sur sa carrière scientifique. Certaines amitiés nouées par Duhem à l'École Normale ne résistent d'ailleurs pas à la virulence de ces affrontements. Painlevé notamment, grand ami de Duhem à l'École Normale puis à l'Université de Lille, compte parmi les premiers adhérents de la *Ligue des droits de l'Homme*. Dès lors, les relations affectueuses entre les deux hommes vont considérablement se dégrader. Ces engagements politiques ne prennent toutefois pas le dessus sur le travail scientifique de Duhem. Son amitié fraternelle avec Hadamard, militant actif de la *Ligue des droits de l'Homme*, en est l'exemple le plus frappant. Leur connivence sur le plan scientifique ne sera en effet jamais remise en cause par leurs oppositions politiques et sociales <sup>6</sup>.

## II. Extension de l'œuvre de Helmholtz

### 1. Considération des milieux étendus

Dans le tome III de ses *Leçons*, Duhem est parvenu à établir les lois relatives aux actions électrodynamiques et électromagnétiques entre des courants linéaires et des aimants. Dès l'introduction générale de son ouvrage, il annonce que cette étude sera par la suite prolongée aux actions exercées par des corps d'étendue finie en toute dimension, qu'ils soient conducteurs, magnétiques ou diélectriques. Remettant à un travail ultérieur l'étude de l'électrodynamique des corps diélectriques, Duhem s'occupe des corps conducteurs et magnétiques dans trois articles qui paraissent entre 1893 et 1894 dans les *Annales de la Faculté*

---

<sup>6</sup> Dans le paragraphe IV de ce chapitre, nous aborderons le problème général de la stabilité de l'équilibre, qui constitue un sujet commun dans leurs recherches menées à l'Université de Bordeaux. Si le regain d'antisémitisme compte parmi les déclencheurs de l'affaire Dreyfus, les relations que Duhem entretient avec Hadamard, d'origine israélite, montrent que son hostilité à l'égard de la République ne le conduit pas pour autant à l'antisémitisme.

des Sciences de Toulouse <sup>7</sup>. Une partie des résultats décrits dans ces articles ont déjà été formulés par Duhem dans la dernière partie de ses mémoires publiés dans la revue de la Société des Sciences de Finlande <sup>8</sup>. Comme l'étude des courants linéaires l'avait conduit à la théorie de Helmholtz, ce sont encore les formules énoncées par ce dernier que Duhem obtient en étudiant des corps non filiformes <sup>9</sup>. La méthode employée étant identique à celle appliquée dans le tome III des *Leçons*, nous nous bornerons à présenter quelques-uns des principaux résultats obtenus par Duhem.

Soient  $d\varpi_1$  un élément de volume d'un conducteur homogène et  $u_1, v_1, w_1$ , les composantes du flux électrique en un point  $(x_1, y_1, z_1)$  de cet élément. L'étude des actions électrodynamiques fait intervenir les fonctions suivantes, introduites par Helmholtz :

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{u_1}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{x_1-x}{r^2} \left( \frac{x_1-x}{r} u_1 + \frac{y_1-y}{r} v_1 + \frac{z_1-z}{r} w_1 \right) \right] d\varpi_1 \\ \mathcal{V} &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{v_1}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{y_1-y}{r^2} \left( \frac{x_1-x}{r} u_1 + \frac{y_1-y}{r} v_1 + \frac{z_1-z}{r} w_1 \right) \right] d\varpi_1 \\ \mathcal{W} &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{w_1}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{z_1-z}{r^2} \left( \frac{x_1-x}{r} u_1 + \frac{y_1-y}{r} v_1 + \frac{z_1-z}{r} w_1 \right) \right] d\varpi_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Les intégrations sont étendues à tous les conducteurs et la constante  $\lambda$  correspond à la *constante de Helmholtz*, déjà présente dans l'étude des conducteurs linéaires. Ces fonctions de la position et du temps jouent un rôle très important dans l'étude de tous les phénomènes électrodynamiques. En un point  $(x, y, z)$  d'un conducteur, point dont le déplacement a pour composantes  $\delta x, \delta y, \delta z$ , la force électromotrice d'induction a pour composantes :

$$\begin{aligned} \xi_x dt &= -\frac{A^2}{2} \left( \delta \mathcal{U} + \mathcal{U} \frac{\partial \delta x}{\partial x} + \mathcal{V} \frac{\partial \delta y}{\partial x} + \mathcal{W} \frac{\partial \delta z}{\partial x} \right) \\ \xi_y dt &= -\frac{A^2}{2} \left( \delta \mathcal{V} + \mathcal{U} \frac{\partial \delta x}{\partial y} + \mathcal{V} \frac{\partial \delta y}{\partial y} + \mathcal{W} \frac{\partial \delta z}{\partial y} \right) \\ \xi_z dt &= -\frac{A^2}{2} \left( \delta \mathcal{W} + \mathcal{U} \frac{\partial \delta x}{\partial z} + \mathcal{V} \frac{\partial \delta y}{\partial z} + \mathcal{W} \frac{\partial \delta z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Le potentiel électrodynamique du système possède l'expression condensée suivante :

$$\Pi = -\frac{A^2}{4} \int (\mathcal{U} u + \mathcal{V} v + \mathcal{W} w) d\varpi, \quad (3)$$

l'intégration étant étendue à tous les conducteurs. Conformément aux résultats obtenus dans le cas des courants linéaires, la présence des courants dans le système entraîne l'apparition d'un terme supplémentaire  $U'$  dans l'expression de l'énergie interne. Celui-ci vérifie :

<sup>7</sup> DUHEM Pierre [1893c, d, 1894b].

<sup>8</sup> DUHEM Pierre [1886c], Partie II, § V ; DUHEM Pierre [1889d], Chapitre VI.

<sup>9</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870a, b, 1874].

$$E U' = -\Pi. \quad (4)$$

L'étude des phénomènes électromagnétiques s'appuyant sur l'analogie entre un élément magnétique et un petit courant fermé, elle peut se rattacher complètement à la théorie électrodynamique. Duhem vérifie en particulier que l'énergie interne d'un système renfermant des courants et des aimants ne contient aucun terme électromagnétique.

## 2. Electrostatique des milieux diélectriques

Nous avons vu que les recherches menées depuis quelques années par Duhem l'ont conduit à retrouver la plupart des résultats formulés par Helmholtz. Duhem montre ainsi qu'en suivant les vues de ce dernier, il est possible de construire une théorie électrodynamique qui ne heurte pas les règles de la logique et qui ne renie en rien les doctrines classiques élaborées par Poisson, Ampère, Weber et encore F.-E. Neumann. Duhem oppose à cette théorie celle de Maxwell, parsemée selon lui de paralogismes et de contradictions qui la rendent indéfendable. Il regrette ainsi que « *l'étrange engouement qui favorise les illogiques doctrines de Maxwell [ait] fait délaissier, d'une manière presque complète, la seule théorie électrodynamique qui fut construite d'une manière raisonnable* »<sup>10</sup>. Avant de se livrer à une critique impitoyable de la théorie de Maxwell<sup>11</sup>, Duhem se doit néanmoins de prouver dans un premier temps la pertinence, et par conséquent la supériorité, de la théorie de Helmholtz. Il lui faut pour cela montrer que cette théorie renferme tout ce que les vues de Maxwell contiennent de vrai et de fécond et qu'elle est susceptible de rendre compte de l'ensemble des lois vérifiées expérimentalement. Il apparaît donc primordial pour Duhem de la confronter aux deux problèmes qui préoccupent alors la communauté scientifique et qui font gagner du terrain aux idées de Maxwell : l'explication électromagnétique de la lumière et l'analyse des expériences électrodynamiques imaginées par Hertz et d'autres physiciens. Duhem s'attache donc à étudier le problème de la propagation de l'électricité dans les milieux étendus, qu'ils soient conducteurs ou diélectriques, et y consacre plusieurs articles publiés entre 1894 et 1902<sup>12</sup>. Cette étude va notamment l'amener à apporter quelques modifications à la théorie imaginée par Helmholtz. Celle-ci devient dès lors, selon les mots de son étudiant Turpain, la théorie de *Helmholtz - Duhem*<sup>13</sup>.

<sup>10</sup> DUHEM Pierre [1914a], p. 177.

<sup>11</sup> DUHEM Pierre [1902a]. Nous analyserons les critiques de Duhem à l'encontre de la théorie de Maxwell dans la section 3 de ce paragraphe II.

<sup>12</sup> DUHEM Pierre [1894c, 1895b, 1896a, b, c, d, 1901a, 1902b, c].

<sup>13</sup> TURPAIN Albert [1899]. Albert Turpain (1867 – 1952), physicien formé par Duhem, soutient une thèse de doctorat à la Faculté des Sciences de Bordeaux en 1899. Il y présente des expériences portant sur le mode de propagation des ondes électromagnétiques et censées confirmer la théorie de Helmholtz-Duhem. L'interprétation de ces expériences reste néanmoins controversée parmi les physiciens.

## 2.1. Définition des flux de déplacement

Pour représenter les lois connues qui régissent les actions des corps diélectriques, Faraday, Mossotti et leurs successeurs se sont contentés de considérer une seule grandeur dirigée, l'intensité de polarisation. Bien qu'aucune expérience à l'époque ne justifie une semblable hypothèse, Maxwell est amené par ses réflexions à admettre que les propriétés de ces corps dépendent non seulement des composantes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  de la polarisation, mais encore du *flux de déplacement*, dont les composantes sont :

$$\varphi = \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t}, \quad \psi = \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \quad \chi = \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t}. \quad (5)$$

La notion de flux de déplacement conduit à celle de *courant de déplacement* comme la notion de flux électrique ordinaire conduit à celle de courant électrique ordinaire ou *courant de conduction*. Maxwell identifie les actions électrodynamiques exercées par un flux de conduction à celles exercées par un flux de déplacement de même intensité. Cette identification résulte de la manière même dont Maxwell conçoit les flux de déplacement, qui sont pour lui de véritables flux électriques. Pour Duhem, les flux de déplacement sont des grandeurs que l'on introduit en physique par un procédé logique analogue à celui qui fait considérer les flux de conduction depuis Ampère. Depuis les expériences de Hertz, personne d'ailleurs ne doute qu'il faille joindre ces grandeurs à la description des propriétés des milieux diélectriques. L'identification entre flux de déplacement et flux de conduction n'a cependant « rien de forcé »<sup>14</sup> selon Duhem et il n'admet donc *a priori* aucune parenté de nature entre ces deux espèces de grandeurs. Pour se rapprocher de la manière dont les autres physiciens ont jusqu'ici traités ces flux, il introduit toutefois dans ses premiers articles l'hypothèse suivante, « très vraisemblable, mais nullement nécessaire »<sup>15</sup> : un flux de déplacement  $(\varphi, \psi, \chi)$  et un flux de conduction  $(u, v, w)$  de même direction sont équivalents, le rapport d'équivalence valant  $\theta$ , constant et positif :

$$u = \theta \varphi, \quad v = \theta \psi, \quad w = \theta \chi. \quad (6)$$

Maxwell, Helmholtz et tous les physiciens qui ont traité les courants de déplacement ont admis  $\theta = 1$ . L'indétermination sur la valeur de ce rapport d'équivalence va par contre permettre à Duhem d'éviter certaines des objections que l'on peut adresser à la théorie de Helmholtz.

## 2.2. Actions électrodynamiques des flux de déplacement

Pour déterminer les lois des actions électrodynamiques des flux de déplacement, Duhem peut suivre des raisonnements entièrement analogues à ceux qu'il a suivis pour déterminer les propriétés des flux de conduction. Il établit ainsi l'expression suivante du

<sup>14</sup> DUHEM Pierre [1894c], p. 267.

<sup>15</sup> DUHEM Pierre [1896a], p. 271.

terme électrodynamique de l'énergie interne d'un système renfermant des courants de conduction et des courants de déplacement :

$$EU' = -(\Pi + \Pi' + \Pi''). \quad (7)$$

Dans cette expression,

$$\Pi = -\frac{A^2}{4} \int (\mathcal{U} u + \mathcal{V} v + \mathcal{W} w) d\omega \quad (8)$$

correspond au potentiel électrodynamique du système lorsque celui-ci ne renferme que des courants de conduction,

$$\Pi'' = -\frac{C^2}{4} \int (\mathcal{F} \varphi + \mathcal{G} \psi + \mathcal{H} \chi) d\omega \quad (9)$$

correspond au potentiel électrodynamique du système lorsque celui-ci ne renferme que des courants de déplacement et

$$\Pi' = -\frac{AC}{2} \int (\mathcal{U} \varphi + \mathcal{V} \psi + \mathcal{W} \chi) d\omega = -\frac{AC}{2} \int (\mathcal{F} u + \mathcal{G} v + \mathcal{H} w) d\omega \quad (10)$$

rend compte des interactions entre les courants de conduction et les courants de déplacement. Les fonctions  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{H}$  sont définies de manière analogue à  $\mathcal{U}$ ,  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{W}$ , les composantes du flux de déplacement jouant le rôle des composantes du flux de conduction dans les équations (1). La constante  $C$  est de plus reliée à la constante fondamentale de l'électrodynamique par la relation

$$\theta = \frac{C}{A}. \quad (11)$$

D'après la voie tracée par Helmholtz, c'est-à-dire en combinant les différentes relations décrivant l'état électrique et magnétique du système, Duhem parvient en outre à retrouver les équations formulées par Maxwell, en particulier celles sur lesquelles Heaviside, Hertz et Cohn font depuis reposer toute l'électrodynamique<sup>16</sup>. Si Duhem y parvient d'une manière entièrement logique, il remarque toutefois que cette identification n'est possible qu'en posant  $A=C$  et en se restreignant aux courants uniformes, pour lesquels la constante  $\lambda$  de Helmholtz n'intervient pas dans les calculs. Aussi Duhem considère-t-il comme « *dangereuse* »<sup>17</sup> l'idée de faire reposer toute l'électrodynamique sur une telle restriction, qui ne permet pas selon lui de rendre compte de tous les phénomènes.

### 2.3. Propagation d'une perturbation électrique dans un milieu continu

Etant en possession de l'ensemble des relations définissant l'état électrique et magnétique du système, Duhem peut également déterminer les équations qui caractérisent la propagation d'une perturbation électrique au sein d'un milieu continu. Pour simplifier son

<sup>16</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870b] ; MAXWELL James Clerk [1887], Chapitre IX ; HEAVISIDE Oliver [1888] ; HERTZ Heinrich [1890] ; COHN Emil [1890].

<sup>17</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B28.

étude, Duhem considère uniquement des milieux homogènes et suppose, comme Helmholtz, que les grandeurs qui caractérisent ces milieux (résistance  $\rho$ , coefficient de polarisation diélectrique  $F$  et coefficient d'aimantation  $f$ ) sont de simples constantes. En se bornant aux milieux parfaitement isolants ou aux milieux parfaitement conducteurs dénués de pouvoir électrique, les diverses grandeurs intervenant dans les phénomènes électromagnétiques sont alors régies par des équations aux dérivées partielles de types bien connus et bien étudiés.

Dans un milieu absolument isolant, Duhem établit que les composantes  $(\varphi, \psi, \chi)$  du flux de déplacement vérifient le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi + \frac{(1+4\pi\varepsilon F)(1+4\pi hf) - \lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\chi}{\partial z} \right) \\ - (1+4\pi hf) 4\pi\varepsilon F \frac{C^2}{2\varepsilon} \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0, \\ \Delta\psi + \frac{(1+4\pi\varepsilon F)(1+4\pi hf) - \lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\chi}{\partial z} \right) \\ - (1+4\pi hf) 4\pi\varepsilon F \frac{C^2}{2\varepsilon} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0, \\ \Delta\chi + \frac{(1+4\pi\varepsilon F)(1+4\pi hf) - \lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\chi}{\partial z} \right) \\ - (1+4\pi hf) 4\pi\varepsilon F \frac{C^2}{2\varepsilon} \frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Dans ces équations,  $\varepsilon$  désigne la constante de Coulomb pour l'électrostatique et  $h$  la constante de Coulomb pour le magnétisme. Duhem pose en réalité  $h=1$ . Dans ses travaux publiés en 1870, Helmholtz est parvenu à des équations semblables mais portant sur les composantes de la polarisation<sup>18</sup>. Ces équations étant de même forme que celles des petits mouvements d'un solide élastique isotrope, on peut leur appliquer une proposition démontrée au début des années 1860 par le mathématicien allemand Clebsch<sup>19</sup>. Duhem peut ainsi écrire :

$$\begin{cases} \varphi = \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial y} - \frac{\partial m}{\partial z} \\ \psi = \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{\partial l}{\partial z} - \frac{\partial n}{\partial x} \\ \chi = \frac{\partial a}{\partial z} + \frac{\partial m}{\partial x} - \frac{\partial l}{\partial y} \end{cases} \quad (13)$$

La fonction  $a$  vérifie alors l'équation

$$\frac{1+4\pi\varepsilon F}{4\pi\varepsilon F} \frac{1}{\lambda} \frac{2\varepsilon}{C^2} \Delta a - \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0, \quad (14)$$

<sup>18</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870b].

<sup>19</sup> CLEBSCH Alfred [1863], pp. 196 – 199.



tandis que  $l, m, n$  vérifient

$$\frac{1}{(1+4\pi h f) 4\pi \varepsilon F} \frac{2\varepsilon}{C^2} \Delta p - \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (15)$$

Les constantes  $\lambda, F$  et  $f$  étant considérées positives <sup>20</sup>, les flux de déplacement qui se propagent dans un milieu homogène isolant peuvent donc toujours se décomposer en deux espèces de flux :

- des flux exclusivement *longitudinaux* qui ont une vitesse de propagation

$$v_\ell = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{C} \sqrt{\frac{1+4\pi \varepsilon F}{4\pi \varepsilon F \lambda}}; \quad (16)$$

- des flux exclusivement *transversaux* qui ont une vitesse de propagation

$$v_t = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{C} \frac{1}{\sqrt{(1+4\pi h f) 4\pi \varepsilon F}}. \quad (17)$$

Dans le vide absolu, la répulsion mutuelle de deux charges électriques se calcule en divisant le produit des deux charges et de la constante  $\varepsilon$  par le carré de la distance. Duhem a montré dans ses *Leçons* <sup>21</sup> que, dans l'éther, milieu diélectrique dont le coefficient de polarisation est  $F_0$ , la constante  $\varepsilon$  doit être remplacée par une nouvelle  $\varepsilon'$  :

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1+4\pi \varepsilon F_0}. \quad (18)$$

Une analyse dimensionnelle permet de montrer que le rapport entre ce coefficient  $\varepsilon'$  des actions électrostatiques et celui des actions électrodynamiques correspond au carré d'une certaine vitesse. Et des mesures purement électriques montrent justement que cette vitesse est égale, aux erreurs d'expérience près, à la vitesse  $V$  de la lumière dans l'éther, soit :

$$\frac{\sqrt{2\varepsilon}}{A} \frac{1}{\sqrt{1+4\pi \varepsilon F_0}} = V. \quad (19)$$

Pour qu'une théorie électromagnétique de la lumière soit possible, il faut de plus que la vitesse de propagation des flux transversaux dans l'éther soit égale à cette même vitesse  $V$ , soit :

$$\frac{\sqrt{2\varepsilon}}{C} \frac{1}{\sqrt{4\pi \varepsilon F_0}} = V. \quad (20)$$

Ces deux équations impliquent donc que

$$\theta = \frac{C}{A} = \sqrt{\frac{1+4\pi \varepsilon F_0}{4\pi \varepsilon F_0}}. \quad (21)$$

<sup>20</sup> Nous reviendrons sur cette hypothèse dans le paragraphe IV de ce chapitre, en considérant la stabilité de l'équilibre électrique et magnétique.

<sup>21</sup> DUHEM Pierre [1892b], p. 381.

Cette valeur de  $\theta$  étant assurément supérieure à l'unité, l'hypothèse  $\theta = 1$  de Maxwell ne peut pas être admise en toute rigueur. Cette égalité est néanmoins *approximativement* vraie si le produit  $\varepsilon F_0$ , qui est indépendant des unités choisies, possède une valeur numérique extrêmement grande. Pour des raisons historiques, cette hypothèse représentée symboliquement par l'égalité  $\varepsilon F_0 = \infty$ , est désignée sous le nom d'*hypothèse de Faraday et de Mossotti* <sup>22</sup>. Helmholtz a montré que cette hypothèse est une condition nécessaire pour que, de sa doctrine, on puisse tirer une théorie électromagnétique de la lumière. Poincaré a notamment insisté sur ce point <sup>23</sup>. Dans ses premiers articles, Duhem juge cependant cette hypothèse inadmissible puisqu'elle est, selon lui, incompatible avec les observations expérimentales sur les attractions entre les corps conducteurs et les corps diélectriques <sup>24</sup>. Il affirme ainsi que « *la théorie de Faraday ne peut être vraie ni exactement ni approximativement* » <sup>25</sup>. Mais il vient justement de montrer que l'on pouvait s'affranchir de cette hypothèse spéciale en modifiant la relation d'équivalence entre les flux de conduction et les flux de déplacement. Dès lors, grâce à cette modification introduite dans la théorie de Helmholtz, « *l'électrodynamique des corps diélectriques semble sauve de toute contradiction* » <sup>26</sup>.

#### 2.4. Nouvelle définition des flux de déplacement

Si la modification imaginée par Duhem permet d'éviter certaines contradictions, la théorie de Helmholtz ne semble néanmoins pas s'accorder avec des résultats expérimentaux obtenus récemment par Blondlot d'une part, Cohn et Zeeman d'autre part <sup>27</sup>. Leurs expériences montrent en effet que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques transversales dans un diélectrique est en raison inverse de la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique, soit :

<sup>22</sup> Dans leurs travaux, Faraday et son commentateur Mossotti admettaient l'hypothèse suivante au sujet de la polarisation des diélectriques : en chaque point de la surface de contact d'un conducteur et d'un diélectrique, la densité  $\sigma$  de la couche superficielle fictive qui recouvre le diélectrique est égale et de signe contraire à la densité  $E$  de la couche électrique réelle qui recouvre le conducteur, soit  $\sigma + E = 0$ . Or l'étude d'un tel système conduit à l'égalité suivante, vraie en toutes circonstances :  $4\pi \varepsilon F E + (1 + 4\pi \varepsilon F) \sigma = 0$ . La théorie de Faraday et Mossotti est donc la forme limite vers laquelle tend la théorie générale des diélectriques lorsqu'on suppose que, pour tous les diélectriques, la quantité  $\varepsilon F$  croît au-dessus de toute limite.

<sup>23</sup> POINCARÉ Henri [1891], p. 104.

<sup>24</sup> Dans un article rédigé en 1894 à l'occasion du troisième Congrès scientifique international des Catholiques, Duhem affirme qu'en admettant l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, les corps diélectriques devraient exercer entre eux et sur des corps conducteurs des actions qui seraient sensiblement indépendantes de la nature du diélectrique (DUHEM Pierre [1894c], pp. 264 – 266). Selon lui, les actions exercées seraient en effet les mêmes, aux quantités près de l'ordre de  $1/\varepsilon$ , que si chaque corps diélectrique était remplacé par un conducteur de même forme et de même position. Or Duhem indique que cette proposition est en contradiction avec l'expérience, notamment avec la méthode de mesure du pouvoir inducteur des diélectriques basée sur ces actions.

<sup>25</sup> DUHEM Pierre [1894c], p. 266.

<sup>26</sup> DUHEM Pierre [1894c], p. 269.

<sup>27</sup> BLONDLOT René [1892] ; COHN Emil et ZEEMAN Pieter [1892].

$$\frac{v_{t,1}}{v_{t,2}} = \sqrt{\frac{1+4\pi\varepsilon F_2}{1+4\pi\varepsilon F_1}}. \quad (22)$$

Or la relation théorique (17) donnant la vitesse des ondes transversales est incompatible avec une telle relation puisqu'elle implique

$$\frac{v_{t,1}}{v_{t,2}} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}. \quad (23)$$

Pour éviter ce désaccord, Duhem est donc amené à généraliser l'hypothèse précédente en permettant au rapport d'équivalence de dépendre de l'état du diélectrique. Il lui faut pour cela modifier, non pas la relation d'équivalence entre les flux de conduction et les flux de déplacement, mais la définition même de ces derniers flux. Dans son article « Sur la propagation des actions électromagnétiques » publié en 1896, Duhem substitue en effet cette définition à la suivante <sup>28</sup> :

$$\varphi = H \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t}, \quad \psi = H \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \quad \chi = H \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (24)$$

H étant une fonction pouvant dépendre de l'état du diélectrique au point considéré. Pour simplifier, Duhem considère uniquement le cas où H est indépendant de l'intensité de polarisation et se réduit à une fonction de l'état de la matière. Duhem suppose alors qu'un diélectrique, dont la polarisation varie, exerce et subit les mêmes actions électrodynamiques qu'un conducteur traversé par un flux dont les composantes ont pour valeur

$$u = \varphi, \quad v = \psi, \quad w = \chi. \quad (25)$$

Cette hypothèse, qui n'altère pas profondément la marche suivie précédemment, conduit néanmoins à des modifications importantes. En posant  $A = C$ , Duhem obtient les expressions suivantes des vitesses de propagation des flux longitudinaux et transversaux dans un milieu isolant :

$$v_\ell = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{AH} \sqrt{\frac{1+4\pi\varepsilon F}{4\pi\varepsilon F \lambda}}, \quad (26)$$

$$v_t = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{AH} \frac{1}{\sqrt{(1+4\pi h f) 4\pi\varepsilon F}}. \quad (27)$$

D'après les expériences de Hertz, la vitesse de flux transversaux dans l'éther s'identifie au coefficient (19) de passage du système d'unités électrostatiques au système d'unités électromagnétiques, ce qui impose

$$H_0 = \sqrt{\frac{1+4\pi\varepsilon F_0}{4\pi\varepsilon F_0}}. \quad (28)$$

<sup>28</sup> DUHEM Pierre [1896c].

D'après les expériences de Blondlot, Cohn et Zeeman, entre deux diélectriques quelconques non magnétiques,

$$\frac{v_{t,1}}{v_{t,2}} = \frac{H_2}{H_1} \sqrt{\frac{4\pi \varepsilon F_2}{4\pi \varepsilon F_1}} = \sqrt{\frac{1+4\pi \varepsilon F_2}{1+4\pi \varepsilon F_1}}. \quad (29)$$

Ces deux dernières égalités montrent que l'on a, pour tout diélectrique,

$$H = \sqrt{\frac{1+4\pi \varepsilon F}{4\pi \varepsilon F}}. \quad (30)$$

Moyennant cette expression de H, la vitesse de propagation des flux transversaux devient

$$v_t = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{A} \frac{1}{\sqrt{(1+4\pi h f)(1+4\pi \varepsilon F)}}, \quad (31)$$

qui s'identifie avec celle donnée par Maxwell <sup>29</sup>.

## 2.5. La théorie électromagnétique de la lumière

Pour voir si la théorie précédente est compatible avec la théorie électromagnétique de la lumière, il importe également de traiter le problème de la réflexion et de la réfraction des ondes électromagnétiques planes à la surface de séparation de deux milieux diélectriques. Par décomposition, le cas général se ramène à trois cas particuliers : (i) le vecteur électrique incident est longitudinal, (ii) le vecteur électrique incident est transversal et normal au plan d'incidence, (iii) le vecteur électrique incident est transversal et se situe dans le plan d'incidence. Duhem établit qu'un vecteur électrique longitudinal n'engendre, par réflexion ou réfraction, que des vecteurs longitudinaux. Si le cas (ii) le conduit bien aux formules énoncées par Fresnel en optique, le cas (iii) l'amène à des égalités généralement incompatibles. Néanmoins, en admettant l'hypothèse de Faraday et Mossotti, les lois trouvées s'accordent bien avec celles de Fresnel. Lorentz, qui a déjà développé des idées similaires dans sa thèse en 1875 <sup>30</sup>, a introduit d'emblée cette dernière hypothèse dans les équations de Helmholtz, ce qui les réduit sensiblement aux équations de Maxwell. Duhem traite par contre le problème d'une manière entièrement générale, en n'introduisant l'hypothèse précédente que dans les résultats. Pour lui, cette approche est plus intéressante puisqu'elle met en avant la portée de l'hypothèse de Faraday et de Mossotti <sup>31</sup>.

<sup>29</sup> MAXWELL James Clerk [1887], p. 488. La vitesse est formulée en unités électrostatiques par Maxwell, soit  $V = 1/\sqrt{K\mu}$ , où  $\mu$  est la perméabilité magnétique du diélectrique et  $K$  son pouvoir inducteur spécifique. Cette expression s'identifie avec l'expression (31) dans le système électromagnétique.

<sup>30</sup> LORENTZ Hendrik Antoon [1875, 1877].

<sup>31</sup> Cette hypothèse conduit notamment Duhem au résultat suivant : de même qu'un flux longitudinal ne peut engendrer un flux transversal par réflexion ou réfraction, un flux transversal ne peut donner naissance à un flux longitudinal. Les flux longitudinaux et les flux transversaux, bien que coexistants dans la théorie de Duhem, demeurent toujours indépendants les uns des autres.

Cette démarche est d'autant plus importante pour Duhem que cette hypothèse est présentée dans ses premiers articles comme incompatible avec les théories classiques de l'électrostatique. Aussi, dans son article de 1896 « Sur la propagation des actions électrodynamiques », l'incompatibilité des lois générales de la réflexion et de la réfraction avec les lois connues d'optique l'amène à la conclusion suivante : « *cette conséquence paraît condamner toute théorie électromagnétique de la lumière* »<sup>32</sup>. Néanmoins, « *trop clairvoyant* »<sup>33</sup> pour s'en tenir à cette simple condamnation, Duhem reprend son analyse de la théorie électromagnétique de la lumière en 1902. Il affirme alors que cette conception « *relie d'une manière si heureuse deux disciplines jusque-là distinctes, elle satisfait si pleinement au besoin, souvent manifesté par les physiciens, de rapprocher l'optique de la doctrine électrique que bien peu de personnes consentiraient aujourd'hui à la tenir pour nulle et non avenue* »<sup>34</sup>. Mais s'il veut tirer une théorie électromagnétique de la lumière de sa propre théorie, il apparaît nécessaire pour Duhem d'admettre, comme Helmholtz avant lui, l'hypothèse de Faraday et de Mossotti. Dans ces conditions, le coefficient H qui apparaît dans la définition des flux de déplacements possède une valeur très voisine de l'unité pour tous les corps, ce qui fait tendre la théorie de Duhem vers les vues de Maxwell et de Helmholtz. Aussi, dans ses derniers articles consacrés à l'électrodynamique, Duhem finit-il par considérer les flux de conduction et les flux de déplacement comme complètement équivalents<sup>35</sup>.

## 2.6. La théorie de Helmholtz ne se réduit pas à celle de Maxwell

Lorsque  $\varepsilon F$  croît au-dessus de toute limite, les principes de Helmholtz établissent donc une théorie électromagnétique de la lumière qui s'accorde avec celle de Maxwell. Néanmoins, dans l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, une partie seulement de la théorie électrodynamique de Helmholtz, celle qui formule les lois des flux transversaux, tend vers l'électrodynamique de Maxwell. La théorie de Helmholtz continue en effet, du moins en général, de considérer des flux longitudinaux, tandis que ces flux sont inconcevables suivant les idées de Maxwell. D'après les équations (26) et (30), les flux longitudinaux se propagent dans un diélectrique avec une vitesse

$$v_{\ell} = \frac{\sqrt{2\varepsilon}}{A\sqrt{\lambda}}. \quad (32)$$

Cette vitesse, qui est la même pour tous les diélectriques, est d'ailleurs égale à la vitesse de ces mêmes flux dans un conducteur parfait. Pour que l'électrodynamique de Helmholtz coïncide pleinement avec la doctrine de Maxwell, elle devrait déclarer impossible les flux longitudinaux. Il faudrait pour cela, comme Helmholtz l'a indiqué, que la constante  $\lambda$  soit

<sup>32</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B82.

<sup>33</sup> MANVILLE Octave [1927], p. 357.

<sup>34</sup> DUHEM Pierre [1902a], p. 221.

<sup>35</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 113, note (1) ; DUHEM Pierre [1914b], p. 349.

prise égale à zéro. Mais Duhem constate que sa théorie électrodynamique permet de rendre compte de toutes les lois expérimentales que peut expliquer la théorie de Maxwell, et cela sans faire intervenir la restriction de l'inexistence des flux longitudinaux. Dans l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, les flux transversaux et les flux longitudinaux, tout en coexistant, demeurent en effet toujours indépendants les uns des autres. Y voyant un moyen de prouver la supériorité de la théorie de Helmholtz sur celle de Maxwell, Duhem va alors inévitablement attacher une attention particulière aux propriétés de ces flux longitudinaux. Il pense ainsi que ces flux jouent un rôle prépondérant dans certains phénomènes restés obscurs, comme par exemple le phénomène de résonance électrique. Mais s'il consacre plusieurs articles à l'étude des oscillations électriques jusqu'à sa mort en 1916, ses différentes tentatives resteront infructueuses<sup>36</sup>. Dans ces différentes recherches, Duhem sera notamment amené à rectifier à plusieurs reprises les conclusions de ses articles, preuve s'il en est du maniement délicat de sa théorie électrodynamique. Si l'œuvre reste inachevée, les grandes lignes en sont néanmoins tracées.

### 3. Etude critique de l'œuvre de Maxwell

En électrodynamique et en électromagnétisme, Duhem a été conduit à l'électrodynamique de Helmholtz, plus générale que celle de Maxwell, qui n'en est qu'un cas particulier ou plus exactement un cas limite. Le concours que Duhem s'est proposé de donner à la doctrine de Helmholtz n'aurait cependant pas été complet s'il n'était accompagné d'une analyse critique approfondie des théories électriques de Maxwell. Après avoir insisté dans ses *Leçons* sur les difficultés que soulèvent les idées de Maxwell au sujet des pressions à l'intérieur des corps polarisés, Duhem offre un examen minutieux et intransigeant des travaux de Maxwell et de ses continuateurs. Initialement publiés dans les *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, les articles constituant cette « étude historique et critique » des théories de Maxwell sont regroupés dans un volume unique qui paraît en 1902<sup>37</sup>. Quelques années auparavant, dans un article intitulé « L'école anglaise et les théories physiques »<sup>38</sup>, Duhem présentait déjà des arguments contre les raisonnements suivis par ce dernier, raisonnements qui témoignent selon lui de la forme spéciale sous laquelle les physiciens britanniques conçoivent et réalisent la science physique. Enfin, dans la *Notice* sur ses travaux scientifiques publiée en 1913, Duhem peut mesurer l'impact qu'ont eu, auprès des autres physiciens, son combat contre la théorie de Maxwell et ses travaux d'extension de la théorie de Helmholtz<sup>39</sup>.

---

<sup>36</sup> DUHEM Pierre [1895b, 1898, 1902c, d, 1904b, 1914a, 1916a, b, c].

<sup>37</sup> DUHEM Pierre [1902a].

<sup>38</sup> DUHEM Pierre [1893e].

<sup>39</sup> DUHEM Pierre [1913a].

### 3.1. L'œuvre électromagnétique de Maxwell

Si Maxwell reconnaît l'intérêt des concepts développés par Faraday (champ qui se propage, influence du milieu à distance), il souligne toutefois la difficulté de soumettre les propriétés du milieu intermédiaire à une analyse mathématique. Son premier mémoire, intitulé « On Faraday's Lines of Force »<sup>40</sup>, a donc pour objet de mettre en évidence des analogies entre la représentation géométrique des lignes de force et les équations qui régissent diverses branches de la physique. Par un procédé semblable à celui qui a permis à Ohm de tirer les lois du mouvement électrique à partir de la théorie de la conductibilité calorifique, il obtient différentes illustrations hydrauliques des phénomènes électriques, magnétiques et galvaniques. Ces analogies ne donnent cependant aucune relation entre ces trois classes de phénomènes. Dans un second mémoire, intitulé « On physical Lines of Force »<sup>41</sup>, Maxwell tente alors de constituer une analogie mécanique mathématisable qui figure ces phénomènes et rende compte de leurs dépendances mutuelles. Il imagine pour cela, à l'intérieur des corps, des cellules renfermant un fluide incompressible et dont les parois sont formées d'un solide parfaitement élastique. Alors que les mouvements tourbillonnaires de ces cellules représentent les phénomènes magnétiques, les déplacements qu'éprouvent les diverses parties du solide élastique rendent compte des propriétés des milieux diélectriques.

L'importance attribuée aux images et le recours récurrent aux analogies physiques sont caractéristiques de la physique britannique et résultent d'une conception dynamiste de la science. Dans l'introduction de son premier article, Maxwell définit ainsi le rôle qu'il attribue aux analogies : « *il nous faut [...] trouver une méthode d'étude qui, à chaque étape, permet à l'esprit de prendre appui sur une conception physique claire, sans se trouver prisonnier d'une théorie issue de la partie de la physique dont provient cette conception : la recherche de subtilités mathématiques ne doit pas nous faire oublier l'objet de l'étude, et nous ne devons pas laisser une hypothèse séduisante nous entraîner au-delà de la vérité* »<sup>42</sup>. Le seul intérêt des analogies physiques est donc de suggérer des relations mathématiques entre les grandeurs physiques mesurables, relations qui doivent ensuite être confrontées à l'expérience : la physique se dégage dès lors de la nécessité de donner une explication mécanique au monde. Après avoir extrait par analyse mathématique les relations sous-jacentes à son analogie mécanique, Maxwell abandonne ainsi toute hypothèse sur la constitution des milieux électromagnétiques dans ses publications ultérieures. Dans son mémoire intitulé « A dynamical Theory of the electromagnetic Field », puis dans son *Treatise of Electricity and Magnetism*<sup>43</sup>, il expose

<sup>40</sup> MAXWELL James Clerk [1855].

<sup>41</sup> MAXWELL James Clerk [1862].

<sup>42</sup> MAXWELL James Clerk [1855], p. 156 ; traduction extraite de : DARRIGOL Olivier [2005], p. 30.

<sup>43</sup> MAXWELL James Clerk [1865, 1873]. Traduction en français sur la deuxième édition du *Treatise* : MAXWELL James Clerk [1885, 1887].

finalement le système d'équations fondamentales de sa théorie électromagnétique. Il montre en particulier que ces équations impliquent l'existence d'ondes électromagnétiques se propageant dans le vide à une vitesse proche de celle de la lumière. Cette identité formelle entre les propriétés du milieu électromagnétique et celles du milieu dans lequel se propage la lumière le conduit alors à admettre l'identité réelle entre ces milieux. Cette interprétation électromagnétique de la lumière constitue la conséquence la plus retentissante de sa théorie. Dans son *Treatise*, il s'attache en outre à mettre en lumière les rapports existant entre les équations de sa théorie électromagnétique et les équations de la dynamique, s'appuyant pour cela sur le formalisme de la mécanique lagrangienne. A travers cette approche, il inaugure un nouveau style de physique théorique, dans lequel la mise en évidence d'une forme lagrangienne des équations fondamentales prend le pas sur l'exigence d'une représentation mécanique explicite des phénomènes physiques <sup>44</sup>.

### 3.2. Duhem et la méthode anglaise

Malgré les résultats remarquables dans la théorie électromagnétique de Maxwell, il faut attendre plusieurs années et les expériences de Hertz en 1887 pour que ces travaux soient réellement pris en considération par les physiciens continentaux. Duhem attribue une partie de cette appréhension à la façon différente dont procèdent les savants anglais dans la construction de la science. Dans la préface de son ouvrage consacré à la théorie de Maxwell, Poincaré fait un constat similaire : « *la première fois qu'un lecteur français ouvre le livre de Maxwell, un sentiment de malaise, et souvent même de défiance, se mêle d'abord à son admiration. Ce n'est qu'après un commerce prolongé et au prix de beaucoup d'efforts, que ce sentiment se dissipe* » <sup>45</sup>. Même des physiciens favorables aux idées de Maxwell concèdent ainsi, à l'image de Beltrami qui s'adresse à Duhem dans une lettre datée d'avril 1892, « *qu'il n'y a peut-être pas d'exemple, dans l'histoire de la science, d'une doctrine aussi mal digérée et exposée que celle du célèbre Treatise* » <sup>46</sup>.

Pour Duhem, le recours systématique aux modèles et aux analogies mécaniques est l'élément qui distingue le plus les savants anglais de leurs homologues français ou allemands. Cette méthode est le reflet de leur « *puissante faculté imaginative* », qui leur permet de se figurer sans peine « *les mécanismes les plus embrouillés* » <sup>47</sup>, à l'image de l'analogie mécanique complexe de l'éther imaginée par Maxwell. Duhem sait que les physiciens dynamistes n'accordent qu'une valeur heuristique à ces constructions : ils ne prétendent pas saisir l'essence des choses, mais se bornent à construire un appareil capable de simuler

---

<sup>44</sup> Nous avons vu précédemment (chapitre VI, § III, section 3.2) que Helmholtz s'appuie justement sur ces considérations pour étendre le principe de moindre action à l'électromagnétisme.

<sup>45</sup> POINCARÉ Henri [1890a], p. v.

<sup>46</sup> BELTRAMI Eugenio [1892], p. 3.

<sup>47</sup> DUHEM Pierre [1893e], p. 353.



certains phénomènes. Duhem rappelle ainsi la définition que donne Maxwell de l'analogie physique dans son premier article : « *par analogie physique, j'entends cette ressemblance partielle entre les lois d'une science et les lois d'une autre science qui fait que l'une des deux sciences peut servir à illustrer l'autre* »<sup>48</sup>. Duhem ne nie pas l'utilité de ces analogies physiques, les considérant même comme une aide indispensable pour les esprits imaginatifs peu enclins aux abstractions. Dans *La théorie physique, son objet, sa structure*, il affirme ainsi que « *le meilleur moyen de favoriser le développement de la Science, c'est de permettre à chaque forme intellectuelle de se développer suivant ses lois propres et de réaliser pleinement son type ; c'est de laisser les esprits forts se nourrir de notions abstraites et de principes généraux et les esprits amples s'alimenter de choses visibles et tangibles ; c'est en un mot de ne pas contraindre les Anglais de penser à la française, ni les Français de penser à l'anglaise* »<sup>49</sup>.

Si Duhem semble prôner une sorte de liberté intellectuelle, il s'insurge toutefois contre l'assimilation des méthodes anglaises en France à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. Il considère comme essentiels l'unité de la théorie et l'enchaînement logique entre toutes les parties qui la constituent. Or, selon lui, les méthodes anglaises engendrent une forme particulière de théorie physique, qui ne se soumet pas dans son développement aux règles d'unité et d'ordre qu'impose la logique. De la même manière que les analogies mécaniques sont employées pour imiter les phénomènes physiques considérés, les mathématiques jouent le rôle de « *mécanisme algébrique* »<sup>50</sup> dans le développement des théories anglaises : avec des symboles algébriques, les physiciens anglais cherchent simplement à construire un système représentant la coordination des lois qu'ils étudient. Si ces équations imitent bien le jeu des phénomènes, peu leur importe alors de savoir à quels éléments réels correspondent les grandeurs algébriques qui entrent dans les équations. La théorie mathématique n'est pas pour eux une explication des lois physiques, mais simplement un modèle de ces lois : « *elle est construite non pour la satisfaction de la raison, mais pour le plaisir de l'imagination* »<sup>51</sup>. Il est donc permis au physicien anglais de construire un modèle pour représenter un groupe de lois et un autre modèle pour représenter un autre groupe de lois, et cela même si certaines de ces lois sont communes aux deux groupes : « *dans les théories anglaises, ces disparates, ces incohérences, ces contradictions que nous sommes portés à juger sévèrement parce que nous cherchons un système rationnel là où l'auteur ne prétend nous donner qu'une œuvre d'imagination* ». Poincaré souligne de façon analogue que « *le savant anglais ne cherche pas à construire un édifice unique, définitif et bien ordonné ; il semble plutôt qu'il élève un grand nombre de constructions provisoires et indépendantes, entre lesquelles les communications sont difficiles et parfois impossibles* »<sup>52</sup>. Duhem

<sup>48</sup> MAXWELL James Clerk [1855], p. 156 ; DUHEM Pierre [1902a], p. 54. Je souligne.

<sup>49</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 146.

<sup>50</sup> DUHEM Pierre [1893a], p. 356.

<sup>51</sup> *Ibid*, p. 360.

<sup>52</sup> POINCARÉ Henri [1890a], p. viii.

reconnait que, si l'on s'astreint à des raisons de pure logique, on ne peut pas empêcher un physicien de représenter un ensemble de lois par plusieurs théories inconciliables. Mais ces raisons ne sont pas les seules à prendre en compte : « *le principe de contradiction n'est pas le seul auquel il nous soit permis d'avoir recours. Pour que nous rejetions légitimement une méthode, il n'est pas nécessaire qu'elle soit absurde ; il suffit que notre objet, en la rejetant, soit de lui préférer une méthode plus parfaite ; c'est en vertu de ce principe que nous pouvons trancher la difficulté que nous examinons et poser légitimement la règle que voici : Nous devons, en physique théorique, fuir l'incohérence logique, parce qu'elle nuit à la perfection de la science* »<sup>53</sup>.

### 3.3. Limites de la théorie de Maxwell

L'ensemble des considérations précédentes permet de comprendre les critiques que Duhem adresse à l'œuvre de Maxwell. L'introduction des flux de déplacement en électrodynamique constitue selon lui un exemple frappant de cette tendance qu'ont les physiciens anglais à ne voir les théories mathématiques que comme des mécanismes algébriques : « *sans doute cet élément si nouveau, si étrange, dont l'étude se montre si féconde en conséquences importantes, surprenantes, paradoxales, Maxwell ne le fera figurer dans ses équations qu'après l'avoir défini et analysé avec les plus minutieuses précautions ? – Ouvrez le mémoire où Maxwell a exposé sa théorie nouvelle du champ électromagnétique, et vous n'y trouverez, pour justifier l'introduction des flux de déplacement dans les équations de l'électrodynamique, que ces deux lignes : "Les variations du déplacement électrique doivent être ajoutées aux courants pour obtenir le mouvement total de l'électricité"* »<sup>54</sup>. Cette absence de toute définition, même lorsqu'il s'agit d'un élément essentiel de sa théorie, montre qu'il « *étudie en elles-mêmes les transformations des équations de l'électrodynamique, sans chercher le plus souvent à voir sous ces transformations la coordination des lois physiques ; il les étudie comme on regarde les mouvements d'un mécanisme ; voilà pourquoi c'est un labeur illusoire de rechercher, sous ces équations, une idée philosophique qui n'y est pas* ». Duhem souligne en outre que, au moment où Maxwell introduit les flux de déplacement en électrodynamique, aucun phénomène ni aucune nécessité logique ne semblent exiger cette extension de la théorie. Or, lorsqu'un physicien découvre des faits inconnus, lorsque ses expériences lui permettent de formuler des lois que la théorie n'avait pas prévues, il doit, dans un premier temps, rechercher si ces lois peuvent être présentées, au degré d'approximation requis, comme des conséquences des hypothèses déjà admises. C'est uniquement après avoir acquis la certitude que les grandeurs traitées jusque-là par la théorie sont impuissantes à décrire les phénomènes observés qu'il est autorisé à enrichir la physique d'une grandeur nouvelle. Ainsi, d'après Duhem, c'est avec « *une imprudence inouïe* »<sup>55</sup> que Maxwell a renversé l'ordre naturel selon lequel doit évoluer la théorie physique. De cette

<sup>53</sup> DUHEM Pierre [1893a], p. 367.

<sup>54</sup> *Ibid*, pp. 357 – 358 ; MAXWELL James Clerk [1865], p. 480.

<sup>55</sup> DUHEM Pierre [1902a], p. 8.

extension de l'électrodynamique aux corps diélectriques germe toutefois une nouvelle théorie de la propagation des actions électriques dans les milieux non conducteurs, qui conduit à une interprétation imprévue des phénomènes optiques. Et Maxwell n'a pas vécu suffisamment longtemps pour voir les expériences de Hertz « *transformer son audace téméraire en prophétique divination* ». Si Duhem reconnaît d'une certaine façon le génie de Maxwell, la méthode suivie par ce dernier heurte cependant fortement ses convictions épistémologiques.

L'œuvre électromagnétique de Maxwell s'est construite en trois étapes successives, que Duhem décrit de la manière suivante : « *comparaison entre les formes mathématiques par lesquelles sont symbolisées divers branches de la physique ; construction de mécanismes propres à imiter des effets qu'il semble malaisé de réduire à la figure et au mouvement ; groupement des lois expérimentales en théories composées à l'image de la dynamique* »<sup>56</sup>. Duhem reconnaît l'utilité de ces différentes méthodes, puisque celles-ci sont susceptibles d'éclairer la partie de la physique à laquelle elles sont appliquées. Néanmoins, ces méthodes sont légitimes uniquement dans la mesure où « *le désir de mettre les lois solidement assises sous la forme qu'a fait prévoir l'analogie algébrique ou l'interprétation mécanique, n'entraîne jamais l'altération ni le rejet d'une partie, si minime soit-elle, de ces lois* ». Or, selon Duhem, cet accord ne se rencontre pas dans l'œuvre de Maxwell : « *les diverses théories du physicien écossais sont inconciliables avec la doctrine traditionnelle [de la science électrique] ; elles sont inconciliables entre elles* ». Si Maxwell parvient à concilier les lois connues de l'électromagnétisme avec les équations tirées de son analogie mécanique, Duhem estime en effet que cet accord se fait souvent au prix d'hypothèses qui demeurent imprécises, de modifications qu'il ne signale pas à son lecteur, voire de fautes de calcul. A travers une analyse d'environ deux cents pages<sup>57</sup>, il s'attache ainsi à montrer qu'au moment où Maxwell devrait se trouver devant une contradiction manifeste, la disparition d'un terme gênant, un changement de signe ou la transformation du sens d'une lettre lui permettent de poursuivre ses déductions : « *au moment où la Logique lui intimait l'ordre de ne pas passer, sûr que l'objet qu'il voulait atteindre était la vérité, par une faute flagrante de raisonnement ou de calcul, il franchissait l'obstacle opportun* »<sup>58</sup>. A propos des procédés de démonstration employés par Maxwell, Poincaré mentionne également un « *coup de pouce* »<sup>59</sup> donné dans sa théorie dynamique des gaz pour que l'une des formules énoncées soit conforme à l'expérience. Même en convenant que cela puisse être réalisé de manière inconsciente, Duhem ne peut cependant pas souscrire à ce genre de procédé, puisqu'il estime que la physique théorique mérite le nom de science à la seule condition d'être rationnelle. Si le choix des hypothèses à la base de la théorie est laissé libre, ces hypothèses ne doivent être

---

<sup>56</sup> *Ibid*, p. 11.

<sup>57</sup> DUHEM Pierre [1902a].

<sup>58</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 105.

<sup>59</sup> POINCARÉ Henri [1893], p. 1020.

ni superflues ni contradictoires et « *la chaîne des déductions qui relie aux hypothèses les vérités d'ordre expérimental ne doit contenir aucun maillon de solidité douteuse* »<sup>60</sup>.

Duhem n'est pas le premier à signaler certaines incohérences dans les travaux électromagnétiques de Maxwell<sup>61</sup>. Dans son analyse, Poincaré indique que cette théorie de Maxwell ne doit pas être considérée comme une théorie unique, mais comme un ensemble de théories, potentiellement contradictoires. Il affirme en outre qu'« *on ne doit donc pas se flatter d'éviter toute contradiction ; mais il faut en prendre son parti. Deux théories contradictoires peuvent, en effet, pourvu qu'on ne les mêle pas, et qu'on n'y cherche pas le fond des choses, être toutes deux d'utiles instruments de recherche, et peut-être la lecture de Maxwell serait-elle moins suggestive s'il ne nous avait pas ouvert tant de voies nouvelles et divergentes* »<sup>62</sup>. Contrairement à Poincaré, Duhem se refuse à regarder les théories illogiques comme des instruments utiles de découvertes. Si ces théories sont plus suggestives que des théories logiquement construites, c'est, selon lui, parce que leurs auteurs n'ont pas pris la peine d'achever leurs inventions. Après avoir affirmé des propositions nouvelles, ils ont laissé aux autres physiciens la tâche ardue de distinguer les propositions susceptibles d'être logiquement démontrées des affirmations qui heurtent la logique et qui doivent être transformées ou rejetées. Quelle que soit l'admiration portée à l'auteur de la théorie, le physicien se doit de révéler les illogismes et les incohérences qui la rendent inacceptable. Duhem regrette ainsi l'accueil que les physiciens français réservent aux idées de Maxwell depuis quelques années : « *tous admirent l'œuvre du maître, tous la reproduisent dans leur enseignement, redisant ce qu'elle renferme d'incompréhensible, en avouant parfois, avec une sorte de respect superstitieux, qu'ils ne comprennent pas : à les entendre, il semblerait que la science ait le droit de proposer des mystères à notre croyance ! N'hésitons pas à repousser cette faiblesse ; une théorie illogique n'est pas un mystère devant lequel la raison peut s'incliner ; elle est une absurdité que la raison doit rejeter sans pitié ; peu importe qu'elle soit due à un grand physicien ; une idée puissante peut être fausse ; admirons l'auteur, condamnons l'idée* »<sup>63</sup>.

---

<sup>60</sup> DUHEM Pierre [1902a], p. 14.

<sup>61</sup> Comme d'autres physiciens avant Duhem ont signalé l'existence de contradictions dans les travaux de Maxwell, nous avons estimé qu'il n'était pas utile de détailler l'analyse que donne Duhem de ces contradictions. Ces considérations, qui demanderaient au préalable une étude approfondie des écrits de Maxwell, apportent d'ailleurs peu d'enseignements utiles pour notre étude. A la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, les physiciens renoncent en effet à la formulation originale de Maxwell et adoptent des formulations alternatives, comme nous allons le voir par la suite.

<sup>62</sup> POINCARÉ Henri [1890a], pp. viii – ix.

<sup>63</sup> DUHEM Pierre [1892a], pp. 168 – 169.

### 3.4. L'électromagnétisme ne peut pas se réduire aux équations de Maxwell

Plusieurs objections semblent ainsi barrer la route aux diverses méthodes par lesquelles Maxwell a tenté de justifier ses équations du champ électromagnétique. A la suite des recherches de Heaviside, Hertz, Cohn ou encore de Boltzmann, les physiciens ont reconnu l'impossibilité de rectifier les illogismes retrouvés dans les raisonnements de Maxwell. Mais si les physiciens ne peuvent se résoudre à accorder une valeur démonstrative aux raisonnements de Maxwell, ils ne peuvent pas non plus renoncer à la théorie électromagnétique de la lumière. Beaucoup penchent alors pour le parti suivant, adopté par Hertz, Heaviside et Cohn : faire reposer l'édifice entier de la science électrique sur les équations énoncées par Maxwell, sans se soucier des procédés par lesquels celles-ci ont été obtenues. Prises comme postulats et non plus comme des objets de démonstration, ces équations représenteraient tout ce qu'il y a d'essentiel et d'indestructible dans les pensées de Maxwell. Selon les mots de Hertz, il s'agit d'admettre que « *la théorie de Maxwell, c'est le système d'équations de Maxwell* »<sup>64</sup>. Pour Duhem, un algébriste a tout à fait le droit de prendre un groupe quelconque d'équations et de chercher à les combiner par les règles du calcul. Mais un physicien n'est pas, selon lui, un algébriste : « *une équation ne porte pas simplement, pour lui, sur des lettres ; ces lettres symbolisent des grandeurs physiques qui doivent être ou mesurables expérimentalement, ou formés d'autres grandeurs mesurables. Si donc on se contente de donner à un physicien une équation, on ne lui enseigne rien du tout* »<sup>65</sup>. Toute équation est donc indissociable des règles qui font correspondre les lettres sur lesquelles porte l'équation aux grandeurs physiques qu'elles représentent. Or, selon Duhem, ce sont justement les hypothèses et les raisonnements par lesquels on est parvenu aux équations en question qui font connaître ces règles. Ainsi, « *c'est la théorie que ces équations résument sous forme symbolique : en physique, une équation, détachée de la théorie qui y conduit, n'a aucun sens* »<sup>66</sup>.

De plus, prises non pas comme des lois pouvant être vraies approximativement et dans certaines conditions mais comme des fondements irréductibles de la théorie, les équations de Maxwell peuvent se montrer en contradiction avec certains faits expérimentaux. Duhem souligne ainsi dans sa *Notice* que ces équations ne sont pas suffisamment générales pour rendre compte de l'existence des aimants permanents. Cette difficulté n'avait pas échappé à Hertz : « *dans l'étude de l'équilibre magnétique, on doit tenir grand compte de cette circonstance que les corps les plus importants au point de vue des effets de l'aimantation, savoir les diverses sortes de fer et d'acier, ne présentent avec la théorie qu'un accord grossièrement approché. Ces corps, en effet, présentent du magnétisme permanent et rémanent ; en eux la polarisation de la matière pondérable est partiellement indépendante de la force agissante ; un seul vecteur ne suffit plus à définir l'état*

<sup>64</sup> HERTZ Heinrich [1892], p. 23.

<sup>65</sup> DUHEM Pierre [1902a], p. 222.

<sup>66</sup> *Ibid*, p. 223. Les éléments soulignés sont en italique dans le mémoire considéré.

*magnétique. En outre, les relations entre la force et les perturbations qu'elle produit ne sont plus linéaires. Donc, pour deux raisons, les corps en question sont hors du cadre de la présente théorie* »<sup>67</sup>. La théorie de Maxwell s'appuie en effet sur une relation linéaire entre l'intensité d'aimantation et l'induction magnétique alors que de nombreux corps magnétiques ne peuvent pas être décrits par la simple donnée d'un coefficient d'aimantation constant. Duhem indique ainsi qu'il serait scabreux de ne pas rejeter des équations qui ne peuvent rendre compte de l'existence des aimants : « *Cremonini refusait, dit-on, de regarder dans une lunette pour ne pas voir les taches du Soleil qui eussent ébranlé sa confiance en la Physique péripatéticienne. Pour sauver notre foi aux équations de Maxwell, fermerons-nous les yeux à chaque fois qu'un aimant se trouvera devant nous ?* »<sup>68</sup>. Duhem rappelle ainsi que des aimants permanents se trouvent dans de nombreux instruments dont usent les physiciens. Et selon les vues de Hertz, ils invoquent les équations de Maxwell pour interpréter les résultats de leurs expériences, et cela sans examiner la pertinence de leur approche : « *comment donc peuvent-ils faire usage d'aimants permanents au moment même qu'ils invoquent une doctrine dont les axiomes réputent absurde l'existence de semblables corps ?* ».

### 3.5. Recours nécessaire à la doctrine électrodynamique de Helmholtz

Selon Duhem, on ne pourrait adopter les équations de Maxwell que si l'on y parvenait comme conséquence logique d'une théorie sur les phénomènes électriques et magnétiques. Or, dans son étude minutieuse de l'œuvre de Maxwell, il montre que ces équations ne s'accordent pas totalement avec les théories classiques de la distribution électrique et magnétique, qui constituent pourtant selon lui « *une des parties les plus précises et les plus utiles de la physique mathématique* »<sup>69</sup>. Pour sauver les théories traditionnelles, faut-il alors renoncer à toutes les conséquences de la doctrine de Maxwell, en particulier la plus séduisante d'entre elles, la théorie électromagnétique de la lumière ? Pour Duhem, il serait difficile de se résoudre à une telle option.

Il n'y a cependant aucun véritable dilemme pour Duhem, puisque l'acceptation de la théorie de Maxwell n'est nullement nécessitée par l'absence d'une théorie alternative. Duhem s'est en effet attaché durant plusieurs années à montrer qu'une doctrine électrodynamique rigoureuse, celle de Helmholtz, peut s'y substituer complètement : « *Maxwell était parvenu jusqu'à ses découvertes par un sentier coupé de précipices infranchissables à toute raison soucieuse des règles de la logique et de l'algèbre ; il appartenait à l'esprit géométrique de tracer une route aisée par où l'on put, sans manquer en rien à la rigueur, s'élever jusqu'aux mêmes vérités. Cette œuvre indispensable fut menée à bien par un Allemand* »<sup>70</sup>. Etendue sur quelques

<sup>67</sup> HERTZ Heinrich [1892], p. 240. Traduction en français par Duhem : DUHEM Pierre [1913a], p. 106.

<sup>68</sup> *Ibid*, p. 107.

<sup>69</sup> DUHEM Pierre [1902a], p. 224.

<sup>70</sup> DUHEM Pierre [1915], p. 128.

points par Duhem, la théorie électrodynamique de Helmholtz permet ainsi d'enrichir la science électrique traditionnelle de tout ce que les équations de Hertz et de Maxwell renferment de nouveau et cela sans heurter les règles de la logique : « *sans perdre aucune des récentes conquêtes de la science électrique, elle rétablit la continuité de la tradition* »<sup>71</sup>.

Duhem ne voit donc aucune raison légitime qui puisse faire préférer la théorie de Maxwell à celle de Helmholtz. Néanmoins, à son grand désarroi, cette dernière théorie ne trouve aucune faveur, pas même en Allemagne où les élèves mêmes de Helmholtz, Hertz en tête, délaissent les travaux de leur maître et adoptent une théorie façonnée à partir des idées de Maxwell. Duhem jette un regard sévère sur cette situation : « *très vite, l'usage de ce modèle s'est répandu parmi les esprits trop faibles pour ne point redouter les longues déductions ; on a vu se multiplier les écrits où les équations de Maxwell étaient acceptées sans discussion, semblables à un dogme révélé, dont on révère les obscurités comme des mystères sacrés* »<sup>72</sup>. Comme nous l'avons indiqué précédemment, Duhem voit dans le succès de la théorie de Maxwell le reflet d'une admiration croissante pour la méthode anglaise. Il considère cette admiration comme un moyen qu'ont trouvé de nombreux physiciens pour masquer leur difficulté à suivre des raisonnements rigoureux, pour faire oublier que leur esprit n'est pas rompu aux exercices de la logique. La vogue dont jouit la doctrine de Maxwell serait en outre causée, selon Duhem, par les exigences de l'industrie. Au nom de l'utilitarisme qui imprègne peu à peu l'enseignement, les théories abstraites et déductives seraient ainsi rejetées au profit de l'application systématique de recettes soi-disant incomprises.

### III. Duhem et l'électromagnétisme autour de 1900

Le combat mené par Duhem contre la théorie de Maxwell ressemble à des coups d'épée dans l'eau, l'attitude des physiciens à l'égard des efforts qu'il fournit pour étendre la théorie électrodynamique de Helmholtz frôle même l'indifférence. Aux raisons invoquées précédemment par Duhem pour expliquer cette situation, il faut adjoindre une autre, plus essentielle, celle du contexte scientifique de l'époque. Lorsque Duhem publie ses principaux

<sup>71</sup> DUHEM Pierre [1902a], p. 225. Dans *La théorie physique, son objet, sa structure*, Duhem insiste sur l'importance de la tradition dans l'élaboration des doctrines physiques, : « *ce qui, en elles, est durable et fécond, c'est l'œuvre logique par laquelle elles sont parvenues à classer naturellement un grand nombre de lois, en les déduisant toutes de quelques principes ; ce qui est stérile et périssable, c'est le labeur entrepris pour expliquer ces principes, pour les rattacher à des suppositions touchant les réalités qui se cachent derrière les apparences sensibles* ». Comparant le progrès scientifique à une marée montante, Duhem poursuit son raisonnement : « *le va-et-vient des lames est l'image fidèle de ces tentatives d'explication qui ne s'élèvent que pour s'écraser, qui ne s'avancent que pour reculer ; au-dessous, se poursuit le progrès lent et constant de la classification naturelle dont les flux conquiert sans cesse de nouveaux territoires, et qui assurent aux doctrines physiques la continuité d'une tradition* » (DUHEM Pierre [1906a], p. 53).

<sup>72</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 133.

travaux en électromagnétisme, entre 1892 et 1904 <sup>73</sup>, les physiciens qui s'intéressent à cette discipline n'adhèrent pas à la problématique qu'il s'est fixée, à savoir l'opposition entre la théorie de Helmholtz et celle de Maxwell. Théoriciens et expérimentateurs explorent des voies différentes, influencés notamment par les idées théoriques de Lorentz et par la multiplication des découvertes expérimentales, favorisées par l'amélioration des techniques du vide et des appareils de mesure : rayons cathodiques, effet photoélectrique, rayons X ou encore radioactivité.

## 1. La théorie de Lorentz

Si la théorie de Maxwell et Hertz permet de rendre compte de nombreux phénomènes électromagnétiques, notamment des propriétés des ondes hertziennes, elle n'est encore pas pleinement satisfaisante. Elle échoue en effet dans l'interprétation de quelques phénomènes bien connus de l'optique, tels que la dispersion ou l'existence de spectres discontinus à raies dans une physique du continu. Pour résoudre ce problème, Lorentz indique dès 1875 la nécessité d'introduire la structure microscopique de la matière dans la théorie électromagnétique de la lumière <sup>74</sup>. Convaincu de la nature discontinue de la matière, il souhaite opérer la jonction entre les considérations atomiques et la théorie de Maxwell, qui s'en tient à l'examen de concepts macroscopiques. S'inspirant des idées développées en Allemagne par Weber, il introduit la notion de charge électrique discrète et cherche à expliquer les phénomènes électromagnétiques et optiques par l'interaction entre ces particules électriques et les ondes électromagnétiques tirées des équations de Maxwell. Les propriétés de la matière diffèrent ainsi de celles du vide par la présence de ces particules, à charge négative ou positive, et ces hypothèses microscopiques justifient l'introduction, à l'échelle macroscopique, de la constante diélectrique et de la perméabilité magnétique dans la théorie de Maxwell. En 1878, Lorentz introduit en particulier l'idée d'une polarisation due au déplacement des particules électrisées élastiquement liées aux molécules du milieu, ce qui lui permet de calculer l'indice de réfraction et de retrouver la loi expérimentale de dispersion des corps transparents en fonction de la longueur d'onde <sup>75</sup>. Avec ce même modèle, il parvient également à représenter l'émission de rayonnement par la matière. Si une particule électrisée est écartée de sa position d'équilibre, elle se met à vibrer harmoniquement autour

---

<sup>73</sup> A partir de 1904, Duhem se détourne de l'électromagnétisme et consacre une grande partie de son temps à l'histoire des sciences. Ce n'est qu'en 1913 qu'un nouvel article paraîtra sur le sujet. Intitulé « Sur le diamagnétisme », cet article sera analysé au chapitre X.

<sup>74</sup> LORENTZ Hendrik Antoon [1875]. Dans sa thèse soutenue en 1875, Lorentz aborde la question de la compatibilité entre la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell et les phénomènes de réflexion et de réfraction d'une onde lumineuse. Nous avons évoqué cette étude dans le paragraphe II de ce chapitre, section 2.5.

<sup>75</sup> LORENTZ Hendrik Antoon [1878]. Les équations de Maxwell impliquent par contre que l'indice de réfraction d'un corps soit égal au carré de la constante diélectrique, ce qui n'est vérifié que pour les corps non dispersifs.



de cette position et engendre un rayonnement électromagnétique dont la fréquence est précisément celle du mouvement périodique de la particule émettrice.



**Hendrik A. Lorentz (1853 – 1928)**

Source : © Museum Boerhaave

En 1892, Lorentz approfondit ses réflexions et parvient à rendre compte des propriétés de la lumière dans les corps réfringents en mouvement <sup>76</sup>. L'idée selon laquelle les particules électrisées de la matière sont en interaction avec l'éther, support de l'onde lumineuse, lui permet de retrouver le coefficient d'entraînement introduit par Fresnel dans la théorie de l'aberration, et cela tout en conservant l'hypothèse d'un éther immobile <sup>77</sup>. L'explication de Lorentz apporte sur ce point une amélioration essentielle par rapport à la théorie de Maxwell et de Hertz, puisque cette dernière traite identiquement l'éther et la matière et prévoit donc un entraînement total des ondes lumineuses par la matière en mouvement. La théorie de Lorentz permet également d'interpréter des phénomènes optiques très fins, tels que l'effet magnéto-optique mis en évidence par Zeeman en 1896. Selon Lorentz, la présence d'un champ magnétique modifie la fréquence de vibration des particules électrisées élastiquement liées, ce qui explique la décomposition des raies spectrales d'une source lumineuse soumise à l'action d'un champ magnétique <sup>78</sup>.

Dans les années 1890, la théorie de Lorentz et son hypothèse sur la structure granulaire de l'électricité bénéficient de l'appui considérable des recherches expérimentales sur les

---

<sup>76</sup> LORENTZ Hendrik Antoon [1892].

<sup>77</sup> Grâce à l'hypothèse d'un entraînement partiel de l'éther par les corps en mouvement, Fresnel était parvenu à rendre compte en 1818 du phénomène d'aberration de la lumière provenant d'une étoile. Selon lui, le coefficient d'entraînement vaut  $1 - 1/n^2$ , où  $n$  est l'indice de réfraction de la substance. La valeur de ce coefficient semble confirmée par les expériences sur la vitesse de la lumière dans les corps réfringents en mouvement réalisées en 1851 par Fizeau.

<sup>78</sup> ZEEMAN Pieter [1897] ; LORENTZ Hendrik Antoon [1897]. Lorentz partage le prix Nobel de physique de 1902 avec Zeeman pour la mise en évidence et l'interprétation théorique de cet effet magnéto-optique.

rayons cathodiques. Hertz et Lenard montrent en 1892 et 1894 que ces rayons traversent des feuilles de métal très minces, puis les expériences de Perrin mettent en évidence en 1895 leur charge négative. La déviation de ces rayons étant conforme à la loi de Laplace relative à l'action d'un champ magnétique sur un élément de courant, ces résultats semblent établir que les rayons cathodiques sont constitués de corpuscules électrisés ou d'*électrons*, d'après la dénomination proposée en 1891 par Stoney. En s'inspirant des expériences de Perrin, J. J. Thomson parvient en 1897 à déterminer le rapport  $e/m$  de la charge à la masse pour les électrons constituant les rayons cathodiques. Deux ans plus tard, il vérifie avec Lenard que les électrons émis par effet photoélectrique et par effet thermo-ionique possèdent le même rapport  $e/m$ . L'unicité de l'électron dans les phénomènes où se manifestent des charges électriques négatives semble alors assuré lorsque Pierre et Marie Curie montrent en 1900 que les rayons  $\beta$  émis par les corps radioactifs, découverts quelques années plus tôt par H. Becquerel, sont également de même nature.

Grâce à la mise en évidence expérimentale de la structure granulaire de l'électricité, la « *théorie des électrons* »<sup>79</sup> de Lorentz apparaît comme la théorie la plus apte à rendre compte des lois de l'électromagnétisme et de l'optique. Extrêmement féconde, elle permet de poser des problèmes précis et mobilise l'activité des expérimentateurs et des théoriciens travaillant dans ces disciplines<sup>80</sup>. Au début du XX<sup>e</sup> siècle, au prix d'extensions et d'aménagements, elle a pour ambition de trouver la solution du plus grand nombre possible de problèmes physiques. A la lumière des premiers succès de cette théorie, Langevin propose même de renverser l'interprétation que Maxwell donne de l'analogie entre les équations de l'électromagnétisme et la forme lagrangienne des équations de la mécanique. Lorentz a en effet entrevu une dépendance possible entre la masse de l'électron et sa vitesse, à travers le champ électromagnétique créé par ce dernier. Avec Poincaré, Langevin émet alors l'idée d'une nouvelle dynamique qui s'appuierait sur cette notion d'inertie électrodynamique, réduisant les lois de la mécanique aux propriétés de l'éther<sup>81</sup>. A côté des énergétistes comme Duhem qui tentent d'unifier la physique autour des principes de la thermodynamique, une poignée de physiciens tentent ainsi de réduire les phénomènes physiques aux concepts électromagnétiques. Ce n'est qu'en 1908 que Lorentz acceptera l'échec de cette entreprise, devant l'incapacité de la théorie des électrons à rendre compte du problème du rayonnement du corps noir.

---

<sup>79</sup> LORENTZ Hendrik Antoon [1909].

<sup>80</sup> Le peu de succès de l'hypothèse des quanta au début des années 1900 s'explique d'ailleurs en partie par l'importance de la théorie de Lorentz à cette époque. Sur ce sujet, voir : POURPRIX Bernard [2009].

<sup>81</sup> LANGEVIN Paul [1904a]. Nous verrons dans le prochain chapitre que Langevin s'appuie en 1905 sur la théorie électronique de Lorentz pour élaborer une théorie microscopique du diamagnétisme et du paramagnétisme (LANGEVIN Paul [1905b]).

## 2. Duhem reste à l'écart

Nous avons évoqué précédemment les objections que Duhem formule à l'encontre de la théorie de Maxwell et Hertz. S'il n'adhère pas à cette vision macroscopique des phénomènes électromagnétiques, il n'apporte pas plus de crédit aux conceptions microscopiques développées par Lorentz et ses disciples. Il estime en effet que les physiciens se trompent lorsqu'ils croient à la nature granulaire de l'électricité. Pour Duhem, la charge électrique des corps électrisés ne constitue que le symbole mathématique d'une qualité première, celle qui se manifeste dans les attractions et les répulsions des corps électrisés. Et le courant électrique est simplement la vitesse généralisée qui lui est associée. Duhem reste ainsi persuadé que les théories électroniques s'inclineront un jour devant une théorie représentative, conçue selon le modèle de la thermodynamique générale : *« l'Ecole néo-atomiste, dont les doctrines ont pour centre la notion d'électron, a repris avec une superbe confiance la méthode que nous nous refusons de suivre. Elle pense que ses hypothèses atteignent enfin la structure intime de la matière, qu'elles nous en font voir les éléments comme si quelque extraordinaire ultra-microscope les grossissait jusqu'à nous les rendre perceptibles. Cette confiance, nous ne la pouvons partager ; nous ne pouvons, en ces hypothèses, reconnaître une vue divinatrice de ce qu'il y a eu au-delà des choses sensibles [...]. Mais le temps viendra sans doute où, par leur complication croissante, ces représentations, ces modèles cesseront d'être des auxiliaires pour le physicien, où il les regardera plutôt comme des embarras et des entraves. Délaissant alors ces mécanismes hypothétiques, il en dégagera avec soin les lois expérimentales qu'ils ont aidé à découvrir ; sans prétendre expliquer ces lois, il cherchera à les classer [...], à les comprendre dans une Energétique modifiée et rendue ample »*<sup>82</sup>. En refusant de considérer les voies de développement de l'électromagnétisme explorées autour de 1900, Duhem se détourne irrémédiablement des lecteurs potentiels de ses propres publications. Les physiciens ne se demandent plus s'il est légitime ou non d'adopter la théorie électromagnétique de Maxwell, mais cherchent à accorder cette dernière avec la dynamique de l'électron et la structure discontinue de la matière, puis plus tard avec le principe de relativité. Et la fécondité de leurs recherches ne leur impose aucunement de renoncer à ces projets.

A ces considérations sur le contexte scientifique de la science électromagnétique, il faut également ajouter des raisons d'ordre purement pratique dans la réticence des contemporains de Duhem à considérer ses travaux en faveur de la théorie de Helmholtz. Si l'électromagnétisme de Maxwell peut se présenter sous une forme relativement élégante, notamment grâce à l'adoption progressive de l'analyse vectorielle développée par Gibbs et Heaviside dans les années 1880, l'électrodynamique de Helmholtz – Duhem maintient de son côté une formulation relativement lourde qui en complique fortement à la fois la lisibilité et le maniement. Comme les autres physiciens ne sont pas familiers avec les principes de sa

<sup>82</sup> DUHEM Pierre [1913a], pp. 113 – 114.

théorie électrodynamique, Duhem se doit d'ailleurs de commencer ses différents articles sur le sujet par des préliminaires précisant les fondements de sa méthode. Ainsi, avant de présenter son étude « Sur la propagation des actions électrodynamiques »<sup>83</sup>, il introduit les différentes fonctions caractéristiques de sa théorie : les fonctions potentielles électrostatique, diélectrique et magnétique, les fonctions de Helmholtz relatives au courant de conduction et au courant de déplacement, les fonctions intervenant dans les actions relatives d'un aimant et des courants de conduction et de déplacement, les potentiels électrostatique, magnétique, électrodynamique et électromagnétique, puis différentes combinaisons linéaires de toutes ces grandeurs. A ces définitions, il doit en outre adjoindre les équations fondamentales qui relient ces fonctions entre elles : équations différentielles vérifiées au sein d'un milieu continu, relation de continuité à la surface de contact de deux corps différents, lois des courants de conduction, loi de la polarisation diélectrique, loi de l'aimantation. Tous ces préliminaires représentent plus de quinze pages, avec l'introduction de plus de cinquante symboles différents, reliés par près de quatre-vingt équations ! L'accès aux articles de Duhem nécessite donc un effort conséquent au lecteur non initié à sa méthode, ce qui limite considérablement la diffusion de ses idées<sup>84</sup>.

Paradoxalement, c'est durant cette période que la valeur de l'œuvre physico-chimique de Duhem est reconnue de manière officielle. Après avoir été élu membre correspondant de l'Académie des Sciences en 1900 (section mécanique), Duhem est élu membre non résident en 1913. Il ne se fait toutefois pas d'illusion sur cette reconnaissance tardive de ses pairs. Exceptés les étudiants qu'il a lui-même formés ou encore les physiciens Liénard et Bouasse et les mathématiciens Hadamard et Boussinesq, la plupart des scientifiques de l'époque considèrent son œuvre scientifique, et notamment son œuvre électromagnétique, comme marginale. Duhem fait état de cette situation dans une lettre envoyée à sa fille Hélène en mai 1913 : « *il me semble que tu te fais bien des illusions sur l'importance qu'aura pour moi le titre de membre de l'Institut. On me demandera, un peu plus que par le passé, de présider des comités et des assemblées – choses dont j'ai horreur – mais on ne lira pas plus mes ouvrages, on ne s'occupera pas davantage de mes idées, les seules choses que je souhaite. Tu dis que j'ai eu plus d'influence depuis que je suis correspondant ; c'est, je crois, le contraire qui est vrai ; mes travaux ont, de plus en plus, passé inaperçus. – Cette année, de mon grand traité d'électricité [les Leçons sur l'électricité et le*

<sup>83</sup> DUHEM Pierre [1896c], pp. B4 – B21. Nous reproduisons les préliminaires de cet article en annexe 8.

<sup>84</sup> Ces considérations donnent également un aperçu du travail à effectuer pour analyser les travaux de Duhem en électrodynamique. Pourtant, plutôt que de nous contenter des comptes rendus partiels et subjectifs de ces travaux, effectués notamment par Duhem dans sa *Notice* ou par Mainville dans son étude de son œuvre scientifique, nous nous sommes attachés à étudier précisément le contenu des différents articles de Duhem (DUHEM Pierre [1913a], MANVILLE Octave [1927]). Seule cette étude minutieuse pouvait nous permettre de nous familiariser avec sa méthode et de comprendre la nature exacte de ses réflexions.

magnétisme], on a acheté un exemplaire. Pour moi, ce titre me fait l'effet d'une couronne que l'on dépose sur le cercueil où messieurs les physiciens m'ont cloué tout vivant »<sup>85</sup>.

Malgré le peu de considération de ses pairs vis-à-vis de ses travaux, Duhem ne se décourage pas et maintient jusqu'à sa mort une électromagnétique construite selon la méthode de Helmholtz. Dans sa *Notice* publiée en 1913, il justifie de la manière suivante l'obstination dont il a fait preuve : « *c'est parce que nous n'avons voulu renoncer ni au témoignage des sens ni aux lois de la raison que nous n'avons cessé de lutter contre la théorie de Maxwell, en faveur de la théorie de Helmholtz. Nos efforts ont-ils été couronnés de succès ? Reconnaissons-le franchement, ils sont demeurés sans aucun effet ; on ne les a ni approuvés ni blâmés ; nul n'en a tenu compte. Le raisonnement n'a point de prise sur qui déclare qu'il ne se soucie pas d'avoir raison. Or, une admiration déréglée pour l'œuvre de Maxwell a, chez nombre de physiciens, engendré cette opinion : il importe peu qu'une théorie soit logique ou absurde ; on lui demande seulement de suggérer des expériences. Si cette opinion devait être générale et définitive, nous aurions singulièrement gaspillé notre vie, puisque nous l'avons consacrée toute entière à édifier une doctrine aussi rigoureuse, aussi exactement coordonnée que possible. Mais un jour viendra, n'en doutons pas, où l'on reconnaîtra que le rôle unique de la théorie physique n'est pas de suggérer des expériences ; que ce n'en est même pas le rôle principal ; qu'avant tout, la théorie a pour but de classer et d'ordonner le chaos des faits que l'expérience nous a révélés ; ce jour-là, on reconnaîtra que l'œuvre électrodynamique de Helmholtz était vraiment une belle œuvre et que nous avons bien fait de nous y tenir. La Logique peut être patiente, car elle est éternelle* »<sup>86</sup>.

### 3. Oppositions épistémologiques aux idées atomiques et relativistes

S'obstinant dans la condamnation de la théorie de Maxwell et de ses continuateurs, Duhem maintient également une méfiance, voire une hostilité, à l'égard des idées atomiques et relativistes qui se développent au début du XX<sup>e</sup> siècle. Il est persuadé, au nom de ses convictions épistémologiques, que ces idées constituent des entraves plutôt qu'un réel progrès pour la science. Alors que se multiplient les considérations expérimentales et théoriques au sujet de la structure interne des corps, il reste ainsi fermement attaché à ses principes énergétiques et maintient ses critiques à l'encontre des représentations concrètes des grandeurs et des explications des phénomènes physiques. Tandis que des énergétistes comme Ostwald finissent par admettre que les travaux de J. J. Thomson sur l'ionisation des gaz et ceux de Perrin sur le mouvement brownien apportent la preuve expérimentale de la structure atomique de la matière<sup>87</sup>, Duhem reste opposé à toutes ces considérations. Ces

<sup>85</sup> DUHEM Pierre [1994], p. 110.

<sup>86</sup> DUHEM Pierre [1913a], p. 107.

<sup>87</sup> En 1909, dans la quatrième édition de son *Abrégé de chimie générale*, Ostwald déclare : « *L'hypothèse atomique est ainsi élevée au rang de théorie scientifique bien fondée et peut prétendre à une place dans un traité comme une introduction à l'état présent de notre savoir en chimie générale* » (OSTWALD Wilhelm [1909], pp. III – IV). Les expériences de Perrin,

quelques phrases publiées en 1911 dans son *Traité d'énergétique* témoignent de la position irrévocable qu'il adopte : « nous ne discuterons pas si les corps sont réellement continus ou s'ils sont formés de parties disjointes séparées par le vide ; si ces parties disjointes ont des dimensions finies, bien que très petites, ou bien si ce sont de simples points. Toutes ces questions au sujet de la constitution réelle des corps ne sont pas objet de Physique, mais de Métaphysique ; [...] La Physique cherche seulement à construire, au moyen de notions empruntées aux Mathématiques, un système logique qui fournisse une image approchée des lois relatives aux corps »<sup>88</sup>.

Comme pour les théories atomiques, Duhem n'analyse que superficiellement les idées relativistes présentées à partir de 1905 par Einstein, puisqu'il considère celles-ci inacceptables d'un point de vue épistémologique<sup>89</sup>. Duhem critique le fait que la théorie bouleverse les notions fondamentales d'espace et de temps que l'observation et l'expérience avaient permis

---

menées entre 1908 et 1913, s'inspirent de la théorie mécanique statistique publiée par Einstein en 1905 et décrivant le mouvement brownien de petites particules en suspension dans des liquides au repos. Effectuant de longues et minutieuses mesures avec des particules de différentes tailles et dans différentes conditions de température et de viscosité, il obtient plusieurs valeurs concordantes du nombre d'Avogadro. Dans son ouvrage intitulé *Les atomes*, Perrin écrit ainsi en 1913 que « le mouvement des molécules dissoutes nous est rendu visible. Le mouvement brownien en est l'image fidèle, ou mieux, il est déjà un mouvement moléculaire » (PERRIN Jean [1913], p. 108).

<sup>88</sup> DUHEM Pierre [1911], t. I, p. 13. L'élément souligné est en italique dans l'ouvrage considéré. Devant le succès grandissant des théories atomiques, Hadamard tentera en 1927 de relativiser *a posteriori* la position de son ami Duhem, estimant que celle-ci relevait davantage d'une posture que d'une conviction profonde (HADAMARD Jacques [1927], p. 471). Le décès de Duhem en septembre 1916 ne lui a pas permis de connaître le dénouement de ce qu'Ehrenfest appelle la *maladie quantique*, qui a pour origine l'étude du rayonnement thermique du corps noir. En 1900, Planck arrive à cette conclusion que l'énergie échangée entre une enceinte et le rayonnement électromagnétique qu'elle contient ne peut prendre que des valeurs multiples d'une certaine quantité, proportionnelle à la fréquence du rayonnement. Einstein semble alors être le seul à apercevoir l'ampleur de la crise soulevée par ce problème. Les physiciens, dans leur immense majorité, ne croient pas qu'il faille modifier les fondements de la physique. Il faudra ainsi une bonne décennie après les travaux de Planck pour que la réalité de la crise quantique soit reconnue. Pour une analyse approfondie du développement de la théorie de quanta et de l'avènement de la physique quantique, voir notamment : POURPRIX Bernard [2009]. Sur le dénombrement statistique imaginé par Planck et la quantification de l'énergie, voir également : LOCQUENEUX Robert [2009a], pp. 285 – 294.

<sup>89</sup> La théorie de la relativité résulte notamment du problème de l'application de l'électromagnétisme aux corps en mouvement. Si, comme le pense Lorentz, l'éther est immobile, il pourrait servir de référentiel absolu et on devrait pouvoir mesurer, grâce à des expériences d'optiques, le mouvement d'un corps matériel par rapport à l'éther. Cependant, après plusieurs années d'expériences, Michelson et Morley ne parviennent pas à détecter de vent d'éther, c'est-à-dire de mouvement relatif entre la Terre et l'éther luminifère. Malgré ce résultat négatif communiqué en 1887, Lorentz persiste à croire à un éther immobile. Pour interpréter l'expérience de Michelson et Morley et conserver le résultat de Fresnel, il suppose l'existence d'une contraction des longueurs dans le sens du mouvement et introduit des transformations vérifiées par les coordonnées d'espace et de temps. Si Lorentz puis Poincaré considèrent que ces transformations nécessitées par la dynamique électromagnétique peuvent coexister avec la conception d'un éther au repos et d'un temps absolu, Einstein développent en 1905 des conceptions fondamentalement différentes. Considérant la notion d'éther comme inutile, il remet en question la signification physique de l'espace et du temps. Pour une étude plus détaillée du développement des idées relativistes, voir par exemple : PATY Michel [2003].

de construire dans le domaine de la mécanique céleste et terrestre. Cette critique au nom du « *sens commun* » est d'ailleurs partagée par la plupart des physiciens, plusieurs années après la publication du premier article d'Einstein <sup>90</sup>. Dans cet aspect de l'œuvre d'Einstein, Duhem y voit une caractéristique de l'esprit exclusivement géométrique des physiciens allemands. Dans un article à forte connotation militante consacré à la science allemande et publié en 1915, il s'attache ainsi à montrer, en s'appuyant notamment sur des considérations historiques, que « *de bonne heure, [la pensée allemande] s'est complue à échafauder de vastes systèmes sur des postulats qui n'avaient pas le sens commun* » <sup>91</sup>, ce qui constitue selon lui un dangereux travers. Si Duhem convient que la science allemande peut parfois se montrer utile, il estime toutefois que l'esprit de finesse qui caractériserait la science française surpasse l'esprit géométrique propre à la science allemande : « *entre ces deux esprits, il y a une hiérarchie analogue à celle qui ordonne le maçon à l'égard de l'architecte ; le maçon ne fait œuvre utile que s'il conforme son travail au plan de l'architecte ; l'esprit géométrique ne poursuit pas de déductions fécondes, s'il ne les dirige vers le but que l'esprit de finesse a discerné* » <sup>92</sup>.

#### IV. Stabilité de l'équilibre électrique et magnétique

Après avoir donné un aperçu des fondements théoriques et épistémologiques de l'électrodynamique de Helmholtz – Duhem et replacé cette théorie dans le contexte scientifique de l'époque, nous allons à présent analyser un problème théorique particulier étudié par Duhem. Parmi les différents thèmes qu'il aborde en électrodynamique, la question de la stabilité électrique et magnétique sur les corps présente un intérêt fondamental pour le sujet qui nous intéresse, puisque le résultat de cette étude constitue un outil théorique dont Duhem se servira en 1913 pour la révision de sa théorie magnétique. Plus généralement, l'étude de la stabilité est un thème qu'il aborde dans toutes les branches des sciences physiques qu'il explore. Nous avons vu dans les chapitres précédents que la théorie du potentiel thermodynamique lui permet d'étudier la stabilité de l'équilibre sur un corps maintenu à une température constante. Dans le cadre de sa thermodynamique générale, il étend ensuite ces considérations aux corps fluides et aux corps flottants, aux milieux élastiques, aux systèmes doués de viscosité ou encore aux équilibres chimiques <sup>93</sup>. Dans toutes ces recherches, il se nourrit notamment de la relation privilégiée qu'il entretient à

<sup>90</sup> DUHEM Pierre [1915], p. 136. Langevin joue un rôle important dans la diffusion des idées d'Einstein en France, donnant le premier exposé en français de la théorie de la relativité en 1911. Mais il faut attendre l'éclipse solaire de 1919 et la première observation expérimentale en faveur de la relativité générale d'Einstein pour que ses idées soient plus largement diffusées. Le décès de Duhem en 1916 ne lui a pas permis de connaître ces développements.

<sup>91</sup> DUHEM Pierre [1915], p. 20.

<sup>92</sup> *Ibid*, p. 143.

<sup>93</sup> Duhem a publié plusieurs dizaines d'articles et d'ouvrages dans ces différents domaines. Il est donc conseillé de se référer à la *Notice* sur les travaux scientifiques de Duhem pour avoir un aperçu de ces différentes recherches et une liste complète des publications : DUHEM Pierre [1913a].

l'Université de Bordeaux avec Hadamard, lui-même intéressé par l'aspect mathématique de ces questions de stabilité <sup>94</sup>. L'importance de cette problématique dans l'œuvre scientifique de Duhem apparaît d'ailleurs dans son *Traité d'énergétique* publié en 1911, puisqu'il y consacre les trois derniers chapitres <sup>95</sup>. Une analyse de l'œuvre de Duhem à travers ces questions de stabilité présenterait sans aucun doute de riches enseignements. Toutefois, pour ne pas sortir du cadre de notre étude, nous nous sommes limités ici aux considérations développées par Duhem dans ses recherches en électromagnétisme.

## 1. Stabilité électrique selon Helmholtz

En déterminant en 1870 l'expression générale du potentiel électrodynamique d'un système, Helmholtz a fait intervenir une certaine constante numérique  $\lambda$  qu'il laisse indéterminée. Cette indétermination ne reste toutefois pas absolue puisque des considérations relatives à la stabilité de l'équilibre électrique permettent de la restreindre. Helmholtz énonce en effet la proposition suivante : si la constante est nulle ou positive, l'équilibre électrique est assurément stable sur un corps conducteur maintenu immobile. Voici en quoi consiste sa démonstration <sup>96</sup>.

Helmholtz considère un système de conducteurs immobiles, dénués de pouvoir diélectrique et de pouvoir magnétique. La force électromotrice agissant sur chaque conducteur est due à la distribution électrique sur le système et au phénomène d'induction électrodynamique. En appelant  $\rho$  la résistance spécifique en un point  $(x, y, z)$  d'un conducteur et  $V$  la fonction potentielle électrostatique, les composantes du courants de conduction vérifient alors, en vertu de l'équation (2) :

$$\begin{aligned}\rho u &= -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{A^2}{2} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} \\ \rho v &= -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{A^2}{2} \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} \\ \rho w &= -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{A^2}{2} \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial t}\end{aligned}\tag{33}$$

<sup>94</sup> HADAMARD Jacques [1895, 1896, 1897]. Dans son analyse de « L'œuvre de Duhem dans son aspect mathématique », Hadamard décrit une partie des recherches menées par Duhem, évoquant la richesse de ces années de collaboration à l'Université de Bordeaux (HADAMARD Jacques [1927]).

<sup>95</sup> DUHEM Pierre [1911], t. II, chapitre XVI, pp. 265 – 364 : La stabilité de l'équilibre et les conditions qui suffisent à l'assurer ; chapitre XVII, pp. 365 – 421 : Les conditions nécessaires pour la stabilité de l'équilibre. Les petits mouvements ; chapitre XVIII, pp. 422 – 499 : Stabilité de l'équilibre relatif.

<sup>96</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870b], p. 578, § 4. On peut également se référer à l'analyse de Poincaré sur la théorie de Helmholtz : POINCARÉ Henri [1891], p. 74. On adoptera les notations de Duhem : DUHEM Pierre [1893d, 1896c].



En multipliant respectivement les deux membres de chacune de ces équations par  $u, v, w$ , en ajoutant membre à membre les résultats obtenus, puis en intégrant sur l'ensemble des conducteurs, Helmholtz parvient à l'égalité suivante :

$$\int \rho (u^2 + v^2 + w^2) d\varpi = -\varepsilon \int \left( \frac{\partial V}{\partial x} u + \frac{\partial V}{\partial y} v + \frac{\partial V}{\partial z} w \right) d\varpi \quad (34)$$

$$- \frac{A^2}{2} \int \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} u + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} v + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial t} w \right) d\varpi .$$

En appelant  $W$  le potentiel électrostatique du système et  $\Pi$  son potentiel électrodynamique, dont Helmholtz a déterminé l'expression (3), cette dernière équation peut s'écrire

$$\frac{\partial (W - \Pi)}{\partial t} = - \int \rho (u^2 + v^2 + w^2) d\varpi . \quad (35)$$

Le second terme correspond à la chaleur dégagée par unité de temps par le système en vertu de la loi de Joule. L'égalité précédente traduit donc simplement le principe de conservation de l'énergie sur lequel Helmholtz a fondé sa théorie de l'induction électrodynamique. Cette égalité va lui servir à caractériser la stabilité du système.

D'après les propriétés de la fonction potentielle, le potentiel électrostatique du système peut se mettre sous la forme suivante :

$$W = \frac{\varepsilon}{8\pi} \int \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] d\varpi , \quad (36)$$

l'intégration étant étendue à tout l'espace. Cette quantité est donc toujours positive et nulle seulement si le système n'est pas électrisé. En s'appuyant sur les propriétés analytiques des fonctions  $\mathcal{V}, \mathcal{V}', \mathcal{W}$ , Helmholtz parvient en outre à mettre le potentiel électrodynamique sous la forme suivante :

$$\Pi = - \frac{A^2}{16\pi} \int \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \right)^2 \right. \quad (37)$$

$$\left. + \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z} \right)^2 \right] d\varpi .$$

Cette formule montre que si la constante  $\lambda$  est positive ou nulle,  $\Pi$  est assurément négative et nulle uniquement si le système ne renferme pas de courants <sup>97</sup>.

<sup>97</sup> L'expression énoncée en 1893 par Duhem est entachée d'une erreur évidente de typographie (DUHEM Pierre [1893d], p. G14). Néanmoins, comme en témoigne les lignes suivantes, il raisonne bien sur l'expression exacte. Contrairement à ce que pourrait laisser penser l'expression précédente de  $\Pi$ , le potentiel électrodynamique garde une valeur finie dans le cas  $\lambda = 0$ , en vertu de l'égalité suivante :

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial z} = -\lambda \frac{\partial V}{\partial t} ,$$

qui est une conséquence de l'équation de conservation de la charge électrique.

Supposons la constante  $\lambda$  soit positive ou nulle. La quantité  $\Omega = W - \Pi$  est donc assurément positive et ne s'annule que s'il n'y a ni électricité libre ni courants. Si  $\Omega$  possède une valeur très petite, la densité d'électricité libre et l'intensité des courants seront partout très faibles. Partons alors de l'équilibre  $\Omega = 0$  et faisons subir une petite perturbation au système. D'après l'équation (35), la quantité  $\Omega$ , tout en restant positive, va diminuer :  $\Omega$  garde donc une valeur très faible, ce qui ne peut avoir lieu que si les courants restent eux-mêmes très petits : l'équilibre est donc stable. Ce qui démontre la proposition énoncée au début de ce paragraphe.

Si on suppose  $\lambda$  strictement négative, l'équilibre peut par contre être instable. Partant de l'équilibre, il faut supposer qu'une petite perturbation imposée au système puisse rendre la valeur initiale de  $\Omega$  négative. Dans ce cas, l'équation (35) de conservation de l'énergie montre que la valeur absolue de  $\Omega$  sera croissante et l'état du système s'éloignera donc de plus en plus de l'état d'équilibre : l'équilibre sera donc instable. Il n'est néanmoins pas certain que l'on puisse toujours imposer une telle perturbation au système. Les considérations précédentes ne permettent donc pas à Helmholtz d'affirmer que l'équilibre est forcément instable si la constante est négative  $\lambda$ . Pour traiter ce problème, il lui faut envisager une autre approche.

## 2. Extension de la condition de stabilité

Avant de décrire la manière dont Helmholtz traite le cas  $\lambda < 0$ , nous allons voir comment Duhem étend la condition de stabilité précédente aux systèmes renfermant des corps magnétiques et diélectriques. Dans son mémoire « Sur la propagation des actions électrodynamiques » publié en 1896, il se propose de démontrer la proposition suivante, qui constitue une généralisation du théorème de Helmholtz : « *l'équilibre est stable sous les conditions suivantes :*

- 1° la constante n'est pas négative :  $\lambda \geq 0$  ;
- 2° le coefficient de polarisation  $F$  n'est négatif pour aucun corps :  $F \geq 0$  ;
- 3° le coefficient d'aimantation  $f$  n'est négatif pour aucun corps :  $f \geq 0$  »<sup>98</sup>.

Pour démontrer cette proposition, Duhem va s'appuyer sur la méthode suivie par Helmholtz et sur les résultats de son étude des corps diélectriques et magnétiques.

Pour traiter la question avec une entière généralité, Duhem suppose le système formé de deux parties : l'une notée (1) est dépourvue de conductibilité et l'autre notée (2) est conductrice. Ces deux parties sont supposées douées de pouvoir diélectrique et magnétique. A l'équilibre, les courants de conduction et de déplacement sont nuls sur tout le système, de

<sup>98</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B42.

même que l'intensité d'aimantation. L'étude des propriétés électromagnétiques d'un système fait souvent intervenir les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \frac{A}{\sqrt{2}} \mathcal{V} + \frac{C}{\sqrt{2}} \mathcal{F} + \Phi \\ \mathcal{Y} &= \frac{A}{\sqrt{2}} \mathcal{V}' + \frac{C}{\sqrt{2}} \mathcal{G} + \Psi \\ \mathcal{Z} &= \frac{A}{\sqrt{2}} \mathcal{W} + \frac{C}{\sqrt{2}} \mathcal{H} + \mathcal{X} \end{aligned} \quad (38)$$

Les deux premiers termes de chacune de ces équations se rapportent respectivement aux courants de conduction et aux courants de déplacement. Le troisième terme est dû à la présence d'une aimantation dans le système. D'après l'hypothèse fondamentale de la théorie électromagnétique, ce terme est analogue aux précédents, le rôle des courants étant joué par les courants de conduction équivalents au point de vue électrodynamique aux différents éléments magnétiques du système. Les quantités  $\mathcal{X}$ ,  $\mathcal{Y}$ ,  $\mathcal{Z}$  sont nulles à l'équilibre. Soit  $V$  la fonction potentielle électrostatique et  $\tilde{V}$  la fonction potentielle diélectrique. En appelant  $V_0$  et  $\tilde{V}_0$  la valeur de ces fonctions lorsque l'équilibre est établi sur le système, Duhem pose

$$V = V_0 + V' \quad \text{et} \quad \tilde{V} = \tilde{V}_0 + \tilde{V}'. \quad (39)$$

Dans des articles antérieurs<sup>99</sup>, Duhem a établi les lois générales de l'induction dans des systèmes renfermant des conducteurs, des diélectriques et des corps magnétiques. En l'absence de toute force électromotrice d'origine chimique, les composantes du courant de conduction dans le conducteur (2), nulles à l'équilibre, vérifient :

$$\rho_2 u_2 = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial x} - \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial t} \quad (40)$$

$$\rho_2 v_2 = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial y} - \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial t} \quad (41)$$

$$\rho_2 w_2 = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial z} - \frac{A}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial t} \quad (42)$$

Tous les corps sont supposés parfaitement doux au point de vue diélectrique. Soit  $\mathcal{A}_2$ ,  $\mathcal{B}_2$ ,  $\mathcal{C}_2$  les composantes de la polarisation sur le corps (2), nulles à l'équilibre. Les lois de la polarisation s'écrivent, en tout point du corps (2) :

$$\frac{\mathcal{A}_2}{F_2} = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial x} - \frac{C}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathcal{X}}{\partial t} \quad (43)$$

$$\frac{\mathcal{B}_2}{F_2} = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial y} - \frac{C}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial t} \quad (44)$$

<sup>99</sup> DUHEM Pierre [1893c, d, 1894b].

$$\frac{C_2}{F_2} = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial z} - \frac{C}{\sqrt{2}} \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (45)$$

Soit  $\mathcal{A}'_1$ ,  $\mathcal{B}'_1$ ,  $\mathcal{C}'_1$  l'excès des composantes de la polarisation sur le corps (1) par rapport à leur valeur à l'équilibre, la polarisation à l'équilibre pouvant être non nulle. Les lois de la polarisation s'écrivent, en tout point du corps (1) :

$$\frac{\mathcal{A}'_1}{F_1} = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial x} - \frac{C}{\sqrt{2}} \frac{\partial X}{\partial t} \quad (46)$$

$$\frac{\mathcal{B}'_1}{F_1} = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial y} - \frac{C}{\sqrt{2}} \frac{\partial Y}{\partial t} \quad (47)$$

$$\frac{\mathcal{C}'_1}{F_1} = -\varepsilon \frac{\partial(V' + \tilde{V}')}{\partial z} - \frac{C}{\sqrt{2}} \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (48)$$

La combinaison de ces différentes relations va permettre à Duhem de trouver une équation différentielle équivalente à celle (35) énoncée par Helmholtz dans ses travaux. Cette combinaison peut être formalisée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \int u_2 d\varpi_2 \times (40) + \int \left( \frac{\partial \mathcal{A}_2}{\partial t} d\varpi_2 = \varphi_2 d\varpi_2 \right) \times (43) + \int \left( \frac{\partial \mathcal{A}'_1}{\partial t} d\varpi_1 = \varphi_1 d\varpi_1 \right) \times (46) \\ & \int v_2 d\varpi_2 \times (41) + \int \left( \frac{\partial \mathcal{B}_2}{\partial t} d\varpi_2 = \psi_2 d\varpi_2 \right) \times (44) + \int \left( \frac{\partial \mathcal{B}'_1}{\partial t} d\varpi_1 = \psi_1 d\varpi_1 \right) \times (47) \\ & \int w_2 d\varpi_2 \times (42) + \int \left( \frac{\partial \mathcal{C}_2}{\partial t} d\varpi_2 = \chi_2 d\varpi_2 \right) \times (45) + \int \left( \frac{\partial \mathcal{C}'_1}{\partial t} d\varpi_1 = \chi_1 d\varpi_1 \right) \times (48) \end{aligned}$$

En ajoutant ensuite membre à membre ces différentes équations et en s'appuyant sur les équations d'aimantation, Duhem parvient à établir l'équation différentielle suivante après quelques lignes de calculs :

Soit :

- $\Pi$  le potentiel électrodynamique du système ;
- $W'$  le potentiel électrostatique associé à l'excès d'électrisation et de polarisation du système par rapport à l'équilibre ;
- $\mathcal{J}$  le potentiel magnétique du système ;
- $\mathcal{M}$  l'intensité de polarisation en un point du système ;
- $\mu$  l'intensité d'aimantation en un point du système.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int \frac{\mathcal{M}'_1{}^2}{2F_1} d\varpi_1 + \int \frac{\mathcal{M}_2{}^2}{2F_2} d\varpi_2 + \int \frac{\mu^2}{2f} d\varpi + W' + \mathcal{J} - \Pi \right) = \\ - \int \rho_2 (u_2{}^2 + v_2{}^2 + w_2{}^2) d\varpi_2, \end{aligned} \quad (49)$$

l'intégrale qui ne porte pas d'indice s'étendant à tout l'espace. Cette équation, similaire à celle de Helmholtz, fait apparaître des termes supplémentaires relatifs à la polarisation

diélectrique et à l'aimantation dont le système peut être le siège. Duhem pourrait alors conclure sur la stabilité du système en suivant le même raisonnement que celui Helmholtz. Il décide néanmoins de suivre une argumentation légèrement différente. Il multiplie les deux membres de l'égalité précédente par  $dt$  et intègre depuis l'instant  $t_0$  où le système, initialement à l'équilibre, subit une petite perturbation jusqu'à un instant quelconque  $t$ . Il obtient l'égalité

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^t \int \rho_2 (u_2^2 + v_2^2 + w_2^2) d\varpi_2 dt \\ & \quad + \int \frac{\mathcal{M}'_1{}^2}{2F_1} d\varpi_1 + \int \frac{\mathcal{M}'_2{}^2}{2F_2} d\varpi_2 + \int \frac{\mu^2}{2f} d\varpi + W' + \mathcal{J} + (-\Pi) \\ & = \int \frac{(\mathcal{M}'_1)_0^2}{2F_1} d\varpi_1 + \int \frac{(\mathcal{M}'_2)_0^2}{2F_2} d\varpi_2 + \int \frac{\mu_0^2}{2f} d\varpi + W'_0 + \mathcal{J}_0 - \Pi_0. \end{aligned} \quad (50)$$

Les perturbations initiales, d'indice 0, peuvent toujours être prises assez voisines de zéro pour que le second membre de l'égalité soit inférieur à une quantité positive quelconque donnée d'avance. Si l'on admet la restriction suivante

$$\lambda \geq 0, \quad F \geq 0 \quad \text{et} \quad f \geq 0, \quad (51)$$

on est assuré qu'aucun des termes du premier membre de l'égalité (50) ne peut être négatif. Les perturbations initiales peuvent donc être prises suffisamment petites pour que *chacun* des termes figurant au premier membre demeure, quel que soit  $t$ , inférieur à une quantité positive donnée d'avance, si petite soit-elle : « *la stabilité de l'équilibre électrique sur un système immobile est donc assurée* »<sup>100</sup>. Ainsi, à la condition d'équilibre  $\lambda \geq 0$  énoncée par Helmholtz, Duhem est parvenu à y adjoindre deux nouvelles,

$$F \geq 0 \quad \text{et} \quad f \geq 0,$$

relatives aux propriétés diélectriques et magnétiques des corps que renferme le système.

### 3. Analyse du cas $\lambda < 0$

#### 3.1. Méthode de Helmholtz

Nous avons vu précédemment que les raisonnements suivis par Helmholtz ne lui permettait pas d'analyser complètement le cas  $\lambda < 0$ . S'il existe des situations où cette condition rend le système instable, son instabilité n'est pas assurée dans le cas général. Pour analyser cette question, Helmholtz envisage donc une approche différente et considère les courants engendrés dans une sphère par les petites vibrations d'une couche électrisée concentrique à cette sphère<sup>101</sup>. Il montre qu'en supposant  $\lambda$  négatif, on peut engendrer des courants dirigés suivant les rayons de la sphère et qui ne demeurent pas très petits. Il conclut alors à l'irrecevabilité des valeurs négatives de  $\lambda$  puisque celles-ci entraînent l'instabilité de

<sup>100</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B49.

<sup>101</sup> HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870b], p. 578, § 5.

l'équilibre électrique sur un conducteur immobile. En particulier, la théorie de Weber, qui se déduit de la théorie de Helmholtz en faisant  $\lambda = -1$ , doit être rejetée.

Considérant que l'analyse de Helmholtz soulève quelques objections, Duhem pense qu'il y a quelque intérêt à examiner de nouveau le problème posé par ce dernier. Il y consacre un article intitulé « Sur la stabilité électrique d'un milieu homogène et illimité », rédigé en juin 1903 et publié l'année suivante dans une brochure de plus de cent articles qui paraît à l'occasion du soixantième anniversaire de Boltzmann <sup>102</sup>. Il indique notamment une objection que l'on peut opposer à la démonstration de Helmholtz : « *si, sur un système mécanique en équilibre stable, on fait agir une action perturbatrice extérieure très petite et périodique, il peut fort bien arriver que, malgré la stabilité du système, cette action y engendre à la longue une perturbation finie ; c'est ce qui aura lieu si l'action a précisément pour période une des périodes propres du système. La possibilité d'imposer à un système une modification finie au moyen d'une perturbation extérieure périodique et très petite n'est donc pas un sûr indice que le système soit en équilibre* » <sup>103</sup>. Ainsi, en prenant l'exemple du phénomène de résonance mécanique, Duhem signale que le critère de stabilité adopté par Helmholtz n'est pas pertinent. Pour remédier à ce problème, il va alors chercher la solution par des procédés analogues à ceux dont Liapounoff a récemment fait usage dans l'étude de la stabilité mécanique.

### 3.2. Liapounoff et le problème général de la stabilité du mouvement

Les travaux de Lagrange et de Lejeune-Dirichlet ont montré que, pour un système mécanique soumis à des forces dérivant d'un potentiel, une position d'équilibre est stable si le potentiel y est minimum. Si le caractère suffisant de cette condition a été établi rigoureusement par Lejeune-Dirichlet, les mathématiciens se sont longtemps demandé s'il était permis d'énoncer la proposition réciproque. Le doute au sujet de cette question n'est levé qu'en 1904, lorsque Painlevé donne un exemple de système mécanique pour lequel une position d'équilibre stable ne correspond pas à un minimum du potentiel <sup>104</sup>. La condition précédente est donc suffisante mais non nécessaire. Le domaine de questions qui peuvent être traitées par ce genre de procédé est en outre très resserré puisque les forces ne dérivent en général pas d'un potentiel. Il est donc nécessaire de recourir à d'autres méthodes dans la plupart des cas. Dans un mémoire publié en 1892, Liapounoff propose ainsi différentes méthodes pour traiter le problème général de la stabilité des systèmes dynamiques <sup>105</sup>.

---

<sup>102</sup> DUHEM Pierre [1903].

<sup>103</sup> *Ibid*, p. 14.

<sup>104</sup> PAINLEVE Paul [1904].

<sup>105</sup> LIAPOUNOFF Alexandre M. [1892]. Un abrégé de ce travail, traduit en français par Liapounoff, est publié en 1897 dans le *Journal de Mathématiques* : LIAPOUNOFF Alexandre M. [1897]. Pour l'analyse du mémoire original, nous nous sommes appuyés sur la traduction publiée en 1907 dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*.

### MOUVEMENT CHAOTIQUE ET « MATHÉMATIQUES DE L'À PEU PRÈS »

Dans son ouvrage sur le problème général de la stabilité du mouvement, Liapounoff introduit notamment des coefficients qui mesurent le degré de stabilité d'un système dynamique par rapport aux variations des conditions initiales. Ces coefficients seront par la suite appelés *exposants de Liapounoff*. Ces idées se révèlent fondamentales pour l'étude de la turbulence et des systèmes dynamiques chaotiques, un problème auquel Poincaré a de son côté largement contribué. Ce dernier remarque que, parmi les solutions des équations de la dynamique à trois corps, certaines peuvent être si irrégulières qu'elles semblent aller au hasard, bien que le système soit totalement déterministe <sup>106</sup>.

Dans son ouvrage de philosophie des sciences sur *La Théorie physique, son objet, sa structure*, Duhem aborde d'ailleurs la nature chaotique du mouvement en s'appuyant sur les travaux d'Hadarnard publié en 1898 <sup>107</sup>. Ce dernier s'intéresse à la dynamique d'un point matériel assujéti à se déplacer sur une surface à courbure négative : « *imaginons le front d'un taureau, avec les éminences d'où partent les cornes et les oreilles, et les cols qui se creusent entre ces éminences ; mais allongeons sans limite ces cornes et ces oreilles, de telle façon qu'elles s'étendent à l'infini ; nous aurons une des surfaces que nous voulons étudier* » <sup>108</sup>. Si un point matériel glisse librement sur une surface, aucune force ne le sollicitant, il décrit une ligne que les mathématiciens nomment *ligne géodésique*. Sur une surface de type *front de taureau*, les géodésiques peuvent présenter des aspects bien différents. Si l'on connaît avec une entière exactitude la position initiale d'un point matériel et la direction de la vitesse initiale, la géodésique sera déterminée sans ambiguïté. La situation est cependant différente si les conditions initiales sont données, non pas mathématiquement, mais pratiquement : l'incertitude inhérente à toute mesure expérimentale fait que la position initiale du point matériel ne sera plus un point déterminé sur la surface, mais un point quelconque pris à l'intérieur d'une petite tache. Or, quelle que soit la précision attribuée à cette condition initiale, « *jamais la géodésique qui demeure à distance finie en tournant sans cesse autour de la corne droite ne pourra être débarrassée de ces compagnes infidèles qui, après avoir tourné comme elle autour de la même corne, s'écarteront indéfiniment* ».

Duhem y voit donc une limitation imposée, en physique, aux déductions mathématiques. Une déduction mathématique sera ainsi inutile au physicien tant qu'elle se borne à affirmer que telle proposition, rigoureusement vraie, implique l'exactitude rigoureuse de telle autre proposition. Pour être utile au physicien, il lui faut encore prouver que la seconde proposition reste à peu près exacte lorsqu'il existe une petite incertitude sur la première. Il lui faut définir le degré d'incertitude que l'on peut accorder aux données lorsque l'on veut connaître le résultat avec une approximation déterminée. « *Telles sont les conditions rigoureuses qu'on est tenu d'imposer à la déduction mathématique si l'on veut que cette langue, d'une précision absolue, puisse traduire, sans le trahir, le langage du physicien* ». Ces *Mathématiques de l'à peu près* ne constituent cependant pas selon Duhem une forme plus simple et plus grossière des mathématiques, mais au contraire une forme plus complète et plus raffinée.

<sup>106</sup> POINCARÉ Henri [1890b].

<sup>107</sup> HADAMARD Jacques [1898].

<sup>108</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 209. Les citations suivantes se trouvent aux pages 211 et 214 du même ouvrage.

Parmi les nombreux résultats énoncés par Liapounoff dans son ouvrage de 1892, un théorème attire plus particulièrement l'attention de Duhem. Liapounoff indique qu'il y a été conduit par l'étude du mémoire « Sur les courbes définies par les équations différentielles » publié par Poincaré entre 1881 et 1886 <sup>109</sup>. Ce théorème est basé sur la recherche d'une fonction particulière des variables du système, que les mathématiciens nommeront par la suite *fonction de Liapounoff*.

Liapounoff considère un système dont l'état est entièrement défini par un nombre limité de grandeurs variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Ces variables peuvent toujours être choisies de telle manière que l'état d'équilibre considéré soit défini par les égalités

$$x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_n = 0. \quad (52)$$

Cet état d'équilibre peut correspondre aussi bien à un état permanent qu'à un mouvement particulier, comme par exemple le mouvement elliptique d'une planète. Liapounoff suppose que le mouvement troublé est régi par le système d'équations suivant :

$$\frac{dx_1}{dt} = X_1, \quad \frac{dx_2}{dt} = X_2 \quad \dots \quad \frac{dx_n}{dt} = X_n, \quad (53)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  étant des fonctions connues des variables du système, qui deviennent nulles pour l'état d'équilibre. A quelle condition cet état d'équilibre sera-t-il alors un état d'équilibre stable ? Pour répondre à cette question, Liapounoff se doit dans un premier temps de préciser la notion même de *stabilité*. Supposons que l'on se donne un nombre positif arbitraire  $\ell$ , aussi petit que l'on veut. L'équilibre sera dit *stable* si l'on peut toujours trouver un autre nombre positif  $\varepsilon$  telles que les conditions

$$|x_1(t_0)| < \varepsilon, \quad |x_2(t_0)| < \varepsilon, \quad \dots, \quad |x_n(t_0)| < \varepsilon \quad (54)$$

vérifiées à l'instant initial  $t_0$  entraînent :

$$|x_1(t)| < \ell, \quad |x_2(t)| < \ell, \quad \dots, \quad |x_n(t)| < \ell. \quad (55)$$

quel que soit  $t > t_0$ . Dans le cas contraire, l'équilibre sera dit *instable* <sup>110</sup>. Pour Liapounoff, un état est donc stable si tous les états dont les conditions initiales sont très voisines des siennes restent suffisamment proches de lui au cours du temps. Cette définition lui permet alors d'énoncer le *théorème de Liapounoff* <sup>111</sup>.

<sup>109</sup> POINCARÉ Henri [1881 - 1886].

<sup>110</sup> POINCARÉ Henri [1881 - 1886].

<sup>111</sup> LIAPOUNOFF Alexandre M. [1892], Théorème II, p. 262 ; LIAPOUNOFF Alexandre M. [1897], p. 89.



### THEOREME DE LIAPOUNOFF

Soit  $V$  une fonction des variables  $x_1, x_2, \dots, x_n, t$  possédant les propriétés suivantes :

1° elle admet, en valeur absolue, une limite supérieure infiniment petite ;

2° sa dérivée totale par rapport au temps

$$V' = \frac{\partial V}{\partial x_1} X_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} X_2 + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} X_n + \frac{\partial V}{\partial t}$$

est une *fonction définie* : cela signifie que l'on peut assigner deux constantes  $T$  et  $H$  telles que, pour toutes les valeurs des variables qui vérifient  $t > T$  et  $|x_i| < H$  pour  $i = 1, \dots, n$ ,  $V'$  garde un signe fixe ;

3° pour toute valeur de  $t$  supérieure à une certaine limite, la fonction  $V$  est susceptible de prendre le même signe que  $V'$ , quelque petits que soient les  $x_i$  en valeur absolu.

Si une pareille fonction  $V$  peut être formée à l'aide des équations différentielles du mouvement troublé, la solution  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$  des équations différentielles du mouvement est une solution instable.

Pour démontrer ce théorème, Liapounoff suppose qu'il existe une fonction  $V$  satisfaisant aux conditions précédentes et considère, pour fixer les idées, que  $V'$  est définie positive. Il existe donc des constantes strictement positives  $T, H, \mu$  telles que

$$t > T, |x_i| < H \Rightarrow V' > \mu. \quad (56)$$

Dans ces conditions, en désignant par  $V_0$  la valeur de  $V$  à l'instant  $t = T$ ,

$$V > V_0 + \mu(t - T). \quad (57)$$

D'après la troisième propriété de la fonction  $V$ , on peut en outre supposer la constante  $T$  suffisamment grande pour rendre la constante  $V_0$  positive par le choix convenable des  $x_i$  à l'instant  $T$ , assujetties à la condition

$$|x_i(T)| < \varepsilon, \quad (58)$$

où  $\varepsilon$  est un nombre positif aussi petit que l'on veut. Mais dans ces conditions, d'après la première propriété de la fonction  $V$ , l'inégalité (57) ne peut avoir lieu pour toutes les valeurs possibles de  $t$  puisque la fonction  $V$  possède une limite supérieure. Il existe donc une valeur de  $t$  à partir de laquelle au moins une des conditions  $|x_i| < H$  cesse d'être constamment remplie. Et donc, si petits que soit le nombre  $\varepsilon$ , les quantités  $x_i$  à l'instant  $T$  peuvent toujours être choisies de telle façon que, pendant le mouvement qui s'ensuit, au moins une des quantités atteigne une limite fixe  $H$ . D'après la définition donnée par Liapounoff, cette propriété traduit l'instabilité du système. Le théorème est donc démontré.

Le problème de la stabilité d'un système dynamique peut donc se résoudre entièrement si l'on parvient à déterminer une fonction qui présente les propriétés particulières énoncées précédemment. Liapounoff indique qu'on pourrait certainement trouver beaucoup d'autres théorèmes semblables en faisant varier les conditions auxquelles doivent satisfaire les fonctions cherchées. Mais en se bornant à un nombre limité de théorèmes, le mathématicien russe parvient à traiter de nombreux exemples caractéristiques des systèmes dynamiques. Dans le cas où les forces dérivent d'un potentiel, cette méthode lui permet notamment d'étudier, sous certaines conditions, la réciproque du théorème de Lagrange <sup>112</sup>. L'un des intérêts de cette méthode est en outre sa possible extension aux systèmes pour lesquels les équations différentielles du mouvement sont relativement complexes. Et c'est justement le cas des équations de propagation de l'électricité dans l'électrodynamique de Helmholtz-Duhem.

### 3.3. Duhem et l'instabilité de l'équilibre électrique

Helmholtz avait annoncé qu'on ne pouvait, sans impossibilité physique, attribuer à la constante  $\lambda$  une valeur négative. Comme Duhem juge sa démonstration non convaincante, il en propose une nouvelle qui ne laisse rien à désirer selon lui au point de vue de la rigueur. Il s'attache même à étendre la proposition de Helmholtz : « nous considérons un milieu homogène, isotrope, soustrait à l'action de tout champ électrique ou magnétique autre que ceux qu'il engendre lui-même et dont les régions infiniment éloignées sont maintenues à l'état neutre ; nous supposons ce milieu conducteur et non diélectrique, ou bien diélectrique et non conducteur ; nous montrerons que si la constante  $\lambda$  était négative, l'état neutre ne pourrait être, pour un semblable milieu, un état d'équilibre stable ; en outre, dans le cas où le milieu est diélectrique, il en serait encore de même si le coefficient de polarisation  $F$  était négatif ; cette dernière conclusion s'étend aux milieux diélectriques qui sont, en outre, conducteurs » <sup>113</sup>. Duhem cherche la solution de ces problèmes par des procédés analogues à ceux imaginés par Liapounoff. La démarche suivie par Duhem dans cet article ne pourrait d'ailleurs pas être comprise sans l'analyse préalable des réflexions du mathématicien russe. Les différentes démonstrations présentant de fortes similitudes, nous nous bornerons à étudier le cas d'un milieu conducteur, qui peut être magnétique, mais qui n'est pas diélectrique. Duhem souhaite montrer que l'hypothèse  $\lambda < 0$  entraîne l'instabilité d'un tel système.

<sup>112</sup> LIAPOUNOFF Alexandre M. [1892], pp. 295 – 298. Comme l'indique Duhem dans son *Traité d'énergétique*, Hadamard retrouve en 1896 le théorème énoncé par Liapounoff, mais sans avoir lu les travaux du mathématicien russe (DUHEM Pierre [1911], t. II, p. 366 ; HADAMARD Jacques [1896, 1897]). Le développement de ses recherches l'amenant par la suite à prendre connaissance de l'œuvre de Liapounoff, Hadamard a très certainement fait part des principaux résultats à Duhem, avec qui il s'entretient régulièrement à Bordeaux.

<sup>113</sup> DUHEM Pierre [1903], pp. 14 – 15. Par soucis de clarté, nous ne suivons pas les notations employées par Duhem dans cet article, mais nous adopterons celles qu'il a utilisées dans ses précédents articles.

Dans son mémoire « Sur la propagation des actions électrodynamiques » publié en 1896, Duhem est parvenu à montrer que les composantes  $u, v, w$  du flux de conduction vérifient des équations différentielles de forme similaire à celles ( 12 ) que vérifient les composantes du flux de déplacement dans un milieu parfaitement isolant <sup>114</sup>. Comme ces équations semblent faire jouer un rôle particulier à la quantité

$$\Theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (59)$$

il paraît naturel pour Duhem d'étudier les propriétés d'une telle fonction. En combinant les différentes équations, il montre ainsi que cette fonction  $\Theta$  vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\rho}{2\pi A^2 \lambda} \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial t} + \frac{2}{A^2 \lambda} \Delta \Theta - \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = 0, \quad (60)$$

$\rho$  désignant la résistance spécifique du conducteur. Cette équation différentielle ne possède pas de solution évidente, ce qui complique *a priori* l'étude de la stabilité du système. Duhem a alors l'idée de s'inspirer des travaux de Liapounoff, et cela bien que l'équation différentielle considérée semble plus complexe que celle envisagé par le mathématicien russe. Duhem va ainsi chercher à déterminer une fonction de  $\Theta$  qui puisse le renseigner sur les conditions de stabilité du système.

Sans justifier l'introduction de telles fonctions, ce qui rend la lecture de son article très incommode, Duhem pose alors

$$U = \int (\Delta \Theta)^2 d\omega, \quad (61)$$

$$V = \int \left[ \left( \frac{\partial \Theta'}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Theta'}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Theta'}{\partial z} \right)^2 \right] d\omega, \quad (62)$$

avec

$$\Theta' = \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \quad (63)$$

Le domaine d'intégration correspond à l'espace tout entier, les composantes du flux de conduction étant supposées décroître suffisamment rapidement lorsque la distance tend vers l'infini. Une combinaison linéaire de ces deux fonctions du temps  $U$  et  $V$  va jouer par la suite le rôle de la fonction  $V$  de Liapounoff et permettre à Duhem d'étudier la stabilité du système. Mais avant de poursuivre l'analyse de la démonstration imaginée par ce dernier, on peut se demander ce qui a pu l'amener à considérer de telles fonctions. On peut notamment remarquer que l'équation différentielle (60) s'écrit comme une combinaison linéaire de deux équations ( I ) et ( II ) de forme connue :

<sup>114</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B61. Dans le système d'équation (178),  $\rho$  doit être remplacé par  $\lambda$  au dénominateur du troisième terme de chacune des équations.

$$p \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial t} + \Delta \Theta = 0, \quad (I)$$

$$q \Delta \Theta' + \frac{\partial \Theta'}{\partial t} = 0, \quad (II)$$

$p, q$  étant deux constantes s'exprimant en fonction des paramètres  $\rho, A^2$  et  $\lambda$ . L'équation différentielle (I) est celle vérifiée par un oscillateur harmonique de paramètre  $\Delta \Theta$ , tandis que l'équation (II) est une équation de diffusion relative à la variable  $\Theta'$ . Si l'on multiplie l'équation (I) par  $\Delta \Theta d\varpi$  et l'équation (II) par  $\Theta' d\varpi$  puis que l'on intègre celles-ci sur tout l'espace, on obtient :

$$\frac{p}{2} \frac{\partial U}{\partial t} + U = 0, \quad (64)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \Theta'^2 d\varpi = 2qV, \quad (65)$$

la seconde égalité reposant sur l'emploi du théorème de Green. Les fonctions  $U$  et  $V$  introduites par Duhem sont donc des fonctions caractéristiques de ce genre d'équations différentielles. Ce qui peut expliquer que Duhem ait été tenté d'analyser leurs propriétés.

Après avoir calculé les dérivées temporelles successives des fonctions  $U$  et  $V$ , en tenant compte de l'équation différentielle (60), Duhem considère la somme suivante :

$$W = V - \frac{2}{A^2 \lambda} U. \quad (66)$$

Cette fonction vérifie :

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{8}{A^2 \lambda} \int \Delta \Theta \Delta \Theta' d\varpi - \frac{\rho}{\pi A^2 \lambda} \int (\Delta \Theta')^2 d\varpi, \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{dt^2} = & -\frac{8}{A^2 \lambda} \int (\Delta \Theta')^2 d\varpi + \frac{16}{A^2 \lambda^2} \int \left[ \left( \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial x} + \frac{\rho}{4\pi} \frac{\partial \Delta \Theta'}{\partial x} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left( \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial y} + \frac{\rho}{4\pi} \frac{\partial \Delta \Theta'}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta \Theta}{\partial z} + \frac{\rho}{4\pi} \frac{\partial \Delta \Theta'}{\partial z} \right)^2 \right] d\varpi. \end{aligned} \quad (68)$$

Duhem se propose alors de répondre à la question suivante : la constante  $\lambda$  étant négative, le milieu illimité peut-il être en équilibre stable lorsqu'il n'est le siège d'aucun courant ? Si l'équilibre initial, supposé sans aucun flux de conduction, était stable, on pourrait imposer aux valeurs absolues initiales de  $u, v, w, \partial u/\partial t, \partial v/\partial t, \partial w/\partial t$  des limites supérieures telles que  $W$  ne pourrait surpasser à aucun moment une quantité positive  $P$  arbitrairement choisie d'avance. Rien n'empêche de prendre, à l'instant initial,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k^2 u, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = k^2 v, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = k^2 w, \quad (69)$$

$k^2$  étant une constante pouvant être prise aussi petite que l'on veut. Cette hypothèse va grandement faciliter l'analyse de Duhem. En effet, ce dernier peut écrire :

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_0 = -\frac{8k^2}{A^2\lambda} \int (\Delta\Theta)_0^2 d\varpi - \frac{\rho k^4}{\pi A^2\lambda} \int (\Delta\Theta)_0^2 d\varpi, \quad (70)$$

Les valeurs initiales  $u, v, w$  peuvent toujours être choisies de telle sorte que  $(\Delta\Theta)_0$  ne soit pas nul dans tout l'espace. La valeur de  $k^2$  peut ensuite être choisie suffisamment petite pour que  $(dW/dt)_0$  ait le signe de son premier terme, qui est positif.  $(dW/dt)_0$  étant positif et, selon l'égalité (68),  $d^2W/dt^2$  ne pouvant jamais devenir négatif,  $W$  croitra indéfiniment avec  $t$ . Il ne pourra donc pas demeurer sans cesse inférieur à  $P$  : l'état sans courant ne peut donc pas être un état d'équilibre stable. Duhem est donc parvenu à démontrer l'impossibilité physique de l'hypothèse  $\lambda < 0$  en s'inspirant de la méthode imaginée quelques années plus tôt par Liapounoff. Le rôle de la fonction  $V$  dans le théorème de ce dernier est ici joué par  $dW/dt$ , dont l'expression en fonction des variables  $u, v, w, \partial u/\partial t, \partial v/\partial t, \partial w/\partial t$  était loin d'être prévisible. Dans un problème où les équations différentielles sont considérées comme acquises et ne sont plus mises en discussion, le mémoire de Duhem s'affiche ainsi comme un travail essentiellement mathématique.

#### 4. Conclusion

Les démonstrations suivantes de l'article de 1903, relatives aux milieux diélectriques et au coefficient de polarisation  $F$ , s'appuient sur des raisonnements analogues à ceux que nous venons de décrire. Au terme de deux articles rédigés en 1896 et en 1903, Duhem parvient à démontrer les propositions suivantes, qui constituent une généralisation des propositions de Helmholtz au sujet de la stabilité de l'équilibre électrique :

- l'équilibre est stable sous les conditions suivantes :
  - 1° la constante de Helmholtz n'est pas négative :  $\lambda \geq 0$  ;
  - 2° le coefficient de polarisation  $F$  n'est négatif pour aucun corps :  $F \geq 0$  ;
  - 3° le coefficient d'aimantation  $f$  n'est négatif pour aucun corps :  $f \geq 0$ .
- dans un milieu conducteur et non diélectrique ou dans un milieu diélectrique et non conducteur, l'état neutre ne peut être stable si la constante de Helmholtz est négative.
- dans un milieu diélectrique, qu'il soit conducteur ou non, l'état neutre ne peut être stable si le coefficient de polarisation  $F$  est négatif.

L'ensemble de ces résultats va jouer un rôle crucial lorsque Duhem sera amené, dans un article publié en 1913, à comparer les conditions de stabilité relatives aux lois de l'électromagnétisme et celles tirées de sa théorie thermodynamique des corps polarisés.

Mais pourquoi Duhem décide-t-il de développer ces nouvelles considérations sur sa théorie du magnétisme, plus de vingt ans après en avoir présenté les fondements et les principales applications dans ses *Leçons* ? En fait, depuis la parution de cet ouvrage, les connaissances dans le domaine du magnétisme se sont profondément enrichies. Une étude

expérimentale minutieuse sur les corps magnétiques a en effet été menée par Pierre Curie et les résultats obtenus semblent contrarier les idées théoriques de Duhem sur le sujet. Ce dernier se doit donc de revoir les fondements de sa théorie pour que celle-ci s'accorde avec les nouvelles données de l'expérience. C'est justement cette révision de la théorie du magnétisme qui est discutée dans son article publié en 1913. Mais avant d'analyser le contenu de cet article, il apparaît nécessaire de décrire les travaux de Curie qui sont à l'origine de ces importants développements. Cette étude est l'objet du prochain chapitre.

## CHAPITRE IX

# PIERRE CURIE ET LES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DES CORPS

En décembre 1892, soit quelques mois après la parution du dernier tome des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, Pierre Curie communique à l'Académie des Sciences les premiers résultats de sa thèse de doctorat sur les propriétés magnétiques des corps à diverses températures. Le nombre considérable de données expérimentales accumulées jusqu'à sa soutenance en mars 1895 lui permet de tirer des conséquences qui se révéleront capitales pour le développement des idées sur le magnétisme. En particulier, la théorie de l'aimantation par influence de Duhem devra être reconsidérée au regard de ces nouveaux résultats expérimentaux. L'importance des recherches menées par Curie, aussi bien du point de vue de l'analyse des travaux de Duhem que de l'étude du magnétisme en général, nous incite à en faire une analyse approfondie dans ce chapitre. Après avoir considéré les travaux théoriques de Duhem, cette analyse nous permettra en outre d'apprécier l'aspect expérimental des recherches menées en France à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle.



**Pierre Curie (1859 – 1906)**

Source : © The Nobel Foundation

## I. Premiers travaux scientifiques

### 1. L'étude de la piézo-électricité

Pierre Curie commence ses études supérieures en préparant une licence de sciences physiques à la Faculté des Sciences de Paris, puis devient préparateur-adjoint en 1878 dans le laboratoire de Paul Desains <sup>1</sup>. Il rejoint ensuite son frère Jacques Curie, qui vient d'être nommé dans le laboratoire de minéralogie dirigé par Charles Friedel <sup>2</sup>. Ce dernier s'oppose à cette époque à plusieurs minéralogistes allemands sur l'existence pour le quartz d'un effet pyro-électrique, c'est-à-dire l'apparition d'une polarisation électrique sous l'effet de la température. Jacques Curie, qui est chargé de résoudre ce différend en reprenant l'étude du quartz, décide d'associer son frère à ses travaux. Dépassant l'objectif initial de caractérisation de la pyro-électricité, leurs recherches aboutissent rapidement à la découverte de l'effet piézo-électrique, c'est-à-dire l'apparition d'une polarisation électrique sous l'effet d'une contrainte mécanique appliquée selon une direction particulière du cristal. Au terme d'un travail essentiellement expérimental, ils parviennent à décrire de façon précise le phénomène, énoncent les conditions de symétrie nécessaires à sa production et les lois générales de *dégagement* de l'électricité par pression <sup>3</sup>. En 1881, à partir de considérations thermodynamiques, Lippmann prévoit théoriquement l'existence de l'effet piézo-électrique inverse, c'est-à-dire la déformation d'un cristal soumis à une différence de potentiel <sup>4</sup>. Après avoir amélioré considérablement la sensibilité de leurs dispositifs de mesures, Jacques et Pierre Curie parviennent au bout d'une année à vérifier la thèse de Lippmann <sup>5</sup>. L'ensemble des travaux menés par les frères Curie, dont les contributions respectives sont indissociables, leur vaudra l'attribution du prix Planté en 1895.

Les deux frères sont néanmoins contraints de se séparer à la fin de l'année 1882 : Jacques est nommé maître de conférence de minéralogie à Montpellier et Pierre préparateur

---

<sup>1</sup> Paul Desains (1817 – 1885), titulaire d'une chaire de physique à la Faculté des Sciences de Paris, est membre de l'Académie des Sciences depuis 1873. Ses nombreux travaux sont liés à la cristallographie, l'optique et la chaleur. Il est notamment l'auteur d'une thèse sur le rayonnement de la chaleur en 1849. Le premier travail scientifique de Pierre Curie, réalisé en collaboration avec Desains, est d'ailleurs relatif à la mesure de la longueur d'onde des rayons calorifiques (CURIE Pierre [1880]).

<sup>2</sup> Charles Friedel (1832 – 1899), membre de l'Académie des Sciences depuis 1878, est professeur de minéralogie (1876) puis de chimie organique (1884) à la Sorbonne. Ancien élève de Pasteur, puis collaborateur de Würtz, Friedel est un ardent défenseur de l'atomisme. En 1880, il connaît déjà Pierre Curie puisqu'il lui a enseigné la minéralogie lors de sa licence.

<sup>3</sup> CURIE Jacques et Pierre [1880a, b, 1881a, b, c].

<sup>4</sup> LIPPMANN Gabriel [1881]. Elu membre de l'Académie des Sciences en 1886 puis directeur en 1912, Gabriel Lippmann (1845 – 1921) sera lauréat du prix Nobel de physique en 1908 pour sa méthode de reproduction des couleurs en photographie.

<sup>5</sup> CURIE Jacques et Pierre [1881d, 1882].



à la toute nouvelle Ecole de physique et de chimie de Paris <sup>6</sup>. Cette étape marque un tournant dans la vie professionnelle mais aussi affective de Pierre Curie. En effet, les années de collaboration entre les deux frères furent « *heureuses et fécondes* » <sup>7</sup>, la vivacité de Jacques complétant l' « *esprit rêveur* » <sup>8</sup> de Pierre. Commence alors une longue période durant laquelle Pierre Curie poursuit seul ses recherches. Des années de maturation et de réflexion qui sont certainement les plus accomplies de sa vie scientifique.

## 2. Réflexions sur la symétrie

Lorsqu'il rejoint l'EPC, Pierre Curie doit dans un premier temps abandonner ses recherches expérimentales. Faute de temps parce qu'il est le seul préparateur à la création de l'Ecole, mais aussi faute de moyens puisque le laboratoire d'enseignement ne possède pas alors les appareils permettant d'effectuer des travaux de recherche. Curie profite de cette interruption forcée pour réfléchir sur les conditions de production de la piézo-électricité, ce qui l'amène à considérer les liaisons existant entre la symétrie cristalline et les propriétés physiques de la matière. Il mène ainsi une longue réflexion théorique, s'étalant sur une dizaine d'années.

Les premiers articles, publiés en 1884 et 1885, sont des articles didactiques dans lesquels il étudie de façon générale et systématique les opérations de symétrie <sup>9</sup>. Dans son article fondamental publié en 1894, Curie généralise ensuite les lois de symétrie en les étendant à l'étude des phénomènes physiques, ce qui constitue l'originalité de sa démarche : « *les agents physiques produisent des effets différents dans les divers milieux cristallins, non seulement parce que ces milieux n'ont pas la même symétrie, mais aussi parce que les agents physiques eux-mêmes agissent avec une dissymétrie qui leur est propre* » <sup>10</sup>. Dans cette étude, il établit en particulier la symétrie caractéristique d'un champ électrique et celle d'un champ magnétique. Il met ensuite en avant le caractère déductif des considérations de symétrie et souligne la nécessité d'en tirer toutes les conséquences de manière systématique : « *lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver*

---

<sup>6</sup> L'Ecole de physique et de chimie de Paris (EPC) est créée en 1882, à l'initiative des chimistes alsaciens Paul Schützenberger et Charles Lauth, qui en deviennent les deux premiers directeurs (de 1882 à 1897 pour le premier, et de 1898 à 1905 pour le second). Il s'agit alors de faire face au déclin de la chimie française, puisque la principale école de chimie, celle de Mulhouse, vient d'être perdue par la France à la suite de la guerre de 1870 et de l'annexion de l'Alsace par l'Allemagne. L'originalité de l'EPC réside dans la pluridisciplinarité (association étroite de la physique et de la chimie), dans la place importante laissée aux manipulations et au travail en laboratoire, ainsi que dans la gratuité de l'enseignement (permettant aux jeunes gens issus de milieux modestes de poursuivre des études supérieures).

<sup>7</sup> CURIE Marie [1923], p. 25.

<sup>8</sup> *Ibid*, p. 13.

<sup>9</sup> CURIE Pierre [1884a, b, 1885].

<sup>10</sup> CURIE Pierre [1894a]. Je souligne.

dans les effets produits. Lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui lui ont donné naissance ». Il reconnaît alors l'importance jouée par la dissymétrie, constatant que c'est l'absence d'éléments de symétrie qui est nécessaire : « c'est la dissymétrie qui crée le phénomène ». Les premiers exemples d'application de son principe de symétrie <sup>11</sup> sont évidemment liés à la piézo-électricité.

Avec Curie, la symétrie devient donc un véritable outil de raisonnement, qui permet une économie de pensée en évitant de s'égarer dans la recherche des phénomènes irréalisables. Les réflexions sur la symétrie joueront un rôle primordial tout au long de sa carrière scientifique, soulignant lui-même que « ces études [lui] ont souvent servi de guides dans [ses] recherches expérimentales » <sup>12</sup>.

### 3. Profil d'un physicien prometteur

Après des recherches demandant de grandes qualités d'expérimentateur, Curie n'a ainsi pas hésité à se lancer dans des recherches de pure théorie. Ce double chapeau d'expérimentateur et de théoricien constitue un profil peu habituel en France à l'époque, où les frontières entre physique théorique et physique expérimentale sont en général relativement imperméables. Ainsi, en évoquant les réflexions de Curie au sujet de la symétrie, Langevin souligne en 1906 que « ceux qui d'ordinaire s'occupent de telles questions abstraites et complexes sont des physico-mathématiciens, des Gibbs, des Maxwell, des Voigt. Et lui était en même temps un admirable expérimentateur » <sup>13</sup>. S'il ne l'affiche pas explicitement dans ses premiers travaux, Curie se positionne rapidement en défenseur de l'atomisme, certainement influencé par Friedel, qu'il côtoie depuis sa licence. Parmi ses amis proches se trouvent également Jean Perrin et Paul Langevin, deux physiciens qui s'opposent à l'énergétisme et aux positions épistémologiques affichées par Duhem dans *La théorie physique, son objet, sa structure*.

Au début des années 1890, Curie ne bénéficie pas encore d'une grande reconnaissance auprès de la communauté scientifique. Le physicien suisse C.-E. Guillaume, qui le côtoie durant cette période, souligne ainsi qu'il n'avait « pas encore compris, alors, qu'il était un grand physicien » <sup>14</sup>. Plusieurs raisons expliquent ce manque de reconnaissance. Tout d'abord, Curie est un homme timide et introverti, répugnant à se mettre en valeur. Il fait de son œuvre scientifique le but principal, ne se préoccupant pas de sa carrière ou de quelconques

---

<sup>11</sup> Curie parle toujours de conditions de symétrie et non de principe de symétrie. Cette expression sera introduite par Langevin, qui joue un rôle important dans la diffusion des idées de Curie.

<sup>12</sup> CURIE Pierre [1902a], p. 3.

<sup>13</sup> LANGEVIN Paul [1906].

<sup>14</sup> HURWIC Anna [1995], p. 80.

honneurs<sup>15</sup>. Curie n'a en outre pas suivi la filière classique des grandes écoles, contrairement à la majorité de ses confrères, et son statut de chef des travaux à la toute jeune Ecole de physique et chimie est extrêmement modeste. Les années 1890 marqueront un tournant dans sa carrière scientifique. En plus de la publication en 1894 de son article fondamental sur la symétrie des phénomènes physiques, Curie entreprend des recherches expérimentales sur le magnétisme. Celles-ci se révéleront particulièrement fécondes pour le développement des connaissances sur les propriétés magnétiques des corps.

## II. Description des recherches sur le magnétisme

### 1. Contours d'une thèse de doctorat

Encouragé par son frère, qui a soutenu sa thèse devant la Faculté des Sciences de Paris en juin 1888<sup>16</sup>, Pierre Curie décide de préparer lui aussi un doctorat. On peut se demander ce qui l'a poussé à prendre comme thème de recherche le magnétisme, un domaine distinct de ses préoccupations précédentes. Pourquoi en effet n'a-t-il pas choisi de soutenir un mémoire sur la symétrie ? D'autant plus qu'il n'interrompt pas ses réflexions théoriques sur le sujet durant son doctorat et que son principe de symétrie est publié en même temps que ses derniers résultats sur le magnétisme. Cependant, à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, les thèses présentées en sciences physiques sont au diapason de la science française, c'est-à-dire essentiellement expérimentales<sup>17</sup>. Il décide donc de présenter une thèse de physique expérimentale, mais sans cesser pour autant ses réflexions sur la symétrie. Il trouve ainsi un moyen d'assouvir ses deux passions, son goût prononcé pour le travail expérimental d'une part, et son envie de poursuivre ses réflexions théoriques d'autre part. Reste à savoir pourquoi il choisit d'orienter ses recherches sur le magnétisme.

Son frère a soutenu une thèse sur la conductibilité des diélectriques solides et ce travail constitue en quelque sorte le prolongement de leurs travaux en commun sur la piézo-électricité. Jacques Curie utilise notamment pour ses mesures les instruments qu'ils avaient développés ensemble, le quartz piézo-électrique et l'électromètre à quadrant apériodique. Le

---

<sup>15</sup> Pierre Curie reste fidèle à cette attitude tout au long de sa carrière. Ainsi, pour justifier en 1903 son refus de la Légion d'honneur, il écrit la chose suivante au doyen de la Faculté des Sciences de Paris : « *Je n'éprouve pas du tout le besoin d'être décoré, mais [...] j'ai le plus grand besoin d'avoir un laboratoire* » (extrait tiré de l'ouvrage suivant : BARBO Loïc [1999], p. 247).

<sup>16</sup> CURIE Jacques [1889].

<sup>17</sup> Marcel Brillouin (1854 – 1948) écrit ainsi en 1925, à l'occasion du cinquantenaire de la Société française de physique : « *le lecteur du Bulletin [de la Société française de physique] ne pourra manquer de remarquer que les expériences y tiennent la plus grande place, et que les questions théoriques ont été bien négligées aux séances de la Société. C'est il faut bien l'avouer, que la curiosité théorique des physiciens français étaient peu éveillée* » (BRILLOUIN Marcel [1925], p. 16). Pour avoir un aperçu de la nature des doctorats soutenus dans les disciplines scientifiques au XIX<sup>e</sup> siècle, on pourra consulter l'article suivant : HULIN Nicole [1990].

domaine des milieux diélectriques semble donc largement exploré, d'autant plus que Voigt établit la théorie générale des propriétés piézo-électriques des cristaux en 1890<sup>18</sup>. Curie doit donc s'éloigner du domaine qui le préoccupe depuis dix ans. Le choix du magnétisme s'inscrit néanmoins dans la continuité de ses précédentes recherches. L'étude des symétries dans les phénomènes physiques attire en effet son attention sur les rapprochements existant entre les phénomènes électriques et magnétiques. Dans un article publié en 1894, il indiquera ainsi que « *le parallélisme des phénomènes électriques et magnétiques nous amène naturellement à nous demander si cette analogie est plus complète* »<sup>19</sup>. Après avoir étudié les milieux diélectriques à travers ses recherches sur la piézo-électricité, il décide donc de s'orienter vers l'étude des milieux magnétiques.

Curie est nommé chef des travaux en 1890 à l'Ecole de physique et de chimie et peut utiliser pour ses recherches les ressources du laboratoire d'enseignement, dans la mesure où les besoins du service le permettent. Cependant, les conditions de travail restent précaires, puisque l'emplacement dont il dispose n'est qu'« *un passage exigü compris entre un escalier et une salle de manipulations* »<sup>20</sup> : c'est pourtant là qu'il entreprend, à partir de septembre 1891<sup>21</sup>, l'ensemble de ses recherches sur le magnétisme, lesquelles durent plus de trois années, jusqu'à sa soutenance en mars 1895.

## 2. Une « recherche d'investigation générale »<sup>22</sup>

Dans l'introduction de son mémoire de thèse, Pierre Curie pointe les carences de la classification des corps magnétiques proposée par Faraday en posant une série de questions qui, selon lui, préoccupait déjà ce dernier : « *à première vue, ces trois groupes [diamagnétisme – paramagnétisme<sup>23</sup> – ferromagnétisme] sont absolument tranchés ; cette séparation supporte-t-elle un examen plus approfondi ? Existe-t-il des transitions entre ces groupes ? S'agit-il de phénomènes entièrement différents, ou avons-nous affaire seulement à un phénomène unique plus ou moins déformé ?* »<sup>24</sup>. Curie illustre son propos en rappelant l'expérience de Faraday qui démontre qu'aux températures élevées, le fer reste encore magnétique, bien que faiblement. Un même corps peut donc appartenir successivement au troisième et au second groupe. Pierre Curie

---

<sup>18</sup> Cette publication amène d'ailleurs Pierre Curie à renoncer à un projet analogue. Il souhaite néanmoins écrire un livre plus complet sur ce sujet, en y incorporant ses réflexions sur la symétrie. Il n'en achève pas la rédaction mais une partie sera incorporée dans le cours qu'il dispensera à la Sorbonne en 1905.

<sup>19</sup> CURIE Pierre [1894b].

<sup>20</sup> CURIE Marie [1908], p. vi.

<sup>21</sup> Selon la date apparaissant sur un cahier de laboratoire : CURIE Pierre [1891a].

<sup>22</sup> CURIE Pierre [1895], p. 291.

<sup>23</sup> Curie utilise l'expression *faiblement magnétique* plutôt que paramagnétique. Ce sera néanmoins la nomenclature proposée par Faraday qui finira par s'imposer au sein de la communauté scientifique.

<sup>24</sup> CURIE Pierre [1895], p. 289.

ressent bien les limites des connaissances sur le magnétisme de la matière, l'objectif de sa thèse étant alors de lever le voile sur ces interrogations : « *indépendamment de toute théorie, on sent qu'un phénomène est connu dans les grandes lignes lorsque nos connaissances forment un tout continu, lorsque nous pouvons, entre deux cas donnés, imaginer toute une série de cas intermédiaires aussi rapprochés que l'on voudra. On n'en est pas encore là pour les phénomènes magnétiques, et l'on doit faire de nouvelles expériences* »<sup>25</sup>. Pour résoudre ce problème, Curie décide donc d'étudier les propriétés magnétiques de divers corps en fonction de la température, en faisant varier celle-ci dans des limites très étendues. Son objectif est de mener « *une recherche d'investigation générale* »<sup>26</sup> qui permettra de définir une base solide sur lequel pourront s'appuyer les recherches ultérieures en magnétisme. Cette approche se révélera particulièrement féconde.

### 3. Dispositif expérimental

#### 3.1. Principe des mesures magnétiques

La méthode utilisée par Curie s'inspire fortement de celles employées par E. Becquerel et par Faraday. Elle consiste à placer le corps à étudier dans un champ magnétique non uniforme et à mesurer la force résultant des actions magnétiques à l'aide d'un fil de torsion. Le corps, qui peut être solide, liquide ou gazeux, est placé dans une ampoule fermée hermétiquement (**Figure IX.1**). Le gradient de champ magnétique est créé par deux électroaimants de Faraday dont les axes forment un petit angle entre eux (**Figure IX.2 et 3**). L'ampoule contenant le corps est placée sur l'axe  $Ox$ , intersection des plans de symétrie horizontal et vertical. L'ampoule est soumise à une force selon la même direction et d'intensité

$$f = M I \frac{dH_y}{dx}, \quad (1)$$

$M$  étant la masse du corps magnétique,  $I$  son moment magnétique par unité de masse et  $H_y$  l'intensité du champ magnétique en  $O$ , dirigé selon  $Oy$  par raison de symétrie. Ce dispositif expérimental est essentiellement destiné à l'étude des corps diamagnétiques et paramagnétiques pour lesquels la force démagnétisante, liée à l'aimantation et à la géométrie du corps, est négligeable<sup>27</sup>. Ainsi, en désignant par  $K$  le coefficient d'aimantation par unité de masse, Curie peut écrire :

<sup>25</sup> CURIE Pierre [1895] p. 290.

<sup>26</sup> CURIE Pierre [1895], p. 291.

<sup>27</sup> Soit un corps magnétique placé dans un champ magnétique extérieur uniforme  $H_0$ . Le champ magnétique effectivement vu par la substance magnétique est différente du champ extérieur, puisqu'il faut y ajouter le champ créé par l'aimantation qui se distribue sur le corps. Lorsque l'aimantation  $\mathcal{M}$  est uniforme, le champ à l'intérieur du corps vaut  $H' = H_0 - N \mathcal{M}$ . Comme le champ supplémentaire  $-N \mathcal{M}$  s'oppose au champ extérieur, il est généralement nommé *champ démagnétisant*. Le coefficient  $N$ , qui dépend de la forme du corps aimanté, est appelé *facteur démagnétisant* (EWING James Alfred [1891] ; DU BOIS Henry [1896] ; référence plus récente : LEVY

$$f = MKH_y \frac{dH_y}{dx}. \quad (2)$$

La position du corps le long de l'axe  $Ox$  est choisie au point  $O$  pour lequel le produit

$$H_y \frac{dH_y}{dx}$$

passé par un maximum.  $K$  étant indépendant du champ appliqué pour la plupart des corps étudiés, la force  $f$  passe également par un maximum en  $O$ . Cette position offre alors plusieurs avantages pratiques, décrits par Curie : « on peut [...] prendre des corps assez volumineux et les déplacer de plusieurs millimètres suivant  $Ox$  sans que la force agissante soit sensiblement différente de ce qu'elle serait si le corps était concentré en  $O$ . On peut aussi se contenter d'un réglage approximatif suivant  $Ox$  pour la position initiale du corps. Enfin, on peut, en faisant usage de la balance de torsion, laisser, sans inconvénient, le corps se déplacer suivant  $Ox$  lorsqu'on établit le champ. On évalue ensuite la grandeurs des déplacements sans être obligé de ramener le corps à sa position initiale ». Cette méthode est d'autant plus rigoureuse que « les déplacements ont toujours été fort petits et n'ont jamais dépassé 0,15 cm ».

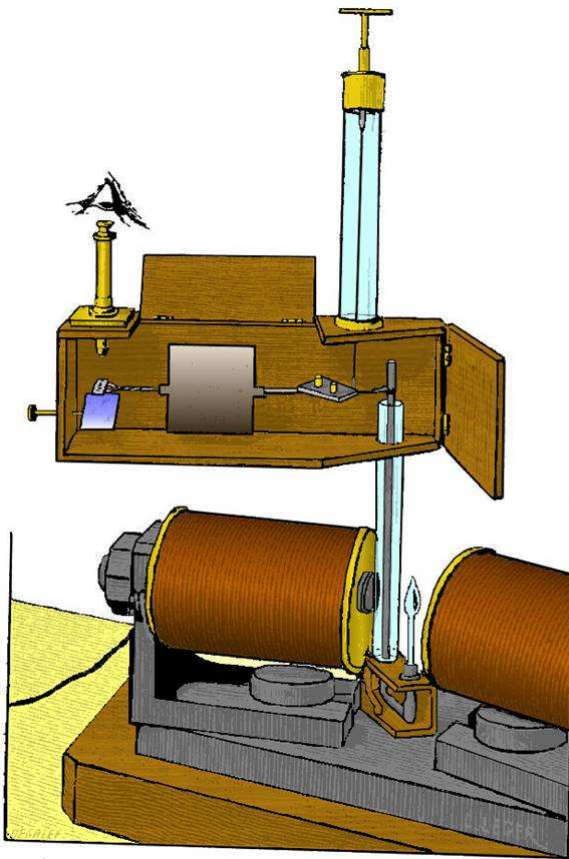
La détermination du coefficient d'aimantation spécifique  $K$  est ainsi ramenée à la mesure de la force  $f$ . Pour déterminer celle-ci, Curie utilise un équipage mobile suspendu à un fil de torsion, et dont les faibles rotations sont amplifiées grâce à un bras de levier et observées à l'aide d'un microscope micrométrique. L'ampoule contenant le corps à étudier peut alors être placée dans différentes conditions de champ magnétique et de température. D'autres méthodes de mesures de susceptibilité magnétique existent à l'époque. La méthode des oscillations, par exemple, consiste à mesurer la période des petites oscillations d'un corps magnétique placé dans un champ magnétique uniforme<sup>28</sup>. La méthode développée par G. Gouy, un ami de Curie, consiste à mesurer la variation apparente du poids d'un corps soumis à un champ magnétique<sup>29</sup>. Néanmoins, étant données les conditions extrêmes de température et de champ magnétique dans lesquelles Curie souhaite faire ses mesures, la diversité des substances à étudier (solides, liquides ou gazeuses) et la faiblesse de certaines susceptibilités magnétiques, la méthode choisie par Curie semble la plus adéquate.

---

Laurent-Patrick [1997], p. 6). On peut remarquer que, d'après les notations généralement utilisée par Duhem, le champ magnétique extérieur dérive de la fonction potentielle magnétique  $\mathcal{U}$ , tandis que le champ démagnétisant dérive de  $\mathcal{W}$ . Lorsque les physiciens étudient les propriétés d'une substance magnétique, ils sous-entendent qu'ils rapportent leurs résultats au cas d'un cylindre infiniment allongé dans le sens du champ, géométrie pour laquelle le champ démagnétisant est nul. Si Curie peut négliger le champ démagnétisant lorsqu'il étudie des corps faiblement magnétiques ou diamagnétiques, il devra prendre en compte cette correction dans le cas des substances ferromagnétiques.

<sup>28</sup> Pour plus de détails sur cette méthode de mesure, voir par exemple : MAXWELL James Clerk [1887], p. 118.

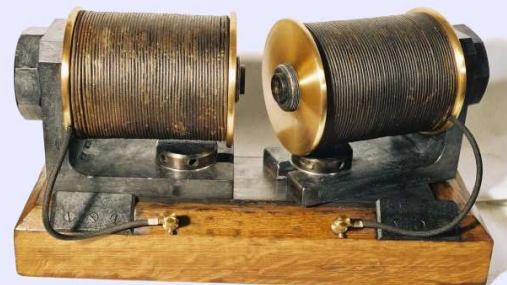
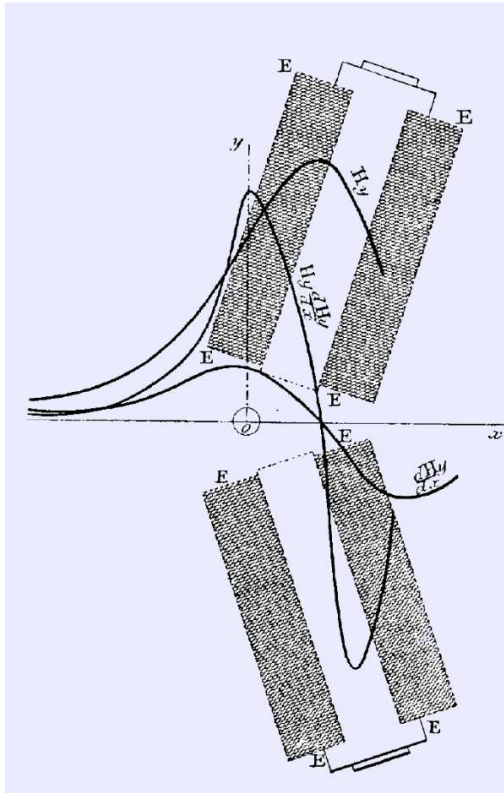
<sup>29</sup> GOUY Louis Georges [1889]. Gouy a préparé sa thèse de doctorat dans le laboratoire de P. Desains pendant que Curie y est préparateur (« Recherches photométriques sur les flammes colorées », soutenue en 1879). Une partie de la correspondance entre Gouy et Curie est conservée à la Bibliothèque Nationale de France (CURIE Pierre [1902b]).



**Figure IX.1 : Dispositif expérimental**

L'ampoule contenant le corps magnétique à étudier est placée dans l'entrefer d'un électro-aimant. Elle est emmanchée à un équipage mobile suspendu à un fil de torsion. Un microscope fixe, muni d'un réticule, permet alors de mesurer les déplacements du micromètre.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 301 (image retouchée afin d'en améliorer la netteté).



**Figure IX.2 : Electro-aimant utilisé par Curie durant sa thèse.** Source : photographie réalisée à l'Espace Pierre-Gilles de Gennes, Paris <sup>30</sup>.

**Figure IX.3 : Profil du champ magnétique**

Variation de l'intensité du champ magnétique, de sa dérivée par rapport à  $x$  et du produit de ces deux grandeurs en fonction de la position sur l'axe  $Ox$ . En arrière-plan sont figurés les deux bras de l'électro-aimant. Source : CURIE Pierre [1895], p. 295.

<sup>30</sup> Le dispositif expérimental utilisé par Curie est entièrement reconstitué à l'Espace Pierre-Gilles de Gennes de l'ESPCI, école où Curie a mené ses recherches sur le magnétisme dans les années 1890.

## 3.2. Etalonnage de l'électro-aimant

### 3.2.1. Principe de l'étalonnage

Le champ magnétique est créé par deux électro-aimants de Faraday parcourus par un même courant. Comme il est impossible de mesurer l'intensité du champ lors de l'expérience, Curie détermine dans une étude préalable la correspondance entre l'intensité du champ et la valeur du courant. Mais les effets d'hystérésis dans les aimants font que le champ ne dépend pas uniquement de ce courant. D'où la précaution prise par Curie : « *après avoir désaimanté une fois pour toutes l'électro-aimant par la méthode des renversements successifs avec courants décroissants, on s'astreint à constamment faire varier le courant dans le fil d'une façon cyclique toujours la même. [...] De la sorte, le champ est défini par l'intensité du courant, pourvu que l'on indique si l'on est dans la période croissante ou dans celle décroissante* »<sup>31</sup>. Ce procédé se révèle très pratique lorsqu'un grand nombre d'expériences doivent être exécutées. Et les erreurs accidentelles dues aux trépidations disparaissent en faisant les moyennes de plusieurs mesures.

Pour déterminer l'intensité du champ magnétique, Curie emploie la méthode de Weber, qui consiste à mesurer la variation  $\Delta\phi$  d'un flux magnétique à travers une bobine de surface connue. Cette bobine est placée dans le circuit d'un galvanomètre balistique étalonné et placé loin de l'électro-aimant. Un galvanomètre balistique est un galvanomètre dont la période des oscillations mécaniques libres est grande devant la durée de passage des courants induits. C'est pourquoi Curie augmente l'inertie de l'aiguille du galvanomètre Thomson qu'il utilise, en ajoutant une masse additionnelle. Dans ces conditions, l'amplitude maximale de rotation de l'aiguille est proportionnelle à la charge totale induite dans le circuit. Or, d'après les lois de l'induction, cette charge  $q$  est proportionnelle à la variation de flux :

$$q = -\frac{\Delta\phi}{R}, \quad (3)$$

$R$  étant la résistance du circuit<sup>32</sup>. Le dispositif permet donc de mesurer la variation  $\Delta\phi$  du flux magnétique. La suite des opérations consiste alors à ramener la mesure du champ magnétique et de sa dérivée en O à la mesure d'une variation de flux<sup>33</sup>.

<sup>31</sup> CURIE Pierre [1895], p. 304.

<sup>32</sup> MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882], p. 576 ; VASCHY Aimé [1890], t. II, p. 499. Ce dispositif s'apparente aux fluxmètres encore utilisés actuellement. La différence est que la charge induite est obtenue par intégration électronique et non plus mécanique.

<sup>33</sup> Dans une étude préliminaire, Curie détermine le profil de champ magnétique et de sa dérivée le long de l'axe Ox, pour un courant donné dans l'électro-aimant. Le point O une fois choisi, il vérifie par des mesures d'attraction magnétique que la force passe effectivement par un maximum dans cette région du champ. Mais ces courbes ne servent pas dans les mesures définitives, seules comptent les valeurs du champ et de sa dérivée au point O, pour diverses intensités de courant dans l'électro-aimant.



### 3.2.2. Intensité du champ magnétique et de sa dérivée

Pour mesurer l'intensité du champ magnétique, Curie retourne face pour face une bobine placée en O et dont le plan des spires est normal au champ. En appelant  $S$  la surface totale des spires de la bobine, la variation du flux s'exprime simplement en fonction de l'intensité du champ magnétique :

$$\Delta\varphi = 2SH_y. \quad (4)$$

La section moyenne des spires est prise de l'ordre de grandeur de la section verticale des ampoules qui seront le plus généralement utilisées lors des mesures.

L'expression de la force magnétique  $f$  impose de mesurer également la dérivée du champ. Pour cela, Curie place à nouveau une bobine en O, avec le plan des spires normal au champ. Il la déplace alors brusquement d'une très petite quantité  $\Delta x$  suivant l'axe Ox normal au champ. La variation du flux à travers la bobine a alors pour expression :

$$\Delta\varphi = s \Delta x \frac{dH_y}{dx}, \quad (5)$$

où  $s$  est la section totale des spires. Le déplacement  $\Delta x$ , variant de 0,5 à 1,5 mm, est produit par le mouvement rapide à crémaillère d'une monture de microscope. Mais les résultats obtenus par cette méthode ne sont pas très satisfaisants. En effet, la bobine est très sensible aux variations accidentelles du flux  $\varphi$  dues aux trépidations, qui se traduisent par une perturbation de l'image du galvanomètre. Pour y remédier, Curie s'appuie alors sur la relation suivante vérifiée par le champ magnétique :

$$\frac{dH_y}{dx} = \frac{dH_x}{dy}. \quad (6)$$

Il procède alors de façon analogue, le plan des spires étant cette fois parallèle au champ et le déplacement  $\Delta y$  suivant la direction du champ Oy. La nouvelle variation du flux a pour expression :

$$\Delta\varphi' = s \Delta y \frac{dH_x}{dy}. \quad (7)$$

Ainsi, pour des déplacements  $\Delta x = \Delta y$ ,  $\Delta\varphi'$  est identique à  $\Delta\varphi$ . Mais contrairement à  $\varphi$ ,  $\varphi'$  est nul en moyenne puisque la position moyenne des spires est parallèle au champ. Les variations parasites du flux ne se font donc plus sentir et, d'après Curie, « on a la même sensibilité avec une stabilité bien plus grande de l'image du galvanomètre »<sup>34</sup>.

<sup>34</sup> CURIE Pierre [1895], p. 308. La variation de flux  $\Delta\varphi'$  étant faible, cette mesure nécessite l'emploi d'un bobinage important pour avoir des impulsions convenables au galvanomètre. L'évaluation de la surface totale ne peut alors plus se faire par la simple mesure des dimensions géométriques. Curie utilise donc une « méthode électrique de comparaison des surfaces de deux bobines » (*Ibid*, p. 310). Une première bobine, de surface connue et de nombre de spires ajustable, est placée dans un circuit contenant la bobine de surface inconnue et un galvanomètre balistique. L'égalité des surfaces correspond alors à l'annulation des courants induits lors de la naissance d'un champ

Curie observe finalement que le rapport de la dérivée du champ au champ lui-même est « à peu près constant »<sup>35</sup>, quel que soit le courant dans l'électro-aimant :

$$\frac{1}{H_y} \frac{dH_y}{dx} \approx \frac{1}{5,32} [\text{cm}^{-1}]. \quad (8)$$

Cette propriété indique notamment que le profil du champ magnétique ne dépend pratiquement pas de la valeur du champ. La décroissance du champ magnétique, sur une distance caractéristique de 5,32 cm, est relativement faible. Curie justifie ce choix : « c'est à dessein que l'on a réalisé une chute aussi faible, malgré le désavantage très sérieux qui en résulte d'avoir à mesurer des forces très petites. On trouve une compensation dans le fait qu'on a plus de latitude pour régler la position de l'ampoule ; enfin, quand l'ampoule n'est pas trop grosse, on peut admettre que le corps est tout entier à peu près dans les mêmes conditions dans toutes ses parties, au point de vue de l'intensité du champ magnétisant ».

### 3.3. Appareil de chauffage

Pour réaliser des mesures sur une plage étendue de température, Curie dispose d'un petit four en porcelaine, chauffé à l'aide d'un courant électrique (**Figure IX.4**). Etant donnée la situation inaccessible de l'ampoule, placée entre les branches d'un électro-aimant et soutenue par l'équipage mobile d'une balance de torsion, Curie considère ce mode de chauffage comme le seul praticable. Déjà utilisé par Ledebor en 1888 dans son étude des propriétés magnétiques du fer<sup>36</sup>, ce dispositif permet en effet de porter à des températures très élevées les parties les plus inaccessibles d'un appareil délicat. Pour construire le four, Curie enroule un fil de platine sur un premier tube de porcelaine, l'enroulement se faisant en double spirale pour éviter toute action magnétique. Un second tube de porcelaine est ensuite placé autour du premier, l'intervalle entre les tubes étant rempli de pâte de kaolin pour garantir partiellement le four contre le refroidissement extérieur. La température au niveau de l'ampoule est évaluée à l'aide d'un couple Le Chatelier<sup>37</sup>, étalonné par comparaison avec un thermomètre de mercure jusqu'à 300°C, puis en repérant les points d'ébullition et de fusion de quelques corps.

---

magnétique uniforme et normal aux deux bobines. Cette méthode originale témoigne de l'ingéniosité expérimentale de Curie.

<sup>35</sup> CURIE Pierre [1895], p. 309.

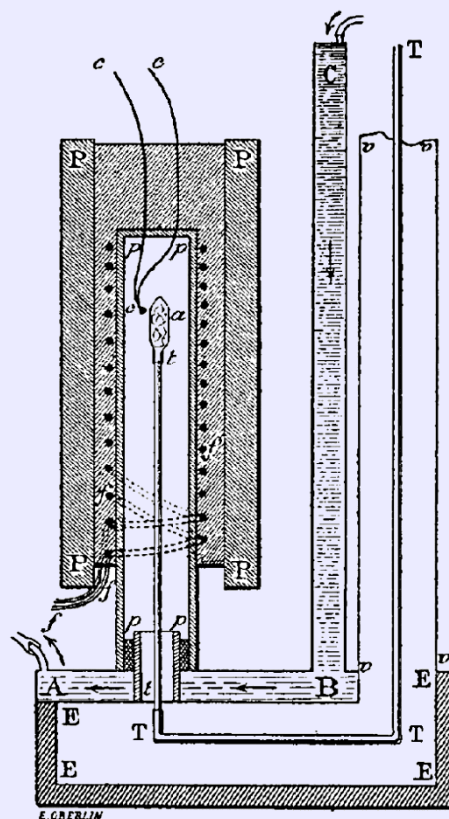
<sup>36</sup> LEDEBOER P.-H. [1888a].

<sup>37</sup> Le couple Le Chatelier, du nom de son inventeur, Henry Le Chatelier (1850 – 1936), est un couple thermo-électrique permettant de réaliser des mesures précises de température jusqu'à plus de 1000°C (LE CHATELIER Henry [1887]). Son fonctionnement est basé sur l'effet Seebeck, découvert en 1822 par T. Seebeck, qui consiste en l'apparition d'une force électromotrice dans un circuit constitué de deux métaux dont les soudures se trouvent à des températures différentes.

**Figure IX.4 : Appareil de chauffage**

L'ampoule *a* contenant le corps à étudier est fixée sur une tige *tt* qui s'emmanche sur la charpente *TTT* de l'équipage mobile. Les fils de platine sont enroulés en double spirale à l'intérieur du four en porcelaine *ppp* et *PPP*. La température au niveau de l'ampoule est mesurée à l'aide d'un couple Le Chatelier *ccc*. Une caisse en bois *EEE* et un tube en verre *vvv* protègent des courants d'air. Pour les mesures à hautes températures, le reste du dispositif est préservé de l'échauffement à l'aide d'un écran d'eau *ABC*.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 298.



L'ampoule est soutenue par une tige de verre ou de porcelaine qui sort du four par un trou, sans toucher les parois. La tige vient alors s'emmancher à l'extrémité d'un tube métallique faisant partie de l'équipage mobile. Le trou se situe sur la partie inférieure du four pour éviter que l'air chaud ne s'échappe et perturbe l'équilibre thermique. Cette précaution expérimentale a été empruntée à Blondlot, qui a étudié en 1887 la conductibilité de l'air chaud<sup>38</sup>. Pour remédier en partie à l'inhomogénéité de température, Curie décide en outre de resserrer les spires de fil de platine sur la partie inférieure du four, celle-ci ayant tendance à être moins chaude. Grâce à ces dispositions, le four peut être maintenu en équilibre thermique « *aussi longtemps que l'on voudra, chaque portion du four demeurant à température constante à 1/10 de degré près* »<sup>39</sup>. Les petites variations de température peuvent d'ailleurs facilement être corrigées en agissant sur l'intensité du courant à l'aide d'un rhéostat, ce qui constitue un autre avantage de ce mode de chauffage. La température reste néanmoins inhomogène et « *on ne la connaît guère qu'à 10°C ou 20°C près lorsqu'elle est très élevée* ». Les expériences ont pu être menées jusqu'à 1370°, une puissance de 1500 W étant alors nécessaire pour maintenir l'intérieur du four à cette température. Curie réalise cependant peu d'expériences à des températures supérieures à 1100°C, puisque celles-ci sont extrêmement délicates : « *à ces températures élevées, l'émail du four est fondu, la porcelaine est ramollie et la tige*

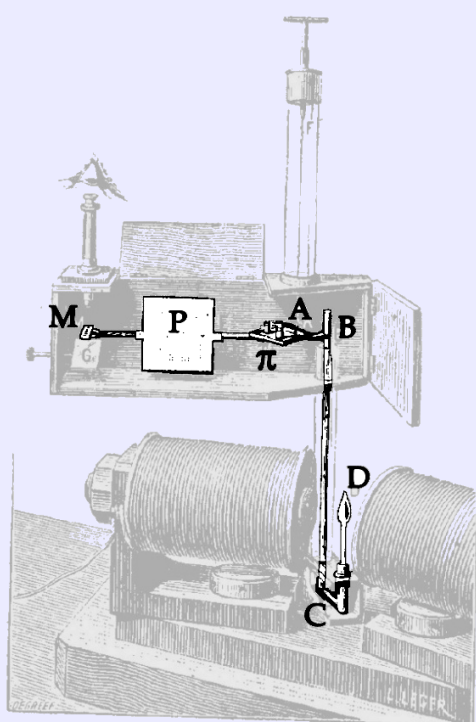
<sup>38</sup> BLONDLOT René [1887].

<sup>39</sup> CURIE Pierre [1895], pp. 299 – 300.

de l'ampoule a tendance à fléchir ; le moindre contact accidentel entre l'ampoule et les parois du four amène une adhérence et il faut démonter tout l'appareil » <sup>40</sup>.

### 3.4. Dispositif de mesure de la force

Depuis Coulomb, l'emploi d'un fil de torsion est courant pour les mesures magnétiques, les forces étant généralement très faibles. Le dispositif de mesure utilisé par Curie s'apparente donc à une balance de torsion. Néanmoins, pour améliorer la précision de ses mesures magnétiques, il décide de perfectionner sur plusieurs points l'équipage mobile de cette balance (**Figure IX.5**).



**Figure IX.5 : Equipage mobile**

L'équipage mobile, suspendu en A au fil de torsion, est une charpente en cuivre qui soutient d'un côté l'ampoule D, et de l'autre une aiguille portant à son extrémité un micromètre M. La portion AM de la charpente est dans le plan vertical passant par le fil et l'ampoule. Un microscope fixe, muni d'un réticule, permet de mesurer les déplacements du micromètre et ainsi d'en déduire ceux de l'ampoule. La forme en U de la charpente en C permet d'éviter les perturbations magnétiques sur l'équipage. Celui-ci est de plus muni d'une plate-forme horizontale  $\pi$ , près du crochet de suspension, sur laquelle reposent deux poids en cuivre. En déplaçant ces poids sur la plate-forme, Curie parvient à équilibrer l'ensemble quel que soit le poids de l'ampoule. Pour palier aux prévisibles vibrations du dispositif, Curie insère en outre une grande palette d'aluminium P servant d'amortisseur. Celle-ci

est disposée entre deux plateaux parallèles et fixes, l'amortissement étant dû aux variations de pression temporaires de l'air. L'amortisseur est placé verticalement afin d'amortir les vibrations horizontales de l'équipage mobile, c'est-à-dire celles dans la direction des déplacements que Curie souhaite mesurer. Curie abrite ensuite l'ensemble de l'équipage mobile dans une boîte en bois pour éviter la perturbation des courants d'air. Pour la même raison, il enferme le fil de torsion dans un tube de verre. Les pièces métalliques de l'instrument sont finalement reliées à la terre pour éviter les effets qui pourraient résulter des charges électriques accidentelles <sup>41</sup>.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 301 (image retouchée, pour mettre en évidence l'équipage mobile).

<sup>40</sup> *Ibid*, p. 368.

<sup>41</sup> La description précédente témoigne des nombreuses précautions expérimentales prises par Curie pour préserver le dispositif des perturbations extérieures. Il ne fait cependant à aucun moment allusion aux moyens de fixation utilisés pour maintenir la boîte en bois ou le tube qui renferme le fil de torsion. Ces fixations jouent pourtant un rôle important dans le contrôle des perturbations.

La distance  $\ell = 5,42$  cm du centre O de l'ampoule à l'axe de rotation de la balance est parfaitement déterminée <sup>42</sup>. Le micromètre, obtenu par procédé photographique, possède 400 divisions de longueur  $d = 25,2 \mu\text{m}$  et se situe à  $L = 24,0$  cm de l'axe de rotation. Selon Curie, « les lectures sont exactes sans correction (l'erreur maximum dans la position des traits est inférieure aux erreurs de lecture). Enfin, on peut apprécier avec certitude 1/5 de division, ce qui correspond à  $[d\ell/5L \approx ]$  1 micron de déplacement de l'ampoule » <sup>43</sup>. Curie dispose de trois fils différents, dont les couples de torsion par unité d'angle  $c$  sont dans le rapport 1 / 3,6 / 42,8. Par substitution des fils, la sensibilité des mesures peut donc varier dans d'assez larges limites. Dans une étude préalable, Curie détermine la constante  $c$  de chaque fil en mesurant les durées d'oscillations avec des cylindres en cuivre de moment d'inertie connu. Il utilise pour cela une lecture optique, à l'aide d'un petit miroir fixé sur les cylindres, ce qui lui permet d'observer des oscillations de faible amplitude <sup>44</sup>.

La balance de torsion permet de lier la force agissant sur l'ampoule aux déplacements du micromètre. Soit  $f$  la force nécessaire pour obtenir une division de déviation du micromètre,

$$f = \frac{cd}{\ell L}. \quad (9)$$

Curie peut donc déterminer la sensibilité de la mesure pour chacun des fils de torsion (Tableau IX.1). Dans des conditions pour lesquelles la précision de lecture du micromètre est de 1/5 de division, la sensibilité de l'instrument est ainsi de  $0,6 \mu\text{g}$  avec le fil (1). Et, comme le précise Curie, « à  $1300^\circ\text{C}$ , avec le fil (2), on peut encore faire des mesures à une division près, c'est-à-dire que l'on peut encore évaluer, avec une précision de l'ordre de grandeur des 1/100 de milligramme, les forces qui agissent sur un corps placé dans un four à cette température élevée » <sup>45</sup>. Le dispositif mis en place par Curie est donc très sensible et parfaitement adapté aux mesures magnétiques.

---

<sup>42</sup> Lorsque Curie commence une nouvelle série de mesures sur un corps, il doit pouvoir retrouver à coup sûr la position de l'ampoule dans le champ magnétique. Il construit alors une petite planchette, percée d'un trou circulaire légèrement plus grand que l'ampoule. La position de cette planchette, définie à l'aide de repères, est telle que le centre du trou soit exactement au point O précédemment choisi dans le champ.

<sup>43</sup> *Ibid*, p. 302.

<sup>44</sup> Cette méthode s'inspire de celle utilisée par J. C. Poggendorff (1769 – 1877) pour améliorer la sensibilité des galvanomètres.

<sup>45</sup> *Ibid*, p. 303.

Fils	diamètre [en cm]	$c$ [en unité C.G.S]	$f$ [en dyne]	$m$ [en $\mu\text{g}$ ]
(1) : platine recuit	0,15	144,5	0,00280	2,8
(2) : platine recuit	0,20	527,5	0,01022	10,22
(3) : laiton	0,40	6180	0,1197	119,7

**Tableau IX.1 : Sensibilité de la balance pour différents fils de torsion.** La force  $f$  est la force requise pour faire dévier le micromètre d'une division. La *dyne* est une unité de force utilisée dans le système C.G.S. : elle est définie comme la force requise pour accélérer une masse de 1 g de  $1 \text{ cm.s}^{-2}$ . Pour donner une idée des forces mises en jeu, nous avons indiqué, dans la dernière colonne, la masse  $m$  que la force  $f$  peut soulever dans le champ de pesanteur terrestre ( $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$ ).

Curie avait déjà dû réaliser des mesures d'une extrême précision lors de ses recherches sur l'effet piézo-électrique inverse. Ces précédents travaux l'aident sans aucun doute pour appréhender ses recherches sur le magnétisme. Néanmoins, l'objectif ici n'est pas de mesurer les faibles déplacements de l'ampoule, même s'il souligne que la précision de son dispositif est de 1 micron, mais la force qui agit sur l'ampoule. On voit bien, dans l'expression de la force  $f$  et dans celle du déplacement  $x$  de l'ampoule, que l'influence des paramètres n'est pas la même dans les deux cas :

$$f = \frac{cd}{\ell L} \quad \text{et} \quad x = d \frac{\ell}{L}. \quad (10)$$

Le choix des paramètres  $\ell$  et  $L$  n'est donc pas le même suivant que l'on choisisse de mesurer le déplacement de l'ampoule ou la force qui agit sur elle.

### 3.5. Marche des expériences et incertitudes expérimentales

Par des mesures préliminaires, Curie s'est ainsi attaché à caractériser l'ensemble des paramètres utiles pour son étude : le champ magnétique, la température et la force. Pour déterminer les propriétés magnétiques d'un corps, il commence par régler la position de l'ampoule et placer le four. Il réalise ensuite une série de cycles complets avec l'électro-aimant, pour l'amener toujours dans le même état avant les mesures. Puis, pour éviter le déplacement du zéro de la balance de torsion, il observe les déviations du micromètre pour diverses intensités du courant, en faisant parcourir des cycles à l'électro-aimant. Il réalise alors de nouvelles observations pour différentes températures, « *maintenues constantes pendant vingt à trente minutes* »<sup>46</sup>. Il peut alors enfin commencer ses mesures.

<sup>46</sup> *Ibid*, p. 313.

Mais les précautions expérimentales prises par Curie ne s'arrêtent pas là. Lorsqu'il a fini une série de mesures pour un corps magnétique donné, il recommence toute la série de mesures avec l'ampoule vide, afin de corriger les résultats de l'action du champ magnétique sur l'ampoule et la tige de l'ampoule. Bien qu'il signale que « *cette correction pénible double le travail pour une série de mesures* »<sup>47</sup>, il ne recule pas devant l'ampleur de la tâche à accomplir. Il note d'ailleurs que cette correction offre l'avantage d'éliminer quelques petites erreurs systématiques qui peuvent peut-être se produire par suite de l'échauffement du four et qui tendent à se reproduire de la même façon dans deux échauffements successifs. Pour parer à d'éventuelles variations des paramètres évalués au début des expériences, il décide en outre de considérer ses mesures comme relatives à l'eau : « *on a fait dès le début une détermination sur une ampoule remplie d'eau, qui a été conservée pendant toute la durée des mesures. En répétant assez souvent cette détermination et en la comparant à la première, on a pu établir un facteur de correction pour les mesures faites avec un autre corps. Cette précaution n'était pas inutile et l'on a eu quelque fois, dans le cours de ces expériences qui ont duré plusieurs années, un facteur de correction dépassant 3 pour 100* ». Curie prend également en compte des corrections dues au magnétisme de l'air ambiant, en s'appuyant pour cela sur une étude détaillée des propriétés magnétiques de l'oxygène à diverses températures. Il s'inquiète enfin de la pureté des corps étudiés : « *les propriétés magnétiques du fer sont tellement énergiques devant celles des corps diamagnétiques, que l'on doit s'appliquer à opérer avec des corps diamagnétiques aussi purs de fer que possible* ». Pour évaluer ces effets, il réalise notamment quelques essais avec de la cire imprégnée de quantités connues de poussière de fer métallique<sup>48</sup>. Il remarque toutefois que ce problème de pureté n'est pas insurmontable puisque, lorsqu'il est combiné, le fer s'aimante beaucoup plus difficilement.

Curie évalue finalement à 3 à 4 % l'incertitude sur la mesure absolue du coefficient d'aimantation d'un corps. Selon lui, les erreurs qui affectent le plus les mesures sont les suivantes : « *tout d'abord l'incertitude sur la position de l'ampoule et la grandeur du bras de levier qui lui correspond, puis l'incertitude sur la position relative de la bobine qui a servi à mesurer le champ et de celle qui a permis de mesurer la dérivée [...]. Enfin, une incertitude générale résulte du très grand nombre de mesures d'une précision limitée qui influencent directement le résultat* »<sup>49</sup>. L'incertitude des valeurs relatives, rapportées par exemple à l'eau, est par contre estimée à 1 à 2 %. La plus grande cause d'erreur dans ces déterminations relatives provient des petites différences dans le réglage de la position de l'ampoule. L'incertitude des valeurs relatives pour la comparaison des mesures faites à diverses températures sans déranger l'ampoule est

---

<sup>47</sup> *Ibid*, p. 314.

<sup>48</sup> Coulomb avait déjà utilisé de tels mélanges de cire et de fer. Il souhaitait alors connaître la proportion de fer nécessaire pour égaler l'action d'un aimant sur des aiguilles d'or, de plomb, de cuivre et d'étain (BECQUEREL Edmond et Antoine César [1858], p. 68).

<sup>49</sup> CURIE Pierre [1895], p. 314.

ainsi généralement inférieure à 1 %. Bien que Curie s'attache à rappeler que ses expériences ont été réalisées dans le cadre d'une « *recherche d'investigation générale* », le soin qu'il apporte à ses mesures est tel que, pour de nombreux corps étudiés, la précision obtenue restera longtemps inégalée.

### 3.6. Conclusion

La description du dispositif expérimental et du protocole opératoire témoigne des remarquables qualités d'expérimentateur de Pierre Curie. Il multiplie en effet les précautions expérimentales et soigne ses mesures jusque dans les moindres détails. D'autres précautions, plus spécifiques à chaque corps étudié, s'ajouteront encore aux précédentes. Ces expériences nécessitent la maîtrise de nombreuses techniques expérimentales : emploi d'une balance de torsion, d'un galvanomètre balistique, d'électro-aimants, d'un couple Le Chatelier, etc. Curie s'inspire parfois des techniques développées par ses prédécesseurs, comme Faraday, Weber ou encore Ledebor, pour les adapter à ses propres recherches. Il profite enfin de ses connaissances théoriques pour optimiser les techniques de mesure, notamment pour sa méthode électrique de comparaison des surfaces de deux bobines.

Les efforts fournis par Curie pour réaliser ces expériences délicates seront récompensés. En effet, les nombreux résultats récoltés seront, comme nous allons le voir, décisifs pour le développement des connaissances en magnétisme. Ils sont publiés dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* au fur et à mesure de ses recherches. Après avoir publié un premier article décrivant son dispositif expérimental, Curie présente ses premières données expérimentales au mois de décembre 1892, soit quinze mois après le début de sa thèse<sup>50</sup>. Elles concernent les propriétés magnétiques de l'oxygène, de l'air et de l'eau. Cette étude préliminaire est nécessaire, puisque les mesures magnétiques seront relatives à l'eau et devront être corrigés de l'action de l'air ambiant. Un article publié en 1893 traite ensuite des propriétés des corps diamagnétiques, puis deux articles consécutifs en 1894 celles du fer<sup>51</sup>. Finalement, le dernier article datant de 1894 concerne les propriétés des corps faiblement magnétiques et des corps ferromagnétiques au-dessus de leur température de transformation magnétique<sup>52</sup>. Dans son mémoire de thèse<sup>53</sup>, Curie décide de ne pas respecter l'ordre chronologique de ses résultats expérimentaux. Par souci de clarté, il préfère commencer par présenter l'étude des corps diamagnétiques, puis celle des corps faiblement magnétiques et, enfin, celle des corps ferromagnétiques. C'est cet ordre que nous allons suivre pour présenter les nombreux résultats expérimentaux obtenus par Pierre Curie.

---

<sup>50</sup> CURIE Pierre [1892a, b].

<sup>51</sup> CURIE Pierre [1893, 1894c, d].

<sup>52</sup> CURIE Pierre [1894e].

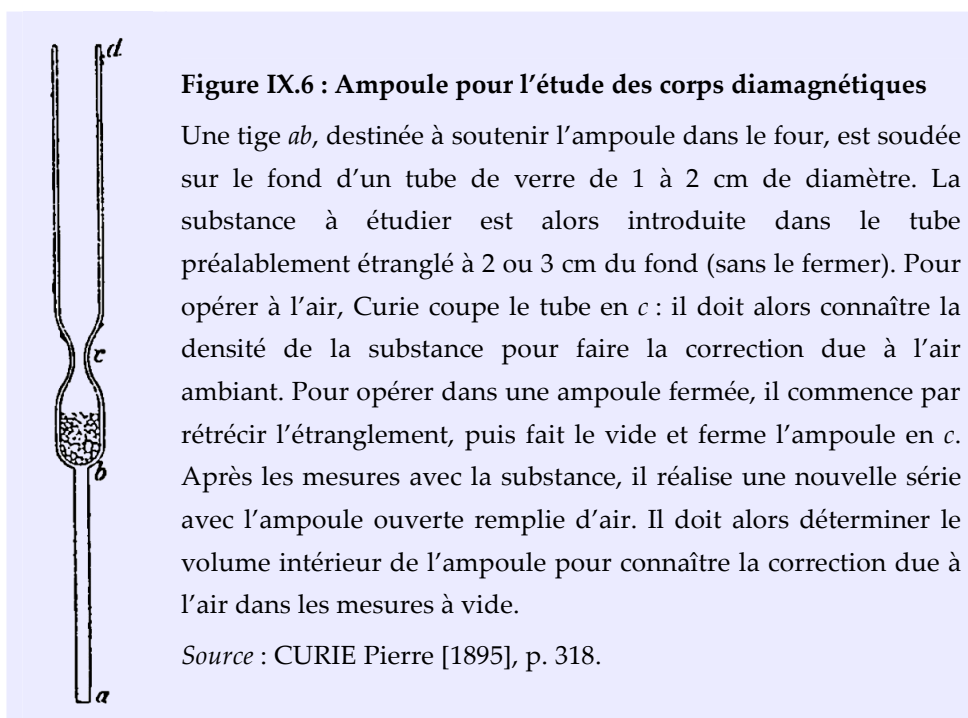
<sup>53</sup> CURIE Pierre [1895].



### III. Propriétés magnétiques des corps

#### 1. Les corps diamagnétiques

Curie étudie une quinzaine de corps diamagnétiques. Pour tous ces corps, il obtient une droite pour  $I = f(H)$  et n'observe pas de magnétisme rémanent<sup>54</sup>. Le coefficient d'aimantation spécifique  $K$  est donc indépendant du champ magnétique, pour des champs variant de 50 à 1350 Gauss. Les valeurs obtenues pour  $K$  sont néanmoins très faibles, de l'ordre de  $1,0 \cdot 10^{-6}$ , ce qui oblige Curie à adapter son protocole : « nous avons étudié ces corps en les plaçant dans des ampoules de verre généralement assez volumineuses (plusieurs centimètres cubes), parce que les quantités à mesurer sont très petites. [...] On a opéré avec un four en verre dur plus large que le four de porcelaine et l'on a pas dépassé la température de  $460^\circ$  »<sup>55</sup> (Figure IX.6). Pour opérer à des températures plus élevées, il aurait fallu utiliser des ampoules de porcelaine, mais la correction due au magnétisme de l'ampoule aurait alors été plus grande que la quantité à mesurer.



##### 1.1. Influence de la température

Les mesures magnétiques étant considérées comme relatives à l'eau, Curie soigne particulièrement l'étude de cette substance. L'eau, plusieurs fois distillée, est placée dans des ampoules en verre terminées par une pointe effilée fermée. Après les mesures, Curie ouvre

<sup>54</sup> Les écarts des points donnés par l'expérience présentent par rapport à cette droite des écarts irréguliers « dépassant rarement 1 pour 100 » (CURIE Pierre [1895], p. 318). Si les corps présentent des traces d'oxyde de fer,  $I = f(H)$  reste une droite mais ne passe plus par l'origine.

<sup>55</sup> *Ibid*, p. 317.

cette pointe et fait évaporer l'eau en plaçant l'ampoule à l'étuve (110°C). L'évaporation étant relativement lente, « *toute poussière ou impureté contenue dans l'eau [a] grande chance de rester dans l'ampoule* ». En reprenant les mesures avec l'ampoule seule, il parvient alors à évaluer la correction due à l'ampoule et aux impuretés. Les résultats sont de plus corrigés de l'action de l'air ambiant, dont Curie a préalablement déterminé les propriétés magnétiques <sup>56</sup>.

Curie commence par faire cinq déterminations à température ambiante et avec des ampoules différentes. La moyenne de 0,79 obtenue pour  $-10^6$  K est alors adoptée comme point de départ de toutes les autres déterminations. Cette valeur est inférieure à celles trouvées précédemment par Quincke (0,815) et Du Bois (0,837) <sup>57</sup>. Pour déterminer l'effet d'une variation de température, Curie réalise des cycles de chauffage et de refroidissement. Il observe alors que « *les valeurs obtenues à chaud sont intermédiaires entre celles obtenues à la température ambiante avant et après l'échauffement. Il faut en conclure que le coefficient d'aimantation de l'eau ne varie pas de façon sensible* » <sup>58</sup>. Il attribue ainsi la variation progressive des valeurs de K à une attaque progressive du verre. Finalement, il conclut que « *la variation du coefficient d'aimantation avec la température est très faible et probablement inférieure à 1,5 pour 100 entre 20° et 199°* ».

Curie étudie également le sel gemme, le chlorure de potassium, l'azotate de potasse, le sulfate de potasse, le quartz, le soufre, le sélénium, le tellure, l'iode et le phosphore. Il fait en outre une unique série de mesures à température ambiante pour le brome et des expériences inachevées sur un échantillon parfaitement pur de mercure <sup>59</sup>. Il observe que le coefficient d'aimantation spécifique de ces corps est indépendant de la température, ou du moins que la variation est faible devant la précision des expériences. Il note de plus que le coefficient d'aimantation est généralement indépendant de l'état physique. Ainsi, la fusion de l'azotate de potassium et celle du soufre n'ont pas d'influence sur la valeur de K. De même, l'état allotropique du soufre (octaédrique et prismatique) et l'orientation par rapport à l'axe optique du quartz ne semblent pas avoir d'influence sur les propriétés magnétiques de ces corps. Néanmoins, le coefficient d'aimantation du sélénium semble diminuer de 4 % par la fusion : « *une nouvelle série de mesure serait [alors] désirable pour mettre ce point hors de doute* » <sup>60</sup>. La diminution du coefficient d'aimantation du phosphore blanc ( $-10^6$  K = 0,92) est par contre plus importante lorsque celui-ci se transforme en phosphore rouge ( $-10^6$  K = 0,73).

---

<sup>56</sup> L'étude des propriétés magnétiques de l'air est décrite à la suite de celle sur le paramagnétisme de l'oxygène.

<sup>57</sup> DU BOIS Henry [1888].

<sup>58</sup> CURIE Pierre [1895], p. 320.

<sup>59</sup> Curie ne donne pas la raison pour laquelle il n'a pas achevé ses expériences sur le mercure (*Ibid*, p. 327).

<sup>60</sup> *Ibid*, p. 325.

## 1.2. Le cas du bismuth et de l'antimoine

Certains corps étudiés par Curie font cependant exception à la loi d'indépendance du coefficient d'aimantation vis-à-vis de la température : c'est le cas de l'antimoine et du bismuth. Curie observe, en effet, que le coefficient d'aimantation de l'antimoine diminue fortement quand la température s'élève : « à 540° par exemple, le coefficient d'aimantation est presque deux fois plus faible qu'à la température ambiante »<sup>61</sup>. L'étude n'est malheureusement pas quantitative puisqu'un accident (« l'ampoule éclate ») met fin aux expériences. Curie souhaite néanmoins que cette étude soit reprise, sentant qu'elle « donnerait à coup sûr des résultats intéressants ».

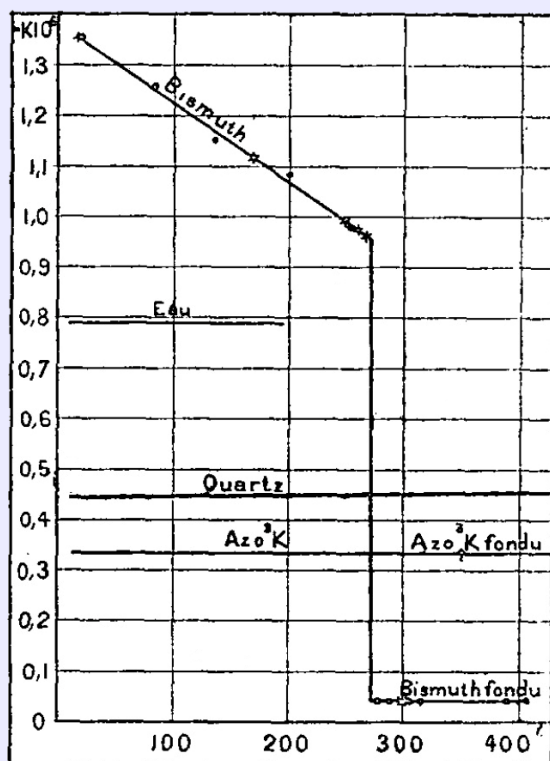
Le bismuth fait par contre l'objet d'une étude approfondie<sup>62</sup>. Curie se sert pour cela de bismuth obtenu par voie électrolytique, plus pur que celui du commerce. Il remarque alors une dépendance en température particulière. Lorsque la température  $t$  augmente, le coefficient d'aimantation du bismuth diminue en valeur absolue et la loi de variation semble linéaire. Du moins, les expériences ne sont pas assez précises pour indiquer une courbure dans un sens ou dans l'autre pour  $K = f(t)$  (**Figure IX.7**). Curie observe ensuite une chute brutale du coefficient d'aimantation à la température de fusion,  $K$  devenant 25 fois plus faible sur un intervalle inférieur à 2°C<sup>63</sup>. Le bismuth fondu est alors, parmi les corps diamagnétiques étudiés, celui qui a le plus faible coefficient d'aimantation spécifique.

---

<sup>61</sup> *Ibid*, p. 329.

<sup>62</sup> Le bismuth est le corps le plus diamagnétique connu à l'époque ( $-10^6$  K = 1,35 à 20°C). Pierre Curie n'y fait pas allusion dans son mémoire de thèse mais, d'après Marie Curie, il a cherché « à plusieurs reprises s'il existait des corps fortement diamagnétiques, mais ne réussit pas à en trouver » (CURIE Marie [1908], p. xix).

<sup>63</sup> Faraday, Plücker ou encore Matteucci avait déjà observé que les propriétés diamagnétiques du bismuth diminuaient considérablement au moment de la fusion (voir par exemple : DE LA RIVE Auguste [1854], p. 528). Curie s'assure que ce phénomène brusque est bien lié à la fusion en réalisant quelques petites expériences sur des fragments de bismuth.



**Figure IX.7 : Coefficients d'aimantation spécifique de quelques substances diamagnétiques en fonction de la température.**

Les coefficients d'aimantation de l'eau, du quartz et de l'azotate de potasse sont constants. La fusion de l'azotate de potasse n'a aucune influence sur  $K$ . Le coefficient d'aimantation du bismuth décroît par contre quasi linéairement avec la température, chute brutalement à sa température de fusion, puis devient constant au-delà.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 333.

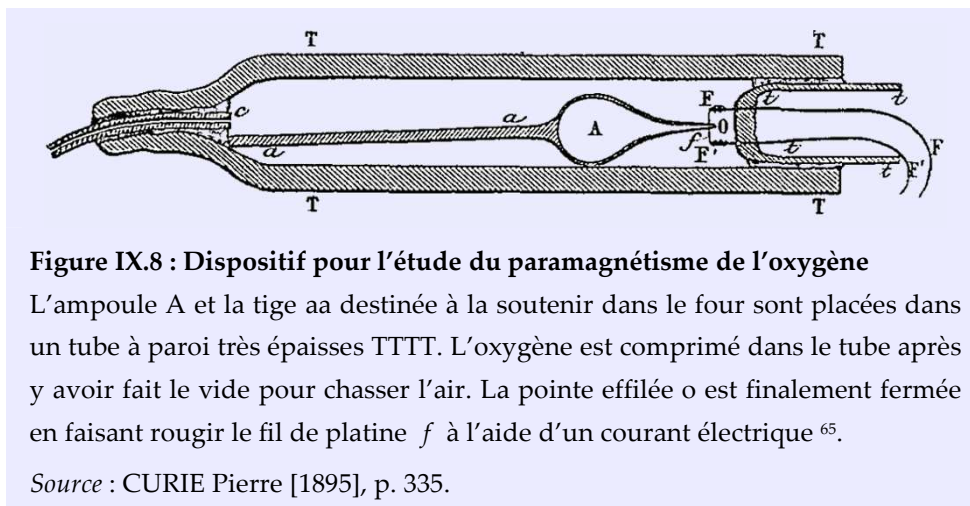
## 2. Les corps paramagnétiques

Curie fait une étude complète des propriétés magnétiques de l'oxygène et du palladium, puis réalise quelques expériences sur l'air et le sulfate de fer. Tous les corps paramagnétiques étudiés ont un coefficient d'aimantation indépendant de l'intensité du champ magnétique, pour des champs compris entre 100 et 1350 Gauss.

### 2.1. Le paramagnétisme de l'oxygène

Pour étudier les propriétés magnétiques de l'oxygène, Curie l'enferme sous pression dans des ampoules en verre (**Figure IX.8**). Il explique alors la suite des opérations : « on fait les mesures magnétiques comme d'ordinaire avec une ampoule remplie d'oxygène ; mais au lieu de retirer ensuite l'ampoule de l'appareil pour la vider, on chauffe sur place l'extrémité de la pointe effilée avec une flamme minuscule. La pointe s'ouvre, [...] la pression de l'intérieur se met en équilibre avec celle de l'atmosphère et l'on referme la pointe avec une petite flamme. Le poids du gaz qui s'est échappé est trop faible pour que l'équipage de la balance de torsion soit déséquilibré. On peut alors procéder aux expériences avec l'ampoule et le gaz restant, sans qu'il soit nécessaire de régler l'ampoule à nouveau ; c'est un grand avantage au point de vue de la précision des résultats »<sup>64</sup>. Curie évalue finalement, par différence, l'effet magnétique produit par le gaz qui s'est échappé et, en pesant l'ampoule avant et après l'opération, la masse de gaz correspondant.

<sup>64</sup> CURIE Pierre [1895], p. 336.



**Figure IX.8 : Dispositif pour l'étude du paramagnétisme de l'oxygène**

L'ampoule A et la tige aa destinée à la soutenir dans le four sont placées dans un tube à paroi très épaisses TTTT. L'oxygène est comprimé dans le tube après y avoir fait le vide pour chasser l'air. La pointe effilée o est finalement fermée en faisant rougir le fil de platine f à l'aide d'un courant électrique <sup>65</sup>.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 335.

L'oxygène sous pression trouvé dans le commerce contient environ 9 % d'azote en volume. La proportion d'oxygène est déterminée par dosage, « à l'aide de l'acide pyrogallique et de la potasse » <sup>66</sup>. En se basant sur les observations de Faraday, Becquerel et Quincke, Curie considère l'effet magnétique de l'azote comme négligeable et ne tient compte alors que de l'action de l'oxygène dans ses mesures. Il observe ensuite, en faisant varier la pression de 5 à 18 atmosphères, que le coefficient d'aimantation spécifique à température ambiante ne varie pas d'une façon notable avec la pression. Il mesure alors  $10^6 K = 115$  pour une température de 20°C, valeur qui est voisine de celles trouvées par E. Becquerel et Faraday, mais qui s'écarte de celle de Du Bois <sup>67</sup>.

Curie fait ensuite deux séries de déterminations à diverses températures. La première avec une ampoule de verre ordinaire, remplie d'oxygène sous une pression de 5 atmosphères à température ambiante. La seconde, avec une ampoule de verre dur, remplie d'oxygène sous une pression de 18 atmosphères à température ambiante : « cette dernière ampoule a été portée, sans accident, jusqu'à 450° (la pression devait alors être de 45 atmosphères) » <sup>68</sup>. Il observe alors que le coefficient d'aimantation varie, aux incertitudes expérimentales près, en raison

<sup>65</sup> Perot emploie un artifice semblable en 1888 pour fermer un ballon rempli de vapeur à l'intérieur d'une marmite (PEROT Alfred [1888]).

<sup>66</sup> CURIE Pierre [1895], p. 337.

<sup>67</sup> La valeur de l'aimantation de l'oxygène à 20°C, sous une pression de 1 atmosphère et rapportée au même volume d'eau, est pour E. Becquerel - 0,182, pour Faraday - 0,180 et pour Du Bois - 0,146 (DU BOIS Henry [1888]). Les mesures de Pierre Curie conduisent à :

$$\frac{K(\text{O}_2)}{K(\text{eau})} \times \frac{\rho(\text{O}_2)}{\rho(\text{eau})} = -0,193,$$

$\rho$  étant la masse volumique.

<sup>68</sup> CURIE Pierre [1892b], p. 1294.

inverse de la température absolue entre 20°C et 450°C (Figure IX.9, Figure IX.10). Curie rend compte de ce résultat remarquable à l'Académie des Sciences en décembre 1892 <sup>69</sup>.

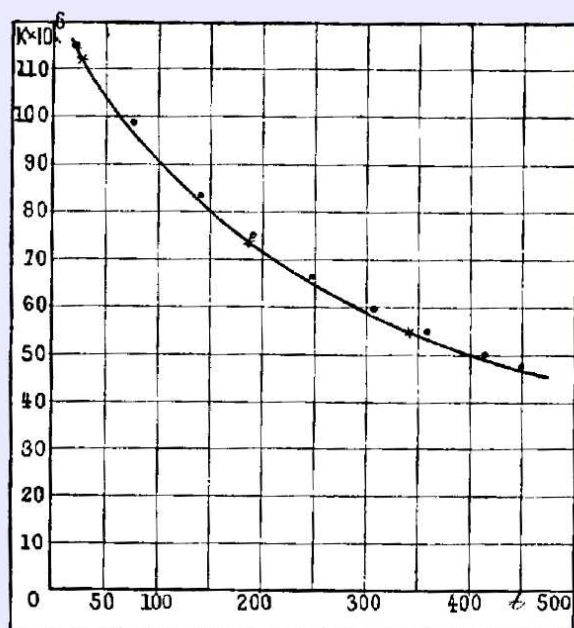


Figure IX.9 : Coefficient d'aimantation spécifique de l'oxygène en fonction de la température.  $K$  varie en raison inverse de la température absolue  $T = 273 + t$ , pour  $t$  entre 20°C et 450°C. La courbe d'équation

$$10^6 K = \frac{33700}{T}$$

coïncide avec les résultats dans la limite des incertitudes expérimentales.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 339.

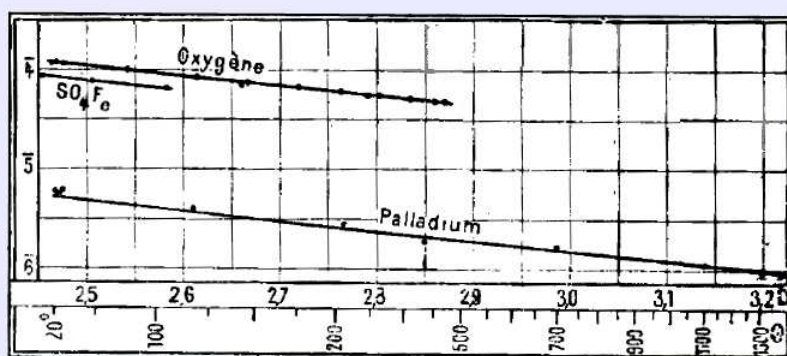


Figure IX.10 : Coefficients d'aimantation spécifique de quelques substances faiblement magnétiques en fonction de la température. Le graphique représente le logarithme du coefficient d'aimantation de l'oxygène, du sulfate de protoxyde de fer et du palladium en fonction du logarithme de la température absolue. Les courbes sont des droites de coefficient directeur égal à  $-1$  <sup>70</sup>.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 383 (image tronquée).

<sup>69</sup> Ibid.

<sup>70</sup> Dans l'article présenté en décembre 1892, Curie n'utilise pas encore la représentation en échelle logarithmique. Ce n'est qu'en 1894, lors de l'étude du ferromagnétisme, que Curie notera que « l'échelle logarithmique des températures absolues est l'échelle de température la plus naturelle pour tous les phénomènes [magnétiques] » (CURIE Pierre [1894e], p. 1135).

La courbe hyperbolique coïncide parfaitement avec les déterminations de la première série d'expériences. Les valeurs de la deuxième série sont, par contre, de 1 à 2 % plus fortes entre 200°C et 350°C. Mais Curie ne se risque pas à interpréter cela comme un effet de la pression sur les propriétés magnétiques : « *je ne crois pas que l'on puisse tirer de pareilles conclusions* »<sup>71</sup>, puisque ces différences rentrent dans les incertitudes expérimentales. Selon lui, l'incertitude sur l'évaluation de la température est la principale cause d'erreur dans ces expériences sur l'oxygène, dans lesquelles il a dû employer des ampoules volumineuses. Ainsi, Curie se contente de dire que la relation hyperbolique convient pour calculer le coefficient d'aimantation spécifique de l'oxygène avec une précision « *probablement supérieure à 2 pour 100 entre 20° et 450°* ».

Cette étude de l'oxygène est remarquable, aussi bien dans la prouesse expérimentale que dans l'importance des résultats obtenus. Ce dernier point est d'ailleurs souligné par Curie dans son article de 1892 : « *ce résultat est important pour la théorie des phénomènes magnétiques. L'oxygène est, de tous les corps magnétiques, celui qui se présente à nous avec la constitution moléculaire la plus simple ; il y a tout lieu de supposer que l'étude complète des propriétés de ce corps donnera les notions les plus claires sur la nature des phénomènes magnétiques* »<sup>72</sup>. Curie ne se limite donc pas à l'établissement des lois phénoménologiques, comme le feraient les énergétistes, mais souhaite clairement trouver une interprétation microscopique aux phénomènes magnétiques.

L'étude précédente permet à Curie d'évaluer le coefficient d'aimantation de l'air, en ne tenant compte que de l'influence de l'oxygène. D'après les recherches de Leduc<sup>73</sup>, il admet 23,23 % d'oxygène en poids dans la composition de l'air. Pour faire les corrections dues à l'air ambiant dans les déterminations magnétiques, Curie n'a en fait besoin que du coefficient d'aimantation en volume  $x$ , soit<sup>74</sup> :

$$10^6 x = \frac{2760}{T^2}. \quad (11)$$

Il observe alors que ce coefficient décroît rapidement quand la température s'élève : « *à 20°, il donne pour l'eau une correction de 4 pour 100. A 400°, la valeur du terme de correction est cinq fois plus faible pour un même volume* »<sup>75</sup>. En plus de ces résultats, Curie réalise quelques mesures directes sur les propriétés magnétiques de l'air, qui sont une confirmation de ce fait que l'influence de l'azote est insensible.

<sup>71</sup> CURIE Pierre [1895], p. 341.

<sup>72</sup> CURIE Pierre [1892b], p. 1294.

<sup>73</sup> LEDUC A. [1892], p. 239.

<sup>74</sup> Ce résultat s'obtient aisément en remarquant que  $x = K(O_2) \times \rho(\text{air}) V$  avec  $V = 1 \text{ cm}^3$  et  $\rho(\text{air})$  la masse volumique de l'air, à la pression  $P = 1 \text{ atm}$ , en considérant l'air comme un gaz parfait.

<sup>75</sup> CURIE Pierre [1892b], p. 1295.

## 2.2. Les sels magnétiques

Pour l'étude des propriétés des sels magnétiques, Curie s'appuie sur les résultats obtenus précédemment par Wiedemann et Plessner <sup>76</sup>. Ceux-ci montrent que le coefficient d'aimantation est une fonction de la température  $t$  :

$$K = K_0 (1 - \alpha t), \quad (12)$$

où  $\alpha$ , indépendant de la nature du sel, est voisin du coefficient de dilatation des gaz. D'après Wiedemann,  $\alpha = 0,00325$  pour des températures comprises entre 15°C et 80°C, pour des différentes solutions de sels (sulfate de protoxyde de fer, de chlorures ferreux et ferrique, de sulfate de nickel, d'azotate de cobalt et de ferricyanure de potassium). D'après Plessner,  $\alpha = 0,00355$  pour des températures comprises entre 15°C et 60°C (pour des solutions de perchlorure de fer, sulfate de manganèse, de sulfate de nickel et d'azotate de cobalt).

Curie fait alors l'observation suivante : « si l'on admet que le fait que le coefficient de variation est voisin du coefficient de dilatation des gaz n'est pas dû au hasard et est au contraire l'expression d'une loi naturelle, on en conclut que ce fait doit se reproduire si l'on prend comme point de départ toute autre température que la température de la glace fondante » <sup>77</sup>. Le coefficient de dilatation des gaz étant égal à l'inverse de la température absolue, on devrait donc avoir pour toute température :

$$\frac{1}{K} \frac{dK}{dt} = -\alpha = -\frac{1}{T}, \quad (13)$$

soit,

$$K = \frac{A}{T}, \quad (14)$$

où  $A$  est une constante qui dépend uniquement de la nature du sel. Curie retrouve ainsi la loi de variation constatée pour l'oxygène. Ce résultat est donc, selon lui, « la conséquence logique des découvertes de M. Wiedemann, si le voisinage de la valeur de  $\alpha$  et de la valeur du coefficient de dilatation des gaz n'est pas une coïncidence fortuite ».

Les recherches de Curie sur les propriétés magnétiques de l'oxygène précèdent de deux années celles sur les sels paramagnétiques <sup>78</sup>. Dans ces conditions, il lui semble naturel de chercher à confronter à d'autres données expérimentales la loi de variation hyperbolique vérifiée par l'oxygène. Néanmoins, si cette loi hyperbolique apparaît *a posteriori* comme une « conséquence logique » des résultats de Wiedemann et Plessner, ces derniers n'avaient pas les moyens de l'interpréter ainsi. La plage des températures explorées ne leur permettait pas en effet de distinguer clairement une droite d'une hyperbole. L'accord de leurs données expérimentales avec la loi hyperbolique est néanmoins vérifié par Curie, qui observe la

<sup>76</sup> WIEDEMANN Gustav Heinrich [1865] ; PLESSNER P. [1890].

<sup>77</sup> CURIE Pierre [1895], p. 345.

<sup>78</sup> L'article sur les propriétés magnétiques de l'oxygène est publié en 1892 et celui sur les sels paramagnétiques en 1894 (CURIE Pierre [1892b, 1894e]).



constance du produit  $KT$  aux incertitudes expérimentales près<sup>79</sup>. Curie réalise également quelques expériences sur le sulfate de protoxyde de fer en solution dans l'eau, dans des limites de températures un peu plus étendues que celles étudiées par Wiedemann et Plessner (de 12 à 108°C) : « *la loi de variation est loin d'être linéaire et [...] la loi inverse de la température absolue convient, au moins en première approximation, pour représenter le phénomène* »<sup>80</sup>. Il retrouve cette même loi à partir de mesures peu précises sur un métal, le palladium, de la température ambiante jusqu'à 1370°C (**Figure IX.10**). Curie souligne alors qu'« *il est fort remarquable que cette loi convienne pour représenter approximativement les variations du coefficient d'aimantation dans l'énorme intervalle de température de 1350°* »<sup>81</sup>.

### 2.3. Le verre et la porcelaine

Curie étudie également les variations avec la température des propriétés magnétiques d'un grand nombre d'ampoules de verre. Le verre est le plus souvent diamagnétique à température ambiante, mais peut quelquefois être magnétique. Dans tous les cas, les propriétés diamagnétiques du verre s'accroissent lorsque la température augmente. Curie explique ces propriétés en admettant que les hypothèses suivantes sur la constitution du verre : « *le verre est formé en majeure partie d'une substance diamagnétique dont les propriétés restent invariantes à toute température. Il contient en outre une petite quantité d'une substance relativement fortement magnétique [des oxydes métalliques], dont les propriétés diminuent en suivant une loi voisine de la loi inverse des températures absolues* »<sup>82</sup>. Les propriétés magnétiques de la porcelaine sont analogues à celle du verre. Par contre, les ampoules de porcelaine sont « *assez fortement magnétiques à la température ambiante et deviennent seulement diamagnétiques entre 600 et 800°* ».

Ces variations sont gênantes pour la précision des mesures. En effet, le coefficient d'aimantation des corps est déduit de la différence entre deux séries de mesures, l'une avec l'ampoule et le corps à étudier, et l'autre avec l'ampoule seule. Curie souligne ainsi que les

---

<sup>79</sup> Il existe, dans les résultats de Plessner, une différence notable de 2,6 % pour le produit obtenu à température ambiante. Les solutions magnétiques étaient contenues dans une ampoule en verre, au milieu de laquelle se trouvait le réservoir d'un thermomètre de mercure. La correction de l'action magnétique du verre et du mercure est de nature à diminuer l'écart existant avec la loi inverse de la température absolue. Selon Curie, cette erreur n'est toutefois « *pas suffisante pour amener un accord complet* » (CURIE Pierre [1895], p. 348).

<sup>80</sup> *Ibid*, p. 348.

<sup>81</sup> Curie observe que le coefficient d'aimantation du palladium impur diminue moins rapidement avec la température que le palladium pur, la loi inverse de la température absolue ne s'appliquant plus. Il propose alors de rapprocher ce fait de celui que donne l'étude de la conductibilité métallique : « *la conductibilité des métaux purs varie à peu près en raison inverse de la température absolue, tandis que la conductibilité des métaux impurs varie moins rapidement que la température* » (*Ibid*, p. 352).

<sup>82</sup> *Ibid*, p. 353.

propriétés magnétiques des corps étudiés « *seraient constatées bien plus facilement et bien plus sûrement si l'on avait des ampoules de propriétés magnétiques invariables* ».

### 3. Les corps ferromagnétiques

Pierre Curie fait une étude détaillée des propriétés magnétiques du fer doux, de la température ambiante jusqu'à 1375°C et pour des champs variant de 25 à 1350 Gauss. Il étudie également la magnétite et le nickel au-dessus de leur température de transformation magnétique et réalise quelques expériences sur la fonte.

#### 3.1. Termes de correction

L'appareil de mesure n'étant pas disposé pour l'étude des corps ferromagnétiques, Curie doit prendre certaines précautions expérimentales et tenir compte de quelques termes de correction pour étudier ces corps <sup>83</sup> :

(i) *Influence du champ démagnétisant* : l'intensité d'aimantation d'un corps très fortement magnétique dépend de la forme du corps à cause de l'existence du champ démagnétisant. Pour limiter l'influence de ce champ, particulièrement aux températures où l'aimantation est forte, Curie utilise des fils de faibles diamètres dirigés suivant le champ, situation pour laquelle le facteur démagnétisant est très faible. Le fil est placé dans un tube de verre ou de platine soutenu par l'équipage mobile afin de le protéger de l'oxydation. Dans le cas où la correction est très petite, Curie utilise une formule approchée donnant la valeur du facteur démagnétisant pour un corps en forme d'ellipsoïde de révolution.

(ii) *Couple perturbateur* : contrairement aux corps para- ou diamagnétiques, l'aimantation d'un corps ferromagnétique n'est pas forcément parallèle au champ magnétique appliqué. Ainsi, en plus de la force magnétique  $f$ , le corps est soumis à un couple perturbateur qui contribue à faire tourner l'équipage mobile. Curie évalue ainsi la correction à apporter, en fonction du nombre  $n$  de divisions lues au micromètre au moment de la mesure :

---

<sup>83</sup> Dans son article « Réflexions au sujet de la physique expérimentale » rédigé en 1894, Duhem indique à ce propos que le degré d'approximation d'une expérience dépend de deux éléments essentiels : d'une part de la nature et de la perfection de l'instrument employé, et d'autre part de l'interprétation théorique des expériences. L'approximation des résultats expérimentaux s'améliore, non seulement parce que les instruments employés sont de plus en plus précis, mais également parce que les théories physiques donnent des règles de plus en plus satisfaisantes pour établir la correspondance entre les faits et les idées schématiques qui servent à les représenter : « *cette précision croissante s'achète, il est vrai, par une complication croissante, par l'obligation d'observer, en même temps que le fait principal, une série de faits accessoires, par la nécessité de soumettre les constatations brutes de l'expérience à des manipulations, à des transformations de plus en plus nombreuses et délicates ; ces transformations que l'on fait subir aux données immédiates de l'expérience, ce sont les corrections* » (DUHEM Pierre [1894d], pp. 203 – 204). Le rôle logique des corrections est ainsi fondamentalement lié, selon Duhem, au fait qu'une expérience de physique est la constatation d'un ensemble de faits, suivie de la traduction de ces faits au moyen de règles empruntées aux théories physiques.

$$I = (1 + 0,000\,104\,n) I', \quad (15)$$

$I$  étant l'intensité d'aimantation spécifique réelle et  $I'$  l'intensité d'aimantation spécifique apparente <sup>84</sup>.

(iii) *changement de position du corps* : Curie doit enfin tenir compte du déplacement du corps ferromagnétiques dans le champ magnétique. Lorsque le coefficient d'aimantation est indépendant du champ, la force  $f$  est constante, par choix de la position  $O$  pour laquelle le produit

$$H_y \frac{dH_y}{dx}$$

est maximal. Cela n'est par contre plus le cas lorsque  $K$  dépend du champ. Aux mesures apparentes de l'intensité d'aimantation spécifique  $I_1$  et du champ magnétique  $H_1$ , Curie substitue les valeurs corrigées suivantes <sup>85</sup> :

$$H_2 = (1 + 0,000\,107\,n) H_1 \quad \text{et} \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{H_2}{H_1}. \quad (16)$$

Suivant les valeurs du coefficient d'aimantation, toutes les corrections précédentes ne sont pas forcément nécessaires. Curie discute ainsi des formules de correction à appliquer en fonction de la valeur du coefficient  $K$ . Il réalise de plus quelques mesures visant à déterminer expérimentalement le facteur de correction. Il décide alors de prendre comme correction la moyenne entre le facteur calculé et celui déterminé expérimentalement, la correction restant toujours de l'ordre de quelques pour cent.

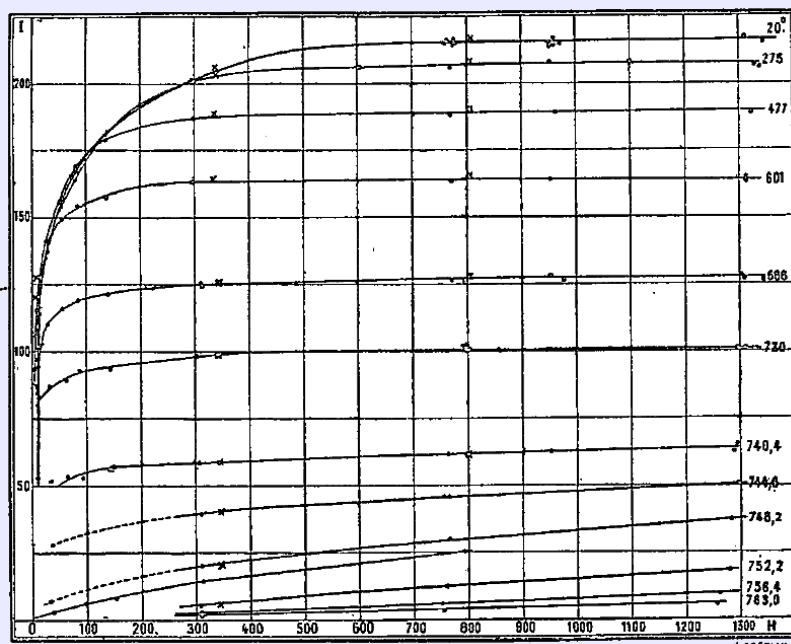
## 3.2. Propriétés magnétiques du fer doux aux températures inférieures à 770°C

### 3.2.1. Courbes $I = f(H)$ pour différentes températures

Curie fait varier le champ magnétique alternativement de  $-1350$  à  $+1350$  Gauss et n'observe pratiquement pas d'effet d'hystérésis. Ainsi, pour faciliter la lecture des courbes  $I = f(H)$  obtenues pour différentes températures, il ne fait apparaître que les branches correspondant à la période croissante du champ magnétique (**Figure IX.11**).

<sup>84</sup> Curie précise que  $n$  a rarement dépassé 120 divisions, donc la correction précédente reste inférieure à 1,2 %. Une correction due à un défaut de réglage du fil selon la direction du champ peut encore s'ajouter à la correction précédente. Mais, comme le précise Curie, celle-ci n'apporte généralement comme erreur que l'omission d'un facteur constant pour toutes les mesures.

<sup>85</sup> On peut remarquer que cette correction est inutile lorsque le coefficient d'aimantation est constant, parce que les valeurs corrigées donnent le même nombre que les valeurs primitives.



**Figure IX.11 : Courbes  $I = f(H)$  pour différentes températures**

Les mesures ont été faites avec un fil de fer de 1,0 mg. Les courbes représentent l'intensité d'aimantation spécifique  $I$  en fonction du champ magnétique  $H$ , pour une période croissante de 10 à 1300 Gauss. Les températures des différentes expériences sont : 20,0 ; 275,0 ; 477,0 ; 601,0 ; 688,0 ; 720,0 ; 740,4 ; 744,6 ; 748,2 ; 752,2 ; 756,4 ; 763,0 °C.

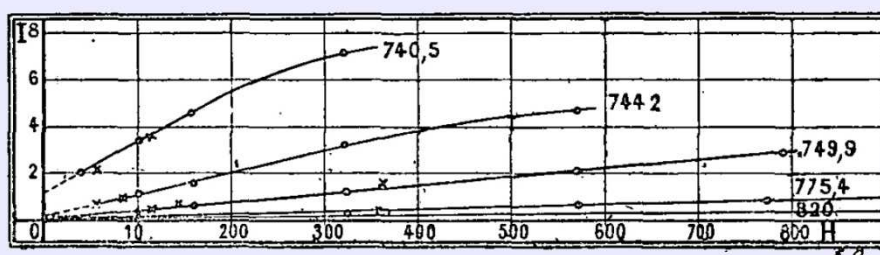
Source : CURIE Pierre [1895], p. 372.

Curie distingue trois portions de courbes : une portion initiale, une intermédiaire puis une finale. Dans la portion initiale, c'est-à-dire pour les champs faibles, le coefficient d'aimantation possède une très grande valeur, du même ordre de grandeur quelle que soit la température. La longueur de cette portion est de plus en plus courte quand la température augmente, si bien que cette portion disparaît vers 750°C. Curie imagine alors une *courbe limite* qui serait celle vers laquelle tendent ces courbes lorsque la température absolue tend vers zéro. La courbe d'une température quelconque coïncide avec cette *courbe limite* sur une portion de son tracé d'autant plus longue que la température est basse. D'après Curie, « on peut admettre que la courbe à 20° donne, à peu de chose près, pour les champs inférieurs à 450 unités, la première partie du tracé de cette courbe limite »<sup>86</sup>. Dans la portion finale des courbes, c'est-à-dire pour les champs forts, l'intensité d'aimantation est constante, aux incertitudes expérimentales près. Lorsque la température dépasse 740°C, cette portion ne se présente plus pour les limites de champs employés par Curie.

La portion intermédiaire permet raccorder les deux portions précédentes. Lorsque la température augmente, « toute la courbe est alors constituée par une partie de la deuxième portion intermédiaire, et cette partie ne présente bientôt plus de courbure sensible dans les limites des champs

<sup>86</sup> CURIE Pierre [1895], p. 374.

employés »<sup>87</sup>. A partir de 756°C, les courbes ne sont en effet plus que des droites qui semblent passer par l'origine et le fer possède donc un coefficient d'aimantation constant par rapport à l'intensité du champ magnétique. Curie en conclue donc que « le fer passe [...] progressivement de l'état de corps ferro-magnétique à l'état de corps faiblement magnétique à coefficient d'aimantation constant »<sup>88</sup>. Pour préciser le comportement de la courbe  $I = f(H)$  aux températures voisines de son changement d'allure, Curie réalise des mesures supplémentaires (Figure IX.12) avec un échantillon de masse plus importante, afin d'augmenter la valeur des forces magnétiques. Il souligne en effet que, vers ces températures, « les expériences sont difficiles et se font dans des conditions extrêmement défavorables, parce que l'aimantation varie avec la température avec une extrême rapidité »<sup>89</sup>. Pendant toute une série d'expériences, Curie s'attache donc à maintenir la température au dixième de degré près : « un observateur, en agissant à l'aide d'un rhéostat sur le courant qui chauffe le four s'occupe exclusivement de maintenir parfaitement constante la température, pendant qu'un second observateur fait les mesures magnétiques ». Une telle précision sur la température n'est bien sûr valable que pour une même série de mesure, puisque, pour des expériences faites avec des échantillons différents, les températures ne sont comparables entre elles qu'à 15°C près. Curie analyse alors de la façon suivante le comportement des courbes.



**Figure IX.12 : Courbes  $I = f(H)$  au voisinage de la température de transformation magnétique.** Ces mesures, effectuées avec un fil de fer de 6,7 mg, ont pour but de préciser la forme de la courbes  $I = f(H)$  aux températures voisines de son changement d'allure : 740,5 ; 744,2 ; 749,9 ; 775,4 ; 820°C. Selon Curie, « les courbes doivent passer par l'origine et y avoir un point d'inflexion ; on y voit alors nettement, d'après les expériences faites à 737°,3 [courbe non représentée] et à 740°,5 et 744°, que l'on doit avoir une augmentation très rapide de  $I$  pour les champs faibles, suivie d'un changement de direction absolument brusque [...] pour un champ plus faible que ceux qui ont été utilisés dans les mesures. A 775°,4 et à 820°, le coefficient d'aimantation est constant ».

Source : CURIE Pierre [1895], p. 375.

<sup>87</sup> Ibid, p. 376.

<sup>88</sup> CURIE Pierre [1894c], p. 799.

<sup>89</sup> CURIE Pierre [1895], p. 366.

### 3.2.2. Courbes d'aimantation stable

Pour les mesures précédentes, Curie précise que « *les effets de l'hystérésis sont presque négligeables et ne sauraient masquer les propriétés du phénomène principal* »<sup>90</sup>. Dans l'étude approfondie des propriétés magnétiques du fer réalisées par le physicien Hopkinson, Curie observe par contre que « *les phénomènes d'hystérésis jouent un rôle considérable* »<sup>91</sup>. Il indique néanmoins que « *si l'on essaye de faire abstraction de ces phénomènes d'hystérésis et de reconstituer ce que serait la courbe  $I = f(H)$  s'ils n'existaient pas* », les résultats concordent avec les siens (**Figure IX.13**). Lorsque Curie souhaite « *faire abstraction* » des phénomènes d'hystérésis, il entend en fait remplacer les courbes de Hopkinson par des *courbes d'aimantation stable*. Ces courbes, qui peuvent être ajoutées à celles de première aimantation et d'hystérésis étudiées par Ewing<sup>92</sup>, passent par l'origine et correspondent en quelque sorte à « *la courbe médiane entre les deux branches de la courbe d'hystérésis* »<sup>93</sup>. Cette courbe d'aimantation stable est celle que Curie obtient avec le fer doux, pour lequel les effets d'hystérésis sont négligeables. Dans le cas général d'un corps ferromagnétique quelconque, cette courbe peut être obtenue en donnant à ce corps des « *trépidations mécaniques [...] ou bien encore électriques, en le faisant parcourir par un courant alternatif* ».

Les considérations précédentes montrent que Curie considère les effets d'hystérésis comme des perturbations qui « *viennent compliquer singulièrement les résultats* ». Pour éclaircir les propriétés magnétiques des corps ferromagnétiques, il s'attache ainsi à découpler les phénomènes complexes d'hystérésis du phénomène principal qui l'intéresse. Dans ces conditions, l'aimantation devient une fonction définie de l'intensité du champ et de la température, et les expériences de Curie contribuent donc à l'établissement d'une équation d'« *état d'équilibre du magnétisme* »<sup>94</sup>.

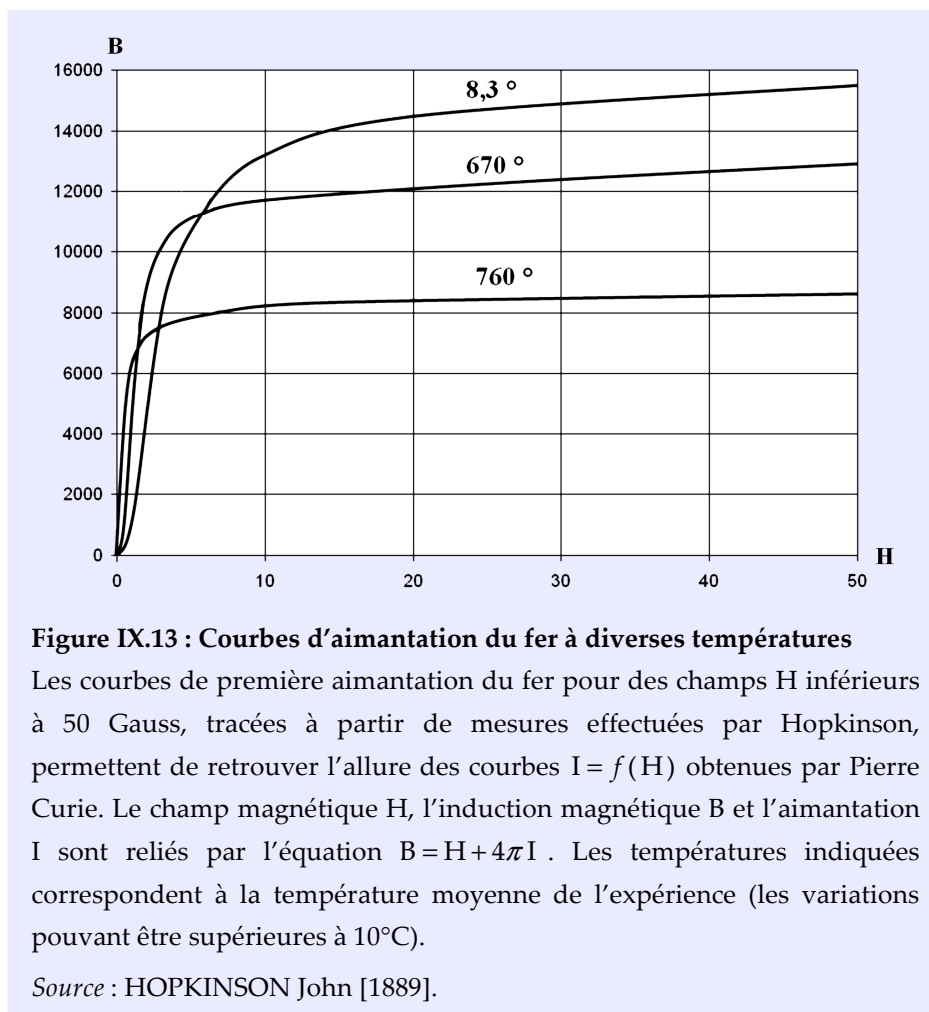
<sup>90</sup> CURIE Pierre [1894c], pp. 797 – 798. Curie indique qu'il n'y a pas de différence sensible entre la branche de période croissante et celle de période décroissante que pour des champs inférieurs à 100 Gauss et lorsque la température est peu élevée.

<sup>91</sup> *Ibid*, p. 798 ; HOPKINSON John [1889]. Hopkinson établit les courbes d'aimantation du fer à l'aide d'un dispositif similaire à un transformateur, le corps à étudier jouant le rôle du circuit magnétique. Cette méthode s'inspire des travaux précédents de Henry Rowland (1848 – 1901).

<sup>92</sup> EWING James Alfred [1891].

<sup>93</sup> CURIE Pierre [1895], p. 377.

<sup>94</sup> *Ibid*, p. 405.



**Figure IX.13 : Courbes d'aimantation du fer à diverses températures**

Les courbes de première aimantation du fer pour des champs  $H$  inférieurs à 50 Gauss, tracées à partir de mesures effectuées par Hopkinson, permettent de retrouver l'allure des courbes  $I = f(H)$  obtenues par Pierre Curie. Le champ magnétique  $H$ , l'induction magnétique  $B$  et l'aimantation  $I$  sont reliés par l'équation  $B = H + 4\pi I$ . Les températures indiquées correspondent à la température moyenne de l'expérience (les variations pouvant être supérieures à  $10^\circ\text{C}$ ).

Source : HOPKINSON John [1889].

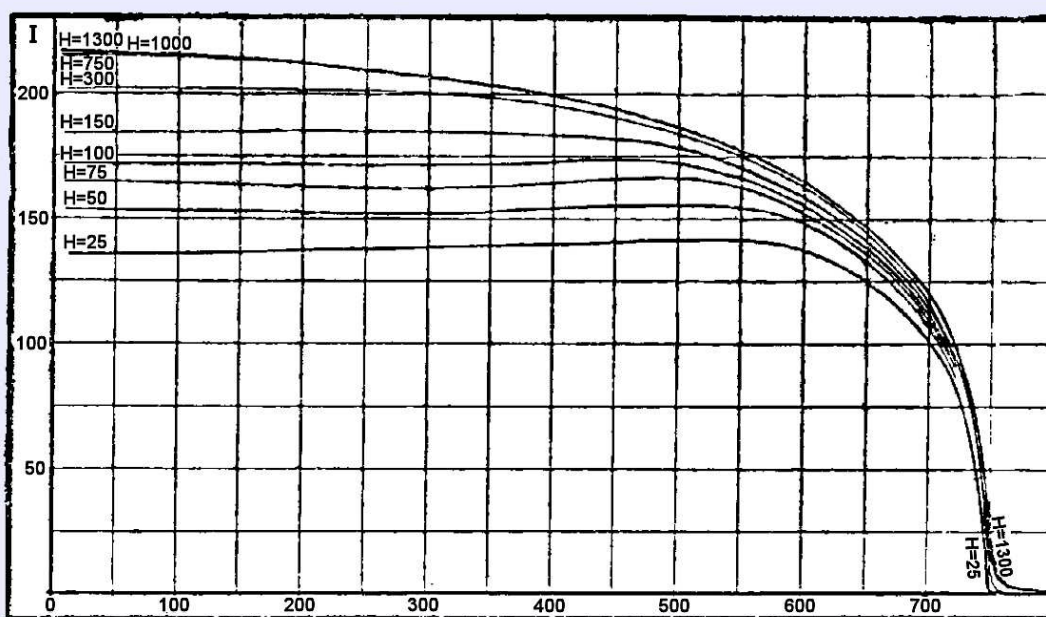
### 3.2.3. Courbes $I = f(t)$ pour différentes intensités du champ magnétique

Pour analyser ses nombreux résultats expérimentaux, Curie considère ensuite un autre point de vue : il étudie les variations de l'intensité d'aimantation en fonction de la température, pour différentes intensités du champ magnétique (Figure IX.14). Il observe alors que, pour des champs compris entre 300 et 1300 Gauss, l'intensité d'aimantation augmente constamment quand la température diminue. Puis, pour des champs compris entre 50 et 300 Gauss,  $I$  devient constante lorsque la température devient suffisamment basse. Enfin, pour des champs plus faibles,  $I$  passe par un maximum à une température peu inférieure à celle de transformation, puis décroît constamment quand la température diminue. Curie rappelle que « ce dernier effet était très important dans les recherches de M. Hopkinson, qui a utilisé des champs peu intenses »<sup>95</sup>. Curie pense alors que celui-ci « est dû [...] en grande partie, à une action indirecte provenant de ce que les phénomènes d'hystérésis magnétiques augmentent beaucoup quand la température s'abaisse ».

Ces observations amènent Curie à introduire une nouvelle *courbe limite*, vers laquelle tendraient les courbes  $I = f(t)$  pour des champs magnétiques intenses. Il l'a décrit ainsi :

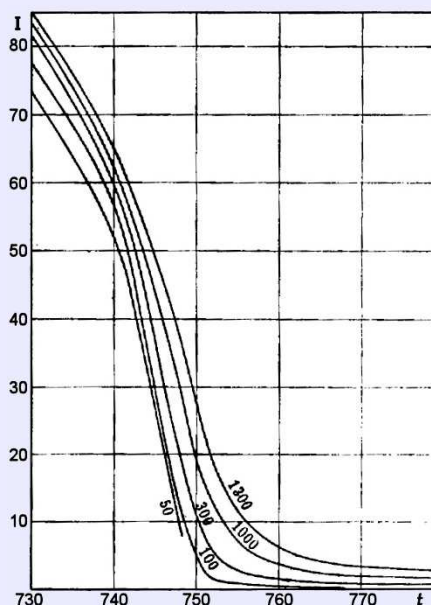
<sup>95</sup> *Ibid*, p. 379.

« cette courbe limite serait probablement peu différente de la courbe relative à un champ de 1300 unités pour des températures comprises entre 20° et 730°. Pour des températures supérieures à 750°, si la courbe existait toujours, elle devrait se détacher fortement de la courbe  $H = 1300$ , et devrait nécessairement avoir un point d'inflexion entre 730° et 800°. [...] Une courbe quelconque  $I = f(t)$  se rapprocherait beaucoup de la courbe limite sur une portion de son tracé d'autant plus longue que le champ serait plus fort. [Elle s'en détacherait] aux températures basses pour donner une branche presque horizontale ; aux températures élevées pour donner une branche fortement inclinée »<sup>96</sup>.



**Figure IX.14 : Courbes  $I = f(t)$  pour différentes intensités du champ magnétique.** Les courbes représentent l'intensité d'aimantation spécifique  $I$  en fonction de la température, pour des champs magnétiques de 25, 50, 100, 150, 300, 750, 1000 et 1300 Gauss. La figure de droite offre une vue élargie sur le voisinage de la température de transformation magnétique.

Source : CURIE Pierre [1895], pp. 378 et 403 (la figure ci-dessus est tronquée par rapport à la figure originale).



<sup>96</sup> *Ibid*, p. 380.



### 3.2.4. Température de transformation magnétique

A l'époque où Curie mène ses recherches, plusieurs physiciens pensent, comme Ledebøer, que « *le fer cesse complètement d'être magnétique* »<sup>97</sup> à partir d'une certaine température. Hopkinson trouve alors que la dénomination *température critique* est appropriée pour désigner « *la température à laquelle disparaît le magnétisme* »<sup>98</sup>. Faraday avait cependant déjà montré que le fer reste faiblement magnétique aux températures élevées. Les données expérimentales précédentes de Curie montrent de même que le fer reste magnétique jusqu'à 770°C et les expériences menées aux températures supérieures vont le confirmer. La définition de la *température critique* donnée par Hopkinson n'a donc aucun sens, puisque les propriétés magnétiques du fer ne disparaissent pas, mais sont seulement transformées.

L'examen des courbes précédentes montre de plus que cette transformation ne se fait pas à une température déterminée, mais qu'elle est progressive. Certes Curie précise que « *la diminution de l'intensité magnétique est [...] d'autant plus rapide que le champ est faible [et qu'il y a] tendance à transformation brusque lorsque les champs deviennent très faibles* »<sup>99</sup>. Néanmoins, il est conscient que l'expression *température de transformation magnétique* du fer, « *qui est d'usage très commode, a une signification un peu vague* »<sup>100</sup>. Il propose alors d'en préciser la définition : « *il convient, je pense, de [la] désigner la température moyenne des points d'inflexion des courbes* », c'est-à-dire 745°C d'après ses mesures. Pour cette définition, Curie s'appuie donc sur son étude quantitative et précise des propriétés magnétiques du fer au voisinage de la transformation, ce dont Ledebøer et Hopkinson ne disposaient pas. Curie ayant été le premier à donner une définition précise de la température de transformation magnétique des corps ferromagnétiques, celle-ci sera dorénavant appelée *température de Curie* ou *point de Curie* par la communauté scientifique.

## 3.3. Les corps ferromagnétiques au-delà de leur transformation magnétique

### 3.3.1 Représentation des données expérimentales

Le coefficient d'aimantation  $K$  étant constant au-dessus de 760°C, Curie peut se limiter à la représentation de  $I = f(t)$  pour une intensité fixée du champ magnétique. Les données expérimentales étant obtenues à partir d'échantillons différents<sup>101</sup>, les températures ne sont comparables entre elles qu'à 15°C près. Ainsi, « *pour amener les courbes  $I = f(t)$  à coïncider*

<sup>97</sup> LEDEBOER P.-H. [1888a], p. 65.

<sup>98</sup> HOPKINSON John [1889], p. 443.

<sup>99</sup> CURIE Pierre [1895], p. 385.

<sup>100</sup> *Ibid*, p. 380.

<sup>101</sup> Curie utilise cinq échantillons de fer différents, de 1,0 mg à 2,03 g. Aux températures supérieures à 770°C, l'effet du champ démagnétisant devient négligeable quelle que soit la forme du corps. Curie peut donc utiliser des échantillons de masse importante, d'autant plus que l'aimantation diminue fortement avec la température. Avec ces derniers échantillons, il parvient à faire des mesures de 760 à 1365°C.

autant que possible, il faut les déplacer par rapport à l'échelle des températures d'un certain nombre de degrés, ne dépassant pas du reste celui qui représente l'incertitude probable dans l'évaluation des températures »<sup>102</sup>. Curie construit ainsi une courbe moyenne qui relie entre elles toutes les mesures réalisées au-dessus de 760°C.

Le coefficient d'aimantation  $K$  diminue rapidement en fonction de la température, sur plusieurs ordres de grandeurs. Curie décide alors, dans un premier temps, de représenter  $I = f(t)$  avec des échelles de plus en plus grandes, dans un rapport 10, 100, 1000 puis 5000 (**Figure IX.15**). Puis, il décide de construire la courbe des logarithmes des coefficients d'aimantation  $LK$  en fonction des logarithmes de la température absolue  $LT$  (**Figure IX.16**). Il se justifie ainsi : « cette représentation est très avantageuse : [elle] permet d'avoir une représentation d'ensemble des propriétés magnétiques d'un corps ferro-magnétique ; cette échelle permet encore de réunir sur une même figure les courbes relatives aux divers corps magnétiques et de les comparer entre eux. L'échelle logarithmique des températures absolues est l'échelle de température la plus naturelle pour tous les phénomènes »<sup>103</sup>. On peut d'ailleurs remarquer que la prouesse expérimentale de Curie est justement d'avoir mis au point un dispositif capable de réaliser des mesures précises sur plusieurs ordres de grandeurs<sup>104</sup>.

---

<sup>102</sup> *Ibid*, p. 381.

<sup>103</sup> *Ibid*, pp. 383 – 384.

<sup>104</sup> Pierre Curie note ainsi que « l'intensité d'aimantation pour un champ de 1000 unités est 7800 fois plus faible à la température de 1000° qu'à la température ambiante. [...] Pour un champ de 25 unités, la chute est encore plus forte et l'intensité d'aimantation à 1000° est alors 197 000 fois plus faible qu'à 20° » (CURIE Pierre [1894d], p. 861).

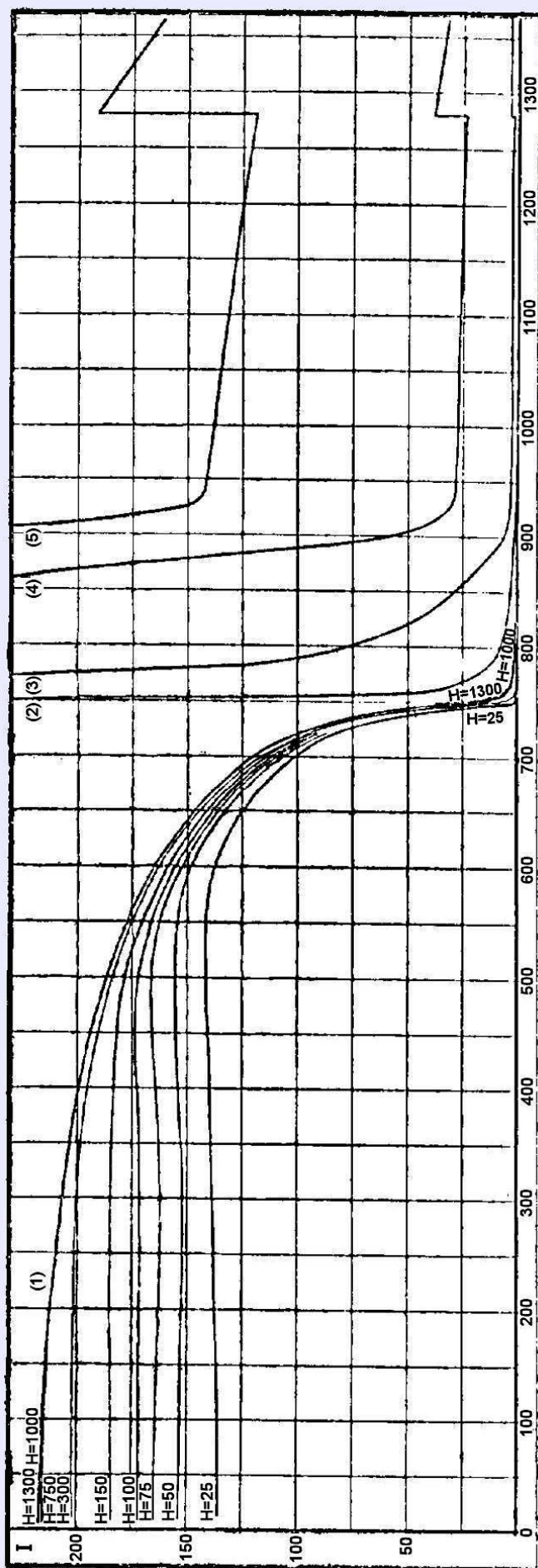


Figure IX.15 : Courbes  $I = f(t)$  au-delà de la température de transformation magnétique. La partie correspondant aux températures inférieures à  $770^{\circ}\text{C}$  a déjà été présentée (Figure IX.14). Au-dessus de  $760^{\circ}\text{C}$ , le coefficient d'aimantation est constant, donc  $I$  est proportionnel à l'intensité du champ magnétique  $H$ . Au-delà de cette température, seule la courbe relative à un champ de 1000 Gauss est alors représentée. Cette courbe (1) s'évanouit à  $770^{\circ}\text{C}$ . Pour suivre le phénomène, les courbes (2), (3), (4), (5) représentent la même fonction avec des échelles respectivement 10, 100, 1000, 5000 fois plus grandes. Comme le champ relatif à ces courbes est de 1000 Gauss, on peut encore dire que les courbes (1), (2), (3), (4), (5) donnent respectivement, à l'échelle indiquée, les valeurs de  $10^3\text{ K}$ ,  $10^4\text{ K}$ ,  $10^5\text{ K}$ ,  $10^6\text{ K}$ ,  $5 \cdot 10^6\text{ K}$  pour toutes les valeurs de  $H$  comprises entre 25 et 1300 Gauss.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 378.

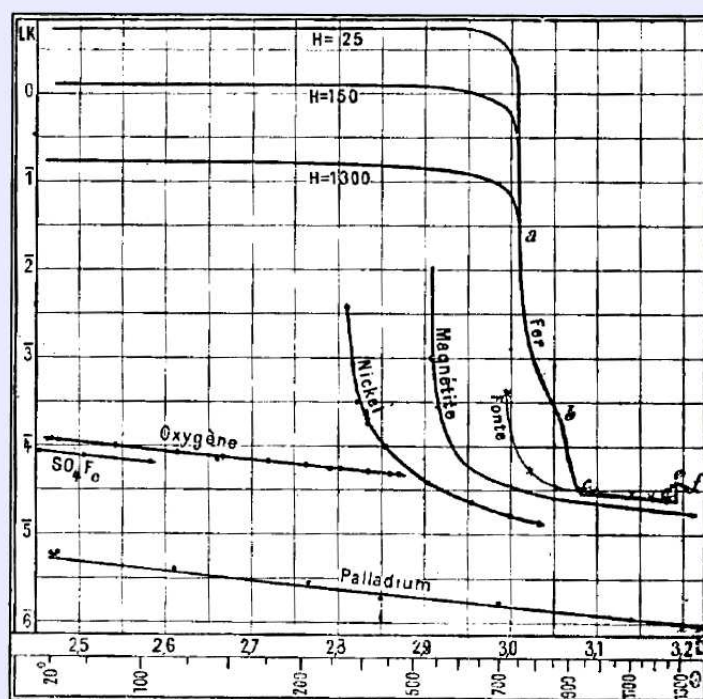


Figure IX.16 : Echelle logarithmique.

Les logarithmes des coefficients d'aimantation spécifique  $K$  sont représentés en fonction des logarithmes de la température absolue pour différentes substances : le fer, la fonte, la magnétite, le nickel, l'oxygène, le sulfate de protoxyde de fer et le palladium. Ces trois dernières courbes ont déjà été présentées (**Figure IX.10**). Pour le fer, les courbes en dessous de la température de transformation magnétique, où  $K$  n'est plus indépendant de  $H$ , représentent le logarithme de l'intensité d'aimantation  $I$  en fonction du logarithme de la température absolue, pour des champs de 25, 150 et 1300 Gauss.

Source : CURIE Pierre [1895], p. 383.

### 3.3.2 Résultats expérimentaux

La magnétite est le corps qui, selon Curie, se prête le mieux à une étude complète des propriétés magnétiques au-dessus de la température de transformation (vers 530°C). En effet, il s'agit d'un « corps stable que l'on peut chauffer à des températures très élevées [...] sans l'altérer »<sup>105</sup>. De 550 à 1370°C, le coefficient d'aimantation est indépendant du champ magnétique et décroît régulièrement avec la température (**Figure IX.16**). Curie observe alors qu'aux températures supérieures à 850°C, « les résultats sont convenablement représentés en coordonnées logarithmiques par une droite ayant un coefficient angulaire égal à  $(-1)$ , c'est-à-dire que [...] la magnétite se comporte comme les corps faiblement magnétiques ». Curie n'est pas parvenu à savoir si le coefficient d'aimantation varie au moment de la fusion (à 1377°C), un accident

<sup>105</sup> CURIE Pierre [1895], p. 391.

mettant à chaque fois fin aux expériences. Dans la dernière série de mesures par exemple, « la température est montée accidentellement au-dessus de 1400°C, le four de porcelaine s'est boursoufflé et a fondu, enveloppant dans une sorte de gangue tout ce qu'il contenait ». Curie étudie ensuite le nickel entre 373 et 806°C, soit au-dessus de sa température de transformation magnétique (vers 340°C). Le coefficient d'aimantation est indépendant de l'intensité du champ magnétique et décroît rapidement avec la température.

Jusqu'à 860°C, le fer se comporte comme les corps ferromagnétiques précédents au-dessus de leur température de transformation magnétique. Par contre, entre 860 et 1280°C, les propriétés magnétiques du fer semblent subir une perturbation<sup>106</sup>. Curie propose alors une explication qui lui paraît « séduisante » : « on pourrait admettre que, jusqu'à 860°, le fer se comporte normalement comme tout autre corps ferro-magnétique. Vers 860° (en b) le fer commence à se transformer en une deuxième variété allotropique, la transformation est complète vers 920° (e) et le fer reste dans cet état jusqu'à 1280° (d) ; le fer est alors analogue à un corps faiblement magnétique, au palladium, à l'oxygène et son coefficient d'aimantation varie selon la même loi (les expériences sur le fer étant peu précise au-dessus de 1000°, on peut admettre que la droite cd est parallèle à celle de l'oxygène). Enfin à 1280°, le fer reviendrait brusquement à son premier état et la ligne ef (1280° à 1366°) semble être le prolongement de la ligne ab. La ligne ab prolongée jusqu'en f constituerait bien une courbe analogue à celle que donne la magnétite ou le nickel »<sup>107</sup>. Les résultats obtenus sont ainsi favorables à l'hypothèse d'Osmond, qui admet qu'au-dessus de 860° le fer se trouve dans un nouvel état allotropique<sup>108</sup>. Curie avertit cependant qu'il ne s'agit là que d'une hypothèse et que ce serait une « illusion de croire que ces résultats soient suffisants pour résoudre à eux seuls la difficile question des transformations du fer ». Les transformations du fer intéressent à l'époque de nombreux physiciens, ceux-ci étudiant différentes propriétés physiques du fer sujettes à des transformations<sup>109</sup>.

---

<sup>106</sup> Curie précise alors que la singularité dans le voisinage de 860°C lui avait échappé lors des mesures. Par contre, celle-ci « devient manifeste si l'on construit la courbe en logarithme » (*Ibid*, p. 382).

<sup>107</sup> *Ibid*, pp. 384 – 385.

<sup>108</sup> OSMOND Floris [1889]. Osmond, métallurgiste français, propose d'ailleurs une théorie du magnétisme permanent du fer basée sur la coexistence entre les variétés allotropique fer  $\alpha$  (non magnétisable et fixe) et fer  $\beta$  (polarisable et mobile) : OSMOND Floris [1890].

<sup>109</sup> Voir par exemple l'article de Ledebøer « Sur les températures critiques du fer », qui décrit les changements brusques avec la température de différentes propriétés physiques du fer : les propriétés magnétiques et thermoélectriques, la conductibilité électrique, la chaleur spécifique ou encore la dilatation (LEDEBOER P.-H. [1888b]).

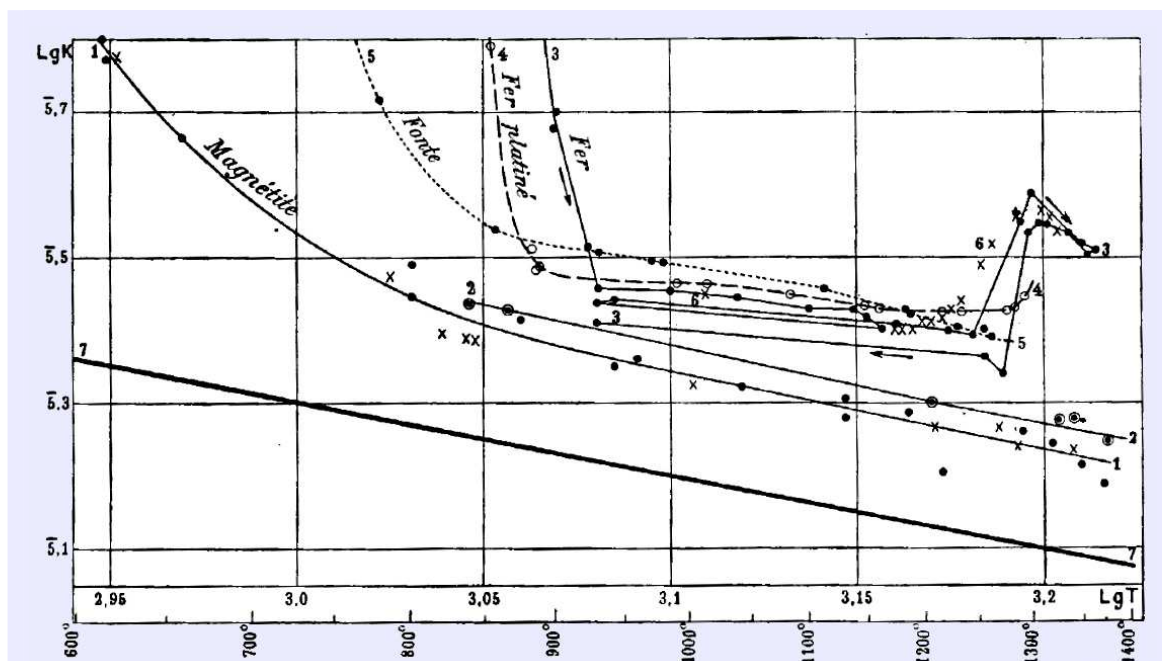


Figure IX.17 : Courbes  $K = f(t)$  en échelle logarithmique, pour  $t$  compris entre 600 et 1350°C. La figure représente les courbes de la Figure IX.16 sur une zone plus restreinte de température. Dans le cas du fer, les courbes correspondant à l'échauffement et au refroidissement sont distinguées par une flèche. La droite en trait plein au bas de la figure correspond à une droite de coefficient directeur égal à  $-1$ .

Source : CURIE Pierre [1895], p. 387.

Curie réalise des mesures supplémentaires pour s'assurer de la réalité de la transformation à 1280°C (Figure IX.17). Il vérifie tout d'abord que les variations de  $K$  sont identiques pendant l'échauffement et le refroidissement<sup>110</sup>. Puis il réalise des mesures avec l'échantillon de masse plus importante (2,03 g) placé dans une ampoule de porcelaine, afin de vérifier que la variation n'est pas due à une « action secondaire », comme par exemple la cémentation du fer par le platine, la formation d'un oxyde ou le dérèglement de l'appareil. Les propriétés magnétiques du fer platiné et de la fonte sont également comparées à celles du fer (Figure IX.16 et Figure IX.17). Les impuretés (platine pour l'un, carbone pour l'autre) ont alors tendance à modifier la température de transformation magnétique et la zone pour laquelle ces corps sont assimilables à des corps faiblement magnétiques. Dans le cas de la fonte, Curie n'observe aucune influence de la fusion et la deuxième transformation du fer doux n'existe plus.

<sup>110</sup> Les expériences sont néanmoins troublées par une baisse « lente et progressive » de  $K$  en fonction du temps. Curie n'est pas parvenu à en trouver la cause mais propose que l'effet soit dû, non à un effet d'hystérésis, mais à une « viscosité dans l'action de la chaleur » (CURIE Pierre [1895], p. 389).



## IV. Conséquences des travaux de Pierre Curie

Curie termine ses recherches sur le magnétisme en 1894. Après un résumé très bref de ses résultats à la Société de physique le 20 avril 1894, il soutient sa thèse de doctorat sur « *les propriétés magnétiques des corps à diverses températures* » le 6 mars 1895 à la Sorbonne <sup>111</sup>. Au terme d'un « *chef-d'œuvre d'habileté expérimentale* » <sup>112</sup>, Curie est parvenu à dégager des conclusions précieuses pour le développement des connaissances en magnétisme. Si ce travail enrichit considérablement l'approche purement phénoménologique du magnétisme, les lois découvertes par Curie établissent également des pistes de réflexion pour l'interprétation microscopique des propriétés magnétiques de la matière et, par la même occasion, donnent des critères de validité pour ces théories.

### 1. Lois relatives aux différents types de magnétisme

Nous venons de voir que Curie accumule une quantité considérable des données expérimentales au cours de ses travaux. Cette vue d'ensemble sur les propriétés magnétiques des corps lui permet d'énoncer les lois phénoménologiques suivantes relatives aux différents types de magnétisme.

#### LES CORPS DIAMAGNÉTIQUES

« *Le coefficient d'aimantation spécifique des corps diamagnétiques est indépendant de l'intensité du champ. Il est aussi généralement indépendant de la température* » <sup>113</sup>.

Pour énoncer cette loi, Curie s'appuie sur l'étude des nombreux corps diamagnétiques pour lesquels aucune variation du coefficient d'aimantation avec la température n'a pu être mise en évidence <sup>114</sup>. Il considère ainsi l'antimoine et le bismuth comme des corps particuliers qui « *font exception à la règle* ». De plus, les changements d'états physique ou chimique n'ont souvent qu'« *une influence insignifiante* » sur les propriétés diamagnétiques. Cette observation pousse alors Curie à dépasser son approche phénoménologique et à proposer une interprétation microscopique : les propriétés diamagnétiques « *se révèlent comme des propriétés dépendant seulement de l'état des dernières particules de la matière et indépendantes de leur*

<sup>111</sup> Le jury de thèse est composé des physiciens G. Lippmann et E. Bouty et d'un professeur de minéralogie, P. G. Hautefeuille. Lippmann, qui préside ce jury, loue la qualité des recherches menées par Curie : « *comme dans plusieurs excellents travaux que M. Curie avait publié antérieurement, on trouve dans sa thèse à la fois les qualités d'un savant théoricien et d'un habile expérimentateur. Ce dernier travail contribuera à le faire ranger parmi nos physiciens les plus distingués. La soutenance d'ailleurs a été excellente* » (rapport de jury reproduit dans l'ouvrage suivant : BARBO Loïc [1999], p. 132).

<sup>112</sup> RADIUM Le (journal) [1906].

<sup>113</sup> CURIE Pierre [1895], p. 397.

<sup>114</sup> Ces corps diamagnétiques sont l'eau, le sel gemme, le chlorure de potassium, le sulfate de potasse, l'azotate de potasse, le quartz, le soufre, le sélénium, le tellure, l'iode, le mercure, le phosphore et le bismuth fondu.

*arrangement* ». Là encore, Curie est conscient que certains corps font exception à la règle : l'antimoine et le bismuth à nouveau, mais aussi le phosphore ou le sélénium.

### LES CORPS PARAMAGNÉTIQUES

« Les corps faiblement magnétiques ont un coefficient d'aimantation indépendant de l'intensité du champ [...] et le plus souvent le coefficient d'aimantation varie simplement en raison inverse de la température absolue »<sup>115</sup>.

La loi de variation en  $1/T$  est valable, « au moins comme première approximation », pour tous les corps faiblement magnétiques étudiés : l'oxygène, le palladium et les sels magnétiques. Après la parution des résultats de Curie, la communauté scientifique adopte le nom de *loi de Curie* pour cette loi de variation du coefficient d'aimantation. De plus, la constante égale au produit  $KT$  est appelée *constante de Curie* et est généralement notée  $C$ . Curie considère les lois précédentes, relatives aux corps diamagnétiques et aux corps paramagnétiques, comme « des conditions bien nettes auxquelles devront satisfaire les théories par lesquelles on cherchera à expliquer ces phénomènes »<sup>116</sup>.

### LES CORPS FERROMAGNÉTIQUES

« Un corps ferromagnétique se transforme progressivement quand on le chauffe et prend les propriétés d'un corps faiblement magnétique ». Il est probable que « la loi inverse de la température absolue [soit] une loi limite vers laquelle tend la loi de variation du coefficient d'aimantation d'un corps ferromagnétique, lorsque la température est suffisamment éloignée de celle de transformation »<sup>117</sup>.

Pour illustrer la transformation progressive d'un corps ferromagnétique, Curie s'appuie sur l'étude détaillée des propriétés magnétiques du fer, de part et d'autre du point de transformation magnétique. La loi en raison inverse de la température absolue comme loi limite de variation du coefficient d'aimantation est observée principalement dans le cas de la magnétite, qui « ne présente pas d'anomalies ». Mais ses expériences sur le nickel, la fonte et le fer, « convenablement interprétées, tendent à prouver la généralité des conclusions qui précèdent ». L'ensemble de ces observations permettent alors à Curie d'en déduire que les propriétés des corps ferromagnétiques et faiblement magnétiques sont « intimement reliées ».

L'étude des propriétés magnétiques du fer a également permis à Curie d'obtenir des renseignements utiles sur les transformations allotropiques de ce métal aux températures

<sup>115</sup> *Ibid*, p. 399.

<sup>116</sup> CURIE Pierre [1902a], p. 17.

<sup>117</sup> CURIE Pierre [1895], pp. 399 – 400.



élevées. En plus de la transformation de la transformation avec perte des propriétés ferromagnétique qui s'accomplit vers 750°C, le coefficient d'aimantation du fer faiblement magnétique éprouve des variations brusques à 860 et 1280°C.

## 2. A propos de la théorie du magnétisme de Duhem

### 2.1. Nature des relations entre diamagnétisme et paramagnétisme

D'après les résultats obtenus par Curie, la différence d'action de la température sur les corps diamagnétiques et paramagnétiques semble « *absolument tranchée* » : tandis que le coefficient d'aimantation des premiers corps est généralement indépendant de la température, celui des seconds décroît avec la température, en suivant une loi approximativement hyperbolique. Curie observe ainsi que « [ses] *expériences n'ont amené aucun rapprochement entre les propriétés des corps diamagnétiques et celles de corps paramagnétiques, et les résultats sont [donc] favorables aux théories qui attribuent le magnétisme et le diamagnétisme à des causes de natures différentes* »<sup>118</sup>. Cette proposition contredit en particulier la thèse d'Edmond Becquerel, qui consiste à voir les corps diamagnétiques comme des corps magnétiques plongés dans un milieu plus fortement magnétique. D'après cette hypothèse de l'action différentielle, le paramagnétisme et le diamagnétisme seraient simplement les degrés d'une même propriété, la perméabilité magnétique, et n'auraient donc aucune raison de présenter des comportements sensiblement différents vis-à-vis de la température. Les résultats expérimentaux de Curie permettent ainsi de démontrer l'inexactitude de l'hypothèse d'E. Becquerel, ce qu'aucune autre expérience n'était jusqu'alors parvenue à montrer. Au terme d'un travail expérimental considérable, Curie est donc parvenu à mettre fin à une controverse née une cinquantaine d'années plus tôt entre Faraday et E. Becquerel. Mais les résultats expérimentaux de Curie ne contredisent pas seulement l'hypothèse de l'action différentielle magnétique, ils sont également en contradiction avec la théorie de l'aimantation par influence élaborée par Duhem. En effet, d'après cette théorie, le diamagnétisme véritable serait une impossibilité physique et l'hypothèse d'E. Becquerel apparaît dans ce cas nécessaire pour rendre compte de l'observation de corps repoussés par l'aimant.

### 2.2. Lettre de Pierre Curie à Pierre Duhem

Curie n'évoque pas explicitement l'hypothèse de Becquerel et la théorie de Duhem dans son mémoire de thèse ou dans la *Notice* sur ses travaux scientifiques qu'il publie en 1902<sup>119</sup>. Cette indication tend d'ailleurs à prouver le faible impact qu'ont eu les *Leçons sur*

---

<sup>118</sup> *Ibid*, p. 290. Si ces causes de natures différentes se superposent, Curie s'attend à trouver une loi de variation avec la température de la forme  $K = A/T - K_1$ , où  $A$  et  $K_1$  sont deux constantes.

<sup>119</sup> CURIE Pierre [1902a].

*l'électricité et le magnétisme* sur la communauté scientifique, Curie ne jugeant pas nécessaire d'en réfuter les conclusions dans ses publications. Toutefois, lorsque Duhem lui envoie à la fin de l'année 1901 un exemplaire de son livre critique sur les théories de Maxwell, Curie ne manque pas l'occasion de lui rappeler l'importance de ses conclusions expérimentales. Dans une lettre datée du 11 janvier 1902, Curie lui confie ainsi : « je suis en complet désaccord avec vous en ce qui concerne le magnétisme [...] La théorie d'E. Becquerel est [...] en complet désaccord avec les faits »<sup>120</sup>.

Pour Duhem, la confrontation des conséquences d'une théorie physique avec l'expérience constitue l'opération ultime de validation de la théorie. Duhem exprime cette idée dans ses premiers articles philosophiques, puis plus tard dans son ouvrage sur *La théorie physique, son objet, sa structure* : « lorsque l'édifice logique est parvenu au faite, il devient nécessaire de comparer l'ensemble des propositions mathématiques, obtenues comme conclusions de ces longues déductions, à l'ensemble des faits d'expérience [...]. Si cet accord entre les conclusions de la théorie et les faits d'expérience ne se manifestait pas avec une approximation satisfaisante, la théorie pourrait bien être logiquement construite ; elle n'en devrait pas moins être rejetée, parce qu'elle serait contredite par l'observation, parce qu'elle serait physiquement fautive »<sup>121</sup>. La lettre que lui adresse Curie place donc Duhem devant le constat suivant : sa théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique semble en contradiction avec les faits expérimentaux, elle paraît donc *physiquement* fautive. La position de Duhem apparaît d'autant plus délicate qu'il a lui-même soutenu, dans ses *Réflexions au sujet des théories physiques*, que « maintenir une théorie que les faits démentent, c'est faire preuve d'une obstination puérile »<sup>122</sup>. Quelle réponse Duhem apportera-t-il alors à ce constat d'échec que lui présente Curie ? Remettra-t-il en cause les conclusions expérimentales de ce dernier pour ne pas avoir à renoncer aux nombreux résultats théoriques de sa théorie du magnétisme ? Cherchera-t-il à modifier les hypothèses de sa théorie pour que celle-ci puisse se conformer avec les faits ? Admettra-t-il l'inaptitude de l'énergétique à rendre compte des phénomènes magnétiques ? Duhem ne fera part de sa décision qu'en 1913, soit une dizaine d'années après la lettre de Pierre Curie : ces considérations seront l'objet du prochain chapitre.

### 2.3. Curie – Duhem : oppositions scientifiques et épistémologiques

Dans la lettre qu'il adresse à Duhem, Curie n'évoque pas seulement les limites de sa théorie du magnétisme, mais lui reproche également son acharnement à prouver les faiblesses logiques de la théorie de Maxwell. Tandis que Duhem critique l'« *imprudence*

<sup>120</sup> CURIE Pierre [1902c]. Cette lettre, que nous avons reproduite dans l'annexe 9, a été présentée par P. Brouzeng en 1978, dans la *Revue d'histoire des sciences* : BROUZENG Paul [1978].

<sup>121</sup> DUHEM Pierre [1906a], p. 313. L'élément souligné est en italique dans l'ouvrage cité.

<sup>122</sup> DUHEM Pierre [1892a], p. 167.

*inouïe* »<sup>123</sup> avec laquelle Maxwell a renversé l'ordre selon lequel devrait évoluer la théorie physique, Curie souligne malicieusement « *qu'il serait bon que nos physiciens se montrassent à sa manière d'une imprudence inouïe* ». Curie reconnaît en effet l'importance des travaux de Maxwell dans le développement de l'électromagnétisme depuis la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. Il se demande ainsi : « *par quoi remplacer ce mode de raisonnement ? Lorsque l'on est habitué à raisonner à l'aide de flux de vecteurs et en considérant la localisation de l'énergie dans l'espace on a une répugnance extrême à revenir aux expressions purement mathématiques qui ne représentent rien physiquement* ».

A travers cette dernière phrase, Curie reproche à Duhem de ne pas vouloir accorder de sens physique aux grandeurs considérées par la théorie, rejoignant sur ce point les critiques de Perrin et de Langevin à l'encontre de l'approche énergétique. En 1904, lors d'une conférence consacrée à l'enseignement scientifique, Langevin déclare ainsi, à propos des options épistémologiques de Duhem : « *n'y a-t-il pas là une tendance fâcheuse à limiter le champ des investigations, à déclarer suffisante et définitive une connaissance générale et superficielle des choses, à s'interdire un examen plus approfondi parce qu'un premier succès nous a livré quelques-unes des lois les plus générales ? [...] Pourquoi ce retour en arrière, cet ignorabimus contre lequel protestent nos instincts et nos convictions ? [...] Notre science est un effort pour pénétrer plus profondément et plus consciemment en elle, et nous permettons difficilement qu'on élève des barrières à notre connaissance, qu'on trace une frontière à l'inconnaissable dans la crainte peut-être de ce qui se trouve au-delà* »<sup>124</sup>. Duhem et Curie poursuivent donc des projets scientifiques très différents, l'un défendant une approche énergétique de la science et l'autre, à travers ses recherches en magnétisme puis en radioactivité, contribue au développement des connaissances sur la nature microscopique de la matière. Dans le discours qu'il prononce en 1905 à l'occasion de la remise de son prix Nobel de physique, Curie soulignera ainsi que son étude des propriétés des corps radioactifs l'a conduit « *à supposer que la transformation est plus profonde que les transformations chimiques ordinaires, que l'existence de l'atome est mise en jeu et que l'on est en présence d'une transformation d'éléments* »<sup>125</sup>. Cette opposition sur le plan scientifique suffit à expliquer que la correspondance entre Curie et Duhem se limite, à notre connaissance, à la lettre précédemment citée. Mais les opinions politiques et les aspirations sociales défendues par les deux physiciens contribuent sans aucun doute à renforcer davantage leur antagonisme<sup>126</sup>.

---

<sup>123</sup> DUHEM Pierre [1902a], p. 8.

<sup>124</sup> LANGEVIN Paul [1904b], p. 33.

<sup>125</sup> CURIE Pierre [1905], p. 299.

<sup>126</sup> Curie est en effet issu d'une famille républicaine d'origine modeste, tandis que Duhem n'a jamais caché ses fortes convictions antirépublicaines. Même s'il se montre généralement peu enclin à participer à la vie politique, Curie se positionne en outre clairement en faveur de la réhabilitation de l'officier Dreyfus. L'ensemble de ces considérations semble donc indiquer que les citoyens Curie et Duhem ne présentent que peu d'affinité

### 3. Analogie avec les propriétés des fluides

Si ses expériences n'ont amené aucun rapprochement entre le diamagnétisme et le paramagnétisme, Curie est par contre parvenu à mettre en évidence ce fait remarquable qu'un corps ferromagnétique présente les propriétés d'un corps paramagnétique quand on le chauffe. Curie remarque d'ailleurs que la manière dont varie l'intensité d'aimantation sous l'influence de la température et du champ magnétisant rappelle la manière dont la densité d'un fluide varie sous l'influence de la température et de la pression. Pour un corps faiblement magnétique, ou un corps ferromagnétique à une température suffisamment élevée au-dessus de celle de transformation, Curie a en effet établi la relation suivante :

$$I = A \frac{H}{T}, \quad (17)$$

où  $A$  est une constante dépendant de la nature du corps. Dans le cas d'un fluide suffisamment éloigné de la température de liquéfaction, l'équation d'état liant la densité  $D$ , la pression  $P$  et la température  $T$  possède une forme similaire :

$$D = \frac{1}{R} \frac{P}{T}. \quad (18)$$

où  $R$  est une constante. Ainsi, en faisant correspondre  $I$  à  $D$  et  $H$  à  $P$ , la température jouant le même rôle dans les deux cas, Curie fait l'observation suivante : « *la loi de la constance du coefficient d'aimantation, quand le champ varie, et la loi inverse de la température absolue pour le coefficient d'aimantation sont les lois qui correspondent aux lois de Mariotte [  $PV = \text{cste}$  à température constante,  $V$  désignant le volume] et de Gay-Lussac [  $V/T = \text{cste}$  à pression constante] »<sup>127</sup>.*

Mais Curie ne limite pas cette correspondance à la limite des hautes températures : « *la manière dont varie l'aimantation en fonction de la température dans le voisinage de la température de transformation, le champ restant constant, rappelle la façon dont varie la densité d'un fluide en fonction de la température dans le voisinage de la température critique (la pression restant constante)* ». Il s'appuie pour cela sur l'analogie entre les courbes  $I = f(t)$  de ses expériences

---

réciproque, loin s'en faut. Leur opposition sur le plan scientifique peut malgré tout être nuancée. Le principe de symétrie imaginé par Curie constitue en effet un outil théorique puissant qui semble répondre aux attentes de la physique phénoménologique. Prenons l'exemple de l'induction électrodynamique, un problème traité par Duhem dans ses *Leçons* (on rappelle que cette étude est reproduite partiellement en annexe 7). En suivant divers raisonnements d'ordre général (invariance, linéarité, etc.), Duhem est parvenu à déterminer la dépendance de la force électromotrice d'induction par rapport aux différents paramètres du système. Or, une partie de ces raisonnements peuvent être réinterprétés en termes de symétrie, les éléments de symétrie des causes (un élément de courant est un scalaire orienté) devant se retrouver dans les effets produits. On peut d'ailleurs remarquer que l'expression de la force électromotrice d'induction est semblable à celle de la force électrodynamique élémentaire, puisque ces deux grandeurs sont divers effets d'une même cause. Cependant, bien que le principe de symétrie constitue un outil susceptible de dépasser les clivages entre atomistes et énergétistes, on ne connaît pas le regard que Duhem porte sur ces travaux théoriques de Curie.

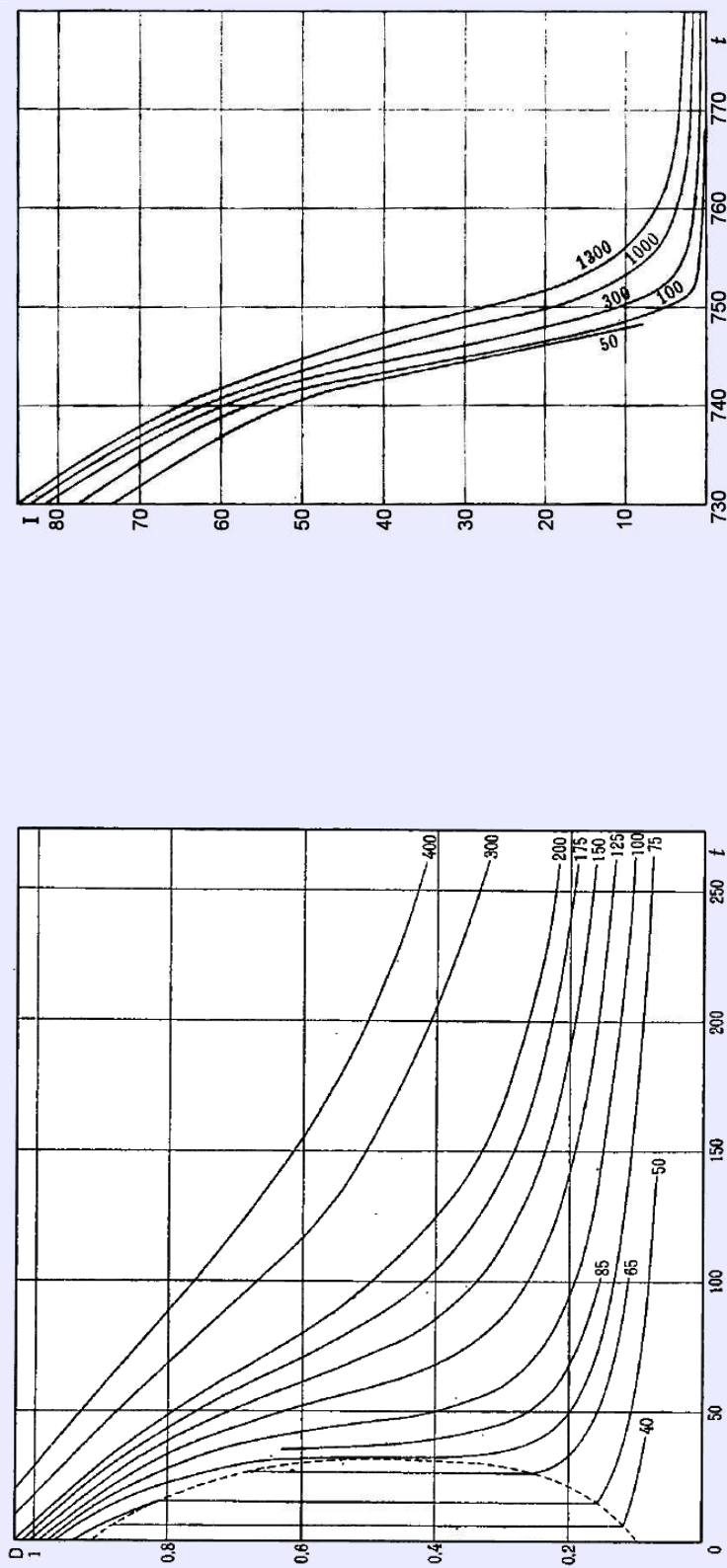
<sup>127</sup> CURIE Pierre [1895], p. 401.

sur le fer et les courbes  $D = f(t)$  tirées des expériences d'Amagat sur l'acide carbonique <sup>128</sup> (Figure IX.18). Entre 740 et 780°C et pour des champs de 50 à 1300 Gauss, les courbes  $I = f(t)$  sont en effet analogues aux courbes  $D = f(t)$  entre 0 et 258°C et pour des pressions voisines de 75 à 200 atmosphères. Curie note néanmoins que le faisceau de courbe  $I = f(t)$  « tend à s'épanouir » aux températures inférieures à 740°C, alors que dans le cas des fluides, en général, le faisceau de courbe  $D = f(t)$  « se resserre constamment quand la température baisse ».

Pour Curie, l'intérêt de cette analogie réside dans le fait qu'elle puisse « suggérer quelques expériences nouvelles ». Ainsi, dans le cas d'un fluide, la densité augmente d'autant plus brusquement que la pression est basse, jusqu'à la liquéfaction en dessous de la pression critique. De même, l'intensité d'aimantation augmente d'autant plus rapidement lors d'un abaissement de température que le champ est faible. Curie se demande alors si l'augmentation serait brusque avec un champ suffisamment faible et s'il existe un point critique pour les phénomènes magnétiques. Curie suggère une seconde implication de cette analogie : « on peut penser que les transformations magnétiques telles que celles du fer à 745°, de la magnétite à 530°, etc. sont des phénomènes nécessaires à une température déterminée chez tous les corps magnétiques, comme sont nécessaires, pour les fluides, les contractions rapides, qui finissent toujours par se produire à une certaine température pendant le refroidissement » <sup>129</sup>. A l'image d'un gaz ou d'un liquide, qui finit toujours par se liquéfier ou se solidifier à une température suffisamment basse, un corps magnétique doit donc devenir ferromagnétique en dessous d'une certaine température. Curie resserre donc encore un peu plus le lien qui unit les corps faiblement magnétiques et les corps ferromagnétiques. Il propose même une interprétation microscopique de cette transformation magnétique : « au point de vue des théories moléculaires, on pourrait dire, par analogie avec les hypothèses que l'on fait sur les fluides, que l'augmentation rapide de l'intensité d'aimantation se produit quand l'intensité d'aimantation des particules magnétiques est assez forte pour qu'elles puissent réagir les unes sur les autres ».

<sup>128</sup> Pierre Curie ne donne pas la référence de l'article dont il tire les données expérimentales. Depuis sa thèse sur les courbes isothermes du dioxyde de carbone (1872), E. H. Amagat (1841 – 1915) étudie la compressibilité des gaz et des liquides et s'intéresse particulièrement au domaine des fortes pressions. Il est ainsi l'auteur de plus de quatre-vingts articles sur le sujet. Les mesures d'Amagat permettent en particulier de valider l'équation d'état de fluides de J. D. van der Waals, équation sur laquelle Curie écrit un article en 1891 (CURIE Pierre [1891b]). Pour l'anecdote, Amagat sera préféré à Curie en 1902, lors de l'élection à la section de physique de l'Académie des Sciences. Après les résultats du vote, Curie écrira à Gouy : « Amagat s'est beaucoup remué, il a fait valoir son âge, puis il s'est posé en homme persécuté. [...] Amagat a aussi eu toutes les voix cléricales et toutes celles des académiciens arrivés à l'ancienneté. Je vous raconte tous ces potins parce que je sais que vous aimez assez cela mais ne croyez pas que je sois affecté sensiblement par ces petits événements » (CURIE Pierre [1902b], p. 7).

<sup>129</sup> CURIE Pierre [1895], p. 404.



**Figure IX.18 : Analogie entre la transition liquide – gaz et la transition ferromagnétique – faiblement magnétique.**

- Les courbes de gauche ( $D = f(t)$ ) représentent la densité de l'acide carbonique en fonction de la température (entre 0 et 258°C) et pour différentes pressions (entre 40 et 400 atmosphères), de part et d'autre du point critique. Les coordonnées du point critique de l'acide carbonique ont été déterminées précisément par Amagat :  $T_c = 31,35$  °C,  $P_c = 0,464$  (AMAGAT Emile Hilaire [1892]). La courbe de liquéfaction est tracée en pointillé.
  - Les courbes de droite ( $I = f(t)$ ) sont relatives aux phénomènes magnétiques du fer autour de la température de transformation magnétique et pour des champs magnétiques de 50, 100, 300, 1000, 1300 Gauss.
- Les courbes  $I = f(t)$  entre 740 et 780°C, pour des champs de 50 à 1300 Gauss, sont ainsi analogues aux courbes  $D = f(t)$  entre 0 et 258°C pour des pressions de 75 à 200 atm.

Source : CURIE Pierre [1895], pp. 402 – 403.

Curie ne souhaite pourtant pas « *exagérer l'importance d'analogies entre phénomènes aussi dissemblables* » et avertit qu'il « *faut surtout ne pas se laisser aveugler par ces analogies au point de ne pas donner de l'importance aux faits caractéristiques qui sont en désaccords avec eux* ». Il cite ainsi comme exemple la non coïncidence entre les courbes  $I = f(H)$  et  $D = f(P)$  à température constante. Il remarque de plus qu'il n'y a pas d'équivalent à la courbe d'aimantation stable pour les fluides, alors que cette courbe est d'« *une grande importance* » pour la compréhension des phénomènes magnétiques.

#### 4. Le magnétisme libre

En relation avec son travail de thèse, Pierre Curie consacre une partie de son temps à la recherche de phénomènes nouveaux, dont l'existence ne lui paraît pas impossible. Comme l'indiquera plus tard Marie Curie, il poursuit ce genre d'activité « *souvent sans grand espoir de succès, par amour de l'imprévu, et sans tenir en aucune manière à une publication éventuelle* »<sup>130</sup>. Outre la recherche infructueuse de corps fortement diamagnétiques que nous avons déjà évoquée, Curie s'interroge ainsi sur « *la possibilité d'existence de la conductibilité magnétique et du magnétisme libre* »<sup>131</sup>. Cette question est traitée dans un court article de deux pages, publié en 1894, immédiatement après celui sur la symétrie dans les phénomènes physiques. Alors qu'il est possible de séparer l'électricité positive de l'électricité négative, personne n'a jamais réussi à séparer les deux pôles de l'aimant, comme en témoigne la fameuse expérience de l'aimant brisé. Et si les courants électriques sont étudiés depuis le début du XIX<sup>e</sup> siècle, personne n'a jamais observé de courants magnétiques. Le concept de magnétisme libre est utilisé comme un outil purement mathématique dans la théorie de l'aimantation par influence, mais il n'a jamais été mis en évidence expérimentalement. Curie formule alors la question suivante, que Vaschy<sup>132</sup> s'est également posée : « *le parallélisme des phénomènes électriques et magnétiques nous amène naturellement à nous demander si cette analogie est plus complète. Est-il absurde de supposer qu'il existe des corps conducteurs du magnétisme, des courants magnétiques, du magnétisme libre ?* ».

Pour éclairer cette question, Curie décide de s'appuyer sur les principes de la thermodynamique et sur les conditions de symétrie. Il en déduit alors qu'il n'y aurait aucune contradiction à admettre l'existence d'un courant magnétique : « *un courant dégagerait de la chaleur ; il aurait la symétrie du champ magnétique qui lui a donné naissance et jouirait de la curieuse propriété pour un courant d'être symétrique par rapport à un plan normal à sa direction. Le courant de magnétisme créerait un champ électrique comme le courant électrique crée un champ magnétique et suivant les mêmes lois* ». Curie décrit ensuite minutieusement les propriétés du magnétisme

---

<sup>130</sup> CURIE Marie [1923], p. 40.

<sup>131</sup> CURIE Pierre [1894b].

<sup>132</sup> VASCHY Aimé [1890], t. I, p. 254.

libre, en se fondant sur les règles de symétrie : « *un corps chargé de magnétisme libre serait nécessairement dissymétrique énantiomorphe, c'est-à-dire non superposable à son image obtenue par mirage* ». En plus de ces considérations théoriques, Curie réalise également quelques expériences visant à mettre en évidence ces phénomènes. Si la conductibilité magnétique existe, il doit en effet être possible de construire un transformateur magnétique analogue aux transformateurs à courant électrique alternatif. Ainsi, en utilisant un tore de fer doux comme conducteur hypothétique du magnétisme, Curie essaie de mettre en évidence la transformation d'un courant continu en un autre courant continu. Il prend de nombreuses précautions expérimentales, mais n'observe rien. Selon Curie, ce résultat négatif ne démontre toutefois pas l'impossibilité du magnétisme libre. Il souligne en effet que la méthode employée, « *fondée sur l'observation d'un effet dynamique, ne permettrait pas d'apprécier une très faible conductivité magnétique* ».

Curie ne fait pas mention de toutes ces réflexions sur le magnétisme libre dans son mémoire de thèse. Celles-ci prouvent néanmoins qu'il s'est attaché, dans ses recherches, à considérer le magnétisme d'un point de vue le plus général possible.

## 5. De nouvelles préoccupations pour Curie

Dans l'assistance de la soutenance de thèse, parmi les amis et les collègues de Pierre Curie, se trouve une jeune étudiante d'origine polonaise, Marya Sklodowska (1867 – 1934), arrivée à Paris en novembre 1891. Après avoir obtenu brillamment une licence de physique puis de mathématiques, celle-ci a entrepris au début de l'année 1894 une étude des propriétés magnétiques de divers aciers au sein du laboratoire de recherche de Lippmann. Pierre Curie et Marya Sklodowska, dont les recherches présentent des similitudes, se sont rencontrés au cours d'une soirée organisée par un physicien d'origine polonaise, J. Kowalski. Dès lors, les deux physiciens ne se quitteront plus : « *nos relations amicales nous sont devenues de plus en plus chères, chacun comprenant qu'il ne pouvait trouver un meilleur compagnon d'existence* »<sup>133</sup>. Le mariage a lieu quelques mois après la soutenance de thèse, le 25 juillet 1895.

Nous avons pu apprécier, dans les paragraphes précédents, l'évolution de Pierre Curie de 1883 à 1895, période durant laquelle il poursuit seul ses travaux. Tout en accomplissant son service de chef de travaux, il a su tirer parti de ses aptitudes exceptionnelles, en menant des recherches théoriques et expérimentales de premier ordre. L'année 1895 marque alors le début d'une nouvelle période dans sa vie scientifique. En plus des bouleversements dans sa vie personnelle, cette année coïncide avec la modification de sa situation professionnelle. En effet, le lendemain de sa soutenance de thèse, Curie prend les fonctions de professeur de

---

<sup>133</sup> CURIE Marie [1923], p. 52.



physique de l'EPC<sup>134</sup>. La préparation de cet enseignement de physique générale lui demande beaucoup d'efforts puisqu'il s'attache à présenter un cours précis et complet. Si ce poste de professeur est plus en adéquation avec la valeur de Curie, rien n'est fait à la même époque pour améliorer ses conditions de travail difficiles.

Curie abandonne toute recherche expérimentale et théorique sur le magnétisme après sa thèse. Néanmoins, afin de concrétiser ses travaux par une application pratique, il réalise en 1903 une balance magnétique destinée « à mesurer les coefficients d'aimantation spécifique des corps faiblement magnétiques et diamagnétiques »<sup>135</sup>. Développée en collaboration avec l'un de ses préparateurs, C. Chéneveau, ce dispositif s'inspire fortement du dispositif utilisé durant sa thèse (**Figure IX.19**). Cet appareil de mesure, utilisé aussi bien dans les laboratoires de physique que de chimie, permet notamment à Curie de mettre en évidence le paramagnétisme du chlorure de radium, un corps radioactif qu'il étudie avec Marie Curie. Les dernières années de la vie de Pierre Curie sont ainsi entièrement consacrées aux recherches sur la radioactivité, un champ d'investigation qui passionne alors l'ensemble de la communauté scientifique. En mars 1896, Henri Becquerel, le fils d'Edmond Becquerel, constate que les sels d'uranium émettent spontanément un rayonnement invisible qui traverse les corps opaques à la lumière, impressionne les plaques photographiques et rend l'air conducteur de l'électricité. Peu de temps après la naissance de leur première fille en 1897, Marie Curie commence ses recherches sur les rayons uraniques pour sa thèse de doctorat. Pierre Curie, qui étudie alors la croissance des cristaux, abandonne ses recherches personnelles pour travailler avec elle dans un hangar de l'EPC. C'est dans ce laboratoire de fortune qu'ils aboutissent, en juillet et en décembre 1898, à la découverte de deux éléments particulièrement radioactifs, le polonium et le radium. Le couple Curie utilise notamment pour ces recherches l'électromètre à quadrants et le quartz piézoélectrique que Pierre a lui-même mis au point quelques années plus tôt. Les manipulations nécessitées par l'extraction des matières radioactives se révèlent extrêmement laborieuses, puisqu'il leur faut traiter une tonne de pechblende pour en tirer deux décigrammes de produits actifs purs. A partir de 1900, Pierre Curie délaisse peu à peu ces travaux chimiques d'isolement du radium et décide d'étudier les propriétés du rayonnement radioactif. Il entreprend notamment des mesures de l'énergie libérée par la radioactivité et effectue sur lui-même des expérimentations sur l'action physiologique du rayonnement radioactif. Cependant, alors que ses qualités de

---

<sup>134</sup> Cette promotion fait notamment suite à l'insistance de Mascart auprès du directeur de l'EPC pour la création d'une nouvelle chaire de physique. Professeur au Collège de France et membre influent de la communauté scientifique, Mascart est en effet convaincu de la valeur de Pierre Curie et est indigné par les conditions de travail déplorables dans lesquelles ce dernier doit mener ses recherches.

<sup>135</sup> CURIE Pierre [1903]. Pierre Curie est toujours attentif aux applications pratiques possibles de ses recherches, comme en témoigne la construction du quartz piézoélectrique, un appareil qui constitue un étalon d'électricité statique.

physicien sont enfin reconnues par ses pairs <sup>136</sup>, Pierre Curie meurt prématurément en avril 1906, renversé par une voiture à cheval, sur les pavés de la rue Dauphine.

## 6. Le magnétisme après les recherches expérimentales de Curie

### 6.1. Recherches théoriques

Si Pierre Curie se tourne vers un autre domaine de la physique après la soutenance de sa thèse, d'autres physiciens se chargent de poursuivre ses recherches sur le magnétisme de la matière. Après la mise en évidence expérimentale de l'électron et le développement des théories atomiques, plusieurs travaux théoriques sont ainsi menés pour élaborer un modèle microscopique du magnétisme. Les lois phénoménologiques établies par Curie constituent des critères de validité pour de tels modèles. Langevin s'appuie par exemple sur ces lois pour démontrer l'échec de la théorie proposée en 1902 par Voigt : « *en dehors de [sa] complexité, une grosse difficulté provient de ce qu'elle attribue à une même cause les phénomènes si différents du paramagnétisme et du diamagnétisme, et qu'elle ne fournit aucune interprétation des lois remarquables établies expérimentalement par M. Curie* » <sup>137</sup>. En 1903, J. J. Thomson propose également une théorie électronique, expliquant les phénomènes paramagnétiques par l'amortissement du mouvement des électrons <sup>138</sup>. S'il ne précise pas la cause de cet amortissement, il ne rend pas non plus compte de la loi de Curie relative à ces corps. Ce n'est que dix ans après la fin des travaux de Pierre Curie, en 1905, que Langevin parvient enfin à

<sup>136</sup> L'Académie des Sciences décerne le prix La Caze à Pierre Curie en 1901. On peut ainsi lire dans le rapport rédigé par H. Becquerel : « *ce beau travail [sur les substances radioactives] n'est pas le seul que la Commission ait eu en vue dans la décision qu'elle a prise. Depuis vingt ans M. P. Curie a publié divers travaux traitant des problèmes parfois difficiles et qui, sans avoir eu le retentissement de la découverte du radium, fait le plus grand honneur à la pénétration et à la sûreté de jugement de leur auteur* » (BECQUEREL Henri [1901]). En décembre 1903, le prix Nobel de physique est attribué pour moitié à H. Becquerel et pour moitié au couple Curie (alors que la candidature de Marie Curie n'a pas été envisagée dans un premier temps par les membres du comité Nobel, Pierre Curie estime que la contribution de son épouse est indissociable de la sienne). Si ces recherches sur la radioactivité lui valent enfin la pleine reconnaissance de ses pairs, l'exaltation et la médiatisation qui accompagnent cette reconnaissance s'accordent mal avec le caractère introverti de Pierre Curie.

<sup>137</sup> LANGEVIN Paul [1905], p. 72. Pour Voigt, des électrons en rotation sur eux-mêmes et gênés dans leur mouvement par des chocs continuels se montreraient paramagnétiques ou diamagnétiques suivant qu'ils posséderaient, immédiatement après le choc, un excès moyen d'énergie potentielle ou cinétique (VOIGT Woldemar [1902]). Langevin connaît parfaitement les travaux de Curie, puisque ce dernier a été son professeur à l'EPC, puis est devenu un ami très proche. Elève de la 8<sup>ème</sup> promotion de l'EPC, Langevin se rappelle ainsi de son professeur : « [Curie] avait vingt-neuf ans lorsque j'entrais moi-même comme élève [en 1888] ; la maîtrise que lui avaient donné dix années entièrement passées au laboratoire s'imposait même à nous malgré notre ignorance, à travers la sûreté de ses gestes et de ses explications, à travers l'aisance nuancée de timidité de son attitude. [...] Sa curiosité vivante et communicative, l'ampleur et la sûreté de son information faisaient de lui un admirable éveilléur d'esprit » (LANGEVIN Paul [1906], p. 13). Langevin a même contribué, par des calculs, à l'article sur les mouvements amortis publié en 1891 par Curie, celui-ci n'hésitant pas à faire participer ses élèves à ses travaux (CURIE Pierre [1891c]).

<sup>138</sup> THOMSON Joseph John [1903]. Selon J. J. Thomson, un amortissement des électrons proportionnel à leur vitesse, dont l'origine n'est pas précisée, rendrait compte du paramagnétisme.

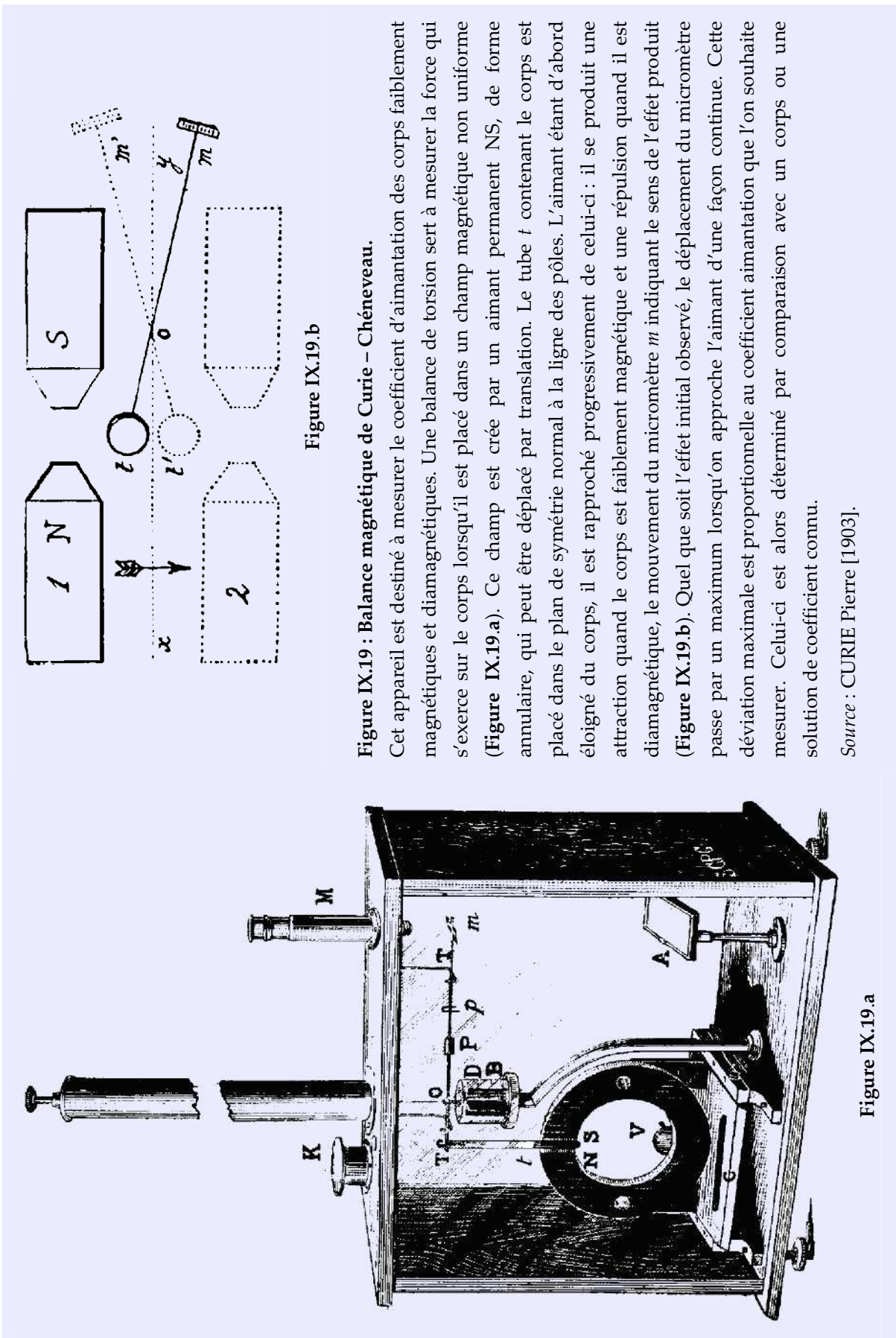


Figure IX.19 : Balance magnétique de Curie – Chéneveau.

Cet appareil est destiné à mesurer le coefficient d'aimantation des corps faiblement magnétiques et diamagnétiques. Une balance de torsion sert à mesurer la force qui s'exerce sur le corps lorsqu'il est placé dans un champ magnétique non uniforme (Figure IX.19.a). Ce champ est créé par un aimant permanent NS, de forme annulaire, qui peut être déplacé par translation. Le tube  $t$  contenant le corps est placé dans le plan de symétrie normal à la ligne des pôles. L'aimant étant d'abord éloigné du corps, il est rapproché progressivement de celui-ci : il se produit une attraction quand le corps est faiblement magnétique et une répulsion quand il est diamagnétique, le mouvement du micromètre  $m$  indiquant le sens de l'effet produit (Figure IX.19.b). Quel que soit l'effet initial observé, le déplacement du micromètre passe par un maximum lorsqu'on approche l'aimant d'une façon continue. Cette déviation maximale est proportionnelle au coefficient d'aimantation que l'on souhaite mesurer. Celui-ci est alors déterminé par comparaison avec un corps ou une solution de coefficient connu.

Source : CURIE Pierre [1903].

décrire une théorie microscopique du diamagnétisme et du paramagnétisme en parfait accord avec les lois phénoménologiques du magnétisme. Ce travail s'inscrit dans une réflexion d'ensemble puisque Langevin publie la même année des articles sur l'inertie des électrons et la théorie cinétique.

La théorie du diamagnétisme de Langevin précise et traduit en langage électronique les idées anciennes de Weber. Lors de l'établissement d'un champ magnétique extérieur, la force électrique d'induction modifie la vitesse aréolaire de l'électron sur son orbite. La fixité des raies spectrales semblent montrer que les mouvements intra-moléculaires dépendent très peu de la température, ce qui implique que la constante diamagnétique varie également très peu avec la température, conformément au résultat expérimental de Curie. L'ordre de grandeur des constantes diamagnétiques mesurées semble d'ailleurs confirmer l'hypothèse de courants circulant suivant des orbites intra-moléculaires. Si le modèle de Langevin s'accorde avec la loi d'invariabilité du coefficient d'aimantation avec la température, il permet également de généraliser la théorie de l'effet Zeeman normal élaborée par Lorentz et Larmor<sup>139</sup>. En considérant l'effet Zeeman comme le parallèle optique du diamagnétisme, Langevin donne un moyen de mettre en évidence expérimentalement le diamagnétisme lorsque celui-ci est masqué par une autre forme de magnétisme.

Pour rendre compte du paramagnétisme, Langevin reprend l'hypothèse d'Ampère, qui consiste à voir le paramagnétisme comme un effet d'orientation des courants moléculaires par le champ magnétique. Il a alors l'idée d'étendre à ces processus d'orientation une formule de la théorie statistique de la chaleur démontrée par Boltzmann<sup>140</sup>. Langevin s'appuie ainsi sur l'analogie proposée par Curie, assimilant les corps paramagnétiques à un gaz de particules aimantées. Il obtient alors une expression théorique de l'aimantation en fonction de la température  $T$  et du champ magnétique  $H$  appliqué :

$$I = MN \left( \frac{\operatorname{ch} a}{\operatorname{sh} a} - \frac{1}{a} \right). \quad (19)$$

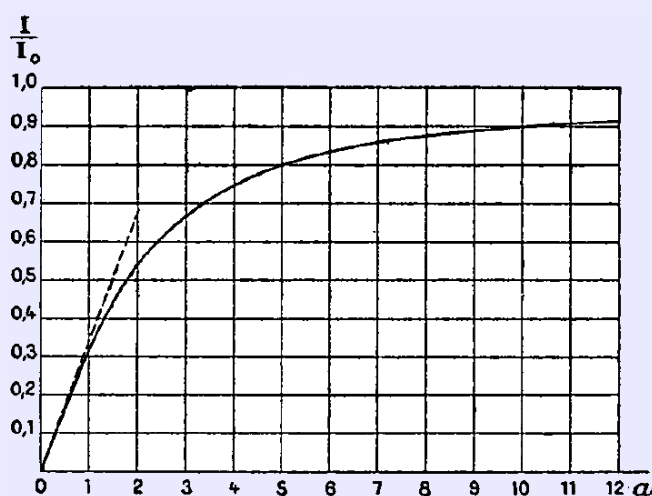
Dans cette expression,  $N$  correspond au nombre de molécules par unité de volume et  $M$  au moment magnétique non nul de ces dernières.  $a$  est une fonction de  $H/T$ , ce qui traduit la lutte entre l'effet d'orientation de la force magnétisante et celui de désorientation de l'agitation thermique. Langevin est parvenu à établir au préalable cette dépendance par de simples considérations thermodynamiques. L'expression précédente de l'aimantation permet de retrouver la loi de Curie relative aux corps paramagnétiques dans la limite  $a \ll 1$ , seule accessible à l'époque par l'expérience (**Figure IX.20**). Selon Langevin, l'influence de l'état chimique sur les propriétés paramagnétiques d'un corps s'expliquerait en admettant que le

<sup>139</sup> LORENTZ Hendrik Antoon [1897] et LARMOR Joseph [1893].

<sup>140</sup> Planck et Langevin ont d'ailleurs été les premiers, indépendamment l'un de l'autre, à étendre l'application de cette formule à d'autres mouvements que de simples translations.

moment magnétique moléculaire est dû uniquement aux électrons qui jouent un rôle dans les actions chimiques. Finalement, comme dans le cas du diamagnétisme, le modèle de Langevin permet de relier des grandeurs magnétiques déterminées expérimentalement, notamment la constante de Curie, à des propriétés microscopiques de la matière.

La découverte des quanta, qui modifie si profondément la physique, n'obligera pas pour autant à oublier les idées classiques sur le magnétisme. En effet, si Bohr et van Leeuwen démontrent dans les années 1910 que le magnétisme ne peut pas être expliqué par la théorie cinétique classique, le modèle de Langevin du paramagnétisme s'adapte sans trop de peine à la nouvelle physique <sup>141</sup>.



**Figure IX.20 : Intensité d'aimantation en fonction du paramètre  $a$  dans la théorie de Langevin du paramagnétisme.**

$I_0 = MN$  représente l'aimantation à saturation.

Source : LANGEVIN Paul [1905], p. 118.

<sup>141</sup> Dans sa thèse soutenue en 1911, Bohr démontre l'impossibilité de fonder le magnétisme uniquement sur l'électrodynamique de Maxwell et la mécanique statistique classique (BOHR Niels [1911]). Van Leeuwen, une étudiante de Lorentz, démontre indépendamment ce même théorème en 1919, également dans sa thèse de doctorat (VAN LEEUWEN Hendrika Johanna [1921]). En appliquant la statistique classique à tous les degrés de liberté, ils établissent que les susceptibilités diamagnétiques et paramagnétiques se compensent et donc que l'aimantation disparaît. La physique du magnétisme ne sera développée de manière cohérente qu'après la découverte du moment magnétique de l'électron et l'apparition de la statistique quantique. Ces considérations ont d'ailleurs poussé certains physiciens à penser, à tort, que la théorie de Langevin repose sur certaines hypothèses étrangères à la physique classique. Dans un article « Sur la nature des hypothèses de Langevin » publié en 1997, L. Navarro et J. Olivella montre que la théorie de Langevin doit être entendue à l'intérieur d'un cadre purement classique, les approximations adoptées étant justifiées par la spécificité des conditions expérimentales (NAVARRO Luis et OLIVELLA Josep [1997]). Pour connaître les développements théoriques du magnétisme dans le cadre de la physique quantique, on pourra notamment se référer aux conférences données par J.-H. Van Vleck en mai 1939, à l'Institut Henri Poincaré (VAN VLECK John Hasbrouck [1939]).

Dans son article de 1905, Langevin indique qu'il réserve pour un travail ultérieur l'application de son modèle aux corps ferromagnétiques. Il se contente de dire que le ferromagnétisme doit être dû aux actions mutuelles entre les courants particuliers, comme l'état liquide résulte des forces attractives de van der Waals entre molécules. Cette extension du modèle est en fait réalisée l'année suivante par Weiss, qui introduit à ce propos la notion d'*aimantation spontanée* et de *champ moléculaire*<sup>142</sup>. L'absence d'aimantation spontanée en champ magnétique nul conduit alors les physiciens à imaginer des *domaines magnétiques* ayant chacun une orientation aléatoire. L'ensemble de ces phénomènes ne sera néanmoins réellement compris que bien plus tard, dans le cadre de la physique quantique. Heisenberg montrera notamment en 1928 comment les forces d'échange, propres à la mécanique quantique, permettent d'interpréter l'existence du champ moléculaire de Weiss<sup>143</sup>. L'apport de Curie dans la compréhension de ces phénomènes si complexes du ferromagnétisme est toutefois indéniable. En effet, en s'attachant à limiter les effets d'hystérésis dans son étude expérimentale, Curie est parvenu à mettre évidence un lien étroit entre le paramagnétisme et le ferromagnétisme. Il s'agit là de la clé de compréhension de ce dernier phénomène, puisque la théorie de Weiss n'est que le prolongement de la théorie du paramagnétisme élaborée par Langevin. Et ce n'est qu'après avoir admis l'existence d'une aimantation spontanée que les physiciens parviendront à proposer une explication des effets d'hystérésis<sup>144</sup>.

---

<sup>142</sup> WEISS Pierre [1906, 1907]. Après avoir soutenu une thèse sur « *l'aimantation de la magnétite cristallisée et de quelques alliages de fer et d'antimoine* » en 1896, Pierre Weiss (1865 – 1940) n'abandonne plus le domaine du ferromagnétisme. Il y apporte une contribution aussi bien expérimentale que théorique (voir par exemple : WEISS Pierre et FOEX Gabriel [1926]). Après la première guerre mondiale, Weiss crée et dirige à l'Université de Strasbourg un institut de physique dont les recherches sur le magnétisme deviennent rapidement de réputation internationale.

<sup>143</sup> HEISENBERG Werner [1928].

<sup>144</sup> Ces considérations donnent en particulier tort à Bouasse qui considérait inutiles voire « *néfastes* » les méthodes de Langevin et de Weiss. En 1914, dans son *Cours de magnétisme et d'électricité*, il se fend ainsi d'une critique acerbe à leur rencontre : « *dans ces derniers temps, on nous a pompeusement resservi les théories d'Ampère sur le magnétisme, de Weber sur le diamagnétisme, en les couvrant de mots modernes, ce qui est de nos jours une preuve de génie. Il n'y aurait pas de mal à laisser les faiseurs éblouir la galerie, si les théories simplistes qu'on nous propose n'écartaient pas les physiciens de la recherche méthodique des lois réelles qui sont infiniment complexes, et ne les précipitaient pas vers les lois simples qui n'existent que dans la cervelle de nos bluffeurs* » (BOUASSE Henri [1914 - 1916], t. II, p. 146). Or, comme nous l'avons indiqué, c'est justement la considération des lois simples (loi de Curie pour les paramagnétiques, loi de Curie – Weiss pour les ferromagnétiques) qui permettra d'aborder les problèmes complexes de l'hystérésis magnétique.

## 6.2. Recherches expérimentales

En parallèle avec ces travaux théoriques, des recherches expérimentales sont menées pour étendre et approfondir les travaux de Curie : détermination de la constante de Curie de différents corps, établissement de la loi de Curie-Weiss pour les corps ferromagnétiques au-delà de leur température de transformation magnétique <sup>145</sup>, analyse de l'évolution des propriétés magnétiques des corps dans le voisinage de cette température <sup>146</sup>. Les données empiriques sur les atomes et les ions, obtenus par la mesure de constantes de Curie ou à partir d'effets magnéto-optiques, permettent de développer les connaissances sur la matière et la lumière.

Contrairement à la recherche d'investigation générale menée par Curie, les dispositifs expérimentaux peuvent être choisis de manière optimale, afin de s'adapter au mieux au corps et aux conditions d'étude. S'appuyant sur le développement des techniques de laboratoire, ces études permettent d'étendre peu à peu les intervalles de température et d'intensité du champ magnétique explorés <sup>147</sup>. Malgré la limitation expérimentale de l'intensité du champ magnétique, les travaux réalisés dans le laboratoire de cryogénie de Leyde permettent d'obtenir des valeurs importantes du rapport  $H/T$ , ce qui permet de mettre en évidence la saturation magnétique à basse température. Les recherches en magnétisme permettent d'ailleurs de développer notablement les dispositifs expérimentaux de cryogénie. La méthode de désaimantation adiabatique, proposée par Debye en 1926, permet en effet d'obtenir des températures plus basses que 0,01 kelvin <sup>148</sup>.

---

<sup>145</sup> Après les travaux de Curie, la température de transformation magnétique est appelée *température de Curie* par les physiciens.

<sup>146</sup> Pour connaître le développement des recherches expérimentales sur le magnétisme de la fin du XIX<sup>e</sup> au début du XX<sup>e</sup> siècle, se référer par exemple aux rapports présentés au Congrès international de physique réuni à Paris en 1900 et à l'ouvrage sur *Le Magnétisme* rédigé par Weiss et Foex : GUILLAUME Charles-Edouard et POINCARÉ Lucien [1900] ; WEISS Pierre et FOEX Gabriel [1926].

<sup>147</sup> J. Dewar parvient à liquéfier l'hydrogène en 1898 et H. K. Onnes l'hélium en 1908. Ce dernier fonde alors un grand laboratoire de cryogénie à l'Université de Leyde, dans lequel les physiciens étudient les propriétés des corps, notamment magnétiques, à très basse température. Les champs magnétiques accessibles au début du XX<sup>e</sup> siècle restent de l'ordre du Tesla, c'est-à-dire 10000 Gauss. Il faut attendre 1924 pour que commence la construction d'un grand électro-aimant à Bellevue près de Paris (futur laboratoire Aimé Cotton). Cet électro-aimant, d'une puissance de 100 kW, permettra d'obtenir des champs magnétiques allant jusqu'à 7 T.

<sup>148</sup> DEBYE Peter [1926]. La réfrigération par désaimantation adiabatique procède de la façon suivante : un corps paramagnétique est aimanté à température constante, puis il est désaimanté rapidement de façon adiabatique, ce qui conduit au refroidissement du corps. Ce comportement est analogue à celui qu'on observe dans le refroidissement par détente adiabatique dans la thermodynamique des gaz, le travail magnétique jouant le rôle du travail des forces de pression.

### 6.3. Conclusion

L'importance des résultats obtenus par Curie apparaît clairement dans cette description succincte des recherches menées en magnétisme au début du XX<sup>e</sup> siècle. Les travaux de Langevin et de Weiss mettent en évidence l'exactitude de ses conclusions et la profondeur de l'analogie qu'il apercevait entre l'intensité d'aimantation et la densité d'un fluide, l'état paramagnétique étant comparable à l'état gazeux et l'état ferromagnétique à l'état condensé<sup>149</sup>.

---

<sup>149</sup> Lors de son discours prononcé en 1970 à l'occasion de son prix Nobel de physique, Louis Néel (1904 – 2000) parlera d'*Ecole française de magnétisme* en évoquant cette collaboration fructueuse entre trois physiciens français. Cette expression est également le titre d'un article qu'il publie en 1976 dans le *Bulletin de l'Union des Physiciens* : NEEL Louis [1976]. Néel commence ses propres travaux de recherche sur le magnétisme entre 1928 et 1939 dans le laboratoire de Weiss à Strasbourg. Son prix Nobel récompense ses travaux sur le ferrimagnétisme et l'antiferromagnétisme, qui ont amené d'importantes applications en physique du solide.



## CHAPITRE X

# RETOUR SUR LE PROBLÈME DU DIAMAGNÉTISME

Duhem n'attribue assurément aucun crédit aux modèles magnétiques imaginés par Langevin et Weiss, leurs interprétations électroniques ne s'accordant aucunement avec ses convictions épistémologiques. Les travaux expérimentaux de Curie conduisent par contre à des conséquences importantes concernant sa propre théorie de l'aimantation par influence. Il se doit donc de revenir sur cette théorie et plus particulièrement sur les considérations relatives au diamagnétisme.

## I. A propos du diamagnétisme

### 1. Etat des lieux

Depuis le début de ses recherches sur le sujet, l'étude thermodynamique des corps diamagnétiques a suscité un certain nombre de paradoxes que Duhem qualifie à présent d'« *embarrassants* »<sup>1</sup>. Dans sa théorie de l'aimantation par influence publiée en 1888, Duhem attire l'attention sur quelques « *conséquences étranges* » que peut présenter le potentiel thermodynamique interne d'un corps diamagnétique, ce que semble alors confirmer certaines expériences de Paul Joubin, un ancien camarade de l'ENS. Mais l'année suivante, le John Parker montre qu'il est possible de réaliser, à l'aide d'un corps diamagnétique, un cycle isothermique fermé durant lequel les actions extérieures effectuent un travail négatif, proposition en contradiction avec le principe de Carnot. A la suite de ces travaux, Duhem décide alors de revenir sur les propositions qu'il avait établies et en déduit que l'équilibre magnétique sur un corps diamagnétique est forcément instable. L'existence du diamagnétisme semble donc une impossibilité physique et il paraît nécessaire, pour rendre compte des observations, de reprendre une ancienne hypothèse d'Edmond Becquerel : le diamagnétisme n'est qu'une apparence qu'offrent certains corps moins magnétiques que le milieu où ils sont plongés. Quelques jours avant que Duhem ne publie sa note, Eugenio Beltrami formule une proposition dans le même sens : l'équilibre d'aimantation sur un corps

---

<sup>1</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 89.

diamagnétique correspondrait toujours à un maximum du potentiel interne. De cette proposition, Beltrami en déduit la même conséquence que Duhem sur l'instabilité de l'équilibre diamagnétisme.

Ces diverses recherches semblent donc concourir à cette même conséquence, marquante au point de vue de la physique : le diamagnétisme véritable ne peut pas se rencontrer dans la nature et il est nécessaire, pour expliquer le diamagnétisme apparent, de recourir à l'hypothèse d'E. Becquerel. Pourtant, à la suite de ses recherches expérimentales minutieuses sur les propriétés magnétiques de corps en fonction de la température, Pierre Curie arrive à la conclusion suivante au milieu des années 1890 : la différence d'action de la température sur les corps magnétiques et diamagnétiques est absolument tranchée et la théorie de Becquerel, qui attribue le magnétisme et le diamagnétisme à une même cause, est en contradiction avec les faits. La théorie thermodynamique de Duhem sur les corps magnétiques ne semble donc plus satisfaire le dernier critère de validité d'une théorie physique qu'il a lui-même énoncé, à savoir la concordance avec l'expérience. Curie l'ayant averti personnellement en 1902, Duhem ne peut pas ignorer l'existence de ces contradictions qui remettent en cause plusieurs de ses anciens résultats théoriques.

## 2. Nouvelles considérations de Duhem

Après avoir mis de côté ses recherches sur le magnétisme depuis la publication de ses *Leçons*, Duhem se doit donc de reconsidérer sa théorie de l'aimantation par influence. Il faut néanmoins attendre 1913, soit plus de dix ans <sup>2</sup> après la lettre de Curie, pour qu'il publie un nouvel article sur le sujet. Publié dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, cet article est intitulé « Sur le diamagnétisme ». Dès l'introduction, Duhem annonce le résultat suivant : « aujourd'hui, nous croyons pouvoir affirmer que toutes les objections élevées contre l'existence des corps diamagnétiques reposaient sur un fondement dénué de solidité » <sup>3</sup>. Dans cet article, il ne fait mention à aucun moment de quelconques observations expérimentales pouvant impliquer le rejet de sa théorie et de l'hypothèse d'E. Becquerel. La seule donnée de l'expérience évoquée est la valeur du coefficient d'aimantation du bismuth. Que ce soit dans cet article ou dans toute autre publication sur le sujet, Duhem ne citera d'ailleurs jamais le nom de Pierre Curie, alors que les expériences menées par ce dernier semblent décisives pour l'étude des phénomènes magnétiques. Ces expériences ont-elles donc véritablement joué un rôle dans le retour de Duhem sur le problème du diamagnétisme ? Est-ce bien la lecture des conclusions expérimentales énoncées par Curie en 1895, voire la lettre envoyée par ce dernier en 1902, qui ont convaincu Duhem des incohérences de sa théorie du magnétisme ? Nous n'avons pas d'éléments qui permettent de répondre à ces questions.

---

<sup>2</sup> Dans cet intervalle de dix ans, Duhem choisit de s'intéresser à d'autres domaines de la physique, mais aussi à l'histoire des sciences.

<sup>3</sup> *Ibid*, p. 90.

Quoiqu'il en soit, pour Duhem, une expérience de physique ne peut jamais condamner une hypothèse isolée, mais seulement tout un ensemble théorique : « *lorsque l'expérience est en désaccord avec ses prévisions, elle apprend [au physicien] que l'une au moins des hypothèses qui constituent cet ensemble est erronée et doit être modifiée ; mais elle ne lui désigne pas celle qui doit être changée* »<sup>4</sup>. Duhem ne peut cependant pas se contenter d'une telle condamnation générale de sa théorie thermodynamique et va donc s'attacher à pointer la ou les hypothèses qui mettent en défaut l'ensemble de sa théorie. L'objectif de l'article « Sur le diamagnétisme » est justement la mise en lumière de cette hypothèse dénuée de solidité, à savoir le *postulat thermodynamique* sur lequel il a fait reposer sa théorie magnétique. Et plutôt que demander à l'expérience la légitimité d'une théorie appuyée sur ce postulat, Duhem préfère « *demander à l'Electrodynamique et à l'Electromagnétisme toutes les raisons, propres à confirmer ou à infirmer ce Postulat, que ces sciences peuvent nous fournir* »<sup>5</sup>. Ces deux disciplines faisant partie de ses principaux thèmes de recherche, Duhem dispose déjà de tous les outils théoriques et méthodologiques nécessaires à une telle analyse. Ces outils ont notamment été développés par Duhem dans deux articles publiés en 1896 et en 1904 et consacrés à la propagation des actions électromagnétiques et à la stabilité de l'équilibre électrique<sup>6</sup>. Une partie de l'étude électromagnétique décrite dans l'article « Sur le diamagnétisme » se situe ainsi dans le prolongement logique des recherches menées par Duhem quelques années plus tôt. Ces considérations suggèrent d'ailleurs que certains des résultats décrits en 1913 aient été obtenus, au moins partiellement, dès le début des années 1900. Si des incohérences semblaient alors paraître chez Duhem entre sa théorie thermodynamique et sa théorie électromagnétique, les résultats expérimentaux de Curie ont vraisemblablement contribué à jeter définitivement le doute sur la première de ces théories.

## II. La stabilité selon les lois de la thermodynamique

### 1. La théorie du potentiel thermodynamique

Avant d'étudier la stabilité magnétique du point de vue électromagnétique, Duhem commence par rappeler les fondements et les principaux résultats de sa théorie du potentiel thermodynamique appliquée au magnétisme. Il considère pour cela un corps magnétique parfaitement doux placé en présence d'aimants permanents absolument immuables de position et d'état. Soient  $L, M, N$  les composantes du champ magnétique engendré par ces aimants, les composantes  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  de l'aimantation au point  $(x, y, z)$  du corps aimanté vérifient les équations suivantes :

---

<sup>4</sup> DUHEM Pierre [1894d], p. 192.

<sup>5</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 104.

<sup>6</sup> DUHEM Pierre [1896c, 1903]

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= K(\mathcal{M}, T) \left( L - h \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x} \right), \\ \mathcal{B} &= K(\mathcal{M}, T) \left( M - h \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y} \right), \\ \mathcal{C} &= K(\mathcal{M}, T) \left( N - h \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial z} \right).\end{aligned}\tag{1}$$

Dans ces équations,  $K(\mathcal{M}, T)$  désigne la fonction magnétisante et  $\mathcal{V}$  la fonction potentielle magnétique définie par

$$\mathcal{V} = \int \left[ \mathcal{A}_1 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right) + \mathcal{B}_1 \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{r} \right) + \mathcal{C}_1 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \right) \right] d\varpi_1,\tag{2}$$

l'intégrale étant étendue au volume entier du corps aimanté. Pour simplifier, Duhem considère par la suite que la fonction magnétisante se réduit à un coefficient d'aimantation  $K$  indépendant de l'intensité d'aimantation  $\mathcal{M}$  et de la température  $T$ . Le corps est dit *magnétique* si  $K$  est positif et *diamagnétique* s'il est négatif. Le potentiel thermodynamique interne du système a pour expression, à une constante additive près,

$$\mathcal{F} = - \int (L\mathcal{A} + M\mathcal{B} + N\mathcal{C}) d\varpi + \mathcal{J} + \int \frac{\mathcal{M}^2}{2K} d\varpi.\tag{3}$$

$\mathcal{J}$  correspond au potentiel magnétique et les intégrales sont étendues au volume occupé par le corps parfaitement doux. On remarque alors que les équations de l'équilibre magnétique sont équivalentes à la proposition suivante : toute variation infiniment petite imposée à l'aimantation, en chaque point du corps parfaitement doux, annule la variation première du potentiel thermodynamique interne, soit  $\delta\mathcal{F} = 0$ .

Duhem a alors fait reposer l'ensemble de sa théorie de l'aimantation par influence sur un certain postulat fondamental, que l'on peut nommer *postulat thermodynamique*. Celui-ci est analogue au principe sur lequel repose la statique depuis Lagrange.

#### POSTULAT THERMODYNAMIQUE

« 1° Toute distribution du magnétisme sur le corps soumis à l'aimantation, qui rend minimum le potentiel interne  $\mathcal{F}$  du système, définit un état d'équilibre magnétique stable.

2° Si une distribution magnétique vérifié la condition  $\delta\mathcal{F} = 0$ , mais ne rend pas minimum le potentiel interne  $\mathcal{F}$ , et si, pour reconnaître qu'elle ne le rend pas minimum, il suffit de considérer le signe pris par la variation seconde  $\delta^2\mathcal{F}$ , cette distribution correspond à un état d'équilibre magnétique instable »<sup>7</sup>.

Dans les différentes publications qu'il a consacrées jusqu'ici à la théorie de l'aimantation par influence, Duhem est parvenu à déduire de nombreux corollaires de ce postulat

<sup>7</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 93.

thermodynamique. Il décide alors de reprendre la démonstration des principaux d'entre eux, ceux concernant la stabilité de l'équilibre magnétique sur un corps magnétique et sur un corps diamagnétique.

## 2. Stabilité de l'équilibre magnétique

Si les composantes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  de l'aimantation sur le corps parfaitement doux croissent respectivement de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , le potentiel thermodynamique interne passe de  $\mathcal{F}$  à  $\mathcal{F} + \varphi$ . Dans le cas particulier où la distribution magnétique initiale est une distribution d'équilibre, Duhem montre que

$$\varphi = w + \frac{1}{2K} \int (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) d\varpi. \quad (4)$$

Dans cette expression,  $w$  est une quantité positive qui a pour expression

$$w = \frac{h}{8\pi} \int \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] d\varpi, \quad (5)$$

l'intégration étant étendue à tout l'espace et  $v$  désignant la fonction potentielle associée à l'aimantation supplémentaire  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . En 1889, dans une lettre adressée à Cesàro, Beltrami est parvenu à un résultat analogue en considérant l'énergie magnétique : « *on sait que, si, à la distribution magnétique induite dans un corps par des actions magnétiques externes, données et invariables, on superpose une autre distribution magnétique quelconque, le potentiel de tout le système augmente d'une quantité qui est simplement égale au potentiel de la distribution superposée à la distribution induite* »<sup>8</sup>. De cette proposition, le savant italien en a déduit que, sur un corps magnétique, la distribution d'équilibre correspond à un minimum absolu du potentiel. En effet, lorsque  $K > 0$ , la quantité  $\varphi$  est positive et nulle seulement si la distribution additionnelle est également nulle en tout point. En vertu du postulat précédent, tout équilibre magnétique est donc stable sur un corps magnétique. Cette proposition a été énoncée par Duhem dès 1888, dans sa thèse sur l'aimantation par influence.

En plus de la proposition précédente, Beltrami énonce en outre dans sa lettre que la quantité  $\varphi$  est forcément négative si le corps est diamagnétique. Le potentiel serait donc toujours maximum à l'équilibre, en sorte que l'équilibre magnétique serait nécessairement instable sur un corps diamagnétique. Cette dernière proposition est justement celle formulée par Duhem à la même époque et sur laquelle il souhaite à présent revenir. Mais avant de considérer sa propre théorie, Duhem va s'attacher à analyser les travaux du savant italien. S'il s'était simplement contenté de rendre compte des résultats de Beltrami dans ses *Leçons*, Duhem affirme à présent que la proposition énoncée par ce dernier est inexacte : « *on trouverait sans peine l'inadvertance qui a induit en erreur l'illustre géomètre. Sans nous attarder à cette recherche, nous allons établir une proposition manifestement contradictoire du théorème de*

<sup>8</sup> BELTRAMI Eugenio [1889], p. 72. Traduction en français de Duhem : DUHEM Pierre [1892b], p. 227.

*Beltrami* »<sup>9</sup>. Duhem considère ainsi un corps de forme donnée sur lequel il place une distribution magnétique quelconque  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . La quantité  $w$  définie précédemment prend une valeur positive indépendante de la nature de la matière qui forme le corps. Il en est de même de la quantité

$$m = \int (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) d\sigma. \quad (6)$$

Or, si l'on suppose que le corps est taillé dans une matière diamagnétique dont le coefficient d'aimantation vérifie

$$|K| > \frac{m}{2w}, \quad (7)$$

il est clair que la quantité  $\varphi$  sera positive pour une semblable distribution. Sur un tel corps diamagnétique, une distribution magnétique ne correspondra peut-être pas à un minimum du potentiel interne du système mais, à coup sûr, elle ne correspondra pas à un maximum de ce potentiel : « *les considérations de Beltrami ne sauraient donc être conservées* »<sup>10</sup>.

Par contre, si le corps précédent est taillé dans une matière diamagnétique dont le coefficient d'aimantation vérifie

$$|K| < \frac{m}{2w}, \quad (8)$$

la distribution additionnelle considérée fera prendre une valeur négative à la quantité  $\varphi$ . Il existe donc des corps diamagnétiques sur lesquels aucune distribution d'équilibre ne peut rendre minimum le potentiel interne du système. A partir de la distribution magnétique d'équilibre, une perturbation infiniment petite convenablement choisie peut en effet toujours faire diminuer ce potentiel. D'après le postulat thermodynamique, « *sur un tel corps diamagnétique, tout équilibre magnétique est instable* »<sup>11</sup>. Ce résultat reproduit, sous une forme un peu différente, la proposition à laquelle Duhem était auparavant parvenu en 1889 dans son mémoire traitant *Des corps diamagnétiques* puis dans ses *Leçons*.

### 3. Détermination des conditions d'instabilité diamagnétique

#### 3.1. Considérations générales

Dans le raisonnement précédent, rien n'empêche Duhem de considérer une aimantation additionnelle  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  qui soit uniforme. Or, en faisant cette supposition particulière, il va pouvoir obtenir des conclusions plus détaillées que celles qu'il a énoncées jusqu'ici. Il peut en effet écrire :

<sup>9</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 96.

<sup>10</sup> *Ibid*, p. 96.

<sup>11</sup> *Ibid*, p. 97.

$$w = \frac{h}{2} (P_x \alpha^2 + P_y \beta^2 + P_z \gamma^2 + 2T_x \beta \gamma + 2T_y \alpha \gamma + 2T_z \alpha \beta) \varpi, \quad (9)$$

$$m = (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \varpi, \quad (10)$$

où  $\varpi$  désigne le volume du corps soumis à l'aimantation et

$$\begin{aligned} P_x \varpi &= \iint \frac{\partial^2}{\partial x \partial x_1} \left( \frac{1}{r} \right) d\varpi d\varpi_1, & T_x \varpi &= \iint \frac{\partial^2}{\partial y \partial z_1} \left( \frac{1}{r} \right) d\varpi d\varpi_1, \\ P_y \varpi &= \iint \frac{\partial^2}{\partial y \partial y_1} \left( \frac{1}{r} \right) d\varpi d\varpi_1, & T_y \varpi &= \iint \frac{\partial^2}{\partial z \partial x_1} \left( \frac{1}{r} \right) d\varpi d\varpi_1, \\ P_z \varpi &= \iint \frac{\partial^2}{\partial z \partial z_1} \left( \frac{1}{r} \right) d\varpi d\varpi_1, & T_z \varpi &= \iint \frac{\partial^2}{\partial x \partial y_1} \left( \frac{1}{r} \right) d\varpi d\varpi_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Par un changement convenable de coordonnées, on peut toujours transformer de la manière suivante l'expressions précédentes :

$$w = \frac{h}{2} (S_1 \alpha'^2 + S_2 \beta'^2 + S_3 \gamma'^2) \varpi, \quad (12)$$

$$m = (\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2) \varpi, \quad (13)$$

$S_1, S_2, S_3$  étant trois quantités positives qui, comme les quantités  $P$  et  $T$ , ne dépendent pas de la nature du corps étudié. Toute distribution uniforme distribuée sur un corps de coefficient d'aimantation  $K$  fera alors prendre à  $\varphi$  la valeur suivante :

$$\varphi = \frac{h}{2} (S_1 \alpha'^2 + S_2 \beta'^2 + S_3 \gamma'^2) \varpi + \frac{\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2}{2K} \varpi. \quad (14)$$

Soit  $S$  le plus grand des trois coefficients  $S_1, S_2, S_3$ ,

$$\varphi < \frac{\varpi}{2} \left( hS + \frac{1}{K} \right) (\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2). \quad (15)$$

Donc, si  $K$  est une quantité négative qui vérifie

$$h|K| < \frac{1}{S}, \quad (16)$$

l'addition, à partir d'un état d'équilibre magnétique, de la distribution uniforme  $\alpha', \beta', \gamma'$  aura pour effet de faire décroître le potentiel interne du système. Dès lors, si on taille un corps dont la figure, donnée d'avance, correspond à une valeur bien déterminée de la quantité  $S$ , dans une substance diamagnétique de coefficient d'aimantation assez petit pour que la condition (16) soit vérifiée, l'équilibre magnétique d'un tel corps ne pourra jamais correspondre à un minimum. S'il admet le postulat formulé précédemment, Duhem est donc conduit à la proposition suivante : « sur un tel corps diamagnétique, l'équilibre magnétique sera toujours instable »<sup>12</sup>.

<sup>12</sup> *Ibid*, p. 99.

### 3.2. Corps ellipsoïdaux et corps de forme quelconque

Duhem applique les considérations précédentes en supposant le corps ellipsoïdal. Les propriétés de la fonction potentielle d'un ellipsoïde homogène ayant été étudiées par de nombreux géomètres, Duhem dispose de résultats intéressants sur le sujet. Soient  $2a$ ,  $2b$ ,  $2c$  les longueurs des trois axes dirigés suivant les axes  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , les formules établies en 1846 par Lejeune-Dirichlet conduisent au résultat suivant <sup>13</sup> :

Posons :

$$\begin{aligned}\Phi &= \pi abc \int_0^{+\infty} \frac{d\lambda}{(a^2 + \lambda)\sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}}, \\ X &= \pi abc \int_0^{+\infty} \frac{d\lambda}{(b^2 + \lambda)\sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}}, \\ \Psi &= \pi abc \int_0^{+\infty} \frac{d\lambda}{(c^2 + \lambda)\sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}}.\end{aligned}\quad (17)$$

En tout point intérieur à l'ellipsoïde,

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 2\Phi\alpha, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 2X\beta, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 2\Psi\gamma, \quad (18)$$

soit

$$w = h(\Phi\alpha^2 + X\beta^2 + \Psi\gamma^2)\varpi = \frac{h}{2}(S_1\alpha^2 + S_2\beta^2 + S_3\gamma^2)\varpi. \quad (19)$$

Si l'ellipsoïde est placé de telle manière que

$$a \leq b \quad \text{et} \quad a \leq c, \quad (20)$$

la quantité  $S$  définie précédemment s'identifie avec la quantité  $2\Phi$ . Duhem reconnaît tout d'abord que, d'après la relation (17), la quantité  $S$  garde la même valeur pour deux ellipsoïdes homothétiques et ne dépend donc que de la forme de l'ellipsoïde. Elle tend vers sa valeur maximale lorsque l'ellipsoïde s'aplati infiniment et est minimale lorsque l'ellipsoïde s'identifie à une sphère. Soit

$$\int_0^{+\infty} \frac{2\pi a^3 d\lambda}{(a^2 + \lambda)^{5/2}} \leq S < \int_0^{+\infty} \frac{2\pi a d\lambda}{(a^2 + \lambda)^{3/2}}, \quad (21)$$

c'est-à-dire

$$\frac{4\pi}{3} \leq S < 4\pi. \quad (22)$$

<sup>13</sup> LEJEUNE-DIRICHLET Peter Gustav [1846b]. Dans le premier tome des *Leçons*, Duhem décrit les principaux travaux menés au sujet de la fonction potentielle d'un ellipsoïde : DUHEM Pierre [1891a], p. 62. Les corps ellipsoïdaux présentent notamment la propriété de s'aimanter uniformément lorsqu'ils sont soumis à un champ extérieur uniforme.



D'après cette relation et la condition ( 16 ), si le coefficient d'aimantation d'une substance diamagnétique vérifie

$$h|K| < \frac{1}{4\pi}, \quad (23)$$

aucun ellipsoïde, taillé dans une telle substance, ne pourra se recouvrir d'une distribution magnétique qui rende minimum le potentiel interne. En admettant le postulat précédent, Duhem est donc conduit à la conclusion suivante : « *aucun ellipsoïde taillé dans une telle substance ne pourra être le siège d'un équilibre magnétique stable* »<sup>14</sup>. En outre, si l'on impose à la substance considérée la forme d'une sphère, la condition devient plus restrictive, soit

$$h|K| < \frac{3}{4\pi}. \quad (24)$$

Cette dernière proposition peut en fait s'étendre à un corps diamagnétique de *forme quelconque*. En effet, pour un tel corps, on peut toujours supposer que la distribution magnétique additionnelle soit uniforme à l'intérieur d'une sphère dessinée à l'intérieur de ce corps et nulle en tout point extérieur de cette sphère. Si donc il admet la légitimité du postulat thermodynamique, Duhem est conduit à la conclusion suivante : « *l'existence des substances pour lesquelles on aurait à la fois*

$$K < 0 \quad (25)$$

$$1 + \frac{4\pi}{3} hK > 0 \quad (26)$$

*apparaît comme une impossibilité naturelle* »<sup>15</sup>. Ces conditions précédentes semblent donc interdire l'existence des corps trop faiblement diamagnétiques. Or, pour le bismuth, qui est le corps diamagnétique dont le coefficient d'aimantation a la plus grande valeur absolue,

$$hK = -146 \times 10^{-7}. \quad (27)$$

Les conditions d'instabilité précédentes sont donc précisément vérifiées par toutes les substances diamagnétiques connues. Duhem se trouve donc devant l'alternative suivante :

- ou bien l'existence des corps faiblement diamagnétiques est une impossibilité physique. Selon l'hypothèse d'E. Becquerel, les corps naturels ne seraient diamagnétiques qu'en apparence : l'éther du vide étant lui-même magnétique, les corps qui paraissent diamagnétiques seraient simplement ceux qui sont moins magnétiques que l'éther ;
- le postulat thermodynamique n'est pas exact.

Sans indiquer que la première solution est en contradiction avec les conclusions expérimentales de Curie, Duhem va alors s'attacher à montrer l'inexactitude du postulat thermodynamique en s'appuyant sur les lois de l'électromagnétisme.

<sup>14</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 102.

<sup>15</sup> *Ibid*, p. 103.

### III. La stabilité selon les lois de l'électromagnétisme

#### 1. Stabilité de l'équilibre magnétique

Dans son article « Sur la propagation des actions électrodynamiques » publié en 1896, Duhem est parvenu à généraliser une proposition que Helmholtz avait énoncée au sujet de la stabilité de l'équilibre électrique <sup>16</sup>. Il a ainsi établi que l'équilibre est stable si les conditions suivantes sont vérifiées :

1° la constante n'est pas négative :  $\lambda \geq 0$  ;

2° le coefficient de polarisation F n'est négatif pour aucun corps :  $F \geq 0$  ;

3° le coefficient d'aimantation K n'est négatif pour aucun corps :  $K \geq 0$ .

Dans sa démonstration, Duhem a supposé que les corps susceptibles de s'aimanter et de prendre une polarisation électrique étaient laissés à eux-mêmes. Cette démonstration s'étend en fait sans peine au cas où ces corps sont soumis à l'influence d'un corps permanent dont l'aimantation, l'électrisation, la polarisation diélectrique et les courants électriques y sont invariables. Ce problème général renferme celui de l'équilibre magnétique qui intéresse ici particulièrement Duhem. Il est donc amené à introduire certaines précisions qui n'étaient pas indiquées dans son premier article. Il se doit notamment de préciser ce qu'il entend par *stabilité de l'équilibre magnétique*.

Duhem considère le système suivant : un ou plusieurs corps susceptibles d'être aimantés, d'être électrisés, de prendre une polarisation diélectrique, d'être parcourus par des courants électriques, sont mis en présence de corps immobiles et permanents. Sur les corps non permanents s'établit, par hypothèse, un certain état d'équilibre magnétique et diélectrique. A cet état d'équilibre, on apporte, d'une façon quelconque, une certaine perturbation initiale. Cette perturbation consiste à superposer certaines distributions additionnelles aux distributions magnétique, électrique et diélectrique qui caractérisent l'état d'équilibre et à lancer, dans la masse des corps non permanents, certains courants électriques. Parmi toutes les grandeurs qui caractérisent l'état du système, l'aimantation se met en particulier à varier : en chaque point  $(x, y, z)$  d'un corps non permanent, les composantes  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  de l'aimantation à l'équilibre deviennent  $\mathcal{A} + \alpha$ ,  $\mathcal{B} + \beta$ ,  $\mathcal{C} + \gamma$ , l'aimantation supplémentaire variant avec le temps  $t$ . Supposons que l'on se donne une quantité positive arbitraire D, aussi petite que l'on veut. Duhem dira que l'équilibre magnétique est *stable* si des limites supérieures peuvent être imposées aux valeurs absolues des intensités d'aimantation, des densités électriques, des intensités de polarisation diélectrique, des densités de courant électrique qui caractérisent la perturbation initiale, telles que, quel que soit  $t$ ,

$$\int (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) d\omega < D. \quad (28)$$

<sup>16</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B42.

Cette définition de la stabilité de l'équilibre magnétique, similaire à la définition de la stabilité utilisée par Liapounoff, permet à Duhem de retrouver l'ensemble des propositions énoncées précédemment : la stabilité de l'équilibre magnétique sur un système quelconque est assurée si  $\lambda \geq 0$ ,  $F \geq 0$  et  $K \geq 0$ .

Dans un article « Sur la stabilité électrique » publié en 1904, Duhem est en outre parvenu à montrer que certaines de ces conditions suffisantes pour la stabilité de l'équilibre sont également nécessaires<sup>17</sup>. En effet, en s'appuyant sur des procédés analogues à ceux dont Liapounoff avait fait usage dans l'étude de la stabilité mécanique, il a ainsi démontré les propositions suivantes :

- attribuer une valeur négative à la constante de Helmholtz  $\lambda$  est une impossibilité physique ;
- l'existence d'une substance diélectrique dont le coefficient de polarisation  $F$  est négatif constitue une autre impossibilité physique.

Bien que Duhem ne décrive dans cet article aucune proposition analogue relative au coefficient d'aimantation  $K$ , il paraît très probable qu'il ait également tenté d'étudier ce problème. Il dispose en effet de toutes les équations et de tous les outils méthodologiques qui lui ont été utiles pour étudier l'influence de  $\lambda$  et de  $F$  sur la stabilité du système. Néanmoins, si la condition suffisante de stabilité  $K \geq 0$  obtenue en 1896 s'accorde bien avec la proposition tirée de la théorie du potentiel thermodynamique (stabilité des corps magnétique), la condition nécessaire et suffisante de stabilité déduite de cette nouvelle étude électromagnétique ne se conforme plus aux résultats thermodynamiques. Ne voyant pas comment expliquer cette contradiction, il aurait alors renoncé à décrire les résultats relatifs au coefficient d'aimantation. Si cette hypothèse est vraisemblable, aucun élément ne permet néanmoins de l'assurer. Quoi qu'il en soit, l'examen du cas  $K < 0$  est décrit pour la première fois en 1913 et constitue une extension des raisonnements suivis par Duhem dans les articles publiés en 1896 et en 1904.

## 2. Les corps diamagnétiques ( $K < 0$ )

Duhem analyse deux situations différentes : (i) celle où le corps susceptible de s'aimanter est conducteur de l'électricité mais se trouve privé de tout pouvoir diélectrique, (ii) celle où le corps, magnétique et conducteur, est également capable de polarisation diélectrique. Ce dernier cas, plus calculatoire, s'appuie sur des raisonnements analogues à ceux suivis par Duhem dans son article de 1904. Nous nous bornerons donc à l'analyse du cas (i). Soit  $K$  le coefficient d'aimantation du corps étudié et  $\rho$  sa résistance spécifique.

---

<sup>17</sup> DUHEM Pierre [1903].

## 2.1. Hypothèse sur le champ total

Les raisonnements que Duhem développe par la suite supposent que le corps capable de s'aimanter, noté (1), soit placé dans des conditions toutes différentes de celles considérées jusqu'alors. Au lieu de considérer ce corps soumis à l'action de corps permanents, il suppose en effet que les corps extérieurs soient disposés de telle manière que le *champ total* possède une grandeur et une direction données en tout point qui est intérieur au corps (1) et infiniment voisin de la surface qui borne ce corps. Le champ total résulte de la superposition du champ engendré les corps extérieurs et du champ créé par le corps (1) lui-même, du fait d'aimantation qui s'y développe et des courants qui le traversent. Compte tenu de la relation de proportionnalité entre l'aimantation et le champ total, les conditions précédentes reviennent à admettre que l'aimantation garde une grandeur et une direction données en tout point infiniment de la surface qui limite le corps (1).

Lorsque le champ engendré par le corps (1) varie, les aimants et les courants extérieurs devront éprouver des changements combinés adéquates pour maintenir au champ total la grandeur et la direction qui lui ont été assignés. Les aimants et les courants extérieurs ne pourront donc en général plus être permanents. Duhem ne cherche pas à décrire une disposition pratique qui permette de réaliser ces conditions particulières. Il admet ainsi que ces conditions puissent constituer une abstraction, mais il souligne toutefois que cette hypothèse n'est pas plus fictive que l'aimant capable de garder une aimantation invariable ou que les corps qui, en thermodynamique, sont capables de maintenir une valeur donnée de la température. L'hypothèse de Duhem n'est donc pas plus déraisonnable que celle des aimants permanents et des thermostats. Nous verrons par la suite les raisons qui poussent Duhem à recourir à une telle hypothèse.

## 2.2. Stabilité du mouvement magnétique

Dans son article « Sur la propagation des actions électrodynamiques » publié en 1896, Duhem a montré que, sur un tel corps, les composantes de l'aimantation vérifient l'équation aux dérivées partielles suivante <sup>18</sup> :

$$\Delta p - \frac{4\pi(1+4\pi hK)}{\rho} \frac{A^2}{2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (29)$$

Pour étudier la stabilité de l'équilibre magnétique, il considère deux mouvements magnétiques pour lesquels les conditions initiales sont voisines. Pour le premier mouvement, les composantes de l'aimantation  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  ont pour valeur  $\mathcal{A}_0$ ,  $\mathcal{B}_0$ ,  $\mathcal{C}_0$  à l'instant initial  $t=0$ , en tout point du corps (1). Un second mouvement est déterminé en prenant une aimantation initiale  $\mathcal{A}_0 + \alpha_0$ ,  $\mathcal{B}_0 + \beta_0$ ,  $\mathcal{C}_0 + \gamma_0$ . Au cours de ce second mouvement, l'aimantation a pour composantes  $\mathcal{A} + \alpha$ ,  $\mathcal{B} + \beta$ ,  $\mathcal{C} + \gamma$ . Soit  $D$  une constante positive

<sup>18</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B63.

arbitrairement choisie, le premier mouvement sera stable si l'on peut imposer des limites supérieures aux valeurs absolues de  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  telles que, quel que soit  $t$ ,

$$\int (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) d\varpi < D. \quad (30)$$

Les deux mouvements magnétiques sont gouvernés par l'équation (29), ce qui implique notamment que  $\alpha$  vérifie cette même équation. En multipliant les deux membres de cette équation par  $\alpha d\varpi$  puis en intégrant sur le volume entier du corps (1), Duhem obtient alors

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \alpha^2 d\varpi = \frac{\rho}{\pi A^2 (1 + 4\pi hK)} \int \alpha \Delta \alpha d\varpi. \quad (31)$$

Le théorème de Green permet d'écrire

$$\int \alpha \Delta \alpha d\varpi = - \int \left[ \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right)^2 \right] d\varpi - \int \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial N} dS, \quad (32)$$

la première intégrale étant étendue au volume du corps (1) et la seconde à la surface de ce corps. Mais comme la valeur de l'aimantation est imposée au voisinage de la surface du corps (1) pour les deux mouvements,  $\alpha$  y est nulle quel que soit le temps  $t$ . L'hypothèse particulière sur le champ total a donc été évoquée par Duhem dans le but de s'affranchir de l'intégrale étendue à la surface du corps (1). Cela le conduit à la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \alpha^2 d\varpi = - \frac{\rho}{\pi A^2 (1 + 4\pi hK)} \int \left[ \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right)^2 \right] d\varpi. \quad (33)$$

- 1<sup>er</sup> cas :  $1 + 4\pi hK > 0$

Si  $(1 + 4\pi hK)$  est positif, le second membre de l'égalité précédente ne peut jamais être positif. La quantité positive

$$\int \alpha^2 d\varpi,$$

ne peut donc que décroître, en sorte qu'elle ne peut jamais dépasser sa valeur initiale

$$\int \alpha_0^2 d\varpi.$$

Comme des propositions analogues peuvent être démontrées pour les quantités  $\beta$  et  $\gamma$ , la condition (30) sera vérifiée, quel que soit  $t$ , si l'on a

$$\int (\alpha_0^2 + \beta_0^2 + \gamma_0^2) d\varpi < D. \quad (34)$$

Duhem peut donc énoncer le théorème suivant : « *quel que soit le signe du coefficient d'aimantation  $K$ , tout mouvement magnétique est assurément stable sur un corps pour lequel le binôme  $(1 + 4\pi hK)$  est positif* »<sup>19</sup>.

<sup>19</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 111.

- 2<sup>ème</sup> cas :  $1 + 4\pi hK < 0$

En dérivant par rapport au temps l'égalité (31), puis en tenant compte de l'équation (29) vérifiée par  $\alpha$ , Duhem établit que

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \alpha^2 d\varpi = \frac{\rho^2}{\pi^2 A^4 (1 + 4\pi hK)^2} \int \Delta \alpha^2 d\varpi. \quad (35)$$

Cette égalité montre que la quantité

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \alpha^2 d\varpi \quad (36)$$

est une fonction croissante du temps. Elle garde donc, quel que soit  $t$ , une valeur au moins égale à la valeur  $\delta$  qu'elle avait à  $t = 0$ . D'après l'équation (33),

$$\delta = -\frac{\rho}{\pi A^2 (1 + 4\pi hK)} \int \left[ \left( \frac{\partial \alpha_0}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \alpha_0}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \alpha_0}{\partial z} \right)^2 \right] d\varpi. \quad (37)$$

D'après l'hypothèse invoquée sur le champ total,  $\alpha_0$  est nulle en tout point infiniment voisin de la surface du corps (1). D'autre part, parmi les trois quantités  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\gamma_0$ , il en est assurément au moins une qui n'est pas nulle en tout point du corps aimanté (1). En choisissant convenablement les axes de coordonnées, on peut donc toujours supposer que  $\alpha_0$  vérifie cette condition. Dès lors, on ne pourra pas avoir, en tout point du corps (1),

$$\frac{\partial \alpha_0}{\partial x} = \frac{\partial \alpha_0}{\partial y} = \frac{\partial \alpha_0}{\partial z} = 0. \quad (38)$$

La quantité  $\delta$  possède donc une valeur strictement positive, ce qui implique que

$$\int \alpha^2 d\varpi \quad (39)$$

croît donc au-delà de toute limite avec le temps. D'où la conclusion suivante : « si, pour un corps diamagnétique, le binôme  $(1 + 4\pi hK)$  est négatif, tout mouvement magnétique et, en particulier, tout équilibre magnétique, obtenus sur ce corps dans les conditions indiquées, sont instables »<sup>20</sup>.

## IV. Thermodynamique et électromagnétisme

### 1. Incompatibilité des conditions de stabilité

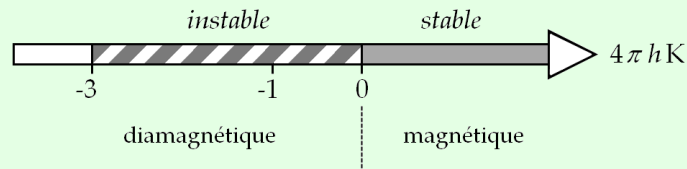
En s'appuyant d'une part sur le postulat thermodynamique et d'autre part sur les lois de l'électromagnétisme, Duhem est parvenu à énoncer différentes conditions de stabilité et d'instabilité de l'équilibre magnétique. Il lui faut à présent comparer ces différents résultats :

<sup>20</sup> *Ibid*, p. 113.

### CONDITIONS DE STABILITÉ DICTÉES PAR LE POSTULAT THERMDYNAMIQUE

Si  $K > 0$ , l'équilibre magnétique est stable.

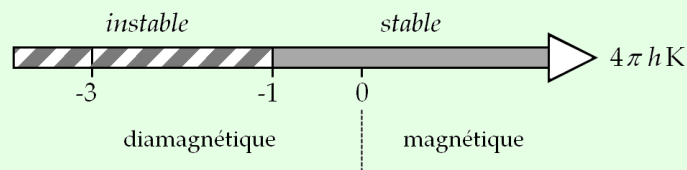
Si  $K < 0$  et  $(1 + \frac{4}{3}\pi h K) > 0$ , l'équilibre magnétique est instable.



### CONDITIONS DE STABILITÉ DICTÉES PAR LES LOIS DE L'ÉLECTROMAGNETISME

Si  $(1 + 4\pi h K) > 0$ , l'équilibre magnétique est stable.

Si  $(1 + 4\pi h K) < 0$ , l'équilibre magnétique est instable.



Ces conditions de stabilité apparaissent clairement incompatibles entre elles dans le cas où les corps sont diamagnétiques. Il semble donc que le postulat énoncé par Duhem en thermodynamique reçoive un démenti de la part des équations de l'électromagnétisme. Néanmoins, avant de faire ce constat, Duhem doit tout d'abord s'assurer que ces différents résultats soient bien comparables entre eux. Le corps diamagnétique pour lequel il discute de la stabilité de l'équilibre magnétique n'est en effet pas placé dans les mêmes conditions lorsqu'il fait usage du postulat relatif au potentiel thermodynamique et lorsqu'il lui applique les équations de l'électromagnétisme. Dans chaque cas, les conditions d'étude ont été choisies pour faciliter, voire pour légitimer, l'analyse de l'équilibre magnétique. Dans son étude thermodynamique, Duhem suppose ainsi le corps diamagnétique soumis à l'influence de corps permanents, les seuls corps qui, avec les corps parfaitement doux, soient susceptibles d'être régis par les deux principes de la thermodynamique. Dans son étude électromagnétique, il maintient par contre invariable le champ total à la surface de ce corps, ce qui lui permet de simplifier l'analyse des équations du mouvement magnétique. Ces conditions d'étude étant différentes, on pourrait sans absurdité admettre que l'équilibre magnétique, stable dans un cas, ne l'est pas dans l'autre.

Pour pouvoir confronter les résultats précédents, Duhem se doit donc de définir un cas où les deux dispositifs cessent d'être différents l'un de l'autre. Il montre alors que toutes les formules écrites précédemment peuvent s'appliquer au système suivant : un corps magnétique illimité en tout sens, soustrait à l'action de tout corps étranger et pour lequel les composantes de l'aimantation et ses dérivées partielles s'annulent suffisamment rapidement lorsque la distance tend vers l'infini. Pour l'étude thermodynamique, il s'agit donc d'un système sans aimant permanent, l'équilibre correspondant au milieu désaimanté. Et pour l'étude électromagnétique, le champ total est posé nul à l'infini <sup>21</sup>. Appliqués à ce même problème, le postulat thermodynamique et les lois de l'électromagnétisme conduisent donc bien à des résultats contradictoires. Et cette incompatibilité impose donc le rejet du postulat sur lequel Duhem a fait reposer sa théorie de l'aimantation par influence.

## 2. Recours nécessaire à l'électromagnétisme

Rappelons ici les propositions qu'impliquent le postulat thermodynamique : (i) si le potentiel thermodynamique est minimum, l'équilibre est assurément stable, (ii) lorsque le potentiel n'est pas minimum, et qu'on peut le reconnaître à la seule inspection de la variation seconde, l'équilibre est instable. Ce postulat constitue en fait la généralisation de propositions énoncées pour la première fois en mécanique. Les travaux de Lagrange et Lejeune-Dirichlet ont ainsi montré que, pour un système mécanique soumis à des forces dérivant d'un potentiel, une position d'équilibre est stable si, dans cette position, le potentiel est minimum. L'application du principe de conservation de l'énergie et du principe de Carnot-Clausius a permis à Gibbs, Helmholtz et Duhem d'énoncer une proposition semblable en thermodynamique. Liapounoff et Hadamard sont parvenus récemment à démontrer en mécanique la proposition (ii), qui correspond à la réciproque du théorème de Lagrange et de Lejeune-Dirichlet. Cependant, leurs démonstrations se limitent aux systèmes mécaniques dénués de viscosité et définis par un nombre limité de variables <sup>22</sup>. Si cette proposition n'est pas justifiée d'une manière entièrement générale en mécanique, il paraît ainsi raisonnable d'en douter dans le cas où on l'applique au magnétisme.

En quoi consiste d'ailleurs un problème de stabilité de l'équilibre ? Le système étant pris à l'équilibre, on l'écarte de cet état, ce qui met le système en mouvement. Pour affirmer que l'état d'équilibre est stable, il faut prouver que, si la perturbation initiale est suffisamment petite, ce mouvement éloignera très peu le système de l'état d'équilibre considéré. Le problème de la stabilité de l'équilibre n'est donc pas une question relative à la

<sup>21</sup> On peut remarquer que, dans son article « Sur la stabilité électrique » rédigé en 1903, Duhem considère justement un corps conducteur illimité dans lequel l'intensité du courant et ses dérivées temporelles s'annulent à l'infini comme des fonctions potentielles électrostatiques. Cette hypothèse lui permet notamment de s'affranchir de l'intégrale surfacique après application du théorème de Green (DUHEM Pierre [1903], p. 18).

<sup>22</sup> LIAPOUNOFF Alexandre M. [1892] ; HADAMARD Jacques [1896, 1897].



statique du système, mais à son mouvement. Or le mouvement magnétique ne reçoit pas ses lois des équations de la dynamique, mais des équations de l'électromagnétisme et de l'électrodynamique qui en sont toutes différentes. En admettant le postulat thermodynamique, Duhem a ainsi été conduit à des conséquences que l'électromagnétisme est ensuite venu contredire : « *on pensait pouvoir traiter du mouvement du magnétisme sur un corps en faisant abstraction des courants électriques dont ce corps est le siège ; c'était, assurément, une supposition illégitime ; tout raisonnement correct sur le mouvement du magnétisme (et les problèmes de stabilité d'équilibre sont des problèmes de mouvement) exige qu'on recoure aux lois de l'Electrodynamique et de l'Electromagnétisme ; l'emploi de ces lois a tôt fait de montrer l'inexactitude des raisonnements qui prétendaient sans passer, et de faire évanouir les propositions paradoxales auxquelles ces raisonnements avaient conduit* »<sup>23</sup>. Sans en avoir alors mesuré les conséquences pour ses propres travaux, Duhem avait d'ailleurs déjà souligné en 1892, dans ses *Commentaires aux principes de la Thermodynamique*, que des grandeurs considérées comme indépendantes *par définition*, l'intensité d'aimantation et l'intensité du courant dans notre cas, pouvaient toutefois ne pas être *physiquement* indépendantes : « *une modification virtuelle, bien que compatible avec les définitions des variables propres à représenter les divers états du système, peut être en opposition avec certaines lois physiques, et, par conséquent, physiquement irréalisables* »<sup>24</sup>. Parmi les propositions auxquelles sa théorie de l'aimantation par influence l'a conduit entre 1887 et 1892, Duhem doit ainsi revoir l'ensemble des résultats pour lesquelles les courants induits qui prennent naissance lors de la variation de l'aimantation ne peuvent pas être négligés.

Si la statique des corps magnétiques reste valable, l'analyse de la stabilité de l'équilibre et du mouvement d'une masse magnétique ne l'est plus. Les considérations précédentes montrent ainsi que l'existence des courants induits rétablit la stabilité du diamagnétisme, du moins tant que ce pouvoir diamagnétique n'est pas suffisamment fort pour changer le signe de la susceptibilité magnétique. Les objections formulées contre l'existence de corps diamagnétiques s'évanouissent en effet si ces corps sont assez faiblement diamagnétiques pour le binôme  $(1+4\pi hK)$  soit positif, ce qui est vérifié pour tous les corps étudiés expérimentalement. Concernant la chaleur dégagée durant le déplacement d'une masse magnétique, Duhem avait remarqué dans ses *Leçons* que l'expression obtenue était de la même forme que celle qui convient à un phénomène réversible « *bien que la transformation considérée [...] soit réalisable et, par conséquent, non réversible* »<sup>25</sup>. Cette propriété expliquait donc, selon lui, la validité de la formule énoncée par Thomson malgré un traitement erroné de l'effet magnéto-calorique, considérant comme réversible un phénomène qui ne l'est pas. Pourtant, si le système renferme des corps conducteurs, Duhem ne tient pas compte des

---

<sup>23</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 90.

<sup>24</sup> DUHEM Pierre [1892d], p. 277.

<sup>25</sup> *Ibid*, p. 282. Ce problème a été étudié au chapitre III, § III.

courants qui y prennent nécessairement naissance durant le déplacement de la masse magnétique. Les raisonnements qu'il effectue ne sont donc valables que si l'effet de ces courants est négligeable, c'est-à-dire si le mouvement est infiniment lent : en d'autres termes, si la transformation est réversible.

### 3. Les corps diamagnétiques et le principe de Carnot-Clausius

L'importance des considérations précédentes peut également être mise en lumière par l'analyse des travaux de Parker sur le principe de Carnot. Si Duhem est parvenu à faire évanouir toutes les objections que Beltrami et lui-même avaient élevées contre l'existence des corps diamagnétiques, il prend en effet également la peine de montrer là où pêche l'argumentation développée par Parker au sujet du diamagnétisme. Alors qu'il s'était simplement contenté de rendre compte des arguments de ce dernier dans ses précédentes publications, il s'attache à présent à analyser minutieusement les réflexions de Parker. Dans son article publié en 1889, ce dernier décrit, à l'aide d'un corps diamagnétique, un cycle isothermique qui fournit un gain de travail, ce qui est contraire au principe de Carnot-Clausius<sup>26</sup>. Trois voies se présentent alors pour résoudre cette difficulté :

1. Le travail obtenu a été créé de rien. Cette manière de voir est en contradiction à la fois avec le principe de conservation de l'énergie et avec le principe de Carnot-Clausius, tandis que ces principes sont universellement acceptés ;
2. Le développement du magnétisme sur les corps diamagnétiques est instantané. Parker considère cette hypothèse comme peu probable car cela serait contraire à ce qui arrive pour les autres phénomènes physiques, qui exigent un certain temps ;
3. Le travail obtenu a été produit aux dépens de la chaleur. Dans ce cas, le principe de conservation de l'énergie demeure intact, mais le principe de Carnot-Clausius est en défaut. Pour éviter la possibilité de créer un mouvement perpétuel, il devient alors nécessaire de modifier ce dernier principe.

Dans le cycle décrit par Parker, le corps magnétique se déplace au voisinage d'un aimant permanent. Duhem préfère par contre considérer un cycle analogue dont le parcours laisse le corps immobile : « *les principes et les résultats restent essentiellement les mêmes, mais la discussion en est rendue plus aisée* »<sup>27</sup>. Il imagine ainsi un corps immobile dans une région de l'espace où des corps extérieurs au système étudié engendrent un certain champ magnétique. Soient  $L$ ,  $M$ ,  $N$  les composantes de ce champ extérieur et  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  les composantes de l'aimantation prise par le corps magnétique constituant le système étudié. Si ce corps n'est parcouru par aucun courant, ni de conduction ni de déplacement, et s'il reste immobile, les

<sup>26</sup> PARKER John [1889a].

<sup>27</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 154.

forces extérieures effectuent le travail élémentaire suivant lors d'une modification élémentaire de l'aimantation :

$$d\tau = \int (L \delta \mathcal{A} + M \delta \mathcal{B} + N \delta \mathcal{C}) d\varpi. \quad (40)$$

Cela posé, Duhem considère le cycle suivant, réalisé à température constante :

1° Au début de la première opération, les corps extérieurs sont supposés dépourvus de tout courant et de toute aimantation, en sorte que le champ extérieur est nul. Le corps magnétique est lui complètement désaimanté :

$$\begin{aligned} L &= 0, & M &= 0, & N &= 0, \\ \mathcal{A} &= 0, & \mathcal{B} &= 0, & \mathcal{C} &= 0. \end{aligned}$$

Brusquement, c'est-à-dire en un temps nul, le champ extérieur est établi. En admettant comme Parker qu'aucune aimantation ne peut être instantanée, l'aimantation du corps considéré reste nulle pendant cette opération de durée nulle :

$$\begin{aligned} L &= L_0, & M &= M_0, & N &= N_0, \\ \mathcal{A} &= 0, & \mathcal{B} &= 0, & \mathcal{C} &= 0. \end{aligned}$$

2° La seconde opération consiste à laisser le corps magnétique sous l'action du champ extérieur maintenu invariable, assez longtemps pour que le corps prenne l'aimantation d'équilibre qui convient à ce champ. Donc, à la fin de cette opération,

$$\begin{aligned} L &= L_0, & M &= M_0, & N &= N_0, \\ \mathcal{A} &= \mathcal{A}_0, & \mathcal{B} &= \mathcal{B}_0, & \mathcal{C} &= \mathcal{C}_0. \end{aligned}$$

3° Le champ extérieur est alors brusquement anéanti durant la troisième opération. En vertu de la supposition formulée pour la première opération, l'aimantation du corps ne varie pas :

$$\begin{aligned} L &= 0, & M &= 0, & N &= 0, \\ \mathcal{A} &= \mathcal{A}_0, & \mathcal{B} &= \mathcal{B}_0, & \mathcal{C} &= \mathcal{C}_0. \end{aligned}$$

4° La quatrième opération consiste à laisser le corps sous l'action du champ extérieur nul assez longtemps pour qu'il se désaimante totalement :

$$\begin{aligned} L &= 0, & M &= 0, & N &= 0, \\ \mathcal{A} &= 0, & \mathcal{B} &= 0, & \mathcal{C} &= 0. \end{aligned}$$

Le corps magnétique parcourt donc un cycle fermé isothermique. Si ce cycle diffère de celui de Parker, des suppositions semblables ont été faites, en sorte que ces deux cycles doivent conduire à des conclusions semblables.

D'après l'expression précédente du travail élémentaire, les actions extérieures accomplissent le travail suivant durant le parcours du cycle décrit par Duhem :

$$\tau = \int (L_0 \mathcal{A}_0 + M_0 \mathcal{B}_0 + N_0 \mathcal{C}_0) d\varpi. \quad (41)$$

Or les composantes  $\mathcal{A}_0$ ,  $\mathcal{B}_0$ ,  $\mathcal{C}_0$  de l'aimantation d'équilibre correspondant au champ extérieur  $L_0$ ,  $M_0$ ,  $N_0$  vérifient

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_0 &= K \left( L_0 - h \frac{\partial \mathcal{V}'_0}{\partial x} \right), \\ \mathcal{B}_0 &= K \left( M_0 - h \frac{\partial \mathcal{V}'_0}{\partial y} \right), \\ \mathcal{C}_0 &= K \left( N_0 - h \frac{\partial \mathcal{V}'_0}{\partial z} \right),\end{aligned}\tag{42}$$

$K$  étant le coefficient d'aimantation du corps considéré et  $\mathcal{V}'_0$  la fonction potentielle due à la distribution  $\mathcal{A}_0$ ,  $\mathcal{B}_0$ ,  $\mathcal{C}_0$ . D'après une transformation usuelle, Duhem peut alors écrire

$$\tau = 2 \left( \mathcal{J}_0 + \int \frac{\mathcal{A}_0^2 + \mathcal{B}_0^2 + \mathcal{C}_0^2}{2K} d\sigma \right),\tag{43}$$

$\mathcal{J}_0$  étant le potentiel magnétique de la distribution d'équilibre. Ce résultat est indépendant de la nature du corps magnétique et de la figure qu'il affecte. Duhem imagine alors que la substance considérée est diamagnétique, mais assez faiblement pour que  $(1 + 4\pi hK)$  reste positif. Il suppose ensuite que le corps possède la forme d'un ellipsoïde quelconque et que le champ extérieur est uniforme. Il sait que, dans ces conditions, l'aimantation d'équilibre sera une aimantation uniforme. Dès lors, les résultats obtenus au début de son article lui apprennent que le travail effectué  $\tau$  est négatif. Duhem est donc parvenu, comme Parker, à constituer un cycle isothermique qui contredit le principe de Carnot-Clausius.

Mais pour Duhem, le raisonnement qu'il vient de suivre est « vicieux »<sup>28</sup>, tout comme celui de Parker. Ce dernier avait d'ailleurs entrevu ce en quoi il pouvait pêcher. Duhem a en effet suivi les idées de Parker en admettant, d'une part, qu'une variation brusque du champ magnétique n'entraîne aucune variation brusque de l'aimantation et, d'autre part, que le système ne renferme ni courant de conduction ni courant de déplacement. Or cette seconde supposition entraîne cette conséquence : les équations (42) sont, à chaque instant, applicables. Dès lors, il est contradictoire d'imaginer qu'une variation brusque du champ n'entraîne pas une variation de l'aimantation : « *le raisonnement précédent est illogique* ». Si l'on veut qu'une variation de l'aimantation ne puisse se produire brusquement, il faut que les équations (42) cessent d'être valables. Pour cela, il faut et il suffit que le corps soit le siège de courants. Mais dans ce cas, le travail des forces extérieures ne vérifie plus la formule (40) précédente. Et c'est justement le calcul exact de ce travail qui va faire disparaître tout paradoxe relatif aux corps diamagnétiques.

<sup>28</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 158.

Duhem considère un corps susceptible de s'aimanter et de prendre une polarisation diélectrique, de composantes  $\mathcal{A}'$ ,  $\mathcal{B}'$ ,  $\mathcal{C}'$ . Ce corps peut être le siège de courant de conduction et de courant de déplacement, la densité de courant total ayant pour composantes  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$ . En chaque point de ce corps agissent un champ magnétique extérieur dont les composantes sont L, M, N, et un champ électrique extérieur dont les composantes sont X, Y, Z. Si le corps demeure immobile, le travail accompli par les actions extérieures, pendant un temps  $dt$ , se compose de deux termes :

$$\tau = \tau' + \tau'', \quad (44)$$

où  $\tau$  est le travail magnétique externe :

$$\tau' = dt \int (L \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} + M \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} + N \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t}) d\varpi, \quad (45)$$

et  $\tau''$  le travail électrique externe :

$$\tau'' = dt \int (X \varphi + Y \psi + Z \chi) d\varpi. \quad (46)$$

En appliquant les principes de son électrodynamique, Duhem est alors conduit à l'expression suivante après quelques lignes de calcul :

$$\begin{aligned} \tau = dt \int \rho (u^2 + v^2 + w^2) d\varpi \\ + dt \frac{d}{dt} \left( \int \frac{\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 + \mathcal{C}^2}{2K} d\varpi + \int \frac{\mathcal{A}'^2 + \mathcal{B}'^2 + \mathcal{C}'^2}{2F} d\varpi + W + \mathcal{J} - \Pi \right). \end{aligned} \quad (47)$$

Dans cette expression,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  désignent les composantes du courant de conduction,  $W$  le potentiel électrostatique du système,  $\mathcal{J}$  le potentiel magnétique et  $\Pi$  le potentiel électrodynamique. On peut remarquer que cette égalité est analogue à celle obtenue par Duhem en 1896, au moment où il étudiait les conditions de stabilité de l'équilibre électrique sur un système immobile <sup>29</sup>. Intégré le long d'un cycle isothermique fermé, l'expression précédente du travail des actions extérieures se réduit à

$$\tau = \int_{t_0}^t \int \rho (u^2 + v^2 + w^2) d\varpi. \quad (48)$$

Cette quantité est positive si le système a été parcouru par des courants et nul en tout autre cas, ce qui est conforme à la proposition énoncée par Clausius. Ce résultat fait donc disparaître tout paradoxe relatif à l'existence des corps diamagnétiques. D'où la conclusion formulée par Duhem : « on voit, par cet exemple, combien il est dangereux, en l'étude thermodynamique de phénomènes irréversibles, d'employer des raisonnements intuitifs et sommaires analogue à celui dont M. J. Parker a fait usage. Il est indispensable de suivre dans le détail la transformation réellement éprouvée par le système, en écrivant, à chaque instant, les équations qui régissent le mouvement de ce système. Cette méthode lente, mais sûre, est la seule qui nous puisse

<sup>29</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B48. Ces travaux ont été étudiés au chapitre VIII, § IV, section 2. Duhem y étudie un système au sein duquel le champ magnétique extérieur et le champ électrique extérieur sont nuls. Le premier terme de l'égalité précédente, correspondant au travail des actions extérieures, est donc nul dans ce cas.

mettre en garde contre les propositions paradoxales ou contradictoires auxquelles on est souvent conduit par l'emploi de procédés trop brefs et trop peu rigoureux »<sup>30</sup>. Cet avertissement apparaît d'ailleurs comme un reproche qu'il peut adresser à ses propres recherches menées sur le magnétisme dans les premières années de sa carrière scientifique.

#### 4. Corps diélectriques et corps magnétiques

C'est en imitant les représentations qui avaient été adoptées pour décrire les corps magnétiques que s'est développée l'étude des phénomènes présentés par les corps diélectriques. La statique des corps diélectriques est donc absolument semblable à la statique des corps magnétiques. Il suffit de remplacer l'intensité d'aimantation par l'intensité de la polarisation diélectrique, le coefficient d'aimantation par le coefficient de polarisation, la fonction potentielle magnétique par la fonction potentielle électrostatique. Il apparaît dès lors intéressant pour Duhem de reprendre, au sujet des corps diélectriques, des considérations semblables à celles développées précédemment au sujet des corps magnétiques, puis de comparer entre eux les résultats de ces deux études.

En admettant la généralité du postulat thermodynamique, l'étude des corps diélectriques conduirait aux mêmes résultats que ceux énoncés précédemment pour l'étude des corps magnétiques :

- si le coefficient de polarisation  $F$  d'un corps diélectrique est positif, ce corps, placé en présence d'un corps électrisé de façon permanente, parviendra à un état d'équilibre assurément stable ;
- cet équilibre serait au contraire assurément instable si le coefficient de polarisation vérifiait :

$$F < 0 \quad \text{et} \quad 1 + \frac{4\pi}{3} \varepsilon F > 0.$$

Néanmoins, comme dans le cas du magnétisme, rien n'autorise *a priori* l'extension du postulat thermodynamique aux systèmes renfermant corps diélectriques. L'étude de la variation de la polarisation diélectrique repose en effet, non sur les lois de la dynamique, mais sur celles de l'électrodynamique. C'est donc à nouveau aux équations de l'électrodynamique que Duhem devra demander la démonstration ou la réfutation des propositions précédentes.

En 1896, il est parvenu à montrer que l'équilibre de polarisation est stable si le coefficient de polarisation  $F$  est positif<sup>31</sup>. En outre, en approfondissant les résultats obtenus en 1904 dans son article « Sur la stabilité électrique », Duhem énonce à présent le théorème suivant : « si l'on admet que la constante  $\lambda$  de Helmholtz est positive ; que le binôme  $(1 + 4\pi hK)$ ,

<sup>30</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 164.

<sup>31</sup> DUHEM Pierre [1896c], p. B42.

relatif au coefficient d'aimantation, est positif; que le pouvoir inducteur spécifique  $(1 + 4\pi \epsilon F)$  est également positif; mais que le coefficient de polarisation diélectrique  $F$  est négatif: la polarisation diélectrique ne peut, sur le corps considéré et dans les conditions indiquées [le champ électrique garde une grandeur et une direction invariable en tout point du corps infiniment voisin de sa surface], être en équilibre stable »<sup>32</sup>. Ainsi, si les lois de l'électromagnétisme se sont montrées en contradiction avec le postulat thermodynamique pour les corps diamagnétiques, les lois de l'électrodynamique n'enseignent rien qui ne puisse s'accorder avec ce même postulat pour les corps diélectriques. Duhem montre ainsi qu'il faut se méfier de l'analogie classique entre les phénomènes magnétiques et les phénomènes diélectriques. Si les lois de la statique sont absolument les mêmes pour les corps magnétiques et les corps diélectriques, les lois qui régissent la stabilité de l'équilibre sont par contre différentes pour ces deux types de corps. Et cela parce que le mouvement de l'aimantation sur les uns et le mouvement de la polarisation diélectrique sur les autres ne dépendent pas d'équations de même forme.

Ce résultat va justement permettre à Duhem de rebondir sur une proposition énoncée quelques années plus tôt par Robin<sup>33</sup>. Après avoir rappelé le théorème de Lejeune-Dirichlet au sujet de la stabilité de l'équilibre d'un système admettant un potentiel, Robin fait en effet le constat suivant : « il importe de remarquer que, grâce au théorème de Carnot, nous avons pu établir complètement cette proposition capitale, sans faire intervenir les lois de la Dynamique. Or Lejeune-Dirichlet a seulement montré que le minimum du potentiel est une condition suffisante pour l'équilibre stable, mais non qu'il en est la condition nécessaire; et sa démonstration s'appuie sur des résultats empruntés à la Dynamique, ce qui est grave défaut : il n'est pas acceptable qu'on doive connaître les lois exactes du mouvement pour établir un théorème relatif à l'équilibre »<sup>34</sup>. Dans l'analyse de l'œuvre de Robin qu'il avait donnée immédiatement après sa parution, Duhem

<sup>32</sup> DUHEM Pierre [1913b], pp. 130 – 131.

<sup>33</sup> Tout au long de sa carrière, Duhem affiche une défiance à l'égard des méthodes et des résultats de Gustave Robin (1855 – 1897). Tout comme lui, Robin a pourtant consacré ses efforts à la constitution d'une thermodynamique générale qui puisse embrasser l'étude de toutes les transformations physiques et chimiques. Néanmoins, s'il suit une voie identique, il s'appuie sur une méthode scientifique et philosophique à laquelle Duhem n'adhère pas. Il soutient en effet une vision empiriste de la science, rejetant toute hypothèse qui ne constituerait pas une induction de l'expérience, ou toute opération mathématique qui ne puisse être vérifiée directement par l'expérience. Duhem s'oppose à cette vision de la science dans *La théorie physique, son objet, sa structure*, insistant sur les limites de la méthode inductive et sur le fait que l'expérience doive intervenir uniquement dans les étapes initiale et finale de l'élaboration d'une théorie physique. Il remarque en outre que le cours présenté par Robin à la Sorbonne, publié par Raffy après le décès de ce dernier, renferme de nombreux résultats qu'il a lui-même énoncés dans de précédentes publications, sur des sujets qui étaient parfois encore inexplorés. Ces critiques d'ordre scientifique et ces réclamations de priorité sont formulés par Duhem en 1901, dans une note qui suit la publication de l'ouvrage de *Thermodynamique générale* de Robin (ROBIN Gustave [1901]; DUHEM Pierre [1901b]). Pour avoir une description des principaux travaux de mathématiques et de physique menés par Robin, on peut se référer à l'article suivant, publié à l'occasion du centième anniversaire de sa mort : GUSTAFSON Karl et ABE Takehisa [1998].

<sup>34</sup> ROBIN Gustave [1901], p. 83. Les éléments soulignés sont en italique dans l'ouvrage original.

avait déjà critiqué ce dernier jugement, soulignant que le problème de la stabilité de l'équilibre ne pouvait être regardé comme une simple question de statique <sup>35</sup>. Les considérations que Duhem vient de développer à propos des corps magnétiques et des corps diélectriques constituent à présent la preuve manifeste que la dernière phrase de la citation de Robin « *exprime une pensée entachée d'erreur et capable de conduire à d'inacceptables conséquences* » <sup>36</sup>.

Dans cet article « Sur le diamagnétisme », Duhem présente une étude approfondie des questions de stabilité de l'équilibre. Cette étude lui permet de mettre en évidence les limites des raisonnements qu'il a suivis dans ses *Leçons*, mais aussi de prouver les erreurs commises par Beltrami et Parker dans leurs travaux respectifs sur le diamagnétisme. En offrant un éclairage nouveau sur les rapports existant entre corps magnétiques et corps diélectriques, il parvient également à récuser une proposition énoncée par Robin dans sa *Thermodynamique générale*. Toutes ces considérations lui permettent ainsi de ne pas limiter son article à une simple remise en cause de ses précédents travaux sur l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique. Cet article publié en 1913 est le dernier consacré au magnétisme. Duhem meurt trois ans plus tard d'une attaque cardiaque, à l'âge de 55 ans. S'il est finalement parvenu à justifier le désaccord entre sa théorie du magnétisme et les résultats expérimentaux énoncés par Curie en 1895, il laisse derrière lui les ruines d'une théorie à laquelle il a consacré une grande partie de ses recherches à l'Université de Lille entre 1887 et 1893 et qui était l'un des piliers de ses *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*.

---

<sup>35</sup> DUHEM Pierre [1901b], p. 195.

<sup>36</sup> DUHEM Pierre [1913b], p. 153.



# EPILOGUE

Tout au long de ce mémoire, nous avons exploré l'ensemble des travaux de Duhem en magnétisme et en électromagnétisme, de sa thèse en sciences mathématiques soutenue en 1888 jusqu'à son article « Sur le diamagnétisme » publié en 1913. Quel bilan peut-on alors tirer de ces travaux théoriques ? Qu'est-ce que les physiciens retiennent de cette abondante production scientifique dans les domaines du magnétisme et de l'électromagnétisme ? Cet épilogue est l'occasion d'apporter quelques éléments de réponse.

## **Bilan des travaux théoriques de Duhem**

Dès sa sortie de l'École Normale en 1887, Duhem a abordé le problème de l'aimantation par influence sous l'angle de la thermodynamique, afin d'étendre le champ d'application de sa théorie du potentiel thermodynamique. Cette approche originale des systèmes aimantés paraît féconde. Elle lui permet de considérer les équations de l'équilibre magnétique comme des conséquences des principes de la thermodynamique, et non plus comme de simples hypothèses phénoménologiques. Elle fournit en outre la solution de plusieurs problèmes liés au magnétisme : équilibre et stabilité d'une masse magnétique en présence d'aimants permanents, effet thermo-magnétique et phénomènes chimiques liés au magnétisme. La lecture d'un article publié par Parker en 1889 le conduit même à admettre l'incompatibilité entre le diamagnétisme véritable et les principes de la thermodynamique. Reprenant une ancienne hypothèse émise par E. Becquerel, il affirme ainsi qu'un corps diamagnétique ne serait qu'un corps moins magnétique que le milieu dans lequel il est plongé. Au vu de l'ampleur et de l'importance des résultats qu'il a accumulés, il décide de présenter son étude des systèmes aimantés dans un ouvrage de *Leçons*, qui paraît en 1892. En présentant une théorie complète des propriétés des corps aimantés et des corps diélectriques, qu'ils soient cristallisés ou non, plongés ou non dans un milieu polarisé, Duhem pense prouver la pertinence et la puissance de l'outil thermodynamique appliqué au magnétisme.

En cherchant à étendre ces résultats aux cas de systèmes renfermant des courants électriques, il est cependant amené à revoir son approche, puisque les notions d'entropie et de potentiel thermodynamique ne semblent plus avoir de sens pour de tels systèmes. Il est conduit à considérer l'électromagnétisme comme une branche se détachant très tôt du tronc commun formé par l'essentiel de sa thermodynamique générale. Il parvient néanmoins à édifier une théorie générale des phénomènes électrodynamiques et électromagnétiques en

associant quelques hypothèses générales au principe de conservation de l'énergie et à la loi de Joule. Cette étude l'amène à prolonger la théorie électrodynamique imaginée par Helmholtz dans les années 1870. Étendue sur quelques points, cette théorie construite selon les règles de la logique permet d'enrichir la science électrique traditionnelle de tout ce que les équations de Maxwell et de Hertz renferment de nouveau. Elle permet également de déterminer les conditions de stabilité et d'instabilité de l'équilibre électrique sur les corps conducteurs, diélectriques ou magnétiques.

Restant à l'écart des développements de l'électromagnétisme autour de 1900, opposé par principe aux théories électroniques et atomiques ainsi qu'aux idées relativistes, Duhem échoue cependant dans sa tentative de convaincre ses contemporains de la supériorité de la théorie de Helmholtz par rapport à celle de Maxwell et de ses continuateurs. En outre, les résultats expérimentaux obtenus par Curie en 1895 remettent en cause l'un des principaux résultats de sa théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique, à savoir l'impossibilité du diamagnétisme véritable. Au vu de ces nouvelles considérations et de l'incompatibilité entre les conditions de stabilité de l'équilibre magnétique tirées de la thermodynamique et des lois de l'électromagnétisme, Duhem doit renoncer en 1913 au postulat thermodynamique sur lequel il fait reposer sa théorie du magnétisme depuis sa thèse soutenue en 1888. Les problèmes de stabilité de l'équilibre magnétique sont des problèmes de mouvement et exigent le recours aux lois de l'électromagnétisme. L'emploi de ces lois montre l'inexactitude des raisonnements suivis dans le second tome des *Leçons*, faisant notamment s'évanouir les propositions paradoxales auxquelles Duhem avait été conduit à propos des corps diamagnétiques.

Les recherches théoriques de Duhem sur le magnétisme et l'électromagnétisme ont donné lieu à une production abondante (plus de 3500 pages), s'étalant sur toute sa carrière (1887 – 1913). Dans la *Notice* sur ses travaux scientifiques qu'il rédige en 1913, Duhem reconnaît les limites de sa théorie de l'aimantation par influence fondée sur la thermodynamique, ainsi que l'indifférence de ses pairs vis-à-vis de son combat en faveur de la théorie de Helmholtz. Au début du XX<sup>e</sup> siècle, le magnétisme et l'électromagnétisme se développent en outre dans des directions que Duhem s'est toujours refusé à suivre. Au crépuscule de sa carrière, ses travaux théoriques ne semblent donc avoir eu qu'une influence insignifiante sur ses contemporains. Que reste-t-il de cette tentative d'intégration du magnétisme et de l'électromagnétisme dans une thermodynamique généralisée ? S'il existe des occurrences des travaux de Duhem dans les ouvrages d'électromagnétisme publiés dans les années 1910, celles-ci se trouvent très certainement dans les ouvrages rédigés par son ami Bouasse. Or, dans son *Cours de magnétisme et d'électricité* qui paraît en 1914, ce dernier n'évoque les travaux de Duhem qu'à une seule reprise, lorsqu'il décrit l'étude des pressions

à l'intérieur des corps polarisés <sup>1</sup>. Des nombreux résultats théoriques publiés par Duhem sur le magnétisme et l'électromagnétisme, il ne semble donc subsister que cette étude des milieux polarisés et la mise en évidence des limites de idées de Maxwell sur ce sujet. Ce bilan qui semble « dérisoire » ne doit cependant pas être regardé comme définitif, puisque quelques physiciens poursuivent l'œuvre de Duhem après sa disparition. Parmi ces diverses contributions, celle de Liénard est particulièrement remarquable. Après avoir contribué à l'étude des pressions à l'intérieur des corps polarisés en 1894, ce dernier présente dans les années 1920 une étude qui permet de réhabiliter l'idée de Duhem d'une théorie électromagnétique fondée sur des concepts thermodynamiques <sup>2</sup>.

### Contribution d'Alfred Liénard

En janvier 1921, Liénard présente à l'Académie des Sciences deux notes dans lesquelles il discute des notions d'énergie électromagnétique et de potentiel thermodynamique d'un système de courants <sup>3</sup>. Il développe ensuite ces idées en 1923 dans un article intitulé « Equilibre et déformation des systèmes de conducteurs traversés par des courants et des corps magnétiques sans hystérésis », publié dans les *Annales de physique* <sup>4</sup>. Considérant un système de courants placés en présence de corps magnétiques parfaitement doux, il établit que, contrairement à ce que pensait Duhem, la notion de potentiel thermodynamique peut parfaitement s'étendre au cas des systèmes parcourus par des courants. Duhem était arrivé à ce résultat parce qu'il a admis l'hypothèse suivante, qui lui paraissait s'imposer : la relation entre l'énergie interne  $U$  et le potentiel thermodynamique  $\Omega$  conserve la même forme

$$E U = \Omega - T \frac{\partial \Omega}{\partial T} \quad (1)$$

<sup>1</sup> BOUASSE Henri [1914 - 1916], t. II, p. 135.

<sup>2</sup> Parmi les autres contributions au développement de l'œuvre de Duhem, on peut également citer les travaux de Louis Roy (1882 – 1959) et de Henri Chipart (1871 – 1941). Ingénieur de l'Ecole supérieure d'électricité et professeur de mécanique rationnelle et appliquée à la Faculté des Sciences de Toulouse, Roy s'attache à développer la théorie électrodynamique de Helmholtz – Duhem. Il l'applique en 1915 à l'étude de la décharge d'un condensateur sur son propre diélectrique, puis aux milieux en mouvement en 1923, comparant ses résultats à ceux de Hertz et de Lorentz (ROY Louis [1915, 1923]). Vers 1940, il étudie les actions magnétiques, électriques, électrodynamiques et électromagnétiques dans les corps rigides ou déformables, en suivant une méthode analogue à celle de Duhem (ROY Louis [1939, 1940]). Chipart est professeur de mécanique rationnelle et appliquée et d'électricité industrielle à l'Ecole des mines de Saint-Etienne. Dans une étude sur la stabilité des systèmes électriques publiée en 1929, il étend l'application des équations de Lagrange à des systèmes électriques en présence d'aimants permanents et temporaires et utilise pour cela la notion de potentiel thermodynamique de systèmes magnétiques introduite par Duhem et développée, comme nous allons le voir, par Liénard (CHIPART Henri [1929]).

<sup>3</sup> LIENARD Alfred [1921].

<sup>4</sup> LIENARD Alfred [1923]. Cet article est suivi d'un complément publié dans la même revue en 1925 : LIENARD Alfred [1925].

qu'il y ait ou non des courants électriques dans le système <sup>5</sup>. Liénard est conduit à remplacer cette équation par l'équation plus générale

$$EU = \Omega - T \frac{\partial \Omega}{\partial T} - \sum_k I_k \frac{\partial \Omega}{\partial I_k}, \quad (2)$$

dans laquelle les intensités  $I_k$  des courants dans les divers circuits jouent un rôle analogue à la température  $T$ . Il montre que ces considérations suffisent à faire tomber toutes les difficultés qui étaient apparues à Duhem lors de l'application de la théorie du potentiel thermodynamique aux systèmes parcourus par des courants. Ce dernier s'étonnait en particulier de trouver un maximum pour le potentiel thermodynamique lorsque toutes les intensités du courant sont nulles, alors que cet état est un état d'équilibre stable. Liénard rappelle que dans les systèmes ordinaires sans courant, la condition  $\Omega$  minimum n'est une condition nécessaire d'équilibre stable que pour les modifications à température constante. Le travail non compensé  $d\tau$  vérifie en effet la relation suivante :

$$d\tau = -d_T \Omega, \quad (3)$$

la différentiation étant réalisée à température  $T$  constante. Mais pour les températures variables, la condition de stabilité de l'équilibre n'est plus dictée par le potentiel  $\Omega$ . Pour les transformations adiabatiques par exemple, l'équilibre est stable lorsque l'entropie est maximum. De manière analogue, dans le cas des systèmes parcourus par des courants, en vertu de la relation

$$d\tau = -d_{T,I} \Omega \quad (4)$$

établie par Liénard,  $\Omega$  ne doit être minimum dans un équilibre stable que si les modifications possibles se font à température  $T$  et à intensité  $I$  constantes. Or, dans le cas envisagé par Duhem, les intensités étaient justement supposées variables.

Duhem affirmait dans ses *Leçons* que la notion du potentiel thermodynamique n'était pas applicable aux systèmes renfermant des courants électriques. Il montrait ensuite en 1913 que l'étude des corps aimantés devait forcément se rattacher à celle des systèmes électromagnétiques et sortait donc également du champ d'application de la théorie du potentiel thermodynamique. L'étude thermodynamique des systèmes de conducteurs et de corps magnétiques semblait donc se limiter à l'application du seul principe de conservation de l'énergie. Les travaux de Liénard se révèlent dès lors primordiaux, puisqu'ils rendent à nouveau légitime l'application de la théorie du potentiel thermodynamique à tels systèmes. Ils permettent d'étudier tous les types de problèmes magnétiques et électromagnétiques abordés par Duhem dans ses *Leçons*, en suivant la voie tracée par ce dernier pour les résoudre. Liénard reconnaît d'ailleurs que « *c'est l'étude approfondie des Leçons sur l'Electricité de Duhem qui m'a inspiré l'idée du présent travail ainsi que la méthode employée pour le traiter* » <sup>6</sup>.

<sup>5</sup> Cette équation a été introduite au chapitre V, équation (49).

<sup>6</sup> LIENARD Alfred [1923], p. 257.

Un autre intérêt des travaux de Liénard est la simplification du formalisme de la théorie thermodynamique de l'électromagnétisme imaginée par Duhem. Il introduit en effet les vecteurs induction et force magnétique dans les diverses grandeurs électromagnétiques considérées, ce qui lui permet de faire usage des outils de l'analyse vectorielle et facilite par la même occasion les interactions avec les autres théories électromagnétiques. Au début des années 1940, il s'attache d'ailleurs à montrer que cette approche thermodynamique des phénomènes électromagnétiques est applicable, non seulement à la théorie de Helmholtz défendue par Duhem, mais également aux théories issues des travaux de Maxwell, les théories de Hertz et de Lorentz notamment <sup>7</sup>.

Dans son *Traité d'électricité théorique* publié en plusieurs tomes à partir de 1952, M. Jouguet reprend et complète les travaux de Liénard. Il donne une très large place aux questions relatives à l'énergie, introduisant de manière systématique les notions d'énergie interne, d'entropie et de potentiel interne pour les systèmes électrisés et aimantés <sup>8</sup>. L'ouvrage de *Thermodynamique* publié en 1952 par Y. Rocard, directeur du laboratoire de physique de l'Ecole Normale, témoigne également de la réhabilitation des considérations de thermodynamique phénoménologique en électromagnétisme. Rocard consacre en effet plusieurs pages à l'application de la théorie du potentiel thermodynamique au magnétisme et à l'électricité <sup>9</sup>. Ainsi, si les physiciens ont abandonné l'idée d'une science de l'électricité et du magnétisme réduite à un chapitre particulier d'une thermodynamique généralisée, les raisonnements d'ordre énergétique développés par Duhem restent des outils pertinents.

---

<sup>7</sup> LIENARD Alfred [1941, 1943]. On peut d'ailleurs noter que, contrairement à Duhem, Liénard étudie de manière approfondie les théories de Hertz et de Lorentz dès les années 1890 (LIENARD Alfred [1898]). Or, c'est justement en adoptant le formalisme de ces théories qu'il contribue au développement et à la diffusion de la théorie du potentiel thermodynamique appliquée à l'électromagnétisme. L'opposition inflexible de Duhem à l'égard des travaux de Hertz et de Lorentz a donc paradoxalement retardé l'avancement de sa propre théorie phénoménologique, n'ayant pas su tirer profit du développement analytique des autres théories électromagnétiques.

<sup>8</sup> JOUGUET Marc [1952, 1955, 1968]. Marc Jouguet (1905 – 1982), polytechnicien, est en charge de l'enseignement de physique et d'électricité à l'Ecole supérieure d'électricité. Il professe également ces disciplines à l'Ecole nationale des ponts et chaussées et à l'Ecole nationale des télécommunications.

<sup>9</sup> ROCARD Yves [1952], pp. 33 – 41. Ces considérations thermodynamiques sont encore présentes dans les ouvrages récents. On peut notamment citer l'ouvrage *Magnétisme et supraconductivité* de L.-P. Levy : LEVY Laurent-Patrick [1997], p. 13.



# CONCLUSION GÉNÉRALE

Au cours de notre thèse sur « Pierre Duhem (1861 – 1916) et la théorie du magnétisme fondée sur la thermodynamique », nous avons parcouru l'ensemble de la carrière de Duhem, de son premier article publié en 1884 à l'École Normale jusqu'à son décès en 1916. Notre analyse de ses travaux en magnétisme et en électromagnétisme, partie de son œuvre jusqu'alors largement inexplorée, apporte un nouvel éclairage intéressant sur son œuvre riche et complexe en sciences physiques. La conclusion de ce mémoire est l'occasion d'examiner la nature de son activité de physicien au regard de ses travaux dans le domaine de l'(électro)magnétisme. Nous évoquerons ensuite quelques perspectives envisageables pour notre travail de thèse.

## **Regard sur les travaux de Duhem en (électro)magnétisme**

L'œuvre de Duhem dans les domaines du magnétisme et de l'électromagnétique s'inscrit dans un projet ambitieux d'élaboration d'une thermodynamique générale, une vaste doctrine qui gouvernerait tous les phénomènes physiques et chimiques. Cette approche originale des systèmes électrisés et aimantés donne à l'ensemble de ses travaux un caractère indéniable d'unité et de cohérence. Duhem conserve en effet tout au long de sa carrière sa confiance dans une démarche exclusivement représentative et qui s'appuie sur les règles de la logique. L'ampleur de sa production scientifique relative au magnétisme et à l'électromagnétisme tend à prouver qu'une approche phénoménologique ne conduit pas forcément à une théorie superficielle et austère. On peut d'ailleurs remarquer que les blocages qui sont apparus dans le développement de sa théorie du magnétisme (nécessité de considérer les courants induits) et dans sa théorie de l'électromagnétisme (extension de la relation entre énergie interne et potentiel thermodynamique) ne résultent aucunement des limites imposées par son approche exclusivement phénoménologique. Les travaux de Liénard finiront du reste par prouver la pertinence d'une théorie du magnétisme et de l'électromagnétisme s'appuyant sur des concepts thermodynamiques macroscopiques. Ainsi, même si Duhem a connu des échecs dans le développement de ses recherches, même si son projet de thermodynamique générale a dû s'incliner devant le succès des théories électroniques et atomiques, l'analyse de ses travaux se révèle très enrichissante.

L'examen de ses nombreuses publications et de sa correspondance nous a tout d'abord permis de mettre en lumière le processus complexe de construction d'une théorie physique.

Bien que les fondements de son approche thermodynamique aient été définis dès ses premiers articles, l'élaboration de sa théorie magnétique et électromagnétique est ponctuée par de nombreux tâtonnements, voire des inflexions significatives. Les réflexions théoriques de Janet sur les phénomènes chimiques permettent notamment de mettre en évidence une erreur commise par Duhem dans l'étude des phénomènes thermiques qui accompagnent le déplacement d'une masse magnétique. Au lieu de contredire les conclusions de Thomson sur le signe de la quantité de chaleur dégagée, sa théorie les confirme. Mais c'est Janet, et non Duhem, qui est le premier à donner l'expression exacte de l'effet thermo-magnétique suggéré en 1878 par Thomson. Dans ses raisonnements, Duhem a en fait omis de considérer le travail des forces extérieures, ce que Janet lui signale dans une lettre datée de mai 1889. Nous avons montré qu'il ne s'agit pas d'une erreur d'inadvertance de Duhem, mais bien d'une erreur d'interprétation sur la part d'influence exercée par l'aimantation sur la chaleur dégagée par le système. Une autre imprécision a également pu être mise en évidence dans les raisonnements suivis par Duhem en 1888, dans sa thèse sur la théorie de l'aimantation par influence. Lorsqu'il conteste la validité de la démonstration de Thomson de la loi de Faraday, nous avons souligné le manque de rigueur de son raisonnement, puisqu'il considère une hypothèse que Thomson n'a pas évoquée. Il semble que Duhem ait mal interprété les travaux de ce dernier, poussé peut-être par la conviction de l'inexactitude de la loi de Faraday. Cette dernière loi n'est cependant pas totalement en contradiction avec la théorie du potentiel thermodynamique, mais Duhem ne s'en apercevra qu'en 1889. Entre temps, sa théorie a pris un tournant remarquable et l'apparente contradiction liée à la loi de Faraday lui fournit une nouvelle démonstration de l'instabilité de l'aimantation sur les corps diamagnétiques. D'autres contradictions apparues dans le développement de sa théorie thermodynamique le conduisent à des conclusions imprévues : les propositions paradoxales obtenues dans l'étude des conducteurs l'amènent par exemple à renoncer à la notion de potentiel thermodynamique pour des systèmes de courants, tandis que l'incompatibilité des conditions de stabilité issues de la thermodynamique et de l'électromagnétisme démontre l'inexactitude de son postulat thermodynamique.

Dans les recherches menées par Duhem, le problème du diamagnétisme apparaît une de ses principales préoccupations. Notre travail a ainsi pu mettre en évidence de nombreux facteurs décisifs dans la modification des idées de Duhem sur le sujet. En étudiant les propriétés des corps diamagnétiques dans sa thèse soutenue en 1888, Duhem a été conduit à certaines conséquences jugées paradoxales. Bien que celles-ci s'accordent, au moins en apparence, avec les observations de Joubin, il estime que de nouveaux éclaircissements sont nécessaires. Ces éclaircissements viennent en fait de la lecture d'un article publié par Parker en mai 1889. Ce dernier affirme qu'il est possible de réaliser, à l'aide d'un corps diamagnétique, un cycle isothermique fermé durant lequel les actions extérieures effectuent un travail négatif, une proposition qui en contradiction avec le principe de Carnot. Après la



lecture de cet article, Duhem décide de revenir sur les propositions qu'il avait établies et en déduit que l'équilibre magnétique sur un corps diamagnétique est forcément instable et donc que le diamagnétisme véritable est une impossibilité physique. Duhem semble ainsi avoir mis un terme à une controverse débutée quarante ans plus tôt entre E. Becquerel et Faraday, en affirmant la nécessité de considérer le diamagnétisme comme une simple apparence qu'offrent les corps moins magnétiques que le milieu dans lequel ils sont plongés. L'étude expérimentale menée par Curie au début des années 1890 remet cependant en question cette conclusion : les résultats obtenus sont en effet favorables aux théories qui attribuent le magnétisme et le diamagnétisme à des causes de natures différentes. Ces résultats sont donc en contradiction avec l'hypothèse d'E. Becquerel de l'action différentielle magnétique et avec la théorie de l'aimantation par influence élaborée par Duhem. Ce dernier ne peut d'ailleurs pas ignorer ces considérations puisque Curie lui en fait part dans une lettre datée de 1902. Mais sa théorie thermodynamique du magnétisme apparaît aussi en contradiction avec ses propres réflexions sur les conditions de stabilité de l'équilibre dictées par les lois de l'électromagnétisme. En 1913, l'emploi de ces lois lui permet finalement de prouver l'inexactitude de sa théorie du magnétisme, faisant notamment s'évanouir les propositions paradoxales relatives au diamagnétisme. L'analyse des publications de Duhem nous a ainsi permis de mettre en lumière plusieurs éléments jouant un rôle très important dans l'orientation de ses recherches. Ces éléments ont été pris en compte sur des intervalles de temps très divers : si Duhem a affirmé l'impossibilité du diamagnétisme véritable quelques jours seulement après la lecture de l'article de Parker, il faut attendre plus de dix ans après la lettre envoyée par Curie pour que sa théorie se conforme aux résultats expérimentaux de ce dernier. Les multiples retouches, ou modifications plus profondes, que Duhem a dû apporter à sa théorie sont autant d'éléments qui témoignent de son activité soutenue et continue en sciences physiques et qui tranchent avec l'apparente simplicité de son approche phénoménologique.

Les travaux de Duhem en magnétisme et en électromagnétisme sont également marqués par l'aspect fortement pluridisciplinaire de son activité scientifique. Au cours de sa carrière, il a acquis une légitimité d'expertise dans un nombre considérable de disciplines : en thermodynamique, en mécanique chimique, en mécanique rationnelle, en hydrodynamique, en élasticité, en électromagnétisme et même en mathématiques. Dans les travaux que nous avons analysés dans ce mémoire, il s'est appuyé à plusieurs reprises sur ses connaissances dans d'autres disciplines. L'énoncé même de la théorie qu'il cherche à construire, une théorie thermodynamique du magnétisme et de l'électromagnétisme, l'importance de cette interdépendance est manifeste : ses travaux en thermodynamique et en (électro)magnétisme s'enrichissent mutuellement. Sa solide formation mathématique marque également nettement l'ensemble de ses travaux, avec l'emploi de nombreuses ressources de l'analyse mathématique et le recours aux théorèmes de Bertrand, de Betti ou encore de

Liapounoff. La forme très mathématisée de ses publications a d'ailleurs tendance à limiter leur accessibilité auprès de ses collègues physiciens. Les recherches de Duhem en hydrostatique l'éclairent également dans l'étude des propriétés des milieux polarisés, tandis que l'analyse de la stabilité de l'équilibre nourrit toutes les disciplines qu'il a étudiées, lui faisant notamment renoncer à sa théorie thermodynamique du magnétisme. Ainsi, si l'approche pluridisciplinaire est une condition nécessaire pour mener à bien son projet de thermodynamique générale, elle constitue également une force certaine pour le développement de ses travaux.

Même si la théorie thermodynamique qu'il imaginait n'a pas fonctionné comme il le souhaitait, ses travaux lui ont permis d'apporter un éclairage nouveau sur plusieurs aspects de la science électrique et magnétique. En approfondissant les idées de Helmholtz, il est parvenu à construire une théorie électromagnétique complète en excluant toute référence à des actions à distance ou aux propriétés d'un milieu éthéré. La théorie obtenue ne constitue pas une alternative convaincante à la théorie de Maxwell et Hertz, puisqu'elle s'appuie sur un formalisme peu commode qui rend son maniement malaisé. Néanmoins, la théorie de Maxwell correspond à un cas limite de l'électrodynamique de Helmholtz – Duhem. Les travaux de Duhem conduisent donc à des considérations qui restent pour la plupart pertinentes, notamment pour comprendre les fondements de l'électromagnétisme. Par une méthode essentiellement analytique, il est parvenu à déterminer la forme générale des grandeurs électrodynamiques et électromagnétiques (forces électromotrices d'induction, potentiels, etc.), puis les a reliées entre elles en s'appuyant sur le principe de conservation d'énergie et la loi de Joule. Il montre ainsi que la théorie électromagnétique de la lumière peut se construire logiquement en s'appuyant sur un nombre restreint d'hypothèses et en suivant une voie entièrement différente de celle imaginée par Maxwell. Les idées émises par Duhem contribuent également à nourrir les réflexions sur la structure des équations fondamentales de l'électromagnétisme, en montrant notamment que la forme des actions électrodynamiques et électromagnétiques sont imposées respectivement par la symétrie d'un élément de courant et par celle d'un élément magnétique <sup>1</sup>. Toutes ces considérations semblent donc montrer que l'importance de l'œuvre de Duhem en électromagnétisme ne doit pas se mesurer seulement à son impact sur ses contemporains et qu'il est nécessaire de réévaluer cette œuvre pour féconder la science actuelle.

L'échec de son projet énergétique et le succès des théories électroniques et atomiques avaient fait tomber dans l'oubli la tentative de Duhem d'une théorie thermodynamique du magnétisme et de l'électromagnétisme. L'aspect fortement mathématisé de la plupart de ses écrits sur le sujet ne faisait en outre que favoriser l'occultation de cette partie de son œuvre. Les considérations développées tout au long de ce mémoire nous ont pourtant montré la

---

<sup>1</sup> On rappelle toutefois que Duhem ne raisonne pas explicitement en termes de symétrie.

nécessité de dépasser cet obstacle mathématique si l'on voulait comprendre la véritable nature de son activité scientifique. Menées durant plus de vingt-cinq ans et donnant lieu à une production abondante de plus de 3500 pages, ces travaux sur le magnétisme et l'électromagnétisme apparaissent comme une partie fondamentale de son œuvre. Ils démontrent que Duhem est un physicien avant d'être un épistémologue ou un historien des sciences. Un physicien atypique, certes, ayant une place à part dans la science française de l'époque, mais un physicien dont la production scientifique mérite, selon nous, bien plus d'attention qu'elle n'en a reçue jusqu'ici de la part des historiens des sciences.

## Perspectives

Il existe plusieurs perspectives intéressantes à cette étude sur « Pierre Duhem (1861 – 1916) et la théorie du magnétisme fondée sur la thermodynamique ». Suivant l'accent mis sur chacun des termes précédents, les voies à explorer peuvent être très différentes.

**PIERRE DUHEM.** Une question récurrente est apparue tout au long de ce mémoire, celle de la stabilité de l'équilibre. Cette question est abordée par Duhem dans l'ensemble des disciplines qu'il étudie et constitue donc une problématique transversale essentielle de son projet énergétique. L'analyse de l'ensemble de son œuvre à travers cette question de la stabilité constitue, selon nous, un moyen efficace pour comprendre l'articulation de ses recherches dans l'ensemble des disciplines qu'il aborde. Etant donné l'objectif fixé au début de ce mémoire, notre étude s'est limitée aux considérations développées en thermodynamique et en électromagnétisme sur le sujet. Si cette étude doit permettre de porter un regard nouveau sur son œuvre de physicien (et de mathématicien), elle sera également l'occasion d'aborder ses recherches en hydrodynamique, une partie de son œuvre qui reste encore inexplorée.

Le nombre considérable de lettres reçues par Duhem et conservées aux archives de l'Académie des Sciences mérite également une attention particulière. Même si nous n'avons exploité qu'une infime partie de cette correspondance au cours de nos recherches, les lettres consultées se sont souvent révélées très enrichissantes. Une nouvelle consultation de cette correspondance, au regard des nouveaux résultats accumulés depuis notre dernière consultation, pourrait donc être fructueuse.

**THERMODYNAMIQUE ET MAGNÉTISME.** Une autre extension possible de notre travail peut être une analyse systématique des considérations de thermodynamique en magnétisme. Si Duhem et Liénard ont montré la pertinence de la théorie du potentiel thermodynamique appliquée aux systèmes aimantés, Langevin puis Weiss sont parvenus à élaborer une théorie du paramagnétisme et du ferromagnétisme qui s'appuie sur les considérations de mécanique statistique développées par Boltzmann dans le cadre de la théorie des gaz. Il serait ainsi intéressant de s'interroger sur la nature de ces théories thermodynamiques du magnétisme

fondées, d'une part sur une approche phénoménologique et, d'autre part, sur une approche statistique.

**MAGNÉTISME.** Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction de ce mémoire, l'analyse des travaux de Duhem en magnétisme et en électromagnétisme s'inscrit dans un projet plus vaste d'étude des recherches théoriques et expérimentales menées sur le magnétisme à la fin du XIX<sup>e</sup> et au début du XX<sup>e</sup> siècle. Après avoir examiné les relations entre magnétisme et thermodynamique à travers l'œuvre de Duhem, il serait notamment intéressant de mesurer l'importance des considérations magnétiques dans le développement de la physique atomique. L'étude des théories électroniques de Langevin et de Weiss mettent en effet en évidence un lien étroit entre propriétés magnétiques et structure atomique des corps. Les données empiriques issues de la mesure de constantes de Curie ou de l'étude de l'effet Zeeman permettent de développer de façon significative les connaissances sur la matière et la lumière. Et l'importance des considérations magnétiques dans le développement de la physique ne se démentira pas avant plusieurs années : on peut par exemple citer l'expérience de Stern et Gerlach dans les années 1920, qui conduit à la notion de spin, ou la mise en évidence du diamagnétisme parfait (effet Meissner) dans les années 1930, une propriété qui joue un rôle primordial dans l'explication de la supraconductivité, découverte en 1911.

Si toutes ces perspectives nous semblent fécondes, nous envisageons dans un premier temps de poursuivre la dernière voie évoquée, en plaçant le magnétisme au centre de notre attention. Nous espérons en outre que notre analyse de l'œuvre de Duhem aura suscité l'intérêt de quelques historiens des sciences susceptibles de poursuivre l'étude de sa production scientifique.



**Pierre Duhem à la Faculté de Bordeaux en 1913**

*Source* : Cl. Marie-Madeleine Gallet ; couverture de l'ouvrage *Pierre Duhem, homme de science et de foi* (JAKI Stanley, L. [1990])



# ANNEXES

<b>ANNEXE 1</b> : Lettre d'Edmond Bouty à Pierre Duhem, 4 février 1888 .....	396
<b>ANNEXE 2</b> : Lettres de Paul Janet à Pierre Duhem .....	399
<b>2a</b> : 18 octobre 1888 .....	400
<b>2b</b> : 20 octobre 1888 .....	407
<b>2c</b> : 28 octobre 1888 .....	408
<b>2d</b> : 18 mai 1889 .....	409
<b>2e</b> : 19 mai 1889 .....	411
<b>ANNEXE 3</b> : Nouveaux articles de Parker concernant le diamagnétisme .....	415
<b>ANNEXE 4</b> : <i>Leçons sur l'électricité et le magnétisme</i> .....	421
<b>4a</b> : Table de matières .....	422
<b>4b</b> : Introduction générale .....	428
<b>ANNEXE 5</b> : Lettre d'Alfred Liénard à Pierre Duhem, 3 janvier 1893 .....	431
<b>ANNEXE 6</b> : Analogie des courants fermés et uniformes et des aimants : inexactitude des relations d'équivalence .....	433
<b>ANNEXE 7</b> : Extrait du tome III des <i>Leçons sur l'électricité et le magnétisme</i> : Livre XIII, Chapitre premier : « La loi élémentaire de l'induction électrodynamique. Forme générale de cette loi » .....	436
<b>ANNEXE 8</b> : Préliminaires de l'article « Sur la propagation des actions électrodynamiques », publié par Duhem en 1896 dans <i>les Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse</i> .....	464
<b>ANNEXE 9</b> : Lettre de Pierre Curie à Pierre Duhem, 11 janvier 1902 .....	483

# ANNEXE 1

## Lettre d'Edmond Bouty à Pierre Duhem, 4 février 1888

Source : BOUTY Edmond [1888], 3 pages

La lettre reproduite, conservée aux archives de l'Académie des Sciences, est adressée par Bouty à Duhem, le 4 février 1888. Elle fait suite à l'envoi du mémoire sur l'aimantation par influence rédigé par Duhem dans le cadre d'une thèse de sciences mathématiques. Membre du jury, Bouty y évoque la possibilité de soumettre ce même travail en vue d'un diplôme de docteur ès sciences physiques. La reproduction de cette lettre est suivie du fac-similé de la première page.

\* \* \*

Paris 4 février 1888

[page 1] *Cher Monsieur,*

*J'ai terminé l'examen de votre thèse et suis tout prêt à la signer avec plaisir. Toutefois MM. Tannery et Darboux ayant soulevé la question de savoir s'il ne vaudrait pas mieux pour vous être docteur ès sciences physiques et si la même thèse ne pouvait pas servir à cet effet, il est de mon devoir de causer avec vous sur ce sujet, avant de donner ma signature.*

*Eu égard à l'importance de vos recherches actuelles et de vos recherches antérieures, considérées au point de vue purement physique, je vous avoue que je serais assez disposé à passer sur l'absence d'expériences personnelles dont on a fait jusqu'ici la [page 2] condition sine qua none de notre doctorat. J'ai donc cherché s'il ne serait pas possible d'adopter un critérium un peu plus large, mais qui ne nous exposât pas à des thèses sur le pendule ou sur les marées ou sur l'équilibre des ponts-levis. Je crois qu'on pourrait admettre en principe que les expériences personnelles peuvent être remplacées par des calculs numériques originaux, utilisant des données expérimentales anciennes pour en faire sortir des résultats neufs. Ce critérium n'exclurait du doctorat ès sciences physiques ni les Thomson, ni les Clausius.*

*Il est clair, comme vous me l'avez dit vous même, que votre thèse a été rédigée en vue du doctorat mathématique. Peut-être suffirait-il de modifications de rédaction assez légères pour donner une sanction suffisante à mon critérium. Vous en jugerez. Vous devez avoir entre les mains ce qui a été fait comme déterminations expérimentales de la fonction magnétisante. Est-il possible pour certains corps, le fer ou l'acier, de lever l'indétermination, [page 3] qui peut résulter de la forme du potentiel thermodynamique, relativement au [ ? ] du phénomène physique ? Est-il possible de trouver les limites des fonctions que vous employez ? Vous seul pouvez savoir ce qui est actuellement faisable pour préparer plus directement l'application pratique de vos formules. Il me suffira de dire que je ne*



*me croirais pas forcé d'être très exigeant sur le nombre et l'étendue des additions ou modifications dont il s'agit. Le cas échéant vous auriez sans doute à faire à un jury composé de M. Darboux, d'un chimiste à votre choix et de votre serviteur.*

*Préférez-vous être docteur en mathématique de suite, et rédiger à loisir un morceau du mémoire (avec calculs) pour le doctorat physique ? J'attends votre réponse.*

*J'ai reçu votre réclamation de priorité <sup>1</sup>. Il vaudrait mieux je crois en adoucir un peu la forme pour rester dans le ton ordinaire au journal. Voulez-vous que je vous le renvoie, ou m'autorisez-vous à estomper moi-même ?*

*Je vous prie d'agréer mes amitiés dévouées*

*E. Bouty*

\* \* \*

---

<sup>1</sup> Cette réclamation de priorité fait référence à une note présentée par Le Chatelier le 30 janvier 1888 à l'Académie. Le chimiste français y annonce que les lois de l'équilibre chimiques peuvent être exprimées d'une manière très simple au moyen de la fonction caractéristique  $H'$  de Massieu. Observant que son potentiel *thermodynamique sous pression constante* ne diffère de  $H'$  que par un facteur constant, Duhem souligne dans une note présentée le 13 février qu'il y a identité entre la proposition de Le Chatelier et celle qu'il a communiquée à l'Académie trois ans auparavant, en décembre 1884 (DUHEM Pierre [1884, 1888e]). Contestant le rapprochement suggéré par Duhem, Le Chatelier présente une nouvelle note le 27 février 1888, suivie immédiatement par une réponse de Duhem (DUHEM Pierre [1888f]). Ce dernier précise alors qu'il ne s'agit pas d'une réclamation de priorité de sa part puisque la priorité n'appartient ni à Le Chatelier ni à lui-même, mais plutôt à Clausius, Massieu, Gibbs ou encore H. von Helmholtz. Duhem ne se sent ainsi pas autorisé à juger les quelques modifications qu'il a lui-même apporté aux travaux de ses devanciers.

Paris 4 Février 1888

Cher Monsieur,

J'ai terminé l'examen de votre  
thèse et suis tout prêt à la signer  
avec plaisir. Cortège, M<sup>rs</sup>. Carnegy  
et Darbon ayant soulevé la question  
de savoir s'il ne vaudrait pas mieux  
pour vous être Docteur en Sciences physiques  
et si la même thèse ne pourrait pas servir  
à cet effet, il est de mon devoir de  
causer avec vous sur le sujet, avant de  
donner ma signature.

En regard à l'importance de vos  
recherches actuelles et de vos recherches antérieures,  
considérées au point de vue purement  
physique, je vous avoue que je serais assez  
disposé à parler sur l'absence d'expériences  
personnelles dont on a fait jusqu'ici la

Photographie de la première page de la lettre adressée  
par Bouty à Duhem le 4 février 1888

## ANNEXE 2

### Lettres de Paul Janet à Pierre Duhem

ANNEXE 2a : lettre datée du 18 octobre 1888 (18 pages)

ANNEXE 2b : lettre datée du 20 octobre 1888 (2 pages)

ANNEXE 2c : lettre datée du 28 octobre 1888 (2 pages)

ANNEXE 2d : lettre datée du 18 mai 1889 (7 pages)

ANNEXE 2e : lettre datée du 19 mai 1889 (8 pages)

Les lettres reproduites, conservées aux archives de l'Académie des Sciences, sont adressées par Janet à Duhem. Dans les trois premières lettres, datées d'octobre 1888, Janet analyse l'article « Sur un théorème d'électrodynamique » que Duhem vient de publier dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*<sup>2</sup>. Dans les deux dernières lettres, datées de mai 1889, il évoque le contenu d'un article qu'il compte publier dans le *Journal de physique* sur la chaleur de combinaison du fer dans un champ magnétique et sur les phénomènes thermomagnétiques<sup>3</sup>. Il y discute notamment les résultats présentés par Duhem dans sa thèse sur l'aimantation par influence. La reproduction des lettres du 18 octobre 1888 et du 19 mai 1889 sont suivies du fac-similé de la première page correspondante.

---

<sup>2</sup> DUHEM Pierre [1888b].

<sup>3</sup> JANET Paul [1889c].

## ANNEXE 2a

### Lettre de Paul Janet à Pierre Duhem, 18 octobre 1888

Source : JANET Paul [1888a], 18 pages.

\* \* \*

FACULTE  
DES SCIENCES  
DE GRENOBLE

—  
Laboratoire de Physique  
—

UNIVERSITE DE FRANCE  
—————

Grenoble, le 18 Oct 1888

[page 1] *Mon cher ami. Je te remercie de l'envoi de tes derniers mémoires ; j'avais déjà lu dans le journal de Physique celui qui est relatif à l'influence de la pesanteur sur les dissolutions, mais c'est surtout celui sur l'électrodynamique qui m'a intéressé comme se rapprochant un peu plus de mes études ; le théorème auquel tu arrives m'a paru si important que j'ai voulu en chercher une démonstration un peu plus courte ; en le faisant, j'ai été amené à quelques doutes sur son exactitude ; je vais te les exposer sincèrement, en te demandant de me [page 2] dire où pêche mon raisonnement, le maniement de laboratoire m'a quelque peu déshabitué de celui des intégrales, et tu n'auras pas de peine, je pense, à trouver mon erreur.*

*Dire que le travail produit dans le déplacement de deux éléments ne dépend que de leur changement de position relative, c'est dire qu'il existe un potentiel électrodynamique élémentaire, c'est-à-dire une fonction de la position relative des deux éléments :  $\varphi(r, \theta, \theta', \omega) ds ds'$ , dont la variation donne le travail effectué dans un déplacement quelconque. De cette hypothèse résulte immédiatement que l'action d'un courant fermé  $s'$  sur un élément  $ds$  admet aussi [page 3] un potentiel :  $\Phi ds$  ;  $\Phi$  étant une fonction qui dépend de la forme et de la position du circuit  $s'$ , et de la position et direction de l'élément  $ds$ . Dire que l'on connaît l'action d'un courant fermé sur un élément  $ds$ , c'est dire que l'on connaît la fonction  $\Phi$  ; ainsi la fonction  $\Phi$  est une fonction bien déterminée. On a évidemment :*

$$\Phi = \int \varphi ds' \quad (1)$$

*Or cette équation ne détermine pas complètement la fonction  $\varphi$  : elle entraîne seulement :*

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{d\psi}{ds'}$$

*$\varphi_1$  étant une fonction bien déterminée, et  $\psi$  une fonction arbitraire de la position <sup>x</sup> de l'élément  $ds'$ , et de la [page 4] position et direction de l'élément  $ds$  (voir les équations 6). Plus exactement, par raison de symétrie, on a :*

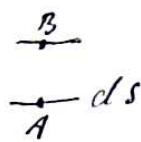
---

<sup>x</sup> et non de la direction, puisque le circuit  $s'$  peut être anguleux.

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial s \partial s'} \quad (2)^*$$

Ainsi tous les potentiels électrodynamiques élémentaires compris dans la formule (2) donneront le même potentiel  $\Phi$  pour l'action d'un courant fermé sur un élément de courant. Or de la connaissance du potentiel  $\Phi$ , on déduit sans ambiguïté l'action (force et couple) exercé par le circuit fermé  $s'$  sur l'élément  $ds$ . Donc tous les potentiels élémentaires (2) sont d'accord avec la loi expérimentale imposée pour l'action d'un courant fermé sur un élément. Enfin, à chaque potentiel élémentaire (2) correspond une action élémentaire (force et couple) [page 5] bien déterminée ; il en résulterait que, contrairement à ton théorème, il existe, dans l'hypothèse faite, une infinité d'actions élémentaires conduisant à la même action d'un courant fermé sur un élément.

Le théorème de Gauss ne me semble pas un cas particulier du tien car l'égalité d'action et de réaction n'entraîne pas l'existence d'un potentiel élémentaire. Tu dis que la loi d'Ampère est telle que le travail élémentaire ne dépend que du changement de position relative des deux éléments. Il ne me semble pas en être ainsi, comme on peut le voir sur un cas particulier [page 6] très simple.

 Soient  $ds$  et  $ds'$  deux éléments parallèles. Imaginons qu'un amène  $ds$  de  $A$  en  $B$  : on peut y arriver de deux manières, soit en maintenant  $ds$  parallèle à  $ds'$ , auquel cas le travail effectué est :

$$i i' ds ds' \int_a^b \frac{dr}{r^2}$$

soit en faisant d'abord tourner  $ds$  autour de  $A$  de manière à l'amener à être perpendiculaire à  $ds'$ , l'amenant, dans cette position, de  $A$  en  $B$ , puis par une nouvelle rotation le rendant parallèle à  $ds'$  : or, dans la loi d'Ampère les rotations s'effectuent sans travail, puisqu'il n'y a pas de couple, et, dans la dernière translation le travail est nul, puisque la force est nul entre [page 7] éléments perpendiculaires. Ainsi, pour le même changement de position relative, le travail peut être nul, ou avoir une valeur finie, suivant la manière dont on effectue le déplacement. Il n'y a donc pas de potentiel élémentaire dans la loi d'Ampère ; d'ailleurs, autant que je me souviens, Helmholtz le fait remarquer à plusieurs reprises.

Un dernier point sur lequel je veux te faire une légère critique : tu dis que si le courant n'est pas fermé, l'intensité doit être nulle aux deux extrémités d'un conducteur : n'est-ce pas supprimer d'un coup un peu rapidement toute la théorie de Maxwell qui admet que dans un circuit non fermé le mouvement électrique se complète par un déplacement à travers le diélectrique, auquel cas la quantité d'électricité qui [page 8] traverse la surface terminale d'un conducteur n'est pas nulle, et par suite l'intensité. Il est vrai que dans cette théorie, il n'y a plus de courant réellement non fermé ; mais si une théorie nouvelle amenait à admettre un éther compressible, au lieu de l'éther incompressible de Maxwell, il pourrait exister des courants non fermés, et tel que l'intensité ne serait pas nulle à travers

\* on peut remarquer que  $\psi_1$  est fonction seulement de  $r$ .

les surfaces terminales. Cette critique, je te le répète, n'a pas d'importance, car nous savons si peu de choses sur les courants non fermés que toutes les hypothèses sont permises ; cependant, pour ma part, j'inclinerai plutôt à penser avec Maxwell qu'il n'existe pas de courants non fermés.

J'attends avec impatience une réponse à ces observations qui sont bien plutôt [page 9] des questions que des critiques ; tu ne t'imagines pas le plaisir que j'ai à causer un peu, fut ce de loin, de physique intelligente. Cela manque tout à fait ici.

Que te dirai-je en dehors de cela, si ce n'est que je suis dans l'émotion des derniers jours d'attente du futur petit frère d'André, qui sera peut-être dans ce monde ce soir ou demain, que le climat de Grenoble vient de me retenir à la chambre avec une douleur dans le bras, et qu'enfin ma thèse n'avance pas vite. Je ne te dis rien pour Painlevé qui ne doit pas être à Lille en ce moment ; d'ailleurs, tu n'y es peut être pas toi-même.

[page 10] J'ai réfléchi de nouveau à la question que je t'avais posée par lettre il y a quelques mois, à savoir quelle serait l'action d'un champ magnétique uniforme, d'intensité variable, sur un corps chargé d'électricité statique : il me semble évident que cette action ne pourra être qu'un couple dont l'axe serait parallèle aux lignes de force : ce serait là un beau sujet d'expériences, malheureusement, je n'ai pas le temps de m'en occuper.

Je te sers bien cordialement la main.

P. Janet

[page 11] P. S. En relisant ton mémoire, je m'aperçois que partout où tu as écrit déplacement de deux éléments, il faut entendre déplacement infiniment petit. Dans ce sens, en effet, la loi d'Ampère jouit de la propriété que tu lui attribues, et ton hypothèse n'entraîne pas l'existence d'un potentiel élémentaire, mais est plus générale. Comment alors d'une hypothèse plus générale arrives tu à une conclusion plus particulière que la mienne, c'est ce que je ne puis m'expliquer. Je remarque que l'hypothèse d'un potentiel élémentaire entraîne tes égalités

$$\begin{array}{cc} X + X' = 0 & \mathcal{L} + \mathcal{L}' = 0 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array}$$

Nous sommes donc d'accord jusque là.

[page 12] Vendredi. Je crois avoir trouvé d'où vient notre divergence. Soient deux lois élémentaires dérivant respectivement des potentiels

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial s \partial s'} \\ \varphi &= \varphi_1 + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial s \partial s'} \end{aligned}$$

La force que tu appelles  $F$  dans ton mémoire, et qui a pour composantes  $X, Y, Z$  dérivera du potentiel :

$$\frac{\partial^2(\psi_1 - \psi_2)}{\partial s \partial s'} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial s \partial s'}$$

$\psi$  étant une fonction arbitraire de  $r$ . Ce potentiel peut s'écrire comme il est facile de la voir :

$$\cos \theta \cos \theta' \left[ \frac{\psi'(r)}{r} - \psi''(r) \right] - \cos \omega \frac{\psi'(r)}{r}$$

ou encore :

$$r \varphi'(r) \cos \theta \cos \theta' + \varphi(r) \cos \omega$$

en posant :

$$\varphi(r) = -\frac{\psi'(r)}{r}$$



[page 13] Cherchons la quantité  $F \cos(F, ds)$  : c'est la projection de la force  $F$  sur  $ds$  ; c'est donc la dérivée du potentiel précédent par rapport à  $ds$ , puis en supposant que  $ds$  vienne en  $ds_1$  : dans ce cas,  $\omega$  est constant, et la force cherchée est, tout calcul fait :

$$F \cos(F, ds) = r \varphi''(r) \cos^2 \theta \cos \theta' + 2 \varphi'(r) \cos \theta \cos \omega - \varphi'(r) \cos^2 \theta \cos \theta' + \varphi'(r) \cos \theta' \quad (3)$$

Je prends maintenant ton expression (p. 388, ligne 4, de bas en haut) :

$$F \cos(F, ds) = g(r) \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} + \frac{1}{2} \frac{dg(r)}{dr} \left( \frac{\partial r}{\partial s} \right)^2 \frac{\partial r}{\partial s'}$$

Je te ferai remarquer en passant que cette expression ne coïncide pas avec l'expression transformée (34) : cette dernière, en effet, développée, donne :

$$F \cos(F, ds) = \frac{1}{2} g(r) \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} + \frac{dg(r)}{dr} \left( \frac{\partial r}{\partial s} \right)^2 \frac{\partial r}{\partial s'}$$

[page 14] Il y a dans ce passage une faute de calcul à la dernière ligne de la page 388, et une faute d'impression à la ligne 3 de la page 389

$$\left[ \frac{dg(r)}{dr} \text{ au lieu de } \frac{g(r)}{r} \right].$$

Mais peu importe ; je reviens à ton expression exacte de la page 388 :

$$F \cos(F, ds) = \frac{1}{2} g(r) \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} + \frac{dg(r)}{dr} \left( \frac{\partial r}{\partial s} \right)^2 \frac{\partial r}{\partial s'}$$

Cette expression, en remplaçant les dérivées de  $r$  par les lignes trigonométriques donne :

$$F \cos(F, ds) = \frac{g(r)}{r} \cos \theta \left[ \cos \theta \cos \theta' - \cos \omega \right] - \frac{1}{2} \frac{dg(r)}{dr} \cos^2 \theta \cos \theta'$$

Posons

$$\frac{g(r)}{r} = -2\phi'(r)$$

Il vient :

$$F \cos(F, ds) = r \phi''(r) \cos^2 \theta \cos \theta' + 2\phi'(r) \cos \theta \cos \omega - \phi'(r) \cos^2 \theta \cos \theta' \quad (4)$$

L'expression (4), déduite de ta théorie [page 15] ne diffère de l'équation (3) que par le terme :

$$\phi'(r) \cos \theta'$$

que la mienne contient en plus. Voyons d'où cela provient. Ton expression est homogène et linéaire en

$$\frac{dx'}{ds}, \frac{dy'}{ds}, \frac{dz'}{ds};$$

homogène et quadratique en

$$\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds};$$

la mienne est bien homogène et linéaire

$$\frac{dx'}{ds'}, \frac{dy'}{ds'}, \frac{dz'}{ds'}$$

mais elle n'est pas homogène en

$$\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds};$$

il est facile de voir d'où cela provient : tu écris (p. 386) : le premier membre de l'identité (29) ... est homogène et du second degré en

$$\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds};$$

or [page 16] cela n'est pas évident, car il peut arriver que dans la série d'opérations nécessaires pour former :

$$X \frac{dx}{ds} + Y \frac{dy}{ds} + Z \frac{dz}{ds}$$

il se présente en facteur la quantité

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2$$

Cette quantité étant égale à 1, l'homogénéité disparaît par rapport à

$$\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds};$$

or je me suis assuré par un calcul direct que c'est précisément ce qui arrive ; ce calcul, un peu long, est facile à faire, en remarquant que la fonction que tu appelles  $\Phi$  (équation (6)) n'est autre chose que la quantité

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial s \partial x}$$



$\psi$  étant la fonction qui figure à la page (12) de cette lettre : la quantité [page 17]

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2$$

se trouve précisément en facteur  $\phi'(r) \cos \theta'$  dans le terme qui distingue l'expression à laquelle j'arrive de la tienne.

L'homogénéité par rapport aux cosinus directeurs de  $ds$  ne pouvant plus être admise dans l'équation (29), tu n'as plus le droit d'écrire

$$v \left( r, \frac{\partial r}{\partial s}, \frac{\partial r}{\partial s'}, \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} \right) = f(r) \frac{\partial r}{\partial s'} \left( \frac{\partial r}{\partial s} \right)^2 + g(r) \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'}$$

×

Il faudrait ajouter un terme :

$$h(r) \frac{\partial r}{\partial s'}$$

et il est très probable qu'en continuant ton raisonnement, tu retomberais sur mon expression (3) de la page 13 de cette lettre.

[page 18] Je te demande pardon de cette longue lettre que tu n'auras peut être pas le courage de lire jusqu'au bout ; je te demande néanmoins un mot de réponse ; peut être l'erreur est elle de mon côté : en tout cas je voudrais en avoir le cœur net.

Bien à toi

P. J.

Dernier P.S. Je remarque que ton théorème est vrai dans le cas où l'on assujettit l'action élémentaire à se composer uniquement d'une force, et non d'un couple : en effet, pour qu'il n'y ait pas de couple, il faut que le potentiel élémentaire soit indépendant de l'angle  $\omega$  : or un potentiel de la forme :

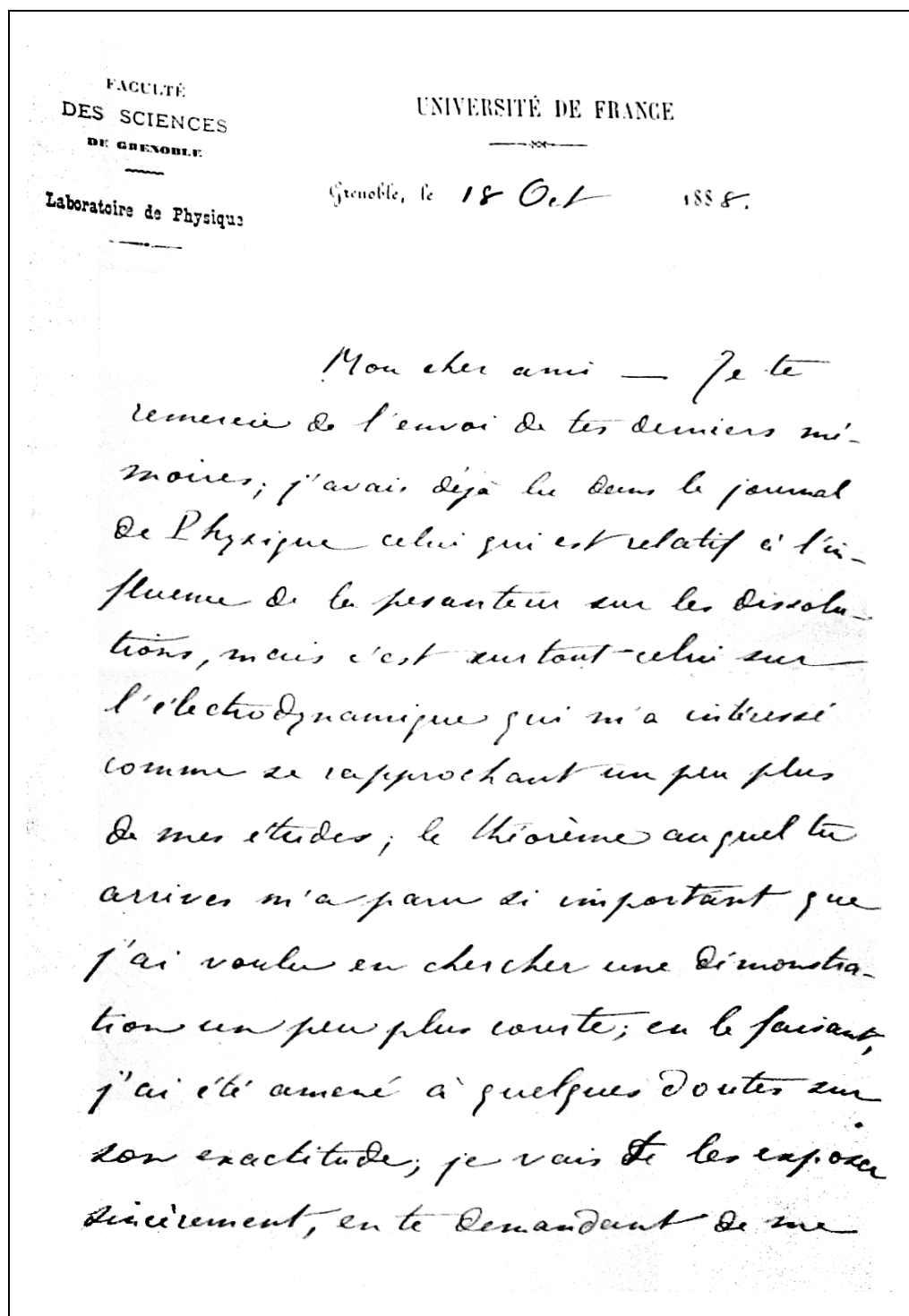
$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial s \partial x}$$

contient nécessairement  $\omega$  : il faut donc que  $\psi_1$  soit nul ; le potentiel est alors bien déterminé et égal à  $\phi_1$ , et ne donne bien qu'une action élémentaire possible.

\* \* \*

---

<sup>×</sup> Il y a dans ton mémoire  $\frac{\partial r}{\partial s'}$  ; je suppose que c'est une faute d'impression.



Photographie de la première page de la lettre adressée  
par Janet à Duhem le 18 octobre 1888

## ANNEXE 2b

### Lettre de Paul Janet à Pierre Duhem, 20 octobre 1888

Source : JANET Paul [1888b], 2 pages.

\* \* \*

FACULTE  
DES SCIENCES  
DE GRENOBLE

—  
Laboratoire de Physique  
—

UNIVERSITE DE FRANCE  
—————

Grenoble, le 20 Oct 1888

[page 1] *Deux mots encore mon cher ami, pour terminer. La différence entre les formules (3) et (4) de ma dernière lettre n'aurait pas d'importance pour la suite de ta démonstration, car ces formules ne diffèrent que par un terme qui est une dérivée exacte par rapport à  $s'$ , dérivée qui disparaîtrait en formant l'intégrale*

$$\int F \cos(F, ds) ds'.$$

*La véritable erreur est celle de la page 388 de ton mémoire : en effet l'expression*

$$F \cos(F, ds) = g(r) \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} + \frac{1}{2} \frac{dg(r)}{dr} \left( \frac{\partial r}{\partial s} \right)^2 \frac{\partial r}{\partial s'}$$

*que tu donnes, ou même cette expression corrigée suivant ma formule (3) [page 2] est une dérivée exacte par rapport à  $s'$ , et par suite l'égalité*

$$\int F \cos(F, ds) ds' = 0$$

*Etant satisfaite quelle que soit la fonction  $g(r)$  ne peut rien t'apprendre sur cette fonction. C'est là, en définitive, d'après moi, le point faible de ta démonstration.*

*Bien à toi*

*P. J.*

\* \* \*

## ANNEXE 2c

### Lettre de Paul Janet à Pierre Duhem, 28 octobre 1888

Source : JANET Paul [1888c], 2 pages.

\* \* \*

FACULTE  
DES SCIENCES  
DE GRENOBLE

—  
Laboratoire de Physique  
—

UNIVERSITE DE FRANCE  
—————

Grenoble, le 28 Oct 1888

[page 1] *Mon cher ami.*

*Je te demande pardon de n'avoir pas répondu plus tôt à ta lettre, mais elle m'est arrivée le jour même de la naissance de mon second fils, et tu comprends que cet événement si attendu ait retardé de quelques jours la réponse que je te devais. Je t'avouerai que je ne tiens guère à faire une rectification au journal de Physique ; cela serait très bien que s'il n'y avait que nous deux en jeu, qui savons parfaitement comment la chose se présente ; mais aux yeux des autres, et en particulier de nos camarades, je ne voudrais [page 2] pas avoir l'air, en quelque façon, de chercher à trouver en défaut un ami – ce qui, comme tu sais, est loin de ma pensée : j'ai lu ton mémoire, il m'a intéressé, je l'ai travaillé, j'ai reconnu son inexactitude et voilà tout ; tu ne m'en as pas moins fait passer quelques bons moments en me rappelant à des études qui certes m'intéressaient plus que ce que je fais maintenant. Ainsi donc, il vaut beaucoup mieux que ce soit toi qui fasses la rectification, sous la forme que tu jugeras la plus convenable ; je la lirai toujours avec plaisir.*

*Bien cordialement à toi*

*P. Janet*

\* \* \*

## ANNEXE 2d

### Lettre de Paul Janet à Pierre Duhem, 18 mai 1889

Source : JANET Paul [1889a], 7 pages.

\* \* \*

FACULTE  
DES SCIENCES  
DE GRENOBLE

—  
Laboratoire de Physique  
—

UNIVERSITE DE FRANCE  
—————

Grenoble, le 18 Mai 1889

[page 1] *Mon cher ami.*

*Cette fois je crois que nous sommes absolument d'accord. Pour éviter toute ambiguïté, voici les corrections que je compte faire dans ma note sur les quelques points de détails qui faisaient le sujet de notre discussion.*

1° *Je ne puis pas ne pas conserver le mot d'énergie potentielle qui est couramment employé dans le sens où je l'emploie (Mascart et Joubert, t. I, p. 193, p. 430 ; Joubert, électricité, p. 197) ; mais, pour te satisfaire, j'expliquerai ce mot, et je mettrai en note les renvois précédents : « Cette fonction ne se confond pas, [page 2] bien entendu, avec celle qu'on introduit en Thermodynamique sous le nom d'Energie interne. »*

2° *Au sujet de l'expérience que tu proposes, voici ce que je mettrai : « Cette expression représente encore, comme M. Duhem me prie de le faire remarquer, la quantité de chaleur qui serait cédée à un calorimètre par une masse de fer doux abandonnée sans vitesse initiale en présence d'aimants permanents, et qui viendrait perdre sa force vive dans l'eau du calorimètre, en supposant que, même dans ce cas, la distribution est à chaque instant celle qui correspond à l'équilibre. D'après les données numériques que nous avons sur la question (voir plus haut), il est certain que, dans une expérience de ce genre, la chaleur provenant de l'effet Thomson serait tout à fait [page 3] négligeable par rapport à celle que dégageraient le frottement et le choc contre l'eau du calorimètre. Aussi, au point de vue expérimental, la méthode de mesure suivante, où l'effet Thomson interviendrait seule, serait plus correcte. »*

*Suit la description de l'expérience que je t'ai envoyée dans ma dernière lettre, qui se transforme bien facilement en expérience de mesure : suppose tout l'appareil placé dans une enceinte à 0° ; et les deux calorimètres remplis de glace fondante (calorimètre de Bunsen). Le poids de glace fondu dans l'un, formé dans l'autre mesurera la qu. de chaleur dégagée ou absorbée pendant le passage du fer dans chaque calorimètre, c'est à dire entre une position initiale et une position finale bien déterminées.*

3° Quant au conseil que tu veux bien [page 4] me donner (j'aurais dit tout simplement que tu me donnes, car je n'y entends pas malice, et je t'écris comme à un camarade avec qui je suis bien aise de causer de choses intéressantes), je t'en remercie, et je m'empresserai de le suivre, car ce n'est pas du tout une réclamation de priorité que je fais là. Je mettrai donc en note, dès le commencement : « des idées analogues avaient été émises, (quoique d'une manière moins explicite), quelques mois auparavant par M. Nichols ». Je conserverai ou je supprimerai la parenthèse suivant ce que je trouverai dans les Beiblätter, le seul document que j'ai à ma disposition.

J'espère que ces trois additions te satisferont complètement. J'attends ta réponse.

Maintenant, il me semble que tu n'as pas lu très exactement ma note, puisque [page 5] c'est précisément « en m'appuyant sur la théorie de M. Duhem, et en écrivant  $\delta\Omega = 0$  que j'établis la forme de la fonction H. Je ne prétends pas établir un fait nouveau ; cependant il me semble utile à signaler en passant. Or l'équation n'est autre chose que  $\delta F - \delta\tau_e = 0$  que tu me fais remarquer (1° s de ta lettre).

Un mot maintenant au sujet de l'extension du principe des vitesses virtuelles (question tout à fait en dehors des précédentes). Etendre le principe des vitesses virtuelles à la recherche de l'équilibre d'une matière dont la densité n'est pas constante et n'est pas donnée (car c'est cela) me semble, dans le domaine de la mécanique [page 6] rationnelle un postulat aussi facilement acceptable que le postulat de Clausius, dans celui de la Thermodynamique. Je ne vois pas l'intérêt qu'il y a à remplacer l'un par l'autre dans les questions où la chaleur n'a rien à faire. Cette observation bien entendu n'enlève rien à l'intérêt et à la rigueur de tes équations ; c'est une idée qui m'a frappé, et que je te communique sans y attacher plus d'importance.

J'espère que c'est la fin de cette trop longue discussion, mais non de notre correspondance, car j'aime fort ces causeries scientifiques à distance. C'est le moyen de ne pas trop se rouiller dans les soucis de laboratoire.

Penses-tu qu'il soit possible que le coeff. d'aimantation du fer dépende [page 7] de la courbure de la ligne d'aimantation au point considéré. C'est une conclusion à laquelle semblent m'amener mes expériences actuelles : la limite de k pour une force inf<sup>t</sup> petite serait sensiblement la même pour une ligne droite ou pour un cercle, mais k croîtrait un peu plus vite pour la ligne droite que pour le cercle. Si cela était, il me semble que cela compliquerait diablement le problème du magnétisme induit.

Je te serre bien cordialement la main

P. Janet

L'éternel Post. Scriptum : dis à Painlevé que je lui laisse un jour, après que tu auras reçu cette lettre, comme temps moralement suffisant pour m'écrire. Si je n'ai rien reçu dans le délai indiqué, je lui déclare que je l'appellerai Prudent dans ma prochaine lettre.

## ANNEXE 2e

### Lettre de Paul Janet à Pierre Duhem, 19 mai 1889

Source : JANET Paul [1889b], 8 pages.

\* \* \*

FACULTE  
DES SCIENCES  
DE GRENOBLE

—  
Laboratoire de Physique  
—

UNIVERSITE DE FRANCE  
—————

Grenoble, le 19 Mai 1889

[page 1] *Mon cher ami.*

*Je vois que malheureusement nous ne sommes pas encore d'accord comme je l'avais espéré. Il faut pourtant éclaircir complètement cette question, et il me semble que ce n'est pas bien difficile. Pour faciliter la discussion, je vais numéroter mes propositions ; tu me diras, en les prenant l'une après l'autre, ce que tu as à y objecter.*

I \_ 1° Définition de l'énergie potentielle d'un système formé par un aimant permanent et une masse de fer doux.

*J'appelle énergie potentielle d'un tel système une quantité, fonction des coordonnées et de l'intensité d'aimantation [page 2] en chaque point, dont la variation, lorsqu'on passe de l'état (1) à l'état (2) sans force vive donne le travail des forces extérieures employées à effectuer ce déplacement, la température étant constante. Soit H une fonction ainsi définie ; on a, pour un déplacement infiniment petit, sans force vive :*

$$\delta H = \delta \tau_e = -\delta \tau_i$$

*$\delta$  étant le symbole d'une variation totale (portant aussi bien sur les coordonnées que sur l'intensité d'aimantation).*

2° Cette fonction H est égale, en conservant tes notations, à :

$$H = J + \int F(\mathcal{M}) dv$$

*Sur ce point, nous sommes certainement d'accord, puisque, dans l'addition à la page 109 de ta thèse, que tu m'as envoyée à Forges, se trouve l'expression : [page 3]*

$$\begin{aligned} \delta \tau_e = -\delta \tau_i = & - \left[ \frac{h}{2} \int \left( \mathcal{A}_1 \frac{\partial \mathcal{W}_1}{\partial x_1} + \mathcal{B}_1 \frac{\partial \mathcal{W}_1}{\partial y_1} + \mathcal{C}_1 \frac{\partial \mathcal{W}_1}{\partial z_1} \right) dv_1 \right. \\ & \left. + h \int \left( \mathcal{A}_2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial x_2} + \mathcal{B}_2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial y_2} + \mathcal{C}_2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial z_2} \right) dv_2 \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{h}{2} \int \left( \mathcal{A}_2 \frac{\partial \mathcal{W}_2}{\partial x_2} + \mathcal{B}_2 \frac{\partial \mathcal{W}_2}{\partial y_2} + \mathcal{C}_2 \frac{\partial \mathcal{W}_2}{\partial z_2} \right) dv_2 \Bigg|_0^1$$

$$- \left[ \int \mathcal{F}(\mathcal{M}_2) dv_2 \right]_0^1$$

ou, d'après l'expression de  $J$

$$\delta \tau_i = - \left[ J + \int \mathcal{F}(\mathcal{M}) dv \right]_0^1$$

puisque

$$\int \mathcal{F}(\mathcal{M}_1) dv_1$$

est constant.

3° Cette fonction  $H$  coïncide, à la constante près  $E(U - TS)$  avec l'expression que tu donnes du potentiel thermodynamique d'un système renfermant des aimants.

4° Il en résulte que lorsque, pour trouver les équations d'équilibre, tu écris

$$\delta \mathcal{F} = 0$$

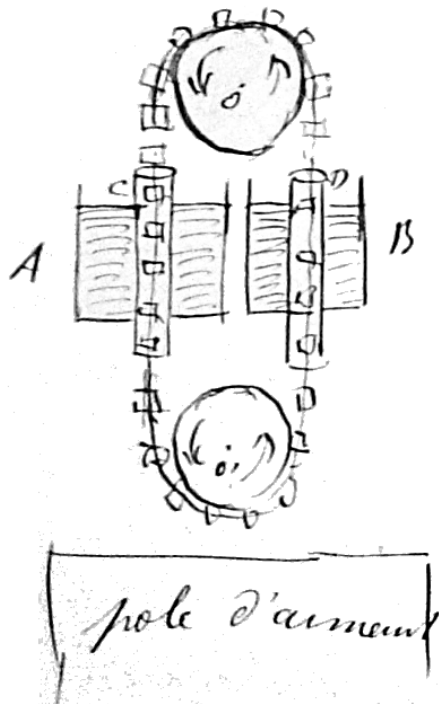
tu exprimes simplement ce fait : le magnétisme induit prend une distribution telle que le travail nécessaire pour enlever à l'infini (sans force vive) la [page 4] masse de fer doux est minimum. C'est simplement le principe des vitesses virtuelles à la manière dont on pourrait l'appliquer en électricité, par exemple. Je ne t'avais pas signalé ce point, et je n'en parle pas dans ma note, ne voulant pas généraliser la discussion, et mon intention étant uniquement de parler de ce qui me touche personnellement dans ton mémoire. On peut causer de ce point avec Painlevé qui, je crois, connaît mes idées. D'ailleurs je suis bien loin de nier la précision que tu as mis à l'établissement de ton équation fondamentale.

Ainsi il me semble que voilà complètement levée l'objection portant sur la prétendue confusion entre l'énergie potentielle et le potentiel thermodynamique. La définition que je donne de l'énergie potentielle (et qui se trouve dans ma note) est, je crois, celle de tout le monde.

[page 5] II \_ Je pense à l'observation que tu m'as faite relativement à l'expérience réalisable. Je n'en ai pas parlé pour plusieurs raisons : la première, c'est qu'un déplacement tel que tu le considères dans ton mémoire, c'est-à-dire depuis la position actuelle jusqu'à l'infini (et non en sens inverse) est toujours, en toutes circonstances, physiquement irréalisable. Je ne l'ai pas fait remarquer dans ma note précisément pour conserver à ton résultat, convenablement interprété, l'intérêt qu'il présente ; mais il me semble que tu n'aurais pas intérêt à attirer l'attention là-dessus. D'ailleurs, si un physicien, avec des instruments extraordinairement sensibles, tentait l'expérience telle que tu la décris, son premier soin serait de considérer comme une correction à faire la chaleur dégagée par [page 6] le choc et le frottement du fer doux contre l'eau du calorimètre, chaleur étrangère, comme je l'ai fait remarquer, au phénomène magnétique. Enfin, il n'est pas du tout certain que l'expérience ne puisse être réalisée sous une autre forme. En voici une, entre beaucoup d'autres, qui aurait même l'avantage de multiplier



autant que l'on voudrait l'effet à produire ; de plus, il n'y aurait que la chaleur de l'effet Thomson mis en jeu.



A et B seraient deux calorimètres, munis par exemple de tubes verticaux C et D. [page 7] Une chaîne sans fin, portant un grand nombre de pièces en fer doux seraient mise en  $m^t$  par les roues O et O' de manière à descendre en C, monter en D ; le calorimètre A s'échaufferait (dans le cas  $dk/dT < 0$ ), B se refroidirait.

Cette expérience est au moins aussi réalisable que la tienne, peut-être plus, puisqu'elle amplifie les effets à mesurer ; ainsi, me semble-t-il, une rectification de ta part à ce sujet ne serait pas utile. On ne peut jamais dire qu'il n'y a qu'une manière de réaliser une expérience ; je t'en donne la preuve.

Tu me faisais dans ta lettre deux objections à la publication de ma note ; je pense que la seconde (celle qui concerne l'expérience) est complètement levée par ce que je viens de te dire. Quant à la première, il me semble qu'il n'y a qu'une différence de mots entre nous, et ce qui le prouve bien, c'est que nous arrivons, par deux voies différentes à la même expression de  $\tau_i$ . Je te prierai de [page 8] me répondre à chacune de mes propositions ; tu sais que j'aime éclaircir à fond les questions.

Un dernier mot : le but de ma note n'est pas d'établir des résultats nouveaux, mais de montrer que mon raisonnement d'autrefois était exact, et que si quelques uns de tes résultats sont en contradiction avec les miens, ce n'est qu'une apparence, qu'en particulier l'équation :

$$E(Q - Q_1) = J_\alpha - J_\beta$$

que tu m'attribues n'est pas celle que j'ai donnée.

Je te renvoie ma note pour que tu la relises en même temps que cette lettre ; inutile de te dire que j'y changerai tout ce qui pourrait t'être le moins du monde désagréable. Je te demande, comme preuve d'amitié, la plus grande franchise à cet égard.

Je te serre bien cordialement la main

P. Janet

Dis à Painlevé que j'attends toujours une lettre de lui, et que je ne vois rien venir.

\* \* \*

FACULTÉ  
DES SCIENCES  
DE GRENOBLE  
Laboratoire de Physique

UNIVERSITÉ DE FRANCE

Grenoble, le 13 Mai 1889.

Mon cher ami —

Je vois que malheureusement nous ne sommes pas encore d'accord comme je l'avais espéré — Il faut pourtant éclaircir complètement cette question, et il me semble que ce n'est pas bien difficile. Pour faciliter la discussion, je vais numéroter mes propositions; tu me diras, en les prenant l'une après l'autre, ce que tu as à y objecter.

I — 1<sup>o</sup> Definition de l'énergie potentielle d'un système formé par un aimant permanent et une masse de fer doux.

J'appelle énergie potentielle d'un tel système une quantité, fonction des coordonnées et de l'intensité d'aimanta-

Photographie de la première page de la lettre adressée  
par Janet à Duhem le 19 mai 1889

## ANNEXE 3

### Nouveaux articles de Parker concernant le diamagnétisme

Source : PARKER John [1890, 1891a]

En 1891, Parker juge « *quelque peu prématuré* »<sup>4</sup> son premier article publié en mai 1889 et intitulé « On Diamagnetism and the Concentration of Energy », ses idées sur le sujet évoluant très nettement quelques semaines seulement après sa publication. La lecture de cet article amène en effet Duhem à développer de nouvelles considérations sur sa théorie de l'aimantation par influence. Ce dernier retrouve, par une autre voie, la contradiction entre l'existence des corps diamagnétiques et le principe de Carnot-Clausius. Mais contrairement à Parker, Duhem conserve la généralité des axiomes de Clausius et de Thomson et conclut à la non-existence des corps diamagnétiques. Ensuite, pour expliquer les propriétés des soi-disant corps diamagnétiques sans aller à l'encontre des principes de la thermodynamique, il a recours à l'hypothèse proposée en 1849 par E. Becquerel. Dès lors, c'est cette vision des corps diamagnétiques que Parker va adopter.

Bien que ses idées aient évolué, Parker ne souhaite pas en publier davantage sur le sujet avant la parution de son ouvrage *Elementary Thermodynamics*, qui est en cours d'écriture<sup>5</sup>. Néanmoins, la rédaction prenant plus de temps que prévu, il publie un court article sur le diamagnétisme dans le *Philosophical Magazine* de juillet 1890<sup>6</sup>. Reprenant les idées de Duhem, il y souligne le rôle prépondérant joué par l'air ambiant dans la répulsion d'un morceau de bismuth placé à proximité d'un aimant. Ainsi, si la même expérience était réalisée dans le vide, le principe de Carnot, jugé désormais général par Parker, imposerait que le bismuth soit non plus repoussé mais attiré par l'aimant.

Ces conclusions sont critiquées par Oliver J. Lodge dès le numéro suivant du *Philosophical Magazine*, en août 1890<sup>7</sup>. Lodge ne peut en effet pas imaginer que Faraday ait pu être trompé durant ses longues et minutieuses investigations par les perturbations magnétiques de l'air. Il reproche ainsi à Parker de ne pas avoir prouvé rigoureusement que le travail fourni dans une modification à très grande vitesse soit plus ou moins important que W. Il signale notamment la possibilité d'un effet démagnétisant sur l'aimant dû au mouvement du corps diamagnétique, ce qui pourrait modifier l'évaluation du travail fourni.

---

<sup>4</sup> PARKER John [1891a], p. 192.

<sup>5</sup> PARKER John [1891b]. Le terme *elementary* est utilisé pour indiquer que l'ouvrage ne traite pas le cas de l'électricité et du magnétisme. L'ouvrage est édité en 1891 par la maison d'édition de l'Université de Cambridge après avoir été refusé par celle d'Oxford.

<sup>6</sup> PARKER John [1890].

<sup>7</sup> LODGE Oliver Joseph [1890].

Simplement envisagées par Duhem dans son article de mai 1889, ces critiques sont en fait formulées dès septembre 1889 par Bouty, au moment où il rend compte du premier article de Parker dans le *Journal de Physique* <sup>8</sup>. Selon Bouty, « *Parker se place absolument en dehors des conditions expérimentales dans lesquelles les lois des attractions ou répulsions magnétiques ont été établies. Si ces actions s'opèrent par l'intermédiaire d'un milieu, il n'y a aucune raison de supposer, et tout porte à déclarer improbable a priori, qu'elles conservent la même valeur suivant que les corps agissants sont en repos ou en mouvement par rapport à ce milieu. De même que les forces électriques dans l'hypothèse de Weber, les forces magnétiques peuvent alors dépendre des vitesses et des accélérations, et les travaux correspondant au même déplacement, exécutés avec des vitesses égales très grandes dans deux directions opposées, peuvent cesser d'être égaux et contraires. La démonstration de M. Parker suppose cette égalité rigoureuse* ».

Parker ne prend connaissance des critiques adressées par Lodge qu'en novembre 1890. Néanmoins, il « *n'y trouve rien qui l'oblige à modifier d'une quelconque manière ses idées sur le sujet* » <sup>9</sup>. Mais pour éviter tout malentendu, il se propose de publier un nouvel article en août 1891, dans lequel il tente de détailler au mieux ses arguments <sup>10</sup>. Il commence par montrer que ses idées sur le diamagnétisme ne sont pas en contradiction avec l'expérience, qu'un corps diamagnétique est simplement un corps pour lequel la force attractive de l'aimant est très faible et plus petite que la résultante des pressions du milieu environnant. On pourrait en effet objecter que les variations de pression de l'air dues à un champ magnétique n'ont jamais pu être mises en évidence par l'expérience. Parker répond à cette objection en montrant qu'une variation de pression, tout en étant trop petite pour être décelée expérimentalement, peut être suffisante pour expliquer le diamagnétisme. Il use finalement d'un argument purement qualitatif pour montrer que sa théorie est loin d'être absurde et qu'elle est même la plus naturelle : « *je ne peux m'empêcher de remarquer que ceux-là qui pensent que la vieille théorie du diamagnétisme est valable devraient essayer de prouver que l'ascension d'un ballon d'air est due à la répulsion diagravitationnel de la Terre. Ceux qui acceptent la nouvelle théorie seront content de considérer la diagravitation et le diamagnétisme comme deux absurdités analogues* » <sup>11</sup>. Ainsi Parker tisse-t-il un parallèle entre la répulsion d'un corps aimanté par un aimant et la répulsion d'une masse pesante par le centre de la Terre, cette dernière action étant unanimement rejetée.

Néanmoins, pour défendre ses idées sur le diamagnétisme, il a besoin de s'appuyer sur des arguments bien plus solides que cette simple analogie. C'est pourquoi il s'attache dans la suite de son article à montrer que les idées ordinairement admises sont en contradiction avec

---

<sup>8</sup> BOUTY Edmond [1889].

<sup>9</sup> PARKER John [1891a], p. 192.

<sup>10</sup> PARKER John [1891a].

<sup>11</sup> PARKER John [1891a], p. 196.

les principes de la thermodynamique. Cette contradiction a été relevée pour la première fois par Thomson, et rapportée par Tait en 1868 dans son *Sketch of Thermodynamics* : « *l'opinion communément reçue, selon laquelle un corps diamagnétique placé dans un champ magnétique prend une polarisation opposée à celle que les mêmes circonstances déterminent dans un corps paramagnétique, a été attaquée par Thomson au nom du principe de l'énergie. Puisque tous les corps paramagnétiques exigent un certain temps pour le développement complet de leur magnétisme, et que ce dernier ne disparaît pas instantanément quand la force magnétisante cesse d'agir, nous sommes en droit de penser qu'il en est encore de même pour les corps diamagnétiques. Dès lors, il est aisé de voir qu'une sphère diamagnétique, homogène et isotrope tournant dans un champ magnétique serait soumise, si elle prenait une distribution magnétique opposée à celle acquise par le fer dans les mêmes circonstances, à un couple tendant constamment à lui imprimer une rotation de même sens autour de son centre ; cette sphère permettrait donc de réaliser le mouvement perpétuel* »<sup>12</sup>. Ce raisonnement, qui semble être passé totalement inaperçu au sein de la communauté scientifique, est à l'origine des réflexions théoriques de Parker sur le diamagnétisme, comme il l'indique dans une lettre adressée à Larmor en mars 1889<sup>13</sup>. L'argument qu'il adopte dans ses deux premiers articles du *Philosophical Magazine* est ainsi dérivé de l'expérience de pensée de Thomson. Cependant, la démonstration rapportée par Tait n'étant pas à l'abri de la critique, Parker doit modifier cette dernière. En effet, Thomson ne tient compte du frottement de l'air dû à la rotation de la sphère, et il n'est pas démontré qu'il n'y a pas gain de chaleur à une certaine température et perte à une température plus basse, ce qui expliquerait la production d'une quantité de travail illimitée sans contradiction avec les principes de la thermodynamique. Pour pallier ses défauts, Parker considère donc un corps diamagnétique placé dans un « *vide parfait* »<sup>14</sup>, et prend les précautions nécessaires pour empêcher le système d'absorber ou de rejeter de la chaleur à une température autre qu'une température donnée  $\theta$ . De plus, pour tenir compte des objections de Lodge, il doit appuyer son raisonnement sur les deux hypothèses suivantes :

1. l'aimantation d'un corps au repos peut rester dans un état d'équilibre instable, c'est-à-dire que la force répulsive qui agit sur le corps diamagnétique peut avoir une valeur différente de celle qui correspond réellement à la position. Et dans ce cas, il suffit d'un choc qui ne coûte aucun travail perceptible pour lui faire prendre l'aimantation correspondant à sa position.
2. Si deux corps magnétiques se déplacent, l'attraction et la répulsion qui s'exercent entre eux quand ils passent par une position donnée peut, si l'expérience est réalisée avec

<sup>12</sup> TAIT Peter Guthrie [1868], pp. 72 – 73 ; l'élément souligné est en italique dans le texte original. La traduction de l'anglais est inspirée de celles de J. Blondin dans *La Lumière électrique* et de celle Pierre Duhem dans *Les théories électriques de J. Clerk Maxwell* (BLONDIN Jules [1891], pp. 624 – 625 ; DUHEM Pierre [1902], p. 24).

<sup>13</sup> PARKER John [1889b].

<sup>14</sup> PARKER John [1891a], p. 196.

suffisamment soigné, être exactement la même que si les deux corps étaient au repos dans cette position avec des aimantations invariables.

La seconde hypothèse est justement la proposition que critiquait Bouty en septembre 1889. Parker admet ainsi que les lois des actions magnétiques sont rigoureusement indépendantes de la vitesse relative des masses magnétiques, même si cela n'a pas encore pu être établi expérimentalement. Dans ces conditions, il peut reprendre la description du cycle qui lui a permis de montrer en mai 1889 la contradiction entre le diamagnétisme et le principe de Carnot. Il considère ainsi un morceau de bismuth placé dans le vide et dans le voisinage d'un pôle dont la force est supposée invariable pour plus de simplicité. Soit donc le cycle suivant :

- (a) le bismuth se déplace de P en Q si rapidement que l'aimantation n'est pas modifiée. Il est évident qu'aucun phénomène thermique n'accompagne cette opération et que le travail fourni au système est inférieur à  $W$  ;
- (b) l'aimantation du bismuth étant dans un état d'équilibre instable, un léger choc n'occasionnant qu'une dépense de travail négligeable permet à l'aimantation de prendre la valeur correspondant à la position Q. Un phénomène thermique se produit, mais il sera toujours possible de maintenir le bismuth à la température  $\theta$  ;
- (c) Le bismuth est ramené à la position P si rapidement que l'aimantation n'est pas modifiée. Le travail rendu par le système est supérieur à  $W$  ;
- (d) Finalement, un léger choc permet au bismuth, maintenu en P, de reprendre son aimantation initiale.

Partant des hypothèses précédentes, l'existence du diamagnétisme permettrait donc d'obtenir du travail à partir d'un cycle dans lequel la chaleur est échangée à une température constante  $\theta$ . La conclusion énoncée en juillet 1890 subsiste donc. Mais le raisonnement de Parker repose sur des hypothèses qui, quoique plausibles, sont assez compliquées. Il est donc conscient que celles-ci doivent être appuyées par des faits d'expérience. Mais comme ces faits expérimentaux font défaut, il cherche à montrer leur exactitude par une méthode indirecte, en constatant que leur application à quelques-unes des propositions les plus importantes du magnétisme et de l'électricité conduit à des conséquences en parfait accord avec l'expérience.

Tout d'abord, les considérations précédentes ne conduisent à aucune contradiction avec les principes de la thermodynamique dans le cas d'une substance magnétique attirée par le pôle d'aimant : « *un résultat qui, évidemment, est en accord avec l'expérience* »<sup>15</sup>. Enfin, en remplaçant les corps magnétiques A et B par des corps conducteurs électrisés négativement ou positivement, Parker montre que ni l'attraction ni la répulsion électrique ne sont en contradiction avec les principes de la thermodynamique. La différence des conclusions relatives à la répulsion diamagnétique et à la répulsion électrique est en particulier

<sup>15</sup> PARKER John [1891a], p. 200.

subordonnée à l'observation suivante : lorsque la substance diamagnétique se déplace de P en Q, la répulsion est plus importante en Q si l'aimantation est stable alors que pour une substance électrisée, la répulsion est plus importante si la distribution électrique reste inchangée. Cette différence tient au fait que, contrairement au magnétisme, l'électricité est libre de se déplacer à la surface des conducteurs (Tableau A3.1).

**Tableau A3.1 : Evaluation du travail reçu par le système lors du déplacement cyclique d'un corps B au voisinage d'un corps A.** Ce tableau n'apparaît pas dans les articles de Parker mais permet de résumer simplement ses conclusions. Différents cas sont étudiés : les corps A et B sont électrisés ou magnétiques, les corps A et B s'attirent ou se repoussent, l'électrisation ou l'aimantation y est stable (mouvement lent) ou instable (mouvement rapide). Un seul cas est en contradiction avec le principe de Carnot (travail reçu positif) : lorsqu'un corps diamagnétique parcourt le cycle à grande vitesse au voisinage d'un aimant permanent.

	Electrisation ou aimantation	P → Q		Q → P		Cycle
		Norme de la force attractive en Q	Travail reçu	Norme de la force attractive en P	Travail fourni	Travail reçu
A : corps électrisé	stable	$f$	W	$f'$	W	0
B : corps électrisé (même signe)	instable	$< f$	$< W$	$> f'$	$> W$	$< 0$
A : aimant permanent	stable	$f$	W	$f'$	W	0
B : corps paramagnétique	instable	$< f$	$< W$	$> f'$	$> W$	$< 0$

	Electrisation ou aimantation	P → Q		Q → P		Cycle
		Norme de la force répulsive en Q	Travail fourni	Norme de la force répulsive en P	Travail reçu	Travail reçu
A : corps électrisé	stable	$f$	W	$f'$	W	0
B : corps électrisé (signe opposé)	instable	$> f$	$> W$	$< f'$	$< W$	$< 0$
A : aimant permanent	stable	$f$	W	$f'$	W	0
B : corps diamagnétique	instable	$< f$	$< W$	$> f'$	$> W$	$> 0$

Parker déduit de ces observations que les deux hypothèses énoncées précédemment sont légitimes et qu'elles sont, de manière implicite, à la base de toute investigation thermodynamique en électricité et en magnétisme. Avant de décrire les résultats obtenus par Duhem dans son mémoire sur *Les corps diamagnétiques*, Parker propose un dernier argument visant à abandonner la théorie ordinaire du diamagnétisme : « *j'observe que, à ma connaissance, personne n'a jamais essayé d'avancer des arguments sérieux, théoriques ou non, en faveur de la notion ordinaire de diamagnétisme. La théorie semble avoir comme origine l'absence d'examen théorique sur le sujet, et semble avoir été maintenu en raison d'une vénération excusable pour les vieilles théories et d'une croyance en l'infaillibilité des scientifiques plus anciens. Pourtant, dès le début, cette théorie était occasionnellement remise en question. Dans son livre sur les corps diamagnétiques, Duhem mentionne Becquerel et Plücker comme s'y étant opposés. Même en Angleterre, certaines personnes ne l'ont jamais acceptée, et Lodge lui-même semble être conscient qu'elle ne supportera pas l'examen ; car dans sa critique de mes deux papiers précédents, il semble compter principalement sur la force de sa rhétorique et sur le recours au nom de Faraday* »<sup>16</sup>. Le fait que Parker affirme l'absence de tout examen théorique en faveur de la notion ordinaire de diamagnétisme, négligeant de ce fait les travaux de Weber et de Tyndall sur le sujet, provoque l'ire de G. F. Fitzgerald. Dans une note éditoriale publiée un mois après l'article de Parker, Fitzgerald affirme ainsi que, s'il en avait eu l'occasion, il n'aurait pas autorisé cette publication et aurait renvoyé le manuscrit à l'auteur pour que ce dernier effectue quelques modifications importantes. Visiblement partisan de l'existence d'une véritable polarité diamagnétique, Fitzgerald reproche notamment à Parker d'avoir totalement négligé les travaux précédents sur le sujet : « *si M. Parker avait exercé son ingéniosité à expliquer comment la théorie de Weber, qui est une théorie possible, peut être conciliée avec la difficulté aperçue par Thomson, cela aurait été plus instructif qu'un mémoire sur l'absurdité de ce que des expériences incontestables établissent comme réel* »<sup>17</sup>.

---

<sup>16</sup> PARKER John [1891a], p. 203.

<sup>17</sup> FITZGERALD George Francis [1891].



## ANNEXE 4

### *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*

**ANNEXE 4a** : Table de matières des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*

**ANNEXE 4b** : Introduction générale des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*

Les *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, ouvrage de plus de 1500 pages publié en trois tomes entre 1891 et 1892, constituent la synthèse des recherches sur la science électrique et magnétique menées par Duhem depuis le début de sa carrière. L'analyse de cet ouvrage est l'objet de la partie II de ce mémoire. Dans cette annexe, nous reproduisons la table des matières de chacun des tomes des *Leçons*, afin de donner un aperçu de l'ampleur du travail effectué par Duhem. A travers seize livres décomposés en 115 chapitres, Duhem traite un nombre considérable de problèmes relatifs aux corps électrisés, magnétiques, diélectriques et conducteurs. Nous reproduisons également l'introduction générale des *Leçons*, dans laquelle Duhem présente l'objectif qu'il s'est fixé à travers la rédaction de cet ouvrage.

# ANNEXE 4a

## Table des matières des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*

Source : DUHEM Pierre [1891a, 1892b, c]

### Tome I : Les corps conducteurs à l'état permanent

INTRODUCTION

#### LIVRE I.

##### Les forces électrostatiques et la fonction potentielle

CHAPITRE I. – Premières définitions. Les lois de Coulomb .....	1
CHAPITRE II. – Définition de la fonction potentielle. – Propriété de cette fonction en un point intérieur aux charges agissantes .....	6
CHAPITRE III. – Théorème de Green.....	16
CHAPITRE IV. – Lemmes de Gauss. Attraction d'une couche sphérique homogène.....	22
CHAPITRE V. – Propriétés de la fonction potentielle en un point intérieur aux charges agissantes .....	38
CHAPITRE VI. – Criteria de la fonction potentielle d'un volume électrisé. Attraction des ellipsoïdes .....	57
CHAPITRE VII. – Action électrostatique et fonction potentielle d'une surface électrisée.....	71
CHAPITRE VIII. – Rappel de quelques notions de Mécanique .....	99
CHAPITRE IX. – Du potentiel électrostatique .....	117

#### LIVRE II.

##### La distribution électrique sur les corps conducteurs et le problème de Lejeune-Dirichlet

CHAPITRE I. – Conditions de l'équilibre électrique. L'électricité réside à la surface des corps conducteurs ....	125
CHAPITRE II. – Il existe un et un seul état d'équilibre électrique .....	133
CHAPITRE III. – L'identité de Gauss et le théorème de la moyenne arithmétique .....	140
CHAPITRE IV. – Quelques théorèmes sur le signe de la densité électrique à la surface d'un conducteur .....	149
CHAPITRE V. – Le problème de Lejeune-Dirichlet.....	154
CHAPITRE VI. – La fonction de Green.....	165
CHAPITRE VII. – Transformation, en coordonnées orthogonales quelconques, de l'équation $\Delta V = 0$ . Distribution électrique sur un ellipsoïde.....	180
CHAPITRE VIII. – La méthode de l'inversion .....	203
CHAPITRE IX. – La méthode de M. Carl Neumann.....	220
CHAPITRE X. – La distribution naturelle .....	243
CHAPITRE XI. – Le procédé alterné .....	252
CHAPITRE XII. – Le problème de Murphy.....	264

**LIVRE III.****L'étude expérimentale de la distribution électrique**

CHAPITRE I. – <i>Le corps d'épreuve</i> .....	279
CHAPITRE II. – <i>Les conducteurs ouverts</i> .....	287
CHAPITRE III. – <i>Les surfaces de niveau et leurs trajectoires orthogonales</i> .....	297
CHAPITRE IV. – <i>Les couches de niveau</i> .....	305
CHAPITRE V. – <i>Le problème de Green et les théorèmes de Faraday</i> .....	321

**LIVRE IV.****Le potentiel thermodynamique interne d'un système électrisé**

CHAPITRE I. – <i>Quelques notions de thermodynamique</i> .....	337
CHAPITRE II. – <i>Détermination du potentiel thermodynamique interne d'un système électrisé</i> .....	348

**LIVRE V.****L'équilibre électrique et les courants permanents sur les conducteurs métalliques**

CHAPITRE I. – <i>Les lois fondamentales de l'équilibre électrique sur les conducteurs métalliques</i> .....	367
CHAPITRE II. – <i>L'équilibre électrique sur les conducteurs homogènes, lois de la décharge électrique</i> .....	373
CHAPITRE III. – <i>L'intensité des courants</i> .....	398
CHAPITRE IV. – <i>La loi d'Ohm</i> .....	408
CHAPITRE V. – <i>Le mouvement permanent de l'électricité dans une lame métallique</i> .....	419
CHAPITRE VI. – <i>La loi de Joule</i> .....	437
CHAPITRE VII. – <i>La différence de niveau potentiel de deux métaux en contact</i> .....	445
CHAPITRE VIII. – <i>L'effet Peltier</i> .....	478
CHAPITRE IX. – <i>Les courants thermo-électriques</i> .....	488
CHAPITRE X. – <i>L'effet Thomson</i> .....	515

**LIVRE VI.****Les électrolytes**

CHAPITRE I. – <i>La force électromotrice d'une pile</i> .....	525
CHAPITRE II. – <i>La chaleur chimique et la chaleur voltaïque</i> .....	542

## Tome II : Les aimants et les corps diélectriques

### LIVRE VII.

#### Les forces magnétiques

CHAPITRE I. – <i>Premières définitions</i> .....	1
CHAPITRE II. – <i>Détermination de la loi des actions magnétiques et de l'intensité du magnétisme terrestre</i> ...	14
CHAPITRE III. – <i>La fonction potentielle magnétique et le potentiel magnétique</i> .....	35
CHAPITRE IV. – <i>Les distributions fictives équivalentes à un aimant</i> .....	51
CHAPITRE V. – <i>Le problème dérivé de Lejeune-Dirichlet</i> .....	66
CHAPITRE VI. – <i>Les aimants linéaires</i> .....	74
CHAPITRE VII. – <i>Les distributions solénoïdales et lamellaires</i> .....	86
CHAPITRE VIII. – <i>Méridiens magnétiques et parallèles magnétiques</i> .....	98

### LIVRE VIII.

#### L'aimantation par influence selon la théorie de Poisson

CHAPITRE I. – <i>Conditions de l'équilibre magnétique</i> .....	115
CHAPITRE II. – <i>Corps qui s'aimantent uniformément dans un champ uniforme</i> .....	128
CHAPITRE III. – <i>Sphère creuse dans un champ magnétique uniforme</i> .....	138
CHAPITRE IV. – <i>Aimantation dans un champ quelconque. Méthode de Beer</i> .....	150

### LIVRE IX.

#### L'aimantation par influence et la Thermodynamique

CHAPITRE I. – <i>Le potentiel thermodynamique d'un système aimanté</i> .....	159
CHAPITRE II. – <i>Les équations de l'équilibre magnétique</i> .....	175
CHAPITRE III. – <i>Le problème de l'aimantation par influence admet une et une seule solution</i> .....	188
CHAPITRE IV. – <i>Quelques théorèmes sur l'aimantation des corps magnétiques</i> .....	197
CHAPITRE V. – <i>Equilibre et mouvement d'une masse magnétique en présence d'aimants permanents</i> .....	207
CHAPITRE VI. – <i>Impossibilité des corps diamagnétiques</i> .....	221
CHAPITRE VII. – <i>Aimantation d'un corps magnétique au sein d'un milieu magnétique</i> .....	228
CHAPITRE VIII. – <i>Pression d'un fluide incompressible aimanté</i> .....	235
CHAPITRE IX. – <i>Actions exercées sur les corps peu magnétiques</i> .....	256
CHAPITRE X. – <i>Les spectres magnétiques</i> .....	271
CHAPITRE XI. – <i>Chaleur et aimantation</i> .....	278

### LIVRE X.

#### L'aimantation des corps cristallisés

CHAPITRE I. – <i>Equations de l'équilibre magnétique sur les corps cristallisés</i> .....	289
CHAPITRE II. – <i>La théorie de Poisson</i> .....	306
CHAPITRE III. – <i>Action d'un champ magnétique uniforme sur un corps cristallisé</i> .....	313
CHAPITRE IV. – <i>Aimantation des corps peu déformés</i> .....	331

**LIVRE XI.****Les corps diélectriques**

CHAPITRE I. – <i>Potentiel thermodynamique d'un système renfermant des diélectriques</i> .....	339
CHAPITRE II. – <i>Propriétés fondamentales des corps diélectriques</i> .....	349
CHAPITRE III. – <i>Attraction des corps électrisés plongés dans un milieu diélectrique</i> .....	370
CHAPITRE IV. – <i>Les cristaux pyro-électriques</i> .....	383
CHAPITRE V. – <i>Les cristaux piézo-électriques</i> .....	395

**LIVRE XII.****Les déformations des corps polarisés**

CHAPITRE I. – <i>La pression à l'intérieur des fluides polarisés</i> .....	405
CHAPITRE II. – <i>La pression à l'intérieur des solides polarisés</i> .....	427
CHAPITRE III. – <i>La théorie de Maxwell</i> .....	449
CHAPITRE IV. – <i>Les déformations électriques des cristaux</i> .....	467

TABLE DES MATIERES

## Tome III : Les courants linéaires

PREFACE

### INTRODUCTION MATHÉMATIQUE A L'ELECTRODYNAMIQUE

CHAPITRE I. – <i>Des intégrales curvilignes</i> .....	1
CHAPITRE II. – <i>Théorèmes de Stokes et d'Ampère</i> .....	20
CHAPITRE III. – <i>Angle sous lequel, d'un point donné, on voit une aire donnée</i> .....	47
CHAPITRE IV. – <i>Notions de Géométrie de situation. Théorème d'Enrico Betti</i> .....	58

### LIVRE XIII.

#### L'induction électrodynamique dans les circuits linéaires

CHAPITRE I. – <i>La loi élémentaire de l'induction électrodynamique. Forme générale de cette loi</i> .....	67
CHAPITRE II. – <i>La loi élémentaire de l'induction électrodynamique (suite). Détermination de la fonction <math>\varphi(r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega)</math></i> .....	94
CHAPITRE III. – <i>La loi élémentaire de l'induction électrodynamique (suite). Détermination des fonctions <math>f(r)</math> et <math>g(r)</math></i> .....	106
CHAPITRE IV. – <i>Détermination du signe de la constante d'induction</i> .....	114
CHAPITRE V. – <i>Induction dans les circuits fermés parcourus par des courants uniformes</i> .....	120
CHAPITRE VI. – <i>L'induction par seul mouvement des conducteurs</i> .....	131
CHAPITRE VII. – <i>Quelques principes utiles pour l'étude expérimentale de l'induction</i> .....	145
CHAPITRE VIII. – <i>L'induction par les solénoïdes</i> .....	153
CHAPITRE IX. – <i>Développement de la loi élémentaire de l'induction. Lignes de glissement. Induction polaire</i> .....	160
APENDICE AU LIVRE XIII. – <i>Comparaison de la loi élémentaire de l'induction proposée par M. H. von Helmholtz avec les lois proposées par d'autres auteurs</i> .....	178

### LIVRE XIV.

#### Les forces électrodynamiques entre courants linéaires

CHAPITRE I. – <i>Energie interne d'un système de courants linéaires</i> .....	195
CHAPITRE II. – <i>La loi de Joule dans un système de courants d'intensité variable</i> .....	206
CHAPITRE III. – <i>La loi fondamentale de l'Electrodynamique</i> .....	211
CHAPITRE IV. – <i>Examen de quelques paradoxes</i> .....	219
CHAPITRE V. – <i>Raisons qui fait adopter l'ordre suivi dans ce volume</i> .....	229
CHAPITRE VI. – <i>Relations entre la loi de l'Electrodynamique et la loi de l'induction. Loi de Neumann. Loi de Lenz</i> .....	237
CHAPITRE VII. – <i>Définition de l'action exercée sur un élément de courant</i> .....	246
CHAPITRE VIII. – <i>Calcul des actions électrodynamiques exercées sur un élément de courant</i> .....	255
CHAPITRE IX. – <i>Comparaison des lois précédentes avec les lois de L'Electrodynamique proposées par d'autres auteurs</i> .....	266
CHAPITRE X. – <i>Forces que les courants fermés et uniformes exercent les uns sur les autres</i> .....	287

CHAPITRE XI. – Action d'un courant fermé et uniforme sur un élément de courant uniforme .....	303
APENDICE AU LIVRE XIV. – Sur la loi d'Ampère .....	309

### LIVRE XV.

#### Actions électromagnétiques exercées par les courants uniformes

CHAPITRE I. – La loi élémentaire de l'induction électromagnétique .....	333
CHAPITRE II. – La loi de l'induction électromagnétique dans un conducteur parcouru par un courant uniforme.....	354
CHAPITRE III. – Induction électromagnétique dans les courants fermés et uniformes (suite). Induction par la Terre.....	369
CHAPITRE IV. – Energie interne d'un système qui renferme des courants uniformes et des aimants. Extension de la loi de Joule.....	379
CHAPITRE V. – Chaleur de désaimantation .....	390
CHAPITRE VI. – Aimantation par les courants.....	395
CHAPITRE VII. – Détermination des coefficients d'aimantation. Méthode de G. Kirchoff.....	401
CHAPITRE VIII. – Forces électromagnétiques entre aimants et courants uniformes .....	414
CHAPITRE IX. – Propriétés fondamentales de machines dynamo-électriques .....	423
CHAPITRE X. – Action d'un courant fermé et uniforme sur un aimant .....	432
CHAPITRE XI. – Action d'un aimant sur un élément de courant uniforme. Rotations électromagnétiques.....	441
CHAPITRE XII. – Relation entre les deux constantes fondamentales de l'Electrodynamique et de l'Electromagnétisme .....	453
APENDICE AU LIVRE XIV. – Les unités électriques .....	458

### LIVRE XVI.

#### Actions qui s'exercent entre les aimants et les courants quelconques

CHAPITRE I. – L'induction d'un élément magnétique sur un élément conducteur ne peut être regardée comme émanant de ses deux pôles.....	479
CHAPITRE II. – Induction électromagnétique dans les conducteurs linéaires ; aimantation par les courants linéaires.....	483
CHAPITRE III. – Forces qui s'exercent entre un courant linéaire et un aimant .....	494

NOTES

TABLE DES MATIERES

## ANNEXE 4b

### Introduction générale des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*

Source : DUHEM Pierre [1891a], pp. v – viii

« En 1811, Poisson inaugura la théorie des phénomènes électriques ; depuis ce temps, l'étude des lois auxquelles obéissent l'Électricité et le Magnétisme a suscité les efforts d'une foule de grands physiciens et de grands analystes. Leurs innombrables travaux se sont succédé sans relâche pendant toute la durée du siècle et dans tous les pays ; leurs découvertes forment aujourd'hui l'un des plus vastes ensembles scientifiques qui soit au monde.

Le moment semble venu de coordonner les résultats de tant d'efforts ; de réunir en un faisceau unique ces recherches conçues d'après les idées les plus diverses, écrites dans toutes les langues, dispersées dans toutes les revues. Il semble que, si l'on parvenait à réaliser cette vaste synthèse, on se trouverait en présence du plus beau système de Philosophie naturelle qui ait jamais été engendré par l'esprit humain.

Dans le présent Ouvrage, nous avons cherché, dans la limite de nos forces, à tracer une première ébauche de cette synthèse. Notre œuvre présentera certainement bien des imperfections ; mais peut-être, malgré ses défauts, préparera-t-elle d'autres œuvres plus achevées ; s'il en est ainsi, nous n'aurons pas perdu notre peine.

Ce que nous nous sommes proposé d'écrire, c'est un exposé aussi un, aussi logique que possible des théories sur l'Electricité et le Magnétisme, et non pas une compilation de ces théories. On ne trouvera pas ici tout ce qui a été dit sur les phénomènes électriques et magnétiques ; nous désirons seulement qu'on y trouve les idées vraiment nettes et fécondes qui ont été émises à leur sujet. Le minerai qui contient la Science renferme toujours de la gangue ; nous avons rejeté beaucoup de cette gangue : le titre de ce que nous avons gardé n'en sera que plus riche.

Après avoir, pendant dix ans, médité les diverses parties de la Science électrique, nous nous sommes convaincu que tout ce qu'il y a de clair et de fécond dans cette Science pouvait se grouper, avec beaucoup d'ordre et d'unité, autour de quelques principes empruntés à la Mécanique et à la Thermodynamique, et c'est ce groupement que nous avons essayé d'exposer.

Avant de montrer comment la Mécanique et la Thermodynamique permettent de débrouiller, de trier, de classer les théories relatives à l'Electricité et au Magnétisme, faut-il reprendre et discuter les principes de ces sciences ? Logiquement, oui ; car l'exposé que l'on donne ordinairement de ces principes suffit bien à l'examen de quelques-uns des problèmes les plus simples de la Physique ; mais on le trouve, au contraire, constamment défectueux et contradictoire lorsqu'on veut l'appliquer aux questions plus complexes que soulève l'étude de l'Electricité et du Magnétisme.



*Cependant, cette révision logiquement nécessaire des principes de la Mécanique et de la Thermodynamique, nous ne l'avons pas faite ici. La raison en est simple : pour prévoir tous les cas, si compliqués, qu'offriront les théories électriques, il est nécessaire de surcharger les démonstrations de la Mécanique et de la Thermodynamique d'une foule de restrictions, de conditions, d'hypothèses, qui en font l'une des parties les plus épineuses de la Science. Présenter d'abord ces théories d'une manière abstraite, en les séparant des applications qui exigent et, partant, justifient ce luxe de précautions, ce serait les rendre difficiles à comprendre peut-être, rebutantes à coup sûr.*

*Nous avons donc cru qu'il était bon de renverser l'ordre logique : dans le présent Livre, nous nous proposons de faire fonctionner, sous les yeux du lecteur, l'instrument thermodynamique ; de lui faire exécuter l'ouvrage pour lequel il a été nécessaire de tant compliquer ses rouages. Nous nous bornerons à donner, de temps en temps, sur son mécanisme quelques sommaires indications. Plus tard, si nos forces ne nous trahissent pas, nous démonterons cet instrument pièce à pièce, nous en expliquerons tous les organes et nous montrerons les autres applications qu'on en peut faire.*

*Ce premier Volume est consacré à l'étude des lois qui président à l'équilibre de l'Electricité et à son mouvement permanent sur les corps conducteurs. Après avoir donné un tableau de la théorie classique de l'équilibre électrique et des méthodes mathématiques qui servent à résoudre le problème de l'Electrostatique, nous étudions, dans les trois derniers Livres, les applications de la Thermodynamique aux conducteurs métalliques homogènes ou hétérogènes et aux conducteurs électrolytiques.*

*Nous sommes très bref sur les électrolytes, non pas que les méthodes employées pour les conducteurs métalliques ne permettent d'en pousser très loin l'étude ; mais cette étude ne peut être faite sans un examen approfondi des propriétés des dissolutions salines, et la longueur de cet examen excéderait les bornes de notre Ouvrage.*

*Au contraire, nous traiterons très complètement les propriétés des conducteurs métalliques ; l'exposé que nous en donnons est, croyons-nous, le plus étendu et le plus approfondi qui ait été donné jusqu'ici.*

*Le second Volume sera consacré aux propriétés des aimants et des corps diélectriques ; les méthodes indiquées dans notre "Théorie nouvelle de l'aimantation par influence, fondée sur la Thermodynamique", nous ont permis de ramener à l'unité le vaste ensemble de recherches auxquelles ces corps ont donné lieu, de les rectifier sur plusieurs points, de les compléter sur beaucoup.*

*Dans un troisième Volume, nous étudierons les phénomènes que produisent les courants linéaires, les lois de l'induction entre tels courants, leurs actions électrodynamiques, l'induction que les aimants engendrent dans les fils métalliques, l'aimantation par les courants, les actions qui s'exercent entre les aimants et les courants. La méthode nouvelle suivie dans cette partie de notre Ouvrage nous permettra d'étudier les propriétés de courants linéaires quelconques et non pas seulement des courants uniformes, auxquelles on se borne en général.*

*La méthode suivie dans ce troisième Volume sera étendue ultérieurement à l'étude de la propagation de l'électricité dans les milieux d'étendue finie en toute dimension, qu'ils soient conducteurs, magnétiques ou diélectriques.*

*Nous avons laissé de côté, en général, l'étude des méthodes destinées à mesurer les diverses grandeurs électriques ; les Traités classiques renferment, sur ces méthodes, des renseignements suffisants. De même, nous nous sommes borné à indiquer sommairement les expériences qui servent à vérifier les lois que nous étudions ; la description détaillée des instruments et des précautions exigés par leur emploi se trouve dans d'autres livres. Notre but, d'ailleurs, n'est pas d'écrire un Manuel propre à servir de guide à l'expérimentateur et au praticien, mais de marquer nettement le lien théorique qui unit entre elles les diverses parties de la Science électrique. La vue claire de ce lien provoquera la découverte de nouveaux phénomènes, de nouvelles lois, qui, à leur tour, serviront à le fortifier et à l'étendre ».*

Lille, 1<sup>er</sup> juillet 1891

## ANNEXE 5

### Lettre d'Alfred Liénard à Pierre Duhem, 3 janvier 1893

Source : LIENARD Alfred [1893], 2 pages.

La lettre reproduite, conservée aux archives de l'Académie des Sciences, est adressée par Liénard à Duhem, le 3 janvier 1893. Liénard lui signale l'existence d'une erreur dans ses *Leçons*, dans le calcul des pressions à l'intérieur des corps polarisés, et lui indique son intention de publier un article sur le sujet<sup>18</sup>. La reproduction de cette lettre est suivie du fac-similé de la première page.

\* \* \*

MINISTÈRE  
DES  
TRAVAUX PUBLICS  
—  
SERVICE DES MINES  
—  
Sous-Arrondissement  
MARSEILLE-SUD  
—  
BUREAUX  
DE  
L'INGENIEUR DES MINES  
10, Rue Espérandieu, 10

Marseille, le 3 janvier 1893

Monsieur,

[page 1] *Permettez à un de vos lecteurs de vous soumettre une étude sur la distribution des pressions à l'intérieur des corps aimantés et des diélectriques. La plus grande partie en a été faite l'hiver dernier et en lisant récemment vos Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme, j'ai reconnu qu'il existait une certaine divergence entre vos résultats et les miens. Je me suis assuré que cette divergence tient à une inexactitude qui s'est glissée dans vos formules (18) et (19) [page 2] (tome II, pages 243 et 244). Cette correction n'a pas grande importance mais elle prouve encore davantage l'inexactitude de la théorie de Maxwell sur l'origine des forces magnétiques.*

*J'ai l'intention de publier cette étude si vous n'y voyez pas d'inconvénient.*

*Veillez excuser, Monsieur, la liberté que je prends de vous écrire, et daignez agréer l'assurance de ma respectueuse considération,*

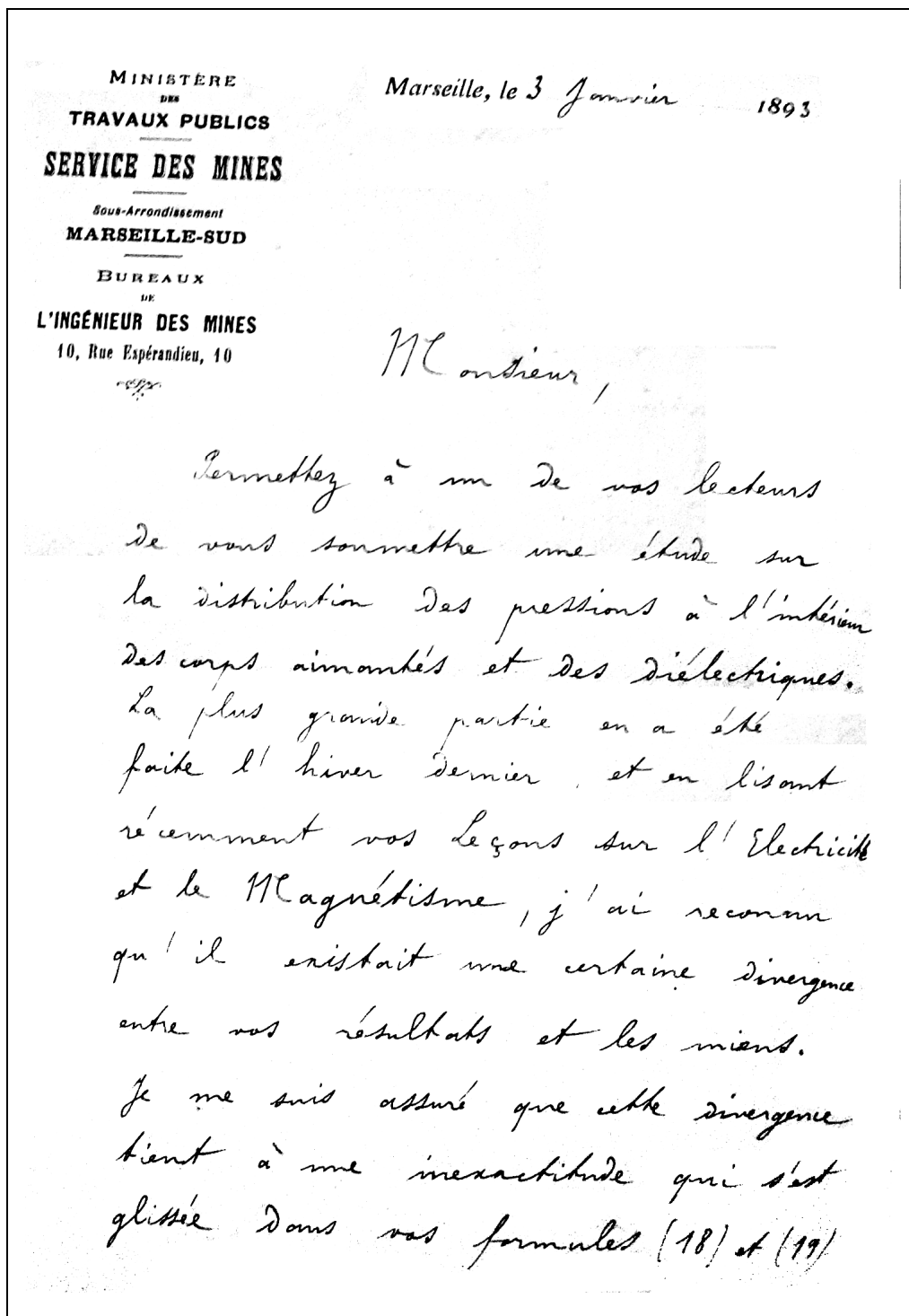
*A. Liénard*

*Ingénieur au Corps des Mines*

\* \* \*

---

<sup>18</sup> LIENARD Alfred [1894].



Photographie de la première page de la lettre adressée  
par Liénard à Duhem le 3 janvier 1893

## ANNEXE 6

### Analogie des courants fermés et uniformes et des aimants : inexactitude des relations d'équivalence

Nous revenons dans cette annexe sur certaines relations énoncées par Duhem dans son mémoire paru en 1889 dans la revue de la Société des Sciences de Finlande et consacré aux actions entre courants électriques et aimants. Ces relations définissent les équivalences d'un point de vue électromagnétique et électrodynamique <sup>19</sup>. Duhem ne détaille pas la manière dont il parvient à ces relations, ce qu'il aurait pu faire par exemple en mettant sous une forme analogue les expressions des potentiels magnétique, électrodynamique et électromagnétique qu'il a établies. Cet excès de concision est d'autant plus regrettable que les relations énoncées sont fausses.

Soient  $\mathcal{P}$  le potentiel des actions magnétiques de deux aimants et  $\Pi$  celui des actions électrodynamiques de deux courants fermés uniformes. Avec des notations évidentes, ces potentiels ont pour expression :

$$\mathcal{P} = h \iint \mathcal{M} \mathcal{M}' \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial N \partial N'} dv dv', \quad (1)$$

$$\Pi = -\frac{A^2}{2} I I' \iint \frac{\cos(ds, ds')}{r} ds ds' = \frac{A^2}{2} I I' \iint \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial N \partial N'} d\omega d\omega'. \quad (2)$$

La transformation appliquée à l'expression du potentiel électrodynamique s'appuie sur l'identité géométrique existant entre des intégrales étendues à des contours et des intégrales étendues aux surfaces qui limitent ces contours. L'expression générale de cette transformation est due à Stokes et constitue une méthode entièrement analogue à celle si féconde énoncée par Green. Dans le troisième tome de ses *Leçons*, Duhem attribue le nom de *théorème d'Ampère* à l'identité géométrique précédente, bien que celle-ci n'apparaissent pas explicitement dans l'œuvre imprimée d'Ampère. Elle constitue néanmoins l'outil mathématique permettant de démontrer la proposition énoncée en 1820 par Ampère et que Mascart et Joubert qualifient de *théorème*, à savoir l'identité de l'action magnétique d'un courant fermé et d'un feuillet magnétique de même contour <sup>20</sup>.

Des expressions précédentes des potentiels magnétique et électrodynamique, on tire aisément les relations d'équivalence suivantes :

---

<sup>19</sup> DUHEM Pierre [1889d], p. 46.

<sup>20</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 41 ; MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882], p. 489. Pour une discussion sur la contribution d'Ampère au *théorème d'Ampère*, voir par exemple : MATHIEU Jacques [1990].

$$\sqrt{h} \mathcal{M} dv = \frac{A}{\sqrt{2}} I d\omega, \quad (3)$$

$$\sqrt{h} \mathcal{M}' dv' = \frac{A}{\sqrt{2}} I' d\omega'. \quad (4)$$

De même, en comparant l'expression des potentiels magnétique et électromagnétique, on déduit qu'un petit courant et un élément magnétique sont équivalents d'un point de vue électromagnétique si l'intensité  $J$  du courant et l'intensité  $\mathcal{M}$  d'aimantation vérifient l'égalité suivante :

$$h \mathcal{M} dv = -\frac{H}{4\pi} J d\omega. \quad (5)$$

La relation d'origine purement expérimentale entre les constantes fondamentales de l'électrodynamique et de l'électromagnétisme est donc la suivante :

$$\frac{A\sqrt{h}}{\sqrt{2}} = -\frac{H}{4\pi}. \quad (6)$$

La démonstration précise des résultats précédents est effectuée par Duhem en 1892, dans le troisième tome de ses *Leçons*. L'égalité (6) apparaît pour la première fois, élevée au carré, dans un article « Sur l'équivalence des courants et des aimants » publié en 1889 dans les *Annales scientifiques de l'ENS* <sup>21</sup>.

L'ensemble des relations précédentes diffèrent de celles énoncées initialement par Duhem dans son mémoire sur les actions entre courants électriques et aimants <sup>22</sup> :

$$h \mathcal{M} dv = \frac{A^2}{2} I d\omega, \quad (3^*)$$

$$h \mathcal{M}' dv = \frac{A^2}{2} I' d\omega', \quad (4^*)$$

$$h \mathcal{M} dv = H J d\omega, \quad (5^*)$$

$$\frac{A^2}{2} = H. \quad (6^*)$$

Les erreurs commises par Duhem dans l'expression des relations d'équivalence peuvent surprendre quand on sait que Duhem accorde généralement une attention toute particulière à la rigueur mathématique et qu'il dispose à cette époque de tous les éléments utiles pour démontrer rigoureusement ces relations. L'absence des racines carrées dans les équations (3\*) et (4\*) est curieuse. Par contre, l'absence du facteur  $4\pi$  dans l'expression (5\*) semble être due aux changements de notation récurrents du physicien français.

Ces erreurs ne modifient néanmoins en rien les conclusions tirées par la suite par Duhem sur l'analogie entre les courants fermés et les aimants, ce qui peut expliquer qu'elles

<sup>21</sup> DUHEM Pierre [1892c], p. 454 (dans cet ouvrage, Duhem pose  $h = 1$ ) ; DUHEM Pierre [1889e], p. 320. (par rapport à ses *Leçons*, les notations de cet article sont les suivantes :  $H/4\pi \rightarrow H$  et  $A^2/2 \rightarrow A$ ).

<sup>22</sup> DUHEM Pierre [1889d], pp. 46 – 47. On rappelle qu'on adopte les notations utilisée par Duhem dans ses *Leçons*, c'est-à-dire que la constante  $A$  de ce mémoire correspond en fait à  $A^2/2$ .

soient passées inaperçues dans un premier temps. Mais lorsque Duhem déduit l'expression du potentiel électromagnétique de celle du potentiel électrodynamique dans un chapitre ultérieur, le physicien français aurait dû s'apercevoir de l'incompatibilité de son résultat avec l'expression connue dans le cas d'un courant fermé et uniforme. Cependant, une curieuse erreur de copie entre deux pages successives masquent les erreurs commises, en les compensant<sup>23</sup>.

---

<sup>23</sup> *Ibid*, pp. 62 – 63.

## ANNEXE 7

**Extrait du tome III des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme* :  
Livre XIII, Chapitre premier : « La loi élémentaire de l'induction  
électrodynamique. Forme générale de cette loi »**

*Source* : DUHEM Pierre [1892c], pp. 67 – 93

Pour avoir un aperçu de la forme très mathématisée que prennent certains chapitres des *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, nous avons reproduit dans cette annexe un extrait représentatif du style de cet ouvrage. Il s'agit du premier chapitre du livre XIII, au début du tome III, consacré à l'induction électrodynamique dans les circuits linéaires. Cet extrait de 27 pages décrit une partie des raisonnements suivis par Duhem pour déterminer la forme de la loi élémentaire de l'induction électrodynamique, c'est-à-dire la dépendance de cette loi par rapport aux intensités des courants et aux paramètres qui définissent la position relative de deux éléments de courant.



## LIVRE XIII.

### L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE DANS LES CIRCUITS LINÉAIRES.



#### CHAPITRE PREMIER.

##### LA LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE. FORME GÉNÉRALE DE CETTE LOI.



Considérons un conducteur linéaire AB, dont les extrémités sont formées par deux métaux  $a$ ,  $b$ , à la même température. Soient

$V_a$  le niveau potentiel électrostatique en un point du métal  $a$ ;  
 $V_b$  le niveau potentiel électrostatique en un point du métal  $b$ ;  
 $\Theta_a$  une quantité qui dépend de la nature du métal  $a$ ;  
 $\Theta_b$  une quantité qui dépend de la nature du métal  $b$ .

Lorsque l'équilibre électrique est établi sur le conducteur, on a

$$(\varepsilon V_a + \Theta_a) - (\varepsilon V_b + \Theta_b) = \eta,$$

étant une quantité qui est déterminée lorsqu'on connaît la nature des divers corps qui forment le conducteur, leur température en chaque point, et la nature des changements d'état que leur fait éprouver le passage de l'électricité.

Si les deux métaux A et B étaient en contact, soit directement, soit par l'intermédiaire d'autres corps ayant même température et n'éprouvant aucun changement d'état par le passage de l'électricité, les niveaux potentiels électrostatiques  $V'_a$ ,  $V'_b$ , à l'intérieur

68

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

de ces métaux, devraient, pour l'équilibre, être liés par la relation

$$(\varepsilon V'_a + \theta_a) - (\varepsilon V'_b + \theta_b) = 0.$$

L'équilibre électrique peut-il subsister sur le fil primitivement considéré lorsqu'on ferme le circuit, c'est-à-dire lorsqu'on réunit les deux métaux  $a$  et  $b$ , soit directement, soit par l'intermédiaire d'autres corps ayant la même température et n'éprouvant aucun changement d'état par le passage de l'électricité? Il faudrait, pour cela, qu'on pût avoir

$$\begin{aligned} V_a &= V'_a, \\ V_b &= V'_b; \end{aligned}$$

or cela sera généralement impossible, car

$$\varepsilon(V_a - V_b) - \varepsilon(V'_a - V'_b) = \eta.$$

Si donc  $\eta$  n'est pas égal à 0, un courant prendra forcément naissance dans le conducteur fermé.

Pour obtenir les lois des *courants permanents*, c'est-à-dire *uniformes et constants*, dans des *conducteurs linéaires, fermés et immobiles*, il suffit d'une seule hypothèse nouvelle. Cette hypothèse est la suivante :

*Lorsqu'on ferme le conducteur  $a, b$ , il est parcouru de  $b$  vers  $a$  par un courant dont l'intensité s'obtient en divisant la quantité*

$$\varepsilon(V_a - V_b) - \varepsilon(V'_a - V'_b),$$

*que nous venons de définir, par une quantité positive, dépendant de la nature du conducteur, que l'on nomme sa résistance; cette résistance est la somme des résistances de chacun des éléments du conducteur; la résistance d'un élément du conducteur est proportionnelle à sa longueur et en raison inverse de sa section.*

Cette hypothèse s'exprime plus brièvement en disant que la *force électromotrice* qui agit de  $b$  vers  $a$ , au travers du fil de fermeture, a pour valeur  $\eta$ . Si  $J$  est l'intensité du courant comptée dans le sens dont il est ici question, et  $R$  la résistance du conducteur, on aura

$$J = \frac{\eta}{R}.$$

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

69

Tout ceci n'est vrai que si tous les conducteurs linéaires qui forment le système sont fermés et immobiles, et que si tous les courants qui traversent ces conducteurs sont uniformes et constants. Ces lois cessent d'être exactes, si les courants sont variables et non uniformes, si les conducteurs sont mobiles.

Soit, dans ce cas,  $AB = ds$  un élément de l'un des conducteurs du système; calculons, pour cet élément, d'après les lois posées au Tome I de cet Ouvrage, la valeur de la quantité

$$\eta = \varepsilon(V_B + V_A) - \varepsilon(V'_B - V'_A).$$

Soit  $R$  la résistance de l'élément.

Si cet élément faisait partie d'un système de conducteurs fermés et immobiles parcourus par des courants uniformes et constants, il serait traversé de  $A$  vers  $B$  par un courant d'intensité

$$i = \frac{\eta}{R}.$$

Il est, en réalité, traversé par un courant d'intensité

$$J = \frac{\eta + \mathcal{E}}{R}.$$

La quantité  $\mathcal{E}$ , qui est égale à 0 lorsque les courants sont constants et uniformes et les conducteurs immobiles, se nomme la *force électromotrice d'induction* qui agit dans l'élément  $ds$ . C'est la forme de cette force électromotrice qu'il va falloir déterminer dans le présent Chapitre.

Dans le temps  $dt$ , l'élément  $AB$  est traversé de  $A$  vers  $B$  par une quantité d'électricité

$$\delta Q = I dt = \frac{1}{R} (\eta + \mathcal{E}) dt.$$

S'il faisait partie d'un système de conducteurs immobiles traversés par des courants permanents, il serait traversé dans le même temps par une quantité d'électricité

$$\delta q = j dt = \frac{1}{R} \eta dt.$$

La quantité

$$\delta \mathcal{Q} = \delta Q - \delta q = \frac{1}{R} \mathcal{E} dt$$

*est la quantité d'électricité mise en mouvement par l'induction dans l'élément  $ds$  pendant le temps  $dt$ .*

Avant d'indiquer les hypothèses fondamentales que nous ferons sur cette quantité  $\delta\mathcal{Q}$ , hypothèses dont nous déduirons les lois de l'induction électrodynamique dans les circuits linéaires, quelques définitions sont encore nécessaires.

Soit  $AB = ds$  un élément d'un conducteur  $C$ ; soit  $C'$  un autre conducteur. L'état du système formé par le conducteur  $C'$  et l'élément  $AB$  sera supposé complètement défini, au point de vue de l'Électrodynamique, lorsqu'on connaîtra :

- 1° La forme, la grandeur et la position relative du circuit  $C$  et de l'élément  $ds$ ;
- 2° L'intensité  $J$  du courant qui traverse l'élément  $ds$ ;
- 3° L'intensité  $J'$ , en chaque point du conducteur  $C'$ , du courant qui traverse ce conducteur.

Si la matière qui forme soit l'élément  $ds$ , soit le circuit  $C'$ , éprouve, réellement ou par la pensée, une modification quelconque qui ne change rien aux qualités que nous venons de définir, nous dirons, en Électrodynamique, que le système n'a éprouvé aucune modification.

C'est là le sens précis qu'il faut attribuer à cette phrase, souvent répétée par les auteurs qui ont traité de l'Électrodynamique : les actions électrodynamiques ne dépendent ni de la matière qui forme les conducteurs, ni des modifications de cette matière.

Ces préliminaires posés, voici la *première hypothèse* que nous ferons sur l'induction électrodynamique :

Considérons le système formé par l'élément  $ds$  et le conducteur  $C'$ . Pendant que ce système subit une modification infiniment petite quelconque, l'induction met en mouvement, dans l'élément  $ds$ , une quantité d'électricité infiniment petite  $\delta\mathcal{Q}$ . Soit  $R ds$  la résistance de l'élément  $ds$ .

*Nous admettrons que la quantité  $R ds \delta\mathcal{Q}$  est déterminée lorsqu'on connaît :*

- 1° *La définition électrodynamique du conducteur  $C'$  et de l'élément  $ds$  au début de la modification;*
- 2° *La variation que la modification considérée apporte à cette définition.*

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

71

Le conducteur  $C'$  est formé d'un certain nombre d'éléments  $ds', ds'_1, ds'_2, \dots, ds'_n$ . Nous admettons, comme *seconde hypothèse*, évidemment compatible avec la première, que l'on peut écrire

$$R ds \delta \mathcal{Q} = \delta \mu' + \delta \mu'_1 + \delta \mu'_2 + \dots + \delta \mu'_n,$$

$\delta \mu'_k$  dépendant uniquement :

- 1° De la grandeur de l'élément  $ds$ ;
- 2° De la grandeur de l'élément  $ds'_k$ ;
- 3° De la situation relative de ces deux éléments;
- 4° Des intensités des courants qui traversent ces deux éléments;
- 5° Des variations de ces données.

Cette hypothèse est celle que l'on énonce, sous une forme moins précise, lorsqu'on dit que la force électromotrice d'induction engendrée par un courant inducteur est la somme des forces électromotrices élémentaires émanées des divers éléments de l'induit.

Soit  $AB = ds$  un élément du conducteur  $C$ ; soit  $A'B' = ds'$  un élément du conducteur  $C'$ . Soit  $\theta$  le plus petit des angles de la direction  $AB$  avec la direction  $AA'$ ; soit  $\theta'$  le plus petit des angles de la direction  $A'B'$  avec la direction  $AA'$ ; soit  $\omega$  l'angle des deux directions  $AB, A'B'$ ; soit enfin  $r$  la distance  $AA'$ . Une *troisième hypothèse* consiste à admettre que, pour définir, en *Électrodynamique*, le système des deux éléments  $AB, A'B'$ ; il suffit de connaître les paramètres

$$ds, ds', r, \theta, \theta', \omega.$$

Nous avons vu [*Introduction*, Chap. I, § 1] que cela revient à admettre l'équivalence, par rapport à l'élément  $AB$ , des deux éléments  $A'B', A'B'_1$ , symétriques par rapport au plan  $BAA'$ .

Cette hypothèse, jointe à la précédente, entraîne cette conséquence :

*La quantité  $\delta \mu'$  est une fonction uniforme des paramètres*

$$J, ds, J', ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega$$

*et de leurs variations.*

Deux remarques au sujet de ces paramètres :

A. Il résulte de la définition de l'intensité d'un courant linéaire

(T. I, p. 406) que l'intensité d'un courant varie d'une manière continue le long du conducteur qu'il traverse : si le conducteur est ouvert, l'intensité est égale à 0 aux extrémités. Un élément de courant ne peut donc être supposé réellement séparé des éléments qui le précèdent ou qui le suivent. Cette définition, donnée en admettant que la densité linéaire de l'électricité doit être forcément finie en tout point d'un courant linéaire, est trop restreinte. Nous verrons plus tard qu'elle ne pourrait suffire à fournir une représentation complète des faits que nous présente l'étude de l'électricité. Mais, pour le moment, nous ne voulons point entrer dans l'étude des difficultés que présente la théorie des courants linéaires, lorsqu'on regarde l'intensité comme pouvant être discontinue. Tout le long du présent Volume nous admettrons provisoirement l'hypothèse suivante : *Il est physiquement impossible que l'intensité d'un courant linéaire présente des discontinuités le long du conducteur ou à ses extrémités.*

B. Soit M un point, fixe ou mobile ; soient  $ds'$ ,  $ds''$ , ... les éléments qui forment un conducteur parcouru par un courant. Soit  $r$  la distance du point M à l'origine d'un de ces éléments. Les éléments de ce conducteur devant se suivre sans interruption,  $r$  varie d'une manière continue le long de ce conducteur.

En vertu des hypothèses faites, nous aurons

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \delta\mu' = f(J, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \\ \quad \delta J, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega), \\ \delta\mu'_1 = f(J, J'_1, ds, ds'_1, r_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, \\ \quad \delta J, \delta J'_1, \delta ds, \delta ds'_1, \delta r_1, \delta \cos\theta_1, \delta \cos\theta'_1, \delta \cos\omega_1), \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

1° Nous allons montrer d'abord que la fonction  $f$  ne dépend ni de  $J$ , ni de  $\delta J$ .

Pour cela, considérons en premier lieu un élément  $ds$  de résistance  $R ds$ , parcouru par un courant d'intensité  $J$ , et mis en présence d'un circuit  $C'$  auquel appartient l'élément  $ds'$ . Une modification élémentaire dans l'état du système est caractérisée par les variations

$$\delta J, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega$$

des paramètres

$$J, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega.$$

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

73

L'induction, due aux éléments du circuit  $C'$ , qui accompagne cette variation, met en mouvement dans l'élément  $ds$  une quantité d'électricité  $\delta\mathcal{Q}$  et l'on a

$$R ds \delta\mathcal{Q} = \sum_{C'} f(J, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta J, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega).$$

Prenons ensuite un nouvel élément  $ds$ , identique au précédent, mais traversé par un courant d'identité  $j$ . Imaginons que  $j$  varie de  $\delta j$ , tandis que

$$J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega$$

subissent les mêmes variations

$$\delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega$$

que dans le cas précédent.

A cette nouvelle modification correspond un phénomène d'induction, dû aux éléments du circuit  $C'$ , qui met en mouvement dans l'élément  $ds$  une quantité d'électricité  $\delta q$  et l'on a

$$R ds \delta q = \sum f(j, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta j, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega).$$

Juxtaposons les deux éléments  $ds$  que nous venons de considérer. Par leur ensemble nous formons un troisième élément  $ds$ , traversé par un courant d'intensité  $J + j$ . Lorsque les quantités

$$J + j, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega$$

varient de

$$\delta J + \delta j, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega,$$

l'induction due aux éléments du circuit  $C'$  met en mouvement, dans ce nouvel élément  $ds$ , une quantité d'électricité qui a évidemment pour valeur

$$\delta\mathcal{Q} + \delta q.$$

D'ailleurs le troisième élément  $ds$  ayant pour résistance

$$\frac{R}{2} ds,$$

74

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

on doit avoir

$$\frac{R}{2} (\delta\mathcal{Q} + \delta q) ds = \sum_{C'} f(J + j, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta J + \delta j, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega).$$

On doit donc avoir l'identité

$$\begin{aligned} & \sum_{C'} f(J, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta J, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega) \\ & + \sum_{C'} f(j, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta j, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega) \\ & = 2 \sum_{C'} f(J + j, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta J + \delta j, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega). \end{aligned}$$

Les quantités  $\cos\theta$ ,  $\cos\theta'$ ,  $\cos\omega$  varient d'une manière quelconque, ainsi que  $\delta ds'$ ,  $\delta r$ ,  $\delta \cos\theta$ ,  $\delta \cos\theta'$ ,  $\delta \cos\omega$  lorsqu'on passe d'un élément  $ds'$  à un autre. Les quantités  $J'$ ,  $\delta J'$ ,  $r$  sont seulement assujetties à varier d'une manière continue d'un élément à l'autre d'un même circuit. L'identité précédente ne peut donc avoir lieu que si l'on a séparément, pour chaque groupe  $(ds, ds')$ ,

$$\begin{aligned} & f(J, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta J, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega) \\ & + f(j, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta j, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega) \\ & = 2 f(J + j, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta J + \delta j, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega). \end{aligned}$$

Or, si nous faisons dans cette identité

$$j = 0, \quad \delta j = 0,$$

nous trouvons

$$\begin{aligned} & f(J, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta J, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega) \\ & = f(0, J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, 0, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega). \end{aligned}$$

Cette égalité montre, comme nous l'avions annoncé, que la fonction  $f$  ne dépend ni de  $J$ , ni de  $\delta J$ .





76

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

Supposons toutes les quantités

$$\delta J', \delta ds, \delta ds', \delta \cos \theta, \delta \cos \theta', \delta \cos \omega$$

infiniment petites par rapport aux quantités

$$J', ds, ds', \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega.$$

Nous aurons alors, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur,

$$D\mu' = F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \\ DJ', Dds, Dds', Dr, D\cos \theta, D\cos \theta', D\cos \omega).$$

Cette seconde modification met en mouvement, dans l'élément  $ds$ , une quantité d'électricité  $D\mathcal{Q}$  et l'on a

$$(R + \delta R)(ds + \delta ds)D\mathcal{Q} = \sum D\mu',$$

ou bien, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur,

$$R ds D\mathcal{Q} = \sum F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \\ DJ', Dds, Dds', Dr, D\cos \theta, D\cos \theta', D\cos \omega).$$

L'en semble des deux modifications infiniment petites que nous venons de considérer constitue une modification infiniment petite, dans laquelle les quantités

$$J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega,$$

varient de

$$\begin{aligned} \Delta J' &= \delta J' + DJ', \\ \Delta ds &= \delta ds + Dds, \\ \Delta ds' &= \delta ds' + Dds', \\ \Delta r &= \delta r + Dr, \\ \Delta \cos \theta &= \delta \cos \theta + D\cos \theta, \\ \Delta \cos \theta' &= \delta \cos \theta' + D\cos \theta', \\ \Delta \cos \omega &= \delta \cos \omega + D\cos \omega. \end{aligned}$$

Cette modification met en mouvement une quantité d'électricité

$$\Delta \mathcal{Q} = \delta \mathcal{Q} + D\mathcal{Q}.$$

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

77

Mais on doit avoir, d'après l'égalité (3),

$$R ds \Delta \mathcal{Q} = \sum F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \Delta J', \Delta ds, \Delta ds', \Delta r, \Delta \cos \theta, \Delta \cos \theta', \Delta \cos \omega).$$

On voit donc que l'on a l'identité

$$\begin{aligned} & \sum F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \\ & \quad \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos \theta, \delta \cos \theta', \delta \cos \omega) \\ & + \sum F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \\ & \quad DJ', Dds, Dds', Dr, D \cos \theta, D \cos \theta', D \cos \omega) \\ & = \sum F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \\ & \quad \delta J' + DJ', \delta ds + D ds, \delta ds' + D ds', \delta r + Dr, \\ & \quad \delta \cos \theta + D \cos \theta, \delta \cos \theta' + D \cos \theta', \delta \cos \omega + D \cos \omega). \end{aligned}$$

Les variations imposées à  $ds$ ,  $ds'$ ,  $\cos \theta$ ,  $\cos \theta'$ ,  $\cos \omega$  sont entièrement arbitraires; les variations imposées à  $J'$  et à  $r$  sont seulement assujetties à laisser ces quantités varier d'une manière continue lorsqu'on passe de l'élément  $ds'$  à un élément voisin appartenant au même conducteur.

L'égalité précédente montre donc que la somme

$$\sum F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos \theta, \delta \cos \theta', \delta \cos \omega),$$

étendue aux  $n$  éléments  $ds'_1, ds'_2, \dots$  qui, avec l'élément  $ds$ , forment le système étudié, est une fonction linéaire et homogène des  $(6n + 1)$  variations

$$\begin{aligned} & \delta J', \quad \delta ds', \quad \delta r, \quad \delta \cos \theta, \quad \delta \cos \theta', \quad \delta \cos \omega, \\ & \delta J'_1, \quad \delta ds'_1, \quad \delta r_1, \quad \delta \cos \theta_1, \quad \delta \cos \theta'_1, \quad \delta \cos \omega_1, \\ & \dots, \quad \dots, \quad \dots, \quad \dots, \quad \dots, \quad \dots \\ & \delta ds. \end{aligned}$$

Or les variations  $\delta J'$ ,  $\delta ds'$ ,  $\delta r$ ,  $\delta \cos \theta$ ,  $\delta \cos \theta'$ ,  $\delta \cos \omega$  ne figurent que dans le terme

$$F(J', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos \theta, \delta \cos \theta', \delta \cos \omega).$$

78

## LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

Ce terme doit donc être linéaire par rapport à ces variations et l'on doit avoir

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} F(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \\ \delta J', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega) \\ = \quad \varphi(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta ds) \\ \quad + A(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta J' \\ \quad + B(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta ds' \\ \quad + C(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta \cos\theta \\ \quad + C'(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta \cos\theta' \\ \quad + D(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta \cos\omega \\ \quad + E(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta r, \end{array} \right.$$

ce qui démontre, comme nous l'avions annoncé, que la fonction  $F$  est linéaire par rapport aux six variations

$$\delta J', \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega.$$

3° Nous allons prouver que les six quantités

$$\varphi, B, C, C', D, E$$

sont proportionnelles à  $J'$ , et que  $A$  ne dépend pas de  $J'$ .

Envisageons pour cela un premier élément  $A'B' = ds'$ , traversé par un courant d'intensité  $J'$ . Si les variables

$$J', ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, ds,$$

relatives à cet élément, varient de

$$\delta J', \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega, \delta ds,$$

cet élément nous fournit une quantité

$$\begin{aligned} \delta\mu' = & \quad \varphi(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, \delta ds) \\ & + A(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta J' \\ & + B(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta ds' \\ & + C(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta \cos\theta \\ & + C'(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta \cos\theta' \\ & + D(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta \cos\omega \\ & + E(J', ds, ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) \delta r. \end{aligned}$$

Supposons qu'un second élément  $A_1B_1$ , de même longueur  $ds'$  que  $A'B'$ , soit exactement juxtaposé à  $A'B'$ , et qu'il soit traversé par un courant d'intensité  $J'_1$ . Supposons que, dans la modification

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

79

considérée,  $A_1' B_1'$  reste constamment juxtaposé à  $A' B'$ . Les paramètres

$$J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega,$$

qui définissent le système  $AB, A_1' B_1'$ , varieront de

$$\delta J_1', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos \theta, \delta \cos \theta', \delta \cos \omega.$$

Le nouvel élément  $A_1' B_1'$  fournira donc à  $\sum \delta \mu'$  une quantité

$$\begin{aligned} \delta \mu'_1 = & \varphi(J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \delta ds) \\ & + A(J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta J_1' \\ & + B(J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta ds' \\ & + C(J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta \cos \theta \\ & + C'(J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta \cos \theta' \\ & + D(J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta \cos \omega \\ & + E(J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta r. \end{aligned}$$

Mais il est évident que l'on peut regarder l'ensemble des deux éléments  $A' B', A_1' B_1'$  comme formant un seul élément  $A'' B''$ ; le couple  $AB, A'' B''$  est défini par les paramètres

$$J' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega;$$

dans la modification considérée, ces paramètres varient de

$$\delta J' + \delta J_1', \delta ds, \delta ds', \delta r, \delta \cos \theta, \delta \cos \theta', \delta \cos \omega,$$

et l'élément considéré fournit à  $\sum \delta \mu''$  un terme

$$\begin{aligned} \delta \mu'' = & \varphi(J_1' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, \delta ds) \\ & + A(J_1' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) (\delta J' + \delta J_1') \\ & + B(J_1' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta ds' \\ & + C(J_1' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta \cos \theta \\ & + C'(J_1' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta \cos \theta' \\ & + D(J_1' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta \cos \omega \\ & + E(J_1' + J_1', ds, ds', r, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega) \delta r. \end{aligned}$$

La quantité d'électricité mise en mouvement par l'induction dans l'élément  $ds$ , et par conséquent la quantité  $\sum \delta \mu'$ , doivent conserver la même valeur, soit que l'on envisage les deux éléments  $A' B', A_1' B_1'$  comme distincts, soit que l'on envisage leur ensemble

80 LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.  
comme formant un seul élément. On doit donc avoir

$$\delta\mu'' = \delta\mu' + \delta\mu'_1,$$

quels que soient  $J'$ ,  $J'_1$ ,  $\delta J'_1$ ,  $\delta J'_1$ .

Il résulte alors des trois égalités précédentes que  $\delta\mu'$  est une fonction linéaire et homogène de  $J'$  et de  $\delta J'$ .

Donc :

La quantité  $A$  ne dépend pas de  $J'$ .

Les quantités  $\varphi$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $C'$ ,  $D$ ,  $E$  sont proportionnelles à  $J'$ .

Cela nous permet d'écrire, au lieu de l'égalité (4),

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta\mu' = + J' \psi(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds) \\ \quad + a(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta J' \\ \quad + J' b(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta ds' \\ \quad + J' c(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta \\ \quad + J' c'(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta' \\ \quad + J' d(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\omega \\ \quad + J' e(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta r. \end{array} \right.$$

4° Démontrons maintenant que la quantité  $b$  est indépendante de  $ds'$ , tandis que les quantités  $\psi$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $c'$ ,  $d$ ,  $e$ , sont proportionnelles à  $ds'$ .

Pour le démontrer, prenons un élément  $ds' = A'B'$ , dont les paramètres caractéristiques sont

$$J', ds', r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega$$

et varient de

$$\delta J', \delta ds', \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega;$$

il fournit à la quantité  $\sum \delta\mu'$  un terme

$$\begin{aligned} \delta\mu' = & J' \psi(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds) \\ & + a(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta J' \\ & + J' b(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta ds' \\ & + J' c(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta \\ & + J' c'(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta' \\ & + J' d(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\omega \\ & + J' e(ds, ds', \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta r. \end{aligned}$$

Imaginons que l'élément  $ds' = A'B'$  soit suivi d'un autre élé-

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

81

ment  $ds'_1 = B'C'$ , défini par les paramètres

$$J'_1, ds'_1, r_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1,$$

qui varient de

$$\delta J'_1, \delta ds'_1, \delta r_1, \delta \cos\theta_1, \delta \cos\theta'_1, \delta \cos\omega_1.$$

Cet élément fournit à  $\sum \delta\mu'$  un terme

$$\begin{aligned} \delta\mu'_1 = & J'_1 \psi(ds, ds'_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, r_1, \delta ds) \\ & + a(ds, ds'_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, r_1) \delta J'_1 \\ & + J'_1 b(ds, ds'_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, r_1) \delta ds'_1 \\ & + J'_1 c(ds, ds'_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, r_1) \delta \cos\theta_1 \\ & + J'_1 c'(ds, ds'_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, r_1) \delta \cos\theta'_1 \\ & + J'_1 d(ds, ds'_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, r_1) \delta \cos\omega_1 \\ & + J'_1 e(ds, ds'_1, \cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1, r_1) \delta r_1. \end{aligned}$$

Les quantités  $r_1$  et  $J'_1$  diffèrent infiniment peu de  $r$  et de  $J'$ . Admettons que  $\cos\theta_1, \cos\theta'_1, \cos\omega_1$  diffèrent infiniment peu de  $\cos\theta, \cos\theta', \cos\omega$ ; admettons aussi que  $\delta J'_1, \delta \cos\theta_1, \delta \cos\theta'_1, \delta \cos\omega_1, \delta r_1$ , diffèrent infiniment peu de  $\delta J', \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega, \delta r$ . Nous aurons alors, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur,

$$\begin{aligned} \delta\mu'_1 = & J' \psi(ds, ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds) \\ & + a(ds, ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta J' \\ & + J' b(ds, ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta ds'_1 \\ & + J' c(ds, ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta \\ & + J' c'(ds, ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta' \\ & + J' d(ds, ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\omega \\ & + J' e(ds, ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta r. \end{aligned}$$

Mais il est évident que l'on peut, sans altérer la valeur de  $\sum \delta\mu'$ , regarder les deux éléments  $A'B'$  et  $B'C'$  comme formant un seul élément dont les paramètres caractéristiques sont

$$J', ds' + ds'_1, r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega,$$

et subissent les variations

$$\delta J', \delta ds' + \delta ds'_1, \delta r, \delta \cos\theta, \delta \cos\theta', \delta \cos\omega.$$

D. — III.

6

82

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

Cet élément unique doit fournir à  $\sum \delta\mu'$  un terme  $\delta\mu''$  égal à  $\delta\mu' + \delta\mu'_1$ . Or on a

$$\begin{aligned} \delta\mu'' = & J'\psi(ds, ds' + ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds) \\ & + a(ds, ds' + ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta J' \\ & + J'b(ds, ds' + ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r)(\delta ds' + \delta ds'_1) \\ & + J'c(ds, ds' + ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta \\ & + J'c'(ds, ds' + ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\theta' \\ & + J'd(ds, ds' + ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta \cos\omega \\ & + J'e(ds, ds' + ds'_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) \delta r. \end{aligned}$$

Les trois expressions obtenues pour  $\delta\mu'$ ,  $\delta\mu'_1$ ,  $\delta\mu' + \delta\mu'_1$ , nous montrent que  $\delta\mu'$  est, comme nous l'avions annoncé, une fonction linéaire et homogène de  $ds'$  et de  $\delta ds'$ ; la quantité  $b$  est donc indépendante de  $ds'$ , et les quantités  $\psi$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $c'$ ,  $d$ ,  $e$  sont proportionnelles à  $ds'$ . Au lieu de l'égalité (5), nous pourrions écrire

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \delta\mu' = & \chi(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds) J' ds' \\ & + \alpha(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) ds' \delta J' \\ & + \beta(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' \delta ds' \\ & + \gamma(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta \\ & + \gamma'(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta' \\ & + \delta(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\omega \\ & + \varepsilon(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta r. \end{aligned} \right.$$

5° Montrons maintenant que

$$\chi(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds)$$

est proportionnel à  $\delta ds$ .

Nous avons évidemment

$$\delta\mu' = 0,$$

lorsque

$$\begin{aligned} \delta ds = 0, \quad \delta ds' = 0, \quad \delta J' = 0, \quad \delta r = 0, \\ \delta \cos\theta = 0, \quad \delta \cos\theta' = 0, \quad \delta \cos\omega = 0. \end{aligned}$$

Par conséquent, nous pouvons écrire

$$\chi(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds) = \xi(ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r, \delta ds) \delta ds,$$

$\xi$  ne devenant pas infini pour

$$\delta ds = 0.$$



## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

83

Nous avons vu que  $\sum \delta \mu'$  devait être une fonction linéaire et homogène des  $(6n + 1)$  variations

$$\begin{array}{cccccc} \delta ds', & \delta J', & \delta \cos \theta, & \delta \cos \theta', & \delta \cos \omega, & \delta r, \\ \delta ds'_1, & \delta J'_1, & \delta \cos \theta_1, & \delta \cos \theta'_1, & \delta \cos \omega_1, & \delta r_1, \\ \dots, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, \\ & & & & & \delta ds. \end{array}$$

Il en résulte évidemment que la quantité

$$\sum \xi(ds, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, r, \delta ds) J' ds'$$

doit être indépendante de  $\delta ds$ , ce qui exige que l'on ait

$$\sum \frac{\partial}{\partial (\delta ds)} \xi(ds, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, r, \delta ds) J' ds' = 0.$$

Cette somme, étendue aux  $n$  éléments  $ds'$  qui, avec l'élément  $ds$ , forment le système étudié, se décompose en un certain nombre d'intégrales étendues à des lignes le long desquelles  $J'$ ,  $\cos \theta$  et  $r$  varient d'une manière continue, tandis que  $\cos \theta'$ ,  $\cos \omega$ , varient d'une manière continue ou discontinue.

L'égalité précédente exige donc que l'on ait

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial (\delta ds)} \xi(ds, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, r, \delta ds) J' \\ & = \frac{\partial}{\partial s'} \varphi(ds, \cos \theta, r, \delta ds, J'), \end{aligned}$$

$\varphi$  étant une fonction uniforme de  $r$ ,  $\cos \theta$  et  $J'$ .

Le premier nombre en dépendant par  $\frac{dJ'}{ds}$ , il doit en être de même du second; il en résulte évidemment que l'on a

$$\frac{\partial}{\partial (\delta ds)} \xi(ds, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, r, \delta ds) = 0.$$

La quantité  $\xi$  ne dépend pas de  $\delta ds$ . Nous pouvons écrire simplement

$$\begin{aligned} \chi(ds, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, r, \delta ds) \\ = \beta'(ds, \cos \theta, \cos \theta', \cos \omega, r) \delta ds. \end{aligned}$$

Si nous reportons cette expression de  $\chi$  dans l'égalité (6),

84

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

celle-ci devient

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} \delta\mu' = & \alpha (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) ds' \delta J' \\ & + \beta (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' \delta ds' \\ & + \beta' (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta ds \\ & + \gamma (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta \\ & + \gamma' (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta' \\ & + \delta (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\omega \\ & + \varepsilon (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta r. \end{aligned} \right.$$

6° Enfin nous allons prouver que la quantité  $\beta'$  ne dépend pas de  $ds$ , tandis que les  $q$  quantités  $\alpha, \beta, \gamma, \gamma', \delta, \varepsilon$  sont proportionnelles à  $ds$ .

Pour démontrer cette proposition, imaginons deux éléments rectilignes  $ds = AB$  et  $ds_1 = BC$ , se suivant de manière à former par leur ensemble un élément  $AC = ds_2$ . Pour le premier de ces éléments, nous avons

$$\begin{aligned} \delta\mu' = & \alpha (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) ds' \delta J' \\ & + \beta (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' \delta ds' \\ & + \beta' (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta ds \\ & + \gamma (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta \\ & + \gamma' (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta' \\ & + \delta (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\omega \\ & + \varepsilon (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta r. \end{aligned}$$

Pour le second, nous avons

$$\begin{aligned} \delta\mu'_1 = & \alpha (ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) ds' \delta J' \\ & + \beta (ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' \delta ds' \\ & + \beta' (ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta ds_1 \\ & + \gamma (ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta' \\ & + \gamma' (ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta \\ & + \delta (ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\omega \\ & + \varepsilon (ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta r. \end{aligned}$$

Pour l'élément  $ds_2$ , nous avons

$$\begin{aligned} ds_2 &= ds + ds_1, \\ \delta ds_2 &= \delta ds + \delta ds_1 \end{aligned}$$

et, par conséquent,

$$\begin{aligned} \delta\mu'_2 = & \alpha (ds + ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) ds' \delta J' \\ & + \beta (ds + ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' \delta ds' \\ & + \beta' (ds + ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' (\delta ds + \delta ds_1) \\ & + \gamma (ds + ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta \\ & + \gamma' (ds + ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\theta' \\ & + \delta (ds + ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta \cos\omega \\ & + \varepsilon (ds + ds_1, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds' \delta r. \end{aligned}$$

La quantité d'électricité mise en mouvement par l'induction, dans chacun des éléments AB, BC, AC, est la même.

On a donc

$$R ds \delta \mathcal{Q} = \sum \delta\mu',$$

$$R ds_1 \delta \mathcal{Q} = \sum \delta\mu'_1,$$

$$R ds_2 \delta \mathcal{Q} = \sum \delta\mu'_2$$

et, par conséquent,

$$\sum \delta\mu' + \sum \delta\mu'_1 = \sum \delta\mu'_2.$$

Il résulte alors des expressions données par  $\delta\mu'$ ,  $\delta\mu'_1$ ,  $\delta\mu'_2$ , que  $\sum \delta\mu'$  est une fonction linéaire et homogène de  $ds$  et de  $\delta ds$ .

De là on déduit en premier lieu que  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma'$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  sont proportionnels à  $ds$ ; en second lieu que

$$\sum \beta' (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) J' ds'$$

ne dépend pas de  $ds$ . On en déduit aisément, par un raisonnement analogue à celui que nous avons fait tout à l'heure, que  $\beta'$  ne dépend pas de  $ds$ .

Posons désormais

$$\begin{aligned} \alpha (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) &= \Phi (r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) ds, \\ \beta (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) &= \Psi (r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) ds, \\ \beta' (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) &= \Psi' (r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega), \\ \gamma (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) &= \Theta (r' \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) ds, \\ \gamma' (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) &= \Theta' (r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) ds, \\ \delta (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) &= \Omega (r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) ds, \\ \varepsilon (ds, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega, r) &= R (r, \cos\theta, \cos\theta', \cos\omega) ds, \end{aligned}$$

86

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

et nous pourrions écrire, au lieu de l'équation (13),

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta\mu' = \Phi \delta J' ds ds' + \Psi J' ds \delta ds' + \Psi' J' ds' \delta ds \\ \quad + (R \delta r + \Theta \delta \cos \theta + \Theta' \delta \cos \theta' + \Omega \delta \cos \omega) J' ds ds'. \end{array} \right.$$

7° Une nouvelle proposition, bien aisée à établir, est celle-ci :

Les deux quantités  $\Phi$  et  $\Psi$  sont égales entre elles

Pour le démontrer, envisageons un élément  $A'B'$  traversé par un courant d'intensité infiniment petite  $j'$ . Envisageons une modification dans laquelle cet élément, sans changer de place ni d'orientation, s'allonge de manière à devenir  $A'B''$ . On a alors

$$B'B'' = \delta ds'.$$

Supposons que l'intensité  $j'$  demeure invariable, ainsi que la longueur et la position de l'élément  $ds$ . Nous aurons alors

$$\delta j' = 0, \quad \delta r = 0, \quad \delta \cos \theta = 0, \quad \delta \cos \theta' = 0, \quad \delta \cos \omega = 0, \\ \delta ds = 0$$

et, par conséquent,

$$\delta\mu' = \Psi j' ds \delta ds'.$$

Mais nous pouvons évidemment concevoir d'une autre manière la modification dont le système est le siège ; nous pouvons regarder ce système comme renfermant deux éléments : l'un  $A'B'$ , dont tous les paramètres caractéristiques demeurent invariables, l'autre  $B'B''$ , de longueur  $\delta ds$ , traversé par un courant d'intensité 0, au commencement de la modification infiniment petite et d'intensité  $j'$  à la fin. Cette nouvelle manière de concevoir la modification dont le système est le siège a pour effet de remplacer, dans  $\sum \delta\mu'$ , le terme  $\delta\mu'$  par le terme

$$\delta\mu'' = \Phi ds \delta ds' j.$$

La quantité  $\sum \delta\mu'$  ne doit pas dépendre de la manière arbitraire dont on conçoit cette modification infiniment petite. On doit donc avoir

$$\delta\mu' = \delta\mu'',$$

ou, comme nous l'avions annoncé,

$$\Phi = \Psi.$$

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

87

Ce résultat obtenu, nous pouvons remplacer l'égalité (8) par la suivante

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta\mu' = \Phi ds \delta(J' ds') + \Psi' J' ds' \delta ds \\ \quad + (R \delta r' + \Theta \delta \cos \theta + \Theta' \delta \cos \theta' + \Omega \delta \cos \omega) J' ds ds'. \end{array} \right.$$

8° Parmi les conducteurs que renferme le système, supposons qu'il existe un conducteur fermé  $C''$ , dont nous désignerons les éléments par  $ds''$ ,  $ds''_1$ ,  $ds''_2$ , ... Les autres éléments du système seront désignés par  $ds'''$ ,  $ds'''_1$ ,  $ds'''_2$ , ...

Nous aurons alors

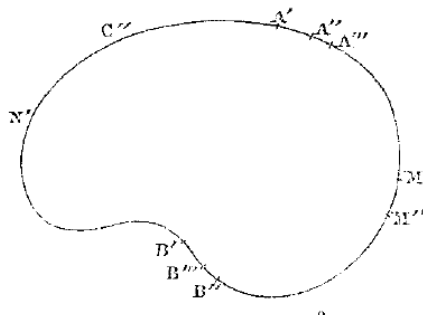
$$\sum \delta\mu' = \sum \delta\mu'' + \sum \delta\mu'''.$$

Nous supposons le conducteur fermé  $C''$  traversé par un courant d'intensité  $J''$ , uniforme et constant, en sorte que nous aurons

$$\begin{aligned} J'' &= J''_1 = J''_2 = \dots, \\ \delta J'' &= \delta J''_1 = \delta J''_2 = \dots = 0. \end{aligned}$$

Sur le conducteur  $C''$  ou  $A'M'B'N'$  (*fig. 25*), considérons un arc  $A'M'B'$ , le long duquel ne se trouve aucun point anguleux, en

Fig. 25.



sorte que, le long de cet arc,  $r$ ,  $\cos \theta$ ,  $\cos \theta'$ ,  $\cos \omega$  seront des fonctions de  $s''$  continues et admettant des dérivées.

Partageons cet arc en éléments

$$A'A'' = ds''_1, \quad \dots, \quad M'M'' = ds''_n, \quad \dots, \quad B''B' = ds''_2.$$

Nous supposons une modification ainsi définie :

L'élément  $A'A''$ , sans changer de position ni d'orientation, s'allonge d'une quantité  $A''A''' = \delta u$ , en sorte que l'on a

$$\delta J''_1 = 0, \quad \delta ds''_1 = \delta u, \quad \delta r_1 = 0, \quad \delta \cos \theta_1 = 0; \quad \delta \cos \theta'_1 = 0, \quad \delta \cos \omega_1 = 0.$$

88

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

Les autres éléments de l'arc  $A''M'B''$ , tels que  $M'M''$ , s'avancent simplement d'une longueur  $\delta u$  sur l'arc  $s''$ , en sorte que, pour eux, on a

$$\begin{aligned}\delta J'' &= 0, \\ \delta ds'' &= 0, \\ \delta r &= \frac{\partial r}{\partial s''} \delta u, \\ \delta \cos \theta &= \frac{\partial \cos \theta}{\partial s''} \delta u, \\ \delta \cos \theta'' &= \frac{\partial \cos \theta''}{\partial s''} \delta u, \\ \delta \cos \omega &= \frac{\partial \cos \omega}{\partial s''} \delta u.\end{aligned}$$

L'élément  $B''B'$ , sans changer de position ni d'orientation, se raccourcit d'une longueur  $B''B''' = \delta u$ . Pour cet élément, on a

$$\begin{aligned}\delta J_2'' &= 0, & \delta ds_2'' &= -\delta u, & \delta r_2 &= 0, \\ \delta \cos \theta_2 &= 0, & \delta \cos \theta_2'' &= 0, & \delta \cos \omega_2 &= 0.\end{aligned}$$

Enfin les éléments du circuit  $C''$  situés sur l'arc  $B''N'A'$  demeurent invariables.

Quant à l'élément  $ds$ , il garde une longueur invariable, en sorte que l'on a

$$\delta ds = 0.$$

Formons

$$\sum \delta \mu' = \sum \delta \mu'' + \sum \delta \mu'''.$$

Pour l'élément  $A'A''$ , nous avons

$$\delta \mu_1'' = \Phi(r_1, \cos \theta_1, \cos \theta_1'', \cos \omega_1) J'' ds \delta u.$$

Pour l'élément  $B''B'$ , nous avons

$$\delta \mu_2'' = -\Phi(r_2, \cos \theta_2, \cos \theta_2'', \cos \omega_2) J'' ds \delta u.$$

Pour tout autre élément  $M'M''$  de l'arc  $A''M'B''$ , nous avons

$$\delta \mu'' = \left( R \frac{\partial r}{\partial s''} + \theta \frac{\partial \cos \theta}{\partial s''} + \theta'' \frac{\partial \cos \theta''}{\partial s''} + \omega \frac{\partial \cos \omega}{\partial s''} \right) J'' ds ds'' \delta u.$$

Enfin, pour tout élément de l'arc  $B''N'A'$ , nous avons

$$\delta \mu'' = 0.$$

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

89

Nous avons donc

$$\sum \delta\mu' = [\Phi(r_1, \cos\theta_1, \cos\theta_1'', \cos\omega_1) - \Phi(r_2, \cos\theta_2, \cos\theta_2'', \cos\omega_2)] J'' ds du \\ + J'' ds du \int_{A'M'B'} \left( R \frac{\partial r}{\partial s''} + \theta \frac{\partial \cos\theta}{\partial s''} + \theta'' \frac{\partial \cos\theta''}{\partial s''} + \Omega \frac{\partial \cos\omega}{\partial s''} \right) ds'' + \sum d\mu'''.$$

Mais il est évident que le système du courant  $C''$  et de l'élément  $ds$  subit une modification qui ne change en rien sa définition électrodynamique et, par conséquent, qu'aucune induction ne doit se produire dans l'élément  $ds$  par le conducteur  $C''$ . On doit donc avoir

$$\sum \delta\mu' = \sum \delta\mu''',$$

ou bien

$$\int_{A'M'B'} \left( R \frac{\partial r}{\partial s''} + \theta \frac{\partial \cos\theta}{\partial s''} + \theta'' \frac{\partial \cos\theta''}{\partial s''} + \Omega \frac{\partial \cos\omega}{\partial s''} \right) ds'' \\ = \Phi(r_2, \cos\theta_2, \cos\theta_2'', \cos\omega_2) - \Phi(r_1, \cos\theta_1, \cos\theta_1'', \cos\omega_1).$$

Cette égalité, qui doit avoir lieu pour un arc  $A'M'B'$  quelconque, ne présentant pas de point angulaire, donne

$$R = \frac{\partial\Phi}{\partial r}, \\ \theta = \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta}, \\ \theta'' = \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta''}, \\ \Omega = \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\omega}.$$

On a donc

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta\mu' = \Psi' J' ds' \delta ds + \Phi ds \delta(J' ds') \\ + \left( \frac{\partial\Phi}{\partial r} \delta r + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta} \delta \cos\theta + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta''} \delta \cos\theta'' + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\omega} \delta \cos\omega \right) J' ds ds', \end{array} \right.$$

ou, plus brièvement,

$$(10 \text{ bis}) \quad \delta\mu' = \Psi' J' ds' \delta ds + ds \delta(\Phi J' ds').$$

90

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

ment diminue d'une longueur  $\delta u$  au point A, de façon que ce point vienne en  $A_1$ . Si l'élément  $ds'$  demeure immobile et si  $J'$  demeure constant, on aura

$$\delta\mu' = -\Psi' J' ds' \delta u.$$

Supposons que le même élément s'allonge d'une longueur  $\delta u$  au point B, de façon que ce point vienne en  $B_1$ . On aura

$$\begin{aligned} \delta\mu'_1 &= \Psi' J' ds' \delta u \\ &+ \left( \frac{\partial\Psi'}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial\Psi'}{\partial \cos\theta} \frac{\partial \cos\theta}{\partial s} + \frac{\partial\Psi'}{\partial \cos\theta'} \frac{\partial \cos\theta'}{\partial s} + \frac{\partial\Psi'}{\partial \cos\omega} \frac{\partial \cos\omega}{\partial s} \right) J' ds' \delta u. \end{aligned}$$

La première modification transporte de A en B une quantité d'électricité  $\delta\mathcal{Q}$ , et la seconde une quantité d'électricité  $\delta_1\mathcal{Q}$ . On a

$$\begin{aligned} R ds \delta\mathcal{Q} &= \sum \delta\mu', \\ R ds \delta_1\mathcal{Q} &= \sum \delta\mu'_1. \end{aligned}$$

Si les deux modifications ont lieu simultanément, l'induction transportera de A en B, dans l'élément  $ds$ , une quantité d'électricité

$$\delta_2\mathcal{Q} = \delta\mathcal{Q} + \delta_1\mathcal{Q}.$$

Mais cette quantité doit évidemment être la même que si l'élément AB, sans varier de longueur, s'était transporté de AB en  $A_1 B_1$ , en se déplaçant d'une longueur  $\delta u$  dans sa propre direction. On a donc

$$R ds \delta_2\mathcal{Q} = \sum \delta\mu'_2$$

avec

$$\delta\mu'_2 = \left( \frac{\partial\Phi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta} \frac{\partial \cos\theta}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta'} \frac{\partial \cos\theta'}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\omega} \frac{\partial \cos\omega}{\partial s} \right) J' ds' \delta u.$$

Les diverses égalités que nous venons d'obtenir nous donnent

$$\begin{aligned} &\sum J' \left( \frac{\partial\Phi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta} \frac{\partial \cos\theta}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta'} \frac{\partial \cos\theta'}{\partial s} + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\omega} \frac{\partial \cos\omega}{\partial s} \right) ds' \\ &= \sum J' \left( \frac{\partial\Psi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial\Psi}{\partial \cos\theta} \frac{\partial \cos\theta}{\partial s} + \frac{\partial\Psi}{\partial \cos\theta'} \frac{\partial \cos\theta'}{\partial s} + \frac{\partial\Psi}{\partial \cos\omega} \frac{\partial \cos\omega}{\partial s} \right) ds' \end{aligned}$$



ou bien

$$\sum J' \frac{\partial}{\partial s} (\Phi - \Psi) ds' = 0,$$

Supposons que les éléments  $ds'$  forment un conducteur linéaire le long duquel  $r$  et  $J'$  sont seuls assujettis à varier d'une manière continue. Quelle que soit la forme de ce conducteur, on devra avoir

$$\int J' \frac{\partial}{\partial s} (\Phi - \Psi) ds' = 0,$$

ce qui exige que l'on ait

$$J' \frac{\partial}{\partial s} (\Phi - \Psi) ds' = \frac{\partial}{\partial s'} G(J', r),$$

$G$  pouvant en outre dépendre de  $\cos\theta$  et de  $\frac{\partial \cos\theta}{\partial s}$ .

Le premier membre ne renfermant pas  $\frac{dJ'}{ds'}$ , le second ne doit pas non plus renfermer cette quantité. Il est aisé de conclure de là que l'on doit avoir

$$\frac{\partial}{\partial s} (\Phi - \Psi) = 0$$

ou bien

$$\Phi = \Psi + C.$$

Considérons un circuit  $C'$  et un élément  $ds$ ,  $C'$  étant traversé par un courant constamment uniforme dont l'intensité varie de  $J'$  à  $J' + \delta J'$ . On a

$$\sum \delta \mu' = ds \delta J' \int \Phi ds'.$$

Si le circuit  $C'$  est infiniment éloigné de  $ds$ , on doit avoir

$$\sum \delta \mu' = 0.$$

Donc, dans ce cas,

$$\int \Phi ds' = 0.$$

Imaginons maintenant l'intensité invariable dans  $C'$ , mais  $ds$  variant de  $\delta ds$ . On a

$$\sum \delta \mu' = \delta ds \int \Psi ds'.$$

92

LIVRE XIII. — L'INDUCTION ÉLECTRODYNAMIQUE.

Si  $C$  est infiniment éloigné de  $ds$ , on doit avoir

$$\sum \delta\mu' = 0$$

et, par conséquent,

$$\int \Psi ds' = 0.$$

Mais

$$\int \Phi ds' = \int \Psi ds' + C \int ds'.$$

On a donc, ou

$$\int ds' = 0,$$

ce qui est impossible, ou

$$C = 0,$$

c'est-à-dire

$$\Phi = \Psi.$$

Reportons ce résultat dans l'égalité (10), et nous trouvons enfin

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta\mu' = \Phi \delta(J' ds ds') \\ + \left( \frac{\partial\Phi}{\partial r} \delta r + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta} \delta \cos\theta + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\theta'} \delta \cos\theta' + \frac{\partial\Phi}{\partial \cos\omega} \delta \cos\omega \right) J' ds ds' \end{array} \right.$$

ou, plus brièvement,

$$(12) \quad \delta\mu' = \delta(\Phi J' ds ds').$$

Arrêtons-nous un instant à ce résultat.

Il nous montre, en premier lieu, que la détermination de la loi de l'induction est ramenée à la détermination d'une seule fonction  $\Phi$  de  $r$ ,  $\cos\theta$ ,  $\cos\theta'$ ,  $\cos\omega$ .

En second lieu, l'égalité (12) permet d'écrire

$$R ds \delta\mathcal{Q} = \delta \left( ds \sum \Phi J' ds' \right).$$

Imaginons une modification durant laquelle la résistance

$$\rho = R ds$$

de l'élément  $ds$  demeure invariable; cette modification met en mouvement, dans l'élément  $ds$ , une quantité d'électricité  $\mathcal{Q}$ , et l'on a

$$\rho \mathcal{Q} = \left( ds \sum \Phi J' ds' \right)_1 - \left( ds \sum \Phi J' ds' \right)_0.$$

## CHAP. I. — LOI ÉLÉMENTAIRE DE L'INDUCTION.

93

Nous voyons donc que, *dans une modification quelconque d'un système de courants, l'induction met en mouvement, dans un élément de résistance donnée et invariable, une quantité d'électricité qui dépend uniquement de l'état initial et de l'état final du système formé par l'élément et par les courants.*

Cette proposition, admise comme hypothèse fondamentale dans le cas d'une modification infiniment petite, est ainsi démontrée pour une modification quelconque. Cette proposition joue le rôle d'hypothèse fondamentale dans la théorie de F.-E. Neumann, et dans la plupart des autres théories de l'induction électrodynamique.

Nous allons chercher, dans ce qui va suivre, à déterminer la forme de la fonction  $\Phi$ .

## ANNEXE 8

### **Préliminaires de l'article « Sur la propagation des actions électrodynamiques », publié par Duhem en 1896 dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse***

*Source* : DUHEM Pierre [1896c], pp. B4 – B21.

Comme ses collègues physiciens ne sont pas familiers avec les principes de sa théorie électrodynamique, Duhem se doit de commencer ses articles par des préliminaires précisant les fondements de sa méthode. Nous reproduisons dans cette annexe les préliminaires de l'article « Sur la propagation des actions électrodynamiques », publié en 1896 dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*. Duhem y introduit les différentes fonctions caractéristiques de sa théorie et les équations fondamentales qui relient celles-ci entre elles. Toutes ces définitions représentent plus de quinze pages, avec l'introduction de plus de cinquante symboles différents, reliés par près de quatre-vingt équations ! La formulation relativement lourde de sa théorie en complique fortement la lisibilité et le maniement, ce qui explique en partie la faible diffusion de ses idées sur le sujet.

B.4

P. DUHEM.

## CHAPITRE I.

## PRÉLIMINAIRES.

I. — *Variables qui représentent l'état électrique et magnétique d'un système.*

Si un corps est électrisé, chaque élément de volume  $d\omega$ , tracé en une région où la constitution de ce corps varie d'une manière continue, renferme une quantité d'électricité  $e d\omega$ ; chaque élément d'aire  $dS$ , tracé sur la surface qui limite ce corps, ou bien sur une surface de discontinuité qui le divise, renferme une quantité d'électricité  $E dS$ ;  $e$  est la *densité électrique solide* en un point de l'élément  $d\omega$ ;  $E$  est la *densité électrique superficielle* en un point de l'élément  $dS$ .

Si un corps diélectrique est polarisé, l'*intensité de la polarisation*, en un point de ce diélectrique, sera représentée par  $\varkappa$ ; les *composantes de la polarisation* seront représentées par  $\mathfrak{a}$ ,  $\mathfrak{b}$ ,  $\mathfrak{c}$ .

Si un corps est aimanté, l'*intensité d'aimantation*, en un point de ce corps, sera représentée par  $\mu$ ; les *composantes de l'aimantation* seront représentées par  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Si un corps est traversé par des courants de conduction, les *composantes du flux de conduction*, en un point de ce corps, seront représentées par  $u$ ,  $v$ ,  $w$ .

Ces variables ne sont pas entièrement indépendantes des variables  $e$  et  $E$ .

En un point au voisinage duquel la constitution du conducteur varie d'une manière continue, on a

$$(1) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial e}{\partial t} = 0.$$

Supposons qu'une surface  $S$  sépare deux parties 1 et 2 du conducteur, ces deux parties ayant des natures différentes. Soit  $M$  un point de la surface  $S$ . Soient  $n_1$ ,  $n_2$  les deux demi-normales menées, en ce point, à la surface  $S$ , l'une vers l'intérieur du corps 1, l'autre vers l'intérieur du

## SUR LA PROPAGATION DES ACTIONS ÉLECTRODYNAMIQUES.

B.5

corps 2. On a

$$(2) \quad \begin{aligned} & u_1 \cos(n_1, x) + v_1 \cos(n_1, y) + w_1 \cos(n_1, z) \\ & + u_2 \cos(n_2, x) + v_2 \cos(n_2, y) + w_2 \cos(n_2, z) + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0. \end{aligned}$$

Si un diélectrique est le siège de flux de déplacement, les *composantes*, en un point, *du flux de déplacement* seront représentées par  $\varphi, \psi, \chi$ . On a, par définition,

$$(3) \quad \varphi = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t}, \quad \psi = \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t}, \quad \chi = \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}.$$

II. — *Fonctions potentielles.*

L'étude des actions exercées par l'électricité conduit à étudier la *fonction potentielle électrostatique*

$$(4) \quad V(\xi, \eta, \zeta) = \int \frac{e}{r} d\omega + \int \frac{\mathbf{E}}{r} d\mathbf{S},$$

où  $r$  est la distance, soit de l'élément  $d\omega$ , soit de l'élément  $d\mathbf{S}$ , au point  $(\xi, \eta, \zeta)$ ;

Où la première intégrale s'étend à tous les éléments de volume du système;

Où la seconde intégrale s'étend à tous les éléments des surfaces de discontinuité que le système renferme.

La *fonction potentielle diélectrique* est la fonction

$$(5) \quad \mathfrak{V}(\xi, \eta, \zeta) = \int \left( \alpha \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + \beta \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right) d\omega,$$

$x, y, z$  étant les coordonnées d'un point de l'élément de volume  $d\omega$ , et l'intégration s'étendant à tous les éléments de volume du système.

La *fonction potentielle magnétique* est la fonction

$$(6) \quad \mathfrak{S}(\xi, \eta, \zeta) = \int \left( \alpha \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + \beta \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right) d\omega.$$

L'étude des actions exercées par les courants de conduction conduit à

## B.6

P. DUHEM.

envisager les fonctions

$$(7) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{U}(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{u}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\xi-x}{r^2} \left( \frac{\xi-x}{r} u + \frac{\eta-y}{r} v + \frac{\zeta-z}{r} w \right) \right] d\omega, \\ \mathfrak{V}(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{v}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\eta-y}{r^2} \left( \frac{\xi-x}{r} u + \frac{\eta-y}{r} v + \frac{\zeta-z}{r} w \right) \right] d\omega, \\ \mathfrak{W}(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{w}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\zeta-z}{r^2} \left( \frac{\xi-x}{r} u + \frac{\eta-y}{r} v + \frac{\zeta-z}{r} w \right) \right] d\omega. \end{aligned} \right.$$

L'étude des actions exercées par les courants de déplacement conduit de même à envisager les fonctions

$$(8) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{F}(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{\varphi}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\xi-x}{r^2} \left( \frac{\xi-x}{r} \varphi + \frac{\eta-y}{r} \psi + \frac{\zeta-z}{r} \chi \right) \right] d\omega, \\ \mathfrak{G}(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{\psi}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\eta-y}{r^2} \left( \frac{\xi-x}{r} \varphi + \frac{\eta-y}{r} \psi + \frac{\zeta-z}{r} \chi \right) \right] d\omega, \\ \mathfrak{H}(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left[ \frac{1+\lambda}{2} \frac{\chi}{r} + \frac{1-\lambda}{2} \frac{\zeta-z}{r^2} \left( \frac{\xi-x}{r} \varphi + \frac{\eta-y}{r} \psi + \frac{\zeta-z}{r} \chi \right) \right] d\omega. \end{aligned} \right.$$

Dans ces formules,  $\lambda$  est une constante numérique que nous nommerons la *constante de Helmholtz*.

Les actions exercées par les aimants, soit sur les courants de conduction, soit sur les courants de déplacement, introduisent les fonctions

$$(9) \left\{ \begin{aligned} \Phi(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left( \gamma \frac{\partial}{\partial y} - \beta \frac{\partial}{\partial z} \right) d\omega, \\ \Psi(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left( \alpha \frac{\partial}{\partial z} - \gamma \frac{\partial}{\partial x} \right) d\omega, \\ \mathbf{X}(\xi, \eta, \zeta) &= \int \left( \beta \frac{\partial}{\partial x} - \alpha \frac{\partial}{\partial y} \right) d\omega. \end{aligned} \right.$$

Les actions exercées par les courants de conduction sur les aimants conduisent à considérer les fonctions

$$(10) \left\{ \begin{aligned} \mathbf{P}(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \zeta}, \\ \mathbf{Q}(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \\ \mathbf{R}(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial \eta}, \end{aligned} \right.$$

## SUR LA PROPAGATION DES ACTIONS ÉLECTRODYNAMIQUES.

B.7

qui peuvent s'écrire plus explicitement

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} P(\xi, \eta, \zeta) = - \int \left( w \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} - v \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right) d\omega, \\ Q(\xi, \eta, \zeta) = - \int \left( u \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} - w \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \right) d\omega, \\ R(\xi, \eta, \zeta) = - \int \left( v \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} - u \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} \right) d\omega. \end{array} \right.$$

Les actions exercées par les courants de déplacement sur les aimants conduisent à considérer les fonctions

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} p(\xi, \eta, \zeta) = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \eta} - \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \zeta}, \\ q(\xi, \eta, \zeta) = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \xi}, \\ r(\xi, \eta, \zeta) = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \eta}, \end{array} \right.$$

qui peuvent s'écrire, plus explicitement, de la manière suivante :

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} p(\xi, \eta, \zeta) = - \int \left( \chi \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} - \psi \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right) d\omega, \\ q(\xi, \eta, \zeta) = - \int \left( \varphi \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} - \chi \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \right) d\omega, \\ r(\xi, \eta, \zeta) = - \int \left( \psi \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} - \varphi \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} \right) d\omega. \end{array} \right.$$

### III. — Propriétés des fonctions potentielles en un point au voisinage duquel l'état du système varie d'une manière continue.

Dorénavant, nous désignerons non plus par  $(\xi, \eta, \zeta)$ , mais par  $(x, y, z)$ , le point auquel se rapportent nos fonctions potentielles. En outre, nous désignerons, suivant l'usage, par le symbole  $\Delta$ , l'opération

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$



## B.8

P. DUHEM.

On sait que l'on a

$$(14) \quad \Delta V = -4\pi e,$$

$$(15) \quad \Delta \mathbf{v} = 4\pi \left( \frac{\partial \mathfrak{b}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{b}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{c}}{\partial z} \right),$$

$$(16) \quad \Delta s = 4\pi \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} \right).$$

A ces relations, connues depuis Poisson, on peut joindre les suivantes, qui sont dues à Helmholtz :

$$(17) \quad \begin{cases} \Delta \mathfrak{v} - (1-\lambda) \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial t} = -4\pi u, \\ \Delta \mathfrak{v} - (1-\lambda) \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial t} = -4\pi v, \\ \Delta \mathfrak{v} - (1-\lambda) \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial t} = -4\pi w, \end{cases}$$

$$(18) \quad \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial z} + \lambda \frac{\partial V}{\partial t} = 0.$$

On a, de même :

$$(19) \quad \begin{cases} \Delta \mathfrak{f} - (1-\lambda) \frac{\partial^2 \mathfrak{v}}{\partial x \partial t} = -4\pi \varphi, \\ \Delta \mathfrak{f} - (1-\lambda) \frac{\partial^2 \mathfrak{v}}{\partial y \partial t} = -4\pi \psi, \\ \Delta \mathfrak{f} - (1-\lambda) \frac{\partial^2 \mathfrak{v}}{\partial z \partial t} = -4\pi \chi. \end{cases}$$

$$(20) \quad \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial z} + \lambda \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t} = 0.$$

Les fonctions  $\Phi$ ,  $\Psi$ ,  $X$  vérifient les équations suivantes :

$$(21) \quad \begin{cases} \Delta \Phi = 4\pi \left( \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right), \\ \Delta \Psi = 4\pi \left( \frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right), \\ \Delta X = 4\pi \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right). \end{cases}$$

$$(22) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \frac{\partial X}{\partial z} = 0.$$

## SUR LA PROPAGATION DES ACTIONS ÉLECTRODYNAMIQUES.

B.9

Les fonctions P, Q, R vérifient les équations suivantes :

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta P = -4\pi \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \\ \Delta Q = -4\pi \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \Delta R = -4\pi \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \end{array} \right.$$

$$(24) \quad \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} = 0.$$

Les fonctions  $p, q, r$  vérifient les équations suivantes :

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta p = -4\pi \left( \frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right), \\ \Delta q = -4\pi \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \chi}{\partial x} \right), \\ \Delta r = -4\pi \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right). \end{array} \right.$$

$$(26) \quad \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial r}{\partial z} = 0.$$

#### IV. — Propriétés des fonctions potentielles en un point de la surface de contact de deux corps différents.

Soient :

1 et 2 les deux corps en contact le long de la surface S ;

M un point de la surface S ;

$n_1, n_2$  les deux demi-normales menées, par ce point, à la surface S et dirigées respectivement vers l'intérieur du corps 1 et vers l'intérieur du corps 2 ;

T une demi-tangente menée par le point M à la surface S.

Si une fonction  $f(x, y, z)$ , ayant, pour les deux corps 1 et 2, la même signification *physique*, a, en ces deux corps, des expressions *analytiques* différentes, nous désignerons ces deux expressions par  $f_1(x, y, z)$ ,  $f_2(x, y, z)$ .

B.10

P. DUHEM.

Cela posé, nous aurons, en tout point de la surface S,

$$(27) \quad \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2,$$

$$(28) \quad \frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \mathbf{V}_2}{\partial n_2} = -4\pi \mathbf{E}.$$

$$(29) \quad \frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \mathbf{V}_2}{\partial \Gamma}.$$

Nous aurons aussi

$$(30) \quad \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2.$$

$$(31) \quad \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial n_2} = 4\pi [ \mathfrak{a}_1 \cos(n_1, x) + \mathfrak{b}_1 \cos(n_1, y) + \mathfrak{c}_1 \cos(n_1, z) \\ + \mathfrak{a}_2 \cos(n_2, x) + \mathfrak{b}_2 \cos(n_2, y) + \mathfrak{c}_2 \cos(n_2, z) ],$$

$$(32) \quad \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial \Gamma}$$

et, de même,

$$(33) \quad s_1 = s_2,$$

$$(34) \quad \frac{\partial s_1}{\partial n_1} + \frac{\partial s_2}{\partial n_2} = 4\pi [ \alpha_1 \cos(n_1, x) + \beta_1 \cos(n_1, y) + \gamma_1 \cos(n_1, z) \\ + \alpha_2 \cos(n_2, x) + \beta_2 \cos(n_2, y) + \gamma_2 \cos(n_2, z) ],$$

$$(35) \quad \frac{\partial s_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial s_2}{\partial \Gamma}.$$

Les fonctions  $\vartheta$ ,  $\varphi$ ,  $\varpi$  vérifient les égalités suivantes :

$$(36) \quad \vartheta_1 = \vartheta_2, \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \varpi_1 = \varpi_2,$$

$$(37) \quad \frac{\partial \vartheta_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \vartheta_2}{\partial n_2} = 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial n_2} = 0, \quad \frac{\partial \varpi_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \varpi_2}{\partial n_2} = 0,$$

$$(38) \quad \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \Gamma}, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \Gamma}, \quad \frac{\partial \varpi_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \varpi_2}{\partial \Gamma}.$$

Les fonctions  $\mathfrak{F}$ ,  $\mathfrak{G}$ ,  $\mathfrak{S}$  vérifient les égalités suivantes :

$$(39) \quad \mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2, \quad \mathfrak{G}_1 = \mathfrak{G}_2, \quad \mathfrak{S}_1 = \mathfrak{S}_2,$$

$$(40) \quad \frac{\partial \mathfrak{F}_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \mathfrak{F}_2}{\partial n_2} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial n_2} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{S}_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \mathfrak{S}_2}{\partial n_2} = 0,$$

$$(41) \quad \frac{\partial \mathfrak{F}_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \mathfrak{F}_2}{\partial \Gamma}, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \mathfrak{G}_2}{\partial \Gamma}, \quad \frac{\partial \mathfrak{S}_1}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \mathfrak{S}_2}{\partial \Gamma}$$

## SUR LA PROPAGATION DES ACTIONS ÉLECTRODYNAMIQUES.

## B. I I

Les fonctions  $\Phi$ ,  $\Psi$ ,  $X$  vérifient les égalités suivantes :

$$(42) \quad \Phi_1 = \Phi_2, \quad \Psi_1 = \Psi_2, \quad X_1 = X_2,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial n_2} = 4\pi [\gamma_1 \cos(n_1, y) - \beta_1 \cos(n_1, z) + \gamma_2 \cos(n_2, y) - \beta_2 \cos(n_2, z)], \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial n_1} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial n_2} = 4\pi [\alpha_1 \cos(n_1, z) - \gamma_1 \cos(n_1, x) + \alpha_2 \cos(n_2, z) - \gamma_2 \cos(n_2, x)], \\ \frac{\partial X_1}{\partial n_1} + \frac{\partial X_2}{\partial n_2} = 4\pi [\beta_1 \cos(n_1, x) - \alpha_1 \cos(n_1, y) + \beta_2 \cos(n_2, x) - \alpha_2 \cos(n_2, y)]. \end{array} \right.$$

$$(44) \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial T} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial T}, \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial T} = \frac{\partial \Psi_2}{\partial T}, \quad \frac{\partial X_1}{\partial T} = \frac{\partial X_2}{\partial T}.$$

Les fonctions  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  vérifient les égalités suivantes :

$$(45) \quad P_1 = P_2, \quad Q_1 = Q_2, \quad R_1 = R_2.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P_1}{\partial n_1} + \frac{\partial P_2}{\partial n_2} = -4\pi [w_1 \cos(n_1, y) - v_1 \cos(n_1, z) + w_2 \cos(n_2, y) - v_2 \cos(n_2, z)], \\ \frac{\partial Q_1}{\partial n_1} + \frac{\partial Q_2}{\partial n_2} = -4\pi [u_1 \cos(n_1, z) - w_1 \cos(n_1, x) + u_2 \cos(n_2, z) - w_2 \cos(n_2, x)], \\ \frac{\partial R_1}{\partial n_1} + \frac{\partial R_2}{\partial n_2} = -4\pi [v_1 \cos(n_1, x) - u_1 \cos(n_1, y) + v_2 \cos(n_2, x) - u_2 \cos(n_2, y)], \end{array} \right.$$

$$(47) \quad \frac{\partial P_1}{\partial T} = \frac{\partial P_2}{\partial T}, \quad \frac{\partial Q_1}{\partial T} = \frac{\partial Q_2}{\partial T}, \quad \frac{\partial R_1}{\partial T} = \frac{\partial R_2}{\partial T}.$$

Enfin, les fonctions  $p$ ,  $q$ ,  $r$  vérifient les égalités suivantes :

$$(48) \quad p_1 = p_2, \quad q_1 = q_2, \quad r_1 = r_2,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p_1}{\partial n_1} + \frac{\partial p_2}{\partial n_2} = -4\pi [\chi_1 \cos(n_1, y) - \psi_1 \cos(n_1, z) + \chi_2 \cos(n_2, y) - \psi_2 \cos(n_2, z)], \\ \frac{\partial q_1}{\partial n_1} + \frac{\partial q_2}{\partial n_2} = -4\pi [\varphi_1 \cos(n_1, z) - \chi_1 \cos(n_1, x) + \varphi_2 \cos(n_2, z) - \chi_2 \cos(n_2, x)], \\ \frac{\partial r_1}{\partial n_1} + \frac{\partial r_2}{\partial n_2} = -4\pi [\psi_1 \cos(n_1, x) - \varphi_1 \cos(n_1, y) + \psi_2 \cos(n_2, x) - \varphi_2 \cos(n_2, y)], \end{array} \right.$$

$$(50) \quad \frac{\partial p_1}{\partial T} = \frac{\partial p_2}{\partial T}, \quad \frac{\partial q_1}{\partial T} = \frac{\partial q_2}{\partial T}, \quad \frac{\partial r_1}{\partial T} = \frac{\partial r_2}{\partial T}.$$

B.12

P. DUHEM.

V. — *Constantes fondamentales.*

La constante fondamentale des actions électrostatiques sera désignée par  $\epsilon$ . La constante fondamentale des actions électrodynamiques s'exerçant *entre courants de conduction* sera désignée par  $\frac{\mathfrak{A}^2}{2}$ . La constante fondamentale des actions électrodynamiques s'exerçant *entre courants de déplacement* sera désignée par  $\frac{\mathfrak{C}^2}{2}$ .

En général, avec Maxwell, on suppose que ces deux constantes sont identiques :

$$(51) \quad \mathfrak{A} = \mathfrak{C}.$$

Nous avons montré ailleurs (<sup>1</sup>) que *cette égalité était inadmissible.*

VI. — *Diverses combinaisons linéaires des fonctions précédentes.*

Nous rencontrerons souvent les combinaisons linéaires suivantes des variables  $u, v, w, \varphi, \psi, \chi$  :

$$(52) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} u + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \varphi, \\ v = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} v + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \psi, \\ w = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} w + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \chi. \end{array} \right.$$

Dans l'hypothèse inadmissible exprimée par l'égalité (51), les quantités  $u, v, w$  se réduisent aux produits, par  $\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}$ , des quantités  $(u + \varphi), (v + \psi), (w + \chi)$  que Maxwell nomme *composantes du flux total.*

Nous poserons de même

$$(53) \quad \mathbf{u} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathbf{V} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathbf{v}.$$

---

(<sup>1</sup>) *Quelques remarques au sujet de l'électrodynamique des corps diélectriques proposée par J. CLERK MAXWELL. (Comptes rendus du troisième Congrès scientifique international des Catholiques, séance du 5 septembre 1894.)*

## SUR LA PROPAGATION DES ACTIONS ÉLECTRODYNAMIQUES.

B.13

Dans l'hypothèse inadmissible exprimée par l'égalité (51), la quantité  $\mathfrak{M}$  se réduit au produit, par  $\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}$ , de la fonction potentielle électrostatique totale ( $V + \mathfrak{U}$ ).

Nous rencontrerons souvent, dans ce qui va suivre, les combinaisons suivantes :

$$(54) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{x} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{f} + \Phi, \\ \mathfrak{y} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{g} + \Psi, \\ \mathfrak{z} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{w} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{j} + \mathfrak{X}. \end{array} \right.$$

$$(55) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{k} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{P} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} p, \\ \mathfrak{m} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{Q} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} q, \\ \mathfrak{n} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{R} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} r. \end{array} \right.$$

En vertu des égalités (10), (12) et (54), on a

$$\begin{aligned} \mathfrak{k} &= \frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{y}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \\ \mathfrak{m} &= \frac{\partial \mathfrak{x}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x}, \\ \mathfrak{n} &= \frac{\partial \mathfrak{y}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{x}}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \end{aligned}$$

D'autre part, en comparant les égalités (6) et (9), on trouve sans peine

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} &= \Delta \int \frac{\alpha}{r} d\omega + \frac{\partial s}{\partial x}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} &= \Delta \int \frac{\beta}{r} d\omega + \frac{\partial s}{\partial y}, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \Delta \int \frac{\gamma}{r} d\omega + \frac{\partial s}{\partial z}. \end{aligned}$$

B.14

P. DUHEM.

Si l'on observe que l'on a

$$\Delta \int \frac{\alpha}{r} d\omega + 4\pi\alpha = 0,$$

$$\Delta \int \frac{\beta}{r} d\omega + 4\pi\beta = 0,$$

$$\Delta \int \frac{\gamma}{r} d\omega + 4\pi\gamma = 0,$$

on obtient les égalités

$$(56) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{x} = \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} + 4\pi\alpha, \\ \mathfrak{m} = \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial y} + 4\pi\beta, \\ \mathfrak{n} = \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial z} + 4\pi\gamma, \end{array} \right.$$

qui sont d'un fréquent usage.

VII. — *Des systèmes dont les propriétés ne dépendent pas de la valeur attribuée à la constante  $\lambda$ .*

La constante  $\lambda$  figure dans les six fonctions

$$\mathfrak{v}, \quad \mathfrak{v}, \quad \mathfrak{w}, \quad \mathfrak{f}, \quad \mathfrak{g}, \quad \mathfrak{h}.$$

Mais ces fonctions ne s'introduisent, dans les équations de l'Électrodynamique, que par les combinaisons :

$$\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{f},$$

$$\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{g},$$

$$\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \mathfrak{w} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{h}.$$

Dès lors, pour que les propriétés du système soient indépendantes de la valeur attribuée à la constante  $\lambda$ , il faut et il suffit que ces trois combinaisons soient indépendantes de  $\lambda$ . Pour cela, *il est nécessaire et suffisant*

## SUR LA PROPAGATION DES ACTIONS ÉLECTRODYNAMIQUES.

B.15

que l'on ait, en tout point du système,

$$(58) \quad \frac{\partial \mathfrak{W}}{\partial t} = 0.$$

Cette condition équivaut aux suivantes :

On a, en tout point autour duquel la constitution du système est continue,

$$(59) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

et, en tout point appartenant à une surface de discontinuité,

$$(60) \quad \begin{aligned} &u_1 \cos(n_1, x) + v_1 \cos(n_1, y) + w_1 \cos(n_1, z) \\ &+ u_2 \cos(n_2, x) + v_2 \cos(n_2, y) + w_2 \cos(n_2, z) = 0, \end{aligned}$$

Nous donnerons à des courants qui vérifient ces conditions (59) et (60), le nom de *courants de Maxwell*; c'est, en effet, à ces courants que l'on doit restreindre la plupart des propositions énoncées par Maxwell et ses disciples.

## VIII. — Potentiels.

Le *potentiel électrostatique* de l'électrisation et de la polarisation répandues sur le système a pour valeur

$$(61) \quad \begin{aligned} W &= \frac{\varepsilon}{2} \int \mathbf{V} e d\omega + \frac{\varepsilon}{2} \int \mathbf{V} E dS \\ &+ \varepsilon \int \mathbf{v} e d\omega + \varepsilon \int \mathbf{v} E dS \\ &+ \frac{\varepsilon}{2} \int \left( \mathfrak{a}_b \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} + \mathfrak{v}_b \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} + \mathfrak{c}_b \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z} \right) d\omega. \end{aligned}$$

Certaines intégrales s'étendent à tous les éléments de volume  $d\omega$  du système, certaines autres à tous les éléments  $dS$  des surfaces de discontinuité.

L'expression de ce potentiel peut encore s'écrire

$$(62) \quad \begin{aligned} W &= \frac{\varepsilon}{2} \int \mathbf{V} e d\omega + \frac{\varepsilon}{2} \int \mathbf{V} E dS \\ &+ \varepsilon \int \left( \mathfrak{a}_b \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + \mathfrak{v}_b \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + \mathfrak{c}_b \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right) d\omega, \\ &+ \frac{\varepsilon}{2} \int \left( \mathfrak{a}_b \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial x} + \mathfrak{v}_b \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial y} + \mathfrak{c}_b \frac{\partial \mathfrak{V}}{\partial z} \right) d\omega. \end{aligned}$$



B.16

P. DUHEM.

C'est un théorème bien connu que *cette quantité W est essentiellement positive*, sauf dans le cas où le système n'est ni électrisé, ni polarisé; elle est alors égale à 0.

On sait également que l'on a, pour un système immobile quelconque,

$$(63) \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \varepsilon \int \left[ \frac{\partial(V + \mathbf{v})}{\partial x} (u + \varphi) + \frac{\partial(V + \mathbf{v})}{\partial y} (v + \psi) + \frac{\partial(V + \mathbf{v})}{\partial z} (w + \chi) \right] d\omega.$$

Le *potentiel magnétique du système* a pour expression

$$(64) \quad \mathfrak{F} = \frac{1}{2} \int \left( \alpha \frac{\partial s}{\partial x} + \beta \frac{\partial s}{\partial y} + \gamma \frac{\partial s}{\partial z} \right) d\omega.$$

On sait que *cette quantité est essentiellement positive*, à moins que le système ne porte aucune aimantation, cas auquel elle est égale à 0. On sait aussi que l'on a, pour un système immobile :

$$(65) \quad \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} = \int \left( \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial z} \frac{\partial \gamma}{\partial t} \right) d\omega.$$

Le *potentiel électrodynamique*, tant des flux de conduction que des flux de déplacement répartis sur le système, a pour valeur

$$(66) \quad \begin{aligned} \Pi = & - \frac{\mathfrak{A}^2}{4} \int (\mathfrak{V} u + \mathfrak{V} v + \mathfrak{W} w) d\omega, \\ & - \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{C}}{2} \int (\mathfrak{V} \varphi + \mathfrak{V} \psi + \mathfrak{W} \chi) d\omega, \\ & - \frac{\mathfrak{C}^2}{4} \int (\mathfrak{F} \varphi + \mathfrak{G} \psi + \mathfrak{H} \chi) d\omega. \end{aligned}$$

Ce potentiel peut encore s'écrire

$$(67) \quad \begin{aligned} \Pi = & - \frac{\mathfrak{A}^2}{4} \int (\mathfrak{V} u + \mathfrak{V} v + \mathfrak{W} w) d\omega, \\ & - \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{C}}{2} \int (\mathfrak{F} u + \mathfrak{G} v + \mathfrak{H} w) d\omega, \\ & - \frac{\mathfrak{C}^2}{4} \int (\mathfrak{F} \varphi + \mathfrak{G} \psi + \mathfrak{H} \chi) d\omega. \end{aligned}$$

Helmholtz a montré que l'on pouvait écrire

$$\begin{aligned}
 4\pi\Pi = & - \int \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \wp + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{H} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \vartheta + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{G} \right) \right]^2 d\omega \\
 & - \int \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \vartheta + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{F} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \wp + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{H} \right) \right]^2 d\omega \\
 & - \int \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \vartheta + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{G} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \vartheta + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{F} \right) \right]^2 d\omega \\
 & - \frac{1}{\lambda} \int \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \vartheta + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{F} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \vartheta + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{G} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \wp + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \mathfrak{H} \right) \right]^2 d\omega.
 \end{aligned}$$

Cette égalité montre que si la constante  $\lambda$  est positive ou nulle, la quantité  $\Pi$  est essentiellement négative, à moins que le système ne soit le siège d'aucun courant, ni de conduction, ni de déplacement.

On démontre sans peine que l'on a, pour un système immobile :

$$\begin{aligned}
 (69) \quad \frac{\partial\Pi}{\partial t} = & - \frac{\mathfrak{A}^2}{2} \int \left( \frac{\partial\vartheta}{\partial t} u + \frac{\partial\varphi}{\partial t} v + \frac{\partial\wp}{\partial t} w \right) d\omega \\
 & - \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{C}}{2} \int \left[ \left( \frac{\partial\mathfrak{F}}{\partial t} u + \frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial t} v + \frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t} w \right) \right. \\
 & \quad \left. + \left( \frac{\partial\vartheta}{\partial t} \varphi + \frac{\partial\varphi}{\partial t} \psi + \frac{\partial\wp}{\partial t} \chi \right) d\omega \right] \\
 & - \frac{\mathfrak{C}^2}{2} \int \left( \frac{\partial\mathfrak{F}}{\partial t} \varphi + \frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial t} \psi + \frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t} \chi \right) d\omega.
 \end{aligned}$$

Le potentiel électromagnétique du système a pour expression

$$\begin{aligned}
 (70) \quad \mathfrak{V} = & - \int \left[ \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} u + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \varphi \right) \Phi \right. \\
 & \quad \left. + \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} v + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \psi \right) \Psi \right. \\
 & \quad \left. + \left( \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} w + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \chi \right) \mathfrak{X} \right] d\omega.
 \end{aligned}$$

On peut encore le mettre sous la forme

$$(71) \quad \mathfrak{V} = \int (\mathfrak{L}\alpha + \mathfrak{M}\beta + \mathfrak{N}\gamma) d\omega.$$

B.18

P. DUHEM.

IX. — *Lois des courants de conduction.*

Soit  $\rho$  la résistance spécifique d'un conducteur en un point  $(x, y, z)$ . Soient  $\theta, \eta, \zeta$  les composantes, au même point, de la force électromotrice indépendante de la distribution électrique sur le système, des courants qui le traversent, de l'aimantation qu'il porte. Si le système est immobile, nous aurons

$$(72) \quad \begin{cases} \rho u = -\varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial x} - \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + \theta, \\ \rho v = -\varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial y} - \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} + \eta, \\ \rho w = -\varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial z} - \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} + \zeta, \end{cases}$$

X. — *Lois de la polarisation diélectrique.*

Nous supposons que la *fonction de polarisation*  $F(\mathfrak{X})$  soit indépendante de l'intensité de polarisation  $\mathfrak{X}$  et se réduise à une simple constante  $F$ . Nous aurons, en un système immobile,

$$(73) \quad \begin{cases} \mathfrak{A} = -F \left[ \varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial x} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} \right], \\ \mathfrak{B} = -F \left[ \varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial y} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} \right], \\ \mathfrak{C} = -F \left[ \varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial z} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} \right]. \end{cases}$$

On en déduit les valeurs suivantes pour les composantes du flux de déplacement, en vertu des égalités (3),

$$(74) \quad \begin{cases} \varphi = -F \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial x} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} \right], \\ \psi = -F \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial y} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} \right], \\ \chi = -F \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon \frac{\partial(V+\mathfrak{v})}{\partial z} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{2}} \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} \right]. \end{cases}$$

XI. — *Lois de l'aimantation.*

Nous supposons que la *fonction magnétisante*  $f(\mu)$  soit indépendante de l'intensité d'aimantation  $\mu$  et se réduise à une simple constante  $f$ . Nous aurons alors, en tout point d'un système immobile,

$$(75) \quad \begin{cases} \alpha = -f \left( \frac{\partial s}{\partial x} + \mathfrak{A} \right), \\ \beta = -f \left( \frac{\partial s}{\partial y} + \mathfrak{B} \right), \\ \gamma = -f \left( \frac{\partial s}{\partial z} + \mathfrak{C} \right). \end{cases}$$

En vertu des égalités (56), ces équations (55) peuvent encore s'écrire

$$(76) \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{f}{1+4\pi f} \left( \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial z} \right), \\ \beta = -\frac{f}{1+4\pi f} \left( \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial x} \right), \\ \gamma = -\frac{f}{1+4\pi f} \left( \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial y} \right). \end{cases}$$

XII. — *Sur la valeur de  $\lambda$  dans les recherches de Maxwell.*

Maxwell, dans ses divers Mémoires, ne donne jamais l'expression analytique explicite des composantes de la force électromotrice d'induction, qu'il représente, en général, par  $-\frac{d\mathbf{F}}{dt}$ ,  $-\frac{d\mathbf{G}}{dt}$ ,  $-\frac{d\mathbf{H}}{dt}$ . Il assujettit seulement ces composantes à redonner le résultat connu des physiciens lorsqu'on en fait usage pour calculer la force électromotrice totale le long d'un circuit fermé. Il est bien évident que cette condition ne suffit pas à déterminer la forme des composantes de la force électromotrice; que si P, Q, R est une détermination acceptable de ces composantes, on aura une nouvelle détermination également acceptable en prenant le groupe de valeurs

$$P - \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad Q - \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad R - \frac{\partial \Psi}{\partial z},$$

$\Psi$  étant une fonction finie, uniforme et continue, *mais d'ailleurs quelconque*, des coordonnées  $x, y, z$ .

B.20

P. DUHEM.

Comment Maxwell a-t-il cru que l'indétermination de la fonction  $\Psi$  n'était qu'apparente et que cette fonction n'était autre chose que la fonction potentielle électrostatique? Il est difficile de l'expliquer, car il s'est toujours borné à affirmer cette identité sans essayer de l'établir<sup>(1)</sup>. Il a, du reste, reproduit à plusieurs reprises cette affirmation, comme en témoignent les passages suivants :

«  $\Psi$ , dit-il dans son *Mémoire : On physical lines of forces* <sup>(2)</sup>, est une fonction de  $x, y, z$  et  $t$  qui est indéterminée en ce qui concerne la solution de la question originelle, mais qui, d'ailleurs, serait déterminée, dans un cas donné, par les circonstances du problème. L'interprétation de  $\Psi$  est que c'est la *tension électrique* en chaque point de l'espace. »

Dans son *Mémoire : A dynamical theory of the electromagnetic field*, il écrit ces lignes :

«  $\Psi$  étant une fonction de  $x, y, z, t$ , qui est indéterminée en ce qui regarde la solution des équations précédentes, car les termes qui en dépendent disparaissent dans l'intégration le long d'un circuit. Néanmoins, la quantité  $\Psi$  peut être déterminée dans tous les cas particuliers où nous connaissons les conditions spéciales de la question. L'interprétation physique de  $\Psi$  est qu'il représente le *potentiel électrique* en chaque point de l'espace. »

Puis, deux pages plus loin, il ajoute :

« Le dernier terme représente l'effet du potentiel électrique  $\Psi$ . Celui-ci n'a pas d'effet lorsqu'il s'agit de produire un courant circulant dans un circuit fermé. Il indique l'existence de forces qui sollicitent l'électricité de ou vers certains points du champ. »

Enfin, dans son *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, Maxwell écrit <sup>(3)</sup> :

« Les termes qui comprennent la nouvelle quantité  $\Psi$  ont été introduits pour donner de la généralité aux expressions P, Q, R. Ils disparaissent quand l'intégrale est prise tout le long d'un circuit fermé. La quantité  $\Psi$  est donc indéterminée, du moins en ce qui concerne le problème actuel, où nous nous proposons d'obtenir la force électromotrice totale qui agit le long

(1) MAXWELL, *Scientific papers*, t. I, p. 482.

(2) *Ibid.*, t. I, p. 558.

(3) Traduction française, t. II, p. 274.

SUR LA PROPAGATION DES ACTIONS ÉLECTRODYNAMIQUES. B. 21

du circuit. Mais nous verrons que, quand on connaît toutes les conditions du problème, on peut assigner à  $\Psi$  une valeur déterminée qui est le potentiel électrique au point  $(x, y, z)$ . »

L'indétermination signalée par Maxwell est réelle et ne saurait se lever comme il l'a affirmé sans démonstration. Les lois relatives aux courants uniformes qui parcourent un circuit fermé laissent les composantes de la force électromotrice d'induction dépendre d'une fonction entièrement arbitraire  $\Psi(x, y, z)$ . Les hypothèses sur lesquelles nous avons fait reposer l'établissement des formules de Helmholtz réduisent cette indétermination à celle de la constante  $\lambda$ , mais cette dernière indétermination reste entière. Si l'on veut n'avoir pas à se préoccuper de cette indétermination, on doit se borner à l'étude des cas où les formules de l'Électrodynamique deviennent indépendantes de la valeur attribuée à la constante  $\lambda$ . Ces cas sont définis au § VII.



## ANNEXE 9

### Lettre de Pierre Curie à Pierre Duhem, 11 janvier 1902

Source : CURIE Pierre [1902c], 3 pages <sup>24</sup>.

La lettre reproduite, conservée aux archives de l'Académie des Sciences, est adressée par Curie à Duhem, le 11 janvier 1902. Elle fait suite à l'envoi par Duhem d'un exemplaire de son ouvrage critique sur les théories de Maxwell <sup>25</sup>. Après lui avoir fait part de ses réserves par rapport aux conclusions de cet ouvrage, Curie lui indique que les expériences sur les corps magnétiques qu'il a menées dans les 1890 <sup>26</sup> sont en faveur des théories qui attribuent le magnétisme et le diamagnétisme à des causes de natures différentes : il existe donc un désaccord entre les faits expérimentaux et l'hypothèse d'E. Becquerel sur laquelle Duhem base sa théorie du magnétisme. Les fondements de cette théorie sont dès lors remis en cause. La reproduction de cette lettre est suivie du fac-similé de la première page.

\* \* \*

#### FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

(12 rue Cuvier)

*Enseignement préparatoire au Certificat d'Etudes Physiques, Chimiques et Naturelles*

---

COURS  
De  
PHYSIQUE

Paris, le 11 janvier 1902

[page 1] *Mon cher collègue.*

*Je vous remercie pour l'envoi de votre livre sur les théories de Maxwell. Je trouve qu'il serait bon que nos physiciens se montrassent à sa manière d'une imprudence inouïe. – Cependant je crois, comme vous, qu'il y a des choses inexactes dans les points de départ de sa théorie. En particulier la relation entre les dérivées du champ électrique et la variation de flux d'induction magnétique ne doit pas être dans le cas du vide en accord avec l'expérience.*

*Mais par quoi remplacer ce mode de raisonnement ? Lorsque l'on est habitué à raisonner à l'aide de flux de vecteurs et en considérant la localisation de l'énergie dans [page 2] l'espace on a une répugnance extrême à revenir aux expressions purement mathématiques qui ne représentent rien*

---

<sup>24</sup> Cette lettre est également reproduite dans un article de P. Brouzeng intitulé « Magnétisme et énergétisme. La méthode de Pierre Duhem. A propos d'une lettre inédite de Pierre Curie » : BROUZENG Paul [1978], p. 340.

<sup>25</sup> DUHEM Pierre [1902a].

<sup>26</sup> CURIE Pierre [1895]. Les travaux de Curie sur le magnétisme sont analysés au chapitre IX.

physiquement. La formule d'Ampère pour l'action de 2 éléments de courant et celle de Wéber sont dans ce cas.

Je suis en complet désaccord avec vous en ce qui concerne le magnétisme. – La thermodynamique nous enseigne seulement que le diamagnétisme rémanent est ~~seulement~~ impossible et je me rappelle qu'il y a 20 ans déjà Gouy m'avait communiqué cette remarque. – Dans mes études expérimentales je n'ai jamais en effet rencontré le diamagnétisme rémanent. Si un corps diamagnétique renferme des traces de fer, il présentera du magnétisme rémanent de sens inverse de son magnétisme temporaire. – Enfin la théorie d'E. Becquerel est aussi en complet désaccord avec les faits : Les phénomènes magnétiques et diamagnétiques sont certainement dus à des causes de nature tout à fait différentes. – Ainsi le diamagnétisme ne varie [page 3] ~~guère~~ pas avec la température, tandis que les corps faiblement magnétiques ont un coefficient d'aimantation qui varie en raison inverse de la température absolue. Les coefficients d'aimantation spécifique varient dans des limites peu étendues lorsqu'on considère les divers corps diamagnétiques, tandis que ces coefficients prennent les valeurs les plus diverses pour les corps faiblement magnétiques.

Enfin il est bien remarquable que le champ magnétique dans le vide ne donne pas le phénomène de pouvoir rotatoire magnétique. (C'est là un fait d'une très grande importance théorique et qui n'est pas favorable non plus aux idées de Faraday et de Maxwell).

Je vous envoie, mon cher collègue, mes salutations sincères.



P. Curie, 108 B<sup>d</sup> Kellermann  
Paris.

\* \* \*



## FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

(12, rue Cuvier)

Enseignement préparatoire au Certificat d'Études Physiques, Chimiques et Naturelles

COURS  
de  
PHYSIQUE

Paris, le 11 janvier 1902

Mon cher Collègue,

Je vous remercie pour l'envoi de  
votre livre sur les théories de Maxwell.

Je trouve qu'il serait bon que nos  
physiciens se montrassent à sa manière  
d'une imprudence israélite. —  
Cependant je crois, comme vous, qu'il  
y a des choses inexorables dans les  
primitifs de départ de sa théorie. — En  
particulier la relation entre les  
dérivées du champ électrique et la variation  
de flux d'induction magnétique ne  
doit pas être dans le cas du vide  
en accord avec l'expérience.

Mais pourquoi remplacer ce mode  
de raisonnement ? Carpe l'an  
est habitué de raisonner à l'aide  
des flux de vecteurs et en considérant  
la localisation de l'énergie dans

Photographie de la première page de la lettre adressée  
par Curie à Duhem le 11 janvier 1902



# BIBLIOGRAPHIE

<b>I. Classement alphabétique</b> .....	<b>487</b>
<b>II. Classement thématique</b> .....	<b>513</b>
1. Sources primaires .....	513
1.1. Articles et ouvrages consultés .....	513
1.2. Articles et ouvrages cités mais non consultés .....	516
2. Sources secondaires .....	518
2.1. Articles et ouvrages consultés .....	518
2.2. Articles et ouvrages cités mais non consultés .....	519

## I. Classement alphabétique

**ABRANTES Paulo Cesar Coelho [1985]**, *La réception en France des théories de Maxwell concernant l'électricité et le magnétisme*, Thèse inédite, Université de Paris I, Panthéon-Sorbonne, 1895

**AEPINUS Franz [1759]**, *Tentamen theoriae electricitatis et magnetismi*, Saint-Petersburg, Typis Academiae Scientiarum, 1759

**AMAGAT Emile Hilaire [1892]**, « Sur la détermination de la densité des gaz liquéfiés et de leurs vapeurs saturées, éléments du point critique de l'acide carbonique », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1892, t. CXIV, p. 1093

**AMPERE André-Marie [1820]**, « Sur les effets des courans électriques », *Annales de chimie et de physique*, 1820, t. XV, pp. 59 – 74, 170 – 218 ; lu à l'Académie des Sciences les 18 et 25 septembre 1820

**AMPERE André-Marie [1821]**, « Réponse de M. Ampère à la lettre de M. Van Beck, sur une nouvelle expérience électromagnétique », *Journal de physique*, cahier d'octobre 1821 in André-Marie Ampère, *Recueil d'observations électro-dynamiques*, Paris, Crochard, 1822, pp. 169 – 198 (éd. citée)

**AMPERE André-Marie [1826]**, *Mémoire sur l'action mutuelle d'un conducteur voltaïque et d'un aimant, présenté à la séance du 28 octobre 1826*, Bruxelles, M. Hayez, 1828.

**AMPERE André-Marie [1833]**, « Lettre à Auguste de la Rive », avril 1833, in De Launay Louis, *Correspondance du grand Ampère*, t. II, Paris, Gauthier-Villars, 1936, pp. 760 – 763

**ANIZAN Anne-Laure [2006]**, *Paul Painlevé (1863 – 1933), un scientifique en politique*, Thèse d'histoire, Paris, Institut d'Etudes Politiques, 2006 ; thèse dirigée par Serge Berstein

**BARBO Loïc [1999]**, *Pierre Curie 1859 – 1906, Le rêve scientifique*, Paris, Belin, 1999

**BARBO Loïc [2003]**, *Les Becquerel, une dynastie de scientifiques*, Paris, Belin, 2003, 144 p. ; coll. « Les génies de la science »

- BARLOW Peter [1823]**, *An Essay on magnetic attractions and on the Laws of Terrestrial and Electro Magnetism*, London, Kessinger Publishing, 1823, 396 pages
- BECQUEREL Antoine César [1824]**, « Des actions magnétiques ou actions analogues, produites dans tous les corps par l'influence de courans électriques très-énergiques », *Annales de chimie et de physique*, 1824, 2<sup>e</sup> série, t. XXV, pp. 269 – 278
- BECQUEREL Antoine César [1827]**, « Sur les actions magnétiques excitées dans tous les corps par l'influence d'aimans très-énergiques », *Annales de chimie et de physique*, 1827, 2<sup>e</sup> série, t. XXXVI, pp. 337 – 349
- BECQUEREL Antoine César [1846]**, *Traité complet du magnétisme*, Paris, Librairie Firmin Didot Frères, 1846
- BECQUEREL Edmond et Antoine César [1858]**, *Résumé de l'histoire de l'électricité et du magnétisme, et des applications de ces sciences à la chimie, aux sciences naturelles et aux arts*, Paris, Librairie Firmin Didot Frères, 1858, 300 pages
- BECQUEREL Edmond [1846]**, « Note sur l'action du magnétisme sur tous les corps », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1846, t. XXII, pp. 952 – 961
- BECQUEREL Edmond [1849]**, « De l'action du magnétisme sur tous les corps », *Annales de chimie et de physique*, 1850, 3<sup>e</sup> série, t. XXVIII, pp. 283 – 350 ; lu à l'Académie des Sciences le 21 mai 1849
- BECQUEREL Edmond [1850]**, « De l'action du magnétisme sur tous les corps », *Annales de chimie et de physique*, 1851, 3<sup>e</sup> série, t. XXXII, pp. 68 – 112 ; lu à l'Académie des Sciences le 4 août 1850
- BECQUEREL Henri [1901]**, « Rapport de M. H. Becquerel sur les travaux de M. Pierre Curie (Concours du prix La Caze) », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1901, t. CXXXIII, p. 1061
- BEER August [1865]**, *Einleitung in die Elektrostatik, die Lehre vom Magnetismus und die Elektrodynamik*, Braunschweig, Druck und Verlag von F. Vieweg und Sohn, 1865 ; publié par Julius Plücker après la mort de l'auteur (novembre 1863)
- BELTRAMI Eugenio [1886]**, « Sull' Interpretazione meccanica delle formole di Maxwell », *Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, séance du 14 février 1886
- BELTRAMI Eugenio [1889]**, « Note fisico-matematiche », *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 1889, t. III, pp. 67 – 79 ; lettre adressée à Ernesto Cesàro et présentée lors de la séance du 10 mars 1889
- BELTRAMI Eugenio [1891]**, *Lettre de Beltrami à Pierre Duhem*, 25 juillet 1891, 4 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- BELTRAMI Eugenio [1892]**, *Lettre de Beltrami à Pierre Duhem*, 15 avril 1892, 4 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- BERTHELOT Marcellin [1875]**, « Sur les principes généraux de la thermochimie », *Annales de chimie et de physique*, 1875, 5<sup>e</sup> série, t. IV, p. 4 – 132 et 141 – 214.
- BETTI Enrico [1871]**, « Sopra gli spazi di un numero qualunque di dimensioni (Sur les espaces d'un nombre quelconque de dimensions) », *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, 1871, 2<sup>e</sup> série, t. IV, pp. 140 – 158
- BIOT Jean-Baptiste [1816]**, *Traité de physique expérimentale et théorique*, Paris, Deterville, 1816 ; 4 tomes

- BIOT Jean-Baptiste [1821]**, « Sur l'aimantation imprimée aux métaux par l'électricité en mouvement » (1821) in Jean-Baptiste Biot, *Précis élémentaire de physique expérimentale*, Paris, Deterville, 1821, t. II, pp. 117 – 128
- BLONDEL Christine [1982]**, *A-M Ampère et la création de l'électrodynamique (1820 – 1827)*, Paris, Bibliothèque Nationale, 1982, 202 pages ; coll. Mémoires de la Section des Sciences
- BLONDEL Christine [1998]**, « Les physiciens français et l'électricité industrielle à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle », *Physis, Rivista internazionale di storia della scienza*, 1998, Vol. 35, n°2, pp. 245 – 271
- BLONDIN Jules [1891]**, « Sur la théorie du magnétisme et l'absurdité de la polarisation diamagnétique », *La Lumière électrique*, 1891, t. XLI, pp. 623 – 626 ; compte rendu des travaux de John Parker
- BLONDIN Jules [1893]**, « Leçons sur l'électricité et le magnétisme, par Duhem », *La Lumière électrique*, 1893, t. XLVII, pp. 45 – 46
- BLONDLOT René [1887]**, « Recherches expérimentales sur la transmission de l'électricité à faible tension par l'intermédiaire de l'air chaud », *Journal de physique*, 1887, t. VI, pp. 109 – 127
- BLONDLOT René [1888]**, « Sur la théorie du diamagnétisme », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1888, t. CVI, pp. 1347 – 1349
- BLONDLOT René [1892]**, « Sur la vitesse de propagation des ondulations électromagnétiques dans les milieux isolants, et sur la relation de Maxwell », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1892, t. CXV, pp. 225 – 227 ; séance du 25 juillet 1892
- BOHR Niels [1911]**, *Sur la théorie électronique des métaux* (thèse présentée à l'Université de Copenhague en 1911) in Rosenfeld L., *Niels Bohr Collected Work*, Vol. 1 : Early Work (1905 – 1911), Copenhagen, J. Rud Nielsen, 1972
- BOUASSE Henri [1910]**, *Cours de Mécanique rationnelle et expérimentale, spécialement écrit pour les physiciens et les ingénieurs, conforme au programme du certificat de Mécanique rationnelle*, Paris, C. Delagrave, 1910, 692 p.
- BOUASSE Henri [1912]**, « A propos du Traité d'Energétique de M. Duhem », *Cosmos : revue des sciences et de leurs applications*, 1912, n° 1422, pp. 465 – 468
- BOUASSE Henri [1914 - 1916]**, *Cours de magnétisme et d'électricité*, Paris, Delagrave, 1914 – 1916 ; 2<sup>de</sup> éd., tome troisième du cours de physique ; tome I : Étude du champ magnétique. Instruments de mesure. Unités (448 pages), tome II : Applications. Aimants et électros, Compas, Dynamos Télégraphes et Téléphones (559 pages), tome III : Étude du champ électrique. Électricité statique. Piles, Ions gazeux (654 pages)
- BOUTY Edmond [1888]**, *Lettre de Bouty à Pierre Duhem*, 4 février 1888, 3 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- BOUTY Edmond [1889]**, « J. Parker, On Diamagnetism and the Concentration of Energy (Sur le diamagnétisme et la concentration de l'énergie), *Philosophical Magazine*, 1889, 5<sup>e</sup> série. t. XXVII, p. 403 », *Journal de physique théorique et appliquée*, Vol. 8, n°1, p. 424
- BRAUN Ferdinand [1887]**, « Bemerkung über die Erklärung des Diamagnetismus », *Nachrichten von der Königlischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 1887, n° 15, pp. 462 – 465
- BRENNER Anastasios [1990]**, *Duhem : science, réalité et apparence*, Paris, Vrin, 1990

- BRILLOUIN Marcel [1881]**, « Intégration des équations différentielles auxquelles conduit l'étude des phénomènes d'induction dans les circuits dérivés », *Annales scientifiques de l'ENS*, 1881, 2<sup>e</sup> série, t. X, pp. 9 – 48
- BRILLOUIN Marcel [1887]**, « Essai sur les lois d'élasticité d'un milieu capable de transmettre des actions en raison inverse du carré de la distance », *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 1887, 3<sup>e</sup> série, t. IV, pp. 201 – 240
- BRILLOUIN Marcel [1925]**, *Le livre du cinquantenaire de la Société Française de Physique*, Paris, Editions de la Revue d'Optique théorique et instrumentale, 1925
- BROUZENG Paul [1978]**, « Magnétisme et énergétique. La méthode de Duhem. A propos d'une lettre inédite de Pierre Curie », *Revue d'histoire des sciences*, 1978, t. XXXI, n°4, pp. 333 – 344
- BROUZENG Paul [1981a]**, « Poisson et la capillarité selon Duhem d'après un manuscrit inédit : les leçons sur les théories de la capillarité », in *Siméon-Denis Poisson et la science de son temps*, Palaiseau, Editions de l'Ecole Polytechnique, 1981
- BROUZENG Paul [1981b]**, *L'œuvre scientifique de Pierre Duhem et sa contribution au développement de la thermodynamique des phénomènes irréversibles*, Thèse d'histoire des sciences et d'épistémologie, Bordeaux, Université Bordeaux 1, 1981
- BROUZENG Paul [1987]**, *Duhem, 1861 - 1916, Science et providence*, Paris, Belin, 1987 ; coll. « Un savant, une époque »
- BRUGMANS Anton [1778]**, *Magnetismus, seu De amnitatibus magneticis observationes academicae*, Leyden, Apud Luzac et Van Damme, 1778
- BRUHAT Georges [1924]**, *Cours d'électricité à l'usage de l'enseignement supérieur et technique*, Paris, Masson & Cie, 1924 ; reproduction d'un cours fait à la Faculté des Sciences de Lille pendant l'année scolaire 1922 – 1923
- BRUHNES Bernard [1891]**, « Sur la différence entre l'électrodynamique de Helmholtz et celle de Maxwell », *La Lumière électrique*, 1891, 1<sup>ère</sup> série, t. XL, pp. 15 – 24
- CAZIN Achille [1875]**, « Mémoire sur les effets thermiques du magnétisme », *Annales de chimie et de physique*, 5<sup>e</sup> série, t. VI, pp. 493 – 554
- CHIPART Henri [1929]**, « Sur la stabilité séculaire des systèmes électrodynamiques », *Journal de l'Ecole Polytechnique*, 1929, 2<sup>e</sup> série, t. XXVII, pp. 341 – 373
- CLAUSIUS Rudolph [1850]**, « Sur la force motrice de la chaleur et les lois qui s'en déduisent pour la théorie même de la chaleur », communiqué à l'Académie de Berlin en février 1850, in *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, E. Lacroix, 1868, t. I, mémoire I, pp. 17 – 84.
- CLAUSIUS Rudolph [1854]**, « Sur une nouvelle forme du second principe de la théorie mécanique de la chaleur », *Poggendorff's Annalen*, 1854, t. XCIII, p. 481 in *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, E. Lacroix, 1868, t. I, mémoire IV, pp. 131 – 160.
- CLAUSIUS Rudolph [1862]**, « Sur l'application du principe de l'équivalence des transformations au travail intérieur », lu à la Société des Sciences naturelles de Zurich le 27 janvier 1862 in *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, E. Lacroix, 1868, t. I, mémoire VI, pp. 252 – 292
- CLAUSIUS Rudolph [1865]**, « Sur différentes formes des équations fondamentales de la théorie mécanique de la chaleur qui sont commodes dans l'application », lu à la Société des Sciences

naturelles de Zurich le 24 avril 1865 in *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, E. Lacroix, 1868, t. I, mémoire IX, pp. 377 – 420.

**CLAUSIUS Rudolph [1866]**, « Sur le changement d'état intérieur qui a lieu pendant la charge de la couche isolante d'un carreau de Franklin ou d'une bouteille de Leyde, et sur l'influence de ce changement sur les phénomènes de la décharge », *Théorie mécanique de la chaleur*, Paris, E. Lacroix, 1869, t. II, addition du mémoire X (1866), pp. 86 – 113.

**CLAUSIUS Rudolf [1870]**, *De la fonction potentielle et du potentiel : introduction à la physique mathématique*, Paris, Gauthier-Villars, 1870 ; traduit de l'allemand par F. Folie

**CLEBSCH Alfred [1863]**, « Ueber die Reflexion an einer Kugelfläsche », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1863, t. LXI, pp. 195 – 262

**COHN Emil [1890]**, « Zur Systematik der Elecktricitätslehre », *Wiedemann's Annalen*, 1890, t. XL, pp. 625 – 639

**COHN Emil et ZEEMAN Peter [1892]**, « Observations sur la propagation des oscillations électriques dans l'eau », *Wiedemann's Annalen*, 1892, t. XLV, p. 370

**COULOMB Charles-Augustin [1781]**, « Théorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leur partie, et à la raideur des cordages », *Recueil des savants étrangers de l'Académie royale des sciences*, 1781, t. X, p. 161

**COULOMB Charles-Augustin [1785 - 1789]**, *Mémoires sur l'électricité et le magnétisme*, Paris : Gauthier-Villars, 1884 ; collection publiée par la Société française de physique et comprenant les sept « Mémoires sur l'électricité et le magnétisme » publiés par Coulomb dans les *Mémoires de l'Académie royale des Sciences* entre 1785 et 1789

**CURIE Jacques [1889]**, « Recherches sur le pouvoir inducteur spécifique et la conductibilité des corps cristallisés », *Annales de chimie et de physique*, 1889, 6<sup>e</sup> série, t. XVII, p. 385

**CURIE Jacques et Pierre [1880a]**, « Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1880, t. XCI, p. 294

**CURIE Jacques et Pierre [1880b]**, « Sur l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1880, t. XCI, p. 383

**CURIE Jacques et Pierre [1881a]**, « Loi du dégagement de l'électricité par pression, dans la tourmaline », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1881, t. XCII, p. 186

**CURIE Jacques et Pierre [1881b]**, « Sur les phénomènes électriques de la tourmaline et des cristaux hémihédres à faces inclinées », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1881, t. XCII, p. 350

**CURIE Jacques et Pierre [1881c]**, « Les cristaux hémihédres à faces inclinées, comme sources constantes d'électricité », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1881, t. XCIII, p. 204

**CURIE Jacques et Pierre [1881d]**, « Contractions et dilatations produites par des tensions électriques dans les cristaux hémihédres à faces inclinées », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1881, t. XCIII, p. 1137

**CURIE Jacques et Pierre [1882]**, « Déformations électriques du quartz », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1882, t. XCV, p. 914

**CURIE Marie [1908]**, Préface des *Œuvres de Pierre Curie*, Paris, Gauthier-Villars, 1908, p. v – xxii

**CURIE Marie [1923]**, *Pierre Curie*, Paris, Payot, 1923

**CURIE Pierre [1880]**, « Recherches sur la détermination des longueurs d'onde des rayons calorifiques à basse température », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1880, t. XC, p. 1506 ; en commun avec Paul Desains

**CURIE Pierre [1884a]**, « Sur les questions d'ordre : répétitions », *Bulletin de la Société minéralogique de France*, 1884, t. VII, p. 89

**CURIE Pierre [1884b]**, « Sur la symétrie », *Bulletin de la Société minéralogique de France*, 1884, t. VII, p. 418

**CURIE Pierre [1885]**, « Sur les répétitions et la symétrie », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1885, t. C, p. 393

**CURIE Pierre [1891a]**, *Cahier de laboratoire*, Paris, Bibliothèque Nationale de France, N.A.F, 18367

**CURIE Pierre [1891b]**, « Quelques remarques relatives à l'équation réduite de Van der Waals », *Archives des sciences physiques et naturelles de Genève*, 1891, 3<sup>e</sup> période, t. XXVI, p. 13

**CURIE Pierre [1891c]**, « Equations réduites pour le calcul des mouvements amortis », *La Lumière électrique*, 1891, t. XLI, pp. 201, 270, 307 et 356

**CURIE Pierre [1892a]**, « Propriétés magnétiques des corps à diverses températures », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1892, t. CXV, pp. 805 – 808 ; séance du 4 novembre 1892

**CURIE Pierre [1892b]**, « Sur les propriétés magnétiques de l'oxygène à diverses températures », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1892, t. CXV, pp. 1292 – 1295 ; séance du 16 décembre 1892

**CURIE Pierre [1893]**, « Propriétés magnétiques des corps à diverses températures », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1893, t. CXVI, pp. 136 – 139

**CURIE Pierre [1894a]**, « Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique », *Journal de physique*, 1894, 3<sup>e</sup> série, t. III, p. 393

**CURIE Pierre [1894b]**, « Sur la possibilité d'existence de la conductibilité magnétique et du magnétisme libre », *Bulletin des séances de la Société française de physique*, 1894, p. 76 et *Journal de physique*, 1894, 3<sup>e</sup> série, t. III, p. 415

**CURIE Pierre [1894c]**, « Propriétés magnétiques du fer à diverses températures », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1894, t. CXVIII, pp. 796 – 800

**CURIE Pierre [1894d]**, « Sur les propriétés magnétiques du fer à diverses températures », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1894, t. CXVIII, pp. 859 – 862

**CURIE Pierre [1894e]**, « Propriétés des corps magnétiques à diverses températures », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1894, t. CXVIII, pp. 1134 – 1137

**CURIE Pierre [1895]**, « Propriétés magnétiques des corps à diverses températures », *Annales de chimie et de physique*, 1895, 7<sup>e</sup> série, t. V, pp. 289 – 405

**CURIE Pierre [1902a]**, *Notice sur les travaux scientifiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1902

**CURIE Pierre [1902b]**, *Correspondance avec Georges Gouy*, Paris, Bibliothèque Nationale de France, N.A.F, 18515



- CURIE Pierre [1902c]**, *Lettre de Pierre Curie à Pierre Duhem*, 11 janvier 1902, 3 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- CURIE Pierre [1903]**, « Sur un appareil pour la détermination des constantes magnétiques », *Bulletin des séances de la Société française de physique*, 1903, p. 796 ; travaux menés en commun avec C. Chéneveau
- CURIE Pierre [1905]**, Conférence Nobel, prononcée à Stockholm devant l'Académie des Sciences, le 6 juin 1905, in Barbo Loïc, *Pierre Curie 1859 – 1906, Le rêve scientifique*, Paris, Belin, 1999, pp. 295 – 300 (éd. citée)
- DARRIGOL Olivier [2000]**, *Electrodynamics from Ampère to Einstein*, Oxford, Oxford University Press, 2000, 552 p.
- DARRIGOL Olivier [2005]**, *Les équations de Maxwell de MacCullagh à Lorentz*, Paris, Belin, 2005
- DEBYE Peter [1926]**, « Einige Bemerkung zur Magnetisierung bei tiefer Temperatur », *Annalen der Physik*, 1926, t. LXXXI, pp. 1154 – 1160
- DE LA RIVE Auguste [1854]**, *Traité d'électricité théorique et appliqué*, Paris, J.-B. Baillière, 1854
- DIEUDONNE Jean [1978]**, *Abrégé d'histoire des mathématiques, 1700 – 1900*, Paris, Hermann, 1978 ; ouvrage collectif en 2 volumes
- DU BOIS Henry [1888]**, « Sur la susceptibilité magnétique et la constante de Verdet dans les liquides », *Wiedemann's Annalen*, 1888, t. XXXV, p. 137
- DU BOIS Henry [1896]**, *Magnetic circuit in theory and practice*, London, Longmans, 1896 ; traduit en anglais par Dr Atkinson
- DUHEM Hélène [1936]**, *Un savant français : Pierre Duhem*, Paris, Plon, 1936, 240 p.
- DUHEM Pierre [1884]**, « Sur le potentiel thermodynamique et la théorie de la pile voltaïque », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1884, t. XCIC, pp. 1113 – 1115 ; séance du 22 décembre 1884
- DUHEM Pierre [1885a]**, « Applications de la thermodynamique aux phénomènes capillaires », *Annales scientifiques de l'ENS*, 1885, 3<sup>e</sup> série, t. II, pp. 207 – 254.
- DUHEM Pierre [1885b]**, « Applications de la thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques et pyro-électriques. Première partie : phénomènes thermo-électriques », *Annales scientifiques de l'ENS*, 1885, 3<sup>e</sup> série, t. II, pp. 405 – 424
- DUHEM Pierre [1885c]**, « Sur un théorème d'électrodynamique », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1885, t. C, pp. 44 – 46
- DUHEM Pierre [1886a]**, *Le potentiel thermodynamique et ses applications à la mécanique chimique et à la théorie des phénomènes électriques*, Paris, A. Hermann, 1886, 247 p.
- DUHEM Pierre [1886b]**, « Applications de la thermodynamique aux phénomènes thermo-électriques et pyro-électriques. Deuxième partie : phénomènes pyro-électriques », *Annales scientifiques de l'ENS*, 1886, 3<sup>e</sup> série, t. III, pp. 263 – 302
- DUHEM Pierre [1886c]**, « Applications de la thermodynamique aux actions qui s'exercent entre les courants électriques », *Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*, 1888, t. XVI, pp. 229 – 332 ; mémoire signé du 10 mai 1886

- DUHEM Pierre [1886d]**, « Sur la loi d'Ampère », *Journal de physique théorique et appliquée*, 1886, 2<sup>e</sup> série, t. V, pp. 26 – 29
- DUHEM Pierre [1887a]**, « Etude sur les travaux thermodynamiques de J. Willard Gibbs », *Bulletin des sciences mathématiques*, 1887, t. XI, pp. 122 – 148, 159 – 176
- DUHEM Pierre [1887b]**, « Sur l'aimantation par influence », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1887, t. CV, pp. 749 – 751
- DUHEM Pierre [1887c]**, « Sur l'aimantation par influence », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1887, t. CV, pp. 798 – 800
- DUHEM Pierre [1887d]**, « Sur la théorie du magnétisme », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1887, t. CV, pp. 932 – 934
- DUHEM Pierre [1887e]**, « Sur l'aimantation par influence », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1887, t. CV, pp. 1113 – 1115
- DUHEM Pierre [1887f]**, « Sur l'aimantation par influence », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1887, t. CV, pp. 1240 – 1241
- DUHEM Pierre [1888a]**, *De l'aimantation par influence* (thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences mathématiques), Paris, Gauthier-Villars, 1888 ; *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1888, 1<sup>ère</sup> série, t. II, pp. L1 – L138 (éd. citée)
- DUHEM Pierre [1888b]**, « Sur un théorème d'électrodynamique », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1888, 4<sup>e</sup> série, t. IV, pp. 369 – 406
- DUHEM Pierre [1888c]**, « Sur l'aimantation des corps diamagnétiques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1888, t. CVI, pp. 736 – 738 ; séance du 12 mars 1888
- DUHEM Pierre [1888d]**, « Etude historique sur la théorie de l'aimantation par influence », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1888, 1<sup>ère</sup> série, t. II, pp. 1 – 40
- DUHEM Pierre [1888e]**, « Sur les équilibres chimiques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1888, t. CVI, pp. 485 – 487 ; séance du 13 février 1888
- DUHEM Pierre [1888f]**, « Sur les lois de l'équilibre chimique », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1888, t. CVI, pp. 846 – 849
- DUHEM Pierre [1889a]**, « Compte rendu et analyse du *Traité de physique mathématique* de H. Résal (2<sup>nde</sup> édition, t. I (1887), t. II (1888)) », *Bulletin des sciences mathématiques*, 2<sup>e</sup> série, t. XIII, novembre 1889
- DUHEM Pierre [1889b]**, *Des corps diamagnétiques*, Lille, Au siège des Facultés, 1889, 71 p. ; coll. « Travaux et Mémoires des Facultés de Lille », t. I, mémoire n°2
- DUHEM Pierre [1889c]**, « Sur l'impossibilité des corps diamagnétiques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1889, t. CVIII, pp. 1042 – 1043 ; séance du 20 mai 1889
- DUHEM Pierre [1889d]**, « Application de la Thermodynamique aux actions qui s'exercent entre les courants électriques et les aimants », *Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*, 1891, t. XVII, pp. 1 – 100 ; mémoire rédigé avant septembre 1889
- DUHEM Pierre [1889e]**, « Sur l'équivalence des courants et des aimants », *Annales scientifiques de l'ENS*, 1889, 3<sup>e</sup> série, t. VI, pp. 297 – 326

- DUHEM Pierre [1890a]**, « Des principes fondamentaux de l'hydrostatique », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1890, 1<sup>ère</sup> série, t. IV, n°1, pp. C1 – C35 ; leçons professées à la Faculté des Sciences de Lille en 1888
- DUHEM Pierre [1890b]**, « Sur les dissolutions d'un sel magnétique », *Annales scientifiques de l'ENS*, 1890, 3<sup>e</sup> série, t. VII, pp. 289 – 322
- DUHEM Pierre [1891a]**, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme. Tome I : les corps conducteurs à l'état permanent*, Paris, Gauthier-Villars, 1891, 560 p.
- DUHEM Pierre [1891b]**, *Cours de physique mathématique et de cristallographie de la Faculté des Sciences de Lille. Hydrodynamique, élasticité, acoustique : I. Théorèmes généraux, corps fluides ; II. Les Fils et les membranes, les corps élastiques, l'acoustique*, Paris, Hermann, 1891 ; cours professé en 1890 – 1891
- DUHEM Pierre [1891c]**, « Sur les pressions à l'intérieur des milieux magnétiques ou diélectriques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1891, t. CXII, pp. 657 – 658
- DUHEM Pierre [1892a]**, « Quelques réflexions au sujet des théories physiques », *Revue des questions scientifiques*, 1892, t. XXXI, pp. 139 – 177
- DUHEM Pierre [1892b]**, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme. Tome II : les aimants et les corps diélectriques*, Paris, Gauthier-Villars, 1892, 480 p.
- DUHEM Pierre [1892c]**, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme. Tome III : les courants linéaires*, Paris, Gauthier-Villars, 1892, 528 p.
- DUHEM Pierre [1892d]**, « Commentaire aux principes de la Thermodynamique (Première partie : le principe de la conservation de l'énergie) », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1892, 4<sup>e</sup> série, t. VIII, pp. 269 – 330
- DUHEM Pierre [1892e]**, « Bibliographie : Cours de physique mathématique. Thermodynamique, par H. Poincaré », *Revue des questions scientifiques*, 1892, t. XXXI, pp. 603 – 606
- DUHEM Pierre [1893a]**, *Introduction à la mécanique chimique*, Paris, G. Carré, 1893, 178 p.
- DUHEM Pierre [1893b]**, « Commentaire aux principes de la Thermodynamique (Deuxième partie : le principe Sadi Carnot et de R. Clausius) », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1893, 4<sup>e</sup> série, t. IX, pp. 293 – 473
- DUHEM Pierre [1893c]**, « Sur les lois générales de l'induction électrodynamique », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1893, 1<sup>ère</sup> série, t. VII, n°1, pp. B1 – B28
- DUHEM Pierre [1893d]**, « Les actions électrodynamiques et électromagnétiques », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1893, 1<sup>ère</sup> série, t. VII, n°2, pp. G1 – G52
- DUHEM Pierre [1893e]**, « L'école anglaise et les théories physiques. A propos d'un livre récent de W. Thomson », *Revue des questions scientifiques*, 1893, t. XXXIV, pp. 345 – 378
- DUHEM Pierre [1893f]**, « Physique et Métaphysique », *Revue des questions scientifiques*, 1893, t. XXXIV, pp. 55 – 83
- DUHEM Pierre [1894a]**, « Commentaire aux principes de la Thermodynamique (Troisième partie : les équations générales de la Thermodynamique) », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1894, 4<sup>e</sup> série, t. X, pp. 207 – 286

- DUHEM Pierre [1894b]**, « Les actions électrodynamiques et électromagnétiques », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1894, 1<sup>ère</sup> série, t. VIII, n°1, pp. A5 – A57
- DUHEM Pierre [1894c]**, « Quelques remarques au sujet de l'électrodynamique des corps diélectriques proposée par J. Clerk Maxwell », *Comptes rendus du troisième Congrès scientifique international des Catholiques*, 7<sup>e</sup> section, Sciences mathématiques et naturelles, séance du 5 septembre 1894, pp. 246 – 269
- DUHEM Pierre [1894d]**, « Quelques réflexions au sujet de la Physique expérimentale », *Revue des questions scientifiques*, 1894, t. XXXVI, pp. 179 – 229
- DUHEM Pierre [1895a]**, « Sur la pression dans les milieux diélectriques ou magnétiques », *American Journal of Mathematics*, 1895, t. XVII, pp. 117 – 167
- DUHEM Pierre [1895b]**, « Sur l'interprétation théorique des expériences hertziennes », *L'Eclairage électrique*, 1895, t. VI, pp. 494 – 502
- DUHEM Pierre [1896a]**, « Sur l'Electrodynamique des milieux diélectriques. Premier mémoire : Propriétés fondamentales des courants de déplacement », *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 1896, 5<sup>e</sup> série, t. I, pp. 233 – 285 ; signé du 12 avril 1894, à Rennes
- DUHEM Pierre [1896b]**, « Sur l'Electrodynamique des milieux diélectriques. Second mémoire : Les équations générales de l'Electrodynamique dans les milieux qui sont à la fois magnétiques et diélectriques », *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 1896, 5<sup>e</sup> série, t. I, pp. 287 – 293
- DUHEM Pierre [1896c]**, « Sur la propagation des actions électrodynamiques », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1896, 1<sup>ère</sup> série, t. X, n°1, pp. B1 – B87
- DUHEM Pierre [1896d]**, « Sur l'équivalence des flux de conduction et des flux de déplacement », *L'Eclairage électrique*, 1896, t. VIII, pp. 110 – 112
- DUHEM Pierre [1897a]**, « Thermochimie, à propos d'un livre récent de M. Marcellin Berthelot », *Revue des questions scientifiques*, 1897, t. XLII, pp. 361 – 392
- DUHEM Pierre [1897b]**, *Traité élémentaire de mécanique chimique fondée sur la thermodynamique. Tome I : Introduction, principes fondamentaux de la thermodynamique, faux équilibres et explosions*, Paris, Hermann, 1897, 299 p.
- DUHEM Pierre [1898]**, « Remarques touchant les lois du résonateur hertzien, établies par M. Turpain », *Procès-verbaux des séances de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, année 1897 – 1898, pp. 64 – 67 ; séance du 20 janvier 1898
- DUHEM Pierre [1901a]**, « Sur la théorie électrodynamique de Helmholtz et la théorie électromagnétique de la lumière », *Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, 1901, Série II, t. V, pp. 227 – 236 ; signé du 18 octobre 1900, à Cabrespine
- DUHEM Pierre [1901b]**, « Analyse de l'ouvrage de Gustave Robin : *Ceuvres scientifiques de G. Robin, Thermodynamique générale* », *Bulletin des sciences mathématiques*, 1901, t. XXV, pp. 174 – 203
- DUHEM Pierre [1902a]**, *Les théories électriques de J. Clerk Maxwell. Etude historique et critique*, Paris, A. Hermann, 228 p. (éd. citée) ; publié initialement dans les *Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 1900, t. XXIV, pp. 239 – 253 et 1901, t. XXV, pp. 1 – 90, 293 – 417
- DUHEM Pierre [1902b]**, « Notes sur quelques points des théories électriques et magnétiques », *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 1902, 6<sup>e</sup> série, t. II, pp. 45 – 82

**DUHEM Pierre [1902c]**, « Sur l'analogie entre les rayons X et les oscillations hertziennes », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1902, t. CXXXV, p. 845

**DUHEM Pierre [1902d]**, « Actions exercées par des courants alternatifs sur une masse conductrice ou diélectrique », *Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, Session de Montauban, août 1902, pp. 280 – 304

**DUHEM Pierre [1903]**, « Sur la stabilité électrique d'un milieu homogène et illimité », *Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstag*, 20 Februar 1904, pp. 13 – 27 ; signé du 4 juin 1903 à Bordeaux

**DUHEM Pierre [1904a]**, « Physique de croyant », *Annales de philosophie chrétienne*, 77<sup>e</sup> année, 4<sup>e</sup> série, t. I, p. 44 et p. 133, octobre et novembre 1905 in Duhem Pierre, *La Théorie physique*, Paris, Vrin, 1981, pp. 413 – 472 (éd. citée)

**DUHEM Pierre [1904b]**, « Sur la direction que prend le champ électrique, au sein d'un milieu diélectrique, au voisinage de la surface d'un corps conducteur », *Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, Session de Grenoble, août 1904, pp. 373 – 383

**DUHEM Pierre [1905]**, *L'évolution de la mécanique*, Paris, A. Hermann, 1905, 348 p.

**DUHEM Pierre [1906a]**, *La Théorie physique, son objet, sa structure*, Paris : Chevalier et Rivière, 1906 ; réunissant des articles publiés par Duhem dans la *Revue de Philosophie*, d'avril 1904 à juillet 1905. 2<sup>ème</sup> éd., Paris, Chevalier et Rivière, 1914 ; comprenant en outre « Physique de Croyant » et « La valeur de la théorie physique, à propos d'un livre récent », parus respectivement dans les *Annales de Philosophie Chrétienne* en 1905 et dans la *Revue générale des sciences pures et appliquées* en 1908. Réimpression, Paris, Vrin, 1981, 524 p. ; éd. avec avant-propos, index et bibliographie de Paul Brouzeng (éd. citée)

**DUHEM Pierre [1906b]**, *Les origines de la statique*, Paris, Hermann, 1905 – 1906, 2 vol. ; réunissant des articles publiés par Duhem dans la *Revue des questions scientifiques* entre 1903 et 1906

**DUHEM Pierre [1906c]**, *Etudes sur Léonard de Vinci, ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu*, 1<sup>ère</sup> série, Paris, Hermann, 1906, 355 p.

**DUHEM Pierre [1908]**, *Josiah Willard Gibbs, à propos de la publication de ses mémoires scientifiques*, Paris, Hermann, 1908, 43 p.

**DUHEM Pierre [1909]**, *Etudes sur Léonard de Vinci, ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu*, 2<sup>nde</sup> série, Paris, Hermann, 1909, 474 p.

**DUHEM Pierre [1910]**, « Cours de Mécanique rationnelle et expérimentale de Bouasse », *Bulletin des sciences mathématiques*, t. XXXIV, 1910, pp. 144 – 176

**DUHEM Pierre [1911]**, *Traité d'énergétique ou de thermodynamique générale*, 2 tomes, Paris, Gauthier-Villars, 1911 ; t. I : Conservation de l'énergie, mécanique rationnelle, statique générale, déplacement de l'équilibre (528 p.), t. II : Dynamique générale, conductibilité de la chaleur, stabilité de l'équilibre (504 p.)

**DUHEM Pierre [1913a]**, *Notice sur les titres et travaux scientifiques de Pierre Duhem*, Bordeaux, Imprimeries Gounouilhou, 1913, 125 p. ; publiée à l'occasion de sa candidature à l'Académie des Sciences

**DUHEM Pierre [1913b]**, « Sur le diamagnétisme », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1913, 6<sup>e</sup> série, t. IX, pp. 89 – 164

- DUHEM Pierre [1913c]**, *Etudes sur Léonard de Vinci, ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu*, 3<sup>ème</sup> série, Paris, Hermann, 1913, 610 p.
- DUHEM Pierre [1913 - 1959]**, *Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic*, Paris, Hermann, t. I : 1913, t. II : 1914, t. III : 1915, t. IV : 1916, t. V : 1917, t. VI : 1954, t. VII : 1956, t. VIII et IX : 1958, t. X : 1959
- DUHEM Pierre [1914a]**, « Sur les oscillations électriques », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1914, 3<sup>ème</sup> série, t. VI, pp. 177 – 300
- DUHEM Pierre [1914b]**, « Le problème général de l'Electrodynamique pour un système de corps immobiles », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1914, 6<sup>e</sup> série, t. X, pp. 347 – 416
- DUHEM Pierre [1915]**, *La science allemande*, Paris, Hermann, 1915, 144 p.
- DUHEM Pierre [1916a]**, « Sur l'Electrodynamique des milieux conducteurs », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1916, t. CLXII, pp. 337 – 342
- DUHEM Pierre [1916b]**, « Sur l'Electrodynamique des milieux diélectriques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1916, t. CLXII, pp. 282 – 286
- DUHEM Pierre [1916c]**, « Sur l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, et sur certaines conditions vérifiées au contact de deux diélectriques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1916, t. CLXII, pp. 409 – 413
- DUHEM Pierre [1987]**, *Prémices philosophiques*, Leiden, E.J. Brill, 1987 ; introduction en anglais de Stanley L. Jaki
- DUHEM Pierre [1994]**, *Lettres de Pierre Duhem à sa fille Hélène*, Paris, Beauchesne, 1994, 237 p. ; présentées par Stanley L. Jaki
- ECKHARDT Alexandre [1949]**, « Le cercueil flottant de Mahomet », in *Mélanges de philologie romane et de littérature médiévale offerts à Ernest Hoepffner par ses élèves et ses amis*, Paris, Belles Lettres, 1949, pp. 77 – 88
- EWING James Alfred [1891]**, *Magnetic induction in iron and other metal*, London, The Electrician, 1891
- FARADAY Michael [1838]**, « Nature of the electric force or forces (read June 21, 1838) », in Faraday Michael, *Experimental Researches in Electricity, vol. I*, London, Richard and John Edward Taylor, 1849, Series XIV, § 20
- FARADAY Michael [1845a]**, « On the magnetization of light and the illumination of magnetic lines of force (read November 20, 1845) », in Faraday Michael, *Experimental Researches in Electricity, vol. III*, London, Richard Taylor and William Francis, 1855, Series XIX, § 26
- FARADAY Michael [1845b]**, « On new magnetic actions, and on the magnetic condition of all matter (read December 18, 1845 and January 8, 1846) », in Faraday Michael, *Experimental Researches in Electricity, vol. III*, London, Richard Taylor and William Francis, 1855, Series XX – XXI, § 27
- FARADAY Michael [1850]**, « Magnetic conducting power (read November 28, 1845) », in Faraday Michael, *Experimental Researches in Electricity, vol. III*, London, Richard Taylor and William Francis, 1855, Series XXVI, § 32
- FARADAY Michael [1855]**, *Experimental Researches in Electricity, vol. 3*, London, Richard Taylor and William Francis, 1855

**FITZGERALD George Francis [1891]**, « Editorial note on Mr. Parker's paper on the absurdity of diamagnetism », *Philosophical Magazine*, 1891, t. XXXII, pp. 318 – 319

**FRESNEL Augustin [1884]**, « Comparaison de la supposition des courants autour de l'axe d'un aimant, avec celle des courants autour de chaque molécule », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1884, t. XCIX, pp. 97 – 100 ; note inédite d'Augustin Fresnel signalée par Joubert, secrétaire général de la Société de physique, qui avait été autorisé à faire des recherches dans les papiers offerts à l'Institut par les héritiers de Jean-Jacques Ampère, le fils de l'illustre physicien

**GAUGAIN Jean-Mothée [1859]**, « Mémoire sur l'électricité des tourmalines », *Annales de chimie et de physique*, 1859, 3<sup>e</sup> série, t. LVII, pp. 5 – 39

**GAUSS Carl Friedrich [1829]**, « Über ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanick », *Crelle's Journal*, 1829, t. IV in *Carl Friedrich Gauss Werke*, Band V, Goettingen, Koeniglichen Gessellschaft der Wissenschaften, 1877, pp. 25 – 28

**GAUSS Carl Friedrich [1840]**, « Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstossungskräfte » (1840) in *Gauss Carl Friedrich Werke*, Band V, Goettingen, Koenigliche Gesellschaft der Wissenschaften, 1877, pp. 305 – 308

**GIBBS Josiah Willard [1873]**, « A Method of Geometrical Representation of the Thermodynamic Properties of Substances by means of Surfaces », *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, 1873, vol. II, pp. 382 – 404 ; in *The Scientific Papers of J. Willard Gibbs, vol. 1, Thermodynamics*, New-York, Longmans, Green and Co., 1906 (éd. citée)

**GIBBS Josiah Willard [1876 - 1878]**, « On the Equilibrium of Heterogeneous Substances », *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, 1876, vol. III, part 1, pp. 108 – 248 ; 1878, vol. III, part II, pp. 343 – 524. Articles regroupés dans *The Scientific Papers of J. Willard Gibbs, vol. 1, Thermodynamics*, New-York, Longmans, Green and Co., 1906 (éd. citée)

**GIBBS Josiah Willard [1878]**, « Abstract of the "On the Equilibrium of Heterogeneous Substances" » *American Journal of Sciences and Arts*, 1878, serie 3, vol. XVI, pp. 441 – 458 ; in *The Scientific Papers of J. Willard Gibbs, vol. 1, Thermodynamics*, New-York, Longmans, Green and Co., 1906 (éd. citée)

**GIBBS Josiah Willard [1899]**, *Equilibre des systèmes chimiques*, Paris, G. Carré et C. Naud, 1899 ; traduit en français par Henry Le Chatelier.

**GIBBS Josiah Willard [1906]**, *The Scientific Papers of J. Willard Gibbs, vol. 1, Thermodynamics*, New-York, Longmans, Green and Co., 1906, 434 p.

**GILBERT William [1600]**, *De Magnete, magneticisque corporibus et de magno magnete tellure ; Physiologia nova, plurimis & argumentis, & experimentis demonstrata*, Londini, Petrus Short, 1600 ; traduction en anglais par P. Fleury Mottelay, *On the Loadstone and Magnetic Bodies, and on the Great Magnet the Earth*, New-York, John Willey and sons, 1893 (éd. citée)

**GOUPIL Michelle [1991]**, *Du flou au clair ? Histoire de l'affinité chimique de Cardan à Prigogine*, Paris, Ed. du CTHS, 1991

**GOUY Louis Georges [1889]**, « Sur l'énergie potentielle magnétique et la mesure des coefficients d'aimantation », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1889, t. CIX, pp. 935 – 937

- GREEN George [1828]**, *An essay on the application of mathematical Analysis to the theories of Electricity and Magnetism*, Nottingham, 1828 ; réimp. in *Mathematical papers of the late George Green*, London, Macmillan and co., 1871 (éd. citée)
- GROSS Theodor [1885]**, « Ueber eine neue Entstehungsweise galvanischer Ströme durch Magnetismus », *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Wien*, 1885, t. XCII, 2<sup>e</sup> Abtheil., p. 1373
- GROSS Theodor [1887]**, « Ueber die Verbindungswärme des magnetisirten Eisens », *Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft zu Berlin*, 1887, p. 45
- GUILLAUME Charles-Edouard et POINCARÉ Lucien [1900]**, *Rapports présentés au Congrès international de physique, réuni à Paris en 1900, sous les auspices de la Société française de physique*, Paris, Gauthier-Villars, 1900, t. II : Optique, Electricité, Magnétisme ; rapports rassemblés et publiés par C.-E. Guillaume et L. Poincaré, secrétaires généraux du Congrès
- GUILLO Jean-Marie et LOCQUENEUX Robert [2005]**, « Quelques contributions de Félix Savary et Jean-Firmin Demonferrand à l'électrodynamique », *Revue d'histoire des sciences*, 2005, Vol. 58, n<sup>o</sup> 2
- GUSTAFSON Karl et ABE Takehisa [1998]**, « (Victor) Gustave Robin (1855 – 1897) », *The Mathematical Intelligencer*, 1998, Vol. 20, n<sup>o</sup> 2, pp. 47 – 53
- HADAMARD Jacques [1895]**, « Sur la stabilité des rotations dans le mouvement d'un corps pesant autour d'une point fixe », *Association française pour l'avancement des sciences, Compte rendu de la 24<sup>e</sup> session*, 1895, 2<sup>nd</sup>e partie, pp. 1 – 6 ; séance du 5 août 1895
- HADAMARD Jacques [1896]**, « Une propriété des mouvements sur une surface », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1896, t. CXXII, p. 983
- HADAMARD Jacques [1897]**, « Sur certaines propriétés des trajectoires en Dynamique », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1897, 5<sup>e</sup> série, t. III, p. 331
- HADAMARD Jacques [1898]**, « Les surfaces à courbes opposées et leurs lignes géodésiques », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1898, 5<sup>e</sup> série, t. IV, p. 27
- HADAMARD Jacques [1927]**, « L'œuvre de Duhem dans son aspect mathématique », *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 1927, t. I, pp. 637 – 665 ; réimp. in Manville O., Hadamard J., Darbon A., *L'œuvre scientifique de Pierre Duhem*, Bordeaux, Feret, 1927 (éd. citée)
- HAMILTON William Rowan [1834]**, « On a General Method in Dynamics », *Philosophical Transactions*, 1834, part II, pp. 247 – 308
- HEAVISIDE Oliver [1888]**, « On electromagnetic waves, especially in relation to the vorticity of the impressed forces ; and the forced vibrations of electromagnetic systems », *Philosophical Magazine*, 1888, 5<sup>e</sup> série, t. XXV, p. 130
- HEINE Eduard [1870]**, « Ueber trigonometrische Reihen », *Borchardt's Journal*, 1870, t. LXXI, p. 360
- HEISENBERG Werner [1928]**, « Zür Theorie des Ferromagnetismus », *Zeitschrift für Physik*, 1928, t. XLIX, pp. 619 – 636
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1847]**, Ueber die Erhaltung der Kraft, eine physikalische Abhandlung, Berlin : G. Reimer, 1847 ; lu devant la Société de Physique de Berlin le 23 juillet 1847
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1851]**, « Ueber die Dauer und den Verlauf der durch Stromschwankungen inducirten elektrischen Ströme », *Poggendorff's Annalen*, 1851, t. LXXXIII, p. 505



- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1858]**, « Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1858, t. LV, pp. 25 – 55
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870a]**, « Ueber die Gesetze der inconstanten elektrischen Ströme in körperlich ausgedehnten Leitern », *Verhandlungen der Naturhistorisch-Medicinischen Vereins zu Heidelberg*, 1870, Band V, pp. 84 – 89 ; in *Wissenschaftliche Abhandlungen von Hermann Helmholtz*, Bd. 1, Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1882, pp. 537 – 544 (éd. citée)
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1870b]**, « Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektrizität für ruhende leitende Körper », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1870, t. LXXII, pp. 57 – 129 ; in *Wissenschaftliche Abhandlungen von Hermann Helmholtz*, Bd. 1, Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1882, pp. 545 – 628 (éd. citée)
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1874]**, « Ueber die Theorie der Electrodynamik, Dritte Abhandlung : Die elektrodynamischen Kräfte in bewegten Leitern », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1874, t. LXXVIII, pp. 273 – 324
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1881]**, « Über die auf das Innere magnetisch oder diëlektrisch polarisirter Körper wirkende Kräfte », *Wiedemann's Annalen*, 1881, t. XIII, p. 385
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1882]**, « Zür Thermodynamik chemischer Vorgänge », *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1882, vol. 1, p. 23
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1883]**, « Zür Thermodynamik chemischer Vorgänge. Folgerungen die galvanische Polarisation betreffend », *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1883, vol. 1, p. 647
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1884]**, « Principien der Statik monocyclischer Systeme », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1884, t. XCVII, pp. 111 – 140
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1887]**, « Über die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1887, t. C, pp. 137 – 166, 213 – 222
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1895]**, *Wissenschaftliche Abhandlungen von Hermann Helmholtz*, Bd. 3, Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1895, 654 p.
- HERTZ Heinrich [1890]**, « Ueber die Grundgleichungen der Electrodynamik für ruhende leitende Körper », *Wiedemann's Annalen*, 1890, t. XL, p. 577
- HERTZ Heinrich [1892]**, *Untersuchung über die Ausbreitung der elektrischen Kraft*, Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1892
- HOPKINSON John [1889]**, « Magnetic and other physical properties of iron at high temperature », *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 1889, pp. 443 – 465
- HOPKINSON John [1901]**, *Original papers by the late John Hopkinson*, Cambridge, Cambridge University Press, 1901, vol. 2
- HORSTMANN August Friedrich [1873]**, « Theorie der Dissociation », *Justus Liebig's Annalen der Chemie*, 1873, t. CLXX, pp. 192 – 210.
- HULIN Nicole [1990]**, « Les doctorats dans les disciplines scientifiques au XIX<sup>e</sup> siècle », *Revue d'histoire des sciences*, 1990, XLIII/4, pp. 401 – 426

- HULIN Nicole [2000]**, *Physique et humanités scientifiques*, Villeneuve d'Ascq, Presses universitaires du Septentrion, 2000, 339 p. ; ouvrage collectif : B. Bilodeau, M. Blay, C. Blondel, D. Fauque, N. Hulin et R. Locqueneux
- HURWIC Anna [1995]**, *Pierre Curie*, Paris, Flammarion, 1995
- JAKI Stanley, L. [1990]**, *Pierre Duhem, homme de science et de foi*, Paris, Beauchesne, 1990 ; traduit de l'anglais par François Raymondau.
- JAKI Stanley, L. [2007]**, *Héroïne malgré elle : la vie et l'œuvre d'Hélène Duhem*, Paris, L'Harmattan, 2007 ; traduit de l'anglais par Armelle Bresson.
- JANET Paul [1887]**, « De l'influence du magnétisme sur les phénomènes chimiques », *Journal de Physique*, 1887, 2<sup>e</sup> série, t. VI, pp. 286 – 288
- JANET Paul [1888a]**, *Lettre de Janet à Pierre Duhem*, 18 octobre 1888, 18 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- JANET Paul [1888b]**, *Lettre de Janet à Pierre Duhem*, 20 octobre 1888, 2 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- JANET Paul [1888c]**, *Lettre de Janet à Pierre Duhem*, 28 octobre 1888, 2 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- JANET Paul [1889a]**, *Lettre de Janet à Pierre Duhem*, 18 mai 1889, 7 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- JANET Paul [1889b]**, *Lettre de Janet à Pierre Duhem*, 19 mai 1889, 8 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- JANET Paul [1889c]**, « Sur la chaleur de combinaison du fer dans un champ magnétique, et sur les phénomènes thermomagnétiques », *Journal de Physique*, 1889, 2<sup>e</sup> série, t. VIII, pp. 312 – 318
- JANET Paul [1890]**, *Étude théorique et expérimentale sur l'aimantation transversale des conducteurs magnétiques* (thèse de physique présentée à la Faculté des Sciences de Paris), Paris, Gauthier-Villars, 1890, 95 p.
- JANET Paul [1892]**, *Premiers principes d'électricité industrielle*, 1<sup>ère</sup> édition, Paris, Gauthier-Villars, 1892 ; 6<sup>ème</sup> édition en 1910
- JANET Paul [1900]**, *Leçons d'Electrotechnique générale professées à l'Ecole supérieure d'électricité*, 1<sup>ère</sup> édition, Paris, Gauthier-Villars, 1900 ; 3<sup>ème</sup> édition en trois volumes en 1909
- JANET Paul [1934]**, « Paul Painlevé, 1863 – 1933 », in *L'Annuaire de l'Association amicale de Secours des anciens Elèves de l'Ecole Normale Supérieure*, Paris, 1934, pp. 58 – 63
- JOUBIN Paul [1888a]**, *De la dispersion rotatoire magnétique* (thèse de physique présentée à la Faculté des Sciences de Paris), Paris, Gauthier-Villars, 1888, 76 p.
- JOUBIN Paul [1888b]**, « Sur la mesure des champs magnétiques par les corps diamagnétiques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1888, t. CVI, pp. 735 – 736 ; séance du 12 mars 1888
- JOUGUET Emile [1917]**, « L'œuvre scientifique de Pierre Duhem », *Revue générale des sciences*, 1917, t. XXVIII, pp. 40 - 49
- JOUGUET Marc [1952]**, *Traité d'électricité théorique, Tome I : Electrostatique*, Paris, Gauthier-Villars, 1952, 359 p.

- JOUGUET Marc [1955]**, *Traité d'électricité théorique, Tome II : Electrocinétique et magnétostatique*, Paris, Gauthier-Villars, 1955, 316 p.
- JOUGUET Marc [1968]**, *Traité d'électricité théorique, Tome IV : Electromagnétisme et électrodynamique des états quasi permanents. Courants induits et actions électromagnétiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1968, 349 p.
- JOULE James Prescott [1851]**, « Account of experiments demonstrating a limit to the magnetizability of iron. On the use of electro-magnets made of iron wire for the electro-magnetic engine. Investigations in magnetism and electro-magnetism. On electro-magnetic forces », *Philosophical Magazine*, 1851, 4<sup>e</sup> série, t. II, pp. 447 – 456
- JUEPTNER Hanns (Von) [1887]**, « L'influence du magnétisme sur les métaux, au point de vue électrolytique », *La Lumière électrique*, 1883, t. X, pp. 468 – 469
- KATZIR Shaul [2006]**, *The Beginnings of Piezoelectricity, A Study of Mundane Physics*, New-York, Springer, 2006 ; coll. Boston Studies in the Philosophy of Science
- KIRCHHOFF Gustav [1853]**, « Über den inducirten Magnetismus eines unbegrenzten Cylinders von weichen Eisen (juin 1853) », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1854, t. XLVIII, pp. 348 – 376.
- KIRCHHOFF Gustav [1884]**, « Über die Formänderung die ein fester elastischer Körper erfährt, wenn er magnetisch or diëlektrisch polarisirt wird », *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 1884, t. I, p. 137
- LAGRANGE Joseph-Louis [1777]**, « Remarques générales sur le mouvement de plusieurs corps qui s'attirent mutuellement en raison inverse des carrés des distances », *Nouveaux mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777, 1779*, pp. 155 – 174
- LAGRANGE Joseph-Louis [1811]**, *Mécanique analytique*, Paris, Courcier, 1811 ; nouvelle édition, revue et augmentée par l'auteur
- LANGEVIN Paul [1904a]**, « La physique des électrons » (Communication présentée au Congrès international des arts et des sciences, Saint-Louis, septembre 1904), *Revue générale des sciences*, 1905, in Langevin P., *La physique depuis vingt ans*, Paris, Doin, 1923, pp. 1 – 69 (éd. citée)
- LANGEVIN Paul [1904b]**, « L'esprit de l'enseignement scientifique », Conférence au Musée pédagogique, 1904, in Bensaude-Vincent Bernadette, *Paul Langevin, propos d'un physicien engagé*, Paris, Vuibert, 2007, pp. 19 – 55 (éd. citée)
- LANGEVIN Paul [1905]**, « Magnétisme et théorie des électrons », *Annales de chimie et de physique*, 1905, 8<sup>e</sup> série, t. V, pp. 70 – 127
- LANGEVIN Paul [1906]**, « Pierre Curie », *La Revue du Mois*, Paris, 1906
- LAPLACE Pierre-Simon [1782]**, « Théorie des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes », *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris, année 1782, 1785*, pp. 341 – 419
- LARMOR Joseph [1893]**, « The action of magnetism on light », *British Association Report*, 1893, t. LXIII, pp. 335 – 371
- LE CHATELIER Henry [1887]**, « De la mesure des températures élevées par les couples thermo-électriques », *Journal de physique*, 1887, t. VI, pp. 23 – 31

- LE CORDIER Paul [1883]**, « Actions mécaniques produites par les aimants et par le magnétisme terrestre », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1884, 3<sup>e</sup> série, t. X, pp. 113 – 146 et 281 – 368 ; présenté à l'Académie des Sciences le 16 avril 1883
- LECOURT Dominique [2006]**, *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences* (4<sup>e</sup> édition revue et augmentée), Paris, Presses Universitaires de France, 2006, 1195 p.
- LEDEBOER P.-H. [1888a]**, « De l'influence de la température sur l'aimantation du fer », *La Lumière électrique*, 1888, 1<sup>ère</sup> série, t. XXVII, pp. 61 – 66
- LEDEBOER P.-H. [1888b]**, « Sur les températures critiques du fer », *La Lumière électrique*, 1888, 1<sup>ère</sup> série, t. XXVII, pp. 3 – 8
- LEDEBOER P.-H. [1889]**, « Sur les équations générales du mouvement de l'électricité », *La Lumière électrique*, 1889, 1<sup>ère</sup> série, t. XXXIII, pp. 157 – 166, 204 – 212, 273 – 276, 417 – 422, 504 – 510, 615 – 621
- LEDUC A. [1892]**, « Sur la densité des gaz oxygène, azote, hydrogène, et la composition de l'air atmosphérique », *Journal de Physique*, 1892, t. I, pp. 231 – 241
- LEJEUNE-DIRICHLET Peter Gustav [1846a]**, « Ueber die Stabilität des Gleichgewichts », *Crelle's Journal*, 1846, t. XXXII, p. 85
- LEJEUNE-DIRICHLET Peter Gustav [1846b]**, « Sur un moyen général de vérifier l'expression du potentiel relatif à une masse quelconque, homogène ou hétérogène », *Crelle's Journal*, 1846, t. XXXII, pp. 80 – 84
- LEMMI Emile [1876]**, « Sur les cas d'exception au théorème des forces vives, résumé et conséquences d'un Mémoire de M. Betti », *Journal de Mathématiques pures et appliquées de Liouville*, 3<sup>e</sup> série, t. II, pp. 233 – 239
- LEMOINE Georges [1882]**, « Etudes sur les équilibres chimiques » in *Encyclopédie chimique*, publiée sous la direction de M. Frémy par une réunion d'anciens élèves de l'École polytechnique, de professeurs et d'industriels, Paris, Dunod, 1882, t. I, 2<sup>e</sup> fascicule, pp. 69 – 380
- LENZ Heinrich [1834]**, « Über die Bestimmung der Richtung der durch electrodynamische Vertheilung erregten Ströme », *Poggendorff's Annalen*, 1834, t. XXXI, p. 483
- LEVY Laurent-Patrick [1997]**, *Magnétisme et supraconductivité*, Paris, EDP Sciences, 1997 ; coll. « Savoirs actuels »
- LIAPOUNOFF Alexandre M. [1892]**, « Problème général de la stabilité du mouvement », *Société mathématique de Kharkow*, 1892 ; traduit en français dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1907, 2<sup>e</sup> série, t. IX, pp. 203 – 474 (éd. citée)
- LIAPOUNOFF Alexandre M. [1897]**, « Sur l'instabilité de l'équilibre dans certains cas où la fonction de force n'est pas un maximum », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1897, 5<sup>e</sup> série, t. III, pp. 81 – 94
- LIBES Antoine [1801]**, *Traité élémentaire de physique: présenté dans un ordre nouveau, d'après les découvertes modernes*, Paris, Deterville, 1801
- LIENARD Alfred [1893]**, *Lettre de Liénard à Pierre Duhem*, 3 janvier 1893, 2 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences
- LIENARD Alfred [1894]**, « Pressions à l'intérieur des aimants et des diélectriques », *La Lumière électrique*, 1894, t. LII, pp. 7 – 10, 67 – 73

- LIENARD Alfred [1898]**, « La théorie de Lorentz et celle de Larmor », *L'Eclairage électrique*, 1898, t. XVI, pp. 320 – 334, 360 – 365
- LIENARD Alfred [1921]**, « Energie électromagnétique et potentiel thermodynamique d'un système de courants », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1921, t. CLXXII, pp. 208 – 210, 323 – 325
- LIENARD Alfred [1923]**, « Equilibre et déformation de systèmes de conducteurs traversés par des courants et de corps magnétiques sans hystérésis », *Annales de physique*, 1923, 9<sup>e</sup> série, t. XX, p. 249
- LIENARD Alfred [1925]**, « Equilibre et déformation de systèmes de conducteurs traversés par des courants et de corps magnétiques sans hystérésis », *Annales de physique*, 1925, 10<sup>e</sup> série, t. III, pp. 145 – 161
- LIENARD Alfred [1941]**, « Application de la thermodynamique aux théories électrodynamiques de Hertz et de H. Lorentz pour les corps en mouvement », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1941, 4<sup>e</sup> série, t. V, pp. 1 – 48
- LIENARD Alfred [1943]**, « Electrodynamiques de Lorentz et de Hertz et principe de la moindre action », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1943, 7<sup>e</sup> série, t. VII, pp. 71 – 98
- LIPPMANN Gabriel [1881]**, « Principe de conservation de l'électricité », *Annales de chimie et de physique*, 1881, 5<sup>e</sup> série, t. XXIV, p. 145
- LOCQUENEUX Robert [2008a]**, *Ampère, encyclopédiste et métaphysicien*, Les Ulis, EDP Sciences, 2008 ; coll. Sciences et Histoire
- LOCQUENEUX Robert [2008b]**, *Henri Bouasse, un regard sur l'enseignement et la recherche*, Paris, Diffusion A. Blanchard, 2008 ; préface de Nicole Hulin
- LOCQUENEUX Robert [2009a]**, *Histoire de la thermodynamique classique, De Sadi Carnot à Gibbs*, Paris, Belin, 2009
- LOCQUENEUX Robert [2009b]**, *Une histoire des idées en physique*, Paris, Vuibert, 2009, 216 p.
- LOCQUENEUX Robert [2010]**, « Duhem et la *Mécanique rationnelle et expérimentale* de Bouasse », *Bibnum* (Bibliothèque numérique en ligne), août 2010
- LODGE Oliver Joseph [1890]**, « Note on Diamagnetism and Carnot's Principle », *Philosophical Magazine*, août 1890, 5<sup>e</sup> série, t. XXX, p. 201
- LODGE Oliver [1887]**, « Sketch of the principal electrical Papers read before Section A during the late Meeting of the British Association at Manchester 1887 », *Electrical Review*, 23 septembre 1887
- LORBERG Hermann [1884]**, « Über Elektrostriction », *Wiedemann's Annalen*, 1884, t. XXI, p. 300
- LORBERG Hermann [1888]**, « Einige Bemerkungen zur Theorie der Thermostrome », *Annalen der Physik*, 1888, t. CCLXX, pp. 662 – 672
- LORENTZ Hendrik Antoon [1875]**, *On the Theorie of the Reflection and Refraction of Light* (thèse présentée à l'Université de Leyde en 1875), traduit et édité par N. J. Nersessian, Amsterdam, Rodopi, 1997, 185 p.
- LORENTZ Hendrik Antoon [1877]**, « Ueber die Theorie der Reflexion und Refraction des Lichtes », *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 1877, t. XXII, pp. 1 – 30
- LORENTZ Hendrik Antoon [1878]**, « Concerning the relation between the velocity of propagation of light and the density and composition of media », *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van*

*Wetenschappen te Amsterdam*, 1878, t. XVIII, in H. A. Lorentz, *Collected Papers*, The Hague, Nijhoff, 1936, Vol. 2, pp. 1 – 119

**LORENTZ Hendrik Antoon [1892]**, « La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants », *Archives internationales des sciences exactes et naturelles*, 1892, t. XXV, pp. 363 – 551

**LORENTZ Hendrik Antoon [1897]**, « Ueber den Einfluss magnetischer Kräfte auf die Emission des Lichtes », *Annalen der Physik*, 1897, t. LXIII, pp. 278 – 284

**LORENTZ Hendrik Antoon [1909]**, *The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat*, New York, Columbia University Press, 1909, 332 p. ; leçons délivrées en mars et avril 1906 à l'Université Columbia, New York

**MACH Ernst [1903]**, « Die ökonomische Natur der physikalischen Forschung », *Populärwissenschaftliche Vorlesungen*, Leipzig, 1903, 3<sup>te</sup> Auflage, t. XIII, p. 215

**MACH Ernst [1904]**, *La Mécanique : exposé historique et critique de son développement*, Paris, Hermann, 1904, 498 p.

**MANVILLE Octave [1927]**, *L'œuvre scientifique de Pierre Duhem*, Bordeaux, Feret, 1927 ; ouvrage collectif : O. Manville, J. Hadamard et A. Darbon

**MARCHAND Philippe [2003]**, « Le quartier Saint-Michel, un quartier universitaire », *Bulletin de l'association Renaissance du Lille Ancien*, octobre 2003

**MARCHIS Lucien [1904]**, *Thermodynamique I : notions fondamentales*, Grenoble, A. Gratier et J. Rey, 1904 ; préface de M. P. Duhem

**MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882]**, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme, Tome premier : phénomènes généraux et théorie*, 1<sup>ère</sup> édition, Paris, G. Masson, 1882

**MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1896]**, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme, Tome premier : phénomènes généraux et théorie*, 2<sup>nd</sup>e édition, Paris, Gauthier-Villars, 1896

**MASSIEU François J. D. [1869]**, « Sur les fonctions caractéristiques », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1869, t. LXIX, pp. 858 et 1057

**MASSIEU François J. D. [1876]**, « Mémoire sur les fonctions caractéristiques des divers fluides et sur la théorie des vapeurs », *Mémoires des Savants étrangers*, 1876, t. XXII ; *Journal de Physique*, 1877, 1<sup>ère</sup> série, t. VI, p. 216

**MASSIEU François J. D. [1893]**, *Lettre de Massieu à Pierre Duhem*, avril 1893, 4 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences

**MATHIEU Emile [1886]**, *Théorie du potentiel et ses applications à l'électrostatique et au magnétisme, Seconde partie : électrostatique et magnétisme*, Paris, Gauthier-Villars, 1886

**MATHIEU Jacques [1990]**, « Sur le théorème d'Ampère », *Revue d'histoire des sciences*, 1990, t. XLIII, n°2-3, pp. 333 – 338

**MATIS Daniel Charles [2004]**, *The Theory of Magnetism Made Simple*, Chapter I : History of Magnetism, World Scientific Publishing Company, 2004

**MAXWELL James Clerk [1855]**, « On Faraday's Lines of Force », *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1855, t. X, part I, pp. 27 – 83 ; lu à la Société philosophique de Cambridge le 10 décembre 1855 et le 11 février 1856

- MAXWELL James Clerk [1862]**, « On physical Lines of Force », *Philosophical Magazine*, 1861, t. XXI et 1862, t. XXIII, in *The scientific Papers of James Clerk Maxwell*, Cambridge, University Press, 1890, t. I, pp. 451 – 513 (éd. citée)
- MAXWELL James Clerk [1865]**, « A dynamical Theory of the electromagnetic Field », *Philosophical Transactions*, 1865, t. CLV, pp. 459 – 512 ; lu à la Société royale de Londres le 8 décembre 1864
- MAXWELL James Clerk [1873]**, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Oxford, At the Clarendon Press, 1873, 2 vol.
- MAXWELL James Clerk [1885]**, *Traité d'électricité et de magnétisme, tome I*, Paris, Gauthier-Villars, 1885 ; traduit de l'anglais sur la deuxième édition par G. Seligmann-Lui
- MAXWELL James Clerk [1887]**, *Traité d'électricité et de magnétisme, tome II*, Paris, Gauthier-Villars, 1887 ; traduit de l'anglais sur la deuxième édition par G. Seligmann-Lui
- MONNA Antonie Frans [1975]**, *Dirichlet's principle : a mathematical comedy of errors and its influence on the development of analysis*, Utrecht, Osothoek, Scheltema, and Holkema, 1975, 138 pages
- MOSSOTTI Octavio Fabricio [1847]**, « Recherches théoriques sur l'induction électrostatique envisagée d'après les idées de Faraday », *Bibliothèque universelle de Genève, Archives d'électricité*, 1847, t. VI, pp. 193 – 198
- MOUTIER Jules [1872]**, *Eléments de thermodynamique*, Paris, Gauthier-Villars, 1872, 163 pages
- MOUTIER Jules [1881]**, *Notice des travaux scientifiques de M. J. Moutier*, Paris, Gauthier-Villars, 1881
- MOUTIER Jules [1882]**, « Sur quelques relations entre la Physique et la Chimie » in *Encyclopédie chimique*, publiée sous la direction de M. Frémy par une réunion d'anciens élèves de l'Ecole polytechnique, de professeurs et d'industriels, Paris, Dunod, 1882, t. I, 2<sup>e</sup> fascicule, pp. 381 – 437
- MOUTIER Jules [1883]**, *Cours de physique, comprenant les matières d'enseignement de la classe de Mathématiques spéciales, Vol. 1 : hydrostatique, chaleur, électricité statique, magnétisme, optique géométrique*, Paris, Dunod, 1883, 923 pages
- MOUTIER Jules [1885]**, *La thermodynamique et ses principales applications*, Paris, Gauthier-Villars, 1885, 568 p.
- MÜLLER Johann H. J. [1850]**, « Über die Magnetisirung von Eisenstäben durch den galvanischen Strom », *Poggendorff's Annalen*, 1850, t. LXXIX, pp. 337 – 344
- NAVARRO Luis et OLIVELLA Josep [1997]**, « On the nature of the hypotheses in Langevin's magnetism », *Archives internationales d'histoire des sciences*, 1997, vol. 47, n°139, pp. 316 – 345
- NEEL Louis [1976]**, « L'Ecole française de magnétisme », *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 1976, n° 588
- NEUMANN Franz Ernst [1845]**, « Die mathematischen Gesetze der inducirten elektrischen Ströme », *Physikalische Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin aus dem Jahre 1845*, pp. 1 – 87 ; vorgelesen in der Berliner Akademie der Wissenschaften am 27 Oktober 1845
- NEUMANN Franz Ernst [1847]**, *Ueber ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme*, Leipzig, Verlag von W. Engelmann, 1892 ; lu à l'Académie des Sciences de Berlin le 9 août 1847

**NEUMANN Franz Ernst [1857]**, *Vorlesungen über die Theorie des Magnetismus namentlich über die Theorie der magnetischen Induktion*, Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1881 ; cours sur la théorie du magnétisme professé en 1857 à l'Université de Königsberg et publié par son fils Carl Neumann

**NICHOL John Pringle [1860]**, *A Cyclopædia of Physical Sciences : comprising Acoustics, Astronomy, Dynamics, Electricity, Heat, Hydrodynamics, Magnetism, Philosophy of Mathematics, Meteorology, Optics, Pneumatics, Statics, &c*, London and Glasgow, Richard Griffin and Company, 1860

**NICHOLS Edward Leamington [1886]**, « On the chemical behaviour of iron in the magnetic field », *Silliman's Journal*, 1886, 3<sup>e</sup> série, t. XXXI, pp. 272 – 283

**ØRSTED Hans Christian [1820]**, « Expériences sur l'effet du conflit électrique sur l'aiguille aimantée », *Annales de chimie et de physique*, 1820, t. XIV, pp. 417 – 425

**OSMOND Floris [1889]**, « Sur la recalescence du fer », *La Lumière électrique*, 1890, 1<sup>ère</sup> série, t. XXXII, p. 236

**OSMOND Floris [1890]**, « Une théorie du magnétisme permanent », *La Lumière électrique*, 1890, 1<sup>ère</sup> série, t. XXXVI, p. 241

**OSTWALD Wilhelm [1895]**, « La déroute de l'atomisme contemporain », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 1895, n° 21, pp. 953 – 958

**OSTWALD Wilhelm [1909]**, *Grundriss der allgemeinen Chemie*, 4<sup>e</sup> éd., Leipzig, Verlag von Wilhelm Engelmann, 1909

**PAINLEVE Paul [1893]**, « Compte rendu et analyse : P. Duhem, *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme*, 3 vol., Gauthier-Villars et fils ; 1892 », *Bulletin des sciences mathématiques*, 1893, t. XVII, pp. 5 – 16

**PAINLEVE Paul [1904]**, « Sur la stabilité de l'équilibre », *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 1904, t. CXXXVIII, p. 1555 ; séance du 20 juin 1904

**PARKER John [1888]**, *Lettre de Parker à Pierre Duhem*, 26 décembre 1888, 2 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences

**PARKER John [1889a]**, « On Diamagnetism and the Concentration of Energy », *Philosophical Magazine*, May 1889, 5<sup>e</sup> série, t. XXVII, pp. 403 – 405

**PARKER John [1889b]**, *Lettre de Parker à Joseph Larmor*, 26 décembre 1888, 5 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de John Larmor conservée à la bibliothèque du St John's College de Cambridge (référence : W1.Mo-Pe.Parker.3)

**PARKER John [1890]**, « Diamagnetism tested by Carnot's Principle. Theoretical Prediction », *Philosophical Magazine*, July 1890, 5<sup>e</sup> série, t. XXX, pp. 124 – 125

**PARKER John [1891a]**, « Theory of magnetism and the absurdity of diamagnetic polarity », *Philosophical Magazine*, August 1891, 5<sup>e</sup> série, t. XXXII, pp. 191 – 203

**PARKER John [1891b]**, *Elementary Thermodynamics*, Cambridge, At the University Press, 1891, 408 p.

**PATY Michel [2003]**, *La physique du XX<sup>e</sup> siècle*, Les Ulis, EDP Sciences, 2003, 318 p.

**PEROT Alfred [1888]**, « Sur la mesure du volume spécifique des vapeurs saturées et la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur », *Journal de physique théorique et appliquée*, 1888, vol. 7, n°1, p. 129

**PERRIN Jean [1913]**, *Les atomes*, Paris, Félix Alcan, 1913, 299 p.



- PLESSNER P. [1890]**, « Bestimmung des Temperaturcoefficienten der Magnetisirungszahlen von Salzen », *Wiedemann's Annalen*, 1890, t. XXXIX, p. 336
- PLÜCKER Julius [1849]**, « Über den Einfluss der Umgebung eines Körpers auf die Anziehung oder Abstossung, die er durch einen Magnet erfährt », *Poggendorff's Annalen*, 1849, t. LXXVII, p. 578
- POINCARÉ Henri [1881 - 1886]**, « Sur les courbes définies par les équations différentielles », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1881, 3<sup>e</sup> série, t. VII, pp. 375 – 422, 1882, 3<sup>e</sup> série, t. VIII, pp. 251 – 296, 1885, 4<sup>e</sup> série, t. I, pp. 167 – 244, 1886, 4<sup>e</sup> série, t. II, pp. 151 – 218
- POINCARÉ Henri [1889]**, « Sur les tentatives d'explications mécaniques des principes de la Thermodynamique », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1889, t. CVIII, pp. 550 – 553
- POINCARÉ Henri [1890a]**, *Electricité et optique I : les théories de Maxwell et la théorie électromagnétique de la lumière*, Paris, G. Carré, 1890 ; leçons professées à la Faculté des Sciences de Paris pendant le second semestre 1888 – 1889
- POINCARÉ Henri [1890b]**, « Sur le problème des trois corps et les équations de la Dynamique », *Acta Mathematica*, 1890, t. XIII, pp. 1 – 270
- POINCARÉ Henri [1891]**, *Electricité et optique II : les théories de Helmholtz et les expériences de Hertz*, Paris, G. Carré, 1891 ; leçons professées à la Faculté des Sciences de Paris pendant le second semestre 1889 – 1890
- POINCARÉ Henri [1892]**, *Cours de physique mathématique : Thermodynamique*, Paris, G. Carré, 1892 ; leçons professées à la Faculté des Sciences de Paris pendant le premier semestre 1888 – 1889
- POINCARÉ Henri [1893]**, « Sur une objection à la théorie cinétique des gaz », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1893, t. CXVI, pp. 1017 – 1021
- POINCARÉ Henri [1900]**, « Relations entre le physique expérimentale et la physique mathématique », in *Rapports présentés au Congrès international de physique réuni à Paris en 1900 sous les auspices de la Société française de physique*, Paris, Gauthier-Villars, 1900, t. I, pp. 1 – 29
- POINCARÉ Henri [1901]**, *Electricité et optique : la lumière et les théories électrodynamiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1901, 641 pages ; leçons professées à la Sorbonne en 1888, 1890 et 1899
- POISSON Siméon-Denis [1812]**, « Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs », *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques*, 1811, p. 1 ; lu à l'Académie des Sciences les 9 mai et 3 août 1812
- POISSON Siméon-Denis [1824a]**, « Mémoire sur la théorie du magnétisme », *Mémoires de l'Académie des Sciences, années 1821 et 1822*, t. V, pp. 247 – 338 ; lu à l'Académie des Sciences le 2 février 1824
- POISSON Siméon-Denis [1824b]**, « Second mémoire sur la théorie du magnétisme », *Mémoires de l'Académie des Sciences, années 1821 et 1822*, t. V, pp. 448 – 553 ; lu à l'Académie des Sciences le 27 décembre 1824. Extrait du même : *Annales de chimie et de physique*, 1825, t. XXVIII, pp. 5 – 18 (éd. citée)
- POISSON Siméon-Denis [1826]**, « Mémoire sur la théorie du magnétisme en mouvement », *Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1823*, t. VI, pp. 441 – 570 ; lu à l'Académie des Sciences le 10 juillet 1826
- PONT Jean-Claude [1974]**, *La topologie algébrique, des origines à Poincaré*, Paris, Presses Universitaires de France, 1974
- POURPRIX Bernard et LUBET Jacqueline [2004]**, *L'aube de la physique de l'énergie. Helmholtz, rénovateur de la dynamique*, Paris, Vuibert, 2004

**POURPRIX Bernard [2007]**, « De la reconstitution de la physique allemande du XIX<sup>e</sup> siècle : les exemples de Georg Simon Ohm et Hermann Helmholtz », *Revue d'histoire des sciences*, t. LX, janvier-juin 2007, pp. 185 – 202

**POURPRIX Bernard [2009]**, *D'où vient la physique quantique ?*, Paris, Vuibert, 2009, 226 p.

**QUINCKE Georg Hermann [1880]**, « Ueber elektrische Ausdehnung (Sur la dilatation électrique) », *Annalen der Physik und Chemie*, 1880, t. X, pp. 161, 374 et 513

**QUINCKE Georg Hermann [1884]**, « On the measurement of magnetic forces by means of hydrostatic pressure », *Philosophical Magazine*, 1884, 5<sup>e</sup> série, t. XVII, pp. 447 – 458

**RADIUM Le (journal) [1906]**, « Pierre Curie (1859 – 1906) », *Le Radium*, mai 1906, vol. 3, n<sup>o</sup>5, p. 129

**RANKINE William J. M. [1855]**, « Outlines of the Science of Energetics », *Glasgow Philosophical Society Proceedings*, 1855, t. III, n<sup>o</sup>6, in W. J. M. Rankine, *Miscellaneous Scientific Papers*, London, C. Griffin, 1881, p. 209

**RAYLEIGH (Lord) [1875]**, « On the Dissipation of Energy », *Proceedings of the Royal Institution*, 1875, t. VII, p. 388

**REMSEN Ira [1881]**, « Chemical action in a Magnetic Field », *American Chemical Journal*, 1881, Vol. III, No. 3, pp. 157 – 163

**RESAL Henri [1888]**, *Traité de physique mathématique*, Paris, Gauthier-Villars, 1887 et 1888, 2 vol. ; 2<sup>nd</sup>e édition, augmentée et entièrement refondue

**RIEMANN Bernhard [1851]**, *Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse* (Inauguraldissertation, Göttingen, 1851), Göttingen, Verlag von Adalbert Rente, 1867

**ROBIN Gustave [1901]**, *Œuvres scientifiques : Thermodynamique générale*, Paris, Gauthier-Villars, 1901, 271 p. ; œuvres réunies et publiées sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique par Louis Raffy

**ROCARD Yves [1952]**, *Thermodynamique*, Paris, Masson, 1952, 551 p.

**ROY Louis [1915]**, « L'électrodynamique de Helmholtz-Duhem et son application au problème du mur et à la décharge d'un condensateur sur son propre diélectrique », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1915, 3<sup>e</sup> série, t. VII, pp. 221 – 245

**ROY Louis [1923]**, « Sur l'électrodynamique des milieux en mouvement », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1923, 3<sup>e</sup> série, t. XV, pp. 199 – 241

**ROY Louis [1939]**, « Sur les actions magnétiques, électriques, électrodynamiques et électromagnétiques dans les corps rigides ou déformables », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1939, 4<sup>e</sup> série, t. III, pp. 1 – 69

**ROY Louis [1940]**, « Complément au mémoire sur les actions magnétiques, électriques, électrodynamiques et électromagnétiques dans les corps rigides ou déformables », *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1940, 4<sup>e</sup> série, t. IV, pp. 117 – 148

**SOCIETE Française des Electriciens [1931]**, *A propos du centenaire des découvertes de Michael Faraday (1831 – 1931)*, Paris, 1931

**TAIT Peter Guthrie [1868]**, *Sketch of Thermodynamics*, Edinburgh, Edmonston and Douglas, 1868, 128 pages

**TATON René (et al.) [1995a]**, *Histoire générale des sciences, Tome III, La science contemporaine, Vol. 1, Le XIX<sup>e</sup> siècle*, Paris, Presses Universitaires de France, 1995

**TATON René (et al.) [1995b]**, *Histoire générale des sciences, Tome III, La science contemporaine, Vol. 2, Le XX<sup>e</sup> siècle, années 1900 – 1960*, Paris, Presses Universitaires de France, 1995

**THOMSON Joseph John [1903]**, « The magnetic properties of systems of corpuscles describing circular orbits », *Philosophical Magazine*, 1903, t. VI, pp. 673 – 693

**THOMSON William [1847a]**, « On the Electric Currents by which the Phenomena of Terrestrial Magnetism may be produced (Colloque de la British Association for the Advancement of Science, Oxford 1847) », in Thomson William, *Reprint of Papers on Electrostatic and Magnetism*, London, Macmillan & Co, 1872, Art. XXIX

**THOMSON William [1847b]**, « On the Forces experienced by Small Spheres under Magnetic Influence ; and on some of the Phenomena presented by Diamagnetic Substances », *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, May 1847, in Thomson William, *Reprint of Papers on Electrostatic and Magnetism*, London, Macmillan & Co, 1872, Art. XXXIII (éd. citée)

**THOMSON William [1848]**, « On the Theory of Electro-magnetic Induction (From the *British Association Report*, 1848) », in Thomson William, *Mathematical and Physical Papers*, Cambridge, Cambridge University Press, 1882, pp. 91 – 92

**THOMSON William [1849]**, « A Mathematical Theory of Magnetism (abstract from the *Proceedings of the Royal Society*, June 1849) », in Thomson William, *Reprint of Papers on Electrostatic and Magnetism*, London, Macmillan & Co, 1872, Art. XXIV.

**THOMSON William [1850]**, « Remarks on the Forces experienced by Inductively Magnetized Ferromagnetic or Diamagnetic Non-Crystalline Substances », *Philosophical Magazine*, October 1850, in Thomson William, *Reprint of Papers on Electrostatic and Magnetism*, London, Macmillan & Co, 1872, Art. XXXIV (éd. citée)

**THOMSON William [1851a]**, « On a Mechanical Theory of Thermo-electric Currents », *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, 1851, 4<sup>e</sup> série, t. III, pp. 91 – 98

**THOMSON William [1851b]**, « On the theory of magnetic induction in crystalline and non crystalline substances », *Philosophical Magazine*, 1851, 4<sup>e</sup> série, t. I, pp. 177 – 186 ; réimp. in Thomson William, *Reprint of Papers on Electrostatic and Magnetism*, London, Macmillan & Co., 1872, Art. XXX (éd. citée).

**THOMSON William [1854]**, « Experimental Researches in Thermo-electricity », *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, 1854, t. VII, p. 460

**THOMSON William [1855]**, « On Thermo-elastic and Thermo-magnetic Properties of Matter, Part I », *Quartely Journal of Mathematics*, Vol. 1, 1857, pp. 57 – 77 ; article signé du 10 mars 1855

**THOMSON William [1856]**, « Dynamical Illustrations of the Magnetic and the Helicoidal Rotatory Effects of Transparent Bodies on Polarized Light », *Proceedings of the Royal Society of London*, 1856, Vol. 8, pp. 150-158

**THOMSON William [1857]**, « On the Dynamical Theory of Heat. Thermo-electric Currents », *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1857, t. XXI, pp. 123 – 172

**THOMSON William [1869]**, « On Vortex Motion », *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1869, t. XXV, pp. 217 – 260

- THOMSON William [1872]**, « Magnetic Permeability, and Analogues in Electro-static Induction, Conduction of Heat, and Fluid Motion (March 1872) », in Thomson William, *Reprint of Papers on Electrostatic and Magnetism*, London, Macmillan & Co, 1872, Art. XXXI
- THOMSON William [1878]**, « On the Thermo-elastic, Thermo-magnetic and Pyro-electric Properties of Matter », *Philosophical Magazine*, Vol. 5, 1878, pp. 4 – 27
- TRENARD Louis [1978]**, *De Douai à Lille, une université et son histoire*, Villeneuve d'Ascq, Université de Lille III, 1978, 145 pages ;
- TURPAIN Albert [1899]**, « Sur la propagation des oscillations électriques dans les milieux diélectriques », *Association française pour l'avancement des sciences, Compte rendu de la 28<sup>e</sup> session*, 1899, 2<sup>nd</sup>e partie, pp. 274 – 283
- TYNDALL John [1888]**, *Researches on Diamagnetism and Magnet-crystallic Action, including the Question of Diamagnetic Polarity*, London, Longmans, Green and Co., 1888
- VAN LEEUWEN Hendrika Johanna [1921]**, « Problèmes de la théorie électronique du magnétisme », *Journal de physique*, 1921, série VI, t. II, pp. 361 – 377
- VAN VLECK John Hasbrouck [1939]**, « Sur quelques aspects de la théorie du magnétisme », *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 1947, t. X, n°2, pp. 57 – 190 ; reproduction de huit conférences que l'auteur a donnée à l'Institut Henri Poincaré en mai 1939
- VASCHY Aimé [1887]**, « Sur les feuillets magnétiques et les courants », *La Lumière électrique*, 1887, t. XXIV, pp. 56 – 62
- VASCHY Aimé [1890]**, *Traité d'électricité et de magnétisme : théorie et applications, instruments et méthodes de mesure électrique*, 2 tomes, Paris, Librairie Polytechnique, Baudry et C<sup>ie</sup>, 1890 ; cours professé à l'Ecole supérieure de télégraphie
- VAUTHELIN Pierre-Michel [2007]**, *Aux origines de La théorie physique. L'énergétique de Pierre Duhem (1885 – 1911)*, Thèse d'épistémologie, histoire des sciences, Paris, Université Paris X – Nanterre, 2007 ; thèse dirigée par Bernadette Bensaude-Vincent
- VENN John Archibald [1953]**, *Alumni Cantabrigienses : a biographical list of all known students, graduates and holders of office at the university of Cambridge, from the earliest times to 1900*, vol. V, Part II : from 1752 to 1900, Cambridge, University Press, 1953
- VOIGT Woldemar [1894]**, « Piëzo – und Pyroelectricität, diëlectrische Influenz und Electrostriction bei Kristallen ohne Symmetriecentrum », *Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen aus dem Jahre 1894*, pp. 343 – 372
- VOIGT Woldemar [1902]**, « Elecktronenhypothese und Theorie des Magnetismus », *Annalen der Physik*, 1902, t. IX, pp. 115 – 146
- VOIGT Woldemar [1910]**, *Lehrbuch der Kristallphysik*, Berlin, Teubner, 1910
- WARBURG Emile et HÖNIG Ludwig [1883]**, « Über die Wärme, welche durch periodisch wechselnde magnetisirende Kräfte im Eisen erzeugt wird », *Annalen der Physik and Chemie*, 1883, t. XX, pp. 814 – 835
- WASSMUTH Anton [1889]**, *Lettre de Wassmuth à Pierre Duhem*, 11 juin 1889, 3 pages ; lettre faisant partie de la correspondance de Pierre Duhem conservée aux archives de l'Académie des Sciences

**WEBER Wilhelm [1846]**, « Elektrodynamische Maasbestimmungen. Über ein allgemeines Grundgesetz der elektrischen Wirkung (1846) », in Weber Wilhelm, *Werke*, Berlin, Julius Springer, 1893.

**WEBER Wilhelm [1852]**, « Über den Zusammenhang der Lehre vom Diamagnetismus mit der Lehre von dem Magnetismus und der Elektrizität », *Annalen der Physik*, 1852, t. LXXXVII, p. 145

**WEISS Pierre [1906]**, « La variation du ferro-magnétisme avec la température », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1906, t. CXLIII, pp. 1136 – 1139

**WEISS Pierre [1907]**, « Sur la théorie des propriétés magnétiques du fer au delà de la température de transformation », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1907, t. CXLIII, pp. 25 – 28

**WEISS Pierre et FOEX Gabriel [1926]**, *Le Magnétisme*, 1<sup>ère</sup> édition, Paris, Armand Colin, 1926, 215 p.

**WIEDEMANN Gustav Heinrich [1865]**, « Magnetische Untersuchungen », *Poggendorff's Annalen*, t. CXXVI, 1865, pp. 1 – 38

**WILCKE Johan Carl [1764]**, *Tal om Magneten*, Stockholm, Lars Salvius, 1764

**ZEEMAN Pieter [1897]**, « The Effect of Magnetisation on the Nature of Light Emitted by a Substance », *Nature*, vol. 55, 11 February 1897, p. 347

## II. Classement thématique

### 1. Sources primaires

#### 1.1. Articles et ouvrages consultés

AMAGAT Emile Hilaire [1892]

AMPERE André-Marie [1820, 1821, 1826, 1833]

BECQUEREL Antoine César [1824, 1827, 1846]

BECQUEREL Edmond et Antoine César [1858]

BECQUEREL Edmond [1846, 1849, 1850]

BECQUEREL Henri [1901]

BEER August [1865]

BELTRAMI Eugenio [1889, 1891, 1892]

BERTHELOT Marcellin [1875]

BLONDIN Jules [1891, 1893]

BLONDLOT René [1888, 1892]

BOUASSE Henri [1912, 1914 - 1916]

BOUTY Edmond [1888, 1889]

BOUTY Edmond [1889]

BRAUN Ferdinand [1887]

BRUHAT Georges [1924]

- BRUHNES Bernard [1891]
- CHIPART Henri [1929]
- CLAUSIUS Rudolph [1850, 1854, 1862, 1865, 1870]
- CLEBSCH Alfred [1863]
- COHN Emil et ZEEMAN Peter [1892]
- COULOMB Charles-Augustin [1785 - 1789]
- CURIE Jacques et Pierre [1880a, b, 1881a, b, c, d, 1882]
- CURIE Pierre [1884a, b, 1885, 1891a, b, c, 1892a, b, 1893, 1894a, b, c, d, e, 1895, 1902a, b, c, 1903, 1905]
- DU BOIS Henry [1888, 1896]
- DUHEM Pierre [1884, 1885a, b, c, 1886a, b, c, d, 1887a, b, c, d, e, f, 1888a, b, c, d, e, f, 1889a, b, c, d, e, 1890a, b, 1891a, b, c, 1892a, b, c, d, e, 1893a, b, c, d, e, f, 1894a, b, c, d, 1895a, b, 1896a, b, c, d, 1897a, b, 1898, 1901a, b, 1902a, b, c, 1903, 1904a, 1905, 1906a, 1908, 1910, 1911, 1913a, b, 1914a, b, 1915, 1916a, b, c, 1987, 1994]
- EWING James Alfred [1891]
- FARADAY Michael [1838, 1845a, b, 1850, 1855]
- FITZGERALD George Francis [1891]
- FRESNEL Augustin [1884]
- GIBBS Josiah Willard [1873, 1876 - 1878, 1878, 1899, 1906]
- GILBERT William [1600]
- GOUY Louis Georges [1889]
- GREEN George [1828]
- GUILLAUME Charles-Edouard et POINCARÉ Lucien [1900]
- HADAMARD Jacques [1896, 1897, 1898]
- HELMHOLTZ Hermann (Von) [1851, 1870a, b, 1874, 1881, 1882, 1883, 1884, 1887]
- HOPKINSON John [1889, 1901]
- JANET Paul [1887, 1888a, b, c, 1889a, b, c, 1890, 1892]
- JOUBIN Paul [1888a, b]
- JOUGUET Marc [1952, 1955, 1968]
- JUEPTNER Hanns (Von) [1887]
- KIRCHHOFF Gustav [1853]
- LANGEVIN Paul [1904a, b, 1905]
- LE CHATELIER Henry [1887]
- LE CORDIER Paul [1883]
- LEDEBOER P.-H. [1888a, b, 1889]

LEDUC A. [1892]  
LEMMI Emile [1876]  
LEMOINE Georges [1882]  
LIAPOUNOFF Alexandre M. [1892, 1897]  
LIENARD Alfred [1893, 1894, 1921, 1923, 1925, 1941, 1943]  
LODGE Oliver Joseph [1890]  
LORENTZ Hendrik Antoon [1877, 1897, 1909]  
MARCHIS Lucien [1904]  
MASCART Eleuthère et JOUBERT Jules [1882, 1896]  
MASSIEU François J. D. [1869, 1876, 1893]  
MATHIEU Emile [1886]  
MAXWELL James Clerk [1855, 1862, 1865, 1873, 1885, 1887]  
MOUTIER Jules [1882]  
NEUMANN Franz Ernst [1857]  
OSMOND Floris [1889, 1890]  
OSTWALD Wilhelm [1895]  
PAINLEVE Paul [1893, 1904]  
PARKER John [1888, 1889a, b, 1890, 1891a, b]  
POINCARÉ Henri [1889, 1890a, 1891, 1892, 1893, 1900, 1901]  
POISSON Siméon-Denis [1812, 1824a, b, 1826]  
QUINCKE Georg Hermann [1884]  
ROBIN Gustave [1901]  
ROCARD Yves [1952]  
ROY Louis [1915, 1923, 1939, 1940]  
TAIT Peter Guthrie [1868]  
THOMSON William [1847a, b, 1848, 1849, 1850, 1851a, b, 1854, 1855, 1856, 1857, 1872, 1878]  
TYNDALL John [1888]  
VAN LEEUWEN Hendrika Johanna [1921]  
VAN VLECK John Hasbrouck [1939]  
VASCHY Aimé [1887, 1890]  
VOIGT Woldemar [1894, 1902]  
WARBURG Emile et HÖNIG Ludwig [1883]  
WASSMUTH Anton [1889]

WEBER Wilhelm [1846, 1852]  
WEISS Pierre [1906, 1907]  
WEISS Pierre et FOEX Gabriel [1926]  
WIEDEMANN Gustav Heinrich [1865]  
ZEEMAN Pieter [1897]

## 1.2. Articles et ouvrages cités mais non consultés

AEPINUS Franz [1759]  
BARLOW Peter [1823]  
BELTRAMI Eugenio [1886]  
BETTI Enrico [1871]  
BIOT Jean-Baptiste [1816, 1821]  
BLONDLOT René [1887]  
BOHR Niels [1911]  
BOUASSE Henri [1910]  
BRILLOUIN Marcel [1881, 1887]  
BRUGMANS Anton [1778]  
CAZIN Achille [1875]  
CLAUSIUS Rudolph [1866]  
COHN Emil [1890]  
COULOMB Charles-Augustin [1781]  
CURIE Jacques [1889]  
CURIE Pierre [1880]  
DEBYE Peter [1926]  
DE LA RIVE Auguste [1854]  
DUHEM Pierre [1902d, 1904b, 1906b, c, 1909, 1913c, 1913 - 1959]  
GAUGAIN Jean-Mothée [1859]  
GAUSS Carl Friedrich [1829, 1840]  
GROSS Theodor [1885, 1887]  
HADAMARD Jacques [1895]  
HAMILTON William Rowan [1834]  
HEAVISIDE Oliver [1888]  
HEINE Eduard [1870]



HEISENBERG Werner [1928]  
HELMHOLTZ Hermann (Von) [1847, 1858, 1895]  
HERTZ Heinrich [1890, 1892]  
HORSTMANN August Friedrich [1873]  
JANET Paul [1900]  
JOULE James Prescott [1851]  
KIRCHHOFF Gustav [1884]  
LAGRANGE Joseph-Louis [1777, 1811]  
LAPLACE Pierre-Simon [1782]  
LARMOR Joseph [1893]  
LEJEUNE-DIRICHLET Peter Gustav [1846a, b]  
LENZ Heinrich [1834]  
LIBES Antoine [1801]  
LIENARD Alfred [1898]  
LIPPMANN Gabriel [1881]  
LODGE Oliver [1887]  
LORBERG Hermann [1884, 1888]  
LORENTZ Hendrik Antoon [1875, 1878, 1892]  
MACH Ernst [1903, 1904]  
MOSSOTTI Octavio Fabricio [1847]  
MOUTIER Jules [1872, 1881, 1883, 1885]  
MÜLLER Johann H. J. [1850]  
NEUMANN Franz Ernst [1845, 1847]  
NICHOL John Pringle [1860]  
NICHOLS Edward Leamington [1886]  
CERSTED Hans Christian [1820]  
OSTWALD Wilhelm [1909]  
PEROT Alfred [1888]  
PERRIN Jean [1913]  
PLESSNER P. [1890]  
PLÜCKER Julius [1849]  
POINCARÉ Henri [1881 – 1886, 1890b]  
QUINCKE Georg Hermann [1880]

RANKINE William J. M. [1855]  
RAYLEIGH (Lord) [1875]  
REMSSEN Ira [1881]  
RESAL Henri [1888]  
RIEMANN Bernhard [1851]  
THOMSON Joseph John [1903]  
THOMSON William [1869]  
TURPAIN Albert [1899]  
VOIGT Woldemar [1910]  
WILCKE Johan Carl [1764]

## 2. Sources secondaires

### 2.1. Articles et ouvrages consultés

ANIZAN Anne-Laure [2006]  
BARBO Loïc [1999, 2003]  
BLONDEL Christine [1982, 1998]  
BRENNER Anastasios [1990]  
BROUZENG Paul [1978, 1981a, b, 1987]  
CURIE Marie [1908, 1923]  
DARRIGOL Olivier [2000, 2005]  
DIEUDONNE Jean [1978]  
DUHEM Hélène [1936]  
ECKHARDT Alexandre [1949]  
GOUPIL Michelle [1991]  
GUILLO Jean-Marie et LOCQUENEUX Robert [2005]  
GUSTAFSON Karl et ABE Takehisa [1998]  
HADAMARD Jacques [1927]  
HULIN Nicole [1990, 2000]  
HURWIC Anna [1995]  
JAKI Stanley, L. [1990, 2007]  
JOUQUET Emile [1917]  
KATZIR Shaul [2006]  
LANGEVIN Paul [1906]

LECOURT Dominique [2006]  
LEVY Laurent-Patrick [1997]  
LOCQUENEUX Robert [2008a, b, 2009a, b, 2010]  
MANVILLE Octave [1927]  
MARCHAND Philippe [2003]  
MATHIEU Jacques [1990]  
MATIS Daniel Charles [2004]  
NAVARRO Luis et OLIVELLA Josep [1997]  
NEEL Louis [1976]  
PATY Michel [2003]  
PONT Jean-Claude [1974]  
POURPRIX Bernard et LUBET Jacqueline [2004]  
POURPRIX Bernard [2007, 2009]  
RADIUM Le (journal) [1906]  
SOCIETE Française des Electriciens [1931]  
TATON René (et al.) [1995a, b]  
TRENARD Louis [1978]  
VAUTHELIN Pierre-Michel [2007]  
VENN John Archibald [1953]

## **2.2. Articles et ouvrages cités mais non consultés**

ABRANTES Paulo Cesar Coelho [1985]  
BRILLOUIN Marcel [1925]  
JANET Paul [1934]  
MONNA Antonie Frans [1975]



# INDEX DES NOMS

## A

ABE Takehisa, 379  
ABRANTES Paul Cesar Coelho, 253  
AEPINUS Franz, 75, 76, 184  
AMAGAT Emile Hilaire, 345, 346  
AMPERE André-Marie, 58 – 63, 66 – 68, 74, 83  
– 86, 92 – 94, 191, 201, 205, 209, 257 – 258, 352,  
354, 401 – 402, 426 – 427, 433, 484  
ANIZAN Anne-Laure, 132  
ARAGO François, 84, 86

## B

BARBO Loïc, 150, 303, 339  
BARLOW Peter, 82  
BAYET Charles, 254  
BECQUEREL Antoine César, 88, 148 – 151, 315  
BECQUEREL Edmond, 29, 88 – 89, 148 – 155,  
161, 166, 176, 213, 305, 315, 321, 341 – 342, 349,  
357 – 358, 365, 381, 389, 415, 483 – 484  
BECQUEREL Henri, 278, 349, 350  
BEER August, 91, 152, 158, 424  
BELTRAMI Eugenio, 174 – 176, 186, 241, 268,  
357, 361 – 362, 374, 380  
BERNOULLI Jacques, 49  
BERTHELOT Marcellin, 25, 35 – 36, 39 – 41, 45,  
47, 53, 71, 255  
BERTHOLLET Claude Louis, 40  
BERTRAND Joseph, 62 – 63, 68, 196, 212, 242,  
389  
BERZELIUS Jöns Jacob, 40, 130  
BETTI Enrico, 198 – 200, 223, 225, 389, 426  
BIOT Jean-Baptiste, 78, 83 – 84, 201  
BLONDEL Christine, 75, 95  
BLONDIN Jules, 241, 417  
BLONDLOT René, 150, 262 – 264, 311  
BOHR Niels, 353  
BOLTZMANN Ludwig, 26, 46 – 47, 273, 290,  
352, 391

BOREL Emile, 71  
BOSKOVIC Ruder Josip, 86  
BOUASSE Henri, 109, 221, 239, 280, 354, 382 –  
383  
BOUSSINESQ Joseph, 280  
BOUTY Edmond, 73, 339, 395 – 398, 416, 418  
BRAUN Ferdinand, 150  
BRAVAIS Auguste, 34  
BRENNER Anastasios, 26, 62, 97, 248  
BRILLOUIN Marcel, 186, 213, 303  
BROUZENG Paul, 25, 28, 33 – 35, 38 – 39, 96,  
246, 254, 342, 483  
BRUGMANS Anton, 75, 88

## C

CARNOT Sadi, 42, 47, 49, 52, 54, 144 – 146, 151,  
166, 177, 209, 217 – 218, 245, 357, 372 – 376,  
379, 388, 415, 418 – 419  
CAUCHY Augustin Louis, 198  
CAVENDISH Henry, 180  
CAZIN Achille, 126  
CESARO Ernesto, 174, 361  
CHENEVEAU Charles, 349, 351  
CHIPART Henri, 383  
CLAUSIUS Rudolf, 40 – 52, 58, 78, 144 – 148,  
151, 166, 180, 192, 217 – 218, 242, 372 – 377,  
396 – 397, 410, 415  
CLEBSCH Alfred, 260  
COHN Emil, 259, 262, 264, 273  
COULOMB Charles-Augustin, 55, 57, 75 – 84,  
88 – 89, 97 – 103, 107, 142, 157, 180, 182, 237,  
260, 312, 315, 422  
CREMONA Luigi, 174  
CURIE Jacques, 187, 300, 303  
CURIE Marie, 301, 304, 319, 347, 348 – 350  
CURIE Pierre, 27 – 30, 114, 239, 242, 253, 278,  
298 – 359, 365, 380, 382, 389, 392, 395, 483 –  
485

**D**

D'ALEMBERT Jean le Rond, 49, 245  
 DAMIEN Benoît, 193  
 DARBOUX Gaston, 73, 396, 397  
 DARRIGOL Olivier, 253, 267  
 DEBYE Peter, 355  
 DE LA RIVE Auguste, 85, 319  
 DESAINS Paul, 300, 306  
 DEWAR James, 355  
 DIEUDONNE Jean, 197  
 DREYFUS Alfred, 34, 255, 343  
 DU BOIS Henry, 305, 318, 321  
 DUHEM Hélène, 36 – 39, 71, 254, 280  
 DUHEM Marie-Adèle, née Chayet, 73, 254

**E**

ECKHARDT Alexandre, 121  
 EHRENFEST Paul, 282  
 EINSTEIN Albert, 282 – 283  
 EULER Leonhard, 200  
 EWING James Alfred, 95, 305, 330

**F**

FARADAY Michael, 29, 56, 58, 74, 82, 85 – 94,  
 120 – 125, 148 – 150, 161, 166, 173, 180, 185,  
 209, 216, 224, 228, 258, 262 – 267, 304 – 305,  
 308, 316, 319, 321, 333, 341, 388 – 389, 415, 420,  
 423, 484  
 FELICI Ricardo, 212  
 FERRY Jules, 33, 72  
 FITZGERALD George Francis, 420  
 FOEX Gabriel, 354 – 355  
 FOUCAULT Léon, 34  
 FOURIER Joseph, 28, 83  
 FREMY Edmond, 36  
 FRESNEL Augustin, 83, 84, 264, 277, 282  
 FRIEDEL Charles, 300, 302

**G**

GAUGAIN Jean-Mothée, 57  
 GAUSS Carl Friedrich, 49 – 50, 58, 63, 78, 93,  
 101, 110 – 111, 157, 174, 192, 200, 317, 320, 326  
 – 332, 335 – 336, 345 – 346, 355, 401, 422  
 GERNEZ Désiré, 37  
 GIBBS Josiah Willard, 27 – 28, 36 – 56, 192, 240,  
 242, 279, 302, 372, 397

GILBERT William, 77  
 GOUPIL Michelle, 25, 40  
 GOUY Louis Georges, 159, 306, 345, 484  
 GRASSMANN Hermann, 66  
 GREEN George, 78, 81, 89, 98, 103, 110, 296,  
 369, 372, 422 – 423, 433  
 GROSS Theodor, 131  
 GUILLAUME Charles-Edouard, 302, 355  
 GUILLO Jean-Marie, 83  
 GUSTAFSON Karl, 379

**H**

HADAMARD Jacques, 34, 239, 255, 280, 282,  
 284, 291, 294, 372  
 HAMILTON William Rowan, 229 – 230  
 HAUTEFEUILLE Paul Gabriel, 339  
 HEAVISIDE Oliver, 259, 273, 279  
 HEINE Eduard, 111  
 HEISENBERG Werner, 354  
 HELMHOLTZ Hermann (Von), 27 – 30, 36 –  
 58, 62, 67 – 68, 95, 180, 182, 186, 191, 198, 210 –  
 221, 229 – 232, 242, 245, 253 – 268, 274 – 275,  
 279 – 290, 294, 297, 366 – 367, 372, 378, 382 –  
 385, 390, 397, 401, 426  
 HERMITE Charles, 39, 58  
 HERTZ Heinrich, 185, 257 – 259, 263, 268, 271 –  
 279, 382 – 385, 390  
 HÖNIG Ludwig, 128  
 HOPKINSON John, 95, 330 – 333  
 HORSTMANN August Friedrich, 43  
 HULIN Nicole, 303  
 HURWIC Anna, 302

**J**

JAKI Stanley L., 36, 38, 71 – 72, 393  
 JAMIN Jules, 95  
 JANET Paul, 27, 131 – 142, 388, 395, 399 – 402,  
 406 – 414  
 JOUBERT Jules, 92, 97, 123, 200, 204 – 205, 210,  
 241, 308, 409, 433  
 JOUBIN Paul, 112 – 116, 132, 142 – 143, 147,  
 166, 177 – 183, 357, 388  
 JOUGUET Emile, 237  
 JOUGUET Marc, 385  
 JOULE James Prescott, 40, 92, 94, 210, 213, 215,  
 219 – 222, 225 – 226, 232, 237, 247, 285, 382,  
 390, 423, 426 – 427

JUEPTNER Hanns (Von), 130

## K

KATZIR Shaul, 57

KIRCHHOFF Gustav, 42, 47, 91 – 92, 99, 107, 112, 142, 186, 427

KNOBLAUCH Hermann, 91

KOHLRAUSCH Wilhelm Friedrich, 93

## L

LAGRANGE Joseph-Louis, 36, 43, 48 – 49, 52, 75, 77, 229 – 231, 242, 245, 290, 294, 360, 372, 383

LAME Gabriel, 242

LANGVIN Paul, 28, 189, 242, 278, 283, 302, 343, 350 – 357, 391 – 392

LAPLACE Pierre-Simon, 75 – 77, 83, 108, 111, 202, 205, 278

LARMOR Joseph, 143, 352, 417

LAUTH Charles, 301

LE CHATELIER Henry, 42, 310 – 311, 316, 397

LE CORDIER Paul, 204 – 205

LEDEBOER P.-H., 310, 316, 333, 337

LEDUC A., 323

LEJEUNE-DIRICHLET Peter Gustav, 43, 110 – 111, 290, 364, 372, 379, 422 – 424

LEMMI Emile, 198

LEMOINE Georges, 36

LENARD Philipp, 278

LENZ Heinrich, 86, 209, 213, 426

LEVY Laurent-Patrick, 305, 385

LIAPOUNOFF Alexandre M., 290 – 297, 367, 372, 390

LIARD Louis, 254

LIBES Antoine, 75

LIENARD Alfred, 27, 188 – 189, 241, 280, 383 – 387, 391, 395, 431 – 432

LIPPMANN Gabriel, 39, 47, 95, 300, 339, 348

LIPSCHITZ Rudolf, 91

LISTING Johann Benedikt, 197

LOBATCHEVSKI Nikolaï Ivanovitch, 174

LOCQUENEUX Robert, 40, 60, 83, 109, 282

LODGE Oliver Joseph, 131, 415 – 417, 420

LORBERG Hermann, 184 – 186

LORENTZ Hendrik Antoon, 242, 264, 276 – 282, 352 – 353, 383, 385

LUBET Jacqueline, 37

## M

MACH Ernst, 249

MAC-MAHON (Patrice de), 33

MANVILLE Octave, 221, 265, 280

MARCHAND Philippe, 72

MARCHIS Lucien, 218

MARICOURT Pierre (de), 77

MASCART Eleuthère, 92, 97, 115, 123, 200, 204 – 205, 210, 241, 308, 349, 409, 433

MASSIEU François J. D., 44 – 45, 105, 242, 397

MATHIEU Emile, 98, 152 – 154, 182, 186, 433

MATHIEU Jacques, 433

MATTEUCCI Carlo, 319

MAXWELL James Clerk, 27, 30, 37, 45 – 46, 58 – 68, 85, 87, 90 – 93, 97, 119, 152 – 154, 173 – 174, 180 – 189, 197 – 200, 204 – 205, 212, 224, 228 – 231, 242, 247, 253, 257 – 259, 262 – 281, 302, 306, 342, 353, 382 – 385, 390, 401, 417, 425, 431, 483 – 484

MICHELSON Albert Abraham, 282

MONNA Antonie Frans, 111

MONNET Eugène, 73

MORLEY Edward, 282

MOSSOTTI Octavio Fabricio, 180, 258, 262 – 266

MOUTIER Jules, 35 – 36, 52 – 53, 178

MÜLLER Johann H. J., 94

## N

NAVARRO Luis, 353

NEEL Louis, 356

NEUMANN Carl, 91

NEUMANN Franz Ernst, 58, 65 – 68, 86, 91, 94, 112 – 113, 209, 212, 257

NICHOL John Pringle, 126

NICHOLS Edward Leamington, 131, 410

## O

ØRSTED Hans Christian, 82 – 85

OHM Georg Simon, 57, 221, 267, 423

OLIVELLA Josep, 353

ONNES Heike Kamerlingh, 355

OSMOND Floris, 337

OSTWALD Wilhelm, 244, 281

**P**

PAINLEVE Paul, 71, 132 – 133, 185, 238, 240 – 241, 255, 290, 402, 410 – 413  
 PARKER John, 27, 29, 143 – 147, 151, 166, 174 – 176, 357, 374 – 381, 388, 395, 415 – 420  
 PASTEUR Louis, 38, 300  
 PATY Michel, 282  
 PEROT Alfred, 321  
 PERRIN Jean, 278, 281, 302, 343  
 PICARD Emile, 39  
 PLANCK Max, 47, 282, 352  
 PLESSNER P., 324 – 325  
 PLÜCKER Julius, 88, 91, 149 – 152, 161, 319, 420  
 POGGENDORFF Johann Christian, 114, 313  
 POINCARÉ Henri, 54, 58, 68, 73, 99, 109, 171, 186 – 187, 197, 231, 239, 262, 268 – 272, 278, 282, 284, 291 – 292, 353 – 355  
 POINCARÉ Lucien, 355  
 POISSON Siméon-Denis, 55, 77 – 92, 97 – 99, 103, 107 – 108, 123, 142, 148, 152 – 153, 161, 180, 257, 424, 428  
 PONT Jean-Claude, 197  
 POURPRIX Bernard, 37, 57, 278, 282

**Q**

QUINCKE Georg Hermann, 159, 187, 318, 321

**R**

RANKINE William, 243  
 RAYLEIGH (Lord), 43  
 REICH Ferdinand, 89  
 REMSEN Ira, 130, 133 – 134  
 RESAL Henri, 108  
 RIECKE Edouard, 57  
 RIEMANN Bernhard, 58, 111, 174, 192, 198  
 ROBIN Gustave, 244, 249, 379, 380  
 ROWLAND Henry, 131 – 133, 330  
 ROY Louis, 383

**S**

SAINTE-CLAIRE DEVILLE Henri, 34 – 35, 41  
 SAVART Félix, 83, 201  
 SCHÜTZENBERGER Paul, 301  
 SEEBECK Thomas Johann, 310  
 STEFAN Joseph, 175

STOKES George Gabriel, 92, 426, 433

**T**

TAIT Peter Guthrie, 151, 417  
 TANNERY Paul, 254, 396  
 THOMSEN Julius, 41  
 THOMSON Joseph John, 278, 281, 350  
 THOMSON William (Lord Kelvin), 27, 56 – 57, 82, 89 – 92, 99, 103, 108, 120 – 129, 134 – 141, 148, 151, 161 – 162, 175, 180, 198, 210, 215, 218 – 221, 308, 350, 373, 388, 396, 409, 413 – 417, 420, 423  
 TRENARD Louis, 72  
 TURPAIN Albert, 257  
 TYNDALL John, 88 – 91, 150, 420

**V**

VANDERMONDE Alexandre-Théophile, 200  
 VAN DER WAALS Johannes Diderik, 345, 354  
 VAN LEEUWEN Hendrika Johanna, 353  
 VAN VLECK John Hasbrouck, 353  
 VASCHY Aimé, 227 – 229, 308, 347  
 VAUTHELIN Pierre-Michel, 25, 47, 96 – 97  
 VENN John Archibald, 143  
 VOIGT Woldemar, 241 – 242, 302 – 304, 350

**W**

WARBURG Emile, 95, 128 – 129, 136  
 WASSMUTH Anton, 74  
 WEBER Wilhelm, 37, 58, 67 – 68, 74, 88, 92 – 94, 112, 150, 192, 257, 276, 290, 308, 316, 352 – 354, 416, 420  
 WEIERSTRASS Karl, 58, 110 – 111  
 WEISS Pierre, 95, 354 – 357, 391, 392  
 WIECHERT Emil, 189  
 WIEDEMANN Gustav Heinrich, 324  
 WILCKE Johan Carl, 75  
 WÜRTZ Charles Adolphe, 300

**Z**

ZEEMAN Pieter, 87, 262 – 264, 277, 352, 392



# INDEX DES NOTIONS

## A

Affaire Dreyfus, 34, 255, 343

Air, 117, 121, 138, 158, 311 – 323, 349, 408, 415 – 417

Analogie, 44 – 48, 53, 57, 76, 85, 173, 180, 184, 201, 205 – 208, 219, 222, 227, 231 – 232, 235, 257, 267 – 271, 278, 304, 344 – 347, 352, 356, 379, 416, 434

*Analysis situs*, 197 – 198, 208, 239

Antimoine, 319, 339, 354

Atome, atomisme, 25, 39, 46, 54, 276, 279, 281 – 282, 300 – 302, 343 – 344, 350, 355, 382, 387, 390, 392

Azotate de potasse, 318 – 320, 339

Azote, 321 – 323

## B

Bismuth, 88, 114 – 116, 144, 148, 150, 176, 179, 319 – 320, 339, 358, 365, 415, 418

Bordeaux, 26, 30, 33 – 34, 71, 254 – 257, 284, 294, 393

## C

Chimie, 25 – 26, 35 – 56, 73, 89, 96, 104 – 105, 108, 116, 129, 130 – 137, 140 – 141, 170, 210, 215 – 218, 228, 241 – 245, 280 – 283, 287, 300 – 304, 339, 343, 349, 352, 379, 381, 387 – 388, 397, 423

Chlorure de potassium, 318, 339

Collège Stanislas, 34 – 36, 41, 53, 62, 114, 254, 349

Constante de Helmholtz, 67, 182, 212, 256, 297, 367

Cycle, 49, 95, 126 – 128, 134, 144 – 146, 314, 318, 357, 374 – 377, 388, 418 – 419

## D

Déplacements sans changement d'état, 51 – 55, 104, 141, 215 – 218

## E

Eau, 139, 275, 311, 315 – 325, 339, 409, 412

Ecole Normale Supérieure, 25 – 28, 34 – 41, 51, 53, 56, 71, 74, 114 – 115, 132 – 133, 137, 142, 159, 184, 192, 255, 357, 381, 385, 387, 434

Elasticité, 25, 34, 76, 104, 170, 174, 183, 186 – 189, 239, 243, 389

Electricité

Diélectrique, 29, 64, 170, 173, 180 – 191, 237, 243, 246, 255, 257 – 271, 276, 280, 284 – 289, 294, 297, 303, 366 – 367, 377 – 383, 401, 421, 424 – 425, 429 – 431

Electrodynamique, 29, 37, 56 – 69, 84 – 85, 93, 95, 133, 138, 170, 182, 185, 191 – 242, 247, 253 – 288, 294 – 295, 344, 353, 359, 366 – 368, 373, 377 – 383, 390

Electromagnétisme, 25 – 30, 55, 62, 64, 69, 73, 85 – 86, 90 – 93, 97, 128, 170, 174, 185, 188 – 209, 222 – 287, 297, 343, 359, 365 – 373, 379 – 392

Fluide électrique, 64, 75 – 78, 83 – 84, 180, 184

Flux de déplacement, 185, 246, 258 – 270, 295

Induction, 57, 76, 86, 89 – 94, 107, 138 – 141, 175, 180 – 183, 204, 209 – 247, 256, 274, 284 – 287, 308 – 309, 331, 344, 352, 361, 373, 379, 385, 387, 390

Piézo-électricité, 57, 183 – 184, 238, 241, 300 – 303, 314

Pyro-électricité, 56 – 57, 183 – 184, 238, 300

Thermo-électricité, 55 – 57, 143, 171, 184, 310

Electron, 25, 28, 242, 278 – 279, 308, 350 – 357, 382, 387, 390, 392

Ellipsoïde, 91, 108, 364

Energétique, thermodynamique générale, 25 – 29, 54, 176, 184, 193, 217, 231, 242 – 247, 278 – 283, 294, 302, 323, 342 – 344, 379 – 381, 385 – 391

Equilibre, 30, 36, 41 – 55, 64, 68, 77 – 83, 91 – 92, 97 – 101, 106 – 128, 136 – 147, 154 – 166, 173 – 191, 209, 217 – 220, 233, 237, 242, 245 – 246, 253 – 255, 261, 273, 276, 283 – 297, 311, 320, 330, 357 – 384, 389 – 391

Ether, 83, 150 – 152, 158 – 160, 174, 180, 185, 189, 261 – 263, 268, 277 – 278, 282, 365

## F

Fer, 75 – 76, 82, 86 – 89, 93 – 99, 112, 116, 120, 126 – 139, 148 – 153, 204, 226, 234, 273, 304, 310, 315 – 348, 354, 396, 399, 409 – 417, 484

Fonction potentielle, 55, 74, 78 – 80, 102 – 103, 112, 117, 121 – 122, 125, 153 – 157, 181 – 182, 189, 224, 234, 280, 284 – 287, 306, 360 – 364, 372, 376 – 378, 422, 424

Frottement, 52, 76, 138 – 141, 246 – 247, 253, 409, 412, 417

## H

Histoire, 25 – 29, 34, 40, 48, 72 – 74, 88, 91, 96 – 98, 103, 111, 113, 152, 197, 219, 221, 253 – 254, 262, 266, 268, 276, 283, 342, 358

Hydrostatique, hydrodynamique, 25, 37, 92, 155, 170, 176 – 178, 186 – 189, 198, 243 389 – 391

Hystérésis, 95, 116, 128, 308, 327, 330 – 331, 338, 354, 383

## I

Iode, 318, 339

## L

*La théorie physique, son objet, sa structure*, 25, 61 – 62, 96, 238, 244, 248, 269, 275, 302, 342, 379

Lettre (correspondance), 27 – 29, 44, 73 – 74, 85, 115, 133, 138, 143, 174, 176, 188, 268, 271, 280, 306 – 308, 326, 342 – 344, 358, 361, 387 – 391, 396 – 417, 431 – 432, 483 – 485

Ligne de force, 64, 85 – 92, 150, 177, 186, 187, 205, 224, 267, 402

Lille, 26 – 29, 61, 71 – 73, 133, 151, 155, 169 – 170, 173, 178, 193, 218, 227, 238, 254 – 255, 380, 402, 430

Lumière (optique), 25, 27, 37, 68, 83, 86 – 88, 91 – 93, 99, 114, 185, 205, 241 – 243, 247, 253, 257, 261 – 282, 300, 313, 318, 349, 352, 355, 359, 374, 387 – 392

## M

Magnétisme

Champ démagnétisant, 305, 326, 333, 415

Corps parfaitement doux, 106 – 129, 141, 146, 153 – 164, 176, 181 – 185, 232 – 234, 287, 359, 360 – 361, 371, 383

Courant particulaire, 83 – 85, 92 – 94, 354

Courbe d'aimantation stable, 330, 347

- Diamagnétisme, 26 – 29, 74, 82, 87 – 94, 99, 107, 110 – 135, 141 – 155, 161 – 166, 173 – 183, 238, 242, 276, 278, 304 – 306, 315 – 320, 325 – 326, 339, 340, 341, 344, 347 – 382, 388, 392, 395, 415 – 424, 483 – 484
- Effet Thomson, 126 – 128, 136 – 141, 409, 413, 423
- Electro-aimant, 87, 114, 116, 125 – 126, 130, 179, 305 – 316, 355
- Elément magnétique, 77 – 82, 86, 89 – 91, 98, 104, 153, 181, 194 – 196, 201 – 209, 222 – 226, 235, 257, 287, 390, 427, 434
- Ferromagnétisme, 88, 95, 304 – 306, 316, 322, 326 – 346, 354 – 356, 391
- Fluide magnétique, 75 – 81, 86, 89, 93 – 94, 98 – 102, 142, 152, 157 – 160, 165, 180, 184 – 185, 195 – 199, 206 – 209, 225, 235
- Force coercitive, 74 – 79, 92, 106 – 110, 124 – 133, 146, 155, 176, 179 – 183
- Loi de Faraday, 120 – 124, 161, 166, 216, 388
- Magnétisme libre, 347 – 348
- Paramagnétisme, 88 – 89, 107, 125, 145, 151, 175, 278, 304 – 305, 318 – 321, 340 – 344, 349 – 356, 391, 417 – 419
- Potentiel magnétique, 101 – 105, 109, 135, 188, 195, 200, 227, 288, 360, 376 – 377, 424
- Sel magnétique, 159, 324, 340
- Transformation magnétique, 316, 326, 329, 332 – 340, 345 – 346, 355
- Magnétite, 326, 336 – 337, 340, 345, 354
- Mécanique, 25 – 28, 34 – 55, 75 – 77, 89, 95, 96, 101, 103, 108 – 109, 117, 125 – 127, 144, 148 – 150, 170, 174, 204, 213, 218, 221, 229 – 232, 239 – 246, 253, 267 – 271, 278 – 283, 290, 300, 308, 330, 353 – 354, 367, 372, 383, 410, 429
- Mécanique chimique, 25 – 26, 39 – 45, 50, 96, 170, 218, 240, 243, 246, 253, 389 – 391
- Modèle, 46 – 47, 83, 92, 111, 268 – 269, 275 – 279, 350 – 357
- ## N
- Naturphilosophie*, 82, 85 – 86
- Nickel, 88, 95, 324 – 326, 336 – 337, 340
- ## O
- Oxygène, 89, 315 – 324, 336 – 337, 340
- ## P
- Phénoménologie, 27, 47, 89, 99, 184, 238, 240 – 242, 323, 339, 344, 350, 352, 381, 385 – 392
- Phosphore, 318, 339 – 340
- Physique laplacienne, 40, 61, 75 – 78, 83 – 84, 108, 111, 142, 202, 205, 278
- Physique mathématique, 26, 34 – 42, 73, 77, 107 – 108, 152, 170 – 174, 180, 198 – 199, 231, 239, 274
- Porcelaine, 310, 311, 317, 325, 337 – 338
- Positivisme, 39, 47
- Pression, 43, 46, 50, 117 – 119, 124, 154, 157, 162, 166, 178, 185 – 189, 300, 312, 320 – 323, 344 – 345, 355, 397, 416, 424 – 425
- Principe de moindre action, 37, 54, 229 – 232, 268
- Principe des vitesses virtuelles, 49, 52, 178, 410 – 412
- ## Q
- Quantique, 278, 282, 353 – 354
- Quartz, 87, 300, 303, 318 – 320, 339, 349

**R**

Radioactivité, 276 – 278, 343, 349 – 350

Relativité (théorie de la), 109, 189, 279 – 283, 382

Religion, 33 – 34, 39, 71 – 73, 254, 274, 393

Rennes, 30, 71, 254

Réversibilité

modification irréversible, 25 – 26, 46 – 47, 54, 232, 246 – 247, 377

modification réversible, 47 – 49, 54 – 56, 127, 136, 141, 144, 218, 230, 245 – 247, 373

**S**

Solénoïde magnétique, 94, 196 – 197, 204 – 206, 223

Stabilité, instabilité, 30, 43, 48, 50, 64, 68, 95, 101, 110 – 125, 146, 155, 161 – 166, 173 – 177, 217, 220, 253 – 255, 261, 283 – 297, 309, 330, 336, 357 – 373, 377 – 391, 417 – 419

Sulfate de potasse, 318, 339

Symétrie, 102, 183, 201, 239, 300 – 305, 344, 347, 351, 390, 400

**T**

Tellure, 318, 339

Thermochimie, 35, 39 – 41, 45, 53, 131 – 134

Thermodynamique

Energie interne, 42 – 44, 49, 53, 103 – 105, 128 – 129, 181, 213 – 227, 233 – 235, 245 – 246, 256 – 259, 383 – 387

Entropie, 42 – 49, 53 – 54, 105, 128, 181, 218, 221, 237, 381, 384 – 385

Postulat thermodynamique, 359 – 388

Potentiel thermodynamique, 26 – 28, 39 – 56, 59, 63 – 68, 73, 100 – 141, 146 – 147, 154 – 155, 159 – 166, 171 – 177, 181 – 184, 188, 192 – 193, 206 – 208, 216 – 218, 230 – 247, 283, 357 – 361, 367, 371 – 372, 381 – 391, 396 – 397, 412, 423 – 424

Premier principe, 37 – 42, 46 – 58, 65 – 68, 107, 116, 120, 127, 134, 141 – 147, 170, 176, 191, 193, 209 – 237, 243 – 248, 278, 285, 347, 371 – 374, 381 – 384, 415 – 418

Second principe, 39 – 58, 65, 107, 116, 120, 127, 143 – 147, 151, 166, 170, 176, 191, 193, 209, 217 – 218, 237, 243 – 244, 248, 278, 347, 357, 371 – 376, 381, 388, 415 – 419

Troisième République, 33 – 34, 39, 71 – 72, 255, 343, 357

**U**

Université, 27 – 30, 34, 39, 42, 61, 71 – 72, 115, 143, 174, 193, 199, 254 – 255, 284, 354 – 355, 380, 415

**V**

Verre, 87 – 88, 311 – 312, 317 – 326

Viscosité, 221, 246, 282 – 283, 338, 372



