

N° d'ordre : 41966

UNIVERSITÉ LILLE 1

# THÈSE

présentée par

**Pierre WALCZAK**

en vue d'obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Lille 1**

DANS LA SPÉCIALITÉ : OPTIQUE ET LASERS, PHYSICO-CHIMIE,  
ATMOSPHÈRE

## PROPAGATION NON LINÉAIRE D'ONDES PARTIELLEMENT COHÉRENTES DANS LES FIBRES OPTIQUES

Thèse soutenue le 12 janvier 2016 devant le jury composé de :

M. GUY MILLOT	Université de Bourgogne	(Rapporteur)
M. THIBAUT SYLVESTRE	Université de Franche-Comté	(Rapporteur)
M. PIERRE SURET	Université Lille 1	(Directeur de thèse)
M. STÉPHANE RANDOUX	Université Lille 1	(Codirecteur de thèse)
M. STÉPHANE BARLAND	Institut non linéaire de Nice	(Examineur)
M. MARC DOUAY	Université Lille 1	(Examineur)



À mes parents...



# Remerciements

J'adresse tout d'abord mes sincères remerciements aux membres du Jury pour avoir accepté cette lourde charge. Merci à Messieurs Guy Millot, Thibaut Sylvestre, Stéphane Barland et Marc Douay pour avoir pris du temps à la lecture de mon manuscrit mais également pour vos remarques pertinentes. J'ai pris plaisir à discuter avec vous de l'ensemble des travaux réalisés.

Durant mes études au laboratoire PhLAM, j'ai connu deux directeurs. Je tiens à remercier Monsieur Georges Wlodarczak de m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire. Merci, messieurs les directeurs pour les discussions que nous avons eues mais également d'avoir veillé au bon déroulement de ma thèse. Je remercie plus particulièrement Monsieur Marc Douay qui m'a permis depuis la première année de master de développer mon intérêt pour la physique expérimentale et en particulier pour l'optique.

Monsieur Stéphane Randoux m'a dit, il y a environ trois ans, que la thèse est une aventure et une rencontre entre un laboratoire, une équipe et un étudiant. Je me rends compte aujourd'hui qu'il a tout à fait raison. Certes, une thèse permet de développer ses connaissances professionnelles et sa culture scientifique, mais son bon déroulement est favorisé par les relations humaines que chacun est capable de construire avec ses collègues. Aujourd'hui, cette aventure s'achève, et la réussite de cette entreprise n'est pas uniquement due à mon travail, mais à l'ensemble des personnes avec qui j'ai pris plaisir à discuter et à partager pendant ces trois années.

Je tiens donc à remercier Monsieur Pierre Suret et Monsieur Stéphane Randoux, mes encadrants, mais également membres du Jury de soutenance. J'ai connu Pierre et Stéphane sur les bancs de la faculté et j'ai toujours été attiré par leurs engouements à transmettre leur savoir. J'ai ensuite travaillé environ quatre années avec eux. Pierre et Stéphane sont follement passionnés par la Science. Il n'est pas réellement possible de décrire l'énergie qu'ils mettent dans leurs recherches. Ils sont rigoureux, professionnels et n'hésitent pas à partager leurs découvertes ou à les remettre en cause. Par ailleurs, ils ont leur propre caractère et tempérament qui, mélangés ensemble, produit une alchimie assez particulière poussant à qui veut les suivre à développer ses connaissances. J'ai pris beaucoup de plaisir à travailler et à discuter avec eux.

Pierre m'a beaucoup aidé à prendre confiance en moi durant ces trois années. L'art et la manière est propre à chacun et je pense que tu comprendras si je dis que tu me dois un paquet de bières.

Stéphane, je reconnais aujourd'hui ton incroyable aisance dans l'injection de lumière dans n'importe quel type de fibre optique, et surtout, ta faculté de renormalisation. Tu as toujours su trouver les mots pour m'encourager et me conseiller à chaque moment important.

Merci pour votre patience, vos conseils et votre soutien pendant ces années. Avant étudiant, aujourd'hui collègue, ma réussite est également la vôtre, et je vous en remercie. J'espère que nous pourrions à nouveau travailler ensemble dans l'avenir.

J'aimerais aussi remercier l'ensemble du personnel du laboratoire, les agents administratifs, le personnel d'entretien, le personnel des ateliers de mécanique, électronique et informatique. En particulier, je remercie les personnes suivantes : Laurent Hay, au début pour son aide dans mon apprentissage de LabView et ensuite pour toutes nos discussions,

Nathalie Moreels pour ses encouragements, Thierry Vitse pour son aide au travers de ces trois années que ce soit au cerla, en TP et surtout pour sa joie de vivre qui m'a souvent redonné du courage, Bénédicte Calimet pour ses conseils lors de mes premiers travaux pratiques, Christophe Szwaj pour nos nombreuses discussions en informatique, merci Christophe pour tout ce que tu m'a appris, sans oublier Christophe Uytterhaegen pour sa patience dans tous les travaux de copies que je lui ai demandé durant ces trois dernières années.

Je remercie aussi les anciens membres du bureau, Aude Sivery, Muhammad Yassen, et Adam Stankiewicz. Je souhaite bon courage au suivant Rebecca El Koussaifi, Alexey Tikan, Asmae Lazar et Alexandra Pruvost.

Je voudrais remercier les membres du PhLAM et du LOA qui sont devenus plus que des collègues, des amis au cours de ces trois dernières années, je parle ici de la fameuse "caravane" du midi. Merci à Rudy Romain pour ses conseils et sa franchise en toute circonstance, à Adrien Wallet pour tous ces moments *drôles*. Il y a bien sûr le petit Augustin et ses fameuses blagues, et Romain De Filippi mon compère geek. Merci Romain pour tes encouragements, pour m'avoir fait partager tes tests, qu'ils soient software ou hardware mais également pour toutes nos discussions. Sans oublier Marine Desmons, Julie Hérisson, Fanny Peers et Anne Burlet-Parendel. En particulier, merci Fanny et Anne pour m'avoir supporté en fin de rédaction, pour tous ces moments de folies, pour votre humour et votre bienveillance qui m'ont aidé à finir dans les meilleures conditions. Merci à vous tous pour ces trois années et j'espère qu'on continuera à se retrouver pour partager, rire et s'engueuler autour d'une bonne bière.

Je remercie aussi mon ami de longue date, Thomas Brumain, qui a contribué à cette réussite beaucoup plus qu'il ne l'imagine. Sans oublier Raphaël, merci de m'avoir aidé durant la dernière année à gérer mes angoisses et prendre confiance en moi.

Enfin, je tiens à remercier tout particulièrement les personnes sans qui je ne serais sans doute pas arrivé jusque-là. Merci Maman, merci Papa, il n'existe pas de mots pour donner une idée de la reconnaissance que j'ai envers vous. Merci pour tout ce que vous avez fait pour moi et que vous continuez à faire. Vous avez toujours été présent, vous m'avez donné l'énergie de toujours persévérer, encouragé et remis dans le droit chemin lorsque les doutes s'emparaient de moi. C'est non sans émotion que j'écris ces lignes aujourd'hui, moi Pierre Walczak, ne suis pas Docteur, mais nous sommes Docteur car c'est ensemble que nous avons réussi.





# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>1 Ondes partiellement cohérentes et turbulence intégrable</b>	<b>21</b>
1.1 Ondes partiellement cohérentes et optique non linéaire . . . . .	21
1.1.1 Optique non linéaire statistique : une introduction . . . . .	21
1.1.1.1 Optique statistique linéaire . . . . .	22
1.1.1.2 Optique non linéaire . . . . .	27
1.1.1.3 Optique non linéaire statistique . . . . .	29
1.1.2 Propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes : évolution du spectre optique . . . . .	30
1.1.2.1 Expériences . . . . .	30
1.1.2.2 Influence de l'auto-modulation de phase . . . . .	32
1.1.2.3 Régime faiblement non linéaire : théorie de la turbulence faible . . . . .	33
1.1.2.4 Génération de Supercontinuum . . . . .	37
1.1.2.5 Un exemple particulier de système dissipatif : les lasers Raman . . . . .	39
1.2 Ondes scélérates . . . . .	43
1.2.1 Hydrodynamique . . . . .	44
1.2.1.1 Description de la surface de l'océan . . . . .	44
1.2.1.2 Définitions d'une vague scélérate . . . . .	45
1.2.1.3 Théories et expériences en laboratoire . . . . .	47
1.2.1.4 Analogie entre hydrodynamique et optique . . . . .	49
1.2.2 Premières observations en optique . . . . .	51
1.2.3 Ondes scélérates dans l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension . . . . .	53
1.2.3.1 Solutions localisées de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension : prototypes d'ondes scélérates . . . . .	54
1.2.3.2 Instabilité modulationnelle et ondes scélérates . . . . .	57
1.3 Turbulence intégrable . . . . .	60
1.3.1 Définitions . . . . .	60
1.3.2 Un exemple d'expérience d'optique non linéaire statistique à une dimension . . . . .	61
1.3.2.1 Speckle : condition initiale transverse incohérente . . . . .	62
1.3.2.2 Propagation dans un milieu non linéaire focalisant . . . . .	63
1.3.2.3 Propagation dans un milieu non linéaire défocalisant . . . . .	64

1.3.3	Simulations numériques : état stationnaire de la turbulence intégrable	65
1.3.4	Théorie statistique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension . . . . .	67
1.4	Problématique de cette thèse . . . . .	69
<b>2</b>	<b>Turbulence intégrable en régime de dispersion normale</b>	<b>73</b>
2.1	Introduction . . . . .	73
2.2	Expériences et simulations numériques . . . . .	73
2.2.1	Etude expérimentale . . . . .	74
2.2.1.1	Conception d'une source étroite partiellement cohérente . . . . .	74
2.2.1.2	Dynamique et statistique de la condition initiale . . . . .	78
2.2.1.3	Propagation non linéaire dans une fibre optique . . . . .	83
2.2.2	Simulations numériques . . . . .	85
2.2.2.1	Paramètres de l'expérience . . . . .	85
2.2.2.2	Régime stationnaire statistique . . . . .	90
2.2.3	Cas du spectre large (expériences et simulations numériques) . . . . .	94
2.3	Intermittence en turbulence intégrable . . . . .	95
2.3.1	Définitions et exemples . . . . .	96
2.3.2	Mise en évidence expérimentale . . . . .	101
2.3.2.1	Dispositif expérimental . . . . .	101
2.3.2.2	Dynamique et statistique du signal intermittent . . . . .	101
2.3.2.3	Filtrage spectral de la source partiellement cohérente . . . . .	104
2.3.3	Simulations numériques et discussions . . . . .	104
2.4	Conclusions . . . . .	108
<b>3</b>	<b>Turbulence intégrable en régime de dispersion anormale</b>	<b>111</b>
3.1	Introduction . . . . .	111
3.2	Mesure de la statistique des ondes partiellement cohérentes . . . . .	112
3.2.1	Problèmes de détection . . . . .	112
3.2.2	Echantillonnage optique . . . . .	113
3.2.2.1	Principe . . . . .	113
3.2.2.2	Mesure de la puissance instantannée du signal échantillonné	115
3.2.2.3	Statistique d'un laser à fibre dopée Ytterbium . . . . .	117
3.2.3	Limites de la mesure de la statistique par échantillonnage optique . . . . .	119
3.2.3.1	Etude de la saturation de la photodiode . . . . .	119
3.2.3.2	Bande passante de la méthode d'échantillonnage . . . . .	121
3.3	Formation d'ondes scélérates en turbulence intégrable . . . . .	123
3.3.1	Mise en évidence expérimentale de l'apparition d'ondes scélérates à partir d'une onde partiellement cohérente . . . . .	123
3.3.2	Simulations numériques . . . . .	125
3.3.2.1	Régime stationnaire . . . . .	129
3.3.2.2	Influence des effets non linéaires d'ordres supérieurs . . . . .	133
3.3.3	Discussions . . . . .	135
3.3.3.1	Propagation à différentes puissances . . . . .	135
3.3.3.2	Influence de la forme du spectre de la condition initiale . . . . .	138
3.3.3.3	Influence de la statistique de la condition initiale . . . . .	139
3.4	Phénomène d'intermittence . . . . .	144

---

3.5	Conclusions. Ondes scélérates en optique et analogie avec l'hydrodynamique	145
<b>4</b>	<b>Laser Raman à fibre : étude du régime transitoire et statistique</b>	<b>149</b>
4.1	Introduction . . . . .	149
4.2	Etude expérimentale du régime transitoire . . . . .	150
4.3	Mesure expérimentale de la statistique . . . . .	157
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>167</b>
	<b>Annexes</b>	<b>171</b>
<b>A</b>	<b>Distribution statistique gaussienne du champ, distribution exponentielle de l'intensité</b>	<b>173</b>
<b>B</b>	<b>Somme de fréquences : efficacité de conversion</b>	<b>175</b>
<b>C</b>	<b>Influence de la bande passante de détection sur la mesure de la distribution de probabilité de l'onde partiellement cohérente</b>	<b>177</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>179</b>



# Introduction



# Introduction

Le développement constant des technologies a permis l'émergence et le développement de sources de lumière aux propriétés optiques remarquables. Parmi les sources lumineuses très connues du grand public, on peut citer la diode électroluminescente [Yam et Hassa 05, Pimputkar *et al.* 09] ou le laser, apparu il y a une cinquantaine d'années [Maiman 60, Siegman 86, Dangoisse *et al.* 13]. Parmi les rayonnements électromagnétiques très étudiés sur le plan fondamental depuis une vingtaine d'années, on peut également citer le supercontinuum [Alfano 89, Dudley *et al.* 06].

Les ondes électromagnétiques émises par ces différentes sources lumineuses peuvent être classées en fonction de leurs propriétés spectrales, c'est-à-dire de leurs propriétés de *cohérence* temporelle et spatiale. La notion de cohérence correspond à la capacité d'une onde à produire des interférences et est étudiée dans le cadre de *l'Optique Statistique*. Ce domaine de l'optique *linéaire* s'est considérablement développé depuis les années 1950 avec le travail de E. Wolf et M. Born par exemple [Mandel et Wolf 95, Goodman 00].

De façon générale, l'optique statistique propose des outils pour décrire les fluctuations souvent aléatoires du champ électromagnétique émis par les sources lumineuses non monochromatiques [Mandel et Wolf 95]. On peut distinguer deux cas limites de cohérence associées à ces fluctuations : les sources totalement cohérentes qui sont monochromatiques et les sources parfaitement incohérentes dont les fluctuations spatiales ou temporelles de puissance sont totalement aléatoires. Il existe une situation intermédiaire correspondant aux sources partiellement cohérentes, comme par exemple, les lasers à fibre [Richardson *et al.* 10]. Par définition, le supercontinuum a un spectre optique très large et peut être considéré comme un rayonnement incohérent lorsqu'il est généré à partir d'une source de spectre suffisamment étroit (émis typiquement par des sources quasi-continues, nanosecondes ou picosecondes) [Dudley *et al.* 06, Dudley et Taylor 10]. Cependant, les outils de caractérisation de l'optique statistique ne peuvent suffire à comprendre les mécanismes de génération de supercontinuum ou d'ondes partiellement cohérentes par un laser à fibre car ces phénomènes sont par nature très *non linéaires*.

*L'optique non linéaire* a débuté immédiatement après la première réalisation expérimentale en 1960 d'un laser à rubis [Maiman 60, Franken *et al.* 61]. Le terme "optique non linéaire" regroupe l'ensemble des interactions non linéaires entre la lumière et la matière qui surviennent pour des rayonnements électromagnétiques suffisamment intenses [Boyd 92]. Une caractéristique fondamentale d'un système non linéaire est l'apparition de nouvelles fréquences initialement absentes du système comme par exemple dans la génération de seconde harmonique, la somme de fréquences ou encore la génération de supercontinuum.

*L'optique non linéaire statistique* regroupe l'ensemble des phénomènes lumineux présentant à la fois des comportements aléatoires et des non-linéarités [Picozzi 07, Picozzi *et al.* 14]. Depuis une vingtaine d'années les expériences d'optique non linéaire statistique permettent d'étudier des phénomènes remarquables tels que les solitons incohérents [Mitchell et Segev 97], les supercontinua [Dudley *et al.* 06, Erkintalo *et al.* 10] ou encore la turbulence d'onde [Pitois *et al.* 06, Barviau *et al.* 09, Kibler *et al.* 12a, Suret *et al.* 10, Picozzi *et al.* 14].

Dans ces expériences [Dudley *et al.* 06, Suret *et al.* 10], les fibres optiques occupent une place de choix grâce à leurs versatilité. La propagation de la lumière dans une fibre est très bien décrite par des équations de Schrödinger non linéaires généralisées.

Les équations de Schrödinger non linéaires fournissent une description générale de l'évolution de la dynamique de l'enveloppe d'une onde se propageant dans un milieu non linéaire. Une équation de Schrödinger non linéaire est souvent générique et peut s'appliquer dans différents contextes physiques comme en hydrodynamique pour décrire la propagation des ondes à la surface d'un fluide [Zakharov 68], dans les milieux diélectriques [Talanov 65, Dawes et Marburger 69], dans les plasmas [Zakharov et Shabat 72] ou encore en atomes froids [Gross 61, Pitaevskii 61]. Dans les systèmes à deux ou trois dimensions, l'équation de Schrödinger non linéaire amène à décrire des phénomènes particuliers tels que la condensation d'onde [Connaughton *et al.* 05] ou encore de l'émergence de singularités ("wave collapse") [Sulem et Sulem 99].

Ces dernières années des études ont montré qu'il est possible de réaliser des expériences d'optique fibrées où la propagation est très bien décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire à *une dimension* [Kibler *et al.* 10, Kibler *et al.* 12b, Frisquet *et al.* 13]. Ces travaux montrent qu'il est possible de générer des solutions particulières de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension telles que les solitons de Peregrine, de Kuznetsov-Ma et des breathers d'Akhmediev. Ces structures présentent la particularité d'avoir des conditions aux limites non nulles et sont pour cette raison appelées solitons sur fond continu.

Ces démonstrations remarquables d'objets cohérents s'inscrivent dans ce que l'on pourrait appeler l'optique non linéaire fibrée non statistique.

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire s'intéresse à l'étude statistique d'objets partiellement cohérents combinés à la physique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Du point de vue mathématique, cette équation est intégrable au sens où elle peut être résolue par la méthode de diffusion inverse (*Inverse Scattering Transform*) [Zakharov et Shabat 72]. Récemment V. Zakharov a regroupé sur le vocable "turbulence intégrable" l'ensemble des phénomènes complexes survenant lorsque la propagation non linéaire d'une onde aléatoire est régie par une équation intégrable [Zakharov 09]. La turbulence intégrable est de nature profondément différente de la turbulence classique qui est décrite au contraire par des équations non intégrables [Zakharov *et al.* 92, Frisch 95, Nazarenko 11]. En particulier, comme nous le verrons dans ce manuscrit, les contraintes extrêmement fortes imposées par les constantes du mouvement d'un système intégrable empêchent l'apparition de phénomènes analogues à la célèbre cascade de Kolmogorov [Batchelor 53, Nazarenko 11].

A ce jour, il existe principalement des études numériques et théoriques cherchant à fournir une description statistique des phénomènes de turbulence intégrable.

On peut notamment citer la théorie de P. Janssen qui propose une équation cinétique des ondes à partir d'équations de Zakharov équivalentes à l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [Janssen 03]. Cette étude, établie dans le cadre certes restrictif de la propagation faiblement non linéaire, fournit une description statistique de l'évolution de l'onde partiellement cohérente en fonction du régime de propagation, focalisant (dispersion anormale) ou défocalisant (dispersion normale).

Sur le plan expérimental, des expériences d'hydrodynamique menées par M. Onorato *et al.* en régime focalisant dans un canal unidirectionnel ont corroboré qualitativement les résultats théoriques de P. Janssen [Onorato *et al.* 04].

La majeure partie des études que nous avons réalisées vise à fournir de nouvelles données expérimentales et numériques pour contribuer aux réflexions sur la turbulence intégrable. Nous avons effectué des expériences dans des fibres optiques monomodes dans les deux régimes de propagation, focalisant et défocalisant. Sur le plan numérique, nous avons réalisé des simulations de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Notre travail propose essentiellement une description statistique de phénomènes dynamiques complexes tels que l'émergence d'ondes scélérates.

Nous avons décomposé la présentation des travaux réalisés pendant ces trois années de thèse de la manière suivante :

Nous présentons dans le premier chapitre les concepts fondamentaux utilisés notamment en ce qui concerne les notions de statistique, et de turbulence intégrable. Nous verrons entre autres les différentes études réalisées dans la littérature afin de caractériser la propagation d'ondes aléatoires et nous discuterons du concept de vagues scélérates ainsi que des expériences en hydrodynamique et en optique afin d'étudier la formation de ces structures. Nous définirons à la fin de ce chapitre la problématique associée aux travaux réalisés dans ce mémoire.

Dans le second chapitre, nous allons nous intéresser à la propagation non linéaire d'une onde partiellement cohérente en régime de dispersion normale (régime défocalisant). Afin de mesurer l'ensemble des fluctuations temporelles d'intensité de l'onde aléatoire, nous verrons comment nous avons dimensionné notre système afin de respecter les conditions de bande passante de détection. Grâce à ce dispositif expérimental, nous étudierons les déviations de la statistique apportées dans ce régime de propagation. Enfin, nous verrons qu'il est possible en séparant les échelles temporelles lentes des échelles rapides du champ partiellement cohérent de mettre en évidence un comportement statistique particulier associé à un phénomène d'intermittence.

Le troisième chapitre sera consacré quant à lui à l'étude de la propagation en régime de dispersion anormale (c'est-à-dire focalisant). Dans ce chapitre, nous cherchons à améliorer les techniques de détection d'un signal partiellement cohérent. Nous présentons l'utilisation d'une méthode d'échantillonnage optique permettant de mesurer les distributions de probabilité de signaux fluctuant rapidement avec des échelles de temps allant jusqu'à 250 fs. Nous démontrerons que des événements extrêmes correspondant à des fluctuations de grandes amplitudes apparaissent statistiquement beaucoup plus fréquemment que ce que prédirait la loi normale.

Les résultats expérimentaux du deuxième et troisième chapitre seront comparés à la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension.

Enfin, le quatrième chapitre nous permettra de présenter des études expérimentales

que nous avons réalisées sur les lasers Raman à fibre. D'une part, nous nous sommes intéressés à la propagation de l'onde Stokes intra-cavité dans le régime transitoire du laser Raman. L'un des objectifs de cette étude est de comparer l'élargissement spectral dans le transitoire du laser Raman à celui obtenu dans le régime permanent. D'autre part, nous étudions expérimentalement la statistique de l'onde Stokes à différents endroits dans la cavité.

# Premier chapitre



# Chapitre 1

## Ondes partiellement cohérentes et turbulence intégrable

### 1.1 Ondes partiellement cohérentes et optique non linéaire

Dans l'ensemble des études réalisées dans ce mémoire, nous utilisons une onde partiellement cohérente et nous étudions les déviations de la statistique de cette onde aléatoire suite à une propagation non linéaire dans une fibre optique. Les notions de propagation non linéaire, de statistique ou encore d'ondes partiellement cohérentes font l'objet d'études variées dans différents contextes physiques. On peut citer, par exemple, le domaine de l'hydrodynamique [Onorato *et al.* 13], des plasmas [Tsyтович 77] ou même encore des expériences d'interférométrie stellaire [HB 56]. Dans ce mémoire, nous nous sommes concentrés sur l'optique, et plus particulièrement dans le domaine de l'optique non linéaire statistique qui réunit l'ensemble des notions citées précédemment, c'est-à-dire optique statistique et propagation non linéaire. L'objectif de cette section est de présenter ces notions et de discuter des premières études en optique qui se sont intéressées à la propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes.

#### 1.1.1 Optique non linéaire statistique : une introduction

Nous venons d'évoquer la notion d'onde partiellement cohérente. Un exemple bien connu de ce type d'onde aléatoire est illustré sur la figure 1.1. Il s'agit d'une figure de *speckle*<sup>1</sup>. On peut constater qu'elle est composée d'un ensemble de points fortement contrastés, parfois brillants, parfois sombres. En d'autres termes, la répartition d'intensité transverse est aléatoire et dépend de la position. On parle de variation transverse dans le sens où l'intensité de l'onde varie aléatoirement suivant les coordonnées spatiales (x,y). On comprend à ce stade que comme tout processus aléatoire, il est nécessaire d'utiliser des outils statistiques afin de le caractériser. Dans cette section, nous commencerons par présenter l'optique statistique linéaire qui nous permettra de définir le concept d'onde partiellement cohérente mais également les outils utilisés pour la caractériser. Puis, nous

---

1. Nous utilisons ici le mot anglais qui est beaucoup plus utilisé que sa traduction française, c'est-à-dire, *tavelure*

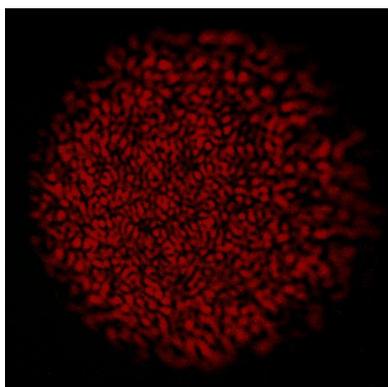


FIGURE 1.1 – Illustration d'un speckle.

nous intéresserons à l'optique non linéaire, ce qui nous permettra d'introduire les équations de propagation utilisées dans le cas de la fibre optique. Enfin, nous présenterons le domaine de l'optique non linéaire statistique.

### 1.1.1.1 Optique statistique linéaire

Les études que nous avons réalisées traitent, en grande partie, de la propagation d'ondes aléatoires et plus particulièrement d'ondes partiellement cohérentes. Une façon simple d'appréhender le concept de cohérence temporelle d'une onde est d'étudier sa capacité à produire un phénomène d'interférence. Le cas le plus simple concerne l'interférence au moyen des fentes d'Young dans laquelle deux points  $P_1$  et  $P_2$  sont éclairés par une source ponctuelle  $S$  (figure 1.2(a)). Par définition, une source cohérente ou parfaitement monochromatique possède une largeur spectrale caractérisée par la distribution de Dirac. En réalité, la largeur spectrale des sources n'est jamais infiniment fine. Elle possède une largeur spectrale finie que l'on note  $\Delta\nu$ . Si nous reprenons notre dispositif des trous d'Young

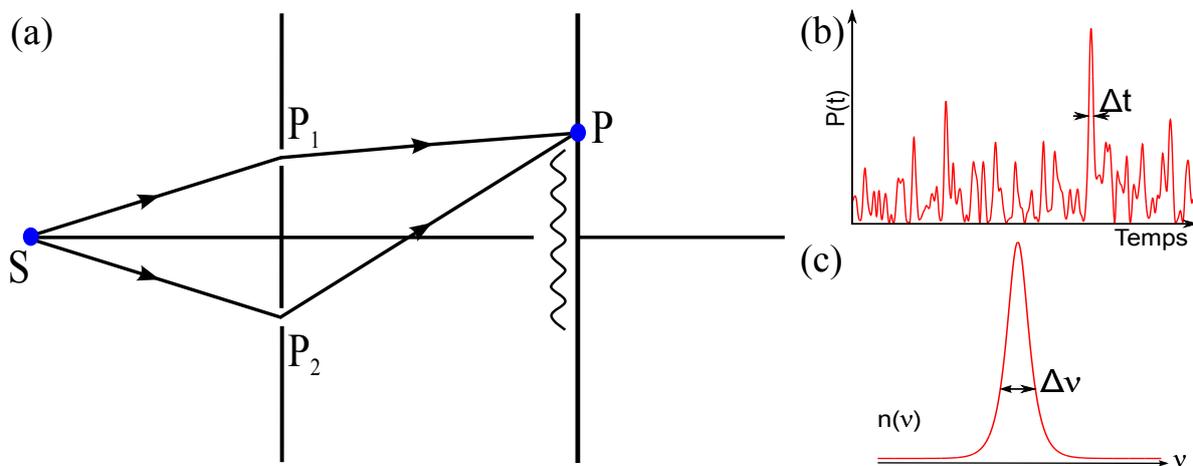


FIGURE 1.2 – (a) Expérience d'interférences lumineuses au moyen de trous d'Young. (b) Fluctuations d'une onde partiellement cohérente. (c) Spectre associé à l'onde représentée en (b).

et que nous changeons la source monochromatique par une source quasi-monochromatique alors la figure d'interférence va se brouiller pour des points de l'écran d'observation pour lesquels la différence de chemin optique ( $PP_1 - PP_2$ ) entre les deux faisceaux issus de  $P_1$  et  $P_2$  est supérieure à la longueur de cohérence  $\Delta l$  de la source utilisée. On peut définir un temps de cohérence comme étant proportionnel à la longueur de cohérence, donné par la formule suivante :  $\Delta t = \Delta l/c$ . Dans ce cas, la constante  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide et  $\Delta t$  est proportionnel à l'inverse de la largeur spectrale  $\Delta\nu$  :  $\Delta t \sim 1/\Delta\nu$ . Nous avons représenté schématiquement sur la figure 1.2(b) les fluctuations de l'onde partiellement cohérente et le spectre optique associé sur la figure 1.2(c). La largeur spectrale de l'onde étant associée au temps de cohérence, on comprend que plus la largeur spectrale sera importante, plus le temps de cohérence sera court. On obtient alors une onde partiellement cohérente dont les fluctuations seront de plus en plus rapides.

La notion de cohérence est donc relative dans un premier temps à la capacité de réaliser des franges d'interférences. Dans nos travaux, nous utilisons des ondes partiellement cohérentes au sens où leurs largeurs spectrales sont de largeurs finies. D'une manière plus générale, on peut rencontrer trois types de situation. La première a déjà été évoquée au début de cette section et concerne les sources dont la largeur spectrale est nulle, c'est-à-dire, des ondes "infiniment" cohérentes. La deuxième situation représente les ondes totalement incohérentes. Il s'agit de sources pour lesquelles la largeur spectrale est de l'ordre de grandeur de la fréquence optique (porteuse) de l'onde aléatoire, c'est-à-dire,  $\Delta\nu \simeq c/\lambda$ . Enfin, nous arrivons au cas qui nous intéresse, celui des ondes partiellement cohérentes. Il correspond à un cas intermédiaire entre les deux premières situations. En effet, la largeur spectrale est finie mais reste petite devant la fréquence optique ( $\Delta\nu \ll c/\lambda$ ).

Dans ce manuscrit, nous présentons les résultats associés à des ondes partiellement cohérentes. Cependant, nous tenons à faire remarquer qu'il est possible que le terme onde incohérente soit utilisé par mégarde pour qualifier en réalité le fait que l'onde soit partiellement cohérente.

Le champ aléatoire  $\psi(z, t)$  que nous utilisons est une enveloppe lentement variable du champ électrique  $E(z, t)$  telle que :

$$E(\vec{r}, t) = \psi(z, t)A(x, y)e^{i(kz - \omega t)} \quad (1.1)$$

Nous nous intéressons ici à l'étude du champ  $\psi(z = 0, t)$  lorsque la distance de propagation  $z$  est fixée et vaut zéro. Le champ  $\psi$  est aléatoire, c'est-à-dire que les fluctuations évoluent aléatoirement en fonction de  $t$ . On peut imaginer constituer un ensemble statistique comprenant  $n$  réalisations pour lesquelles le champ  $\psi(t)$  est différent. C'est justement l'ensemble de ces réalisations qui constitue le processus stochastique  $\psi(t)$ . Il est possible de calculer la valeur moyenne d'ensemble ou la valeur moyenne temporelle de  $\psi(t)$ . Dans le cas d'un processus aléatoire stationnaire [Goodman 00], les fluctuations temporelles sont invariantes par translation de l'origine des temps. Ce qui implique que la moyenne est indépendante du temps. De plus, si le processus stationnaire est ergodique, alors la valeur moyenne d'ensemble est égale à la valeur moyenne temporelle [Mandel et Wolf 95].

Nous avons défini précédemment notre onde partiellement cohérente au travers du temps de cohérence. Il existe un outil statistique permettant d'évaluer le degré de cohé-

rence d'une onde aléatoire. Il s'agit de la fonction d'autocorrélation<sup>2</sup> du champ  $\psi$  :

$$\Gamma(t_1, t_2) = \langle \psi(t_1)\psi^*(t_2) \rangle \quad (1.2)$$

Elle permet d'évaluer la corrélation du champ avec lui-même en deux instants différents  $t_1$  et  $t_2$ . En d'autres termes, la fonction d'autocorrélation donne une indication de la cohérence du champ après qu'un intervalle de temps  $\tau = t_1 - t_2$  se soit écoulé. Dans le cas où le champ  $\psi$  est un processus stationnaire,  $\Gamma(t_1, t_2)$  ne dépend que de  $\tau$ . On peut alors écrire :

$$\Gamma(\tau) = \langle \psi(t)\psi^*(t - \tau) \rangle \quad (1.3)$$

Par définition, le temps de cohérence  $\Delta t$  correspond à la largeur typique de la fonction d'autocorrélation. On comprend alors que plus la fonction d'autocorrélation est étroite, plus le champ est incohérent. L'équivalent dans notre système d'interférence à trous d'Young est que si  $\tau$  est très grand par rapport au temps de cohérence alors les franges sont brouillées et cela traduit une perte de cohérence dans le système.

Si le processus est stationnaire et ergodique, alors il peut être utile de calculer  $\Gamma(\tau)$  à partir d'un moyennage temporel. Cependant, comme le champ  $\psi(t)$  ne tend pas vers zéro à temps très grand alors la quantité  $\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\psi^*(t - \tau)dt$  ne converge pas. Pour cette raison, il est nécessaire d'introduire un temps d'intégration et modifier les équations précédemment établies, qui deviennent :

$$\Gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \psi(t)\psi^*(t - \tau)dt \quad (1.4)$$

De plus, il est important de pouvoir calculer la puissance moyenne de l'onde partiellement cohérente, c'est-à-dire, la valeur moyenne du module au carré du champ  $|\psi(t)|^2$  :

$$\langle |\psi(t)|^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |\psi(t)|^2 dt \quad (1.5)$$

La limite de cette intégrale nous donne la puissance optique moyenne transportée par l'onde partiellement cohérente. Ces deux notions permettent de caractériser une onde partiellement cohérente de statistique stationnaire.

**Théorème de Wiener-Khintchine** Nous allons maintenant nous intéresser à la notion de spectre optique. Prenons notre champ aléatoire stationnaire  $\psi(t)$  et considérons sa transformée de Fourier  $\tilde{\psi}(\omega)$  :

$$\tilde{\psi}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)e^{i\omega t} dt \quad (1.6)$$

Le théorème de Winer-Kitchine [Mandel et Wolf 95] relie la densité spectrale de puissance  $n(\omega)$  d'un processus stationnaire à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-

---

2. Le symbole  $\langle \rangle$  désigne par définition une moyenne d'ensemble. Lorsque le processus est ergodique, il est possible d'utiliser cette notation pour représenter le calcul de la moyenne, qu'elle soit statistique (d'ensemble) ou temporelle.

corrélation<sup>3</sup> :

$$n(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (1.10)$$

avec :

$$\langle \psi^*(\omega)\psi(\omega') \rangle = n(\omega)\delta(\omega - \omega') \quad (1.11)$$

L'équation 1.11 montre que la densité spectrale de puissance n'est pas uniquement obtenue en effectuant la transformée de Fourier du champ  $\psi$  sur lequel on effectue un moyennage statistique. En effet, une subtilité importante s'ajoute à travers le terme  $\delta(\omega - \omega')$ . On constate que le caractère stationnaire de la statistique implique que les composantes de Fourier ne sont pas corrélées.

La densité spectrale de puissance correspond au spectre optique dans une expérience d'optique. Or, le spectre optique est facilement mesurable avec un analyseur de spectre optique. On comprend alors que la mesure du spectre optique, qui représente un moment statistique d'ordre 2 du champ  $\psi$ , permet d'obtenir grâce à l'équation 1.10 une première évaluation statistique de l'onde partiellement cohérente.

**Théorème central limite** Nous avons relié la notion de spectre optique à la notion de cohérence de l'onde. Nous allons maintenant discuter du caractère statistique de l'onde partiellement cohérente formulé par le théorème central limite [Goodman 00, Papoulis et Pillai 02]. Considérons  $n$  variables aléatoires  $\{U_i\}_{i=1,n}$  que nous supposons indépendantes, de moyenne  $\{\mu_i\}_{i=1,n}$  et d'écart-type  $\{\sigma_i\}_{i=1,n}$ . La variable réelle aléatoire  $Z$  est définie telle que :

$$Z(n) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{U_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (1.12)$$

Si le nombre  $n$  de variables aléatoires tend vers l'infini, alors d'après le théorème central limite, la fonction de densité de probabilité  $p_Z(z)$  tend vers une fonction gaussienne :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \quad (1.13)$$

Dans nos expériences, le spectre optique est composé d'un grand nombre de composantes de Fourier que nous considérons indépendantes c'est-à-dire que  $\psi(t) = \sum \psi(\omega) e^{-i\omega t}$ . Dans ce cas la partie réelle  $\Re[\psi(\omega) e^{-i\omega t}]$  ainsi que la partie imaginaire  $\Im[\psi(\omega) e^{-i\omega t}]$

3. Considérons le produit de deux fonctions complexes  $\psi^*(\omega)\psi(\omega')$  sur lequel nous effectuons un moyennage statistique. On peut alors écrire :

$$\langle \psi^*(\omega)\psi(\omega') \rangle = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \langle \psi^*(t)\psi(t') \rangle e^{i(\omega't' - \omega t)} dt dt' \quad (1.7)$$

Or, on suppose que pour un processus aléatoire stationnaire,  $\langle \psi^*(t)\psi(t') \rangle = \Gamma(\tau)$ . En utilisant cette formule dans l'équation 1.8 et en effectuant le changement de variable  $\tau = t' - t$ . On obtient l'équation suivante :

$$\langle \psi^*(\omega)\psi(\omega') \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\omega' - \omega)t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \Gamma(\tau) e^{i\omega\tau} \quad (1.8)$$

$$\langle \psi^*(\omega)\psi(\omega') \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\omega' - \omega)t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \Gamma(\tau) e^{i\omega\tau} \iff \langle \psi^*(\omega)\psi(\omega') \rangle = n(\omega)\delta(\omega - \omega') \quad (1.9)$$

peuvent être identifiées à la formule 1.12 où nous considérons que la valeur moyenne de  $\langle \psi(\omega) \rangle$  vaut zéro c'est-à-dire que  $\mu_i = 0$ . Par conséquent, nous obtenons une onde partiellement cohérente dont la partie réelle et imaginaire possèdent une statistique gaussienne centrée en zéro. De plus, sachant que le champ  $\psi$  est un processus stationnaire et que l'ensemble des composantes de Fourier sont non corrélées les unes aux autres alors on peut montrer que les parties réelle et imaginaire sont statistiquement indépendantes c'est-à-dire que  $\langle \Re[\psi] \Im[\psi] \rangle = 0$ . Dans le cas de nos simulations numériques, une façon possible de réaliser cette hypothèse est d'introduire des phases aléatoires sur chacune des composantes de Fourier.

**Modélisation d'une onde partiellement cohérente dans nos simulations numériques** Nous allons maintenant nous intéresser aux aspects de modélisation de notre onde partiellement cohérente. Il existe deux manières simples de générer une onde partiellement cohérente. Il est possible d'utiliser le modèle des amplitudes et phases aléatoires ou le modèle des phases aléatoires [Nazarenko 11]. Les amplitudes et phases considérées sont celles des composantes de Fourier. Dans l'ensemble des simulations numériques que nous avons réalisées, l'hypothèse des phases aléatoires a été privilégiée. Cependant, toutes les simulations numériques ont été vérifiées à l'aide de la seconde hypothèse. Notons que dans les deux cas, toutes les phases  $\phi(\omega)$  des modes de Fourier sont aléatoirement réparties dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$ . En appliquant cette méthode, nous obtenons un champ partiellement cohérent dont les parties réelle  $R_0(t) = \Re[\psi(t)]$  et imaginaire  $\text{Im}_0(t) = \Im[\psi(t)]$  sont statistiquement indépendantes. Nous avons représenté sur la figure 1.3(a) l'évolution temporelle de la partie réelle du champ  $R_0(t)$ .

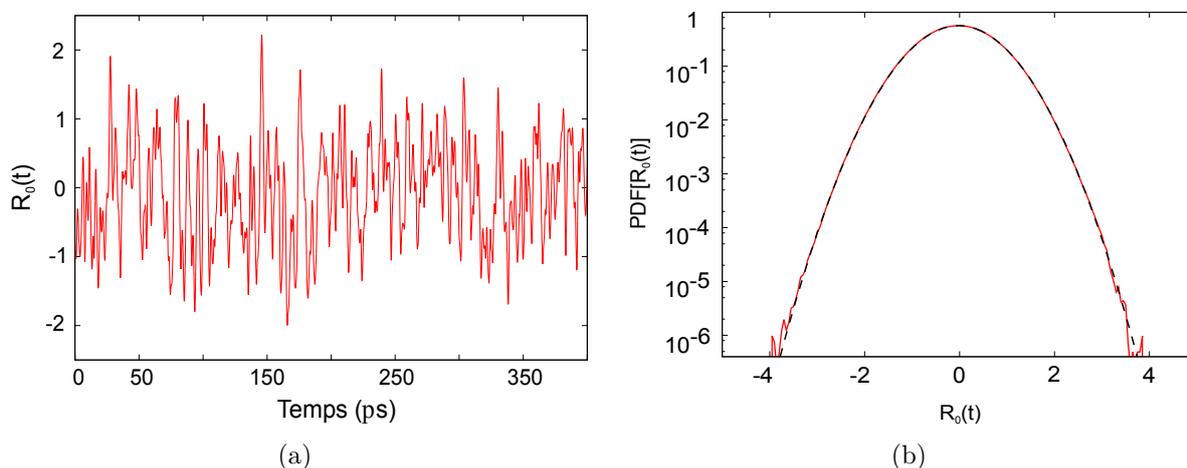


FIGURE 1.3 – (a) Fluctuations temporelles de la partie réelle du champ partiellement cohérent. (b) Distribution de probabilité correspondante. Distribution gaussienne tracée en pointillé noir.

En optique, la variable naturellement observée est l'intensité du champ qui est proportionnelle à  $|\psi(t, z = 0)|^2$ . Il est possible de déterminer la forme de la distribution de probabilité de  $|\psi(t, z = 0)|^2$  (annexe A). Dans le cas où les parties réelle et imaginaire sont statistiquement indépendantes et possèdent une statistique gaussienne, alors la

distribution de probabilité de l'intensité suit une distribution exponentielle :

$$p(I) = \exp(-I) \quad (1.14)$$

Nous avons représenté sur la figure 1.4(a) l'intensité du champ partiellement cohérent  $|\psi(t, z = 0)|^2$ . On peut constater que les fluctuations d'intensité sont fortement contrastées. Cette remarque a priori évidente prendra tout son sens dans la section 1.2.3.2 au moment de l'étude des ondes planes bruitées. La distribution de probabilité de  $|\psi(t, z = 0)|^2$  associée aux fluctuations d'intensité de l'onde partiellement cohérente est représentée sur la figure 1.4(b) où la distribution exponentielle (formule 1.14) est superposée en pointillé noir.

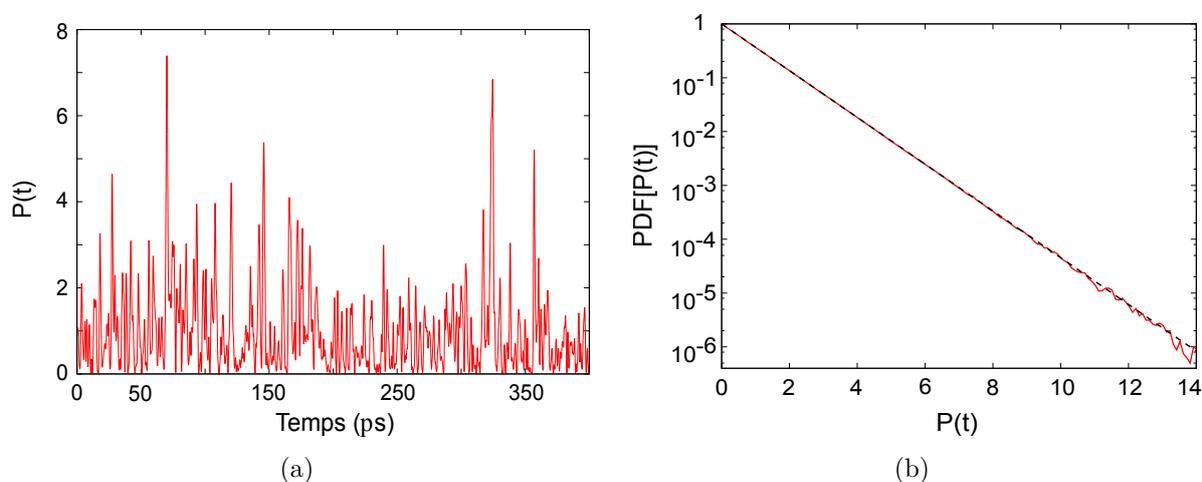


FIGURE 1.4 – (a) Fluctuations temporelles d'intensité d'un champ partiellement cohérent. (b) Distribution de probabilité correspondante. Distribution exponentielle tracée en pointillé noir.

### 1.1.1.2 Optique non linéaire

L'optique non linéaire concerne l'étude des phénomènes apparaissant suite à la modification des propriétés optiques de la matière sous l'action d'un rayonnement électromagnétique intense. L'optique non linéaire s'est principalement développée suite à l'émergence des premiers lasers en 1960 [Maiman 60] et à la démonstration par Franken *et al.* de la génération de seconde harmonique [Franken *et al.* 61].

Si on s'intéresse à la polarisation électronique  $P$  du milieu alors  $P$  s'exprime à l'aide des puissances successives du champ électrique<sup>4</sup>  $E$  :

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + (\epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 \dots) \quad (1.15)$$

$$P = P_L + P_{NL} \quad (1.16)$$

4. Nous considérons déjà ici l'hypothèse que le champ est polarisé dans une direction donnée. Dans le cas contraire, la polarisation doit s'écrire de manière vectorielle en impliquant une notation tensorielle pour les susceptibilités d'ordre  $n$ ,  $\chi^{(n)}$ .

où  $\epsilon_0$  est la permittivité électrique du vide,  $\chi^{(2)}$  et  $\chi^{(3)}$  sont les susceptibilités non linéaires d'ordre 2 et 3. La polarisation de second-ordre  $P^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2$  est présente uniquement dans les milieux non-centrosymétriques. Elle est responsable entre autre de la génération de seconde harmonique et de la somme de fréquence [Boyd 92, Newell et Moloney 92]. Ce type de milieu correspond à certains types de cristaux comme par exemple le cristal de BBO [Chen *et al.* 87] que nous utilisons dans le troisième chapitre. Par contre, la polarisation d'ordre 3 est présente aussi bien dans les milieux centrosymétriques que non-centrosymétriques. Un exemple de milieu non linéaire centrosymétrique est le verre constituant la fibre optique [Agrawal 13].

Dans un milieu non linéaire, les équations de Maxwell permettent de décrire la propagation du champ électrique  $E$  [Boyd 92] :

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \quad (1.17)$$

où  $n$  est l'indice de refraction,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide et  $\nabla^2 E$  le laplacien transverse à trois dimensions.

Dans le cas où le milieu de propagation non linéaire est la fibre optique, il est possible de montrer qu'en développant l'équation 1.17, on obtient l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée qui permet de décrire la propagation du champ  $\psi(z, t)$  [Newell et Moloney 92, Agrawal 13] :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \left[ \frac{\alpha}{2} \psi - \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta^k \frac{\partial^k \psi}{\partial t^k} \right] = \left[ i\gamma \left( 1 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \psi(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |\psi(z, t-t')|^2 dt' \right) \right] \quad (1.18)$$

où  $t$  est un temps retardé tel que  $t = t' - \beta_1 z$  [Agrawal 13]. On peut distinguer deux parties dans l'équation 1.18. L'encadré bleu englobe les effets linéaires, constitués des pertes (coefficient  $\alpha$ ) et de la dispersion. L'encadré vert englobe, quant à lui, les effets non linéaires dont l'importance est déterminée par le paramètre  $\gamma$ . La réponse non linéaire totale du matériau au champ électromagnétique  $R(t')$  prend en compte la réponse non linéaire instantanée (effet Kerr) ainsi que la réponse Raman retardée.

Dans le cas où le champ  $\psi(z, t)$  évolue plus lentement que la réponse non linéaire totale [Agrawal 13], on peut simplifier l'équation 1.18 et ainsi obtenir l'équation suivante :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} \psi - \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta^k \frac{\partial^k \psi}{\partial t^k} = i\gamma \left( |\psi|^2 \psi + i\tau_{shock} \frac{\partial |\psi|^2 \psi}{\partial t} - T_R \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right) \quad (1.19)$$

Dans l'équation 1.19, les termes non linéaires sont simplifiés. On peut distinguer l'effet Kerr (responsable de l'automodulation de phase [Stolen et Lin 78], de la modulation de phase croisée [Islam *et al.* 87] et du mélange à quatre ondes [Boyd 92]), le phénomène d'auto-raïdissement (responsable de la formation de chocs optiques [Anderson et Lisak 83]) et enfin l'effet Raman (responsable de l'auto-décalage de fréquence [Mitschke et Mollenauer 86, Gordon 86]). Il existe un moyen d'évaluer l'importance de ces effets dans une fibre optique en calculant les longueurs caractéristiques propres à chacun d'eux. Pour cela, on considère une impulsion de largeur  $T_0$  et de puissance crête  $P_0$ . La longueur de pertes s'écrit :

$$L_\alpha = \frac{1}{\alpha} \quad (1.20)$$

la longueur non linéaire :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (1.21)$$

la longueur de choc :

$$L_s = L_{nl} \times \omega_0 T_0 \quad (1.22)$$

la longueur Raman :

$$L_{TR} = \frac{L_{nl} \times T_0}{T_R} \quad (1.23)$$

Les longueurs caractéristiques des effets de dispersion d'ordre 2 et 3 sont données par les équations suivantes :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (1.24)$$

$$L'_D = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \quad (1.25)$$

Nous avons présenté ici plus particulièrement l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée puisque le milieu non linéaire que nous utilisons est la fibre optique. Cependant, il est possible à partir de l'équation 1.17 d'étudier l'interaction entre deux ondes, notamment dans la génération de nouvelles fréquences<sup>5</sup>. Par ailleurs, l'étude de la propagation d'ondes partiellement cohérentes dans des milieux non linéaires nécessite l'utilisation de concepts issus de l'optique statistique et de l'optique non linéaire. Ce nouveau champ d'étude, que nous appelons optique non linéaire statistique, fait l'objet de la section suivante.

### 1.1.1.3 Optique non linéaire statistique

Dans la section 1.1.1.1, nous avons discuté de l'approche de l'optique statistique afin d'étudier la nature aléatoire des sources partiellement cohérentes. Puis, nous avons rapidement évoqué l'apport de l'optique non linéaire dans l'interaction entre l'onde électromagnétique et le milieu dans lequel elle se propage. Ces dernières années, un domaine de recherche mêlant les aspects statistiques et non linéaires s'est développé et porte le nom d'optique non linéaire statistique.

On peut, sans doute, dater les premières expériences d'optique non linéaire statistique dans les années 90 avec la génération de solitons incohérents dans des cristaux photoréfractifs [Mitchell *et al.* 96, Mitchell et Segev 97]. Sur le plan théorique, l'exploitation de la théorie de la turbulence d'onde [Zakharov *et al.* 92, Frisch 95] en optique a donné un éclairage fondamental concernant le couplage entre non linéarité et comportement aléatoire. La théorie de la turbulence d'onde fournit une description thermodynamique hors équilibre du système d'ondes [Picozzi *et al.* 14]. Dans le régime de propagation faiblement non linéaire on peut développer une théorie cinétique de la turbulence d'onde [Picozzi *et al.* 14] et effectuer une analogie avec la théorie cinétique des gaz [Picozzi 07]. Par ailleurs, la théorie de la turbulence faible a été développée dans des systèmes variés caractérisés par le temps

---

5. Nous verrons dans le troisième chapitre que nous nous intéressons en particulier à la somme de fréquence. Nous avons notamment écrit les équations de propagation dans un cas particulier d'*up-conversion* dans l'annexe B

de réponse du matériau non linéaire, ou encore dans des systèmes possédants une dynamique spatiale aussi bien que temporelle [Garnier et Picozzi 10, Picozzi et Garnier 11, Kibler *et al.* 12a, Garnier *et al.* 12, Picozzi *et al.* 14].

Sur le plan expérimental, peu d'expériences d'optique ont été réalisées dans le domaine de la turbulence d'onde. On peut citer les travaux expérimentaux comparant les résultats numériques à la réalité expérimentale, comme par exemple, dans les processus de verrouillage de vitesses d'ondes incohérentes [Pitois *et al.* 06], dans une approche particulière de thermalisation dans les supercontinua [Barviau *et al.* 09], en thermalisation anormale [Suret *et al.* 10], ou encore dans l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [Suret *et al.* 11]. Cependant, le cadre expérimental reste limité à cause des effets parasites tels que la diffusion Raman, l'effet Brillouin, les ordres supérieurs de la dispersion ou simplement le rôle des pertes. Dans la section 1.1.2.3, nous présenterons les travaux numériques de la turbulence faible effectués dans le cadre de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [Janssen 03, Soh *et al.* 10, Suret *et al.* 11]. Enfin, nous verrons dans la section 1.3.1 le phénomène de turbulence intégrable récemment développé par Zakharov [Zakharov 09, Zakharov et Gelash 13]. Ce champ d'activité fait partie intégrante du domaine de l'optique non linéaire statistique et correspond notamment au cadre théorique des études réalisées dans le deuxième et troisième chapitre.

## 1.1.2 Propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes : évolution du spectre optique

Dans la section 1.1.1.1 en rapport avec l'optique statistique linéaire, nous avons expliqué que la fonction d'autocorrélation permet de caractériser la cohérence d'une onde aléatoire. Plus particulièrement, nous avons montré au travers du théorème de Wiener-Khintchine le lien entre spectre optique et fonction d'autocorrélation. En d'autres termes, en mesurant expérimentalement le spectre optique d'une onde partiellement cohérente, nous faisons déjà une étude statistique. En effet, la mesure du spectre nous donne une information sur le moment d'ordre 2 du champ aléatoire. Dans la réalité expérimentale, il est possible d'effectuer ce type de mesure en utilisant par exemple un analyseur de spectre optique. Dans cette section, nous allons discuter des études s'intéressant à la propagation d'une onde partiellement cohérente et aux résultats obtenus dans ces différents contextes.

### 1.1.2.1 Expériences

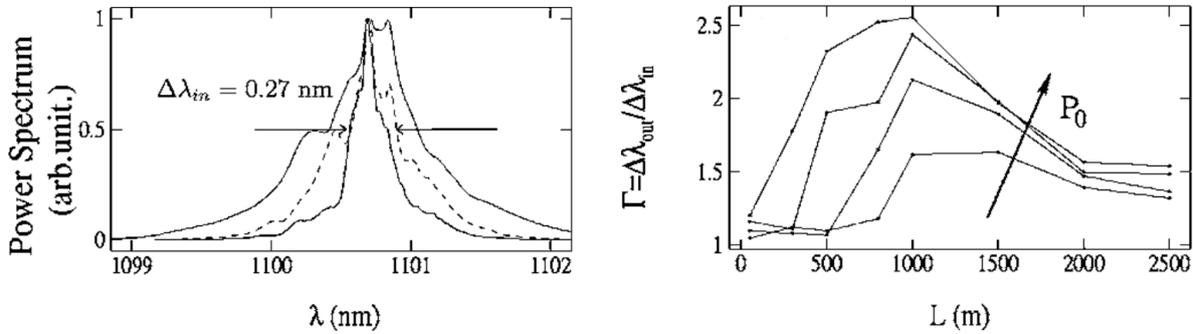
A notre connaissance, il existe peu d'expériences en optique s'intéressant aux ondes partiellement cohérentes dont la propagation est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Plus particulièrement, nous sous-entendons ici que la propagation s'effectue dans un régime où la dispersion d'ordre 2 ainsi que l'effet Kerr contribuent de manière simultanée à l'élargissement du spectre optique. En 2006, B. Barviau *et al.* se sont placés dans ce cadre d'étude [Barviau *et al.* 06], en régime fortement non linéaire, qui est différent de celui de la turbulence faible (section 1.1.2.3) ou encore du régime de pure auto-modulation de phase (section 1.1.2.2).

Dans le travail de Barviau *et al.*, les auteurs étudient l'élargissement spectral de l'onde partiellement cohérente dans une fibre optique monomode en régime de dispersion normale. Puis, les auteurs comparent leurs résultats à la simulation numérique de l'équation

de Schrödinger non linéaire à une dimension.

La figure 1.5 illustre, d'une part, la mesure du spectre optique à trois distances de propagation. D'autre part, les auteurs calculent l'élargissement spectral pour de plus grandes distances. Barviau *et al.* montrent que le spectre s'élargit fortement au début de la propagation à cause du mélange à quatre ondes. Cependant, le comportement est intéressant car, comme on peut le constater sur la figure 1.5(b), l'élargissement spectral n'est pas infiniment monotone : il finit par diminuer et conserver une valeur constante à grande distance de propagation.

Ce comportement non trivial du spectre optique d'une onde partiellement cohérente dont la propagation est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension se place en réalité dans le contexte particulier de la turbulence intégrable, récemment introduit par Zakharov [Zakharov 09] et que nous discuterons dans la section 1.3.



(a) Onde partiellement cohérente en noir et trait épais. Propagation en pointillés et en trait plein

(b) Etude de l'élargissement spectrale en fonction de la propagation. Largeur normalisée par rapport à la largeur spectrale en  $z=0$

FIGURE 1.5 – (a) Elargissement du spectre d'une onde partiellement cohérente au cours de la propagation dans une fibre optique en régime de dispersion normale. (b) Evolution de la largeur spectrale en fonction de la distance de propagation. Illustrations issues de l'article [Barviau *et al.* 06]

Au début des années 2000, une approche différente de celle utilisée dans ce manuscrit a été considérée afin d'expliquer l'élargissement spectral d'une onde partiellement cohérente. Cette approche consiste à modéliser l'onde partiellement cohérente, non pas à partir d'un modèle multimode [Barviau *et al.* 06] dont le spectre est composé d'un grand nombre de modes de Fourier de phases aléatoires, mais, à partir d'un modèle monotone de diffusion de phase. La condition initiale prend par exemple la forme suivante [Mussot *et al.* 04] :

$$\psi(z = 0, t) = \sqrt{P_0} e^{i\phi(t)} \quad (1.26)$$

où  $\sqrt{P_0}$  est un terme constant correspond à la racine carré de la puissance moyenne de l'onde continue. La phase est quant à elle une fonction aléatoire. Dans ce cas, on obtient dans l'espace de Fourier un spectre de puissance lorentzien. Les auteurs, par exemple [Mussot *et al.* 04], montrent que l'élargissement spectral décrit correctement celui obtenu dans l'expérience à partir d'un laser multimode longitudinal dans une équation de Schrödinger non linéaire où les termes de dispersion jusqu'à l'ordre 4 sont pris en compte.

Cependant, ce modèle de diffusion de phase possède l'inconvénient de ne pas considérer le caractère aléatoire de l'ensemble des modes de Fourier constituant le spectre de l'onde partiellement cohérente. Autrement dit, les fluctuations de puissance de la condition initiale ne sont pas considérées. Par ailleurs, ce type de condition initiale a également été utilisé dans d'autres contextes, comme dans l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [Anderson *et al.* 04, Cavalcanti *et al.* 95] ou plusieurs dimension [Hall *et al.* 02].

Dans les sections suivantes, nous allons discuter des résultats théoriques obtenus dans différents contextes (régime de pure auto-modulation de phase, turbulence d'onde, supercontinuum et laser raman) et qui se sont intéressés à la statistique et donc également à l'élargissement du spectre d'une onde partiellement cohérente.

### 1.1.2.2 Influence de l'auto-modulation de phase

En optique fibrée, l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée (équation 1.19) est utilisée pour décrire la propagation des ondes [Agrawal 13]. Les deux effets principaux compris dans cette équation sont la dispersion et l'effet Kerr. En 1991, J. T. Manassah étudia l'influence de l'automodulation de phase sur la propagation d'une onde incohérente en l'absence des termes linéaires (pertes et dispersion) [Manassah 91]. Dans ce cas l'équation de Schrödinger non linéaire devient :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\gamma |\psi|^2 \psi \quad (1.27)$$

La phase non linéaire induite par la propagation ne va pas modifier les fluctuations d'intensités, c'est-à-dire que :

$$|\psi(z = L, t)|^2 = |\psi(z = 0, t)|^2 \quad (1.28)$$

En ce qui concerne l'étude du comportement spectral, il est nécessaire de résoudre l'équation 1.27. C'est une équation différentielle du premier ordre dont il est possible de trouver une solution analytique simple :

$$\psi(z = L, t) = \psi(z = 0, t) e^{i\gamma |\psi(z=0,t)|^2 L} \quad (1.29)$$

La solution 1.29 de l'équation 1.27 montre que le champ se propageant dans la fibre possède un terme de phase non linéaire dépendant du temps et augmentant avec la distance de propagation. La dépendance en temps de ce terme modifie la forme du spectre optique de l'onde [Agrawal 13]. Dans son étude de 1991, J. T. Manassah a montré que le champ devenait de plus en plus incohérent au cours de la propagation. Ce comportement est caractérisé par une diminution du temps de corrélation associée à l'élargissement spectral. L'étalement du spectre de l'onde s'effectue de manière monotone en fonction de  $z$ . Comme le montre l'équation 1.28, les fluctuations temporelles d'intensité n'évoluent pas. On peut alors affirmer que la distribution de probabilité de la puissance optique reste constante au cours de la propagation. Pourtant, le spectre s'élargit et la cohérence diminue. Il semble donc à première vue que l'effet seul de la non linéarité ne suffise pas à modifier la statistique de l'onde incohérente<sup>6</sup>.

6. Nous verrons dans le deuxième chapitre l'évolution non triviale de la statistique en fonction des échelles considérées.

### 1.1.2.3 Régime faiblement non linéaire : théorie de la turbulence faible

Nous avons discuté dans la section 1.1.2.2 l'influence de la non linéarité sur la propagation d'une onde partiellement cohérente. Le spectre optique ne cesse de s'élargir alors que la distribution de probabilité de la puissance optique reste constante au cours de la propagation. Nous allons maintenant discuter des résultats obtenus dans le cas où la dispersion domine l'effet non linéaire, considéré comme perturbatif. Ce cadre d'étude correspond à la théorie de la turbulence faible.

La théorie de la turbulence faible ou théorie cinétique des ondes [Zakharov *et al.* 92] a été historiquement développée dans le cadre de l'hydrodynamique [Hasselmann 62, Hasselmann 63] et de la physique des plasmas [Tsytovich 70]. Elle permet de décrire la formation du spectre moyen du champ dans des systèmes d'ondes hamiltoniens dans lesquels les équations régissant la propagation sont non intégrables. Dans le cas où le système est décrit par une équation de Schrödinger non linéaire alors la dimension du système d'ondes doit être supérieure ou égale à 2. Dans un premier temps, nous allons présenter la théorie de la turbulence faible pour un système décrit par l'équation de Schrödinger non linéaire à deux dimensions. Puis, nous verrons les récents développements effectués dans le cas particulier d'un système unidimensionnel.

Dans un milieu non dissipatif et non linéaire, l'évolution du champ aléatoire complexe  $\psi(t, \vec{r})$  obéit à l'équation suivante [Dyachenko *et al.* 92] :

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} + \nabla\psi + \alpha|\psi|^2\psi = 0 \quad (1.30)$$

où  $\nabla$  est l'opérateur Laplacien transverse. Le paramètre  $\alpha$  est lié au type de régime considéré, focalisant ( $\alpha = 1$ ) ou défocalisant ( $\alpha = -1$ ). L'équation 1.30 conserve trois intégrales, constantes au cours de l'évolution de l'onde et appelées constantes du mouvement :

- Le nombre de particule ou puissance moyenne :  $N = \int |\psi|^2 d\vec{r}$ .
- L'hamiltonien total du système (ou énergie) :  $H = \int (|\nabla\psi|^2 - \frac{1}{2}\alpha|\psi|^4) d\vec{r}$ .
- Le moment :  $\vec{P} = \frac{1}{2}i \int (\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi) d\vec{r}$

En appliquant la transformée de Fourier de l'équation 1.30, on peut écrire :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega(k)\right)\psi(\vec{k}) = \frac{i\alpha}{(2\pi)^2} \int \psi_{k_1}^* \psi_{k_2} \psi_{k_3} \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 \quad (1.31)$$

Comme nous l'avons expliqué précédemment, la théorie cinétique des ondes permet de décrire l'évolution du spectre optique moyen du champ qui correspond comme nous l'avons vu dans la section 1.1.1.1 au moment statistique d'ordre 2 :  $\langle \psi(t, \vec{k}_1) \psi^*(t, \vec{k}_1) \rangle = n_{\vec{k}_1}(z) \delta_{\vec{k}_1 - \vec{k}_2}$ . A partir de l'équation 1.31, il est possible d'écrire l'évolution du moment d'ordre 2 et de montrer qu'il dépend du moment d'ordre 4. De la même manière, si l'on développe une équation sur le moment d'ordre 4, on montre alors que celle-ci dépend du moment d'ordre 6. Cette hiérarchie des moments de l'onde est tout à fait classique dans la théorie de la turbulence faible. En supposant que la statistique du champ est proche de la statistique gaussienne, alors il est possible d'effectuer une opération appelé fermeture des moments. Cette relation permet d'exprimer le moment d'ordre 6 du champ en fonction d'une somme de moments d'ordre 2 et ainsi de fermer l'équation d'évolution du spectre optique moyen de l'onde. En effectuant cette opération, on peut développer l'équation 1.31 afin d'écrire une équation cinétique irréversible permettant de décrire l'évolution

du spectre moyen du champ au cours de la propagation [Dyachenko *et al.* 92] :

$$\frac{\partial n_{\vec{k}}}{\partial t} = \frac{4\pi\alpha^2}{(2\pi)^4} \int (n_{k_1}n_{k_2}n_{k_3} + n_k n_{k_1} n_{k_2} - n_k n_{k_1} n_{k_3} - n_k n_{k_1} n_{k_2}) \times \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) \delta(\omega_k + \omega_{k_1} - \omega_{k_2} - \omega_{k_3}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 \quad (1.32)$$

Pour des systèmes décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire de dimension supérieure ou égale à 2, et à grandes distances de propagation, le système peut évoluer vers un état d'équilibre thermodynamique. Cet état d'équilibre est caractérisé par une augmentation du désordre (entropie) du système associé à un processus de thermalisation de l'onde. Ce processus de thermalisation est associé à une équipartition de l'énergie des modes du champ [Dyachenko *et al.* 92, Picozzi 07, Zakharov *et al.* 92]. Par ailleurs, il est possible de montrer que l'augmentation de l'entropie peut également amener à un phénomène de condensation d'onde. La condensation d'onde prédit que l'énergie du système se localise dans le mode fondamental ainsi qu'à une équipartition d'énergie dans les autres modes [Connaughton *et al.* 05, Picozzi et Rica 12, Aschieri *et al.* 11].

Dans le cadre de ce mémoire, nous utilisons l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous allons maintenant discuter de la théorie de la turbulence d'onde dans ce système. Nous avons écrit l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension sous une forme adimensionnée. A l'inverse de l'équation 1.30, l'évolution de l'onde se fait suivant l'espace et non le temps :

$$i \frac{\partial \psi(t, z)}{\partial z} = -\sigma \frac{\partial^2 \psi(t, z)}{\partial t^2} + |\psi(t, z)|^2 \psi(t, z) \quad (1.33)$$

où  $\sigma$  caractérise le signe de la dispersion.

En supposant que la statistique du champ demeure proche de la statistique gaussienne au cours de la propagation et en appliquant la relation de fermeture des moments, il est possible d'écrire une équation cinétique décrivant l'évolution du spectre optique moyen du champ [Newell *et al.* 01, Zakharov *et al.* 01] :

$$\frac{\partial n_{\omega_1}(z)}{\partial z} = \frac{1}{\pi} \int \int \int d\omega_{2-4} \mathcal{N}(z) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \delta(\Delta k) \quad (1.34)$$

où  $\mathcal{N}(z) = n_{\omega_1}(z)n_{\omega_3}(z)n_{\omega_4}(z) + n_{\omega_2}(z)n_{\omega_3}(z)n_{\omega_4}(z) - n_{\omega_1}(z)n_{\omega_2}(z)n_{\omega_3}(z) - n_{\omega_1}(z)n_{\omega_2}(z)n_{\omega_4}(z)$  et  $\Delta k = k(\omega_1) + k(\omega_2) - k(\omega_3) - k(\omega_4)$ . Le membre de droite de l'équation 1.34 est appelé terme de collision [Zakharov *et al.* 92]. L'élargissement du spectre optique se fait par mélange à quatre ondes. Cependant, il faut considérer une combinaison non triviale du mélange à quatre ondes sur l'ensemble des modes constituant le spectre optique. L'efficacité du mélange à quatre ondes est conditionnée par les résonances induites par les distributions de Dirac  $\delta$ .

Dans un système à une dimension comme l'équation 1.33, les échanges d'énergie entre les modes dans le spectre optique respectent les conditions d'accord de phase suivantes :

$$k_1 + k_2 = k_3 + k_4 \quad (1.35)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \quad (1.36)$$

En utilisant la relation de dispersion dans l'équation 1.35 ( $k = -\sigma\omega^2$ ), et supposant que  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont connues, il est possible de résoudre le système d'équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} \omega_1^2 + \omega_2^2 = \omega_3^2 + \omega_4^2 \\ \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \end{cases} \quad (1.37)$$

On montre<sup>7</sup> que l'on obtient les solutions données par l'équation 1.41.

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_3 & \text{et} & \omega_2 = \omega_4 \\ & \text{ou} & \\ \omega_1 = \omega_4 & \text{et} & \omega_2 = \omega_3 \end{cases} \quad (1.41)$$

Pour une équation intégrable, il n'existe donc pas de conditions de résonance non triviales dans le mélange à quatre ondes [Zakharov *et al.* 01, Janssen 03, Zakharov *et al.* 04, Laurie *et al.* 12]. Nous entendons par non trivial le fait qu'il n'existe pas d'échanges d'énergies non linéaires entre les modes autres que ceux définis par ces paires de fréquences. Si nous appliquons maintenant ces conditions dans le membre de droite de l'équation 1.34 alors nous obtenons :

$$\frac{\partial n_{\omega_1}(z)}{\partial z} = 0 \quad (1.42)$$

On peut constater avec l'équation 1.42 que la théorie cinétique des ondes **usuelle** ne permet pas de décrire l'évolution du spectre optique moyen au cours de la propagation.

P. Janssen a décrit en hydrodynamique l'influence du mélange à quatre ondes dans l'évolution du spectre et de la statistique des ondes de surface [Janssen 03] en conservant les termes résonants (c'est-à-dire,  $\omega_1 + \omega_2 \neq \omega_3 + \omega_4$ ). Dans le cadre de la théorie de la turbulence d'onde, P. Janssen établit une équation en fonction des moments d'ordres supérieurs du champ. Il montre qu'il est possible de relier à un paramètre statistique de forme tel que le kurtosis le moment d'ordre 4 de l'onde. Cette opération permet à P. Janssen d'étudier comment une petite quantité d'énergie non linéaire peut influencer les changements spectraux et statistiques d'une onde incohérente dans un système à une dimension. Nous présenterons plus en détails à la fin de ce chapitre (section 1.3.4) les principaux résultats de cette étude.

Quelques années plus tard, des travaux en optique ont prouvé expérimentalement que le spectre d'une onde partiellement cohérente peut s'élargir suite à une propagation non linéaire dans une fibre optique [Barviau *et al.* 06]. En 2010, de façon complémentaire au travail de P. Janssen, Soh *et al.* ainsi que Suret *et al.* ont modifié l'approche traditionnelle de la turbulence faible afin de décrire les systèmes dont l'équation de propagation est donnée

---

7. A partir de l'équation 1.37, on peut écrire :

$$\begin{cases} (\omega_1 + \omega_3)(\omega_1 - \omega_3) = (\omega_4 + \omega_2)(\omega_4 - \omega_2) \\ \omega_1 - \omega_3 = \omega_4 - \omega_2 \end{cases} \quad (1.38)$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_3 \\ (\omega_4 + \omega_2)(\omega_4 - \omega_2) = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \omega_1 + \omega_3 = \omega_4 + \omega_2 \\ \omega_1 - \omega_3 = \omega_4 - \omega_2 \end{cases} \quad (1.39)$$

Ce qui est équivalent à :

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_3 \\ \omega_4 = \omega_2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \omega_1 = \omega_4 \\ \omega_3 = \omega_2 \end{cases} \quad (1.40)$$

par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [Soh *et al.* 10, Suret *et al.* 11]. Plus particulièrement, Suret *et al.* ont modifié la théorie de la turbulence d'onde en écrivant une équation cinétique gouvernant l'évolution du moment d'ordre 2 du champ. Ce traitement analytique permet d'obtenir une équation cinétique dans laquelle le terme de collision est différent de zéro [Suret *et al.* 11] :

$$\frac{\partial n_{\omega_1}(z)}{\partial z} = \frac{1}{\pi^2} \int \int d\omega_{3-4} n_{\omega_3}(z=0)n_{\omega_4}(z=0)n_{\omega_3+\omega_4-\omega_1}(z=0) \frac{\sin(\Delta kz)}{\Delta k} - \frac{n_{\omega_1}(z=0)}{\pi^2} \int \int d\omega_{3-4} n_{\omega_3}(z=0)n_{\omega_4}(z=0) \frac{\sin(\Delta kz)}{\Delta k} \quad (1.43)$$

La première intégrale du membre de droite contribue à expliquer l'évolution des ailes du spectre alors que la seconde intégrale décrit principalement les changements dans le corps du spectre. Plus particulièrement, Suret *et al.* ont montré que la contribution dominante d'échanges d'énergies entre les modes dans les ailes du spectre se fait entre paires de fréquence  $(\omega_1/3; -\omega_1/3)$  et  $(\omega_1/3; \omega_1)$ . Cette démonstration est valide dans le cas où le spectre de la condition initiale est de forme gaussienne ou hyper-gaussienne. La figure 1.6 représente le spectre optique obtenu après propagation en régime faiblement non linéaire et notamment l'interaction entre les paires de fréquences.

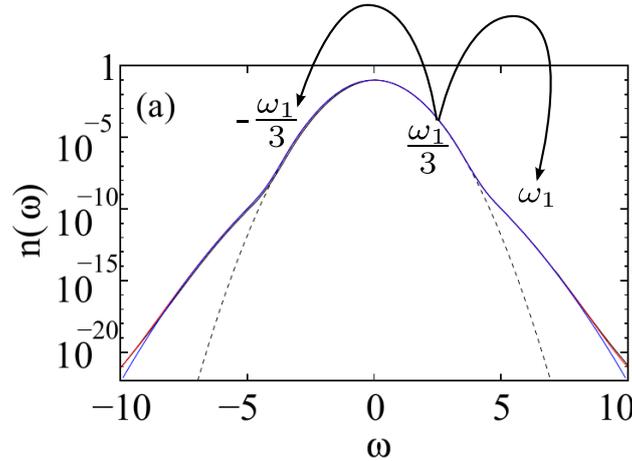


FIGURE 1.6 – Propagation faiblement non linéaire d'une onde incohérente de spectre optique gaussien (traits pointillés). Comparaison entre intégration numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension en noir et l'équation 1.43 en bleu. Illustration issue de l'article [Suret *et al.* 11]

Nous avons discuté au sein de cette section de la théorie de la turbulence d'onde dite également théorie cinétique des ondes. Nous avons expliqué que cette théorie permet d'étudier la propagation d'une onde partiellement cohérente dans un régime de propagation où les effets non linéaires sont considérés comme perturbatifs. Dans ce cas, l'une des hypothèses est que la statistique de l'onde aléatoire doit rester proche de la statistique gaussienne au cours de la propagation. Sous cette condition il est possible de développer une équation cinétique décrivant l'évolution du spectre moyen du champ. Dans ce mémoire, nous nous plaçons dans un système d'ondes unidimensionnel dont l'équation de

propagation est donnée par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. En particulier, nous nous intéressons à l'influence des effets non linéaires sur la modification de la statistique de l'onde partiellement cohérente. La théorie de la turbulence d'onde appliquée à l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension ne peut traiter que du cas faiblement non linéaire. Notre étude s'inscrit dans le cadre plus général (éventuellement fortement non linéaire) de la turbulence intégrable introduit par Zakharov et que nous discuterons dans la section 1.3 de ce chapitre. Avant cela, nous souhaitons discuter de systèmes plus complexes utilisant à la fois des termes linéaires et non linéaires afin de décrire l'évolution statistique d'une onde partiellement cohérente. L'objectif de cette démarche est de donner une vue d'ensemble en optique des travaux réalisés pour l'étude statistique des ondes partiellement cohérentes.

### 1.1.2.4 Génération de Supercontinuum

Dans les sections 1.1.2.2 et 1.1.2.3, nous avons discuté du cas où l'équation de Schrödinger non linéaire ne possédait aucun terme linéaire ( $\beta_2 = 0$ ) et à l'opposé le cas où dans cette équation les effets non linéaires sont considérés comme perturbatifs. Ces dernières années, des études ont cherché à étudier une onde partiellement cohérente générée à partir d'une condition initiale impulsionnelle. Dans ces travaux, la présence simultanée des effets linéaires et non linéaires d'ordres supérieurs dans l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée contribue à obtenir une onde partiellement cohérente dont la largeur spectrale est de l'ordre de la centaine de THz. Ce phénomène, appelé supercontinuum, est souvent obtenu par la propagation d'impulsions femtosecondes ou picosecondes dans une fibre optique [Dudley *et al.* 06]. Nous allons rapidement présenter dans cette section les résultats obtenus dans ce champ d'activité et notamment ceux permettant de traiter de la statistique de l'onde partiellement cohérente générée.

Le phénomène de génération de supercontinuum a été observé, pour la première fois, au début des années 70 dans un verre de borosilicate [Alfano et Shapiro 70a]. Consécutivement à cette expérience pionnière, de nombreux travaux se succédèrent dans des milieux solides [Alfano et Shapiro 70b, Alfano *et al.* 86, Ho *et al.* 89], liquides [Fork *et al.* 83] ou gazeux [Corkum *et al.* 85, Corkum *et al.* 86]. Dans les dernières décennies, une succession de travaux ont été réalisés [Alfano 89], mais il a fallu attendre l'étude de Lin et Stolen afin d'observer la première génération de supercontinuum dans une fibre optique [Lin et Stolen 76]. Avec le développement des lasers de puissances ainsi que l'avènement des fibres à cristal photonique [Knight *et al.* 96, Knight 03, Russell 06], il est possible d'obtenir un supercontinuum dont le spectre optique s'étend sur environ 1200 nm [Ranka *et al.* 00, Dudley et Taylor 10, Belli *et al.* 15].

La génération de supercontinuum est usuellement modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée [Dudley *et al.* 06] définie dans la section 1.1.1.2 et que nous rappelons ici :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} \psi - \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta^k \frac{\partial^k \psi}{\partial t^k} = i\gamma \left( 1 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \psi(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |\psi(z, t - t')|^2 dt' \right) \quad (1.44)$$

Lors de la propagation d'une impulsion dans l'équation 1.44, il est nécessaire de définir le régime de dispersion, la largeur de l'impulsion et sa puissance. La génération d'un supercontinuum peut se faire dans un régime de dispersion normale ( $\beta_2 > 0$ ) et anormale

( $\beta_2 < 0$ ). Une impulsion se propageant dans un régime de dispersion normale subit principalement les effets d'automodulation de phase, de modulation de phase croisée, d'un effet de cascade Raman produisant un continuum spectral [Alfano 89]. En régime de dispersion anormale, on peut distinguer deux régimes d'élargissement spectral, celui à partir d'impulsions courtes (quelques femtosecondes) et celui obtenus à partir d'impulsions longues (impulsion picoseconde [Dudley *et al.* 06] ou signal quasi-continu (partiellement cohérent) [Vanholsbeeck *et al.* 05, Kudlinski et Mussot 08]).

La figure 1.7(a) représente l'évolution spectrale et temporelle d'une impulsion courte en propagation dans une fibre à cristal photonique. L'élargissement spectral est très rapide et se produit aussi bien du côté des hautes que des basses longueurs d'onde. Après 15 cm de propagation, la largeur du spectre optique est d'environ 650 nm dans cet exemple [Dudley *et al.* 06]. Du point de vue temporel (figure 1.7(a)), on observe l'émission de structures cohérentes d'intensité variable à partir de l'impulsion d'origine.

L'élargissement spectral du supercontinuum dans le cas d'une impulsion initiale de courte durée temporelle et de grande puissance peut se résumer de la façon suivante. Tout d'abord, l'impulsion initiale se brise en plusieurs solitons fondamentaux. Cette étape correspondant à la fission solitonique est suivie par la génération d'ondes dispersives permettant de stabiliser les solitons fondamentaux. Enfin, l'auto-décalage Raman des solitons vers les grandes longueurs d'onde, couplé au décalage des ondes dispersives vers les basses longueurs d'onde produit un élargissement spectral important de l'impulsion initiale (figure 1.7(a)).

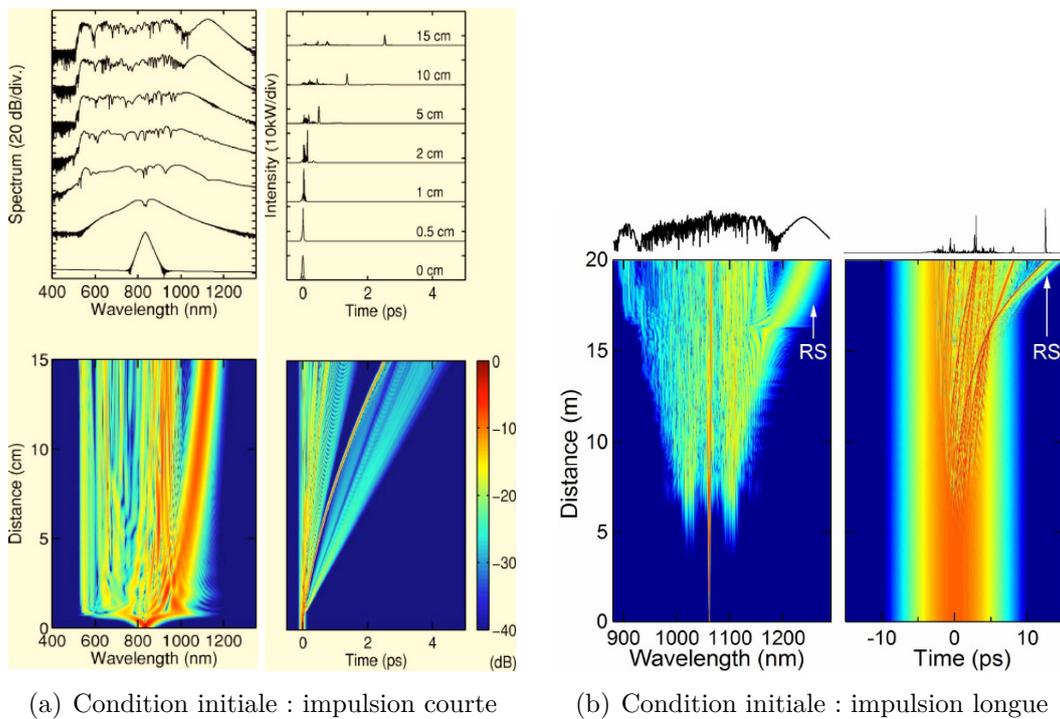


FIGURE 1.7 – Génération d'un supercontinuum en régime de dispersion anormale en prenant en compte deux conditions initiales différentes (a) impulsion courte, (b) impulsion longue. Les paramètres des simulations ainsi que ces deux illustrations sont issues de l'article [Dudley *et al.* 06] pour (a) et [Dudley *et al.* 08] pour (b).

Sur la figure 1.7(b), nous avons représenté la dynamique du supercontinuum pour une condition initiale faite d'impulsions longues. Dans ce cas, l'instabilité de modulation n'est plus du tout négligeable et influence fortement la propagation de l'onde [Demircan et Bandelow 05]. En effet, le gain de l'instabilité de modulation va amplifier le bruit initialement présent. Ce comportement se traduit par l'apparition de deux bandes latérales (figure 1.7(b)) dans le spectre lors de la propagation [Dudley *et al.* 08]. À l'opposé de l'utilisation d'impulsions courtes, le processus de fission solitonique est influencé de manière stochastique par le bruit initialement présent et ce, parfois même d'une impulsion à une autre. Les solitons fondamentaux éjectés, couplés aux ondes radiatives, vont subir un décalage différent qui sera fonction du bruit initial. On peut donc considérer ces changements comme une réalisation aléatoire de la génération de supercontinuum pouvant mener à la formation de ce que les auteurs appellent des ondes scélérates (figure 1.7(b)). Les travaux auxquels la figure 1.7(b) fait référence ont été réalisés suite à l'étude pionnière de Solli *et al.*. Dans cet article [Solli *et al.* 07], les auteurs montrent l'émergence de fluctuations de grandes amplitudes suite à un filtrage dans les grandes longueurs d'onde du supercontinuum. La distribution de probabilité associée est alors non gaussienne (voir section 1.2.2).

Nous venons d'expliquer succinctement les mécanismes menant à la formation d'un supercontinuum optique. En particulier, dans le cas d'impulsions longues, la génération de supercontinuum est plus sensible au bruit présent dans la condition initiale. De ce fait, on peut considérer le spectre de sortie comme une réalisation d'un processus statistique. Il est alors possible de calculer un spectre optique moyen et une distribution de probabilité en prenant en compte des germes de bruits différents pour chaque réalisation [Dudley *et al.* 08]. Par ailleurs, des études récentes ont utilisé des techniques originales permettant de calculer dans différentes régions spectrales la statistique du supercontinuum [Wetzel *et al.* 12].

### 1.1.2.5 Un exemple particulier de système dissipatif : les lasers Raman

Dans les sections 1.1.2.2, 1.1.2.3 et 1.1.2.4, nous avons présenté l'évolution spectrale et statistique d'une onde partiellement cohérente en simple propagation. Nous entendons par simple propagation le fait qu'il n'y a pas de processus de rétro-action de la lumière sur elle-même comme dans les lasers. Dans cette section nous allons maintenant nous intéresser aux systèmes d'ondes dissipatifs comportant des termes de gain et de pertes. Un exemple important est le laser Raman dans lequel il est possible de faire des analogies avec l'hydrodynamique, certaines études ayant montré l'existence d'une transition de type laminaire-turbulent dans ce système [Turitsyna *et al.* 13]. Cependant, on peut trouver d'autres types de systèmes dissipatifs comme par exemple les lasers aléatoires [Churkin *et al.* 15].

**Le laser Raman** Un laser Raman à fibre (figure 1.8) est constitué d'une cavité dont le milieu amplificateur est une fibre optique. La cavité est la plupart du temps fermée par des miroirs à réseau de Bragg photoinscrits dans la fibre. Les lasers Raman émettent un rayonnement continu monomode transverse et multimode longitudinal sur un spectre optique ayant typiquement une largeur d'environ une centaine de GHz. Du fait que la largeur spectrale de l'onde émise est finie, on peut considérer que l'onde à la sortie du

laser est partiellement cohérente. Pour une fibre de 1km, l'intervalle spectral libre<sup>8</sup> est de l'ordre de la centaine de kHz. On peut alors évaluer qu'environ  $10^6$  modes longitudinaux oscillent dans la cavité. C'est pourquoi, il est possible de construire une théorie statistique du laser Raman [Babin *et al.* 07b]. Le gain<sup>9</sup> du laser Raman est donné par la diffusion Raman stimulée [Boyd 92]. A forte puissance, l'onde de pompe crée une onde Stokes de fréquence inférieure. On peut alors étudier la formation du spectre optique ainsi que la statistique de l'onde Stokes à l'intérieur ainsi qu'à l'extérieur de la cavité du laser Raman [Babin *et al.* 07b, Suret et Randoux 04, Randoux *et al.* 11, Churkin *et al.* 11].

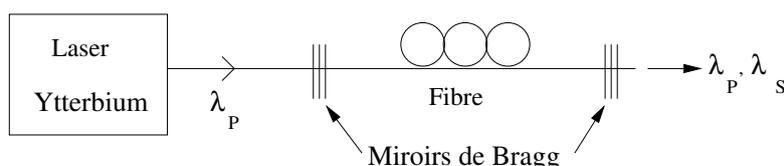


FIGURE 1.8 – Schéma de configuration typique des lasers Raman à fibre

La figure 1.9 représente le spectre optique transmis par le laser Raman pour différentes valeurs de la puissance de pompe [Suret et Randoux 04]. Au cours de la propagation, l'onde Stokes intra-cavité s'élargit sous l'action du mélange à quatre ondes. Près du seuil du laser ((i) sur la figure 1.9), la largeur du spectre est inférieure à la largeur du spectre de réflectivité des miroirs de Bragg. Par contre, lorsque la puissance de pompe augmente, le spectre optique du laser devient beaucoup plus large que le spectre de réflectivité des miroirs ((iii) sur la figure 1.9). Par conséquent, le spectre transmis présente une forme en double bosse caractéristique des laser Raman à fibre composés de miroirs de Bragg. Le fait que le spectre optique présente des composantes spectrales en dehors de la bande de réflectivité des miroirs de Bragg montre que les modes longitudinaux ne sont pas indépendants [Suret et Randoux 04, Babin *et al.* 07b]. Le mélange à quatre ondes conduit à un échange d'énergie entre les modes de la cavité. La prise en compte de leurs interactions est nécessaire afin d'expliquer la formation du spectre optique des lasers Raman, notamment à hautes puissances de pompe.

Historiquement, le modèle de AuYeung et Yariv a permis de décrire le laser Raman et de donner des outils afin d'optimiser son fonctionnement. Cependant, ce modèle est monomode et ne peut décrire la formation du spectre optique du laser Raman [AuYeung et Yariv 79]. Bien plus tard (2003), J-C. Bouteiller a développé un modèle phénoménologique multimode dans lequel l'auteur considère le spectre optique de l'onde Stokes comme une somme de composantes spectrales [Bouteiller 03]. Cependant, il a fallu attendre les premiers travaux de Babin *et al.* sur la théorie cinétique pour obtenir une première théorie prenant en compte le mélange à quatre ondes pour décrire l'élargissement

8. L'intervalle spectrale libre est un paramètre qui détermine l'intervalle en fréquence séparant deux modes longitudinaux de la cavité. Il s'exprime de la façon suivante :  $\Delta\nu_{ISL} = c/2L$  où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $L$  est le chemin optique, ici la longueur de la cavité.

9. L'un des avantages du laser Raman est que le gain n'est pas contraint par les niveaux électroniques des atomes constituant le milieu amplificateur. En effet, dans ce cas, le gain est donné par la diffusion Raman stimulée [Boyd 92]. Ce processus correspond à l'amplification de la diffusion Raman spontanée qui provient du couplage entre les modes de vibrations (phonons) présent dans le matériau et le rayonnement incident.

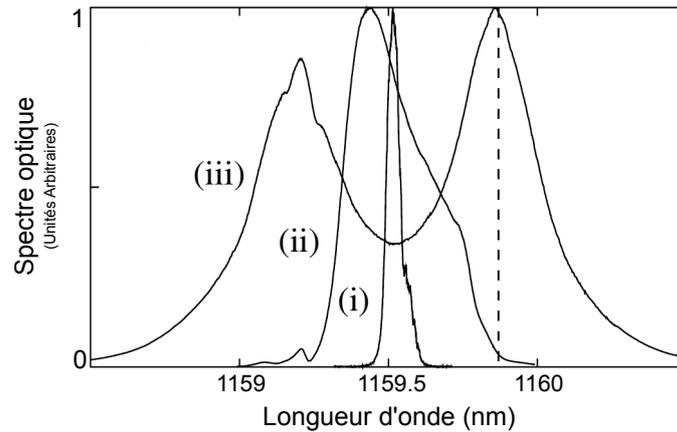


FIGURE 1.9 – Spectres optiques transmis par un laser Raman à fibre pour une puissance de pompe incidente juste au dessus du seuil (i), à environ deux fois le seuil (ii) et quatre fois le seuil du laser (iii). Figure traduite et issue de l'article [Suret et Randoux 04].

spectral de l'onde Stokes dans le laser Raman [Babin *et al.* 07b].

**Théorie cinétique des ondes dans les lasers Raman.** En 2007, Babin *et al.* ont proposé une approche que l'on pourrait qualifier "d'ab initio" en utilisant la théorie cinétique des ondes pour décrire la formation du spectre optique [Babin *et al.* 07b] dans les lasers Raman. Ils sont les premiers à utiliser en optique la théorie de la turbulence d'onde dans un système dissipatif tel que le laser Raman à fibre [Babin *et al.* 07b]. Ils ont modifié et adapté la théorie cinétique afin de décrire la formation du spectre optique dans le laser. L'intégration analytique de cette équation leur a ensuite permis de déterminer la forme théorique du spectre de l'onde Stokes à l'état stationnaire.

Par ailleurs, comme nous l'avons expliqué dans la section 1.1.2.3, l'utilisation de la théorie de la turbulence faible est valide si les effets non linéaires présents dans le système sont considérés comme perturbatifs devant les effets linéaires de type dispersifs. Cette situation implique que les phases spectrales du champ aléatoire soient très peu corrélées au cours de la propagation (section 1.1.1.1). Par conséquent, la distribution de probabilité reste proche de la statistique gaussienne au cours de la propagation. Cette théorie impose donc d'étudier la physique du laser Raman dans un régime de propagation faiblement non linéaire.

**Equation de Schrödinger non linéaire généralisée dans les lasers Raman** En 2010, Churkin *et al.* ont utilisé l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée pour décrire l'évolution dynamique des ondes pompe et Stokes se propageant dans la cavité du laser Raman [Churkin *et al.* 10]. L'équation est différente de celle utilisée dans le cas du supercontinuum. Dans ce cas précis, c'est un système à deux équations couplées, une pour la propagation de l'onde de pompe, une pour l'onde Stokes<sup>10</sup>.

10. Nous donnons à titre indicatif la forme des équations utilisées dans l'approche de [Churkin *et al.* 10] :

$$\frac{\partial A_p^\pm}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_{2p}\frac{\partial^2 A_p^\pm}{\partial t^2} + \frac{\alpha_p}{2}A_p^\pm = i\gamma_p(|A_p^\pm|^2 + 2|A_s^\pm|^2)A_p^\pm - \frac{g_p}{2}(|A_s^\pm|^2 + \langle |A_s^\mp|^2 \rangle)A_p^\pm \quad (1.45)$$

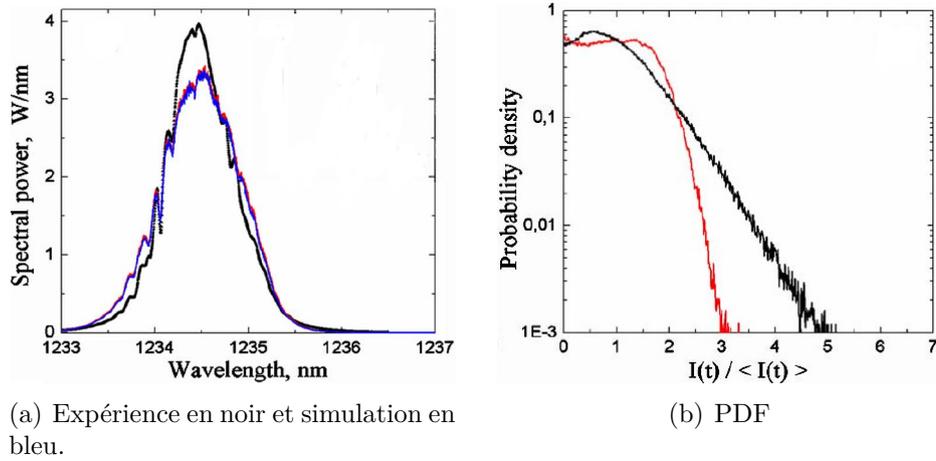


FIGURE 1.10 – Simulations numériques et expériences dans un laser Raman à fibre. (a) Spectre optique de l'onde Stokes. (b) Distribution de probabilité (PDF) calculée numériquement pour une puissance de 3,5W (noir) et 0,11W (rouge). Illustration issue de [Churkin *et al.* 10].

Churkin *et al.* montrent au travers de la figure 1.10(a) qu'ils obtiennent un bon accord entre la mesure expérimentale (en noir) du spectre optique et le résultat issu de la simulation numérique (en bleu). À partir de cette comparaison, les auteurs étudient numériquement la forme de la distribution de probabilité de l'intensité du champ Stokes intra-cavité  $I(t)$  (figure 1.10(b)). Churkin *et al.* montrent alors, numériquement, que la statistique est non gaussienne, c'est-à-dire que la distribution de probabilité de  $I(t)$  est à queue légère [Churkin *et al.* 10].

L'année suivante Randoux *et al.* ont étudié, numériquement, la statistique du laser Raman [Randoux *et al.* 11]. Dans cette étude, les auteurs utilisent également une équation de Schrödinger non linéaire généralisée. Toutefois, l'approche est différente. D'une part, l'équation décrit uniquement la propagation de l'onde Stokes. D'autre part, ils introduisent une grandeur correspondant au profil spatial stationnaire de l'onde de pompe. Enfin, ils prennent en compte la réflexion de l'onde Stokes sur les miroirs de Bragg de la cavité et son impact sur la phase du champ.

Randoux *et al.* montrent que le modèle utilisé décrit quantitativement l'élargissement spectral de l'onde Stokes expérimentalement observée. De plus, ils étudient numériquement la statistique de la partie réelle du champ Stokes à différents endroits de la cavité. La figure 1.11 présente les résultats qu'ils obtiennent. Suite à la propagation en régime de dispersion normale, la distribution de probabilité dévie de la statistique gaussienne (courbe bleue) pour l'onde Stokes incidente sur le miroir de Bragg. À l'opposé, après réflexion sur le réseau de Bragg (courbe verte), l'onde Stokes présente une statistique gaussienne. Enfin, après transmission par le miroir de Bragg, c'est-à-dire, pour le champ Stokes extra-cavité,

$$\frac{\partial A_p^\pm}{\partial z} + \left( \frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_p} \right) \frac{\partial A_s^\pm}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_s^\pm}{\partial t^2} + \frac{\alpha_s}{2} A_s^\pm =$$

$$i\gamma_s (|A_s^\pm|^2 + 2|A_p^\pm|^2) A_s^\pm + \frac{g_s}{2} (|A_p^\pm|^2 + \langle |A_p^\mp|^2 \rangle) A_s^\pm \quad (1.46)$$

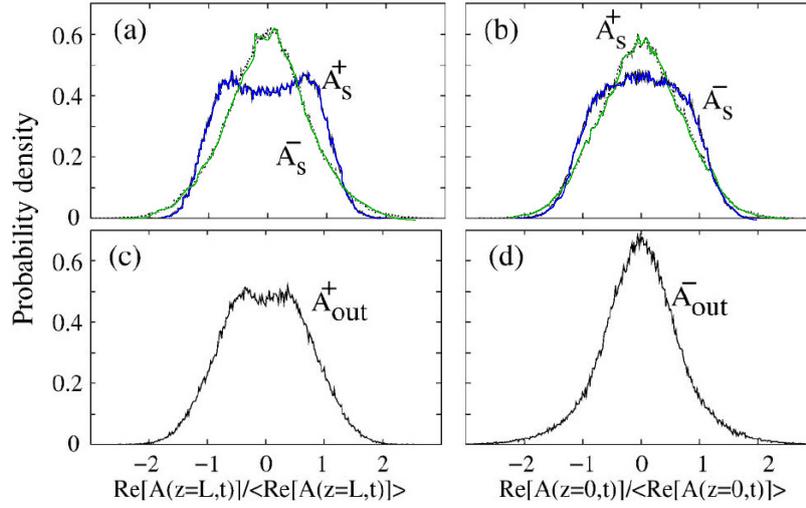


FIGURE 1.11 – Distributions de probabilité calculées sur la partie réelle du champ à différents endroits de la cavité, (a), (c) près du miroir de Bragg 2 (FBG2); (b), (d) près du miroir de Bragg 1 (FBG1). La couleur bleue symbolise le champ incident sur le FBG, en vert, nous avons la réflexion et en noir la transmission à travers FBG. Illustration issue de l'article [Randoux *et al.* 11].

la statistique est non gaussienne. Cette statistique particulière, en fonction de l'endroit où elle est calculée, a été confirmée dans d'autres simulations numériques [Churkin *et al.* 11].

Par ailleurs, d'autres études ont été réalisées afin de déterminer la statistique à différentes échelles dans le laser Raman. Dans ces travaux, un filtrage optique étroit dont la longueur d'onde centrale est ajustable permet de balayer le spectre optique de l'onde Stokes intra-cavité. En séparant les échelles rapides des échelles lentes, grâce au filtrage, les auteurs montrent que la statistique est différente [Churkin *et al.* 11, Randoux et Suret 12]. Ce comportement statistique particulier montre qu'il existe un phénomène d'intermittence dans le laser Raman. Nous expliquerons plus en détail dans le deuxième chapitre ce phénomène d'intermittence.

L'utilisation d'équations de Schrödinger non linéaires généralisées permet de décrire la formation du spectre optique du laser Raman dans un régime non linéaire. La statistique du champ Stokes intra-cavité, calculée numériquement, semble dévier de la statistique gaussienne. Cependant, au cours du travail réalisé durant cette thèse, nous avons réussi à mesurer expérimentalement les distributions de probabilité de l'onde Stokes à différents endroits dans la cavité. Nous présenterons ce travail dans le quatrième chapitre. De nos jours, les perspectives d'études dans les laser Raman ne sont pas épuisées. Récemment, des travaux utilisent ce laser et montrent des analogies riches avec la mécanique des fluides. Ils étudient notamment la transition laminaire-turbulente caractérisée par une perte de la cohérence spatiale du système [Turitsyna *et al.* 12, Turitsyna *et al.* 13].

## 1.2 Ondes scélérates

Au cours de ce travail de thèse, une des études réalisées a permis de mettre en avant la présence d'ondes scélérates dans notre système d'ondes. L'objectif de cette section est de

définir le concept d'ondes scélérates au travers du contexte historique de leurs observations en hydrodynamique. Puis, nous présenterons les résultats importants obtenus ces dernières années en optique concernant l'apparition de ce phénomène particulier.

## 1.2.1 Hydrodynamique

Les ondes scélérates émergent à la surface de l'océan. C'est pourquoi nous allons, dans un premier temps, décrire les outils statistiques utilisés pour étudier l'état de surface de l'océan. Dans un deuxième temps, nous définirons à proprement parler le concept d'ondes scélérates.

### 1.2.1.1 Description de la surface de l'océan

Nous allons donner dans cette section une description simple de l'état de surface de l'océan. En particulier, nous nous intéresserons à la statistique des hauteurs de vagues mais également au spectre des fluctuations des hauteurs de vague à la surface de l'océan.

L'état de surface de l'océan est constitué d'un ensemble de vagues de formes et de hauteurs différentes. Dans ce système, il faut distinguer la variation de la surface du fluide  $\eta$  de la notion de hauteur de vague  $H$ . La figure 1.12 schématise l'élévation de surface de l'océan  $\eta$  qui est, comme on peut le constater, une quantité positive ou négative. La hauteur de vague  $H$  correspond quant à elle à la distance verticale entre la crête de la vague et le creux le plus profond avant ou après la vague [Kharif *et al.* 09]. Afin de classifier la hauteur des vagues, il est possible de déterminer ce que l'on appelle la hauteur significative  $H_S$ . Ce paramètre correspond à la moyenne des hauteurs du tiers des vagues les plus hautes. Nous montrerons par la suite que ce paramètre est relié à la statistique de l'élévation de surface de l'océan.

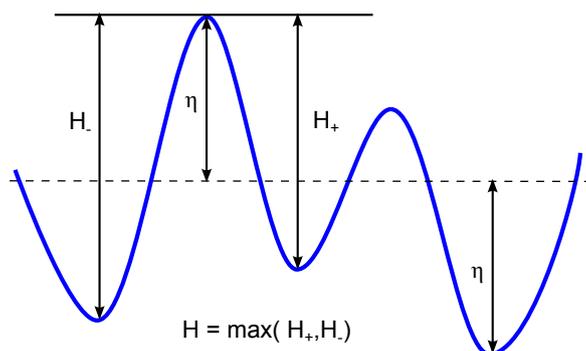


FIGURE 1.12 – Représentation schématique de l'élévation de surface de l'océan.  $H$  : hauteur de la vague ;  $\eta$  élévation de surface.

La surface de l'océan est un système complexe dans lequel on peut considérer l'interaction entre un grand nombre de vagues, d'amplitudes variables, se propageant dans différentes directions et en constante évolution avec le temps [Kharif et Pelinovsky 03]. Une approche simple pour traiter l'état de surface de l'océan est d'utiliser l'approche historique employée par les océanographes en considérant une approximation linéaire [Kinsman 65, Janssen 04, Kharif *et al.* 09, Onorato *et al.* 13]. Sous cette hypothèse, la

surface de l'océan est considérée comme une superposition linéaire d'ondes sinusoïdales dont les composantes de Fourier possèdent une amplitude et une phase aléatoire. On peut alors traiter la surface de l'océan comme un processus stochastique (onde partiellement cohérente) de statistique stationnaire. En appliquant le théorème central limite (section 1.1.1.1), l'élévation de surface marine  $\eta$  est caractérisée par une distribution de probabilité qui est proche de la statistique gaussienne (équation 1.47). Cette hypothèse a été vérifiée en comparant les données théoriques aux calculs de distributions de probabilité à partir de données expérimentales [LH 75].

$$PDF[\eta] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.47)$$

Dans cette équation, la valeur moyenne de l'élévation de surface est nulle ( $\langle\eta\rangle = 0$ ) et  $\sigma^2$  est la variance, calculée à partir du spectre en fréquence  $S(\omega)$  :

$$\sigma^2 = \langle\eta^2\rangle = \int_0^\infty S(\omega)d\omega \quad (1.48)$$

La notion de hauteur significative est reliée à la statistique de l'élévation de surface du fluide et correspond à :  $H_S = 4\sigma$  [Kharif *et al.* 09]. Il est possible de montrer [Kharif *et al.* 09, Onorato *et al.* 13] à partir de l'équation 1.47 que la distribution de probabilité de la hauteur de vague  $H$  suit une distribution de Rayleigh telle que :

$$PDF[H] = \frac{H}{4\sigma^2} \exp\left(-\frac{H^2}{8\sigma^2}\right) \quad (1.49)$$

Dans les années 1970, une expérience de grande envergure a été réalisée dans la mer du nord afin de mesurer le spectre des vagues. Ce projet a demandé la mise en place d'une importante logistique : pas moins de treize stations d'observation des vagues, réparties sur une distance de 160km, furent mises en service pendant environ dix semaines [Hasselmann *et al.* 73]. Ce spectre particulier porte historiquement le nom du projet : JONSWAP, pour JOint North Sea WAve Project. Les données expérimentales enregistrées ont été ajustées à l'aide d'une formule analytique possédant la forme suivante :

$$P_{JONSWAP}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^4\right] \gamma \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_p)^2}{2\sigma^2\omega_p^2}\right] \quad (1.50)$$

où  $\sigma = 0.07$  si  $\omega \leq \omega_p$  et  $\sigma = 0.09$  si  $\omega > \omega_p$ . Les paramètres  $\alpha$ ,  $\sigma$  et  $\gamma$  sont obtenus par ajustement des données expérimentales. Nous avons reproduit sur la figure 1.13 le spectre JONSWAP tracé dans l'article [Onorato *et al.* 13] pour différentes valeurs de  $\gamma$ .

Le spectre représentant l'élévation de surface de l'océan est un spectre étroit. A partir de sa formule analytique, il a été possible de réaliser des expériences en hydrodynamique [Onorato *et al.* 04] afin d'étudier l'émergence des ondes scélérates comme nous le verrons dans la section 1.2.1.3. Par ailleurs, nous rappelons que l'état de surface de l'océan peut être modélisé par une onde partiellement cohérente dont la statistique est gaussienne.

### 1.2.1.2 Définitions d'une vague scélérate

Les vagues scélérates sont des événements de grandes amplitudes apparaissant à la surface des océans. De par leur caractère imprévisible et extrêmement rare, ces vagues ont

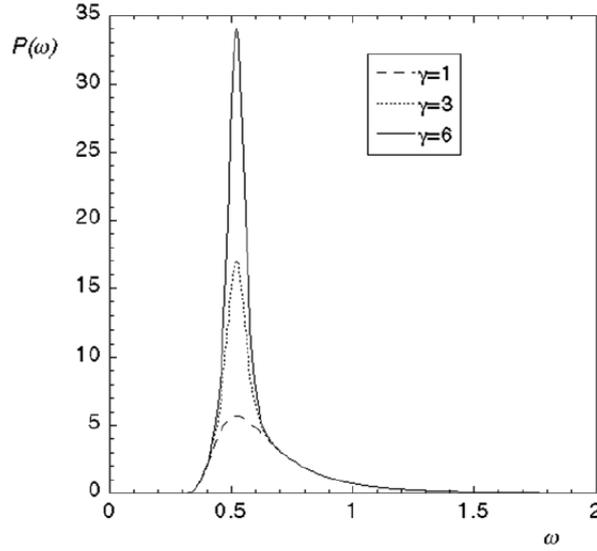


FIGURE 1.13 – Spectres des vagues : JONSWAP. Illustration issue de [Onorato *et al.* 13].

longtemps fait partie des légendes maritimes. Mais les avancées technologiques du siècle dernier, notamment dans les moyens d'observations en milieu marin, ont permis, à partir des années 1970, de prouver leur existence dans l'endommagement, voire la destruction, de cargots ou de plateformes pétrolières. A titre d'exemple, nous avons représenté sur la figure 1.14(a) l'enregistrement effectué par la plate-forme Draupner, située en mer du Nord. Au moment de l'enregistrement, la hauteur des vagues à la surface de la mer est d'environ 12m comme l'illustre la double flèche verte. Cependant, la plate-forme enregistre également un évènement dont la distance entre le creux le plus profond et la crête de la vague est d'environ 26 m (double flèche bleue). De plus, on peut constater que la durée d'apparition de cette vague est très courte, de l'ordre d'une dizaine de seconde. Cet évènement illustre l'apparition d'une vague scélérate à la surface de la mer. La photo de la figure 1.14(b) représente une vague scélérate et permet d'illustrer l'évènement décrit sur la figure 1.14(a).

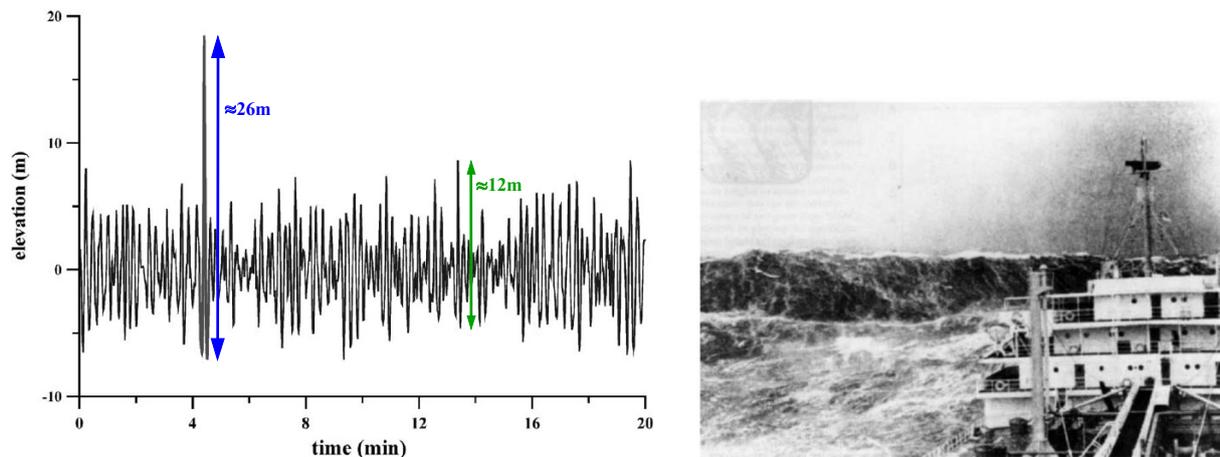
Les vagues scélérates sont donc des vagues de grande amplitude et dont l'apparition bien qu'imprévisible semble être de courte durée. Du point de vue statistique, ces évènements possèdent une faible probabilité d'apparition. Nous avons expliqué dans la section 1.2.1.1 que la probabilité des hauteurs de vagues suit une distribution de Rayleigh. Il est possible de calculer la probabilité qu'une vague possède une amplitude supérieure à un seuil  $H_0$  :

$$PDF[H > H_0] = \int_{H_0}^{\infty} \frac{H}{4\sigma^2} \exp\left(-\frac{H^2}{8\sigma^2}\right) dH \quad (1.51)$$

$$PDF[H > H_0] = \exp\left(-\frac{H_0^2}{8\sigma^2}\right) \quad (1.52)$$

En utilisant la définition de la hauteur significative, il vient :

$$PDF[H > H_0] = \exp\left(-\frac{2H_0^2}{H_s^2}\right) \quad (1.53)$$



(a) Enregistrement temporel de la variation de hauteur d'eau par la plate-forme Draupner, en mer de Nord.

(b) Illustration représentant une vague scélérate.

FIGURE 1.14 – Vagues scélérates. Illustrations issues de [Kharif et Pelinovsky 03].

Il existe deux approches permettant de définir le concept d'ondes scélérates. La première approche a historiquement été introduite par les océanographes [Munk 44] et concerne la comparaison avec la hauteur significative. Si  $H > 2H_s$  alors on considère que la vague de hauteur  $H$  est une vague scélérate<sup>11</sup>. Cependant, si nous utilisons l'équation 1.53 afin de déterminer la probabilité d'obtenir une vague deux fois supérieure à la hauteur significative, on trouve une probabilité d'environ  $1/2981$ . On remarque que même dans une simple superposition linéaire (statistique gaussienne), il existe donc des vagues de grandes amplitudes.

Nous nous intéressons dans le troisième chapitre à l'apparition d'évènements extrêmes dont la probabilité d'apparition est plus fréquente que ceux prédits par la loi normale. Ceci n'est possible que dans un système non linéaire où les corrélations entre les composantes de Fourier peuvent favoriser l'émergence de structures cohérentes. Le point de vue statistique permet de définir les vagues scélérates comme des ondes dont la distribution de probabilité est supérieure à la statistique gaussienne [Onorato *et al.* 04, Onorato *et al.* 13]. Dans les travaux que nous avons réalisés, nous adoptons cette approche statistique.

En parallèle de ce point de vue statistique, certaines solutions particulières d'équations à une dimension comme l'équation de Schrödinger non linéaire sont considérées comme prototypes d'ondes scélérates [Dudley *et al.* 14]. Dans ce cas, le principe est de comparer ces solutions aux évènements de grandes amplitudes pour qualifier ces ondes de vagues scélérates.

### 1.2.1.3 Théories et expériences en laboratoire

Différents mécanismes ont été identifiés comme jouant un rôle dans la formation d'ondes scélérates. On peut notamment citer la théorie de la superposition linéaire [Kharif et Pelinovsky 03], l'interaction onde-courant [White et Fornberg 98, Onorato *et al.* 11] ou encore le rôle de l'instabilité de modulation [Henderson *et al.* 99, Dysthe et Trulsen 99]. K. Henderson est l'un des premiers à identifier l'importance de l'instabilité de modulation

11. Suivant la littérature, il est possible de trouver que le coefficient peut être égale à 2,2.

dans la formation de structures ressemblant à des ondes scélérates [Henderson *et al.* 99]. Ces structures sont identifiées comme étant des solutions particulières de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Quelques années plus tard, des travaux ont été réalisés en prenant en considération l'aspect stochastique de l'état de surface de l'océan dans l'étude de la formation des ondes scélérates [Onorato *et al.* 01, Janssen 03]. Un moyen de quantifier l'importance de l'effet linéaire par rapport à l'effet non linéaire sur les déviations de la statistique de l'onde partiellement cohérente a été introduit par P. Janssen au travers de l'indice de Benjamin-Feir (BFI) [Janssen 03] :

$$BFI = \frac{\sqrt{2k^2\sigma^2}}{\Delta\Omega/\omega} \quad (1.54)$$

où  $\Delta\Omega$  la largeur spectrale de l'onde,  $\omega$  la fréquence angulaire associée au nombre d'onde  $k$  et  $\sigma^2$  est la variance de l'élévation de surface de l'océan. Si l'indice de Benjamin-Feir est très petit par rapport à l'unité, la propagation est linéaire et le spectre s'élargit peu. Au contraire, si le l'indice de Benjamin-Feir est de l'ordre de grandeur de l'unité alors l'instabilité de modulation peut mener à l'émergence de vagues scélérates.

Nous présentons dans cette section une expérience d'hydrodynamique en eau profonde réalisée par Onorato *et al.* Les auteurs utilisent une approche statistique afin d'étudier l'influence de l'instabilité de modulation sur la formation de vagues scélérates dans une cuve à une dimension [Onorato *et al.* 04]. L'équation régissant la propagation de l'onde aléatoire initialement générée est l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension.

Le dispositif expérimental [Onorato *et al.* 04] est représenté sur la figure 1.15. Il s'agit d'une cuve de 270 m de longueur par 10,5 m de largeur. Elle est équipée d'un agitateur permettant de générer l'onde se propageant dans la cuve. Les hauteurs de vagues sont enregistrées par l'intermédiaire de sondes, symbolisées par des points noirs sur la figure 1.15.

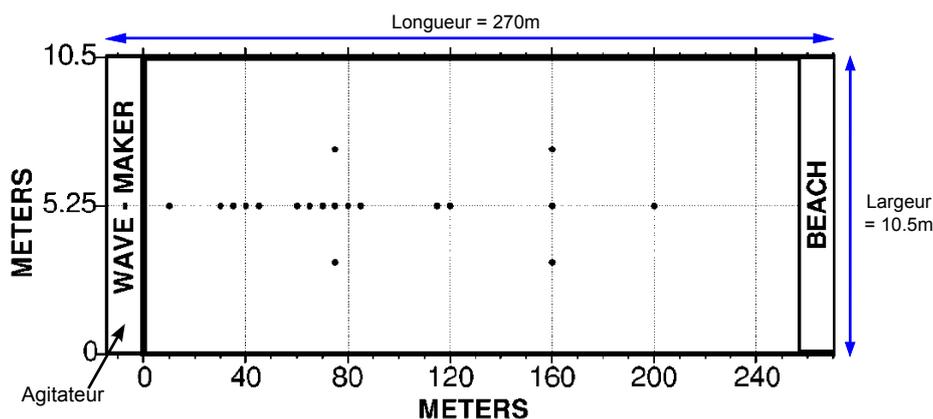


FIGURE 1.15 – Schéma de la cuve utilisé par Onorato *et al.* pour réaliser leurs expériences d'hydrodynamique. Les points symbolisent l'emplacement des sondes. Illustration issue de [Onorato *et al.* 04].

Dans cette expérience, Onorato *et al.* utilisent une condition initiale approchant des propriétés spectrales et statistiques de la surface des océans (section 1.2.1.1). Par l'intermédiaire de l'agitateur, les auteurs génèrent une onde incohérente à partir du modèle des

phases aléatoires<sup>12</sup>. De plus, le spectre de l'onde incohérente est de la forme du spectre JONSWAP [Onorato *et al.* 04]. Pour différentes valeurs de l'indice de Benjamin-Feir et à différentes positions dans la cuve, les auteurs étudient la distribution de probabilité cumulée  $S[H/H_s]$  des hauteurs de vagues. Ils montrent notamment que des évènements de grandes amplitudes apparaissent lorsque l'indice de Benjamin-Feir est supérieur à un. Dans ce cas, la distribution de probabilité dévie au-dessus de la distribution de Rayleigh ce qui traduit l'apparition de vagues scélérates (figure 1.16).

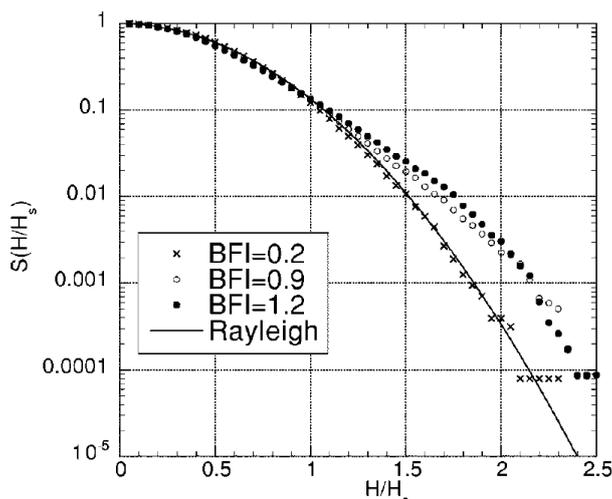


FIGURE 1.16 – Distributions de probabilité cumulées  $S[H/H_s]$  pour différentes valeurs de l'indice de Benjamin-Feir (BFI) à une distance  $x/L = 32.7$ . Illustration issue de [Onorato *et al.* 04].

Cette expérience est intéressante au sens où Onorato *et al.* étudient la formation de vagues scélérates dans une cuve à une dimension où la propagation de l'onde est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. En particulier, la condition initiale est une onde partiellement cohérente dont les propriétés sont proches de celles de l'état de surface de l'océan. Dans une configuration où l'indice de Benjamin-Feir est supérieur à l'unité, la propagation s'effectue dans un régime non linéaire dans lequel l'instabilité de modulation mène à l'émergence de vagues scélérates. Nous verrons dans la section 1.3 que ce type d'expérience se place aujourd'hui dans un cadre d'étude beaucoup plus général. Dans la section suivante, nous allons discuter des analogies possibles entre l'optique et l'hydrodynamique afin d'étudier la formation des ondes scélérates.

#### 1.2.1.4 Analogie entre hydrodynamique et optique

Les vagues scélérates sont des phénomènes naturellement présents en hydrodynamique. Cependant, nous allons voir dans cette section qu'il est possible d'effectuer sous certaines conditions une analogie directe avec l'optique.

<sup>12</sup>. Les auteurs affirment avoir testé les deux hypothèses : à phases aléatoires et amplitudes et phases aléatoires.

En hydrodynamique, il est possible de caractériser des expériences effectuées en eau profonde ou en eau peu profonde<sup>13</sup>. La distinction entre ces deux régimes de propagation est effectuée en calculant la valeur du paramètre  $k_0h$ . Il correspond au rapport entre la longueur d'onde de la vague  $\lambda_0$  et la profondeur de l'eau  $h$ . Par définition, si  $k_0h > 1,36$  alors on se place en régime d'eau profonde (expérience d'Onorato présentée dans la section précédente). Par contre, si  $k_0h < 1,36$  alors nous sommes en eau peu profonde. Il est possible de développer des équations de propagation associées à chacun de ces régimes [Osborne 10]. Cependant, nous nous intéressons ici à la comparaison entre l'optique et l'hydrodynamique dans le cadre de l'étude de la formation des ondes scélérates. Pour cette raison, nous allons uniquement effectuer cette comparaison dans le régime de propagation correspondant c'est-à-dire, en eau profonde.

L'équation régissant la propagation des ondes dans de nombreux systèmes physiques, notamment en hydrodynamique [Osborne 10] et en optique [Agrawal 13] est l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension :

$$i\frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma|A|^2A = 0 \quad (1.55)$$

où le paramètre traduisant la dispersion de l'onde est  $\beta_2$  alors que  $\gamma$  traduit la non linéarité du système. Dans l'équation de Schrödinger non linéaire 1.55, le champ  $A(x, t)$  correspond à l'enveloppe lentement variable de l'onde. Il est possible de ré-écrire cette équation à partir des variables hydrodynamique [Chabchoub *et al.* 15] :

$$\gamma = -k_0^3 \quad (1.56)$$

$$\beta_2 = \frac{2}{g} \quad (1.57)$$

$$\eta(x, t) = \Re(A(x, t)\exp[i(kx - \omega t)]) \quad (1.58)$$

où  $g$  correspond la constante de gravité, et  $\eta$  à la surface d'élévation de l'eau. De cette manière l'équation de Schrödinger non linéaire peut s'écrire en hydrodynamique de la façon suivante :

$$i\frac{\partial A}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - k_0^3|A|^2A = 0 \quad (1.59)$$

Bien que les coefficients  $\beta_2$  et  $\gamma$  soient différents dans les deux milieux, on peut remarquer que l'évolution du champ est la même dans les deux équations. Il est bien connu, en optique, que la propagation de l'onde sera différente suivant le régime dispersion. Si  $\beta_2\gamma < 0$ , on se place dans un régime de dispersion anormale (ou focalisant) alors que si  $\beta_2\gamma > 0$ , nous sommes en régime de dispersion normale (défocalisant). L'étude de l'émergence des vagues scélérates s'effectue en eau profonde, ce qui est équivalent à un régime de dispersion anormale en optique [Chabchoub *et al.* 15].

Nous avons représenté sur la figure 1.17 la solution type soliton de l'équation de Schrödinger non linéaire dans les deux domaines : en hydrodynamique (figure 1.17(a)) et en optique (figure 1.17(b)). Dans ces deux configurations, on peut distinguer en pointillés l'enveloppe lentement variable  $A(x, t)$  modulant le champ. Par contre, les échelles de temps sont très différentes, en optique, elle est de l'ordre de la femto-seconde pour la

13. Ces dénominations correspondent respectivement au régime dit *deep water* et *shallow water*.

porteuse alors qu'elle est de l'ordre de la seconde en hydrodynamique. N'ayant pas accès au champ, les mesures en optique portent sur le module au carré de  $A(x, t)$ , c'est-à-dire, la puissance optique. Cependant, une onde partiellement cohérente est constituée de nombreuses fluctuations rapides et nous verrons dans la section suivante qu'il est difficile de les détecter.

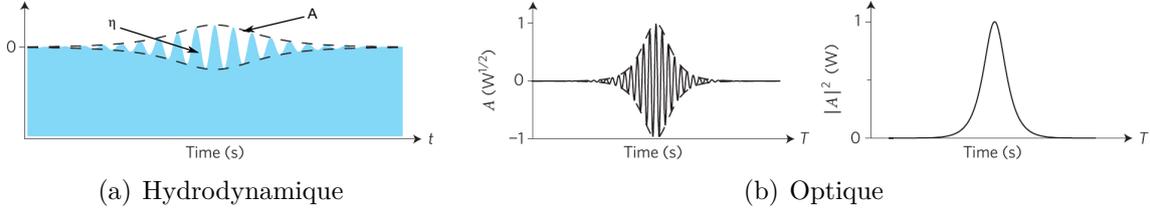


FIGURE 1.17 – Comparaison entre hydrodynamique et optique dans le cas d'une solution type soliton. Illustrations issues de [Dudley *et al.* 14].

Dans la section 1.2.1.3, nous avons défini l'indice de Benjamin-Feir (BFI). Pour rappel, l'indice de Benjamin-Feir en hydrodynamique est le rapport entre la raideur de la vague et la largeur spectrale de l'onde :

$$BFI_{hydro} = \frac{\sqrt{2k^2\sigma^2}}{\Delta\Omega/\omega} \quad (1.60)$$

où  $\Delta\Omega$  la largeur spectrale de l'onde,  $\omega$  fréquence angulaire associée au nombre d'onde  $k$  et  $\sigma^2$  est la variance de l'élévation de surface de l'océan. En utilisant les formules 1.56, et 1.57 et le fait que  $\langle |A|^2 \rangle = 2\langle \eta^2 \rangle = 2\sigma^2$ , on obtient en optique la formule suivante [Chabchoub *et al.* 15] :

$$BFI_{optique} = \sqrt{\frac{2|\gamma|\langle |A|^2 \rangle}{|\beta_2|\Delta\Omega^2}} \quad (1.61)$$

où  $\langle |A|^2 \rangle$  est la puissance optique de l'onde incohérente.

Nous venons de présenter certaines analogies entre optique et hydrodynamique [Chabchoub *et al.* 15]. On peut constater que l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension dans le cas focalisant fournit une comparaison précise entre l'optique et l'hydrodynamique en eau profonde.

Dans les travaux réalisés dans ce mémoire, nous utilisons l'approche statistique et nous nous intéressons à l'influence de la non-linéarité sur l'évolution de la distribution de probabilité de l'onde partiellement cohérente. En particulier, dans le troisième chapitre, il sera intéressant de se demander comment notre étude se place par rapport aux expériences réalisées en hydrodynamique en eau profonde dans un canal à une dimension [Onorato *et al.* 04].

## 1.2.2 Premières observations en optique

L'étude des ondes scélérates a reçu un regain d'intérêt suite à l'observation expérimentale de l'existence de structures géantes en optique [Solli *et al.* 07]. Depuis ce travail pionnier, de nombreuses études ont été réalisées dans des systèmes dissipatifs comme par

exemple dans des lasers [Lecaplain *et al.* 12, Bonatto *et al.* 11], des amplificateurs Raman à fibre [Hammani *et al.* 08], ou encore dans des cavités passives [Montina *et al.* 09]. Dans beaucoup de ces études, le principal problème concerne la détection des fluctuations temporellement rapides du signal. L'originalité de l'étude de [Solli *et al.* 07] est d'avoir développé une technique de mesure [Han *et al.* 05] permettant d'analyser en temps réel les fluctuations d'intensité d'un supercontinuum. Nous proposons de présenter rapidement les principaux résultats associés à cette étude [Solli *et al.* 07].

Dans la section 1.1.2.4, nous avons expliqué le principe de l'élargissement spectral survenant dans la formation d'un supercontinuum. En particulier, pour une impulsion longue voire quasi-continue, on peut considérer le supercontinuum comme étant incohérent. Dans ce cas, l'élargissement spectral, au début de la propagation, est dominé par le phénomène d'instabilité de modulation [Dudley *et al.* 06]. Dans leurs travaux, Solli *et al.* génèrent un supercontinuum à partir d'impulsions picosecondes. A la sortie de la fibre microstructurée, l'élargissement spectral est de l'ordre de la centaine de nanomètre. Il n'est pas possible de détecter les échelles temporelles associées à ce spectre optique à partir d'un système de photo-détection standard. Pour cette raison, Solli *et al.* ont utilisé une technique un peu particulière qui se résume de la manière suivante : tout d'abord, les auteurs utilisent un filtre passe-bande dont la longueur d'onde de coupure est située aux grandes longueurs d'onde du supercontinuum. Puis, ils utilisent une fibre fortement dispersive ( $-1300\text{ps/nm}$ ) de manière à étirer<sup>14</sup> le signal et favoriser la détection par l'intermédiaire d'un oscilloscope standard. Cette approche permet d'étudier la statistique des événements de grandes amplitudes. Les distributions de probabilité sont calculées sur les puissances crêtes des signaux détectés, sur une fenêtre comportant environ 15000 événements 1.18(b).

Solli *et al.* montrent l'apparition d'événements filtrés de grandes amplitudes dont la distribution de probabilité est à queue lourde. Les auteurs qualifient ces fluctuations intenses de vagues scélérates par analogie avec l'hydrodynamique. Cependant, des questions subsistent sur l'utilisation du dispositif du filtrage notamment dans sa localisation spectrale. Des études récentes ont montré que, d'une part, les solitons les plus décalés vers les hautes longueurs d'onde ne possédaient pas forcément la plus grande puissance [Erkintalo *et al.* 10]. D'autre part, la statistique peut évoluer en fonction de la localisation spectrale du filtre. En effet, Erkintalo *et al.* expliquent que la statistique peut être modifiée en fonction du décalage du soliton vers les grandes longueurs d'onde [Erkintalo *et al.* 09]. Ainsi, d'une acquisition à une autre, il est possible d'observer une statistique différente plus ou moins gaussienne.

En conclusion, le travail de Solli *et al.* a permis de mettre en avant l'apparition d'événements extrêmes grâce à un filtrage dans les grandes longueurs d'onde du spectre optique du supercontinuum. L'émergence de ces structures est associée à une distribution de probabilité à queue lourde. Par ailleurs, d'autres travaux ont contribué à étudier les ondes scélérates dans les supercontinua [Wetzel *et al.* 12, Erkintalo *et al.* 09, Kelkar *et al.* 99] et les problématiques associées à l'émergence de celle-ci dans ce type de système restent ouvertes.

---

14. Cette méthode est inspirée de celle utilisée par [Han *et al.* 05]. Le principe de l'étirement temporel de l'impulsion est basé sur la propagation linéaire dans une fibre dont le coefficient de dispersion est élevé. De cette manière, lors de la propagation, le champ acquiert une phase spectrale quadratique. Ainsi, la forme du profil d'intensité est conservée mais dispersé temporellement [Grigoryan *et al.* 00].

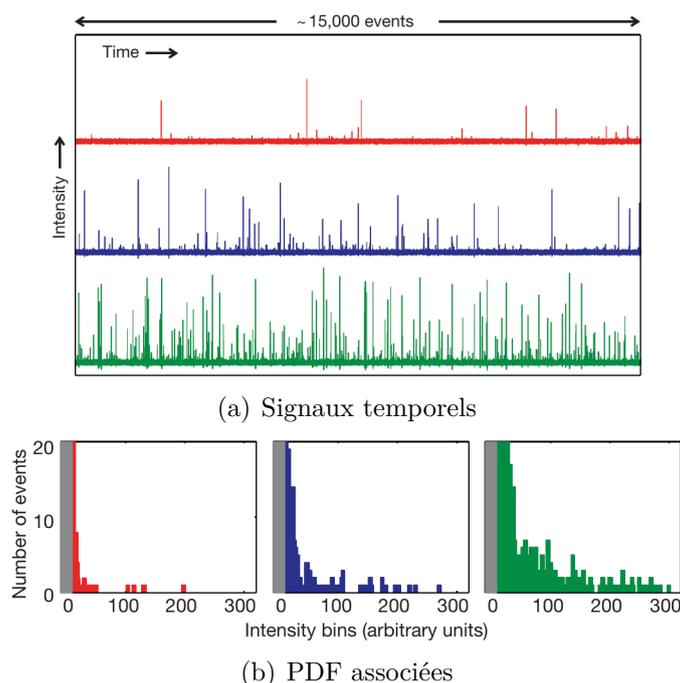


FIGURE 1.18 – Signaux temporels et distributions de probabilité associées (PDF) issus des résultats expérimentaux de [Solli *et al.* 07].

### 1.2.3 Ondes scélérates dans l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension

Dans la section précédente, nous avons mis en avant les premières observations en optique de l'émergence de structures de grandes intensités dans les supercontinua, souvent appelées ondes scélérates. Dans ces travaux, la présence de ces événements extrêmes est mise en évidence grâce à la mesure de la distribution de probabilité qui présente une distribution à queue lourde. Cependant, de nombreux effets perturbatifs (ordres supérieurs de la dispersion et effet Raman entre autres) rendent l'étude des ondes scélérates dans ce type de système plus complexe. Pourtant, l'ingrédient qui semble être à l'origine de la formation de ces structures est l'instabilité de modulation. En hydrodynamique, cet effet porte le nom d'instabilité de Benjamin-Feir et il fut découvert en 1967 [Benjamin et Feir 67]. Puis, en 1999, K. Henderson a identifié le rôle de l'instabilité de modulation dans la formation de structures particulières similaires aux ondes scélérates [Henderson *et al.* 99]. La même année, sur la base des travaux d'Henderson, Dysthe *et al.* ont montré que des solutions exactes de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (soliton de Peregrine, de Kuznetsov-Ma, breathers d'Akhmediev) peuvent être utilisées pour décrire les ondes scélérates [Dysthe et Trulsen 99].

L'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension est utilisée aussi bien en optique qu'en hydrodynamique pour décrire la formation des ondes scélérates. De plus, des solutions analytiques de cette équation sont aujourd'hui considérées comme prototypes d'ondes scélérates [Dudley *et al.* 14]. Nous allons présenter dans cette section, les résultats obtenus ces dernières années en optique sur l'étude des ondes scélérates. En particulier, nous nous concentrons ici sur les travaux dans lesquels l'équation de propagation est

l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous allons montrer qu'il existe deux approches différentes pour l'étude de ces structures. La première consiste à utiliser une condition initiale cohérente alors que la seconde utilise une condition initiale du type onde plane bruitée.

### 1.2.3.1 Solutions localisées de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension : prototypes d'ondes scélérates

Nous allons ici présenter les premières études expérimentales en optique montrant l'émergence de structures particulières à partir d'une condition initiale cohérente. Ces structures sont des solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Mais avant cela, nous allons décrire mathématiquement ces solutions.

Nous utilisons l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension en régime de dispersion anormale dans laquelle seul l'effet Kerr et la dispersion de vitesse de groupe sont pris en compte. L'équation adimensionnée prend la forme suivante :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + |\psi|^2 \psi = 0 \quad (1.62)$$

où  $\psi(\xi, \tau) = \psi' / \sqrt{P_0}$  représente l'enveloppe du champ qui est une fonction de la distance de propagation  $\xi = z/L_{NL}$  et du temps  $\tau = t/\sqrt{|\beta_2|L_{NL}}$ .

Il est bien connu que l'équation 1.62 possède une solution de type soliton brillant qui est localisée temporellement ( $\tau$ ) [Agrawal 13]. Cependant, il existe une deuxième famille de solitons, caractérisée par une structure périodique et localisée sur une onde plane de puissance non nulle. Ces solutions analytiques de l'équation 1.62 sont couramment appelées *solitons sur fond continu* et correspondent entre autres aux solitons de Peregrine, de Kuznetsov-Ma et aux breathers d'Akhmediev.

L'expression générale caractérisant les solitons sur fond continu est :

$$\psi(\xi, \tau) = e^{i\xi} \left[ 1 + \frac{2(1-2a) \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi)}{\sqrt{2a} \cos(\omega\tau) - \cosh(b\xi)} \right] \quad (1.63)$$

où  $b$  est le gain normalisé de l'instabilité de modulation, et  $\omega$  la pulsation propre de modulation. Les trois types de solutions citées ci-dessus sont caractérisés par la valeur de la fréquence de modulation normalisée :  $a$ . Si  $a$  est positif et strictement inférieur à  $1/2$  alors les paramètres  $b$  et  $\omega$  sont réels et la forme de l'équation est conservée et représente les breathers d'Akhmediev. La solution du type breather d'Akhmediev est périodique en temps et localisée en espace comme on peut le constater sur la figure 1.19(a).

La seconde classe de solution correspond aux solitons de Kuznetsov ou encore solitons de Ma ou breathers de Ma. Cependant, il est d'usage d'utiliser le terme de soliton de Kuznetsov-Ma pour qualifier ces solutions possédant une structure longitudinalement périodique (fonction de  $\xi$ ). La solution analytique est donnée par l'équation 1.63 dans laquelle le paramètre  $a$  doit être compris entre  $1/2$  et l'infini. De ce fait, les paramètres  $b$  et  $\omega$  sont maintenant imaginaires purs. Le soliton de Kuznetsov-Ma est représenté sur la figure 1.19(c).

Enfin, les solutions de Kuznetsov-Ma et breathers d'Akhmediev tendent vers une forme asymptotique lorsque  $a$  vaut  $1/2$ . Cette solution s'appelle soliton de Peregrine

[Peregrine 83] et possède la particularité d'être localisée en temps et en espace. Le soliton de Peregrine (formule 1.64) est représenté sur la figure 1.19(b).

$$\psi(\xi, \tau) = e^{i\xi} \left[ 1 - \frac{4(1 + 2i\xi)}{1 + 4\tau^2 + 4\xi^2} \right] \quad (1.64)$$

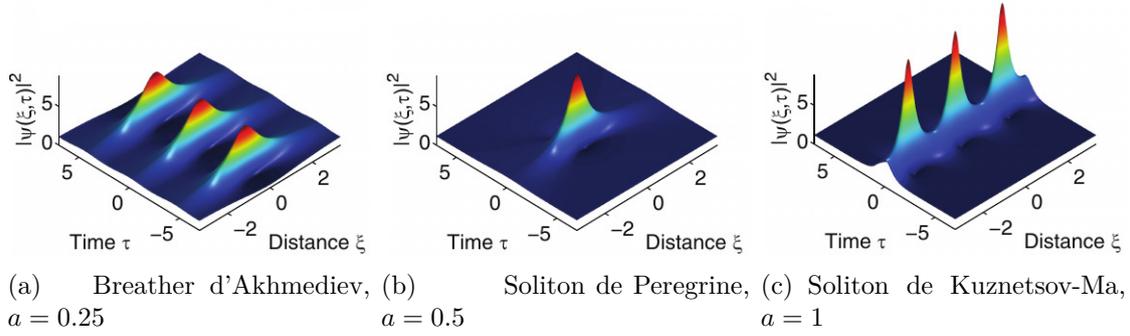


FIGURE 1.19 – Solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension pour différentes valeurs du paramètre  $a$ . Figure extraite de l'article [Kibler *et al.* 12b].

Nous venons de présenter les caractéristiques analytiques des solitons sur fond continu que sont les breathers d'Akhmediev, les solitons de Kuznetsov-Ma et les solitons de Peregrine. Ces trois solutions présentent un intérêt particulier pour tenter d'expliquer la formation d'ondes scélérates à la surface des océans [Shrira et Geogjaev 10]. Ces solutions et les solutions rationnelles d'ordre élevés sont aujourd'hui considérées comme des prototypes d'ondes scélérates [Akhmediev *et al.* 09c, Dudley *et al.* 14]. Récemment, des études ont montré qu'il était possible d'observer expérimentalement ces structures à partir de conditions initiales particulières [Kibler *et al.* 10, Hammani *et al.* 11, Kibler *et al.* 12b, Frisquet *et al.* 13]. Nous proposons de discuter brièvement des travaux effectués par B. Kibler et ses collaborateurs concernant l'observation de la dynamique de ces solitons.

**Observation expérimentale du soliton de Peregrine** Dans l'expérience réalisée par le groupe de Dijon [Kibler *et al.* 10], la configuration expérimentale consiste à utiliser deux lasers continus. L'onde de pompe à une longueur d'onde de 1554,53 nm est injectée avec une onde signal de longueur d'onde  $\lambda_s$  possédant une faible modulation et décalée en longueur d'onde de la pompe. En ajustant  $\lambda_s$  par rapport à  $\lambda_p$ , le paramètre de modulation  $\alpha_{mod}$  peut être contrôlé de façon à s'approcher de la solution de type Peregrine ( $\alpha_{mod} = 0,5$ ). Avec les deux ondes injectées dans la fibre, l'expression de la condition initiale s'écrit :

$$A(z = 0, T) = \sqrt{P_0} [1 + \alpha_{mod} \exp(i\omega_{mod}T)] \quad (1.65)$$

Ce champ est injecté dans une fibre hautement non linéaire<sup>15</sup> d'une longueur de 900 m. Les auteurs montrent la formation d'une structure de grande amplitude localisée spatialement et temporellement. La figure 1.20 représente le profil temporel de cette structure.

15.  $\gamma = 0.01\text{W}^{-1}\text{m}^{-1}$  et  $\beta_2 = -8,85.10^{28}\text{s}^2\text{m}^{-1}$

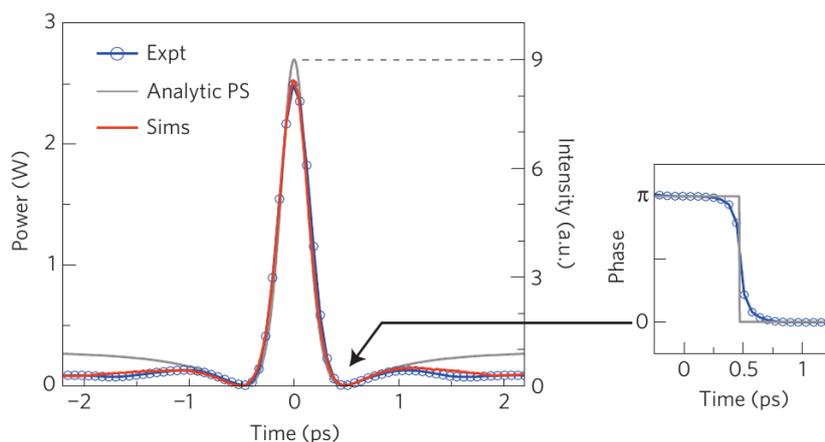


FIGURE 1.20 – Profil temporel du soliton de Peregrine. Comparaison entre l’expérience en bleu, la simulation numérique en rouge et la forme analytique en noir. Illustration issue de [Kibler *et al.* 10].

On peut constater le très bon accord obtenu entre les prédictions analytiques et le résultat expérimental, notamment avec la présence d’un saut de phase associé à une valeur nulle de l’intensité. Une étude similaire à celle de Kibler *et al.* a été réalisée dans une cuve à une dimension par Chabchoub *et al.* Dans ce travail, Chabchoub *et al.* ont montré l’émergence d’un soliton de Peregrine au sein des fluctuations d’amplitude de la surface de l’eau [Chabchoub *et al.* 11].

**Observation expérimentale du soliton de Kuznetsov-Ma** Nous avons vu dans cette section que le soliton de Kuznetsov-Ma est localisé temporellement mais périodique suivant la dimension de propagation. Kibler *et al.* ont étudié expérimentalement l’émergence de cette structure en 2012 [Kibler *et al.* 12b].

La condition initiale possède ici une forme différente de celle utilisée pour observer le soliton de Peregrine. Le champ initial est de la forme suivante :

$$A(z = 0, T) = \sqrt{P_0} + \sqrt{P_0} [\sqrt{2a_{KM}} - 1] [1 + \cos(\Omega_{mod}T)] \quad (1.66)$$

La condition initiale expérimentale générée à partir de la formule 1.66 est représentée en noir sur la figure 1.21(b). Kibler *et al.* montrent dans une simulation numérique complémentaire que la dynamique d’évolution du soliton de Kuznetsov-Ma peut être décrite par la propagation d’une onde continue possédant une large modulation. Kibler *et al.* utilisent cette approche dans leur expérience. La figure 1.21(b) représente la comparaison entre la formule analytique d’un soliton de Kuznetsov-Ma (en noir) et l’onde générée à partir de la formule 1.66 (en rouge). On constate que la partie centrale de l’onde modulée à une forme pratiquement identique à celle du soliton de Kuznetsov-Ma.

Le résultat de la propagation de l’onde cohérente est représenté sur la figure 1.21(b). Kibler *et al.* montrent alors que les profils théoriques, numériques et expérimentaux sont en accord quantitatif et permettent d’observer expérimentalement un soliton de Kuznetsov-Ma.

Les deux expériences présentées ci-dessus ont mis en évidence la possibilité de décrire

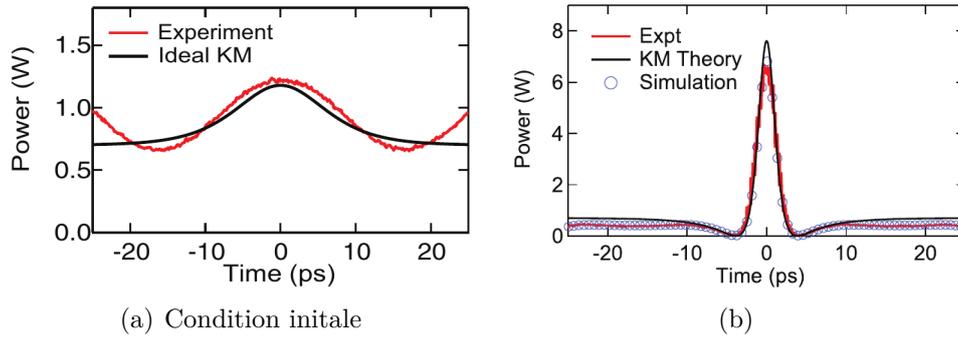


FIGURE 1.21 – (a) Condition initiale expérimentale en rouge comparée à la forme temporelle d'un soliton de Kuznetsov-Ma. (b) Profil temporel du soliton de Kuznetsov-Ma. Comparaison entre l'expérience en rouge, la simulation numérique en bleu et la forme analytique en noir. Illustration issue de [Kibler *et al.* 12b].

l'apparition d'un évènement extrême à partir de solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous avons voulu montrer au travers de la description très brève de ces deux études l'importance de la condition initiale. L'étude déterministe expérimentale des ondes scélérates demande de générer des conditions initiales particulières à l'image des équations 1.65 et 1.66.

### 1.2.3.2 Instabilité modulationnelle et ondes scélérates

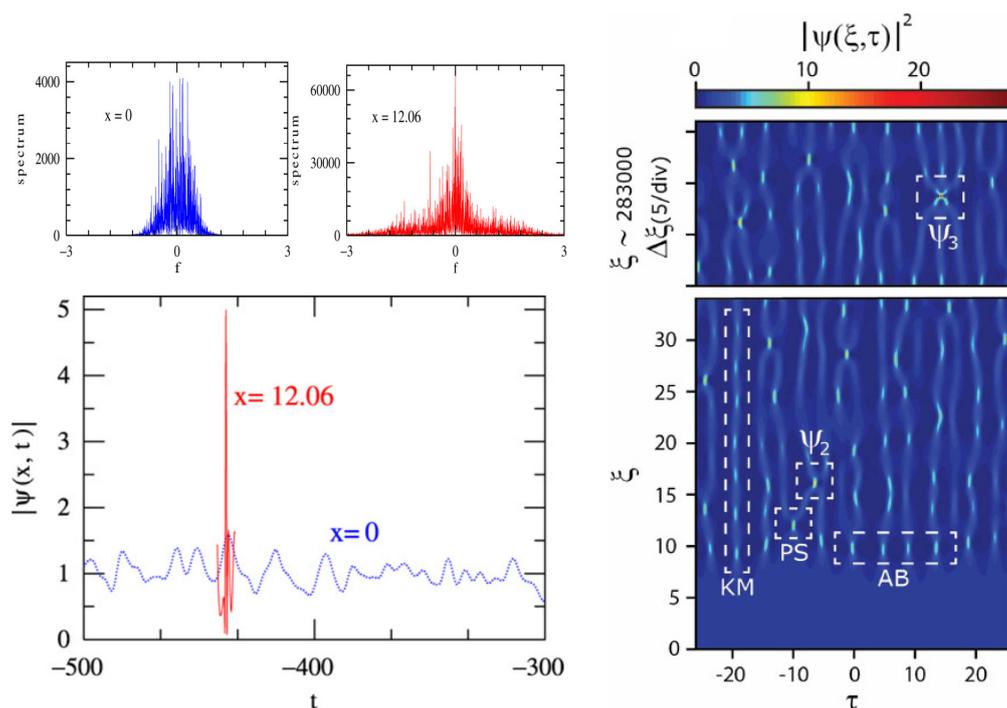
Dans la section 1.2.3.1, nous avons présenté les travaux effectués à partir de conditions initiales **cohérentes** particulières correspondant aux solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. La génération de ces structures à partir d'une condition initiale aléatoire est une question fondamentale. Pour tenter d'y répondre, une approche différente a été développée. Elle consiste à considérer une onde plane sur laquelle on superpose du bruit. La présence d'une certaine quantité de bruit dans la condition initiale rend cette approche non déterministe. Cette condition initiale particulière est souvent appelée onde plane bruitée [Akhmediev *et al.* 09b] ou encore condensat bruité [Agafontsev et Zakharov 15]. Dans cette section, nous allons présenter le résultat de ces études qui sont réalisées à notre connaissance uniquement de manière théorique et numérique.

**Propagation d'une onde plane bruitée** Le modèle permettant de décrire la propagation de l'onde est l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension sous sa forme adimensionnée (équation 1.62). La condition initiale est une onde plane bruitée s'écrivant :

$$\psi(\xi = 0, \tau) = 1 + \mu f(\tau) \quad (1.67)$$

Dans la formule 1.67, le paramètre  $\mu$  contrôle l'amplitude du bruit, tandis que  $f(\tau)$  est une fonction aléatoire.

La figure 1.22(a) est extraite de l'article d'Akhmediev *et al.* [Akhmediev *et al.* 09b] où la distance de propagation est indiquée par la variable  $x$  au lieu de  $\xi$ . La courbe en pointillée bleu de la figure 1.22(a) représente un exemple de condition initiale de type condensat bruité tel qu'il est illustré dans l'article [Akhmediev *et al.* 09b]. On constate



(a) Condition initiale du type onde plane bruitée (en bleu, formule 1.67). En rouge, résultat suite à la propagation. Spectre sur une réalisation (en haut) et fluctuations d'amplitude du champ (en bas). Illustrations issues de [Akhmediev *et al.* 09b].

(b) Evolution spatiale de l'onde plane bruitée sur une distance adimensionnée  $\xi$ .  $\psi_2$  et  $\psi_3$  solitons rationnels d'ordre 2 et 3. PS, KM et AB correspondent respectivement aux solitons de Peregrine, Kuznetsov-Ma et Akhmediev breathers. Illustrations issues de [Toenger *et al.* 15].

FIGURE 1.22 – Simulations numériques extraites respectivement des travaux de [Akhmediev *et al.* 09b] et [Toenger *et al.* 15] sur les figures (a) et (b).

que l'amplitude de l'onde fluctue aléatoirement autour de la valeur moyenne qui vaut 1. Cette condition initiale est utilisée dans la simulation numérique de l'équation 1.62. La courbe en rouge sur la figure 1.22(a) représente l'amplitude du champ à une distance de  $x = 12,6$ <sup>16</sup>. Akhmediev *et al.* observent une structure particulière de grande amplitude qu'ils vont ensuite chercher à caractériser. Le spectre optique sur une réalisation est quant à lui illustré sur la figure 1.22(a). Le code couleur reste le même et caractérise en bleu la condition initiale et en rouge le spectre suite à la propagation. Sur ces deux figures, les auteurs ont supprimé la distribution de Dirac à la fréquence nulle correspondant à l'onde plane bruitée. Avec leur condition initiale, le spectre est étroit et toutes les composantes spectrales sont comprises dans la bande de gain de l'instabilité de modulation. L'ensemble des modes situés dans le spectre en  $x = 0$  va être amplifié par l'instabilité de modulation.

16. En réalité, cette distance n'est pas choisie au hasard. Sachant qu'une onde scélérate est caractérisée par une vague de grande amplitude, les auteurs cherchent le maximum d'intensité à chaque distance de propagation et tracent une courbe représentant l'évolution de ces maxima au cours de la propagation. Cette méthode permet aux auteurs [Akhmediev *et al.* 09b] de localiser l'évènement de plus grande amplitude.

De ce fait, le spectre optique s'élargit sous l'effet du mélange à quatre ondes (en rouge sur la figure 1.22(a)).

Toenger *et al.* ont représenté [Toenger *et al.* 15] l'évolution spatio-temporelle de l'onde plane bruitée (figure 1.22(b)) dans une étude similaire à celle d'Akhmediev. Toenger *et al.* mettent en évidence l'émergence de structures de grandes amplitudes dont la périodicité spatiale et temporelle rappelle celle des solitons sur fond continu.

**Caractérisation des structures cohérentes** L'équation de Schrödinger non linéaire ainsi que les solutions du type solitons sur fond continu sont toutes normalisées de manière à ce que la valeur moyenne de l'amplitude de la condition initiale soit égale à l'unité. Dès 1983, Peregrine a déterminé l'amplitude maximale du soliton de Peregrine comme égale à 3 [Peregrine 83]. Or, on peut constater sur la figure 1.22(a) que l'amplitude de l'évènement extrême est de 5. Une première hypothèse est que ces solitons dans leurs formes élémentaires ne semblent pas pouvoir décrire cet évènement. Mais il est possible d'obtenir des solutions plus complexes d'ordres supérieurs en utilisant des techniques mathématiques comme la transformation de Darboux [Akhmediev *et al.* 09a]. Ces solutions, appelées *solutions rationnelles*, sont beaucoup plus localisées et possèdent une amplitude beaucoup plus importante<sup>17</sup> [Akhmediev et Korneev 86, Akhmediev *et al.* 09a].

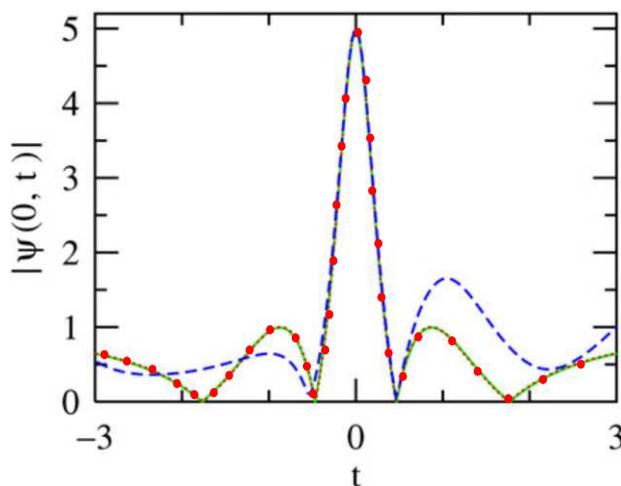


FIGURE 1.23 – La courbe bleu correspond à un évènement extrême proche de celui illustré sur la figure 1.22(a). La courbe verte est une solution rationnelle d'ordre supérieur alors que la courbe avec des points rouge correspond à une collision entre deux breathers d'Akhmediev. Illustration issue de [Akhmediev *et al.* 09b].

La figure 1.23 représente une superposition, respectivement en vert et en rouge, d'une solution rationnelle d'ordre supérieur et la collision de deux breathers d'Akhmediev. Selon les auteurs, les solutions rationnelles tirent leur origine physique de la collision de plusieurs

17. Le formalisme utilisé pour décrire les solutions rationnelles est assez compliqué et le lecteur peut s'orienter vers l'article [Akhmediev *et al.* 09c] pour obtenir les détails mathématiques. Cependant, Akhmediev *et al.* ont étudié ces solutions jusqu'à donner la formule analytique au quatrième ordre de ces solutions [Akhmediev *et al.* 09c]. Par ailleurs, le soliton de Peregrine correspond à une solution rationnelle de premier ordre.

solitons élémentaires sur fond continu [Akhmediev *et al.* 09c]. Cependant, il semblerait que les structures intenses de type solution rationnelle possèdent une probabilité d'apparition assez faible comparée à celle issue de la collision entre des solitons élémentaires [Akhmediev *et al.* 09b]. La raison est que les solutions type solitons apparaissent naturellement au sein des fluctuations aléatoires de l'onde plane, principalement sous l'effet de l'instabilité de modulation. Enfin, des études récentes [Dudley *et al.* 14, Toenger *et al.* 15] ont non seulement montré le même type de comportement (figure 1.22(b)) mais également confirmée l'hypothèse d'Akhmediev. En se basant sur des arguments liés à l'amplitude des fluctuations, Toenger *et al.* affirme que les solitons de Peregrine ne peuvent expliquer l'apparition d'ondes scélérates. De plus, toujours selon les auteurs de tels événements proviennent plutôt de collisions entre solitons sur fond continu tel que les solitons de Kuznetsov-Ma ou les breathers d'Akhmediev.

A partir d'une onde plane bruitée, les études présentées ci-dessus montrent qu'il est possible de générer des structures particulières en optique considérées comme prototypes d'ondes scélérates. Ces structures sont identifiées comme des solitons élémentaires sur fond continu ou peuvent correspondre à une collision entre ces solutions. En particulier, ces travaux ont montré que l'instabilité de modulation entraînait une déstabilisation de la condition initiale, ce qui mène à la formation de structures cohérentes.

Jusqu'aux travaux réalisés dans cette thèse, aucune étude en optique a, à notre connaissance, effectué une expérience à partir d'une onde partiellement cohérente et dont l'équation régissant la propagation est proche de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. De plus, nos expériences sont proches de celles réalisées en hydrodynamique dans des cuves à une dimension comme par exemple celle d'Onorato *et al.* présentée dans la section 1.2.1.3. Cependant, nos travaux ainsi que ceux effectués par Akhmediev *et al.* et Dudley *et al.* se placent dans un contexte plus général récemment introduit par Zakharov sous la dénomination de *turbulence intégrable*.

## 1.3 Turbulence intégrable

### 1.3.1 Définitions

Les équations intégrables, c'est-à-dire, les équations parfaitement solubles sont essentielles en mathématiques et en physique théorique. Cependant, il semble compliqué de donner une définition claire et précise de l'intégrabilité, valable pour décrire l'ensemble des équations d'évolution des systèmes d'ondes [Calogero *et al.* 91]. Dans ce chapitre, nous proposons de donner quelques notions sur l'intégrabilité et notamment sous quelles hypothèses nous considérons l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension comme intégrable.

D'un point de vue strictement mathématique, la notion d'intégrabilité peut être définie au sens du théorème de Liouville-Arnold [Arnold 89]. Un système hamiltonien à  $n$  degrés de liberté est intégrable s'il possède  $n$  constantes du mouvement indépendantes. Dans l'espace des phases, le mouvement est alors localisé sur la surface d'un tore. Un exemple simple permettant d'illustrer ces propos est celui d'un système conservatif possédant un degré de liberté. Dans ce cas, il n'y a qu'une constante du mouvement qui est l'énergie. En général, pour les systèmes possédant une infinité de degrés de liberté (équations aux dérivées partielles), il est difficile de caractériser exactement la trajectoire de la condition

initiale dans l'espace des phases [Calogero *et al.* 91]. Cependant, pour certaines équations non linéaires comme celle de Korteweg de Vries, il a été possible de déterminer une série de lois de conservation. Ceci a permis à M. Kruskal et ses collaborateurs (Gardner, Greene, Kruskal, Miura) de développer une nouvelle méthode d'analyse des systèmes non linéaires appelée transformation de diffusion inverse ou *Inverse Scattering Transform* (IST).

Historiquement, l'IST a permis de déterminer une solution générale à l'équation de Korteweg de Vries pour des conditions aux limites infinies [Gardner *et al.* 67]. Puis, en 1968, P. Lax a apporté un nouvel aspect théorique à ce concept [Lax 68]. Ensuite, elle a été étendue à différents types d'équations par Zakharov et Shabat [Zakharov et Shabat 72]. Enfin, Ablowitz, Kaup, Newell et Segur (AKNS) [Ablowitz *et al.* 74] ont développé une méthode permettant de résoudre différents types d'équations non linéaires. Parmi ces équations intégrables, on peut trouver l'équation de Korteweg de Vries (et Korteweg de Vries modifiée), l'équation de Sine-Gordon (et sinh-Gordon), et bien sûr celle qui nous intéresse ici, l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [Zakharov et Shabat 72]. L'IST a ensuite été développée dans le cas de conditions aux limites périodiques pour ces mêmes équations [Forest et McLaughlin 82]. Une façon de définir simplement le principe de la méthode IST est de considérer qu'elle permet de généraliser l'analyse de Fourier ordinaire pour les problèmes non linéaires. De plus, elle possède l'avantage de définir une nouvelle base de fonctions sur lesquelles les solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire peuvent être projetées (les solitons) [Kivshar et Malomed 89]. Cependant, cet outil n'est pas utilisé aussi couramment que les transformées de Fourier. Ceci est probablement dû à la complexité de sa mise en œuvre et notamment au manque d'algorithmes numériques permettant d'utiliser l'IST dans un contexte expérimental. Dans l'ensemble de ce mémoire, nous considérons que l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension que nous utilisons est intégrable au sens où elle peut être résolue par la méthode IST [Ablowitz et Segur 81, Osborne 93].

Dans la section 1.1.2.3, nous avons discuté de la théorie de la turbulence d'onde. Elle permet d'étudier l'évolution du spectre moyen du champ dans un régime de propagation faiblement non linéaire imposant notamment que la statistique dévie peu de la loi normale au cours de la propagation. Les travaux réalisés en hydrodynamique mais également en optique sur les ondes aléatoires dont la propagation est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension permettent d'étudier l'émergence d'ondes scélérates. Cependant, ces études sont réalisées dans un régime non linéaire de propagation où la théorie de la turbulence d'onde ne peut s'appliquer. Récemment, un nouveau champ de recherche a été introduit par Zakharov sous la dénomination de turbulence intégrable [Zakharov 09, Zakharov et Gelash 13]. **Les phénomènes de turbulence intégrable émergent lorsque la propagation d'une onde aléatoire est régie par une équation non linéaire intégrable.**

### 1.3.2 Un exemple d'expérience d'optique non linéaire statistique à une dimension

La section 1.2 a permis de présenter un état de l'art succinct sur la formation des ondes scélérates. En effet, l'étude de l'émergence de ces structures ainsi que l'impossibilité de les prédire a conduit à de nombreux travaux. Nous avons essayé de mettre en avant les différentes approches utilisées (déterministe et statistique), dans différents systèmes (dissipatif

et conservatif). Plus particulièrement, nous avons expliqué que les systèmes d'ondes à une dimension semblent être les plus favorables à l'étude des ondes scélérates [Peregrine 83, Onorato *et al.* 04, Zakharov 09, Akhmediev *et al.* 09b, Chabchoub *et al.* 15, Toenger *et al.* 15]. Par ailleurs, nous avons abordé dans la section 1.3.1, le concept de turbulence intégrable. Cependant, comme nous en avons discuté dans la section 1.2.3.2, la majorité des études en optique utilisant une onde aléatoire sont numériques ou théoriques.

A notre connaissance, il existe un travail expérimental [Bromberg *et al.* 10] dans le contexte de l'interférométrie stellaire de *Hanbury Brown and Twiss* (HBT) [HB 56] qui est très proche du contexte de la turbulence intégrable. Dans ce travail, Bromberg *et al.* étudient la propagation non linéaire d'une onde incohérente (un speckle) et montrent que les résultats sont très bien décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous proposons de présenter cette étude dans la section suivante.

### 1.3.2.1 Speckle : condition initiale transverse incohérente

Dans la section 1.1.1.1, nous avons rapidement abordé la nature incohérente du speckle. Nous proposons de donner un aperçu des résultats obtenus concernant la propagation de celui-ci dans un milieu non linéaire, au travers du travail de [Bromberg *et al.* 10]. A la différence des études présentées dans la section 1.2.3.2, la condition initiale utilisée par Bromberg *et al.* est localisée transversalement (figure 1.24).

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 1.24. Un laser mode locké est focalisé à la surface d'un diffuseur de manière à former une onde incohérente. Puis, cette onde aléatoire se propage dans un guide non linéaire à réponse instantanée. A la sortie du milieu non linéaire, Bromberg *et al.* placent une caméra afin de mesurer les fluctuations transverses de l'intensité de l'onde incohérente.

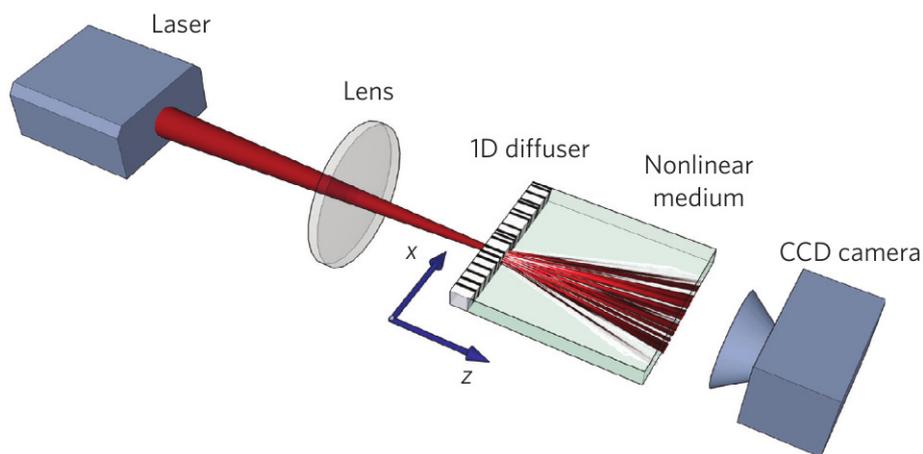


FIGURE 1.24 – Dispositif expérimental de l'expérience de Bromberg *et al.* Illustration issue de [Bromberg *et al.* 10].

Les auteurs cherchent à caractériser la distribution de probabilité des fluctuations d'intensité du speckle. Dans leur configuration, un des moyens d'y parvenir est de propager l'onde incohérente à basse puissance dans le guide d'onde. La figure 1.25(b) représente la mesure expérimentale de la fonction de densité de probabilité. On peut remarquer qu'elle

forme une droite en échelle semi-logarithmique ce qui traduit le fait que le speckle possède une statistique gaussienne. Sur la figure 1.25(a), Bromberg *et al.* ont tracé une simulation numérique dans ces conditions expérimentales. On constate que chaque fluctuation de grande amplitude s'élargit au cours de la propagation sous l'effet de la diffraction.

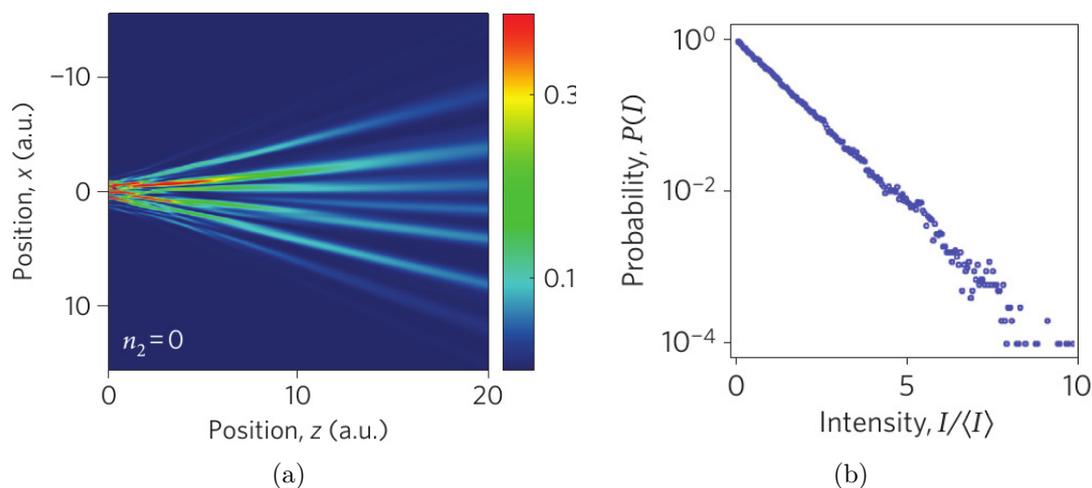


FIGURE 1.25 – (a) Diagramme spatio-temporel représentant l'évolution du speckle en régime linéaire. Ce diagramme est calculé à partir de l'équation de Schrödinger non linéaire. (b) Distribution de probabilité expérimentale mesurée après propagation à faible puissance dans le guide d'onde. Illustrations issues de [Bromberg *et al.* 10].

### 1.3.2.2 Propagation dans un milieu non linéaire focalisant

Nous présentons les résultats obtenus par Bromberg *et al.* dans le cas d'un milieu non linéaire focalisant. Cette situation correspond la propagation en régime de dispersion anormale dans une fibre optique.

Bromberg *et al.* utilisent dans cette expérience un guide d'onde ( $Al_{0.18}Ga_{0.82}As$ ) qui a la particularité d'avoir une non linéarité focalisante très élevée [Aitchison *et al.* 91]. Ils augmentent progressivement la puissance (35 mW en vert, 60 mW en rouge et 120 mW en orange) et mesurent la fonction de densité de probabilité (figure 1.26(a)). On constate qu'à très basse puissance (bleu, propagation linéaire) la statistique est gaussienne. Par contre, plus la puissance augmente plus la distribution de probabilité passe au-dessus de la distribution exponentielle. Cela se traduit par l'émergence de pics d'intensité de grandes amplitudes dans les fluctuations du speckle.

Bromberg *et al.* ont ensuite effectué la simulation numérique de l'équation de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension décrivant la propagation du speckle :

$$i2k_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + 2k_0^2 \frac{n_2}{n_0} |\psi|^2 \psi = 0 \quad (1.68)$$

où  $k_0 = 2\pi/(\lambda n_0)$  et  $n = n_0 + n_2 I$ . Dans ce système, le type de non-linéarité est paramétré par la valeur de l'indice de réfraction  $n_2$  définissant le type d'interaction considérée. Si

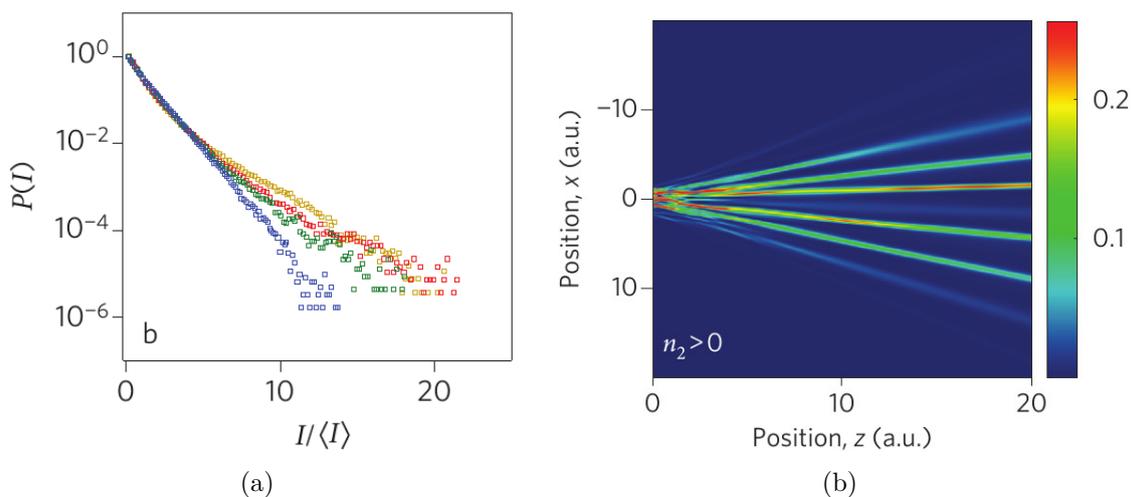


FIGURE 1.26 – (a) Distribution de probabilité dans le cas focalisant. (b) Diagramme spatio temporel correspondant. Illustrations issues de [Bromberg *et al.* 10].

$n_2 > 0$  alors on parle de non-linéarité focalisante ou interaction attractive. Si  $n_2 < 0$ , la non-linéarité est défocalisante ou repulsive.

Les résultats de la simulation numérique dans le cas d'une non-linéarité focalisante sont illustrés sur le diagramme spatio-temporel de la figure 1.26(b). A la différence du régime linéaire où chaque pic de forte intensité subissait le phénomène de diffraction, dans le cas focalisant, ces pics se propagent de façon localisée, avec une puissance importante et une largeur qui semble rester constante. Cette observation traduit l'apparition de solitons brillants dans le guide d'onde. Cet effet se produit lorsque la diffraction est compensée par les effets non linéaires. A la différence de ce que l'on obtient dans le domaine temporel (chapitre 3), les solitons brillants se séparent et se propagent dans différentes directions scindant ainsi le speckle initial en plusieurs structures cohérentes de grandes intensités. L'émergence de ces structures explique pourquoi la distribution de probabilité mesurée expérimentalement possède une distribution à queue lourde.

### 1.3.2.3 Propagation dans un milieu non linéaire défocalisant

Bromberg *et al.* ont réalisé le même type d'expérience dans un milieu à non-linéarité défocalisante. Le dispositif expérimental est identique à celui illustré sur la figure 1.24. Cependant, le laser de départ est remplacé par un laser continu à une longueur d'onde de 532 nm. De plus, le milieu non linéaire est maintenant une substance liquide constituée d'un mélange d'éthanol et de colorant absorbant.

Dans un premier temps, les auteurs propagent le speckle obtenu en régime linéaire. Ils mesurent la distribution de probabilité (en bleu sur la figure 1.27(a)). Puis, ils augmentent la puissance du laser et tracent la distribution de probabilité à différentes puissances (15 mW en vert, 30 mW en rouge, et 90 mW en orange). Le résultat est différent de celui obtenu en non-linéarité focalisante. Cette fois-ci, la distribution de probabilité passe en dessous de la distribution exponentielle au fur et à mesure que la puissance augmente (figure 1.27(a)).

Enfin, les auteurs effectuent la simulation numérique de l'équation 1.68 pour  $n_2 > 0$

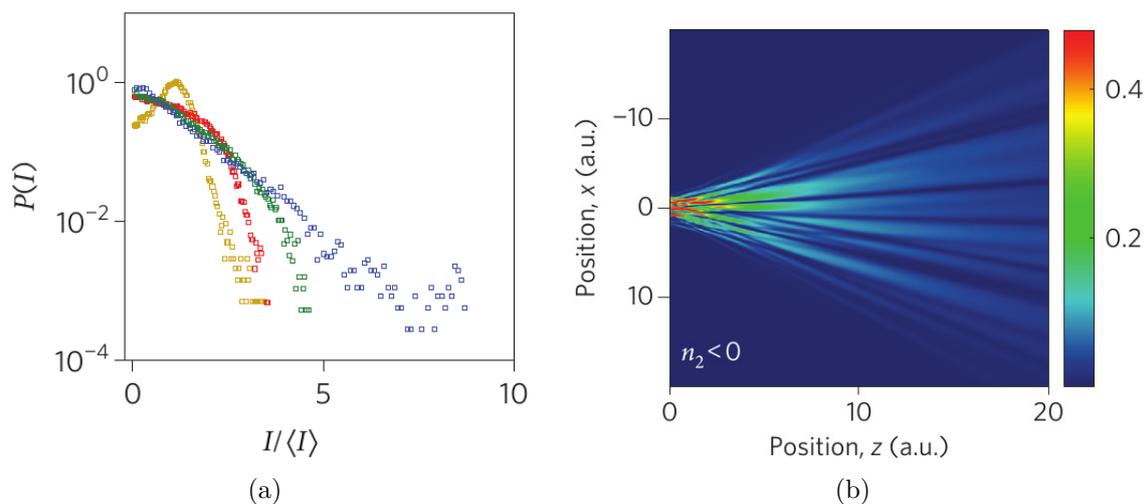


FIGURE 1.27 – (a) Distribution de probabilité dans le cas défocalisant. (b) Diagramme spatio temporel correspondant. Illustrations issues de [Bromberg *et al.* 10].

et tracent le diagramme spatio-temporel correspondant (figure 1.27(b)). On constate que les pics de plus fortes amplitudes présents initialement dans le speckle tendent à s'élargir au cours de la propagation et leurs puissances diminuent progressivement. D'après les auteurs, on peut distinguer des structures particulières ressemblant à des solitons noirs. Les fluctuations d'intensité du speckle sont plus faibles à la sortie du guide d'onde qu'elles ne l'étaient initialement. La distribution de probabilité mesurée prend alors la forme d'une distribution à queue légère.

Les expériences que nous venons de présenter se placent dans le contexte de l'interférométrie stellaire. Pourtant, les expériences réalisées, dans le domaine spatial, sont très bien décrites par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Cependant, la condition initiale utilisée est une onde incohérente (un speckle) qui possède la caractéristique d'être localisée et dont l'intensité décroît transversalement vers zéro.

### 1.3.3 Simulations numériques : état stationnaire de la turbulence intégrable

Le travail de Bromberg *et al.* est le premier en optique non linéaire statistique à décrire, numériquement et expérimentalement, l'évolution de la statistique d'une onde incohérente dont la propagation est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous tenons à faire remarquer que la condition initiale est localisée. De plus, elle décroît vers zéro quand la dimension spatiale (ici la dimension transverse  $X$ ) tend vers l'infini. Dans ce cas, la méthode IST permet de résoudre analytiquement le problème. Derevyanko *et al.* ont appliqué un traitement IST [Derevyanko et Small 12] dans le cadre de l'étude effectuée par Bromberg *et al.* et ont expliqué analytiquement et numériquement les déviations de la statistique gaussienne observées par Bromberg *et al.*.

Zakharov et Agafontsev ont publié très récemment des études numériques fondamen-

tales autour de la problématique de la turbulence intégrable [Agafontsev et Zakharov 15]. Les conditions aux limites utilisées dans la simulation numérique sont des conditions périodiques, au contraire des travaux décrivant l'expérience présentée dans la section 1.3.2. Dans cet article, l'onde aléatoire est un condensat bruité, c'est-à-dire, une onde plane sur laquelle on superpose du bruit. Ce type de condition initiale est utilisé dans les travaux que nous avons détaillés dans la section 1.2.3.2 [Akhmediev *et al.* 09b, Toenger *et al.* 15]. En réalité, ces études se placent dans le contexte de la turbulence intégrable car l'équation de propagation est intégrable<sup>18</sup> et la condition initiale est une onde aléatoire (condensat bruité). Cependant, le travail effectué par Agafontsev *et al.* est complémentaire à ces études pour deux raisons. D'une part, Agafontsev *et al.* s'intéressent à l'évolution de la distribution de probabilité du condensat bruité au cours de la propagation. D'autre part, ils étudient l'évolution non linéaire de l'instabilité de modulation jusqu'à un état stationnaire statistique [Zakharov 09].

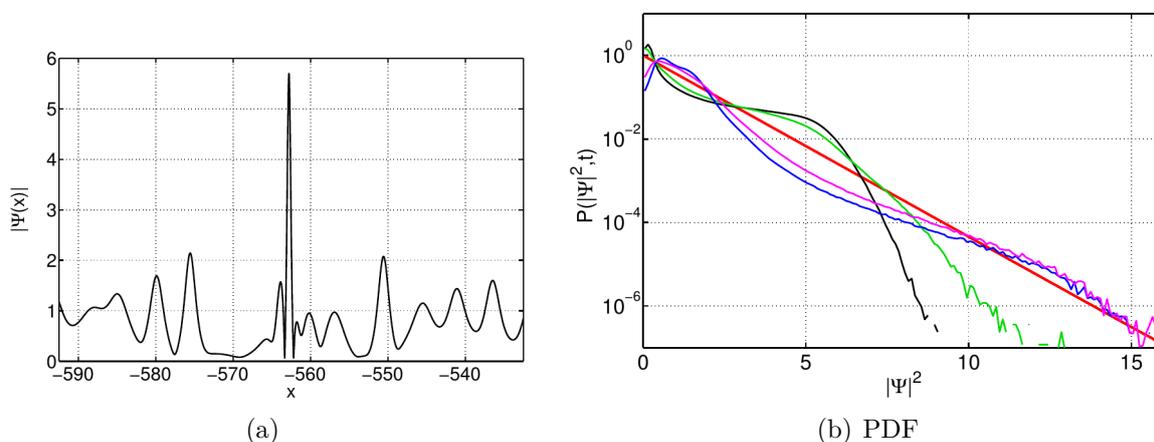


FIGURE 1.28 – (a) Evolution de la distribution de probabilité (PDF) sur l'intensité du champ jusqu'à l'état stationnaire statistique. (b) Fluctuations du condensat à l'état stationnaire statistique. Illustrations issues de [Agafontsev et Zakharov 15].

La figure 1.28(a) représente le module du champ à une distance particulière de propagation. On observe un pic d'intensité dont la valeur maximale est supérieure à 5, tout comme dans l'article d'Akhmediev et ses collaborateurs [Akhmediev *et al.* 09b]. Intéressons nous maintenant à la statistique du module au carré du champ tracée sur la figure 1.28(b). On remarque qu'elle n'est pas exponentielle au début de la propagation. Par contre, au fur et à mesure de la propagation elle tend vers la distribution exponentielle (en rouge sur la figure 1.28(b)).

L'étude numérique réalisée par Agafontsev et Zakharov en turbulence intégrable possède des points communs avec celles d'Akhmediev *et al.*, Dudley *et al.* ainsi que Toenger *et al.* [Akhmediev *et al.* 09b, Dudley *et al.* 14, Toenger *et al.* 15]. En particulier, Agafontsev *et al.* montrent que des structures possédant des amplitudes et des formes particulières émergent suite à la propagation à partir d'une onde plane bruité. Bien que cette approche permet d'étudier la formation d'une onde scélérate à partir d'une onde aléatoire (condensat bruité), elle ne décrit pas totalement l'état de surface des océans comme nous l'avons

18. Equation de Schrödinger non linéaire à une dimension.

expliqué dans la section 1.2.1. Enfin, il est important de remarquer que dans le travail d'Agafontsev *et al.*, les auteurs tentent une approche résolument statistique. La première conclusion fondamentale obtenue est qu'il existe un état stationnaire statistique en turbulence intégrable. De plus, à partir d'une condition initiale du type condensat bruité, la distribution de probabilité du champ tend, à l'état stationnaire statistique, vers une statistique gaussienne.

### 1.3.4 Théorie statistique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension

Nous revenons ici sur l'étude réalisée par P. Janssen que nous avons introduit dans la section 1.1.2.3 [Janssen 03]. Nous rappelons que cette étude se situe dans le domaine de l'hydrodynamique. Dans ce travail, P. Janssen étudie pour la première fois à notre connaissance, numériquement et théoriquement, l'évolution spectrale et **statistique** d'une onde incohérente. De plus, il utilise l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Malgré les limites de cette étude, relatives au régime de propagation qui est faiblement non linéaire, on peut resituer aujourd'hui ce travail dans le contexte de la turbulence intégrable.

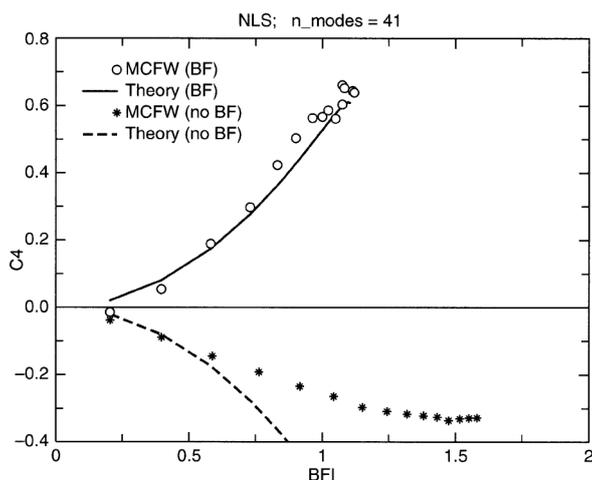
P. Janssen étudie les deux régimes de propagation de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension, c'est-à-dire le régime focalisant et défocalisant. Comme nous en avons discuté dans la section 1.2.1.4, le régime focalisant correspond à des expériences qui peuvent être réalisées en eau profonde et qui correspondent au régime de dispersion anormale de la fibre. Le régime défocalisant correspond quant à lui à des expériences en eau peu profonde. Nous allons présenter ici les principaux résultats obtenus par P. Janssen en ce qui concerne la statistique dans ces différents régimes de propagation.

La figure 1.29(a) représente l'évolution du kurtosis<sup>19</sup> en fonction de la valeur de l'indice de Benjamin-Feir (section 1.2.1.3). On peut constater que plus l'indice de Benjamin-Feir augmente, plus la statistique de l'élévation de surface dévie de la statistique gaussienne aussi bien pour le régime de propagation focalisant que défocalisant. La figure 1.29(b),(c) représente la distribution de probabilité pour un indice de Benjamin-Feir égal à 1,4. Ces deux figures permettent d'illustrer l'écart à la statistique gaussienne mis en avant par le kurtosis. En régime focalisant, la statistique dévie faiblement au-dessus de la statistique gaussienne et traduit d'après l'auteur l'émergence de vague de grandes amplitudes. A l'opposé, en régime défocalisant caractérisé par une valeur négative du kurtosis, on peut constater que la statistique dévie légèrement sous la statistique gaussienne. On comprend que dans ce cas l'état de surface du fluide sera composé de vagues de plus petites amplitudes que celles contenues dans l'état de surface initial.

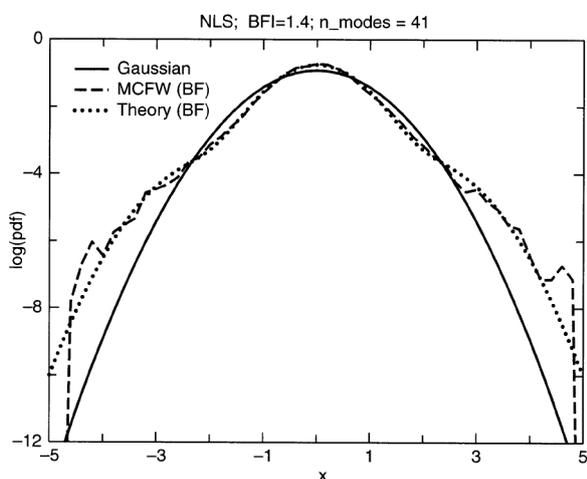
Dans cette étude, P. Janssen traite de l'évolution statistique d'une onde incohérente dont la propagation est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Le régime de propagation est faiblement non linéaire et on constate à l'image de la figure 1.29(a) que la statistique de l'élévation de surface dévie mais reste relativement proche de la statistique gaussienne. Dans son étude, P. Janssen modifie la théorie usuelle

---

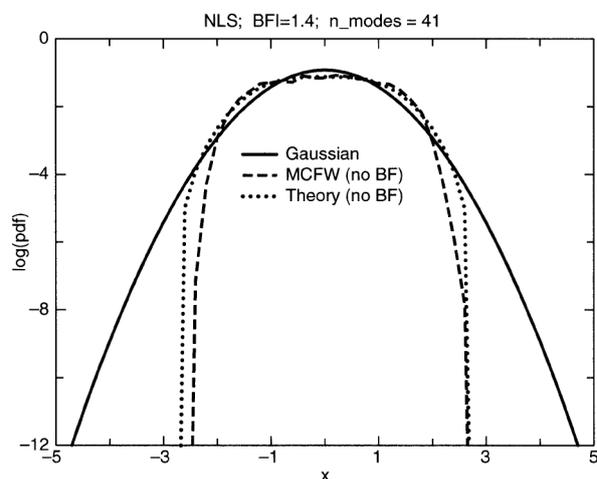
19. Nous rappelons que le kurtosis est un paramètre statistique de forme qui peut être relié au moment d'ordre 4 du champ, c'est-à-dire, dans cette expérience à l'élévation de surface  $\eta$  :  $C_4 = \langle \eta^4 \rangle / 3 \langle \eta^2 \rangle^2 - 1$ . Lorsque la statistique est gaussienne la valeur du kurtosis vaut zéro.



(a) Evolution du kurtosis en fonction de la valeur de l'indice de Benjamin-Feir.



(b) PDF en régime focalisant



(c) PDF en régime défocalisant

FIGURE 1.29 – Evolution de la distribution de probabilité (PDF) de la surface d'élevation du fluide ( $\eta$ ) dans le cas du régime focalisant ( $BF$ ) en (a) et défocalisant ( $no BF$ ) en (b). Ces courbes sont tracées pour une valeur de l'indice de Benjamin-Feir valant 1,4. P. Janssen superpose la distribution de probabilité gaussienne en trait plein avec la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (MCFW) et le calcul analytique (theory). Illustrations issues de [Janssen 03].

de la turbulence faible afin de décrire le changement de comportement du système et notamment pour décrire l'évolution de la statistique et de l'élargissement spectral de l'onde. Comme nous avons expliqué dans la section 1.1.2.3, le développement d'une équation cinétique décrivant l'élargissement du spectre nécessite d'effectuer une opération de fermeture des moments. En réalité, cette opération casse l'intégrabilité de l'équation de Schrödinger non linéaire. Cependant, tout comme dans l'expérience de Bromberg *et al.*, sur le plan statistique, on peut constater que les simulations numériques sont qualitativement identiques aux résultats théoriques.

## 1.4 Problématique de cette thèse

Nous avons défini la notion d'intégrabilité et expliqué qu'elle est reliée à des concepts mathématiques bien précis, comme par exemple la transformée de diffusion inverse (IST). Cependant, la moindre perturbation dans le système d'ondes suffit à casser l'intégrabilité de l'équation. Dans les expériences ainsi que les simulations numériques que nous réalisons la condition d'intégrabilité n'est pas strictement préservée. Cependant, nous avons montré par l'intermédiaire de l'étude de P. Janssen qu'il est possible de comparer des calculs statistiques réalisés avec des simulations numériques à la théorie cinétique des ondes [Janssen 03]. De la même manière, Suret *et al.* ont montré qu'il est envisageable de comparer des simulations numériques à l'expérience [Suret *et al.* 11]. Donc un système expérimental ou proche de l'intégrabilité peut fournir des résultats importants concernant la statistique de systèmes intégrables.

L'enjeu de mon travail de thèse est de fournir des données expérimentales dans lesquelles nous avons à la fois une onde aléatoire et une expérience d'optique décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Les simulations numériques fournissent quant à elles un complément nécessaire pour étudier la turbulence intégrable.

La détection des fluctuations temporelles d'intensité d'une onde partiellement cohérente est un problème en soi. Jusqu'à présent, à notre connaissance, les techniques utilisées consistaient à étudier la statistique après filtrage, soit de l'instrument de mesure (photodiode) soit localement dans les ailes du spectre [Solli *et al.* 07]. Nous avons cherché à mesurer l'ensemble des échelles de temps constituant l'onde aléatoire en portant un soin particulier à la détection. Pour cela, nous avons développé deux stratégies expérimentales. La première consiste à concevoir une source partiellement cohérente dont nous sommes capable de mesurer la statistique sur l'ensemble des échelles de temps la constituant à l'aide d'un système de détection rapide (deuxième chapitre). La seconde stratégie (troisième chapitre) vise à améliorer la technique de détection. En effet, nous avons développé une méthode de mesure de la distribution de probabilité qui nous permet d'augmenter la bande passante de détection de deux ordres de grandeur.

Ces développements techniques font partie intégrante de mon travail de thèse et nous ont permis d'étudier comment la statistique de l'onde partiellement cohérente s'écarte du théorème central limite à cause de la propagation non linéaire dans une fibre optique. La comparaison avec la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension sera alors indispensable pour interpréter nos résultats expérimentaux.

La suite de ce mémoire est organisée en trois parties. Nous avons choisi de séparer l'étude du régime de propagation focalisant du régime défocalisant :

Tout d'abord, dans le deuxième chapitre, nous étudions les déviations statistiques du champ partiellement cohérent suite à la propagation dans une fibre optique en régime de dispersion normale (défocalisant). Un des objectifs est de concevoir une source partiellement cohérente dont nous sommes capables de mesurer l'ensemble des échelles de temps la constituant et donc d'en étudier la statistique. Par ailleurs, nous verrons qu'il est possible de mettre en évidence un comportement particulier d'intermittence en séparant les échelles de temps lentes des échelles de temps rapides constituant l'onde partiellement cohérente.

Puis, dans le troisième chapitre, nous présentons les résultats obtenus dans le régime

de dispersion anormale (focalisant). Le régime focalisant est réputé pour être le théâtre de l'émergence d'évènements de grandes amplitudes, temporellement courts, souvent appelés ondes scélérates. La détection de ce type de fluctuations rapides est difficile. Nous proposons, dans ce chapitre, une méthode originale permettant de mesurer la distribution de probabilité de l'onde partiellement cohérente. L'information sur la déformation de la statistique nous permettra d'en déduire si nous sommes en présence de ce type d'évènements extrêmes dans le cadre particulier de la turbulence intégrable.

Enfin, le quatrième chapitre présente les résultats complémentaires que nous avons obtenus durant ma thèse au sujet des lasers Raman à fibres. La première partie traite de la mesure de l'élargissement spectral de l'onde Stokes dans le régime transitoire du laser Raman. Dans la deuxième et dernière partie de ce chapitre, nous utilisons la méthode de détection décrite dans le troisième chapitre pour mesurer les distributions de probabilité de l'onde Stokes à différents endroits de la cavité du laser Raman.

## Deuxième chapitre



# Chapitre 2

## Turbulence intégrable en régime de dispersion normale

### 2.1 Introduction

Le premier chapitre était en partie consacré à la présentation des ondes partiellement cohérentes et des modèles permettant de décrire leurs propagations dans différents systèmes d'ondes et dans différents régimes de dispersion. Nous présentons dans ce chapitre une expérience de turbulence intégrable. Nous utilisons une onde partiellement cohérente qui se propage dans une fibre optique monomode en régime de dispersion normale. L'objectif est d'étudier les déviations de la statistique de l'onde aléatoire survenant suite à la propagation non linéaire dans la fibre. Par ailleurs, dans le premier chapitre, nous avons discuté des problèmes liés à la détection des fluctuations rapides d'intensité d'une onde aléatoire. Dans notre expérience, nous avons conçu une source partiellement cohérente spectralement étroite afin que les échelles temporelles associées puissent être détectées par un système de photo-détection standard (oscilloscope et photodiode).

Ce chapitre s'organise en deux parties. Dans un premier temps, nous étudierons expérimentalement la propagation de l'onde partiellement cohérente en régime de dispersion normale. Puis, nous effectuerons des simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension afin d'effectuer une comparaison quantitative avec l'expérience. La deuxième partie concerne le phénomène d'intermittence.

### 2.2 Expériences et simulations numériques

Cette section a pour objectif d'étudier l'élargissement spectral et l'évolution statistique de l'onde partiellement cohérente au cours de la propagation non linéaire dans une fibre optique en régime de dispersion normale. Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'expérience réalisée (section 2.2.1). En particulier, nous présenterons le dispositif expérimental permettant de dimensionner spectralement notre source partiellement cohérente. La deuxième partie de cette section sera consacrée aux simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à dimension dans les paramètres de l'expérience (section 2.2.2).

## 2.2.1 Etude expérimentale

### 2.2.1.1 Conception d'une source étroite partiellement cohérente

La source partiellement cohérente que nous avons réalisée est représentée sur la figure 2.1. Elle est constituée d'un laser Ytterbium, d'un dispositif de filtrage permettant d'ajuster la largeur spectrale de la source et d'un amplificateur à fibre dopée Ytterbium assurant l'amplification de l'onde après filtrage.

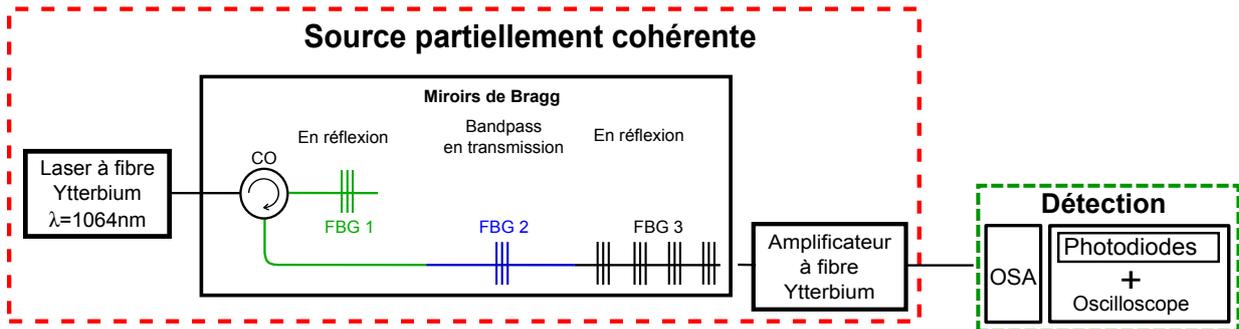


FIGURE 2.1 – Dispositif expérimental représentant la source partiellement cohérente. Miroir de bragg (FBG), circulateur optique (CO), analyseur de spectre optique (OSA). Le rôle de chacun des miroirs de Bragg est schématisé sur la figure 2.4.

### Laser Ytterbium

Les lasers à fibre dopée Ytterbium sont des lasers continus de forte puissance. Ils émettent un rayonnement monomode transverse et multimode longitudinal. Grâce à la large bande de gain de l'ion Ytterbium, ils peuvent fonctionner entre 980 nm et 1160 nm, le maximum de gain se trouvant entre 1060 et 1100 nm [Pask *et al.* 95]. Ce sont des sources de forte puissance qui peuvent atteindre plusieurs kilowatts pour certains lasers commerciaux<sup>1</sup>. Dans leur conception la plus répandue, les lasers Ytterbium sont constitués d'une source de pompage qui est souvent une diode laser, d'un milieu amplificateur correspondant à une fibre double gaine dopée Ytterbium ( $\text{Yb}^{3+}$ ) et d'une cavité fermée par des miroirs de Bragg [Richardson *et al.* 10]. Ce sont des lasers entièrement fibrés, stables, de fortes puissances qui sont utilisés dans de nombreuses applications (par exemple, source de pompage pour les lasers Raman) mais aussi dans différents domaines (télécommunications, applications médicales ou militaires).

Dans notre étude, le laser Ytterbium est un laser commercial<sup>2</sup>. Il émet un rayonnement linéairement polarisé dont la puissance peut atteindre au maximum 20 W. Dans nos conditions de fonctionnement, le laser est utilisé à une puissance de 5 W. Il est caractérisé par un spectre optique fortement multimode composé de  $10^4$  modes longitudinaux<sup>3</sup>, a priori, non corrélés en phase. De plus, le spectre possède une largeur à mi-hauteur d'environ 300 GHz et sa longueur d'onde centrale est autour de 1064 nm. Ce laser Ytterbium

1. IPG Photonics, YLS-6000

2. IPG Photonics, YLR series

3. Le nombre de modes dans la cavité a été estimé en divisant la largeur spectrale par l'intervalle spectral libre du laser à fibre évaluée en mesurant son spectre radio-fréquence.

constituant la base de notre source partiellement cohérente est connecté au dispositif de filtrage par l'intermédiaire d'un circulateur optique (CO sur la figure 2.1).

### Filtrage optique

La bande passante de notre système de détection est limitée à 36 GHz<sup>4</sup> mais le spectre optique du laser Ytterbium est cinq fois plus large. Il est donc nécessaire d'affiner le spectre optique de la source de manière à ce que sa largeur soit inférieure à la bande passante de détection de la photodiode. C'est pourquoi nous avons mis en place un dispositif de filtrage basé essentiellement sur l'utilisation de miroirs à réseaux de Bragg.

Un réseau de Bragg photoinscrit est constitué d'une fibre optique dont l'indice de réfraction est modulé périodiquement le long de l'axe longitudinal. Le principe de réalisation consiste à exposer localement la fibre optique à un champ d'interférences à partir d'une source émettant dans l'ultra-violet. Ainsi, l'indice de réfraction du cœur est modifié en suivant le motif des franges d'interférences [Lam et Garside 81, Hill et Meltz 97]. Par ailleurs, il existe différentes méthodes de fabrication [Martin et Ouellette 94] [Martinez et Ferdinand 98] ainsi que plusieurs types de miroirs de Bragg<sup>5</sup>. Dans notre travail nous avons utilisé des réseaux de Bragg uniformes (figure 2.2(a)) et un réseau de Bragg à saut de phase (figure 2.3(a)).

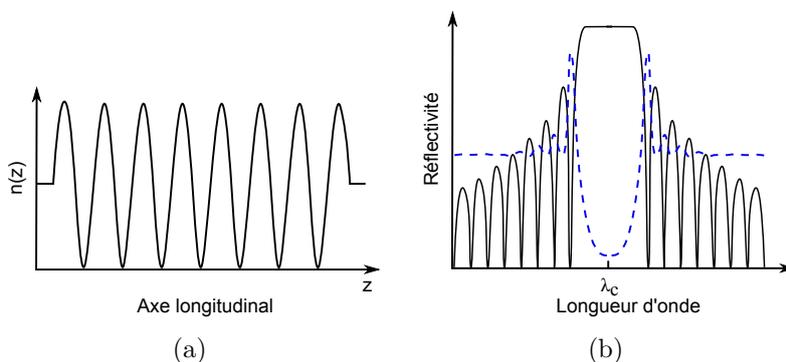


FIGURE 2.2 – Réseau de Bragg uniforme. Longueur d'onde centrale :  $\lambda_c$ . (a) Variation de l'indice de réfraction le long de l'axe optique  $n(z)$ . (b) Spectre de réflectivité en noir et spectre en transmission en bleu.

Les réseaux de Bragg uniformes sont les plus couramment utilisés. Ils possèdent un spectre de réflectivité caractéristique que nous avons représenté sur la figure 2.2(b). Pour obtenir ce profil spectral, l'indice de réfraction du cœur de la fibre est modulé de manière sinusoidale comme l'indique la figure 2.2(a). Si maintenant un saut de phase de  $\pi$  est inséré dans l'onde optique, alors on produit une rupture dans la modulation de l'indice de réfraction comme ceci est représenté sur la figure 2.3(a). Le spectre en transmission (en bleu sur la figure 2.3(b)) possède alors une résonance étroite à une longueur d'onde  $\lambda_c$  caractérisée par une largeur spectrale très étroite, d'environ 6 GHz dans nos expériences.

4. Oscilloscope : Teledyne-Lecroy LabMaster 10-36ZI. Photodiode : Picometrix, model AD-10ir

5. On trouve principalement les réseaux de Bragg uniformes, apodisée [Malo *et al.* 95], à pas variable [Ouellette 87] et à saut de phase.

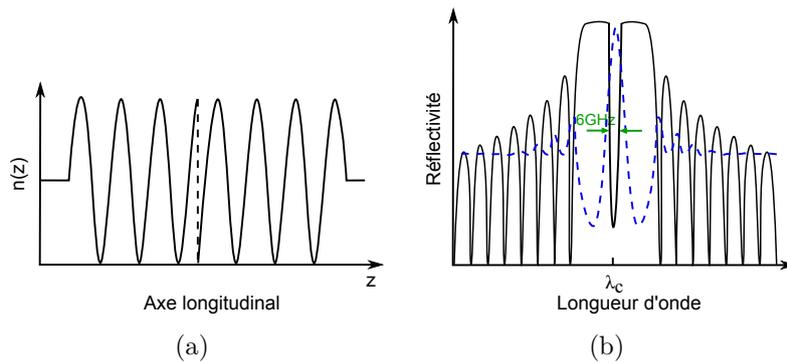


FIGURE 2.3 – Réseau de Bragg avec un saut de phase de  $\pi$  à la longueur d'onde centrale ( $\lambda_c$ ). (a) Variation de l'indice de réfraction le long de l'axe optique  $n(z)$ . (b) Spectre de réflectivité en noir et spectre en transmission en bleu.

La figure 2.4 représente un schéma de principe destiné à expliquer le fonctionnement de notre méthode de filtrage. Notre dispositif de filtrage est constitué d'un ensemble de réseaux de Bragg uniformes et à saut de phase placés de manière particulière et symbolisée au travers des étapes (b), (c) et (d) de la figure 2.4. Le spectre optique du laser Ytterbium est représenté en (a) alors que le spectre final obtenu en toute fin du dispositif de filtrage est illustré en (e).

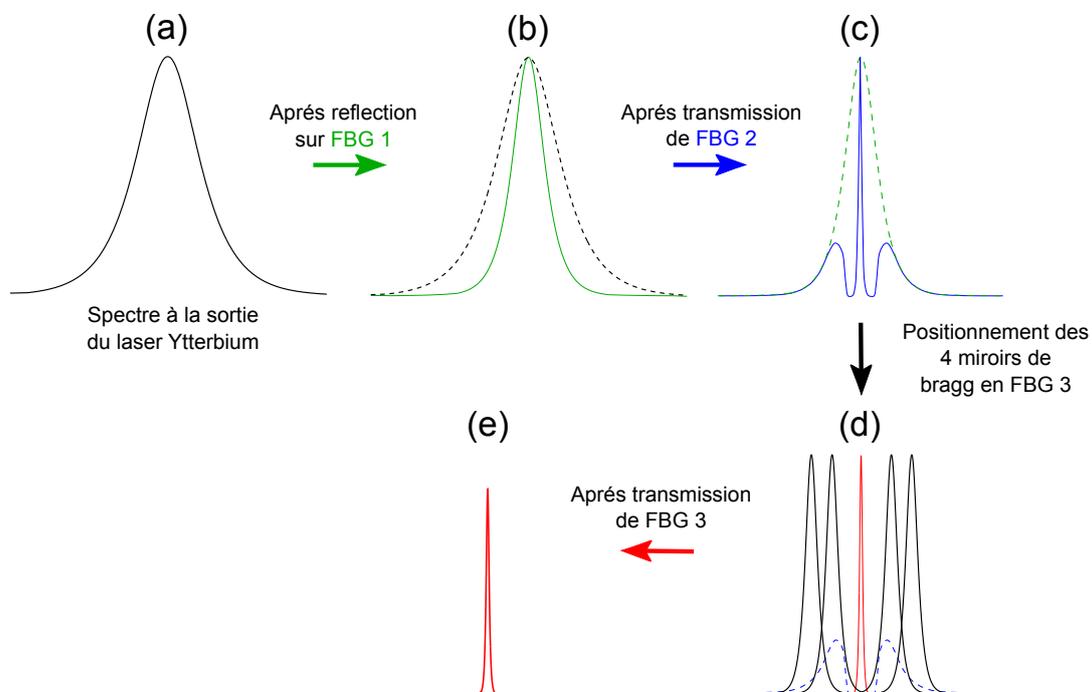


FIGURE 2.4 – Principe de filtrage à travers les miroirs de bragg (FBG). (a) : spectre issu du laser Ytterbium. (b) : en vert, spectre réfléchi par un miroir de Bragg uniforme (FBG1). (c) : en bleu, miroir à saut de phase (FBG2) utilisé en transmission. (d) : miroirs de Bragg uniforme utilisés en réflexion. (e) : en rouge, spectre final filtré

Tout d'abord, le rayonnement émis par le laser Ytterbium est réfléchi par un réseau de Bragg uniforme (FBG1) dont le spectre de réflectivité est plus étroit que celui du laser Ytterbium. De ce fait, le spectre optique est déjà affiné (en vert figure 2.4(b)) et contraint par la largeur spectrale de FBG1. Ensuite, nous utilisons le réseau de Bragg à saut de phase. Le spectre du rayonnement transmis par celui-ci présente une largeur de 6 GHz (figure 2.4(c)). Il est composé d'un pic central intense et de résidus de filtrage dans les ailes. Pour supprimer ce rayonnement résiduel, nous avons placé des miroirs de Bragg uniformes dont la longueur d'onde centrale est positionnée de part et d'autre du pic central étroit (en rouge figure 2.4(d)). Enfin, le spectre issu de l'ensemble du système de filtrage est illustré sur la figure 2.4(e).

La figure 2.5(a) représente le spectre optique mesuré expérimentalement avec un analyseur de spectre<sup>6</sup>. Nous obtenons un spectre étroit, d'une largeur à mi-hauteur d'environ 6 GHz, et dont le maximum de puissance est situé autour de la longueur d'onde centrale du réseau de Bragg à saut de phase (1064,8 nm). Le spectre en échelle semi-logarithmique est tracé en insert de la figure 2.5(a). Comme nous l'avons mentionné précédemment, les réseaux de Bragg ne permettent pas un filtrage parfait et il subsiste, à l'issue du processus de filtrage, des pics secondaires situés entre 30 et 40dB en-dessous du pic de lumière transmise. Malgré cela, nous avons évalué à 97% la fraction de puissance contenue dans le pic principal. Par ailleurs, l'acquisition du spectre optique de 6 GHz se fait aux limites de résolution de l'analyseur de spectre qui est de  $2,6\text{GHz}$ .

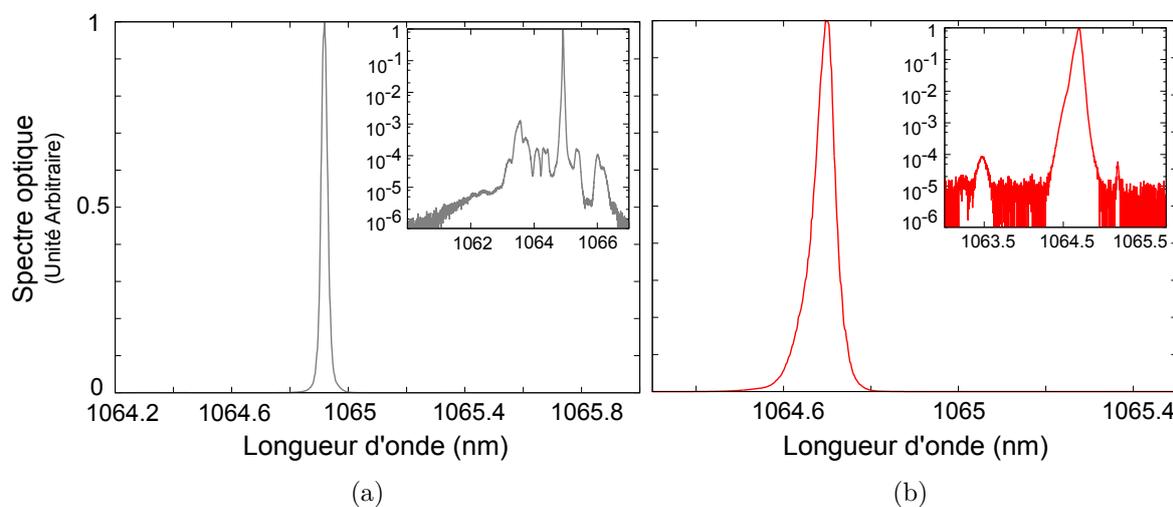


FIGURE 2.5 – Spectres optiques de la source partiellement cohérente dans différentes configurations de réglage : (a) Largeur à mi-hauteur de 6 GHz. (b) Largeur à mi-hauteur de 14 GHz. Vue en échelle semi-logarithmique en insert.

La disposition des réseaux de Bragg précédemment décrite permet de réaliser une source dont le spectre optique possède une largeur de 6 GHz à mi-hauteur. Par ailleurs, nous sommes capable de modifier ce dispositif afin d'obtenir un spectre de largeur spectrale deux à trois fois plus large. Dans ce cas, il n'est plus possible d'utiliser le réseau de Bragg à saut de phase afin de fixer la largeur à mi-hauteur. Dans cette nouvelle configuration,

6. Ando AQ6317B

nous devons ajuster les longueurs d'onde centrales des différents réseaux de Bragg les unes par rapport aux autres de manière appropriée. Nous sommes parvenus à réaliser une source partiellement cohérente dont le spectre, représenté sur la figure 2.5(b), possède une largeur à mi-hauteur de 14 GHz. On peut remarquer, dans ce dernier cas, que nous avons nettement amélioré le filtrage puisque les résidus sont moins présents et apparaissent à environ 40dB en-dessous du pic de lumière transmise.

### Amplification

La puissance à la sortie du dispositif de filtrage est constante et de l'ordre de la centaine de  $\mu\text{W}$ . La propagation de l'onde partiellement cohérente dans la fibre nécessite d'avoir un contrôle sur la puissance injectée. Pour cette raison, nous avons mis en place un processus d'amplification composé de deux amplificateurs Ytterbium. Nous avons conçu le premier amplificateur qui permet d'obtenir à sa sortie une onde partiellement cohérente de statistique gaussienne et d'une puissance supérieure à 10 mW. Le second amplificateur Ytterbium est commercial<sup>7</sup> et permet d'obtenir une onde partiellement cohérente d'une puissance ajustable entre 1 et 10 W. Les distributions de probabilité ont été mesurées à chaque étape d'amplification afin de s'assurer que la statistique n'a pas évolué et reste gaussienne.

#### 2.2.1.2 Dynamique et statistique de la condition initiale

Le dispositif expérimental présenté dans la section précédente (figure 2.1) nous permet de concevoir une source partiellement cohérente dont la largeur spectrale peut être ajustée à 6 et 14 GHz. Nous nous sommes limités à ces largeurs car elles doivent être inférieures à la bande passante de notre système de photo-détection (36 GHz). Nous allons maintenant étudier la statistique de l'intensité du champ délivré par la source partiellement cohérente que nous avons réalisée pour ces différentes largeurs spectrales.

La figure 2.6 présente les fluctuations de puissance typiquement observées à la sortie du dispositif de filtrage. Plus particulièrement, le signal associé à un rayonnement partiellement cohérent ayant un spectre d'une largeur<sup>8</sup> de 6 GHz est tracé sur la figure 2.6(a). Quant au signal de la figure 2.6(b), il est associé à un rayonnement partiellement cohérent ayant un spectre optique large de 14 GHz. L'échelle temporelle des fluctuations est d'environ 166 ps pour le signal de la figure 2.6(a) tandis que l'échelle des fluctuations de la figure 2.6(b) est de l'ordre de 71 ps. On peut remarquer que ces valeurs sont du même ordre de grandeur que l'inverse de la largeur spectrale ( $1/\Delta\nu$ , avec  $\Delta\nu = 6$  et 14 GHz).

Les fonctions de densité de probabilité sont calculées à partir des signaux (a), (b) et sont représentées sur les figures 2.6(c), et 2.6(d). L'acquisition est effectuée sur une fenêtre de 500  $\mu\text{s}$  à un taux d'échantillonnage de 80 GS/s, ce qui correspond à une résolution temporelle de 12,5 ps. Les signaux représentés sur les figures 2.6(a) et 2.6(b) sont normalisés par rapport à leur valeur moyenne. Afin de déterminer la statistique de notre source, nous proposons d'effectuer, dans un premier temps, un ajustement<sup>9</sup> de chacune des distributions de probabilité par une fonction exponentielle (en noir sur la figure 2.6).

7. Amplificateur Ytterbium : Keopsys, puissance maximum d'amplification : 10 W.

8. Les largeurs de 6 et 14 GHz sont des largeurs à mi-hauteur.

9.  $y(P/\langle P \rangle) = a * \exp[-b * P/\langle P \rangle]$  où  $a$  et  $b$  sont évalués par la fonction d'ajustement à partir de chacune des distributions de probabilité.

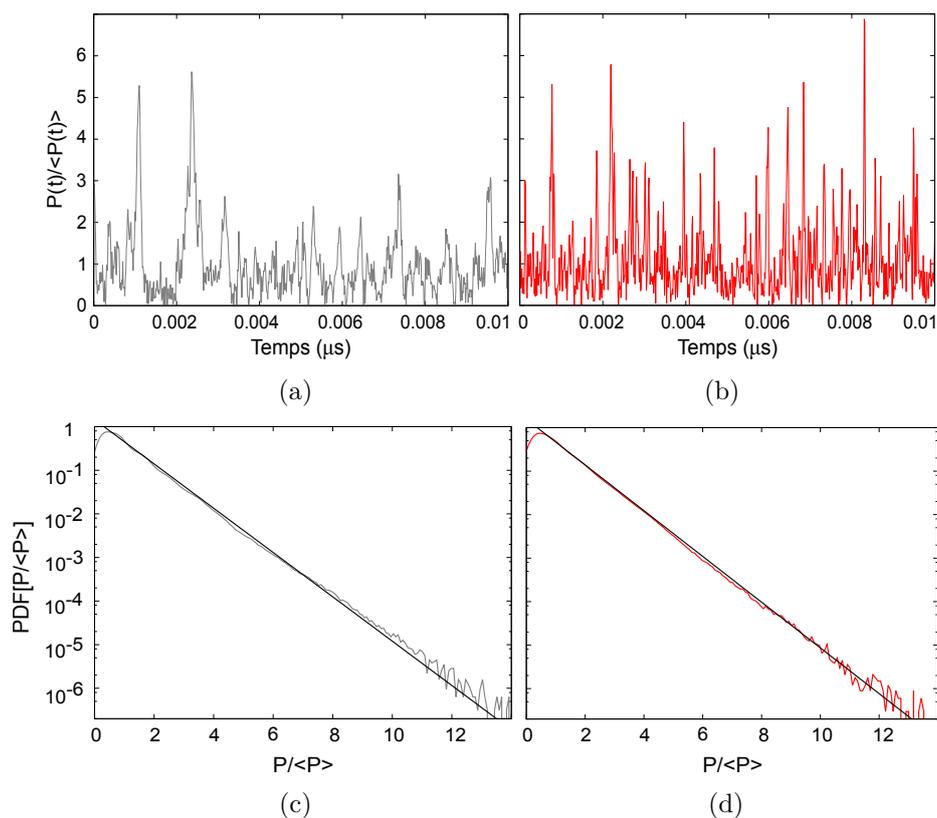


FIGURE 2.6 – Fluctuations de puissance et distributions de probabilité pour une source partiellement cohérente présentant une largeur à mi-hauteur de : 6GHz (a), (c) ; 14GHz (b), (d). Ajustement avec une fonction exponentielle en noir ( $y(P/\langle P \rangle) = a * e^{-b * P/\langle P \rangle}$ ). Les fluctuations temporelles sont tracées sur une fenêtre de 10 ns alors que l'acquisition et le calcul de la distribution de probabilité sont effectués sur une fenêtre de 500  $\mu s$ .

Ces ajustements montrent que les ailes de nos deux distributions de probabilité suivent une décroissance linéaire sur six décades.

Le champ total à la sortie du laser Ytterbium peut s'écrire comme la somme des modes issus de la cavité. Si nous considérons les différents modes comme indépendants et sans relation de phase les uns vis à vis des autres, nous pouvons appliquer dans ce cas le théorème central limite. Dans cette hypothèse, on peut considérer que l'onde partiellement cohérente possède une statistique gaussienne et la distribution de probabilité des fluctuations de puissance est alors exponentielle. Dans notre expérience, nous mesurons la fonction de densité de probabilité sur la puissance. Il est donc nécessaire de superposer à nos données expérimentales la distribution exponentielle ( $e^{-P/\langle P \rangle}$ ) que nous avons tracé en noir sur la figure 2.7.

Les résultats montrent que nos distributions de probabilité expérimentales ne suivent pas exactement la distribution exponentielle et nous allons maintenant discuter de l'origine de ces différences.

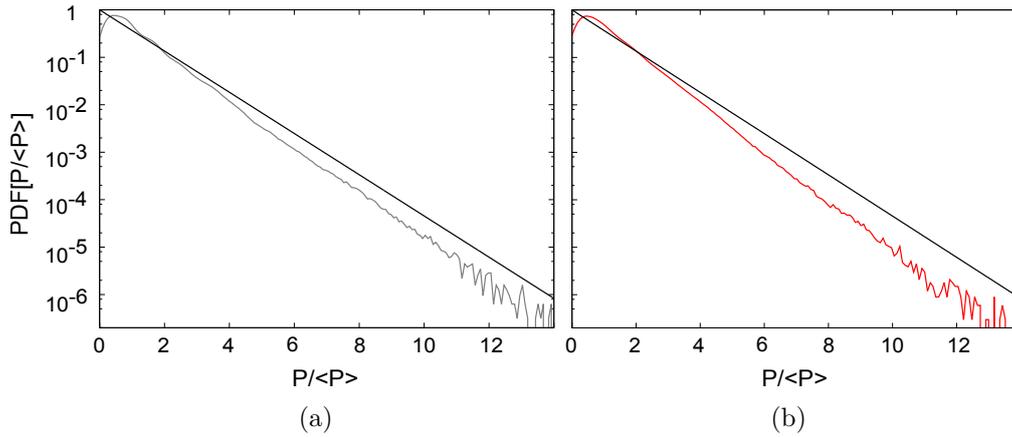


FIGURE 2.7 – Distributions de probabilité de la source aux différentes largeurs spectrales : 6GHz (a), 14GHz (b). Distribution de probabilité exponentielle en noir ( $PDF[P/\langle P \rangle] = e^{-P/\langle P \rangle}$ ).

### -Influence de la réponse impulsionnelle de la photodiode

Notre dispositif de détection est constitué d'un oscilloscope et d'une photodiode rapide de bande passante finie et égale à 36 GHz. Chaque photodiode possède une réponse impulsionnelle qui lui est propre. Cependant, afin de prendre en compte l'effet d'intégration de la photodiode, nous avons modélisé l'impact de son filtrage par un filtre passe-bas du premier ordre dont la fonction de transfert est donnée par la formule suivante :

$$\tilde{H}(\nu) = \frac{1}{1 + i\nu/\nu_c} \quad (2.1)$$

où  $\nu_c$  représente la fréquence de coupure du filtre, c'est-à-dire, la bande passante de la photodiode ( $\nu_c = 36$  GHz).

Pour effectuer ce traitement, nous prenons le spectre expérimental avec une largeur donnée. Puis, nous utilisons le modèle des phases aléatoires (chapitre 1) qui permet de distribuer aléatoirement les phases de chacun des modes de Fourier du spectre. Suite à cette opération, nous obtenons une onde partiellement cohérente dont la statistique suit la loi normale. Les cercles représentés sur la figure 2.8 montrent que l'on obtient bien une distribution de probabilité exponentiellement décroissante et donnée par  $exp(-P/\langle P \rangle)$ . Nous appliquons maintenant notre filtrage qui consiste à effectuer le produit entre la fonction de transfert du filtre et le spectre de l'onde partiellement cohérente. Les pointillés bleus sur la figure 2.8 représentent les résultats que nous avons obtenus. La courbure de chacune des courbes expérimentales à proximité de la valeur moyenne n'est pas quantitativement reproduite par le filtrage numérique. Par contre, les ailes de chacune des fonctions de densité de probabilité subissent l'effet du filtrage. Les distributions de probabilité sont sous la distribution exponentielle  $exp(-P/\langle P \rangle)$  et se rapprochent de celles obtenues dans l'expérience notamment pour la figure 2.8(a).

On constate que le filtrage par un filtre passe-bas met en évidence un changement dans la distribution de probabilité mais ne permet pas de reproduire quantitativement le résultat expérimental. Ceci n'est pas étonnant car la fonction de transfert du filtre est idéale et ne peut représenter exactement celle de notre photodiode. Néanmoins, le fait que la

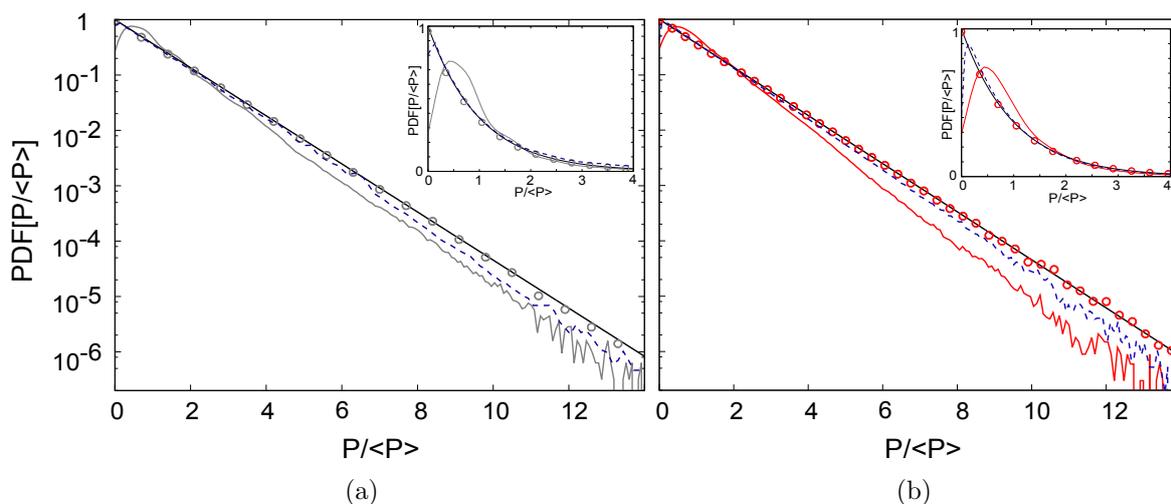


FIGURE 2.8 – Distributions de probabilité de la source aux différentes largeurs spectrales : 6 GHz (a), 14 GHz (b). La courbe en trait plein correspond à l'expérience. La courbe en cercle est la source dont le spectre est modélisé à l'aide du modèle des phases aléatoires. La courbe en pointillée correspond au filtrage par un filtre passe-bas.

bande passante de la photodiode soit finie déforme les distributions de probabilité et laisse supposer que l'effet de filtrage de la détection influence peu la mesure de la distribution de probabilité.

### -Erreur sur le calcul de la valeur moyenne

Notre traitement numérique consiste à calculer la fonction de densité de probabilité à partir des signaux acquis par la photodiode. Dans ce cas, il est nécessaire d'enregistrer un premier signal  $s_0(t)$  pour lequel aucune intensité lumineuse n'est appliquée. Il permet d'évaluer la valeur de la ligne de base (ou *offset* ou *zéro* de la photodiode). Puis, nous enregistrons les signaux  $s(t)$  en présence de rayonnement et la puissance optique  $P(t)$  est simplement proportionnelle à  $s(t) - \langle s_0(t) \rangle$ . Enfin, nous normalisons notre signal par rapport à sa valeur moyenne afin de calculer sa fonction de densité de probabilité ( $\text{PDF}[P/\langle P \rangle]$ ). L'objectif de ce paragraphe est d'évaluer l'erreur commise sur la distribution de probabilité du fait de l'erreur commise sur la mesure de  $\langle s_0(t) \rangle$ .

Nous avons choisi d'effectuer cette étude sur le rayonnement partiellement cohérent dont la largeur spectrale vaut 14 GHz à mi-hauteur. La figure 2.9(a) représente, en rouge, le signal détecté par la photodiode lorsqu'aucune intensité lumineuse est appliquée. La valeur moyenne de ce signal est d'environ 0,435 V. Nous obtenons alors la distribution de probabilité en rouge sur la figure 2.9(b) qui est la même que celle en trait plein rouge de la figure 2.8(b). Si une erreur de 1% est commise sur la mesure de la valeur moyenne  $\langle s_0(t) \rangle$  (trait vert sur la figure 2.9(a)), alors nous obtenons la distribution de probabilité tracée en vert sur la figure 2.9(b). Nous pouvons constater qu'elle se superpose pratiquement à la distribution exponentielle (tracée en noir).

Ce traitement montre que la distribution de probabilité mesurée expérimentalement est fortement influencée par le système de détection. Une façon de diminuer cette erreur

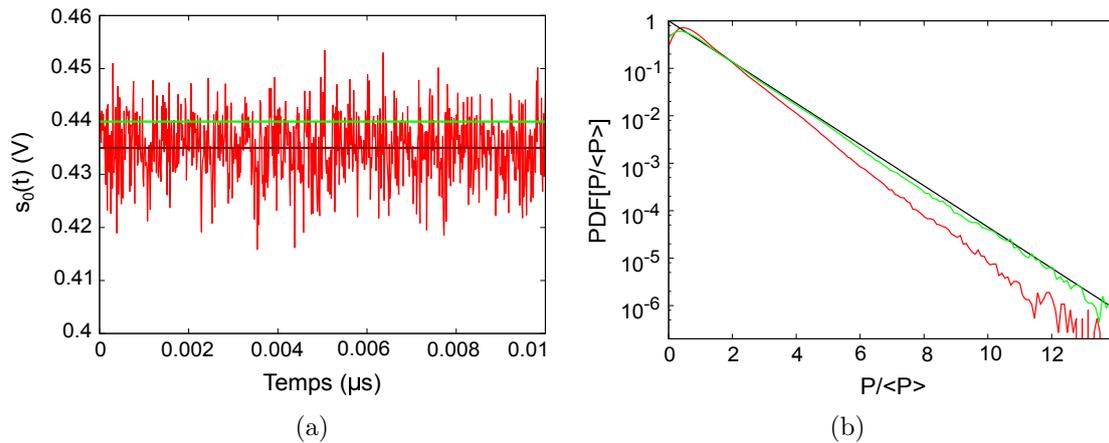


FIGURE 2.9 – (a) Signal enregistré à la photodiode sans rayonnement incident. Trait rouge foncé : valeur moyenne calculée. Trait vert : Erreur sur la valeur moyenne de 1%. (b) Distributions de probabilité en rouge et vert, respectivement, normal et en prenant en compte l'erreur. Distribution de probabilité exponentielle en noir.

est d'augmenter au maximum le rapport signal sur bruit lors de l'acquisition du signal par la photodiode.

### -Corrélations entre les modes dans la condition initiale

Dans les deux derniers paragraphes, nous avons à chaque fois supposé que l'écart à la statistique gaussienne observé est issu de problèmes techniques associés à la détection par la photodiode. La dernière hypothèse dont nous allons maintenant considérer concerne la source en elle-même. Il est possible que notre source ne présente pas parfaitement une statistique gaussienne et que ses fluctuations statistiques ne respectent pas strictement le théorème central limite. Pour obtenir une statistique gaussienne sur le champ, il est en effet nécessaire que les modes soient indépendants, comme nous l'avons expliqué dans le premier chapitre. Notre source est un laser Ytterbium dont le spectre est filtré. Il se peut de par la physique de ce laser qu'un certain nombre de modes soient corrélés modifiant ainsi la statistique. Par contre, il est difficile de quantifier cet effet avec les mesures que nous effectuons.

Nous venons de montrer au travers de ces deux dernières sections que nous sommes capables de concevoir une source partiellement cohérente dont les largeurs spectrales peuvent être ajustées à 6 GHz et à 14 GHz. De plus, nous avons étudié la distribution de probabilité de cette source que nous avons comparé à la distribution exponentielle. De par les résultats obtenus et les discussions apportées, nous pouvons considérer que la statistique de la source est gaussienne pour ces deux largeurs spectrales. Par ailleurs, suite à l'étude effectuée dans ce chapitre et les difficultés à concevoir une source spectralement étroite, nous avons travaillé à élaborer un dispositif de détection permettant de d'échantillonner les fluctuations rapides d'intensité. Le troisième chapitre sera consacré aux phénomènes observés grâce à ce dispositif original réalisé.

### 2.2.1.3 Propagation non linéaire dans une fibre optique

Nous avons caractérisé dans la section précédente la statistique de notre source partiellement cohérente pour des largeurs spectrales différentes. Il s'agit maintenant de réaliser une expérience d'optique en turbulence intégrable permettant d'étudier la propagation de notre onde partiellement cohérente dans une fibre optique en régime de dispersion normale.

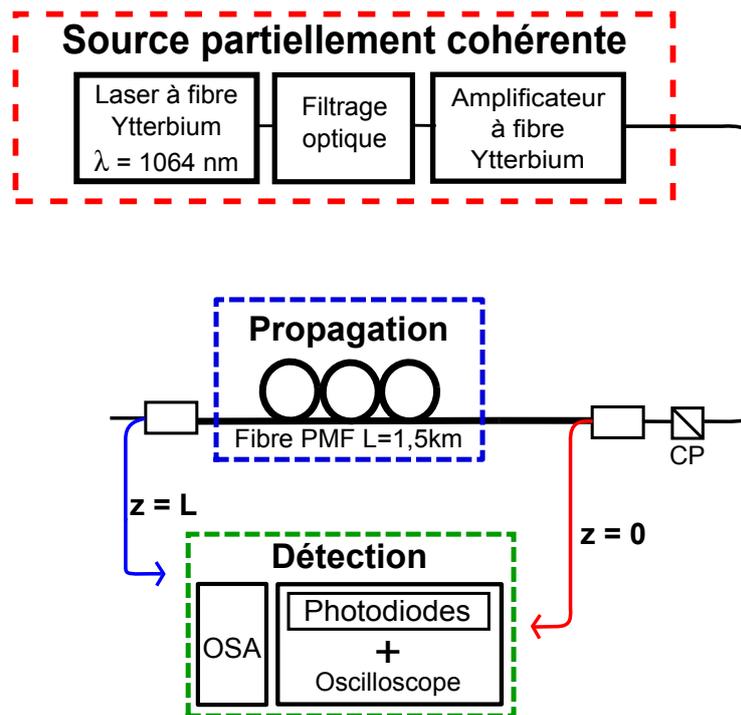


FIGURE 2.10 – Schéma du dispositif expérimental. Expérience nous permettant d'étudier la statistique de l'onde partiellement cohérente avant et après propagation non linéaire dans la fibre optique en régime de dispersion normale. PMF (fibre optique à maintien de polarisation), CP (cube fibré polarisant).

Nous choisissons d'utiliser la source partiellement cohérente dont la largeur spectrale est de 14 GHz à mi-hauteur. La propagation de cette onde s'effectue dans une fibre optique à maintien de polarisation d'une longueur de 1,5 km (Figure 2.10) et dont les pertes sont de 1,5 dB (pertes de 30% de la puissance initiale). Ainsi, la puissance mesurée à l'entrée de la fibre est de 219 mW alors qu'à la sortie, on mesure une puissance de 145 mW.

La figure 2.11 représente le spectre optique à l'entrée (en rouge) et à la sortie de la fibre optique (en bleu). Nous avons gardé le même code couleur que dans la section 2.2.1.1 où le spectre optique de 14 GHz de largeur était représenté en rouge (figure 2.5(b)). On peut constater sur la figure 2.11 que le spectre s'élargit suite à la propagation pour atteindre une largeur à mi-hauteur de 30 GHz.

Nous avons ensuite enregistré *simultanément* à l'entrée ( $z = 0$ ) et à la sortie de la fibre ( $z = L$ ) les signaux à l'aide de la photodiode de bande passante de 36 GHz. Nous avons représenté les résultats sur la figure 2.12(a). On peut remarquer que suite à la propagation, les fluctuations d'amplitudes maximales sont inférieures à celles présentes dans la

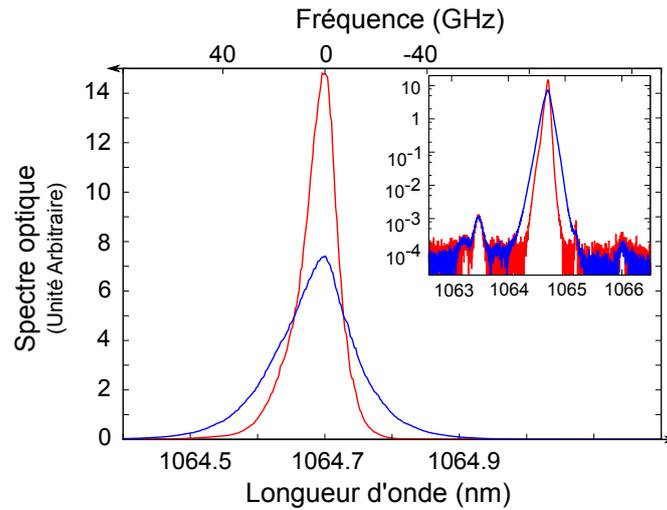
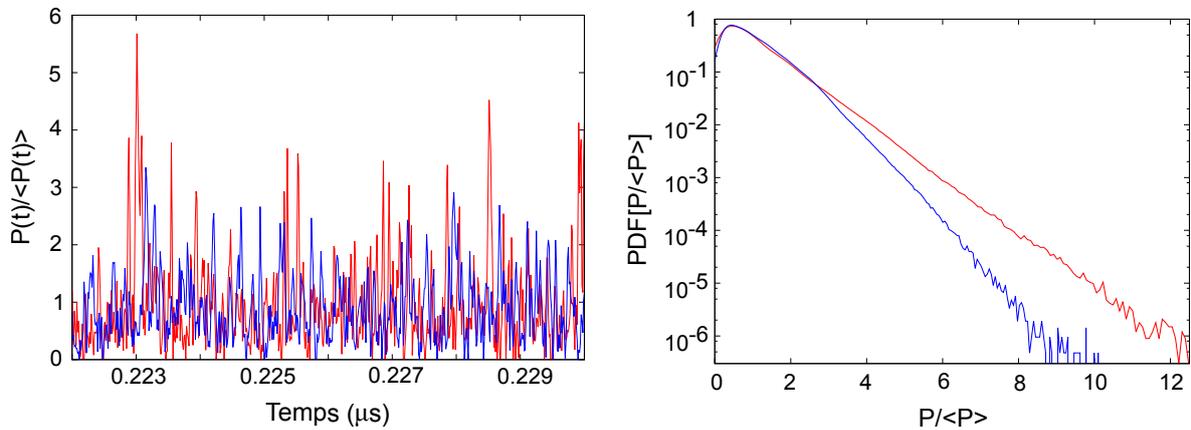


FIGURE 2.11 – Etude du spectre optique en régime de dispersion normale, avant (rouge) et après (bleu) propagation. Représentation en échelle semi-logarithmique en insert. Les surfaces des deux spectres (énergies) sont normalisées à l’unité.

condition initiale. Comme on le verra de manière détaillée dans le troisième chapitre, ce comportement est totalement différent du régime de dispersion anormale où on observe l’émergence d’évènements de grandes amplitudes. A partir des signaux de la figure 2.12(a), nous avons calculé les fonctions de densité de probabilité que nous avons tracées sur la figure 2.12(b).



(a) Fluctuations d’intensité enregistrées à la photodiode et normalisées à la puissance optique

(b) Distributions de probabilité correspondante normalisée à la puissance moyenne

FIGURE 2.12 – Résultats expérimentaux en régime de dispersion normale : statistique et dynamique de l’intensité du champ partiellement cohérent avant propagation (rouge) et après propagation (bleu) dans la fibre optique.

Suite à la propagation en régime de dispersion normale, la fonction de densité de probabilité (en bleu sur la figure 2.12(b)) dévie de la loi normale. Ce type de distribution est souvent appelé distribution de probabilité à queue légère ou “low tail” en anglais.

Elle caractérise le fait que les évènements de grandes amplitudes ont une densité de probabilité inférieure à celle définie par la distribution exponentielle (courbe rouge sur la figure 2.12(b)). Nous avons vu dans le premier chapitre (section 1.1.2.2) l'impact de l'effet Kerr sur la propagation d'une onde partiellement cohérente. En particulier, dans ce cas précis, la distribution de probabilité n'est pas modifiée et reste exponentielle. Dans notre situation, nous pouvons évaluer les longueurs caractéristiques des effets présents dans la fibre (section 1.1.2.4). Ainsi, la longueur non-linéaire vaut 1,1 km et la longueur de dispersion<sup>10</sup> est d'environ 3,2 km tandis que la longueur de la fibre est de 1,5 km. Il semble donc que le mécanisme provoquant la modification de la distribution de probabilité soit l'action conjointe de l'effet Kerr et de la dispersion de vitesse de groupe. Par ailleurs, nous avons évalué à 2,8 km la longueur caractéristique de pertes<sup>11</sup>. Grâce à un analyseur de spectre optique, nous avons vérifié expérimentalement que les effets Raman et Brillouin étaient négligeables. Le spectre optique de la figure 2.11 a été enregistré sur une fenêtre spectrale nettement plus large. Cette acquisition a permis de vérifier l'absence d'onde Stokes autour de 1120 nm. Dans le cas de l'effet Brillouin, nous avons enregistré le spectre optique dans la direction opposée à la direction de propagation de l'onde partiellement cohérente. Nous avons constaté l'absence de raie Stokes d'origine Brillouin.

En résumé, nous avons conçu une source partiellement cohérente de statistique gaussienne et de largeur spectrale étroite. Nous avons propagé le rayonnement dans une fibre optique en régime de dispersion normale. Nous avons montré, d'une part, que le spectre s'élargissait. D'autre part que la fonction de densité de probabilité dévie fortement de la loi normale. Elle est caractérisée par une distribution à queue légère sur le plan expérimental. Il serait maintenant intéressant d'étudier l'évolution spectrale et statistique de l'onde partiellement cohérente en fonction de la distance de propagation. L'un des objectifs est de comprendre le rôle couplé de l'effet Kerr et de la dispersion. Cependant, la longueur de perte devient rapidement non négligeable. Il n'est donc pas possible d'étudier cette évolution de manière expérimentale. Nous allons donc effectuer dans la section suivante la simulation de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Dans un premier temps, nous réaliserons des simulations quantitatives de notre expérience. Puis, nous étudierons numériquement l'évolution spectrale et statistique de l'onde partiellement cohérente sur de plus grandes distances de propagation.

## 2.2.2 Simulations numériques

### 2.2.2.1 Paramètres de l'expérience

Dans la section précédente, nous avons montré expérimentalement les effets de la propagation non linéaire en régime de dispersion normale sur les fluctuations temporelles d'intensité de l'onde partiellement cohérente. En particulier, l'onde partiellement cohérente initialement de statistique gaussienne tend à exhiber une distribution de probabilité

10. La définition de ces longueurs caractéristiques prend en compte la largeur des impulsions  $T_0$  et la puissance  $P_0$  (section 1.1.2.4). Nous pouvons donner dans le cas d'une onde partiellement cohérente un ordre de grandeur de ces longueurs. Dans notre situation, nous avons utilisé la largeur spectrale à mi-hauteur  $\Delta\omega_0$  de l'onde partiellement cohérente. Ainsi, nous obtenons les formules suivantes :  $L_D = 1/ [|\beta_2| \Delta\omega_0^2]$ ,  $L'_D = 1/ [|\beta_3| \Delta\omega_0^3]$ ,  $L_s = L_{nl} \omega_0 / \Delta\omega_0$ ,  $L_{TR} = L_{nl} / [T_R \Delta\omega_0]$

11. Dans une démarche identique, nous avons calculé les longueurs caractéristiques d'apparition de la dispersion d'ordre 3 (1600 km), de l'auto-raïdissement (16284 km) et de l'effet Raman (3064 km).

à queue légère suite à la propagation dans la fibre. Le but de cette section est de montrer que les effets observés précédemment sont décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (équation 2.2 dans le régime de dispersion normale).

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \gamma |\psi|^2 \psi \quad (2.2)$$

La propagation s'effectue sur une distance de 1,5 km, le coefficient de dispersion de vitesse de groupe  $\beta_2$  et le coefficient de non linéarité Kerr  $\gamma$  sont respectivement de  $20\text{ps}^2\text{km}^{-1}$  et  $6\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ . Nous prenons comme condition initiale le spectre expérimental de la figure 2.5(b) correspondant à une largeur de 14 GHz à mi-hauteur. Puis, nous utilisons le modèle des phases aléatoires tel que nous l'avons expliqué dans le premier chapitre. Suite à cette opération, nous obtenons une onde partiellement cohérente dont la statistique est gaussienne.

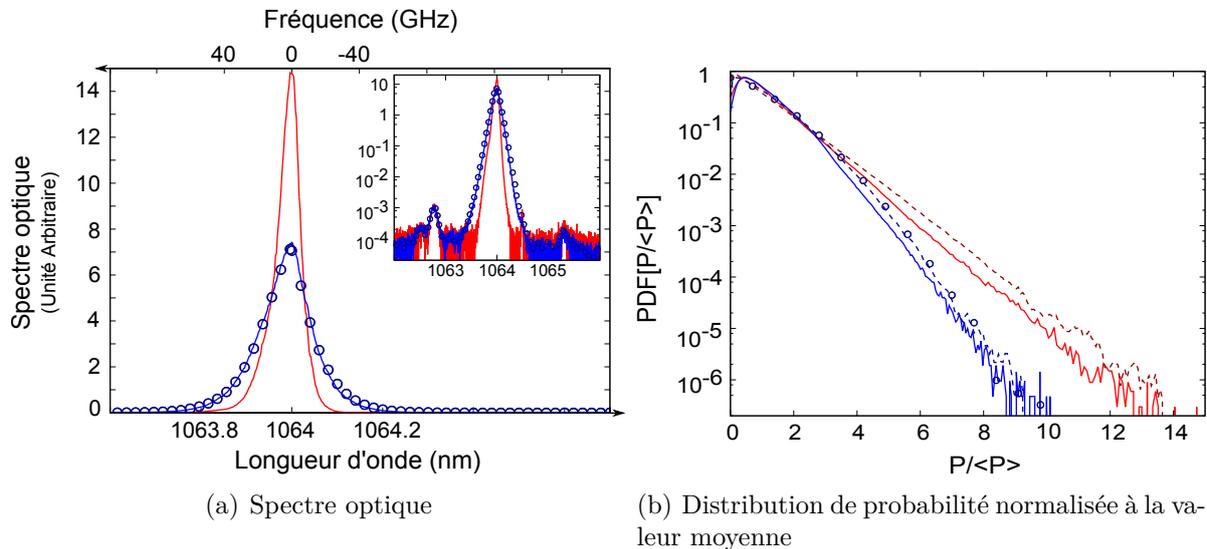


FIGURE 2.13 – Simulation numérique de l'équation 2.2 et comparaison avec l'expérience (traits pleins). Spectres optiques et distributions de probabilité avant et après propagation, respectivement en rouge et bleu. Les cercles correspondent à la simulation numérique. Le traitement avec un filtre passe-bas est illustré en pointillé.

La figure 2.13 présente la comparaison entre les données expérimentales (en traits pleins) et les données numériques pour les spectres optiques (figure 2.13(a)) ainsi que les distributions de probabilité (figure 2.13(b)). Le code couleur est identique à celui utilisé dans la section précédente (2.2.1.3). Les cercles correspondent à la simulation numérique. Il en est de même pour les courbes en pointillées, à ceci près qu'ils identifient le résultat obtenu après filtrage par un filtre passe-bas (voir section 2.2.1.2). On constate que la simulation numérique, incluant l'effet de la bande passante, reproduit quantitativement l'expérience aussi bien pour la forme du spectre que pour la distribution de probabilité. Suite à la propagation dans la fibre optique, le spectre s'élargit et la fonction de densité de probabilité est à queue légère, comme dans l'expérience.

Dans la section 2.2.1.2, nous avons discuté de la statistique de notre source, notamment de l'influence de la bande passante de la photodiode sur le calcul de la distribution de probabilité. La figure 2.13(b) montre que la simulation avec ou sans filtrage reproduit le résultat expérimental. Le résultat peut paraître suspect dans la mesure où les ailes du spectre, après propagation dans la fibre, ont une largeur supérieure à 40 GHz alors que notre système de détection a une bande passante finie égale à 36 GHz. On pourrait donc s'attendre à observer un effet important du filtrage par la photodiode et donc à une déformation de la distribution de probabilité. Or, la figure 2.13(b) ne présente pas ce genre d'effet. L'explication vient du fait que la photodiode ne détecte pas le champ  $\psi(t, z)$  mais son module au carré, c'est-à-dire, son intensité  $|\psi(t, z)|^2 = I(t, z)$ . De ce fait, nous pouvons calculer le spectre associé à la transformée de Fourier de l'intensité  $I(\omega, z)$  :

$$TF[I(t, z)] = \tilde{I}(\omega, z) \neq |\tilde{\psi}(\omega, z)|^2 = |TF[\psi(t, z)]|^2 \quad (2.3)$$

avec

$$\tilde{I}(\omega, z) = \left| \int I(t, z) e^{-i\omega t} dt \right| \quad (2.4)$$

$$|\tilde{\psi}(\omega, z)|^2 = \left| \int \psi(t, z) e^{-i\omega t} dt \right|^2 \quad (2.5)$$

La figure 2.14 représente le spectre en intensité de l'onde partiellement cohérente avant et après propagation dans la fibre.

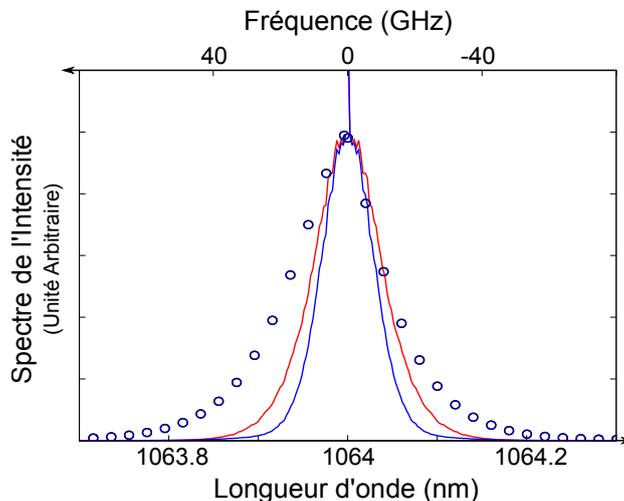


FIGURE 2.14 – Spectres des fluctuations d'intensité  $\tilde{I}(\omega, z)$  pour la condition initiale de 14 GHz (en rouge) et à la sortie de la fibre (en bleu). Nous avons superposé en pointillé le spectre optique  $|\tilde{\psi}(\omega, z)|^2$  de la figure 2.13(a) après propagation en cercles bleu foncé.

La courbe bleue sur la figure 2.14 représente le spectre d'intensité  $I(\omega, z)$  de l'onde partiellement cohérente suite à la propagation dans la fibre. Sa largeur à mi-hauteur est d'environ 18 GHz soit deux fois plus petite que celle du spectre optique  $|\tilde{\psi}(\omega, z)|^2$  tracé en cercles bleus foncés sur la figure 2.14. Dans le régime de propagation de l'expérience, le spectre optique s'élargit comme l'indique la figure 2.11. Au contraire, le spectre en intensité  $\tilde{I}(\omega, z)$  s'affine. Ces observations ne sont pas en contradiction car les effets

d'élargissement optique viennent de manière dominante de l'automodulation de phase. Ainsi, nous pouvons affirmer en tout état de cause que nous n'avons pas de problèmes concernant la détection de l'onde partiellement cohérente après propagation. En effet, la largeur du spectre des fluctuations d'intensité  $\tilde{I}(\omega, z)$  reste inférieure à la bande passante de détection de la photodiode.

Nous venons de comparer les résultats de la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (équation 2.2) avec nos résultats expérimentaux. Dans l'équation 2.2 seul la dispersion de vitesse de groupe et l'effet Kerr sont pris en compte. Dans la section 2.2.1.3, nous avons évalué la longueur de pertes à 2,8 km. De la même manière nous avons montré que les longueurs linéaires et non linéaires caractérisant les effets d'ordre supérieurs sont au moins un ordre de grandeur supérieur aux longueurs Kerr et de dispersion. Nous proposons maintenant d'effectuer les simulations numériques correspondant à la prise en compte de ces termes.

### -Influence des pertes

Nous étudions ici l'influence des pertes de la fibre sur la forme de la distribution de probabilité. Pour une longueur de 1,5 km, celles-ci valent 1,5 dB, ce qui correspond à environ 30% de perte de puissance au cours de la propagation. L'équation de Schrödinger non linéaire incluant le rôle des pertes s'écrit :

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} = -i\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \gamma|\psi|^2\psi \quad (2.6)$$

où  $\alpha$  vaut  $0,345\text{km}^{-1}$  dans notre expérience.

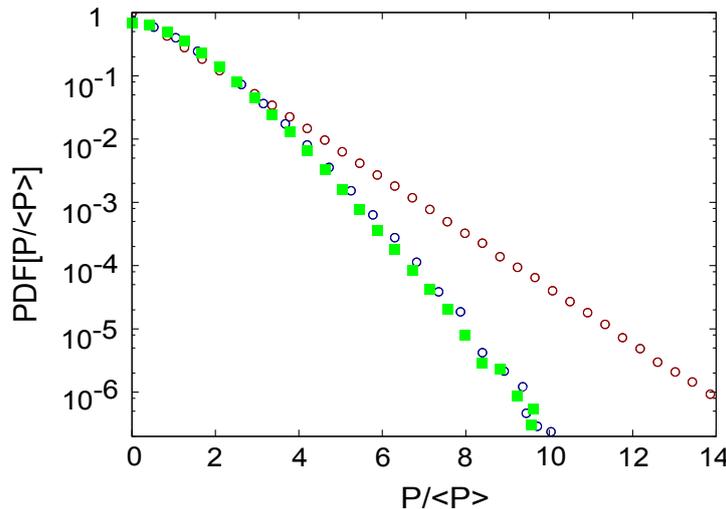


FIGURE 2.15 – Distributions de probabilité tracées dans deux cas différents : en carrés verts, simulation numérique en prenant en compte le rôle des pertes (équation 2.6), en cercles, simulation numérique de l'équation 2.2.

La figure 2.15 représente la comparaison entre les distributions de probabilité calculées à partir de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (en cercles) et

l'équation 2.6 où les pertes de la fibre sont prises en compte (carrés verts). On constate que les fonctions de densité de probabilité restent pratiquement inchangées. On peut donc affirmer que les pertes influencent très peu les propriétés statistiques de l'onde.

### -Influence des termes linéaires et non linéaires d'ordres supérieurs

Nous allons maintenant montrer les résultats obtenus en effectuant la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée suivante :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -i \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \psi}{\partial t^3} - \gamma \left( |\psi|^2 \psi + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial |\psi|^2 \psi}{\partial t} - T_R \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right) \quad (2.7)$$

Les valeurs des paramètres sont indiquées dans la légende de la figure 2.16. Comme nous avons vu dans la section 1.1.2.4, l'équation 2.7 prend en compte la dispersion d'ordre 3, le terme d'auto-raïdissement, et l'auto-décalage Raman. Nous avons tracé la fonction de densité de probabilité en triangle noir sur la figure 2.16. Comme précédemment, nous la comparons à la distribution de probabilité donnée par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (en cercles).

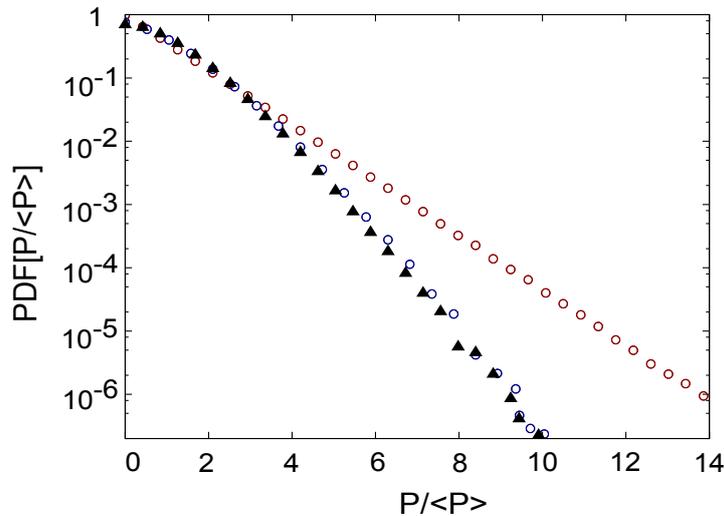


FIGURE 2.16 – Comparaison des distributions de probabilité. En triangle noir, simulation numérique en prenant en compte les termes linéaires et non linéaires d'ordres supérieurs (Eq. 2.7). En cercles, simulation numérique de l'équation 2.2. Paramètres :  $\beta_3 = 4.10^{-2} \text{ ps}^3/\text{km}$ ,  $\omega_0 = 1771,6 \text{ rad/ps}$ ,  $T_R = 3\text{fs}$ ,  $L = 1,5\text{km}$ ,  $\alpha = 0,343\text{km}^{-1}$

Sur cette figure, on peut observer qu'il y a très peu de différence entre les deux simulations numériques. Les effets d'ordres supérieurs n'interviennent pas à cette distance de propagation. Notre système est donc bien décrit par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension.

Nous venons de montrer que les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension sont quantitativement identiques aux mesures effectuées

dans l'expérience tant en termes de spectres que de distributions de probabilité. Cependant, la discrétisation effectuée dans la simulation numérique ne permet pas de conserver l'intégrabilité de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Pourtant, sur le plan statistique, quelque soit le schéma d'intégration utilisé, nous obtenons toujours le même comportement statistique qui est identique à l'expérience. C'est pourquoi, nos travaux contribuent à la compréhension de la turbulence intégrable malgré que ni nos simulations numériques, ni nos expériences sont intégrables.

### 2.2.2.2 Régime stationnaire statistique

Dans la section précédente, nous avons montré que la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension reproduit quantitativement les résultats expérimentaux. La propagation s'effectue en régime fortement non linéaire et le mélange à quatre ondes participe à élargir le spectre optique entraînant des corrélations entre les modes. La fonction de densité de probabilité de l'onde est alors modifiée et dévie de la loi normale, état statistique de la condition initiale où tous les modes sont supposés indépendants<sup>12</sup>. Par ailleurs, les pertes de la fibre sont de 30% à 1,5 km. On ne peut donc pas imaginer réaliser une expérience dans laquelle la distance de propagation serait un ordre de grandeur supérieur à celle de l'expérience (15 km). Par contre, ce problème ne se pose pas dans le cas de la simulation numérique. Nous proposons dans cette section d'étudier numériquement l'évolution de l'onde partiellement cohérente sur de plus grandes distances de propagation. En particulier, nous montrerons au travers de ces simulations numériques l'existence d'un état stationnaire statistique.

Jusqu'à maintenant nous avons travaillé avec le spectre expérimental de manière à comparer quantitativement les résultats numériques et expérimentaux. Dans cette section, nous utilisons comme condition initiale un spectre dont la forme correspond à une fonction sécante hyperbolique donnée par l'expression suivante :

$$n(\omega) = P_0 \operatorname{sech}\left(\frac{\omega}{\alpha_d \Delta\omega_d}\right) \quad (2.8)$$

où  $P_0$  représente la puissance et  $\Delta\omega_d$  la demi-largeur<sup>13</sup> à mi-hauteur de la sécante hyperbolique. Nous avons effectué différents ajustements du spectre expérimental et c'est la fonction sécante hyperbolique qui réalisait le meilleur ajustement, notamment dans les ailes du spectre optique. La largeur spectrale est toujours de 14 GHz à mi-hauteur. Comme dans la section 2.2.2.1, nous utilisons le modèle des phases aléatoires pour modéliser l'onde partiellement cohérente.

Dans un premier temps, nous avons calculé les hamiltoniens linéaire, non linéaire et total donnés, respectivement, par les formules<sup>14</sup> suivantes 2.9, 2.10, et 2.11.

$$H_{nl} = \frac{\gamma}{2T} \int_{-T}^T |\psi|^4 dt \quad (2.9)$$

$$H_l = \frac{\beta_2}{2T} \int_{-T}^T \left| \frac{\partial \psi}{\partial t} \right|^2 dt \quad (2.10)$$

$$H = H_{nl} + H_l \quad (2.11)$$

12. Voir chapitre 1 au sujet du théorème central limite.

13. Le coefficient  $\alpha_d$  permet de ramener la la largeur de sécante hyperbolique à la demi-largeur à mi-hauteur en multipliant par le facteur suivant :  $\alpha_d = 1/\ln(2 + \sqrt{3})$ .

14. Le paramètre T représente la taille de la fenêtre temporelle.

L'hamiltonien total est une constante du mouvement de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension, c'est-à-dire qu'il reste constant au cours de la propagation. Par contre, les hamiltoniens linéaire et non linéaire représentent l'évolution des énergies linéaire et non linéaire du système. Nous avons tracé sur la figure 2.17 leurs évolutions en fonction de la distance de propagation. Les hamiltoniens linéaire et non linéaire ont été moyennés sur 800 réalisations ( $\langle H_{nl} \rangle$  et  $\langle H_l \rangle$ ) et normalisés par la valeur de l'hamiltonien total en  $z = 0$  ( $H_0$ ).

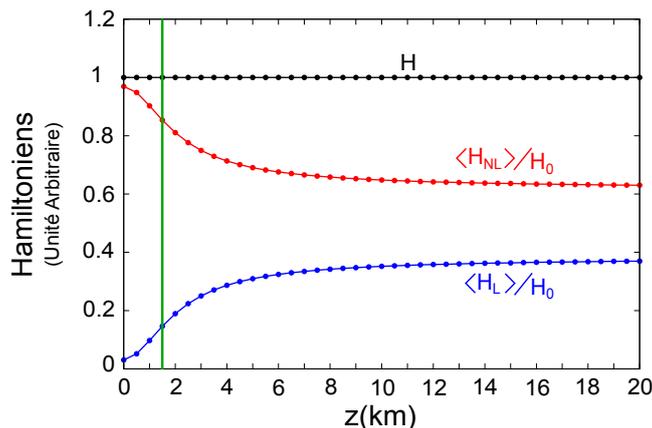


FIGURE 2.17 – Simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Evolution de l'hamiltonien linéaire (bleu), non linéaire (rouge) et total (noir) au cours de la propagation, normalisés par rapport à l'hamiltonien total en  $z = 0$ .

Sur la figure 2.17, nous pouvons constater que dans notre condition initiale l'énergie non-linéaire  $\langle H_{nl} \rangle$  domine d'un ordre de grandeur l'énergie linéaire  $\langle H_l \rangle$ . De ce fait, dès le début de la propagation, le spectre de l'onde partiellement cohérente va rapidement s'élargir comme nous avons pu le constater dans l'expérience. De plus, à la distance de propagation de l'expérience (1.5 km), symbolisée par le trait vert sur la figure 2.17, nous sommes dans un régime transitoire dans lequel l'hamiltonien non linéaire décroît au profit de l'hamiltonien linéaire. A partir de 20 km, nous entrons dans un état stationnaire statistique pour lequel la valeur des hamiltoniens reste constante au cours de la propagation. Examinons maintenant ce que signifie cet état stationnaire statistique en termes de spectre optique et de distribution de probabilité.

La figure 2.18(a) présente l'évolution du spectre optique à différentes distances de propagation. On constate que le spectre s'élargit continûment jusqu'à atteindre l'état stationnaire. A partir de 20 km, le processus d'élargissement spectral est saturé. Le spectre optique moyen présente une forme et une largeur qui ne sont plus modifiées au cours de la propagation. De plus, nous avons tracé les fonctions de densité de probabilité aux mêmes longueurs. Pour une distance proche de l'expérience, c'est-à-dire 2 km, la distribution de probabilité est à queue légère. Plus le champ se propage, plus sa statistique devient non gaussienne et atteint une forme asymptotique à 20 km correspondant à l'état stationnaire statistique. En effet, que ce soit à 20 km (en noir) ou à 60 km (en orange), nous obtenons la même distribution de probabilité à queue légère.

Nous avons montré l'existence d'un état stationnaire statistique caractérisé par une valeur constante des hamiltoniens et à partir duquel le spectre optique et la distribution

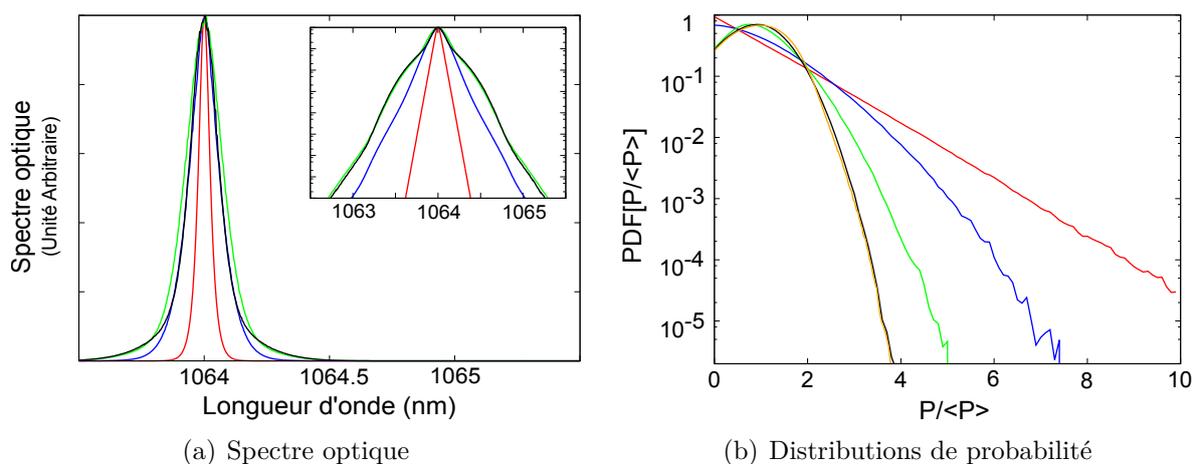


FIGURE 2.18 – Simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Spectres et fonction de densité de probabilité à  $z = 0$  km (rouge),  $z = 2$  km (bleu),  $z = 8$  km (vert), à  $z = 20$  km (noir) et à  $z = 60$  km (orange)

de probabilité cessent d'évoluer avec  $z$ . Intéressons nous maintenant aux aspects spatio-temporels. La figure 2.19 représente un diagramme spatio-temporel montrant l'évolution de l'intensité du champ normalisée par rapport à sa valeur moyenne, jusqu'à une distance de 20 km. On constate que l'amplitude des pics d'intensité les plus importants diminue au fur et à mesure de la propagation comme nous l'avons remarqué dans l'expérience. De plus, il semble que des structures particulières apparaissent et interagissent entre elles pour donner lieu à une dynamique complexe autour de 20 km.

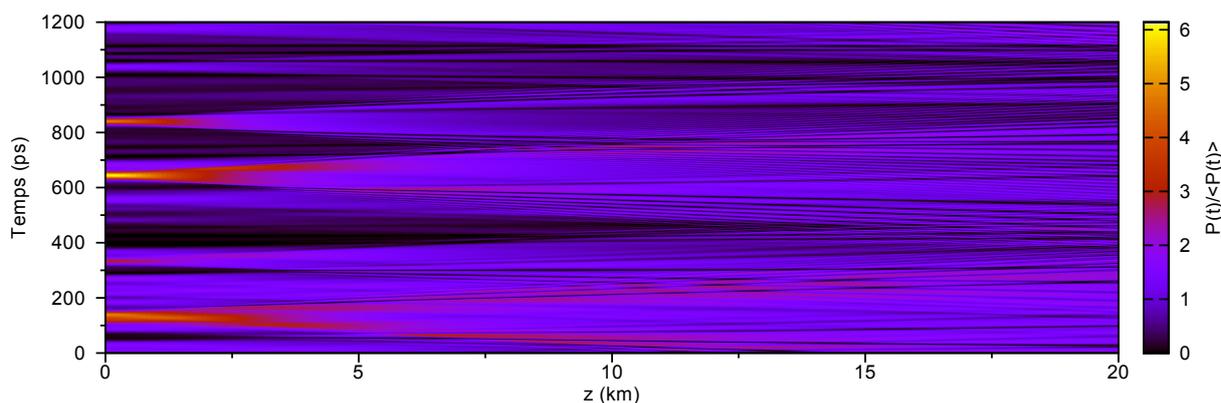


FIGURE 2.19 – Diagramme spatio-temporel représentant l'évolution de l'intensité du champ au cours de la propagation jusqu'à l'état stationnaire statistique ( $z \approx 20$  km).

La figure 2.20 représente un zoom autour des pics localisés dans une fenêtre temporelle comprise entre 500 et 850 ps. De plus, nous avons réduit la fenêtre de propagation qui s'arrête à 8 km. On perçoit distinctement que la diminution de puissance des pics d'intensités centrés à 650 ps et 850 ps. Ce changement est accompagné par l'apparition d'oscillations qui semblent se propager et qui interagissent entre elles comme on peut le

voir autour de 750 ps. Pour mieux comprendre ce comportement, nous avons tracé sur la figure 2.21 des coupes du diagramme spatio-temporel à 2 km, 8 km et 20 km.

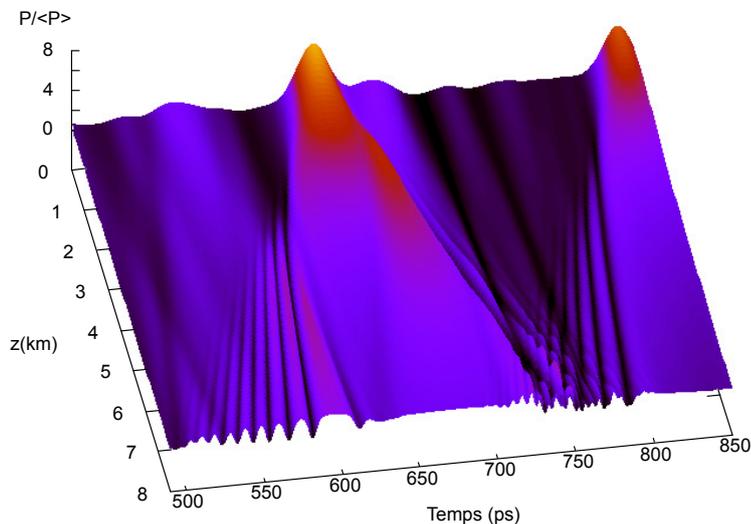


FIGURE 2.20 – Diagramme spatio-temporel représentant l'évolution de l'intensité du champ jusque 8 km.

La figure 2.21(a) montre que la puissance des pics les plus intenses diminue. Cette diminution est accompagnée par un raidissement des fronts montants et descendants. Ceux-ci finissent par se briser pour faire apparaître des oscillations rapides qui peuvent avoir une forme particulière, voire être périodique à l'image de la courbe verte ( $z = 8$  km). Ces structures sont des ondes de chocs dispersives. A une distance de 20 km, en noir sur la figure 2.21(b), l'amplitude des fluctuations est relativement faible et répartie autour de la valeur moyenne<sup>15</sup>. Par ailleurs, au sein de ces fluctuations, on peut distinguer différents types de structures, comme par exemple des solitons noirs ou gris autour de 750 – 800 ps ou encore des ondes dispersives autour de 600 ps.

Nous venons d'étudier la propagation d'une onde partiellement cohérente en régime de dispersion normale dans une fibre optique monomode. Nous avons montré aussi bien expérimentalement que numériquement que l'équation de Schrödinger non linéaire intégrable à une dimension décrit la propagation de l'onde. De plus, nous avons mis en avant la présence d'un état stationnaire statistique en turbulence intégrable. Il est caractérisé par une distribution de probabilité à queue légère. Dans cet état statistique la distribution de probabilité ainsi que le spectre cessent d'évoluer. Enfin, les fluctuations d'intensité de l'onde partiellement cohérente sont complexes et déterminées par l'interaction de structures cohérentes (ondes de choc dispersives, solitons noirs ou gris) et de radiations linéaires. Dans les études réalisées jusqu'à présent, nous avons travaillé avec une source partiellement cohérente possédant un spectre étroit (14 GHz). L'expérience a en effet été dimensionnée de façon à ce que les fluctuations rapides d'intensité de l'onde partiellement cohérente soient observables avec un système de photodétection rapide. Cependant, nous avons mon-

15.  $\langle P(t) \rangle = 1$  car normalisé par rapport à la valeur moyenne

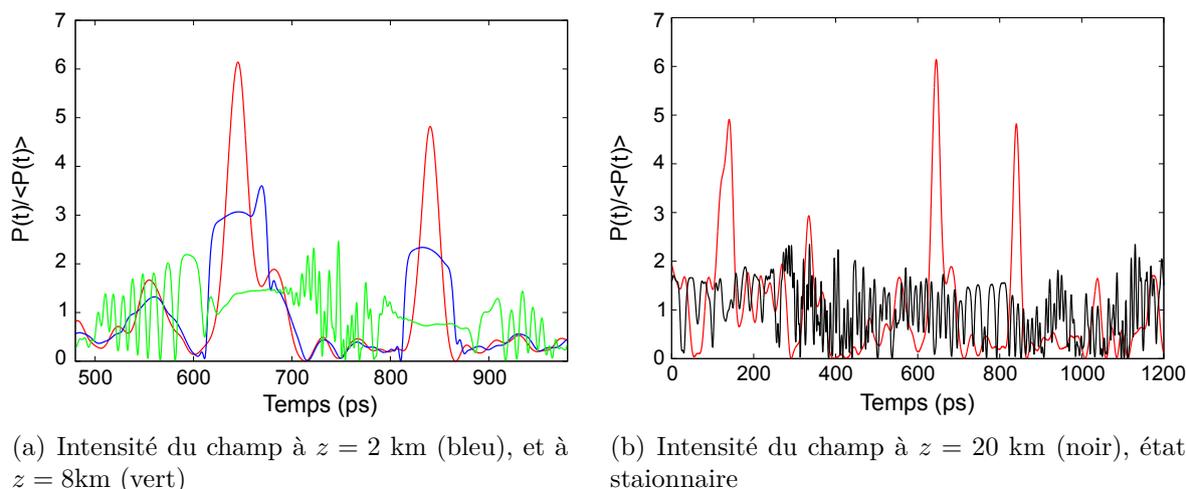


FIGURE 2.21 – Fluctuations d'intensité du champ à différentes distances de propagation. Condition initiale partiellement cohérente en rouge.

tré que nous avons atteint nos limites. Dans le troisième chapitre, nous avons développé un dispositif original d'échantillonnage optique. Il permet, entre autre, d'échantillonner les fluctuations temporelles associées à un spectre optique d'une centaine de GHz de large.

### 2.2.3 Cas du spectre large (expériences et simulations numériques)

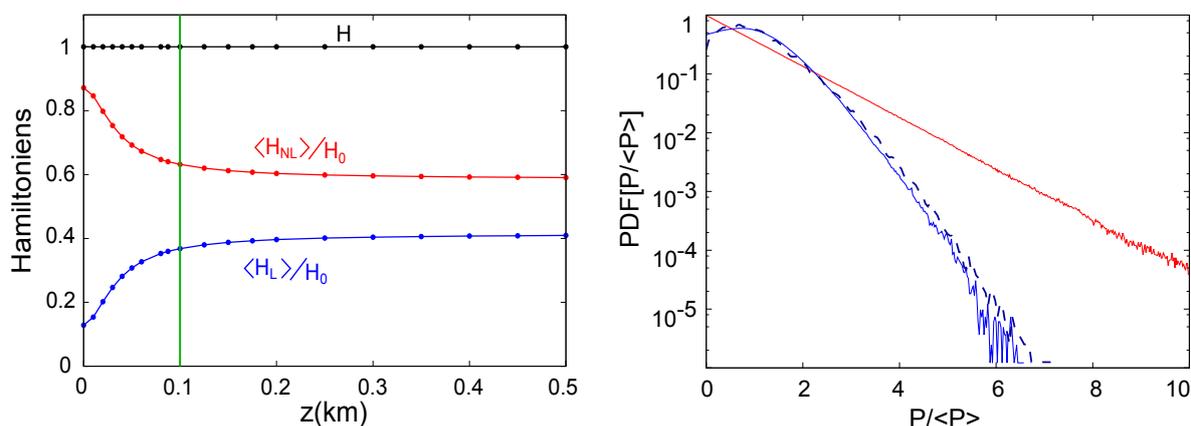
Nous avons montré dans les sections précédentes les résultats concernant la propagation d'une onde partiellement cohérente en régime de dispersion normale de la turbulence intégrable. L'état stationnaire statistique est caractérisé par une distribution de probabilité à queue légère. Cette étude a été réalisée grâce à la conception d'une source partiellement cohérente possédant un spectre optique d'une largeur (14 GHz) inférieure à la bande passante de notre système de détection (36 GHz). Nous réalisons ici la même expérience où la propagation de l'onde partiellement cohérente se fait en dispersion normale. Cependant, nous utilisons la méthode d'échantillonnage optique que nous présentons dans le troisième chapitre. Comme nous le verrons, elle permet de mesurer les distributions de probabilité d'un spectre optique d'une largeur à mi-hauteur supérieure à 100 GHz grâce à un échantillonnage optique des fluctuations rapides d'intensité.

Le principe de l'expérience est le suivant : un rayonnement partiellement cohérent issu d'un laser Ytterbium non filtré est injecté dans une fibre optique monomode à maintien de polarisation à une puissance de 4 W. Le spectre optique de la source partiellement cohérente possède une largeur à mi-hauteur de 160 GHz. La propagation s'effectue sur une distance de 100 m.

La simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension dans les paramètres de l'expérience a permis de tracer l'évolution des hamiltoniens sur la figure 2.22(a). Le trait vert représente la distance de 100 m correspondant à l'expérience. On constate que nous sommes à la fin du régime transitoire et nous entrons peu à peu dans le régime stationnaire statistique.

La figure 2.22(b) représente la superposition de la distribution de probabilité expéri-

mentale en trait plein à la simulation numérique en pointillée pour une distance de 100 m. En  $z = 0$  (courbe rouge) la statistique de l'onde partiellement cohérente est gaussienne. On constate que suite à la propagation (courbe bleu), la distribution de probabilité est à queue légère. De plus, la simulation numérique reproduit quantitativement les résultats expérimentaux.



(a) Evolution des hamiltoniens du système jusque l'état stationnaire statistique. Trait vert : distance de l'expérience.

(b) Distributions de probabilité : simulation numérique (traits pleins) et expérience (pointillés) à une distance de 100 m

FIGURE 2.22 – Expériences et simulations numériques en régime de dispersion normale de la turbulence intégrable à partir d'une onde partiellement cohérente spectralement large (160 GHz). Les paramètres sont les suivants :  $\gamma = 6 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ ,  $\beta_2 = 20 \text{ ps}^2\text{km}^{-1}$  et  $P_0 = 4 \text{ W}$ .

Dans cette étude et grâce à notre méthode d'échantillonnage optique, nous avons réalisé une expérience en dispersion normale à partir d'une onde partiellement cohérente spectralement large. Nous avons confirmé les résultats obtenus jusqu'à présent concernant la déviation de la statistique gaussienne de la distribution de probabilité après propagation. L'évolution des hamiltoniens montre que nous avons exploré expérimentalement l'état statistique du système d'onde correspondant à la fin du régime transitoire. L'état stationnaire statistique est atteint avec ces paramètres à environ 500 m.

## 2.3 Intermittence en turbulence intégrable

Dans la section précédente, nous avons étudié la propagation d'une onde partiellement cohérente en régime de dispersion normale de la turbulence intégrable. Le résultat principal est que l'état stationnaire statistique est caractérisé par une distribution de probabilité à queue légère. Dans cette seconde partie, nous allons nous intéresser au phénomène d'intermittence qui est caractéristique du phénomène de turbulence au sens usuel [Kuznetsov *et al.* 91, Frisch 95, Newell *et al.* 01, Nazarenko 11]. Dans un premier temps, nous verrons à quoi correspond ce phénomène. Puis, nous montrerons son existence dans nos expériences et simulations numériques en turbulence intégrable.

### 2.3.1 Définitions et exemples

Les fonctions de densité de probabilité que nous avons calculées jusque maintenant, que ce soit pour la condition initiale ou après propagation, prennent en compte toutes les échelles temporelles de fluctuations, c'est-à-dire, toutes les composantes spectrales de l'onde partiellement cohérente dans l'espace de Fourier. Cependant, il est possible que la statistique soit différente en fonction de l'échelle sous laquelle on la regarde. En particulier, lorsque les fluctuations de grandes échelles présentent une statistique gaussienne tandis que les fluctuations de petites échelles présentent une statistique non gaussienne, on parle en turbulence du phénomène d'intermittence. Le phénomène d'intermittence recouvre différents champs conceptuels. On peut par exemple citer le phénomène d'intermittence dans le langage des singularités et du formalisme multifractal [Paladin et Vulpiani 87, Halsey *et al.* 86] ou encore l'intermittence spatio-temporelle caractérisant la coexistence dans un système spatialement étendu de deux états locaux, l'un laminaire et l'autre chaotique [Pomeau 86, Chaté et Daviaud 91].

Dans nos travaux concernant l'intermittence, nous utilisons la définition donnée par U. Frisch. Considérons un signal stochastique filtré par un filtre passe-haut idéal de fréquence de coupure  $\Omega$ . Le signal transmis  $f_{\Omega}^{\>}(t)$  par le filtre s'écrit [Frisch 95] :

$$f(t) = \int d\omega e^{i\omega t} f_{\omega} \quad (2.12)$$

$$f_{\Omega}^{\>}(t) = \int_{|\omega| > \Omega} d\omega e^{i\omega t} f_{\omega} \quad (2.13)$$

On peut dire que le signal  $f(t)$  est intermittent si la statistique du champ  $f_{\Omega}^{\>}(t)$  dévie de plus en plus de la statistique gaussienne lorsque la fréquence de coupure  $\Omega$  du filtre augmente.

Afin d'illustrer le phénomène d'intermittence, nous proposons de prendre un exemple. Nous considérons un champ partiellement cohérent de statistique gaussienne obtenu en utilisant le modèle des phases aléatoires. Nous avons tracé sur la figure 2.23(a) la partie réelle du champ partiellement cohérent et nous nous intéressons au filtrage par un filtre passe-haut.

Dans un premier temps, nous étudions le cas de l'onde partiellement cohérente. Si  $\Omega = 0$  (figure 2.23(a)), tous les modes du spectre se superposent avec des phases aléatoires. On obtient alors une statistique gaussienne, représentée en insert de la figure 2.23(a). Ensuite, on change la fréquence de coupure de manière à ce qu'elle soit supérieure à zéro  $\Omega > 0$  (figure 2.23(b)). La dynamique du champ partiellement cohérent est modifiée et présente des fluctuations rapides. Cependant, la statistique calculée à partir de ces fluctuations (insert de la figure 2.23(b)) reste gaussienne car tous les modes sont indépendants. On remarque donc que la statistique du champ partiellement cohérent est identique à toutes les échelles.

On considère maintenant le signal intermittent représenté sur la figure 2.24(a). On applique le filtrage lorsque la fréquence de coupure du filtre passe-haut est égale à zéro. On obtient une statistique gaussienne. Au contraire, si maintenant  $\Omega > 0$ , le signal contient non seulement de nouvelles échelles temporelles rapides mais on peut observer des structures de grandes amplitudes modifiant profondément la dynamique du champ (figure 2.24(b)). La distribution de probabilité est donc modifiée et devient fortement non

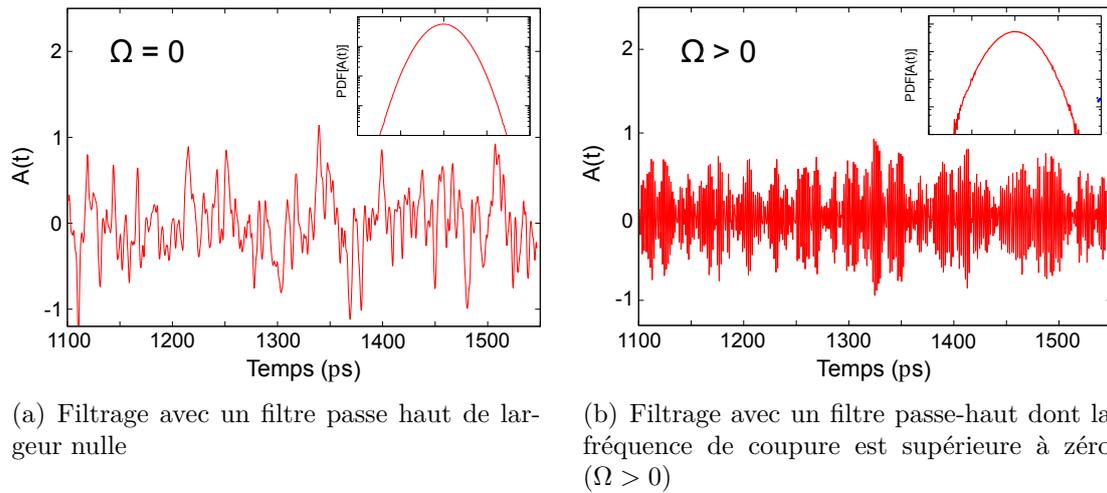


FIGURE 2.23 – Filtrage par un filtre passe-haut d’une onde partiellement cohérente.

gaussienne à l’image de l’insert de la figure 2.24(b). Ce comportement traduit la présence d’intermittence dans le champ partiellement cohérent.

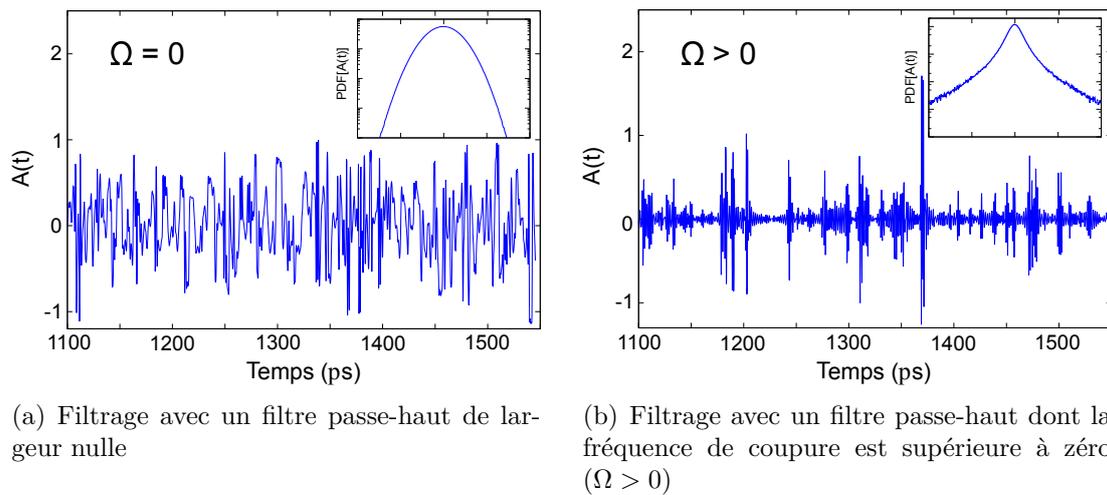


FIGURE 2.24 – Exemple du comportement d’intermittence d’une onde partiellement cohérente.

Afin de quantifier ce changement de statistique aux différentes échelles, on peut calculer à la manière de U. Frisch le kurtosis du signal filtré, défini par la formule suivante :

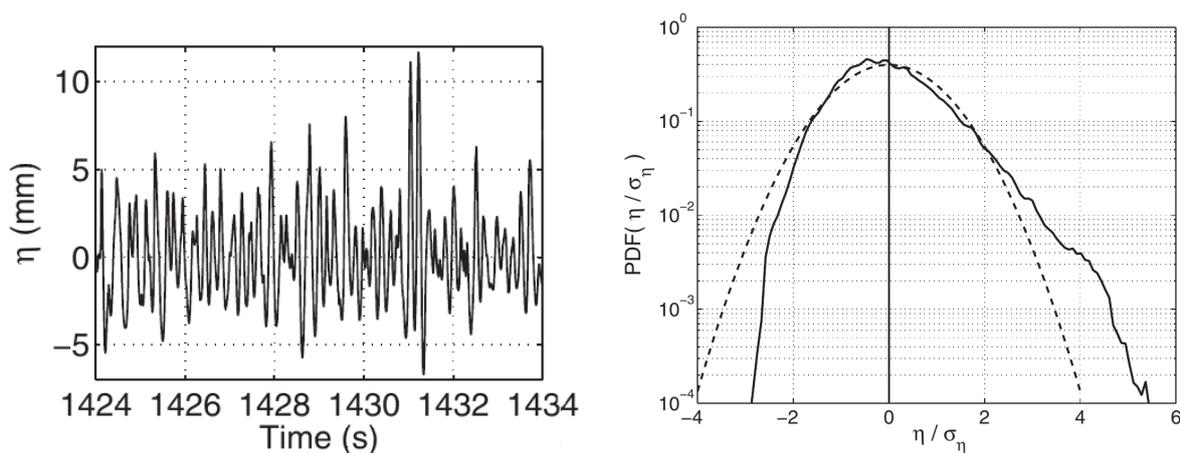
$$F(\Omega) = \frac{\langle f_{\Omega}^{\geq}(t)^4 \rangle}{\langle f_{\Omega}^{\geq}(t)^2 \rangle^2} \quad (2.14)$$

Il correspond au rapport entre le moment d’ordre 4 du signal filtré et sa variance au carré. C’est un paramètre de forme qui permet de donner une indication sur l’aplatissement de la distribution. Il est calculé sur la partie réelle du champ. Selon la définition de Pearson [Pearson 29], dans le cas d’une statistique gaussienne le kurtosis vaut 3 et tout écart à

cette statistique se traduit par une valeur différente de  $F(\Omega)$ . Sachant que ce paramètre est très sensible à la forme de la distribution, on comprend pourquoi il donne une bonne indication de la statistique<sup>16</sup>. Ainsi, le signal  $f(t)$  est intermittent aux petites échelles si le kurtosis  $F(\Omega)$  augmente avec la fréquence du filtre  $\Omega$ .

Afin d'illustrer nos propos, nous allons donner deux exemples de systèmes physiques dans lesquels le phénomène d'intermittence a été observé.

**Intermittence en turbulence d'onde** Le phénomène d'intermittence a été observé par Falcon *et al.* en 2007 dans une expérience de turbulence d'onde [Falcon *et al.* 07]. Le principe de l'expérience consiste à mettre en mouvement de manière aléatoire la surface d'un liquide, du mercure, à l'aide d'un agitateur mécanique. Par ailleurs, l'agitateur est piloté électroniquement, et produit un forçage aléatoire de la surface du fluide sur un intervalle de fréquence compris entre 0 et 6 Hz. Des capteurs mesurent les variations de la hauteur de mercure en un point de la cuve, loin de l'agitateur. Nous avons reproduit l'exemple donné dans l'article sur la figure 2.25(a). On peut observer sur cette fenêtre de 10 s que les amplitudes les plus grandes sont positives, alors que les creux ont une profondeur moins importante. En turbulence d'onde, la distribution de probabilité de l'onde



(a) Variation de la hauteur de mercure mesurée à une position donnée de la cuve pour une fréquence de forçage.

(b) Statistique globale de l'onde

FIGURE 2.25 – Signal enregistré et statistique correspondante normalisée par rapport à l'écart type  $\sigma_\eta$

dévie relativement peu de la statistique gaussienne (représentée sur la figure 2.25(b)). La distribution de probabilité devient asymétrique, caractérisée par une probabilité de présence des événements de grandes amplitudes supérieure celle des amplitudes négatives (creux profonds).

La deuxième partie de leur travail concerne la mise en évidence du phénomène d'intermittence. Les auteurs n'utilisent pas la fonction  $f_\Omega$  mais le calcul de la fonction de

16. NB : il est important de ne pas le confondre avec le paramètre de forme calculé à partir du moment d'ordre 3. Dans ce cas, il permet de caractériser l'asymétrie de la distribution.

densité de probabilité à partir de la dérivée seconde du signal enregistré. Ce procédé est associé à l'utilisation de filtres. La méthode consiste à dériver le signal enregistré à partir des variations de hauteur de l'onde  $\eta$  (formule 2.15).

$$\Delta\eta(\tau) = \eta(t + \tau) - 2\eta(t) + \eta(t - \tau) \quad (2.15)$$

La variation du paramètre  $\tau$  permet d'étudier le signal à différentes échelles. Puis, ils calculent la distribution de probabilité à partir de  $\Delta\eta(\tau)$ . La figure 2.26 représente la fonction de densité de probabilité de l'onde à différentes échelles pour différentes valeurs du paramètre  $\tau$ .

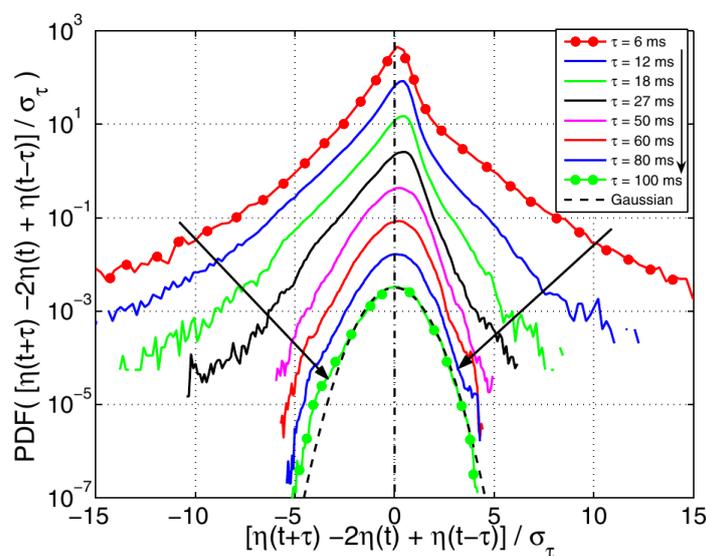


FIGURE 2.26 – Statistique pour différentes valeurs de  $\tau$  dans la formule 2.15. Illustration provenant de l'article de [Falcon *et al.* 07] sur laquelle nous avons ajouté, artificiellement, les points rouge et vert.

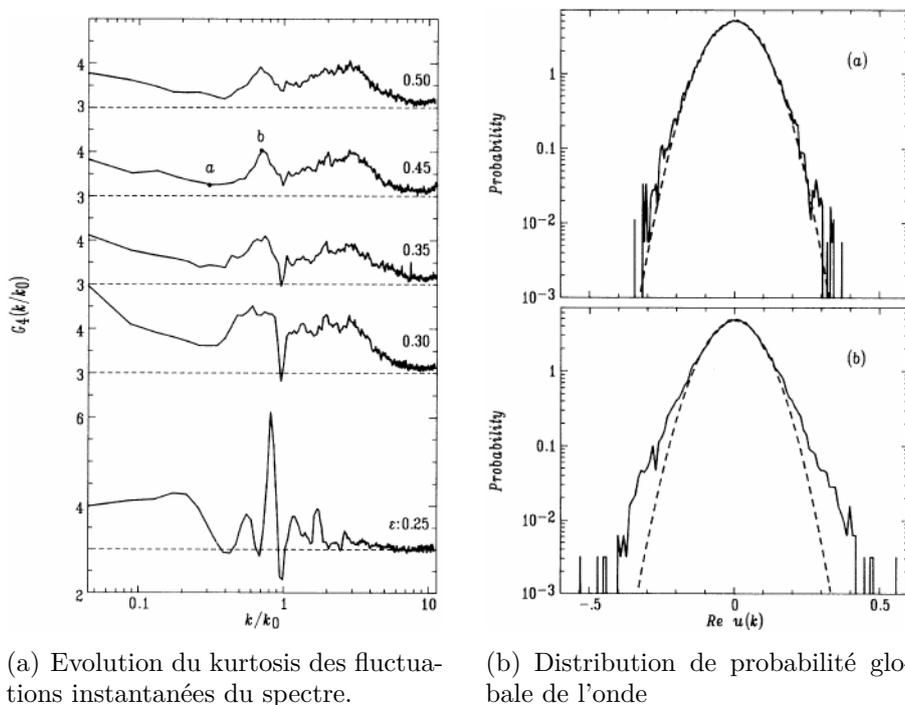
Lorsque  $\tau$  est grand, cela revient à étudier la statistique sur toutes les échelles de fluctuations. Ainsi, la distribution de probabilité est proche de la statistique gaussienne (courbe+points verts figure 2.26). Puis, plus on diminue  $\tau$ , plus on s'intéresse à la distribution de probabilité aux petites échelles temporelles. Dans ce cas, Falcon *et al.* ont montré que la statistique est fortement non gaussienne (courbe+points rouges figure 2.26).

Les résultats du travail présenté par Falcon *et al.* se placent dans le contexte de la turbulence d'onde. Les auteurs montrent d'une part que la statistique de la variation de hauteur des vagues à la surface du fluide est non gaussienne. Puis, ils mettent en avant la présence d'intermittence caractérisée par un changement de la statistique aux différentes échelles temporelles contenues dans le signal.

**Intermittence spatio-temporelle dans l'expérience de Faraday** L'instabilité de Faraday concerne l'étude du comportement de la surface d'un fluide soumis à une accélération périodique et verticale. Elle se trouve à l'origine de différents effets physiques comme par exemple, la formation de structures spatiales diverses (carrés [Douady et Fauve 88], hexagones [Kudrolli et Gollub 96]), le chaos spatio-temporel [Gluckman *et al.* 93]

[Meron et Procaccia 86] ou encore la dynamique des défauts [Ezersky *et al.* 95]. Dans le travail réalisé par Bosh *et al.*, le phénomène d'intermittence a été observé dans l'expérience de Faraday [Bosch et Water 93]. Nous allons maintenant mettre en avant les principaux résultats obtenus dans cette étude.

Le principe de l'expérience consiste à mettre en mouvement la surface d'un fluide par une oscillation périodique verticale du récipient. Dans ce travail, le récipient est un cylindre de 130 mm de diamètre sous lequel sont répartis plusieurs oscillateurs. Les deux paramètres de contrôle sont l'amplitude ( $A$ ) et la fréquence de l'oscillation. Pour une fréquence donnée, le fluide suit uniformément la modulation appliquée jusqu'à une amplitude critique. A partir de l'amplitude critique  $A_c$ , une structure spatio-temporelle apparaît à la surface du fluide. Dans le régime d'étude du travail de Bosh *et al.*, les auteurs augmentent l'amplitude jusqu'à obtenir un état chaotique de la surface du fluide pour une valeur particulière du paramètre de contrôle  $\epsilon = (A - A_c)/A_c$ .



(a) Evolution du kurtosis des fluctuations instantanées du spectre.

(b) Distribution de probabilité globale de l'onde

FIGURE 2.27 – Etude statistique et mise en évidence d'intermittence spatio-temporelle de dans le travail de Bosh *et al.* [Bosch et Water 93].

Afin d'étudier le comportement intermittent de l'onde, les auteurs tracent le kurtosis des fluctuations instantanées du spectre (figure 2.27(a)) pour différentes valeurs  $\epsilon$ . L'état désordonné de la surface du fluide correspond à une valeur de  $\epsilon = 0.25$ . La construction de cet état se fait par création et annihilation successives de structures cohérentes particulières (triangle, carré). On constate qu'il existe des fréquences spatiales ( $k/k_0$ ) pour lesquelles le kurtosis vaut 3 et d'autres fréquences pour lesquelles il est supérieur à 3. Ce comportement est une signature de la présence d'intermittence dans l'expérience de Faraday. De plus, Bosch *et al.* ont tracé la distribution de probabilité à deux points différents (a) et (b) de la figure 2.27(a), représenté sur la figure 2.27(b). Aux petits nombres

d'ondes, la statistique est gaussienne alors qu'aux grands nombres d'ondes, la statistique dévie au-dessus de la loi normale.

Nous venons de présenter deux travaux dans lesquels les équations régissant la propagation des ondes à la surface d'un fluide sont non intégrables. Le résultat principal de ces études est la mise en évidence du phénomène d'intermittence qui est associé à un changement de la statistique du champ à différentes échelles. L'objectif de la prochaine section est de montrer que le phénomène d'intermittence apparaît également en turbulence intégrable.

## 2.3.2 Mise en évidence expérimentale

Nous avons étudié dans la section 2.2 la propagation d'une onde partiellement cohérente en régime de dispersion normale de la turbulence intégrable. Nous savons qu'il existe pour ce régime de dispersion un état stationnaire statistique caractérisé par une fonction de densité de probabilité à queue légère. De plus, dans la section précédente, nous avons montré que le phénomène d'intermittence se traduit en turbulence par un comportement statistique différent selon les échelles d'observation des fluctuations aléatoires. Nous allons maintenant montrer que le phénomène d'intermittence apparaît en turbulence intégrable.

### 2.3.2.1 Dispositif expérimental

Nous avons complété le dispositif expérimental de la figure 2.10 dans l'objectif de séparer les échelles lentes des échelles rapides dans les fluctuations de l'onde partiellement cohérente. Le dispositif additionnel est représenté par l'encadré noir sur la figure 2.28(a). Le système de filtrage est constitué d'un ensemble de miroirs de Bragg dont le principe de fonctionnement est similaire à celui exposé dans la section 2.2.1.1. L'objectif est de filtrer le spectre large après propagation (30 GHz) grâce à un réseau de Bragg à saut de phase dont la largeur à mi-hauteur est de 6 GHz. Puis, en ajustant la fréquence centrale du réseau de Bragg des basses aux hautes fréquences, il est possible de filtrer à différentes échelles (figure 2.28(b)). Cette opération d'ajustement de la longueur d'onde centrale du miroir de Bragg est effectuée en étirant mécaniquement le miroir de Bragg.

Dans ce travail, nous utilisons un filtre passe bande plutôt qu'un filtre passe haut. Comme nous le verrons dans le paragraphe 2.3.3, ceci n'a aucune incidence qualitative sur les résultats obtenus. Suite au filtrage, nous effectuons une acquisition du signal temporel à l'aide d'un système de photodétection rapide. Puis, à partir des données enregistrées, nous calculons la fonction de densité de probabilité. L'objectif est d'étudier le comportement statistique de l'onde partiellement cohérente suite au filtrage dans différentes régions spectrales.

### 2.3.2.2 Dynamique et statistique du signal intermittent

La figure 2.29 présente les résultats obtenus suite au filtrage dans le spectre optique présenté sur la figure 2.28(b). Lorsque le filtrage est effectué au centre du spectre (figure 2.29(a)), c'est-à-dire que l'on garde les composantes spectrales de basses fréquences, c'est la statistique sur les grandes échelles temporelles qui est examinée. La statistique du

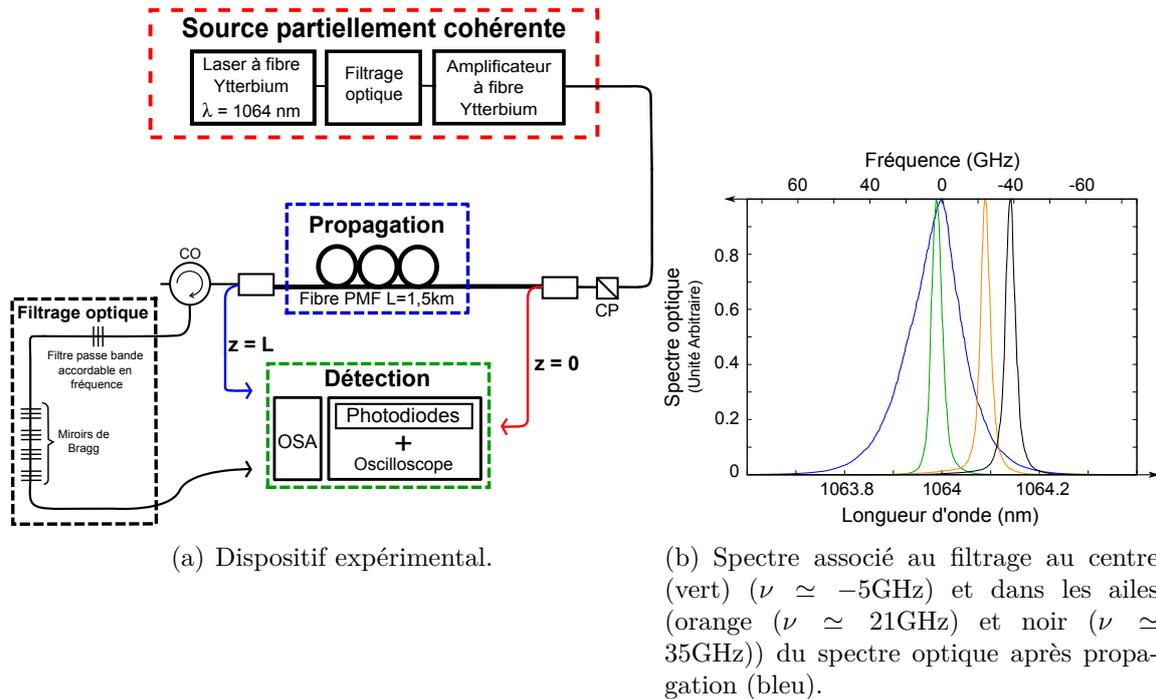
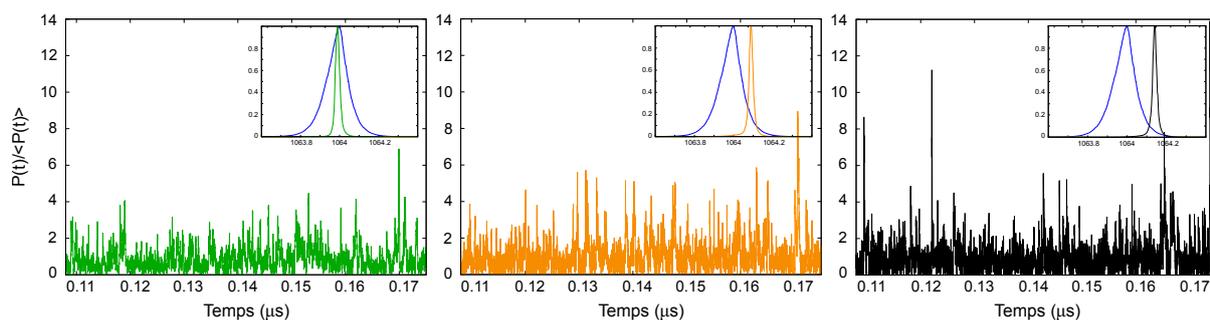


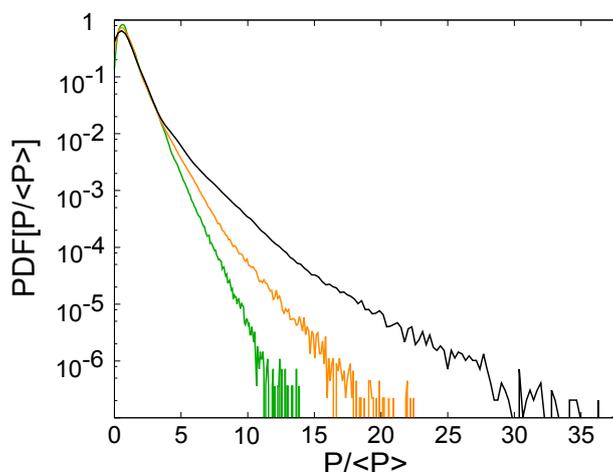
FIGURE 2.28 – Expérience d’intermittence en turbulence intégrable.

champ associée à ces fluctuations est gaussienne (distribution de probabilité exponentiellement décroissante en vert sur la figure 2.29(d)). Ensuite, si on place la longueur d’onde centrale du réseau de Bragg dans les ailes (voir figures 2.29(b) et 2.29(c)) alors des échelles temporelles rapides et des évènements de grandes amplitudes apparaissent dans le signal. Le résultat est une déformation de la statistique de l’intensité du champ qui montre une distribution de probabilité à queue lourde (courbes orange et noir sur la figure 2.29(d)).

La statistique calculée sur l’ensemble des échelles temporelles de fluctuations suit une distribution de probabilité à queue légère. Cependant, lorsqu’un processus de filtrage isole la partie centrale du spectre, la distribution de probabilité est exponentielle. De plus, lorsque ce même dispositif est placé dans les ailes du spectre, la statistique suit une distribution de probabilité à queue lourde. L’origine de l’ensemble des comportements statistiques provient des corrélations entre les modes du spectre optique apparaissant au cours de la propagation non linéaire de l’onde dans la fibre. Nous avons vu que l’effet Kerr par l’intermédiaire du mélange à quatre ondes est responsable de l’élargissement du spectre optique. Par contre, il est difficile d’évaluer à quel ordre la corrélation s’effectue entre les modes. On peut supposer que les phases des modes situés au centre du spectre, à basse fréquence, sont moins perturbées par le mélange à quatre ondes que ceux à hautes fréquences. De ce fait, ils sont faiblement corrélés et la statistique correspondante est gaussienne. Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que la distribution de probabilité calculée sur l’ensemble des fluctuations temporelles d’intensité est à queue légère alors qu’aux différentes échelles la distribution de probabilité est à queue lourde. De plus, suite au filtrage aux petites échelles temporelles, on peut observer la présence de structures de grandes amplitudes pouvant être qualifiées d’évènements extrêmes. Ce genre de comportement statistique a déjà été observé dans les lasers Raman à fibres [Churkin *et al.* 11, Randoux et Suret 12].



(a) Fréquence centrale du filtre  $\simeq -5\text{GHz}$  (b) Fréquence centrale du filtre  $\simeq 21\text{GHz}$  (c) Fréquence centrale du filtre  $\simeq 35\text{GHz}$



(d) Distributions de probabilité

FIGURE 2.29 – Intensités du champ (a), (b), (c) suite à un filtrage optique à différentes fréquences et distribution de probabilité associées (d). Filtrage au centre (vert), sur le front descendant (orange) et dans les ailes (noir) du spectre. Les enregistrements sont effectués indépendamment les uns des autres.

Dans l'étude présentée dans la référence [Randoux et Suret 12], les auteurs ont filtré le spectre de l'onde Stokes dans un laser Raman à fibre à différentes échelles. Ils ont ainsi démontré l'apparition d'un phénomène d'intermittence dans un système différent car dissipatif et non intégrable. Enfin, nous pouvons remarquer que l'étude statistique réalisée par Solli *et al.* correspond en réalité à l'observation d'un phénomène d'intermittence dans le supercontinuum [Solli *et al.* 07].

Nous avons montré que notre onde partiellement cohérente possède un comportement statistique différent en fonction des échelles temporelles étudiées. Lorsque tous les modes de Fourier sont pris en compte, la distribution de probabilité est à queue légère. Cependant, si on effectue un filtrage aux basses fréquences, on obtient une distribution de probabilité exponentielle. Le filtrage dans les ailes du spectre optique présente, quant à lui, une distribution de probabilité à queue lourde mettant en avant l'apparition d'évènements extrêmes. Les expériences d'optique que nous avons présentées sont les premières à mettre en évidence le phénomène d'intermittence dans une situation de turbulence intégrable.

### 2.3.2.3 Filtrage spectral de la source partiellement cohérente

Nous avons montré l'apparition du phénomène d'intermittence en turbulence intégrable. Celui-ci se caractérise par une statistique dont la nature évolue selon les échelles temporelles d'observations. Suite à la propagation non linéaire dans la fibre optique, la statistique de l'onde partiellement cohérente est différente en fonction des échelles considérées. Dans ce paragraphe, nous proposons de vérifier si ce comportement d'intermittence n'est pas déjà présent dans notre source partiellement cohérente.

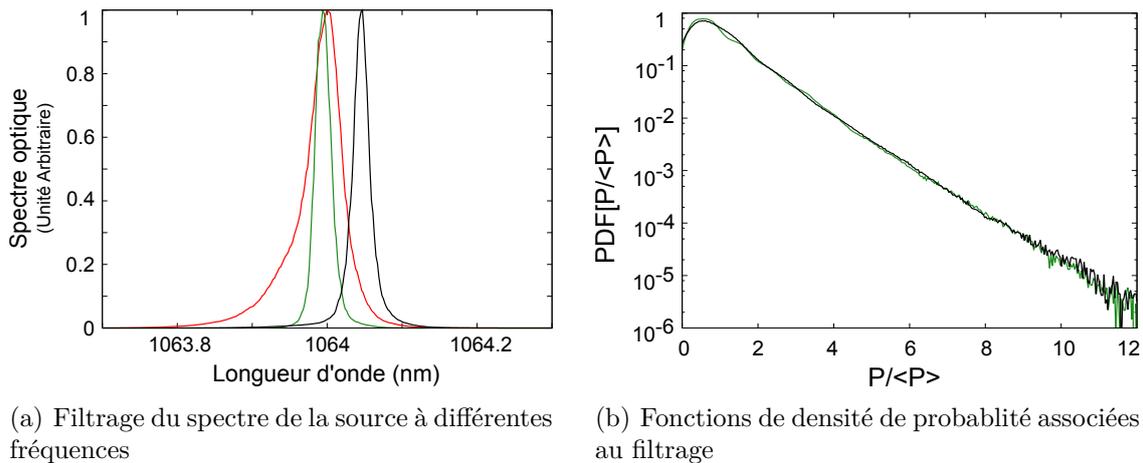


FIGURE 2.30 – Filtrage du spectre optique de l'onde partiellement cohérente avant propagation dans la fibre, au centre (vert) et dans les ailes (noir).

Nous avons légèrement modifié notre dispositif expérimental afin de pouvoir filtrer le spectre de l'onde partiellement cohérente avant la propagation. La largeur spectrale est comme précédemment de 14 GHz comme on peut le voir sur la courbe rouge de la figure 2.30(a). Nous venons filtrer avec un filtre passe bande de 6 GHz au centre du spectre et dans ses ailes (courbe verte et noire sur la figure 2.30(a)).

La figure 2.30(b) présente le résultat en terme de fonctions de densité de probabilité. On peut constater que la distribution de probabilité suit la loi normale aussi bien suite à un filtrage à basses fréquences qu'à hautes fréquences. L'origine du changement de statistique aux différentes échelles temporelles dans le signal après propagation ne provient donc pas de la condition initiale. Par conséquent, l'expérience que nous avons réalisée permet de montrer que le phénomène d'intermittence apparaît effectivement au cours de la propagation non linéaire dans la fibre.

### 2.3.3 Simulations numériques et discussions

Dans la section 2.3.2, nous avons mis en évidence le phénomène d'intermittence en turbulence intégrable. La propagation dans la fibre optique était de 1,5 km, ce qui correspond à une situation dans laquelle les hamiltoniens linéaire et non-linéaire ne possédaient pas une valeur constante (section 2.2.2.1). Nous allons maintenant nous intéresser à l'état stationnaire statistique. Nous reprenons les résultats issus de la simulation numérique de la section 2.2.2.2, pour une distance de 20 km. Nous rappelons qu'à partir de cette dis-

tance la distribution de probabilité a atteint une forme asymptotique caractérisée par une distribution à queue légère (voir figure 2.18(b)).

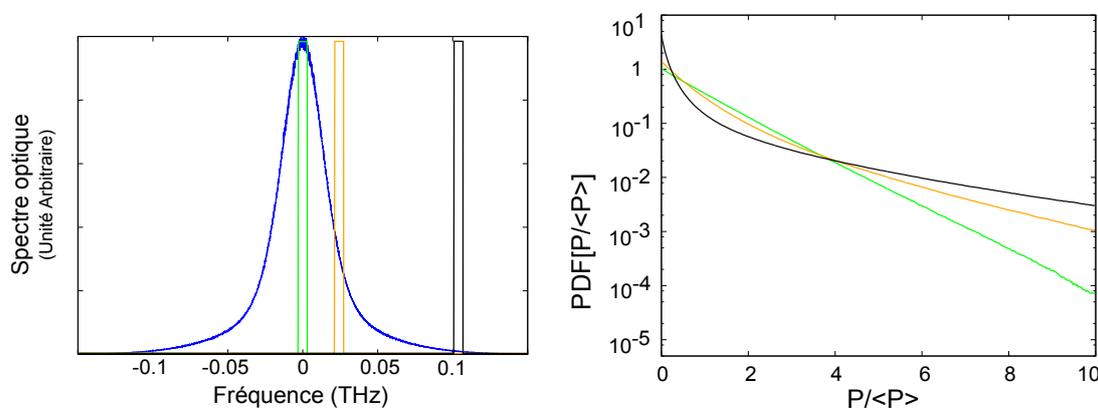
Dans un premier temps, nous allons modéliser le filtrage effectué dans le cas de l'expérience. Cela consiste à multiplier la transformée de Fourier du champ partiellement cohérent par une fonction de filtrage. Cette opération est décrite par la formule 2.16 qui représente le champ filtré.

$$\psi(z = L, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}(z = L, \nu) \tilde{f}_p(\nu) e^{-i2\pi\nu t} d\nu \quad (2.16)$$

Dans un premier temps, nous utilisons un filtre idéal, passe bande, tel qu'il est défini par la formule 2.17.

$$f_p(\nu) = \begin{cases} 1 & \nu_0 - \Delta\nu \leq \nu \leq \nu_0 + \Delta\nu \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.17)$$

où  $\nu_0$  représente la fréquence centrale du dispositif de filtrage et  $\Delta\nu = 6$  GHz la largeur à mi-hauteur de la fonction. On peut constater qu'il est facile de déplacer le filtre pour balayer l'ensemble du spectre, ceci, en ajustant la longueur d'onde centrale  $\nu_0$ . Nous avons représenté sur la figure 2.31(a) le filtrage du spectre en son centre (en vert), à la fréquence de 24 GHz (en orange) et dans les ailes à environ 103 GHz (en noir). Puis, sur la figure 2.31(b), nous avons tracé les fonctions de densité de probabilité calculées par la formule 2.16.



(a) Spectre optique en  $z = L$  en bleu et filtrage à différentes fréquences : au centre (en vert), à 24 GHz (en orange) et à 103 GHz (en noir).

(b) PDF correspondantes au filtrages aux différentes fréquences.

FIGURE 2.31 – Exemple de filtrage à différentes fréquences par la fonction 2.17 et fonctions de densité de probabilité (PDF) associées.

On peut constater à travers ces figures que les comportements observés dans l'expérience sont qualitativement bien décrits par la simulation numérique. De plus, l'intermittence existe en régime stationnaire statistique. Suite à un filtrage à basses fréquences la statistique du champ est gaussienne. A contrario, la statistique est non gaussienne, à queue lourde sur la puissance, suite aux filtrages à hautes fréquences.

Nous allons maintenant nous intéresser à la forme de la fonction de transmission du filtre et étudier son impact sur la distribution de probabilité. Nous utilisons maintenant la définition de U. Frisch concernant l'intermittence. Nous allons appliquer un filtre passe-haut (formule 2.18) de fréquence de coupure  $\nu_c$  sur le spectre optique.

$$f_{Hp}(\nu) = \begin{cases} 0 & \nu_0 - \nu_c \leq \nu \leq \nu_0 + \nu_c \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.18)$$

Nous tenons à faire remarquer que dans le cas du filtre passe-haut, nous ne déplaçons pas la fréquence centrale  $\nu_0$ . Dans ce cas, nous changeons la fréquence de coupure  $\nu_c$ . Ce traitement équivaut à changer la largeur du filtre comme on peut le voir sur la figure 2.32(a).

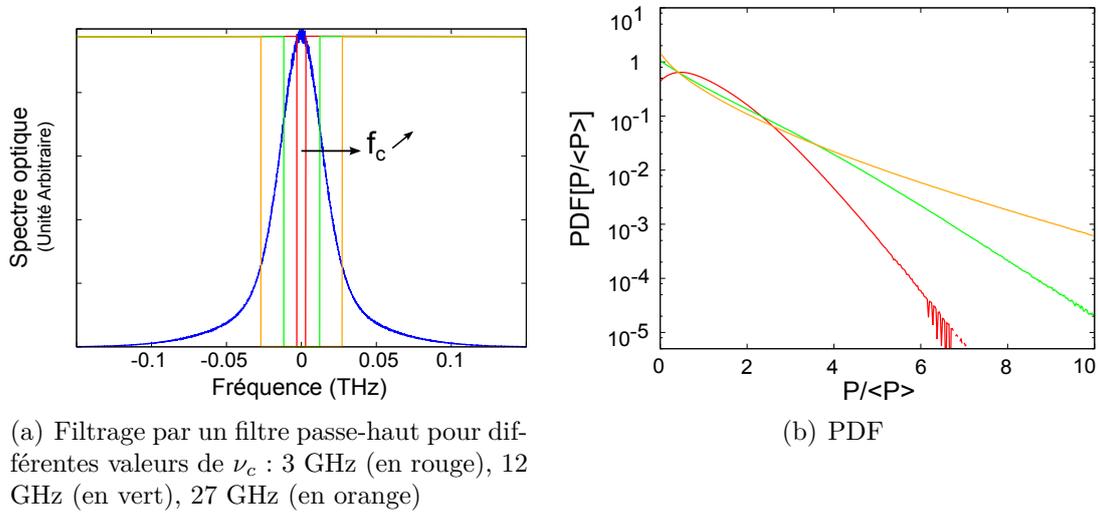


FIGURE 2.32 – (a) Exemple de filtrage à différentes fréquences dans le cas du filtre passe-haut. (b) Fonctions de densité de probabilité correspondantes (PDF).

La figure 2.32(b) présente les distributions de probabilité obtenues. Le résultat est quelque peu différent. En effet, lorsque la largeur du filtre tend vers zéro, cela revient à considérer la statistique sur l'ensemble des fluctuations temporelles. Nous obtenons ainsi, en rouge, une distribution de probabilité à queue légère. Par contre, plus la largeur du filtre augmente, plus nous étudions la statistique sur de petites échelles temporelles. Nous obtenons ainsi une distribution à queue lourde comme on peut le constater en orange sur la figure 2.32(b). De plus, nous avons cherché à quantifier l'évolution de la statistique comme dans le cas de l'étude de Frisch en calculant le kurtosis de formule suivante :

$$\kappa = \frac{\langle R(t)^4 \rangle}{\langle R(t)^2 \rangle^2} \quad (2.19)$$

$R(t) = \Re[\psi(z = L, t)]$  représente la partie réelle du champ. Comme nous l'avons expliqué précédemment, la valeur du kurtosis dépend de la statistique du champ. Ainsi, une statistique gaussienne aura un kurtosis de 3. L'objectif est de regarder l'écart à la statistique gaussienne suite à un filtrage progressif du centre aux ailes du spectre.

Nos avons représenté sur la figure 2.33 l'évolution du kurtosis pour les deux types de filtrages : fonction porte en vert et filtre passe-haut en noir. De plus, le kurtosis est calculé pour le filtrage de la condition initiale en rouge. On peut constater que le kurtosis est constant et égal à 3, signe d'une statistique gaussienne à toutes les échelles. Cependant, l'évolution de ce dernier n'est pas la même en fonction du type de filtrage. Certes, la valeur

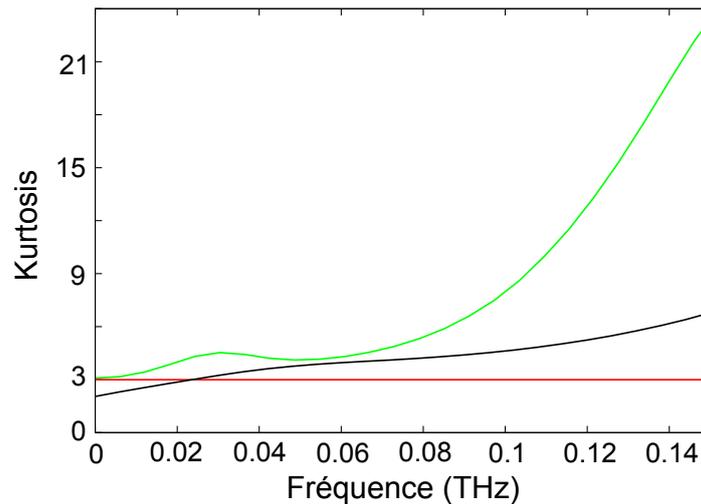


FIGURE 2.33 – Evolution du kurtosis en fonction de la fréquence. Calcul effectué pour la condition initial en rouge, puis, pour un filtrage du spectre de l'onde partiellement cohérente après propagation par un filtre passe-bande en vert, et un filtre passe-haut en noir.

du kurtosis augmente mais la croissance en fonction de la fréquence est différente. Dans le cas du filtre passe bande, la largeur est fixée. On ne pourra donc pas observer des échelles temporelles inférieures à celle définie par la fréquence de coupure du filtre. A l'opposé, dans le cas du filtre passe haut, on modifie progressivement la largeur du filtre. Donc les échelles évoluent. Néanmoins, dans les deux cas, nous sommes en train d'étudier la statistique à différentes échelles. Le calcul du kurtosis, comme il a été défini par U. Frisch, permet de mettre en avant le changement de statistique, qui devient de plus en plus non gaussienne. Cet aspect met en avant comme nous l'avons expliqué précédemment l'apparition d'évènements extrêmes dans les fluctuations d'intensité du champ filtré.

En conclusion, cette étude permet de mettre en évidence la présence du phénomène d'intermittence dans un système décrit par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension, c'est-à-dire en turbulence intégrable. Il est caractérisé par une statistique gaussienne suite à un filtrage au centre du spectre et non gaussienne à hautes fréquences. De plus, l'émergence d'une distribution de probabilité à queue lourde aux petites échelles montre que les composantes spectrales de hautes fréquences possèdent une information importante sur la statistique globale de l'onde qui ne peut être négligée. Par contre, cela ne met pas du tout en avant l'émergence d'ondes scélérates, phénomène bien particulier que nous discuterons en détails dans le troisième chapitre.

## 2.4 Conclusions

Nous avons réalisé une expérience d'optique permettant d'étudier la propagation d'une onde partiellement cohérente dans une fibre optique monomode en régime de dispersion normale. Afin de détecter les fluctuations rapides de l'onde aléatoire, nous avons tout d'abord réalisé une source partiellement cohérente spectralement étroite. Nous avons montré que la statistique de notre source est gaussienne et ce pour différentes largeurs spectrales. Suite à la propagation non linéaire dans le régime de dispersion normale, le spectre optique s'élargit sous l'effet du mélange à quatre ondes. La distribution de probabilité des fluctuations d'intensité dévie, aux grandes amplitudes, sous la distribution exponentielle et prend la forme d'une distribution de probabilité à queue légère.

La simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension a permis, d'une part, de comparer quantitativement les résultats numériques aux résultats expérimentaux. D'autre part, nous avons montré qu'il existe en régime de dispersion normale un nouvel état stationnaire statistique. Dans cet état stationnaire statistique, le spectre optique cesse de s'élargir et la distribution de probabilité tend vers une forme asymptotique à queue légère (fortement non gaussienne). Nous avons montré que les fluctuations temporelles associées sont complexes et révèlent l'existence de structures cohérentes particulières telles que des ondes de chocs dispersives ou encore des solitons noirs.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons mis au point une technique de filtrage optique permettant de séparer les fluctuations lentes des fluctuations rapides de l'onde partiellement cohérente. Nous avons montré expérimentalement que la distribution de probabilité des échelles de temps lentes est exponentielle alors que les échelles de temps rapides possède une distribution de probabilité à queue lourde. Ce comportement met en évidence la présence d'un phénomène d'intermittence. Ces résultats sont appuyés par des simulations numériques dans lesquelles le rôle du filtrage a été étudié et montre que le phénomène d'intermittence apparaît quelque soit la forme du filtre.

Sur le plan statistique, nos expériences sont quantitativement décrites par les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Donc les résultats présentés dans ce chapitre contribuent à l'étude de la turbulence intégrable.

## Troisième chapitre



# Chapitre 3

## Turbulence intégrable en régime de dispersion anormale

### 3.1 Introduction

L'étude expérimentale et numérique du chapitre précédent a mis en évidence l'existence d'un état stationnaire statistique dans le régime de dispersion normale de la turbulence intégrable. Dans cet état statistique, la distribution de probabilité de l'onde partiellement cohérente est à queue légère. La statistique des fluctuations d'intensité est alors sans doute reliée de façon non triviale à l'interaction de structures cohérentes telles que des solitons noirs ou gris. Dans le régime de dispersion anormale, on peut s'attendre à l'émergence de structures telles que des solitons brillants ou des breathers d'Akhmediev. La formation de ces structures permet sans doute d'augmenter la probabilité d'apparition des "grands événements". Dans le premier chapitre (section 1.2.1.3), nous avons vu qu'Onorato *et al.* décrivent l'émergence de structures de grandes amplitudes appelées ondes scélérates [Onorato *et al.* 04]. Ces structures sont observées en hydrodynamique dans un canal à une dimension et sont associées à la déviation de la distribution de Rayleigh de la hauteur des vagues.

Par analogie avec l'hydrodynamique, le régime de dispersion anormale de la turbulence intégrable semble être un cadre favorable à l'étude des ondes scélérates [Chabchoub *et al.* 15]. Des travaux se sont principalement attachés à utiliser comme condition initiale une onde plane bruitée [Dudley *et al.* 14, Toenger *et al.* 15]. L'intérêt de ces travaux est d'étudier le rôle de l'instabilité de modulation dans la formation des ondes scélérates et d'identifier des structures permettant de les caractériser [Akhmediev *et al.* 09b, Akhmediev *et al.* 09a, Akhmediev *et al.* 09c].

Dans ce chapitre, nous nous plaçons dans le régime de dispersion anormale de la turbulence intégrable. Nous utilisons une condition initiale du type onde partiellement cohérente. Cette approche nous permet de réaliser une expérience d'optique comparable aux expériences d'hydrodynamique effectuées dans un canal à une dimension [Onorato *et al.* 04] et d'étudier la formation d'ondes scélérates en optique. Ces structures particulières de grandes amplitudes sont difficilement observables car nous sommes rapidement contraints par la bande passante des systèmes de détection (chapitre 2). Pour cette raison, nous avons développé une méthode de détection originale nous permettant d'atteindre une bande passante de l'ordre du THz.

Ce chapitre s'organise de la façon suivante : tout d'abord, nous aborderons la méthode de détection utilisée, ses limites et les premières mesures effectuées sur la statistique d'une source partiellement cohérente. Puis, nous étudierons la propagation de cette onde aléatoire à la fois numériquement et expérimentalement. Enfin, nous discuterons des résultats ainsi que du phénomène d'intermittence en dispersion anormale.

## 3.2 Mesure de la statistique des ondes partiellement cohérentes

### 3.2.1 Problèmes de détection

Dans le premier chapitre, nous avons discuté du travail pionnier de Solli *et al.* Dans cet article, les auteurs s'intéressent aux propriétés statistiques du supercontinuum. Pour effectuer l'étude statistique, ils utilisent la technique de transformée de Fourier dispersive à étirage temporel. Cette méthode est inspirée de celle utilisée par Han *et al.* [Han *et al.* 05]. L'onde étirée temporellement peut alors être détectée à l'aide d'un dispositif de photo-détection standard.

Dans le deuxième chapitre, nous avons été confrontés aux problèmes concernant la détection rapide des fluctuations d'intensité d'une onde partiellement cohérente. Nous avons conçu une source particulière dont la largeur spectrale est comprise dans la bande passante du système de photo-détection rapide (36 GHz). Cependant, nous avons rapidement atteint les limites de la détection notamment après propagation dans la fibre optique.

Dans ce chapitre, nous travaillons en régime de dispersion anormale. Un des effets bien connu de ce régime de dispersion est l'instabilité de modulation. Elle se caractérise par l'émergence de deux bandes spectrales symétriques autour de la fréquence centrale de l'onde injectée dans la fibre [Agrawal 13]. La présence d'instabilité de modulation participe notamment à l'élargissement du spectre optique qui est, dans ce cas, beaucoup plus important qu'en régime de dispersion normale. La détection des fluctuations d'intensité nécessite alors une bande passante beaucoup plus importante. Ceci explique en partie pourquoi il existe peu d'études expérimentales en régime de dispersion anormale à partir d'une condition initiale partiellement cohérente.

La caractérisation d'impulsions courtes est très importante notamment dans le domaine des télécommunications [Agrawal 13]. Parmi les techniques les plus connues, on peut citer la méthode d'autocorrélation en intensité [Dorrer et Joffre 01], le FROG (*Frequency-Resolved Optical Gating*) [Barry *et al.* 96, Trebino *et al.* 97, Dorrer et Joffre 01], la technique interférométrique SPIDER (*Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction*) [Iaconis et Walmsley 98, Stibenz et Steinmeyer 06, Dorrer et Joffre 01], ou encore les oscilloscopes à échantillonnage optique. Ces techniques sont notamment utilisées dans la caractérisation d'impulsions ultra-courtes de type femto-seconde et se servent de signaux périodiques afin d'échantillonner les impulsions dont elles font l'étude.

Nous avons choisi d'adapter une méthode d'échantillonnage optique pour la détection de notre onde partiellement cohérente. Notre étude se limite ici à la mesure de la statistique des fluctuations de puissance. Le principe général est l'interaction entre le signal à étudier et un signal impulsionnel dans un milieu non linéaire. A chaque fois qu'une impulsion croise une partie du signal partiellement cohérent, l'interaction non linéaire produit

un signal impulsionnel dont l'amplitude sera proportionnelle à celle du signal partiellement cohérent. Il existe différentes techniques dans différents milieux non linéaires. Dans les amplificateurs optiques à semi-conducteurs, le signal est échantillonné en utilisant le mélange à quatre ondes [Jinno *et al.* 94]. Dans les fibres optiques, le principe est de tirer parti de l'effet Kerr et d'utiliser des phénomènes tels que la modulation de phase croisée [Li *et al.* 04], l'amplification paramétrique [Li *et al.* 01] ou encore le mélange à quatre ondes [Andrekson 91]. Enfin, dans les cristaux non linéaires, le principe de l'échantillonnage se base principalement sur les interactions non linéaires d'ordre 2 en utilisant la génération de seconde harmonique [Boyd et Kleinman 68] ou la somme de fréquence [Duguay et Hansen 68].

Nous allons expliquer dans la section suivante la méthode d'échantillonnage optique mise au point durant ma thèse. L'enjeu est de pouvoir l'adapter à notre onde partiellement cohérente qui n'est temporellement pas périodique.

### 3.2.2 Echantillonnage optique

Nous présentons dans cette section les résultats issus de la réalisation d'une expérience ayant pour but d'étudier la statistique d'une onde partiellement cohérente dont les plus petites fluctuations temporelles d'intensité ne peuvent être résolues par un système de photo-détection standard. Dans un premier temps, nous allons expliquer le principe de la méthode d'échantillonnage optique utilisée. Puis, nous présenterons les premiers résultats obtenus concernant la statistique d'un laser Ytterbium dont le spectre optique possède une largeur à mi-hauteur d'environ 300 GHz.

#### 3.2.2.1 Principe

Nous avons choisi d'adapter une méthode d'échantillonnage optique asynchrone avec pour milieu non linéaire un cristal de susceptibilité non linéaire d'ordre deux ( $\chi^{(2)}$ ). L'interaction non linéaire au sein de ce cristal s'effectue par somme de fréquence entre une onde que l'on appelle *pompe* et une onde appelée *signal*. A la sortie du cristal de BBO, l'onde que l'on appelle *signal échantillonné* est détectée par un système de photo-détection (Figure 3.1). Il est constitué d'une photodiode<sup>1</sup> et d'un oscilloscope<sup>2</sup> dont nous discuterons des caractéristiques dans la section 3.2.2.2.

La figure 3.1 présente l'interaction non linéaire à trois ondes se produisant à l'intérieur du cristal de BBO. Le signal échantillonné est un signal impulsionnel (en bleu sur la figure 3.2(b)). La largeur temporelle de ses impulsions est comparable à celle du signal impulsionnel de pompe. Par contre, l'amplitude de chacune des impulsions est proportionnelle au signal. Ce type de méthode est souvent utilisé dans les Oscilloscopes à Echantillonnage Optique mais chaque impulsion de la pompe est alors synchronisée avec une horloge interne. Dans notre configuration, nous n'avons pas implémenté de processus permettant d'associer à chaque impulsion un temps d'échantillonnage. C'est pourquoi, notre méthode d'échantillonnage optique est *asynchrone*. Par contre, nous sommes capables de tirer parti de l'information issue de l'amplitude de chaque impulsion. Elle est en

1. Photodiode MenloSystem FPD310-FV

2. Oscilloscope Lecroy WaveRunner 104MXi-A, 1GHz, 10Gs/s

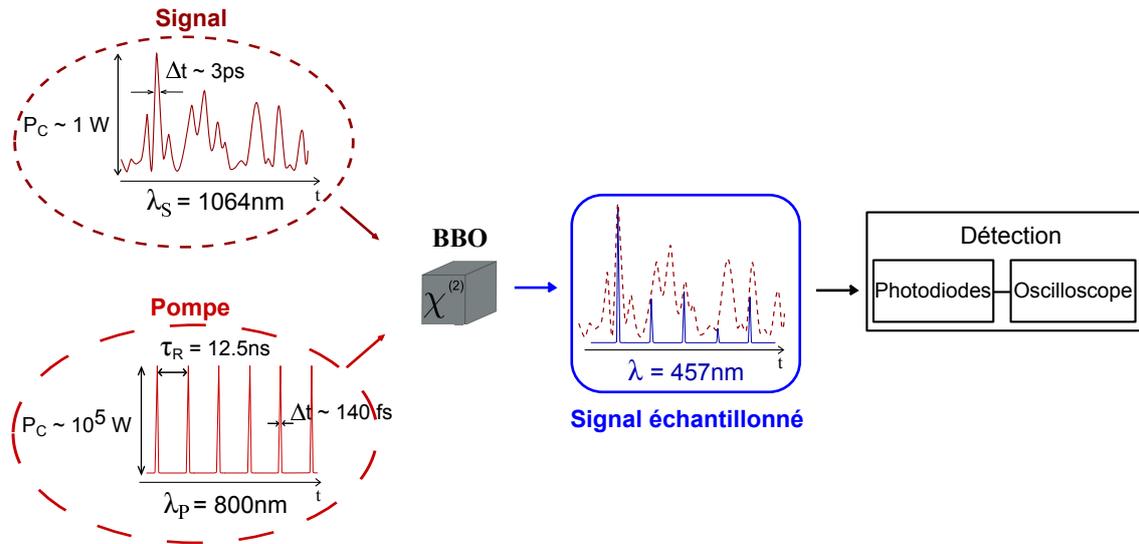


FIGURE 3.1 – Principe de la méthode d’échantillonnage optique asynchrone utilisée à partir d’un processus de somme de fréquences dans un cristal de BBO. Le signal est une onde partiellement cohérente. La pompe correspond aux impulsions d’un laser femto-seconde.

particulier suffisante pour calculer la fonction de densité de probabilité du signal échantillonné. Nous allons maintenant décrire rapidement chacun des éléments de la figure 3.1.

Dans notre configuration, l’onde de pompe sera toujours un laser impulsionnel<sup>3</sup> dont les impulsions sont générées par la méthode de synchronisation de modes (“mode locking”) à partir d’un cristal amplificateur de Saphir-Titane. Il permet de délivrer des impulsions d’une largeur à mi-hauteur<sup>4</sup>  $\Delta t$  de 140 fs avec une période  $\tau_R$  entre deux impulsions de 12,5 ns (figure 3.1). A la longueur d’onde de 800 nm, notre laser femto-seconde délivre une puissance moyenne de 4 W, ce qui correspond à une puissance crête d’environ 360 kW.

Le signal correspond à l’onde que nous souhaitons étudier. Dans notre cas, c’est une onde partiellement cohérente présentant un spectre centré autour de 1064 nm, et possédant une largeur spectrale à mi-hauteur de l’ordre de la centaine de GHz. Nous verrons par la suite que cette largeur est limitée par la bande passante de notre méthode (cf. section 3.2.3).

L’interaction non linéaire entre la source et la pompe se fait dans un cristal de Bêta-borate de Baryum, de formule chimique  $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ , plus communément appelé BBO. C’est un cristal uniaxe négatif [Dmitriev *et al.* 99] qui est peu sensible au changement de température, évitant ainsi de perturber l’accord de phase [Chen *et al.* 87]. Il possède un seuil de dommage élevé<sup>5</sup> permettant d’obtenir une grande capacité de conversion de la puissance optique à des longueurs d’onde comprises entre l’ultra-violet et l’infra-rouge moyen [Chen *et al.* 87]. Ces caractéristiques en font un cristal très intéressant compte tenu des puissances disponibles et des longueurs d’onde auxquelles nous travaillons (800 – 1064

3. Laser femtoseconde Cameleon ultra II fabriqué par Cohérent.

4. Cette valeur est celle annoncée par le constructeur. Elle n’a pas été mesurée.

5.  $13.5 \pm 2 \text{ GW/cm}^2$ , mesuré avec une impulsion de 1 ns à 1064 nm. De manière à donner un ordre d’idée, le seuil de dommage du KTP est de  $3 \text{ GW/cm}^2$

nm).

Dans notre méthode d'échantillonnage optique, nous utilisons le processus de somme de fréquences afin de générer le signal échantillonné. Une onde de pompe de forte puissance  $P_p$  interagit à l'intérieur du cristal avec une onde signal de très faible puissance  $P_s$ . Cette configuration où  $P_s \ll P_p$  permet de simplifier les équations régissant la propagation de chacune des ondes. Dans ce cas, le système de trois équations décrivant le processus de somme de fréquence se ramène à un système de deux équations sur la pompe ( $A_p$ ) et sur le signal échantillonné ( $A_{se}$ ). On se trouve alors dans une configuration appelée "*up-conversion*" [Boyd et Kleinman 68]. En résolvant ce système, on peut montrer que la puissance du signal échantillonné est proportionnelle à la puissance de pompe  $P_p$  et à la puissance du signal  $P_s$ , suivant l'équation 3.1 (Annexe B).

$$P_{se} \sim (\alpha L)^2 \frac{\lambda_s}{\lambda_{se}} P_s P_p \quad (3.1)$$

L'optimisation de l'efficacité de la somme de fréquence est déterminée par la réalisation de l'accord de phase. Dans notre expérience, le cristal de BBO est taillé pour un accord de phase de type I<sup>6</sup>. Il suffit alors de varier l'angle entre l'axe optique du cristal et le vecteur d'onde du faisceau incident pour réaliser l'accord de phase. Dans nos expériences, la puissance de l'onde de pompe (impulsionnelle) est suffisante pour générer une onde à 400 nm par effet non linéaire de génération de seconde harmonique. Dans le but de détecter le signal échantillonné, il était nécessaire de séparer l'onde de pompe de sa seconde harmonique du signal échantillonné. Pour cette raison, nous avons privilégié une configuration d'accord de phase non colinéaire. Par ailleurs, nous avons placé un filtre passe-bande<sup>7</sup> (350 – 770 nm) juste avant le système de détection afin de filtrer les rayonnements parasites issus de l'interaction à trois ondes.

Notre méthode d'échantillonnage optique se résume de la façon suivante : elle permet d'échantillonner un signal (onde partiellement cohérente) par interaction non linéaire avec une onde de pompe impulsionnelle dans un cristal de BBO. Le signal échantillonné créé est alors détecté à l'aide d'une photodiode. C'est à partir des fluctuations d'amplitude du signal échantillonné que nous pouvons calculer la fonction de densité de probabilité de la puissance du signal initial.

### 3.2.2.2 Mesure de la puissance instantanée du signal échantillonné

Dans la section 3.2.2.1, nous avons abordé les différents éléments constituant notre dispositif expérimental. La méthode d'échantillonnage optique mise en place nous permet de calculer les distributions de probabilité à partir de la puissance de chaque impulsion. Une des difficultés de cette technique est la localisation temporelle précise du maximum de l'impulsion générée par somme de fréquences.

La figure 3.2(a) représente le signal échantillonné (en bleu) ainsi que le signal de pompe (en noir). Chacune des impulsions du signal échantillonné possède, à un temps donné, une amplitude proportionnelle à celle de l'onde partiellement cohérente. Cependant, il existe certains instants où l'amplitude de l'impulsion est difficilement caractérisable. C'est le cas par exemple à 2,86  $\mu$ s (encadré vert de la figure 3.2(a)). Nous avons effectué un

6. Les deux ondes incidentes sur le cristal auront la même polarisation.

7. Filtre Semrock, 770 BrightLine Multiphoton SWP filter, référence : FF01-770/SP-25

agrandissement de l'encadré vert sur la figure 3.2(b). On constate alors que l'amplitude de l'impulsion est située dans le bruit de la photodiode.

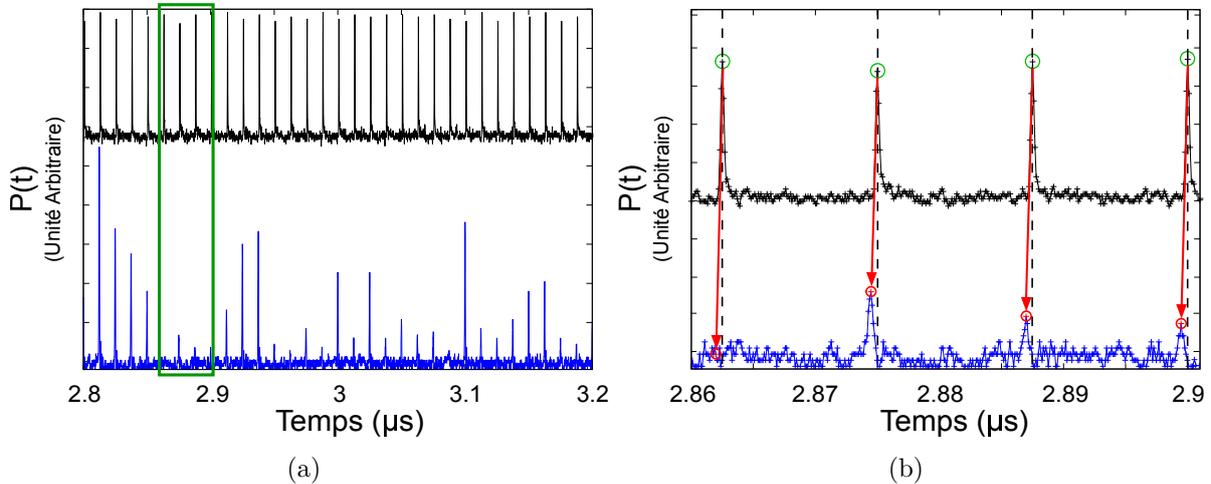


FIGURE 3.2 – Signaux enregistrés à la photodiode. En noir, le signal de pompe à 800 nm. En bleu, le signal échantillonné. (b) Agrandissement sur une fenêtre temporelle plus courte correspondant à l'encadré vert.

Cet exemple illustre le problème auquel nous avons dû faire face au moment du traitement des signaux échantillonnés. En effet, on comprend qu'il est difficile, dans ce cas, d'attribuer une valeur pour le maximum de l'impulsion. Nous avons donc mis en place une procédure que nous allons maintenant détailler.

Un traitement numérique classique, consistant à donner un seuil au-delà duquel on cherche un maximum local, n'est pas envisageable dans cette situation. En effet, le premier risque de cette méthode est de prendre en compte plus de valeurs que de maxima d'impulsions présentes. Par contre, le maximum de chaque impulsion du signal de pompe (en noir sur la figure 3.2) est facilement détectable. Nous avons donc choisi d'effectuer simultanément l'acquisition du signal de pompe et du signal échantillonné. De plus, nous synchronisons l'acquisition sur le signal de pompe. L'avantage de cette méthode est illustré sur la figure 3.2(b). Pour chaque valeur de maxima de la pompe, cercle vert sur la figure 3.2(b), nous notons le temps correspondant. En connaissant ce temps, il est alors facile de déterminer la valeur du maximum de chacune des impulsions du signal échantillonné (cercle rouge sur la figure 3.2(b)), même pour celles de faibles amplitudes. Sur la figure 3.2(b), on peut remarquer qu'il subsiste un décalage temporel constant entre les impulsions de pompe (courbe noire) et les impulsions échantillonnées (courbe bleue). Ce décalage provient de la propagation de ces ondes dans deux câbles coaxiaux de longueurs différentes reliant l'oscilloscope aux photodiodes (voir dispositif expérimental de la figure 3.3). Nous avons donc dû prendre en compte ce décalage dans la mesure des maxima du signal échantillonné. Dans les expériences que nous avons réalisées à partir de notre méthode d'échantillonnage optique, nous avons effectué 100 acquisitions sur une fenêtre de 2 ms contenant 20 millions de points ce qui correspond à environ 164000 impulsions échantillonnées par acquisition. Les distributions de probabilité sont donc calculées sur un ensemble de 16 millions de points (de maxima).

Nous souhaitons aborder un dernier point concernant la mesure de la ligne de base de la photodiode. Nous appelons *ligne de base*, la valeur de l'*offset* ou encore le *zéro* de la photodiode. La détection du signal échantillonné est effectuée à partir d'une photodiode amplifiée<sup>8</sup>. Comme nous venons d'expliquer, il est important de déterminer de manière rigoureuse la valeur du maximum de chaque impulsion. La photodiode étant couplée en mode AC, la valeur de la ligne de base est différente entre chaque impulsion. Nous avons donc calculé pour chaque période la valeur de la nouvelle ligne de base. Pour cela, nous avons effectué une moyenne sur un nombre de points constants. Le calcul démarre environ 80 points après la première impulsion et s'arrête 50 points avant la deuxième et ce pour chaque période. Puis, nous soustrayons la valeur de la ligne de base correspondante à l'impulsion précédente. De cette manière, nous nous assurons que toutes les impulsions sont normalisées par rapport à la ligne de base qui leur est propre.

### 3.2.2.3 Statistique d'un laser à fibre dopée Ytterbium

Dans cette section, nous allons utiliser notre méthode d'échantillonnage optique afin de mesurer la fonction de densité de probabilité d'une onde partiellement cohérente. Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 3.3.

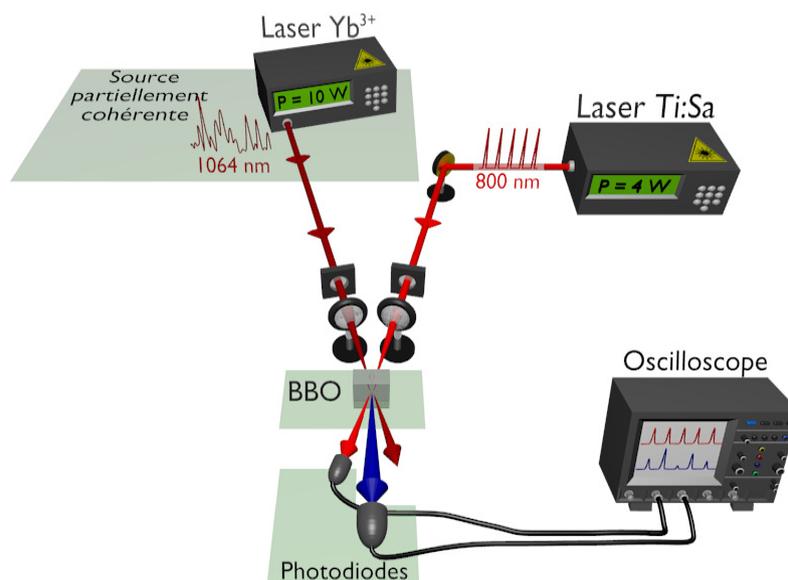


FIGURE 3.3 – Montage expérimental utilisé pour l'échantillonnage optique asynchrone d'une source partiellement cohérente. Laser  $\text{Yb}^{3+}$  : laser Ytterbium. Laser Ti :Sa : laser femto-seconde Saphir-Titane.

Dans notre expérience, la source aléatoire est un laser à fibre dopée Ytterbium ( $\text{Yb}^{3+}$ ). Il émet un rayonnement partiellement cohérent. La largeur du spectre optique étant de 300 GHz et l'intervalle spectrale de 2 MHz, l'émission laser implique  $10^5$  modes longitudinaux. Par ailleurs, le rayonnement émis est linéairement polarisé et peut atteindre une puissance maximale de 20 W à une longueur d'onde de 1064 nm (pour plus de détails se reporter

8. MenloSystems FPD310-FV. Détection sur un intervalle spectral compris entre 400 et 1000 nm. Elle possède un gain de  $5.10^4 \text{V/W}$ . Couplage externe type AC sur impédance  $50\Omega$ .

à la section 2.2.1.1). Contrairement à ce qui a été présenté dans le deuxième chapitre, aucun dispositif de filtrage n'est utilisé ici pour réduire la largeur spectrale du laser.

Le rayonnement émis par le laser Ytterbium interagit à l'intérieur du cristal de BBO avec notre pompe (laser femto-seconde Ti-Sa) dont la puissance moyenne est de 4 W à 800 nm. L'interaction de la pompe et du signal à l'intérieur du cristal de BBO produit, par somme de fréquences, le signal échantillonné à une longueur d'onde de 457 nm (en bleu sur la figure 3.3).

Nous avons choisi d'étudier la statistique du laser Ytterbium à des puissances de 5 W, 10 W et 20 W. La figure 3.4(a) représente les spectres optiques du laser Ytterbium à ces puissances. La détection a été effectuée avec un analyseur de spectre optique<sup>9</sup> dont la résolution est de 6 GHz (20 pm à 1064 nm). On peut constater que la largeur spectrale

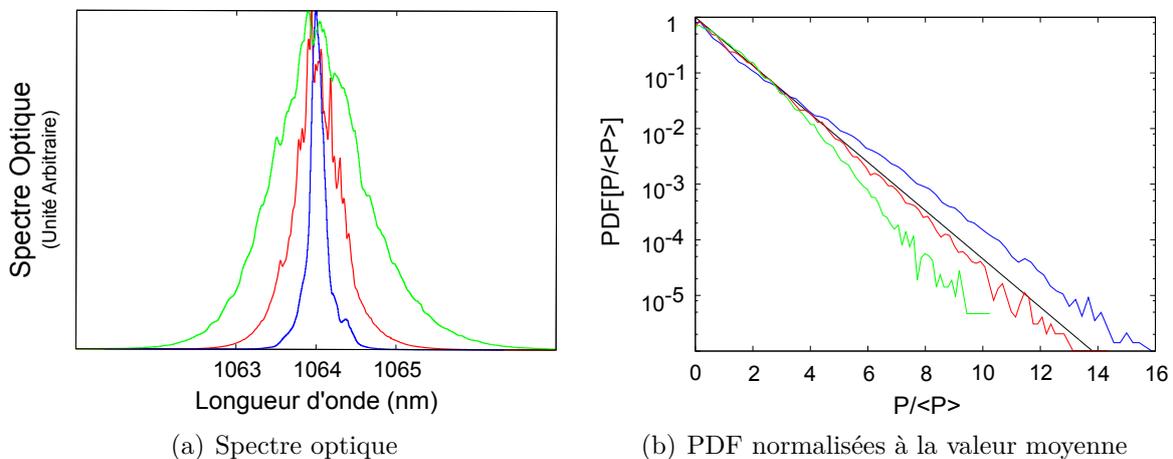


FIGURE 3.4 – Spectres optiques et fonctions de densité de probabilité (PDF) du laser Ytterbium à 5 W (bleu), 10 W (rouge), 20 W (vert).

augmente avec la puissance. A 5 W, nous avons une largeur à mi-hauteur égale à 0,18 nm (49,8 GHz), puis respectivement une largeur de 0,6 nm (160 GHz) et 1,14 nm (302 GHz) pour 10 W et 20 W. Les lasers à fibre tels que le laser Ytterbium possèdent une cavité constituée d'une fibre optique dopée jouant le rôle de milieu amplificateur et dont les extrémités sont soudées à des miroirs de Bragg. A chaque aller-retour dans la fibre, le spectre optique subit un élargissement dû au mélange à quatre ondes.

Regardons maintenant les fonctions de densité de probabilité à ces trois puissances. Elles sont tracées sur la figure 3.4(b) où nous avons superposé en noir la distribution exponentielle. On peut remarquer qu'à 5 W (bleu) et à 20 W (vert), les distributions de probabilité sont respectivement au-dessus et en-dessous de la distribution exponentielle alors qu'à 10 W la statistique du champ semble être gaussienne. Ce comportement signifie que les corrélations entre les modes dépendent de façon non triviale de la puissance du laser.

Bednyakova *et al.* ont mesuré la fonction de densité de probabilité d'un laser Ytterbium un peu particulier [Bednyakova *et al.* 13]. Dans leurs travaux, ils ont conçu un laser Ytterbium d'une largeur spectrale de 2 GHz de manière à pouvoir détecter les fluctuations

9. Advantest Q8384 Optical Spectrum Analyser

temporelles d'intensité sur un oscilloscope dont la bande passante est de 2,5 GHz. La distribution de probabilité obtenue est tracée sur deux décades en échelle semi-logarithmique alors que nous avons environ six décades dans notre expérience. Enfin, les auteurs de cette étude font remarquer que la distribution de probabilité est en-dessous de l'exponentielle lorsqu'ils doublent la puissance optique. Dans cet article, les auteurs ne dressent pas de conclusions sur la statistique du laser Ytterbium. Par contre, si nous mettons en parallèle nos résultats, nous pouvons constater une réelle évolution de la statistique du laser Ytterbium en fonction de la puissance. Notre situation dans laquelle le laser possède une statistique gaussienne à une puissance de 10 W représente donc une situation particulière. L'étude de la cohérence du laser Ytterbium en fonction de sa puissance n'est pas le but de ce chapitre et mériterait une étude plus approfondie.

Dans le deuxième chapitre (section 2.2.1.2), nous avons expliqué les problèmes occasionnés par la mesure de la distribution de probabilité à partir d'un système de photo-détection rapide. En particulier, nous avons discuté de l'influence de la bande passante et fait remarquer la présence d'une courbure dans la distribution de probabilité autour de la valeur moyenne. Dans les résultats présentés ici, cette courbure n'est pas présente quelque soit la puissance du laser. Certes, la détection n'est pas la même mais elle semble confirmer que cette courbure est liée à la réponse impulsionnelle de la photodiode.

Nous venons de mesurer la distribution de probabilité d'un laser Ytterbium dont la largeur spectrale varie entre 50 et 300 GHz. Dans la suite des expériences, nous allons considérer le laser Ytterbium à la puissance de 10 W comme une source partiellement cohérente de statistique gaussienne. Avant d'étudier l'impact de la propagation en régime de dispersion anormale sur notre onde partiellement cohérente, nous allons déterminer les limites de notre dispositif de mesure de la fonction de densité de probabilité.

### 3.2.3 Limites de la mesure de la statistique par échantillonnage optique

Dans la section précédente, nous avons utilisé la méthode d'échantillonnage optique asynchrone pour mesurer la statistique d'un laser à fibre Ytterbium. Comme tout système de photo-détection, notre méthode d'échantillonnage optique possède ses limites, notamment en terme de bande passante. Par ailleurs, nous utilisons une photodiode sensible afin de mesurer les impulsions du signal échantillonné. Nous présentons dans cette section, dans un premier temps, l'influence de la photodiode sur la mesure des impulsions du signal échantillonné. Puis, nous expliquerons le principe utilisé pour évaluer la bande passante de notre méthode d'échantillonnage optique.

#### 3.2.3.1 Etude de la saturation de la photodiode

La détection du signal échantillonné, présentée précédemment, est réalisée à l'aide d'une photodiode rapide et sensible<sup>10</sup> reliée à un oscilloscope de bande passante de 1 GHz. Parmi les données fournies par le constructeur, nous nous intéressons ici à son seuil de saturation<sup>11</sup>. Son influence sur la statistique est facile à comprendre. Si nous travaillons

10. Photodiode FPD310-FV de chez MenloSystems

11. D'après le constructeur, cette photodiode possède un seuil de saturation à une puissance optique de  $100\mu\text{W}$ , ce qui correspond à une tension de 2V.

au-dessus du seuil de saturation alors la photodiode sous estime la valeur de l'amplitude de chacune des impulsions et la statistique correspondante est érronée. C'est pourquoi, nous avons réalisé une succession d'expériences afin d'estimer le seuil de saturation de la photodiode.

Le dispositif expérimental est identique à celui représenté sur la figure 3.3. Le protocole utilisé consiste à mesurer le signal échantillonné et à calculer la distribution de probabilité à différentes valeurs de puissances incidentes sur la photodiode. Pour effectuer cette opération, nous plaçons une série de densités neutres entre le cristal et la photodiode. Le laser Ytterbium est quant à lui réglé à une puissance de 20 W. Les distributions de probabilité calculées sont soit normalisées par rapport à la valeur moyenne (figure 3.5(b)), soit non normalisées (figure 3.5(a)). Cette dernière représentation permet d'évaluer la tension pour laquelle la photodiode arrive à saturation.

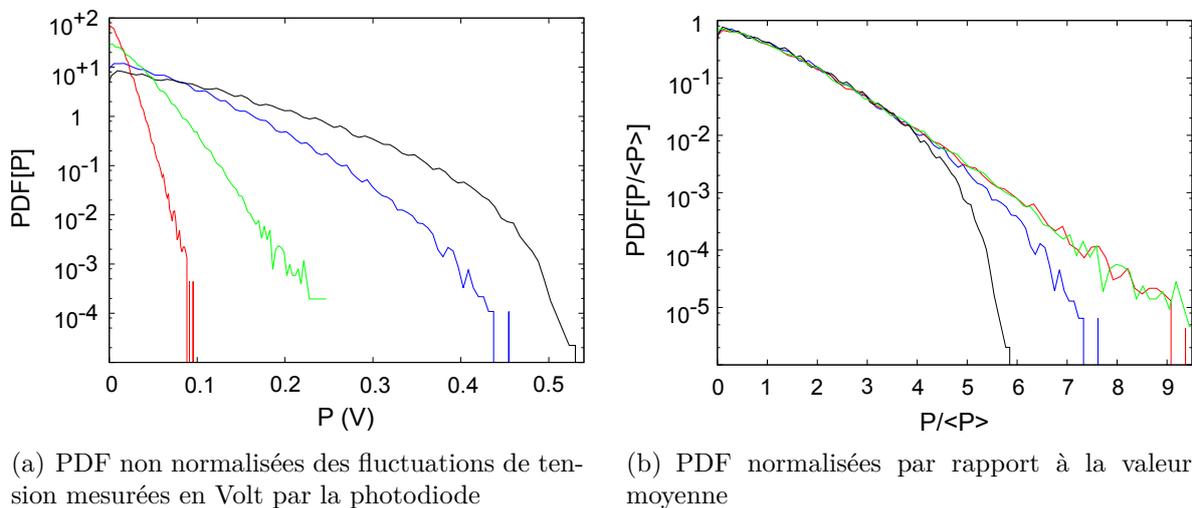


FIGURE 3.5 – Fonctions de densité de probabilité (PDF) du laser Ytterbium à 20 W montrant la saturation de la photodiode. En vert, distribution de probabilité de la figure 3.4(b).

On constate très clairement le phénomène de saturation de la photodiode au-dessus de 300 mV (figure 3.5(a)). En effet, ce phénomène est caractérisé par la décroissance de la fonction de densité de probabilité aux grandes amplitudes (courbes bleu et noir). Si maintenant on s'intéresse aux distributions de probabilité normalisées, on observe le même type de comportement (figure 3.5(b)). Par contre, pour une tension inférieure à 300 mV<sup>12</sup>, nous obtenons les mêmes distributions de probabilité normalisées (courbes rouge et vert). Dans toutes les expériences réalisées à partir de notre méthode d'échantillonnage optique, nous avons pris soin de respecter cette limite de saturation.

12. Nous tenons à faire remarquer que nous sommes très loin de la consigne du constructeur concernant la saturation de la photodiode qui est de 2 V.

### 3.2.3.2 Bande passante de la méthode d'échantillonnage

Dans la section 3.2.2.3, nous avons mesuré la distribution de probabilité du laser Ytterbium et montré qu'au point de fonctionnement correspondant à une puissance de 10 W, la source a une statistique gaussienne. Par contre, aux autres puissances le comportement est différent, notamment à 5 W et 20 W où nous avons obtenu une distribution de probabilité soit au-dessus soit en-dessous de la distribution exponentielle. De plus, les tests effectués sur l'utilisation de la photodiode en termes de saturation de puissance montrent que ces déviations ne proviennent pas de la photodiode. Dans l'annexe C, nous avons mesuré la distribution de probabilité du laser Ytterbium à une puissance de 10 W. Nous montrons dans cette annexe que la statistique est profondément modifiée par une bande passante de détection non adaptée. En effet, le spectre optique du laser à 10 W possède une largeur à mi-hauteur d'environ 160 GHz alors que la bande passante de la photodiode rapide utilisée est de 36 GHz. Notre méthode d'échantillonnage optique asynchrone possède également une bande passante que nous avons évaluée. Le but de cette section est de présenter la méthode ainsi que les résultats obtenus.

L'échantillonnage optique par somme de fréquence peut être limité par différents facteurs comme la dispersion de vitesse de groupe, le désaccord de vitesses de groupe ou encore l'angle d'interaction entre les faisceaux pompe et signal [Rhee et Joo 05]. Nous n'avons pas cherché à optimiser chacun d'entre eux. Cependant, nous avons mis au point un dispositif expérimental nous permettant d'évaluer une borne inférieure de la bande passante de notre méthode d'échantillonnage en prenant en compte chacun de ces effets.

En théorie, afin de déterminer la réponse impulsionnelle de notre méthode, il serait nécessaire d'utiliser une impulsion de largeur infiniment courte à la longueur d'onde du signal. Ce n'est pas le cas dans notre expérience. Nous avons à disposition un oscillateur paramétrique optique délivrant des impulsions dont la largeur est de l'ordre de la centaine de femto-secondes. La largeur des impulsions utilisées étant du même ordre de grandeur que notre signal impulsionnel de pompe, nous ne pouvons obtenir qu'une borne supérieure de la largeur de la réponse impulsionnelle.

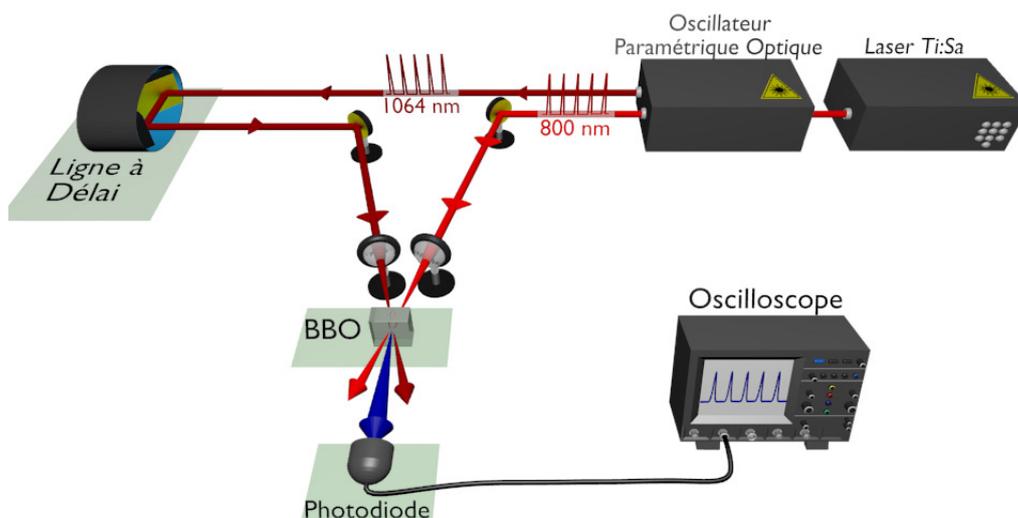


FIGURE 3.6 – Montage expérimental utilisé pour la mesure de la bande passante de la méthode d'échantillonnage optique.

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 3.6. Le laser impulsif Saphir-Titane alimente un Oscillateur Paramétrique Optique (OPO) qui va générer à partir de la longueur d'onde de pompe de 800 nm, un signal impulsif à 1064 nm. Sur le trajet du rayonnement impulsif à 1064 nm nous avons placé une ligne à délai. Elle est constituée d'un rétro-rélecteur monté sur platine de translation motorisée et pilotée par ordinateur. L'intérêt de ce dispositif est de pouvoir balayer le retard entre l'impulsion de pompe et l'impulsion signal.

Nous avons représenté sur la figure 3.7(a) le résultat obtenu. Lorsque les faisceaux pompe et signal sont temporellement réunis ( $\tau = 0$ ) le processus de somme de fréquence est optimal. Ensuite, en décalant progressivement les deux impulsions, l'efficacité diminue. On obtient alors pour différentes valeurs du décalage  $\tau$  la fonction de corrélation croisée expérimentale, en points rouges sur la figure 3.7(a). Nous avons effectué un ajustement numérique et constaté que la fonction gaussienne donnée par l'équation 3.2 (en bleu sur la figure 3.7(a)) représente au mieux la répartition de points observés.

$$f(t) = \exp(-(t/\mu)^2) \quad (3.2)$$

où  $\mu$  est la demi-largeur à  $1/e$  de la fonction. La largeur à mi-hauteur<sup>13</sup> obtenue est de 325 fs.

Comme nous l'avons expliqué au début de cette section, la courbe obtenue sur la figure 3.7(a) correspond à la fonction de corrélation croisée  $\Gamma_{gh}(\tau)$ . Elle est définie comme le produit de convolution entre la réponse impulsionnelle de notre méthode  $h(t)$  et une fonction  $g(t)$  qui est ici la puissance de notre signal impulsif.

$$\Gamma_{gh}(\tau) = (g \otimes h)(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t + \tau)h(t)dt \quad (3.3)$$

Sachant que la fonction de corrélation croisée expérimentale est de forme gaussienne, nous avons cherché à déterminer numériquement la réponse impulsionnelle  $h(t)$ . La fonction  $g(t)$  correspond au signal à la sortie de l'oscillateur paramétrique optique. Le constructeur annonce que la largeur des impulsions est de 200 fs. Nous avons choisi d'une façon arbitraire une fonction sécante hyperbolique de largeur à mi-hauteur de 200 fs pour représenter la fonction  $g(t)$ . Puis, pour différentes fonctions  $h(t)$  (gaussienne, sécante hyperbolique), nous avons calculé la fonction de corrélation croisée. Le résultat est représenté sur la figure 3.7(b). En noir sur cette figure, nous avons tracé un ajustement à partir d'une fonction gaussienne qui nous donne une largeur à mi-hauteur de 320 fs (325 fs pour la courbe expérimentale). Sur la figure 3.7(c), nous avons superposé la fonction de corrélation croisée expérimentale (en point rouge) à celle calculée numériquement (en trait vert). Cette comparaison quantitative est réalisée dans le cas du choix d'une fonction gaussienne de 250 fs de largeur à mi-hauteur pour la réponse impulsionnelle  $h(t)$ .

Notre méthode est approximative car nous avons choisi de façon arbitraire des fonctions nous permettant de s'approcher de la courbe expérimentale. Mais, elle possède l'avantage de nous donner une estimation de la bande passante de notre système de détection. De plus, comme nous le verrons dans la section 3.3.3.1, nous avons confronté cette estimation à la mesure de signaux de bandes passantes plus importantes, ce qui nous a permis de confirmer a posteriori sa pertinence. Par ailleurs, l'échelle des fluctuations du

13. La demi-largeur à mi-hauteur est  $t_{1/2} = \mu * \sqrt{\ln(2)} = 325 \text{fs}$ .

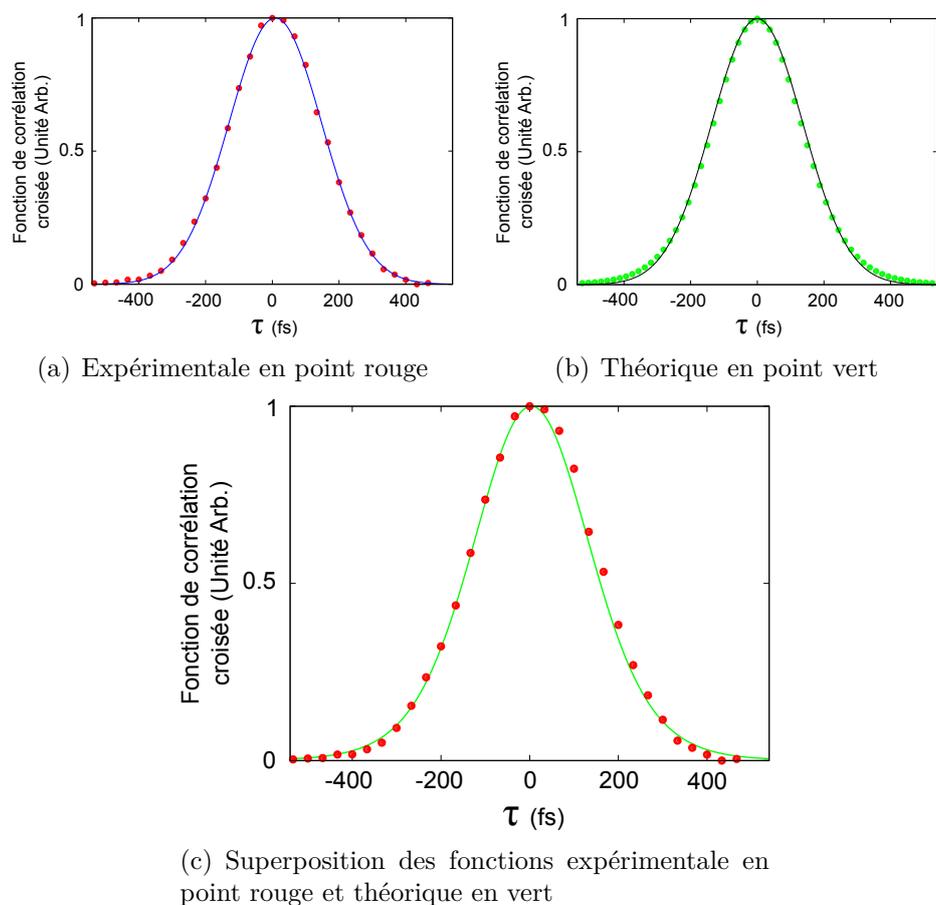


FIGURE 3.7 – (a) Mesure de la fonction de corrélation croisée expérimentale. (b) Calcul théorique de la fonction de corrélation croisée expérimentale. La comparaison entre (a) et (b) est tracée en (c).

laser Ytterbium aux trois puissances étudiées varie entre 3 et 16 ps. Il semble donc que notre méthode d'échantillonnage optique asynchrone ne perturbe pas la détection des fluctuations d'intensité et confirme en particulier, à la puissance de 10 W, que la distribution de probabilité est exponentielle.

### 3.3 Formation d'ondes scélérates en turbulence intégrable

#### 3.3.1 Mise en évidence expérimentale de l'apparition d'ondes scélérates à partir d'une onde partiellement cohérente

Dans la section précédente, nous avons présenté la méthode d'échantillonnage optique asynchrone qui permet de mesurer la fonction de densité de probabilité d'une onde partiellement cohérente. De plus, pour une puissance de 10 W, le laser Ytterbium possède une statistique gaussienne (section 3.2.2.3). Nous allons maintenant présenter l'expérience d'optique que nous avons réalisée. Elle consiste à propager l'onde partiellement cohérente

issue du laser Ytterbium dans une fibre optique en régime de dispersion anormale. L'objectif est d'étudier grâce à notre méthode d'échantillonnage optique les déviations de la statistique suite à la propagation. La figure 3.8 représente notre dispositif expérimental.

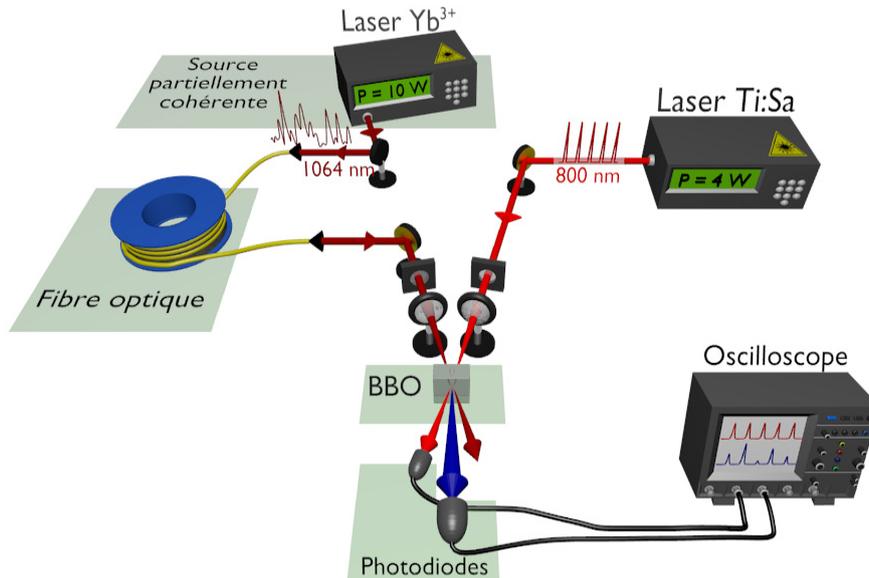


FIGURE 3.8 – Expérience de turbulence intégrable. Propagation d'une onde partiellement cohérente dans une fibre optique en régime de dispersion anormale. Laser Yb<sup>3+</sup> : laser Ytterbium. Laser Ti :Sa : laser femto-seconde Saphir-Titane.

Le rayonnement partiellement cohérent issu du laser Ytterbium ( $P=10$  W) est injecté dans une fibre optique microstructurée<sup>14</sup> d'une longueur de 15 m. La puissance injectée est de 600 mW. A la sortie de la fibre, le principe est le même que celui que nous avons détaillé précédemment. Le faisceau est focalisé à l'intérieur du cristal de BBO et interagit suivant un angle d'accord de phase de  $10^\circ$  avec le rayonnement (800 nm) issu du laser impulsif Saphir-Titane. L'interaction des ondes à l'intérieur du cristal produit, par somme de fréquence, l'onde échantillonnée à la longueur d'onde de 457 nm. Comme nous avons expliqué dans la section 3.2.2.1, la fonction de densité de probabilité est calculée à partir de l'enregistrement de 100 signaux échantillonnés.

La figure 3.9(a) représente les spectres avant (en rouge) et après (en vert) propagation. La condition initiale est identique à celle tracée en rouge sur la figure 3.4(a) pour le laser Ytterbium à une puissance de 10 W. On constate que la propagation non linéaire en régime de dispersion anormale produit un élargissement spectral de l'onde partiellement cohérente. En effet, la largeur à mi-hauteur augmente de 160 GHz (0,6nm) à 180 GHz (0,68 nm).

Les fonctions de densité de probabilité calculées à partir de la mesure des fluctuations d'intensité du signal échantillonné sont représentées sur la figure 3.9(b)<sup>15</sup>. Suite à

14. Fibre optique dopée GEO3 fournie par le groupe Draka France.

15. En insert de cette figure, nous avons représenté la distribution de probabilité après propagation sans normaliser par rapport à la valeur moyenne. Nous tenons juste à faire remarquer que les fluctuations de plus grandes amplitudes respectent la limite de saturation évaluée dans section 3.2.3.1 qui est de 300 mV.

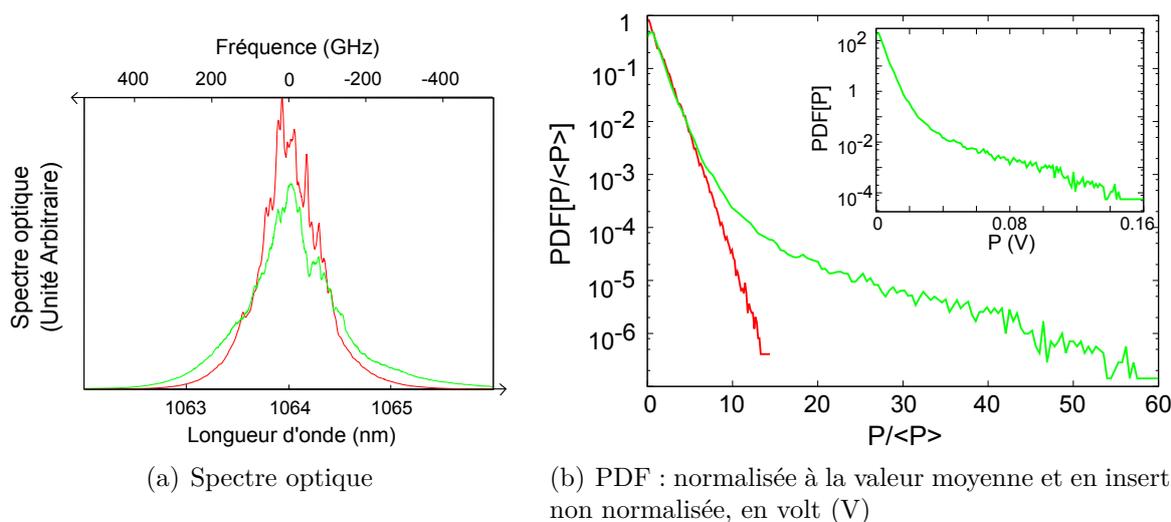


FIGURE 3.9 – Spectres optiques et fonctions de densité de probabilité (PDF) de la condition initiale (rouge) et après 15 m de propagation (vert) en régime de dispersion anormale à une puissance de 600 mW.

la propagation (en vert), la distribution de probabilité aux grandes amplitudes est très supérieure à celle définie par la loi normale. Prenons par exemple un évènement dont l'amplitude vaut 50 fois la valeur moyenne. En  $z = 0$ , cet évènement possède une densité de probabilité d'environ  $10^{-22}$ . Par contre, après propagation, sa densité de probabilité a fortement augmenté pour atteindre environ  $10^{-7}$ . Ces évènements de grandes amplitudes sont donc beaucoup plus présents après propagation que dans la condition elle-même. Du point de vue statistique, cette déviation de la distribution de probabilité nous amène à penser que nous sommes en train d'observer l'émergence d'ondes scélérates dans notre expérience.

A notre connaissance, cette étude expérimentale est la première en optique à montrer les déviations de la statistique gaussienne d'une onde partiellement cohérente après propagation en régime de dispersion anormale. L'expérience réalisée permet de détecter l'ensemble des fluctuations temporelles d'intensité et aucun dispositif de filtrage n'est appliqué afin d'étudier la statistique [Solli *et al.* 07]. Nous allons maintenant comparer nos résultats expérimentaux à la simulation de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension.

### 3.3.2 Simulations numériques

Nous avons montré expérimentalement dans la section 3.3.1 l'émergence d'évènements extrêmes au sein des fluctuations aléatoires de l'onde partiellement cohérente. Cette constatation est tirée de la mesure de la fonction de densité de probabilité qui présente une distribution à queue lourde. L'objectif de cette section est d'effectuer la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (éq. 3.4) et de comparer les résultats à ceux obtenus dans l'expérience.

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \gamma |\psi|^2 \psi \quad (3.4)$$

Le champ  $\psi$  est un champ partiellement cohérent que nous avons modélisé en utilisant l'hypothèse des phases aléatoires (section 1.1.1.1). La taille de la fenêtre temporelle utilisée dans la simulation numérique est de 618 ps et elle comprend 8192 points. La distance de propagation est de 15 m et la puissance est de 600 mW. Le coefficient  $\beta_2$  de dispersion de vitesse de groupe vaut <sup>16</sup>  $-20 \text{ ps}^2/\text{km}$ . La constante Kerr  $\gamma$  a été évaluée <sup>17</sup> à  $50 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ . Contrairement au deuxième chapitre, notre condition initiale est issue d'un ajustement

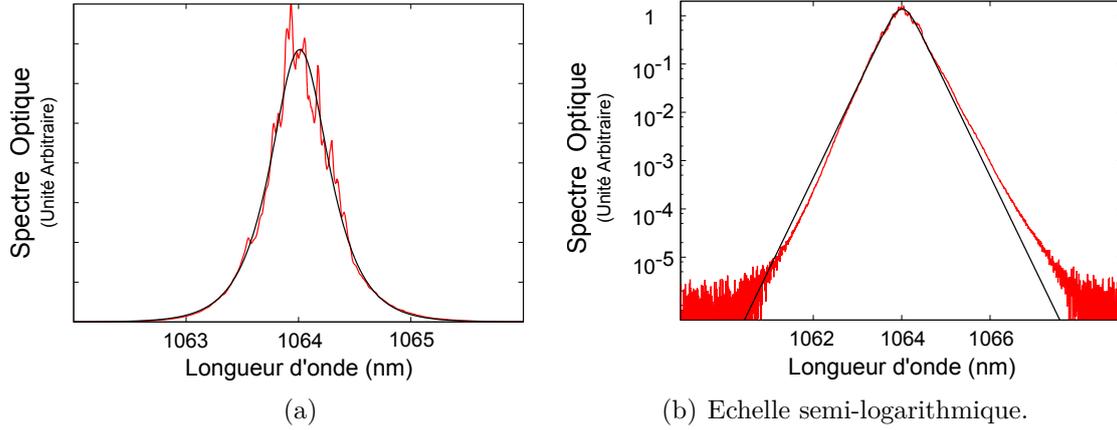


FIGURE 3.10 – Spectre optique de la condition initiale expérimentale à 10 W (rouge) superposée à une fonction d'ajustement type sécante hyperbolique (noir).

du spectre optique expérimental à une puissance de 10 W. La figure 3.10 représente l'ajustement effectué avec une fonction sécante hyperbolique (en noir) à partir du spectre expérimental (en rouge). La formule de la fonction sécante hyperbolique est la suivante :

$$n(\lambda) = P_0 \operatorname{sech} \left( \frac{\lambda}{\alpha_d \Delta\lambda_d} \right) \quad (3.5)$$

où  $P_0$  représente la puissance moyenne et  $\Delta\lambda_d$  la demi-largeur <sup>18</sup> à mi-hauteur de la secante hyperbolique. Dans notre cas, grâce à la procédure d'ajustement, nous avons déterminé que  $\Delta\lambda_d$  vaut 0,604nm soit 160GHz. De la même manière, nous avons calculé la largeur RMS <sup>19</sup> correspondante qui vaut 189 GHz.

Sur la figure 3.11(b), nous avons comparé les distributions de probabilité expérimentales (en traits pleins) et numériques (en cercles). Le code couleur reste le même, c'est-

16. La dispersion de la fibre microstructurée utilisée a été mesurée par le groupe photonique du laboratoire PhLAM (R. Habert).

17. Nous faisons remarquer que le paramètre  $\gamma$  est un paramètre d'ajustement dans nos simulations numériques. Malheureusement, par manque de temps, nous n'avons pu entreprendre de mesurer ce paramètre. Notre démarche afin de l'évaluer à consister à effectuer un ensemble de comparaisons entre simulations numériques de l'équation 3.4 et l'expérience. Nous avons comparé les spectres optiques et les distributions de probabilité à différentes puissances.

18. Le coefficient  $\alpha_d$  vaut  $1/\ln(2 + \sqrt{3})$ .

19. La largeur RMS est définie de la façon suivante :

$$\Delta\lambda = 2 \frac{\int (\lambda - \lambda_0)^2 n(\lambda) d\lambda}{\int n(\lambda) d\lambda}$$

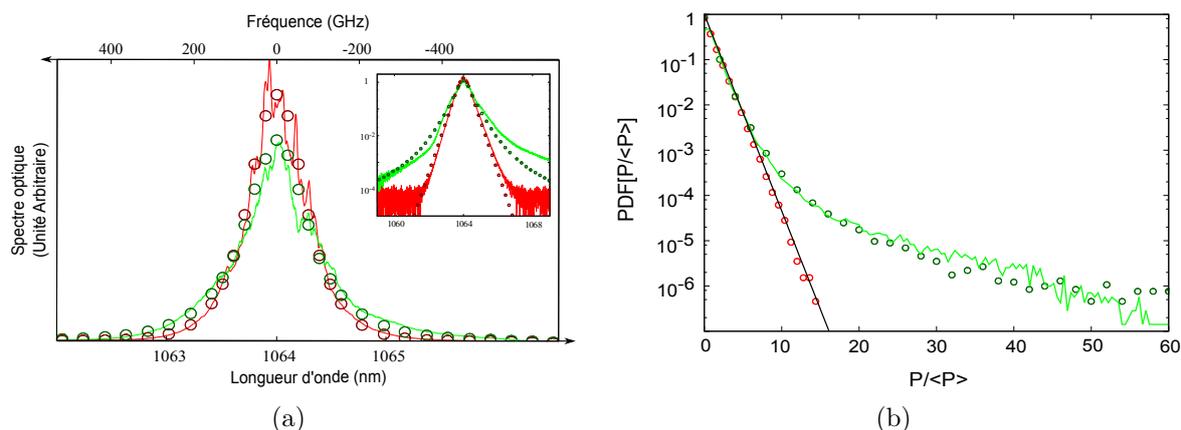


FIGURE 3.11 – Comparaison entre expériences (traits pleins) et simulations numériques de l'équation 3.4 (en cercles). (a) Spectres optiques, (b) fonctions de densité de probabilité.

à-dire, en rouge pour la condition initiale et en vert après propagation. On constate que la simulation numérique est en accord quantitatif avec l'expérience. Suite à la propagation dans la fibre, la distribution de probabilité dévie de la loi normale et possède une distribution à queue lourde.

La figure 3.11(a) représente la superposition entre les spectres expérimentaux en traits pleins et numériques en cercles. On peut constater que la simulation numérique reproduit quantitativement le résultat expérimental. En insert de cette figure, les spectres optiques sont tracés en échelle semi-logarithmique. Aux grandes longueurs d'onde, on remarque que la puissance des composantes spectrales est supérieure à celle obtenue dans la simulation numérique. Cette asymétrie traduit probablement la présence perturbative de l'effet Raman. Cette hypothèse est traitée dans la section 3.3.2.2 qui porte sur l'étude de l'influence des termes d'ordres supérieurs (effet Raman, dispersion d'ordre 3) sur le champ partiellement cohérent.

Dans la section 1.2, nous avons discuté du rôle de l'instabilité de modulation dans la génération des ondes scélérates. Dans notre cas, nous utilisons une onde suffisamment incohérente pour que la fréquence correspondant au maximum du gain du processus d'instabilité de modulation soit plus petite que la largeur spectrale de la source. Nous rappelons qu'en dispersion anormale le phénomène de l'instabilité de modulation est caractérisée par l'émergence dans le spectre optique de deux bandes latérales symétriques. Celles-ci apparaissent à des fréquences caractéristiques correspondant au maximum de gain de l'instabilité de modulation. Nous avons calculé ces fréquences en prenant la formule 3.6 utilisée dans le cas d'une onde cohérente [Agrawal 13].

$$\nu_{max} = \pm \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad (3.6)$$

Dans les paramètres de notre expérience, les fréquences pour lesquelles le gain de l'instabilité de modulation sera maximal sont environ de  $\pm 275$  GHz. Comme on peut le constater sur la figure 3.11(a), ces fréquences sont comprises dans le spectre optique de l'onde partiellement cohérente. Par ailleurs, dans le cas incohérent, les fluctuations temporelles d'intensité sont aléatoires et présentent des maxima d'intensités variables (figure 3.12(b)).

Or, le taux de croissance de l'instabilité modulationnelle dépend de l'intensité de l'onde. Ainsi, les pics de plus hautes intensités verront se développer de l'instabilité modulationnelle incohérente [Sauter *et al.* 05].

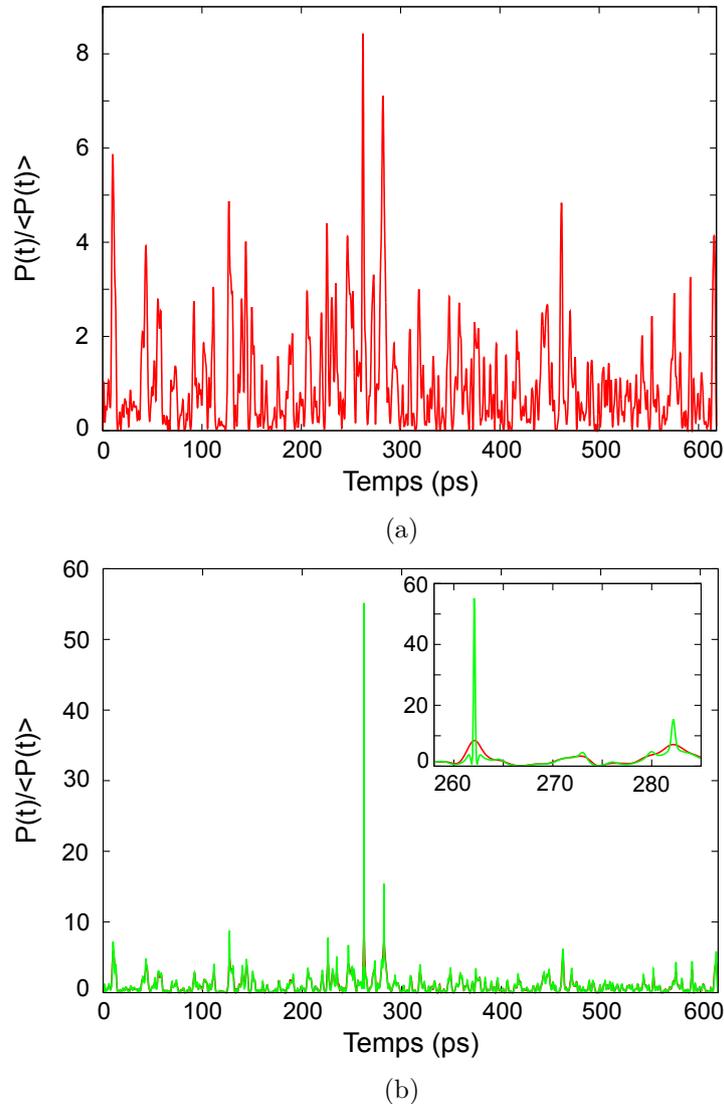


FIGURE 3.12 – Fluctuations temporelles d'intensité de l'onde partiellement cohérente issues de la simulation numérique de l'équation 3.4 : en rouge, condition initiale, en vert après propagation pour une puissance de 600 mW sur une distance de 15 m. Insert : agrandissement sur une fenêtre temporelle comprise entre 258 et 285 ps.

Comme nous l'avons défini dans la section 3.2.2, notre méthode d'échantillonnage optique ne permet pas de reconstruire le signal temporel. Par contre, nous sommes capables de tracer dans le cadre de la simulation numérique le signal avant et après propagation dans 15 m de fibre optique pour une puissance de 600 mW.

La figure 3.12(b) représente les fluctuations de puissance de l'onde partiellement cohérente calculées dans la simulation numérique avant (courbe rouge) et après propagation (courbe verte). Nous avons normalisé ces fluctuations par rapport à leur puissance

moyenne. On peut remarquer l'émergence d'évènements de courtes durées et de grandes amplitudes. Cette figure permet de faire le lien avec la distribution de probabilité calculée. En effet, l'émergence de fluctuations possédant une amplitude 10 à 60 fois plus grande que la valeur moyenne est beaucoup plus fréquente après propagation. De plus, on peut constater que les évènements de grandes amplitudes ont tendance à émerger à partir des fluctuations de la condition initiale possédant déjà une puissance importante. Ce phénomène est dû à la présence de l'instabilité modulationnelle incohérente. En particulier, l'insert de la figure 3.12(b) met en avant l'émergence d'une structure particulière, intense et plus rapide (0,3 ps) que l'ensemble des fluctuations (3 – 4 ps).

Nous venons de mettre en évidence la présence d'un nouvel état statistique en turbulence intégrable. La condition initiale est une onde partiellement cohérente de statistique gaussienne. Suite à la propagation, des fluctuations de grandes amplitudes (60 fois la valeur moyenne) apparaissent et la distribution de probabilité associée est à queue lourde. Nous allons maintenant poursuivre nos simulations numériques de manière à atteindre l'état stationnaire statistique. De plus, il est important de chercher à mieux caractériser les structures précédemment observées.

### 3.3.2.1 Régime stationnaire

Dans la section précédente, nous avons effectué des simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (éq. 3.4). A 600 mW, nous avons montré que le spectre optique s'est élargi et que la distribution de probabilité est à queue lourde. En turbulence intégrable, des travaux ont montré l'existence d'un état stationnaire statistique [Barviau *et al.* 06, Agafontsev et Zakharov 15], notamment dans le régime de dispersion normale [Randoux *et al.* 14]. L'objectif de cette section est de montrer qu'il existe un état stationnaire statistique et de le caractériser dans le régime de dispersion anormale de la turbulence intégrable.

En utilisant les mêmes paramètres que précédemment, nous avons propagé notre onde partiellement cohérente (éq. 3.4) jusqu'à une distance de 500 m et toujours à une puissance de 600 mW. Nous avons calculé à partir des formules 2.9, 2.10, et 2.11 la valeur des hamiltoniens. Comme expliqué précédemment, nous avons calculé la valeur moyenne des hamiltoniens linéaire  $\langle H_L \rangle$  et non linéaire  $\langle H_{NL} \rangle$  que nous avons normalisés par rapport à la valeur de l'hamiltonien total en  $z = 0$ .

La figure 3.13 présente l'évolution des hamiltoniens linéaire et non linéaire au cours de la propagation. On constate que l'hamiltonien total se conserve. Ce résultat n'est pas surprenant car c'est une constante du mouvement de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Dans notre condition initiale, l'hamiltonien non linéaire est supérieur d'un ordre de grandeur à l'hamiltonien linéaire. Ceci permet d'expliquer l'élargissement spectral important subit par l'onde partiellement cohérente dès le début de la propagation. Puis, l'hamiltonien non linéaire augmente jusque 40 m. Après cette distance l'énergie non linéaire diminue au profit de l'hamiltonien linéaire. Enfin, à partir de 100 m, les hamiltoniens linéaire et non linéaire arrêtent d'évoluer et prennent une valeur constante. On entre alors dans un état stationnaire statistique. Par ailleurs, on peut remarquer à l'aide de cette figure qu'à la distance de propagation de l'expérience (trait vert sur la figure 3.13) nous étions dans un état transitoire où l'hamiltonien non linéaire était supérieur à l'hamiltonien linéaire.

La figure 3.14 représente les spectres optiques (figure 3.14(a)) ainsi que les fonctions

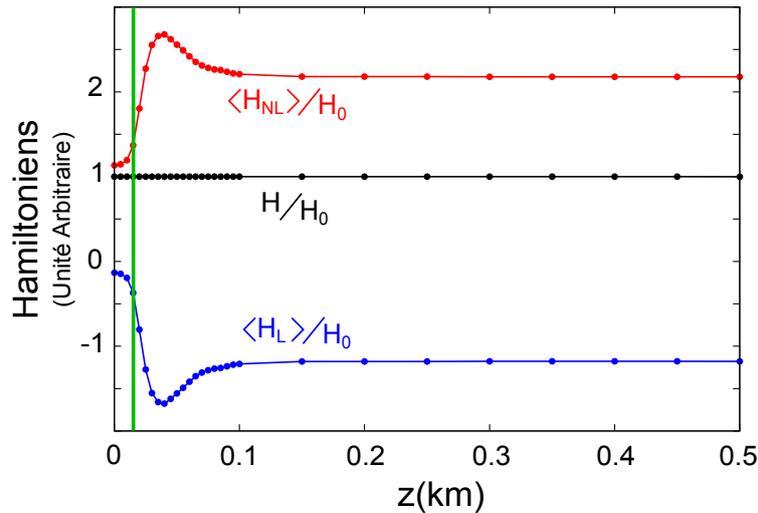


FIGURE 3.13 – Evolution du hamiltonien total (noir) et des hamiltoniens linéaire (bleu) et non linéaire (rouge) avec la distance. La distance de propagation atteinte dans l’expérience (15 m) est symbolisée par un trait vert.

de densité de probabilité (figure 3.14(b)) pour une distance de propagation variant de 15 m à 100 m. Le spectre optique s’élargit fortement sous l’effet du mélange à quatre ondes jusque 30 m. A partir de cette distance, l’énergie linéaire devient non négligeable et le spectre optique arrête progressivement de s’élargir. Ces observations sont similaires à celles effectuées au deuxième chapitre (élargissement spectral jusqu’à la fin du régime transitoire puis valeur constante dès le début de l’état stationnaire statistique).

La figure 3.14(b) représente l’évolution de la distribution de probabilité au cours de la propagation. Afin de décrire cette évolution, prenons par exemple une puissance 20 fois supérieure à la valeur moyenne, symbolisée par un trait en pointillés noirs sur la figure 3.14(b). On constate que pour une distance de 15 m (vert) la densité de probabilité est d’environ  $9 \cdot 10^{-5}$ , puis, elle augmente à  $3 \cdot 10^{-4}$  pour 30 m (orange). Enfin, elle diminue et garde une valeur constante d’environ  $1,4 \cdot 10^{-5}$  à une distance de 100 m (noir) et 200 m (bleu). Ceci permet d’illustrer l’évolution non triviale et non monotone de la distribution de probabilité. Par ailleurs, cette variation peut être mise en rapport avec l’évolution des hamiltoniens tracés sur la figure 3.13. En effet, nous avons remarqué que l’hamiltonien non linéaire augmentait jusque 30 m pour ensuite diminuer à partir de cette distance. Après 100 m, nous entrons dans un état stationnaire statistique qui se caractérise sur la figure 3.14(b) par un arrêt de l’évolution des distributions de probabilité.

Nous avons montré dans la section 3.3.2, l’émergence de structures de grandes amplitudes et de courtes durées dans les fluctuations d’intensité de l’onde partiellement cohérente à une distance de 15 m. Nous allons maintenant nous intéresser à l’évolution de ces fluctuations sur de plus grandes distances de propagation. Pour cela, nous avons tracé un diagramme spatio-temporel sur la figure 3.15(c). On peut remarquer l’évènement extrême localisé à  $z = 15$  m et déjà représenté sur la figure 3.12(b). Cette structure semble se scinder puis se reformer au cours de la propagation. Il est possible d’analyser la forme de chacune de ces structures en les comparant à des solitons sur fond continu. Cependant, nous proposons ici d’adopter une approche similaire à celle effectuée par N.

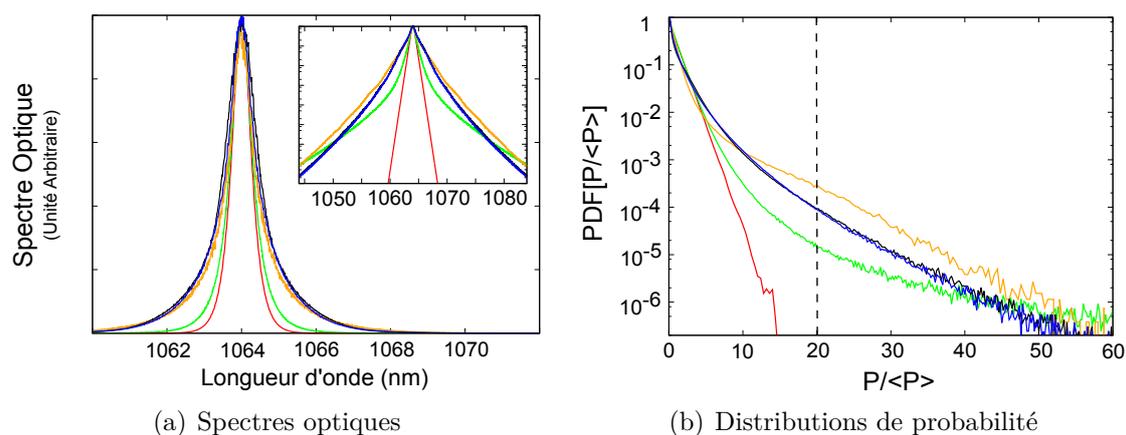


FIGURE 3.14 – Evolution de l'onde partiellement cohérente (rouge) jusque l'état stationnaire statistique. A 15 m (vert), 30 m (orange), 100 m (noir), 200 m (bleu)

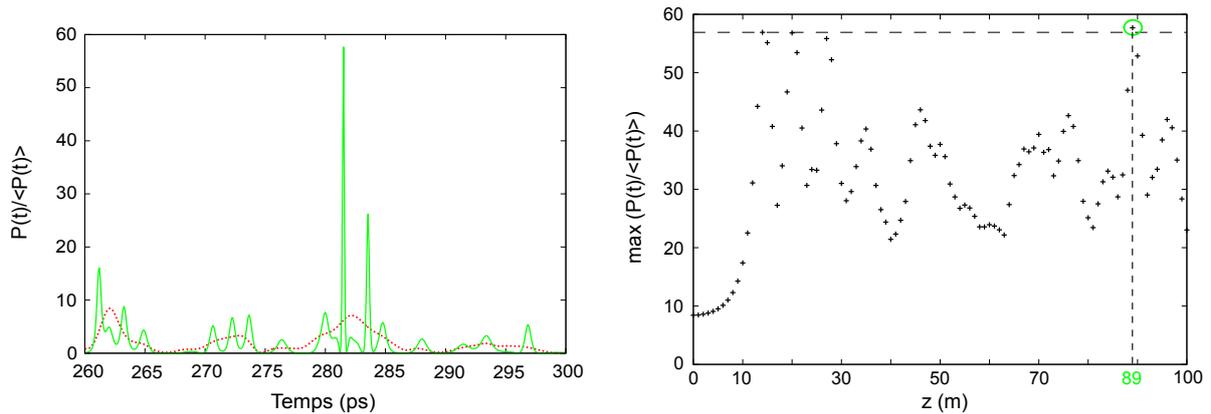
Akhmediev (présentée dans la section 1.2.3.2). Par analogie aux ondes scélérates, cette méthode [Akhmediev *et al.* 11] consiste à déterminer la fluctuation de plus grande amplitude sur la distance de propagation choisie, ici 100 m. En appliquant cette méthode, nous avons déterminé que la structure localisée à 89 m possède la puissance plus importante sur cette distance de propagation. La figure 3.15(a) représente une coupe du diagramme spatio-temporel à la distance de 89 m. On constate la présence d'une structure de grande amplitude centrée autour de 281.5 ps.

Comme nous en avons discuté dans le premier chapitre, des solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension, appelées solitons de Peregrine, de Kuznetsov-Ma et breathers d'Akhmediev, sont aujourd'hui considérées comme prototypes d'ondes scélérates [Dudley *et al.* 14]. Nous avons cherché, à partir de la formule 3.7, à ajuster l'évènement extrême de la figure 3.15(a).

$$\psi(\xi, \tau) = e^{i\xi} \left[ 1 + \frac{2(1-2a)\cosh(b\xi) + ib\sinh(b\xi)}{\sqrt{2a}\cos(\omega\tau) - \cosh(b\xi)} \right] \quad (3.7)$$

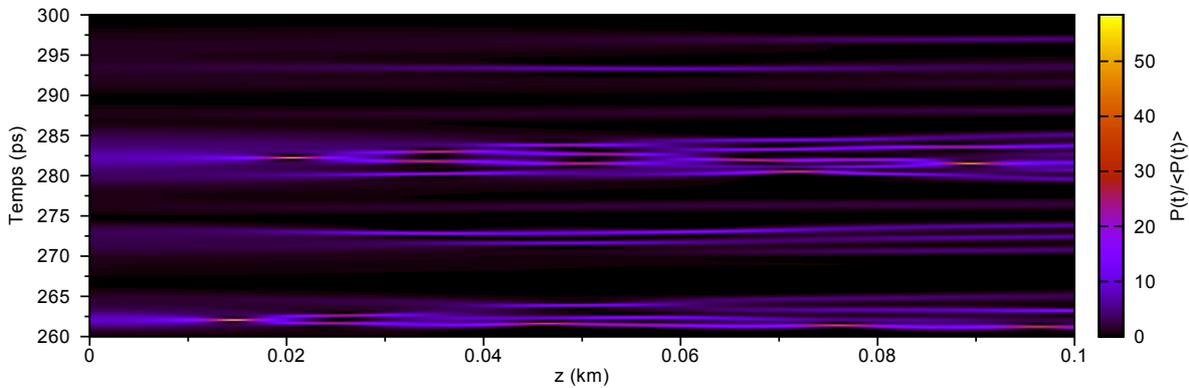
où les paramètres sont adimensionnés et définis dans le premier chapitre (section 1.2.3.1). Le paramètre  $a$  permet de choisir le type de solution que nous désirons ajuster à nos données (section 1.2.3.1). Si  $a = 1/2$ , nous avons un soliton de Peregrine (localisé en temps et en espace). Ensuite, dans le cas où  $a > 1/2$  nous obtenons un breather d'Akhmediev, localisé en espace mais périodique en temps. Enfin, si  $a < 1/2$  alors nous obtenons un soliton de Kuznetsov-Ma, localisé en temps mais périodique en espace. La figure 3.16(a) représente un ajustement de la structure localisée à 281,5 ps de la figure 3.15(a) à l'aide du module au carré de l'équation 3.7 pour les trois types de solutions rappelées ci-dessus. On constate que l'ajustement est correctement réalisé pour les trois fonctions.

Par ailleurs, nous avons calculé la phase de la structure identifiée sur la figure 3.16(a) pour différentes distances de propagation variant de 0, 2 m (figure 3.16(b)). On constate que la phase de la structure évolue en fonction de la distance de propagation (en accord avec la formule 3.7). Néanmoins, elle semble posséder une valeur constante, notamment à 89,3 m (en noir). De plus, on peut remarquer la présence d'un saut de phase de  $\pi$  entre le maximum et le minimum de puissance de la structure. Cette observation rejoint



(a) Intensité du champ normalisé à la valeur moyenne à  $z = 89m$  (vert). Condition initiale en rouge

(b) Evolution des maxima le long de la propagation



(c) Diagramme spatio-temporel

FIGURE 3.15 – Simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. (a) Coupe à  $z = 89m$ . (b) Evolution des maxima d'intensité. (c) Représentation de l'évolution temporelle de l'onde partiellement cohérente le long de la propagation.

celle effectuée par Kibler *et al.* sur l'observation expérimentale d'un soliton de Peregrine [Kibler *et al.* 12b] (voir section 1.2.3.1). Les deux comparaisons illustrées sur la figure 3.16 (ajustements et étude de la phase) nous permettent donc d'affirmer que les structures particulières que nous observons au sein des fluctuations de l'onde partiellement cohérente sont proches des solutions analytiques type solitons de Peregrine, breathers d'Akhmediev et Kuznetsov-Ma. Cependant, il nous est difficile de favoriser une d'entre elles. Remarquons par ailleurs, que ce genre de structures a également été observées dans des systèmes proche de l'intégrabilité [Hammani *et al.* 10].

Dans cette section, nous avons démontré l'existence d'un état stationnaire statistique dans le régime de dispersion anormale de la turbulence intégrable. Cet état statistique est caractérisé par une distribution de probabilité à queue lourde déviant fortement de la loi normale. Dans cette expérience, la condition initiale est une onde partiellement cohérente. Suite à la propagation, des structures cohérentes apparaissent au sein des fluctuations aléatoires d'intensité et possèdent des puissances plusieurs fois supérieures à la puissance moyenne. L'étude que nous avons réalisée sur ces structures nous amène à penser qu'il

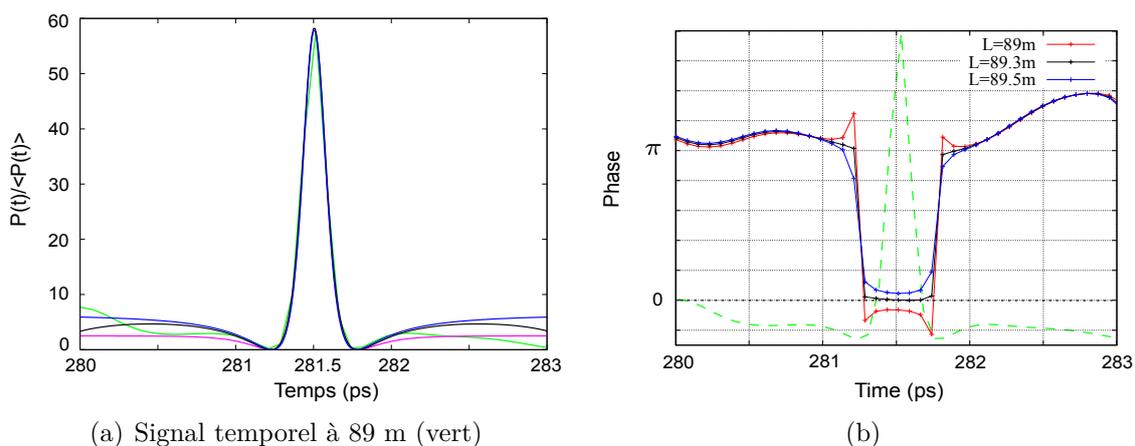


FIGURE 3.16 – (a) Ajustement temporel avec un soliton type Peregrine (bleu), Kuznetsov-Ma (magenta) et breather Akhemediev (noir). (b) Evolution de la phase de la structure cohérente à trois distances de propagation différente.

s'agirait de solitons sur fond continu.

### 3.3.2.2 Influence des effets non linéaires d'ordres supérieurs

Nous avons travaillé dans les sections précédentes avec l'équation 3.4 correspondant à l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. De plus, nous avons montré qu'il existait un très bon accord entre les simulations numériques et les résultats expérimentaux. Cependant, les spectres enregistrés à 600 mW présentaient une forme asymétrique aux grandes longueurs d'onde. L'hypothèse la plus probable concerne l'influence de l'effet Raman. Dans cette section, nous allons effectuer la simulation de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée (équation 3.8) incluant les termes non linéaires et linéaires d'ordres supérieurs.

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = i \frac{\alpha}{2} \psi + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + i \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \psi}{\partial t^3} - \gamma \left( |\psi|^2 \psi + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial |\psi|^2 \psi}{\partial t} - T_R \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right) \quad (3.8)$$

Cette équation diffère de celle utilisée dans le deuxième chapitre au signe prêt de la dispersion d'ordre 2. Par ailleurs, nous avons déterminé la valeur de la dispersion d'ordre 3 à partir de la courbe de dispersion spécifiquement mesurée pour la fibre GEO3 utilisée dans les expériences de ce chapitre.

Dans le premier chapitre, nous avons exprimé les longueurs caractéristiques d'apparition des effets linéaires et non linéaires ainsi que des pertes dans le cas d'une impulsion de largeur  $T_0$ . Dans notre cas, nous travaillons avec une onde partiellement cohérente dont nous sommes capable de calculer la largeur spectrale  $\Delta\omega_0$ . Nous avons rappelé ci-dessous la valeur de chacun des paramètres représentatifs de notre expérience :

- $\alpha = 8 \text{ dB/km}$
- $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$
- $\beta_3 = 0.12 \text{ ps}^3/\text{km}$
- $\gamma = 50 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$

- $T_R = 3 f_s^{20}$
- $\omega_0 = 1771.57 \text{ rad/ps}$  ( $\omega_0 = 2\pi c/\lambda$  avec  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ )
- $P_0 = 600 \text{ mW}$

Nous avons choisi d'utiliser la largeur RMS du spectre, ce qui nous a permis de calculer les longueurs suivantes :

$$L_\alpha = \frac{1}{\alpha} = 543 \text{ m} \quad (3.9)$$

$$L_D = \frac{1}{|\beta_2| \times (\Delta\omega_0)_{rms}^2} = 35 \text{ m} \quad (3.10)$$

$$L'_D = \frac{1}{|\beta_3| \times (\Delta\omega_0)_{rms}^3} = 4,98 \text{ km} \quad (3.11)$$

$$L_{nl} = \frac{1}{\gamma P_0} = 33 \text{ m} \quad (3.12)$$

$$L_s = \frac{L_{nl} \times \omega_0}{(\Delta\omega_0)_{rms}} = 49 \text{ km} \quad (3.13)$$

$$L_{\tau_R} = \frac{L_{nl}}{T_R \times (\Delta\omega_0)_{rms}} = 9,3 \text{ km} \quad (3.14)$$

Les longueurs caractéristiques calculées ci-dessus permettent de donner un ordre de grandeur de la contribution respective des effets non linéaires et linéaires. La longueur de propagation totale  $L$  est de 15 m dans notre expérience. De ce fait, il semble que nous ne sommes pas sensible aux pertes, à la dispersion d'ordre 3, à l'effet Raman et à l'auto-raïdissement. Cependant, il n'est pas exclu que la courbe de gain Raman de notre fibre optique soit particulière et possède un gain<sup>21</sup> plus important à 1064 nm.

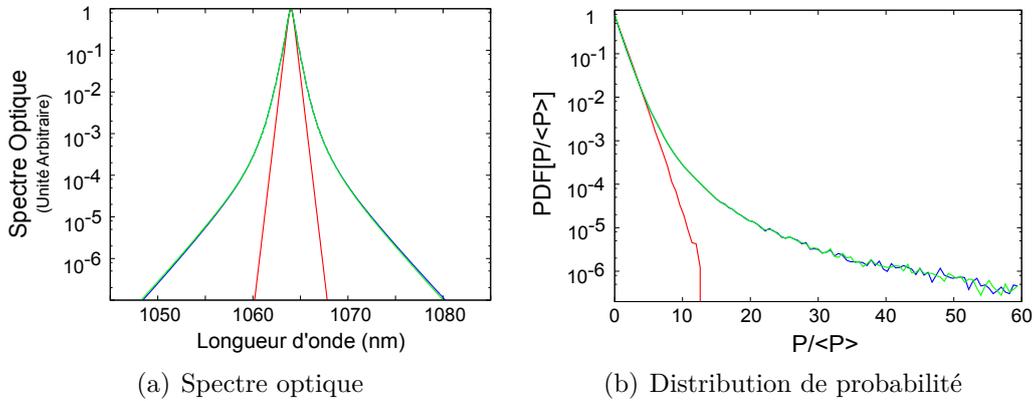


FIGURE 3.17 – Comparaison entre les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (vert) et l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée (bleu) pour une distance de 15 m et à une puissance de 600 mW.

Nous avons représenté sur la figure 3.17 le spectre et la fonction de densité de probabilité dans deux situations différentes. En vert, nous avons propagé l'onde partiellement cohérente dans l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Par contre, en

20. La valeur du temps de réponse Raman  $T_R$  est un paramètre que nous ne connaissons pas dans le cas de la fibre microstructurée que nous utilisons. Nous l'avons évalué à partir d'un ensemble de simulations numériques. Les résultats obtenus ont été comparés aux expériences effectuées à différentes puissances.

21. Cette fibre a été initialement conçue afin de construire des laser Raman à fibre. Elle est fortement dopée en germanium et possède un gain d'environ 150 à 180 dB/km/W.

bleu nous avons utilisé l'équation 3.8. Dans les deux cas la longueur de propagation est de 15 m. On peut constater que les différences sont faibles aussi bien pour le spectre que pour la distribution de probabilité.

Nous avons effectué des simulations numériques complémentaires de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée. Les résultats sont représentés sur la figure 3.18 pour des distances complémentaires de 30 m (orange) et 100 m (noir). Le spectre présente une asymétrie de plus en plus forte du côté des grandes longueurs d'onde. La distribution de probabilité devient fortement non gaussienne à 30 m. Le comportement en termes de statistique semble reproduire celui observé sur la figure 3.14(b) dans le cas de la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension.

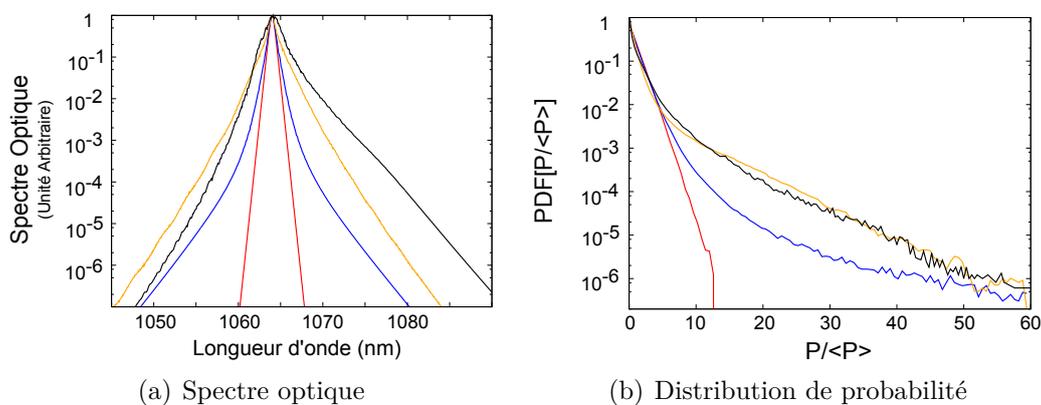


FIGURE 3.18 – Simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée (équation 3.8). Propagation de l'onde partiellement cohérente jusque 15 m (bleu), 30 m (orange) et 100 m (noir).

En conclusion, nous avons montré que pour la propagation de l'onde partiellement cohérente à une puissance de 600 mW dans 15 m de fibre optique, les effets d'ordres supérieurs (Raman, dispersion d'ordre 3) n'influencent pas la statistique. Le résultat n'est pas étonnant au regard des longueurs caractéristiques calculées. Cependant, nous ne sommes pas capable de reproduire l'asymétrie du spectre expérimental à 15 m. La question de cette asymétrie reste ouverte. Il est possible d'envisager que la légère asymétrie du spectre initial joue un rôle ou bien que le gain Raman soit sous-estimé dans nos simulations numériques.

### 3.3.3 Discussions

#### 3.3.3.1 Propagation à différentes puissances

Nous avons étudié la propagation de l'onde partiellement cohérente à une puissance de 600 mW. Nous avons montré qu'à l'état stationnaire statistique, la distribution de probabilité est à queue lourde et traduit l'émergence de structures cohérentes sur fond continu, rapides et de grandes amplitudes. Tout l'enjeu de notre méthode d'échantillonnage optique asynchrone est de pouvoir échantillonner ce type de structure. Cependant, nous sommes limités par la réponse impulsionnelle de la méthode (section 3.2.3). Jusqu'à présent nous avons considéré qu'à la puissance de 600 mW nous étions capables d'échantillonner toutes

les fluctuations temporelles d'intensité. Nous allons maintenant discuter des études complémentaires que nous avons réalisées à différentes puissances afin de confirmer les limites de notre méthode d'échantillonnage.

La figure 3.19(a) représente la fonction de densité de probabilité calculée à une puissance de 600 mW. Nous avons superposé l'expérience (en pointillés) et la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension en traits pleins. Comme nous l'avons constaté dans la section 3.3.2, la simulation numérique reproduit quantitativement le résultat expérimental.

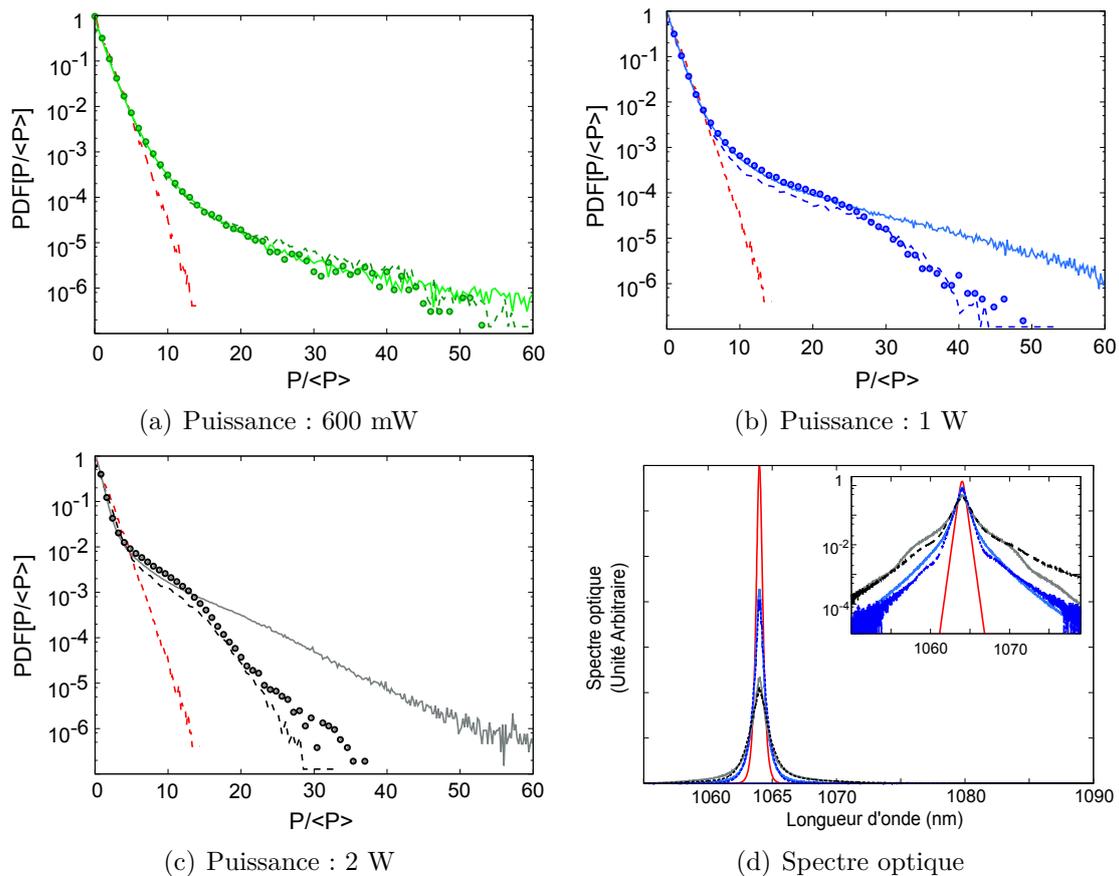


FIGURE 3.19 – (a), (b), (c) Distributions de probabilité aux trois puissances étudiées, respectivement à 600 mW, 1 W et 2 W. (d) Spectres optiques aux puissances de 1 W et 2 W. Simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension en traits pleins, expérience en pointillés, traitement avec la réponse impulsionnelle en cercles.

Nous avons réalisé la même expérience à une puissance de 1 W (figure 3.19(b)) et 2 W (figure 3.19(c)). On constate alors que la distribution de probabilité expérimentale (pointillés) est différente de celle calculée à partir de la simulation numérique (traits pleins) notamment aux grandes amplitudes. Pourtant, les spectres optiques sont quantitativement les mêmes comme on peut le constater sur la figure 3.19(d) où sont superposés les spectres numériques en traits pleins et expérimentaux en pointillés. Cette différence sur la statistique provient de la limite de résolution de notre méthode d'échantillonnage. Si des structures plus rapides que 250 fs sont présentes dans les fluctuations d'intensité du

champ alors notre méthode d'échantillonnage ne pourra pas les échantillonner. Par contre, il est évident que ce problème ne se pose pas dans le cas de la simulation numérique. Nous avons donc cherché à vérifier cette hypothèse en étudiant numériquement l'influence d'un processus de filtrage.

Dans la section 3.2.3, nous avons évalué que la réponse impulsionnelle de notre méthode d'échantillonnage  $h(t)$  est une fonction gaussienne d'une largeur de 250 fs à mi-hauteur. Dans l'espace de Fourier, notre processus de filtrage consiste à multiplier la transformée de Fourier de l'intensité du champ  $I(\omega, z)$  par celle de la réponse impulsionnelle  $h(\omega)$ .

$$I_f(\omega, z) = I(\omega, z) \times h(\omega) \quad (3.15)$$

Puis, nous calculons la fonction de densité de probabilité à partir de la transformée de Fourier inverse  $I_f(t, z)$  ( $I_f(t, z) = TF^{-1}[I_f(\omega, z)]$ ). Ces résultats sont tracés en cercles sur les figures 3.19(a), 3.19(b) et 3.19(c). On constate que les distributions de probabilité traitées (en cercles) se superposent à celles expérimentales (pointillés).

En conclusion, aux puissances de 1 W et 2 W, des structures de grandes amplitudes et plus rapides que 250 fs apparaissent dans les fluctuations temporelles d'intensité<sup>22</sup>. De ce fait, notre méthode d'échantillonnage ne permet pas d'échantillonner ces événements et la distribution de probabilité est tronquée comme on peut le voir sur la figure 3.19. Par contre, à 600 mW, la distribution de probabilité traitée (cercles verts) se superpose à l'expérience (pointillés) et à la simulation numérique sans traitement (traits pleins), confirmant ainsi la validité des résultats présentés jusque maintenant. En particulier, le traitement permet de valider la mesure de la réponse impulsionnelle que nous avons évaluée expérimentalement (section 3.2.3.2).

---

22. Nous avons montré que la fonction  $h(t)$  est une fonction gaussienne possédant une demi-largeur à mi-hauteur de 125 fs. La transformée de Fourier  $h(\omega)$  est une fonction gaussienne dont la demi-largeur à mi-hauteur est de  $\simeq 2,12$  THz. Afin d'évaluer la précision de la valeur annoncée, nous avons utilisé une fonction de filtrage différente. De la même manière que dans le deuxième chapitre, nous avons utilisé un filtre passe-bas du premier ordre dont la fonction de transfert est une fonction lorentzienne  $\tilde{H}(\omega)$ . Notre procédure consiste à calculer la fréquence de coupure maximale pour laquelle la distribution de probabilité n'est pas modifiée par le dispositif de filtrage. La fonction de transfert est donnée par la formule suivante :

$$\tilde{H}(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega/\omega_c}$$

où  $\omega_c$  représente la fréquence de coupure du filtre. La bande passante est alors définie comme égale à la fréquence de coupure, soit la demi-largeur à mi-hauteur de la fonction  $\tilde{H}(\omega)$ .

Notre filtrage consiste à effectuer le produit entre la fonction de transfert du filtre  $\tilde{H}(\omega)$  et le spectre en intensité de l'onde incohérente. Dans notre procédure, nous avons fait varier la valeur de  $\omega_c$  jusqu'à ce que la distribution de probabilité calculée reste inchangée suite au processus de filtrage. Nos recherches ont mené à une bande passante de 2 THz. D'une part, cette valeur est analogue à celle calculée avec une fonction de transfert gaussienne (2,12 THz). D'autre part, cette valeur reste cohérente avec les largeurs de spectres observés. A 1 W et 2 W, la largeur à mi-hauteur des spectres est environ de 10 nm soit 2,6 THz et nous observons les limites de notre méthode. Cependant, cette valeur ne se limite pas à la largeur à mi-hauteur des spectres. Comme nous avons pu le constater dans le deuxième chapitre, les ailes du spectre, c'est-à-dire les hautes fréquences, possèdent des informations relatives à l'émergence d'événements extrêmes.

### 3.3.3.2 Influence de la forme du spectre de la condition initiale

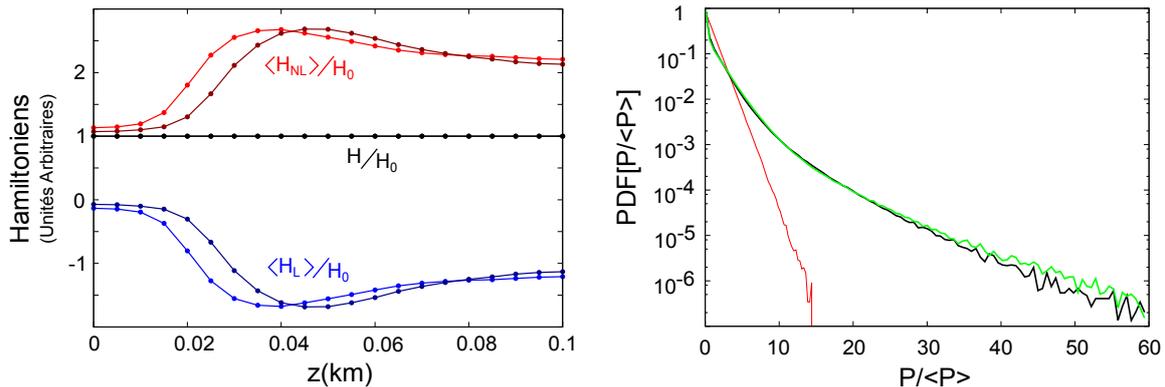
Nos résultats se placent dans le contexte de la turbulence intégrable. La condition initiale est une onde partiellement cohérente de statistique gaussienne. Nous avons montré que nous pouvons atteindre un état stationnaire statistique. La forme du spectre optique de notre onde a été choisie de manière à réaliser le meilleur ajustement possible avec le spectre expérimental. De ce fait, nous avons utilisé une fonction sécante hyperbolique. Dans cette section, nous avons modifié la forme du spectre et utilisé une fonction gaussienne. Le but est d'étudier l'impact du changement de forme du spectre de la condition initiale sur l'état stationnaire statistique.

L'expression de la fonction gaussienne que nous avons utilisé est :

$$n(\lambda) = P_0 \exp\left(-\frac{\lambda}{\Delta\lambda_e}\right) \quad (3.16)$$

où  $\Delta\lambda_e$  est la largeur à  $1/e$  de la fonction gaussienne.

Nous avons utilisé l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension dans les mêmes paramètres que l'expérience (section 3.3.2).



(a) Evolution des hamiltoniens. En foncé, spectre gaussien. En clair, spectre de type sécante hyperbolique

(b) Distribution de probabilité à 100 m. Spectre gaussien (vert) et de type sécante hyperbolique (noir)

FIGURE 3.20 – Simulations de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension en considérant deux conditions initiales dont la forme du spectre est différente : fonction gaussienne (équation 3.16) et sécante hyperbolique (équation 3.5).

La figure 3.20(a) représente l'évolution des hamiltoniens linéaire et non linéaire en fonction de la propagation pour un spectre gaussien (couleur foncée) et un spectre de forme sécante hyperbolique (couleur claire). Comme dans la section 3.3.2.1, nous avons calculé la moyenne des hamiltoniens. Nous les avons ensuite divisé par la valeur de l'hamiltonien total en  $z = 0$ . La différence réside principalement au début de la propagation où le régime transitoire n'est pas le même. Cependant, l'état stationnaire statistique semble être atteint dans les deux cas à partir de 100 m. De ce fait, nous avons comparé les distributions de probabilité à cette distance de propagation sur la figure 3.20(b). On constate que nous obtenons le même résultat, la distribution de probabilité est à queue lourde dans les deux cas.

Au travers de cette comparaison, nous venons de montrer que la forme initiale du spectre optique influe peu sur l'évolution générale des propriétés statistiques de l'onde partiellement cohérente.

### 3.3.3.3 Influence de la statistique de la condition initiale

Nous avons discuté, dans le premier chapitre (section 1.3.3), des travaux récents effectués par Agafontsev *et al.* Dans cette étude [Agafontsev et Zakharov 15], les auteurs effectuent des simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire intégrable à une dimension en utilisant comme condition initiale une onde plane bruitée. Les auteurs montrent alors qu'il existe un état stationnaire statistique différent de celui que nous obtenons avec une condition initiale partiellement cohérente. Dans cette section, nous allons reproduire ces simulations numériques avec les paramètres de notre expérience afin de comparer les résultats avec ceux obtenus dans la section 3.3.2.1 dans le cas d'une onde initiale partiellement cohérente.

#### Comparaison des conditions initiales

La condition initiale (relation 3.17) est une onde plane (condensat) à laquelle on superpose du bruit. A titre de comparaison, nous avons rappelé celle utilisée dans le cas d'une onde partiellement cohérente (relation 3.18).

$$\psi_1(t, z = 0) = \sqrt{P_0}(1 + \epsilon \eta(t)) \quad (3.17)$$

$$\psi_2(t, z = 0) = \sqrt{P_0} \eta(t) \quad (3.18)$$

La fonction  $\eta(t)$  est identique dans les deux cas. Elle correspond, dans l'espace de Fourier, à une fonction sécante hyperbolique<sup>23</sup> où chaque mode de Fourier possède une phase aléatoire (hypothèse des phases aléatoires, section 1.1.1.1). Le paramètre  $\epsilon$  permet d'ajuster le niveau de bruit. Dans les simulations numériques que nous allons présenter,  $\epsilon$  vaut  $1.10^{-3}$ .

Nous avons représenté sur la figure 3.21(a) le module au carré de la fonction 3.17. La figure 3.21(b) correspond quant à elle à la condition initiale partiellement cohérente que nous avons utilisée jusqu'à présent dans ce chapitre. La forme de ces deux conditions initiales est bien différente. L'onde partiellement cohérente possède de nombreuses fluctuations d'intensité de grandes amplitudes en comparaison du condensat bruité. Dans ce cas, nous avons des fluctuations de faible amplitude autour d'une valeur moyenne élevée.

L'insert de la figure 3.21(a) représente le spectre de puissance du condensat bruité en échelle semi-logarithmique. On peut distinguer la fonction sécante hyperbolique ainsi que la distribution de Dirac associée à la fréquence de l'onde plane<sup>24</sup>.

Nous allons maintenant nous intéresser à la comparaison des fonctions de densité de probabilité. Dans le cas du condensat bruité, le module au carré de  $|\psi_1|^2$  peut s'écrire de la façon suivante :

$$|\psi_1(t, z = 0)|^2 = P_0(1 + 2\epsilon \Re[\eta(t)]) + O(\epsilon^2) \quad (3.19)$$

23. Nous rappelons que la forme exacte du spectre optique  $n(\omega)$  n'est pas importante.

24. Dans l'article que nous avons cité d'Akhmediev *et al.* dans le chapitre 1, les auteurs faisaient remarquer qu'ils avaient volontairement omis de représenter la distribution de dirac sur leurs spectres. De plus, le spectre n'était pas moyenné.

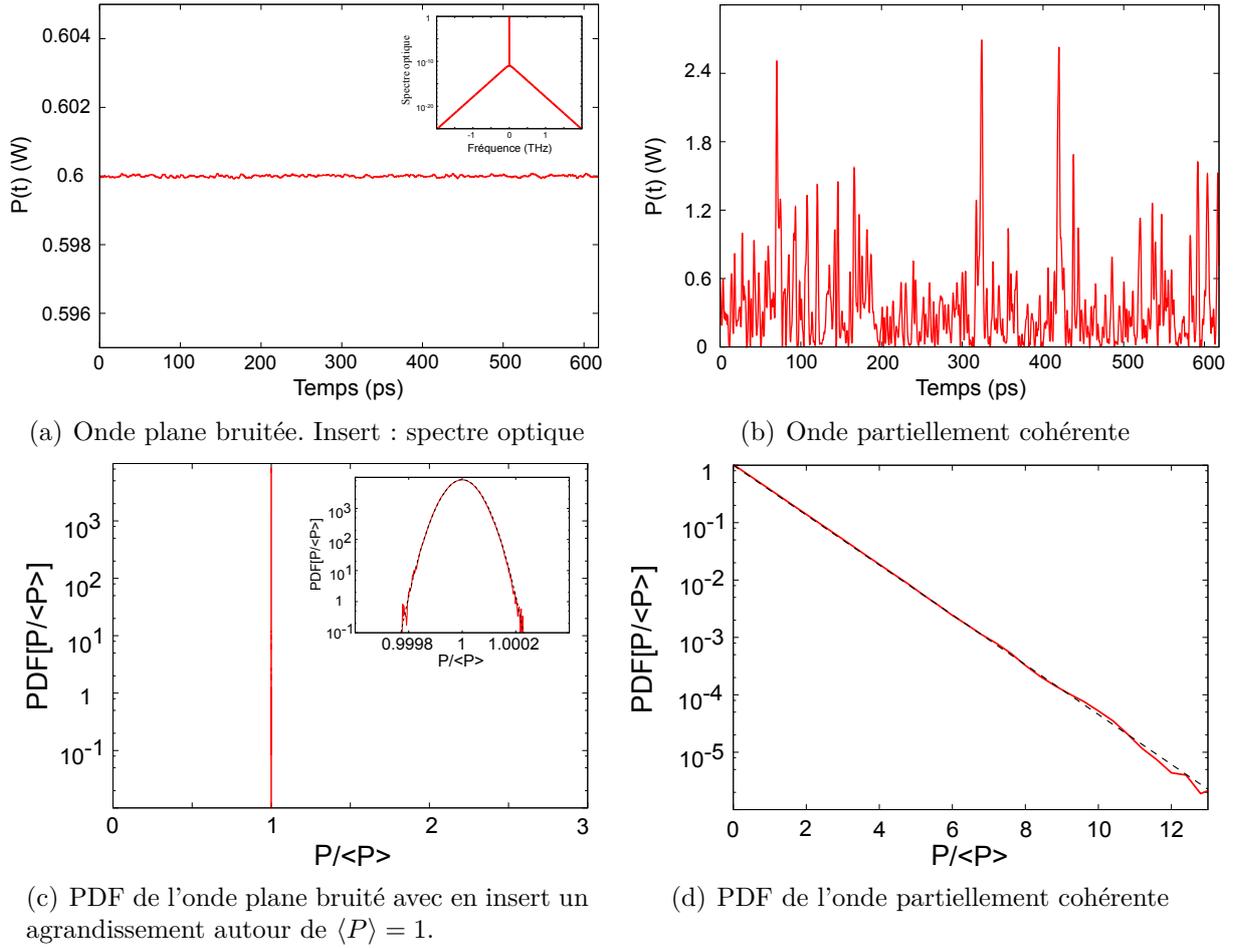


FIGURE 3.21 – Comparaison entre une condition initiale type onde plane bruitée (a) et une onde partiellement cohérente (b). La puissance moyenne  $\langle P \rangle$  est de 600 mW. Les fonctions de densité de probabilité (PDF) correspondantes sont normalisées par rapport à la valeur moyenne et représentées en (c) et (d) respectivement pour l'onde plane bruitée et l'onde partiellement cohérente.

Sachant que la statistique de la partie réelle de  $\eta(t)$  est gaussienne, la relation 3.19 permet de montrer que la distribution de probabilité du module au carré du condensat bruité est gaussienne et centrée autour de  $\langle P \rangle = P_0$ . Nous rappelons qu'en revanche la distribution de probabilité de  $|\eta|^2$  est une exponentielle (figure 3.21(d)).

### Propagation du condensat bruité

Nous avons effectué la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension avec les mêmes paramètres que notre expérience (section 3.3.2.1). La figure 3.22(a) représente l'évolution des hamiltoniens linéaire et non linéaire dans le cas du condensat bruité. Au début de la propagation, les hamiltoniens linéaire et non linéaire sont constants. Puis, à partir 400 m, l'instabilité de modulation se développe de façon non linéaire. Ce comportement est caractérisé par une oscillation des hamiltoniens avec la distance de propagation. Enfin, dès 3 km, l'amplitude de ces oscillations devient constante et on atteint un état stationnaire statistique.

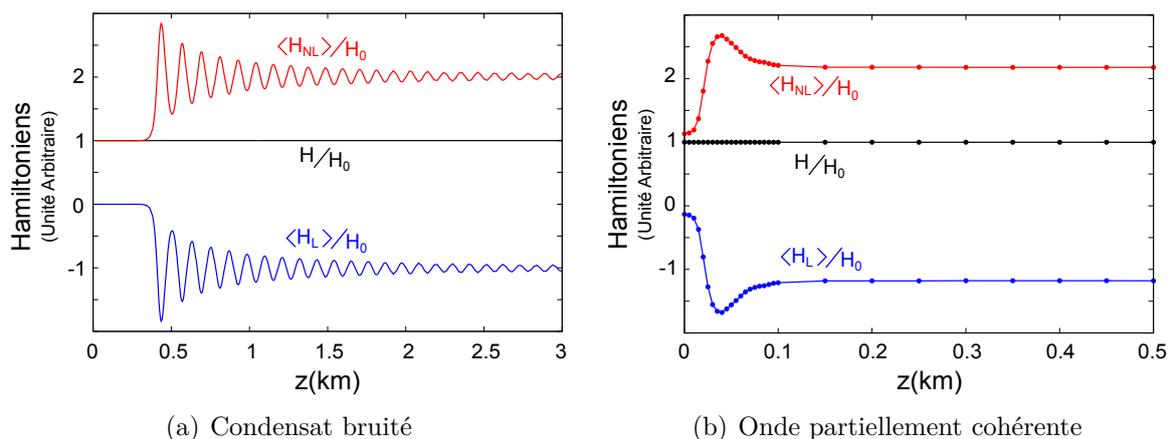


FIGURE 3.22 – Evolution des hamiltoniens linéaires (rouge) et non linéaires (bleu) en fonction de la propagation pour les deux conditions initiales. Les hamiltoniens sont normalisés par rapport à l’hamiltonien total (noir) en  $z = 0$ ,  $H_0$ .

Cette évolution des hamiltoniens est très différente de celle obtenue dans le cas d’une onde partiellement cohérente (figure 3.22(b)). Dans ce cas, il n’y a pas d’oscillations en fonction de la distance de propagation, ce qui signifie que l’onde aléatoire ne va pas évoluer suivant les mêmes échelles spatiales. Cependant, dans les deux cas nous atteignons un état stationnaire statistique que nous allons maintenant chercher à caractériser pour le condensat bruité.

Nous avons représenté sur la figure 3.23(a), en échelle semi-logarithmique, l’évolution spectrale du condensat dans l’intervalle où les hamiltoniens sont constants. On constate que toutes les fréquences comprises dans la bande du gain de l’instabilité de modulation sont amplifiées de manière exponentielle. Par contre, toutes les composantes spectrales situées en dehors de la bande d’instabilité gardent la même amplitude et n’évoluent pas. A ce stade, l’hamiltonien linéaire reste à peu près constant car toute la puissance se situe dans la fréquence fondamentale, en  $\nu = 0$ . Au fur et à mesure de la propagation, l’évolution de l’instabilité de modulation devient de plus en plus complexe, comme l’illustre la figure 3.23(b).

Nous avons choisi de tracer les spectres correspondant au premier maximum de l’hamiltonien non linéaire (à 435 m, en bleu) ainsi qu’au premier minimum (en vert, à 505 m). L’énergie présente dans le mode fondamental diminue et le spectre optique prend la forme d’une double exponentielle à l’état stationnaire statistique. Cet état asymptotique issu de la déstabilisation d’un condensat par l’instabilité de modulation a été étudiée par Agafontsev *et al.* Au cours de cette évolution non linéaire de l’instabilité de modulation [Zakharov et Gelash 13, Agafontsev et Zakharov 15], les hamiltoniens linéaire et non linéaire vont osciller en opposition de phase l’un par rapport à l’autre de manière à conserver l’hamiltonien total (figure 3.22(a)).

Nous avons tracé l’évolution des fonctions de densité de probabilité sur la figure 3.24(a) pour des distances particulières. Nous avons choisi celles-ci par rapport aux oscillations de l’hamiltonien non linéaire. Elles correspondent au premier maximum (435 m, en rouge) et minimum (505 m, en bleu), puis, à 985 m<sup>25</sup> (vert) et enfin à l’état stationnaire statistique,

25. Cette distance correspond également à un minimum de la courbe du hamiltonien linéaire.

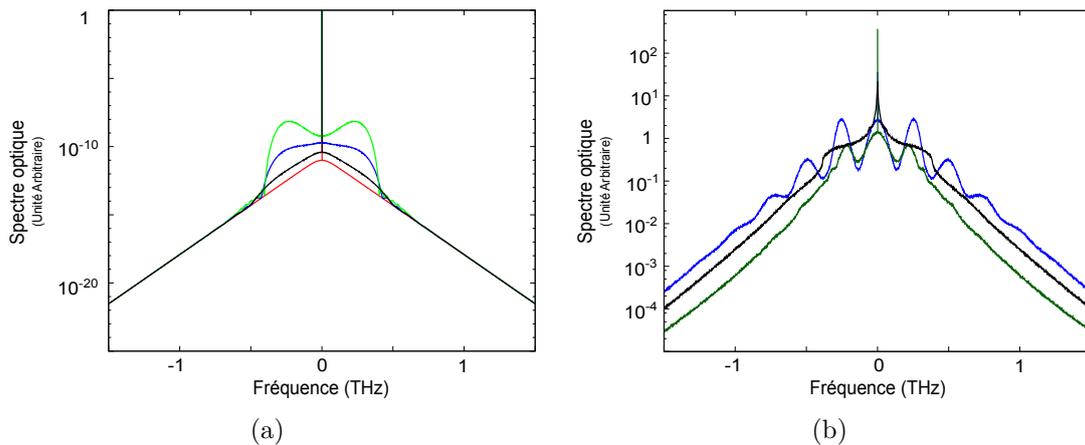


FIGURE 3.23 – Evolution du spectre du condensat bruité à différentes distances de propagation. Condition initiale en rouge. (a) Pour 40 m (noir), 100 m (bleu), 180 m (vert). (b) Pour 435 m (bleu), 505 m (vert) et 5 km (noir).

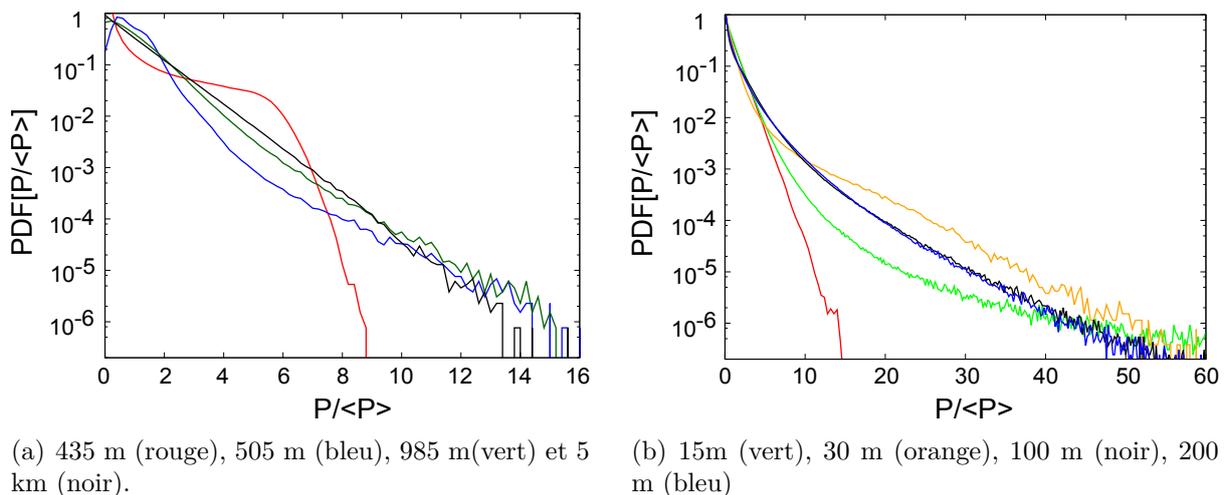


FIGURE 3.24 – Distributions de probabilité des fluctuations de puissance pour : (a) Condensat bruité. (b) Onde partiellement cohérente.

à 5 km (noir). Ce comportement est particulier car la statistique tend vers une distribution de probabilité exponentielle alors que la statistique de la condition initiale est proche d'une distribution de Dirac (statistique gaussienne centrée autour la puissance moyenne). Ceci est très différent dans le cas de l'onde partiellement cohérente (figure 3.14(b)) où l'on tend vers une distribution à queue lourde en partant d'une distribution de probabilité exponentielle pour la condition initiale.

Nous avons réalisé ici une comparaison entre la propagation d'une onde partiellement et un condensat bruité. Les paramètres de la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension sont les mêmes dans les deux cas. Les résultats que nous présentons pour le condensat bruité ont été initialement publiés et étudiés par Agafontsev *et al.* [Agafontsev et Zakharov 15]. Cependant, la comparaison entre ces deux ondes aléatoires montre qu'il existe un état stationnaire statistique dépendant de la

nature de la condition initiale.

**Dynamique des deux types d'ondes aléatoires** Dans le premier chapitre (section 1.2.3.2), nous avons présenté les études réalisées dans le cas d'un condensat bruité [Dudley *et al.* 14, Toenger *et al.* 15]. Dans ces travaux, les auteurs s'intéressent à l'évolution spatio-temporelle du système d'onde. Par ailleurs, Dudley *et al.* ainsi que Toenger *et al.* essaient d'identifier les structures cohérentes de grandes amplitudes en les comparant à des solutions particulières de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (solitons sur fond continu).

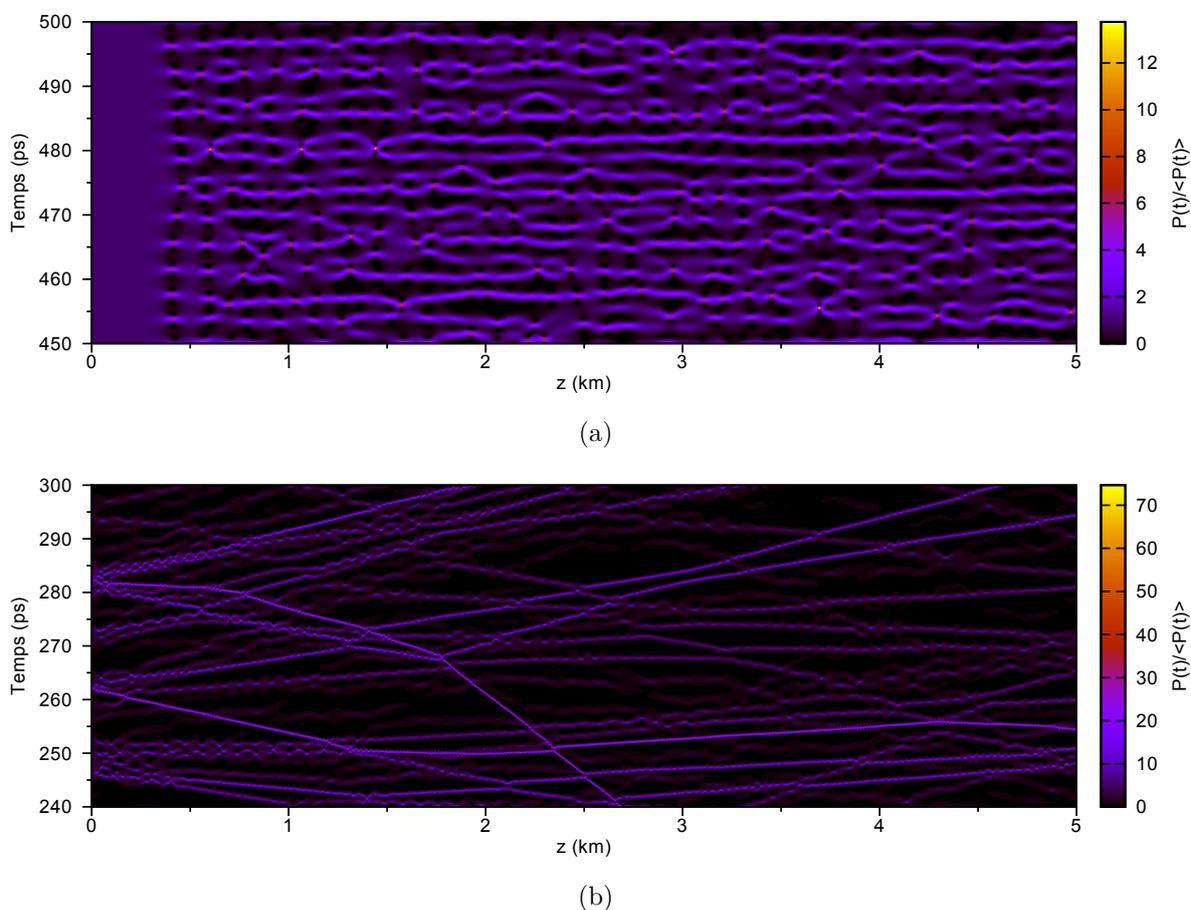


FIGURE 3.25 – Diagramme spatio-temporel sur une distance de 5km pour le condensat bruité (a) et l'onde partiellement cohérente (b)

Nous avons choisi de poursuivre notre comparaison en comparant les diagrammes spatio-temporels caractérisant l'évolution du condensat bruité (figure 3.25(a)) et de l'onde partiellement cohérente (figure 3.25(b)). Nous rappelons que cette comparaison est effectuée dans les mêmes paramètres, sur la même distance de propagation (5 km) et que seule la condition initiale change. Pour le condensat bruité, on peut distinctement constater l'émergence de structures cohérentes périodiques en temps, en espace ou les deux. Ces structures semblent se scinder, puis, collisionner à différentes distances de propagation.

Dans le cas de l'onde initialement partiellement cohérente, le comportement est très différent. Certes, on distingue la collision de structures particulières, mais, à grandes distances, ces structures se propagent avec des vitesses différentes dans le plan associé à l'évolution spatiale ( $z$ ) et temporelle ( $t$ ) de l'onde.

Le dernier point que nous souhaitons aborder concerne la comparaison des fluctuations temporelles d'intensité de ces deux ondes aléatoires à l'état stationnaire statistique (5 km). Dans l'exemple de la figure 3.26(a) où la puissance est normalisée, on distingue un maximum dont la valeur est 10 fois supérieure à la puissance moyenne. Pour l'onde partiellement cohérente, le comportement est différent et on constate l'émergence de structures dont la puissance est 15 à 35 fois supérieure à la puissance moyenne. Cependant, les conditions initiales sont très différentes. Pour le condensat bruité (figure 3.21(a)) les fluctuations d'intensité sont très faibles autour de  $\langle |\psi|^2 \rangle$  alors que pour l'onde partiellement cohérente (figure 3.21(b)), les fluctuations d'intensité sont fortement contrastées. Nous supposons que l'instabilité de modulation dépend localement du niveau de puissance des fluctuations. Si nous reprenons la figure 3.21(b) pour l'onde partiellement cohérente, on peut remarquer des fluctuations d'intensité de puissance initiale déjà quatre fois supérieures à la valeur moyenne. Il n'est pas étonnant, dans ce cas, d'observer des structures cohérentes de puissance beaucoup plus importantes en comparaison avec le condensat bruité où les toutes les fluctuations d'intensité sont faibles et centrées autour d'une valeur moyenne constante  $\langle |\psi|^2 \rangle = P_0$ .

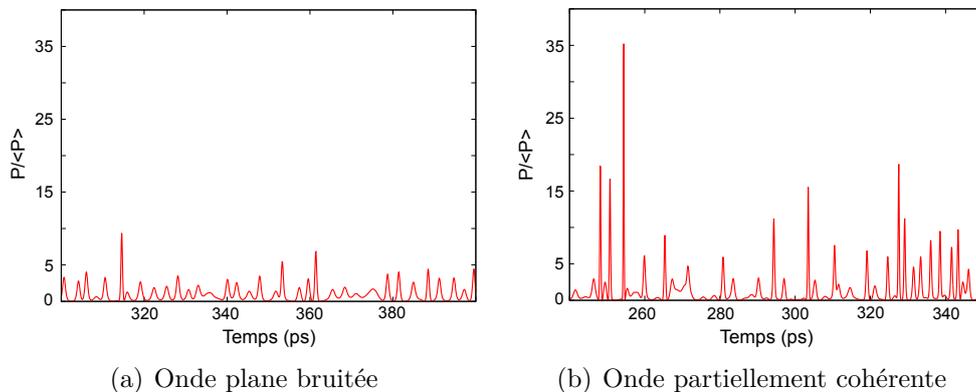


FIGURE 3.26 – Fluctuations d'intensité du champ aléatoire à  $z=5\text{km}$  et normalisées par rapport à  $\langle |\psi|^2 \rangle = P_0$  pour deux conditions initiales de nature différente (a) et (b).

### 3.4 Phénomène d'intermittence

L'objectif de cette section est de montrer que le phénomène d'intermittence peut également être observé en régime de dispersion anormale. Pour cela, nous avons repris les résultats de la simulation de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension à l'état stationnaire statistique (section 3.3.2.1, pour une distance de 100 m) et appliqué un filtrage par un filtre passe-haut. Le principe du traitement est identique à celui effectué dans le deuxième chapitre, pour l'étude de l'intermittence (section 2.3.3).

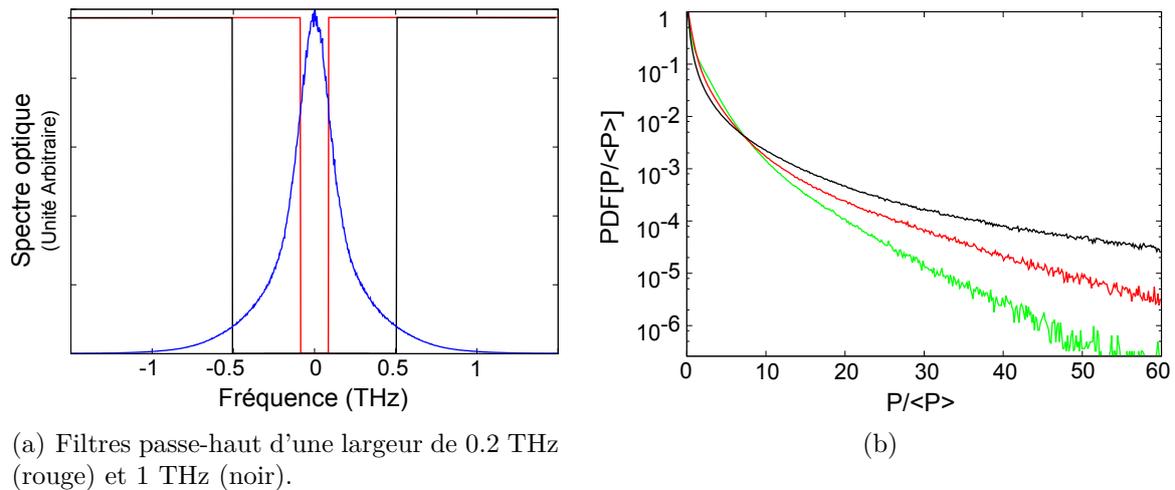


FIGURE 3.27 – (a) Spectre de puissance obtenu pour une distance de 100 m en bleu à l'état stationnaire statistique caractérisée dans la section 3.3.2.1. Le filtrage de ce spectre est effectué par des filtres passe-haut dont d'une largeur de 0,2 THz (rouge) et 1 THz (noir). (b) Distribution de probabilité associées aux filtrages par les filtres passe-haut. En vert, filtrage par un filtre passe-haut de largeur nulle.

La figure 3.27(b) représente le spectre de puissance obtenu à une distance de 100 m sur lequel nous avons superposé le filtrage par un filtre passe-haut d'une largeur de 0,2 THz (rouge) et 1 THz (noir) de manière à étudier le comportement statistique de l'onde à différentes échelles. Nous avons représenté sur la figure 3.27(a), les distributions de probabilité associées aux filtrages présentés sur la figure 3.27(b) sur laquelle nous avons ajouté le filtrage par un filtre passe-haut de largeur nulle (vert). On constate que la distribution de probabilité est à queue lourde dans les trois cas. Lorsque le filtre possède une largeur nulle nous prenons en compte l'ensemble des fluctuations temporelles d'intensité (section 2.3.3). Pour cette raison, nous obtenons une distribution de probabilité à queue lourde. Par ailleurs, à différentes échelles, la distribution de probabilité évolue. Ce comportement met en évidence la présence d'un phénomène d'intermittence en régime de dispersion anormale. De plus, nous venons de montrer que le phénomène d'intermittence est présent en turbulence intégrable quelque soit le signe de la dispersion.

### 3.5 Conclusions. Ondes scélérates en optique et analogie avec l'hydrodynamique

Dans ce chapitre, nous avons étudié le régime de dispersion anormale de la turbulence intégrable. Notre condition initiale est une onde partiellement cohérente dont la propagation est régie par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension.

Nous avons montré numériquement qu'il existe un état stationnaire statistique caractérisé par une distribution de probabilité à queue lourde. Temporellement, les fluctuations d'intensité de l'onde aléatoire montrent la présence de structures cohérentes rapides, de grandes amplitudes et dont la forme s'approche des solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (solitons sur fond continu). De plus, nous

avons réalisé une expérience d'optique non linéaire quantitativement reproduite par la simulation numérique. A notre connaissance, nous avons réalisé la première expérience d'optique permettant d'observer les déviations de la statistique gaussienne d'une onde partiellement cohérente après propagation non linéaire dans une fibre optique en régime de dispersion anormale. Deux points importants démarquent notre étude de ce qui est réalisé dans la littérature :

Premièrement, nous avons développé une méthode d'échantillonnage optique asynchrone afin de détecter les fluctuations rapides d'un signal partiellement cohérent. Notamment, nous avons prouvé que nous étions capables de mesurer la fonction de densité de probabilité associée à des fluctuations aussi rapides que 250 fs. Cependant, cette méthode est limitée car elle nous permet uniquement de calculer les distributions de probabilité. Nous ne sommes pas capables de reconstruire le signal aléatoire dans son intégrabilité. Dans la section 3.2.1, nous avons évoqué certaines méthodes permettant de caractériser des impulsions ultra-courtes. Actuellement, des travaux dans le groupe de Dynamique non linéaire des systèmes optiques et biologiques du laboratoire PhLAM cherchent à développer une méthode de mesure ultra-rapide afin d'observer la forme des fluctuations d'intensité.

Deuxièmement, nous utilisons une onde partiellement cohérente et non une onde plane bruitée. Le concept d'ondes scélérates prend son origine en hydrodynamique et la surface des océans est le lieu de l'interaction entre de nombreuses ondes d'amplitudes et de phases aléatoires pouvant être modélisées par une onde incohérente de statistique gaussienne [Nazarenko 11]. Nos travaux en optique sont analogues à ceux réalisés en hydrodynamique dans des expériences effectuées dans un canal à une dimension [Onorato *et al.* 04, Onorato *et al.* 05]. Dans ces expériences, les auteurs montrent que pour un indice de Benjamin-Feir (section 1.2.1.4) supérieur à un, la formation d'ondes scélérates est caractérisée par une déformation de la statistique gaussienne. Nous avons calculé l'indice de Benjamin-Feir (BFI) (formule 1.61, section 1.2.1.4) dans le cas de notre expérience. En prenant une puissance moyenne de 0,6 W,  $|\gamma| = 50 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ ,  $|\beta_2| = 20 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$  et  $\Delta\Omega_{\text{rms}} = 1,1875 \text{ rad/ps}$ , on trouve  $\text{BFI}_{\text{optique}} = 1,46$ . La quantité d'énergie non linéaire est plus importante dans nos expériences, ce qui favorise l'action de l'instabilité de modulation dans la formation d'ondes scélérates. Par ailleurs, en hydrodynamique, il est difficile d'atteindre des valeurs de l'indice de Benjamin-Feir trop élevées car une trop forte non linéarité dans le système provoque un phénomène de déferlement<sup>26</sup> par l'intermédiaire duquel le front montant de la vague se brise.

Enfin, l'apparition des ondes scélérates dans un système d'onde peut être abordée de deux manières différentes. Il est possible d'utiliser l'approche statistique et un critère comparant l'amplitude des fluctuations par rapport à un seuil. Du point de vue statistique, si la distribution de probabilité est supérieure à la distribution exponentielle alors le système d'onde contient des ondes scélérates. Dans ce cas, la condition initiale type onde plane bruitée ne contient pas d'ondes scélérates à l'opposé de l'utilisation d'une onde partiellement cohérente. Du point de vue de l'amplitude des fluctuations, à la fois l'utilisation d'une onde plane bruitée et d'une onde partiellement cohérente permet d'observer la formation d'ondes scélérates. Pour ces raisons, nous considérons que l'étude de la formation des ondes scélérates restent un sujet ouvert.

---

26. Un exemple bien connu est le déferlement d'une vague à l'approche du rivage.

## Quatrième chapitre



# Chapitre 4

## Laser Raman à fibre : étude du régime transitoire et statistique

### 4.1 Introduction

Dans le premier chapitre (section 1.1.2.5), nous avons effectué un état de l'art des lasers Raman à fibre. Nous avons présenté les différentes théories permettant d'expliquer l'élargissement spectral mais également l'évolution de la statistique de l'onde Stokes intra et extra-cavité. Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse sur les lasers Raman. Ce chapitre est divisé en deux parties distinctes :

Dans la première partie de ce chapitre (section 4.2), nous présentons un travail expérimental permettant d'étudier l'élargissement spectral de l'onde Stokes dans le régime transitoire du laser Raman. Cette étude a été initiée par les travaux récents de Turitsyna *et al.* mettant en évidence un phénomène de *condensat spectral* dans le régime transitoire d'un laser Raman à fibre [Turitsyna *et al.* 09]. Par ailleurs, nous avons comparé l'élargissement spectral de l'onde Stokes dans le régime transitoire à l'élargissement obtenu dans le régime permanent. Nous avons montré que l'élargissement spectral suit une loi en racine carrée quelque soit le régime d'oscillations du laser Raman.

Dans la deuxième partie de ce chapitre (section 4.3), nous présentons les résultats issus de la première mesure expérimentale de la statistique du laser Raman à fibre. Nous avons adapté la méthode d'échantillonnage optique asynchrone présentée dans le troisième chapitre (section 3.2.2) à l'échantillonnage des fluctuations d'intensité de l'onde Stokes. Grâce à cette méthode, nous avons été capable de mesurer les distributions de probabilité de l'onde Stokes à différents endroits dans la cavité du laser Raman. Ces résultats rejoignent les conclusions de Randoux *et al.* et de Churkin *et al.* établies à partir des simulations numériques d'une équation de Schrödinger non-linéaire généralisée (section 1.1.2.5) [Randoux *et al.* 11, Churkin *et al.* 11]. Par ailleurs, nous avons également effectué les simulations numériques dans les paramètres de l'expérience à partir du modèle utilisé dans le travail de Randoux *et al.* en régime de dispersion normale [Randoux *et al.* 11]. Nous montrons alors que les distributions de probabilité reproduisent qualitativement les résultats expérimentaux. De plus, les fluctuations d'intensité de l'onde Stokes incidente sur les miroirs de Bragg semblent révéler l'apparition de structures cohérentes telles que des solitons noirs ou gris.

## 4.2 Etude expérimentale du régime transitoire

L'ensemble de cette section est tirée de l'article [Suret *et al.* 13] qui est intitulé :

### Transient buildup of the optical power spectrum in Raman fiber lasers

Pierre Suret, Pierre Walczak and Stéphane Randoux\*

We implement an experimental technique enabling to study the transient buildup of the optical power spectrum in a Raman fiber laser. We investigate the way through which the laser optical power spectrum broadens before reaching its shape at steady-state.

#### Introduction

From the observation of the phenomenon of supercontinuum (SC) generation in optical fibers, questions related to the nonlinear propagation of one-dimensional incoherent light waves have attracted a great deal of interest [Dudley *et al.* 06, Laurie *et al.* 12, Suret *et al.* 11]. Those questions are not restricted to the only process of SC generation : they have also been examined for partially coherent cw fiber lasers such as Raman fiber lasers (RFLs)[Babin *et al.* 07b, Turitsyna *et al.* 09, Randoux *et al.* 11, Turitsyna *et al.* 12]. RFLs are now seen as light sources having an optical power spectrum that is determined by turbulentlike weak interactions among their multiple (typically  $\sim 10^5$ - $10^8$ ) cavity modes [Babin *et al.* 07b, Turitsyna *et al.* 09, Turitsyna *et al.* 12].

Although RFLs are *cavity-based* sources that differ conceptually from *single-pass* sources emitting SC, analogous features have been experimentally observed in both systems. In particular an extreme-type statistics has been observed both in SC generation and in RFLs [Solli *et al.* 07, Randoux et Suret 12]. From the theoretical point of view, wave turbulence theory has been used to describe the phenomenon of spectral broadening occurring both in SC generation and in RFLs [Barviau *et al.* 09, Babin *et al.* 07b].

Apart from experimental and theoretical approaches, numerical modelling of spectral, temporal and statistical properties of SC or RFLs is also currently a very active field of research [Churkin et Smirnov 12]. In the specific case of RFLs, Turitsyna *et al.* have used numerical simulations to show that the sign of the second-order dispersion parameter  $\beta_2$  drastically changes the spectral shape together with the statistics of the laser radiation [Turitsyna *et al.* 09]. In addition, numerical simulations made in ref. [Turitsyna *et al.* 09] and [Turitsyna *et al.* 12] predict a phenomenon of spectral condensate for RFLs operating in the normal dispersion regime ( $\beta_2 > 0$ ). The spectral condensate consists of a set of a few modes persisting over a time depending on the value of  $\beta_2$  and on the total number of modes used in the numerical calculation. It persists typically over hundreds of round trips after the laser turn-on and the RFL power is found to be quite constant during the condensate lifetime. The condensate destruction is manifested by a sharp transition to a lower mean power and to a wider optical spectrum corresponding to strong Stokes intensity fluctuations [Turitsyna *et al.* 09, Turitsyna *et al.* 12].

Up to now, the spectral condensate has not been observed in experiments and it remains a pure numerical prediction. Beyond an experimental tracking of this phenomenon, questions related to the transient buildup of the optical power spectrum in RFLs have

not been investigated from experiments. To date only questions related to the shape of the mean optical power spectrum *at steady state* have been considered together with issues concerning the influence of some laser parameters (see e.g. [Babin *et al.* 07b, Dalloz *et al.* 10]). However note that the switching dynamics of cascaded RFLs has been studied both from experiments and numerical simulations in ref. [Burgoyne *et al.* 04] and [Cierullies *et al.* 05]. Let us emphasize that these works [Burgoyne *et al.* 04, Cierullies *et al.* 05] only provide information on the transient evolution of the Stokes power but no information on the transient buildup of the optical power spectrum.

In this paper, we demonstrate an experimental technique enabling to record the mean optical power spectrum of a RFL during the transient regime in which the intracavity Stokes power builds up consecutively to a sudden switch-on of the pump power. The proposed setup permits to question the way through which the Stokes optical power spectrum broadens before reaching its shape at steady-state. In Sec. 4.2, we detail the design of our experimental setup. In Sec. 4.2, we explore the broadening of the RFL optical power spectrum in the transient regime associated with the buildup of Stokes emission from noise to steady state.

## Experimental setup

Our experimental setup schematically shown in Fig. 4.1 is basically similar to the one already used in ref. [Randoux *et al.* 11, Randoux et Suret 12, Dalloz *et al.* 10]. The RFL is pumped by a linearly-polarized Yb-doped fiber laser operating at  $\lambda_p = 1100$  nm. It is made with a 500-m long polarization-maintaining fiber (PMF) having a measured Raman gain of 12.3 dB/km/W at the Stokes wavelength  $\lambda_s \simeq 1159$  nm. The pump wave undergoes a single pass inside the fiber. The fiber losses are of 0.9 dB/km and 0.8 dB/km at  $\lambda_p$  and  $\lambda_s$ , respectively. At  $\lambda_s$ , the second-order dispersion coefficient of the fiber is  $\beta_2(\lambda_s) = +15.7$  ps<sup>2</sup>/km. The laser cavity is made with two uniform (unchirped) fiber Bragg gratings with a bandwidth of  $\sim 0.5$  nm and peak reflectivities of  $R_1 \simeq 99\%$  and  $R_2 \simeq 80\%$ . The pump power available after the first cavity mirror FBG1 can be measured from a fiber coupler (FC) labeled FC1. In this work, we consider the spectrum of the Stokes light incident on the output cavity mirror FBG2. It can be recorded by using another FC (FC2) and a wavelength-dense multiplexer (WDM) separating Stokes light from pump light. The single-pass insertion losses of FC1 (resp. FC2) are 14% (resp. 10%) at  $\lambda_s$ . The laser power threshold  $P_{Th}$  measured at FC1 is close to 350 mW. The round trip time  $\tau_R$  of light inside the laser cavity is close to  $5\mu\text{s}$ .

The experimental investigation of the transient buildup of the Stokes power spectrum requires to abruptly switch on the pump power and to subsequently record the Stokes optical power spectrum at some precise steps in the transient regime associated with the buildup of Stokes emission from noise to steady state. The duration of this transitory regime is much shorter than the time required to record the optical power spectrum by using an optical spectrum analyzer (OSA). Therefore, in our setup, the pump power is periodically switched on and off by using a power modulator. In our experiments, we have used either an acousto-optic modulator (AOM) or a chopper wheel to modulate the pump power. The AOM presents the advantage of a short pump-power rise time ( $\sim 10$  ns) but the disadvantages of relatively high insertion losses ( $\sim 4$  dB) and low damage threshold ( $\sim 5$  Watt) that do not permit to push the incident pump power  $P_{in}$  above  $\sim 3 P_{Th}$ . With

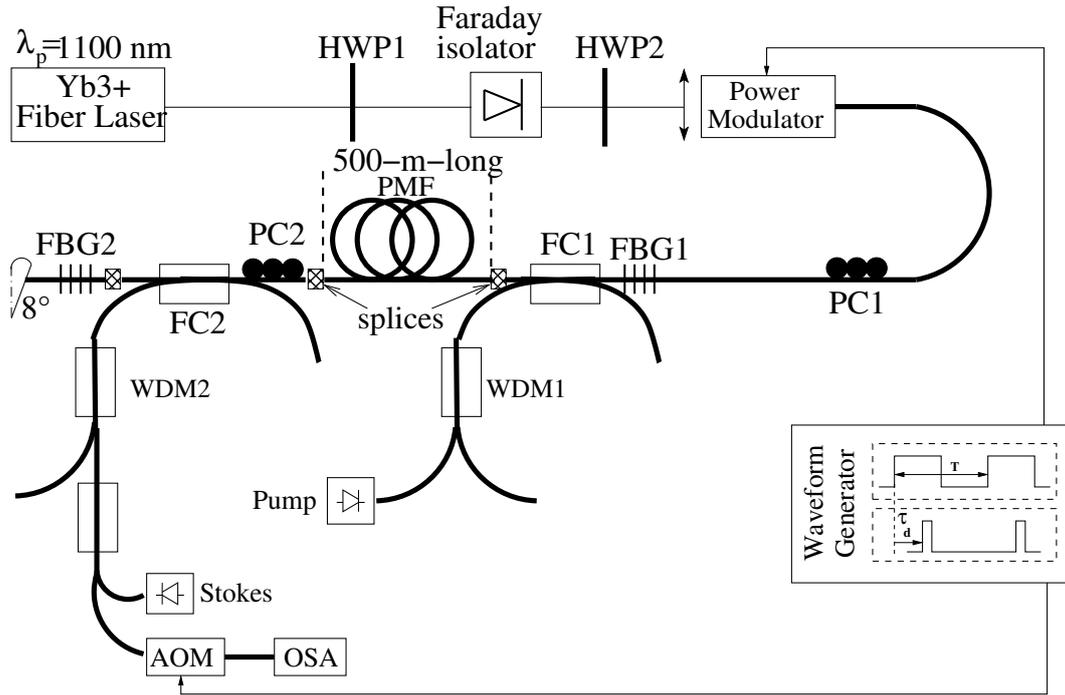


FIGURE 4.1 – Experimental setup. HWP : Half-wave plate. PC : Polarization controller. AOM : acousto-optic modulator. OSA : Optical spectrum analyzer. Depending on the experiments, the power modulator can be either a chopper wheel or an AOM.

the chopper wheel, the incident pump power  $P_{in}$  can be increased up to  $\sim 11 P_{Th}$  but the minimum pump power rise time is around  $\sim 2 \mu s$ . The power modulator (AOM or chopper wheel) is driven by a waveform generator that delivers a square waveform with a period  $T$  typically around 1 ms (i.e.  $T \gg \tau_R$ ).

To measure the Stokes optical power spectrum at some precise steps in the RFL transitory response, we need an optical gate that can slice short time windows in the intracavity Stokes signal growing from noise to steady-state. The key element to achieve this time slicing is a second fiber AOM that is placed after FC2 and WDM2, as shown in Fig. 1. This fiber AOM is periodically driven by a short electrical pulse that has a duration  $\tau_p$  much shorter than  $\tau_R$  ( $\tau_p$  is either taken to  $1 \mu s$  or to  $0.125 \mu s$ ). The pulsed signal driving the fiber AOM has a period  $T$  and it is synchronously generated by the waveform generator already driving the power modulator. Since the time delay  $\tau_d$  between the leading edge of the square signal and the pulsed signal can be continuously changed, we can slice short time windows at some arbitrary positions in the transient buildup of the Stokes power (see Fig. 4.2 and 4.3).

The pulsed periodic Stokes signal found at the output of the fiber AOM is finally launched in an OSA (Advantest Q8384), as shown in Fig. 4.1 1. The Stokes optical power spectrum at some particular point inside the transient buildup is acquired in a typical time of  $\sim 30$  s. This relatively long acquisition time is necessary to record a mean spectrum from a signal with a weak duty cycle  $\tau_p/T$  of only  $\sim 10^{-3}$ . Note that we have checked that the power of the RFL does not significantly drift over the acquisition time of the OSA.

## Transient buildup of the intracavity Stokes optical power spectrum

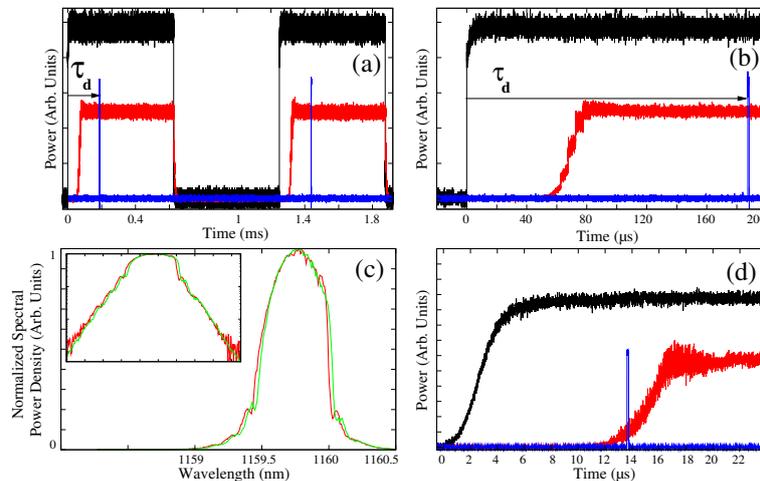


FIGURE 4.2 – (a), (b) (d) Dynamics of the input pump power (black line), of the intracavity Stokes power (red line) and of the Stokes signal (blue line) launched in the OSA. (b) is a magnified view of (a) for  $P_{in} \sim 3P_{Th}$  with the AOM as power modulator. (d) is recorded for  $P_{in} \sim 11P_{Th}$  with the chopper wheel as power modulator. (c) Comparison between the intracavity Stokes power spectra recorded at steady state with (red line) and without (green line) switching the input pump power (inset : laser spectra in vertical logarithmic scale).

Figure 4.2(a) and 4.2(b) show the response of the RFL to periodic and abrupt switches of the pump power. Figure 4.2(a) and 4.2(b) have been recorded with the AOM as power modulator. The incident pump power  $P_{in}$  reaches a maximum and constant value of  $\sim 1$  Watt (i.e.  $P_{in} \sim 3P_{Th}$ ) in a short duration of 10 ns. In these conditions, the RFL switches on after a delay of  $\sim 60 \mu$ s. As illustrated in Fig. 4.2(d), this delay is reduced to  $\sim 12 \mu$ s when the incident pump power is increased to  $\sim 4$  Watt (i.e.  $P_{in} \sim 11P_{Th}$ ). For a relatively low pump power ( $P_{in} \sim 3P_{Th}$ ), the intracavity Stokes power builds up in several discrete steps, each of them having a duration  $\tau_R$  of one cavity round trip ( $\sim 5 \mu$ s) (see Fig. 4.2(b)). On the other hand, the duration of the RFL switching transient is reduced to  $\sim 5 \mu$ s at higher pump power ( $P_{in} \sim 11P_{Th}$ ) (see Fig. 4.2(d)). Because of the use of the chopper wheel at high pump power, the rise time for the pump power ( $\sim 2 \mu$ s) in Fig. 4.2(d) is close to the duration of the laser switching transient, thus possibly smoothing discrete steps such as the ones reported in Fig. 4.2(b).

Preliminary experiments have been performed in order to evaluate the performances of the time-resolved measurement of the Stokes optical power spectrum described in Sec. 4.2. To this end, Stokes optical spectra *at steady-state* have been compared *with and without* activating the periodic modulation of the input pump power. When the pump power is not modulated, we simply record the mean Stokes optical power spectrum at steady state for a given intracavity Stokes power  $P_s$ . In these simple conditions, the time-resolved measurement of the spectrum is obviously not activated and the corresponding spectrum

is plotted in green lines in Fig. 4.2(c). When the pump power is periodically switched on and off, we use the optical gating technique described in Sec. 4.2 and we record the Stokes optical power spectrum at steady state, well after the transient evolution of the Stokes power (see Fig. 4.2(a), 4.2(b) showing that a delay  $\tau_d \sim 190\mu s$  is used to record spectra plotted in red lines in Fig. 4.2(c)).

Figure 4.2(c) shows that there is only a small difference between the spectra measured with the two methods at the same intracavity Stokes power  $P_s$ . Secondary experiments have shown that this small difference arises from thermal expansion of the FBGs, a phenomenon that has already been pointed out in ref. [Karalekas *et al.* 07]. Switching on and off the incident pump power divide in half the average pump power seen by the FBGs, thus slightly reducing the thermal expansion of the FBGs and consequently the weak thermal shift ( $\sim 0.02$  nm) of the Stokes central wavelength.

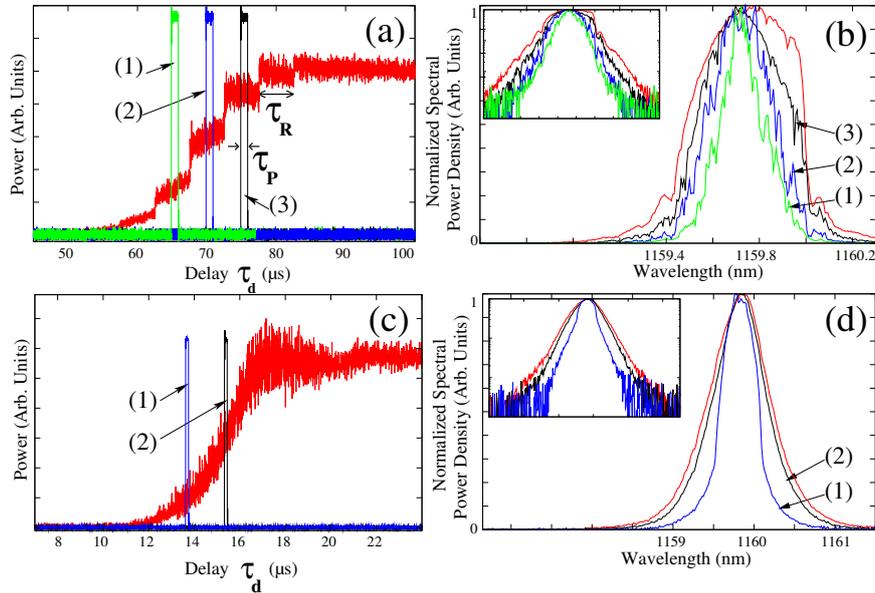


FIGURE 4.3 – (a), (c) Transient buildup of the intracavity Stokes power and (b), (d) corresponding buildup of the Stokes optical power spectrum when the incident pump power is abruptly switched on between zero and  $P_{in}$ . In (a), (b)  $P_{in} \sim 3P_{Th}$ . In (c), (d),  $P_{in} \sim 11P_{Th}$ . The normalized spectra (1), (2), (3) in the right-column are measured during the time windows (1), (2), (3) shown in the left-column by using the experimental technique described in the text. The normalized spectra plotted in red in (b) and (d) are the laser spectra at steady-state. The insets in (b), (d) are the laser spectra plotted in vertical logarithmic scale.

Considering that we can now confidently assume that our time-resolved spectral measurement technique is valid, we have measured the intracavity Stokes spectra at some discrete positions in the transient buildup of the intracavity Stokes power, as illustrated in Fig. 4.3(a),(c). As shown in Fig. 4.3(b) and 4.3(d), experiments reveal a monotonic broadening of the intracavity Stokes optical power spectrum. Note that the spectral condensate predicted in ref. [Turitsyna *et al.* 09, Turitsyna *et al.* 12] has not been observed with the parameters of our RFL. To further investigate the buildup of the Stokes optical power

spectrum, we have studied the evolution of its full width at half maximum (FWHM) as a function of the intracavity Stokes power. The black squares and green triangles plotted in Fig. 4.4 are obtained *in the transient regime* from the experiments above described. On the other hand, the blue cross plotted in Fig. 4.4 represent the FWHM of the intracavity Stokes spectrum *at steady state*. Figure 4.4 shows that the RFL spectrum *at steady state* broadens with the intracavity Stokes power according to a square-root law already evidenced in ref. [Babin *et al.* 07b]. Regarding the *transient* evolution of the RFL spectrum, our experiments strikingly show that it follows a square-root broadening close to the one observed at steady state.

Let us emphasize that Fig. 4.3 and Fig. 4.4 evidence features of qualitatively different natures : Fig. 4.3 shows that transient broadening of the spectrum to its steady-state is monotonic whereas Fig. 4.4 shows the existence of a square-root law connecting the FWHM of the Stokes spectrum and the intracavity Stokes power *both* in transient and in steady-state regimes.

From the square-root law found in our experiments, we conclude that the transient process through which the Stokes power spectrum builds up is physically essentially governed by the intracavity Stokes power. For RFLs operating in cavities made with hundred-meters long fibers, we can infer that the optical power spectrum at some step in the transient buildup is essentially determined by the instantaneous value taken by the intracavity Stokes power.

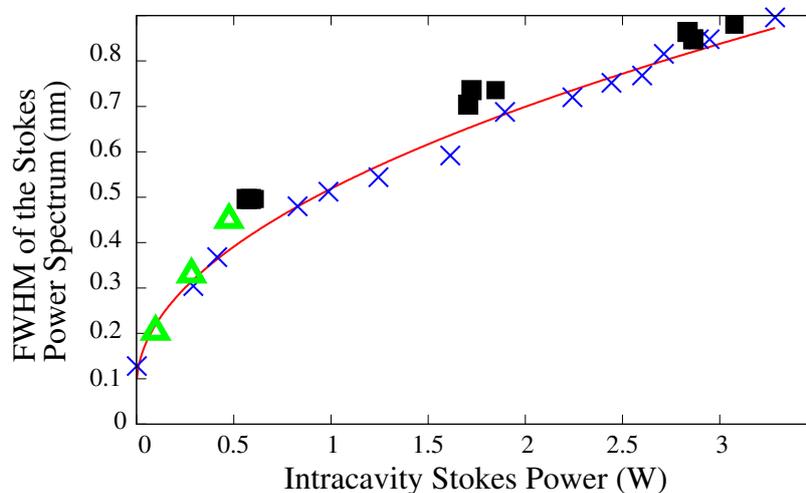


FIGURE 4.4 – Square-root broadening of the intracavity Stokes optical power spectrum. The blue cross represent experimental values of the FWHM of Stokes spectrum *at steady state* and the red line is a square-root fit of these data. The green triangles and the black squares are measurements of the FWHM made *in the transient build up* of Stokes emission. The green triangles have been measured with experimental conditions close to those of Fig. 3(a),(b) ( $P_{in} \sim 3P_{Th}$ ) and for three values of  $\tau_d$  ( $\tau_d = 65, 70, 75\mu s$ ). The black squares have been measured in three different runs with experimental conditions close to those of Fig. 3(c),(d) ( $P_{in} \sim 11P_{Th}$ ) and for three values of  $\tau_d$  ( $\tau_d \sim 13.1, 15.5, 16.2\mu s$ ).

## Conclusion

We have implemented an experimental technique enabling to record the mean optical power spectrum of a RFL during the transient regime in which the laser switches on consecutively to an abrupt change of the pump power. This setup permits to question the way through which the Stokes optical power spectrum broadens before reaching its shape at steady-state. In the transient regime associated with the buildup of the Stokes emission, our experiments show that the FWHM of the RFL spectrum monotonically broadens with the intracavity Stokes power.

Our study made with a RFL operating in a typical configuration commonly found proves that the square-root broadening evidenced in ref. [Babin *et al.* 07b] is a robust law not only valid at steady state but also in the transient regime. For the RFL used in our experiment, experiments did not reveal a signature showing the existence of a narrow Stokes optical power spectrum possibly associated with a spectral condensate. This is consistent with numerical simulations showing that the existence of the condensate dramatically depends on some laser parameters such as the number of interacting modes [Turitsyna *et al.* 09, Turitsyna *et al.* 12]. The experimental tracking of the phenomenon of spectral condensate requires the design of a specific RFL from numerical simulations and the setup presented in this paper could be useful for future experimental researches on this phenomenon.

## 4.3 Mesure expérimentale de la statistique

L'ensemble de cette section est tirée de l'article [Walczak *et al.* 15b] qui est intitulé :

### Statistics of a turbulent Raman fiber laser

Pierre Walczak, Stéphane Randoux and Pierre Suret\*

We report the experimental study of statistical properties of partially coherent waves emitted by a Raman fiber laser operating in the normal dispersion regime. Using an asynchronous optical sampling technique, we measure accurately the probability density function of the optical power of the Stokes wave that exhibits strong and fast fluctuations. As predicted from numerical simulations presented by Randoux *et al.* in *Opt. Lett.* **36**, 790, 2011, the statistical distributions of the intracavity Stokes power are found to be very different before and after reflection on the cavity Bragg mirrors. In particular the Stokes wave incident on fiber Bragg grating mirrors exhibits a statistics with tails that are much lower than those defined by the normal law.

All-fiber Raman lasers demonstrated around the beginning of the 2000's have been initially considered as versatile light sources having the ability to deliver high-power radiation at virtually any wavelength of the near-infrared region [Karpov *et al.* 99, Cumberland *et al.* 07, Bélanger *et al.* 08, Karalekas *et al.* 07]. However the optical power spectrum of Raman fiber lasers (RFLs) is typically composed of  $10^5$  to  $10^8$  longitudinal modes interacting through four-wave mixing processes and the partially coherent light emitted by these lasers rapidly fluctuates in time [Babin *et al.* 07b, Suret et Randoux 04]. Although the complicated turbulent-like processes coupling cavity modes practically influence the performances of RFLs, the question of their statistical and spectral properties has now taken a fundamental importance. Nowadays the RFL is considered as a physical system providing an extraordinary laboratory for the investigation of one dimensional dissipative turbulence [Babin *et al.* 07b]. In particular, recent experiments have demonstrated a laminar-turbulent transition in a RFL [Turitsyna *et al.* 13], thus revealing that some fundamental features found in the field of hydrodynamics can be also observed in optics .

Questions about the properties of the light emitted by RFLs have been first examined from the spectral point of view. The spectral broadening phenomenon occurring in RFLs has been experimentally studied in conventional lasers made with cavities including two fiber Bragg grating (FBG) mirrors [Bouteiller 03, Babin *et al.* 06, Babin *et al.* 07a, Babin *et al.* 08b, Babin *et al.* 08a, Suret *et al.* 13]. The influence of the spectral shape and of the phase of FBG mirrors on the laser power spectrum has been investigated in detail [Turitsyna *et al.* 10, Dalloz *et al.* 10]. The specific situation of ultralong fiber lasers, grating-free lasers and random distributed feedback lasers has been also examined in refs. [Randoux *et al.* 09, Babin *et al.* 08b, Babin *et al.* 08a, Turitsyn *et al.* 10] and the evolution of the spectral shape inside the laser cavity has been studied in ref. [Randoux *et al.* 11].

From the theoretical point of view, the mechanisms determining the shape and the width of the optical spectrum of RFLs have been analyzed by using the wave turbulence theory [Babin *et al.* 07b]. Within this theoretical framework, the optical power spectrum is an *averaged* statistical quantity [Nazarenko 11, Picozzi 07, Picozzi *et al.* 14]. Although

mean optical power spectra are relatively easy to measure, they only provide minor information about the statistics of the partially coherent field emitted by the laser. A more complete picture can be obtained from *statistical distributions* of the partially coherent wave. However it is often challenging to measure these quantities and this has never been made in RFLs. So far, statistical properties of ultralong RFLs have been investigated from numerical integration of a mean-field model [Turitsyna *et al.* 09]. Using a more complete model, Churkin *et al.* have used numerical simulations to compute the probability density function (PDF) of the intracavity Stokes power in a RFL operating in the normal dispersion regime [Churkin *et al.* 10]. It has also been predicted from numerical simulations that the statistics of the intracavity Stokes field is strongly modified by the reflection on the FBG mirrors [Churkin *et al.* 11, Randoux *et al.* 11].

To the best of our knowledge, the only experimental measurement of PDF of optical power in RFLs has been performed by using narrow spectral filters and conventional photodetectors [Randoux et Suret 12]. The use of this filtering technique in a RFL has revealed the occurrence of extreme events *in the tails of the spectrum*, which is a signature of a more general phenomenon of intermittency [Randoux *et al.* 14]. Despite these partial measurements of the light statistics made in some filtered regions of the laser spectrum, the statistical properties of the global Stokes field have never been measured.

Indeed, up to recent fundamental advances, the fast dynamics underlying the turbulent behavior of RFLs was not observable; contrary to some ytterbium fiber lasers specifically designed to emit a very narrow optical spectrum [Bednyakova *et al.* 13], the typical spectral width of fluctuations in RFLs is comprised between 100 and 300GHz. Therefore the Stokes dynamics cannot be *accurately* observed by using photodetectors having a maximum bandwidth that is around 50GHz. It has been recently shown that it is possible to determine whether the statistics of light is Gaussian or not by using an indirect technique based on detectors having a spectral bandwidth narrower than the bandwidth of light fluctuations [Gorbunov *et al.* 14]. However the PDF of optical power cannot be measured with this technique.

Optical sampling methods also represent powerful tools to investigate statistical properties of RFLs. These methods rely on the mixing of an incoherent signal with a regular train of short pulses in a nonlinear medium. Using Raman amplification in fiber, this method has been implemented for the investigation of intensity noise in RFLs [Schröder et Coen 09]. In recent experiments showing the occurrence of optical rogue waves in integrable turbulence, we have demonstrated that the PDF of optical power fastly fluctuating with time can be *accurately* measured with an asynchronous optical sampling (AOS) technique [Walczak *et al.* 15a].

In this letter, we use this AOS technique to measure, for the first time to our knowledge, the PDF of optical power fluctuations in a cw RFL. As expected from previous works [Randoux *et al.* 11, Churkin *et al.* 11], the statistics of light can be strongly non Gaussian. Confirming the numerical prediction of [Randoux *et al.* 11, Churkin *et al.* 11], we show additionally that the statistics of the Stokes light strongly changes from reflection on the cavity FBGs.

Fig. 4.5 shows a schematic representation of the experimental setup implemented to investigate the statistical properties of a RFL. The pump laser is a linearly-polarized

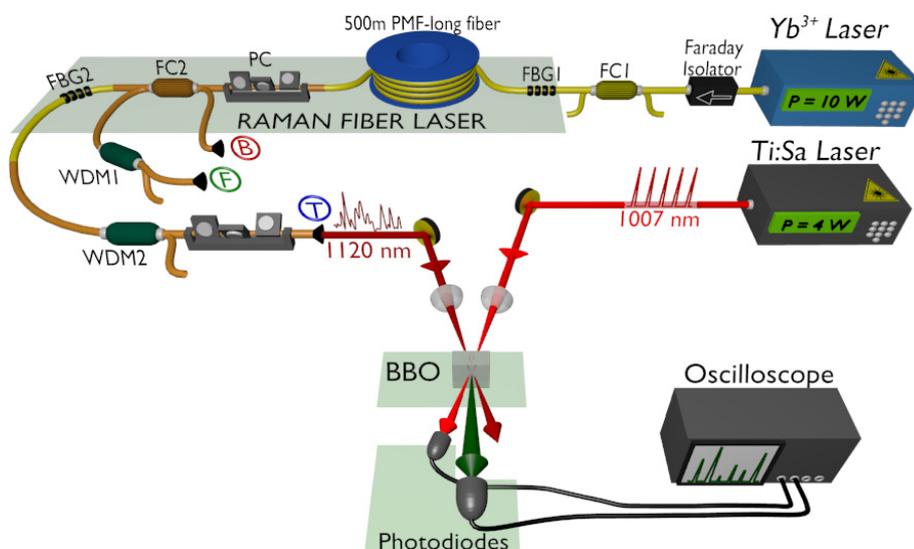


FIGURE 4.5 – Experimental setup. WDM : Wavelength-dense multiplexer. PC : Polarization controller. FC1 and FC2 : fiber couplers. FBG : Fiber Bragg grating. Observation of PDF of the Stokes intensity fluctuations is made at points T (Stokes light transmitted by FBG2), B (Stokes light reflected by FBG2) and F (Stokes light incident onto FBG2).

Yb-doped fiber laser operating at  $\lambda_p = 1064$  nm. The RFL is made with a 500-m long polarization-maintaining (PM) single mode fiber having a Raman gain of 12.3 dB/km/W at the Stokes wavelength  $\lambda_s \simeq 1120$  nm. The pump wave undergoes a single pass inside the fiber. The Kerr coefficient of the fiber is  $\gamma = 6\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ . The fiber exhibits a normal dispersion with a group velocity dispersion (GVD) coefficient  $\beta_2 \simeq 18\text{ps}^2\text{km}^{-1}$  at the Stokes wavelength. The fiber losses are of 0.8 dB/km at  $\lambda_s$ . The laser cavity is made with two unchirped PM FBGs and exhibiting spectral bandwidth of  $\sim 0.5$  nm and peak reflectivities of  $R_1 \simeq R_2 \simeq 99\%$ . Polarization controllers (PCs) are used to control the light state of polarization near FBG2. As extensively discussed in ref. [Dalloz *et al.* 10, Suret et Randoux 04], the RFL of Fig. 4.5 has been designed with a great care to make sure that the intracavity pump and Stokes waves remain linearly polarized best to within a few percent.

We study the PDFs of the Stokes field near FBG2. We use an intracavity fiber coupler (FC) made with a standard fiber and having a relatively high extraction coefficient ( $\simeq 50\%$ ) because the measurement of PDFs of the Stokes fields practically requires optical signals having a power that is around several hundreds of mW [Walczak *et al.* 15b]. With this FC, the effective maximum reflectivity coefficient of the output mirror is  $50\% \times 50\% \simeq 25\%$ . We will consider the optical spectra and PDFs of the intracavity forward-propagating Stokes wave (point *F* in Fig. 4.5), of the intracavity backward-propagating Stokes wave (point *B* in Fig. 4.5) and of the Stokes wave transmitted by FBG2 (point *T* in Fig. 4.5). The laser power threshold is  $\sim 750$  mW. In this letter, the input pump power is fixed at 7.8W and the optical power of the incident, reflected and transmitted Stokes waves are of  $P_F = 2.45\text{W}$ ,  $P_B = 0.55\text{W}$  and  $P_T = 1.18\text{W}$ , respectively.

The measurement of the PDF of optical power of the Stokes wave is achieved by using AOS (see [Walczak *et al.* 15b] for details). Green pulses are generated at a wavelength  $\lambda = 530\text{nm}$  by sum-frequency generation (SFG) between the Stokes waves and short

“pump” pulses having a central wavelength  $\lambda_P = 1007\text{nm}$ . SFG is achieved in a  $5 \times 5 \times 2\text{mm}$  BBO crystal. Non collinear Type I phase matching is achieved with an external angle of  $10^\circ$  between the pump and the Stokes waves. The 140fs-long pump pulses are emitted by a mode-locked Ti :Sa laser (Coherent Cameleon ultra II) with a repetition rate of 80MHz. The pulse-to-pulse peak power fluctuations are typically less than 4%. The maximum output power of the fiber laser is much weaker than the peak power ( $\simeq 7.10^4\text{W}$ ) of the pump pulses. The pump pulses remain therefore undepleted and the peak powers of SFG pulses are proportional to the instantaneous optical powers  $P_{i=F,B,T}$  carried by the signal [Boyd 92]. We compute the PDF of  $P_{i=F,B,T}$  from the statistical distribution of the peak powers of the periodic SFG pulses. The SFG pulses are observed by using a highly sensitive photodiode (MenloSystem FPD310-FV) having a gain of  $\simeq 10^4$  and a rise time of 0.7ns. We record the output of the photodiode with a fast oscilloscope (Lecroy WaveRunner 104MXi-A, bandwidth 1GHz, 10GS/s). The normalized PDF of the signal is computed from an ensemble of approximately 16 millions values of SFG peak powers.

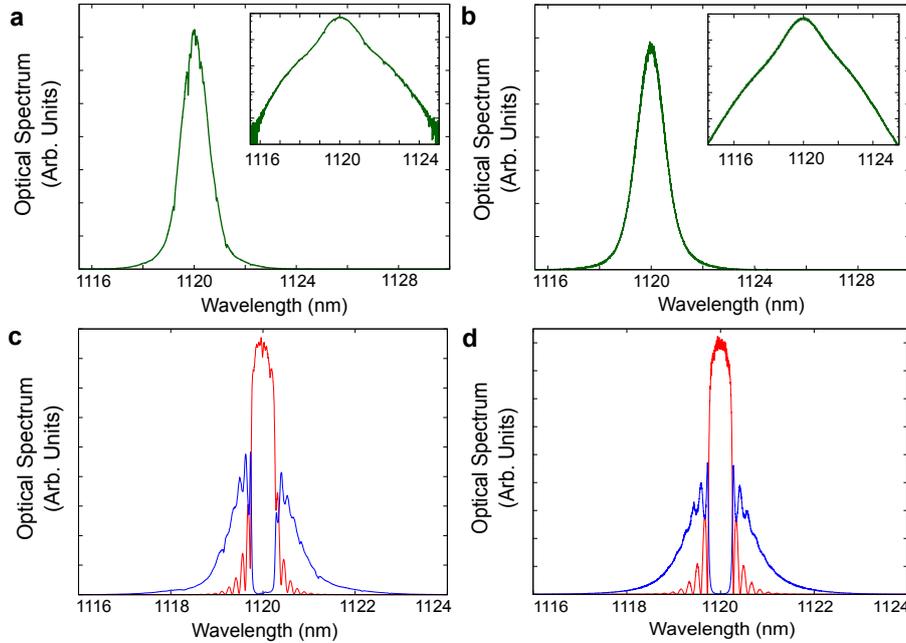


FIGURE 4.6 – (a), (c) Experiments. (b), (d) Numerical simulations. (a), (b) Optical power spectra of Stokes light incident onto FBG2 and (c), (d) of Stokes light transmitted (blue line) and reflected (red line) by FBG2. The insets in (a), (b) represent the spectra plotted in vertical logarithmic scale.

Optical power spectra of the forward, backward and transmitted Stokes waves are shown in Fig. 4.6. As already reported in [Randoux *et al.* 11, Churkin *et al.* 11], the shape of the spectrum strongly depends on whether Stokes light is incident, transmitted or reflected by FBG2. The typical spectral width of the Stokes waves  $\sim 1\text{THz}$  which corresponds to time scale for fluctuations of the optical power of the order of 1ps. As demonstrated in [Walczak *et al.* 15b], our AOS setup allows an accurate measurement of the PDF of optical power fluctuating over time scales as short as 250fs.

The PDFs of the normalized Stokes powers  $P_i/\langle P_i \rangle$  are shown Fig. 4.7. The exponential distribution exactly corresponding to a Gaussian statistics of the field is also shown in black solid line. Regarding Fig. 4.7, the first striking feature is that the PDF of power of the light that is incident on FBG2 is very different from the exponential law. As predicted from numerical simulations [Churkin *et al.* 10], the most probable value for  $P_F$  is non zero and it is almost equal to the average value  $\langle P_F \rangle$  of  $P_F$ . Moreover, the high values of the power are less probable than those predicted by the exponential distribution. This low probability of extreme events is a signature of the interplay between four wave mixing and *normal* GVD [Randoux *et al.* 14].

On the other hand, the PDFs of power fluctuations characterizing the transmitted and the reflected Stokes waves strongly differ from the PDF of the forward-propagating Stokes wave. As shown in Fig. 4.7, the PDF of reflected and transmitted Stokes light are very close to the exponential distribution. This means that *the linear spectral filtering induced by the FBGs induces a strong modification of the statistics of light*. These statistical features have been predicted from numerical simulations [Randoux *et al.* 11, Churkin *et al.* 11] but they have never been observed in experiments.

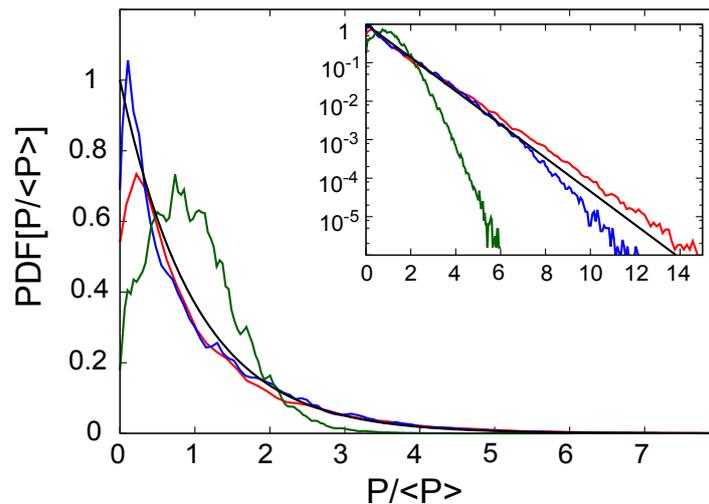


FIGURE 4.7 – Experiments. PDF of optical power of the Stokes wave that is incident on FBG2 (green line), reflected by FBG2 (red line) and transmitted by FBG2 (blue line). The black line represents the exponential distribution  $\text{PDF}[P/\langle P \rangle] = \exp(-P/\langle P \rangle)$ . Inset : vertical logarithmic scale is used instead of linear vertical scale.

Using the model and the algorithm described in [Randoux *et al.* 11], we have performed numerical simulations with the parameters corresponding to our experiments. The iterative model combines two equations describing the forward and backward propagation of Stokes waves together with the discrete spectral filtering action produced by the FBGs after each single-pass inside the cavity fiber [Randoux *et al.* 11]. The physical ingredients found in the propagation equations are the Raman gain, the linear losses, the Kerr effect and the GVD induced by the fiber. The reflections on FBG1 and FBG2 are treated by using the analytic expression for the complex reflectivity coefficients of the unchirped FBGs (Eq. (21) of ref. [Erdogan 97]).

Fig. 4.8 represents the temporal evolution and the stationary PDFs of optical powers computed from numerical simulations. As in the experiments, the Stokes wave that is incident on FBG2 exhibits a statistics that is far from the normal law whereas the statistics of the reflected and transmitted fields are nearly Gaussian (*i.e.* PDF of optical power nearly exponential). Stokes fields located near FBG1 exhibit statistical properties qualitatively similar to those found near FBG2.

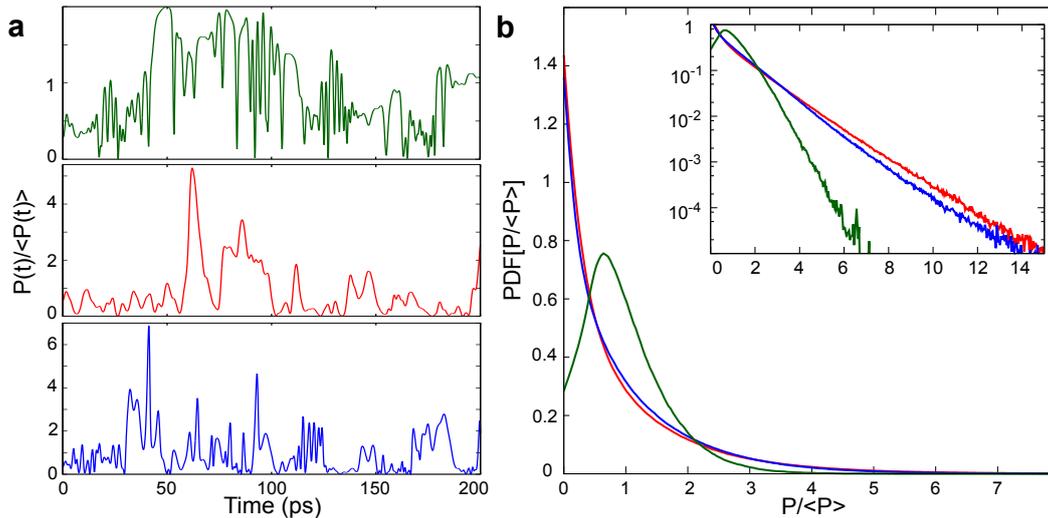


FIGURE 4.8 – Numerical simulations. Temporal evolution (a) and PDFs (b) of optical power of the Stokes wave that is incident on FBG2 (green line), reflected by FBG2 (red line) and transmitted by FBG2 (blue line).

The comparison between experiments (Fig. 4.7) and numerical simulations (Fig. 4.8.b) demonstrates that the model used in [Randoux *et al.* 11] reproduces the main statistical properties of the RFL. However differences can be noticed for large powers of the transmitted Stokes waves (blue lines in Fig. 4.7 and 4.8). The measurement of the PDF of the transmitted Stokes whose optical spectrum is dominated by high frequencies might be very sensitive to the AOS response time (250fs). These slight differences might also be due to some approximations of the model in which the pump is considered as monochromatic. Further investigation are needed to investigate the influence of the coherence of the pump [Churkin *et al.* 10].

In this letter, we have reported the first experimental measurement of the PDF of the optical power of Stokes waves emitted by a RFL operating at a high pumping rate. We have demonstrated that the AOS technique may be very useful to investigate the statistical behavior of complex optical devices such as fiber lasers, that exhibit fast dynamics of optical power [Lecaplain *et al.* 12].

From our experimental observations and our numerical simulations, the scenario of the emergence of non Gaussian statistics in RFLs can be drawn. In a first step, non-linear propagation inside the cavity fiber induces a strong distortion from the normal law. In the normal dispersion regime, a low-tail deviation from the normal distribution is observed. In a second step, statistics of the Stokes field becomes again nearly Gaussian from reflection on the FBG mirror. This two-step process repeats itself periodically

inside the laser cavity. The enhancement of the tail of the PDF induced by the transmission through the Bragg grating might be related to the intermittency phenomenon [Randoux et Suret 12, Randoux *et al.* 14]. Note that the statistical changes observed from a single pass propagation inside the cavity fiber are qualitatively similar to those found in a wave system described by the integrable one-dimensional nonlinear Schrödinger equation in the defocusing regime [Randoux *et al.* 14].

**Acknowledgments** This work was supported by the Nord-Pas de Calais Regional Council and European Regional Development Fund (CPER 2007-2013) and by the Agence Nationale de la Recherche (LABEX CEMPI project ANR-11-LABX-0007 and OPTIROC project ANR-12-BS04-0011).



## Conclusions et perspectives



# Conclusions et perspectives

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont consacrés à l'étude de la propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes dans une fibre optique monomode. Plus particulièrement, nous nous sommes intéressés à l'influence de la propagation non linéaire unidirectionnelle sur la statistique de l'onde aléatoire.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté un bref état de l'art des études numériques, théoriques et expérimentales traitant de l'évolution spectrale et statistique d'une onde partiellement cohérente en optique et en hydrodynamique. Sur le plan théorique, l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension joue un rôle central dans nos travaux car elle décrit quantitativement le comportement des expériences présentées aux deuxième et troisième chapitres. Cette équation admet des solutions aux propriétés remarquables telles que les solitons ou des solitons sur fond continu. L'équation de Schrödinger non linéaire décrit également des phénomènes génériques tels que les ondes dispersives de choc ou l'instabilité de modulation. D'un point de vue mathématique cette équation est intégrable car elle peut être résolue par la méthode de diffusion inverse (IST). Cependant, il est difficile de préserver l'intégrabilité d'un système aussi bien de manière numérique qu'expérimentale. Nous présentons brièvement des éléments de théorie de la turbulence d'onde permettant une approche statistique des solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Cependant, les contraintes inhérentes à la turbulence d'onde impose un cadre très restreint ; en particulier la non-linéarité doit être très faible. La turbulence intégrable regroupe l'ensemble des phénomènes dynamiques complexes dans un système intégrable, incluant ceux qui émergent en régime fortement non linéaire. Il existe peu d'études permettant d'apporter des comparaisons précises entre des expériences impliquant des ondes aléatoires et les simulations numériques stochastiques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Dans ce mémoire, nous contribuons au travers des expériences et des simulations numériques présentées à fournir, sur le plan statistique, des éléments de réponse aux questions posés par la théorie de la turbulence intégrable.

Dans les deuxième et troisième chapitres, nous avons présenté des expériences d'optique respectivement dans le régime de dispersion défocalisant et focalisant. Ces expériences visent à étudier les déviations de la statistique gaussienne de l'onde partiellement cohérente suite à la propagation non linéaire en simple passage dans la fibre optique. Le point clef de ces études concerne la détection des fluctuations rapides d'intensité de l'onde aléatoire qui est limitée par la bande passante des instruments de mesure.

Nous avons développé deux stratégies différentes. Dans le deuxième chapitre, nous avons dimensionné une source partiellement cohérente pour que sa largeur spectrale soit inférieure à la bande passante de notre système de détection rapide ( $\simeq 36$  GHz). Dans le

troisième chapitre, nous avons présenté la possibilité d'utiliser l'échantillonnage optique pour mesurer la statistique des fluctuations d'intensité. Cette méthode présente l'avantage de posséder une bande passante de l'ordre du THz. Cette utilisation de l'échantillonnage optique représente donc une avancée majeure dans la détection des ondes optiques aléatoires.

Ces techniques de détection nous ont permis d'étudier la propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes en régime de dispersion normale et anormale dans la fibre optique. Les résultats expérimentaux obtenus sont très bien décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous avons montré qu'il existait deux états stationnaires différents en fonction du régime de dispersion. En dispersion normale, la statistique de l'onde partiellement cohérente tend vers une distribution de probabilité à *queue légère*. Dans les fluctuations temporelles calculées numériquement, il semble que l'on peut distinguer des structures cohérentes particulières comme des solitons noirs ou gris ou des ondes dispersives. Au contraire, en régime de dispersion anormale, la statistique de l'onde partiellement cohérente tend vers une distribution de probabilité à *queue lourde*. Dans ce cas la déviation de la statistique gaussienne après propagation semble pouvoir être attribuée à l'émergence d'ondes scélérates. Les simulations numériques nous ont permis d'effectuer des ajustements de ces structures et montrer que leurs formes sont très proches des solitons sur fond continu (breathers d'Akhmediev, solitons de Peregrine, solitons de Kuznetsov-Ma).

Enfin, nous avons abordé le phénomène d'intermittence. Nous considérons que notre signal est intermittent au sens de la définition d'Uriel Frisch [Frisch 95] : un système présente de l'intermittence si la statistique des échelles lentes est différente de la statistique des échelles rapides. Cette séparation des échelles est réalisée en utilisant un dispositif de filtrage spectral des basses et hautes fréquences du spectre. Cette opération nous permet de séparer les échelles de temps lentes des échelles de temps rapides de l'onde partiellement cohérente. A l'aide d'un dispositif de détection rapide, nous avons mesuré la distribution de probabilité associées à ces échelles de temps. Aux échelles de temps lentes la statistique est gaussienne alors que la statistique des échelles de temps rapides suit une distribution de probabilité à queue lourde. De plus, nous avons montré grâce aux simulations numériques que ce comportement existait quelque soit le signe de la dispersion.

Il est possible d'envisager différentes perspectives au travail réalisé dans cette thèse.

Notre méthode d'échantillonnage optique asynchrone a permis d'augmenter la bande passante de notre système de détection des fluctuations temporelles d'intensité de l'onde aléatoire. Un des enjeux des travaux futurs de l'équipe est d'améliorer le dispositif afin d'observer la forme des structures cohérentes qui apparaissent dynamiquement.

A l'aide de source très étroites spectralement, il est maintenant envisageable d'observer précisément la dynamique d'onde partiellement cohérente. Une des questions complètement ouverte et d'obtenir des informations sur la phase de l'onde. Tout ce qui a été développé ici concerne les fluctuations d'intensité et il est possible de mesurer à l'aide d'une source étroite la phase. Une piste possible est la détection hétérodyne basée par exemple sur l'utilisation d'un interféromètre de Michelson. Un des gros intérêt des mesures conjointes de la phase et de l'intensité serait de contribuer à une nouvelle analogie entre l'optique et l'hydrodynamique. En effet, dans le régime fortement non linéaire,

les équations décrivant la dynamique de l'intensité  $|\psi|^2$  et de la fréquence instantanée  $u = \partial\phi/\partial t$  sont comparables aux équations hydrodynamique (Euler et continuité) [Madelung 27, Landau et Lifchitz 98, Fatome *et al.* 14].

D'un point de vue théorique, nous avons expliqué que nous considérons l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension comme étant intégrable au sens de la transformée de diffusion inverse ou *inverse scattering transform* (IST). Cette théorie permet de "projeter" les solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire sur une base de fonctions non linéaires tel que les solitons. Nous pensons qu'un effort théorique ainsi que numérique doit être effectué de manière à utiliser l'IST pour caractériser les structures cohérentes (telles que le breathers d'Akhmediev ou les solitons de Peregrine) observées dans les ondes incohérentes en propagation non linéaires dans un système proche de l'intégrabilité [Akhmediev *et al.* 09b, Hammani *et al.* 10, Toenger *et al.* 15, Agafontsev et Zakharov 15]. Ces structures ont une signature particulière dans le spectre non linéaire dit "spectre IST" [Osborne 10]. L'objectif serait ici de concevoir un algorithme permettant d'isoler les structures obtenues, par exemple dans les simulations numériques que nous avons présentées, et de les identifier par la méthode IST. Ce traitement par l'IST pourrait très certainement faire avancer d'une manière non négligeable la compréhension de la formation des ondes scélérates dans les systèmes intégrables. L'utilisation de l'IST avec des conditions aux limites périodiques et avec des conditions initiales aléatoires est un problème mathématique ouvert et très complexe. Nous espérons par nos travaux contribuer à la motivation de théoriciens pour construire une théorie statistique de la turbulence intégrable.



# Annexes



# Annexe A

## Distribution statistique gaussienne du champ, distribution exponentielle de l'intensité

Nous cherchons dans cette annexe à relier la statistique de la partie réelle et imaginaire d'un processus aléatoire complexe à la distribution de l'amplitude  $p(A)$  et de l'intensité  $p(I)$ .

Considérons une variable aléatoire  $U$  dont la distribution de probabilité  $p_U(u)$  est connu et une transformation appliquée à  $U$  telle [Goodman 00] :

$$z = f(u) \quad (\text{A.1})$$

L'objectif est de déterminer la densité de probabilité  $p_Z(z)$  de la variable aléatoire  $Z$ . On peut alors déterminer la fonction réciproque telle que :

$$u = f^{-1}(z) \quad (\text{A.2})$$

Cette transformation nous permet de calculer la distribution de probabilité de  $Z$  :

$$p_Z(z) = p_U[f^{-1}(z)] \left| \frac{du}{dz} \right| \quad (\text{A.3})$$

Appliquons maintenant cette théorie au cas qui nous intéresse :

Nous considérons un champ complexe  $z(t)$  de partie réelle et imaginaire indépendantes et de statistique  $p(a, b)$  gaussienne tel que :

$$z(t) = a + ib = A(t)e^{i\phi(t)} \quad (\text{A.4})$$

et

$$p(a, b) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.5})$$

Dans un premier temps, l'objectif est de calculer la distribution de probabilité de  $p(A, \phi)$  de l'amplitude  $A(t)$  et de la phase  $\phi(t)$  de l'onde aléatoire. On peut écrire suivant les lois des probabilités la formule suivante [Goodman 00] :

$$p(A, \phi) dA d\phi = p(a, b) da db \quad (\text{A.6})$$

où on considère le changement de variable suivant :  $a = A\cos(\phi)$  et  $b = A\sin(\phi)$ . Dans cette situation, la transformation inverse est donnée par une matrice Jacobienne  $|J|$  tel que  $da db = |J|dA d\phi$  :

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial a}{\partial A} & \frac{\partial a}{\partial \phi} \\ \frac{\partial b}{\partial A} & \frac{\partial b}{\partial \phi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos(\phi) & -A\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & A\cos(\phi) \end{vmatrix} \iff |J| = A \quad (\text{A.7})$$

On obtient alors :

$$p(A, \phi) = A p(a, b) \quad (\text{A.8})$$

D'où :

$$p(A, \phi) = \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.9})$$

Pour trouver la distribution de probabilité de l'amplitude  $A(t)$ , il suffit d'intégrer sur la phase la fonction  $p(A, \phi)$  tel que :

$$p(A) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{A}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{2\sigma^2}\right) d\phi \quad (\text{A.10})$$

Sachant que  $A = a^2 + b^2$ , on obtient :

$$\boxed{p(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (\text{A.11})$$

La distribution de l'amplitude du champ suit une distribution de Rayleigh.

Nous allons maintenant nous intéresser à la distribution de probabilité de l'intensité  $p(I)$ . Pour calculer la statistique de l'intensité, nous utilisons la même méthode que précédemment. On écrit tout d'abord :

$$p(I)dI = p(A)dA \iff p(I) = \frac{p(A)}{\left|\frac{dI}{dA}\right|} \quad (\text{A.12})$$

Connaissant la distribution de probabilité de l'amplitude et sachant que  $I = A^2$ , on montre de façon triviale que la distribution de probabilité de l'intensité suit une distribution exponentielle de la forme suivante :

$$\boxed{p(I) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2}\right)} \quad (\text{A.13})$$

## Annexe B

# Somme de fréquences : efficacité de conversion

Dans le troisième chapitre, nous utilisons une méthode d'échantillonnage optique dont l'interaction non linéaire se fait dans un cristal de BBO. Nous tirons parti de la somme de fréquence afin de générer le signal échantillonné. Nous rappelons ici les équations régissant la propagation des trois ondes en interaction [Boyd 92] :

$$\frac{dA_p}{dz} = \frac{2i d_{eff} \omega_p^2}{k_p c^2} A_{se} A_s^* e^{-i\Delta kz} \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{dA_s}{dz} = \frac{2i d_{eff} \omega_s^2}{k_s c^2} A_{se} A_p^* e^{-i\Delta kz} \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{dA_{se}}{dz} = \frac{2i d_{eff} \omega_{se}^2}{k_{se} c^2} A_p A_s e^{i\Delta kz} \quad (\text{B.3})$$

où  $A_p$  appelé onde de *pompe* correspond au rayonnement émis par le laser Titane-Saphire. Le champ  $A_s$  est le *signal* que nous cherchons à échantillonner, c'est-à-dire, notre source partiellement cohérente. Enfin,  $A_{se}$  corespond au *signal échantillonné*.

Dans le cas de l'up-conversion, il s'agit de considérer l'interaction entre une onde de pompe de forte puissance à la fréquence  $\omega_p$  et l'onde signal de plus faible puissance à la fréquence  $\omega_s$ . Comme la puissance de l'onde de pompe est considérée comme constante, cela réduit le système à deux équations :

$$\frac{dA_s}{dz} = \frac{2i d_{eff} \omega_s^2}{k_s c^2} A_{se} A_p^* e^{-i\Delta kz} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{dA_{se}}{dz} = \frac{2i d_{eff} \omega_{se}^2}{k_{se} c^2} A_p A_s e^{i\Delta kz} \quad (\text{B.5})$$

En considérant les conditions aux bords, c'est-à-dire, qu'en  $z = 0$  l'amplitude de l'onde échantillonnée est nulle. On peut facilement résoudre ce système à deux équations [Boyd 92] et montrer que les solutions en intensité s'écrivent de la façon suivante :

$$I_s(z) = I_s(0) \cos^2(\alpha z) \quad (\text{B.6})$$

$$I_{se}(z) = \frac{\lambda_s}{\lambda_{se}} I_s(0) \sin^2(\alpha \sqrt{I_p} z) \quad (\text{B.7})$$

avec  $\alpha = d_{eff} \sqrt{\frac{2\omega_s \omega_{se}}{n_s n_{se} n_p \epsilon_0 c^3}}$ .

A la sortie du cristal, en  $z = L$ , on obtient alors pour l'intensité du signal échantillonnée :

$$I_{se}(L) = \frac{\lambda_s}{\lambda_{se}} I_s(0) I_p(0) (\alpha L)^2 \text{sinc}^2(\alpha \sqrt{I_p} L) \quad (\text{B.8})$$

## Annexe C

# Influence de la bande passante de détection sur la mesure de la distribution de probabilité de l'onde partiellement cohérente

Dans le troisième chapitre, nous avons mis au point une méthode d'échantillonnage optique asynchrone. Elle permet de mesurer la distribution de probabilité d'une onde partiellement cohérente dont la largeur spectrale est de l'ordre de la centaine de THz.

Nous présentons ici les mesures effectuées avec une photodiode et un oscilloscope de bande passante finie d'environ 36 GHz. L'objectif est d'estimer l'erreur commise par la détection avec un dispositif dont la bande passante n'est pas adaptée.

Nous avons enregistré le signal à l'aide de la photodiode à l'entrée et à la sortie de la fibre en régime de dispersion anormale. Les paramètres de l'expérience sont identiques à ceux présentés dans le troisième chapitre. Ces signaux sont représentés sur la figure C.1(a). On peut principalement observer que le signal après propagation (en vert) possède des fluctuations d'intensité dont les maxima de puissance sont inférieurs à ceux contenus dans la condition initiale (en rouge).

Nous traçons ensuite les distributions de probabilité correspondantes (figure C.1(b)) calculés à partir des signaux représentés sur la figure C.1(a). On peut remarquer que la distribution de probabilité de l'onde partiellement cohérente (en rouge) ne correspond pas du tout à la distribution exponentielle et en est très éloignée. Ce résultat est très différent de celui obtenu avec notre méthode d'échantillonnage optique (figure 3.4(b), section 3.2.2.3) où la distribution de probabilité suivait la distribution exponentielle.

Si maintenant on s'intéresse à la fonction de densité de probabilité après propagation (en vert sur la figure C.1(b)), on constate qu'elle est en-dessous de la distribution de probabilité de la condition initiale. Ce résultat est, une fois de plus, fort différent de celui que l'on obtient sur la figure 3.9(b) de la section 3.3.1 où la distribution de probabilité était au-dessus de l'exponentielle. Les événements de grandes amplitudes ne sont pas du tout résolus avec l'oscilloscope et la photodiode rapide.

Cette petite expérience montre que nous obtenons des résultats érronés aussi bien qualitativement que quantitativement en utilisant un système de photo-détection de bande passante non adaptée. De plus, elle souligne l'importance du soin à apporter lors de

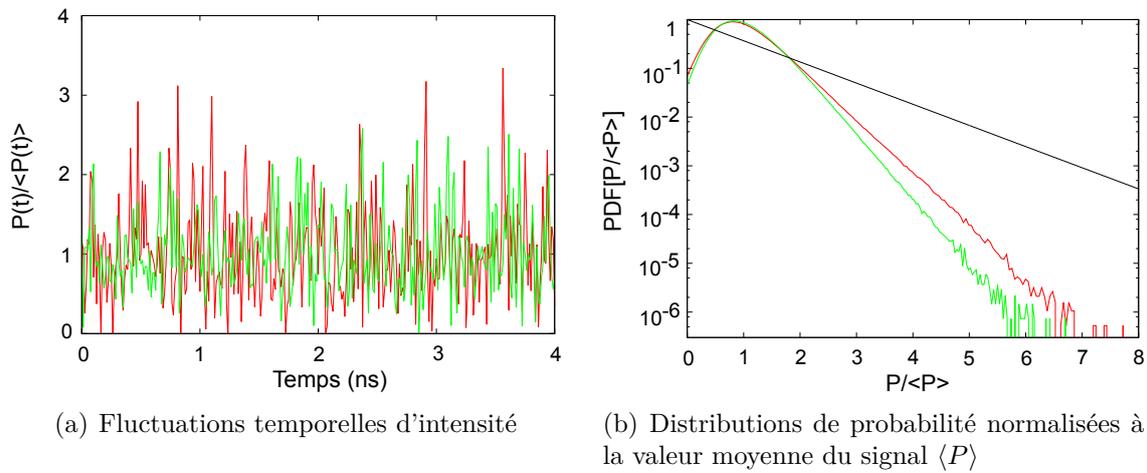


FIGURE C.1 – Fluctuations temporelles d'intensité et distribution de probabilité enregistré à l'aide d'un système de détection rapide (oscilloscope et photodiode de 36 GHz de bande passante). En rouge, la condition initiale, en vert suite à la propagation dans la fibre optique. Distribution exponentielle en noir,  $\exp(-P/\langle P \rangle)$

l'acquisition de signaux temporels rapides avec un système de photo-détection de bande passante finie. Par ailleurs, elle met aussi en avant la qualité des résultats obtenus dans le deuxième et le troisième chapitre.

# Bibliographie

- [Ablowitz *et al.* 74] Mark J. Ablowitz, David J. Kaup, Alan C. Newell et Harry Segur. – *The Inverse scattering transform fourier analysis for nonlinear problems*. Stud. Appl. Math., **53**, 249–315 (1974).
- [Ablowitz et Segur 81] Mark J. Ablowitz et Harvey Segur. – *Solitons and the inverse scattering transform*. – SIAM, volume 4 (1981).
- [Agafontsev et Zakharov 15] D S Agafontsev et V E Zakharov. – *Integrable turbulence and formation of rogue waves*. Nonlinearity, **28** (8), 2791 (2015).
- [Agrawal 13] G. P. Agrawal. – *Nonlinear Fiber Optics*. – Academic Press, Oxford, England, 5th edition (2013).
- [Aitchison *et al.* 91] J. S. Aitchison, Y. Silberberg, A. M. Weiner, D. E. Leaird, M. K. Oliver, J. L. Jackel, E. M. Vogel et P. W. E. Smith. – *Spatial optical solitons in planar glass waveguides*. J. Opt. Soc. Am. B, **8** (6), 1290–1297 (1991).
- [Akhmediev *et al.* 09a] N. Akhmediev, A. Ankiewicz et M. Taki. – *Waves that appear from nowhere and disappear without a trace*. Physics Letters A, **373**, 675 – 678 (2009).
- [Akhmediev *et al.* 09b] N. Akhmediev, J.M. Soto-Crespo et A. Ankiewicz. – *Extreme waves that appear from nowhere : On the nature of rogue waves*. Physics Letters A, **373** (25), 2137 – 2145 (2009).
- [Akhmediev *et al.* 09c] Nail Akhmediev, Adrian Ankiewicz et J. M. Soto-Crespo. – *Rogue waves and rational solutions of the nonlinear Schrödinger equation*. Phys. Rev. E, **80**, 026601 (2009).
- [Akhmediev *et al.* 11] N. Akhmediev, Jose M. Soto-Crespo, A. Ankiewicz et N. Devine. – *Early detection of rogue waves in a chaotic wave field*. Physics Letters A, **375** (33), 2999 – 3001 (2011).
- [Akhmediev et Korneev 86] N.N. Akhmediev et V.I. Korneev. – *Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation*. Theoretical and Mathematical Physics, **69** (2), 1089–1093 (1986).
- [Alfano 89] R. R. Alfano. – *The Supercontinuum Laser Source*. – New-York :Springer (1989).
- [Alfano *et al.* 86] R. R. Alfano, Q. X. Li, T. Jimbo, J. T. Manassah et P. P. Ho. – *Induced spectral broadening of a weak picosecond pulse in glass produced by an intense picosecond pulse*. Opt. Lett., **11** (10), 626–628 (1986).
- [Alfano et Shapiro 70a] R. R. Alfano et S. L. Shapiro. – *Emission in the Region 4000 to 7000 Å Via Four-Photon Coupling in Glass*. Phys. Rev. Lett., **24**, 584–587 (1970).

- [Alfano et Shapiro 70b] R. R. Alfano et S. L. Shapiro. – *Observation of Self-Phase Modulation and Small-Scale Filaments in Crystals and Glasses*. Phys. Rev. Lett., **24**, 592–594 (1970).
- [Anderson et al. 04] D. Anderson, L. Helczynski-Wolf, M. Lisak et V. Semenov. – *Features of modulational instability of partially coherent light : Importance of the incoherence spectrum*. Phys. Rev. E, **69**, 025601 (2004).
- [Anderson et Lisak 83] D. Anderson et M. Lisak. – *Nonlinear asymmetric self-phase modulation and self-steepening of pulses in long optical waveguides*. Phys. Rev. A, **27**, 1393–1398 (1983).
- [Andrekson 91] P.A. Andrekson. – *Picosecond optical sampling using four-wave mixing in fibre*. Electronics Letters, **27** (16), 1440–1441 (1991).
- [Arnold 89] Vladimir Igorevich Arnold. – *Mathematical methods of classical mechanics*. – Springer Science & Business Media, volume 60 (1989).
- [Aschieri et al. 11] P. Aschieri, J. Garnier, C. Michel, V. Doya et A. Picozzi. – *Condensation and thermalization of classical optical waves in a waveguide*. Phys. Rev. A, **83**, 033838 (2011).
- [AuYeung et Yariv 79] John AuYeung et Amnon Yariv. – *Theory of cw Raman oscillation in optical fibers*. J. Opt. Soc. Am., **69** (6), 803–807 (1979).
- [Babin et al. 06] S. A. Babin, D. V. Churkin, A. E. Ismagulov, S. I. Kablukov et E. V. Podivilov. – *Spectral broadening in Raman fiber lasers*. Opt. Lett., **31** (20), 3007–3009 (2006).
- [Babin et al. 07a] S. A. Babin, V. Karalekas, P. Harper, E. V. Podivilov, V. K. Mezentsev, J. D. Ania-Castañón et S. K. Turitsyn. – *Experimental demonstration of mode structure in ultralong Raman fiber lasers*. Opt. Lett., **32** (9), 1135–1137 (2007).
- [Babin et al. 07b] Sergey A. Babin, Dmitriy V. Churkin, Arsen E. Ismagulov, Sergey I. Kablukov et Evgeny V. Podivilov. – *Four-wave-mixing-induced turbulent spectral broadening in a long Raman fiber laser*. J. Opt. Soc. Am. B, **24** (8), 1729–1738 (2007).
- [Babin et al. 08a] S. A. Babin, D. V. Churkin, A. E. Ismagulov, S. I. Kablukov et E. V. Podivilov. – *Turbulence-induced square-root broadening of the Raman fiber laser output spectrum*. Opt. Lett., **33** (6), 633–635 (2008).
- [Babin et al. 08b] S. A. Babin, V. Karalekas, E. V. Podivilov, V. K. Mezentsev, P. Harper, J. D. Ania-Castañón et S. K. Turitsyn. – *Turbulent broadening of optical spectra in ultralong Raman fiber lasers*. Phys. Rev. A, **77**, 033803 (2008).
- [Barry et al. 96] L.P. Barry, J.M. Dudley, P.G. Bollond, J.D. Harvey et R. Leonhardt. – *Complete characterisation of pulse propagation in optical fibres using frequency-resolved optical gating*. Electronics Letters, **32** (25), 2339–2340 (1996).
- [Barviau et al. 06] B. Barviau, S. Randoux et P. Suret. – *Spectral broadening of a multimode continuous-wave optical field propagating in the normal dispersion regime of a fiber*. Opt. Lett., **31** (11), 1696–1698 (2006).
- [Barviau et al. 09] Benoît Barviau, Bertrand Kibler, Alexandre Kudlinski, Arnaud Musot, Guy Millot et Antonio Picozzi. – *Experimental signature of optical wave-thermalization through supercontinuum generation in photonic crystal fiber*. Opt. Express, **17** (9), 7392–7406 (2009).

- [Batchelor 53] George Keith Batchelor. – *The theory of homogeneous turbulence*. – Cambridge university press (1953).
- [Bednyakova *et al.* 13] A. E. Bednyakova, O.A. Gorbunov, M.O. Politko, S.I. Kablukov, S.V. Smirnov, D.V. Churkin, M. P. Fedoruk et S.A. Babin. – *Generation dynamics of the narrowband Yb-doped fiber laser*. Opt. Express, **21** (7), 8177–8182 (2013).
- [Bélanger *et al.* 08] Erik Bélanger, Martin Bernier, Dominic Faucher, Daniel Côté et Réal Vallée. – *High-power and widely tunable all-fiber Raman laser*. Journal of Lightwave Technology, **26** (12), 1696–1701 (2008).
- [Belli *et al.* 15] Federico Belli, Amir Abdolvand, Wonkeun Chang, John C. Travers et Philip St.J. Russell. – *Vacuum-ultraviolet to infrared supercontinuum in hydrogen-filled photonic crystal fiber*. Optica, **2** (4), 292–300 (2015).
- [Benjamin et Feir 67] T. B. Benjamin et J. E. Feir. – *The desintegration of wavetrains in deep water*. J. Fluid. Mech., **27**, 417–430 (1967).
- [Bonatto *et al.* 11] Cristian Bonatto, Michael Feyereisen, Stéphane Barland, Massimo Giudici, Cristina Masoller, José R. Rios Leite et Jorge R. Tredicce. – *Deterministic Optical Rogue Waves*. Phys. Rev. Lett., **107**, 053901 (2011).
- [Bosch et Water 93] Eric Bosch et Willem van de Water. – *Spatiotemporal intermittency in the Faraday experiment*. Phys. Rev. Lett., **70**, 3420–3423 (1993).
- [Bouteiller 03] J.-C. Bouteiller. – *Spectral modeling of Raman fiber lasers*. Photonics Technology Letters, IEEE, **15** (12), 1698–1700 (2003).
- [Boyd 92] R. W. Boyd. – *Nonlinear Optics*. – Academic Press (1992).
- [Boyd et Kleinman 68] G. D. Boyd et D. A. Kleinman. – *Parametric interaction of focused gaussian light beams*. Journal of Applied Physics, **39** (1968).
- [Bromberg *et al.* 10] Y. Bromberg, Y. Lahini, E. Small et Y. Silberberg. – *Hanbury Brown and Twiss interferometry with interacting photons*. Nat Photon, **4** (10), 721–726 (2010).
- [Burgoyne *et al.* 04] B Burgoyne, N Godbout et S Lacroix. – *Transient regime in a nth-order cascaded CW Raman fiber laser*. Optics express, **12** (6), 1019–1024 (2004).
- [Calogero *et al.* 91] Francesco Calogero, N Ercolani, H Flaschka, Vladimir Marchenko, AV Mikhailov, AC Newell, EI Schulman, AB Shabat, ED Siggia, VV Sokolov et others. – *What is integrability ?* – Springer-Verlag Berlin Heidelberg (1991).
- [Cavalcanti *et al.* 95] Solange B. Cavalcanti, Govind P. Agrawal et M. Yu. – *Noise amplification in dispersive nonlinear media*. Phys. Rev. A, **51**, 4086–4092 (1995).
- [Chabchoub *et al.* 11] A. Chabchoub, N. P. Hoffmann et N. Akhmediev. – *Rogue Wave Observation in a Water Wave Tank*. Phys. Rev. Lett., **106**, 204502 (2011).
- [Chabchoub *et al.* 15] A. Chabchoub, B. Kibler, C. Finot, G. Millot, M. Onorato, J.M. Dudley et A.V. Babanin. – *The nonlinear Schrödinger equation and the propagation of weakly nonlinear waves in optical fibers and on the water surface*. Annals of Physics, **361**, 490 – 500 (2015).
- [Chaté et Daviaud 91] H. Chaté et F. Daviaud. – *Spatiotemporal intermittency*. – Von Karman Institute (1991).
- [Chen *et al.* 87] Chuantian Chen, Y X. Fan, R C. Eckardt et R L. Byer. – *Recent Developments In Barium Borate* (1987).

- [Churkin *et al.* 10] Dmitriy V. Churkin, Sergey V. Smirnov et Evgenii V. Podivilov. – *Statistical properties of partially coherent cw fiber lasers*. Opt. Lett., **35** (19), 3288–3290 (2010).
- [Churkin *et al.* 11] Dmitriy V. Churkin, Oleg A. Gorbunov et Sergey V. Smirnov. – *Extreme value statistics in Raman fiber lasers*. Opt. Lett., **36** (18), 3617–3619 (2011).
- [Churkin *et al.* 15] D V. Churkin, I V. Kolokolov, E V. Podivilov, I D. Vatnik, M A. Nikulin, S S. Vergeles, I S. Terekhov, V V. Lebedev, G. Falkovich, S A. Babin et S K. Turitsyn. – *Wave kinetics of random fibre lasers*. Nature Communications, **2**, 6214 (2015).
- [Churkin et Smirnov 12] DV Churkin et SV Smirnov. – *Numerical modelling of spectral, temporal and statistical properties of Raman fiber lasers*. Optics Communications, **285** (8), 2154–2160 (2012).
- [Cierullies *et al.* 05] S Cierullies, M Krause, H Renner et E Brinkmeyer. – *Experimental and numerical study of the switching dynamics of Raman fiber lasers*. Applied Physics B, **80** (2), 177–183 (2005).
- [Connaughton *et al.* 05] Colm Connaughton, Christophe Josserand, Antonio Picozzi, Yves Pomeau et Sergio Rica. – *Condensation of Classical Nonlinear Waves*. Phys. Rev. Lett., **95**, 263901 (2005).
- [Corkum *et al.* 85] P. B. Corkum, P. P. Ho, R. R. Alfano et J. T. Manassah. – *Generation of infrared supercontinuum covering 3–14  $\mu\text{m}$  in dielectrics and semiconductors*. Opt. Lett., **10** (12), 624–626 (1985).
- [Corkum *et al.* 86] P. B. Corkum, Claude Rolland et T. Srinivasan-Rao. – *Supercontinuum Generation in Gases*. Phys. Rev. Lett., **57**, 2268–2271 (1986).
- [Cumberland *et al.* 07] B. A. Cumberland, S. V. Popov, J. R. Taylor, O. I. Medvedkov, S. A. Vasiliev et E. M. Dianov. – *2.1  $\mu\text{m}$  continuous-wave Raman laser in GeO<sub>2</sub> fiber*. Opt. Lett., **32** (13), 1848–1850 (2007).
- [Dalloz *et al.* 10] Nicolas Dalloz, Stéphane Randoux et Pierre Suret. – *Influence of dispersion of fiber Bragg grating mirrors on formation of optical power spectrum in Raman fiber lasers*. Opt. Lett., **35** (15), 2505–2507 (2010).
- [Dangoisse *et al.* 13] D. Dangoisse, D. Hennequin et V. Zehnlé. – *Les lasers-3e édition*. – Dunod (2013).
- [Dawes et Marburger 69] E. L. Dawes et J. H. Marburger. – *Computer Studies in Self-Focusing*. Phys. Rev., **179**, 862–868 (1969).
- [Demircan et Bandelow 05] Ayhan Demircan et Uwe Bandelow. – *Supercontinuum generation by the modulation instability*. Optics Communications, **244** (1–6), 181 – 185 (2005).
- [Derevyanko et Small 12] Stanislav Derevyanko et Eran Small. – *Nonlinear propagation of an optical speckle field*. Phys. Rev. A, **85**, 053816 (2012).
- [Dmitriev *et al.* 99] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan et D. N. Nikogosyan. – *Handbook of nonlinear optical crystals*. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, volume 64 (1999).
- [Dorrer et Joffre 01] Christophe Dorrer et Manuel Joffre. – *Characterization of the spectral phase of ultrashort light pulses*. Comptes Rendus de l’Académie des Sciences - Series {IV} - Physics, **2** (10), 1415 – 1426 (2001).

- [Douady et Fauve 88] S. Douady et S. Fauve. – *Pattern Selection in Faraday Instability*. EPL (Europhysics Letters), **6** (3), 221 (1988).
- [Dudley et al. 06] John M. Dudley, Goëry Genty et Stéphane Coen. – *Supercontinuum generation in photonic crystal fiber*. Rev. Mod. Phys., **78**, 1135–1184 (2006).
- [Dudley et al. 08] John M. Dudley, Goëry Genty et Benjamin J. Eggleton. – *Harnessing and control of optical rogue waves insupercontinuum generation*. Opt. Express, **16** (6), 3644–3651 (2008).
- [Dudley et al. 14] John M. Dudley, Frederic Dias, Miro Erkintalo et Goery Genty. – *Instabilities, breathers and rogue waves in optics*. Nat. Photon., **8**, 755 (2014).
- [Dudley et Taylor 10] John M Dudley et James Roy Taylor. – *Supercontinuum generation in optical fibers*. – Cambridge University Press (2010).
- [Duguay et Hansen 68] M. A. Duguay et J. W. Hansen. – *Optical sampling of subnanosecond light pulses*. Applied Physics Letters, **13** (5) (1968).
- [Dyachenko et al. 92] S. Dyachenko, A.C. Newell, A. Pushkarev et V.E. Zakharov. – *Optical turbulence : weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear Schrödinger equation*. Physica D : Nonlinear Phenomena, **57** (1–2), 96 – 160 (1992).
- [Dysthe et Trulsen 99] Kristian B Dysthe et Karsten Trulsen. – *Note on breather type solutions of the NLS as models for freak-waves*. Physica Scripta, **1999** (T82), 48 (1999).
- [Erdogan 97] Turan Erdogan. – *Fiber grating spectra*. Lightwave Technology, Journal of, **15** (8), 1277–1294 (1997).
- [Erkintalo et al. 09] M. Erkintalo, G. Genty et J. M. Dudley. – *Rogue-wave-like characteristics in femtosecond supercontinuum generation*. Opt. Lett., **34** (16), 2468–2470 (2009).
- [Erkintalo et al. 10] M. Erkintalo, G. Genty et J. M. Dudley. – *On the statistical interpretation of optical rogue waves*. Eur. Phys. J. Special Topics, **185**, 135–144 (2010).
- [Ezersky et al. 95] A. B. Ezersky, D. A. Ermoshin et S. V. Kiyashko. – *Dynamics of defects in parametrically excited capillary ripples*. Phys. Rev. E, **51**, 4411–4417 (1995).
- [Falcon et al. 07] E. Falcon, S. Fauve et C. Laroche. – *Observation of Intermittency in Wave Turbulence*. Phys. Rev. Lett., **98**, 154501 (2007).
- [Fatome et al. 14] J. Fatome, C. Finot, G. Millot, A. Armaroli et S. Trillo. – *Observation of Optical Undular Bores in Multiple Four-Wave Mixing*. Phys. Rev. X, **4**, 021022 (2014).
- [Forest et McLaughlin 82] M. Gregory Forest et David W. McLaughlin. – *Spectral theory for the periodic sine Gordon equation : A concrete viewpoint*. Journal of Mathematical Physics, **23** (7) (1982).
- [Fork et al. 83] R. L. Fork, W. J. Tomlinson, C. V. Shank, C. Hirlimann et R. Yen. – *Femtosecond white-light continuum pulses*. Opt. Lett., **8** (1), 1–3 (1983).
- [Franken et al. 61] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters et G. Weinreich. – *Generation of Optical Harmonics*. Phys. Rev. Lett., **7**, 118–119 (1961).

- [Frisch 95] U. Frisch. – *Turbulence*. – Cambridge University Press, Cambridge, England, 5th edition (1995).
- [Frisquet *et al.* 13] B. Frisquet, B. Kibler et G. Millot. – *Collision of Akhmediev Breathers in Nonlinear Fiber Optics*. Phys. Rev. X, **3**, 041032 (2013).
- [Gardner *et al.* 67] Clifford S. Gardner, John M. Greene, Martin D. Kruskal et Robert M. Miura. – *Method for Solving the Korteweg-deVries Equation*. Phys. Rev. Lett., **19**, 1095–1097 (1967).
- [Garnier *et al.* 12] Josselin Garnier, Mietek Lisak et Antonio Picozzi. – *Toward a wave turbulence formulation of statistical nonlinear optics*. J. Opt. Soc. Am. B, **29** (8), 2229–2242 (2012).
- [Garnier et Picozzi 10] Josselin Garnier et Antonio Picozzi. – *Unified kinetic formulation of incoherent waves propagating in nonlinear media with noninstantaneous response*. Phys. Rev. A, **81**, 033831 (2010).
- [Gluckman *et al.* 93] B. J. Gluckman, P. Marcq, J. Bridger et J. P. Gollub. – *Time averaging of chaotic spatiotemporal wave patterns*. Phys. Rev. Lett., **71**, 2034–2037 (1993).
- [Goodman 00] Joseph W. Goodman. – *Statistical optics*. – Wiley Classic Library Edition (2000).
- [Gorbunov *et al.* 14] OA Gorbunov, Srikanth Sugavanam et DV Churkin. – *Revealing statistical properties of quasi-CW fibre lasers in bandwidth-limited measurements*. Optics express, **22** (23), 28071–28076 (2014).
- [Gordon 86] J. P. Gordon. – *Theory of the soliton self-frequency shift*. Opt. Lett., **11** (10), 662–664 (1986).
- [Grigoryan *et al.* 00] G. V. Grigoryan, I. T. Lima Jr, T. YU, V. S. Grigoryan et C. R. Menyuk. – *Using color to understand light transmission*. Optics Photonics News, 44–50 (2000).
- [Gross 61] E.P. Gross. – *Structure of a quantized vortex in boson systems*. Il Nuovo Cimento (1955-1965), **20** (3), 454–477 (1961).
- [Hall *et al.* 02] B. Hall, M. Lisak, D. Anderson, R. Fedele et V. E. Semenov. – *Statistical theory for incoherent light propagation in nonlinear media*. Phys. Rev. E, **65**, 035602 (2002).
- [Halsey *et al.* 86] Thomas C. Halsey, Mogens H. Jensen, Leo P. Kadanoff, Itamar Procaccia et Boris I. Shraiman. – *Fractal measures and their singularities : The characterization of strange sets*. Phys. Rev. A, **33**, 1141–1151 (1986).
- [Hammani *et al.* 08] Kamal Hammani, Christophe Finot, John M. Dudley et Guy Millot. – *Optical rogue-wave-like extreme value fluctuations in fiber Raman amplifiers*. Opt. Express, **16** (21), 16467–16474 (2008).
- [Hammani *et al.* 10] Kamal Hammani, Bertrand Kibler, Christophe Finot et Antonio Picozzi. – *Emergence of rogue waves from optical turbulence*. Physics Letters A, **374** (34), 3585 – 3589 (2010).
- [Hammani *et al.* 11] Kamal Hammani, Bertrand Kibler, Christophe Finot, Philippe Morin, Julien Fatome, John M. Dudley et Guy Millot. – *Peregrine soliton generation and breakup in standard telecommunications fiber*. Opt. Lett., **36** (2), 112–114 (2011).

- [Han *et al.* 05] Yan Han, Ozdal Boyraz et Bahram Jalali. – *Tera-sample per second real-time waveform digitizer*. Applied Physics Letters, **87** (24), – (2005).
- [Hasselmann 62] K. Hasselmann. – *On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum Part 1. General theory*. Journal of Fluid Mechanics, **12**, 481–500 (1962).
- [Hasselmann 63] K. Hasselmann. – *On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum Part 2. Conservation theorems; wave-particle analogy; irreversibility*. Journal of Fluid Mechanics, **15**, 273–281 (1963).
- [Hasselmann *et al.* 73] Klaus Hasselmann, TP Barnett, E Bouws, H Carlson, DE Cartwright, K Enke, JA Ewing, H Gienapp, DE Hasselmann, P Kruseman et others. – *Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)*. – Technical report, Deutsches Hydrographisches Institut, 1973.
- [HB 56] R. Hanbury Brown et R. Q. Twiss. – *A Test of a New Type of Stellar Interferometer on Sirius*. Nature, **178**, 1046 (1956).
- [Henderson *et al.* 99] K.L. Henderson, D.H. Peregrine et J.W. Dold. – *Unsteady water wave modulations : fully nonlinear solutions and comparison with the nonlinear Schrödinger equation*. Wave Motion, **29** (4), 341 – 361 (1999).
- [Hill et Meltz 97] Kenneth O. Hill et G. Meltz. – *Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview*. Lightwave Technology, Journal of, **15** (8), 1263–1276 (1997).
- [Ho *et al.* 89] P. P. Ho, Q. Z. Wang, D. Ji, T. Jimbo et R. R. Alfano. – *Harmonic cross phase modulation in ZnSe*. Applied Physics Letters, **54** (2) (1989).
- [Iaconis et Walmsley 98] C. Iaconis et I. A. Walmsley. – *Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses*. Opt. Lett., **23** (10), 792–794 (1998).
- [Islam *et al.* 87] M. N. Islam, J. R. Simpson, H. T. Shang, L. F. Mollenauer et R. H. Stolen. – *Cross-phase modulation in optical fibers*. Opt. Lett., **12** (8), 625–627 (1987).
- [Janssen 03] Peter A. E. M. Janssen. – *Nonlinear four-wave interactions and freak waves*. Journal of Physical Oceanography, **33** (4), 863–884 (2003).
- [Janssen 04] Peter Janssen. – *The Interaction of Ocean Waves and Wind*. – Cambridge University Press (2004). Cambridge Books Online.
- [Jinno *et al.* 94] M. Jinno, J.B. Schlager et D.L. Franzen. – *Optical sampling using nondegenerate four-wave mixing in a semiconductor laser amplifier*. Electronics Letters, **30** (18), 1489–1491 (1994).
- [Karalekas *et al.* 07] V. Karalekas, J. D. Ania-Castañón, P. Harper, S. A. Babin, E. V. Podivilov et S. K. Turitsyn. – *Impact of nonlinear spectral broadening in ultra-long Raman fibre lasers*. Opt. Express, **15** (25), 16690–16695 (2007).
- [Karpov *et al.* 99] V. I. Karpov, E. M. Dianov, V. M. Paramonov, O. I. Medvedkov, M. M. Bubnov, S. L. Semyonov, S. A. Vasiliev, V. N. Protopopov, O. N. Egorova, V. F. Hopin, A. N. Guryanov, M. P. Bachynski et W. R. L. Clements. – *Laser-diode-pumped phosphosilicate-fiber Raman laser with an output power of 1 W at 1.48  $\mu\text{m}$* . Opt. Lett., **24** (13), 887–889 (1999).

- [Kelkar *et al.* 99] P.V. Kelkar, F. Coppinger, A.S. Bhushan et B. Jalali. – *Time-domain optical sensing*. Electronics Letters, **35** (19), 1661–1662 (1999).
- [Kharif *et al.* 09] C. Kharif, E. Pelinovsky et A. Slunyaev. – *Rogue waves in the ocean*. – Springer (2009).
- [Kharif et Pelinovsky 03] Christian Kharif et Efim Pelinovsky. – *Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon*. European Journal of Mechanics-B/Fluids, **22** (6), 603–634 (2003).
- [Kibler *et al.* 10] B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, F. Dias, G. Genty, N. Akhmediev et J. M Dudley. – *The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics*. Nature Physics, **6**, 790–795 (2010).
- [Kibler *et al.* 12a] B. Kibler, C. Michel, J. Garnier et A. Picozzi. – *Temporal dynamics of incoherent waves in noninstantaneous response nonlinear Kerr media*. Opt. Lett., **37** (13), 2472–2474 (2012).
- [Kibler *et al.* 12b] Bertrand Kibler, Julien Fatome, Christophe Finot, Guy Millot, Goëry Genty, Benjamin Wetzell, N Akhmediev, Frédéric Dias et John M Dudley. – *Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre*. Scientific Reports, **2** (2012).
- [Kinsman 65] B. Kinsman. – *Wind waves*. – Prentice-Hall (1965).
- [Kivshar et Malomed 89] Yuri S. Kivshar et Boris A. Malomed. – *Dynamics of solitons in nearly integrable systems*. Rev. Mod. Phys., **61**, 763–915 (1989).
- [Knight 03] Jonathan C. Knight. – *Photonic crystal fibres*. Nature, **424** (6950), 847–851 (2003).
- [Knight *et al.* 96] J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russell et D. M. Atkin. – *All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding*. Opt. Lett., **21** (19), 1547–1549 (1996).
- [Kudlinski et Mussot 08] Alexandre Kudlinski et Arnaud Mussot. – *Visible cw-pumped supercontinuum*. Opt. Lett., **33** (20), 2407–2409 (2008).
- [Kudrolli et Gollub 96] A. Kudrolli et J.P. Gollub. – *Patterns and spatiotemporal chaos in parametrically forced surface waves : a systematic survey at large aspect ratio*. Physica D : Nonlinear Phenomena, **97** (1–3), 133 – 154 (1996).
- [Kuznetsov *et al.* 91] E. Kuznetsov, A. C. Newell et V. E. Zakharov. – *Intermittency and turbulence*. Phys. Rev. Lett., **67**, 3243–3246 (1991).
- [Lam et Garside 81] D. K. W. Lam et B. K. Garside. – *Characterization of single-mode optical fiber filters*. Appl. Opt., **20** (3), 440–445 (1981).
- [Landau et Lifchitz 98] L. Landau et E. Lifchitz. – *Physique théorique : Mécanique des fluides*. – Ellipses (1998).
- [Laurie *et al.* 12] Jason Laurie, Umberto Bortolozzo, Sergey Nazarenko et Stefania Residori. – *One-dimensional optical wave turbulence : Experiment and theory*. Physics Reports, **514** (4), 121 – 175 (2012). – One-Dimensional Optical Wave Turbulence : Experiment and Theory.
- [Lax 68] Peter D. Lax. – *Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves*. Communication on pure and applied mathematics, 467–490 (1968).

- [Lecaplain *et al.* 12] C. Lecaplain, Ph. Grelu, J. M. Soto-Crespo et N. Akhmediev. – *Dissipative Rogue Waves Generated by Chaotic Pulse Bunching in a Mode-Locked Laser*. Phys. Rev. Lett., **108**, 233901 (2012).
- [LH 75] M. S. Longuet-Higgins. – *On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves*. Journal of Geophysical Research, **80** (18), 2688–2694 (1975).
- [Li *et al.* 01] Jie Li, J. Hansryd, P-O Hedekvist, P.A. Andrekson et S.N. Knudsen. – *300-Gb/s eye-diagram measurement by optical sampling using fiber-based parametric amplification*. Photonics Technology Letters, IEEE, **13** (9), 987–989 (2001).
- [Li *et al.* 04] Jie Li, M. Westlund, H. Sunnerud, B. Olsson, M. Karlsson et P.A. Andrekson. – *0.5-Tb/s eye-diagram measurement by optical sampling using XPM-induced wavelength shifting in highly nonlinear fiber*. Photonics Technology Letters, IEEE, **16** (2), 566–568 (2004).
- [Lin et Stolen 76] Chinlon Lin et R. H. Stolen. – *New nanosecond continuum for excited state spectroscopy*. Applied Physics Letters, **28** (4) (1976).
- [Madelung 27] E. Madelung. – *Quantentheorie in hydrodynamischer Form*. Zeitschrift für Physik, **40** (3-4), 322–326 (1927).
- [Maiman 60] T. H. Maiman. – *Stimulated Optical Radiation in Ruby*. Nature, **187**, 493 – 494 (1960).
- [Malo *et al.* 95] B. Malo, S. Theriault, D.C. Johnson, F. Bilodeau, J. Albert et K.O. Hill. – *Apodised in-fibre Bragg grating reflectors photoimprinted using a phase mask*. Electronics Letters, **31** (3), 223–225 (1995).
- [Manassah 91] Jamal T. Manassah. – *Self-phase modulation of incoherent light revisited*. Opt. Lett., **16** (21), 1638–1640 (1991).
- [Mandel et Wolf 95] Leonard Mandel et Emil Wolf. – *Optical coherence and quantum optics*. – Cambridge university press (1995).
- [Martin et Ouellette 94] J. Martin et F. Ouellette. – *Novel writing technique of long and highly reflective in-fibre gratings*. Electronics Letters, **30** (10), 811–812 (1994).
- [Martinez et Ferdinand 98] C. Martinez et P. Ferdinand. – *Phase-shifted fibre Bragg grating photo-writing using UV phase plate in modified Lloyd mirror configuration*. Electronics Letters, **34** (17), 1687–1688 (1998).
- [Meron et Procaccia 86] Ehud Meron et Itamar Procaccia. – *Low-dimensional chaos in surface waves : Theoretical analysis of an experiment*. Phys. Rev. A, **34**, 3221–3237 (1986).
- [Mitchell *et al.* 96] Matthew Mitchell, Zhigang Chen, Ming-feng Shih et Mordechai Segev. – *Self-Trapping of Partially Spatially Incoherent Light*. Phys. Rev. Lett., **77**, 490–493 (1996).
- [Mitchell et Segev 97] Matthew Mitchell et Mordechai Segev. – *Self-trapping of incoherent white light*. Nature, **387**, 880–883 (1997).
- [Mitschke et Mollenauer 86] F. M. Mitschke et L. F. Mollenauer. – *Discovery of the soliton self-frequency shift*. Opt. Lett., **11** (10), 659–661 (1986).
- [Montina *et al.* 09] A. Montina, U. Bortolozzo, S. Residori et F. T. Arecchi. – *Non-Gaussian Statistics and Extreme Waves in a Nonlinear Optical Cavity*. Phys. Rev. Lett., **103**, 173901 (2009).

- [Munk 44] W. Munk. – *Proposed uniform procedure for observing waves and interpreting instrument records, SIO Wave Project* (1944).
- [Mussot *et al.* 04] A. Mussot, E. Lantz, H. Maillotte, T. Sylvestre, C. Finot et S. Pitois. – *Spectral broadening of a partially coherent CW laser beam in single-mode optical fibers*. Opt. Express, **12** (13), 2838–2843 (2004).
- [Nazarenko 11] Sergey Nazarenko. – *Wave turbulence*. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, volume 825 (2011).
- [Newell *et al.* 01] Alan C. Newell, Sergey Nazarenko et Laura Biven. – *Wave turbulence and intermittency*. Physica D : Nonlinear Phenomena, **152–153**, 520 – 550 (2001). – *Advances in Nonlinear Mathematics and Science : A Special Issue to Honor Vladimir Zakharov*.
- [Newell et Moloney 92] Alan C. Newell et Jerome V. Moloney. – *Nonlinear optics*. – Addison-Wesley Publishing Compagny (1992).
- [Onorato *et al.* 01] Miguel Onorato, Alfred R. Osborne, Marina Serio et Serena Bertone. – *Freak Waves in Random Oceanic Sea States*. Phys. Rev. Lett., **86**, 5831–5834 (2001).
- [Onorato *et al.* 04] M. Onorato, A. R. Osborne, M. Serio, L. Cavaleri, C. Brandini et C. T. Stansberg. – *Observation of strongly non-Gaussian statistics for random sea surface gravity waves in wave flume experiments*. Phys. Rev. E, **70**, 067302 (2004).
- [Onorato *et al.* 05] M. Onorato, A. R. Osborne, M. Serio et L. Cavaleri. – *Modulational instability and non-Gaussian statistics in experimental random water-wave trains*. Physics of Fluids (1994-present), **17** (7), – (2005).
- [Onorato *et al.* 11] Miguel Onorato, Davide Proment et Alessandro Toffoli. – *Triggering Rogue Waves in Opposing Currents*. Phys. Rev. Lett., **107**, 184502 (2011).
- [Onorato *et al.* 13] M. Onorato, S. Residori, U. Bortolozzo, A. Montina et F. T. Arecchi. – *Rogue waves and their generating mechanisms in different physical contexts*. Physics Reports, **528** (2), 47 – 89 (2013).
- [Osborne 93] A.R. Osborne. – *The Hyperelliptic Inverse Scattering Transform for the Periodic, Defocusing Nonlinear Schroedinger Equation*. Journal of Computational Physics, **109** (1), 93 – 107 (1993).
- [Osborne 10] AR Osborne. – *Nonlinear Ocean Waves and the Inverse Scattering Transform*, Int. Geophys. Ser, **97** (2010).
- [Ouellette 87] François Ouellette. – *Dispersion cancellation using linearly chirped Bragg grating filters in optical waveguides*. Opt. Lett., **12** (10), 847–849 (1987).
- [Paladin et Vulpiani 87] Giovanni Paladin et Angelo Vulpiani. – *Anomalous scaling laws in multifractal objects*. Physics Reports, **156** (4), 147 – 225 (1987).
- [Papoulis et Pillai 02] Athanasios Papoulis et S Unnikrishna Pillai. – *Probability, random variables, and stochastic processes*. – McGraw-Hill Education (2002).
- [Pask *et al.* 95] H.M. Pask, R.J. Carman, D.C. Hanna, A.C. Tropper, C.J. Mackechnie, P.R. Barber et J.M. Dawes. – *Ytterbium-doped silica fiber lasers : versatile sources for the 1-1.2  $\mu$ m region*. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, **1** (1), 2–13 (1995).

- [Pearson 29] K. Pearson. – *Editorial note to ‘Inequalities for moments of frequency functions and for various statistical constants’*. *Biometrika*, **21** (1–4), 361 – 375 (1929).
- [Peregrine 83] D. H. Peregrine. – *Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions*. *J. Austral. Math. Soc. Ser. B*, **25**, 16–43 (1983).
- [Picozzi 07] Antonio Picozzi. – *Towards a nonequilibrium thermodynamic description of incoherent nonlinear optics*. *Opt. Express*, **15** (14), 9063–9083 (2007).
- [Picozzi et al. 14] A. Picozzi, J. Garnier, T. Hansson, P. Suret, S. Randoux, G. Millot et D.N. Christodoulides. – *Optical wave turbulence : Towards a unified nonequilibrium thermodynamic formulation of statistical nonlinear optics*. *Physics Reports*, **542** (1), 1 – 132 (2014). – *Optical wave turbulence : Towards a unified nonequilibrium thermodynamic formulation of statistical nonlinear optics*.
- [Picozzi et Garnier 11] Antonio Picozzi et Josselin Garnier. – *Incoherent Soliton Turbulence in Nonlocal Nonlinear Media*. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 233901 (2011).
- [Picozzi et Rica 12] Antonio Picozzi et Sergio Rica. – *Condensation of classical optical waves beyond the cubic nonlinear Schrödinger equation*. *Optics Communications*, **285** (24), 5440 – 5448 (2012).
- [Pimputkar et al. 09] S. Pimputkar, J. S. Speck, S. P. DenBaars et S. Nakamura. – *Prospects for LED lighting*. *Nature Photonics*, **3**, 180 – 182 (2009).
- [Pitaevskii 61] L. P. Pitaevskii. – *Vortex lines in an imperfect bose gas*. *Sov. Phys. JETP*, **13**, 451 (1961).
- [Pitois et al. 06] Stéphane Pitois, Silvère Lagrange, Hans R. Jauslin et Antonio Picozzi. – *Velocity Locking of Incoherent Nonlinear Wave Packets*. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 033902 (2006).
- [Pomeau 86] Y. Pomeau. – *Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics*. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, **23** (1–3), 3 – 11 (1986).
- [Randoux et al. 09] Stéphane Randoux, Guillaume Beck, François Anquez, Gilles Mélin, Laurent Bigot, Marc Douay et Pierre Suret. – *Grating-Free and Bragg-Grating-Based Raman Lasers Made With Highly Nonlinear Photonic Crystal Fibers*. *Journal of Lightwave Technology*, **27** (11), 1580–1589 (2009).
- [Randoux et al. 11] Stéphane Randoux, Nicolas Dalloz et Pierre Suret. – *Intracavity changes in the field statistics of Raman fiber lasers*. *Opt. Lett.*, **36** (6), 790–792 (2011).
- [Randoux et al. 14] Stéphane Randoux, Pierre Walczak, Miguel Onorato et Pierre Suret. – *Intermittency in Integrable Turbulence*. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 113902 (2014).
- [Randoux et Suret 12] Stéphane Randoux et Pierre Suret. – *Experimental evidence of extreme value statistics in Raman fiber lasers*. *Opt. Lett.*, **37** (4), 500–502 (2012).
- [Ranka et al. 00] Jinendra K. Ranka, Robert S. Windeler et Andrew J. Stentz. – *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*. *Opt. Lett.*, **25** (1), 25–27 (2000).
- [Rhee et Joo 05] H. Rhee et T. Joo. – *Noncollinear phase matching in fluorescence up-conversion*. *Optics Letters*, **30** (9) (2005).

- [Richardson *et al.* 10] D. J. Richardson, J. Nilsson et W. A. Clarkson. – *High power fiber lasers : current status and future perspectives [Invited]*. J. Opt. Soc. Am. B, **27** (11), B63–B92 (2010).
- [Russell 06] P. St.J. Russell. – *Photonic-Crystal Fibers*. Journal of Lightwave Technology, **24** (12), 4729–4749 (2006).
- [Sauter *et al.* 05] A. Sauter, S. Pitois, G. Millot et A. Picozzi. – *Incoherent modulation instability in instantaneous nonlinear Kerr media*. Opt. Lett., **30** (16), 2143–2145 (2005).
- [Schröder et Coen 09] Jochen Schröder et Stéphane Coen. – *Observation of high-contrast, fast intensity noise of a continuous wave Raman fiber laser*. Opt. Express, **17** (19), 16444–16449 (2009).
- [Shrira et Geogjaev 10] Victor I Shrira et Vladimir V Geogjaev. – *What makes the Peregrine soliton so special as a prototype of freak waves ?* Journal of Engineering Mathematics, **67** (1-2), 11–22 (2010).
- [Siegman 86] A. E. Siegman. – *Lasers*. – University Science Books, Mill Valley CA (1986).
- [Soh *et al.* 10] Daniel B. S. Soh, Jeffrey P. Koplrow, Sean W. Moore, Kevin L. Schroder et Wen L. Hsu. – *The effect of dispersion on spectral broadening of incoherent continuous-wave light in optical fibers*. Opt. Express, **18** (21), 22393–22405 (2010).
- [Solli *et al.* 07] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath et B. Jalali. – *Optical rogue waves*. Nature, **450** (7172), 1054–1057 (2007).
- [Stibenz et Steinmeyer 06] Gero Stibenz et Günter Steinmeyer. – *Optimizing spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction*. Review of Scientific Instruments, **77** (7), – (2006).
- [Stolen et Lin 78] R. H. Stolen et Chinlon Lin. – *Self-phase-modulation in silica optical fibers*. Phys. Rev. A, **17**, 1448–1453 (1978).
- [Sulem et Sulem 99] C. Sulem et P-L Sulem. – *The nonlinear Schrödinger equation : self-focusing and wave collapse*. – Springer, Berlin (1999).
- [Suret *et al.* 10] Pierre Suret, Stéphane Randoux, Hans R. Jauslin et Antonio Picozzi. – *Anomalous Thermalization of Nonlinear Wave Systems*. Phys. Rev. Lett., **104**, 054101 (2010).
- [Suret *et al.* 11] Pierre Suret, Antonio Picozzi et Stéphane Randoux. – *Wave turbulence in integrable systems : nonlinear propagation of incoherent optical waves in single-mode fibers*. Opt. Express, **19** (18), 17852–17863 (2011).
- [Suret *et al.* 13] Pierre Suret, Pierre Walczak et Stéphane Randoux. – *Transient buildup of the optical power spectrum in Raman fiber lasers*. Opt. Express, **21** (2), 2331–2336 (2013).
- [Suret et Randoux 04] Pierre Suret et Stéphane Randoux. – *Influence of spectral broadening on steady characteristics of Raman fiber lasers : from experiments to questions about validity of usual models*. Optics Communications, **237**, 201–212 (2004).
- [Talanov 65] VI Talanov. – *Self-focusing of wave beams in nonlinear media*. JETP lett, **2** (5), 138 (1965).

- [Toenger *et al.* 15] Shanti Toenger, Thomas Godin, Cyril Billet, Frédéric Dias, Miro Er-kintalo, Goëry Genty et John M. Dudley. – *Emergent rogue wave structures and statistics in spontaneous modulation instability*. Sci. Rep., **5** (2015).
- [Trebino *et al.* 97] Rick Trebino, Kenneth W. DeLong, David N. Fittinghoff, John N. Sweetser, Marco A. Krumbügel, Bruce A. Richman et Daniel J. Kane. – *Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating*. Review of Scientific Instruments, **68** (9) (1997).
- [Tsyтович 70] V Tsyтович. – *Nonlinear effects in plasma*. – Springer Science & Business Media (1970).
- [Tsyтович 77] V. N. Tsyтович. – *Theory of Turbulent Plasma*. – Springer US (1977).
- [Turitsyn *et al.* 10] Sergei K. Turitsyn, Sergey A. Babin, Atalla E. El-Taher, Paul Harper, Dmitriy V. Churkin, Sergey I. Kablukov, Juan Diego Ania-Castanon, Vassilis Karalekas et Evgenii V. Podivilov. – *Random distributed feedback fibre laser*. Nature Photonics, **4**, 231–235 (2010).
- [Turitsyna *et al.* 09] Elena G. Turitsyna, Gregory Falkovich, Vladimir K. Mezentsev et Sergei K. Turitsyn. – *Optical turbulence and spectral condensate in long-fiber lasers*. Phys. Rev. A, **80**, 031804 (2009).
- [Turitsyna *et al.* 10] Elena G. Turitsyna, Sergei K. Turitsyn et Vladimir K. Mezentsev. – *Numerical investigation of the impact of reflectors on spectral performance of Raman fibre laser*. Opt. Express, **18** (5), 4469–4477 (2010).
- [Turitsyna *et al.* 12] E. G. Turitsyna, Gregory Falkovich, Atalla El-Taher, Xuewen Shu, Paul Harper et Sergei K. Turitsyn. – *Optical turbulence and spectral condensate in long fibre lasers*. Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences (2012).
- [Turitsyna *et al.* 13] E. G. Turitsyna, S. V. Smirnov, S. Sugavanam, N. Tarasov, X. Shu, S. A. Babin, E. V. Podivilov, D. V. Churkin, G. Falkovich et S. K. Turitsyn. – *The laminar-turbulent transition in a fibre laser*. Nature Photonics, **7**, 783–786 (2013).
- [Vanholsbeeck *et al.* 05] Frédérique Vanholsbeeck, Sonia Martin-Lopez, Miguel González-Herráez et Stéphane Coen. – *The role of pump incoherence in continuous-wave supercontinuum generation*. Opt. Express, **13** (17), 6615–6625 (2005).
- [Walczak *et al.* 15a] Pierre Walczak, Stéphane Randoux et Pierre Suret. – *Optical Rogue Waves in Integrable Turbulence*. Phys. Rev. Lett., **114**, 143903 (2015).
- [Walczak *et al.* 15b] Pierre Walczak, Stéphane Randoux et Pierre Suret. – *Statistics of a turbulent Raman fiber laser*. Opt. Lett., **40** (13), 3101–3104 (2015).
- [Wetzel *et al.* 12] B. Wetzel, A. Stefani, L. Larger, P. A. Lacourt, J. M. Merolla, T. Sylvestre, A. Kudlinski, A. Mussot, G. Genty, F. Dias et J. M. Dudley. – *Real-time full bandwidth measurement of spectral noise in supercontinuum generation*. Sci. Rep., **2** (2012).
- [White et Fornberg 98] Benjamin S. White et Bengt Fornberg. – *On the chance of freak waves at sea*. Journal of Fluid Mechanics, **355**, 113–138 (1998).
- [Yam et Hassa 05] F. K. Yam et Z. Hassa. – *Innovative advances in LED technology*. Microelectronics Journal, **36**, 129 – 137 (2005).

- [Zakharov 68] V.E. Zakharov. – *Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid*. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, **9** (2), 190–194 (1968).
- [Zakharov 09] Vladimir E. Zakharov. – *Turbulence in Integrable Systems*. Studies in Applied Mathematics, **122** (3), 219–234 (2009).
- [Zakharov et al. 92] Vladimir E. Zakharov, Viktor S. L’Vov et Gregory Falkovich. – *Kolmogorov spectra of turbulence 1. Wave turbulence*. – Springer, Berlin (Germany) (1992).
- [Zakharov et al. 01] V.E. Zakharov, P. Guyenne, A.N. Pushkarev et F. Dias. – *Wave turbulence in one-dimensional models*. Physica D : Nonlinear Phenomena, **152–153**, 573 – 619 (2001). – Advances in Nonlinear Mathematics and Science : A Special Issue to Honor Vladimir Zakharov.
- [Zakharov et al. 04] Vladimir Zakharov, Frédéric Dias et Andrei Pushkarev. – *One-dimensional wave turbulence*. Physics Reports, **398** (1), 1 – 65 (2004).
- [Zakharov et Gelash 13] V. E. Zakharov et A. A. Gelash. – *Nonlinear Stage of Modulation Instability*. Phys. Rev. Lett., **111**, 054101 (2013).
- [Zakharov et Shabat 72] V. E. Zakharov et A. B. Shabat. – *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*. Soviet Physics JETP, **34** (1), 62 (1972).



Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit concernent la propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes dans des fibres optiques. En particulier, nous focalisons notre attention sur le cas où le système d'ondes aléatoires est bien décrit par l'équation intégrable de Schrödinger non linéaire. Nous étudions expérimentalement et numériquement l'évolution de la statistique des fluctuations d'intensité en fonction des paramètres fondamentaux tels que le régime de dispersion.

Afin de mesurer la statistique de puissances optiques fluctuant avec des échelles de temps de l'ordre de la picoseconde, nous avons développé un dispositif d'échantillonnage optique asynchrone. Nos expériences montrent que la propagation non linéaire influence nettement la statistique du système d'ondes aléatoires qui s'éloigne fortement de la distribution normale, prédite par le théorème central limite. La probabilité des événements de grandes amplitudes augmente fortement en régime focalisant et diminue fortement en régime défocalisant. Nos simulations de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension reproduisent quantitativement nos résultats et révèlent l'apparition de structures cohérentes au sein des fluctuations aléatoires. En particulier, en dispersion anormale, il est possible d'identifier des structures voisines de solutions de l'équation modèle utilisée tels que les solitons sur fond continu aujourd'hui considérés comme prototypes d'ondes scélérates.

Nos travaux concernent principalement des phénomènes non linéaires stochastiques dans un système proche de l'intégrabilité et contribuent donc à l'étude expérimentale de la turbulence intégrable.

**Mot-clés :** Optique non linéaire statistique, optique non linéaire, optique statistique, solitons, processus aléatoire, équation de Schrödinger non linéaire, optique fibrée



This thesis deals with nonlinear propagation of partially coherent waves in optical fibers. We focus our attention on systems of random waves that are well described by the integrable one dimensional nonlinear Schrödinger equation. We study both experimentally and numerically the statistical evolution of power fluctuations of random waves both in normal and in anomalous dispersion regimes.

In order to measure statistics of the power fluctuations of partially coherent optical waves with typical time scales in the range of picosecond, we have performed an asynchronous optical sampling method. Our experiments show that nonlinear propagation strongly influences the statistics of wave systems by producing deviations from the normal distribution. The probability of occurrence of extreme events is significantly enhanced in the focusing regime whereas it is strongly reduced in the defocusing regime. Our numerical simulations of the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation reproduce experimental results in a quantitative way. Moreover, our results provide evidence of the emergence of coherent structures embedded in the random fluctuations. In the focusing regime, we observe coherent structures similar to solitons on finite background that are now considered as prototypes of rogue waves.

From our work about nonlinear propagation of random waves in systems described by nearly-integrable equations, we hope to contribute to the development of the field of integrable turbulence.

**Keywords :** Nonlinear statistical optics, nonlinear optics, statistical optics, solitons, random process, nonlinear Schrödinger equation, optical fiber