



Ecole doctorale : ED SMRE

N d'ordre: 42486

UNIVERSITÉ LILLE 1

THÈSE

présentée par

Rebecca EL KOUSSAIFI

en vu de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lille 1

DANS LA SPÉCIALITÉ :
MILIEUX DILUÉS ET OPTIQUE FONDAMENTALE

STATISTIQUE ET DYNAMIQUE ULTRA-RAPIDES DANS DES EXPÉRIENCES D'OPTIQUE NON LINÉAIRES FIBRÉES

Thèse soutenue le 16 Novembre 2017 devant le jury composé de:

M. PHILIPPE GRELU	Université de Bourgogne Franche-Comté	(Rapporteur)
M. SYLVAIN BARBAY	Université de Paris SUD	(Rapporteur)
M. STÉPHANE RANDOUX	Université Lille 1	(Directeur de thèse)
M. PIERRE SURET	Université Lille 1	(Codirecteur de thèse)
M. BENOÎT BARVIAU	Université de Rouen	(Examinateur)
M. MARC DOUAY	Université Lille 1	(Examinateur)

À la mémoire de mon père...

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Messieurs Philippe Grelu, Sylvain Barbay, Miguel Onorato et Marc Douay d'avoir accepté de faire partie des membres du Jury de ma thèse et de prendre le temps pour la lecture du manuscrit.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à Monsieur Dominique Derozier, directeur de l'UFR, qui m'a donné la chance d'effectuer mon stage dans le cadre du double diplôme avec l'Université de Lille 1. C'est suite à ce stage que j'ai pu poursuivre une thèse ici au sein du laboratoire PhLAM. Je remercie le directeur actuel du Laboratoire, monsieur Marc Douay qui m'a accueillie pendant trois ans de thèse.

Durant ma thèse, mon travail n'était jamais personnel. C'était un travail d'équipe. Et je peux très bien dire que j'ai eu la chance de tomber dans une SUPER équipe, dans laquelle j'ai effectué mon stage de master et ma thèse. Tout au long de ces deux projets, j'étais toujours bien encadrée par mes directeurs, Stéphane RANDOUX et Pierre SURET, malgré toutes leurs autres occupations et leurs travaux. Il ont toujours réussi à trouver le temps pour répondre à mes questions et travailler avec moi quand il le faut. Ce sont deux personnes très passionnées par ce qu'elles font. Elles m'ont toujours poussé à faire de mon mieux en me mettant une pression qui me motivait à travailler. Et vu où j'étais et où j'en suis maintenant, je leur dis Merci pour tout !

Durant mes 3 ans et demi dans cette équipe, j'ai connu plusieurs thésards et post-doctorants. A mon arrivée, l'équipe était composée de Stéphane et Pierre en plus de Pierre WALCZAK qui était en deuxième année de thèse. Malgré toutes les tâches qu'il devait accomplir durant sa thèse, Pierre Walczak n'a jamais hésité à m'aider quand j'avais des difficultés au travail, et même de me passer toutes ces connaissances et son expérience. Il a passé beaucoup de temps avec moi en salle de manip pour m'apprendre à faire un bon travail expérimental, et me montrer quelques astuces et conseils pour être le mieux organisée et prudente possible dans la manipulation du matériel. Je tiens vraiment à le remercier d'avoir consacré une partie de son temps pour travailler avec moi et d'avoir fait de son mieux pour répondre à mes questions scientifiques et autres, même durant la rédaction de sa thèse.

Un autre thésard que je tiens vraiment à remercier est Alexey Tikan. J'avais le plaisir de travailler avec lui sur deux sujets différents. Alexey est une personne très intelligente et active, toujours motivée pour le travail et motivant les autres. Je lui souhaite un bon courage pour la suite, de même pour Adrien Kraych, qui aura aussi cette chance de faire sa thèse au sein de cette belle équipe. Un grand merci aussi à François Gustave qui a fait

un an et demi de post-doc avec nous. Son dynamisme et sa sociabilité a créé une belle ambiance dans notre vie de laboratoire.

J'aimerais en plus exprimer mes remerciements à toutes les personnes avec qui j'ai partagé le bureau : Alexandra Pruvost, Adam Stankie, Pierre Walczak, Alexey Tikan, et Marie Guilbert. Ça faisait du bien de temps en temps de discuter de sujets hors du travail et de pouvoir partager des moments et créer de beaux souvenirs avec eux.

Je tiens aussi à remercier l'équipe de photonique à l'IRCICA pour leur aide dans le découpage et le prêt des fibres. Je remercie aussi tout le personnel au laboratoire, techniciens, mécaniciens, électroniciens, ainsi que les agents administratifs et le personnel d'enretien. Je tiens à remercier personnellement Christophe Uytterhaegen pour son aide au cours de ces années. Il était toujours disponible pour faire toutes les impressions et copies qu'il me fallait. Christophe n'est pas juste un collègue de travail. Sa famille est maintenant pour moi "ma famille Française". Je tiens à les remercier très fort pour tout ce qu'ils ont fait pour moi.

Un très grand merci à mes amis Jean Bauduin et Loïck Ghys pour les bons moments passés durant ces 3 ans. Merci d'avoir toujours été là pour moi et merci pour les beaux souvenirs que nous avons créés ensemble.

Je n'oublierai surtout pas ma famille. Elle n'était pas physiquement présente avec moi à Lille, mais elle m'a toujours soutenue et elle m'a encouragée à travailler et à faire de mon mieux. Je sais qu'elle me souhaite toujours le succès dans tout ce que je fais. Un grand merci à mes Soeurs Sarah et Myriam et à ma mère que j'aime très fort.

Table des matières

Remerciements	7
Introduction	17
1	23
1.1 Onde partiellement cohérente	23
1.1.1 Cohérence	23
1.1.1.1 Cohérence temporelle	23
1.1.1.2 Spectre Optique	25
1.1.2 Propriétés Statistiques des ondes partiellement cohérentes	25
1.1.2.1 Fonction de densité de Probabilité	26
1.1.2.2 Distribution Gaussienne	26
1.1.2.3 Définition du Kurtosis	28
1.2 Turbulence et évènements extrêmes	29
1.2.1 Turbulence d'Ondes	29
1.2.1.1 Généralités	29
1.2.1.2 Optique non linéaire statistique	30
1.2.2 Ondes Scélérates	31
1.2.2.1 Vagues et enveloppes des ondes dans l'océan	31
1.2.2.2 Approches historiques et statistiques	32
1.2.2.3 Premières observations d'ondes scélérates en Optique	34
1.3 Propagation non linéaire unidirectionnelle en Hydrodynamique et en Optique	36
1.3.1 Fibres Optiques monomodes	36
1.3.1.1 Propriétés physiques des fibres monomodes	36
1.3.1.2 Equation de propagation	38
1.3.1.3 Dispersion normale et anormale	40
1.3.2 Ondes à la surface de l'eau	41
1.3.2.1 Eaux profonde et peu profonde	42
1.3.2.2 Propagation d'ondes partiellement cohérentes dans un canal à une dimension	42
1.3.2.3 Régimes focalisant et défocalisant	43
1.3.3 Propriétés de l'équation de Schrödinger non linéaire	43
1.3.3.1 Instabilité Modulationnelle	43
1.3.3.2 Structures cohérentes localisées	45
1.4 Problématique de la thèse	47
1.4.1 Turbulence Intégrable	47

1.4.1.1	Etat de l'art	47
1.4.1.2	Sensibilité de la statistique de l'état stationnaire à la condition initiale	48
2	Propagation unidirectionnelle d'ondes partiellement cohérentes : comparaison entre une expérience d'hydrodynamique et sa reproduction en optique	53
2.1	Position du problème	53
2.1.1	Reproduire une expérience d'Hydrodynamique en Optique	53
2.1.2	Expérience unidirectionnelle en hydrodynamique : motivations	54
2.2	Correspondance entre un canal unidirectionnel et une fibre optique mono-mode	56
2.2.1	Expérience dans un canal unidirectionnel	56
2.2.1.1	Expérience d'hydrodynamique : principe et paramètres	57
2.2.1.2	Transformée de Hilbert	59
2.2.2	Outils d'analyse	60
2.2.2.1	Equation de Schrödinger non linéaire normalisée	60
2.2.2.2	Lien entre l'expérience d'Optique et l'expérience d'Hydrodynamique	63
2.2.2.3	Definition du Kurtosis en Optique	67
2.3	Expérience dans une fibre optique	68
2.3.1	Dispositif Expérimental	68
2.3.1.1	Description de la source utilisée et condition initiale	68
2.3.1.2	Méthode d'Echantillonnage	69
2.3.1.3	Montage et mesure de la statistique de la condition initiale	70
2.3.2	Résultats de la propagation non linéaire	73
2.3.2.1	Spectres de l'expérience	73
2.3.2.2	Propriétés statistiques	74
2.3.3	Comparaisons aux Simulations numériques	75
2.4	Discussion	76
2.4.1	Comparaison entre Optique et Hydrodynamique	76
2.4.2	Modélisation	77
2.5	Conclusion	80
3	Observation directe des ondes scélérates en Turbulence Optique	85
3.1	Développement d'un Microscope temporel	85
3.1.1	Techniques de mesures rapides : Etat de l'art	85
3.1.2	Microscope Temporel : Principe	86
3.1.2.1	Analogie espace-temps	87
3.1.2.2	Lentilles spatiale et temporelle	89
3.1.2.3	Imagerie spatiale et temporelle	90
3.1.2.4	Microscope spatial et temporel	92
3.1.3	Le microscope temporel : Dispositif Expérimental	93
3.1.3.1	Objectif du microscope temporel	94
3.1.3.2	Lentille de fin de tube	96
3.2	Observation d'ondes scélérates en utilisant le microscope temporel	100
3.2.1	Dynamiques temporelles et statistiques	100

3.2.1.1	Premières observations des fluctuations temporelles et de la statistique de la condition initiale	100
3.2.1.2	Premières observations après propagation dans un milieu non linéaire	102
3.2.2	Turbulence intégrable : Expériences et Simulations	104
3.3	Turbulence Intégrable : Un premier Scénario expliquant l'apparition de structures cohérentes	107
3.3.1	Simulations numériques et observations expérimentales	107
3.3.2	Théorème de Bertola-Tovbis	108
3.4	Perspectives : Régime fortement non linéaire	109
4	Spectre des ondes partiellement cohérentes en Turbulence Intégrable : regime très faiblement non linéaire	113
4.1	Introduction	113
4.1.1	Comparaison entre régimes de dispersion normale et anormale . . .	114
4.2	Expérience	117
4.2.1	Dispositif expérimental	117
4.2.2	Evolution du spectre Optique	118
4.2.3	Simulations numériques	119
4.3	Approche théorique : Transformation Canonique	122
4.3.1	Transformation Canonique	122
4.3.2	Simulations Numériques	123
4.3.2.1	Transformation Canonique	123
4.3.2.2	Comparaison à la simulation numérique de NLS	124
4.3.2.3	Conclusion et perspectives	125
	Conclusion	129
	Annexes	132
	Bibliographie	137

Introduction

Introduction

Avec le développement des lasers dans les années 60 [1], les fibres optiques ont commencé à dessiner leur chemin vers la technologie, et le transport d'informations. De nos jours, elles présentent le milieu idéal pour la propagation d'ondes lumineuses, à cause de leurs propriétés de guidage [2]. Les lasers, quant à eux, sont caractérisés par leurs propriétés de cohérence, et leur mode de fonctionnement (continu,impulsionnel,...) [3, 4, 5]. La notion de cohérence correspond à la capacité d'une onde à produire des interférences et est étudiée dans le cadre de l'*Optique Statistique*, qui permet l'étude des fluctuations aléatoires du champ électromagnétique.

Le domaine de l'*optique non linéaire* a pris naissance suite à la première réalisation expérimentale d'un laser à rubis en 1960 [6, 1]. Ce domaine étudie le comportement de la lumière de forte intensité, émise par des sources lumineuses intenses comme le laser [3, 4, 5], se propageant dans des milieux matériels [7].

L'*optique non linéaire statistique* traite à la fois les comportements non linéaires et aléatoires des ondes lumineuses [8, 9]. Dans ce cadre de travail, ces ondes lumineuses sont généralement émises par des sources incohérentes [10], qui contrairement aux sources cohérentes, ne sont pas monochromatiques, et possèdent des fluctuations de puissance spatiales ou temporelles complètement aléatoires. Nous appelons ondes partiellement cohérentes la situation intermédiaire entre les ondes parfaitement cohérentes et les ondes incohérentes.

À la surface de l'océan, les ondes sont aussi aléatoires : En raison de la non linéarité des ondes, celles-ci interagissent entre elles, ce qui mène à la génération de nouvelles composantes spectrales. Les champs d'ondes irréguliers sont généralement caractérisés comme ayant des phases et des amplitudes aléatoires [11, 12, 13]. En première approximation (approximation linéaire), le champ aléatoire peut être considéré comme ayant une distribution statistique gaussienne. Un des liens les plus rigoureux qui existe entre hydrodynamique et optique est fourni par l'équation de Schrödinger non linéaire, qui permet de décrire la propagation à une dimension de l'enveloppe des ondes faiblement non linéaires dans les fibres optiques, mais aussi dans l'hypothèse d'eau profonde en Hydrodynamique. Il a été montré récemment qu'il est possible de générer des solutions exactes de l'équations de Schrödinger non linéaire à une dimension à la fois dans des expériences optiques et hydrodynamiques [14, 15, 16, 17, 18]. Cette équation permet de décrire la propagation des ondes dans une fibre optique, et admet comme solutions des solitons, ainsi que des structures cohérentes localisées temporellement et/ou spatialement appelées solitons sur

fond continu (SFB)¹. Ces solutions sont considérés comme des prototypes des ondes scélérates, observées initialement dans l'océan [19, 20, 21]. Les ondes scélérates sont définies comme étant des vagues océaniques de très grande amplitude, qui apparaissent soudainement [19]. Elle sont considérées comme très rares et sont imprévisibles. Historiquement, une vague était définie comme scélérate si sa hauteur maximale dépasse 2.2 fois la hauteur significative des vagues de l'océan [22, 11]. Une autre façon de les définir est de se baser sur une approche statistique : Si la statistique des ondes à la surface de l'océan ne suit pas une distribution gaussienne, nous considérons que des ondes scélérates peuvent apparaître.

Les évènements extrêmes ont été observés plus tard dans plusieurs domaines physiques [13], comme l'optique [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29], les plasmas [30], les systèmes micro-ondes [31] et les ondes capillaires [32]. La première observation de ces évènements de grande amplitude dans un domaine différent de l'océanographie a été réalisée par Solli et al. [33] durant la génération d'un supercontinuum dans une fibre optique. Depuis ce travail novateur, un grand intérêt a émergé pour l'étude de ces évènements en optique.

Les études effectuées durant ce travail de thèse se placent dans le champ de la turbulence intégrable ; La turbulence intégrable apparaît lorsque des ondes partiellement cohérentes se propagent dans un système d'ondes non linéaires décrit par une équation intégrable telle que l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [34]. Plusieurs expériences récentes ont montré qu'il était possible d'étudier la turbulence intégrable dans les fibres optiques [35].

Le travail de thèse effectué est découpé en 4 chapitres. Un des chapitres est consacré à l'étude statistique des ondes partiellement cohérentes, tandis qu'un autre traite la structure même des ondes, autrement dit la dynamique des ondes. Le dernier chapitre est consacré à l'étude spectrale des ondes partiellement cohérentes. Mais la variété des expériences décrites dans ce manuscrit se base aussi sur les différents régimes de non linéarités choisis. Notre travail balaye trois régimes différents : Un régime non linéaire dans le deuxième chapitre, un régime très fortement non linéaire dans le troisième chapitre, et un régime faiblement non linéaire dans le dernier. De manière plus précise, le manuscrit de thèse s'organise de la façon suivante :

Le premier chapitre permet tout simplement d'introduire les théorèmes physiques et les notions utilisées dans les chapitres suivants. Les plus grandes parties de ce chapitre sont consacrées aux équations de propagation des ondes (comme l'équation de Schrödinger non linéaire par exemple), ainsi qu'aux ondes scélérates et à la turbulence intégrable.

Dans le deuxième chapitre, nous avons envisagé spécifiquement l'équation de Schrödinger non linéaire qui décrit la propagation d'ondes dans un canal à une dimension (dans le cadre de l'hypothèse d'eau profonde) mais aussi la propagation de la lumière dans une fibre optique monomode. Nous avons réalisé en optique une expérience analogue à une expérience réalisée en hydrodynamique en 2004 [36] . Dans cette expérience une onde aléatoire de statistique initialement gaussienne se propage dans un canal à une dimension et l'on observe les déviations de la statistique gaussienne résultant des effets non linéaires associés à la propagation. Le spectre choisi pour la condition initiale est le spectre dit

1. Cette notation est souvent utilisée pour indiquer en anglais Solitons with Finite Background

JONSWAP mesuré dans des expériences d'océanographie [37]. Nous avons réalisé une expérience d'optique analogue dans son principe à cette expérience d'hydrodynamique. En particulier, le spectre de l'onde incohérente a initialement la forme du spectre JONSWAP et il possède une statistique gaussienne. Grâce à une technique d'échantillonnage optique originale, nous avons mesuré les déviations de la statistique gaussienne et nous les avons comparées à celles de l'expérience d'hydrodynamique. Ces déviations sont quantifiées par la mesure du moment d'ordre quatre des fluctuations de la puissance. L'évolution de la statistique loin de la statistique initialement gaussienne montre l'existence d'évènements rares de fortes puissances, c'est à dire d'ondes scélérates. Les comportements statistiques observés dans les deux expériences sont reproduits quantitativement par des simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire.

Dans le troisième chapitre, nous cherchons à observer la dynamique des ondes partiellement cohérentes en temps réel. Nous présentons le principe et les étapes de construction d'un microscope temporel, qui permet de franchir les limitations des détecteurs standards dans le but d'observer les fluctuations temporelles très rapides de l'ordre de la picoseconde. La condition initiale choisie est aussi une onde partiellement cohérente, ayant un spectre de forme gaussienne. La dynamique du signal observée grâce au microscope temporel montre l'apparition de structures localisées qui deviennent de plus en plus comparables au soliton de Peregrine lorsque le régime de propagation de l'onde partiellement cohérente devient très fortement non linéaire. L'originalité du travail est basée sur le fait que la dynamique en temps réel n'a jamais été observée en partant d'une onde partiellement cohérente.

Dans le dernier chapitre, nous travaillons dans un régime très différent de ceux des chapitres précédents. Nous comparons dans ce chapitre l'élargissement spectral d'une onde partiellement cohérente se propageant dans des fibres optiques dans les régimes de dispersion normal et anormal. Nous travaillons en régime faiblement non linéaire afin que les bandes spectrales de l'instabilité modulationnelle tombent à l'intérieur du spectre initial. Nous montrons expérimentalement qu'il existe alors un régime où l'élargissement spectral est strictement identique en régimes focalisant et défocalisant. Ce résultat est en accord avec une approche théorique basée sur la théorie cinétique des ondes [38]. Nous proposons par ailleurs une nouvelle approche théorique basée sur une transformation canonique de l'équation de Schrödinger non linéaire.

Premier chapitre

Chapitre 1

1.1 Onde partiellement cohérente

L'ensemble du travail réalisé dans cette thèse concerne la propagation d'ondes partiellement cohérentes dans des milieux non linéaires. Nous commençons par définir les concepts permettant de décrire les ondes partiellement cohérentes que nous utilisons comme condition initiale. Nous insistons particulièrement sur la notion de cohérence. Nous discutons ensuite des propriétés statistiques de ces ondes.

1.1.1 Cohérence

Deux ondes lumineuses sont dites mutuellement cohérentes si elles donnent naissance à une figure d'interférences assez stable pour être détectée. Nous définissons la cohérence comme étant l'ensemble des propriétés de corrélation d'un système ondulatoire. La cohérence mutuelle peut avoir lieu entre deux ondes différentes, ou pour une même onde à deux instants différents ou en deux endroits différents. Nous distinguons deux types de cohérences : la cohérence temporelle, liée à l'évolution temporelle du champ électrique, et la cohérence spatiale liée à l'évolution spatiale du champ électrique. Nous nous intéressons dans cette section à la cohérence temporelle d'ondes partiellement cohérentes. Nous commencerons par définir la notion de cohérence temporelle, pour ensuite aborder celle du spectre optique de ces ondes.

1.1.1.1 Cohérence temporelle

Nous considérons le champ électrique associé à une onde électromagnétique en un point bien défini de l'espace à deux temps différents t et $t + \tau$. *Grosso modo*, le temps de cohérence est la plus grande valeur de τ pour laquelle la phase et l'amplitude du champ électrique ont peu varié dans le référentiel tournant de la fréquence porteuse.

Le degré de cohérence temporelle peut être mesuré à l'aide d'un interféromètre de Michelson, illustré sur la figure 1.1. L'onde émise par la source lumineuse arrive sur une lame séparatrice qui joue le rôle d'un miroir partiellement réfléchissant, ayant un coefficient de réflexion de $R = 50\%$. Au niveau de cette lame, le faisceau lumineux est divisé en deux autres faisceaux (un faisceau réfléchi vers le haut, et un autre transmis à droite comme le montre la figure 1.1). Chacun de ces deux faisceaux arrive perpendiculairement à un miroir plan (ayant un coefficient de réflexion $R = 100\%$) et subit une réflexion. Les faisceaux réfléchis se rejoignent ensuite au niveau de la lame séparatrice pour se recombinaison en un même faisceau. Suite à cette superposition, l'éclairage dans la direction du faisceau

résultant sera soit sombre soit lumineux, selon que $2(L_2 - L_1)/\lambda$ est un nombre entier ou demi-entier. L_1 et L_2 sont les distances entre la lame séparatrice et chacun des miroirs plans (voir figure 1.1). L'observation du phénomène d'interférence ne peut pas avoir lieu dans le cas où $(L_2 - L_1)$ est supérieur à une valeur seuil pour laquelle les deux faisceaux réfléchis par les miroirs plans deviennent non corrélés.

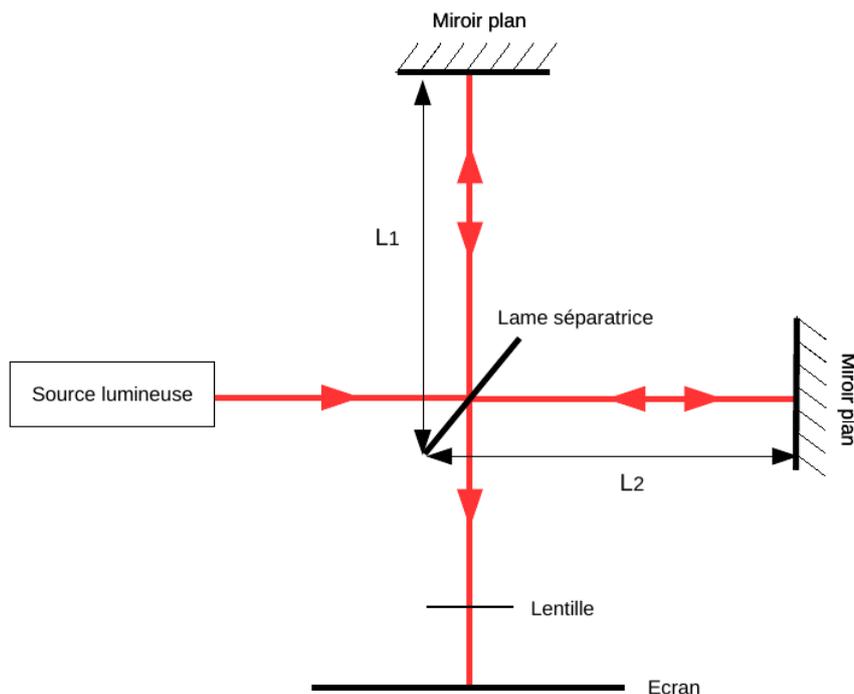


FIGURE 1.1 – Schéma illustrant le principe d'un interféromètre de Michelson

La cohérence temporelle d'une source lumineuse est liée à la largeur spectrale de cette dernière. Le temps de cohérence de la source est défini comme étant inversement proportionnel à la largeur spectrale : $\tau_c = 1/\Delta\nu$. La longueur de cohérence, quant à elle, est définie par $L_c = \tau_c c$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide. Si la différence de marche entre les deux faisceaux est supérieure à L_c , les interférences disparaissent.

Dans le cas où il y a une cohérence temporelle pour n'importe quelle valeur de τ , autrement dit dans le cas d'une onde monochromatique ayant une largeur spectrale nulle, on parle de cohérence temporelle parfaite, donc temps de cohérence infini. Dans le cas où une cohérence temporelle existe pour tout retard temporel τ tel que $0 < \tau < \tau_c$, l'onde aura une cohérence temporelle partielle, avec un temps de cohérence égal à τ_c . Pour un temps de cohérence nul (largeur spectrale très grande), le train d'onde devient fortement incohérent. L'onde partiellement cohérente est définie dans le cas intermédiaire, où la largeur spectrale est grande mais finie. Notre travail est basé sur l'étude de la propagation non linéaire de ces ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques. Dans nos expériences, les ondes partiellement cohérentes sont générées à partir d'une source d'émission spontanée amplifiée (ASE), ayant un spectre fini, de largeur typique variant

entre 0.05 THz et 1 THz. Dans notre travail, nous utiliserons l'approximation dite des phases aléatoires [39]. Cela signifie que les composantes de Fourier sont indépendantes statistiquement et qu'elles ont une phase aléatoire.

1.1.1.2 Spectre Optique

Le spectre de puissance (encore appelé densité spectrale de puissance) d'une série temporelle décrit la distribution de la puissance en composantes de Fourier formant le signal. Si le signal est périodique, les composantes spectrales sont discrètes. Si le signal n'est pas périodique, le spectre est continu [10]. La moyenne statistique d'un signal analysé en terme de contenu de fréquences est appelé spectre moyen. Le spectre optique d'une onde partiellement cohérente à la sortie d'une fibre est défini par le théorème de Wiener-Khintchine.

Théorème de Wiener-Khintchine : Ce théorème affirme que la fonction d'auto-corrélation d'un processus aléatoire est reliée au spectre de puissance de ce processus par une transformée de Fourier.

Soit un processus aléatoire décrit par la variable complexe $\psi(t)$. On définit sa fonction d'autocorrélation $\Gamma(\tau)$ par

$$\Gamma(\tau) = \langle \psi^*(t)\psi(t + \tau) \rangle \quad (1.1)$$

On considère la transformée de Fourier $\tilde{\psi}_T(t)$ tronqué sur une intervalle $[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}]$ de ce processus aléatoire

$$\tilde{\psi}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-T/2}^{T/2} \psi(t)e^{i\omega t} dt \quad (1.2)$$

La densité spectrale de puissance est alors donnée par :

$$n(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \langle |\tilde{\psi}(\omega)|^2 \rangle \quad (1.3)$$

Le théorème de Wiener-Khintchine énonce que la fonction d'auto corrélation d'un processus aléatoire est la transformée de Fourier de sa densité spectrale de puissance.

$$\Gamma(z, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} n(\omega) \exp^{-i\omega\tau} d\omega \quad (1.4)$$

Ce théorème relie τ (correspondant à l'échelle de temps typique de Γ) à la largeur spectrale caractérisant le processus aléatoire $\psi(t)$ (à la largeur typique de $n(\omega)$).

1.1.2 Propriétés Statistiques des ondes partiellement cohérentes

Nos expériences consistent à envoyer des ondes partiellement cohérentes dans un milieu non linéaire qui est la fibre optique, et à étudier leur évolution au cours de la propagation. L'étude de tels évènements aléatoires doit être faite statistiquement[40]. Nous présentons dans cette section quelques outils d'une telle étude statistique.

1.1.2.1 Fonction de densité de Probabilité

Nous avons abordé la notion d'onde partiellement cohérente dans le contexte du degré de cohérence temporelle de l'onde. Un autre moyen de caractériser ces ondes est de considérer leur aspect aléatoire. Nous pouvons parler par exemple du "speckle", observé sur la figure 1.2. Cet effet résulte de l'interférence de plusieurs ondes de même fréquence, ayant différentes phases et amplitudes, qui permet d'obtenir une onde dont l'amplitude, et donc l'intensité, varie aléatoirement [41, 42]. La description de ce type de phénomène nécessite des outils statistiques.



FIGURE 1.2 – Photographie d'un faisceau laser He-Ne diffusé par un mur.

Un des outils convenables pour analyser ce genre de phénomènes consiste à calculer la fonction de densité de probabilité (PDF)¹ des ondes. La PDF permet de représenter la probabilité qu'une variable aléatoire prenne une valeur située dans un intervalle donné.

1.1.2.2 Distribution Gaussienne

La distribution gaussienne joue un rôle particulier à cause du théorème central limite. Ce théorème énonce que la distribution statistique de la somme d'un grand nombre de variables aléatoires indépendantes est gaussienne.

Théorème central limite : Nous considérons une somme de n variables aléatoires $(X_n)_{n \geq 1}$ réelles, indépendantes et identiquement distribuées, de moyenne $(\mu_n)_{n \geq 1}$ et d'écart-type $(\sigma_n)_{n \geq 1}$. La variable aléatoire Z peut être définie de la façon suivante :

$$Z_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (1.5)$$

1. PDF est l'acronyme de Probability Density Function en anglais. Cette notation est la plus connue, c'est pourquoi elle sera employée tout au long de ce manuscrit

Le théorème central limite énonce que la distribution statistique caractérisant Z_n converge vers la distribution normale lorsque le nombre n de variables aléatoires tend vers l'infini. La fonction de densité de probabilité P tend alors vers une distribution gaussienne :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P[Z_n] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-Z_n^2/2} \quad (1.6)$$

Nous considérons comme condition initiale dans nos expériences un champ aléatoire complexe $\psi(x, t = 0) = \psi_0(t)$ périodique de période T , composé d'une superposition linéaire d'un grand nombre de composantes de Fourier indépendantes tel que :

$$\psi_0(t) = A(t)e^{i\phi(t)} = \sum_{p=1}^N \psi_p e^{ip\frac{2\pi t}{T}} \quad (1.7)$$

avec $\psi_p \in \mathbb{C}$.

Nous considérons le cas où les phases des ψ_p sont aléatoires et statistiquement indépendants. Pour $N \gg 1$, le théorème central limite s'applique et les parties réelle $\Re[\psi(t)]$ et imaginaire $\Im[\psi(t)]$ du champ complexe ont une statistique gaussienne. De plus, $\Re[\psi(t)]$ et $\Im[\psi(t)]$ sont statistiquement indépendantes, ce qui se traduit par $\langle \Re(\psi(t))\Im(\psi(t)) \rangle = 0$.

Par ailleurs, nous pouvons montrer que cette même distribution prend la forme d'une distribution de Rayleigh pour l'amplitude $A_0(t) = |\psi_0(t)|$ des fluctuations de ce champ complexe [11, 40]. La fonction de densité de probabilité de la puissance des fluctuations $P_0(t) = |\psi_0(t)|^2 = A_0^2(t)$, quant à elle, suit la distribution exponentielle comme le montre la figure 1.3 ci-dessous. Ces trois formes de distributions correspondent toutes à la loi normale. Leurs formes mathématiques dépendent de la variable considérée.

Dans la suite du travail, l'approximation des phases aléatoires correspond à prendre les composantes de Fourier $\psi_p = \sqrt{n_p} e^{i\phi_p}$ avec des phases spectrales ϕ_p aléatoires.

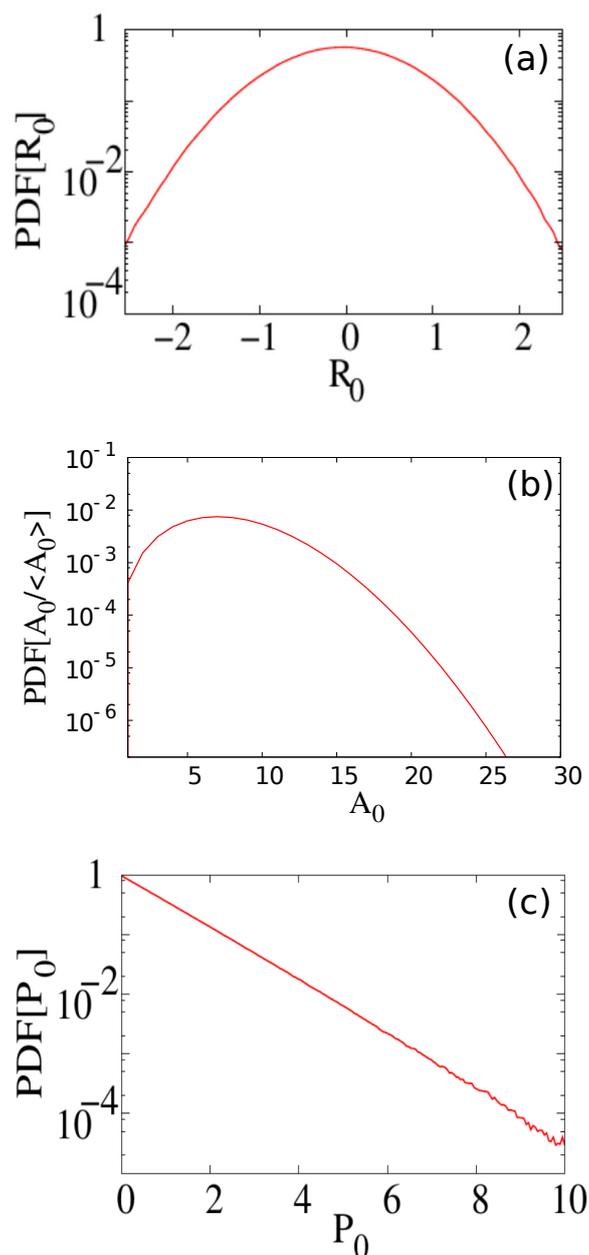


FIGURE 1.3 – Fonction de densité de probabilité de a) la partie réelle, b) l'amplitude des fluctuations et c) la puissance d'un champ aléatoire complexe ayant une statistique gaussienne et résultant de la superposition linéaire d'un grand nombre de modes de Fourier de phases aléatoires.

1.1.2.3 Définition du Kurtosis

De façon générale, une fonction de densité de probabilité peut être caractérisée à l'aide d'un coefficient appelé Kurtosis. Ce coefficient mesure l'aplatissement de la distribution de probabilité par rapport à la statistique gaussienne. Il est basé sur une version scalaire du moment d'ordre quatre des données à analyser [43, 44]. Pour des variables réelles Y_1, Y_2, \dots, Y_N , la formule du Kurtosis est donnée par :

$$kurtosis = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^4 / N}{s^4} \quad (1.8)$$

où \bar{Y} est la moyenne des Y_i , s la déviation standard des Y_i , et N le nombre de points.

Le Kurtosis pour une distribution suivant la loi normale a une valeur égale à 3. Pour cette raison, on utilise parfois la définition suivante, appelée excès de Kurtosis ou “Kurtosis excess” en anglais) :

$$kurtosis = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^4 / N}{s^4} - 3 \quad (1.9)$$

La valeur de 3 est retranchée pour que la distribution normale de référence ait un kurtosis nul. Ainsi, une valeur positive du kurtosis correspond à une distribution au-dessus de la distribution normale (on parle de “heavy-tailed distribution” en anglais), et une valeur négative du kurtosis correspond à une distribution au-dessous de la distribution normale (on parle de “light-tailed distribution” en anglais). Il est important de noter que le Kurtosis est lié aux ailes de la distribution statistique, et non pas à sa partie centrale.

Pour une distribution suivant la loi normale, la valeur du kurtosis est de 3. Avec l’apparition de phénomènes de grande amplitudes, ayant une probabilité supérieure à celle prédite par la loi normale, la fonction de densité de probabilité des évènements va dévier au-dessus de la distribution normale. Dans ce cas, la valeur du kurtosis va augmenter. Dans le cas contraire, en passant en-dessous de la distribution normale, la valeur du Kurtosis va diminuer.

Nous verrons dans le chapitre 2 que nous utiliserons le moment d’ordre quatre du module de ψ noté $K_4(|\psi|)$. Dans le cas où A_0 suit la distribution de Rayleigh (nous rappelons que $A_0(t) = |\psi_0(t)|$ avec ψ le champ complexe), la valeur du moment d’ordre 4 sera égale à 2. Des valeurs de k_4 supérieures à 2, traduisent l’apparition d’évènements extrêmes.

$$K_4(|\psi|) = \frac{\langle |\psi|^4 \rangle}{\langle |\psi|^2 \rangle^2} \quad (1.10)$$

1.2 Turbulence et évènements extrêmes

1.2.1 Turbulence d’Ondes

La turbulence d’ondes peut être définie de façon générale comme étant l’ensemble des phénomènes émergents de l’interaction non linéaire entre des ondes dispersives aléatoires dans une situation hors d’équilibre [39]. La partie la plus développée de la théorie de turbulence d’ondes traite les ondes en régime faiblement non linéaire. Nous commencerons par énoncer dans cette section quelques généralités sur cette théorie, pour ensuite discuter du domaine d’optique non-linéaire statistique, qui a fait l’objet d’un grand intérêt ces quelques dernières années.

1.2.1.1 Généralités

La théorie de turbulence d’ondes fournit une description hors d’équilibre thermodynamique d’un système d’ondes non-linéaires et incohérentes. Dans l’idéal, elle doit inclure les

deux composantes : Les ondes incohérentes faiblement non linéaires et les structures cohérentes fortement non linéaires. Cette théorie a pour ambition de décrire les mécanismes du cycle de turbulence d'ondes par lequel les ondes aléatoires faiblement non-linéaires peuvent être converties en des structures cohérentes, et inversement, rompre les structures cohérentes avec un retour partiel de l'énergie aux ondes incohérentes. Evidemment, une telle théorie ne peut pas être complètement universelle puisqu'il existe une grande variété de structures cohérentes (cette notion de structures cohérentes sera détaillée dans la section 1.3.3.2) et la façon avec laquelle elles peuvent être rompues dépend du système physique particulier.

Les deux ingrédients indispensables pour observer les turbulences d'ondes sont des effets non linéaires et des ondes dispersives.

La théorie de turbulence d'ondes décrit les mécanismes statistiques hors équilibre d'ondes non linéaires aléatoires dans un régime faiblement non linéaire [8, 39]. A part quelques exceptions [38], cette théorie est utilisée pour traiter des systèmes d'ondes décrits par des équations non intégrables.

Les prédictions de la théorie de la turbulence d'ondes ont été vérifiées expérimentalement dans différents systèmes physiques, comme les plasmas [45, 46], ainsi que les ondes de surface capillaires [47] et gravitationnelles [48] dans les fluides. Des structures non linéaires cohérentes peuvent aussi coexister avec la turbulence d'ondes. L'émergence de structures cohérentes dans un champ incohérent a été étudié théoriquement dans le cadre de la turbulence d'onde non intégrable [49, 50].

1.2.1.2 Optique non linéaire statistique

La réponse d'un milieu diélectrique à un champ électrique \vec{E} dépend l'amplitude de ce champ. L'interaction entre les électrons du matériau et le champ électrique externe appliqué résulte en la création d'une polarisation \vec{P} . Dans un régime linéaire, dans lequel l'amplitude des ondes électromagnétiques est très inférieure à l'amplitude du champ liant l'électron au noyau ($10^5 - 10^{10} V/m$), cette polarisation est proportionnelle au champ électrique, de sorte que $P = \epsilon_0 \chi E$ où ϵ_0 est la permittivité à vide et χ la susceptibilité diélectrique linéaire du milieu². Quand le champ externe est suffisamment intense, autrement dit quand l'amplitude des ondes électromagnétiques est du même ordre de l'amplitude du champ liant l'électron au noyau, la réponse du milieu n'est plus proportionnelle au champ électrique externe, et devient donc non linéaire, selon la relation

$$P = \epsilon_0 [\chi^{(1)}.E + \chi^{(2)}.E^2 + \chi^{(3)}.E^3 + \dots] \quad (1.11)$$

De manière générale, la susceptibilité linéaire $\chi^{(1)}$ représente la contribution dominante de la polarisation électronique P. Ses effets sont inclus à travers l'indice de réfraction et le coefficient d'atténuation α . La susceptibilité d'ordre 2 ($\chi^{(2)}$) est responsable des effets non linéaires comme la génération de seconde harmonique et la somme de fréquence. Par

2. Dans cette discussion qualitative, nous considérons la polarisation et le champ électrique comme des scalaires dans un souci de simplicité. Mais ces grandeurs sont en réalité des vecteurs et des tenseurs[7]

contre, elle n'est non nulle que pour les milieux non centrosymétriques, c'est à dire qui ne comportent pas un centre d'inversion pour l'un de ses éléments de symétrie. Pour une fibre optique, le coefficient $\chi^{(2)}$ est nul. La non linéarité dominante est dans ce cas du troisième ordre ($\chi^{(3)}$).

L'optique non linéaire représente la branche de l'optique qui étudie le comportement de la lumière de forte intensité se propageant dans un milieu matériel. Un champ électromagnétique intense peut être obtenu à l'aide d'un laser [3, 4, 5]. Le domaine de l'optique non linéaire a été exploré après la découverte de la génération de seconde harmonique en 1961 par Peter Franken et al. [6] suite à l'apparition de la technologie des lasers en 1960 [1].

L'optique non linéaire statistique quant à elle, représente un domaine qui traite en même temps les aspects non linéaires et statistiques de l'optique [10, 9, 8]. Notre travail se base sur cette branche de l'optique. Nous propageons des ondes partiellement cohérentes, et nous observons l'évolution de leur statistique suite à la propagation dans des milieux non linéaires. Les ondes partiellement cohérentes que nous prenons comme condition initiale ont une distribution gaussienne. Au cours de leur propagation dans la fibre, leur statistique évolue, et s'écarte de la distribution gaussienne. Une déviation au-dessus de la distribution normale signifie que les phénomènes de grandes amplitudes apparaissent avec une probabilité plus grande que celle qui est prédite par la loi normale. Ces phénomènes sont les ondes scélérates, qui sont introduites dans la section suivante.

1.2.2 Ondes Scélérates

Les vagues scélérates sont des vagues "géantes" apparaissant à la surface de l'Océan. Nous rappelons dans cette section les définitions empiriques et statistiques de ces évènements.

1.2.2.1 Vagues et enveloppes des ondes dans l'océan

L'eau des océans est toujours en mouvement. Qu'il s'agisse de mouvements oscillatoires périodiques (comme les marées, houles, vagues, ...) ou non oscillatoires (comme le courant géostrophique), l'eau est loin d'être immobile même en l'absence du vent.

A la surface des océans, les vagues sont définies comme étant une déformation de la surface d'une masse d'eau générée souvent sous l'effet du vent. La hauteur de ces vagues est la distance suivant la verticale, entre la crête de la vague et le creux le plus profond précédant ou suivant cette crête[11]. Cette définition est illustrée sur la figure 1.4.

En raison de la non linéarité des ondes dans l'océan, celles-ci interagissent entre elles, ce qui mène à la génération de nouvelles composantes spectrales. En conséquence, ceci donne lieu à une surface d'océan irrégulière qui change constamment avec le temps. Pour modéliser les champs d'ondes irréguliers, une approche aléatoire est généralement adoptée : Les ondes de surface sont considérées comme résultant d'une somme infinie d'ondes sinusoïdales, ayant différentes fréquences ainsi que des phases et des amplitudes aléatoires [11, 12, 13]. En première approximation (approximation linéaire), le champ aléatoire peut être considéré comme ayant une distribution gaussienne avec une fonction de densité de probabilité de la forme :

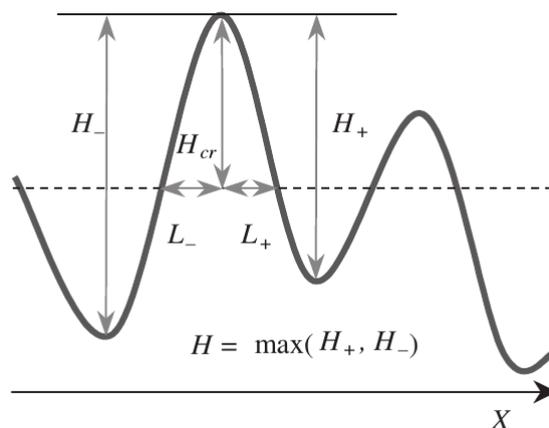


FIGURE 1.4 – Représentation schématique du profil des ondes à la surface de l’océan. Illustration issue du livre [11]

$$f(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.12)$$

où η représente la hauteur de la surface des ondes, dont la valeur moyenne est nulle ($\langle \eta \rangle = 0$). σ^2 est la variance, calculée à partir du spectre de fréquence $S(\omega)$:

$$\sigma^2 = \langle \eta^2 \rangle = \int_0^\infty S(\omega) d\omega \quad (1.13)$$

1.2.2.2 Approches historiques et statistiques

Lorsque le scientifique Français et officier de Marine en charge, Capitaine Dumont, a reporté en 1826 l’observation de vagues de 30 m de hauteur dans l’Océan Indien, il était ridiculisé par tout ces contemporains. Trois de ces collègues avaient supporté son observation, mais en vain. Dans cette zone, il était admis que les vagues ne dépassaient pas 9 m de hauteur. Plusieurs incidents de bateaux détruits par de très grandes vagues étaient cependant rapportés. Les témoignages des marins et les dégâts causés représentaient une évidence anecdotique de l’existence de vagues de très grandes amplitudes, connus actuellement sous le nom ” d’ondes Scélérates”. Celle-ci sont définies comme étant des vagues de grande amplitude, apparaissant soudainement à la surface des océans, généralement loin dans la mer, au niveau des grandes profondeurs d’eau. Toutefois, leur existence n’était pas confirmée scientifiquement. La première observation fiable fut rapportée en 1933 dans le Pacifique Nord par le USS Ramapo (United States Ship). Les membres de l’équipage ont mesuré la hauteur de la vague en alignant sa crête avec l’horizon et un point sur le mât du navire tandis que la poupe du navire était au fond d’un des creux de la vague. Ils ont mesuré la plus haute vague jamais reportée, faisant 34 m de hauteur. C’est le 1^{er} Janvier 1995 que l’existence de ces ondes scélérates a été scientifiquement confirmée. Les mesures sur la plate-forme Draupner, en mer du Nord sur la côte de Norvège, ont fourni les premières preuves irréfutables de l’existence des vagues scélérates,

suite à la mesure de ce qui est connu sous l'appellation de "Draupner wave", première onde scélérate à être détectée par un instrument de mesure [51]. Avant cette mesure, aucun instrument n'avait enregistré ce qui prouve l'existence de ces phénomènes de grandes amplitudes. Depuis ce temps, les ondes scélérates ont attiré l'attention des océanographes et ont fait l'objet d'un grand intérêt scientifique. Des observations ont même été faites par les satellites et ont servi à mieux soutenir celles réalisées par les instruments dans les stations maritimes. On réalise maintenant qu'un certain nombre de catastrophes maritimes ont été causées par de tels phénomènes

Une première approche pour définir les ondes scélérates est l'approche historique. Toute vague ayant une hauteur qui dépasse 2.2 fois la hauteur significative des vagues, est qualifiée comme étant une onde scélérate. Avec cette approximation, les ondes scélérates ne définissent pas les plus hautes vagues possibles, mais plutôt les vagues de taille extrême pour un état de mer donné.

La hauteur significative H_s des vagues représente la hauteur significative moyenne du 1/3 des plus hautes vagues dans une série temporelle. Pour une statistique gaussienne, cette hauteur significative est égale à quatre fois la déviation standard σ de l'élévation de surface [11] :

$$H_s = 4\sigma \quad (1.14)$$

Le moyen d'identifier ces phénomènes de grandes amplitude consiste à comparer leur hauteur mesurée dans les stations océaniques, à la hauteur significative des vagues.

Une deuxième approche pour étudier les ondes scélérates est l'approche statistique. Les travaux de Caponi et al. (1982) [52] sur l'étude numérique d'un système d'ondes non linéaires dispersives a montré que les trains d'ondes dans l'eau peuvent évoluer vers des états chaotiques. Par conséquent, un modèle d'ondes basé sur un système dynamique qui présente un comportement chaotique peut expliquer le caractère aléatoire des vagues sur la mer. Cette propriété suggère alors l'utilisation des descriptions statistique et spectrale des ondes.

Le paramètre essentiel permettant d'estimer l'importance des interactions non linéaires entre les ondes est l'indice de Benjamin-Feir. Il est défini comme étant le rapport entre la raideur du front d'onde et la largeur spectrale des ondes aléatoires :

$$I_{BF} = \sqrt{2} \frac{K \eta_{rms}}{\Delta\Omega/\Omega} \quad (1.15)$$

K et Ω sont le nombre d'onde moyen et la fréquence moyenne de l'onde respectivement. Ils sont reliés par la relation de dispersion $K = \Omega^2/g$ où g est l'accélération de la pesanteur. $\Delta\Omega/\Omega$ est la largeur spectrale. Dans la figure 1.5, nous illustrons la différence entre l'amplitude des vagues et l'élévation de la surface. L'amplitude représente la distance entre la valeur moyenne de la hauteur des vagues (représentée par l'axe des z) et leur enveloppe, formée par les points de hauteur maximale. L'élévation de surface est

représentée en tout point des vagues comme étant la distance entre la surface et la valeur moyenne de la hauteur des vagues.

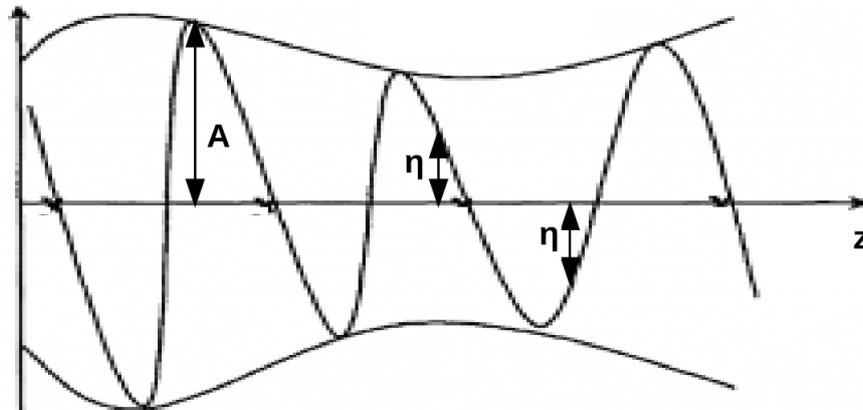


FIGURE 1.5 – Figure illustrant l'amplitude A et l'élévation η de la surface pour des vagues dans l'océan.

La moyenne quadratique du changement de la surface d'élévation η_{rms} est fonction de la moyenne quadratique de l'amplitude de l'onde A_{rms} tel que $A = 2^{1/2}\eta_{rms}$ [11]. L'amplitude de l'onde A est considérée lentement variable.

Onorato et al. étaient les premiers à mettre en évidence le fait que la statistique des ondes dépend de l'indice de Benjamin-Feir [53]. Plusieurs travaux ont été réalisés pour établir une relation entre cet indice et l'apparition des ondes scélérates [54, 55, 36, 53]. Ces travaux théoriques et expérimentaux ont montré alors que plus ce facteur est grand, plus le nombre des paquets d'ondes modulationnellement instables est grand, et donc plus la distribution de l'élévation de surface des vagues va s'éloigner de la statistique gaussienne. Ceci signifie que les phénomènes de grandes amplitudes sont plus probables que ce qui est prédit par la loi normale.

Pour conclure, la propagation non linéaire d'ondes ayant une distribution statistique initiale gaussienne peut provoquer l'émergence d'ondes de statistique non gaussienne. L'étude des événements extrêmes ou des ondes scélérates revient alors à étudier l'écart de la distribution statistique des ondes à la loi normale [54, 53, 55, 36, 56].

1.2.2.3 Premières observations d'ondes scélérates en Optique

Les ondes scélérates ne sont pas des phénomènes qui apparaissent uniquement à la surface des océans. Elles ont été observées dans plusieurs contextes physiques [13], dont le premier était l'optique. Les premières observations des ondes scélérates optiques ont été faites par Solli et al. en 2007, dans le contexte de la génération d'un supercontinuum [33]. Ce phénomène représente la génération d'un spectre optique très large à partir d'un spectre initial étroit, en raison des effets non linéaires se produisant dans une fibre optique [57, 58]. Cette notion de Supercontinuum a reçu un très grand intérêt à cause de sa physique complexe, et de la variété de ces applications possibles [58].

Dans l'expérience de Solli, les auteurs ont envoyé des impulsions femtosecondes à 1064

nm dans une fibre optique microstructurée fortement non linéaire. La génération du supercontinuum dans la fibre s'accompagne d'une génération de solitons d'ordres élevés, qui subissent une fission vers des composantes à différentes fréquences. Les impulsions de type solitons observées sont équivalentes aux ondes scélérates océaniques. A l'aide d'une technique d'étirement temporel [59], des évènements aléatoires de grande amplitude et de courte durée ont été détectés. La figure 1.6 montre les évènements enregistrés à la sortie de la fibre. La statistique de ces évènements dévie de la loi normale, ce qui met en évidence les phénomènes de grandes amplitudes suite à la propagation dans la fibre en régime non linéaire. Les phénomènes observés peuvent être modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée. Cette expérience a été réalisée dans un régime où l'élargissement spectral résulte de l'instabilité modulationnelle, qui mène au développement de phénomènes de grandes amplitudes.

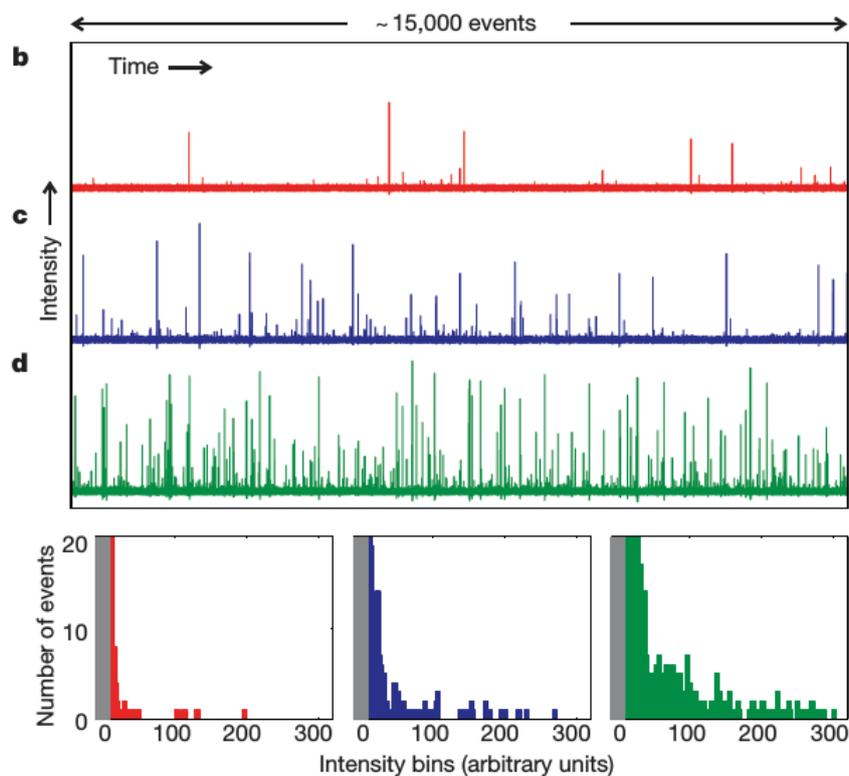


FIGURE 1.6 – Première observation d'ondes scélérates en Optique suite à la génération d'un Supercontinuum. Illustration issue de l'article [33]

Suite au travail de Solli et al., les ondes scélérates en optique ont été étudiées dans différents systèmes conservatifs et dissipatifs. Nous citons parmi ces contextes la génération du supercontinuum dans les fibres [23, 24, 25], la propagation décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (1D NLS) [60], la filamentation laser [61], les lasers [26, 62, 27, 28, 63], et les amplificateurs Raman fibrés [29].

1.3 Propagation non linéaire unidirectionnelle en Hydrodynamique et en Optique

1.3.1 Fibres Optiques monomodes

Depuis les années 1960, avec l'apparition du laser [1, 6], les fibres optiques ont commencé à dessiner leur chemin vers la technologie et le transport d'information par la lumière. Depuis cette époque, les fibres ne cessent d'évoluer, et de nouvelles fibres spécifiquement développées pour les domaines de l'optique non linéaire, des télécommunications, de la médecine, et beaucoup d'autres apparaissent. Plusieurs matériaux peuvent être à la base des fibres optiques, parmi eux la silice, dont l'emploi est le plus répandu. Les fibres conventionnelles sont composées d'un cœur de germanosilicate entouré d'une gaine optique en silice ayant un indice inférieur au cœur, et qui est elle-même entourée d'une gaine de protection en polymère. Ceci permet le guidage par réflexion totale interne dans la fibre. C'est un excellent moyen pour guider la lumière sur de longues distances. Les fibres peuvent être multimodes et la lumière peut alors se propager suivant plusieurs modes transverses. Nous trouvons aussi les fibres monomodes, qui permettent la circulation d'un seul mode et auxquelles nous nous intéresserons tout au long de notre travail. Dans cette section, nous allons décrire les caractéristiques physiques de ces fibres, ainsi que l'équation régissant la propagation de la lumière à l'intérieur de ces guides, dans les deux régimes de dispersions possibles.

1.3.1.1 Propriétés physiques des fibres monomodes

La fibre optique est un guide de lumière, basé sur le processus de réflexion interne totale. La fibre consiste en un cœur en verre d'indice n_1 , entouré d'une gaine d'indice n_2 avec $n_2 < n_1$, pour permettre le phénomène de réflexion totale. La lumière est alors confinée dans le cœur, et guidée tout au long de la fibre. Il existe deux paramètres qui permettent de caractériser une fibre optique. Nous parlons de la différence d'indices Δ donnée par

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (1.16)$$

et la fréquence normalisée V définie par

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.17)$$

où a représente le rayon du cœur de la fibre, et λ la longueur d'onde de la lumière guidée. La fréquence normalisée V permet de déterminer le nombre de modes supportés par la fibre. Deux types de fibres sont distinguées : les fibres multimodes, et les fibres monomodes. La différence principale entre ces deux types est la taille du cœur. Comme le montre la figure 1.7, dans une fibre multimode, la lumière peut suivre plusieurs trajets à l'intérieur du cœur. Au contraire, dans une fibre monomode, il n'y a qu'un seul mode de propagation, en raison de la petite taille du cœur (de diamètre environ 4–10 micromètres).

Une des caractéristiques importantes d'une fibre optique est son atténuation. L'atténuation se traduit par la perte de puissance d'un signal optique durant sa propagation dans une fibre optique. Pour une puissance P_0 à l'entrée de la fibre, la puissance P_s à la sortie sera égale à

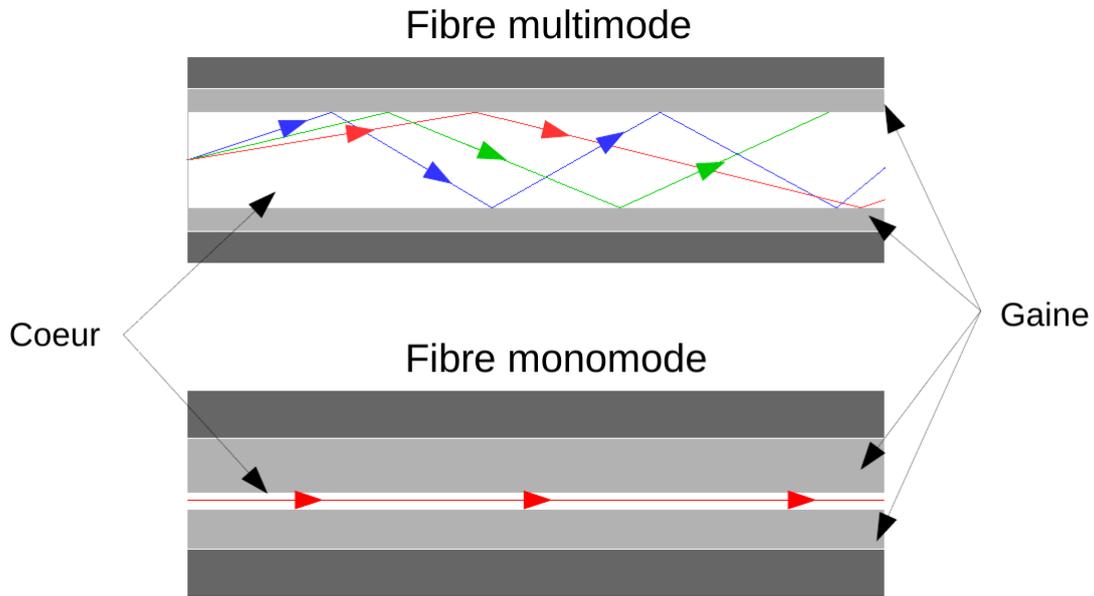


FIGURE 1.7 – Schéma illustrant la propagation de la lumière dans les deux types de fibres : multimodes et monomodes (dans l’approximation de l’optique géométrique).

$$P_s = P_0 \exp(-\alpha L) \quad (1.18)$$

où α représente la constante d’atténuation, associée aux pertes dans la fibre. Celles-ci sont usuellement exprimées en dB/km à l’aide du coefficient α_{dB} relié à α par la relation

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log\left[\frac{P_s}{P_0}\right] = 4.343\alpha \quad (1.19)$$

Du fait de la dispersion modale dans une fibre multimode, il existe un élargissement temporel du signal, proportionnel à la longueur de la fibre. Cet élargissement résulte de la dispersion intermodale entre les différents modes qui sont supportés par la fibre. Par conséquent, ces fibres sont utilisées uniquement pour des propagations de courtes distances, ou de faible débit.

Pour de plus longues distances et/ou de plus hauts débits, on préfère utiliser des fibres monomodes en raison de leur cœur de petit diamètre, qui n’admet qu’un seul mode de propagation. Si pour les fibres monomodes, la dispersion intermodale est bien entendu inexistante, il existe un autre type de dispersion : la dispersion intramodale. Son origine est la largeur spectrale finie de la source lumineuse qui implique que l’onde n’est pas strictement monochromatique : toutes les longueurs d’onde ne se propagent pas à la même vitesse dans la fibre, ce qui induit un élargissement d’une impulsion se propageant dans la fibre optique. Ceci résulte de la dépendance en longueur d’onde de l’indice de réfraction. On l’appelle aussi dispersion chromatique.

Nous savons que les effets non linéaires nécessitent une forte puissance. Le coefficient de non linéarité γ est inversement proportionnel à la surface effective A_{eff} du cœur de la fibre ($\gamma = 2\pi\lambda_0 n_2 / A_{eff}$ avec λ_0 étant la longueur d’onde de la lumière injectée dans

la fibre). A puissance optique donnée, les effets non linéaires sont plus intenses dans une fibre optique monomode de petit coeur que dans une fibre multimode de gros coeur.

1.3.1.2 Equation de propagation

L'étude des guides d'ondes diélectriques nécessite une bonne connaissance de la théorie de la propagation des ondes électromagnétiques. En effet, dans le cas d'un matériau diélectrique, l'oscillation des charges liées du milieu rayonne un champ électromagnétique qui vient s'ajouter à l'onde incidente. Pour comprendre les effets non linéaires dans les fibre optiques, nous cherchons à obtenir une équation qui décrit la propagation des impulsions optiques dans les milieux non linéaires dispersifs. Le traitement théorique débute par les équations de Maxwell qui s'écrivent

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.20)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.21)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \quad (1.22)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.23)$$

où \vec{E} et \vec{B} représentent les vecteurs champ électrique et champ magnétique respectivement. \vec{D} est le vecteur excitation électrique et \vec{H} le vecteur excitation magnétique. Les vecteurs de densité de courant \vec{J}_f et de charge ρ_f sont nuls dans les milieux électriquement neutres tels que la fibre optique. Les densité de flux \vec{D} et \vec{B} sont reliés aux champs électrique et magnétique par les relations suivantes :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.24)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (1.25)$$

où ϵ_0 et μ_0 sont la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du vide. \vec{P} quant à lui représente la polarisation électrique induite. En remplaçant les équations 1.21, 1.24 et 1.25 dans l'équation 1.20, et en posant $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide, nous obtenons l'équation de propagation de la lumière

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (1.26)$$

La polarisation est reliée au champ électrique. Dans un milieu linéaire, elle est proportionnelle au champ électrique, ce qui permet d'écrire

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E} \quad (1.27)$$

où $\chi^{(1)}$ est la susceptibilité d'ordre 1.

En régime non linéaire, on peut décomposer P en 2 termes : un terme linéaire et une autre partie associée aux effets non linéaires :

$$\vec{P}(r, t) = \vec{P}_L(r, t) + \vec{P}_{NL}(r, t) \quad (1.28)$$

En remplaçant la formule 1.28 dans l'équation 1.26, nous obtenons

$$\nabla^2 E + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \quad (1.29)$$

où l'on suppose, pour simplifier, que tous les champs sont linéairement polarisés. Pour résoudre cette équation, nous avons recours à trois approximations : 1) P_{NL} est considérée comme une petite perturbation par rapport à P_L , 2) le champ optique conserve sa polarisation tout au long de la longueur de la fibre ce qui permet une approche scalaire, 3) le champ optique est considéré comme quasi-monochromatique, ce qui veut dire que son spectre centré en ω_0 a une largeur $\Delta\omega$ telle que $\Delta\omega \ll \omega_0$.

En supposant que les effets non linéaires n'affectent pas la structure des modes de la fibre d'une façon significative, le champ $E_j(r, t)$ peut être écrit de la forme :

$$E_j(r, t) = F(x, y) A_j(z, t) \exp(i\beta_{0j} z) \quad (1.30)$$

où $F(x, y)$ est la distribution transverse du mode de la fibre, $A_j(z, t)$ l'enveloppe lentement variable du champ électrique et β_{0j} la constante de propagation correspondante autour de la fréquence centrale ω_j .

A l'aide des 3 approximations citées en supposant que l'effet non linéaire dominant est d'ordre 3 de sorte que $P_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3$, en se plaçant dans le référentiel tournant de la fréquence porteuse et en faisant le calcul nécessaire [2], nous obtenons l'équation de Schrödinger non linéaire, permettant de décrire la propagation des ondes dans une fibre optique :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \alpha A + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (1.31)$$

avec α représentant les pertes dans la fibre (coefficient d'absorption). A est l'enveloppe du champ électrique, β_2 le coefficient de dispersion chromatique de second ordre, et γ le

coefficient de la non linéarité Kerr. Durant leur propagation dans une fibre optique, les impulsions sont affectées par les effets linéaires et non linéaires qui influencent leur forme et leur spectre. Cette équation permet de bien décrire cette propagation dans la mesure où les approximations précédemment faites sont valides.

1.3.1.3 Dispersion normale et anormale

La dispersion chromatique se caractérise par la dépendance en fréquence de l'indice de réfraction $n(\omega)$ du milieu diélectrique dans lequel se propage la lumière. Dans un milieu dispersif, les composantes spectrales associées à l'impulsion se propagent à différentes vitesses, données par $c/n(\omega)$.

Dans une fibre optique, la dispersion joue un rôle dans la propagation des impulsions optiques courtes. Généralement, on développe en série de Taylor la constante de propagation β autour de la fréquence ω_0 :

$$\beta(\omega) = n(\omega)\frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (1.32)$$

avec

$$\beta_m = \left[\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right]_{\omega=\omega_0}; (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.33)$$

L'enveloppe de l'impulsion se propage avec une vitesse de groupe avec $v_g = 1/\beta_1$, tandis que le coefficient β_2 appelé coefficient de dispersion de vitesse de groupe est responsable de l'élargissement temporel de l'impulsion. Ces deux constantes de propagation sont reliées à l'indice de réfraction n (n_g étant l'indice du groupe) par les relations suivantes :

$$\beta_1 = \frac{1}{c} \left[n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right] = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{v_g}, \quad (1.34)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left[2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2} \right] \simeq \frac{\omega}{c} \frac{d^2 n}{d\omega^2} \simeq \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (1.35)$$

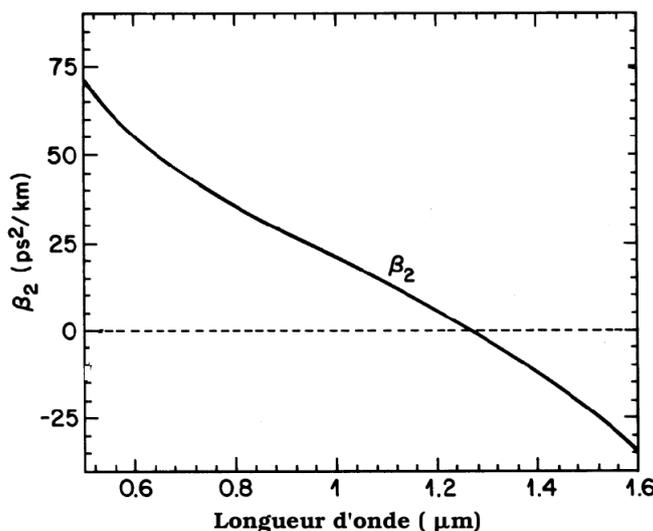


FIGURE 1.8 – Courbe représentant la variation du coefficient de dispersion de groupe β_2 en fonction de la longueur d'onde. Figure issue du livre [2].

La figure 1.8 représente la variation de β_2 en fonction de la longueur d'onde. Cette courbe est décroissante, et nous remarquons qu'il existe une valeur précise de longueur d'onde pour laquelle le coefficient β_2 s'annule. Au-delà de cette valeur $\lambda = \lambda_D$ (λ_D est appelée la longueur d'onde de dispersion nulle), β_2 change de signe et devient négatif pour les plus grandes longueurs d'onde. On utilise aussi un paramètre de dispersion D relié au coefficient β_2 par la relation

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \simeq \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (1.36)$$

Les coefficients de dispersion D et β_2 peuvent être contrôlés durant la fabrication de la fibre optique.

La nature des phénomènes non linéaires observés dans les fibres optiques dépend fortement du signe du coefficient de dispersion. :

Comme le montre la figure 1.8, pour $\lambda < \lambda_D$, $\beta_2 > 0$, et donc nous disons que la fibre présente un régime de dispersion normale. Dans cette situation, les composants de hautes fréquences d'une impulsion optique se propagent plus lentement que les composants de basses fréquences. Dans le cas contraire, pour $\lambda > \lambda_D$, $\beta_2 < 0$, et le régime dans la fibre devient un régime de dispersion anormale, et les composants de hautes fréquences deviennent plus rapides que celles de basses fréquences.

1.3.2 Ondes à la surface de l'eau

L'eau à la surface des océans n'est jamais immobile. Des ondes sont toujours en mouvement à la surface et on peut y observer de nombreux phénomènes comme la dispersion, la diffraction, la réflexion et d'autres phénomènes. Pour mieux comprendre le comportement

des ondes à la surface des océans, nous discutons de quelques unes de leurs caractéristiques, comme l'influence de la profondeur de l'eau sur la propagation. Nous rappelons également ici les équations de propagation correspondant à différents régimes de dispersion.

1.3.2.1 Eaux profonde et peu profonde

Les ondes scélérates ont été observées en eaux profondes ainsi qu'en eaux peu profondes, dans de nombreux endroits de la surface de l'océan, et dans de nombreuses conditions [11]. Mais les conditions de formation de ces ondes scélérates ne sont pas les mêmes en eaux profondes et peu profondes.

Nous distinguons les conditions d'eaux profonde et peu profonde à l'aide d'un paramètre sans dimension KD , où K est le nombre d'onde et D la profondeur de l'eau. Pour $KD < \pi/4$, l'eau est considérée peu profonde. Pour $KD > \pi/4$, l'eau est dite profonde [11, 20]. Une autre façon de différencier les deux domaines sera de considérer que $D > \lambda/2$ pour l'eau profonde où λ représente la longueur d'onde, et $D < \lambda/2$ pour l'eau peu profonde.

Les propriétés des ondes dépendent fortement sur la profondeur de l'eau. Cette caractéristique provient de la relation de dispersion. De plus, la dépendance de la dispersion en fonction de la profondeur de l'eau joue un rôle important dans les différentes interactions non linéaires entre les ondes. Dans le cas d'eau peu profonde, l'interaction à 3 ondes joue un rôle très important, tandis qu'en eau profonde, c'est le mélange à 4 ondes qui l'emporte.

1.3.2.2 Propagation d'ondes partiellement cohérentes dans un canal à une dimension

Le comportement des ondes dépend du milieu de propagation. L'équation suivante appelée équation de Zakharov décrit la propagation unidirectionnelle des ondes à la surface de l'eau [22, 20]

$$i \frac{\partial A(k, t)}{\partial t} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(k, k_1, k_2, k_3) \delta(k + k_1 - k_2 - k_3) e^{i[\omega(k) + \omega(k_1) - \omega(k_2) - \omega(k_3)]t} A^*(k_1) A(k_2) A(k_3) dk_1 dk_2 dk_3 \quad (1.37)$$

$T(k, k_1, k_2, k_3)$ est un coefficient réel de couplage, et δ est une fonction δ de Dirac qui sélectionne les vecteurs d'onde résonants [64].

En faisant l'approximation de bande étroite dans un régime faiblement non linéaire, nous pouvons dériver à partir de l'équation de Zakharov l'équation de Schrödinger non linéaire qui permet de décrire la propagation de l'enveloppe des ondes pour toute hauteur de l'eau [20, 22]. En gardant uniquement les termes de non linéarité et de dispersion d'ordres dominants, nous obtenons l'équation de Schrödinger non linéaire suivante qui décrit les ondes de spectres étroits :

$$iu_t - u_{xx} + 2\sigma|u|^2u = 0 \quad (1.38)$$

avec $\sigma = \pm 1$. Dans le cas d'eau profonde, la non linéarité est de nature focalisante et $\sigma = -1$. L'équation de Schrödinger non linéaire est adoptée pour décrire la propagation unidirectionnelle d'ondes dans l'hypothèse d'eau profonde [14, 15, 65, 13, 20, 18].

Pour l'eau très peu profonde, les équations convenables pour la description des ondes sont des équations qui décrivent non pas l'enveloppe, mais la surface elle-même de l'eau. Cela est possible puisque dans ce cas la longueur d'onde est beaucoup plus importante que la hauteur de l'eau, ce qui rend les oscillations des ondes assez larges. Elles peuvent alors être décrites par l'équation de Korteweg-de Vries (KdV) donnée par :

$$\eta_t + c_0 \eta_x + \alpha \eta \eta_x + \beta \eta_{xxx} = 0 \quad (1.39)$$

avec $c_0 = \sqrt{gh}$, $\alpha = 3c_0/2h$ et $\beta = c_0 h^2/6$ sachant que h représente la profondeur de l'eau et g l'accélération de la pesanteur.

1.3.2.3 Régimes focalisant et défocalisant

Il existe un cas intermédiaire entre l'eau profonde et peu profonde, dans lequel la longueur d'onde est grande devant la hauteur de l'eau, mais pas aussi grande que le cas de l'eau peu profonde. Dans ce cas, nous sommes encore dans l'hypothèse d'eau profonde. C'est le cas qui décrit l'enveloppe des ondes à partir de l'équation de Schrödinger non linéaire, pour $\sigma = 1$ dans l'équation 1.38. Ce régime est associé à une non linéarité de nature défocalisante.

1.3.3 Propriétés de l'équation de Schrödinger non linéaire

L'équation de Schrödinger non linéaire (1.31) introduite dans la section 1.3.1.2 permet de décrire la propagation d'ondes dans une fibre optique. Cette même équation, introduite aussi dans la section 1.3.2.2 permet de décrire la propagation d'ondes unidirectionnelles dans l'hypothèse d'eau profonde. Nous introduisons dans cette section quelques notions relatives à : l'instabilité modulationnelle, ainsi qu'aux solutions de cette équation aux dérivées partielles. Ceci permettra de mieux comprendre l'intérêt de cette équation dans la description des ondes scélérates.

1.3.3.1 Instabilité Modulationnelle

En présence d'effets non linéaires comme l'automodulation de phase, un système peut subir une instabilité qui provoquera la rupture de l'onde continue ou quasi-continue en un train d'impulsions ultracourtes, ainsi que la génération de bandes de gain spectrales. Cette instabilité est connue sous le nom d'instabilité modulationnelle. Ce phénomène a d'abord été découvert en 1967 pour les ondes en hydrodynamique dans l'hypothèse d'eau profonde. Il est connu dans ce contexte par l'instabilité de Benjamin-Feir. C'est un mécanisme possible pour la génération d'ondes scélérates.

L'instabilité modulationnelle est un phénomène qui nécessite certaines conditions, dont la plus importante est un régime de dispersion anormale, autrement dit une non-linéarité Kerr focalisante. Cette instabilité permet l'amplification d'une faible perturbation sur un

fond continu. Elle est fortement dépendante de la fréquence de cette perturbation. Des perturbations aléatoires contiennent généralement une large gamme de composantes spectrales, ce qui entraînera la génération de bandes spectrales qui reflètent le spectre de gain.

Ce spectre de gain peut être dérivé en partant de l'équation de Schrödinger non linéaire suivante :

$$i\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2}\beta_2\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma|A|^2A \quad (1.40)$$

Cette équation décrit l'évolution de l'enveloppe $A(z,T)$ du champ complexe en fonction du temps T et de la distance de propagation z . Ce modèle prend en compte la dispersion de vitesse de groupe décrite par le paramètre β_2 et la non linéarité Kerr γ . Dans le cas d'une onde continue, l'amplitude A est indépendante du temps à $z = 0$. En supposant que $A(z,T)$ reste indépendante du temps durant la propagation, cette équation admet comme solution à l'équilibre :

$$A = \sqrt{P_0}\exp(i\phi_{NL}) \quad (1.41)$$

qui montre que l'onde continue se propage sans déformation, mais acquiert un changement de phase produit par la différence entre l'indice de refraction linéaire et celui modifié par l'effet Kerr. P_0 est la puissance initiale à $z = 0$ et ϕ_{NL} la phase non linéaire donnée par :

$$\phi_{NL} = \gamma P_0 z \quad (1.42)$$

Pour tester la stabilité de cette solution, nous lui ajoutons une petite perturbation pour obtenir une solution qui permet de suivre l'évolution de cette perturbation initialement faible.

$$A = (\sqrt{P_0} + a)\exp(i\phi_{NL}) \quad (1.43)$$

En la remplaçant l'équation 1.43 dans l'équation de Schrödinger non linéaire, nous obtenons une équation pour la perturbation de la forme :

$$i\frac{\partial a}{\partial z} = \frac{1}{2}\beta_2\frac{\partial^2 a}{\partial T^2} - \gamma P_0(a + a^*) \quad (1.44)$$

où la perturbation a est considérée très faible, devant $\sqrt{P_0}$. Une solution générale de cette équation de perturbation :

$$a(z, T) = a_1\cos(Kz - \Omega T) + ia_2\sin(Kz - \Omega T) \quad (1.45)$$

avec K et Ω le nombre d'onde et la fréquence de perturbation respectivement, et a_1 et a_2 des constantes. Ce modèle a une solution non triviale seulement dans le cas où K et Ω satisfont la relation de dispersion suivante

$$K = \pm \frac{1}{2} |\beta_2| \Omega [\Omega^2 + \text{sgn}(\beta_2) \Omega_c^2]^{1/2} \quad (1.46)$$

avec

$$\Omega_c^2 = \frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|} = \frac{4}{|\beta_2| L_{NL}} \quad (1.47)$$

La formule 1.46 montre que la stabilité de la solution dépend fortement du signe de la dispersion de vitesse de groupe. Dans le cas d'un régime de dispersion normal ($\beta_2 > 0$), le nombre d'onde K est réel pour toute valeur de Ω , et la solution est stable face aux petites perturbations. Par contre, dans le cas d'un régime de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$), K devient imaginaire pour $\Omega < \Omega_c$, et la perturbation $a(z, T)$ croît exponentiellement en fonction de z . La solution de l'onde continue est instable dans le régime de non linéarité focalisante. Le phénomène correspondant appelé instabilité modulationnelle provoque une modulation spontanée de l'état d'équilibre.

Le spectre de gain en fonction de la fréquence Ω pour $\beta_2 < 0$ est donné par la relation suivante, où $g(\Omega)$ correspond au gain à la fréquence Ω pour une perturbation à la fréquence ω_0 . Le gain existe pour $|\Omega| \leq \Omega_c$.

$$g(\Omega) = 2\text{Im}(K) = |\beta_2| \Omega (\Omega_c^2 - \Omega^2)^{1/2} \quad (1.48)$$

Le gain est maximal entre deux fréquences données par

$$\Omega_{max} = \pm \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}} = \pm \left(\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|} \right)^{1/2} \quad (1.49)$$

et a une valeur de :

$$g_{max} = g(\Omega_{max}) = \frac{1}{2} |\beta_2| \Omega_c^2 = 2\gamma P_0 \quad (1.50)$$

Dans le cas d'une onde partiellement cohérente, la valeur de la fréquence du gain augmente d'un facteur $\sqrt{2}$ suite à l'incohérence [66], et devient :

$$\Omega'_c = \sqrt{2} \Omega_c = \sqrt{\frac{8\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad (1.51)$$

1.3.3.2 Structures cohérentes localisées

Reprenons l'équation de Schrödinger non linéaire intégrable (1D NLSE) (équation 1.52)

$$i\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2}\beta_2\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma|A|^2A \quad (1.52)$$

où $A(z, T)$ est l'enveloppe de l'onde complexe qui est fonction de la distance de propagation z et du temps retardé T . Cette équation a la caractéristique de conserver l'hamiltonien. Celui-ci est défini par $H = H_{NL} + H_L$ où $H_{NL} = -\frac{\gamma}{2} \int |A(z, T)|^4 dt$ représente la contribution non linéaire. $H_L = \frac{\beta_2}{2} \int \omega^2 |\hat{A}(z, \omega)|^2 d\omega$ est la contribution linéaire, tel que la transformée de Fourier étant définie comme $\hat{A}(z, \omega) = (1/\sqrt{2\pi}) \int A_0(z, T) e^{-i\omega T} dt$. Cette équation conserve aussi le nombre de particules (qui présente aussi la puissance normalisée) $N = \int |A(z, T)|^2 dt$ et le moment $P = \int \omega |\hat{A}(z, \omega)|^2 d\omega$. En régime faiblement non linéaire, les effets linéaires dominent les effets non linéaires, ce qui se traduit par $H_{NL}/H_L \ll 1$. Plus le régime devient non linéaire, plus ce rapport augmente. Dans un régime fortement non linéaire, $H_{NL}/H_L \gg 1$.

Cette équation est intégrable, et admet un ensemble de solutions appelées “solitons brillants” et “solitons sombres”, supportés dans les régimes de dispersion anormale (focusing) et de dispersion normale (defocusing) respectivement. Un soliton est une onde solitaire qui se propage dans un milieu matériel sans se déformer, suite aux compensations entre les effets linéaires et non linéaires. Cette équation admet aussi des solutions analytiques exactes, appelés solitons sur fond continu (SFB), car l'intensité du fond continu n'est pas nulle, contrairement aux solitons conventionnels. Les 3 SFBs les plus connus sont les Akhmediev Breathers (AB), les solitons Kuznetov-Ma (KM) et les solitons de type Peregrine (PS).

Ces solutions s'écrivent :

$$A(z, T) = e^{iz} \left[1 + \frac{2(1-2a)\cosh(bz) + ib\sinh(bz)}{\sqrt{2a}\cos(\omega T) - \cosh(bz)} \right] \quad (1.53)$$

où les paramètres b et ω sont des fonctions du paramètre positif a et représentent respectivement le coefficient de gain paramétrique et la fréquence de modulation tel que $b = (8a(1-2a))^{1/2}$ et $\omega = 2(1-2a)^{1/2}$. Pour $0 < a < 0.5$, les paramètres b et ω sont réels et la solution est de type AB, comme le montre la figure 1.9(a). Les AB sont des solutions périodiques temporellement et localisées spatialement. Le terme “breather” caractérise l'aspect en même temps localisé et oscillatoire de ce type de solutions. Comme le montre la figure 1.9(a), cette solution est localisée en espace, et périodique en temps.

En augmentant la valeur du coefficient a jusqu'à atteindre la valeur $a = 0.5$, la localisation devient très importante, et nous avons l'apparition du soliton de Peregrine (PS), illustré sur la figure 1.9(b). Il a été d'abord dérivé en tant qu'une solution rationnelle de NLSE dans le contexte d'onde plane et instabilité modulationnelle [67]. Il est donné par la formule $A(z, T) = e^{iz} [1 - 4(1 + 2iz)/(1 + 4T^2 + 4z^2)]$, correspondant à une solution doublement localisée, à la fois en temps (T) et en espace suivant la direction de propagation (z), et ce contrairement au soliton fondamental qui conserve sa forme tout au long de sa propagation. Du fait de ses propriétés de localisation en espace et en temps, le comportement du PS présente des similarités avec celui des ondes scélérates [19, 21].

En augmentant encore la valeur du coefficient a , de sorte que $a > 0.5$, les paramètres

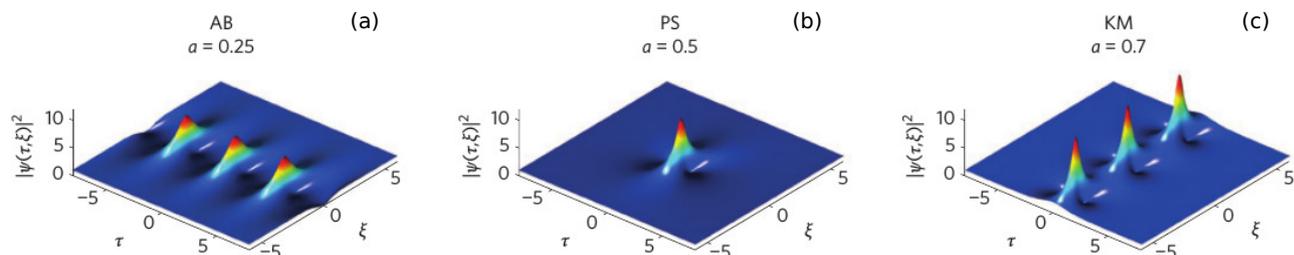


FIGURE 1.9 – Solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non linéaire a) Akhmediev Breather (AB), b) soliton de Peregrine (PS) et c) soliton de Kuznetsov-Ma (KM). Cette figure est extraite de l'article [15].

b et ω deviennent imaginaires, et la solution devient localisée en temps T et périodique en espace z , comme le montre la figure 1.9(c). La solution illustrée est connue sous le nom de soliton Kuznetsov-Ma (KM).

Ces solutions sont considérées comme des prototypes d'ondes scélérates [68, 69, 70, 20, 21]. En contrôlant soigneusement les conditions initiales, plusieurs solitons à fond continu (SFB) ont été observés dans plusieurs expériences dans différents systèmes physiques, principalement en optique et en hydrodynamique [71, 72, 73, 16, 17, 74]. Les solitons sur fond continu ont reçu un grand intérêt et ont été étudiés numériquement et théoriquement. Dans le contexte de la turbulence intégrable, la première observation directe, en single-shot, du soliton de Peregrine a été faite par Suret et al. [35] grâce à un microscope temporel.

1.4 Problématique de la thèse

1.4.1 Turbulence Intégrable

La turbulence intégrable apparaît lorsque des ondes partiellement cohérentes se propagent dans un système décrit par une équation intégrable telle que l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension [34]. Nous avons récemment montré qu'il était possible d'étudier la turbulence intégrable dans les fibres optiques [35]. Nous parlons en premier lieu dans cette section des travaux les plus connus dans le cadre de la turbulence intégrable, pour ensuite passer à la statistique des structures cohérentes qui apparaissent dans ce cadre.

1.4.1.1 Etat de l'art

La théorie de turbulence d'ondes fournit un cadre approprié pour l'étude statistique de l'interaction d'ondes non-linéaires et aléatoires, décrite par des équations intégrables [39] au sens où elles peuvent être résolues par des méthodes mathématiques dites de diffusion inverse³ [75, 76, 77]. Dans le cas où la non-linéarité d'ordre 3 et la dispersion (linéarité) d'ordre 2 dominant d'autres effets physiques dans un milieu à une dimension, la

3. Méthode appelée en anglais Inverse Scattering Transform (IST)

propagation d'ondes est décrite par l'équation 1D NLSE, qui est une équation intégrable (voir équation 1.38). Le cadre théorique joignant l'approche statistique des ondes aléatoires avec l'intégrabilité de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (1D NLSE) se nomme "turbulence intégrable". Cette équation possède une infinité de constantes de mouvement, dont les 3 premières sont 1) l'Hamiltonien $H = H_{NL} + H_L$ où $H_{NL} = -\sigma \int |A(k, T)|^4 dz$ représente la contribution non linéaire et $H_L = \int k^2 |\hat{A}(k, T)|^2 dk$ la contribution linéaire, 2) l'impulsion $P = \int k |\hat{A}(k, T)|^2 dk$ et 3) le nombre de particules $N = \int |A(z, T)|^2 dz$. Au contraire, le terme «non intégrable» est généralement considéré comme impliquant que le système ne peut pas être résolu exactement [78]. Le domaine de turbulence intégrable a été introduit par V. Zakharov dans la référence [34].

1.4.1.2 Sensibilité de la statistique de l'état stationnaire à la condition initiale

En partant d'une condition initiale aléatoire pour les systèmes décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire, le système s'ondes atteint un état stationnaire [79] qui s'avère toujours différent d'un état d'équilibre thermodynamique caractérisé par une equipartition de l'énergie [80, 60, 34]. En considérant par exemple un spectre de forme gaussienne comme condition initiale, on observe une croissance rapide des ailes du spectre, suivie par des oscillations amorties et une relaxation vers un état stationnaire [38]. Un des objectifs de la turbulence intégrable est de prédire le spectre de l'état final et les propriétés statistiques du système d'ondes .

La nature de l'état stationnaire atteint par le système d'ondes dépend fortement de la condition initiale [80, 68, 81, 38, 60]. Nous pensons qu'il est intéressant de comparer le travail de Walczak et al. [60] à celui d'Agafontsev et Zakharov [80], car les conditions initiales dans les deux approches ne sont pas les mêmes comme le montre la figure 1.10. Dans [60], les auteurs partent d'une onde partiellement cohérente de statistique gaussienne, tandis que dans [80], c'est un condensat (onde plane) avec de petites perturbations (bruit aléatoire) (figure 1.10 (a) et (b)). Les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension montrent que la statistique évolue, et qu'elle devient non gaussienne pour l'état stationnaire d'une onde initialement incohérente et gaussienne pour l'état stationnaire d'une onde initialement plane, perturbée avec du bruit (voir figure 1.10 (c) et (d)).

Dans le cas d'une onde incohérente, une forte déviation de la statistique gaussienne est notée dans l'état stationnaire asymptotique, ce qui confirme l'émergence de phénomènes de très grande amplitude, ayant une probabilité plus grande que ce qui est prédit par la loi normale. Nous rappelons qu'une distribution exponentielle de la puissance $P = |\psi|^2$ correspond à une distribution gaussienne de la partie réelle du champ complexe $\Re(\psi)$. Par contre, en partant d'un condensat avec un bruit, la statistique stationnaire suit la loi normale, ce qui signifie que la probabilité de formation des ondes scélérates est la même que celle d'un régime linéaire. Ces observations ont confirmé que la statistique de l'état stationnaire est sensible à la condition initiale [82, 83].

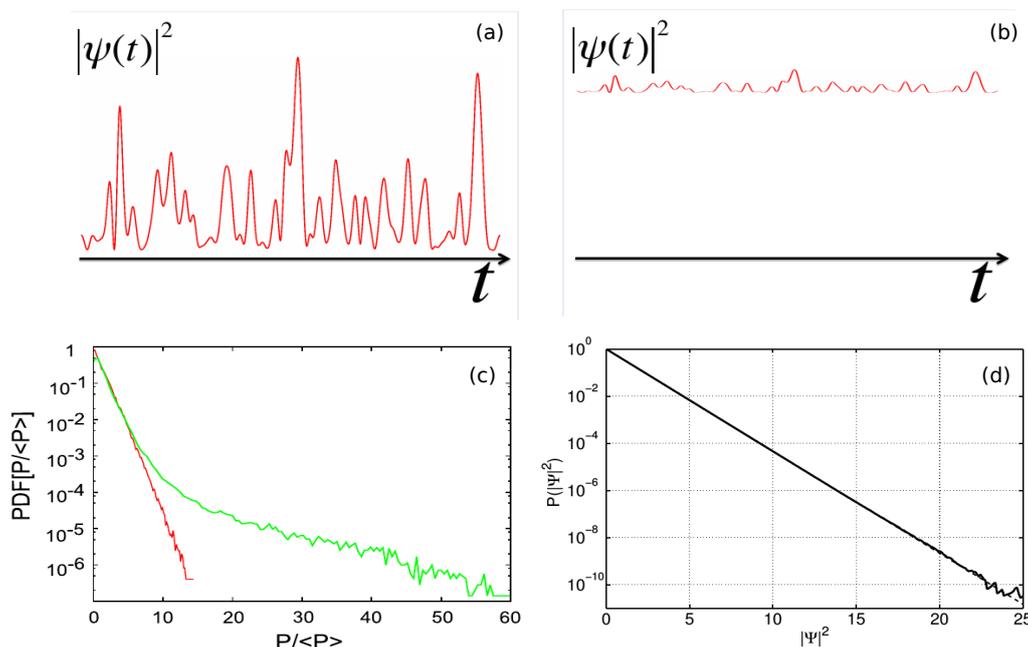


FIGURE 1.10 – Comparaison entre deux conditions initiales différentes : a) onde incohérente de l'article [60] et b) condensat+bruit [80] ainsi que les fonctions de densité de probabilité atteinte à l'état stationnaire qui sont c) non-exponentielle pour l'article [60] et d) exponentielle pour l'article [80]. La distribution exponentielle de la puissance $P = |\psi|^2$ correspond à une distribution gaussienne de la partie réelle du champ complexe $\Re(\psi)$.

Dans le chapitre suivant, nous allons décrire une analogie entre deux expériences, la première réalisée en hydrodynamique par Onorato et al. dans un canal à 1 dimension [36] et la deuxième que nous avons réalisée dans une fibre optique. Dans les deux expériences, nous adoptons une condition initiale aléatoire, ayant un spectre JONSWAP et une statistique gaussienne. Dans ce chapitre, nous étudions la statistique d'ondes partiellement cohérentes à une dimension suite à leur propagation dans les deux milieux non linéaires et nous comparons les résultats des deux expériences. Une comparaison avec la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire est aussi faite.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la composition du microscope temporel que nous avons construit, pour l'observation de la dynamique d'un signal aléatoire en temps réel. Nous montrons les structures cohérentes de type soliton de Peregrine observées à la sortie de ce microscope temporel. Ce travail est réalisé dans le cadre de la Turbulence Intégrable.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à l'étude spectrale d'un signal partiellement cohérent dans un régime très faiblement non linéaire. Les résultats obtenus sont en accord avec une approche théorique basée sur la théorie cinétique des ondes [38] et nous proposons une nouvelle approche théorique basée sur une transformation canonique de l'équation de Schrödinger non linéaire.

Deuxième chapitre

Chapitre 2

Propagation unidirectionnelle d'ondes partiellement cohérentes : comparaison entre une expérience d'hydrodynamique et sa reproduction en optique

2.1 Position du problème

2.1.1 Reproduire une expérience d'Hydrodynamique en Optique

Les caractéristiques des ondes dépendent généralement de leur milieu de propagation. Mais cela n'empêche pas de trouver des comportements comparables dans deux milieux différents, et de pouvoir les caractériser à l'aide des mêmes outils d'analyse. Dans les dernières années, le lien entre la propagation des ondes dans le domaine de l'optique et celui de l'hydrodynamique a reçu un grand intérêt. Les phénomènes de turbulence d'onde par exemple peuvent exister en hydrodynamique ou en optique [9, 38, 39]. La théorie de la turbulence d'onde décrit les propriétés statistiques et la dynamique spatio-temporelle complexe d'un système dispersif d'ondes en interactions non linéaires. Nous pouvons aussi parler de l'instabilité de Faraday, qui est l'instabilité observée lorsque l'on fait vibrer verticalement un liquide avec une accélération suffisamment grande. Dans ces conditions, il est possible d'observer la déformation de la surface du fluide qui se réorganise en un réseau d'ondes sous-harmoniques. C'est une instabilité hydrodynamique découverte en 1831, mais qui peut être aussi observée en optique, suite à une excitation paramétrique d'ondes dans le spectre du laser [84, 85].

Un des liens les plus rigoureux qui existe entre hydrodynamique et optique est fourni par l'équation de Schrödinger non linéaire, qui permet de décrire la propagation de l'enveloppe des ondes faiblement non linéaires dans les fibres optiques, mais aussi dans l'hypothèse d'eau profonde en hydrodynamique. C'est pourquoi, dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à la description du comportement des ondes à l'aide de cette équation.

L'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension est intégrable et peut être réso-

lue par la méthode de diffusion inverse¹. Elle décrit à l'ordre le plus bas la propagation en eau profonde d'un paquet d'ondes unidirectionnelles. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, l'équation NLS à une dimension décrit également sous certaines conditions des expériences réalisées dans des fibres optiques monomodes. En optique comme en hydrodynamique, l'hypothèse fondamentale pour qu'une expérience soit décrite par l'équation NLS à une dimension est que la largeur spectrale soit petite devant la fréquence de la porteuse. Comme nous le verrons à la fin de ce chapitre (voir la section 2.4.2), cette condition est plus facile à réaliser dans une fibre optique que dans le cas des ondes de gravité en hydrodynamique.

La possibilité de l'analogie existant entre les domaines d'optique et d'hydrodynamique nous a poussé à reproduire une des expériences déjà réalisées dans un canal unidirectionnel [36]. Dans cette dernière, l'étude statistique des ondes aléatoires à la surface de l'eau a été réalisée expérimentalement, dans un canal. En partant en optique d'une condition initiale partiellement cohérente avec des phases aléatoires, et en utilisant des paramètres réduits identiques à ceux de l'expérience d'hydrodynamique, nous avons reproduit exactement en optique l'expérience du canal unidirectionnel. Nous avons comparé les résultats expérimentaux à des simulations numériques de l'équation de Schrodinger non linéaire.

2.1.2 Expérience unidirectionnelle en hydrodynamique : motivations

Dans l'océan, les ondes ne sont pas unidirectionnelles. Cependant, il existe certaines conditions (générées par le vent, le courant, ...) et certains endroits dans l'océan pour lesquels une propagation unidirectionnelle existe. Il est alors instructif, du point de vue scientifique, d'étudier la statistique de ces ondes unidirectionnelles. Les effets associés à la propagation à une dimension vont se mélanger à la physique à deux dimensions dans l'océan. L'étude des ondes unidirectionnelles permettra alors de simplifier le problème, et aidera à mieux comprendre le comportement des ondes à la surface de l'océan.

Ceci est une des motivations pour l'étude de la statistique des ondes à une dimension [86, 36, 87, 88]. Onorato a été parmi les premiers à remarquer que la statistique des ondes à une dimension dépend de quelques paramètres reliés à l'interaction non linéaire entre les ondes, dont l'indice de Benjamin-Feir (BFI) qui permet de quantifier l'instabilité modulationnelle des ondes aléatoires unidimensionnelles [53, 89, 90].

Une des questions les plus importantes posées en océanographie concerne le spectre des ondes dans l'océan. En effet, la forme et la largeur du spectre des vagues à la surface de l'eau contient des informations sur les mécanismes physiques de génération et d'interactions des ondes. Le projet 'Joint North Sea Wave Project', connu sous l'acronyme JONSWAP, a été mis en place à la fin des années 60. Il résulte d'une coopération entre un grand nombre de scientifiques en Angleterre, au Pays-Bas, aux Etats-Unis et en Allemagne pour obtenir suffisamment de données expérimentales. L'idée était d'obtenir le spectre de puissance moyenne des vagues à la surface de l'océan. Un ensemble de détecteurs a opéré d'une façon quasi-continue pendant plusieurs semaines. La chaîne des instruments de mesures était constituée de 13 stations dispersées le long d'une ligne de 160 Km, allant de l'île de Sylte (Nord de l'Allemagne) jusqu'à la mer du Nord. Le choix de cet endroit se base

1. Méthode appelée en anglais Inverse Scattering Transform (IST)

sur sa bonne topographie en fond lisse, aux courants de marée modérés et à une logistique pratique. L'expérience complète s'est déroulée pendant quatre semaines en Juillet 1969 [91].

Après avoir analysé les mesures faites dans la mer du Nord, le groupe du projet JONSWAP (Hasselmann et al (1973)) a proposé une paramétrisation d'un spectre de puissance décrivant les vagues à la surface de l'océan [91, 22, 37]. Les ondes décrites par ce spectre correspondent à des "ondes partiellement cohérentes". Le spectre JONSWAP a la forme d'une courbe en cloche asymétrique avec une largeur finie et est défini mathématiquement comme suit :

$$P(f) = \alpha \frac{g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{f_0}{f} \right)^4 \right] \gamma^{\exp \left[-\frac{(f-f_0)^2}{2\sigma_J^2 f_0^2} \right]} \quad (2.1)$$

avec $\sigma_J = 0.07$ pour $f \leq f_0$ et $\sigma_J = 0.09$ pour $f > f_0$. f_0 est la fréquence pour laquelle existe le plus grand nombre de composantes. α et γ sont deux paramètres. En effet, si la valeur de γ augmente, le spectre devient plus étroit, et la puissance augmente. Si α augmente, la puissance augmente, d'où l'augmentation de la raideur.

γ possède des valeurs généralement comprises entre 1 et 6. α_f par contre, est généralement fixé à 0.0081.

L'étude de la statistique des ondes à une dimension a reçu une grande attention ces dernières années. Dans l'expérience d'Onorato et al., les auteurs ont étudié la statistique des ondes à une dimension, en partant d'un spectre JONSWAP comme condition initiale. La figure 2.1, montre une comparaison entre le spectre fitté des ondes qu'ils ont propagées dans une direction d'un canal et celui qui a été mesuré en océanographie.

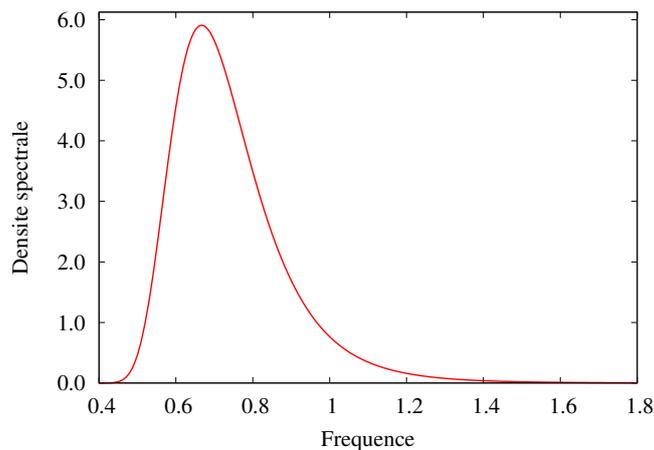


FIGURE 2.1 – Le spectre JONSWAP théorique du canal 1D.

Nous remarquons une forte ressemblance entre les deux spectres représentés en fonction de la fréquence en Hz. L'expérience dans le canal unidirectionnel [36] reproduit la même forme spectrale des vagues de l'Océan dans le but d'étudier la statistique de ces ondes

dans le cas de la propagation à une dimension.

2.2 Correspondance entre un canal unidirectionnel et une fibre optique monomode

Depuis l'observation des ondes scélérates en Optique [33], la recherche d'une correspondance entre ces événements de grande amplitude, observés dans les océans et dans les systèmes optiques, a reçu un grand intérêt. En particulier, il a été montré récemment qu'il est possible de générer des solutions exactes de l'équations de Schrödinger non linéaire à une dimension à la fois dans des expériences optiques et hydrodynamiques [14, 15, 16, 17, 18]. Plusieurs travaux ont eu lieu concernant cette analogie, parmi lesquels nous citons le travail de Kibler et al., dans lequel ils ont observé certaines évolutions dynamiques (superregular breathers) résultant de l'instabilité modulationnelle dans une fibre optique et un canal à une dimension [73]. Dans notre travail, nous cherchons à reproduire exactement une des expériences réalisées dans un canal à une dimension, dans laquelle les ondes scélérates ont été mises en évidence à partir de la propagation d'ondes aléatoires [36]. Un des plus gros défis est la reproduction des conditions océaniques en Optique. A notre connaissance, aucune expérience d'hydrodynamique n'a été reproduite avec exactement les mêmes conditions initiales, et les mêmes paramètres, en partant d'une onde incohérente. Nous présentons dans ce chapitre une comparaison directe entre les deux expériences. Le but de ce travail est, non seulement de comparer les statistiques en fin de propagation dans les deux milieux, mais aussi de suivre l'évolution de la statistique au cours de la propagation.

2.2.1 Expérience dans un canal unidirectionnel

L'expérience que nous cherchons à reproduire est une expérience qui a été effectuée par Onorato et al. [36] en 2004. Elle a été réalisée dans un des plus larges établissements de canaux à vagues à Marintek, Trondheim (Norvège). Le canal utilisé a une longueur de 270 m et une largeur de 10.5 m. La profondeur du canal est de 10 m pour les premiers 85 mètres. Elle est ensuite réduite à 5 m pour le reste du canal.

Plusieurs sondes (19 précisément), placées à différentes positions le long du canal, ont servi à la mesure de la hauteur des vagues. Ces positions sont schématisées par des cercles noirs sur la figure 2.2. Des ondes aléatoires modélisant la surface de l'océan ont été générées à l'aide d'un générateur de vagues, placé au début du canal. A l'autre bout du canal se trouve une plage permettant d'éviter la réflexion des vagues et leur retour dans le sens opposé. Pour chaque position des sondes, la hauteur de l'eau mesurée permet de déterminer la statistique des ondes dans le canal. Ceci mène à tracer la fonction de densité de probabilité, ce qui permet de calculer le moment d'ordre quatre pour quantifier l'évolution de la statistique. Nous rappelons que ce coefficient permet d'évaluer l'importance des ailes de la fonction de distribution de probabilité.

Le but du travail d'Onorato et al. était de démontrer expérimentalement que les vagues de très grandes amplitudes générées à partir des vagues aléatoires résultent de l'instabilité modulationnelle et apparaissent pour les grandes valeurs du rapport entre non linéarité

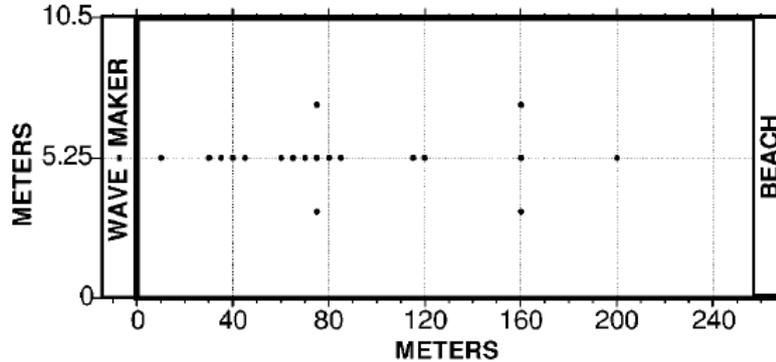


FIGURE 2.2 – Schématisation du canal à une dimension utilisé pour l’expérience d’Hydrodynamique à reproduire. Les points en noir correspondent aux sondes de détection le long du canal. Illustration extraite de l’article [36]

et linéarité (Benjamin-Feir Index). Autrement dit, le travail consistait à montrer que la statistique des ondes dépend de l’indice de Benjamin-Feir.

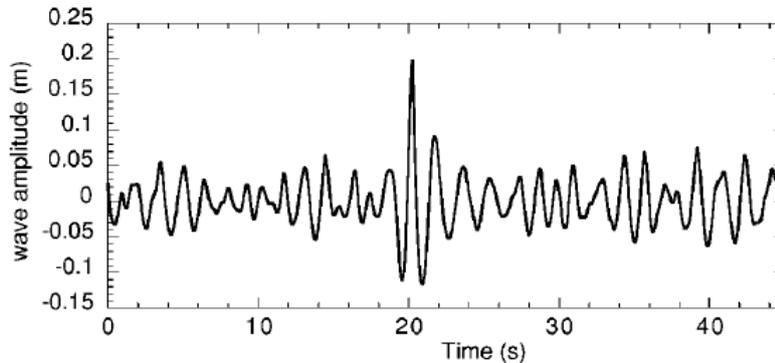


FIGURE 2.3 – Série temporelle montrant une onde de large amplitude et enregistrée par l’une des sondes. Illustration extraite de l’article [36]

La figure 2.3 montre une série temporelle où figure une onde de large amplitude au sein d’un train d’ondes aléatoires. Cette série a été enregistrée par l’une des sondes placées dans le canal.

2.2.1.1 Expérience d’hydrodynamique : principe et paramètres

Le principe de l’expérience d’Onorato et al. est de propager des ondes hydrodynamiques en partant d’une condition initiale aléatoire dans un canal à une dimension. En raison des effets non linéaires, le spectre et la statistique de l’onde aléatoire de départ vont évoluer au cours de la propagation. Ces changements sont mesurés expérimentalement, à différentes distances de propagation. A chacune d’elles, correspond un rapport bien défini entre les effets linéaires et non linéaires.

Dans l'expérience d'Onorato et al., les phases des composantes spectrales de la condition initiale sont aléatoires. Cela se traduit alors par une statistique gaussienne pour la hauteur d'eau, et une distribution de Rayleigh pour l'amplitude des vagues. La figure 2.4 représente le spectre JONSWAP de l'onde envoyée dans le canal unidirectionnel. Les deux spectres correspondent à la condition initiale de l'expérience d'Hydrodynamique (à 10 mètres du générateur de vagues) pour des hauteurs significatives de $H_s=0.14\text{m}$ dans la figure (a) et $H_s=0.17\text{m}$ dans (b).

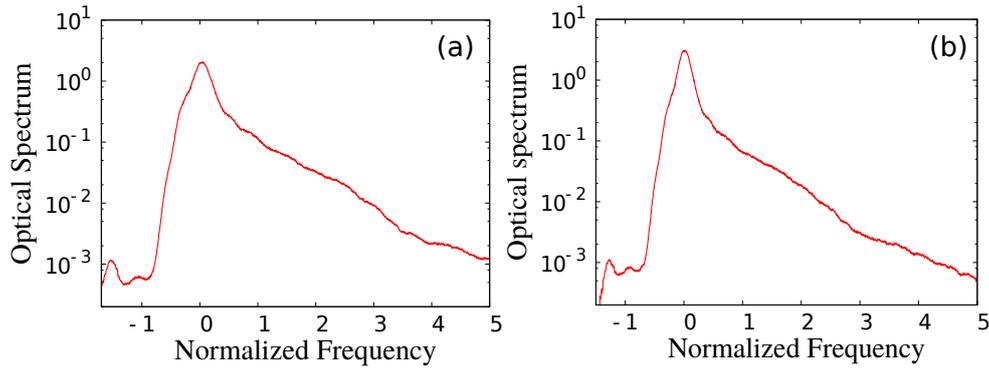


FIGURE 2.4 – Spectres JONSWAP de l'onde utilisée comme condition initiale dans le canal unidirectionnel en Hydrodynamique pour a) $H_s=0.14$ b) $H_s=0.17$ m.

Toutes les séquences de mesures de l'expérience d'hydrodynamique sont réalisées avec les valeurs suivantes de la période, la fréquence où se trouve le plus grand nombre de composantes, la pulsation, le nombre d'onde et la longueur d'onde de la condition initiale :

T_0	1.5 s
f_0	0.667 Hz
ω_0	4.189 rad/s
k_0	1.789 1/m
λ_0	3.513 m

Le coefficient de dispersion des ondes dans le canal qui vaut $\beta_{2(\text{canal1D})} = 0.1 \text{ s}^2/\text{m}$, et le coefficient de non linéarité vaut $\gamma_{(\text{canal1D})} = 5.39 \text{ m}^{-3}$. Il est important de noter que le coefficient non linéaire $\gamma_{(\text{canal1D})}$ du canal ne correspond pas à la variable de la formule 2.1 du spectre JONSWAP, mais au $\chi^{(3)}$ des ondes hydrodynamiques.

Le principe de l'expérience d'Onorato et al. consiste à propager les ondes, et détecter la hauteur de la surface de l'eau à différentes positions tout au long du canal. La première sonde de détection se trouve à 10 m du générateur de vague. La sonde la plus éloignée est positionnée à 200 m dans cette expérience. Entre ces deux sondes se trouvent plusieurs autres, espacées de 10 m environ. A chaque passage d'une vague, une séquence de mesures est faite par les sondes. Dans ce travail, trois séquences de mesures ont été réalisées, correspondants à différentes hauteurs significatives (voir la section 1.2.2.2 du premier chapitre) : $H_s = 0.11\text{m}$, $H_s = 0.14\text{m}$ et $H_s = 0.17\text{m}$. Plus H_s est grand, plus le régime de propagation devient non linéaire. Il est important de noter que le régime n'est pas très non

linéaire. Ceci s'explique par le fait que des hauteurs significatives très élevées mèneront à des phénomènes de déferlement de vagues dès les petites distances de propagation. Dans ces conditions, la propagation des ondes ne peut bien sûr plus être décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire. Pour $H_s < 0.17\text{m}$, l'onde peut se propager loin avant que les vagues subissent un déferlement. Le tableau suivant résume les différents paramètres des différentes séquences de mesures.

JONSWAP	Séquence de mesures 1	Séquence de mesures 2	Séquence de mesures 3
γ	1.7	4.8	8
H_s (m)	0.11	0.14	0.17

TABLE 2.1 – Paramètres des différentes séquences de mesures effectuées dans le canal unidirectionnel

2.2.1.2 Transformée de Hilbert

Pour les ondes partiellement cohérentes, la fonction de densité de probabilité est gaussienne dans le cas où les modes de Fourier caractérisant les vagues ou le champ électrique ont des phases indépendantes et uniformément distribuées. En hydrodynamique, il est possible de mesurer la hauteur de l'eau, mais en optique, la mesure temporelle du champ électrique ne peut pas être faite. Par contre, nous pouvons mesurer en optique la statistique de l'enveloppe de l'onde par des méthodes d'échantillonnage optique [60]. Pour pouvoir comparer le domaine de l'optique et celui de l'hydrodynamique, nous devons construire l'enveloppe des vagues à la surface à partir de la mesure de hauteur de l'eau. Ceci est possible en utilisant la Transformée de Hilbert. La Transformée de Hilbert est une transformation linéaire qui permet d'étendre un signal réel dans le domaine complexe.

Comme déjà mentionné dans le chapitre précédent, l'élevation de la surface de l'eau $\eta(t)$ est reliée à l'enveloppe complexe A par la relation :

$$\eta(z, t) = \frac{1}{2}(A(z, t)e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} + c.c) \quad (2.2)$$

La transformée de Hilbert permet de créer, pour une distance de propagation z fixée, un champ $\tilde{\eta}(t)$, orthogonal à $\eta(t)$. L'enveloppe complexe A des vagues peut être alors construite comme $A(t) = \eta(t) + i\tilde{\eta}(t)$.

Cette transformée permet un déphasage des coefficients de fourier de $\eta(t)$ de $-\pi/2$ pour les fréquences positives et $\pi/2$ pour les fréquences négatives. Autrement dit, elle tourne le plan de projection du signal analytique d'un angle $\pi/2$. L'analyse spectrale associée à la transformée de Hilbert constitue une excellente méthode d'analyse des données non linéaires [92].

2.2.2 Outils d'analyse

Pour pouvoir reproduire en Optique l'expérience d'Hydrodynamique [36], il faut connaître les paramètres à utiliser dans notre expérience. Celle-ci doit être réalisée de façon à respecter toute la physique de l'expérience effectuée dans le canal unidirectionnel. Puisque l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension permet de décrire la propagation des ondes dans une fibre Optique, ainsi que dans un canal à une dimension dans l'hypothèse d'eau profonde, elle pourra servir à la reproduction de l'expérience d'Hydrodynamique dans le domaine de l'Optique. Dans cette section, nous allons détailler la technique de normalisation de l'équation de Schrödinger non linéaire que nous avons utilisée. Nous obtenons ainsi une seule équation réduite, sans dimension, valable dans les deux domaines. Nous allons ensuite définir le moment d'ordre 4 qui sera la quantité fondamentale sur laquelle nous baserons notre comparaison entre hydrodynamique et optique.

2.2.2.1 Equation de Schrödinger non linéaire normalisée

L'équation de Schrödinger non linéaire qui décrit l'enveloppe des ondes dans l'approximation de bandes spectrales étroites est l'équation la plus utilisée pour l'étude des ondes scélérates. La raison de ceci est le fait que cette équation intégrable a, en plus des solutions standards, des solutions particulières (les breathers et le soliton de Peregrine) qui ressemblent qualitativement au profil des ondes scélérates mesurées dans l'océan [16, 17]. Une étude comparative de l'équation de Schrödinger non linéaire pour la propagation d'ondes faiblement non linéaires dans les fibres optiques et à la surface de l'eau a été réalisée par un groupe d'océanographes et d'opticiens [14]. Ils ont aussi dérivé l'expression de l'indice de Benjamin-Feir pour un milieu Kerr en réalisant une correspondance entre le cas de l'hydrodynamique et celui d'optique.

Normalisation en Hydrodynamique

Partons de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension suivante, qui décrit la propagation des ondes dans un canal, dans l'hypothèse d'eau profonde [14, 15, 65, 13, 20, 18] :

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial z'} + \frac{1}{c_g} \frac{\partial A}{\partial t'} \right) = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 A}{\partial t'^2} + k_0^3 |A|^2 A \quad (2.3)$$

avec

$$c_g = \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{k_0} \quad (2.4)$$

$$\beta_2 = \frac{2}{g} \quad (2.5)$$

$$\gamma = -k_0^3 \quad (2.6)$$

Dans cette équation, les coefficients linéaire et non linéaire sont $\frac{1}{g}$ et K_0^3 respectivement. La variable A ne représente pas la même grandeur physique qu'en Optique. Ici, l'enveloppe complexe A est une fonction de la hauteur de la surface d'eau $\eta(x, t)$. Les deux variables sont reliées par la relation suivante :

$$\eta = \frac{1}{2} (Ae^{i\theta} + A^*e^{-i\theta}) \quad (2.7)$$

où θ est la phase de l'onde. Ceci mène à déduire que

$$\langle |A|^2 \rangle = 2\langle \eta^2 \rangle \quad (2.8)$$

Nous appliquons le changement de variables suivant, en temps et en espace :

$$t = t' - \frac{z'}{c_g} \quad (2.9)$$

$$z = z' \quad (2.10)$$

Nous obtenons ainsi une équation qui décrit la propagation d'une onde avec une vitesse égale à la vitesse de groupe.

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + k_0^3 |A|^2 A \quad (2.11)$$

Nous appliquons de changement de variables suivant :

$$P_0 = \langle |A|^2 \rangle_t \quad (2.12)$$

$$Z = zk_0^3 \langle |A|^2 \rangle_t = zk_0^3 P_0 \quad (2.13)$$

$$T = t \sqrt{gk_0^3 P_0} \quad (2.14)$$

$$\psi = \frac{A}{\sqrt{P_0}} \quad (2.15)$$

L'équation de Schrödinger non linéaire devient alors :

$$\boxed{i \frac{\partial \psi}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + |\psi|^2 \psi} \quad (2.16)$$

Normalisation en Optique

D'autre part, on considère l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension en Optique. Elle permet de décrire la propagation d'ondes lumineuses dans une fibre .

$$\frac{\partial A}{\partial z'} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A}{\partial t'} = -i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t'^2} + i \gamma |A|^2 A \quad (2.17)$$

On applique le même changement de variable que celui appliqué en Hydrodynamique, en temps et en espace.

Ce changement de variables permet alors d'obtenir l'équation 2.18 qui décrit l'évolution dans la fibre de l'enveloppe lentement variable du champ électrique.

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i \gamma |A|^2 A \quad (2.18)$$

La variable A représente l'enveloppe lentement variable du champ électrique de l'onde. z et t représentent l'espace et le temps en unités physiques respectivement. Les constantes β_2 et γ sont respectivement le coefficient de dispersion de vitesse de groupe (GVD) et le coefficient Kerr, paramètres caractéristiques d'une fibre optique.

Pour normaliser l'équation, on applique une série de changements de variables afin d'obtenir une équation sans dimension. On introduit P_0 comme étant la puissance moyenne de l'onde partiellement cohérente se propageant dans la fibre dans une expérience d'Optique. Le moyennage est fait soit sur un grand nombre de réalisations, soit sur une série temporelle de longue durée.

$$P_0 = \langle |A(z, t)|^2 \rangle_t \quad (2.19)$$

L'unité de longueur sera alors la longueur non linéaire $L_{NL} = 1/\gamma P_0$, et la longueur normalisée s'écrit :

$$Z = \gamma P_0 z \quad (2.20)$$

L'unité de temps sera le "healing time", autrement dit, le temps caractéristique d'un équilibre entre les effets termes linéaire et non linéaire.

$$T = t \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad (2.21)$$

La normalisation du champ, quant à elle, se fait de la façon suivante :

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{P_0}} A \quad (2.22)$$

L'équation de Schrödinger non linéaire normalisée devient alors :

$$\boxed{\frac{\partial \psi}{\partial Z} = i \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} + i |\psi|^2 \psi} \quad (2.23)$$

Toute la physique est alors donnée par la forme et les paramètres du spectre de l'onde partiellement cohérente utilisée comme condition initiale

$$\psi_\omega(z = 0) = \frac{1}{T'} \int_0^{T'} \psi(z = 0, t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.24)$$

où T' est la durée des séries temporelles préalablement périodisées.

Nous remarquons que les équations 2.16 et 2.23 sont identiques. Les deux représentent une seule équation non linéaire sans dimension, qui permet de décrire les deux propagations, l'une en hydrodynamique et l'autre en optique.

2.2.2.2 Lien entre l'expérience d'Optique et l'expérience d'Hydrodynamique

Contrairement à la propagation dans un canal unidirectionnel, la mesure de la statistique ne peut pas être réalisée à différents endroits de la fibre optique. La statistique peut être uniquement étudiée à l'entrée et à la sortie de la fibre optique. Il faut alors reproduire indépendamment dans la fibre chaque distance de propagation adoptée dans le canal, où était placée une sonde de mesure. Pour le faire, nous allons normaliser les paramètres utilisés dans l'expérience d'hydrodynamique pour en déduire ceux qu'il faut utiliser dans notre expérience d'optique.

Les équations 2.12 à 2.15 permettent de normaliser les paramètres d'Hydrodynamique, tandis que les équations 2.19 à 2.22 sont utilisées pour la normalisation des paramètres en optique. Ceci mène à résoudre le problème des différents ordres de grandeur, car en optique, la fréquence de la porteuse est typiquement de quelques centaines de THz, tandis qu'en Hydrodynamique, elle n'est que de l'ordre de quelques Hz. C'est à partir de là que nous pouvons calculer les paramètres réduits que nous allons utiliser dans notre expérience d'optique.

Pour chaque point de mesure adopté dans le canal à une dimension, un nombre précis de longueurs non linéaires, et un autre de longueurs linéaires sont atteints durant la propagation. Pour pouvoir reproduire indépendamment dans la fibre optique chacune des distances de propagation dans le canal, il faut respecter ce rapport entre linéarité et non linéarité. Dans ce cas, les trois paramètres à contrôler sont : la longueur de la fibre à utiliser, la puissance à envoyer dans la fibre qui va définir l'importance des effets non linéaires, et la largeur spectrale de la condition initiale qui va définir l'importance des effets linéaires. Dans leur expérience, Onorato et al. ont utilisé, pour chaque hauteur significative, un spectre JONSWAP d'une largeur bien définie. Ils ont ensuite mesuré la statistique des ondes en différentes positions du canal. Par contre, dans notre expérience d'optique, puisque nous pouvons uniquement mesurer la statistique à la sortie de la fibre, et qu'il faut reproduire indépendamment chaque distance de propagation adoptée dans le canal, cette technique n'est pas valable. En optique, pour chaque point de mesure, nous devons générer un spectre de largeur bien définie, à envoyer dans une longueur de fibre connue, avec une puissance donnée.

Puissance en Hydrodynamique

En optique, il est facile de mesurer la puissance moyenne dans la fibre optique à l'aide d'un mesureur de puissance. Nous montrons ici qu'il est possible de relier la notion de puissance moyenne (optique) à la hauteur d'eau significative (hydrodynamique).

La hauteur significative des vagues est une fonction de la déviation standard. Dans le cas d'une statistique gaussienne, la hauteur significative est égale à quatre fois la déviation standard de l'élevation de surface (voir chapitre 1).

$$H_s \approx 4\sqrt{\sigma^2} \approx 4\sigma \approx 4\sqrt{\langle \eta^2 \rangle} \quad (2.25)$$

D'après les relations 2.7 et 2.8 nous obtenons la relation suivante :

$$H_s = \frac{4}{\sqrt{2}} \sqrt{\langle |A|^2 \rangle} \quad (2.26)$$

D'après la définition de la puissance moyenne, introduite par la relation 2.12, nous arrivons à écrire la hauteur significative comme fonction de la puissance moyenne.

$$H_s = \frac{4}{\sqrt{2}} \sqrt{P_0} = 2\sqrt{2P_0} \quad (2.27)$$

Elevée au carré, nous obtenons alors l'analogie de la puissance en optique pour les vagues en Hydrodynamique :

$$P_0 = H_s^2/8 \quad (2.28)$$

D'après la relation 2.28 , et sachant que la longueur non linéaire $z_{nlin} = 1/\gamma P_0$ et que $\gamma = -k_0^3$, il est possible de calculer les longueurs non linéaires correspondantes à chaque hauteur significative. Pour $K_0 = 1.789(m^{-1})$, nous obtenons :

Hs(m)	0.17	0.14	0.11
$P_0(Hydro)(m^2)$	0.0036	0.0024	0.0015
$z_{nlin}(Hydro)(m)$	48.346	71.285	115.471

Contrôle de la non linéarité dans la fibre

Comme déjà expliqué, après normalisation, nous devons avoir un même nombre de longueurs non linéaires pour chacune des distances de propagation en Hydrodynamique, et pour l'expérience d'optique. Ceci se traduit par la relation suivante :

$$\frac{z_{canal}}{z_{nlin}(Hydrodynamique)} = \frac{L_{fibre}}{L_{nlin}(Optique)} \quad (2.29)$$

avec

$$L_{nlin} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (2.30)$$

z_{canal} représente la longueur physique du canal et L_{fibre} représente la longueur physique de la fibre.

Dans l'expérience d'optique, la fibre utilisée comme milieu de propagation est une fibre de type SMF-28 (Single Mode Fiber), ayant les paramètres suivants :

$$\text{Fibre : SMF28} \quad \beta_2 \simeq -20\text{ps}^2\text{km}^{-1} \quad \text{à } 1550 \text{ nm} \quad (2.31)$$

$$\gamma \simeq 1.3\text{W}^{-1}\text{km}^{-1} \quad \text{à } 1550 \text{ nm} \quad (2.32)$$

Nous venons de calculer les longueurs non linéaires en hydrodynamique (voir tableau ci-dessus), et nous connaissons déjà la longueur du canal z_{canal} (qui correspond à la distance de propagation de l'onde). Pour calculer la puissance à envoyer dans la fibre, nous choisissons une longueur de fibre avec laquelle nous désirons travailler, et connaissant la valeur du coefficient non linéaire γ de la fibre, nous obtenons la puissance à injecter.

Puisque les unités d'espace normalisées sont aussi égales dans les deux domaines, l'égalité entre les équations 2.13 et 2.20 sera aussi satisfaite pour la longueur de fibre choisie et la puissance relative calculée (pour calculer Z en hydrodynamique, nous utilisons les valeurs de z et P_0 calculées dans le paragraphe précédent).

$$Z_{Hydrodynamique} = zk_0^3 P_0 = Z_{Optique} = \gamma P_0 L \quad (2.33)$$

Contrôle de l'importance des effets dispersifs dans la fibre

Pour les différentes distances de propagation, le nombre de longueurs linéaires doit aussi être respecté. Autrement dit, le rapport entre la linéarité et la non linéarité doit être conservé. Ceci mène à avoir

$$\frac{z_{lin}}{z_{nlin}}(Hydro) = \frac{L_{lin}}{L_{nlin}}(Optique) \quad (2.34)$$

avec

$$L_{nlin} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (2.35)$$

$$L_{lin} = \frac{1}{\Delta\omega^2 \beta_2} \quad (2.36)$$

ce qui mène au rapport :

$$\epsilon = \frac{\gamma P_0}{\Delta\omega^2 \beta_2} = \frac{L_{lin}}{L_{nlin}} \quad (2.37)$$

Il existe une relation entre le coefficient ϵ et l'indice de Benjamin-Feir. En effet, d'après la formule 2.3, $\beta_2 = 2/g$ et $\gamma = k_0^3$. En remplaçant ces paramètres dans la formule 2.37, et sachant que la relation de dispersion est donnée par $k = \omega^2/g$, nous trouvons simplement que $\epsilon = I_{BF}^2$ de sorte que

$$I_{BF}^2 = \frac{A^2}{2} \frac{8K^4}{(\Delta K)^2} \propto \frac{\text{nonlinéarité}}{\text{linéarité}} \quad (2.38)$$

La valeur du rapport ϵ est connu dans l'expérience d'hydrodynamique, car l'indice de Benjamin-Feir I_{BF} est précisément mesuré. Dans notre expérience en optique, nous prenons les mêmes valeurs pour ce rapport entre linéarité et non linéarité, figurants dans l'article d'Onorato et al. [36]. Alors pour contrôler l'importance des effets linéaires dans la fibre, il suffit de calculer la largeur $\Delta\omega$ du spectre à envoyer à partir de la relation 2.37. Cette valeur permettra d'avoir le bon spectre de façon à respecter la relation 2.34.

Comme déjà mentionné, l'ordre de grandeur de la fréquence de la porteuse n'est pas le même dans les deux cas : en optique, la fréquence centrale de l'onde partiellement cohérente est de l'ordre de quelques centaines de THz, tandis qu'en hydrodynamique, elle est de l'ordre du Hz. Pour pouvoir comparer les spectres issus des deux propagations, il faut normaliser les fréquences. A partir des équations 2.14 et 2.21, nous pouvons obtenir deux fréquences ν sans dimension, où ν'_{Hz} représente les fréquences en Hz pour l'hydrodynamique et ν'_{THz} les fréquences en THz pour l'Optique.

$$\nu = \nu'_{Hz} \frac{1}{\sqrt{gk_0^3 P_0}} \quad (2.39)$$

$$\nu = \nu'_{THz} \frac{1}{\sqrt{\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|}}} = \nu'_{THz} \sqrt{\frac{|\beta_2|}{2\gamma P_0}} \quad (2.40)$$

En multipliant les fréquences expérimentales par les facteurs donnés par les équations 2.39 et 2.40, nous pouvons comparer les spectres, car les fréquences sont alors sans dimension.

Nous présentons les paramètres utilisés dans notre expérience d'optique, et leurs correspondances en hydrodynamique.

L_{fibre} (m)	z'_{Hydro} (m)	$Z = z'/z_{nlin} = L/L_{nlin}$	P_0 (W)	$\Delta\omega_{opt}$ (THz)
125	10	0.19	1.19	1.64
125	20	0.39	2.39	1.46
250	30	0.58	1.79	1.55
250	40	0.78	2.39	1.41
500	60	1.17	1.79	1.63
500	70	1.36	2.09	1.44
500	80	1.56	2.39	1.48
1000	85	1.65	1.27	1.65
1000	120	2.34	1.79	1.51
1250	150	2.92	1.79	1.59
1000	200	3.90	2.99	1.52

TABLE 2.2 – Paramètres de l'expérience d'Optique et leur correspondances en Hydrodynamique pour $H_s = 0.17$ m

L_{fibre} (m)	z'_{Hydro} (m)	$Z = z'/z_{nlin} = L/L_{nlin}$	P_0 (W)	$\Delta\omega_{opt}$ (THz)
50	10	0.13	2.03	1.54
125	20	0.26	1.62	1.76
250	30	0.39	1.22	1.77
250	40	0.52	1.62	1.75
500	60	0.79	1.22	1.93
500	80	1.05	1.62	1.76
1000	120	1.58	1.22	1.89
1250	150	1.98	1.22	1.89
1000	200	2.64	2.03	1.50

TABLE 2.3 – Paramètres de l'expérience d'Optique et leur correspondances en Hydrodynamique pour $H_s = 0.14$ m

2.2.2.3 Définition du Kurtosis en Optique

Le moment d'ordre quatre d'une variable statistique réelle quelconque η est donné par :

$$K(\eta) = \frac{\langle \eta^4 \rangle}{\langle \eta^2 \rangle^2} \quad (2.41)$$

Considérons le champ complexe $\psi(t) = A(t)e^{i\phi(t)}$. En optique, puisqu'on mesure la puissance $|\psi|^2$, nous pouvons calculer l'amplitude $|\psi|$ mais non pas ψ ou sa partie réelle $Re(\psi)$. Nous définirons alors le kurtosis en optique comme étant le moment d'ordre quatre de l'amplitude $|\psi|$, tel que :

$$K(|\psi|) = \frac{\langle |\psi|^4 \rangle}{\langle |\psi|^2 \rangle^2} \quad (2.42)$$

Dans le cas où A suit la distribution de Rayleigh (nous rappelons que $A(t) = |\psi(t)|$), la valeur de ce moment sera 2. Pour une déviation au-dessus de la distribution normale, la valeur du moment d'ordre quatre devient supérieure à 2. Dans ce cas, nous parlons de l'apparition d'évènements extrêmes.

2.3 Expérience dans une fibre optique

Nous avons vu dans la section 2.1.2.1 que nous pouvons normaliser l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous obtenons alors une seule équation normalisée qui permet de décrire la propagation des ondes en optique et en hydrodynamique. Cela nous donne alors la possibilité de reproduire, dans une fibre optique, une expérience analogue par son principe à une expérience déjà faite en hydrodynamique dans un canal à une dimension [36]. Ceci est possible en utilisant des paramètres réduits identiques. Dans cette section, nous allons d'abord décrire le dispositif expérimental que nous avons adopté. Nous commencerons par décrire dans la première partie la source utilisée, pour ensuite passer au principe de l'expérience. La deuxième partie sera consacrée aux résultats obtenus, qui seront comparés dans la troisième partie aux simulations numériques.

2.3.1 Dispositif Expérimental

En utilisant les paramètres réduits que nous avons introduits dans le calcul de la section 2.1.2.1, nous sommes capables de mettre en place le montage optique nécessaire. Celui-ci nous permet de réaliser l'étude statistique des événements qui apparaissent suite à la propagation de l'onde dans la fibre optique. Dans notre montage, la propagation d'une onde partiellement cohérente dans une fibre optique, est analogue à la propagation d'ondes dans un canal à une dimension, dans l'hypothèse d'eau profonde.

2.3.1.1 Description de la source utilisée et condition initiale

Pour générer des ondes partiellement cohérentes, nous avons utilisé une source d'émission spontanée amplifiée (ASE). Celle-ci émet un champ optique aléatoire ayant une fréquence centrale se situant autour de 192 THz, ce qui correspond à une longueur d'onde de 1562.5 nm. Le champ complexe $\psi(t)$ de cette source, utilisée comme condition initiale, présente une superposition linéaire d'un très grand nombre de modes de Fourier indépendants. Ces modes sont caractérisés par une distribution aléatoire de leurs phases. Nous rappelons que la statistique des phénomènes aléatoires, produits suite à une superposition linéaire de ce genre, suit la loi normale. Ceci veut dire que la distribution statistique de la partie réelle du champ complexe adopté comme condition initiale ($Re(\psi)$) est une gaussienne d'après le théorème central limite. Cela se traduit par une distribution de Rayleigh pour l'amplitude de l'enveloppe ($|\psi|$), et une distribution exponentielle pour sa puissance, ou autrement dit le carré de l'enveloppe ($|\psi|^2$) (voir section 1.1.2.2). Ces trois distributions traduisent toutes la loi normale, qui montre que les événements de grande amplitude peuvent apparaître, mais avec une très faible probabilité.

Nous cherchons à établir, avec la meilleure précision possible, une comparaison entre les résultats obtenus dans l'expérience d'hydrodynamique et celle d'optique. Pour ce faire, nous avons considéré une condition initiale ayant non seulement la même statistique, mais aussi un spectre de forme identique. Pour pouvoir construire ce spectre, en respectant les paramètres de l'expérience d'hydrodynamique, il faut utiliser les paramètres réduits identiques.

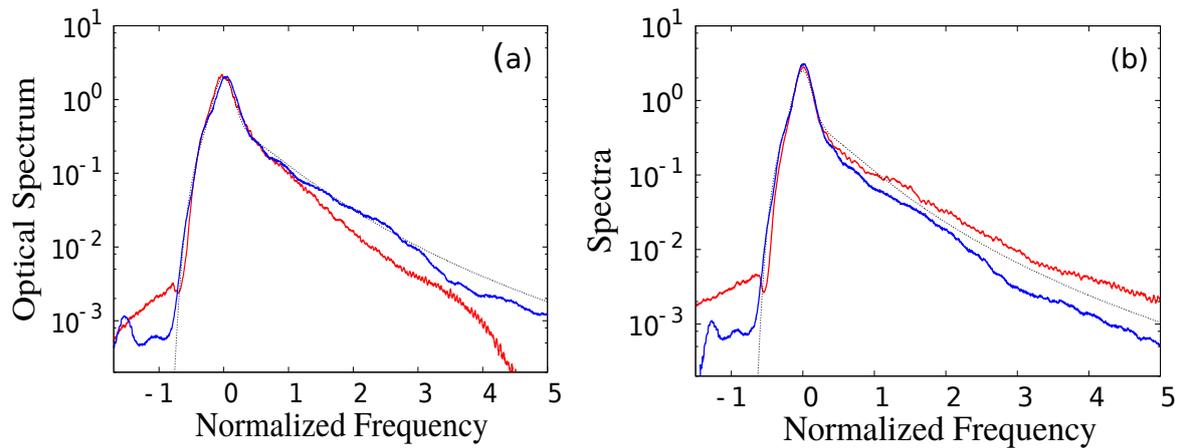


FIGURE 2.5 – Comparaison des spectres des conditions initiale de l'expérience d'Hydrodynamique (courbe bleue), modélisation à partir de la formule du JONSWAP (en pointillés noirs) et l'expérience d'Optique (courbe rouge) pour (a) $H_s=0.14$ m et (b) $H_s=0.17$ m.

La figure 2.5 montre la forte ressemblance entre les trois spectres de la condition initiale. Le spectre en bleu est celui généré dans le canal à une dimension, celui en pointillés représente celui modélisé d'après la formule du JONSWAP 2.1, et le rouge correspond au spectre réalisé dans notre expérience d'optique.

En effet, nous avons placé un filtre optique programmable (Waveshaper Finistar) à la sortie d'une source ASE. Celui-ci permet de créer la forme spectrale que nous désirons. A l'aide de la formule 2.1, nous avons pu reconstruire le spectre JONSWAP. Il suffit de programmer de manière adéquate le Waveshaper qui va filtrer le large spectre de l'onde partiellement cohérente. Nous obtenons ainsi le spectre tracé en rouge de la figure 2.5, qui est très comparable à celui en bleu mesuré en hydrodynamique. On peut alors dire que dans notre expérience, nous partons quasiment de la même condition initiale que celle de l'expérience d'hydrodynamique qu'on cherche à reproduire. Dans les deux cas, les ondes envoyées sont caractérisées par un spectre de type JONSWAP et les multiples composantes spectrales ont des phases aléatoires.

2.3.1.2 Méthode d'Echantillonnage

Nous venons de décrire la condition initiale utilisée dans notre expérience. Notre but est d'étudier l'évolution de sa statistique suite à la propagation dans la fibre Optique. Pour ceci, il faut réaliser une mesure de la fonction de densité de probabilité (PDF) des fluctuations de puissance de l'onde incohérente. L'échelle de temps des fluctuations de

puissance de l'onde partiellement cohérente est de l'ordre de la picoseconde. La bande passante de ce genre de sources aléatoires se situe entre ~ 100 GHz et 10 THz. Ceci représente une réelle difficulté dans ce genre de mesures, puisque le temps de réponse des détecteurs les plus rapides (de l'ordre de quelques dizaines de picosecondes, ayant une bande passante ne dépassant pas les 50 GHz), est plus lent que le temps caractéristique des fluctuations des ondes incohérentes. Pour faire ce genre de mesures, certains expérimentateurs ont eu recours à la technique de Transformée de Fourier dispersive pour les signaux impulsionnels [59, 93].

Un des défis dans ce genre d'expériences est la mesure précise des propriétés statistiques de l'amplitude des ondes dans la fibre optique. Les techniques de mesures classiques telles que les photodiodes ne permettent pas de mesurer précisément la statistique des fluctuations sur des échelles de temps de l'ordre de la picoseconde. En 2015, Walczak et al. ont développé une méthode d'Echantillonnage Optique qui permet une mesure précise de la statistique des ondes incohérentes, avec des fluctuations temporelles rapides [94, 95].

Comme l'illustre la figure 2.6, cette technique d'échantillonnage optique consiste à faire interagir, dans un cristal non linéaire d'ordre 2, un faisceau pompe impulsionnel avec le signal incohérent. Des impulsions sont générées dans le visible par le processus de somme de fréquence (SFG). Le signal à la sortie est alors un signal échantillonné. Remarquons qu'avec cette technique on ne reconstruit pas l'ensemble de la dynamique (contrairement à la lentille temporelle présentée au chapitre 3), mais on mesure les distributions statistiques de signaux fluctuant sur des échelles de temps aussi rapides que ~ 250 fs.

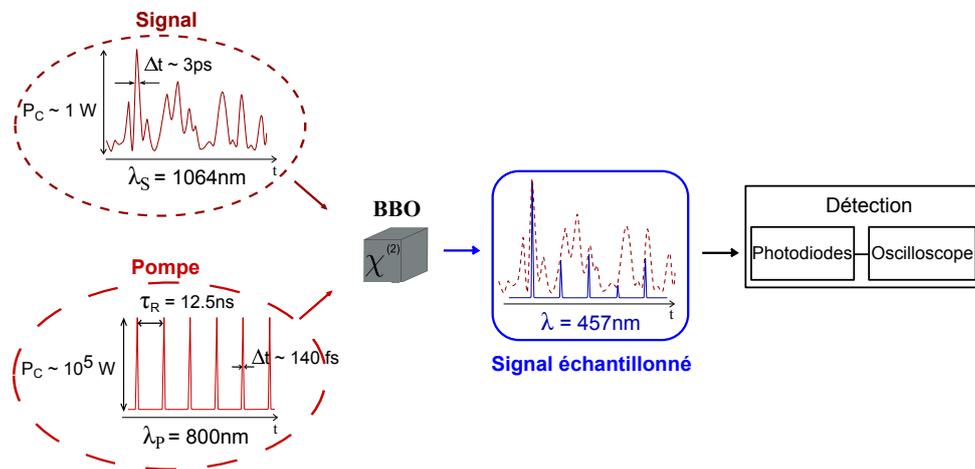


FIGURE 2.6 – Principe de fonctionnement de la méthode d'Echantillonnage Optique. Illustration extraite de l'article [94]

2.3.1.3 Montage et mesure de la statistique de la condition initiale

Comme déjà décrit dans la section 2.3.1.1, le signal aléatoire est produit à l'aide d'une source d'émission spontanée amplifiée (ASE), ayant un large spectre, et émettant de la lumière autour de 1550 nm.

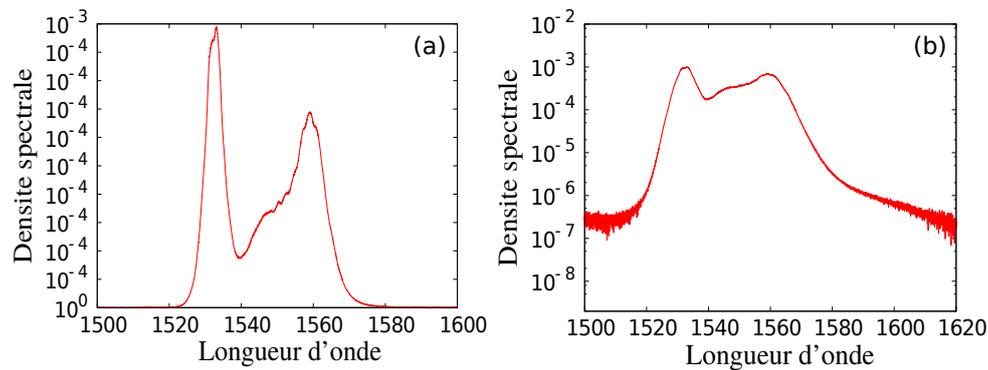


FIGURE 2.7 – Spectre de la source ASE. La partie (a) représente le spectre en échelle linéaire, et la partie (b) en échelle logarithmique

Ce spectre est filtré par un filtre optique programmable, qui permet d’obtenir la forme spectrale désirée. Le spectre filtré a une fréquence centrale de 192 THz. Cette fréquence correspond à une longueur d’onde de 1562.5 nm. Le signal incohérent est ensuite amplifié à l’aide d’un amplificateur Erbium (Keopsys) à un niveau de puissance permettant la réalisation de la somme de fréquence. L’amplificateur ajoute de l’émission spontanée au spectre initial. En programmant le spectre qui a la forme du JONSWAP à mettre dans le filtre programmable optique, il faut alors prendre en compte ce bruit ajouté par l’amplificateur. On ajoute alors à la formule du spectre un facteur, qu’on fait varier d’une façon empirique jusqu’à avoir la bonne forme spectrale à la sortie de l’amplificateur qui est la plus proche possible de la forme du spectre d’hydrodynamique .

D’autre part, nous avons utilisé un laser Ti-Sapphire, mode-locké, qui émet des impulsions de 140 fs dans le visible, à 800 nm, espacées de 12.5 ns. Le taux de répétition des impulsions est de 80 MHz.

Le faisceau pompe et le faisceau signal se rejoignent dans un cristal BBO, ayant une non linéarité d’ordre 2, et une dimension 5x5x8 mm. L’angle externe formé par la pompe et le signal est de 12.5° . Ce signal est détecté à la sortie du cristal à l’aide d’une photodiode sensible (MenloSystem FPD310-FV) ayant un gain de $5 \cdot 10^4 \text{ V/W}$ et un temps de montée de 0.7 ns. Cette photodiode est connectée à un oscilloscope (Lecroy WaveRunner 104MXi-A, largeur de bande 1GHz, 10 GS/s), comme le montre la figure 2.8. La somme de fréquence générée à partir de l’interaction entre le faisceau à 800 nm et le faisceau à 1550 nm conduit à la création d’un faisceau vert à 527 nm.

Les mesures statistiques effectuées dans l’expérience d’hydrodynamique ont été réalisées pour différentes distances de propagation dans le canal à une dimension. Dans notre expérience, le signal se propage dans une fibre optique. La condition initiale est d’abord enregistrée sans propagation dans un milieu non linéaire. Par contre, pour pouvoir effectuer la même mesure de statistique que celle faite en hydrodynamique, le rapport entre la linéarité et la non linéarité pour chacune des distances de propagation dans le canal à une dimension doit être respecté. Ceci est réalisé en choisissant la bonne largeur spectrale initiale, ainsi que les longueurs de fibre et puissances correspondantes, comme déjà détaillé précédemment.

La figure 2.9 représente la fonction de densité de probabilité de la condition initiale, mesurée à l’aide de notre méthode d’échantillonnage optique. Nous l’avons comparée à

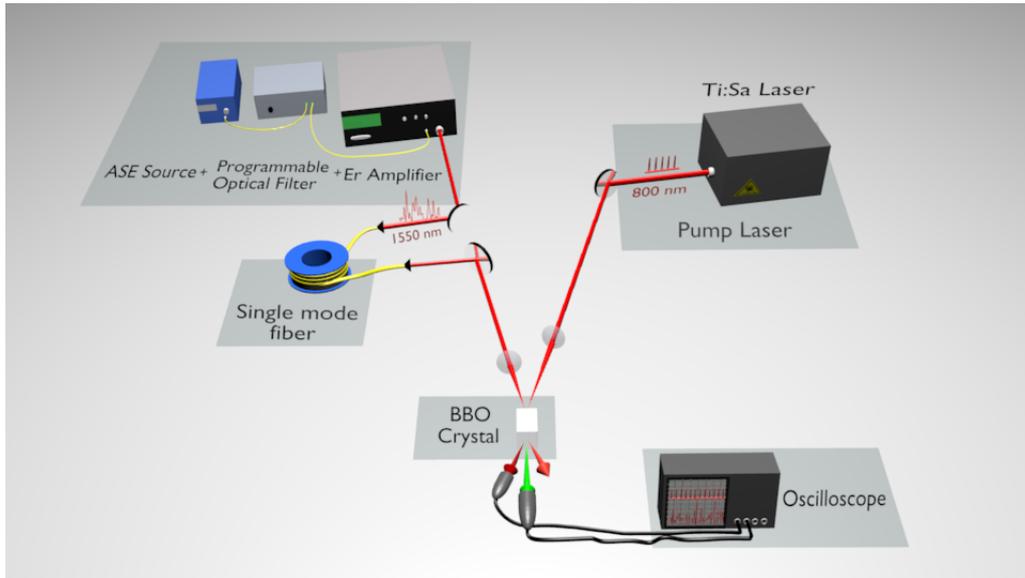


FIGURE 2.8 – Montage optique permettant de mesurer la distribution statistique des ondes incohérentes après propagation dans la fibre.

une distribution exponentielle d'équation $e^{-|\psi|/\langle p \rangle}$, autrement dit la représentation de la loi normale en intensité. La figure 2.9 montre que la fonction de densité de probabilité de la condition initiale respecte bien la loi normale. En effet, comme déjà expliqué auparavant, le champ complexe aléatoire ψ utilisé comme condition initiale est produit pas la superposition linéaire d'un grand nombre de de modes de fourier indépendants, ayant une distribution de phases aléatoires. D'après le théorème central limite, la statistique d'un tel phénomène aléatoire suit la loi normale.

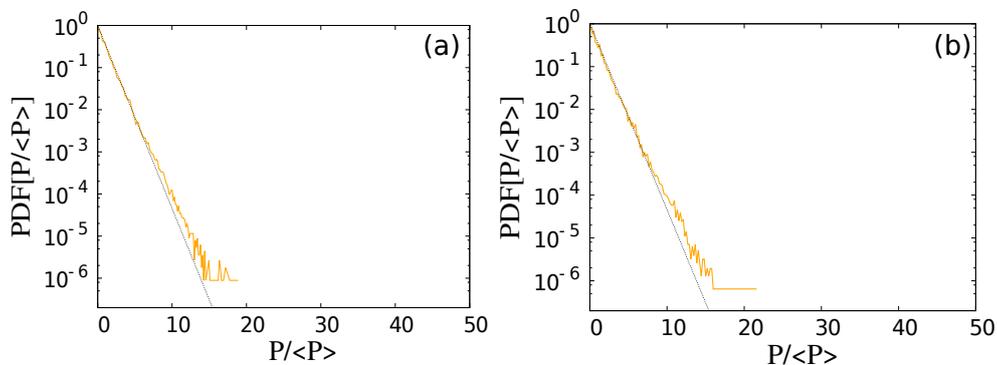


FIGURE 2.9 – Fonction de densité de probabilité expérimentale de la condition initiale, $z=0$ m (Courbe jaune) pour une largeur spectrale de $\Delta\nu = 0.138$ THz pour a) $H_s=0.17$ m et $H_s=0.14$ m La courbe en pointillés représente la distribution exponentielle $e^{-P/\langle P \rangle}$

2.3.2 Résultats de la propagation non linéaire

Pour chaque longueur non linéaire, nous avons enregistré le spectre à l'entrée (condition initiale) et à la sortie de la fibre (correspondant à chacune des distances de propagation). Nous avons balayé les différentes distances de propagation correspondant à l'expérience d'hydrodynamique. Nous avons aussi mesuré la statistique des événements qui ont eu lieu à l'intérieur de la fibre optique. Dans cette section, nous allons comparer les résultats obtenus aux simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire.

2.3.2.1 Spectres de l'expérience

Le spectre de l'onde partiellement cohérente que nous cherchons à propager est un spectre qui a la même forme que le spectre JONSWAP propagé dans le canal à une dimension. Pour chacune des distances de propagation dans le canal, nous connaissons le rapport entre la linéarité et la non linéarité. Ceci permet de calculer la largeur du spectre de l'onde partiellement cohérente à injecter dans la fibre, de façon à avoir le même rapport dans les deux expériences.

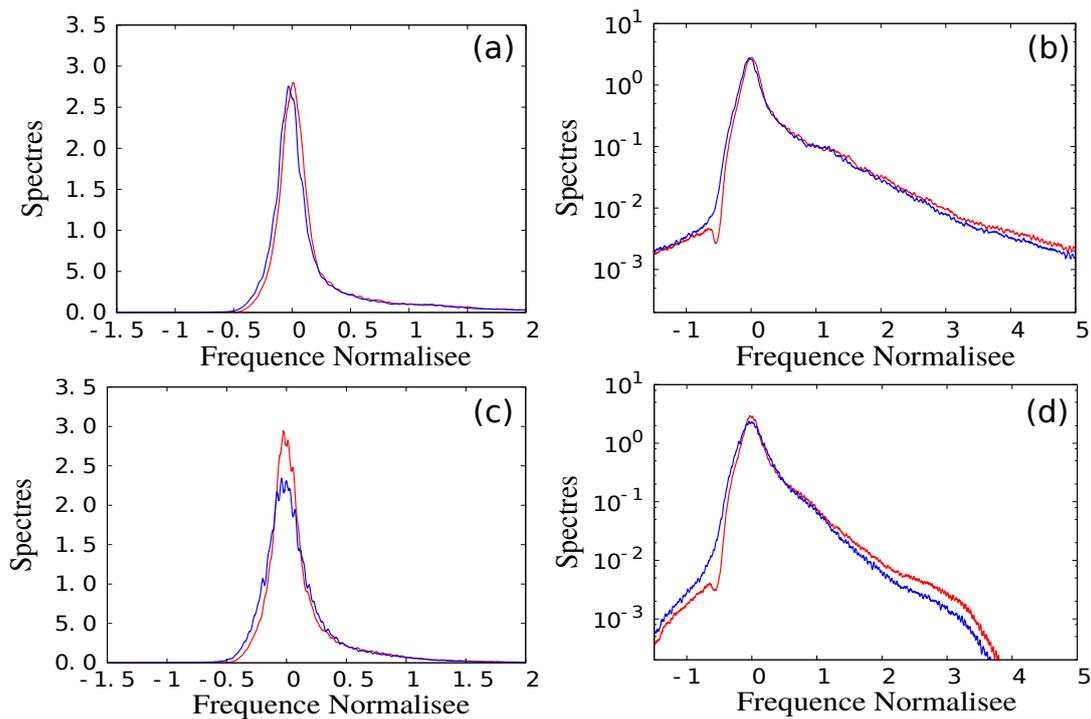


FIGURE 2.10 – Expérience d'optique : Spectre expérimental à l'entrée (courbe en rouge) et à la sortie (courbe en bleu) de la fibre pour $H_s=0.17$ m a),b) pour $\Delta\nu = 0.089$ THz avec $P = 1.19$ W dans 125 m de fibre (une distance de propagation équivalente à un propagation de 10m dans le canal unidirectionnel) et c), d) pour $\Delta\nu = 0.138$ THz avec $P = 2.99$ W dans 1km (une distance de propagation équivalente à un propagation de 200m dans le canal unidirectionnel).

La figure 2.10 représente en rouge le spectre initial dont la distribution statistique est reportée sur la figure 2.9, et en bleu le spectre obtenu à la sortie de la fibre pour un point

de mesure donné. Cette figure montre que le spectre s'élargit légèrement après propagation dans la fibre. Cela est dû aux interactions entre les effets linéaires et non linéaires se produisant à l'intérieur de la fibre optique [2].

2.3.2.2 Propriétés statistiques

Comme nous l'avons déjà expliqué dans la section 2.3.1.1, la statistique initiale des conditions initiales considérées ici suit la distribution gaussienne. En reproduisant l'expérience du canal unidirectionnel, nous cherchons à reproduire la même dynamique dans une fibre optique. Pour effectuer cela, il suffit de faire varier la puissance dans la fibre et la largeur spectrale du spectre envoyé. En variant ces deux paramètres, nous faisons varier respectivement la longueur non linéaire et la longueur linéaire, de façon à garder le rapport entre les deux constant. Avec une même longueur de fibre, nous sommes capables de reproduire les différentes distances de propagation adoptées dans l'expérience d'Hydrodynamique, juste en contrôlant le spectre de l'onde à l'entrée dans la fibre.

Comme le montre la figure 2.11, la propagation dans la fibre optique induit une déviation de la distribution gaussienne. Cette variation de la fonction de densité de probabilité montre l'apparition de phénomènes de très grandes amplitudes, ayant une probabilité d'apparition plus élevée que ce qui est prédit par la loi normale. La figure 2.11, représente la variation de la fonction de densité de probabilité pour les hauteurs significatives $H_s = 0.17m$ et $H_s = 0.14m$. Si nous faisons le lien avec les spectres de la figure 2.10, nous remarquons que, durant la propagation, et suite aux effets non linéaires, le spectre à la sortie de la fibre est plus large qu'à l'entrée. Donc nous parlons d'un élargissement spectral, qui est accompagné d'une déviation de la statistique initiale gaussienne, ce qui se traduit par une plus grande probabilité d'apparition des phénomènes de grande amplitude. Il existe en effet une relation entre ces deux évolutions, spectrale et statistique [96].

Pour le calcul des fonctions de densité de probabilité, nous avons enregistré un très grand nombre de mesures, afin de mesurer la statistique avec une bonne précision. Typiquement nous utilisons des séries durant $2000 \mu s$ ce qui correspond à 160000 impulsions du signal de SFG. Nous calculons la PDF à partir de 50 fichiers enregistrés, et nous obtenons donc en tout une statistique calculée à partir de 8 millions échantillons.

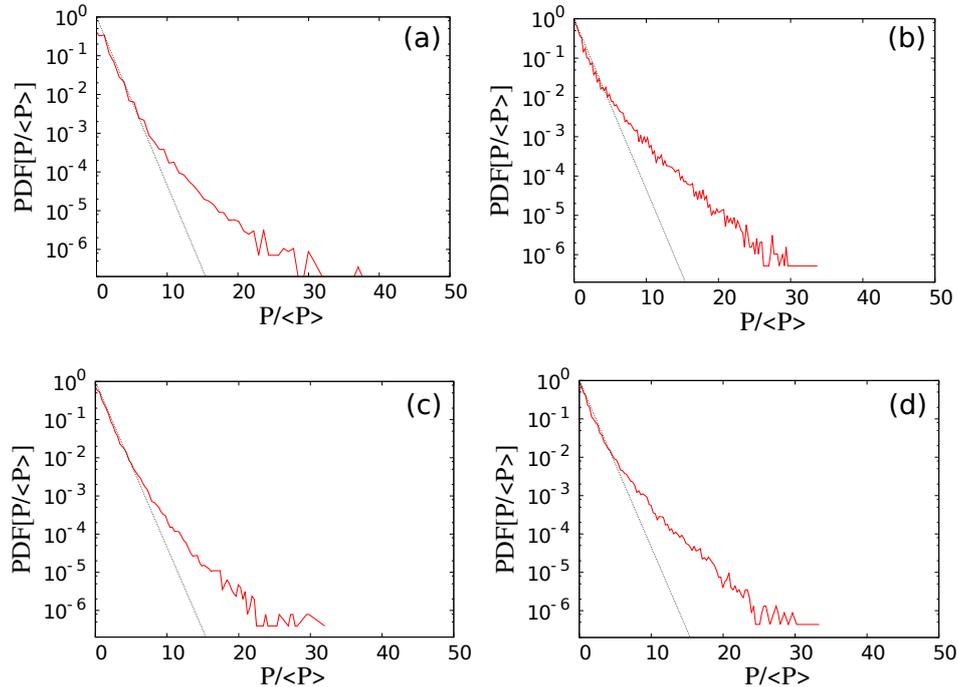


FIGURE 2.11 – Déviation de la fonction de densité de probabilité dans la fibre Optique pour une distance de propagation équivalente à a), c) 10 m et b), d) 200m dans un canal unidirectionnel. Les figures a) et b) correspondent à $H_s=0.17$ m. c) et d) correspondent à $H_s=0.14$ m. La courbe en pointillés représente la distribution exponentielle $e^{-P/\langle P \rangle}$

2.3.3 Comparaisons aux Simulations numériques

Pour les différentes distances de propagation, la simulation numérique de l'équation NLS reproduit quantitativement bien les résultats expérimentaux. Les simulations numériques peuvent être faites indifféremment avec des paramètres optiques, hydrodynamiques, ou normalisés. Les paramètres des simulations numériques faites correspondent aux paramètres d'hydrodynamique à 400 s, pour $\beta_2 = 0.1 \text{ s}^2/m$ et $\gamma = 5.39 \text{ m}^{-3}$. Le nombre de points utilisés est de 4096 points pour une fenêtre temporelle de 400 secondes, et le nombre de réalisations est 10000.

La figure 2.12 illustre la comparaison entre les données expérimentales et numériques pour deux longueurs non linéaires différentes, pour une hauteur significative $H_s=0.17$ m (figures (a) et (b)) et $H_s=0.14$ m (figures (c) et (d)). Les courbes (a) et (c) correspondent à une distance de propagation dans la fibre équivalente à 10 m de propagation dans le canal unidirectionnel. A 10m, les effets non linéaires sont beaucoup plus faibles que dans le cas des courbes représentées dans (b) et (d) pour 200 m. Nous pouvons remarquer que dans les deux cas, l'équation de Schrödinger non linéaire décrit les déviations statistiques observées dans l'expérience.

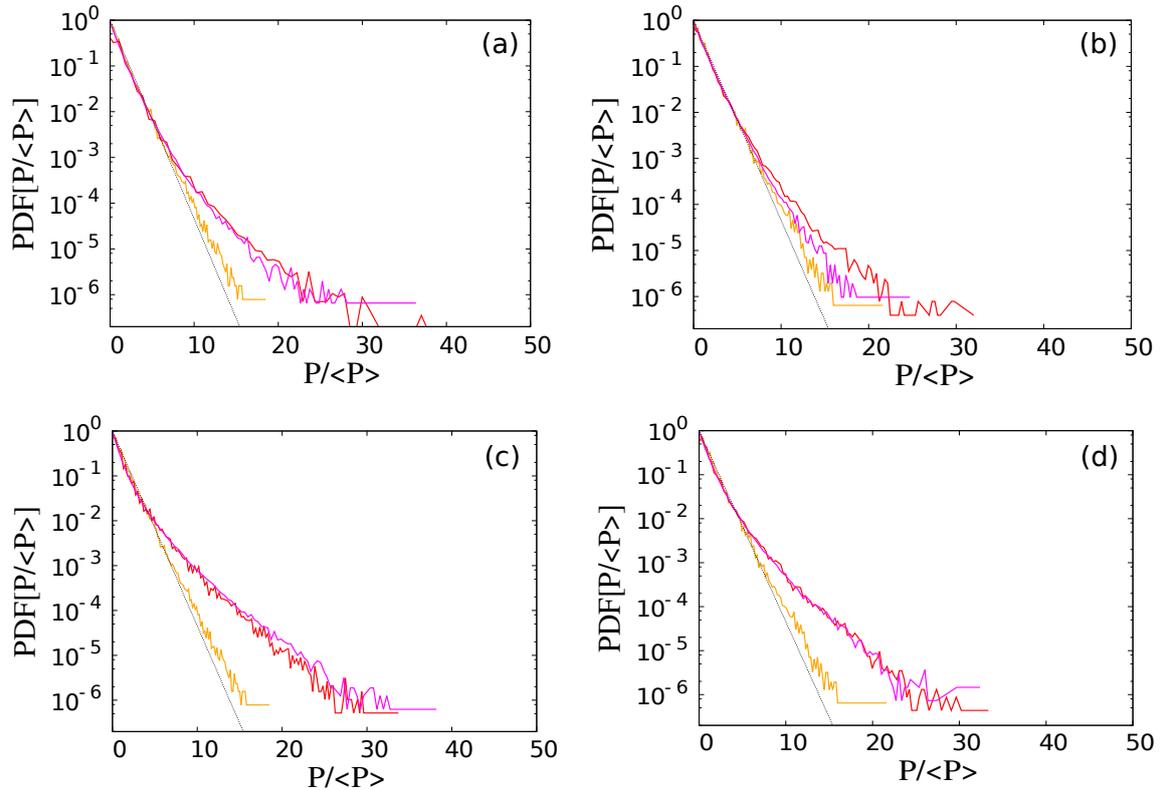


FIGURE 2.12 – Comparaison entre la fonction de densité de probabilité dans la fibre Optique(courbe rouge) et de la simulation de NLS(courbe mangenta) pour une distance de propagation équivalente à a), c) 10 m et b), d) 200m dans un canal unidirectionnel. Les figures a) et b) correspondent à $H_s=0.17$ m. c) et d) correspondent à $H_s=0.14$ m. La courbe jaune représente la condition initiale et la courbe en pointillés représente la distribution exponentielle $e^{-P/\langle P \rangle}$

2.4 Discussion

Cette partie est consacrée à la comparaison de nos résultats avec ceux obtenus dans l'expérience d'hydrodynamique. Puisque l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension peut aussi décrire la propagation d'onde en hydrodynamique dans l'hypothèse d'eau profonde, nous sommes capables de comparer les deux expériences réalisées après la normalisation de cette équation.

2.4.1 Comparaison entre Optique et Hydrodynamique

Nous comparons maintenant les résultats expérimentaux des deux expériences. Après avoir normalisé les paramètres expérimentaux de l'expérience d'hydrodynamique, nous avons reproduit la même expérience dans une fibre optique. Avec les paramètres réduits identiques, nous sommes capables de comparer les résultats des deux travaux.

La figure 2.13 montre une comparaison entre les fonctions de densité de probabilité expérimentales obtenues à partir des mesures dans le canal à une dimension et la fibre optique. Nous pouvons observer que les résultats sont quantitativement comparables. Pour la plupart des points de mesures adoptés, les deux fonctions de densité de probabilité

(PDF) sont très proches.

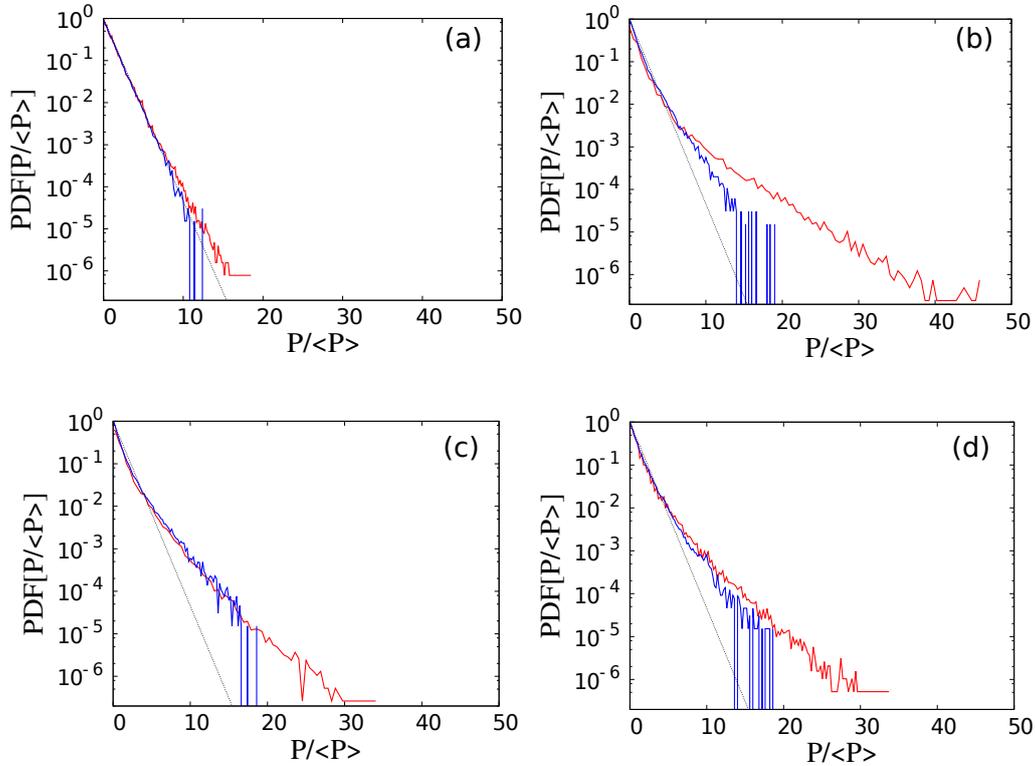


FIGURE 2.13 – Comparaison entre les fonctions de densité de probabilité expérimentales obtenues en optique (courbe en rouge) et en Hydrodynamique (courbe en bleu) pour $H_s=0.17m$. (a) condition initiale, (b)(c)et(d) pour une distance équivalente à 40 m, 80 m et 200 m respectivement dans le canal unidirectionnel. La courbe en pointillés représente la distribution exponentielle e^{-x}

Nous remarquons aussi que les PDF calculées à partir des données d'hydrodynamique s'étendent moins sur l'axe horizontal $P/\langle P \rangle$ que celles obtenues en optique. Ceci s'explique par le nombre limité de données fournies par les sondes dans le canal. Les ailes des PDFs en hydrodynamique ne sont pas complétées, mais nous pouvons quand même voir que les courbes sont bien comparables. Nous trouvons que pour certains points de mesures, l'évolution des statistiques calculées à partir des données expérimentales en optique et en Hydrodynamique sont bien décrites par l'équation de Schrödinger non linéaire, comme le montre les figures 2.13 (a) et (c). Par contre, il existe des points de mesures pour lesquelles l'expérience d'optique est encore bien décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire en optique, tandis que les PDFs calculées à partir des données d'hydrodynamique ne sont pas en accord avec les simulations numériques de l'équation NLS. Ceci est le cas des figures 2.13 (b) et (d).

2.4.2 Modélisation

En effectuant la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire avec les paramètres expérimentaux, nous trouvons que celle-ci peut décrire les deux propaga-

tions, dans le canal et dans la fibre optique. Ceci est illustré dans les courbes (b) et (d) de la figure 2.14. Par contre, ceci n'est pas toujours le cas (voir figure 2.13(b) et (d)). Nous trouvons qu'il y existe des points de mesures pour lesquels, en optique, nous sommes encore bien décrits par NLS, mais les données d'hydrodynamiques dévient beaucoup (courbes (a) et (c)) du comportement décrit par l'équation de Schrödinger non linéaire.

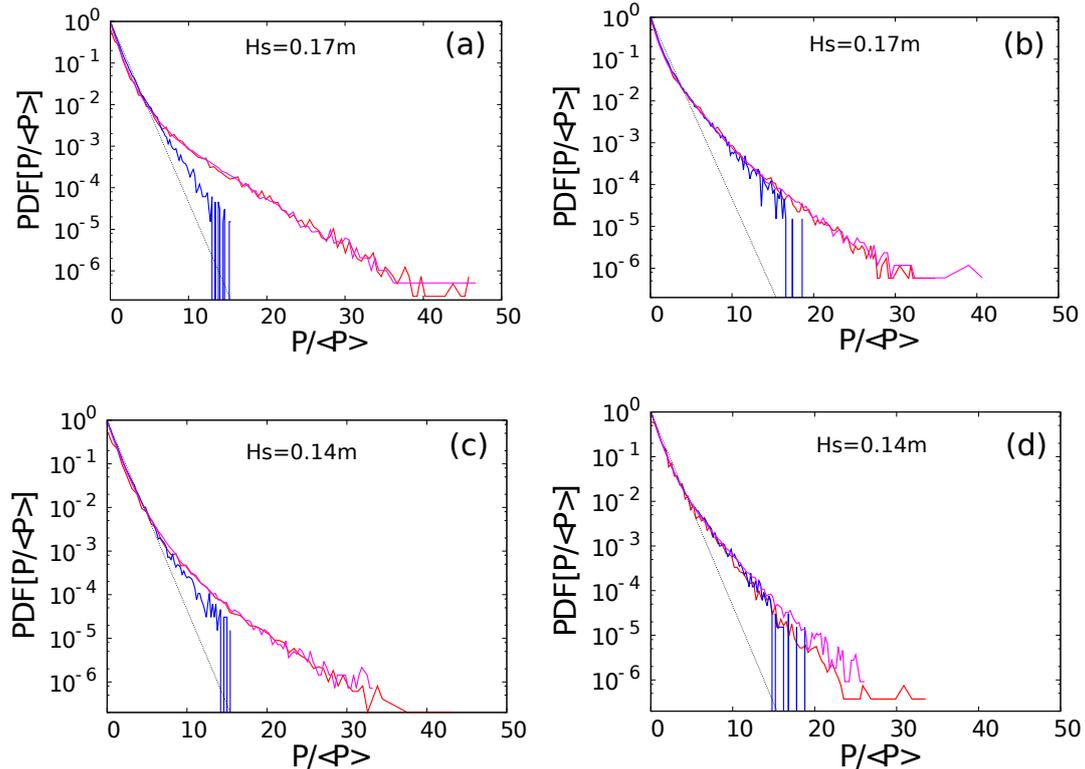


FIGURE 2.14 – Comparaison entre les densités de probabilité expérimentales (optique en rouge et et hydrodynamique en bleu) et densités de probabilité obtenues par simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (courbes magenta). Les distances de propagations dans le canal unidirectionnel (hydrodynamique) sont : 30 m pour a), c) et 80 m pour b), d) 80m. Les expériences d'optique ont été réalisées avec des paramètres réduits équivalents. Enfin, les courbes du haut et du bas correspondant à deux forces de la non linéarité (hauteurs d'eau significatives) différentes : $H_s=0.17$ m pour a) et b) et $H_s= 0.14$ m pour c) et d). La courbe en pointillés représente la distribution exponentielle e^{-x}

Les variations de la densité de probabilité pour différentes longueurs non linéaires, peuvent aussi être quantifiées en calculant le moment d'ordre quatre. D'après la section 2.2.2.2, le moment d'ordre quatre est un coefficient d'aplatissement, qui mesure la déviation d'une distribution de probabilité par rapport à la distribution gaussienne. La figure 2.15 représente les moments d'ordre quatre expérimentaux, ainsi que celui de la simulation de l'équation de Schrödinger non linéaire, en fonction de la distance de propagation normalisée par rapport à la longueur non linéaire.

Les évolutions des trois moments d'ordre quatre (simulations, experience en eau pro-

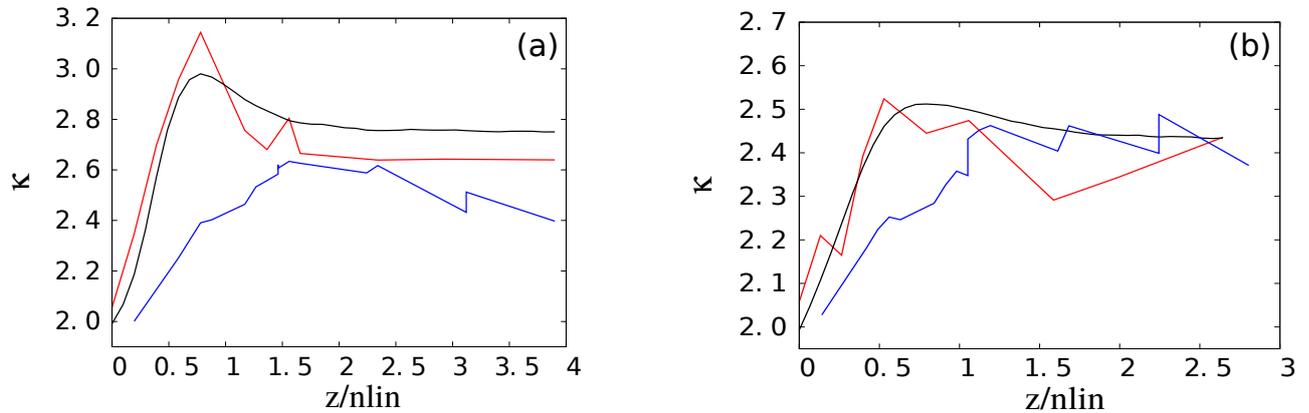


FIGURE 2.15 – Comparaison des moments d’ordre quatre calculés pour l’expérience d’Optique (courbe en rouge), l’expérience d’Hydrodynamique (courbe en bleu) et la simulation de NLS (courbe en noir) pour $H_s=0.17\text{m}$ (a) et $H_s=0.14\text{m}$ (b)

fonde et expérience en fibre optique), sont quantitativement comparables. Pour les trois courbes, la valeur du moment d’ordre quatre augmente jusqu’à atteindre son maximum, et ensuite diminue vers une valeur quasiment constante pour les grandes distances de propagation. Pour certaines longueurs, comme par exemple $z/L(\text{NL}) = 1.7$, (qui correspond à 80 m de propagation dans le canal à une dimension), les trois valeurs du moment d’ordre quatre sont à peu près identiques. Les zones de paramètres où cela est vérifié correspondent à des fonctions de densité de probabilité représentées sur la figure 2.14(b) et (d). Les déviations de la distribution gaussienne sont identiques pour les deux expériences et pour NLS.

Par contre, on trouve des zones dans lesquelles les moments d’ordre quatre sont totalement différents, ce qui se traduit par des fonctions de densité de probabilité comme celles de la figure 2.14(a) et (c). Ceci est le cas pour le début et la fin de la propagation. Pour les grandes distances de propagation, nous pouvons probablement expliquer cette différence par le fait qu’il existe le phénomène de déferlement des vagues dans l’eau. Donc le résultat de l’équation de Schrödinger non linéaire et les mesures en optique sont plus proches entre eux que les résultats hydrodynamiques. Ceci est aussi vrai au début de la propagation. Cependant, la cause de cette différence s’explique par la physique de l’équation de Schrödinger non linéaire : Cette équation est valable pour des largeurs spectrales très petites devant les fréquences centrales ($\Delta\omega \ll \omega_0$). En hydrodynamique, cette approximation n’est pas satisfaite, et donc cette équation présentera un certain degré d’invalidité pour la description de l’enveloppe des ondes.

En effet, en Hydrodynamique, la largeur du spectre n’est pas toujours très petite par rapport à la fréquence de la porteuse [22, 54]. Donc l’approximation de bande étroite n’est pas toujours valable. Cependant cela n’exclut pas le fait que l’étude d’une telle équation est cruciale pour la compréhension des interactions non linéaires entre les ondes, ainsi que les conditions sous lesquelles peuvent apparaître les ondes scélérates. Ceci implique alors que la propagation des ondes dans l’hypothèse d’eau profonde nécessite des termes supplémentaires d’ordre plus élevés. L’équation de Schrödinger non linéaire peut décrire les caractéristiques de base des événements extrêmes et donner un aperçu physique important de leur formation, mais, cette équation surestime l’importance de ces événements.

En effet, dans la simulation numérique de cette équation, nous remarquons l'absence de dissipation d'énergie et plus de focalisation d'énergie. Ceci qui mène à obtenir un coefficient de moment d'ordre quatre qui évolue plus rapidement et avec une plus grande valeur que ce qui est obtenu expérimentalement en hydrodynamique [97, 98].

Equation d'Euler

Une des équations qui prennent en considération tous les termes nécessaires pour décrire la propagation d'ondes à la surface de l'eau est l'équation d'Euler [56, 98, 99]. La simulation numérique le montre clairement. Nous représentons dans la figure 2.16 la simulation numérique de l'équation d'Euler, en plus de celle de l'équation de Schrödinger non linéaire et des résultats expérimentaux. La simulation numérique de l'équation d'Euler a été réalisée par Alessandro Toffoli dans le cadre d'une collaboration. Nous remarquons que l'équation d'Euler décrit l'évolution du moment d'ordre quatre en hydrodynamique beaucoup mieux que NLS.

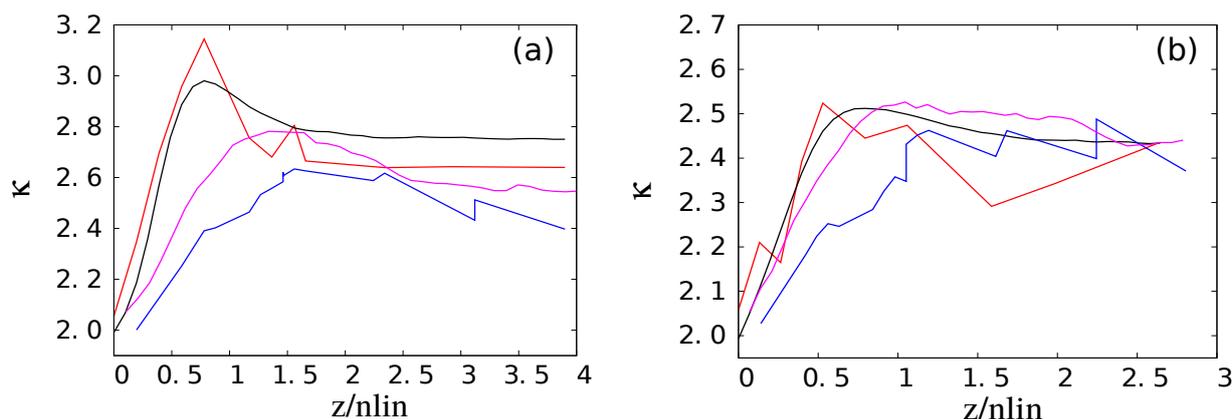


FIGURE 2.16 – Comparaison des Moments d'ordre quatre des deux expériences, Optique (rouge) et Hydrodynamique (bleu) avec la simulation de NLS (noir) et Euler (magenta). $\kappa = \langle |\psi|^4 \rangle / \langle |\psi|^2 \rangle$ pour a) $H_s = 0.14$ m et b) $H_s = 0.17$ m.

2.5 Conclusion

Il est important de noter que durant les deux expériences (Hydrodynamique et Optique), la forme très spécifique du spectre JONSWAP a été choisie parce qu'elle est utilisée par les océanographes pour modéliser les ondes à la surface des Océans. Cependant, les comportements statistiques observés ne dépendent pas de la forme précise du spectre des ondes partiellement cohérentes utilisées en condition initiale. Nous pourrions également utiliser un spectre de forme gaussienne comme condition initiale, et obtenir le même genre de comportements statistiques et qualitativement les mêmes résultats que ceux présentés dans ce chapitre. Nous avons adopté un spectre de la forme du JONSWAP puisque dans l'expérience d'hydrodynamique que nous avons cherchée à reproduire, la condition initiale avait cette forme spectrale. Nous avons réussi à reproduire, à l'aide de paramètres

identiques réduits, une expérience déjà réalisée en Hydrodynamique, dans un canal unidirectionnel. Nous avons comparé la statistique des deux propagations à l'aide de la fonction de densité de probabilité, et le moment d'ordre quatre. Les résultats sont quantitativement comparables, et peuvent être correctement bien décrits par les équations physiques considérées.

Troisième chapitre

Chapitre 3

Observation directe des ondes scélérates en Turbulence Optique

3.1 Développement d'un Microscope temporel

La mesure en temps réel d'événements rapides et non-répétitifs représente un grand défi dans le domaine de l'instrumentation et de la mesure optique. Dans le cas des ondes optiques incohérentes, le temps de réponse des détecteurs conventionnels les plus rapides (de l'ordre de quelques dizaines de picosecondes) est généralement plus lent que l'échelle de temps typique des fluctuations de la puissance de ces ondes (de l'ordre de la picoseconde) [93, 100, 101, 60]. Nous présentons dans ce chapitre une expérience que nous avons réalisée, qui permet de surpasser ces problèmes, et d'observer la dynamique des ondes partiellement cohérentes. Nous avons observé l'émergence de structures localisées qui à notre connaissance, n'ont jamais été observées expérimentalement, en partant initialement d'ondes incohérentes. Nous commençons par expliquer le principe de notre expérience, pour ensuite passer au dispositif expérimental détaillé. Nous présenterons les résultats expérimentaux, ainsi qu'une comparaison avec les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire.

3.1.1 Techniques de mesures rapides : Etat de l'art

Les années 90 ont connu d'énormes progrès dans le développement de lasers émettant des impulsions ultra-courtes, de l'ordre de la femtoseconde [102, 103]. La mesure de ce type d'impulsions est très importante, mais pas facile. Il est utile de connaître la largeur des impulsions pour pouvoir déterminer la résolution temporelle des expériences réalisées. Pour plusieurs applications utilisant des impulsions très courtes, il est utile d'avoir une caractérisation complète de l'impulsion. Un progrès très remarquable dans le développement des techniques de mesures rapides a émergé suite au développement de ce genre de lasers.

L'outil principal pour la caractérisation d'une impulsion ultracourte dans le domaine temporel était la technique d'autocorrelation [104, 105]. Elle consiste à diviser l'impulsion en deux, en retardant de manière variable l'une par rapport à l'autre, et en superposant ensuite spatialement les deux impulsions dans un milieu optique non linéaire. Ce milieu peut être par exemple un cristal de génération de seconde harmonique. La caractérisation

des impulsions ultracourtes est généralement réalisée en mesurant la fonction d'autocorrelation de l'intensité et le spectre optique, mais ces mesures ne fournissent pas assez d'informations sur le profil d'intensité et très peu sur la phase de l'impulsion ultracourte [106]. Malgré les limitations de cette technique (Il est aussi possible d'avoir des erreurs systématiques à cause des alignements), le spectre optique et l'autocorrelation sont restés les techniques de mesures standards des impulsions ultracourtes pendant 25 ans, à cause de l'absence de meilleures techniques de mesures.

Ces limitations ont été ensuite surpassées à l'aide de la technique de Frequency-Resolved Optical Gating, surnommée FROG [107, 105, 108]. Cette technique permet une caractérisation complète de l'intensité et la phase de l'impulsion [109, 110]. Elle est basée sur la mesure du spectre d'une impulsion après le passage de cette dernière par un processus de corrélation. Pour mesurer un évènement dans le domaine temporel, il faut utiliser un autre évènement de durée plus courte (mais pas beaucoup plus courte pour ne pas perdre les informations spectrales, et donc de phase). Mais puisqu'il n'existe pas d'évènements plus rapides que les impulsions laser ultracourtes, la solution est d'utiliser l'impulsion elle-même pour réaliser un gating dans un milieu non linéaire optique. La partie de l'impulsion qui a subi une fonction porte est ensuite résolue spectralement en fonction du retard entre les deux impulsions. L'extraction de l'impulsion à partir de la trace du FROG est faite à l'aide d'algorithmes d'extraction de la phase à 2 dimensions.

Il est possible de mesurer des impulsions très faibles, en combinant la technique FROG avec la technique d'interférométrie spectrale, connue sous l'acronyme SPIDER (Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction) [105, 111, 112].

Celle-ci consiste simplement à mesurer le spectre de la somme d'une impulsion de référence et une autre impulsion inconnue, retardées l'une par rapport à l'autre. Connaissant la référence, il est possible d'obtenir toutes les informations nécessaires pour déterminer l'impulsion inconnue. C'est une technique très sensible puisque l'extraction de la phase est faite à l'aide d'une série de transformations linéaires. L'avantage de la technique SPIDER par rapport au FROG est que SPIDER utilise une méthode non itérative pour l'extraction de la phase, ce qui la rend adaptée à la caractérisation en temps réel d'une impulsion.

Il est possible d'effectuer une mesure de la durée d'une impulsion émise par un système laser ultra-rapide en utilisant une caméra à balayage de fente ou encore "streak camera". Cette caméra permet de mesurer la variation de l'intensité d'une impulsion en fonction du temps. Elle transforme les variations temporelles d'une l'impulsion en un profil spatial sur un détecteur, en provoquant une déviation variable de la lumière dans le temps sur toute la largeur du détecteur [113]. Avec cet instrument, il est impossible d'obtenir une bonne résolution avec en même temps une bonne dynamique (rapport signal sur bruit) [114, 115].

3.1.2 Microscope Temporel : Principe

La technique de mesure que nous utilisons dans notre expérience est un peu différente des techniques présentées dans la section précédente (FROG, SPIDER, ...). La lentille temporelle a été introduite il y a à peu près 30 ans par Kolner et Nazarathy en 1989 [116].

Depuis, il y a eu peu d'utilisation de cette technique en optique non linéaire statistique. C'est récemment qu'elle a été utilisée par Dudley et al. [117] dans un système optique fibré pour observer l'émergence d'impulsions générées par l'instabilité modulationnelle et étudier leur statistique. Le principe de notre expérience est un peu différent. Nous cherchons pas juste à créer une lentille temporelle, mais plutôt un microscope temporel. Nous détaillons dans cette section la différence entre les deux systèmes, en expliquant le principe de chacun.

3.1.2.1 Analogie espace-temps

L'équation décrivant l'évolution de l'enveloppe lentement variable d'impulsions lumineuses dans un milieu dispersif a la même forme mathématique que l'équation décrivant la propagation paraxiale d'ondes monochromatiques dans l'espace libre [118, 119].

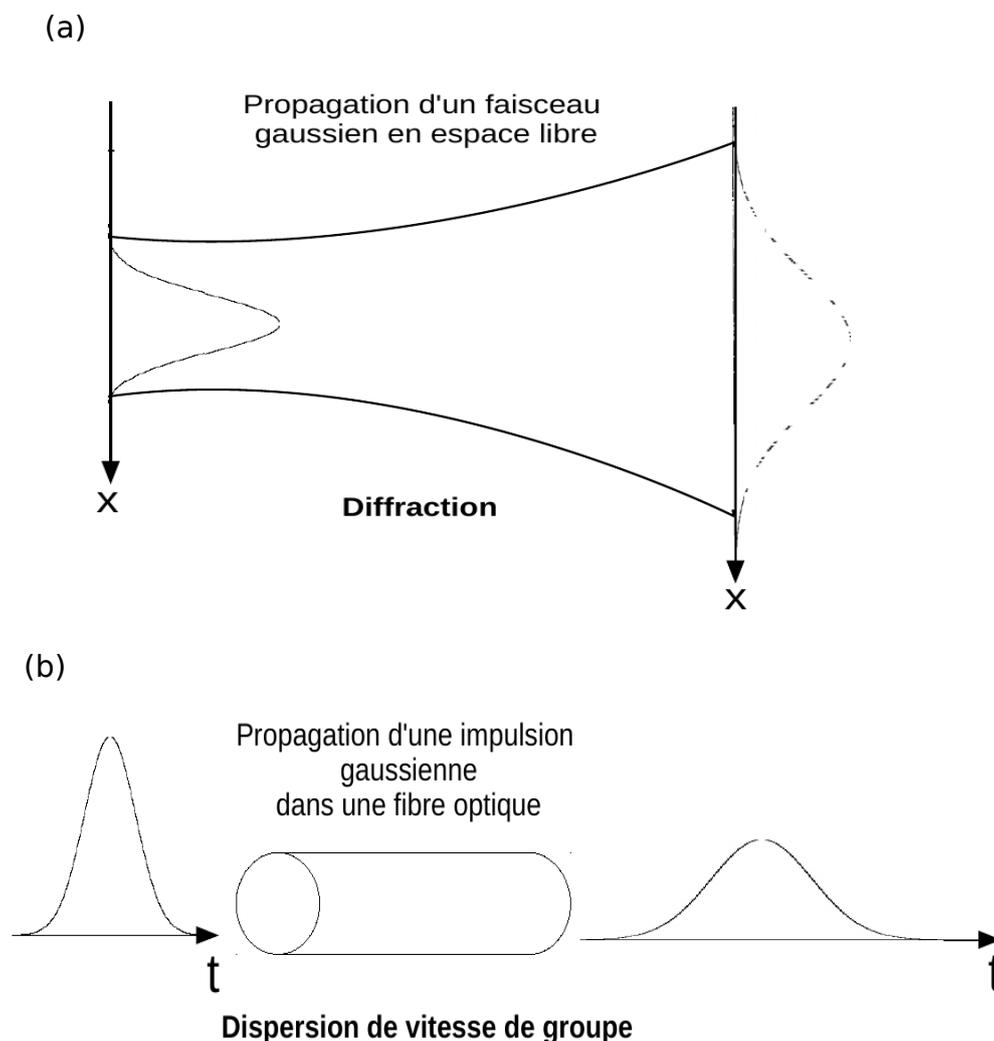


FIGURE 3.1 – Analogie entre a) la diffraction d'un faisceau gaussien et b) la dispersion d'une impulsion gaussienne

La figure 3.1 représente une vue schématique du principe de la diffraction d'un faisceau et de la dispersion d'une impulsion lumineuse. Le premier phénomène est un phénomène spatial, dans lequel un faisceau (gaussien par exemple) s'étale spatialement. Par contre, le phénomène de dispersion est un phénomène temporel. Durant la propagation dans une fibre optique, les composantes spectrales d'une impulsion lumineuse se propagent avec différentes vitesses, et donc arrivent avec un décalage temporel les unes par rapport aux autres. Ceci induit généralement un élargissement temporel de l'impulsion lumineuse (figure 3.1(b)).

Pour mieux expliciter l'analogie entre la propagation de faisceaux dans l'espace libre et la propagation d'impulsions en milieu dispersif, nous allons rapidement établir l'équation de propagation dans l'approximation paraxiale. A partir des équations de Maxwell (les étapes de calculs ont été déjà montrées dans la section 1.3.1.2), nous obtenons :

$$\nabla^2 \mathcal{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

où nous avons supposé que le champ électrique est linéairement polarisé, ce qui permet d'effectuer un traitement scalaire de la propagation des ondes.

Nous supposons que l'onde est monochromatique, de la forme $\mathcal{E} = E_0 e^{-i\omega_0 t}$. Cette approximation permet de réduire l'équation d'onde en l'équation de Helmholtz donnée par $(\nabla^2 + k^2)E_0 = 0$ avec $k^2 = \omega_0^2/c^2$.

Dans l'approximation paraxiale, la variation de phase la plus rapide aura lieu suivant l'axe de propagation z , ce qui permet d'écrire l'onde sous la forme :

$$E_0(x, y, z) = E(x, y, z) e^{-ikz} \quad (3.2)$$

où E est l'enveloppe lentement variable (suivant la direction z) du champ électrique de sorte que

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial E}{\partial z}. \quad (3.3)$$

En remplaçant cette expression dans l'équation de Helmholtz, l'évolution du champ E sera décrite par l'équation de Helmholtz paraxiale, donnée par :

$$\frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} = \frac{i}{2k} \nabla_{\perp}^2 E(x, y, z) = \frac{i}{2k} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

où $k = 2\pi/\lambda$ est le module du vecteur d'onde.

Passons maintenant à l'effet de la dispersion sur une impulsion lumineuse. Un milieu dispersif est caractérisé par un coefficient de dispersion de vitesse de groupe donné par $\beta_2 = d^2k/d\omega^2$. La propagation de l'enveloppe lentement variable $E(z, t)$ d'un champ non-monochromatique est alors décrite par l'équation

$$\frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} \quad (3.5)$$

qui est en fait l'équation de Schrödinger non linéaire, dans laquelle la non linéarité est nulle (coefficient $\gamma = 0$). Les équations 3.4 et 3.5 sont formellement analogues (à condition d'avoir $\beta_2 < 0$) et montrent bien qu'il existe une analogie entre la propagation d'un faisceau dans l'espace libre et l'étalement temporel d'une impulsion lumineuse dans un milieu dispersif.

3.1.2.2 Lentilles spatiale et temporelle

Dans l'approximation paraxiale, les ondes optiques traversant une lentille mince subissent une modulation de phase quadratique, dépendant de la coordonnée transversale x .

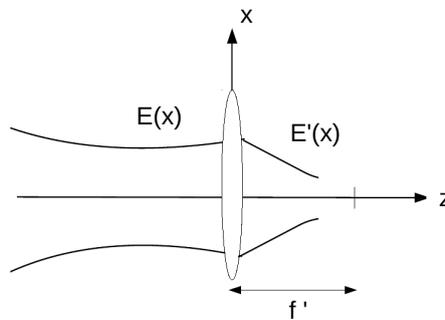


FIGURE 3.2 – Faisceau lumineux traversant une lentille mince

En considérant le cas à une dimension d'une lentille cylindrique (voir figure 3.2), le champ à la sortie de la lentille est donné par :

$$E'(x) = E(x) \exp[-j \frac{\pi}{\lambda f'} x^2] \quad (3.6)$$

où f' représente la distance focale de la lentille, et $E(x)$ le champ incident sur la lentille.

Le principe d'une lentille temporelle est analogue à celui d'une lentille mince agissant sur un faisceau lumineux. Il consiste à ajouter une phase quadratique sur le profil temporel du champ de sorte que :

$$E'(t) = E(t) \exp[j C t^2] = E(t) \exp[j \phi_f] \quad (3.7)$$

où C est le paramètre de chirp (ou coefficient quadratique) de la lentille temporelle. La modulation de phase pour les systèmes d'imagerie temporels est appliquée soit en utilisant un modulateur de phase électro-optique [120, 119, 121], soit en utilisant un processus non linéaire optique. Ce processus non linéaire peut être basé sur un mélange à quatre ondes [122], mais il peut aussi être un processus de génération de somme de fréquences (SFG) [123, 35, 60] ou de différence de fréquences (DFG) [123].

3.1.2.3 Imagerie spatiale et temporelle

Si pour une lentille mince, l'objet est placé un peu avant le foyer objet de la lentille, son image réelle est agrandie et se forme après la lentille, comme le montre la figure 3.3

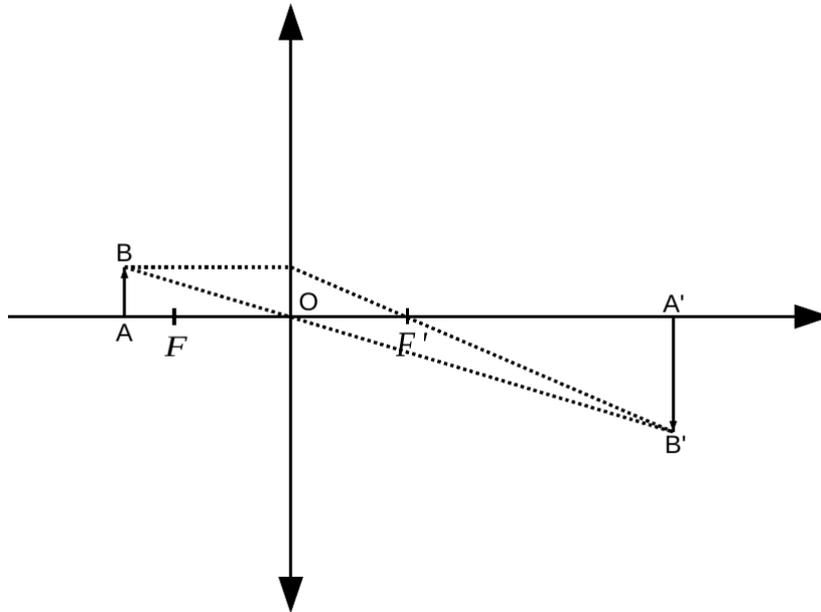


FIGURE 3.3 – Formation d'une image à travers une lentille mince

Il existe une relation dite de conjugaison, liant les distances objet-lentille et lentille-image.

$$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{-1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} \quad (3.8)$$

où \overline{OA} est la distance objet-lentille, $\overline{OA'}$ la distance lentille-image, et $f' = \overline{OF'}$ la distance focale de la lentille (voir figure 3.3). Connaissant la distance focale de la lentille, ainsi que la distance entre l'objet et la lentille, il est possible de prédire la position $\overline{OA'}$ où l'image se formera de manière nette. Un écran placé à cette position permettra de voir une image très nette, et celle-ci deviendra floue pour toute autre position (avant ou après le point A'). La mise au point consiste à amener l'image $A'B'$ à la position où elle sera la plus nette possible, en jouant sur la distance objet-lentille. Donc expérimentalement, nous cherchons les distances \overline{OA} et $\overline{OA'}$ qui vérifient la relation de conjugaison d'une lentille de focale $\overline{OF'}$ fixée.

Lorsqu'un objet est observé à travers un système optique (lentille, loupe,...), son image acquiert une taille différente. Ce phénomène peut être quantifié par le coefficient de grandissement γ qui représente une des caractéristiques d'un système optique. Le grandissement est défini par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad (3.9)$$

Expérimentalement, nous cherchons souvent à avoir l'image la plus grande possible, tout en ayant la meilleure netteté.

De même que pour une lentille mince, un système d'imagerie temporel doit être construit de façon à satisfaire une relation de conjugaison.

Une lentille temporelle est construite en combinant (1) une propagation dans un milieu dispersif de longueur ζ_1 induisant une dispersion de vitesse de groupe $\phi_1 = \beta_1 \zeta_1$ (analogue à la propagation dans l'espace libre entre objet-lentille) (2) le passage par une lentille temporelle (analogue à une lentille mince) (3) la propagation dans une autre milieu dispersif de longueur ζ_2 induisant une dispersion de vitesse de groupe $\phi_2 = \beta_2 \zeta_2$ (analogue à la propagation dans l'espace libre entre lentille-image). Le système temporel doit alors satisfaire une relation de conjugaison de la forme :

$$\frac{1}{\phi_1''} + \frac{1}{\phi_2''} = \frac{1}{\phi_f''} \quad (3.10)$$

De même qu'une lentille mince, un lentille temporelle induit un grandissement tel que

$$\gamma = -\phi_2''/\phi_1'' \quad (3.11)$$

Comme une lentille agissant sur des faisceaux lumineux, une lentille temporelle permet d'obtenir la Transformée de Fourier d'un objet placé au foyer objet au niveau du foyer image (voir figure 3.4(a)).

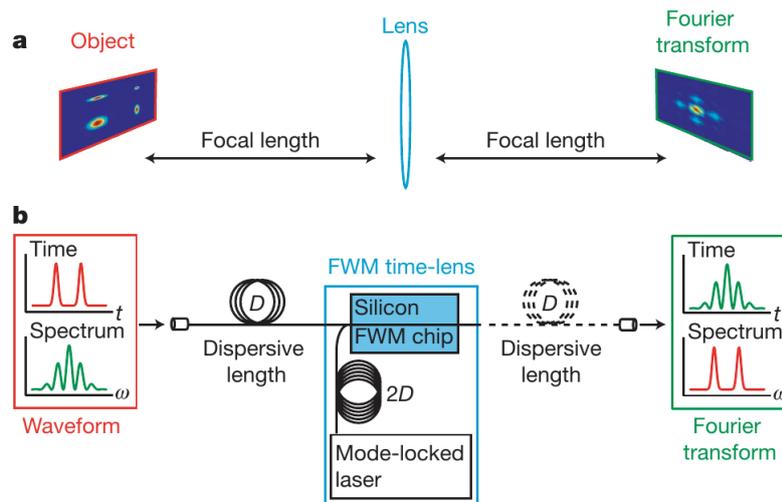


FIGURE 3.4 – Imagerie temporelle. Illustration issue de l'article[101].

Dans le cas d'une lentille temporelle, la mise au point est faite en ajustant la dispersion de part et d'autre de la lentille. Ce principe est illustré sur la figure 3.4(b). En effet, ajuster la distance de propagation du faisceau entre objet-lentille et lentille-image est équivalent

dans le domaine spatial à ajuster la dispersion entre objet-lentille temporelle et lentille temporelle-image dans le domaine temporel. Dans ce cas, l'évolution temporelle rapide de la puissance optique (de l'ordre de la picoseconde) s'observe sur des échelles de temps plus lentes (de l'ordre de la dizaine ou de la centaine de picosecondes), ce qui permet sa détection à l'aide des photodiodes rapides. Cette technique de lentille temporelle a par exemple été utilisée dans la référence [117] pour observer des structures cohérentes émergeant du processus d'instabilité modulationnelle dans une fibre optique.

3.1.2.4 Microscope spatial et temporel

Le microscope optique est un instrument formé par un objectif et un oculaire qui permet de grossir l'image d'un objet de petites dimensions afin de pouvoir l'observer par l'œil humain. Dans le cas usuel, l'objet à observer est placé avant le foyer objet de l'objectif L_1 comme le montre la figure 3.5(a). L'oculaire est ensuite placé de sorte que l'image soit dans son plan focal. Ainsi, l'œil observe une image à l'infini, donc sans accommodation.

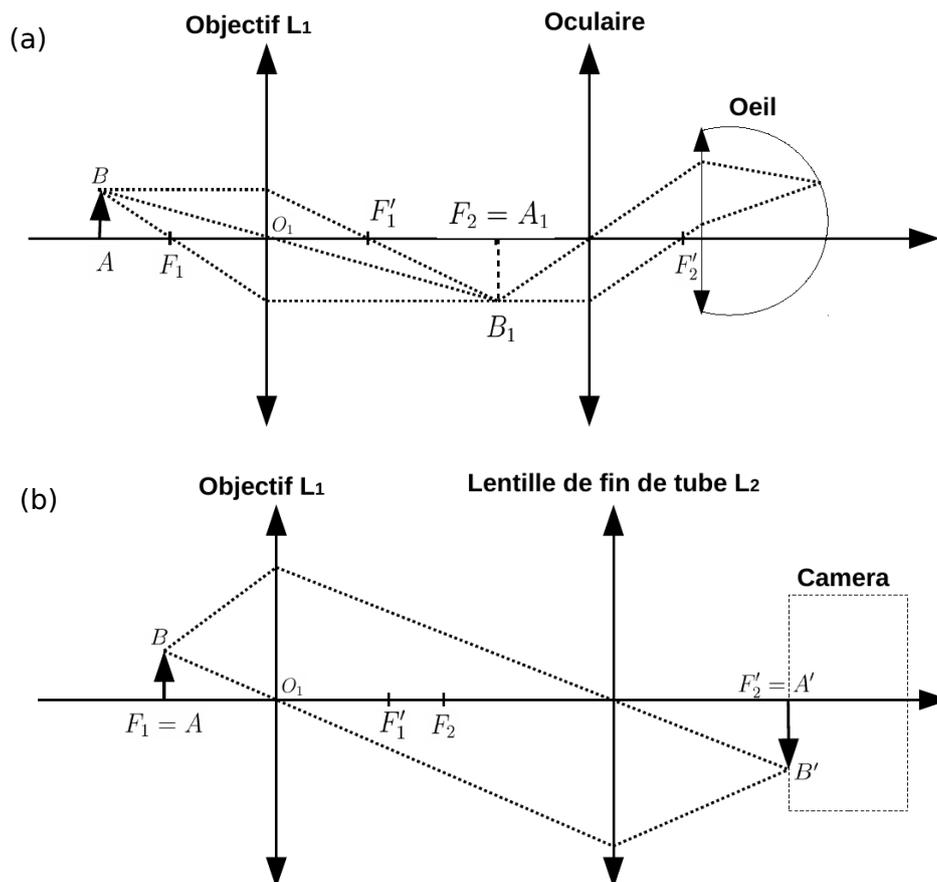


FIGURE 3.5 – Microscope spatial a) conventionnel avec lequel l'image est observée à l'œil et b) moderne qui permet d'observer l'image sur une caméra.

De nombreux microscopes modernes se basent sur un principe un peu différent [124].

Ceux-ci permettent d'observer l'image sur une caméra, et non pas avec les yeux (voir figure 3.5(b)). Un tel microscope se résume à l'association de deux lentilles. Son principe est illustré sur la figure 3.5(b). L'objet est placé dans le plan focal objet de la première lentille appelée objectif. Après passage par deux lentilles, l'image se forme au plan focal image de la deuxième lentille appelée maintenant lentille de fin de tube (et non oculaire).

Le mot microscope temporel est utilisé par certains auteurs pour référer à une lentille temporelle [116, 118, 125]. Dans la suite, nous utiliserons ce mot pour référer à un microscope, qui fonctionne sur le même principe qu'un microscope spatial moderne, formé par une association de deux lentilles temporelles, dans lequel l'image est observée sur une caméra. Notre microscope temporelle va permettre d'imager le temps sur l'espace, et donc d'observer sur une caméra les fluctuations temporelles de notre signal. Dans le microscope temporel que nous présentons dans la section 3.1.3, nous utilisons une lentille temporelle et un analyseur de spectre qui jouera le rôle de la deuxième lentille.

3.1.3 Le microscope temporel : Dispositif Expérimental

Le microscope temporel que nous avons construit résulte de la somme de plusieurs éléments optiques que nous détaillons dans cette section. Comme nous l'avons déjà mentionné, un microscope spatial standard est composé de deux lentilles : l'objectif et une lentille en fin de tube comme le montre la figure 3.6. Nous détaillerons dans cette section la construction de chacune de ces parties, ainsi que les propriétés physiques de chacun des éléments.

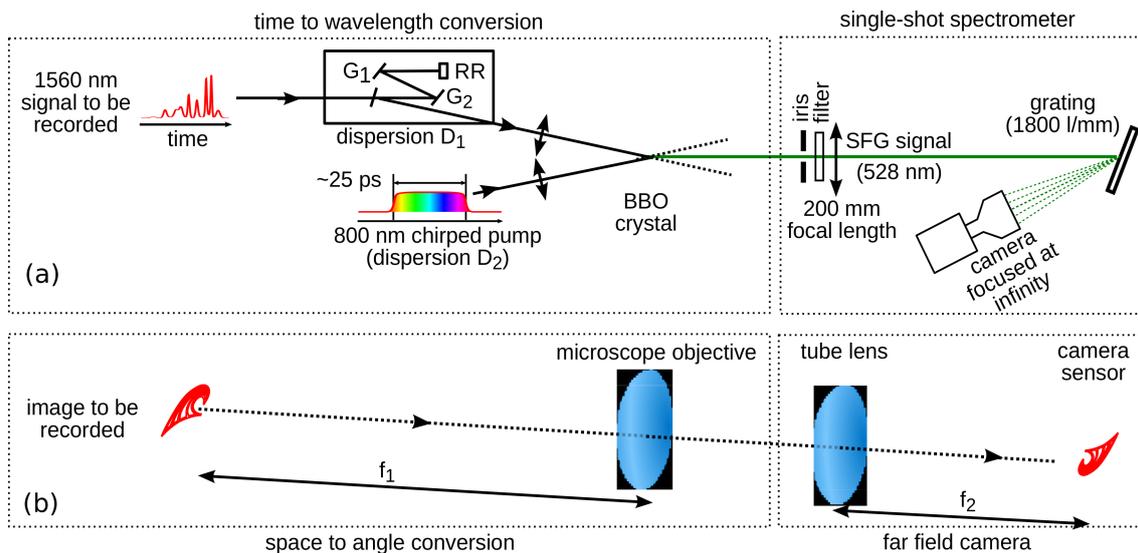


FIGURE 3.6 – Analogie avec un a) microscope temporel réalisé et b) un microscope spatial. Illustration extraite de l'article [35].

Dans notre microscope temporel, le faisceau subit une dispersion avant la lentille temporelle, mais aucune dispersion n'est appliquée après cette lentille.

3.1.3.1 Objectif du microscope temporel

Commençons par détailler les éléments contribuant à la construction de la première lentille de notre microscope temporel. La figure 3.7 montre le principe de cette lentille, formant l'objectif du microscope.

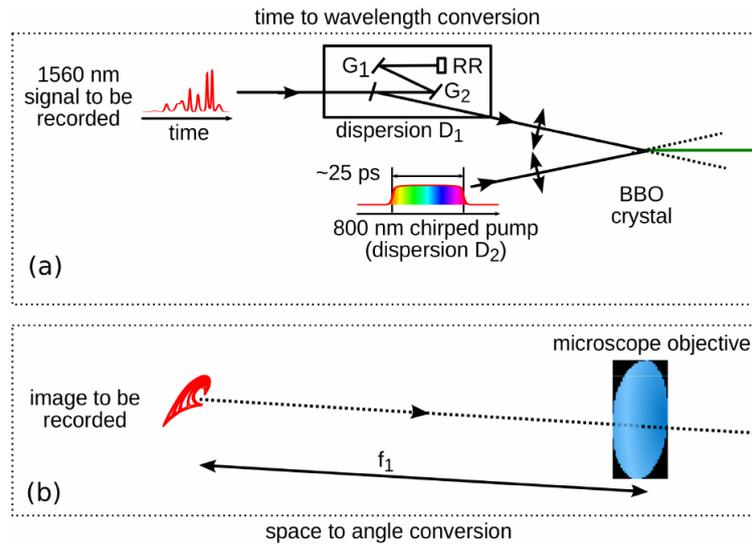


FIGURE 3.7 – Montage correspondant à l'objectif du microscope. Illustration extraite de l'article [35].

L'objet étudié est un signal lumineux partiellement cohérent émis par une source d'émission spontanée amplifiée (ASE), ayant un large spectre, et émettant de la lumière autour de 1550 nm, comme le montre la figure 3.8(a).

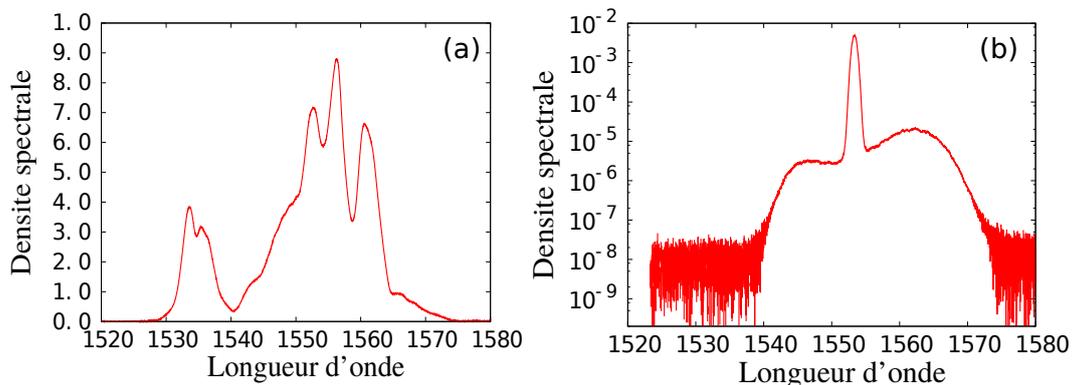


FIGURE 3.8 – Spectre de la source ASE a) en échelle linéaire avant filtrage et b) en échelle logarithmique après filtrage par le filtre optique programmable.

Le spectre de la lumière ASE est filtré par un filtre optique programmable (Waveshaper 1000S, de Finisar), qui permet d'obtenir la forme spectrale désirée. Dans notre expérience, nous avons choisi une forme gaussienne pour le spectre de l'onde partiellement cohérente.

La figure 3.8(b) montre le spectre de la source ASE à la sortie du filtre programmable optique sous forme d'une gaussienne de largeur 0.1 THz. Nous avons réalisé nos expériences avec plusieurs largeurs spectrales, variant entre 0.05 THz et 1.0 THz (0.05 THz, 0.1 THz, 0.2 THz, 0.5 THz et 1.0 THz). Tous les spectres filtrés ont une fréquence centrale de 192 THz ($\lambda = 1562.5$ nm). La sortie est ensuite amplifiée à l'aide d'un amplificateur Erbium (Keopsys) jusqu'à une puissance moyenne de l'ordre du Watt. Le faisceau partiellement cohérent traverse ensuite un compresseur de type Treacy, qui va induire une dispersion $D_1 = 0.23ps^2$. Les réseaux de ce compresseur possèdent $600lignesmm^{-1}$. Ils opèrent à un angle d'incidence de 40 degrés, et leurs plans sont séparés de 42 mm.

La lentille temporelle [101, 116] servant d'objectif de microscope est obtenue en focalisant des impulsions chirpées dans un cristal non linéaire. Le laser délivrant les impulsions chirpées est un laser Titane-Saphir amplifié (Spectra Physics Spitfire), émettant des impulsions d'une énergie de 2 mJ, d'une durée de 40 fs, et possédant une largeur spectrale de 25 nm à 800 nm. Ce laser opère à une cadence de 500 Hz. Notons que dans notre expérience, l'énergie a été limitée à 100 nJ. Le spectre du laser est illustré sur la figure 3.9 en échelle linéaire. Dans notre expérience, les impulsions délivrées par ce laser ne sont pas Fourier limitées car un down-chirp fréquentiel $D_2 = -0.23ps^2$ leur est appliqué. Ceci induit un étalement temporel des impulsions dont la largeur passe de 40 fs à 25 ps.

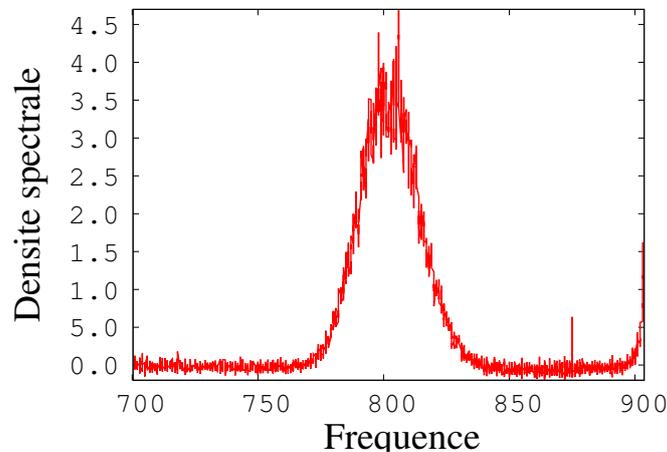


FIGURE 3.9 – Spectre du laser de pompe à 800 nm utilisé pour réaliser la lentille temporelle en échelle linéaire

Pour le signal à $1562.5nm$, un chirp de même valeur mais de signe opposé à celui de la pompe est appliqué à l'intérieur du compresseur (voir figure 3.7). En effet, la résolution de notre microscope temporel est déterminée en ajustant les dispersions relatives au signal à 1562.5 nm (induite par le compresseur) et de la pompe à 800 nm provenant du laser Titane-Saphir. Nous avons ajusté les dispersions appliquées à chacun des deux faisceaux en contrôlant les réseaux (du compresseur pour le signal et du laser Ti-Saphir pour la pompe) de façon à obtenir une dispersion de $\approx 0.23ps^2$ (dispersion normale) pour la pompe et $\approx -0.23ps^2$ (dispersion anormale) pour le signal. La valeur de la dispersion à appliquer est calculée en fonction de la distance entre les réseaux et leurs angles [126].

Ceci est équivalent à effectuer la mise au point qui permet *in fine* d'obtenir une image nette à la sortie de notre microscope temporel (voir figure 3.14).

Le faisceau de pompe à 800 nm et le faisceau partiellement cohérent à 1565.2 nm sont combinés ensuite dans un cristal BBO ayant une non linéarité d'ordre 2. Les dimensions du cristal sont 5x5x8 mm ($\theta = 24.5^\circ$, $\phi = 90^\circ$) et l'angle externe entre la pompe et le signal est de 12.5° . Chacun des deux faisceaux est focalisé dans le cristal à l'aide d'une lentille de focale $f = 20$ cm, de façon à ce que les deux foyers images ayant des waists de l'ordre des $20\mu\text{m}$ soient confondus au même endroit dans le cristal. Ceci mène au phénomène de génération de somme de fréquence(SFG) entre le signal et la pompe comme le montre la figure 3.7. Le signal de SFG produit a une longueur d'onde se situant autour de 528nm .

3.1.3.2 Lentille de fin de tube

La deuxième partie du microscope temporel que nous avons construit sert à l'observation et la détection du signal.

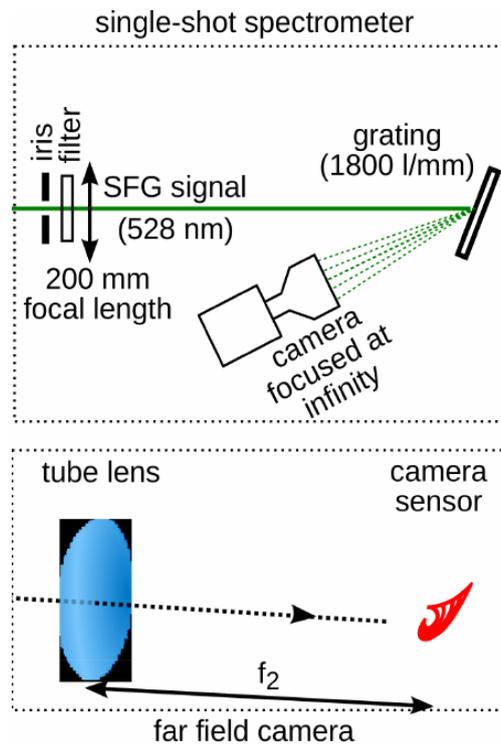


FIGURE 3.10 – Montage optique correspondant à la deuxième lentille du microscope (lentille de fin de tube). Illustration extraite de l'article [35].

Nous rappelons que spatialement, placer une caméra au foyer d'une lentille (voir figure 3.10(b)) permet d'observer le champ lointain, et donc de faire la transformée de fourier spatiale de l'objet. Temporellement, pour faire la transformée de fourier d'un signal fluctuant temporellement, il suffit d'utiliser un réseau de diffraction, comme le montre

la figure 3.10(a).

Comme le montre la figure 3.10, l'observation du spectre du signal final dans le plan focal de la lentille en fin de tube est réalisée à partir d'un analyseur de spectre single-shot. Celui-ci est formé par un réseau de dispersion de $1800 \text{ lignes mm}^{-1}$, une lentille de focale $f = 200 \text{ mm}$ et d'une caméra (sCMOS Hamamatsu Orca flash 4.0 V2 (C11440-22CU)) équipée d'un objectif de focale 60 mm (Nikkor Micro 60 mm f/2.8 AF-D) focalisé à l'infini. Cette caméra d'une dynamique de 16-bits (ce qui correspond à une gamme dynamique de $\approx 40 \text{ dB}$) a une largeur RMS (moyenne quadratique) de bruit de ≈ 2 électrons. La caméra est synchronisée par rapport aux impulsions du laser à 800 nm, et le temps d'intégration choisi est de 1 ms, ce qui permet l'opération en single-shot du microscope temporel à une cadence de 500 Hz. Pour pouvoir détecter le signal vert résultant de la somme de fréquences, nous avons placé un filtre de bande passante de 40 nm (FF01 531/40/25 Semrock) qui va éliminer la seconde harmonique à 400 nm et transmettre le signal vert à 528 nm. Le signal est ensuite diffracté par un réseau, avant d'arriver sur la caméra. Une région de 2048×8 pixels est sélectionnée pour enregistrer l'image. C'est la région comprenant le signal observé et illustré sur la figure 3.11.

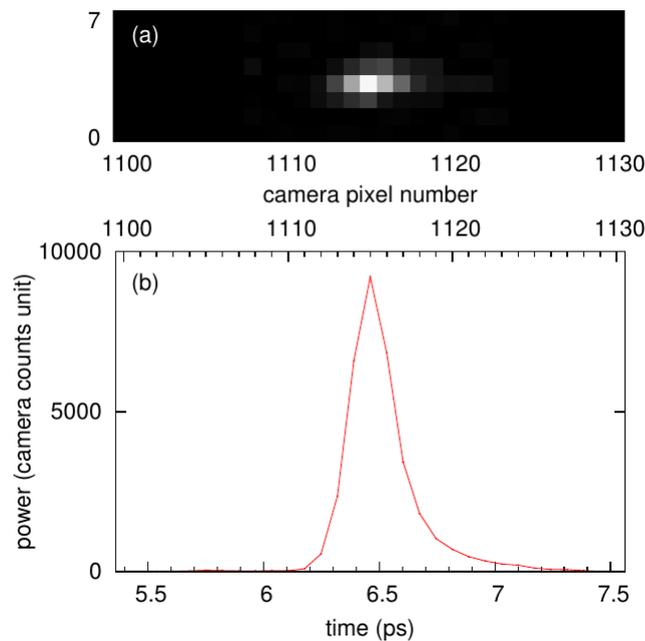


FIGURE 3.11 – Signal impulsionnel d'une impulsion de 70 fs observé sur la caméra à la sortie du microscope temporel sous forme a) d'image brute sur la caméra et b) d'une coupe de l'image a) selon la direction horizontale

Résolution

En microscopie (spatiale), si on néglige les problèmes liés aux aberrations, la résolution est limitée par l'ouverture numérique de l'objectif. La limite de résolution peut alors être définie comme le plus petit objet observable par le microscope. De la même façon, on peut définir la résolution de notre microscope temporel comme la largeur temporelle de l'impulsion la plus courte observable. Sur le plan théorique, cette résolution est affectée par plusieurs paramètres tel que le spectre du laser de pompe, les conditions d'accord de phase dans le cristal non linéaire ou l'ajustement de la valeur de la dispersion introduite par le compresseur de Tracy [127, 128, 119, 121]. La limite théorique ultime de résolution est l'inverse de la largeur spectrale de la pompe à 800 nm, c'est à dire pour nous, environ 30 fs.

Afin d'évaluer cette résolution, nous avons adopté une démarche empirique. Pour déterminer cette résolution temporelle, nous avons injecté des impulsions de 70 fs d'un laser Erbium fibré, et nous avons analysé la durée du pulse mesurée par le microscope temporel en fonction de la distance entre les réseaux du compresseur.

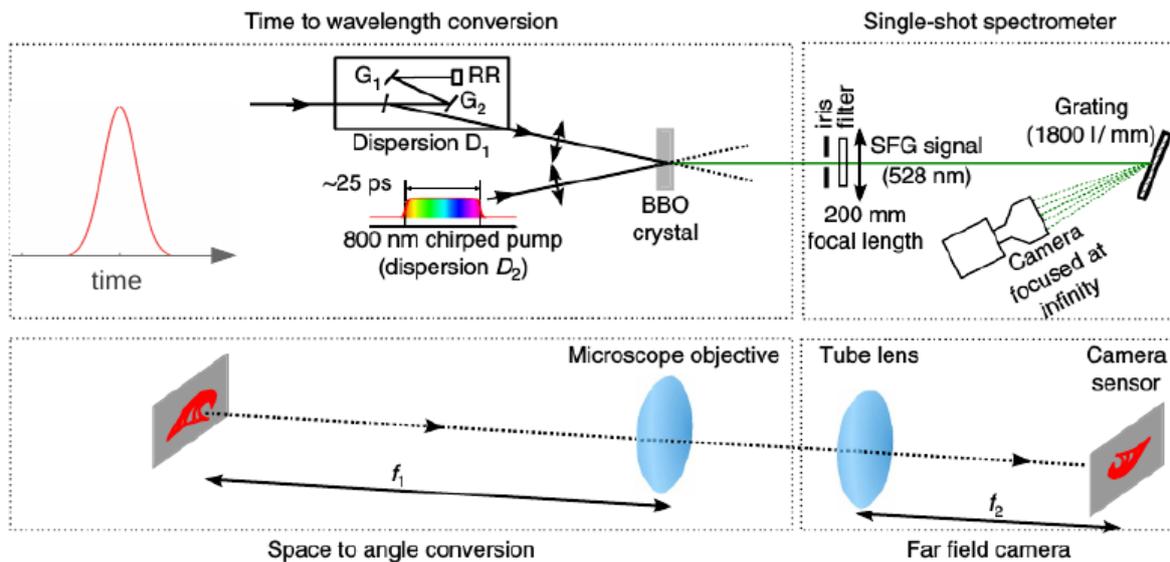


FIGURE 3.12 – Montage permettant de mesurer la résolution temporelle de notre microscope temporel. Figure extraite de l'article [35]

La résolution temporelle dépend de plusieurs composants (passage par le cristal, etc...).

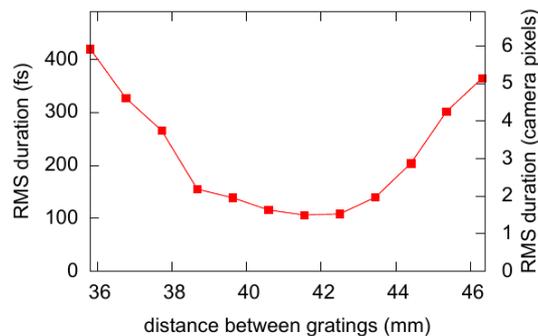


FIGURE 3.13 – Courbe montrant la largeur de la durée de l’impulsion (demi-largeur RMS) mesurée à la sortie du microscope temporel en fonction de la distance entre les réseaux dans le compresseur du signal à 1562.5nm. La largeur totale au minimum de la courbe est de 250fs. Illustration extraite de l’article [35].

La figure 3.14 montre la durée de l’impulsion mesurée pour différentes distances entre les réseaux du compresseur contrôlant la dispersion du signal à 1562.5 nm. En variant la distance entre les réseaux du compresseur, nous cherchons la distance pour laquelle la valeur de la durée de l’impulsion est minimale, ce qui correspond à la meilleure résolution possible. Cette technique est la technique de mise au point du microscope déjà expliquée à la fin de la section 3.1.3.1. Ce travail s’inscrit principalement dans le cadre de la thèse d’Alexey Tikan, qui a montré que la résolution temporelle de notre microscope temporel est de l’ordre de 250 femtosecondes de largeur totale à mi-hauteur (FWHM en anglais). Cette résolution de 250 femtosecondes doit être comprise ici comme une résolution “effective” qui inclut d’éventuels effets d’aberrations. Autrement dit, 250 femtosecondes est la durée de l’impulsion la plus courte sans déformations ni étalements significatifs avec notre microscope.

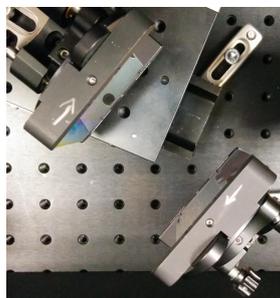


FIGURE 3.14 – Réseaux du compresseur contrôlant la dispersion du signal à 1562.5nm

3.2 Observation d'ondes scélérates en utilisant le microscope temporel

Nous avons expliqué dans la première section le principe des microscopes conventionnels et temporels. Nous avons ensuite décrit les éléments optiques constituant le microscope temporel que nous avons construit. Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus à partir des mesures effectuées à l'aide de notre microscope temporel. Certaines mesures sont effectuées dans le régime de la turbulence intégrable, tandis que d'autres sont faites dans un régime très fortement non linéaire. Nous présentons dans cette section l'ensemble de ces résultats.

3.2.1 Dynamiques temporelles et statistiques

Nous présentons dans cette section les fonctions de densité de probabilité de l'onde partiellement cohérente avant et après propagation non linéaire dans une fibre optique à maintien de polarisation, ainsi que nos observations de structures cohérentes localisées émergeant d'une condition initiale aléatoire. Nous avons étudié l'influence de plusieurs paramètres comme la largeur spectrale de la condition initiale et la puissance moyenne injectée dans la fibre.

3.2.1.1 Premières observations des fluctuations temporelles et de la statistique de la condition initiale

Il est bien sûr important d'observer la dynamique de la source incohérente utilisée comme condition initiale dans notre expérience. Dans notre cas, la forme spectrale est une gaussienne. Plusieurs largeurs spectrales variant entre 0.05 THz et 1 THz (0.05 THz, 0.1 THz, 0.2 THz, 0.5 THz, et 1 THz) ont été employées. Pour la mesure de la condition initiale, nous avons propagé le signal à une puissance de 1 W dans à peine 10m de fibre, une longueur pour laquelle les effets non linéaires sont négligeables.

La figure 3.15 montre les fluctuations de puissance de la condition initiale pour deux largeurs spectrales adoptées dans notre expérience. Nous remarquons que les échelles de temps des fluctuations diffèrent fortement pour les deux largeurs spectrales initiales. Pour une largeur $\Delta\nu = 1.0\text{THz}$, l'échelle de temps des fluctuations est de l'ordre de $1ps$, tandis que pour une largeur $\Delta\nu = 0.1\text{THz}$, elle est de l'ordre de $5ps$.

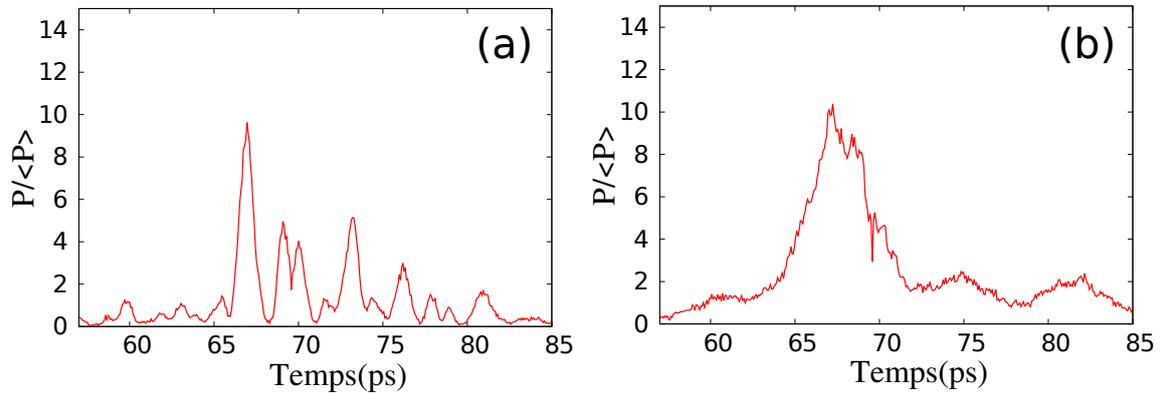


FIGURE 3.15 – Clichés expérimentaux montrant l'évolution temporelle typique des fluctuations de la source ASE filtrée avec des largeurs de pour a) $\Delta\nu = 1.0$ THz et b) $\Delta\nu = 0.1$ THz

A l'aide du microscope temporel, nous avons réalisé un grand nombre d'enregistrements qui nous ont permis de calculer les distributions de probabilité¹ de l'onde partiellement cohérente émise par la source ASE amplifiée. En calculant les fonctions de distribution caractérisant les fluctuations de puissance de la condition initiale pour les différentes largeurs de spectre, nous trouvons qu'elles suivent bien la loi normale, et donc suivent la distribution exponentielle comme le montre la figure 3.16 :

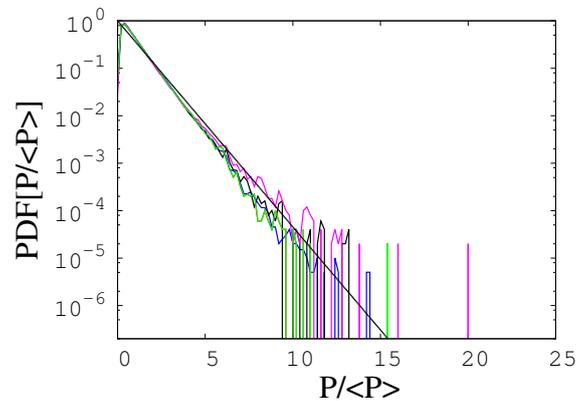


FIGURE 3.16 – PDFs expérimentales des conditions initiales correspondants aux différentes largeurs spectrales pour 0.05 THz (en rouge), 0.1 THz(en bleu), 0.2 THz(en noir), 0.5 THz(en magenta) et 1 THz(en vert). La droite en pointillé représente l'exponentielle de formule e^{-x} . La source partiellement cohérente utilisée a une statistique gaussienne quelque soit la largeur spectrale choisie.

1. "probability density function" en anglais, abrégé par PDF

3.2.1.2 Premières observations après propagation dans un milieu non linéaire

Notre signal à 1562.5nm , issu de la source partiellement cohérente est amplifié puis injecté dans une fibre optique à maintien de polarisation (Fibercore HB-1550T). Cette fibre possède un coefficient de dispersion $\beta_2 = -20\text{ps}^2.\text{km}^{-1}$ et un coefficient non linéaire $\gamma = 2.4\text{W}^{-1}.\text{km}^{-1}$. La puissance à l'intérieur de la fibre est contrôlée en utilisant une lame demi-onde et un cube polariseur traités à 1550nm . Lors de sa propagation dans la fibre optique en régime non linéaire, des structures cohérentes localisées vont émerger et modifier la statistique des fluctuations. A l'aide de notre microscope temporel, nous observons les dynamiques temporelles et les changements statistiques à la sortie de la fibre (voir figure 3.17).

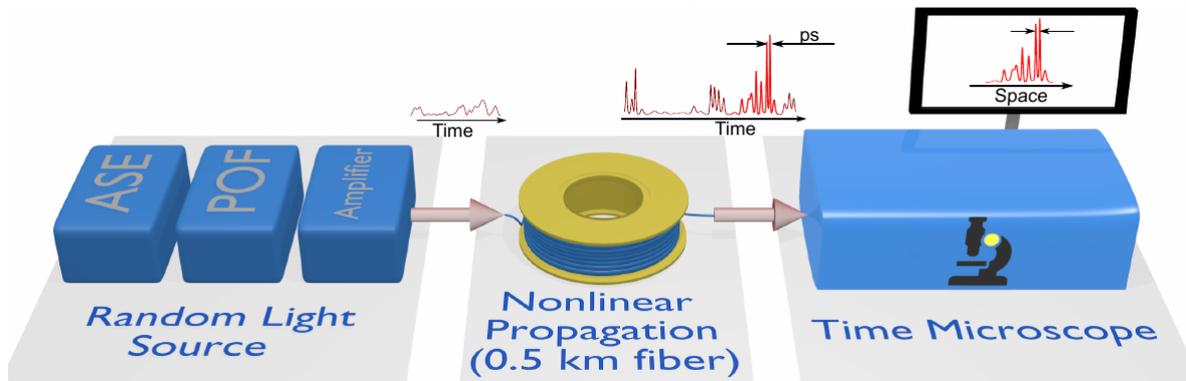


FIGURE 3.17 – Propagation non linéaire d’ondes partiellement cohérentes et observations à l’aide du microscope temporel. Illustration extraite de l’article [35].

Nous avons utilisé deux longueurs de fibre : 100m et 500m . Nous avons ensuite utilisé 5 largeurs spectrales $\Delta\nu$ (0.05THz , 0.1THz , 0.2THz , 0.5THz et 1.0THz). Pour chacune de ces 5 largeurs, nous avons effectué des enregistrements à 5 puissances différentes (0.3W , 0.5W , 1W , 2.6W et 4W).

La largeur spectrale étant fixée, plus on augmente la puissance, plus le régime devient non linéaire. Ceci s’explique par le fait que la longueur non linéaire est inversement proportionnelle à la puissance dans la fibre ($L_{NL} = 1/\gamma P_0$ où P_0 est la puissance injectée). Donc plus la puissance augmente, plus la longueur non linéaire devient petite, permettant aux effets non linéaires de jouer un rôle important dès les petites distances de propagation. La figure 3.18 montre le signal incohérent enregistré en sortie de fibre pour différentes puissances moyennes dans la fibre. La longueur de la fibre utilisée pour les enregistrements de la figure 3.18 était de 500m , et la largeur spectrale de la source incohérente était de 0.1THz .

Des mesures en single-shot du signal incohérent sont faites avec notre microscope temporel. Dans la figure 3.18, nous avons représenté des signaux aléatoires typiquement observés pour ces valeurs de paramètres.

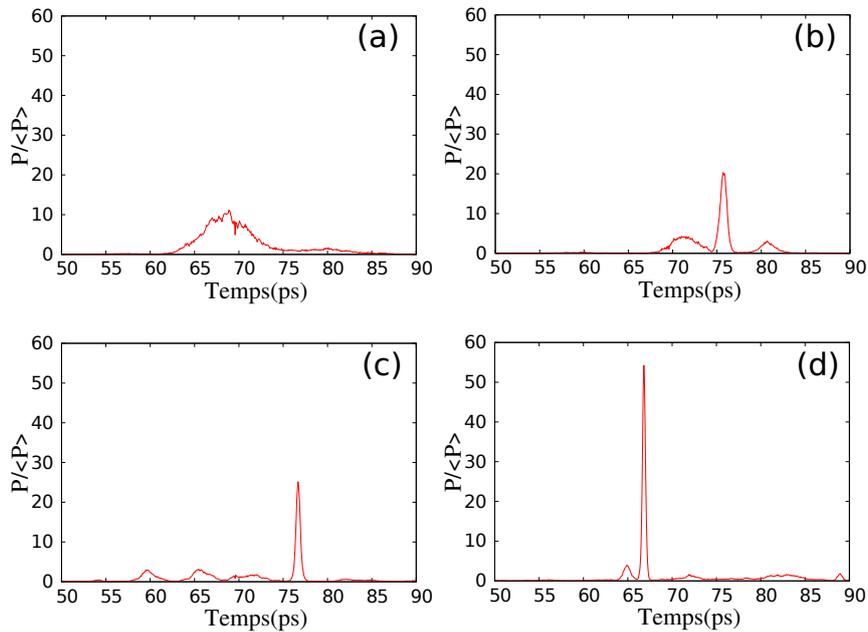


FIGURE 3.18 – Clichés typiques enregistrés à l'aide du microscope temporel et montrant l'évolution temporelle de l'onde incohérente après propagation dans 500 m de fibre pour $\Delta\nu = 0.1$ THz. a) la condition initiale, b) c) d) signaux observés en sortie de fibre pour des puissances de b)1 W, c)2.6 W et d)4 W

Nous observons très clairement une tendance à l'apparition de pics très intenses à haute puissance moyenne. Ceux-ci ne sont pas observés avant propagation, dans l'onde partiellement cohérente injectée dans la fibre. Les pics deviennent d'autant plus étroits et intenses que la puissance moyenne injectée dans la fibre est élevée.

Pour une puissance fixée, plus la largeur spectrale diminue, plus le régime devient non linéaire. En effet la longueur linéaire est inversement proportionnelle au carré la largeur spectrale selon la relation $L_{lin} = 1/\Delta\omega^2\beta_2$ où $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$. Si la longueur non linéaire est fixée (car la puissance est fixée), diminuer la largeur du spectre de l'onde incohérente injectée dans la fibre revient à augmenter la longueur linéaire. Prenons par exemple $P_0 = 1W$ dans la fibre. La figure 3.19 montre que pour cette même puissance $P_0 = 1W$ dans 500m de fibre, les structures étroites de grande amplitude apparaissent pour des faibles largeurs spectrales, quand le régime devient non linéaire.

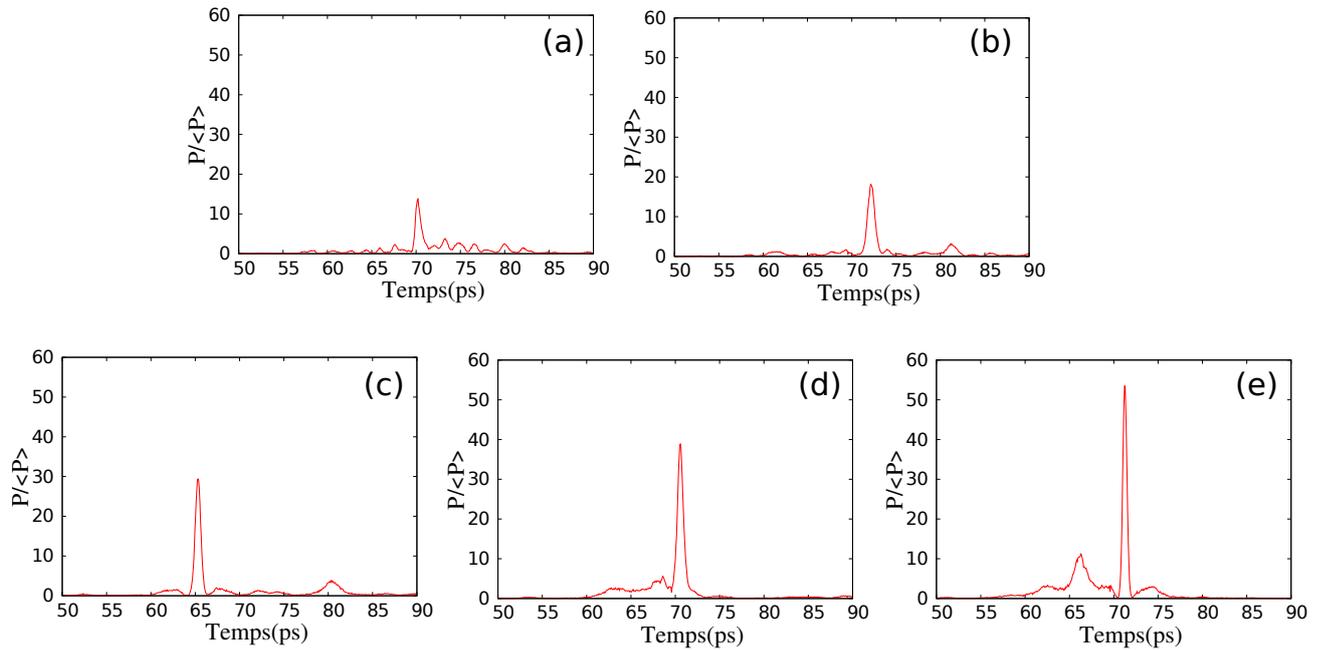


FIGURE 3.19 – Clichés typiques enregistrés à l’aide du microscope temporel et montrant l’évolution temporelle de l’onde incohérente après propagation dans 500 m de fibre pour $P = 1\text{W}$ pour des largeurs spectrales : a)1.0 THz, b)0.5 THz, c)0.2 THz, d)0.1 THz et e)0.05 THz

3.2.2 Turbulence intégrable : Expériences et Simulations

Après la présentation de ces premiers résultats qualitatifs, nous allons maintenant nous intéresser de manière précise à la turbulence intégrable. Dans ce contexte, on s’intéresse à la propagation non linéaire d’ondes partiellement cohérentes dans des systèmes physiques décrits par des équations intégrables [34]. Nous considérons dans notre travail un régime dans lequel la propagation est décrite par l’équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Comme déjà mentionné dans la sous-section précédente, un régime faiblement non linéaire peut être réalisé expérimentalement soit en diminuant la puissance, soit en augmentant la largeur du spectre initial. Nous ajustons dans notre expérience la puissance et la largeur spectrale initiale de façon à éliminer l’effet Raman durant la propagation dans la fibre optique. La propagation est dans ce cas bien décrite par l’équation de Schrödinger non linéaire (équation 1.52).

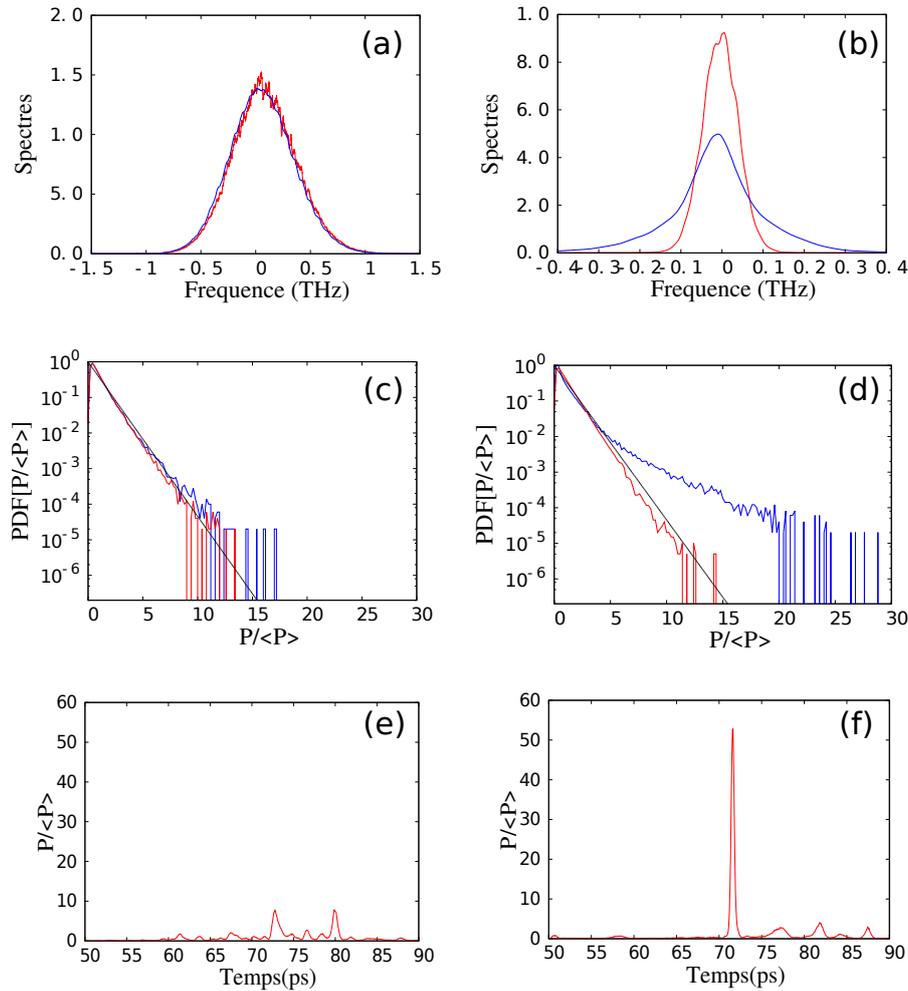


FIGURE 3.20 – Turbulence intégrable : Figure regroupant les spectres, PDFs et dynamiques temporelles expérimentaux pour un régime faiblement non linéaire (1.0 THz à 2.6W) à droite et fortement non linéaire (0.1 THz à 2.6W) à gauche. La propagation des ondes incohérentes est régie par l'équation NLS.

La figure 3.20 montre en échelle linéaire l'évolution du spectre entre l'entrée et la sortie de la fibre. Dans le cas d'un régime très faiblement non linéaire (voir figure 3.20(a)), le spectre reste pratiquement inchangé durant la propagation dans la fibre optique. Dans un régime beaucoup plus non linéaire mais où l'effet Raman joue un rôle négligeable, le spectre s'étale comme le montre la figure 3.20(b).

Les figures 3.20 (c) et (d) représentent les PDFs relatives aux spectres de la même figure. Notons que les PDFs ont été calculées avec $75 \cdot 10^6$ échantillons pour chaque séquence de paramètres. Pour une largeur spectrale de $\Delta\nu = 1.0$ THz et une puissance de 2.6 W, le régime est tellement linéaire que la PDF ne change pas (voir figure 3.20(c)), ce qui est en accord avec l'absence de l'élargissement spectral (voir figure 3.20(a)) [96].

Pour $\Delta\nu = 0.1$ THz et une puissance de 2.6 W, nous observons un fort étalement du spectre (voir figure 3.20(b)), accompagné d'une forte déviation de la statistique gaussienne

mesurée avec le microscope temporel. Dans la référence [60], seule l'évolution de la statistique était mesurée en utilisant la méthode d'échantillonnage optique. Dans notre travail, nous observons en plus, à l'aide de notre microscope temporel, des structures localisées de grande amplitude et de type soliton Peregrine, qui sont associées à ces déviations de la statistique gaussienne.

En comparant ces résultats à la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension, nous obtenons un très bon accord entre les résultats, comme le montrent la figure 3.21. Alors que notre expérience nous permet d'enregistrer aléatoirement des clichés avec un temps d'intégration de 1 ms à la sortie de la fibre, l'avantage de la simulation numérique est de permettre le suivi de l'évolution de la dynamique tout au long de la propagation du signal dans la fibre optique. Les simulations numériques sont réalisées soit avec 2048 points, soit avec 8192 points, et une fenêtre temporelle $\Delta T = 250$ ps. Ces simulations ont été faites avec un ensemble de 10^4 réalisations.

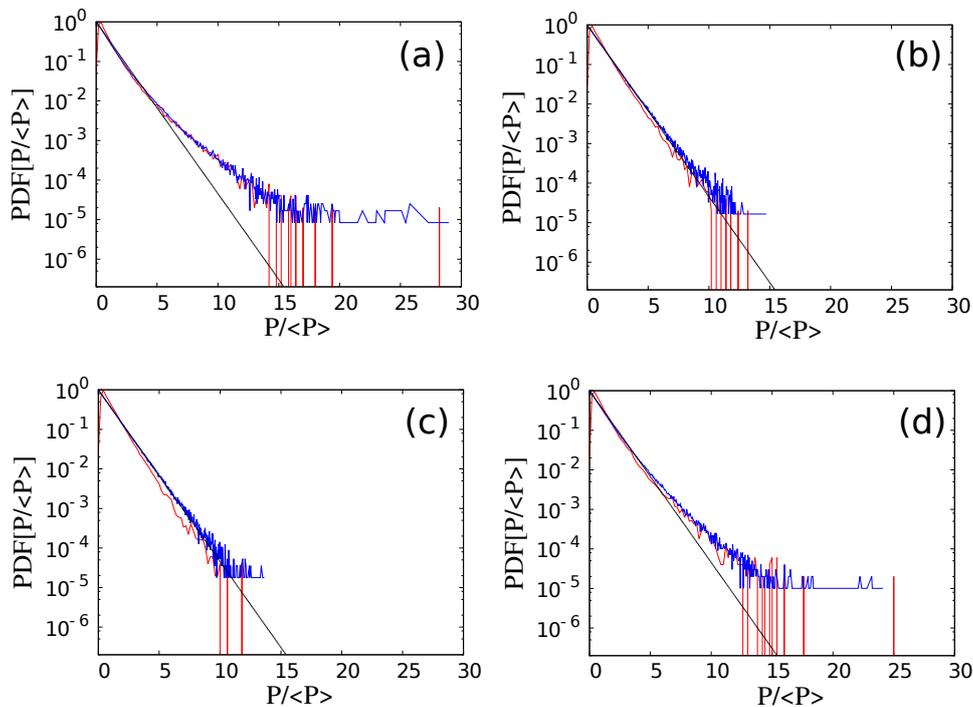


FIGURE 3.21 – Comparaison entre PDFs expérimentales (en rouge) et PDFs calculées par simulation numérique de l'équation NLS (en bleu) dans 500 m de fibre pour : a) 0.2THz à 500mW, b) 0.5THz à 500mW, c) 1.0THz à 500mW et d) 1.0THz à 4W

3.3 Turbulence Intégrable : Un premier Scénario expliquant l'apparition de structures cohérentes

3.3.1 Simulations numériques et observations expérimentales

La simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension permet aussi d'observer les différentes étapes qui mènent à l'émergence des structures cohérentes localisées, à différentes distances de propagation dans la fibre. En comparant la figure 3.22 à 3.23, nous trouvons que les résultats obtenus sont en très bon accord avec les clichés expérimentaux mesurés à l'aide de notre microscope temporel.

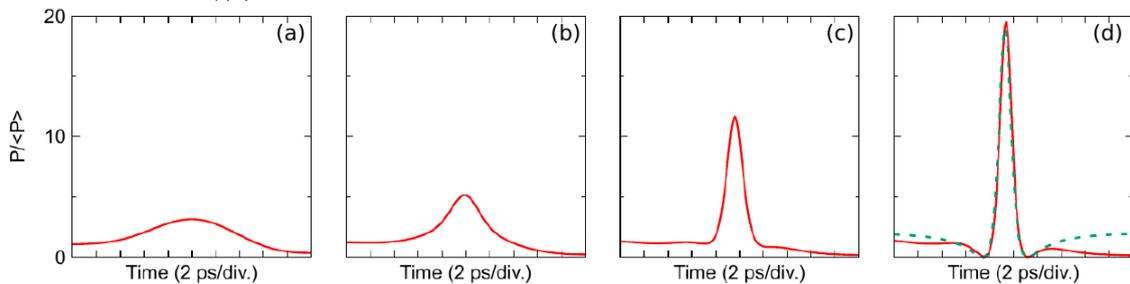


FIGURE 3.22 – (a-c) Simulation numérique montrant différentes étapes mènent à l'émergence d'une structure comparable de type breather pour $\langle P_0 \rangle = 1$ W et $\Delta\nu = 0.05$ THz à a) $z=0$ m, b) $z=285$ m, c) $z=415$ m et d) $z=500$ m. (d) La ligne pointillée en vert représente le fit de l'expression analytique d'un soliton Peregrine. Illustration extraite de l'article [35].

Dans les simulations numériques de la figure 3.22, nous partons d'une condition initiale aléatoire à $z=0$ m (figure 3.22(a)). En propageant cette condition initiale dans une fibre de longueur $z=500$ m, nous observons la formation d'une structure localisée compatible avec le soliton Peregrine. Les figures 3.22(b),(c) et (d) montrent l'état de cette structure dans la fibre à $z=285$ m, $z=415$ m et $z=500$ m.

La figure 3.23 montre des clichés expérimentaux à l'entrée et à la sortie de la fibre de 500 m montrant les étapes d'émergence d'une structure localisée. Les clichés enregistrés sont comparables avec le scénario de la simulation numérique de NLS représentée dans la figure 3.22, même si expérimentalement nous ne pouvons pas obtenir le suivi de la construction du soliton de Peregrine en fonction de la distance de propagation comme dans le cas de la simulation numérique. La figure 3.23(d) montre que le profil de puissance du soliton Peregrine analytique est bien confondu avec les structures observées expérimentalement. Nous pouvons alors confirmer par nos expériences que des structures de type soliton de Peregrine, émergent durant la propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes. Plusieurs expériences ont permis l'observation de la dynamique du soliton Peregrine, dans les fibres optiques [129, 16], en hydrodynamique [71], ainsi que dans les plasmas [30]. Cependant, toutes ces expériences considéraient la propagation d'une onde

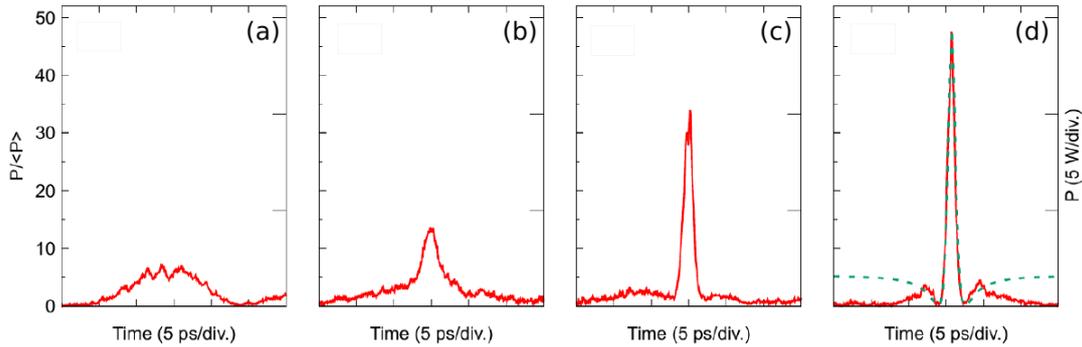


FIGURE 3.23 – (a-c) clichés expérimentaux montrant différentes étapes mènent à l’émergence d’une structure comparable au breather pour $\langle P_0 \rangle = 300$ mW et $\Delta\nu = 0.05$ THz. (d) La ligne pointillée en vert représente le fit de l’expression analytique d’un soliton Peregrine. Illustration extraite de l’article [35].

plane avec une petite perturbation (instabilité modulationnelle), contrairement à notre travail qui part d’une onde incohérente.

3.3.2 Théorème de Bertola-Tovbis

Un scénario permettant d’expliquer l’apparition fréquente du soliton de Peregrine peut être obtenu à partir des travaux théoriques de Bertola et Tovbis [130]. Ils ont montré dans ces travaux que toute condition initiale ayant la forme d’une bosse² (de formule $\psi(\zeta = 0, t) = \text{sech}(t)$ par exemple) évolue selon un scénario d’auto-compression temporelle. Pour une distance de propagation $z = z_c$, cette auto-compression résulte en une catastrophe³. Au niveau de ce point de catastrophe, le profil d’intensité a une dérivée infinie $|d\rho/d\tau| \rightarrow \infty$ avec $\rho = |\psi(t)|^2$.

Cette catastrophe se régularise par l’apparition d’une solution asymptotique localisée de l’équation de Schrödinger non linéaire généralisée. D’après la méthode d’Inverse Scattering, cette structure est identifiée localement comme un soliton Peregrine (PS).

Une condition initiale aléatoire contient un grand nombre de bosses. Ceci mène fréquemment à l’apparition du soliton Peregrine.

Dans leur travaux, Bertola et Tovbis ont montré que le soliton de Peregrine apparaît en partant d’une condition où le fond continu tend vers zéro. Dans notre expérience, nous l’avons observé dans un cas incohérent, mais nous pensons que le mécanisme de génération de ce soliton est le même dans les deux cas. C’est celui défini par le théorème de Bertola et Tovbis.

2. appelée “hump” en anglais

3. appelée “gradient catastrophe” en anglais

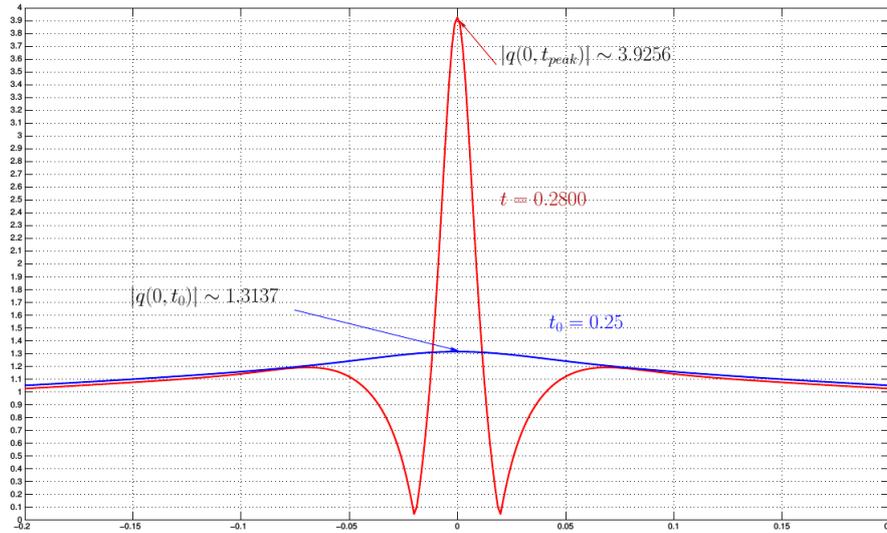


FIGURE 3.24 – Simulations numériques montrant l’émergence du soliton de Peregrine à partir d’une condition initiale en forme de bosse. Cette figure est issue de l’article de Bertola et Tovbis [130]

3.4 Perspectives : Régime fortement non linéaire

En augmentant la valeur de la puissance moyenne injectée dans la fibre optique, l’effet Raman devient non négligeable. Dans ce cas, nous ne sommes plus dans le régime de turbulence intégrable, mais dans un régime beaucoup plus non linéaire. Dans ce genre de régime, la propagation devient décrite par l’équation de Schrödinger non linéaire généralisée, qui inclut l’effet Raman. Suite aux effets non linéaires importants, nous observons un élargissement spectral plus important que ce qui est observé dans le régime de turbulence intégrable.

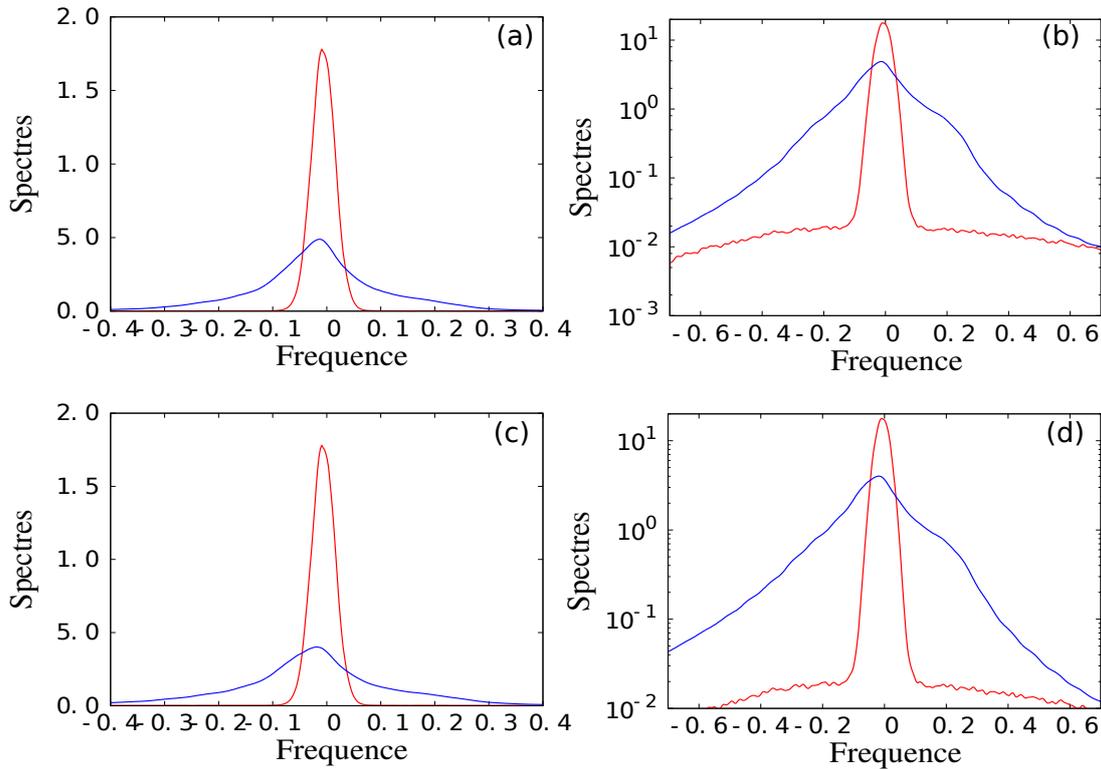


FIGURE 3.25 – Spectres expérimentaux en échelles linéaire et logarithmique à l’entrée (en rouge) et la sortie (en blue) de 500 m de fibre pour a) b) 0.05THz à 2.6W, c) d) 0.05THz à 4W

La figure 3.25 montre clairement que dans un régime fortement non linéaire, le spectre subit un élargissement très important suite aux effets non linéaires dans la fibre. Nous atteignons ce régime expérimentalement en injectant une forte puissance dans la fibre, pour une largeur spectrale étroite. Nous remarquons dans la figure 3.25 que le spectre à la sortie de la fibre est à peu près deux fois plus large que dans le cas de la turbulence intégrable et qu’il devient asymétrique. Nous observons que cette déformation est plus importante pour 4 W que pour 2.6W. Ceci s’explique par le fait que le régime devient très non linéaire, ce qui permet à l’effet Raman de jouer un rôle et créer de nouvelles composantes qui vont déformer le spectre [131, 132].

Des travaux supplémentaires sont envisagés pour comprendre le rôle que joue l’effet Raman dans l’évolution de la PDF. Relativement à l’élargissement spectral important que nous observons dans ce régime très fortement non linéaire, on s’attend à ce que les déviations de la statistique gaussienne deviennent plus prononcées avec l’effet Raman. Des travaux supplémentaires sont toutefois requis pour analyser les données et comparer les simulations numériques nécessaires avec les résultats expérimentaux dans ce régime très fortement non linéaire.

Quatrième chapitre

Chapitre 4

Spectre des ondes partiellement cohérentes en Turbulence Intégrable : regime très faiblement non linéaire

4.1 Introduction

Nous avons évoqué la statistique des ondes partiellement cohérentes dans le chapitre 2, et la structure spatio-temporelle de ces ondes dans le chapitre 3. Le chapitre 4, quant à lui, est consacré à l'étude du spectre des ondes partiellement cohérentes.

Dans les expériences d'hydrodynamique et d'optique du chapitre 2, nous avons travaillé dans un régime faiblement non linéaire. Dans le travail effectué avec le microscope temporel dans le chapitre 3, l'expérience était effectuée principalement dans un régime fortement non linéaire. Par contre, dans ce chapitre, nous allons étudier l'évolution du spectre des ondes partiellement cohérentes dans un régime très faiblement non linéaire, c'est à dire beaucoup moins non linéaire que le chapitre 2.

Il existe des travaux réalisés dans ce genre de régimes où nous pouvons construire des théories statistiques [54, 38, 133], mais il n'existe pas une théorie complète sur le comportement des ondes dans un régime très faiblement non linéaire. Il existe une approche basée sur la théorie cinétique des ondes (appelée encore théorie de la Turbulence d'ondes) dans laquelle l'élargissement spectral ne dépend pas du signe de la dispersion. En régime très faiblement non linéaire, il n'y a pas de distinction entre le régime où l'instabilité modulationnelle peut se manifester et le régime où cette instabilité n'existe pas. De nos jours, il n'existe pas d'évidences expérimentales de ce phénomène.

L'enjeu de ce chapitre est de montrer expérimentalement qu'il existe un régime où l'élargissement spectral d'ondes partiellement cohérentes est quantitativement strictement identique en régime focalisant (régime de dispersion anormale) et défocalisant (régime de dispersion normale). Nous présentons le dispositif expérimental mis en place, pour ensuite comparer les résultats expérimentaux aux simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire. Nous montrons que les résultats obtenus sont en accord avec une approche théorique basée sur la théorie cinétique des ondes [38]. Nous proposons par ailleurs une nouvelle approche théorique basée sur une transformation canonique de l'équation de

Schrödinger non linéaire.

4.1.1 Comparaison entre régimes de dispersion normale et anormale

Nous savons que l'interaction entre la dispersion de groupe (GVD) et les effets non linéaires, tel que l'effet Kerr, détermine le comportement d'une impulsion lors de sa propagation dans une fibre optique [2]. Dans un régime focalisant (régime de dispersion anormale), l'élargissement spectral est beaucoup plus important que celui en régime défocalisant (régime de dispersion normale) car l'instabilité modulationnelle (MI) crée naturellement de nouvelles composantes spectrales [2]. Barviau et al. étaient les premiers à étudier théoriquement et expérimentalement les changements affectant le spectre optique d'une onde partiellement cohérente dans le régime de dispersion normale [79]. Ils ont montré que l'élargissement spectral par mélange à quatre ondes non résonnant existe également en dispersion normale (régime défocalisant), malgré le fait qu'il soit moins important que celui observé en régime de dispersion anormale.

Il est important de noter que l'instabilité modulationnelle dépend du degré de cohérence de l'onde [134, 66]. En effet, les valeurs de la fréquence et le taux d'accroissement maximal de l'instabilité modulationnelle incohérente augmentent d'un facteur $\approx \sqrt{2}$ par rapport à l'instabilité modulationnelle cohérente.

Une première comparaison entre les élargissements spectraux en régimes de dispersions normale et anormale peut être effectuée grâce à des simulations numériques de l'équation NLS. Partons d'une onde partiellement cohérente ayant un spectre gaussien de largeur bien définie de la forme $n_\omega = \sqrt{n_\omega} e^{i\phi_\omega}$ où ϕ_ω représente les phases spectrales aléatoires et $n_\omega = e^{-\omega^2/\Delta\omega^2}$. Nous représentons dans la figure 4.1 la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire dans les deux régimes de dispersion (normale et anormale). Cette simulation était réalisée avec 5000 points, une fenêtre de 750 ps et 1000 réalisations. Dans cette simulation, le rapport entre hamiltonien non linéaire et hamiltonien linéaire $H_{NL}/|H_L| = 2.6$ (voir chapitre 1 section 1.3.3.2). La simulation montre qu'en régime de dispersion anormale (focusing), suite à l'instabilité modulationnelle, l'élargissement spectral est beaucoup plus important car le mélange à 4 ondes non résonnant devient résonnant à cause de la non linéarité.

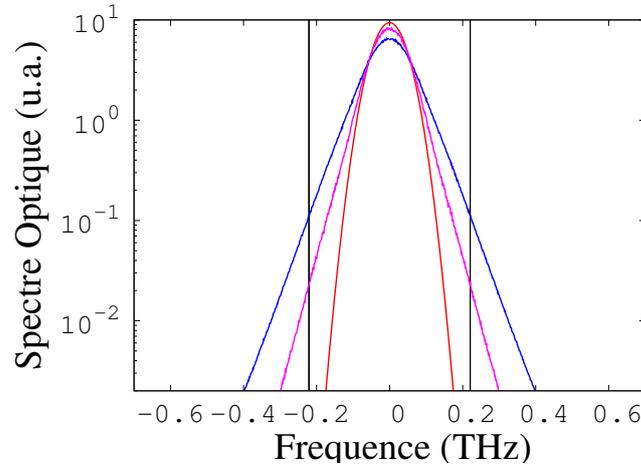


FIGURE 4.1 – Simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire avec $\beta_2 = \pm 20 \text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$ et $\gamma = 2.4 \text{W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$: La courbe en rouge représente le spectre gaussien d'une onde partiellement cohérente de largeur initiale 0.1 THz. La courbe en magenta correspond au spectre calculé à la sortie de la fibre longue de 100m pour une puissance de 2W en régime de dispersion normale, et en bleu pour un régime de dispersion anormale. Les droites en noir représentent la fréquence où le gain de l'instabilité modulationnelle est maximum. Le rapport entre hamiltonien non linéaire H_{NL} et hamiltonien linéaire H_L vaut 2.6

Dans le régime non linéaire présenté sur la figure 4.1, la fréquence associée au gain maximum de l'instabilité modulationnelle est supérieure à la largeur du spectre optique (voir figure 4.1). L'élargissement spectral dans ce cas est beaucoup plus important dans un régime de dispersion anormale que dans un régime de dispersion normale.

Dans un régime plus faiblement non linéaire que celui présenté sur la figure 4.1, la fréquence associée au gain maximum de l'instabilité modulationnelle est inférieure à la largeur du spectre de l'onde partiellement cohérente injectée dans la fibre. Autrement dit, les bandes de l'instabilité modulationnelle vont tomber à l'intérieur du spectre initial. Dans ce cas, l'instabilité modulationnelle ne joue plus aucun rôle dans l'élargissement spectral. Pour cette raison, dans un régime faiblement non linéaire, l'élargissement spectral est le même dans les deux régimes de dispersion, normale et anormale. La figure 4.2 illustre cette situation pour un spectre gaussien de largeur 0.1 THz. Pour une puissance moyenne de 500 mW injectée dans une fibre optique, donc un régime faiblement non linéaire avec un rapport entre hamiltonien non linéaire et hamiltonien linéaire $H_{NL}/H_L = 0.35$, les bandes de l'instabilité modulationnelle tombent à l'intérieur du spectre optique, entre les deux droites en noir.

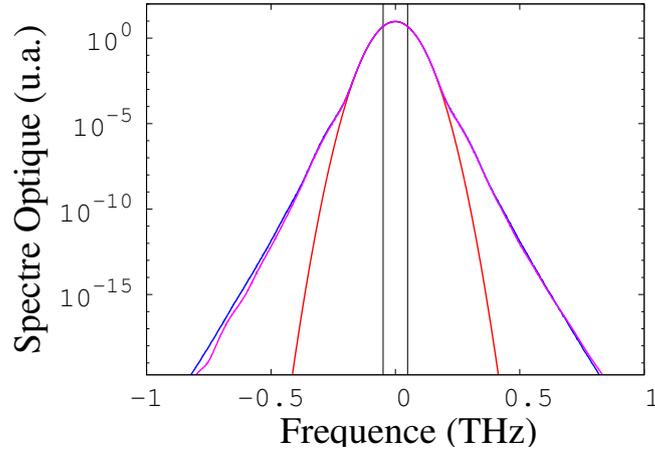


FIGURE 4.2 – Simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire avec $\beta_2 = \pm 20 \text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$ et $\gamma = 2.4 \text{W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$: La courbe en rouge représente le spectre gaussien d'une onde partiellement cohérente de largeur initiale 0.1 THz. La courbe en magenta correspond au spectre calculé à la sortie de la fibre longue de 100m pour une puissance de 100mW en régime de dispersion normale, et en bleu pour un régime de dispersion anormale. Les droites en noir représentent la fréquence où le gain de l'instabilité modulationnelle est maximum. Le rapport entre hamiltonien non linéaire H_{NL} et hamiltonien linéaire H_L vaut 0.35

C'est dans le régime très faiblement non linéaire illustré sur la figure 4.2 que la théorie quasi cinétique de la turbulence d'ondes appliquée à NLS et développée dans la référence [38] est bien vérifiée.

Expérimentalement, il est impossible de propager une onde partiellement cohérente ayant un spectre de forme parfaitement gaussienne, comme celle représentée dans les simulations numériques que nous venons de montrer. En effet, un amplificateur optique va ajouter de l'émission spontanée au spectre initial. Ce bruit ajouté aux ailes de la gaussienne joue un rôle très important dans l'évolution du spectre. Nous comparons dans la figure 4.3 des simulations numériques en partant d'un spectre parfaitement gaussien (figure 4.3(a)), et d'un spectre gaussien auquel se superpose un plateau constant associé au bruit ajouté par l'amplificateur optique (figure 4.3(b)). Les simulations sont effectuées dans les deux cas avec les mêmes paramètres ($P_0 = 1\text{W}$, 100m de PMF et $\Delta\nu = 0.1\text{THz}$).

Nous observons que l'évolution du spectre après propagation dans 100m de fibre n'est pas quantitativement la même dans les deux simulations numériques. Dans le cas d'une simple gaussienne, nous observons que l'élargissement spectral est sensiblement différent dans les deux régimes de dispersion, tandis qu'en partant d'une gaussienne avec un plateau, les élargissements spectraux dans les deux régimes deviennent quantitativement très comparables. Dans le cas d'une gaussienne avec un plateau, l'évolution des ailes du spectre est moins prononcée que dans le cas d'une simple gaussienne.

Les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire montrent que l'évolution du spectre optique dépend de la condition initiale utilisée. Le plateau ajouté dans la simulation numérique de la figure 4.3(b) affecte fortement l'évolution du spectre. Expérimentalement, l'amplificateur optique ajoute du bruit au spectre, sous de plateau. Donc

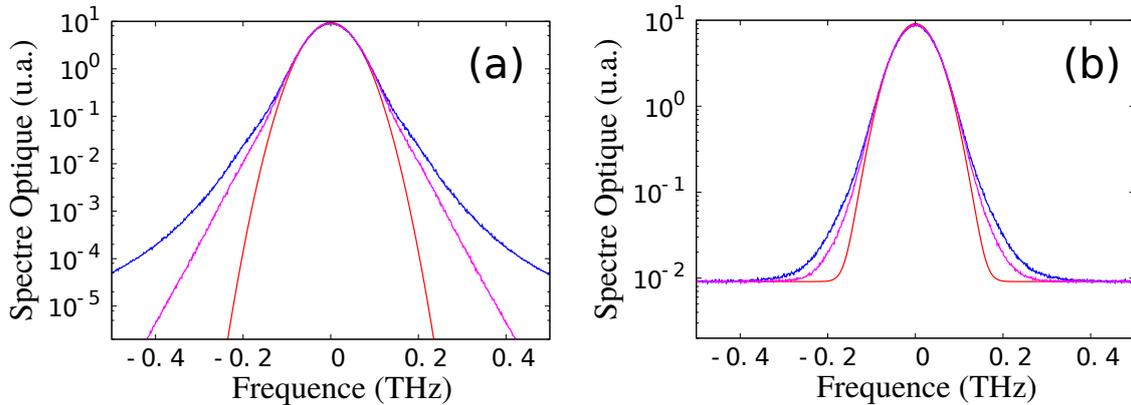


FIGURE 4.3 – Simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire : comparaison entre l'évolution du spectre pour a) une simple gaussienne et b) une gaussienne avec un plateau pour $\Delta\nu = 0.1\text{THz}$, dans 100m de PMF pour $P_0 = 1\text{W}$. Les spectres en rouge représentent les conditions initiales. Le spectre en bleu représente le spectre de sortie en régime de dispersion anormale, tandis que le spectre en magenta correspond au spectre de sortie en régime de dispersion normale. La simulation numérique est réalisée avec 5000 points, une fenêtre de 750 ps et 500 répétitions. Les paramètres de la fibre utilisés sont $\gamma = 2.4\text{W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ et $\beta_2 = \pm 20\text{ps}^2.\text{km}^{-1}$

l'évolution du spectre que nous observons sur l'analyseur du spectre ne sera pas la même que le résultat obtenu par la simulation de l'équation NLS réalisée en partant d'une simple gaussienne (cas de la figure 4.3). Pour pouvoir alors faire une bonne comparaison entre les simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire et les expériences que nous présentons dans ce chapitre, nous allons utiliser comme conditions initiales numériques les spectres expérimentaux enregistrés.

4.2 Expérience

Nous avons réalisé une expérience qui permet d'enregistrer le spectre d'une onde partiellement cohérente dans un régime faiblement non linéaire. Le but est d'observer les changements au niveau des ailes d'un spectre de forme gaussienne suite à la propagation dans une fibre optique en régime très faiblement non linéaire. Les paramètres de l'expérience sont contrôlés de façon à se placer soigneusement dans ce régime de faible non linéarité. Dans cette section, nous allons montrer le dispositif expérimental mis en place. Nous allons aussi montrer les spectres obtenus pour différents paramètres, et les comparer à la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire.

4.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental que nous avons mis en place est présenté dans la figure 4.4. Le signal est généré par une source d'émission spontanée amplifiée (ASE). Elle est caractérisée par un large spectre, et les phases des nombreuses composantes spectrales sont aléatoires. La longueur d'onde centrale de la source ASE est de 1550 nm. Le spectre de la lumière ASE est filtré à l'aide d'un filtre programmable, de façon à finalement obtenir un

spectre gaussien centré autour de 192 THz ($\lambda = 1562.5$ nm). La largeur à mi-hauteur du spectre gaussien peut aussi être contrôlée à l'aide du filtre. La lumière en sortie du filtre est amplifiée par un amplificateur Erbium fibré (Keopsys). Le signal est ensuite injecté dans une fibre à maintien de polarisation d'une longueur de 100m. Les coefficients Kerr et de dispersion de cette fibre sont de $\gamma = 2.4W^{-1}.km^{-1}$ et $\beta_2 = -20ps^2/km$ respectivement. A la sortie de la fibre, le spectre est observé à l'aide d'un analyseur de spectre optique. Différents spectres correspondants à différents paramètres de largeurs spectrales et de puissances optiques sont enregistrés à la sortie de la fibre.

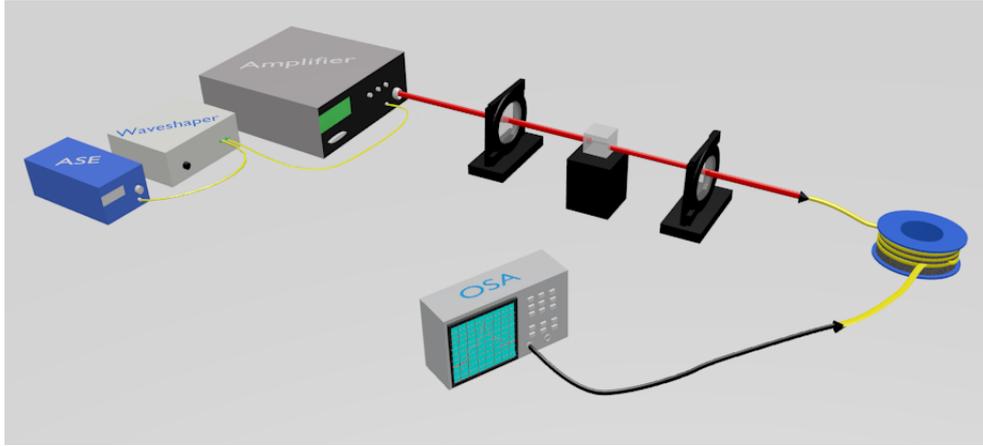


FIGURE 4.4 – Dispositif expérimental pour l'observation de l'élargissement spectral d'ondes partiellement cohérentes en régime très faiblement non linéaire.

Pour contrôler la non linéarité dans une longueur donnée de fibre, il suffit de varier la largeur spectrale de la condition initiale, ainsi que la puissance injectée dans la fibre.

4.2.2 Evolution du spectre Optique

Pour prouver expérimentalement que l'élargissement spectral est identique en régimes de dispersion normale et anormale lorsque les effets non linéaires sont très faibles, nous avons propagé dans deux fibres ayant des signes de dispersion opposés, une onde partiellement cohérente ayant un spectre gaussien de largeur bien définie. La fibre à dispersion normale a un coefficient $\beta_2 = +20ps^2/km$ et un coefficient Kerr $\gamma = 3W^{-1}.km^{-1}$, contrairement à la fibre de dispersion anormale ayant coefficient $\beta_2 = -20ps^2/km$ et un coefficient Kerr $\gamma = 2.4W^{-1}.km^{-1}$. Pour pouvoir effectuer une comparaison entre les spectres à la sortie des deux fibres de même longueur (100m), il faut avoir la même longueur non linéaire dans les deux milieux de propagation. Autrement dit, il faut que

$$L_{NL1} = \frac{1}{\gamma_1 P_{01}} = L_{NL2} = \frac{1}{\gamma_2 P_{02}} \quad (4.1)$$

où γ_1 et P_{01} correspondent à la fibre de dispersion anormale, et γ_2 et P_{02} correspondent à la fibre de dispersion normale. Connaissant les coefficients Kerr de chacune des deux fibres, il suffit d'injecter une puissance moyenne donnée dans une des fibres, et calculer la puissance à injecter dans l'autre fibre d'après la relation 4.1.

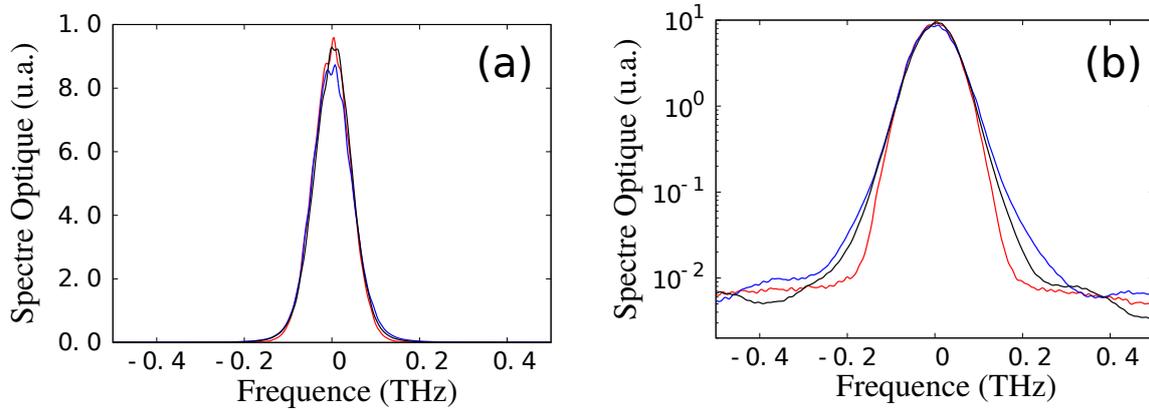


FIGURE 4.5 – Comparaison expérimentale entre la sortie de 100m d’une fibre de dispersion anormale (courbe bleue) et celle d’une fibre de dispersion normale (courbe noire) pour une gaussienne de largeur 0.1THz comme condition initiale en a) échelle linéaire et b) échelle logarithmique.

La figure 4.5 correspond à la propagation d’une onde partiellement cohérente ayant un spectre de forme gaussienne. La largeur initiale du spectre est de $\Delta\nu = 0.1$ THz. La longueur de la fibre est de 100m. La puissance moyenne est de 1W pour la fibre opérant en régime de dispersion anormale, et 800mW pour la fibre opérant en régime de dispersion normale. Nous remarquons que le signe de la dispersion n’affecte pas le spectre observé à la sortie de la fibre dans le régime très faiblement non linéaire. L’élargissement spectral est identique dans les deux fibres. Par contre, dans un régime plus non linéaire que celui du cas présent, l’instabilité modulationnelle devient importante, et l’élargissement spectral dans le cas de la dispersion anormale sera beaucoup plus important que dans le cas inverse.

4.2.3 Simulations numériques

L’équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) peut décrire l’évolution du spectre de l’onde partiellement cohérente dans le régime faiblement non linéaire. Dans la section 4.1.1, nous avons utilisé une condition initiale de la forme $n_\omega = \sqrt{n(\omega)}e^{i\phi_\omega}$ où les ϕ_ω représentent des phases spectrales aléatoires, et $n(\omega) = e^{-\omega^2/\Delta\omega^2}$. Pour une meilleure comparaison entre simulations numériques et résultats expérimentaux, nous avons pris comme condition initiale dans les simulations numériques de l’équation NLS le spectre expérimental à l’entrée de la fibre, enregistré avec notre analyseur de spectre optique. Les spectres illustrés sur la figure 4.6 montrent la comparaison entre résultats expérimentaux et numériques. Les simulations numériques réalisées pour cette comparaison sont faites avec une fenêtre de 406 ps, et 200 répétitions. Le nombre de points est 4001 points, correspondant au fichier expérimental mesuré à l’aide de l’analyseur de spectre optique.

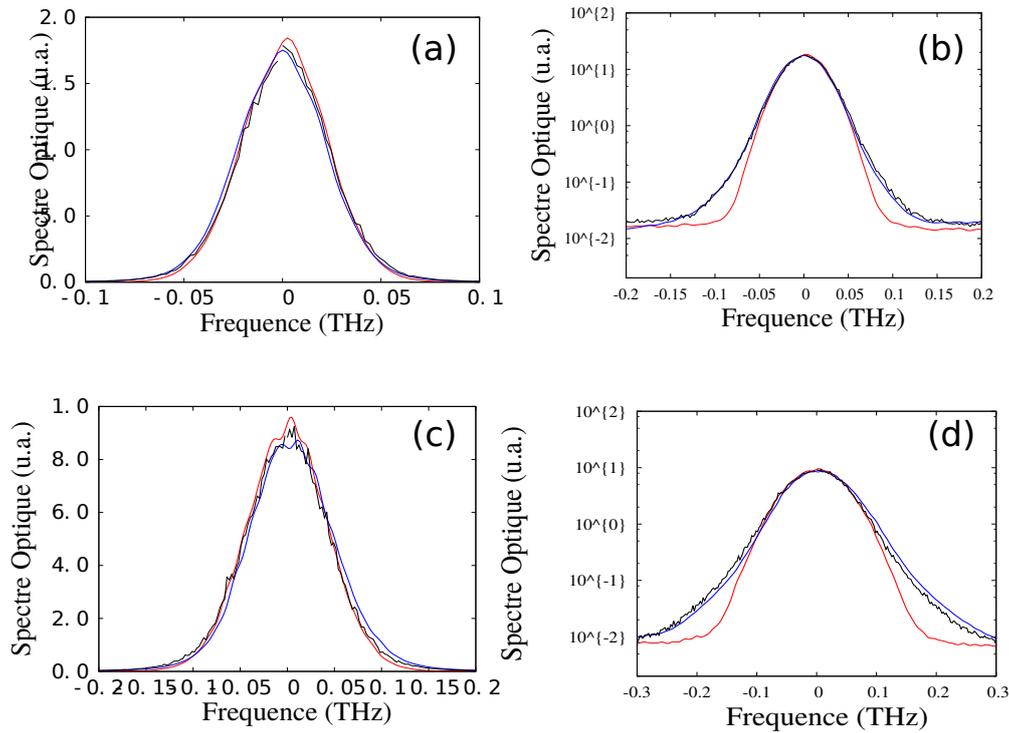


FIGURE 4.6 – Comparaison en régime de dispersion anormale entre les spectres expérimentaux (entrée : courbe rouge, sortie : courbe bleue) et la simulation numérique de NLS (courbe noire) pour (a) 0.05 THz et 1W dans la fibre en échelle linéaire, (b) 0.05 THz et 1W dans la fibre en échelle logarithmique, (c) 0.1 THz et 1W dans la fibre en échelle linéaire, (d) 0.1 THz et 1W dans la fibre en échelle logarithmique

La figure 4.6 montre un très bon accord entre les simulations numériques de NLSE et les spectres enregistrés expérimentalement. Pour un spectre ayant initialement la forme d’une gaussienne, l’évolution spectrale est bien décrite par l’équation de Schrödinger non linéaire pour deux largeurs différentes mesurées (0.05 THz et 0.1 THz), pour les différentes puissances injectées dans la fibre opérant en régime de dispersion anormale.

Nous savons que pour une onde partiellement cohérente se propageant dans un milieu décrit par l’équation de Schrödinger non linéaire, le spectre de l’onde tend vers un état stationnaire [79].

La figure 4.7 montre la simulation numérique représentant l’évolution de l’Hamiltonien linéaire moyenné sur 200 réalisations, en régime de dispersion anormale. Sa valeur augmente au début jusqu’à atteindre un maximum, pour ensuite se relaxer vers une valeur plus ou moins constante. Cette relaxation montre que l’état stationnaire est atteint.

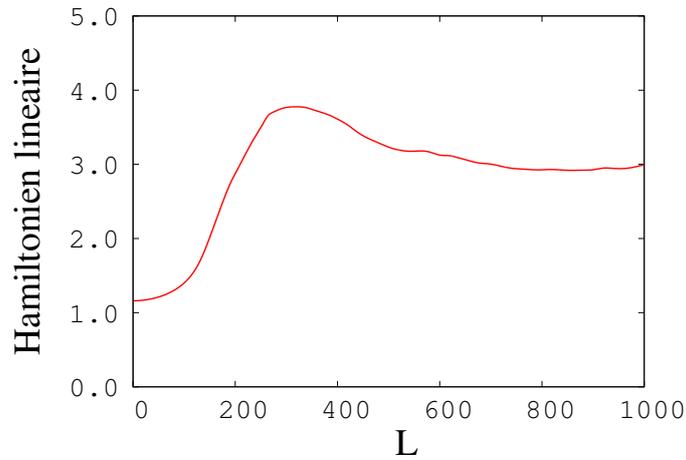


FIGURE 4.7 – Hamiltonien linéaire moyenné sur 200 réalisations, pour une condition initiale de largeur $\Delta\nu = 0.2$ THz, 1W dans 1km de PMF.

La figure 4.8 montre l'évolution d'un spectre gaussien de largeur initiale de $\Delta\nu = 0.2$ THz (spectre en rouge), en injectant une puissance moyenne de 1W. Dans cette figure, nous comparons le spectre expérimental mesuré après propagation dans 100 m de fibre (spectre en bleu) aux spectres obtenus par la simulation numérique pour une propagation dans 100m de fibre (spectre en noir) et 1Km (spectre en magenta). Nous observons que les trois spectres sont à peu près identiques. Cependant, la simulation numérique de l'équation NLS représentée dans la figure 4.7, montre qu'à 100m, l'état stationnaire n'est pas encore atteint. Notons que le spectre gaussien initial est celui injecté expérimentalement dans la fibre, donc avec l'émission spontanée ajoutée par l'amplificateur Erbium fibré, et non pas une gaussienne faite à partir d'une simulation numérique.

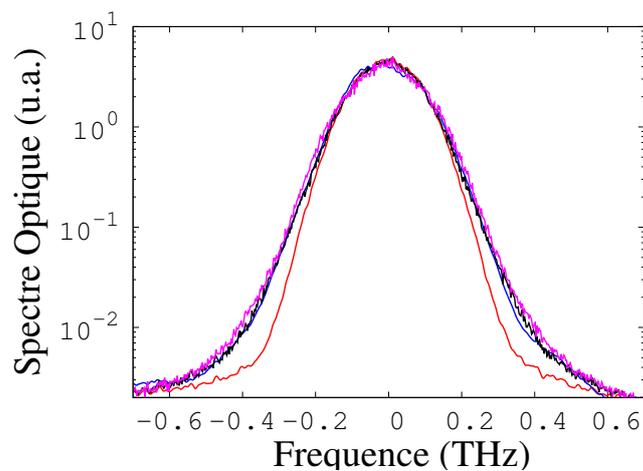


FIGURE 4.8 – Comparaison entre spectre expérimental à la sortie de la fibre pour $\Delta\nu = 0.2$ THz, 1W dans 100 m de PMF (courbe bleu) et la simulation numérique pour différentes longueurs de fibre : 100 m PMF (courbe noire) et 1km (courbe en magenta). Le spectre en rouge représente la condition initiale de largeur 0.2 THz.

4.3 Approche théorique : Transformation Canonique

Les spectres expérimentaux sont quantitativement reproduits par la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire. Nous avons vu que dans ce régime très faiblement non linéaire, l'élargissement spectral ne dépend pas du signe de la dispersion. Ce résultat est en accord avec une approche théorique basée sur la théorie cinétique des ondes[38]. Nous proposons dans cette section une nouvelle approche théorique basée sur une transformation canonique de l'équation de Schrödinger non linéaire.

4.3.1 Transformation Canonique

Nous considérons l'équation de Schrödinger non linéaire normalisée :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (4.2)$$

où $A(z,t)$ est une fonction complexe de z et t .

Dans l'espace de Fourier, $A(z,t)$ est définie par

$$A(z, t) = \int \tilde{A}(\omega, z) e^{i\omega t} d\omega \quad (4.3)$$

En remplaçant (4.2) dans (4.1), nous obtenons l'équation suivante :

$$i \frac{\partial A(\omega_1)}{\partial z} = k(\omega_1)A(\omega_1) + \gamma \int \int \int A^*(\omega_2)A(\omega_3)A(\omega_4)\delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4)d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4 \quad (4.4)$$

avec $k = \frac{\beta_2}{2}\omega^2$

Le premier terme $k(\omega_1)A(\omega_1)$ représente un terme linéaire, et le deuxième terme correspond à un terme non linéaire.

L'écriture de l'équation (4.3) peut être simplifiée en utilisant les notations suivantes :

$$\left| \begin{array}{l} \tilde{A}(\omega_i) = a_i \\ \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) = \delta_{12}^{34} \\ d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4 = d\omega_{234} \end{array} \right|$$

$$i \frac{\partial a_1}{\partial z} = k_1 a_1 + \gamma \int a_2^* a_3 a_4 \delta_{12}^{34} d\omega_{234} \quad (4.5)$$

Dans les systèmes d'ondes non linéaires, les changements de variables dits "Transformation Canonique" permettent souvent de simplifier le problème [135]. Sans rentrer dans le détail, l'idée est de réaliser un développement perturbatif en fonction de la non linéarité

(γ) et de trouver une transformation qui annule la non linéarité à l'ordre 1. On obtient alors la formule

$$a(\omega_1) = b(\omega_1) + \int V_{1234} b_2^* b_3 b_4 \delta_{12}^{34} d\omega_{234} \quad (4.6)$$

4.3.2 Simulations Numériques

Dans cette section, nous présentons les résultats de la simulation numérique de l'équation 4.6. Nous les comparons ensuite à ceux de la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire.

4.3.2.1 Transformation Canonique

Dans cette partie, on se pose la question suivante : Quelle est la forme de $\langle |b|^2 \rangle$. Nous traitons le problème normalisé où $\gamma = 1$, $\beta_2/2 = 1$. Nous adoptons une condition initiale de la forme $b_\omega = b_0 e^{-(\omega/\Delta\omega)^2} e^{i\phi}$ avec

$$b_0 = \frac{1}{\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2\pi}{T}} \frac{\sqrt{P_0}}{\sqrt{\Delta\omega}} \quad (4.7)$$

où T est la période, $P_0 = \langle |A|^2 \rangle$ la puissance injectée dans la fibre, et $\Delta\omega$ la largeur spectrale de la gaussienne tel que $\Delta\omega = 2\pi$. Le choix de cette condition initiale est expliqué dans la section 4.3.1. Je calcule ensuite numériquement la formule 4.6.

Cette petite perturbation représentée par l'intégrale triple de la formule 4.6 va modifier le spectre. La partie centrale reste inchangée, tandis que les ailes du spectre dévient de leur position initiale. La figure 4.9 montre l'évolution de ce spectre en prenant des paramètres normalisés dans NLS, $\gamma = 1$, $\beta = 1$ et $\Delta\omega = 2\pi$.

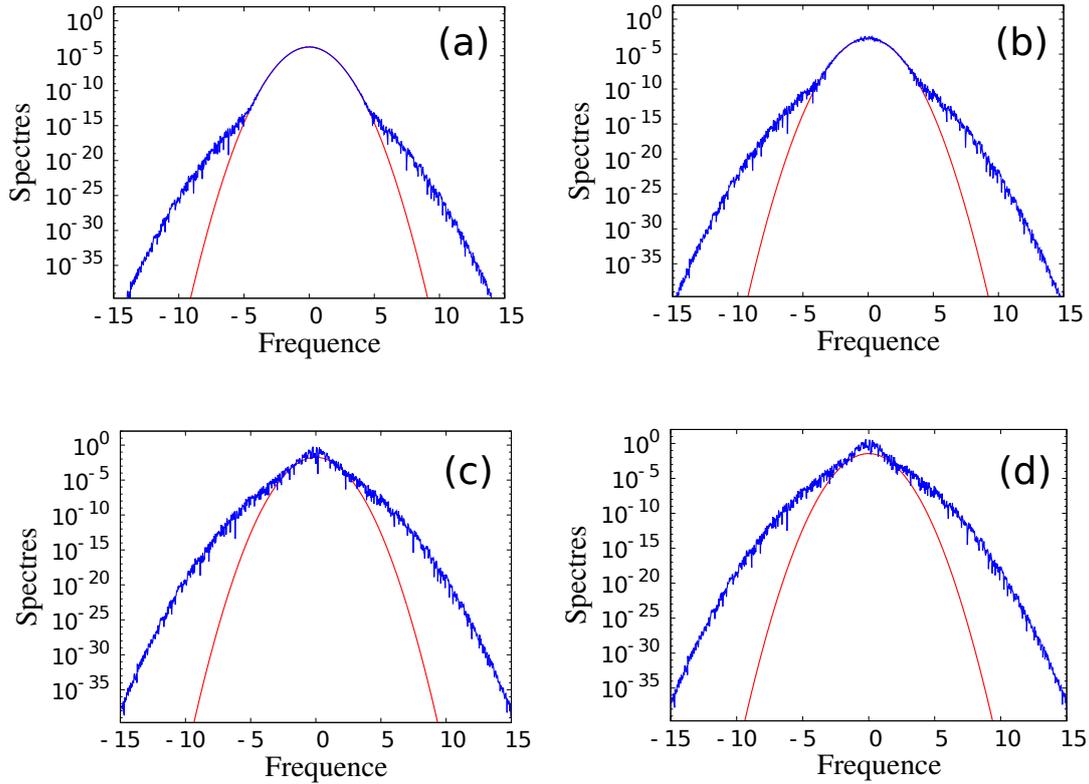


FIGURE 4.9 – Simulation numérique de l'équation 4.6 (courbe bleue) avec des paramètres normalisés : $\Delta\omega = 2\pi$, $\gamma = 1$, $\beta = 2$ pour a) $P = 10^{-2}\text{W}$ b) $P = 10^{-1}\text{ W}$ c) $P = 1\text{ W}$ et d) $P = 2\text{ W}$. La courbe en rouge représente le spectre d'entrée. Les simulations numériques sont réalisées avec 1000 points et une fenêtre de 200 ps.

4.3.2.2 Comparaison à la simulation numérique de NLS

Nous constatons de façon surprenante que la forme des spectres obtenus dans la figure 4.9 par la transformation canonique ressemble à l'état stationnaire du spectre à la sortie de la fibre optique dans les expériences et les simulations numériques de l'équation NLS. Donc nous reprenons la simulation numérique de l'équation NLS normalisée et nous la comparons à la transformation canonique.

La comparaison est faite avec des paramètres normalisés. Nous avons considéré une largeur $\Delta\omega = 2\pi$, un coefficient non linéaire $\gamma = 1$ et un coefficient de dispersion $\beta = 1$. Nous observons d'après la figure 4.10 que les deux simulations sont en bon accord pour une très faible puissance, correspondant à $P = 10^{-2}\text{W}$ (figure 4.10(a)). Plus on augmente la puissance, plus on s'approche d'un régime non linéaire, et dans ce cas, notre nouvelle approche s'éloigne de la simulation de l'équation de Schrödinger non linéaire, et ne devient plus valable pour la description de nos spectres expérimentaux.

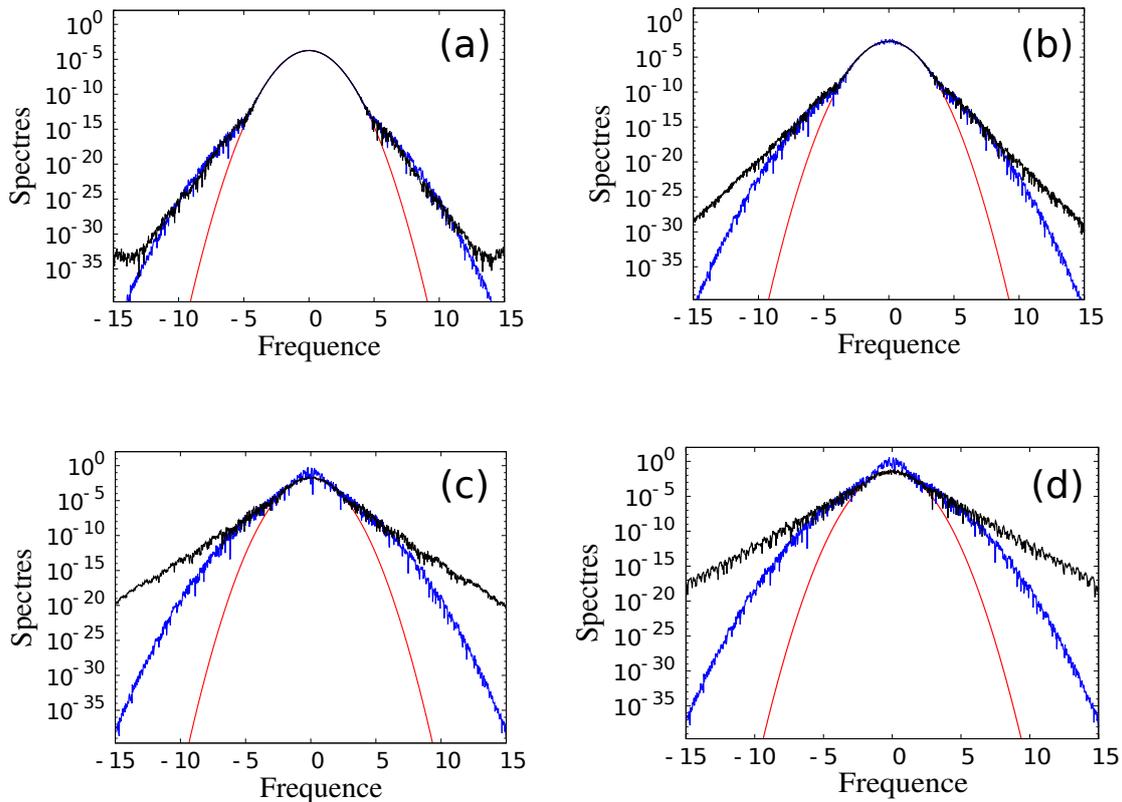


FIGURE 4.10 – Comparaison de la simulation numérique de l'équation 4.6 (courbe bleue) à celle de l'équation de Schrödinger non linéaire (courbe noire) avec des paramètres normalisés : $\Delta\nu_0 = \text{THz}$, $\gamma = 1\text{W}^{-1}.\text{Km}^{-1}$, $\beta = 1\text{ps}^2.\text{Km}^{-1}$ pour a) $P = 10^{-2}\text{W}$ b) $P = 10^{-1}\text{W}$ c) $P = 1\text{W}$ et d) $P = 2\text{W}$. La courbe en rouge représente le spectre d'entrée. Les simulations numériques sont réalisées avec 1000 points et une fenêtre de 200 ps.

4.3.2.3 Conclusion et perspectives

Il semblerait qu'en régime très faiblement non linéaire l'état stationnaire de la turbulence intégrable dans le cas de l'équation de Schrödinger non linéaire est donné par une simple transformation canonique. Des études complémentaires sont indispensables pour reprendre ce résultat préliminaire et comprendre s'il est possible d'établir rigoureusement ce résultat pour l'instant un peu empirique.

Notons que les paramètres normalisés des simulations numériques représentées dans la figure 4.10 correspondent à une expérience qui aurait lieu dans une fibre ayant des coefficients $\gamma = 2.4\text{W}^{-1}.\text{Km}^{-1}$ et $\beta = -20\text{ps}^2.\text{Km}^{-1}$, et une puissance extrêmement faible de $P = 10^{-2}\text{W}$. Expérimentalement, il est impossible de reproduire un régime aussi faiblement non linéaire. Avec le bruit ajouté par l'amplificateur, pour des puissances très faibles (de l'ordre de $P = 10^{-2}\text{W}$ et $P = 10^{-1}\text{W}$), il est impossible de détecter une évolution dans le spectre. Pour observer expérimentalement une évolution spectrale, une puissance d'au moins de 500mW est requise. Cependant, si nous faisons la simulation numérique de la transformation canonique, celle-ci ne décrit plus l'évolution de spectre à de telles puissances, comme le montre la figure 4.11 pour un spectre de forme gaussien de largeur $\Delta\nu = 0.1\text{THz}$, avec $\gamma = 2.4\text{W}^{-1}.\text{Km}^{-1}$, $\beta = -20\text{ps}^2.\text{Km}^{-1}$ et une puissance moyenne

injectée de $P = 1$ W.

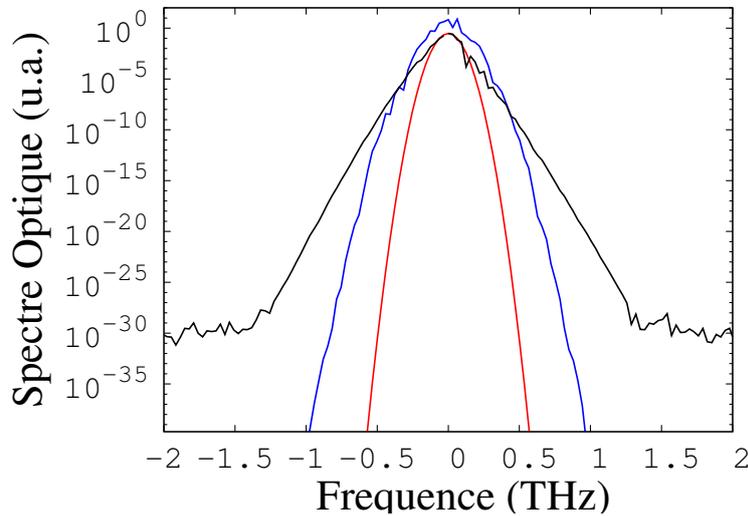


FIGURE 4.11 – Comparaison de la simulation numérique de l'équation 4.6 (courbe bleue) à celle de l'équation de Schrödinger non linéaire (courbe noire) avec les paramètres expérimentaux : $\Delta\nu = 0.1$ THz, $\gamma = 2.4W^{-1}.Km^{-1}$, $\beta = -20ps^2.Km^{-1}$ et $P = 1$ W. La courbe en rouge représente le spectre d'entrée.

Ceci montre qu'évidemment, cette nouvelle approche n'est valable que pour un régime très faiblement non linéaire, un régime qu'expérimentalement, nous arrivons pas atteindre à cause du bruit de l'amplificateur qui reste indispensable pour avoir assez de puissance à envoyer dans la fibre. La figure 4.11 montre les résultats des simulations numériques pour les paramètres de notre expérience, pour une largeur de 0.1 THz et une puissance de $P = 1$ W envoyée dans une PMF. Dans la figure 4.6(d), nous avons montré que la simulation numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire décrit très bien l'évolution du spectre expérimental dans ces conditions. Mais notre nouvelle approche n'est valable que pour un régime très faiblement non linéaire, et puisque expérimentalement c'est impossible d'atteindre un tel régime, la transformation canonique ne reproduit pas l'élargissement spectral expérimental observé.

Conclusions et perspectives

Conclusion

Le travail présenté dans ce manuscrit est consacré à l'étude d'ondes partiellement cohérentes se propageant dans un milieu non linéaire, la fibre optique. Les résultats expérimentaux et numériques d'études statistiques, dynamiques et spectrales ont été présentés.

Dans les chapitres 2, 3 et 4, nous avons réalisé des expériences qui correspondent chacune à un régime de non linéarité différent. Dans le chapitre 2, pour l'expérience du JONSWAP, nous avons étudié le rôle de la propagation unidimensionnelle sur la statistique des ondes. Ce chapitre est consacré à la comparaison entre l'expérience réalisée en Hydrodynamique en 2004 par Onorato et al. [36] et celle que j'ai réalisée durant mon travail de thèse. Dans ces expériences, les propagations dans les deux milieux non linéaires (canal à une dimension et fibre optique monomode) sont décrites par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Dans cette expérience, l'instabilité modulationnelle était assez importante pour élargir le spectre et jouer un rôle dans l'évolution de la statistique des ondes partiellement cohérentes.

Dans le chapitre 3, nous avons présenté le principe et les étapes de construction d'un microscope temporel qui a servi à observer la dynamique en temps réel d'une onde partiellement cohérente après propagation non linéaire dans une fibre optique. Les résultats ont permis d'établir une relation entre l'apparition de structures cohérentes localisées de type soliton Peregrine et la forte déviation de la statistique des ondes par rapport à la distribution normale. L'expérience était réalisée dans le cadre de la Turbulence intégrable, mais nous avons aussi montré le comportement de la dynamique et de la statistique en dehors de ce régime de turbulence intégrable, autrement dit à des puissances très fortes où l'effet Raman joue un rôle non négligeable. Le régime de travail est alors un régime fortement non linéaire.

Dans le dernier chapitre, nous avons réalisé une expérience dans un régime très faiblement non linéaire. Nous avons prouvé expérimentalement et numériquement qu'il existe un régime où l'élargissement spectral est strictement identique en régime focalisant (régime de dispersion anormale) et défocalisant (régime de dispersion normale). Nous avons montré que les résultats obtenus sont en accord avec une approche théorique basée sur la théorie cinétique des ondes [38]. Nous avons aussi proposé une nouvelle approche théorique basée sur une transformation canonique de l'équation de Schrödinger non linéaire. Dans ce travail, nous avons montré qu'en partant d'un spectre gaussien et pour une faible puissance moyenne dans la fibre, les bandes de la MI sont très étroites et tombent à l'intérieur du spectre de l'onde incohérente injectée dans la fibre. Dans ce cas, le rôle de cette instabilité est en quelque sorte négligeable. L'élargissement du spectre dans ce cas est très

faible, et est dû uniquement au mélange de 4 ondes non résonnant, comme déjà expliqué dans le chapitre 4.

Nous envisageons comme perspectives pour ce travail de thèse plusieurs sujets. Parmi ces sujets nous cherchons à étudier la statistique et la dynamique des ondes partiellement cohérentes, obtenues à l'aide de notre microscope temporel, dans un régime très fortement non linéaire dans lequel l'effet Raman se manifeste. Notre travail consistera à sortir du régime de la turbulence intégrable et à comprendre le rôle que joue l'effet Raman dans l'évolution de la statistique des ondes partiellement cohérentes.

Nous envisageons aussi l'utilisation du microscope temporel pour observer la dynamique à la sortie d'une fibre en régime de dispersion normale. Dans le travail que nous envisageons de poursuivre, la fibre aura un coefficient de dispersion positif. Dans ce cas, les phénomènes observés ne seront pas des phénomènes de grandes amplitudes, mais au contraire, des structures de type solitons noirs [136] et des ondes de choc dispersives [137, 138, 139]. Les ondes de choc dispersives ou en anglais dispersive shock waves (DSWs), sont des solutions génériques d'équations d'ondes non linéaires dispersives, comme l'équation de Korteweg–de Vries (KdV), l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) et les équations de Sine–Gordon. Les ondes de choc dispersives se forment suite à la résolution pour les effets dispersifs d'une discontinuité. Ces ondes sont des trains d'ondes modulés et non stables, qui évoluent d'une façon continue.

En ce qui concerne l'évolution du spectre des ondes partiellement cohérentes en régime très faiblement non linéaire, des études supplémentaires sont en cours de réalisation pour essayer de comprendre s'il est possible de confirmer avec exactitude les résultats préliminaires que nous avons obtenus. Il semble qu'en régime très faiblement non linéaire, l'état stationnaire de la turbulence intégrable est donné par une simple transformation canonique. Des travaux complémentaires sont alors envisagés.

Annexes

PUBLICATIONS :

Articles Publiés :

- "Single-Shot Observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy" - P. Suret, **R. El Koussaifi**, A. Tikan, C. Evain, S. Randoux, C. Sz-waj, S. Bielawski - Nature Communications - 7 October 2016 - DOI : [10.1038/ncomms13136](https://doi.org/10.1038/ncomms13136)

Articles soumis :

- "Spontaneous emergence of rogue waves in partially coherent waves : a quantitative experimental comparison between hydrodynamics and optics" - **R. El Koussaifi**, A. Tikan, A. Toffoli, S. Randoux, P. Suret, M. Onorato- PRE - 15 June 2017

Papiers de Conférences :

- "Single-Shot Observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy" - Pierre Suret, **Rebecca El Koussaifi**, Alexey Tikan, Clément Evain, Stephane Randoux, Christophe Sz-waj, Serge Bielawski - SPIE LASE - February 2017

COMMUNICATIONS :

Présentations orales :

- **W-AWE (Workshop on Abnormal Wave Events), Nice, France, 15-17 June 2016**, " *Nonlinear propagation of partially coherent waves propagation : an experimental comparison between optics and hydrodynamics* ", **Rebecca El Koussaifi**, Miguel Onorato, Stephane Randoux, Alexey Tikan, Pierre Suret
- **W-AWE (Workshop on Abnormal Wave Events), Nice-France, 15 – 17 June 2016**, " *Optical Rogue Waves in integrable turbulence : direct observation by using Time Microscopy and study of the statistical properties* ", **P. Suret, R. El Koussaifi**, A. Tikan, P. Walczak, C. Evain, C. Sz-waj, S. Bielawski and S. Randoux. Workshop on abnormal waves events
- **Extreme Events and Rogue Waves Seminar (International Wilhelm and Else Heraeus Seminar), Bad Honnef-Germany, 30 May-3 June 2016**, " *Optical Rogue Waves in integrable turbulence : direct observation by using Time Microscopy and study of the statistical properties* ", **P. Suret, R. El Koussaifi**, A. Tikan, P. Walczak, C. Evain, C. Sz-waj, S. Bielawski and S. Randoux
- **Nice Optics, Nice-France, 26 – 28 October 2016**, " *Observation of optical Rogue Waves in integrable turbulence by using Time Microscopy* ", **P. Suret, R. El Koussaifi**, A. Tikan, C. Evain, C. Sz-waj, S. Bielawski and S. Randoux

- **Photonics West, San Francisco-USA**, 28January-02February 2017, “*Single-shot observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy*”, P. Suret, **R. El Koussaifi**, A. Tikan, C. Evain, C. Szwaj, S. Bielawski and S. Randoux
- **WISE (Waves in Shallow Water Environment), Venice-Italy**, 23 – 26 May 2016, “*Propagation of a JONSWAP spectrum in an optical fiber and in a wave tank : deviations from Gaussian statistics and rogue waves*”, M. Onorato, A. Tikan, **R. El Koussaifi**, P. Suret and S. Randoux
- **CLEO/Europe-EQEC**, 25 – 29 June 2017, “*Single shot observation of rogue waves in optical turbulence by using Time Microscopy* P. Suret, **R. El Koussaifi**, A. Tikan, C. Evain, C. Szwaj, S. Randoux, and S. Bielawski

Posters :

- **RNL (Rencontre du Non lineaire), Paris, France** Mars 2016, “*Experiences de propagation d’ondes partiellement coherentes : comparaison entre optique et hydrodynamique*”, **Rebecca El Koussaifi**, Miguel Onorato, Stephane Randoux, Alexey Tikan, Pierre Suret
- **RNL (Rencontre du Non lineaire), Paris, France** Mars 2017, “*Regime faiblement non lineaire de la turbulence integrable : experience et nouvelle approche theorique*”, **Rebecca El Koussaifi**, Miguel Onorato, Pierre Suret, Stephane Randoux

Bibliographie

- [1] T. H. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187(4736) :493 – 494, 1960.
- [2] G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, Oxford, England, 5th edition, 2013.
- [3] D. Dangoisse, D. Hennequin, and V. Zehnlé. *Les lasers-3e édition*. Dunod, 2013.
- [4] A. E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, Mill Valley CA, 1986.
- [5] Orazio Svelto. *Principles of Lasers, 5th edition*. Springer US, 2010.
- [6] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich. Generation of optical harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 7(4) :118–119, Aug 1961.
- [7] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 1992.
- [8] Antonio Picozzi. Towards a nonequilibrium thermodynamic description of incoherent nonlinear optics. *Opt. Express*, 15(14) :9063–9083, Jul 2007.
- [9] A. Picozzi, J. Garnier, T. Hansson, P. Suret, S. Randoux, G. Millot, and D.N. Christodoulides. Optical wave turbulence : Towards a unified nonequilibrium thermodynamic formulation of statistical nonlinear optics. *Physics Reports*, 542(1) :1 – 132, 2014.
- [10] Leonard Mandel and Emil Wolf. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge university press, 1995.
- [11] C. Kharif, E. Pelinovsky, and A. Slunyaev. *Rogue waves in the ocean*. Springer, 2009.
- [12] Christian Kharif and Efim Pelinovsky. Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 22(6) :603–634, 2003.
- [13] M. Onorato, S. Residori, U. Bortolozzo, A. Montina, and F.T. Arecchi. Rogue waves and their generating mechanisms in different physical contexts. *Physics Reports*, 528(2) :47–89, MAR 2013.
- [14] A. Chabchoub, B. Kibler, C. Finot, G. Millot, M. Onorato, J.M. Dudley, and A.V. Babanin. The nonlinear schrödinger equation and the propagation of weakly nonlinear waves in optical fibers and on the water surface. *Annals of Physics*, 361 :490 – 500, 2015.
- [15] John M. Dudley, Frederic Dias, Miro Erkintalo, and Goery Genty. Instabilities, breathers and rogue waves in optics. *Nat. Photon.*, 8(10) :755, Sep 2014.
- [16] B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, F. Dias, G. Genty, N. Akhmediev, and J. Dudley. The peregrine soliton in nonlinear fiber optics. *Nature Physics*, 6, October 2010.

- [17] Bertrand Kibler, Julien Fatome, Christophe Finot, Guy Millot, Goëry Genty, Benjamin Wetzler, N Akhmediev, Frédéric Dias, and John M Dudley. Observation of kuznetsov-ma soliton dynamics in optical fibre. *Scientific Reports*, 2, 2012.
- [18] N. Vitanov, A. Chabchoub, and N. Hoffman. Deep-water waves : On the nonlinear schrödinger equation and it's solutions. *J. Theor. Appl. Mech.*, 43(2) :43–54, June 2013.
- [19] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and M. Taki. Waves that appear from nowhere and disappear without a trace. *Physics Letters A*, 373 :675 – 678, 2009.
- [20] AR Osborne. Nonlinear ocean waves and the inverse scattering transform, int. *Geophys. Ser*, 97, 2010.
- [21] Victor I Shrira and Vladimir V Geogjaev. What makes the peregrine soliton so special as a prototype of freak waves? *Journal of Engineering Mathematics*, 67(1-2) :11–22, 2010.
- [22] Peter Janssen. *The Interaction of Ocean Waves and Wind*. Cambridge University Press, 2004. Cambridge Books Online.
- [23] B. Kibler, C. Finot, and J.M. Dudley. Soliton and rogue wave statistics in supercontinuum generation in photonic crystal fibre with two zero dispersion wavelengths. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 173 :289–295, 2009.
- [24] A. Mussot, A Kudlinski, M. Kolobov, E. Louvergneaux, and M. Taki. Observation of extreme temporal events in cw-pumped supercontinuum. *Opt Express*, 17(19) :17010, September 2009.
- [25] D. R. Solli, C. Ropers, and B. Jalali. Active control of rogue waves for stimulated supercontinuum generation. *Phys. Rev. Lett.*, 101(23), December 2008.
- [26] Cristian Bonatto, Michael Feyereisen, Stéphane Barland, Massimo Giudici, Cristina Masoller, José R. Rios Leite, and Jorge R. Tredicce. Deterministic optical rogue waves. *Phys. Rev. Lett.*, 107(5) :053901, Jul 2011.
- [27] C. Lecaplain, Ph. Grelu, J. M. Soto-Crespo, and N. Akhmediev. Dissipative rogue waves generated by chaotic pulse bunching in a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 108(23) :233901, Jun 2012.
- [28] Stéphane Randoux and Pierre Suret. Experimental evidence of extreme value statistics in raman fiber lasers. *Opt. Lett.*, 37(4) :500–502, Feb 2012.
- [29] Kamal Hammani, Christophe Finot, John M. Dudley, and Guy Millot. Optical rogue-wave-like extreme value fluctuations in fiber raman amplifiers. *Opt. Express*, 16(21) :16467–16474, Oct 2008.
- [30] H. Bailung, S.K. Sharma, and Y. Nakamura. Observation of peregrine solitons in a multicomponent plasma with negative ions. *Phys. Rev. Lett.*, 107, December 2011.
- [31] R. Höhmann, U. Kuhl, L. Stöckmann, H.-J. and Kaplan, and E.J. Heller. Freak waves in the linear regime : A microwave study. *Phys. Rev. Lett.*, 104, March 2010.
- [32] M. Shats, H. Punzmann, and H. Xia. Capillary rogue waves. *Phys. Rev. Lett.*, 104, March 2010.
- [33] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali. Optical rogue waves. *Nature*, 450(13) :1054–1057, Dec 2007.

- [34] Vladimir E. Zakharov. Turbulence in integrable systems. *Studies in Applied Mathematics*, 122(3) :219–234, 2009.
- [35] Pierre Suret, Rebecca El Koussaifi, Alexey Tikan, Clément Evain, Stephane Randoux, Christophe Sz waj, and Serge Bielawski. Single-shot observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy. *Nature communications*, October 2016.
- [36] M. Onorato, A.R. Osborne, and M. Serio. Observation of strongly non-gaussian statistics for random sea surface gravity waves in wave flume experiments. *Phys. Rev. E*, 70, Dec 2004.
- [37] G.J. Komen, L. Cavaleri, M. Donelan, K. Hasselman, S. Hasselman, and P.A.E.M. Janssen. *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
- [38] P. Suret, A. Picozzi, and S. Randoux. Wave turbulence in integrable systems : non-linear propagation of incoherent optical waves in single-mode fibers. *Opt. Express*, 19(18) :17852–17863, Aug 2011.
- [39] Sergey Nazarenko. *Wave turbulence*, volume 825. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [40] Joseph W. Goodman. *Statistical optics*. Wiley Classic Library Edition, 2000.
- [41] Y. Bromberg, Y. Lahini, E. Small, and Y. Silberberg. Hanbury brown and twiss interferometry with interacting photons. *Nat Photon*, 4(10) :721–726, 2010.
- [42] Stanislav Derevyanko and Eran Small. Nonlinear propagation of an optical speckle field. *Phys. Rev. A*, 85(5) :053816, May 2012.
- [43] L. DeCarlo. On the meaning and use of the kurtosis. *Psychological Methods*, 2(3) :292–307, 1997.
- [44] B. Klar. A treatment of multivariate skewness, kurtosis, and related statistics. *Journal of Multivariate Analysis*, 83 :41–165, February 2002.
- [45] S. Galtier. Wave turbulence observed in magnetized plasmas. *Nonlin. Processes Geophys.*, 16 :83–98, 2009.
- [46] S. Zhdanov, M. Schwabe, C. Rath, H. M. Thomas, and G.E. Morfill. Wave turbulence observed in an auto-oscillating complex (dusty) plasma. *Europhys. Lett.*, 110 :35001, 2015.
- [47] C. Falcon, E. Falcon, U. Bortolozzo, and S. Fauve. Capillary wave turbulence on a spherical fluid surface in low gravity. *Europhys. Lett.*, 86 :14002, 2009.
- [48] P. Hwang, D. Wang, E. Walsh, W. Krabill, and R. Swift. Airborne measurements of the wavenumber spectra of ocean surface waves. part ii : Directional distribution. *Journal of Physical Oceanography*, 30(34) :2768, 2000.
- [49] K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, and A. Picozzi. Emergence of rogue waves from optical turbulence. *Physics Letters A*, 374(34) :3585 – 3589, 2010.
- [50] B. Kibler, K. Hammani, C. Miche, C. Finot, and A. Picozzi. Rogue waves, rational solitons and wave turbulence theory. *Phys. Lett. A*, 375(35) :3149–3155, 2011.
- [51] S. Haver. Freak wave event at draupner jacket 1 january 1995. 5 August 2003 retrieved 20 May 2016.

- [52] E. A. Caponi, P. G. Saffman, and H. C Yuen. Instability and confined chaos in a nonlinear dispersive wave system. *Phys. Fluids*, 25(12), December 1982.
- [53] M. Onorato, A. Osborne, M. Serio, and S. Bertone. Freak waves in random oceanic sea states. *Phys. Rev. Lett.*, 86(25), Jun 2001.
- [54] P. Janssen. Nonlinear four-wave interaction and freak waves. *Journal of physical Oceanography*, 33(4) :863–884, Jul 2003.
- [55] M. Onorato, A. R. Osborne, M. Serio, and L. Cavaleri. Modulational instability and non-gaussian statistics in experimental random water-wave trains. *Physics of Fluids (1994-present)*, 17(7), 2005.
- [56] A. Toffoli, O. Gramstad, K. Trulsen, J. Monbaliu, E. Bitner-Gregersen, and M. Onorato. Evolution of weakly nonlinear random directional waves : laboratory experiments and numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 664 :313–336, Oct 2010.
- [57] R. R. Alfano. *The Supercontinuum Laser Source*. New-York :Springer, 1989.
- [58] John M. Dudley, Goery Genty, and Stéphane Coen. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Rev. Mod. Phys.*, 78(4) :1135–1184, Oct 2006.
- [59] Yan Han, Ozdal Boyraz, and Bahram Jalali. Tera-sample per second real-time waveform digitizer. *Applied Physics Letters*, 87(24) :–, 2005.
- [60] Pierre Walczak, Stéphane Randoux, and Pierre Suret. Statistics of a turbulent raman fiber laser. *Opt. Lett.*, 40(13) :3101–3104, Jul 2015.
- [61] J. Kasparian, P. B ejot, J.P Wolf, and J. Dudley. Optical rogue wave statistics in laser filamentation. *Opt Express*, 17(14) :12070, July 2009.
- [62] S. Coulibaly, M.G. Clerc, F. Selmi, and S. Barbay. Extreme events following bifurcation to spatiotemporal chaos in a spatially extended microcavity laser. *PHYS. REV. A*, 95, February 2017.
- [63] F. Selmi, S. Coulibaly, Z. Loghmani, I. Sagnes, Beaudoin G., M.G. Clerc, and S. Barbay. Spatiotemporal chaos induces extreme events in an extended microcavity laser. *Phys. Rev. Lett.*, 16, January 2016.
- [64] V.E. Zakharov. Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 9(2), March 1968.
- [65] K.L. Henderson, D.H. Peregrine, and J.W. Dold. Unsteady water wave modulations : fully nonlinear solutions and comparison with the nonlinear schr odinger equation. *Wave Motion*, 29(4) :341 – 361, 1999.
- [66] A. Sauter, S. Pitois, G. Millot, and A. Picozzi. Incoherent modulation instability in instantaneous nonlinear kerr media. *Opt. Lett.*, 30(16) :2143–2145, Aug 2005.
- [67] D. H. Peregrine. Water waves, nonlinear schr odinger equations and their solutions. *J. Austral. Math. Soc. Ser. B*, 25 :16–43, 1983.
- [68] N. Akhmediev, J.M. Soto-Crespo, and A. Ankiewicz. Extreme waves that appear from nowhere : On the nature of rogue waves. *Physics Letters A*, 373(25) :2137 – 2145, 2009.
- [69] Nail Akhmediev, Adrian Ankiewicz, and J.M. Soto-Crespo. Rogue waves and rational solutions of the nonlinear schr odinger equation. *Phys. Rev. E*, 80(2) :026601, Aug 2009.

- [70] Kristian B Dysthe and Karsten Trulsen. Note on breather type solutions of the nls as models for freak-waves. *Physica Scripta*, 1999(T82) :48–52, Mar 1999.
- [71] A. Chabchoub, N. P. Hoffmann, and N. Akhmediev. Rogue wave observation in a water wave tank. *Phys. Rev. Lett.*, 106(20) :204502, May 2011.
- [72] B. Frisquet, B. Kibler, and G. Millot. Collision of akhmediev breathers in nonlinear fiber optics. *Phys. Rev. X*, 3(4) :041032, Dec 2013.
- [73] A. Kibler, A. Chabchoub, A. Gelash, N. Akhmediev, and V.E. Zakharov. Superregular breathers in optics and hydrodynamics : Omnipresent modulation instability beyond simple periodicity. *Physics Review X*, 5(4) :041026, Nov 2015.
- [74] V. E. Zakharov and A. A. Gelash. Nonlinear stage of modulation instability. *Phys. Rev. Lett.*, 111(5) :054101, Jul 2013.
- [75] Mark J. Ablowitz and Harvey Segur. *Solitons and the inverse scattering transform*, volume 4. SIAM, 1981.
- [76] R.K. Bullough and P.J. Caudrey. *Solitons*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1980.
- [77] S.P. Novikov, S.V. Manakov, L.P. Pitaevskii, and V.E. Zakharov. *Theory of solitons : The inverse scattering method*. Springer US, 1984.
- [78] Francesco Calogero, N Ercolani, H Flaschka, Vladimir Marchenko, AV Mikhailov, AC Newell, EI Schulman, AB Shabat, ED Siggia, VV Sokolov, et al. *What is integrability ?* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991.
- [79] B. Barviau, S. Randoux, and P. Suret. Spectral broadening of a multimode continuous-wave optical field propagating in the normal dispersion regime of a fiber. *Opt. Lett.*, 31(11) :1696–1698, Jun 2006.
- [80] D S Agafontsev and V E Zakharov. Integrable turbulence and formation of rogue waves. *Nonlinearity*, 28(8) :2791–2821, 2015.
- [81] Stephane Randoux, Pierre Walczak, Miguel Onorato, and Pierre Suret. Intermittency in integrable turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 113(11) :113902, Sep 2014.
- [82] N. Akhmediev, J.M. Soto-Crespo, and N. Devine. Breather turbulence versus soliton turbulence : Rogue waves, probability density functions, and spectral features. *Phys. Rev. E*, 94(2) :022212, Aug 2016.
- [83] J.M. Soto-Crespo, N. Devine, and Akhmediev N. Integrable turbulence and rogue waves : Breathers or solitons ? *Phys. Rev. Lett.*, 116(10) :103901, Mar 2016.
- [84] C. Szwaj, S. Bielawski, D. Derozier, and T. Erneux. Faraday instability in a multimode laser. *Phys. Rev. Lett.*, 80(18), May 1998.
- [85] N. Tarasov, A.M. Perego, D.V. Churkin, K. Staliunas, and S.K. Turitsyn. Mode-locking via dissipative faraday instability. *Nature communications*, January 2016.
- [86] M. Onorato, L. Cavaleri, S. Fouques, O. Gramstad, Janssen P., J. Monbaliu, A. Osborne, C. Pakozdi, M. Serio, C. Stansberg, A. Toffoli, and K. Trulsen. Statistical properties of mechanically generated surface gravity waves : a laboratory experiment in a three-dimensional wave basin. *J. Fluid, Mech.*, 627 :235–257, 2009.
- [87] L Shemer, A. Sergeeva, and D. Liberzon. Effect of the initial spectrum on the spatial evolution of statistics of unidirectional nonlinear random waves. *Journal of Geophysical Research*, 115, Dec 2010.

- [88] L. Shemer, A. Sergeeva, and A. Slunyaev. Applicability of envelope model equations for simulation of narrow-spectrum unidirectional random wave field evolution : Experimental validation. *Physics of Fluids*, 22(1), 2010.
- [89] M. Onorato, A. Osborne, M. Serio, L. Cavaleri, C. Brandini, and C. Stansberg. Extreme waves, modulational instability and second order theory : wave flume experiments on irregular waves. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 25 :586–601, January 2006.
- [90] M. Onorato, T. Waseda, A. Toffoli, L. Cavaleri, O. Gramstad, P. Janssen, T. Kinoshita, J. Monbaliu, N. Mori, A.R. Osborne, M. Serio, C.T. Stansberg, H. Tamura, and K. Trulsen. Statistical properties of directional ocean waves : The role of their the formation of extreme events modulational instability. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :235–257, March 2009.
- [91] K. Hasselman, T. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D. Cartwright, K. Enke, J. Ewing, H. Gienapp, D. Hasselman, P. Kruseman, and al. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the joint north sea wave project (jonswap). 1973.
- [92] N. Huang, Zheng Shen, and S. Long. A new view of nonlinear water waves : the hilbert spectrum. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 31 :417–457, 1999.
- [93] K. Goda and B. Jalali. Dispersive fourier transformation for fast continuous single-shot measurements. *Nature Photonics*, 7, February 2013.
- [94] P. Walczak, S. Randoux, and P. Suret. Optical rogue waves in integrable turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 114(14) :143903, Apr 2015.
- [95] Pierre WALCZAK. *Propagation non linéaire d’ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques*. PhD thesis, Université LILLE 1, 2016.
- [96] M. Onorato, D. Proment, G. El, S. Randoux, and P. Suret. On the origin of heavy-tail statistics in equations of the nonlinear schrödinger type. *Phys. Lett. A*, 380 :3173–3177, Jul 2016.
- [97] H.D Zhang, C. Guedes Soares, Z. Cherneva, and M. Onorato. Modelling extreme wave heights from laboratory experiments with the nonlinear schrödinger equation. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 14 :959–968, Apr 2014.
- [98] H.D Zhang, C. Guedes Soares Sverre Haver (5 August 2003). Freak wave event at Draupner jacket 1 January 1995. (PDF) retrieved 20 May 2016, and M. Onorato. Modelling of the spatial evolution of extreme laboratory wave heights with the nonlinear schrödinger and dysthe equations. *Ocean Engineering*, 89 :1–9, Jul 2014.
- [99] H.D Zhang, C. Guedes Soares, and M. Onorato. Modelling of the spatial evolution of extreme laboratory wave crest and trough heights with the nls-type equations. *Applied Ocean Research*, 52 :140–150, Jun 2015.
- [100] B. Jalali, R. Solli, K. Goda, K. Tsia, and C. Ropers. Real-time measurements, rare events and photon economics. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 185 :145–157, August 2010.
- [101] M.A. Foster, R. Salem, D.F. Geraghty, A.C. Turner-Foster, M. Lipson, and A. Gaeta. Silicon-chip-based ultrafast optical oscilloscope. *Nature*, 456(6), 2008.
- [102] M. Nisole, S. De Silvestri, and O. Svelto. Compression of high-energy laser pulses below 5 fs. *Optics Letters*, 22(8), April 1997.

- [103] L. Xu, C. Spielmann, and F. Krausz. Ultrabroadband ring oscillator for sub-10-fs pulse generation. *Optics Letters*, 21(16), August 1996.
- [104] C.V. Shank E.P. Ippen. *Ultrashort Light Pulses - Picosecond Techniques and Applications*. Springer, Berlin, 1977.
- [105] Dorrer.C. and Joffre M. Characterization of the spectral phase of ultrashort light pulses. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IV - Physics*, 2(10) :1415–1426, September 2001.
- [106] K.L. Sala, G.A. Kenney-Wallage, and G.E. Hall. Cw autocorrelation measurements of picosecond laser pulses. *IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS*, 16(9), September 1980.
- [107] L.P. Barry, J.M. Dudley, P.G. Bollond, J.D. Harvey, and R. Leonhardt. Complete characterisation of pulse propagation in optical fibres using frequency-resolved optical gating. *Electronics letters*, 32(25), December 1996.
- [108] R. Trebino, K. W. DeLong, D.N. Fittinghoff, J.N. Sweetser, Krumbügel M.A., and D.J. Kane. Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating. *Review of scientific instruments*, 68(9), September 1997.
- [109] K.W. DeLong, R. Trebino, J. Hunter, and W.E. White. Frequency-resolved optical gating with the use of second-harmonic generation. *J. Opt. Soc. Am. B*, 11(11), November 1994.
- [110] D.J. Kane and R. Trebino. Characterization of arbitrary femtosecond pulses using frequency-resolved optical gating. *IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS*, 29(2), February 1993.
- [111] C. Iaconis and I.A. Walmsley. Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses. *Optics Letters*, 23(10), May 1998.
- [112] G. Stibenz and G. Steinmeyer. Optimizing spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction. *Review of scientific instruments*, 77, July 2006.
- [113] J. Qiao, P.A. Jaanimagi, R. Boni, J. Bromage, and E. Hill. Measuring 8–250 ps short pulses using a high-speed streak camera on kilojoule, petawatt-class laser systems. *REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS*, 84(7), July 2013.
- [114] B.-L. Qian and H.E. Elsayed-Ali. Electron pulse broadening due to space charge effects in a photoelectron gun for electron diffraction and streak camera systems. *JOURNAL OF APPLIED PHYSICS*, 91(1), January 2002.
- [115] Yu., H.. Li, W. Wan, Z. Wei, P. Krzysztow, K.P. Grzelakowski, R.M. Tromp, and W.-X. Tang. Space charge effects and aberrations on electron pulse compression in a spherical electrostatic capacitor. *Journal Ultramicroscopy*, July 2017.
- [116] Brian H. Kolner and Moshe Nazarathym. Temporal imaging with a time lens. *Opt. Lett.*, 14(12), June 1989.
- [117] M Narhi, B. Wetzell, C Billet, Toenger S., T. Sylvestre, J.M Merolla, R. Morandotti, F. Dias, G Genty, and J Dudley. Real-time measurements of spontaneous breathers and rogue wave events in optical fibre modulation instability. *Nature communications*, December 2016.

- [118] C. V. Bennett and B. H. Kolner. Upconversion time microscope demonstrating 103 x magnification of femtosecond waveforms. *Optics Lett.*, 24(11), June 1999.
- [119] B. Kolner. Space-time duality and the theory of temporal imaging. *IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS*, 30(8), August 1994.
- [120] J. Giordmaine, M. Duguay, and Hansen J. Compression of optical pulses. *IEEE journal of quantum electronics*, 4(5), May 1968.
- [121] M.T. Kauffman, W.C. Banyai, A.A. Godil, and D.M. Bloom. Time-to-frequency converter for measuring picosecond optical pulses. *Appl. phys. lett.*, 64(3), January 1994.
- [122] R. Salem, M. Foster, A. Turner, D. Geraghty, M. Lipson, and A. Gaeta. Optical time lens based on four-wave mixing on a silicon chip. *Optics Letters*, 33(10), May 2008.
- [123] C. Bennett and B. Kolner. Principles of parametric temporal imaging-part i : System configuration. *IEEE journal of quantum electronics*, 36(4), April 2000.
- [124] D. Leuenberger, AG. Optotune, and F. Voigt. Focus-tunable lenses enable 3-d microscopy. *BioPhotonics*, April 2015.
- [125] C.V. Bennett, R.P. Scott, and B.H. Kolner. Temporal magnification and reversal of 100 gb/s optical data with an up-conversion time microscope. *Appl. Phys. Lett.*, 65(20), November 1994.
- [126] E.B. Treacy. Optical pulse compression with diffraction gratings. *IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS*, 5(9), September 1969.
- [127] C. V. Bennett. Parametric temporal imaging and aberration analysis. *Ph.D. thesis*, 2000.
- [128] Kolner B. H. Bennett, C. V. Aberrations in temporal imaging. *IEEE journal of quantum electronics*, 37, 2001.
- [129] A. Tikan, C. Billet, G. El, A. Tovbis, M. Bertola, T. Sylvestre, F. Gustave, S. Randoux, G. Genty, P. Suret, and J. Dudley. Universal peregrine soliton structure in nonlinear pulse compression in optical fiber. *arXiv*, 2017.
- [130] M. Bertola and A. Tovbis. Universality for the focusing nonlinear schrödinger equation at the gradient catastrophe point : Rational breathers and poles of the tritronquée solution to painlevé i. *Commun. Pure Appl. Math.*, 66 :678–752, 2013.
- [131] J. P. Gordon. Theory of the soliton self-frequency shift. *Optics Letters*, 11(10), October 1986.
- [132] J. Lee, J. Van Howe, C. Xu, and X. Liu. Soliton self-frequency shift : Experimental demonstrations and applications. *IEEE JOURNAL OF SELECTED TOPICS IN QUANTUM ELECTRONICS*, 14(3), October 2008.
- [133] Daniel B. S. Soh, Jeffrey P. Koplow, Sean W. Moore, Kevin L. Schroder, and Wen L. Hsu. The effect of dispersion on spectral broadening of incoherent continuous-wave light in optical fibers. *Opt. Express*, 18(21) :22393–22405, Oct 2010.
- [134] D. Anderson, L. Helczynski-Wolf, M. Lisak, and V. Semenov. Features of modulational instability of partially coherent light : Importance of the incoherence spectrum. *Phys. Rev. E*, 69(2) :025601, Mar 2004.

-
- [135] Vladimir E. Zakharov, Viktor S. L’Vov, and Gregory Falkovich. *Kolmogorov spectra of turbulence 1. Wave turbulence*. Springer, Berlin (Germany), 1992.
- [136] B. Frisquet, B. Kibler, P. Morin, F. Baronio, M. Conforti, G. Millot, and S. Wabnitz. Optical dark rogue waves. *Scientific Reports*, 6, February 2016.
- [137] G.A. El and M.A. Hoefer. Dispersive shock waves and modulation theory. *Physica D*, 333, April 2016.
- [138] El.G.A., M.A. Hoefer, and M. Shearer. Dispersive and diffusive-dispersive shock waves for nonconvex conservation laws. *Society of Industrial and Applied Mathematics*, 59(1), 2017.
- [139] M. Maiden, N. Lowman, D. Anderson, M. Schubert, and M. Hoefer. Observation of dispersive shock waves, solitons, and their interactions in viscous fluid conduits. *Phys. Rev. Lett.*, 116(17), April 2016.