

Thèse de doctorat

présentée à

l'Université de Lille 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES DE LA MATIÈRE, DU RAYONNEMENT ET DE
L'ENVIRONNEMENT

pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES

dans la spécialité :

Optique et Lasers, Physico-Chimie, Atmosphère

soutenue le 19/06/2017

**INFLUENCE DE LA NON-LOCALITÉ SUR LA FORMATION
DES SINGULARITÉS D'ONDE LORS DE LA PROPAGATION
LUMINEUSE DANS LES CRISTAUX LIQUIDES**

-

**PEAKON/CUSPON - AUTO-RAIDISSEMENT &
EFFONDREMENT DU PAQUET D'ONDES**

HÉLÈNE LOUIS

devant le jury :

Marc DOUAY	Examineur	Université de Lille 1
Jean-François HENINNOT	Examineur	UCCS Lens
Pascal KOCKAERT	Rapporteur	Université Libre de Bruxelles
Eric LOUVERGNEAUX	Directeur	Université de Lille 1
Mustapha TLIDI	Examineur	Université Libre de Bruxelles
Delphine WOLFERSBERGER	Rapporteur	Supelec Metz

Remerciements

Ce travail de thèse s'est déroulé au sein du laboratoire Phlam de l'université de Lille 1, qui m'a accueilli et permis de réaliser mon doctorat dans les meilleures conditions possibles. Plus particulièrement, je tiens à remercier Eric Louvergneaux pour avoir donné de son temps pour encadrer mes recherches durant toutes ces années, son écoute et la liberté qu'il m'a accordée dans le déroulement de ces études. Ce travail n'aurait pas été possible sans l'environnement propice à la recherche dont j'ai bénéficié, de par l'encadrement que j'ai eu, mais également de par la contribution de tout les membres du laboratoire : chercheurs, personnels techniques et administratifs, ainsi que doctorants et post-doctorants.

Je tiens également à remercier tous les membres de mon jury pour avoir accepté de venir rapporter ou examiner mon travail. Plus précisément, je remercie Delphine Wolfersberger et Pascal Kockaert pour avoir accepté le rôle de rapporteurs, Jean-François Heninnot et Mustapha Tlidi pour avoir examiné mon travail de thèse, ainsi que Marc Douay, pour avoir présidé ce jury.

Un grand merci également à tout ceux qui m'ont soutenu et épaulé lors de ces années de thèse qui constituent une aventure humaine aussi bien que scientifique. Le soutien dont j'ai bénéficié m'a permis d'arriver au bout de ce projet.

Pour résumer en quelques mots, merci à tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont aidé lors de ce doctorat.

Table des matières

Table des matières	5
Introduction générale	9
Introduction générale	11
1 Contexte, introduction du problème, prérequis	13
1.1 Motivations	13
1.2 Propagation non linéaire d'ondes	15
1.2.1 Contexte des études	15
1.2.2 Exemples de phénomènes rencontrés lors de la propagation non linéaire d'ondes	18
1.2.2.1 L'instabilité modulationnelle	18
1.2.2.2 Les structures localisées	19
1.2.2.3 L'auto-raïdissement	24
1.2.2.4 L'« effondrement d'ondes »	26
1.3 Le milieu non linéaire : un cristal liquide nématique orienté	28
1.3.1 L'état « cristal liquide »	29
1.3.2 Propriétés des cristaux liquides	30
1.3.3 La cellule de cristal liquide orienté	34
1.4 Le champ optique	36
1.5 Modélisation de la propagation non linéaire d'un champ optique dans un cristal liquide	37
1.5.1 Tout est question d'énergie	37
1.5.2 Modèle utilisé dans ce manuscrit	39
1.6 Méthodes d'intégration numérique	39
1.6.1 Principe de base de la méthode « <i>split-step</i> » originelle et modifiée	40
1.6.2 Application de la méthode « <i>split step</i> » à un milieu ultra-lent	40

1.7	Ce qu'il faut retenir	41
I Régime de forte non-localité		
-		
	Le <i>nematicon</i> : une singularité d'onde au profil ultra-piqué et à la trajectoire constamment fluctuante	43
	Motivations	45
2	Le <i>nematicon</i> : une singularité quasi solitaire au profil ultra-piqué et qui ne présente pas de comportement type « effondrement d'ondes »	51
2.1	Contexte	51
2.2	Morphologie des profils expérimentaux	52
2.3	Évolution de la morphologie avec la puissance et la distance de propagation	54
2.4	Contraction, sur-focalisation ou effondrement d'ondes ?	57
2.5	Simulations numériques	59
2.5.1	Observations de la propagation du paquet d'ondes avec et sans pertes	60
2.5.2	Profil du paquet d'ondes issus des simulations numériques	61
2.5.3	Discussion	63
3	La trajectoire de la structure localisée est tout sauf stationnaire	65
3.1	Contexte	65
3.2	Observations expérimentales	67
3.3	Marche aléatoire de la trajectoire	68
3.4	Loi de puissance	70
3.5	Simulations numériques: Comportement dynamique de la structure solitaire	74
	Discussion	77
	Dynamique de la structure localisée	77
	Deux régimes de propagation	78
II Régime de faible non-localité		
-		
	Compression de type effondrement d'ondes & auto-raïdissement	83
4	Contraction du type « effondrement d'ondes » du paquet d'ondes	87
4.1	Contexte	88

4.2	État de l'art sur la formation des singularités en régime fortement non linéaire dans le domaine spatial de l'optique	88
4.3	Mise en évidence expérimentale de l'auto-compression du paquet d'ondes	93
4.3.1	Observations expérimentales	93
4.3.2	Le profil au niveau de la compression maximale est de type « <i>peakon</i> » (en double exponentielle)	94
4.3.3	La distance pour atteindre le point de compression ultime suit une loi de puissance	97
4.3.3.1	Localisation du point de compression	97
4.3.3.2	Loi de puissance en $1/\sqrt{P}$	99
4.3.3.3	Discussion	101
4.4	Simulations numériques	101
4.4.1	Observations	101
4.4.2	Profil de l'enveloppe au niveau du point de compression	105
4.4.3	Loi de puissance du point de compression	105
4.4.4	Mêmes observations si les régimes de faible et forte non-localités sont obtenus en modifiant numériquement la portée de la réponse non locale l_d	109
4.4.4.1	Milieux sans perte ni bruit	109
4.4.4.2	Milieux réalistes	110
4.5	Ce qu'il faut retenir	111
5	Ondes de choc diffractives (ressaut optique)	113
5.1	Introduction	113
5.2	Observations expérimentales	116
5.3	Analyse des enregistrements expérimentaux et discussions	118
5.3.1	Le lobe le plus amont se transforme en structure solitaire	118
5.3.2	La non-localité fait interagir la structure localisée avec les lobes secondaires	119
5.3.3	Le paquet d'ondes présente bien un choc au cours de la propagation	120
5.3.4	Le choc est-il dispersif?	122
5.4	Conclusion	122
	Conclusion des travaux présentés	127
	Conclusion des travaux présentés	129
	Bibliographie	131

A Expression utilisée pour reproduire le profil d'intensité	147
B La symétrie d'une distribution statistique: ordre de grandeur du paramètre <i>skw</i>	151
Curriculum Vitae de recherche	153

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La lumière est un sujet qui a fasciné l'humanité depuis des temps très anciens. En effet, la lumière, reçue naturellement du soleil, a permis le développement de la vie telle que nous la connaissons actuellement. D'un point de vue physiologique, elle nous permet de voir et d'interagir avec le monde qui nous entoure. Au niveau scientifique, la compréhension de son fonctionnement et de sa nature a été un sujet de controverse pendant des siècles [1]. L'opposition entre la théorie corpusculaire et la théorie ondulatoire a fait couler beaucoup d'encre jusqu'à l'avènement de la physique quantique permettant d'unifier les deux approches. Les études utilisant la lumière sont toujours d'actualité et constituent un domaine de recherche très actif. L'attractivité du sujet provient notamment du fait que la lumière est utilisée dans beaucoup d'applications technologiques (telles que les télécommunications, le diagnostic médical, la découpe laser...) et permet également des percées dans la science plus fondamentale (e.g. interféromètre pour la détection des ondes gravitationnelles ou encore les études de phénomènes astronomiques grâce aux télescopes, à la spectroscopie...). Notre sujet d'étude concerne *la propagation de la lumière* dans un milieu particulier, à savoir *les cristaux liquides nématiques ancrés* qui constituent un milieu non linéaire.

Les **systèmes non linéaires** sont d'un grand intérêt physique et mathématique et apparaissent dans la majorité des domaines de la science tels que l'optique, la dynamique des fluides, la physique des plasmas, etc. Les phénomènes qui y sont observés sont riches et variés tels que les ondes localisées (par exemple, les solitons), la dynamique chaotique, les ondes scélérates, les singularités d'onde. Ces singularités sont relatives à la présence de discontinuités dans les dérivées d'une variable du système ou alors à la divergence de cette même variable. Ces singularités se traduisent, par exemple, par des ondes de choc, des vortex¹, ou encore l'effondrement (l'implosion) des ondes². Ces phénomènes peuvent s'observer tous les jours - déferlement d'une vague, vortex autour d'une aile d'avion - ou presque - effondrement gravitationnel d'une étoile sur elle-même !

Une équation prototypique qui présente ces types de comportements est l'équation de Schrödinger non linéaire qui modélise l'évolution de l'enveloppe des ondes se propageant dans une fibre optique ou encore à la surface des océans. Nous n'allons pas étudier cette équation ici, mais une « variante » stochastique dont la non-linéarité Kerr a une réponse non locale et ultra-lente. Donc, au final, *un système qui est bien loin de l'équation de Schrödinger non linéaire classique*. Ici, notre « variante » modélise l'évolution d'un paquet d'onde optique au cours de sa propagation dans un cristal liquide nématique ancré.

Ce matériau est couramment utilisé dans les dispositifs d'affichages (écrans de tout types : téléphone, télévision...). Le choix de ce milieu n'a pas été effectué dans cette optique mais pour mettre en évidence et étudier des phénomènes d'interactions non linéaires avec la lumière [2,

1. Discontinuité de la dérivée dans les deux cas

2. Quand la variable concernée tend vers l'infini en un temps fini ou pour une distance finie.

3]. Par exemple, nous verrons que des structures localisées, des ondes de choc ou encore un comportement de type effondrement peuvent y être mis en évidence à condition de jouer sur le taux de non-localité de la non-linéarité Kerr.

Les effets de la non-localité sont très étudiés en physique car les systèmes non-locaux y sont nombreux (milieux non linéaires thermiques, plasmas, condensats de Bose-Einstein, cristaux liquides, etc.). La réponse en un point d'un milieu non-local ne dépend pas uniquement de l'excitation reçue en ce point mais aussi de celle reçue dans son voisinage. Ce couplage local s'effectue sur une distance caractéristique qui est une spécificité du matériau utilisé. La force de ce couplage est liée au rapport entre la longueur caractéristique de non-localité et l'extension spatiale des objets considérés. Ainsi, en modifiant la taille des faisceaux lumineux il est possible d'explorer les régimes de forte et faible non-localité.

Notre motivation ici est d'étudier l'influence de la non-localité sur les singularités d'ondes obtenues lors de la propagation d'un paquet d'ondes optique dans un cristal liquide nématique. Les résultats constitutifs de ce manuscrit sont présentés en deux parties correspondant aux régimes de forte et faible non-localité. Suite à un chapitre introductif,

- **LA PREMIÈRE PARTIE** se concentre sur l'étude du régime « fortement » non local (extension transversale du faisceau « plus petite » que la portée transversale de la non-localité). Ce régime est bien connu pour présenter un comportement d'onde quasi-solitaire connue sous le nom de « *nematicon* ». Nous montrons expérimentalement que cet état a un profil en forme de « point de rebroussement³ » avec une trajectoire qui erre aléatoirement continûment avec le temps. De plus, nous démontrons que le régime hautement non local évite l'effondrement du paquet d'ondes.
- **LA SECONDE PARTIE** s'intéresse au régime où la non-localité est faible en utilisant des faisceaux lumineux plus larges que la portée caractéristique de la non-localité. Un comportement de type effondrement d'ondes est mis en évidence. Il est associé à une loi d'échelle qui suit la « formule de Marburger ». Cette formule définit la distance de propagation nécessaire à l'effondrement (Z_{Marb}) en fonction de la puissance injectée (P) pour un faisceau gaussien sujet à de l'auto-focalisation Kerr : $Z_{Marb} \propto P^{-1/2}$. La compression du faisceau lumineux est accompagnée de l'auto-raïdissement de l'enveloppe du paquet d'ondes. A la distance de compression, le faisceau d'intensité présente un remarquable profil piqué en double exponentielle.

3. En théorie des catastrophes, il existe différentes formes de catastrophes possibles, dont la « fonce » ou « point de rebroussement ». Celle-ci implique un potentiel $V = u^4 + au^2 + bu$ à une seule variable u et deux paramètres (a, b) .

CHAPITRE 1

Contexte, introduction du problème, prérequis

1.1 Motivations

Historiquement, l'équipe au sein de laquelle j'ai effectué ma thèse est spécialisée dans la dynamique non linéaire des systèmes optiques et plus particulièrement dans la dynamique spatio-temporelle des structures transverses observées dans les cristaux liquides à réponse optique non linéaire [4, 5, 6]¹. Une forte expertise dans l'utilisation de cette forme d'interaction est présente, aussi bien en configuration de rétro-action (« *feedback* ») que montée en cavité. Dans ce type d'études, le faisceau laser interagit avec les cristaux liquides sur une très petite distance de propagation (\sim quelques dizaines de microns²). L'impact de la propagation longitudinale au sein du milieu non linéaire est négligé puisqu'il est faible devant celui de la longueur de diffusion ($\sim 20 \mu m$). Avec cette thèse à vocation expérimentale, nous avons développé l'approche complémentaire de l'interaction entre la lumière et les cristaux liquides : celle de la propagation au sein du milieu non linéaire (une cellule de cristal liquide nématique orienté où la section transverse est réduite à une seule dimension ($1D$ ³)).

1. C'est à dire des structures qui apparaissent dans la section transverse d'un faisceau lumineux interagissant avec un milieu non linéaire.

2. Terme utilisé pour désigner l'unité de longueur : μm

3. Notation $1D$ utilisée pour désigner « *une dimension* » transverse

L'étude des phénomènes de propagation non linéaire dans cette configuration $1D$ a été notamment initiée dans les cristaux liquides par Gaetano Assanto et son équipe dès le début des années 2000 [7]. Une littérature très fournie sur les phénomènes rencontrés lors de la propagation dans ce milieu est disponible. Ces études englobent aussi bien le champ expérimental que le théorique et le numérique. Les exemples vont de la formation des structures localisées brillantes [7], ainsi que leur complémentaire de type « trous » [8] à la possibilité d'observer des phénomènes de raidissement d'ondes (type onde de choc) [9], en passant par l'étude de l'instabilité modulationnelle [10]. Des publications se penchent également sur la possibilité d'inscrire des guides d'ondes dans les cristaux liquides (CL)⁴ en utilisant plusieurs longueurs d'onde (principe de génération de circuits photoniques) [11, 12, 13]. Le livre intitulé « *Nematicons : Spatial optical solitons in nematic liquid crystals* » présente un très bon aperçu de l'état de l'art des effets non linéaires rencontrés lors de la propagation dans les cristaux liquides nématiques ([14] édition 2013).

Dans ce vaste pavage bibliographique, notre contribution est d'étudier l'impact des spécificités propres aux cristaux liquides sur la dynamique non linéaire. Plus précisément, quel est l'impact de la non-localité sur les différents régimes non linéaires pouvant être espérés ou obtenus ? D'autre part, quel est le véritable effet de la réponse ultra-lente du milieu et du bruit sur la dynamique ? L'origine de ces questionnements provient des deux paragraphes qui suivent.

Dans un milieu non local, l'excitation reçue en un point donné engendre une réponse du milieu y compris dans le voisinage de ce point. Ainsi, la non-localité se traduit par un couplage spatial au sein du milieu qui s'effectue sur une distance donnée. L'extension spatiale de ce couplage est à comparer à l'extension du paquet d'ondes qui se propage au sein du milieu [15]. Par exemple, si la portée caractéristique de la non localité (l_a) est très inférieure à la taille du faisceau optique ($2w$ ⁵), le faisceau ne « ressent » pas l'effet du couplage spatial et le système est dans la limite d'un milieu local. La comparaison entre la taille du paquet d'ondes injecté et celle du couplage spatial du milieu permet de situer « grossièrement » si le régime considéré est « fortement » ou « faiblement » non local, voire « local ». La présence de non-localité joue un rôle important dans les phénomènes pouvant apparaître dans un milieu non linéaire (stabilisation de soliton, frustration de l'instabilité modulationnelle, arrêt de l'implosion du faisceau, etc. [16, 17]). Dans ce manuscrit, les cas « fortement » et « faiblement » non locaux sont explorés expérimentalement en modifiant la taille du faisceau injecté. Ces différents régimes mènent à des situations contrastées avec d'un côté la génération de structures localisées, et de l'autre un phénomène de type effondrement du paquet d'ondes.

Une autre spécificité des cristaux liquides provient du fait qu'ils ont une réponse non linéaire extrêmement plus lente que le temps de propagation et d'évolution du champ optique.

4. L'abréviation CL peut être utilisée dans la suite de ce manuscrit.

5. Où w est la demi-largeur d'un faisceau gaussien.

Les solutions analytiques ne peuvent être obtenues dans cette hypothèse. Les seules prédictions analytiques sont stationnaires. Cependant, en prenant en compte cette réponse ultra-lente ainsi que le caractère stochastique du milieu, nous ne mettons en évidence que des comportements dynamiques et aucun régime stationnaire.

Après l'exposition de ces différentes motivations, introduisons le contexte de nos études. Nous débutons avec un point de vue général en terme de morphogenèse. Cette approche permet de replacer ce travail au sein des études plus larges des instabilités spatio-temporelles.

1.2 Propagation non linéaire d'ondes

1.2.1 Contexte des études

La nature nous offre un large éventail de formes et de structures, toutes plus surprenantes et belles les unes que les autres. Les motifs de la Fig. 1.1 présentent quelques exemples que nous pouvons croiser en posant le regard sur le monde qui nous entoure. Ces structururations apparaissent dans divers milieux ou contextes de manière fréquente. Ici nous avons un échantillon varié de systèmes, allant du monde végétal avec le tournesol [Fig. 1.1(a)] et les « cercles de fées » [Fig. 1.1(d)], au domaine atmosphérique avec le nuage typique du phénomène de « *morning glory* » [Fig. 1.1(e)], en passant par les motifs apparaissant sur les dunes de sable [Fig. 1.1(b)].

Grâce à ce type d'observations, au delà de la diversité des formes, lignes et surfaces dessinées, un autre type de beauté apparaît : celle de l'universalité. Ce caractère rassemble tous les phénomènes de structuration quel que soit leur contexte.

Depuis l'antiquité, voire antérieurement, beaucoup de personnes se sont penchées sur l'observation de motifs remarquables dans la nature. Une des conséquence très connue de ces observations est l'utilisation du nombre d'or⁶, tiré de l'observation de la nature (par exemple dans la section d'une pomme de pin, la disposition des graines de la fleur de tournesol, l'enroulement en spirale des ammonites, etc.). Cette proportion est très utilisée dans l'architecture antique telle que dans la pyramide de Khéops ou le Parthénon.

Plus récemment, les scientifiques ont étudié l'émergence des formes et structururations dans un environnement contrôlé (laboratoire) afin d'en comprendre les mécanismes. Les figures 1.1(g - l) sont obtenues de manière artificielle⁷, c'est à dire générées en laboratoire ou de manière numérique. Le parallèle entre l'apparition spontanée de structures dans la nature et en laboratoire est flagrant, illustré directement sur les Figs. 1.1(i,j), en comparant les motifs issus de simulations numériques avec les formes observées sur certains coquillages. La diversité des milieux d'apparition

6. Le nombre d'or est de valeur $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803$

7. En opposition à ce que l'on trouve sans intervention humaine dans la nature.

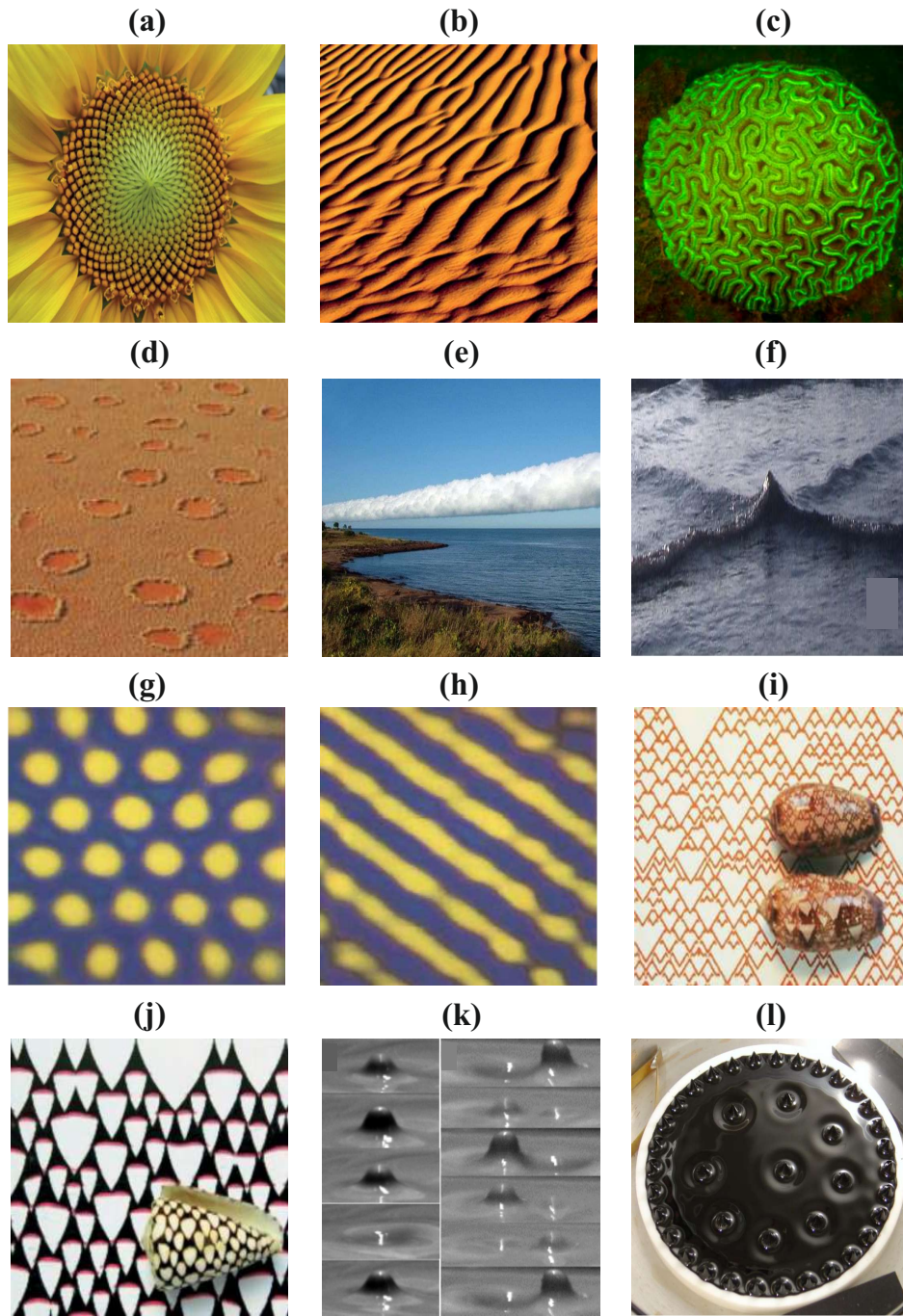


FIGURE 1.1 – Structures observées dans la nature issues de la morphogenèse (a) : une fleur de tournesol [18]; (b) : des dunes de sable [18]; (c) : corail « cerveau » [19]; (d) : « cercles de fées », photo prise en Namibie en 2010 [20]; (e) : « *morning glory* », photo prise en Australie en 2010 [21]; (f) : interaction de deux solitons à la surface de l’océan prise à Mexico en 2011 [22]; (g,h) : structures de Turing en chimie [18]; (i,j) : coquillages et motifs issus d’un système activateur-inhibiteur [18]; (k) : structure(s) localisée(s) dans une suspension d’argile [23]; (l) : solitons 2D dans un fluide magnétique [24].

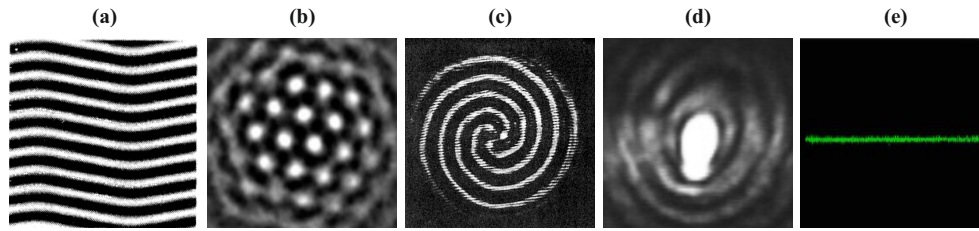


FIGURE 1.2 – Structures spatiales optiques (a) : Rouleaux présentant l’instabilité de type « zigzag » [25]; (b) : Motif présentant un réseau hexagonal; (c) : Spirale dans un système à rétro-action optique [26]; (d) : Soliton transverse dans une cavité optique [27]; (e) : Soliton propagatif dans un cristal photoréfractif [28].

est illustrée par exemple par les études menées sur les réactions chimiques [Figs. 1.1(g,h)], dans une suspension d’argile [Fig. 1.1(k)] ainsi que dans un fluide magnétique [Fig. 1.1(l)].

L’émergence spontanée de ces formes remarquables est appelée « morphogenèse », étymologiquement tirée du grec « *morphe* », désignant une forme, et « *genesis* », la création. L’apparition de ces structures crée de l’« ordre » dans le système, et tend ainsi à diminuer l’entropie du système. Ce point peut paraître plutôt surprenant, mais cette surprise disparaît lorsque l’on considère que cette structuration se fait au profit d’une perte d’énergie (aussi bien pour créer les motifs que pour les entretenir). Il s’agit ici de structures dissipatives dans le cadre de la théorie des structures dissipatives établie par Ilya Prigogine⁸.

Un des pionniers dans l’étude de la morphogenèse est Alan Turing, mathématicien très célèbre notamment grâce à sa contribution aux bases de l’informatique et de la programmation telles que nous les connaissons aujourd’hui. En dehors de ses travaux les plus connus, dès 1952 il propose un modèle mathématique pour décrire le système de réaction-diffusion, permettant l’émergence de motifs caractéristiques [29]. Les figures 1.1(g,h) sont une illustration des motifs de « rayures » ou « taches » obtenues expérimentalement dans ce type de système [18]. La référence [18] présente une revue concernant l’émergence de motifs dans différents domaines de la science. Les études présentées dans cette référence sont l’héritage direct de l’étude fondatrice de Turing [29].

Notons ici que sur les exemples de la figure 1.1, certaines structures remplissent tout l’espace disponible ou une grande partie, comme pour les dunes de sables ou pour les structures de Turing. En revanche, d’autres sont confinées dans une zone restreinte de l’espace [Figs. 1.1(e,f,k,l)]. Ces structures spatialement délimitées sont appelées localisées ou solitaires.

Comme nous l’avons évoqué ces motifs apparaissent dans un nombre de milieux et de domaines scientifiques très variés. Le domaine de l’optique n’a pas été le premier à être exploré, en effet historiquement l’hydrodynamique l’a précédée. Néanmoins, depuis les années 80, la commu-

8. "The Nobel Prize in Chemistry 1977". http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/1977/

nauté scientifique s'est particulièrement intéressée à l'optique. Plusieurs explications peuvent être avancées concernant cet engouement. Grâce à la démocratisation des sources lumineuses de type LASER⁹, l'optique non linéaire a connu un essor considérable. De plus, les systèmes optiques présentent l'avantage de pouvoir être modifiés plus aisément que leurs pendants hydrodynamiques (par exemple changer l'extension spatiale du système est plus facile sur une table d'optique que dans des cuves d'eau ayant déjà une taille significative). L'augmentation de la puissance de calcul numérique disponible a également aidé, notamment grâce à l'intégration de système plus complexes.

Dans les systèmes optiques, les motifs sont nombreux et variés (Fig. 1.2). Ici nous présentons quelques exemples, notamment lors de l'interaction transverse entre un milieu non linéaire et un faisceau lumineux. Les figures 1.2(a - d) présentent des motifs allant du type « rayure » à la spirale en passant par un soliton [Fig. 1.2(d)]. Un exemple est présenté lors de la propagation longitudinale dans un cristal photoréfractif [Fig. 1.2(e)], mettant en évidence une structure localisée propagative. Les études présentées dans ce manuscrit de thèse se placent dans ce contexte de propagation longitudinale dans les cristaux liquides.

1.2.2 Exemples de phénomènes rencontrés lors de la propagation non linéaire d'ondes

Cette section présente des exemples de structures et phénomènes que l'on peut observer lors de la propagation dans des milieux non linéaires. Le choix quant aux exemples n'est pas anodin. Nous présentons ceux pouvant être obtenus dans notre système et en lien avec la notion de singularités.

1.2.2.1 L'instabilité modulationnelle

Lors de la propagation d'ondes dans un milieu non linéaire, des instabilités peuvent apparaître conduisant à une structuration (aussi bien dans le domaine temporel que spatial). L'une des plus répandue est l'instabilité modulationnelle (IM), également appelée « instabilité de Benjamin-Feir » dans le contexte hydrodynamique (1967). L'IM se traduit par le développement de modulations transverses sur l'enveloppe du paquet d'ondes. La référence [30], intitulée « *Modulation instability : The beginning* », présente l'émergence des études concernant ce phénomène. Les auteurs mettent en avant le fait qu'indépendamment les unes des autres, plusieurs équipes de chercheurs se sont penchées sur le problème de manière plus ou moins simultanée.

9. Acronyme de l'anglais « *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* »

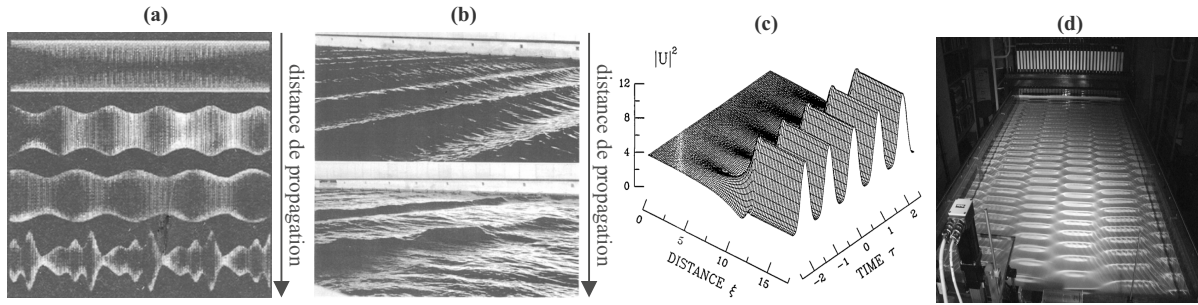


FIGURE 1.3 – (a) : Instabilité modulationnelle dans une ligne électrique [30]; (b) : Deux photographies illustrant l’instabilité sélectionnant une longueur d’onde après propagation [30]; (c) : Illustration du développement de l’instabilité modulationnelle dans une cavité laser fibrée [31]; (d) : Photographie d’ondes de surface périodiques en deux dimensions à la surface de l’eau [32].

Comme illustré, sur la Fig. 1.3, certaines fréquences¹⁰ sont amplifiées au cours de la propagation. Ce phénomène fait ressortir un motif périodique sur l’enveloppe du paquet d’ondes. Les figures 1.3(a,b,c) correspondent à trois milieux non linéaires différents. Dans le contexte temporel (par exemple dans les fibres optiques), G. Agrawal [33] définit la manifestation de l’IM par la transformation d’un rayonnement continu en un train d’impulsions ultra-rapides¹¹. Les différentes illustrations de ce phénomène montrent la diversité des champs de la physique dans lesquels l’IM est présente.

La plupart des études théoriques sur l’IM partent d’une onde continue monochromatique que l’on perturbe (section 5.1 de [33]). Les perturbations mènent au développement de longueurs d’onde regroupées en « lobes d’instabilité modulationnelle ». Expérimentalement, ces fréquences sont amplifiées à partir du bruit qui joue le rôle de sources de perturbations.

Bien que la découverte de cette instabilité date d’une cinquantaine d’années, beaucoup d’études sont encore menées sur le sujet, notamment grâce au lien entre l’IM et les ondes scélérates [34, 35], ou à certaines applications comme la génération de supercontinuum [36].

Notons surtout, dans le cadre de nos études, que cette instabilité est aussi observée dans les cristaux liquides nématiques [10, 37].

1.2.2.2 Les structures localisées

Comme évoqué précédemment, la structuration peut se présenter de manière localisée (section 1.2.1), à l’inverse de l’instabilité modulationnelle qui se développe sur tout l’espace. Dans cette section, nous introduisons quelques exemple de structures localisées.

10. Spatiales et/ou temporelles

11. « *modulation instability [...] manifests itself as breakup of the CW or quasi-CW radiation into a train of ultrashort pulses* » (citation tirée du Chap. 5 de [33])

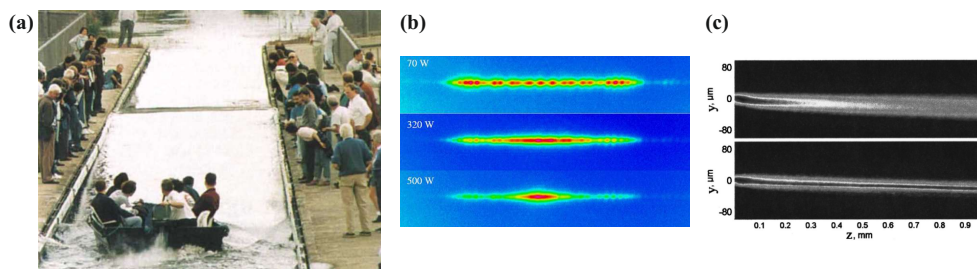


FIGURE 1.4 – (a) : Reconstitution en 1995 de l’observation faite par J. Russell d’un soliton se propageant dans un canal d’eau [39]. (b) : Soliton dans un semi-conducteur [28], (c) : soliton spatial dans un cristal liquide nématique [7].

La notion de structure localisée, et plus particulièrement de soliton, n’est pas nouvelle. En effet, la première évocation de ces structures remonte à 1844 par le célèbre John Scott Russell [38]. Cette découverte fut faite dans un canal près d’Edimbourg où J. Russell suivi sur plusieurs kilomètres une vague qui se propageait sans se déformer ni perdre de vitesse (illustré sur la Fig. 1.4(a) : reconstitution de l’observation faite par J. Russell). Cette onde comme nous le savons maintenant était un soliton. Malgré cette apparente ancienneté, cet objet physique est toujours au centre d’études expérimentales et théoriques. La figure 1.4 illustre de telles structures dans différents domaines. Les figures 1.4(b,c) correspondent à des expériences permettant de mettre en évidence des solitons lumineux « brillants » (dans un semi-conducteur et des cristaux liquides nématiques).

Les solitons brillants spatiaux En optique, la formation de soliton spatial au cours de la propagation, se base sur deux phénomènes, l’un purement linéaire, l’autre non linéaire : la diffraction et l’auto-focalisation¹². Il est bien connu qu’un paquet d’ondes en se propageant est sujet à la diffraction. Un faisceau lumineux délimité dans le plan transverse à la propagation tend à s’étaler comme illustré sur la Fig. 1.5(a). Ce phénomène linéaire est connu depuis quelques siècles, depuis les travaux d’Huygens, Fresnel et Fraunhofer aux *XVII^e* et *XVIII^e* siècles ([40, 41, 42]). L’auto-focalisation, quant à elle, est due à une interaction non linéaire avec le milieu dans lequel se propage le faisceau. L’effet Kerr focalisant est le processus le plus courant.

Dans un milieu non linéaire de type Kerr, l’indice du milieu est modifié de façon directement proportionnelle à l’intensité du champ qui le traverse. En pratique, les faisceaux lumineux expérimentaux utilisés ont une extension transverse finie, généralement avec une distribution d’intensité gaussienne. Ainsi en se propageant, le faisceau va induire une variation d’indice qui ne sera pas uniforme, mais plus importante en son point central que dans ses ailes. Cette variation d’indice

12. Le pendant temporel de la diffraction est la dispersion qui étale temporellement une impulsion lumineuse.

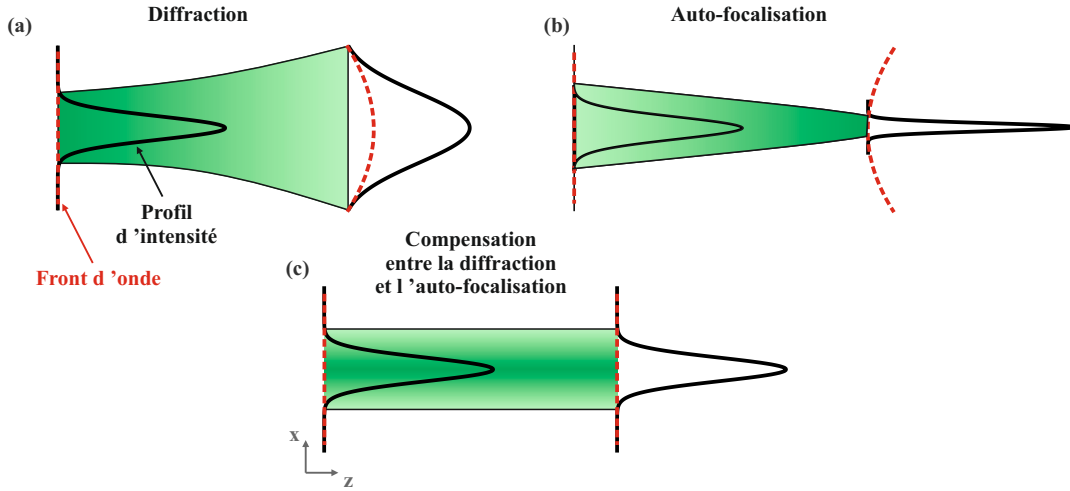


FIGURE 1.5 – Illustration d'un paquet d'ondes optique soumis à (a) : la diffraction ; (b) : l'auto-focalisation ; (c) : la compensation de la diffraction et de l'auto-focalisation. (x : direction transverse, z : direction de propagation)

provoque la focalisation du faisceau, comme le ferait une lentille convergente. Ce phénomène est schématisé sur la Fig. 1.5(b).

Pour résumer, la diffraction et l'auto-focalisation sont deux phénomènes ayant des impacts antagonistes sur le faisceau lumineux. Il est possible de trouver un jeu de paramètres pour lesquels ces deux phénomènes se compensent. Ainsi le faisceau se propage sans s'élargir, ni se focaliser. Il garde une taille et une forme constantes tout au long de la propagation comme illustré sur la Fig 1.5(c).

L'équation de Schrödinger non linéaire auto-focalisante qui modélise aussi bien la propagation de la lumière dans une fibre optique que les ondes de surface en milieu océanique possède une telle solution analytique (en sécante hyperbolique) appelée « soliton ».

Cette équation (NLSE¹³), modélisant la propagation selon l'axe z d'un champ scalaire d'amplitude ψ dans un milieu non linéaire de type Kerr s'écrit [43] :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \psi \pm |\psi|^2 \psi = 0 \quad (1.1)$$

La nature de la non-linéarité Kerr est retranscrite par la valeur du signe \pm ($+$: milieu Kerr focalisant, $-$: milieu Kerr défocalisant). Le symbole \perp indique que seules les coordonnées transverses (x, y) sont incluses dans le Laplacien.

13. NLSE : acronyme pour « Non Linear Schrödinger Equation »

Le dernier terme retranscrit la modulation de phase due à l'interaction non linéaire du champ avec le milieu (proportionnelle à l'intensité lumineuse $|\psi|^2$). Dans le cas $(1+1)D$ ¹⁴, cette équation admet comme solution la sécante hyperbolique (couramment appelée : « *sech* »), dont l'amplitude localisée reste invariante par propagation :

$$\psi(x, z) = \psi_0 \frac{1}{\cosh(x/w)} \exp(i\beta z) \quad (1.2)$$

aussi connue sous le nom de « soliton ». $w = \psi_0/\sqrt{2}$ et $\beta = \psi_0^2/2$ sont directement proportionnels à l'amplitude de l'onde. L'équivalent temporel existe, dans les fibres optiques par exemple, il suffit de changer la variable spatiale x en variable temporelle t , le temps, et de remplacer la diffraction par la dispersion [33].

Le terme soliton, onde solitaire, est souvent utilisé pour qualifier la propriété de se propager sans se déformer sur de longues distances, même si son profil n'est pas celui de l'expression 1.2.

Remarques :

- Les structures solitaires sont souvent mises en parallèle avec le mouvement de particules [44, 45]. Par exemple, l'interaction entre deux structures solitaires, lors de collisions permet d'observer l'attraction ou la répulsion des structures en fonction de leur phase relative [44]. Ce type de comportement n'est pas sans rappeler celui de particules chargées du même signe ou opposé.
- Une façon différente d'appréhender la notion de soliton est de considérer la structure comme piégée (guidée) par la modification d'indice qu'elle induit elle-même. La propagation du faisceau provoque une élévation de l'indice de réfraction avec un profil présentant un maximum. Ceci peut être mis en parallèle avec certains designs de guides d'onde, tel le principe de propagation dans les fibres optiques [33]. Ce parallèle mène souvent à la désignation de « guide d'onde auto-induit » (en anglais : « *self-induced waveguide* »). La lumière reste piégée dans la zone de haut indice (comme dans le cœur d'une fibre optique standard). Cette approche de la notion de soliton est une manière différente de se représenter les mécanismes mis en jeu et clarifie l'utilisation du terme de faisceau « auto-piégé » (en anglais : « *self-trapped beam* »). De plus, cela facilite la compréhension du fait que des modes d'ordres supérieurs peuvent également se propager dans le guide d'onde induit.

Les solitons sombres En opposition aux solitons brillants exposés ci-dessus, il existe des « solitons sombres ». Ces solitons doivent leur adjectif à leur caractéristique d'être en quelque sorte le négatif de la solution définie par l'Eq. 1.2. Ils sont obtenus dans les milieux défocalisants

14. La notation répandue dans la littérature est de type $(m+1)D$, ce qui signifie que le faisceau dépend de m dimensions transverses et se propage selon 1 direction [44]

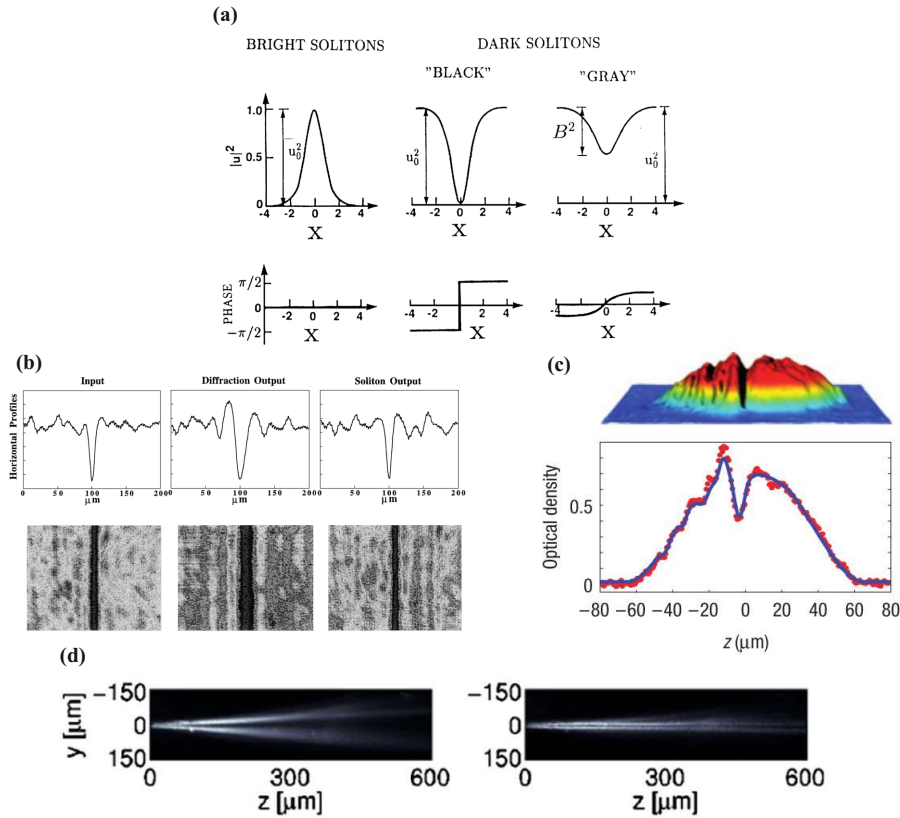


FIGURE 1.6 – (a) : Représentation schématique de l’amplitude et de la phase pour les solitons brillants ainsi que les solitons sombres, noirs ou gris (tiré de [46]) ; Mise en évidence expérimentale de solitons sombres dans (b) : un cristal photoréfractif [47] ; (c) : un condensat de Bose-Einstein [48] ; (d) : des cristaux liquides nématiques dopés [8].

(signe $-$ dans l’Eq. 1.1). Dans ce cas, la diffraction tend à étaler le faisceau. La non-linéarité défocalisante a le même effet au cours de la propagation. Malgré cette non compensation de l’étalement, des solutions localisées sont obtenues et observées expérimentalement dans différents milieux non linéaires ([47, 48, 8]).

Sur la figure 1.6(a), les allures de l’amplitude et de la phase sont illustrées pour différents types de structures localisées (brillants, noirs et gris). Un soliton noir consiste en un « trou » dans l’intensité lumineuse dont l’amplitude atteint zéro. Il est accompagné d’une discontinuité de phase à l’endroit d’intensité nulle. Les solitons « gris » ont une intensité qui n’atteint pas zéro, et un saut de phase continu en leur centre. Ainsi, les solitons noirs sont les seuls à présenter une singularité (située sur la phase).

Les figures 1.6(b,c,d) présentent quelques exemples de réalisations expérimentales de solitons sombres. Ici, trois milieux non linéaires sont illustrés, un cristal photoréfractif [47], un condensat

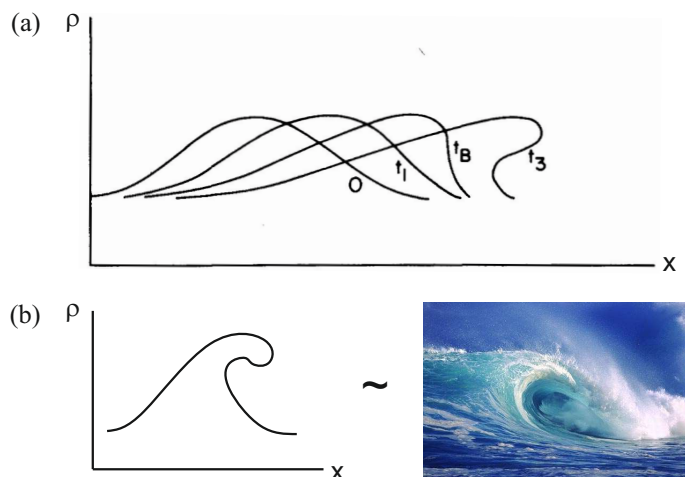


FIGURE 1.7 – (a) Représentation schématique d’un phénomène de raidissement d’un paquet d’ondes (tirée de [50]); (b) illustration du déferlement d’une vague [51].

de Bose-Einstein [48] et un cristal liquide nématique dopé [8]. Notons que pour les structures en $2D$, les solitons sombres deviennent des vortex possédant une dégénérescence de phase au minimum d’intensité. La phase tourne d’un multiple de 2π autour du point d’intensité nulle (cf. [28, 46]).

Remarque : Il existe un large éventail de structures localisées, telles que des structures présentant une oscillation en taille et amplitude au cours de la propagation, appelées « *breather* » [33]; ou des structures plus complexes mettant en jeu une dynamique spatio-temporelle chaotique sur un état uniforme, appelées « Chaoticon » [49], etc. Nous ne les présentons pas ici.

1.2.2.3 L’auto-raïdissement

Un comportement non linéaire pouvant être rencontré lors de la propagation de paquets d’ondes est l’auto-raïdissement. Ce dernier correspond au raidissement de l’enveloppe du paquet d’ondes. Un exemple bien connu est la propagation d’une vague à la surface de l’eau qui au cours du temps voit sa partie avale se cambrer de telle manière que la crête « rattrape » le creux, avant de « casser ».

Ce phénomène est parfaitement illustré sur la Fig. 1.7. On voit très bien la partie avale de la vague se raidir (t_B sur la Fig. 1.7(a), d’où le nom d’auto-raïdissement) avant de déferler (se briser). En déferlant, le processus physique permet au front devenu trop raide de « relaxer » à travers une dissipation de l’énergie emmagasinée. En effet, la nature ne « supporte » pas les discontinuités.

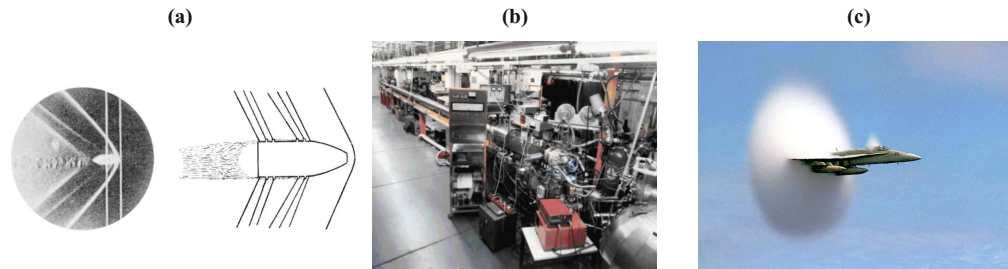


FIGURE 1.8 – (a) : Onde de choc créée par une balle dans l'air, image issue de l'observation de Mach et Salcher en 1887 [52, 53]; (b) : Photographie d'un tube à choc (Stuttgart, Allemagne) [54]; (c) : Conséquence de l'onde de choc créée par un avion de chasse supersonique [55].

Dans l'exemple de la Fig. 1.7(a), l'équation générique considérée est de la forme : $\rho_t + c(\rho)\rho_x = 0$ ¹⁵ [$\rho(x, t)$ pouvant être par exemple la hauteur d'eau dans l'exemple de la vague]. Ce type d'équation est aussi connu dans l'étude du trafic routier. La variable ρ ne se propage pas à une vitesse unique, comme c'est le cas pour une onde linéaire mais à la vitesse $c(\rho)$ (Chap. 2 de [50]). Les différentes parties du paquet d'ondes voyagent à des vitesses différentes. Le cas représenté sur la Fig. 1.7(a) correspond au cas où $\frac{\partial c}{\partial \rho} > 0$, impliquant que les valeurs élevées de ρ ont une vitesse plus importante que les valeurs plus faibles.

Il en va de même dans d'autres domaines de la science tels que la balistique, l'aéronautique, les explosions, etc. Le phénomène est plus connu sous le terme « d'onde de choc »¹⁶

Historiquement, ces ondes assez particulières ont d'abord été étudiées en hydrodynamique. En effet, la première preuve expérimentale a été réalisée par E. Mach et P. Salcher en 1887 avec l'onde de choc créée par une balle tirée dans l'air [52] [illustration sur la Fig. 1.8(a)]. Les ondes de choc sont aussi très répandues dans les études en aéronautique ou les explosions (type onde de choc créée par une bombe) [53]. Un des dispositif pour étudier les ondes de choc est illustré sur la Fig. 1.8(b) : le tube à choc. Ce type d'équipement présente une taille conséquente (de l'ordre d'une pièce d'un bâtiment). La figure 1.8(c) est une illustration bien connue de la conséquence de la création d'une onde de choc sur de l'air humide. Lorsque l'avion supersonique, visible sur la photo, dépasse le mur du son¹⁷, une onde de surpression est créée. Cette surpression est une onde de choc, qui en se propageant dans l'air, condense l'humidité ambiante en un nuage.

La notion d'onde de choc est rencontrée dans beaucoup de domaines de la physique, comme l'hydrodynamique [56], l'électrostatique [57], les condensats de Bose-Einstein [58], l'optique non linéaire [59]. En fonction du système considéré, différents mécanismes permettent d'empêcher ou de relaxer cette transition brutale (ou raideur).

15. La notation ρ_t désigne la dérivée $\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

16. Onde de choc : lieu de modifications brutales d'une composante (vitesse, pression, température,...)

17. L'avion atteint une vitesse égale ou supérieure à celle du son dans l'air, d'environ 340 m.s^{-1}

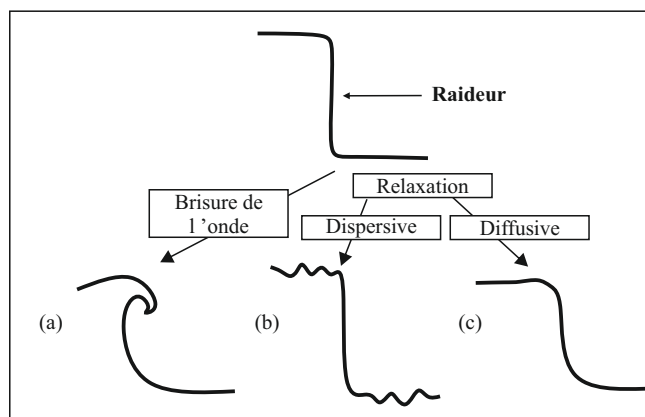


FIGURE 1.9 – Représentation schématique de différentes évolutions possibles pour une raideur (transition abrupte).

La figure 1.9 illustre différents mécanismes pour « régulariser » une raideur (transition abrupte) d'une variable physique. Le premier phénomène illustré [Fig. 1.9(a)] est très parlant, il s'agit de la brisure du paquet d'ondes (comme lors de l'arrivée des vagues océaniques sur la plage). Les autres correspondent à une forme de relaxation. Dans un système diffusif, la discontinuité de l'onde est lissée [Fig. 1.9(c)] tandis que dans un système dispersif, des oscillations apparaissent [Fig. 1.9(b)].

Des exemples des oscillations apparaissant suite à la relaxation d'une raideur dans un système dispersif sont illustrés sur la Fig. 1.10. Ils sont connus sous le nom d'onde de choc dispersive (« *undular bore* »). En optique spatiale, la dispersion est remplacée par la diffraction [60].

Pour conclure, faisons remarquer que l'auto-raïdissement conduit à une singularité dans le système sous la forme d'une discontinuité dans la dérivée de la variable.

1.2.2.4 L'« effondrement d'ondes »

Une autre forme de singularité est la divergence d'une des variables du système. C'est le cas par exemple de la divergence de la variable lors du phénomène d'effondrement du paquet d'ondes. Lorsque la non-linéarité surpasse largement la diffraction, le faisceau lumineux est de plus en plus focalisé, jusqu'à « hyper-focaliser », [63] - c'est à dire jusqu'à s'hyper-contracter et voir son intensité diverger.

L'effondrement du paquet d'ondes¹⁸ est directement lié à son « hyper-focalisation ». Dans [64], l'effondrement est défini comme la limite de l'auto-focalisation du paquet d'ondes où l'augmentation catastrophique de l'intensité après un temps ou une distance finie mène à l'explosion du paquet. Des comportements de type effondrement d'ondes ont été mis en évidence dans dif-

18. « *wave collapse* » en anglais.

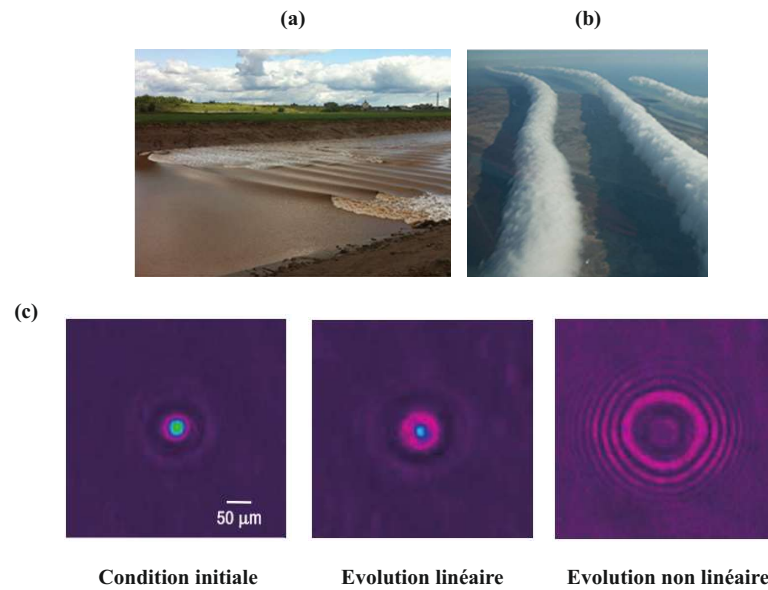


FIGURE 1.10 – (a,b) : Illustrations du type de structure « *undular bore* » dans deux fluides (eau, air) photographies tirées de [61], (c) : Structure similaire obtenue dans une expérience d'optique non linéaire (adaptée de [60])

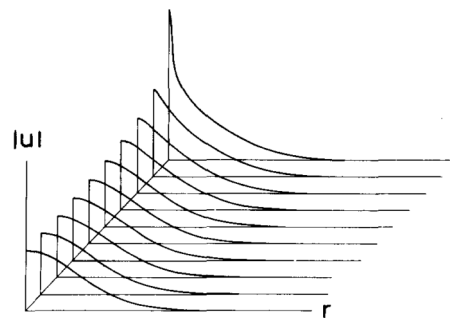


FIGURE 1.11 – Illustration tirée de [62] illustrant l'effondrement d'un paquet d'ondes dans le cas de NLSE.

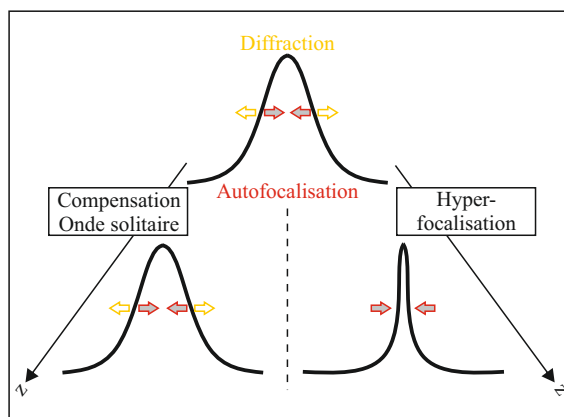


FIGURE 1.12 – Illustration schématique du phénomène de génération d'onde solitaire ainsi que d'hyper-focalisation.

férents contextes, tels que dans la physique de plasma [65] ou des condensats de Bose-Einstein [66].

Mathématiquement, une quantité qui présente une divergence est totalement acceptable, l'effondrement d'ondes ne pose aucun problème. Physiquement, au voisinage du régime d'effondrement d'ondes, des processus physiques interviennent et stoppent l'explosion du paquet d'ondes. C'est pourquoi la dénomination « d'effondrement d'ondes » ne peut pas être employée telle quelle pour les études expérimentales (et/ou réalistes) et doit être modulée. En anglais, les termes « *collapse-like* » ou « *quasi-collapse* » sont utilisés [64]¹⁹. Parmi les mécanismes qui stoppent l'effondrement, citons le caractère dispersif de certains systèmes ou encore la saturation de la non-linéarité [67]. La non-localité d'un milieu permet également de stopper l'explosion du paquet d'ondes [17, 64]. En optique, le faisceau lumineux peut également posséder des caractéristiques spécifiques qui empêchent (ou retardent) l'apparition de l'effondrement d'ondes, telles que son caractère incohérent [68]. Une approche théorique non paraxiale présentée dans [69] abouti également à l'arrêt de l'auto-focalisation.

Dans un milieu non linéaire focalisant, l'auto-raïdissement et le comportement de type effondrement d'ondes peuvent être conjugués.

Intéressons-nous au milieu non linéaire dans lequel nous réalisons nos expériences.

1.3 Le milieu non linéaire : un cristal liquide nématique orienté

Comme évoqué précédemment, le milieu non linéaire utilisé est basé sur des cristaux liquides (CL). Cette section a pour but d'introduire les spécificités et propriétés de ce matériau, telle que

¹⁹. Ici nous avons choisi d'utiliser en français : « comportements de type effondrement d'ondes ».

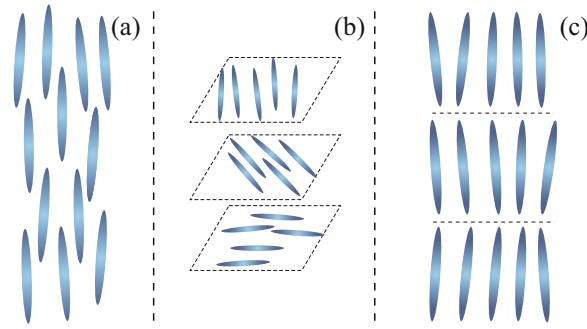


FIGURE 1.13 – Illustration de l'organisation moléculaire des cristaux liquides (a) : nématiques, (b) : cholestériques, (c) : smectiques.

la non-linéarité « géante » qui permet d'obtenir des phénomènes non linéaires à partir de faibles puissances lumineuses. Un des principaux avantages est que nous pouvons suivre l'évolution du faisceau au cours de la propagation contrairement à la majorité des milieux utilisés couramment, tels que la fibre optique ou le cristal photoréfractif (où l'évolution au cours de la propagation n'est pas accessible mais seulement l'état en sortie de propagation).

1.3.1 L'état « cristal liquide »

Les cristaux liquides sont devenus courants dans notre vie quotidienne avec l'avènement des écrans *LCD* utilisant ce matériau (en anglais : *LCD* pour « *Liquid Crystal Display* »). Au-delà de cette notoriété « grand public », les cristaux liquides sont également exploités dans la mise en forme spatiale de la lumière (*SLM* : « *Spatial Light Modulator* »), l'élaboration de filtres optiques, ou encore de lasers. Une revue des applications photoniques est présentée dans la référence [70].

Les cristaux liquides sont de longues molécules organiques en phase mésostable. A titre d'ordre de grandeur, la taille d'une molécule de cristal liquide est de 20 \AA . Rien que par leur nom, nous pouvons deviner la particularité de cet état de la matière. La combinaison des mots « cristal », se référant à un solide ordonné, et « liquide », se référant à une phase désordonnée de la matière en donne un avant-goût. Les cristaux liquides présentent une organisation moléculaire plus ou moins bien ordonnée tout en gardant le caractère mécanique de type liquide. Il existe plusieurs sortes de cristaux liquides, classées en fonction de l'origine de la mésophase.

Nous utilisons des cristaux liquides thermotropes. C'est à dire que le caractère « cristal liquide » est du à la plage de températures à laquelle il est utilisé. Il existe une température en deçà de laquelle le matériau est solide, et une température au delà de laquelle la phase devient liquide. Cette influence de la température peut paraître relativement intuitive à l'heure actuelle. En effet, cela explique certains dysfonctionnements des écrans de téléphone portable quand il fait

trop chaud ou trop froid. A titre d'exemple, pour le cristal liquide *E7*, du fournisseur Merck, très utilisé dans les expériences d'optique non linéaire, le caractère nématique est obtenu sur une plage de température entre $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $58\text{ }^{\circ}\text{C}$ [71]. Le choix de ce cristal liquide est grandement dû au fait que nous pouvons réaliser les expériences à température ambiante dans le laboratoire en restant loin de toute transition de phase.

Au sein des cristaux liquides thermotropes, il existe différents arrangements moléculaires possibles comme illustrés sur la Fig. 1.13. Ainsi en phase nématique les molécules s'arrangent parallèlement les unes aux autres mais sans ordre précis dans les autres directions. En phase cholestérique, l'orientation privilégiée change en fonction de la position au sein du cristal liquide. Et en phase smectique, en plus de se positionner parallèlement les unes par rapport aux autres comme en phase nématique, les molécules s'arrangent en couches ce qui rend cet état le plus ordonné.

Le cristal liquide (*E7*) utilisé dans nos expériences est de type nématique. Intéressons nous maintenant aux propriétés spécifiques de ces cristaux liquides.

1.3.2 Propriétés des cristaux liquides

La biréfringence Comme indiqué précédemment, les cristaux liquides sont des molécules allongées qui présentent une forte biréfringence. La biréfringence caractérise les milieux où l'indice réfractif n'est pas le même suivant l'axe selon lequel est polarisée la lumière qui s'y propage. Ce phénomène est purement linéaire et inhérent à la structure du milieu. De plus, de part la forme des molécules présentant une symétrie cylindrique, nous avons un cristal liquide uniaxe²⁰. Ceci signifie que selon deux des directions de l'espace nous avons le même indice. Sur la Fig. 1.14(a), l'indice extraordinaire n_{\parallel} est représenté selon l'axe z et selon les axes (x, y) , l'indice ordinaire n_{\perp} . La biréfringence est définie par : $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$. Dans notre cas, pour le *E7*, le cristal liquide est un uniaxe positif, $\Delta n > 0$.

La réorientation moléculaire Un des intérêts des cristaux liquides vient du fait que l'on peut contrôler l'orientation moléculaire grâce à un champ électrique ou optique. Il est courant de définir le « directeur » du cristal liquide comme l'orientation moyenne des molécules [noté \hat{n} sur la Fig. 1.14(a)]. Il existe une dispersion de l'orientation autour de cette valeur moyenne. Ceci s'explique par l'agitation thermique au sein du matériau. Ces fluctuations de l'orientation moléculaire font des cristaux liquides un milieu intrinsèquement stochastique [4]. Lorsqu'un champ électrique est appliqué, des dipôles se forment au sein des molécules, qui tendent à les aligner selon la direction du champ. Sur la Fig. 1.14, ce phénomène est représenté schématiquement. Sur

20. Dégénérescence de l'indice réfractif dans les directions concernées par la symétrie cylindrique.

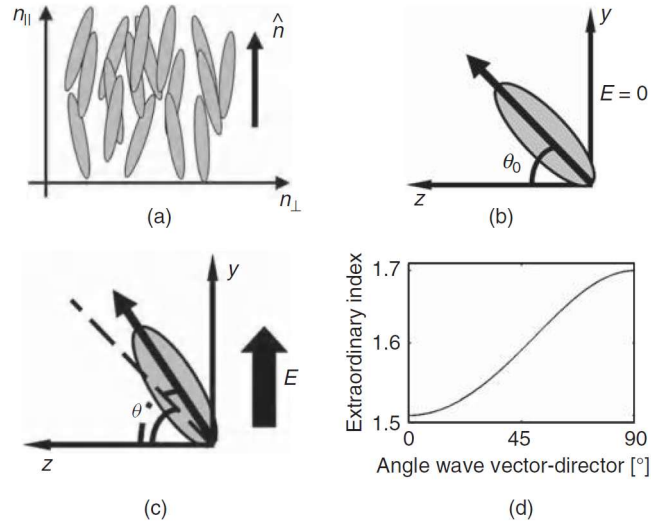


FIGURE 1.14 – Figure tirée du Chap. 1 du livre « *Nematicons* » [14] (a) : Schéma de la distribution moléculaire dans la phase nématique avec la représentation du directeur \hat{n} . (b) : Orientation du directeur en l'absence de champ électrique. (c) : Réaction lors de l'application d'un champ électrique. (d) : Représentation de l'évolution de l'indice extraordinaire en fonction de l'angle défini entre la direction du champ et le directeur pour un CL nématique uniaxe positif avec $n_{\parallel} = 1.7$ et $n_{\perp} = 1.5$.

la Fig. 1.14(b), une molécule est au repos tandis que sur la Fig. 1.14(c) un champ électrique E est appliqué. La molécule tend à aligner son axe long selon l'axe du champ en effectuant une rotation. Ce phénomène trouve ses origines dans la polarisabilité des molécules. En effet, la rotation des molécules correspond à l'alignement du moment dipolaire associé aux molécules sur le champ appliqué.

Les propriétés du cristal liquide dépendent des déformations appliquées aux molécules. Classiquement, les différentes déformations subies par le CL sont illustrées sur la Fig. 1.15 (les appellations anglaises sont les plus répandues : « *twist, splay, bend* » et correspondent en français à « torsion, écartement, courbure »).

La non-linéarité Kerr Si maintenant nous considérons que le champ appliqué est un champ optique, les molécules tendent à s'aligner suivant la direction de polarisation de la lumière (illustré sur la Fig. 1.16). L'inclinaison des molécules est directement proportionnelle à l'intensité lumineuse reçue en première approximation. Donc, plus le champ sera fort, plus la rotation de la molécule sera importante. En modifiant l'orientation moléculaire, l'indice vu par la lumière est également affecté [Fig. 1.14(d)]. La modification de l'indice du milieu est ainsi proportionnelle à

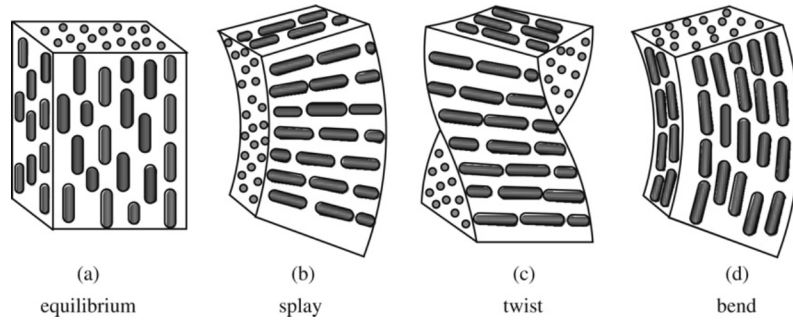


FIGURE 1.15 – Figure tirée de la référence [72], illustrant la situation d'équilibre (a), ainsi que les différentes déformations pouvant être subies par le cristal liquide, (b) : « *splay* », (c) : « *twist* », (d) : « *bend* ».

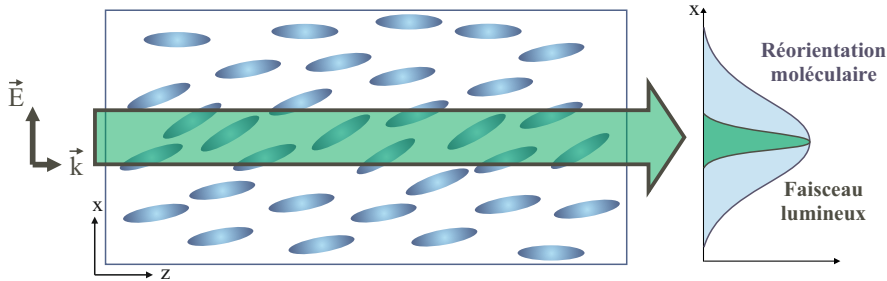


FIGURE 1.16 – Schéma illustrant la distribution spatiale de la réorientation moléculaire vis à vis de celle du faisceau lumineux l'ayant induite.

l'intensité du champ. C'est pour cette raison que les cristaux liquides sont considérés comme des matériaux de type Kerr (« *Kerr-like medium* »).

La non-linéarité utilisée dans nos expériences est d'origine réorientationnelle, l'effet physique conduisant au comportement non linéaire est uniquement dû à la rotation des molécules. Il existe d'autres alternatives pour modifier la non-linéarité dans les cristaux liquides : température (non-linéarité thermique), ou encore la présence de dopants [2].

La non-localité Au sein du cristal liquide, les molécules interagissent entre elles. Le changement d'orientation d'une molécule implique une action sur ses voisines via les forces intermoléculaires (principalement élastiques). Ce phénomène induit un couplage dans le voisinage de l'excitation de type « réponse non locale ». Plus généralement, pour un milieu non local, la réaction du milieu a une étendue spatiale différente de celle de l'excitation reçue. La figure 1.16 illustre cette caractéristique. La réorientation moléculaire est plus étendue que l'extension du faisceau exciteur. Les condensats de Bose-Einstein, les plasmas ou les milieux à non-linéarité thermique possèdent une

Mécanisme induisant la non-linéarité	n_2 (cm^2/W)	τ temps de réponse (s)
Polarisation électronique	10^{-16}	10^{-15}
Electrostriction	10^{-14}	10^{-9}
Effets thermiques	10^{-6}	10^{-3}
Réorientation moléculaire	10^{-7}	1

TABLE 1.1 – Tableau récapitulant les ordres de grandeurs des valeurs de l’indice Kerr n_2 et du temps de réponse τ pour différentes origines de la non-linéarité. (données issues de [73, 74])

Plage de température utile [71]	$-10^\circ C; 58^\circ C$
Constante élastique d’écartement [74]	$K_1 = 12.1 \cdot 10^{-7} \text{ dyne}$
Constante élastique de courbure [74]	$K_3 = 15.3 \cdot 10^{-7} \text{ dyne}$
Longueur caractéristique de non-localité transverse	$l_{dx} = 21 \mu m$
Longueur caractéristique de non-localité longitudinale	$l_{dz} = 25 \mu m$
Temps de réponse de la non-linéarité [74]	$\tau = 2.6 \text{ s}$

TABLE 1.2 – Tableau récapitulatif des constantes relatives au CL *E7*.

telle propriété. L’article de revue [64] présente certains aspects de l’impact du caractère non local d’un milieu de type Kerr, notamment sur l’apparition de solitons, de l’instabilité modulationnelle et de l’effondrement du faisceau.

La réponse ultra-lente de la non-linéarité Kerr Dans les cristaux liquides, la réorientation moléculaire est un phénomène collectif des molécules, qui implique donc un temps de réponse de l’ordre de la seconde, pour que l’alignement soit bien établi au sein du milieu. C’est l’un des très rares matériaux (comme le cristal photoréfractif) à posséder une non-linéarité dont le temps de réponse est de très loin plus lent que le temps d’évolution ou de propagation du champ optique initiant la non-linéarité [de l’ordre de 50 ps pour la propagation dans une cellule de 1 cm de long]. Nous verrons à la section 1.5 les conséquences sur la modélisation du système. Notamment, l’équation NLSE n’est pas applicable, puisqu’elle suppose que l’établissement de la non-linéarité (l’indice) est beaucoup plus rapide que la dynamique du champ optique (la silice).

Un ordre de grandeur de temps de réponse lié à différents types de non-linéarité est donné dans le tableau 1.1. Notons que le paramètre n_2 sert à quantifier la réponse non linéaire du milieu, souvent appelé « coefficient Kerr » tiré de la référence [73].

Le caractère stochastique Comme mentionné précédemment, le directeur du cristaux liquides reflète l’orientation moyenne des molécules. L’agitation thermique au sein du matériau crée une dispersion de cette orientation moléculaire : les cristaux liquides constituent un milieu intrinsèquement stochastique [4, 75]. Cette particularité conduit par exemple, à ensemercer l’IM

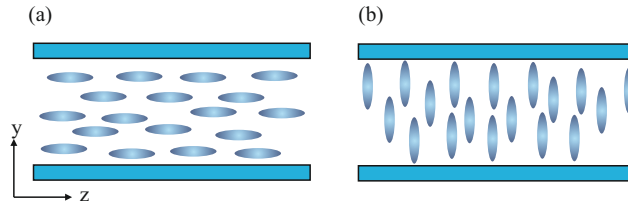


FIGURE 1.17 – Représentation schématique d'un ancrage (a) : planaire, (b) : homéotrope

[76, 10]²¹. Notons que cette caractéristique des cristaux liquides n'est que très rarement prise en compte lors de la propagation longitudinale comme dans [77, 78]²².

1.3.3 La cellule de cristal liquide orienté

La cellule Dans la section précédente, les différentes caractéristiques des cristaux liquides ont été exposées. Afin d'obtenir une non-linéarité de type réorientationnelle, les molécules doivent être ancrées aux lames les enserrant (ou conditions aux limites). Sans cela, toutes les molécules basculeraient de la même quantité et aucune variation locale de l'indice ne serait obtenue. C'est pour cette raison que nous utilisons une cellule avec ancrage aux surfaces.

La cellule est constituée basiquement de deux lames de verre parallèles espacées de quelques dizaines de microns. Les cristaux liquides ont une viscosité assez élevée, ils restent piégés entre ces lames grâce aux forces de tension superficielle. Les lames de verre sont traitées en surface.

En fonction du type d'interaction non linéaire souhaitée, il existe différents types de traitements surfaciques appelés « ancrages ». La figure 1.17 représente deux types d'ancrage classiques. Le premier [Fig. 1.17(a)] est un ancrage planaire, les molécules se positionnent parallèlement aux lames de verre. Généralement, pour obtenir cet effet, les lames sont préalablement recouvertes de polymère, puis un brossage dans la direction souhaitée crée des rainures qui permettent aux molécules de s'orienter. Le second type d'ancrage [Fig. 1.17(b)] est dit « homéotrope », les molécules se placent perpendiculairement aux lames de verre. Cette configuration est obtenue par traitement chimique des lames. Pour nos expériences, nous avons choisi d'utiliser l'ancrage (a) de la Fig. 1.17 (similaire aux expériences trouvées dans la littérature [14]).

Sur les représentations schématiques de la Fig. 1.17, les extrémités de la cellule sont libres. Dans ce cas, un ménisque se crée aux extrémités, ce qui aboutit à des effets de dépolarisation, de walk off, etc. Plusieurs solutions ont été envisagées pour contrer ce problème : une lamelle de verre (plan (x, y)) est ajoutée perpendiculairement à l'entrée de la cellule comme nous pouvons le

21. Les imperfections de l'interface jouent également un rôle [76].

22. Contrairement aux études en configuration transverse, où le caractère stochastique du milieu non linéaire est considéré plus fréquemment [4, 75].

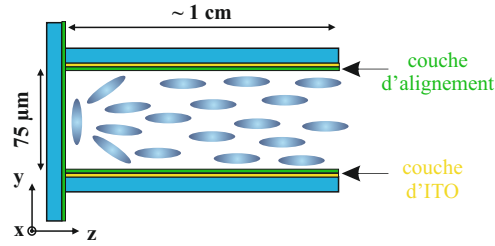


FIGURE 1.18 – Schéma de la cellule de cristal liquide utilisée

voir sur la Fig. 1.18. Dans d'autres expériences menées en propagation dans les cristaux liquides, une fibre optique est utilisée pour l'injection de la lumière directement dans la cellule [79, 80]. La limitation de cette technique est l'absence de flexibilité du profilage du faisceau d'entrée. C'est pourquoi nous avons retenu la première option avec la lamelle de verre. L'épaisseur de la lamelle de verre est de l'ordre de $150 \mu m$, relativement fine afin de ne pas trop modifier les faisceaux injectés.

Les cellules sont quasi unidimensionnelles transversalement ($75 \mu m$ d'épaisseur) quelques millimètres (ou centimètres) de long (selon z) et quelques centimètres selon x . La lamelle d'entrée est aussi traitée par un ancrage. Sur la Fig. 1.18, l'ancrage y est planaire, le plus courant dans les expériences de propagation dans les CL [81].

Remarque : Les lames de verre possèdent initialement une couche d'oxyde d'indium-étain²³ en surface. Le but est d'y appliquer une tension électrique aux bornes de la cellule [81]. Ce matériau est très utilisé de part sa conductivité électrique et sa transparence optique. D'un point de vue applicatif, il est notamment utilisé dans les écrans à cristaux liquides. Pour notre expérience, sa transparence nous permet d'avoir accès directement à la lumière diffusée lors de la propagation.

Notre échantillon de cristal liquide Nous utilisons le cristal liquide *E7* (®*Merck*)²⁴ qui est très répandu dans les expériences d'optique non linéaire ([2]) en raison de la plage de températures sur laquelle il garde son caractère cristal liquide nématique [71]. Les portées caractéristiques de la non-localité, appelées aussi longueurs de diffusion (suite à son origine) sont obtenues à partir des caractéristiques élastiques du milieu [82]. Ces longueurs sont définies comme : $l_d = \frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{K_1}{K_3}}$ dans les directions transverses (x, y) et $l_{dz} = \frac{L}{\pi}$ dans la direction longitudinale de propagation du champ optique (z), où, L est l'épaisseur de la cellule, K_1 est la constante élastique d'écartement, K_3 est la constante de courbure (les déformations sont illustrées sur la Fig. 1.15)²⁵. Nous pouvons

23. Souvent abrégé ITO pour « *indium tin oxide* » en anglais

24. le cristal liquide E7 est un mélange de plusieurs cristaux liquides, du fournisseur *Merck*.

25. Ces longueurs sont des caractéristiques de la cellule de cristal liquide utilisé.

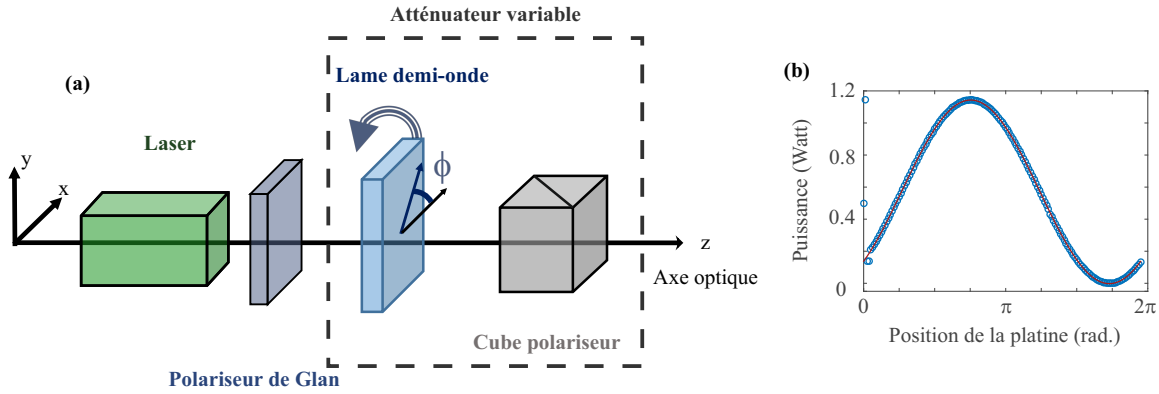


FIGURE 1.19 – (a) : Schéma des éléments optiques en sortie du laser ; (b) : Courbe de réponse de l'atténuateur variable représentant la puissance en sortie de l'atténuateur en fonction de la position de la platine motorisée, et la courbe ajustée correspondante (courbe rouge).

noter que les constantes de non-localité sont de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'échantillon. Pour notre cristal liquide *E7*, avec $K_1 = 12.1 \cdot 10^{-7} \text{ dyne}$ ²⁶ et $K_3 = 15.3 \cdot 10^{-7} \text{ dyne}$, nous obtenons $l_{dx} = l_{dy} = l_d = 21 \text{ }\mu\text{m}$ et $l_{dz} = 25 \text{ }\mu\text{m}$. Le temps de réponse du CL suit la relation : $\tau = \frac{\gamma L^2}{K_3 \pi^2}$ avec $\gamma = 0.07$ pour le *E7* [74] soit $\tau = 2.6 \text{ s}$. Les valeurs théoriques issues de ces formules sont en excellent accord avec les mesures expérimentales obtenues dans notre équipe [74]. Le tableau 1.2 récapitule ces données.

1.4 Le champ optique

Durant toute notre étude, nous utilisons un laser ayant une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$.²⁷ Ce rayonnement cohérent est issu d'un laser $Nd^{3+} : YVO_4$, Verdi de la compagnie Coherent (TM). Le faisceau lumineux est délivré de manière continue et présente un profil gaussien. La puissance maximale disponible est de $P = 8 \text{ W}$.

Cette puissance est beaucoup trop élevée pour nos expériences. En effet, quelques milliwatts suffisent pour obtenir les premiers effets non linéaires [14]. Pour pouvoir contrôler finement la puissance, nous avons interfacé un atténuateur variable²⁸. Il est composé d'une lame demi-onde et d'un cube polariseur [cf. Fig. 1.19(a)]. En modifiant la rotation de la lame demi-onde, nous modifions la puissance en sortie de l'atténuateur.

La figure 1.19(b), représente la courbe de réponse de l'atténuateur variable. Cette courbe de réponse, modélisée par une fonction sinusoidale, nous permet d'étalonner notre système.

26. dyne : unité de force telle que $1 \text{ dyne} = 10^{-5} \text{ N}$.

27. $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ correspond à la couleur verte.

28. « *Motorized attenuator Watt pilot* » de la compagnie Altechna.

Un polariseur de Glan supplémentaire est placé avant la lame demi-onde afin de contrôler la plage de puissances disponible.

1.5 Modélisation de la propagation non linéaire d'un champ optique dans un cristal liquide

Le but de cette section n'est pas de développer la démonstration formelle de ce modèle mais d'en comprendre les différents éléments.

1.5.1 Tout est question d'énergie

Dans ce paragraphe, nous n'allons pas redévelopper la démonstration de la modélisation de la réponse des cristaux liquides à la propagation d'un faisceau lumineux. Ce thème a été largement abordé. Cependant, nous allons en exposer les étapes et ingrédients essentiels. Pour plus d'informations, le lecteur pourra se référer aux références [2, 14, 83, 81, 84].

La base du développement des équations régissant la réponse du milieu à un champ d'excitation est une minimisation de l'énergie libre du système [14, 2]. Les forces inter-moléculaires sont élastiques²⁹. Les énergies libres entrant en jeu dans les déformations des cristaux liquides sont connues et définies comme [2] :

$$\begin{cases} \text{Déformation de type "splay"} : & f_1 = \frac{1}{2} K_1 (\nabla \cdot \hat{n})^2, \\ \text{Déformation de type "twist"} : & f_2 = \frac{1}{2} K_2 (\hat{n} \cdot \nabla \times \hat{n})^2, \\ \text{Déformation de type "bend"} : & f_3 = \frac{1}{2} K_3 (\hat{n} \times \nabla \times \hat{n})^2 \end{cases} \quad (1.3)$$

où $K_{1,2,3}$ sont les constantes élastiques de Frank correspondant aux déformations associées (« *splay*, *twist*, *bend* » respectivement) et \hat{n} est le directeur des cristaux liquides (ie. l'orientation moyenne des molécules). L'interaction des molécules avec un champ quelconque $\vec{\Upsilon}$ (de fréquence quelconque, optique ou autre) est reliée à une énergie libre donnée par [2] :

$$F_{\Upsilon} = -\frac{\Delta\varepsilon}{2} (n \cdot \vec{\Upsilon})^2 \quad (1.4)$$

où $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ est la différence entre les constantes diélectriques associées à la fréquence du champ $\vec{\Upsilon}$ considéré (anisotropie).

L'addition de ces différentes énergies libres Eqs. (1.3,1.4) permet d'obtenir l'énergie libre totale du système. Dans la suite du raisonnement, les molécules sont sujettes à la fois à un champ

29. Les différents types de déformation sont illustrés sur la Fig. 1.15 (les appellations anglaises sont les plus répandues : « *twist*, *splay*, *bend* » et correspondants en français à « torsion, écartement, courbure »)

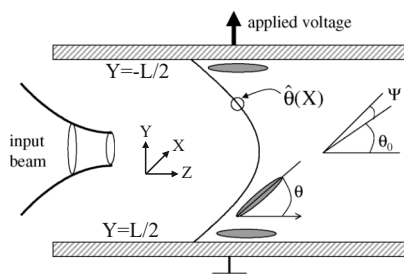


FIGURE 1.20 – Illustration (adaptée de la référence [83]) de la décomposition de l'orientation moléculaire au sein des cristaux liquides.

électrique E_{BF} (appelé « basse fréquence ») et à un champ optique d'enveloppe lentement variable A . L'énergie libre totale est minimisée afin d'obtenir l'état de moindre énergie du système. Dans le cas de l'approximation scalaire et paraxiale, l'orientation moléculaire θ (Fig. 1.20) est régie par :

$$\Omega \frac{\partial \theta}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + K \nabla_{XY}^2 \theta + \frac{\Delta \varepsilon_{BF} E_{BF}^2}{2} \sin(2\theta) + \frac{\varepsilon_0 n_a^2 |A|^2}{4} \sin(2\theta) \quad (1.5)$$

où Ω est le temps caractéristique de réponse des cristaux liquides. L'approximation (souvent utilisée) de l'égalité entre les constantes de Frank : $K = K_{1,2,3}$ est retenue, $\Delta \varepsilon_{BF}$ est l'anisotropie basse-fréquence et $n_a^2 = n_{\parallel}^2 - n_{\perp}^2$ est l'anisotropie optique.

La dépendance temporelle de cette équation (Eq. 1.5) est très souvent éliminée, notamment pour les calculs analytiques. Par exemple, dans la référence [83], les auteurs cherchent à obtenir l'état stationnaire du système et négligent la dépendance temporelle. Différentes approches du caractère temporel ont été abordées dans les références [85, 86]. Nous constatons que dans la configuration d'interaction transverse avec les cristaux liquides, la dimension temporelle est considérée (par exemple, [87, 88, 89, 74]), tandis que dans la configuration de propagation, cet aspect dynamique est généralement écarté (par exemple, [3, 90, 91, 10]).

L'équation 1.5 doit être couplée à l'équation régissant la propagation du champ optique dans le milieu, nommée dans la littérature l'équation de Foch-Leontovich [83] :

$$2ik \frac{\partial A}{\partial Z} + \nabla_{XY}^2 A + k_0^2 n_a^2 [\sin(\theta)^2 - \sin(\theta_0)^2] A = 0 \quad (1.6)$$

Dans cette formulation, k_0 est le nombre d'onde dans le vide, k est défini comme $k^2 = k_0^2 (n_{\perp}^2 + n_a^2 \sin(\theta_0^2)^2)$, et θ_0 l'orientation moléculaire en absence de champ optique. Le système d'équations Eqs. (1.5,1.6) forment la base de la modélisation de la propagation d'un champ optique dans les cristaux liquides.

1.5.2 Modèle utilisé dans ce manuscrit

L'hypothèse qui est retenue dans la majorité des études [87, 83, 14] est que la réorientation moléculaire due au champ optique est relativement faible par rapport à l'angle d'ancrage initial. Ceci permet de s'affranchir des sinus et d'aboutir à :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + i\chi\theta E - \alpha E \quad (1.7)$$

$$\tau \frac{\partial \theta}{\partial t} = l_d^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + l_{dz}^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \mathfrak{E}^2 \theta + |E|^2 + \varepsilon \xi(x, z, t) \quad (1.8)$$

où E est l'enveloppe du champ optique, z est la direction de propagation de la lumière, x est la direction transverse, t est le temps, χ est le coefficient non linéaire optique, θ la réorientation non linéaire du milieu, α le coefficient de pertes linéaires, τ le temps de réponse du milieu, l_d la longueur de non-localité transverse, l_{dz} la longueur de non-localité longitudinale³⁰, \mathfrak{E}^2 la constante prenant en compte la tension appliquée aux bornes de la cellule, ε l'amplitude du bruit thermique, et ξ est un bruit blanc gaussien décorrélié spatialement et temporellement.

Ce modèle³¹ est très courant aussi bien pour les études en configuration d'interaction transverse que longitudinale [93, 92, 74, 6, 83, 14]. Néanmoins, il inclut ici en plus un couplage non local selon l'axe de propagation ($l_{dz}^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$) et un terme source stochastique qui n'a pas été pris en compte jusqu'à présent dans les études de propagation non linéaire dans les cristaux liquides.³²

La première équation 1.7 représente la propagation de l'enveloppe d'une onde lumineuse dans le milieu et serait similaire à l'équation de Schrödinger si on posait $\theta = |E|^2$. En plus de la présence d'un terme de pertes linéaires, la partie non linéaire est ici une fonction de E (à comparer à l'Eq. 1.1). Quant à la seconde équation 1.8, elle décrit l'évolution du milieu soumis à la propagation du champ optique. Il est très important de noter ici que le temps typique de propagation de la lumière à travers la cellule de cristal liquide est de l'ordre de 50 ps. Ce temps de propagation est extrêmement faible comparé au temps de réponse non linéaire du milieu $\tau \sim 2 \text{ sec}$ [74]. Ainsi, notre système diffère radicalement d'un système décrit par l'équation type de NLSE.

1.6 Méthodes d'intégration numérique

Nous nous intéressons ici aux méthodes numériques utilisées pour résoudre le système d'équations 1.7 et 1.8 régissant notre système.

30. Ces longueurs sont souvent appelées « longueurs de diffusion » [92, 74]

31. Avec ses formes approximées

32. Notons que sous les approximations ($\tau = 0$, $\varepsilon = 0$, $l_{dz} = 0$), l'éq. 1.8 revient à celle utilisée pour modéliser la propagation de la lumière dans un milieu non local de façon générique [94, 95].

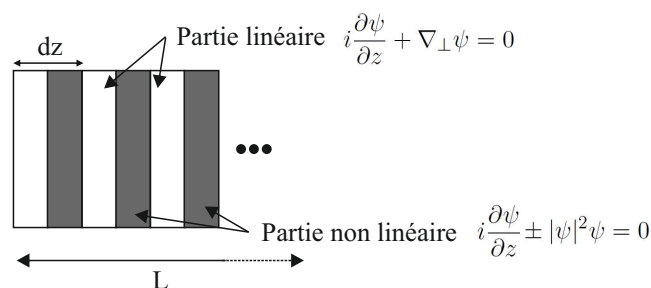


FIGURE 1.21 – Illustration du principe de la méthode d’intégration appelée « *split-step* » pour NLSE (Eq. 1.1).

1.6.1 Principe de base de la méthode « *split-step* » originelle et modifiée

Il est courant dans les problèmes où il s’agit de résoudre la propagation d’un paquet d’ondes, d’utiliser une méthode d’intégration appelée « *split-step* » [33].

La méthode « *split step* » consiste à séparer les parties linéaires et non linéaires de l’intégration. Afin de réaliser cette séparation, le système est divisé en petites « tranches » : découpage de la longueur de propagation L en petits dz (selon l’axe de propagation, Fig. 1.21). Dans un premier temps, les effets linéaires sont intégrés, puis les effets non linéaires. Originellement, cette méthode permet d’intégrer des équations de type NLSE (Eq. 1.1) comme indiqué sur la Fig. 1.21.³³

1.6.2 Application de la méthode « *split step* » à un milieu ultra-lent

La différence notable de notre système vis à vis des applications courantes de la méthode dite de « *split step* » est que $\tau \gg \tau_E$, où τ_E est le temps caractéristique d’évolution du champ optique (égal à 1 dans l’Eq. 1.7). La propagation de la lumière se fait toujours selon le schéma « *split step* » qui voit un indice constant puis une fois le champ $E(x, z)$ connu, l’indice est intégré temporellement. L’étape est répétée pour obtenir $\theta(t)$ (Fig. 1.22).

Pour intégrer le système stochastique, nous utilisons l’algorithme développé dans la référence [96] qui utilise des types Runge-Kutta d’ordre 2 à pas temporels fixes.

D’un point de vue conceptuel, ce principe d’intégration numérique permet de retranscrire le fait que le temps de propagation du faisceau dans le milieu est extrêmement plus court que celui de la réponse du milieu.

Les simulations numériques présentées dans ce travail reposent toutes sur ce principe d’intégration.

33. Concernant cette méthode, il arrive d’entendre : « un pas dans l’espace fréquentiel et un pas dans l’espace réel ». Ceci s’explique car pour résoudre la propagation (effet linéaire), il est utile de passer dans l’espace de Fourier : espace fréquentiel. Et le pas dans l’espace réel est effectué pour la partie non linéaire.

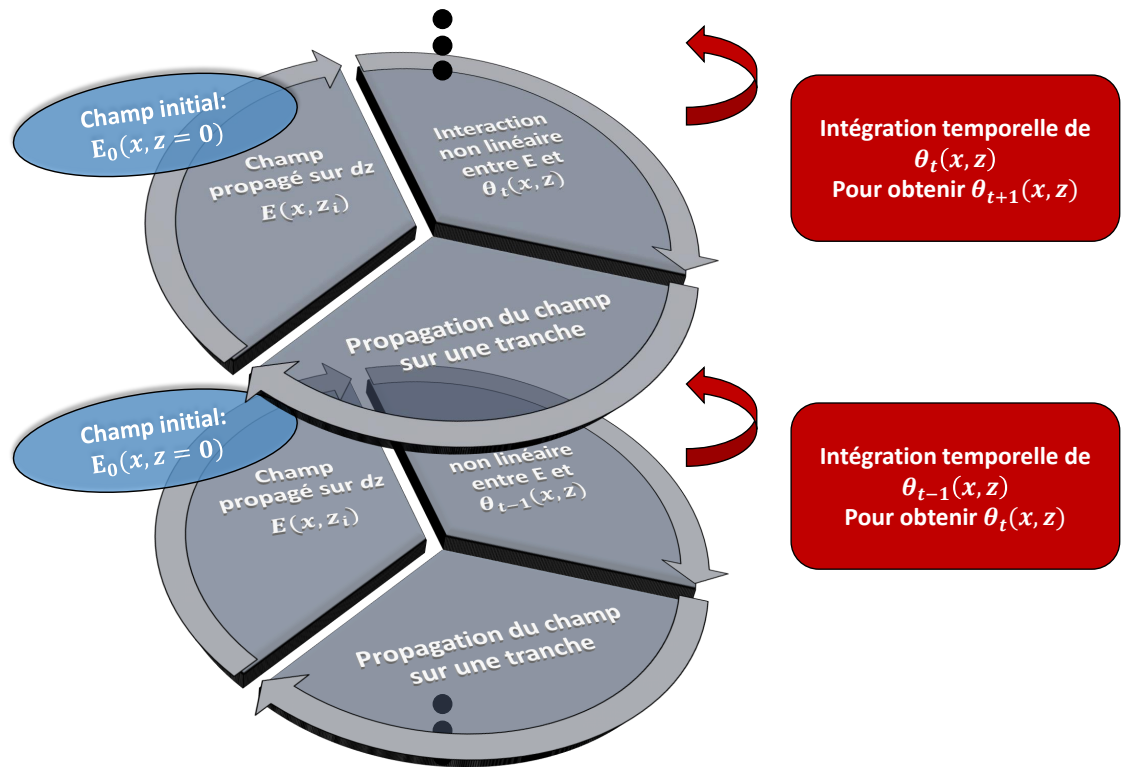


FIGURE 1.22 – Représentation schématique de la méthode d'intégration dans un milieu lent.

1.7 Ce qu'il faut retenir

Comme tout premier chapitre, celui-ci nous a permis de situer le contexte de nos études ainsi que de poser les ingrédients nécessaires à la poursuite et la compréhension de celles-ci. Ce que nous voulons, dans cette dernière section, c'est insister sur certaines spécificités propres aux cristaux liquides. Elles vont complètement modifier les observations usuellement rapportées dans la littérature de propagation d'ondes non linéaires dans les milieux Kerr. Il s'agit du caractère *non local* et *ultra-lent* de la non-linéarité Kerr ainsi que du caractère intrinsèquement *stochastique* de l'orientation des cristaux liquides ancrés. Comme nous allons le voir dans les deux parties qui suivent, la conjugaison des ces trois aspects va induire des comportements qui ne sont pas observables si ces derniers ne sont pas conjointement présents. Nous voudrions donc que le lecteur retienne bien ces 3 caractéristiques : **NON-LOCALITÉ, RÉPONSE ULTRA-LENTE ET STOCHASTICITÉ**. Ils sont repris dans le tableau Tab. 1.3 qui résume les idées et motivations principales de nos études.

Puisque trois ingrédients sont cruciaux dans nos études, il existait plusieurs présentations possibles de nos résultats. Il était difficile de définir une hiérarchie parmi ces trois paramètres.

MILIEU NON LINÉAIRE	Cristal liquide nématique <i>E7</i> ³⁴
SPÉCIFICITÉS DU MILIEU	— Non-linéarité de type <i>Kerr</i> , à réponse <i>non locale</i> et <i>ultra-lente</i> (par rapport à l'excitation) — <i>Stochastique</i> (bruit blanc additif non corrélé)
LES ÉTUDES DÉVELOPPÉES	Phénomènes <i>non linéaires et singularités</i> observés lors de la <i>propagation</i> d'ondes lumineuses
LEIT MOTIV	Différences avec les systèmes Kerr, locaux et/ou ultra-rapide et/ou déterministes (e.g. Équation de Schrödinger non linéaire)

TABLE 1.3 – Récapitulatif des idées principales du Chapitre 1.

Les résultats marquants nous ont cependant guidés vers un découpage principal en fonction de la non-localité. Les deux parties qui suivent présentent donc les effets de la non-localité sur la propagation d'ondes non linéaires en régime respectivement de forte puis de faible non-localité. Dans chacune de ces parties, les principales conséquences sur les régimes non linéaires obtenus sont mis en évidence et discutés.

Première partie

RÉGIME DE FORTE NON-LOCALITÉ - LE *NEMATICON* : UNE SINGULARITÉ D'ONDE AU PROFIL ULTRA-PIQUÉ ET À LA TRAJECTOIRE CONSTAMMENT FLUCTUANTE

Motivations

La littérature montre que la présence de non-localité dans un système modifie les comportements observés en son absence [95, 17, 94, 64]. Par exemple, la présence de non-localité dans l'équation de Schrödinger non linéaire focalisante tend à supprimer l'instabilité modulationnelle [16]. Dans un autre article, Bang et al. [17] prédisent, toujours pour le même type d'équation, que la présence de non-localité empêche l'effondrement³⁵ d'ondes dans des systèmes comme les condensats de Bose-Einstein et les milieux Kerr optiques, quelle que soit la dimension du système. D'autres conséquences concernent, la réduction des oscillations consécutives à un choc dispersif [97] ou encore l'augmentation de la stabilité des solitons en présence de perturbations aléatoires [98].

Les milieux où il existe un couplage spatial non local sont très nombreux, les condensats de Bose-Einstein [99], les plasmas [100], les milieux thermiques [97], ou encore les cristaux liquides [14]. Dans ces derniers, beaucoup d'études ont été menées sur les phénomènes apparaissant lors de la propagation longitudinale, aussi bien théoriquement qu'expérimentalement (plus de 130 documents référencés sur scopus depuis 2003³⁶). Comme exposé dans le chapitre introductif, ces études balayent un large éventail de phénomènes et configurations, de l'instabilité modulationnelle [37], à l'interaction de *nematicons* [101], en passant par la bistabilité [102].

Sachant que les cristaux liquides, tout comme les milieux thermiques, sont des milieux dont la non-linéarité est non locale [3], nous voudrions savoir si la non-localité a un réel impact sur les régimes non linéaires observés. Et si oui, quel doit être le taux de non-localité pour que l'effet soit significatif ? De plus, la non-localité est couplée dans notre système, au caractère stochastique et à la réponse non linéaire ultra-lente. Ce qui accroît la richesse de comportements.

Dans les articles traitant de la non-localité, il est souvent distingué des régimes de faible et forte non-localité, dans le sens où les comportements observés sont différents. Définir une notion de faible ou de forte non-localité, ou encore déterminer un taux effectif de non-localité est difficile. En effet, il faudrait pour cela posséder ou définir un indicateur quantitatif. Dans la référence [15] Sun et al. distinguent des comportements différents suivant que la portée de la réponse non locale (l_d ³⁷) est supérieure ou inférieure à la demi-largeur du paquet d'ondes injecté (w ³⁸). Maucher et al. [98] distinguent aussi des régimes différents quand la portée de la réponse non locale (l_d) est plus grande ou plus petite que la largeur de la structure localisée se propageant dans le milieu. Dans [64], les auteurs distinguent jusqu'à quatre régimes de non-localité³⁹ (Fig.

35. Suite à la surfocalisation (i.e. quand la focalisation surpasse très largement la diffraction)

36. www.scopus.com : recherche avec « *nematicon(s)* » en mot clé

37. e^{-x^2/l_d^2}

38. e^{-x^2/w^2}

39. $R(x - x')$ représente la fonction réponse du milieu

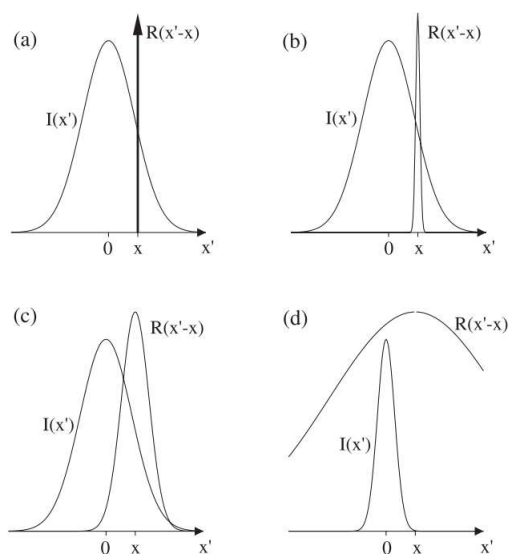


FIGURE 1.23 – Illustration tirée de [64] où Krolikowski et al. définissent quatre régimes de non-localités : (a) : local, (b) : faiblement non local, (c) : non local, (d) : extrêmement non local. $I(x)$ est le profil du paquet d’ondes, $R(x' - x)$ est la forme de la réponse non linéaire.

1.23). Cependant, des comportements différents sont observés quand la réponse non locale (l_d) est relativement moins étendue ou plus grande que celle du paquet d’ondes (w) se propageant dans le milieu. Nous retiendrons ici, comme dans les articles mentionnés précédemment, deux situations, celle de faible ($l_d < w$) et de forte non-localité ($l_d > w$).

Nous commençons nos études par le régime de la forte non-localité. La non-localité provient dans notre cas de l’orientation des molécules autour de leur direction moyenne initiale, elle s’exprime dans l’équation régissant la réponse du milieu sous la forme d’un terme de diffusion. Sa valeur caractéristique correspond à une longueur l_d suivant laquelle les molécules relaxeraient si elles étaient soumises à un échelon d’orientation. Dans notre cellule, la valeur de l_d dans le plan transverse (x, y) est de $21 \mu m$ ⁴⁰. Pour se situer en régime de forte non-localité, comme nous l’avons vu dans le paragraphe précédent, ceci implique que l’extension du paquet d’ondes injecté doit être assez inférieure à cette valeur (typiquement de l’ordre de $10 \mu m$ ou moins). Nous nous retrouvons donc dans la situation bien connue de l’obtention de la structure localisée connue sous le nom de « *nematicon* » [14].

Nous allons donc revisiter ce régime d’obtention du « *nematicon* » en terme de régime fortement non local. Nous verrons ainsi que ce régime empêche l’onde de s’effondrer et lui donne une forme très piquée (Chap. 2). De même, couplée au bruit et au caractère ultra-lent de la non-

40. cf. paragraphe 1.3.3

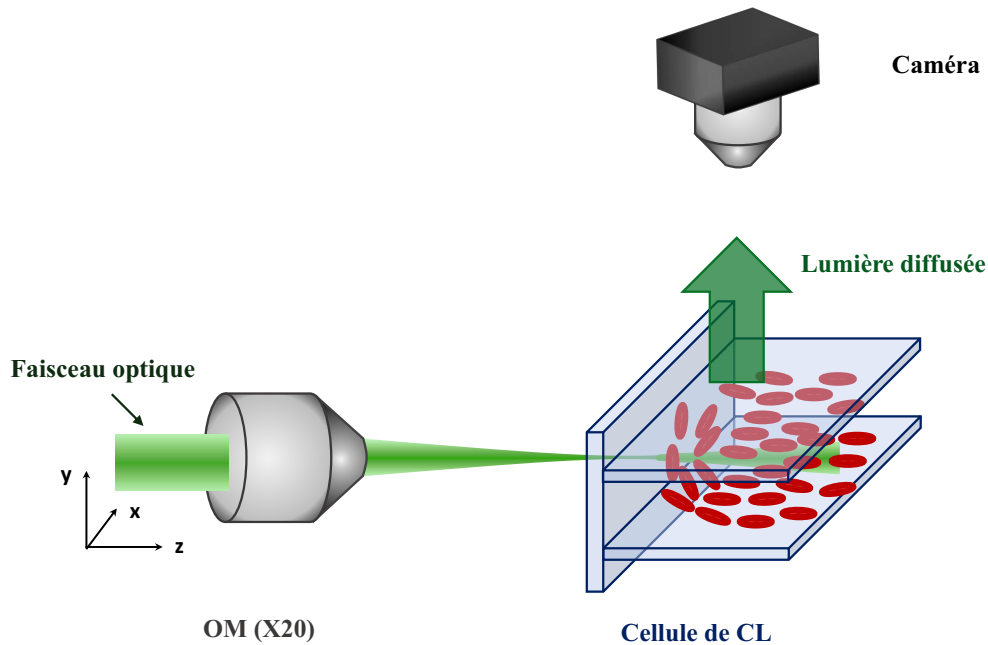


FIGURE 1.24 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour la propagation d'un paquet d'ondes optique dans la tranche d'une lame de cristal liquide, OM : objectif de microscope.

linéarité, la non-localité induit une dynamique de la trajectoire du *nematicon* de type marche au hasard (Chap. 3).

Observations expérimentales

Les résultats que nous présentons ici sont réalisés avec le dispositif expérimental schématisé sur la Fig. 1.24.

L'enregistrement de l'intensité lumineuse au cours de la propagation s'obtient grâce à la lumière diffusée (dans la direction perpendiculaire à la propagation). À cette fin, une caméra munie d'un objectif longue distance de travail (X5) et d'un oculaire est installée au-dessus de la cellule de cristal liquide. Ce dispositif permet d'obtenir une résolution spatiale de l'ordre du micron. Les objectifs à longues distances de travail présentent l'avantage considérable d'avoir une amplitude de mouvement plus grande autour de la cellule comparée à des objectifs de microscope traditionnels. Grâce à cette latitude, nous avons la possibilité e.g. d'insérer des densités optiques entre l'objectif de microscope d'imagerie et la caméra afin d'obtenir des images non saturées.

Comme exposé lors du Chap. 1, les lames qui enserrant le cristal liquide sont recouvertes d'ITO afin de pouvoir appliquer une tension aux bornes de l'échantillon. Pour les expériences

présentées dans cette partie, la tension appliquée est de $V = 1.15 V_{rms}$, à une fréquence de $5 kHz$ [103].

Un objectif de microscope à longue distance de travail (X20) est utilisé pour injecter le faisceau gaussien dans la cellule (d'épaisseur $75 \mu m$). La propagation du faisceau injecté est représentée sur la Fig. 1.25 pour différentes puissances⁴¹. La ligne blanche verticale symbolise l'entrée de la cellule. Avant cette position la lumière captée est celle diffusée par la lamelle de verre d'entrée⁴².

Les faisceaux utilisés dans ce type d'expériences ont typiquement un rayon de ceinture w de l'ordre d'une dizaine de microns [104]. Afin d'obtenir une estimation de sa taille, le profil d'intensité situé au plus proche de l'entrée de la cellule est considéré (près de la ligne blanche de la Fig. 1.25). Nous utilisons la fonction de type gaussienne :

$$I_{g0}(x) = I_0 \exp\left(-2 \left(\frac{x - x_0}{w_{g0}}\right)^2\right) + c \quad (1.9)$$

pour réaliser des courbes ajustées sur les profils d'intensité⁴³. Nous nous plaçons en régime linéaire, une puissance sonde est considérée ($P \ll 0.5 mW$, cf. Fig. 1.25(a)). Après $8 \mu m$ de propagation dans le CL⁴⁴, nous obtenons $\langle w_{g0} \rangle_t \sim 12 \mu m$ issu de l'expression 1.9⁴⁵. Ainsi nous avons une estimation de la valeur initiale de la taille du faisceau gaussien⁴⁶.

Les différentes images de la Fig. 1.25 illustrent les régimes linéaire et non linéaire, apparaissant lors de la propagation. Sur la figure 1.25(a), pour $P = 0.5 mW$, la propagation est dominée par la diffraction. Pour une puissance plus élevée [Fig. 1.25(b,c)], le faisceau ne s'étale plus, mais au contraire semble garder une taille constante au cours de la propagation, et se comporter comme une structure solitaire.

Suite à ces observations expérimentales, nous pouvons nous interroger sur certains points. Le premier qui est développé dans le Chapitre 2 concerne l'allure du profil de la structure solitaire qui présente une forme très piquée ; ainsi que sur le possible effondrement d'une telle structure lorsque la non-linéarité devient très forte. Le second aspect est abordé dans le Chapitre 3. Il concerne la dynamique spatio-temporelle de la trajectoire de la structure observée. En effet, un comportement de type marche aléatoire est mis en évidence.

41. Lors des expériences, les images sont enregistrées en noir et blanc, les couleurs présentes sur les différentes images expérimentales servent à une meilleure visualisation (utilisation de la palette « *jetlut* »).

42. de $150 \mu m$ d'épaisseur

43. Il pourra arriver dans la suite du manuscrit que l'anglicisme « fit » soit utilisé pour désigner la détermination d'une courbe ajustée.

44. La position $z = 0$ est évitée afin d'éviter la lumière diffusée par la lamelle.

45. Le symbole $\langle \rangle_t$ désigne un moyennage sur différentes images prises à différents temps (ici sur 50 images prise à $2.5 s$ d'intervalle).

46. Notons que $\langle w_{g0} \rangle_t < l_d$.

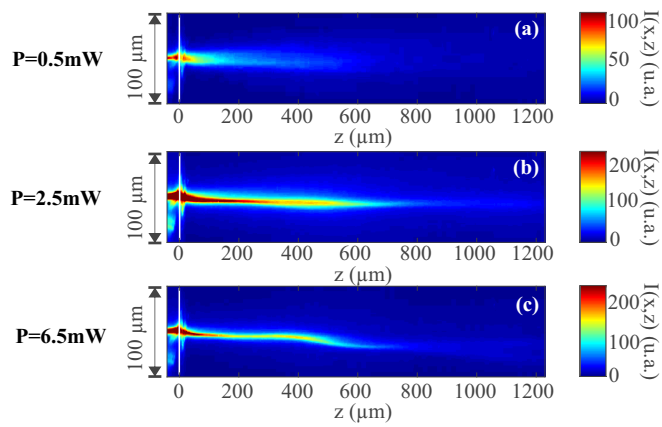


FIGURE 1.25 – Propagation expérimentale d’un paquet d’ondes lumineuse de $24 \mu\text{m}$ de diamètre dans une cellule plane de cristal liquide de $75 \mu\text{m}$ d’épaisseur pour (a) : $P = 0.5 \text{ mW}$; (b) : $P = 2.5 \text{ mW}$; (c) : $P = 6.5 \text{ mW}$. (échelle en fausses couleurs)

CHAPITRE 2

Le *nematicon* : une singularité quasi solitaire au profil ultra-piqué et qui ne présente pas de comportement type « effondrement d’ondes »

2.1 Contexte

Aucune expression analytique générale quant à la forme du profil d’un « *nematicon* » n’est disponible [105, 14, 106], encore moins quant au profil d’intensité diffusée que nous enregistrons expérimentalement.

La section 3.8 de la ref. [14] discute de manière analytique le profil des *nematicons*. Dans la limite extrêmement non locale, le profil stationnaire de la structure est gaussien (la limite infiniment non locale est connue sous la dénomination de « *modèle de Snyder-Mitchell* » [14, 107]), tandis que dans la limite locale, un profil en sécante hyperbolique (*sech*) est attendu (similaire à NLSE). Ici nous nous plaçons dans un cas réaliste, intermédiaire ($w < l_d$) entre ces deux cas limites. En reprenant notre convention, $l_d = 21 \mu m$, $w = 12 \mu m$, le régime est fortement non local.

Au cours de la propagation, certaines études numériques et/ou analytiques prédisent une

structure qui respire au cours de la propagation [108, 109]. Une étude analytique [106] développe des solutions exactes et approximées pour les ondes solitaires dans les cristaux liquides, avec entre autre une expression de l'amplitude du champ optique en $sech^2$ sous certaines conditions (également présente dans [110]). En plus de l'évolution possible du profil au cours de la propagation [14], pour une position donnée, plusieurs fonctions peuvent être utilisées pour retranscrire la totalité de la forme du profil obtenu de manière numérique. A une même distance de propagation, un profil gaussien retranscrit mieux le centre du profil, et une fonction de Bessel modifiée du premier ordre (K_0) les ailes du profil (section 3.8 de la ref. [14]). Une étude numérique sur la forme du profil des *nematicons* est adressée dans la référence [105]. Les profils représentés sont en forme de « cloche », donc plus proche d'une forme gaussienne que d'une sécante hyperbolique. Expérimentalement, il est difficile de trouver des études avancées quant à la forme du profil d'intensité. La forme du profil des structures localisées dans les cristaux liquides reste ainsi une question ouverte et sujette à des études complémentaires. Ceci constitue notre motivation ici.

Dans un contexte proche des cristaux liquides, une étude expérimentale réalisée dans un milieu thermique, met en évidence le fait que la forme du profil n'est pas constante au cours de la propagation [15]. Les auteurs de cette référence étudient la propagation d'un faisceau lumineux dans un milieu thermique de type focalisant et non local, présentant de ce fait de fortes similitudes avec notre cas. Un profil particulier est trouvé en double exponentielle, un parallèle est alors fait entre cette forme et les « *peakons* » prédits en premier lieu en hydrodynamique [111, 112, 113]. Dans le milieu thermique [15], ce profil piqué est transitoire spatialement, c'est à dire qu'il apparaît à un stade de la propagation mais ne persiste pas sur toute la distance¹. Les auteurs expliquent cet aspect transitoire comme dû à ce qu'ils appellent « un cycle d'effondrement-rebond » au cours de la propagation (« *collapse-bounce cycle* » en anglais).

Nous voulons donc ici essayer de résoudre expérimentalement le profil de la structure localisée qui se propage dans le cristal liquide et rapprocher notre étude des autres résultats connus de la littérature.

2.2 Morphologie des profils expérimentaux

La figure 2.1 illustre l'allure générale des profils observés expérimentalement. Deux puissances injectées sont illustrées, Fig. 2.1(a) : $P = 5.5 \text{ mW}$ et Fig. 2.1(e) : $P = 20.5 \text{ mW}$. Pour chacune de ces puissances, les profils d'intensité sont tracés pour trois distances de propagation. Sur ces profils, les points verts correspondent aux données expérimentales².

1. Notons que dans cette référence [15], les auteurs ont accès au faisceau en sortie de l'échantillon, ainsi ils jouent sur la puissance injectée comme une modification de la distance de propagation.

2. Les données expérimentales viennent d'images non moyennées, elles sont brutes, sans lissage ou modification préalable.

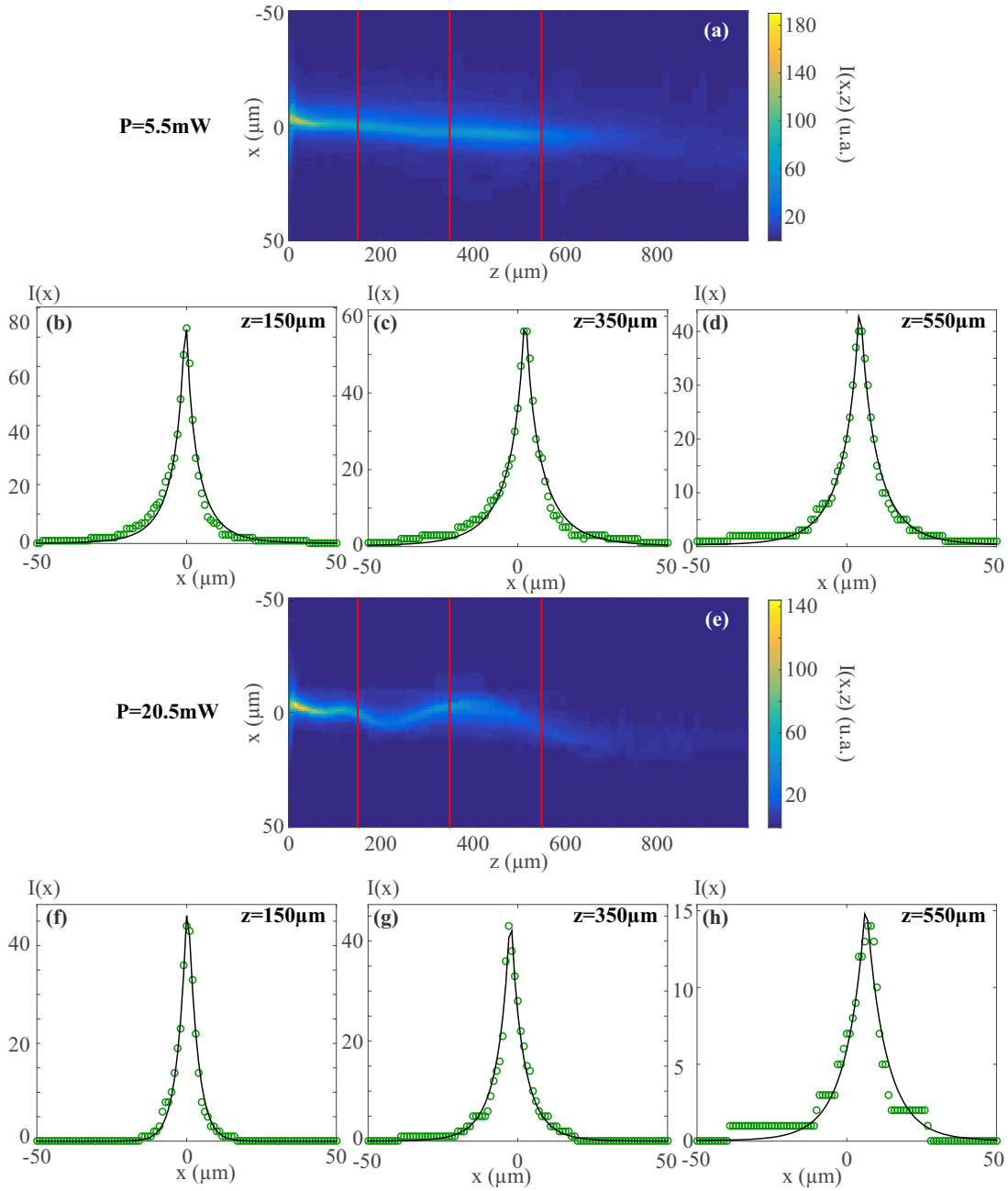


FIGURE 2.1 – Images représentant l'intensité diffusée par le paquet d'ondes au cours de sa propagation pour (a) : $P = 5.5 \text{ mW}$; (e) : $P = 20.5 \text{ mW}$, Profils d'intensité avec les données expérimentales représentées en vert, et la courbe ajustée correspondante en noir, pour différentes distances de propagation : (b,f) : $z = 150 \mu\text{m}$; (c,g) : $z = 350 \mu\text{m}$; (d,h) : $z = 550 \mu\text{m}$ respectivement pour les images (a) et (e), Les valeurs du coefficient R^2 et du paramètre β sont : pour (b) : $R^2 = 0.983$, $\beta = 0.742$; (c) : $R^2 = 0.985$, $\beta = 0.749$; (d) : $R^2 = 0.986$, $\beta = 0.815$; (f) : $R^2 = 0.991$, $\beta = 1.052$; (g) : $R^2 = 0.984$, $\beta = 0.852$; (h) : $R^2 = 0.959$, $\beta = 0.931$.

Une première observation concerne la forme des profils expérimentaux. Les formes extraites ne suivent pas une forme « en cloche » comme prédit dans [14, 107] mais une forme « piquée » rappelant celle du « *peakon* » [15] en double exponentielle ($e^{-|x|}$). Afin d'étudier ces profils, nous utilisons la fonction d'ajustement définie par :

$$I_{fit}(x) = a \exp\left(-\left(\frac{|x - x_0|}{w_p}\right)^\beta\right) + c \quad (2.1)$$

qui permet de reproduire des profils aussi bien gaussien ($\beta = 2$), que de sécante hyperbolique ($\beta \approx 1.7$) ou encore Lorentzien ($\beta \approx 1.5$)³. L'annexe A présente de façon plus détaillée la fonction 2.1. L'accord entre les données expérimentales et les courbes ajustées est très satisfaisant, notamment remarquable par les valeurs du coefficient de confiance R^2 ⁴ : $R^2 \geq 0.96$ (les valeurs correspondantes du paramètre « R^2 » sont données dans la légende de la Fig. 2.1).

Le principal enseignement que nous pouvons retirer des valeurs de β est qu'elles sont comprises entre $0.7 \lesssim \beta \lesssim 1.1$ ⁵. Ainsi, la valeur de β indique que les profils expérimentaux ne sont pas de type gaussien mais se rapprochent plus d'un profil en double exponentielle. Notons que la valeur obtenue dépend de la puissance injectée et de la distance de propagation considérée. Nous pouvons donc nous interroger sur l'évolution du profil d'intensité en fonction de ces différents paramètres.

2.3 Évolution de la morphologie avec la puissance et la distance de propagation

Comme nous venons de le montrer, la forme de la structure localisée est de type « piquée ». Le paramètre pertinent pour étudier et suivre l'évolution de la forme de cette structure est le coefficient β . La figure 2.2 représente l'évolution de ce paramètre β en fonction de la distance de propagation z pour quatre puissances injectées différentes. Afin d'obtenir une estimation statistique des valeurs de β , l'ajustement des courbes est réalisé pour chaque puissance, à chaque distance de propagation pour différentes images prises à différents instants⁶, donnant au final la quantité : $\langle \beta \rangle_t$. Nous pouvons constater que l'évolution la plus stationnaire de la Fig. 2.2 est la (b), ie. $P = 5.5 \text{ mW}$. Le paramètre $\langle \beta \rangle_t$ n'évolue que très peu au cours de la propaga-

3. Notons que ce type de fonction (où l'exposant au sein de l'exponentielle est un paramètre d'ajustement des courbes) est utilisé dans [114] pour l'étude de la localisation d'Anderson dans les BEC.

4. Ce coefficient R^2 prend des valeurs comprises entre 0 et 1. Plus la valeur est proche de 1, plus les différences entre les données et la courbe ajustée sont faibles.

5. Les différents β évalués sont donnés dans la légende de la Fig. 2.1

6. Les valeurs de β représentées sont moyennées temporellement sur 50 images, entre chaque image considérée 5 secondes se sont écoulées.

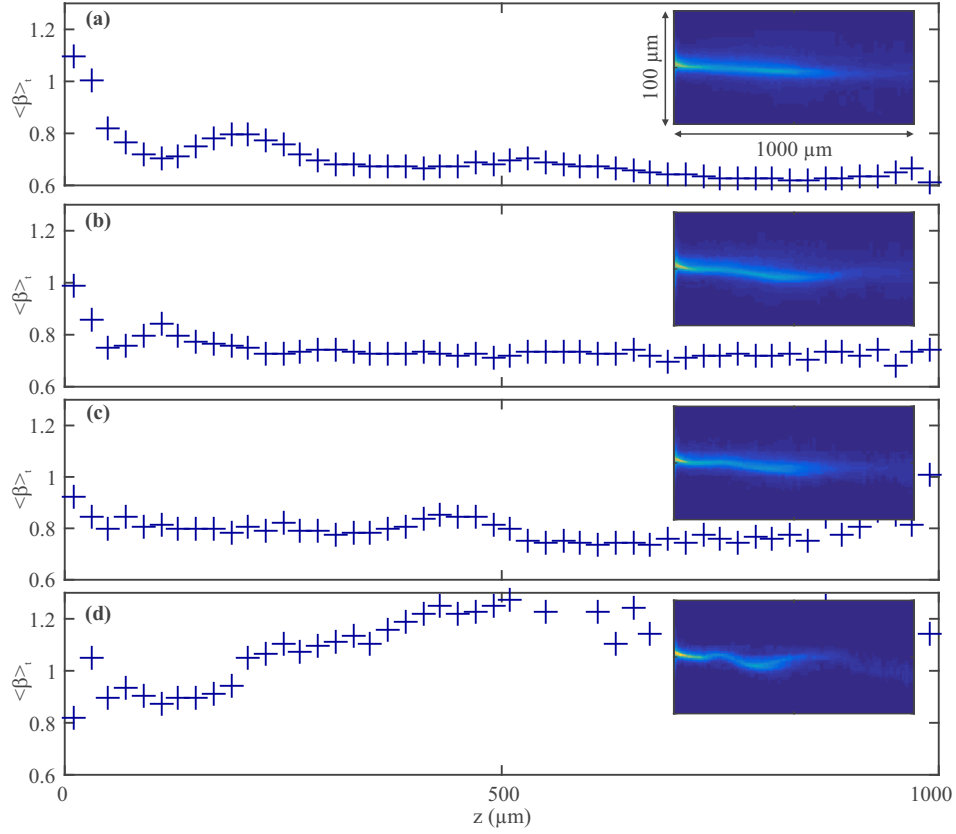


FIGURE 2.2 – Évolution de la valeur du paramètre $\langle \beta \rangle_t$ en fonction de la distance de propagation pour (a) : $P = 2.5 \text{ mW}$; (b) : $P = 5.5 \text{ mW}$; (c) : $P = 7.5 \text{ mW}$; (d) : $P = 20.5 \text{ mW}$; avec une image instantanée correspondante pour chaque cas dans l’encart.

tion, la forme du faisceau ne change pas. Si nous devons définir une puissance caractérisant la propagation localisée, sans modification de forme, celle-ci serait la plus appropriée.

Notons que ces courbes présentent une première zone où l’évolution est relativement importante, à savoir pour la première centaine de microns de propagation. Ce point peut être interprété comme l’adaptation du faisceau initialement gaussien à sa forme piquée par la suite.

Afin de quantifier la confiance que nous pouvons avoir sur les résultats issus de l’ajustement des courbes (Fig. 2.2), nous calculons l’incertitude relative Γ sur le paramètre β donnée par : $\Gamma = \langle \Delta \beta \rangle_t / \langle \beta \rangle_t$. La quantité $\Delta \beta$ correspond à l’incertitude sur β avec un intervalle de confiance de 95 % lors de l’ajustement des paramètres.

Les figures 2.3(a,b) illustrent l’évolution de cette incertitude relative Γ en fonction de la distance de propagation. Les données sont représentées par les triangles. Afin d’obtenir une lecture de la tendance de l’évolution, un lissage des données est réalisé et représenté par la ligne continue

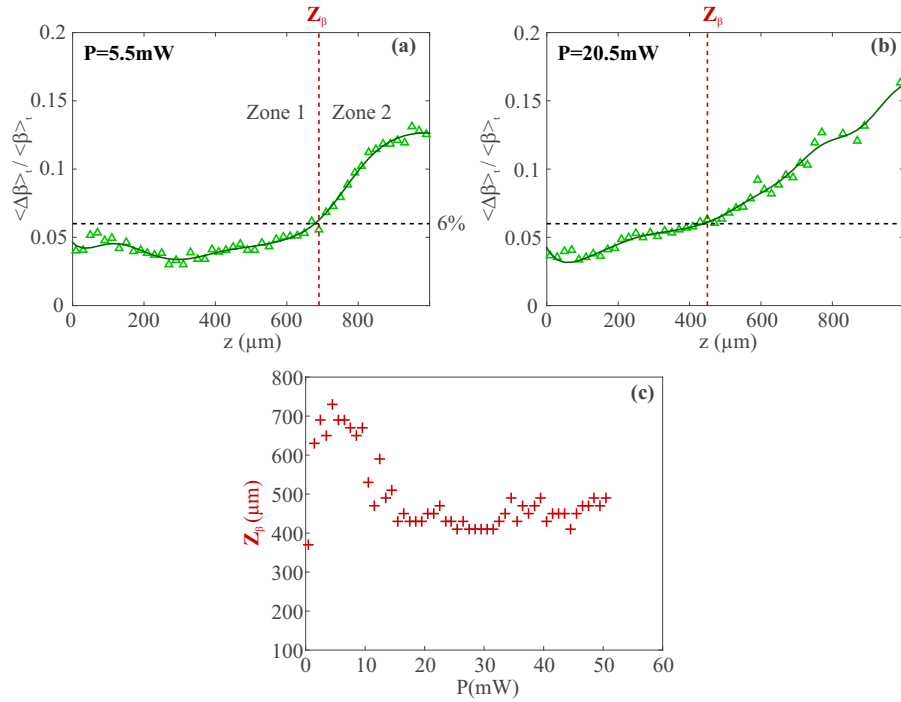


FIGURE 2.3 – (a,b) : Évolution du rapport $\langle \Delta\beta \rangle_t / \langle \beta \rangle_t$ en fonction de la distance de propagation pour deux puissances différentes ; (c) : Évolution de l'étendue de la zone 1 (Z_β) en fonction de la puissance injectée.

verte foncée⁷.

Attardons nous sur la Fig. 2.3(a) correspondant à la puissance pour laquelle la structure reste la plus solitaire [Fig. 2.2(b)]. Sur une première plage de distances de propagation, la valeur de Γ reste relativement faible et évolue peu [« Zone 1 », $z < 700 \mu\text{m}$ Fig. 2.3(a)]. Pour $z > 700 \mu\text{m}$, l'évolution devient plus importante et Γ augmente fortement [« Zone 2 » de la Fig. 2.3(a)]. Ainsi, sur la première partie de la propagation la confiance attribuée à la valeur de β est suffisante, tandis que pour de plus grandes distances, nous considérons qu'elle l'est beaucoup moins.

Pour quantifier ces deux zones, nous avons défini une valeur « limite » de Γ . En observant l'évolution présentée par la courbe Γ pour $P = 5.5 \text{ mW}$ [Fig. 2.3(a)], nous avons fixé cette valeur à 6 %⁸. Cette valeur limite est représentée par les lignes noires pointillées horizontales sur les Figs. 2.3(a,b). La distance Z_β , qui définit la zone de confiance où Γ reste inférieur à 6 %, quant à elle est représentée par les lignes verticales rouges en pointillés.

7. L'algorithme utilisé est celui connu sous le nom de « Savitzky-Golay » (implémenté dans Matlab <http://fr.mathworks.com/help/curvefit/smooth.html>). Cette méthode est basée sur une fenêtre glissante composée de N points dans laquelle est utilisé un polynôme d'ordre p pour approximer l'évolution. Ici, nous avons utilisé $N = 11$, $p = 3$, et réalisé une boucle de 4 itérations successives de lissage.

8. En effet, pour de faibles distances de propagation l'incertitude relative reste toujours inférieure à 6%.

On remarque que quand la structure reste moins bien localisée, $\beta(z)$ varie plus nettement [Fig. 2.2(d)]. La valeur de Z_β diminue, indiquant que la zone de confiance se restreint. Ainsi, on obtient $Z_\beta \approx 425 \mu m$ pour $P = 20.5 mW$ contre $Z_\beta \approx 700 \mu m$ pour $P = 5.5 mW$ [Fig. 2.3(a,b)].

La figure 2.3(c) représente l'évolution de la zone de confiance Z_β en fonction de la puissance injectée. L'évolution présente deux tendances, une décroissance suivie d'un palier. Notons que la position où la zone est la plus étendue ($Z_{\beta_{max}}$) est proche de $P \sim 5 mW$. Ce qui coïncide avec la puissance où le paramètre $\langle \beta \rangle_t$ évolue le moins avec la distance de propagation. Pour des puissances supérieures à $15 mW$, la zone où les valeurs de β issus de l'ajustement des courbes sont fiables, reste stationnaire et limitée à environ $400 \mu m$.

La puissance pour laquelle une onde solitaire est créée [Fig. 2.1(b,c,d) et 2.2 (b)], donne un paramètre $\langle \beta \rangle_t \sim 0.7$, c'est à dire une forme plus piquée que la double exponentielle (« *peakon* »), de type « *cuspon* » [115]. Ce résultat est intéressant lorsque nous le comparons aux prédictions de la littérature où le profil est plutôt attendu en forme de cloche ([14, 107, 105]).

En résumé, le *nematicon* se comporte comme une structure solitaire pour une puissance donnée. Au delà, son profil évolue avec la distance de propagation. Dans tous les cas, son profil d'intensité présente une singularité. En effet, sa morphologie ultra-piquée est de type « point de rebroussement » ou « *cuspon* » [115]. Elle n'est pas sans rappeler le profil en double exponentielle expérimental observé dans un milieu thermique [15] et surtout la solution de type « *cuspon* » prédite pour les milieux non locaux de type Kerr [115].

Nous examinons maintenant si un comportement de type effondrement d'ondes apparaît lors de la propagation pour de fortes puissances.

2.4 Contraction, sur-focalisation ou effondrement d'ondes ?

Comme évoqué lors de la discussion de la figure 1.25, la propagation dans les cristaux liquides peut être dominée par les effets linéaires (diffraction) ou non linéaires (auto-focalisation). Nous voulons examiner s'il existe un régime de sur-focalisation (où l'auto-focalisation l'emporte très nettement sur la diffraction) comme c'est le cas lors du phénomène d'effondrement du faisceau [67, 116] (« *collapse* »⁹ en anglais). En effet, plusieurs études [64, 117, 118, 119] considèrent l'effet de la non-localité sur ce phénomène d'implosion du paquet d'ondes. Dans ces articles, la non-localité n'empêche pas le phénomène de type effondrement d'ondes en régime de faible non-localité, il en va différemment en régime de plus forte non-localité [64].

Pour examiner cette question dans notre système très fortement non local, un paramètre pertinent est l'extension transverse de la structure (w_p dans l'Eq. 2.1). En régime linéaire, sa

9. Rappelons la définition du « *collapse* » donnée dans [64] : se réfère à une situation où la forte auto-focalisation d'un faisceau mène à une augmentation catastrophique de son intensité après une distance de propagation finie (ou en un temps fini).

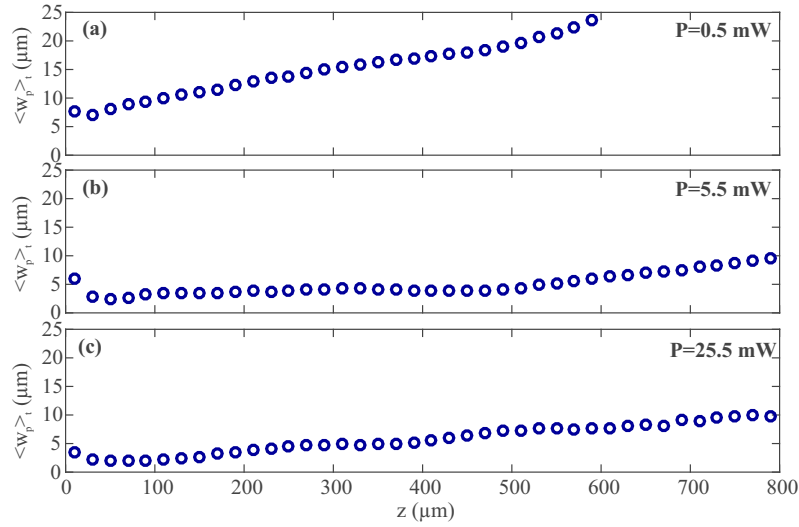


FIGURE 2.4 – Évolution de l’extension transverse du faisceau moyennée temporellement $\langle w_p \rangle_t$ en fonction de la distance de propagation pour différentes puissances injectées : (a) : régime linéaire $P = 0.5 \text{ mW}$, (b) : régime de compensation $P = 5.5 \text{ mW}$, (c) : régime fortement non linéaire $P = 25.5 \text{ mW}$ (traitement effectué sur 50 images expérimentales, entre chaque image considérée 5 secondes se sont écoulées)

valeur augmente avec la distance de propagation. En régime de compensation où la structure est localisée, sa taille n’évolue pas au cours de la propagation. En régime très fortement non linéaire, cela dépendra si un effondrement du paquet d’ondes intervient ou pas.

La figure 2.4 illustre l’évolution de la quantité $\langle w_p \rangle_t$ ¹⁰ en fonction de la distance de propagation, issue des courbes ajustées (section 2.2) suivant l’expression 2.1. En régime linéaire [Fig. 2.4(a)], l’extension transverse du faisceau augmente au cours de la propagation. En revanche, nous pouvons constater que pour $P = 5.5 \text{ mW}$ [Fig. 2.4(b)], la taille de la structure reste constante sur une bonne partie de la propagation ($z < 500 \mu\text{m}$). Ce qui coïncide avec la puissance pour laquelle l’évolution du paramètre β était la plus constante [Fig. 2.2(b)]. L’assemblage de ces deux observations renforce le caractère « solitaire » de la propagation de la structure¹¹.

A plus haute puissance, [Fig. 2.4(c)], la taille de la structure évolue plus que pour la Fig. 2.4(b), mais ne diminue pas de manière fortement prononcée, comme ce serait le cas si une sur-focalisation était observée [Fig. 2.4(c)]. Les observations restent similaires pour des puissances plus élevées.

La figure 2.5, représente l’évolution moyenne de $\langle w_p \rangle_t$ en fonction de la puissance injectée pour trois distances de propagation. Ces trois distances de propagation restent inférieures à

10. la notation $\langle \rangle_t$ signifie moyenné temporellement sur les 50 images (idem que précédemment section 2.3)

11. Nous pouvons définir une puissance référence $P_{ref} \sim 5 \text{ mW}$.

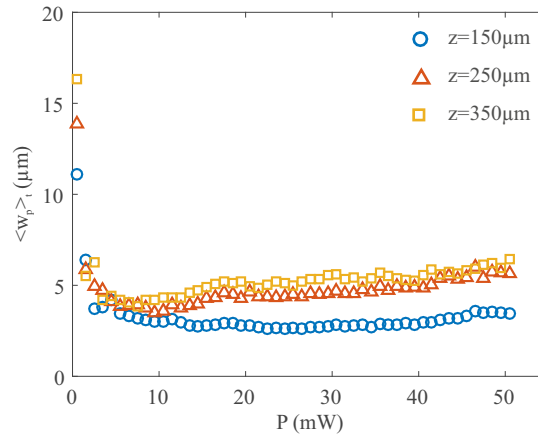


FIGURE 2.5 – Évolution de $\langle w_p \rangle_t$ en fonction de la puissance injectée pour différentes distances de propagation.

la valeur minimale de Z_β ($\sim 400 \mu\text{m}$). Ces courbes montrent que la taille caractéristique des *nematicons* ne dépend pas de la puissance (P_{ref} à $10 P_{ref}$).

A aucun moment le faisceau (ou structure) ne se comprime (surfocalise). Au contraire, la taille de la structure n'évolue que très peu entre $P \sim 5 \text{ mW}$ ¹² et jusqu'à 10 fois cette puissance (Fig. 2.5). Ici aucun comportement de type effondrement n'est mis en évidence. Ceci concorde avec les prédictions faites sur l'impact de la non-localité de [17, 15].

Récapitulatif En résumé, les sections 2.1 à 2.4 nous ont permis de montrer que la forme de la structure localisée se propageant dans un cristal liquide est de type piqué ($\beta < 1$) et pas de type gaussienne comme prédit dans le cas d'une forte non-localité [107], ni de « sech » comme dans le cas local (NLSE). Ce profil piqué rappelle le profil en point de rebroussement mis en évidence dans [15] ou prédits dans [115]. Ainsi, le *nematicon* correspond à une singularité (divergence de l'intensité) du système. Aucune périodicité n'est observée lors de la propagation dans l'évolution de l'intensité comme c'est le cas dans [15]. Les pertes inhérentes aux cristaux liquides ne permettent peut-être pas d'exhiber ce type de comportement.

Suite à ces sections consacrées aux résultats expérimentaux, nous allons tester si les résultats issus des simulations numériques reproduisent nos observations expérimentales.

2.5 Simulations numériques

Les simulations numériques sont conduites à partir du modèle présenté en section 1.5 :

12. P_{ref}

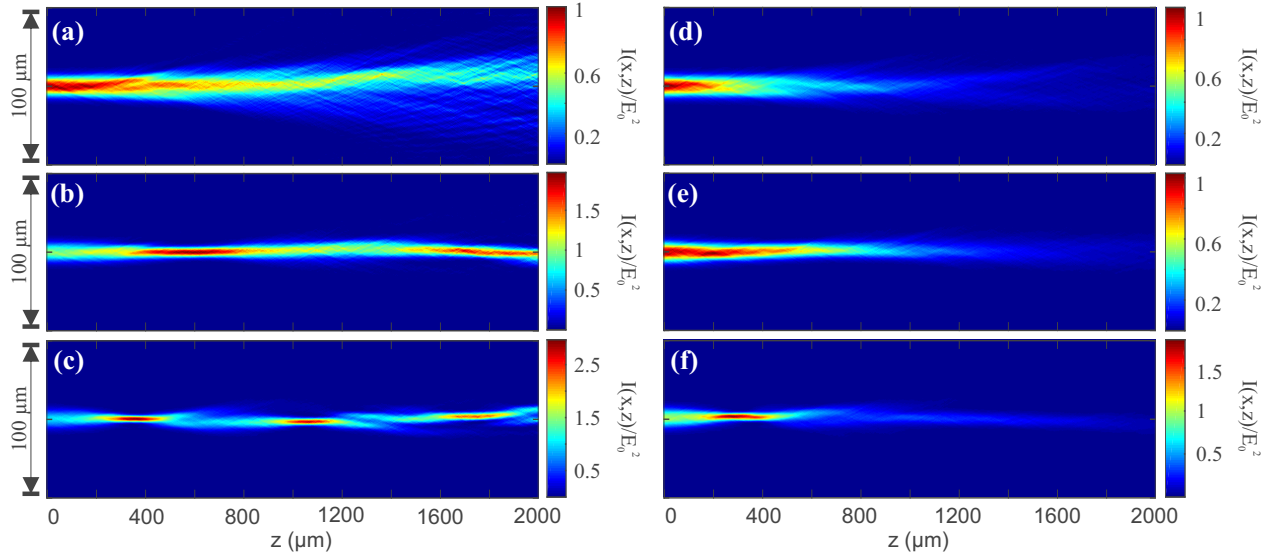


FIGURE 2.6 – Évolution numérique du paquet d'ondes dans le cristal liquide avec (d-f) et sans (a-c) perte(s) à partir des Eqs. 2.2 et 2.3 (a,d) : $E_0 = 50$, (b,e) : $E_0 = 350$, (c,f) : $E_0 = 550$ (durée d'intégration = 2τ , $\varepsilon = 25E_0^4$, $\alpha = 0$ ou 600 , $\chi = 1$).

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2k} \nabla_{\perp}^2 E + i\chi n E - \alpha E \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = l_d^2 \nabla_{\perp}^2 n + l_{dz}^2 \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - n + |E|^2 + \varepsilon \xi(x, z, t) \quad (2.3)$$

avec $k = n_0 k_0$, où n_0 est l'indice ordinaire du cristal liquide E7 ($n_0 = 1.5269$). Ce système prend en compte l'évolution temporelle du milieu¹³. Les non-localités transverse et longitudinale sont caractérisées par $l_d = 21 \mu m$ et $l_{dz} = 25 \mu m$ (cf. section 1.3.3).

La condition initiale utilisée est un profil gaussien : $E(x, z = 0) = E_0 \exp(-(\frac{x}{w_0})^2 - i \frac{x^2}{2R_z})$, avec $w_0 = 8 \mu m$, $R_z \rightarrow \infty$. Cette valeur de w_0 est plus faible que celle mesurée expérimentalement ($12 \mu m$). Cependant, la diffusion élargit les objets observés, ce qui explique notre choix. De plus, la valeur $w_0 = 12 \mu m$ mène à des structures plus complexes que celles observées expérimentalement.

2.5.1 Observations de la propagation du paquet d'ondes avec et sans pertes

Avant d'étudier les profils d'intensité issus des simulations numériques, nous examinons dans un premier temps le comportement du faisceau lumineux se propageant dans un milieu avec pertes

13. Le paramètre τ de l'Eq. 1.8 n'est pas rentré dans les simulations, ainsi les données temporelles issues des simulations sont en unité de τ (de l'ordre de la seconde [74]). De plus, le paramètre de l'Eq. 1.8 $\mathfrak{E}^2 = 1$, de sorte que l'impact de la tension appliquée ne soit pas considéré dans les simulations numériques.

($\alpha \neq 0$) et sans perte ($\alpha = 0$).

Sur la figure 2.6, l'évolution du faisceau est présentée pour différentes amplitudes initiales dans ces deux types de milieu. La propagation du faisceau en fonction de la puissance injectée garde le même scénario. A faible puissance le faisceau diffracte [Fig. 2.6(a,d)], puis en augmentant l'intensité la structure se propage de manière localisée [Fig. 2.6(b,e)]. En régime plus fortement non linéaire, des respirations apparaissent sur les structures [Fig. 2.6(c,f)]. En effet, la valeur de l'intensité maximale et la largeur de la structure oscillent au cours de la propagation [Fig. 2.6(c)]¹⁴. Dans le milieu avec pertes [Fig. 2.6(f)], les respirations ne sont plus visibles à cause de l'atténuation de l'intensité due aux pertes linéaires.

Il est donc possible qu'expérimentalement les pertes empêchent d'observer d'éventuelles respirations suivant z .

Le modèle reproduit des structures localisées, suivant un scénario similaire à celui observé expérimentalement. De la même manière que lors de l'étude expérimentale, nous pouvons nous interroger sur la forme des profils d'intensité obtenue numériquement.

2.5.2 Profil du paquet d'ondes issus des simulations numériques

La figure 2.7 illustre la propagation d'une structure localisée correspondant à un cas sans pertes [Fig. 2.7(a,b,c,d)], et avec pertes [Fig. 2.7(e,f,g,h)]. Les profils sont représentés pour différentes distances de propagation. La quantité tracée est l'intensité : $I(x, z, t) = |E(x, z, t)|^2$.

Dans les deux cas, les profils d'intensité numériques sont en forme de « cloche » [Fig. 2.7(b,c,d,f,g,h)]. En effet, ils se rapprochent plus d'une forme gaussienne que de celle d'une double-exponentielle. Afin d'en avoir une mesure quantitative, des courbes ajustées sont réalisées avec la fonction définie par¹⁵ :

$$I_{fit}(x) = a \exp\left(-\left(\frac{|x - x_0|}{w_p}\right)^\beta\right) + c \quad (2.4)$$

Les résultats de ces ajustements sont représentés par les lignes noires sur la Fig. 2.7. Les valeurs correspondantes du paramètre de justesse R^2 sont dans la légende de la Fig 2.7. Ces valeurs sont très proches de 1, ce qui confirme que la fonction choisie (Eq. 2.4) permet de bien reproduire la forme des profils d'intensité.

Les valeurs de l'exposant β restent bien supérieures à 1 pour ces exemples, ce qui est très éloigné des exposants obtenus expérimentalement ($\beta \sim 1$).

14. Ce type de structures qui respirent a déjà été mise en évidence dans des simulations numériques [108, 120] et des expériences [14, 121] dans les CL.

15. Même fonction que celle utilisée dans la partie expérimentale (section 2.2, Eq. 2.1) .

2. LE *nematicon* : UNE SINGULARITÉ QUASI SOLITAIRE AU PROFIL ULTRA-PIQUÉ ET QUI NE PRÉSENTE PAS DE COMPORTEMENT TYPE « EFFONDREMENT D'ONDES »

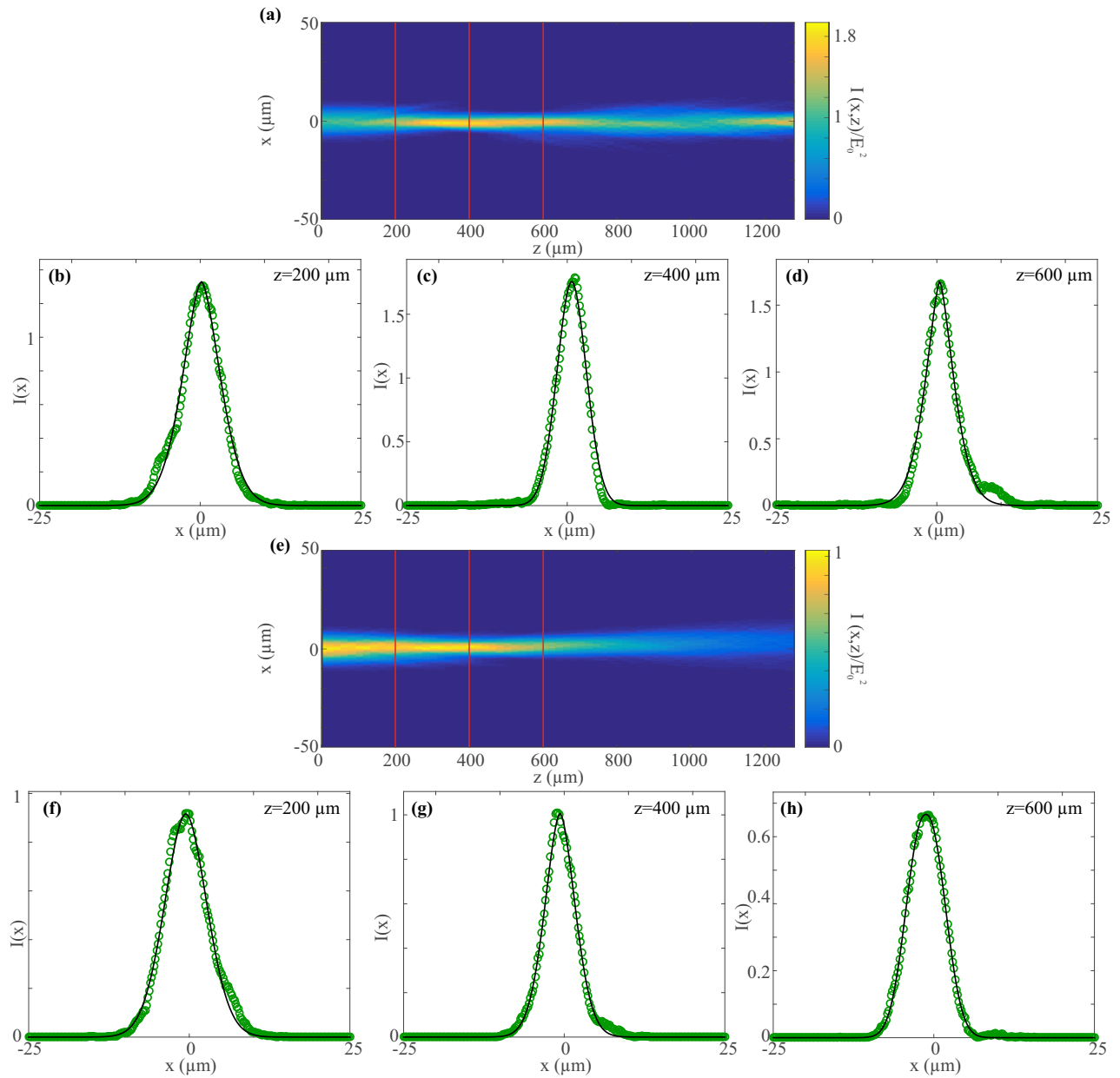


FIGURE 2.7 – (a) : Image illustrant la propagation du faisceau lumineux dans le cristal liquide sans pertes pour $E_0 = 350$, $\chi = 1$, $t = 2.8\tau$, $\alpha = 0$, (b,c,d) : Profils d'intensité correspondants aux distances de propagation (b) : $z = 200 \mu m$, (c) : $z = 400 \mu m$, (d) : $z = 600 \mu m$ représentés par les points verts, ainsi que les courbes ajustées correspondantes en noir ; (e) : Image illustrant la propagation du faisceau lumineux dans le cristal liquide avec pertes pour $E_0 = 350$, $\chi = 1$, $t = 2.8\tau$, $\alpha = 600$, (f,g,h) : Profils d'intensité correspondants aux distances de propagation (f) : $z = 200 \mu m$, (g) : $z = 400 \mu m$, (h) : $z = 600 \mu m$ représentés par les points verts, ainsi que les courbes ajustées correspondantes en noir. Les paramètres issus de l'ajustement des courbes donnent : (b) : $\beta = 1.6650$, $R^2 = 0.99972$, (c) : $\beta = 1.9275$, $R^2 = 0.99976$, (d) : $\beta = 1.5034$, $R^2 = 0.99969$, (f) : $\beta = 1.8631$, $R^2 = 0.99975$, (g) : $\beta = 1.7526$, $R^2 = 0.99986$, (h) : $\beta = 2.2369$, $R^2 = 0.99996$,

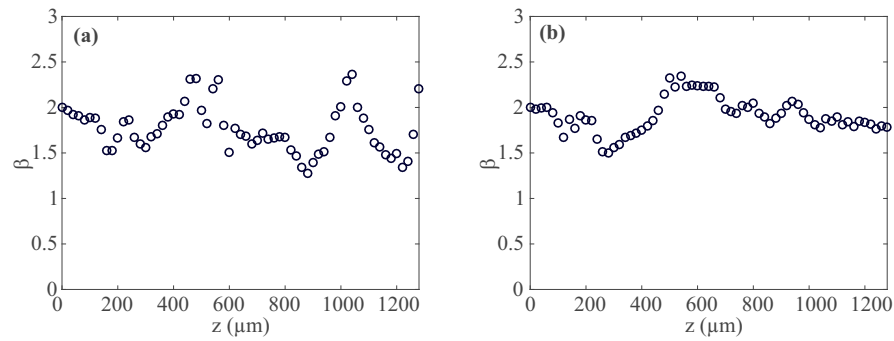


FIGURE 2.8 – Évolution de l'exposant β en fonction de la distance de propagation z (a) : sans pertes, (b) : avec pertes (correspondantes aux images de la Fig.2.7 : $E_0 = 350$, $t = 2.8\tau$).

Nous pouvons nous demander comment cet exposant évolue au cours de la propagation, avec la possibilité de peut être passer en deçà de 1 à un stade de la propagation. La figure 2.8 représente l'évolution de l'exposant β en fonction de la distance de propagation pour les deux cas présentés sur la Fig. 2.7. Dans tous les cas, l'exposant reste supérieur à 1.5 au cours de la propagation.

2.5.3 Discussion

Les simulations numériques exhibent dans tous les cas des profils en forme de « cloche », similaires à ceux trouvés dans la littérature [105, 109, 14, 120]. Or, expérimentalement, nous avons obtenu des profils d'intensité « piqués ». Il est donc évident que le modèle (Eqs. 2.2 et 2.3) ne permet pas de reproduire les profils expérimentaux. Il n'est donc pas adapté dans le cas de forte non-localité. Peut être que la forme de la réponse non locale n'est pas adaptée ou que le modèle dérivé de la minimisation de l'énergie libre du système n'est pas le plus adapté? Nous laissons aux théoriciens le soin de répondre à cette problématique.

CHAPITRE 3

La trajectoire de la structure localisée est tout sauf stationnaire

Nous venons de voir les conséquences de la non-localité lorsqu'elle est forte sur la nature de la structure localisée. Toujours dans ce même régime, nous allons maintenant explorer l'influence de deux autres spécificités propres aux cristaux liquides nématiques ancrés, à savoir le caractère ultra-lent de la non-linéarité Kerr ainsi que le caractère intrinsèquement stochastique. Nous allons voir que leurs effets conjugués, induisent une dynamique de la trajectoire de l'onde solitaire du type « marche au hasard ».

3.1 Contexte

Les fluctuations sont omniprésentes dans le monde qui nous entoure. Dans les systèmes physiques, le bruit provient aussi bien de la variabilité environnementale que des effets thermiques [122]. Plus spécifiquement, le concept de transitions induites par le bruit dans des systèmes spatialement homogènes ou étendus joue un rôle important dans la dynamique hors équilibre [122]. L'interaction entre le bruit et la non-linéarité de ces systèmes aboutit dans certains cas à des effets contre-intuitifs, comme par exemple : l'augmentation du niveau de bruit qui conduit à des comportements plus réguliers (plus d'ordre dans le système). L'article de revue [122] présente une grande variété de milieux dans lesquels ce type de comportements contre-intuitifs apparaissent

(en hydrodynamique, chimie, électronique, optique...). Dans un de ces domaines d'étude, en optique non linéaire, la stabilité des solitons attire une attention considérable aussi bien du point de vue fondamental qu'appliqué [123].

Comme exposé dans le Chap. 1, les cristaux liquides sont sujet à un bruit intrinsèque d'origine thermique. Cette particularité n'est pas toujours considérée dans la littérature [13, 3, 101, 11]. De plus, lorsque cette dernière est prise en compte, seuls les états stationnaires sont étudiés [98, 124, 77]¹. Notre but ici est d'étudier si des comportements dynamiques sont présents.

En l'absence de dépendance temporelle, il est par exemple prévu analytiquement et numériquement que la non-localité induit une longueur de corrélation finie pour le bruit [98]. Cette longueur de corrélation influe sur la stabilité de l'onde solitaire. Et son augmentation se traduit par un gain drastique de la stabilité de la structure localisée. Une autre étude numérique analyse l'influence de la longueur de corrélation du bruit sur la destruction des solitons pour de grandes distances de propagation [120].

Une étude expérimentale récente² menée dans la valve à cristaux liquides étudie les solitons propagatifs non locaux dans un potentiel aléatoire [77]. Le système de valve permet aux auteurs d'appliquer un potentiel aléatoire où la longueur de corrélation du bruit peut être maîtrisée. Des fluctuations sur la trajectoire de la structure localisée sont obtenues. Les auteurs montrent que les fluctuations de la trajectoire du *nematicon* suivent une tendance « super-diffusive » plutôt que diffusive (Brownienne) pour les différentes longueurs de corrélation du bruit [77].

Rappelons que les cristaux liquides constituent un milieu où la réponse temporelle de la non-linéarité est beaucoup plus lente que le temps de propagation du champ dans le milieu. *Ainsi nous observons le comportement à l'échelle de temps du milieu non linéaire et non pas à celle du champ optique.* Cette situation rend les calculs analytiques impossibles (contrairement au cas d'une réponse non linéaire beaucoup plus rapide que celle du champ optique qui permet d'aboutir à NLSE). Dans la littérature pratiquement aucune étude ne prend en compte l'évolution dynamique (spatio-temporelle) du faisceau (comparé aux études « stationnaires »). Nous pouvons citer les refs. [86, 85] et un chapitre du livre « *Nematicons* » ([14]). Dans [85] ainsi que dans le chapitre 13 de [14], il s'agit de l'étude du régime transitoire correspondant à l'établissement du *nematicon*. Dans [86], des respirations ainsi que de la convection sont prédits. Cependant, dans aucune de ces trois références le bruit n'est pris en compte et donc aucune dynamique induite par le couplage entre le caractère ultra-lent de la non-linéarité et le bruit n'est abordée.

Le but de ce chapitre est de montrer que l'effet couplé de la réponse ultra-lente de la non-linéarité et du bruit intrinsèque est d'induire dans **tous les cas** une dynamique du *nematicon*.

1. Une étude numérique prend en compte le caractère lent et stochastique [120] mais ne considère au final que les états stationnaires.

2. Article de 2016

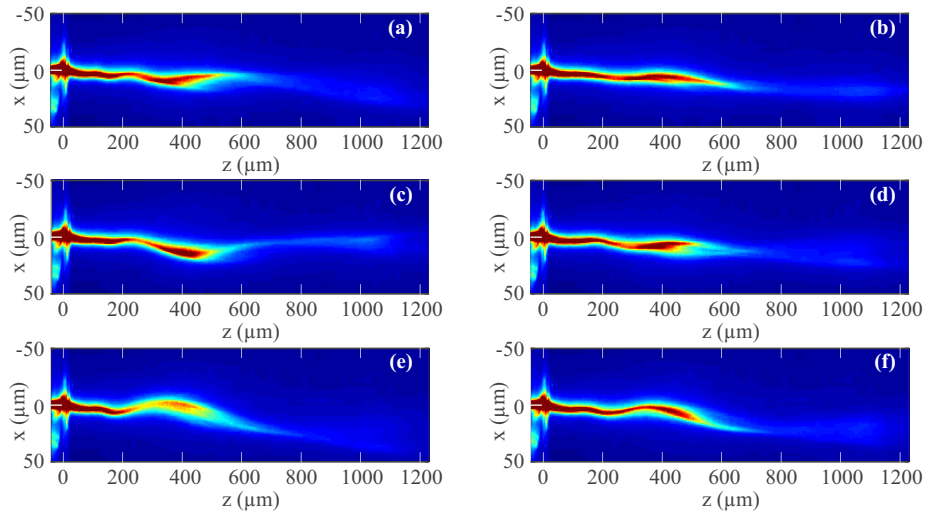


FIGURE 3.1 – Images expérimentales de la propagation du faisceau pour différents temps, les images sont espacées de 0.25 s pour une puissance injectée de $P = 19.5\text{ mW}$ (le faisceau gaussien injecté est similaire à celui du Chap. 2.1, soit $w = 12\text{ }\mu\text{m}$), $V = 1.15\text{ Vrms}$.

Nous observons une marche aléatoire continue de la trajectoire. L'étude statistique montre une loi de puissance « super-diffusive » sur une première partie de la propagation.

3.2 Observations expérimentales

Lors de la réalisation des expériences de propagation de structures localisées dans le cristal liquide nématique, il apparaît que la structure qui s'établit dans les CL n'est jamais stationnaire. En effet, la trajectoire fluctue continuellement au cours du temps. La dynamique temporelle de la trajectoire du *nematicon* est étudiée grâce à l'enregistrement de films composés de 1000 images, espacées de 0.25 s ³.

Afin d'illustrer ce point, la Fig. 3.1 représente l'intensité lumineuse enregistrée à différents temps successifs, pour une puissance de $P = 19.5\text{ mW}$ ⁴. La structure localisée n'est pas stationnaire : sa trajectoire semble subir une marche aléatoire au cours du temps.

Le phénomène qui nous concerne ici est mentionné dans la thèse de X. Hutsebaut (Figure 2.15 [84]) sous le terme « [d']ondul[at]ions à la manière d'un tuyau d'arrosage dont on ne tiendrait pas le bout » mais n'est pas beaucoup plus développé. Il est également cité comme un effet bien connu dans l'article expérimental [125]. L'objectif des auteurs de cette étude est la réduction de ces fluctuations de trajectoire grâce à l'utilisation de cristal liquide dopé stabilisé par polymérisation.

3. Tout phénomène transitoire est exclu de ces enregistrements

4. L'intervalle temporel entre deux images est de 250 ms

Diagrammes spatio-temporels Un moyen de capturer l'évolution de la position de la structure solitaire est d'utiliser des diagrammes spatio-temporels. La figure 3.2 présente trois diagrammes spatio-temporels, à savoir l'évolution temporelle du profil transverse d'intensité à une distance de propagation z donnée. Ici les deux axes correspondent au temps (verticalement) et à l'espace transverse (x , horizontalement). Ces trois diagrammes sont enregistrés pour une même puissance à trois distances de la propagation. Il est évident que la structure présente une dynamique temporelle. Un grossissement d'une partie de la Fig. 3.2(b) en atteste. On peut noter qu'avec l'augmentation de la distance de propagation, le faisceau explore une partie de plus en plus large de l'espace transverse [Fig. 3.2(a-c)]. Les fluctuations de la trajectoire de la structure augmentent donc avec la distance de propagation.

Temporellement, l'évolution de l'intensité lumineuse en une position de l'abscisse transverse [Fig. 3.3(b,c)] ne fait apparaître aucune régularité. Ceci est confirmé par le spectre de ce signal qui montre un continuum de fréquence caractéristique d'un signal aléatoire [Fig. 3.3(d,e)]. Notre but est de caractériser la dynamique des fluctuations de la trajectoire de la structure. Notre démarche consiste à adopter une approche statistique de la propagation du *nematicon*. Pour cela nous effectuons la statistique de la position de la structure localisée et analysons sa dépendance avec les paramètres tels que la distance de propagation, la puissance injectée, etc.

3.3 Marche aléatoire de la trajectoire

La figure 3.4 représente les histogrammes (ou distributions) de la position de la structure localisée pour $P = 19.5 \text{ mW}$, correspondant aux deux distances de propagation ($z = 250 \text{ }\mu\text{m}$ et $z = 350 \text{ }\mu\text{m}$) symbolisées par les barres rouges verticales sur la Fig. 3.4(a). Ces histogrammes apparaissent quasi-symétriques.

Afin de quantifier la symétrie d'une distribution de probabilité, la quantité pertinente à calculer est l'« asymétrie » (« *skewness* » en anglais), qui est définie par :

$$skw = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{\left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right]^{3/2}} \quad (3.1)$$

où n est le nombre d'évènements, X_i est la variable, \bar{X} est la valeur moyenne. Plus la valeur de ce paramètre est proche de 0, plus la distribution est symétrique (annexe B⁵).

Pour les deux histogrammes présentés sur la figure 3.4, $skw = -0.039$ est obtenue pour $z = 250 \text{ }\mu\text{m}$ et $skw = 0.087$ pour $z = 350 \text{ }\mu\text{m}$. Ces valeurs sont très faibles, ce qui indique que les distributions sont symétriques.

5. Notamment afin d'introduire des ordres de grandeur concernant cette quantité skw .

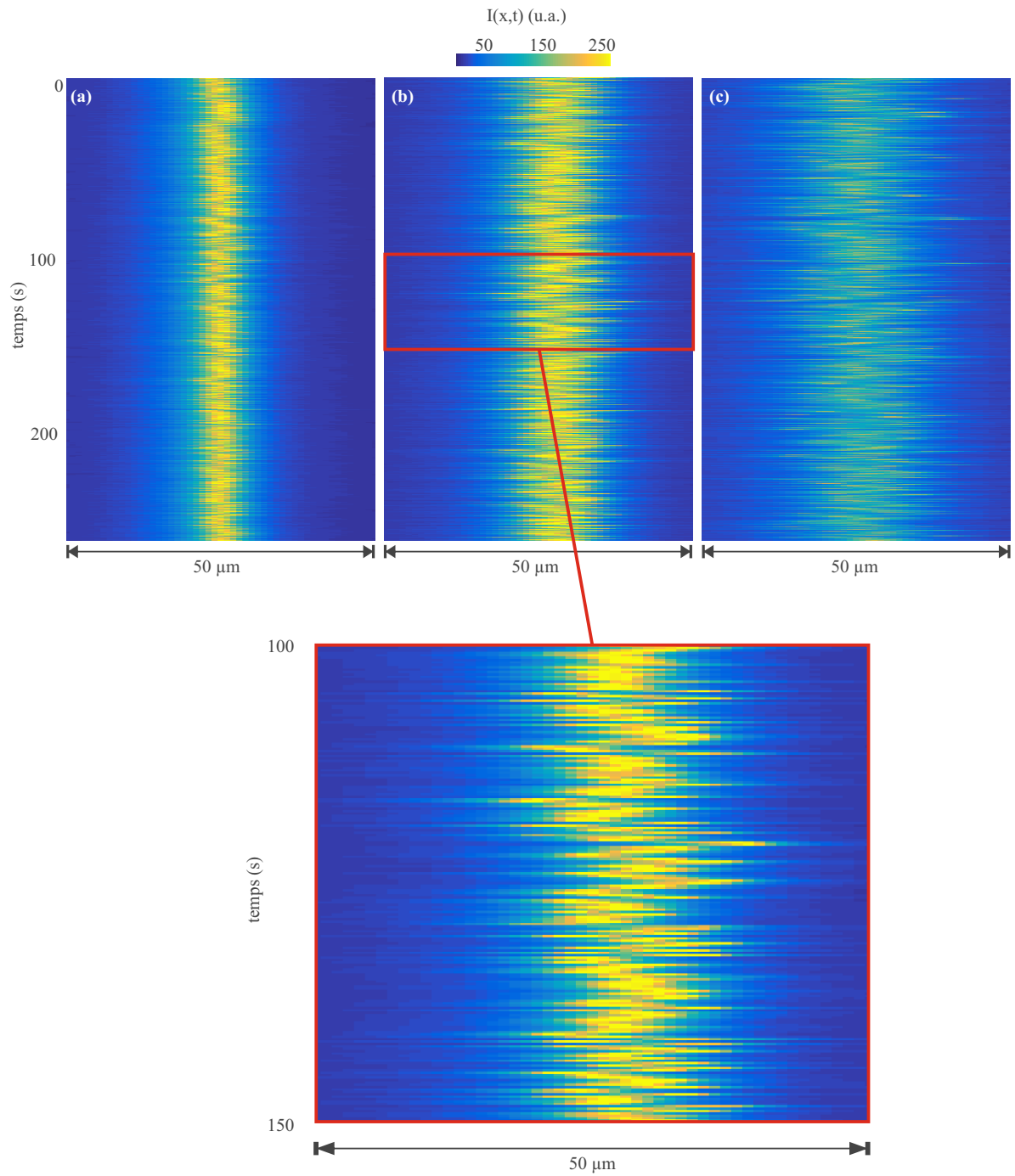


FIGURE 3.2 – Évolution spatio-temporelle expérimentale du profil transverse du *nematicon* pour une puissance de $P = 19.5 \text{ mW}$ après des distances de propagation de (a) : $z = 200 \mu\text{m}$; (b) : $z = 400 \mu\text{m}$; (c) : $z = 600 \mu\text{m}$.

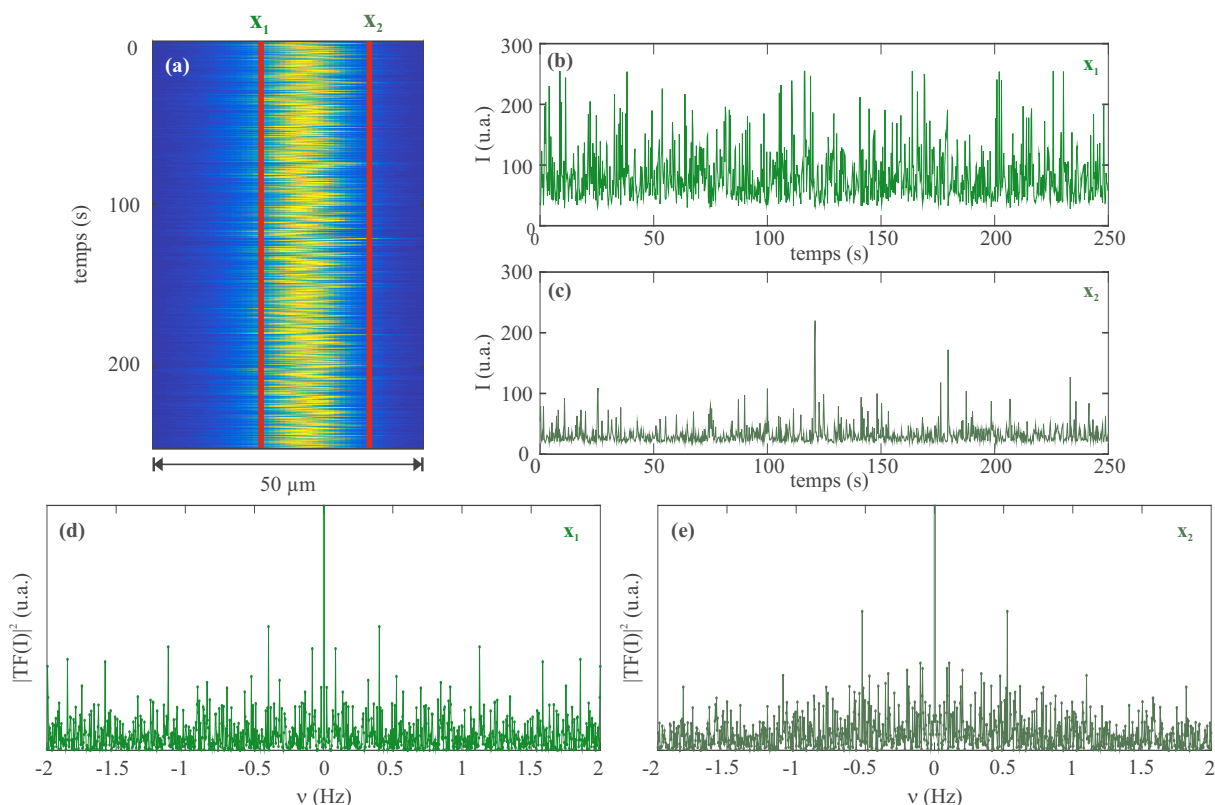


FIGURE 3.3 – (a) Évolution spatio-temporelle expérimentale du profil transverse du *nematicon* pour une puissance de $P = 19.5 \text{ mW}$ pour $z = 400 \mu\text{m}$. (b,c) Évolution de l'intensité lumineuse en fonction du temps pour deux positions transverses x_1 et x_2 (représentées par les lignes verticales sur (a)). (d,e) Transformée de Fourier des traces temporelles représentée en (b,c).

La figure 3.5(a) représente l'évolution de la valeur de skw en fonction de la distance de propagation pour l'exemple de la Fig. 3.4. Nous pouvons constater que les valeurs de skw restent très proches de 0 dès que la structure localisée est bien formée (ie. $z \geq 150 \mu\text{m}$).

Afin de vérifier si cette propriété est vraie quelque soit la puissance injectée, la Fig. 3.5(b) montre l'évolution de l'asymétrie ($\langle skw \rangle_z$ ⁶) en fonction de la puissance injectée. Celle ci reste bien confinée autour de 0.

3.4 Loi de puissance

Intéressons nous maintenant à l'évolution des fluctuations avec la distance de propagation. Rappelons qu'une loi de puissance est prédite dans les milieux ayant un temps de réponse de

6. Les valeurs de skw sont moyennées entre $150 < z < 400 \mu\text{m}$.

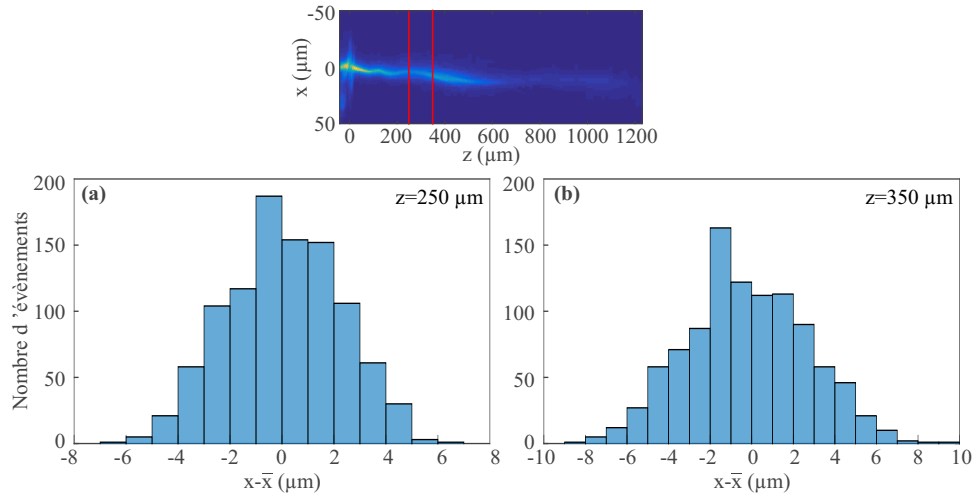


FIGURE 3.4 – Histogrammes de la position de la structure pour $P = 19.5 \text{ mW}$ pour les distances de propagation (a) : $z = 250 \mu\text{m}$, (b) : $z = 350 \mu\text{m}$. (\bar{x} représente la valeur moyenne de la position x)

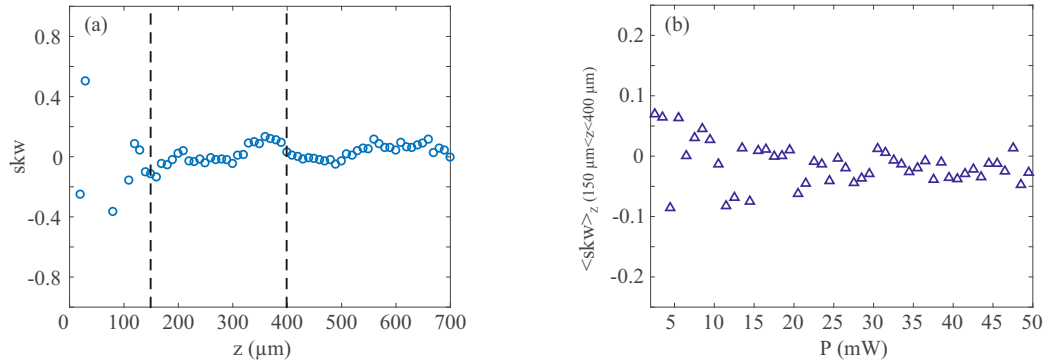


FIGURE 3.5 – (a) Évolution du paramètre skw en fonction de la distance de propagation pour $P = 19.5 \text{ mW}$. (b) Évolution du paramètre $\langle skw \rangle_z$ en fonction de la puissance injectée. La notation $\langle \rangle_z$ désigne la moyenne sur une plage de distances de propagation, ici représentée par les barres verticales sur la Fig. 3.5(a) ($150 < z < 400 \mu\text{m}$).

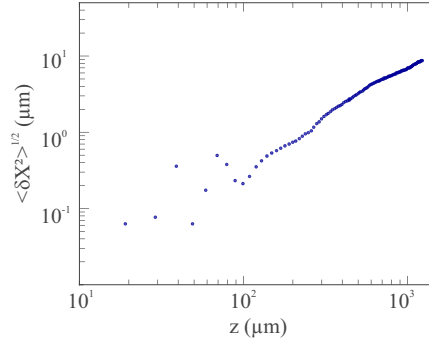


FIGURE 3.6 – Évolution de l'écart-type $\sqrt{\langle \delta X^2 \rangle}$ de la position transverse X de la structure en fonction de la distance de propagation z en échelle log-log pour $P = 10.5 \text{ mW}$

la non-linéarité beaucoup plus court que le temps d'évolution du champ optique E , c'est à dire dans un cas plus proche de NLSE [124, 98]. Rappelons aussi qu'expérimentalement une tendance super-diffusive a été mise en évidence pour le *nematicon* évoluant dans un potentiel aléatoire [77].

Nous quantifions les déviations de la trajectoire en calculant l'écart-type $\sqrt{\langle \delta X^2 \rangle}$ de la position X de la structure. L'allure typique de l'évolution de l'écart-type en fonction de la distance de propagation est représentée sur la Fig. 3.6.

Nous constatons que les fluctuations augmentent avec la distance de propagation, comme remarqué précédemment (Fig. 3.2). L'évolution $\langle \delta X^2 \rangle^{1/2}$ est linéaire lorsqu'elle est représentée en échelle log-log, ce qui indique qu'elle suit une loi de puissance avec z .

Pour les distances de propagation inférieures à $z \sim 100 - 150 \mu\text{m}$, l'écart-type ne suit pas cette tendance linéaire. Dans le chapitre précédent (Chap. 2 section 2.3), cette zone d'adaptation a été discutée. Le faisceau gaussien injecté s'adapte à sa future forme piquée. Qui plus est, la lamelle d'entrée possède un ancrage planaire qui induit une rotation des cristaux liquides entre la lamelle d'entrée et le reste de la cellule (cf. figure 1.24).

Sur la figure 3.7(a), l'écart-type $\langle \delta X^2 \rangle^{1/2}$ est représenté pour différentes puissances injectées. Cette représentation permet de mettre en avant la loi de puissance. Les courbes sont toutes parallèles entre elles sur la plage de distances de propagation $[100 \mu\text{m}; 400 \mu\text{m}]$. Cette zone correspond à celle considérée comme « de confiance » lors de l'étude de la forme de la structure localisée (notée Z_β cf. section 2.3, Fig. 2.3).

Nous mettons donc ici en évidence deux régimes de propagation, l'un suivant une loi de puissance ($z < Z_\beta$), et l'autre s'en éloignant pour des distances de propagation plus importantes.

En échelle log-log, l'ajustement est réalisé avec la fonction : $\gamma \log_{10}(z) + \varrho$. Il nous renseigne sur l'exposant (γ) de la loi de puissance en z . Les courbes correspondantes sont représentées en pointillés gris sur la Fig. 3.7(a).

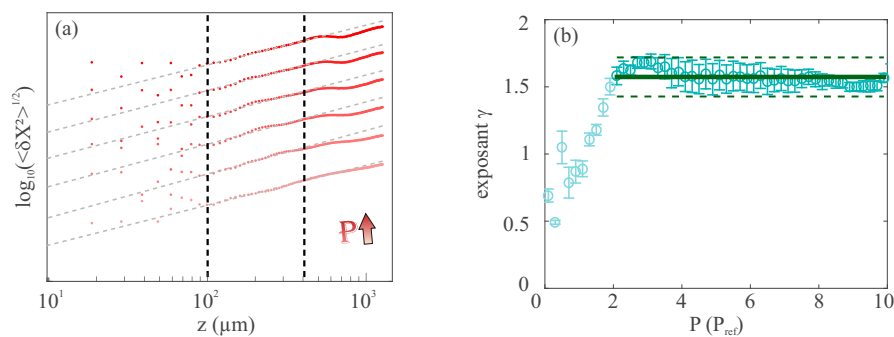


FIGURE 3.7 – (a) : Évolution de l'écart-type $\sqrt{\langle \delta X^2 \rangle}$ en fonction de la distance de propagation pour différentes puissances. Les pointillés noirs délimitent la zone considérée pour l'ajustement des courbes. Les pointillés gris représentent les résultats des courbes ajustées. (b) : Évolution de l'exposant γ en fonction de la puissance injectée, la ligne verte pleine correspond à la valeur moyenne de l'exposant entre $P = 2 P_{ref}$ et $P = 10 P_{ref}$. Les lignes vertes pointillées correspondent à la position de trois fois l'écart-type vis à vis de sa valeur moyenne.

La figure 3.7(b) montre l'évolution de cet exposant γ en fonction de l'énergie injectée. Les barres d'erreur représentées sur les points expérimentaux (en vert) correspondent aux coefficients de l'ajustement des paramètres équivalent à un intervalle de confiance de 95 %. Le coefficient γ reste stationnaire avec la puissance entre $P \sim 2 P_{ref}$ et $10 P_{ref}$.⁷ La ligne pleine verte horizontale correspond à la valeur moyenne du coefficient $\bar{\gamma}$ sur la plage $[2 P_{ref}, 10 P_{ref}]$. Les lignes en pointillés verts correspondent quant à eux aux positions $\bar{\gamma} \pm 3 \sigma_\gamma$, avec σ_γ l'écart-type. On constate que les barres d'erreur expérimentales sont comprises entre les droites $\bar{\gamma} \pm 3 \sigma_\gamma$ ce qui confirme la stationnarité de γ .

Ainsi l'écart-type de la position de la structure évolue avec la distance de propagation z en suivant la loi d'échelle $\sim z^{3/2}$ lorsque la structure est localisée (typiquement sur $[100 \mu\text{m}; 400 \mu\text{m}]$). La valeur moyenne de l'exposant de cette loi de puissance est $\gamma = 1.57 \pm 0.15$ pour les données expérimentales.

La figure 3.8 représente l'évolution de l'écart-type en fonction de la puissance injectée. Ainsi expérimentalement, aucune loi de puissance n'est mise en évidence en fonction de P .

La trajectoire de la structure localisée suit une évolution de type marche au hasard. Ce phénomène spatio-temporel n'avait jamais été analysé jusqu'alors. Une étude statistique nous a permis de mettre en évidence que les fluctuations de la position de la structure augmentent avec la distance de propagation, en suivant une loi de puissance du type $z^{3/2}$. Nous en concluons que le *nematicon* suit un comportement de type super diffusion comme observé dans d'autres domaines [126, 127, 128]. Nous montrons ici que les spécificités propres du cristal liquide sont suffisantes

7. Rappelons que précédemment une puissance référence a été définie $P_{ref} \sim 5 \text{ mW}$

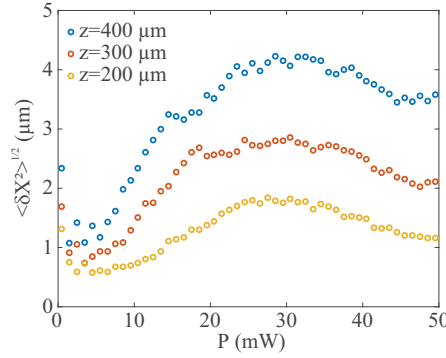


FIGURE 3.8 – Évolution de l'écart-type $\sqrt{\langle \delta X^2 \rangle}$ en fonction de la puissance injectée du faisceau gaussien pour différentes distances de propagation.

pour induire ce comportement, les résultats trouvés restent cohérents avec ceux obtenus lors de l'application de potentiels aléatoires [77]. Aucune tendance remarquable n'est trouvée en fonction de la puissance injectée. Expérimentalement, nous n'avons pas accès à la modification d'autres paramètres, tels que le niveau de bruit, sa longueur de corrélation ou encore les pertes linéaires.

Intéressons-nous à présent aux simulations numériques afin d'étudier si la dynamique spatio-temporelle y est retrouvée.

3.5 Simulations numériques : Comportement dynamique de la structure solitaire

Dynamique de la structure Afin de nous intéresser à la dynamique présente dans nos simulations numériques, la Fig. 3.9 présente des diagrammes montrant l'évolution temporelle du profil de la structure pour différents stades de la propagation. Ces quatre diagrammes correspondent à deux distances de propagation ($z = 400 \mu\text{m}$ et $z = 1000 \mu\text{m}$), pour un milieu sans pertes [Figs. 3.9(a,b)] et avec pertes [Figs. 3.9(c,d)]. Nous pouvons constater que de la même manière qu'expérimentalement, la position de la structure fluctue temporellement.

Aussi bien avec pertes que sans, les fluctuations augmentent avec la distance de propagation. Ce point concorde avec les résultats expérimentaux.

Loi de puissance Comme pour la partie expérimentale, l'écart-type de la position transverse de la structure est représenté sur la Fig. 3.10 en fonction de la distance de propagation. Une loi de puissance est clairement retrouvée.

L'ajustement des courbes est réalisé entre 100 et 400 μm de propagation. La figure 3.10(b) représente l'évolution de l'exposant γ de la loi de puissance avec la distance de propagation

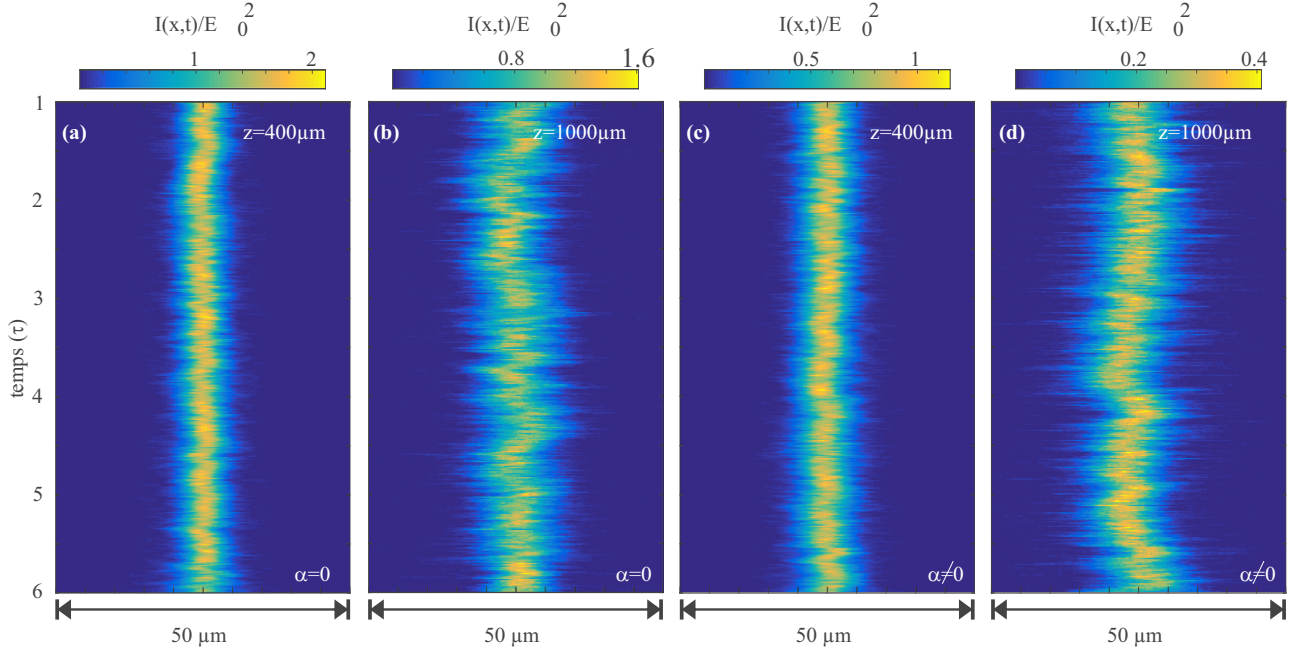


FIGURE 3.9 – Évolution spatio-temporelle numérique du profil transverse du *nematicon* après (a,c) : $z = 400 \mu\text{m}$, (b,d) : $z = 1000 \mu\text{m}$ de distance de propagation sans pertes (a,b) et avec pertes (c,d) ($\chi = 1$, $E_0 = 350$, $\varepsilon = 25E4$, $\alpha = 0$ ou 600 , $w_0 = 8 \mu\text{m}$).

z en fonction de la puissance injectée. Afin d'éviter le régime dominé par la diffraction, nous avons exclu les deux premiers points pour calculer la moyenne de γ . Nous obtenons un exposant $\gamma = 1.44 \pm 0.23$.

Les figures 3.10(c,d) illustrent le même traitement pour un milieu avec des pertes linéaires. L'exposant obtenu est $\gamma_\alpha = 1.49 \pm 0.22$. Notons la proximité entre la valeur de cet exposant γ et sa valeur expérimentale ($\gamma_{exp} = 1.57 \pm 0.15$). Ainsi l'ajout de pertes dans notre système numérique ne modifie pas la loi de puissance.

Nous pouvons constater que l'extension longitudinale où les courbes ajustées reproduisent bien l'évolution de l'écart-type diminue avec la puissance injectée. Expérimentalement, ce point a été également remarqué. Ainsi, les deux régimes de propagation (suivant $z^{3/2}$ et non) sont toujours présents. La comparaison des simulations avec et sans perte n'explique pas cette distinction de régimes de propagation.

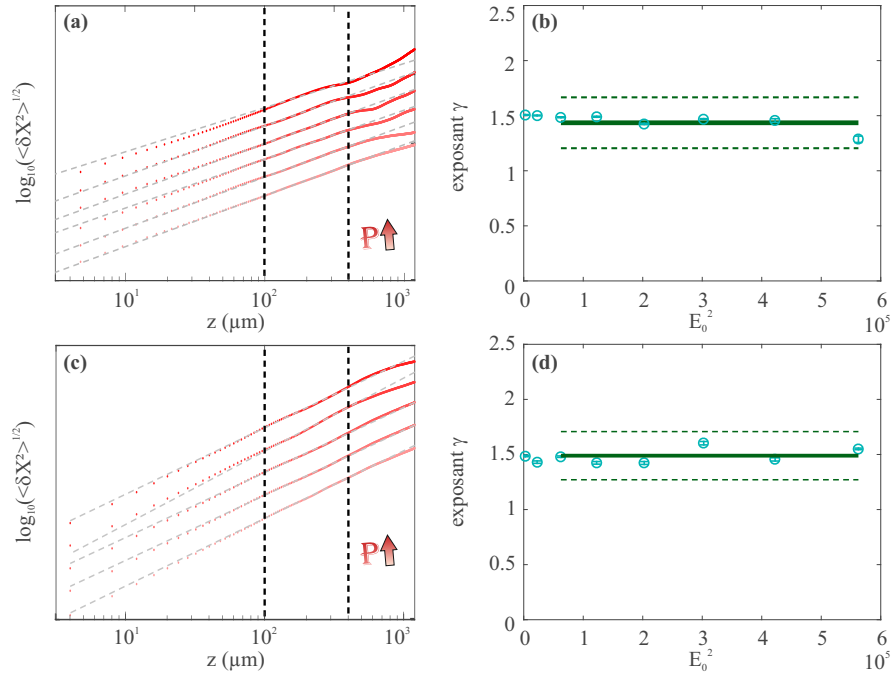


FIGURE 3.10 – (a,c) Évolution de l'écart-type en fonction de la distance de propagation pour différentes amplitudes initiales (permettant l'obtention d'une structure localisée, $300 \lesssim E_0 \lesssim 750$). Les pointillés noirs délimitent la zone considérée pour l'ajustement des courbes (représenté en pointillés gris). (b,d) Évolution de l'exposant γ en fonction de l'intensité injectée. La ligne verte pleine correspond à la valeur moyenne de l'exposant. Les lignes vertes pointillées correspondent à la position de trois fois l'écart-type vis à vis de la valeur moyenne. (a,b) sans pertes ($\alpha = 0$), (c,d) avec pertes ($\alpha = 600$). ($\varepsilon = 25E4$).

Discussions

Le but de cette section est de discuter nos résultats, et les confronter à la littérature.

Dynamique de la structure localisée

La trajectoire du *nematicon* fluctue continuellement au cours du temps. Les aspects temporels qui ont été le plus investigués dans la littérature se réfèrent à l'établissement de la structure [14, 85]. Les fluctuations temporelles de la trajectoire du *nematicon* sont considérées dans [125] afin de les diminuer par la modification structurelle du cristal liquide⁸.

Notre mise en évidence d'une dynamique temporelle est faite aussi bien expérimentalement que numériquement. Numériquement, nous vérifions que cette dynamique est due au couplage entre le caractère lent de la non-linéarité et stochastique du milieu.

La spécificité de la réponse ultra lente (par rapport à E) de la non-linéarité des cristaux liquides ou des milieux thermiques est extrêmement éloignée des milieux souvent considérés où la réponse est au contraire beaucoup plus rapide que l'évolution du champ E , c'est l'approximation NLSE [94, 98, 124]. Dans ce type de milieu, la trajectoire du faisceau est toujours stationnaire. Pour obtenir un échantillon statistique, plusieurs tirages sont nécessaires, correspondants à différentes simulations numériques. La trajectoire change pour chaque réalisation mais reste stationnaire.

Sans le caractère stochastique des CL, la trajectoire de la structure solitaire n'évolue pas temporellement en « régime permanent » [108, 120]. Expérimentalement, l'utilisation des cristaux liquides implique inévitablement un caractère stochastique (bruit thermique). Ainsi, quelles que soient les conditions expérimentales, le bruit est toujours présent, ce qui explique que les trajectoires ne sont jamais stationnaires.

8. Faible polymérisation partielle par illumination UV des dopants présents dans le CL.

Lors de cette dynamique spatio-temporelle, nous avons mis en évidence deux régimes de propagation en fonction du stade de propagation considéré.

Deux régimes de propagation

Ce que l'on trouve dans la littérature

Différents régimes de propagation sont prévus pour les structures localisées obtenues lors de la propagation d'ondes non linéaires en présence de bruit et de non-localité dans le cas où la non-linéarité a un temps de réponse beaucoup plus rapide que l'évolution du champ optique [98, 120]. Nous mentionnons ces résultats, même s'ils ne correspondent pas à la nature ultra-lente de notre cristal liquide, pour tenter d'identifier l'origine des différents régimes observés dans notre système. Dans ces deux articles, les effets de l'émission de radiations ainsi que la perte de puissance sont cruciaux dans l'évolution de la structure localisée.

Ainsi, la référence [98] se situe dans le cadre de l'étude de l'équation de Schrödinger non locale et stochastique (sous forme intégrale ou de système d'équations couplées, avec un bruit additif ou multiplicatif). Les auteurs mettent en avant l'apparition de radiations dues à la stochasticité du milieu. Ces radiations induisent une durée de vie limitée (en terme de distance de propagation) à la structure. Un premier régime est mentionné qui correspond à la zone où la structure est préservée tandis que dans un deuxième temps, l'émission de radiations en affecte son comportement.

Dans [120], deux régimes de propagation sont aussi mentionnés. Ils sont reliés au comportement de « respiration » de la structure solitaire pour de courtes distances de propagation ainsi qu'à sa disparition pour de plus longues distances, presque sans pertes par radiation.

Ces deux références définissent ainsi une distance le long de laquelle la structure localisée conserve bien sa forme.

Premier régime de propagation observé ($z < z_\beta$)

Profil très piqué

Le premier régime correspond à celui où $z < Z_\beta$, donc sur la zone « de confiance » où la forme du profil de la structure est reproduite de manière satisfaisante par la fonction $I_{fit}(x) = a \exp\left(-\left(\frac{|x-x_0|}{w_p}\right)^\beta\right) + c$ (cf. section 2.3), avec des exposants β très faibles (inférieurs à 1, cf Fig. 2.2).

Des études théoriques et numériques ont été réalisées concernant la forme du profil d'un *nematicon* [105, 14, 129]. Il ressort que le calcul théorique de la solution lors de la propagation dans les cristaux liquides est compliqué. Toutefois certaines prédictions sont réalisables ainsi

que des investigations numériques. Dans le cas hautement non local (approximation de Snyder-Mitchell [107]), un profil de type gaussien est trouvé. Dans des cas moins approximatés (non-localité de taille finie), des études montrent que la structure respire, et le profil gaussien ne reproduit pas entièrement le profil d'intensité tiré des simulations numériques [105, 129] (simulations en $3D$). Une section du livre [14] (3.8) est consacrée à l'approche théorique sur le choix de la fonction « test », le profil oscille entre un profil gaussien et en sécante hyperbolique. De plus, une certaine polémique est apparue quant au caractère respiratoire de la solution du système avec et sans bruit [129, 130, 131].

Expérimentalement, dans notre système, l'étude de la forme du profil d'intensité diffusée met en évidence un profil très abrupt, avec l'obtention de coefficients $\beta_{exp} < 1$. Ainsi les prédictions théoriques et numériques présentées ci-dessus diffèrent de nos résultats expérimentaux, à l'exception d'une étude théorique basée sur la méthode des bifurcations qui met en évidence des solutions accompagnées de profils piqués en régime où la non-localité est faible [115] (appelées « *peakon* », « *pseudo-peakon* », « *cuspon* »). A notre connaissance, aucune étude expérimentale poussée n'a été réalisée quant à la forme du profil de la structure localisée obtenue dans les cristaux liquides. Néanmoins, notons qu'une étude expérimentale a été menée dans un milieu non local thermique mettant en évidence un profil similaire en double exponentielle [15].

De manière numérique, nous avons obtenu des profils d'intensité différents de ceux obtenus expérimentalement. Les exposants tirés des profils numériques se situent entre $1.5 < \beta_{num} < 2$, ils sont donc plus proches des prédictions citées précédemment [105, 14, 129].

A l'heure actuelle, ce point reste à élucider afin d'expliquer pourquoi le modèle utilisé ne permet pas de reproduire les profils expérimentaux. Certaines pistes peuvent être évoquées. Expérimentalement, la lumière diffusée est analysée, alors que numériquement nous obtenons l'intensité lumineuse. Numériquement, l'ajout d'une étape de diffusion, indépendante de la propagation, permettant « l'imagerie », pourrait être réalisée pour se rapprocher des conditions expérimentales. Néanmoins, ce type de diffusion est linéaire, donc ne devrait pas changer radicalement la forme de la structure mais plutôt sa taille.

Une explication provient peut-être de l'équation utilisée pour la réaction du milieu (Eq. 2.3), où la forme de la non-localité ne correspond peut être pas à notre situation expérimentale dans le cas de forte non-localité. Cette question reste ouverte.

Malgré l'incapacité à reproduire la forme du profil obtenue expérimentalement, les simulations numériques permettent de reproduire fidèlement le comportement dynamique observé expérimentalement. En effet, une loi de puissance est trouvée pour les fluctuations de la position X de la structure localisée avec la distance de propagation z : $\langle \delta X(z)^2 \rangle^{1/2} \propto z^{3/2}$ (cf. section 3.4).

Loi de puissance

Plusieurs études numériques et théoriques portent sur la modification de la trajectoire en présence de bruit mais sans dépendance temporelle du milieu (réponse ultra rapide la non-linéarité : $\tau \ll \tau_{champ\ électrique}$). A savoir sur la « marche aléatoire » subit par la structure dans un milieu non local, bruité et réagissant de manière ultra-rapide [94, 124]. Théoriquement, la variance de la position de la structure suit la loi [94, 98, 124] :

$$\langle \delta X(z)^2 \rangle = \frac{16 \varepsilon^2 C}{3P^2} z^3 \quad (3.2)$$

où C représente une constante prenant en compte la forme de la structure et de la non-localité. Ce phénomène est l'équivalent spatial et non local de l'effet appelé « Gordon-Hauss » dans les fibres optiques [132] (ce parallèle a été évoqué dans différents travaux [94, 98]).

Cette loi d'échelle en fonction de z a été mise en évidence dans l'expérience de valve à cristaux liquides (réponse ultra-lente), désignée sous le terme de tendance « super-diffusive » [77]. Ce qualificatif⁹ est utilisé car l'exposant concernant la distance de propagation est supérieur à celui attendu dans le cas diffusif (de type brownien : $\langle \delta X(z)^2 \rangle \propto z$). Dans cette étude [77], un potentiel aléatoire est appliqué pour obtenir ce résultat.

La loi de puissance que nous observons expérimentalement et qui correspond à la première zone de propagation (section 3.4) est de type super-diffusive comme dans [77]. Cependant, elle est intrinsèque à notre système et ne nécessite aucun caractère aléatoire externe comme dans [77]. Elle est de la même forme que (3.2) bien que le temps de la réponse non linéaire soit complètement différent. Par contre, aucune dépendance en P n'est trouvée.

Second régime de propagation

Le second régime correspond à des distances de propagation plus importantes. Dans cette partie de la propagation, $z > Z_\beta$, ainsi nous ne sommes plus dans la « zone de confiance », le profil d'intensité n'est plus bien reproduit par la fonction utilisée¹⁰. De plus, la loi de puissance mise en évidence dans la première zone de propagation n'est plus suivie.

Origine de ces régimes ?

Un moyen pour tenter d'expliquer l'origine de ces différents régimes de propagation est de vérifier la présence ou non de radiations. L'intégrale transverse moyennée temporellement de l'intensité diffusée $\langle \int I(x) dx \rangle_t$ est représentée en fonction de la distance de propagation [Fig.

9. « super-diffusif »

10. $I_{fit}(x) = a \exp\left(-\left(\frac{|x-x_0|}{w_p}\right)^\beta\right) + c$

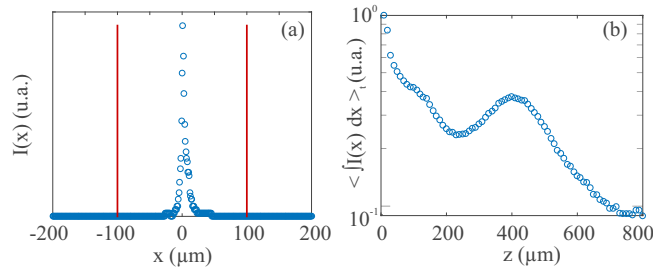


FIGURE 3.11 – (a) : Profil expérimental d'intensité pour $P = 30 \text{ mW}$ après $300 \mu\text{m}$ de propagation. Les lignes rouges correspondent à la zone d'intégration pour le calcul de (b). (b) Évolution expérimentale de l'intégrale transverse de l'intensité moyennée temporellement $\langle \int I(x) dx \rangle_t$ en fonction de la distance de propagation en échelle semi-log ($P = 30 \text{ mW}$).

3.11(b) en échelle semi-log]. La figure 3.11(a) illustre la plage transversale utilisée pour le calcul de cette intégrale (barres verticales rouges). L'évolution de l'intensité portée par la structure localisée présente deux régions de décroissance exponentielle. Elles coïncident avec les extensions longitudinales des deux régimes dynamiques [Fig. 3.7(a)]. La pente est presque identique, ce qui indique que les pertes sont dues à la diffusion de Rayleigh [Fig. 3.11(b)]. Nous n'observons pas d'émission de rayonnement, mais plutôt un étalement du faisceau pour de longues distances de propagation. Nous ne pouvons donc pas imputer la transition entre les régimes à l'émission de rayonnement¹¹.

Ainsi notre étude fournit clairement la preuve de deux régimes dynamiques. Nous ne pouvons cependant pas clairement conclure s'ils sont semblables à ceux discutés dans [98] ou [120]. En effet, le faisceau injecté dans les travaux théoriques est la « solution » d'onde solitaire déterministe alors qu'expérimentalement un profil gaussien est utilisé. De même, le temps de réponse de notre non-linéarité est ultra-lent, contrairement à ceux de [98, 120]. Ainsi nous ne pouvons pas donner l'origine de ces deux régimes de propagation, des investigations supplémentaires sont nécessaires.

Influence de la forte non-localité

Dans cette partie, nous avons étudié le cas de forte non-localité où la taille de notre faisceau w est inférieure à celle de la réponse non locale de notre milieu l_d ¹². Lors de la propagation non linéaire, aucun phénomène de type effondrement d'ondes n'est observé. En effet, nous avons observé une propagation solitonique (au sens propre du terme, β et w constants au long de z (Chap 2)). Pour des puissances plus importantes que celle nécessaire à la compensation entre

11. Une bosse sépare ces deux régions (@ $z = 400 \mu\text{m}$) qui pourrait ressembler au caractère respiratoire de l'intensité de la structure localisée comme discuté dans [14].

12. Rappelons que $w = 12 \mu\text{m}$ et $l_d = 21 \mu\text{m}$.

l'auto-focalisation et la diffraction, le faisceau reste localisé. Ainsi, nous ne rentrons jamais dans un régime d' « hyper-focalisation » où des phénomènes de type effondrement de l'onde peuvent se produire.

Il est connu que la non-localité tend à frustrer l'effondrement de l'onde et à augmenter la stabilité des structures localisées [17]. Nos observations reflètent ces résultats en terme de taux de non-localité. Le régime fortement non local ne peut supporter des phénomènes d'effondrement d'ondes, notre structure reste donc de type localisée.

Dans [15], le profil lumineux prédit en régime fortement non local est en forme de « cloche », au contraire de celui obtenu en régime faiblement non local. Sun et al. ([15]) discutent de l'obtention d'un profil transitoire¹³ en double exponentielle dans ce cas là. Ces résultats diffèrent de nos observations puisque nous obtenons des profils très piqués expérimentalement mais de manière permanente au long de la propagation.

Nous n'observons pas d'évolution périodique de type cycle « d'effondrement-rebond » [15] ou de type « breather » [108, 133].

Ainsi nous observons des structures avec des profils d'intensité très piqués qui ne s'effondrent pas en régime de forte non-localité mais qui devraient s'effondrer en régime faiblement non local [15, 17].

Nous allons donc explorer le cas $l_d < w$ dans la partie suivante pour conclure plus généralement sur l'influence de la non-localité dans notre système.

13. en terme de distance de propagation

Deuxième partie

RÉGIME DE FAIBLE NON-LOCALITÉ

-

COMPRESSION DE TYPE
EFFONDREMENT D'ONDES &
AUTO-RAIDISSEMENT

Motivations

La première partie de ce manuscrit analysait la formation de singularités dans l’enveloppe d’un paquet d’ondes lors de sa propagation non linéaire dans la limite d’une non-linéarité « fortement » non locale¹⁴. C’est la configuration où une structure localisée solitaire est obtenue. Nous avons montré que l’enveloppe du paquet d’ondes localisé correspond à un profil très piqué (singularité de type rebroussement) qui est conservé au cours de la propagation. Lorsque la non-linéarité surpasse largement la diffraction, un phénomène d’hyper-contraction du type effondrement/implosion du paquet d’ondes est attendu, mais nous avons montré que dans le cas où la non-localité est forte celui-ci n’est pas rencontré (comme prévu par Bang et al [17]). Un de nos objectifs, dans cette deuxième partie, est d’interroger l’existence de ce phénomène de contraction de l’onde dans la limite où la non-localité est faible. Notamment, cette étude nous permettra de montrer le rôle fondamental de la non-localité dans les comportements non linéaires observés dans notre système et notamment en terme de singularités.

Cette deuxième partie est consacrée à l’étude de deux phénomènes non linéaires observés en régime de faible non-localité. Compte-tenu de la portée caractéristique de la non-localité transverse dans notre système, $l_d = 21 \mu m$, cela implique des faisceaux optiques d’entrée d’une taille au moins supérieure à $50 \mu m$ ¹⁵. Cette configuration correspond au régime bien connu d’instabilité modulationnelle [37, 10, 14].

Dans la première partie, nous avons mis en évidence que la conjugaison des spécificités propres au cristal liquide nématique ancré induisait une dynamique du paquet d’ondes lors de sa propagation (section 3). Il en va de même ici lorsque la non-localité est faible. Cependant, nous ne nous attardons pas sur cet aspect dynamique qui est conservé mais nous nous focalisons sur les comportements de compression et d’auto-raïdissement de l’onde.

14. La taille du paquet d’ondes injecté, w , est « assez » inférieure à la portée effective l_d de la non-localité.

15. La taille du paquet d’ondes injecté, w , est « assez » supérieure à la portée effective l_d de la non-localité.

CHAPITRE 4

Contraction du type « effondrement d'ondes » du paquet d'ondes

Le régime où la focalisation dépasse largement la diffraction peut donner lieu dans les systèmes non linéaires à un effondrement du paquet d'ondes. Cette terminologie signifie la formation de singularités dans les ondes se propageant dans le système. Du point de vue mathématique, ceci se réfère généralement à la *divergence* - ou à *l'explosion* - du paquet d'ondes. Ce phénomène est fondamental et générique à bon nombre de domaines de la physique, incluant l'hydrodynamique, les super fluides, les plasmas, l'optique etc. [67]. Dans ces systèmes, la compression du paquet d'ondes au cours de sa propagation ne va pas jusqu'à l'explosion du paquet d'ondes en raison de la présence d'ingrédients qui en limitent l'effet. Des mécanismes viennent empêcher l'implosion qui sont, par exemple, la présence de pertes [134], de saturation [135], d'ondes partiellement cohérentes [68], etc. Nous venons de montrer, en Partie I, que la non-localité lorsqu'elle est suffisamment forte inhibe complètement le phénomène de contraction de l'onde. Nous voudrions ici confirmer le rôle primordial de la non-localité dans l'existence ou non de ce phénomène. En effet, si la non-localité est bien à l'origine de l'absence de cette compression d'onde, alors la modification de son taux devrait permettre de laisser apparaître ce comportement (et peut être d'autres comme les cycles d'effondrement-rebond liés à la compétition entre la diffraction et la non-linéarité [15]). C'est ce qui motive ce quatrième chapitre.

4.1 Contexte

Le domaine de l'optique n'est pas le premier à étudier la formation de singularités (eg. sec. 1.2.2.3 et 1.2.2.4) en régime de forte non-linéarité. Historiquement, les études hydrodynamiques sont les premières à se concentrer sur l'auto-raïdissement des ondes (onde de choc) et l'étude des détonations (une revue sur les débuts de ce type d'études est proposée dans [53]).

L'utilisation des ondes électromagnétiques pour mettre en évidence des comportements du type « effondrement d'ondes » remonte à quelques décennies (~ 50 ans). La référence [136] présente différents résultats expérimentaux. Les fréquences considérées sont du domaine des micro-ondes ou inférieures. Les études impliquent divers matériaux tels que des semi-conducteurs ou des lignes de transmission [136, 137].

Pour les fréquences du spectre visible, c'est le travail de DeMartini et al [138] qui ouvre la perspective de l'auto-raïdissement d'une impulsion lumineuse dans le domaine temporel. Énormément de travaux ont été menés par la suite dans les fibres optiques sur les ondes de choc, l'auto-raïdissement et l'effondrement des ondes en régime de dispersion normale, ie. en régime défocalisant [59, 139, 140, 141, 142]. Il serait difficile d'en faire un état de l'art exhaustif, notamment avec l'avènement des fibres optiques microstructurées qui a encore multiplié les études sur ce sujet [140, 143, 144, 141, 145]. Pour ne citer que quelques exemples, la référence [143] étudie l'impact de l'effet Raman sur la formation de plusieurs chocs dans les fibres optiques microstructurées; la référence [144], quant à elle, rapporte l'apparition de radiations dispersives dues aux ondes de chocs dans un résonateur à fibre passif.

Ce n'est que relativement récemment¹ que le domaine spatial de l'optique est mis à contribution pour explorer l'auto-raïdissement [60]. La démonstration expérimentale d'ondes de choc dispersives² est réalisée dans un cristal photoréfractif défocalisant [60].

C'est dans ce domaine spatial que nos expériences sur la formation de singularités (sec. 1.2.2.3, 1.2.2.4, 2.4) sont menées, et plus précisément, dans la propagation longitudinale de paquets d'ondes transverses.

4.2 État de l'art sur la formation des singularités en régime fortement non linéaire dans le domaine spatial de l'optique

Notre système correspondant à un système spatio-temporel transverse, nous rappelons les études connues dans ce domaine avant de présenter nos résultats.

1. En 2007.

2. Notons que le terme « dispersif » est gardé dans le domaine spatial bien que ce soit la diffraction qui joue le rôle de la dispersion en régime temporel.

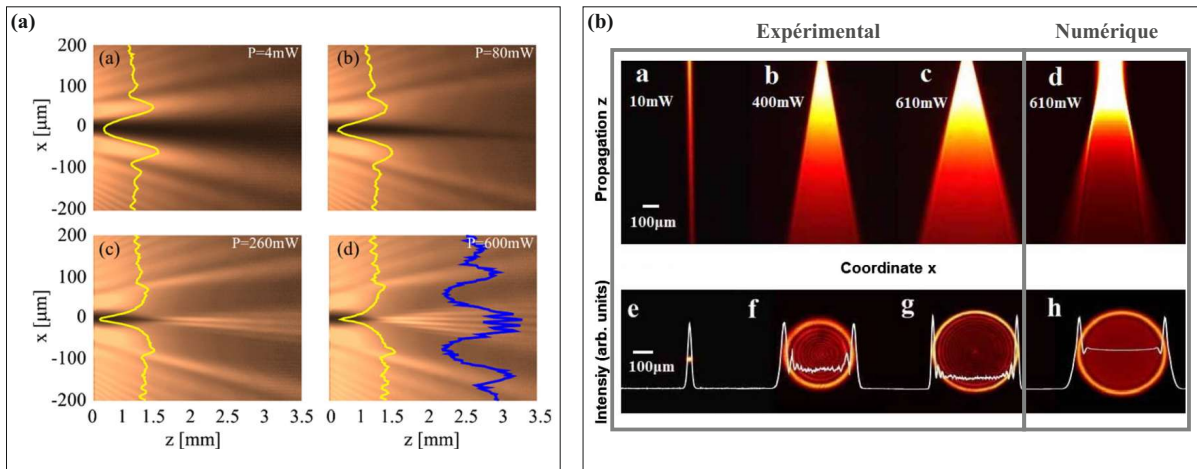


FIGURE 4.1 – (a) : Figures tirées de [153] illustrant l’observation de la catastrophe du gradient lors de la génération de solitons sombres, (b) : Figures tirées de [154] illustrant l’apparition d’ondes de choc.

Nous ne rappelons pas ici les études menées dans le domaine temporel - essentiellement dans les fibres optiques - bien que leur importance soit considérable, car il existe une équivalence entre les systèmes purement temporels et les systèmes spatio-temporels à une dimension transverse. En effet, tout système temporel, où les phénomènes se déploient sur des échelles de temps très différentes, peut voir sa dynamique projetée sur un espace des phases pseudo-spatio-temporel et être étudié comme un système spatio-temporel à une dimension spatiale. Cette propriété de transposition a été utilisée pour la première fois en optique dans l’étude de la turbulence obtenue dans un système soumis à un feedback temporel [146]. Mais c’est Arecchi et al. [147] qui furent les premiers à montrer que ce type de représentation pseudo-spatio-temporelle fait apparaître des propriétés cachées dans une séquence temporelle standard. Depuis, ce type de projection dans un espace des phases pseudo-spatio-temporel a été utilisé avec succès pour l’étude de la dynamique non linéaire dans les systèmes optiques comme les fibres [148] ou encore le laser à électrons libres [149].

Non-linéarité défocalisante [150, 151, 152].

L’état de l’art associé à l’étude de l’auto-raïdissement de l’onde est important en régime de non-linéarité défocalisante, notamment en raison de son équivalence avec le régime hydrodynamique où il est observé. En effet, la non-linéarité de type Kerr en optique correspond en hydrodynamique à un terme de pression. Or en régime défocalisant, ce terme de « pression » est positif, ce qui permet de faire des comparaisons directes entre les expériences de ces deux domaines.

La figure 4.1 présente deux exemples de mise en évidence expérimentale de l'auto-raïdissement de l'onde - aussi dénommé « catastrophe du gradient », en lien avec la divergence locale de la dérivée de l'enveloppe du paquet d'ondes - (tirées des refs. [153] et [154]). Ces deux études sont réalisées dans un milieu à non-linéarité thermique défocalisante³. Deux conditions initiales de faisceaux optiques différentes sont illustrées, la première correspond à un trou dans l'intensité lumineuse [Fig. 4.1(a)], la seconde à un faisceau gaussien [Fig. 4.1(b)]. Sur la figure 4.1(a), des solitons sombres sont créés. Les auteurs mettent en avant le fait que ces solitons sont la conséquence du phénomène de régularisation⁴ qui permet à l'onde de ne pas imploser lors de la divergence locale de l'onde (catastrophe du gradient) - qui apparaît proche du zéro d'intensité. Sur la figure 4.1(b), il n'y a pas de génération de structures localisées. En revanche une surintensité apparaît sur les bords du faisceau accompagnée de « rebonds » dans l'intensité lumineuse. Cette observation correspond à la formation d'une onde de choc qui n'explose pas non plus au final grâce à l'émission d'ondes dispersives. Pour plus de détails le lecteur peut se référer à [150, 151, 152]. Dans les deux cas présentés ici (Fig. 4.1), le milieu non linéaire présente un caractère non local (relativement faible). Ainsi le raidissement du faisceau lumineux semble robuste vis à vis de la présence d'un couplage non local de type faible⁵.

Dans les deux cas cités précédemment, la régularisation de « l'onde de choc », caractérisée par des oscillations sur le profil d'intensité, se fait par l'émission d'ondes⁶. Le mécanisme est ici dispersif. Une loi d'échelle est mise en évidence pour la distance d'apparition du choc⁷ (Z_{choc}) en fonction de la puissance injectée. Cette loi correspond à $Z_{choc} \propto P^{-\nu}$ avec $\nu = 1/2$ [153, 154].

D'autres études menées en présence de désordre au sein d'un milieu non linéaire non local [155, 124] montrent que l'augmentation du désordre dans le système retarde l'apparition des ondes de choc jusqu'à les inhiber totalement. Numériquement, dans [124], un terme stochastique est considéré dans l'équation régissant l'évolution du milieu non linéaire. Expérimentalement, dans [155], différents degrés de stochasticité sont obtenus grâce à l'ajout de différentes concentrations de particules de silice au sein d'une solution aqueuse de Rhodamine B.

Non-linéarité focalisante Le parallèle entre l'hydrodynamique et l'optique non linéaire est direct lorsque la non-linéarité de type Kerr en optique est négative - défocalisante. Pour le cas focalisant, ce terme correspond à une « pression négative » en hydrodynamique. Ainsi, il n'existe pas

3. Dans une solution aqueuse de Rhodamine B.

4. La régularisation est le phénomène qui permet au paquet d'ondes dont un front se raidit de ne pas exploser comme c'est le cas pour la vague qui vient déferler sur la plage. Cette régularisation permet à l'onde « d'éjecter » le trop plein d'énergie.

5. Dans [154], les auteurs modifient la largeur du faisceau lumineux pour modifier d'un facteur 2 leur taux de non-localité (les auteurs définissent un taux de non-localité qui reste relativement faible : $\sigma \sim [0.6; 0.3]$ où $\sigma \propto \frac{l_d}{w}$, correspondant dans nos notations au cas $l_d < w_0$) tandis que dans [153], il reste constant ($\sigma \simeq 0.3$).

6. Notamment visibles sur la Fig. 4.1(b).

7. Distance de propagation où le profil est le plus raide.

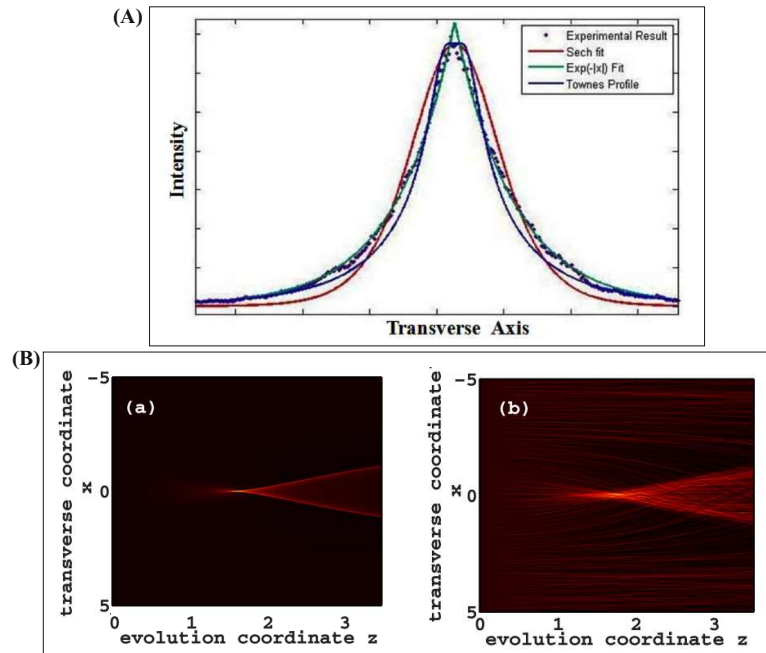


FIGURE 4.2 – (A) Profil expérimental tiré de [15] présentant un profil en double exponentielle. (B) Figures numériques tirées de [124] illustrant la contraction (type effondrement) lors de la propagation dans un milieu focalisant (a) : sans bruit, (b) : avec bruit.

de pendant en hydrodynamique. De plus, l'instabilité modulationnelle (IM) est toujours présente dans cette configuration, ce qui complique l'observation ou la mise en évidence expérimentale des singularités dans ce cas. Ainsi, très peu d'études abordent cette configuration, y compris dans le domaine temporel (e.g. régime de dispersion anormal dans les fibres).

Quelques études ont proposé pour circonvenir le problème de l'IM de frustrer ou retarder son apparition. Une des stratégies consiste à utiliser un faisceau partiellement cohérent. Cette option est implémentée expérimentalement dans l'étude [156]. Les auteurs injectent un faisceau partiellement cohérent dans un cristal photoréfractif et interprètent leurs résultats en terme d'ondes de choc dispersives à pression négative. Une autre option consiste en l'utilisation d'un milieu de type non local [9, 150]. En augmentant la non-localité du milieu étudié - ie. en régime fortement non local- l'apparition de l'IM est retardée [9]⁸. Une étude expérimentale correspondante est réalisée dans de la silice contenant du plomb et présentant une non-linéarité focalisante dont la réponse est faiblement non-locale [15]. Les auteurs mettent en évidence un profil d'intensité en double exponentielle décroissante, dit « *peakon* », lors du phénomène d'hyper-focalisation (contraction

8. Néanmoins, il est possible de mettre en évidence l'IM dans les cristaux liquides (études théoriques, numériques et expérimentales [10, 37]).

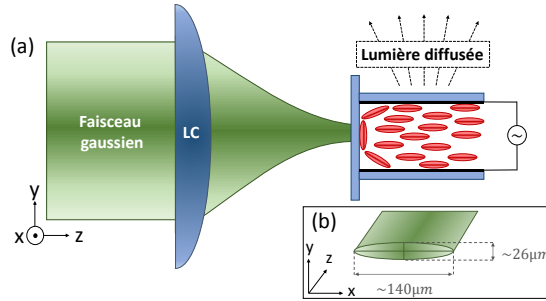


FIGURE 4.3 – (a) Schéma du dispositif expérimental. LC : lentille cylindrique. (b) Section transverse du faisceau injecté.

et auto-raïdissement). Ce profil est illustré sur la Fig. 4.2(A). Sun et al. démontrent, en outre, la formation de cycles « d’effondrement suivi de rebond » (en anglais « *collapse-bounce cycles* ») du profil lors de la propagation.

Une étude numérique de l’apparition de chocs en régime focalisant stochastique est présentée dans [124]. La Fig. 4.2(B) est tirée de cette référence. De manière similaire au régime défocalisant, l’augmentation du désordre retarde l’apparition du choc jusqu’à l’annihiler totalement.

Cette brève introduction sur l’état de l’art concernant l’apparition de singularités (raïdissement/effondrement) dans les faisceaux lumineux se propageant dans un milieu non linéaire de type Kerr fait clairement apparaître un déséquilibre entre les études menées en régime focalisant et celles menées en régime défocalisant. Notre étude expérimentale et numérique se situe dans la catégorie la moins fournie. Elle tente de répondre à des questions comme :

- le caractère non local des cristaux liquides nématiques ancrés permet-il d’observer un phénomène d’auto-raïdissement (ou d’effondrement d’ondes) expérimentalement ?
- l’IM est-elle retardée, annihilée, ... ?
- est-ce qu’un profil en double exponentielle est obtenu à un stade de la propagation non linéaire ?
- une loi de puissance se dégage-t-elle dans notre système ?

4.3 Mise en évidence expérimentale de l'auto-compression du paquet d'ondes

4.3.1 Observations expérimentales

Les expériences sont réalisées grâce au dispositif expérimental représenté sur la Fig. 4.3(a). La différence notable avec les expériences sur la propagation d'une structure localisée vient du fait que le faisceau initial gaussien ne passe plus à travers un objectif de microscope mais par une lentille cylindrique. La lentille cylindrique focalise le faisceau dans la direction y (celle de l'épaisseur entre les deux lamelles de verre), tout en laissant le faisceau selon la direction x inchangé. Ceci nous permet d'injecter un faisceau en forme de « cigare » [Fig. 4.3(b)]. La configuration que nous utilisons nous permet d'obtenir un faisceau avec les tailles caractéristiques suivantes : $\omega_x = 70 \mu m$ selon la direction x et $\omega_y = 13 \mu m$ selon la direction y . Ainsi, nous étudions la propagation d'un faisceau quasi $1D$ dans la cellule de cristal liquide. Notons que comparé à la situation de la partie I concernant les *nematicons* ($w_x \simeq 12 \mu m$), notre faisceau est spatialement étendu. Comme dans les expériences précédentes, afin de faciliter l'apparition des phénomènes non linéaires, nous appliquons une tension d'amplitude $1 V_{rms}$ et de fréquence $5 kHz$ aux bornes de la cellule.

L'étude de l'instabilité modulationnelle a été menée dans ce type de dispositif pour des faisceaux dont la taille est de l'ordre de quelques centaines de microns [10, 37]. Notre cas concerne un faisceau moins large ($50 - 100 \mu m$).

Dans un premier temps, le comportement du faisceau est étudié au cours de la propagation pour différentes puissances injectées. La figure 4.4 représente l'évolution expérimentale du faisceau pour différentes puissances injectées⁹. Pour les faibles puissances, le faisceau se propage sans subir de modifications notables. La taille du faisceau est peu modifiée et l'intensité lumineuse diminue avec la distance de propagation suite aux pertes par diffusion Rayleigh.

En augmentant la puissance injectée, le faisceau se focalise à un certain stade de la propagation [Fig.4.4(b)]. Après cette focalisation, le faisceau diverge et est atténué par les pertes. En continuant à augmenter la puissance injectée [Fig.4.4(c)], le faisceau se focalise de plus en plus rapidement, ie. de plus en plus près de l'entrée de la cellule, puis diverge en s'atténuant.

Une contraction du faisceau de type effondrement d'ondes est mise en évidence en régime faiblement non local. Suite à la contraction, celui-ci re-diverge ou se défocalise comme dans [15]. La présence de pertes ne permet pas d'observer de cycles « effondrement-rebond ».

En observant les images de la Fig. 4.4, on remarque la présence de modulations transverses sur le faisceau. Ceci n'a rien de surprenant puisque le rapport entre la taille du paquet d'ondes et la période de l'instabilité modulationnelle (IM) est bien supérieure à l'unité. Cependant, les études

9. Les puissances indiquées sont mesurées en sortie de laser.

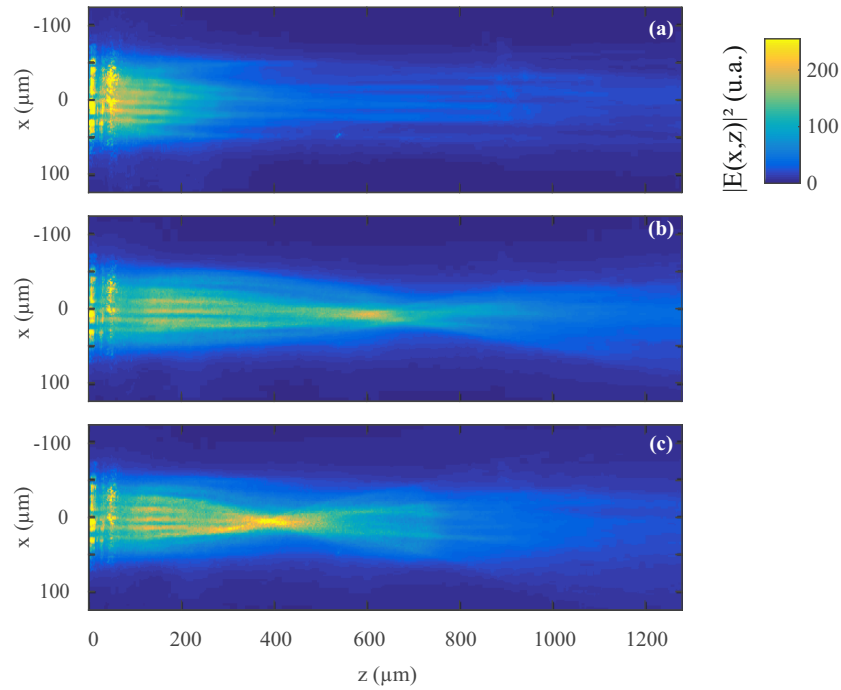


FIGURE 4.4 – Images expérimentales de la propagation du faisceau pour (a) : $P = 40 \text{ mW}$, (b) : $P = 200 \text{ mW}$, (c) : $P = 400 \text{ mW}$. ($w_x = 70 \text{ } \mu\text{m}$, $V = 1 \text{ } V_{rms}$).

réalisées précédemment prévoient une frustration, voire une annihilation de l'IM par différents processus, dont la non-localité [9]. On pouvait donc s'attendre à ce type d'effet ici. Or, une modulation de type IM est bien présente dans notre système qui n'empêche pas le phénomène de contraction d'onde. Sans conclure prématurément, l'IM, entretenue par le bruit (comme nous le montrerons dans les simulations numériques), ne contrarie pas l'observation de l'effondrement. De même, la non-localité ne semble pas retarder l'apparition de l'IM notamment car elle est complètement soutenue par le bruit [157, 5]. Nous reviendrons sur ce point un peu plus tard dans le document.

Étudions l'évolution de l'enveloppe du paquet d'ondes au cours de sa propagation lors du phénomène de compression.

4.3.2 Le profil au niveau de la compression maximale est de type « *peakon* » (en double exponentielle)

Comme évoqué lors de l'introduction (section 4.2), la forme du profil d'intensité ainsi que son évolution au cours de la propagation peuvent présenter des caractéristiques très particulières. Rappelons qu'un profil en double exponentielle est mis en évidence dans un milieu non local

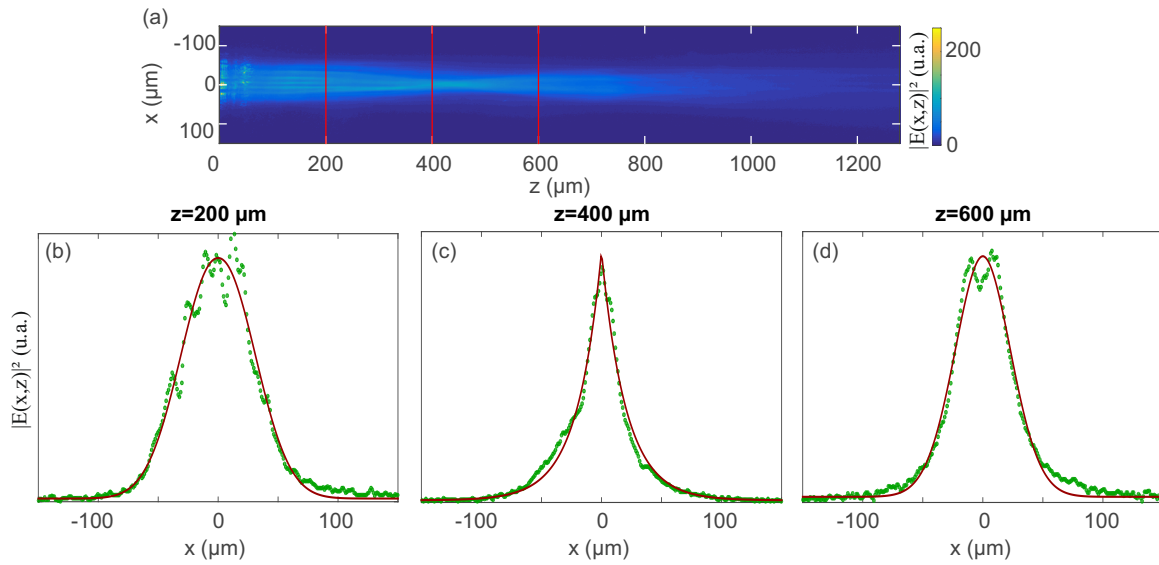


FIGURE 4.5 – (a) : Image de la propagation du faisceau de $70 \mu m$ de rayon pour une puissance injectée de $P = 340 mW$. Les traits rouges correspondent aux positions où sont tracés les profils. (b,c,d) Profils expérimentaux (points verts) et courbes ajustées avec la fonction 4.1 (lignes rouges). (b) $z = 200 \mu m$: $\beta = 2.1$, (c) $z = 400 \mu m$: $\beta = 1$, (d) $z = 600 \mu m$: $\beta = 1.9$.

focalisant [15]. Ici, un des avantages des cristaux liquides est que nous avons accès au profil d'intensité lumineuse diffusée tout au long de la propagation, tandis que dans le cristal de verre additionné de plomb [15], le profil n'est accessible qu'en sortie du cristal. Notre dispositif présente l'avantage d'accéder à l'étude en fonction de la distance de propagation et de la puissance injectée. Les auteurs de la référence [15] trouvent le profil particulier (« *peakon* ») de manière localisé au cours de la propagation. Notre motivation est ici, bien évidemment, d'examiner l'enveloppe du paquet d'ondes ainsi que son évolution lors du phénomène de contraction.

La figure 4.5 reprend l'évolution typique de l'enveloppe du faisceau au cours de la propagation lors du phénomène de contraction dans le cristal liquide. Le faisceau se contracte jusqu'à un point où il se met ensuite à défocaliser. Trois profils du paquet d'ondes sont représentés avant, pendant, et après le point de compression maximal. On remarque qu'au niveau de la contraction maximale, le profil est le plus piqué [Fig. 4.5(c)]. La fonction, définie par :

$$I_{fit}(x) = a \exp \left(- \left(\frac{|x - x_0|}{w} \right)^\beta \right) + c \quad (4.1)$$

déjà utilisée au chapitre 2 permet de bien reproduire l'enveloppe du paquet d'ondes.

La forme de type piqué, en cloche ou haut de forme est traduite par le paramètre β . La figure 4.6(a) reporte l'évolution de β (donc de la forme de l'enveloppe) au cours de la propagation de

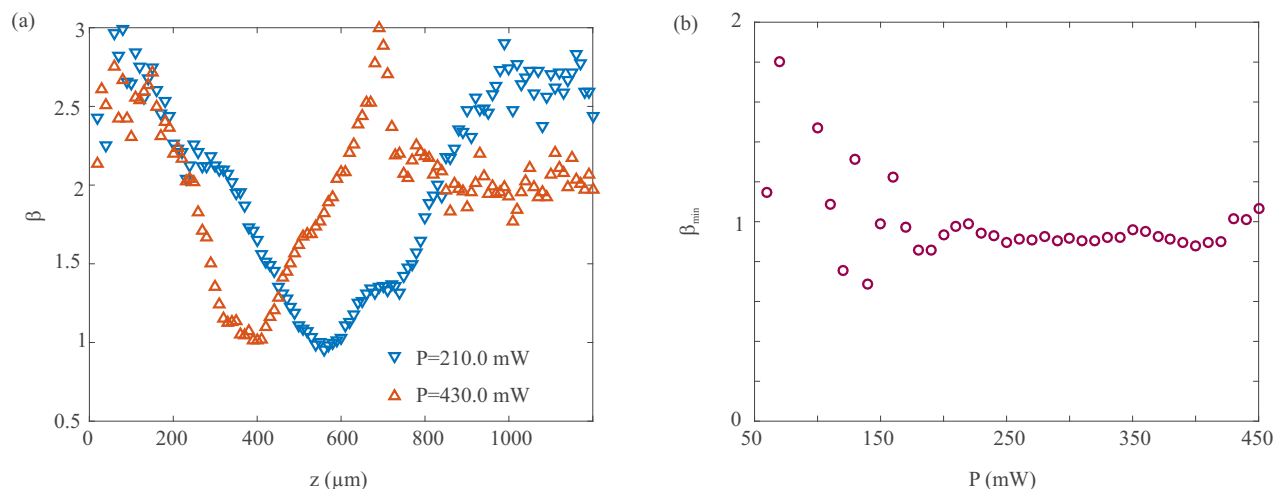


FIGURE 4.6 – (a) Évolution de la valeur du paramètre β en fonction de la distance de propagation pour $P = 210 \text{ mW}$ (triangles inversés bleus) et $P = 430 \text{ mW}$ (triangles oranges). (b) Évolution de la valeur minimale du paramètre β (β_{\min}) en fonction de la puissance injectée.

notre faisceau. Elle fait nettement apparaître la contraction du paquet d'ondes d'une forme en cloche au départ ($\beta \sim 2.5$) vers un profil en double exponentielle ($\beta \sim 1$) au point de compression maximale. Puis de nouveau un retour à une enveloppe en forme de cloche ($\beta \sim 2.5$) après la contraction.

Le comportement est similaire pour les deux puissances illustrées. Quelle que soit la puissance injectée, les courbes présentent un minimum pour une valeur proche de $\beta = 1$ (profil en double exponentielle). Seule la localisation du point de contraction change.

La figure 4.6(b) montre l'évolution de la valeur minimale atteinte par β en fonction de la puissance. Cette courbe présente deux régimes distincts. Le premier, pour des puissances inférieures à environ 180 mW , où la valeur de β_{\min} fluctue. Le second pour des puissances plus importantes, où l'exposant est localisé autour de $\beta = 1$, plus exactement $\langle \beta_{\min} \rangle = 0.93 \pm 0.14$ ¹⁰.

Ainsi, au-delà de 180 mW , le faisceau se contracte toujours vers une double exponentielle de type « *peakon* » comme dans [15].

Le livre [63], intitulé « *Self-focusing : Past and Present* », discute beaucoup de l'auto-focalisation et du phénomène d'effondrement d'ondes (notamment dans le cadre de la filamentation). Il est question dans certains cas d'effondrement « auto-similaire », où le faisceau conserve sa forme mais change son extension et son amplitude. Ici, nous n'avons pas ce type de comportement, au contraire, notre faisceau change de forme au cours de la propagation, et au point de compression présente un profil en double exponentielle. Notre comportement de type effondrement d'ondes

10. L'incertitude est issue de l'écart-type des valeurs autour de cette valeur moyenne

n'est donc pas auto-similaire.

Un profil, bien connu, peut également venir à l'esprit dans ces circonstances, celui couramment dénommé « profil de Townes » [63]. En effet, dans l'équation non linéaire de Schrödinger, en $1 + 1D$, le soliton a une forme de sécante hyperbolique, tandis qu'en $2 + 1D$ ¹¹, il suit le profil de Townes¹². Au delà de son application pour le soliton $2D$, ce profil est également considéré lors du « *collapse* » [158, 63]. Néanmoins, la forme du profil de Townes reste relativement proche d'une gaussienne (Fig. 16.1 de [63], Fig. 2.1 de [135]). Ainsi, dans notre milieu non local, le profil obtenu en double exponentielle est bien éloigné de ce profil remarquable.

Pour résumer cette section, le profil en double exponentielle est mis en évidence pour des puissances suffisamment élevées, bien que le milieu soit bruité et présente un temps de réponse fini. De plus, pour chaque puissance, il est mis en évidence de manière transitoire au cours de la propagation. Comme illustré lors de l'introduction [Fig. 4.2(b)], l'apparition de l'auto-raïdissement en milieu focalisant est lié à l'effondrement du faisceau.

4.3.3 La distance pour atteindre le point de compression ultime suit une loi de puissance

4.3.3.1 Localisation du point de compression

Pour suivre quantitativement l'évolution de la compression, nous avons utilisé dans la section précédente le facteur de forme β de l'expression Eq. 4.1 utilisée pour reproduire l'enveloppe du paquet d'ondes. Cette quantité nous a permis de montrer que le profil du faisceau au niveau de sa compression maximale était en double exponentielle. Nous voulons localiser ce point de compression. En d'autres termes, définir la distance de propagation qui conduit à cette contraction maximale du paquet d'ondes. Nous allons, pour cela, utiliser trois indicateurs qui sont les distances Z_{foc} , $Z_{\beta_{min}}$ et Z_{Rmax} correspondant respectivement à la distance de propagation conduisant à (i) l'extension transverse du paquet d'ondes la plus faible (paquet d'ondes le plus compressé), (ii) l'enveloppe la plus piquée (β minimum) et (iii) l'enveloppe la plus raide.

Point où l'extension du paquet d'ondes est la plus petite L'extension transverse du paquet d'ondes est donnée par le paramètre w dans l'expression Eq. 4.1. Sa visualisation est représentée sur la Fig. 4.7(a-c). L'évolution de w avec la distance de propagation est reportée sur la Fig. 4.8. Elle permet de localiser la distance Z_{foc} pour laquelle l'extension transverse du paquet d'ondes est la plus faible.

11. Ou $2D + 1$

12. Le profil de Townes n'a pas une expression directe, mais est obtenu numériquement en résolvant une équation différentielle (sec. 2.1 [135])

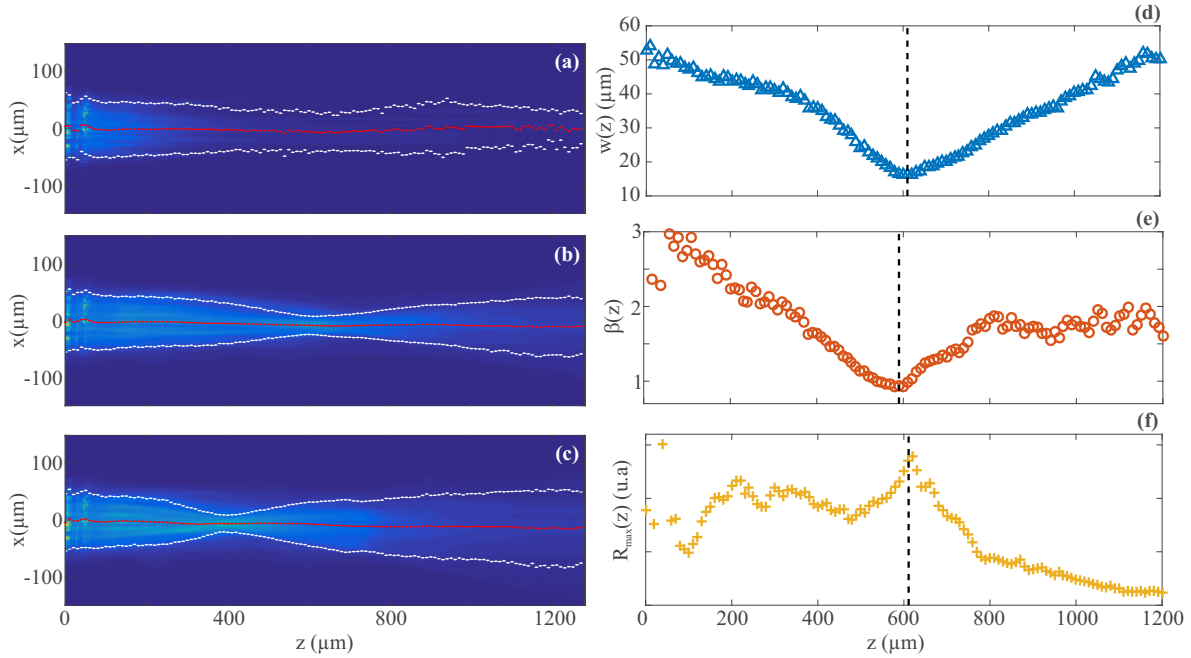


FIGURE 4.7 – (a-c) Détection de l’extension de l’enveloppe du paquet d’ondes et mise en évidence expérimentale du phénomène de contraction du paquet d’ondes. Image moyennée sur 50 images prises à intervalle de 0.2 sec. (a) $P = 40 \text{ mW}$, (b) $P = 200 \text{ mW}$ et (c) $P = 400 \text{ mW}$. Les points rouges correspondent à x_0 et les points blancs $x_0 \pm w$ (tiré de Eq. 4.1). (d) Évolution du paramètre w en fonction de la distance de propagation z (tiré de l’Eq. 4.1) pour $P = 200 \text{ mW}$. (e) : Évolution du paramètre β en fonction de la distance de propagation z (tiré de l’Eq. 4.1) pour $P = 200 \text{ mW}$. (f) Évolution de la raideur maximale $R_{max}(z)$ pour $P = 200 \text{ mW}$ calculée sur les profils expérimentaux lissés.

Point où l’enveloppe du paquet d’ondes est la plus piquée La distance parcourue pour atteindre le faisceau le plus piqué (paramètre β minimum) est notée $Z_{\beta_{min}}$. Elle correspond au minimum de la valeur β de l’expression 4.1 comme on peut le voir sur la Fig. 4.7(e). L’évolution de cette distance avec la puissance initialement portée par le paquet d’ondes injecté est représentée sur la Fig. 4.9. On remarque tout d’abord que cette distance coïncide avec celle de Z_{foc} . La structure localisée essaye donc de conserver son énergie puisque son extension transverse se rétrécit en même temps que son profil se pique.

Point où l’enveloppe du paquet d’ondes est la plus raide On peut aussi suivre la raideur R de l’enveloppe de la structure et déterminer la distance $Z_{R_{max}}$ menant à sa valeur maximale. La raideur est obtenue en calculant la quantité $R(x, z) = \frac{\partial I(x, z)}{\partial x}$ avec $I(x, z)$ l’intensité de l’enveloppe. Pour chaque distance z de propagation, la raideur maximale est définie comme : $R_{max}(z) = \max[R(x, z)]_x$. La figure 4.7(f) présente l’évolution de $R_{max}(z)$. On remarque que ses

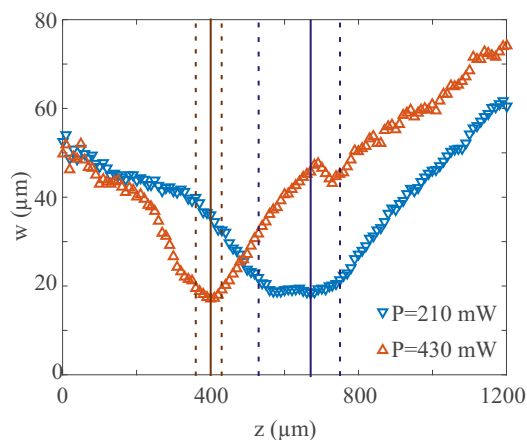


FIGURE 4.8 – Évolution du rayon w du paquet d'ondes en fonction de la distance de propagation z pour $P = 210 \text{ mW}$ (triangles bleus) et $P = 430 \text{ mW}$ (triangles oranges). Les lignes verticales pleines correspondent au rayon minimal et donc à Z_{foc} . Les pointillées correspondent à une variation de $\pm 10\%$ autour du rayon minimal.

variations coïncident avec celles de w et β . La valeur Z_{Rmax} indique la distance nécessaire pour atteindre le raidissement maximal du paquet d'ondes comme dans les chocs d'ondes.

Nous pouvons constater que quelque soit l'indicateur considéré (Z_{foc} , $Z_{\beta_{min}}$, Z_{Rmax}) leurs valeurs coïncident comme on peut le constater sur la Fig. 4.7(d-f) et la Fig. 4.9. On peut donc les utiliser indifféremment.

Remarque sur le calcul de la raideur des profils expérimentaux La détermination de Z_{Rmax} à partir des données expérimentales n'est pas toujours aisée ou concluante. En effet, l'évolution de la raideur $R_{max}(z)$ ne présente pas toujours un maximum bien prononcé. Ainsi, les profils sont d'abord lissés afin d'extraire l'enveloppe du faisceau. La figure 4.10 représente un exemple d'un tel traitement. Le maximum est bien marqué. Cependant, ce n'est pas toujours suffisant. Dans cette dernière hypothèse, nous extrayons Z_{Rmax} [Fig. 4.10(c)] à partir des profils ajustés par la fonction Eq. 4.1.

4.3.3.2 Loi de puissance en $1/\sqrt{P}$

La principale conséquence de l'évolution des quantités Z_{foc} , $Z_{\beta_{min}}$ et Z_{Rmax} avec la puissance injectée P est que celle-ci est linéaire en échelle log-log (Fig. 4.9). Nous sommes donc en présence d'une loi de puissance en $1/\sqrt{P}$ ici comme dans le cas d'une non-linéarité défocalisante [151]. Celle-ci est observée pour des puissances P typiquement supérieures à 200 mW. L'exposant γ de la loi de puissance calculé à partir des données expérimentales donne $\gamma = 0.52 \pm 0.04$. Il semblerait

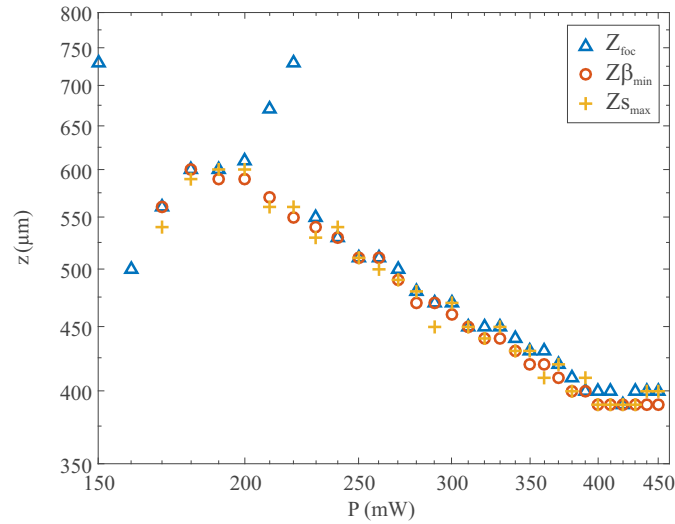


FIGURE 4.9 – Évolution de la position où le rayon du faisceau est minimal (Z_{foc} , triangles bleus), de la position où l'exposant β est minimal ($Z_{\beta_{min}}$, ronds oranges), de la position où la raideur calculée sur les courbes ajustées est maximale ($Z_{R_{max}}$, croix jaunes) en fonction de la puissance injectée *en échelle log-log*.

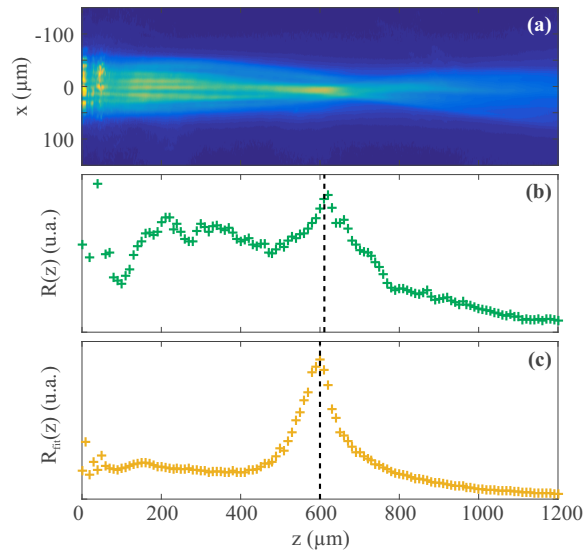


FIGURE 4.10 – (a) : Image moyennée (en temps) de la propagation pour un faisceau de puissance $P = 200 \text{ mW}$ (lissée). (b,c) Évolution de la raideur du faisceau en fonction de la distance de propagation. (b) Calculée sur les profils expérimentaux lissés et (c) calculée sur les courbes ajustées par l'Eq. 4.1.

donc que le signe de la non-linéarité n'influe pas sur le comportement de compression du paquet d'ondes.

4.3.3.3 Discussion

Nous pouvons mettre en parallèle la loi de puissance en $1/\sqrt{P}$ avec la « formule de Marburger » [159, 160]. En effet, cette formule relie la position théorique de l'effondrement (Z_{Marb}) à la puissance injectée (P) pour un faisceau gaussien sujet à de l'auto-focalisation Kerr : $Z_{Marb} \propto P^{-1/2}$. Cette formule est utilisée couramment dans les études sur la filamentation pour obtenir une approximation de la position à partir de laquelle la filamentation apparaît (e.g. [161, 162]).

Ainsi notre système présente un phénomène du type « effondrement de l'onde » qui répond à la « formule de Marburger ». L'effondrement (accompagné de l'auto-raïdissement du paquet d'ondes) ne va pas jusqu'à l'explosion du paquet d'ondes en raison de la présence d'ingrédients qui en limitent l'effet, tel que prédit par Bang et al. pour la non-localité [17]. Ce phénomène est également connu sous le nom de « catastrophe du gradient » [153].

4.4 Simulations numériques

Nous avons vu dans la première partie de ce manuscrit que le modèle régit par les Eqs. (1.7,1.8) permettait de reproduire les observations expérimentales concernant le comportement dynamique de type marche au hasard (Sec. 3.5) mais pas le profil piqué du nématicon (2.5). Nous allons voir dans cette section que le modèle reproduit bien le phénomène de catastrophe du gradient mis en évidence expérimentalement lorsque la non-localité est faible (ici taille du faisceau de l'ordre de 70 microns). Il va aussi nous permettre d'explorer la configuration faiblement non-locale obtenue en gardant un faisceau d'entrée de l'ordre d'une dizaine de microns comme dans la Partie I (comme pour l'obtention d'un *nematicon*) qui n'est pas ici réalisable expérimentalement.

4.4.1 Observations

Le champ optique injecté pris comme condition initiale dans les simulations est du type : $E_0(x) = E_0 \exp\left(-\left(\frac{x}{w_x}\right)^2\right)$ avec $w_x = 70 \mu m$. Les images représentant l'évolution du faisceau dans le cas de nos conditions expérimentales (pertes, bruit intrinsèque, temps de réponse de la non linéarité très grand devant le temps d'évolution du champ optique) sont présentées sur la Fig. 4.11. Les régimes, linéaire et non linéaire, sont présents. En effet, sur l'image de la Fig. 4.11(a), le faisceau s'étale légèrement suite à sa diffraction et subit l'atténuation due aux pertes par diffusion durant sa propagation. En revanche, sur les images des Figs. 4.11(b,c), l'enveloppe du faisceau se focalise au cours de la propagation.

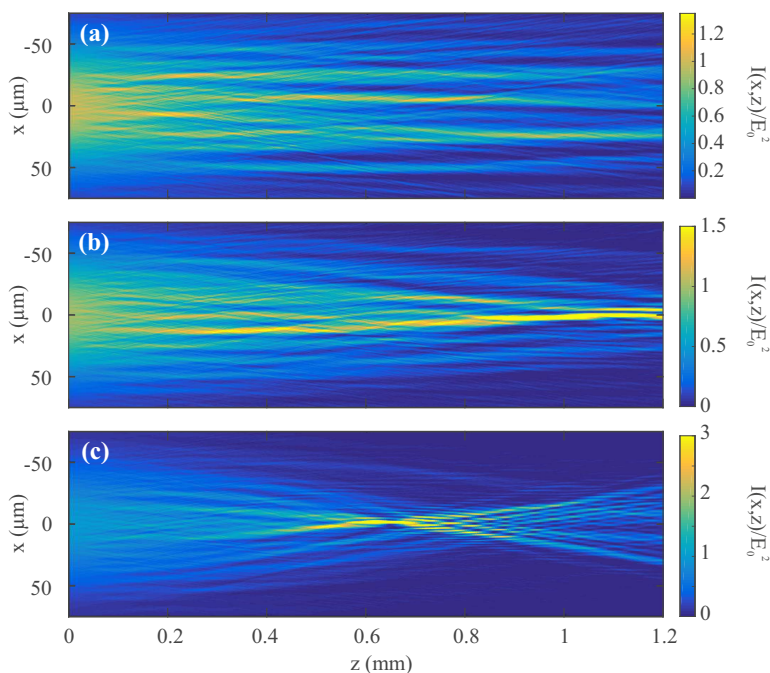


FIGURE 4.11 – Images numériques de l'évolution du paquet d'ondes au cours de la propagation dans le cas faiblement non local. (a) $E_0 = 100$, (b) $E_0 = 300$ et (c) : $E_0 = 450$. $t = 5 \tau$, $\alpha = 600$, $\chi = 1$, $\varepsilon = 2.5E5$, $w_x = 70 \mu m$, $l_d = 21 \mu m$, $l_{dz} = 25 \mu m$

Les simulations numériques menées à partir de l'équation de Schrödinger non linéaire en présence de non-localité et de stochasticité [124], prévoient le même type de comportement bien que la réponse non linéaire du milieu soit dans ce cas ultra-rapide. Dans ce même article [124], bien que « moins nette », la focalisation subsiste en présence des fluctuations. Ainsi, la focalisation de l'enveloppe est un phénomène robuste à la présence de pertes et de bruit. Nos simulations montrent que le phénomène est robuste aussi vis à vis du temps de réponse de la non-linéarité. Comme on peut l'observer sur les Figs. 4.11(b,c), la distance de focalisation diminue avec l'augmentation du champ E_0 .

Les simulations reportées sur la Fig. 4.11 mettent aussi en évidence la présence de l'instabilité modulationnelle. On voit très nettement de la filamentation sur les images de la Fig. 4.11. Comme on l'avait mis en évidence expérimentalement (Fig. 4.4), cette instabilité n'empêche pas le phénomène d'effondrement (ou d'auto-compression) de l'onde. Le phénomène est robuste à la stochasticité comme montré dans [124]. Les mêmes simulations menées sans bruit pour notre système le démontrent bien (Fig. 4.12). Excepté la structuration du faisceau et la position exacte du point de focalisation, le comportement reste identique.

En raison des pertes importantes de notre système nous n'obtenons pas de cycles de type

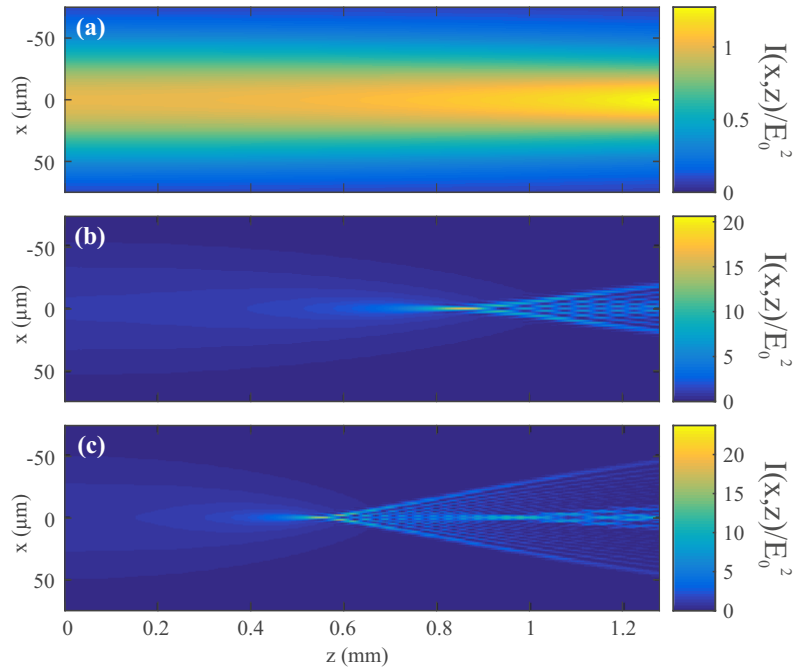


FIGURE 4.12 – Images numériques de l'évolution du paquet d'ondes au cours de la propagation dans le cas faiblement non local (milieu idéal). (a) $E_0 = 100$, (b) $E_0 = 300$ et (c) : $E_0 = 450$. $\alpha = 0$, $\chi = 1$, $\varepsilon = 0$, $w_x = 70 \mu m$, $l_d = 21 \mu m$, $l_{dz} = 25 \mu m$ $t = 2 \tau$.

« *collapse-bounce* » comme évoqués dans la référence [15]

La structuration survenant après le point de compression est difficile à discuter sans aller plus avant dans l'étude. En effet, il n'est pas possible de conclure en l'état sur la part d'origine intrinsèque, de l'instabilité modulationnelle induite par le bruit ou encore des pertes dans la structure transverse du faisceau.

Nous voudrions faire remarquer le niveau de bruit devant être utilisé dans les simulations pour reproduire les observations expérimentales. Il est ici de $\varepsilon = 2.5 \cdot 10^5$ à comparer à $|E_0|^2$ ($[0.1 \times 10^5 - 2 \times 10^5]$ pour les valeurs de E_0 de la Fig. 4.11) puisque le bruit est ajouté sur n qui est proportionnel à $|E|^2$. Ce qui correspond à un niveau de bruit extrêmement élevé ! Des valeurs de ε d'un ordre de grandeur plus faible ne font jamais apparaître d'instabilité modulationnelle, et celle d'un ordre de grandeur plus élevée ne permettent plus de distinguer un point de compression. Aussi, ce niveau de bruit déterminé de manière purement empirique est celui qui permet de reproduire le plus fidèlement nos observations expérimentales.

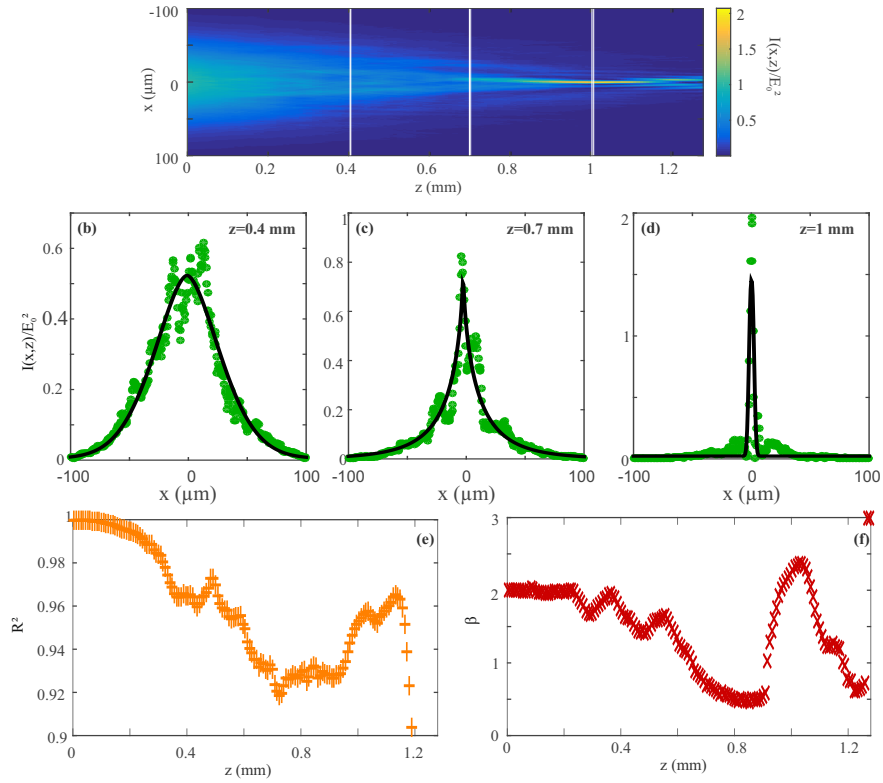


FIGURE 4.13 – (a) : Évolution numérique moyennée temporellement du paquet d’ondes au cours de la propagation dans le milieu non linéaire pour $E_0 = 300$ sur 20 images espacées de 0.04τ . $\alpha = 600$, $\chi = 1$, $\varepsilon = 2.5E5$, $w_x = 70 \mu\text{m}$, $l_d = 21 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 25 \mu\text{m}$ (b,c,d) Profils d’intensité (données numériques : points verts) pour différentes distances de propagation accompagnés des courbes ajustées correspondantes suivant l’Eq. 4.1, avec pour (b) $\beta = 1.695$ et $R^2 = 0.9646$, (c) $\beta = 0.70$ et $R^2 = 0.9305$, (d) $\beta = 2.28$ et $R^2 = 0.9531$. (e) Évolution du coefficient de détermination R^2 en fonction de la distance de propagation. (f) : Évolution de la valeur du paramètre β en fonction de la distance de propagation.

4.4.2 Profil de l'enveloppe au niveau du point de compression

Si l'on suit la forme du profil de l'enveloppe du paquet d'ondes au cours de sa propagation, nous pouvons aisément constater qu'au voisinage du point de compression le profil est très piqué comme pour un « *peakon* » [Fig. 4.13(c)]. De manière similaire au traitement des données effectué précédemment, nous utilisons la fonction définie par l'Eq. 4.1 afin d'ajuster une courbe de tendance nous donnant la raideur du paquet d'ondes¹³. Les images de la figure 4.13(b-d) illustrent quelques exemples de courbes ajustées à différents stades de la propagation. Les courbes de tendances des cas des Fig. 4.13(b) et (c) semblent acceptables contrairement du cas (d). En effet, on discerne bien une enveloppe sur laquelle sont présentes des modulations [Fig. 4.13(b,c)] alors que sur le troisième profil [Fig. 4.13(d)] l'enveloppe ajustée est plus « resserrée » que les modulations. Ceci est confirmé par l'évolution, non monotone!, du coefficient de confiance R^2 [Fig. 4.13(e)] de la courbe de tendance. Aussi, peut-on retenir les valeur de β jusqu'à environ $0.7 - 0.8 \text{ mm}$ de propagation (i.e. avant que la tendance de la courbe R^2 ne s'inverse et que la courbe de β ne présente une discontinuité). Il vient alors que β est compris, à ce stade de la propagation, entre 0.5 et 1 ce qui signifie que l'enveloppe est très piquée de type « *cuspon* », solutions de type solitaires des milieux Kerr non-locaux [163, 115]. A titre de comparaison, les mêmes simulations conduites sans bruit [donc déterministes, Fig. 4.14] confirment les conclusions des phrases précédentes. Elles permettent en outre de préciser l'intervalle de confiance pour l'estimation du paramètre β . On remarque que R^2 [Fig. 4.14(e)] commence à chuter au delà de typiquement 0.7 mm , valeur maximale que nous retiendrons pour une courbe de tendance représentative. A ce stade, β avoisine déjà les 0.5, ce qui indique un profil extrêmement piqué. On retrouve avec ces simulations un bon accord avec nos observations expérimentales.

4.4.3 Loi de puissance du point de compression

Nous avons mis en évidence expérimentalement (Sec. 4.3.3) une loi de puissance pour la distance nécessaire à la compression maximale du paquet d'ondes. Celle-ci s'exprime en $1/\sqrt{P}$, avec P la puissance initialement portée par le paquet d'ondes injecté. Comme nous l'avons constaté (Fig. 4.13), les simulations réalistes (stochastiques) ne permettent pas de déterminer précisément la distance $Z_{\beta_{min}}$ conduisant à l'enveloppe la plus piquée (β minimum). Mais comme nous l'avons montré précédemment (sec. (4.3.3.1)) nous pouvons utiliser indifféremment $Z_{\beta_{min}}$, Z_{foc} ou $Z_{R_{max}}$. Aussi, la figure 4.15 illustre l'évolution de la raideur du faisceau $R_{max}(z)$ ainsi que de la taille transverse w du faisceau au cours de la propagation. L'évolution de la raideur présente un maximum suffisamment marqué pour être détecté [Fig. 4.15(b)], la position du maximum est

13. Les profils numériques sont lissés avant l'ajustement des courbes sur une fenêtre de 15 points avec un polynôme d'ordre 3.

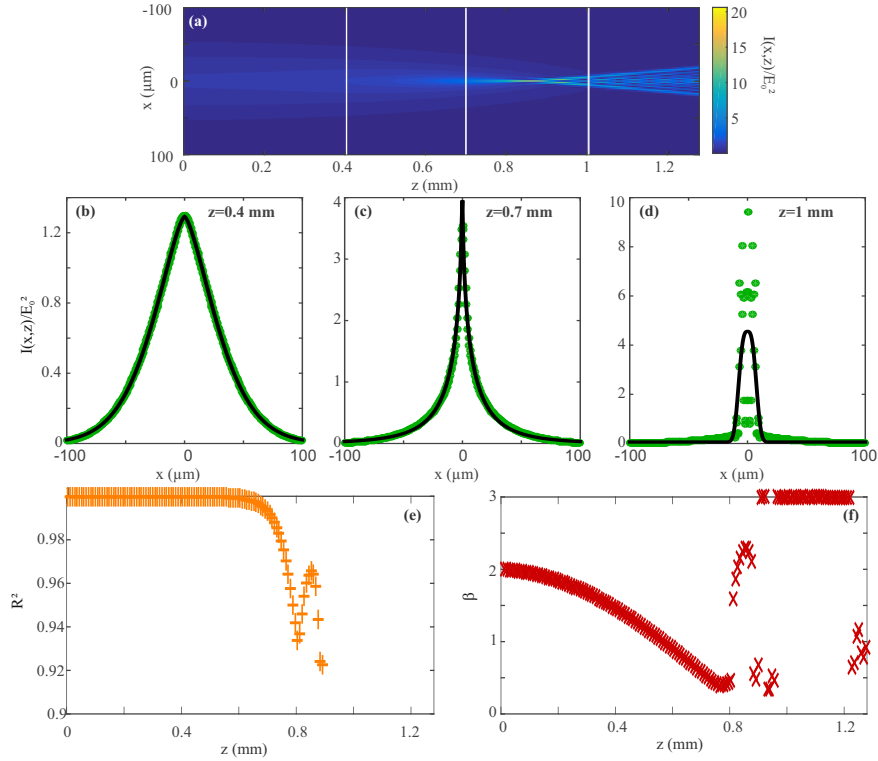


FIGURE 4.14 – (a) : Évolution numérique du paquet d’ondes au cours de la propagation dans le milieu non linéaire sans pertes pour $E_0 = 300$, pour $t = 2 \tau$. $\alpha = 0$, $\chi = 1$, $\varepsilon = 0$, $w_x = 70 \mu m$, $l_d = 21 \mu m$, $l_{dz} = 25 \mu m$ (b,c,d) : Profils d’intensité (données numériques : points verts) pour différentes distances de propagation accompagnés des courbes ajustées correspondantes suivant l’Eq. 4.1, avec pour (b) $\beta = 1.45$ et $R^2 = 0.9999$, (c) $\beta = 0.58$ et $R^2 = 0.9931$, (d) $\beta = 3$ et $R^2 = 0.6563$. (e) Évolution du coefficient de détermination R^2 en fonction de la distance de propagation. (f) Évolution de la valeur du paramètre β en fonction de la distance de propagation.

matérialisé par la barre verticale pleine]. Par contre, l’évolution de la largeur du faisceau w [Fig. 4.15(c)] présente quant à elle un minimum peu prononcé, ce qui rend cette quantité difficile à exploiter. Notons l’écart quantitatif quant à la position de focalisation et la position où la raideur est maximale.

Finalement, la Fig. 4.16 reprend l’évolution des distances Z_{foc} et Z_{Rmax} correspondant respectivement à la distance de propagation conduisant à (i) l’extension transverse du paquet d’ondes la plus petite (paquet d’ondes le plus comprimé) et (ii) l’enveloppe la plus raide. On peut vérifier que ces évolutions sont bien confondues et suivent bien une loi de puissance typiquement pour une puissance supérieure à 1×10^5 . Les exposants des lois d’échelle donnent :

$$- \gamma_{foc} = 0.53 \pm 0.15 \text{ pour } Z_{foc},$$

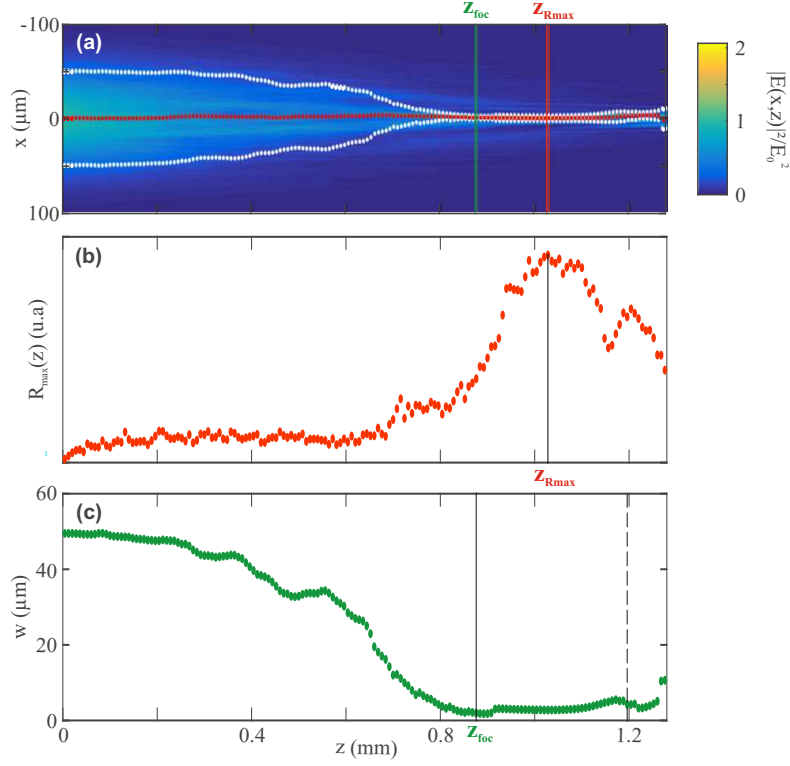


FIGURE 4.15 – (a) Évolution numérique du paquet d’ondes au cours de la propagation dans le milieu non linéaire pour $E_0 = 300$. Pointillés blancs : position de $x_0 \pm w$, pointillés rouges : position de x_0 , ligne rouge verticale : position de la raideur maximale (Z_{Rmax}), ligne verte verticale : position de la taille transverse minimale (Z_{foc}). (b) Évolution de la raideur du profil d’intensité du faisceau en fonction de la distance de propagation ($R_{max}(z)$). Ligne verticale : position de Z_{Rmax} . (c) Évolution du rayon transverse w du faisceau en fonction de la distance de propagation ($w(z)$). Ligne verticale pleine : position de Z_{foc} , ligne verticale pointillée : position à partir de laquelle la valeur du coefficient de détermination est trop faible $R^2 < 0.9$.

$$- \gamma_{Rmax} = 0.57 \pm 0.07 \text{ pour } Z_{Rmax}$$

Dans tous les cas, l’exposant est proche de $1/2$ comme pour les expériences.

A titre de comparaison, les simulations déterministes donnent $\gamma_{Rmax} = 0.55 \pm 0.01$ (les incertitudes venant des exposants extréma donnés par l’ajustement des courbes avec un intervalle de confiance de 95 %) (Fig. 4.17). Ce résultat est très proche de la valeur mesurée expérimentalement $\gamma = 0.52 \pm 0.04$.

Ainsi, notre modèle reproduit bien toutes les caractéristiques des comportements observés expérimentalement lors du phénomène de catastrophe du gradient lorsque la non-localité est faible (ici taille du faisceau de l’ordre de 70 microns et la taille caractéristique de la non-localité $l_d = 21 \mu\text{m}$).

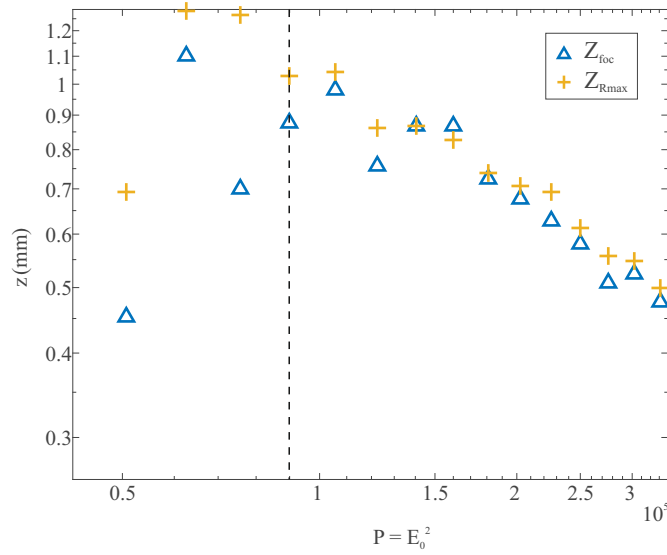


FIGURE 4.16 – Évolution de Z_{foc} (triangles bleus), et de Z_{Rmax} (croix jaunes) en fonction de la puissance injectée en échelle log-log.

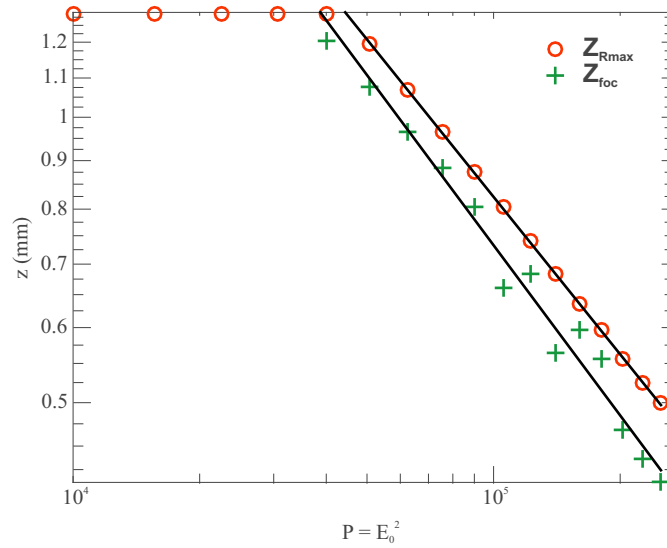


FIGURE 4.17 – Évolution de la position de la raideur maximale (Z_{Rmax}) et du rayon minimum (Z_{foc}) pour un milieu déterministe, en fonction de E_0^2 en échelle log-log avec les régressions linéaires correspondantes. Pour Z_{foc} nous obtenons $\gamma_{foc} = 0.60 \pm 0.07$ et pour Z_{Rmax} nous obtenons $\gamma_{Rmax} = 0.55 \pm 0.01$.

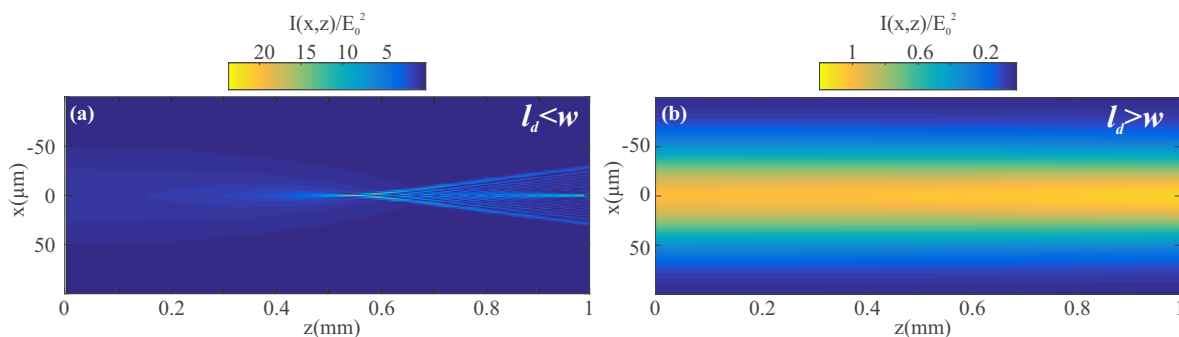


FIGURE 4.18 – Influence du taux de non-localité sur la propagation d’un faisceau gaussien de taille initiale $w = 70 \mu\text{m}$ (a) régime faiblement non local ($l_d = 21 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 25 \mu\text{m}$, $E_0 = 450$, $t = 2\tau$). (b) Régime plus fortement non local ($l_d = 189 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 225 \mu\text{m}$, $E_0 = 350$, $t = 2\tau$).

4.4.4 Mêmes observations si les régimes de faible et forte non-localités sont obtenus en modifiant numériquement la portée de la réponse non locale l_d

L’avantage des simulations numériques est qu’elles permettent d’accéder à des régimes de paramètres non accessibles expérimentalement. Elle vont ainsi nous permettre d’explorer la configuration faiblement non locale obtenue en gardant un faisceau d’entrée de l’ordre d’une dizaine de microns comme dans le cas du nématicon mais en diminuant la portée de la réponse non-locale (l_d de l’ordre du micron). A contrario, elles permettent aussi d’augmenter la longueur de non-localité dans le cas où le faisceau est large ($w = 70 \mu\text{m}$) afin de vérifier que le comportement de type effondrement est évité en régime fortement non local et peut-être même obtenir une structure solitaire très large. Ainsi, si les résultats sont cohérents avec ceux que nous avons présentés jusqu’ici, nous pourrions conclure que peu importe la taille du faisceau injecté, c’est bien le taux de non-localité [défini par le rapport de la largeur du paquet d’ondes injecté (w) à la largeur de la réponse non locale (l_d), voir introduction de la partie I] qui est pertinent dans les régimes non linéaires observés.

Dans un premier temps, nous nous plaçons dans un milieu idéal, puis nous rajouterons les éléments permettant de rapprocher le milieu de la réalité (pertes et bruit).

4.4.4.1 Milieux sans perte ni bruit

La figure 4.18 représente deux images numériques de la propagation d’un faisceau lumineux initialement de largeur $w = 70 \mu\text{m}$ dans deux cas, le premier [Fig. 4.18(a)] correspond à l’étude expérimentale de ce chapitre ($l_d = 21 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 25 \mu\text{m}$) en régime faiblement non local ; le second [Fig. 4.18(b)] correspond à un milieu « théorique » où la non-localité serait fortement augmentée

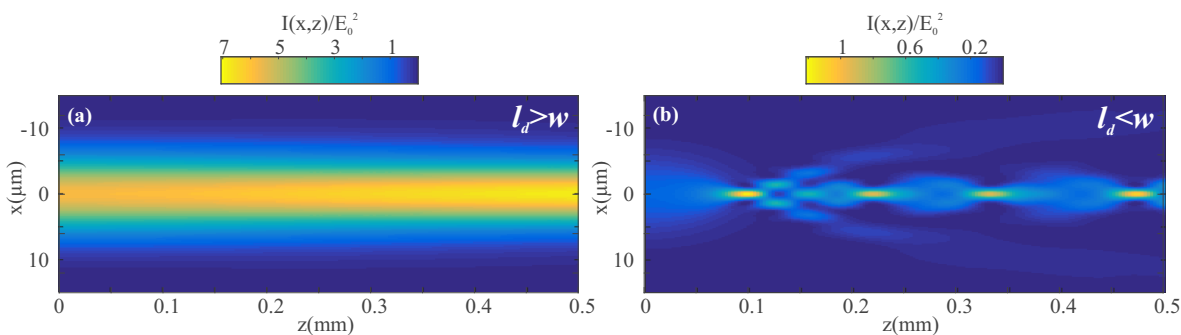


FIGURE 4.19 – Influence du taux de non-localité sur la propagation d'un faisceau gaussien de taille initiale $w = 8 \mu\text{m}$ (a) régime fortement non local ($l_d = 21 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 25 \mu\text{m}$, $E_0 = 250$, $t = 2\tau$). (b) Régime plus faiblement non local ($l_d = 2.4 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 2.8 \mu\text{m}$, $E_0 = 350$, $t = 2\tau$).

($l_d = 189 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 225 \mu\text{m}$), d'où un régime fortement non local. La figure 4.19 suit la même philosophie. La première image [Fig. 4.19(a)] correspond au cas étudié dans la première partie de ce manuscrit, puis pour la seconde [Fig. 4.19(b)], la non-localité est diminuée permettant d'atteindre un régime faiblement non local.

Nous pouvons clairement constater qu'en régime fortement non local [Fig. 4.18(b) et Fig. 4.19(a)], le faisceau se propage sans modification notable de sa taille et de sa répartition d'énergie. Il ne se passe pas de compression/hyper-focalisation. A l'inverse, en régime faiblement non local [Fig. 4.18(a) et Fig. 4.19(b)], peu importe la taille initiale du faisceau lumineux, une contraction s'opère menant à un phénomène de type effondrement d'ondes/catastrophe du gradient.

Ce paragraphe nous permet de montrer que peu importe la taille du faisceau initial, les comportements observés ne dépendent que du régime de non-localité considéré. Ainsi, en régime de forte non-localité, le faisceau ne subit pas de contraction dû à l'auto-focalisation, donc le comportement de type effondrement est évité, comme prédit par [17]. De plus, le faisceau semble se propager sans modification de taille, ni d'intensité, ainsi en changeant la taille de la non-localité, nous pourrions créer des structures de type solitaire (*nematicon*) de la taille désirée. A l'inverse, en régime faiblement non local, le comportement de type effondrement d'ondes apparaît et l'évolution est plus complexe.

Les simulations numériques nous permettent de vérifier la robustesse de ces observations à l'ajout du bruit et des pertes, qui sont inhérents aux expériences dans les cristaux liquides.

4.4.4.2 Milieux réalistes

Ce paragraphe a pour but de vérifier si en présence de pertes et de bruit, les observations effectuées ci-avant sont toujours conservées. Les figures 4.20 et 4.21 suivent la même logique que

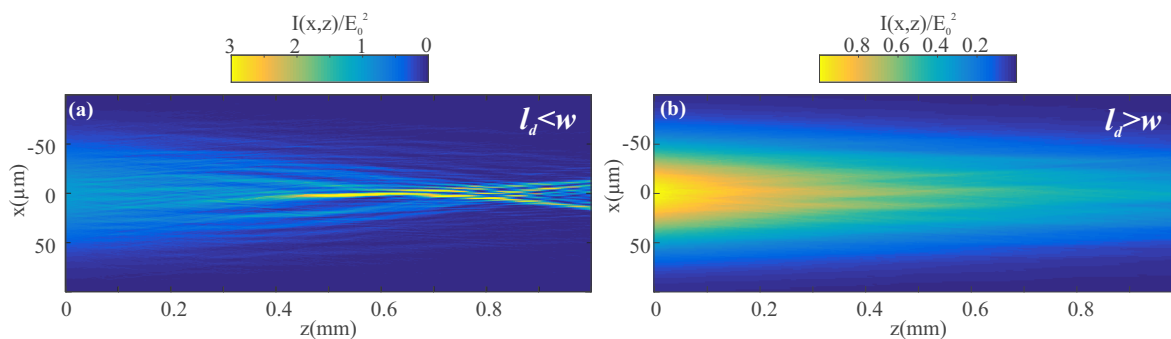


FIGURE 4.20 – Influence du taux de non-localité sur la propagation d'un faisceau gaussien de taille initiale $w = 70 \mu\text{m}$ (a) régime faiblement non local ($l_d = 21 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 25 \mu\text{m}$, $E_0 = 450$, $t = 2\tau$, $\alpha = 600$, $\varepsilon = 25E4$). (b) Régime plus fortement non local ($l_d = 189 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 225 \mu\text{m}$, $E_0 = 600$, $t = 2\tau$, $\alpha = 600$, $\varepsilon = 25E4$).

les Figs. 4.18 et 4.19. Ainsi la première (Fig. 4.20) se concentre sur la propagation d'un faisceau large ($w = 70 \mu\text{m}$) en un régime faiblement non local [Fig. 4.20(a)], et fortement non local [Fig. 4.20(b)]. La figure 4.21 quant à elle considère un faisceau étroit ($w = 8 \mu\text{m}$).

Ainsi, en présence des pertes et du bruit, le changement de régime de non-localité abouti aux mêmes conclusions que précédemment. Le changement de la longueur de non-localité l_d permet de passer d'un régime sujet à l'hyper-focalisation à un autre où il est absent, et donne lieu à un *nematicon*.

Nous pouvons constater qu'en régime de forte non-localité [Fig. 4.20(b) et Fig. 4.21(a)] l'instabilité modulationnelle est absente. Ainsi, l'augmentation du taux de non-localité tend bien à frustrer l'apparition de l'IM, mais seulement dans ce cas (pas le cas en régime faiblement non local).

Pour conclure cette section, nous pouvons insister sur le fait que le régime de non-localité ne dépend pas uniquement de la taille caractéristique de la non-localité l_d mais bien de sa valeur vis à vis de la taille du faisceau se propageant dans le milieu. Le régime fortement non local mène à des structures de type localisées tandis que le régime faiblement non local mène à des comportements de type IM et effondrement d'ondes.

4.5 Ce qu'il faut retenir

Ce que nous montrons dans ce chapitre c'est que quand le taux de non-localité est faible, un phénomène de type effondrement d'ondes est observé quelle que soit la façon dont le taux de non-localité est obtenu. Ainsi, le phénomène est robuste. Il est connu dans la littérature sous le nom de catastrophe du gradient. Les principales caractéristiques que nous avons mises en évidence

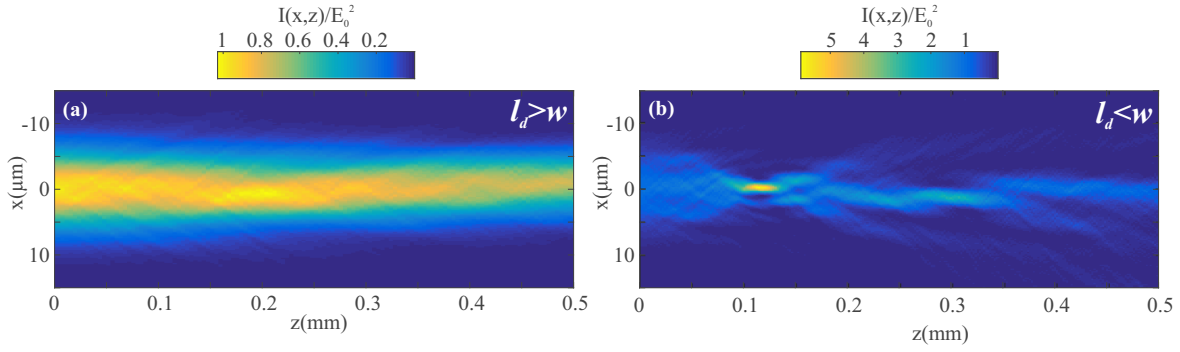


FIGURE 4.21 – Influence du taux de non-localité sur la propagation d'un faisceau gaussien de taille initiale $w = 8 \mu\text{m}$ (a) régime fortement non local ($l_d = 21 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 25 \mu\text{m}$, $E_0 = 350$, $t = 2\tau$, $\alpha = 600$, $\varepsilon = 25E4$). (b) Régime plus faiblement non local ($l_d = 2.4 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 2.8 \mu\text{m}$, $E_0 = 350$, $t = 2\tau$, $\alpha = 600$, $\varepsilon = 25E4$).

expérimentalement sont (i) un profil piqué ($\beta \approx 1$ similaire à des profils de type « *peakon* ») au voisinage du point de compression maximale du paquet d'ondes ; (ii) une distance Z nécessaire pour atteindre cette contraction du paquet d'ondes qui suit une loi d'échelle de type $Z \propto P^{-1/2}$ avec la puissance P initialement injectée (cette loi de puissance est similaire à celle qui est établie dans les milieux non locaux défocalisants pour l'apparition des ondes de choc [151, 150] et suit la loi de Marburger).

CHAPITRE 5

Ondes de choc diffractives (ressaut optique)

5.1 Introduction

Nous voulions dans cette thèse, mettre en évidence la formation de singularités d'onde lors de la propagation lumineuse dans les cristaux liquides. C'est ce que nous nous sommes attachés à démontrer dans les chapitres 2 et 4. Nous avons ainsi pu mettre en évidence trois types de singularités : (i) une singularité de type « *cuspon* » pour le profil du *nematicon* (Chap. 2), (ii) une singularité de type « *peakon* » pour l'enveloppe du paquet d'onde lors de sa compression de type effondrement d'ondes (Sec. 4.3.2) et (iii) une singularité correspondant à la divergence de la raideur de l'enveloppe du paquet d'ondes lors de son auto-raïdissement (Sec. 4.3.3.1). Dans chacune de ces situations, le profil initial du paquet d'ondes était gaussien et les régimes étaient plus ou moins fortement non linéaires.

Un moyen plus direct, couramment utilisé, pour générer une singularité lors de la propagation consiste à injecter une condition initiale présentant une discontinuité de type « saut » sur une des variables du système. Cette condition initiale génère une onde de choc dispersive connue sous le nom de « ressaut » ou « Mascaret » si on parle d'hydrodynamique (Fig. 5.1). C'est ce moyen que nous explorons dans ce cinquième chapitre pour générer une singularité dans notre système et l'analyser.



FIGURE 5.1 – Exemples de ressauts. A gauche, mascaret dans l’estuaire de Turnagain Arm, Golfe de Cook, Alaska [166] ; à droite ressaut observé dans un nuage [167].

Nous injectons un paquet d’ondes présentant un saut d’intensité et observons son évolution lors de la propagation non linéaire dans la tranche de cristal liquide nématique. L’expérience correspond à la diffraction optique en champ proche (diffraction de Fresnel) sauf qu’elle est ici explorée en régime non linéaire. Nous montrons que le faisceau lumineux semble créer une onde de choc dispersive lors de la propagation non linéaire. Il est intéressant ici de noter que (i) l’onde de choc dispersive est obtenue pour une non-linéarité de type focalisante alors que les équations de modulation pour le cristal liquide sont elliptiques et ne possèdent pas de telle solution [164] ; (ii) de même, les ondes de choc dispersives sont observées pour des systèmes à non-linéarité défocalisante [150, 97, 165, 153, 60, 156] mais aucune expérience ne rapporte leur observation pour une non-linéarité focalisante à réponse non locale.

Ce cinquième chapitre présente une étude préliminaire, et donc inachevée. Cependant, nos observations expérimentales et les simulations numériques associées mettent en évidence la présence d’ondes de choc dispersives dans notre système focalisant.

Comme le lecteur n’est peut être pas commun des ondes de choc dispersives (ou ressauts) (Fig. 5.1) nous introduisons cette solution générique des équations d’ondes non linéaires¹. Ces solutions émergent lorsqu’un saut initial liant deux niveaux est ”lissé” ou ”régularisé” par l’action de la dispersion (ici la diffraction dans le cas d’une dimension spatiale). Le résultat consiste en un train d’ondes liant de manière « douce » ces deux niveaux. La structure générique d’un ressaut est composée pour un côté (amont) d’ondes solitaires et à l’autre extrémité (aval) d’ondes linéaires dispersives. Un ressaut est l’équivalent dispersif (ou diffractif) d’un choc dynamique dans un milieu gazeux pour lequel la viscosité fait disparaître le saut [50]. Ce ressaut est instable dans le sens où il s’étale continuellement au cours de la propagation. Il n’y a pas d’équivalent direct

1. Introduction empruntée à [164]

entre les fluides visqueux et notre système puisqu'il faudrait introduire un concept de pression négative comme dans [156]. Ces ondes de choc dispersives ont été mises en évidence dans une grande variété de systèmes physiques tels que les ondes marines [168, 169, 170], l'océanographie [171], la météorologie [172, 173, 174], la géophysique [175, 176, 177, 178] ou encore l'optique non linéaire [145, 179, 142, 180, 181].

Dans [164], Smyth traite théoriquement et numériquement des ondes de choc dispersives lors de la propagation dans les cristaux liquides nématiques *défocalisants* et mentionne que ces mêmes ressauts ne sont pas solutions des équations de modulation du système lorsque la non-linéarité est focalisante. Cependant, dans l'article [9], les auteurs montrent numériquement qu'un ressaut peut se former dans ce même système à partir d'un front dans la condition initiale. Ghofraniha et al. qui étudient théoriquement les chocs dans les milieux non locaux tels que les cristaux liquides focalisants quant à eux prédisent que la non-localité favorise la formation des chocs au détriment de la filamentation [150]. Il apparaissait donc important de pouvoir répondre expérimentalement à cette existence ou non des ondes de choc dispersives (diffractives ici pour être exact) dans les cristaux liquides à non-linéarité focalisante et réponse non-locale.

Le faisceau initial injecté dans notre expérience est un faisceau gaussien très large ($w \sim 1700 \mu m$) dont on a obstrué la moitié de l'étendue transverse avant l'entrée dans le milieu (Fig. 5.2). Cette condition initiale permet de se rapprocher au mieux d'une fonction « porte »². Il faut noter que la discontinuité n'est appliquée que sur le champ optique et pas simultanément sur l'indice non linéaire contrairement à l'étude théorique de l'article [9] où la discontinuité est appliquée sur les deux variables à la fois.

Notre expérience se rapproche de celle présentée dans la référence [156] où un demi-faisceau gaussien *partiellement cohérent spatialement* est injecté dans un cristal photoréfractif. Les structures non linéaires observées sont interprétées en terme d'ondes de choc dispersives à pression négative. Cependant, énormément de caractéristiques séparent notre expérience de celle de [156]. En effet, le cristal photoréfractif est considéré comme un milieu local et déterministe contrairement au cristal liquide qui est non local et stochastique. Enfin, l'onde optique utilisée dans notre système est complètement cohérente spatialement. De plus, Wan et al. ([156]) accèdent au faisceau lumineux en sortie du cristal, et non pas tout au long de la propagation, comme il est possible dans nos expériences. Il est donc très intéressant d'étudier l'existence de ressauts dans notre système compte-tenu par exemple de la présence de l'instabilité modulationnelle entretenue par le bruit ou encore de la non-localité.

2. Fonction de Heaviside

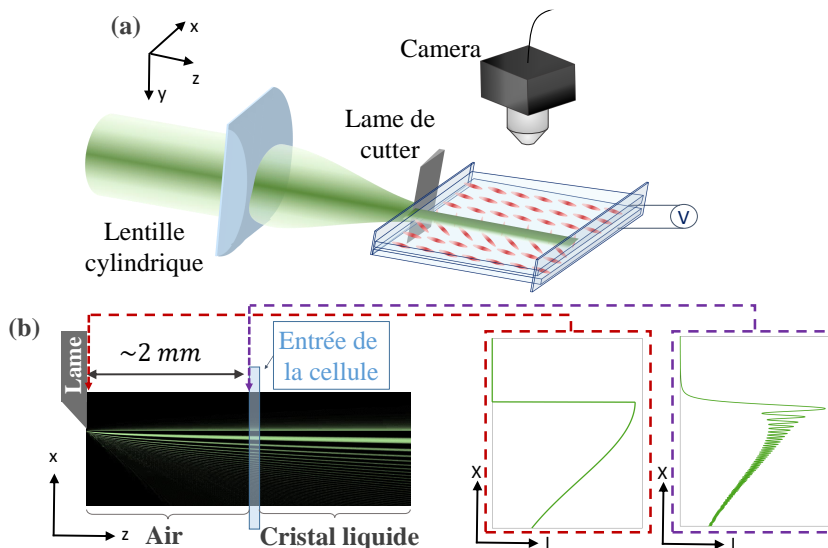


FIGURE 5.2 – (a) : Schéma du dispositif expérimental permettant de générer une condition initiale de type saut. Le bord est assuré par une lame de cutter. (b) : Représentation schématique de l'évolution du faisceau lumineux après son passage par la lame de cutter.

5.2 Observations expérimentales

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 5.2. Comparé aux chapitres précédents, la modification se situe au niveau de la condition initiale sur le champ optique. En effet, un élément diffractant est inséré avant la cellule afin d'obstruer une partie du faisceau. Il se situe environ 2 mm avant l'entrée de la cellule. Ce point est très important car l'évolution des deux premiers millimètres s'effectue dans l'air (et dans la lamelle) et non dans le milieu non linéaire. Aussi, il n'est pas possible de suivre le tout début de la diffraction non linéaire dès $z = 0$. Notamment, la naissance des franges. L'observation de la diffraction non linéaire commence donc avec une structure de franges possédant déjà une certaine largeur ($\sim 150\ \mu\text{m}$), schématisé sur la Fig. 5.2(b). Le suivi de l'étalement ou du développement des franges n'est donc possible expérimentalement qu'à partir de $z \sim 2\text{ mm}$ de propagation linéaire.

Ce dispositif nous permet d'injecter un demi-faisceau gaussien de dimensions $w_x \approx 1700\ \mu\text{m}$ et $w_y \approx 12\ \mu\text{m}$.

L'évolution de cette condition initiale est représentée sur la Fig. 5.3 pour des puissances injectées croissantes ainsi que les profils d'intensité correspondants à deux stades de la propagation ($z = 400\ \mu\text{m}$ et $z = 1000\ \mu\text{m}$) pour visualiser plus précisément la transformation du profil transverse. On peut remarquer comme nous l'avions mentionné précédemment que le système de franges possède déjà une certaine largeur à l'entrée de la cellule de cristal liquide. La figure ne

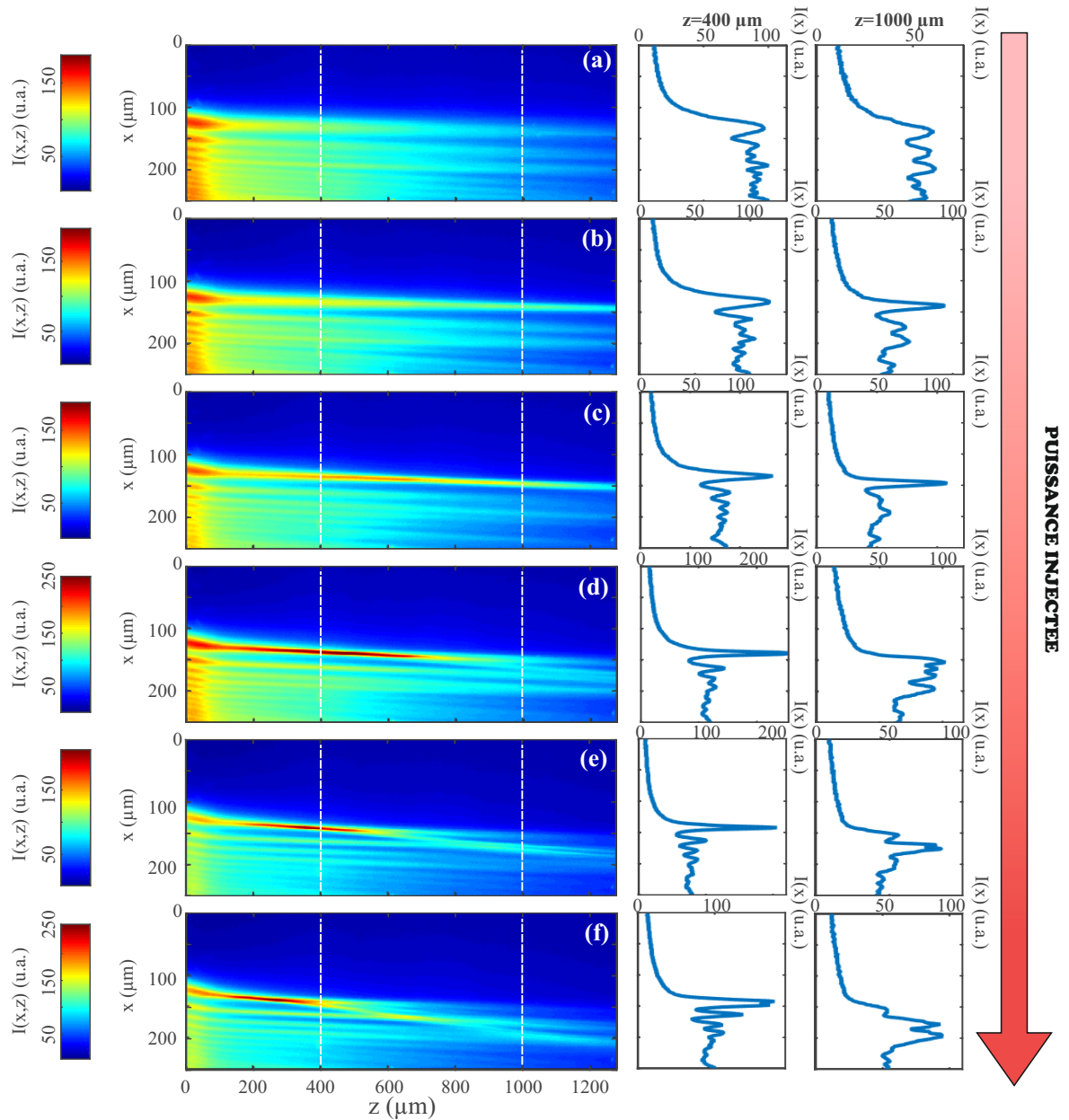


FIGURE 5.3 – Enregistrements expérimentaux de la propagation d’un saut d’intensité sur le faisceau initial (un faisceau gaussien dont on obstrue la moitié de l’étendue transverse). Les images sont moyennées sur 5 secondes. Les profils d’intensité lumineuse sont tracés après $400 \mu\text{m}$ et $1000 \mu\text{m}$ de propagation pour les puissances (a) $P = 50 \text{ mW}$, (b) $P = 150 \text{ mW}$, (c) $P = 250 \text{ mW}$, (d) $P = 350 \text{ mW}$, (e) $P = 450 \text{ mW}$, (f) $P = 550 \text{ mW}$. La tension appliquée aux bornes de la cellule est $0.5 V_{rms}$.

montre pas toute l'étendue de cette largeur pour préserver la résolution du système de franges non linéaires mais des franges sont observées sur une largeur d'environ $150 \mu m$ lors des enregistrements.

5.3 Analyse des enregistrements expérimentaux et discussions

Pour la plus faible intensité représentée [Fig. 5.3(a)], le régime observé est très faiblement non linéaire. Les profils correspondants observés sont similaires à ce qui est observé en diffraction linéaire de Fresnel.

Par contre, dès la Fig. 5.3(b), les profils ne sont plus similaires à ce qui est attendu en régime de diffraction linéaire. Il apparaît même une forte évolution du premier pic (le plus en amont de la discontinuité initiale) qui tend à se transformer en structure solitaire sur un « fond » existant.

5.3.1 Le lobe le plus amont se transforme en structure solitaire

Les profils correspondant aux Figs. 5.3(c) montrent clairement qu'une structure localisée se forme pour le premier pic. De plus en plus tôt, à mesure que la puissance augmente. Sa largeur s'affine avec la propagation et la puissance pour atteindre par exemple une valeur d'environ $7 \mu m$ à $P = 350 \text{ mW}$ au bout de $400 \mu m$ de propagation [Fig. 5.3(d)]. Comme pour le *nematicon*, le profil de cette structure solitaire est très piqué. Lors des chapitres précédents, des ajustements de courbe ont été réalisés sur les profils d'intensité afin de « quantifier » le caractère piqué des profils. Ici, l'exploitation des profils d'intensité est plus compliquée de part la présence des franges. Ainsi, nous ne sommes actuellement pas en mesure de donner plus d'indication quant à l'indicateur déjà utilisé précédemment (« coefficient β »³).

On constate que dans le même temps les intensités des lobes ou franges suivantes sont peu affectées même si leur profil l'est. Aussi, seul le premier lobe se transforme de manière drastique.

Lors de la régularisation de la discontinuité initiale par une onde de choc dispersive dans l'équation de Kortevreg de Vries, il est connu que le premier lobe (le plus proche de la discontinuité initiale) se transforme en structure solitaire au cours de la propagation [182, 183]. Dans [9], Assanto et al. prédisent que la régularisation lors de la propagation dans notre milieu donne lieu à un train de solitons. L'observation expérimentale de l'émergence d'une structure solitaire n'est donc pas surprenante dans notre système. Elle se distingue cependant des résultats connus pour les ondes de choc dispersives puisqu'elle surpasse ici le reste de la structuration. Ce qui n'est pas le cas par exemple pour les ondes de choc dispersives observées à la surface d'eaux peu profondes [184] mais qui est prévu par [9] (Fig. 5.4). Enfin, une seule structure solitaire est émise et pas un train de structures solitaires comme prévu dans [9].

3. Comme étudié dans les chapitres 2 et 4

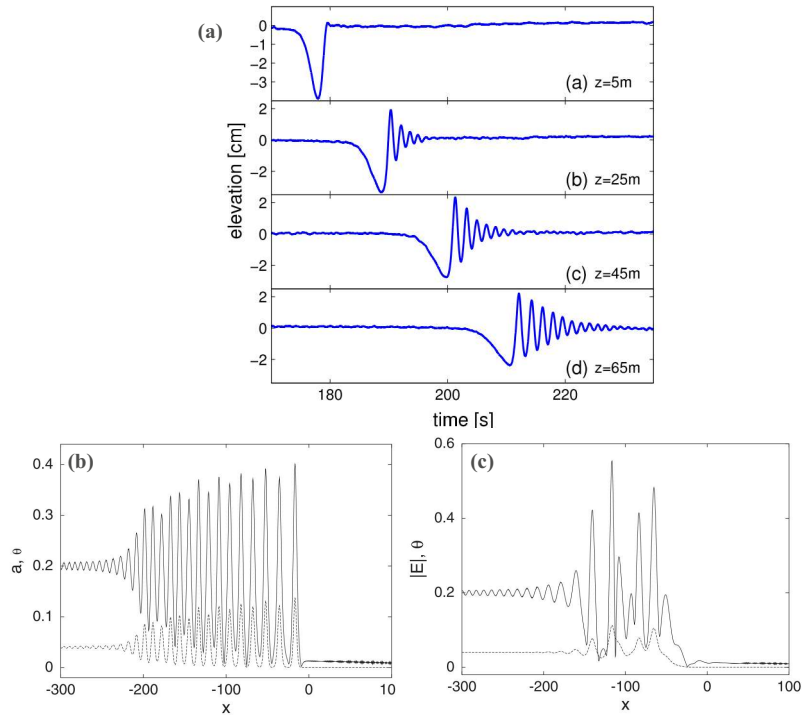


FIGURE 5.4 – (a) : Figure expérimentale tirée de [184] montrant l’élévation de la surface de l’eau à différentes distances du générateur de vague (mise en évidence d’une onde de choc dispersive). (b,c) : Figures numériques tirées de [9] représentant deux profils d’intensité lumineuse (lignes pleines) ainsi que de l’orientation moléculaire des CL (lignes pointillées) dans un cas faiblement (b) non local, et (c) plus fortement non local.

5.3.2 La non-localité fait interagir la structure localisée avec les lobes secondaires

L’examen des images obtenues pour des puissances encore plus élevées révèle le couplage entre les pics dû à la non-localité. En effet, on distingue très clairement une interaction (attraction) entre le pic le plus intense et les pics voisins [Figs. 5.3(e,f) et même déjà lors des dernières centaines de microns de la propagation représentée sur la Fig. 5.3(d)]. Les simulations numériques menées en absence de non-localité transverse ne font jamais apparaître de couplage entre les lobes quelle que soit l’intensité injectée (comme pour l’instabilité modulationnelle obtenue à partir de l’équation de Schrödinger non linéaire). Par contre, la prise en compte de la non-localité dans les simulations fait directement apparaître ce type de couplage. La conséquence expérimentalement est une interaction entre la structure la plus intense et le lobe voisin qui a pour résultat de propager transversalement la structure solitaire de proche en proche (vis à vis des lobes).

Cette interaction est modifiée si on change la valeur de la tension aux bornes de la cellule.

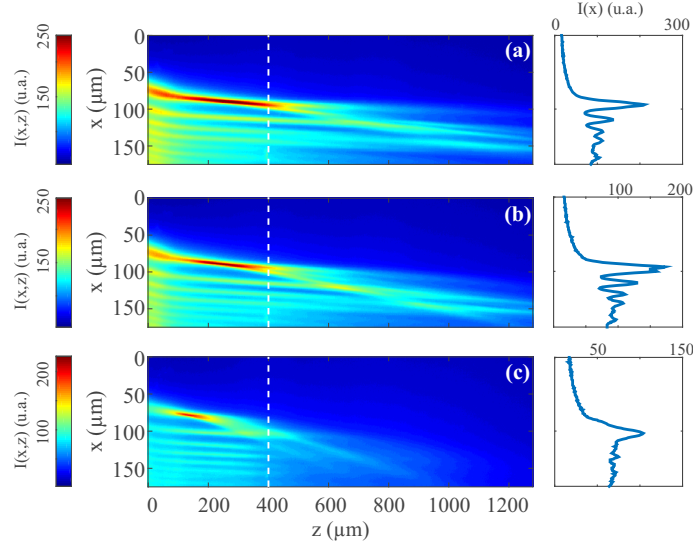


FIGURE 5.5 – Influence de la tension V aux bornes de la cellule sur le couplage entre les lobes de diffraction non linéaire. $P = 550 \text{ mW}$. (a) $V = 0.1 \text{ Vrms}$, (b) $V = 0.6 \text{ Vrms}$ et (c) $V = 1.1 \text{ Vrms}$.

La figure 5.5 illustre ce constat. Plus la tension est proche de 1.1 Vrms plus l'interaction est importante entre les lobes et plus la structure solitaire est déviée rapidement. Pour avoir le temps d'observer la formation d'une structure solitaire avant qu'elle n'interagisse avec les lobes voisins nous sommes placés à 0.5 Vrms pour les résultats présentés dans ce chapitre. La tension de 1.1 Vrms constitue, pour notre cellule, la tension optimale pour la génération d'un *nematicon* (Partie. I), là où la non-linéarité est optimale.

Ces résultats ne sont pas étonnants puisque la modification de la tension appliquée est liée à la modification du taux de non-localité. La référence [185] utilise cette dépendance lors de l'interaction entre *nematicons*. Les auteurs mettent en évidence la diminution de la portée de non-localité avec l'augmentation de la tension appliquée. Une autre étude [103] met en évidence que la modification de la tension influe sur la puissance nécessaire à l'établissement du *nematicon*.

5.3.3 Le paquet d'ondes présente bien un choc au cours de la propagation

Puisque l'objectif de notre expérience est de générer une onde de choc à partir d'une discontinuité sur la condition initiale, nous examinons si un tel choc est obtenu lors de la propagation du paquet d'ondes. Pour cela, nous suivons l'évolution du raidissement du premier lobe comme dans la section 4.3.3.1. La figure 5.6 montre l'évolution de la raideur $R_{max}(z)$ avec la distance de propagation pour deux valeurs de puissance. On peut constater qu'en régime faiblement non linéaire ($P = 50 \text{ mW}$) [Fig. 5.6(d-g)] la raideur n'évolue pratiquement pas, indiquant que la

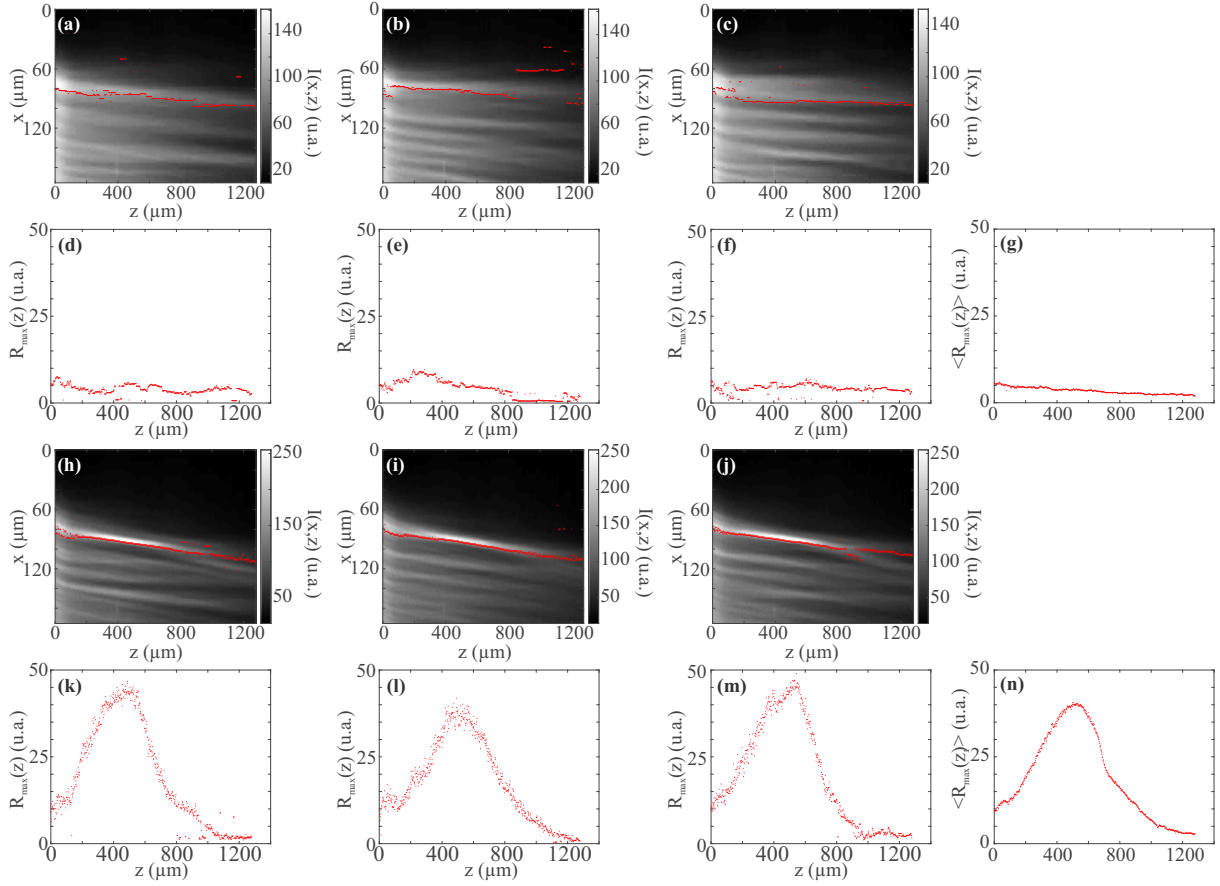


FIGURE 5.6 – Évolution de la raideur $R_{max}(z)$ du premier lobe (le plus intense) du paquet d'ondes transverse lors de sa propagation pour deux puissances (d-g) $P = 50 \text{ mW}$ et (k-n) $P = 330 \text{ mW}$. (d,e,f,k,l,m) Raideurs $R_{max}(z)$ instantannées correspondant respectivement aux snapshots (a,b,c,h,i,j) de la propagation du paquet d'ondes. (g,n) Evolution de la raideur $\langle R_{max}(z) \rangle_t$ moyennée sur 5 secondes de snapshots. Les points de couleur rouge localisent la position x où la raideur $R(x)$ est maximale.

structure n'évolue que très peu. Ce qui confirme bien nos propos précédents affirmant que le régime observé sur la Fig. 5.3(a) est très faiblement non linéaire. Par contre, pour une puissance ($P = 330$ mW) où la structure localisée est obtenue, un raidissement du premier lobe apparaît clairement. Celui-ci augmente rapidement avant de re-décroître, synonyme de la présence d'un choc. $R_{max}(z)$ ne diverge pas complètement comme nous l'avions vu dans le Chap. 4 en raison de mécanismes intrinsèques au système qui empêchent l'explosion du paquet d'ondes. Ainsi, la présence d'une discontinuité sur la condition initiale induit bien un choc lors de la propagation dans notre système.

5.3.4 Le choc est-il dispersif ?

Pour répondre à cette question, il suffit de regarder si l'enveloppe du paquet d'ondes s'étale (ou se contracte) au cours de la propagation. C'est à dire dans notre cas, si l'enveloppe du paquet d'ondes contenant les franges en aval de la discontinuité s'étale (puisque la diffraction correspond à une forme de dispersion « positive »). En effet, les ondes dispersives sont observées, si elles existent, à l'opposé de là où se crée la structure solitaire et en régime quasi-linéaire. Comme on peut le voir sur les simulations numériques⁴ de la Fig. 5.7(a), *en absence de bruit* dans notre système, on voit bien un étalement des franges en aval de la perturbation, ce qui confirme le caractère dispersif (diffractif) du milieu. Par contre, si le bruit est pris en compte [Fig. 5.7(b)], le développement de l'instabilité modulationnelle engendrée par le bruit (dès le début de la cellule) empêche de distinguer le développement de l'extension de l'onde dispersive. Aussi, expérimentalement, il n'est pas possible de mettre en évidence cet étalement des franges en aval de la discontinuité. Seules les simulations numériques attestent de cette propriété.

5.4 Conclusion

La présence d'une discontinuité sur la condition initiale génère bien une onde de choc dispersive dans notre système. Un choc est mis en évidence expérimentalement associé à la transformation du lobe d'intensité le plus amont en structure localisée de type *nematicon*. Celle-ci prédomine largement le reste de la structuration. Enfin, la présence de non-localité entraîne un couplage entre la structure solitaire et les lobes voisins avec pour résultat de faire complètement dériver transversalement cette structure intense. Cette dernière propriété trouve toute son application en routage optique.

4. La condition initiale sur le champ optique est ici un faisceau gaussien large ($w_x = 500 \mu\text{m}$), d'amplitude E_0 et obstrué en son centre.

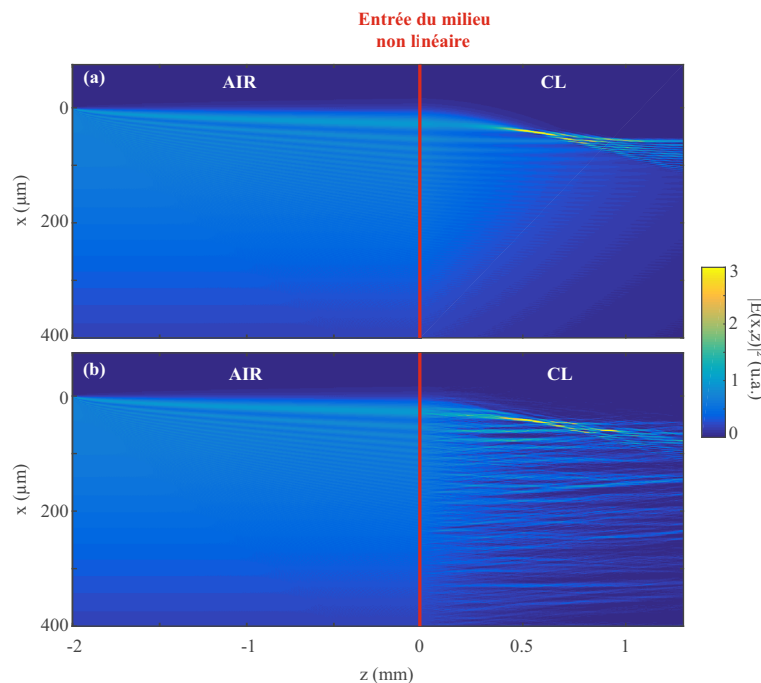


FIGURE 5.7 – Étirement des franges, dues à la diffraction non linéaire par un bord, lors de la propagation dans un cristal liquide nématique en (a) absence et en (b) présence de bruit. Simulations stochastiques à partir des Eqs. 2.2 et 2.3. (a) $\varepsilon=0$ et (a) $\varepsilon=2.5E5$. Les 2 premiers millimètres de la propagation se situent dans l’air. L’entrée de la cellule de cristal liquide se fait à $z = 2$ mm. ($E_0 = 400$, $\chi = 1$, $w_x = 500 \mu\text{m}$, $l_d = 21 \mu\text{m}$, $l_{dz} = 25 \mu\text{m}$, $\alpha = 600$, $t = 2\tau$)

Application au routage Le but du routage optique est d’adresser de l’information efficacement et rapidement à un endroit donné. Actuellement, beaucoup de recherches sont menées afin de développer des solutions « toutes optiques » pour l’adressage [186, 187, 188]. Des faisceaux d’Airy contra-propageant ont été proposés pour contrôler l’adressage de la lumière [189]. L’avantage des solutions toute-photoniques réside dans la vitesse d’exécution qui est plus rapide que les solutions electro-optiques.

Comme nous venons de le montrer la trajectoire du pic maximal d’intensité est modifiée en fonction de la puissance injectée ou encore du voltage appliqué à la cellule. La figure 5.8 illustre ce phénomène pour la dépendance à la puissance P . Différentes distances de propagation sont représentées. Pour chacune d’elle, le profil transverse est représenté pour des puissances injectées croissantes. La première distance de propagation [Fig. 5.8(a)] se situe très proche de l’entrée de la cellule ($z = 100 \mu\text{m}$). La trajectoire du maximum d’intensité reste à peu près inchangée avec l’augmentation de la puissance injectée.⁵

5. Néanmoins, nous pouvons constater que le premier lobe se rétrécit à forte puissance.

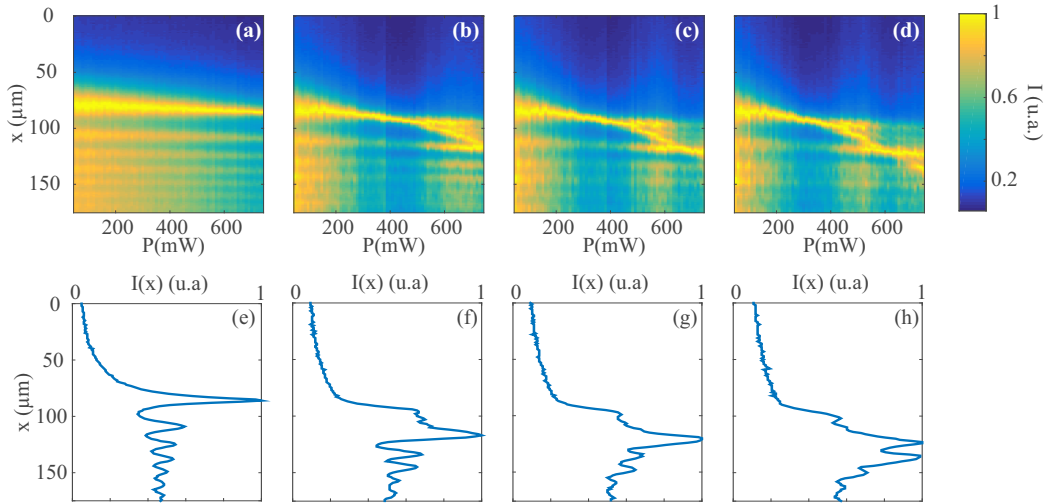


FIGURE 5.8 – Diagrammes représentant l'évolution du profil transverse en fonction de la puissance injectée après différentes distances de propagation : (a) $z = 100 \mu\text{m}$, (b) $z = 400 \mu\text{m}$, (c) $z = 500 \mu\text{m}$, (d) $z = 600 \mu\text{m}$, pour $V = 0.5 V_{rms}$, avec les tracés des profils d'intensité lumineuses correspondants pour la puissance maximale ($P = 740 \text{ mW}$). L'intensité maximale de chaque profil a été renormalisée à 1 pour une meilleure lisibilité.

Pour des distances de propagation plus importantes [Fig. 5.8(b,c,d)], l'influence de la puissance injectée est flagrante. Le maximum d'intensité est défléchi. La déviation maximale est d'environ $50 \mu\text{m}$ pour $z = 600 \mu\text{m}$ entre 100 et 740 mW . Ainsi, à z fixé, la modification de la puissance injectée permet de "router" le pic le plus intense. Nous montrons ici une nouvelle façon de router la lumière.

Perspectives Il est très tentant d'observer la diffraction par une fente. Les deux discontinuités vont engendrer chacune un choc et une dérive de la structure solitaire mais de manière opposée. De telle manière qu'il est possible de faire interagir les deux structures solitaires. Un premier aperçu est donné expérimentalement sur la Figure 5.9.

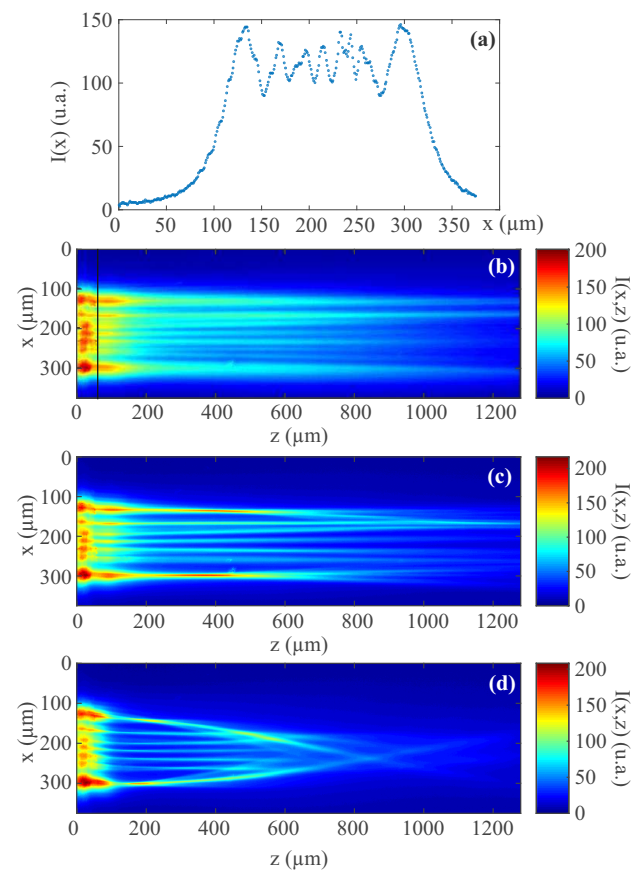


FIGURE 5.9 – Diffraction non linéaire par une fente. (a) Profil d'intensité après $60 \mu\text{m}$ de propagation pour l'image (b). Les images expérimentales sont moyennées sur 5 secondes. $V = 1 \text{ Vrms}$. (b) $P = 50 \text{ mW}$, (c) $P = 500 \text{ mW}$ et (d) $P = 900 \text{ mW}$ pour une fente de largeur $\sim 200 \mu\text{m}$.

CONCLUSION DES TRAVAUX PRÉSENTÉS

La motivation de cette thèse était d'étudier l'influence de la non-localité sur les singularités d'ondes obtenues lors de la propagation d'un paquet d'ondes optiques dans un cristal liquide nématique.

Nous avons pu mettre en évidence plusieurs types de singularités lorsque le profil du paquet était gaussien :

1. une singularité de type « *cuspon* » pour le profil de la structure solitaire (connue sous le nom de *nematicon*⁶), en rapport avec la dénomination introduite dans [115],
2. une singularité de type « *peakon* » pour l'enveloppe du paquet d'ondes lors de sa compression⁷ maximale de type effondrement d'ondes (Sec. 4.3.2), toujours en rapport avec la dénomination introduite dans [115],
3. une singularité correspondant à la divergence de la raideur de l'enveloppe du paquet d'ondes lors de son auto-raïdissement⁸.

Mais surtout, l'aspect le plus important est que la présence de ces différentes singularités est *complètement régi par le taux de non-localité* du système non linéaire. En effet, nous montrons que

- en régime **fortement non local** ($l_d > w$)⁹, une structure solitaire (« *nematicon* ») est toujours obtenue. Cette structure possède un profil d'intensité ultra-piqué (singularité 1., ci-dessus) et ne s'effondre jamais sur elle-même ; aucune instabilité modulationnelle n'est observée quel que soit le régime non linéaire ;
- en régime **faiblement non local** ($l_d < w$), l'enveloppe du paquet d'ondes subit toujours un effondrement sur elle-même¹⁰ pour les fortes puissances (singularité 2., ci-dessus) conjointement avec un auto-raïdissement (singularité 3., ci-dessus) de son profil. La distance de propagation Z requise pour l'effondrement du paquet d'ondes suit une loi de puissance $Z \propto P^{-1/2}$ avec l'énergie initiale P du paquet d'ondes. A cette distance de compression, le faisceau d'intensité présente un remarquable profil piqué en double exponentielle (« *peakon* »). L'instabilité modulationnelle accompagne toujours les observations puisqu'elle est soutenue par le bruit. Cependant, elle n'entrave en rien la formation des singularités.

Il est important de noter que les régimes fortement ou faiblement non locaux sont obtenus à condition de respecter un rapport (portée de la non-localité, l_d)/(taille initiale du paquet d'ondes, w) donné. Ainsi, il est possible de générer un *nematicon* de n'importe quelle extension transverse ;

6. Bien connu dans les expériences de propagation dans les cristaux liquides [14].

7. Divergence de l'intensité du faisceau

8. Divergence de la dérivée de l'intensité du faisceau

9. l_d : portée de la non-localité ; w : 1/2 largeur du paquet d'ondes initial

10. Catastrophe du gradient

par exemple d'une taille de $100 \mu m$... à condition de posséder un cristal liquide dont la portée de la non-localité serait supérieure à $300 \mu m$. Il en va de même pour l'instabilité modulationnelle qui pourrait être générée sur un faisceau dont la taille initiale $10 \mu m$ est celle habituellement utilisée pour générer un *nematicon*. Si la portée de la non-localité est de l'ordre $l_d \sim 1 \mu m$ alors seule l'instabilité modulationnelle sera générée sans structure solitaire.

Enfin, nous avons mis en évidence la présence d'ondes de chocs diffractives dans notre système en appliquant une condition initiale possédant une discontinuité (demi-faisceau gaussien). En dehors de générer aussi une singularité (auto-raïdissement), c'est la première mise en évidence expérimentale de ce type d'ondes dans un *milieu focalisant* de surcroît stochastique et non local. Une structure solitaire se forme - du côté de la discontinuité initiale - qui surpasse largement les modulations de l'onde dispersive. Cette structure solitaire est défléchie au cours de sa propagation par le couplage non local avec les lobes voisins. Ce comportement démontre cette configuration comme un candidat idéal pour le routage tout-optique.

Le modèle théorique utilisé Eqs. (2.2, 2.3) dans ce manuscrit reproduit bien tous les comportements observés dans cette thèse à l'exception du profil ultra-piqué du *nematicon*. Ainsi, une étude plus approfondie est nécessaire pour améliorer ou définir les limites de ce modèle en régime fortement non local.

Bibliographie

- [1] B. Maitte, *La lumière* (Editions du Seuil, coll. Points Sciences, Paris, 1981). [11](#)
- [2] I. C. Khoo, *Liquid Crystals, Physical properties and nonlinear optical phenomena* (Wiley-interscience, Hoboken, 1995). [11](#), [32](#), [35](#), [37](#)
- [3] A. Alberucci, G. Assanto, J. Michael, L. MacNeil, and N. F. Smyth, *Nematic liquid crystals : An excellent playground for nonlocal nonlinear light localization in soft matter*, J. Nonlinear Opt. Phys. Mater. **25**, 1450046 (2014). [12](#), [38](#), [45](#), [66](#)
- [4] G. Agez, C. Szwaj, E. Louvergneaux, and P. Glorieux, *Noisy precursors in one-dimensional patterns*, Phys. Rev. A **66**, 063805 (2002). [13](#), [30](#), [33](#), [34](#)
- [5] G. Agez, P. Glorieux, M. Taki, and E. Louvergneaux, *Two-dimensional noise-sustained structures in optics : Theory and experiments*, Phys. Rev. A **74**, 043814 (2006). [13](#), [94](#)
- [6] E. Louvergneaux, V. Odent, M. I. Kolobov, and M. Taki, *Statistical analysis of spatial frequency supercontinuum in pattern forming feedback systems*, Phys. Rev. A **87**, 063802 (2013). [13](#), [39](#)
- [7] M. Peccianti, A. De Rossi, G. Assanto, A. De Luca, C. Umeton, and I. C. Khoo, *Electrically assisted self-confinement and waveguiding in planar nematic liquid crystal cells*, Appl. Phys. Lett. **77**, 7 (2000). [14](#), [20](#)
- [8] A. Piccardi, A. Alberucci, N. Tabiryan, and G. Assanto, *Dark nematicons.*, Opt. Lett. **36**, 1356 (2011). [14](#), [23](#), [24](#)
- [9] G. Assanto, T. R. Marchant, and N. F. Smyth, *Collisionless shock resolution in nematic liquid crystals*, Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys. **78**, 063808 (2008). [14](#), [91](#), [94](#), [115](#), [118](#), [119](#)

- [10] J. Beeckman, X. Hutsebaut, M. Haelterman, and K. Neyts, *Induced modulation instability and recurrence in nematic liquid crystals.*, Opt. Express **15**, 11185 (2007). [14](#), [19](#), [34](#), [38](#), [85](#), [91](#), [93](#)
- [11] B. D. Skuse and N. F. Smyth, *Interaction of two-color solitary waves in a liquid crystal in the nonlocal regime*, Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys. **79**, 1 (2009). [14](#), [66](#)
- [12] Y. V. Izdebskaya, A. S. Desyatnikov, G. Assanto, and Y. S. Kivshar, *Multimode nematic waveguides.*, Opt. Lett. **36**, 184 (2011). [14](#)
- [13] G. Assanto and N. F. Smyth, *Light-Induced Waveguides in Nematic Liquid Crystals*, IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **22** (2016). [14](#), [66](#)
- [14] G. Assanto, *Nematicons, Spatial Optical Soliton in Nematic Liquid crystals* (Wiley, Hoboken, 2013). [14](#), [31](#), [34](#), [36](#), [37](#), [39](#), [45](#), [46](#), [51](#), [52](#), [54](#), [57](#), [61](#), [63](#), [66](#), [77](#), [78](#), [79](#), [81](#), [85](#), [129](#), [147](#)
- [15] C. Sun, C. Barsi, and J. W. Fleischer, *Peakon profiles and collapse-bounce cycles in self-focusing spatial beams.*, Opt. Express **16**, 20676 (2008). [14](#), [45](#), [52](#), [54](#), [57](#), [59](#), [79](#), [82](#), [87](#), [91](#), [93](#), [95](#), [96](#), [103](#)
- [16] W. Krolikowski, O. Bang, J. Rasmussen, and J. Wyller, *Modulational instability in nonlocal nonlinear Kerr media*, Phys. Rev. E **64**, 016612 (2001). [14](#), [45](#)
- [17] O. Bang, W. Krolikowski, J. Wyller, and J. Rasmussen, *Collapse arrest and soliton stabilization in nonlocal nonlinear media*, Phys. Rev. E **66**, 046619 (2002). [14](#), [28](#), [45](#), [59](#), [82](#), [85](#), [101](#), [110](#)
- [18] P. Ball, *Forging patterns and making waves from biology to geology : a commentary on Turing (1952) The chemical basis of morphogenesis*, Philos. Trans. R. Soc. London B Biol. Sci. **370**, 20140218 (2015). [16](#), [17](#)
- [19] B. Brown, *Blue light corals, blue light brain coral* (2014), URL <http://www.coralreefphotos.com/blue-light-corals-blue-light-brain-coral/>. [16](#)
- [20] D. Escaff, C. Fernandez-Oto, M. G. Clerc, and M. Tlidi, *Localized vegetation patterns, fairy circles, and localized patches in arid landscapes*, Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys. **91**, 1 (2015). [16](#)
- [21] C. Arthur, *Gliders on cloud nine over morning glory* (2012), URL <http://www.abc.net.au/news/2012-10-09/gliders-on-cloud-nine-over-morning-glory/4302668>. [16](#)

-
- [22] M. J. Ablowitz and D. E. Baldwin, *Nonlinear shallow ocean-wave soliton interactions on flat beaches*, Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys. **86**, 1 (2012). [16](#)
- [23] O. Lioubashevski, Y. Hamiel, a. Agnon, Z. Reches, and J. Fineberg, *Oscillons and Propagating Solitary Waves in a Vertically Vibrated Colloidal Suspension*, Phys. Rev. Lett. **83**, 3190 (1999). [16](#)
- [24] R. Richter and I. V. Barashenkov, *Two-dimensional solitons on the surface of magnetic fluids*, Phys. Rev. Lett. **94**, 1 (2005). [16](#)
- [25] T. T. R. Neubecker, G.-L. Oppo, B. Thuering, *Pattern formation in a liquid-crystal light valve with feedback, including polarization, saturation, and internal threshold effects*, Phys. Rev. A **52**, 791 (1995). [17](#)
- [26] S. a. Akhmanov, M. a. Vorontsov, V. Y. Ivanov, a. V. Larichev, and N. I. Zheleznykh, *Controlling transverse-wave interactions in nonlinear optics : generation and interaction of spatiotemporal structures*, J. Opt. Soc. Am. B **9**, 78 (1992). [17](#)
- [27] V. Odent, M. Taki, and E. Louvergneaux, *Experimental evidence of dissipative spatial solitons in an optical passive Kerr cavity*, New J. Phys. **13**, 113026 (2011). [17](#)
- [28] Z. Chen, M. Segev, and D. N. Christodoulides, *Optical spatial solitons : historical overview and recent advances*, Reports Prog. Phys. **75**, 086401 (2012). [17](#), [20](#), [24](#)
- [29] A. M. Turing, *The chemical basis of morphogenesis*, Philos. Trans. R. Soc. London B Biol. Sci. **237**, 37 (1952). [17](#)
- [30] V. E. Zakharov and L. A. Ostrovsky, *Modulation instability : The beginning*, Phys. D Non-linear Phenom. **238**, 540 (2009). [18](#), [19](#)
- [31] M. Haelterman, S. Trillo, and S. Wabnitz, *Additive-modulation-instability ring laser in the normal dispersion regime of a fiber.*, Opt. Lett. **17**, 745 (1992). [19](#)
- [32] D. Henderson, H. Segur, and J. D. Carter, *Experimental evidence of stable wave patterns on deep water*, J. Fluid Mech **658**, 247 (2010). [19](#)
- [33] G. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press, Oxford, 2013), 5th ed. [19](#), [22](#), [24](#), [40](#)
- [34] C. Kharif and E. Pelinovsky, *Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon*, Eur. J. Mech. B/Fluids **22**, 603 (2003). [19](#)
- [35] M. Onorato, S. Residori, U. Bortolozzo, a. Montina, and F. T. Arecchi, *Rogue waves and their generating mechanisms in different physical contexts*, Phys. Rep. **528**, 47 (2013). [19](#)

- [36] J. M. Dudley, G. Genty, F. Dias, B. Kibler, and N. Akhmediev, *Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation.*, Opt. Express **17**, 21497 (2009). [19](#)
- [37] M. Peccianti, C. Conti, and G. Assanto, *Optical multisoliton generation in nematic liquid crystals*, Opt. Lett. **28**, 2231 (2003). [19](#), [45](#), [85](#), [91](#), [93](#)
- [38] J. S. Russell, in *14th meeting of the British Association for the Advancement of Science* (1844), vol. 311, p. 390. [20](#)
- [39] *Editorial : Soliton wave receives crowd of admirers*, Nature (London) **376**, 373 (1995). [20](#)
- [40] C. Huygens, *Traité de la lumière avec un discours de la pesanteur* (Gressner et Schramm, Leipzig, 1678). [20](#)
- [41] A. Fresnel, *Premier mémoire sur la diffraction de la lumière* (Académie des sciences, Paris, 1815). [20](#)
- [42] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics* (University Press, Cambridge, 2001). [20](#)
- [43] V. Folli, *Nonlinear Optics and Laser Emission through Random Media* (Springer Theses, Dordrecht, 2012). [21](#)
- [44] G. I. Stegeman and M. Segev, *Optical Spatial Solitons and Their Interactions : Universality and Diversity*, Science (80-.). **286**, 1518 (1999). [22](#)
- [45] N. J. Zabusky and M. D. Kruskal, *Interaction of “solitons” in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965). [22](#)
- [46] Y. Kivshar, *Dark optical solitons : physics and applications*, Phys. Rep. **298**, 81 (1998). [23](#), [24](#)
- [47] Z. Chen, M. Mitchell, M. F. Shih, M. Segev, M. H. Garrett, and G. C. Valley, *Steady-state dark photorefractive screening solitons*, Opt. Lett. **21**, 629 (1996). [23](#)
- [48] C. Becker, S. Stellmer, P. Soltan-Panahi, S. Dörscher, M. Baumert, E. M. Richter, J. Kronjäger, K. Bongs, and K. Sengstock, *Oscillations and interactions of dark and dark-bright solitons in Bose-Einstein condensates*, Nat. Phys. **4**, 9 (2008). [23](#), [24](#)
- [49] N. Verschueren, U. Bortolozzo, M. G. Clerc, and S. Residori, *Chaoticon : localized pattern with permanent dynamics*, Philos. Trans. R. Soc. A **372** (2014). [24](#)

-
- [50] G. Whitham, *Linear and Nonlinear Waves* (John Wiley and Sons Inc., New York, 1974). [24](#), [25](#), [114](#)
- [51] R. Dahlquist, *Breaking wave on north shore of oahu, hawaii* (2009), URL <http://www.hawaiipictures.com/all-products/breaking-wave-on-north-shore-of-oahu,-hawaii/c-24/p-4346>. [24](#)
- [52] E. Mach and P. Salcher, *Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorgänge*, *Annalen der Physik* **268**, 277 (1887). [25](#)
- [53] P. O. K. Krehl, *Shock wave physics and detonation physics - A stimulus for the emergence of numerous new branches in science and engineering*, *Eur. Phys. J. H* **36**, 85 (2011). [25](#), [88](#)
- [54] DLR, *Shock tube for measuring elementary kinetics data and ignition delay times of diluted mixtures at pressures up to 16 bar*, URL http://www.dlr.de/vt/en/DesktopDefault.aspx/tabid-10847/6092_read-14946/gallery-1/gallery_read-Image.29.7587/. [25](#)
- [55] U. N. Ensign John Gay, *Fa-18 hornet breaking sound barrier* (1999), URL [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FA-18_Hornet_breaking_sound_barrier_\(7_July_1999\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FA-18_Hornet_breaking_sound_barrier_(7_July_1999).jpg). [25](#)
- [56] A. V. Gurevich and A. L. Krylov, *Dissipationless Shock Waves in Media with Positive Dispersion*, *Sov Phys {JETP}* **65**, 944 (1987). [25](#)
- [57] H. R. Taylor , D. R. Baker, *Observation of collisionless electrostatic shocks*, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 206 (1970). [25](#)
- [58] M. a. Hoefler, M. J. Ablowitz, I. Coddington, E. a. Cornell, P. Engels, and V. Schweikhard, *Dispersive and classical shock waves in Bose-Einstein condensates and gas dynamics*, *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.* **74**, 023623 (2006). [25](#)
- [59] J. E. Rothenberg and D. Grischkowsky, *Observation of the formation of an optical intensity shock and wave breaking in the nonlinear propagation of pulses in optical fibers*, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 531 (1989). [25](#), [88](#)
- [60] W. Wan, S. Jia, and J. W. Fleischer, *Dispersive superfluid-like shock waves in nonlinear optics*, *Nat. Phys.* **3**, 46 (2007). [26](#), [27](#), [88](#), [114](#)
- [61] B. Wetzell, R. Morandotti, and A. Pasquazi, *Water Waves in Optical Fibers*, *Physics* (College. Park. Md). **7**, 48 (2014). [27](#)

- [62] K. Rypdal, J. J. Rasmussen, and K. Thomsen, *Similarity structure of wave-collapse*, Phys. D Nonlinear Phenom. **16**, 339 (1985). [27](#)
- [63] R. W. Boyd, S. G. Lukishova, and Y. R. Shen, *Self-focusing : Past and Present* (Springer, New York, 2009). [26](#), [96](#), [97](#)
- [64] W. Krolikowski, O. Bang, N. I. Nikolov, D. Neshev, J. Wyller, J. J. Rasmussen, and D. Edmundson, *Modulational instability, solitons and beam propagation in spatially nonlocal nonlinear media*, J. Opt. B Quantum Semiclassical Opt. **6**, 1 (2004). [26](#), [28](#), [33](#), [45](#), [46](#), [57](#)
- [65] A. Y. Wong and P. Y. Cheung, *Three-Dimensional Self-Collapse of Langmuir Waves*, Phys. Rev. Lett. **52**, 1222 (1984). [28](#)
- [66] C. Sackett, J. Gerton, M. Welling, and R. Hulet, *Measurements of Collective Collapse in a Bose-Einstein Condensate with Attractive Interactions*, Phys. Rev. Lett. **82**, 876 (1999). [28](#)
- [67] L. Bergé, *Wave collapse in physics : principles and applications to light and plasma waves*, Phys. Rep. **303**, 259 (1998). [28](#), [57](#), [87](#)
- [68] O. Bang, D. Edmundson, and W. Królikowski, *Collapse of Incoherent Light Beams in Inertial Bulk Kerr Media*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5479 (1999). [28](#), [87](#)
- [69] G. Fibich, *Small Beam Nonparaxiality Arrests Self-Focusing of Optical Beams*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4356 (1996). [28](#)
- [70] J. Beeckman, K. Neyts, and P. J. M. Vanbrabant, *Liquid-crystal photonic applications*, Opt. Eng. **50**, 081202 (2011). [29](#)
- [71] V. M. Lenart, S. L. Gómez, I. H. Bechtold, A. M. Figueiredo Neto, and S. R. Salinas, *Tricritical-like behavior of the nonlinear optical refraction at the nematic-isotropic transition in the E7 thermotropic liquid crystal*, Eur. Phys. J. E **35**, 3 (2012). [30](#), [33](#), [35](#)
- [72] I. C. Khoo, *Nonlinear optics of liquid crystalline materials*, Phys. Rep. **471**, 221 (2009). [32](#)
- [73] R. W. Boyd, in *Nonlinear Optics (Third Edition)*, edited by R. W. Boyd (Academic Press, Burlington, 2008), pp. 207 – 252, third edition ed., ISBN 978-0-12-369470-6, URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123694706000046>. [33](#)
- [74] G. Agez, P. Glorieux, C. Szwaj, and E. Louvergneaux, *Using noise speckle pattern for the measurements of director reorientational relaxation time and diffusion length of aligned liquid crystals*, Opt. Commun. **245**, 243 (2005). [33](#), [36](#), [38](#), [39](#), [60](#)

-
- [75] E. Louvergneaux, C. Szwaj, G. Agez, P. Glorieux, and M. Taki, *Experimental Evidence of Absolute and Convective Instabilities in Optics*, Phys. Rev. Lett. **92**, 043901 (2004). [33](#), [34](#)
- [76] G. Assanto, M. Peccianti, and C. Conti, *One-Dimensional Transverse Modulational Instability in Nonlocal Media With a Reorientational Nonlinearity*, IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **10**, 862 (2004). [34](#)
- [77] A. Piccardi, S. Residori, and G. Assanto, *Nonlocal soliton scattering in random potentials*, J. Opt. **18**, 07LT01 (2016). [34](#), [66](#), [72](#), [74](#), [80](#)
- [78] H. Louis, M. Tlidi, and E. Louvergneaux, *Experimental evidence of dynamical propagation for solitary waves in ultra slow stochastic non-local Kerr medium*, Opt. Express **24**, 16206 (2016). [34](#)
- [79] J. F. Henninot, M. Debailleul, R. Asquini, a. d Alessandro, and M. Warengem, *Self-waveguiding in an isotropic channel induced in dye doped nematic liquid crystal and a bent self-waveguide*, J. Opt. A Pure Appl. Opt. **6**, 315 (2004). [35](#)
- [80] J. F. Henninot, J. F. Blach, and M. Warengem, *The investigation of an electrically stabilized optical spatial soliton induced in a nematic liquid crystal*, J. Opt. A Pure Appl. Opt. **10**, 085104 (2008). [35](#)
- [81] M. Peccianti and G. Assanto, *Nematicons*, Phys. Rep. **516**, 147 (2012). [35](#), [37](#)
- [82] E. Santamato, E. Ciaramella, and M. Tamburrini, *A New Nonlinear Optical Method to Measure the Elastic Anisotropy of Liquid Crystals*, Mol. Cryst. Liq. Cryst. Sci. Technol. Sect. A. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **241**, 205 (1994). [35](#)
- [83] C. Conti, M. Peccianti, and G. Assanto, *Route to Nonlocality and Observation of Accessible Solitons*, Phys. Rev. Lett. **91**, 073901 (2003). [37](#), [38](#), [39](#)
- [84] X. Hutsebaut, *Etude expérimentale de l'optique non linéaire dans les cristaux liquides : Solitons spatiaux et instabilité de modulation*, Ph.D. thesis, Université Libre de Bruxelles (2007). [37](#), [67](#)
- [85] J. Beeckman, K. Neyts, X. Hutsebaut, C. Cambournac, and M. Haelterman, *Time dependence of soliton formation in planar cells of nematic liquid crystals*, IEEE J. Quantum Electron. **41**, 735 (2005). [38](#), [66](#), [77](#)
- [86] A. Strinić, D. Timotijević, D. Arsenović, M. Petrović, and M. Belić, *Spatiotemporal optical instabilities in nematic solitons.*, Opt. Express **13**, 493 (2005). [38](#), [66](#)

- [87] R. Macdonald and H. Eichler, *Spontaneous optical pattern formation in a nematic liquid crystal with feedback mirror*, Opt. Commun. **89**, 289 (1992). [38](#), [39](#)
- [88] R. Macdonald and H. Danlewski, *Bessel function modes and $O(2)$ -symmetry breaking in diffractive optical pattern formation processes*, Opt. Commun. **113**, 111 (1994). [38](#)
- [89] V. Odent, M. Taki, and E. Louvergneaux, *Experimental spatial rogue patterns in an optical feedback system*, Nat. Hazards Earth Syst. Sci. **10**, 2727 (2010). [38](#)
- [90] K. G. Makris, H. Sarkissian, D. N. Christodoulides, and G. Assanto, *Nonlocal incoherent spatial solitons in liquid crystals*, J. Opt. Soc. Am. B **22**, 1371 (2005). [38](#)
- [91] M. Peccianti, K. a. Brzdkiewicz, and G. Assanto, *Nonlocal spatial soliton interactions in nematic liquid crystals.*, Opt. Lett. **27**, 1460 (2002). [38](#)
- [92] E. Santamato, E. Ciaramella, and M. Tamburrini, *Talbot Assisted Pattern Formation in a Liquid Crystal Film with Single Feedback Mirror*, Mol. Cryst. Liq. Cryst. Sci. Technol. Sect. A. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **251**, 127 (1994). [39](#)
- [93] W. J. F. G. D'Alessandro, *Hexagonal spatial patterns for a Kerr slice with a feedback mirror*, Phys. Rev. A **46**, 537 (1992). [39](#)
- [94] V. Folli and C. Conti, *Frustrated Brownian Motion of Nonlocal Solitary Waves*, Phys. Rev. Lett. **104**, 193901 (2010). [39](#), [45](#), [77](#), [80](#)
- [95] W.-P. Zhong, M. Belić, and T. Huang, *Spatial optical solitons in generic nonlocal nonlinear media*, Appl. Phys. B **102**, 53 (2011). [39](#), [45](#)
- [96] R. L. Honeycutt and I. White, *Stochastic Runge-Kutta algorithms. I. White noise*, Phys. Rev. A **45**, 2 (1992). [40](#)
- [97] C. Barsi, W. Wan, C. Sun, and J. W. Fleischer, *Dispersive shock waves with nonlocal nonlinearity.*, Opt. Lett. **32**, 2930 (2007). [45](#), [114](#)
- [98] F. Maucher, W. Krolikowski, and S. Skupin, *Stability of solitary waves in random nonlocal nonlinear media*, Phys. Rev. A **85**, 063803 (2012). [45](#), [66](#), [72](#), [77](#), [78](#), [80](#), [81](#)
- [99] P. Pedri and L. Santos, *Two-Dimensional Bright Solitons in Dipolar Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **95**, 200404 (2005). [45](#)
- [100] H. L. Pecseli and J. J. Rasmussen, *Nonlinear electron waves in strongly magnetized plasma*, Plasma Phys. **22**, 421 (1980). [45](#)

-
- [101] M. Kwasny, A. Piccardi, A. Alberucci, M. Peccianti, M. Kaczmarek, M. a. Karpierz, and G. Assanto, *Nematicon-nematicon interactions in a medium with tunable nonlinearity and fixed nonlocality.*, Opt. Lett. **36**, 2566 (2011). [45](#), [66](#)
- [102] N. Kravets, A. Piccardi, A. Alberucci, O. Buchnev, M. Kaczmarek, and G. Assanto, *Bistability with optical beams propagating in a reorientational medium*, Phys. Rev. Lett. **113**, 1 (2014). [45](#)
- [103] J. Beeckman, K. Neyts, X. Hutsebaut, C. Cambournac, and M. Haelterman, *Simulations and experiments on self-focusing conditions in nematic liquid-crystal planar cells.*, Opt. Express **12**, 1011 (2004). [48](#), [120](#)
- [104] C. Conti, M. Peccianti, and G. Assanto, *Observation of Optical Spatial Solitons in a Highly Nonlocal Medium*, Phys. Rev. Lett. **92**, 113902 (2004). [48](#)
- [105] J. Beeckman, K. Neyts, P. J. M. Vanbrabant, R. James, and F. a. Fernandez, *Finding exact spatial soliton profiles in nematic liquid crystals.*, Opt. Express **18**, 3311 (2010). [51](#), [52](#), [57](#), [63](#), [78](#), [79](#)
- [106] J. Michael, L. Macneil, N. F. Smyth, and G. Assanto, *Exact and approximate solutions for optical solitary waves in nematic liquid crystals*, Phys. D **284**, 1 (2014). [51](#), [52](#)
- [107] A. W. Snyder and D. J. Mitchell, *Accessible Solitons*, Science (80-.). **276**, 1538 (1997). [51](#), [54](#), [57](#), [59](#), [79](#)
- [108] A. I. Strinic, M. Petrovic, D. V. Timotijevic, N. B. Aleksic, and M. R. Belic, *Breathing solitons in nematic liquid crystals.*, Opt. Express **17**, 11698 (2009). [52](#), [61](#), [77](#), [82](#)
- [109] M. S. Petrović, A. I. Strinić, and M. R. Belić, *Breathers in biased highly nonlocal uniaxial nematic liquid crystals*, Phys. Scr. **85**, 015403 (2012). [52](#), [63](#)
- [110] A. H. Arnous, M. Z. Ullah, M. Asma, S. P. Moshokoa, M. Mirzazadeh, A. Biswas, and M. Belic, *Nematicons in liquid crystals by modified simple equation method*, Nonlinear Dyn. (2017). [52](#), [147](#)
- [111] R. Camassa and D. D. Holm, *An integrable shallow water equation with peaked solitons*, Phys. Rev. Lett. **71**, 1661 (1993). [52](#)
- [112] A. Degasperis, D. D. Holm, and A. N. W. Hone, *A new integrable equation with peakon solutions*, Theor. Math. Phys. **133**, 1463 (2002). [52](#)

- [113] D. D. Holm and A. N. W. Hone, *A class of equations with peakon and pulson solutions (with an Appendix by Harry Braden and John Byatt-Smith)*, J. Nonlinear Math. Phys. **12**, 380 (2005). [52](#)
- [114] G. Roati, C. D’Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio, *Anderson localization of a non-interacting Bose–Einstein condensate*, Nature **453**, 895 (2008). [54](#), [147](#)
- [115] H. Zhao and S. Tang, *Peakon, pseudo-peakon, cuspon and smooth solitons for a nonlocal Kerr-like media*, Math. Methods Appl. Sci. (2016). [57](#), [59](#), [79](#), [105](#), [129](#)
- [116] Y. S. Kivshar and D. E. Pelinovsky, *Self-focusing and transverse instabilities of solitary waves*, Phys. Rep. **331**, 117 (2000). [57](#)
- [117] J. J. García-Ripoll, V. V. Konotop, B. Malomed, and V. M. Pérez-García, *A quasi-local Gross-Pitaevskii equation for attractive Bose-Einstein condensates*, Math. Comput. Simul. **62**, 21 (2003). [57](#)
- [118] V. M. Perez-Garcia, V. V. Konotop, and J. J. García-Ripoll, *Dynamics of quasicollapse in nonlinear Schrödinger systems with nonlocal interactions*, Phys. Rev. E **62**, 4300 (2000). [57](#)
- [119] S. K. Turitsyn, *Spatial dispersion of nonlinearity and stability of multidimensional solitons*, Theor. Math. Phys. **64**, 797 (1985). [57](#)
- [120] M. Petrović, N. Aleksić, A. Strinić, and M. Belić, *Destruction of shape-invariant solitons in nematic liquid crystals by noise*, Phys. Rev. A **87**, 043825 (2013). [61](#), [63](#), [66](#), [77](#), [78](#), [81](#)
- [121] G. Assanto and M. A. Karpierz, *Nematicons : self-localised beams in nematic liquid crystals*, Liq. Cryst. **36**, 1161 (2009). [61](#)
- [122] F. Sagués, J. M. Sancho, and J. García-Ojalvo, *Spatiotemporal order out of noise*, Rev. Mod. Phys. **79**, 829 (2007). [65](#)
- [123] B. A. Malomed, D. Mihalache, F. Wise, and L. Torner, *Spatiotemporal optical solitons*, J. Opt. B Quantum Semiclassical Opt. **7**, R53 (2005). [66](#)
- [124] V. Folli and C. Conti, *Random walk of solitary and shock waves in nonlocal disordered media*, New J. Phys. **15**, 085026 (2013). [66](#), [72](#), [77](#), [80](#), [90](#), [91](#), [92](#), [102](#)
- [125] N. Karimi, A. Alberucci, M. Virkki, A. Priimagi, M. Kauranen, and G. Assanto, *Quenching nematicon fluctuations via photo-stabilization*, Photonics Letters of Poland **8**, 2 (2016). [67](#), [77](#)

-
- [126] P. Barthelemy, J. Bertolotti, and D. S. Wiersma, *A Lévy flight for light.*, Nature **453**, 495 (2008). 73
- [127] M. F. Shlesinger, G. M. Zaslavsky, and J. Klafter, *Strange kinetics*, Nature **363**, 31 (1993). 73
- [128] R. Metzler and J. Klafter, *The random walk's guide to anomalous diffusion : a fractional dynamics approach*, Phys. Rep. **339**, 1 (2000). 73
- [129] N. B. Aleksić, M. S. Petrović, A. I. Strinić, and M. R. Belić, *Solitons in highly nonlocal nematic liquid crystals : Variational approach*, Phys. Rev. A **85**, 033826 (2012). 78, 79
- [130] N. Aleksić, M. Petrović, A. Strinić, and M. Belić, *Reply to "Comment on 'Solitons in highly nonlocal nematic liquid crystals : Variational approach' "*, Phys. Rev. A **87**, 047802 (2013). 79
- [131] G. Assanto and N. Smyth, *Comment on "Solitons in highly nonlocal nematic liquid crystals : Variational approach"*, Phys. Rev. A **87**, 047801 (2013). 79
- [132] J. Haus, H. A. Gordon, *Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission*, **11**, 665 (1986). 80
- [133] I. Kaminer, C. Rotschild, O. Manela, and M. Segev, *Periodic solitons in nonlocal nonlinear media.*, Opt. Lett. **32**, 3209 (2007). 82
- [134] V. N. Tsytovich, R. Bingham, and U. de Angelis, *Arrest of wave collapse and transitional damping*, Plasma Physics and Controlled Fusion **14**, 361 (1992). 87
- [135] G. Fibich and G. Papanicolaou, *Self-focusing in the perturbed and unperturbed nonlinear Schrödinger equation in critical dimension*, SIAM J. APPL. MATH. **60**, 183 (1999). 87, 97
- [136] A. V. Gaponov, L. A. Ostrovskii, and G. I. Freidman, *Electromagnetic shock waves*, Radiophysics and Quantum Electronics **10**, 772 (1967). 88
- [137] A. Belyantsev, A. Gaponov, É. Y. Daume, and G. Freidman, *Experimental investigation of the propagation of finite-amplitude electromagnetic waves in ferrite-filled waveguides*, ZhETF **47**, 1699 (1964). 88
- [138] F. DeMartini, C. H. Townes, T. K. Gustafson, and P. L. Kelley, *Self-steepening of light pulses*, Phys. Rev. **164**, 312 (1967). 88
- [139] J. E. Rothenberg, *Femtosecond optical shocks and wave breaking in fiber propagation*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2392 (1989). 88

- [140] G. Agrawal and C. Headley, *Kink solitons and optical shocks in dispersive nonlinear media*, Phys. Rev. A **46**, 1573 (1992). [88](#)
- [141] M. Conforti and S. Trillo, *Dispersive wave emission from wave breaking.*, Opt. Lett. **38**, 3815 (2013). [88](#)
- [142] J. Fatome, C. Finot, G. Millot, A. Armaroli, and S. Trillo, *Observation of optical undular bores in multiple four-wave mixing*, Phys. Rev. X **4**, 021022 (2014). [88](#), [115](#)
- [143] C. Conti, S. Stark, J. P. St. Russell, and F. Biancalana, *Multiple hydrodynamical shocks induced by the Raman effect in photonic crystal fibers*, Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys. **82**, 1 (2010). [88](#)
- [144] S. Malaguti, M. Conforti, and S. Trillo, *Dispersive radiation induced by shock waves in passive resonators*, Opt. Lett. **39**, 5626 (2014). [88](#)
- [145] M. Conforti, F. Baronio, and S. Trillo, *Resonant radiation shed by dispersive shock waves*, Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys. **89**, 1 (2014). [88](#), [115](#)
- [146] K. Ikeda and K. Matsumoto, *Information Theoretical Characterization of Turbulence*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2265 (1989). [89](#)
- [147] F. T. Arecchi, G. Giacomelli, A. Lapucci, and R. Meucci, *Two-dimensional representation of a delayed dynamical system*, Phys. Rev. A **45**, 4225 (1992). [89](#)
- [148] A. Mussot, E. Louvergneaux, N. Akhmediev, F. Reynaud, L. Delage, and M. Taki, *Optical fiber systems are convectively unstable*, Phys. Rev. Lett. **101**, 2 (2008). [89](#)
- [149] C. Bruni, S. Bielawski, G. L. Orlandi, D. Garzella, and M. E. Coupric, *Suppression of limit cycles in a free electron laser*, Eur. Phys. J. D **39**, 75 (2006). [89](#)
- [150] N. Ghofraniha, C. Conti, G. Ruocco, and S. Trillo, *Shocks in nonlocal media*, Phys. Rev. Lett. **99**, 043903 (2007). [89](#), [90](#), [91](#), [112](#), [114](#), [115](#)
- [151] N. Ghofraniha, L. S. Amato, V. Folli, S. Trillo, E. DelRe, and C. Conti, *Measurement of scaling laws for shock waves in thermal nonlocal media*, Opt. Lett. **37**, 2325 (2012). [89](#), [90](#), [99](#), [112](#)
- [152] S. Gentilini, N. Ghofraniha, E. DelRe, and C. Conti, *Shock waves in thermal lensing*, Phys. Rev. A **87**, 053811 (2013). [89](#), [90](#)
- [153] C. Conti, A. Fratolocchi, M. Peccianti, G. Ruocco, and S. Trillo, *Observation of a gradient catastrophe generating solitons*, Phys. Rev. Lett. **102**, 083902 (2009). [89](#), [90](#), [101](#), [114](#)

-
- [154] N. Ghofraniha, L. S. Amato, V. Folli, S. Trillo, E. DelRe, and C. Conti, *Measurement of scaling laws for shock waves in thermal nonlocal media*, Opt. Lett. **37**, 2325 (2012). [89](#), [90](#)
- [155] N. Ghofraniha, S. Gentilini, V. Folli, E. Delre, and C. Conti, *Shock waves in disordered media*, Phys. Rev. Lett. **109**, 243902 (2012). [90](#)
- [156] W. Wan, D. V. Dylov, C. Barsi, and J. W. Fleischer, *Diffraction from an edge in a self-focusing medium.*, Opt. Lett. **35**, 2819 (2010). [91](#), [114](#), [115](#)
- [157] M. Santagiustina, P. Colet, M. San Miguel, and D. Walgraef, *Noise-Sustained Convective Structures in Nonlinear Optics*, Phys. Rev. Lett. **79**, 3633 (1997). [94](#)
- [158] K. D. Moll, A. L. Gaeta, and G. Fibich, *Self-similar optical wave collapse : observation of the Townes profile.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 203902 (2003). [97](#)
- [159] E. L. Dawes and J. H. Marburger, *Computer studies in self-focusing*, Phys. Rev. **179**, 862 (1969). [101](#)
- [160] J. H. Marburger, *Self-focusing : Theory*, Prog. Quantum Electron **4**, 35 (1975). [101](#)
- [161] K. Lim, M. Durand, M. Baudelet, and M. Richardson, *Transition from linear- to nonlinear-focusing regime in filamentation*, Sci. Rep. **4**, 07217 (2014). [101](#)
- [162] C. Ma and W. Lin, *Normal dispersion effects on the nonlinear focus*, J. Opt. Soc. Am. B **33**, 1055 (2016). [101](#)
- [163] L.-J. Qiao, S.-Q. Tang, and H.-X. Zaho, *Single Peak Soliton and Periodic Cusp Wave of the Generalized Schrodinger-boussinesq equations*, Commun. Theor. Phys. **63**, 731 (2015). [105](#)
- [164] N. F. Smyth, *Dispersive shock waves in nematic liquid crystals*, Phys. D **333**, 301 (2016). [114](#), [115](#)
- [165] A. Armaroli, S. Trillo, and A. Fratalocchi, *Suppression of transverse instabilities of dark solitons and their dispersive shock waves*, Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys. **80**, 1 (2009). [114](#)
- [166] S. Dickerson, *Surfers riding a tidal bore at turnagain arm, alaska* (2013), URL http://www.beachapedia.org/Tidal_Bore. [114](#)
- [167] *Altocumulus undulatus clouds at abruzzo national park, italy* (2012), URL <http://philosophyofscienceportal.blogspot.fr/2012/08/strange-clouds.html>. [114](#)

- [168] R. H. J. GRIMSHAW and N. SMYTH, *Resonant flow of a stratified fluid over topography*, J. Fluid Mech **169**, 429 (1986). [115](#)
- [169] N. F. Smyth, *Modulation Theory Solution for Resonant Flow Over Topography*, Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences **409**, 79 (1987). [115](#)
- [170] J. G. ESLER and J. D. PEARCE, *Dispersive dam-break and lock-exchange flows in a two-layer fluid*, J. Fluid Mech. **667**, 555 (2011). [115](#)
- [171] N. Smyth and P. Holloway, *Hydraulic jump and undular bore formation on a shelf break*, J. Phys. Oceanogr. **18**, 947 (1988). [115](#)
- [172] R. H. Clarke, R. K. Smith, and D. G. Reid, *The Morning Glory of the Gulf of Carpentaria : An Atmospheric Undular Bore*, Mon. Weather Rev. **109**, 1726 (1981). [115](#)
- [173] D. R. Christie, *Long Nonlinear Waves in the Lower Atmosphere*, J. Atmos. Sci. **46**, 1462 (1989). [115](#)
- [174] A. Porter and N. F. Smyth, *Modelling the morning glory of the Gulf of Carpentaria*, J. Fluid Mech. **454**, 1 (2002). [115](#)
- [175] T. R. Marchant and N. F. Smyth, *Approximate solutions for magmon propagation from a reservoir*, IMA J. Appl. Math. (Institute Math. Its Appl. **70**, 796 (2005). [115](#)
- [176] N. I. Gershenzon, V. G. Bykov, and G. Bambakidis, *Strain waves, earthquakes, slow earthquakes, and afterslip in the framework of the Frenkel-Kontorova model*, Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys. **79**, 056601 (2009). [115](#)
- [177] N. K. Lowman and M. a. Hoefer, *Dispersive shock waves in viscously deformable media*, J. Fluid Mech. **718**, 524 (2013). [115](#)
- [178] N. K. Lowman and M. A. Hoefer, *Fermionic shock waves : Distinguishing dissipative versus dispersive regularizations*, Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys. **88**, 1 (2013). [115](#)
- [179] M. Crosta, A. Fratolocchi, and S. Trillo, *Double shock dynamics induced by the saturation of defocusing nonlinearities*, Opt. Lett. **37**, 1634 (2012). [115](#)
- [180] G. A. El, A. Gammal, E. G. Khamis, R. A. Kraenkel, and A. M. Kamchatnov, *Theory of optical dispersive shock waves in photorefractive media*, Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys. **76**, 053813 (2007). [115](#)

-
- [181] M. Crosta, S. Trillo, and A. Fratalocchi, *The Whitham approach to dispersive shocks in systems with cubic-quintic nonlinearities*, New J. Phys. **14**, 093019 (2012). [115](#)
- [182] T. Claeys and T. Grava, *Universality of the break-up profile for the KdV equation in the small dispersion limit using the riemann-hilbert approach*, Commun. Math. Phys. **286**, 979 (2009). [118](#)
- [183] E. J. Hruslov, *Asymptotics of the solution of the Cauchy problem for the Korteweg-de Vries equation with initial data of step type*, Mathematics of the USSR-Sbornik **28**, 229 (1976). [118](#)
- [184] S. Trillo, M. Klein, G. F. Clauss, and M. Onorato, *Observation of dispersive shock waves developing from initial depressions in shallow water*, Phys. D Nonlinear Phenom. **333**, 276 (2015). [118](#), [119](#)
- [185] W. Hu, T. Zhang, Q. Guo, L. Xuan, and S. Lan, *Nonlocality-controlled interaction of spatial solitons in nematic liquid crystals*, Appl. Phys. Lett. **89**, 1 (2006). [120](#)
- [186] R. Keil, M. Heinrich, F. Dreisow, T. Pertsch, A. Tünnermann, S. Nolte, D. N. Christodoulides, and A. Szameit, *All-optical routing and switching for three-dimensional photonic circuitry.*, Sci. Rep. **1**, 94 (2011). [123](#)
- [187] P. Rose, F. Diebel, M. Boguslawski, and C. Denz, *Airy beam induced optical routing*, Appl. Phys. Lett. **102**, 101101 (2013). [123](#)
- [188] Y. V. Izdebskaya, V. G. Shvedov, A. S. Desyatnikov, W. Krolikowski, and Y. S. Kivshar, *Soliton bending and routing induced by interaction with curved surfaces in nematic liquid crystals.*, Opt. Lett. **35**, 1692 (2010). [123](#)
- [189] N. Wiersma, N. Marsal, M. Sciamanna, and D. Wolfersberger, *All-optical interconnects using Airy beams*, Opt. Lett. **39**, 5997 (2014). [123](#)

Expression utilisée pour reproduire le profil d'intensité

Les formes de profil évoquées dans l'introduction du contexte du Chap. 2 concernant la forme du profil d'un *nematicon* sont diverses (gaussienne, *sech*¹, *sech*², double exponentielle,...) [110, 14]. La fonction définie par l'équation A.1 permet de suivre plusieurs des formes proposées précédemment².

$$I_{fit}(x) = a \exp\left(-\left(\frac{|x - x_0|}{w_p}\right)^\beta\right) + c \quad (\text{A.1})$$

La figure A.1 illustre les allures possibles obtenues avec la fonction définie par l'Eq. A.1. Ici, le paramètre qui fluctue est l'exposant présent au sein de l'exponentielle : β . Pour les quatre valeurs de ce paramètre β présentées sur la Fig. A.1, la forme de la fonction change énormément : passant d'une forme très piquée à une forme plus en « chapeau haut de forme ». Notons que les valeurs prises par β ne sont pas forcément entières, comme pour les Fig. A.1(a,c).

De cette façon, en laissant le paramètre β libre d'être ajusté, cette fonction (Eq. A.1) permet de reproduire différentes formes de profil d'intensité.

Afin d'illustrer cette fonction, nous prenons des fonctions « connues » et réalisons l'ajustement des courbes en utilisant la fonction définie par l'Eq. A.1. La figure A.2 illustre les résultats

1. La notation *sech* est utilisée pour désigner « sécante hyperbolique ».

2. Ce type de fonction est utilisé dans [114] pour l'étude de la localisation d'Anderson dans les BEC.

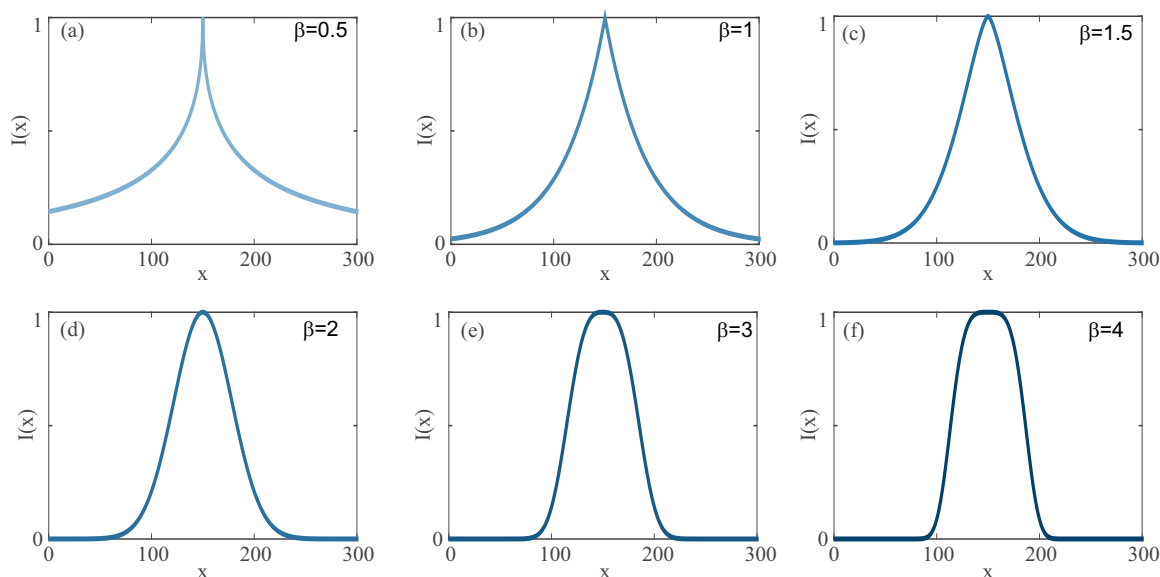


FIGURE A.1 – Allure de la fonction définie par l'Eq. A.1 pour les paramètres : $a = 1$, $x_0 = 150$, $w_p = 40$, $c = 0$ et pour (a) : $\beta = 0.5$, (b) : $\beta = 1$, (c) : $\beta = 1.5$, (d) : $\beta = 2$, (e) : $\beta = 3$, (f) : $\beta = 4$.

issus de ce test. Ici trois fonctions sont représentées (en noir), la Fig. A.2(a) correspond à un profil d'intensité en « *sech* », la Fig. A.2(b) en fonction de Bessel modifiée du premier ordre (K_0)³, et la Fig. A.2(c) en lorentzienne. Les courbes tracées en rouge représentent les courbes ajustées. Notons que nous avons choisi de tracer les intensités correspondantes à ces fonctions, puisqu'expérimentalement nous n'avons pas accès au champ optique mais à l'intensité diffusée.

Ces trois fonctions présentent des profils de différentes formes, et nous pouvons constater que les courbes ajustées arrivent relativement bien à suivre leurs évolutions. Lors de l'ajustement des paramètres, le coefficient de confiance R^2 est donné et permet de connaître la pertinence de l'ajustement⁴. Ici, les valeurs de R^2 correspondantes aux trois courbes sont données dans la légende de la Fig. A.2, elle sont proches de 1, permettant ainsi de dire que les courbes ajustées reproduisent extrêmement bien les fonctions usuelles choisies.

L'exposant β trouvé lors de ces différents ajustements n'est pas entier : $\beta_{sech} \approx 1.72$, $\beta_{Bessel} \approx 0.44$ et $\beta_{Lorentz} \approx 1.54$.

3. K_0 est issue de *Matlab* avec l'utilisation de la fonction « *besselk(0, (x - x0)/w)* » ; elle est infinie pour un argument nul ($K_0(0) = Inf$).

4. Ce coefficient R^2 prend des valeurs comprises entre 0 et 1. Plus la valeur est proche de 1, plus les différences entre les données et la courbe ajustée sont minimales.

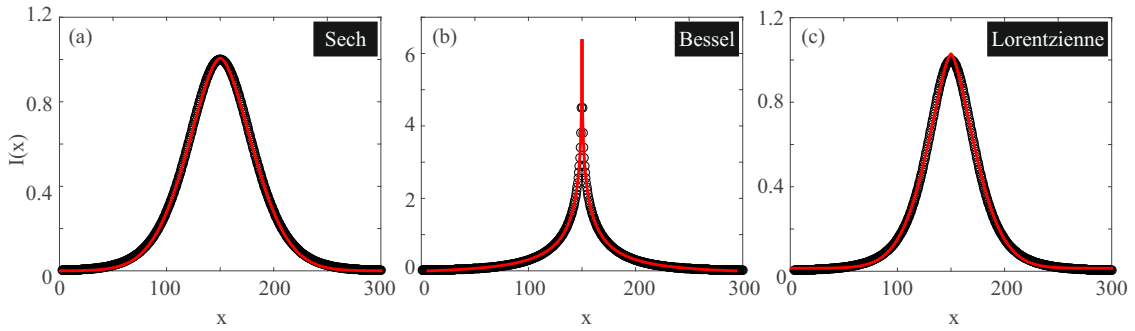


FIGURE A.2 – (a) : Courbe représentant l'évolution de la fonction définie par $I_{sech} = \left(\text{sech}\left(\frac{x-x_0}{w}\right)\right)^2$ en noir ainsi que de la courbe ajustée utilisant la fonction définie par l'Eq. A.1 (les paramètres issus de l'ajustement sont : $a_{sech} = 1.006$, $\beta_{sech} = 1.718$, $c_{sech} = 0.0084$, $w_{sech} = 43.15$, $x_{0sech} = 150$, $R_{sech}^2 = 0.9998$) en rouge, (b) : Courbe représentant l'évolution de la fonction définie par $I_{Bessel} = \Re\left(K_0\left(\frac{x-x_0}{w}\right)\right)$ en noir ainsi que de la courbe ajustée utilisant la fonction définie par l'Eq. A.1 (les paramètres issus de l'ajustement sont : $a_{Bessel} = 6.469$, $\beta_{Bessel} = 0.4384$, $c_{Bessel} = -0.07286$, $w_{Bessel} = 4.664$, $x_{0Bessel} = 150$, $R_{Bessel}^2 = 0.9994$) en rouge, (c) : Courbe représentant l'évolution de la fonction définie par $I_{Lorentz} = \left(\frac{1}{1+\left(\frac{x-x_0}{w}\right)^2}\right)^2$ en noir ainsi que de la courbe ajustée utilisant la fonction définie par l'Eq. A.1 (les paramètres issus de l'ajustement sont : $a_{Lorentz} = 1.014$, $\beta_{Lorentz} = 1.536$, $c_{Lorentz} = 0.01422$, $w_{Lorentz} = 31.81$, $x_{0Lorentz} = 150$, $R_{Lorentz}^2 = 0.9992$) en rouge (Pour ces différentes fonctions, lors de leur définition, les paramètres sont $x_0 = 150$ et $w = 40$).

La symétrie d'une distribution statistique : ordre de grandeur du paramètre skw

Afin de quantifier la symétrie d'une distribution de probabilité¹, une quantité pertinente à calculer est l'« asymétrie » (« *skewness* » en anglais), qui est définie par :

$$skw = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^3}{\left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \right]^{3/2}} \quad (\text{B.1})$$

où n est le nombre d'évènements, Y_i est la variable, \bar{Y} est la valeur moyenne. Plus la valeur de ce paramètre est proche de 0, plus la distribution est symétrique.

La figure B.1 illustre l'utilisation de ce paramètre pour différentes distributions statistiques, les séries $Y(i)$ représentées sont générées numériquement². Les figures B.1(a,b) correspondent à la situation la plus symétrique présentée dans ces exemples, l'histogramme semble contenir autant d'éléments de part et d'autre de la valeur la plus probable. La valeur de skw associée est notée sur la Fig. B.1 : $skw_{sym} \approx 1E-2$. A l'inverse, les deux autres exemples sont plus asymétriques. Nous

1. Ce qui recherché dans la section 3.3.

2. Ces séries ne correspondent à aucune donnée expérimentale, elles sont générées artificiellement pour illustrer l'utilisation du paramètre skw .

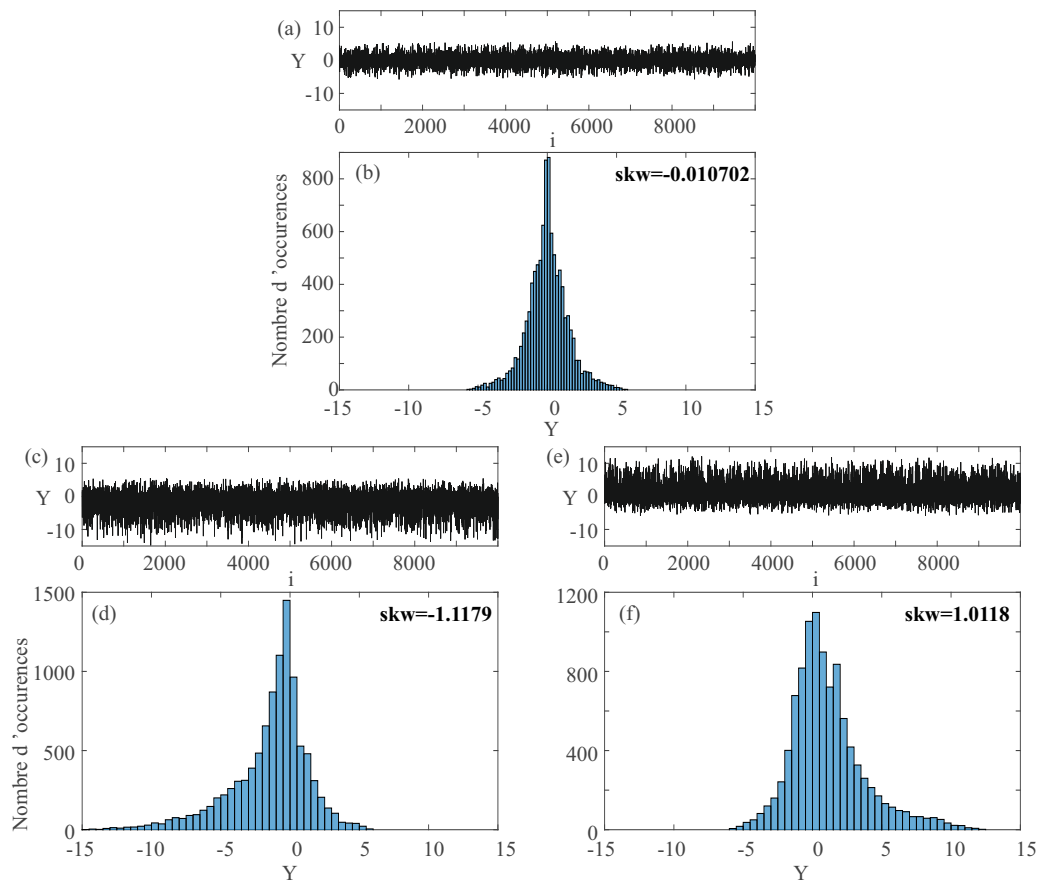
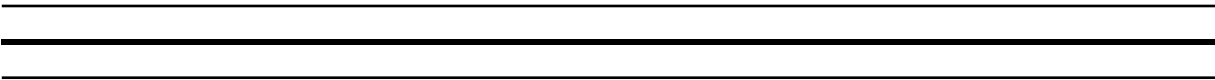


FIGURE B.1 – (a,c,e) : Séries de données $Y(i)$ créées numériquement pour illustrer l'utilisation du paramètre skw (défini par l'Eq. B.1), (b,d,f) : Allures des histogrammes associés respectivement aux séries (a,c,e).

pouvons constater que le signe du paramètre skw correspond à une modification de l'histogramme dans un sens ou dans l'autre. Pour ces deux séries où la symétrie de la distribution de probabilité est faible, le paramètre skw est de l'ordre de grandeur de l'unité, $skw_{asym} \approx \pm 1$. Grâce à ces exemples, nous avons des ordres de grandeurs pour les valeurs de skw pour comparer avec celles que nous déterminons sur les données expérimentales dans le chapitre 3.



CURRICULUM VITAE DE RECHERCHE

Publication dans un journal « peer-reviewed »

En lien avec le travail de thèse

- H. Louis, M. Tlidi, and E. Louvergneaux, « *Experimental evidence of dynamical propagation for solitary waves in ultra slow stochastic non-local Kerr medium* », Opt. Express **24**, 16206 (2016).

Antérieure

- R. Romain, H. Louis, P. Verkerk, and D. Hennequin, « *Measuring the reabsorption cross section of a magneto-optical trap* », Phys. Rev. A **89**, 053425 (2014).

Conférences invitées

- **H. Louis**, V. Odent, M. Conforti, E. Louvergneaux, S. Trillo « *Shock wave dynamics of light propagating in focusing Kerr-like nematic liquid crystals* » : Nice optics 2016 à Nice (France)
- **H. Louis**, M. Tlidi, E. Louvergneaux, « *The Nematicon : a highly nonlocal regime wave singularity with ultra-sharp profile and random walk trajectory* » : Liquid Crystals XXI (SPIE optics+photonics organic photonics+electronics 2017) à San Diego (USA) (*à venir en aout 2017*)

Communications lors de conférences³

Oraux

- **H. Louis**, V. Odent, M. Conforti, E. Louvergneaux, « *Experimental optical shock waves in stochastic nonlocal focusing liquid crystals* » : SPIE Photonics Europe 2016 à Bruxelles (Belgique)
- **H. Louis**, M. Tlidi, E. Louvergneaux, « *Impact of noise on solitary waves dynamics in non-local non-instantaneous Kerr medium* » : XV International Workshop on Instabilities and Nonequilibrium Structures 2015 à Valparaiso (Chili)

3. Le nom en gras correspond à l'orateur.

- **E. Louvergneaux**, V. Odent, H. Louis, « *Non-Gaussian statistics and non-exponential spectra induced by nonlocal nonlinearity* » Rogue and shock waves in nonlinear dispersive media 2015 à Cargese (France)

Posters

- **H. Louis**, V. Odent, M. Conforti, E. Louvergneaux, « *Ondes de choc et implosion d'un faisceau optique gaussien se propageant dans un cristal liquide à non-linéarité focalisante* » : Rencontres du non linéaire 2016 à Paris (France)
- **H. Louis**, V. Odent, E. Louvergneaux, « *Traveling solitary wave induced by nonlocality in dispersive shock wave generation* » : XV International Workshop on Instabilities and Nonequilibrium Structures 2015 à Valparaiso (Chili)
- **H. Louis**, M. Tlidi, E. Louvergneaux, « *Experimental dynamics of solitary waves propagating in stochastic non-local non-instantaneous Kerr medium* » : CLEO®/Europe-EQEC 2015 à Munich (Allemagne)
- **H. Louis**, M. Tlidi, S. Coulibaly, E. Louvergneaux, « *Impact du bruit sur la dynamique des structures localisées dans un milieu Kerr non-instantané et non local* » : Rencontres du non linéaire 2015 à Paris (France)

Activités connexes

- Participation au concours de réalisation de courts-métrages en 48 heures « Imagine Science Films » dans le cadre du festival « Pariscience » 2016.