

## UNIVERSITÉ DE LILLE

École doctorale ED SMRE

Unité de recherche **Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules (PhLAM)**

Thèse présentée par **Adrien KRAYCH**

Soutenue le **9 décembre 2020**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Physique**

Spécialité **Milieux dilués et optique fondamentale**

# Instabilités Modulationnelles dans un anneau de recirculation fibré

**Thèse dirigée par** Stéphane RANDOUX directeur  
Pierre SURET co-directeur

### Composition du jury

<i>Rapporteurs</i>	Christophe FINOT Yves JAOUËN	Université de Bourgogne Université Paris Saclay	
<i>Examineurs</i>	Marc DOUAY François LÉO	Université de Lille Université libre de Bruxelles	président du jury
<i>Directeurs de thèse</i>	Stéphane RANDOUX Pierre SURET	Université de Lille Université de Lille	



## UNIVERSITÉ DE LILLE

École doctorale ED SMRE

Unité de recherche **Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules (PhLAM)**

Thèse présentée par **Adrien KRAYCH**

Soutenue le **9 décembre 2020**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Physique**

Spécialité **Milieux dilués et optique fondamentale**

# Instabilités Modulationnelles dans un anneau de recirculation fibré

**Thèse dirigée par** Stéphane RANDOUX directeur  
Pierre SURET co-directeur

### Composition du jury

<i>Rapporteurs</i>	Christophe FINOT Yves JAOUËN	Université de Bourgogne Université Paris Saclay	
<i>Examineurs</i>	Marc DOUAY François LÉO	Université de Lille Université libre de Bruxelles	président du jury
<i>Directeurs de thèse</i>	Stéphane RANDOUX Pierre SURET	Université de Lille Université de Lille	



## UNIVERSITÉ DE LILLE

Doctoral School ED SMRE

University Department **Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules  
(PhLAM)**

Thesis defended by **Adrien KRAYCH**

Defended on **9<sup>th</sup> December, 2020**

In order to become Doctor from Université de Lille

Academic Field **Physics**

Speciality **Diluted media and fundamental optics**

# Modulation Instability in a recirculating fiber loop

**Thesis supervised by** Stéphane RANDOUX Supervisor  
Pierre SURET Co-Supervisor

### Committee members

<i>Referees</i>	Christophe FINOT	Université de Bourgogne	
	Yves JAOUËN	Université Paris Saclay	
<i>Examiners</i>	Marc DOUAY	Université de Lille	Committee President
	François LÉO	Université libre de Bruxelles	
<i>Supervisors</i>	Stéphane RANDOUX	Université de Lille	
	Pierre SURET	Université de Lille	



Cette thèse a été préparée au

**Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes  
et Molécules (PhLAM)**

Bât. P5  
2 Avenue Jean Perrin  
59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex  
France

Site <https://phlam.univ-lille.fr/>







**INSTABILITÉS MODULATIONNELLES DANS UN ANNEAU DE RECIRCULATION FIBRÉ****Résumé**

Ces travaux de thèse portent sur l'instabilité modulationnelle dans un anneau de recirculation fibré. L'instabilité modulationnelle (appelée instabilité de Benjamin-Feir en hydrodynamique) est responsable de l'amplification exponentielle de faibles perturbations d'une onde plane, ce qui conduit à la déstabilisation de celle-ci et à l'apparition d'intenses structures cohérentes localisées dans l'espace et dans le temps. Les dynamiques spatio-temporelles, riches et complexes, issues de ce mécanisme sont la source d'un vif intérêt dans plusieurs champs de la physique où l'équation de Schrödinger non linéaire joue un rôle important. Afin d'étudier ce phénomène, nous avons construit un anneau de recirculation fibré permettant l'observation de l'évolution spatio-temporelle d'une onde lumineuse se propageant dans une fibre optique. Les dynamiques spatio-temporelles issues de l'instabilité modulationnelle diffèrent selon la nature de la perturbation qui déstabilise l'onde plane. Nous avons utilisé l'anneau de recirculation afin d'étudier la dynamique de deux types de perturbations : locale et aléatoire. Dans le cas de la perturbation locale, nous avons mis en évidence, pour la première fois, l'émergence de structures non linéaires oscillantes prédites dans le cadre de théories mathématiques. Dans le cas d'une perturbation aléatoire, nos travaux entrent dans le champ de la turbulence intégrable. Nous avons pu observer des dynamiques spatio-temporelles jusque là uniquement révélées par des simulations numériques et confronter les propriétés statistiques de nos résultats expérimentaux aux simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire.

**Mots clés :** optiques non linéaires ; solitons ; fibres optiques ; turbulence intégrable ; optiques non linéaires statistiques ; equation de schrödinger non linéaire

---

**MODULATION INSTABILITY IN A RECIRCULATING FIBER LOOP****Abstract**

This thesis work deals with the modulation instability in a recirculating fiber loop. Modulational instability (called Benjamin-Feir instability in hydrodynamics) is responsible for the exponential amplification of weak perturbations of a plane wave, which leads to the plane wave destabilization and the emergence of intense coherent structures localized in space and time. The rich and complex spatio-temporal dynamic resulting from this mechanism is the source of important interest in several fields of physics where the nonlinear Schrödinger equation plays an important role. In order to study this phenomenon, we set up a recirculating fiber loop allowing us to measure the spatio-temporal evolution of a light wave propagating in an optical fiber. The spatio-temporal dynamics resulting from the modulation instability differ according to the nature of the perturbation which destabilizes the plane wave. We have used the recirculation fiber loop to study the dynamics of two types of perturbations: local and stochastic. In the case of local perturbation, we have demonstrated, for the first time, the emergence of oscillating nonlinear structures predicted within the framework of certain mathematical theories. In the case of a random perturbation, our work falls within the field of integrable turbulence. We were able to observe spatio-temporal dynamics until then only revealed by numerical simulations and to confront the statistical properties of our experimental results with numerical simulations of the nonlinear Schrödinger equation.

**Keywords:** nonlinear optics, solitons; optical fibers; integrable turbulence; nonlinear statistical optics; nonlinear schrödinger equation



# Remerciements

D'abord, je remercie les membres de mon jury de thèse. Yves Jaouën, Christophe Finot et François Leo, pour avoir accepté de rapporter et d'examiner mon travail, ainsi que Marc Douay pour avoir accepté de présider ce jury. Je remercie ensuite mes deux directeurs de thèse, Pierre Suret et Stéphane Randoux. Je vous suis reconnaissant de m'avoir permis de travailler à vos côtés durant ma thèse. Vous avez toujours fait preuve de patience et d'indulgence à mon égard malgré mes errements. J'ai beaucoup appris de vous, autant scientifiquement qu'humainement.

Stéphane, je n'oublierais pas les bons moments passés à tes côtés. Tu m'as transmis une approche instinctive et non moins rigoureuse de la science expérimentale. Alors que la beach ne se laissait pas dompter, qu'elle ne voulait pas montrer plus de deux oscillations, tu m'apprends que parfois il valait mieux boire un café ou invoquer des forces occultes plutôt que de tourner en rond. En bref, je suis admiratif par ce cocktail d'humilité et de ferveur que tu appliques dans ton travail tout en sachant rester cool : je suis fier d'avoir travaillé avec toi.

Pierre, merci d'avoir continué à m'accorder ta confiance malgré mon caractère têtu pour ne pas dire buté. À ton contact j'ai beaucoup appris. De la science évidemment mais pas seulement. Une éthique scientifique, un style et que la science avant d'être un métier, une discipline, c'est une passion.

Je tiens également à remercier nos collaborateurs : Gennady El, Dimitry Agafontsev, Andrey Gelash et Miguel Onorato. Ces collaborations m'ont beaucoup appris et m'ont permis de prendre beaucoup de recul sur mes travaux.

Il serait faux de prétendre que les travaux présentés dans ce manuscrit sont la conséquence d'un travail individuel. En effet, ces travaux n'auraient pas vu le jour sans l'implication, la collaboration, les discussions, les cafés, les clopes et les bières partagées avec les membres de mon équipe. À ce titre je voudrais remercier chacun d'entre eux. Alexey, tu m'as permis de m'intégrer au sein du laboratoire et m'as guidé lorsque je débutais. François, je ne sais pas bien si je dois te remercier. Je n'ai pas oublié le deuxième oréo que tu ne voulais pas me donner, je me remets difficilement de ce genre de blessure. Mais bon pour toutes les fois où je suis venue te déranger lorsque tu travaillais et l'aide que tu m'as apportée on peut dire qu'on est quitte. Alexandre tu fus mon plus fidèle acolyte. Sans toi, les goldens fisch ouistiti n'auraient eu aucun sens. Je t'embrasse. Giacomo, merci de m'avoir transmis le savoir ancestral des gnocchi mamamia. Corentin, c'est moi qui ai mangé les ferréro rocher et qui ai vous aient piqué toutes les boîtes de bonbon thorlabs (je n'ai aucun scrupule). Enfin, je tiens à saluer la relève : Cécilia et Martin.

Je tiens également à remercier les autres amis du laboratoire. Omar ce fut un honneur d'avoir partagé le bureau avec toi. Je me remémore avec sourire nos querelles, nos discussions et nos jeux ! Bien que pour ce dernier je ne suis pas sur d'avoir compris toutes les règles (je parle de celui où on devait se balader dans tout le P5) concernant la boîte, nous nous devons de conserver le mystère. Bastian tu auras donc la chance de reprendre mon bureau et de cohabiter avec Omar. Si tu as un problème avec Omar, offres lui un dessert. Tobias, tu étais un membre indispensable de la chorale blues. Et enfin Darka, c'est peu dire que ta présence dans ce laboratoire a illuminé mes journées.

Ami(e)s, travailler n'a pour moi que très peu de sens si ce n'est pas pour pouvoir me tenir près de vous. Bienheureux ou malheureux les croyants qui, utopistes, espèrent et tressaillent ? Ces trois années auraient d'ailleurs été bien tristes sans les soirées à l'irlandais, aux restaurants et surtout au Vinci. Je vous salue : Arthur, Antoine (G), Étienne, Mikele, Sarah, Maud, Adrien, Julie, Abel, Antoine (D), Steven, Sliman et Lionel.

Maman, merci, rien de ce que j'ai fait n'aurait été possible sans toi. Papa, je sais pas comment tu fais pour me supporter mais tu continues, merci. Antoine, tu m'as toujours traité avec bonté et générosité. Mémé, je ne joue plus au UNO. En revanche je me suis mis à jouer au scrabble mais je suis encore bien loin de ton niveau. Si le bon dieu joue au scrabble, il ferait bien de se méfier.

# Sommaire

<b>Résumé</b>	<b>ix</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xi</b>
<b>Sommaire</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Généralités</b>	<b>3</b>
1.1 L'instabilité modulationnelle . . . . .	3
1.1.1 Historique . . . . .	4
1.1.2 Un regain d'intérêt : les ondes scélérates . . . . .	5
1.2 La physique de l'équation de Schrödinger non linéaire . . . . .	8
1.2.1 L'équation de Schrödinger non linéaire en optique non li- néaire : les mécanismes de base . . . . .	8
1.2.2 Solutions de l'équation NLS . . . . .	11
1.2.3 Inverse Scattering Transform . . . . .	15
1.2.4 L'instabilité modulationnelle . . . . .	19
1.2.5 La turbulence intégrable . . . . .	23
1.3 Problématique . . . . .	28
1.3.1 État de l'art théorique . . . . .	28
1.3.2 État de l'art expérimental . . . . .	31
1.3.3 Objectifs . . . . .	33
<b>2 Dynamique d'une perturbation locale</b>	<b>35</b>
2.1 Perturbation localisée sans contenu en soliton . . . . .	35
2.1.1 Différents scénarios : perturbation avec et sans contenu en soliton . . . . .	35
2.1.2 L'onde cnoïdale : une solution de l'équation NLS . . . . .	38
2.1.3 Modulation de l'onde cnoïdale . . . . .	41
2.2 Évolution spatio temporelle dans l'anneau de recirculation . . . . .	45
2.2.1 L'anneau de recirculation : comment ça marche? . . . . .	45
2.2.2 Dispositif expérimental . . . . .	47
2.2.3 Dynamique spatio-temporelle . . . . .	51
2.3 Simulations et discussions . . . . .	55
2.3.1 Modèle phénoménologique décrivant la propagation dans l'anneau de recirculation. . . . .	55

2.3.2	Discussion : perturbations solitoniques . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Instabilité modulationnelle spontanée</b>	<b>65</b>
3.1	Simulations numériques . . . . .	66
3.1.1	Position du problème . . . . .	66
3.1.2	Propriétés statistiques . . . . .	68
3.1.3	Fonction d'auto-corrélation du second ordre de l'instabilité modulationnelle spontanée . . . . .	73
3.1.4	Objectifs . . . . .	75
3.2	Instabilité modulationnelle spontanée : observations expérimentales	76
3.2.1	Optimisation de l'anneau de recirculation . . . . .	76
3.2.2	Dynamique spatio-temporelle . . . . .	79
3.2.3	Mesure des distributions statistiques des fluctuations de l'intensité lumineuse . . . . .	82
3.3	Simulations numériques . . . . .	87
3.3.1	Simulations de l'équation NLS dissipative . . . . .	87
3.3.2	Influence de la bande passante de détection . . . . .	93
3.3.3	Vers un modèle plus complet de l'anneau de recirculation .	96
3.4	Résumé . . . . .	102
<b>4</b>	<b>Perspectives et limites de l'anneau de recirculation</b>	<b>103</b>
4.1	Le problème FPUT dans l'anneau de recirculation . . . . .	103
4.1.1	Position du problème . . . . .	104
4.1.2	Dispositif expérimental . . . . .	106
4.1.3	Observations expérimentales dans l'anneau de recirculation	109
4.1.4	Conclusion . . . . .	114
4.2	Ondes partiellement cohérentes . . . . .	115
4.2.1	Position du problème . . . . .	115
4.2.2	Observation de la dynamique spatio-temporelle . . . . .	116
4.2.3	Propriétés statistiques des ondes partiellement cohérentes dans l'anneau de recirculation . . . . .	121
4.2.4	Conclusion . . . . .	123
4.3	Les limites de l'anneau de recirculation . . . . .	125
4.3.1	Phénomènes parasites . . . . .	125
4.3.2	Influence du sens de propagation du laser de pompe dans l'anneau . . . . .	129
4.3.3	Conclusion . . . . .	131
	<b>Conclusion générale</b>	<b>133</b>
<b>A</b>	<b>Influence de la puissance et de la polarisation du laser de pompe</b>	<b>137</b>
A.1	Impact de la polarisation de la pompe . . . . .	137
A.2	Impact de la puissance de la pompe . . . . .	138

---

<b>B Impact des pertes sur l'instabilité modulationnelle spontanée</b>	<b>139</b>
B.1 Impact des pertes sur la dynamique . . . . .	139
B.2 Impact des pertes sur les propriétés statistiques . . . . .	140
B.3 Impact des pertes sur la fonction d'auto corrélation d'ordre deux	141
<b>C Réponse impulsionnelle</b>	<b>143</b>
C.1 Mesure de la réponse impulsionnelle . . . . .	143
C.2 Dédution de la fonction de transfert . . . . .	143
<b>D Modes d'enregistrements de l'oscilloscope</b>	<b>147</b>
D.1 Mode classique de l'oscilloscope . . . . .	147
D.1.1 Signal brut . . . . .	147
D.1.2 Interpolation du signal . . . . .	148
D.2 Mode Séquence de l'oscilloscope . . . . .	149
D.2.1 Présentation du mode séquence . . . . .	149
D.2.2 Reconstruction du diagramme spatio-temporel pour le scénario de l'instabilité modulationnelle spontanée . . . . .	151
D.2.3 Reconstruction du diagramme spatio-temporel pour le scénario des récurrences FPUT . . . . .	152
<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>





# Introduction générale

L'instabilité modulationnelle, est l'un des phénomènes les plus connus dans la physique non linéaire [1]. Celle-ci, aussi connue sous le nom d'instabilité de Benjamin-Feir dans le contexte de l'hydrodynamique, a été découverte en 1967 [2, 3]. L'instabilité modulationnelle est un processus d'amplification de faibles perturbations en interaction avec une onde plane ce qui entraîne la déstabilisation de cette dernière. Lorsque l'amplitude de la perturbation est faible devant celle de l'onde plane, les fréquences des perturbations sont amplifiées de façon exponentielle. On parle alors du stade linéaire de l'instabilité modulationnelle. Cependant lorsque l'amplitude de la perturbation est de l'ordre de celle de l'onde plane, on parlera du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle. Dans le stade non linéaire, les dynamiques spatio-temporelles issues de l'instabilité modulationnelles sont riches et complexes et sont encore aujourd'hui le sujet de nombreux travaux expérimentaux et théoriques. En particulier, l'instabilité modulationnelle est souvent associée aux études portant sur l'apparition des ondes scélérates en mer [4, 5, 6]. Dans le cadre de ce manuscrit, nous étudierons l'instabilité modulationnelle dans des systèmes décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire qui modélise l'évolution d'une onde non linéaire dispersive dans divers champs de la physique tels que l'optique, les plasmas, l'hydrodynamique et les condensats de Bose-Einstein.

La dynamique issue du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle dépend de la nature de la perturbation de l'onde plane : locale, périodique ou aléatoire. L'instabilité modulationnelle d'une onde plane modulée périodiquement est un sujet qui a été largement étudié (e.g. [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]), c'est le cas d'étude classique du processus d'instabilité modulationnelle. Ce scénario est connecté aux problèmes des récurrences de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou [12, 13].

Lorsque la perturbation est de nature locale, la dynamique spatio-temporelle dépend "du contenu en soliton" défini par la méthode de diffusion inverse (appelée *Inverse Scattering Transform* en anglais) [14, 15]. Dans le cadre de ce manuscrit nous nous focaliserons principalement sur l'évolution dynamique d'une perturba-

tion locale sans contenu en soliton. Dans ce cas, la dynamique spatio temporelle est caractérisée par l'émergence de structures non linéaires oscillantes pouvant être décrites par une solution obtenue dans le cadre mathématique de la théorie de modulation de Whitham [16] ou par la méthode de diffusion inverse [17, 18]. Les travaux rapportés dans ce manuscrit nous ont permis d'observer expérimentalement ce scénario pour la première fois.

Dans le cas d'une perturbation de nature aléatoire, la dynamique issue de l'instabilité modulationnelle laisse émerger des structures cohérentes intenses localisées dans le temps et dans l'espace. Des études ont montré que certaines de ces structures peuvent correspondre localement à des solitons sur fond continu tels que le soliton de Peregrine, le soliton de Kuznetsov-Ma et le breather d'Akhmediev qui sont des solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire [19, 20, 21]. En outre, ce problème entre dans le cadre de la turbulence intégrable. Ce champ de recherches a été introduit récemment par Vladimir Zakharov dans le but d'étudier l'ensemble de phénomènes complexes survenant lors de la propagation d'une onde aléatoire dans un système non linéaire décrit par une équation intégrable (dont l'équation de Schrödinger non linéaire fait partie) [22]. À ce jour, il n'existe aucune solution qui puisse décrire l'évolution d'une onde plane perturbée aléatoirement soumise au processus d'instabilité modulationnelle et les questions associées sont donc largement ouvertes.

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire porte sur un dispositif expérimental, appelé anneau de recirculation, permettant d'observer l'évolution spatio-temporelle d'une onde lumineuse se propageant dans une fibre optique. Durant ma thèse nous avons utilisé l'anneau de recirculation afin d'étudier la dynamique spatio-temporelle du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle. Notre expérience est très bien décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire qui sera présentée en détail lors du chapitre 1. Dans le chapitre 2, nous nous focaliserons sur l'évolution non linéaire d'une onde plane perturbée localement soumise au processus d'instabilité modulationnelle, qui a pu être observé grâce à l'anneau de recirculation. Dans le chapitre 3, nous présenterons les caractéristiques statistiques et dynamiques du stade non linéaire d'une perturbation aléatoire obtenues en utilisant l'anneau de recirculation. Enfin dans le chapitre 4, nous explorerons les perspectives et les limites d'utilisation de l'anneau de recirculation.

# Généralités

## 1.1 L'instabilité modulationnelle

L'instabilité modulationnelle ou instabilité de modulation est un phénomène non linéaire connu qui déforme une onde plane et génère des bandes de gain dans le spectre fréquentiel. Dit autrement, l'instabilité modulationnelle est le processus d'interaction d'une onde plane de fréquence  $\omega$  linéairement instable et de faibles perturbations de fréquence  $\omega \pm \Omega$  dans un milieu non linéaire de type "focalisant" qui conduit à l'amplification des perturbations et à la déstabilisation de l'onde plane (voir figure 1.1).

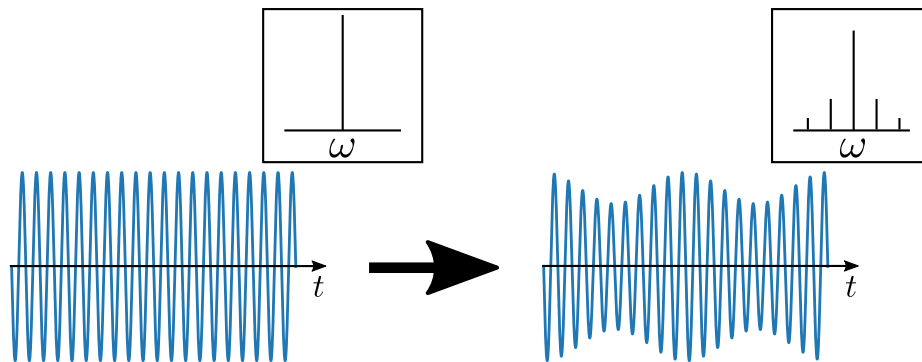


FIGURE 1.1 – Évolution d'une onde plane de fréquence  $\omega$  soumise au processus d'instabilité modulationnelle

L'instabilité modulationnelle est certainement l'une des instabilités les plus connues en physique non linéaire. Pour donner une idée de l'ampleur de ce phénomène, citons Vladimir Zakharov, l'un des chercheurs ayant contribué à des avancées majeures dans le domaine de la physique non linéaire : *"To give the reader an idea of how widespread is the notion of modulation instability (MI), we can recommend to do a simple Internet search. There are between one and two million*

entries on “Modulation instability” and even more for “Self-modulation” in, e.g., Yahoo. Even if these references are not all equally relevant, the numbers are still impressive. We believe that most of the researchers in the area of nonlinear waves would agree that the MI is one of the most ubiquitous types of instabilities in nature” [1].

Depuis sa découverte en 1967 à aujourd’hui l’instabilité modulationnelle continue d’être l’objet de recherches au sein de la communauté scientifique notamment pour son rôle suspecté dans l’émergence des ondes scélérates dans l’océan. Dans cette partie, nous commençons par présenter brièvement les débuts de l’instabilité modulationnelle dans la physique non linéaire et son impact dans la communauté des fibres optiques. Dans la seconde partie nous parlerons du regain d’intérêt de l’instabilité modulationnelle dans le cadre de l’étude des ondes scélérates.

## 1.1.1 Historique

### 1.1.1.1 L’instabilité de Benjamin-Feir

Au début de la seconde moitié du XX siècle, l’étude des ondes non linéaires dispersives est devenue l’objet d’une intense recherche [1].

En hydrodynamique, quelques décennies auparavant déjà, l’existence d’ondes non linéaires stationnaires en eau profonde (appelées ondes de Stokes) est le sujet de nombreux travaux mathématiques e.g. [23, 24, 25]. Cependant, et de façon surprenante à l’époque, il s’avère que ces ondes sont instables ! En effet, Benjamin et Feir montrent, en 1967, l’instabilité de ces ondes théoriquement et expérimentalement [2, 3]. C’est la première observation de l’instabilité modulationnelle en hydrodynamique, on parle aussi dans ce domaine de l’instabilité de Benjamin-Feir.

À la même époque, des études mettent en évidence le phénomène d’instabilité modulationnelle dans les ondes électromagnétiques en particulier dans le cadre de l’optique non linéaire [26, 27, 28]. Dans ces articles on parle également d’auto-modulation. En 1969, Ovstroski et Zagryadskaya observent expérimentalement l’instabilité modulationnelle dans les lignes de transmission électrique [29]. Depuis, ce phénomène a été observé dans d’autres champs de la physique tels que les plasmas [30, 31], les condensats de Bose-Einstein [32] et enfin les fibres optiques [33], ce qui sera le sujet du paragraphe suivant.

### 1.1.1.2 L’instabilité modulationnelle dans les fibres optiques

Dans les fibres optiques, l’instabilité modulationnelle a été observée en 1986 mais déjà en 1984 Hasegawa [34] avait démontré que l’instabilité modulationnelle pouvait conduire à générer un train de solitons optiques par propagation d’une

onde continue dans une fibre optique. La propagation d'un signal lumineux dans une fibre monomode (de dispersion anormale) est gouvernée en première approximation par l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS)<sup>1</sup>, il est possible de démontrer l'existence de l'instabilité modulationnelle à partir d'un simple calcul analytique, nous y reviendrons dans la partie 1.2.4.

En 1986, Tai, Hasegawa, et Tomita observent pour la première fois le processus d'instabilité modulationnelle dans une fibre optique monomode en mesurant le spectre de Fourier d'une impulsion en sortie de fibre [33]. Dans les fibres optiques c'est l'interaction entre la dispersion de vitesse de groupe et l'effet Kerr (l'indice de réfraction du milieu dépend de l'intensité) qui est à l'origine du processus d'instabilité modulationnelle.

Dans les années qui suivent, le processus d'instabilité modulationnelle dans les fibres optiques est devenu un sujet important [35, 36, 37, 38, 39], notamment pour ses possibles applications dans le domaine des télécommunications. D'un côté, celui-ci a été considéré comme un outil permettant de générer des impulsions courtes de fréquences élevées [8] et d'un autre côté comme un obstacle empêchant la propagation d'impulsions sur de longues distances [40, 41, 42]. Plus récemment dans les années 2000, l'instabilité modulationnelle a été étudiée dans le cadre de la génération de Supercontinuum [43, 10, 44, 45].

## 1.1.2 Un regain d'intérêt : les ondes scélérates

L'étude de l'instabilité modulationnelle a connu un regain d'intérêt dans les dernières années dans le cadre des nombreux travaux effectués sur le sujet des ondes scélérates. Les ondes scélérates sont des ondes de forte amplitude apparaissant à la surface de la mer de manière aléatoire et dont l'origine fait encore l'objet de débats dans la communauté scientifique [46]. Dans une première partie nous reviendrons sur les ondes scélérates dans le cadre de l'hydrodynamique et ensuite nous verrons comment les recherches portant sur les ondes scélérates se sont étendues à l'optique.

### 1.1.2.1 Les ondes scélérates dans l'océan

Déjà au 19<sup>ème</sup> siècle, les marins avaient connaissance des ondes scélérates. Cependant n'ayant pas moyen de prouver leurs dires, l'existence de celles-ci ne dépassa pas le stade de légende ou rumeur. Le temps leur donna cependant raison.

---

1. Dans la suite nous utiliserons l'acronyme anglais pour faire référence à l'équation de Schrödinger non linéaire : NLS

En 1995, la première preuve de l'existence des ondes scélérates est rapportée par la plateforme pétrolière Draupner dans la mer du nord norvégienne. Celle-ci était équipée d'un pointeur laser qui a permis l'observation d'une vague scélérate dont la hauteur atteignait 26 m. Depuis cet événement considéré comme hautement improbable, des campagnes scientifiques ont été lancées afin de comprendre l'origine de telles vagues.

Si l'on veut pouvoir étudier les ondes scélérates, il reste encore à les définir de façon précise. Pour cela, la plupart des océanographes utilisent la notion de hauteur significative  $H_s$ .  $H_s$  représente la hauteur significative moyenne du tiers des plus hautes vagues enregistrées dans une série temporelle. Est alors considéré comme événement extrême (une onde scélérate) toute vague de hauteur supérieure à  $2.2H_s$  [47]. Une autre définition, statistique cette fois, peut également être utilisée : on appelle ondes scélérates toutes vagues de forte amplitude dont la probabilité d'apparition est supérieure à celle prédite par la loi normale [46].

Comme nous le verrons dans la suite, les effets non linéaires peuvent modifier l'état statistique d'un système lors de son évolution et générer des événements de forte amplitude. C'est pourquoi plusieurs chercheurs ont proposé de prendre en compte ces effets afin d'étudier les ondes scélérates. En particulier, beaucoup de travaux dédiés aux ondes scélérates ont été réalisés dans le cadre de l'équation de Schrödinger non linéaire 1D décrivant la propagation d'ondes non linéaires dispersives [48, 49, 4, 50, 51, 52, 53, 54]. Dans le cadre de l'équation NLS, les ondes planes soumises au processus d'instabilité modulationnelle et les ondes partiellement cohérentes sont considérées comme des conditions initiales permettant de générer des ondes scélérates [55, 46]. Dans la section suivante, nous reviendrons plus en détail sur le processus d'instabilité modulationnelle (partie 1.2.4) et la propagation des ondes partiellement cohérentes (partie 1.2.5) dans l'équation NLS.

### 1.1.2.2 De l'hydrodynamique à l'optique

C'est à partir de 2007 et l'article de Solli [56] *et al* que l'étude des événements extrêmes s'est étendue au champ de l'optique. Dans cet article, les auteurs observent des événements extrêmes dans un Supercontinuum. Depuis la publication de ces résultats, un grand nombre d'études en optique ont été réalisées dans le but de comprendre les mécanismes d'apparition des ondes scélérates [57, 58, 5, 4].

En particulier dans les fibres optiques monomodes, la propagation de la lumière est correctement décrite par l'équation NLS. De ce fait, beaucoup de travaux expérimentaux ont été réalisés dans les fibres optiques afin d'étudier les méca-

---

nismes de l'équation NLS susceptibles d'être liés à la formation d'événements extrêmes [59, 5, 60].

Dans la partie qui suit, nous allons nous attarder sur l'équation NLS 1-D focalisante afin de mieux décrire les mécanismes permettant d'expliquer l'apparition de structures non linéaires localisées dans l'espace et dans le temps qui peuvent s'apparenter à des ondes scélérates.

## 1.2 La physique de l'équation de Schrödinger non linéaire

Il est important de rappeler ici qu'outre les vagues scélérates, l'équation NLS est un modèle mathématique universel qui décrit à l'ordre le plus bas la propagation d'une onde dans un milieu dispersif et non linéaire [61]. C'est pourquoi on la retrouve dans différents champs de la physique tels que l'optique, l'hydrodynamique et les plasmas. Dans cette partie nous nous proposons de décrire les propriétés de l'équation NLS plus particulièrement dans le cadre de l'optique fibrée.

La propagation de la lumière dans les fibres optiques de télécommunications conventionnelles est très bien décrite par l'équation NLS en régime focalisant [62]. Nous décrivons dans cette partie l'équation NLS en régime focalisant. D'abord nous présentons des mécanismes de base, tels que la dispersion de vitesse de groupe et l'effet Kerr. Ensuite, nous exposerons des solutions spécifiques de l'équation NLS comme le soliton ou les solitons sur fond continu. Par ailleurs, nous présenterons l'instabilité modulationnelle dans l'équation NLS. Enfin, nous évoquerons la turbulence intégrable.

### 1.2.1 L'équation de Schrödinger non linéaire en optique non linéaire : les mécanismes de base

Dans cette partie, à partir de simulations numériques, nous décrivons les mécanismes de base qui se produisent lorsqu'une impulsion lumineuse se propage dans une fibre optique décrite par l'équation NLS en régime focalisant.

#### 1.2.1.1 L'équation NLS en optique non linéaire

Dans les fibres monomodes de télécommunications standard (comme la SMF-28), la propagation de la lumière est très bien décrite par l'équation NLS. Celle-ci décrit l'évolution de l'enveloppe complexe du champ électrique linéairement polarisé dans l'hypothèse d'une propagation guidée selon un axe  $z$  dans un mode unique et en présence d'une non linéarité cubique (effet Kerr) dominante (plus de détail dans la référence [62]). Ainsi, dans les fibres optiques, la propagation non linéaire des ondes peut être décrite par l'équation NLS écrite sous la forme suivante :

$$iA_z(z, t) - \frac{\beta_2}{2}A_{tt}(z, t) + \gamma|A(z, t)|^2A(z, t) = 0 \quad (1.1)$$



La variable  $A$  représente l'enveloppe complexe lentement variable<sup>2</sup> du champ électrique de l'onde telle que  $E(z, t) = \frac{1}{2} [A(z, t) \exp i(\beta_0 z - \omega t) + c.c.]$  où  $E(z, t)$  est le champ électrique et  $\beta_0$  la constante de propagation de l'onde à la fréquence  $\omega$ .  $z$  et  $t$  représentent l'espace et le temps en unités physiques. Les constantes  $\beta_2$  et  $\gamma$  sont respectivement le coefficient de dispersion de vitesse de groupe (GVD) et le coefficient Kerr, paramètres caractéristiques d'une fibre optique. Lorsque le signe de  $\beta_2$  est négatif, la dispersion est dite anormale, lorsqu'il est positif elle est dite normale. Dans le cadre de ce manuscrit nous nous placerons exclusivement dans le régime de dispersion anormale (i.e. régime focalisant) de l'équation NLS.

Dans une fibre optique de télécommunication standard (SMF-28), la dispersion de vitesse de groupe vaut  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  tandis que le coefficient Kerr vaut  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  pour une longueur d'onde de 1550 nm.

### 1.2.1.2 La dispersion de vitesse de groupe

Afin d'illustrer l'impact de la dispersion de vitesse de groupe sur la propagation d'une impulsion lumineuse, nous avons propagé numériquement une impulsion dans l'équation NLS sans tenir compte de la non linéarité cubique ( $\gamma = 0$ ) :

$$iA_z(z, t) - \frac{\beta_2}{2} A_{tt}(z, t) = 0 \quad (1.2)$$

Cette équation est similaire à l'équation d'onde paraxiale qui gouverne la diffraction d'une onde plane en géométrie unidimensionnelle [63, 64]. En effectuant la transformée de Fourier de l'équation (1.2), on peut aisément montrer que la dispersion n'affecte pas la forme du module du spectre optique (uniquement la phase de chacune des composantes spectrales) mais bien la forme de l'impulsion dans l'espace physique.

Sur la figure 1.2, on présente l'évolution numérique d'une impulsion gouvernée par l'équation NLS où le terme non linéaire est nul. À l'état initial (à  $z = 0$ ), l'intensité maximale vaut 1 W et la largeur à mi-hauteur de l'impulsion vaut environ  $\sim 7$  ps. Après 5 kilomètres de propagation, l'intensité maximale de l'impulsion vaut  $\sim 200$  mW et la largeur à mi-hauteur vaut  $\sim 35$  ps. On constate donc que la dispersion a produit un étalement de l'impulsion au cours de la propagation (voir 1.2 (c)) tandis que le module du spectre optique n'a pas été modifié ( voir 1.2 (b)).

---

2. Lentement variable car on considère que  $\frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$  est négligeable devant  $\frac{\partial A}{\partial z}$

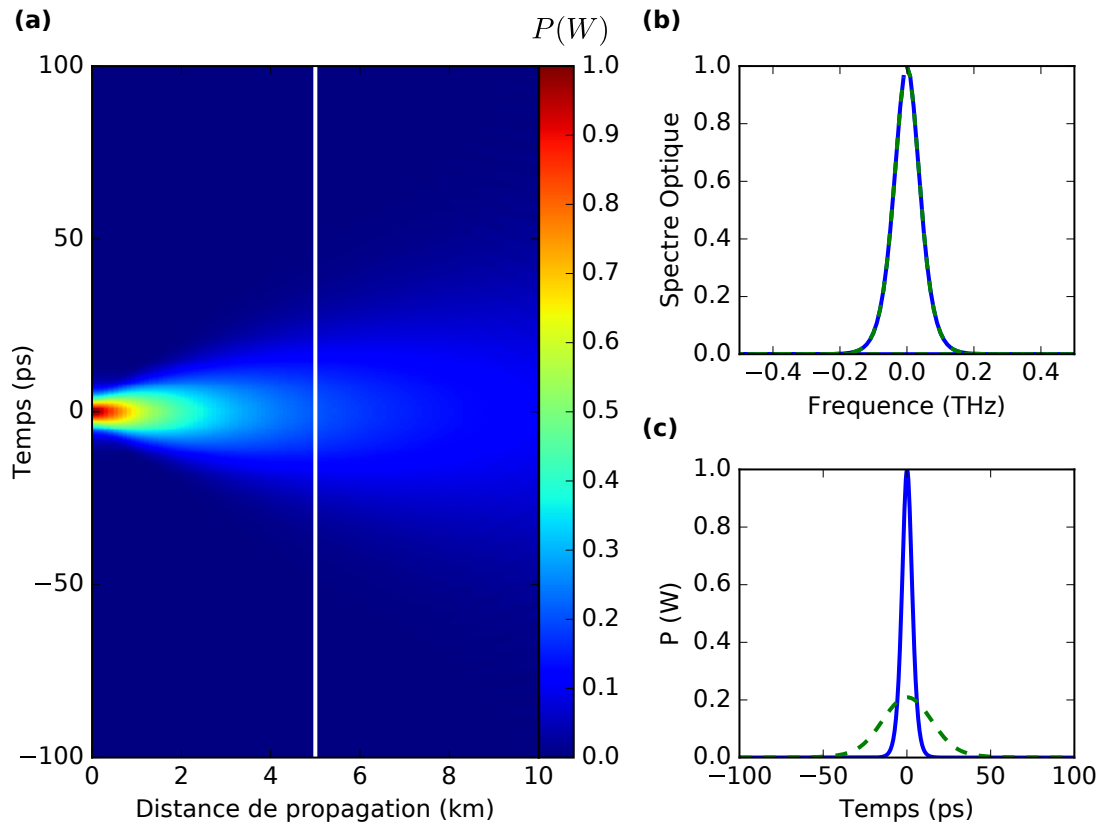


FIGURE 1.2 – Propagation d’une impulsion gouvernée par l’équation NLS sans effet non linéaire (1.2) avec  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  et  $\gamma = 0$ . (a) Évolution spatio-temporelle; (b) et (c) représentent respectivement le spectre optique et la puissance en fonction du temps, à  $z = 0$  en ligne bleue et  $z = 5$  km en ligne pointillé verte.

### 1.2.1.3 Non linéarité d’ordre trois : l’effet Kerr

Nous illustrons maintenant l’impact de la non-linéarité cubique, également appelé effet Kerr en optique. Celui-ci est lié, en optique non linéaire, au fait que l’indice de réfraction du milieu dépend de l’intensité. Nous propageons numériquement une impulsion dans l’équation NLS sans tenir compte de la dispersion de vitesse de groupe ( $\beta_2 = 0$ ) :

$$iA_z(z, t) + \gamma|A(z, t)|^2A(z, t) = 0 \quad (1.3)$$

Il est aisé de vérifier que  $\frac{\partial P(z, t)}{\partial z} = 0$  avec  $P(z, t) = A(z, t)A^*(z, t)$  d’après l’équation (1.3) et que donc, l’effet Kerr n’affecte pas la forme de l’impulsion dans l’espace physique. Cependant, à cause de l’effet Kerr, la phase de l’impulsion devient dépendante de l’intensité, on parle alors d’auto-modulation de phase.

Sur la figure 1.3, on présente l’évolution numérique d’une impulsion gouvernée par l’équation NLS, la dispersion de vitesse de groupe étant nulle. L’intensité et la forme de l’impulsion sont conservées au cours de la propagation (voir figure 1.2

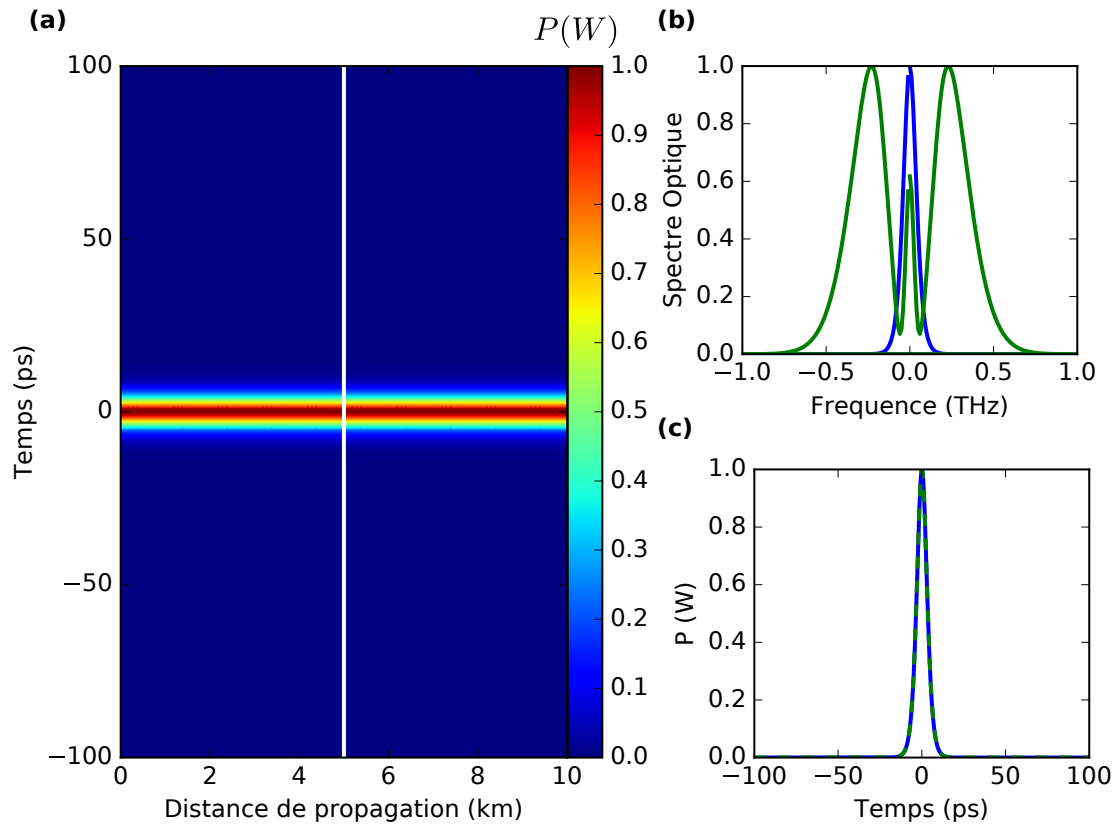


FIGURE 1.3 – Propagation d’une impulsion gouvernée par l’équation NLS sans dispersion (1.3) avec  $\beta_2 = 0$  et  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . (a) Évolution spatio-temporelle; (b) et (c) représentent respectivement le spectre optique et la puissance en fonction du temps, à  $z = 0$  en ligne bleue et  $z = 5$  km en ligne pointillé verte.

(c) conformément à ce qui a été décrit ci-dessus. Cependant le spectre optique de l’impulsion s’élargit le long de la propagation ( voir 1.2 (b)). En effet, à  $z = 0$  le spectre optique s’étend entre  $\pm 0.1$  THz et il est composé d’un seul pic, tandis qu’après 5 kilomètres de propagation sa forme et sa largeur ( $\pm 0.7$  THz) sont modifiées : il est maintenant composé de trois pics. On constate donc que les effets d’auto modulation de phase n’affectent pas la forme de l’impulsion dans l’espace réel mais modifient la forme du spectre optique au cours de la propagation.

## 1.2.2 Solutions de l’équation NLS

Dans cette section nous présenterons des solutions bien connues de l’équation NLS. D’abord, nous introduisons le soliton : une impulsion qui se propage sans déformation. Ensuite, nous présenterons les solitons sur fond continu également considérés dans plusieurs travaux comme des prototypes d’ondes scélérates dans l’océan (e.g. [65, 66, 5]).

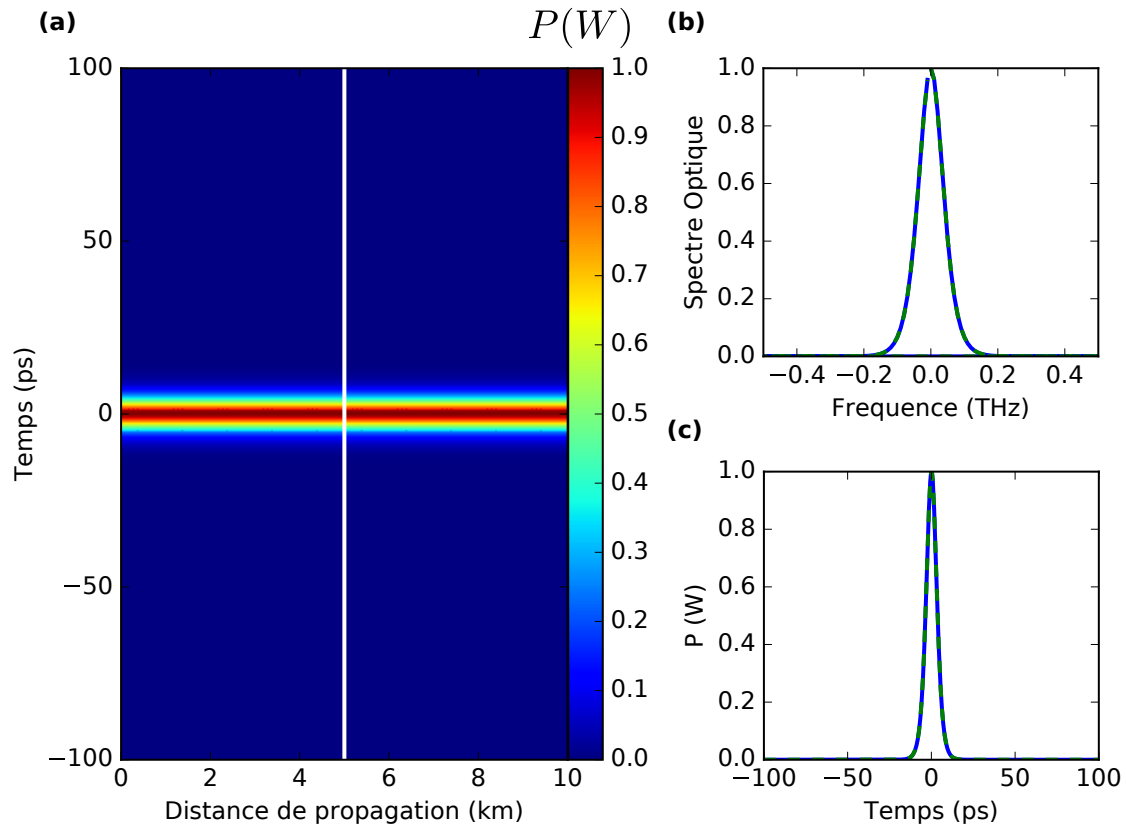


FIGURE 1.4 – Propagation d’un soliton (1.4) dans l’équation (1.1) avec  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  et  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . (a) Évolution spatio-temporelle; (b) et (c) sont respectivement le spectre optique et la puissance en fonction du temps, à  $z = 0$  en ligne bleue et  $z = 5 \text{ km}$  en ligne pointillé verte.

### 1.2.2.1 Le soliton fondamental

Historiquement, le soliton a été observé pour la première fois en 1834 dans un canal par J. Scott Russell [67]. Ce dernier a observé une vague solitaire se propageant le long du canal tout en conservant sa forme et sa vitesse. Depuis le soliton a été observé et étudié dans différentes branches de la physique dont l’optique [68, 69, 70, 71]. Ici nous présenterons cette solution et ses caractéristiques dans le cadre de l’équation NLS. En considérant une solution dont la forme reste inchangée au cours de la propagation, on peut montrer que le soliton est solution de l’équation NLS, voir [72]. Dans le cadre de l’équation 1.1 le soliton fondamental s’écrit :

$$A(z, t) = \sqrt{P} \operatorname{sech} \left( \sqrt{\frac{P\gamma}{|\beta_2|}} t \right) \quad (1.4)$$

Sur la figure 1.4, nous présentons l’évolution numérique d’un soliton dans le cadre de l’équation NLS. Le soliton, conformément à ce qui a été dit ci-dessus,

maintient sa forme le long de la propagation. Après 5 kilomètres de propagation la forme de l'impulsion est inchangée (voir figure 1.4 (b)). De même, le spectre de l'onde demeure inchangé au cours de la propagation (voir figure 1.4 (c)). À la différence d'une impulsion de forme arbitraire, le soliton maintient sa forme au cours de la propagation. La dispersion de vitesse de groupe et l'auto modulation de phase se compensent parfaitement de sorte que l'impulsion et son spectre sont tous deux conservés au cours de la propagation. Autre propriété remarquable des solitons : dans un système physique décrit par une equation intégrable telle que l'équation NLS, les solitons conservent leur formes et leur vitesses après une collision [73, 74]. Depuis les années 1980, de nombreux travaux ont été réalisés afin d'utiliser les solitons optiques comme moyen de télécommunications e.g. [69, 75, 76, 77].

### 1.2.2.2 Les solitons sur fond continu

Il existe dans l'équation NLS une grande famille de solutions regroupée sous l'appellation de solitons sur fond continu (en anglais on parle de *breather*). On peut considérer que ce sont des solitons interagissant avec une onde plane (autrement dit le fond continu). Ces solitons sont, dans la littérature, souvent considérés comme des prototypes d'ondes scélérates (e.g. [65, 66, 5, 6]) car ils sont localisés en temps et/ou en espace. Dans cette section, nous décrivons brièvement certaines de leurs caractéristiques.

Les trois membres, souvent les plus connus, de cette famille sont le breather d'Akhmediev, le soliton de Peregrine et le soliton de Kuznetsov-Ma. Chacun de ces solitons sur fond continu présente des caractéristiques distinctes de localisation spatio-temporelle. Cependant il existe une expression mathématique permettant de les décrire tous les trois. Considérons l'équation NLS sans dimension en régime focalisant :

$$i\psi_\xi + \frac{1}{2}\psi_{\tau\tau} + |\psi|^2|\psi| = 0 \quad (1.5)$$

L'équation NLS sans dimension (1.5) découle de l'équation (1.1) en appliquant les changements de variables suivant :  $\xi = \frac{z}{L_D}$  ;  $\tau = \frac{t}{T_0}$  et  $\psi = \sqrt{\gamma L_D} A$  où  $L_D$  est la longueur de dispersion définie comme  $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$  et  $T_0$  est la largeur typique de l'impulsion incidente (plus de détails dans [62]).

Les solitons sur fond continu de l'équation 1.5 s'écrivent :

$$\psi(\xi, \tau) = \exp(i\xi) \left[ 1 + \frac{2(1-2a)\cosh(b\xi) + ib\sinh(b\xi)}{\sqrt{2a}\cos(\omega\tau) - \cosh(b\xi)} \right] \quad (1.6)$$

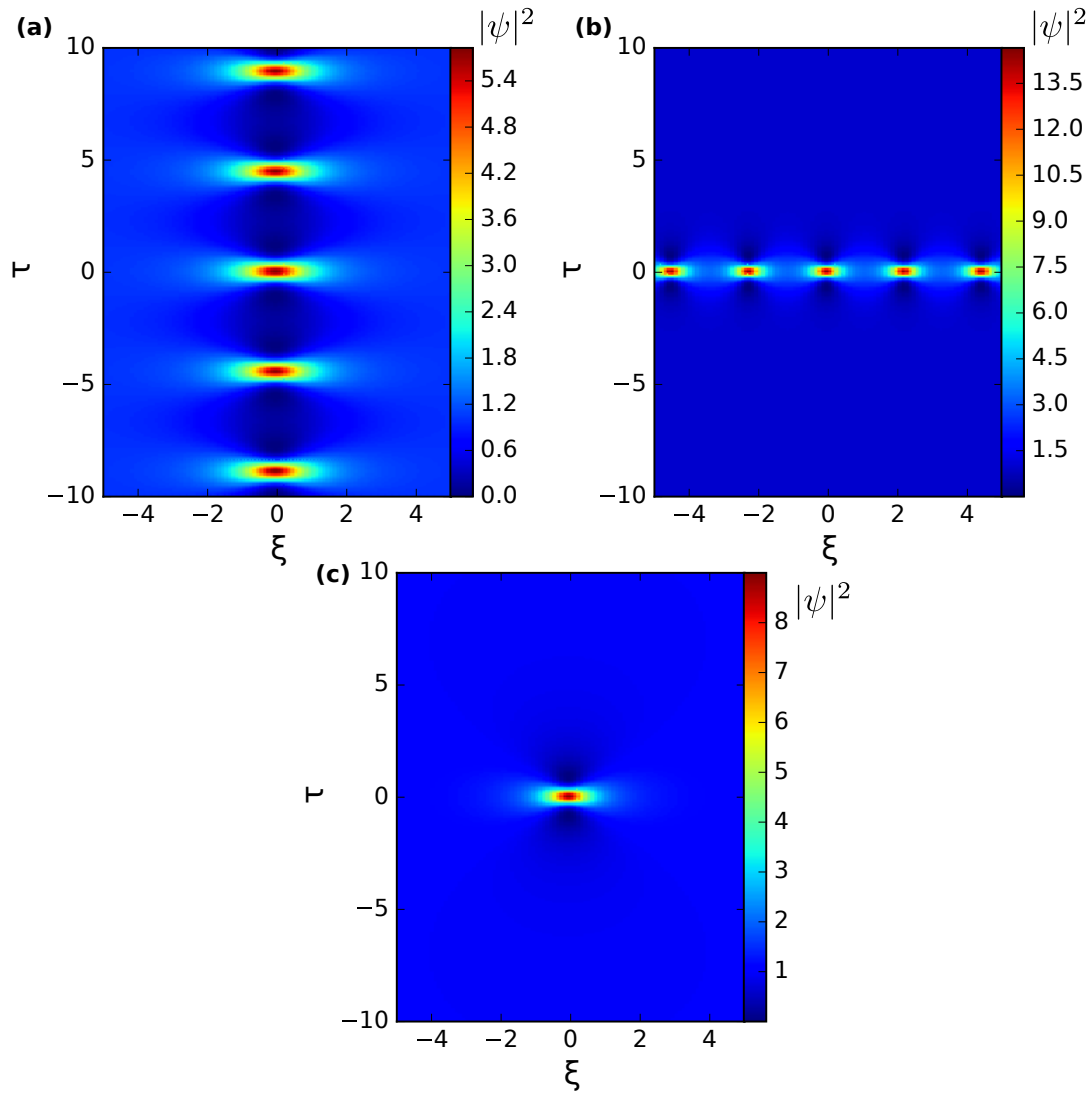


FIGURE 1.5 – Évolution spatio temporelle des solitons sur fond continu (1.6) dans l'équation NLS sans dimension (1.5). (a) Le breather d'Akhmediev pour  $a = 0.25$ , (b) le soliton de Kuznetsov-Ma pour  $a = 1$  et le soliton de Peregrine pour  $a = 0.5$ .

Les propriétés de cette solution sont déterminées par le paramètre sans dimension  $a$ . Les paramètres  $b$  et  $\omega$  sont donnés par :  $b = [8a(1 - 2a)]^{1/2}$  et  $\omega = 2\sqrt{1 - 2a}$ . La figure 1.5 montre comment le paramètre  $a$  modifie les propriétés du soliton sur fond continu.

Lorsque le paramètre  $a$  est compris dans l'intervalle  $[0, 0.5[$ , le soliton sur fond continu (1.6) décrit l'évolution du breather d'Akhmediev ( $b$  et  $\omega$  sont alors réels). Ce soliton est localisé spatialement et est temporellement périodique (voir figure 1.5 (a)), quand  $a$  varie dans l'intervalle  $[0, 0.5[$  la période et l'amplitude (au point de compression à  $\xi = 0$ ) varient. Dans la littérature, le breather d'Akhmediev est considéré comme la solution qui permet de décrire l'instabilité modulationnelle issue d'une onde plane modulée périodiquement [78, 10, 9, 13, 79, 7].

Lorsque le paramètre  $a$  est supérieur à 0.5, on obtient le soliton de Kuznetsov-Ma ( $b$  et  $\omega$  sont alors imaginaires purs), ce soliton est localisé temporellement mais évolue périodiquement le long de la dimensions de propagation (voir figure 1.5 (b)). Enfin pour  $a = 0.5$ , on obtient le soliton de Peregrine (voir figure 1.5 (c)), celui-ci étant localisé temporellement et spatialement. Comme nous l'avons vu dans la partie 1.1.2, l'équation NLS peut être utilisée pour décrire l'évolution des vagues dans l'océan. Dans ce cadre, le soliton de Peregrine a été à plusieurs reprises considéré dans la littérature comme un prototype d'onde scélérate car il est localisé spatialement et temporellement e.g. [65, 66, 6].

### 1.2.3 Inverse Scattering Transform

L'équation NLS appartient aux quelques équations non linéaires qui sont intégrables par la méthode dite de l'Inverse Scattering Transform<sup>3</sup> [68, 80, 81]. L'Inverse Scattering Transform (IST) a été introduite pour la première fois en 1968 par Gardner, Green, Kruskal et Miura pour résoudre l'équation de Korteweg-de Vries (KdV) [82, 83]. Depuis, elle a également été utilisée pour la résolution de l'équation de Sine-Gordon [84], l'équation de KdV modifiée [85], l'équation NLS [86] et beaucoup d'autres [68]. C'est en 1972 que Zakharov et Shabat résolvent pour la première fois l'équation NLS par la méthode d'IST [86]. L'IST permet de résoudre l'équation NLS et a permis de démontrer l'existence de solution de type N-soliton (qui sera brièvement présenté dans la suite) ainsi que du soliton fondamental comme solution de l'équation NLS. En outre l'IST permet également de caractériser les solutions de l'équation NLS en leur associant un spectre spécifique à distinguer du spectre de Fourier et que l'on appellera spectre IST. Le spectre IST peut alors s'avérer utile pour comprendre la dynamique de conditions initiales complexes. Dans cette partie, nous commencerons par expliquer brièvement comment fonctionne quelques principes élémentaires de l'IST dans l'équation NLS, enfin nous présenterons le spectre IST caractérisant certaines solutions de NLS.

#### 1.2.3.1 Comment ça marche?

L'IST peut être considérée comme l'équivalent non linéaire de la transformée de Fourier, couramment utilisée pour résoudre les équations aux dérivées partielles linéaires.

---

3. Inverse Scattering Transform pourrait être traduit par transformation de diffusion inverse mais nous avons préféré conserver son nom anglais, couramment utilisé, et son acronyme associé : IST.

Lorsqu'on résout une équation par la méthode de la transformée de Fourier, on commence par reconsidérer le problème dans un autre espace, en l'occurrence l'espace de Fourier. De la même façon, dans l'IST on considère un problème associé : le problème de diffusion (*scattering problem* en anglais). Zakharov et Shabat ont montré que l'équation NLS (écrite ainsi  $i\psi_\xi + \psi_{\tau\tau} + 2|\psi|^2\psi = 0$ ) est associée à la condition de compatibilité des deux équations matricielles ci-dessous :

$$Y_\tau = \begin{bmatrix} -i\lambda & \psi \\ -\psi^* & i\lambda \end{bmatrix} Y \quad (1.7)$$

$$Y_\xi = \begin{bmatrix} -i2\lambda^2 + i|\psi|^2 & i\psi_\tau + 2\lambda\psi \\ i\psi_\tau^* - 2\lambda\psi^* & i2\lambda^2 - i|\psi|^2 \end{bmatrix} Y \quad (1.8)$$

où  $Y$  est un vecteur propre et où les valeurs propres  $\lambda$  sont indépendantes de la dimension de propagation  $\xi$ . La résolution du premier problème matriciel (1.7) permet de calculer les données de diffusion (à l'image du calcul de la transformée de Fourier pour un problème linéaire), c'est à dire le spectre IST<sup>4</sup>.

Comme pour la transformée de Fourier inverse, il est possible de revenir dans l'espace direct en appliquant une transformation inverse. Dans le cadre de l'IST, la transformation inverse consiste à résoudre une équation connue comme l'équation de Gel'fand-Levitan-Marchenko [73, 81], ce qui va nous permettre à terme de reconstruire la solution de l'équation NLS, selon évidemment la condition initiale imposée.

La résolution du problème de diffusion, dans le cadre de l'équation NLS, dépend fortement des conditions de bord considérées. Historiquement cela a d'abord été fait avec des potentiels  $\psi(\xi, \tau)$  décroissants vers zero (ZBC; *zero boundary condition* en anglais)[86]. Plus récemment le problème de diffusion a été résolu pour des conditions aux bords non nulles (NZBC; *non zero boundary condition*) ce qui permet de traiter les solutions de NLS évoluant sur un fond continu de type onde plane [87, 88, 89]. En outre il peut aussi être examiné avec des conditions de bord périodiques, l'IST pour les solutions périodiques de l'équation NLS porte alors le nom de *finite gap theory* [90, 91, 92]. Nous n'entrerons pas plus dans les détails de cette théorie, nous nous contenterons par la suite de donner la signature spectrale (que nous appellerons le spectre IST) de certaines solutions de l'équation NLS.

---

4. "Spectre IST" est un abus de langage car ce spectre est associé au problème de diffusion tandis que l'IST est le fait de revenir du problème de diffusion à l'espace direct.



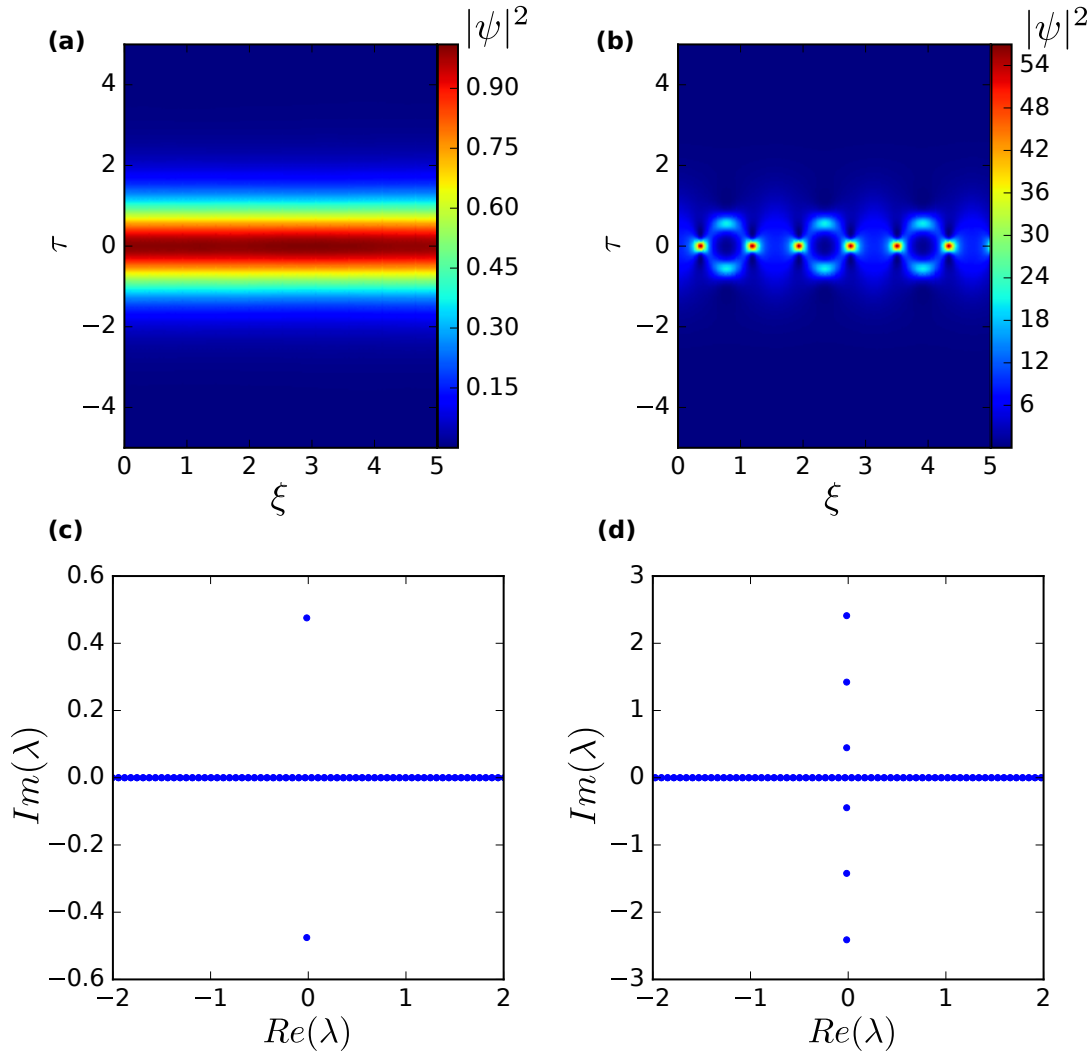


FIGURE 1.6 – (a) et (c) représentent respectivement la dynamique spatio temporelle et le spectre IST discret de la condition initiale  $\psi(\xi = 0, \tau) = sech(\tau)$  dans l'équation (1.5). De même pour (b) et (d) mais avec  $\psi(\xi = 0, \tau) = 3sech(\tau)$

### 1.2.3.2 Quelques exemples de spectres IST

Dans cette partie, nous présenterons le spectre IST c'est à dire l'ensemble des valeurs propres  $\lambda$  obtenues par la résolution du problème 1.7 pour un potentiel  $\psi(\xi = 0, \tau)$  donné. Le spectre IST d'une condition initiale donnée est indépendant de  $\xi$ . Celui-ci nous permettra notamment dans le cadre du chapitre 2 de mieux comprendre certaines solutions de l'équation NLS et de mieux appréhender la dynamique complexe de l'équation NLS dans certaines situations particulières.

On présente sur la figure 1.6 le spectre IST (i.e. l'ensemble des valeurs propres  $\lambda$  obtenues par la résolution du problème 1.7) et l'évolution spatio-temporelles de deux solutions de l'équation NLS. Les valeurs propres discrètes apparaissent par paires composées de  $\lambda$  et de son complexe conjugué associé.

Le spectre IST discret du soliton fondamental comporte une valeur propre discrète qui représente un soliton (c.f. figure 1.6 (c)). La partie réelle de  $\lambda$  est associée à la vitesse du soliton, quant à la partie imaginaire, à l'amplitude de celui-ci. Comme le montre la figure 1.6 (a), la vitesse de groupe du soliton dans le plan  $(\xi, \tau)$  est nulle, ce qui est conforme au fait que la partie réelle de  $\lambda$  est nulle (voir figure 1.6 (c)). Les figures 1.6 (b) et (d) représentent respectivement l'évolution spatio-temporelle et le spectre IST d'un soliton d'ordre supérieur. Celui-ci est caractérisé par une évolution spatio-temporelle plus complexe mais périodique en  $\xi$ . Le spectre IST discret est composé de trois valeurs propres imaginaires pures. Celui-ci nous indiquent alors que cette solution est composée de trois solitons sans vitesse. Il est à noter que les spectres IST présentés sur la figure 1.6 ne dépendent pas de  $\xi$  puisque les valeurs propres  $\lambda$  sont indépendantes de  $\xi$ .

Comme nous l'avons dit précédemment, pour des conditions aux bords périodiques telles que les solitons sur fond continu comme le breather d'Akhmediev, l'IST porte le nom de *finite gap theory* (FGT). Dans ce cas, les spectres IST ne seront plus composés de valeurs discrètes comme précédemment mais de bandes localisées dans le plan complexe. Dans le cadre de l'IST périodique ou FGT, ces solutions sont définies en termes de fonction  $\theta$  [93] paramétrées par un indice entier appelé genre  $g$  (*genus* en anglais). Le genre  $g$  vaut  $g = N - 1$  où  $N$  représente le nombre de bandes trouvées dans le spectre IST. Physiquement, le genre caractérise le nombre de modes non linéaires composant une solution périodique. Ici nous nous contenterons de donner quelques exemples (simples) de spectre IST dans le cadre des solitons sur fond continu.

On peut voir sur la figure 1.7, le spectre IST des solitons sur fond continu, présentés dans la partie 1.2.2.2. Le spectre IST de l'onde plane est présenté sur la figure 1.7 (a), celui-ci est composé d'une seule bande, entre  $\pm i$  qu'on nomme en anglais *branchcut*. Le genre  $g$  de l'onde plane vaut donc 0. Pour les solitons sur fond continu (figure 1.7 (b,c et d)), ceux ci sont composés d'un *branchcut* et d'une valeur propre discrète  $\lambda$  (et son complexe conjugué). Le genre de cette solution vaut 2 car elle est composée de trois bandes : le *branchcut* et deux bandes de taille nulle associées à une valeur propre discrète. Dans le cas du soliton de Peregrine, la partie imaginaire de la valeur propre discrète  $Im(\lambda)$  vaut  $\pm i$ . Pour le breather d'Akhmediev on a  $Im(\lambda) < \pm i$  et pour le soliton de Kuznetsov-Ma on a  $Im(\lambda) > \pm i$ .

Dans cette partie, nous avons, sans entrer dans les détails, présenté la signature spectrale, dans le cadre de l'IST, de certaines solutions de l'équation NLS en régime focalisant (dispersion anormale). Ces spectres IST nous seront utiles, pour

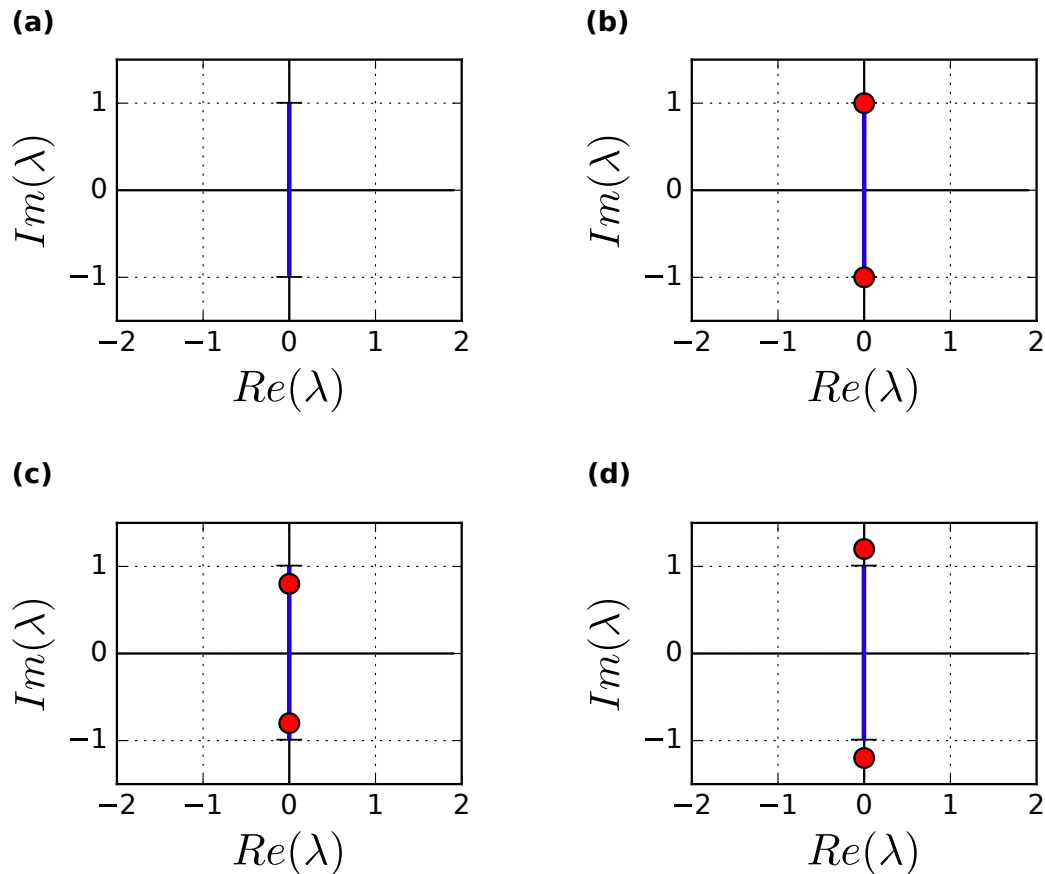


FIGURE 1.7 – Illustration du spectre IST (a) d'une onde plane, (b) du soliton de Peregrine, (c) du breather d'Ahkmediev et (d) du soliton de Kuznetsov-Ma.

interpréter la dynamique de certaines solutions complexes dans le chapitre 2.

#### 1.2.4 L'instabilité modulationnelle

L'instabilité modulationnelle est un phénomène physique très étudié. Comme nous l'avons évoqué dans la partie 1.1.1, ce phénomène apparaît dans différents champs de la physique : dans les plasmas, en hydrodynamique, dans les atomes froids et en optique. Ce phénomène est décrit par plusieurs équations dont l'équation NLS en régime focalisant ( $\beta_2 < 0$ ) fait partie.

Dans l'équation NLS (1.1), l'onde plane  $A = \sqrt{P_0} \exp(i\gamma P_0 z)$  est solution de l'équation (où  $P_0$  est la puissance de l'onde plane). Cependant, dans le cas où  $\beta_2 < 0$  (régime focalisant) cette solution est instable. Effectivement, lorsque l'onde plane se propage en présence de certaines perturbations (comme nous le verrons ces perturbations doivent respecter certains critères), certaines composantes de Fourier du spectre de la perturbation sont amplifiées exponentiellement, on parle du stade linéaire de l'instabilité modulationnelle. Lors de l'amplification

l'amplitude de la perturbation amplifiée devient comparable à celle de l'onde plane, on parle alors du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle. Dans cette partie nous commencerons par discuter du stade linéaire de l'instabilité modulationnelle, décrit par un développement analytique simple. Ensuite nous parlerons du stade non linéaire dont la dynamique va dépendre de la nature de la perturbation initiale.

#### 1.2.4.1 Le stade linéaire de l'instabilité modulationnelle

Rappelons l'équation NLS qui décrit la propagation de la lumière dans les fibres optiques :

$$iA_z - \frac{\beta_2}{2}A_{tt} + \gamma|A|^2|A| = 0 \quad (1.9)$$

où  $A$  représente l'enveloppe lentement variable du champ électrique de l'onde et les constantes  $\beta_2$  et  $\gamma$  sont respectivement le coefficient de dispersion de vitesse de groupe (GVD) et le coefficient Kerr, paramètres caractéristiques d'une fibre optique. Comme nous l'avons évoqué précédemment l'onde plane  $A = \sqrt{P_0} \exp(i\gamma P_0 z)$  est solution de l'équation où  $P_0$  est la puissance de l'onde plane. On peut montrer que l'onde plane est instable en considérant une onde plane perturbée :

$$A = (\sqrt{P_0} + a) \exp(i\gamma P_0 z) \quad (1.10)$$

où l'on suppose que  $a$  est une perturbation que l'on écrit ainsi :

$$a(z, t) = a_1 \exp(i(Kz - \Omega t)) + a_2 \exp(-i(Kz - \Omega t)) \quad (1.11)$$

$K$  et  $\Omega$  sont respectivement le nombre d'onde et la pulsation de la perturbation. On peut alors montrer, en utilisant une analyse de stabilité linéaire [62] que  $K$  et  $\Omega$  respectent la relation de dispersion suivante :

$$K = \pm \frac{1}{2} |\beta_2 \Omega| \left[ \Omega^2 + \text{sgn}(\beta_2) \Omega_c^2 \right]^{1-2} \quad (1.12)$$

où  $\text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$  selon le signe de  $\beta_2$  et  $\Omega_c = \frac{4\gamma P_0}{\beta_2}$ . Nous mentionnions précédemment que l'instabilité modulationnelle ne se manifeste que dans le cas où  $\beta_2 < 0$ . Cela se vérifie en injectant (1.12) dans (1.11), si  $\beta_2 > 0$  alors  $K$  est réel et donc l'onde plane reste stable tandis que si  $\beta_2 < 0$ ,  $K$  devient imaginaire pour  $|\Omega| < \Omega_c$  et la perturbation  $a$  croît exponentiellement. Dans ces conditions, on peut définir le gain de l'instabilité modulationnelle en fonction de  $\Omega$  qui s'écrit :

$$g(\Omega) = |\beta_2 \Omega| \left[ \Omega^2 - \Omega_c^2 \right]^{1-2} \quad (1.13)$$

On présente sur la figure 1.8, le spectre de gain de l'instabilité modulationnelle (1.13) pour différentes puissances. Lorsque la puissance de l'onde vaut  $1\text{ W}$ , les fréquences des perturbations pouvant être amplifiées par le processus d'instabilité modulationnelle sont comprises entre  $[-75, 75]$  GHz tandis que lorsque la puissance diminue ( $P_0 = 100\text{ mW}$ ), les fréquences pouvant être amplifiées sont réduites à une bande ne s'étalant plus qu'entre  $-25$  et  $25$  GHz. En somme, lorsque qu'augmente la puissance  $P_0$ , la zone d'amplification spectrale augmente également. Notons ici que le gain est maximum lorsque  $\Omega = \pm \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}}$ .

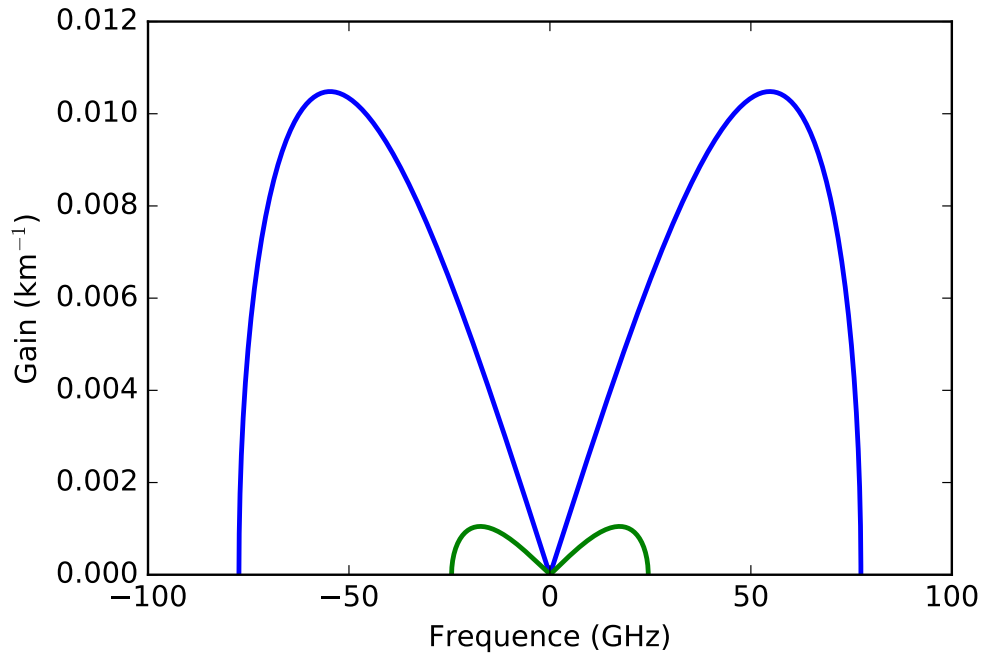


FIGURE 1.8 – Spectre du gain de l'instabilité modulationnelle (1.13) avec les paramètres  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  et  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  pour  $P_0 = 100\text{ mW}$  en vert et  $P_0 = 1\text{ W}$  en bleu.

Le stade linéaire de l'instabilité modulationnelle est donc décrit correctement analytiquement par l'analyse de stabilité linéaire que nous venons de présenter ci-dessus (pour plus de détails le lecteur est invité à consulter [62]). Cependant cette approche ne fonctionne que lorsque l'amplitude de la perturbation reste petite par rapport à celle de l'onde plane. Après le stade linéaire on entre alors dans le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle que nous allons maintenant décrire.

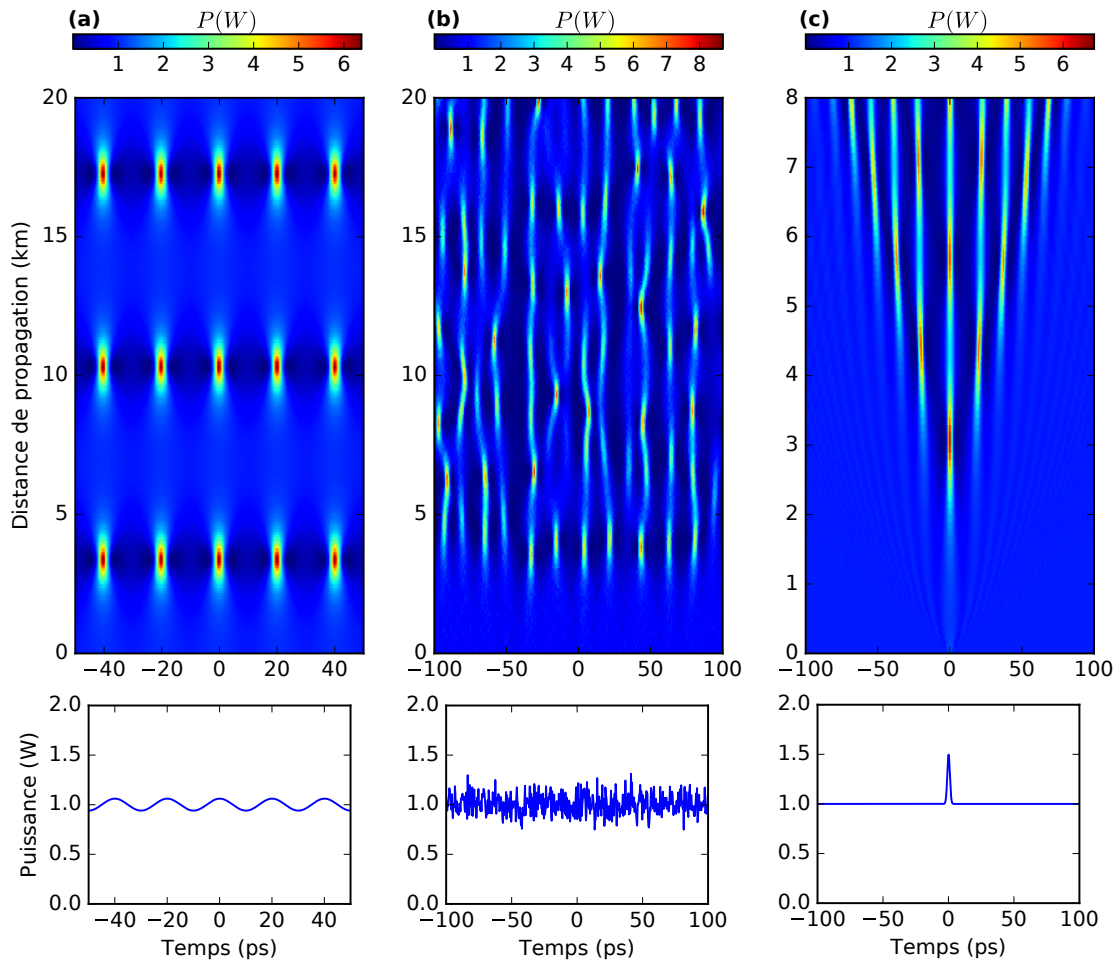


FIGURE 1.9 – Simulations numériques montrant l'évolution spatio-temporelle typique du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle dans l'équation NLS pour (a) une perturbation périodique, (b) une perturbation aléatoire et (c) une perturbation locale.

#### 1.2.4.2 Aperçu du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle

Ce manuscrit porte sur l'étude du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle dans les fibres optiques. C'est pourquoi ici nous ne donnons qu'un aperçu de l'évolution spatio-temporelle de celui-ci selon les différents types de conditions initiales; nous reviendrons plus en détail dans la partie 1.3.1 sur les derniers travaux expérimentaux et théoriques effectués sur ce sujet ces dernières années. Le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle est caractérisé par une dynamique complexe qui dépend fortement de la nature de la perturbation initiale [59]. Selon le type de perturbations, locales, périodiques ou aléatoires, l'évolution spatio-temporelle de l'intensité sera qualitativement différente comme l'indique la figure 1.9.

Lorsque la condition initiale est une onde plane modulée périodiquement (on

parle aussi de l'instabilité modulationnelle induite [8]), la dynamique du stade non linéaire typique est caractérisée par un motif périodique. Par exemple sur la figure 1.9 (a) on peut voir émerger à 4 km et  $\sim 10$  km un train d'impulsions périodiques temporellement. Les périodes spatiales et temporelles de la dynamique dépendent des paramètres de la modulation initiale (fréquence, amplitude et phases de la modulation).

Dans le cas où la perturbation initiale est aléatoire (ou bruitée) on parle de l'instabilité modulationnelle spontanée ou générée/induite par le bruit [33, 20, 21]. La dynamique du stade non linéaire est alors caractérisée par l'émergence de structures de forte intensité (voir figure 1.9 (b)). Certaines de ces structures ont été identifiées comme étant proches *localement* de certaines solutions de l'équation NLS comme les solitons sur fond continu ou même des collisions de solitons sur fond continu [19, 20, 21]. Par exemple sur la figure 1.9 (b), à  $\sim 4$  kilomètres entre 0 et 100 picosecondes émerge un train d'impulsion quasi périodique en temps que l'on pourrait identifier *localement* comme étant un breather d'Akhmediev. En outre, la condition initiale étant aléatoire, se pose alors la question de l'évolution statistique de celle-ci le long de la propagation. L'équation NLS étant une équation intégrable, cette question entre dans le cadre de la turbulence intégrable, que nous considérerons dans la partie suivante.

Enfin, lorsque la perturbation initiale est locale et d'amplitude suffisamment faible, la dynamique du stade non linéaire est caractérisée par des structures non linéaires oscillantes s'étendant dans l'espace et dans le temps selon un motif triangulaire (i.e avec une vitesse d'expansion constante); voir figure 1.9 (c). Il est à noter que l'évolution d'une onde plane perturbée localement sera différente selon le contenu en soliton de la perturbation [14, 15, 94] (défini par le spectre IST avec des conditions aux bords non nulles). Dans le cas présenté sur la figure 1.9 (c)), la condition initiale n'a pas de contenu en soliton et s'avère donc être de genre  $g = 0$  (nous en reparlerons en détail dans le paragraphe 2.1.1)

Encore une fois, cette section se veut être un aperçu de l'évolution spatio-temporelle du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle dans l'équation NLS. Dans l'état de l'art (partie 1.3.1), nous reviendrons plus précisément sur les dernières avancées théoriques et expérimentales relatives à ce processus.

### 1.2.5 La turbulence intégrable

La théorie de la turbulence d'onde étudie la dynamique faiblement non linéaire des ondes aléatoire dispersives. Celle-ci a été utilisée dans différents champs de la physique, pour ne citer ici que les plasmas [95, 96], l'hydrodynamique [97, 98,

99], et l'optique [100, 101, 102]. En particulier, la turbulence d'onde permet de décrire la formation du spectre moyen du champ dans des systèmes d'ondes non intégrables, en général en 2D, en tenant compte des interactions résonnantes du système [103]. Dans les systèmes intégrables, il n'y a pas d'interactions résonnantes : on entre dans le cadre de la turbulence intégrable.

### 1.2.5.1 Définition

La turbulence intégrable correspond aux phénomènes complexes émergents de la propagation d'ondes aléatoires dans un système physique décrit par une équation intégrable telle que l'équation NLS [22]. Nous avons vu précédemment que l'IST a été principalement développée pour trois conditions aux bords différentes : nulles à l'infini, constantes mais non nulles à l'infini ou périodique. La question de champs aléatoires ne peut rentrer de façon rigoureuse dans aucune de ces trois catégories. C'est pourquoi la turbulence intégrable est aujourd'hui considérée comme un problème ouvert complexe. De plus, les équations intégrables telles que l'équation NLS ou de KdV sont des équations universelles faisant de la question de la "turbulence" dans ces systèmes, une question fondamentale et naturelle.

Comme nous l'avons dit ci-dessus, la différence fondamentale entre la turbulence d'onde et la turbulence intégrable est que dans la première il existe des interactions d'ondes résonnantes i.e. échanges d'énergies entre différentes composantes de Fourier déterminées par la relation de dispersion du système. Ceci n'est pas le cas dans la turbulence intégrable, dans les systèmes intégrables la relation de dispersion n'autorise pas d'interactions résonnantes à 4 ondes (si ce n'est les interactions triviales).

On peut aisément mettre en évidence l'absence de résonances non triviales dans l'équation NLS, à partir des équations qui décrivent les lois de conservation de l'énergie et du moment :

$$\begin{cases} k_1 + k_2 = k_3 + k_4 \\ \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \end{cases}$$

En utilisant la relation de dispersion  $k = \omega^2 \frac{\beta_2}{2}$  issue de l'équation NLS on obtient :

$$\begin{cases} \omega_1^2 + \omega_2^2 = \omega_3^2 + \omega_4^2 \\ \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \end{cases}$$

On peut alors montrer que ce système ne possède que les résonances triviales suivantes :



$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \omega_3 \\ \omega_2 = \omega_4 \end{array} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \omega_4 \\ \omega_2 = \omega_3 \end{array} \right.$$

Ce résultat montre qu'il n'y a pas d'interactions résonnantes autres que les résonances triviales dans un système décrit par l'équation NLS. Par conséquent, les outils théoriques de la turbulence d'ondes ne permettent pas de traiter les changements spectraux et statistiques observés dans un système décrit par l'équation NLS hormis en régime faiblement non linéaire. Effectivement lorsque les effets non linéaires sont considérés comme perturbatifs, certains travaux ont montré qu'on peut décrire les changements spectraux et statistiques à l'aide de la turbulence d'ondes : d'abord Janssen [104] en hydrodynamique et ensuite en optique [102, 105]. Néanmoins pour des effets non linéaires plus forts ces outils cessent d'être valides.

Le but de la turbulence intégrable est de prédire l'évolution du spectre et des propriétés statistiques dans un système intégrable selon une condition initiale aléatoire donnée. Le système tend, généralement vers ce qu'on appelle un état stationnaire statistique i.e. un état d'équilibre où toutes les propriétés statistiques ne varient plus selon l'évolution du système [22]. À ce jour, aucune théorie ne permet de prédire l'évolution du spectre ou de la statistique dans l'équation NLS fortement non linéaire (sauf à de courtes longueurs de propagation [106]) mais des simulations [107, 108, 109, 110] et des expériences [111, 112, 113] ont permis d'explorer ce champ. Dans le cadre de la turbulence intégrable, nous considérerons deux conditions initiales aléatoires : la première, celle des ondes partiellement cohérentes qui sera brièvement évoquée dans le paragraphe suivant et la seconde, l'instabilité modulationnelle spontanée, qui sera traitée en détail dans le chapitre 3.

### 1.2.5.2 Ondes partiellement cohérentes

Une onde partiellement cohérente est une onde de largeur spectrale finie où le spectre est composé d'une superposition linéaire de modes de Fourier statistiquement indépendants [114, 115]. Par exemple, une onde partiellement cohérente peut être générée à partir d'une superposition linéaire de modes de Fourier ayant des phases (et éventuellement des amplitudes) aléatoires [103]. Dans notre cas, pour modéliser numériquement une onde partiellement cohérente, nous considérons une onde dont le spectre de Fourier est formé de composantes spectrales de

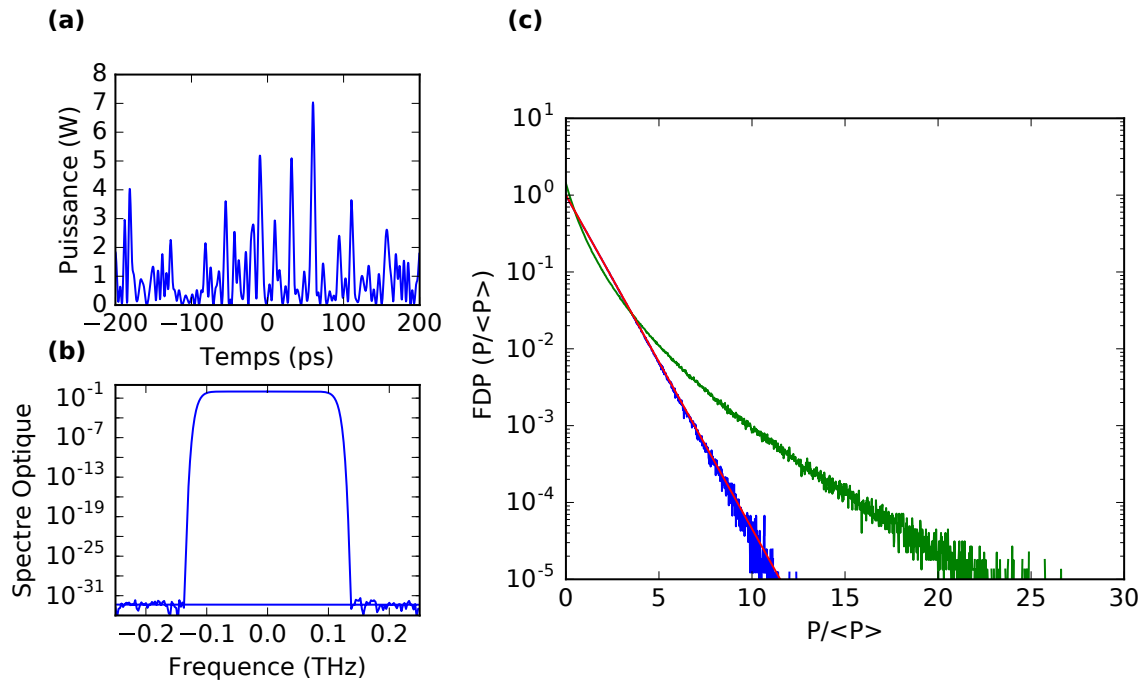


FIGURE 1.10 – (a) et (b) sont respectivement l’intensité en fonction du temps et le spectre optique d’une onde partiellement cohérente 1.14 où  $P_0 = 1 \text{ W}$  et  $\theta = 0.1 \text{ THz}$ . (c) La distribution de probabilité de  $P/\langle P \rangle$  en fonction de  $P/\langle P \rangle$ ; en bleu la condition initiale (l’onde partiellement cohérente), en vert après propagation dans l’équation NLS (1.1) avec  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  et  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et en rouge la distribution de probabilité d’une distribution exponentielle.

phases  $\phi$  aléatoires comme l’indique la relation suivante :

$$\mathcal{F}\{A\}(z=0, \nu) = \exp\left[-\left(\frac{1}{2} \times \left(\frac{\nu}{\theta}\right)^2\right)^8\right] \exp(i2\pi\phi) \text{ avec } |A|^2 = P_0 \quad (1.14)$$

Le spectre  $\mathcal{F}\{A\}$  est défini dans l’espace de Fourier comme une fonction super gaussienne. La phase  $\phi$  de chacun des modes est aléatoirement comprise entre 0 et  $2\pi$  et  $\theta$  permet de définir la largeur spectrale.  $P_0$  est la puissance moyenne de l’onde partiellement cohérente à  $z = 0 \text{ km}$ . On peut voir sur la figure 1.10 (a-b), la représentation d’une onde partiellement cohérente avec  $\theta = 0.1 \text{ THz}$  et  $P_0 = 1 \text{ W}$ . Sur la figure 1.10 (a), on observe les fluctuations d’intensité de l’onde partiellement cohérente tandis que sur la figure 1.10 (b) on observe le spectre optique de celle-ci, qui a bien la forme d’une fonction super gaussienne dont la largeur spectrale vaut environ 200 GHz.

La fonction de densité de probabilité (FDP) de l’intensité d’une onde partiellement cohérente, où  $\theta = 0.1 \text{ THz}$  et  $P_0 = 1 \text{ W}$ , est représentée sur la figure 1.10 (c), celle-ci suit une distribution exponentielle. En effet, en vertu du théorème central

limite, on peut montrer que la statistique d'une onde partiellement cohérente, synthétisée comme la somme de nombreuses composantes de Fourier de phases aléatoires et indépendantes, suit la loi normale (voir [114]). Ce qui implique que la distribution d'intensité de celle-ci est une distribution exponentielle (voir [107]). Après propagation dans l'équation NLS, on voit que la distribution d'intensité dévie de la distribution exponentielle de sorte que la probabilité d'apparition des événements de forte intensité est plus grande que dans le cas d'une distribution exponentielle ; on parle alors de distribution à queue lourde. Cette distribution à queue lourde caractérise notamment l'état stationnaire statistique des ondes partiellement cohérentes dans l'équation NLS [111, 112, 116, 117].

Autrement dit, la statistique de l'onde partiellement cohérente dévie de la distribution exponentielle, qui est la signature de la loi normale, vers une distribution à queue lourde i.e. une statistique où la probabilité des événements de forte intensité est plus grande que celle prédite par la loi normale : c'est la définition statistique des ondes scélérates (voir paragraphe 1.1.2.1). Par conséquent, cette distribution à queue lourde montre que des ondes scélérates apparaissent dans la turbulence intégrable.

Dans ce manuscrit, nous aurons l'occasion de revenir brièvement sur le cas des ondes partiellement cohérentes dans la section 4.2 où nous présenterons des résultats préliminaires concernant l'étude des ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques. Pour plus de détails concernant les ondes partiellement cohérentes, le lecteur est invité à consulter les références [118, 119, 120, 60]

## 1.3 Problématique

Durant ma thèse, nous avons mis au point une plateforme expérimentale, permettant d'enregistrer la dynamique spatio-temporelle et l'évolution de la statistique d'une onde non linéaire se propageant dans une fibre optique. Nous avons mis à profit cette plateforme pour étudier l'évolution spatio-temporelle du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle. Dans le but de contextualiser les travaux présentés dans ce manuscrit, nous présentons un état de l'art de la théorie (partie 1.3.1) ainsi qu'un état de l'art expérimental afin de discuter des plateformes expérimentales utilisées ces dernières années pour observer les structures cohérentes de type soliton ou solitons sur fond continu dans les fibres optiques (partie 1.3.2).

### 1.3.1 État de l'art théorique

Nous envisagerons trois scénarios issus du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle de l'équation NLS qui dépendent de la nature de la perturbation de l'onde plane : périodique, locale ou stochastique.

#### 1.3.1.1 Perturbation locale

Dans le cas d'une onde plane perturbée localement, où l'on considère que le bruit joue un rôle mineur dans la dynamique (i.e. qu'il ne déstabilise pas l'onde plane), l'évolution de la dynamique spatio-temporelle dépend du contenu en soliton de la perturbation [14, 15, 94]. Ce contenu est déterminé par le spectre IST de la condition initiale.

**Perturbation locale sans contenu en soliton :** Le scénario, issu d'une perturbation locale de l'onde plane sans contenu en soliton i.e. ne possédant pas de valeur propre autre que celle associée à l'onde plane dans le spectre IST (voir paragraphe 1.2.3.2), a été décrit pour la première fois dans le cadre de la théorie de modulation de Whitham par Gennady El *et al* en 1993 [16]. Les auteurs ont montré que la dynamique d'une telle condition initiale est caractérisée par l'émergence de structures non linéaires s'étendant à partir de la perturbation initialement localisée sous la forme d'une structure triangulaire associée à une vitesse d'expansion (voir figure 1.11 (a)) dépendant de l'amplitude de l'onde plane. La solution non linéaire oscillante est une onde cnoïdale, décrite par des fonctions elliptiques de Jacobi, dont les paramètres sont modulés. Plus récemment, Biondini *et al* ont prouvé, via la théorie IST, qu'asymptotiquement l'onde plane perturbée localement tend

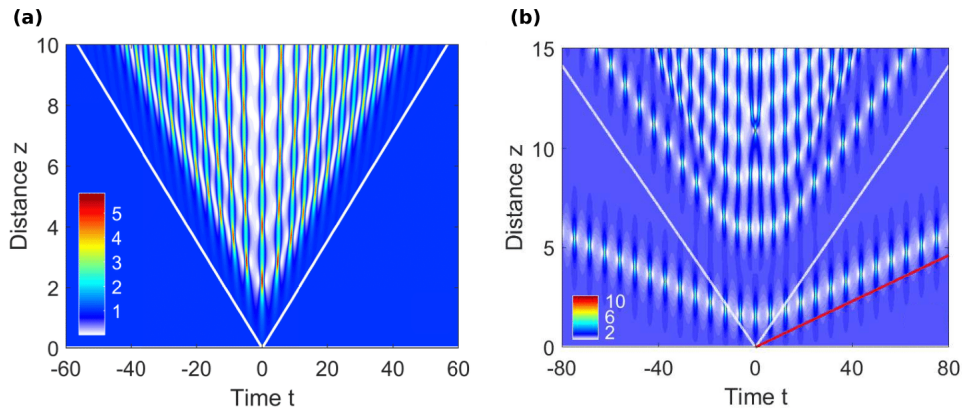


FIGURE 1.11 – Simulations de l'équation NLS montrant l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane perturbée localement. (a) Cas d'une perturbation locale de l'onde plane sans contenu solitonique. (b) Cas d'une perturbation locale de l'onde plane avec un contenu solitonique et non solitonique. Les figures sont extraites de la référence [15].

vers la même solution (i.e. une onde cnoïdale dont les paramètres sont modulés) [17, 18]. **À notre connaissance, ce scénario n'avait jamais encore été observé expérimentalement. L'un des objectifs de ma thèse a donc été d'observer expérimentalement ce scénario et les travaux correspondants seront présentés dans le chapitre 2.**

**Perturbation locale avec un contenu en soliton :** Le cas d'une perturbation locale de l'onde plane ayant un contenu en soliton i.e. possédant des valeurs discrètes en plus de celles associées à l'onde plane dans le spectre IST (voir paragraphe 1.2.3.2), a été étudié par Zakharov et Gelash [121, 122]. Ces derniers ont décrit le stade non linéaire de ce scénario comme une superposition particulière de solitons sur fond continu également appelé *superregular breathers*. Les solutions de type *superregular breathers* ont notamment pu être observées en optique et en hydrodynamique [123]. En outre, il a été montré récemment au moyen de simulation numérique [15, 14] que des solutions de type *superregular breathers* associées à l'existence de valeurs propres discrètes dans le spectre IST peuvent coexister avec des structures non linéaires oscillantes associées aux perturbations locales sans contenu solitonique (voir figure 1.11 (b)).

### 1.3.1.2 Perturbation aléatoire

L'instabilité modulationnelle spontanée, issue d'une onde plane perturbée aléatoirement (ou bruitée) est un scénario qui a été particulièrement étudiée dans les dernières années en optique car celui-ci est suspecté d'être l'un des mécanismes

responsables de l'émergence des ondes scélérates [4, 5, 20, 6].

D'un point de vue dynamique, certains travaux ont permis de montrer que les structures complexes émergent de la déstabilisation d'une onde plane bruitée pouvaient localement s'apparenter à certaines solutions de l'équation NLS comme les solitons sur fond continu [19, 20, 21].

Le scénario de la déstabilisation d'une onde plane par une perturbation bruitée entre dans le cadre de la turbulence intégrable (voir partie 1.2.5) où pour le moment aucune étude ne permet de décrire l'évolution statistique de cette condition initiale. Néanmoins, Agafontsev a pu caractériser l'évolution statistique de l'onde au cours de la propagation ainsi que l'état stationnaire statistique atteint par l'onde au moyen de simulation numérique [107]. En outre, Gelash *et al* ont montré récemment que cet état stationnaire statistique peut être décrit à l'aide de solutions de type N-solitons avec des phases aléatoires et une distribution particulière des valeurs propres dans le spectre IST [110]. **Dans le chapitre 3 nous verrons que nous avons pu observer l'évolution des propriétés statistiques prédites numériquement par Agafontsev [107], ce qui n'avait encore jamais été observé expérimentalement dans les fibres optiques.**

### 1.3.1.3 Perturbation périodique

L'instabilité modulationnelle induite, issue d'une onde plane modulée périodiquement est un scénario qui tend, en général, à générer des trains d'impulsions périodiques en temps et en espace (figure 1.9 (a)). D'un point de vue théorique ce scénario peut être décrit partiellement dans le cadre d'un modèle à trois modes de Fourier négligeant les autres modes [124, 125, 126]. De plus, Akhmediev *et al* ont dérivé une solution périodique analytique exacte (le breather d'Akhmediev voir 1.2.2.2) qui permet de décrire localement l'évolution de ce scénario [127, 128, 78].

Expérimentalement, le scénario de l'évolution non linéaire d'une onde plane modulée périodiquement a été notamment étudié dans les fibres optiques [7, 129, 130, 13, 11, 12]. En particulier, certaines études ont permis d'observer la dynamique spatio-temporelle de ce scénario [129, 11, 12]. Celui-ci est souvent relié à la thématique des récurrences FPUT dont nous reparlerons plus en détail dans la section 4.1.

## 1.3.2 État de l'art expérimental

### 1.3.2.1 Configuration en simple passage

La majeure partie des expériences réalisées dans les fibres optiques portant sur les thématiques liées à l'équation NLS sont principalement réalisées en configuration simple passage comme l'indique la figure 1.12, voir par exemple [66, 21, 12, 131, 132, 133, 112]. En simple passage, le signal n'est enregistré qu'en sortie de fibre, ce qui ne permet l'observation de l'onde qu'après une longueur donnée de fibre. En configuration simple passage, il existe certaines techniques permettant de suivre l'évolution spatio-temporelle dont la technique de *cut-back* qui consiste à couper la fibre en différents endroits tout en veillant soigneusement à ce que le signal optique injecté n'évolue pas [66, 132]. De plus, Mussot *et al* ont utilisé un dispositif expérimental en simple passage permettant d'observer la dynamique spatio-temporelle [11, 12]. Celui-ci permet d'enregistrer l'évolution de l'amplitude et de la phase de l'onde grâce au faible signal de rétrodiffusion Rayleigh.

L'un des objectifs de ma thèse fut de mettre en place une plateforme expérimentale capable de mesurer directement, en mono-coup, l'évolution spatio-temporelle d'une onde non linéaire se propageant dans les fibres optiques.

### 1.3.2.2 Échelles de temps et de puissance

De manière générale la puissance typique des signaux injectés dans la fibre (la condition initiale) dans les expériences en simple passage est de l'ordre du Watt. Avec ce niveau de puissance typique et des longueurs de propagation de l'ordre du km, on observe dans les fibres des évolutions non linéaires significatives qui permettent la formation de structures non linéaires telles que les solitons sur fond continu [66, 134]. Pour des puissances de l'ordre du Watt on peut considérer comme négligeables les pertes subies par le signal se propageant sur quelques kilomètres. Cependant, dans l'équation NLS l'échelle temporelle des structures est proportionnelle à la puissance de celles-ci. Avec une puissance de l'ordre du watt, les ordres de grandeur des effets linéaires (dispersion de vitesse de groupe) et non linéaires dans les fibres sont tels que la durée type des structures non linéaires se formant au cours de la propagation est de l'ordre de la picoseconde. De telles échelles de temps nécessitent alors des moyens de détections rapide type oscilloscope à échantillonnage optique (OSO), microscopes temporels ou le FROG (frequency resolved optical gating).

L'OSO, l'OSA (analyseur de spectre optique) et le FROG [135] associés à une méthode de *cut-back* ont notamment permis l'observation des solitons sur fond

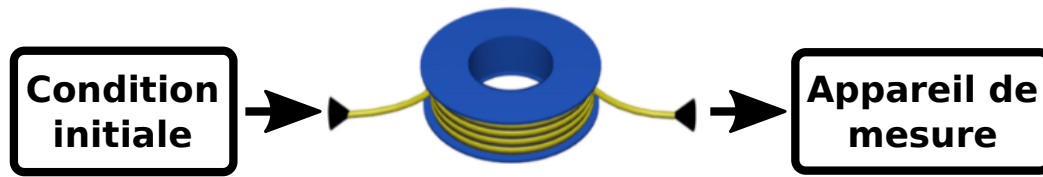


FIGURE 1.12 – Illustration de la configuration typique des expériences menées dans les fibres optiques portant sur les thématiques NLS.

continu dans les fibres optiques : le breather d'Akhmediev [7, 130], le soliton de Peregrine [66, 132, 136], le soliton de Kuznetsov-Ma [134] et des collisions de breathers d'Akhmediev [133]. En outre, l'OSO a notamment permis d'observer les *superregular breathers* [123] et la statistique à la sortie de la fibre d'une onde partiellement cohérente [112]. Par ailleurs, le microscope temporel a également été utilisé pour mesurer l'évolution de la phase et de l'intensité temporelle d'une onde partiellement cohérente [131, 111].

Quant au cas de l'instabilité modulationnelle spontanée, celui-ci a été mis en évidence pour la première fois dans les fibres optiques par Tai [33] en observant le spectre moyen. En 2012, Solli *et al* enregistrent le spectre mono-coup de l'instabilité modulationnelle [137], issue de la propagation d'une impulsion dans une fibre optique, à l'aide d'une technique de conversion temps-fréquence également appelée DFT (dispersive fourrier transform). En 2016, Nahri *et al* utilisent un microscope temporel pour observer la dynamique temporelle de l'instabilité modulationnelle spontanée [21] à la sortie de la fibre **mais, à notre connaissance, il n'existe aucune observation spatio-temporelle de l'instabilité modulationnelle spontanée dans les fibres optiques.**

Durant ma thèse nous avons mis en place une stratégie différente de la stratégie "simple passage". Nous avons utilisé un anneau de recirculation qui nous permet d'avoir une vue stroboscopique de l'évolution non linéaire de l'onde. L'anneau de recirculation nous a permis d'observer, en mono-coup, des dynamiques spatio-temporelles qui n'avaient encore jamais observées dans les fibres optiques. Dans l'anneau, nous avons utilisé des puissances de l'ordre de la dizaine de mW ce qui implique des échelles de temps de l'ordre de la centaine de picoseconde. Ainsi, nous pouvons utiliser un système de détection moins complexe : un oscilloscope rapide couplé à une photodiode. Cependant de telles puissances nécessitent de grandes longueurs de propagations pour que puissent émerger les phénomènes non linéaires qui nous intéressent (tel que le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle). Ces longueurs sont de l'ordre de la centaine de kilomètres et dans ce cas les pertes présentes dans la fibre optique ne peuvent plus être négligées :



nous devons les compenser. Cela sera rendu possible en ré-amplifiant continuellement le signal (par amplification Raman) lors de sa propagation, comme cela a déjà été réalisé dans l'expérience [12].

### 1.3.3 Objectifs

En somme, **l'objectif de ma thèse fut de mettre en place un anneau de recirculation, capable de mesurer l'évolution spatio-temporelle d'ondes non linéaires se propageant dans la fibre** en utilisant une stratégie de faible puissance. **Une fois celui-ci mis en place nous l'avons utilisé pour observer le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle à partir de différentes conditions initiales.** Dans le chapitre 2, nous avons utilisé l'anneau de recirculation afin d'enregistrer la dynamique spatio-temporelle du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle pour une onde plane en présence d'une perturbation locale. Dans le chapitre 3, nous avons considéré le cas d'une onde plane perturbée par du bruit et nous avons étudié les propriétés dynamiques et statistiques de l'instabilité modulationnelle spontanée. Et enfin dans le chapitre 4, nous avons étudié d'autres scénarios et nous avons exploré les limites de l'anneau de recirculation en tant que plateforme expérimentale décrite par l'équation NLS.



# Dynamique spatio-temporelle d'une onde plane perturbée localement

Dans ce chapitre nous étudions l'évolution non linéaire d'une onde plane perturbée localement soumise au processus d'instabilité modulationnelle. Nous présentons dans la première section le cadre théorique qui nous permet de décrire la dynamique d'une onde plane perturbée localement. Dans la seconde section, nous présentons l'anneau de recirculation ainsi que nos résultats expérimentaux. Et enfin dans la dernière partie nous étudierons, au moyen de simulations numériques, l'influence du bruit et de la dissipation sur le scénario considéré.

## 2.1 Perturbation localisée sans contenu en soliton

### 2.1.1 Différents scénarios : perturbation avec et sans contenu en soliton

Comme nous l'avons vu en détail dans la partie 1.1.1, l'instabilité modulationnelle est un phénomène se caractérisant par l'amplification de petites perturbations d'un fond constant [33, 3, 1]. Le stade linéaire de l'instabilité modulationnelle est caractérisé par une croissance exponentielle de toutes les perturbations dont la fréquence est plus petite qu'une fréquence de coupure  $\Omega_c$  (voir paragraphe 1.2.4.1). Cette image simple cesse d'être valide lorsque l'amplitude de la perturbation est comparable au fond continu ; on parlera alors du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle. Comme nous l'avons dit précédemment, la nature du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle dépend de la perturbation initiale considérée, celle-ci pouvant être locale, périodique ou stochastique (voir paragraphe 1.2.4.2). Dans ce chapitre nous envisagerons le cas d'une perturbation

locale de l'onde plane.

L'évolution d'une onde plane localement perturbée dans les systèmes physiques décrits par l'équation NLS dépend du contenu en soliton de la perturbation [94, 17, 14, 15]. Ce contenu peut être déterminé à partir de la méthode d'IST. Le scénario d'une perturbation locale sans contenu en soliton (i.e. pas de valeur propre dans le spectre IST autre que celles associées à l'onde plane ; voir 1.2.3.2) est caractérisé par l'émergence de structures non linéaires s'étendant à vitesse constante à partir de la perturbation initialement localisée sous la forme d'une structure de forme triangulaire. Ce scénario a été décrit dans le cadre de la théorie de modulation de Whitham [138, 139] et dans le cadre de la théorie IST [18, 17, 140].

On peut voir un exemple de ce scénario sur la figure 2.1 où la condition initiale (i.e. une onde plane perturbée localement) est représentée sur la figure 2.1 (c), l'illustration du spectre IST sur la figure 2.1 (b) et l'évolution spatio-temporelle sur la figure 2.1 (a). Le spectre IST est constitué de points répartis sur l'axe imaginaire entre  $[-1, 1]$  formant une bande qui est associée à l'onde plane (voir paragraphe 1.2.3.2), il n'y a donc pas de point signifiant la présence d'un contenu en soliton sur ce spectre IST.

Lorsque que la perturbation locale possède un contenu en soliton, l'évolution spatio temporelle sera différente selon celui-ci. Prenons l'exemple du soliton de Kuznetsov-Ma (défini dans le paragraphe 1.2.2.2), qui peut être vu comme une perturbation locale de l'onde plane selon  $\xi$  (voir figure 2.1 (f)). Le spectre IST du soliton de Kuznetsov-Ma est constitué de points répartis sur l'axe imaginaire entre  $[-1, 1]$  formant une bande associée à l'onde plane et d'une valeur propre complexe supplémentaire de partie réelle nulle et de partie imaginaire supérieure à 1. Cette valeur propre supplémentaire (non présente sur la figure 2.1 (b)) est représentée par les points rouges figurant sur la figure 2.1(e). À la différence du cas précédent, l'évolution spatio-temporelle est alors caractérisée par l'émergence périodique de structures temporellement localisées (voir figure 2.1 (d)). Au contraire des situations représentées sur la figure 2.1, certaines perturbations locales de l'onde plane ont un spectre IST composé de paires de points discrets. On parle alors de *superregular breathers* étudiés dans les références [121, 122, 123].

En somme, on voit bien ici que les mécanismes dynamiques à l'origine de la déstabilisation de l'onde plane perturbée localement sont de nature différentes selon le contenu en soliton de la condition initiale. Récemment, des études ont montré que la structure triangulaire représentée sur la figure 2.1 (a) peut coexister avec des solitons sur fond continu dont l'évolution est associée à l'existence de valeurs propres discrètes [14, 15], nous en parlerons brièvement dans la partie

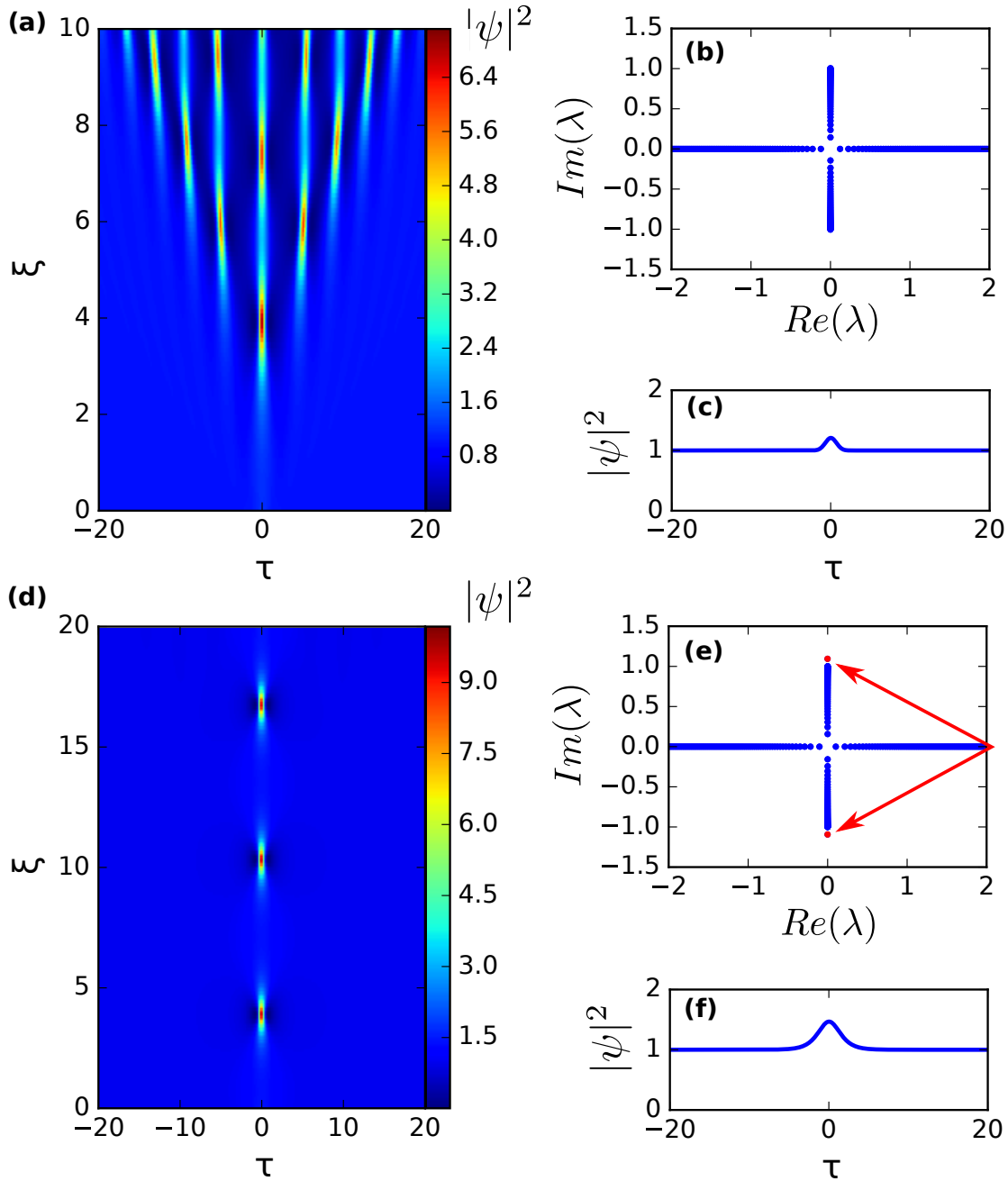


FIGURE 2.1 – Simulation numérique montrant l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane localement perturbée sans contenu en soliton (a,b,c) et d'un soliton de Kuznetsov-Ma (d,e,f) dans l'équation (1.5). (a) Dynamique spatio-temporelle d'une onde plane perturbée sans contenu en soliton; (b) spectre IST; (c) condition initiale. (d) Dynamique spatio-temporelle du soliton de Kuznetsov-Ma; (e) spectre IST; (f) condition initiale.

2.3.2. Dans le cadre de ce chapitre nous nous intéresserons principalement au cas de la perturbation locale ne possédant pas de contenu en soliton. Dans ce cas, la structure non linéaire oscillante est mathématiquement décrite par une onde

cnoidale dont les paramètres sont lentement modulés<sup>1</sup> [18, 17, 138]. Cette solution a été obtenue dans la référence [138] dans le cadre de la théorie de modulation de Whitham [141, 142] afin de décrire l'évolution d'une perturbation locale dans l'équation NLS focalisante. En plus de décrire l'évolution d'une perturbation locale, cette solution a également permis de décrire le problème de rupture de barrage en présence de dispersion (appelé *dispersive dam-break* en anglais) dans l'équation NLS [143, 144, 145, 146].

L'onde cnoïdale modulée peut être construite à partir de la solution des ondes cnoïdales de l'équation NLS à laquelle on applique une modulation dans le cadre de la théorie de modulation de Whitham. Récemment, l'onde cnoïdale modulée à été décrite par Gennady El *et al* dans l'article [144]. Dans cette partie, à partir des résultats de Gennady El *et al* dans [144], nous présenterons l'onde cnoïdale (partie 2.1.2) et ensuite nous décrirons les caractéristiques de l'onde cnoïdale modulée (partie 2.1.3).

## 2.1.2 L'onde cnoïdale : une solution de l'équation NLS

### 2.1.2.1 Le formalisme semi classique

Ici nous présentons le formalisme semi classique permettant d'effectuer une séparation d'échelles donnant la possibilité de déterminer la solution analytique associée à l'expansion de la structure triangulaire figurant sur la figure 2.1 (a). Noter que ce formalisme diffère de celui utilisé dans la partie 1.2.2.2. En effet, celui-ci va nous permettre d'introduire le terme  $\epsilon$ , qui sera nécessaire dans la suite.

Nous avons vu dans le paragraphe 1.2.1.1 l'équation NLS habituellement utilisée en optique :

$$iA_z - \frac{\beta_2}{2}A_{tt} + \gamma|A|^2|A| = 0 \quad (2.1)$$

La variable  $A$  représente l'enveloppe lentement variable du champ électrique de l'onde.  $z$  et  $t$  représentent l'espace et le temps en unités physiques respectivement. Les constantes  $\beta_2$  et  $\gamma$  sont respectivement le coefficient de dispersion de vitesse de groupe (GVD) et le coefficient Kerr, paramètres caractéristiques d'une fibre optique.

Pour obtenir l'équation sans dimension dans le formalisme semi classique, on applique une série de changements de variables. On introduit notamment

---

1. Dans la suite nous appellerons cette solution *l'onde cnoïdale modulée*

le paramètre  $\epsilon = \sqrt{\frac{L_{NL}}{L_D}}$  où  $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$  est la longueur de dispersion et  $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P}$  la longueur de non linéarité. On applique les changements de variables suivants :  $\xi = z\sqrt{L_{NL}L_D}$ ,  $\psi = \frac{A}{\sqrt{P}}$  et  $\tau = \frac{t}{T_0}$  où  $T_0$  est l'échelle de temps typique de la condition initiale et  $P$  la puissance. On peut ainsi réécrire (2.1) comme :

$$i\epsilon\psi_\xi - \text{sgn}(\beta_2)\frac{1}{2}\epsilon^2\psi_{\tau\tau} + |\psi|^2|\psi| = 0 \quad (2.2)$$

Dans le cadre de ce manuscrit nous nous plaçons dans le régime focalisant (i.e  $\beta_2 < 0$ ) ce qui implique que  $\text{sgn}(\beta_2) = -1$ . L'équation NLS dans le formalisme semi classique s'écrit donc :

$$i\epsilon\psi_\xi + \frac{1}{2}\epsilon^2\psi_{\tau\tau} + |\psi|^2|\psi| = 0 \quad (2.3)$$

Dans le formalisme semi classique (2.3), la durée caractéristique de la condition initiale est de l'ordre de l'unité. Si  $L_{NL} \ll L_D$ , le paramètre epsilon est très inférieur à 1 et représente la taille caractéristique des structures non linéaire qui vont émerger lors de la propagation.

### 2.1.2.2 L'onde cnoïdale

L'équation (2.3) comporte une solution périodique et stationnaire en intensité appelée onde cnoïdale. L'onde cnoïdale est une solution dont le spectre IST est composé de deux bandes impliquant que son genre  $g$  vaut 1 contrairement aux spectres IST des solitons sur fond continu et de l'onde plane qui sont respectivement composés de 3 bandes ( $g = 2$ ) et d'une bande ( $g = 0$ ), voir paragraphe 1.2.3.2. L'onde cnoïdale, comme solution de l'équation (2.3), s'écrit :

$$|\psi(\xi, \tau)|^2 = (b_0 + b_1)^2 - 4b_0b_1 \text{sn}^2(\sqrt{(a_0 - a_1)^2 + (b_0 + b_1)^2}(\tau - U\xi + X_0)\epsilon^{-1}, m) \quad (2.4)$$

où  $X_0$  est une phase initiale arbitraire. La vitesse de phase  $U$  et le paramètre  $m$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} m &= \frac{(\alpha_0 - \bar{\alpha}_0)(\alpha_1 - \bar{\alpha}_1)}{(\alpha_1 - \bar{\alpha}_0)(\alpha_0 - \bar{\alpha}_1)} \\ U &= \frac{4b_0b_1}{(a_0 - a_1)^2 + (b_0 + b_1)^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

avec  $\alpha_0 = a_0 + ib_0$  et  $\alpha_1 = a_1 + ib_1$ .  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  sont des points dans le plan complexe qui représentent les extrémités des 2 bandes définissant l'onde cnoïdale (voir figure 2.2). Une onde cnoïdale donné solution de l'équation (2.3) est pleinement paramétrée par la connaissance de  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$ . Le paramètre  $m$ , appelé module de

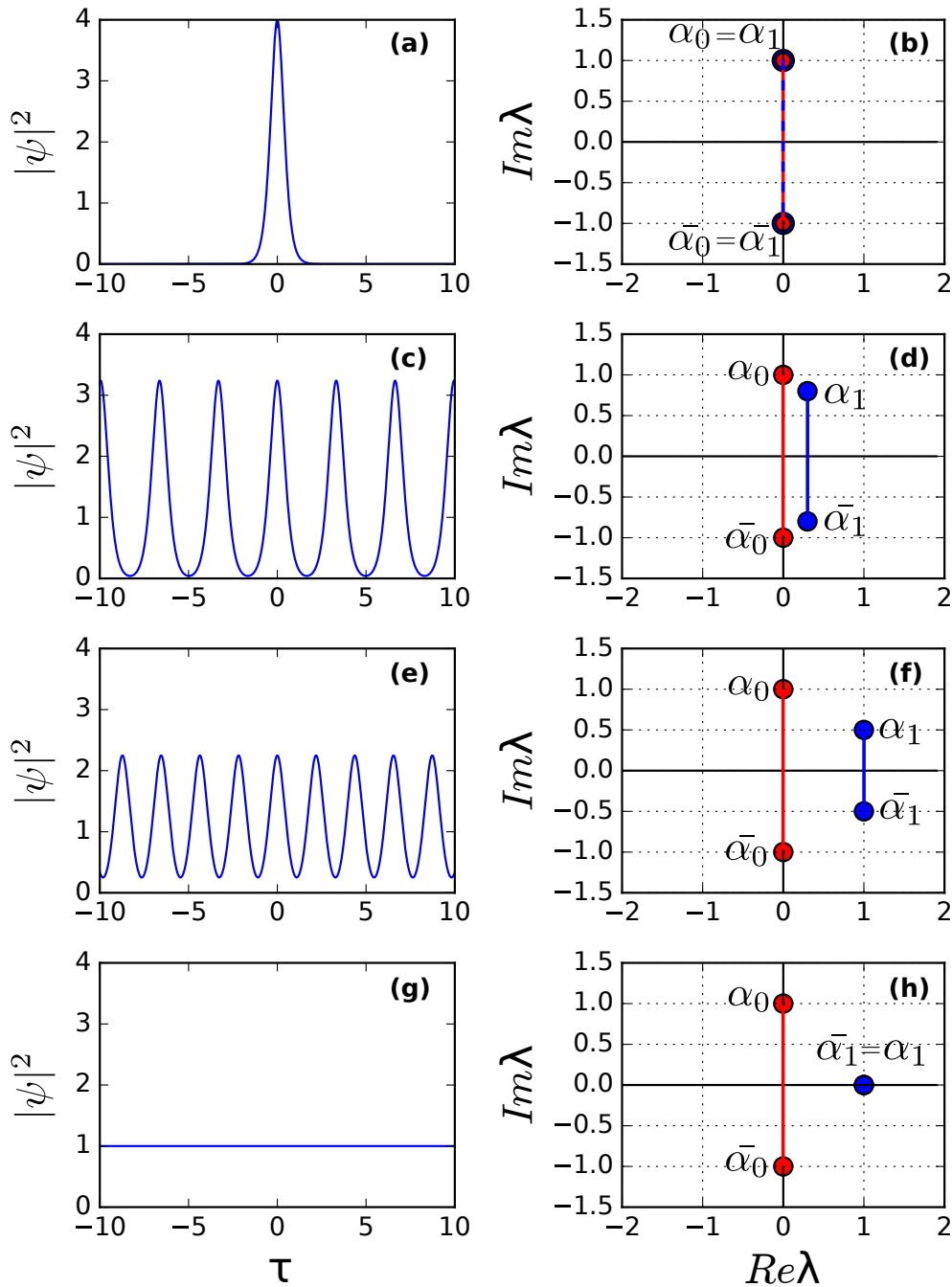


FIGURE 2.2 – Illustration pour différents paramètres  $m$  de l'onde cnoïdale (2.4). Sur la partie gauche :  $|\psi|^2$  en fonction du temps. À droite, le spectre discret (signature IST) dans l'espace complexe, en rouge les points  $\alpha_0$  et  $\bar{\alpha}_0$  et en bleu  $\alpha_1$  et  $\bar{\alpha}_1$ . Pour (a-b)  $m = 1$ , (c-d)  $m = 0,96$ , (e-f)  $m = 0,61$ , (g-h)  $m = 0$ .

l'onde cnoïdale, est compris entre 0 et 1.

L'onde cnoïdale est une fonction périodique en  $\tau$  qui peut prendre une allure sinusoidale (figure 2.2 (e-f) lorsque  $m \sim 0.65$ ) ou encore celle d'un train périodique d'impulsions (figure 2.2 (c-d) lorsque  $m \sim 0.9$ ). Dans les deux cas, le spectre IST



de l'onde cnoïdale est le même i.e. deux bandes distinctes mais les coordonnées de la bande définie par  $a_1$  et  $\bar{a}_1$  varient.

Les deux cas limites de l'onde cnoïdale apparaissent lorsque  $m$  tend vers 0 ou vers 1. Lorsque  $m$  vaut 0, la seconde bande disparaît :  $b_1 = 0$ . L'onde cnoïdale devient une onde plane (figure 2.2 g-h). Lorsque  $m$  vaut 1, les deux bandes se superposent :  $a_1 = 0$ . L'onde cnoïdale devient un soliton (figure 2.2 a-b).

### 2.1.3 Modulation de l'onde cnoïdale

Il est clair que lorsque le paramètre  $m$  est fixe, l'onde cnoïdale ne peut seule décrire l'évolution d'une onde plane perturbée localement. Si  $m$  est fixe l'onde se comportera soit comme une onde plane, un soliton ou une oscillation périodique (figure 2.2). Or, comme l'indique la figure 2.1 (a), l'onde non linéaire issue de la perturbation local s'étale progressivement dans le temps. Un tel comportement peut être obtenu en modulant lentement le paramètre  $m$  de la solution (2.4) en fonction de  $\tau$  et  $\xi$ . Les équations de modulation de l'onde cnoïdale sont déterminées à partir des équations de modulation de Whitham lorsque  $\epsilon \ll 1$  (plus de détail dans [144, 16]), celles-ci s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{E(m)}{K(m)} &= \frac{a_1^2 + (q - b_1)^2}{a_1^2 - b_1^2 + q^2} \\ -\frac{\tau}{\xi} &= 2a_1 + \frac{q^2 - b_1^2}{a_1} \\ m &= \frac{4qb_1}{a_1^2 + (q + b_1)^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Où  $q$  est l'amplitude de l'onde plane.  $K(m)$  et  $E(m)$  sont les intégrales elliptiques complètes de première et deuxième espèce. On réécrit les équations (2.6) afin qu'ils ne soient que sur les paramètres  $a_1$  et  $b_1$  de l'onde cnoïdale :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2q}{m\mu(m)} \sqrt{(1-m)[\mu^2(m) + m - 1]} \\ b_1 &= \frac{q}{m\mu(m)} \sqrt{(2-m)\mu(m) - 2(1-m)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Où  $\mu(m) = \frac{E(m)}{K(m)}$  et  $m$  varie en fonction de  $\tau$  tel que :

$$\frac{\tau}{\xi} = \frac{2q}{m\mu(m)} \sqrt{(1-m)[\mu^2(m) + m - 1]} \left( 1 + \frac{(2-m)\mu(m) - 2(1-m)}{\mu^2(m) + m - 1} \right) \quad (2.8)$$

#### 2.1.3.1 Caractéristiques de l'onde plane modulée

En tenant compte des modulations de  $a_1$  et  $b_1$  en fonction de  $\tau$  avec les formules (2.7) et (2.8), on trace l'onde cnoïdale modulée en fonction de  $\tau$  lorsque  $\xi = 1$  et  $\epsilon = 0.2$  sur la figure 2.3. Lorsque  $\tau = 0$  on a  $m = 1$  l'onde cnoïdale est proche

d'un soliton. Lorsque  $\tau$  varie,  $m$  varie également modulant lentement la période et l'enveloppe de l'onde cnoïdale. Enfin, lorsque  $\tau \sim 2,8$ , on a  $m = 0$  et l'amplitude de l'onde cnoïdale vaut 1, tout comme l'amplitude d'une onde plane (sans dimension).

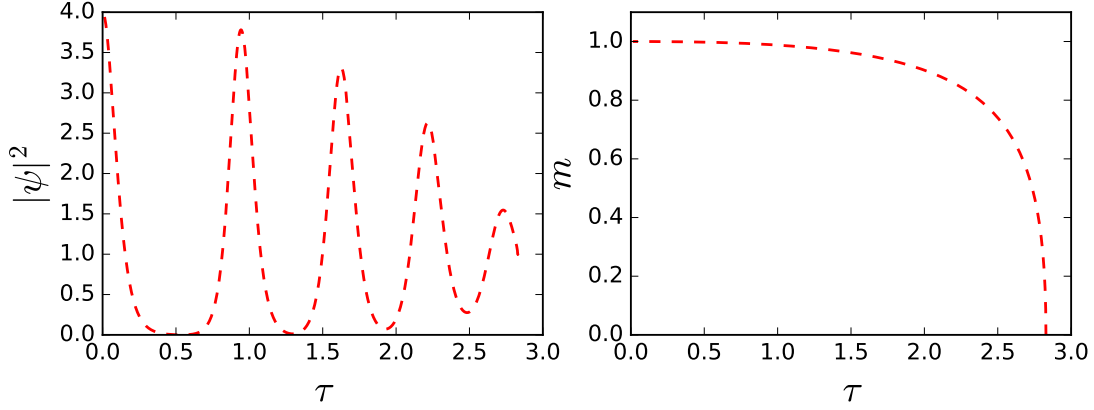


FIGURE 2.3 – (a) L'onde cnoïdale modulée en fonction du temps à l'instant  $\xi = 1$ , on remplace (2.7) et (2.8) dans (2.4). (b) Comportement du paramètre  $m$  (2.8) en fonction de  $\tau$  à  $\xi = 1$ . Les paramètres utilisées sont :  $q = 1$  et  $\epsilon = 0.2$ .

Compte tenu de (2.7), on a :

$$m \rightarrow 0 \Rightarrow b_1 = 0, a_1 = \frac{-q}{\sqrt{2}}; \text{ et } m \rightarrow 1 \Rightarrow b_1 = q, a_1 = 0. \quad (2.9)$$

En considérant alors la solution (2.6) dans les limites où  $m \rightarrow 0$  et  $m \rightarrow 1$  on obtient la vitesse d'expansion du bord des oscillations ( $m = 0$ ) et du centre ( $m = 1$ ) pour être respectivement  $-2\sqrt{2}q$  et 0. L'onde cnoïdale modulée définie par (2.4) et (2.6) est ainsi confinée dans la région  $-2\sqrt{2}q\xi \leq \tau \leq 0$  où  $\psi$  varie graduellement de  $m = 0$  (onde plane, bord des oscillations) vers  $m = 1$  (soliton, centre).

Compte tenu de l'invariance du problème selon l'inversion :  $\tau \rightarrow -\tau$  la solution est symétrique autour de 0. La région d'expansion de l'onde cnoïdale est alors définie pour :

$$-2\sqrt{2}q\xi \leq \tau \leq 2\sqrt{2}q\xi \quad (2.10)$$

Si l'on tient compte du changement de variable (2.1.2.1), on peut dériver cette formule pour l'équation NLS en unités physiques :

$$-2\sqrt{2\beta_2\gamma P_0}z \leq t \leq 2\sqrt{2\beta_2\gamma P_0}z \quad (2.11)$$

### 2.1.3.2 Comparaison de la solution analytique avec une simulation numérique

La comparaison de l'onde cnoïdale modulée décrite par (2.4) et (2.6) avec la simulation numérique d'une onde plane infinie perturbée localement est présentée sur la figure 2.4. Les lignes noires reportées sur la figure 2.4 (a) sont issues de la formule (2.10). Elles représentent la ligne de séparation entre l'onde plane et l'onde cnoïdale modulée.

La solution de l'onde cnoïdale modulée concorde avec la simulation numérique. En particulier, la vitesse d'expansion du bord des oscillations non-linéaire est bien décrite par la vitesse d'expansion linéaire issue de l'onde cnoïdale modulée (voir figure 2.4 (a)). Néanmoins, on s'aperçoit que l'onde cnoïdale modulée ne colle pas parfaitement avec les structures émergeant au cours de la propagation de l'onde localement perturbée (voir figure 2.4 (b)). Effectivement, la théorie de Whitham qui nous permet d'obtenir les équations de modulation de l'onde cnoïdale s'effectue dans l'approximation semi classique ( $\epsilon \ll 1$ ) ce qui peut générer des différences avec la simulation numérique de l'équation NLS. De même que dans la théorie IST, c'est asymptotiquement que la perturbation tend vers une onde cnoïdale modulée [17, 18].

En outre, nous avons choisi une perturbation gaussienne dans cette simulation mais la dynamique ne varie pas, de façon significative, selon la forme de la perturbation : nous obtenons la même chose avec une sécante hyperbolique [140]. Ce résultat est généralisable à toutes les perturbations qui ne contiennent pas de contenu en soliton [147].

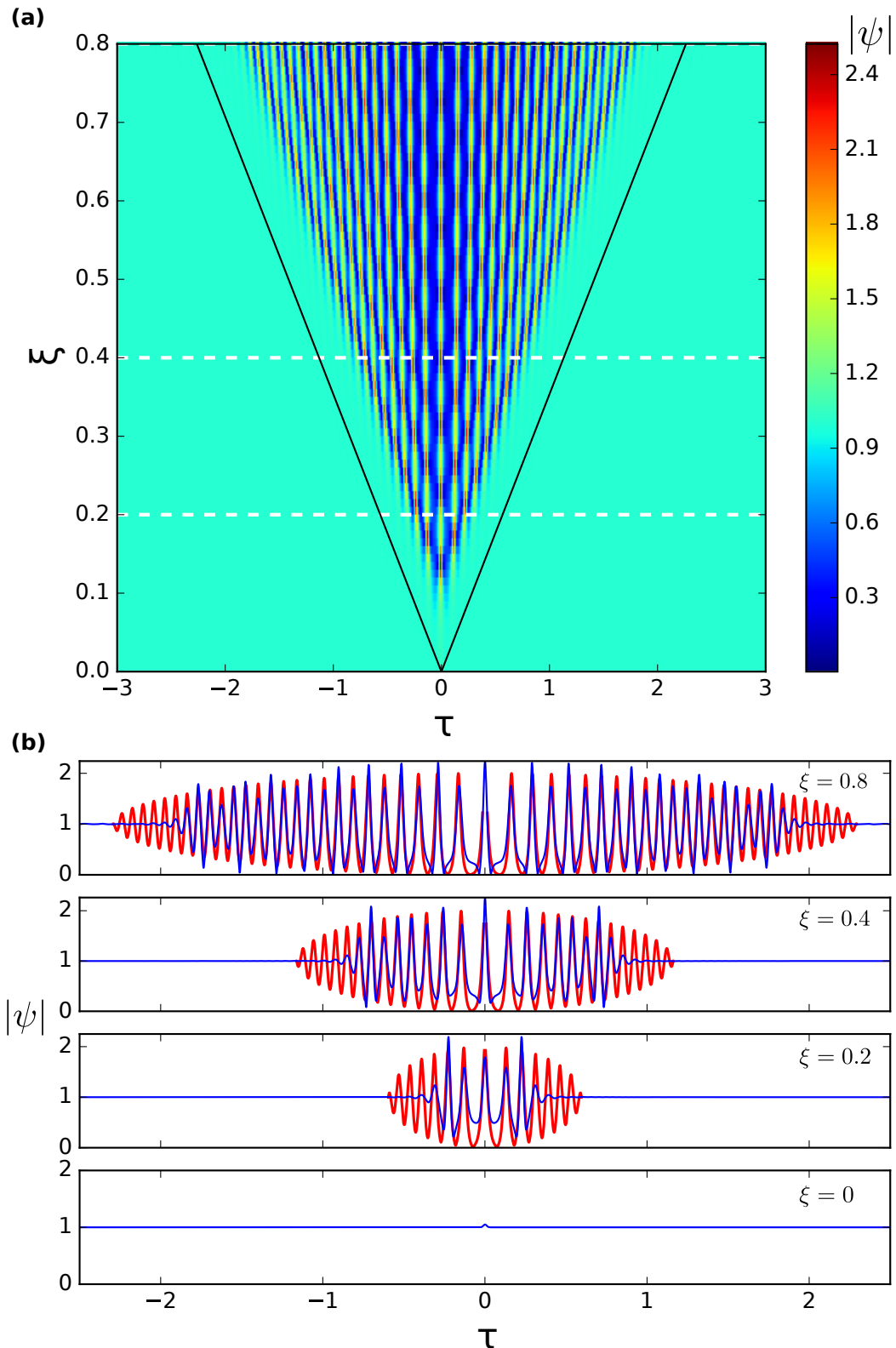


FIGURE 2.4 – (a) Simulation numérique montrant l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane perturbée localement dans l'équation (2.3). L'échelle de couleur représente l'amplitude  $|\psi|$ , la ligne noire représente la limite donnée par  $-2\sqrt{2}q\xi \leq \tau \leq 2\sqrt{2}q\xi$ . (b) Coupe transverse de l'évolution de  $|\psi(t)|$  à différentes distances de propagation  $\xi$ . En bleu, la simulation numérique de l'onde plane perturbée localement et en rouge l'onde cnoïdale modulée issue des formules (2.6) et (2.4). Les paramètres utilisés sont :  $q = 1$  et  $\epsilon = 0.025$ .

## 2.2 Dynamique d'une onde plane perturbée localement dans un anneau de recirculation

Dans cette section, nous discutons d'abord du principe de fonctionnement de l'anneau de recirculation. Ensuite, nous présenterons l'anneau de recirculation utilisé dans le but d'observer le stade non linéaire d'une onde plane localement perturbée (sans contenu en soliton). Et enfin, nous présenterons les résultats obtenus.

### 2.2.1 L'anneau de recirculation : comment ça marche ?

#### 2.2.1.1 En principe

Comme nous l'avons évoqué dans la partie 1.3.2.1, la majeure partie des expériences dans les fibres optiques décrites par l'équation NLS sont principalement réalisées en simple passage. Dans les expériences réalisées en simple passage, on a uniquement accès à l'évolution temporelle du signal à la sortie de la fibre (voir l'illustration 2.5 (a)). Il est donc impossible de suivre l'évolution spatio-temporelle du signal si ce n'est de manière indirecte en utilisant des fibres de longueurs différentes ou comme cela a été fait plus récemment en mesurant le faible signal de rétrodiffusion Rayleigh [11, 12].

Afin d'être capable de mesurer en temps réel l'évolution spatio-temporelle d'une onde se propageant dans une fibre optique nous avons mis en place durant ma thèse un anneau de recirculation. En principe, il est simplement composée d'une bobine de fibre fermée sur elle même par un coupleur de sorte que tour après tour nous pouvons mesurer l'évolution du signal. Le signal initial entre dans l'anneau de recirculation (i.e. bobine de fibre fermée sur elle même par un coupleur) à travers le coupleur, se propage ensuite dans la fibre optique jusqu'à ce que celui-ci atteigne le coupleur où une partie du signal en sera extraite (pour être mesurée) et l'autre partie continuera à se propager dans l'anneau et ainsi de suite (voir l'illustration 2.5 (b)).

La boucle de recirculation a été particulièrement utilisée dans le cadre des télécommunications e.g. [148, 149, 150, 151, 152, 153]. Ces dispositifs sont notamment utilisés pour simuler, en laboratoire, la transmission de signaux sur des distances transcontinentales. Plus récemment ce genre de dispositif expérimental a été utilisé pour étudier la transmission d'information non linéaire basée sur la théorie IST [154, 129].

En somme, le dispositif que nous avons élaboré permet d'observer, directement

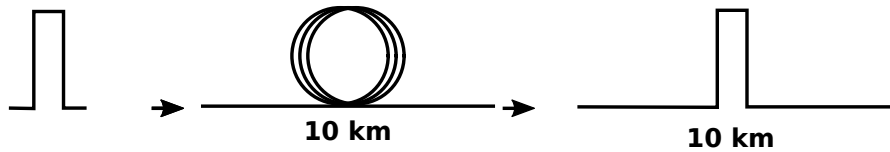
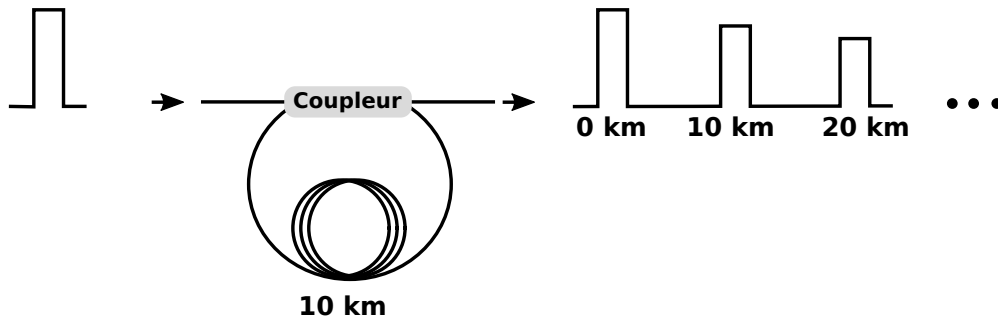
**(a): simple passage****(b): anneau de recirculation**

FIGURE 2.5 – Illustration de principe d'une expérience en simple passage (a) et d'un anneau de recirculation (b).

et sans traitement, l'évolution du signal en temps et espace. Nous travaillerons avec des puissances de l'ordre d'une dizaine de mW, par conséquent les structures typiques seront larges d'environ 50 ps. Ceci nous permet alors de travailler avec des photodiodes couplées à un oscilloscope rapide pour détecter l'évolution du signal; de telles échelles de temps ne nous contraignent pas à utiliser des appareils plus élaborés tels que l'OSO, le FROG ou le microscope temporel comme c'est souvent le cas pour les expériences en simple passage (voir paragraphe 1.3.2.2). Cependant à la différence de beaucoup d'expériences réalisées en simple passage, l'anneau de recirculation est un système intrinsèquement dissipatif (en particulier du fait qu'une fraction de la puissance lumineuse est extraite à chaque tour de la cavité). Il est alors indispensable de compenser les pertes au sein de l'anneau si nous voulons être capable de propager suffisamment longtemps une onde pour observer des phénomènes non linéaires. Dans notre dispositif expérimental nous avons choisis de compenser les pertes par amplification Raman (comme cela a déjà été fait dans [12]).

### 2.2.1.2 Compensation des pertes

L'amplification distribuée (i.e. amplification du signal sur des distances kilométriques), réalisée par diffusion Raman stimulée [155, 62], a été étudiée dans les années 1980-1990 dans le but de propager sur de longues distances des solitons tout en compensant les pertes [156, 157, 158]. Le faisceau de pompe doit être

décalé de 13 THz par rapport à la fréquence du signal. Dans notre cas, nous utilisons des signaux à 1550 nm ce qui implique que la longueur d'onde de la pompe doit être d'environ 1450 nm. Cette méthode a permis de propager des solitons à plus de 1000 km dans des anneaux de recirculations [76, 77].

En 1989 l'amplification par diffusion Raman stimulée a été délaissée au profit de l'amplificateur à fibre dopée à l'erbium (EDFA) [159]. Beaucoup d'anneaux de recirculation ont été réalisés dans le but de propager des solitons sur de longues distances, les pertes étant compensées par amplification Erbium [148, 160, 153, 161, 149, 150]. Ces systèmes ont notamment permis d'atteindre des distances de propagation de plus de 10 000 km.

Dans les années 2000 certains auteurs renouent avec l'amplification Raman. Celle-ci est ajoutée en supplément de l'EDFA dans les anneaux de recirculation afin de pouvoir amplifier les solitons sur différentes fenêtres de longueur d'onde [162, 163].

## 2.2.2 Dispositif expérimental

Dans cette partie, nous présentons l'anneau de recirculation que nous avons mis en place durant ma thèse afin d'étudier l'évolution non linéaire d'une onde plane localement perturbée. Nous commencerons par présenter l'anneau de recirculation qui nous permet d'enregistrer l'évolution spatio-temporelle de l'intensité d'une onde. Ensuite, nous présenterons le dispositif expérimental qui nous a permis de réaliser la condition initiale : l'onde plane localement perturbée.

### 2.2.2.1 L'anneau de recirculation

L'anneau de recirculation fibré, qui nous a permis de mesurer l'évolution d'une onde plane localement perturbée, est présenté sur la figure 2.8 (a).

L'anneau de recirculation est constitué de 4 kilomètres de fibre SMF-28 fermée sur elle même par un coupleur 90/10 de sorte qu'à chaque tour le coupleur extrait 10% du signal intra-cavité et laisse recirculer 90% du signal. L'intensité du signal extrait de la cavité est mesurée à l'aide d'une photodiode ultrarapide connectée à un oscilloscope rapide (LeCroy Labmaster 10-65ZI) ayant une bande passante de 36 GHz. La fibre SMF qui compose l'anneau a été construite par Draka-Prysmian. Le coefficient  $\beta_2$  a été mesuré à  $-22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  et le coefficient Kerr  $\gamma$  est estimé à  $1.3 \text{ km}^{-1} \text{ W}^{-1}$  à la longueur d'onde de 1550 nm.

Les pertes de l'anneau de recirculation (liées à l'absorption de la fibre et des pertes du coupleur dans l'anneau) sont partiellement compensées par amplifi-

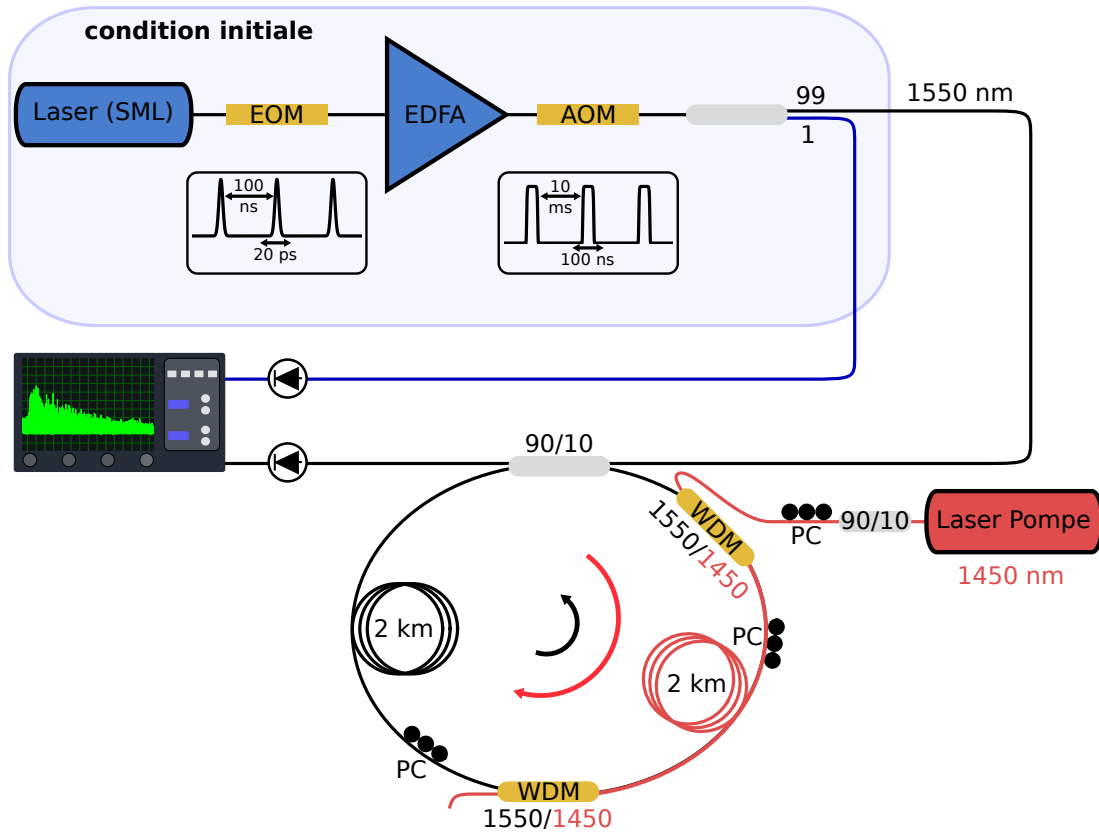


FIGURE 2.6 – Anneau de recirculation mis en place pour obtenir les résultats présentés dans la partie 2.2.3. Le champ initial est émis par une source laser mono-fréquence (SML), modulé par un modulateur électro optique (EOM) et amplifié par un EDFA. Un modulateur acousto-optique (AOM) nous permet d’injecter des signaux optiques de forme carrée de 100 ns à l’intérieur de l’anneau de recirculation long de 4 km. Les pertes sont compensées par amplification Raman dans une section de 2 km de l’anneau. Le signal est observé à chaque tour par une photodiode ultrarapide (couplée à un oscilloscope).

cation Raman grâce au faisceau lumineux issu d’un laser Raman fibré (IPG - FIBERTECH) centré à 1450 nm et se propageant dans le sens opposé au signal. La section amplificatrice est longue de 2 kilomètres. Le rayonnement de pompe à 1450 nm est introduit et extrait de l’anneau grâce à deux multiplexeurs (WDM). L’efficacité du gain Raman dépend de la polarisation (voir annexe A), nous avons donc ajouté des contrôleurs de polarisations (PC) afin de contrôler la polarisation et ainsi ajuster le gain Raman.

On peut voir sur la figure 2.7 l’impact de l’amplification sur l’évolution de la puissance moyenne  $\langle P_{out} \rangle$  normalisée à la puissance moyenne du premier tour  $\langle P_1 \rangle$  en fonction du nombre de tours parcourus par le signal dans l’anneau. En absence de compensation des pertes, le signal se propage sur environ  $\sim 40$  km mais lorsque les pertes sont compensées par amplification Raman le signal est



capable de parcourir plus de 500 km comme on peut le voir sur la figure 2.7. En fonction de la puissance du laser Raman, la puissance  $\langle P_{out} \rangle$  décroît plus ou moins vite (voir annexe A).

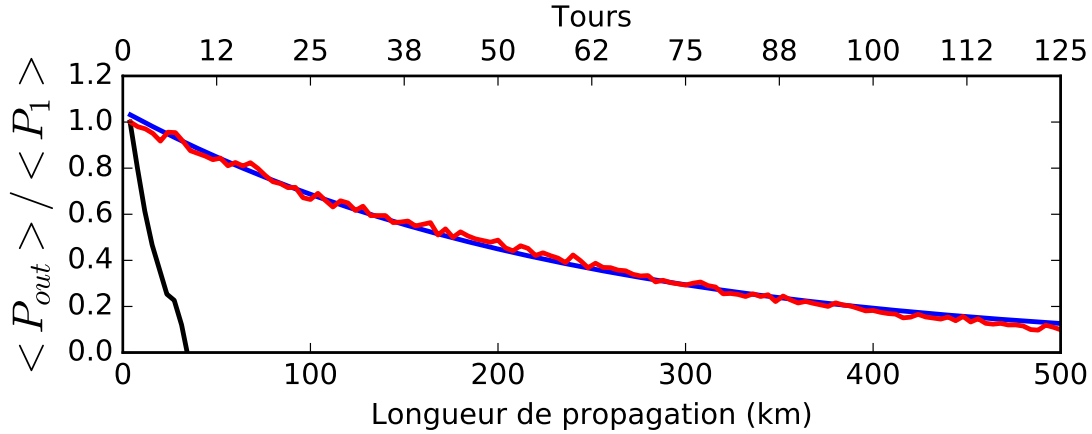


FIGURE 2.7 – Évolution de  $P_{out}$  normalisée par  $P_1$  en fonction de la longueur de propagation. Avec amplification (en rouge); sans amplification (en noir); ajustement exponentiel à partir de la formule  $y = y_0 \exp(-z\alpha_{eff})$  qui permet de déterminer  $\alpha_{eff}$  en bleu.

Afin de caractériser l'évolution de la puissance moyenne du signal dans la cavité, nous introduisons le taux de pertes effectives  $\alpha_{eff}$ . La décroissance exponentielle de la puissance expérimentalement mesurée (figure 2.7) suggère en effet qu'on peut traiter l'effet des pertes (coupleur et fibre) et du gain comme un effet moyen agissant lentement sur les 500 kilomètres de propagation du signal. Pour chaque mesure de l'évolution du signal nous pouvons déterminer le taux de pertes effectives  $\alpha_{eff}$  à partir d'un ajustement (fit) exponentiel de l'évolution de  $\langle P_{out} \rangle / \langle P_1 \rangle$ . On peut par exemple voir sur la figure 2.7 l'ajustement exponentiel de  $\langle P_{out} \rangle / \langle P_1 \rangle$  en pointillé bleue où  $\alpha_{eff} \sim 4.2 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . Par comparaison, les pertes d'une fibre optique conventionnelle valent  $\sim 4.6 \times 10^{-2} \text{ km}^{-1}$ .

### 2.2.2.2 Condition initiale : onde plane localement perturbée

Le montage qui nous a permis de réaliser une onde plane perturbée localement est présenté sur la figure 2.8 (a). Il est constitué d'une diode laser mono fréquence APEX-AP3350A (Laser SML) de largeur spectrale nominale de 300 kHz (c'est à dire un temps de cohérence d'environ  $3\mu\text{s}$ ) centré à 1550 nm délivrant une puissance maximum de 10 mW. La puissance de l'onde plane est d'abord modulée par un modulateur électro optique rapide (EOM, NIR-MX-LN series, bande passante 20

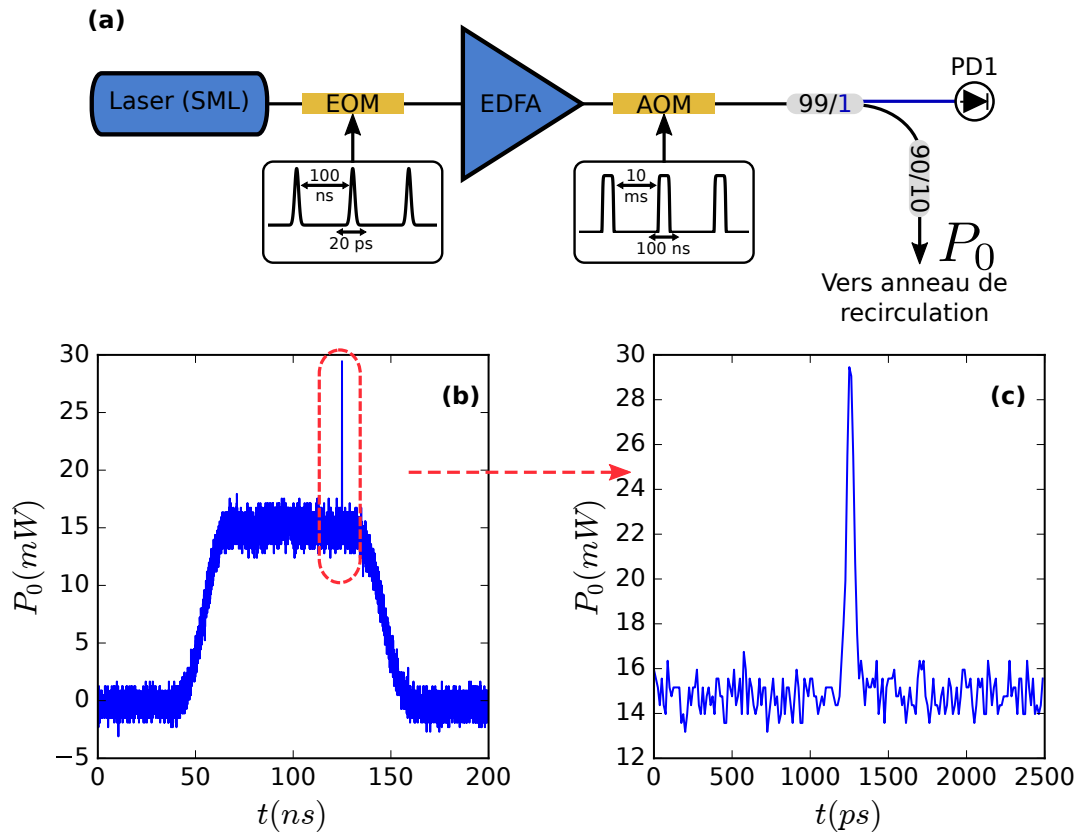


FIGURE 2.8 – Représentation schématique du dispositif expérimental permettant de créer et d'enregistrer la condition initiale : l'onde plane perturbée localement (a). SMF, single mode laser; EDFA, erbium-doped fiber amplifier; AOM, acousto-optic modulator; EOM, electro-optic modulator; PD, photodiode. Au bas de la figure, on trace l'évolution de la puissance de la condition initiale en fonction du temps (b-c).

GHz, Photline) piloté par un générateur de forme d'onde arbitraire (AWG70000, bande passante de 50 GHz, Tektronix). Celui-ci nous permet de générer la perturbation locale d'une durée d'environ 30 ps avec une période de 100 ns (voir figure 2.8 (c)). L'onde plane perturbée est ensuite amplifiée (à une puissance voisine du Watt) par un amplificateur à fibre dopée erbium (EDFA).

Le modulateur acousto-optique (AOM) nous permet ensuite de hacher périodiquement le signal et de générer des portes d'intensité constante s'étalant sur une durée de 100 ns (voir figure 2.8 (b)) avec une période de 10 ms. Ainsi, on obtient une onde plane ayant une durée de  $\sim 100$  ns ce qui est bien plus grand que la durée typique des structures cohérentes qui apparaîtront lors de la propagation non linéaire ( $\sim 50$  ps) et bien plus petit que le temps de circulation de la lumière dans l'anneau de recirculation ( $\sim 20 \mu\text{s}$ ).

Nous plaçons un coupleur 99/1 en amont du modulateur acousto-optique, qui nous permet d'extraire une partie du signal et d'enregistrer l'évolution de la

puissance de la condition initiale. La condition initiale est ainsi détectée par une photodiode ultra-rapide (PD1) connectée à un oscilloscope (LeCroy Labmaster 10-65ZI) ayant une bande passante de 36 GHz. Nous avons calibré cette photodiode (PD1) afin de pouvoir mesurer la puissance du signal. Grâce à cette mesure, nous pouvons (à 10% près) retrouver la puissance du signal  $P_0$  (figure 2.8 (b-c)) après avoir traversé le bras 10% du coupleur (90/10), c’est à dire le futur bras d’entrée de l’anneau de recirculation.

### 2.2.3 Dynamique spatio-temporelle

Nous présentons dans cette partie l’évolution spatio-temporelle d’une onde plane perturbée localement observée grâce à l’anneau de recirculation fibré. Deux cas sont envisagés : une perturbation brillante et sombre.

#### 2.2.3.1 Perturbation brillante

Nous présentons sur la figure 2.9, l’évolution spatio-temporelle d’une onde plane perturbée par une perturbation brillante (positive) se propageant dans l’anneau de recirculation. La perturbation locale est large d’environ  $\sim 30$  ps (voir figure 2.9 (c)) et la puissance de l’onde plane  $P_0$  vaut 15 mW. Comme on peut le voir sur la figure 2.9 (a), l’expérience révèle que des structures oscillantes non linéaires se développent depuis la perturbation initiale et s’étendent au cours de la propagation, de manière qualitativement conforme aux résultats théoriques décrits dans la partie 2.1. C’est la première observation de ce scénario dans les fibres optiques.

Les lignes blanches reportées sur la figure 2.9 sont issues de la formule  $t = \pm 2\sqrt{2\beta_2\gamma P_0}z$  (equation 2.11) obtenue dans le paragraphe 2.1.3.1. Elles représentent les lignes de séparation entre l’onde plane et la structure non linéaire qui s’étend à vitesse constante. Même si la vitesse d’expansion des structures non linéaires observées dans l’expérience concorde remarquablement bien avec la formule analytique (tracée en ligne blanche) on remarque une différence entre les deux, qui s’explique en partie à cause des pertes présentes dans notre expérience (voir paragraphe 2.3.1.1). Il est à noter que notre dispositif ne nous permet pas de mesurer la phase de l’onde qui se propage dans l’anneau de recirculation ainsi il n’est pas possible de procéder à une analyse IST permettant de déterminer le contenu en soliton à partir des données expérimentales. Cependant, même si celle-ci devait comporter un faible contenu en soliton, la dynamique observée dans notre expérience est clairement dominée par le mécanisme d’évolution d’une

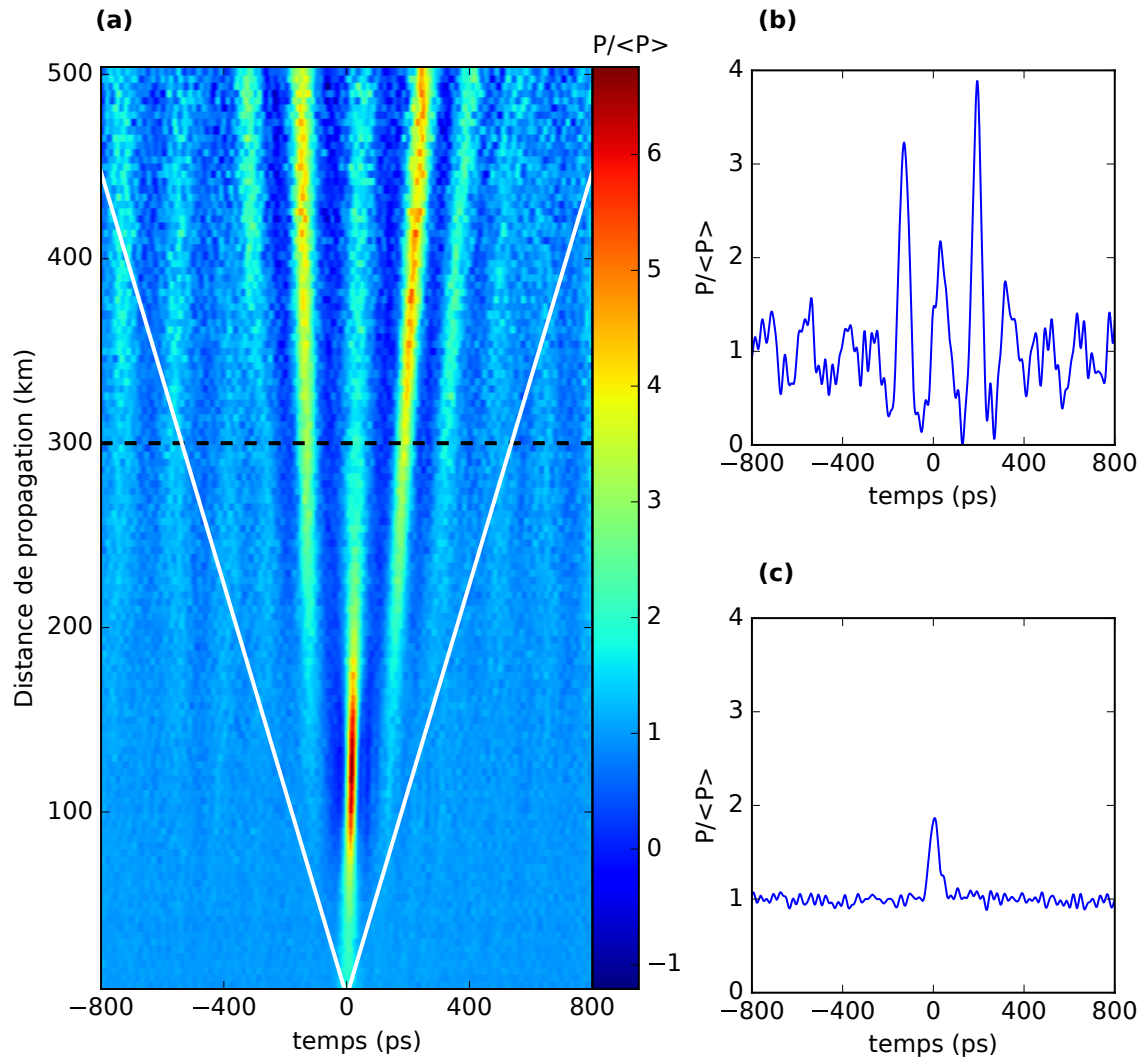


FIGURE 2.9 – (a) Évolution spatio-temporelle d'une onde plane sous l'influence d'une perturbation locale brillante. (b) et (c) : intensité en fonction du temps après respectivement 300 km de propagation et à l'état initial. Les données sont interpolées temporellement, voir D.1.2.

onde plane perturbée localement sans contenu en soliton décrit dans la section 2.1. En effet, la dynamique spatio temporelle et la vitesse d'expansion des structures non linéaires observées sont similaires.

Par ailleurs, l'observation de l'évolution spatio-temporelle de l'onde plane perturbée révèle que le bruit optique présent dans la condition initiale 2.9 (c) est amplifié lors de la propagation en raison du processus d'instabilité modulationnelle (2.9 (a) et (b)). Une comparaison entre les parties (c) et (b) de la figure 2.9 montre clairement une amplification de l'amplitude des fluctuations aléatoires d'intensité entourant la structure non linéaire associée à l'expansion de la perturbation initiale. La puissance de la pompe  $P_p$  a été soigneusement réglée à 455

mW de sorte que le processus d'amplification du bruit (i.e. le bruit naturel de la condition initiale), issu de l'instabilité modulationnelle, ne prenne pas le dessus sur le processus d'expansion de la structure non linéaire. Les pertes effectives  $\alpha_{eff}$  sont d'environ  $\alpha_{eff} = 4,2 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ , si elles deviennent trop faibles (donc  $P_p$  trop grand), les structures oscillantes sont noyées par l'amplification du bruit. Nous discuterons de l'impact des pertes et du bruit initial de la condition initiale sur l'évolution de ce scénario plus en détail dans la section 2.3.

**Remarque :** On peut voir un exemple du signal brut enregistré par l'oscilloscope dans l'annexe D.1.1.

### 2.2.3.2 Perturbation sombre

Nous présentons sur la figure 2.10, l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane perturbée par une perturbation sombre (négative) se propageant dans l'anneau de recirculation. À l'état initial, la perturbation locale est large d'environ  $\sim 50$  ps (voir figure 2.10 (c)) et la puissance de l'onde plane  $P_0$  vaut 16 mW. De la même façon que pour la perturbation brillante, l'expérience révèle que des structures oscillantes non linéaires se développent depuis la perturbation initiale de manière qualitativement conforme aux résultats théoriques décrits dans la partie 2.1 (voir figure 2.10(a)). La vitesse d'expansion des structures non linéaires observées dans l'expérience concorde avec la ligne de séparation entre l'onde plane et la structure non linéaire issue de la formule  $t = \pm 2\sqrt{2\beta_2\gamma P_0}z$  (equation 2.11). Celle-ci est tracée en ligne blanche sur la figure 2.10 (a).

Ces résultats montrent expérimentalement que la dynamique spatio-temporelle d'une onde plane perturbée localement (sans contenu en soliton) ne dépend pas de la forme de la perturbation. En effet que la perturbation de l'onde plane soit sombre ou brillante, l'expérience révèle des structures oscillantes non linéaires qualitativement similaire. Ces résultats sont en accord avec les résultats établis dans la référence [147, 140] où les auteurs montrent que l'évolution d'une onde plane perturbée localement ne dépend pas de la forme de la perturbation. Dans la suite nous comparerons ces résultats avec l'équation NLS auquel on a ajouté un terme de dissipation.

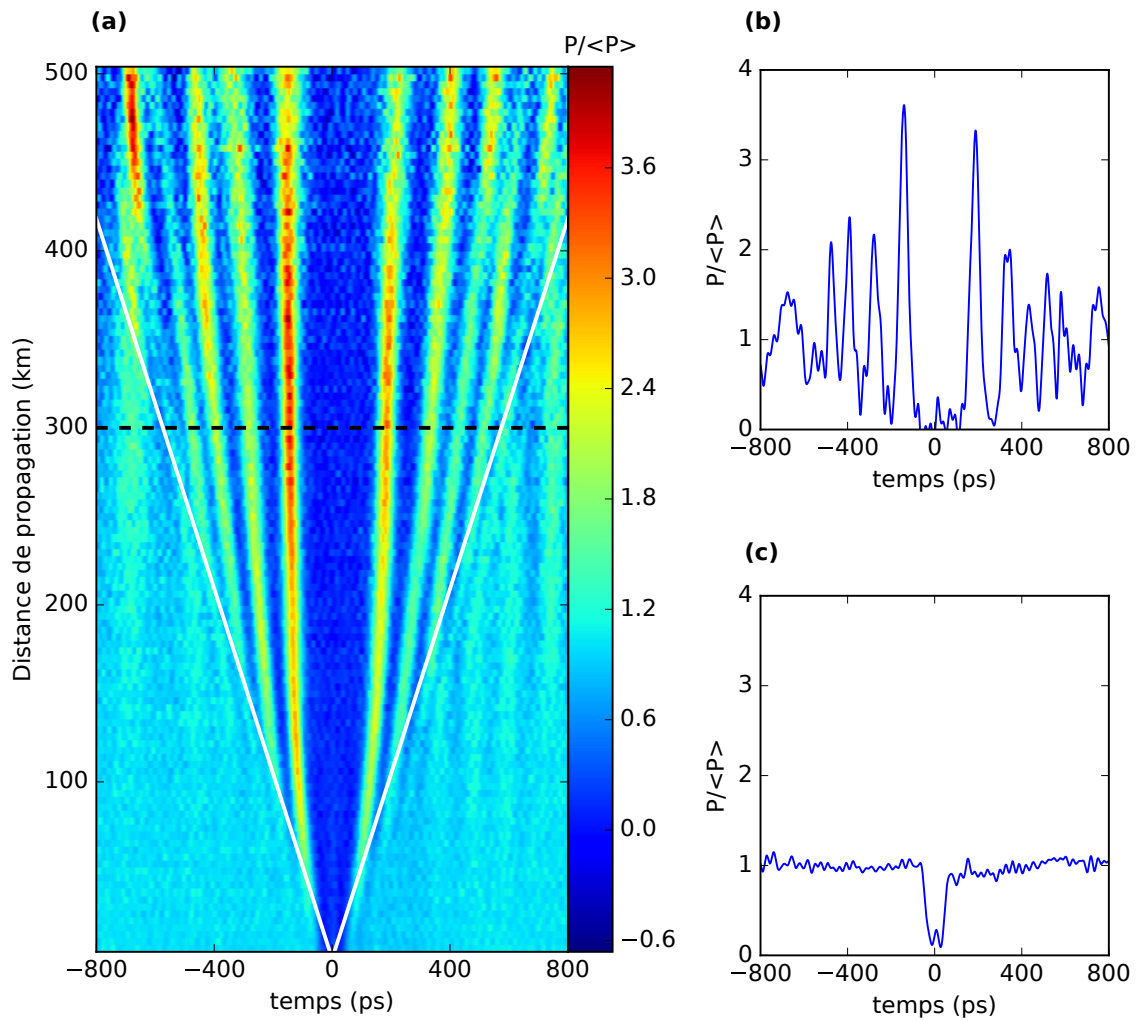


FIGURE 2.10 – (a) Évolution spatio-temporelle d'une onde plane sous l'influence d'une perturbation locale sombre. (b) et (c) : intensité en fonction du temps après respectivement 300 km de propagation et à l'état initial. Les données sont interpolées temporellement, voir D.1.2.

## 2.3 Simulations et discussions

Dans ce paragraphe, nous utilisons des simulations numériques pour étudier l'influence de la dissipation et de l'amplification du bruit sur l'expansion des structures non linéaires issues de l'évolution de la perturbation locale. Nous clorons ce chapitre en discutant de perturbations possédant un contenu en soliton.

### 2.3.1 Modèle phénoménologique décrivant la propagation dans l'anneau de recirculation.

Pour décrire la dynamique de l'anneau de recirculation nous utilisons l'équation NLS à laquelle on ajoute un terme de pertes effectives associé à une décroissance exponentielle de la puissance dans l'anneau de recirculation. L'équation s'écrit comme suit :

$$iA_z - \frac{\beta_2}{2}A_{tt} + \gamma|A|^2|A| + i\frac{\alpha_{eff}}{2}A = 0 \quad (2.12)$$

où la variable  $A$  représente l'enveloppe lentement variable du champ électrique de l'onde.  $z$  et  $t$  représentent l'espace et le temps en unités physiques respectivement. À 1550 nm la dispersion de vitesse de groupe de la SMF est  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ . Le coefficient Kerr est  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . Ce modèle phénoménologique décrit la dissipation par un terme de pertes effectives  $\alpha_{eff}$  associé à une décroissance exponentielle de la puissance dans l'anneau où  $\alpha_{eff}$  est déterminé à partir de l'évolution de la puissance moyenne mesurée expérimentalement (voir figure 2.7 du paragraphe 2.2.2.1).

Dans les paragraphes qui suivent nous allons étudier, à partir de ce modèle numérique, l'impact des pertes sur l'évolution des structures non linéaires oscillantes et sur l'amplification du bruit.

#### 2.3.1.1 Influence des pertes sur les structures non linéaires oscillantes

Il s'agit dans ce paragraphe de présenter l'impact des pertes sur les structures non linéaires oscillantes. Sur la figure 2.11 (a) et (c), on peut voir la simulation numérique de l'équation (2.12) avec comme condition initiale : une onde plane perturbée localement en présence de perturbations positive et négative. Les paramètres des simulations numériques correspondent aux expériences décrites dans la section précédente.

D'abord, on constate que les diagrammes spatio-temporels obtenus dans les simulations numériques sont en bon accord quantitatifs avec les expériences (voir

figure 2.11). Ceci confirme que notre expérience est bien décrite par l'équation (2.12) où les pertes ont été introduites de façon phénoménologique.

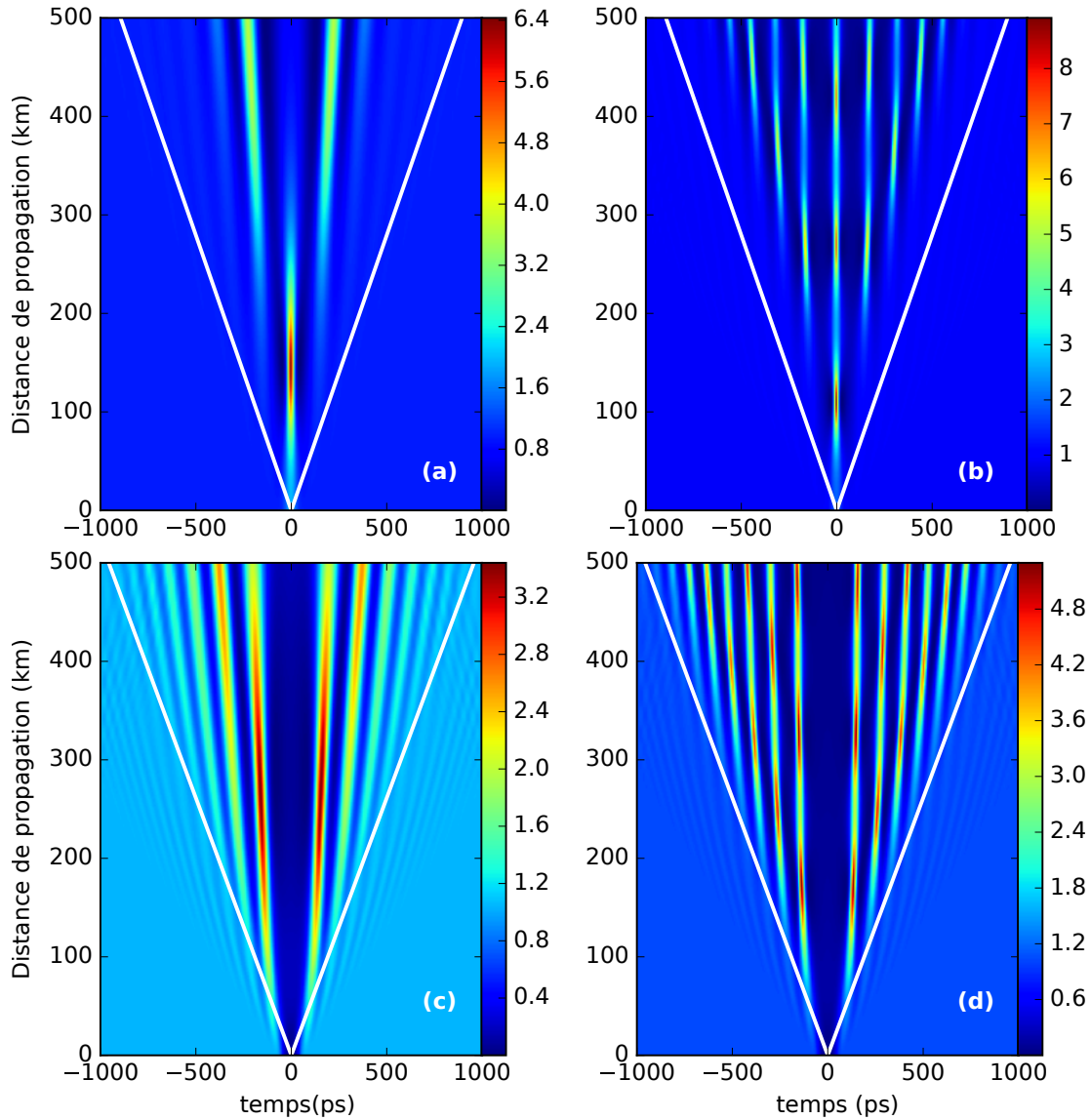


FIGURE 2.11 – Simulations numériques de (2.12) montrant l'influence des pertes sur le développement des structures oscillantes non linéaires en présence d'une perturbation positive (a-b) et d'une perturbation négative (c-d), l'échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P/\langle P \rangle$ . Les lignes blanches reportées sur la figure représentent les lignes de séparation entre l'onde plane et les structures non linéaire donnée par la formule (2.11). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . Dans (a)  $\alpha_{eff} = 4,2 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  et dans (c)  $\alpha_{eff} = 4 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  tandis que pour (b) et (d)  $\alpha_{eff} = 0$ . Dans (a) et (b) la condition initiale est  $A(z=0, t) = \sqrt{P_0}(1 + \exp(-t/T_0)^2)$  avec  $P_0 = 14 \text{ mW}$ ,  $T_0 = 30 \text{ ps}$ . Dans (c) et (d) la condition initiale est  $A(z=0, t) = \sqrt{P_0}(1 - \beta \exp(-t/T_0)^4)$  avec  $P_0 = 16 \text{ mW}$ ,  $T_0 = 50$  et  $\beta = 0.93$ .



De plus, on remarque que l'expansion des structures non linéaires est fortement influencée par la présence des pertes. On peut le voir en comparant les diagrammes spatio-temporels de la figure 2.11 (b) et (d) où  $\alpha_{eff} = 0$  avec ceux de la figure 2.11 (a) et (c) où  $\alpha_{eff} \neq 0$ . Dans le cas où la dissipation est nulle, la vitesse d'expansion des structures non linéaires est très proche de celle donnée par la vitesse d'expansion des structures de l'onde cnoïdale modulée (donnée par la formule 2.11). En revanche, lorsqu'on tient compte des pertes, la vitesse d'expansion des structures est bien plus faible que celle prévue par la théorie, en particulier lorsque la perturbation est positive.

En somme, on peut voir grâce à ces simulations que les pertes de notre expérience impactent de façon quantitative la dynamique d'évolution issue d'une onde plane localement perturbée. Cependant on observe toujours qualitativement l'expansion d'une structure non linéaire même si les caractéristiques de celle-ci sont modulées par les pertes.

### 2.3.1.2 Influence de l'amplification du bruit

Dans ce paragraphe, nous étudions l'impact conjugué des pertes et de l'amplification du bruit sur l'expansion de la structure non linéaire issue de la perturbation locale brillante. Nous prenons donc en compte le bruit présent dans la condition initiale de notre expérience. Notons ici que nous verrons en détail comment nous générons le bruit numériquement dans le chapitre 3, ici le niveau de bruit initial est simplement ajusté de façon à être équivalent à celui de l'expérience.

Sur la figure 2.12 (a), on peut voir l'évolution spatio-temporelle issue des simulations numériques de l'équation (2.12) où nous avons ajusté le bruit de la condition initiale de façon à ce qu'il corresponde à celui de l'expérience. Comme dans l'expérience, on observe des structures liées à l'amplification du bruit (sur les côtés) qui ne brouille pas encore l'observation des structures non linéaires oscillantes. Il s'agit maintenant de diminuer les pertes dans la simulation.

Lorsqu'on diminue  $\alpha_{eff}$  (ce qui équivaut à augmenter la valeur de  $P_p$  dans l'expérience), on observe que les structures cohérentes issues de l'amplification du bruit recouvre progressivement les structures oscillantes non linéaires, voir figure 2.12 (b-c). Dans le cas où l'on néglige les pertes,  $\alpha_{eff} = 0$ , les structures oscillantes non linéaires, sont complètement noyées par l'amplification du bruit liée à l'instabilité modulationnelle 2.12 (d). Nous avons observé ce phénomène dans l'expérience.

Nous présentons sur la figure 2.13 un exemple de diagramme spatio-temporel où les pertes effectives sont plus faibles ( $\alpha_{eff} \sim 3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ ) que celles de l'ex-

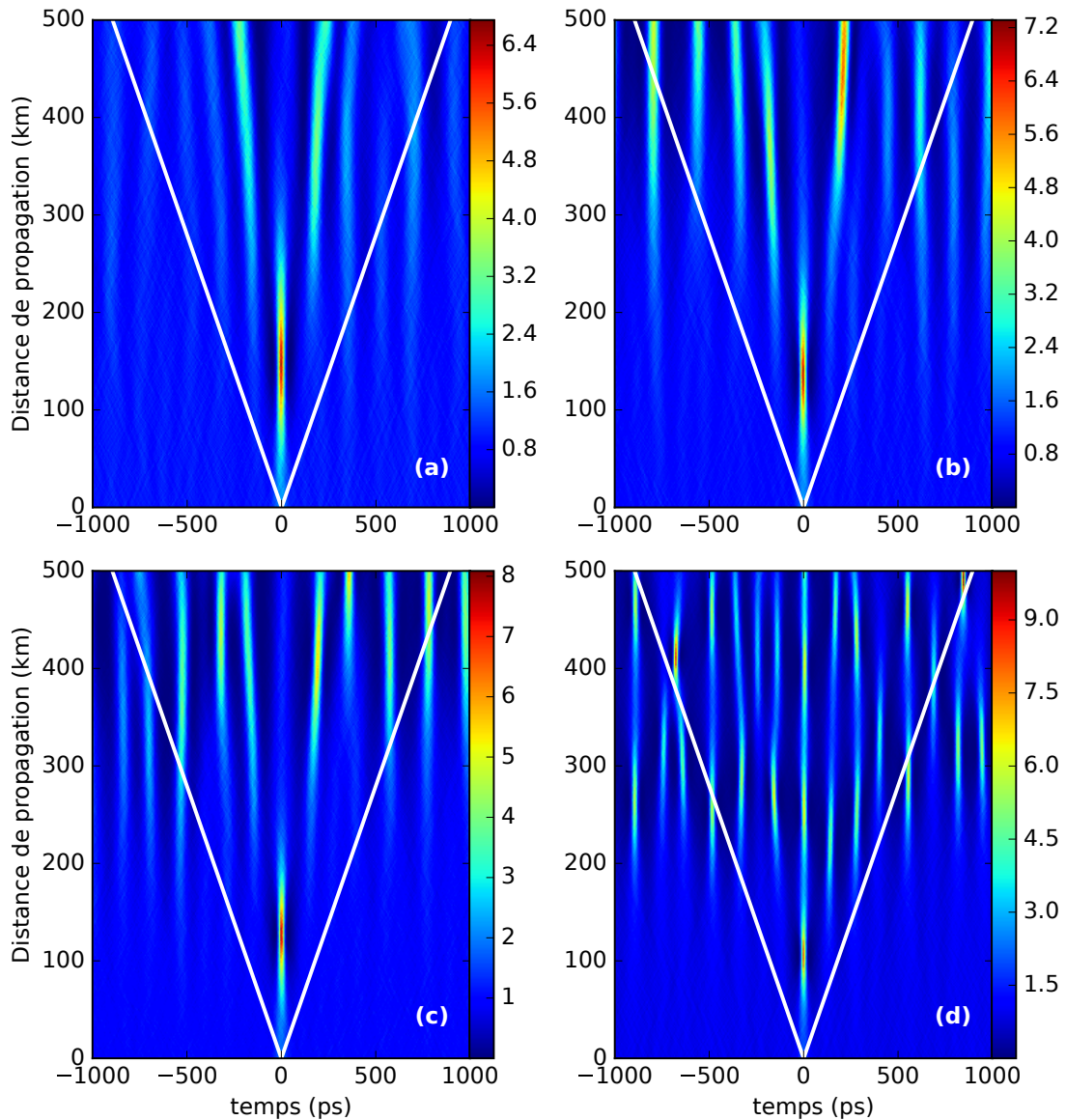


FIGURE 2.12 – Simulations numériques de l'équation (2.12) montrant l'influence des pertes sur le développement des structures oscillantes non linéaires lorsqu'il y a du bruit dans la condition initiale, l'échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P/\langle P \rangle$ . Le bruit initial est le même pour (a),(b),(c) et (d). Les lignes blanches reportées sur la figure représentent les lignes de séparation entre l'onde plane et les structures non linéaires donnée par la formule (2.11). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . Dans (a)  $\alpha_{eff} = 4,2 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ , (b)  $\alpha_{eff} = 3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ , (c)  $\alpha_{eff} = 2,1 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  et (d)  $\alpha_{eff} = 0 \text{ km}^{-1}$ . La condition initiale est  $A(z=0, t) = \sqrt{P_0}(1 + \exp(-t/T_0)^2)$  avec  $P_0 = 14 \text{ mW}$ ,  $T_0 = 30 \text{ ps}$ .

périence présentée sur la figure 2.9 ( $\alpha_{eff} \sim 4,2 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ ). On constate, comme dans les simulations, que les structures liées à l'amplification du bruit concurrencent l'apparition des structures oscillantes non linéaires liées à la perturbation

locale. La simulation numérique équivalente (figure 2.12 (b)) est en accord avec l'expérience reportée sur la figure 2.13. En somme, ces simulations et cette acquisition (figure 2.13) nous montrent que la puissance du laser de pompe  $P_p$  est limitée par l'amplification du bruit liée au phénomène d'instabilité modulationnelle.

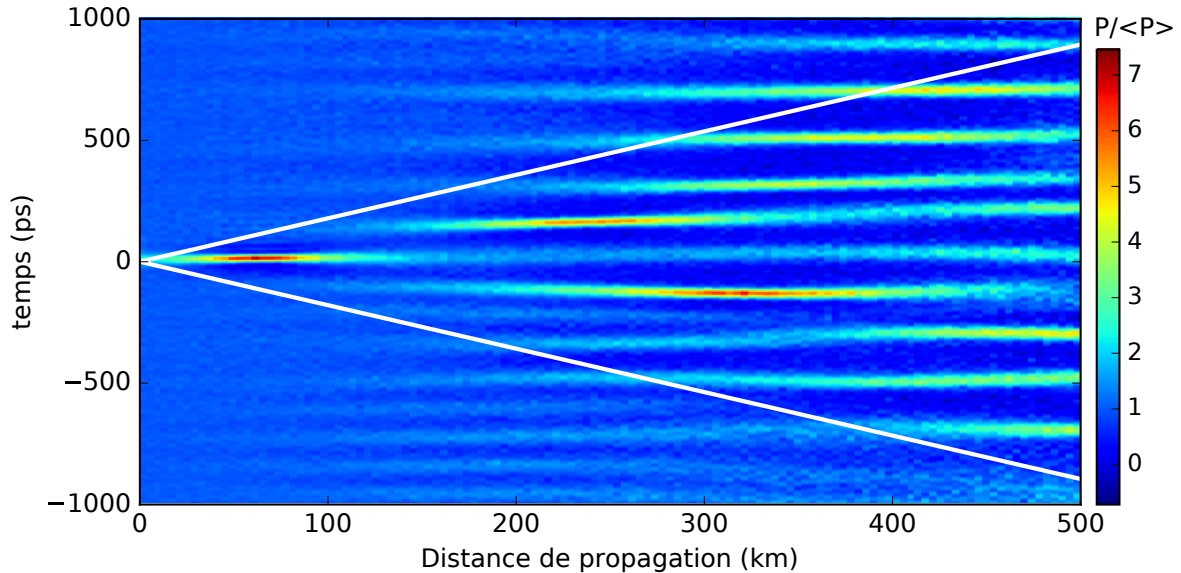


FIGURE 2.13 – Évolution spatio-temporelle expérimentale d'une onde plane perturbée où à l'état initial la perturbation est un pic brillant (positif). Les lignes blanches reportées sur la figure représentent les lignes de séparation entre l'onde plane et les structures non linéaire donnée par la formule (2.11). Les pertes effectives valent  $\alpha_{eff} \sim 3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ .

### 2.3.2 Discussion : perturbations solitoniques

Comme nous l'avons vu, le scénario d'évolution d'une onde plane perturbée localement dépend du contenu en soliton de la perturbation locale (voir paragraphe 2.1.1). Dans ce chapitre nous avons étudié le cas où la perturbation n'a pas de contenu en soliton. Le cas d'une perturbation locale ayant un contenu en soliton i.e. possédant des valeurs discrètes dans le spectre IST a été étudié par Zakharov et Gelash [164]. Ces derniers ont décrit le stade non linéaire de ce scénario comme une superposition particulière de solitons sur fond continu également appelée *superregular breathers*. Le *superregular breathers* a notamment pu être observé en optique et en hydrodynamique [123].

Récemment, des études ont montré que l'expansion des structures non linéaires considérée dans nos expériences peuvent coexister avec des solitons sur fond continu (de type *superregular breathers*) dont l'évolution est associée à l'existence de valeurs propres discrètes dans le spectre IST [14, 15]. Dans cette partie nous

verrons si il est possible ou pas d'observer la coexistence de ces deux scénarios dans l'anneau de recirculation.

### 2.3.2.1 Cohabitation des solitons sur fond continu et structures non linéaires oscillantes

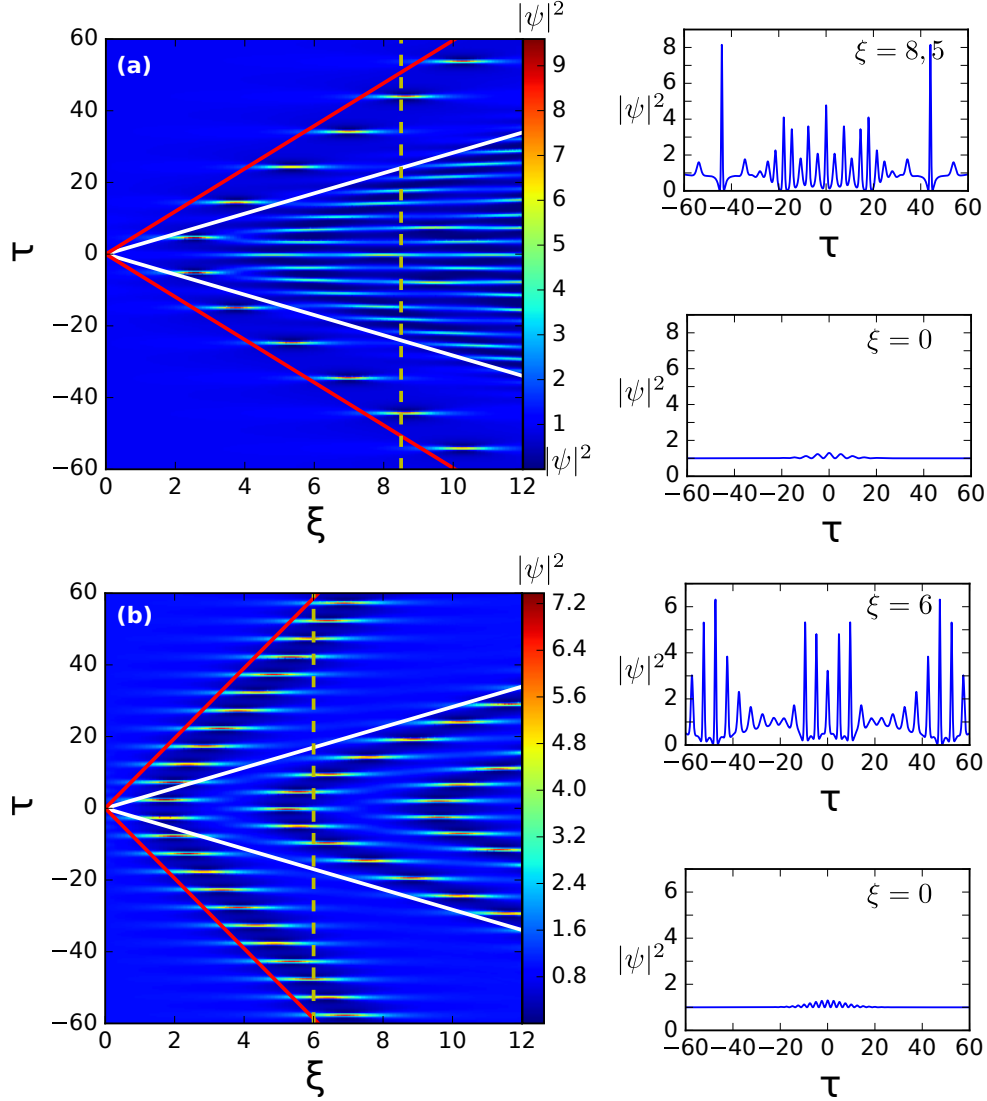


FIGURE 2.14 – Simulations numériques de l'équation (2.3) avec  $\epsilon = 1$ , réalisées avec la condition initiale (2.13) pour différentes valeurs de  $\omega$ . Pour (a) et (b) :  $a = 1$ ,  $t_0 = 10$ ,  $\phi = \frac{3\pi}{4}$ . Pour (a) :  $\omega = 0.1 \times 2\pi$  et pour (b) :  $\omega = 0.2 \times 2\pi$ .

Les auteurs de la référence [15] ont montré que ces deux scénarios (issus du contenu sans et avec soliton) peuvent coexister lors de la propagation d'une onde plane avec une perturbation locale modulée par une pulsation  $\omega$  :

$$\psi(\xi = 0, \tau) = 1 + ae^{i\phi} \operatorname{sech}(\tau/\tau_0) \cos(\omega\tau) \quad (2.13)$$

Comme nous l'avons vue précédemment, la dynamique d'une perturbation sans contenu en soliton est caractérisée par l'émergence d'une structure non linéaire oscillante qui s'étend le long de la propagation avec  $\tau$  compris entre  $-2\sqrt{2}q\xi$  et  $2\sqrt{2}q\xi$  pour l'équation NLS sans dimensions (voir partie 2.1). On en déduit la vitesse d'émergence des structures :  $V_w = \frac{d\xi}{d\tau} = 2\sqrt{2}q$ .

Dans la référence [15], les auteurs ont caractérisé la vitesse  $V_s$  des solitons sur fond continu issus de la partie "solitonique" de la perturbation de l'onde plane :

$$V_s = g(\omega)t_0/2 \quad (2.14)$$

où  $t_0$  est la largeur de la perturbation locale et  $g(\omega)$  le gain de l'instabilité modulationnelle (voir 1.2.4.1) selon  $\omega$ .  $V_s$  dépend de  $\omega$  tandis que  $V_w$  dépend du fond continu i.e.  $V_w$  et  $V_s$  sont indépendants.

On présente sur la figure 2.14 (a-b) la propagation dans l'équation NLS sans dimension (2.3) d'une onde plane avec une perturbation locale modulée décrite par la formule (2.13) pour différentes pulsations  $\omega$ . Les lignes rouges reportées sur la figure 2.14 sont issues de la formule (2.14). Cette formule est associée à la vitesse  $V_s$  des solitons sur fond continu issus de la condition initiale (2.13). Les lignes blanches (continues) reportées sur la figure 2.14 sont issues de la formule (2.10), elles représentent la vitesse  $V_w$  d'expansion des structures non linéaires associées au contenu sans soliton de la perturbation.

L'évolution spatio-temporelle d'une onde plane avec une perturbation locale modulée laisse apparaître deux types de structures non linéaires distinctes. D'une part, on observe au centre, les structures non linéaires oscillantes associées au contenu "non solitonique" de la perturbation. D'autre part, on observe sur les côtés, les solitons sur fond continu associés au contenu "solitonique" de la perturbation. Les vitesses  $V_w$  et  $V_s$  concordent respectivement avec la vitesse d'expansion des structures non linéaires (associées au contenu sans soliton de la perturbation) et la vitesse des solitons sur fond continu. La vitesse  $V_s$  des solitons sur fond continu dépend de  $\omega$  tandis que la vitesse  $V_w$  d'expansion des structures non linéaires est indépendante de  $\omega$ . C'est pourquoi lorsque  $\omega = 0.2 \times 2\pi$  (voir figure 2.14 (b)) la vitesse  $V_s$  est plus grande que lorsque  $\omega = 0.1 \times 2\pi$  (voir figure 2.14 (a)) alors que la vitesse  $V_w$  reste la même.

### 2.3.2.2 Les pertes : un paramètre fortement influent

L'objectif ici serait d'observer la coexistence des deux scénarios dans l'anneau de recirculation or pour le moment cela n'est pas encore possible à cause de la

dissipation présente dans l'expérience. Nous présentons ici l'impact des pertes sur ce scénario.

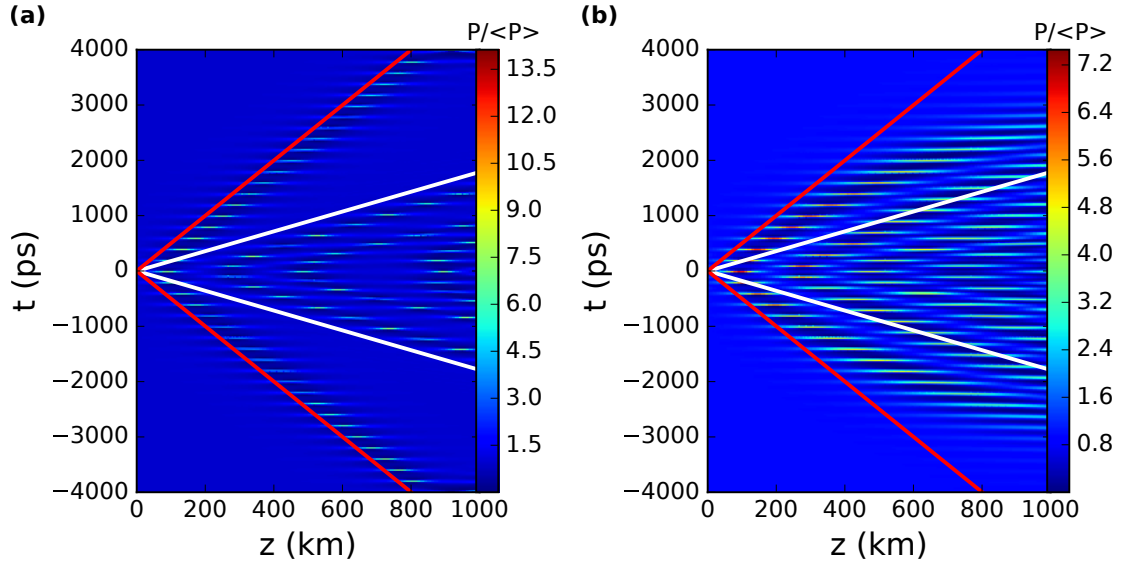


FIGURE 2.15 – Simulations numériques de l'équation (2.12) montrant l'évolution d'une onde plane perturbée et modulée localement. Les lignes blanches reportées sur la figure représentent les lignes de séparation entre l'onde plane et les structures non linéaire donnée par la formule (2.11). Les lignes rouges reportées sur la figure représentent la vitesse d'expansion des solitons sur fond continu donnée par la formule (2.14). Les simulations numériques sont réalisées avec  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  et  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . Avec  $A(z=0, t) = \sqrt{P_0} + \sqrt{a}e^{i\phi} \text{sech}(t/t_0) \cos(\nu 2\pi t)$  où  $\nu = 5 \text{ GHz}$ ,  $P_0 \sim 14 \text{ mW}$ ,  $t_0 \sim 300$ ,  $\phi = \pi/2$  et  $a = 6 \text{ mW}$ . Pour (a),  $\alpha_{eff} = 0 \text{ km}^{-1}$  et pour (b)  $\alpha_{eff} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ .

On peut voir sur la figure 2.15 différentes simulations numériques de l'équation en unités physiques réalisées avec les paramètres typiques de l'anneau de recirculation. Sur la figure 2.15 (a) les pertes effectives ne sont pas prises en compte ( $\alpha_{eff} = 0$ ), on est capable de bien distinguer les deux structures. Sur les côtés, on observe les solitons sur fond continu issus de la partie solitonique de la perturbation (caractérisées par  $V_s$  en ligne rouge). Au centre on observe les structures non linéaires associées à la partie non solitonique de la perturbation (caractérisées par  $V_w$  en ligne blanche). Cependant lorsque qu'on tient compte des pertes, figure 2.15 (b) où  $\alpha_{eff} \sim 1,5 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ , la dissipation joue un grand rôle et module fortement la forme de la structure non linéaire de sorte qu'il est difficile de distinguer le soliton sur fond continu de la structure non linéaire s'étendant avec une vitesse d'expansion constante.

On présente sur la figure 2.16 un exemple d'évolution spatio-temporelle d'une onde plane perturbée localement et modulée obtenue grâce à l'anneau de recirculation. Comme pour la simulation numérique (figure 2.15 (b)), nous ne sommes

pas capables de distinguer la dynamique liée au contenu avec et sans soliton.

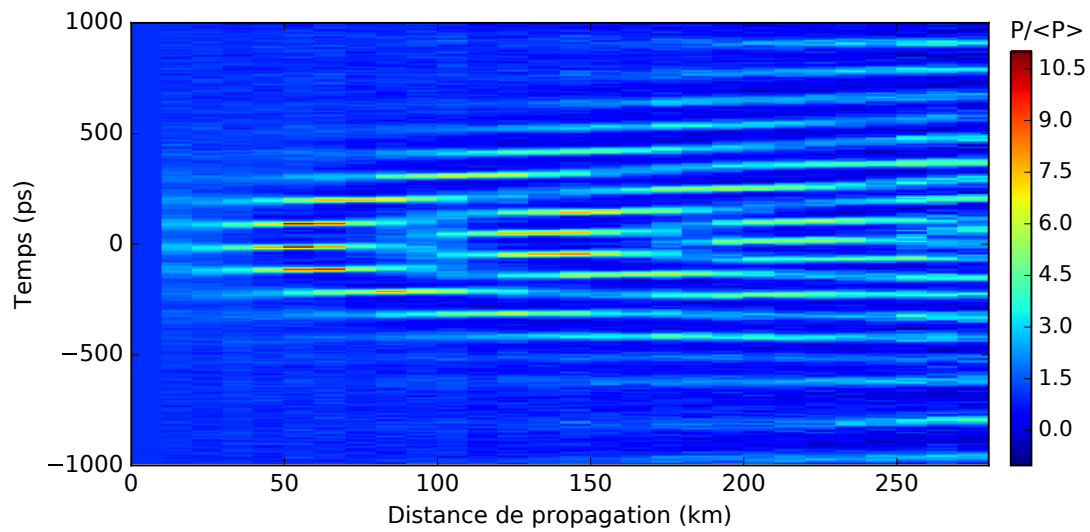


FIGURE 2.16 – Évolution spatio-temporelle expérimentale d'une onde plane perturbée où à l'état initial la perturbation est un pic brillant modulé, l'échelle de couleur représente l'intensité normalisée par l'intensité moyenne. Les pertes effectives valent  $\alpha_{eff} \sim 3,7 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . La puissance moyenne  $P_0$  de l'onde plane à l'état initial vaut  $\sim 25 \text{ mW}$  et la largeur de la perturbation  $t_0 \sim 400 \text{ ps}$ .





# L'instabilité modulationnelle spontanée : dynamique spatio-temporelle et propriétés statistiques

Dans ce chapitre nous traitons le problème d'une onde plane instable soumise à une perturbation initiale aléatoire. Comme pour le chapitre précédent, le cadre théorique de l'étude est l'équation de Schrodinger non linéaire à 1D mais la perturbation est de nature différente. La perturbation de faible amplitude est maintenant à la fois répartie sur l'ensemble de l'onde plane (non localisée) et issue du bruit "naturel" de notre source lumineuse. On parle alors d'instabilité modulationnelle "spontanée" ou induite par le bruit [4, 113, 137, 5, 20, 19, 21, 107, 110, 59]. Nous présentons dans la première section l'enjeu du problème ainsi que les propriétés statistiques de l'instabilité modulationnelle spontanée récemment étudiées en détail dans [107]. Dans la seconde section, nous présentons les propriétés dynamiques et statistiques d'une onde plane bruitée se propageant dans l'anneau de recirculation. Et enfin, à l'aide de simulations numériques, nous nous intéressons à l'influence de la bande passante de notre système de détection et des effets locaux de l'anneau sur les propriétés de l'instabilité modulationnelle spontanée.

## 3.1 Simulations numériques

### 3.1.1 Position du problème

Le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle dépend fortement de la nature de la condition initiale. Nous le répétons mais selon que la perturbation est aléatoire, périodique ou locale, la dynamique spatio-temporelle sera différente (voir paragraphe 1.2.4.2). Dans le cas des perturbations périodiques, de nombreux travaux analytiques, numériques et expérimentaux ont été menés [7, 127, 128, 78, 130, 13, 11, 12] (voir paragraphe 1.3.1.3). De plus, nous avons étudié dans le chapitre précédant le cas où la perturbation est locale. Nous nous intéresserons donc ici aux perturbations aléatoires c'est à dire au cas d'une onde plane bruitée également appelée instabilité modulationnelle spontanée [137, 33, 20, 21].

On peut voir sur la figure 3.1 l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane bruitée soumise au processus d'instabilité modulationnelle, c'est la dynamique typique de l'instabilité modulationnelle [20, 21, 113]. Jusqu'à environ  $\xi \sim 5$ , l'onde plane bruitée se propage sans laisser apparaître de structures de fortes intensités mais à partir de  $\xi \sim 5$  des structures cohérentes émergent le long de la propagation. Les premières structures qui émergent à  $\xi \sim 5$  prennent la forme de trains d'impulsions quasi-périodiques mais lorsque  $\xi$  augmente l'évolution des structures devient plus chaotique ce qui donne parfois des interactions entre les diverses structures. Certaines de ces structures qui émergent le long de la propagation peuvent localement être assimilées à des solutions de l'équation NLS comme les solitons sur fond continu (voir paragraphe 1.2.4.2). La correspondance entre ces structures cohérentes et ces solutions de l'équation NLS a notamment été étudiée dans différents travaux [20, 19, 21].

Un nombre important de travaux ont été dédiés à l'étude du stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle d'une onde plane bruitée dans l'équation NLS [4, 5]. En particulier, de nombreux auteurs considèrent que l'instabilité modulationnelle spontanée est l'un des principaux mécanismes à l'origine de l'apparition des ondes scélérates [165, 5, 55, 46, 117, 50, 51, 53]. En effet dans ce scénario, des structures de fortes intensités émergent telles que le soliton de Peregrine dont les attributs correspondent à ceux des ondes scélérates [20, 21].

D'un point de vue expérimental, l'instabilité modulationnelle spontanée a été mise en évidence pour la première fois en 1986 dans les fibres optiques par Tai [33] à partir de l'observation du spectre moyen. En 2012, Solli *et al* enregistrent en mono-coup le spectre de l'instabilité modulationnelle [137] mais ce n'est que récemment que les premières observations dynamiques directes de ce phénomène

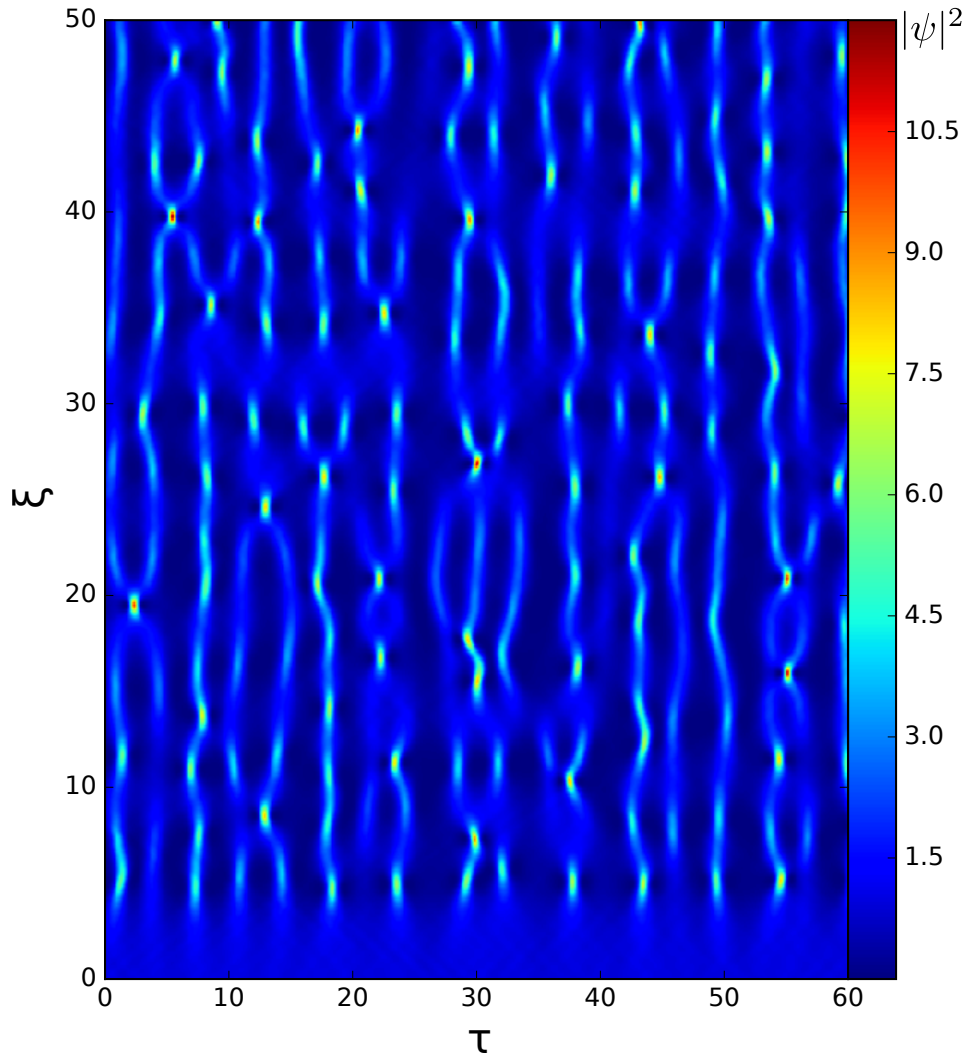


FIGURE 3.1 – Simulations numériques montrant l'évolution spatio temporelle de l'intensité d'une onde plane bruitée soumise à l'instabilité modulationnelle dans l'équation NLS. Les simulations sont réalisées à partir de l'équation 3.1 et de la condition initiale 3.2 avec  $\delta = 5 \times 10^{-4}$  et  $\theta = 0,5$ .

ont été rapportées dans les fibres optiques [21]. Dans la référence [21], les auteurs utilisent un microscope temporel afin de mesurer l'évolution de l'intensité en fonction du temps en sortie de la fibre optique. Cependant dans cette étude, la dynamique spatio-temporelle ne peut pas être observée directement puisque les expériences sont réalisées en simple passage dans la fibre optique. Remarquons qu'en hydrodynamique une telle évolution a déjà été observée [166], mais cela n'a, à notre connaissance, jamais été observé dans les fibres optiques.

En outre, l'évolution du stade non linéaire d'une onde plane perturbée aléatoirement (i.e bruitée) n'est décrite par aucune solution connue de l'équation NLS. Ceci reste un problème ouvert d'un point de vue théorique. Celui-ci entre dans le cadre de la théorie de la turbulence intégrable introduite par V. E. Zakharov dans

la référence [22] (voir partie 1.2.5). Un système d'ondes non linéaires décrit pas une équation intégrable évolue aux temps long vers un état stationnaire statistique dont la nature est déterminée par les propriétés statistiques de la condition initiale. Par exemple, dans le cas d'une onde partiellement cohérente évoluant dans un système décrit par l'équation NLS, la fonction de densité de probabilité tend vers une distribution à queue lourde [112, 60] (voir paragraphe 1.2.5.2).

À l'aide de simulations numériques, Agafontsev et Zakharov ont pu caractériser l'état stationnaire statistique et l'évolution statistique d'une onde plane bruitée soumise à l'instabilité modulationnelle dans l'équation NLS en utilisant des indicateurs statistiques tels que le kurtosis et la fonction de densité de probabilité [107].

### 3.1.2 Propriétés statistiques

Dans cette partie nous présentons, à l'aide de nos propres simulations numériques, les résultats obtenus par Agafontsev dans [107]. Ceux-ci mettent en évidence le caractère non trivial de l'évolution statistique de l'onde plane bruitée dans l'équation NLS (paragraphe 3.1.2.2). En outre, ils montrent que l'état stationnaire statistique est caractérisé par une statistique exponentielle des fluctuations d'intensité (paragraphe 3.1.2.3).

#### 3.1.2.1 Définition de l'onde plane bruitée dans l'équation NLS

Nous présentons ici l'équation et la condition initiale utilisée pour réaliser les simulations numériques de cette section. Les simulations numériques sont réalisées à partir de l'équation NLS, sans dimension, suivante :

$$i\psi_\xi + \frac{1}{2}\psi_{\tau\tau} + |\psi|^2|\psi| = 0 \quad (3.1)$$

Les simulations numériques de l'équation sans dimensions (3.1) seront réalisées à partir d'une méthode pseudo-spectrale à pas variable dans une boîte de taille  $L = 440$  et un maillage de 4096 points. La condition initiale est une onde plane aléatoirement perturbée (i.e. bruitée), on la décrit numériquement à l'aide de la formule suivante :

$$\psi(\tau, z = 0) = (1 + \sqrt{\delta}\eta(\tau)) \quad (3.2)$$

Pour  $\delta = 0$ , la condition initiale (3.2) est une onde plane mais lorsque  $\delta \neq 0$ , l'onde plane est perturbée aléatoirement. La fonction  $\sqrt{\delta}\eta(\tau)$  génère les fluctua-

tions aléatoires de l'onde plane (i.e. le bruit) où la fonction  $\eta(t)$  est définie par son spectre de Fourier qui a une forme donnée par une fonction hyper gaussienne telle que  $\mathcal{F}\{\eta\}(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\theta L}} \exp\left[-\left(\frac{\nu}{\theta}\right)^2\right]^8 \exp(i2\pi\phi)$ . La phase  $\phi$  de chacun des modes de Fourier est aléatoirement comprise entre 0 et  $2\pi$ , ce qui de retour dans l'espace réel génère les fluctuations aléatoires de l'onde plane. La largeur spectrale du bruit dépend de la largeur spectrale de la fonction super gaussienne  $\mathcal{F}\{\eta\}(\nu)$  définie par le paramètre  $\theta$ . En outre,  $\delta$  permet d'ajuster la puissance du bruit générée par  $\eta(\tau)$ .

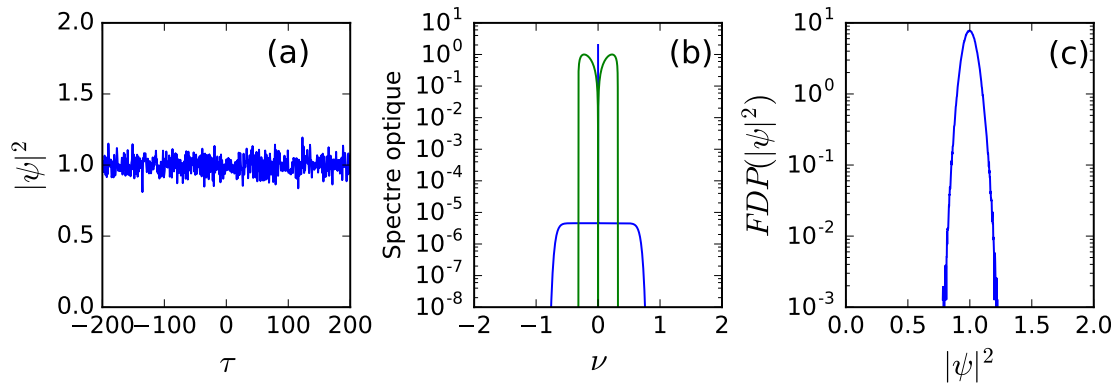


FIGURE 3.2 – Condition initiale : onde plane perturbée par du bruit (voir (3.2)) avec  $\delta = 5 \times 10^{-4}$  et  $\theta = 0,5$ . (a) Module carré de  $\psi$  en fonction du temps ; (b) Spectre de puissance de l'onde plane bruitée en bleu et le spectre du gain de l'instabilité modulationnelle normalisé en vert, défini par la formule (1.13) avec  $\beta_2 = -1$ ,  $\gamma = 1$  et  $P_0 = 1$  ; (c) Fonction de densité de probabilité de  $|\psi|^2$  en fonction de  $|\psi|^2$  de la condition initiale (3.2).

Nous présentons sur la figure 3.2, certaines caractéristiques de l'onde plane bruitée utilisée comme condition initiale. On observe sur la figure 3.2 (a) le module au carré de l'onde plane bruitée. La figure 3.2 (b) représente le spectre de puissance de l'onde, on y observe un pic de dirac centré en 0 (correspondant au spectre de l'onde plane) et un plateau compris entre la fréquence  $\sim -1$  et  $\sim 1$  associé à la fonction super gaussienne  $\mathcal{F}\{\eta(t)\}$  qui est responsable du bruit de la condition initiale.

Est également représenté, sur la figure 3.2 (b) le spectre du gain de l'instabilité modulationnelle (1.13) défini dans la partie 1.2.4.1, on constate ainsi que le bruit de cette condition initiale est bien compris dans la zone spectrale qui autorise le processus d'instabilité modulationnelle. Enfin, sur la figure 3.2 la fonction de densité de probabilité (FDP) du module au carré de  $\psi$ , est une gaussienne de largeur étroite centrée en  $|\psi|^2 = 1$ .

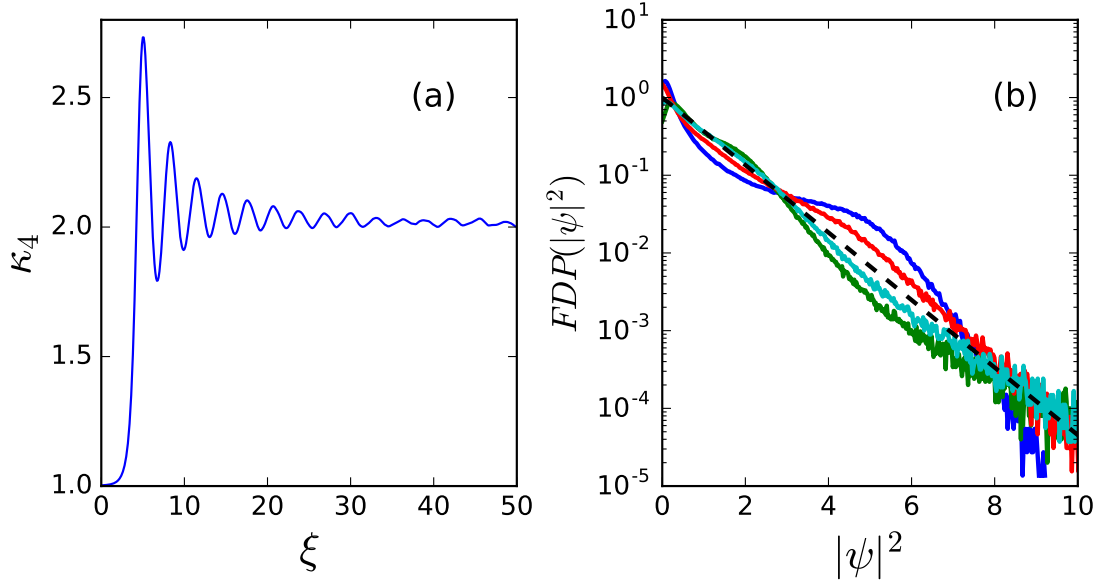


FIGURE 3.3 – Propriétés statistiques du stade non linéaire de l’instabilité modulationnelle spontanée. Les simulations sont réalisées à partir de l’équation 3.1 et de la condition initiale 3.2 où  $\delta = 5 \times 10^{-4}$  et  $\theta = 0,5$ . (a) Évolution du kurtosis 3.3 en fonction de  $\xi$ . (b) FDP de  $|\psi|^2$  pour  $\xi = 4,9$  (en bleu);  $\xi = 6,7$  (en vert);  $\xi = 8,2$  (en rouge);  $\xi = 9,8$  (en cyan). Des simulations numériques analogues ont été reportées dans l’article [107] par Agafontsev *et al*

### 3.1.2.2 Évolution des propriétés statistiques

Ici nous nous intéressons à l’évolution des propriétés statistiques d’une onde plane bruitée dans un système physique décrit par l’équation (3.1). Pour caractériser la statistique à une longueur  $\xi$  donnée nous utiliserons la fonction de densité de probabilité (FDP) et pour décrire l’évolution statistique en fonction de la longueur de la propagation (ici  $\xi$ ) nous utiliserons le kurtosis  $\kappa_4$ ; le kurtosis permet notamment de mesurer la déviation statistique du système par rapport à une statistique gaussienne. Nous appelons kurtosis<sup>1</sup> le moment du quatrième ordre centré et normalisé de l’amplitude  $\psi$ , qui est également le moment de deuxième ordre de la puissance  $P = |\psi|^2$  :

$$\kappa_4(\xi) = \frac{\langle |\psi(\xi, \tau)|^4 \rangle}{\langle |\psi(\xi, \tau)|^2 \rangle^2} = \frac{\langle P(\xi, \tau)^2 \rangle}{\langle P(\xi, \tau) \rangle^2} \quad (3.3)$$

Agafontsev *et al* ont montré, au travers de simulations numériques, dans [107] que les propriétés statistiques, du stade non linéaire de l’évolution d’une onde

1. Ici nous appelons le moment du quatrième ordre centré et normalisé de l’amplitude  $\psi$  le kurtosis par abus de langage mais en réalité le kurtosis désigne le moment du quatrième ordre de la partie réelle de  $\psi$  [115]

plane bruitée soumise à l'instabilité modulationnelle évoluent de façon non triviale dans l'équation NLS. Effectivement, à  $\xi = 0$  la densité de probabilité est un pic étroit centré autour de la puissance moyenne  $|\psi|^2 = 1$  (voir figure 3.2 (c)) mais lorsque les premières structures cohérentes émergent (voir le diagramme spatio temporel à partir  $\xi \sim 5$  sur la figure 3.1) la densité de probabilité change radicalement (voir figure 3.3 (b)). Les fonctions de distribution de probabilité oscillent autour de la distribution exponentielle. Par exemple pour  $\xi = 4,9$  (courbe bleue sur la figure 3.3 (b)), le nombre d'événements où  $|\psi|^2$  est compris entre  $[0,3]$  est inférieur à celui donné par la distribution exponentielle et le nombre d'événements où  $|\psi|^2$  est compris entre  $[3,8]$  est supérieur à celui donné par la distribution exponentielle tandis que pour  $\xi = 6,7$  (courbe verte sur la figure 3.3 (b)), le nombre d'événement où  $|\psi|^2$  est compris  $[0,3]$  est supérieur à celui donné par la distribution exponentielle et le nombre d'événement où  $|\psi|^2$  est compris  $[3,8]$  est inférieur à celui donné par la distribution exponentielle. De même pour  $\xi = 8,2$  (courbe rouge) et  $\xi = 9,8$  (courbe cyan) mais dans une moindre mesure (les oscillations sont plus faibles). Remarquons que l'évolution de la densité de probabilité d'une onde plane bruitée est radicalement différente de celle d'une onde partiellement cohérente (décrite dans le paragraphe 1.2.5.2; figure 1.10 (c)).

On peut également observer l'évolution du kurtosis sur la figure 3.3 (a) le long de la propagation. À  $\xi = 0$ , le kurtosis de l'onde plane vaut 1, en accord avec la formule (3.3). L'évolution du kurtosis est ensuite caractérisée par des oscillations amorties en fonction de  $\xi$ . Le pic de la première oscillation (à  $\xi = 4,9$ ) correspond à l'émergence des premières structures cohérentes observées dans le diagramme spatio-temporel sur la figure 3.1, de même que les autres maxima du kurtosis sont caractérisés, en moyenne, par l'émergence des structures cohérentes sur le diagramme spatio-temporel. Ensuite les oscillations du kurtosis s'amortissent et tendent vers 2 conformément aux résultats rapportés par Agafontsev *et al* dans [107]. Notons ici, que l'évolution du kurtosis est différente de celle attendue dans le cas où la condition initiale est une onde partiellement cohérente. Dans ce cas le kurtosis vaut 2 pour la condition initiale et atteint une valeur stationnaire de 4 à long temps d'évolution, plus de détail dans les références [167, 168].

### 3.1.2.3 L'État stationnaire statistique

Le second résultat important mis en valeur dans [107] est le fait qu'après une certaine longueur de propagation le système atteint un état stationnaire statistique, c'est à dire un état où toutes les propriétés statistiques deviennent indépendantes de la variable d'évolution de  $\xi$ . En effet, comme l'indique la figure

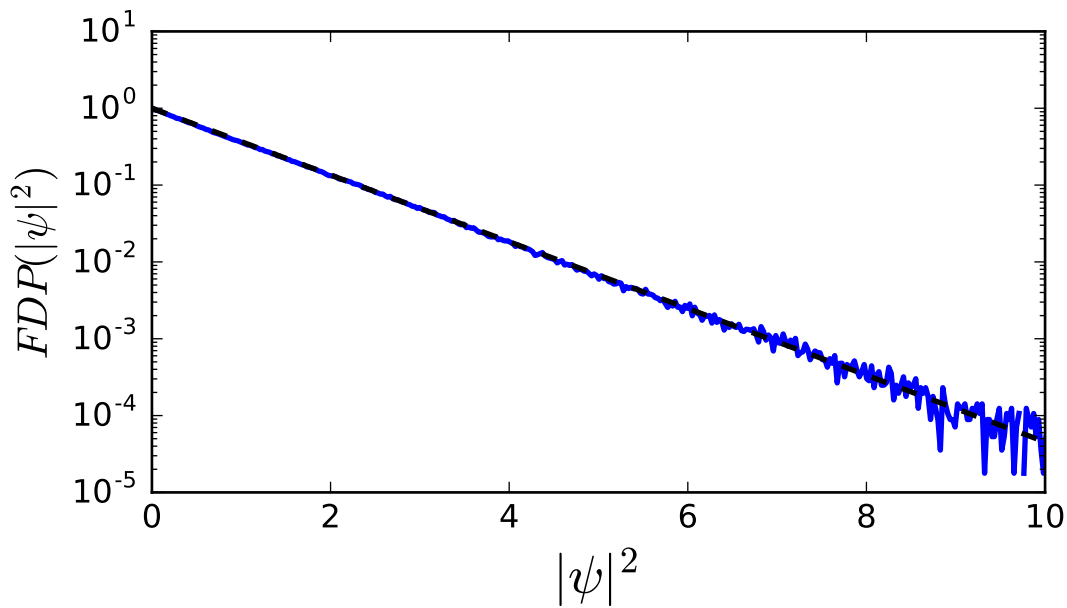


FIGURE 3.4 – Distribution probabilité de  $|\psi|^2$  en fonction  $|\psi|^2$  d'une onde plane bruitée soumise à l'instabilité modulationnelle à l'état stationnaire statistique. Les simulations sont réalisées à partir de l'équation 3.1 et de la condition initiale 3.2 où  $\delta = 5 \times 10^{-4}$  et  $\theta = 0,5$ . La FDP de l'onde plane bruitée est tracé en bleu à  $\xi = 50$ ; la FDP exponentielle est tracé en pointillé noir.

3.3 (a), les oscillations du kurtosis diminuent lorsque  $\xi$  augmente jusqu'à atteindre un état stationnaire statistique où le kurtosis tend vers 2. De même, l'amplitude des oscillations de la fonction de densité de probabilité diminue au cours de l'évolution (voir figure 3.3 (b)) pour tendre vers une distribution exponentielle, comme on peut le voir sur la figure 3.4.

L'état stationnaire statistique de l'instabilité modulationnelle est à mettre en regard avec le cas des ondes partiellement cohérentes (issues de la superposition de composantes de Fourier de phases aléatoires et indépendantes) où la fonction de densité de probabilité à l'état stationnaire statistique est caractérisée par une distribution à queue lourde (voir paragraphe 1.2.5.2). Logiquement, les états stationnaires statistiques diffèrent puisqu'on parle de deux conditions initiales différentes. Cependant, et de façon surprenante, la fonction de densité de probabilité à l'état stationnaire statistique de l'instabilité modulationnelle (figure 3.4) et la fonction de densité de probabilité d'une onde partiellement cohérente à l'état initial (voir paragraphe 1.2.5.2, figure 1.10 (c) courbe bleue) sont caractérisées par la même distribution : une distribution exponentielle. De même que le kurtosis de l'onde plane bruitée à l'état stationnaire statistique tend vers 2, le kurtosis d'une onde plane partiellement cohérente vaut 2. Ceci implique que la densité de proba-



bilité et le kurtosis ne nous donnent pas toutes les informations nécessaires pour caractériser la statistique de notre système puisque ces indicateurs statistiques sont les mêmes pour deux états différents de celui-ci. Durant ma thèse nous avons donc utilisé un indicateur statistique capable de différencier ces deux états (l'état stationnaire statistique d'une onde plane bruitée dans l'équation NLS et une onde partiellement cohérente) : la fonction d'auto-corrélation du second ordre  $g^{(2)}$ .

### 3.1.3 Fonction d'auto-corrélation du second ordre de l'instabilité modulationnelle spontanée

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la distribution exponentielle du module carré de  $\psi$  caractérise aussi bien l'état stationnaire statistique de l'onde plane bruitée soumise au processus d'instabilité modulationnelle que celle d'une onde plane partiellement cohérente issue de la superposition de composantes de Fourier de phases aléatoires et indépendantes. Afin de distinguer ces deux processus nous avons alors utilisé la fonction d'auto-corrélation d'ordre deux  $g_{\xi}^{(2)}(\Gamma)$  de  $|\psi|^2$ . Dans la suite, nous donnerons la définition de cette fonction (paragraphe 3.1.3.1) et présenterons les caractéristiques de cette fonction dans le cas de l'instabilité modulationnelle spontanée (paragraphe 3.1.3.1).

#### 3.1.3.1 Définition

La fonction d'auto-corrélation d'ordre deux d'un signal physique mesure la corrélation de l'intensité de ce signal avec une réplique de lui même retardée d'une quantité variable  $\Gamma$ . La fonction d'auto-corrélation permet de mesurer le degré de corrélation du signal à différents instants. Elle permet de mettre en évidence des motifs répétitifs, tels que la présence d'un signal périodique brouillé par le bruit. Cette fonction est notamment utilisée en optique quantique afin de mesurer le degré de cohérence d'une source lumineuse [169, 170, 171] et également pour mesurer la largeur temporelle des impulsions dans les lasers à blocages de modes.

La fonction d'auto-corrélation du second d'ordre qui mesure la corrélation de l'intensité d'un champ classique s'exprime comme :

$$g_{\xi}^{(2)}(\Gamma) = \frac{\langle |\psi(\xi, \tau)|^2 |\psi(\xi, \tau + \Gamma)|^2 \rangle}{\langle |\psi(\xi, \tau)|^2 \rangle \langle |\psi(\xi, \tau + \Gamma)|^2 \rangle} \quad (3.4)$$

où  $\Gamma$  est le délai entre l'intensité du signal et sa copie retardée. Lorsque que l'intensité est stationnaire (c'est à dire indépendante du temps) comme par exemple un bruit blanc où les modes de Fourier sont statistiquement indépendant, on peut

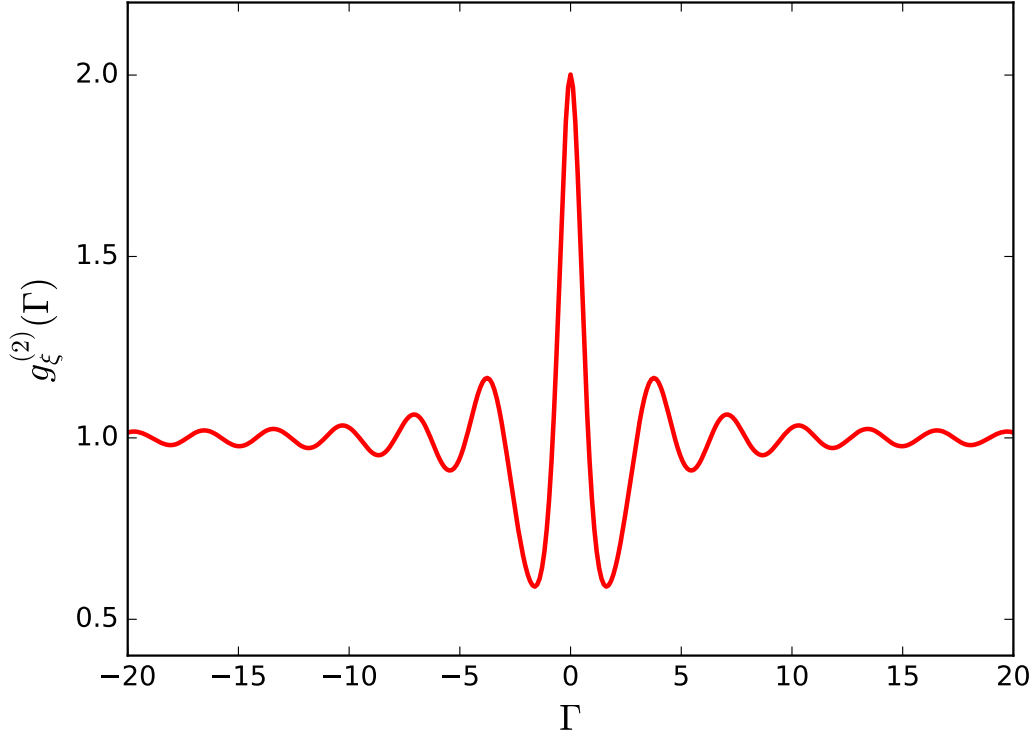


FIGURE 3.5 – Fonction d’auto-corrélation du second d’ordre d’une onde plane bruitée soumise à l’instabilité modulationnelle à l’état stationnaire statistique. Les simulations sont réalisées à partir de l’équation 3.1 de la condition initiale 3.2 avec  $\delta = 5 \times 10^{-4}$  et  $\theta = 0,5$  pour  $\xi = 50$

écrire :

$$g_{\xi}^{(2)}(\Gamma) = \frac{\langle |\psi(\xi, \tau)|^2 |\psi(\xi, \tau + \Gamma)|^2 \rangle}{\langle |\psi(\xi, \tau)|^2 \rangle^2} \quad (3.5)$$

La fonction  $g_{\xi}^{(2)}(\Gamma)$  est une fonction paire telle que  $g^{(2)}(\Gamma) = g^{(2)}(-\Gamma)$ . De plus elle est liée au kurtosis qui est donné par la valeur prise par la fonction d’auto-corrélation lorsque  $\Gamma = 0$  :  $g^{(2)}(\Gamma = 0) = \kappa_4$ .

### 3.1.3.2 $g^{(2)}$ pour l’instabilité modulationnelle spontanée à l’état stationnaire statistique

Ici nous allons présenter la fonction d’auto-corrélation du second ordre à l’état stationnaire statistique de l’instabilité modulationnelle spontanée dans l’équation NLS. Notons que la fonction d’auto-corrélation d’ordre deux n’a, à notre connaissance, encore jamais été utilisée pour caractériser l’instabilité modulationnelle spontanée.

On présente sur la figure 3.5 la fonction d'auto-corrélation du second ordre d'une onde plane bruitée soumise à l'instabilité modulationnelle à l'état stationnaire statistique. La fonction est calculée à partir de simulation numérique issue de l'équation (3.1) avec la condition initiale (3.2). Au centre, la fonction  $g_{\xi}^{(2)}(\Gamma)$  forme un pic qui atteint son maximum à  $\Gamma = 0$  où on a  $g_{\xi}^{(2)}(\Gamma = 0) \sim 2$  qui correspond à la valeur du kurtosis prise pour  $\xi = 50$ . Lorsque  $\Gamma$  diminue ou augmente, la fonction  $g_{\xi}^{(2)}(\Gamma)$  est caractérisée par des oscillations amorties autour de 1 de telle façon que  $g_{\xi}^{(2)}(\Gamma)$  peut atteindre des valeurs comprises entre 0 et 1.

Ce sont précisément ces valeurs inférieures à 1 qui nous permettent d'affirmer que la fonction d'auto-corrélation d'ordre deux distingue l'état stationnaire statistique de l'onde plane bruitée et les ondes partiellement cohérentes issue de la superposition de composantes de Fourier de phases aléatoires et indépendantes. Effectivement la fonction d'auto-corrélation du second d'ordre des ondes partiellement cohérentes, issue de la superposition de composantes de Fourier de phases aléatoires et indépendantes, est définie comme  $g^{(2)}(\Gamma) = 1 + |g^{(1)}(\Gamma)|^2$  où  $g^{(1)}$  est la fonction d'auto-corrélation du premier ordre [114]. Ceci implique que pour une onde partiellement cohérente issue de la superposition d'un grand nombre de composantes de Fourier de phases indépendantes et aléatoires, la fonction  $g^{(2)}$  est toujours supérieure à 1.

### 3.1.4 Objectifs

Dans la section suivante nous allons étudier l'évolution d'une onde plane bruitée dans l'anneau de recirculation. Nous nous donnons comme objectifs :

- D'observer l'évolution spatio-temporelle de l'instabilité modulationnelle spontanée, ce qui n'a encore jamais été fait dans les fibres optiques.
- Calculer, à partir des données expérimentales collectées, les propriétés statistiques de l'instabilité modulationnelle spontanée. En particulier l'évolution du kurtosis n'a encore jamais été observé dans les fibres optiques dans le cadre de l'instabilité modulationnelle.
- Mettre en évidence expérimentalement le caractère oscillant de la fonction d'auto-corrélation d'ordre deux (voir figure 3.5).

## 3.2 Instabilité modulationnelle spontanée : observations expérimentales

Dans cette section, nous présentons les caractéristiques dynamiques et statistiques de l'instabilité modulationnelle spontanée que nous avons observées dans l'anneau de recirculation fibré. Dans la première partie 3.2.1, nous décrivons l'anneau de recirculation utilisé et des modifications apportées à celui-ci en vue d'étudier le scénario de l'évolution non linéaire de l'onde plane bruitée. Dans la seconde partie 3.2.2, nous présentons l'évolution dynamique c'est à dire le diagramme spatio-temporel et le spectre à différentes longueurs de propagation. Pour finir (partie 3.2.3), nous présenterons les statistiques calculées à partir des données expérimentales.

### 3.2.1 Optimisation de l'anneau de recirculation

L'anneau de recirculation que nous avons utilisé pour mesurer l'évolution dynamique et statistique de l'onde plane bruitée fonctionne sur les mêmes principes que ceux décrits au chapitre 2. Cependant il se différencie de celui-ci par quelques détails :

- Nous devons créer une onde plane bruitée et non pas une onde plane localement perturbée, il nous suffira simplement de retirer le modulateur électro optique qui nous permettait de perturber localement l'onde plane.
- Afin de pouvoir déterminer les différents moments statistiques nous devons être capable d'enregistrer suffisamment d'échantillons i.e. l'enregistrement de plusieurs évolutions spatio-temporelles d'une onde plane bruitée soumise au processus d'instabilité modulationnelle. Cela sera rendu possible par l'utilisation du mode séquence de l'oscilloscope (voir Annexe D.2 pour plus de détail sur le mode séquence)
- Nous ajoutons un analyseur de spectre optique à la sortie de la cavité afin de mesurer le spectre optique, à différentes longueurs de propagation.

**Condition initiale :** Le montage qui nous à permis de réaliser la condition initiale i.e. l'onde plane bruitée est très proche de celui présenté dans le chapitre 2 (voir partie 2.2.2), la seule différence étant l'absence du modulateur electro-optique (EOM). Il est constitué d'une diode laser mono fréquence APEX-AP3350A (Laser SML) centré à 1550 nm délivrant des puissances de l'ordre du mW ayant une largeur spectrale de quelques centaines de kilohertz. L'onde plane ainsi générée est ensuite amplifiée (à une puissance voisine du Watt) par un amplificateur à fibre

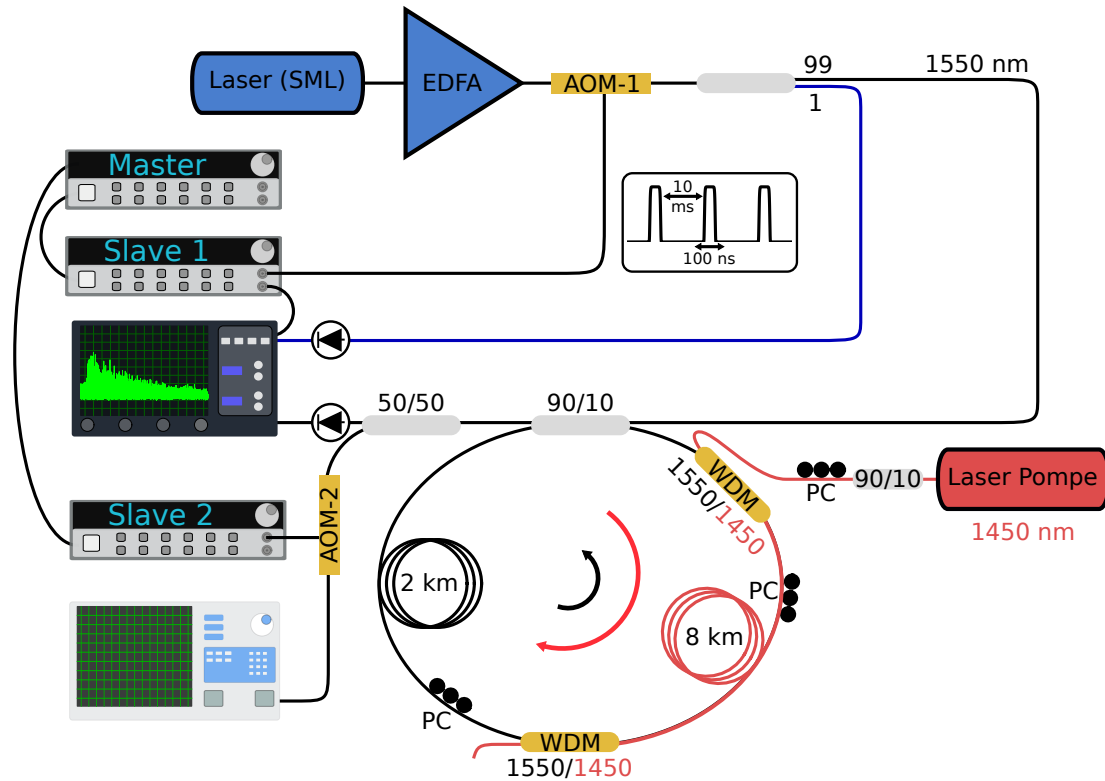


FIGURE 3.6 – Configuration de l’anneau de recirculation mis en place pour obtenir les résultats présentés dans la partie 3.2. Le champ initial est émis par une source laser mono-fréquence (SML) amplifiée par un EDFA. Un modulateur acousto-optique (AOM-1) nous permet d’injecter des impulsions rectangulaires de 200 ns à l’intérieur de l’anneau de recirculation de 10 km. Les pertes sont compensées par amplification Raman dans une section de 8 km de l’anneau. Le signal est observé à chaque tour par une photodiode ultra-rapide (couplée à un oscilloscope) et par un analyseur de spectre optique (OSA). Pour plus de détail : voir 2.2.1 et 2.2.2

dopée erbium (EDFA) . Le modulateur acousto-optique (AOM-1) nous permet de générer des impulsions périodiques en forme de carré d’une durée de 200 ns avec une période de 10 ms. Comme dans le chapitre précédent, nous plaçons un coupleur 99/1 en amont du modulateur acousto-optique afin d’extraire une partie du signal et d’en déduire la puissance du signal injecté dans l’anneau de recirculation (voir paragraphe 2.2.2.2).

**Anneau de recirculation :** Les pertes de l’anneau de recirculation sont compensées de la même façon qu’au chapitre 2 c’est à dire par amplification Raman. Le faisceau de pompe, issu d’un laser Raman fibré (IPG - FIBERTECH), est centré à 1450 nm et se propage en sens opposé au sens de circulation du signal à 1550 nm. La longueur de la section non amplifiée vaut 2 km tandis que la section amplificatrice, à la différence du chapitre 2, a une longueur de 8 km. Ceci implique que le

temps de circulation de la lumière dans l'anneau vaut  $\sim 50 \mu\text{s}$ .

**Mesure du spectre :** À la sortie de l'anneau de recirculation, le signal est séparé en deux bras par un coupleur fibré 50/50. Une partie du signal est envoyée sur une photodiode rapide (Picometrix D-8IR) connectée à l'oscilloscope rapide (LeCroy LabMaster 10-65Zi). L'autre partie du signal est découpée optiquement par un second modulateur acousto-optique synchronisé avec le premier ; le spectre de cette partie du signal est ensuite enregistré par un analyseur de spectre optique (YOKOGAWA - AQ6370) au tour de l'anneau désiré en ajustant le délai du second modulateur acousto-optique par rapport au premier. Le schéma 3.7 illustre la synchronisation entre les deux modulateurs acousto-optique.

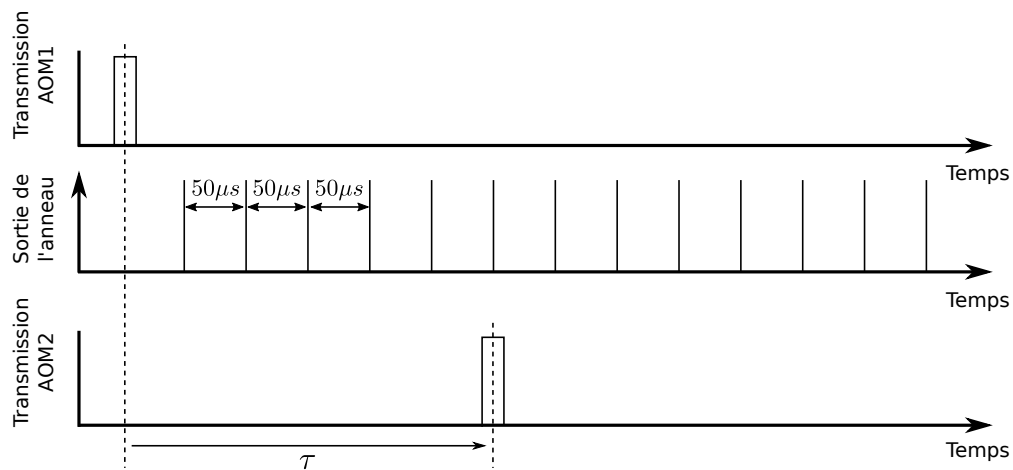


FIGURE 3.7 – Schéma illustrant la synchronisation entre AOM-1 et AOM-2. Le premier modulateur génère la première impulsion entrant dans la cavité. Toutes les  $50 \mu\text{s}$  environ, une partie du signal sort ensuite de l'anneau de recirculation ; en ajustant le délai  $\tau$  entre AOM-1 et AOM-2 on peut alors sélectionner le tour de l'anneau de recirculation dont on veut enregistrer le spectre optique

**Synchronisation :** Afin d'utiliser le mode séquence de l'oscilloscope nous avons rajouté des générateurs. Brièvement, le modulateur acousto-optique (AOM-1) est dirigé par le générateur esclave (Slave 1) tandis que le modulateur (AOM-2) est dirigé par le générateur esclave (Slave 2). Ces deux générateurs sont synchronisés par le générateur maître (Master). Quant à l'oscilloscope rapide, il reçoit un signal à la fréquence de la cavité ( $\sim 20 \text{ kHz}$ ) par la seconde voie du générateur esclave (Slave 1) qui est donc synchronisé avec AOM-1.

**Reconstitution du diagramme spatio-temporel :** Pour pouvoir reconstituer le diagramme spatio-temporel en mode séquence de l'oscilloscope, nous utilisons une

fonction de corrélation croisée. La reconstitution du diagramme spatio-temporel est expliquée plus en détail dans l'annexe D.2.2.

### 3.2.2 Dynamique spatio-temporelle

#### 3.2.2.1 Observation expérimentale

La stratégie utilisée pour observer la dynamique spatio-temporelle reste la même que dans le chapitre précédent : nous utilisons de faibles puissances et de longues distances de propagation. La puissance de l'onde plane circulant dans l'anneau de recirculation vaut  $P_0 \sim 48$  mW et le signal se propage sur 500 km grâce à la compensation des pertes. Les pertes effectives valent  $\alpha_{eff} \sim 1.675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . La durée caractéristique des structures émergentes est de l'ordre de la dizaine de picosecondes, ce qui est détectable par une photodiode rapide (Picometrix D-8IR) couplée à un oscilloscope rapide (LeCroy LabMaster 10-65Zi).

Nous présentons sur la figure 3.8, l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane bruitée soumise à l'instabilité modulationnelle. Nous avons sélectionné une portion de 2 ns au centre de l'impulsion de 200 ns qui se propage dans l'anneau de recirculation pour montrer la dynamique spatio-temporelle sur une distance de 500 kilomètres. À notre connaissance c'est la première observation spatio-temporelle directe d'un tel scénario dans les fibres optiques. Insistons sur le fait que cette observation est rendue possible du fait du caractère "mono-coup" du système d'acquisition qui permet l'observation de la dynamique dominée par le bruit sans qu'aucun moyennage ne soit nécessaire.

La condition initiale est une onde plane bruitée de puissance moyenne  $P_0 \sim 48$  mW (voir figure 3.8 (d)). Sur la figure 3.8 (a), on peut facilement reconnaître le motif typique de l'instabilité modulationnelle spontanée présenté dans différentes études numériques ([20]; voir partie 3.1.1). On remarque qu'émergent à  $\sim 130$  km, au début du stade non linéaire des structures quasi-périodiques connues qui ressemblent à des breathers d'Akhmediev (voir 3.8 (a) et (c)).

De plus, on voit apparaître le long de la propagation des structures plus isolées, comme c'est le cas à 350 km où l'on voit émerger une structure cohérente de puissance crête 8 fois supérieure à la puissance du fond continu (voir 3.8 (b)). Cependant ici il est difficile de comparer cette structure à une solution de l'équation NLS car la résolution temporelle de notre système de détection est trop faible pour résoudre correctement cette structure cohérente. Cela a pu être fait dans la référence [21] où les auteurs ont utilisé un microscope temporel, qui permet de mesurer plus précisément le profil d'intensité des structures cohérentes

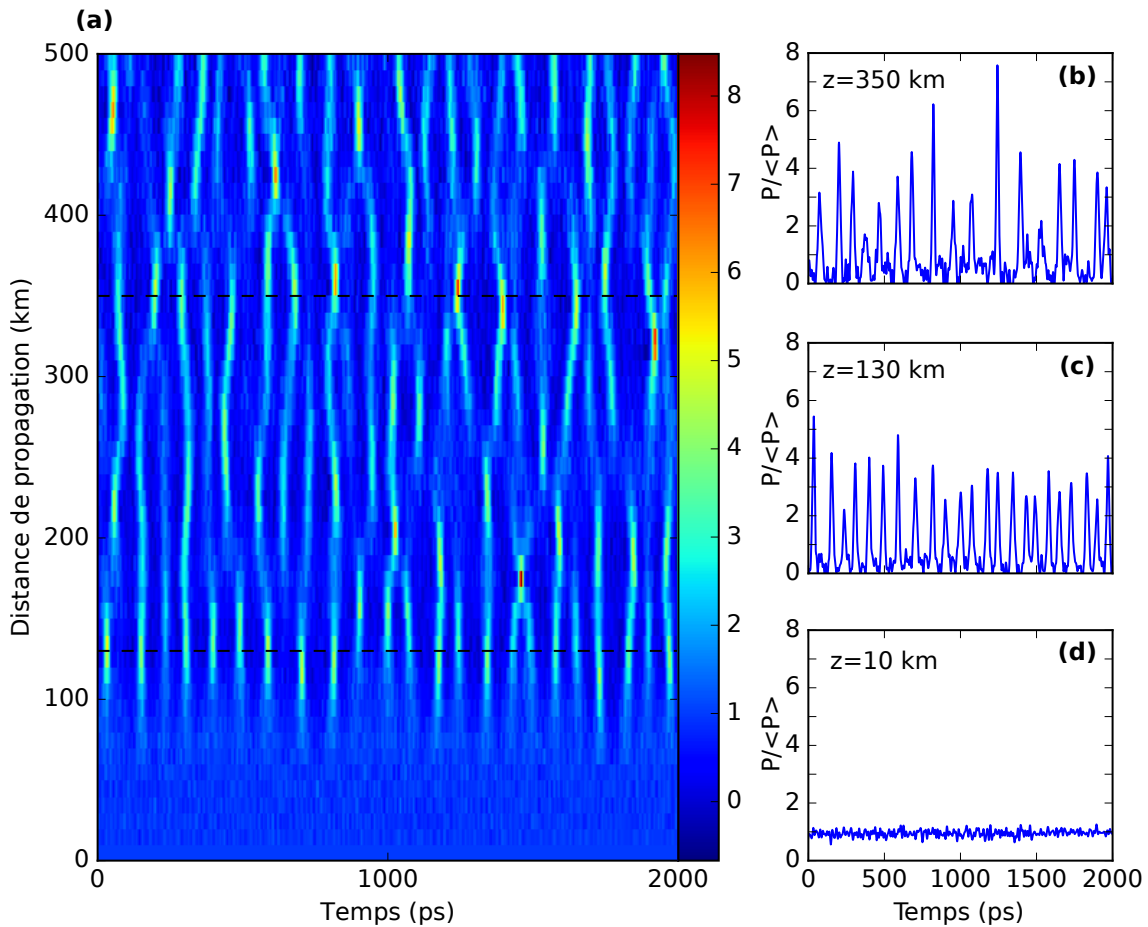


FIGURE 3.8 – (a) Évolution spatio-temporelle expérimentale d’une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle, l’échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P/\langle P \rangle$ . (b,c et d) : intensité en fonction du temps après respectivement 350,130 et 10 km de propagations.

qui émergent ; ils ont ainsi pu identifier localement des solitons de Peregrine.

### 3.2.2.2 Mesure des spectres de l’instabilité modulationnelle spontanée

Ici, nous présentons les spectres optiques obtenus à l’aide de l’analyseur de spectre optique à différentes longueurs de propagations (voir figure 3.9). Le spectre optique tracé sur la figure 3.9 est centré à la longueur d’onde du signal : 1550 nm. L’axe horizontal représente l’écart en fréquence (en GHz) par rapport à la fréquence du signal.

Le spectre de la condition initiale est présenté sur la figure 3.9 (a). Le laser mono-fréquence (APEX-AP3350A) que nous utilisons pour générer l’onde plane dans l’expérience est large d’environ  $\sim 300$  kHz or comme on peut le voir sur la figure 3.9 (a) le pic qui représente l’onde plane est bien plus large (environ 2 GHz).



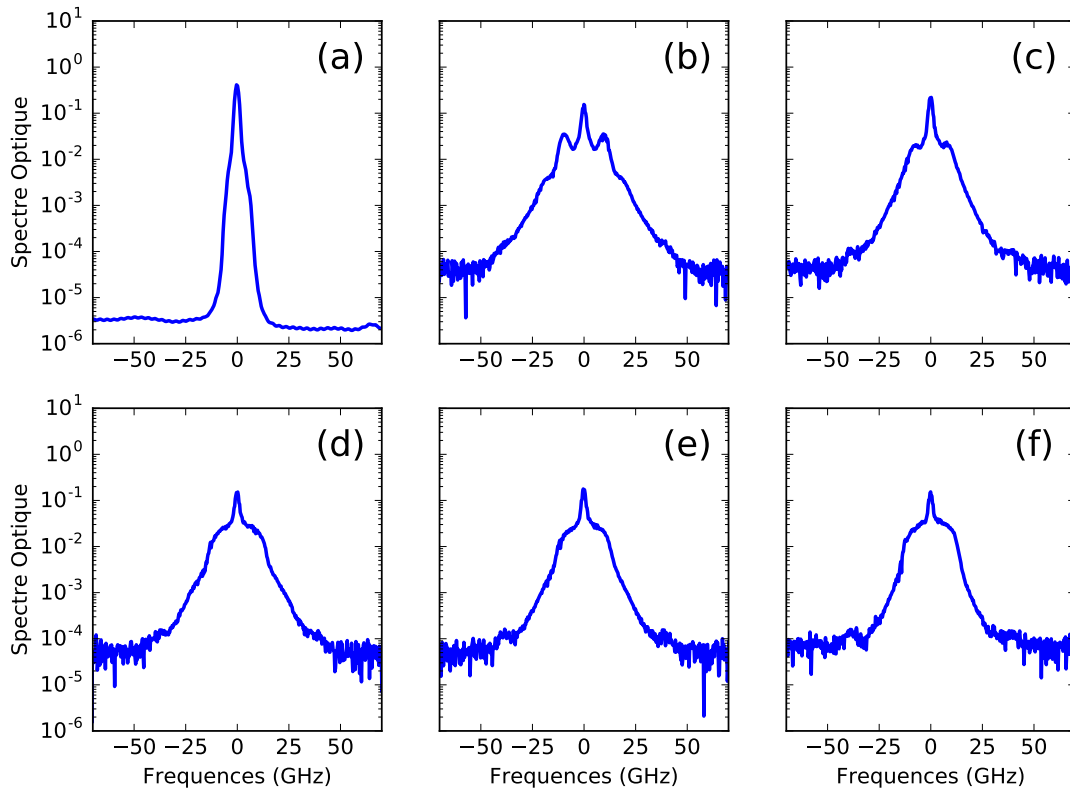


FIGURE 3.9 – Spectre optique d’une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle mesuré à la sortie de l’anneau de recirculation après différentes longueurs de propagation. (a)  $z = 0$  km ; (b)  $z = 130$  km ; (c)  $z = 170$  km ; (d)  $z = 210$  km ; (e)  $z = 250$  km ; (f)  $z = 500$  km.

Ceci s’explique simplement par le fait que la résolution spectrale de l’analyseur du spectre optique est trop faible pour mesurer précisément la largeur spectrale de la condition initiale. Effectivement la résolution spectrale de l’analyseur de spectre optique vaut environ 2,5 GHz, ce qui est beaucoup plus grand que les quelques centaines de kilohertz de largeur spectrale de l’onde plane. En outre, on observe autour de l’onde plane, un plateau de bruit de niveau  $10^{-6}$  plus faible que celui du signal optique. Celui-ci est induit par l’amplificateur à fibre dopée erbium ; c’est à partir de ce bruit que l’onde plane sera déstabilisée par le processus d’instabilité modulationnelle.

Sur la figure 3.9 (b), on peut voir le spectre du signal à 130 km quand émergent les premières structures cohérentes issues de la déstabilisation de l’onde plane. On reconnaît notamment le spectre typique de l’instabilité modulationnelle observé historiquement par Tai [33]. Enfin, les figures 3.9 (c-d-e-f) nous montrent le spectre optique à différentes longueurs de propagation, respectivement à 170 km, 210 km, 250 km et 500 km.

**Remarque :** Le plateau de bruit que l'on distingue sur la condition initiale (figure 3.9 (a) à -60 dB par rapport au niveau de l'onde plane)) n'est plus visible sur les spectres mesurés en sortie de l'anneau de recirculation (figure 3.9 (b-c-d-e-f)) où en dessous de 40 dB on enregistre le bruit de mesure de l'analyseur de spectre optique. Dans le cas de la condition initiale, le spectre optique est mesuré directement avant l'entrée dans l'anneau. Alors que pour les autres spectres (figure 3.9 (b-c-d-e-f)), on mesure le spectre optique directement en sortie de l'anneau de recirculation, ce qui nous contraint à utiliser en plus un coupleur 50/50 ainsi qu'un modulateur acousto-optique (AOM-2; voir partie 3.2.1). Le coupleur ainsi que le modulateur acousto-optique ont pour conséquence de diminuer le rapport signal sur bruit du signal mesuré par l'analyseur de spectre optique et donc de rendre indétectable le plateau de bruit pour celui-ci.

### 3.2.3 Mesure des distributions statistiques des fluctuations de l'intensité lumineuse

Dans cette section, nous présentons les propriétés statistiques de l'instabilité modulationnelle spontanée calculées à partir des données extraites de l'anneau de recirculation. En particulier, nous calculerons la densité de probabilité (paragraphe 3.2.3.1), le kurtosis (paragraphe 3.2.3.2) et la fonction d'auto-corrélation (paragraphe 3.2.3.3). Ces grandeurs statistiques seront calculées en moyennant les données sur le temps (car l'on considère que le processus est statistiquement indépendant du temps) et sur l'ensemble des échantillons collectés lors d'une acquisition.

Lors d'une acquisition, on propage plusieurs conditions initiales dans l'anneau de recirculation (ici une onde plane bruitée) afin de collecter suffisamment de données pour calculer les propriétés statistiques de l'intensité à un tour donné. Une acquisition unique est constituée de 19 échantillons (i.e. 19 conditions initiales larges de 200 ns) se propageant de façon consécutive dans l'anneau de recirculation. Les échantillons consécutifs sont espacés de 10 ms (période imposée par le modulateur acousto-optique découpant la condition initiale), afin de leur donner le temps nécessaire pour se propager 500 km dans l'anneau de recirculation sans interagir avec les échantillons suivants et précédents. Pour chacun des 19 échantillons, nous enregistrons l'évolution du signal tour à tour (un tour de l'anneau mesure 10 kilomètre) sur 500 kilomètres. Se référer à l'annexe D.2 pour plus de détail concernant l'acquisition des données en mode séquence.

Avec un seul échantillon, on extrait au centre de l'impulsion (à chaque tour)

15000 points nous permettant de calculer les grandeurs statistiques qui nous intéressent. Pour une acquisition, on extrait 19 fois plus de points c'est à dire 285000 points. Pour chaque tour, il est alors possible de calculer la densité de probabilité de l'intensité, le moment d'ordre deux de l'intensité (kurtosis) et la fonction d'auto-corrélation d'ordre deux sur 285000 points. Notons ici que la puissance moyenne des 19 échantillons de l'acquisition présentée dans cette section vaut  $P_0 \sim 48$  mW.

### 3.2.3.1 La fonction densité de probabilité

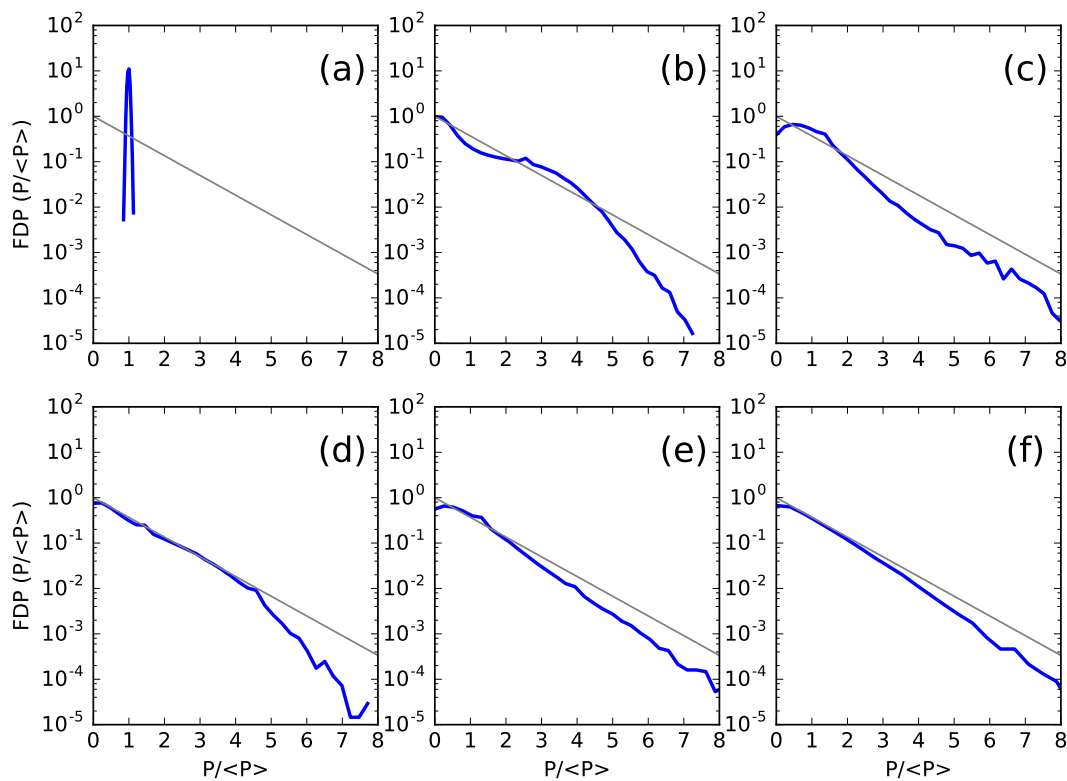


FIGURE 3.10 – Fonction de densité de probabilité de l'intensité normalisée par l'intensité moyenne d'une onde plane bruitée soumise au processus d'instabilité modulationnelle mesurée à la sortie de l'anneau de recirculation à différents tours (en bleu) et la distribution exponentielle (en gris). (a)  $z = 0$  km ; (b)  $z = 130$  km ; (c)  $z = 170$  km ; (d)  $z = 210$  km ; (e)  $z = 250$  km ; (f)  $z = 500$  km.

Comme nous l'avons vu dans la partie 3.1.2.2, la fonction de densité de probabilité de l'intensité d'une onde plane bruitée dont l'évolution est décrite par l'équation NLS oscille autour d'une distribution exponentielle au cours de sa propagation avant d'atteindre un état stationnaire statistique caractérisé par une distribution exponentielle.

On présente sur la figure 3.10, la fonction de distribution de probabilité d'une onde plane bruitée calculée, par une analyse statistique de nos données expérimentales, à différentes longueurs de propagation avec en bleu : la mesure expérimentale et en gris la distribution exponentielle.

A l'état initial (figure 3.10 (a)), on reconnaît la fonction de densité de probabilité de l'onde plane : une distribution centrée en 1 proche de celle de Dirac. Lorsque la distance de propagation augmente, l'émergence de structures semblables à des solitons sur fond continu observées dans l'évolution du diagramme spatio-temporel (voir figure 3.8 à  $z = 130$  km) entraîne des modifications importantes de la fonction de densité de probabilité (figure 3.10 (b-e)). En particulier, on peut voir l'émergence "des queues oscillantes", qualitativement similaires à celle observées dans les simulations numériques de la référence [107]. De plus, on peut le voir sur la figure 3.10 (f), la fonction de densité de probabilité à  $z = 500$  km est proche d'une distribution exponentielle comme présentée dans la partie 3.1.2.3.

### 3.2.3.2 Mesure du kurtosis

L'évolution de la fonction de densité de probabilité durant la propagation peut être décrite par un indicateur statistique : le kurtosis<sup>2</sup> i.e. le moment d'ordre 4 de l'amplitude du champ qui est également le moment d'ordre 2  $M^{(2)}$  de l'intensité (voir paragraphe 3.1.2.3). Ici, le kurtosis expérimental à un tour donné est déterminé à partir de la formule (3.3) en moyennant sur le temps et sur l'ensemble des échantillons enregistrés lors d'une acquisition (19 échantillons).

La figure 3.11 présente l'évolution du kurtosis en fonction de la distance de propagation, calculée à partir des données extraites de l'anneau de recirculation.

On remarque (sur la figure 3.11) que le maximum du kurtosis correspond au moment où émergent les structures, c'est à dire à  $z \sim 130$  km. De plus, il est caractérisé par des oscillations quasi-périodiques amorties. On retrouve donc bien le même comportement qualitatif que celui présenté sur la figure 3.3 (a). Néanmoins on peut voir qu'à la différence de la figure 3.3 (a), la courbe d'évolution du kurtosis mesuré dans l'expérience comporte moins d'oscillations le long de la propagation. Cela est lié aux pertes présentes dans notre expérience (voir annexe B). Notons que c'est, à notre connaissance, la première mesure du kurtosis caractérisant l'instabilité modulationnelle spontanée au cours de la propagation dans les fibres optiques, calculée à partir de données expérimentales.

2. Nous rappelons qu'ici l'utilisation du terme "kurtosis" est un abus de langage car comme nous l'avons déjà dit celui-ci désigne normalement le moment du quatrième ordre de la partie réelle de  $\psi$  [115]

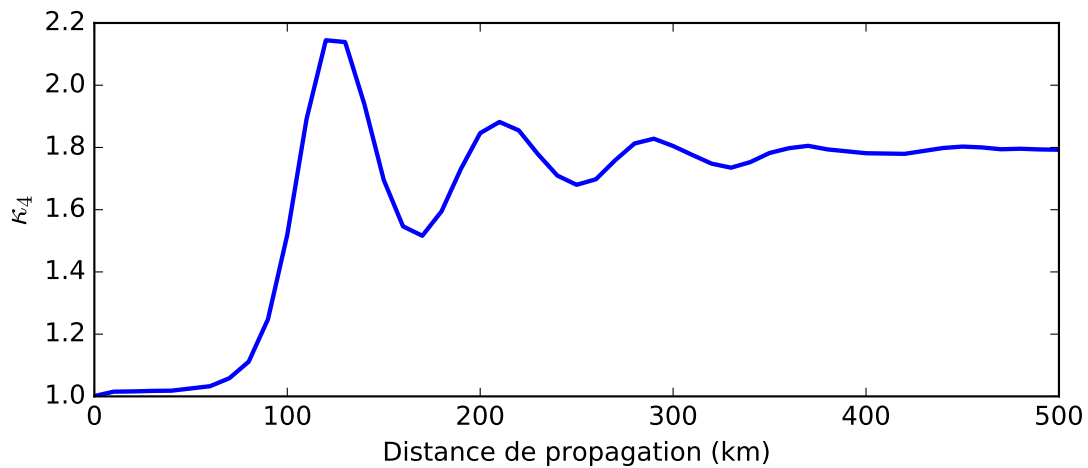


FIGURE 3.11 – Évolution du kurtosis d’une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle en fonction de la distance de propagation, calculée à partir des données expérimentales.

### 3.2.3.3 Fonction de corrélation d’ordre deux

Nous présentons ici la fonction d’auto-corrélation du second ordre de l’instabilité modulationnelle spontanée à différentes longueurs de propagation (figure 3.12). Celle-ci est calculée à partir des données extraites de l’anneau de recirculation.

Pour la condition initiale (à  $z = 0$  km), la fonction d’auto-corrélation vaut uniformément 1 (voir figure 3.12 (a)). Effectivement l’onde plane fluctue aléatoirement, il n’y a donc aucune cohérence. À  $z = 130$  kilomètre, le  $g_z^{(2)}$  est caractérisé par des oscillations autour de 1 ayant une période approximative de 95 ps (voir figure 3.12 (b)) ce qui correspond quasiment à l’inverse de la fréquence MI ( $1/\nu_{MI} = 84$  ps où  $\nu_{MI} = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{\beta_2}}$  voir paragraphe 1.2.4.1). On retrouve donc bien, dans notre expérience, le caractère oscillant de la fonction d’auto-corrélation d’ordre deux.

Lorsque la distance de propagation augmente, les oscillations de la fonction d’auto-corrélation se dégradent progressivement (voir figure 3.12 (c-f)), cela est lié aux pertes présentes dans l’expérience (plus de détail partie B.3). De sorte qu’à  $z = 500$  km, il ne reste plus qu’une seule oscillation visible. Cependant, la fonction possède toujours des valeurs inférieures à 1 ce qui, comme nous l’avons expliqué dans le paragraphe 3.1.3.2, distingue l’état stationnaire statistique caractérisant une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle des propriétés statistiques d’une onde partiellement cohérente générée en sommant de nombreuses composantes de Fourier de phases aléatoires et indépendantes.

Dans la section suivante, nous allons comparer les résultats expérimentaux

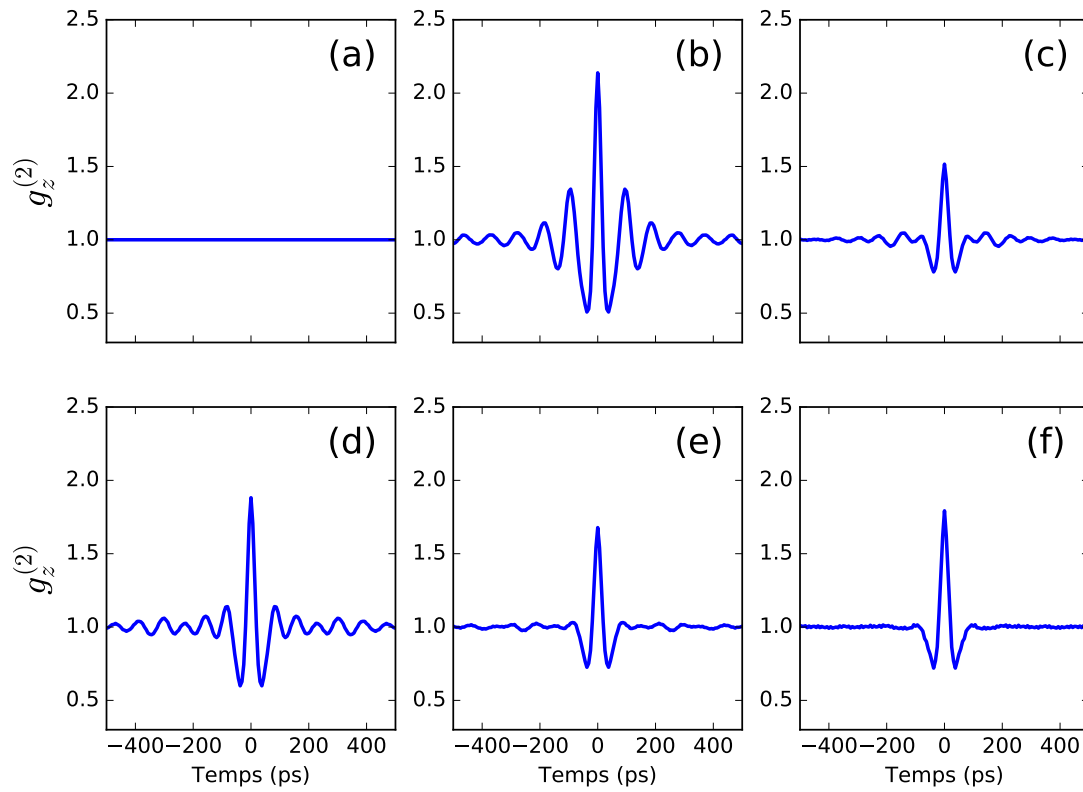


FIGURE 3.12 – Fonction d’auto-corrélation du second ordre de l’intensité d’une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle calculée à partir des données expérimentales mesurées à la sortie de l’anneau de recirculation à différents tours. (a)  $z = 0$  km ; (b)  $z = 130$  km ; (c)  $z = 170$  km ; (d)  $z = 210$  km ; (e)  $z = 250$  km ; (f)  $z = 500$  km.

présentés dans cette section avec des simulations numériques de l’équation NLS.

### 3.3 Simulations numériques : influence de la bande de détection et des pertes localisées

Dans cette section, on compare les résultats expérimentaux obtenus à des simulations numériques de l'équation NLS en utilisant les paramètres expérimentaux. D'abord nous comparons nos résultats avec l'équation NLS dissipative (partie 3.3.1). Ensuite nous étudierons l'impact de la bande passante du système de détection (partie 3.3.2). Et enfin nous proposerons un modèle numérique qui décrit de façon phénoménologique les pertes localisées (coupleur d'extraction du signal) présentes dans l'anneau de recirculation (partie 3.3.3).

#### 3.3.1 Simulations de l'équation NLS dissipative

Dans cette partie, nous comparons nos résultats expérimentaux avec des simulations numériques. Ici les simulations numériques sont basées sur un modèle phénoménologique décrivant la dissipation par un terme de pertes effectives  $\alpha_{eff}$  associé à une décroissance exponentielle de la puissance dans l'anneau (voir partie 2.3.1). Nous rappelons ici l'équation :

$$iA_z - \frac{\beta_2}{2}A_{tt} + \gamma|A|^2|A| + i\frac{\alpha_{eff}}{2}A = 0 \quad (3.6)$$

où la variable  $A$  représente l'enveloppe lentement variable du champ électrique de l'onde.  $z$  et  $t$  représentent l'espace et le temps en unités physiques respectivement. À 1550 nm la dispersion de vitesse de groupe de la SMF est  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ . Le coefficient Kerr est  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et les pertes effectives  $\alpha_{eff}$  sont mesurées grâce à l'enregistrement de l'évolution de la puissance moyenne le long de la propagation (voir 2.2.2.1).

Les simulations présentées dans la partie 3.3.1 sont réalisées en utilisant une méthode pseudo spectrale à pas variable dans une boîte de taille  $L = 4000 \text{ ps}$  avec un maillage de 2048 points. Les propriétés statistiques sont obtenues par un calcul effectué sur 200 réalisations.

##### 3.3.1.1 Niveau de bruit de la condition initiale

Dans la partie 3.1.2.1, on a défini la condition initiale qui nous permet de générer une onde plane bruitée. Rappelons ici la formule :

$$A(z = 0, t) = \sqrt{P_0} + \sqrt{\delta}\eta(\tau) \quad (3.7)$$

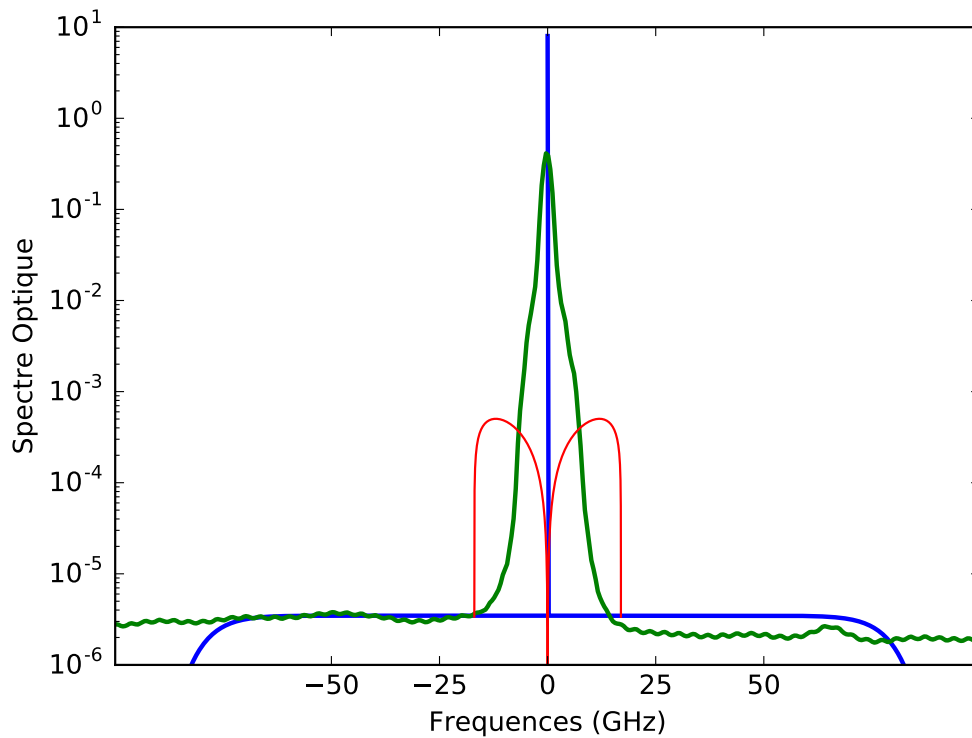


FIGURE 3.13 – Comparaison du spectre de la condition initiale expérimentale (en vert) et de la condition initiale numérique (en bleu). Spectre de gain de l’instabilité modulationnelle défini par la formule (1.13) avec  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et  $P_0 = 48 \text{ mW}$ .

Où  $P_0$  est la puissance de l’onde plane à  $z = 0 \text{ km}$  et la fonction  $\sqrt{\delta}\eta(t)$  décrit les fluctuations aléatoires de l’onde plane i.e. le bruit; plus de détail dans le paragraphe 3.1.2.1. Il s’agit ici d’expliquer comment l’on ajuste ces paramètres de façon à ce que la condition initiale générée numériquement soit compatible avec la condition initiale expérimentale utilisée dans la section 3.2.

Pour  $P_0$  on utilisera la puissance moyenne mesurée lors de l’acquisition expérimentale présentée dans la partie précédente c’est à dire 48 mW. Ensuite la fonction  $\eta(t)$ , définie dans l’espace de Fourier, permet de fixer la largeur spectrale du plateau de bruit de la condition initiale. Enfin  $\delta$ , qui permet d’ajuster la puissance des fluctuations du bruit, est déterminé par comparaison au spectre de la condition initiale expérimentale.

Sur la figure 3.13, on compare la condition initiale générée numériquement à partir de la formule (3.7) en bleu avec la condition initiale expérimentale, déjà présentée sur la figure 3.9 (a), en vert. Les deux spectres sont normalisés par leurs surfaces respectives. La largeur du plateau de bruit numérique (liée à la fonction  $\mathcal{F}\{\eta\}(\nu)$ ) est choisie de façon à ce que celle-ci soit plus large que la bande de gain associée au processus d’instabilité modulationnelle donnée par la formule (1.13) :



120 GHz de largeur spectrale pour la fonction  $\mathcal{F}\{\eta\}(\nu)$  contre environ 40 GHz pour le spectre du gain de l'instabilité modulationnelle. Enfin, pour avoir le même niveau de bruit dans l'expérience et dans notre simulation numérique, on choisit  $\delta$  de sorte que le plateau de bruit des deux spectres, numérique et expérimentale, normalisés par leurs surfaces totales ( i.e. la surface associée au plateau de bruit et à l'onde plane) respectives se superposent. Ainsi, on observe le plateau de bruit de la condition initiale expérimentale à un niveau environ  $10^{-6}$  plus faible que celui du signal optique, on choisit donc la valeur de  $\delta$  de sorte que le plateau de bruit du spectre numérique normalisé soit au même niveau que celle du spectre expérimental normalisé (voir figure 3.13).

En résumé nous avons déterminé, à partir du spectre de la condition initiale expérimentale et de la mesure de puissance, une condition initiale numérique qui concorde avec la condition initiale expérimentale. Nous allons maintenant utiliser cette condition initiale pour réaliser des simulations numériques que nous comparerons à l'expérience.

### 3.3.1.2 Dynamique spatio-temporelle

On compare le diagramme spatio-temporel expérimental obtenu dans le paragraphe 3.2.2.1 avec le diagramme spatio-temporel issu des simulations numériques de l'équation (3.6) sur la figure 3.14.

L'allure globale du diagramme spatio-temporel donnée par la simulation numérique de l'équation NLS dissipative<sup>3</sup> (figure 3.14 (b)) correspond bien à celle observée sur le diagramme spatio-temporel expérimental (figure 3.14 (a)). Cependant on peut remarquer que les valeurs crêtes de  $\frac{P}{\langle P \rangle}$  atteintes dans la simulation numérique sont plus élevées que dans l'expérience : environ 6,4 pour l'expérience contre  $\sim 11$  pour la simulation.

### 3.3.1.3 Kurtosis et fonction de densité de probabilité

On compare les propriétés statistiques expérimentales obtenues dans la partie 3.2.3 avec celle issues des simulations numériques de l'équation (3.6) sur la figure 3.15.

La figure 3.15 (a) représente l'évolution du kurtosis en fonction de la distance de propagation. La simulation numérique concorde bien qualitativement avec la courbe expérimentale. Néanmoins, on constate une différence quantitative

3. Ici l'emploi du terme "equation de NLS dissipative" fait référence au modèle phénoménologique (utilisé dans la partie 3.3.1) décrivant la dissipation par un terme de pertes effectives  $\alpha_{eff}$  associé à une décroissance exponentielle de la puissance dans l'anneau

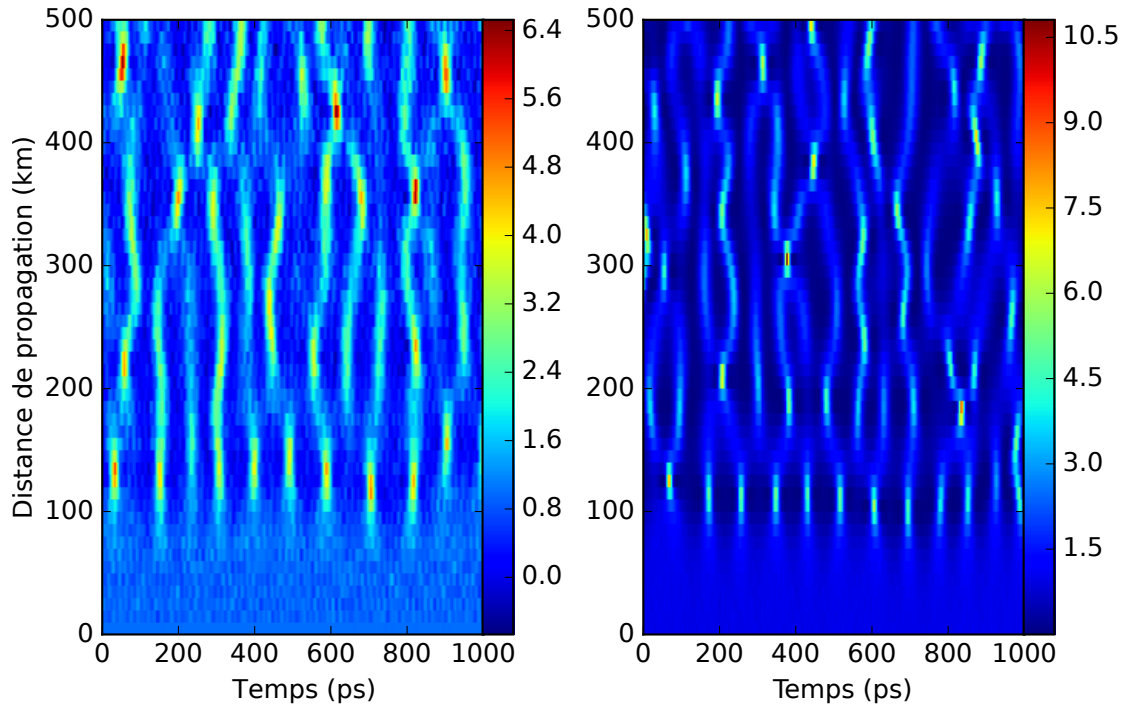


FIGURE 3.14 – Comparaison de l'évolution spatio-temporelle expérimentale (à gauche) et celle obtenue par la simulation de l'équation (3.6) à droite ; l'échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P / \langle P \rangle$ . Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ .

entre le kurtosis numérique et celui calculé à partir des données expérimentales. Effectivement, le premier maximum n'apparaît pas au même instant (130 km en bleu et 110 km en rouge), et la période des oscillations n'est pas la même dans les simulations et dans l'expérience. Par ailleurs, l'amplitude atteinte par le kurtosis est plus grande dans les simulations que dans l'expérience. Par exemple, après 500 kilomètres de propagation, le kurtosis vaut  $\sim 2$  pour la simulation tandis que dans l'expérience  $\kappa_4 \sim 1,8$ .

On fait le même constat pour la fonction de densité de probabilité, figures 3.15 (b) et (c). À  $z = 130$  kilomètres la fonction de densité de probabilité expérimentale oscille autour de la distribution exponentielle tandis que la fonction de densité issue de la simulation numérique est proche de la distribution exponentielle. De même qu'après 500 kilomètres, la distribution expérimentale tend vers un état stationnaire statistique qui est en dessous de la distribution exponentielle atteinte par la simulation numérique de l'équation NLS dissipative.

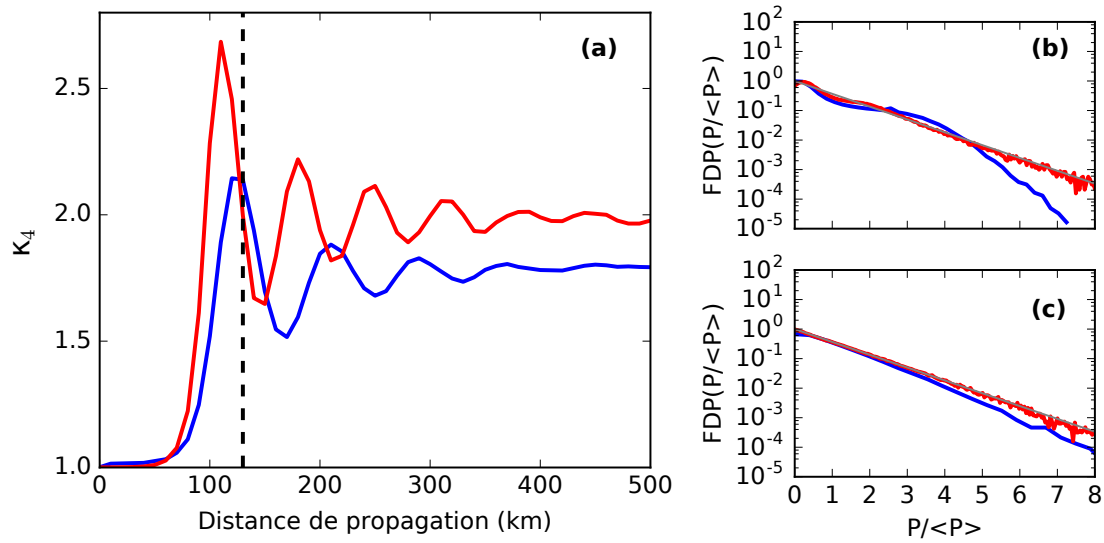


FIGURE 3.15 – Comparaison des propriétés statistiques expérimentales (en bleu) et celles obtenues par la simulation (en rouge) de l'équation (3.6). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ . (a) Évolution du kurtosis en fonction de la longueur de propagation. (b) et (c) FDP de la puissance normalisée à  $z = 130 \text{ km}$  et  $z = 500 \text{ km}$  respectivement.

### 3.3.1.4 Fonction d'auto-corrélation d'ordre 2

On compare les fonctions d'auto-corrélations du second ordre obtenues dans la partie 3.2.3 avec celle issues des simulations numériques de l'équation (3.6) sur la figure 3.16.

D'un point de vue global (comme précédemment) les résultats numériques et expérimentaux sont proches. Effectivement, comme on peut le voir sur la figure 3.16, on retrouve bien les oscillations qui caractérisent le  $g_z^{(2)}$  de l'instabilité modulationnelle dans la simulation numérique du modèle dissipatif. De plus, le  $g_z^{(2)}$  possède des valeurs inférieures à 1 comme dans l'expérience.

Cependant d'un point de vue quantitatif les simulations numériques ne sont pas tout à fait en accord avec les mesures expérimentales. En effet, même si les oscillations concordent globalement, la hauteur et la périodes de ces oscillations diffèrent (voir figure 3.16 (b-c)). En particulier à  $z = 130 \text{ km}$ , on observe plus d'oscillations, dans le cas de l'expérience, et avec une plus grande amplitude. Tandis qu'à  $z = 170 \text{ km}$ , c'est l'inverse qui se produit. En outre, le maximum du  $g_z^{(2)}$  à  $t = 0$  mesuré dans l'expérience ne concorde pas parfaitement avec le  $g_z^{(2)}$  issu des simulations (voir figure 3.16 (c-e-f)).

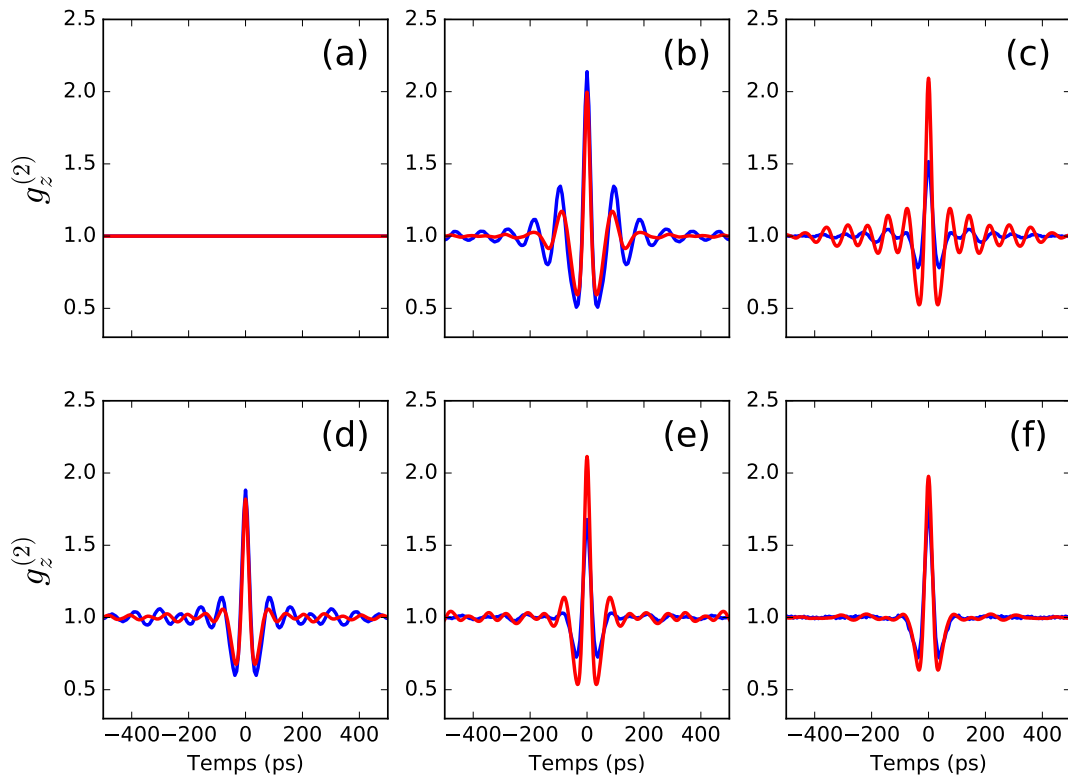


FIGURE 3.16 – Comparaison de la fonction d’auto-corrélation d’ordre deux expérimentale (en bleu) et celle obtenue par la simulation (en rouge) de l’équation (3.6). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ . (a)  $z = 0 \text{ km}$ ; (b)  $z = 130 \text{ km}$ ; (c)  $z = 170 \text{ km}$ ; (d)  $z = 210 \text{ km}$ ; (e)  $z = 250 \text{ km}$ ; (f)  $z = 500 \text{ km}$ .

### 3.3.1.5 Discussion

Pour la fonction d’auto-corrélation d’ordre deux, la densité de probabilité et le kurtosis, l’accord qualitatif entre les simulations numériques du modèle dissipatif et les résultats expérimentaux est très bon mais les données expérimentales et numériques ne concordent pas parfaitement sur le plan quantitatif. Il s’agira dans la suite d’affiner notre modèle numérique afin d’améliorer l’accord quantitatif entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux. Deux raisons peuvent notamment expliquer l’écart quantitatif entre nos résultats expérimentaux et numériques :

- Nous n’avons pas tenu compte de la bande passante du système de détection ce qui peut par exemple diminuer le nombre d’événements intenses détecté et donc affecter la fonction de densité de probabilité et diminuer la valeur du kurtosis (1,8 au lieu de 2).
- Le modèle dissipatif (qui décrit la dissipation par un terme de pertes effec-

tives associé à une décroissance de puissance exponentielle dans l'anneau ; voir équation (3.6)) que nous avons utilisé ne reproduit pas avec justesse l'évolution des propriétés statistiques ; les maxima et minima du kurtosis sont décalés et la hauteur et la périodes des oscillations de la fonction d'auto-corrélation d'ordre deux ne correspondent pas parfaitement. Nous allons donc considérer un modèle itératif qui tient compte des pertes localisées auxquelles est soumis périodiquement le signal au cours de sa propagation dans l'anneau de recirculation.

### 3.3.2 Influence de la bande passante de détection

Dans cette partie, nous allons tenir compte de la réponse impulsionnelle de notre système de détection  $h(t)$  dans nos simulations numériques. L'intensité du signal enregistrée par notre système de mesure n'est jamais exactement l'intensité réelle du faisceau lumineux, celle-ci est filtrée par la fonction de transfert du système de mesure (i.e la transformée de Fourier de  $h(t)$ ). En considérant que notre système de détection est linéaire et invariant par translation du temps on peut définir l'intensité enregistrée par notre système de détection  $|A|_f^2$  comme étant égale au produit de convolution entre la réponse impulsionnelle du système de détection  $h(t)$  et l'intensité du signal lumineux  $|A|^2$  mesurée :

$$|A|_f^2 = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} \{ |A|^2 \} \times \mathcal{F} \{ h(t) \} \} \quad (3.8)$$

Où  $\mathcal{F}$  représente l'opération de transformée de Fourier. Nous avons mesuré expérimentalement la réponse impulsionnelle de notre système de détection  $h(t)$  à l'aide d'un laser fibré à blocage de mode, celle-ci nous permet de déduire la fonction de transfert  $H(\nu)$  (i.e. la transformée de Fourier de  $h(t)$ ) de notre système de détection. La description de la mesure de la réponse impulsionnelle est donnée dans l'annexe C. Connaissant la réponse impulsionnelle  $h(t)$  nous pouvons donc appliquer la même opération de filtrage (3.8) à nos données numériques et ainsi tenir compte de l'impact de la bande passante de détection dans nos simulations numériques. Dans la suite, nous allons comparer les résultats issus des simulations numériques de l'équation (3.6) avec et sans filtrage modélisant l'effet de la bande passante de détection. Nous commencerons par étudier l'impact de celle-ci sur la dynamique et ensuite sur les propriétés statistiques de l'onde plane bruitée soumise au processus d'instabilité modulationnelle.

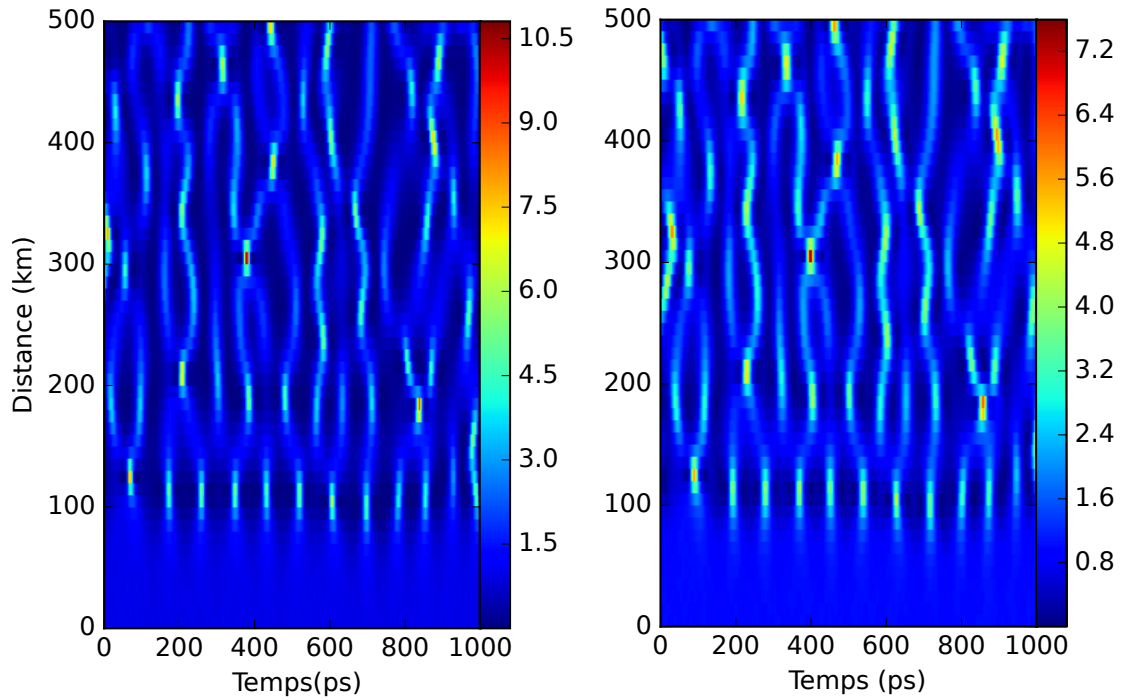


FIGURE 3.17 – Comparaison de l'évolution spatio-temporelle obtenue par l'équation (3.6) avec (à droite) et sans filtrage (à gauche) modélisant l'effet de la bande passante de détection avec (3.8). L'échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P/\langle P \rangle$ . Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ .

### 3.3.2.1 Impact de la réponse impulsionnelle sur la dynamique

On s'intéresse ici à l'impact de la bande passante du système de détection sur la mesure de la dynamique de l'onde plane bruitée. On présente sur la figure 3.17 l'évolution spatio-temporelle extraite de l'équation (3.6), où à gauche on ne tient pas compte de la réponse impulsionnelle (figure 3.17 (a)) tandis qu'à droite (figure 3.17 (b)) on tient compte de la réponse impulsionnelle  $h(t)$  selon l'équation 3.8.

La figure 3.17 montre que la bande passante de détection affecte légèrement la dynamique spatio-temporelle. En particulier, la bande passante de détection influence la valeur de la puissance crête des structures observées ; la puissance crête sans filtrage vaut  $\sim 11$  tandis que la puissance crête calculée en prenant en compte la bande passante de détection vaut  $\sim 8$ .

### 3.3.2.2 Impact de la réponse impulsionnelle sur les propriétés statistiques

On s'intéresse ici à l'impact de la bande passante de détection sur les propriétés statistiques de l'onde plane bruitée.

Sur la figure 3.18 (b-c) on peut observer l'impact de la bande passante de

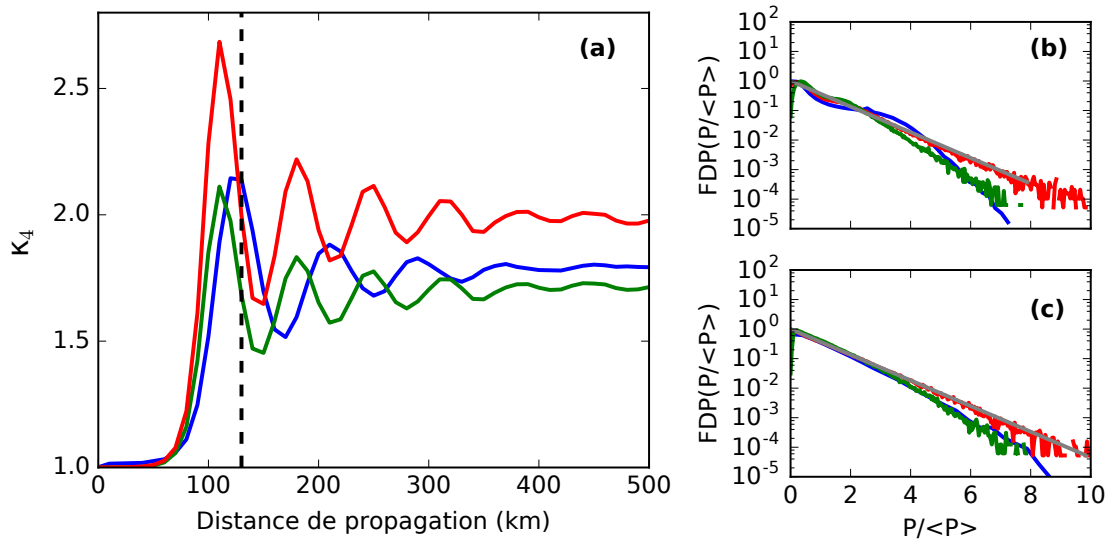


FIGURE 3.18 – Comparaison des propriétés statistiques expérimentales (en bleu) et celles obtenues par l'équation (3.6) avec (en vert) et sans filtrage (en rouge) modélisant l'effet de la bande passante de détection (3.8). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ . (a) Évolution du kurtosis en fonction de la longueur de propagation. (b) et (c) FDP de la puissance normalisée à  $z = 130 \text{ km}$  et  $z = 500 \text{ km}$  respectivement.

détection sur la fonction de densité de probabilité. On constate qu'en prenant en compte la fonction de transfert du système de détection, la fonction de densité de probabilité à 500 kilomètres contient moins d'événements intenses que la distribution exponentielle tandis que sans (la réponse impulsionnelle) la fonction de densité de probabilité se confond avec la distribution exponentielle. En outre, la fonction de densité de probabilité, où l'on tient compte de la bande passante de détection, concorde beaucoup mieux avec celle issue des données expérimentales. On en conclut que c'est à cause de la fonction de transfert du système de détection (photodiode + oscilloscope) que la fonction de densité de probabilité calculée à partir des données expérimentales dévie de la distribution exponentielle.

Grâce à la figure 3.18, on peut voir l'impact de la bande passante sur la mesure du kurtosis  $\kappa_4$ . Le kurtosis issu des simulations numériques prenant en compte la fonction de transfert du système de détection est environ égal à 1,7 à 500 km (en vert) tandis qu'il est environ égal à 2 à 500 km sinon. On constate ainsi que le kurtosis issu des simulations numériques prenant en compte la fonction de transfert du système de détection concorde mieux quantitativement avec le kurtosis issu des données expérimentales. Cependant la prise en compte de la fonction de transfert du système de détection n'influence pas la période et la

position des maxima du kurtosis. Effectivement, celles-ci sont les mêmes avec ou sans filtrage modélisant l'effet de la bande passante de détection et ne concordent toujours pas quantitativement avec le kurtosis expérimental.

### 3.3.3 Vers un modèle plus complet de l'anneau de recirculation

Dans les sections précédentes, nous avons présenté des simulations numériques avec l'équation NLS dissipative <sup>4</sup> (3.6). Dans ce modèle phénoménologique, la dissipation (induite par les pertes locales du coupleur à l'entrée de l'anneau et l'absorption des fibres) et l'amplification Raman sont décrites par un terme de pertes effectives  $\alpha_{eff}$ .

Dans cette partie nous présentons les résultats issus d'un autre modèle que nous appellerons modèle itératif. Contrairement à l'équation NLS dissipative qui moyenne les pertes et l'amplification Raman, le modèle itératif décrit séparément les effets des pertes induites par le coupleur d'entrée de l'anneau, de la dissipation causée par l'absorption de la fibre et de l'amplification du signal par effet Raman. Nous commencerons par présenter les équations du modèle itératif. Et ensuite nous présenterons les résultats numériques issus de ce modèle pour la dynamique et la statistique de l'onde plane bruitée soumise à l'instabilité modulationnelle.

#### 3.3.3.1 Description du modèle itératif

Dans cette partie nous présentons et expliquons les équations du modèle itératif. Comme nous l'avons dit le modèle itératif tient compte séparément (i.e. de manière non moyennée) des pertes localisées induites par le coupleur d'entrée de l'anneau, des pertes de la fibres et de l'amplification du signal.

**Section amplificatrice :** Lorsque le signal se propage dans la section amplificatrice de l'anneau, il est amplifié par effet Raman (voir partie 3.2.1). Pour décrire l'amplification du champ dans cette section de l'anneau nous utiliserons l'équation suivante :

$$iA_z^n(z, t) - \frac{\beta_2}{2} A_{tt}^n(z, t) + \gamma |A^n(z, t)|^2 A^n(z, t) + i \frac{\alpha_{SA}}{2} A^n(z, t) = 0 \quad (3.9)$$

$$\text{avec } z \in [n\Delta z, n\Delta z + L_{SA}]$$

---

4. Fait référence au modèle phénoménologique (utilisé dans la partie 3.3.1) décrivant la dissipation par un terme de pertes effectives  $\alpha_{eff}$  associé à une décroissance exponentielle de la puissance dans l'anneau



où  $A^n(z, t)$  est le champ au nième tour de sa propagation dans l'anneau. Cette équation est comparable à l'équation (3.6), à la différence qu'ici on a remplacé les pertes effectives  $\alpha_{eff}$  par le gain  $\alpha_{SA}$ . Ce terme doit être négatif pour pouvoir décrire la croissance exponentielle du champ causée par l'amplification Raman. Cette équation ne gouverne le champ que sur une longueur  $L_{SA}$  qui correspond à la longueur de la section amplificatrice (i.e. 8 km) : c'est ce que signifie le terme  $z \in [n\Delta z, n\Delta z + L_{SA}]$ . L'indice  $n$  permet de repérer le nombre de tours effectués par le signal et  $\Delta z$  correspond à la longueur totale de l'anneau de recirculation (ici 10 km). Par exemple au tour  $n = 2$  (où le champ a déjà parcouru 20 kilomètres), l'équation 3.9 ne s'applique qu'entre 20 km et 28 km.

**Section non amplifiée :** Lorsque le signal se propage dans la section non amplifiée de l'anneau, il subit des pertes causées par l'absorption de la fibre. Pour décrire les pertes de la fibre nous utiliserons l'équation suivante :

$$iA_z^n(z, t) - \frac{\beta_2}{2}A_{tt}^n(z, t) + \gamma|A^n(z, t)|^2A^n(z, t) + i\frac{\alpha_{SNA}}{2}A^n(z, t) = 0 \quad (3.10)$$

$$\text{avec } z \in [n\Delta z + L_{SA}, (n+1)\Delta z]$$

où  $A^n(z, t)$  est le champ au nième tour de sa propagation dans l'anneau. Cette équation est comparable à (3.6), à la différence qu'ici les pertes effectives sont remplacées par les pertes de la fibre optique  $\alpha_{SNA}$ . Ce terme est de signe opposé au gain  $\alpha_{SA}$  c'est à dire positif. Cette équation ne décrit la propagation du champ que sur les 2 kilomètres équivalent à la longueur de la section non amplifiée dans l'anneau.

**Coupleur d'entrée de l'anneau :** Le coupleur d'entrée de l'anneau induit des pertes locales à chaque tour sur le champ de telle façon qu'à chaque itération on impose la condition suivante :

$$A^{n+1}(z, t) = A^n(z, t) \times \sqrt{\alpha_C} \quad (3.11)$$

où  $\alpha_C$  est le coefficient de transmission du coupleur, celui vaut 0,9 dans l'anneau de recirculation.

On peut voir sur la figure 3.19, un schéma qui résume le cycle effectué par le modèle itératif. Au tour  $n = 0$  l'évolution du champ  $A^{n=0}(z, t)$  est gouvernée par l'équation (3.9) qui décrit le comportement de la section amplificatrice entre  $z = 0$  km et  $z = 8$  km ; le gain est fixé par le paramètre  $\alpha_{SA}$ . Ensuite l'évolution

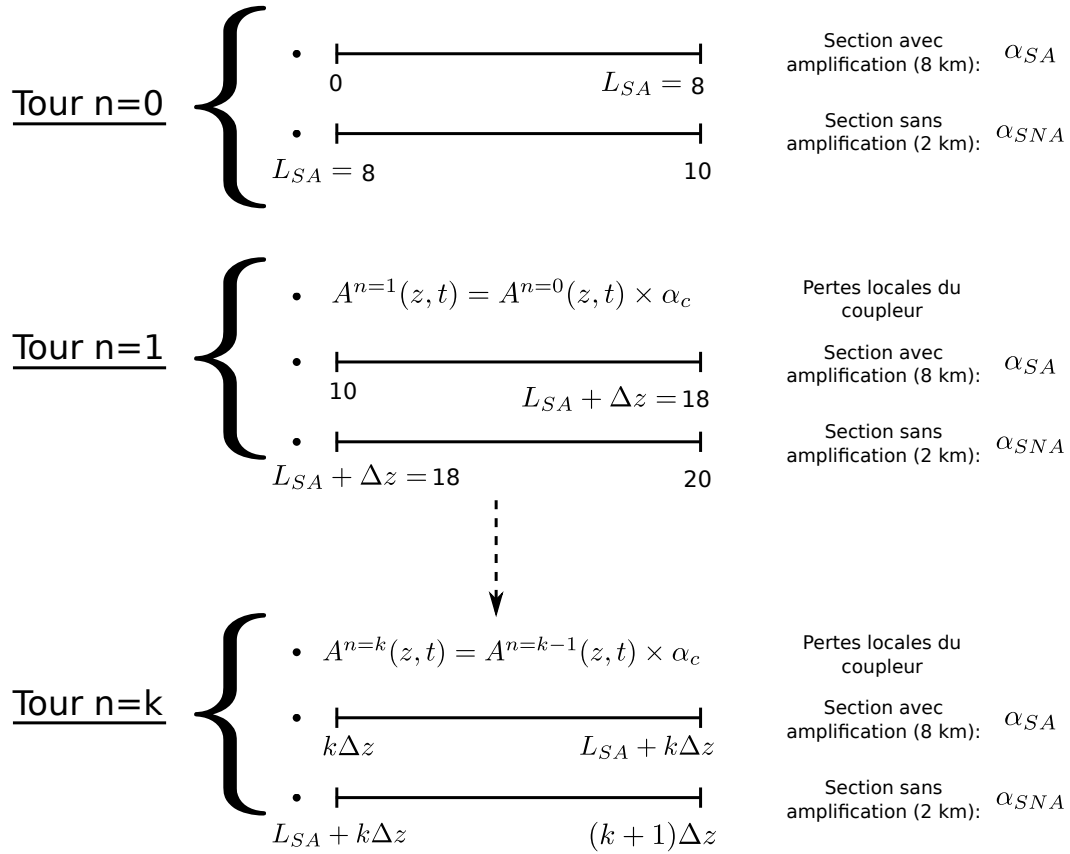


FIGURE 3.19 – Schéma illustrant le cycle du modèle itératif.

du champ est gouvernée par l'équation (3.10) qui décrit le comportement de la section non amplifiée entre  $z = 8$  km et  $z = 10$  km ; les pertes sont fixées par le paramètre  $\alpha_{SNA}$ . Au tour  $n = 1$ , le champ subit d'abord les pertes du coupleur tel que  $A^{n=1}(z = 10, t) = A^{n=0}(z = 10, t) \times \sqrt{\alpha_C}$ . Et à nouveau l'évolution du champ est gouvernée par (3.9) entre 10 et 18 kilomètres, ensuite par (3.10) entre 18 et 20 kilomètres et ainsi de suite.

Notons ici que nous connaissons les pertes  $\alpha_{SNA}$  qui correspondent à l'absorption de la lumière dans les fibres optiques. Celles-ci sont données par le constructeur et valent  $4,6 \times 10^{-2} \text{ km}^{-1}$ . Néanmoins on ne connaît pas le gain  $\alpha_{SA}$  de la section amplificatrice. Dans nos simulations on choisit donc  $\alpha_{SA}$  de sorte que l'évolution en  $z$  de la puissance moyenne de notre simulation soit proche de l'évolution de la puissance moyenne dans l'anneau de recirculation (qui est donnée par  $\alpha_{eff}$ , voir figure 2.7 du paragraphe 2.2.2.1).

### 3.3.3.2 Dynamique spatio-temporelle

On compare sur la figure 3.20 l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane bruitée extraite de l'expérience (3.20 (a)) et celle calculée à partir du modèle

itératif (3.20 (b)). En plus de l'utilisation du modèle itératif, on traite aussi les données de simulation numérique en prenant en compte la fonction de transfert du système de détection (voir partie 3.3.2).

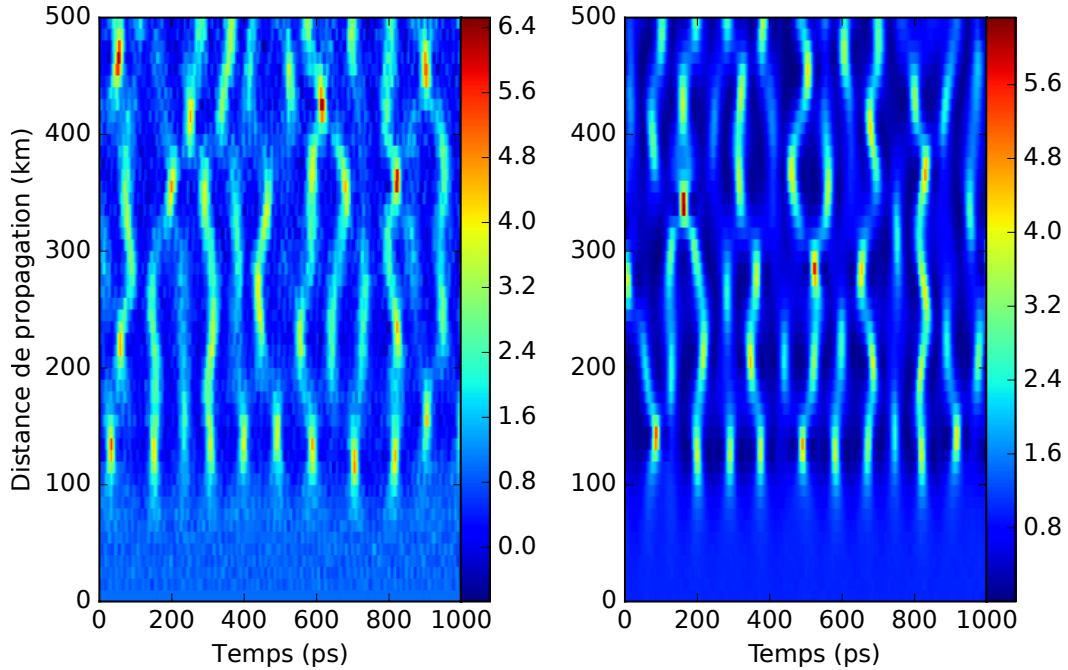


FIGURE 3.20 – Comparaison de l'évolution spatio-temporelle expérimentale (à gauche) et celle obtenue par la simulation du modèle itératif où l'on tient compte de la bande passante de détection (à droite). L'échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P / \langle P \rangle$ . Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\alpha_C = 0,9$ ,  $\alpha_{SA} = -2,255 \times 10^{-2}$  et  $\alpha_{SNA} = 4,6 \times 10^{-2} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ .

On constate que la dynamique spatio temporelle issue du modèle itératif concorde bien avec la dynamique expérimentale, ce qui été déjà le cas pour les simulations numériques utilisant l'équation NLS dissipative. Sur la dynamique, on ne note pas de différence significative entre la dynamique observée expérimentalement et celle obtenue à l'aide des simulations du modèle itératif.

### 3.3.3.3 Impact du modèle itératif sur les propriétés statistiques

On compare sur la figure 3.21 les propriétés statistiques expérimentales de l'onde plane bruitée extraites de l'expérience avec celles issues des simulations numériques du modèle itératif en tenant compte de la bande passante de détection.

La figure 3.21 (a) représente l'évolution du kurtosis en fonction de la distance de propagation. Le kurtosis issu du modèle itératif concorde bien avec celui mesuré expérimentalement. Effectivement, le premier maximum du kurtosis

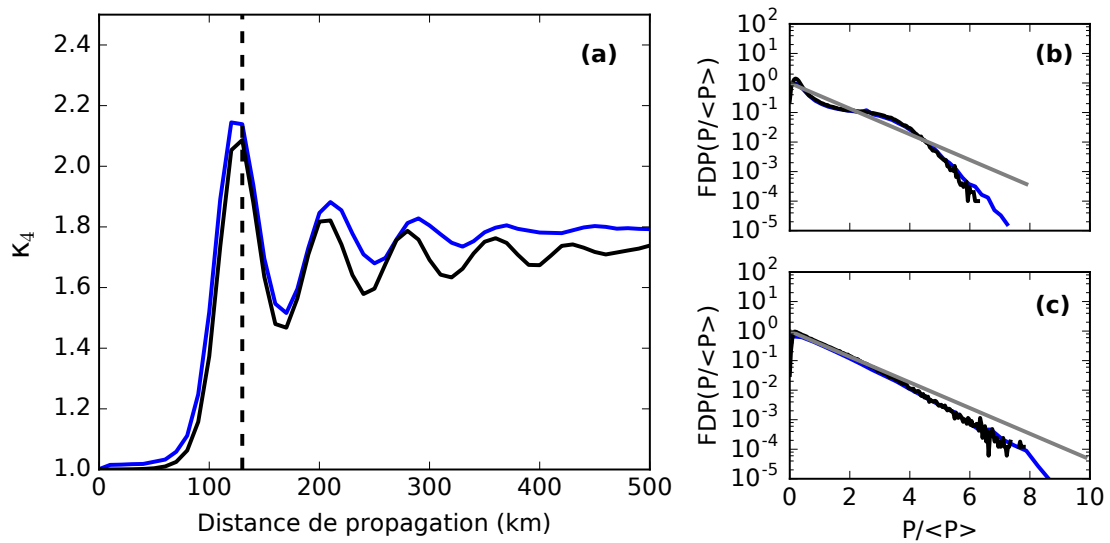


FIGURE 3.21 – Comparaison entre les propriétés statistiques expérimentales (en bleu) et celles obtenues par la simulation du modèle itératif tenant compte de la bande passante de détection (en noir). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\alpha_C = 0,9$ ,  $\alpha_{SA} = -2,255 \times 10^{-2}$  et  $\alpha_{SNA} = 4,6 \times 10^{-2} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ . (a) Évolution du kurtosis en fonction de la longueur de propagation. (b) et (c) FDP de la puissance normalisée à  $z = 130 \text{ km}$  et  $z = 500 \text{ km}$  respectivement.

expérimental apparaît désormais au même instant (à  $\sim 130 \text{ km}$ ) que celui déduit du modèle itératif. En outre la période du kurtosis issue des simulations du modèle itératif concorde bien mieux avec l'expérience que le kurtosis issu des simulations dissipatives présenté dans le paragraphe 3.3.1.3. Même constat pour la fonction de densité de probabilité (voir figures 3.21 (b) et (c)). À  $z = 130 \text{ km}$  et  $z = 500 \text{ km}$  la densité de probabilité expérimentale concorde parfaitement avec le modèle itératif.

### 3.3.3.4 Fonction d'auto-corrélation à l'ordre deux

On compare sur la figure 3.22 la fonction d'auto-corrélation du second ordre de l'onde plane bruitée extraite de l'expérience avec celle issue des simulations numériques du modèle itératif en tenant compte de la bande passante de détection.

On a pu constater dans la partie 3.3.1.4, que les oscillations temporelles du  $g_z^{(2)}$  n'étaient pas en accord quantitatif parfait avec la simulation de l'équation NLS dissipative. Dès lors qu'on tient compte du modèle itératif, on constate que les oscillations correspondent parfaitement (voir figure 3.22 (b-c-d)). De plus, en incluant dans notre modélisation l'effet de la bande passante de détection (voir

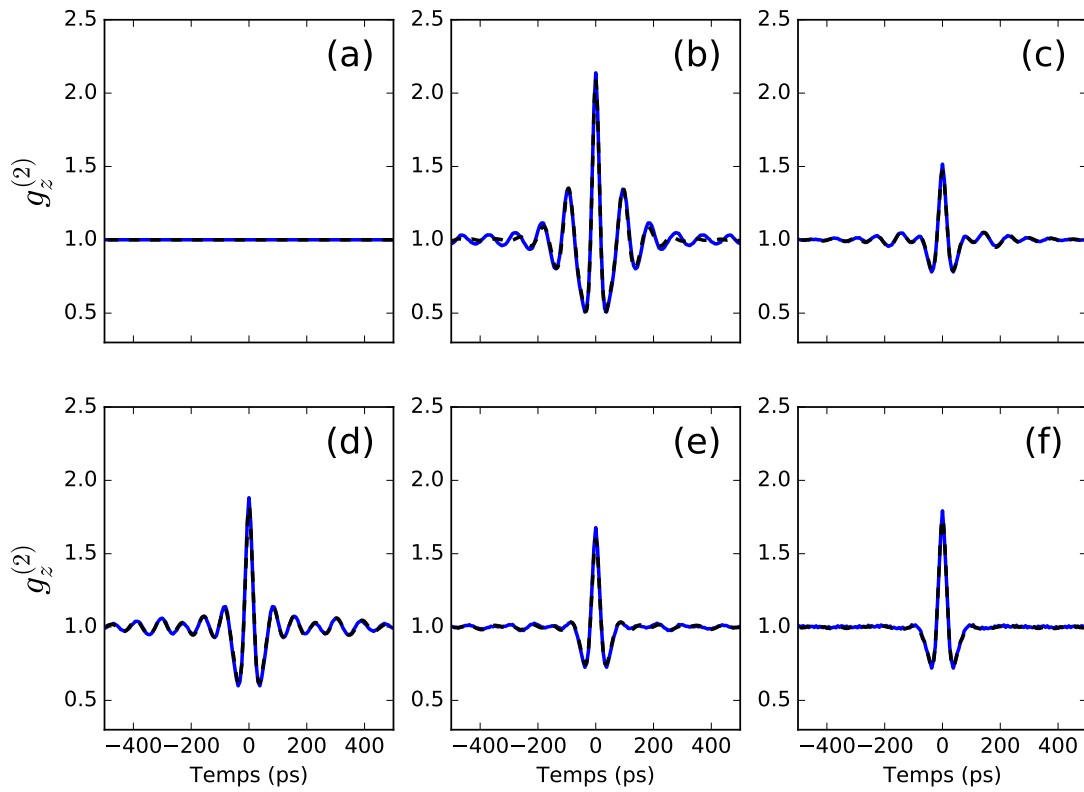


FIGURE 3.22 – Comparaison de la fonction d’auto-corrélation d’ordre deux expérimentale (en bleu) et celle obtenue par la simulation du modèle itératif tenant compte de la bande passante de détection (en noir). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\alpha_C = 0,9$ ,  $\alpha_{SA} = -2,255 \times 10^{-2}$  et  $\alpha_{SNA} = 4,6 \times 10^{-2} \text{ km}^{-1}$ . On utilise la condition initiale 3.7 avec  $P_0 = 48 \text{ mW}$ . (a)  $z = 0 \text{ km}$ ; (b)  $z = 130 \text{ km}$ ; (c)  $z = 170 \text{ km}$ ; (d)  $z = 210 \text{ km}$ ; (e)  $z = 250 \text{ km}$ ; (f)  $z = 500 \text{ km}$ .

partie 3.3.2), la valeur de  $g_z^{(2)}(t = 0)$  obtenue par notre modèle itératif de l’anneau coïncide avec celle mesurée expérimentalement.

### 3.4 Résumé

Nous avons étudié expérimentalement et numériquement la dynamique et les propriétés statistiques de l'instabilité modulationnelle spontanée.

Expérimentalement (section 3.2), nous avons d'abord observé pour la première fois la dynamique spatio temporelle de l'instabilité modulationnelle spontanée dans les fibres optiques grâce à l'anneau de recirculation. Par ailleurs, nous avons mis en évidence expérimentalement les propriétés statistiques de ce scénario prédites dans des simulations numériques effectuées par Agafontsev et Zakharov dans la référence [107]. En particulier, l'évolution du kurtosis au cours de la propagation qui n'avait encore jamais été observée dans les fibres optiques. Et enfin, nous avons montré (numériquement et expérimentalement) que dans le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle, la fonction d'auto-corrélation du second ordre  $g^{(2)}$  est caractérisée par des oscillations relatives à l'apparition de structures cohérentes.

Numériquement (section 3.3), nous avons comparé nos résultats expérimentaux avec deux modèles décrivant le comportement de l'anneau de recirculation. Ces modèles sont en accord avec les résultats expérimentaux extraits de l'anneau de recirculation mais surtout ils nous ont permis de mettre en évidence le rôle des pertes localisées (à travers le modèle itératif) et de la bande passante de détection sur l'évolution dynamique et statistique d'une onde plane perturbée aléatoirement se propageant dans l'anneau de recirculation.

# Perspectives et limites de l'anneau de recirculation en tant que plateforme expérimentale décrivant la physique de l'équation NLS

Dans les chapitres précédents, nous avons montré que l'anneau de recirculation est un outil très performant pour explorer la physique de l'équation NLS. A l'aide d'observations spatio-temporelles, nous avons étudié en détail deux mécanismes de déstabilisation de l'onde plane. Dans ce chapitre, nous décrivons des perspectives expérimentales ouvertes par nos résultats. En particulier, nous présentons des résultats préliminaires extrêmement prometteurs sur plusieurs sujets fondamentaux pour la communauté NLS : l'observation d'un grand nombre de récurrences FPUT (section 4.1) et la dynamique spatio-temporelle d'ondes partiellement cohérentes (section 4.2). Enfin, nous discuterons des limites de l'anneau de recirculation et des questions ouvertes sur l'utilisation de ce dispositif qui décrit l'équation NLS (section 4.3).

## **4.1 Évolution dynamique d'une onde plane modulée périodiquement dans l'anneau de recirculation**

Dans cette section nous traitons le cas d'une onde plane, dont l'amplitude est faiblement modulée de manière sinusoïdale, se propageant dans l'anneau de recirculation. Dans la première partie nous décrivons l'enjeu de ce scénario en lien avec la problématique des récurrences FPUT. Dans la seconde partie, nous

présenterons la configuration de l'anneau de recirculation nécessaire à l'observation de ce scénario. Dans la troisième partie, nous présenterons les évolutions spatio-temporelles que nous avons observées expérimentalement grâce à l'anneau de recirculation.

### 4.1.1 Position du problème

Dans le début des années 1950, Fermi, Pasta, Ulam et Tsingou (FPUT) ont utilisé les premiers ordinateurs afin d'étudier les transferts d'énergie entre les modes de Fourier dans un système non linéaire discret [172]. Ce système, composé d'une chaîne de masses couplées par des ressorts non linéaires, est initialement excité dans le mode fondamental. Le but de leurs simulations était de voir apparaître, le long de l'évolution du système, la thermalisation de la chaîne i.e. l'équipartition de l'énergie entre les modes de Fourier de la chaîne d'oscillateur. Cependant, et de façon surprenante, ils ont observé que le système revenait à son état initial sans thermaliser. On appelle depuis récurrence FPUT la faculté de certains systèmes non linéaires à retourner à leur état initial lors de leur évolution.

Les récurrences FPUT sont la signature des propriétés d'intégrabilité de certains systèmes non linéaires. Elles ont notamment été prédites dans différents champs de la physique tels que les plasmas [173] et l'hydrodynamique [3, 9] mais également dans les fibres optiques où l'on observe le phénomène de récurrences FPUT lors de la propagation d'une onde plane modulée périodiquement soumise au processus d'instabilité modulationnelle [79, 7, 13, 174, 11, 12].

Dans l'équation NLS, l'évolution d'une onde plane modulée périodiquement soumise à l'instabilité modulationnelle a été étudiée théoriquement dans le cadre d'un modèle à 3 modes de Fourier (onde plane et deux harmoniques symétriques) négligeant les modes de Fourier d'ordres supérieurs [124, 125, 126]. Ce modèle prédit des récurrences. En outre, Akhmediev *et al* ont dérivé une solution périodique analytique exacte (le breather d'Akhmediev) qui permet de décrire l'évolution d'une onde plane modulée périodiquement ne présentant qu'une seule récurrence [127, 128, 78]. En effet, le breather d'Akhmediev est un cas particulier d'onde plane modulée périodiquement dans le sens où la période des récurrences est infinie (voir paragraphe 1.2.2.2).

Dans le cas général d'une modulation périodique de l'amplitude de l'onde plane, on observe typiquement une évolution spatio-temporelle telle que celle illustrée sur la figure 4.1. Sur la figure 4.1 (a) nous avons tracé l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane modulée par deux composantes spectrales (la condition initiale s'écrit :  $1 + \delta \cos(\omega t)$ ). Sur la figure 4.1 (b) l'évolution d'une onde



plane modulée par une seule composante spectrale (la condition initiale s'écrit :  $1 + \delta \exp(i\omega t)$ ). On constate que le système peut présenter plusieurs récurrences qui s'illustrent par la formation d'un train de breathers et un retour périodique à l'état initial. Dans le cas d'une onde plane modulée par deux composantes spectrales (figure 4.1 (a)), les trains de breathers successifs sont alignés mais selon la phase relative de l'onde plane et de la perturbation ils peuvent également être décalés d'une demi période (voir [12, 9]). Dans le cas d'une onde plane modulée par une seule composante spectrale (figure 4.1 (b)), les trains de breathers successifs ont une vitesse.

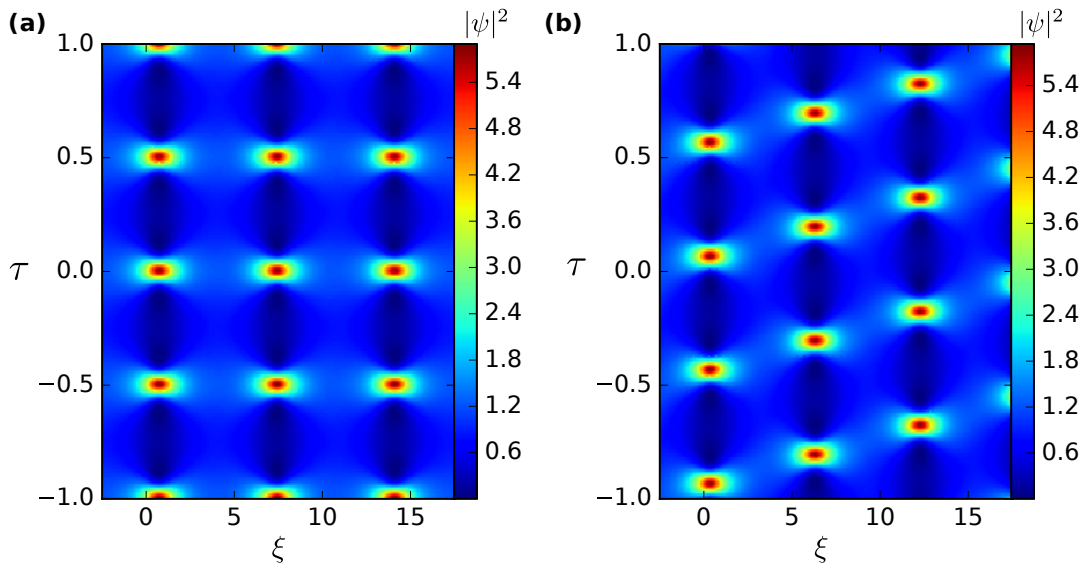


FIGURE 4.1 – Simulations numériques montrant l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane modulée périodiquement de l'équation (3.1). (a) Le champ initial est  $\psi = 1 + 0.1 \times \cos(\omega t)$  où  $\omega = 2\sqrt{0.5}$ . (b) Le champ initial est  $\psi = 1 + 0.1 \times \exp(i\omega t)$  où  $\omega = 2\sqrt{0.5}$ .

Ce sujet nourri beaucoup d'intérêt dans la communauté des fibres optiques [7, 129, 130, 13, 11, 12] mais n'a été observé pour la première fois qu'en 2002 [79] grâce à un dispositif expérimental ne permettant l'observation que d'une seule récurrence. Récemment, l'observation spatio-temporelle de 2 récurrences a été rapportée dans les références [129, 12], où dans la référence [129] un anneau de recirculation a été utilisé afin de mesurer l'évolution spatio temporelle de l'intensité et de la phase. Plus récemment encore (en 2020), l'observation de 4 récurrences a été rapportée dans la référence [11] à l'aide d'une plateforme expérimentale (en simple passage) capable de reconstruire l'évolution spatio temporelle de l'intensité et de la phase de l'onde à partir du signal de rétrodiffusion Rayleigh. Enfin, Wabnitz *et al* [175] ont montré par le biais de simulations numériques de l'équation NLS que les récurrences issues de l'évolution d'une onde plane modulée

périodiquement et initialement bruitée finissent par être fortement perturbées par le processus d'instabilité modulationnelle spontanée. Ce résultat, important, n'a à notre connaissance jamais été observé ni dans les fibres optiques ni dans un autre milieu décrit par l'équation NLS.

L'instabilité modulationnelle d'une onde plane modulée périodiquement est un sujet qui a été largement étudié [11, 8, 12, 78, 10, 9, 13, 79, 7]. La question est maintenant de savoir si il est possible d'en observer l'évolution spatio-temporelle dans nos expériences. Dans cette partie, nous cherchons donc à déterminer dans quelles mesures l'anneau de recirculation représente une plateforme expérimentale adéquate pour l'étude de ce scénario. Plus précisément, nous examinerons les questions suivantes :

- L'anneau de recirculation peut-il permettre la mise en évidence du phénomène de récurrences FPUT et si oui, combien de récurrences peut on observer ?
- Peut on observer et étudier l'influence du bruit sur l'apparition des récurrences ?

**Remarque :** Les résultats présentés dans cette section sont issus de travaux préliminaires.

## 4.1.2 Dispositif expérimental

Dans cette section nous décrivons la configuration de l'anneau de recirculation utilisée dans l'étude des récurrences FPUT. Plus particulièrement, la façon dont nous avons généré la condition initiale i.e. une onde plane modulée périodiquement.

### 4.1.2.1 Configuration de l'anneau de recirculation

L'anneau de recirculation que nous avons utilisé pour mesurer l'évolution dynamique de l'onde plane modulée par une faible modulation sinusoïdale fonctionne de la même que façon qu'au chapitre 3. Nous avons conservé l'analyseur de spectre optique et les générateurs permettant d'utiliser le mode séquence (voir D.2). La seule différence réside dans la génération de l'onde plane faiblement modulée. La configuration de l'anneau est présentée sur la figure 4.2.

**Condition initiale :** Le montage qui nous a permis de réaliser la condition initiale i.e. l'onde plane modulée périodiquement est constitué de deux diodes

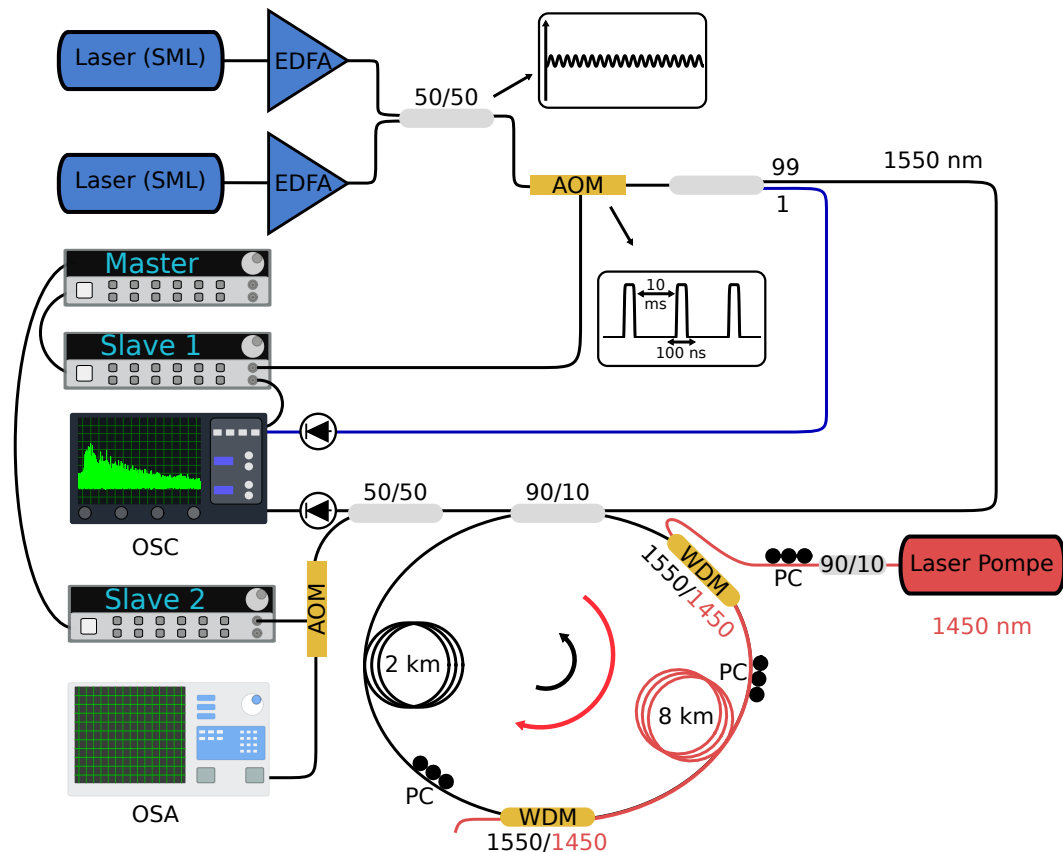


FIGURE 4.2 – Configuration de l'anneau de recirculation mis en place pour observer l'évolution d'une onde plane faiblement modulée. Le champ initial est émis par deux sources laser mono-fréquence (SML1 et SML2) amplifiée chacune par un EDFA. Un modulateur acousto-optique (AOM) nous permet d'injecter des impulsions de 200 ns à l'intérieur de l'anneau de recirculation de 10 km. Les pertes sont compensées par amplification Raman dans une section de 8 km de l'anneau. Le signal est observé à chaque tour par une photodiode ultra-rapide couplée à un oscilloscope (OSC) et par un analyseur de spectre optique (OSA). Pour plus de détail : voir 2.2.1 et 2.2.2

laser mono fréquence APEX-AP3350A (Laser SML1 et SML2). Le laser SML1 est centré à 1550 nm tandis que SML2 est décalé d'environ 10 GHz par rapport à SML1. Les deux lasers délivrent des puissances de l'ordre du mW et sont ensuite amplifiés séparément (à des puissances situées autour du Watt) par des amplificateurs à fibre dopée erbium (EDFA). Les deux faisceaux sont ensuite combinés à l'aide d'un coupleur 50/50, ce qui génère une onde plane modulée. La condition initiale ainsi générée est découpée par un modulateur acousto-optique (AOM) qui nous permet de générer des impulsions de 200 ns avec une période de 10 ms. Tout comme dans le chapitre 2 et 3, nous plaçons un coupleur 99/1 en amont du modulateur acousto-optique afin d'extraire une partie du signal et d'en déduire la puissance de la condition initiale (voir paragraphe 2.2.2.2).

**Anneau de recirculation** Les pertes de l'anneau de recirculation sont compensées de la même façon qu'aux chapitres 2 et 3, c'est-à-dire par amplification Raman. La longueur d'onde du faisceau de pompe, issue d'un laser Raman fibré (IPG - FIBERTECH), est centrée à 1450 nm. Le faisceau de pompe se propage dans le sens opposé au sens de circulation du signal. La longueur de la section non amplifiée vaut 2 km tandis que la section amplificatrice vaut 8 km. Ceci signifie que le temps de circulation du signal centré à 1550 nm dans la cavité vaut  $\sim 50 \mu\text{s}$ .

**Synchronisation et Spectre optique :** Tout comme dans le chapitre 3, l'enregistrement du spectre optique est obtenu à l'aide d'un analyseur de spectre optique (OSA) et les générateurs permettent d'utiliser le mode séquence de l'oscilloscope. Les détails relatifs à la synchronisations des différents éléments sont donnés dans la partie 3.2.1.

**Reconstitution du diagramme spatio-temporel :** Pour reconstituer le diagramme spatio temporel (figure 4.4 et 4.6) nous avons utilisé la fonction de corrélation croisée (comme dans le chapitre 3 ; voir annexe D.2.2). Cependant ce traitement est moins efficace que dans le chapitre 3. En effet, durant la propagation d'une onde plane modulée périodiquement le système retourne à l'état initial (i.e. une onde plane) ce qui peut avoir pour conséquence de décaler temporellement les récurrences successives lorsqu'on reconstitue le diagramme spatio-temporel à partir de la fonction de corrélation croisée. C'est pourquoi, nous avons ajouté un marqueur sur la condition initiale afin de s'assurer que la reconstitution du diagramme spatio-temporel s'effectue correctement (voir annexe D.2.3).

#### 4.1.2.2 Condition initiale : l'onde plane modulée périodiquement

L'onde plane modulée périodiquement est réalisée à l'aide du battement entre deux lasers décalés en fréquence (voir figure 4.3). Le premier centré à 1550 nm génère l'onde plane, le second décalé d'environ 10 GHz génère la modulation périodique. La puissance moyenne de l'onde plane modulée périodiquement est de l'ordre de  $P_0 \sim 40 \text{ mW}$ .

On peut voir sur la figure (voir figure 4.3 (b)) le spectre optique de la condition initiale généré expérimentalement. Malgré une mauvaise résolution spectrale, on distingue le spectre de l'onde plane centré en 0 et celui de la modulation est à 8 GHz (voir la ligne noire) 20 dB en dessous de l'onde plane. Effectivement le spectre des ondes émises par les lasers mono fréquence est bien plus étroit (quelques centaines de kilohertz) que la résolution de l'analyseur de spectre optique (2.5

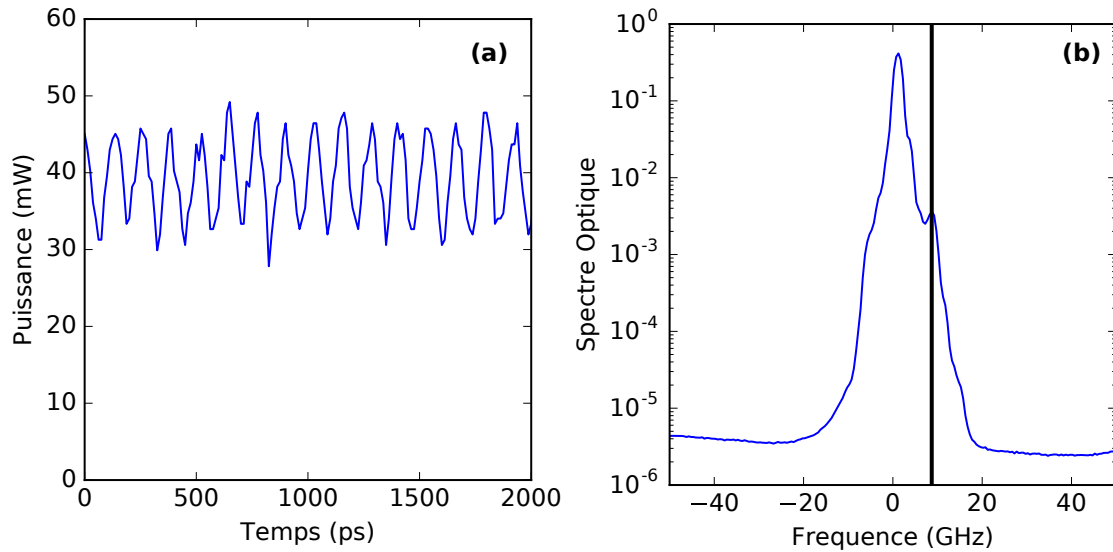


FIGURE 4.3 – Présentation de la condition initiale i.e. l'onde plane modulée périodiquement introduite dans l'anneau de recirculation. (a) Puissance du signal en fonction du temps. (b) Spectre optique du signal enregistré par l'analyseur de spectre optique, centré à 1550 nm.

GHz.)

La différence de fréquence entre l'onde plane et la perturbation (8 GHz) est choisie de façon à ce que la fréquence de la perturbation soit comprise dans le spectre de gain de l'instabilité modulationnelle. D'après la formule (1.13) (voir partie 1.2.4.1), pour  $P_0 = 40$  mW,  $\beta_2 = 22$  ps<sup>2</sup> km<sup>-1</sup> et  $\gamma = 1,3$  W<sup>-1</sup> km<sup>-1</sup>, la bande de gain associée au processus d'instabilité modulationnelle est comprise entre 0 et  $\sim 15$  GHz, le gain étant maximum à la fréquence 11 GHz.

### 4.1.3 Observations expérimentales dans l'anneau de recirculation

#### 4.1.3.1 Modulation périodique

La stratégie utilisée pour capturer la dynamique reste la même que dans le chapitre 2 et 3. La puissance moyenne de l'onde plane modulée périodiquement, circulant dans la cavité, vaut initialement  $P_0 \sim 40$  mW, la condition initiale est présentée sur la figure 4.3. Le signal parcourt de longues distances de propagation grâce à la compensation des pertes  $z \sim 600$  km. Les pertes effectives valent environ  $\alpha_{eff} \sim 3.3 \times 10^{-3}$  km<sup>-1</sup>. Les durées caractéristiques des breathers qui apparaissent sont de l'ordre de la dizaine de picosecondes ce qui les rend observables à la photodiode rapide (Picometrix D-8IR) couplée à un oscilloscope rapide (LeCroy LabMaster 10-65Zi).

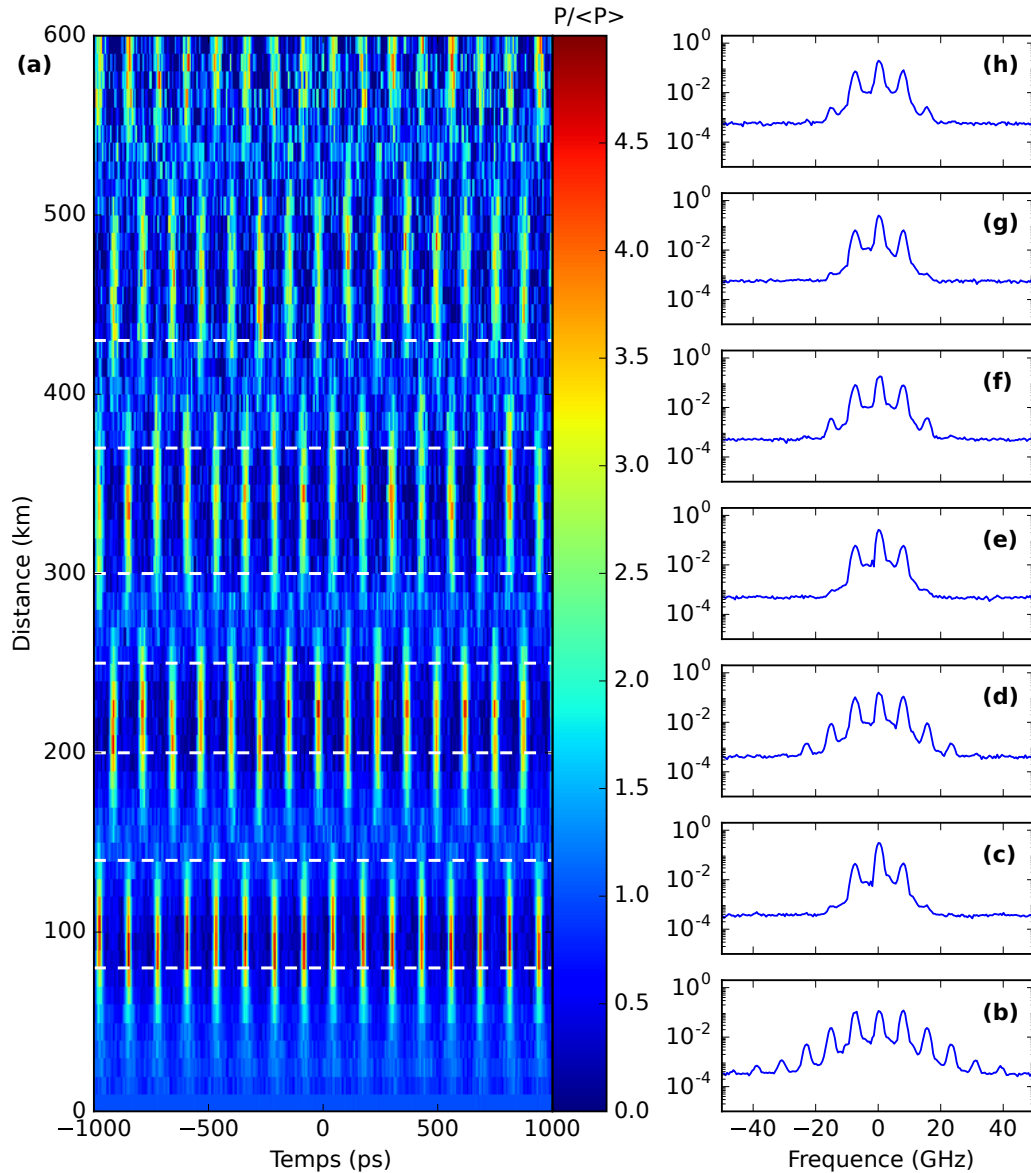


FIGURE 4.4 – (a) Évolution spatio-temporelle expérimentale d'une onde plane modulée périodiquement soumise au processus d'instabilité modulationnelle. (b,d,d,e,f,g,h) : le spectre optique après respectivement  $z = 80, 140, 200, 250, 300, 370$  et  $430$  km de propagations.

Nous présentons sur la figure 4.4, l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane modulée périodiquement soumise à l'instabilité modulationnelle (voir condition initiale 4.1.2.2). Nous avons sélectionné une portion de 2 ns au centre de l'impulsion de 200 ns qui se propage dans l'anneau de recirculation pour montrer la dynamique spatio-temporelle sur une distance de 600 kilomètres.

Au début de la propagation, entre 0 et 100 kilomètres, la puissance des perturbations (périodiques) croît jusqu'à former, à 100 kilomètres, un train de breathers. À cette distance, on observe un étalement du spectre optique et l'apparition de

composantes spectrales de fréquence harmonique de la fréquence de modulation (voir figure 4.4 (b)). Entre 100 et 150 kilomètres la puissance du train de breathers diminue, de sorte qu'à  $\sim 150$  km, le système retrouve, dans l'espace physique, son état initial. De même, on observe dans le spectre optique que les composantes spectrales de la modulation et de l'onde plane (voir figure 4.4 (c)). Entre 0 et 150 kilomètres, le système est revenu à son état initial : on observe donc une récurrence (en lien avec le problème FPUT ; voir partie 4.1.2.1). De 150 à  $\sim 270$  km, de  $\sim 270$  à 400 km et de 400 à 520 km on voit apparaître respectivement une deuxième, troisième et quatrième récurrences. Après 500 km, on peut soupçonner la présence d'une cinquième récurrence mais le rapport signal sur bruit se dégradant, il nous est impossible de l'affirmer.

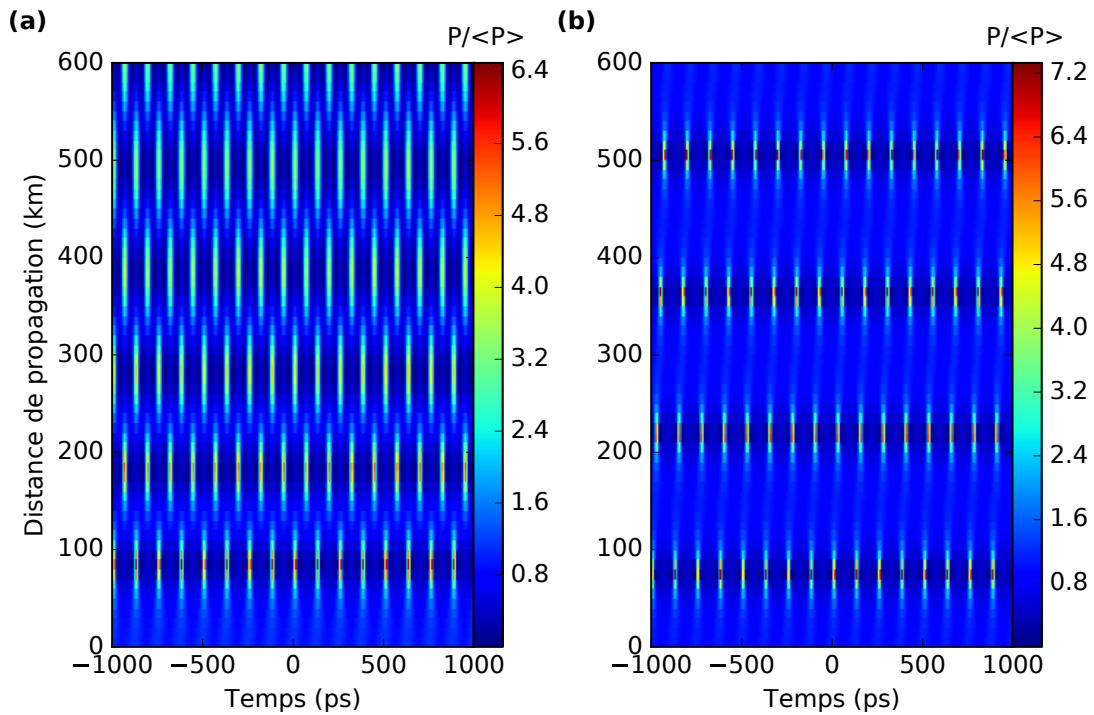


FIGURE 4.5 – Simulation numérique montrant l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane faiblement modulée décrit par l'équation NLS avec dissipation (à gauche) et sans dissipation (à droite). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivant :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  et  $\alpha_{eff} = 3,3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . Le champ initial est  $A = \sqrt{P_0} + \sqrt{P_m} \exp(i2\pi\nu t)$  avec  $P_0 = 39 \text{ mW}$ ,  $P_m = 0.15 \text{ mW}$  et  $\nu = 8 \text{ GHz}$ .

On a tracé sur la figure 4.5 l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane faiblement modulée décrit par l'équation NLS avec dissipation (figure 4.5 (a)) et sans dissipation (figure 4.5 (b)). La condition initiale et les paramètres des simulations ont été choisis de façon à être conforme à l'expérience. D'abord on constate que l'évolution spatio-temporelle issue de l'équation NLS dissipative

(figure 4.5 (a)) concorde bien avec les résultats expérimentaux observés (figure 4.4).

Ensuite, dans le cas de la simulation dissipative on retrouve le même motif de l'expérience où les trains de breathers sont décalés les uns par rapport aux autres d'une demi-période. Ce n'est pas le cas de la simulation sans dissipation (figure 4.5 (b)) où ici les trains de breathers ont une vitesse (comme dans l'introduction; figure 4.1 (b)). En outre les pertes ont également tendance à diminuer la période entre les récurrences (5 récurrences dans la simulation dissipative contre 4 dans la simulation non dissipative). On peut trouver plus de détail quant à l'impact des pertes sur l'évolution d'une onde plane modulée périodiquement décrite par l'équation NLS dans la référence [9].

Comme nous l'avons dit précédemment, le nombre de récurrences observées dans cette expérience est limité par le rapport signal sur bruit. Augmenter la puissance de pompe (donc diminuer les pertes  $\alpha_{eff}$ ) nous permettra d'améliorer le rapport signal sur bruit et donc d'observer plus de récurrences mais cela aura également pour conséquence de favoriser le processus d'amplification du bruit par instabilité modulationnelle. Nous présentons cette situation dans la partie suivante.

#### 4.1.3.2 Compétition entre le réseau de breather et l'instabilité modulationnelle spontanée

Nous présentons sur la figure 4.6, l'évolution spatio-temporelle d'une onde plane modulée périodiquement soumise à l'instabilité modulationnelle en interaction avec le bruit amplifié par le processus d'instabilité modulationnelle. La condition initiale est proche de celle présentée dans la partie 4.1.2.2. La puissance du laser de pompe a été augmentée afin que les pertes effectives valent environ  $\alpha_{eff} \sim 2 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ . Nous avons sélectionné une portion de 2 ns au centre de l'impulsion de 200 ns qui se propage dans l'anneau de recirculation pour montrer la dynamique spatio-temporelle sur une distance de 900 kilomètres au lieu de 600 km précédemment.

Sur la figure 4.4, les pertes effectives étaient suffisamment élevées pour ne pas faire apparaître le processus d'instabilité modulationnelle spontanée interagissant avec les breathers. Dans le cas de la figure 4.6, les pertes ont été diminuées de sorte que maintenant les structures générées par l'amplification du bruit (i.e. l'instabilité modulationnelle spontanée) perturbent les breathers générés par l'onde plane faiblement modulée.

Entre 0 et 250 kilomètres, on observe les deux premières récurrences composées



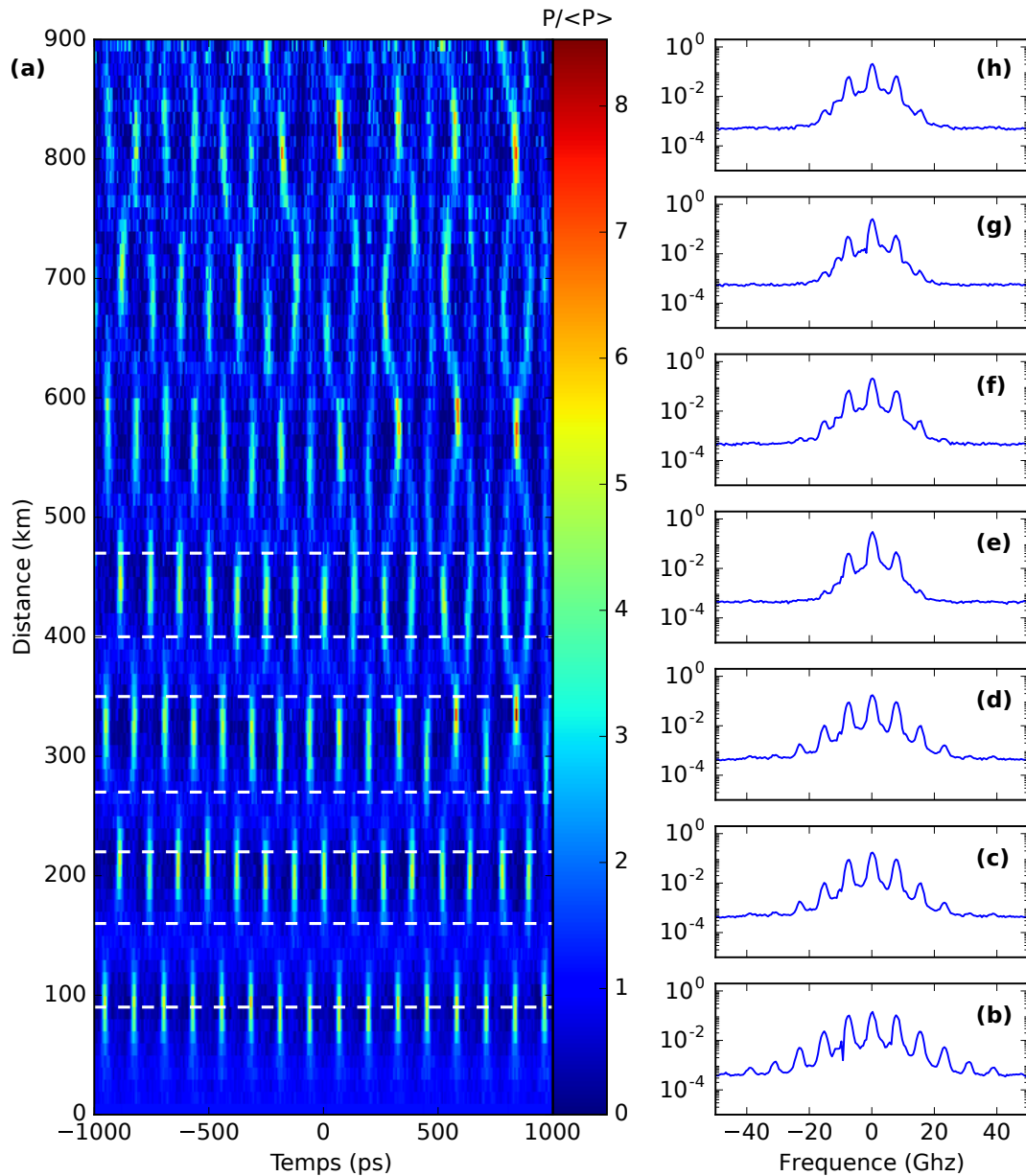


FIGURE 4.6 – (a) Évolution spatio-temporelle expérimentale d'une onde plane modulée périodiquement soumise au processus d'instabilité modulationnelle en interaction avec l'instabilité modulationnelle spontanée. (b,d,d,e,f,g,h) : le spectre optique en fonction de la puissance en fonction du temps après respectivement  $z = 90, 160, 220, 270, 350, 400$  et  $470$  km de propagations.

d'un train de breathers à respectivement  $100$  et  $\sim 200$  km et du retour à l'état initial à  $\sim 150$  km et  $\sim 250$  km. Pour la troisième récurrence qui se situe entre  $\sim 250$  et  $\sim 400$  km, on constate que les breathers situés entre  $500$  et  $1000$  ps commencent à être perturbés par le bruit amplifié par l'instabilité modulationnelle. De même qu'après  $500$  kilomètres on observe l'instabilité modulationnelle spontanée qui se propage entre  $0$  et  $1000$  ps. En somme, on peut distinguer sept récurrences sur

la totalité de la propagation, néanmoins celles-ci sont dégradées par le processus d'instabilité modulationnelle spontanée.

C'est à notre connaissance la première observation dans les fibres optiques où le processus d'amplification du bruit interagit avec un réseau périodique de breathers. Cette interaction est telle que l'évolution des breathers est modulée par le processus d'amplification du bruit. Ces résultats sont encore préliminaires et il est nécessaire d'étudier plus en détail ce scénario, mais tout porte à croire que l'anneau de recirculation est une plateforme adéquate pour étudier le comportement perturbatif du bruit sur le scénario des récurrences FPUT.

#### 4.1.4 Conclusion

Jusqu'à aujourd'hui, le nombre maximum de récurrence observé dans les fibres optiques est de quatre [11]. Avec l'anneau de recirculation, nous avons été capable d'observer 4 récurrences non perturbées par le bruit et jusqu'à 7 récurrences perturbées par le bruit. Néanmoins à la différence du dispositif expérimental présenté dans [11], nous ne sommes pas capables de mesurer la phase et donc de suivre l'évolution du système dans l'espace des phases. L'une perspectives d'amélioration technique à apporter à l'anneau de recirculation serait d'y implémenter une mesure de la phase du champ optique.

En outre, augmenter la puissance du laser de pompe à 1450 nm a eu pour conséquence de générer des structures liées au processus d'instabilité modulationnelle spontanée qui nous empêche d'observer nettement plus de récurrences (i.e. non perturbées par le bruit). Pour repousser cette limite, on pourrait notamment envisager de diminuer le bruit de la condition initiale en utilisant par exemple une source lumineuse moins bruitée. Parallèlement, nos résultats montre que l'anneau de recirculation est une plateforme expérimentale adéquate pour étudier l'interaction entre les breathers et le bruit amplifié par l'instabilité modulationnelle.

Nous espérons que ces résultats préliminaires, inciteront à utiliser et à perfectionner l'anneau de recirculation en vu d'approfondir ces résultats.

## 4.2 Ondes partiellement cohérentes

### 4.2.1 Position du problème

Jusqu'à maintenant nous nous sommes intéressés au processus d'instabilité modulationnelle dans l'anneau de recirculation. En particulier nous avons étudié la propagation non linéaire d'une onde plane perturbée aléatoirement dans le chapitre 3. Nous allons dans cette partie discuter d'une autre condition initiale aléatoire : les ondes partiellement cohérentes. Une onde partiellement cohérente est une onde de largeur spectrale finie présentant un spectre composé d'une superposition linéaire de modes de Fourier statistiquement indépendants [114, 115] (voir paragraphe 1.2.5.2). Par exemple, une onde partiellement cohérente peut être générée à partir d'une superposition linéaire de modes de Fourier ayant des phases (et éventuellement des amplitudes) aléatoires [103].

L'étude statistique des ondes partiellement cohérentes dans un système intégrable décrit par l'équation NLS entre dans le cadre de la turbulence intégrable introduite par Vladimir Zakharov [22] (voir partie 1.2.5). À ce jour, des travaux ont montré que l'on pouvait décrire théoriquement l'évolution du kurtosis et de la densité de probabilité au début de la propagation ([106]) et en régime faiblement non linéaire ([104]) mais aucune théorie ne permet de décrire totalement l'évolution des propriétés statistiques d'une onde partiellement cohérente dans un système gouverné par l'équation NLS. Il s'agit donc d'un problème ouvert.

Des expériences dans les fibres optiques [112, 116, 111, 131] et en hydrodynamique [176, 117, 6, 177] ont permis de montrer que lorsque les ondes partiellement cohérentes sont utilisées comme condition initiale, la fonction de densité de probabilité de l'intensité du système dévie vers une distribution à queue lourde où le nombre d'événements extrêmes est supérieur à celui prévu par une distribution exponentielle (voir aussi paragraphe 1.2.5.2). D'un point de vue dynamique, Tikan a montré dans [168] que la statistique à queue lourde (en régime fortement non linéaire) s'explique par l'apparition locale de solitons de Peregrine générés par un mécanisme de régularisation décrit par Bertola et Tobvis dans [178]. En outre, des études numériques et expérimentales montrent que des solitons de Peregrine émergent localement lors de la propagation d'ondes partiellement cohérentes [111, 131].

Cependant, les expériences dédiées aux ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques sont généralement réalisées en simple passage [111, 131, 136, 112, 116] de sorte qu'il n'existe à ce jour aucune observation de l'évolution spatio-temporelle des ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques. Par

ailleurs, l'évolution du kurtosis, moment d'ordre 4 du champ, d'une onde partiellement cohérente dans l'équation NLS a été reportée dans différentes études [168, 167, 117] néanmoins celle-ci n'a encore jamais pu être confrontée à l'expérience dans les fibres optiques.

Les travaux qui suivent sont **des résultats préliminaires** de l'étude des ondes partiellement cohérentes dans l'anneau de recirculation. Nous verrons notamment si il est possible :

- D'enregistrer l'évolution spatio-temporelle d'une onde partiellement cohérente se propageant dans l'anneau de recirculation.
- De calculer l'évolution du kurtosis à partir des données extraites de l'anneau de recirculation.

## 4.2.2 Observation de la dynamique spatio-temporelle

Nous commençons par décrire la configuration de l'anneau de recirculation utilisée pour enregistrer les propriétés dynamiques et statistiques d'une onde partiellement cohérente dans l'anneau de recirculation. Ensuite nous présenterons les diagrammes spatio temporels ainsi obtenus à forte et faible intensités.

### 4.2.2.1 Configuration de l'anneau de recirculation

L'anneau de recirculation que nous avons utilisé pour mesurer l'évolution des propriétés statistiques et dynamiques d'une onde partiellement cohérentes fonctionne majoritairement comme au chapitre 3. Cette fois, le signal est mesuré à l'aide d'un coupleur 99/1 situé à l'intérieur de l'anneau, le signal étant extrait dans la branche 1% du coupleur. Nous avons conservé les générateurs permettant d'utiliser le mode séquence (voir D.2) et déplacé l'analyseur de spectre optique (OSA) afin de ne mesurer que le spectre de la condition initiale. La configuration de l'anneau est présentée sur la figure 4.7.

**Condition initiale :** Le montage qui nous a permis de réaliser la condition initiale (i.e. l'onde partiellement cohérente) est constitué d'une source à émission spontanée amplifiée (ASE), filtré par un filtre optique YENISTA (FILTRE). Le filtre optique va nous permettre d'ajuster la largeur spectrale de l'onde partiellement cohérente. La largeur spectrale d'une onde partiellement cohérente étant inversement proportionnelle à la durée moyenne des fluctuations du champ lumineux dans l'espace réel, on réglera le filtre de façon à ce que le spectre optique de la condition initiale soit large d'environ 10 GHz à mi-hauteur (voir figure 4.7 (b)).

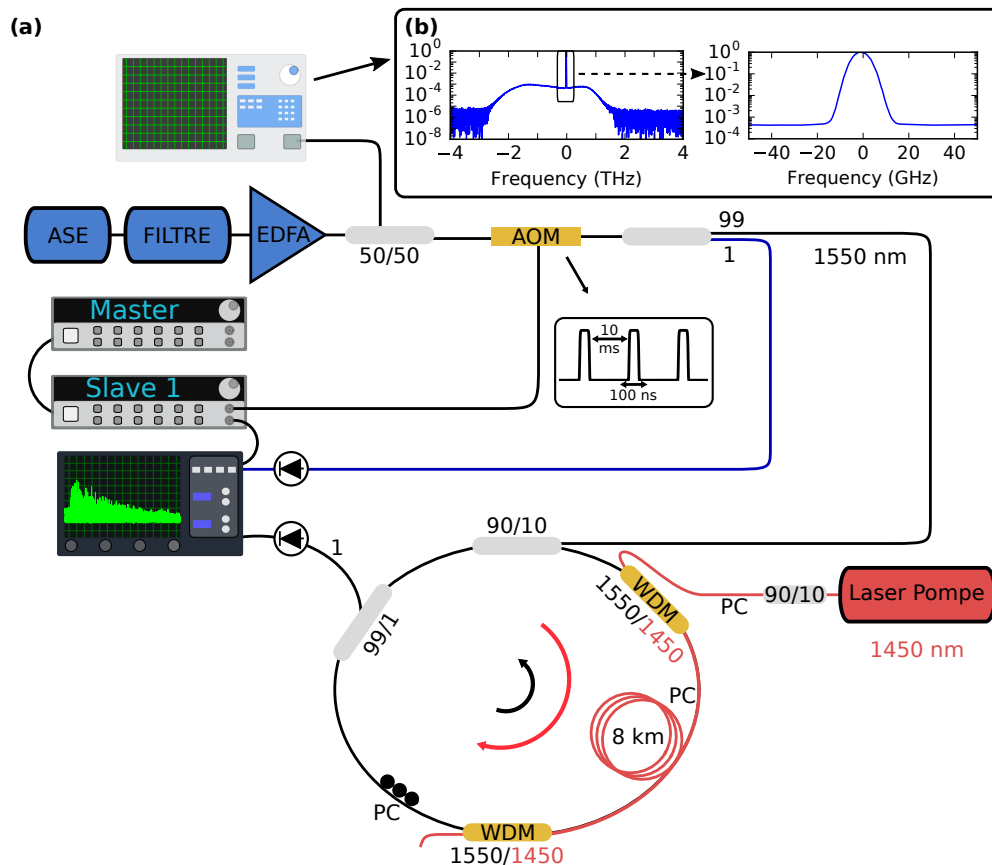


FIGURE 4.7 – Configuration de l’anneau de recirculation mis en place pour observer l’évolution non linéaire d’une onde partiellement cohérente. Le champ initial est émis une source à émission spontanée amplifiée (ASE), filtrée par un filtre optique (FILTRE) et amplifiée un EDFA. Un modulateur acousto-optique (AOM) nous permet d’injecter des impulsions de 200 ns à l’intérieur de l’anneau de recirculation long de 8 km. Les pertes sont compensées par amplification Raman dans l’anneau. Le signal est observé à chaque tour par une photodiode ultra-rapide (couplée à un oscilloscope) et par un analyseur de spectre optique (OSA). Pour plus de détail : voir 2.2.1 et 2.2.2

Ainsi la durée caractéristique des fluctuations de l’onde partiellement cohérentes est de l’ordre de 100 ps. L’onde partiellement cohérente est ensuite amplifiée par un amplificateur à fibre dopée erbium (EDFA). En amont, le faisceau est découpé par un modulateur acousto-optique (AOM) qui nous permet de laisser passer une partie du signal d’une durée de 200 ns avec une période de 10 ms. Tout comme dans le chapitre 2 et 3, nous plaçons un coupleur 99/1 en amont du modulateur acousto-optique afin d’extraire une partie du signal et d’en déduire la puissance de la condition initiale (voir paragraphe 2.2.2.2)

**Anneau de recirculation :** Les pertes de l’anneau de recirculation sont compensées de la même façon qu’aux chapitres 2 et 3, c’est-à-dire par amplification

Raman. Le faisceau de pompe émis par un laser Raman fibré (IPG - FIBERTECH), est centré à 1450 nm et se propage dans le sens opposé au sens de circulation du signal. Ici, nous avons retiré la section non amplifiée tandis que la longueur de la section amplificatrice est toujours de 8 km. La longueur totale de l'anneau de recirculation vaut donc 8 kilomètres ce qui implique que le temps de circulation du signal dans l'anneau vaut maintenant  $\sim 40 \mu\text{s}$ .

**Reconstitution du diagramme spatio-temporel :** Pour pouvoir reconstituer le diagramme spatio-temporel lorsque nous utilisons le mode séquence de l'oscilloscope, nous utilisons une fonction de corrélation croisée (exactement comme au chapitre 3). La reconstitution du diagramme spatio-temporel est expliquée plus en détail dans l'annexe D.2.2.

#### 4.2.2.2 Premières observations

La stratégie utilisée pour capturer la dynamique reste la même que dans les chapitres 2 et 3. La puissance moyenne de l'onde partiellement cohérente, circulant dans la cavité est de l'ordre de la dizaine de mW. Nous envisagerons 2 situations : l'une dans laquelle la puissance moyenne vaut environ 75 mW et l'autre pour laquelle la puissance moyenne vaut 25 mW. Les distances de propagation seront de quelques centaines de kilomètres.

Nous présentons sur la figure 4.8, l'évolution spatio-temporelle d'une onde partiellement cohérente dans l'anneau de recirculation. La puissance moyenne  $\langle P \rangle$  du signal, à l'entrée de l'anneau, vaut 75 mW. Nous avons sélectionné une portion de 2 ns au centre de l'impulsion qui se propage dans l'anneau de recirculation pour montrer la dynamique spatio-temporelle sur une distance de 400 kilomètres.

Au début de la propagation i.e. à  $z = 0$  kilomètre, la puissance de l'onde partiellement cohérente est aléatoirement modulée. La durée moyenne des fluctuations d'intensité est de l'ordre de la centaine de picosecondes (voir figure 4.8 (b)) conformément à la largeur spectrale de la condition initiale qui vaut 10 GHz. Le diagramme spatio-temporel montre que durant la propagation des structures intenses émergent, en particulier à  $\sim 16$  kilomètres (voir figure 4.8 (a)). Ces structures semblent issues des fluctuations les plus intenses de la condition initiale à  $z = 0$  km. En particulier, on en distingue trois : à  $t \sim 1750$  ps,  $t \sim 1000$  ps et  $t \sim 250$  ps. En outre, on remarque que les structures émergentes ont une vitesse non nulle dans le plan  $(z,t)$ .

Comme nous l'avons mentionné dans la partie 4.2.1, plusieurs résultats nous

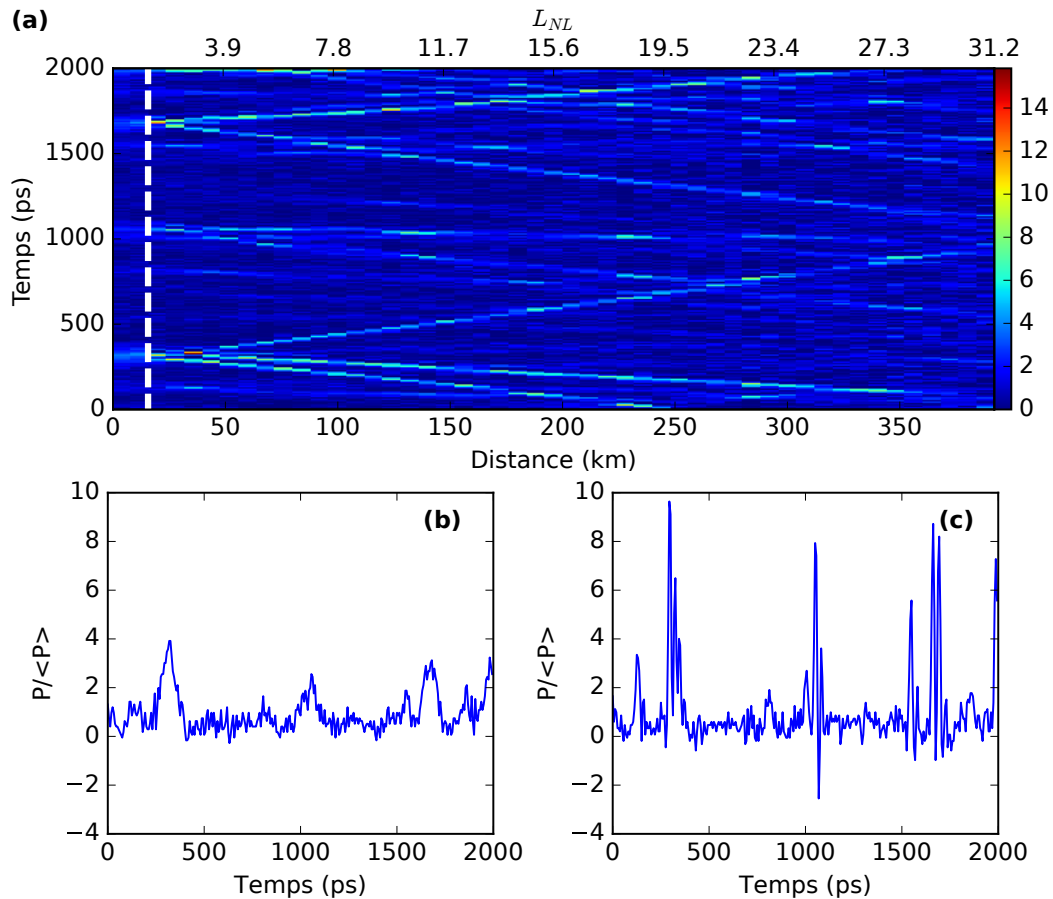


FIGURE 4.8 – (a) Évolution spatio-temporelle expérimentale d’une onde plane partiellement cohérente ayant une puissance moyenne initiale de  $\sim 75$  mW, l’échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P/\langle P \rangle$ . (b,c) : intensité en fonction du temps à respectivement  $z = 0$  km et  $z = 16$  km.

permettent de soupçonner l’émergence locale du soliton de Peregrine au cours de la propagation de l’onde partiellement cohérente. Cependant, la résolution de notre système de détection ne nous permet pas d’identifier avec une résolution suffisante les structures qui émergent durant la propagation. En témoigne la figure 4.8 (c) où l’on constate que l’intensité décroît au dessous de zéro à cause de la forme de la réponse impulsionnelle de la photodiode ce qui signifie que la bande passante de notre système de détection est trop faible.

De même, on peut observer sur la figure 4.9, l’évolution spatio-temporelle d’une onde partiellement cohérente mais cette fois la puissance moyenne initiale est un peu plus faible :  $\sim 25$  mW. Comme la figure précédente, le diagramme spatio-temporel montre qu’au cours de la propagation des structures intenses émergent (voir figure 4.9 (a)). En particulier, on en distingue trois : à  $t \sim 500$  ps,  $t \sim 1400$  ps et  $t \sim 1700$  ps. Cependant, cette-fois la vitesse des structures est plus faible, ce qui est simplement dû au fait que le signal parcourt moins de

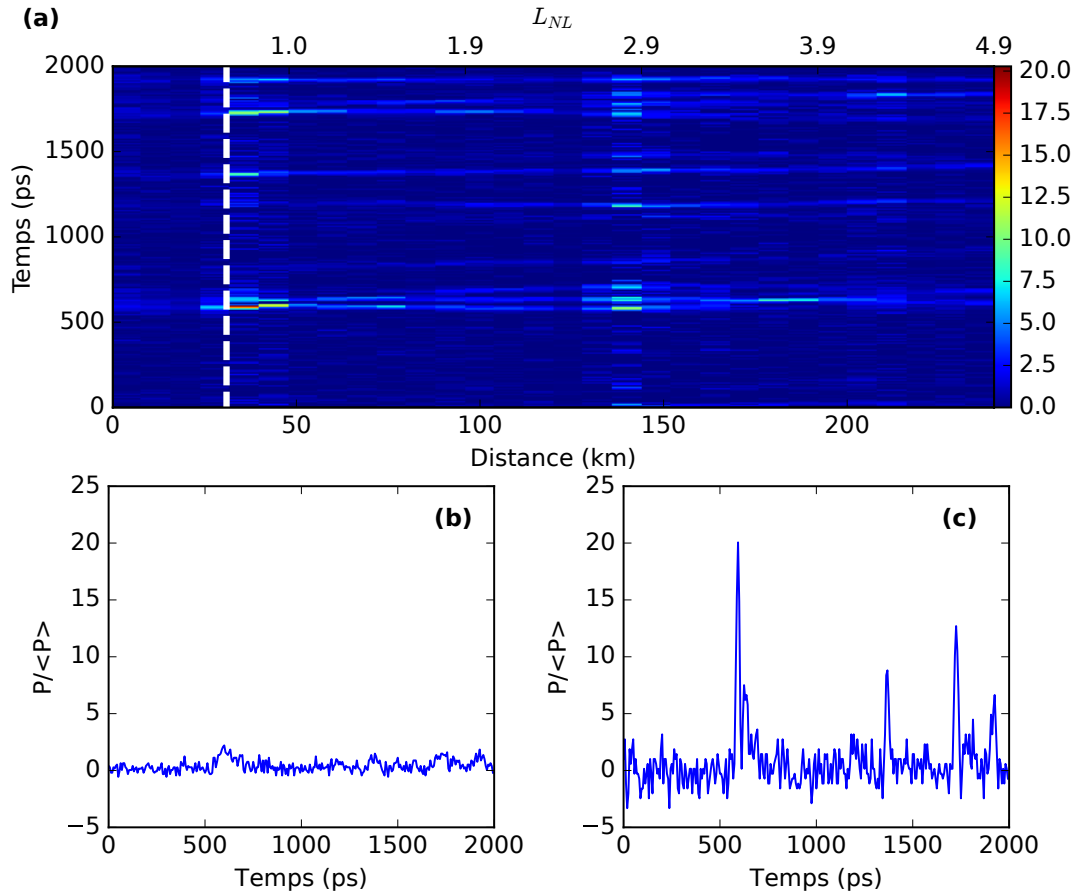


FIGURE 4.9 – (a) Évolution spatio-temporelle expérimentale d’une onde plane partiellement cohérente où la puissance moyenne initiale vaut  $\sim 25$  mW, l’échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P/\langle P \rangle$ . (b,c) : intensité en fonction du temps à respectivement  $z = 0$  km et  $z = 32$  km de propagation.

longueurs non linéaires  $L_{NL}$ ;  $30 L_{NL}$  pour la figure 4.8 contre 5 pour la figure 4.9 (où  $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P}$ ). En outre on remarque, comme dans le cas à plus forte intensité, que nous ne sommes pas capables de résoudre les structures émergentes. En l’état notre plateforme expérimentale n’est donc pas capable de comparer les structures émergentes avec des solutions locales de l’équation NLS.

Nous pouvons affirmer à l’issue de ces résultats que l’anneau de recirculation permet d’enregistrer dans les fibres optiques l’évolution d’une onde partiellement cohérente dont la dynamique est régie par l’équation NLS. Le motif du diagramme spatio-temporel observé est en accord avec les simulations numériques présentées dans les références [168, 60]. Cependant dans l’état actuel des choses, l’anneau de recirculation ne permet pas de comparer les structures émergentes pendant la propagation avec des solutions de l’équation NLS comme cela a pu être fait avec des microscopes temporels [111, 131]. Avoir un système de détection capable de



mesurer correctement la phase et l'intensité des structures couplées à l'anneau de recirculation serait donc un atout considérable pour étudier les propriétés dynamiques des ondes partiellement cohérentes.

### 4.2.3 Propriétés statistiques des ondes partiellement cohérentes dans l'anneau de recirculation

Dans cette section, nous examinons l'évolution des propriétés statistiques de l'onde partiellement cohérente dans l'anneau de recirculation. Nous commencerons par présenter l'évolution de la fonction de densité de probabilité, déjà observée numériquement et expérimentalement dans [60, 111, 112]. Ensuite nous présenterons l'évolution du kurtosis en fonction de la longueur de propagation. La fonction de densité de probabilité et le kurtosis seront calculés en moyennant les données expérimentales sur le temps (car on considère que le processus est statistiquement indépendant du temps) et sur un ensemble de 29 échantillons ayant le même spectre optique et la même puissance moyenne  $\sim 25$  mW à l'état initial.

#### 4.2.3.1 La fonction de densité de probabilité

Comme nous l'avons rappelé au début de cette section (partie 4.2.1), la fonction de densité de probabilité de l'intensité d'une onde partiellement cohérente, régie par l'équation NLS, dévie de la distribution exponentielle vers une distribution à queue lourde au cours de la propagation. Dans un premier temps, nous vérifions que nous sommes bien capables de retrouver ce résultat à partir des données extraites de l'anneau de recirculation. Ici, nous présentons donc la fonction de densité de probabilité de l'onde partiellement cohérente calculée par une analyse statistique de nos données expérimentales, à différentes distances de propagation.

À l'état initial ( $z = 0$ ), on observe que la fonction de densité de probabilité de l'intensité de l'onde partiellement cohérente est proche d'une distribution exponentielle (figure 4.10, courbe bleu) conformément à ce qui a été décrit dans le paragraphe 1.2.5.2. Néanmoins on peut constater que la fonction de densité de probabilité est légèrement inférieure à la distribution exponentielle, ce qui peut être attribuée à la bande passante limitée du système de détection (comme dans le chapitre 3, section 3.3.2).

La fonction de densité de probabilité à  $z = 8, 16, 48$  et  $304$  kilomètres est représentée respectivement par la courbe verte, rouge, cyan et violet. On constate qu'elle dévie bien de la distribution exponentielle vers une distribution à queue

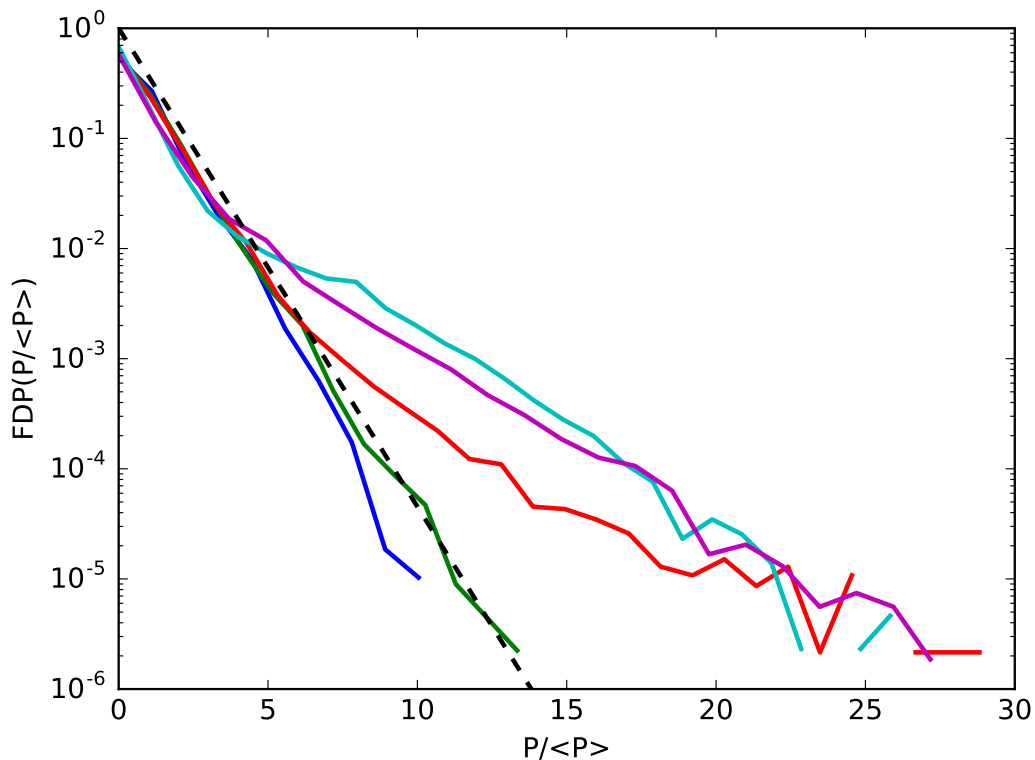


FIGURE 4.10 – Fonction de densité de probabilité de l'intensité normalisée par l'intensité moyenne pour une onde partiellement cohérente mesurée à la sortie de l'anneau de recirculation à différents tours (en ligne solide) et distribution exponentielle (en ligne pointillée). (bleu)  $z = 0$  km ; (vert)  $z = 8$  km ; (rouge)  $z = 16$  km ; (cyan)  $z = 48$  km ; (violet)  $z = 304$  km.

lourde au cours de la propagation. Bien que les résultats expérimentaux sont en accord qualitatifs avec les travaux déjà menés sur la fonction de densité de probabilité des ondes partiellement cohérentes [60, 111, 112], le travail présenté ici reste préliminaire et il nous faut encore comparer ces résultats avec des simulations numériques.

#### 4.2.3.2 Mesure du kurtosis

L'évolution de la fonction de densité de probabilité durant la propagation peut être décrite par un indicateur statistique : le kurtosis  $k_4$ . Celui-ci représente le moment d'ordre 4 de l'amplitude du champ et également le moment d'ordre 2 de l'intensité (voir 3.1.2.3). Lorsque la fonction de densité de probabilité de l'intensité suit une distribution exponentielle le kurtosis vaut 2.

La figure 4.11 montre le moment d'ordre deux de la puissance en fonction de la distance de propagation, calculé à partir des données expérimentales. À l'état initial,  $z = 0$  km,  $\kappa_4 \sim 2$  conformément à ce qui vient d'être dit ci-dessus. La courbe

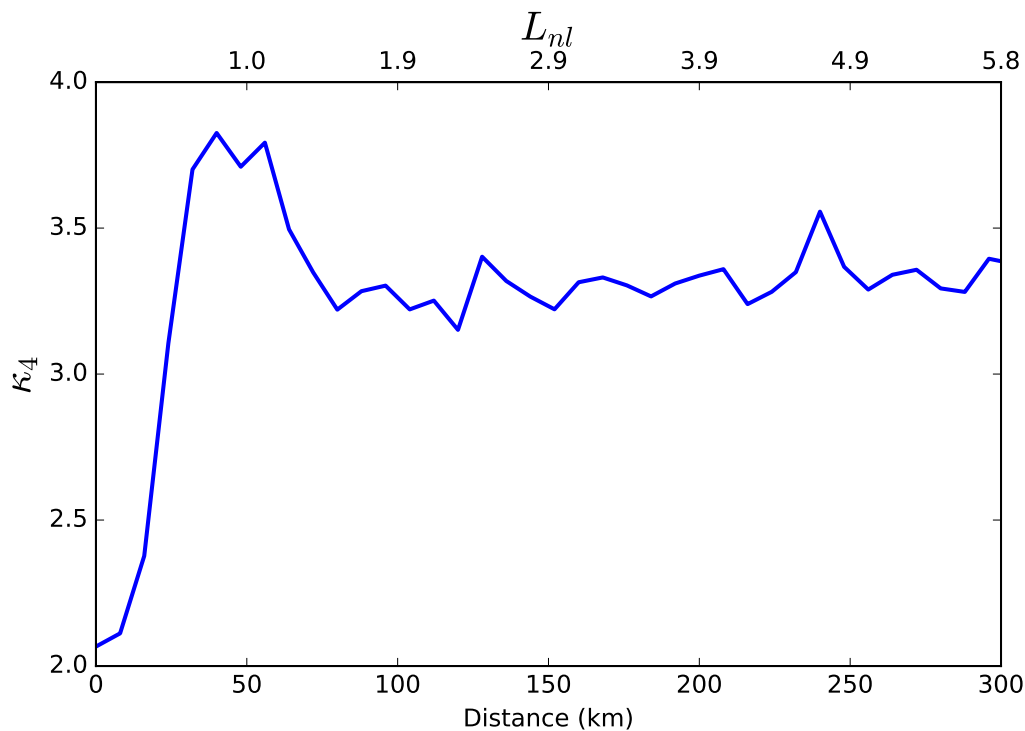


FIGURE 4.11 – Moment d’ordre deux de l’intensité normalisée par l’intensité moyenne d’une onde partiellement cohérente mesurée à la sortie de l’anneau de recirculation en fonction de la longueur de propagation.

du kurtosis croit jusqu’à atteindre un maximum à environ 50 km pour une valeur de  $\kappa_4 \sim 3,8$ . Ensuite, le kurtosis diminue et converge vers  $\sim 3,3$ . L’état stationnaire statistique semble être atteint. Remarquons ici, que le maximum du kurtosis (à 50 km) est atteint quasiment au même moment que l’apparition des structures intenses dans l’évolution spatio-temporelle (voir figure 4.9).

À notre connaissance c’est la première mesure expérimentale de l’évolution du kurtosis d’une onde partiellement cohérente dans les fibres optiques. L’évolution du kurtosis est en accord qualitatif avec les simulations numériques issues de ces différents articles [168, 60, 167]. Néanmoins, comme pour la fonction de densité de probabilité, nous devons encore confronter ces résultats avec des simulations numériques.

#### 4.2.4 Conclusion

À l’aide de l’anneau de recirculation nous avons été capables d’enregistrer, à notre connaissance pour la première fois, l’évolution spatio-temporelle directe d’une onde partiellement cohérente se propageant dans les fibres optiques. Le motif de l’évolution spatio-temporelle correspond bien à celui déjà observé dans

diverses simulations numériques (e.g. [168, 60]). Cependant l'anneau de recirculation tel qu'il est configuré ne permet pas de caractériser précisément les structures émergentes lors de la propagation contrairement à des dispositifs de type microscope temporel qui ont permis d'identifier localement des solitons de Peregrine [111].

En outre, l'anneau de recirculation permet de calculer les propriétés statistiques des ondes partiellement cohérentes. Nous avons montré que nous sommes capables, conformément aux résultats rapportés dans [112, 111], de retrouver la fonction de densité de probabilité de l'intensité déviant de la statistique exponentielle après propagation. De plus, l'anneau de recirculation permet également de mesurer l'évolution de la statistique, en particulier le kurtosis. L'évolution du kurtosis concorde avec les résultats présentés dans [168, 60], c'est à notre connaissance la première observation de l'évolution du kurtosis dans les fibres optiques, dans le cadre des ondes partiellement cohérentes. Comme nous l'avons dit ci-dessus, ces résultats sont encore préliminaires : il nous reste à étudier plus en détail la correspondance entre les expériences et les simulations numériques décrivant l'anneau de recirculation.

Les résultats préliminaires présentés dans cette section nous indiquent que l'anneau de recirculation semble être une plateforme expérimentale très prometteuse à l'étude de la propagation non linéaire des ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques.

## 4.3 Limites de l'anneau de recirculation et questions ouvertes

Dans cette section nous discuterons de certains phénomènes qui limitent l'anneau de recirculation en tant que plateforme permettant d'observer une dynamique régie par l'équation NLS. Dans la première partie, nous présenterons notamment les observations expérimentales mettant en évidence ces limites, rencontrées lors des travaux menés sur l'instabilité modulationnelle spontanée. Dans une seconde partie nous discuterons de l'influence du sens de propagation du laser de pompe sur le transfert de bruit au signal circulant dans l'anneau.

### 4.3.1 Phénomènes parasites

Dans cette partie, nous rapportons des phénomènes observés dans l'anneau de recirculation qui ne sont pas décrits par l'équation NLS. Nous commencerons par présenter des résultats expérimentaux qui nous ont permis de mettre en évidence l'effet Brillouin dans l'anneau de recirculation. Puis nous discuterons de l'influence de la périodicité de l'anneau de recirculation (décrite par le modèle itératif dans la partie 3.3.3) sur le spectre optique d'une onde plane bruitée se propageant dans l'anneau de recirculation.

#### 4.3.1.1 L'effet Brillouin

L'effet Brillouin stimulé est un processus non linéaire qui apparaît lors de la propagation d'une onde dans des fibres optiques. Celui-ci se manifeste par la génération d'une onde Stokes se propageant dans le sens opposé à celui de l'onde de pompe. Dans les fibres de type SMF-28 et lorsque le signal initial est centré à 1550 nm, l'onde Stokes est décalée de 11,1 GHz. L'onde Stokes ainsi créée va à terme dépleter l'onde de pompe [62, 179]. Cet effet nuit donc particulièrement à la propagation de signaux dans les fibres optiques et les dispositifs expérimentaux cherchant à étudier la physique d'une onde plane gouvernée par l'équation NLS doivent s'en affranchir.

En considérant que la pompe n'est pas déplétée on peut écrire (voir [62, 179]) que l'intensité de l'onde Stokes  $I_s$  augmente exponentiellement dans le sens de direction opposée à celui de l'onde initiale comme :

$$I_s(0) = I_s(L)e^{\mathcal{G}_B I_0 L} \quad (4.1)$$

où  $I_0$  est l'intensité de l'onde initiale,  $L$  est la distance parcourue par l'onde

Stokes et  $g_B$  est le gain Brillouin. Cette formule nous montre que l'intensité de l'onde Stokes sera d'autant plus faible que la puissance  $I_0$  et la longueur de propagation  $L$  diminuent. Pour s'affranchir de l'effet Brillouin dans l'anneau de recirculation, nous avons diminué la largeur temporelle des portes lumineuses  $\tau_i$  injectées dans l'anneau de recirculation ce qui revient dans une fibre optique à diminuer la longueur  $L$  sur laquelle l'amplification Brillouin va s'effectuer.

Ici, nous avons caractérisé l'effet Brillouin dans l'anneau de recirculation en mesurant le spectre optique de la lumière pour différentes largeurs temporelles  $\tau_i$ . La largeur de la porte lumineuse est ajustée à l'aide du modulateur acousto-optique. Le dispositif utilisé (voir 4.12 (b)) est le même que celui présenté dans le chapitre 3 figure 3.6. Seulement nous avons modifié la position de l'analyseur de spectre optique afin d'enregistrer le spectre de l'onde Stokes (qui se propage dans le sens opposé au sens de propagation du signal).

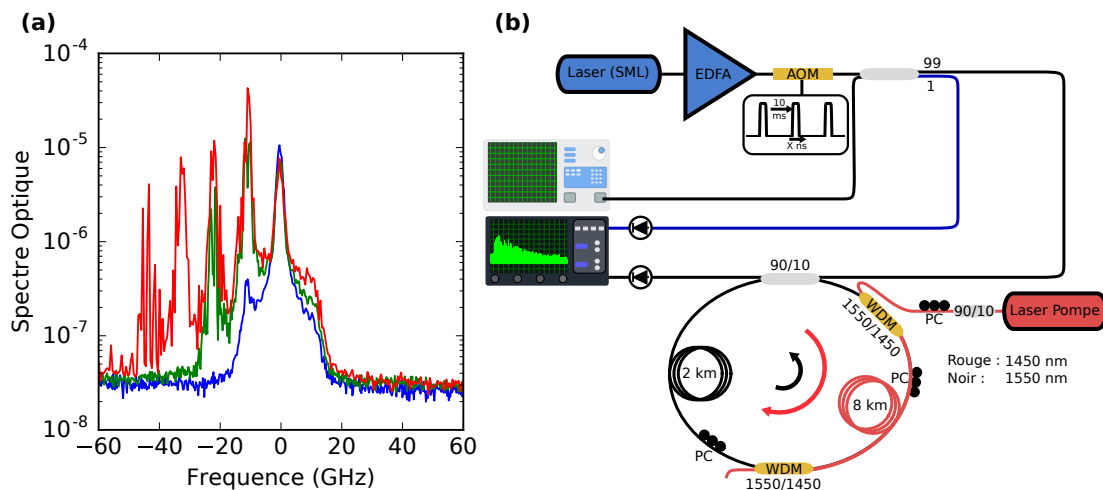


FIGURE 4.12 – (a) Spectre optique de l'onde qui se propage à contre-sens de la condition initiale, dans l'anneau de recirculation, pour différentes largeurs temporelles de la condition initiale  $\tau_i$ . La puissance de l'onde, avant d'entrée dans l'anneau de recirculation, vaut  $\sim 50$  mW. En bleu  $\tau_i = 200$  ns; en vert  $\tau_i = 300$  ns; en rouge  $\tau_i = 500$  ns. (b) Dispositif expérimental mis en place pour caractériser l'impact de l'effet Brillouin selon la largeur temporelle de l'impulsion initiale.

On peut voir sur la figure 4.12 (a), le spectre de l'onde se propageant dans le sens opposé au sens de propagation du signal dans l'anneau. Lorsque la largeur temporelle de la porte lumineuse est courte ( $\tau_i \approx 200$  ns), on observe le spectre de la condition initiale i.e. le spectre de l'onde plane. Lorsque la largeur temporelle augmente (pour  $\tau_i = 300$  et  $500$  ns), on voit apparaître dans le spectre des composantes de l'onde Stokes décalées d'environ 10 GHz les unes par rapport aux autres. Dans le cas où  $\tau_i = 300$  ns, deux pics apparaissent un à  $\sim -10$  GHz et le second à  $\sim -20$  GHz. Lorsque  $\tau_i = 500$  ns, l'impact de l'effet Brillouin augmente et

on voit apparaître dans le spectre 2 pics supplémentaires ; à  $\sim -30$  et  $\sim -40$  GHz.

En somme, cette expérience montre que l'on peut contrôler la génération d'ondes Stokes dans l'anneau de recirculation en diminuant la largeur temporelle de la porte lumineuse injectée dans l'anneau de recirculation. Dans l'expérience réalisée dans le chapitre 3, afin d'inhiber l'impact de l'effet Brillouin nous avons utilisé une porte lumineuse large de 200 ns et effectivement il n'y a pas de trace visible de l'effet Brillouin dans les spectres optiques mesurés (voir figure 3.9).

**Remarque 1 :** Notons qu'il est également de possible de moduler la phase de l'onde plane pour diminuer l'amplification de l'onde Stokes, c'est notamment ce qui a été fait dans ces expériences : [134, 21, 66]

#### 4.3.1.2 Perturbations spectrales induites par l'anneau de recirculation

Dans le cas de l'instabilité modulationnelle, traité au chapitre 3, nous avons montré dans la partie 3.3.3 que les propriétés statistiques mesurées dans l'anneau de recirculation concordent mieux avec le modèle itératif (présenté dans le paragraphe 3.3.3.1) qu'avec l'équation NLS incorporant un terme de dissipation  $\alpha_{eff}$  (bien que l'accord entre cette dernière et l'expérience reste raisonnable). Dans cette partie, nous revenons sur l'impact du modèle itératif et plus précisément nous discuterons des composantes spectrales perturbatives induites par celui-ci dans le spectre optique.

Sur la figure 4.13 (a) nous avons comparé le spectre optique d'une onde plane bruitée soumise au processus d'instabilité modulationnelle extrait des simulations de l'équation NLS incorporant un terme de dissipation  $\alpha_{eff}$  avec celui extrait du modèle itératif. On constate qu'autour de  $\pm 40$  et 55 GHz émergent progressivement un pic dans le spectre issu du modèle itératif qui n'existe pas dans le spectre issu de l'équation NLS dissipative. La nature périodique de la propagation dans l'anneau (dont on tient compte dans le modèle itératif) permet a priori de nouvelles conditions d'accord de phase lors des mélanges à 4 ondes [180]. Sans avoir mené d'études plus poussées, nous interprétons donc ces pics dans le spectre comme des signatures de ces nouvelles résonances.

De plus, la fréquence de ces composantes spectrales dépendent de la longueur de l'anneau de recirculation comme on peut le voir sur la figure 4.13 (b). Effectivement, on observe que les composantes spectrales issues du modèle itératif apparaissent à des endroits différents en fonction de la longueur de l'anneau de recirculation considérée. Lorsque la longueur de l'anneau de recirculation vaut 4 km dont 2 kilomètres de section amplifiée, une résonance apparaît à  $\pm 60$  GHz

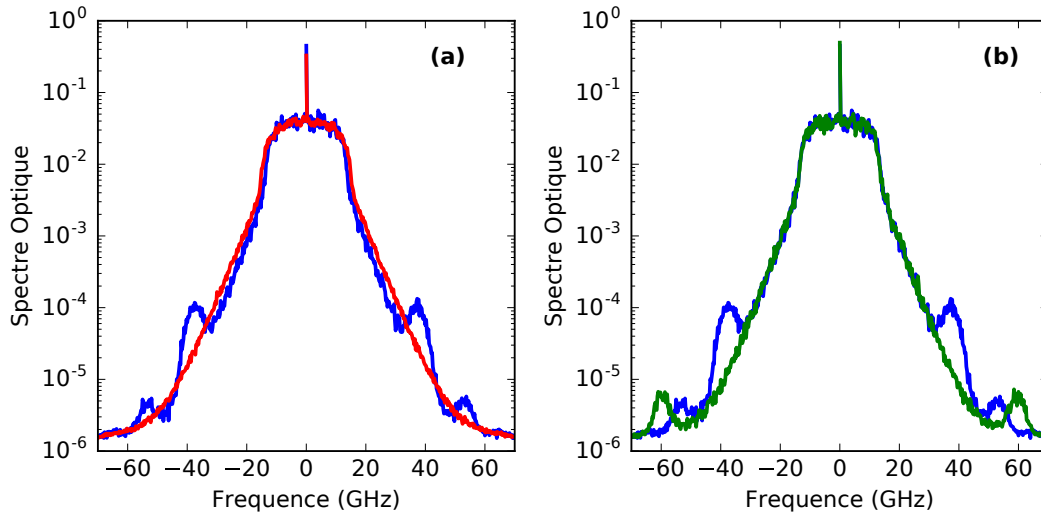


FIGURE 4.13 – (a) Spectres optiques d’une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle après 500 km de propagation extraits des simulations de l’équation de NLS dissipative (en rouge) et du modèle itératif où  $L_{SA} = 8$  km et  $L_{SNA} = 2$  km (en bleu). (b) Spectres optiques d’une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle après 500 km de propagation extraits des simulations du modèle itératif où  $L_{SA} = 8$  km et  $L_{SNA} = 2$  km (en bleu) et  $L_{SA} = 2$  km et  $L_{SNA} = 2$  km (en vert).

(figure 4.13 (b) courbe verte). Lorsque la longueur de l’anneau de recirculation vaut 10 km dont 8 kilomètres de section amplifiée, deux résonances apparaissent à  $\pm 60$  et  $\pm 40$  GHz (figure 4.13 (b) courbe bleue). Nous avons vérifié que la fréquence de ces composantes spectrales ne dépendent pas de la longueur de la section amplificatrice et non amplifiée, elles dépendent uniquement de la longueur totale de l’anneau.

Il s’agit désormais de savoir si l’on est capable d’observer ces composantes spectrales dans l’anneau de recirculation. Sur la figure 4.14, on a comparé le spectre optique d’une onde plane soumise à l’instabilité modulationnelle mesuré expérimentalement avec les spectres issus du modèle itératif. Sur l’expérience, on ne distingue pas clairement les pics prévus par le modèle itératif à cause du faible rapport signal sur bruit du signal injecté dans l’analyseur de spectre optique; le fond du spectre optique mesuré n’est pas physique, c’est la limite de détection de la mesure. Cependant, il nous permet tout de même d’en voir des traces. En particulier sur le spectre mesuré expérimentalement à 250 et 500 kilomètres, on voit apparaître le maximum du pic à  $\pm 40$  GHz. En résumé, l’anneau de recirculation semble générer des composantes spectrales, liées à la périodicité de l’anneau, qui ne sont pas décrites par l’équation NLS mais par le modèle itératif.



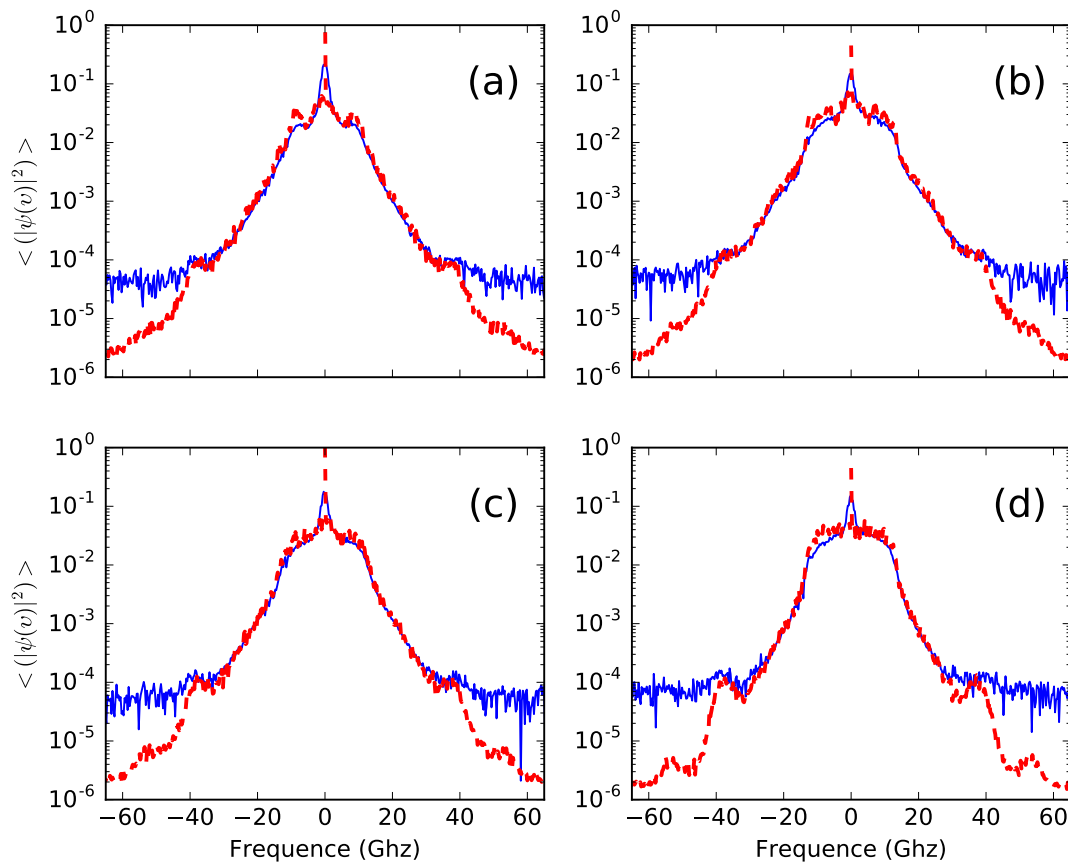


FIGURE 4.14 – Spectre optique d’une onde plane bruitée soumise au processus d’instabilité modulationnelle à différentes longueurs de propagations : (a)  $z = 170$  km ; (b)  $z = 210$  km ; (c)  $z = 250$  km ; (d)  $z = 500$  km. En bleu on a tracé le spectre enregistré expérimentalement ; en rouge le spectre issu du modèle itératif.

### 4.3.2 Influence du sens de propagation du laser de pompe dans l’anneau

Afin que le signal optique puisse se propager au moins 500 kilomètres dans l’anneau de recirculation, nous avons propagé à contre sens du signal un laser de pompe centré à 1450 nm. Nous avons ainsi opté pour une amplification distribuée, afin que l’amplification puisse être perturbative et le système décrit au premier ordre par l’équation NLS dissipative (voir paragraphe 2.2.1.2).

Pendant et de façon inhérente à tout système d’amplification, celle-ci amplifie non seulement le signal mais également le bruit. Il s’agit dans cette partie, au moyen de résultats préliminaires, de montrer dans quelle mesure l’amplification optique et en particulier la direction du laser de pompe influe sur nos observations expérimentales. Pour ce faire nous allons mesurer l’évolution spatio-temporelle d’une onde plane modulée par une faible modulation sinusoidale dans l’anneau

de recirculation dans deux configurations : co-propagative (laser de pompe se propageant dans le même sens que le signal) et contra-propagative (laser de pompe se propageant dans le sens opposé au signal)

#### 4.3.2.1 Influence du sens relatif de propagation de la pompe et du signal dans le scénario des récurrences FPUT

Dans l'équation NLS, lorsque l'on propage une onde plane modulée par une faible modulation sinusoïdale soumise à l'instabilité modulationnelle on voit apparaître des trains de breathers de façon périodique où entre chaque train de breathers l'onde retourne à sa condition initiale i.e. une onde plane ; on parle alors de récurrence. Ce scénario a été décrit plus en détail dans la section 4.1. On a pu constater que dans le cas du pompage contra-propagatif l'évolution spatio-temporelle extraite de l'anneau de recirculation était en accord qualitatif avec la simulation de l'équation NLS.

Ici, nous comparons l'impact du sens de propagation (contra ou co-propagatif) sur la formation du réseau de breathers déjà étudiée dans la section 4.1. Nous avons enregistré l'évolution spatio-temporelle du signal dans les mêmes conditions (pertes effectives et puissance initiale) en ne modifiant que le sens de circulation du laser de pompe par rapport au sens de circulation du signal (voir figure 4.15).

La figure 4.15 (a) montre la situation où la pompe et le signal se propagent dans des sens opposés. Celle-ci présente 4 récurrences que l'on distingue facilement. L'évolution spatio temporelle est conforme à la simulation de l'équation NLS incorporant un terme de dissipation  $\alpha_{eff}$  réalisée dans le paragraphe 4.1.3.1.

Dans le cas de la figure 4.15 (b) où la pompe et le signal se propagent dans le même sens, l'évolution spatio-temporelle diffère de celle présentée pour le cas contra-propagatif. En-effet, on constate que le réseau de breathers est perturbée par le bruit contrairement au cas contra-propagatif ou aucun train de breathers n'est perturbé par le bruit.

En résumé, le sens de propagation du laser de pompe est un paramètre qui semble influencer la dynamique observée dans l'anneau de recirculation. D'abord l'expérience ci-dessus nous montre que le transfert de bruit de la pompe vers le signal dépend de manière critique du sens de propagation de la pompe par rapport au signal. Effectivement, dans le cas contra propagatif la dynamique observée est correctement décrite par l'équation NLS et n'est pas perturbée par le bruit tandis que dans le cas co-propagatif le bruit perturbe la dynamique. De plus, plusieurs travaux montrent (e.g. [155, 181]) que le transfert de bruit de la pompe vers le signal est plus fort en situation co-propagative qu'en situation contra-propagative

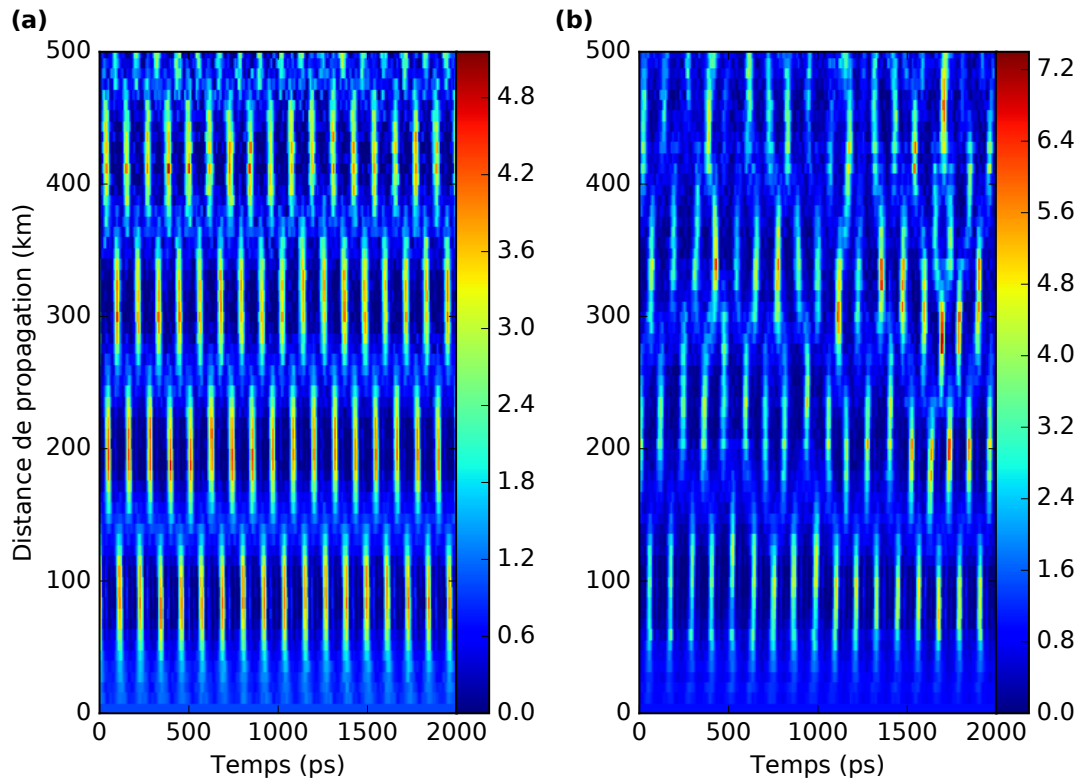


FIGURE 4.15 – Évolution spatio-temporelle expérimentale d'une onde plane modulée périodiquement soumise au processus d'instabilité modulationnelle dans l'anneau de recirculation, l'échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P / \langle P \rangle$ . (a) le laser de pompe se propage à contre-sens du signal centré à 1550 nm (cas contra-propagatif); (b) le laser de pompe se propage dans le même sens que le signal centré à 1550 nm (cas co-propagatif).

dans le cadre de l'amplification Raman.

### 4.3.3 Conclusion

Dans la première partie de cette section, nous avons présenté des résultats obtenus dans l'anneau de recirculation qui sont des effets parasites si l'on veut utiliser l'anneau de recirculation comme une plateforme d'étude de la physique de l'équation NLS. D'abord, nous avons mis en évidence l'effet Brillouin. Celui-ci est contrôlé par la largeur temporelle de la porte lumineuse injectée dans l'anneau de recirculation. Ensuite, dans le cas de l'instabilité modulationnelle spontanée, le spectre optique tiré de l'expérience présente des traces de composantes spectrales décrites par le modèle itératif mais pas par l'équation NLS.

Dans la seconde partie de cette section, nous avons montré que le sens de propagation du laser de pompe joue un rôle critique dans la dynamique spatio-temporelle d'une onde se propageant dans l'anneau de recirculation. De sorte que

pour observer de la physique NLS dans l'anneau de recirculation, le pompage contra-propagatif semble être la meilleure option. Effectivement, le transfert de bruit, de la pompe au signal, semble être plus fort dans la situation co-propagative que contra-propagative.

# Conclusion générale

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont consacrés à l'étude des ondes non linéaires se propageant dans un anneau de recirculation fibré. En particulier, nous nous sommes intéressés aux processus d'instabilités modulationnelles décrits par l'équation de Schrödinger non linéaire 1D.

Dans le chapitre 1, nous avons présenté un état de l'art des études menées sur l'instabilité modulationnelle dans le cadre de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS). D'abord, sur le plan historique, l'instabilité modulationnelle est un processus non linéaire découvert dans les années 60 qui apparaît dans plusieurs domaines de la physique. Plus récemment, ce phénomène a été étudié dans le cadre de la thématique des ondes scélérates où l'équation de Schrödinger non linéaire est couramment utilisée. De plus, nous avons présenté en détail cette équation : les mécanismes de bases dans les fibres optiques (dispersion et effet Kerr) et certaines solutions de cette équation comme les solitons sur fond continu. L'équation NLS étant une équation intégrable, celle-ci peut être résolue par la méthode d'IST. Dans le cas de conditions initiales aléatoires on entre dans le champ de la turbulence intégrable où à ce jour il n'existe encore aucune théorie qui permet de résoudre cette équation lorsque les effets non linéaires sont forts. Enfin, nous avons évoqué le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle au sein de l'équation NLS. Le stade non linéaire de l'instabilité modulationnelle dépend de la nature de la perturbation qui déstabilise l'onde plane. Trois types de perturbations ont été évoqués : locale, périodique et aléatoire.

Dans le chapitre 2, nous nous sommes concentrés sur le mécanisme de déstabilisation d'une onde plane perturbée localement sans contenu en soliton : dans ce cas la dynamique est caractérisée par l'émergence de structures non linéaires s'étendant à partir de la perturbation initialement localisée sous la forme d'une structure triangulaire associée à une vitesse d'expansion finie. Pour commencer, nous avons présenté l'onde cnoïdale modulée qui est une solution qui permet de décrire la dynamique de scénario. Cette solution a été obtenue à partir des équations de modulation de Whitham et plus récemment par la méthode IST.

Ensuite, nous avons montré les premières observations de ce scénario réalisées grâce à l'anneau de recirculation que nous avons construit et qui nous permet d'observer directement la dynamique spatio-temporelle d'une onde se propageant dans une fibre optique. Nous avons notamment montré expérimentalement que le mécanisme de déstabilisation ne dépend pas de la forme de la perturbation puisque la dynamique est la même pour une perturbation brillante ou sombre et que celui-ci peut apparaître en présence de l'instabilité modulationnelle spontanée. Pour finir, nous nous sommes intéressés, via des simulations numériques, à l'influence des pertes et du bruit dans l'anneau de recirculation sur la dynamique d'une onde plane perturbée localement.

Dans le chapitre 3, nous nous sommes concentrés cette fois sur le cas d'une perturbation aléatoire/bruitée aussi appelé instabilité modulationnelle spontanée. Ce scénario, issu d'une condition aléatoire, entre dans le cadre de la turbulence intégrable. Nous avons présenté, par des simulations numériques, la dynamique et les propriétés statistiques de l'instabilité modulationnelle spontanée décrites par l'équation NLS. En particulier, nous avons vu que la fonction de densité de probabilité évolue de façon non triviale en fonction de la distance de propagation jusqu'à tendre vers un état stationnaire statistique caractérisé par une distribution exponentielle. Parallèlement, l'évolution du kurtosis en fonction de la propagation présente des oscillations amorties avant d'atteindre l'état stationnaire statistique. Nous avons ensuite utilisé l'anneau de recirculation fibré pour observer la dynamique spatio-temporelle de l'instabilité modulationnelle spontanée, qui n'avait encore jamais été observée dans les fibres optiques, et pour déterminer les propriétés statistiques à partir des données expérimentales. Celles-ci sont conformes aux comportements prédits par les simulations numériques de l'équation NLS. En outre, nous avons également montré que la fonction d'auto corrélation d'ordre deux est caractérisée par des oscillations amorties, ce qui permet de différencier les ondes partiellement cohérentes issues de la superposition de composantes de Fourier de phases aléatoires et indépendantes de l'état stationnaire statistique de l'instabilité modulationnelle. Enfin, nous avons développé un modèle itératif qui permet de décrire plus précisément l'anneau de recirculation.

L'anneau de recirculation, permettant d'observer directement la dynamique spatio-temporelle d'une onde se propageant dans la fibre optique, offre énormément de perspectives. Dans le cadre de ce manuscrit nous nous sommes principalement intéressés à la dynamique d'une onde plane perturbée localement et aléatoirement, mais l'anneau de recirculation permet d'étudier d'autres types d'ondes comme par exemple les ondes partiellement cohérentes ou encore les

réurrences FPUT. Dans le chapitre 4, nous avons abordé le cas des ondes partiellement cohérente et des réurrences FPUT. Les résultats issus de ces travaux préliminaires sont extrêmement encourageants! En effet dans le cas des réurrences, l'anneau de recirculation permet d'observer 4 réurrences et jusqu'à 7 réurrences perturbées par le bruit. Le nombre maximum de réurrence FPUT ayant été observé à ce jour dans les fibres optiques est de 4 ce qui implique que l'anneau de recirculation semble être une plateforme prometteuse pour l'étude de ce problème. Quant aux ondes partiellement cohérentes, nos résultats préliminaires montrent que l'anneau de recirculation permet d'observer l'évolution spatio-temporelle d'une telle onde ce qui, à notre connaissance, n'a encore jamais été fait dans les fibres optiques. Enfin, le système de détection actuel de l'anneau de recirculation (photodiode rapide couplée à un oscilloscope rapide) permet de capturer la dynamique spatio temporelle mais il ne permet pas de comparer les structures qui émergent lors de la propagation avec des solutions NLS, comme c'est par exemple le cas avec des appareils de mesure tels que les microscopes temporels. L'une des perspectives possibles serait notamment d'implémenter la mesure de la phase du champ optique sur notre système de détection.

En somme, l'anneau de recirculation nous a permis durant ma thèse d'étudier de façon inédite la dynamique et les propriétés statistiques de l'instabilité modulationnelle dans les fibres optiques. Nous espérons que les résultats et les perspectives prometteuses encourageront à utiliser et à perfectionner l'anneau de recirculation.





## Influence de la puissance et de la polarisation du laser de pompe

L'amplification du signal se propageant dans l'anneau de recirculation dépend de la polarisation relative entre le faisceau à 1450 nm (la pompe) et le faisceau à 1550 nm, ainsi que de la puissance du faisceau de pompe [179, 62]. On présente ici l'évolution de la puissance moyenne selon différentes puissances de pompes  $P_p$  à polarisation fixe, et inversement différents états de polarisations à puissance  $P_p$  fixe. Dans l'expérience, on peut contrôler la polarisation grâce aux contrôleurs de polarisations présents dans l'anneau de recirculation (voir figure 2.6).

### A.1 Impact de la polarisation de la pompe

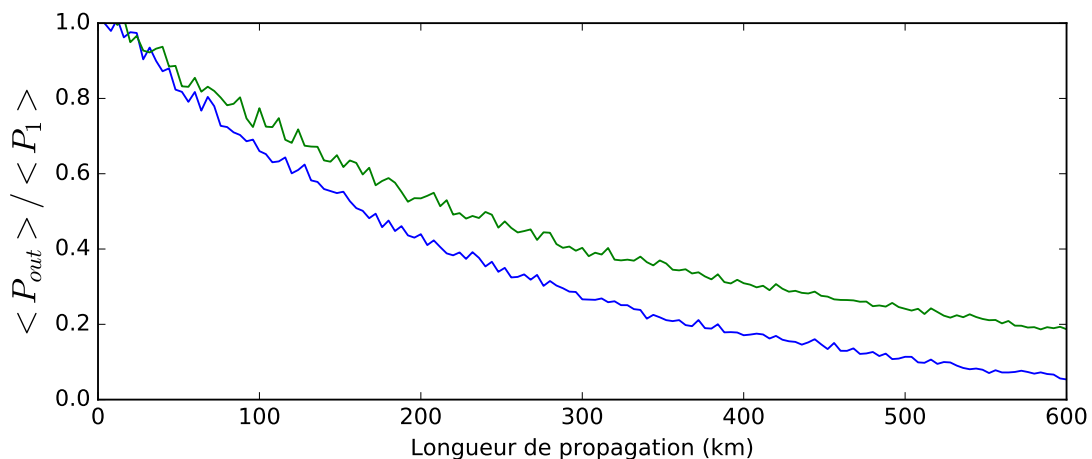


FIGURE A.1 – Évolution de la puissance moyenne en fonction de la longueur de propagation lorsque la section non amplifiée de l'anneau vaut 2 kilomètres et la section amplificatrice 2 kilomètres également. Pour la courbe bleue et verte l'état de polarisation est différent (modifié au moyen des contrôleurs de polarisations) mais la puissance de pompe est la même :  $P_p = 456$  mW.

La polarisation a un impact sur l'évolution de la puissance moyenne, tout d'abord, puisque selon la polarisation relative entre le signal et la pompe, le gain (de l'amplification Raman) sera plus ou moins faible. On montre sur la figure A.1 l'évolution de la puissance moyenne normalisée  $\langle P_{out} \rangle / \langle P_1 \rangle$  en fonction de la longueur de propagation pour deux états différents de polarisations où  $P_p = 456$  mW. Les pertes effectives de la courbe bleue valent  $\alpha_{eff} = 4,5 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  tandis que ceux de la courbe verte valent  $\alpha_{eff} = 3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ .

## A.2 Impact de la puissance de la pompe

On montre sur la figure A.2 l'évolution de la puissance moyenne normalisée  $\langle P_{out} \rangle / \langle P_1 \rangle$  en fonction de la longueur de propagation pour différentes puissances  $P_p$  du laser de pompe. Dans le cas de la figure A.2, on modifie uniquement la puissance, sans toucher à la polarisation. Pour la courbe bleue et verte, les pertes effectives valent respectivement  $1,8 \times 10^{-3}$  et  $3,9 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  et les puissances de pompes 450 et 427 mW. Les pertes effectives diminuent donc avec l'augmentation de  $P_p$ , ce à quoi l'on s'attend si la polarisation est maintenue.

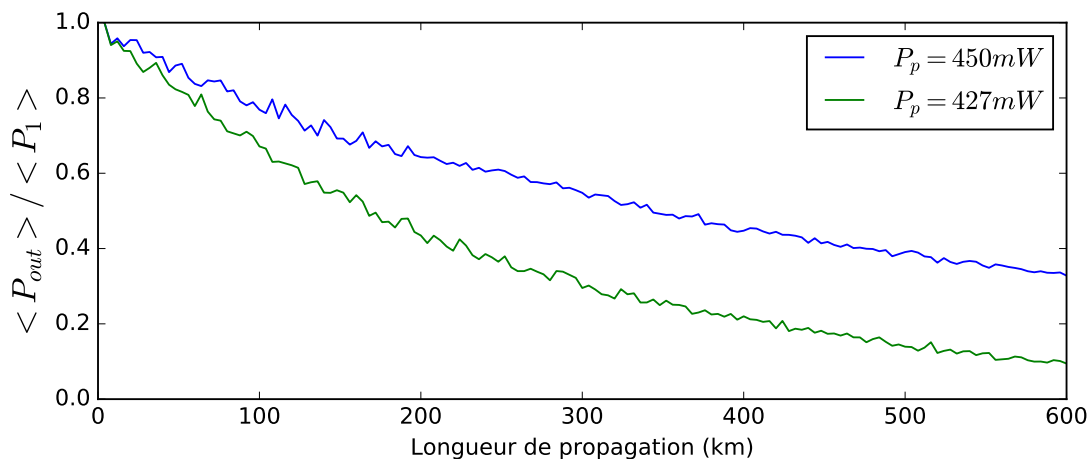


FIGURE A.2 – Évolution de la puissance moyenne en fonction de la longueur de propagation lorsque la section non amplifiée de l'anneau vaut 2 kilomètres et la section amplificatrice 2 kilomètres également. Entre les deux acquisitions l'état de polarisation n'a pas été modifié. Pour la courbe bleue  $P_p = 450$  mW et en vert  $P_p = 427$  mW.

# Simulation numérique de l'équation NLS : impact des pertes sur l'instabilité modulationnelle spontanée

Dans la partie 3.3.1, nous avons comparé les données expérimentales issues de la propagation d'une onde plane bruitée avec les résultats issus de simulations numériques de l'équation NLS dissipative. Dans cette annexe, en comparant les données issues des simulations sans dissipation et avec dissipation, nous évaluons l'impact de la dissipation sur la dynamique et les propriétés statistique de l'instabilité modulationnelle spontanée dans l'équation NLS, que nous rappelons ici :

$$iA_z + \frac{|\beta_2|}{2}A_{tt} + \gamma|A|^2|A| + i\frac{\alpha_{eff}}{2}|A| = 0 \quad (\text{B.1})$$

Pour réaliser les simulations de l'équation NLS dissipatives on utilise les pertes effectives  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  mesurées dans l'anneau de recirculation pour les résultats expérimentaux présentés au chapitre 3. Pour les simulations sans dissipation  $\alpha_{eff} = 0$ . La condition initiale reste la même que celle présentée dans la partie 3.3.1.1. Dans cette annexe, aucun effet de filtrage modélisant l'effet de la bande passante de détection n'est appliqué.

## B.1 Impact des pertes sur la dynamique

Sur la figure 3.14 du chapitre 3, nous avons comparé l'évolution spatio-temporelle obtenue expérimentalement et celle obtenue par l'équation NLS dissipative. Dans cette partie nous comparons le diagramme spatio-temporel issu des simulations numériques non dissipative avec celui issu des simulations dissipatives (voir figure B.1).

On constate qu'il n'y a pas de différence significative entre le diagramme spatio-temporel issu des simulations dissipatives et non dissipatives. Il semble

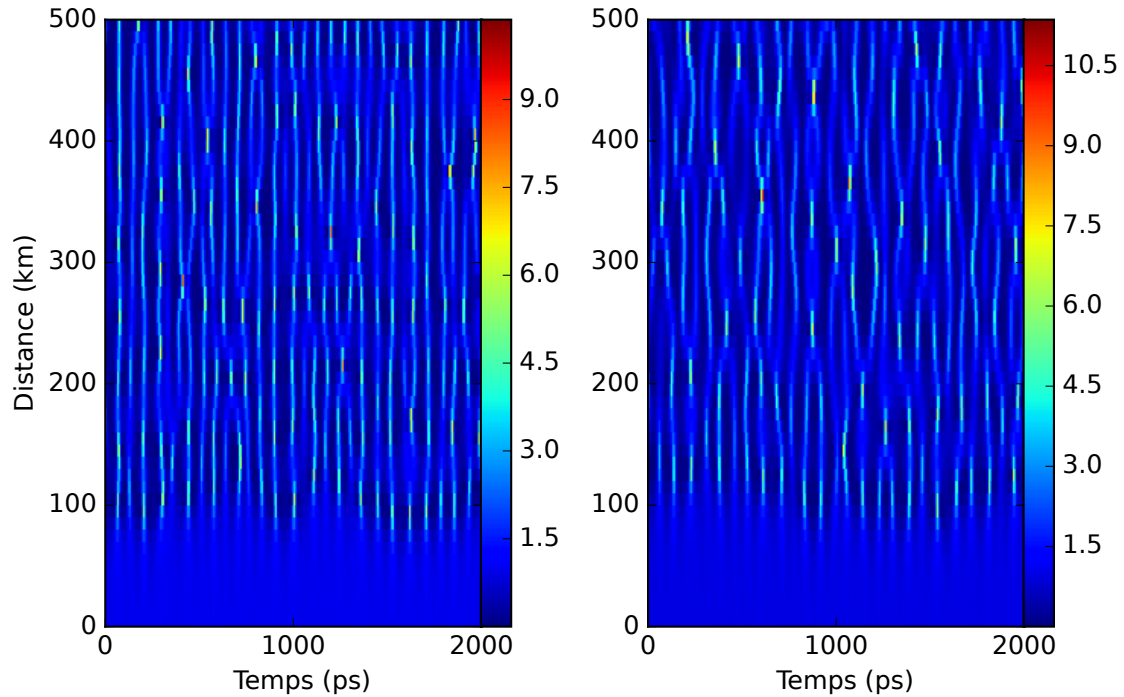


FIGURE B.1 – Comparaison de l'évolution spatio-temporelle obtenue par la simulation de l'équation NLS sans dissipation (à gauche) et avec dissipation (à droite); l'échelle de couleur représente la puissance normalisée par la puissance moyenne  $P/\langle P \rangle$ . Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  et  $P_0 = 48 \text{ mW}$ .

donc que les pertes présentes dans l'expérience affecte faiblement la dynamique spatio-temporelle observée.

## B.2 Impact des pertes sur les propriétés statistiques

Dans le chapitre 3 on a présenté sur la figure 3.15 le kurtosis extrait des données expérimentales en fonction de la longueur de propagation et le kurtosis issu des simulations numériques de l'équation NLS dissipative. Dans cette partie on compare les résultats de la simulation de l'équation NLS avec et sans pertes (voir figure B.2).

Le kurtosis issu des simulations non dissipatives ( $\alpha_{eff} = 0$ ) ne concorde pas parfaitement avec celui issu des simulations dissipatives ( $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3}$ ). D'abord, le premier maximum des kurtosis n'apparaît pas à la même distance (100 km sans les pertes et 110 km avec les pertes). Ensuite, on constate que la période des oscillations ainsi que leurs amplitudes sont plus faible lorsque les pertes sont présentes (6 oscillations lorsqu'il a des pertes contre 8 sans). Cependant, les kurtosis (avec et sans pertes) convergent vers la même valeur ( $\sim 2$  à 500 km). En somme, bien qu'il y est des différences (positions du premier maximum et période des oscillations) on en conclut que les pertes effectives mesurées dans l'anneau de recirculation ( $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3}$ ) affectent faiblement l'évolution du kurtosis.

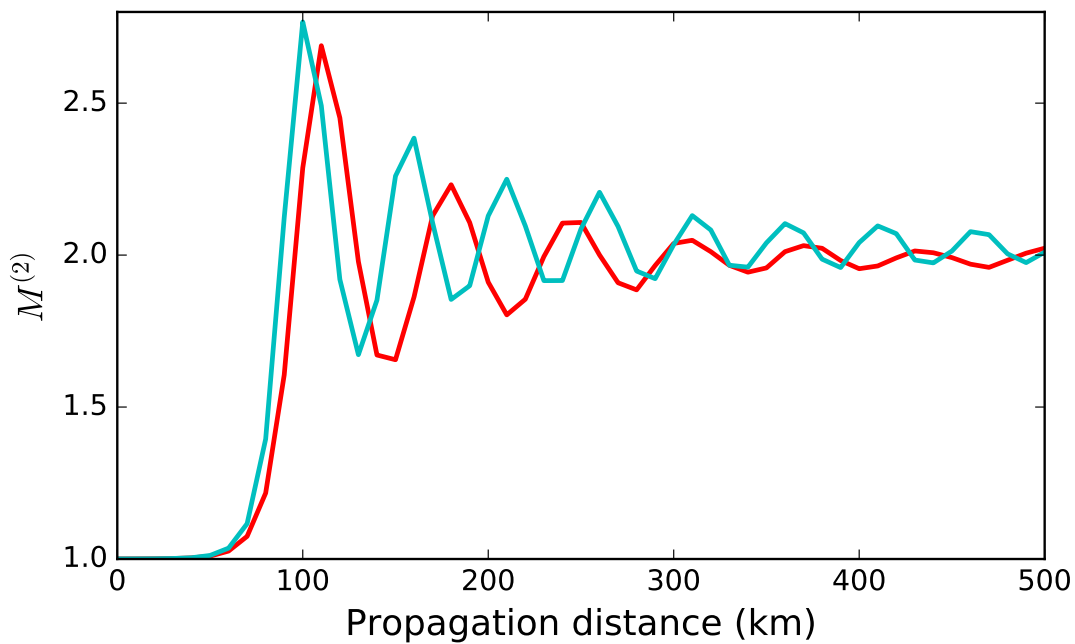


FIGURE B.2 – Évolution du kurtosis en fonction de la longueur de propagation. En rouge, le kurtosis est issu des simulations dissipatives ( $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ ) et en cyan le kurtosis est issu des simulations non dissipatives ( $\alpha_{eff} = 0$ ). Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1}$  et  $P_0 = 48 \text{ mW}$ .

### B.3 Impact des pertes sur la fonction d'auto corrélation d'ordre deux

Dans la partie 3.1.3.2 du chapitre 3 on a pu voir que la fonction d'auto corrélation du second ordre  $g_z^{(2)}$  de l'instabilité modulationnelle spontanée est caractérisée, à l'état stationnaire, par des oscillations autour de 1. Ici nous nous intéressons à l'impact de la dissipation sur la forme oscillante du  $g_z^{(2)}$ .

On compare sur la figure B.3 la fonction d'auto corrélation du second ordre calculée à partir de simulation NLS dissipative avec et celle calculée à partir de simulation non dissipative. À 130 km et 170 les deux fonctions d'auto corrélation du second ordre concordent assez bien, les pertes ne semblent pas encore impacter l'évolution du  $g_z^{(2)}$ . Cependant à 500 kilomètres les oscillations du  $g_z^{(2)}$  dissipatif se sont dégradées (il ne reste qu'une oscillation au centre) alors qu'on distingue encore plus de trois oscillations pour le  $g_z^{(2)}$  non dissipatif. Par conséquent, les pertes semblent impacter graduellement la dynamique du  $g_z^{(2)}$ , au début la différence entre le  $g_z^{(2)}$  dissipatif et non dissipatif est faible, mais après 500 kilomètres le caractère oscillant du  $g_z^{(2)}$  tend à disparaître à cause des pertes.

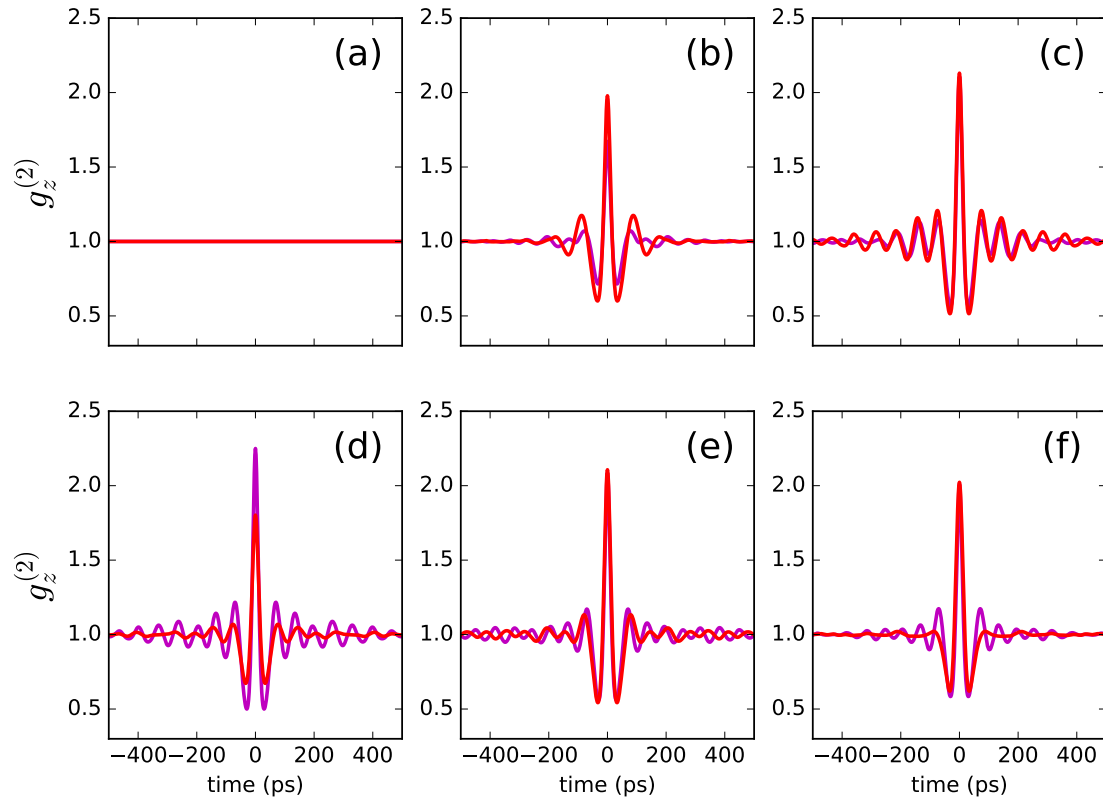


FIGURE B.3 – Comparaison de la fonction d'auto corrélation d'ordre deux issue des simulations dissipatives (en rouge) avec celle obtenue par les simulations non dissipatives (en magenta) de l'équation NLS. Les simulations numériques sont réalisées avec les paramètres suivants :  $\beta_2 = 22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\alpha_{eff} = 1,675 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$  et  $P_0 = 48 \text{ mW}$ . (a)  $z = 0 \text{ km}$ ; (b)  $z = 130 \text{ km}$ ; (c)  $z = 170 \text{ km}$ ; (d)  $z = 210 \text{ km}$ ; (e)  $z = 250 \text{ km}$ ; (f)  $z = 500 \text{ km}$ .

# Réponse impulsionnelle

Dans cette annexe, nous expliquons la façon dont nous avons mesuré la réponse impulsionnelle  $h(t)$  et présentons la fonction de transfert  $H(\nu)$  déduite de  $h(t)$ .

## C.1 Mesure de la réponse impulsionnelle

Notre système de détection est composé une photodiode rapide (Picometrix D-8IR) ayant d'après les données constructeur une bande passante de 65 GHz (à -3 dB) connectée à l'oscilloscope rapide (LeCroy Labmaster 10-65ZI) qui a une bande passante de 65GHz (à -3 dB) et un taux d'échantillonnage de 160 Gs/s.

Des impulsions picosecondes, émises par un laser fibré à blocage de mode (PriTel), sont envoyées sur le système de détection (photodiode connectée à l'oscilloscope) afin de mesurer précisément la réponse impulsionnelle  $h(t)$  de celui-ci. On enregistre ainsi 10000 impulsions qui seront interpolées avant d'être moyennées pour améliorer le ratio signal sur bruit de la réponse impulsionnelle  $h(t)$ . On peut visualiser l'enregistrement de la réponse impulsionnelle normalisée par le maximum sur la figure C.1.

## C.2 Dédution de la fonction de transfert

La module carré de la fonction de transfert  $|H(\nu)|^2$  est défini par le module carré de la transformée de Fourier de  $h(t)$ . La mesure de  $h(t)$  va donc nous permettre d'obtenir la fonction de transfert  $|H(\nu)|^2$  de notre système de détection (oscilloscope + photodiode). On trace  $|H(\nu)|^2$  ainsi défini sur la figure C.2.

À cause du bruit de détection, la forme précise de  $|H(\nu)|^2$  dépend de la fenêtre temporelle de la mesure de  $h(t)$ . Sur la figure C.2, nous avons calculé  $|H(\nu)|^2$  à partir de  $h(t)$  défini sur deux fenêtre temporelles différentes. On a tracé en rouge la fonction de transfert  $|H(\nu)|^2$  calculée à partir de la fonction  $h(t)$  mesurée sur une fenêtre temporelle allant de -130 à 370 ps. On a tracé en bleu la fonction de transfert  $|H(\nu)|^2$  calculée à partir de la fonction  $h(t)$  mesurée sur une fenêtre temporelle allant 0 à 80 ps (délimitée par les pointillés bleu sur la figure C.1). On constate que la largeur à mi hauteur (-3 dB) de la fonction de transfert  $|H(\nu)|^2$  vaut

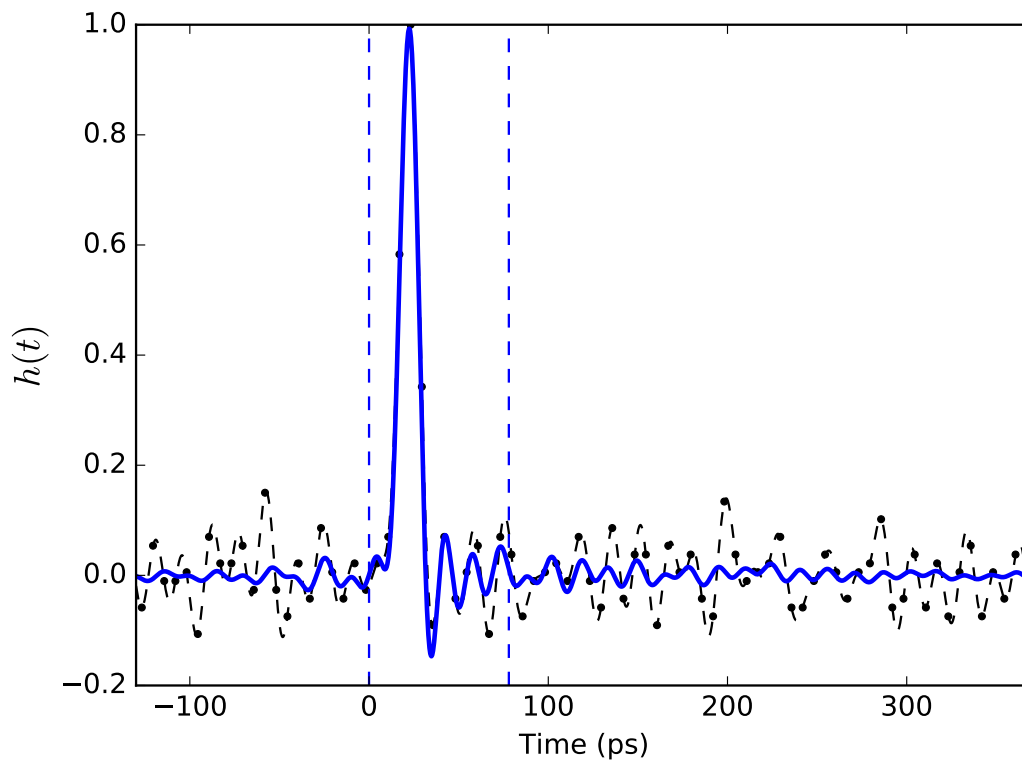


FIGURE C.1 – Réponse impulsionnelle  $h(t)$  de l'appareil de mesure (photodiode + oscilloscope). Le signal brut d'une seule impulsion est tracé en points noirs et l'interpolation de celui-ci est tracé en ligne pointillé noir. La réponse impulsionnelle moyennée sur 10000 acquisitions est tracé en ligne bleu.

environ  $\sim 32$  GHz pour ces deux fenêtres choisies de  $h(t)$ . La largeur de la fenêtre temporelle choisie pour calculer  $|H(\nu)|^2$  impact donc peu celle-ci. Les simulations numériques du chapitre 3 voulant tenir compte de la réponse impulsionnelle de notre système de détection sont filtrées dans l'espace de Fourier par la fonction de transfert  $|H(\nu)|^2$  calculée à partir de la fonction  $h(t)$  mesurée sur une fenêtre temporelle allant de 0 à 80 ps



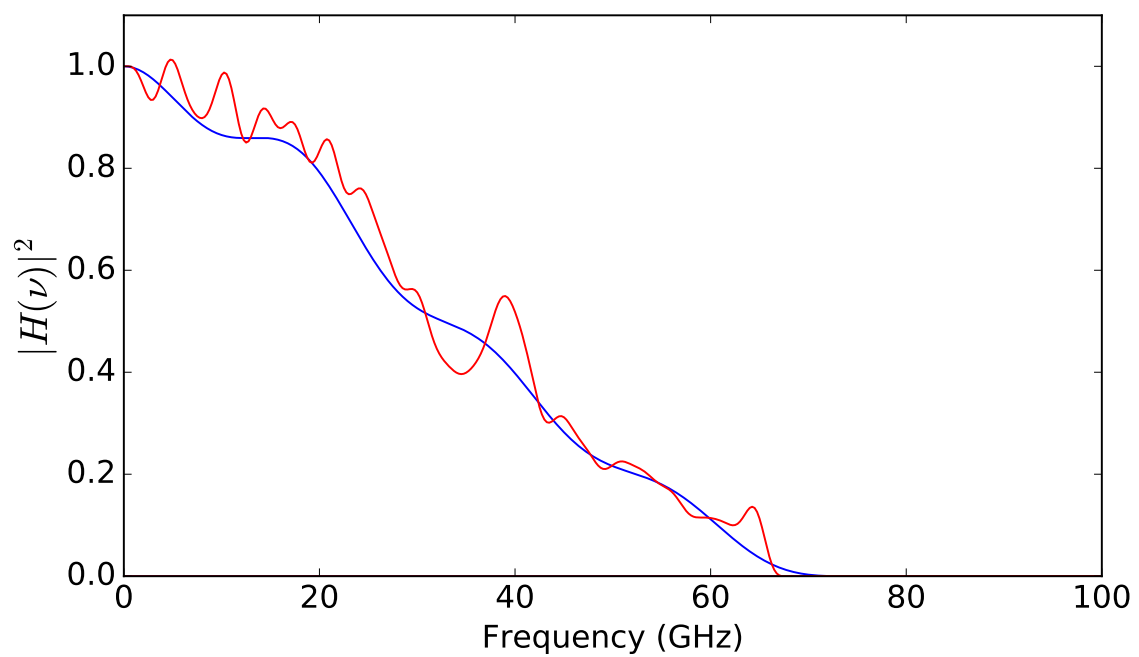


FIGURE C.2 – Le module carré de la fonction de transfert  $|H(\nu)|^2$  déterminé à partir de différentes fenêtres temporelles de  $h(t)$ . En bleu, la fenêtre temporelle choisie est  $[0, 80]$  ps. En rouge, la fenêtre temporelle choisie est  $[-130, 370]$  ps.



# Modes d'enregistrements de l'oscilloscope

Dans cette annexe nous présentons les différents modes d'acquisition de l'oscilloscope, dans le chapitre 2 nous avons utilisé le mode classique tandis que dans le chapitre 3 et 4 le mode séquence.

## D.1 Mode classique de l'oscilloscope

### D.1.1 Signal brut

Dans le chapitre 2 nous avons utilisé le mode de fonctionnement classique de l'oscilloscope c'est à dire que lorsque l'oscilloscope reçoit le signal de déclenchement il enregistre tous les points sur une fenêtre de temps donné. Dans le cas du chapitre 2, le signal de déclenchement est donné par la mesure de la condition initiale.

On peut voir sur la figure D.1 le signal enregistré par l'oscilloscope dans le mode de fonctionnement classique, c'est dans ce mode que nous avons mesuré l'évolution spatio temporelle d'une onde plane localement perturbée se propageant dans un anneau de recirculation. Sur la figure D.1 (a) on peut voir l'évolution de tension (mesurée par la photodiode) en fonction du temps sur une fenêtre de 2,5 ms. Chaque pic que l'on observe sur cette figure est provoqué par la détection du signal lumineux en sortie de l'anneau. Ils sont chacun espacés d'environ  $20\mu s$ , ce qui correspond au temps de propagation de la lumière dans un anneau constitué de 4 km de fibre.

Sur les figures D.1 (b-c), on a tracé l'évolution de la tension sur une fenêtre de temps plus courte, cette fenêtre est centrée sur le second pic de la figure D.1 (a) (qui correspond au signal mesuré après un tour de propagation dans l'anneau). On reconnaît donc bien la porte lumineuse de 100 ns (issue du modulateur acousto optique) perturbée localement par une perturbation de 30 ps (issue du modulateur electro optique).

De même sur les figures D.1 (d-e), on a tracé l'évolution de la tension sur une fenêtre de temps plus courte. Les fenêtres sont centrées sur le pic qui correspond

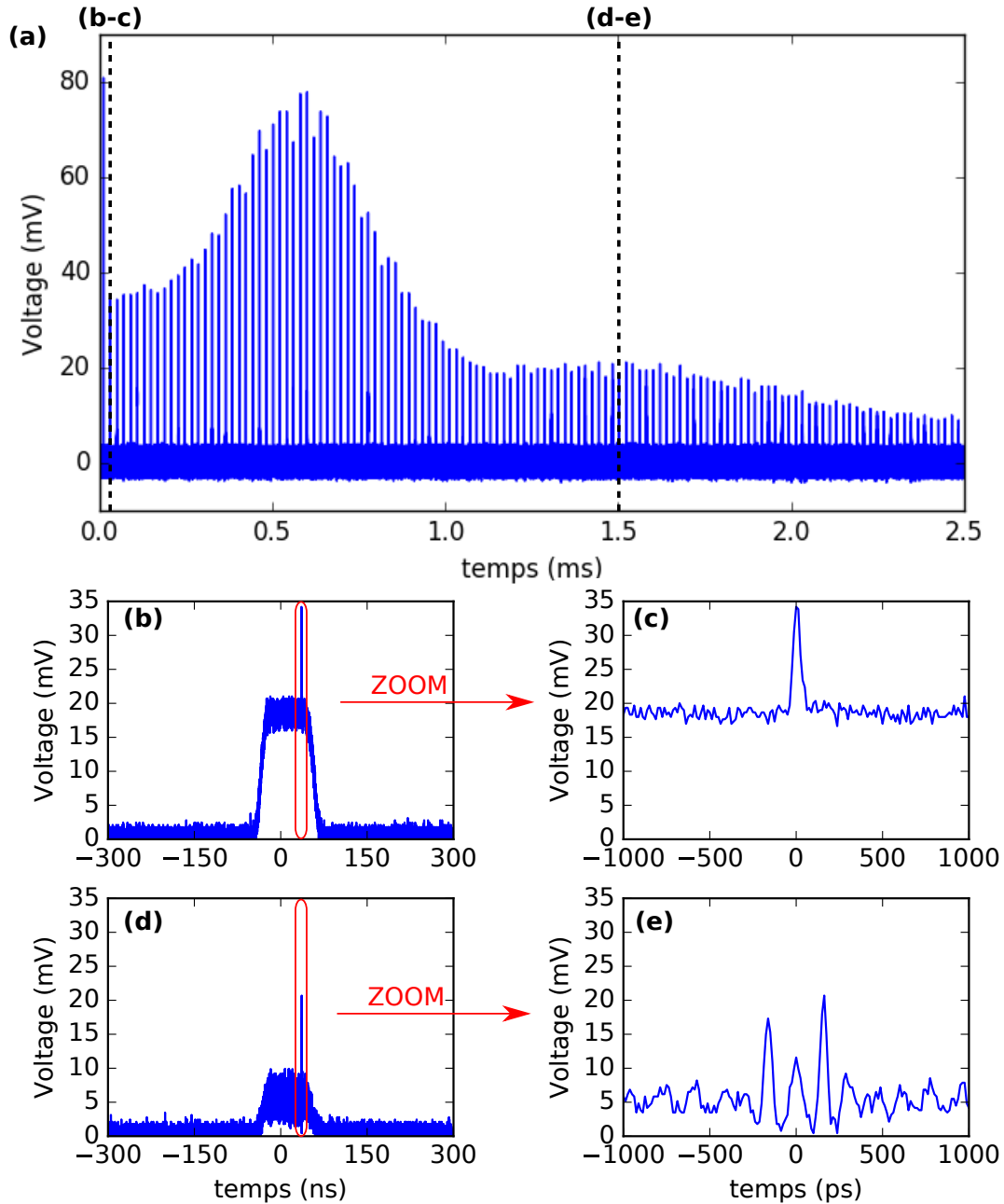


FIGURE D.1 – Exemple d'acquisition enregistré dans le mode classique de l'oscilloscope dans le cadre du chapitre 2

au signal mesuré après 300 km de propagation dans l'anneau. On reconnaît les structures non linéaires oscillantes issues du mécanisme de déstabilisation de la perturbation locale de l'onde plane.

### D.1.2 Interpolation du signal

Les diagrammes spatio-temporels présentés sur les figures 2.9 et 2.10 sont temporellement interpolés par méthode de Fourier. Cette méthode d'interpolation consiste à ajouter des points nuls dans le spectre de Fourier du signal dans les

hautes fréquences, ce qui revient dans l'espace réel à augmenter la fréquence d'échantillonnage temporelle du signal. Elle ne s'applique que pour des signaux de durée limitée et de spectre limité.

On présente sur la figure D.2, la comparaison du signal ainsi interpolé présenté sur la figure 2.9 (b) et (c) avec le signal brut (non interpolé).

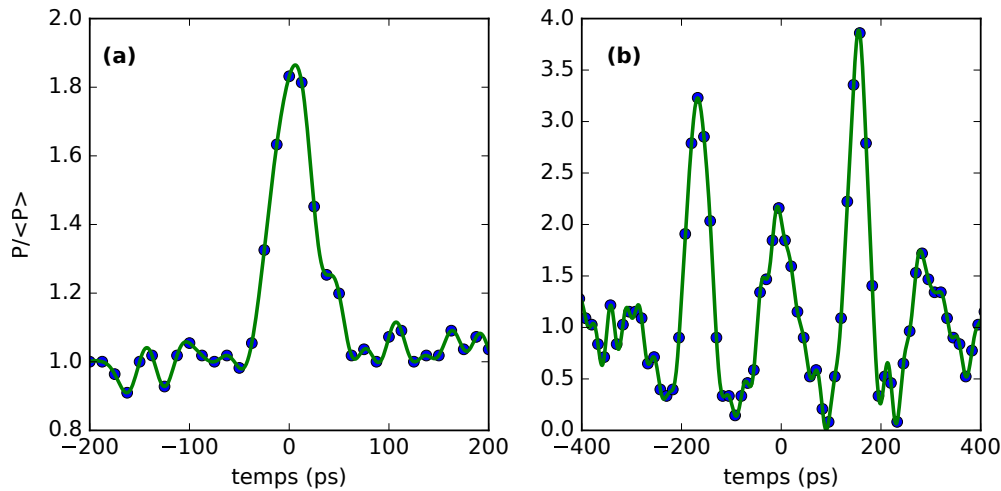


FIGURE D.2 – Comparaison du signal brut et du signal interpolé par méthode de Fourier. Le signal brut est tracé en points bleus et le signal interpolé est tracé en vert.

## D.2 Mode Séquence de l'oscilloscope

Dans cette partie nous présentons le mode séquence de l'oscilloscope.

### D.2.1 Présentation du mode séquence

Dans le chapitre 3 nous avons calculé des statistiques à partir des données expérimentales. Le mode classique de l'oscilloscope ne permet pas d'enregistrer suffisamment de données en une seule acquisition pour calculer des statistiques. Cela sera rendu possible en utilisant le mode séquence de l'oscilloscope avec un système de déclenchement particulier appelé "MultiStage - QualFirst" qui va nous permettre de garder l'oscilloscope actif uniquement lorsque le signal atteint l'oscilloscope à chaque tour. Lorsque la lumière circule dans la cavité (pendant une durée  $\sim 50 \mu\text{s}$ ), l'oscilloscope restera inactif et ainsi nous ne saturerons pas sa mémoire.

Pour faire fonctionner ce mode, l'oscilloscope a besoin de deux signaux de déclenchement : A et B. L'oscilloscope s'enclenchera d'abord lorsqu'il recevra le signal A, et s'enclenchera ensuite à chaque fois qu'il recevra le signal B. Le signal A sera la condition initiale optique ayant une période de 10 ms imposée par le modulateur acousto-optique. Le signal B sera un signal électrique de type TTL de fréquence  $\sim 20 \text{ kHz}$  qui est proportionnel au temps de circulation de la

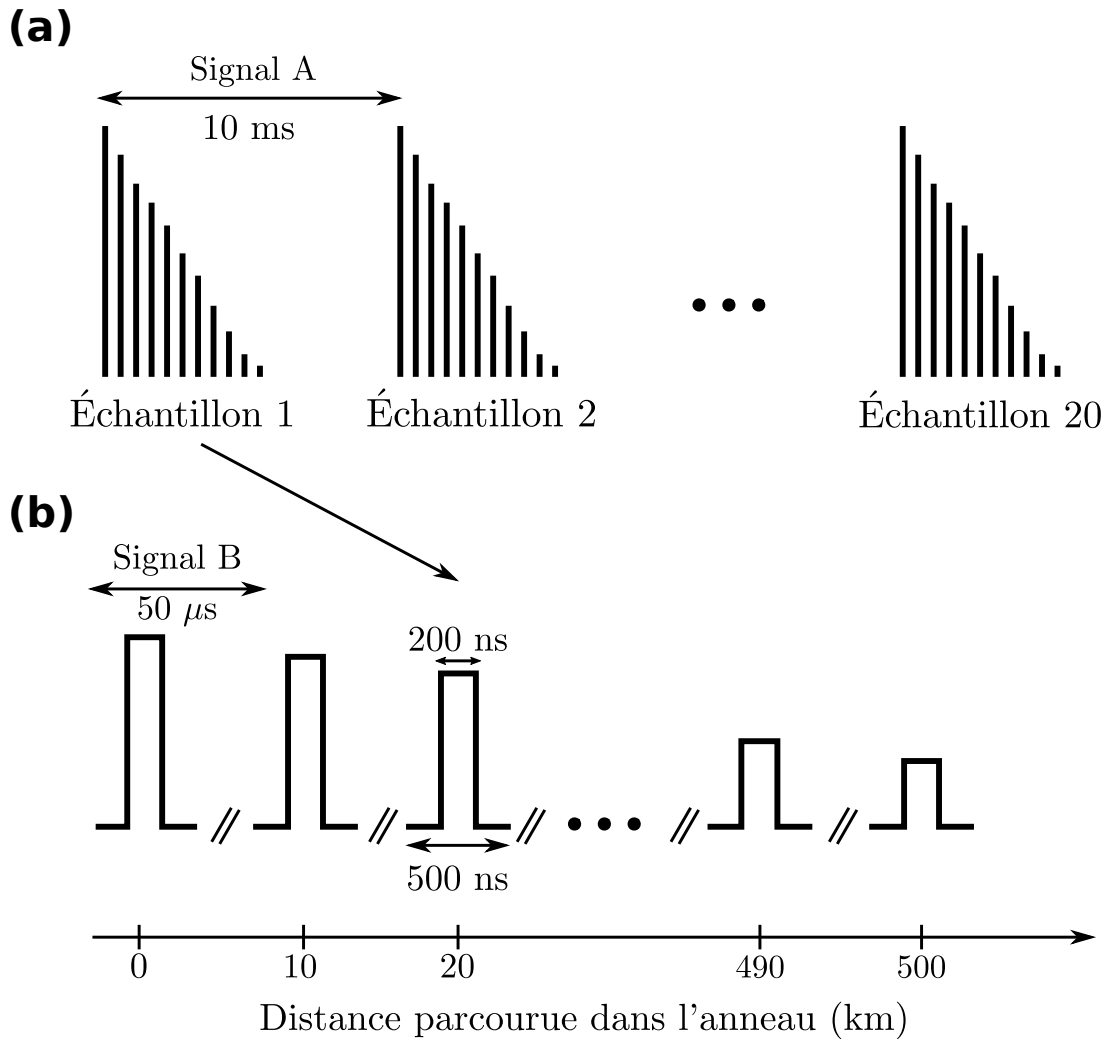


FIGURE D.3 – Exemple d'acquisition enregistré par l'oscilloscope en mode séquence. (a) Une acquisition composée de 3 échantillons. (b) Zoom sur un échantillon qui présente 4 impulsions consécutives : le même qui se signal dans l'anneau sur 4 tours.

lumière dans l'anneau de recirculation ( $\sim 50 \mu\text{s}$ ). Une fois enclenché, l'oscilloscope enregistre une fenêtre de 500 ps avec un taux d'échantillonnage de 160 G/s.

On peut voir sur figure 3.8, un exemple schématique d'acquisition enregistré par l'oscilloscope en mode séquence. Une acquisition unique est constituée de 19 échantillons. Les échantillons consécutifs sont espacés de 10 ms (période imposée par le modulateur acousto-optique découpant la condition initiale - signal A reçu par l'oscilloscope) afin de leur donner le temps nécessaire pour se propager 500 km dans l'anneau de recirculation sans interagir avec les échantillons suivants et précédents (voir figure 3.8 (a)). Pour chacun des 19 échantillons, nous enregistrons l'évolution tour à tour du signal se propageant dans l'anneau (voir figure 3.8 (b)). La fenêtre d'enregistrement du signal (500 ns) est plus grande que la largeur temporelle des portes lumineuses se propageant dans l'anneau (200 ns). Les lignes barrées, indique que l'oscilloscope est inactif et donc qu'il n'enregistre pas

d'informations. L'oscilloscope est inactif lors de la propagation du signal dans l'anneau, il s'enclenche uniquement lorsque celui-ci atteint la photodiode.

### D.2.2 Reconstruction du diagramme spatio-temporel pour le scénario de l'instabilité modulationnelle spontanée

Pour pouvoir extraire le diagramme spatio-temporel des données brutes enregistrés par l'oscilloscope, il est nécessaire de synchroniser précisément les portes lumineuses se propageant de manière consécutive dans l'anneau de recirculation. Dans le mode séquence, nous avons mis en place un traitement basé sur la fonction de corrélation croisée pour pouvoir synchroniser les portes lumineuses. Ici, nous montrons ce traitement appliqué entre deux portes lumineuses consécutives.

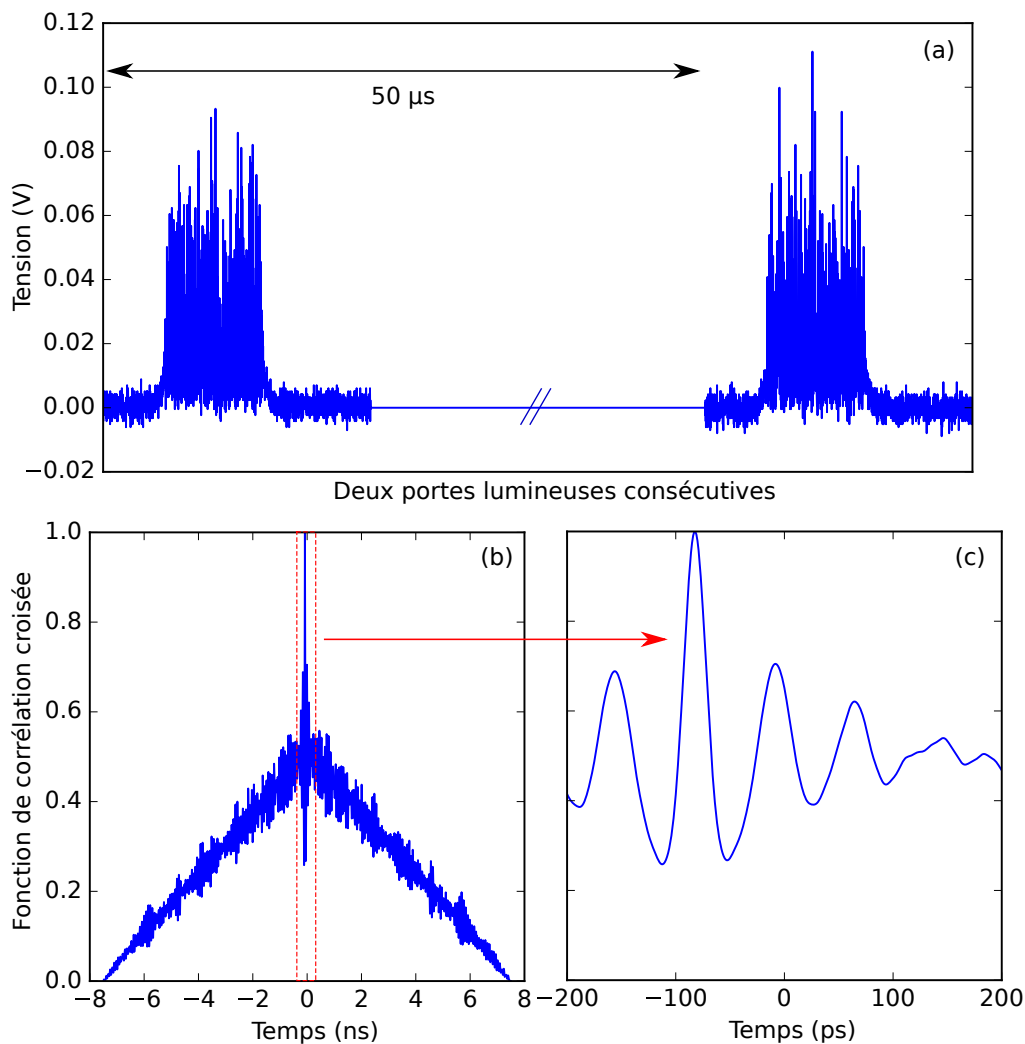


FIGURE D.4 – (a) Deux portes lumineuses consécutives; (b) fonction de corrélation croisée entre les deux portes lumineuses consécutives; (c) Zoom sur la fonction de corrélation croisée.

On présente sur la figure D.4 la fonction de corrélation croisée entre deux portes lumineuses consécutives. On calcule la fonction de corrélation croisée entre

deux portes lumineuses de 200 ns espacés d'un tour dans l'anneau (voir figure 3.9 (a)). La position du maximum de la fonction de corrélation nous indique le décalage temporel que nous devons appliqué ( $-82$  ps pour l'exemple de la figure 3.9 (b-c)) afin de resynchroniser les deux portes lumineuses consécutives.

Pour pouvoir extraire le diagramme spatio-temporel des données enregistrées par l'oscilloscope en mode séquence, on applique ce procédé à toutes les portes lumineuses consécutives d'un même échantillon. Notons que le signal est d'abord interpolé afin d'avoir une meilleure résolution de la fonction de corrélation croisée.

### D.2.3 Reconstruction du diagramme spatio-temporel pour le scénario des récurrences FPUT

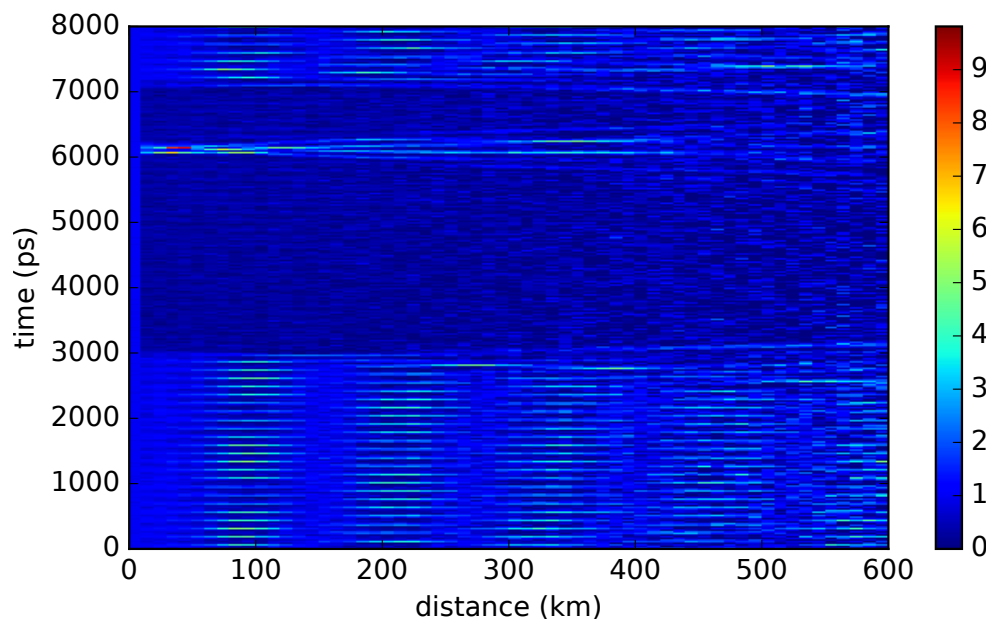


FIGURE D.5 – (a) Évolution spatio-temporelle d'une onde plane perturbée périodiquement en présence d'une perturbation sombre (qui correspond au marqueur)

Dans le cadre du scénario des récurrences FPU, nous avons également utilisé la fonction de corrélation croisée afin de reconstituer le diagramme spatio-temporel (comme pour l'instabilité modulationnelle spontanée, présentée dans le paragraphe précédent). Cependant ce traitement est moins efficace que pour l'instabilité modulationnelle. En effet, durant la propagation d'une onde plane perturbée périodiquement le système retourne à l'état initial (i.e. une onde plane) ce qui peut avoir pour conséquence de décaler temporellement les récurrences successives lorsqu'on reconstitue le diagramme spatio-temporel à partir de la fonction de corrélation croisée. C'est pourquoi, nous avons ajouté un marqueur sur la condition initiale afin de vérifier que la reconstitution du diagramme spatio-temporel s'effectue correctement

On peut voir sur la figure D.5 l'évolution d'une onde plane perturbée localement sur laquelle nous avons ajouté une perturbation (qui correspond au marqueur). Le marqueur est situé entre 3000 et 7000 ps. Il est composé d'une



perturbation sombre (entre 3000 et 7000 ps) et d'une perturbation brillante à  $\sim 6000$  ps. Sachant qu'une perturbation sombre est sans vitesse, le marqueur nous permet de nous assurer que la reconstitution du diagramme spatio-temporel s'effectue correctement lorsque la position temporelle de celui-ci est inchangé en fonction de la propagation du signal. Entre 0 et 3000 ps, l'onde plane est perturbée périodiquement et l'on retrouve l'évolution du scénario FPUT. Dans le cadre des résultats présentés sur les figures 4.4 et 4.6, nous nous sommes placés à plus longue distance du marqueur afin d'être sûr qu'il n'y a pas d'interaction entre le marqueur et l'onde plane perturbée périodiquement.



# Bibliographie

- [1] V. E. ZAKHAROV et L. A. OSTROVSKY. « Modulation instability : The beginning ». In : *Phys. D Nonlinear Phenom.* 238.5 (2009), p. 540-548. ISSN : 01672789. DOI : 10.1016/j.physd.2008.12.002. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physd.2008.12.002>.
- [2] Theoretical PHYSICS. « Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems ». In : *Proc. R. Soc. London. Ser. A. Math. Phys. Sci.* 299.1456 (1967), p. 59-76. ISSN : 2053-9169. DOI : 10.1098/rspa.1967.0123.
- [3] T. B. BENJAMIN et J.E. FEIR. « The disintegration ». In : *J. Fluid Mech.* 27.3 (1967), p. 417-430.
- [4] John M. DUDLEY et al. « Rogue waves and analogies in optics and oceanography ». In : *Nat. Rev. Phys.* (2019). DOI : 10.1038/s42254-019-0100-0.
- [5] John M. DUDLEY et al. « Instabilities, breathers and rogue waves in optics ». In : *Nat. Photonics* 8.10 (2014), p. 755-764. ISSN : 17494893. DOI : 10.1038/nphoton.2014.220. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2014.220>.
- [6] M. ONORATO et al. « Rogue waves and their generating mechanisms in different physical contexts ». In : *Phys. Rep.* 528.2 (2013), p. 47-89. ISSN : 03701573. DOI : 10.1016/j.physrep.2013.03.001. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2013.03.001>.
- [7] K. HAMMANI et al. « Spectral dynamics of modulation instability described using Akhmediev breather theory ». In : *Opt. Lett.* 36.11 (2011), p. 2140. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.36.002140.
- [8] K. TAI et al. « Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability ». In : *Appl. Phys. Lett.* 49.5 (1986), p. 236-238. ISSN : 00036951. DOI : 10.1063/1.97181.
- [9] O. KIMMOUN et al. « Modulation Instability and Phase-Shifted Fermi-Pasta-Ulam Recurrence ». In : *Sci. Rep.* 6.May (2016), p. 1-9. ISSN : 20452322. DOI : 10.1038/srep28516. arXiv : 1602.01604.
- [10] J. M. DUDLEY et al. « Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation ». In : *Opt. Express* 17.24 (2009), p. 21497. ISSN : 1094-4087. DOI : 10.1364/oe.17.021497.
- [11] Guillaume VANDERHAEGEN et al. « Observation of four Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou recurrences in an ultra-low-loss optical fiber ». In : *Opt. Express* 28.12 (2020), p. 17773. ISSN : 1094-4087. DOI : 10.1364/oe.391560.

- [12] Arnaud MUSSOT et al. « Fibre multi-wave mixing combs reveal the broken symmetry of Fermi-Pasta-Ulam recurrence ». In : *Nat. Photonics* 12.5 (2018), p. 303-308. ISSN : 17494893. DOI : 10.1038/s41566-018-0136-1. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41566-018-0136-1>.
- [13] G. VAN SIMAEYS et Ph EMLIT. « Experimental demonstration of the fermi-pasta-ulam recurrence in a modulationally unstable optical wave ». In : *Phys. Rev. Lett.* 87.3 (2001), p. 33902-1-33902-4. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.87.033902.
- [14] Stefano TRILLO et Matteo CONFORTI. « Quantitative approach to breather pair appearance in nonlinear modulational instability ». In : *Opt. Lett.* 44.17 (2019), p. 4275. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.44.004275.
- [15] Matteo CONFORTI et al. « Auto-modulation versus breathers in the nonlinear stage of modulational instability ». In : *Opt. Lett.* 43.21 (2018), p. 5291. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.43.005291. arXiv : 1808.06989.
- [16] G. A. EL' et al. « Modulational instability and formation of a nonlinear oscillatory structure in a "focusing" medium ». In : *Phys. Lett. A* 177.4-5 (1993), p. 357-361. ISSN : 03759601. DOI : 10.1016/0375-9601(93)90015-R.
- [17] Gino BIONDINI et Dionyssios MANTZAVINOS. « Long-Time Asymptotics for the Focusing Nonlinear Schrödinger Equation with Nonzero Boundary Conditions at Infinity and Asymptotic Stage of Modulational Instability ». In : *Commun. Pure Appl. Math.* 70.12 (2017), p. 2300-2365. ISSN : 10970312. DOI : 10.1002/cpa.21701. arXiv : 1512.06095.
- [18] Gino BIONDINI et Dionyssios MANTZAVINOS. « Universal Nature of the Nonlinear Stage of Modulational Instability ». In : *Phys. Rev. Lett.* 116.4 (2016), p. 1-5. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.116.043902. arXiv : 1511.00951.
- [19] Stéphane RANDOUX, Pierre SURET et Gennady EL. « Inverse scattering transform analysis of rogue waves using local periodization procedure ». In : *Sci. Rep.* 6.June (2016), p. 1-11. ISSN : 20452322. DOI : 10.1038/srep29238. arXiv : 1512.04707. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/srep29238>.
- [20] Shanti TOENGER et al. « Emergent rogue wave structures and statistics in spontaneous modulation instability ». In : *Sci. Rep.* 5 (2015), p. 1-8. ISSN : 20452322. DOI : 10.1038/srep10380. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/srep10380>.
- [21] Mikko NÄRHI et al. « Real-time measurements of spontaneous breathers and rogue wave events in optical fibre modulation instability ». In : *Nat. Commun.* 7 (2016), p. 1-9. ISSN : 20411723. DOI : 10.1038/ncomms13675.
- [22] Vladimir E. ZAKHAROV. « Turbulence in integrable systems ». In : *Stud. Appl. Math.* 122.3 (2009), p. 219-234. ISSN : 00222526. DOI : 10.1111/j.1467-9590.2009.00430.x.
- [23] Tullio LEVI-CIVITA. « Détermination rigoureuse des ondes permanentes d'ampleur finie ». In : *Mathematische Annalen* 93.1 (1925), p. 264-314.

- [24] Dirk J STRUIK. « Détermination rigoureuse des ondes irrotationnelles périodiques dans un canal à profondeur finie ». In : *Mathematische Annalen* 95.1 (1926), p. 595-634.
- [25] Yu KRASOVSKII. « P. 1961 On the theory of steady-state waves of finite amplitude ». In : *Zl. Vych. Mat. i Mat. Fiz* 1 (), p. 836.
- [26] L A OSTROVSKII. « Soviet Physics JETP ». In : *Phys. Today* 8.10 (1955), p. 11. ISSN : 19450699. DOI : 10.1063/1.3061785.
- [27] VI KARPMAN. « Self-modulation of nonlinear plane waves in dispersive media ». In : *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* 6 (1967), p. 277.
- [28] VI BESPALOV et VI TALANOV. « Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids ». In : *ZhETF Pisma Redaktsiiu* 3 (1966), p. 471.
- [29] LI ZAGRYADSKAYA et LA OSTROVSKII. « Observed self-influence of modulated waves in a nonlinear line ». In : *Radiophysics and Quantum Electronics* 11.6 (1968), p. 548-550.
- [30] Christopher K.W. TAM. « Amplitude dispersion and nonlinear instability of whistlers ». In : *Phys. Fluids* 12.5 (1969), p. 1028-1035. ISSN : 10706631. DOI : 10.1063/1.2163663.
- [31] Akira HASEGAWA. « Observation of self-trapping instability of a plasma cyclotron wave in a computer experiment ». In : *Phys. Rev. Lett.* 24.21 (1970), p. 1165-1168. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.24.1165.
- [32] Kevin E. STRECKER et al. « Formation and propagation of matter-wave soliton trains ». In : *Nature* 417.6885 (2002), p. 150-153. ISSN : 00280836. DOI : 10.1038/nature747.
- [33] K. TAI, A. HASEGAWA et A. TOMITA. « Observation of modulational instability in optical fibers ». In : *Phys. Rev. Lett.* 56.2 (1986), p. 135-138. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.56.135.
- [34] Akira HASEGAWA. « Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers ». In : *Opt. Lett.* 9.7 (1984), p. 288. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.9.000288.
- [35] M. J. POTASEK. « Modulation instability in an extended nonlinear Schrödinger equation ». In : *Opt. Lett.* 12.11 (1987), p. 921. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.12.000921.
- [36] Victor A VYSLOUKH et N A SUKHOTSKOVA. « Influence of third-order dispersion on the generation of a train of picosecond pulses in fiber waveguides due to self-modulation instability ». In : *Sov. J. Quantum Electron.* 17.11 (1987), p. 1509-1511. ISSN : 0049-1748. DOI : 10.1070/qe1987v017n11abeh010977.
- [37] Fumihiko ITO, Ken Ichi KITAYAMA et Hisao YOSHINAGA. « Experimental verification of frequency level-off of modulational instability in the minimum dispersion region ». In : *Appl. Phys. Lett.* 54.25 (1989), p. 2503-2505. ISSN : 00036951. DOI : 10.1063/1.101075.

- [38] Govind P AGRAWAL et MJ POTASEK. « Nonlinear pulse distortion in single-mode optical fibers at the zero-dispersion wavelength ». In : *Physical Review A* 33.3 (1986), p. 1765.
- [39] IM UZUNOV. « Influence of intrapulse Raman scattering on the modulation instability in optical fibres ». In : *Optical and quantum electronics* 22.6 (1990), p. 529-533.
- [40] B. HERMANSSON et D. YEVICK. « Modulational instability effects in PSK modulated coherent fiber systems and their reduction by optical loss ». In : *Opt. Commun.* 52.2 (1984), p. 99-102. ISSN : 00304018. DOI : 10.1016/0030-4018(84)90290-6.
- [41] D. ANDERSON et M. LISAK. « Modulational instability of coherent optical-fiber transmission signals ». In : *Opt. Lett.* 9.10 (1984), p. 468. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.9.000468.
- [42] Akira HASEGAWA et Kuo-chou TAI. « Effects of modulational instability on coherent transmission systems ». In : *Opt. Lett.* 14.10 (1989), p. 512. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.14.000512.
- [43] Edmund J. R. KELLEHER et al. « Role of pump coherence in the evolution of continuous-wave supercontinuum generation initiated by modulation instability ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 29.3 (2012), p. 502. ISSN : 0740-3224. DOI : 10.1364/josab.29.000502.
- [44] Ayhan DEMIRCAN et Uwe BANDELOW. « Supercontinuum generation by the modulation instability ». In : *Opt. Commun.* 244.1-6 (2005), p. 181-185. ISSN : 00304018. DOI : 10.1016/j.optcom.2004.09.049.
- [45] John M. DUDLEY, Goëry GENTY et Stéphane COEN. « Supercontinuum generation in photonic crystal fiber ». In : *Rev. Mod. Phys.* 78.4 (2006), p. 1135-1184. ISSN : 00346861. DOI : 10.1103/RevModPhys.78.1135.
- [46] M. ONORATO et al. « Rogue waves and their generating mechanisms in different physical contexts ». In : *Phys. Rep.* 528.2 (2013), p. 47-89. ISSN : 03701573. DOI : 10.1016/j.physrep.2013.03.001. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2013.03.001>.
- [47] Harald Ulrik SVERDRUP et Walter Heinrich MUNK. *Wind, sea and swell : Theory of relations for forecasting*. 303. Hydrographic Office, 1947.
- [48] K TRULSEN et KB DYSTHE. « Proceedings of the 21st Symposium on Naval Hydrodynamics ». In : (1997).
- [49] Christian KHARIF et Efim PELINOVSKY. « Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon ». In : (2003).
- [50] N. AKHMEDIEV, A. ANKIEWICZ et M. TAKI. « Waves that appear from nowhere and disappear without a trace ». In : *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.* 373.6 (2009), p. 675-678. ISSN : 03759601. DOI : 10.1016/j.physleta.2008.12.036. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2008.12.036>.

- [51] M. ONORATO et al. « Freak waves in random oceanic sea states ». In : *Phys. Rev. Lett.* 86.25 (2001), p. 5831-5834. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.86.5831. arXiv : 0104055 [nlin].
- [52] Kristian B. DYSTHE et Karsten TRULSEN. « Note on Breather Type Solutions of the NLS as Models for Freak-Waves ». In : *Phys. Scr. T* 82.3 (1999), p. 48-52. ISSN : 02811847. DOI : 10.1238/physica.topical.082a00048.
- [53] M. ONORATO et al. « Statistical properties of directional ocean waves : The role of the modulational instability in the formation of extreme events ». In : *Phys. Rev. Lett.* 102.11 (2009), p. 18-21. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.102.114502.
- [54] Alfred R. OSBORNE, Miguel ONORATO et Marina SERIO. « The nonlinear dynamics of rogue waves and holes in deep-water gravity wave trains ». In : *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.* 275.5-6 (2000), p. 386-393. ISSN : 03759601. DOI : 10.1016/S0375-9601(00)00575-2.
- [55] Miguel ONORATO et Pierre SURET. « Twenty years of progresses in oceanic rogue waves : the role played by weakly nonlinear models ». In : *Nat. Hazards* 84.2 (2016), p. 541-548. ISSN : 15730840. DOI : 10.1007/s11069-016-2449-z. arXiv : arXiv:1601.04317.
- [56] D. R. SOLLI et al. « Optical rogue waves ». In : *Nature* 450.7172 (2007), p. 1054-1057. ISSN : 14764687. DOI : 10.1038/nature06402.
- [57] Nail AKHMEDIEV et al. « Roadmap on optical rogue waves and extreme events ». In : *Journal of Optics* 18.6 (2016), p. 063001.
- [58] N. AKHMEDIEV et al. « Recent progress in investigating optical rogue waves ». In : *J. Opt. (United Kingdom)* 15.6 (2013). ISSN : 20408978. DOI : 10.1088/2040-8978/15/6/060201.
- [59] François COPIÉ, Stéphane RANDOUX et Pierre SURET. « The Physics of the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation in fiber optics : Rogue waves, modulation instability and self-focusing phenomena ». In : *Rev. Phys.* 5.July 2019 (2020), p. 100037. ISSN : 24054283. DOI : 10.1016/j.revip.2019.100037. URL : <https://doi.org/10.1016/j.revip.2019.100037>.
- [60] Stéphane RANDOUX et al. « Nonlinear random optical waves : Integrable turbulence, rogue waves and intermittency ». In : *Phys. D Nonlinear Phenom.* 333 (2016), p. 323-335. ISSN : 01672789. DOI : 10.1016/j.physd.2016.04.001. arXiv : 1509.06556. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physd.2016.04.001>.
- [61] Mark J. ABLOWITZ et al. « Nonlinear-evolution equations of physical significance ». In : *Phys. Rev. Lett.* 31.2 (1973), p. 125-127. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.31.125.
- [62] Govind P AGRAWAL. « Nonlinear fiber optics ». In : *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*. Springer, 2000, p. 195-211.
- [63] Brian H. KOLNER et Moshe NAZARATHY. « Temporal imaging with a time lens : erratum ». In : *Opt. Lett.* 15.11 (1990), p. 655. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.15.000655.

- [64] Joseph W GOODMAN. *Introduction to Fourier optics*. Roberts et Company Publishers, 2005.
- [65] A. CHABCHOUB, N. P. HOFFMANN et N. AKHMEDIEV. « Rogue wave observation in a water wave tank ». In : *Phys. Rev. Lett.* 106.20 (2011), p. 2-5. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.106.204502.
- [66] B. KIBLER et al. « The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics ». In : *Nat. Phys.* 6.10 (2010), p. 790-795. ISSN : 17452481. DOI : 10.1038/nphys1740. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphys1740>.
- [67] John Scott RUSSELL. *Report on Waves : Made to the Meetings of the British Association in 1842-43*. 1845.
- [68] Mark J ABLOWITZ et al. *Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering*. T. 149. Cambridge university press, 1991.
- [69] Akira HASEGAWA et Yūji KODAMA. *Solitons in optical communications*. 7. Oxford University Press, USA, 1995.
- [70] PL KNIGHT et A MILLER. *Optical solitons : theory and experiment*. T. 10. Cambridge University Press, 1992.
- [71] Yuri S KIVSHAR et Govind P AGRAWAL. *Optical solitons : from fibers to photonic crystals*. Academic press, 2003.
- [72] Michel PEYRARD. *Physique des solitons*. EDP Sciences, 2012.
- [73] Mark J ABLOWITZ et Harvey SEGUR. *Solitons and the inverse scattering transform*. SIAM, 1981.
- [74] N. J. ZABUSKY et M. D. KRUSKAL. « Interaction of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states ». In : *Phys. Rev. Lett.* 15.6 (1965), p. 240-243. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.15.240.
- [75] Akira HASEGAWA et Frederick TAPPERT. « Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion ». In : *Appl. Phys. Lett.* 23.4 (1973), p. 171-172. ISSN : 00036951. DOI : 10.1063/1.1654847.
- [76] L. F. MOLLENAUER et K. SMITH. « Demonstration of soliton transmission over >1000 km in fiber with loss compensated by Raman gain. » In : 13.8 (1988), p. 675-677. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/o1.13.000675.
- [77] E. DESURVIRE, M. DIGONNET et H. J. SHAW. « Raman Amplification in a Single-Mode Reentrant Fiber Loop. » In : 10.2 (1985), p. 120-121. DOI : 10.1364/of5.1985.wbb5.
- [78] N. N. AKHMEDIEV, V. M. ELEONSKII et N. E. KULAGIN. « Exact first-order solutions of the nonlinear Schrödinger equation ». In : *Theor. Math. Phys.* 72.2 (1987), p. 809-818. ISSN : 15739333. DOI : 10.1007/BF01017105.
- [79] Gaetan VAN SIMAEYS, Philippe EMLIT et Marc HAELTERMAN. « Experimental study of the reversible behavior of modulational instability in optical fibers ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 19.3 (2002), p. 477. ISSN : 0740-3224. DOI : 10.1364/josab.19.000477.



- [80] Mark J ABLOWITZ et al. « The inverse scattering transform-Fourier analysis for nonlinear problems ». In : *Studies in Applied Mathematics* 53.4 (1974), p. 249-315.
- [81] Jianke YANG. *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*. SIAM, 2010.
- [82] Clifford S GARDNER et al. « Yters 6 ». In : 19.19 (1967), p. 1095-1097.
- [83] Robert M. MIURA. « Korteweg-de Vries equation and generalizations. I. A remarkable explicit nonlinear transformation ». In : *J. Math. Phys.* 9.8 (1968), p. 1202-1204. ISSN : 00222488. DOI : 10. 1063/1. 1664700.
- [84] Mark J ABLOWITZ et al. « Method for solving the sine-Gordon equation ». In : *Physical Review Letters* 30.25 (1973), p. 1262.
- [85] Miki WADATI. « The modified Korteweg-de Vries equation ». In : *Journal of the Physical Society of Japan* 34.5 (1973), p. 1289-1296.
- [86] A SHABAT et V ZAKHAROV. « Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media ». In : *Soviet physics JETP* 34.1 (1972), p. 62.
- [87] Gino BIONDINI et Gregor KOVAČIČ. « Inverse scattering transform for the focusing nonlinear Schrödinger equation with nonzero boundary conditions ». In : *J. Math. Phys.* 55.3 (2014). ISSN : 00222488. DOI : 10. 1063/1. 4868483.
- [88] Barbara PRINARI, Mark J. ABLOWITZ et Gino BIONDINI. « Inverse scattering transform for the vector nonlinear Schrödinger equation with nonvanishing boundary conditions ». In : *J. Math. Phys.* 47.6 (2006). ISSN : 00222488. DOI : 10. 1063/1. 2209169.
- [89] Daniel KRAUS, Gino BIONDINI et Gregor KOVAČIČ. « The focusing Manakov system with nonzero boundary conditions ». In : *Nonlinearity* 28.9 (2015), p. 3101-3151. ISSN : 13616544. DOI : 10. 1088/0951-7715/28/9/3101.
- [90] Yan-Chow MA et Mark J ABLOWITZ. « The periodic cubic Schrodinger equation ». In : *Studies in applied Mathematics* 65.2 (1981), p. 113-158.
- [91] PG GRINEVICH et PM SANTINI. « Numerical instability of the Akhmediev breather and a finite-gap model of it ». In : *Conference in Mathematical Physics*. Springer. 2016, p. 3-23.
- [92] P. G. GRINEVICH et P. M. SANTINI. « The finite gap method and the analytic description of the exact rogue wave recurrence in the periodic NLS Cauchy problem. 1 ». In : *Nonlinearity* 31.11 (2018), p. 5258-5308. ISSN : 13616544. DOI : 10. 1088/1361-6544/aaddcf. arXiv : 1707.05659.
- [93] Alfred R OSBORNE. « Nonlinear ocean wave and the inverse scattering transform ». In : *Scattering*. Elsevier, 2002, p. 637-666.
- [94] Gino BIONDINI et Emily FAGERSTROM. « The integrable nature of modulational instability ». In : *SIAM J. Appl. Math.* 75.1 (2015), p. 136-163. ISSN : 00361399. DOI : 10. 1137/140965089.

- [95] AA VEDENOV. « Theory of a weakly turbulent plasma ». In : *Reviews of plasma physics*. Springer, 1967, p. 229-276.
- [96] G M ZASLAVSKII et R Z SAGDEEV. « Limits of statistical description of a nonlinear wave field ». In : *Sov. J. Exp. Theor. Phys.* 25.4 (1967), p. 718. ISSN : 1063-7761.
- [97] Vladimir Evgen'evich ZAKHAROV et NN FILONENKO. « Energy spectrum for stochastic oscillations of the surface of a liquid ». In : *Doklady Akademii Nauk*. T. 170. 6. Russian Academy of Sciences. 1966, p. 1292-1295.
- [98] M. J.H. FOX. « on the Nonlinear Transfer of Energy in the Peak of a Gravity Wave Spectrum. » In : (1978), p. 319-334.
- [99] Eric HERBERT, Nicolas MORDANT et Eric FALCON. « Observation of the nonlinear dispersion relation and spatial statistics of wave turbulence on the surface of a fluid ». In : *Phys. Rev. Lett.* 105.14 (2010), p. 1-4. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.105.144502. arXiv : 1005.2000.
- [100] A. PICOZZI et al. « Optical wave turbulence : Towards a unified nonequilibrium thermodynamic formulation of statistical nonlinear optics ». In : *Phys. Rep.* 542.1 (2014), p. 1-132. ISSN : 03701573. DOI : 10.1016/j.physrep.2014.03.002. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2014.03.002>.
- [101] S. DYACHENKO et al. « Optical turbulence : weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear Schrödinger equation ». In : *Phys. D Nonlinear Phenom.* 57.1-2 (1992), p. 96-160. ISSN : 01672789. DOI : 10.1016/0167-2789(92)90090-A.
- [102] Pierre SURET, Antonio PICOZZI et Stéphane RANDOUX. « Wave turbulence in integrable systems : nonlinear propagation of incoherent optical waves in single-mode fibers ». In : *Opt. Express* 19.18 (2011), p. 17852. ISSN : 1094-4087. DOI : 10.1364/oe.19.017852.
- [103] Sergey NAZARENKO. *Wave turbulence*. T. 825. Springer Science & Business Media, 2011.
- [104] Peter A.E.M. JANSSEN. « Nonlinear four-wave interactions and freak waves ». In : *J. Phys. Oceanogr.* 33.4 (2003), p. 863-884. ISSN : 00223670. DOI : 10.1175/1520-0485(2003)33<863:NFI&FW>2.0.CO;2.
- [105] Daniel B. S. SOH et al. « The effect of dispersion on spectral broadening of incoherent continuous-wave light in optical fibers ». In : *Opt. Express* 18.21 (oct. 2010), p. 22393-22405. DOI : 10.1364/OE.18.022393. URL : <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-18-21-22393>.
- [106] Giacomo ROBERTI et al. « Early stage of integrable turbulence in the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation : A semiclassical approach to statistics ». In : *Phys. Rev. E* 100.3 (2019), p. 32212. ISSN : 24700053. DOI : 10.1103/PhysRevE.100.032212. URL : <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.032212>.

- [107] D. S. AGAFONTSEV et V. E. ZAKHAROV. « Integrable turbulence and formation of rogue waves ». In : *Nonlinearity* 28.8 (2015), p. 2791-2821. ISSN : 13616544. DOI : 10.1088/0951-7715/28/8/2791. arXiv : 1409.4692.
- [108] J. M. SOTO-CRESPO, N. DEVINE et N. AKHMEDIEV. « Integrable Turbulence and Rogue Waves : Breathers or Solitons? » In : *Phys. Rev. Lett.* 116.10 (2016), p. 1-5. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.116.103901.
- [109] D. S. AGAFONTSEV et V. E. ZAKHAROV. « Integrable turbulence generated from modulational instability of cnoidal waves ». In : *Nonlinearity* 29.11 (2016), p. 3551-3578. ISSN : 13616544. DOI : 10.1088/0951-7715/29/11/3551. arXiv : 1512.06332.
- [110] Andrey GELASH et al. « Bound State Soliton Gas Dynamics Underlying the Spontaneous Modulational Instability ». In : *Phys. Rev. Lett.* 123.23 (2019), p. 1-7. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.123.234102. arXiv : 1907.07914.
- [111] Pierre SURET et al. « Single-shot observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy ». In : *Nat. Commun.* 7 (2016), p. 1-8. ISSN : 20411723. DOI : 10.1038/ncomms13136. arXiv : 1603.01477.
- [112] Pierre WALCZAK, Stéphane RANDOUX et Pierre SURET. « Optical rogue waves in integrable turbulence ». In : *Phys. Rev. Lett.* 114.14 (2015), p. 33-35. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.114.143903. arXiv : 1410.6058.
- [113] Adrien E. KRAYCH et al. « Statistical Properties of the Nonlinear Stage of Modulation Instability in Fiber Optics ». In : *Phys. Rev. Lett.* 123.9 (2019), p. 1-6. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.123.093902. arXiv : 1903.05190.
- [114] Joseph W GOODMAN. *Statistical optics*. John Wiley & Sons, 2015.
- [115] Leonard MANDEL et Emil WOLF. *Optical coherence and quantum optics*. Cambridge university press, 1995.
- [116] R. EL KOUSSAIFI et al. « Spontaneous emergence of rogue waves in partially coherent waves : A quantitative experimental comparison between hydrodynamics and optics ». In : *Phys. Rev. E* 97.1 (2018), p. 1-11. ISSN : 24700053. DOI : 10.1103/PhysRevE.97.012208. arXiv : 1706.07673.
- [117] M. ONORATO et al. « Observation of strongly non-Gaussian statistics for random sea surface gravity waves in wave flume experiments ». In : *Phys. Rev. E - Stat. Physics, Plasmas, Fluids, Relat. Interdiscip. Top.* 70.6 (2004), p. 4. ISSN : 1063651X. DOI : 10.1103/PhysRevE.70.067302.
- [118] Alexey TIKAN. « Integrable turbulence in optical fiber experiments : from local dynamics to statistics ». Thèse de doct. 2018.
- [119] Pierre WALCZAK. « Propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques ». Thèse de doct. Lille 1, 2016.
- [120] Rebecca EL KOUSSAIFI. « Statistique et dynamique ultra-rapides dans des expériences d'optique non linéaires fibrées ». Thèse de doct. Lille 1, 2017.

- [121] V. E. ZAKHAROV et A. A. GELASH. « Nonlinear stage of modulation instability ». In : *Phys. Rev. Lett.* 111.5 (2013), p. 1-5. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.111.054101. arXiv : 1212.1393.
- [122] A. A. GELASH et V. E. ZAKHAROV. « Superregular solitonic solutions : A novel scenario for the nonlinear stage of modulation instability ». In : *Nonlinearity* 27.4 (2014). ISSN : 13616544. DOI : 10.1088/0951-7715/27/4/R1.
- [123] B. KIBLER et al. « Superregular breathers in optics and hydrodynamics : Omnipresent modulation instability beyond simple periodicity ». In : *Phys. Rev. X* 5.4 (2015), p. 1-12. ISSN : 21603308. DOI : 10.1103/PhysRevX.5.041026.
- [124] Pierre HENROTAY et al. « Periodic solutions and recurrence for nonlinear Schrödinger equation : a Fourier-mode approach ». In : *J. Mec* 20 (1981), p. 159-168.
- [125] G. CAPPELLINI et S. TRILLO. « Third-order three-wave mixing in single-mode fibers : exact solutions and spatial instability effects ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 8.4 (1991), p. 824. ISSN : 0740-3224. DOI : 10.1364/josab.8.000824.
- [126] S. TRILLO et S. WABNITZ. « Nonlinear modulational instability in optical fibres ». In : *Inst. Phys. Conf. Ser.* 16.115 (1990), p. 207-210. ISSN : 03730751.
- [127] NN AKHMEDIEV et VI KORNEEV. « Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation ». In : *Theoretical and Mathematical Physics* 69.2 (1986), p. 1089-1093.
- [128] N N AKHMEDIEV, V M ELEONSKII et N E KULAGIN. « Generation of periodic trains of picosecond pulses in an optical fiber : exact solutions ». In : *Sov. Phys. JETP* 62.5 (1985), p. 894. URL : [http://jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e%7B%5C\\_%7D062%7B%5C\\_%7D05%7B%5C\\_%7D0894.pdf](http://jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e%7B%5C_%7D062%7B%5C_%7D05%7B%5C_%7D0894.pdf).
- [129] Jan Willem GOOSSENS, Hartmut HAFERMANN et Yves JAOUËN. « Experimental realization of Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou recurrence in a long-haul optical fiber transmission system ». In : *Sci. Rep.* 9.1 (2019), p. 1-11. ISSN : 20452322. DOI : 10.1038/s41598-019-54825-4. arXiv : 1911.10900.
- [130] M. ERKINTALO et al. « Akhmediev breather evolution in optical fiber for realistic initial conditions ». In : *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.* 375.19 (2011), p. 2029-2034. ISSN : 03759601. DOI : 10.1016/j.physleta.2011.04.002. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2011.04.002>.
- [131] Alexey TIKAN et al. « Single-shot measurement of phase and amplitude by using a heterodyne time-lens system and ultrafast digital time-holography ». In : *Nat. Photonics* 12.4 (2018), p. 228-234. ISSN : 17494893. DOI : 10.1038/s41566-018-0113-8. arXiv : 1707.07567. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41566-018-0113-8>.
- [132] Kamal HAMMANI et al. « Peregrine soliton generation and breakup in standard telecommunications fiber ». In : *Opt. Lett.* 36.2 (2011), p. 112. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.36.000112.

- [133] B. FRISQUET, B. KIBLER et G. MILLOT. « Collision of akhmediev breathers in nonlinear fiber optics ». In : *Phys. Rev. X* 3.4 (2014), p. 1-9. ISSN : 21603308. DOI : 10.1103/PhysRevX.3.041032.
- [134] B. KIBLER et al. « Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre ». In : *Sci. Rep.* 2 (2012), p. 1-5. ISSN : 20452322. DOI : 10.1038/srep00463.
- [135] Rick TREBINO. *Frequency-resolved optical gating : the measurement of ultra-short laser pulses*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [136] Alexey TIKAN et al. « Universality of the Peregrine Soliton in the Focusing Dynamics of the Cubic Nonlinear Schrödinger Equation ». In : *Phys. Rev. Lett.* 119.3 (2017), p. 1-6. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.119.033901.
- [137] D. R. SOLLI et al. « Fluctuations and correlations in modulation instability ». In : *Nat. Photonics* 6.7 (2012), p. 463-468. ISSN : 17494885. DOI : 10.1038/nphoton.2012.126. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2012.126>.
- [138] G. A. EL et al. « Decay of an initial discontinuity in the defocusing NLS hydrodynamics ». In : *Phys. D Nonlinear Phenom.* 87.1-4 (1995), p. 186-192. ISSN : 01672789. DOI : 10.1016/0167-2789(95)00147-V.
- [139] Gino BIONDINI. « Riemann problems and dispersive shocks in self-focusing media ». In : *Phys. Rev. E* 98.5 (2018), p. 1-7. ISSN : 24700053. DOI : 10.1103/PhysRevE.98.052220. arXiv : 1810.11504.
- [140] Gino BIONDINI, Sitai LI et Dionyssios MANTZAVINOS. « Oscillation structure of localized perturbations in modulationally unstable media ». In : *Phys. Rev. E* 94.6 (2016), p. 1-6. ISSN : 24700053. DOI : 10.1103/PhysRevE.94.060201.
- [141] G. B. WHITMAN. *Linear and nonlinear waves*. 1974. ISBN : 0471359424. DOI : 10.4249/scholarpedia.4308.
- [142] A. M. KAMCHATNOV. « New approach to periodic solutions of integrable equations and nonlinear theory of modulational instability ». In : *Phys. Rep.* 286.4 (1997), p. 199-270. ISSN : 03701573. DOI : 10.1016/S0370-1573(96)00049-X.
- [143] G. A. EL et M. A. HOEFER. « Dispersive shock waves and modulation theory ». In : *Phys. D Nonlinear Phenom.* 333 (2016), p. 11-65. ISSN : 01672789. DOI : 10.1016/j.physd.2016.04.006. arXiv : 1602.06163.
- [144] G. A. EL, E. G. KHAMIS et A. TOVBIS. « Dam break problem for the focusing nonlinear Schrödinger equation and the generation of rogue waves ». In : *Nonlinearity* 29.9 (2016), p. 2798-2836. ISSN : 13616544. DOI : 10.1088/0951-7715/29/9/2798.
- [145] Félicien BONNEFOY et al. « From Benjamin-Feir instability to focusing dam breaks in water waves ». In : (2019), p. 1-15. arXiv : 1911.00053. URL : <http://arxiv.org/abs/1911.00053>.

- [146] Gang XU et al. « Dispersive Dam-Break Flow of a Photon Fluid ». In : *Phys. Rev. Lett.* 118.25 (2017), p. 1-5. ISSN : 10797114. DOI : 10.1103/PhysRevLett.118.254101.
- [147] Gino BIONDINI et al. « Universal behavior of modulationally unstable media ». In : *SIAM Rev.* 60.4 (2018), p. 888-908. ISSN : 00361445. DOI : 10.1137/17M1112765. arXiv : 1710.05068.
- [148] G. AUBIN et al. « 20 Gbit/s soliton transmission over transoceanic distances with a 105 km amplifier span ». In : *Electron. Lett.* 31.13 (1995), p. 1079-1080. ISSN : 00135194. DOI : 10.1049/e1:19950755.
- [149] R. M. MU et al. « Comparison of theory and experiment for dispersion-managed solitons in a recirculating fiber loop ». In : *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 6.2 (2000), p. 248-257. ISSN : 1077260X. DOI : 10.1109/2944.847760.
- [150] Senior MEMBER. « Circulating Loop Transmission Experiments for the Study ». In : *Lightwave* 13.5 (1995), p. 879-888.
- [151] Hiroyuki TODA, Hiroyuki YAMAGISHI et Akira HASEGAWA. « 10-GHz optical soliton transmission experiment in a sliding-frequency recirculating fiber loop ». In : *Opt. Lett.* 20.9 (1995), p. 1002. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.20.001002.
- [152] K. SUZUKI et al. « 40-Gbit/s single-channel optical soliton transmission over 70,000 km using in-line synchronous modulation and optical filtering ». In : *Conf. Opt. Fiber Commun. Tech. Dig. Ser. T.* 1998-Janua. 1998, p. 292-294. DOI : 10.1109/ofc.1998.657409.
- [153] M. NAKAZAWA et al. « Experimental demonstration of soliton data transmission over unlimited distances with soliton control in time and frequency domains ». In : *Electron. Lett.* 29.9 (1993), p. 729-730. ISSN : 00135194. DOI : 10.1049/e1:19930489.
- [154] Jan Willem GOOSSENS, Yves JAOUËN et Hartmut HAFERMANN. « Experimental demonstration of data transmission based on the exact inverse periodic nonlinear Fourier transform ». In : *Opt. InfoBase Conf. Pap. Part F160-* (2019), p. 2-4. DOI : 10.1364/OFC.2019.M1I.6. arXiv : 1904.12824.
- [155] Clifford HEADLEY et Govind AGRAWAL. *Raman amplification in fiber optical communication systems*. Academic press, 2005.
- [156] L. F. MOLLENAUER, J. P. GORDON et M. N. ISLAM. « Soliton Propagation in Long Fibers with Periodically Compensated Loss ». In : *IEEE J. Quantum Electron.* 22.1 (1986), p. 157-173. ISSN : 15581713. DOI : 10.1109/JQE.1986.1072858.
- [157] L. F. MOLLENAUER, R. H. STOLEN et M. N. ISLAM. « Experimental Demonstration of Soliton Propagation in Long Fibers : Loss Compensated By Raman Gain. » In : 10.5 (1985), p. 80-81. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.10.000229.

- [158] Akira HASEGAWA. « Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated Raman process ». In : *Appl. Opt.* 23.19 (1984), p. 3302. ISSN : 0003-6935. DOI : 10.1364/ao.23.003302.
- [159] Masataka NAKAZAWA, Yasuo KIMURA et Kazunori SUZUKI. « Efficient Er<sup>3+</sup>-doped optical fiber amplifier pumped by a 1.48  $\mu\text{m}$  InGaAsP laser diode ». In : *Appl. Phys. Lett.* 54.4 (1989), p. 295-297. ISSN : 00036951. DOI : 10.1063/1.101448.
- [160] M. NAKAZAWA et al. « 10Gbit/S Soliton Data Transmission Over One Million Kilometres ». In : *Electron. Lett.* 27.14 (1991), p. 1270-1272. ISSN : 00135194. DOI : 10.1049/e1:19910796.
- [161] S. KAWAI, K. IWATSUKI et S. NISHI. *Demonstration of error free optical soliton transmission over 30 000 km at 10 Gbit/s with signal frequency sliding technique*. 1995. DOI : 10.1049/e1:19951021.
- [162] A. G. OKHRIMCHUK, G. ONISHCHUKOV et F. LEDERER. « Long-haul soliton transmission at 1.3  $\mu\text{m}$  using distributed Raman amplification ». In : *J. Light. Technol.* 19.6 (2001), p. 837-841. ISSN : 07338724. DOI : 10.1109/50.927513.
- [163] L. F. MOLLENAUER et al. « Demonstration of massive wavelength-division multiplexing over transoceanic distances by use of dispersion-managed solitons ». In : *Opt. Lett.* 25.10 (2000), p. 704. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.25.000704.
- [164] V. E. ZAKHAROV et A. A. GELASH. « Superregular solitonic solutions : a novel scenario of the nonlinear stage of Modulation Instability ». In : (2012), p. 1-41. arXiv : 1211.1426. URL : <http://arxiv.org/abs/1211.1426>.
- [165] A. I. DYACHENKO et V. E. ZAKHAROV. « Modulation instability of stokes wave freak wave ». In : *JETP Lett.* 81.6 (2005), p. 255-259. ISSN : 00213640. DOI : 10.1134/1.1931010.
- [166] Amin CHABCHOUB et al. « Experiments on spontaneous modulation instability in hydrodynamics ». In : *The 27th International Ocean and Polar Engineering Conference*. International Society of Offshore et Polar Engineers. 2017.
- [167] Miguel ONORATO et al. « On the origin of heavy-tail statistics in equations of the Nonlinear Schrödinger type ». In : *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.* 380.39 (2016), p. 3173-3177. ISSN : 03759601. DOI : 10.1016/j.physleta.2016.07.048. arXiv : 1601.04317. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2016.07.048>.
- [168] Alexey TIKAN. « Effect of local Peregrine soliton emergence on statistics of random waves in the one-dimensional focusing nonlinear Schrödinger equation ». In : *Phys. Rev. E* 101.1 (2020), p. 12209. ISSN : 24700053. DOI : 10.1103/PhysRevE.101.012209. arXiv : 1905.11938. URL : <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.012209>.

- [169] R Hanbury BROWN et RQ Twiss. « Interferometry of the intensity fluctuations in light. II. An experimental test of the theory for partially coherent light ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 243.1234 (1958), p. 291-319.
- [170] Anton ATTL et al. « Correlations and counting statistics of an atom laser ». In : *Phys. Rev. Lett.* 95.9 (2005), p. 4-7. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.95.090404. arXiv : 0508439 [cond-mat].
- [171] L. CACCIAPUOTI et al. « Second-order correlation function of a phase fluctuating Bose-Einstein condensate ». In : *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.* 68.5 (2003), p. 10. ISSN : 10941622. DOI : 10.1103/PhysRevA.68.053612.
- [172] E FERMI, J R PASTA et S M ULAM. « Studies of Non-Linear Problems (Technical Report) ». In : *Collect. Work. E. Fermi* 2.May (1965), p. 978-988.
- [173] F. D. TAPPERT et C. N. JUDICE. « Recurrence of nonlinear ion acoustic waves ». In : *Phys. Rev. Lett.* 29.19 (1972), p. 1308-1311. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.29.1308.
- [174] NN AKHMEDIEV. « Déjà vu in optics ». In : *Nature* (2001), p. 267-268. URL : <http://www.rsphysse.anu.edu.au/%7B~%7Dnna124/Txt/Deja-vu-Nail.pdf>.
- [175] Stefan WABNITZ et Benjamin WETZEL. « Instability and noise-induced thermalization of Fermi-Pasta-Ulam recurrence in the nonlinear Schrödinger equation ». In : *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.* 378.37 (2014), p. 2750-2756. ISSN : 03759601. DOI : 10.1016/j.physleta.2014.07.018. URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2014.07.018>.
- [176] Christian KHARIF, Efim PELINOVSKY et Alexey SLUNYAEV. « Quasi-Linear Wave Focusing ». In : *Rogue Waves in the Ocean*. Springer, 2009, p. 63-89.
- [177] M. ONORATO et al. « Modulational instability and non-Gaussian statistics in experimental random water-wave trains ». In : *Phys. Fluids* 17.7 (2005), p. 1-4. ISSN : 10706631. DOI : 10.1063/1.1946769.
- [178] Marco BERTOLA et Alexander TOVBIS. « Universality for the Focusing Nonlinear Schrödinger Equation at the Gradient Catastrophe Point : Rational Breathers and Poles of the Triconquée Solution to Painlevé I ». In : *Commun. Pure Appl. Math.* 66.5 (2013), p. 678-752. ISSN : 00103640. DOI : 10.1002/cpa.21445. arXiv : 1004.1828.
- [179] Robert W BOYD. *Nonlinear optics*. Elsevier, 2003.
- [180] F. MATERA et al. « Sideband instability induced by periodic power variation in long-distance fiber links ». In : *Opt. Lett.* 18.18 (1993), p. 1499. ISSN : 0146-9592. DOI : 10.1364/ol.18.001499.
- [181] Qiang LIN et Govind P. AGRAWAL. « Vector theory of stimulated Raman scattering and its application to fiber-based Raman amplifiers ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 20.8 (2003), p. 1616. ISSN : 0740-3224. DOI : 10.1364/josab.20.001616.





Résumé

Ces travaux de thèse portent sur l'instabilité modulationnelle dans un anneau de recirculation fibré. L'instabilité modulationnelle (appelée instabilité de Benjamin-Feir en hydrodynamique) est responsable de l'amplification exponentielle de faibles perturbations d'une onde plane, ce qui conduit à la déstabilisation de celle-ci et à l'apparition d'intenses structures cohérentes localisées dans l'espace et dans le temps. Les dynamiques spatio-temporelles, riches et complexes, issues de ce mécanisme sont la source d'un vif intérêt dans plusieurs champs de la physique où l'équation de Schrödinger non linéaire joue un rôle important. Afin d'étudier ce phénomène, nous avons construit un anneau de recirculation fibré permettant l'observation de l'évolution spatio-temporelle d'une onde lumineuse se propageant dans une fibre optique. Les dynamiques spatio-temporelles issues de l'instabilité modulationnelle diffèrent selon la nature de la perturbation qui déstabilise l'onde plane. Nous avons utilisé l'anneau de recirculation afin d'étudier la dynamique de deux types de perturbations : locale et aléatoire. Dans le cas de la perturbation locale, nous avons mis en évidence, pour la première fois, l'émergence de structures non linéaires oscillantes prédites dans le cadre de théories mathématiques. Dans le cas d'une perturbation aléatoire, nos travaux entrent dans le champ de la turbulence intégrable. Nous avons pu observer des dynamiques spatio-temporelles jusque là uniquement révélées par des simulations numériques et confronter les propriétés statistiques de nos résultats expérimentaux aux simulations numériques de l'équation de Schrödinger non linéaire.

**Mots clés :** optiques non linéaires ; solitons ; fibres optiques ; turbulence intégrable ; optiques non linéaires statistiques ; equation de schrödinger non linéaire

---

MODULATION INSTABILITY IN A RECIRCULATING FIBER LOOP

Abstract

This thesis work deals with the modulation instability in a recirculating fiber loop. Modulational instability (called Benjamin-Feir instability in hydrodynamics) is responsible for the exponential amplification of weak perturbations of a plane wave, which leads to the plane wave destabilization and the emergence of intense coherent structures localized in space and time. The rich and complex spatio-temporal dynamic resulting from this mechanism is the source of important interest in several fields of physics where the nonlinear Schrödinger equation plays an important role. In order to study this phenomenon, we set up a recirculating fiber loop allowing us to measure the spatio-temporal evolution of a light wave propagating in an optical fiber. The spatio-temporal dynamics resulting from the modulation instability differ according to the nature of the perturbation which destabilizes the plane wave. We have used the recirculation fiber loop to study the dynamics of two types of perturbations: local and stochastic. In the case of local perturbation, we have demonstrated, for the first time, the emergence of oscillating nonlinear structures predicted within the framework of certain mathematical theories. In the case of a random perturbation, our work falls within the field of integrable turbulence. We were able to observe spatio-temporal dynamics until then only revealed by numerical simulations and to confront the statistical properties of our experimental results with numerical simulations of the nonlinear Schrödinger equation.

**Keywords:** nonlinear optics, solitons; optical fibers; integrable turbulence; nonlinear statistical optics; nonlinear schrödinger equation

---