



UNIVERSITÉ DE LILLE

École doctorale EDSMRE
Unité de recherche PhLAM

Thèse présentée par **Alexandre MUCCI**

Soutenue le **26 novembre 2024**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Physique des milieux dilués**
Spécialité **Optique non-linéaire**

État lié de solitons : perturbation localisée et effet dissipatif

Thèse dirigée par Pierre SURET directeur
Francois COPIE co-encadrant

Composition du jury

<i>Rapporteurs</i>	Mustapha TLIDI	Professeur à l'Université Libre de Bruxelles	
	Christophe FINOT	Professeur à l'Université de Bourgogne	
<i>Examineurs</i>	Alexandre KUDLINSKI	Professeur à l'Université de Lille	président du jury
	Benoît BARVIAU	Maître de conférences à l'Université de Rouen	
<i>Directeurs de thèse</i>	Pierre SURET	Professeur à l'Université de Lille	
	Francois COPIE	Maître de conférences à l'Université de Lille	

COLOPHON

Mémoire de thèse intitulé « État lié de solitons : perturbation localisée et effet dissipatif », écrit par Alexandre MUCCI, achevé le 2 décembre 2024, composé au moyen du système de préparation de document L^AT_EX et de la classe yathesis dédiée aux thèses préparées en France.



UNIVERSITÉ DE LILLE

École doctorale EDSMRE
Unité de recherche PhLAM

Thèse présentée par **Alexandre MUCCI**

Soutenue le **26 novembre 2024**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Physique des milieux dilués**
Spécialité **Optique non-linéaire**

État lié de solitons : perturbation localisée et effet dissipatif

Thèse dirigée par Pierre SURET directeur
Francois COPIE co-encadrant

Composition du jury

<i>Rapporteurs</i>	Mustapha TLIDI	Professeur à l'Université Libre de Bruxelles	
	Christophe FINOT	Professeur à l'Université de Bourgogne	
<i>Examineurs</i>	Alexandre KUDLINSKI	Professeur à l'Université de Lille	président du jury
	Benoît BARVIAU	Maître de conférences à l'Université de Rouen	
<i>Directeurs de thèse</i>	Pierre SURET	Professeur à l'Université de Lille	
	Francois COPIE	Maître de conférences à l'Université de Lille	



UNIVERSITÉ DE LILLE

Doctoral School EDSMRE
University Department PhLAM

Thesis defended by **Alexandre MUCCI**

Defended on **November 26, 2024**

In order to become Doctor from Université de Lille

Academic Field **Diluted medium physics**

Speciality **Nonlinear Optics**

Bound state of solitons : localized perturbation and dissipative effect

Thesis supervised by Pierre SURET Supervisor
Francois COPIE Co-Monitor

Committee members

<i>Referees</i>	Mustapha TLIDI	Professeur à l'Université Libre de Bruxelles	
	Christophe FINOT	Professeur à l'Université de Bourgogne	
<i>Examiners</i>	Alexandre KUDLINSKI	Professeur à l'Université de Lille	Committee President
	Benoît BARVIAU	Maître de conférences à l'Université de Rouen	
<i>Supervisors</i>	Pierre SURET	Professeur à l'Université de Lille	
	Francois COPIE	Maître de conférences à l'Université de Lille	

Cette thèse a été préparée au

PhLAM

2 Av. Jean Perrin
59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex
France

☎ +33 3 20 33 60 37

Site <https://phlam.univ-lille.fr>



Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury, M. Mustapha Tlidi, M. Christophe Finot, M. Alexandre Kudlinski et M. Benoît Barbiau, pour le temps et l'attention qu'ils ont consacrés à examiner et évaluer le travail présenté dans ce manuscrit. Je souhaite également adresser une mention spéciale à M. Kudlinski et M. Barbiau pour leur implication en tant que membres du comité de suivi de thèse, dont les échanges constructifs et bienveillants ont été une source précieuse d'orientation tout au long de mon parcours. Je remercie également l'école doctorale SMRE, la direction du laboratoire, ainsi que ma direction de thèse, qui m'ont permis d'effectuer cette thèse au sein du laboratoire PhLAM. Enfin, je tiens à remercier les différents enseignants qui ont marqué mon parcours universitaire, notamment M. Akjouj, Mme Zehnlé et M. Goubet. Je vous suis reconnaissant pour la qualité de votre enseignement et pour votre implication, qui ont su, au moins en partie, m'insuffler l'envie de poursuivre dans cette voie, et ce, même si je n'ai pas toujours été l'élève le plus studieux.

Comme pour beaucoup, mais particulièrement vrai dans mon cas, le travail présenté dans ce manuscrit, et plus généralement tout le travail accompli durant ces trois années, n'a pas été le fruit de mes seuls efforts. À ce titre, je tiens à remercier ceux dont l'implication a été plus qu'importante à mes yeux. Julien, bien que nos sujets d'étude soient différents et que tu sois dans un autre bureau, ça a toujours été un plaisir de te croiser dans les couloirs, de discuter de tes stress oxydants et de mes stress permanents, que tu as su modéliser et contrôler avec humour. Merci également pour la cachette : même si je n'ai jamais osé venir profiter du canapé malgré tes multiples invitations, ta bienveillance et ton soutien ont toujours été présents. Jordan, ça commence à faire un paquet d'années que nos chemins se croisent, même si nos parcours ont connu quelques déviations : moi en fin de licence, et toi avec ton choix pour la spectroscopie. J'ai eu la chance et l'opportunité de te voir évoluer... et devenir de plus en plus grincheux et râleur. Quel plaisir ! (Vraiment.) Je garde d'excellents souvenirs de la période de l'âge d'or, avec toute la bande dans le bureau 124. C'était une époque mémorable, faite de discussions, de rires, et d'une camaraderie inoubliable.

Quentin, merci d'être venu égayer mes "début" (jusqu'à 15h) d'après-midi avec ton acolyte de toujours. Je garde un excellent souvenir des différentes poses/scénarios improvisés après chaque ouverture de porte, qui ne manquaient jamais de surprendre. Merci également pour la balle de tennis, qui a su apporter du bonheur à beaucoup, à toute heure du jour et surtout de la nuit (vraiment, surtout la nuit). Et je te promets que j'ai remis le matériel de ta salle de manip exactement là où je l'avais trouvé!

Loïc, LA découverte des RNL, sache que ce moment restera gravé comme un point clé de ma thèse, marquant le début d'un nombre incalculable de private jokes, de fous rires mémorables, et de discussions interminables, toujours menées avec plaisir. Au-delà de ces moments de légèreté, je tiens à te remercier pour ta patience et ton implication, tant sur le plan scientifique que sur le plan humain. Tu as su être une présence constante, un soutien inestimable dans les moments d'incertitude, et un collègue exceptionnel dans les moments de réussite. Cette thèse n'aurait définitivement pas eu la même saveur sans toi, et je suis heureux de pouvoir te compter parmi mes amis.

Martin, je sais que tu me contrediras, mais cette thèse, ainsi que sa finalisation, est en grande partie à ton crédit. Partager notre bureau (contre ton gré), d'abord légalement, puis illégalement, a été pour moi une source inestimable de motivation et de joie tout au long de ces années. En tant que collègue, je tiens à te remercier pour ton investissement, ta patience et ta disponibilité. Sans toi, tes explications répétées (souvent sur les mêmes sujets d'ailleurs) et nos nombreuses discussions, rien de tout cela n'aurait été possible. Et en tant qu'ami, je te remercie pour tous les moments passés ensemble, que ce soit au labo, en salle de manip, ou ailleurs. Ces instants comptent parmi les plus précieux souvenirs de ma vie. Bisous ma poule! Et surtout, n'oublie jamais : ta simu est fausse!

Paul, cela fait maintenant neuf ans depuis ce jour fatidique du TP d'info où, par un pur hasard, j'ai eu la chance d'être mis en binôme avec toi. Qui aurait pu imaginer que cette date marquerait le début de la plus belle rencontre de ma vie? Le nombre de souvenirs que j'ai avec toi est bien trop grand pour tous les citer ici, mais sache que j'ai eu la chance de trouver en toi le meilleur ami que je puisse imaginer. Je ne compte plus les fous rires, nos délires, et les nuits blanches à discuter, qui restent parmi les plus beaux moments de ma vie. Même si nos chemins se sont quelque peu éloignés, je te remercie pour la personne exceptionnelle que tu es et pour tout ce que tu as apporté à ma vie.

Enfin, Papa, merci pour ton soutien constant et tes conseils précieux, même si nos points de vue ne coïncident pas toujours. De manière générale, je tiens à te remercier à la fois pour l'éducation que tu m'as donnée, qui a fait (en partie) de moi la personne que je suis aujourd'hui, mais aussi parce que je sais que je peux, et pourrai toujours, compter sur toi dans les moments difficiles de ma vie.

Sommaire

Remerciements	ix
Sommaire	xi
Introduction Générale	1
1 Généralités et concepts	5
1.1 Contexte	6
1.1.1 Introduction aux ondes non linéaires	6
1.1.2 Gaz de solitons	9
1.2 L'équation de Schrödinger non linéaire à 1D en régime focalisant	12
1.2.1 Mécanismes fondamentaux de propagation de la lumière dans une fibre optique monomode : Le soliton fondamental optique	12
1.2.2 La Transformée de Diffusion Inverse : Une Transformée de Fourier non linéaire	22
1.3 Solutions et leurs spectres IST	28
1.3.1 Soliton d'ordre supérieur : La solution N-sech	28
1.3.2 Gaz de solitons : Exemple d'un gaz de soliton circulaire . .	32
1.3.3 Cas particulier d'un état lié de solitons : Le potentiel rectan- gulaire	34
1.4 Problématique	38
1.4.1 Objectifs	40
2 Anneau de recirculation optique fibré et mesure de phase par Interfé- rométrie	43
2.1 Évolution spatio-temporelle dans l'anneau de recirculation . . .	44
2.1.1 Génération du signal optique	46
2.1.2 Dynamique spatio-temporelle en mono-coup	49
2.1.3 Calibration des niveaux de puissance intra-boucle	54
2.2 Dispositifs expérimentaux : Mesure de phase	59
2.2.1 Interféromètre de Mach-Zehnder	59

2.2.2	Le coupleur 3x3 comme interféromètre	69
2.2.3	Étude comparative	74
2.3	Conclusion du chapitre	84
3	Manipulation de solitons dans une impulsion optique	85
3.1	Théorie perturbative	86
3.1.1	Le potentiel rectangulaire	86
3.1.2	Fonction de sensibilité et dynamique spatio-temporelle . .	89
3.1.3	Objectif	97
3.2	Réalisation expérimentale	98
3.2.1	Diagramme spatio-temporel	98
3.2.2	Condition initiale et normalisation	101
3.2.3	Trajectoire des solitons	103
3.3	Discussion et simulations numériques	111
3.3.1	Du potentiel rectangulaire au potentiel super-gaussien . .	111
3.3.2	Influence de la dissipation sur la dynamique	113
3.3.3	Influence du bruit sur les valeurs propres	115
3.4	Conclusion du chapitre	118
4	Évolution du spectre discret en régime non-intégrable	119
4.1	Généralisation de l'équation de Schrödinger non linéaire	120
4.1.1	Évolution des valeurs propres au cours de la propagation .	121
4.1.2	Objectif expérimental	125
4.2	Mesure du champ complexe dans l'anneau de recirculation . . .	126
4.2.1	Nouvelle configuration expérimentale	126
4.2.2	Mesure du spectre IST en mono-coup au cours de la propaga- tion	132
4.3	Conclusion du chapitre	141
	Conclusion Générale	143
	Bibliographie	145
	Résumé	157

Introduction Générale

Les solitons sont des solutions remarquables d'ondes non linéaires, apparaissant dans des systèmes dits intégrables, tels que l'équation de Korteweg-de Vries (KdV) et l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS). Contrairement aux ondes classiques, qui se dispersent et perdent leurs formes avec le temps, les solitons se distinguent par leur capacité unique à maintenir leurs formes et leurs vitesses lors de la propagation, même après des interactions avec d'autres solitons. Cette propriété résulte d'un équilibre subtil entre la dispersion, qui tend à étaler l'onde, et la non-linéarité, qui tend à la focaliser.

L'équation KdV, initialement développée pour modéliser les ondes de faible amplitude en eau peu profonde [1], est un des premiers exemples de système intégrable. Elle admet des solutions solitaires, appelées solitons, qui ne subissent aucune déformation lors de collisions [2]. Ce phénomène est rendu possible par l'existence d'une infinité d'invariants conservés, caractéristique fondamentale des systèmes intégrables. En plus de l'équation KdV, l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS), qui modélise la propagation des ondes dans des milieux non linéaires tels que les fibres optiques [3] ou les condensats de Bose-Einstein [4], permet également des solutions solitoniques. Dans NLS en régime focalisant [3], les solitons apparaissent sous forme de paquets d'ondes localisés, stabilisés par un équilibre entre dispersion et auto-focalisation non linéaire.

Ces systèmes intégrables peuvent être formellement résolus en utilisant des méthodes spectrales, comme la transformation de diffusion inverse (Inverse Scattering Transform, IST) [5], celle-ci permet entre autres une description précise des solitons présents dans le potentiel initial.

L'objectif de ce travail de thèse est d'explorer les gaz de solitons, un concept introduit pour la première fois par Vladimir E. Zakharov en 1971 [6]. Cette notion désigne un ensemble de solitons distribués aléatoirement en termes de vitesse, amplitude et phase. La dynamique d'un tel système, gouvernée par les interactions entre solitons, est particulièrement complexe, ce qui rend nécessaire une description statistique via la théorie cinétique des gaz de solitons.

Historiquement, Zakharov a développé cette théorie dans le cadre de l'équation KdV, pour un gaz qualifié de dilué [6]. Il a ainsi pu prédire l'évolution de la densité du gaz de solitons et la vitesse de ses constituants. Par la suite, Gennady El a généralisé cette description aux gaz de différentes densités, tant dans les équations KdV que NLS [7, 8].

Dans notre équipe, nous utilisons une plateforme expérimentale basée sur des fibres optiques, modélisant la propagation de la lumière via l'équation NLS [3]. Cela nous permet d'examiner les interactions élémentaires entre solitons dans des systèmes contenant un petit nombre de solitons, afin de révéler des comportements susceptibles d'éclairer des dynamiques de plus grands ensembles.

Mon travail de thèse consiste, dans un premier temps, à développer un dispositif expérimental permettant une mesure fiable de la phase, indispensable pour la caractérisation complète du champ électrique complexe (amplitude et phase), nécessaire au calcul de la transformée de diffusion inverse (IST) [9].

Ensuite, le dispositif expérimental d'anneau de recirculation optique fibré, développé lors de la thèse d'Adrien Kraych [10, 11], sera utilisé pour enregistrer la dynamique spatio-temporelle des signaux optiques en mono-coup. Ce dispositif permettra de vérifier les prédictions d'une nouvelle théorie perturbative de l'IST, développée par notre collaborateur Andrey Gelash [12], lorsque le potentiel est perturbé par une modulation de phase initiale.

Enfin, une modification de l'anneau de recirculation permettra d'enregistrer simultanément l'intensité et la phase du champ optique, une étape essentielle pour calculer le spectre IST permettant d'étudier l'évolution des valeurs propres associées aux solitons dans des états liés. Cette approche sera testée dans un cadre où le système n'est plus décrit par l'équation NLS intégrable, mais inclut un terme de pertes.

Dans le premier chapitre, le contexte et les éléments de base nécessaires à la compréhension du manuscrit seront introduits. En particulier, nous aborderons la notion de solitons et leur présence dans différents domaines de la physique, avec un intérêt particulier pour l'équation NLS en régime focalisant, qui constitue le modèle central de ce travail. Une section sera également dédiée à la résolution de cette équation via la méthode de diffusion inverse, permettant entre autres de caractériser les solitons présents dans le potentiel initial.

Le second chapitre décrira les différents dispositifs expérimentaux utilisés, en commençant par l'anneau de recirculation optique fibré, puis en détaillant les deux interféromètres employés : un interféromètre de Mach-Zehnder [13] et un interféromètre basé sur un coupleur 3x3 [14].

Le troisième chapitre présentera les aspects théoriques issus de la nouvelle théorie perturbative de l'IST [12], appliquée à des potentiels particuliers : un état lié de solitons représenté par un potentiel rectangulaire (fonction porte) [15]. Nous conclurons par une comparaison entre les données expérimentales, les simulations numériques et les prédictions théoriques.

Enfin, le dernier chapitre présentera les résultats préliminaires obtenus lors de la mesure de l'évolution du spectre IST d'un état lié de solitons soumis à des pertes constantes au cours de la propagation.

L'enfer c'est les autres.

Jean-Paul Sartre

Généralités et concepts

Dans ce chapitre, nous introduisons les différents éléments nécessaires à la compréhension de ce manuscrit.

Dans la première partie 1.1, nous abordons l'histoire de la découverte des ondes particulières appelées solitons. Leur présence dans divers domaines de la physique, ainsi que dans différentes équations non linéaires, en fait un sujet d'intérêt majeur, tant sur le plan de la recherche fondamentale qu'appliquée, et elles constituent ainsi l'objet principal étudié dans ce manuscrit.

Dans la deuxième partie 1.2, nous présentons les différents mécanismes associés à la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique, modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire, qui permettent l'apparition des impulsions solitons. Nous introduisons également la méthode de la transformée de diffusion inverse, qui permet de résoudre cette équation. Ces deux éléments représentent les bases nécessaires à la compréhension de la suite du manuscrit.

Dans la troisième partie 1.3, nous présentons un panorama des résultats obtenus par l'application de la méthode de la transformée de diffusion inverse (IST) appliquée à l'équation de Schrödinger non linéaire. Nous explorons trois types de conditions initiales : la sécante hyperbolique, le potentiel rectangulaire (fonction porte) et un gaz de solitons circulaire.

Enfin, dans la dernière partie 1.4, nous abordons la problématique générale dans laquelle s'inscrit ce travail, ainsi que les objectifs que nous avons tenté d'atteindre au cours de ce manuscrit.

1.1 Contexte

Dans cette section, nous introduisons le cadre général de cette étude, portant sur les solitons dans les systèmes intégrables. Le terme "intégrable" fait référence ici à un ensemble d'équations différentielles partielles non linéaires qui décrivent l'évolution d'une onde, dotée d'une infinité de constantes du mouvement, et pouvant être résolues par la méthode de la transformée de diffusion inverse [5]. Ces équations admettent une solution exacte remarquable, appelée soliton, qui occupe une place centrale dans la dynamique de l'onde au cours de son évolution et constitue un élément fondamental dans la méthode de résolution. L'objectif de cette étude est de mieux comprendre les dynamiques complexes générées par des ondes non linéaires dans des milieux dispersifs.

1.1.1 Introduction aux ondes non linéaires

1.1.1.1 Historique

Comme mentionné ci-dessus, les solitons sont des solutions remarquables des équations intégrables et sont définis en partie comme des ondes conservant leurs formes et leurs vitesses au cours de leur propagation. De plus, lorsque deux solitons entrent en collision, aucun échange d'énergie n'est effectué. Asymptotiquement, chaque soliton retrouve sa forme initiale, avec pour seul indicateur de la collision un décalage dans l'espace direct. De ce fait, leurs collisions sont qualifiées d'élastiques, ce qui leur vaut également d'être considérées comme des particules.

Historiquement, la première observation d'un soliton date de 1834, par l'ingénieur écossais John Scott Russell [16], lorsqu'il observe la propagation d'une vague dans un canal sur plusieurs kilomètres sans modification de sa forme et de sa vitesse. Limité par les théories de l'époque, il réussit toutefois, suite à des études expérimentales, à fournir des prédictions empiriques sur le ratio entre la vitesse de la vague, son amplitude et la profondeur du canal. Cependant, les résultats de Russell ne font pas l'unanimité dans la communauté scientifique de l'époque, limitant temporairement la découverte théorique du soliton.

Par la suite, en 1895, Diederik J. Korteweg et Gustav de Vries publient un article dans lequel ils modélisent la propagation d'ondes en eau peu profonde [1], permettant la description théorique des principaux effets observés par Russel. Cette équation est depuis connue sous le nom de l'équation de Korteweg et Vries (Eq.1.1). Cependant, l'importance de cet article n'est pas directement reconnue.

Il faut attendre 60 ans plus tard, au Laboratoire national de Los Alamos, où Enrico Fermi, John R. Pasta, Stanisław M. Ulam et Mary Tsingou étudient, à l'aide des premières simulations numériques possibles, la dynamique d'un système à une dimension composé de 64 particules couplées par des ressorts incluant un terme non linéaire [17]. L'objectif étant d'observer le temps nécessaire à la répartition uniforme de l'énergie dans les différents modes du système (thermalisation) en excitant initialement un seul mode. Cependant, contrairement à leurs prévisions, les résultats ne montrent pas de tendance à la thermalisation mais, à l'inverse, ils observent un phénomène de récurrence à l'état initial.

En 1965, Martin D. Kruskal et Norman J. Zabusky, en étudiant ce problème dans la limite continue, retrouvent l'équation KdV et expliquent ce phénomène de récurrence à l'aide d'ondes particulières qu'ils nomment solitons en raison de la nature de leur collision [2].

Finalement, en 1967, Clifford S. Gardner, John M. Greene, Martin D. Kruskal et Robert M. Miura présentent une méthode, la transformée de diffusion inverse, permettant de résoudre le problème de valeur initiale de l'équation KdV en décomposant notamment l'onde sur une base représentée par le soliton.

1.1.1.2 Quelques équations intégrables

Il existe de nombreuses équations différentielles partielles non linéaires décrivant la propagation d'ondes dans un milieu dispersif. Cependant, pour qu'un soliton existe tel que défini précédemment, l'équation doit appartenir à la classe des équations intégrables. Cela signifie qu'elle possède des propriétés mathématiques spécifiques qui permettent une résolution exacte par des méthodes analytiques, telles que la méthode de la transformée de diffusion inverse, que nous abordons dans la section 1.2.2. Afin d'illustrer la généralité du concept de soliton, trois équations intégrables sont considérées.

Naturellement, la première équation présentée est celle de Korteweg-de Vries (KdV), car elle représente le modèle décrivant la propagation d'une onde en eau peu profonde, correspondant à la première observation du soliton, et est écrite comme suit :

$$\psi_\xi + \psi_{\tau\tau\tau} + 6\psi\psi_\tau = 0 \quad (1.1)$$

Avec ψ le champ, et les indices ξ et τ correspondent aux dérivées partielles associées respectivement à la variable d'évolution et à la coordonnée transverse. À noter que ce modèle s'étend également à d'autres domaines, comme la physique plasmas [18] ou encore dans la propagation de signaux électriques [19].

La deuxième équation intégrable présentée est celle de Sine-Gordon, utilisée dans le cadre de la géométrie différentielle, et est écrite comme suit :

$$\psi_{\xi\xi} - \psi_{\tau\tau} + \sin(\psi) = 0 \quad (1.2)$$

Cette équation permet de modéliser aussi bien la dynamique des défauts topologiques, tels que les dislocations dans les cristaux, que le comportement d'une simple chaîne de pendules pesants couplés [20]. Elle apparaît également dans le contexte de la théorie des champs, décrivant la dynamique des champs scalaires avec des potentiels périodiques dans certains modèles relativistes [21].

Enfin, la dernière équation intégrable présentée, qui sert de modèle central à ce manuscrit, est celle de Schrödinger non linéaire (NLS), écrite sous la forme :

$$\psi_\xi = i\frac{\kappa}{2}\psi_{\tau\tau} + i|\psi|^2\psi \quad (1.3)$$

Lorsque le paramètre $\kappa = 1$, le régime est alors focalisant, tandis qu'il devient défocalisant lorsque $\kappa = -1$. Cette équation permet de modéliser de nombreux phénomènes physiques dans différents domaines. En hydrodynamique, contrairement à l'équation KdV, l'équation NLS modélise la propagation de vagues en eau profonde [22]. En optique non linéaire, elle permet de décrire la propagation d'impulsions optiques dans les fibres optiques [3]. Elle intervient également en mécanique quantique [4] pour décrire la formation de condensats de Bose-Einstein. À noter que cette équation dans le régime focalisant ($\kappa = 1$) est détaillée dans la section 1.2.

1.1.2 Gaz de solitons

Comme mentionné précédemment, les solitons sont des ondes non linéaires qui possèdent la propriété unique de conserver leurs formes et leurs vitesses au cours de leurs dynamiques. Lorsqu'ils interagissent entre eux, ces interactions sont élastiques. Par conséquent, à l'issue du processus d'interaction seule une modification de leurs trajectoires (et un saut de phase) apparaît, mais sans altérer l'identité des solitons. En d'autres termes, ces ondes ne diffusent pas de manière irréversible, ce qui permet de les traiter comme des particules classiques [2]. Cependant, contrairement aux particules dans un système classique, un système intégrable, défini comme un système possédant une infinité de constantes du mouvement, ne conduit jamais à une thermalisation (équipartition de l'énergie), même après de nombreuses interactions.

Compte tenu de ces propriétés, il est naturel de s'intéresser à l'étude statistique d'un ensemble de solitons, communément appelé gaz de solitons. Ce concept a été introduit pour la première fois par Zakharov en 1971 [6], qui a décrit un tel gaz comme un grand ensemble de solitons interagissant, caractérisés par des amplitudes, des positions et des phases distribuées aléatoirement.

Afin de comprendre le comportement macroscopique de ces gaz et de les décrire statistiquement, une nouvelle théorie a émergé : la théorie cinétique des gaz de solitons. De manière générale, la description d'un gaz se fait via une théorie cinétique, qui prédit son comportement macroscopique en fonction des propriétés microscopiques de ses composants et de leurs interactions. En particulier, la théorie cinétique des gaz de solitons fournit des équations qui prédisent l'évolution de la densité du gaz, à l'aide d'une équation de continuité, ainsi que la vitesse des solitons dans ce gaz.

Historiquement, Zakharov a étudié les gaz dilués dans le cadre de l'équation de KdV (Eq.1.1) [6], où les interactions entre solitons sont faibles et les solitons ne se chevauchent pas significativement dans l'espace direct. Sa théorie cinétique prédit que la vitesse d'un soliton dans un gaz de solitons diffère de sa vitesse libre, en raison des interactions répétées avec d'autres solitons. Ces interactions provoquent un décalage spatial qui modifie la vitesse effective du soliton.

En 2003 puis 2005, Gennady El [7, 8] a étendu cette description aux gaz de solitons de arbitrairement denses dans le cadre des équations KdV (Eq.1.1) et NLS (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$). Dans ce cas, les interactions entre solitons sont plus ou moins fortes, ce qui se traduit par des solitons pouvant se chevaucher fortement et devenir indiscernables les uns des autres dans l'espace direct. Il a ainsi obtenu une nouvelle équation cinétique, différente de celle de Zakharov pour les gaz dilués dans le cadre de l'équation de KdV.

Par ailleurs, il considère également comme exemple la collision entre deux gaz monochromatiques, définis comme des gaz dont les solitons partagent tous la même amplitude et vitesse. Il a fourni des prédictions analytiques sur l'évolution de la densité des gaz lors de leur interaction ainsi que sur les changements de vitesse, des résultats qui ont été vérifiés expérimentalement récemment [23].

En conclusion, dans les systèmes intégrables, il existe des solutions localisées cohérentes telles que les solitons ou encore les breathers, qui sont des ondes localisées sur un fond continu [24-26]. Cependant, il existe également des solutions aléatoires plus complexes, comme les gaz de solitons, dont l'étude nécessite des approches statistiques via la théorie cinétique des gaz de solitons. Un exemple couramment utilisé est celui du phénomène d'instabilité modulationnelle [27], qui peut, dans certaines conditions, être décrit de manière asymptotique comme un gaz de solitons [28]. Cette instabilité, qui résulte de la non-linéarité dans des milieux dispersifs, conduit à la formation de structures complexes ayant des similitudes avec les solitons et leurs interactions dans un gaz.

Ainsi, ce travail s'inscrit dans l'étude de ces objets aléatoires complexes par le biais d'objets cohérents, plus spécifiquement les états liés de solitons, composés d'un nombre réduit de solitons interagissant entre eux. Un exemple de tels états liés est représenté par le potentiel rectangulaire, analysé en détail dans les sous-sections 1.3.3 et 3.1.1. L'étude de ces systèmes à faible nombre de solitons permet de révéler des informations fondamentales sur les mécanismes élémentaires d'interaction, informations qui pourront ensuite être appliquées à des systèmes plus complexes, tels que les gaz de solitons composés d'un grand nombre de solitons.

Dans la suite de ce manuscrit, l'attention sera portée exclusivement sur le modèle central étudié : l'équation NLS (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$). Cette équation, étant intégrable, possède une infinité de constantes du mouvement, parmi lesquelles les plus courantes sont l'énergie, la masse ou nombre de particules N , l'impulsion P , et l'hamiltonien H_0 , définis comme :

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\tau ; P = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\psi \psi_{\tau}^* - \psi_{\tau} \psi^*) d\tau ; H_0 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (|\psi|^4 - |\psi_{\tau}|^2) d\tau \quad (1.4)$$

De plus, cette intégrabilité signifie également qu'elle peut être résolue par la méthode de la transformée de diffusion inverse (IST). Cette méthode, détaillée dans la sous-section 1.2.2, permet de décomposer le champ initial en modes propres non linéaires, à savoir les solitons, caractérisés par leurs amplitudes et leurs vitesses. Grâce à ces informations issues de l'IST, nous serons en mesure de mieux comprendre une partie de l'origine des dynamiques complexes qui émergent des interactions multiples entre les solitons constituant ces objets cohérents ou aléatoires que sont les états liés de solitons ainsi que les gaz de solitons.

1.2 L'équation de Schrödinger non linéaire à 1D en régime focalisant

Dans cette section, nous présentons le modèle central utilisé dans ce manuscrit, représenté par l'équation de Schrödinger non linéaire (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$). Cette équation différentielle partielle non linéaire décrit, au premier ordre, l'évolution d'une onde quasi-monochromatique dans un milieu dispersif et non linéaire. Un exemple typique est la propagation de la lumière dans une fibre optique monomode, en régime de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$), comme dans une fibre SMF standard à la longueur d'onde de 1550 nm.

Dans la première partie 1.2.1, à l'aide de simulations numériques, nous décrivons séparément puis ensemble les mécanismes fondamentaux de la propagation de la lumière dans une fibre optique monomode, permettant l'émergence de la solution du soliton fondamental.

Dans la seconde partie 1.2.2, nous présentons, sans entrer dans des considérations mathématiques approfondies, la méthode de résolution de ce type d'équation : la transformée de diffusion inverse (IST). Cette méthode, analogue à la transformée de Fourier classique, permet de décomposer en partie le signal sur la base des solitons, caractérisés par leurs amplitudes et leurs vitesses.

1.2.1 Mécanismes fondamentaux de propagation de la lumière dans une fibre optique monomode : Le soliton fondamental optique

La propagation de la lumière dans une fibre optique est décrite par les équations de Maxwell. En considérant la fibre optique comme un milieu transparent, supportant un seul mode transverse et présentant une non-linéarité de troisième ordre (effet Kerr), ces équations peuvent être simplifiées. Si de plus, l'approximation de l'enveloppe lentement variable ($A_{tt} \ll A_t$) est valide et que les termes de dispersion d'ordre supérieur à 2 ($\beta_{n>2} = 0$) sont négligés [3], alors, en supposant une propagation le long d'un seul axe, ici z , l'équation obtenue est la suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i \gamma |A|^2 A \quad (1.5)$$

La variable $A(z, t)$ représente l'enveloppe complexe lentement variable du champ électrique linéairement polarisé de l'onde lumineuse telle que $E(z, t) = 1/2[A(z, t) \exp i(\beta_0 z - \omega_0 t) + c.c.]$ avec β_0 la constante de propagation de l'onde à la fréquence ω_0 . Les variables d'évolution z et t représentent respectivement la distance de propagation dans la fibre optique ainsi que le temps absolu. Finalement, la constante $\beta_1 = 1/v_g$ est définie comme l'inverse de la vitesse de groupe de l'impulsion tandis que les coefficients β_2 et γ correspondent à la dispersion de vitesse de groupe (GVD) et le coefficient non linéaire Kerr.

Dans les fibres optiques couramment utilisées dans le domaine des télécommunications, telles que la fibre SMF-28e, pour une longueur d'onde centrale $\lambda = 1550$ nm toutes deux utilisées dans la suite de ce manuscrit. Le coefficient de dispersion de vitesse de groupe vaut $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$, associé à une dispersion dite anormale, tandis que le coefficient non linéaire vaut $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. Sous ces conditions, le signe du terme de dispersion et celui du terme de non-linéarité étant identiques, cela correspond bien au régime focalisant dans l'équation NLS (Eq.1.3) avec $\kappa = 1$.

1.2.1.1 Temps retardé

En optique fibrée, il est courant d'introduire le concept de temps retardé et d'utiliser le référentiel de l'impulsion lors de l'étude de la propagation d'impulsions lumineuses. On définit ce temps retardé comme $T = t - z/v_g$, qui est associé au référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe de l'impulsion. Cette transformation permet de réécrire l'équation 1.5 en :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i \gamma |A|^2 A \quad (1.6)$$

Cette nouvelle forme, qu'on appellera l'équation NLS optique, permet de visualiser et d'analyser plus clairement l'évolution de l'impulsion telle que sa compression ou son élargissement au fur et à mesure qu'elle se propage dans la fibre en éliminant ainsi le décalage temporel introduit par la vitesse de groupe.

1.2.1.2 La dispersion de vitesse de groupe

Dans un premier temps, on s'intéresse à l'effet de la dispersion de vitesse de groupe sur une impulsion lorsqu'elle se propage dans une fibre optique. En posant $\gamma = 0$ dans l'équation 1.6, on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \quad (1.7)$$

Cette équation, similaire à l'équation d'onde paraxiale [29], est résoluble en utilisant la transformée de Fourier, ce qui nous permet de trouver la solution :

$$A(z, T) = TF^{-1} [\tilde{A}(z, \Omega)] = TF^{-1} \left[\tilde{A}(0, \Omega) \exp\left(i \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} z\right) \right] \quad (1.8)$$

L'équation 1.8 montre qu'en présence exclusive de la dispersion de vitesse de groupe, seules les phases de chaque composante spectrale sont modifiées par une quantité qui dépend à la fois de la distance de propagation et de la composante spectrale considérée. Bien que ces modifications n'affectent pas le spectre initial de l'impulsion, $|\tilde{A}(z, \omega)|$ est indépendant de la distance de propagation, elles génèrent un délai de groupe pour chaque fréquence, ce qui influence le profil temporel de l'impulsion au cours de sa propagation.

Expérimentalement, les impulsions émises par de nombreux lasers présentent des fronts d'onde montants et descendants variant progressivement dans le temps. Par conséquent, un exemple couramment utilisé pour illustrer les différentes équations de propagation est celui d'une impulsion de forme gaussienne [30, 31] dont le champ initial est défini comme :

$$A(z = 0, t) = \sqrt{P_0} \exp\left(\frac{-T^2}{2T_0^2}\right) \quad (1.9)$$

Cette forme, favorable pour le travail analytique, est définie avec P_0 la puissance crête initiale et T_0 l'écart type correspondant à la demi-largeur à mi-hauteur. En pratique, la grandeur la plus souvent utilisée pour décrire les impulsions de cette forme est la largeur à mi-hauteur (FWHM), qui est reliée à l'écart type par la relation : $T_{FWHM} \approx T_0 \cdot 1.665$.

La figure 1.1 présente l'évolution d'une impulsion de forme gaussienne régie par l'équation NLS optique (Eq.1.6) dans le cas où le terme non linéaire est nul ($\gamma = 0$, Eq.1.7). Cette simulation numérique, ainsi que les suivantes réalisées dans l'ensemble de ce manuscrit, sont réalisées en utilisant la méthode pseudo-spectrale de Fourier pas-à-pas [32, 33].

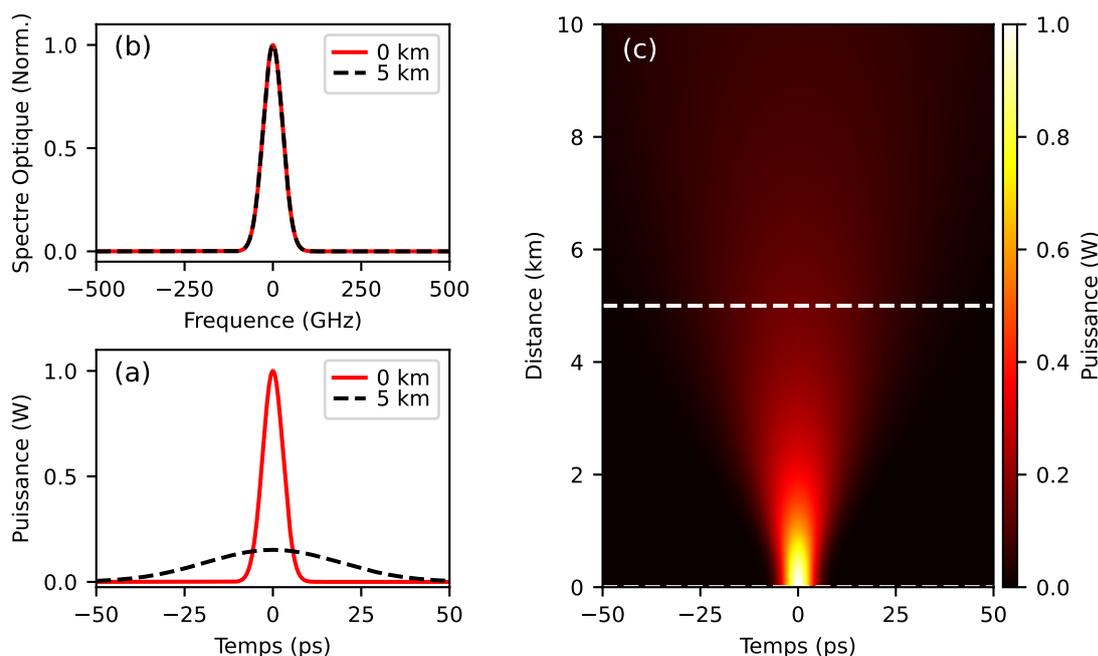


FIGURE 1.1 – Simulation numérique de l'équation 1.6 avec $\gamma = 0$ et $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ (Eq.1.7) utilisant comme condition initiale une impulsion gaussienne (Eq.1.9) avec $P_0 = 1 \text{ W}$ et $T_{FWHM} = 6,8 \text{ ps}$. (a,b) Profil temporel de la puissance optique et du spectre optique. En rouge, initialement à $z = 0 \text{ km}$. En trait pointillé noir, à $z = 5 \text{ km}$. (c) Diagramme spatio-temporel. En trait pointillé blanc, les deux coupes temporelles utilisées dans (a,b).

Initialement, figure 1.1.(a), l'impulsion a une puissance crête $P_0 = |A(0, T)|^2 = 1 \text{ W}$ et une largeur à mi-hauteur $T_{FWHM} = 6,8 \text{ ps}$. Après 5 km de propagation, bien que l'énergie présente dans toute la fenêtre temporelle soit conservée ($\int |A(z, T)|^2 dT = \text{cste}$), le délai de groupe entre chaque composante fréquentielle engendre un étalement de l'impulsion, qui possède alors une puissance crête $P_0 \approx 0,150 \text{ W}$ et une largeur à mi-hauteur $T_{FWHM} \approx 45 \text{ ps}$. En revanche, figure 1.1.(b), le spectre optique défini comme $|\tilde{A}(z, \Omega)|^2$ n'a pas subi de modification.

Enfin, la figure 1.1.(c) présente l'évolution de cette impulsion sur un diagramme spatio-temporel. Sur cette représentation, utilisée à de nombreuses reprises tout au long de ce manuscrit, l'axe des abscisses représente le temps retardé T associé au référentiel qui se déplace à la vitesse de groupe de l'impulsion. Par conséquent, lorsqu'on effectue des coupes temporelles à certaines des distances de propagation, bien que l'impulsion s'étale à cause de la dispersion, elle reste toujours centrée en $T = 0$. L'axe des ordonnées représente la distance de propagation dans la fibre optique et la troisième dimension est représentée en échelle de couleur indiquant la puissance de l'impulsion en fonction de l'espace et du temps.

À noter que pour une impulsion de forme gaussienne, il existe une solution analytique caractérisant la forme de l'impulsion pour tout z . Cependant, ici, on utilise l'intégration numérique de l'équation NLS optique (Eq.1.6) avec le paramètre $\gamma = 0$ (Eq.1.7), donnant un résultat identique aux résultats analytiques lorsque la simulation est correctement réalisée.

1.2.1.3 Non linéarité du troisième ordre

Dans un second temps, on s'intéresse à l'effet du terme non linéaire sur une impulsion lorsqu'elle se propage dans une fibre optique, connu sous le nom d'effet Kerr. Cet effet, apparaissant lorsque l'indice de réfraction du milieu dépend de l'intensité du champ électrique qui s'y propage, permet la manifestation d'un phénomène particulier : l'auto-modulation de phase [34, 35]. En posant cette fois-ci $\beta_2 = 0$ dans l'équation 1.6, on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\gamma|A|^2A \quad (1.10)$$

L'équation 1.10 a pour solution un champ de la forme :

$$A(z, T) = \underbrace{\sqrt{P(T)} \exp(i\phi_0 T)}_{A(0, T)} \exp(i\phi_{NL}(z, T)) \quad \text{avec} \quad \phi_{NL} = \gamma P(T)z \quad (1.11)$$

L'équation 1.11 montre que la présence exclusive de l'effet Kerr donne lieu à l'apparition d'une phase non linéaire, ϕ_{NL} , dépendante de l'intensité (et donc du

temps T) ainsi que de la distance de propagation dans la fibre. Bien que l'apparition de ce terme n'affecte pas le profil temporel initial de l'impulsion, $|A(z, T)|$ est indépendant de la distance de propagation, sa dépendance temporelle induit la création continue de nouvelles fréquences au cours de la propagation. Par conséquent, dans le cas où l'impulsion initiale ne possède pas de terme de phase dépendante du temps, le spectre s'élargit par rapport au spectre initial.

La figure 1.2 présente l'évolution de la même impulsion gaussienne utilisée précédemment régie par l'équation NLS optique (Eq.1.6) dans le cas où la dispersion de vitesse de groupe est nulle (Eq.1.10).

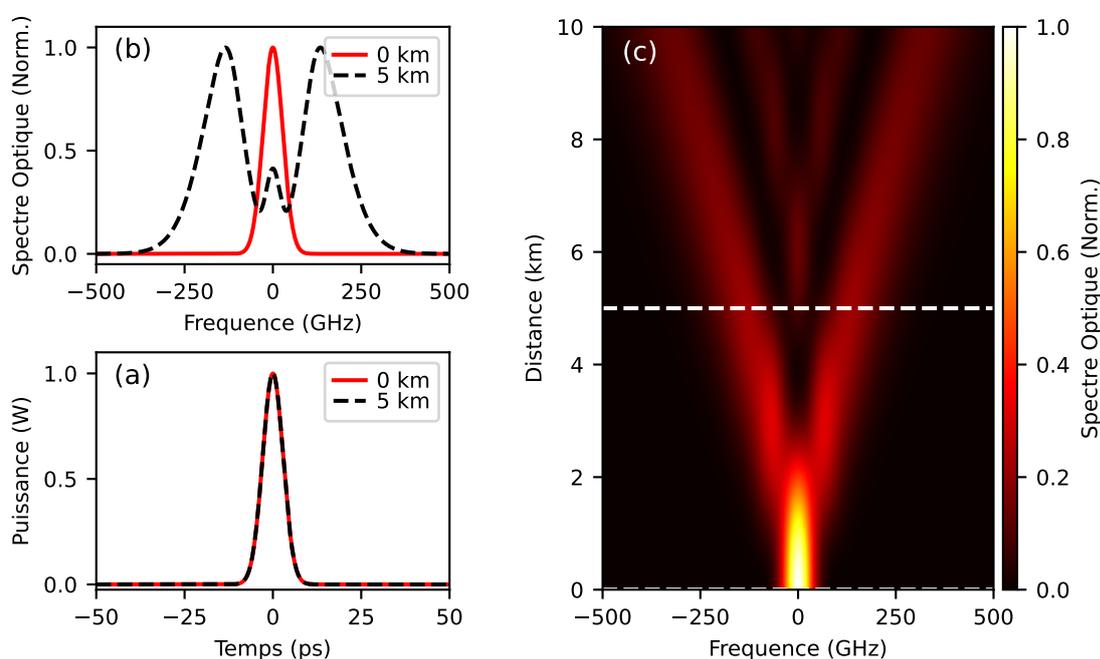


FIGURE 1.2 – Simulation numérique de l'équation 1.6 avec $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ et $\beta_2 = 0$ (Eq.1.10) utilisant comme condition initiale une impulsion gaussienne (Eq.1.9) avec $P_0 = 1 \text{ W}$ et $T_{FWHM} = 6,8 \text{ ps}$. (a,b) Profil temporel de la puissance optique et du spectre optique. En rouge, initialement à $z = 0 \text{ km}$. En trait pointillé noir, à $z = 5 \text{ km}$. (c) Diagramme spatio-spectral. En trait pointillé blanc, les deux coupes spectrales utilisées dans (a,b).

Conformément à la description ci-dessus, le profil temporel initial de l'impulsion, défini comme $|A(z, T)|^2$, figure 1.2.(a), n'a pas subi de modification au cours de sa propagation. En revanche, après 5 km de propagation, le spectre op-

tique de l'impulsion, figure 1.2.(b), s'est élargi par rapport à son état initial avec l'apparition de deux nouveaux pics aux fréquences $\approx \pm 135$ GHz. Enfin, la figure 1.2.(c) présente, de manière similaire au diagramme spatio-temporel, l'évolution cette fois-ci du spectre optique de cette impulsion au cours de la propagation. Il s'agit dans ce cas d'un diagramme spatio-spectral.

1.2.1.4 Combinaison des deux effets : Le soliton fondamental

Finalement, on s'intéresse à l'effet cumulé de ces deux termes et donc à l'entièreté de l'équation NLS optique (Eq.1.6). Tout d'abord, on introduit le paramètre N qui reflète l'importance relative entre le terme lié à la dispersion de vitesse de groupe et le terme de non-linéarité du troisième ordre.

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad \text{avec} \quad L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} ; L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (1.12)$$

Avec L_D et L_{NL} la longueur de dispersion et la longueur non linéaire respectivement, fournissant des échelles de longueur à partir desquelles les effets dispersifs ou non linéaires deviennent importants pour l'évolution de l'impulsion. Dans le cas où $N \gg 1$, la longueur de dispersion est largement supérieure à la longueur non linéaire ($L_D \gg L_{NL}$). Par conséquent, les effets liés à l'auto-modulation de phase dominant et l'impulsion subit un élargissement ou une compression de son spectre. En revanche, dans le cas où $N \ll 1$, la longueur de dispersion est largement inférieure à la longueur non linéaire ($L_D \ll L_{NL}$). Par conséquent, les effets liés à la dispersion de vitesse de groupe dominant et l'impulsion s'étale.

Dans notre cas, l'impulsion gaussienne possédant une largeur à mi-hauteur de 6,8 ps correspond à un temps caractéristique $T_0 \approx 4$ ps, conduisant à une valeur de $N \approx 1$. Dans ce cas, la dispersion et la non-linéarité agissent ensemble lorsque l'impulsion se propage le long de la fibre. Les interactions entre ces deux effets conduisent à un comportement qualitativement différent de celui observé dans chacun des cas séparés.

La figure 1.3 présente une simulation numérique de l'évolution de la même impulsion gaussienne considérée dans les deux cas précédents, cette fois-ci régie par l'entièreté de l'équation NLS optique (Eq.1.6).

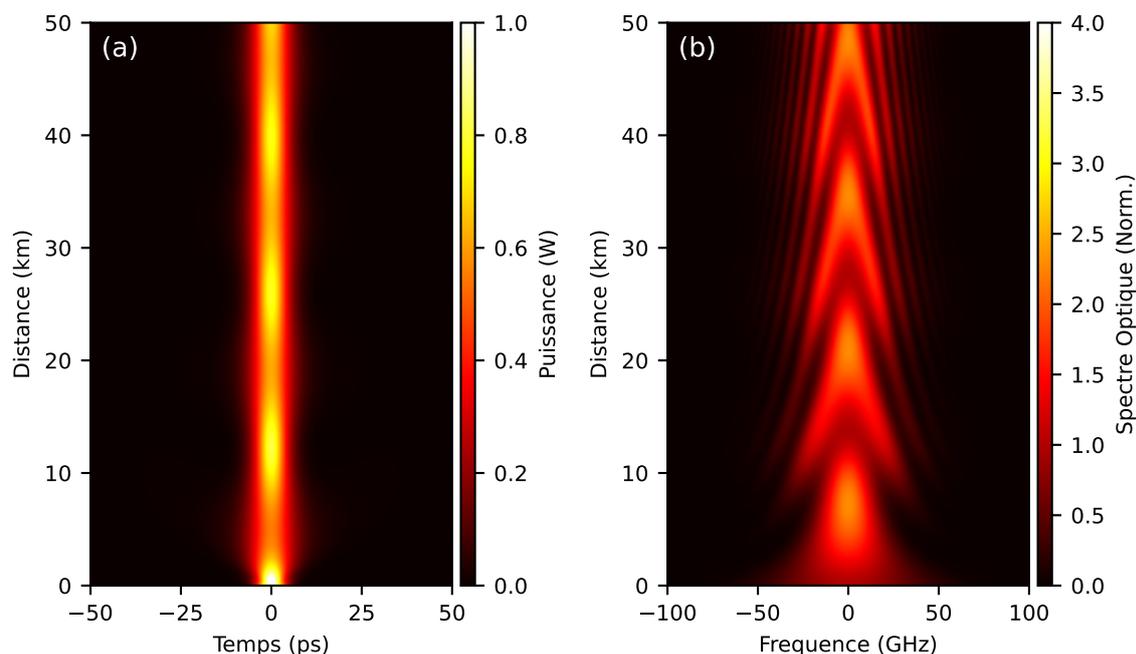


FIGURE 1.3 – Simulation numérique de l'équation 1.6 avec $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ et $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ utilisant comme condition initiale une impulsion gaussienne (Eq.1.9) avec $P_0 = 1 \text{ W}$ et $T_{FWHM} = 6,8 \text{ ps}$. (a) Diagramme spatio-temporel. (b) Diagramme spatio-spectral.

Sur la représentation spatio-temporelle, figure 1.3.(a), le profil temporel de l'impulsion initiale semble s'étaler sur les cinq premiers kilomètres de propagation comme dans le cas purement dispersif. En revanche, une fois cette distance de propagation effectuée, l'impulsion entre dans une dynamique spatiale périodique de compression et d'étalement temporel qui lui permet globalement de conserver sa forme et de se propager sur une distance largement supérieure au cas purement dispersif. Sur la représentation spatio-spectrale, figure 1.3.(b), un comportement spatialement périodique similaire peut être observé avec la génération de nouvelles composantes spectrales au cours de la propagation. Cependant, l'évolution du spectre reste confinée dans la largeur spectrale initiale.

Pour une impulsion gaussienne, lorsque la longueur de dispersion et la longueur non linéaire sont égales ($N = 1$), la dispersion de vitesse de groupe ainsi que le terme de non-linéarité ne se compensent pas exactement, et l'impulsion évolue au cours de la propagation. Les modifications du profil temporel et

spectral au cours de la propagation font que cette solution, bien que proche, ne peut être considérée comme une onde solitaire au sens exact du terme.

En considérant une solution dont la forme temporelle et spectrale est parfaitement conservée au cours de la propagation, on peut montrer que la solution du soliton fondamental dans le cadre de l'équation 1.6 est sous la forme [36] :

$$A(z = 0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (1.13)$$

Avec $\operatorname{sech}(x) = 1/\cosh(x)$, la fonction sécante hyperbolique, P_0 la puissance crête initiale de l'impulsion et T_0 le temps caractéristique. Comme pour les impulsions de forme gaussienne, la largeur à mi-hauteur (FWHM), plus couramment utilisée, est reliée à ce temps caractéristique par la relation : $T_{FWHM} \approx T_0 \cdot 1.76$.

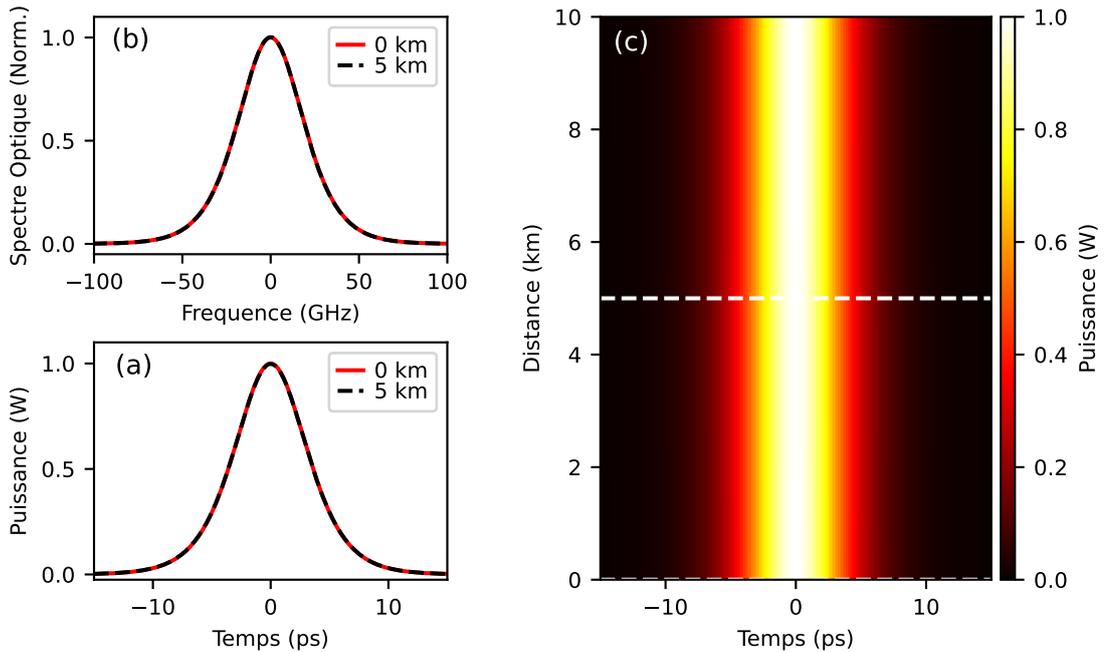


FIGURE 1.4 – Simulation numérique de l'équation 1.6 avec $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ et $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ utilisant comme condition initiale une impulsion sécante hyperbolique (Eq.1.13) avec $P_0 = 1 \text{ W}$ et $T_{FWHM} \approx 7 \text{ ps}$. (a,b) Profil temporel de la puissance optique et du spectre optique. En rouge, initialement à $z = 0 \text{ km}$. En trait pointillé noir, à $z = 5 \text{ km}$. (c) Diagramme spatio-temporel. En trait pointillé blanc, les deux coupes temporelles utilisées dans (a,b).

La figure 1.4 présente l'évolution numérique de ce soliton fondamental dans l'équation NLS optique (Eq.1.6). Lorsque $N = 1$ avec $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$, $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ et $P_0 = 1 \text{ W}$, on obtient un soliton fondamental dont la largeur à mi-hauteur est $T_{FWHM} \approx 7 \text{ ps}$ (Eq.1.12). La superposition des coupes temporelles et spectrales effectuées initialement et à une distance de propagation de 5 km, figure 1.4.(a,b), illustre, comme mentionné ci-dessus, que cette forme d'impulsion maintient son profil temporel et spectral au cours de la propagation.

À noter que dans la figure 1.4, seul le diagramme spatio-temporel est représenté, figure 1.4.(c), car dans le diagramme spatio-spectral, bien que l'axe des abscisses et l'échelle de couleur ne représentent pas la même quantité, le comportement observable est identique.

Une autre propriété remarquable des solitons dans un système intégrable, comme l'équation NLS, est que leurs collisions sont élastiques, entraînant uniquement un décalage temporel [2, 37]. La figure 1.5 illustre cette caractéristique à l'aide d'une simulation numérique de la version optique de l'équation NLS (Eq.1.6). La figure 1.5.(a) représente le profil temporel du champ initial ($z = 0 \text{ km}$), où deux solitons fondamentaux sont positionnés à -35τ pour le premier et à 25τ pour le second. Ces deux impulsions sont générées avec des profils de phase tels qu'elles possèdent des vitesses de signes opposés, permettant d'observer leur collision au cours de la propagation, comme illustré dans la représentation spatio-temporelle de la figure 1.5.(c).

La figure 1.5.(b) présente la coupe transversale du champ à la distance $z = 50 \text{ km}$. On y observe qu'après la collision, les solitons conservent leurs formes temporelles (et spectrales) ainsi que leurs vitesses, sans altération notable. Cependant, en superposant leurs trajectoires initiales sur le diagramme spatio-temporel, on remarque un décalage temporel provoqué par la collision. Ce décalage est également visible sur la coupe transversale finale, où la position temporelle des solitons est comparée à celle qu'ils auraient eue s'ils s'étaient propagés seuls (indiquée par la ligne pointillée noire).

C'est précisément cette capacité des solitons à interagir de manière élastique, tout en conservant leur forme et leurs caractéristiques, qui a suscité un intérêt particulier dans le domaine des télécommunications dans le cadre de la propagation d'impulsions dans les fibres optiques [38-41].

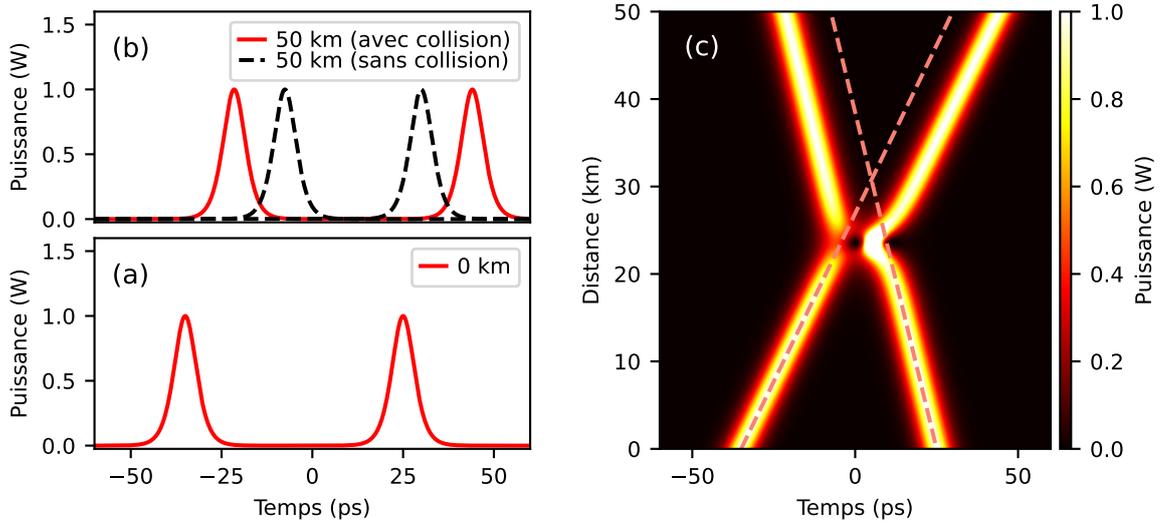


FIGURE 1.5 – Simulation numérique de l'équation NLS (Eq.1.6) utilisant comme condition initiale deux solitons fondamentaux ($N = 1$) ayant des vitesses opposées. (a) Profil temporel de la puissance optique initial ($z = 0$ km). (b) Profil temporel de la puissance optique après 50 km. En rouge lorsque les deux solitons collisionnent. En trait pointillé noir sans collision. (c) Diagramme spatio-temporel. En trait pointillé, les trajectoires des solitons avant la collision.

1.2.2 La Transformée de Diffusion Inverse : Une Transformée de Fourier non linéaire

Il existe une classe importante d'équations d'onde non linéaire, parmi lesquelles l'équation NLS (Eq.1.3), l'équation de Sine-Gordon (Eq.1.2) et l'équation KdV (Eq.1.1), pour n'en citer que quelques-unes. Ces équations sont dites intégrables dans le sens où elles sont résolubles par la méthode de la transformation de diffusion inverse (IST¹) [5, 9, 42].

Cette méthode a été développée initialement par Clifford S. Gardner, John M. Greene, Martin D. Kruskal et Robert M. Miura pour résoudre l'équation de KdV [43, 44]. Par la suite, Peter D. Lax découvre que si deux opérateurs linéaires $\hat{\mathcal{L}}$ et $\hat{\mathcal{P}}$ (formant une paire de Lax) satisfont l'équation : $\hat{\mathcal{L}}_\xi - \hat{\mathcal{P}}_\tau + [\hat{\mathcal{P}}, \hat{\mathcal{L}}] = 0$ avec $[\hat{\mathcal{P}}, \hat{\mathcal{L}}] = \hat{\mathcal{P}}\hat{\mathcal{L}} - \hat{\mathcal{L}}\hat{\mathcal{P}}$ le commutateur, alors l'équation d'onde non linéaire associée

1. Nous avons préféré conserver l'acronyme issu du terme anglais "Inverse Scattering Transform" car il est couramment utilisé pour qualifier les quantités dérivées de cette méthode.

appartient à la classe des équations intégrables et peut être résolue par cette méthode [45]. Depuis, l'IST a été utilisée pour résoudre d'autres équations d'onde non linéaire telles que celle de Sine-Gordon [46] ou encore celle de KdV modifiée [47]. Finalement, en 1972, Vladimir E. Zakharov et Aleksei B. Shabat ont utilisé cette méthode pour résoudre l'équation de Schrödinger non linéaire [37].

Par principe, la transformée directe associée à l'IST (Inverse Scattering Transform) peut être vue comme un analogue non linéaire de la transformée de Fourier classique. Tout comme cette dernière, l'IST permet d'obtenir un spectre, qui représente une constante du mouvement dans un système intégrable, de manière similaire au spectre de Fourier dans un système linéaire, où il demeure inchangé au cours de la propagation.

Dans le cas linéaire, comme illustré pour l'équation 1.7, l'objectif pour résoudre ce type de problème consiste à le considérer dans un autre espace, l'espace fréquentiel, aussi appelé l'espace de Fourier. Dans cet espace, il devient alors possible de décomposer le champ initial en une superposition de ses modes propres, les modes de Fourier, correspondant aux ondes planes [$\exp(i\omega t)$]. Une fois le champ initial décomposé, l'évolution, ici en z , devient triviale car aucun échange d'énergie n'est effectué entre les différents modes propres au cours de la propagation. Leur amplitude reste constante et seule la phase subit une modification, avec dans le cas de la dispersion de vitesse de groupe, l'ajout d'un terme de phase quadratique sur chacun des modes. Enfin, une fois la propagation terminée, il suffit d'effectuer la transformation inverse, ce qui permet de reconstruire le champ pour toute distance de propagation.

Dans le cas non linéaire, cependant, l'évolution des modes de Fourier n'est plus indépendante. La méthode de Fourier devient alors inadaptée pour résoudre ce type de problème. Dans les cas où les équations sont dites intégrables, on utilise donc l'IST. Bien que cette méthode partage des similarités avec la transformée de Fourier classique, son développement mathématique est bien plus complexe. Par conséquent, ici sont abordés les éléments et aspects de base associés à cette méthode essentielle à la compréhension du manuscrit [48, 49].

Il est possible de montrer que l'équation NLS (Eq.1.3) est associée à la condition de compatibilité entre les deux équations matricielles suivantes :

$$\Phi_\tau = \hat{\mathcal{L}}\Phi = \begin{pmatrix} -i\zeta & \psi \\ -\psi^* & i\zeta \end{pmatrix} \Phi \quad (1.14)$$

$$\Phi_\xi = \hat{\mathcal{P}}\Phi = \begin{pmatrix} -i\zeta^2 + \frac{i}{2}|\psi|^2 & \frac{i}{2}\psi_\tau + \zeta\psi \\ \frac{i}{2}\psi_\tau^* - \zeta\psi^* & i\zeta^2 - \frac{i}{2}|\psi|^2 \end{pmatrix} \Phi \quad (1.15)$$

Avec $\Phi(\xi, \tau, \zeta)$ est un vecteur de fonction, ζ le paramètre spectral complexe associé à l'onde plane incidente sur le champ ψ faisant office de potentiel. L'exposant "*" représente l'utilisation du complexe conjugué et $\hat{\mathcal{L}}$ et $\hat{\mathcal{P}}$ la paire de Lax. Par ailleurs, cette condition de compatibilité, qu'on retrouve aussi sous la forme, $\Phi_{\tau\xi} = \Phi_{\xi\tau}$, impose que le paramètre spectral ait la propriété d'être indépendant de la distance de propagation ξ (condition d'isospectralité) :

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = 0 \quad (1.16)$$

La résolution du premier problème, également connu sous le nom de problème de Zakharov-Shabat (Eq.1.14), consiste à aborder un problème de diffusion en analysant comment une onde plane, caractérisée par un paramètre spectral ζ , est transmise ou diffusée par un potentiel. Ce processus conduit à l'émergence de paramètres particuliers ζ_n , discrets et complexes, que nous désignons ensuite comme les valeurs propres IST. Les solutions de l'équation de diffusion, appelées fonctions propres de Jost, sont analysées pour $\tau \rightarrow \pm\infty$. Ces solutions permettent de définir la matrice de diffusion $S(\zeta)$, qui contient les données de réflexion et de transmission. Les coefficients de réflexion $r(\zeta)$ et $t(\zeta)$ sont donnés par : $r(\zeta) = b(\zeta)/a(\zeta)$ et $t(\zeta) = 1/a(\zeta)$ où $a(\zeta)$ et $b(\zeta)$ sont des coefficients associés à la réflexion et à la transmission du potentiel.

Lorsqu'une onde plane est envoyée avec un paramètre spectral particulier $\zeta = \zeta_n$ tel que $\text{Im}(\zeta_n) > 0$ et $a(\zeta = \zeta_n) = 0$ ($S(\zeta = \zeta_n)$ a des pôles), le système répond de manière caractéristique. Ce comportement indique que ζ_n est associé à une solution localisée de l'équation NLS, un soliton. En d'autre terme, cela signifie que, pour ces valeurs discrètes, l'onde incidente ne se transmet pas à travers le potentiel mais correspond à une solution soliton. Finalement, l'ensemble des données de diffusion associées au spectre non linéaire d'un potentiel ψ s'écrit :

$$\Sigma(\xi) = [r(\zeta, \xi) \zeta \in \mathbb{R}; \{\zeta_n, C_n(\xi)\} \zeta_n \in \mathbb{C}] \quad (1.17)$$

Avec l'ensemble des valeurs propres discrètes et complexes $\zeta_n = \delta_n + i\eta_n$ qui sont associées à des solutions solitons. L'amplitude et la vitesse de ces solitons sont caractérisées par la partie imaginaire η_n et la partie réelle δ_n des valeurs propres respectivement. Similairement à la phase des modes propres de Fourier, à chacune de ces valeurs propres ζ_n est associée une constante de normalisation $C_n(\xi)$ dont l'évolution est triviale et donnée par : $C_n(\xi) = C_0 \exp(i/2 \Re(\zeta_n^2) \xi)$. Ces deux quantités forment la partie discrète du spectre non linéaire, tandis que le coefficient de réflexion $r(\zeta)$ contient l'ensemble du contenu radiatif (non localisé) et forme la partie continue du spectre non linéaire.

Pour la plupart des conditions initiales, les valeurs propres discrètes associées au problème de Zakharov-Shabat (Eq. 1.14) ne peuvent pas être obtenues analytiquement. Par conséquent, il est courant de rencontrer ce problème sous une forme différente, notamment lors de sa résolution numérique à l'aide de la méthode de collocation de Fourier, utilisée dans ce manuscrit [5, 50] :

$$\hat{\mathcal{L}}\Phi - \zeta\Phi = 0 \quad \text{avec} \quad \hat{\mathcal{L}} = \begin{pmatrix} i\partial_\tau & -i\psi(\tau) \\ -i\psi^*(\tau) & -i\partial_\tau \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

À titre d'exemple, la figure 1.6 présente une simulation numérique de la propagation d'un soliton fondamental régie par l'équation NLS (Eq.1.3) ainsi que le spectre discret associé. Afin d'obtenir un soliton fondamental ($N = 1$), l'amplitude et la durée du potentiel initial sécante hyperbolique (Eq.1.19), sont liées par la relation $N^2 = A_0\tau_0^2$. De plus, le profil de phase initial permet de modifier la vitesse de groupe du soliton.

$$\psi(0, \tau) = A_0 \operatorname{sech}(\tau/\tau_0) \exp(i\nu\tau) \quad (1.19)$$

Dans cet exemple, on choisit $\nu = 0.5$ et, en fixant une amplitude unitaire ($A_0 = 1$), le temps caractéristique devient également unitaire ($\tau_0 = 1$). Sur la représentation spatio-temporelle, figure 1.6.(a), on observe que le centre du soliton se déplace vers les valeurs positives de τ avec une vitesse de $0,5 \tau \xi^{-1}$. Par conséquent, sur

le spectre discret associé, figure 1.6.(b), on obtient une valeur propre ζ_1 dont la partie réelle vaut $\delta_1 = -0.25$ et la partie imaginaire vaut $\eta = 0.5$.

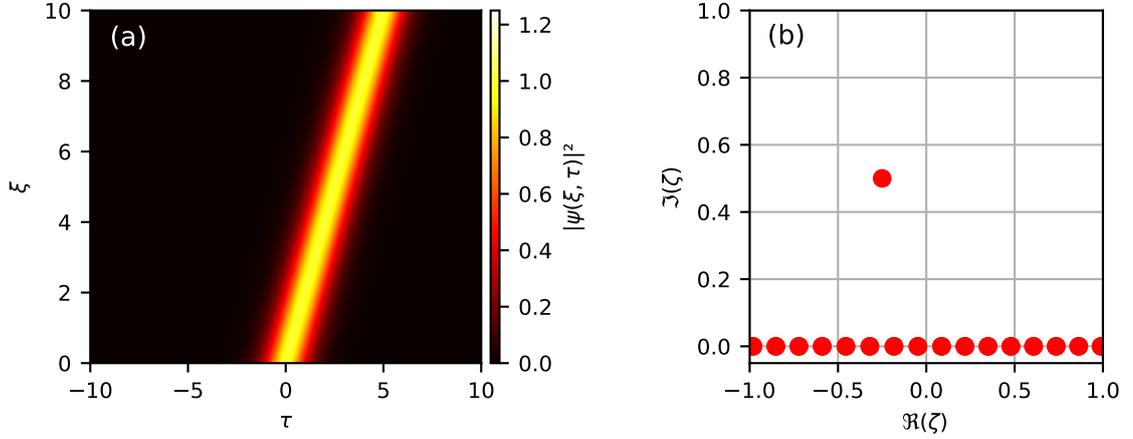


FIGURE 1.6 – Simulation numérique de l'équation NLS (Eq.1.3) utilisant comme condition initiale un soliton fondamental ($N = A_0 = \tau_0 = 1$). (a) Diagramme spatio-temporel. (b) Spectre discret associé présentant une valeur propre $\zeta_1 = -0.25 + 0.5i$.

En utilisant la valeur propre issue du spectre discret, il est possible de réécrire la solution du soliton fondamental sous une autre forme :

$$\psi(\xi, \tau) = 2\eta \operatorname{sech}(2\eta(\tau - \tau_s + 2\delta\xi)) \exp\left(i(2\eta^2 - 2\delta^2)\xi - i2\delta\tau + i\nu_s\right) \quad (1.20)$$

Avec l'amplitude du soliton $A_0 = 2\eta$, sa vitesse de groupe $\nu = -2\delta$, tandis que τ_s et ν_s correspondent respectivement à sa position et à sa phase initiale. Dans notre cas, le soliton a bien une amplitude maximale de 1 et une vitesse de $0,5 \tau \xi^{-1}$.

Lorsqu'un potentiel est composé de plusieurs solitons, il peut être pertinent de s'intéresser à la forme des solitons fondamentaux qui le composent initialement. En utilisant la formule 1.20 lorsque $t \rightarrow 0$, on obtient la forme :

$$\psi(0, \tau) = 2\eta \operatorname{sech}(2\eta(\tau - \tau_s)) \exp(-i2\delta\tau + i\nu_s) \quad (1.21)$$

L'outil de l'IST étant développé pour l'équation NLS (Eq.1.3), il est nécessaire d'effectuer une normalisation lorsque l'on utilise sa version optique (Eq.1.6).

Dans ce manuscrit, la normalisation utilisée est la suivante :

$$\psi(\xi, \tau) = \frac{A(z, T)}{\sqrt{P_0}} \quad ; \quad \tau = T \sqrt{\frac{\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad ; \quad \xi = \frac{z}{L_{NL}} \quad (1.22)$$

Avec $A(z, T)$ l'enveloppe complexe lentement variable du champ électrique, associée au potentiel $\psi(\xi, \tau)$. Aux variables d'évolution z et T (distance de propagation et temps) sont associées ξ et τ respectivement, tandis que β_2 et γ sont les paramètres de la fibre optique.

Cette normalisation permet de fixer l'amplitude maximale de tous les potentiels initiaux à 1, tandis que le temps et l'espace se contractent ou se dilatent, ce qui s'avère utile dans le traitement analytique ou numérique de certains types de potentiels tels que ceux définis par une fonction porte, le potentiel rectangulaire.

En conclusion, la méthode de l'IST nous permet principalement, dans la suite de ce manuscrit, de caractériser les potentiels $\psi(0, \tau)$ utilisés dans l'équation NLS (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$) en leur associant un spectre spécifique autre que le spectre de Fourier classique, qu'on appelle spectre IST². Ce spectre, indépendant de la distance de propagation, est composé de valeurs propres discrètes et complexes $\zeta_n = \delta_n + i\eta_n$, où la partie imaginaire correspond à l'amplitude et la partie réelle à la vitesse des solitons. Ces valeurs propres nous renseignent sur le contenu en solitons de nos potentiels et s'avèrent utiles pour comprendre leurs dynamiques spatio-temporelles. C'est aussi pourquoi elles représentent un outil de base dans les télécommunications non linéaires [51-53].

À noter que la résolution du problème 1.14 et la signature spectrale IST associée dépendent du type de condition initiale considéré. Historiquement, on a initialement supposé que le champ initial $\psi(\xi, \tau)$ décroît suffisamment rapidement lorsque $\tau \rightarrow \pm\infty$. Cependant, des développements ultérieurs ont permis de résoudre ce problème pour d'autres types de conditions initiales, telles que les champs à fond continu [54-56] ou périodiques [57-59].

2. Le terme couramment utilisé dans la communauté est "spectre IST" (IST spectrum) même s'il s'agit d'un abus de langage. Le terme correct devrait être spectre DST (Direct Scattering Transform) car associé au problème de diffusion et non pas au fait de revenir du problème de diffusion à l'espace direct.

1.3 Solutions et leurs spectres IST

Dans cette section, nous présentons différentes dynamiques spatio-temporelles ainsi que différents spectres IST associés à trois types de potentiels régis par l'équation NLS (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$). Ces représentations sont obtenues numériquement par la méthode pseudo-spectrale de Fourier pas-à-pas et par la méthode de collocation de Fourier, respectivement.

Dans la première partie 1.3.1, nous nous concentrons sur le potentiel de la sécante hyperbolique composé de plusieurs solitons, couramment appelé potentiel N -sech. Cette section illustre comment l'introduction de nouvelles valeurs propres modifie la dynamique spatio-temporelle.

La deuxième partie 1.3.2 est consacrée au concept de gaz de solitons. Ces grands ensembles de solitons en interaction, caractérisés par des paramètres aléatoires (tels que les phases des constantes de normalisation $C_n(\xi)$, leurs positions dans l'espace direct τ ou leurs valeurs propres ζ_n), permettent l'émergence de dynamiques spatio-temporelles complexes.

Enfin, la dernière partie 1.3.3 traite du potentiel représenté par la fonction porte, ou potentiel rectangulaire. Ce potentiel présente des similitudes avec celui du N -sech, tant sur le plan de la représentation spatio-temporelle que du spectre IST, et constitue le potentiel central de ce manuscrit.

1.3.1 Soliton d'ordre supérieur : La solution N -sech

En plus du soliton fondamental décrit par le potentiel sécante hyperbolique (Eq.1.19) lorsque $N = 1$, il existe une autre classe de solutions de l'équation NLS (Eq.1.3) également appelée solutions solitons. Dans cette équation, lorsque l'amplitude (A_0) et la durée (τ_0) augmentent indépendamment ou simultanément, il existe des seuils où le terme N devient un entier supérieur à 1 ($N = 2, 3, \dots$). Dès lors, le potentiel possède une surface suffisante pour acquérir de nouvelles composantes solitoniques dont le nombre dépend de la valeur de l'entier N . Dans ce cas, cette solution est qualifiée de soliton d'ordre supérieur, ou N -soliton. Comme $N \neq 1$, la longueur de dispersion et la longueur non linéaire ne sont plus égales. Par conséquent, contrairement au soliton fondamental qui se propage

sans déformation, ces solutions ont la propriété de présenter un profil temporel et spectral spatialement périodique [3], dont la période est donnée par :

$$\xi_p = \frac{\pi T_0^2}{2P_0} \quad (1.23)$$

La figure 1.7 présente la dynamique spatio-temporelle obtenue numériquement de deux solitons d'ordre supérieur ($N = 2$ et $N = 3$) avec leurs coupes temporelles initiales ainsi que leurs spectres IST associés. Chaque potentiel initial, figure 1.7.(c,d), est défini avec une amplitude unitaire ($A_0 = 1$), ce qui implique que lorsque N augmente, la durée τ_0 augmente également.

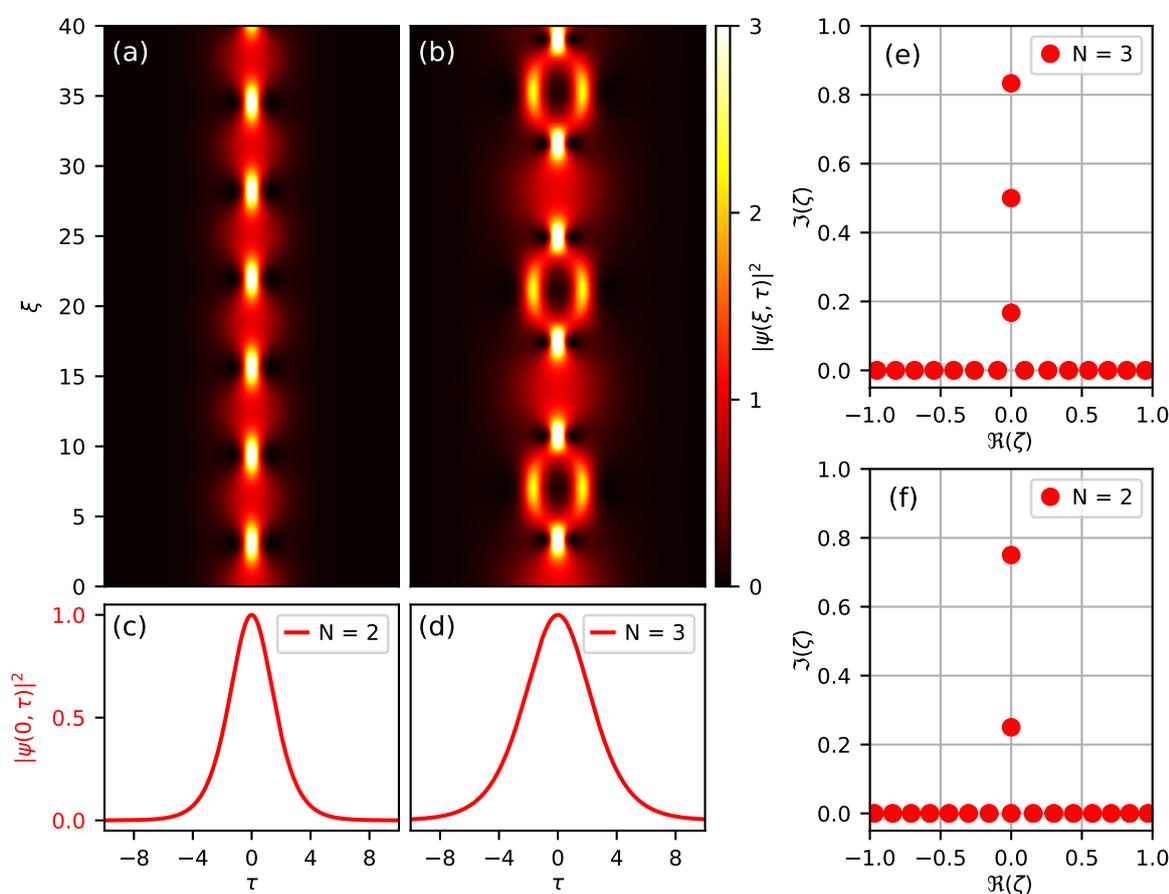


FIGURE 1.7 – Simulations numériques de l'équation NLS (Eq.1.3) utilisant comme conditions initiales deux solitons d'ordre supérieur ($N = 2$ et $N = 3$, Eq.1.19). (a,b) Diagrammes spatio-temporels. (c,d) Conditions initiales. (e,f) Spectres IST.

Dans le cas où le soliton d'ordre deux ($N = 2$), figure 1.7.(c), est utilisé comme condition initiale, on observe une dynamique spatio-temporelle relativement simple, figure 1.7.(a). Le profil temporel du potentiel se comprime puis s'étale de manière périodique au cours de la propagation avec une période spatiale $\xi_p \approx 6,28 \xi$ (Eq.1.23).

En revanche, lorsque le soliton d'ordre trois ($N = 3$), figure 1.7.(d), est utilisé, la dynamique spatio-temporelle devient plus complexe, figure 1.7.(b). Initialement, le potentiel se comprime de manière similaire au cas $N = 2$, puis se sépare en deux structures distinctes à la moitié de sa période spatiale $\xi_p \approx 7 \xi$. Ensuite, ces deux structures se recombinent, générant une nouvelle fois une structure de forte intensité pour finalement s'étaler et retrouver son profil temporel initial.

Enfin, dans les spectres IST, les valeurs propres associées à chaque soliton présent dans chaque potentiel sont représentées. Lorsque $N = 2$, figure 1.7.(f), on observe bien deux valeurs propres, $\zeta_1 = 0 + 0.75i$ et $\zeta_2 = 0 + 0.25i$, tandis que pour $N = 3$, figure 1.7.(e), il y en a trois : $\zeta_1 = 0 + 0.83i$, $\zeta_2 = 0 + 0.5i$ et $\zeta_3 = 0 + 0.16i$. On remarque que dans ces deux cas, ainsi que pour les solitons d'ordre supérieur, la répartition des valeurs propres est telle que la différence entre les parties imaginaires (amplitudes) est toujours équidistante. De plus, toutes les valeurs propres possèdent une partie réelle (vitesse) nulle. Par conséquent, ce type de potentiel est considéré comme un état lié de solitons, dont l'émergence des structures de forte intensité dans la représentation spatio-temporelle résulte de l'interaction de ces solitons au cours de la propagation.

1.3.1.1 Stabilité de la solution soliton

Comme mentionné dans la sous-section précédente 1.2.2, la méthode de l'IST permet, en outre, la décomposition des potentiels (ψ) sur la base des solitons, qui sont des constantes du mouvement caractérisées par des valeurs propres (ζ_n) discrètes et complexes dont les parties imaginaire et réelle correspondent respectivement à l'amplitude et à la vitesse de ces solitons.

Afin d'étudier la stabilité du potentiel sécante hyperbolique (Eq.1.19), lorsque l'amplitude A_0 ou la durée τ_0 ne permettent pas d'obtenir une valeur entière de N , ou encore lorsque le potentiel initial n'est pas exactement celui décrit par

cette équation lorsque $N = 1$, on introduit les variables suivantes [3] :

$$\tilde{N} = N - \Delta \quad ; \quad \tau'_0 = \frac{\tilde{N}}{\tilde{N} + 2\Delta} \tau_0 \quad \text{et} \quad |\Delta| \leq \frac{1}{2} \quad (1.24)$$

Avec \tilde{N} et τ'_0 représentant respectivement l'ordre du soliton et la durée caractéristique vers laquelle la solution tend. Par exemple, lorsque $N = 3.8$, l'entier le plus proche est 4, on en déduit que $\Delta = -0.2$. En utilisant cette valeur dans l'équation 1.24, on obtient une nouvelle durée caractéristique $\tau'_0 > \tau_0$. Par conséquent, au cours de sa propagation, le potentiel s'élargit pour atteindre asymptotiquement la forme du soliton d'ordre 4. Inversement, lorsque $N = 4.2$, on obtient une nouvelle durée caractéristique $\tau'_0 < \tau_0$. En d'autres termes, au cours de la propagation, une partie de l'énergie du potentiel est dispersée sous forme de radiation (contenu associé au spectre continu dans le contexte de l'IST), ce qui lui permet d'atteindre asymptotiquement la forme du soliton d'ordre 4.

De manière similaire, si le potentiel initial est composé d'un unique soliton mais qu'il possède un profil temporel légèrement différent, comme par exemple un potentiel gaussien ou super-gaussien, ce potentiel va s'adapter au cours de la propagation pour atteindre la forme du soliton fondamental. C'est pourquoi, dans la figure 1.3, qui correspond à la propagation numérique d'une impulsion optique de forme gaussienne avec le paramètre $N \approx 1$, on observe que l'impulsion adapte son profil temporel et spectral au cours de la propagation pour tendre vers celui d'un soliton fondamental. Pour une simulation identique réalisée sur une distance supérieure à 50 km, il est possible d'observer une forme de l'impulsion proche de celle du soliton fondamental.

En conclusion, le soliton fondamental ainsi que les solitons d'ordre supérieur sont des solutions robustes dont l'amplitude et la durée exactes ne sont pas des conditions critiques. De plus, le soliton fondamental est également robuste lorsque son profil temporel initial est modifié, à condition que le potentiel initial modifié soit composé d'une valeur propre.

1.3.2 Gaz de solitons : Exemple d'un gaz de soliton circulaire

L'introduction du soliton fondamental, un potentiel qui se propage sans déformation et auquel est associée une valeur propre dans le spectre IST, représente un élément de base dans l'étude ou l'analyse de différents potentiels dont l'évolution est régie par des équations non linéaires dites intégrables. De même, les solitons d'ordre supérieur, des potentiels composés de plusieurs solitons ayant des vitesses relatives nulles, permettent de comprendre l'émergence de dynamiques spatio-temporelles plus complexes et périodiques dues aux interactions entre les solutions au cours de la propagation. Avec ces deux éléments, il devient alors possible d'étendre l'étude à des solutions plus complexes, comme par exemple les gaz de solitons [60].

Le concept de gaz de solitons désigne, par définition, un ensemble de nombreux solitons dont les valeurs propres (ζ_n), les phases des constantes de normalisation ($C_n(\xi)$) ainsi que leurs positions dans l'espace direct sont distribuées de manière aléatoire. Sous ces conditions, les gaz de solitons peuvent être classés en trois catégories.

Lorsque les solitons sont répartis dans l'espace direct de telle sorte qu'ils soient facilement distinguables les uns des autres, leurs différentes interactions sont faibles. Par conséquent, au cours de la propagation, le nombre de collisions est également faible et bien défini, se produisant les unes à la suite des autres. Les solitons peuvent donc être traités de manière indépendante, et on parle alors de gaz dilué ou raréfié [6, 61].

À l'inverse, lorsque les solitons ne sont plus distincts et se chevauchent les uns les autres, leurs interactions deviennent d'autant plus importantes. Lors de l'évolution, le nombre de collisions est alors élevé et moins bien défini, causé par des collisions continues entre solitons. Dans cette situation, les solitons ne peuvent plus être traités de manière indépendante, et on parle alors de gaz dense [7, 8, 62].

Finalement, en plus de présenter des chevauchements dans l'espace direct, il est aussi possible de contraindre les paramètres des solitons dans une zone spectrale spécifique, on parle alors d'un condensat de solitons [63].

Qu'il s'agisse de gaz de solitons dilués ou denses, le spectre non linéaire de ces solutions est exclusivement composé de leur partie discrète (le contenu radiatif est nul). Les dynamiques spatio-temporelles observables résultent uniquement des interactions entre chaque soliton qui le compose. Étant donné qu'il s'agit de grands ensembles de solitons, la description de ces solutions se fait à l'aide d'indicateurs statistiques, relevant de la théorie cinétique des gaz de solitons. Dans cette théorie, l'élément central qui permet de décrire l'évolution d'un gaz est la densité d'état (DOS). Cette fonction, comme son nom l'indique, exprime la densité de solitons présents dans un intervalle de l'espace direct $[\tau, \tau + \delta\tau]$ ainsi que dans l'espace du spectre IST $[\zeta, \zeta + \delta\zeta]$. La connaissance de cette densité d'état pour chaque distance de propagation ξ permet alors de décrire l'évolution du gaz de solitons. La figure 1.8 présente, dans le cadre de l'équation NLS (Eq.1.3), un exemple de gaz de solitons avec le profil temporel initial, le spectre IST associé ainsi que son évolution spatio-temporelle obtenue numériquement.

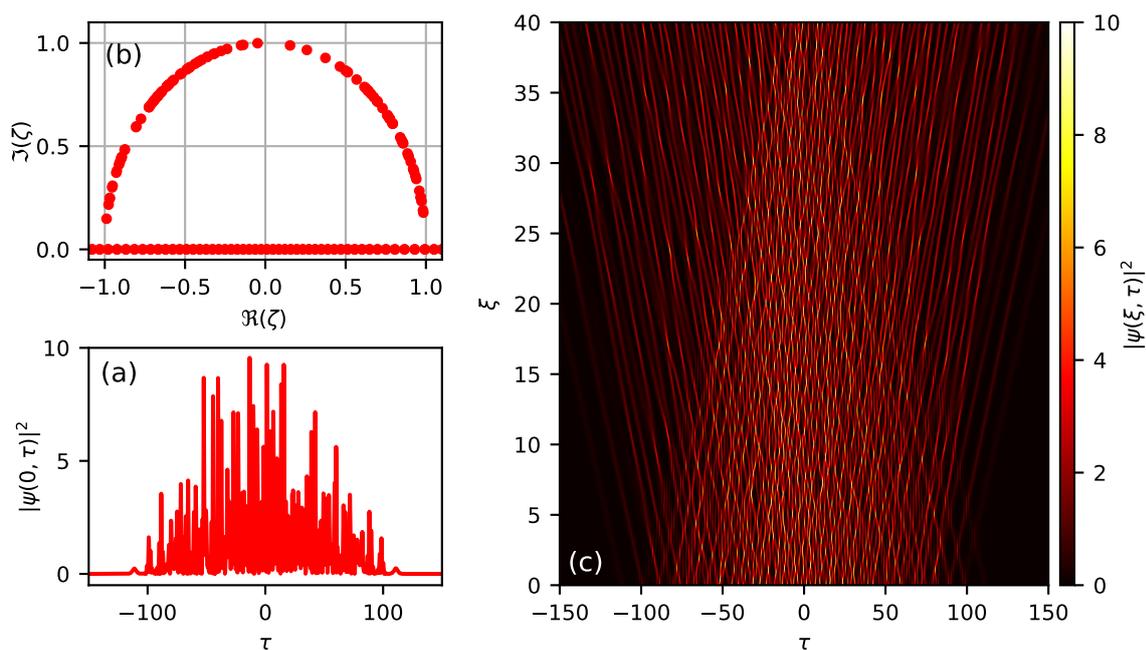


FIGURE 1.8 – Simulations numériques de l'équation NLS (Eq.1.3) utilisant comme condition initiale un gaz de solitons composé de cent valeurs propres avec un contour spectral circulaire fourni par Martin Dufour et calculé par Stéphane Randoux. (a) Condition initiale. (b) Spectre IST. (c) Diagramme spatio-temporel.

Dans cet exemple, cent valeurs propres (ζ_n) avec des phases aléatoires pour les constantes de normalisation ($C_n(\xi)$) sont réparties dans le spectre IST, figure 1.8.(b), de manière aléatoire et sur un contour spectral formant un demi-cercle de rayon unitaire, on parle alors de gaz de solitons circulaires [63, 64]. À l'aide d'une méthode récursive utilisant la transformée de Darboux [62], on effectue la transformée de diffusion inverse qui permet de construire le potentiel associé dans l'espace direct avec une précision numérique arbitraire, figure 1.8.(a). En contraignant leur position initiale dans l'espace entre $\tau \approx [-100, 100]$, les solitons se chevauchent suffisamment pour être considérés comme un gaz de solitons circulaire dense.

Dans ce cas particulier, la répartition des valeurs propres est telle que les solitons de plus faible amplitude (partie imaginaire) possèdent les vitesses (partie réelle) les plus élevées, figure 1.8.(b). Cette propriété se traduit dans la représentation spatio-temporelle, figure 1.8.(c), par une dynamique plus complexe dans la zone comprise entre $\tau = [-50, 50]$. Dans cette zone, constituée de nombreuses collisions, la description individuelle de chaque soliton est difficile car ils sont en interaction continue les uns avec les autres.

À l'inverse, à partir d'une certaine distance de propagation ($\xi = 20$) et dans la zone comprise au-delà de $\tau = \pm 75$, la dynamique se simplifie. Les solitons ayant des vitesses absolues plus élevées finissent par sortir de l'ensemble. Des collisions subsistent, mais en moins grand nombre, et il devient possible de suivre l'évolution des solitons de manière individuelle.

1.3.3 Cas particulier d'un état lié de solitons : Le potentiel rectangulaire

Le dernier potentiel présenté dans cette section est celui du potentiel rectangulaire. Étant le potentiel central utilisé tout au long de ce manuscrit, une description supplémentaire est effectuée par la suite dans la section 3.1.1. Ici, comme pour les potentiels précédents, sont abordés les éléments de base, notamment la dynamique spatio-temporelle et les spectres IST associés. Couramment, ce potentiel est représenté par une fonction porte d'amplitude constante A_0 et de largeur L :

$$\psi(0, \tau) = \begin{cases} A_0, & |\tau| \leq L/2 \\ 0, & |\tau| > L/2 \end{cases} \quad (1.25)$$

Cette fonction à l'avantage, comme pour la fonction gaussienne, d'être également favorable pour le travail analytique bien qu'elle soit discontinue. Une des premières propriétés attribuées à ce potentiel est qu'à l'instar du potentiel sécante hyperbolique (Eq.1.19), le nombre de solitons présents dans ce potentiel dépend également de sa surface, avec N le nombre de solitons, donné par [65, 66] :

$$N = \text{entier} \left[\frac{A_0 L}{\pi} + \frac{1}{2} \right] \quad (1.26)$$

En revanche, à l'inverse du potentiel sécante hyperbolique (Eq.1.19 avec N entier) ou des gaz de solitons, le spectre non linéaire de ce potentiel est composé à la fois d'une partie discrète contenant les valeurs propres associées à chaque soliton (spectre IST), ainsi que d'une partie continue associée au contenu radiatif (les ondes non localisées). Comme pour les solutions s'approchant du soliton fondamental ou d'un soliton d'ordre supérieur ($\tilde{N} = N - \Delta$ avec $\Delta > 0$), lors de la propagation, le contenu radiatif se sépare du potentiel initial et son amplitude décroît de manière exponentielle avec la propagation.

La figure 1.9 présente la dynamique spatio-temporelle obtenue numériquement pour deux potentiels rectangulaires de largeur différente ($L = 2\pi$ et $L = 3\pi$), leurs coupes temporelles initiales, ainsi que leurs spectres IST associés. Chaque potentiel initial, figure 1.9.(c,d), est défini avec une amplitude unitaire ($A_0 = 1$). Par conséquent, le seul paramètre variable étant la largeur L , cela permet de rapidement prévoir le nombre de solitons présents à l'aide de l'équation 1.26.

Pour le premier potentiel, $L = 2\pi$, figure 1.9.(c), on obtient $N = 2.5$, ce qui signifie qu'il est composé de deux solitons. Lorsque ce potentiel est utilisé comme condition initiale dans l'équation NLS (Eq.1.3), on observe une dynamique spatio-temporelle simple, figure 1.9.(a). Similairement à celle observée pour le soliton d'ordre 2 (Fig.1.7.(a)), le potentiel se comprime temporellement en une unique structure de forte intensité puis se sépare en deux structures, de manière spatialement périodique ($\approx 6\xi$). Les deux principales différences entre ces deux

dynamiques spatio-temporelles résident dans la distance durant laquelle la structure de forte intensité issue de la compression temporelle persiste (plus courte pour le potentiel rectangulaire), ainsi que dans une séparation plus nette en deux structures par la suite pour le potentiel rectangulaire.

Pour le second potentiel, $L = 3\pi$, figure 1.9.(d), on obtient $N = 3.5$, ce qui signifie qu'il est composé de trois solitons. Comme lors du passage entre la dynamique spatio-temporelle du soliton d'ordre deux à celui d'ordre trois, figure 1.7.(a,b), celle-ci devient plus complexe, figure 1.9.(b), avec l'apparition de multiples structures de forte intensité ainsi qu'une période spatiale bien supérieure. En revanche, dans ce cas, la comparaison entre les deux représentations spatio-temporelles, figure 1.9.(b) et figure 1.7.(b), semble plus complexe. Bien qu'en effectuant plusieurs simulations numériques pour un potentiel rectangulaire dont la largeur serait progressivement augmentée de $L = 2.5\pi$ vers $L = 3.49\pi$, donc toujours composé de 3 solitons, il serait possible d'observer plus de similitudes ainsi que de comprendre de manière continue comment évolue la dynamique spatio-temporelle entre ces deux solutions.

Que ce soit dans le premier cas, $L = 2\pi$, ou le second, $L = 3\pi$, on observe au début de la propagation, $\xi = [0, 2.5]$, une dynamique particulière : le potentiel se modifie rapidement et des oscillations de haute fréquence sont visibles, associées à la séparation du contenu radiatif.

Enfin, dans les spectres IST, figure 1.9.(e,f), sont représentées les valeurs propres associées à chaque soliton présent dans chaque potentiel. Lorsque $L = 2\pi$, figure 1.9.(f), on observe bien deux valeurs propres, $\zeta_1 = 0.90i$ et $\zeta_2 = 0.54i$, tandis que lorsque $L = 3\pi$, il y en a trois : $\zeta_1 = 0.95i$, $\zeta_2 = 0.80i$ et $\zeta_3 = 0.47i$.

Similairement au spectre IST des solitons d'ordre supérieur, figure 1.7.(e,f), dans le cas d'un potentiel rectangulaire, les valeurs propres possèdent des parties réelles (vitesses) nulles et sont alignées sur l'axe imaginaire (amplitude). Par conséquent, ce potentiel est également qualifié d'état lié de solitons, la surface du potentiel restant confinée temporellement au cours de la propagation et sa dynamique résultant des interactions entre les solitons. En revanche, on remarque que dans le cas de ce potentiel, la répartition des valeurs propres sur l'axe imaginaire (amplitude) n'est plus équidistante. L'écart entre deux valeurs propres sur cet axe est d'autant plus grand que les valeurs propres possèdent

de faibles valeurs de partie imaginaire (amplitude). De plus, comme mentionné précédemment, pour ce type de potentiel, il existe une infinité de largeurs L pour lesquelles le potentiel est toujours composé du même nombre de valeurs propres. Par conséquent, en augmentant progressivement la valeur de L , pour un potentiel toujours composé du même nombre de solitons, la partie imaginaire (amplitude) de chaque valeur propre va subir une augmentation inversement proportionnelle à sa valeur initiale.

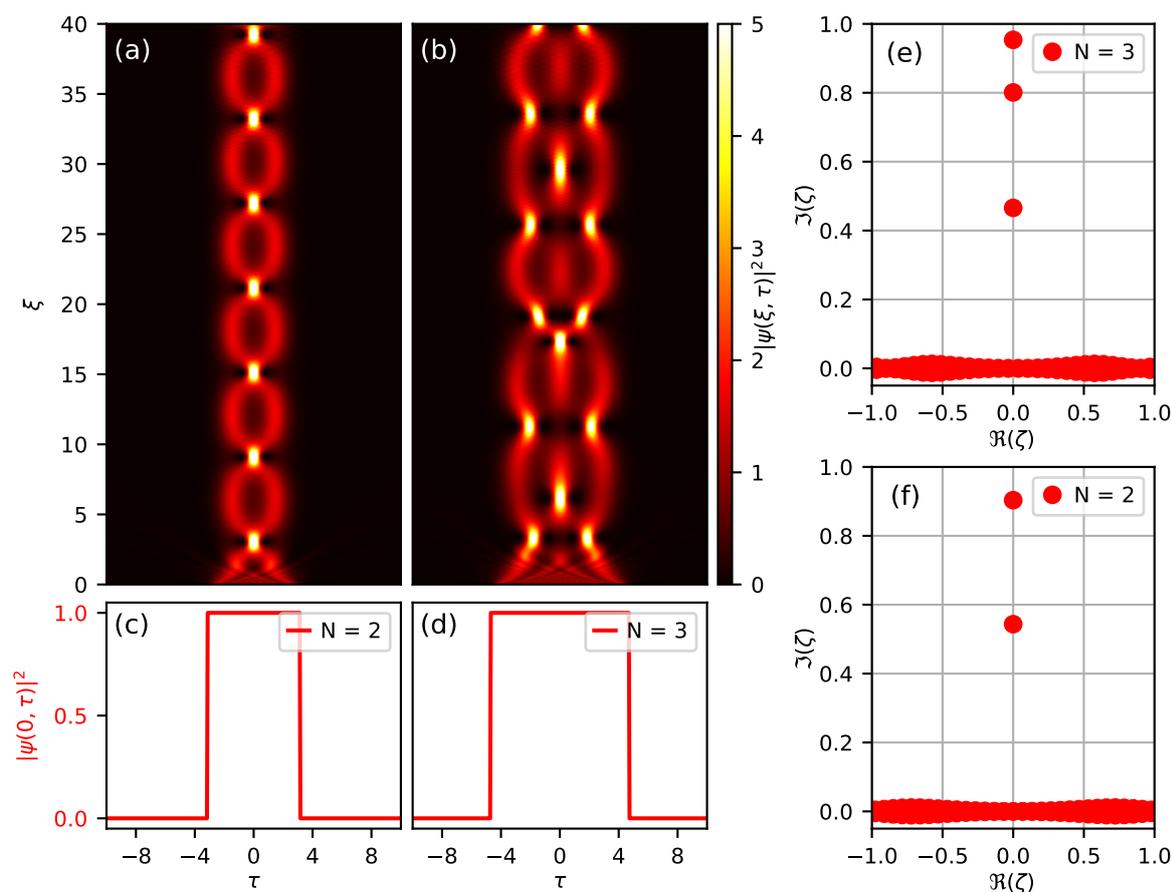


FIGURE 1.9 – Simulations numériques de l'équation NLS (Eq.1.3) utilisant comme conditions initiales deux potentiels rectangulaires de largeur $L = 2\pi$ et $L = 3\pi$ (Eq.1.25). (a,b) Diagrammes spatio-temporels. (c,d) Conditions initiales. (e,f) Spectres IST.

À noter que dans les spectres IST, figure 1.9.(e,f), en dehors des valeurs propres rapidement distinguables, on observe des oscillations dans la zone

proche du zéro de l'axe imaginaire. Ces oscillations correspondent à un reliquat associé à la méthode de Fourier collocation lorsque le potentiel sur lequel on calcule numériquement le spectre IST est également composé de contenu radiatif. Ces valeurs sont retirées dans la suite de ce manuscrit.

1.4 Problématique

Tout au long de ce chapitre, différentes équations différentielles partielles non linéaires ont été mentionnées, avec une attention particulière portée à l'équation NLS (Eq.1.3), dans le régime focalisant ($\kappa = 1$), qui constitue le modèle central de ce manuscrit (voir section 1.2). Ces équations modélisent au premier ordre la propagation d'ondes dans certains systèmes physiques (voir sous-section 1.1.1) et ont la particularité de présenter des solutions solitons, dont l'une des propriétés est de conserver leurs formes au cours de la propagation.

Par ailleurs, ces équations font également partie de la classe des équations dites intégrables dans le sens où elles sont résolubles par la méthode de diffusion inverse (IST) [67-69]. Dans ce formalisme, à l'instar des ondes planes dans la méthode de Fourier classique, la solution soliton joue un rôle fondamental puisqu'elle représente la base sur laquelle les solutions de ces différentes équations sont décomposées, permettant ainsi d'expliquer les dynamiques d'évolution complexes associées à ces équations non linéaires. De ce fait, les solitons suscitent un intérêt prononcé depuis de nombreuses années, aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental, dans différents domaines de la physique où ils apparaissent [70-73].

Un des axes de recherche porte sur l'étude des perturbations appliquées aux conditions initiales dans des systèmes intégrables. Dans de nombreux cas, la solution exacte pour certaines conditions initiales particulières est connue par l'IST, et la théorie des perturbations permet d'analyser ce qui se passe dans le voisinage de ces conditions idéales. En d'autres termes, en restant dans un cadre parfaitement intégrable, la question est de comprendre comment les petites déviations des conditions initiales influencent l'évolution des solitons et modifient leur comportement au cours de la propagation. Historiquement, ces théories de perturbations ont été développées pour le soliton fondamental dans

diverses équations intégrables [74, 75]. Elles ont ensuite été généralisées pour inclure un large éventail de perturbations affectant les conditions initiales [76].

Cependant, les perturbations ne se limitent pas aux conditions initiales. Dans les systèmes physiques réels, il est souvent nécessaire d'inclure des termes d'ordre supérieur qui modifient l'intégrabilité des équations. Lorsque ces perturbations affectent directement le système lui-même, celui-ci peut être décrit, selon la nature de la perturbation, par une équation quasi-intégrable ou non intégrable. Dans ces cas, les propriétés des solitons et la nature de leurs interactions peuvent être profondément modifiées. Ces approches permettent de prédire l'évolution des solitons sous l'influence de perturbations de faible amplitude sur les conditions initiales, telles que la dissipation [77, 78] ou les variations du milieu [79], ou encore les interactions non linéaires additionnelles [80, 81]. Par exemple, dans une fibre optique, les pertes d'énergie dues à l'absorption peuvent altérer la forme temporelle du soliton, entraînant un transfert d'énergie en onde radiative qui peut affecter l'évolution des solitons environnants de manière non triviale.

Cependant, malgré les avancées significatives dans ce domaine, de nombreuses questions restent ouvertes en raison de la nature complexe des phénomènes physiques ainsi que de la sophistication des outils analytiques utilisés. Par exemple, la compréhension complète des interactions entre multiples solitons dans des systèmes fortement perturbés est encore incomplète. Les interactions entre solitons peuvent mener à des comportements imprévisibles, tels que la fusion, la répulsion ou la génération de structures complexes, qui ne sont pas entièrement expliqués par les théories actuelles [5]. De plus, les effets des perturbations stochastiques ou de grande amplitude sur les solitons nécessitent des recherches approfondies. Les perturbations aléatoires, souvent présentes dans les environnements réels, peuvent induire des fluctuations significatives dans les caractéristiques des solitons, rendant leur comportement difficile à prédire et à contrôler.

1.4.1 Objectifs

En somme, ce manuscrit traite des concepts liés à la perturbation du système intégrable représenté par l'équation NLS (Eq.1.3) sous deux aspects principaux :

- **Étude des modifications des valeurs propres dans le spectre IST et de leur signature dans la représentation spatio-temporelle lorsque le potentiel est initialement perturbé.**

L'objectif est de vérifier expérimentalement les prédictions théoriques faites dans le cadre intégrable d'une nouvelle théorie perturbative de la transformée de diffusion inverse (IST), développée par notre collaborateur Andrey Gelash [12]. Cette théorie prédit comment les valeurs propres d'un potentiel sont affectées lorsqu'il est initialement perturbé. Pour ce faire, deux dispositifs expérimentaux d'interféromètre sont mis en place afin de mesurer le profil de phase initiale de nos impulsions et ainsi reconstruire le champ initial nécessaire au calcul du spectre IST. Finalement, à l'aide du dispositif expérimental de l'anneau de recirculation optique, développé par l'ancien doctorant Adrien Kraych [10, 11], les signatures des déviations des valeurs propres sont également observées dans l'espace direct grâce à des diagrammes spatio-temporels obtenus sans moyennage (mono-coup).

- **Étude de l'évolution des valeurs propres dans le spectre IST d'un potentiel non perturbé au cours de la propagation lorsque l'intégrabilité du système est rompue par l'ajout de termes supplémentaires.**

La première étude repose principalement sur le fait que l'évolution du signal se propageant dans l'anneau de recirculation est régie par un système quasi-intégrable (proche de l'équation NLS (Eq.1.3)), ainsi que sur la robustesse de cette nouvelle théorie perturbative développée dans ce cadre purement intégrable. Cependant, cette quasi-intégrabilité induit intuitivement des écarts entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux. Par conséquent, le second objectif est de comprendre comment évoluent les valeurs propres dans le spectre IST au cours de la propagation dans un système où l'intégrabilité est rompue [82]. Pour ce faire, une nouvelle configuration de l'anneau de recirculation est utilisée, permettant d'enregistrer à la fois l'information sur l'intensité et la phase du signal

qui s'y propage, toujours sans moyennage (mono-coup). Avec ces deux informations, il devient alors possible de reconstruire le champ tout au long de sa propagation et d'effectuer la mesure expérimentale du spectre IST.

En conclusion, bien que ces concepts soient abordés expérimentalement à l'aide d'une plateforme d'optique fibrée modélisée par l'équation 1.6, les résultats obtenus s'inscrivent dans une thématique plus générale dès lors que l'évolution du potentiel est régie par l'équation NLS (Eq.1.3). De même, le concept de soliton, étant lui aussi plus général que le soliton optique ou encore du soliton de l'équation NLS (Eq.1.3), les interprétations issues de ces résultats permettent, dans une certaine mesure, d'approfondir nos connaissances actuelles dans le domaine de l'optique non linéaire ainsi que d'offrir des perspectives utiles dans d'autres domaines de la physique et ouvre la possibilité de manipuler des solitons.

Anneau de recirculation optique fibré et mesure de phase par interférométrie

Dans ce chapitre, nous présentons les différents dispositifs expérimentaux utilisés au cours de ce travail.

La première partie 2.1 est consacrée au dispositif de l’anneau de recirculation optique fibré développé par Adrien Kraych [10, 11]. Cet outil nous permet d’explorer la physique de l’équation de Schrödinger non linéaire en utilisant des diagrammes spatio-temporels enregistrés en mono-coup. Une expérience de propagation d’un train d’impulsions carrées de différentes durées est présentée. Parmi ces impulsions, nous nous concentrons particulièrement sur une impulsion de 500 ps, illustrant les différents traitements effectués sur les données expérimentales pour obtenir le diagramme spatio-temporel. Nous examinons également une seconde impulsion, d’une durée de 6 ns, subissant le phénomène d’instabilité modulationnelle [27], permettant une calibration en puissance de chaque expérience. Enfin, nous abordons la compensation et la caractérisation des pertes inhérentes à ce type de dispositifs expérimentaux, affectant le signal au cours de sa propagation.

Dans la deuxième partie 2.2, nous présentons deux dispositifs expérimentaux de mesure de phase, utilisés dans le cadre de l’interférométrie homodyne, offrant une caractérisation du champ complexe (amplitude et phase) des impulsions optiques dans leur état initial. La première sous-section 2.2.1 est consacrée à l’uti-

lisation d'un interféromètre de Mach-Zehnder fibré [13], tandis que la seconde 2.2.2 traite de l'utilisation d'un coupleur à trois voies en tant qu'interféromètre [83]. Dans ces deux sous-sections, nous détaillons également la caractérisation de la modulation de phase la plus courte possible réalisable avec ces dispositifs. Enfin, une dernière sous-section 2.2.3 est consacrée à la comparaison entre les deux configurations pour différentes amplitudes de modulation de phase, mettant en évidence les raisons justifiant l'orientation vers l'utilisation exclusive du coupleur à trois voies pour la suite de nos travaux.

2.1 Évolution spatio-temporelle dans l'anneau de recirculation

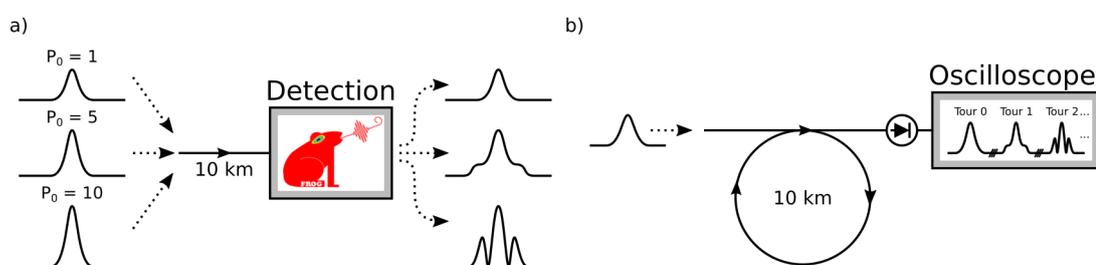


FIGURE 2.1 – Schéma de principe d'une expérience réalisée dans deux configurations. (a) En simple passage illustrant spécifiquement la méthode de variation de puissance. (b) En passage multiple (anneau de recirculation).

La propagation de l'onde lumineuse à travers des fibres optiques offre un environnement propice à l'étude des phénomènes liés à l'équation NLS (Eq.1.3). Les expériences adoptent généralement deux configurations, comme illustré dans la figure 2.1 : un simple passage ou un passage multiple.

Dans les expériences en simple passage [84-86], le signal est enregistré à la sortie de la fibre optique à la fin de sa propagation, rendant impossible le suivi direct de son évolution spatio-temporelle. Néanmoins, diverses méthodes ont été élaborées pour surmonter cette limitation. Parmi elles, on peut notamment citer la méthode du *cut back*, impliquant la découpe de la fibre à différentes longueurs de propagation [87, 88]. Cependant, cette méthode est destructive et irréversible, nécessitant une attention particulière à la stabilité du signal initial. Une

autre approche consiste à faire varier la puissance initiale tout en maintenant la même distance de propagation, modifiant ainsi de manière effective le nombre de longueurs de propagation non linéaire (Eq.1.12) [89, 90]. Ou encore, une troisième méthode qui implique l'enregistrement du signal de rétro-diffusion Rayleigh [91-94]. De manière générale, dans le but d'induire une évolution non linéaire suffisante à la formation de structures non linéaires, ces expériences sont menées avec des puissances de l'ordre du watt et sur des distances de l'ordre du kilomètre. Dans ces conditions, les pertes subies par le signal au cours de sa propagation peuvent être considérées comme négligeables. Cependant, dans le contexte de l'équation NLS optique (Eq.1.6), la durée des structures non linéaires associée à la propagation d'une onde est proportionnelle à l'inverse de la racine carrée de sa puissance, induisant des échelles de temps pour ces structures non linéaires de l'ordre de la picoseconde. Ces échelles rendent l'observation de ces structures non linéaires complexe, nécessitant l'utilisation d'instruments sophistiqués tels que le Frequency-Resolved Optical Gating (FROG) [95], Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction (SPIDER) [96], Time lens [97-99], etc.

Dans la seconde configuration, l'objectif est de faire circuler un signal optique à l'intérieur d'une boucle partiellement fermée, permettant ainsi l'observation stroboscopique de la lumière au cours de sa propagation afin d'obtenir l'évolution spatio-temporelle de l'onde. Les dispositifs de boucle de recirculation ont été largement utilisés [100, 101], notamment dans le domaine des télécommunications, pour étudier la transmission de signaux sur des distances à des échelles mondiales [102, 103]. Contrairement à la configuration en simple passage, ces expériences sont généralement réalisées avec des puissances bien inférieures, de l'ordre du milliwatt, et sur des distances nettement supérieures, de l'ordre de plusieurs milliers de kilomètres. Dans ces conditions, les structures non linéaires observées au cours de la propagation présentent des durées typiques de l'ordre de la centaine de picosecondes, ce qui permet, de nos jours, l'utilisation de systèmes de détection moins complexes tels qu'un oscilloscope couplé avec des photodiodes. Cependant, avec des distances beaucoup plus importantes, les pertes associées à la propagation du signal dans la fibre optique, ainsi que son observation, ne peuvent plus être négligées. Ces pertes sont généralement com-

pensées en ré-amplifiant continuellement le signal, soit par une amplification distribuée [3, 104-107], soit par une amplification localisée [108-112].

Cette section présente notre dispositif expérimental de l'anneau de recirculation optique fibré, détaillant la génération du signal initial jusqu'à l'obtention du diagramme spatio-temporel. De plus, nous abordons une expérience de propagation d'impulsions rectangulaires visant à calibrer les niveaux de puissance dans l'anneau, tout en illustrant les différents traitements appliqués aux données expérimentales. Finalement, la configuration d'amplification Raman adoptée pour compenser les pertes du signal au cours de sa propagation est présentée.

2.1.1 Génération du signal optique

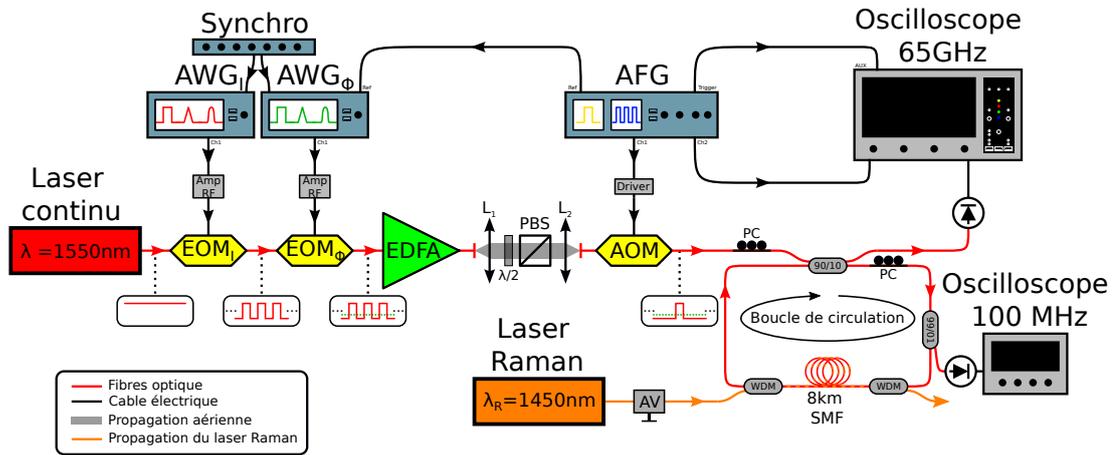


FIGURE 2.2 – Dispositif expérimental de l'anneau de recirculation optique. AWG : générateur de signaux arbitraires. Amp RF : amplificateur de signaux radiofréquences. EOM_I : modulateur électro-optique d'intensité. EOM_ϕ : modulateur électro-optique de phase. EDFA : amplificateur optique dopé Erbium. L_{1-2} : lentilles. $\lambda/2$: lame demi-onde. PBS : cube polarisateur. AOM : modulateur acousto-optique. AFG : générateur de fonction arbitraires. PC : contrôleur de polarisation. WDM : multiplexeur en longueur d'onde. AV : atténuateur variable.

La figure 2.2 présente le dispositif expérimental de l'anneau de recirculation optique dans sa configuration initiale pouvant être séparé en quatre modules.

Génération de la condition initiale : Le dispositif expérimental débute avec l'utilisation d'une source laser (APEX-AP3350A), fournissant un signal optique continu de puissance variable $[-21 \text{ à } 13 \text{ dBm}]$. Cette source, monomode et accordable dans une plage de longueurs d'onde allant de $\lambda = [1525 \text{ à } 1567 \text{ nm}]$, est principalement utilisée à une longueur d'onde de 1550 nm , avec une puissance maximale de 13 dBm (20 mW). Le signal optique continu est ensuite dirigé à travers un premier modulateur électro-optique d'intensité EOM_I (iXblue MX-LN-20) dont la bande passante est de 20 GHz puis un second modulateur électro-optique de phase EOM_ϕ (iXblue MPZ-LN-10) de bande passante 16 GHz . Ces modulateurs sont pilotés par deux générateurs de fonctions arbitraires $\text{AWG}_{I-\phi}$ (Tektronix AWG 70000) dotés d'une bande passante de 15 GHz , et sont connectés à un amplificateur de signaux radiofréquence (iXblue DR-DG-20-Mo) pour l'intensité et (iXblue DR-AN-20-MO) pour la phase, tous deux ayant une bande passante de 20 GHz . En synchronisant ces deux générateurs à l'aide du module (Tektronix - AWGSYNC01) et en combinant ces deux modulateurs, nous sommes ainsi capables de moduler l'intensité et la phase pour générer des impulsions de forme et de durées souhaitées. Ces impulsions générées sont ensuite amplifiées par un amplificateur à fibre dopée erbium EDFA (Keopsys CEFA-C-BO-HP) offrant une gamme d'amplification de $[31,7 \text{ à } 40 \text{ dBm}]$, jusqu'à atteindre le niveau de puissance nécessaire à l'injection dans l'anneau de recirculation. Ensuite, une étape de propagation aérienne est effectuée. Elle implique l'utilisation d'une lame demi-onde modifiant la polarisation du signal en sortie de l'EDFA, suivie d'un cube polarisateur. Cette configuration nous permet d'ajuster de manière contrôlée la puissance des impulsions. Finalement, pour générer la condition initiale, nous utilisons un modulateur acousto-optique AOM (AA opto-electronic - MT110-IIR30-Fio-PM0.5-J1-A-VSF) piloté par un générateur de fonction arbitraire (Tektronix AFG 31000) ainsi que son driver, complétant le module de génération de la condition initiale. Ce modulateur remplit deux fonctions essentielles : il nous permet de sélectionner des fenêtres temporelles composées d'une ou plusieurs impulsions. De plus, il opère de manière synchrone avec le signal de déclenchement des expériences, ne laissant passer chaque fenêtre temporelle

qu'une fois que la précédente a terminé sa propagation, tout en assurant un taux d'extinction de 50 dBm pour éviter la saturation en lumière de la boucle de recirculation et ainsi limiter le phénomène de diffusion Brillouin [113-115].

Boucle de recirculation : Cette boucle est constituée d'une bobine de fibre monomode (SMF-28e) de 8 km construite par Draka-Prysmian possédant un coefficient de dispersion mesuré $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ et un coefficient Kerr estimé à $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ à la longueur d'onde de 1550 nm. La fibre est bouclée sur elle-même à l'aide d'un coupleur 90/10. Ce coupleur assume deux rôles, il permet l'injection du signal dans la boucle et son extraction partielle à chaque passage. Lorsque le signal atteint le coupleur pour la première fois à la sortie du module de génération de la condition initiale, 10% de sa puissance est injectée dans la boucle, parcourant ainsi les 8 km. À chaque tour successif de la boucle, 10% du signal sont extraits tandis que les 90% restants sont réinjectés dans la boucle et recirculent, ce qui nous permet d'obtenir une vue stroboscopique de la lumière. Enfin, à la suite du coupleur 90/10, dans la boucle de recirculation, un second coupleur 99/1 est placé, dont la sortie 1% est connectée à une photodiode lente (Thorlabs - DET20C2) et à un oscilloscope de 100 MHz (Agilent - 54624A), permettant ainsi de suivre la décroissance du signal au cours de l'expérience.

Acquisition : Les 10% de l'intensité extraits du signal intra-boucle sont transmis à une photodiode (Finisar - XPDV2120R-10-20-040) dont la bande passante est de 50 GHz, puis enregistrés à l'aide d'un oscilloscope rapide (TeledyneLecroy - LabMaster 10-65zi) de bande passante 65 GHz à son taux d'échantillonnage maximum de 160 GSa/s ou 36 GHz avec un taux d'échantillonnage de 80 GSa/s.

Amplification Raman : Les pertes associées à la circulation du signal dans la boucle de recirculation sont partiellement compensées par une amplification Raman (amplification distribuée). À cet effet, deux multiplexeurs en longueur d'onde (WDM) sont ajoutés de part et d'autre de la bobine de fibre, permettant d'injecter et d'extraire la pompe issue d'un laser Raman fibré (IPG-Fibertech) de longueur d'onde centrale de 1450 nm. Par ailleurs, deux contrôleurs de polarisation (PC) sont ajoutés : l'un sur le signal avant le coupleur 90/10 et l'autre à l'intérieur de la boucle de recirculation, permettant de maximiser l'efficacité du gain Raman, qui dépend de leur polarisation relative.

2.1.2 Dynamique spatio-temporelle en mono-coup

Lors de l'acquisition avec notre dispositif de l'anneau de recirculation, l'oscilloscope peut être utilisé en mode de fonctionnement classique. Il peut être déclenché soit par un niveau de signal provenant de l'expérience (la condition initiale), soit par une horloge maîtresse, enregistrant ainsi tous les points sur une fenêtre temporelle définie. Dans notre configuration, l'anneau de recirculation, d'une longueur d'environ 8 km et composé de silice, permet à la lumière de se propager à une vitesse d'environ $2 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, nécessitant environ 40 μs pour effectuer un tour complet. Pour des impulsions de l'ordre de quelques nanosecondes ou moins, cela signifie que lors d'une acquisition incluant la condition initiale et le signal issu du premier tour, moins de 1% de l'enregistrement contient effectivement du signal. En effet, l'impulsion passe la majeure partie du temps dans la boucle et n'atteint la photodiode que brièvement. Il en découle que l'enregistrement de l'évolution spatio-temporelle de telles impulsions sur des distances d'environ 2000 km (soit 250 tours) n'est pas optimal, car la majeure partie des données enregistrées sont constituées de valeurs nulles.

Afin de pallier à cette situation, l'oscilloscope est utilisé en mode séquence avec un système de déclenchement spécifique qui permet de n'enregistrer le signal que sur les plages temporelles d'intérêt, c'est-à-dire lorsque le signal est extrait de l'anneau et atteint la photodiode. Ce mode nécessite deux signaux de déclenchement. Le premier signal, de type TTL avec un taux de répétition de 40 Hz, provient du générateur de fonction arbitraire et se déclenche de manière synchrone avec le signal envoyé à l'AOM, correspondant à l'injection d'une condition initiale dans l'anneau et définissant le début de l'expérience. Le deuxième signal de déclenchement, également issu du même générateur, marque l'arrivée de l'impulsion sur la photodiode, initiant ainsi l'enregistrement d'une fenêtre temporelle spécifique, dans notre cas 500 ns, correspondant à une séquence. Il s'agit d'un signal créneau avec un taux de répétition d'environ 25 kHz, correspondant à un tour de boucle. La figure 2.3 illustre de manière schématique le principe de fonctionnement d'une acquisition en mode séquence, où l'oscilloscope est configuré pour détecter les fronts montants des signaux de déclenchement.

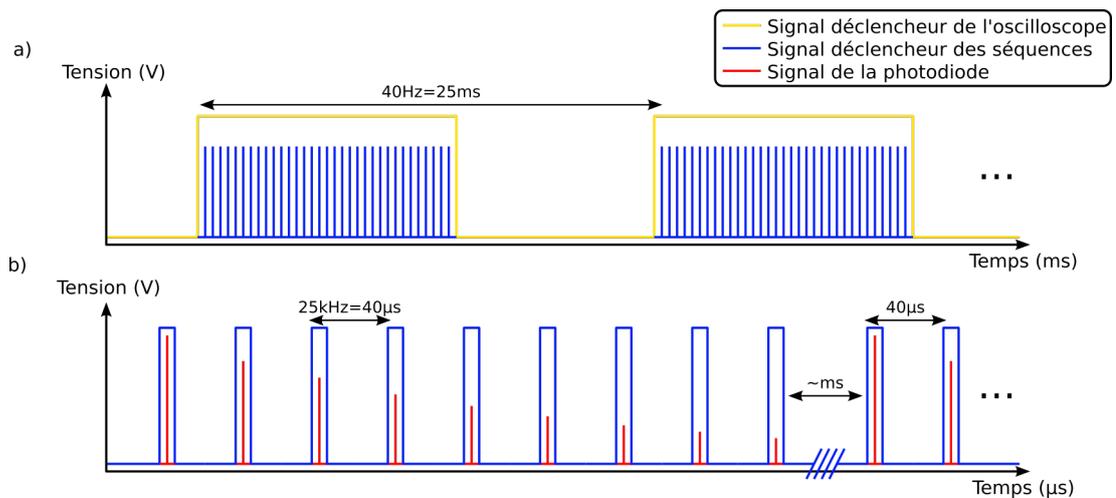


FIGURE 2.3 – Schéma de principe d'une acquisition par l'oscilloscope en mode séquence. (a) En jaune, le signal TTL de 40 Hz marquant le début d'une expérience. En bleu, le signal crête à crête de 25 kHz initiant l'enregistrement des séquences contenant l'impulsion après chaque tour de boucle. (b) Zoom du signal crête à crête. En rouge, la fenêtre d'enregistrement contenant l'impulsion après chaque tour.

La figure 2.4.(a) présente une acquisition complète réalisée en mode séquence. Ici, l'acquisition comporte 300 séquences, chacune d'une durée de 500 ns, correspondant à un enregistrement total de 150 μs au lieu de 12 ms en utilisant l'oscilloscope en mode classique. Sur un tel enregistrement, les différentes séquences sont indiscernables. Cependant, un zoom permet de discerner les 26 premières séquences, figure. 2.4.(b). Comme dans la figure 2.4.(a), on observe que le signal associé à la première séquence (tour 0) présente une tension élevée d'environ 150 mV et sature sur l'oscilloscope par rapport au signal détecté après ce premier tour dans l'anneau. Cela s'explique par le fonctionnement des coupleurs optiques fibrés : pour extraire 10% de la lumière à chaque tour, le coupleur 90/10 doit être utilisé de manière à injecter 10% du signal initial, tandis que les 90% restants sont dirigés vers la photodiode, entraînant une saturation du signal pour le tour 0. Il est important de rappeler que les puissances circulant dans ce dispositif sont de l'ordre de la dizaine de milliwatts. Le signal après 8 km de propagation n'a parcouru qu'une faible distance en termes de propagation non linéaire et est généralement considéré comme la condition initiale. Enfin, dans la figure 2.4.(c), un dernier zoom est réalisé sur la deuxième

séquence, révélant qu'il ne s'agit pas d'une impulsion unique, mais plutôt d'un train d'impulsions de durées variées. Après traitement des données, il est alors possible d'observer la dynamique spatio-temporelle réalisée en mono-coup de chacune de ces impulsions individuellement sur une distance de 2400 km.

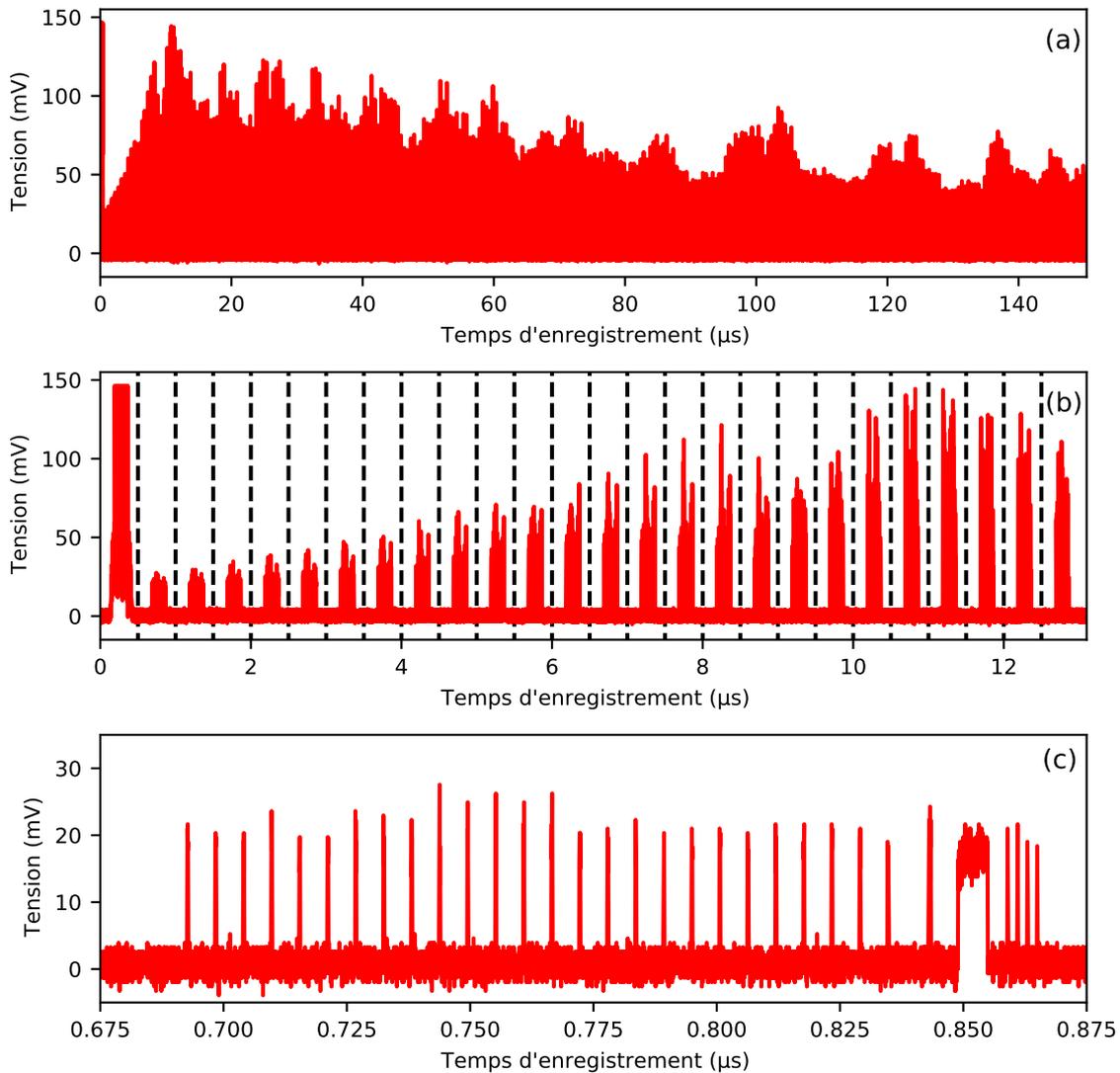


FIGURE 2.4 – Exemple d'acquisition par l'oscilloscope en mode séquence, chaque séquence faisant 500 ns. (a) Acquisition totale contenant 300 séquences. (b) Zoom sur 26 séquences. En noir, délimitation entre chaque séquence. (c) Zoom sur la séquence numéro 2.

En conclusion, cette méthode d'acquisition évite un grand nombre de valeurs nulles en ne déclenchant pas l'oscilloscope pendant l'intervalle de 40 μ s. Toutefois, il est important de noter que le temps d'enregistrement total affiché sur la figure 2.4.(a,b) correspond à l'accumulation des temps d'enregistrement séquence après séquence, et ne représente pas un temps physique. À l'intérieur d'une séquence cependant, figure 2.4.(c), le temps d'enregistrement reste pertinent et fournit des informations sur la durée des événements qui s'y produisent. Suite à l'acquisition des données, plusieurs étapes de traitement sont nécessaires afin de reconstruire le diagramme spatio-temporel.

Découpage et Amoncellement : Cette étape consiste à transformer le signal unidimensionnel obtenu en sortie de l'oscilloscope en une représentation matricielle bidimensionnelle. Les séquences sont séparées puis empilées les unes sur les autres, créant ainsi une représentation où l'axe horizontal correspond au temps dans un référentiel se déplaçant à une certaine vitesse de groupe, tandis que l'axe vertical correspond à la nième séquence et représente la distance parcourue par le signal en kilomètres lorsqu'elle est multipliée par la taille de la boucle de recirculation (8 km).

Roulement : Lorsque l'oscilloscope est déclenché en mode séquence par le signal créneau de fréquence ≈ 25 kHz, il peut y avoir une dérive linéaire de la position de l'impulsion dans la séquence due à une synchronisation imparfaite entre ce signal et le temps de parcours de l'impulsion. Pour corriger cette dérive, une permutation cyclique est effectuée sur les lignes de la matrice, ce qui place les données dans un référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe de l'impulsion.

Corrélation : Après avoir placé les données dans le bon référentiel, des fluctuations aléatoires du temps de déclenchement de l'oscilloscope en mode séquence entraînent une gigue temporelle sur le signal. Pour corriger cela, une corrélation des signaux d'un tour par rapport au suivant est effectuée, permettant ainsi de compenser ces fluctuations.

Interpolation : L'oscilloscope fonctionne à un taux d'échantillonnage de 80 GSa/s ou 160 GSa/s ce qui signifie qu'il enregistre un point tous les 12,5 ps ou 6,25 ps. Parfois, les opérations de roulement ou de corrélation nécessitent une modification de la position du signal sur un intervalle de temps plus court que la discrétisation initiale. Dans ces cas, une technique d'interpolation est

utilisée pour ajouter artificiellement des points supplémentaires sans altérer l'information du signal, permettant ainsi d'ajuster plus finement la position relative des impulsions.

La figure 2.5 présente les différentes opérations effectuées sur le signal brut de la figure 2.4, mettant en lumière le processus d'obtention du diagramme spatio-temporel pour l'une des impulsions présentes dans le train d'impulsions.

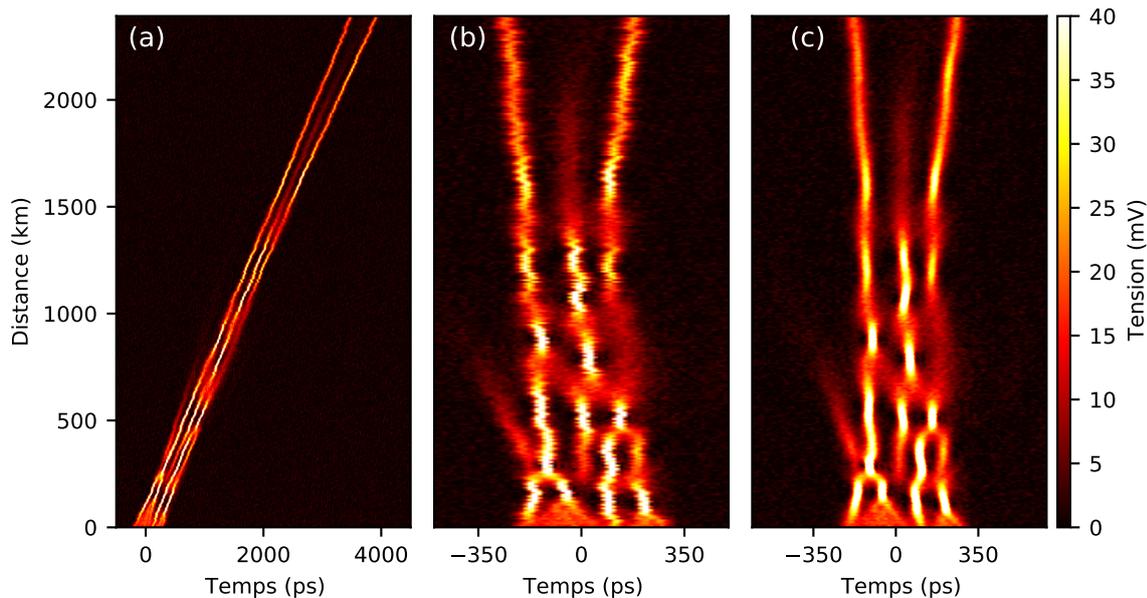


FIGURE 2.5 – Étapes de traitement du signal brut pour obtenir le diagramme spatio-temporel. (a) Découpe et empilement des séquences montrant une dérive linéaire. (b) Correction de la vitesse linéaire avec roulement, montrant la gigue temporelle. (c) Interpolation et corrélation corrigeant la gigue temporelle, révélant le diagramme spatio-temporel net de la propagation de l'impulsion de durée 500 ps sur 2400 km en mono-coup.

Sur la figure 2.5.(a), la découpe et l'empilement des séquences sont effectués. Une dérive linéaire de la position de l'impulsion est observée, due à une fréquence de déclenchement de l'oscilloscope trop rapide. Dans la figure 2.5.(b), le roulement sans interpolation est effectué pour compenser la vitesse linéaire induite par l'erreur sur la fréquence de déclenchement de l'oscilloscope. On observe également le phénomène de gigue temporelle sur le signal brut, caractérisé par des fluctuations aléatoires de la position de l'impulsion d'un tour à l'autre. Enfin, la figure 2.5.(c) présente les étapes d'interpolation et de corrélation.

Ces opérations permettent de supprimer l'effet de la gigue temporelle, aboutissant à l'obtention d'un diagramme spatio-temporel net de la propagation d'une impulsion de durée 500 ps en mode mono-coup sur une distance de 2400 km.

2.1.3 Calibration des niveaux de puissance intra-boucle

Une fois la reconstruction du diagramme spatio-temporel terminée, une dernière étape de calibration du signal expérimental reste à effectuer. En effet, le signal optique est transmis à une photodiode qui va convertir la puissance optique en tension, mesurée en volts. Cependant, dans le cadre de l'équation NLS optique (Eq.1.6), les phénomènes physiques observés sont intrinsèquement liés à la puissance optique du signal. Par conséquent, il est impératif de convertir cette tension en puissance optique, exprimée en watts.

Pour atteindre cet objectif, deux méthodes sont utilisées. La première consiste à calibrer la photodiode avant de réaliser une expérience, en comparant les tensions obtenues pour plusieurs signaux optiques continus de puissances connues. En vérifiant que la photodiode présente une réponse linéaire sur toute la plage d'utilisation, il est alors possible d'effectuer un ajustement linéaire et d'obtenir un coefficient de conversion entre la tension mesurée et la puissance optique du signal. Bien que cette méthode soit directe, elle requiert une attention particulière dans la détermination de la puissance des signaux optiques continus, et il est nécessaire d'effectuer cette calibration régulièrement, car le taux de conversion de la photodiode peut varier au fil du temps.

Une deuxième méthode implique la conception de nos trains d'impulsions de manière à observer un phénomène physique lié à la puissance initiale de notre onde, ce qui nous permet d'effectuer une calibration en puissance réalisable a posteriori. L'un des phénomènes les plus connus en physique non linéaire est l'instabilité modulationnelle, également connue sous le nom d'instabilité de Benjamin-Feir [116, 117]. Ce phénomène se manifeste dans divers domaines de la physique, tels que la physique des plasmas [118], l'hydrodynamique [119], les atomes froids [120] et les fibres optiques [121]. L'instabilité modulationnelle est décrite par plusieurs équations, dont l'équation NLS (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$) et par conséquent au cas $\beta_2 < 0$ dans sa version optique

(Eq.1.6). Dans cette équation, une solution est représentée par l'onde plane $A(z, t) = \sqrt{P_0} \exp(i\gamma P_0 z)$. Cependant, une analyse de stabilité linéaire montre que cette solution n'est pas stable lorsque l'onde plane est faiblement perturbée. Ce qui se traduit par l'apparition de bandes de gain dans le domaine fréquentiel, amplifiant exponentiellement les faibles perturbations de l'onde plane. Cette amplification entraîne la déstabilisation de l'onde en un train d'impulsions, dont la période T_{MI} est proportionnelle à sa puissance moyenne P_0 et est donnée par :

$$P_0 = \frac{2\pi^2 |\beta_2|}{\gamma T_{MI}^2} \quad (2.1)$$

Dans nos trains d'impulsions, une partie est alors dédiée à la génération d'une impulsion carrée de plus longue durée (≈ 6 ns) considérée, en négligeant les bords, comme une onde plane faiblement perturbée par du bruit optique. Au cours de la propagation, cette impulsion va donc se déstabiliser en un train d'impulsions, caractéristique de l'instabilité de modulation. En observant la période associée à ce train d'impulsions, il est alors possible de remonter à la puissance moyenne de l'onde initiale. La figure 2.6 présente un exemple de calibration en puissance de notre signal expérimental. Dans la figure 2.6.(a) est représenté le diagramme spatio-temporel associé à la propagation d'une impulsion de 6 ns sur une distance de 2400 km en mono-coup. La figure 2.6.(b,c) montre respectivement la condition initiale (à 8 km) ainsi qu'une coupe transversale du signal à une distance de 250 km, correspondant à la déstabilisation de l'onde plane en un train d'impulsions. En calculant la période des structures issues de l'instabilité de modulation, qui est d'environ $T_{MI} \approx 145$ ps, on peut associer une puissance moyenne d'environ 15 mW à notre signal en condition initiale, mesurée à 16 mV. Ainsi, on obtient un coefficient de conversion d'environ 0,94 W/V, nous permettant de convertir la tension détectée par la photodiode en puissance optique pour l'ensemble du diagramme spatio-temporel enregistré.

On note que dans le cas de la calibration en puissance faite à la photodiode, le coefficient obtenu est de l'ordre de 0,12 W/V. Cependant, le signal capté par la photodiode représente seulement 10% du signal qui se propage dans la boucle. En multipliant notre signal par 9, on obtient un coefficient de conversion de 1,08 W/V, supérieur à celui obtenu dans le cas de la calibration par l'instabilité

de modulation. Cette variation peut être expliquée par les pertes subies par le signal au cours de sa propagation. En effet, la déstabilisation de l'onde plane par le bruit optique est le résultat d'un processus d'amplification exponentielle de la perturbation, qui s'accumule au fil de la propagation. Par conséquent, la période des structures observées dans le train d'impulsions devient une combinaison de la puissance initiale de l'onde et des pertes subies, entraînant ainsi une sous-estimation de la puissance initiale.

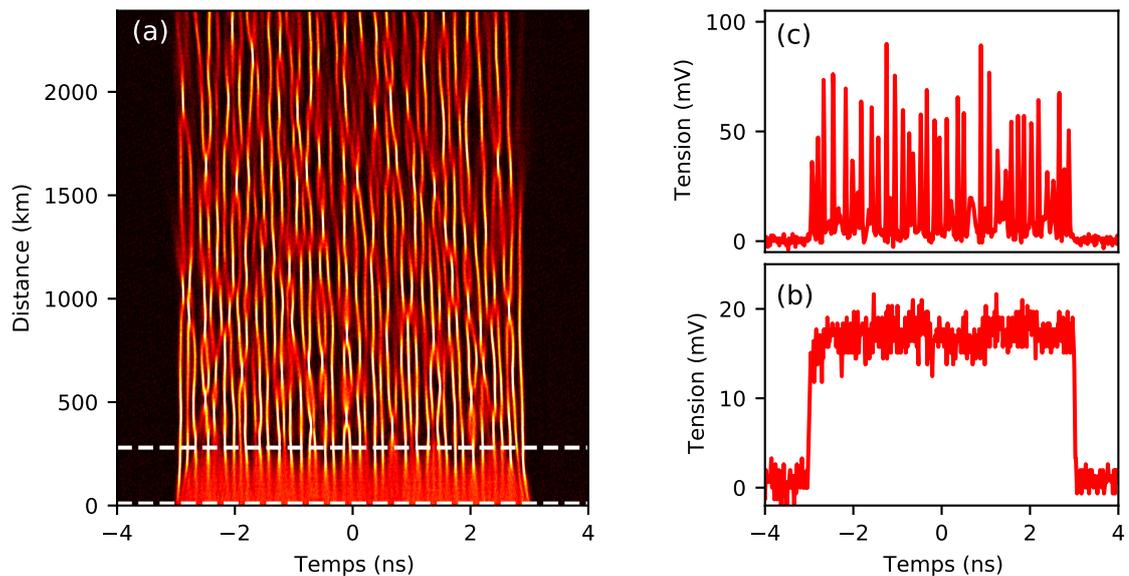


FIGURE 2.6 – Calibration de la puissance d'une acquisition. (a) Diagramme spatio-temporel d'une impulsion de 6 ns présentant le phénomène d'instabilité de modulation. En blanc, les distances de propagation associées aux coupes temporelles. (b) Coupe temporelle du signal après 1 tour d'anneau (8 km). (c) Coupe temporelle du signal lors de la formation du train d'impulsion à 250 km.

Comme évoqué précédemment, les dispositifs à passages multiples tels que l'anneau de recirculation ont pour objectif de propager la lumière sur de longues distances tout en prélevant périodiquement une petite portion du signal pour observer sa dynamique, tout en préservant son intégrité.

On rappelle que notre dispositif utilise une fibre monomode (SMF-28e), qui entraîne une absorption du signal avec un taux d'environ $-0,2$ dB/km lors de sa propagation. Avec une boucle de 8 km, cela induit des pertes de $-1,6$ dB par tour

de propagation. En tenant compte de l'extraction de 10% du signal à chaque tour, les pertes totales sur notre signal atteignent approximativement -2,1 dB. Ainsi, à chaque tour, le signal perd 40% de son énergie, ce qui signifie qu'il faut environ 10 tours pour n'avoir que moins de 1% de l'énergie initiale dans le signal. L'utilisation de puissances de l'ordre de la dizaine de milliwatt induit qu'une distance de propagation de l'ordre de la centaine de kilomètres ne représente qu'une faible distance de propagation non linéaire.

Dans notre dispositif expérimental, la compensation des pertes est assurée par une ré-amplification distribuée du signal grâce à l'amplification Raman. L'amplification Raman est un processus non linéaire résultant du phénomène de diffusion Raman stimulée. Ce phénomène se produit en raison de la réponse non instantanée du milieu au passage de la lumière, ce qui entraîne un couplage entre les photons incidents et les modes de vibration du milieu, connus sous le nom de phonons optiques. Par exemple, lorsque deux lasers de longueurs d'onde différentes se propagent dans un milieu actif de Raman, le faisceau de longueur d'onde plus longue (onde Stokes) peut subir une amplification optique au détriment du faisceau de longueur d'onde plus courte (pompe). De plus, le gain peut être substantiel si la différence de fréquence est dans la gamme de plusieurs térahertz, avec un maximum à 13 THz [3].

Dans notre configuration, les signaux optiques utilisés sont centrés autour de la longueur d'onde de 1550 nm, ce qui nécessite l'utilisation d'un laser Raman à la longueur d'onde de 1450 nm pour une compensation optimale des pertes grâce à la diffusion Raman stimulée. De plus, ce laser est injecté de manière contra-propagative avec notre signal, ce qui permet de limiter la transmission du bruit optique de la pompe au signal [122].

La figure 2.7 présente l'évolution de l'énergie du train d'impulsions normalisée par l'énergie du premier tour au cours de la propagation. Cette représentation met en évidence l'effet bénéfique de l'amplification sur la puissance moyenne du train d'impulsions, permettant ainsi des propagations sur des distances considérablement plus importantes que dans le cas où les pertes ne sont pas compensées. Afin de caractériser l'évolution de l'énergie moyenne du signal dans l'anneau, on effectue un ajustement exponentiel de la forme $\exp(-\alpha_{eff}z)$, où α_{eff} représente le taux de pertes effectives subi par le signal au cours de sa propagation, incluant

les pertes dues aux coupleurs, aux WDM, à la fibre ainsi qu'au gain de l'amplification. L'ajustement révèle une valeur des pertes effectives de $4 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$, soit une valeur 100 fois inférieure aux pertes observées lors de la propagation dans une fibre monomode standard.

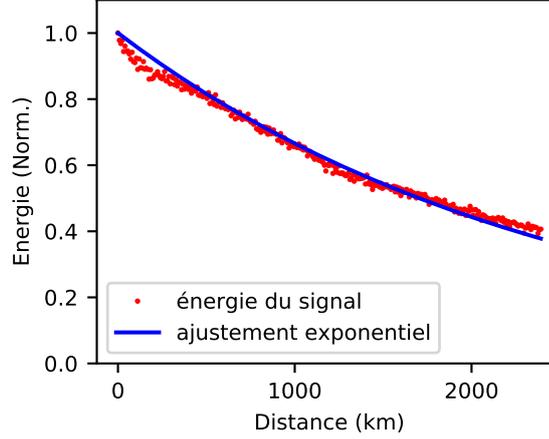


FIGURE 2.7 – Pertes subies par le signal au cours de sa propagation. En rouge, l'énergie du signal. En bleu, l'ajustement exponentiel réalisé avec la fonction $\exp(-\alpha_{eff}z)$ avec z la distance de propagation et $\alpha_{eff} = 4 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$.

En conclusion, la propagation de la lumière dans l'anneau de recirculation optique fibré est modélisée par l'équation NLS optique (Eq.1.6) avec l'ajout d'un terme de pertes effectives :

$$\overbrace{\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i \gamma |A|^2 A}^{\text{1DNLSE}} - \underbrace{\frac{\alpha_{eff}}{2} A}_{\text{Perte}} \quad (2.2)$$

Comme décrit précédemment dans la section 1.2, $A(z, T)$ représente l'enveloppe lentement variable du champ complexe, z correspond à la distance de propagation, T au temps retardé dans le référentiel du signal. Les paramètres $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ et $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ sont respectivement le coefficient Kerr et le coefficient de dispersion de vitesse de groupe.

2.2 Dispositifs expérimentaux : Mesure de phase

Dans cette section, nous présentons les dispositifs expérimentaux dédiés à la mesure de phase, un élément crucial de notre étude. Pour rappel, afin de calculer numériquement la transformée de diffusion inverse (IST), essentielle à la caractérisation des solitons présents dans nos impulsions optiques, il est nécessaire de connaître le champ complexe, c'est-à-dire son amplitude ainsi que sa phase.

Nous examinons deux dispositifs expérimentaux, chacun présentant des avantages et des inconvénients : un interféromètre de Mach-Zehnder fibré et un coupleur 3x3 fibré utilisé comme interféromètre. Ces deux dispositifs sont employés pour mesurer des modulations de phase courtes et localisées temporellement sur des impulsions de forme rectangulaire, similaires à celles précédemment évoquées. Cette démarche nous permet non seulement de comparer les performances de chaque dispositif, mais aussi de vérifier la précision de nos résultats grâce à une double mesure.

En conclusion, nous procédons à une étude comparative de ces deux dispositifs, mettant en lumière les raisons qui guident notre choix en faveur du coupleur 3x3 fibré pour les étapes ultérieures de notre étude.

2.2.1 Interféromètre de Mach-Zehnder

2.2.1.1 Schéma de principe et formule analytique

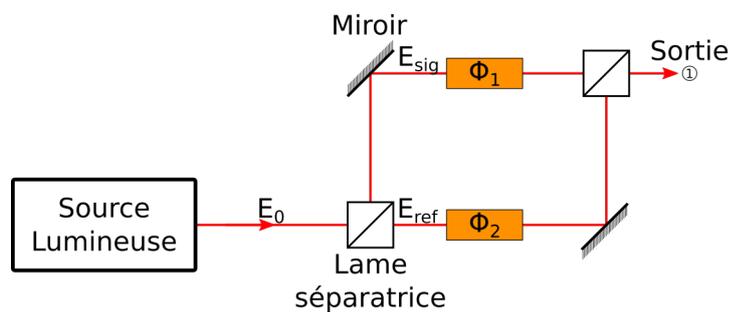


FIGURE 2.8 – Schéma de principe de l'interféromètre de Mach-Zehnder en espace libre.

Le principe de base de l'interféromètre de Mach-Zehnder est illustré dans la figure 2.8. Dans cette configuration, une source lumineuse émet un faisceau cohérent initial, qui est ensuite divisé en deux chemins distincts par une première lame séparatrice. Ces chemins, correspondant au signal de référence ¹ (E_{ref}) et au signal d'intérêt ² (E_{sig}), sont réfléchis par des miroirs respectifs avant de se recombiner via une seconde lame séparatrice, créant ainsi une interférence. La lumière résultant de cette interférence est mesurée à la sortie numéro 1, avec une intensité qui dépend du déphasage relatif accumulé entre les deux signaux au cours de leur propagation respective. En général, l'intensité du champ électrique mesuré, $I = |E|^2$, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$I_{\text{Mesurée}} = |E_{\text{Sig}}e^{i\phi_1} + E_{\text{Ref}}e^{i\phi_2}|^2 \quad (2.3)$$

Avec ϕ_1 et ϕ_2 les phases accumulées par le signal et la référence au cours de leurs propagations respectives. Par la suite, on pose $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ et on obtient que l'intensité mesurée est de la forme :

$$I_{\text{Mesurée}} = I_{\text{Sig}} + I_{\text{Ref}} + 2\sqrt{I_{\text{Sig}}I_{\text{Ref}}}\cos(\Delta\phi) \quad (2.4)$$

Cette intensité dépend donc de trois paramètres : l'intensité du signal, l'intensité de la référence, et d'un terme qui prend en compte la phase relative entre les deux signaux. Par la suite, il est possible d'inverser la formule afin de retrouver une expression pour la phase relative, donnée par :

$$\Delta\phi = \arccos\left(\frac{I_{\text{Mesurée}} - I_{\text{Sig}} - I_{\text{Ref}}}{2\sqrt{I_{\text{Sig}}I_{\text{Ref}}}}\right) \quad (2.5)$$

En résumé, cette expression (Eq.2.5) nous fournit une base pour mesurer les variations de phase entre le signal et la référence. Cependant, pour adapter cette approche classique à notre contexte d'optique fibrée, il est nécessaire de prendre en considération des facteurs particuliers liés à la propagation du signal à travers des fibres optiques. Dans la section suivante, nous explorons de plus près la mise

1. Également appelé "référence" par la suite.
2. Également appelé "signal" par la suite.

en œuvre pratique de cette formule dans notre expérience, en tenant compte des spécificités de l'optique fibrée, des caractéristiques des fibres utilisées et des ajustements nécessaires pour obtenir des mesures précises de la phase.

2.2.1.2 Équivalent fibré

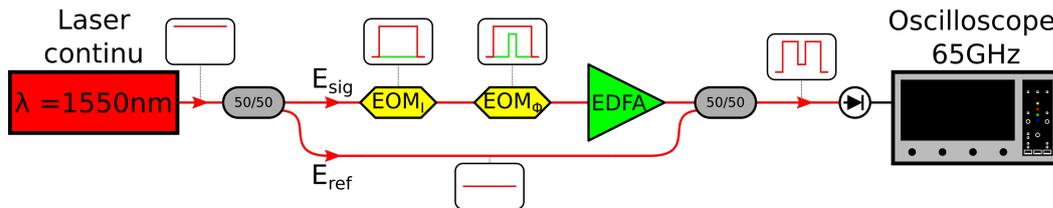


FIGURE 2.9 – Dispositif expérimental de l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré. EOM_I : modulateur électro-optique en intensité. EOM_ϕ : modulateur électro-optique en phase. EDFA : amplificateur optique dopé Erbium. PD : photodiode.

Maintenant que le principe de l'interféromètre de Mach-Zehnder a été exposé, l'objectif est de le transposer dans le domaine de l'optique fibrée [123-125]. Pour ce faire, on se concentre sur la modification du module : **Génération de la condition initiale** (voir sous-section 2.1.1). Comme on peut le voir dans la figure 2.9, le dispositif expérimental débute avec la même source continue. Cependant, au lieu de passer directement dans les modulateurs électro-optiques afin de définir les conditions initiales qui sont ensuite transmises en vue de la propagation dans l'anneau de recirculation (Fig.2.2), un coupleur à deux voies avec un taux de couplage de 50% est ajouté. Cela nous permet d'extraire une partie du signal continu qui nous sert de référence, tandis que l'autre partie du signal est envoyée au travers du modulateur électro-optique EOM_I nous permettant de moduler son intensité et donc de générer des impulsions de durée souhaitée. Un second modulateur électro-optique EOM_ϕ permet cette fois-ci d'appliquer une modulation de phase et ainsi générer notre signal. Ensuite, une étape de pré-amplification par un amplificateur à fibre dopée erbium (Keopsys CEFA-C-HG-PM) est effectuée sur ce signal afin de compenser les pertes non négligeables appliquées sur le signal à la suite de son passage dans les deux différents modulateurs électro-optiques ($\approx 5\text{dB}$). Pour finir, un second coupleur nous permet de recombiner les deux signaux et ainsi générer notre signal d'in-

terférence qui sera observé à l'aide du module de détection vu précédemment, à savoir une photo-diode rapide et un oscilloscope rapide. Il est important de rappeler que pour observer des interférences dans un système homodyne tel que l'interféromètre de Mach-Zehnder, plusieurs conditions doivent être satisfaites :

1) Les sources doivent avoir la même fréquence : Cette condition est facilement réalisée puisque nous sommes dans un cas où la référence et le signal sont dérivés de la même source continue et aucun des éléments ne modifie sa fréquence centrale.

2) Les ondes doivent avoir la même polarisation : On rappelle que la formule 2.4 est développée dans un modèle scalaire des champs E_{sig} et E_{ref} . Cependant, cette condition est également facilement réalisée car toutes les fibres utilisées dans ce dispositif expérimental sont à maintien de polarisation (PM).

3) Finalement, les deux signaux doivent être cohérents, c'est-à-dire qu'il existe une relation de phase fixe entre différentes valeurs de champ électrique à différentes positions spatiales ou temporelles. Pour vérifier cette condition, on peut définir une longueur de cohérence notée L_{coh} comme étant proportionnelle à un temps de cohérence noté τ_{coh} , donné par la formule suivante :

$$L_{\text{coh}} = c\tau_{\text{coh}} = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (2.6)$$

Dans cette équation, la constante c représente la vitesse de la lumière dans le milieu considéré, tandis que τ_{coh} est inversement proportionnel à la largeur spectrale $\Delta\nu$, soit $\tau_{\text{coh}} \approx 1/\Delta\nu$. Dans notre cas, on utilise le terme "longueur de cohérence" car les délais optiques impliqués dans notre expérience dépendent de la différence de longueur des trajets optiques entre le bras contenant la référence et celui contenant le signal. En se référant à la figure 2.9, cette différence de chemin optique correspond à la distance de fibre parcourue entre les deux signaux, à partir de leur séparation au premier coupleur. La référence parcourt 2 m de fibre optique avant d'être recombinaisonnée, tandis que le signal parcourt environ 40 m, ce qui donne une différence de parcours de 38 m. En examinant les caractéristiques techniques du laser utilisé, annoncé avec une largeur spectrale de 300 kHz, on obtient une longueur de cohérence de l'ordre de 600 m, bien supérieure à la longueur utilisée dans ce dispositif expérimental.

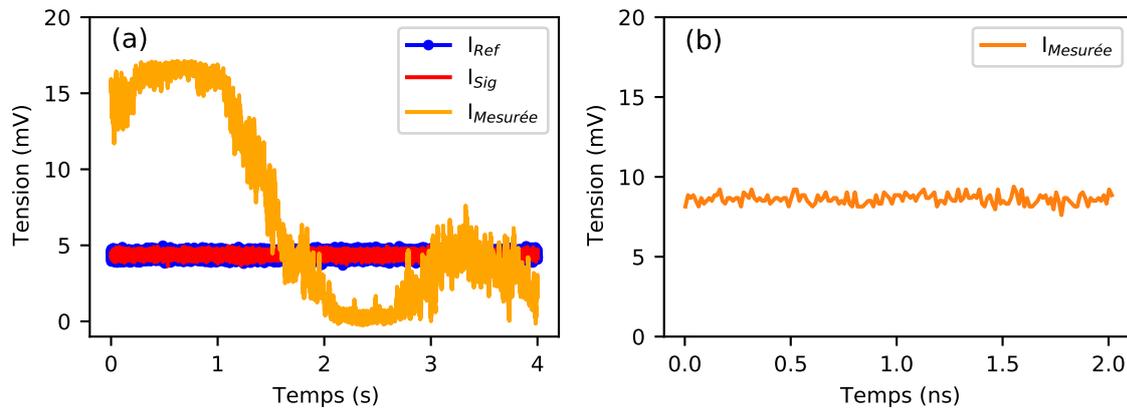


FIGURE 2.10 – Profil caractéristique de la tension enregistrée à la sortie de l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré. (a) Trace de la tension d'interférence, ainsi que des tensions individuelles du signal et de la référence, sur une période de 4 s. (b) Zoom sur le signal d'interférence sur une plage temporelle de 2 ns.

Dans un premier temps, on commence par analyser le signal d'interférence obtenu en sortie de l'interféromètre sans appliquer de modulation d'intensité ou de phase au signal. La figure 2.10.(a) montre que, lorsque la lumière est transmise en continu, les niveaux de signal dans chaque bras (I_{Ref} , I_{Sig}) sont d'environ 4,5 mV, tandis que le signal d'interférence ($I_{Mesurée}$) fluctue à plusieurs échelles temporelles. On observe une variation lente, de l'ordre de la seconde, et une variation plus rapide, de l'ordre de la milliseconde. Dans ce cas, il atteint les valeurs plafonds $I_{max} = 17$ mV vers 0,5 s, correspondant à un déphasage nul $\Delta\phi = 0$, et $I_{min} = 0$ mV vers 2,5 s, correspondant à un déphasage complet entre les deux signaux $\Delta\phi = \pi$. Cela indique que la phase relative entre la référence et le signal varie de manière non contrôlée au cours du temps, balayant ainsi toutes les valeurs possibles de la fonction cosinus (± 1).

Les fluctuations de phase, et donc du signal d'interférence mesuré en sortie de l'interféromètre, sont dues, entre autres, à des facteurs externes tels que les variations de température, le souffle de la climatisation, les torsions de la fibre, les vibrations de la table, etc. Cela signifie que lors de l'enregistrement d'une série de mesures pour évaluer la modulation de phase appliquée aux impulsions, il est peu probable que le déphasage relatif initial entre le signal et la référence, et par conséquent la forme du signal d'interférence, soient identiques à ceux de

l'enregistrement précédent. En revanche, comme illustré dans la figure 2.10.(b), lorsque l'on mesure à des échelles de temps beaucoup plus courtes, de l'ordre de la nanoseconde et moins, on observe très peu de fluctuations au sein de l'enregistrement, ce qui nous permet de mesurer les profils de phase de nos impulsions de manière claire et sans ambiguïté.

Maintenant que nous avons exploré le comportement de la lumière en la laissant passer de manière continue, intéressons-nous à une expérience de mesure de phase sur une impulsion présentant une modulation de phase localisée. Pour plus de clarté dans les figures, les modulations sont placées au milieu des impulsions, sur la partie constante du signal afin d'éviter toute confusion liée aux changements rapides d'intensité sur les fronts montant et descendant.

Cette expérience est réalisée en activant les deux modulateurs qui étaient jusqu'à présent passifs, à l'aide des éléments présentés dans la sous-section 2.1.1 à savoir, deux générateurs de fonctions arbitraires ($AWG_{I-\phi}$). Le premier est connecté au modulateur électro-optique d'intensité (EOM_I) pour générer des impulsions rectangulaires d'une durée de 500 ps, tandis que le second est relié au modulateur électro-optique de phase (EOM_ϕ) pour produire les modulations de phase les plus courtes possibles. L' AWG_ϕ est utilisé à son plus grand taux d'échantillonnage possible 50 Gs/s pour lequel 1 point correspond à 20 ps. Il est important de rappeler que l' AWG_ϕ possède une bande passante de 15 GHz et qu'il est relié à un amplificateur de signal électrique avec une bande passante de 20 GHz, avant d'être connecté au modulateur qui a une bande passante de 16 GHz. Nous nous attendons donc à une modulation de phase plus longue que 20 ps et de l'ordre de plusieurs dizaines de picosecondes.

De plus, on note que la lumière traverse dans un premier temps l' EOM_I avant d'atteindre l' EOM_ϕ . Il est donc nécessaire d'ajuster la synchronisation des signaux électriques en tenant compte de ces longueurs de fibre, assurant ainsi que la modulation de phase soit appliquée à l'emplacement souhaité au sein de l'impulsion. En connaissant la vitesse de la lumière dans la fibre optique, qui est d'environ $2 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, et en utilisant la formule $v = d/t$, on calcule un décalage global d'environ 15 ns entre les signaux électriques des deux AWG. Ensuite, un second ajustement plus fin de la synchronisation est réalisé de manière itérative tout en observant le signal d'interférence, afin de positionner la modulation

de phase à l'emplacement souhaité avec une précision de l'ordre de quelques picosecondes. Une fois la mise en place terminée, incluant la génération des signaux et l'ajustement de la modulation de phase par rapport à la modulation d'intensité, on procède à l'enregistrement séquentiel de la référence et du signal.

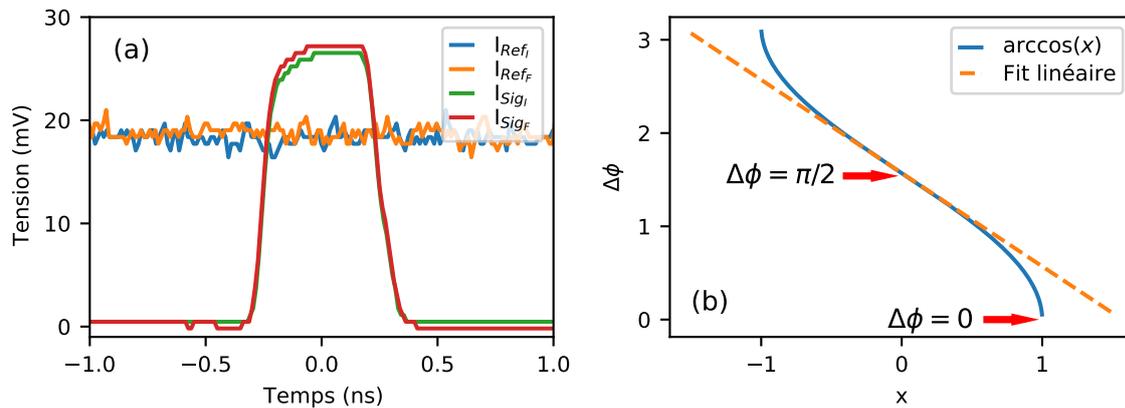


FIGURE 2.11 – (a) Comparaison des niveaux de tension du signal et de la référence avant (Initial) (I_{Sig_i} , I_{Ref_i}) et après (Final) (I_{Sig_f} , I_{Ref_f}) la mesure de la tension d'interférence. (b) Superposition de la fonction $\arccos(x)$ avec un ajustement linéaire, accompagnée de la représentation des zones de fonctionnement de l'interféromètre de Mach-Zehnder en fonction du déphasage relatif entre le signal et la référence.

Lors de chaque étape, un des bras est déconnecté tandis que l'autre reste connecté. Cette procédure permet d'obtenir les deux premiers éléments nécessaires au calcul de la phase : la référence (I_{Ref}) et le signal (I_{Sig}), illustrés dans la figure 2.11.(a). De plus, elle permet de définir les bornes du signal d'interférence, avec $I_{\max} = 90$ mV correspondant à un déphasage de $\Delta\phi = 0$ et $I_{\min} = 1$ mV correspondant à un déphasage de $\Delta\phi = \pi$. Comme ces mesures ne sont pas effectuées simultanément avec la mesure du signal d'interférence ($I_{Mesurée}$), on enregistre une moyenne de ces signaux, ce qui nous permet de déterminer avec précision I_{Sig} et I_{Ref} . En outre, on effectue ces enregistrements à la fois avant et après les mesures de l'intensité d'interférence pour s'assurer qu'il n'y ait pas eu de variations significatives de la puissance dans chacun des bras au cours de l'expérience, ce qui pourrait rendre les données inutilisables.

Ensuite, on enregistre un grand nombre de signaux d'interférence balayant ainsi toute la plage possible entre I_{\max} et I_{\min} . La figure 2.12.(a,c) montre une superposition de signaux d'interférence identifiés a posteriori comme deux cas spécifiques, soit $\Delta\phi = 0$ où les signaux sont en phase (I_{\max}), soit $\Delta\phi = \pi/2$ où les signaux sont en quadrature de phase ($I_{\max}/2$).

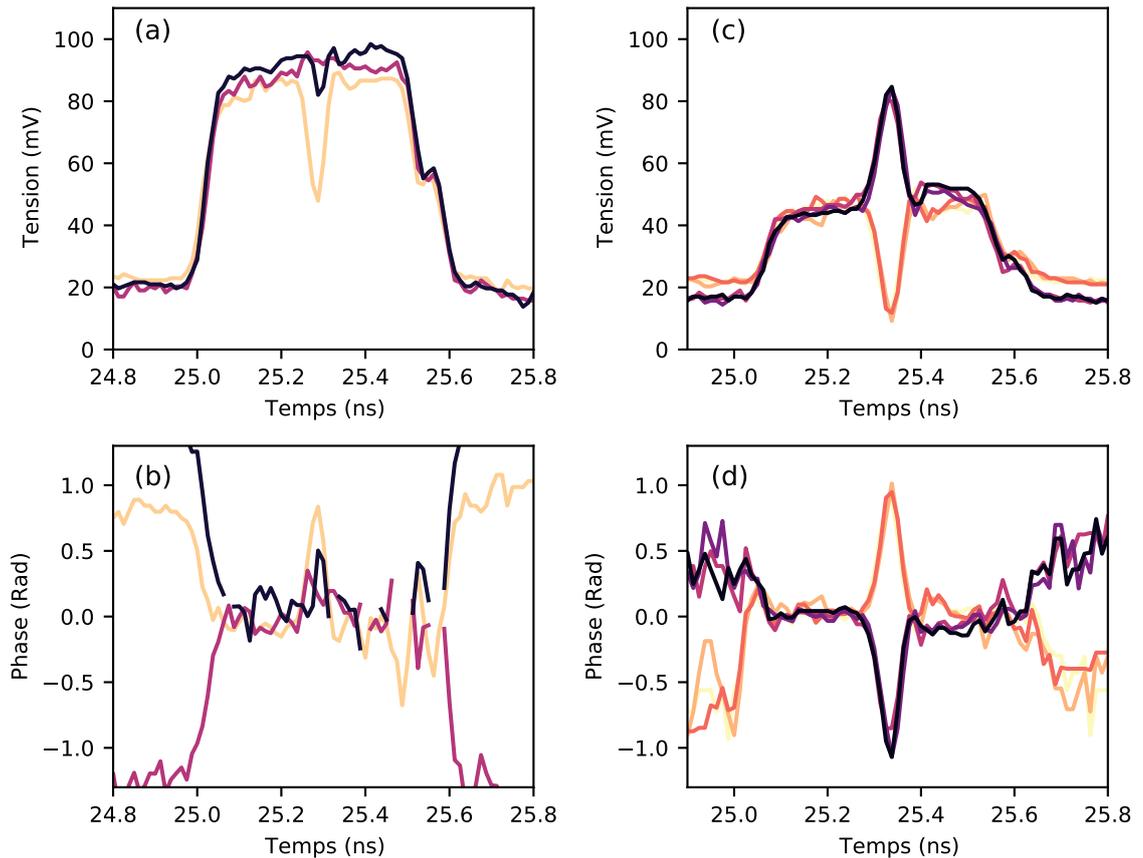


FIGURE 2.12 – Superposition d'intensités d'interférence identifiées a posteriori comme des cas spécifiques. (a) Cas d'interférences constructives avec un déphasage ($\Delta\phi = 0$). (b) Phases associées. (c) Cas d'interférences partiellement constructives avec un déphasage ($\Delta\phi = \pi/2$). (d) Phases associées.

On remarque dans le cas $\Delta\phi = 0$, figure 2.12.(a), qu'au début de l'enregistrement en dehors du signal carré, le signal d'interférence résultant est principalement constitué de la référence soit environ 20 mV. Ensuite, on observe des impulsions atteignant le maximum d'intensité $I_{\max} = 90$ mV, et au milieu, on

observe une modulation du signal d'interférence résultant de la modulation en phase appliquée sur notre signal. Cependant, on remarque que cette amplitude n'est pas constante d'un enregistrement à l'autre, avec un maximum d'excursion à 50 mV pour la courbe la plus claire, tandis que la courbe mauve semble ne pas posséder de modulation particulière.

Pour le cas $\Delta\phi = \pi/2$, figure 2.12.(c), en dehors du signal rectangulaire, le signal d'interférence varie entre deux valeurs, 21 mV et 18 mV. Cette variation du niveau du signal est attribuée à la génération du signal carré par l'EOM_I, qui possède un taux d'extinction de 20 dB. Nos impulsions de 25 mV présentent un fond continu d'environ 0,25 mV, qui vient interférer avec la référence de manière positive si la phase relative $\Delta\phi \lesssim \pi/2$ et négativement si $\Delta\phi \gtrsim \pi/2$. En revanche, on note que l'amplitude des modulations du signal d'interférence reste relativement constante d'un enregistrement à l'autre, avec pour seule différence leur sens de variation.

Finalement, la figure 2.12.(b) illustre les mesures de phase associées au cas $\Delta\phi = 0$, représentés dans la figure 2.12.(a). On observe que, tout comme pour le signal d'interférence, l'amplitude de la phase calculée subit des variations d'un enregistrement à l'autre, en plus de présenter parfois des valeurs non définies (courbe mauve et noir). Ces variations et valeurs non définies s'expliquent par l'utilisation de la fonction arc cosinus dans la formule 2.5, représentée dans la figure 2.11.(b). Dans le cas où $\Delta\phi = 0$, cela signifie que $\Delta\phi = \arccos(1)$, ce qui entraîne une dérivée de cette fonction égale à $-\infty$. En d'autres termes, une variation de l'intensité due à la mesure expérimentale induit une erreur considérable dans le calcul de la phase. En conclusion, dans ce cas particulier, ce Mach-Zehnder se révèle être un interféromètre peu fiable lorsque la phase relative entre la référence et le signal avant la modulation est proche des bornes du signal d'interférence I_{max} et I_{min} .

Pour le second cas, $\Delta\phi = \pi/2$, cela signifie que $\Delta\phi = \arccos(0)$. Autour de ce point, sa dérivée est égale à -1 , sa réponse devient alors linéaire, rendant ce cas plus propice à la mesure de la phase appliquée. La figure 2.12.(d), met en lumière les mesures de phase associées aux différents signaux d'interférence représentées dans la figure 2.12.(c). Comme pour le signal d'interférence, l'amplitude de la phase calculée présente peu de variations d'un enregistrement à

l'autre, mis à part une incertitude sur le signe, et ne manifeste aucune valeur non définie. Désormais, avec la stabilité de la mesure, nous pouvons nous pencher sur la caractérisation des modulations de phase selon deux paramètres clés : l'amplitude et la largeur à mi-hauteur (FWHM) représentées dans la figure 2.13. Cette caractérisation s'effectue au moyen d'un ajustement gaussien, révélant pour notre série d'enregistrements une amplitude moyenne de 0,93 rad et une largeur à mi-hauteur moyenne de 45 ps.

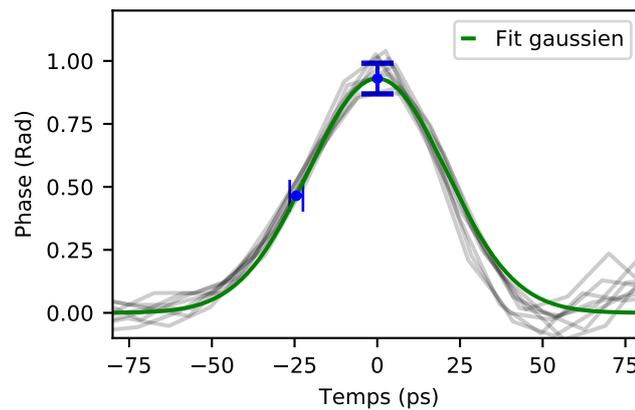


FIGURE 2.13 – En vert, l'ajustement gaussien moyen. En bleu, représentation de la dispersion des mesures en amplitude et en largeur à mi-hauteur. En gris, superposition de la valeur absolue des phases mesurées.

Parallèlement, on calcule l'écart type σ pour ces deux paramètres sur une dizaine d'acquisitions, fournissant des informations sur la dispersion des valeurs autour de leur moyenne. Pour l'amplitude, on obtient $\sigma_{\text{amplitude}} = 0,061$ rad et pour la FWHM, $\sigma_{\text{FWHM}} = 1,6$ ps ce qui donne des variations relatives de 6,5 % et 3,5 % respectivement.

En conclusion, l'analyse des cas $\Delta\phi = 0$ et $\Delta\phi = \pi/2$ au sein de l'interféromètre de Mach-Zehnder a mis en évidence des comportements distincts des signaux d'interférence. Dans le premier cas, la sensibilité de l'interféromètre a été soulignée, marquée par des fluctuations d'amplitude et, par conséquent, des variations significatives dans la détermination de la phase, attribuées à la fonction arc cosinus. En revanche, dans le cas $\Delta\phi = \pi/2$, la mesure de la phase s'est avérée plus stable, permettant une caractérisation des modulations en termes

d'amplitude et de FWHM, bien que l'incertitude sur le signe reste à noter. Face à ces limitations, l'interféromètre de Mach-Zehnder fibrée se positionne comme un outil relativement robuste pour la caractérisation des modulations de phase. Néanmoins, afin de surmonter les défis rencontrés et explorer davantage cette caractérisation, une autre technique de mesure de phase plus prometteuse est examinée dans la suite de cette étude.

2.2.2 Le coupleur 3x3 comme interféromètre

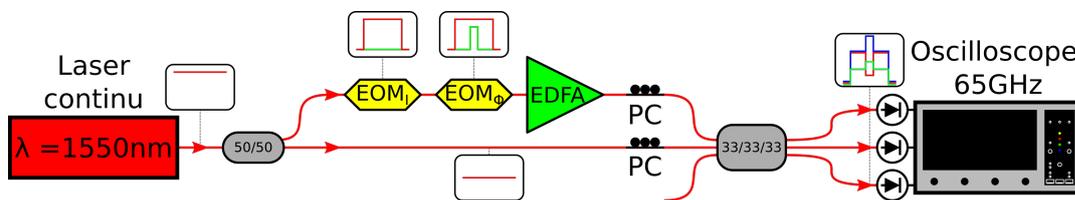


FIGURE 2.14 – Configuration expérimentale de l'interférométrie utilisant un coupleur fibré 3x3. EOM_I : modulateur électro-optique en intensité. EOM_φ : modulateur électro-optique en phase. EDFA : amplificateur optique dopé à l'erbium. PC : Contrôleur de polarisation. PD : Photodiode.

L'étude de l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré a montré des limitations dans la mesure de phase, soulignant la nécessité d'explorer d'autres méthodes. Ainsi, nous considérons une approche alternative pour la caractérisation des modulations de phase. Dans cette perspective, notre attention se tourne vers une configuration différente : un interféromètre basé sur un coupleur 3x3 [14, 126-129]. Cette configuration spécifique induit des propriétés de déphasage distinctes sur chacun de ses bras, nous permettant ainsi d'effectuer une seconde caractérisation de nos modulations de phase.

Le coupleur 3x3 idéal répartit l'intensité injectée dans chacun des ports d'entrée, de manière égale sur chacun des ports de sortie. Chaque sortie est formée de sa propre entrée respective et de la contribution décalée en phase de $2\pi/3$ provenant des deux autres entrées. Par exemple, la sortie du port 1 est donnée par :

$$E_1^{out} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[E_1^{in} + E_2^{in} e^{i2\pi/3} + E_3^{in} e^{i2\pi/3} \right] \quad (2.7)$$

Où E_j^{out} correspond au champ électrique en sortie du port j , et E_j^{in} est le champ électrique en entrée au port j . Dans notre configuration, le port 1 est utilisé pour le signal, le port 2 pour la référence et le port 3 n'est pas utilisé, permettant de simplifier le système des E_j^{out} (Eq.2.7). De plus, en considérant la phase relative associée au signal, on obtient les intensités suivantes :

$$\begin{cases} I_1^{out} = \frac{1}{3} \left[I_1^{in} + I_2^{in} + 2\sqrt{I_1^{in}I_2^{in}} \cos(\Delta\phi - 2\pi/3) \right] \\ I_2^{out} = \frac{1}{3} \left[I_1^{in} + I_2^{in} + 2\sqrt{I_1^{in}I_2^{in}} \cos(\Delta\phi + 2\pi/3) \right] \\ I_3^{out} = \frac{1}{3} \left[I_1^{in} + I_2^{in} + 2\sqrt{I_1^{in}I_2^{in}} \cos(\Delta\phi) \right] \end{cases} \quad (2.8)$$

En combinant ces expressions il est possible de déduire une expression pour la phase dans le référentiel du signal qui est de la forme :

$$\tan(\Delta\phi) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{I_1^{out} - I_2^{out}}{I_3^{out} - I_1^{out}/2 - I_2^{out}/2} \right] \quad (2.9)$$

La figure 2.14 présente la nouvelle configuration dans laquelle le dernier coupleur de l'interféromètre de type Mach-Zehnder, illustré dans la figure 2.9, a été remplacé par un coupleur 3x3 monomode (SM). Dans cette configuration, les intensités dans chacun des 3 bras mesurés, sont détectées à l'aide de trois photodiodes au lieu d'une seule. Ainsi, une calibration est nécessaire pour mesurer les contributions réelles de I_1^{out} , I_2^{out} , et I_3^{out} dans la mesure de $\Delta\phi$. Cette calibration des trois détecteurs est réalisée indépendamment des mesures de phase en comparant les tensions fournies pour plusieurs signaux optiques continus de puissance connue, permettant d'obtenir un coefficient de conversion de la tension mesurée (V) en puissance optique (W) propre à chacune des photodiodes. De plus, il est essentiel de garantir que les chemins optiques parcourus par les champs E_1^{out} , E_2^{out} , et E_3^{out} soient balancés, c'est-à-dire que leur différence de longueur doit être connue et compensée. En injectant uniquement le signal, les battements disparaissent, et l'intensité dans les trois sorties E_j^{out} correspond chacune à 1/3 de l'intensité du signal. En observant simultanément les 3 signaux, il

est possible de les décaler dans le temps pour tendre vers une synchronisation à la résolution de l'échantillonnage de l'oscilloscope. Enfin, le coupleur 3x3 n'étant pas composé de fibres optiques à maintien de polarisation (PM), cette dernière peut varier en fonction du temps, des contraintes, et des rotations appliquées le long de la propagation. Pour compenser ces variations, deux contrôleurs de polarisation (PC) sont ajoutés, nous permettant d'ajuster la polarisation des signaux avant d'être injectés dans le coupleur 3x3, assurant ainsi un alignement maximal des polarisations entre les champs E_1^{in} et E_2^{in} .

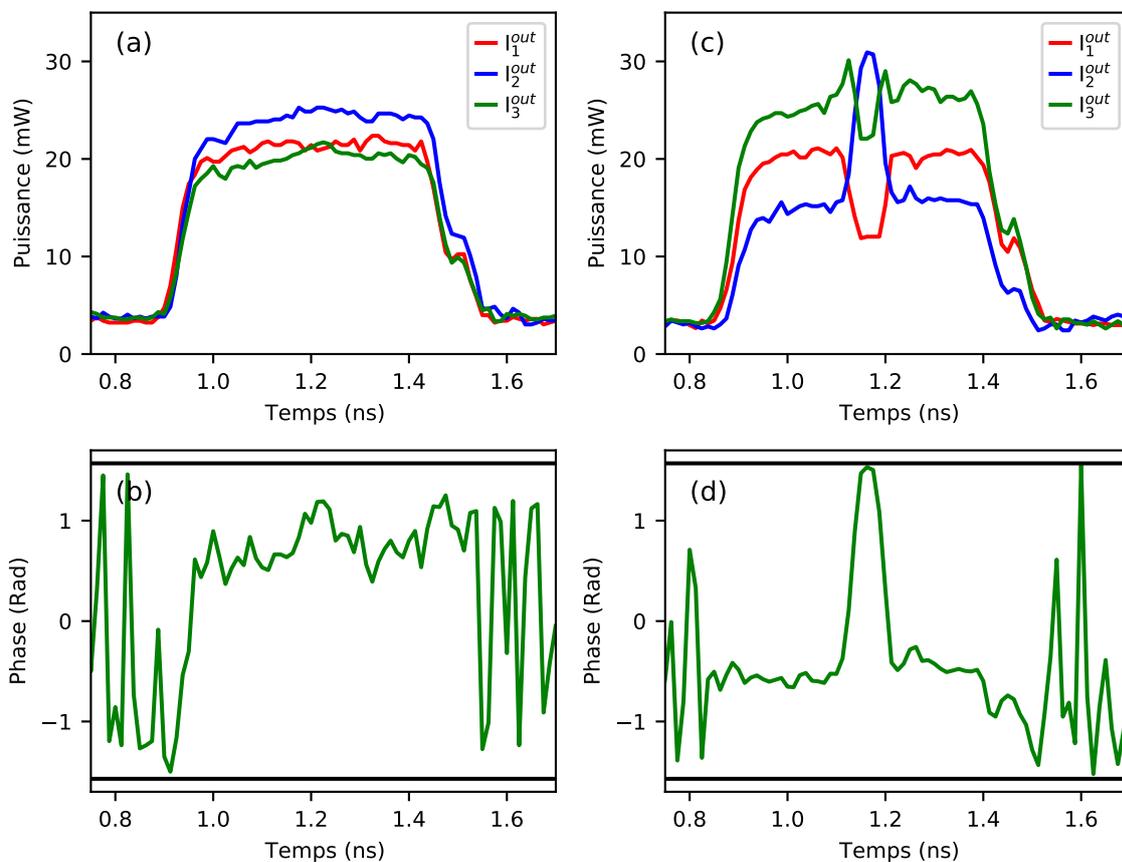


FIGURE 2.15 – Enregistrement des trois sorties du coupleur 3x3 dans différents cas de polarisation entre le signal et la référence. (a) Cas d'une polarisation alignée entre le signal et la référence. (b) Phase associée. (c) Cas d'une polarisation partiellement alignée. (d) Phase associée. (b,d) En noir, les discontinuités de la fonction tangente.

La figure 2.15 présente deux acquisitions des signaux I_1^{out} , I_2^{out} , et I_3^{out} réalisées dans le but de démontrer la sensibilité à la polarisation du signal et de la référence, de la visibilité du battement, et son impact sur la restitution de la phase mesurée. La première acquisition a été effectuée lorsque l'alignement des polarisations génère une visibilité du battement d'interférence proche de zéro, comme illustré dans la figure 2.15.(a). L'analyse de la figure 2.15.(b) révèle une mesure de la phase perturbée, caractérisée par une trace bruitée et une faible modulation de phase d'environ 0,5 rad. En revanche, la seconde acquisition a été réalisée lorsque la visibilité du battement était proche de son maximum, comme présenté dans la figure 2.15.(c). Dans cette configuration, la mesure de la modulation de phase présente un niveau de bruit réduit, avec une amplitude nettement supérieure à la première acquisition, atteignant environ 2 rad.

Ces résultats montrent la sensibilité de cet l'interféromètre à la polarisation entre le signal et la référence et soulignent l'importance du contrôle de cette polarisation. En conclusion, l'ajout des deux contrôleurs de polarisation ont permis d'obtenir des mesures expérimentales fiables et répétables à l'aide du coupleur 3x3. Nous sommes à présent prêts à procéder à la caractérisation des modulations de phase en amplitude et en largeur à mi-hauteur.

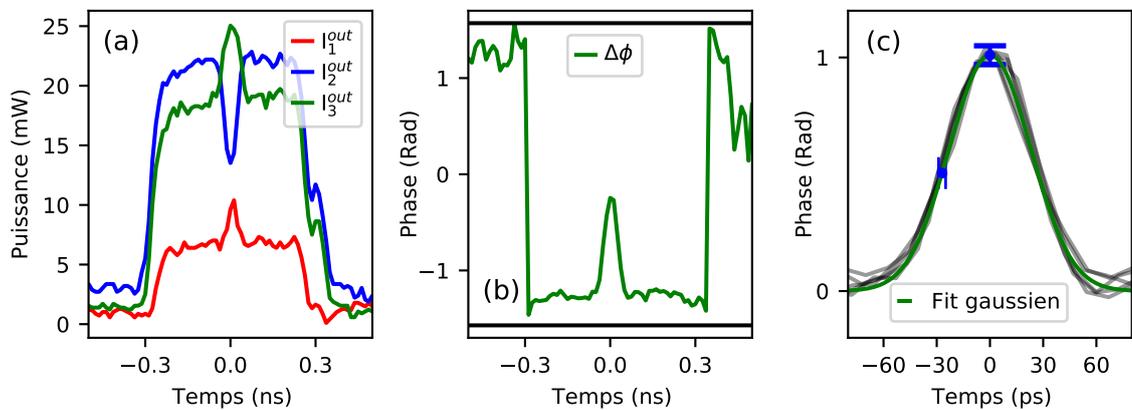


FIGURE 2.16 – Caractérisation moyenne de la modulation de phase. (a) Exemple d'enregistrement des trois intensités mesurées à la sortie du coupleur 3x3. (b) Phase associée. En noir les discontinuités de la fonction tangente. (c) En vert, l'ajustement gaussien moyen. En bleu, la dispersion des mesures en amplitude et en largeur à mi-hauteur. En gris, superposition des phases mesurées.

Dans la figure 2.16.(a), un seul enregistrement des intensités mesurées en sortie du coupleur 3x3 est présenté pour des considérations de visibilité. Comme mentionné précédemment dans le cas du Mach-Zehnder fibré, la phase relative entre le signal et la référence évolue entre chaque acquisition, entraînant un changement de la position relative entre les différentes intensités mesurées I_j^{out} . À titre d'exemple, on observe ici que l'ordre d'intensité (B,V,R) diffère par rapport au cas présenté dans la figure 2.15.(c) (V,R,B). Cette variation de la phase relative a également un impact sur la mesure de phase, se traduisant par une modification de l'amplitude initiale du plateau de phase avant la modulation, rendant la superposition de plusieurs traces confuse. Dans ce cas, figure 2.16.(b), le plateau possède une amplitude initiale de $-1,25$ rad, tandis que dans la figure 2.15.(d), il est d'environ $-0,5$ rad. Cependant, cet effet est négligeable dans la caractérisation moyenne de nos modulations de phase, car nous pouvons soit ajouter un terme constant dans notre fonction d'ajustement gaussien, soit recentrer tous les plateaux de phase autour de 0 rad. Enfin, la figure 2.15.(c) représente l'ajustement gaussien moyen effectué, révélant, pour notre série d'enregistrements, une amplitude moyenne de $1,01$ rad et une largeur à mi-hauteur moyenne de 50 ps. Parallèlement, on calcule l'écart type de ces paramètres sur cinq acquisitions, ce qui nous donne $\sigma_{amplitude} = 0,048$ rad et $\sigma_{FWHM} = 1,2$ ps, équivalant à des variations relatives de $4,7\%$ et $2,4\%$, respectivement.

En conclusion, la transition de l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré vers l'interféromètre basé sur coupleur 3x3 nous a permis d'obtenir une seconde configuration permettant la caractérisation de nos modulations de phase. Bien que la mise en œuvre pratique de cette configuration requière une attention particulière dans la calibration des photodiodes, la synchronisation temporelle des signaux, et le contrôle des polarisations. L'analyse statistique des enregistrements démontre la fiabilité et la répétabilité des mesures obtenues, malgré les variations de phase relative entre chaque acquisition, permettant ainsi l'utilisation de l'ensemble des données expérimentales. Suite à ces premiers résultats, une étude comparative entre les deux dispositifs expérimentaux est entreprise afin de mettre en lumière les avantages de la mesure de phase par l'interféromètre basé sur coupleur 3x3 par rapport au Mach-Zehnder fibré, justifiant ainsi notre choix de l'utilisation de cette méthode dans le cadre de nos futures études.

2.2.3 Étude comparative

La sous-section suivante se consacre à l'étude comparative des deux dispositifs expérimentaux utilisés pour caractériser les modulations de phase. Cette analyse a pour objectif de mettre en évidence les avantages et les inconvénients de chaque système, ce qui nous a conduit à privilégier l'utilisation de l'interféromètre basé sur un coupleur 3×3 ³ pour la suite de notre démarche expérimentale. Pour mener cette comparaison, nous évaluons les deux dispositifs dans deux scénarios distincts : l'un portant sur une faible modulation de phase, d'environ 0,60 rad, et l'autre visant à explorer la modulation la plus forte réalisable dans nos conditions expérimentales, soit environ 2,6 rad.

La figure 2.17 présente les résultats obtenus dans le cas d'une faible modulation de phase. Sur la figure 2.17.(a), une superposition de dix signaux d'interférence $I_{\text{Mesurée}}$ issus de l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré est affichée, tandis que la figure 2.17.(b) illustre les mesures de phase associées à chacun de ces enregistrements. L'amplitude du plateau de phase entourant la modulation appliquée correspond au cas spécifique où la phase relative est d'environ $\Delta\phi = \pi/2$. Comme discuté dans la sous-section 2.2.1.2, à ce point de fonctionnement et pour une faible amplitude de modulation de phase, l'amplitude du signal d'interférence mesuré et la phase restituée présentent peu de variation d'un enregistrement à l'autre, à l'exception d'une ambiguïté sur le signe de la modulation de phase attribué à la valeur de ce plateau de phase relative. Si l'enregistrement est effectué avec $\Delta\phi \lesssim \pi/2$, la modulation de phase apparaîtra comme positive, tandis que si $\Delta\phi \gtrsim \pi/2$, la modulation de phase apparaîtra comme négative.

Dans le cas de l'interféromètre 3×3 , comme mentionné dans la partie 2.2.2, l'évolution de la phase relative entre le signal et la référence d'une acquisition à l'autre rend difficile la superposition de toutes les traces sur une même figure. C'est pourquoi la figure 2.17.(c,d) présente, à titre d'exemple, une acquisition unique parmi dix enregistrements des intensités mesurées en sortie de l'interféromètre 3×3 , ainsi que la phase correspondante.

3. Également appelé par la suite interféromètre 3×3

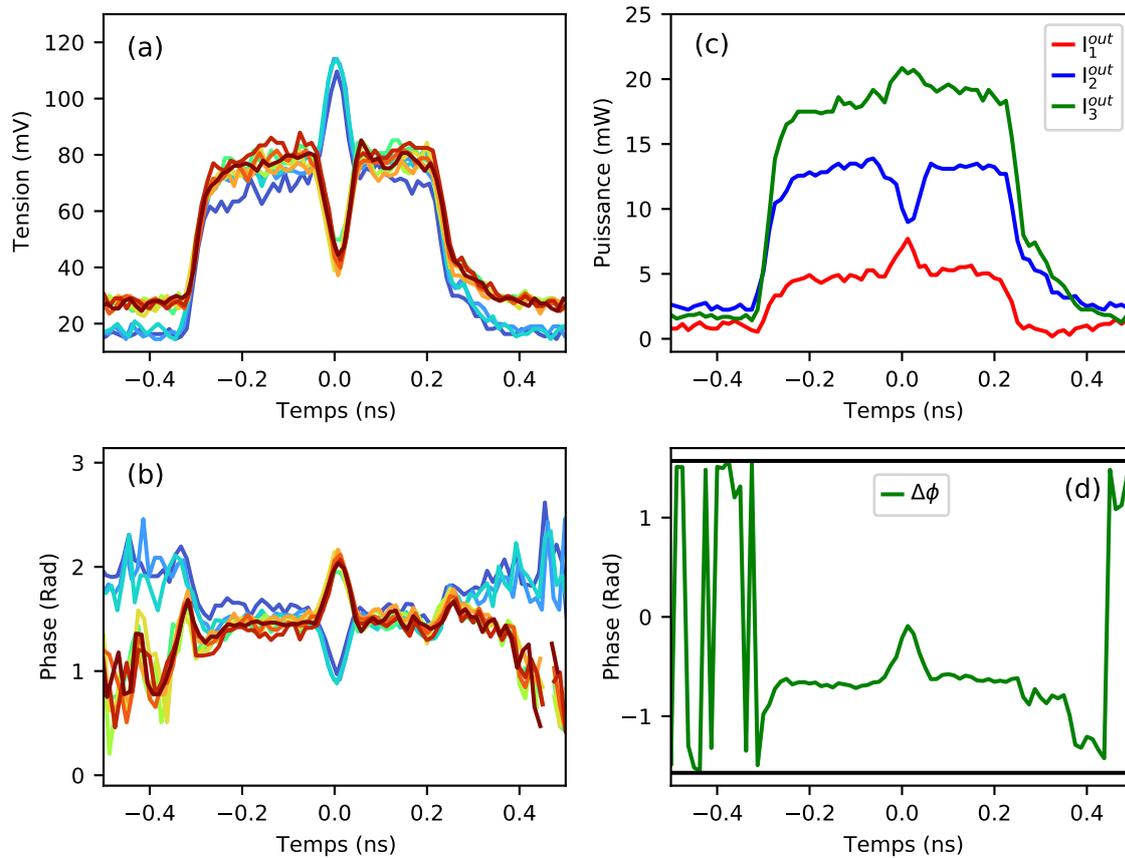


FIGURE 2.17 – Enregistrement des tensions et des intensités d’interférence en sortie des interféromètres et leurs phases associées dans le cas d’une faible modulation de phase. (a) Superposition de dix tensions issues du Mach-Zehnder identifiées a posteriori dans le cas $\Delta\phi = \pi/2$. (b) Superposition des dix phases associées. (c) Exemple d’enregistrement des trois sorties du coupleur 3x3. (d) Phase associée. En noir les discontinuités de la fonction tangente.

Il est important de noter que ces dix acquisitions sont réalisées dans les mêmes conditions expérimentales que les dix acquisitions effectuées avec le dispositif expérimental précédent. En pratique, l’utilisation de dispositifs entièrement fibrés présente l’avantage qu’une fois la génération de la condition initiale en intensité et en phase, ainsi que les calibrations en puissance et les synchronisations temporelles, sont réalisées, il est possible de connecter les fibres contenant le signal et la référence à l’entrée du coupleur 2x2 ou à l’entrée du coupleur 3x3 pour effectuer une mesure de phase avec l’un ou l’autre interféromètre.

Ces vingt acquisitions sont donc réalisées dans un laps de temps relativement court, pendant lequel aucun des appareils n'a vu son mode de fonctionnement modifié ou interrompu, assurant ainsi une continuité dans les modulations de phase appliquées.

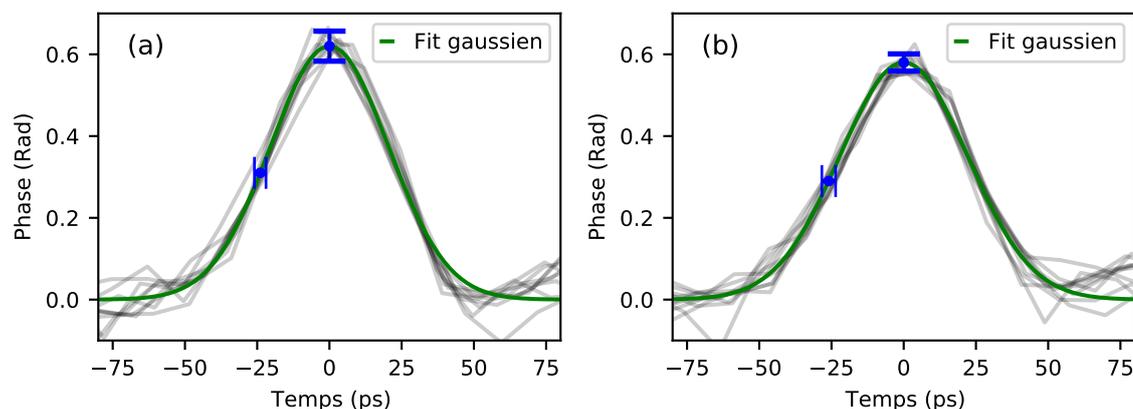


FIGURE 2.18 – En vert, ajustement gaussien moyen réalisé sur dix acquisitions pour chacune des deux configurations. En gris, superposition des phases mesurées. En bleu, représentation de la dispersion des mesures en amplitude et en largeur à mi-hauteur. (a) Configuration du Mach-Zehnder. (b) Configuration de l'interféromètre utilisant un coupleur 3x3

Enfin, la figure 2.18 présente les ajustements gaussiens moyens effectués sur les dix acquisitions pour chaque configuration : la figure 2.18.(a) pour l'interféromètre de Mach-Zehnder et la figure 2.18.(b) pour l'interféromètre 3x3. En parallèle, ces ajustements sont superposés aux différentes mesures de phase recentrées en temps et en amplitude autour de zéros, auxquelles sont ajoutées des barres d'erreur associées à l'amplitude ainsi qu'à la largeur à mi-hauteur. Il convient de noter que, dans le cas du Mach-Zehnder, l'amplitude de phase mesurée peut être positive ou négative. Par conséquent, la valeur moyenne de l'amplitude a été calculée en prenant la valeur absolue de celle-ci. En revanche, pour les mesures issues de l'interféromètre 3x3, étant donné que nous mesurons un déphasage dans le référentiel du signal, il n'y a aucune ambiguïté sur le signe de la modulation de phase au cours des dix acquisitions.

En termes d'amplitude de modulation de phase, l'interféromètre de Mach-Zehnder présente une moyenne de 0,62 rad avec un écart-type de 0,036 rad, soit une erreur relative de 5,8 %. En comparaison, l'interféromètre 3x3 affiche une moyenne légèrement inférieure de 0,57 rad, avec un écart-type de 0,021 rad et une erreur relative de 3,7 %. Ces valeurs indiquent une tendance à une mesure de l'amplitude de la modulation de phase plus stable et précise avec l'interféromètre 3x3. En ce qui concerne la largeur à mi-hauteur, l'interféromètre de Mach-Zehnder présente une moyenne de 46,7 ps avec un écart-type de 1,95 ps, soit une erreur relative de 4,18 %. L'interféromètre 3x3, en revanche, affiche une moyenne de 48,5 ps, avec un écart-type de 2,38 ps et une erreur relative de 4,91 %. En résumé, bien que la différence moyenne entre les deux méthodes soit minime, l'analyse comparative des deux dispositifs expérimentaux dans le cas d'une faible modulation de phase ($\approx 0,60$ rad) indique que l'interféromètre 3x3 permet une mesure de l'amplitude de modulation légèrement plus stable, tandis que l'interféromètre de Mach-Zehnder présente une variation légèrement plus faible en ce qui concerne la largeur à mi-hauteur. Les tableaux ci-dessous récapitulent l'ensemble des résultats obtenus pour le cas d'une modulation de phase de faible amplitude.

	Largeur à mi-hauteur (ps)		
	Moyenne	σ_{FWHM}	Erreur (%)
Mach-Zehnder	46.7	1.95	4.18
Interféromètre 3x3	48.5	2.38	4.91

	Amplitude (rad)		
	Moyenne	$\sigma_{amplitude}$	Erreur (%)
Mach-Zehnder	0.62	0.036	5.8
Interféromètre 3x3	0.57	0.021	3.7

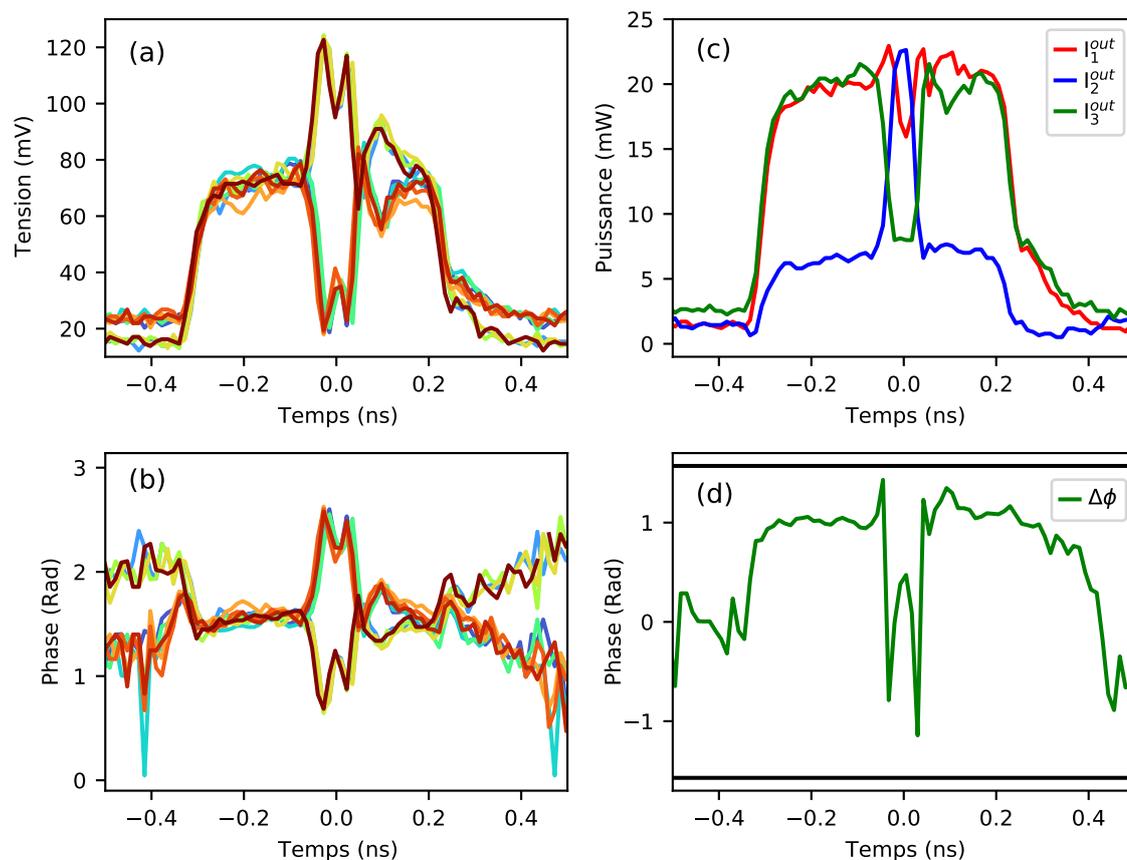


FIGURE 2.19 – Enregistrement des tensions et des intensités d’interférence en sortie des interféromètres et leurs phases associées dans le cas d’une ample modulation de phase. (a) Superposition de dix tensions issues du Mach-Zehnder identifiées a posteriori dans le cas $\Delta\phi = \pi/2$. (b) Superposition des dix phases associées. (c) Exemple d’enregistrement des trois sorties du coupleur 3x3. (d) Phase associée. En noir les discontinuités de la fonction tangente.

Concernant le cas d’une modulation de phase la plus forte réalisable, les résultats sont présentés dans la figure 2.19, suivant la même structure que la figure 2.17. Pour rappel, la figure 2.19.(a,b) correspond à l’interféromètre de Mach-Zehnder, tandis que la figure 2.19.(c,d) est associée à l’interféromètre 3x3. Dans ce cas, on remarque que, quel que soit le dispositif utilisé, la mesure d’une modulation de phase plus élevée met en évidence un phénomène distinct d’enroulement de la phase.

Dans le cas du Mach-Zehnder, la phase est déterminée en utilisant la fonction cosinus, une fonction périodique sans discontinuité, caractérisée par un maximum en 0 et un minimum en π . Lors de la mesure de la phase, le plateau avant la modulation débute à $\pi/2$. À ce point, la phase mesurée peut évoluer de manière monotone jusqu'à atteindre l'extremum en π (ou 0). Toutefois, une fois cette valeur maximale atteinte (π ou 0), une augmentation continue de l'amplitude de la phase entraîne une diminution de la valeur du cosinus en raison de sa périodicité. Ce qui se traduit par un enroulement de la phase sur elle-même à partir de ce point. La figure 2.19.(b) illustre cet enroulement. Cependant, on remarque qu'il se produit pour des amplitudes de 2,5 rad et 0,50 rad, bien éloignées des valeurs théoriques de π et 0 rad. De plus, en raison de l'utilisation unique de la fonction cosinus, réaliser un déroulement de phase devient difficile, rendant la caractérisation de nos modulations de phase complexe dans ce cas particulier.

Dans le cas de l'interféromètre 3x3, le terme de phase est présent dans la fonction tangente, une fonction périodique avec des discontinuités sur l'intervalle $]-\pi/2, \pi/2[$. Lors de la mesure, la modulation de phase peut évoluer de manière monotone à l'intérieur de ce domaine de définition. En revanche, une fois que la valeur maximale est atteinte, si la valeur de la phase continue d'augmenter, un saut de $\pm\pi$ est effectué. La figure 2.19.(d) représente cet enroulement. Dans ce cas, le plateau de phase a une amplitude de 1 rad avant la modulation, puis la phase commence à augmenter jusqu'à atteindre la valeur limite de $\pi/2$, où un premier saut de $-\pi$ se produit. Ensuite, la phase reprend vers -1 rad, où l'on observe le sommet de la modulation de phase, pour ensuite suivre le chemin inverse. On observe que, à l'exception du premier saut de $-\pi$, la courbe n'est également pas proche des valeurs limites. Cela s'explique par la mesure échantillonnée du signal par l'oscilloscope (12,5 ps/pt), qui entraîne une discrétisation limitée de la modulation de phase. Comme pour la configuration précédente, caractériser la modulation de phase dans ces conditions demeure complexe.

Cependant, avec à la formule 2.9, il est possible de retrouver des expressions pour $\cos(\Delta\phi)$ et $\sin(\Delta\phi)$ dans le référentiel du signal, qui valent :

$$\sin(\Delta\phi) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{I_1^{out} - I_2^{out}}{\sqrt{I_1^{in} I_2^{in}}} \right] ; \quad \cos(\Delta\phi) = \frac{I_3^{out} - \frac{I_1^{out}}{2} - \frac{I_2^{out}}{2}}{\sqrt{I_1^{in} I_2^{in}}} \quad (2.10)$$

Avec les expressions du cosinus, du sinus et de la tangente, il devient alors possible d'imposer des conditions de valeur sur la mesure de la phase, rendant possible son déroulement sur toute la plage de valeur d'amplitude.

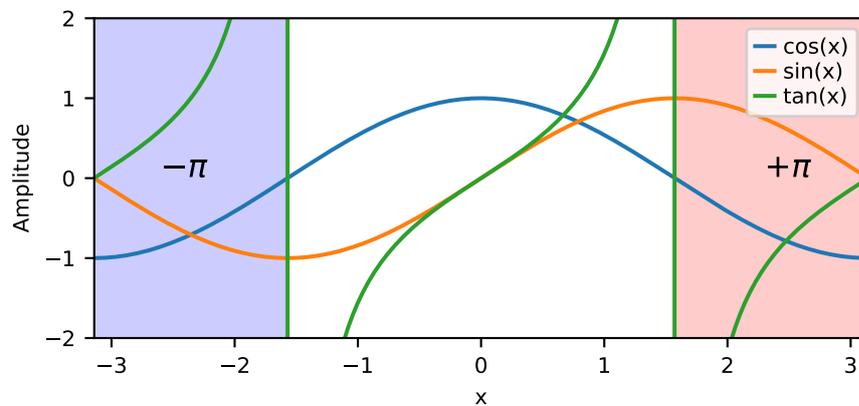


FIGURE 2.20 – Représentation des fonctions cosinus, sinus et tangente avec trois zones colorées, séparées par les discontinuités de la fonction tangente associées aux conditions de déroulement de la phase mesurée avec la formule 2.9.

Les différentes fonctions cosinus, sinus et tangente sont représentées sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$ avec trois zones colorées séparées par les discontinuités de la fonction tangente en $\pm\pi/2$ sur la figure 2.20. Dans la zone initiale (blanche), le cosinus a toujours une valeur positive, tandis que dans les zones bleu et rouge, il est négatif. Le sinus, quant à lui, est positif de $[0, \pi]$ et négatif de $[-\pi, 0]$. Il devient alors possible d'implémenter numériquement quatre conditions lors de la détermination de la phase :

- Si $\cos(\Delta\phi) > 0$ et $\sin(\Delta\phi) > 0$, aucune opération n'est effectuée.
- Si $\cos(\Delta\phi) > 0$ et $\sin(\Delta\phi) < 0$, aucune opération n'est effectuée.
- Si $\cos(\Delta\phi) < 0$ et $\sin(\Delta\phi) > 0$, on ajoute π à la mesure de phase
- Si $\cos(\Delta\phi) < 0$ et $\sin(\Delta\phi) < 0$, on soustrait π à la mesure de phase

Dans la figure 2.21.(a), la phase mesurée précédemment dans la figure 2.19 (courbe verte) est reprise. L'application des quatre conditions nous permet de nous affranchir des sauts de phase (courbe rouge), permettant ainsi une mesure sans ambiguïté de nos modulations de phase et facilitant leur caractérisation moyenne. La figure 2.19.(b) représente l'ajustement gaussien moyen réalisé sur ces dix acquisitions, présentant une amplitude moyenne de 2,6 rad avec un écart type de 0,066 rad, soit une erreur relative de 2,5 % et une largeur à mi-hauteur moyenne de 52 ps avec un écart type de 2,1 ps soit une erreur relative de 3,9 %.

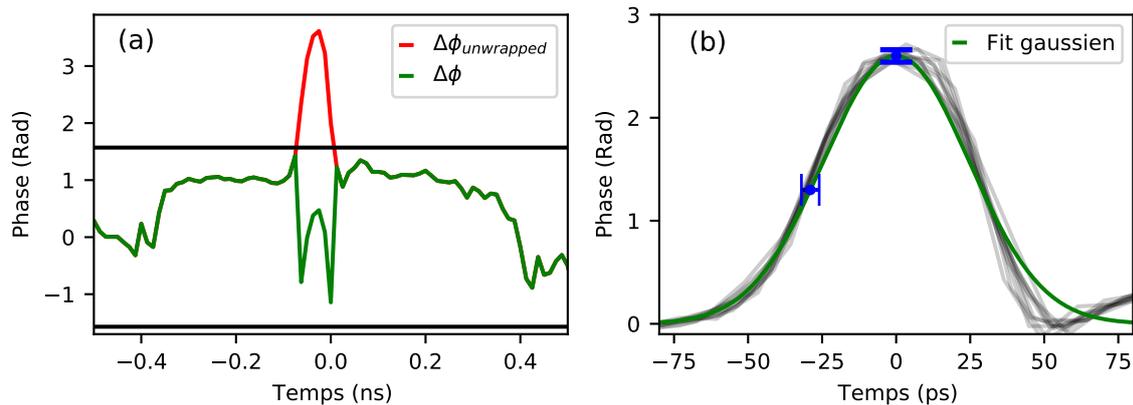


FIGURE 2.21 – (a) En vert, phase mesurée en utilisant la formule 2.9. En rouge, la même phase déroulée en utilisant les quatre conditions sur la valeur de $\Delta\phi$. (b) En vert, ajustement gaussien moyen réalisé sur dix acquisitions. En bleu, représentation de la dispersion des mesures en amplitude et en largeur à mi-hauteur. En gris, superposition des phases mesurées déroulées.

En résumé, l'analyse comparative des deux dispositifs expérimentaux, dans le cas d'une modulation de phase forte ($\approx 2,6$ rad), montre des similitudes dans le phénomène d'enroulement de la phase mesurée, associé à la périodicité de la fonction cosinus ou aux discontinuités de la fonction tangente. Dans la configuration du Mach-Zehnder, le déroulement de la phase se révèle complexe en raison de l'utilisation exclusive de la fonction cosinus, ce qui a conduit à l'abandon de sa caractérisation moyenne. En revanche, avec l'interféromètre 3x3, la détermination conjointe du cosinus et du sinus permet de contourner les discontinuités de la fonction tangente, rendant possible une caractérisation précise et moyenne des modulations de phase. La comparaison des indicateurs statistiques avec ceux obtenus pour une faible modulation de phase montre des résultats sensiblement équivalents, ce qui démontre la fiabilité et la répétabilité des mesures de phase réalisées à l'aide de l'interféromètre 3x3, indépendamment de la phase relative entre le signal et la référence, pour des amplitudes allant jusqu'à 2,6 rad.

En conclusion, la comparaison entre l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré et l'interféromètre 3x3 révèle des performances similaires dans le cas d'une faible modulation de phase ($\approx 0,60$ rad), ne permettant pas de privilégier l'une des deux méthodes. Toutefois, dans le cas d'une modulation de phase plus élevée ($\approx 2,6$ rad), le phénomène d'enroulement de la phase mesurée, observé dans les deux configurations, complexifie la caractérisation des modulations de phase. Pour l'interféromètre de Mach-Zehnder, l'utilisation seule de la fonction cosinus n'a pas permis de résoudre l'ambiguïté associée à cet enroulement, rendant la caractérisation statistique complexe. En revanche, l'interféromètre 3x3 offre une méthode de détermination de phase plus robuste, grâce à l'utilisation et à la connaissance combinée des fonctions cosinus, sinus et tangente, permettant un déroulement sans ambiguïté de la phase mesurée. Les résultats statistiques démontrent une fiabilité et une répétabilité comparables à celles observées pour une faible modulation de phase, confirmant la capacité de cet interféromètre à mesurer des modulations de phase sur toute la plage d'amplitude accessible dans notre configuration expérimentale.

En termes de dispositif expérimental, le Mach-Zehnder offre une simplicité d'utilisation, mais la nécessité d'identifier un cas spécifique de déphasage avant la modulation de phase entraîne une accumulation excessive de données expérimentales, nécessitant un filtrage, et limite la possibilité de mesurer plusieurs modulations de phase au sein d'un train d'impulsions. Concernant l'interféromètre 3x3, une attention particulière est requise lors de la calibration des signaux et de son utilisation. Cependant, une fois ces procédures effectuées, toutes les données expérimentales sont exploitables, offrant la capacité de mesurer la phase sur un train d'impulsions. Pour ces raisons, les mesures de phase effectuées dans la suite de cette étude sont principalement réalisées avec l'interféromètre 3x3, tandis que l'interféromètre de Mach-Zehnder est utilisé, si nécessaire, comme outil de vérification.

2.3 Conclusion du chapitre

En conclusion, ce chapitre a passé en revue les dispositifs expérimentaux utilisés tout au long de ce manuscrit.

Dans la première section 2.1, nous avons mis en avant le dispositif de l'anneau de recirculation optique fibré, conçu par Adrien Kraych. Ce dispositif permet d'explorer la physique complexe de l'équation de Schrödinger non linéaire en réalisant des diagrammes spatio-temporels en mono-coup. À travers deux exemples de propagation d'impulsions de durées différentes, nous avons illustré les traitements appliqués aux données expérimentales pour reconstruire la dynamique spatio-temporelle en mono-coup, ainsi que la calibration en puissance de nos expériences. Nous avons également présenté la configuration permettant de compenser les pertes de signal intrinsèques au dispositif, rendant possible la propagation des signaux sur des milliers de kilomètres, condition nécessaire pour atteindre des régimes de propagation non linéaire significatifs.

La deuxième section 2.2 a introduit deux dispositifs expérimentaux de mesure de phase utilisés dans le cadre de l'interférométrie homodyne : l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré et l'interféromètre basé sur le coupleur à trois voies. Ces dispositifs permettent de caractériser le champ complexe (amplitude et phase) des impulsions optiques dès leur état initial, ce qui est crucial pour l'analyse des solitons présents dans nos impulsions dans le cadre de la transformée de diffusion inverse (IST).

L'utilisation de ces dispositifs expérimentaux constitue le point de départ de notre étude sur l'impact des effets perturbatifs sur le système intégrable décrit par l'équation de Schrödinger non linéaire (Eq.1.3).

Manipulation de solitons dans une impulsion optique

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au comportement de la solution représentée par le potentiel rectangulaire dans l'équation NLS (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$ soit $\beta_2 < 0$ dans sa version optique (Eq.1.6)).

Dans la première partie 3.1, nous abordons une nouvelle théorie perturbative de la transformée de diffusion inverse (IST), élaborée par notre collaborateur Andrey Gelash [12]. Cette théorie permet de prédire la modification des valeurs propres (solitons) lorsque le potentiel est soumis à une perturbation. Un des résultats principaux est qu'au premier ordre, seule la partie réelle (vitesse) est modifiée lorsque la perturbation est imaginaire, tandis que la partie imaginaire (amplitude) est modifiée lorsque la perturbation est réelle.

Dans la seconde partie 3.2, nous présentons les résultats d'expériences de propagation d'impulsions de forme rectangulaire sur lesquelles une modulation de phase localisée est appliquée. L'utilisation des dispositifs présentés dans le chapitre précédent nous permet d'effectuer le calcul numérique et perturbatif du spectre IST et de comparer les expériences et les prédictions théoriques concernant les trajectoires des solitons sur le diagramme spatio-temporel expérimental.

Dans la dernière partie 3.3, nous discutons, à l'aide de l'outil numérique, des approximations réalisées dans le traitement des données expérimentales, ainsi que de l'impact du bruit physique et de mesure sur la restitution du spectre IST.

3.1 Théorie perturbative

Dans le cadre du développement d'une théorie perturbative, il est courant de distinguer deux types de perturbations : les perturbations instantanées [75, 130] et les perturbations distribuées [131]. Les perturbations instantanées agissent de manière soudaine et brève sur le potentiel, tandis que les perturbations distribuées exercent leur influence de façon continue dans l'espace ou le temps. Ces deux types de perturbations sont décrits respectivement par les équations suivantes :

$$\psi' = \psi + \delta\psi \quad ; \quad \psi_\xi - \frac{i}{2}\psi_{\tau\tau} - i|\psi|^2\psi = \delta f(\psi, \xi, \tau) \quad (3.1)$$

Où ψ représente le champ électrique, ψ_ξ et ψ_τ sont les dérivées spatiale et temporelle du champ respectivement, et $\delta f(\psi, \xi, \tau)$ est une fonction de perturbation dépendante du champ, de l'espace et du temps. Afin de développer une théorie perturbative décrivant les modifications des paramètres associés aux solitons présents dans un potentiel, il est nécessaire de disposer des solutions du problème de Zakharov-Shabat (Eq.1.14), également appelées fonctions de Jost. Ces fonctions sont bien connues pour certains types de potentiels. Dans le cas où ses fonctions ne dépendent pas de la distance de propagation [$\Phi(\xi, \tau) = \Phi(\tau)$], elles sont établies pour les potentiels multisolitons, le potentiel de la sécante hyperbolique et le potentiel rectangulaire. Lorsqu'elles dépendent également de la distance de propagation [$\Phi(\xi, \tau)$], elles sont principalement connues pour les potentiels multisolitons. Dans la suite de ce chapitre, nous nous concentrons sur les perturbations instantanées, en particulier sur l'ajout d'un terme perturbatif au potentiel en condition initiale : $\psi'(0, \tau) = \psi(0, \tau) + \delta\psi(0, \tau)$.

3.1.1 Le potentiel rectangulaire

Une des solutions les plus connues de l'équation NLS (Eq.1.3) est représentée par l'onde plane $\psi(0, \tau) = e^{i\xi}$, qui est à l'origine de plusieurs phénomènes physiques notables. Parmi eux, on peut citer l'instabilité de modulation [27], la formation d'ondes scélérates [132-134], ainsi que des structures particulières

appelées "Breather" [24-26]. Il a également été démontré que cette solution peut être représentée par le potentiel rectangulaire [15, 28], ce qui en fait un potentiel fondamental ayant des implications physiques importantes. C'est pourquoi un intérêt particulier est porté sur ce potentiel dans le cadre du développement de cette théorie perturbative. On définit ce potentiel par une fonction porte d'amplitude unitaire ($A = 1$) et de largeur L :

$$\psi(0, \tau) = \begin{cases} 1, & |\tau| \leq L/2 \\ 0, & |\tau| > L/2 \end{cases} \quad (3.2)$$

En utilisant cette fonction, les coefficients de diffusion associés à la transformée de diffusion inverse (IST) sont connus analytiquement [135-137], et sont donnés par :

$$\begin{cases} a(\zeta) = e^{iL\zeta} [\cos(\chi L) - i\zeta \sin(\chi L)/\chi], \\ b(\zeta) = -A \sin(\chi L)/\chi \end{cases} \quad (3.3)$$

Avec $\chi = \sqrt{A^2 + \zeta^2}$. On rappelle que dans le formalisme de la transformation de diffusion inverse, $\zeta = \delta + i\eta$ correspond au paramètre spectral complexe associé à l'onde de diffusion incidente sur le potentiel. En cherchant les valeurs propres, généralement représentées par un nombre fini de valeurs discrètes et complexes, associées au contenu en soliton présent dans le potentiel, telles que $\zeta = \zeta_n$ avec $\text{Im}(\zeta_n) > 0$ pour lesquelles $a(\zeta) = 0$, on obtient l'équation transcendante suivante :

$$\cos(L\sqrt{1 + \zeta^2}) - \frac{i\zeta}{\sqrt{1 + \zeta^2}} \sin(L\sqrt{1 + \zeta^2}) = 0 \quad (3.4)$$

Pour des solitons d'amplitude non nulle, c'est-à-dire $\text{Im}(\zeta) = \eta > 0$, l'équation transcendante admet N solutions purement imaginaires [138] dans l'intervalle $[0, i]$. Cette caractéristique importante, déjà discutée dans la partie 1.3.3, signifie que les solitons associés à ce potentiel n'ont pas de vitesse. De plus, le nombre de solitons dépend de la surface du potentiel [65, 66], avec $N = \text{entier}[AL/\pi + 1/2]$. Il convient de noter que pour un potentiel de taille suffisante ($L \gg 1$), le problème de Zakharov-Shabat peut être résolu avec une approche semi-classique [139],

ce qui conduit à une distribution des valeurs propres particulière, semblable à celle de la quantification de Bohr-Sommerfeld (Eq.3.5). Et lorsque le nombre de solitons tend vers l'infini ($N \rightarrow \infty$), il est alors question de la distribution de Weyl [37].

$$\zeta_n = i\eta_n = i\sqrt{1 - \left[\frac{\pi(n-1/2)}{L}\right]^2} \quad (3.5)$$

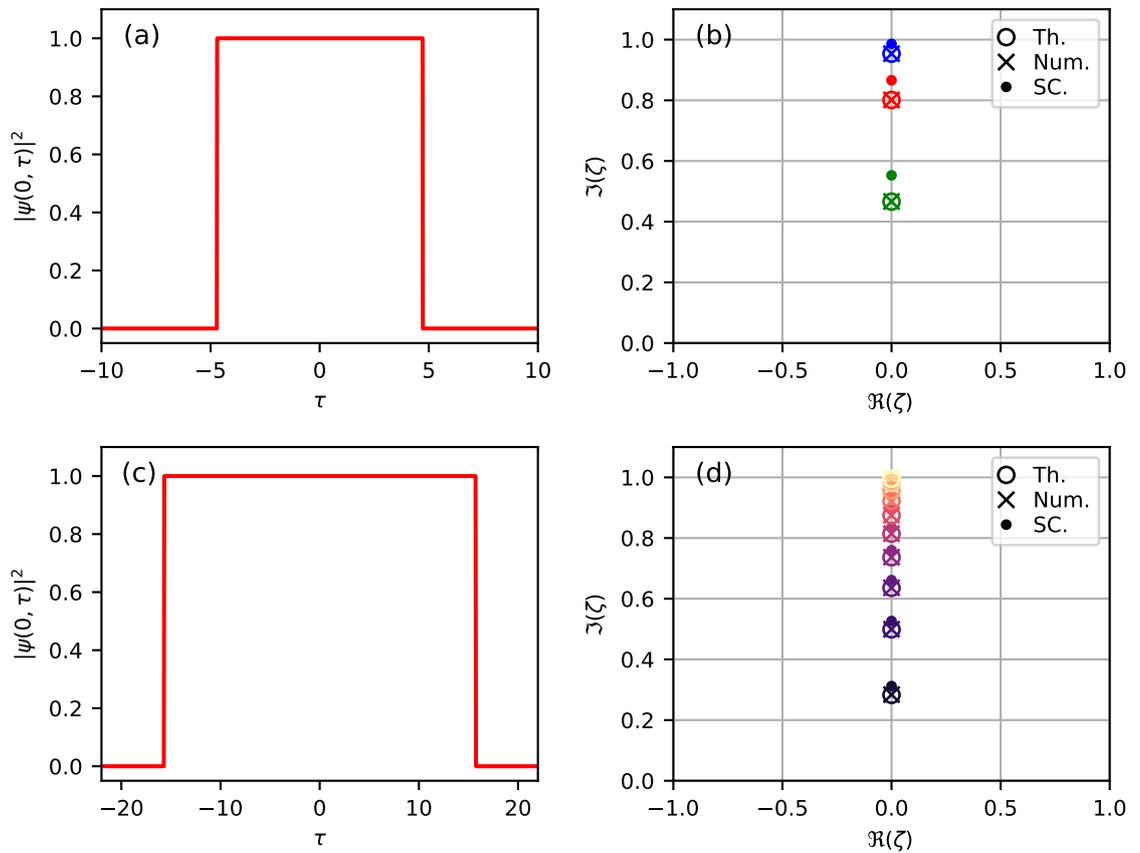


FIGURE 3.1 – Comparaison des valeurs propres (solitons) dans des potentiels rectangulaires de différentes largeurs en utilisant trois méthodes : Th. (équation transcendante, voir équation 3.4), Num. (numérique par Fourier collocation) et SC. (Bohr-Sommerfeld, voir équation 3.5). (a) Potentiel rectangulaire de largeur $L = 3\pi$. (b) Spectre IST associé. (c) Potentiel rectangulaire de largeur $L = 10\pi$. (d) Spectre IST associé.

Dans la figure 3.1, deux potentiels rectangulaires de largeurs différentes sont représentés, ainsi que leurs spectres IST caractérisant leurs contenus en solitons, calculés à l'aide de trois méthodes différentes. Pour le cas où $L = 3\pi$, figure 3.1.(a), le potentiel est composé de trois solitons d'amplitudes distinctes, figure 3.1.(b). On observe un excellent accord entre les valeurs des solitons obtenues par calcul numérique et celles obtenues par l'équation transcendante. Cependant, bien que le nombre de solitons obtenu dans le cas semi-classique (Eq.3.5) soit correct, il existe une déviation dans leurs amplitudes, qui devient plus prononcée pour les solitons ayant une faible partie imaginaire (amplitude). Dans le cas où $L = 10\pi$, figure 3.1.(c), le potentiel est plus large et comprend davantage de solitons, soit 10 au total. Encore une fois, on observe un excellent accord entre les valeurs des solitons obtenues numériquement et celles obtenues par l'équation transcendante. De plus, la déviation observée précédemment dans le cas semi-classique diminue. On note que la distribution de ces solitons est telle que la densité des solitons de grande amplitude est plus élevée que celle des solitons de faible amplitude, ce qui rend leur distinction mutuelle moins évidente. Dans la suite de cette étude, les valeurs utilisées pour l'analyse sont celles obtenues par l'équation transcendante, considérées comme les valeurs exactes, et non les approximations fournies par l'approximation semi-classique.

3.1.2 Fonction de sensibilité et dynamique spatio-temporelle

Suite à l'ajout d'un terme perturbatif $\delta\psi(0, \tau)$ au potentiel initial $\psi(0, \tau)$, cela entraîne une modification des paramètres associés aux solitons présents dans le potentiel, récupérés en résolvant le problème de diffusion pour l'opérateur $\hat{\mathcal{L}}$ (voir sous-section 1.2.2). Si la perturbation considérée est relativement faible, les modifications de cet opérateur et donc des paramètres associés au soliton peuvent être décrites par les théories perturbatives de l'IST [74, 76]. En nous intéressant principalement à la variation des valeurs propres associées au soliton ζ_n , on obtient :

$$\delta\hat{\mathcal{L}} = -i \begin{pmatrix} 0 & \delta\psi \\ \delta\psi^* & 0 \end{pmatrix} ; \quad \delta\zeta = \frac{\langle \Phi^\dagger, \delta\hat{\mathcal{L}}\Phi \rangle}{\langle \Phi^\dagger, \Phi \rangle} = \frac{-i \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_1^2 \delta\psi^* + \phi_2^2 \delta\psi) d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} 2\phi_1 \phi_2 d\tau} \quad (3.6)$$

Avec $\Phi = (\phi_1, \phi_2)^T$ étant le vecteur propre solution du problème de Zakharov-Shabat, où l'exposant T correspond à la transposée, et le produit scalaire est défini comme $\langle a, b \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} a^* b d\tau$. Comme évoqué précédemment, le problème 3.6 souligne l'importance de connaître analytiquement le vecteur propre Φ pour le potentiel rectangulaire [140], dont les composantes sont définies à l'aide des paramètres suivants, $\alpha = (L/2 + \tau)\chi$, $\sin(\kappa) = \chi/A$ et $\cos(\kappa) = -i\zeta/A$:

$$\phi_1 = \begin{cases} e^{-i\zeta\tau}, & \tau < -L/2 \\ \frac{\sin(\alpha)\cos(\kappa) + \cos(\alpha)\sin(\kappa)}{\sin(\kappa)} e^{-\frac{iL\zeta}{2}}, & -L/2 < \tau < L/2 \\ a(\zeta)e^{-i\zeta\tau}, & \tau > L/2 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\phi_2 = \begin{cases} 0, & \tau < -L/2 \\ -\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\kappa)} e^{\frac{iL\zeta}{2}}, & -L/2 < \tau < L/2 \\ b(\zeta)e^{i\zeta\tau}, & \tau > L/2 \end{cases} \quad (3.8)$$

En analysant le problème 3.6 pour des perturbations arbitraires purement réelles et/ou purement imaginaires, on obtient une nouvelle forme qui décrit la déviation des valeurs propres :

$$\delta\zeta_n = \int_{-\infty}^{\infty} s_n^{re/im}(\tau) \delta\psi(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

La formule 3.9 nous permet d'introduire une nouvelle fonction $s_n^{re/im}$ appelée fonction de sensibilité, qui existe pour chaque soliton représenté par l'indice n tandis que l'exposant re/im est associé au type de perturbation considéré, soit purement réel ou imaginaire, et est donné par :

$$s_n^{re}(\tau) = \frac{-i(\phi_1^2 + \phi_2^2)}{\int_{-\infty}^{\infty} 2\phi_1\phi_2 d\tau} \quad ; \quad s_n^{im}(\tau) = \frac{-\phi_1^2 + \phi_2^2}{\int_{-\infty}^{\infty} 2\phi_1\phi_2 d\tau} \quad (3.10)$$

Sous cette forme, la déviation des valeurs propres correspond simplement à l'intégrale de la perturbation multipliée par la fonction de sensibilité, ce qui permet d'intuiter rapidement l'effet de la perturbation sur les valeurs propres associées au soliton. De plus, on remarque qu'une perturbation réelle du potentiel induit

une modification de la partie imaginaire de la valeur propre du soliton, donc de son amplitude. En revanche, pour des perturbations imaginaires, la modification s'effectue sur la partie réelle de la valeur propre, donc sur sa vitesse [141]. Par la suite, nous nous concentrons particulièrement sur les fonctions de sensibilité associées aux perturbations imaginaires, et ce, pour deux raisons principales. Tout d'abord, modifier la partie imaginaire (amplitude) des solitons avec une perturbation réelle et vérifier leur déviation expérimentalement est difficile, car on rappelle que les solitons sont délocalisés dans le potentiel et que la dynamique observée résulte principalement de l'interaction de ces solitons au cours de la propagation. De plus, l'anneau de recirculation est modélisé par l'équation de NLS optique (Eq.1.6) à laquelle est ajouté un terme de pertes effectives (Eq.2.2), brisant l'intégrabilité du système et impactant au premier ordre la partie imaginaire (amplitude) des solitons au cours de la propagation. En revanche, pour les perturbations imaginaires, la modification des parties réelles (vitesses) des solitons se traduit par des trajectoires dans la représentation spatio-temporelle, ce qui est facilement observable avec notre dispositif expérimental.

La figure 3.2 présente les fonctions de sensibilité aux perturbations imaginaires (Eq.3.10) pour chaque soliton contenu dans un potentiel rectangulaire de taille variant de $L = 2\pi$ à $L = 4\pi$. Chaque figure est accompagnée d'un encart illustrant la composition en solitons de chaque potentiel, avec un code couleur correspondant aux fonctions de sensibilité. On remarque que les fonctions de sensibilité présentent un comportement oscillant à l'intérieur du potentiel, avec une valeur nulle au centre suivie d'une décroissance exponentielle à l'extérieur du potentiel. De plus, le nombre d'extremums augmente à mesure que la partie imaginaire (amplitude) du soliton (η_n) diminue. Par ailleurs, figure 3.2.(a-d), on observe que la fonction de sensibilité associée au soliton avec la plus faible partie imaginaire (amplitude) présente toujours une amplitude plus élevée que les autres. Pour deux potentiels contenant le même nombre de solitons mais des parties imaginaires (amplitudes) différentes, figure 3.2.(c,d), on remarque que les amplitudes des fonctions de sensibilité associées à chaque soliton sont plus faibles lorsque les solitons ont une partie imaginaire (amplitude) plus grande dans le potentiel. En conclusion, à mesure que le potentiel est composé de plus en plus de solitons, une plus grande diversité de positions permet d'induire des

vitesse positive ou négative à l'intérieur du potentiel. Par ailleurs, il est toujours plus difficile de modifier la vitesse d'un soliton lorsque sa partie imaginaire (amplitude) est élevée, quelle que soit la taille du potentiel considéré.

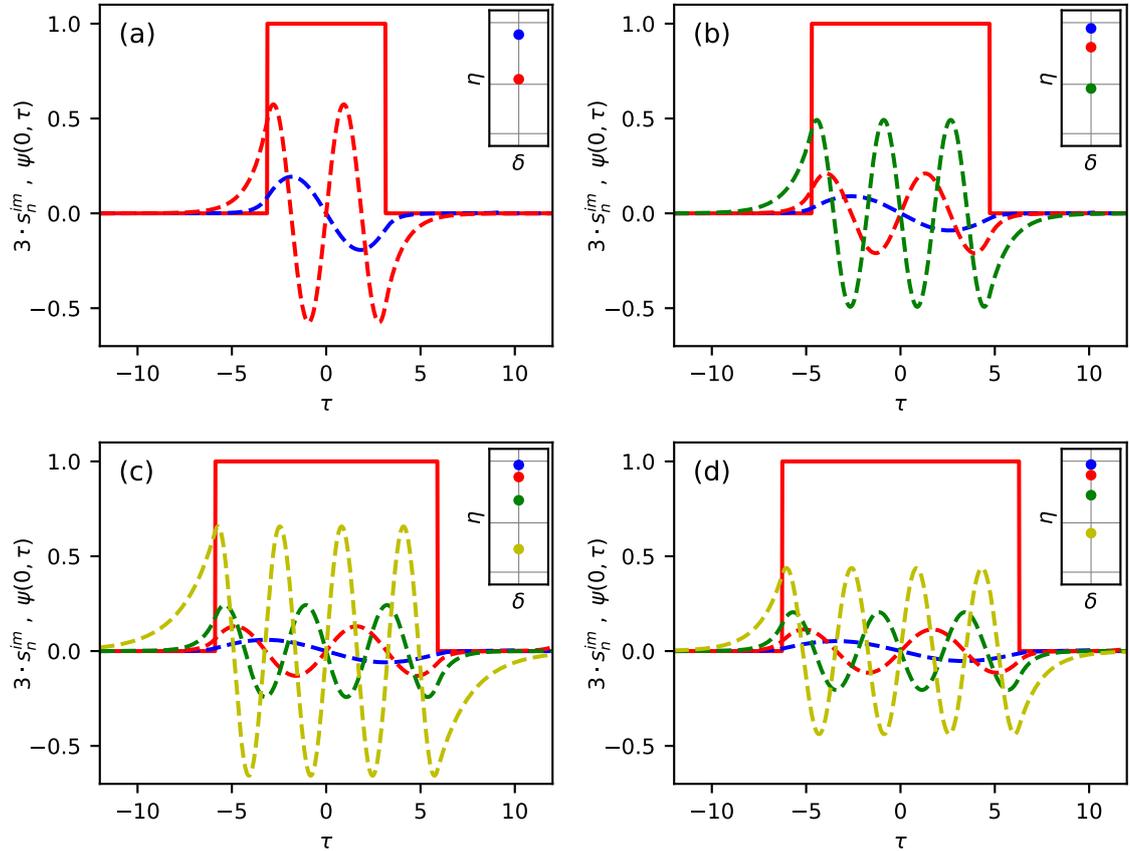


FIGURE 3.2 – Fonction de sensibilité aux perturbations imaginaires associée à chaque soliton pour différentes tailles de potentiel rectangulaire, avec en encart le spectre IST de chaque potentiel utilisant le même code couleur que les fonctions de sensibilité. (a) $L = 2\pi$. (b) $L = 3\pi$. (c) $L = 15\pi/4$. (d) $L = 4\pi$.

Suite à l'obtention des fonctions de sensibilité associées aux perturbations imaginaires, on peut désormais s'intéresser à la dynamique spatio-temporelle du potentiel rectangulaire auquel une perturbation a été ajoutée. La figure 3.3 présente trois simulations numériques de l'équation NLS (Eq.1.3), utilisant comme condition initiale un potentiel rectangulaire $\psi(0, \tau)$ de taille $L = 3\pi$ donc composé de trois solitons. Pour chaque simulation, une perturbation purement

imaginaire de forme rectangulaire $\delta\psi(0, \tau - \tau_{pert}) = iA_{pert}$ si $|\tau - \tau_{pert}| < L_{pert}$ et 0 sinon, de taille et d'amplitude unitaires ($A_{pert} = L_{pert} = 1$), a été ajoutée. Cette perturbation a été appliquée à différentes positions $\tau_{pert} = [-1, 0, 2.5]$, permettant ainsi d'observer des scénarios distincts pour chaque simulation.

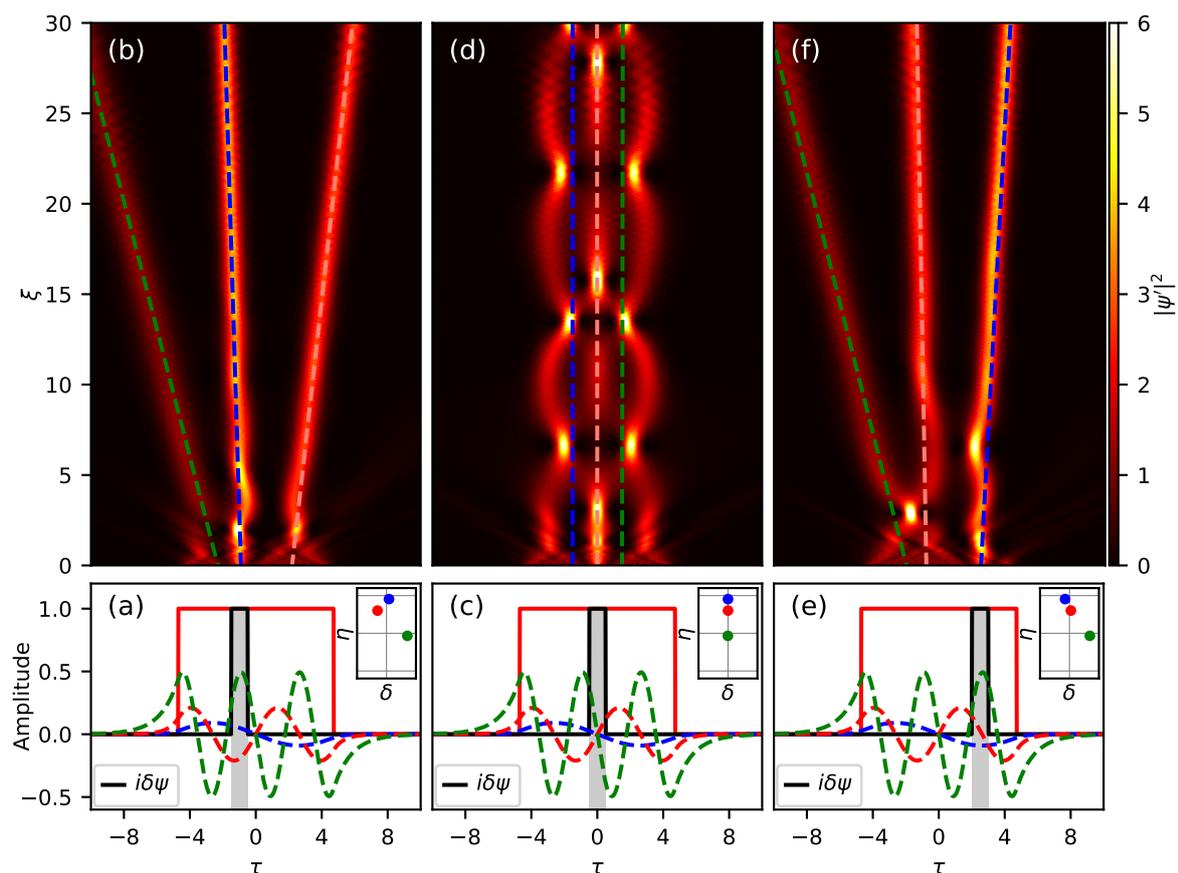


FIGURE 3.3 – Simulation numérique de NLS (Eq.1.3) pour un potentiel rectangulaire de taille $L = 3\pi$, avec une perturbation imaginaire rectangulaire de taille et d'amplitude unitaires centrée en $[-1, 0, 2.5]$. (a,c,e) Conditions initiales. En rouge, le potentiel rectangulaire. En noir, la perturbation imaginaire. En gris, la zone d'intégration de la perturbation ainsi que les fonctions de sensibilité aux perturbations imaginaires associées à chaque soliton. En encart, le spectre IST de chaque potentiel calculé par l'équation 3.9 utilisant le même code couleur que les fonctions de sensibilité. (b,d,f) Diagrammes spatio-temporels pour chaque condition initiale avec en trait pointillé coloré les trajectoires des solitons en utilisant le code couleur associé à chaque soliton.

La figure 3.3.(a,c,e) représente les conditions initiales $\psi'(0, \tau) = \psi(0, \tau) + \delta\psi(0, \tau)$ des diagrammes spatio-temporels figure 3.3.(b,d,f), sur lesquels sont également affichées les fonctions de sensibilité associées aux perturbations imaginaires. Cette représentation permet de visualiser l'effet de l'ajout d'une perturbation en choisissant des zones spécifiques où l'intégrale de la perturbation, multipliée par les fonctions de sensibilité (zone grise), va induire des modifications positives ou négatives de la partie réelle (vitesse) de chaque soliton, tout en affectant l'amplitude de la déviation.

Dans le premier cas, figure 3.3.(a), la perturbation est placée à $\tau_{pert} = -1$, ce qui entraîne une modification fortement positive de la partie réelle (vitesse) du soliton vert, une modification relativement forte mais négative pour le soliton rouge, et une faible modification positive pour le soliton bleu. L'encart représente le spectre IST de la condition initiale calculé à partir de l'équation 3.4 pour le potentiel, ainsi que les déviations des valeurs propres déterminées grâce à l'équation 3.9. Dans la figure 3.3.(b), on observe la désintégration du potentiel due aux vitesses relatives des solitons. Il devient alors facile d'associer chaque composante dans le spectre IST à l'une des trois structures. Le soliton vert, qui possède la plus grande vitesse et la plus faible amplitude, se déplace donc vers les temps négatifs. Le soliton bleu, qui a une vitesse presque nulle et la plus grande amplitude, reste relativement centré autour de zéro. Enfin, le soliton rouge, d'amplitude intermédiaire et de vitesse opposée à celle du soliton vert, est également identifiable. Une fois les solitons identifiés et leurs vitesses connues, les trajectoires théoriques de chaque soliton sont superposées sur cette représentation en traits pointillés, en utilisant le même code couleur pour chaque soliton. Il est important de noter que les solitons étant délocalisés dans le potentiel initial, l'origine des traits en pointillé est positionnée de telle sorte que les trajectoires des solitons soient alignées une fois qu'ils sont bien séparés et ne sont plus en interaction.

Dans le second cas, figure 3.3.(c), la perturbation est placée au centre du potentiel $\tau_{pert} = 0$. Cette position particulière conduit à ce que l'intégrale de la perturbation multipliée par les fonctions de sensibilité de chaque soliton soit nulle, ce qui n'induit aucune modification des parties réelles (vitesses) des solitons, comme le montre le spectre IST situé dans l'encart. De plus, dans

la figure 3.3.(d), on observe que le potentiel conserve une dynamique spatio-temporelle proche de celle d'un potentiel rectangulaire non perturbé (Fig.1.9), où les solitons restent confinés. Dans ce cas, les traits en pointillé sont placés de manière arbitraire, car les solitons ne sont pas distincts et la dynamique spatio-temporelle observée résulte de l'interaction de ces solitons au cours de la propagation.

Dans le dernier cas, figure 3.3.(e), la perturbation est placée au bord du potentiel $\tau_{pert} = 2.5$, une modification fortement positive de la partie réelle (vitesse) du soliton vert, similaire au premier cas. En revanche, cette perturbation entraîne une modification de la partie réelle (vitesse) nulle pour le soliton rouge et une faible modification négative pour le soliton bleu. Comme les vitesses du soliton rouge et bleu restent proches, on observe dans le diagramme spatio-temporel, figure 3.3.(f), que ces deux solitons interagissent sur une plus longue distance de propagation que dans le premier cas, ce qui perturbe initialement la superposition des traits en pointillé avec leurs trajectoires.

En conclusion, en raison du caractère oscillant des fonctions de sensibilité, il existe diverses positions où la perturbation peut être placée, permettant ainsi de contrôler l'amplitude et le signe de la déviation de partie réelle (vitesse) des solitons présents dans le potentiel.

3.1.2.1 Limite du cas perturbatif

Dans les simulations présentées ci-dessus, figure 3.3, le terme perturbatif $\delta\psi(0, \tau)$ est choisi avec une amplitude unitaire ($A_{pert} = 1$), bien que les équations décrivant la modification des valeurs propres des solitons suite à l'ajout d'un terme perturbatif sur le potentiel initial soient développées dans le cadre d'une théorie perturbative ($\delta\psi \ll 1$). Cependant, comme observé précédemment, lorsque les trajectoires issues du calcul théorique (Eq.3.9) sont superposées sur la représentation spatio-temporelle (Fig.3.3.(b,d,f)), les trajectoires de chaque soliton contenu dans le potentiel perturbé semblent correspondre à leur dynamique spatio-temporelle. Afin d'explorer les limites de cette théorie perturbative, la figure 3.4 compare le contenu en solitons du même potentiel utilisé dans la figure 3.3.(a) pour deux amplitudes de perturbation différentes.

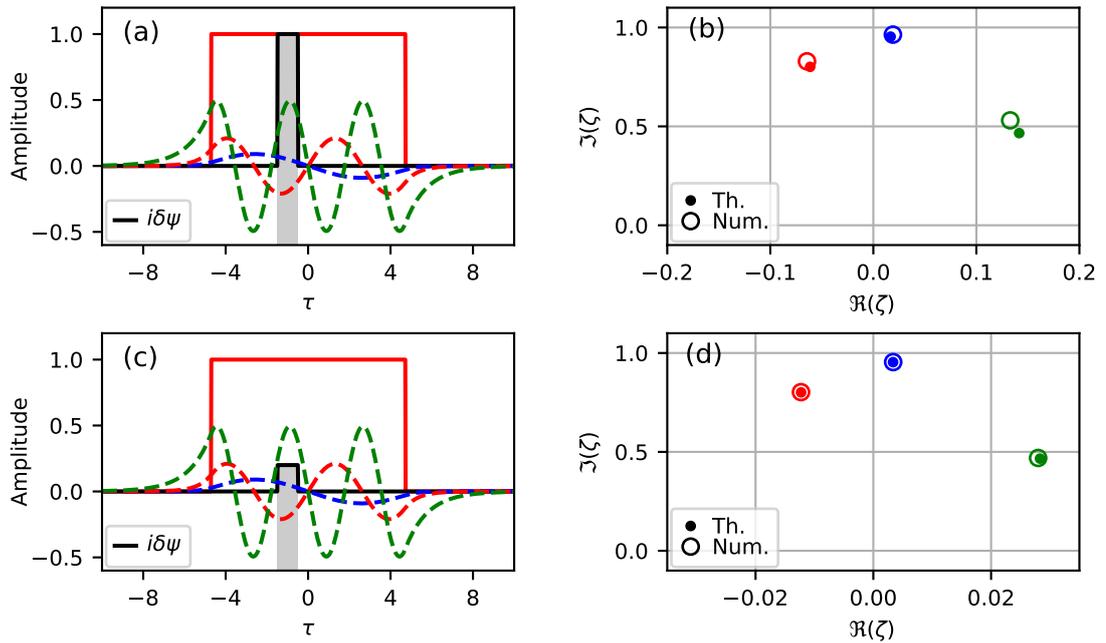


FIGURE 3.4 – Comparaison des valeurs propres obtenues numériquement et théoriquement (Eq.3.9) pour un potentiel rectangulaire de largeur $L = 3\pi$, perturbé par deux amplitudes de perturbation. (a) $\delta\psi = 1i$. (b) Spectre IST associé, utilisant le même code couleur que les fonctions de sensibilité. (c) $\delta\psi = 0.2i$. (d) Spectre IST associé, utilisant le même code couleur que les fonctions de sensibilité.

Dans le premier cas, lorsque $\delta\psi(0, \tau) = 1i$, figure 3.4.(a), on observe dans le spectre IST associé, figure 3.4.(b), que les valeurs propres obtenues par calcul numérique (cercles vides) ne coïncident pas exactement avec celles obtenues par le calcul théorique (cercles pleins) défini par l'équation 3.9. Toutefois, on note que les valeurs restent proches, et ce même si une différence plus prononcée est visible lorsque la partie imaginaire (amplitude) du soliton est faible, démontrant ainsi la robustesse de cette théorie perturbative. Ensuite, en diminuant le terme perturbatif à $\delta\psi(0, \tau) = 0.2i$, figure 3.4.(c), le spectre IST associé, figure 3.4.(d), montre cette fois-ci une superposition des valeurs propres entre le calcul numérique et théorique pour les solitons bleu et rouge, bien qu'une légère déviation persiste pour le soliton vert.

En conclusion, bien que les positions relatives des solitons bleu, rouge et vert soient globalement similaires pour les deux amplitudes de perturbation, les valeurs numériques des parties réelles (vitesses) sont nettement inférieures pour l'ensemble des solitons dans le cas d'une faible perturbation ($\delta\psi(0, \tau) = 0.2i$). Par conséquent, la séparation des solitons dans le diagramme spatio-temporel s'effectue sur des distances de propagation nettement plus grandes. C'est pourquoi, dans la figure 3.3, la perturbation est choisie comme unitaire, ce qui permet d'illustrer le phénomène de désintégration de l'impulsion initiale sur des distances de propagation similaires à celles observées expérimentalement.

3.1.3 Objectif

En résumé, dans cette théorie, la déviation des valeurs propres associée aux solitons présents dans le potentiel rectangulaire est calculée à l'aide de la formule 3.9. Lorsque la perturbation prend la forme d'une distribution de Dirac, la modification induite sur chaque partie réelle des solitons est égale à leur fonction de sensibilité. Cette perturbation présente l'avantage de pouvoir être placée à une infinité de positions, offrant ainsi une infinité de diagrammes spatio-temporels. Cependant, les vitesses induites restent faibles, quelle que soit l'amplitude du soliton, ce qui nécessite une propagation sur de grandes longueurs non linéaires pour que les solitons cessent d'interagir entre eux et que leurs trajectoires puissent être observées.

L'objectif est donc d'ajouter une perturbation plus large afin d'exploiter la dépendance de la déviation des valeurs propres par rapport à l'intégrale (Eq.3.9), tout en maintenant une amplitude modérée. Cela permet d'induire des vitesses suffisantes tout en restant dans le cadre de cette théorie perturbative lors des expériences. Il est également crucial que la perturbation ne soit pas trop large, afin de conserver une variété de positions possibles et d'observer différentes dynamiques spatio-temporelles.

3.2 Réalisation expérimentale

Dans cette section, nous présentons les dynamiques spatio-temporelles associées à la propagation d'impulsions rectangulaires, ainsi que leurs conditions initiales en intensité et en phase. Ces données, obtenues en utilisant la boucle de recirculation ainsi que l'interféromètre basé sur un coupleur 3x3 décrits dans le chapitre 2, permettent d'effectuer le calcul numérique du spectre IST ainsi que le calcul de déviation des valeurs propres dans le cadre de la théorie perturbative.

Dans les deux premières parties 3.2.1 et 3.2.2, les données expérimentales sont traitées afin d'obtenir les diagrammes spatio-temporels, puis normalisées afin d'être mises dans le contexte de l'IST. La forme des impulsions n'étant pas parfaitement celle d'un potentiel rectangulaire, une équivalence est effectuée pour définir les fonctions de sensibilité associées à nos impulsions.

Dans la dernière partie 3.2.3, nous examinons les dynamiques spatio-temporelles d'une sélection d'impulsions, ainsi que leurs conditions initiales en intensité et en phase. Nous procédons à une comparaison théorique, numérique et expérimentale des valeurs propres associées à chaque soliton, ce qui nous permet d'illustrer les différentes trajectoires sur la représentation spatio-temporelle.

3.2.1 Diagramme spatio-temporel

La figure 3.5.(a), montre un enregistrement mono-coup global d'une expérience. Cet enregistrement est réalisé en utilisant l'oscilloscope en mode séquence, sur une distance de 2400 km ainsi qu'une fenêtre temporelle de 500 ns. Les séquences sont ensuite soumises aux étapes de traitement décrites dans la sous-section 2.1.2 afin d'obtenir le diagramme spatio-temporel. Cette expérience consiste en un train d'impulsions pouvant être séparées en trois zones distinctes.

La première zone, entre $T = [180 \text{ à } 340 \text{ ns}]$, correspond à vingt-six impulsions rectangulaires d'une durée de 220 ps. Ces impulsions sont générées de telle sorte que la première impulsion ne possède aucune modulation de phase, nous permettant ainsi d'observer la dynamique spatio-temporelle de l'état lié de soliton sans perturbation, servant de référence. Ensuite, pour les impulsions suivantes, un balayage de la position temporelle de la modulation de phase

est effectué. Ce balayage est conçu de manière à débiter bien avant la seconde impulsion et à varier de manière incrémentielle des temps négatifs vers les temps positifs, avec le plus petit incrément atteignable par le générateur de fonction arbitraire (AWG). Cela nous permet de nous assurer de ne manquer aucune position temporelle de la perturbation.

Dans la seconde zone, $T = [340 \text{ à } 350 \text{ ns}]$, une seule impulsion d'une durée plus longue 540 ps est utilisée afin d'effectuer la synchronisation des signaux électriques entre l'EOM_I et l'EOM_φ, lors du positionnement temporellement des modulations de phase par rapport aux modulations d'intensité.

Enfin, la dernière zone, encadrée en pointillé orange, $T = [350 \text{ à } 380 \text{ ns}]$, est constituée d'une impulsion plus longue de 6 ns suivie de cinq impulsions plus courtes d'environ 100 ps à caractère solitonique. Ces impulsions de durée différente sont notamment utilisées lors de l'étape de corrélation des signaux d'un tour par rapport au suivant pour compenser la gigue temporelle issue de l'enregistrement des données par l'oscilloscope en mode séquence (voir sous-section 2.1.2). De plus, l'impulsion de 6 ns, subissant le phénomène d'instabilité modulationnelle, peut servir à la calibration en puissance du diagramme spatio-temporel si nécessaire (voir sous-section 2.1.3).

Dans la seconde partie de la figure (Fig.3.5.(b-e)), des zooms d'évolution spatio-temporelle sont représentés pour une sélection de quatre impulsions. Pour la première impulsion sans modulation de phase, figure 3.5.(b), on observe une dynamique spatio-temporelle où les solitons qui composent notre impulsion n'ont pas de vitesse relative cohérente avec les propriétés caractéristiques du potentiel rectangulaire. De plus, l'interaction de ces solitons fait apparaître une structure à forte tension dont la période spatiale d'apparition diminue, attribuée aux pertes subies par le signal au cours de sa propagation.

Pour les impulsions 8, 10 et 12 correspondant respectivement à la figure 3.5.(c-e), le balayage de la position temporelle de la modulation de phase finit par atteindre l'impulsion de départ entraînant une modification de la dynamique spatio-temporelle par rapport au cas non perturbé. Dans le cas de la figure 3.5.(c), on observe la désintégration de l'impulsion initiale en deux structures : une à forte tension se déplaçant vers les temps négatifs et une structure à faible tension se déplaçant vers les temps positifs.

Ensuite, figure 3.5.(d), on observe une dynamique semblable à celle obtenue dans le cas non perturbé, mais avec une amplitude et une période spatiale de battement plus élevées pour la structure à forte tension. Enfin, dans la figure 3.5.(e), on observe une désintégration symétrique de l'impulsion initiale par rapport au cas présenté dans la figure 3.5.(c).

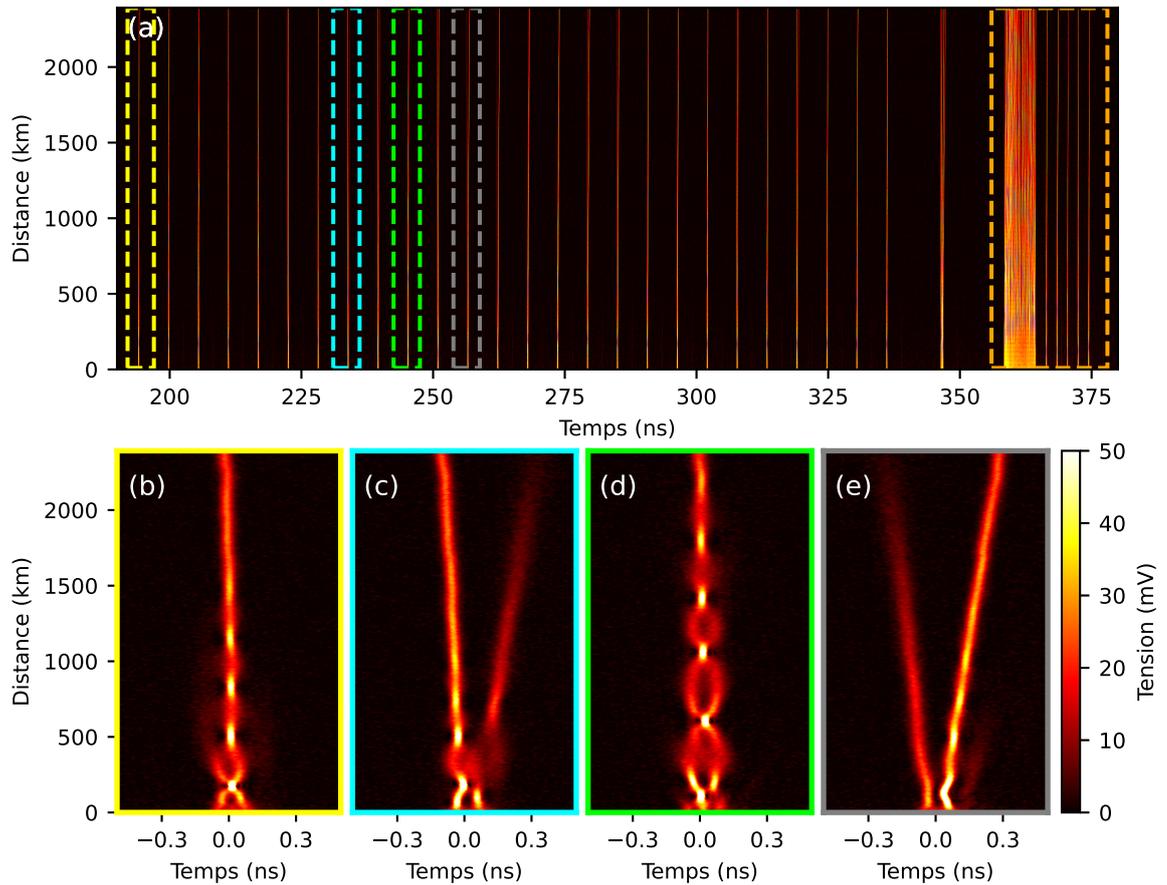


FIGURE 3.5 – Diagramme spatio-temporel obtenu en mono-coup après traitement des données expérimentales. (a) Représentation globale de l'expérience comprenant 33 impulsions de 220 ps, 1 impulsion de 540 ps, 1 impulsion de 6 ns et 5 impulsions de 100 ps sur une distance de propagation de 2400 km. L'intensité du signal, exprimée en millivolts, est représentée par une échelle de couleur. (b) Zoom sur la première impulsion qui ne présente pas de modulation de phase et sert de référence. (c,d,e) Zoom sur les impulsions 8, 10 et 12 présentant des dynamiques spatio-temporelles modifiées suite à l'application d'une modulation de phase localisée à différentes positions temporelles au sein de l'impulsion.

3.2.2 Condition initiale et normalisation

Afin d'extraire l'information sur la désintégration des impulsions suite à l'application d'une modulation de phase localisée, et ainsi comparer les parties réelles (vitesse) ainsi que la trajectoire des solitons dans la représentation spatio-temporelle avec les résultats issus de la théorie perturbative de l'IST, plusieurs étapes sont nécessaires.

Dans un premier temps, une modification du dispositif expérimental de l'anneau de recirculation. Comme mentionné dans la partie 2.1.2, figure 2.4, le signal associé au tour 0 étant saturé, le signal après 8 km (tour 1) est généralement considéré comme la condition initiale. Cependant, l'ajout d'une modulation de phase localisée induit une modification de la forme des impulsions visible après ce premier tour, perturbant ainsi la caractérisation de nos impulsions. Afin de pallier à cette situation, on ajoute un coupleur 99/01 après l'AOM (voir Fig.2.2 avant l'ajout), dirigeant 1% du signal vers une seconde photodiode calibrée ($V \rightarrow W$), nous permettant d'accéder à la "vraie" condition initiale correspondant à une distance de propagation de 0 km.

Ensuite, une calibration en puissance du signal est effectuée pour convertir la tension mesurée en une puissance optique. La mesure de phase avec l'interféromètre 3x3 nécessitant préalablement la calibration des photodiodes, on utilise cette méthode afin de déterminer les facteurs de conversion qui sont appliqués à l'ensemble du diagramme spatio-temporel. À noter que l'impulsion de 6 ns, subissant le phénomène d'instabilité modulationnelle, est quand même utilisée en double vérification afin de s'assurer d'être dans la bonne gamme de puissance optique (voir sous-section 2.1.3).

Une fois ces deux étapes effectuées, la figure 3.6 illustre le protocole de traitement numérique réalisé pour chaque impulsion initiale, permettant la caractérisation de nos impulsions jusqu'à l'obtention des fonctions de sensibilité associées. Dans la première étape, figure 3.6.(a), on ajuste le signal à l'aide d'une fonction super-gaussienne nous permettant d'extraire un des paramètres nécessaires à la normalisation des données expérimentales : la puissance crête de nos impulsions P_0 . Ensuite, afin de nous placer dans le cadre de l'IST, on applique la normalisation suivante :

$$\psi(\xi, \tau) = \frac{A(z, T)}{\sqrt{P_0}} \quad ; \quad \tau = T \sqrt{\frac{\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad ; \quad \xi = \frac{z}{L_{NL}} \quad (3.11)$$

En utilisant $P_0 = 20 \text{ mW}$, $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$, $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2\text{km}^{-1}$ et $L_{NL} = 38 \text{ km}$.

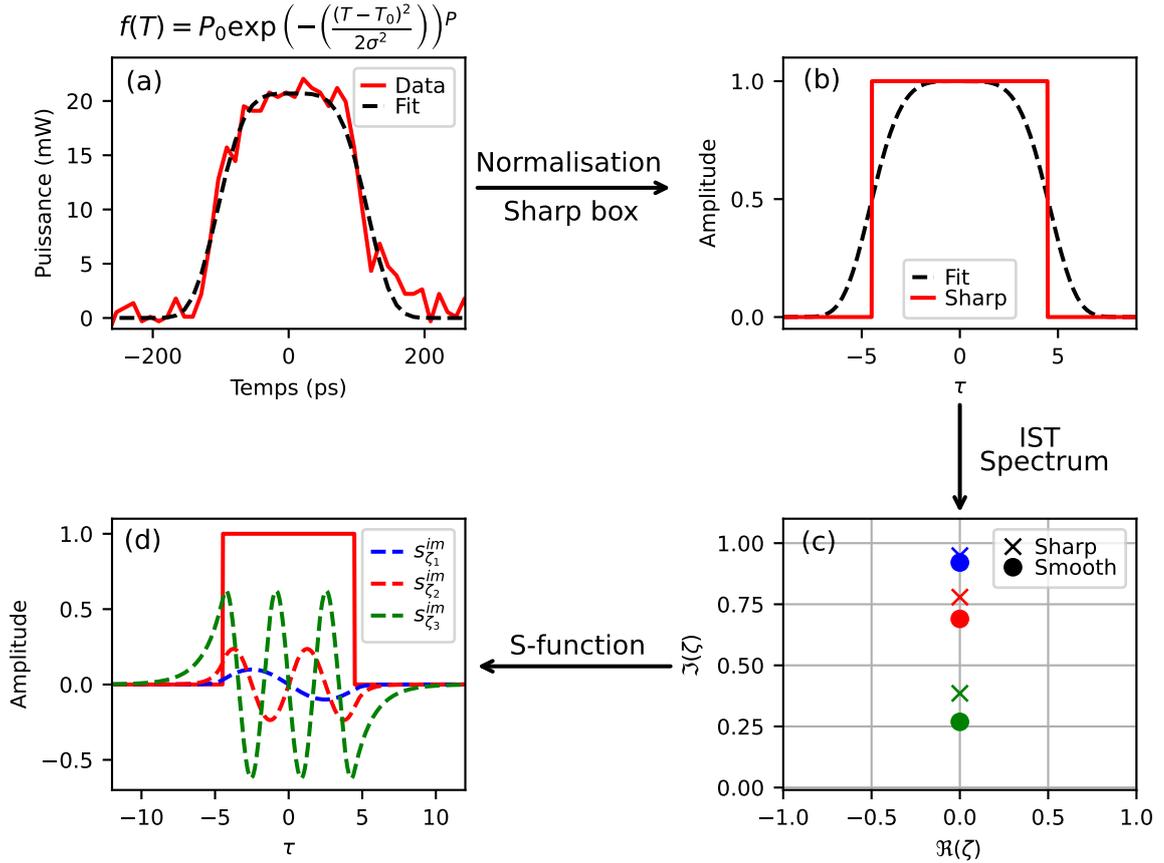


FIGURE 3.6 – Protocole de traitement numérique des données expérimentales permettant d’obtenir les fonctions de sensibilité associées aux impulsions expérimentales. (a) En rouge, condition initiale ($z = 0 \text{ km}$). En trait noir pointillé, ajustement super-gaussien utilisant la formule en titre. (b) En trait noir pointillé, le potentiel super-gaussien (smooth) issu de l’ajustement ($P = 2.5$). En rouge, le potentiel rectangulaire (sharp) équivalent. (c) Spectre IST : en points pour le potentiel super-gaussien, en croix pour le potentiel rectangulaire. (d) Fonction de sensibilité aux perturbations imaginaires associée à chaque soliton du potentiel rectangulaire, utilisant le même code couleur que le spectre IST.

Dans la deuxième étape, figure 3.6.(b), étant donné que les fonctions de sensibilité sont définies pour un potentiel rectangulaire, il est nécessaire de définir une version équivalente de notre potentiel expérimental de forme super-gaussienne (smooth) par rapport à un potentiel rectangulaire théorique (sharp). Ici, on utilise comme critère une égalité de la surface des potentiels, car elle définit le nombre de solitons dans le cas où le potentiel est purement réel.

Une fois le potentiel rectangulaire équivalent défini ($L_{sharp} = 8,75 \tau$), on procède au calcul numérique des spectres IST afin de comparer la composition en solitons de ces deux potentiels, représentée dans la figure 3.6.(c). On remarque que les potentiels sont tous les deux composés de trois solitons sans vitesse relative, mais avec des amplitudes légèrement plus faibles pour le potentiel super-gaussien (smooth). Ce phénomène étant plus marqué lorsque l'amplitude du soliton est faible fait l'objet d'une discussion dans la partie 3.3.1.

Finalement, figure 3.6.(d), en utilisant les valeurs propres issues du potentiel rectangulaire (sharp), il devient alors possible de retrouver les fonctions de sensibilité qui sont utilisées pour le calcul de la déviation des valeurs propres dans le cas de nos impulsions expérimentales.

3.2.3 Trajectoire des solitons

Dans cette expérience, la perturbation est appliquée au travers d'une modulation de phase sur le champ initial, caractérisée par une forme gaussienne de largeur à mi-hauteur $48 \text{ ps} \approx 1,65 \tau$ et d'amplitude moyenne de $0,55 \text{ rad}$. Par conséquent, le terme perturbatif $\delta\psi$ est calculé de la manière suivante :

$$\delta\psi = \psi' - \psi = \psi e^{i\phi} - \psi \quad (3.12)$$

Ainsi, bien que la perturbation soit principalement imaginaire pour une modulation de phase faible, elle possède également une composante réelle qui est prise en compte lors du calcul de la déviation des valeurs propres (Eq.3.9). On note que pour une modulation de phase très faible, on peut effectuer un développement limité de la fonction exponentielle qui nous permet d'obtenir le terme perturbatif sous la forme : $\delta\psi = \psi(i\phi - \phi^2/2 + \dots)$. Par conséquent, pour un potentiel rectangulaire dont l'amplitude est unitaire, on constate qu'une

perturbation de phase correspond bien, au premier ordre, à une perturbation imaginaire : $\delta\psi \simeq i\phi$, modifiant ainsi les parties réelles (vitesses) des solitons présents dans le potentiel.

Finalement, la mesure de phase étant réalisée de manière indépendante à l'enregistrement de la dynamique spatio-temporelle, on dispose donc de deux enregistrements distincts qui sont ensuite combinés afin de reconstruire le champ complexe initial. De plus, comme évoqué dans la sous-section 2.2.2, la phase relative entre le signal et la référence évolue d'un enregistrement à l'autre, modifiant ainsi la valeur initiale du plateau de phase avant la modulation. Cet effet, négligeable lors de la caractérisation de nos modulations de phase, a en revanche un impact non négligeable lors du calcul de la déviation des valeurs propres (Eq.3.9). Par conséquent, lors de ce calcul, les plateaux de phase sont recentrés autour de 0 rad. À noter que le calcul numérique du spectre IST n'est pas sensible à l'ajout d'un terme de phase constant.

Sur la figure 3.7, on se concentre sur la huitième impulsion (Fig.3.5.(c)) qui présente une modulation de phase centrée à environ $-45 \text{ ps} \approx -1,56 \tau$. La figure 3.7.(b,d) correspond respectivement à la dynamique spatio-temporelle ainsi qu'à sa condition initiale en intensité et en phase. En parallèle, la figure 3.7.(a,c) présente une simulation de l'équation NLS optique incluant un terme de pertes effectives $\alpha_{eff} = 4 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$ (Eq.2.2) et normalisée (Eq.3.11), où l'intensité et la phase sont ajustées selon les conditions initiales expérimentales. On observe une dynamique spatio-temporelle de désintégration de l'impulsion sensiblement équivalente à celle obtenue expérimentalement.

Dans la figure 3.7.(e,f), les spectres IST associés à la simulation et aux données expérimentales sont représentés respectivement. Les cercles vides (Num.) sont obtenus par le calcul numérique de l'IST effectuée sur les potentiels affichés dans la figure 3.7.(c,d). En revanche, les cercles pleins (Th.) sont obtenus en calculant numériquement l'IST uniquement sur le profil d'intensité de la figure 3.7.(c,d), en supposant une phase nulle. Par conséquent, les valeurs propres sont alignées sur l'axe imaginaire. Ensuite, les termes de déviation (Eq.3.9), calculés en intégrant la modification de la partie réelle et imaginaire du potentiel due à l'ajout de la modulation de phase par les fonctions de sensibilité, sont ajoutés à la partie réelle ainsi qu'à la partie imaginaire des valeurs propres : $\zeta'_n = \zeta_n + \delta\zeta_n$.

Que ce soit pour la simulation ou l'expérience individuellement, on observe que les positions des valeurs propres issues du calcul perturbatif (Th.) coïncident relativement fidèlement avec les positions obtenues par le calcul numérique (Num.). Cependant, de légères différences sont observables, principalement attribuées à la taille et à l'amplitude non infinitésimales de la perturbation, ainsi qu'à la forme non idéale du potentiel (super-gaussien) par rapport au potentiel théorique (rectangulaire).

En ce qui concerne la comparaison entre les spectres issus de la simulation et de l'expérience, figure 3.7.(e,f), des similitudes sont observées. Le soliton bleu et le soliton rouge présentent des parties réelles (vitesses) de même signe, bien que légèrement différentes : un peu plus faibles pour le bleu et un peu plus élevées pour le rouge. En revanche, une différence notable concerne le soliton vert : dans la simulation, figure 3.7.(e), il possède une vitesse positive dans les deux cas (numérique et théorique), tandis que dans l'expérience, figure 3.7.(f), il présente toujours une vitesse très légèrement négative.

Bien que la comparaison des dynamiques spatio-temporelles et des spectres IST montre que les ajustements pour l'intensité et la phase sont relativement corrects, certaines caractéristiques ne sont pas prises en compte lors de ces ajustements, ce qui pourrait expliquer ces différences. Concernant l'intensité, le profil expérimental n'est pas parfaitement symétrique par rapport à zéro ce qui n'est pas pris en compte dans l'ajustement. De plus, le bruit associé à la mesure de l'intensité et de la phase n'est pas pris en compte dans la simulation. Le soliton vert, étant le plus faible, il possède une fonction de sensibilité avec la plus grande amplitude. Par conséquent, il est le plus sujet à ces modifications.

Finalement, une fois que les parties réelles (vitesses) associées à chaque soliton sont déterminées, il devient alors possible de superposer leurs trajectoires sur la représentation spatio-temporelle. Sur la figure 3.7.(a,b), les trajectoires de chaque soliton sont tracées en trait plein pour les vitesses issues du calcul perturbatif (Th.) et en trait pointillé pour les vitesses issues du calcul numérique (Num.), en utilisant le même code couleur pour chaque soliton présent dans le spectre IST. Comme illustré dans la figure 3.3, les origines des trajectoires sont choisies arbitrairement en considérant la trajectoire des solitons une fois qu'ils ne sont plus en interaction et facilement repérables.

Dans les deux cas, simulation et expérience, figure 3.7.(a,b), on observe que les trajectoires des solitons dans la représentation spatio-temporelle sont relativement bien prédites par les vitesses issues des spectres IST.

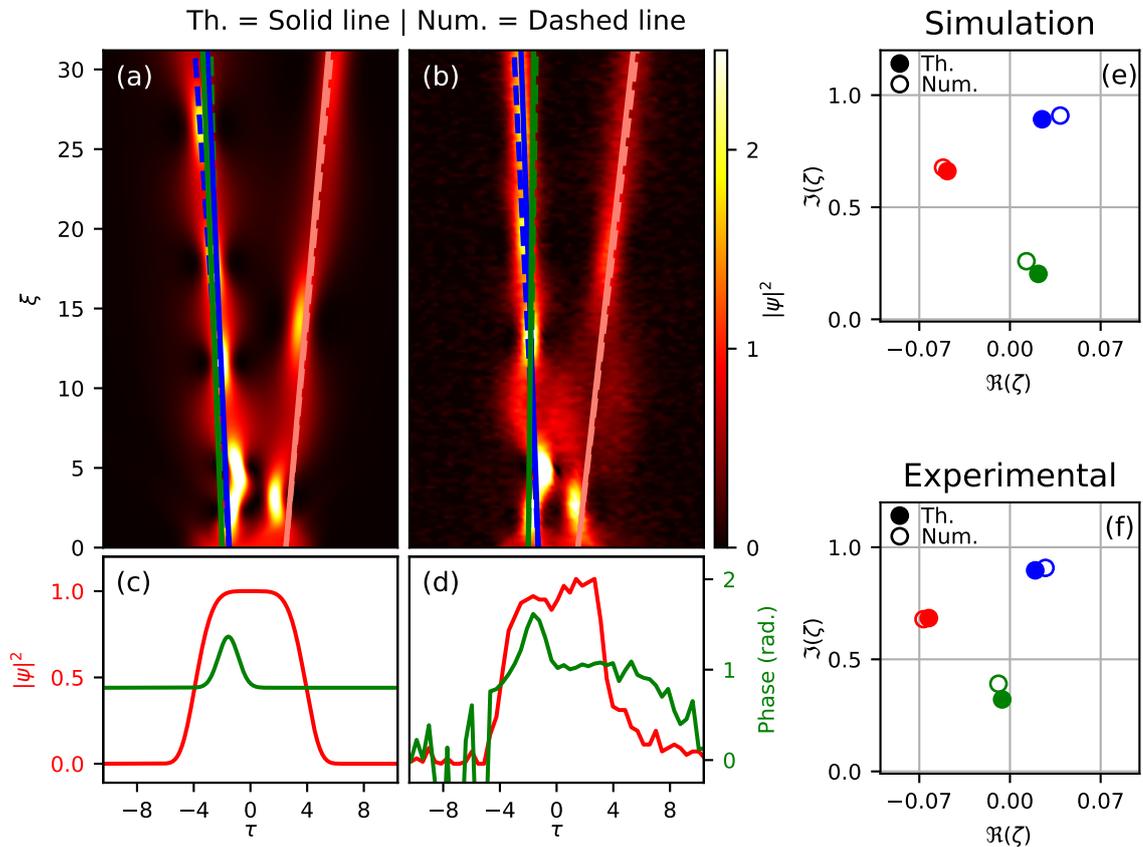


FIGURE 3.7 – Comparaison entre simulation et expérience normalisée d’une impulsion de forme super-gaussienne possédant une modulation de phase gaussienne d’amplitude 0,55 rad, centrée en $\tau = -1.56$. (c,d) Conditions initiales. En rouge, l’intensité. En vert, la phase. (a,b) Diagrammes spatio-temporels pour chaque condition initiale avec en trait plein, les trajectoires des solitons associées au calcul perturbatif. En trait pointillé, les trajectoires associées au calcul numérique. En utilisant le même code couleur que les spectres IST. (e,f) Spectres IST de la simulation et de l’expérience avec en cercle plein, les valeurs propres issues du calcul perturbatif. En cercle vide, les valeurs propres associées au calcul numérique.

Après avoir examiné les données expérimentales de l'impulsion numéro 8, figure 3.5.(c), nous pouvons maintenant nous intéresser à d'autres impulsions présentes dans notre expérience dont les modulations de phase sont centrées à différents temps. Pour ce faire, la figure 3.8 présente de manière similaire le traitement effectué pour quatre autres impulsions (1, 9, 10 et 12), choisies pour illustrer des dynamiques spatio-temporelles distinctes.

La figure 3.8.(a-c) présente respectivement le spectre IST, la dynamique spatio-temporelle ainsi que la condition initiale de la première impulsion, servant de référence. Cette impulsion est caractérisée par une phase constante sur toute sa durée, sans modulation. Sur la dynamique spatio-temporelle, figures 3.8.(b), on observe que la lumière reste confinée avec des compressions spatialement périodiques, ce qui indique que les solitons présents dans ce potentiel n'ont pas de vitesse relative et sont en interaction. Cependant, on observe dans le spectre IST, figures 3.8.(a), que les solitons qui composent notre impulsion ne sont pas parfaitement alignés sur l'axe imaginaire et présentent des parties réelles (vitesses) faibles. L'intégration de la phase constante mais bruitée avec les fonctions de sensibilité montre que les points associés aux solitons bleu et rouge se superposent entre le calcul numérique (Num.) et perturbatif (Th.), mais pas pour le soliton vert. Ce qui indique que ces faibles vitesses et cette différence pour le soliton vert sont principalement dues au bruit de mesure ainsi qu'à la forme asymétrique de nos impulsions. Finalement, une fois que ces trajectoires sont superposées sur le diagramme spatio-temporel, figures 3.8.(b), on constate qu'elles correspondent à des vitesses faibles ne pouvant pas rompre cet état lié de solitons sur la distance de propagation considérée.

Ensuite, la figure 3.8.(d-f) présente l'impulsion numéro 9 ayant une modulation de phase similaire à celle observée dans la figure 3.7, mais cette fois-ci plus proche du centre de l'impulsion et centrée à $-22 \text{ ps} \approx -0,76 \tau$. Par conséquent, les dynamiques spatio-temporelles de désintégration des impulsions initiales sont similaires. Les modifications des parties réelles (vitesses) des solitons induites par cette modulation de phase, figure 3.8.(d), sont similaires pour le soliton bleu et le soliton rouge. En revanche, on observe une différence majeure pour le soliton vert, qui cette fois-ci possède une grande partie réelle (vitesse) positive. De plus, on remarque un écart plus prononcé entre les parties réelles (vitesses) des

solitons associés au calcul numérique (Num.) par rapport au calcul perturbatif (Th.). Bien que la superposition des trajectoires dans la représentation spatio-temporelle, figures 3.8.(e), décrive de manière globale la dynamique observée, cet écart se traduit par des trajectoires divergentes au cours de la propagation.

Pour l'impulsion numéro 10, figure 3.8.(g-i), le balayage de la position temporelle de la modulation de phase nous place dans un cas où la modulation est centrée environ au milieu de l'impulsion, à $T = -2,5 \text{ ps} \approx -0,08 \tau$. On observe une dynamique spatio-temporelle similaire à celle obtenue pour l'impulsion de référence, figure 3.8.(b), avec une propagation de la lumière qui reste confinée et des compressions spatialement périodiques caractéristiques de l'interaction des solitons au cours de la propagation. De manière similaire, dans le spectre IST, figure 3.8.(g) les solitons qui composent ce potentiel ne sont pas exactement alignés sur l'axe imaginaire. La modulation de phase n'étant pas exactement centrée et étant bruitée, son intégration avec les fonctions de sensibilité révèle des vitesses légèrement supérieures par rapport au cas non perturbé, figure 3.8.(a). De plus, ces valeurs diffèrent davantage de celles calculées numériquement, ces dernières étant également affectées par le même argument mentionné précédemment. Néanmoins, une fois de plus, la superposition des trajectoires sur le diagramme spatio-temporel, figure 3.8.(h) révèle des vitesses suffisamment faibles pour ne pas indiquer de contradiction entre les prédictions numériques et théoriques sur la distance de propagation considérée.

Finalement, pour la dernière impulsion considérée, figure 3.8.(j-l), la modulation de phase est placée au temps positif et centrée à $40 \text{ ps} \approx 1,39 \tau$. Comme évoqué dans la partie 3.1.2, les fonctions de sensibilité présentent un comportement oscillant à l'intérieur du potentiel, ce qui se traduit par une dynamique spatio-temporelle symétrique à celle décrite dans la figure 3.7.(a,b) ainsi que dans la figure 3.8.(e). Dans le spectre IST, figure 3.8.(j), cette symétrie est également visible, avec cette fois-ci le soliton bleu et vert possédant des parties réelles (vitesses) négatives et le soliton rouge une vitesse positive. Une nouvelle fois, les valeurs propres obtenues en intégrant la perturbation avec les fonctions de sensibilité (Th.), ainsi que celles obtenues par calcul numérique (Num.), coïncident relativement bien pour les deux solitons de plus grande partie imaginaire (amplitude). Cependant, un écart plus significatif peut être observé pour le dernier

soliton, se traduisant par une différence plus prononcée lors de la superposition des trajectoires du soliton vert sur le diagramme spatio-temporel, figure 3.8.(k).

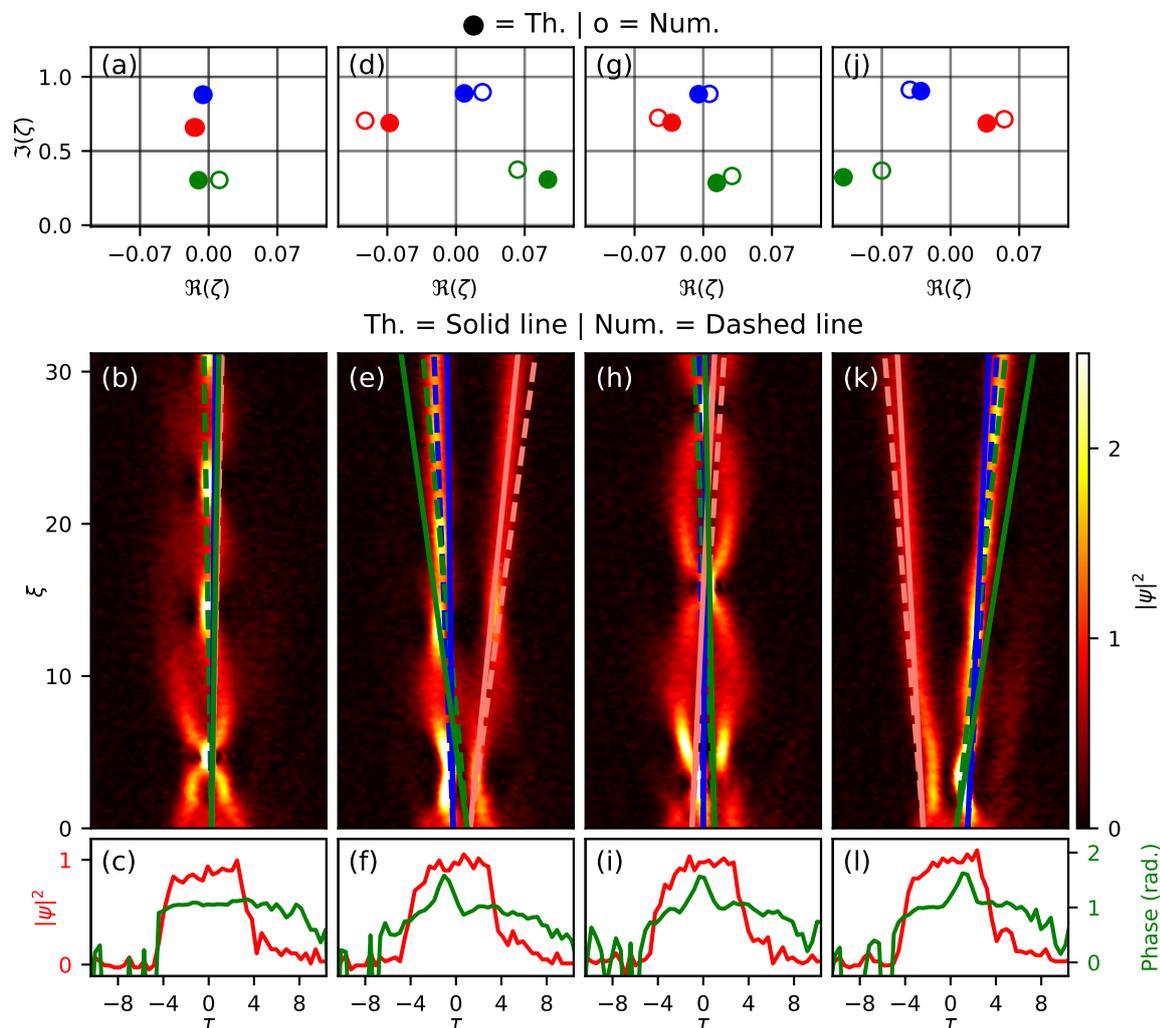


FIGURE 3.8 – Sélection de quatre impulsions parmi les 26 disponibles dans l'expérience, montrant des dynamiques spatio-temporelles distinctes. (c,f,i,l) Conditions initiales. En rouge, l'intensité. En vert, la phase. (a,d,g,j) Spectre IST de l'expérience avec en cercle plein, les valeurs propres issues du calcul perturbatif. En cercle vide, les valeurs propres associées au calcul numérique. (b,e,h,k) Diagrammes spatio-temporels pour chaque condition initiale avec en trait plein, les trajectoires des solitons associées au calcul perturbatif. En trait pointillé, les trajectoires associées au calcul numérique. En utilisant le même code couleur que les spectres IST.

3.2.3.1 Conclusion

Dans cette section, nous avons testé, pour la première fois, de manière quantitative, une nouvelle théorie perturbative de l'IST appliquée à un potentiel rectangulaire. Nous avons présenté l'impact de la modulation de phase sur les valeurs propres dans le spectre IST et donc les trajectoires des solitons dans la représentation spatio-temporelle, en comparant les résultats expérimentaux avec les simulations numériques et les prédictions théoriques basées sur l'équation NLS (Eq.1.3). De cette manière, on montre que cette théorie perturbative, au premier ordre, est capable de prédire fidèlement les effets d'une perturbation de phase sur les parties réelles (vitesses) des solitons, que ce soit dans les simulations ou dans les expériences.

Bien que ce succès soit particulièrement visible pour les solitons bleus et rouges, chacun ayant une plus grande partie imaginaire (amplitude). Cependant, des écarts notables apparaissent pour le soliton le plus faible (vert), pouvant être attribués à plusieurs facteurs :

- La non-idéalité du potentiel expérimental, qui se rapproche d'un profil super-gaussien plutôt que du potentiel rectangulaire théorique.
- La présence de bruit expérimental dans la mesure de phase et d'intensité, qui affecte surtout les solitons de plus faible amplitude, comme le soliton vert dans nos observations.
- Les limitations de la théorie perturbative, qui ne prend pas en compte certaines effets d'ordre supérieur.

En résumé, cette théorie perturbative de l'IST offre de bonnes approximations lorsque les perturbations de phase sont faibles et que la partie imaginaire (amplitude) des solitons est suffisamment élevée, même si le potentiel dévie du potentiel théorique. Cette étude constitue un test quantitatif important d'une nouvelle théorie perturbative dans le cadre de l'IST, appliquée à un potentiel rectangulaire, ouvrant la voie à des ajustements et améliorations futurs pour mieux prendre en compte ces écarts.

3.3 Discussion et simulations numériques

L'utilisation de l'outil numérique nous permet d'explorer les différents écarts observés entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux obtenus précédemment. Dans cette section, à l'aide de cet outil, nous discutons de l'impact de trois facteurs pouvant expliquer ces différences.

La première partie 3.3.1 aborde l'évolution des fonctions de sensibilité en passant d'un potentiel rectangulaire à un potentiel super-gaussien.

La deuxième partie 3.3.2 met en lumière l'effet des pertes linéaires inhérentes aux expériences d'optique fibrée, lesquelles brisent l'intégrabilité du système et perturbent ainsi la superposition des trajectoires sur la représentation spatio-temporelle.

Enfin, dans la troisième partie 3.3.3, nous examinons l'impact du bruit de mesure sur la restitution du spectre IST.

3.3.1 Du potentiel rectangulaire au potentiel super-gaussien

Comme évoqué dans la sous-section 3.1.2, les fonctions de sensibilité sont définies par les valeurs propres du potentiel, avec des amplitudes plus élevées pour les solitons de plus faible partie imaginaire (amplitude). Lors du traitement des données (Fig.3.6) une équivalence est établie entre le potentiel expérimental et le potentiel théorique, montrant une variation de la partie imaginaire (amplitude) de ces solitons. Étant donné que le potentiel expérimental est composé de solitons ayant des parties imaginaires (amplitudes) plus faibles, il est envisageable que les fonctions de sensibilité associées à ce potentiel soient de forme similaire mais avec des amplitudes plus élevées pour chaque soliton. La théorie perturbative n'étant actuellement développée que pour le potentiel rectangulaire, l'outil numérique s'avère être un bon moyen d'investiguer la réponse des valeurs propres (solitons) suite à l'ajout d'un terme perturbatif.

Dans un premier temps, on se concentre sur le potentiel rectangulaire dans le but de retrouver les fonctions de sensibilité numériquement. La procédure consiste à ajouter un terme perturbatif rectangulaire purement imaginaire d'amplitude $A_{pert} = 0.1$ et de taille $L_{pert} = 0.1$ centré à différentes positions tempo-

relles τ_{pert} . Puis pour chaque localisation de la perturbation, on calcule le spectre IST numériquement nous donnant accès à la partie imaginaire (amplitude) et réelle (vitesse) de chaque soliton. Enfin, l'objectif est de superposer les résultats obtenus par chaque calcul numérique du spectre IST sur les fonctions de sensibilité connues analytiquement, ce qui nous permet de définir différents paramètres numériques tels que la discrétisation, l'amplitude et la largeur de la perturbation, la taille de l'espace, etc.

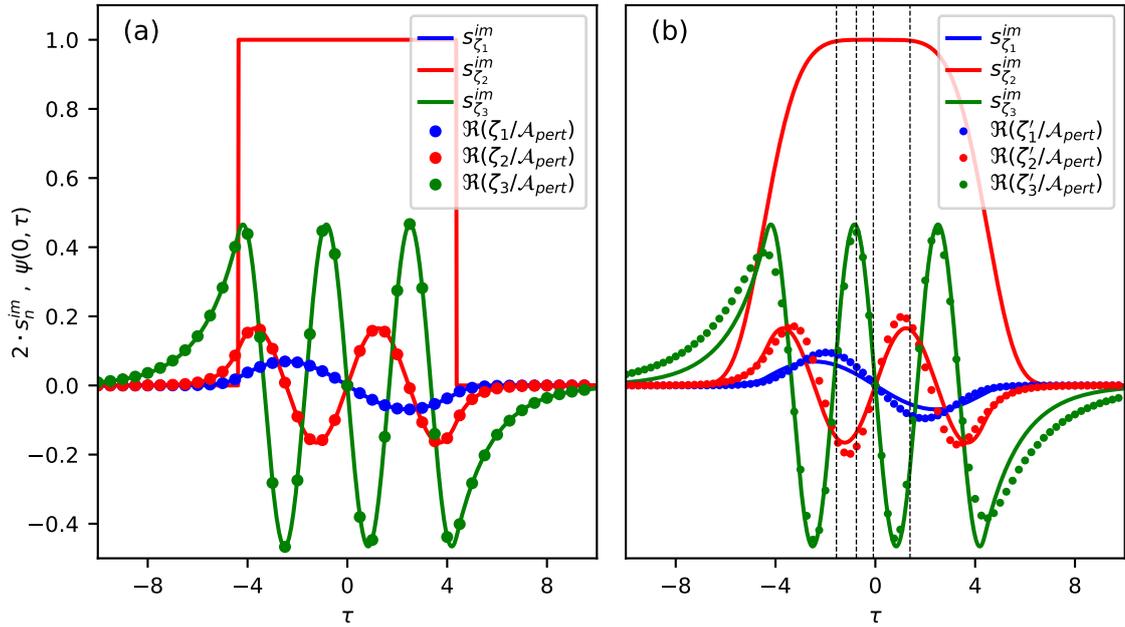


FIGURE 3.9 – Fonctions de sensibilité aux perturbations imaginaires, analytiques et numériques, associées à chaque soliton pour le potentiel rectangulaire et super-gaussien. (a) En rouge, le potentiel rectangulaire. En trait plein, les fonctions de sensibilité analytique du potentiel. En points, les parties réelles des solitons associées au calcul numérique des spectres IST pour chaque localisation de la perturbation, normalisées par la surface de la perturbation. Les centres de la perturbation sont aussi représentés par les points. (b) En rouge, le potentiel super-gaussien. En trait plein, les fonctions de sensibilité analytique du potentiel rectangulaire. En points, les parties réelles des solitons associées au calcul numérique des spectres IST pour chaque localisation de la perturbation, normalisées par la surface de la perturbation. Les centres de la perturbation sont aussi représentés par les points. En trait pointillé noir, le centre des modulations de phase des expériences vues dans les figures 3.7 et 3.8.

Dans la figure 3.9.(a), les fonctions de sensibilité associées à une perturbation imaginaire sont représentées par des traits pleins, tandis que les parties réelles (vitesses) de chaque soliton obtenues par les différents calculs numériques sont indiquées par des points. À noter qu'à chaque point est également associé le centre de la perturbation. On remarque que, pour une faible perturbation et à une normalisation près (la surface de la perturbation), le calcul numérique du spectre IST restitue fidèlement les fonctions de sensibilité.

Les paramètres numériques étant ainsi définis, on applique la même méthode de calcul sur le potentiel super-gaussien, dont les résultats sont représentés dans la figure 3.9.(b). On constate que les fonctions de sensibilité ont des formes similaires mais des amplitudes légèrement différentes ainsi que des positions de maximum légèrement décalées par rapport au cas théorique.

De plus, en trait pointillé noir, sont représentés les différents centres des modulations de phase présentées dans la section précédente. Pour conclure, en observant la position de ces centres de modulation de phase par rapport aux nouvelles fonctions de sensibilité, on peut intuitivement comprendre qu'une partie de l'écart entre le calcul numérique du spectre IST et les valeurs propres issues du calcul perturbatif (se traduisant par une divergence dans les trajectoires dans la représentation spatio-temporelle) pourrait être réduite en prenant en compte ces nouvelles fonctions de sensibilité. À noter que ζ_n ainsi ζ'_n correspondent aux valeurs propres pour le potentiel rectangulaire et super-gaussien respectivement.

3.3.2 Influence de la dissipation sur la dynamique

Lors de la superposition des trajectoires dans la représentation spatio-temporelle, (Fig.3.7), il est nécessaire d'atteindre une distance de propagation suffisante pour que les solitons présents dans le potentiel ne soient plus en interaction et deviennent discernables les uns des autres. Étant donné que le système n'est pas parfaitement décrit par l'équation NLS intégrable (voir sous-section 2.1.3), le spectre IST initial, supposé être invariant en fonction de la distance de propagation (condition d'isospectralité), ne l'est plus. Le non-respect de cette condition entraîne des modifications des valeurs propres des solitons au cours de leur propagation. Bien que les pertes affectent principalement la partie imaginaire

(amplitude) des solitons, on observe également des modifications de leur partie réelle (vitesse), perturbant ainsi l'appréciation des trajectoires sur le diagramme spatio-temporel. Afin d'illustrer ces modifications, la figure 3.10 présente trois simulations numériques de l'équation NLS optique (Eq.2.2) normalisée (Eq.3.11) incluant trois niveaux de pertes ($\varepsilon = \alpha_{eff}L_{NL}$).

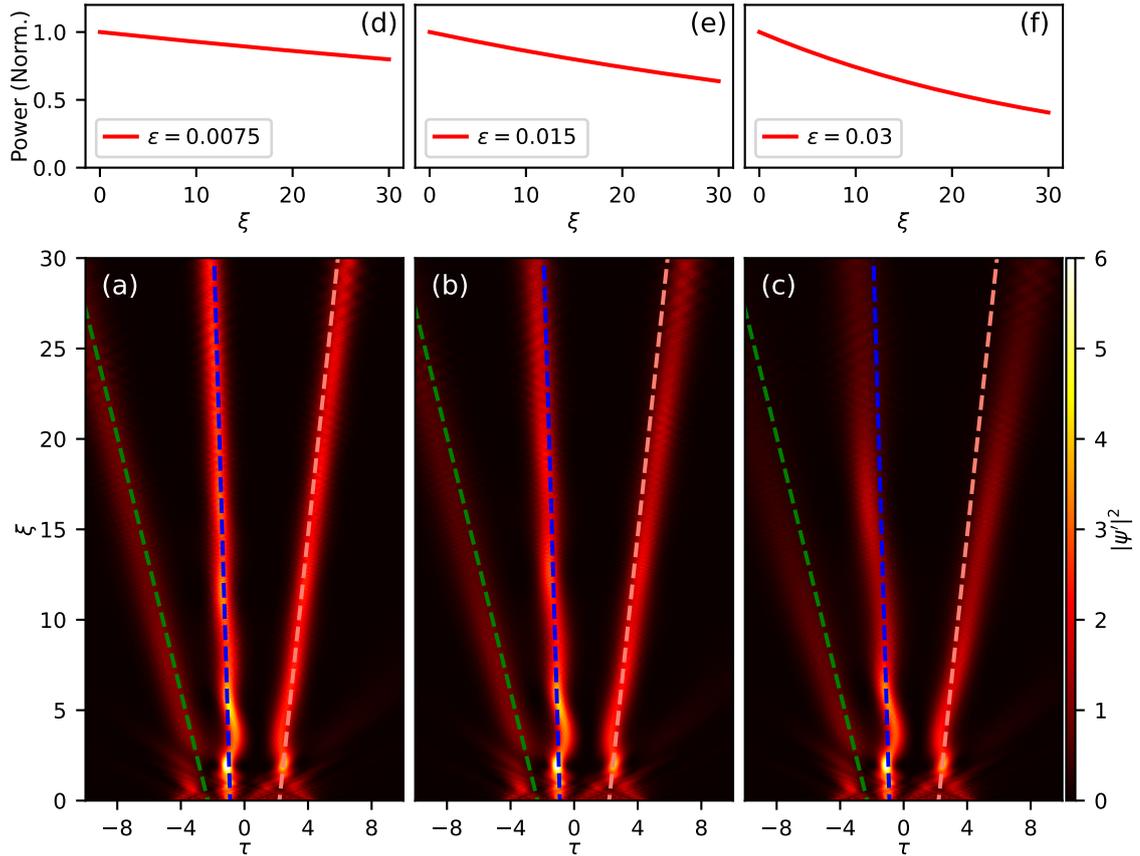


FIGURE 3.10 – Simulation numérique de l'équation NLS (Eq.2.2) normalisée utilisant la condition initiale de la figure 3.3(a) avec différents niveaux des pertes. (a,b,c) Diagrammes spatio-temporels. En trait pointillé coloré, les trajectoires théoriques des solitons issues du modèle intégrable. (d,e,f) Pertes subies par le signal au cours de la propagation.

La figure 3.10.(a,d) correspondent à des pertes deux fois inférieures à celles obtenues expérimentalement, la figure 3.10.(b,e) correspondent à un niveau de pertes équivalent à celui obtenu expérimentalement, et la figure 3.10.(c,f)

correspondent à deux fois le niveau de pertes obtenu expérimentalement ($\alpha_{eff} = 4 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$). Il convient de noter que la même condition initiale ainsi que les mêmes trajectoires que celles présentées dans la figure 3.3.(a,b) sont utilisées. On rappelle que dans cette figure, le système étant parfaitement intégrable ($\varepsilon = 0$), le spectre IST reste constant à chaque distance de propagation ξ , donc les trajectoires sont parfaitement superposables sur la représentation spatio-temporelle.

Finalement, dès lors que le signal subit des pertes au cours de sa propagation, on observe que la trajectoire des solitons diverge des trajectoires prédites par le spectre IST initial. De plus, ce phénomène est accentué à mesure que les pertes subies par le signal au cours de la propagation augmente. À noter que pour un niveau de pertes suffisamment élevé, les solitons les plus faibles peuvent disparaître avant de cesser d'être en interaction avec d'autres et de devenir discernables.

3.3.3 Influence du bruit sur les valeurs propres

Lors de la génération de notre signal, les différents instruments optiques introduisent du bruit, que l'on qualifie de bruit physique. Ce bruit provient d'une part de la largeur spectrale du laser utilisé (300 kHz) ainsi que de son plateau d'émission spontanée. D'autre part, de l'amplification de ce signal par l'amplificateur dopé à l'Erbium (Fig.2.2).

En plus de ce bruit physique, il existe un second type de bruit, le bruit de détection, inhérent lui aussi aux conditions expérimentales. En utilisant des photodiodes et un oscilloscope, on peut notamment citer le bruit thermique ou encore le bruit de grenaille (shot noise), lié aux fluctuations aléatoires du nombre d'électrons traversant la photodiode, ce qui se traduit par des fluctuations aléatoires du courant détecté par celle-ci.

Ici, on cherche à observer l'impact du niveau de bruit appliqué aux conditions initiales, qu'il soit physique ou de détection, sur les solitons (valeurs propres) présents dans le potentiel.

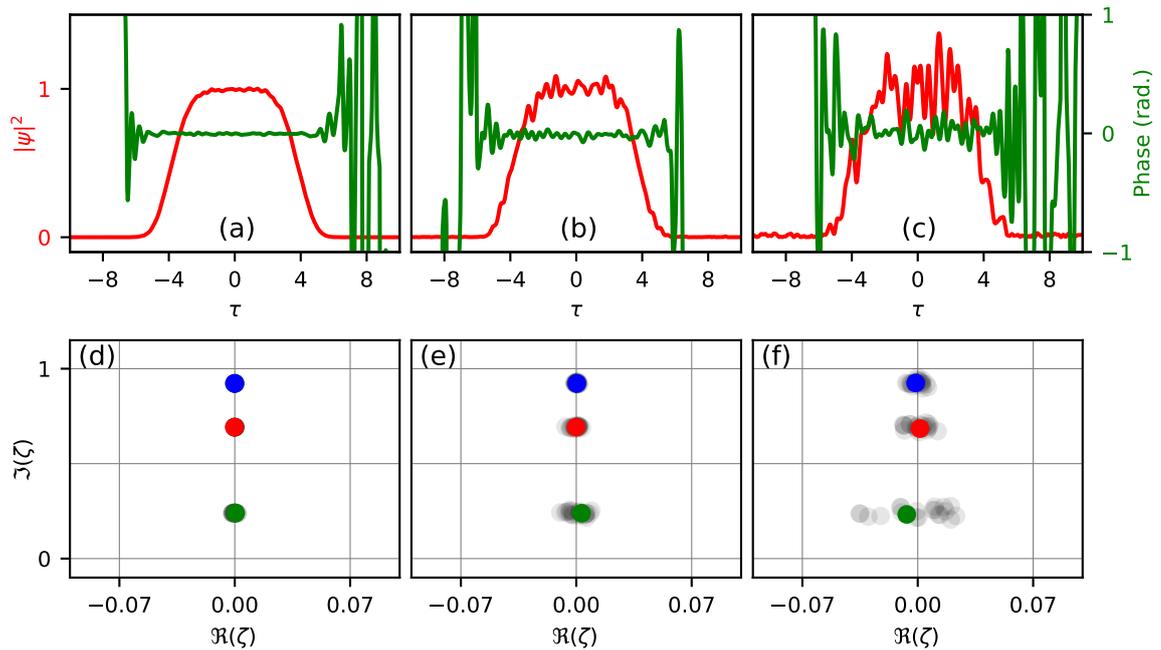


FIGURE 3.11 – Calcul numérique du spectre IST pour l’ajustement des données expérimentales avec trois niveaux de bruit de mesure. (a,b,c) Conditions initiales bruitées. En rouge l’intensité. En vert, la phase. (d,e,f) Spectre IST numérique. En points noirs transparents, 20 réalisations. En points de couleur, la moyenne des valeurs propres.

Dans la figure 3.11, sont représentés trois potentiels issus de l’ajustement des données expérimentales, pour trois niveaux de bruit différents, avec leurs spectres IST associés calculés pour vingt réalisations de bruit différentes. En pratique, le bruit est ajouté dans le spectre de Fourier en ajoutant des composantes fréquentielles de même amplitude sur une large bande, sous la forme d’un plateau où chaque composante possède une phase spectrale aléatoire. Dans l’espace direct, cela se traduit par des fluctuations aléatoires de l’intensité ainsi que de la phase, dépendant du rapport entre le plateau de bruit et les composantes de Fourier du signal initial.

Dans la figure 3.11.(a-c), les niveaux de bruit sont respectivement placés à -5 dB, $-3,7$ dB et $-2,7$ dB par rapport à l’intensité spectrale maximale du signal, ce qui entraîne une modification de la forme du potentiel de plus en plus visible.

La figure 3.11.(d-f) présente respectivement le calcul numérique des spectres IST pour chacun des niveaux de bruit. En points noirs transparents sont représentées les valeurs propres (solitons) issues des vingt réalisations, tandis que les points de couleur représentent la valeur moyenne en associant chaque "paquet" à une valeur propre (soliton) unique. On remarque que dans le cas le moins perturbé, les valeurs propres obtenues sur les 20 réalisations ainsi que leurs valeurs moyennes se superposent fidèlement et sont globalement alignées avec l'axe imaginaire, correspondant bien à l'état lié du solitons. En revanche, plus le niveau de bruit est élevé, plus on observe un étalement des valeurs propres affectant davantage la valeur propre verte par rapport aux autres valeurs propres, en cohérence avec les discussions effectuées dans la sous-section 3.1.2.

3.4 Conclusion du chapitre

En conclusion, ce chapitre présente les éléments théoriques associés au potentiel rectangulaire ainsi que le développement d'une nouvelle théorie perturbative de ce potentiel dans le cadre de la transformée de diffusion inverse [12]. Cette théorie permet de prédire les modifications des paramètres associés aux solitons suite à l'ajout d'une perturbation, réelle ou imaginaire, en introduisant des fonctions de sensibilité uniques pour chaque soliton présent dans le potentiel.

Une expérience d'optique fibrée utilisant l'anneau de recirculation a permis d'obtenir le diagramme spatio-temporel en mono-coup et d'observer la dynamique de désintégration d'impulsions localement perturbées par des modulations de phase. De plus, l'utilisation d'un coupleur 3x3 a permis la caractérisation du champ complexe initial, nécessaire au calcul numérique et perturbatif des spectres IST associés à ces impulsions. La détermination des vitesses théoriques et numériques de chaque soliton a permis la superposition de leurs trajectoires sur le diagramme spatio-temporel. Ces résultats, en bon accord avec les prédictions théoriques, servent de preuve de concept pour cette nouvelle théorie perturbative développée par notre collaborateur Andrey Gelash.

Finalement, l'utilisation de l'outil numérique a apporté des éléments de discussion supplémentaires quant au passage du cadre théorique avec un potentiel rectangulaire, l'équation de Schrödinger intégrable et aucun bruit, au cadre expérimental.

Évolution du spectre discret en régime non-intégrable

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'évolution des valeurs propres (solitons) d'un potentiel super-gaussien dans le système non intégrable représenté par l'équation NLS incluant un terme de pertes effectives (Eq.2.2).

Dans la première partie 4.1, nous présentons à l'aide de simulations numériques le comportement, dans le spectre IST, de trois valeurs propres issues d'un tel potentiel pour un seul scénario envisagé : un niveau de pertes effectives constant tout au long de la distance de propagation. Dans ce cas, l'évolution des valeurs propres n'est pas triviale ; leurs parties imaginaires (amplitudes) dans le spectre IST peuvent entrer en "collision", générant ainsi des parties réelles (vitesses) de signes opposés.

Dans la seconde partie 4.2, nous présentons la nouvelle configuration de l'anneau de recirculation permettant d'enregistrer en mono-coup à la fois l'intensité et la phase du signal circulant, nécessaires au calcul numérique du spectre IST. Ensuite, nous présentons des résultats préliminaires pour le scénario mentionné dans la première partie. Ces résultats sont divisés et illustrés pour trois zones d'évolution du potentiel expérimental.

Enfin, pour cette expérience, nous utilisons l'outil numérique pour traiter l'impact du bruit physique sur les trajectoires et comportements des valeurs propres dans le spectre IST.

4.1 Généralisation de l'équation de Schrödinger non linéaire

Comme nous l'avons vu précédemment, le développement de théories perturbatives pour les systèmes intégrables dans le cas d'une perturbation instantanée du potentiel repose sur l'intégrabilité du système et sur la propriété de conservation du spectre IST au cours de la propagation (condition d'isospectralité). Les résultats expérimentaux récents [23, 142, 143], ainsi que leur comparaison avec les simulations numériques, indiquent que les dispositifs expérimentaux actuels approchent l'intégrabilité. Par conséquent, la vérification expérimentale de prédictions théoriques est rendue possible, même si les valeurs propres (solitons) des ondes observées changent durant l'évolution.

Une autre approche dans le développement de théories perturbatives pour les systèmes intégrables consiste à examiner l'évolution des valeurs propres d'un potentiel non perturbé mais en présence d'un forçage continu sur le système, comme mentionné brièvement dans la partie 3.1 (voir la deuxième équation 3.1).

Bien que l'équation NLS (Eq.1.3) décrive au premier ordre la propagation de la lumière dans une fibre optique (Eq.1.6), les conditions réelles (expérimentales) impliquent rapidement l'inclusion de termes d'ordre supérieur. Dans ce contexte, on peut notamment citer la dispersion d'ordre supérieur [144], l'auto-raïdissement dû à la dépendance de la polarisation non linéaire lente en fonction du temps [145], le décalage de fréquence propre résultant de la réponse retardée de Raman [146, 147], ainsi que les pertes [148-150]. En prenant en compte ces effets d'ordre supérieur, il est possible d'obtenir une généralisation de l'équation de Schrödinger non linéaire [151, 152], que l'on retrouve sous la forme :

$$\underbrace{\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i \gamma |A|^2 A}_{\text{1DNLSE}} \underbrace{- \frac{\alpha}{2} A}_{\text{Pertes}} + \underbrace{\sum_{k>2}^N \frac{\beta_k}{k!} \frac{\partial^k A}{\partial T^k}}_{\text{Dispersions d'ordre supérieur}} \underbrace{- \sigma \frac{\partial |A|^2 A}{\partial T}}_{\text{Auto Raidissement}} \underbrace{- \gamma_{RA} \frac{\partial |A|^2}{\partial T}}_{\text{Diffusion Raman 1er ordre}} \quad (4.1)$$

Bien que la découverte et la caractérisation de ces effets d'ordre supérieur menant à la généralisation de l'équation de Schrödinger non linéaire (GNLSE) aient été réalisées, le développement de théories perturbatives décrivant l'évolution des valeurs propres dans un tel système n'a connu que des avancées limitées. Ainsi, des progrès n'ont été réalisés que pour des cas simples dans des conditions particulières [153, 154]. Cette situation s'explique par le fait que ces développements reposent sur des connaissances mathématiques approfondies de la transformée de diffusion inverse (IST).

En considérant nos conditions expérimentales, à savoir des impulsions de durée comprise entre 100 ps et 10 ns avec des puissances crêtes de l'ordre de la dizaine de milliwatts, nous prendrons en compte principalement l'effet des pertes, car il domine par rapport aux autres effets sur la dynamique spatio-temporelle observée. Par conséquent, notre étude porte sur l'évolution des valeurs propres (solitons) contenues dans des impulsions optiques de forme super-gaussienne en présence de pertes, avec pour objectif de mieux comprendre l'évolution des valeurs propres dans le spectre IST dans ce système non intégrable.

4.1.1 Évolution des valeurs propres au cours de la propagation

L'inclusion d'un terme de pertes dans l'équation NLS brise l'intégrabilité du système. Ainsi, la condition d'isospectralité n'est plus respectée (Eq.1.16) : les valeurs propres associées à chaque soliton ne sont plus nécessairement préservées. De manière générale, le nombre de solitons présents dans un potentiel arbitraire dépend de sa surface. Lorsque plusieurs solitons ont des vitesses (parties réelles) relatives nulles, leur interaction au cours de la propagation fait apparaître des structures à forte intensité dont le nombre et la période spatiale dépendent du nombre de solitons présents dans le potentiel. L'introduction de pertes induit des variations dans les valeurs numériques des valeurs propres (ζ_n) associées au potentiel, pouvant aller jusqu'à modifier leur nombre [155, 156], ce qui impacte directement la dynamique spatio-temporelle de ces potentiels.

Cela a principalement été envisagé pour des pertes distribuées (continues), mais comme il est difficile de traiter ce type de pertes au-delà du régime perturbatif, dans certains cas, des pertes localisées ont été considérées [157].

Naïvement, lorsqu'une impulsion contenant plusieurs valeurs propres (solitons) est atténuée, trois scénarios peuvent être envisagés : soit toutes les valeurs propres subissent une atténuation égale, soit l'atténuation affecte différemment les valeurs propres en fonction de leurs parties imaginaires, soit les pertes induisent des modifications non triviales des valeurs propres pouvant entraîner des échanges d'énergie entre elles.

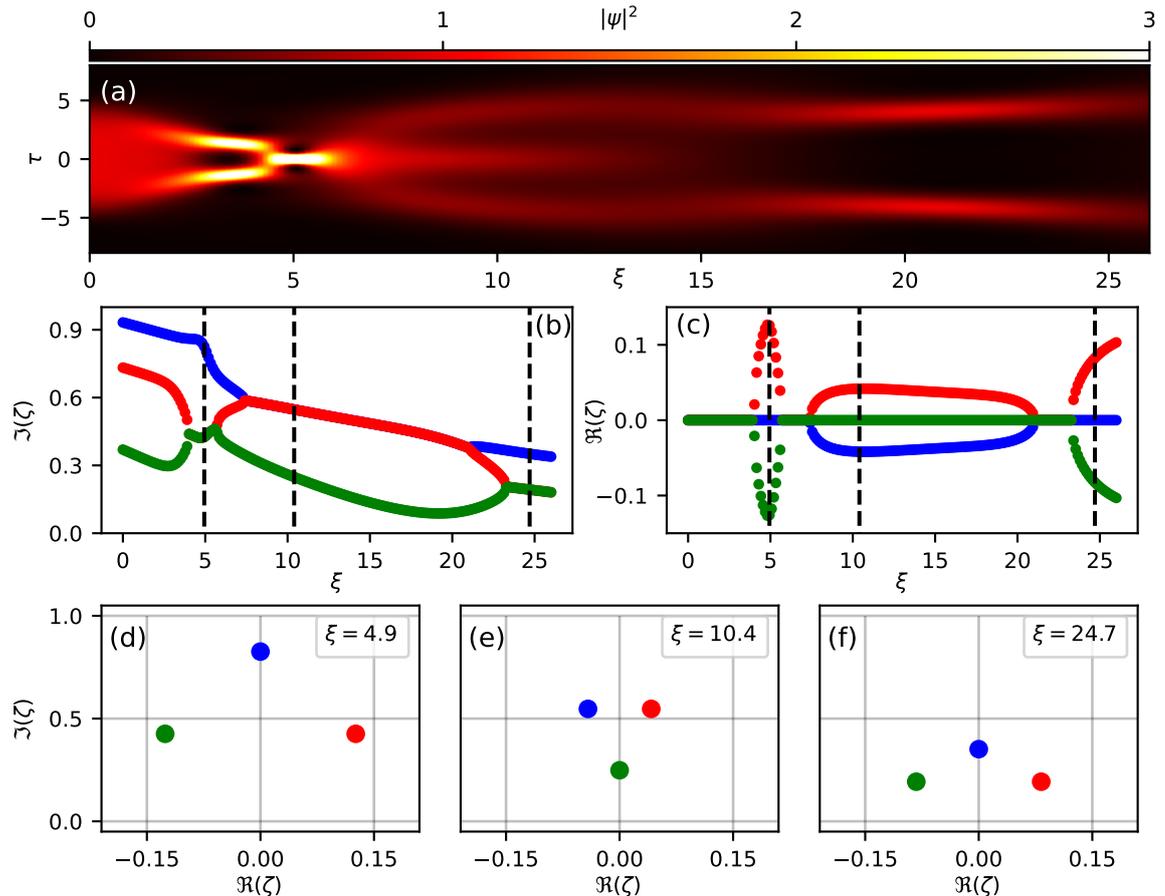


FIGURE 4.1 – Simulation numérique de l'équation NLS normalisée incluant un terme de pertes $\epsilon = 0.038$ (Eq.2.2) et utilisant comme condition initiale un potentiel super-gaussien composé de trois solitons. (a) Diagramme spatio-temporel. (b) Partie imaginaire des valeurs propres présents dans le potentiel en fonction de la distance de propagation. (c) Partie réelle des valeurs propres présents dans le potentiel en fonction de la distance de propagation. (d,e,f) Spectres IST pour trois distances de propagation, représentées par les traits noirs en pointillé sur la figure 4.1.(b,c).

La figure 4.1 présente une simulation numérique de l'équation NLS (Eq.2.2) normalisée en utilisant comme condition initiale un potentiel super-gaussien composé de trois solitons. En présence de pertes $\epsilon = 0.038$ ($\epsilon = \alpha L_{NL}$), les valeurs propres présentes dans le potentiel initial évoluent de manière non triviale lors de la propagation. Afin d'illustrer cette évolution, on effectue le calcul numérique du spectre IST sur le potentiel à des intervalles réguliers ($d\xi = 0.13$).

La figure 4.1.(b,c) montre l'évolution de la partie imaginaire (amplitude) et de la partie réelle (vitesse) des valeurs propres (solitons) en fonction de la distance de propagation. Au début de la propagation, $\xi = [0, 3]$, les trois valeurs propres voient leurs parties imaginaires diminuer. Ensuite, un échange d'énergie s'effectue entre la valeur propre représentée en rouge et la valeur propre représentée en vert, s'illustrant par le rapprochement de leurs parties imaginaires jusqu'à la "collision"¹ dans le spectre IST, à $\xi \approx 4$. Au-delà de ce point [82, 158], et sur une courte distance de propagation, les deux valeurs propres acquièrent des parties réelles, de signes opposés, comme montré dans la figure 4.1.(d). Par la suite, un nouvel échange d'énergie se produit, cette fois-ci au détriment de la valeur propre représentée en vert et de la valeur propre représentée en bleu au profit de celle représentée en rouge. Cela permet, sur une courte distance de propagation $\xi = [5, 7]$, de revenir à un état lié des solitons avant une nouvelle "collision" entre la valeur propre représentée en rouge et la valeur propre représentée en bleu, entraînant des parties réelles relatives non nulles entre elles, comme illustré dans la figure 4.1.(e). Cependant, cette fois-ci, leurs parties réelles sont plus faibles que lors de la "collision" précédente, mais elles sont conservées sur une plus grande distance de propagation. Finalement, passant brièvement par un état lié de solitons (c'est à dire avec des parties réelles identiques) $\xi = [21, 23]$, ce type de "collision" se répète une nouvelle fois entre la valeur propre représentée en rouge et la valeur propre représentée en vert à $\xi \approx 23$.

1. Dans la littérature [82], il est indiqué que les valeurs propres fusionnent puis bifurquent. Les solitons et non les valeurs propres étant parfois comparés à des particules; ici, le terme "collision" fait référence aux trajectoires des valeurs propres dans le spectre IST, à ne pas confondre avec une collision de solitons dans l'espace direct.

Il est important de préciser que les "collisions" de valeurs propres dans le spectre IST, induites par l'ajout d'un terme de pertes effectives dans l'équation NLS (Eq.2.2), n'ont de sens que lorsque les solitons interagissent déjà dans l'espace direct. En d'autres termes, ces "collisions" de valeurs propres ne sont visibles dans le spectre IST que parce que celles-ci représentent des solitons en interaction dans l'espace direct. Par ailleurs, dans notre étude, cette condition est facilement remplie grâce à l'utilisation de potentiels super-gaussien proche du potentiel théorique rectangulaire, qui représentent des états liés de solitons.

À noter que la dynamique spatio-temporelle qu'on observe dans la figure 4.1.(a), diffère de celle observée expérimentalement dans le cas d'une impulsion composée de trois solitons (voir Fig 3.8.(b)). Contrairement à cette simulation, les observations expérimentales montrent que la lumière reste confinée au cours de la propagation. Cette caractéristique, signature de l'état lié de solitons avec une période de compression spatiale décroissante due à la modification des valeurs propres dans le potentiel, indique que les valeurs propres associées aux solitons présents dans le potentiel expérimental ne semblent pas entrer en "collision" dans le spectre IST au cours de la propagation. Par conséquent, dans la partie 4.2, l'étude se concentre sur des impulsions composées non pas de trois mais de quatre solitons, présentant une dynamique spatio-temporelle indiquant la présence de "collisions" de valeurs propres dans le spectre IST, similaire au cas présenté dans la figure 4.1.

Bien que dans la plupart des expériences réalisées jusqu'à présent, l'anneau de recirculation soit correctement modélisé par l'équation NLS incluant un terme de pertes effectives (Eq.2.2), dans ce cas particulier, on observe une divergence entre la simulation et les données expérimentales. Afin de comprendre et de résoudre cette divergence, plusieurs pistes ont été explorées :

Amélioration du modèle numérique : Une tentative d'amélioration du modèle numérique a été effectuée pour mieux correspondre à la réalité expérimentale en prenant en compte l'itérativité de l'anneau de recirculation. Contrairement à l'équation NLS en champ moyen qui considère distribué l'effet des pertes et de l'amplification Raman, le modèle itératif décrit séparément les effets des pertes induites par le coupleur d'entrée et de sortie de l'anneau ainsi que l'amplification du signal par effet Raman.

Inclusion d'effets d'ordre supérieur : La prise en compte d'effets d'ordre supérieur supplémentaires a été investiguée, notamment la diffusion Raman stimulée et la dispersion d'ordre supérieur.

Considération de la forme du potentiel et du bruit physique : La forme du potentiel, le bruit physique ainsi qu'une éventuelle modulation de phase résiduelle sur les bords de l'impulsion causée par la modulation en intensité ont également été pris en compte.

Cependant, à ce jour, toutes ces tentatives sont restées infructueuses.

4.1.2 Objectif expérimental

En résumé, l'ajout d'un terme de pertes effectives subies par le champ au cours de sa propagation dans l'équation NLS (deuxième équation 3.1) brise l'intégrabilité du système. Par conséquent, au cours de la propagation, les paramètres des valeurs propres ζ_n (solitons) subissent des modifications non triviales modifiant ainsi la dynamique spatio-temporelle du potentiel. Dans le cas d'un potentiel initialement composé de solitons (valeurs propres) sans vitesse (partie réelle) relative, formant un état lié de solitons, les pertes agissent sur les valeurs propres de telle sorte que leurs parties imaginaires finissent par entrer en "collision", leur permettant d'acquérir des parties réelles de signe opposé, entraînant un étalement du champ dans la représentation spatio-temporelle [159].

Nous souhaitons mesurer ce comportement des valeurs propres, dont la mesure nécessite la connaissance de l'amplitude et de la phase du champ complexe. L'objectif est donc, dans un premier temps, de modifier notre dispositif d'anneau de recirculation afin de permettre la reconstruction du champ complexe du signal optique en mono-coup, et pas uniquement de son intensité. Dans un second temps, il s'agit d'effectuer la transformée de diffusion inverse (IST) sur notre signal afin d'observer, idéalement, des "collisions" entre les valeurs propres dans le spectre IST, ou, à défaut, des trajectoires signatures de celles-ci également dans le spectre IST.

4.2 Mesure du champ complexe dans l'anneau de recirculation

Dans cette section, nous présentons la nouvelle configuration de notre anneau de recirculation optique permettant l'acquisition de l'intensité ainsi que de la phase du signal optique en mono-coup au cours de la propagation.

Dans la première partie 4.2.1, nous détaillons la nouvelle configuration expérimentale avec les modifications effectuées sur la version initiale de l'anneau de recirculation. Ensuite, nous présentons un exemple de reconstruction d'un diagramme spatio-temporel d'une impulsion de durée 500 ps ainsi qu'une simulation numérique associée.

Dans la seconde, 4.2.2, nous traitons des données expérimentales permettant la mesure du spectre IST tout au long du diagramme spatio-temporel. Le scénario présenté dans la section précédente est abordé : l'évolution des valeurs propres au cours de la propagation pour un niveau de pertes effectives constant subi par le signal.

4.2.1 Nouvelle configuration expérimentale

La figure 4.2 présente la configuration du dispositif expérimental de l'anneau de recirculation utilisé dans les travaux de cette section. Cette configuration est essentiellement similaire à la version initiale (Fig.2.2), son fonctionnement global restant identique à celui décrit dans la section 2.1.

La différence majeure entre ces deux configurations réside dans le module d'acquisition. Dans la configuration initiale, les 10% de l'intensité du signal intraboucle, extraits à l'aide du coupleur d'entrée/sortie 90/10, sont transmis à une photodiode puis enregistrés à l'aide d'un oscilloscope rapide. Dans cette nouvelle configuration, le signal extrait de la boucle de recirculation est enregistré à l'aide de trois photodiodes connectées à un coupleur 3x3 utilisé comme interféromètre. Pour que le coupleur 3x3 permette d'enregistrer à la fois l'intensité et la phase du signal, plusieurs modifications sont nécessaires.

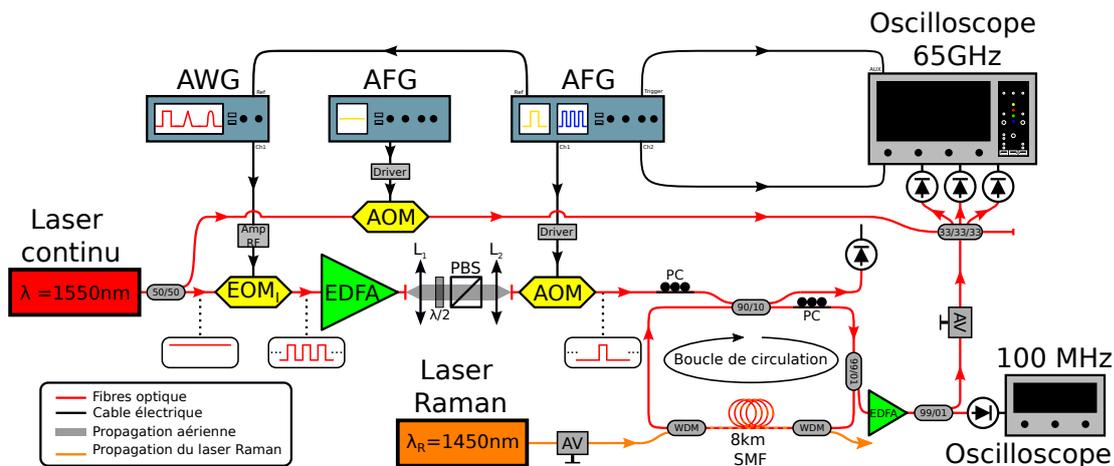


FIGURE 4.2 – Dispositif expérimental de l'anneau de recirculation optique modifié. AWG : générateur de signaux arbitraires. Amp RF : amplificateur de signaux radiofréquences. EOM_I : modulateur électro-optique en intensité. EDFA : amplificateur optique dopé Erbium. L₁₋₂ : lentilles. $\lambda/2$: lame demi-onde. PBS : cube polarisateur. AOM : modulateur acousto-optique. AFG : générateur de fonction arbitraires. PC : contrôleur de polarisation. WDM : multiplexeur en longueur d'onde. AV : atténuateur variable.

La première modification consiste à ajouter un coupleur 50/50 en sortie du laser continu centré à 1550 nm afin d'extraire une partie du signal servant de référence. Ce signal de référence est ensuite dirigé à travers un modulateur acousto-optique AOM (AA opto-electronic- MT110-IIR30-Fio-PM0.5-J1-A-VSF) piloté par un générateur de fonction arbitraire (Tektronix AFG 3252) ainsi que son driver, laissant passer la lumière de manière continue. Cette configuration permet au signal de référence de subir un décalage en fréquence identique au signal issu du module de génération de la condition initiale, cela permet d'éviter un battement hétérodyne, avant d'arriver au port numéro 2 du coupleur 3x3.

Ensuite, le signal en sortie de l'anneau de recirculation au niveau du coupleur 90/10 étant de l'ordre de la dizaine de millivolts, l'utilisation directe du coupleur 3x3 donne des signaux faibles de quelques millivolts, résultant en un rapport signal sur bruit faible. Il est donc nécessaire d'amplifier ce signal avant de le connecter au coupleur 3x3. Cependant, on rappelle que le coupleur 90/10 est utilisé de telle manière qu'il entraîne une saturation du signal pour le tour 0 (voir figure 2.4). Pour résoudre ce problème, on amplifie, à l'aide d'un ampli-

ificateur dopé à l'erbium (Keopsys CEFA-C-HG-PM-40-B130-FA-FA), la sortie 1% présente à l'intérieur de l'anneau de recirculation. Cette sortie est ensuite séparée en deux : une partie reste connectée à une photodiode lente et à un oscilloscope de 100 MHz permettant de suivre la décroissance du signal au cours des expériences, tandis que l'autre partie est connectée au coupleur 3x3. À noter que cela nous permet également d'enregistrer la condition initiale à $z \approx 0$ km.

Comme présenté dans la sous-section 2.2.2, en utilisant uniquement le port 1 pour le signal et le port 2 pour la référence, les intensités en sortie de l'interféromètre 3x3 sont décrites par les équations 2.8, tandis que la phase relative dans le référentiel du signal est donnée par l'équation 2.9. De plus, en additionnant les trois intensités en sortie de l'interféromètre, I_j^{out} , il est possible de retrouver l'intensité initiale injectée dans les ports 1 et 2 avec $I_1^{in} = I_{sig}$ et $I_2^{in} = I_{ref}$:

$$I_{total}^{out} = I_1^{out} + I_2^{out} + I_3^{out} = I_1^{in} + I_2^{in} \quad (4.2)$$

La référence étant simplement un signal continu, elle peut facilement être soustraite lors du traitement des données. Finalement, la dernière étape de reconstruction du diagramme spatio-temporel correspond à la calibration des niveaux de puissance intra-boucle. Dans cette configuration, il n'est plus possible d'utiliser la méthode directe permettant de convertir la tension mesurée par la photodiode (V) en puissance optique (W), car le signal extrait de l'anneau de recirculation est amplifié afin d'être dans une gamme de niveau de signal similaire au expérience déjà réalisée. La deuxième méthode de calibration, réalisée a posteriori en utilisant les phénomènes d'instabilité modulationnelle, est donc employée (voir sous-section 2.1.3).

La figure 4.3 présente un exemple de diagramme spatio-temporel reconstruit dans la nouvelle configuration de l'anneau de recirculation, accompagné d'une simulation numérique de l'équation NLS incluant un terme de pertes effectives $\alpha_{eff} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ (Eq.2.2). Comme mentionné dans la sous-section 4.1.1, dans cette section et dans la suite de ce chapitre, on s'intéresse à des impulsions de plus longue durée, donc composées de plus de solitons, dont la dynamique spatio-temporelle semble indiquer la présence de "collisions" de valeurs propres dans le spectre IST. Ces expériences consistent en un train de 25 impulsions

de forme rectangulaire, cette fois d'une durée de 536 ps à mi-hauteur, et dont l'enregistrement complet est semblable à celui illustré dans la figure 3.5.(a). Un exemple de ces impulsions est montré dans la figure 4.3.(a).

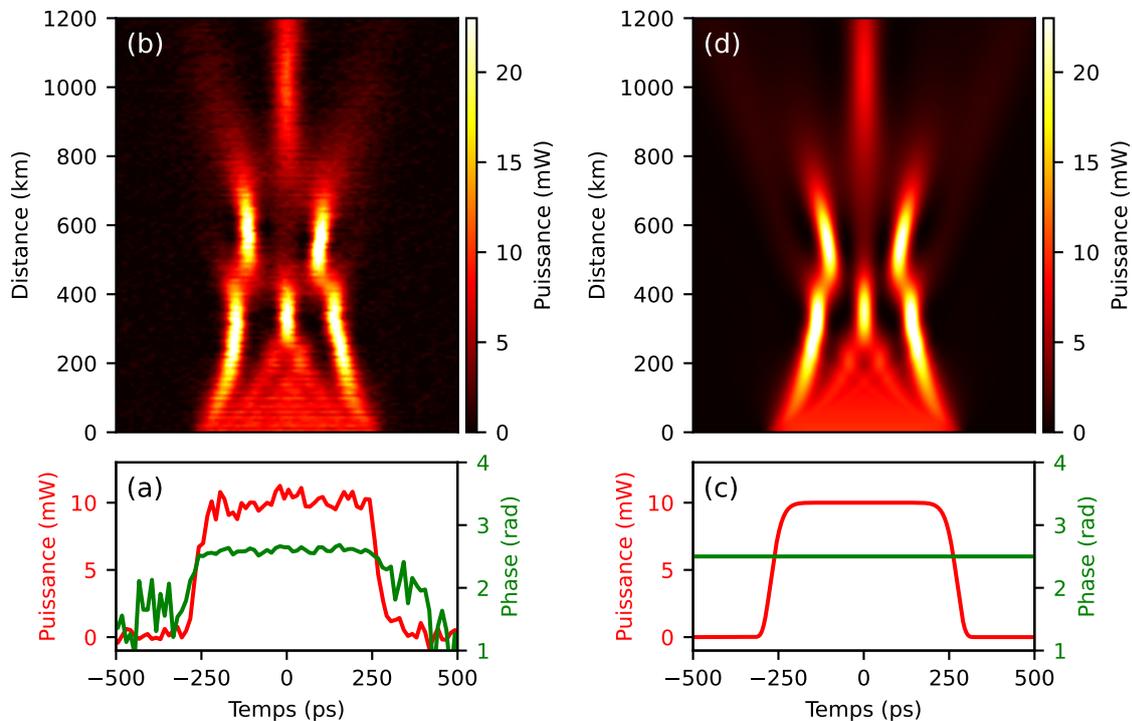


FIGURE 4.3 – Comparaison entre simulation numérique et données expérimentales obtenues dans la nouvelle configuration de l'anneau de recirculation. (a,c) Conditions initiales expérimentales et numériques issues de l'ajustement des données expérimentales par une fonction super-gaussienne (Fig.3.6.(a)) avec $P = 7$. (b,d) Diagrammes spatio-temporels expérimentaux et numériques issus de la simulation numérique de l'équation NLS incluant un terme de pertes effectives (Eq.2.2) avec $\alpha_{eff} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$.

Ensuite, on effectue un ajustement du signal en utilisant une fonction super gaussienne (voir figure 3.6.(a)), permettant de réaliser la simulation numérique correspondante, figures 4.3.(c,d). Cette fois-ci, dans le cas non perturbé par une modulation de phase, on observe un bon accord entre la simulation numérique et les données expérimentales, figures 4.3.(b,d). Notamment, entre les distances de propagation comprises entre 0 et 700 km, puis une légère différence dans les intensités des structures qui se décalent vers les temps positifs et négatifs dans

la zone comprise entre 800 et 1200 km.

À noter que la reconstruction du diagramme spatio-temporel, figure 4.3.(b), est plus bruitée dans cette configuration de l'anneau de recirculation que dans la configuration initiale n'utilisant qu'une photodiode sans amplification du signal extrait (voir figure 2.5.(c), figure 3.5).

Cet ajustement nous permet, en plus de réaliser des simulations numériques, d'extraire un paramètre nécessaire à la normalisation des données expérimentales : la puissance crête de nos impulsions, $P_0 = 10 \text{ mW}$. De plus, comme les impulsions utilisées ici sont de plus longue durée que celles du chapitre précédent, cela nous permet d'obtenir des impulsions se rapprochant du potentiel théorique rectangulaire, ici $P = 7$. Finalement, afin de se placer dans le cadre de l'IST, on applique la normalisation suivante :

$$\psi(\xi, \tau) = \frac{A(z, T)}{\sqrt{P_0}} \quad ; \quad \tau = T \sqrt{\frac{\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad ; \quad \xi = \frac{z}{L_{NL}} \quad (4.3)$$

En utilisant $P_0 = 10 \text{ mW}$, $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$, $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ et $L_{NL} = 77 \text{ km}$. On obtient donc des impulsions d'une durée $\tau = 13.13$ à mi-hauteur se propagent sur une distance de $\xi = 15.6$ avec une discrétisation spatiale $d\xi = 0.104$.

La première étape du traitement de nos données expérimentales consiste à effectuer le calcul numérique de la transformée de diffusion inverse (IST) afin d'obtenir les différents contenus en soliton de nos impulsions sur les 25 impulsions initiales qui composent notre expérience.

Dans la figure 4.4.(a), toutes les conditions initiales en intensité et en phase sont superposées en gris transparent et la condition initiale moyenne est calculée et affichée en couleurs. Comme mentionné dans la sous-section 2.2.2, la mesure de la phase étant relative entre le signal et la référence, la valeur du plateau de phase évolue d'un enregistrement à l'autre et d'une impulsion à l'autre. Par conséquent, toutes les phases sont recentrées autour de la même valeur. Il est rappelé que l'ajout d'une valeur constante de phase n'a pas d'impact sur le calcul numérique du spectre IST.

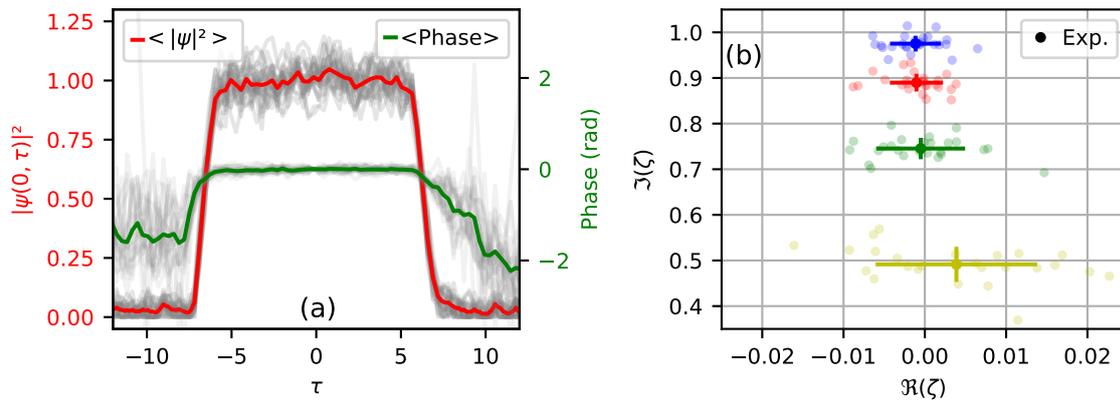


FIGURE 4.4 – Mesure de l'intensité et de la phase des 25 conditions initiales ainsi que leurs spectres IST associés calculés numériquement. (a) En gris transparent, superposition des 25 impulsions initiales en intensité et en phase centrées en 0. En rouge et vert, valeurs moyennes de l'intensité et de la phase initiales. (b) Spectre IST. En points de couleur transparente, les valeurs propres classées par ordre de partie imaginaire des 25 impulsions initiales. En points de couleur, valeurs moyennes avec des barres d'erreur correspondant à l'écart-type.

Comme pour l'impulsion de référence de la sous-section 3.2.3, on obtient bien des impulsions caractérisées par une phase constante sur toute leur durée. Par conséquent, lors du calcul numérique du spectre IST, figure 4.4.(b), on observe, pour les 25 impulsions initiales, un spectre IST composé de 4 valeurs propres (solitons) avec des parties réelles (vitesses) relatives faibles et une distribution telle que la densité est plus élevée pour les valeurs propres (solitons) de grande partie imaginaire (amplitude) typique pour ce type de potentiel.

Il est à noter que la raison pour laquelle les valeurs propres (solitons) qui composent nos impulsions possèdent des parties réelles (vitesses) non nulles, ainsi qu'un étalement plus prononcé pour les valeurs propres représentées en jaunes qui ont une plus faible partie imaginaire (amplitude), est due aux différentes composantes de bruit, comme discuté dans la sous-section 3.3.3.

4.2.2 Mesure du spectre IST en mono-coup au cours de la propagation

Les résultats obtenus en mesurant l'intensité et la phase de nos impulsions, ainsi que leurs spectres IST au cours de leurs propagations, ne permettent pas l'utilisation de la même représentation que celle utilisée dans la figure 4.1.(b,c). Par conséquent, nos résultats sont séparés en trois zones de propagation distinctes afin de retranscrire le plus fidèlement possible le comportement et les trajectoires des valeurs propres dans le spectre IST tour à tour.

4.2.2.1 Première distance de propagation [0,200] km

La première zone de propagation, comprise entre $\xi = [0 \text{ à } 2,6]$, illustrée par la figure 4.5, est équivalente à la distance de propagation physique $z = [0 \text{ à } 200 \text{ km}]$ de la figure 4.3.(b). Dans cette zone, trois coupes temporelles sont choisies pour $\xi = [0.416, 1.04, 1.976]$, correspondant en unités physiques aux distances $z = [32, 80, 152] \text{ km}$ et représentées dans la figure 4.5.(a,c,e). Comme pour la figure 4.4, toutes les impulsions issues de ces coupes sont superposées en gris transparent et l'impulsion moyenne est calculée (en rouge pour l'intensité et en vert pour la phase). On y observe la déstabilisation progressive des plateaux d'intensité, commençant par les bords avec l'apparition de structures à forte intensité, accompagnée d'une modification similaire du plateau de phase.

Sur les spectres IST, figure 4.5.(b,d,f), calculés pour chacune des impulsions, on observe pour ces trois distances de propagation, ainsi que pour celles comprises entre elles, une conservation globale des positions de chaque valeur propre par rapport au cas initial illustré dans la figure 4.4.(b). Cet état étant caractérisé par des parties réelles (vitesses) relatives faibles, avec des écarts-types plus prononcés pour les valeurs propres de plus faible partie imaginaire (amplitude).

En revanche, pour la troisième distance de propagation qui est marquée par l'apparition plus prononcée des structures à forte intensité, figure 4.5.(e), on observe une augmentation non négligeable de la dispersion des parties réelles des valeurs propres représentées en verts et des valeurs propres représentées en jaunes. Cela se produit bien que les 25 traces d'intensité et de phase ne présentent pas d'écart substantiel par rapport à leurs valeurs moyennes calculées.

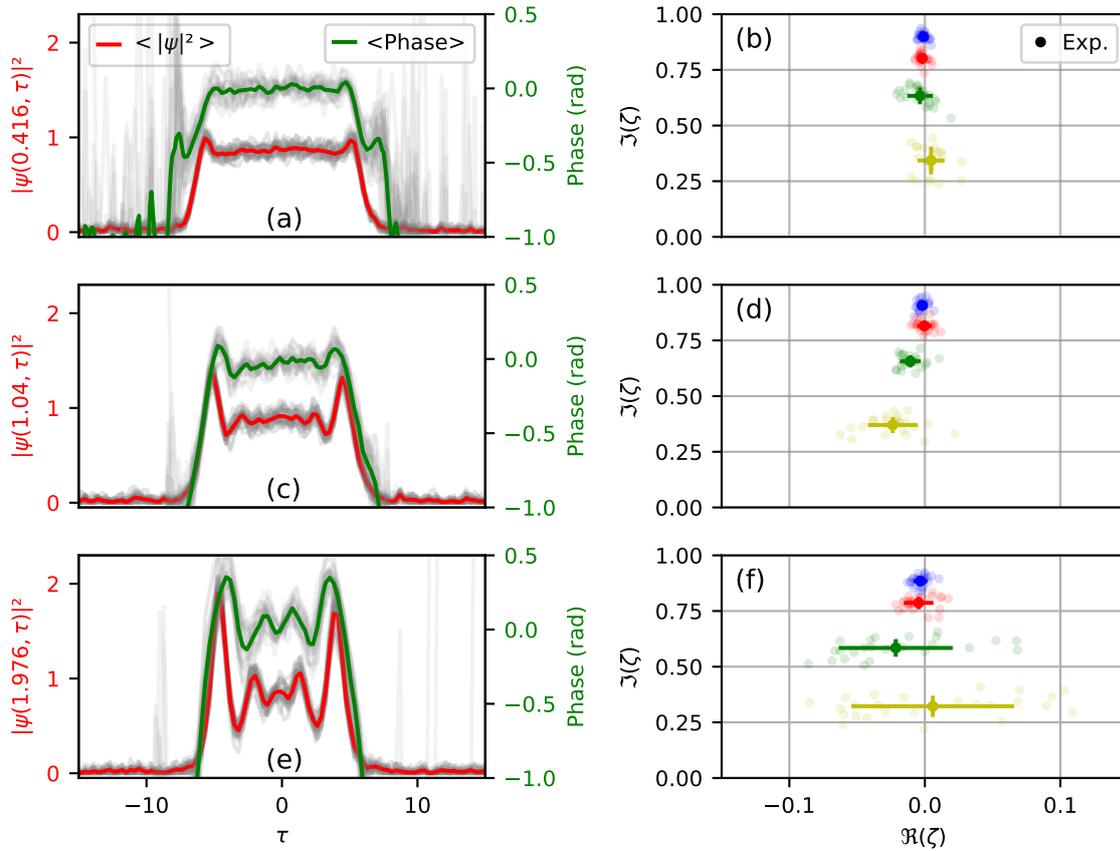


FIGURE 4.5 – Mesure de l'intensité et de la phase des 25 impulsions pour trois distances de propagation $\xi = [0.416, 1.04, 1.976]$, correspondant en unités physiques aux distances $z = [32, 80, 152]$ km, ainsi que leurs spectres IST associés. (a,c,e) En gris transparent, superposition des 25 coupes temporelles en intensité et en phase centrées en 0. En rouge et vert, la moyenne de l'intensité et de la phase. (b,d,f) Spectres IST. En points de couleur transparente, valeurs propres classées par ordre de partie imaginaire pour chaque coupe temporelle. En points de couleur, valeurs moyennes avec barres d'erreur correspondant à l'écart-type.

4.2.2.2 Deuxième distance de propagation [250,650] km

La deuxième zone de propagation, comprise entre $\xi = [3,25 \text{ à } 8,45]$ et illustrée dans la figure 4.6, correspond à la distance $z = [250 \text{ à } 650 \text{ km}]$ de la figure 4.3.(b).

Dans cette zone, les structures à forte intensité atteignent leur maximum de compression. De plus, en tenant compte des pertes subies par le signal ($\alpha_{eff} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$, $\epsilon = 0.1$) et à l'aide de simulations numériques pour étudier les trajectoires des valeurs propres dans le spectre IST, cette zone correspond à celle où des "collisions" entre valeurs propres sont observées. Cependant, les résultats obtenus tout au long de cette zone, ainsi que l'évolution des valeurs propres dans le spectre IST, compliquent l'interprétation physique cohérente, même avec des coupes temporelles séparées par la plus petite discrétisation spatiale possible.

Afin d'illustrer ces comportements, trois coupes temporelles faiblement séparées spatialement sont choisies, figure 4.6.(a,c,e). Lors de la superposition des traces pour chaque impulsion, un écart plus marqué est observé à la fois en intensité et en phase par rapport à l'impulsion moyenne, en particulier aux points de compression maximale.

À noter que dans cette zone de propagation, le maximum de compression des structures entraîne des sauts de phase π , qui, couplés avec le bruit de détection, rendent parfois impossible la superposition des traces. Pour cette raison, dans la figure 4.6.(e), seules deux traces de phase sont superposées et utilisées pour le calcul de la valeur moyenne.

Sur la plupart des spectres IST obtenus dans cette zone de propagation, on observe des valeurs propres dont les parties imaginaires sont inférieures au cas initial, attribuées aux pertes subies par le signal, avec des écarts-types non négligeables. De plus, le nombre ainsi que les positions des valeurs propres varient entre 3 et 4, avec des parties réelles diamétralement opposées d'un tour à l'autre, figure 4.6.(b,f). Parfois, il existe des spectres IST, figure 4.6.(d), possédant des valeurs propres dont les positions semblent similaires avec ceux issus de la simulation numérique suite à la "collision" entre deux valeurs propres (rouge-vert), qui acquièrent des vitesses de signe opposé (voir Fig 4.1.(d,f)). Cependant, ces cas sont minoritaires et distribués de manière aléatoire dans cette zone de propagation, ne permettant pas d'interprétation particulière à ce jour.

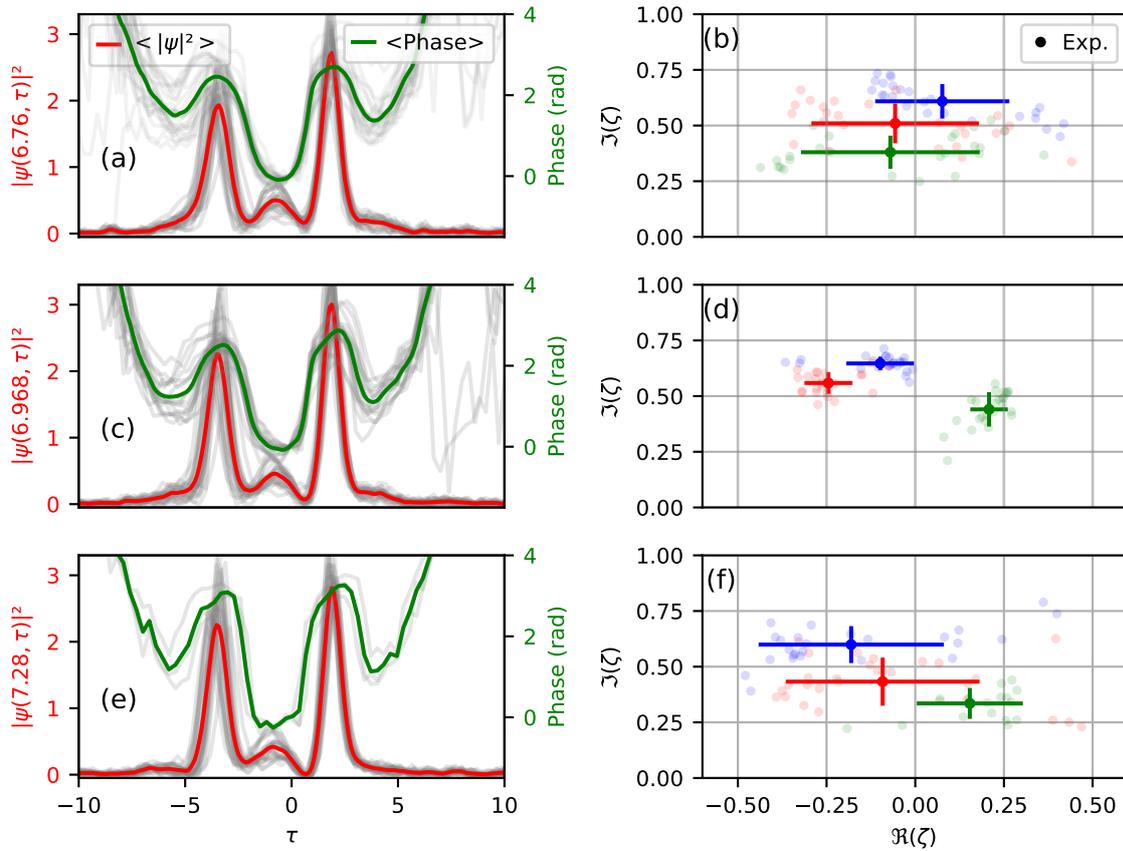


FIGURE 4.6 – Mesure de l'intensité et de la phase des 25 impulsions pour trois distances de propagation $\xi = [6.76, 6.968, 7.28]$, correspondant en unités physiques aux distances $z = [520, 536, 560]$ km, ainsi que leurs spectres IST associés. (a,c,e) En gris transparent, superposition des 25 coupes temporelles en intensité et en phase centrées en 0. En rouge et vert, valeurs moyennes de l'intensité et de la phase. (b,d,f) Spectres IST. En points de couleur transparente, valeurs propres classées par ordre de partie imaginaire pour chaque coupe temporelle. En points de couleur, valeurs moyennes avec barres d'erreur correspondant à l'écart-type.

4.2.2.3 Troisième distance de propagation [700,1200] km

La troisième zone, comprise entre $\xi = [9,1 \text{ à } 15,6]$ et illustrée dans la figure 4.6, correspond à la distance $z = [700 \text{ à } 1200 \text{ km}]$ de la figure 4.3.(b).

Dans cette zone, les deux structures à forte intensité présentes sur les bords de l'impulsion, subissent une atténuation significative de leurs amplitudes au profit d'une nouvelle structure centrale. De plus, on remarque que l'impulsion initiale s'étale, avec les deux structures sur les bords acquérant des vitesses opposées, tandis que la structure centrale conserve une vitesse nulle.

Lors de la superposition des traces pour chaque impulsion sur trois coupes temporelles pour des distances de propagation $\xi = [9.95, 11.75, 13.52]$, figure 4.7.(a,c,e), correspondant en unités physiques aux distances $z = [768, 904, 1040] \text{ km}$, un écart à la valeur moyenne plus prononcé est observable en intensité, tandis que les mesures de phase sont stables.

Finalement, on observe dans les spectres IST associés, figure 4.7.(b,d,f), des positions de valeurs propres cohérentes avec la dynamique spatio-temporelle observable. La valeur propre (soliton) de plus grande partie imaginaire (amplitude) possède une partie réelle (vitesse) nulle, tandis que deux autres valeurs propres, plus faibles, ont des parties réelles de signe opposé.

L'ensemble des spectres IST dans cette dernière zone de propagation montre un comportement similaire à celui observé pour un potentiel composé de trois solitons (Fig 4.1.(f)), les valeurs propres ne "collisionnent" plus et voient leurs parties imaginaires diminuer et leurs parties réelles continuer de croître dans des directions opposées avec des écarts-types faibles. C'est pourquoi, de manière similaire à la première zone de propagation, les trois coupes temporelles sont choisies au début, au milieu et à la fin de cette zone afin de retranscrire successivement les trajectoires des valeurs propres dans le spectre IST.

À noter qu'ici, la valeur propre représentée en rouge et la valeur propre représentée en vert sont bien séparées en partie réelle pour chaque réalisation. Ainsi, le classement effectué définissant la couleur ne se base plus uniquement sur la partie imaginaire mais également sur la partie réelle. De cette manière, on évite les cas où une valeur propre d'une couleur est considérée comme appartenant à l'autre groupe, ce qui pourrait nuire au calcul des écarts types.

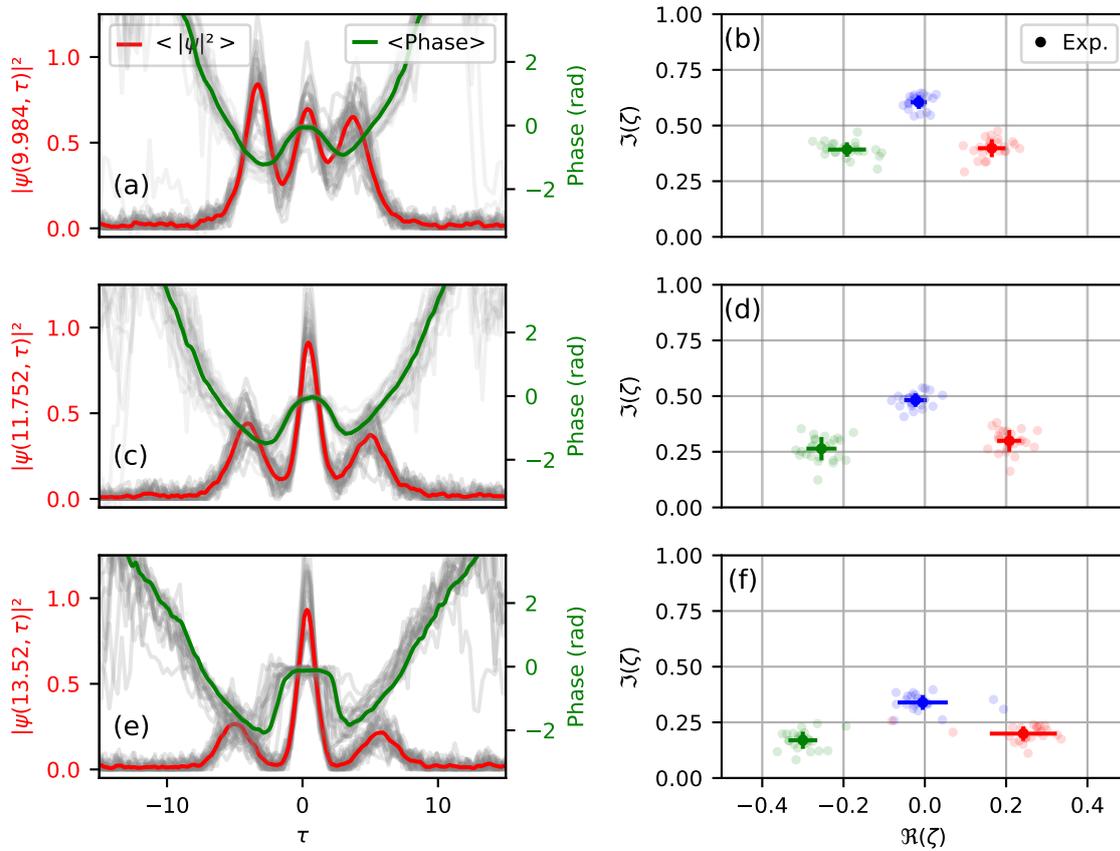


FIGURE 4.7 – Mesure de l'intensité et de la phase des 25 impulsions pour trois distances de propagation $\xi = [9.95, 11.75, 13.5]$, correspondant en unités physiques aux distances $z = [768, 904, 1040]$ km, ainsi que leurs spectres IST associés. (a,c,e) En gris transparent, superposition des 25 coupes temporelles en intensité et en phase centrées en 0. En rouge et vert, valeurs moyennes de l'intensité et de la phase. (b,d,f) Spectres IST. En points de couleur transparente, valeurs propres classées par ordre de partie imaginaire pour chaque coupe temporelle. En points de couleur, valeurs moyennes avec barres d'erreur correspondant à l'écart-type.

4.2.2.4 Modification des trajectoires des valeurs propres dans le spectre IST au cours de la propagation par le bruit physique

Les résultats expérimentaux présentés dans la deuxième zone de propagation, figure 4.6, ne permettent pas, à ce jour, de fournir une interprétation physique concluante. Ici, on a cherché à observer l'impact d'un facteur pouvant expliquer cette difficulté d'interprétation : le bruit appliqué aux impulsions initiales.

La figure 4.8 présente une simulation de l'équation NLS (Eq.2.2) normalisée, utilisant comme potentiel initial un potentiel super-gaussien ainsi qu'un terme de pertes effectives ($\alpha_{eff} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$, $\epsilon = 0.1$), tous deux issus de l'ajustement des données expérimentales. Comme pour la figure 4.1, le spectre IST est calculé tout au long du diagramme spatio-temporel, figure 4.8.(a), ce qui nous permet de suivre l'évolution des valeurs propres en fonction de la distance de propagation dans le spectre IST.

De manière générale, figure 4.8.(b,c), on observe le même type d'évolution que dans la figure 4.1.(b,c). Dans un premier temps, la partie imaginaire de la valeur propre représentée en vert et la valeur propre représentée en jaune convergent jusqu'à "collisionner", modifiant leurs parties réelles en $\xi \approx 3.54$. En revanche, lorsque l'on représente plusieurs spectres IST (issus de plusieurs distances de propagation) autour de cette "collision" (ce qui nous permet de suivre l'évolution des valeurs propres sur un même spectre IST), figure 4.8.(e), on observe que cette première "collision" s'effectue non pas quand les valeurs propres sont infiniment proches. Dans un second temps, la valeur propre représentée en rouge continue son évolution jusqu'à "collisionner" avec la valeur propre représentée en jaune en $\xi \approx 6.14$, encore une fois non pas quand les valeurs propres sont infiniment proches et jusqu'à sa disparition, figure 4.8.(f).

En réalisant plusieurs simulations numériques avec des bruits différents, on constate que la position initiale des valeurs propres (modifiée par le bruit), figure 4.8.(d), entraîne des trajectoires uniques au cours de la propagation. Dans le cas présenté, la deuxième "collision" s'effectue entre la valeur propre représentée en rouge et la valeur propre représentée en jaune, figure 4.8.(f), avec une survie de la valeur propre représentée en jaune. Cependant, dans d'autres simulations, la "collision" implique la valeur propre représentée en rouge et la valeur propre

représentée en vert et aboutit à la survie de la valeur propre représentée en rouge.

Le cumul des trajectoires uniques pour chaque bruit physique différent, couplé avec le bruit de détection, les "collisions" à distance et la zone spatiale d'évolution faible, rend cette zone d'étude plus complexe que le cas initial ou celui où les solitons sont bien séparés et donc moins en interaction.

À noter que dans le cas idéal (sans bruit physique), la trajectoire des valeurs propres dans le spectre IST au cours de la propagation est unique. D'abord, la valeur propre représentée en jaune et la valeur propre représentée en vert "collisionnent" lorsque leurs parties imaginaires sont infiniment proches. Ensuite, la valeur propre représentée en rouge suit une trajectoire verticale jusqu'à ce que sa partie imaginaire devienne nulle. De plus, lorsque les trois valeurs propres (jaune, vert et rouge) atteignent des parties imaginaires identiques, les valeurs propres représentées en rouges et verts, déjà dotés de parties réelles non nulles, voient leurs parties réelles augmenter. A noter que d'après ce modèle, dans la figure 4.7, la valeur propre représentée en rouge devrait être remplacée par la couleur jaune.

4.2.2.5 Conclusion

Les résultats présentés dans cette section se révèlent satisfaisants uniquement dans les cas les moins intéressants : au début de la propagation, lorsque le potentiel est toujours décrit comme un état lié de solitons, et à la fin, lorsque les interactions entre solitons ont eu lieu et qu'ils commencent à ne plus interagir. Les résultats obtenus dans la zone d'intérêt restent à ce jour sans interprétation physique particulière. Néanmoins, cette première expérience a permis de vérifier le fonctionnement de cette nouvelle configuration de l'anneau de recirculation, permettant d'enregistrer à la fois l'intensité et la phase du signal circulant.

Par la suite, il pourrait être envisageable de reprendre cette expérience en modifiant le module de génération de la condition initiale, en utilisant une source initiale possédant un plateau de bruit physique plus faible et ne nécessitant pas l'utilisation d'un amplificateur dopé à l'erbium afin de réduire le bruit physique. De plus, il pourrait être envisageable de réduire la longueur de l'anneau de recir-

culution afin de diminuer le pas de discrétisation spatiale entre chaque calcul du spectre IST, ce qui permettrait possiblement d'observer des mouvements dans le spectre IST plus finement.

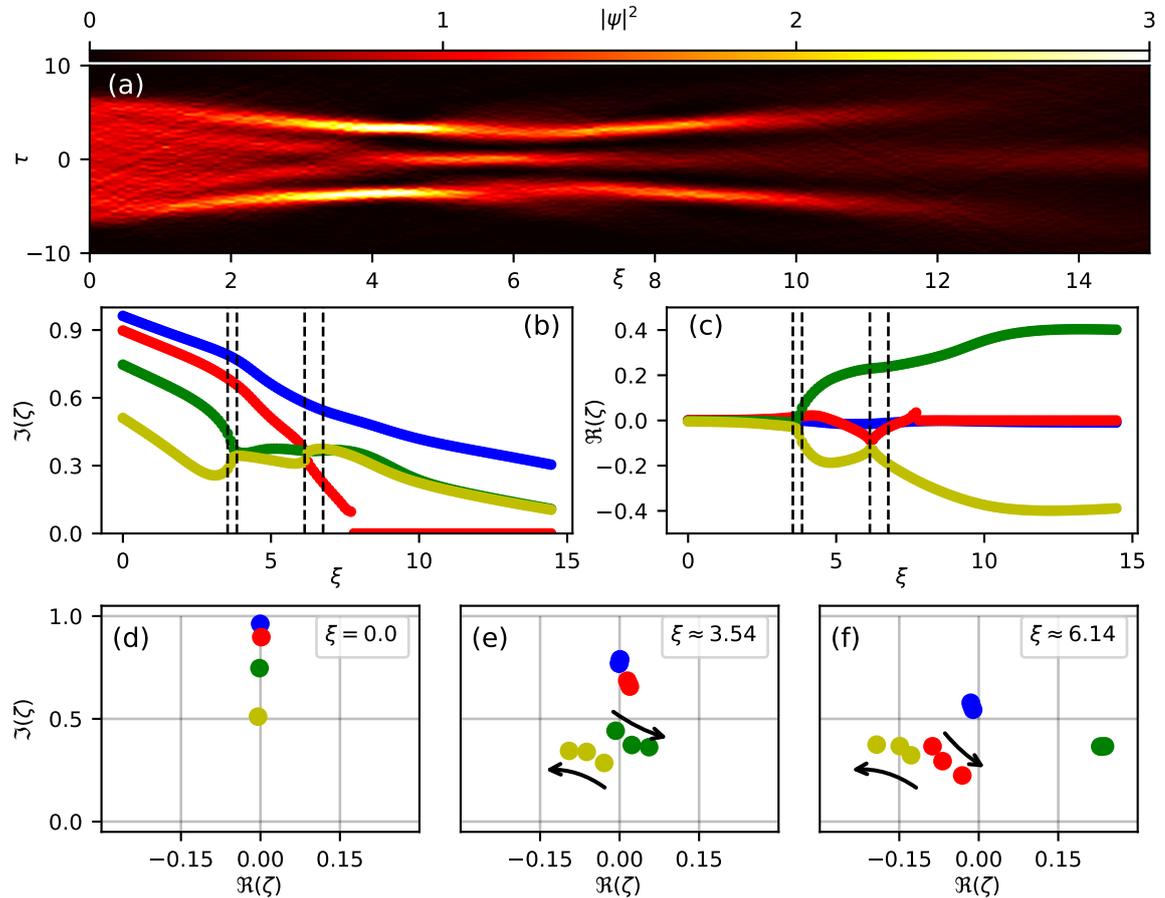


FIGURE 4.8 – Simulation numérique de l'équation NLS normalisée incluant un terme de pertes $\epsilon = 0.1$ (Eq.2.2) utilisant comme condition initiale un potentiel super-gaussien bruité issu de l'ajustement des données expérimentales. (a) Diagramme spatio-temporel. (b) Partie imaginaire des solitons présents dans le potentiel en fonction de la distance de propagation. (c) Partie réelle des solitons présents dans le potentiel en fonction de la distance de propagation. (d) Spectre IST initial. (e,f) Sélection de trois spectres IST obtenus dans les zones comprises entre les traits en pointillé noir représentés sur les figures 4.8(b,c). Les flèches noires indiquent le sens d'évolution des valeurs propres en fonction de la distance de propagation dans leur zone respective.

4.3 Conclusion du chapitre

En conclusion, ce chapitre a présenté, à l'aide de simulations numériques, l'évolution des valeurs propres présentes dans un potentiel super-gaussien dans le système non intégrable représenté par l'équation NLS (Eq.1.3) en régime focalisant ($\kappa = 1$) incluant un terme de pertes effectives.

Les résultats obtenus correspondent à une première réalisation expérimentale visant à tester la nouvelle configuration de l'anneau de recirculation permettant l'acquisition en mono-coup de l'intensité et de la phase du signal circulant. Ces deux quantités, nécessaires au calcul numérique du spectre IST, permettent ainsi de commencer l'étude de la comparaison entre l'évolution des valeurs propres issues d'un modèle numérique ou théorique et leur évolution expérimentale.

Bien que l'expérience présentée ait été initialement motivée par l'observation de "collisions" entre les valeurs propres dans le spectre IST, les résultats expérimentaux se révèlent satisfaisants uniquement au début et à la fin de la propagation. Cependant, le manque de continuité entre chaque mesure du spectre IST dans la zone d'intérêt rend difficile toute interprétation physique à ce jour.

Conclusion Générale

Les travaux présentés dans cette thèse ont porté sur l'étude d'états liés de solitons, des objets cohérents non aléatoires, dans le cadre de systèmes intégrables modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) en régime focalisant. À l'aide d'une plateforme expérimentale en fibre optique, l'objectif principal était d'examiner la dynamique complexe de ces solitons et de tester expérimentalement les prédictions d'une nouvelle théorie perturbative de la transformée de diffusion inverse (IST), développée par notre collaborateur Andrey Gelash. Le second objectif, quant à lui a été de modifier le dispositif d'anneau de recirculation optique afin de réaliser des mesures préliminaires sur l'évolution des valeurs propres associées aux solitons dans ces états liés lorsque le système n'est plus intégrable.

Dans le premier chapitre, nous avons posé les bases théoriques essentielles, en revenant sur la nature des solitons et leur comportement remarquable dans les systèmes intégrables tels que NLS et KdV. Nous avons également introduit la méthode de diffusion inverse (IST) comme outil clé pour la résolution de ces systèmes et la caractérisation des solitons.

Le second chapitre a été consacré à la présentation et à la description des dispositifs expérimentaux utilisés au cours de cette thèse. En particulier, l'anneau de recirculation optique fibré et les interféromètres développés ont permis de capturer la dynamique spatio-temporelle d'états liés de solitons et de mesurer des paramètres cruciaux tels que la phase, indispensable pour l'application de la méthode de l'IST. Ce dispositif a offert une plateforme robuste pour étudier les interactions entre solitons et tester les limites des modèles théoriques.

Dans le troisième chapitre, nous avons exploré les prédictions d'une nouvelle théorie perturbative de l'IST [12], développée par notre collaborateur Andrey Gelash, de l'IST dans le cadre de potentiels rectangulaires perturbés par une modulation de phase localisée. L'analyse des données expérimentales a montré une bonne concordance avec les simulations et les résultats théoriques, bien que de faibles écarts subsistent et dont les causes multiples ont été investiguées par des simulations numériques.

Enfin, dans le dernier chapitre, la modification de l'anneau de recirculation a permis d'introduire une configuration expérimentale capable de mesurer simultanément l'intensité et la phase du champ optique en mono-coup. Grâce à cette nouvelle configuration, nous avons effectué une étude préliminaire sur l'évolution des valeurs propres dans le spectre IST d'un état lié de solitons, avec un intérêt particulier pour les "collisions" de valeurs propres dans ce spectre.

En conclusion, les résultats obtenus au cours de cette thèse ont validé plusieurs aspects essentiels de la nouvelle théorie perturbative de l'IST, dans un cadre expérimental, ouvrant ainsi des perspectives prometteuses pour la manipulation de solitons. Par ailleurs, les résultats préliminaires offrent une voie prometteuse pour l'étude expérimentale de systèmes intégrables dont l'intégrabilité est perturbée.

Enfin, les dispositifs expérimentaux développés au laboratoire continueront de fournir des informations précieuses afin d'explorer les dynamiques non linéaires des solitons dans des systèmes optiques. Ces travaux ouvrent la voie à de nouvelles recherches tant sur l'évolution de systèmes intégrables soumis à des perturbations contrôlées que sur des systèmes dont l'intégrabilité est perturbée, avec des applications potentielles dans des domaines tels que les télécommunications.

Bibliographie

- [1] Diederik Johannes KORTEWEG et Gustav DE VRIES. "XLI. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves". In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 39.240 (1895), p. 422-443.
- [2] Norman J ZABUSKY et Martin D KRUSKAL. "Interaction of" solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states". In : *Physical review letters* 15.6 (1965), p. 240.
- [3] Govind P AGRAWAL. "Nonlinear fiber optics". In : *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*. Springer, 2000, p. 195-211.
- [4] Franco DALFOVO et al. "Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases". In : *Reviews of modern physics* 71.3 (1999), p. 463.
- [5] Jianke YANG. *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*. SIAM, 2010.
- [6] VE ZAKHAROV. "Kinetic equation for solitons". In : *Sov. Phys. JETP* 33.3 (1971), p. 538-540.
- [7] GA EL. "The thermodynamic limit of the Whitham equations". In : *Physics Letters A* 311.4-5 (2003), p. 374-383.
- [8] GA EL et AM KAMCHATNOV. "Kinetic equation for a dense soliton gas". In : *Physical review letters* 95.20 (2005), p. 204101.
- [9] Mark J ABLOWITZ et al. "The inverse scattering transform-Fourier analysis for nonlinear problems". In : *Studies in applied mathematics* 53.4 (1974), p. 249-315.
- [10] Adrien E KRAYCH et al. "Nonlinear evolution of the locally induced modulational instability in fiber optics". In : *Physical review letters* 122.5 (2019), p. 054101.
- [11] Adrien E KRAYCH et al. "Statistical properties of the nonlinear stage of modulation instability in fiber optics". In : *Physical review letters* 123.9 (2019), p. 093902.

- [12] Alexandre MUCCI et al. "Manipulation of strongly interacting solitons in optical fiber experiments". In : *arXiv preprint arXiv :2409.16090* (2024).
- [13] YJ RAO et DA JACKSON. "Principles of fiber-optic interferometry". In : *Optical Fiber Sensor Technology : Fundamentals*. Springer, 2000, p. 167-191.
- [14] Sang K SHEEM. "Fiber-optic gyroscope with $[3 \times 3]$ directional coupler". In : *Applied Physics Letters* 37.10 (1980), p. 869-871.
- [15] Andrey GELASH et al. "Solitonic model of the condensate". In : *Physical Review E* 104.4 (2021), p. 044213.
- [16] John Scott RUSSELL et John ROBISON. *Report of the Committee on Waves : Appointed by the British Association at Bristol in 1836 [and Consisting of Sir John Robison and John Scott Russell]*. R. et JE Taylor, 1838.
- [17] Enrico FERMI et al. *Studies of the nonlinear problems*. Rapp. tech. Los Alamos National Laboratory (LANL), Los Alamos, NM (United States), 1955.
- [18] Haruichi WASHIMI et Tosiya TANIUTI. "Propagation of ion-acoustic solitary waves of small amplitude". In : *Physical Review Letters* 17.19 (1966), p. 996.
- [19] David S RICKETTS et Donhee HAM. *Electrical solitons : theory, design, and applications*. CRC press, 2018.
- [20] Thierry DAUXOIS et Michel PEYRARD. *Physics of solitons*. Cambridge University Press, 2006.
- [21] A BARONE et al. "Theory and applications of the sine-Gordon equation". In : *La Rivista del Nuovo Cimento* (1971-1977) 1.2 (1971), p. 227-267.
- [22] Christian KHARIF, Efim PELINOVSKY et Alexey SLUNYAEV. *Rogue waves in the ocean*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [23] Loic FACHE et al. "Interaction of soliton gases in deep-water surface gravity waves". In : *Physical Review E* 109.3 (2024), p. 034207.
- [24] D Howell PEREGRINE. "Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions". In : *The ANZIAM Journal* 25.1 (1983), p. 16-43.
- [25] Yan-Chow MA. "The perturbed plane-wave solutions of the cubic Schrödinger equation". In : *Studies in Applied Mathematics* 60.1 (1979), p. 43-58.
- [26] NN AKHMEDIEV et VI KORNEEV. "Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation". In : *Theoretical and Mathematical Physics* 69.2 (1986), p. 1089-1093.

- [27] Vladimir E ZAKHAROV et Lev A OSTROVSKY. "Modulation instability : The beginning". In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 238.5 (2009), p. 540-548.
- [28] Andrey GELASH et al. "Bound state soliton gas dynamics underlying the spontaneous modulational instability". In : *Physical review letters* 123.23 (2019), p. 234102.
- [29] Joseph W GOODMAN. *Introduction to Fourier optics*. Roberts et Company publishers, 2005.
- [30] CGB GARRETT et DE McCUMBER. "Propagation of a Gaussian light pulse through an anomalous dispersion medium". In : *Physical Review A* 1.2 (1970), p. 305.
- [31] D MARCUSE. "Pulse distortion in single-mode fibers". In : *Applied Optics* 19.10 (1980), p. 1653-1660.
- [32] Jr A FLECK, JR MORRIS et MD FEIT. "Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere". In : *Applied physics* 10 (1976), p. 129-160.
- [33] Jerome V MOLONEY et Alan C NEWELL. "Nonlinear optics". In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 44.1-2 (1990), p. 1-37.
- [34] Fujio SHIMIZU. "Frequency broadening in liquids by a short light pulse". In : *Physical Review Letters* 19.19 (1967), p. 1097.
- [35] Rogers H STOLEN et Chinlon LIN. "Self-phase-modulation in silica optical fibers". In : *Physical Review A* 17.4 (1978), p. 1448.
- [36] Michel PEYRARD et Thierry DAUXOIS. *Physique des solitons*. EDP Sciences, 2004.
- [37] Aleksei SHABAT et Vladimir ZAKHAROV. "Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media". In : *Sov. Phys. JETP* 34.1 (1972), p. 62.
- [38] Akira HASEGAWA et Frederick TAPPERT. "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion". In : *Applied Physics Letters* 23.3 (1973), p. 142-144.
- [39] Akira HASEGAWA et Frederick TAPPERT. "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion". In : *Applied Physics Letters* 23.4 (1973), p. 171-172.
- [40] James Roy TAYLOR. *Optical solitons : theory and experiment*. 10. Cambridge University Press, 1992.

- [41] Akira HASEGAWA et Yuji KODAMA. *Solitons in optical communications*. Oxford University Press, 1995.
- [42] Mark J ABLOWITZ et Peter A CLARKSON. *Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering*. T. 149. Cambridge university press, 1991.
- [43] Clifford S GARDNER et al. "Method for solving the Korteweg-deVries equation". In : *Physical review letters* 19.19 (1967), p. 1095.
- [44] Robert M MIURA. "Korteweg-de Vries equation and generalizations. I. A remarkable explicit nonlinear transformation". In : *Journal of Mathematical Physics* 9.8 (1968), p. 1202-1204.
- [45] Peter D LAX. "Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves". In : t. 21. 5. 1968, p. 467-490.
- [46] Mark J ABLOWITZ et al. "Method for solving the sine-Gordon equation". In : *Physical Review Letters* 30.25 (1973), p. 1262.
- [47] Miki WADATI. "The modified Korteweg-de Vries equation". In : *Journal of the Physical Society of Japan* 34.5 (1973), p. 1289-1296.
- [48] Tuncay AKTOSUN, Francesco DEMONTIS et Cornelis van der MEE. "Exact solutions to the focusing nonlinear Schrödinger equation". In : *Inverse Problems* 23.5 (2007), p. 2171.
- [49] Tuncay AKTOSUN. "Inverse scattering transform and the theory of solitons". In : *Solitons*. Springer, 2022, p. 47-61.
- [50] John P BOYD. *Chebyshev and Fourier spectral methods*. Courier Corporation, 2001.
- [51] Sergei K TURITSYN. "Nonlinear Fourier transform based transmission". In : *2017 European Conference on Optical Communication (ECOC)*. IEEE. 2017, p. 1-3.
- [52] Sergei K TURITSYN, Igor S CHEKHOVSKOY et Mikhail P FEDORUK. "Nonlinear Fourier transform for characterization of the coherent structures in optical microresonators". In : *Optics Letters* 45.11 (2020), p. 3059-3062.
- [53] SK TURITSYN, IS CHEKHOVSKOY et MP FEDORUK. "Nonlinear Fourier transform for analysis of optical spectral combs". In : *Physical Review E* 103.2 (2021), p. L020202.
- [54] Barbara PRINARI, Mark J ABLOWITZ et Gino BIONDINI. "Inverse scattering transform for the vector nonlinear Schrödinger equation with nonvanishing boundary conditions". In : *Journal of mathematical physics* 47.6 (2006).

- [55] Gino BIONDINI et Gregor KOVAČIČ. “Inverse scattering transform for the focusing nonlinear Schrödinger equation with nonzero boundary conditions”. In : *Journal of Mathematical Physics* 55.3 (2014).
- [56] Daniel KRAUS, Gino BIONDINI et Gregor KOVAČIČ. “The focusing Manakov system with nonzero boundary conditions”. In : *Nonlinearity* 28.9 (2015), p. 3101.
- [57] Yan Chow MA et Mark J ABLOWITZ. “The periodic cubic Schrödinger equation”. In : *Studies in applied Mathematics* 65.2 (1981), p. 113-158.
- [58] PG GRINEVICH et PM SANTINI. “Numerical instability of the Akhmediev breather and a finite-gap model of it”. In : *Recent Developments in Integrable Systems and Related Topics of Mathematical Physics : Kezenoi-Am, Russia, 2016*. Springer. 2018, p. 3-23.
- [59] PG GRINEVICH et Paolo Maria SANTINI. “The finite gap method and the analytic description of the exact rogue wave recurrence in the periodic NLS Cauchy problem. 1”. In : *Nonlinearity* 31.11 (2018), p. 5258.
- [60] Pierre SURET et al. “Soliton gas : Theory, numerics, and experiments”. In : *Physical Review E* 109.6 (2024), p. 061001.
- [61] Francesco CARBONE, Denys DUTYKH et GA EL. “Macroscopic dynamics of incoherent soliton ensembles : Soliton gas kinetics and direct numerical modelling”. In : *Europhysics Letters* 113.3 (2016), p. 30003.
- [62] AA GELASH et DS AGAFONTSEV. “Strongly interacting soliton gas and formation of rogue waves”. In : *Physical Review E* 98.4 (2018), p. 042210.
- [63] Gennady EL et Alexander TOVBIS. “Spectral theory of soliton and breather gases for the focusing nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physical Review E* 101.5 (2020), p. 052207.
- [64] Alexander TOVBIS, Fudong WANG et al. “Soliton condensates for the focusing nonlinear Schrödinger equation : A non-bound state case”. In : *SIGMA. Symmetry, Integrability and Geometry : Methods and Applications* 20 (2024), p. 070.
- [65] J BURZLAFF. “The soliton number of optical soliton bound states for two special families of input pulses”. In : *Journal of Physics A : Mathematical and General* 21.2 (1988), p. 561.
- [66] Yu S KIVSHAR. “On the soliton generation in optical fibres”. In : *Journal of Physics A : Mathematical and General* 22.3 (1989), p. 337.
- [67] Mark J ABLOWITZ et Harvey SEGUR. *Solitons and the inverse scattering transform*. SIAM, 1981.

- [68] S NOVIKOV et al. *Theory of solitons : the inverse scattering method*. Springer Science & Business Media, 1984.
- [69] Philip G DRAZIN et Robin Stanley JOHNSON. *Solitons : an introduction*. T. 2. Cambridge university press, 1989.
- [70] Ljudvig D FADDEEV et Vladimir E KOREPIN. “Quantum theory of solitons”. In : *Physics Reports* 42.1 (1978), p. 1-87.
- [71] MQ TRAN. “Ion acoustic solitons in a plasma : a review of their experimental properties and related theories”. In : *Physica Scripta* 20.3-4 (1979), p. 317.
- [72] Alfred R OSBORNE. “Nonlinear ocean wave and the inverse scattering transform”. In : *Scattering*. Elsevier, 2002, p. 637-666.
- [73] Fedor MITSCHKE, Christoph MAHNKE et Alexander HAUSE. “Soliton content of fiber-optic light pulses”. In : *Applied Sciences* 7.6 (2017), p. 635.
- [74] DJ KAUP. “A perturbation expansion for the Zakharov–Shabat inverse scattering transform”. In : *SIAM Journal on Applied Mathematics* 31.1 (1976), p. 121-133.
- [75] VI KARPMAN et EM MASLOV. “Perturbation theory for solitons”. In : *Zh. Eksp. Teor. Fiz* 73.2 (1977), p. 537-559.
- [76] Yuri S KIVSHAR et Boris A MALOMED. “Dynamics of solitons in nearly integrable systems”. In : *Reviews of Modern Physics* 61.4 (1989), p. 763.
- [77] Nino R PEREIRA. “Soliton in the damped nonlinear Schrödinger equation”. In : (1977).
- [78] DJ KAUP. “Perturbation theory for solitons in optical fibers”. In : *Physical Review A* 42.9 (1990), p. 5689.
- [79] David J KAUP et Alan C NEWELL. “Solitons as particles, oscillators, and in slowly changing media : a singular perturbation theory”. In : *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 361.1707 (1978), p. 413-446.
- [80] Yuji KODAMA. “On solitary-wave interaction”. In : *Physics Letters A* 123.6 (1987), p. 276-282.
- [81] Toshiyuki KANO. “Normal form of nonlinear Schrödinger equation”. In : *Journal of the Physical Society of Japan* 58.12 (1989), p. 4322-4328.
- [82] Jaroslav E PRILEPSKY et Stanislav A DEREVYANKO. “Breakup of a multisoliton state of the linearly damped nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physical Review E* 75.3 (2007), p. 036616.

- [83] Bryan KELLEHER et al. "Phasor plots in optical injection experiments". In : *The European Physical Journal D* 58 (2010), p. 175-179.
- [84] B FRISQUET, B KIBLER et G MILLOT. "Collision of Akhmediev breathers in nonlinear fiber optics". In : *Physical Review X* 3.4 (2013), p. 041032.
- [85] Frederic AUDE et al. "Experimental observation of the emergence of Peregrine-like events in focusing dam break flows". In : *Optics Letters* 43.12 (2018), p. 2864-2867.
- [86] Bertrand KIBLER et al. "The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics". In : *Nature physics* 6.10 (2010), p. 790-795.
- [87] Bertrand KIBLER et al. "Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre". In : *Scientific reports* 2.1 (2012), p. 463.
- [88] Kamal HAMMANI et al. "Peregrine soliton generation and breakup in standard telecommunications fiber". In : *Optics letters* 36.2 (2011), p. 112-114.
- [89] Gaetan VAN SIMAEYS, Ph EMPLIT et Marc HAELTERMAN. "Experimental demonstration of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in a modulationally unstable optical wave". In : *Physical review letters* 87.3 (2001), p. 033902.
- [90] Linn F MOLLENAUER, Roger H STOLEN et James P GORDON. "Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers". In : *Physical review letters* 45.13 (1980), p. 1095.
- [91] Arnaud MUSSOT et al. "Fibre multi-wave mixing combs reveal the broken symmetry of Fermi-Pasta-Ulam recurrence". In : *Nature photonics* 12.5 (2018), p. 303-308.
- [92] Guillaume VANDERHAEGEN et al. "Observation of doubly periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation in optical fibers". In : *Optics letters* 45.13 (2020), p. 3757-3760.
- [93] Guillaume VANDERHAEGEN et al. "Observation of four Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou recurrences in an ultra-low-loss optical fiber". In : *Optics Express* 28.12 (2020), p. 17773-17781.
- [94] Guillaume VANDERHAEGEN et al. "Observation of the noise-driven thermalization of the Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou recurrence in optical fibers". In : *Physical Review A* 106.3 (2022), p. 033519.
- [95] Rick TREBINO. *Frequency-resolved optical gating : the measurement of ultrashort laser pulses*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [96] Chris IACONIS et Ian A WALMSLEY. "Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses". In : *Optics letters* 23.10 (1998), p. 792-794.

- [97] Brian H KOLNER et Moshe NAZARATHY. "Temporal imaging with a time lens". In : *Optics letters* 14.12 (1989), p. 630-632.
- [98] Pierre SURET et al. "Single-shot observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy". In : *Nature communications* 7.1 (2016), p. 13136.
- [99] Alexey TIKAN et al. "Single-shot measurement of phase and amplitude by using a heterodyne time-lens system and ultrafast digital time-holography". In : *Nature Photonics* 12.4 (2018), p. 228-234.
- [100] E DESURVIRE, M DIGONNET et HJ SHAW. "Raman amplification of recirculating pulses in a reentrant fiber loop". In : *Optics letters* 10.2 (1985), p. 83-85.
- [101] Lr MOLLENAUER, J GORDON et M ISLAM. "Soliton propagation in long fibers with periodically compensated loss". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 22.1 (1986), p. 157-173.
- [102] M NAKAZAWA et al. "Infinite-distance soliton transmission with soliton controls in time and frequency domains". In : *Electronics Letters* 28.12 (1992), p. 1099-1100.
- [103] James P GORDON et Hermann A HAUS. "Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission". In : *Optics letters* 11.10 (1986), p. 665-667.
- [104] Clifford HEADLEY et Govind P AGRAWAL. *Raman amplification in fiber optical communication systems*. Academic press, 2005.
- [105] Akira HASEGAWA. "Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated Raman process". In : *Applied optics* 23.19 (1984), p. 3302-3309.
- [106] Linn F MOLLENAUER, Roger H STOLEN et Mohammed N ISLAM. "Experimental demonstration of soliton propagation in long fibers : loss compensated by Raman gain". In : *Optics letters* 10.5 (1985), p. 229-231.
- [107] LF MOLLENAUER et K SMITH. "Demonstration of soliton transmission over more than 4000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain". In : *Optics letters* 13.8 (1988), p. 675-677.
- [108] M NAKAZAWA et al. "10 Gbit/s soliton data transmission over one million kilometres". In : *Electronics Letters* 27.14 (1991), p. 1270-1272.
- [109] G AUBIN et al. "20 Gbit/s soliton transmission over transoceanic distances with a 105 km amplifier span". In : *Electronics Letters* 31.13 (1995), p. 1079-1080.

- [110] K SUZUKI et al. "40-Gbit/s single-channel optical soliton transmission over 70,000 km using in-line synchronous modulation and optical filtering". In : *Optical Fiber Communication Conference*. Optica Publishing Group. 1998, ThI4.
- [111] M NAKAZAWA et al. "Experimental demonstration of soliton data transmission over unlimited distances with soliton control in time and frequency domains". In : *Electronics Letters* 29.9 (1993), p. 729-730.
- [112] Linn F MOLLENAUER et al. "Experimental study of soliton transmission over more than 10,000 km in dispersion-shifted fiber". In : *Optics letters* 15.21 (1990), p. 1203-1205.
- [113] EP IPPEN et RH STOLEN. "Stimulated Brillouin scattering in optical fibers". In : *Applied Physics Letters* 21.11 (1972), p. 539-541.
- [114] D COTTER. "Stimulated Brillouin scattering in monomode optical fiber". In : *Journal of Optical Communications* 4.1 (1983), p. 10-19.
- [115] Daniel A FISHMAN et Jonathan A NAGEL. "Degradations due to stimulated Brillouin scattering in multigigabit intensity-modulated fiber-optic systems". In : *Journal of Lightwave Technology* 11.11 (1993), p. 1721-1728.
- [116] Thomas Brooke BENJAMIN. "Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems". In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 299.1456 (1967), p. 59-76.
- [117] T Brooke BENJAMIN et James E FEIR. "The disintegration of wave trains on deep water Part 1. Theory". In : *Journal of Fluid Mechanics* 27.3 (1967), p. 417-430.
- [118] T TANIUTI et H WASHIMI. "Self-trapping and instability of hydromagnetic waves along the magnetic field in a cold plasma". In : *Physical review letters* 21.4 (1968), p. 209.
- [119] Gerald Beresford WHITHAM. "Non-linear dispersive waves". In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 283.1393 (1965), p. 238-261.
- [120] Kevin E STRECKER et al. "Formation and propagation of matter-wave soliton trains". In : *Nature* 417.6885 (2002), p. 150-153.
- [121] K TAI, A HASEGAWA et A TOMITA. "Observation of modulational instability in optical fibers". In : *Physical review letters* 56.2 (1986), p. 135.
- [122] Guillaume VANDERHAEGEN et al. "Experimental investigation of short pulse Raman amplification with backward pumping". In : *Optics Letters* 46.19 (2021), p. 5019-5022.

- [123] DA JACKSON et al. "Elimination of drift in a single-mode optical fiber interferometer using a piezoelectrically stretched coiled fiber". In : *Applied optics* 19.17 (1980), p. 2926-2929.
- [124] Anthony DANDRIDGE et Alan B TVETEN. "Phase compensation in interferometric fiber-optic sensors". In : *Optics letters* 7.6 (1982), p. 279-281.
- [125] Stephanus J SPAMMER et Pieter L SWART. "Differentiating optical-fiber Mach-Zehnder interferometer". In : *Applied optics* 34.13 (1995), p. 2350-2353.
- [126] Sang K SHEEM. "Optical fiber interferometers with $[3 \times 3]$ directional couplers : Analysis". In : *Journal of Applied Physics* 52.6 (1981), p. 3865-3872.
- [127] Sang K SHEEM, Thomas G GIALLORENZI et K KOO. "Optical techniques to solve the signal fading problem in fiber interferometers". In : *Applied Optics* 21.4 (1982), p. 689-693.
- [128] KP KOO, AB TVETEN et A DANDRIDGE. "Passive stabilization scheme for fiber interferometers using (3×3) fiber directional couplers". In : *Applied Physics Letters* 41.7 (1982), p. 616-618.
- [129] Anthony D DANDRIDGE et al. "Performance of 3×3 couplers in fiber optic sensor systems". In : *Tenth International Conference on Optical Fibre Sensors*. T. 2360. SPIE. 1994, p. 549-552.
- [130] Junkichi SATSUMA et Nobuo YAJIMA. "B. Initial value problems of one-dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media". In : *Progress of Theoretical Physics Supplement* 55 (1974), p. 284-306.
- [131] VI KARPMAN. "Soliton evolution in the presence of perturbation". In : *Physica Scripta* 20.3-4 (1979), p. 462.
- [132] Nail AKHMEDIEV, Adrian ANKIEWICZ et Jose M SOTO-CRESPO. "Rogue waves and rational solutions of the nonlinear Schrödinger equation". In : *Physical Review E* 80.2 (2009), p. 026601.
- [133] N AKHMEDIEV, JM SOTO-CRESPO et A ANKIEWICZ. "How to excite a rogue wave Phys". In : *Rev. A* 80 (2009), p. 043818.
- [134] Gennady A EL, Eduardo G KHAMIS et Alexander TOVBIS. "Dam break problem for the focusing nonlinear Schrödinger equation and the generation of rogue waves". In : *Nonlinearity* 29.9 (2016), p. 2798.
- [135] SV MANAKOV. "Nonlinear fraunhofer diffraction". In : *Zh. Eksp. Teor. Fiz* 65.4 (1973), p. 10.

- [136] Sergei V MANAKOV. “On the theory of two-dimensional stationary self-focusing of electromagnetic waves”. In : *Soviet Physics-JETP* 38.2 (1974), p. 248-253.
- [137] Ludwig D FADDEEV et Leon A TAKHTAJAN. *Hamiltonian methods in the theory of solitons*. T. 23. Springer, 1987.
- [138] Martin KLAUS et John Kenneth SHAW. “Purely imaginary eigenvalues of Zakharov-Shabat systems”. In : *Physical Review E* 65.3 (2002), p. 036607.
- [139] ZV LEWIS. “Semiclassical solutions of the Zaharov-Shabat scattering problem for phase modulated potentials”. In : *Physics Letters A* 112.3-4 (1985), p. 99-103.
- [140] Rustam MULLYADZHANOV et Andrey GELASH. “Solitons in a box-shaped wave field with noise : Perturbation theory and statistics”. In : *Physical Review Letters* 126.23 (2021), p. 234101.
- [141] Stephen R FRIBERG et Kenneth W DELONG. “Breakup of bound higher-order solitons”. In : *Optics letters* 17.14 (1992), p. 979-981.
- [142] Pierre SURET et al. “Nonlinear spectral synthesis of soliton gas in deep-water surface gravity waves”. In : *Physical Review Letters* 125.26 (2020), p. 264101.
- [143] Pierre SURET et al. “Soliton refraction by an optical soliton gas”. In : *Physical Review Research* 5.4 (2023), p. L042002.
- [144] Masayuki OIKAWA. “Effect of the third-order dispersion on the nonlinear Schrödinger equation”. In : *Journal of the Physical Society of Japan* 62.7 (1993), p. 2324-2333.
- [145] JR DE OLIVEIRA et al. “Self-steepening of optical pulses in dispersive media”. In : *JOSA B* 9.11 (1992), p. 2025-2027.
- [146] Fedor M MITSCHKE et Linn F MOLLENAUER. “Discovery of the soliton self-frequency shift”. In : *Optics letters* 11.10 (1986), p. 659-661.
- [147] James P GORDON. “Theory of the soliton self-frequency shift”. In : *Optics letters* 11.10 (1986), p. 662-664.
- [148] KJ BLOW et NJ DORAN. “High bit rate communication systems using non-linear effects”. In : *Optics Communications* 42.6 (1982), p. 403-406.
- [149] Yuji KODAMA et Akira HASEGAWA. “Amplification and reshaping of optical solitons in glass fiber—II”. In : *Optics Letters* 7.7 (1982), p. 339-341.
- [150] N DORAN et K BLOW. “Solitons in optical communications”. In : *IEEE journal of quantum electronics* 19.12 (1983), p. 1883-1888.

- [151] Yuji KODAMA. "Optical solitons in a monomode fiber". In : *Journal of Statistical Physics* 39 (1985), p. 597-614.
- [152] Yuji KODAMA et Akira HASEGAWA. "Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 23.5 (1987), p. 510-524.
- [153] KJ BLOW et NJ DORAN. "The asymptotic dispersion of soliton pulses in lossy fibres". In : *Optics communications* 52.5 (1985), p. 367-370.
- [154] M BÖHM et F MITSCHKE. "Solitons in lossy fibers". In : *Physical Review A* 76.6 (2007), p. 063822.
- [155] NR PEREIRA. "Damped double solitons in the nonlinear Schrodinger equation". In : (1978).
- [156] Akira HASEGAWA et Takayuki NYU. "Eigenvalue communication". In : *Journal of lightwave technology* 11.3 (1993), p. 395-399.
- [157] Alexander HAUSE, Christoph MAHNKE et Fedor MITSCHKE. "Impact of fiber loss on two-soliton states : Substantial changes in eigenvalue spectrum". In : *Physical Review A* 98.3 (2018), p. 033814.
- [158] Jaroslaw E PRILEPSKY, Stanislav A DEREVYANKO et Sergei K TURITSYN. "Conversion of a chirped Gaussian pulse to a soliton or a bound multi-soliton state in quasi-lossless and lossy optical fiber spans". In : *JOSA B* 24.6 (2007), p. 1254-1261.
- [159] Christophe FINOT. "Optical pulse doublet resulting from the nonlinear splitting of a super-Gaussian pulse". In : *Laser Physics Letters* 17.2 (2020), p. 025103.

ÉTAT LIÉ DE SOLITONS : PERTURBATION LOCALISÉE ET EFFET DISSIPATIF**Résumé**

En physique non linéaire, une onde particulière appelée le soliton fondamental a attiré une attention considérable en raison de son rôle essentiel dans les systèmes dynamiques. Ses propriétés uniques incluent le maintien de la forme temporelle et spectrale lors de la propagation, ainsi qu'une résilience face aux interactions avec d'autres ondes non linéaires. Cette thèse explore ces ondes non linéaires dans le contexte de la propagation de la lumière dans des fibres optiques monomodes, décrites au premier ordre par l'équation de Schrödinger non linéaire unidimensionnelle (1D-NLSE), un système intégrable résoluble grâce à la méthode de la transformée de diffusion inverse (IST). L'objectif principal de ce travail est de valider expérimentalement les résultats dérivés d'une nouvelle théorie des perturbations de l'IST, spécifiquement développée pour une solution particulière de la 1D-NLSE : les états liés de solitons, qui permettent la manipulation des vitesses des solitons dans cette solution. De plus, cette thèse explore l'interaction des valeurs propres des solitons dans le spectre IST — représentant les solitons présents dans le potentiel initial — sous l'influence d'effets perturbatifs d'ordre supérieur, tels que la dissipation.

Mots clés : optique non linéaire, turbulence intégrable, solitons, transformée de diffusion inverse, fibre optique.

BOUND STATE OF SOLITONS : LOCALIZED PERTURBATION AND DISSIPATIVE EFFECT**Abstract**

In nonlinear physics, a special wave called the fundamental soliton has attracted significant attention due to its critical role in dynamic systems. Its unique properties include maintaining both temporal and spectral shape during propagation, as well as demonstrating resilience when interacting with other nonlinear waves. This thesis investigates these nonlinear waves in the context of light propagation in single-mode optical fibers, which at leading order are governed by the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation (1D-NLSE), an integrable system solvable via the inverse scattering transform (IST) method. The primary objective of this work is to experimentally validate results derived from a novel IST perturbation theory, specifically developed for a unique solution within the 1D-NLSE: bound states of solitons, which enable the manipulation of soliton velocities within this solution. Additionally, the thesis explores the interaction of soliton eigenvalues in the IST spectrum—representing solitons present in the initial potential—under the influence of higher-order perturbative effects such as dissipation.

Keywords: nonlinear optics, integrable turbulence, solitons, inverse scattering transform, optical fibers.

PhLAM

2 Av. Jean Perrin – 59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex – France

ÉTAT LIÉ DE SOLITONS : PERTURBATION LOCALISÉE ET EFFET DISSIPATIF

Résumé

En physique non linéaire, une onde particulière appelée le soliton fondamental a attiré une attention considérable en raison de son rôle essentiel dans les systèmes dynamiques. Ses propriétés uniques incluent le maintien de la forme temporelle et spectrale lors de la propagation, ainsi qu'une résilience face aux interactions avec d'autres ondes non linéaires. Cette thèse explore ces ondes non linéaires dans le contexte de la propagation de la lumière dans des fibres optiques monomodes, décrites au premier ordre par l'équation de Schrödinger non linéaire unidimensionnelle (1D-NLSE), un système intégrable résoluble grâce à la méthode de la transformée de diffusion inverse (IST). L'objectif principal de ce travail est de valider expérimentalement les résultats dérivés d'une nouvelle théorie des perturbations de l'IST, spécifiquement développée pour une solution particulière de la 1D-NLSE : les états liés de solitons, qui permettent la manipulation des vitesses des solitons dans cette solution. De plus, cette thèse explore l'interaction des valeurs propres des solitons dans le spectre IST — représentant les solitons présents dans le potentiel initial — sous l'influence d'effets perturbatifs d'ordre supérieur, tels que la dissipation.

Mots clés : optique non linéaire, turbulence intégrable, solitons, transformée de diffusion inverse, fibre optique.

BOUND STATE OF SOLITONS : LOCALIZED PERTURBATION AND DISSIPATIVE EFFECT

Abstract

In nonlinear physics, a special wave called the fundamental soliton has attracted significant attention due to its critical role in dynamic systems. Its unique properties include maintaining both temporal and spectral shape during propagation, as well as demonstrating resilience when interacting with other nonlinear waves. This thesis investigates these nonlinear waves in the context of light propagation in single-mode optical fibers, which at leading order are governed by the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation (1D-NLSE), an integrable system solvable via the inverse scattering transform (IST) method. The primary objective of this work is to experimentally validate results derived from a novel IST perturbation theory, specifically developed for a unique solution within the 1D-NLSE: bound states of solitons, which enable the manipulation of soliton velocities within this solution. Additionally, the thesis explores the interaction of soliton eigenvalues in the IST spectrum—representing solitons present in the initial potential—under the influence of higher-order perturbative effects such as dissipation.

Keywords: nonlinear optics, integrable turbulence, solitons, inverse scattering transform, optical fibers.

PhLAM

2 Av. Jean Perrin – 59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex – France