



LABORATOIRE
de MECANIQUE
de LILLE
UMR CNRS 8107



**Université des Sciences et Technologies de Lille
Laboratoire de Mécanique de Lille (UMR CNRS 8107)
Ecole Doctorale régionale Sciences Pour l'Ingénieur Lille
Nord-de-France**

N° d'ordre : 40209

THESE

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université des Sciences et Technologies de Lille

Discipline : Génie Civil

Présentée par

Lyes BAL

**MODELISATION DU RETRAIT ET DU FLUAGE DU
BETON PAR RESEAUX DE NEURONES**

Soutenue le 15 décembre 2009

Jury

**Mme Chafika DJELAL-DANTEC
M. Yves DELMAS
M. Habib-Abdelhak MESBAH
M. François BUYLE-BODIN**

**Président
Rapporteur
Rapporteur
Directeur de thèse**

Dédicaces

A la mémoire de mon père

A ma très chère mère, sans elle rien n'aurais pu être fait

Je lui souhaite une longue vie

A mes frères

A mes sœurs

A toute ma famille

A tous mes amis

A mon neveu et ma nièce :

Islam et Meriem

Et c'est à ma mère que je dédie ce travail

Lyes Ibn Rabah B.A.L

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du LML sous la direction du professeur François BUYLE-BODIN.

Je tiens à le remercier vivement pour l'aide qu'il m'a apportée, son encouragement, la confiance qu'il m'a accordée, de m'avoir intégré au sein de son équipe et sans qui ce travail n'aurait pas pu exister. C'est au sein de l'équipe du professeur François BUYLE-BODIN que j'ai préparé mon diplôme d'études approfondies et que j'ai réalisé l'étude présentée dans cette thèse.

Madame Chafika DJELAL-DANTEC, Professeur à l'université d'Artois Béthune, m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, je tiens à lui témoigner mes remerciements les plus sincères.

Monsieur Yves DELMAS, Professeur à l'Université de Reims Champagne-Ardenne, et Monsieur Habib Abdelhak MESBAH, Maître de conférence HDR à l'INSA de Rennes, ont accepté de rapporter ce travail et de me faire profiter de leur expérience. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Je tiens aussi à remercier toutes les personnes qui m'ont aidé directement ou indirectement pour l'avancement de ce travail.

Je remercie grandement tous mes collègues et amis pour leur encouragement et leur aide, et en particulier Abdelilah, Bakhta, Fouad, Thomas, Issam, Jianping, Flore, Emma, Vincent, Kader, Hmida et tous les autres dont la place manque ici pour les citer.

Enfin, je terminerai par un grand merci à ma famille qui n'a pas cessé de me soutenir.

Sommaire

Sommaire	1
Liste des figures	9
Liste des tableaux	15
Résumé	17
Abstract	18
Introduction	19
Chapitre 1 - Revue Bibliographique.....	23
1.1 Généralités et Historique	23
1.2 Les Déformations du Béton.....	24
1.2.1 Variations Dimensionnelles Spontanées	24
1.2.2 Déformations Provoquées par un Chargement.....	24
1.3 Le Retrait.....	24
1.3.1 Introduction	24
1.3.2 Retrait Endogène	25
1.3.2.1 Retrait de Serrage (Contraction Le Chatelier).....	26
1.3.2.2 Retrait d'Hydratation (Auto Dessiccation).....	26
1.3.2.3 Retrait Plastique (Retrait d'Evaporation Avant Prise)	27
1.3.2.4 Retrait Thermique	27
1.3.3 Retrait Exogène	28
1.3.3.1 Retrait de Dessiccation.....	28
1.3.3.2 Retrait de Carbonatation.....	29
1.3.3.2.1 Définition	29
1.3.3.2.2 Retrait de Carbonatation.....	30
1.4 Le Séchage du Béton : causes et conséquences	30
1.4.1 Séchage à humidité relative élevée	31

1.4.2 Séchage à humidité relative intermédiaire	31
1.4.3 Séchage à humidité relative faible	32
1.4.4 L'eau dans la pâte de ciment durci et dans le béton.....	32
1.4.4.1 Eau libre (Capillaire).....	32
1.4.4.2 Eau adsorbée (eau de sorption)	33
1.4.4.3 Eau chimiquement liée (eau combinée)	34
1.4.5 La porosité du béton durci.....	36
1.4.6 Mécanisme du retrait de dessiccation.....	37
1.4.6.1 Effets locaux et structurel du retrait de dessiccation.....	38
1.4.6.2 Effets locaux (à l'échelle des hétérogénéités du matériau).....	38
1.4.6.3 Effet structurel (à l'échelle de la structure).....	40
1.4.7 Facteurs influençant le retrait	43
1.4.7.1 La composition de béton	43
1.4.7.2 L'humidité relative	46
1.4.7.3 La période de mûrissement (cure).....	47
1.4.7.4 L'échelle.....	47
1.5 Fluage du béton	47
1.5.1 Introduction	47
1.5.2 Fluage propre.....	48
1.5.2.1 Mécanismes associés au fluage propre.....	49
1.5.2.1.1 Mécanisme à court terme	49
1.5.2.1.2 Mécanisme à long terme	49
1.5.3 Facteurs influençant le fluage propre	50
1.5.4 Fluage de dessiccation.....	51
1.5.4.1 Mécanismes associés au fluage de dessiccation.....	52
1.5.4.1.1 Le fluage de dessiccation structural	52

1.5.4.1.2 Le fluage de dessiccation intrinsèque.....	54
1.5.5 Facteurs influençant le fluage de dessiccation	55
1.5.5.1 La composition de béton	55
1.5.5.2 L'humidité relative	57
1.5.5.3 La résistance du béton	57
1.5.5.4 L'âge de chargement : vieillissement.....	59
1.5.5.5 L'échelle.....	60
1.6 Définition des déformations	62
1.7 Différents modèles de prévision du retrait et du fluage des bétons	65
1.7.1 Introduction	65
1.7.2 Modèle ACI 209 1978.....	65
1.7.2.1 Introduction	65
1.7.2.2 Retrait.....	66
1.7.2.2.1 Paramètres requis	66
1.7.2.2.2 Equations du retrait	66
1.7.2.3 Complaisance	68
1.7.2.3.1 Paramètres requis	68
1.7.2.3.2 Equations de la complaisance	68
1.7.3 Modèle CEB MC90.....	70
1.7.3.1 Introduction	70
1.7.3.2 Retrait.....	70
1.7.3.2.1 Paramètres requis	70
1.7.3.2.2 Equations du retrait	70
1.7.3.3 Complaisance	71
1.7.3.3.1 Paramètres requis	71
1.7.3.3.2 Equations de la complaisance	72

1.7.4	Modèle B3 Bazant-Baweja.....	72
1.7.4.1	Introduction	72
1.7.4.2	Retrait	73
1.7.4.2.1	Paramètres requis	73
1.7.4.2.2	Equations du retrait	73
1.7.4.3	Complaisance	75
1.7.4.3.1	Paramètres requis	75
1.7.4.3.2	Equations de la complaisance	75
1.7.5	Modèle Atlanta 97 Gardner-Zhao	77
1.7.5.1	Introduction	77
1.7.5.2	Retrait	78
1.7.5.2.1	Paramètres requis	78
1.7.5.2.2	Equations du retrait	78
1.7.5.3	Complaisance	79
1.7.5.3.1	Paramètres requis	79
1.7.5.3.2	Equations de la complaisance	79
1.7.6	Modèle GL2000 Gardner-Lockman.....	80
1.7.6.1	Introduction	80
1.7.6.2	Retrait	81
1.7.6.2.1	Paramètres requis	81
1.7.6.2.2	Equations du retrait	81
1.7.6.3	Complaisance	82
1.7.6.3.1	Paramètres requis	82
1.7.6.3.2	Equations de la complaisance	82
1.7.7	Conclusion.....	83
1.8	Réseaux de neurones	84

1.8.1 Définitions	84
1.8.2 Avantages des RNA	85
1.8.3 Architecture et types de RNA	86
1.8.4 Mécanisme d'apprentissage des RNA.....	87
1.8.5 Application des RNA en Génie Civil.....	87
1.8.5.1 Application des RNA en analyse des structures.....	87
1.8.5.2 Application des RNA en géotechnique	88
1.8.5.3 Application des RNA en technologie des bétons	88
1.8.5.3.1 Formulation, Ouvrabilité et Résistance à la compression	88
1.8.5.3.2 Hydratation du ciment.....	88
1.8.5.3.3 Durabilité.....	89
1.8.5.3.4 Retrait et fluage des bétons	89
1.8.6 Conclusion.....	89
1.9 Conclusion.....	90
Chapitre 2 - Méthodologie de collecte et normalisation des données expérimentales.....	93
2.1 Introduction	93
2.2 Méthode de mesure	93
2.2.1 Mesure du retrait	93
2.2.2 Mesure du fluage.....	96
2.3 Base de données	99
2.3.1 Sélection des données expérimentales	99
2.3.2 Organisation de la base de données.....	99
2.4 Codage numérique des données (Normalisation des données)	105
2.5 Conclusion.....	105
Chapitre 3 – Modélisation	109
3.1 Introduction	109

3.2 Modélisation phénoménologique	110
3.2.1 Choix du modèle	110
3.2.1.1 Identification du modèle.....	110
3.2.1.2 Validité du modèle	112
3.2.1.3 Modèle choisi	113
3.2.2 Présentation du modèle <i>MWAC</i>	113
3.2.3 Particularité du modèle.....	114
3.2.4 Estimation des paramètres du modèle <i>MWAC</i>	116
3.2.4.1 Présentation de la technique de régression.....	116
3.2.4.2 Estimation des paramètres de la régression.....	117
3.2.4.3 Evaluation de la qualité des estimations	117
3.2.4.4 Test des estimations	120
3.2.4.5 Paramètres du modèle choisi.....	120
3.2.5 Conclusion.....	128
3.3 Modélisation par réseaux de neurones artificiels (RNA).....	128
3.3.1 Introduction	128
3.3.2 Réseaux Neurones Multicouche à Rétropropagation	129
3.3.2.1 Définition	129
3.3.2.2 Structure et fonctionnement	130
3.3.2.3 Phase d'apprentissage	131
3.3.2.3.1 Introduction des données.....	131
3.3.2.3.2 Calcul de l'erreur.....	132
3.3.2.3.3 Modification des poids synaptiques liants la couche de sortie.....	132
3.3.2.3.4 Modification des poids synaptiques liants la couche cachée	133
3.3.2.4 Phase de reconnaissance (test) et de validation.....	134
3.3.2.5 Performances du réseau de neurones multicouche à rétropropagation	135

3.3.3	Méthodologie et mise en œuvre	135
3.3.4	Langage de programmation utilisé.....	138
3.3.5	Elaboration des modèles RNA	140
3.3.5.1	Modèle Global du Retrait.....	140
3.3.5.2	Comparaison des prévisions du <i>MRNGPR</i> avec d'autres modèles de la littérature	145
3.3.5.3	Etude paramétrique.....	149
3.3.5.3.1	Influence de <i>V/S</i>	149
3.3.5.3.2	Influence de <i>HR</i>	150
3.3.5.3.3	Influence de l'âge de cure	151
3.3.5.3.4	Influence du dosage en ciment et du rapport E/C	152
3.3.5.3.5	Influence du rapport <i>S/a</i>	153
3.3.5.4	Modèle du retrait Type I (<i>MRNPRTI</i>).....	153
3.3.5.5	Modèle du retrait Type II (<i>MRNPRTII</i>)	155
3.3.5.6	Modèle du retrait Type III (<i>MRNPRTIII</i>).....	156
3.3.5.7	Modèle Global du Fluage.....	157
3.3.5.8	Comparaison des prévisions du <i>MRNGPF</i> avec d'autres modèles de la littérature	160
3.3.5.9	Etude paramétrique.....	164
3.3.5.9.1	Influence de <i>V/S</i>	164
3.3.5.9.2	Influence de <i>HR</i>	165
3.3.5.9.3	Influence de l'âge de cure	166
3.3.5.9.4	Influence du rapport E/C.....	167
3.3.5.9.5	Influence du rapport <i>S/a</i>	168
3.3.5.9.6	Influence de l'âge de chargement.....	168
3.3.5.10	Modèle du fluage Type I (<i>MRNPFTI</i>).....	169
3.3.5.11	Modèle du fluage Type II (<i>MRNPFTII</i>).....	171

3.3.5.12 Modèle du fluage Type III (<i>MRNPFTHIII</i>)	172
3.3.6 Conclusion.....	173
3.4 Conclusion.....	173
Chapitre 4 - Base de données	177
4.1 Introduction	177
4.2 Gestion des BD.....	178
4.3 Langage et la conception de la BD.....	180
4.4 Conception de la BD pour le Retrait et le Fluage des Bétons (<i>BDRFB</i>).....	182
4.4.1 Objectifs	182
4.4.2 Modèle Conceptuel	182
4.4.3 Structure de la <i>BDRFB</i>	183
4.5 Implémentation de la <i>BDRFB</i>	186
4.5.1 Interface de la <i>BDRFB</i>	186
4.5.2 Procédures	186
4.6 Conclusion.....	193
Conclusion générale	197
Bibliographie	201
Annexes	215
Annexe 1 – Les ciments portland.....	217
Annexe 2 – Différents modèles de Prévision du Retrait et du Fluage du béton (ACI 209.2R-08).....	223
Annexe 3 - The Weibull Model.....	239

Liste des figures

<i>Fig. 1.1 : Le triangle de l'hydratation : résistance, chaleur, réduction de volume.</i>	25
<i>Fig. 1.2 : Relation entre la perte d'eau, l'humidité relative et le retrait de séchage.....</i>	28
<i>Fig. 1.3 : Composition de la pâte de ciment à différentes étapes de l'hydratation,</i>	33
<i>Fig. 1.4: Modèle de Feldman et Sereda, revu par Sierra (Feldman et Sereda 1968).</i>	35
<i>Fig. 1.5 : - Schéma d'un globule de CSH : I) Simple lamelle de CSH où l'eau évaporable est retirée (à gauche), globule sans eau adsorbée à la surface (à droite) II) Différents états de saturation d'un globule de CSH selon le degré de séchage (eau adsorbée à la surface du globule, eau inter feuillets, eau continue dans les pores intraglobulaires (A-saturé, B-partiellement désaturé, C-quasi désaturé, D-resaturé) (Jennings 2008).</i>	35
<i>Fig. 1.6: Arrangement des globules de CSH à faible densité. Plusieurs types de porosité interne aux gels de CSH sont présents (LGP : Larger Gel Pores, SGP : Small Gel Pores) (Jennings 2008).</i>	36
<i>Fig. 1.7: Courbe de distribution de la porosité pour des pâtes de ciment à divers E/C. ΔV et ΔR sont respectivement la variation du volume de mercure injecté et celle du rayon minimum des pores pénétrés par le mercure (Verbeck et Helmuth 1968).</i>	37
<i>Fig. 1.8: Fissurations circonférentielle et radiale dues au séchage (Hearn 1999).</i>	39
<i>Fig. 1.9 : Autocontraintes de structure (Pons 1998).....</i>	40
<i>Fig. 1.10: Illustration de l'effet de structure dû au séchage : a) profil d'humidité en fonction du temps, b) retrait libre correspondant (pour des blocs imaginés indépendants), c) contraintes induites par le retrait gêné et fissuration de peau due à ce retrait (Bazant 1982).</i>	41
<i>Fig. 1.11: Fissuration d'une dalle (Venuat 1992).</i>	42
<i>Fig. 1.12 Réseau de fissures de surface, imputables à l'absence ou l'insuffisance du traitement de cure (Wittmann et al. 1998).</i>	42
<i>Fig. 1.13 : Fissuration de peau observée sur une dalle en béton armé conservée dans l'air (HR=44%; T=32°C; Vitesse de vent=8m/s). Les fissures observées ont une moyenne</i>	43
<i>Fig. 1.14 : influence de la teneur en granulats dans le béton (en volume) sur le rapport entre le retrait du béton et celui de la pâte pure de ciment (Neville et Brooks 1987).</i>	44
<i>Fig. 1.15 : effets des granulats (types et rapport G/S) sur le retrait (Berthier 1980).</i>	44

<i>Fig. 1.16: Influence du E/C et de la teneur en granulats sur le retrait des matériaux à matrice cimentaire conservés à HR= 50 % et à T=21 °C pendant 6 mois (Ödman 1968).</i>	45
<i>Fig. 1.17: Variation du retrait en fonction des dosages en ciment et en eau, et du E/C d'un béton mûri à l'eau pendant 28 jours puis séché pendant 450 jours (Shoya 1979).</i>	46
<i>Fig. 1.18 : Relation entre le retrait et le temps pour des bétons conservés à différentes humidités relatives (Troxell et al. 1958).</i>	46
<i>Fig. 1.19 : Effet de l'état hydrique interne sur l'évolution du fluage propre (Wittmann 1970).</i>	48
<i>Fig. 1.20 : Mécanisme physique à l'origine du fluage propre à court terme (Ulm et al 1999).</i>	49
<i>Fig. 1.21 : Mécanisme physique à l'origine du fluage propre à long terme (Ulm et al 1999).</i>	50
<i>Fig. 1.22 : Fonctions de fluage pour différents instants de chargement (Bazant 1988).</i>	51
<i>Fig. 1.23 : Etat de contrainte d'une éprouvette en dessiccation chargée (Pons 1998).</i>	53
<i>Fig. 1.24 : Déformation d'une pâte de ciment d'épaisseur 1.9 mm (Day et al. 1984).</i>	54
<i>Fig. 1.25 : Fluage de bétons de même composition confectionnés avec différents granulats, chargés à 28 jours, conservés dans l'air à 21 °C et à une humidité relative de 50% (Troxell et al. 1958).</i>	56
<i>Fig. 1. 26 : Fluage de bétons mûris dans une chambre humide pendant 28 jours puis chargés et conservés à différents degrés d'humidité relative (Troxell et al. 1958).</i>	57
<i>Fig. 1.27 : relation entre la résistance à la compression à 28 jours et le coefficient du fluage (Russell et Corley 1987).</i>	58
<i>Fig. 1.28 : Effet de l'âge de chargement et de la résistance à la compression sur le coefficient spécifique de fluage (Russell et Corley 1987).</i>	59
<i>Fig. 1.29 : Effet de l'âge du béton à l'instant du chargement sur le fluage (Song et al. 2002).</i>	60
<i>Fig. 1.30 : Effet de la taille de l'échantillon sur le fluage (Bryant et Vadhanavikkit 1987)..</i>	61
<i>Fig. 1.31 : Relation entre le rapport fluage/déformation élastique et le rapport volume/surface (Hansen et Mattock 1966).</i>	62
<i>Fig. 1.32 : Déformations de retrait, de fluage et de recouvrance des matériaux à matrice cimentaire en fonction du temps (Yurtdas 2003).</i>	64
<i>Fig. 1.33 : Modélisation du neurone biologique.</i>	84
<i>Fig. 1.34 : Types de fonctions d'activation (transfert).</i>	85
<i>Fig. 1.35 : Architecture des RNA.</i>	86

<i>Fig. 1.36 : Nombre d'article publié qui utilisent dans leur titre le terme « neurones » dans le Journal of Computing in Civil Engineering (Flood 2006).</i>	90
<i>Fig. 2.1 : Méthode de mesure du retrait axial et superficiel (Alou et al. 1987).</i>	94
<i>Fig. 2.2 : Représentation schématique des éprouvettes d'essais (Yurtdas 2003).</i>	95
<i>Fig. 2.3 : a) extensomètre électronique b) déformètre (Yurtdas 2003).</i>	95
<i>Fig. 2.4 : Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps.</i>	96
<i>Fig. 2.5 : Bâtis de fluage (Yurtdas 2003).</i>	97
<i>Fig. 2.6 : Evolution du fluage en fonction du temps.</i>	98
<i>Fig. 3.1 : Courbe représentative du modèle.</i>	114
<i>Fig. 3.2 : Evolution du retrait de dessiccation et de sa vitesse en fonction du temps.</i>	115
<i>Fig. 3.3 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MWAC, B3, Bazant-Baweja et Wittmann) et les résultats expérimentaux utilisés à cet effet.</i>	126
<i>Fig. 3.4 : Structure d'un neurone artificiel.</i>	130
<i>Fig. 3.5 : Topologie d'un réseau de neurones multicouche à rétropropagation (Freeman et Skapura 1991).</i>	130
<i>Fig. 3.6 : Organigramme de Rétropropagation (Hecht-Nielsen 1989).</i>	134
<i>Fig. 3.7 : Méthodologie de développement du Réseau de neurones artificiels (RNA).</i>	137
<i>Fig. 3.8 : Panneau principal de l'application NETWORK DATA MANAGER.</i>	138
<i>Fig. 3.9 : Architecture adoptée pour le Retrait.</i>	143
<i>Fig. 3.10 : Performance du Modèle Global MRNGPR.</i>	145
<i>Fig. 3.11 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPR, ACI et CEB) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.</i>	146
<i>Fig. 3.12 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPR, GL2000 et B3) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.</i>	147
<i>Fig. 3.13 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPR, ATLANTA et S.B3) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.</i>	148
<i>Fig. 3.14 : Effet du rapport Volume/ Surface (V/S) sur le retrait du béton à différents âges.</i>	150
<i>Fig. 3.15 : Effet de l'humidité relative (HR) sur le retrait du béton à différents âges.</i>	151
<i>Fig. 3.16 : Effet de la durée de cure sur le retrait à différents âges.</i>	151
<i>Fig. 3.17 : Effet du dosage en ciment sur le retrait à différents âges.</i>	152
<i>Fig. 3.18 : Effet du rapport Eau / Ciment (E/C) sur le retrait à différents âges.</i>	152

<i>Fig. 3.19 : Effet du rapport Sable/agrégats (S/a) sur le retrait à différents âges.</i>	153
<i>Fig. 3.20 : Performance du modèle MRNPRTI.</i>	154
<i>Fig. 3.21 : Performance du modèle MRNPRTII.</i>	155
<i>Fig. 3.22 : Performance du modèle MRNPRTIII.</i>	156
<i>Fig. 3.23 : Architecture adoptée pour le Fluage.</i>	159
<i>Fig. 3.24 : Performance du modèle Global MRNGPF (12-8-8-1).</i>	160
<i>Fig. 3.25 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPF, ACI et CEB) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.</i>	161
<i>Fig. 3.26 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPF, GL2000 et B3) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.</i>	162
<i>Fig. 3.27 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPF, ATLANTA et S.B3) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.</i>	163
<i>Fig. 3.28 : Effet du rapport Volume/ Surface (V/S) sur le fluage du béton à différents âges.</i>	165
<i>Fig. 3.29 : Effet de l'humidité relative (HR) sur le fluage du béton à différents âges.</i>	166
<i>Fig. 3.30 : Effet de la durée de cure sur le fluage à différents âges.</i>	167
<i>Fig. 3.31 : Effet du rapport Eau / Ciment (E/C) sur le fluage à différents âges.</i>	167
<i>Fig. 3.32 : Effet du rapport Sable/agrégats (S/a) sur le fluage à différents âges.</i>	168
<i>Fig. 3.33 : Effet de l'âge du début de chargement (t_0) sur le fluage à différents âges.</i>	169
<i>Fig. 3.34 : Performance du modèle MRNPFTI.</i>	170
<i>Fig. 3.35 : Performance du modèle MRNPFTII.</i>	171
<i>Fig. 3.36 : Performance du modèle MRNPFTIII.</i>	172
<i>Fig. 4.1 : BD Réparties.</i>	177
<i>Fig. 4.2 : Gestion de BD.</i>	179
<i>Fig. 4.3 : Modèles de SGBD.</i>	180
<i>Fig. 4.4 : Processus de développement d'une BD (Oland et Ferraris 2000).</i>	181
<i>Fig. 4.5 : Modèle Entité-Relation de la BDRFB.</i>	183
<i>Fig. 4.6 : Structure des Tables de la BDRFB.</i>	184
<i>Fig. 4.7 : Page d'Accueil du BDRFB.</i>	187
<i>Fig. 4.8 : Rechercher un Document Texte.</i>	188
<i>Fig. 4.9 : Rechercher les Proportions et les propriétés (cas du retrait).</i>	188
<i>Fig. 4.10 : Rechercher les Proportions et les propriétés (cas du fluage).</i>	189

<i>Fig. 4.11 : Résultats de recherche.....</i>	190
<i>Fig. 4.12 : Affichage total du contenu du retrait dans la BDRFB.</i>	190
<i>Fig. 4.13 : Affichage total du contenu du fluage dans la BDRFB.</i>	191
<i>Fig. 4.14 : Introduire les informations sur les Documents.</i>	191
<i>Fig. 4. 15 : Imprimer les résultats de recherche des documents sur la BDRFB.....</i>	192
<i>Fig. 4.16 : Introduire les Données sur les Proportions et les Propriétés des Mélanges dans le cas du retrait.</i>	192
<i>Fig. 4.17 : Introduire les Données sur les Proportions et les Propriétés des Mélanges dans le cas du fluage.....</i>	193

Liste des tableaux

<i>Tableau 1.1 : γ_3 en fonction de V/S, selon la méthode ACI 209.</i>	67
<i>Tableau 1.2 : γ_8 en fonction de t_c, selon la méthode ACI 209.</i>	68
<i>Tableau 1.3 : γ_3 en fonction de V/S, selon la méthode ACI 209.</i>	69
<i>Tableau 1.4 : β_{sc} en fonction du type de ciment, selon le modèle CEB MC90.</i>	71
<i>Tableau 1.5 : α_1 en fonction du type ciment, selon le modèle B3.</i>	74
<i>Tableau 1.6 : α_2 en fonction de la condition de cure, selon le modèle B3.</i>	74
<i>Tableau 1.7 : k_h en fonction de l'humidité, selon le modèle B3.</i>	74
<i>Tableau 1.8 : k_s en fonction de la forme de la section transversale, selon le modèle B3.</i>	75
<i>Tableau 1.9 : K en fonction du type de ciment, selon le modèle d'Atlanta 97.</i>	78
<i>Tableau 1.10 : K en fonction du type de ciment, selon le modèle GL2000.</i>	81
<i>Tableau 1.11 : Glossaire réseaux de neurones / statistiques (Thiria et al. 1997).</i>	89
<i>Tableau 2.1 : Données issues de la RILEM TC107-CSP pour la prévision du retrait du béton.</i>	101
<i>Tableau 2.2 : Données issues de la littérature pour la prévision du retrait du béton.</i>	102
<i>Tableau 2.3 : Données issues de la RILEM TC107-CSP pour la prévision du fluage du béton.</i>	103
<i>Tableau 2.4 : Données issues de la littérature pour la prévision du fluage du béton.</i>	104
<i>Tableau 3.1 : Tests du paramètre a.</i>	121
<i>Tableau 3.2 : Tests du paramètre b.</i>	121
<i>Tableau 3.3 : Tests du paramètre c.</i>	121
<i>Tableau 3.4 : Tests du paramètre α_1.</i>	122
<i>Tableau 3.5 : Tests du paramètre α_2.</i>	123
<i>Tableau 3.6 : Tests du paramètre α_3.</i>	123
<i>Tableau 3.7 : 7a, 7b, 7c Comparaison des coefficients de corrélations entre différents modèles.</i>	127
<i>Tableau 3.8 : Indicateurs utilisés – plage de variation.</i>	141
<i>Tableau 3.9 : Comparaison entre les algorithmes d'apprentissage.</i>	142

<i>Tableau 3.10 : Résumé de l'effet du nombre de couches cachées.</i>	142
<i>Tableau 3.11 : Architecture et paramètres de MRNGPR (N.PE: Nombre de paramètres d'entrée, N.PS : Nombre de paramètres de sortie, N.CC : Nombre de couches cachées, N.N.CC : Nombre de neurones dans chaque couche cachée, N.ITR : Nombre d'itérations).144</i>	
<i>Tableau 3.12 : Performance du modèle Global MRNGPR (11-8-4-1).</i>	144
<i>Tableau 3.13 : Comparaison des coefficients de corrélations entre différents modèles.</i>	149
<i>Tableau 3.14 : Performance du modèle MRNPRTI (10-8-5-1).....</i>	154
<i>Tableau 3.15 : Performance du modèle MRNPRTII (10-6-6-1).</i>	155
<i>Tableau 3.16 : Performance du modèle MRNPRTIII (10-7-6-1).</i>	156
<i>Tableau 3.17 : Indicateurs utilisés – plage de variation.....</i>	158
<i>Tableau 3.18 : Performance du modèle Global MRNGPF (12-8-8-1).</i>	159
<i>Tableau 3.19 : Comparaison des coefficients de corrélations entre différents modèles.</i>	164
<i>Tableau 3.20 : Performance du modèle MRNPFTI (11-11-7-1).....</i>	170
<i>Tableau 3.21 : Performance du modèle MRNPFTII (11-11-7-1).</i>	171
<i>Tableau 3.22 : Performance du modèle MRNPFTIII (11-9-5-1).</i>	172
<i>Tableau 4.1 : Explication des champs des tables de la BDRFB (C : Caractère ; A : Alphanumérique ; N : Numérique).</i>	185

Résumé

Le béton est le matériau de construction le plus utilisé depuis plus d'un siècle.

Après sa mise en place et sa prise, il connaît diverses évolutions dimensionnelles d'origine physique comme le retrait et d'origine physique et mécanique comme le fluage.

Le séchage qui accompagne le durcissement du béton conduit à d'importantes variations dimensionnelles, qui peuvent se manifester par des fissures préjudiciables à la durabilité et à la bonne tenue des ouvrages.

La présente étude a pour objet de montrer l'application d'une approche non paramétrique dite « Réseaux de Neurones Artificiels » afin de prévoir efficacement les variations dimensionnelles spontanées et différés (Retrait de Dessiccation et Fluage de Dessiccation). L'utilisation de cette approche permet le développement de modèles pour leur prévision en utilisant un réseau multicouche à rétropropagation. Ils s'appuient également sur une grande base de données de résultats expérimentaux recueillis dans la littérature et sur un choix approprié des architectures et du processus d'apprentissage utilisés.

Ces modèles prennent en compte les différents paramètres de conservation et de confection qui influent sur le retrait et le fluage du béton.

Pour mieux apprécier la validité de ces modèles, nous les avons comparés avec d'autres existants dans la littérature tel que : B3, ACI 209, CEB et GL2000.

De ces comparaisons, il ressort que ces modèles sont correctement adaptés pour décrire l'évolution dans le temps du retrait et du fluage.

Mots-clés : Béton, Retrait de dessiccation, Fluage, Complaisance, Modélisation, Prédiction, Mathématique, Réseaux de Neurones Artificiels, Rétropropagation.

Abstract

Concrete is the material the most used in construction works for a century.

After establishment and setting, various physical and mechanical dimensional developments. Occur drying is developing with hardening of concrete and leads to significant dimensional changes, that can induce cracking, pre judiciable at the durability of the civil engineering works.

This study aims to demonstrate the application of a nonparametric approach called Artificial Neural Networks to provide effective spontaneous and differed dimensional variations (drying shrinkage and drying creep). Using this approach allows the development of predicting models. These models use a multi layer back propagation. They also rely on a very large database of experimental results obtained in the literature and an appropriate choice of architectures and learning process. These models take into account the different parameters of preservation and making that affect drying shrinkage and creep of concrete. To appreciate the validity of our models, we have compared with other existing models : B3, ACI 209, CEB and GL2000.

In these comparisons, it appears that our models are correctly adapted to describe the time evolution of drying shrinkage and creep.

Key-words: Concrete, Drying shrinkage, Creep, Compliance, Modelling, Prediction, Mathematical, Artificial Neural Network, Back propagation.

Introduction

Les grands murs du Panthéon à Rome ont été construits il y a plus de 2000 ans avec une sorte de pierre artificielle, mélange de chaux, de sable de Pouzzoles et de granulats – le *béton*.

L'utilisation du matériau béton a peu évolué pendant des siècles jusqu'à l'apparition du béton armé, inventé en 1867 par Joseph Monnier, et du béton précontraint dont la technique fut définitivement mise au point vers 1930 par Eugène Freyssinet.

Aujourd'hui, les matériaux hydrauliques (béton) sont les plus employés dans le monde pour les constructions civiles et industrielles, sans qu'on puisse pour autant toujours maîtriser ou prévoir leur comportement précis selon les diverses conditions d'emploi. Ceci explique la multitude de recherches et d'approches pour tenter d'améliorer la connaissance de ce matériau. Ces recherches portent aussi bien sur des aspects économiques, sociaux, esthétiques que sur des aspects physico-chimiques et mécaniques.

Au cours de la mise en place des matériaux hydrauliques, ils sont soumis à des évolutions physiques et chimiques, entre autres le *séchage* qui accompagne le durcissement. Il conduit sur une longue période et avec une intensité non négligeable à des variations dimensionnelles spontanées et différées (retrait et fluage de dessiccation) qui se manifestent par des fissures superficielles (de peau). Ces effets sont bien connus mais les études portant sur leur modélisation et leur quantification restent peu nombreuses au regard de l'importance des conséquences de ce phénomène. Ils sont pourtant déterminants pour la durabilité des ouvrages en béton armé et le calcul de ceux en béton précontraint.

L'objectif premier de la présente étude est d'analyser et modéliser les déformations spontanées et différées des bétons hydrauliques notamment le *retrait et le fluage de dessiccation*.

Notre travail est divisé de la façon suivante :

La première partie se compose de deux chapitres. Le premier présente les définitions des déformations (spontanées et différées) et les facteurs qui influent sur leur développement. Le séchage et le retrait de dessiccation, le fluage et quelques modèles de la littérature sont précisés.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons les résultats expérimentaux recueillis dans la littérature à partir desquels nous tirons les données de base nécessaires à notre travail. Nous

donnons aussi un descriptif des conditions de réalisation des expériences qui amènent aux résultats expérimentaux auxquels nous nous sommes référés.

La deuxième partie comporte deux chapitres.

Dans le troisième chapitre, nous modélisons l'évolution du retrait de dessiccation des bétons par un modèle phénoménologique et vérifions la validité de cette modélisation par confrontations avec les données expérimentales.

Au cours de ce même chapitre, nous présentons l'application de la technique des réseaux de neurones pour prévoir le retrait et le fluage des bétons.

Nous comparons les valeurs de notre modèle avec d'autres existants dans la littérature tels que B3, ACI 209, CEB et GL2000.

Nous analysons également l'influence des différents paramètres de confection et de conservation sur le retrait et le fluage.

Enfin, dans le quatrième chapitre, nous présentons une base de données du retrait et du fluage des bétons en utilisant Access avec une interface Delphi, dont l'ambition est de permettre le développement futur des modèles.

Chapitre 1 Revue Bibliographique

Chapitre 1 - Revue Bibliographique

1.1 Généralités et Historique

Le béton est depuis plus de cent ans le matériau le plus utilisé dans la construction. Il est formé par le mélange de constituants très différents : liquide (eau), poudre active (liants hydrauliques), et solides inertes (granulats). On sait que les liants hydrauliques (généralement le ciment) sont des poudres fines constituées de silicates et d'aluminates de chaux anhydres qui s'hydratent en présence d'eau pour donner naissance à un matériau solide, véritable roche artificielle. Les liants peuvent agglomérer une forte proportion de matière inerte d'où leur emploi pour la fabrication des mortiers et des bétons. Ils sont capables de durcir sous l'eau d'où leur nom de « liants hydrauliques ».

Louis Vicat, grâce à des recherches commencées en 1812 a montré que pour obtenir des chaux hydrauliques il fallait que la matière première utilisée contienne une certaine proportion d'argile ; il donna au rapport argile/chaux le nom « d'indice d'hydraulicité ». Louis Vicat, en préconisant la cuisson d'un mélange en proportion convenable de chaux et d'argile, fut donc à la fois l'inventeur des chaux hydrauliques artificielles et, partant, le père des ciments Portland artificiels (CPA). La première usine à chaux hydraulique artificielle basée sur ce procédé fut construite à Nemours en Seine-et-Marne (France) en 1818. Des observations analogues furent faites à peu près à la même époque en Russie et en Grande-Bretagne.

L'anglais Joseph Aspdin prit d'ailleurs un brevet en 1824 sur la fabrication d'un liant à partir d'un mélange de chaux et d'argile et qu'il appela « ciment Portland », à cause de l'aspect présenté par ce liant durci qui rappelait celui de la pierre calcaire de l'Ile de Portland (Venuat 1992). Après 1844 les installations industrielles de fabrication du ciment sont apparues presque simultanément en Angleterre, en France, en Allemagne etc.

Les réactions d'hydratation et le processus de durcissement sont des processus physico-chimiques qui s'accompagnent d'augmentation des résistances et de changements de microstructure donnant naissance à des déformations différées.

Dans ce chapitre, une synthèse bibliographique sur les phénomènes de retrait et de fluage, leurs mécanismes, les différents modèles de prévision sont présentés.

1.2 Les Déformations du Béton

Le béton est un matériau qui évolue dans le temps, il est très complexe dans la mesure où il est à la fois hétérogène (mortier et granulats) et triphasique (solide, liquide, gaz). C'est cette complexité micro structurelle qui est à l'origine des comportements macroscopiques spécifiques du béton : fluage, retrait, fissuration, etc. (Rossi 1988).

1.2.1 Variations Dimensionnelles Spontanées

Ces déformations se développent en l'absence de tout chargement extérieur (déformations spontanées). Il s'agit en général d'une diminution de volume (raccourcissement) d'où l'appellation de retrait.

1.2.2 Déformations Provoquées par un Chargement

L'application de contraintes extérieures à un élément de béton lui fait subir des déformations instantanées mais également différées.

Généralement on divise les déformations différées en deux parties :

La première partie, appelée « fluage propre », représente les déformations dues au chargement du matériau, lorsque celui-ci est protégé vis à vis de l'absorption ou de la désorption d'eau.

La deuxième partie, appelée « fluage de dessiccation », est le complément par rapport au fluage propre des déformations dues au chargement, lorsque le matériau est exposé aux variations hydriques du milieu extérieur.

Ces définitions sont couramment utilisées et il est possible d'isoler chacune de ces déformations par des essais spécifiques (Leroy 1996).

1.3 Le Retrait

1.3.1 Introduction

Le phénomène de retrait a été observé dès les premières utilisations du ciment pour produire du béton. Il a fait l'objet depuis 1935, et surtout après la 2^{ème} guerre mondiale, de nombreuses recherches aussi bien en France qu'à l'étranger, qui se poursuivent jusqu'à présent en raison de sa complexité (Venuat 1992).

Le retrait du béton peut être défini comme la déformation d'un élément libre de toute sollicitation mécanique extérieure et dans une ambiance thermodynamique constante. La variation de volume est causée par l'évaporation d'une partie de l'eau de gâchage, qui se traduit par une réduction du volume de pâte de ciment. On peut distinguer le retrait dans une ambiance sèche et le gonflement dans une ambiance saturée. La prédiction de cette déformation est d'une très grande importance pour l'étude de la durabilité et de l'aptitude au fonctionnement à long terme des structures en béton. En effet, elles peuvent être à l'origine de la fissuration, de pertes de précontrainte, voire de la ruine de l'ouvrage (Acker 1988).

Cette variation dimensionnelle dépend de plusieurs paramètres tels que la composition du béton, la qualité de ses constituants, la taille des éléments ainsi que les conditions extérieures de conservation. Le retrait du béton possède différentes origines.

1.3.2 Retrait Endogène

Il caractérise les déformations de la pâte de ciment et par conséquent du béton en l'absence de tout échange d'eau avec l'extérieur. La quantité d'eau strictement nécessaire à l'hydratation du ciment représente environ 25% de son poids. Le résultat pratique des réactions d'hydratation est la formation d'une pâte de ciment hydraté cohésive qui confère au béton sa résistance. Quand la pâte de ciment s'hydrate, il se produit toujours un dégagement d'une certaine quantité de chaleur et une certaine contraction du volume solide. De façon à illustrer cet état de fait, on peut dire que la pâte de ciment et plus généralement le béton, se développe à l'intérieur du triangle d'hydratation : résistance-chaleur-contraction volumétrique (Fig. 1.1).

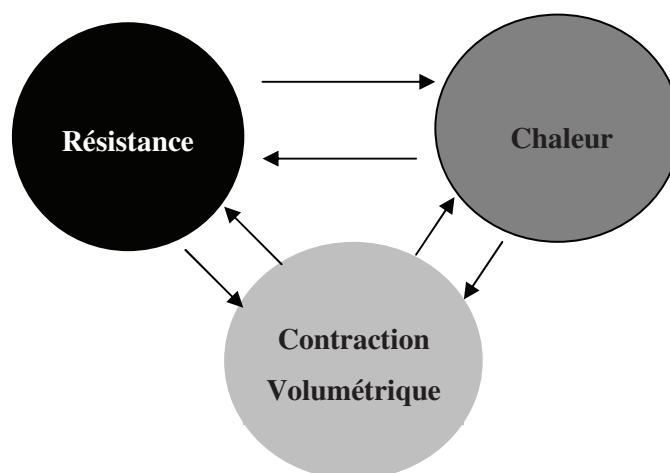


Fig. 1.1 : Le triangle de l'hydratation : résistance, chaleur, réduction de volume.
« Triangle des Bermudes » du béton (Aitcin 2001).

Le retrait endogène est un phénomène propre à l'hydratation du ciment qui témoigne de sa cinétique et de la quantité des hydrates formés. Ce retrait est rapide et croît lorsque la quantité d'eau diminue, il atteint 95% au bout de 1 à 4 semaines (Acker 1988). On distingue d'après l'évolution de la structure du matériau la succession de plusieurs phénomènes qui donnent au retrait endogène ses différentes phases. Elles sont présentées ci-dessous.

1.3.2.1 Retrait de Serrage (Contraction Le Chatelier)

Ce retrait est observé au début de la réaction d'hydratation et durant la période précédant la prise. Appelé aussi premier retrait, il est attribué au fait que le volume des hydrates formés est inférieur à la somme des volumes des deux constituants, ciment anhydre et eau. Ce phénomène, découvert par Le Chatelier, est appelé contraction « Le Chatelier » (appelé aussi retrait d'origine chimique). Il est d'abord libre jusqu'à ce que la prise ait lieu puis se trouve gêné en raison de la formation progressive du squelette. La valeur de cette contraction volumique devrait être en théorie d'environ 10 % du volume de pâte initiale, mais est en réalité plus faible du fait que l'hydratation continue longtemps après la prise et que la rigidité augmente. Il y a près de cent ans déjà, Le Chatelier avait en effet estimé que cette réduction de volume était de l'ordre de 8 à 12 % de l'espace original occupé par le ciment anhydre et l'eau qui étaient destinés à se combiner dans la pâte de ciment hydraté (Aitcin et al. 1998).

1.3.2.2 Retrait d'Hydratation (Auto Dessiccation)

Au moment de la prise, une part seulement de l'hydratation est réalisée. Celle-ci se poursuit ensuite à l'intérieur d'un squelette à la fois poreux et rigide, ce qui entraîne une diminution de la teneur en eau dans l'espace des pores. Cette diminution a les mêmes effets mécaniques qu'un séchage (Acker 1988). On définit donc le retrait d'hydratation (appelé aussi retrait de durcissement ou second retrait) comme la déformation qui se développe dès la fin de la mise en place, dans des conditions isothermes et en l'absence d'échange hygrométrique avec l'extérieur. En phase de suspension, la réaction d'hydratation induit une diminution du volume total linéairement proportionnelle au degré d'avancement de la réaction d'hydratation (retrait plastique, avant prise). Par contre durant la phase de durcissement, où le squelette minéral est constitué dans tout le volume, l'hydratation se poursuit mais le retrait d'origine chimique est progressivement gêné par une structure de plus en plus rigide.

Dans le cas du béton, les granulats vont contribuer à gêner encore plus le retrait. On peut considérer qu'une semaine après la prise, tout retrait d'hydratation supplémentaire est empêché.

1.3.2.3 Retrait Plastique (Retrait d'Evaporation Avant Prise)

Ce type de retrait a lieu durant les premières heures de séchage (2 à 6 heures après la fabrication du béton) et il s'achève à la fin de la prise lorsque le béton devient beaucoup moins déformable.

Le retrait plastique se développe dans des bétons qui perdent de l'eau alors qu'ils sont encore à l'état plastique (évaporation rapide de l'eau en surface) (Aitcin et al. 1998). Au début l'eau de gâchage n'est pas encore liée aux constituants des ciments ; elle n'est retenue que physiquement et mécaniquement. Donc une partie de l'eau de gâchage s'évapore, soit par évaporation dans l'air sec ambiant (une surface de béton frais peut évaporer plus d'un litre d'eau par mètre carré et par heure), soit par absorption du support (coffrage en bois trop sec) ou de granulats poreux également non humidifiés (cas des bétons de granulats légers). La caractéristique de ce retrait est qu'il se produit pendant un temps limité. La déformation apparaît dès que la surface exposée est exempte d'eau de ressuage (Vernet 1992).

Le retrait plastique est d'autant plus important pour les éléments de structure présentant un rapport surface / volume important, ceux où la prise est lente (température ambiante basse, excès d'eau de gâchage ou utilisation d'adjuvant retardateur), et aussi dans le cas où la dessiccation est forte (hygrométrie faible, action du vent, et température du béton élevée).

1.3.2.4 Retrait Thermique

L'hydratation du ciment anhydre est responsable d'un effet physico-chimique, qui résulte du fait que la prise s'accompagne d'un fort dégagement de chaleur. En effet, les réactions d'hydratation sont fortement exothermiques, de l'ordre de 150 à 400 joules par gramme de ciment, ce qui conduit à une élévation de la température du béton entre 25 et 55° (en conditions adiabatiques) (Granger 1996). L'essai Quasi-Adiabatique (QAB), mis au point au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), permet de mesurer cette élévation de température en fonction du temps. La prise et le durcissement du béton ont donc lieu à température plus élevée que l'ambiante, de quelques degrés à plus d'une trentaine de degrés pour les structures les plus massives. Lors du refroidissement de la structure, on observe alors

un retrait dit thermique (Granger 1996). En d'autres termes le retrait thermique peut être défini comme la déformation de contraction qui résulte du retour du béton à la température ambiante.

1.3.3 Retrait Exogène

Le retrait exogène se produit lorsque des surfaces de l'élément sont ouvertes et peuvent échanger l'humidité avec le milieu extérieur. Ceci provoque une perte d'eau à travers les pores de la pâte, en relation avec la capacité de la microstructure à conserver ou à perdre son humidité.

1.3.3.1 Retrait de Dessiccation

Le retrait de dessiccation, (appelé aussi retrait de séchage) ne se manifeste qu'à la fin de la prise et après qu'une grande partie du retrait thermique ait déjà eu lieu (Baron 1971). Il est dû à la perte d'une partie de l'eau de gâchage dans le cas où le béton est conservé dans une atmosphère à humidité relative plus faible que celle de la matrice cimentaire. La cause principale du retrait de séchage est l'assèchement progressif de la pâte de ciment. Lorsqu'on abaisse graduellement le taux d'humidité on observe une progression du séchage ; au début c'est l'eau libre dans les grands pores capillaires (zone A > 0.05 μm) qui commence à s'échapper (Fig. 1.2). Cette perte d'eau provoque relativement un faible retrait.

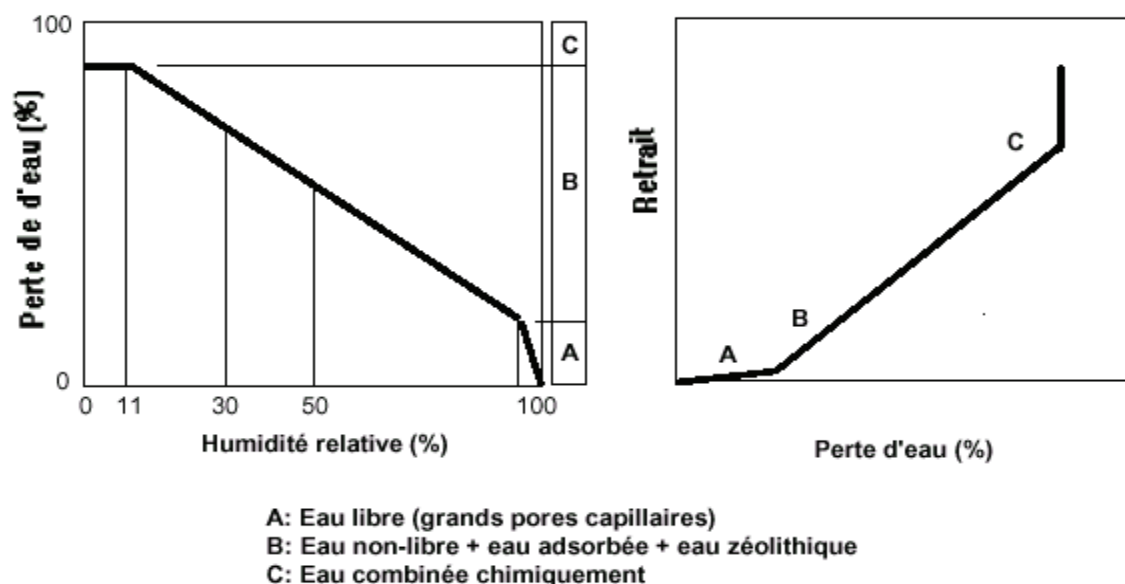


Fig. 1.2 : Relation entre la perte d'eau, l'humidité relative et le retrait de séchage de la pâte de ciment hydraté (GCI-714, 2009).

Pour des taux d'humidité compris entre 50 % et 90 %, c'est l'eau non-libre qui s'évapore. Cette évaporation provoque un retrait important (zone B).

Lorsque le taux d'humidité devient inférieur à 50 %, c'est l'eau adsorbée dans les petits capillaires qui s'évapore. Ce processus produit des tensions capillaires qui compriment les parois des pores et provoquent une diminution de volume de la pâte.

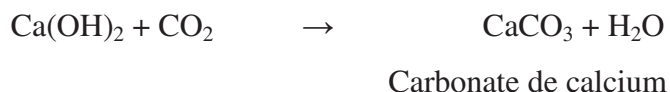
Pour un taux d'humidité inférieur à 30 %, l'eau zéolithique devient instable et commence à s'évaporer. L'eau zéolithique n'est pas chimiquement combinée dans la structure des Silicates de Calcium Hydratés (C-S-H) mais elle est retenue entre les feuillets de C-S-H par des liens hydrogène. Pour l'évaporer il faut que le taux d'humidité s'abaisse au-dessous de 30 %, ce qui provoque alors un très fort retrait de la pâte. Cette eau zéolithique est responsable des pressions de disjonction qui écartent les feuillets de C-S-H. Si cette eau disparaît le système se contracte et le volume diminue (retrait). Il est très difficile de retirer cette eau combinée chimiquement. C'est pour cette raison qu'on la désigne souvent par eau non-évaporable.

Freyssinet a donné en 1934 une théorie explicative basée sur les tensions produites par les forces capillaires. Les particules les plus fines du béton sont reliées par des ponts d'eau dont les ménisques exercent des contraintes d'autant plus importantes que les rayons de courbures sont plus petits. Les rayons diminuent lorsque l'eau s'évapore progressivement jusqu'à l'équilibre final. Les contraintes augmentent alors et resserrent les grains entre eux en provoquant une diminution du volume apparent.

1.3.3.2 Retrait de Carbonatation

1.3.3.2.1 Définition

La carbonatation est un phénomène chimique naturel qui met en jeu, en présence d'humidité, une réaction entre le CO₂ (gaz carbonique) de l'air et le ciment hydraté (Baron 1982, Baroghel-Bouny 1994, Neville 2000) constitué essentiellement de Ca(OH)₂ et de C-S-H. La réaction de carbonatation qui se produit :



La carbonatation est un processus très lent et reste, dans la plupart des cas, superficielle. Sa vitesse dépend de nombreux facteurs tels que la perméabilité, la diffusivité, le degré

d'hydratation, le type et le dosage du ciment, la concentration en CO_2 , le taux d'humidité et la température du milieu. Elle est maximale pour une humidité relative de l'ordre de 60 à 65 %.

1.3.3.2 Retrait de Carbonatation

La couche superficielle du béton subit donc un retrait supplémentaire dû à cette carbonatation (Baron 1982, Neville 2000). Notons que les C-S-H (Baroghel-Bouny 1994, Duval 1992, Claisse et al. 1999, Neville 2000), les C_3S et les C_2S peuvent également se carbonater (Claisse et al. 1999). La carbonatation n'augmente le retrait que pour des humidités relatives intermédiaires, mais pas pour les humidités extrêmes de 25% et 100%, du fait du manque ou de l'abondance d'eau interstitielle (Neville 2000).

Nous allons maintenant nous intéresser, au séchage, ses causes et ses conséquences, vu que le séchage est le moteur du retrait de dessiccation donc nous allons étudier les mécanismes.

1.4 Le Séchage du Béton : causes et conséquences

Pour permettre un bétonnage aisé lors du coulage sur chantier (vibration, enrobage des armatures, pompage sur une longue distance...) le béton doit avoir une bonne ouvrabilité (mesurée habituellement au cône d'Abrams ou au maniabilimètre). Pour augmenter cette ouvrabilité, tout en respectant le nécessaire compromis avec la résistance, on est conduit, en complément de l'utilisation d'adjuvants, à concevoir des bétons présentant des rapports E/C plus élevés ce que la réaction d'hydratation ne nécessiterait. Une partie de l'eau non utilisée par la réaction d'hydratation se trouve donc non liée chimiquement dans le béton (Acker 1988). Au décoffrage, le béton est plongé dans une ambiance extérieure qui présente, dans les climats tempérés, un degré d'hygrométrie moyen de l'ordre de 60 % à 80 %. Il subit alors un véritable choc hydrique (par analogie avec un choc thermique). Le béton est donc en déséquilibre thermodynamique avec l'atmosphère ; le séchage va lui permettre de retrouver, très lentement, un équilibre hydrique avec le milieu extérieur.

Physiquement, le séchage met en jeu des phénomènes complexes, qui sont difficile à aborder au niveau microscopique vu la complexité géométrique du réseau poral et la difficulté à trouver des lois permettant de passer des phénomènes d'adsorption/désorption moléculaire ou d'évaporation/condensation aux lois classiques des phénomènes de transport qui se produisent à l'échelle macroscopique. A l'échelle du milieu continu, il est possible de classer

les phénomènes de transport en deux grandes familles :

- Phénomènes de diffusion en phase liquide (de type DARCY) tant qu'il y a encore continuité de la phase liquide ;
- Phénomènes de diffusion en phase gazeuse (de type FICK) pour la vapeur d'eau.

L'importance du séchage tient au fait que l'humidité à l'intérieur du matériau modifie considérablement ses propriétés physico-chimiques (hydratation, porosité etc.) et mécaniques (Module d'Young, retrait de dessiccation etc.), signe d'un couplage entre les phénomènes de diffusion, la chimie de l'hydratation et le comportement mécanique.

L'eau contenue au sein des matériaux est en équilibre avec les conditions ambiantes (pression, humidité relative, température) dans lesquelles l'échantillon est placé.

Des transferts hydriques peuvent alors se produire dans le cas où ces conditions viennent à être modifiées. Pour une étude à température et pression usuelles fixées du séchage des matériaux cimentaires, le changement d'humidité relative (HR) est le facteur-clé de cet équilibre. Selon sa valeur, différents mécanismes physiques sont mis en œuvre dans les transferts d'eau au sein de l'éprouvette, comme montré par (Baroghel-Bouny 1994).

1.4.1 Séchage à humidité relative élevée

En partant d'un état totalement saturé du matériau cimentaire, un séchage à une humidité relative élevée ne rompt pas la continuité de la phase liquide contenue dans les pores. Un écoulement capillaire est alors engendré. Il est régi selon la loi de Darcy par la différence de pression, et tend à entraîner l'eau de l'intérieur vers l'extérieur de l'échantillon.

1.4.2 Séchage à humidité relative intermédiaire

A mesure que l'humidité relative décroît, la continuité de la phase liquide n'est plus assurée, seuls les pores de faible diamètre possèdent encore de l'eau à l'état condensé. L'eau est donc présente sous forme liquide et gazeuse au sein du réseau poreux. Elle est donc soumise à des processus d'évaporation-condensation qui assurent le transport diffusif de l'eau vers l'extérieur.

1.4.3 Séchage à humidité relative faible

Aux humidités les plus faibles, seule l'eau adsorbée à la surface des pores et la vapeur d'eau sont encore présentes. Des diffusions surfacique et gazeuse sont alors à l'origine des transferts d'eau. Si l'humidité relative est encore diminuée, la phase adsorbée disparaît et seule la diffusion gazeuse persiste. Il est à noter que ces variations d'humidité relative conduisent à des variations dimensionnelles du matériau cimentaire, par équilibrage des efforts au sein du matériau.

Le séchage du matériau se limite par définition à l'eau évaporable. Une classification, purement conventionnelle, liée aux techniques de caractérisation du réseau poreux, est souvent utilisée (Baroghel-Bouny 1994). Elle consiste à distinguer l'eau évaporable et non évaporable (i.e. l'eau retenue dans le matériau lors d'un séchage au four à 105 °C (Hansen 1986)) :

Ainsi, intuitivement l'eau évaporable correspond à :

- Eau libre (et non libre) et eau de sorption la moins liée (physi-sorption).

Réciproquement, l'eau non évaporable correspond à :

- Eau chimiquement liée et eau de sorption fortement liée (chimi-sorption).

On va aborder l'évolution de l'eau au sein des matériaux cimentaires hydratés au regard de son importance vis-à-vis du séchage.

1.4.4 L'eau dans la pâte de ciment durci et dans le béton

L'eau introduite dans le malaxeur lors de la fabrication se retrouve sous de multiples états dans le béton durci. L'étude de ces états a fait l'objet de nombreuses classifications suivant que l'on approche le problème d'une manière structurale ou énergétique. Nous retiendrons la classification suivante :

1.4.4.1 Eau libre (Capillaire)

Il s'agit de l'eau qui n'est plus dans le champ d'influence des forces superficielles. Elle se trouve donc principalement dans les pores capillaires et les macropores (Granger 1996).

L'eau libre correspond à l'eau contenue dans les gros capillaires ($>0.05 \mu\text{m}$). Son départ ne cause pas de changement de volume important. L'eau non libre est contenue dans les plus petits capillaires ($0.05 \mu\text{m}$ à $0.005 \mu\text{m}$). Elle y est retenue par des tensions capillaires.

Il faut abaisser le taux d'humidité en dessous de 90 % pour qu'elle commence à s'évaporer, et elle a beaucoup d'influence sur le retrait.

La Fig. 1.3 relative à l'évolution de l'hydratation du ciment à long terme et pour différents rapports E/C montre qu'il existe toujours une certaine quantité d'eau capillaire.

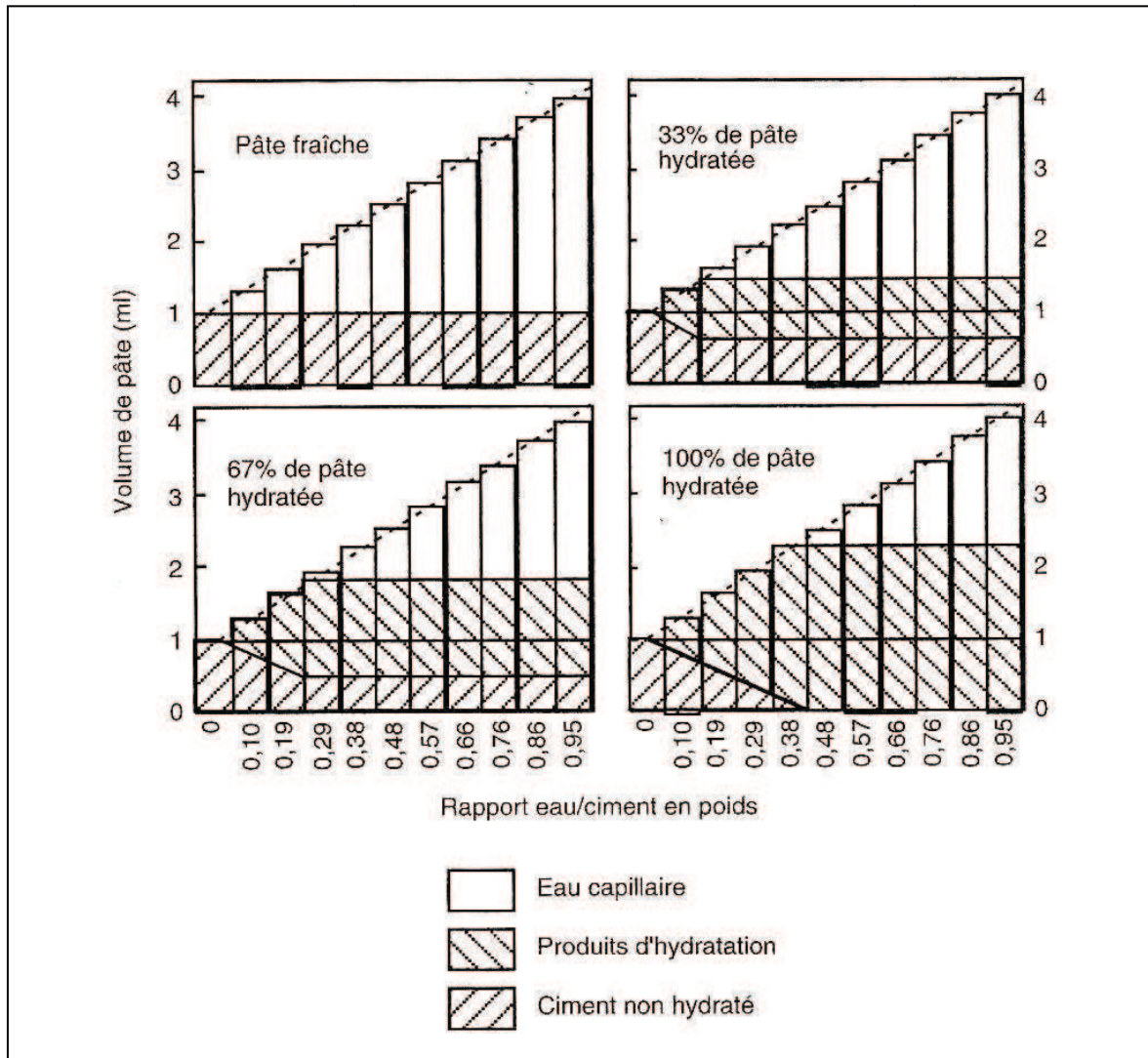


Fig. 1.3 : Composition de la pâte de ciment à différentes étapes de l'hydratation, (de 0 %, 33 %, 67 % et 100 % d'hydratation rapport E/C de 0,2 à 0,8) (Léa 1991).

1.4.4.2 Eau adsorbée (eau de sorption)

Il s'agit principalement des premières couches de molécules d'eau soumises au champ des forces superficielles d'origine électrique. La distinction entre les termes de *chimi-sorption* et

de *physi-sorption* tient principalement à la nature de la liaison : mise en commun des électrons de valence dans le premier cas, simple force électrique (du type de Van Der Waals) dans le second. Le diamètre d'une molécule d'eau étant de l'ordre de 0.1 nm, l'eau chimisorbée et physi-sorbée correspondra donc à une épaisseur de l'ordre du nanomètre (quelques molécules d'eau) et n'interviendra pratiquement pas lors d'un séchage à 50 % HR. En effet, il faut fournir une énergie beaucoup plus importante pour vaporiser l'eau physi-sorbée (Granger 1996).

1.4.4.3 Eau chimiquement liée (eau combinée)

Elle participe à la réaction d'hydratation pour donner principalement le gel de C-S-H. Cette eau n'est pas évaporable, sauf à soumettre le matériau à des températures élevées, mais cela aboutit alors à la modification de la nature même des hydrates (Chen et al. 2008). Elle peut apparaître sous trois formes (Folliot 1982) :

- L'eau inter feuillet : elle est fixée entre les feuillets par l'intermédiaire de ponts hydrogènes avec les hydroxyles.
- L'eau inter lamellaire (eau externe) : c'est l'eau située entre les lamelles, elle est structurée car étant données les faibles dimensions des espaces inter lamellaires l'eau y est soumise au champ de forces émanant des lamelles.
- L'eau hydroxylique : ce sont des hydroxyles OH faisant partie de la structure, liés soit à des atomes Si, soit à des atomes Ca. Ils sont situés sur les faces internes et externes des feuillets. L'eau interfeuillet et l'eau interlamellaire sont aussi appelées l'eau zéolitique (interlayer).

La particule élémentaire de CSH est un microcristal lamellaire, la lamelle étant elle-même constituée de 2 ou 3 feuillets dont l'épaisseur moyenne est de 30 angströms, espacés d'environ 17 angströms. De nombreux modèles de structure des CSH ont été proposés (Feldman et Sereda 1968) (Fig. 1.4), tenant compte des connaissances et des observations expérimentales, afin d'expliquer les mécanismes observables à l'échelle macroscopique (variations dimensionnelles avec le séchage, le fluage et le retrait). Ils s'appuient généralement sur une description du gel de CSH comme un arrangement de feuillets, avec de l'eau stockée entre ces feuillets ainsi qu'à leur surface. Le modèle de Jennings (Jennings 2008) décrit le gel de CSH comme des feuillets de CSH (Fig. 1.5) liés entre eux sous forme de paquets de globules (Fig. 1.6).

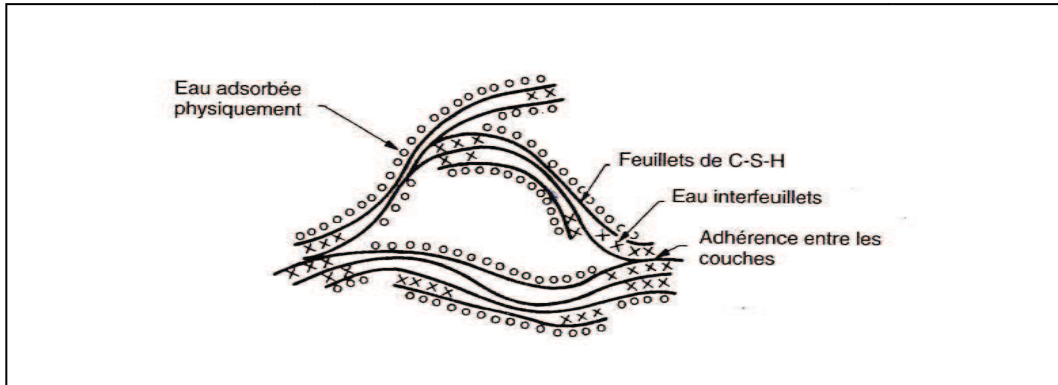


Fig. 1.4: Modèle de Feldman et Sereda, revu par Sierra (Feldman et Sereda 1968).

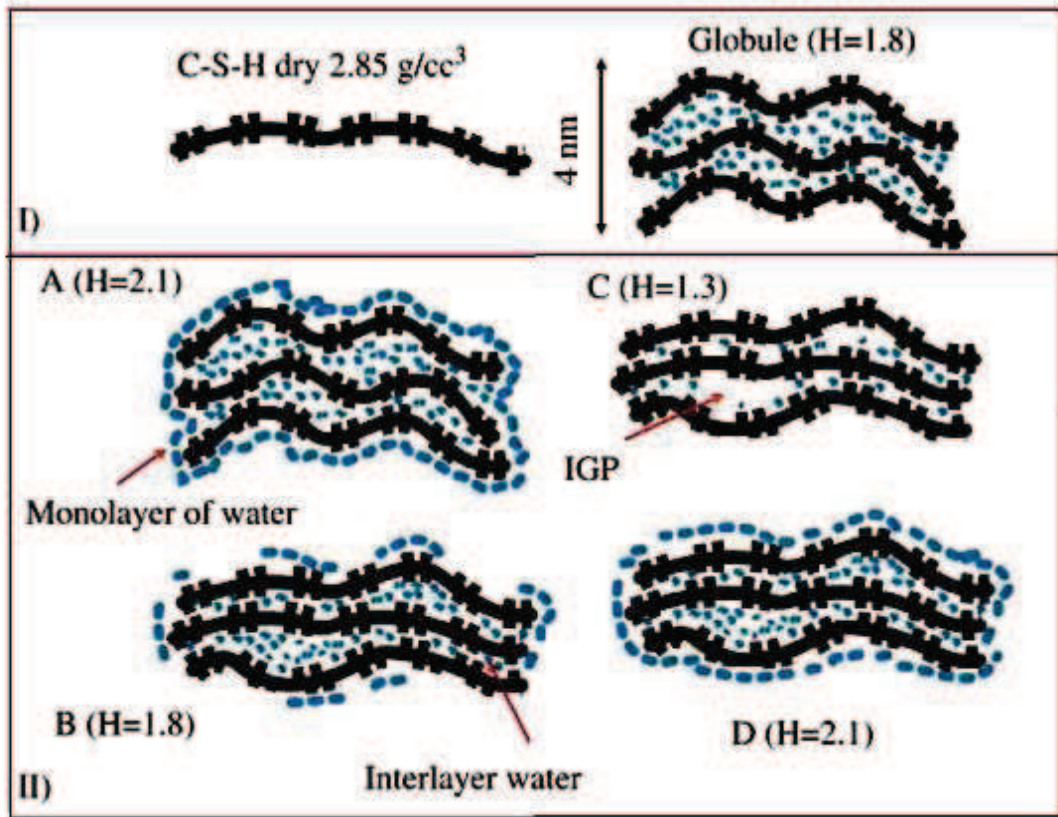


Fig. 1.5 : - Schéma d'un globule de CSH : I) Simple lamelle de CSH où l'eau évaporable est retirée (à gauche), globule sans eau adsorbée à la surface (à droite) II) Différents états de saturation d'un globule de CSH selon le degré de séchage (eau adsorbée à la surface du globule, eau inter feuillets, eau continue dans les pores intraglobulaires (A-saturé, B-partiellement désaturé, C-quasi désaturé, D-resaturé) (Jennings 2008).

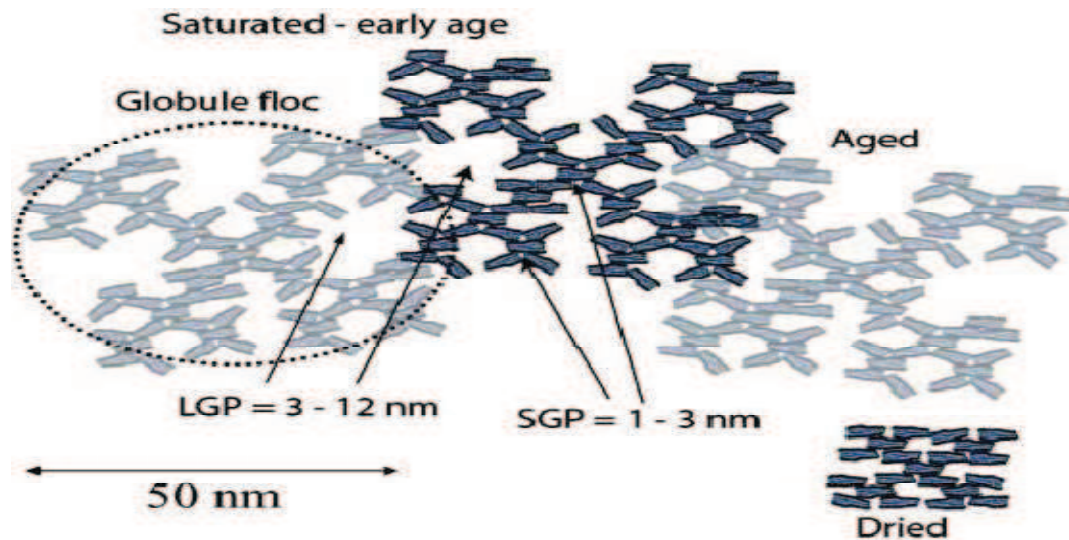


Fig. 1.6: Arrangement des globules de CSH à faible densité. Plusieurs types de porosité interne aux gels de CSH sont présents (LGP : Larger Gel Pores, SGP : Small Gel Pores) (Jennings 2008).

Après avoir vu les différents types d'eau présents dans la pâte de ciment, on s'intéressera à la porosité du béton durci.

1.4.5 La porosité du béton durci

La matrice solide de la pâte de ciment durcie est constituée par les produits d'hydratation du ciment dont l'agencement détermine le réseau poral de la pâte de ciment. A cette matrice s'ajoute la porosité de l'interface pâte - granulat appelée classiquement « *auréole de transition* ». Cette zone de transition (quelques microns) présente une porosité plus importante que celle que l'on trouve dans la masse. Cette hétérogénéité est en fait une faiblesse locale qui contribue à réduire la résistance du matériau et à augmenter la perméabilité.

Le béton durci est truffé de capillaires : vides très petits, généralement communicants, allant de 1/1000 mm (1 μm) à 1/1000000 mm (0.001 μm), capables d'absorber l'eau par succion, de la retenir et de ne la libérer que par évaporation très haute (micropores). Des vides plus grands (gros pores), de l'ordre de 1 mm, forment un autre réseau qui n'aspire pas ni ne retient l'eau, mais la laisse traverser le matériau.

La porosité est exprimée en pourcentage (%) du volume réellement occupé par le matériau (Baron et Olivier 1997). Une courbe de distribution de la porosité de la pâte de ciment

obtenue avec le porosimètre à mercure présente deux pics dont la position varie légèrement avec la nature de la pâte (Fig. 1.7). Ces deux pics traduisent l'existence de deux familles de pores (Abiar1986).

Le premier type de pores correspond au pic de grand diamètre. Ces vides laissés par la disparition de l'excédent d'eau (non fixée par l'hydratation) sont appelés aussi *macropores*.

Le deuxième type, qu'on appelle « fines capillaires » correspond au pic des petits diamètres, et constitue la porosité interne des hydrates, responsable des pores de gel, appelés aussi *micropores*.

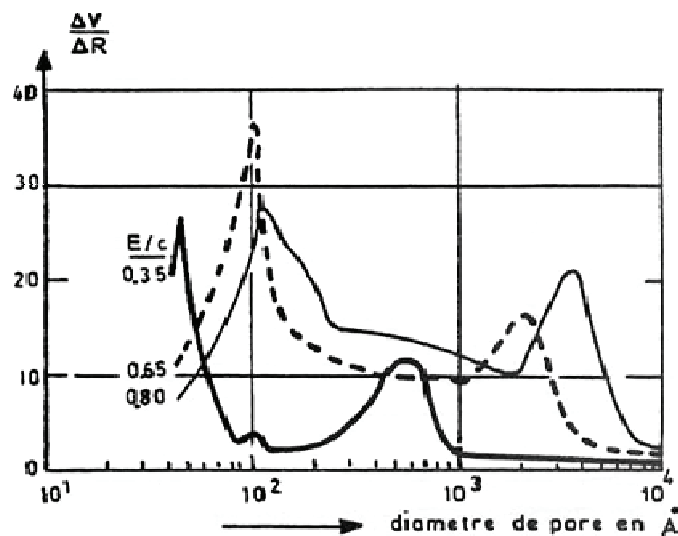


Fig. 1.7: Courbe de distribution de la porosité pour des pâtes de ciment à divers E/C. ΔV et ΔR sont respectivement la variation du volume de mercure injecté et celle du rayon minimum des pores pénétrés par le mercure (Verbeck et Helmuth 1968).

1.4.6 Mécanisme du retrait de dessiccation

Le retrait de séchage (ou de dessiccation) est la conséquence directe du séchage du matériau cimentaire. Le départ de l'eau présente initialement dans les pores du béton induit une déformation du squelette solide. Les expériences de retrait de dessiccation montrent que la distribution des pores et les caractéristiques du gel CSH ont une influence prépondérante sur la déformation de retrait de dessiccation. Les mécanismes sont à rechercher dans les liaisons de cette eau avec le solide et dépendent de l'humidité relative du milieu (Baron 1982, Bazant et Wittmann 1982, Neville 2000). Nous pouvons distinguer selon la situation de l'eau dans le béton différents mécanismes de retrait : retrait par dépression capillaire lié au départ de l'eau des capillaires, retrait par variation de la tension superficielle (ou variation de l'énergie surfacique solide) lié au départ de l'eau adsorbée (physi-sorbée) et retrait par variation de la

pression de disjonction lié à l'eau des micropores (pores des CSH) dont l'adsorption est limitée par l'étroitesse des espaces disponibles (Baron 1982, Baroghel-Bouny 1994, Baroghel-Bouny et Godin 2000).

La dépression capillaire résulte de l'équilibre liquide-vapeur dans la porosité capillaire du béton. La diminution de l'humidité relative au sein du béton (du fait du séchage) induit une diminution de la pression de l'eau liquide, provoquée par la vaporisation de celle-ci. La coexistence des phases liquides (eau) et gazeuses (vapeur d'eau et air sec) entraîne la formation d'un ménisque à l'interface liquide - gaz, et donc l'apparition de tensions capillaires (ou dépression capillaire). Elles entraînent alors la contraction du squelette solide et provoquent ainsi le retrait de dessiccation.

L'eau associée à la pression de disjonction est en équilibre avec l'humidité relative environnante. Sa diminution entraîne un départ de l'eau. Il se produit alors une diminution de l'épaisseur de la couche d'eau adsorbée dans la zone d'adsorption empêchée et donc une diminution de la pression de disjonction. Il en résulte alors une déformation du squelette solide qui correspond à la déformation de retrait.

L'énergie surfacique des particules de gel C-S-H crée des contraintes de traction en surface et des contraintes de compression au sein du solide. Lorsqu'il y a adsorption, les tensions surfaciques diminuent et en présence d'une désorption, les contraintes induites augmentent, provoquant une contraction du solide et donc également une déformation de retrait.

1.4.6.1 Effets locaux et structurel du retrait de dessiccation

Les effets provoqués par le retrait ont été analysés, ils se situent essentiellement à deux échelles (Miao 1989) :

A l'échelle du matériau (effets locaux) et autour des granulats, les contraintes de traction peuvent atteindre quelques mégapascals et entraînent des microfissurations.

A l'échelle de la structure (effet structurel), les tractions dépassent largement la résistance à la traction du matériau dans la zone superficielle, et l'apparition de la fissuration de peau est alors inévitable.

1.4.6.2 Effets locaux (à l'échelle des hétérogénéités du matériau)

Ces effets sont dus à l'hétérogénéité des composantes du matériau cimentaire, présente à toutes les échelles. A l'échelle microscopique, la pâte de ciment est constituée principalement

de C-S-H et de portlandite, qui sont de caractéristiques différentes et se comportent de façon différente envers le séchage. Le premier subit une diminution de volume alors que le second n'en subit pratiquement pas (Baroghel-Bouny 1994, Neville 2000). Ceci conduit à la génération de contraintes au niveau des particules de Portlandite à l'échelle microscopique. De la même manière, les différences de rigidité entre la pâte de ciment hydraté et les grains de ciment non hydraté, entre la pâte de ciment hydraté et les granulats fins, et entre le mortier et les gros granulats conduisent à la génération de fissures radiales et circonférentielles, comme illustré à la Fig. 1.8 (Hearn 1999).

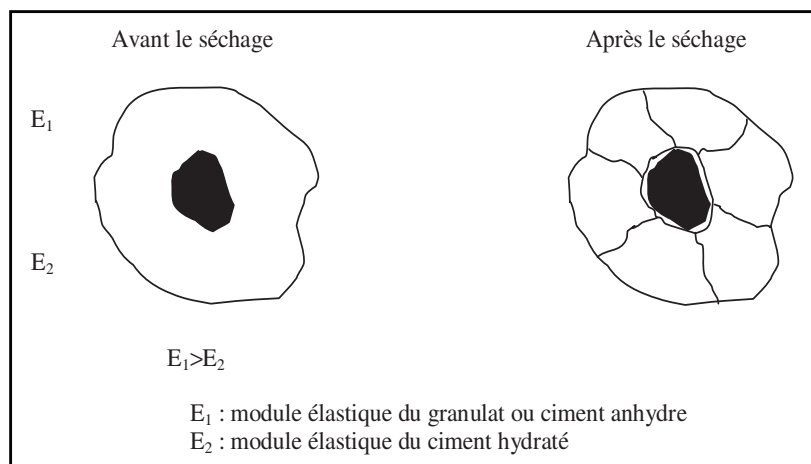


Fig. 1.8: Fissurations circonférentielle et radiale dues au séchage (Hearn 1999).

Autrement dit, seule la pâte de ciment subit la déformation de retrait de dessiccation, à la différence des granulats présents dans le béton. Les déformations différentielles résultantes entre la pâte de ciment et les granulats sont à l'origine d'un système d'autocontraintes à l'échelle de l'hétérogénéité du matériau. Ce système peut conduire à une microfissuration de la matrice cimentaire à l'interface granulat-pâte de ciment affectant les propriétés macroscopiques du béton (propriétés élastiques, résistance, propriété de diffusion). De même, à l'échelle microscopique, les différents constituants de la pâte de ciment ne se déforment pas de façon identique (clinker non hydraté, C-S-H, portlandite, ettringite). En effet, la portlandite, par exemple, est insensible à la diminution de l'humidité relative (en terme de déformation induite), ce qui n'est pas le cas du gel de CSH (Acker 1988, Baron 1982).

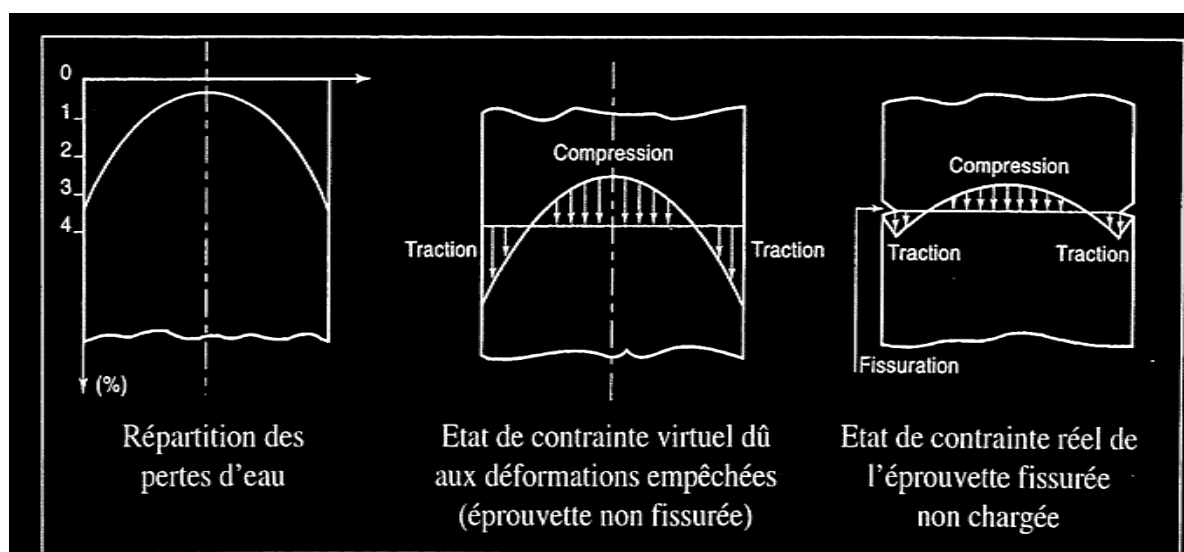


Fig. 1.9 : Autocontraintes de structure (Pons 1998)

1.4.6.3 Effet structurel (à l'échelle de la structure)

L'effet de structure conduit à la fissuration de la couche externe de l'éprouvette. La Fig. 1.10 illustre cet effet sur un voile semi-infini d'épaisseur $2b$, exposé à l'air sur les surfaces latérales (HR=50 %). Le séchage a pour conséquence la création de gradients hydriques, très forts au début (Fig. 1.10.a). Si le mur était composé de blocs indépendants, leur retrait aurait l'allure présentée par la Fig. 1.10.b. Les gradients hydriques provoquent donc un retrait différentiel. En effet, le retrait subi par la couche externe est supérieur à celui de l'intérieur du voile. La peau est alors mise en traction alors que le cœur est sous compression (L'Hermitte 1978, Bazant 1982, Acker 1988, 1991, Neville 2000). Si la traction créée par l'évaporation d'eau est supérieure à la résistance en traction du matériau, une fissuration superficielle apparaît (Fig. 1.10.c). Cependant, en fin de séchage, le cœur, de teneur en eau plus élevée que la surface, tend à se rétracter plus que la peau (Benboudjema 2002). La tendance initiale s'inverse : la peau est mise en compression et le cœur en traction, conduisant à la propagation de la fissuration vers le cœur de l'éprouvette.

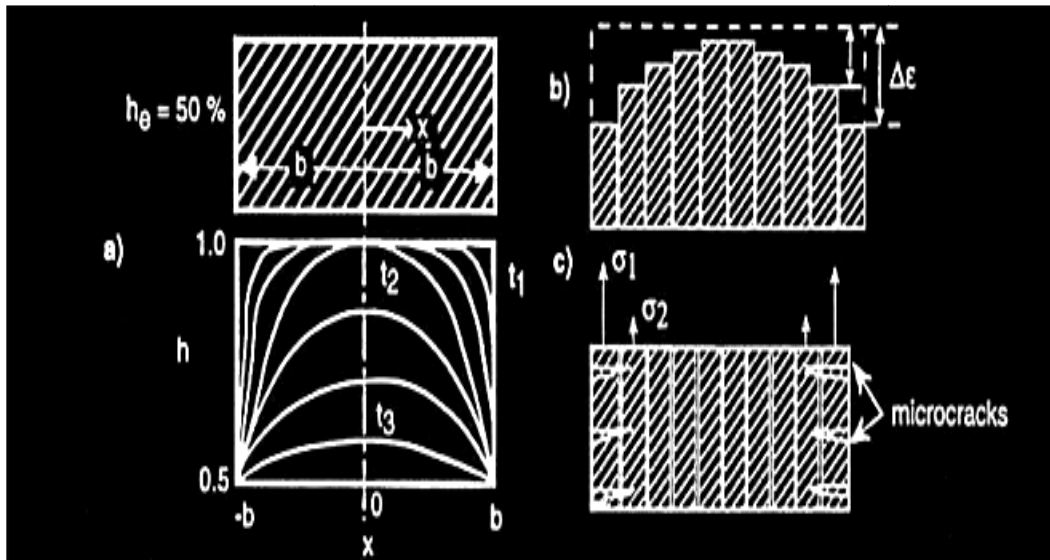


Fig. 1.10: Illustration de l'effet de structure dû au séchage : a) profil d'humidité en fonction du temps, b) retrait libre correspondant (pour des blocs imaginés indépendants), c) contraintes induites par le retrait gêné et fissuration de peau due à ce retrait (Bazant 1982).

L'importance du retrait dans les structures est donc liée à la fissuration pouvant s'y produire (Neville 2000). De ce point de vue, de grands gradients hydriques provoquent des contraintes internes élevées et donc de fortes tendances à la fissuration. Un des facteurs les plus importants conditionnant la fissuration est le rapport E/C . Son augmentation diminue la résistance à la traction, et en même temps, augmente le retrait.

Les fissurations constituent des surfaces de discontinuité dans la masse du béton et peuvent éventuellement présenter des ouvertures importantes à partir desquelles la pénétration est facilitée, surtout celle des agents agressifs (ce qui influe directement sur la durabilité du matériau et par suite celle de toute la structure).

La Fig. 1.11 montre les fissures dues au retrait plastique (conséquence de l'évaporation de l'eau) qui se manifestent d'abord au voisinage des surfaces exposées (Venuat 1992).

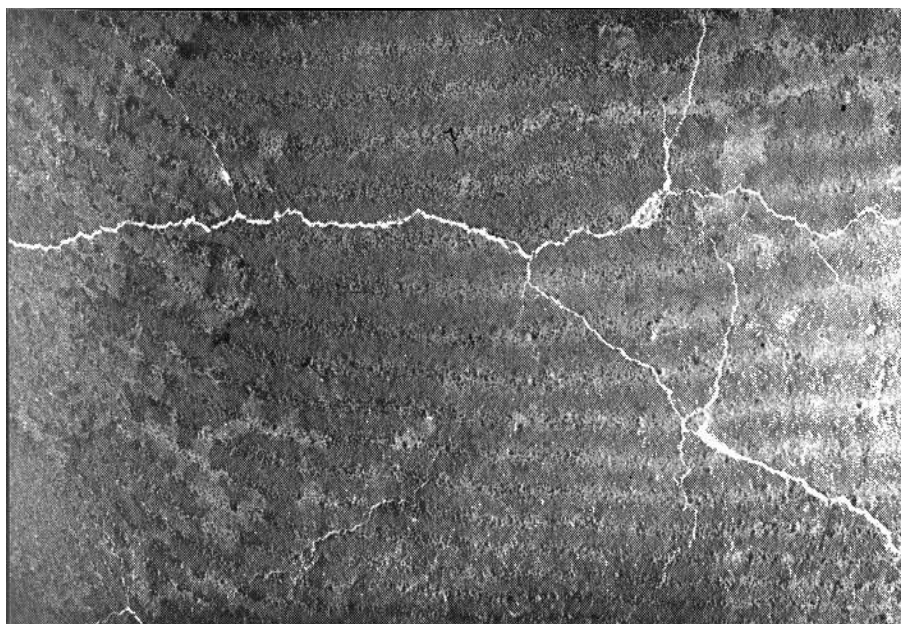


Fig. 1.11: Fissuration d'une dalle (Venuat 1992).

La Fig. 1.12 montre les fissures dues au retrait de dessiccation lors d'un déséquilibre hygrométrique entre le béton et le milieu environnant quand la traction de peau induite par les gradients de l'humidité est supérieure à la résistance du matériau (Wittmann et al. 1998).

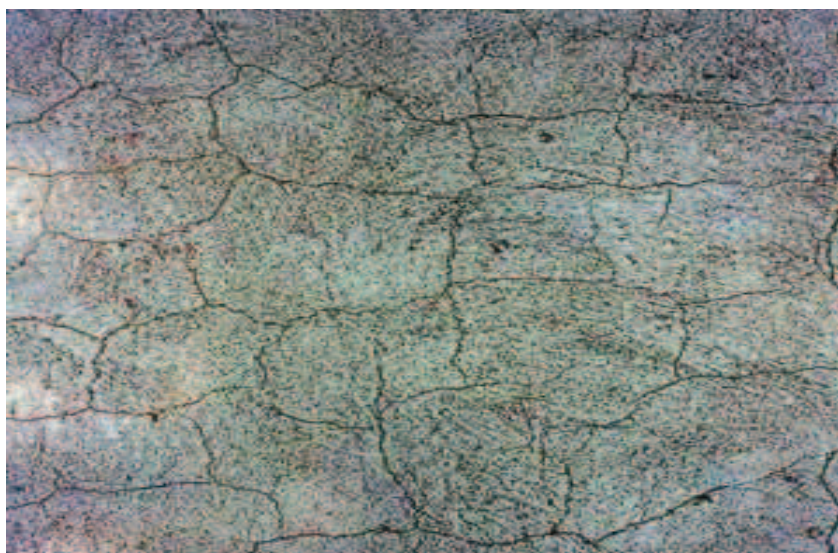


Fig. 1.12 Réseau de fissures de surface, imputables à l'absence ou l'insuffisance du traitement de cure (Wittmann et al. 1998).

Depuis longtemps les ingénieurs de chantier constatent que cette fissuration apparaît inévitablement, même dans les pièces de faible épaisseur. L'exemple que l'on cite ici est celui de Roper (Fig. 1.13).



Fig. 1.13 : Fissuration de peau observée sur une dalle en béton armé conservée dans l'air (HR=44%; T=32°C; Vitesse de vent=8m/s). Les fissures observées ont une moyenne de 0.22-mm (Miao 1989).

1.4.7 Facteurs influençant le retrait

Le dosage des constituants du mélange est la variable essentielle pour le béton. Plusieurs études ont été réalisées sur l'effet de la variation des dosages et des propriétés de ces constituants sur le retrait. D'autres études ont évalué l'effet des conditions hygrométriques (ainsi que de la cure) et de la taille de l'échantillon ou de l'élément de structure.

1.4.7.1 La composition du béton

Le retrait de la pâte de ciment est environ 3 à 5 fois plus grand que celui du béton. Cette différence est due essentiellement à la présence de granulats qui gênent l'évolution libre du retrait. Le retrait du béton Sh_b dépend du retrait de la pâte de ciment Sh_p et du pourcentage des granulats g , les valeurs expérimentales de l'exposant n variant entre 1.2 et 1.7.

$$Sh_b = Sh_p (1 - g)^n \quad (1.1)$$

La Fig. 1.14 présente des résultats type et conduit à une estimation de $n=1.7$.

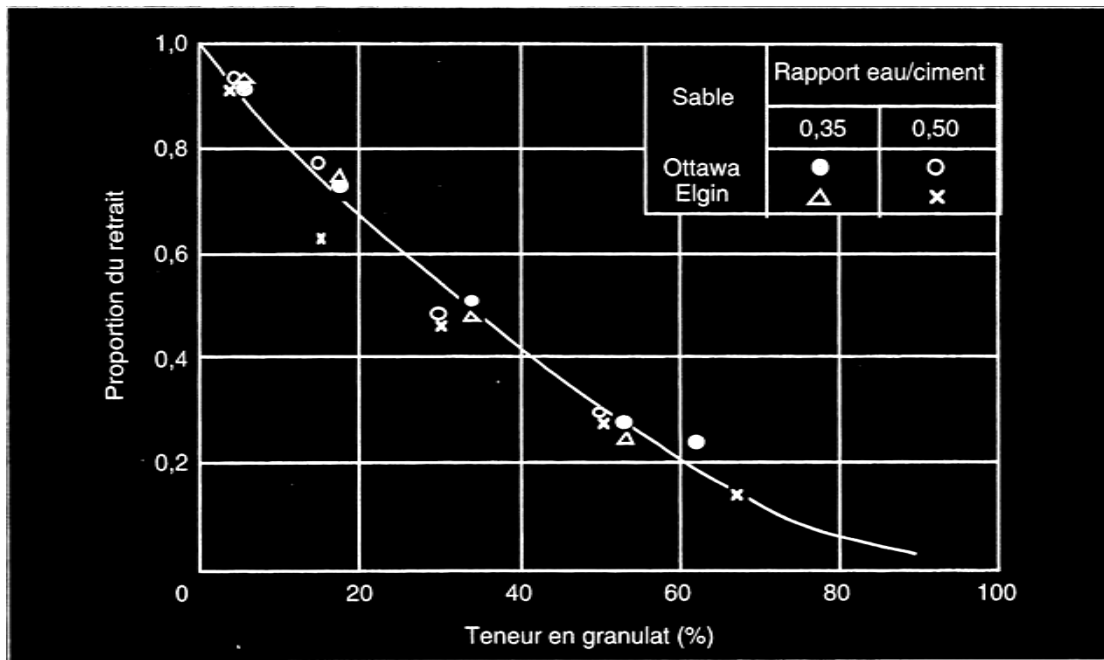


Fig. 1.14 : influence de la teneur en granulat dans le béton (en volume) sur le rapport entre le retrait du béton et celui de la pâte pure de ciment (Neville et Brooks 1987).

On remarque un retrait décroissant en fonction du pourcentage de granulats. Le module d'élasticité des agrégats influe aussi sur le retrait. Aussi, le retrait du béton léger est plus grand que celui du béton ordinaire.

Le retrait du béton dépend aussi du rapport Gravier-Sable (G/S), et du type de granulats (granulats granitiques concassés-granulats silico-calcaires roulés) (Fig. 1.15).

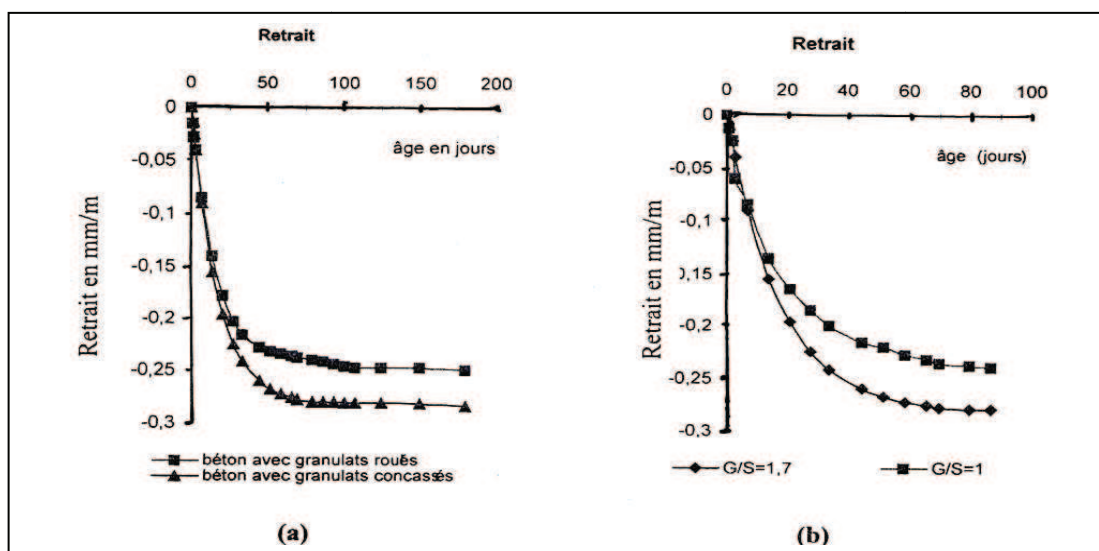


Fig. 1.15 : effets des granulats (types et rapport G/S) sur le retrait (Berthier 1980).

Les Fig. 1.16 et 1.17 présentent l'effet des principaux facteurs sur le retrait de dessiccation d'éprouvettes de béton conservées dans un climat tempéré. La Fig. 1.16 donne la variation du retrait de dessiccation en fonction du rapport E/C et de la proportion de granulats en volume. Pour une même teneur en granulats, le retrait augmente avec le rapport E/C. La cinétique et l'amplitude du retrait sont plus importantes avec la diminution de la teneur en granulats. D'autre part, pour un même rapport E/C, la diminution de la teneur en granulats augmente le retrait, avec une amplitude de plus en plus importante. La Fig. 1.17 présente l'effet du rapport E/C et de la teneur en eau et en ciment sur le retrait total en dessiccation d'un béton. Pour un rapport E/C constant, l'augmentation du dosage en ciment a pour effet un accroissement du retrait, du fait d'une plus grande quantité de pâte de ciment. Néanmoins, pour un dosage en eau constant, le retrait est diminué avec l'augmentation du dosage en ciment, car le rapport E/C est réduit.

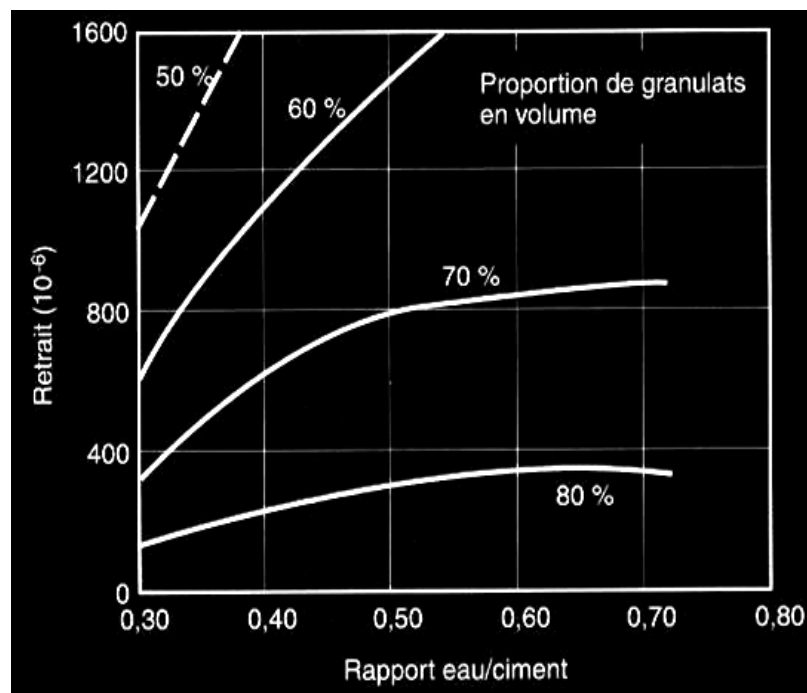


Fig. 1.16: Influence du E/C et de la teneur en granulats sur le retrait des matériaux à matrice cimentaire conservés à HR= 50 % et à T=21 °C pendant 6 mois (Ödman 1968).

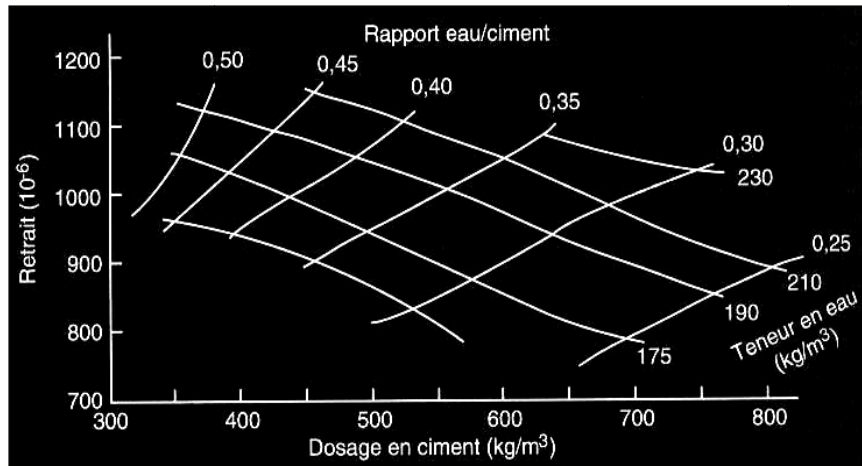


Fig. 1.17: Variation du retrait en fonction des dosages en ciment et en eau, et du E/C d'un béton mûri à l'eau pendant 28 jours puis séché pendant 450 jours (Shoya 1979).

1.4.7.2 L'humidité relative

Le retrait est principalement dû à la migration de l'eau de la pâte de ciment vers l'extérieur. L'humidité relative du milieu joue donc un rôle important sur l'ampleur du retrait final de la pâte de ciment et par conséquent du béton. Le retrait d'un béton augmente si sa perte en eau augmente (Fig. 1.18). Cette même figure illustre aussi que le retrait est plus important en valeur absolue que le gonflement dans l'eau. Le gonflement est 6 fois plus faible que le retrait dans l'air à 70% d'humidité relative et 8 fois plus faible que le retrait dans l'air à 50% d'humidité relative.

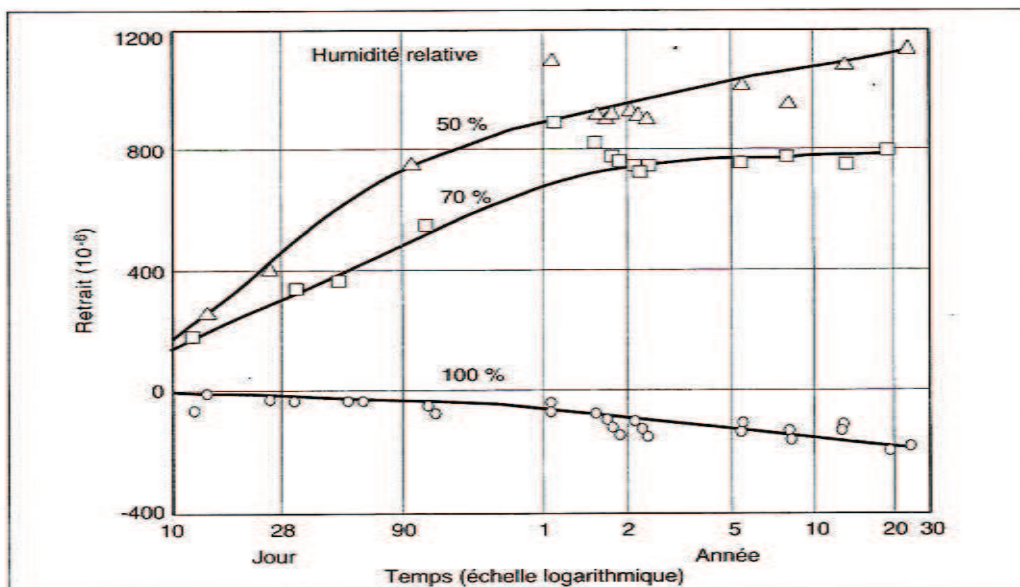


Fig. 1.18 : Relation entre le retrait et le temps pour des bétons conservés à différentes humidités relatives (Troxell et al. 1958).

1.4.7.3 La période de mûrissement (cure)

La cure protège le béton frais contre l'évaporation rapide d'eau, et donc favorise l'hydratation du ciment et le développement de la résistance du béton dans le temps. Le retrait du béton augmente lorsque la période de mûrissement diminue (Baron 1971).

1.4.7.4 L'échelle

Un béton de profondeur 600 mm peut prendre 10 ans pour atteindre l'équilibre d'humidité. Par contre, un béton de profondeur 75 mm atteint l'équilibre après environ un mois. On a remarqué que le retrait de grands échantillons est inférieur à celui des petits. Ceci serait dû à la migration de l'eau de l'intérieur vers l'extérieur qui diminue quand le chemin à parcourir est plus long (Bryant et Vadhanavikkit 1987).

Abordons maintenant le phénomène du fluage.

1.5 Fluage du béton

1.5.1 Introduction

Depuis les premiers travaux sur le béton précontraint menés par Freyssinet en 1908, les ingénieurs ont pu constater l'importance de l'effet du fluage sur le comportement des structures, en particulier sur la durabilité et l'état de service. L'application d'une contrainte augmente l'ampleur des déformations différées, c'est ce qu'on appelle communément le fluage. Il est défini comme une augmentation de la déformation sous une contrainte constante avec le temps. Des désordres structuraux peuvent apparaître en cas de mauvaise évaluation de ces phénomènes (flèches trop importantes, perte de précontrainte, etc.).

Depuis longtemps les travaux de recherche portant sur ce phénomène sont nombreux et peuvent être divisés en deux catégories ; la première, expérimentale, cherche à expliquer les phénomènes mécaniques et l'effet des différents facteurs internes (rapport E/C, types de granulats, proportions de mélange et autres) et externes (conditions hygrométriques, dimensions de l'échantillon, résistance à la compression et autres); la deuxième, théorique, cherche à expliquer les mécanismes et propose des modèles analytiques (phénoménologiques ou mathématiques) de type exponentiels ou hyperboliques qui extrapolent les résultats à long terme.

La communauté scientifique reconnaît qu'il existe deux phénomènes physico-chimiques distincts à l'origine du fluage du béton : le fluage propre, et le fluage de dessiccation.

1.5.2 Fluage propre

La déformation de fluage propre est définie comme étant la déformation mesurée dans le temps d'une éprouvette chargée à l'instant t_0 en partant d'un état hydrique et thermique uniforme gardé constant tout au long de l'essai. Cette déformation est proportionnelle à la contrainte appliquée pour des niveaux de chargement inférieurs à 50% de la charge ultime (Bazant¹ 1988), et jusqu'à une contrainte de 60% de la contrainte de rupture dans le cas d'un béton ordinaire (Ulm et Acker 1998, Neville 2000). Au-delà de ces limites, la déformation augmente et peut amener l'éprouvette à la rupture. Il y a alors une accélération de la déformation de fluage, le comportement n'appartenant plus au domaine de viscoélasticité (le comportement différé des matériaux à matrice cimentaire sous chargement est de type normalement visco-élastique) (Huet 1982). L'eau joue un rôle essentiel dans le mécanisme de fluage propre, les différents essais montrant une réponse quasi proportionnelle à l'état hydrique uniforme de l'éprouvette (Fig. 1.19). Plus l'humidité relative uniforme d'un béton préalablement séché est basse, plus sa déformation de fluage propre est faible. Acker a montré que pour une éprouvette séchée à 105 °C le fluage est quasi nul (Acker 1988).

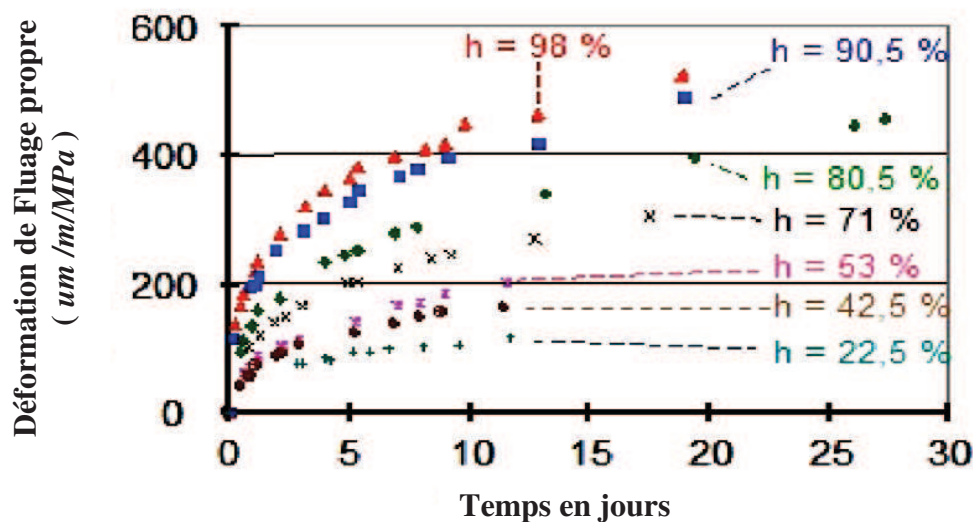


Fig. 1.19 : Effet de l'état hydrique interne sur l'évolution du fluage propre (Wittmann 1970).

1.5.2.1 Mécanismes associés au fluage propre

L'analyse du phénomène de fluage propre sur des pâtes de ciment et du béton met en évidence deux régimes cinétiques distincts (Guénot-Delahaie 1997), ce qui appuie l'hypothèse qu'ils sont issus de deux mécanismes physiques différents (Ulm et Acker 1998).

1.5.2.1.1 Mécanisme à court terme

On trouve dans la littérature plusieurs descriptions de mécanismes supposés à l'origine du fluage propre à court terme. Nous présentons ici le mécanisme le plus reconnu qui a été proposé par Ruetz (Ruetz 1966) et repris ensuite par Wittmann (Wittmann 1982) et Ulm (Ulm et al 1999). Ces auteurs attribuent ce mécanisme à la diffusion de l'eau adsorbée dans la porosité capillaire. Cette diffusion est induite par les efforts extérieurs transmis à l'échelle microscopique à travers l'interface des hydrates entourant les pores capillaires (Fig. 1.20).

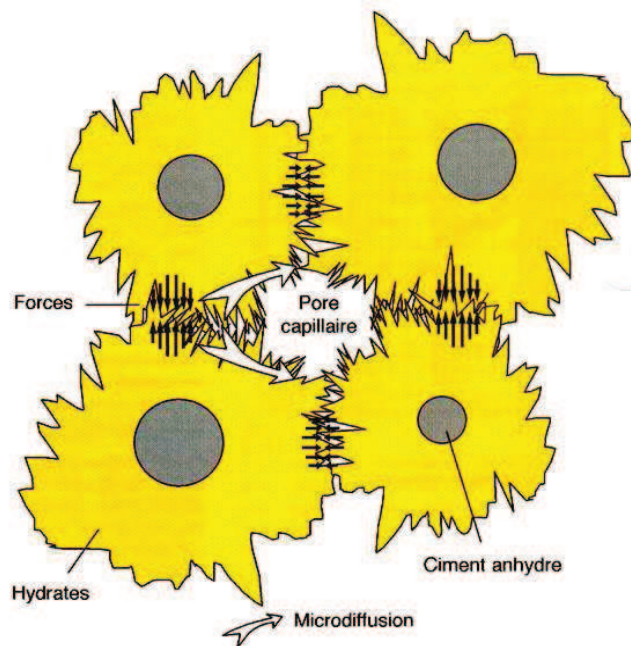


Fig. 1.20 : Mécanisme physique à l'origine du fluage propre à court terme (Ulm et al 1999).

1.5.2.1.2 Mécanisme à long terme

Bazant et al. ont proposé une explication de l'origine de ce phénomène basée sur un mécanisme de glissement des feuilletts C-S-H (Bazant et al 1997). Ce processus mécanique de quasi-dislocation résulte de la relaxation des micro-précontraintes à l'échelle des nanopores (nanopores des hydrates qui ont quasiment la même structure quel que soit le type de béton).

Ces micro-précontraintes sont générées par la pression de disjonction dans les zones d'adsorption empêchée (Ulm et al 1999). Ulm et al. notent que la cinétique du fluage à long terme semble indépendante du rapport E/C. Cela appuie l'hypothèse que ce mécanisme se produit à l'échelle des nanopores de la pâte de ciment dont la structure est indépendante de la formulation du béton.

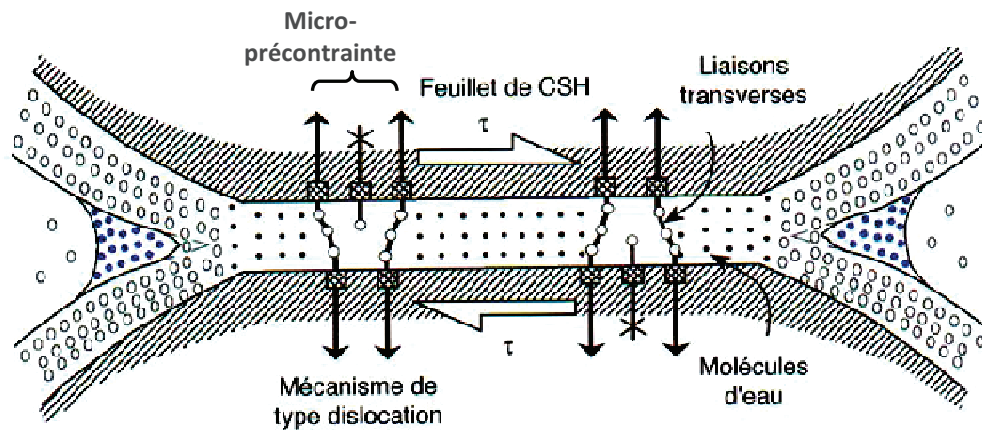


Fig. 1.21 : Mécanisme physique à l'origine du fluage propre à long terme (Ulm et al 1999).

1.5.3 Facteurs influençant le fluage propre

Le fluage propre est très vieillissant. Il dépend fortement de l'âge du béton lors du chargement. Cette dépendance reste assez importante même au-delà d'un an, ce qui signifie que cet effet à long terme est indépendant de l'avancement de la réaction d'hydratation qui tend à se stabiliser après 90 jours.

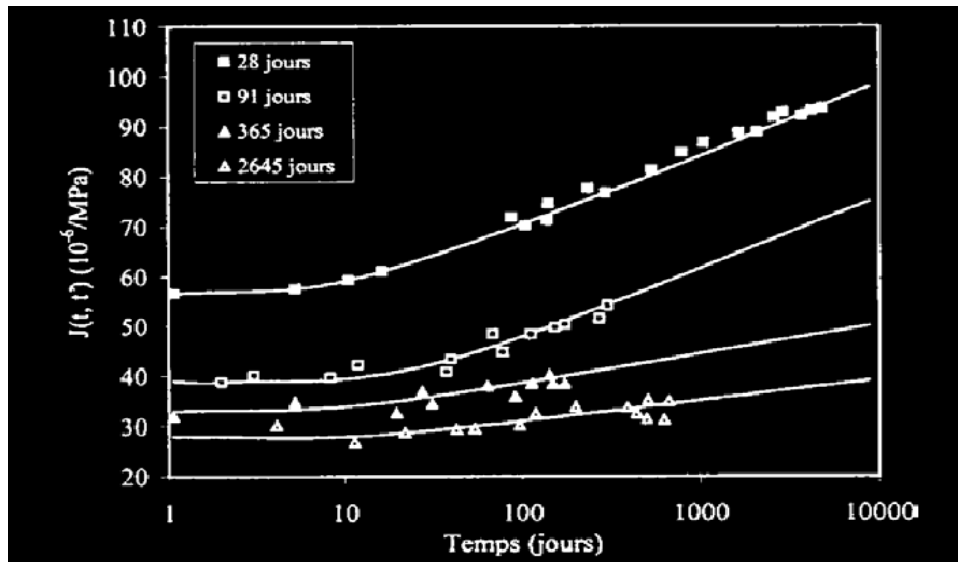


Fig. 1.22 : Fonctions de fluage pour différents instants de chargement (Bazant 1988).

Ce mécanisme de déformation est lié à la présence des granulats et aux fissurations à l'interface pâte/granulats. Rappelons que c'est bien la pâte qui est responsable de la majeure partie du fluage, et non les granulats. Leur rôle se limite principalement à gêner les déformations de la pâte, même si leur nature peut faire varier les déformations quantitativement (Troxell 1958). Lorsque la pâte flue, une partie de l'énergie de déformation est transférée vers les granulats (où elle est stockée sous forme d'énergie élastique) et il y a une relaxation des contraintes dans la pâte. En cas de déchargement, l'énergie stockée dans les granulats est partiellement restituée.

Quant à la fissuration, elle est due aux différences de module entre la pâte et les granulats. Cette différence de déformabilité est à l'origine de concentrations de contrainte qui peuvent être à l'origine d'une fissuration (ou microfissures) au niveau des interfaces pâte/granulats. Ainsi, l'influence de la fissuration sera variable suivant qu'il y a interaction ou non entre les fissures. Ce phénomène pourrait être à l'origine de la non linéarité des déformations de fluage par rapport à la contrainte appliquée dans le cas d'un chargement sévère.

1.5.4 Fluage de dessiccation

Ce phénomène traduit l'excès de fluage, constaté lors du séchage d'une éprouvette chargée, par rapport à la somme des déformations d'une éprouvette protégée soumise au même chargement et des déformations de retrait de dessiccation d'une éprouvette non chargée subissant le séchage. Cet excès de déformation a été évoqué en premier lieu par Pickett en

1942, d'où le nom attribué à cet effet « Pickett effect ». Avant de découvrir l'interaction entre le fluage et les variations hydriques, on aurait pu s'attendre à une atténuation du fluage suite au séchage, vu les précédentes constatations concernant la proportionnalité entre le fluage propre et l'humidité relative interne du béton. Or la déformation de fluage qui résulte des effets simultanés de chargement et de séchage peut atteindre 4 fois la déformation du fluage propre (Bou Saïd 2003).

Ainsi, la déformation mesurée sur une éprouvette en dessiccation dépend directement du séchage sous contrainte, d'où la définition du terme de fluage de dessiccation lié au départ d'eau libre. Par ailleurs, l'amplitude de ce fluage de dessiccation est liée à la quantité d'eau libre évaporée : plus l'eau libre pouvant s'évaporer est importante plus le fluage de dessiccation est élevé.

1.5.4.1 Mécanismes associés au fluage de dessiccation

Les causes supposées à l'origine du fluage de dessiccation semblent être nombreuses et diverses (Granger 1996, Acker 1997). Les différentes explications trouvées dans la littérature peuvent être regroupées selon deux aspects principaux qui sont le fluage de dessiccation relié à un effet de structure et le fluage de dessiccation intrinsèque. Le premier est lié à la diminution de l'effet de structure qui conduit à une réduction des microfissures générées par la dessiccation, et le second, qualifié d'intrinsèque, est lié à un couplage entre la contrainte appliquée, le fluage propre et la dessiccation.

1.5.4.1.1 Le fluage de dessiccation structural

Le phénomène de séchage décrit précédemment génère des déformations empêchées et peut induire des fissurations suivant l'échelle de la structure (vu qu'il se crée par le séchage lié aux gradients hydriques entre le cœur et la peau du matériau cimentaire des contraintes internes non-uniformes, de traction sur le bord et de compression au cœur de l'éprouvette). L'application d'une charge de compression peut induire une fermeture totale ou partielle des fissures et augmenter ainsi la déformation totale. Bazant et Wu estiment que cet excès de déformation provient du comportement non linéaire des zones susceptibles d'être fissurées (Bazant et Wu 1974). Cet effet de structure est décrit à l'échelle de l'éprouvette. D'autres explications présentent l'effet structural à l'échelle du granulat (Granger 1996). Dans ce cas, le béton est considéré comme un matériau hétérogène où les granulats, beaucoup moins

sensibles aux effets différés, viennent s'opposer aux déformations hydroviscoélastiques de la pâte de ciment, ce qui génère des contraintes internes et des microfissurations. On retrouve ainsi, comme à l'échelle de l'éprouvette, l'effet des contraintes externes de compression qui permettent de compenser une plus forte proportion du retrait de dessiccation de la pâte. Maintenant, supposons que la Fig. 1.23.a représente l'état de contrainte régnant dans une éprouvette non-fissurée. L'application d'une contrainte de compression uniforme (Fig. 1.23.b) sur cette éprouvette vient contrecarrer les contraintes de traction développées (Fig. 1.23.c). Ce chargement empêche, complètement si sa valeur est suffisante, sinon partiellement, la formation des microfissures dues à la contrainte longitudinale interne, qui est donc de traction en surface. On mesure ainsi une déformation supérieure à celle que l'on mesure sur une éprouvette en dessiccation non chargée (Wittmann et Roelfstra 1980, Wittmann 1982, Torrenti 1987, Acker 1988, Granger 1996, Acker 1997, Neville 2000, Munoz 2000, Benboudjema 2002). Par contre, la contrainte tangentielle en peau peut rester de traction (Torrenti 1987). Il se créera donc une microfissuration due à cette contrainte tangentielle dès que la résistance à la traction est atteinte. Il y a alors une part irréductible d'effet de structure (Granger 1996). Notons également que les contraintes normales dans la section considérée ne sont pas uniformes (Fig. 1.23.c).

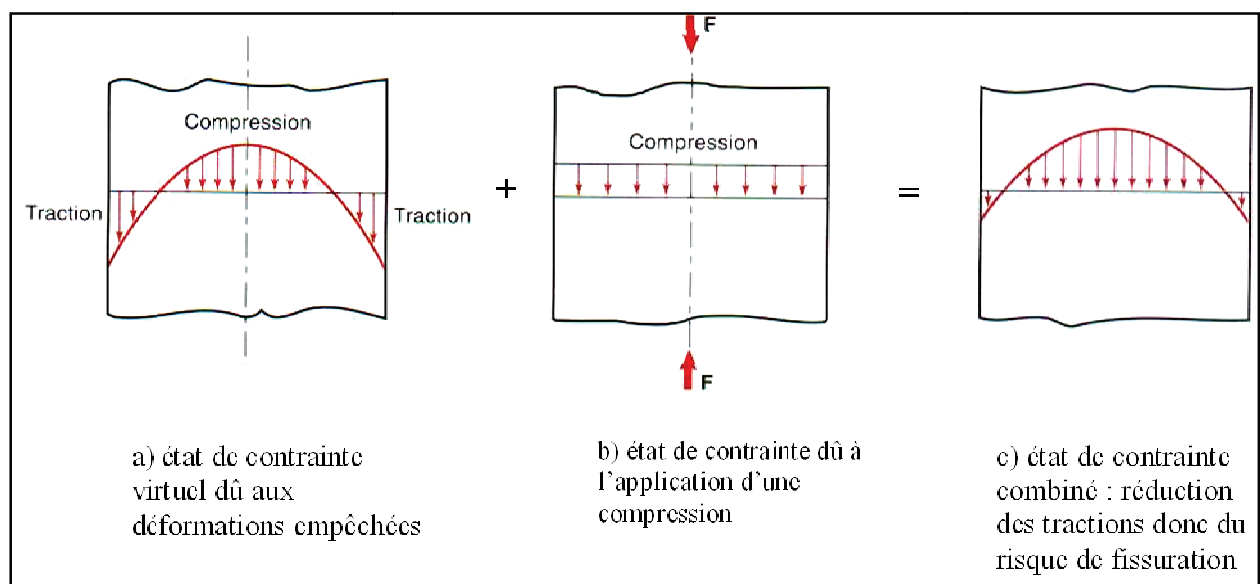


Fig. 1.23 : Etat de contrainte d'une éprouvette en dessiccation chargée (Pons 1998).

1.5.4.1.2 Le fluage de dessiccation intrinsèque

L'explication du fluage de dessiccation par les effets de structure présentés ci-dessus n'est pas suffisante pour couvrir l'amplitude de l'excès de déformation constaté expérimentalement (Bazant et al. 1997). Cela est mis en évidence par des essais menés sur des petites éprouvettes en pâte de ciment de faible épaisseur (1.9mm), qui montrent une importante déformation de fluage de dessiccation, bien que l'effet de structure soit très réduit (Day et al. 1984).

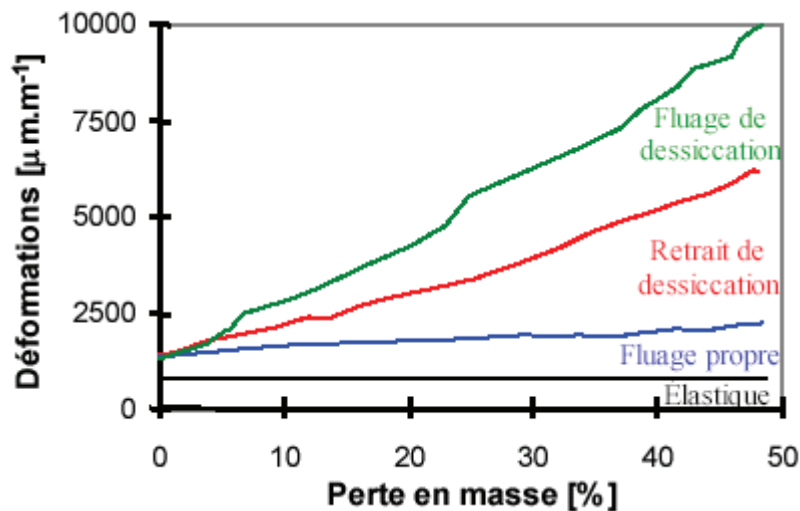


Fig. 1.24 : Déformation d'une pâte de ciment d'épaisseur 1.9 mm (Day et al. 1984).

Cette constatation confirme la nécessité d'expliquer l'origine du fluage de dessiccation par un mécanisme physico-chimique intrinsèque au matériau béton. Plusieurs approches ont été avancées. Ruetz propose un phénomène de consolidation en supposant que la charge de compression accentue le départ de l'eau, induisant ainsi une contraction de la pâte. Cette théorie a été ensuite abandonnée puisque les résultats expérimentaux ne montrent pas un effet du chargement sur la perte en eau (Ruetz 1968). Wittmann suppose que les tensions surfaciques générées par le séchage au niveau des pores de la pâte de ciment augmentent la compression du squelette solide. Ceci produit une augmentation non linéaire du taux de fluage en fonction de la contrainte. L'analyse thermodynamique de Powers indique que les molécules d'eau dans les zones d'adsorption empêchées sont capables de transmettre d'importantes pressions à l'état d'équilibre (Powers 1968). Ainsi, la diffusion de ces molécules lors du séchage est responsable de ce fluage de dessiccation. Bazant note que cette hypothèse n'est pas compatible avec plusieurs caractéristiques du phénomène de fluage. En

1985, il la reprend en différenciant entre la macrodiffusion au niveau des macropores et la microdiffusion au niveau des micropores. Il considère que seule la microdiffusion est responsable de l'excès de fluage et modélise ce phénomène par du retrait induit par des contraintes internes (Bazant et Chern 1985).

Brooks présente une explication proche de la théorie de consolidation du Ruetz. Il suppose que les contraintes macroscopiques, réparties entre le squelette solide et l'eau présente dans les pores de gel, sont reprises par le squelette solide après le départ de l'eau, ce qui fait augmenter le fluage (Brooks 2001).

Le fluage de dessiccation ne peut donc ni être lié directement aux mécanismes de fluage propre ni aux déformations de retrait de dessiccation induite par les contraintes. Ceci complique la définition des mécanismes qui en sont à l'origine.

1.5.5 Facteurs influençant le fluage de dessiccation

Le fluage est influencé par les différentes caractéristiques du béton. Certains de ces facteurs sont liés intrinsèquement aux propriétés du béton, d'autres viennent des conditions extérieures.

1.5.5.1 La composition du béton

Concernant la composition du béton, les paramètres influant sur la déformation de fluage sont le rapport E/C et le type de granulats. Il faut savoir que c'est essentiellement la pâte de ciment hydraté qui subit le fluage. Le rôle des granulats se limite à gêner les déformations, car ils ne sont pas responsables du fluage sous les niveaux de contrainte existant dans le béton (Smadi et al. 1987). De ce point de vue, la situation est donc similaire à celle du retrait (§1.4.7.1). Leur taille et leur qualité sont particulièrement influentes. L'augmentation de la taille améliore la raideur du matériau (module d'élasticité) en réduisant la capacité de déformation (Harsh et al. 1990), en bloquant la déformation du liant, l'initiation de fissures et la vitesse de séchage. Par exemple, le béton de sable développe des déformations de fluage environ deux fois plus importantes que le béton de granulats (Benaissa et al. 1993). Les propriétés mécaniques des granulats sont également influentes. Pour un béton de granulats de basalte, la déformation correspond environ au double de celle d'un béton de quartzite.

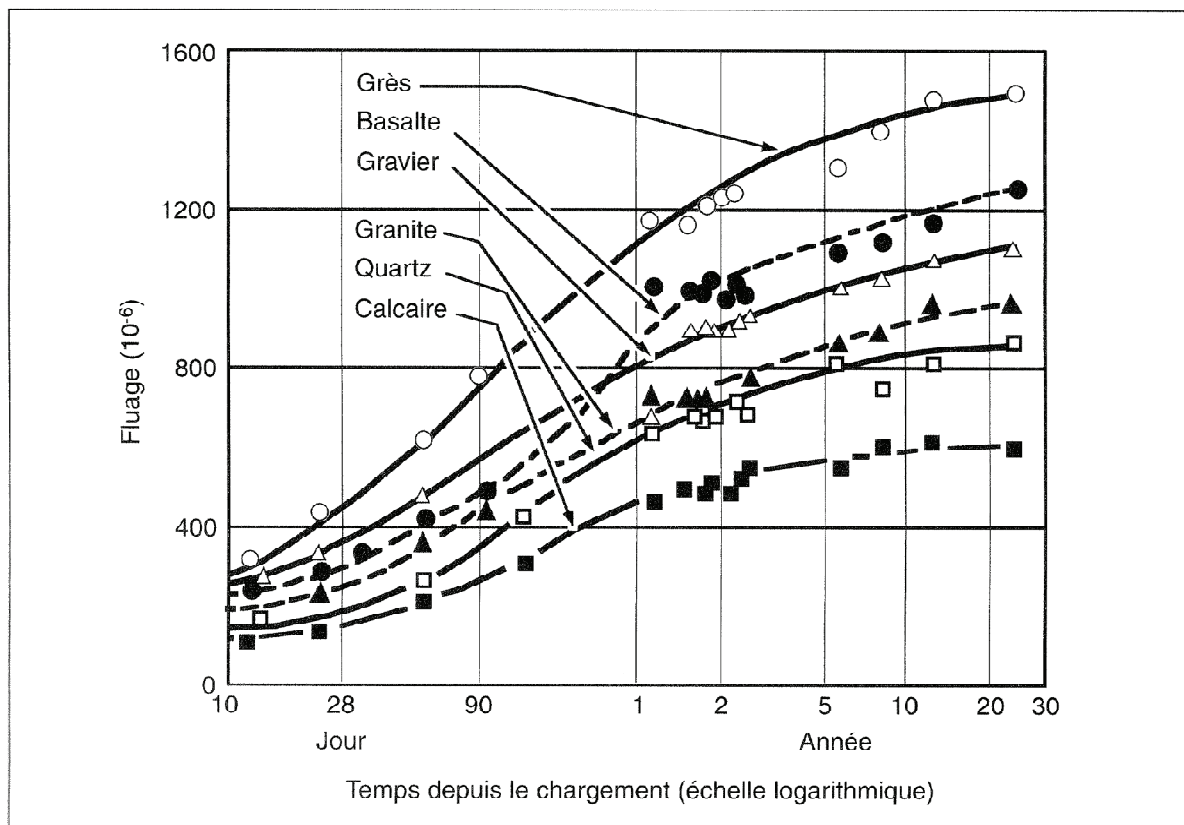


Fig. 1.25 : Fluage de bétons de même composition confectionnés avec différents granulats, chargés à 28 jours, conservés dans l'air à 21 °C et à une humidité relative de 50% (Troxell et al. 1958).

On constate que le rapport E/C n'influence pas vraiment les déformations de fluage au très jeune âge (âge ou l'hydratation est peu avancée) (Bissonnette et Pigeon 1995). Après quelques jours à rapport E/C croissant, il constitue un facteur d'affaiblissement de la résistance en traction et d'accroissement du fluage spécifique (Ostergaard et al. 2001). Les bétons à fort rapport E/C contiennent en effet un pourcentage élevé des pores et possèdent donc une capacité de rétention importante de l'eau dans le béton. Or, plus la teneur en eau (évaporable) est importante, plus les déformations du fluage en compression comme en traction vont croître. Cette amplitude dépend aussi de la qualité du ciment et de la quantité de pâte effective du béton. A rapport E/C constant, par exemple, on note une légère diminution des déformations avec un plus fort dosage de ciment. A l'inverse, à quantité d'eau équivalente mais pour des dosages en ciment plus faibles, les déformations de fluage augmentent (L'Hermite 1978).

1.5.5.2 L'humidité relative

L'humidité relative du milieu est le paramètre externe qui a le plus d'influence sur le fluage. Pour un béton donné, le fluage est d'autant plus important que l'humidité relative est basse. La Fig. 1.26 illustre le comportement d'éprouvettes mûries à une humidité relative de 100% puis chargées et exposées à différents taux d'humidité. Le séchage sous charge augmente le fluage du béton, surtout le fluage additionnel de dessiccation.

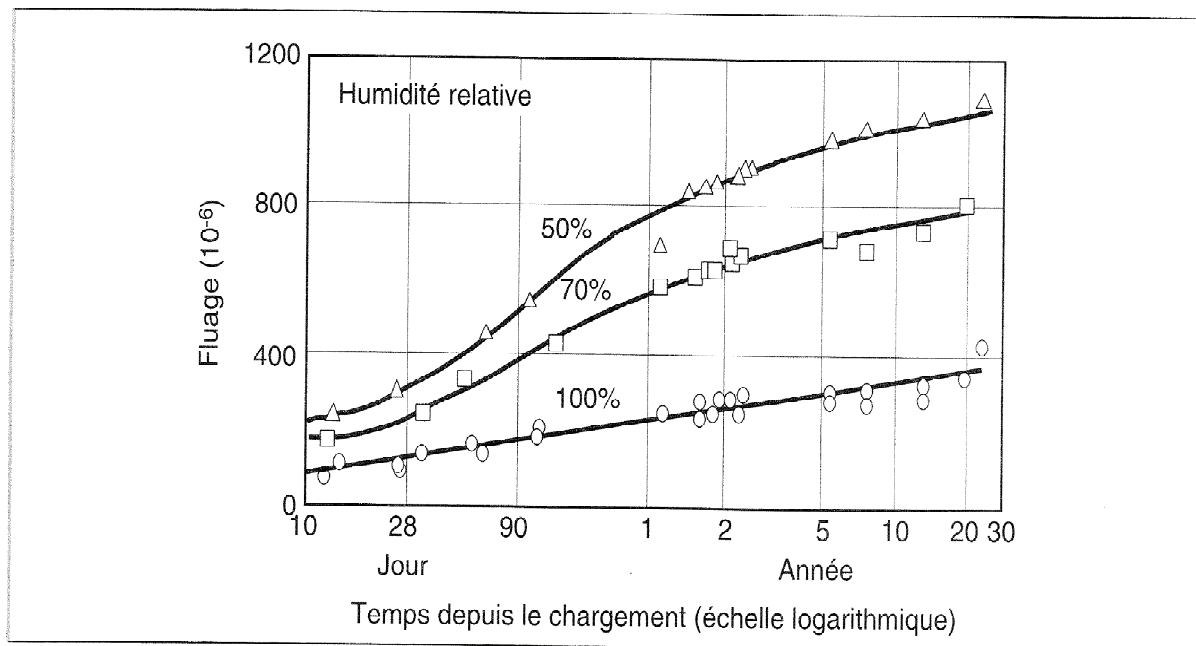


Fig. 1. 26 : Fluage de bétons mûris dans une chambre humide pendant 28 jours puis chargés et conservés à différents degrés d'humidité relative (Troxell et al. 1958).

1.5.5.3 La résistance du béton

Etant donné l'importance de la résistance à la compression du béton dans la conception des structures et le fait que la plupart des facteurs qui affectent cette propriété mécanique concernant aussi le fluage, plusieurs tentatives d'établissement d'une relation entre ces deux propriétés ont été réalisées. Ngab et al. ont trouvé que le fluage et la déformation totale d'un béton diminuent si sa résistance à la compression augmente (Ngab et al. 1980, 1981).

Cette conclusion a été confirmée par plusieurs chercheurs, tel que Russell et Corley (Fig. 1.27).

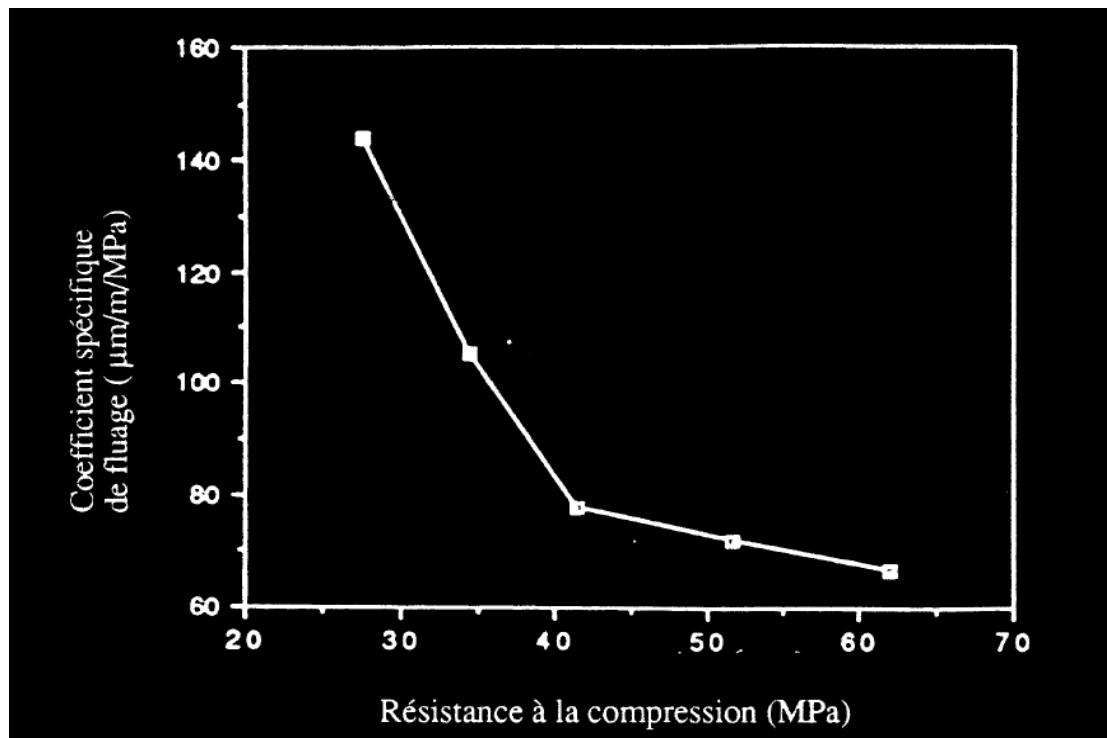


Fig. 1.27 : relation entre la résistance à la compression à 28 jours et le coefficient du fluage (Russell et Corley 1987).

La relation entre le coefficient spécifique de fluage (fluage par unité de contrainte) et la résistance à la compression est plus significative. Russell et Corley ont publié des résultats concernant différents bétons de différentes résistances à la compression (Fig. 1.28). On remarque que pour les différents âges de chargement le coefficient de fluage diminue si la résistance à la compression augmente (Russell et Corley 1987).

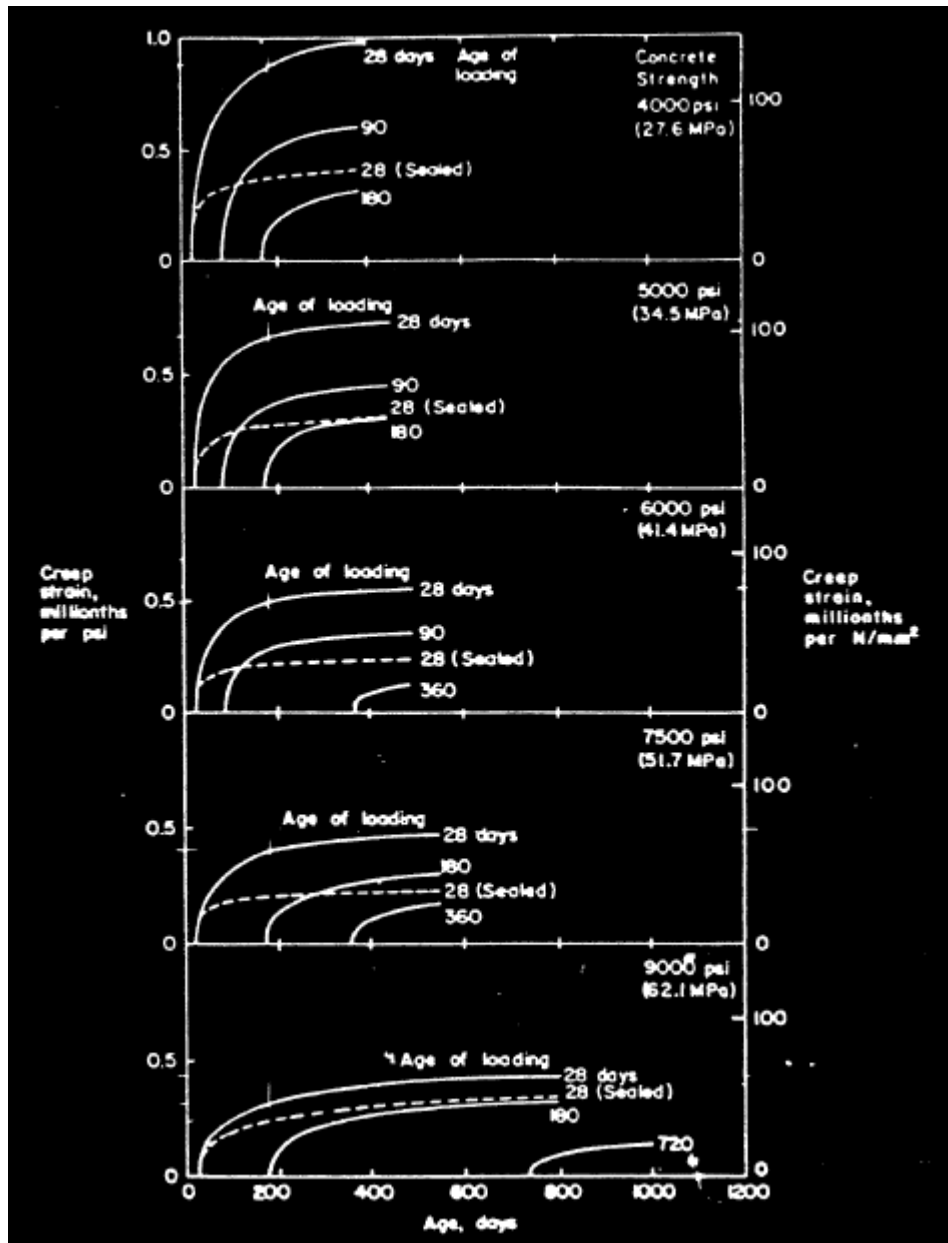


Fig. 1.28 : Effet de l'âge de chargement et de la résistance à la compression sur le coefficient spécifique de fluage (Russell et Corley 1987).

1.5.5.4 L'âge de chargement : vieillissement

Plus le béton est chargé jeune plus sa déformation différée est grande. La Fig. 1.28 présente des résultats expérimentaux obtenus à divers âges de chargement. Cette figure indique que la réponse du béton à un chargement donné (en déformation par unité de contrainte) dépend de l'âge du chargement. Ce phénomène trouve son origine en partie dans l'évolution des caractéristiques physico-chimiques du béton au cours du temps. La densification du gel de

C-S-H au cours de la maturation du béton entraîne une amélioration de la rigidité et de la résistance du matériau. Cependant, le caractère vieillissant du fluage ne se résume pas à la réaction d'hydratation. En effet, les propriétés mécaniques et physiques du béton tendent à se stabiliser au bout de 90 jours, tandis que l'effet du vieillissement reste relativement significatif (Fig. 1.29).

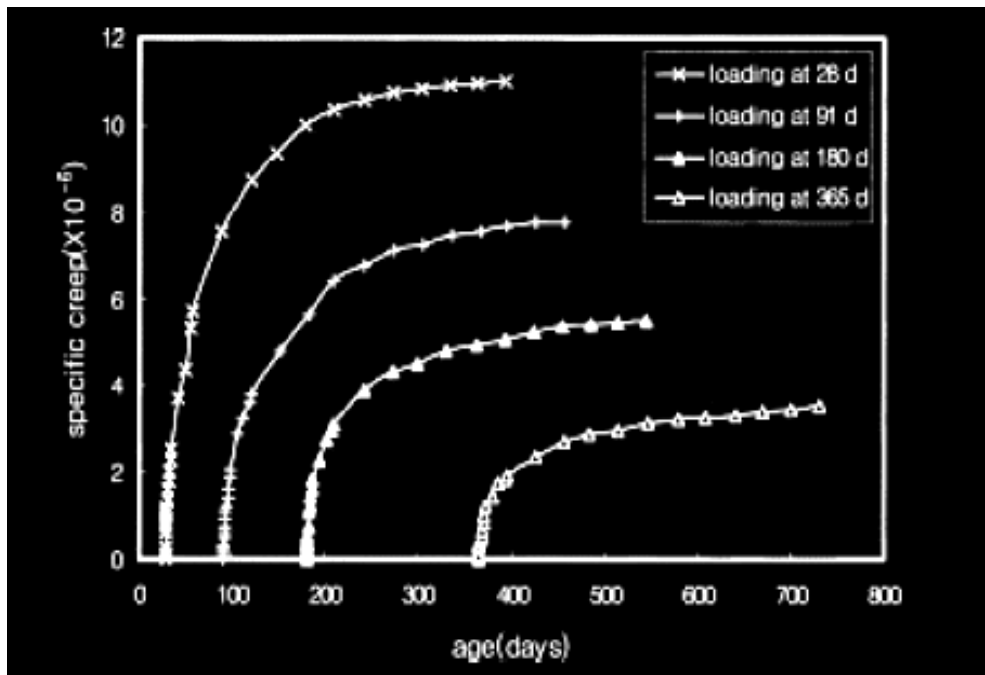


Fig. 1.29 : Effet de l'âge du béton à l'instant du chargement sur le fluage (Song et al. 2002).

1.5.5.5 L'échelle

La taille de l'échantillon influence l'ampleur du fluage. Bryant et Vadhanavikkit ont montré que plus la section transversale augmente moins il y a de fluage (Fig. 1.30).

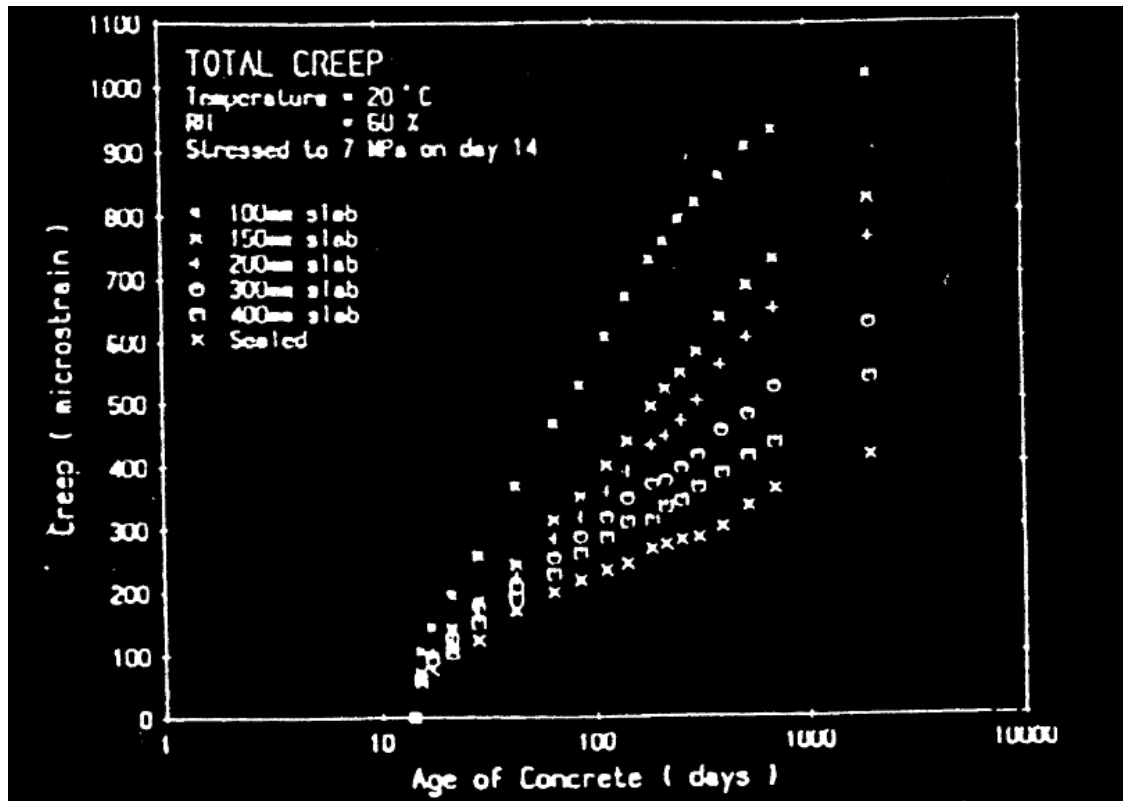


Fig. 1.30 : Effet de la taille de l'échantillon sur le fluage (Bryant et Vadhanavikkit 1987).

L'effet de l'échelle peut être exprimé en termes de rapport volume/surface d'un élément de béton. Les vitesses de développement du fluage et du retrait sont alors les mêmes, montrant que les deux phénomènes obéissent à la même relation.

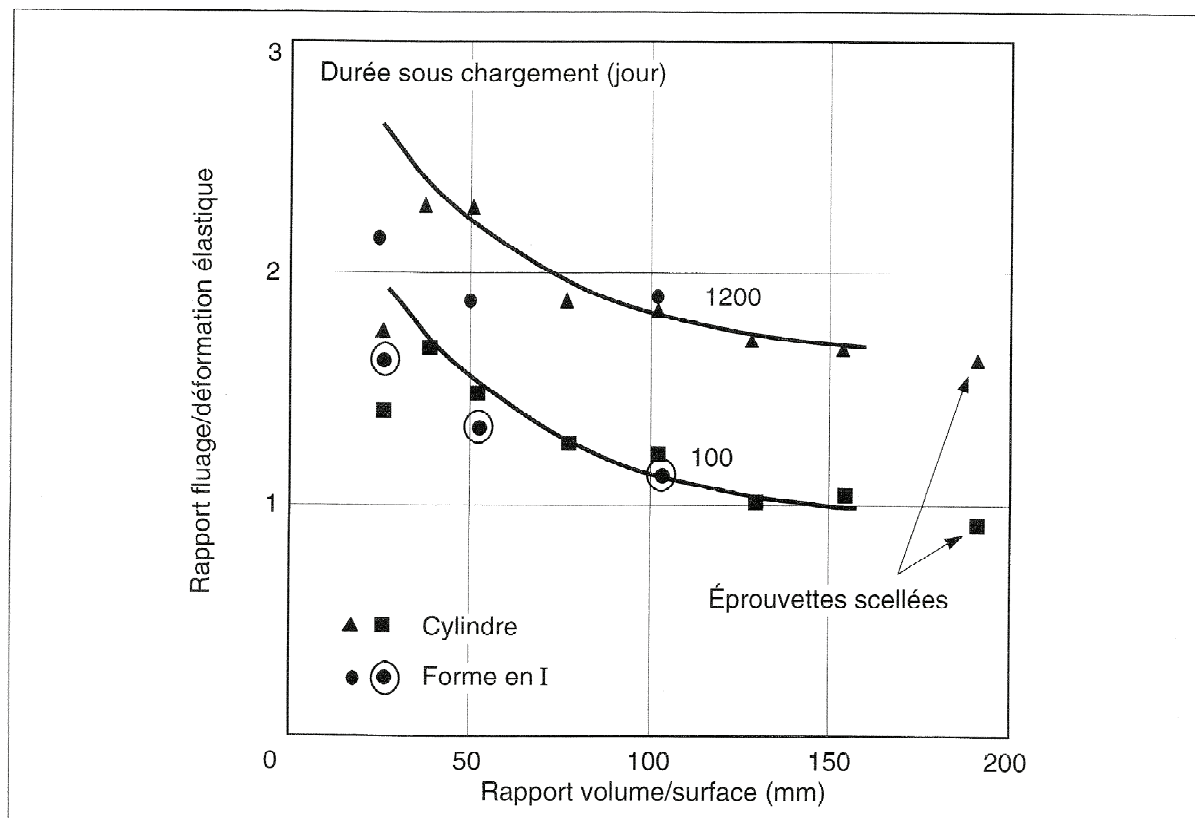


Fig. 1.31 : Relation entre le rapport fluage/déformation élastique et le rapport volume/surface (Hansen et Mattock 1966).

1.6 Définition des déformations

La déformation totale du béton en fonction du temps $\varepsilon(t)$ est composée d'une déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ (instantanée et de fluage) et d'une déformation indépendante du chargement $\varepsilon_0(t)$ (retrait).

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_c(t) + \varepsilon_0(t) \quad (1.2)$$

La déformation sous charge peut s'écrire sous forme de :

$$\varepsilon_c(t) = J(t, t_0) \sigma(t) \quad (1.3)$$

Où $J(t, t_0)$ est la fonction de fluage, appelée aussi complaisance (*Compliance function*) ou noyau de fluage.

Cette équation est valable principalement en considérant des contraintes dans le domaine linéaire de comportement du béton. Cette relation est retenue dans la plupart des modèles réglementaires de fluage qui proposent différentes fonctions de fluage (voir § 1.7).

La fonction de fluage $J(t, t_0)$ ne traduit pas tous les mécanismes internes de la microstructure du béton (Bazant et al. 1993). Néanmoins, elle dépend de paramètres intrinsèques (composition du béton, rapport E/C, dosage en ciment, taille des granulats, etc.) et extrinsèques (température, teneur en eau, âge de chargement, etc.) (Bazant² 1988).

La déformation de fluage $\varepsilon_{fl}(t)$ est extraite de la déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ compte tenu d'une décomposition de l'expression de la complaisance $J(t, t_0)$.

Elle est alors déterminée soit à partir du terme de fluage spécifique $C(t, t_0)$ (éq.1.4), soit à partir de l'expression du noyau de fluage $\varphi(t, t_0)$ ou $\phi(t, t_0)$ (éq.1.6). Les paramètres temporels t et t_0 représentent respectivement l'âge du béton à l'application du chargement et la date à l'instant de la mesure de la déformation.

- Fluage spécifique $C(t, t_0)$ (*specific creep*)

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + C(t, t_0) \quad (\mu \text{ m/m/MPa}) \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_{fl}(t) = C(t, t_0)\sigma(t) \quad (\mu \text{ m/m}) \quad (1.5)$$

- Noyau ou coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$ (*creep coefficient*)

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)}(1 + \varphi(t, t_0)) \quad \text{ou} \quad J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{cm28}} \quad (1.6)$$

$$\varepsilon_{fl}(t) = \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{cmr0}}\sigma(t) \quad \text{ou} \quad \varepsilon_{fl}(t) = \frac{\phi(t, t_0)}{E_{cm28}}\sigma(t) \quad (1.7)$$

Donc on peut déduire à n'importe quel instant le fluage à partir de la fonction de complaisance c.à.d

$$\varepsilon_{fl}(t) = (J(t, t_0) - \frac{1}{E(t_0)})\sigma(t) \quad (1.8)$$

La Fig. 1.32 présente la réponse en déformation à une sollicitation uniaxiale de compression appliquée à l'instant t_0 et maintenue constante jusqu'à l'instant t_d (l'âge de déchargement total). Sur cette figure, les déformations sont négatives en cas de raccourcissement et positives en cas d'allongement.

On a parlé précédemment (§1.3 et §1.5) des déformations spontanées (retrait) et des déformations différées (fluage). En cas de déchargement partiel ou total, on obtient une

déformation inverse qui est dite de recouvrance. Elle se décompose en deux termes appelés recouvrance instantanée et recouvrance différée.

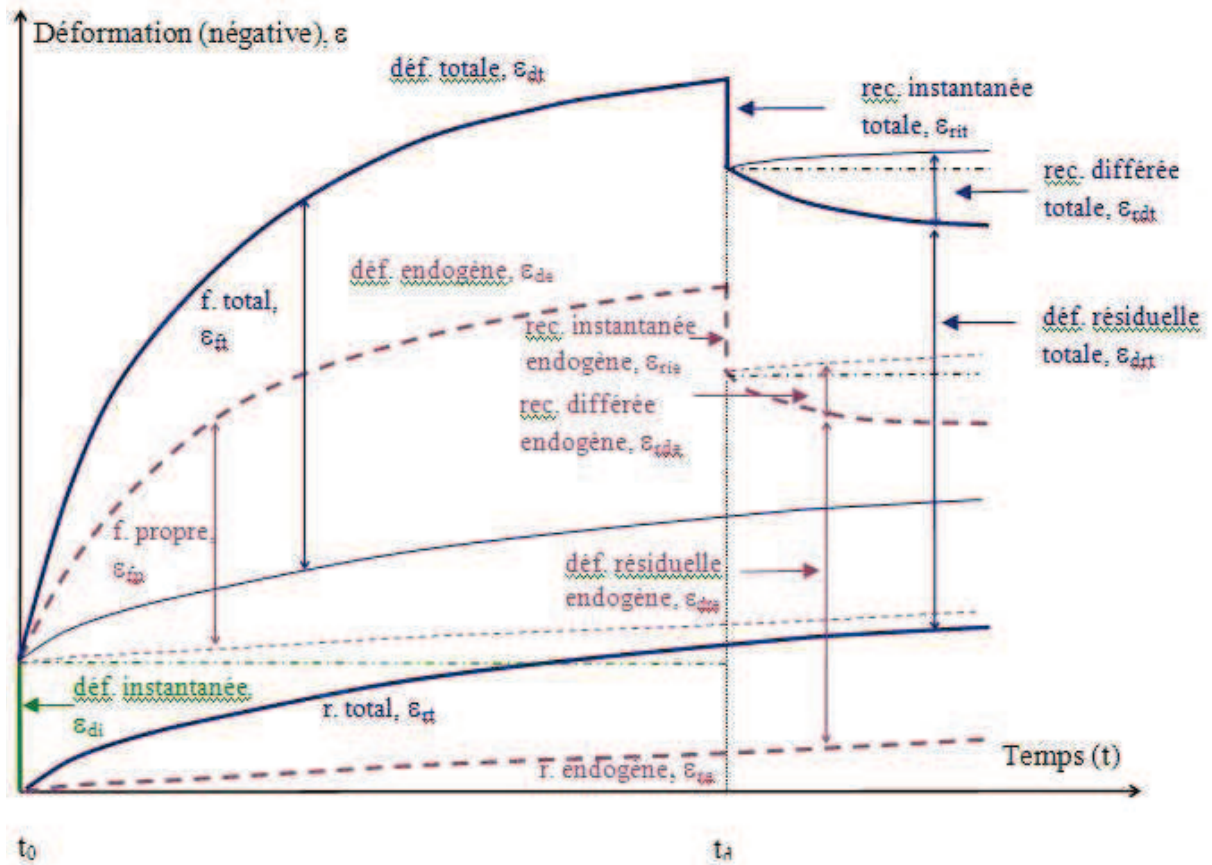


Fig. 1.32 : Déformations de retrait, de fluage et de recouvrance des matériaux à matrice cimentaire en fonction du temps (Yurtdas 2003).

1.7 Différents modèles de prévision du retrait et du fluage des bétons

1.7.1 Introduction

Au cours des 50 dernières années, diverses formulations de type code ont été proposées. Les plus largement utilisées sont la méthode American Concrete Institute 209 (ACI 209) et celles développées par le Comité Euro-International du Béton (CEB) dans les années 1970, 1978 et 1990 (Codes Modèles). La version 1990 de CEB MC a été retenue dans l'Eurocode 2.

Dans ce sous chapitre, cinq modèles sont décrits pour la prévision du retrait et du fluage. Ce sont : ACI 209 (ACI Committee 209 1982) - CEB MC90 (CEB 1990), B3 (Bazant et Baweja 1995), Atlanta 97 (Gardner 1997) et GL2000 (Gardner-Lockman). D'autres modèles ont été proposées et/ou adoptées dans différents codes nationaux, mais nous limitons la discussion à ces modèles actuellement analysés par le Comité 209 de l'ACI. ACI 209 et B3 utilisent les mêmes équations pour calculer le module d'élasticité, le développement de la résistance avec le temps et la résistance moyenne à la compression en fonction de la résistance à la compression caractéristique. CEB MC90 et Atlanta 97 utilisent leurs propres formules (voir tous les équations en annexe 2).

De plus nous nous limitons à ces modèles de type phénoménologique qui permettent les comparaisons avec les modèles que nous proposons au regard des disponibilités de leurs résultats dans la littérature.

1.7.2 Modèle ACI 209 1978

1.7.2.1 Introduction

Ce modèle est couramment utilisé. Le coefficient de fluage est tout simplement le retrait final (ultime) multiplié par une fonction hyperbolique du temps, complété par des facteurs de corrections pour l'âge de chargement, les effets de taille, l'hygrométrie et la composition du béton. La version actuelle (en cours) ACI 209R-92 est fondamentalement identique à ACI 209-72.

1.7.2.2 Retrait

1.7.2.2.1 Paramètres requis

Pour calculer la déformation de retrait suivant la méthode ACI 209, les paramètres suivants sont exigés :

- Age au début du séchage (jours);
- Teneur en air exprimée en décimale;
- Teneur en ciment (kg/m^3);
- Méthode de cure;
- Rapport granulats fins/granulats total, en poids;
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Ouvrabilité du béton frais (millimètre);
- Rapport volume/ surface (millimètre).

1.7.2.2.2 Equations du retrait

Le retrait est calculé à l'aide des équations suivantes :

Pour une cure humide de béton :

$$\varepsilon_{sh} = 780 \gamma_2' \gamma_3' \gamma_4' \gamma_5' \gamma_6' \gamma_7' \gamma_8' \frac{(t-t_c)}{(t-t_c)+35} \times 10^{-6} \quad (1.9)$$

Pour une cure sèche de béton :

$$\varepsilon_{sh} = 780 \gamma_2' \gamma_3' \gamma_4' \gamma_5' \gamma_6' \gamma_7' \gamma_8' \frac{(t-t_c)}{(t-t_c)+55} \times 10^{-6} \quad (1.10)$$

γ_2' est un terme de correction de l'effet de l'humidité relative.

$$\gamma_2' = 1.40 - 0.1h \quad \text{pour } 0.40 \leq h \leq 0.80 \quad (1.11)$$

$$\gamma_2' = 3.00 - .03h \quad \text{pour } 0.80 \leq h \leq 1.00 \quad (1.12)$$

γ_3' est un terme de correction pour l'effet de taille.

Quand : $V/S \leq 37.5$ mm, les facteurs de modification donnés dans le tableau 1.1 peuvent être utilisés.

V/S	$\dot{\gamma}_3$
12.5	1.35
18.8	1.25
25.0	1.17
31.2	1.08
37.5	1.00

Tableau 1.1 : $\dot{\gamma}_3$ en fonction de V/S, selon la méthode ACI 209.

Quand : $37.5 \text{ mm} < V/S < 95 \text{ mm}$

$$\dot{\gamma}_3 = 1.23 - 0.0060(V/S) \quad \text{quand} \quad (t - t_0) \leq 365 \text{ jours} \quad (1.13)$$

$$\dot{\gamma}_3 = 1.17 - 0.0044(V/S) \quad \text{quand} \quad (t - t_0) > 365 \text{ jours} \quad (1.14)$$

Quand : $V/S \geq 95 \text{ mm}$

$$\dot{\gamma}_3 = 1.2 \exp(-0.00472(V/S)) \quad (1.15)$$

$\dot{\gamma}_4, \dot{\gamma}_5, \dot{\gamma}_6, \dot{\gamma}_7$ sont des termes de correction liés à la composition du béton.

$$\dot{\gamma}_4 = 0.89 + 0.0016ls \quad (1.16)$$

Où s est l'affaissement du béton frais en mm.

$$\dot{\gamma}_5 = 0.30 + 1.40\psi \quad \text{pour} \quad \psi \leq 0.50 \quad (1.17)$$

$$\dot{\gamma}_5 = 0.90 + 0.20\psi \quad \text{pour} \quad \psi > 0.50 \quad (1.18)$$

Où ψ est le rapport des granulats fins/granulats total, en poids.

$$\dot{\gamma}_6 = 0.95 + 0.8a \geq 1.0 \quad (1.19)$$

Où a est la teneur en air exprimée en décimale.

$$\dot{\gamma}_7 = 0.75 + 0.0006lc \quad (1.20)$$

Où c est la teneur du ciment en kg/m^3 .

$\dot{\gamma}_8$ est un terme de correction pour la durée de séchage.

Pour une cure sèche du béton, cure pendant une période comprise entre 1 et 3 jours,

$$\dot{\gamma}_8 = 1.00$$

Pour une cure humide du béton, les facteurs de modification donnés dans le tableau 1.2 peuvent être utilisés.

t_c	γ_8
1.0	1.20
3.0	1.10
7.0	1.00
14.0	0.93
28.0	0.86
90.0	0.75

Tableau 1.2 : γ_8 en fonction de t_c , selon la méthode ACI 209.

1.7.2.3 Complaisance

1.7.2.3.1 Paramètres requis

Lors du calcul de la complaisance (conformité) en utilisant la méthode ACI 209, les paramètres suivants sont nécessaires:

- Age du béton au chargement (jours);
- Teneur en air exprimée en décimale;
- Teneur en ciment (kg/m^3);
- Méthode de cure;
- Rapport granulats fins/granulats total, en poids;
- Module d'élasticité du béton quand le chargement a commencé (MPa);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Ouvrabilité du béton frais (millimètre);
- Rapport volume/ surface (millimètre);

1.7.2.3.2 Equations de la complaisance

$$J(t, t_0) = \frac{1 + \phi}{E_{cm(t_0)}} \quad (1.21)$$

$$\phi = 2.35\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5\gamma_6 \frac{(t-t_0)^{0.6}}{(t-t_0)^{0.6} + 10} \quad (1.22)$$

γ_1 est un terme de correction pour l'effet de l'âge de chargement.

Pour une cure humide de béton :

$$\gamma_1 = 1.25t_0^{-0.118} \quad \text{pour } t_0 \geq 7 \text{ jours} \quad (1.23)$$

Pour une cure sèche de béton :

$$\gamma_1 = 1.25t_0^{-0.094} \quad \text{pour } t_0 \geq 3 \text{ jours} \quad (1.24)$$

γ_2 est un terme de correction pour l'effet de l'humidité relative.

$$\gamma_2 = 1.27 - 0.67h \quad \text{pour } h > 0.40 \quad (1.25)$$

γ_3 est un terme de correction pour l'effet de taille.

Lorsque $V/S \leq 37.5$ mm, les facteurs de modification indiqués dans le tableau 1.3 peuvent être utilisés.

V/S	γ_3
12.5	1.30
18.8	1.17
25.0	1.11
31.2	1.04
37.5	1.00

Tableau 1.3 : γ_3 en fonction de V/S , selon la méthode ACI 209.

Quand : $37.5 \text{ mm} < V/S < 95 \text{ mm}$

$$\gamma_3 = 1.14 - 0.00368(V/S) \quad \text{quand } (t-t_0) \leq 365 \text{ jours} \quad (1.26)$$

$$\gamma_3 = 1.10 - 0.00268(V/S) \quad \text{quand } (t-t_0) > 365 \text{ jours} \quad (1.27)$$

Quand : $V/S \geq 95 \text{ mm}$

$$\gamma_3 = \frac{2}{3} \left[1 + 1.13 \exp(-0.0213(V/S)) \right] \quad (1.28)$$

$\gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$ sont des termes de correction liés à la composition du béton.

$$\gamma_4 = 0.82 + 0.00264s \quad (1.29)$$

Où s est l'affaissement du béton frais en mm.

$$\gamma_5 = 0.88 + 0.24\psi \quad (1.30)$$

Où ψ est le rapport des granulats fins/granulats total, en poids.

$$\gamma_6 = 0.46 + 9a \geq 1.0 \quad (1.31)$$

Où a est la teneur en air exprimée en décimale.

1.7.3 Modèle CEB MC90

1.7.3.1 Introduction

Semblable à ACI 209, le modèle CEB MC90 calcule un coefficient de fluage pour prévoir le fluage. Cependant, au lieu que ce coefficient se base sur le module d'élasticité à l'âge du chargement, il est basé sur le module à 28 jours. Ce modèle ne prend pas en compte les effets de la cure (durée ou méthode) pour le calcul de la complaisance (conformité).

1.7.3.2 Retrait

1.7.3.2.1 Paramètres requis

En calculant le retrait suivant le modèle CEB MC90, les paramètres suivants sont exigés :

- Age au début du séchage (jours);
- Type de ciment;
- Résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours (MPa);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Rapport volume/ surface (millimètre).

1.7.3.2.2 Equations du retrait

Le retrait est calculé à l'aide des équations suivantes :

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{cso} \beta_s (t - t_c) \quad (1.32)$$

Où ε_{cso} est le coefficient fictif de retrait, β_s est un coefficient qui décrit le développement du retrait avec le temps.

Le coefficient fictif de retrait peut être obtenu à partir de l'équation (1.33).

$$\varepsilon_{sco} = \varepsilon_s (f_{cm28}) \beta_{RH} \quad (1.33)$$

$$\text{Avec } \varepsilon_s (f_{cm28}) = [160 + \beta_{sc} (90 - f_{cm28})] \times 10^{-6} \quad (1.34)$$

Où β_{sc} est un coefficient qui dépend du type de ciment (se référer au Tableau 1.4).

Type de ciment	β_{sc}
Durcissement rapide, de haute résistance (RS)	8
Normale (N) ou durcissement rapide (R)	5
Durcissant Lent (SL)	4

Tableau 1.4 : β_{sc} en fonction du type de ciment, selon le modèle CEB MC90.

$$\text{Et } \beta_{RH} = -1.55 \beta_{sRH} \quad \text{pour } 0.40 < h < 0.99 \quad (1.35)$$

$$\beta_{RH} = 0.25 \quad \text{pour } h > 0.99 \quad (1.36)$$

$$\text{Où } \beta_{sRH} = 1 - h^3 \quad (1.37)$$

Le développement de retrait avec le temps est donné par :

$$\beta_s (t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)}{\beta_{sH} + (t - t_c)} \right]^{0.5} \quad (1.38)$$

$$\text{Avec } \beta_{sH} = 0.14 (V/S)^2 \quad (1.39)$$

1.7.3.3 Complaisance

1.7.3.3.1 Paramètres requis

Lors du calcul de la complaisance en utilisant le modèle CEB MC90, les paramètres suivants sont nécessaires:

- Age du béton au chargement (jours);
- Module d'élasticité du béton à 28 jours (MPa);
- Résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours (MPa);
- Module d'élasticité du béton quand le chargement a commencé (MPa);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Rapport volume/ surface (millimètre);

1.7.3.3.2 Equations de la complaisance

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cmto}} + \frac{\phi}{E_{cm28}} \quad (1.40)$$

Où E_{cmto} est le module d'élasticité du béton au chargement, ϕ est le coefficient de fluage et E_{cm28} , est le module d'élasticité du béton à 28 jours.

Le coefficient de fluage est donné par l'expression suivante:

$$\phi = \phi_{RH} \beta(f_{cm28}) \beta(t_0) \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + \beta_H} \right)^{1/3} \quad (1.41)$$

β_h et ϕ_{RH} sont des termes de correction pour l'effet de l'humidité relative.

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (1.2h)^{18} \right] (2V/S) + 250 < 1500 \text{ jours} \quad (1.42)$$

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{(1-h)}{0.1(2V/S)^{1/3}} \quad (1.43)$$

$\beta(f_{cm28})$ et $\beta(t_0)$ sont des facteurs de correction pour respectivement l'effet de la résistance du béton et l'âge de chargement.

$$\beta(f_{cm28}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm28}}} \quad (1.44)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}} \quad (1.45)$$

1.7.4 Modèle B3 Bazant-Baweja

1.7.4.1 Introduction

Ce modèle n'est pas basé sur les mêmes principes que les autres ; sa formulation est unique et tout à fait complexe. Le modèle B3 exige plus de paramètres et de calculs qu'Atlanta 97, CEB MC90 ou ACI 209. Selon Bazant (Bazant 1998) : « C'est le seul à toute épreuve, une méthode sans ambiguïté quant à l'ajustement des données, une méthode qui fonctionne toujours, une méthode qui donne toujours une réponse unique ».

Cela est peut être vrai mais ce modèle est trop complexe pour pouvoir être considéré comme un modèle de code de conception.

Le modèle B3 est la dernière version développée par Bazant et ses collègues de la North Western University.

1.7.4.2 Retrait

1.7.4.2.1 Paramètres requis

Pour calculer le retrait suivant le modèle B3, les paramètres suivants sont exigés :

- Age au début de séchage (jours);
- Type de ciment;
- Résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours (MPa);
- Condition de cure;
- Module d'élasticité du béton à 28 jours (MPa);
- Forme de spécimen;
- Teneur en eau dans le béton (kg/m^3);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Rapport volume/ surface (millimètre).

1.7.4.2.2 Equations du retrait

Le retrait est calculé à l'aide des équations suivantes :

$$\varepsilon_{sh} = -\varepsilon_{sh\infty} k_h S(t) \quad (1.46)$$

Où $\varepsilon_{sh\infty}$ est la dépendance au temps du retrait final, k_h est la dépendance à l'humidité relative (tableau 1.7) et $S(t)$ est la courbe de temps.

$$\varepsilon_{sh\infty} \approx -\alpha_1 \alpha_2 \left[0.019 w^{2.1} f_{cm28}^{-0.28} + 270 \right] \times 10^{-6} \quad (1.47)$$

Où w est la teneur en eau (kg/m^3), α_1 et α_2 des constantes rapportées au type de ciment et aux conditions de cure. Le signe négatif est une convention choisie par l'auteur du modèle.

Type de ciment	α_1
Type I	1.00
Type II	0.85
Type III	1.10

Tableau 1.5 : α_1 en fonction du type ciment, selon le modèle B3.

Méthode de cure	α_2
Steam cure	0.75
Cure à l'eau	1.00
Cure humide à 100%	1.00
Scellé pendant la cure	1.20

Tableau 1.6 : α_2 en fonction de la condition de cure, selon le modèle B3.

Humidité relative	k_h
$h \leq 0.98$	$1 - h^3$
$h = 1.00$	-0.2
$0.98 < h < 1.00$	Interpolation linéaire

Tableau 1.7 : k_h en fonction de l'humidité, selon le modèle B3.

$$S(t) = \tanh \left[\left(\frac{t - t_0}{\tau_{sh}} \right)^{1/2} \right] \quad (1.48)$$

$$\text{Où } \tau_{sh} = 0.085 t_c^{-0.08} f_{cm28}^{-0.25} [2k_s (V/S)]^2 \quad (1.49)$$

k_s est le facteur de correction de forme de la section transversale (se rapporter au tableau 1.8).

Forme de la section transversale	k_s
Dalle infini	1.00
Cylindre infini	1.15
Prisme carré infini	1.25
Sphère	1.30
Cube	1.55

Tableau 1.8 : k_s en fonction de la forme de la section transversale, selon le modèle B3.

1.7.4.3 Complaisance

1.7.4.3.1 Paramètres requis

Pour calculer la complaisance en utilisant le modèle B3, les paramètres suivant sont nécessaires:

- Age au début de séchage (jours);
- Age du béton au chargement (jours);
- Teneur en agrégats dans le béton (kg/m^3);
- Teneur en ciment dans le béton (kg/m^3);
- Type de ciment;
- Résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours (MPa);
- Condition de cure;
- Module d'élasticité du béton à 28 jours (MPa) ;
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Forme de l'éprouvette (spécimen);
- Rapport volume/ surface (millimètre);
- Teneur en eau dans le béton (kg/m^3);

1.7.4.3.2 Equations de la complaisance

La complaisance est calculée à partir :

$$J(t, t_0) = [q_1 + C_0(t, t_0) + C_d(t, t_0, t_c)] \quad (1. 50)$$

Où q_1 est la contrainte instantanée, $C_0(t, t_0)$ est la fonction de complaisance pour le fluage de base (propre) et $C_d(t, t_0, t_c)$ est la fonction de complaisance pour le fluage de séchage (dessiccation).

La contrainte instantanée est calculée en utilisant le module d'élasticité du béton à 28 jours.

$$q_1 = 0.6/E_{cm28} \quad (1.51)$$

Selon Bazant et Baweja, le fluage de base se compose de trois termes, le terme visco-élastique de vieillissement, le terme visco-élastique de non-vieillissement et le terme d'écoulement de vieillissement.

$$C_0(t, t_0) = q_2 Q(t, t_0) + q_3 \ln[1 + (t - t_0)^n] + q_4 \ln(t/t_0) \quad (1.52)$$

q_2 est le paramètre visco-élastique de complaisance de vieillissement. La quantité de ciment et la résistance à la compression moyenne à 28 jours sont exigées pour calculer ce paramètre.

$$q_2 = 185.4 \times 10^{-6} c^{.5} f_{cm28}^{-0.9} \quad (1.53)$$

$$Q(t, t_0) = Q_f(t_0) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_0)}{Z(t, t_0)} \right)^{r(t_0)} \right]^{-1/r(t_0)} \quad (1.54)$$

$Q(t, t_0)$ est une intégrale binomiale qui doit être multipliée par le paramètre q_2 pour obtenir le terme visco-élastique de vieillissement. Les trois équations suivantes peuvent être employées pour approcher l'intégrale binomiale.

$$Q_f(t_0) = \left[0.086(t_0)^{2/9} + 1.21(t_0)^{4/9} \right]^{-1} \quad (1.55)$$

$$Z(t, t_0) = (t_0)^{-m} \ln[1 + (t - t_0)^n] \quad (1.56)$$

$$r(t_0) = 1.7(t_0)^{1.2} + 8 \quad (1.57)$$

q_3 est le paramètre viscoélastique de complaisance de non-vieillissement et q_4 est l'écoulement de vieillissement. Ces paramètres sont fonction de la résistance moyenne à la compression de béton à 28 jours, de la teneur en ciment (c), du rapport E/C (w/c) et du rapport agrégat/ciment (a/c).

$$q_3 = 0.29q_2 (w/c)^4 \quad (1.58)$$

$$q_4 = 20.3 \times 10^{-6} (a/c)^{-0.7} \quad (1.59)$$

La fonction de complaisance pour le fluage de séchage est définie par l'équation (1. 60). Cette équation tient compte du séchage avant le chargement. A noter que le séchage avant chargement est considéré seulement pour le fluage de séchage.

$$C_d(t, t_o, t_c) = q_5 \left[\exp\{-8H(t)\} - \exp\{-8H(t_o)\} \right]^{1/2} \quad (1. 60)$$

q_5 est le paramètre de complaisance de fluage de séchage. Ce paramètre est fonction de la résistance moyenne à la compression à 28 jours, de la teneur en eau, du type de ciment, de la méthode de cure et de $\epsilon_{sh\infty}$ la valeur finale (ultime) du retrait.

$$q_5 = 0.757 f_{cm28}^{-1} (\epsilon_{sh\infty} \times 10^6)^{-0.6} \quad (1. 61)$$

$$\epsilon_{sh\infty} \approx -\alpha_1 \alpha_2 \left[0.019 w^{2.1} f_{cm28}^{-0.28} + 270 \right] \times 10^{-6} \quad (1. 62)$$

Les valeurs de α_1 et α_2 sont données précédemment dans les tableaux (1.5) (1.6).

$H(t)$ et $H(t_o)$ sont les moyennes spatiales d'hygrométrie des pores. Les équations (3.63, 3.64) sont nécessaires pour calculer $H(t)$ et $H(t_o)$.

$$H(t) = 1 - (1-h) S(t) \quad (1. 63)$$

$$H(t_o) = 1 - (1-h) S(t_o) \quad (1. 64)$$

$S(t)$ et $S(t_o)$ sont les fonctions de temps pour le retrait et τ_{sh} est la moitié de retrait.

$$S(t) = \tanh \left[\left(\frac{t - t_c}{\tau_{sh}} \right)^{1/2} \right] \quad (1. 65)$$

$$S(t_o) = \tanh \left[\left(\frac{t_o - t_c}{\tau_{sh}} \right)^{1/2} \right] \quad (1. 66)$$

$$\tau_{sh} = 0.085 t_c^{-0.08} f_{cm28}^{-0.25} \left[2k_s (V/S) \right]^2 \quad (1. 67)$$

k_s est le facteur de correction de forme de la section donné précédemment dans le tableau 1.8.

1.7.5 Modèle Atlanta 97 Gardner-Zhao

1.7.5.1 Introduction

Présenté à la convention ACI d'Atlanta en 1997, ce modèle a été développé comme une procédure simple pour calculer le retrait et la complaisance (fluage) du béton selon les informations disponibles à la conception, à savoir la résistance moyenne à la compression à

28 jours, la résistance du béton à la fin de la cure ou du chargement, la taille de l'élément et l'hygrométrie. Cette méthode inclut le développement de la résistance avec l'âge, le rapport entre la résistance et le module d'élasticité et les équations pour la prévision du retrait et de la complaisance. La version originale de cette méthode a été éditée par Gardner et Zhao en 1993 (Gardner et Zhao 1993).

1.7.5.2 Retrait

1.7.5.2.1 Paramètres requis

Pour calculer le retrait suivant le modèle Atlanta 97, les paramètres suivants sont exigés :

- Age au début de séchage (jours);
- Type de ciment;
- Résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours (MPa);
- Résistance moyenne à la compression du béton quand le séchage a commencé (MPa);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Rapport volume/ surface (millimètre).

1.7.5.2.2 Equations du retrait

Le retrait est calculé à l'aide des équations suivantes :

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{shu} \beta(h) \beta(t) \quad (1.68)$$

Où ε_{shu} est la contrainte finale fictive de retrait (20000 jours).

$$\varepsilon_{shu} = 900 \times 10^{-6} K \left(\frac{f_{cm28}}{f_{cmic}} \right)^{1/2} \left(\frac{25}{f_{cm28}} \right)^{1/2} \quad (1.69)$$

K dépend du type de ciment (se rapporter au tableau 1.9).

Type de ciment	K
Type I	1.00
Type II	0.70
Type III	1.33

Tableau 1.9 : K en fonction du type de ciment, selon le modèle d'Atlanta 97.

Le type de ciment détermine le développement de la résistance caractéristique du béton indépendamment de la désignation nominale du ciment. Ceci permet aux formules de s'adapter à des bétons incorporant divers mélanges chimiques ou minéraux.

Si des résultats expérimentaux sur le développement de la résistance sont disponibles, la limite de retrait peut être améliorée en interpolant le K du tableau 1.9.

$\beta(h)$ et $\beta(t)$ sont les limites de correction pour l'effet de l'humidité et du temps respectivement.

$$\beta(h) = (1 - 1.18h^4) \quad (1.70)$$

$$\beta(t) = \left(\frac{7.27 + \ln(t - t_c)}{17.18} \right) \left(\frac{t - t_c}{t - t_c + 0.015(V/S)^2} \right) \quad (1.71)$$

1.7.5.3 Complaisance

1.7.5.3.1 Paramètres requis

Pour le calcul de la complaisance en utilisant le modèle Atlanta 97, les paramètres suivants sont nécessaires:

- Age du béton au chargement (jours);
- Résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours (MPa);
- Résistance moyenne à la compression du béton quand le chargement a commencé (MPa);
- Module d'élasticité du béton quand le chargement a commencé (MPa);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Rapport volume/ surface (millimètre).
- Contrainte de retrait ($t_0 - t_c$) à calculer en utilisant le modèle de retrait d'Atlanta 97;
- Contrainte de retrait ($20000 - t_c$) à calculer en utilisant le modèle de retrait d'Atlanta 97;

1.7.5.3.2 Equations de la complaisance

La complaisance est calculée à partir de cette équation :

$$J(t, t_0) = \frac{1 + \phi}{E_{cm(t_0)}} \quad (1.72)$$

Où ϕ est le coefficient de fluage.

$$\phi = \Phi(t) \Phi(t_c) \left(\frac{f_{cm28}}{f_{cmto}} \right)^{1/2} \left[1.5 + 3.0 \left(\frac{25}{f_{cmto}} \right)^{1/2} (1 - 1.086h^2) \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + 0.05(V/S)^2} \right) \right] \quad (1.73)$$

Où $\phi(t)$ est une fonction de temps et $\phi(t_c)$ est le terme de correction pour séchage avant le chargement.

$$\Phi(t) = \left[\frac{7.27 + \ln(t - t_0)}{17.18} \right] \quad (1.74)$$

$\phi(t_c)$ tient compte du séchage avant le chargement, souvent connu sous le nom d'effet Pickett, qui réduit le fluage de base et de séchage. On sait que le fluage du béton est lié à l'eau évaporable. L'eau évaporable restante est estimée à partir de la fraction restante du retrait de la fin de la cure humide à 20000 jours.

$$\text{Si } t_o = t_c \quad \Phi(t_c) = 1 \quad (1.75)$$

Quand $t_o > t_c$

$$\Phi(t_c) = \sqrt{1 - \frac{\epsilon_{sh}(t_o - t_c)}{\epsilon_{sh}(20000 - t_c)}} \quad (1.76)$$

1.7.6 Modèle GL2000 Gardner-Lockman

1.7.6.1 Introduction

Le modèle est essentiellement une modification d'Atlanta 97, lui-même influencé par CEB MC90 Il a été développé pour corriger la relaxation négative aux jeunes âges du chargement et la récupération du fluage irréalistes avec Atlanta 97. L'expression de la complaisance est basée sur le module d'élasticité à 28 jours au lieu de module d'élasticité à l'âge de chargement. Ce modèle inclut également un terme de séchage avant le chargement, qui s'applique à la fois au fluage de base (propre) et de séchage (dessiccation). En supposant que le fluage de séchage est proportionnel au retrait de séchage (Gamble et Parrott 1978), une expression de retrait révisée est également proposée. L'équation de retrait est simplifiée par rapport à Atlanta 97 et se conforme aux directives de novembre 99 de l'ACI 209. Si les valeurs expérimentales ne sont pas disponibles, le module d'élasticité et le développement de la résistance avec le temps peuvent être calculés en utilisant les mêmes équations qu'Atlanta 97. La relation entre la résistance caractéristique à la compression et la résistance moyenne à la compression est définie en utilisant les expressions de Gardner.

1.7.6.2 Retrait

1.7.6.2.1 Paramètres requis

Pour calculer le retrait suivant le modèle GL2000, les paramètres suivants sont exigés :

- Age au début de séchage (jours);
- Type de ciment;
- Résistance moyenne à la compression de béton à 28 jours (MPa);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Rapport volume/ surface (millimètre).

1.7.6.2.2 Equations du retrait

Le retrait ε_{sh} est calculé à l'aide des équations suivantes :

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{shu} \beta(h) \beta(t) \quad (1.77)$$

Où ε_{shu} est la contrainte de retrait finale (ultime), $\beta(h)$ est le terme de correction pour l'effet de l'humidité et $\beta(t)$ est le terme de correction pour l'effet du temps.

$$\varepsilon_{shu} = 1000 \times 10^{-6} K \left(\frac{30}{f_{cm28}} \right)^{1/2} \quad (1.78)$$

$$\beta(h) = (1 - 1.18h^4) \quad (1.79)$$

$$\beta(t) = \left(\frac{t - t_c}{t - t_c + 0.15(V/S)^2} \right)^{1/2} \quad (1.80)$$

K est une constante qui dépend du type de ciment (se reporter au tableau 1.10). Pour une humidité relative de 0,96, il n'y a plus de retrait. A plus haute humidité relative, un gonflement se produit.

Type de ciment	K
Type I	1.00
Type II	0.70
Type III	1.15

Tableau 1.10 : K en fonction du type de ciment, selon le modèle GL2000.

Le type de ciment détermine le développement de la résistance caractéristique du béton indépendamment de la désignation nominale du ciment. Ceci permet aux formules de s'adapter aux bétons incorporant divers mélanges chimiques ou minéraux. Si des résultats expérimentaux sur le développement de la résistance sont disponibles, le terme de retrait peut être amélioré par interpolation du K du tableau 1.10.

1.7.6.3 Complaisance

1.7.6.3.1 Paramètres requis

Pour le calcul de la complaisance en utilisant le modèle GL2000, les paramètres suivants sont nécessaires:

- Age au début de séchage (jours);
- Age du béton au chargement (jours);
- Résistance moyenne à la compression du béton à 28 jours (MPa);
- Module d'élasticité du béton quand le chargement a commencé (MPa);
- Humidité relative (Hygrométrie) exprimée en décimales;
- Rapport volume/ surface (millimètre).

1.7.6.3.2 Equations de la complaisance

La complaisance se compose de deux parts, élastique et de fluage. La déformation élastique est simplement l'inverse du module d'élasticité à l'âge de chargement et la contrainte de fluage est le coefficient de fluage divisé par le module d'élasticité à 28 jours, comme exprimé dans cette équation :

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cm(t_0)}} + \frac{\phi}{E_{cm28}} \quad (1.81)$$

Où ϕ est le coefficient de fluage, calculé en utilisant l'équation suivante :

$$\phi = \Phi(t_c) \left(2 \frac{(t-t_0)^{0.3}}{(t-t_0)^{0.3} + 14} + \left(\frac{7}{t_0}\right)^{0.5} \left(\frac{t-t_0}{t-t_0+7}\right)^{0.5} + 2.5(1-1.086h^2) \left(\frac{t-t_0}{t-t_0+0.05(V/S)^2}\right)^{0.5} \right) \quad (1.82)$$

Le coefficient de fluage comprend trois termes. Les deux premiers termes sont nécessaires pour calculer le fluage de base et le troisième terme pour le fluage de séchage. Il est

semblable à l'expression du retrait. $\Phi(t_c)$ est le terme de correction pour l'effet du séchage avant le chargement.

$$\text{Si } t_o = t_c \quad \Phi(t_c) = 1 \quad (1.83)$$

$$\text{Quand } t_o > t_c \quad \Phi(t_c) = \left[1 - \left(\frac{t_o - t_c}{t_o - t_c + 0.15(V/S)^2} \right)^{0.5} \right]^{0.5} \quad (1.84)$$

1.7.7 Conclusion

Nous n'avons pas cité les différents modèles réglementaires de prévisions de déformations différées existants à travers le monde. Nous n'avons retenu que les modèles les plus performants et les plus courants selon la RILEM. Il demeure difficile pour un ingénieur concepteur de choisir entre ces différents modèles. Cette difficulté est liée au fait que ces modèles sont basés sur une décomposition différente des déformations, et qu'ils demandent un nombre et des types de paramètres décrivant les propriétés physiques et mécaniques du matériau variées.

La question de la mesure des performances d'un modèle de prévision des déformations différées du béton est donc complexe et n'a reçu qu'une réponse partielle, car il n'existe pas aujourd'hui de méthodologie unanimement acceptée. Jusqu'à présent, la seule méthode utilisée a été la comparaison des prévisions des modèles avec des mesures de déformations réalisées sur des éprouvettes soumises en laboratoire à des essais de retrait et de fluage en compression. La base de donnée de la RILEM (Espion 1998, Bengougam 2002) a rassemblé une majorité de ces résultats expérimentaux.

Les résultats de ces comparaisons montrent qu'il existe une variabilité de prévision importante. Une étude quantitative et qualitative a analysé plusieurs modèles de fluage (Al-Manaseer et Lakshmikantan 1999) et retenu les modèles B3 et CEB (Eurocode2) comme prédisant le mieux la fonction de fluage.

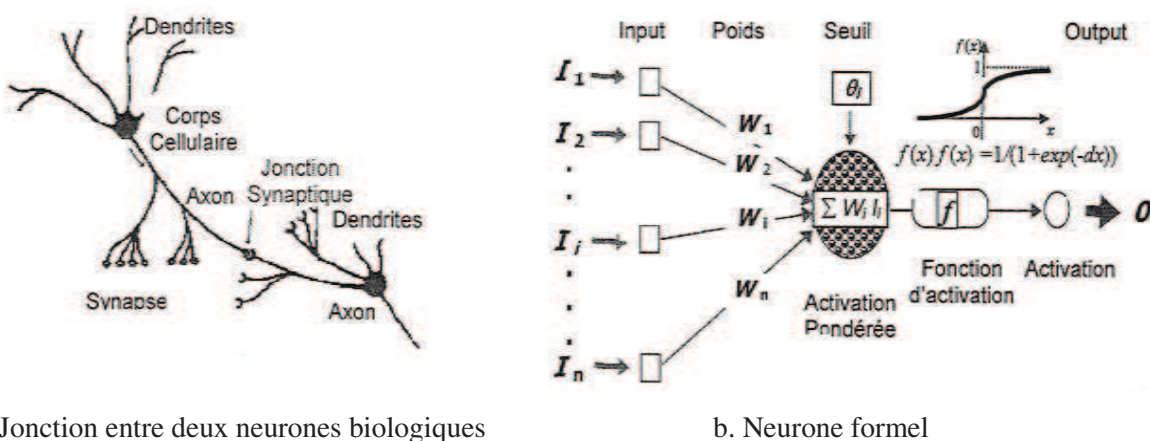
Notre travail ne consiste pas à remettre en cause ces modèles. Bien au contraire, nous essayons de proposer un modèle général (universel) qui prend en compte tous les paramètres influant sur le retrait et le fluage des bétons en utilisant une approche de plus en plus répandue, celle des réseaux de neurones artificiels. Cette approche n'a pas de limite en termes de nombre de paramètres et surtout demande des temps d'exécution réduits.

1.8 Réseaux de neurones

1.8.1 Définitions

L'informatique est la science du traitement automatique de l'information, souvent confondue avec le développement des machines de traitement (ordinateur) et la conception des logiciels permettant de résoudre des problèmes variés dans tous les domaines.

Le développement des logiciels peut se faire selon plusieurs approches. La plus utilisée est l'approche algorithmique (procédurale) qui nécessite l'écriture du processus à suivre pour résoudre un problème. Plus récent est l'approche déclarative (basée sur la connaissance) qui confie la résolution du problème à un ensemble de règles données par un expert humain d'un domaine particulier. Une autre approche s'inspire du traitement de l'information effectué par le cerveau (dite connexionniste). L'hypothèse principale, à la base de l'essor des réseaux de neurones artificiels (RNA), est que le comportement intelligent est sous tendu par un ensemble de mécanismes mentaux basés sur des processus neurophysiologiques. Ces RNA sont conçus comme des modèles mathématiques très simplifiés inspirés du fonctionnement du système nerveux central, en se basant sur le concept du neurone biologique. Ils emploient des éléments simples (neurones formels) fortement reliés entre eux par des poids de connexions qui traitent des données d'entrée pour produire les sorties désirées (Fig. 1.33).



a. Jonction entre deux neurones biologiques

b. Neurone formel

Fig. 1.33 : Modélisation du neurone biologique.

Un réseau de neurones est un système de calcul composé d'éléments de traitement simples fortement interconnectés, qui traite l'information par leur changement d'état dynamique en réponse à une entrée externe (Hecht-Nielsen 1990).

D'une manière générale on peut présenter un neurone formel par l'expression suivante :

$$O = f\left(\sum W_i I_i\right) \quad (1.85)$$

Avec, I_i , O : entrée et sortie du neurone respectivement, W_i : poids correspondant à chaque entrée, θ : représente le seuil, et $f(x)$ fonction de seuil vérifiant $\forall x, f(x)=1$ si $x > \theta$, et $f(x)=0$ sinon. La fonction d'activation (transfert) limite la sortie du neurone avec les bornes minimales et maximales permises, c'est-à-dire qu'elle offre une infinité de valeurs possibles comprises entre $[0,+1]$ ou $[-1,+1]$. Elle peut prendre différentes formes : binaire, linéaire à seuil, sigmoïde. Le choix de l'une de ces fonctions se révèle être un élément constitutif important des RNA. Souvent, des fonctions non linéaires et plus évoluées seront nécessaires.

A titre indicatif, voici quelques fonctions couramment utilisées :

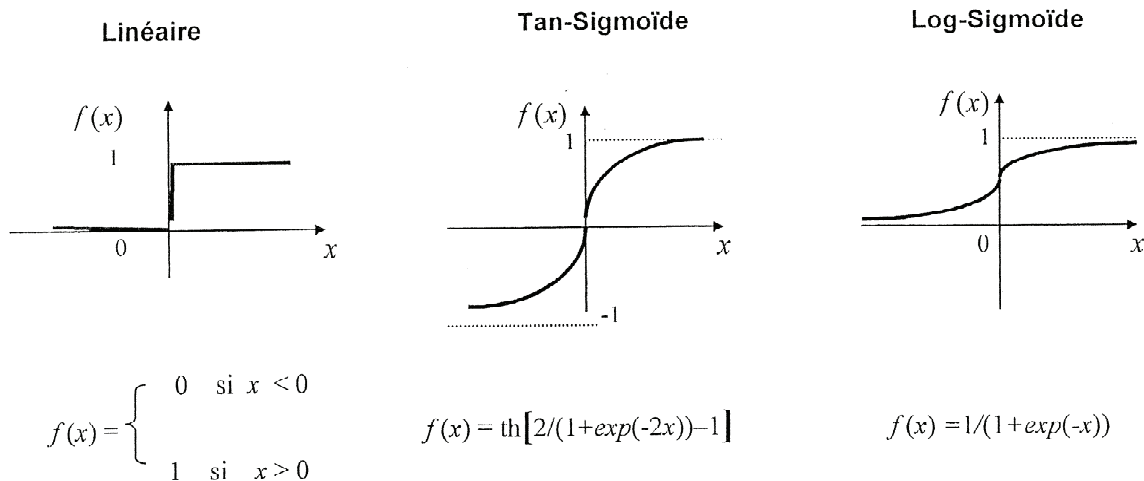


Fig. 1.34 : Types de fonctions d'activation (transfert).

1.8.2 Avantages des RNA

Les RNA fonctionnent sans programme, n'exécutent pas d'instructions, et ne manipulent pas de nombres. La destruction d'une partie de ces circuits n'empêche pas le réseau de fonctionner. Ces principales propriétés sont :

- **Parallélisme** : c'est l'exécution de plusieurs tâches (données numériques et non pas symboliques) en même temps, ce qui explique la grande rapidité de calcul des RNA.

- Capacité d'apprentissage : elle permet aux réseaux de tenir compte des contraintes et des données provenant de l'extérieur. Elle se caractérise dans certains réseaux par leur capacité d'auto-organisation qui assure leur stabilité.
- Généralisation : elle permet au réseau de trouver une solution généralisée applicable à tous les exemples du problème, même s'ils contiennent des erreurs ou sont inachevés ou ne sont pas présentés pendant l'apprentissage.
- Mémoire distribuée : la mémoire est répartie sur plusieurs entités et sur tout le réseau.

1.8.3 Architecture et types de RNA

L'architecture du réseau est décrite par l'ensemble de neurones interconnectés entre eux. Cette architecture peut aller d'une connectivité totale ou réseaux entièrement connectés (réseau à connexions complètes) à une connectivité locale ou réseaux à couches (réseau à sens unique).

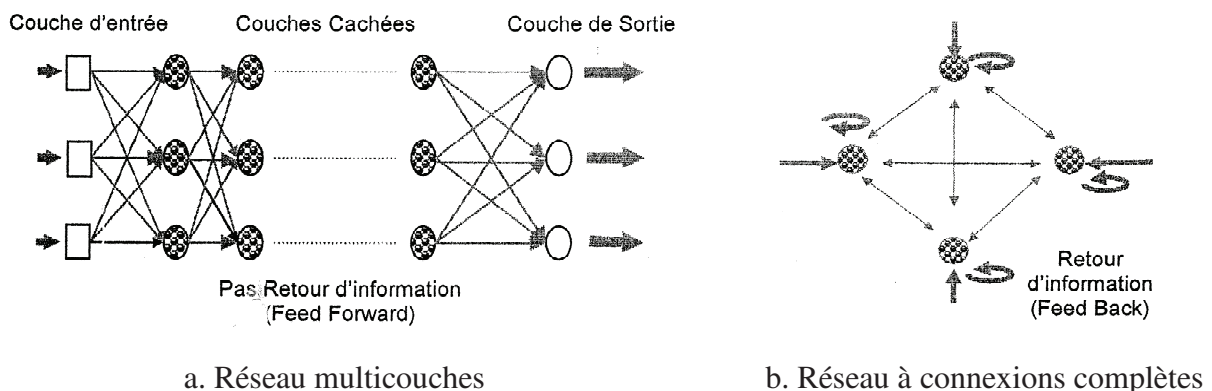


Fig. 1.35 : Architecture des RNA.

Les RNA peuvent se classer en deux catégories suivant leur évolution dans le temps : les réseaux de neurones statiques et les réseaux de neurones dynamiques. Dans le cas des réseaux de neurones statiques, la sortie actuelle d'un neurone n'a aucune influence sur les sorties futures des autres neurones. Dans ce cas, le temps n'est pas un paramètre significatif. Par contre, les réseaux de neurones dynamiques appelés aussi réseaux récurrents ont une évolution dépendante du temps et ils sont organisés de sorte que chaque neurone reçoit une partie ou la totalité de l'état du réseau sur ses entrées.

1.8.4 Mécanisme d'apprentissage des RNA

Les connexions entre les éléments sont adaptées selon le processus d'ajustement des poids, semblable aux équations de régression (Geoffrey 1992). Plusieurs approches ont été développées pour ajuster les poids de connexion par des règles ou algorithmes d'apprentissage des données réelles. Les règles d'apprentissage les plus connues sont la règle de Hebb, la règle de Windrow-Holff (Delta), et la règle de Delta généralisé appelée également Rétropropagation. Il existe principalement deux types d'apprentissage : supervisé et non supervisé. Cette distinction repose sur la forme des exemples d'apprentissages, couples entrée/sortie associés à des réseaux statiques multicouches dans le cas de l'apprentissage supervisé, alors que l'on ne dispose que des valeurs d'entrée pour l'apprentissage non supervisé dans le cas des réseaux dynamiques (ou récurrents).

A l'issue de l'apprentissage, les poids sont fixés. Commence alors la phase d'utilisation du réseau.

En général, l'apprentissage se fait pendant une période relativement longue (phase d'apprentissage), durant laquelle les vecteurs des neurones d'entrée peuvent être présentés au réseau un grand nombre de fois (cycles ou itérations). La détermination des paramètres d'apprentissage constitue la phase la plus importante pour les traitements par les RNA. Ces paramètres sont le taux d'apprentissage, l'erreur d'apprentissage et le nombre d'itérations.

Il existe deux autres phases dites de test et de validation qui permettent de tester la performance du réseau entraîné.

1.8.5 Application des RNA en Génie Civil

Les premières applications de la technique des réseaux de neurones en génie civil remonte à la fin des années 1980 (d'après Flood et Kartam 1994). Ils sont appliqués pour concevoir des solutions dans plusieurs domaines tels que les structures, la géotechnique et les matériaux. La majorité des chercheurs utilisent des réseaux multicouches à rétropropagation pour le développement de leurs modèles (d'après Moselhi 1996).

1.8.5.1 Application des RNA en analyse des structures

Les réseaux de neurones à rétropropagation sont beaucoup utilisés en analyse et conception des structures, comportement des matériaux et identification des dommages. Ils sont utilisés

pour représenter la relation force-déplacement en analyse statique des structures (Hajela et Berke 1991), la conception des structures en béton armé (Sanad et Saka 1996), la détection des dommages directement après séisme (Wong et al. 1996) et la prévision du coût et de la durée de vie des structures dans une phase de préconception (Sdhabhon 1998).

1.8.5.2 Application des RNA en géotechnique

Plusieurs systèmes ont été développés pour la caractérisation des sites, la classification des sols et des roches, le calcul des fondations, la liquéfaction des sols, et le calcul des barrages (Teh et al. 1997, Ural et Saka 1999).

1.8.5.3 Application des RNA en technologie des bétons

1.8.5.3.1 Formulation, Ouvrabilité et Résistance à la compression

Certains chercheurs ont employé un RNA comme outil pour minimiser les incertitudes et les erreurs de conception des proportions des mélanges de béton (Oh et al. 1999). D'autres ont établi un système d'acquisition de connaissance basé sur les RNA pour la conception d'un mélange de béton (Ji-Zong al. 1999). Nehdi et al. ont étudié les performances des bétons auto-compactés en prévoyant leurs propriétés par un système de RNA à base de l'algorithme Levenberg-Marquadt de Rétropropagation (Nehdi et al. 2001). Cette étude présente la première tentative pour prévoir les propriétés du béton-auto-nivelant (BAN) frais et durci rendues complexes par les phénomènes de ségrégation et de ressuage. Dias et Pooliyada ont proposé un modèle RNA à rétropropagation avec des proportions constitutives du béton comme entrées et des propriétés du béton comme sorties (Dias et Pooliyada 2001). Ce modèle a été employé pour prédire la résistance à la compression et l'ouvrabilité d'un béton prêt à l'emploi (BEP) contenant des retardateurs et d'un béton à haute résistance (BHP) contenant des adjuvants chimiques et/ou des ajouts minéraux.

1.8.5.3.2 Hydratation du ciment

Il existe plusieurs modèles de RNA pour prévoir les propriétés de durcissement de la pâte de ciment comme le degré d'hydratation, le taux d'évolution de la chaleur d'hydratation, l'humidité relative et la porosité totale (Basma et al. 1999, Parka et al. 2005).

1.8.5.3.3 Durabilité

L'approche RNA est utilisée pour prévoir la profondeur de carbonatation du béton (Yun-Hong et Bin 2004), l'identification des coefficients de perméabilité (Shouju et al. 2002), la diffusion et la pénétration des chlorures (Peng et al. 2002), et la dégradation par les acides sulfuriques à diverses concentrations (Hewayde et al. 2007).

1.8.5.3.4 Retrait et fluage des bétons

Très peu de travaux portent sur le retrait et le fluage des bétons. Karthikeyan et al. ont utilisés les RNA pour la prédiction du fluage et du retrait des bétons à hautes Performances (Karthikeyan et al. 2008). Maru et Nagpal ont aussi utilisés les RNA pour la simulation des déformations de retrait et de fluage du béton armé (Maru et Nagpal 2004).

1.8.6 Conclusion

La technique des RNA est une puissante méthode de régression non linéaire. Le tableau suivant résume les équivalences de vocabulaire entre les méthodes de réseaux de neurones et statistiques.

Réseau de neurones	Statistiques
Architecture	Fonction de régression
Apprentissage	Estimation
Poids	Paramètres
Apprentissage supervisé	Régression / Classification
Réseau de neurones	Modèle
Grand : 100 000 poids	Grand : 50 paramètres
Ensemble d'apprentissage	Observations / Echantillon
Grand : 50 000 exemples	Grand : 200 cas
Généralisation	Interpolation, extrapolation

Tableau 1.11 : Glossaire réseaux de neurones / statistiques (Thiria et al. 1997).

Les possibilités, la commodité et la précision offertes par les RNA sont utilisées avec succès en génie civil dans les domaines des structures, de la géotechnique et des bétons.

La Fig. 1.36 montre le nombre de publications dans le Journal of Computing in Civil Engineering qui comportent dans leur titre le mot réseau de neurones.

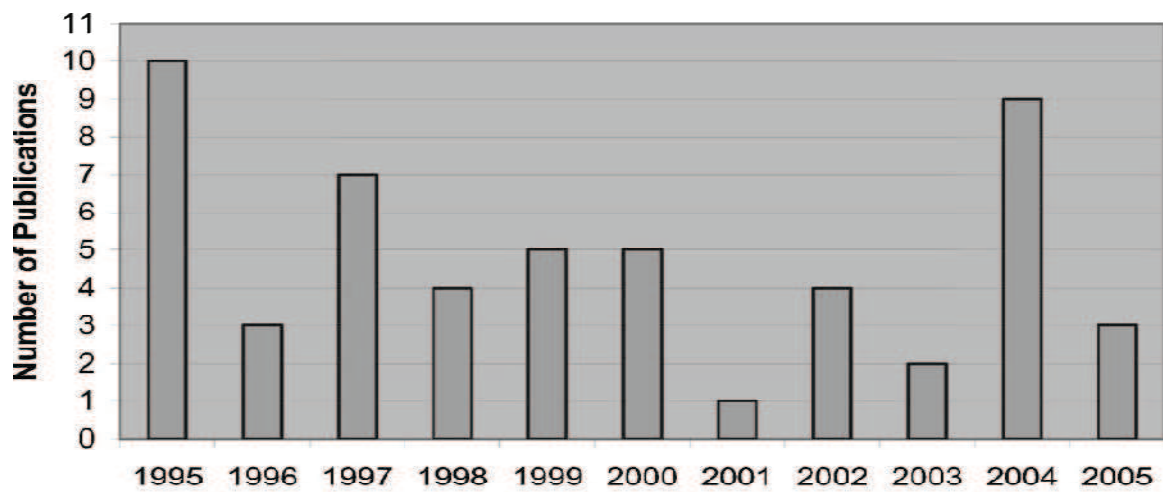


Fig. 1.36 : Nombre d'articles publiés qui utilisent dans leur titre le terme « neurones » dans le Journal of Computing in Civil Engineering (Flood 2006).

1.9 Conclusion

D'après ce qui a été présenté dans ce chapitre bibliographique, nous constatons l'importance du retrait et du fluage sur la durabilité des ouvrages en béton.

Des modèles de prévision du retrait et du fluage existent, mais avec l'apparition des nouveaux bétons et des nouveaux liants, le développement d'un modèle performant plus général devient nécessaire.

Notre travail est donc une contribution à cet objectif général.

Chapitre 2 Méthodologie de collecte et normalisation des données

Chapitre 2 - Méthodologie de collecte et normalisation des données expérimentales

2.1 Introduction

L'étude bibliographique a mis en évidence l'importance du retrait de dessiccation. Son amplitude est d'ailleurs largement supérieure à celle des autres types de retrait et il influe fortement sur la durabilité des matériaux hydrauliques. Pour cette raison notre travail est axé sur la modélisation du retrait de dessiccation en premier lieu, puis sur celle du fluage qui est également très important pour le comportement dans le temps des structures et dont les mécanismes présentent des similarités avec ceux du retrait.

Le processus de collecte des données expérimentales a été mené en deux étapes. La première étape a consisté à rassembler les données disponibles dans la littérature et issues de travaux réalisés dans différents laboratoires. La deuxième étape porte sur la normalisation des données sélectionnées pour répondre aux exigences de la méthode des réseaux de neurones concernant les paramètres d'entrée et de sortie du modèle proposé. En raison de la taille de la base de données, elles sont d'abord examinées pour éliminer les duplications possibles, dues par exemple au chevauchement entre points de mesure, et afin de s'assurer que l'information saisie est correcte. Enfin, nous présentons les paquets de données extraits de la base et choisis aléatoirement pour l'apprentissage ainsi que pour le test et la validation du réseau de neurones proposé.

2.2 Méthode de mesure

2.2.1 Mesure du retrait

La mesure du retrait de dessiccation des bétons hydrauliques peut se faire soit en axial, soit en surface (Alou et al. 1987) :

Le retrait axial est mesuré au moyen d'un dispositif représenté schématiquement Fig. 2.1 (la précision de l'appareil de mesure est estimée à $\pm 1\mu\text{m}$).

Le retrait superficiel est mesuré au moyen d'un dispositif représenté schématiquement Fig. 2.1 (la précision de l'appareil de mesure est estimée à $\pm 2\mu\text{m}$).

Pour des raisons pratiques, la méthode la plus utilisée est la mesure axiale.

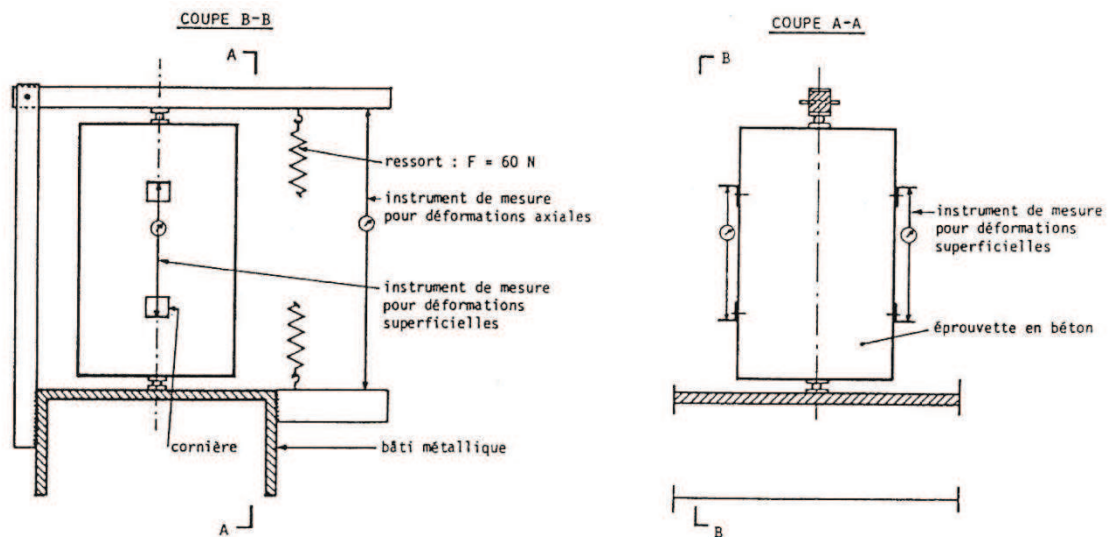


Fig. 2.1 : Méthode de mesure du retrait axial et superficiel (Alou et al. 1987).

Dans le but de mesurer les déformations dès les premières minutes, toutes les éprouvettes sont humidifiées après le démoulage et pendant leur mise en place sur les bâtis de mesure. Le retrait peut être mesuré sur éprouvettes cylindriques ou prismatiques. Le retrait des éprouvettes cylindriques est obtenu à partir de plots collés sur leur surface latérale et celui des éprouvettes prismatiques à la fois à partir de plots de surfaces latérales et axialement (Fig. 2.2). De plus, il est possible de vérifier s'il y a un effet d'échelle qui a été évalué comme faible vu que la géométrie des deux types d'éprouvettes est très proche (Yurtdas 2003).

Par ailleurs, pour toutes les éprouvettes, les plots sont collés de façon à ce qu'ils soient à égale distance des surfaces supérieure et inférieure de l'éprouvette. Le raccourcissement de l'éprouvette est mesuré par un extensomètre électronique ayant une base de mesure de 10 cm (Fig. 2.3.a) tandis que le rapprochement des surfaces supérieure et inférieure est mesuré par un déformètre classique (de précision 1 μ m) de base de mesure de 16 cm (Fig. 2.3.b).

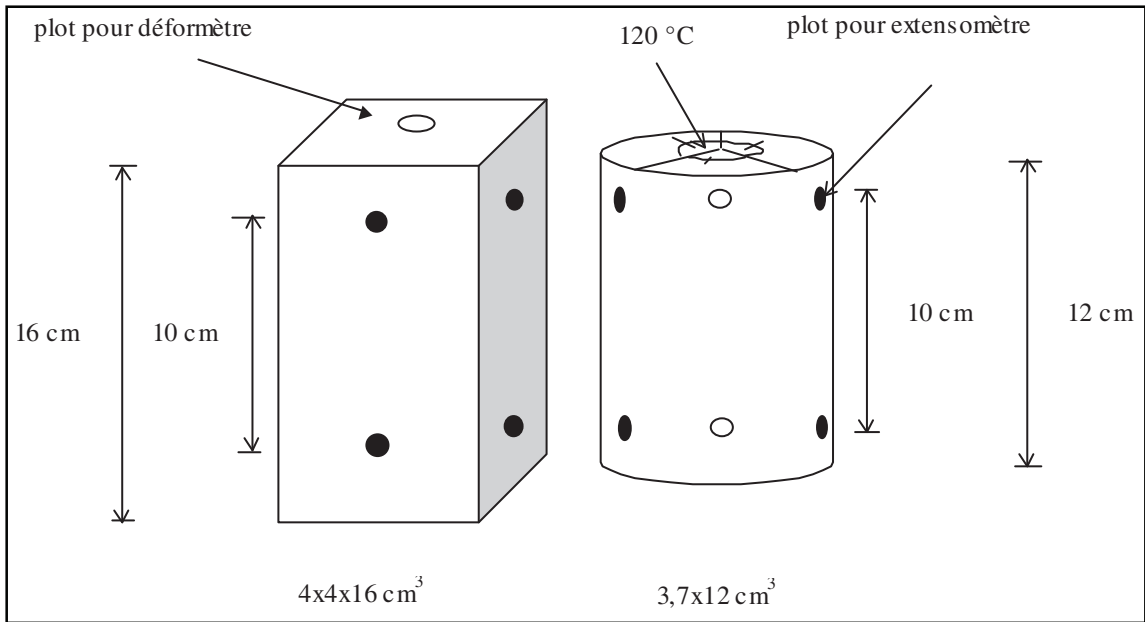
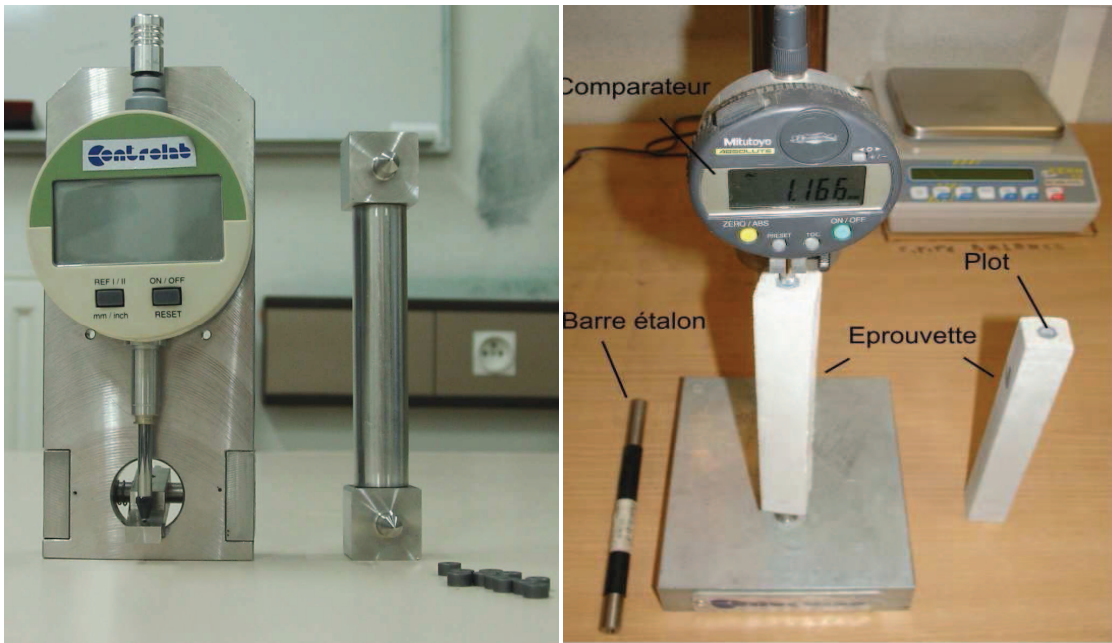


Fig. 2.2 : Représentation schématique des éprouvettes d'essais (Yurtdas 2003).



(a)

(b)

Fig. 2.3 : a) extensomètre électronique b) déformètre (Yurtdas 2003).

➤ *Exemple de courbe de mesure du retrait en fonction du temps :*

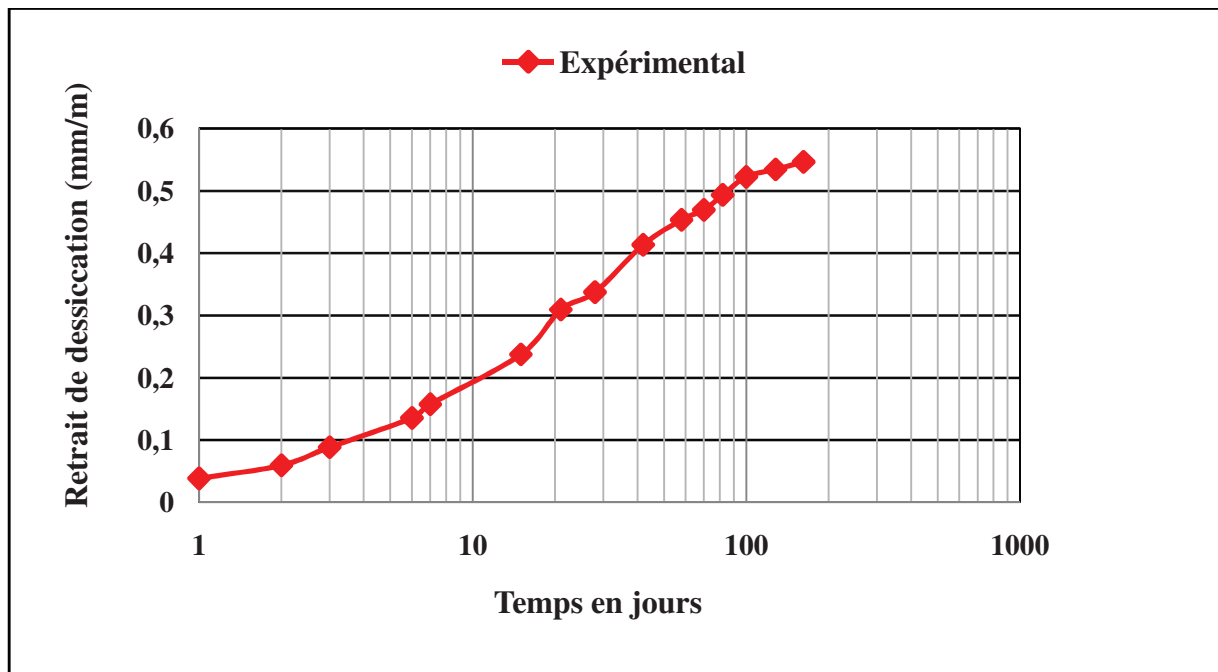


Fig. 2.4 : Evolution du retrait de dessiccation en fonction du temps.

La Fig. 2.4 montre l'allure d'une courbe d'évolution du retrait de dessiccation (mm/m) en fonction du temps (T en jours et à l'échelle logarithmique). Cette allure est une caractéristique universelle du retrait de dessiccation. Chaque essai comprend un certain nombre de points (observations), avec en abscisse le temps et en ordonnée le retrait (dans cet essai on a 15 points).

2.2.2 Mesure du fluage

La Fig. 2.5 montre l'ensemble des bâtis de fluage mis au point au laboratoire. Le principe de montage est très classique. Celui-ci consiste en six bâtis reliés par une nourrice à une pompe manuelle de type Enerpac, de capacité 70 MPa. Chaque bâti est composé de trois plateaux reliés entre eux par trois tirants : un plateau inférieur par lequel l'effort constant est appliqué, un plateau médian et un plateau supérieur. Deux éprouvettes sont placées dans chaque bâti et séparées par le plateau médian de mouvement libre. Les effets de flexion sont corrigés, en jouant sur les plateaux supérieur et inférieur afin que ces plateaux puissent être en contact parfait avec les surfaces extrêmes de l'éprouvette. Ensuite, le mouvement du plateau supérieur

est bloqué à l'aide des écrous serrés sur les tirants. L'effort appliqué par la pompe manuelle est transmis sur les éprouvettes par le plateau inférieur.

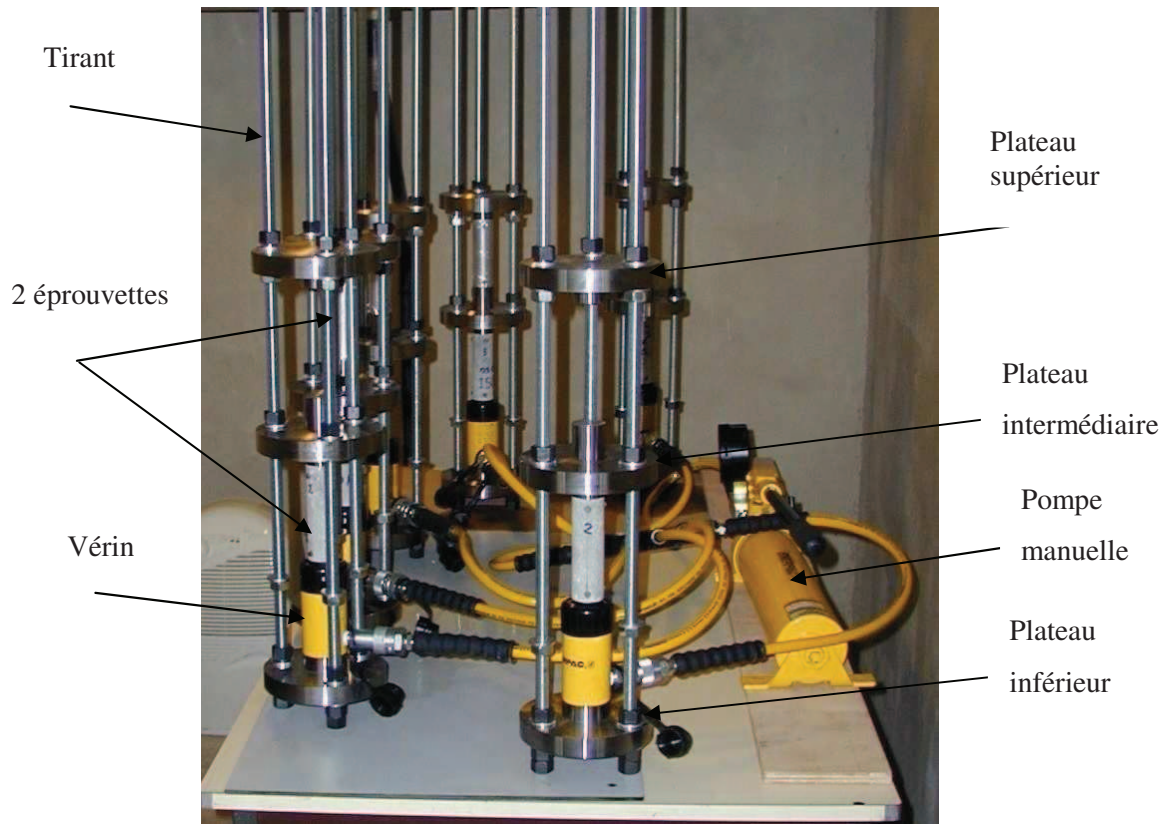


Fig. 2.5 : Bâti de fluage (Yurtdas 2003).

➤ *Exemple de courbe de mesure du fluage en fonction du temps :*

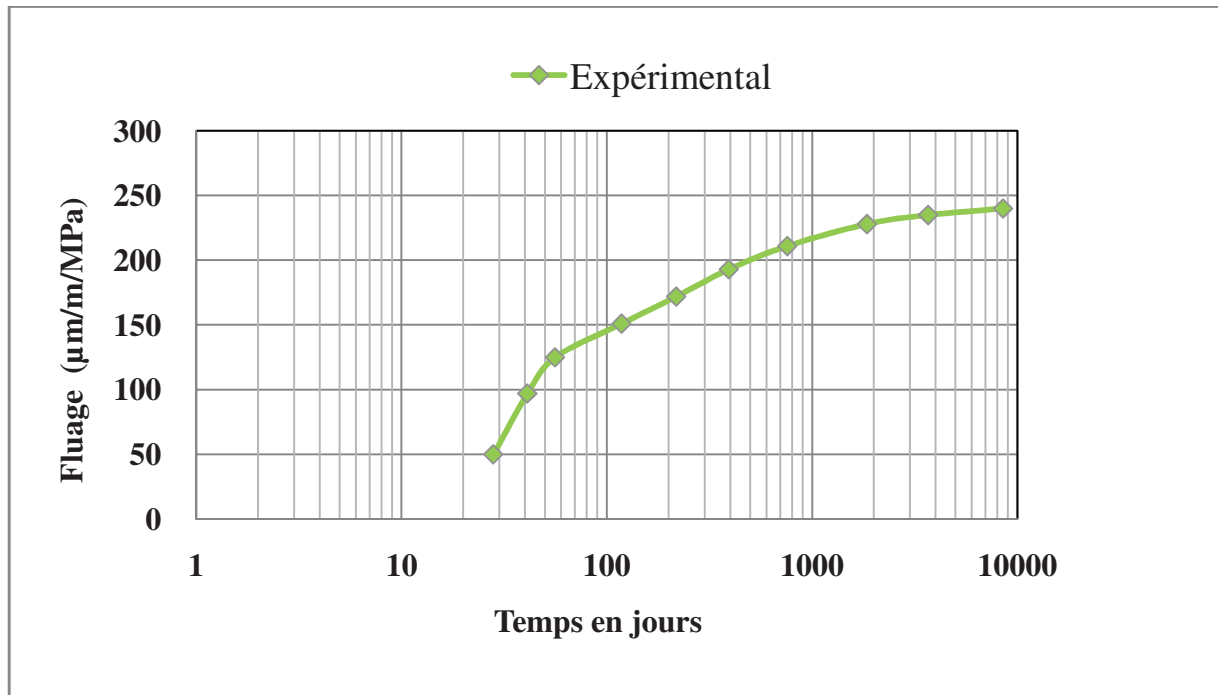


Fig. 2.6 : Evolution du fluage en fonction du temps.

La Fig. 2.6 montre l'allure d'une courbe d'évaluation du fluage ($\mu\text{m/m/MPa}$) en fonction du temps (T en jours et à l'échelle logarithmique). Chaque essai comprend un certain nombre de points (observations), avec en abscisse le temps et en ordonnée le fluage (dans cet essai on a 10 points).

Les chercheurs utilisent pour le retrait comme pour le fluage différents types d'éprouvettes (différentes formes et dimensions), mais pour la modélisation, ils utilisent le rapport volume sur surface exposée à l'air V/S (certains $2V/S$) pour s'affranchir de ce problème de géométrie.

De même, la plupart utilise la méthode de mesure axiale. La base de données ne précise donc pas la forme des éprouvettes ni la méthode de mesure retenue.

2.3 Base de données

2.3.1 Sélection des données expérimentales

Au cours de notre travail, nous nous sommes basés sur des résultats expérimentaux issus de travaux réalisés dans différents laboratoires complétés par des communications des différents chercheurs :

- Le professeur Bazant Zdenek P., professeur of Civil Engineering and Materials Science, NorthWestern University (Department of civil Engineering) (Bazant et Kim 1991, Bazant et Baweja 2000, Bazant¹ et al. 1987, Bazant² et al. 1987).
- Le Professeur Wittmann Folker H., Laboratory for building Materials Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne (Alou et al. 1987, Wittmann et al. 1987, Wittmann 2000).
- Le docteur Leroy Robert et le docteur Granger Laurent (docteurs de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées), Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (Leroy 1996, Granger 1996).

On a assemblé par ailleurs une base de données réduite (tableau 2.1, 2.3), composée de 186 essais de fluage et 123 de retrait extraits de la base de données de la Réunion Internationale des Laboratoires et Experts des Matériaux, Systèmes de Constructions et Ouvrages (RILEM) pour les bétons conventionnels, récemment utilisée par Gardner (Gardner 2000, Gardner et Lockman 2001, Gardner 2004). Cette base de données RILEM est une perpétuelle évolution sous le parrainage de la RILEM TC 107-CSP Sous - Comité 5 (Müller et al. 1999).

On précise dans le paragraphe suivant l'organisation de notre base de données utilisée pour la modélisation.

2.3.2 Organisation de la base de données

Les essais sur lesquels nous nous sommes basés utilisent un béton hydraulique confectionné avec différents types de ciment selon American Society for Testing of Materials (ASTM). Ces différents types de ciment sont équivalents aux types de ciment définis Comité Euro-international du Béton (CEB), ASTM type I étant équivalent au CEB type N ou type R (aussi appelé CEM I), ASTM type II étant équivalent au CEB type SL, et ASTM type III étant équivalent au CEB type RS (ACI 209.2R 2008, Gardner 2004) (voir annexe 1).

Le choix des paramètres qui seront pris en considération dans la modélisation est basé sur l'effet de chaque paramètre sur le retrait et le fluage des bétons (voir § 1) ainsi que leur présence dans la base de données soit de la RILEM, soit issue de la littérature.

Les paramètres choisis sont : la composition du béton, l'humidité relative (HR), le rapport du volume de l'échantillon sur sa surface exposée à l'air noté V/S, l'âge à partir duquel la cure humide est arrêtée, la résistance moyenne du béton à la compression à 28 jours et le module d'élasticité du béton à 28 jours. Les paramètres utilisés pour la modélisation du retrait sont également utilisés pour la modélisation du fluage auxquels sont ajoutés l'âge de chargement et le module d'élasticité du béton lorsque le chargement a commencé. Les tableaux (2.1, 2.2, 2.3 et 2.4) récapitulent respectivement les différentes sources de données et l'organisation de ces dernières dans une base de données comprenant tous les sous ensembles pour les modélisations.

Le tableau 2.1 représente les données issues de la base de données de retrait de la RILEM TC 107-CSP Sous - Comité 5, il contient 123 essais, le nombre de valeurs est de 1257 points.

Le tableau 2.2 représente les données de retrait issues de la littérature et provenant de travaux réalisés dans différents laboratoires à travers le monde, il contient 176 essais.

Au total, on dispose donc de 299 essais sur le retrait.

<i>Auteur</i>	<i>Nombre d'Essais</i>
Bazant	3
Brooks	8
Bryant	15
Burg	11
Epison	1
Hanson	7
Hilsdorf	5
Hummel	4
Keeton	12
Mamillan	3
Rusch	5
Rusch et Kordina	6
Rusell	2
Russel	2
Stockl	4
Troxell	2
Weigler	7
Wischers	16
Wesche	9
Yue	1
<i>Total</i>	<i>123</i>

Tableau 2.1 : Données issues de la RILEM TC107-CSP pour la prévision du retrait du béton.

<i>Auteur & Source de Données (Essais)</i>	<i>Nombre d'Essais</i>
(Alou et al. 1987)	26
(Aschl et Stockl 1981)	1
(Dreux et Gorisse 1975)	1
(Espion et Wastiels 1989)	2
(Hansen et Mattock 1966)	10
(Hilsdorf 1980)	4
(Hummel et al. 1962)	4
(Keeton 1965)	23
(Lambotte et Mommens 1977)	4
(L'Hermite et al. 1968)	8
(L'Hermite et Mamillan 1965)	11
(McDonald 1975)	1
(Ngab et al. 1981)	2
(Rusch et al. 1968)	4
(Stockl 1981)	4
(Troxell et al. 1958)	4
(Kesler et al. 1966)	15
(Wallo et al. 1965)	17
(Weigler et Karl 1958)	8
(Wesche et al.1978)	7
(Wittmann et al.1987)	3
(Wischers et Dahms 1977)	15
(York et al.1970)	2
<i>Total</i>	<i>176</i>

Tableau 2.2 : Données issues de la littérature pour la prévision du retrait du béton.

Le tableau 2.3 représente les données issues de la base de données de fluage de la RILEM TC 107-CSP Sous - Comité 5, il contient 186 essais, le nombre de valeurs est de 2333 points.

<i>Auteur</i>	<i>Nombre d'Essais</i>
Brooks	16
Brown	3
Bryant	21
Burg	4
Chern	1
Dutron	6
Espion	3
Hannant	1
Hansen	7
Hilsdorf	9
Hummel	9
Kawasumi et al	2
Keeton	8
Kommendant et al	2
Lambotte	11
Mamillan	10
Rostasy	3
Rusch et Kordina	4
Rusch et Sell	1
Rusell	8
Seki et Kawa	2
Stockl	1
Troxell	4
Wischers	15
Wesche	32
Yue et Taerwe	3
<i>Total</i>	<i>186</i>

Tableau 2.3 : Données issues de la RILEM TC107-CSP pour la prévision du fluage du béton.

Le tableau 2.4 représente les données issues de la littérature et provenant de travaux réalisés dans différents laboratoires à travers le monde, il contient 47 essais.

Au total, on dispose donc de 233 essais sur le fluage.

<i>Auteur & Source de Données (Essais)</i>	<i>Nombre d'Essais</i>
(Hansen et Mattock 1966)	8
(Hummel et al. 1962)	4
(Keeton 1965)	9
(Lambotte et Mommens 1976)	9
(L'Hermite et al.1965)	5
(L'Hermite et Mamillan 1970)	3
(Maity et Meyers 1970)	2
(McDonald 1975)	1
(Troxell et al. 1972)	3
(Mossiossian et Gambe 1972)	1
(Rostasy et al 1958)	1
(York et al. 1970)	1
Total	47

Tableau 2.4 : Données issues de la littérature pour la prévision du fluage du béton.

Pendant l'étape d'analyse des données, certains essais ont été supprimés à cause de l'insuffisance d'informations concernant les paramètres utilisés (manque ou non utilisation d'un paramètre dans quelques essais ou absence de valeur de ce paramètre). Après cela la base de données est fractionnée en trois sous ensembles. 70% des données ont été choisies pour le premier sous-ensemble (phase d'apprentissage), 15% pour le deuxième sous-ensemble (phase test) et 15% pour le troisième sous-ensemble (phase de validation). Cette étape est importante pour la mise en œuvre de la méthode des réseaux de neurones artificiels.

2.4 Codage numérique des données (Normalisation des données)

Les valeurs numériques des entrées/sorties, après avoir été soigneusement choisies, doivent dans la plupart des cas passer par une étape de codage pour permettre l'apprentissage du réseau en évitant la saturation des fonctions de transfert.

Le codage ou normalisation des paramètres consiste à transformer ces données (valeurs d'entrées et de sorties) en des valeurs qui peuvent être facilement traitées par les fonctions de transfert. Les intervalles les mieux adaptés sont : $[-1, +1]$ ou $[0, +1]$.

Il existe plusieurs translations linéaires pour normaliser ces valeurs numériques (vecteurs) des entrées/sorties afin qu'elles prennent des valeurs entre -1 et 1. Dans notre cas, nous avons utilisé la translation donnée par l'équation suivante :

$$X_n = 2(X - \min X) / (\max X - \min X) - 1 \quad (2.1)$$

avec X_n le vecteur d'entrée des données normalisés et X le vecteur des données réelles et min et max des fonctions qui déterminent respectivement le minimum et le maximum des éléments du vecteur X .

Après l'apprentissage du réseau, les valeurs du vecteur de sortie doivent traduire des valeurs entre -1 et 1 ramenées aux valeurs réelles par l'équation suivante :

$$Y = 0.5(Y_n + 1)(\max X - \min X) + \min X \quad (2.2)$$

avec Y_n le vecteur de sortie des données normalisés et Y le vecteur des données réelles.

2.5 Conclusion

Notre avons montré dans ce chapitre le processus de collecte des données. La première étape a consisté à rassembler des résultats expérimentaux issus de la littérature et provenant de travaux réalisés dans différents laboratoires à travers le monde. Ces données, qui représentent les essais sous forme de courbes ou de tableaux, donnent le retrait et le fluage en fonction du temps (chaque essai comporte un certain nombre de points, et chaque point est donné par en abscisse le temps (certains log du temps) et en ordonnée le retrait ou le fluage).

La deuxième étape porte sur la normalisation des données (Min-Max) sélectionnées pour répondre aux exigences de la méthode des réseaux de neurones concernant les paramètres d'entrée et de sortie du modèle, qui doivent être en accord avec les bornes de la fonction de transfert tangente hyperbolique. En outre, la base de données a été fractionnée en trois sous

ensembles : apprentissage, test et validation, qui ont été choisis aléatoirement pour chaque type de réseau de neurones artificiel (prévision du retrait, prévision du fluage).

La modélisation de ces deux phénomènes s'appuyant sur la méthode des réseaux de neurones fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3 Modélisation

Chapitre 3 – Modélisation

3.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de modéliser les déformations différées des bétons, retrait et fluage. On présentera en premier lieu une modélisation phénoménologique (appelé aussi mathématique, statistique) du retrait de dessiccation, puis la technique des réseaux de neurones pour modéliser le retrait et le fluage.

Il est délicat de fournir une définition unique de la notion de modèle. Un modèle consiste en une présentation formalisée d'un phénomène sous forme d'équations, son objectif étant de représenter les traits les plus marquants d'une réalité qu'on cherche à styliser. Le modèle est donc l'outil que le modélisateur utilise lorsqu'il cherche à comprendre et à expliquer des phénomènes (Bourbonnais 2000).

Dans les divers domaines de la science, on a souvent à expliquer et/ou à analyser des phénomènes dont on ne connaît le comportement qu'à partir de mesures expérimentales. Pour cette raison, il est intéressant de synthétiser un modèle mathématique dont le comportement est analogue au phénomène réel. Cette manière de faire permet, en outre, de montrer l'influence des divers paramètres dont certains peuvent être mal connus.

Dans certains cas, la connaissance des paramètres du modèle et des conditions de l'expérience permet de proposer un modèle mathématique nommé *modèle déterministe*. Mais, dans la plupart des cas, on ignore le mécanisme précis du phénomène. On peut alors concevoir un *modèle statistique* dont on estimera les paramètres à partir des échantillons de mesures.

Dans notre cas, l'évolution du retrait en fonction du temps est décrite par des courbes qui croissent puis s'infléchissent pour atteindre un seuil asymptotique. Ces courbes sont obtenues à partir des résultats expérimentaux (§ 2.3).

Nous nous sommes proposé pour modéliser cette représentation graphique de considérer quelques modèles non linéaires qui paraissent, à priori, les mieux adaptés, à savoir le modèle de Gompertz, celui de Richards, le modèle Logistique, celui de Weibull, etc.

3.2 Modélisation phénoménologique

3.2.1 Choix du modèle

A partir des résultats expérimentaux précédemment cités, nous avons cherché le modèle de prévision le mieux adapté au phénomène étudié. Ceci s'opère en procédant à l'identification du modèle par des méthodes d'optimisation. Ce modèle doit comprendre un nombre limité des paramètres pour qu'il ne soit pas complexe. On se basera pour l'évaluation du modèle sur l'estimation de l'erreur et le coefficient de corrélation correspondant. L'estimation des paramètres du modèle se fera par la méthode des moindres carrés. Ils seront par la suite évalués à partir de méthodes statistiques tels que les tests de Student et de Fisher.

3.2.1.1 Identification du modèle

La phase d'identification du modèle retenu pour caractériser le phénomène à étudier nécessite le choix d'un critère d'ajustement puis son optimisation. Le problème d'optimisation des données par une forme non linéaire est relativement plus complexe que par une forme linéaire.

Plusieurs méthodes d'optimisation ont été envisagées pour résoudre ce problème : la méthode de Gauss Newton, la méthode du gradient, la méthode de Marquardt-Levenberg, la méthode de Powel, etc.

La méthode de Newton présente l'avantage de converger quadratiquement mais nécessite pour cela un bon estimé initial de la solution. La méthode du gradient est à convergence linéaire : elle est donc lente par rapport à la convergence de Newton, mais se contente, généralement, d'un estimé moins précis (Boumahrat et Gourdin 1993).

Dans notre cas, la méthode de Marquardt-Levenberg s'est avérée satisfaisante. Elle présente, en outre, l'avantage de condenser deux méthodes différentes : la méthode du gradient et la méthode de Newton.

La méthode de Marquardt-Levenberg est généralement employée dans les problèmes de modélisation non linéaire.

Méthode de Marquardt-Levenberg :

Les méthodes d'optimisation consistent à former une suite $x(0), x(1), \dots, x(i)$ convergeant vers un optimum local de ψ en partant d'un point de départ $x(0) \in \mathbb{R}^m$.

A chaque étape de k , $x(k+1)$ est définie par :

$$x(k+1) = x(k) + \lambda(k).d(k) \quad (3.1)$$

Où, $d(k)$: direction de déplacement, choisie, de façon qu'elle soit une direction de descente.

$\lambda(k)$: pas de déplacement.

ψ est une fonction réelle de m variables réelles x_1, \dots, x_m chacune de ces valeurs pouvant prendre n'importe quelle valeur dans \mathbb{R} .

$$\begin{array}{ccc} \text{Soit} & \psi: \mathbb{R}^m & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longrightarrow & \psi(x) = \psi(x_1, \dots, x_m) \end{array}$$

On cherche à résoudre,

$$\begin{cases} \text{Min } \psi(x) \\ x \in \mathbb{R}^m \end{cases}$$

L'opérateur Hessien de $\psi(x)$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\nabla^2 \psi(x) = 2.E^T(x).E(x) + \sum_{i=1}^n f_i(x). \nabla^2 f_i(x) \quad (3.2)$$

Dans le cas où $\|f\|$ et / ou $\|\nabla^2 f\|$ tend vers zéro ; le terme

$\sum_{i=1}^n f_i(x). \nabla^2 f_i(x)$ est négligé (méthode de Gauss Newton).

Le système à résoudre à chaque étape k devient alors :

$$E^T(x(k)).E(x(k)).[x(k+1) - x(k)] = E^T(x(k)).F(x(k)) \quad (3.3)$$

où le vecteur $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, et $E^T(x(k))$ est la transposée de la matrice jacobienne du vecteur F au point $x(k)$.

La méthode de Marquardt – Levenberg traite le problème de la singularité possible de $E^T.E$ définie positive, une matrice multiple à la matrice identité est rajoutée à $E^T.E$, soit :

$$A = E^T.E + \lambda.Id \quad (3.4)$$

où λ est un scalaire positif choisi minimal avec la contrainte que A est forcée à devenir positive (pour une valeur de λ grande on retrouve la méthode du gradient).

D'où le système linéaire à résoudre à chaque étape :

$$A(x(k)).[x(k+1) - x(k)] = -E^T(x(k)).F(x(k)) \quad (3.5)$$

La formule itérative est du type :

$$x(k+1) = x(k) + \mu(k) \cdot [x(k+1) - x(k)] \quad (3.6)$$

Le réglage du facteur $\lambda(x)$ s'effectue au cours du processus de factorisation de la matrice $E^T \cdot E$ par la méthode de Cholesky.

Généralement, on détermine une approximation du scalaire $\mu(k)$ à partir de l'algorithme suivant :

1. On pose $T = x(k+1) - x(k)$ (i)
2. Si $\psi(x(k) + \alpha \cdot T) < \psi(x(k))$ (ii) alors : $x(k+1) = x(k) + \alpha \cdot T$
3. Sinon $\alpha = \alpha / 2$ retour à (ii) (iii)

3.2.1.2 Validité du modèle

Pour apprécier la validité d'ensemble d'un modèle, on calcule généralement l'erreur ainsi que le coefficient de corrélation (Murray 1981).

L'erreur est évaluée à partir de la formule suivante :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_i^n (y - y_i)^2}{n - p}} \quad (3.7)$$

avec, y : valeurs obtenues à partir du modèle

y_i : valeurs expérimentales

n : nombre de points expérimentaux

p : nombre de paramètres du modèle

Le coefficient de corrélation R est donné à partir d'un calcul de son carré.

$$R^2 = \frac{S_t - S}{S_t} \quad (3.8)$$

$$\text{avec, } S_t = \sqrt{\frac{\sum_i^n (\bar{y} - y_i)^2}{n - 1}} \quad (3.9)$$

où la moyenne des valeurs expérimentales (\bar{y}) est donnée par :

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_i^n y_i \quad (3.10)$$

N : taille de l'échantillon.

Les qualités d'un modèle augmentent quand l'erreur S tend vers zéro, et le coefficient de corrélation R vers l'unité.

3.2.1.3 Modèle choisi

Parmi les modèles cités ci-dessus, le modèle de Weibull s'avère le mieux adapté pour décrire le phénomène étudié, c'est à dire l'évolution du retrait de dessiccation en fonction du temps. Les autres modèles présentent certains inconvénients, à savoir :

- Le modèle de *Gompertz* diverge pour l'ensemble des essais lorsque l'Humidité Relative, les dimensions de la pièce et la durée de cure varient.
- Le modèle de *Richards* converge pour l'ensemble des essais, mais il présente un problème de divergence aux limites (pour $t = 0$, le retrait de dessiccation doit être nul, ce qui n'est pas toujours le cas).
- Le modèle *logistique* diverge pour l'ensemble des essais lorsque l'Humidité Relative, les dimensions de la pièce et la durée de cure varient.
- Le modèle *MMF* converge pour l'ensemble des essais, mais il présente un problème de divergence aux limites (pour $t = 0$, le retrait de dessiccation doit être nul, ce qui n'est pas toujours le cas).
- Le modèle de *Weibull* converge dans tous les cas. Il est donc le mieux adapté pour décrire l'évolution du retrait de dessiccation des bétons. Il a une expression mathématique beaucoup moins complexe que celle des autres modèles et ne renferme, par ailleurs, que trois paramètres à identifier.

Après plusieurs tentatives et plusieurs tests, le modèle qui semble le mieux adapté pour décrire le retrait de dessiccation, issu du modèle Weibull et adapté aux bétons sera appelé par la suite **Model Weibull Adapted for Concrete (MWAC)**.

3.2.2 Présentation du modèle MWAC

Ce modèle est défini par l'équation suivante (Lebreton et Millier 1982, Pollard et Rivoire 1971) :

$$y = a (1 - e^{-b \cdot t^c}) \quad (3.11)$$

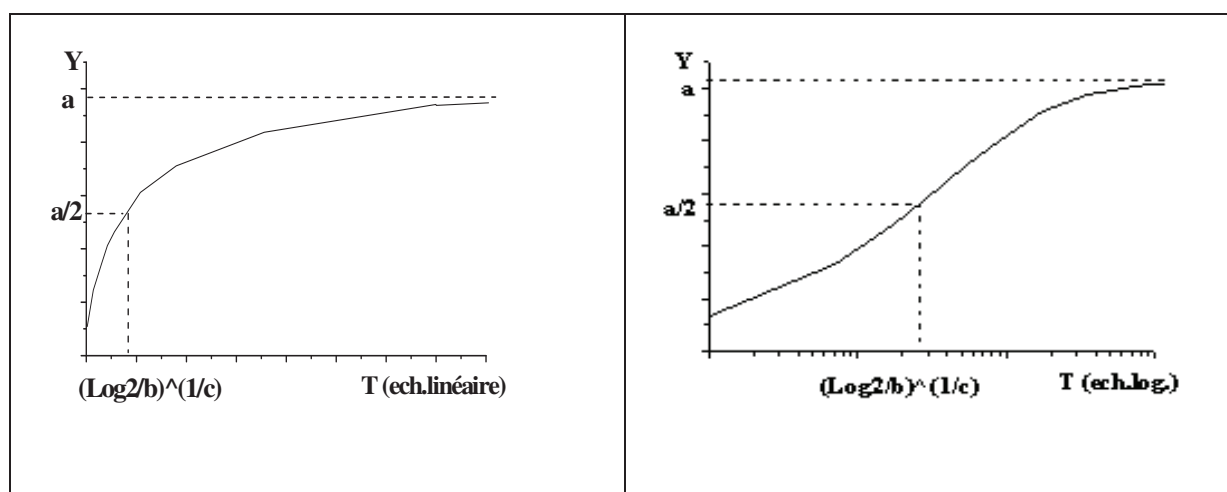
où a , b et c : paramètres du modèle

t : temps

La courbe représentative de ce modèle est montrée sur la Fig. 3.1. Il est caractérisé par une asymptote, et un point mi-asymptote et n'admet pas de point d'inflexion (voir annexe 3).

Une asymptote : $y_{\infty} = a$

Un point mi-asymptote : $t_{1/2} = \left(\frac{\log 2}{b} \right)^{1/c}$, $y_{1/2} = \frac{a}{2}$



- 3a -

- 3b -

Fig. 3.1 : Courbe représentative du modèle.
(T : temps -3a- Echelle linéaire, -3b- Echelle logarithmique).

Pour obtenir les paramètres a , b et c satisfaisants du modèle, on fait appel aux méthodes d'optimisation. Dans notre cas, c'est la méthode de Marquardt-Levenberg qui sera utilisée (§ 3.2.1).

3.2.3 Particularité du modèle

L'expression du modèle *MWAC* présente deux caractéristiques essentielles ; une asymptote qui correspond à la valeur finale du retrait de dessiccation, et un point mi-asymptote ayant une ordonnée qui coïncide avec la moitié du retrait de dessiccation finale.

D'après la Fig. 3.1, on remarque que le point mi-asymptote pour les deux graphes (échelle linéaire ou logarithmique) sépare deux tranches de la courbe, lesquelles indiquent que la cinétique du retrait de dessiccation se déroule en deux phases distinctes. Durant la première phase, la vitesse de séchage est plus importante, ce qui peut expliquer la fissurabilité au jeune âge des bétons. Dans la deuxième phase la vitesse est ralentie.

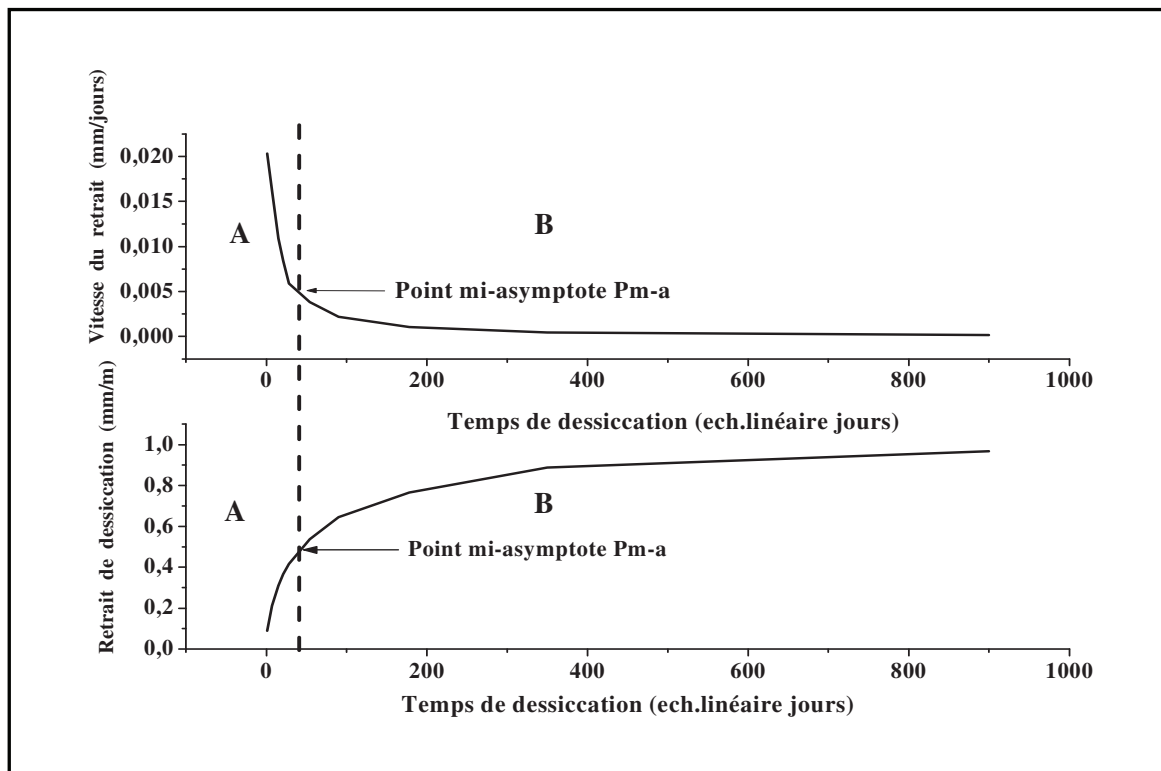


Fig. 3.2 : Evolution du retrait de dessiccation et de sa vitesse en fonction du temps (Modèle MWAC).

Quand une éprouvette sèche, le départ de l'eau commence d'abord dans les capillaires et continue ensuite dans les pores, puis arrive en surface et s'évapore. La dessiccation progresse avec une vitesse décroissante dans le temps (Fig. 3.2). Nous remarquons que la vitesse du retrait dépend de la vitesse de transport interne de l'eau, qui dépend à son tour des paramètres internes et externes de l'éprouvette de béton. Les paramètres les plus importants qui influent sur l'allure et l'amplitude du retrait d'une pièce en béton sont les suivants :

- Les conditions extérieures (température, hygrométrie, vent,...)
- Les dimensions et formes géométriques de la pièce (éprouvette)
- Le rapport E/C (poids de l'eau rapportée au poids de ciment)

Nous voyons nettement sur la Fig. 3.2 le changement d'allure (parties A et B) pour l'évolution du retrait et de sa vitesse. La moitié du retrait est atteint après quelques jours de dessiccation (partie A) et l'autre moitié dure quelques années (partie B). Cela est dû au départ de l'eau libre (gros capillaires) et non-libre (petits capillaires) qui s'évapore (partie A). Il s'agit de l'eau qui n'est pas dans le champ d'influence des forces superficielles, ceci provoque un retrait important (la moitié du retrait final).

Dans la partie B, l'évaporation de l'eau adsorbée (sur les parois des capillaires ou des pores de gel) produit des tensions capillaires qui compriment les parois des pores et provoquent une diminution de volume de la pâte. Ces tensions ne facilitent pas l'évaporation de l'eau, qui se ralentit et tend vers une stabilisation (Fig. 3.2).

Il existe donc deux stades successifs de retrait (Baron 1982) :

- Stade A qui résulte du départ de l'eau des capillaires ;
- Stade B qui résulte du départ de l'eau adsorbée des pores.

Dans les conditions d'usage courant, la dessiccation n'est jamais complète, d'abord parce que l'hygrométrie relative externe est souvent assez élevée (ceci dépend de la situation géographique) et ensuite en raison de la grosseur des pièces et de la lenteur du séchage des pores.

3.2.4 Estimation des paramètres du modèle *MWAC*

Dans le but de déterminer les paramètres a , b et c du modèle *MWAC*, nous faisons intervenir conjointement les facteurs les plus influents, à savoir l'Humidité Relative (*HR*), les dimensions de la pièce de béton (V/S) et la durée de cure. Leur estimation se fera par *régression multiple*.

3.2.4.1 Présentation de la technique de régression

La régression est un outil statistique qui utilise une relation mathématique entre deux variables ou entre une variable et plusieurs autres variables, et qui, à l'aide de cette relation, fait l'étude des variations d'une variable y connaissant les variations des autres variables x_i . La première variable est appelée variable dépendante ou expliquée ou encore Endogène et les autres variables sont appelées variables indépendantes ou explicatives ou encore Exogènes.

Par régression, on entend donc un modèle mathématique tendant à expliquer la variabilité d'un phénomène mesurable par celles d'autres facteurs également mesurables et choisis par leur valeur explicative.

Le modèle théorique s'écrit sous la forme suivante :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad i = 1 \dots N \quad (3.12)$$

où k : nombre de variables explicatives

N : nombre d'observations

ε_i : erreur

β_0, \dots, β_k : paramètres inconnus du modèle dont on cherche à calculer les valeurs numériques correspondantes.

3.2.4.2 Estimation des paramètres de la régression

La méthode la plus appropriée et la plus simple pour l'estimation des paramètres des modèles linéaires est la méthode des *moindres carrés*. Cette méthode consiste à minimiser les écarts entre la droite de régression et la variable expliquée y ; en d'autres termes, elle minimise la somme des carrés appelée aussi *somme des carrés des résidus* notée (*SCR*).

$$SCR = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \quad (3.13)$$

avec $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$: erreur commise au point t entre la valeur mesurée et la valeur calculée.

L'estimation $\hat{\beta}$ est la valeur de β qui rend minimale l'expression de l'équation (3.14).

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad (3.14)$$

La forme matricielle de cette expression est :

$$y_N = X_{Nk} \cdot \hat{\beta}_k + \varepsilon_N \quad (3.15)$$

La résolution de système (3.16) permet de déterminer l'estimateur $\hat{\beta}$.

$$\hat{\beta} = (X' \cdot X)^{-1} X' \cdot Y \quad (3.16)$$

3.2.4.3 Evaluation de la qualité des estimations

Il est fréquent que l'on utilise en parallèle plusieurs variantes d'un modèle théorique. Le problème consiste alors à juger de la validité de ces différentes variantes. Cette validité est réalisable à l'aide des grandeurs et critères suivants :

Ecart type :

L'écart type est une caractéristique de dispersion qui permet d'estimer dans quelle mesure les observations (ou les valeurs) s'écartent de leur valeur centrale (Murray 1982).

L'écart type est évalué comme suit :

$$\text{Ecart type} = \sigma = \sqrt{\text{VAR}} \quad (3.17)$$

où VAR : est la variance, qui a son tour est donnée par la formule suivante :

$$\text{VAR} = \frac{1}{N} \sum_i^k (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.18)$$

$$\text{avec } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i^k x_i \quad (3.19)$$

Coefficient de détermination R^2 :

Le coefficient de détermination est défini par la relation suivante :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.20)$$

Notons que R^2 ne renseigne pas sur la précision des coefficients de régression, mais uniquement sur la dispersion autour de la droite des points représentatifs des données. Ce coefficient est proche de la valeur absolue de 1 lorsqu'une large part de la variance de y est expliquée par le modèle.

Coefficient de détermination ajusté \bar{R}^2 :

Soit \bar{R}^2 le coefficient de détermination ajusté au nombre de degrés de liberté. Il est défini par l'équation ci-après :

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{N-1}{N-k} (1 - R^2) \quad (3.21)$$

Ce coefficient facilite la comparaison entre plusieurs régressions de la même variable expliquée, ceci lorsque ces régressions varient suivant le nombre de variables explicatives ou

selon la taille de l'échantillon. Le modèle le mieux adapté est celui qui a le coefficient \bar{R}^2 le plus élevé.

Tests sur la qualité des estimateurs :

Test de Student :

C'est un test de signification portant sur un élément β_i de β . Il permet de connaître l'influence de la variable explicative x_i sur la variable dépendante y .

Il repose sur les deux hypothèses (Lebreton et Millier 1982) :

$$\begin{array}{ll} H_0 : \beta_i = 0 & \longrightarrow \text{Hypothèse de base} \\ H_1 : \beta_i \neq 0 & \longrightarrow \text{Hypothèse alternative} \end{array}$$

Ce test est basé sur la statistique de Student :

$$T_{student} = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{S(\hat{\beta}_i)} \tag{3. 22}$$

où $\hat{\beta}_i$ est l'estimateur de β_i et $S(\hat{\beta}_i)$ est l'estimateur de l'écart type.

Sous l'hypothèse de base H_0 , $T_{Student}$ suit une loi de Student à $(N - k)$ degré de liberté à un niveau de risque α .

Si $T_{Student} < T_{Student}(N - k, \alpha) \longrightarrow$ on accepte H_0 , le coefficient $\beta_i = 0$

Si $T_{Student} > T_{Student}(N - k, \alpha) \longrightarrow$ on rejette H_0 , le coefficient $\beta_i \neq 0$

La valeur $T_{Student}(N - k, \alpha)$ est relative à la distribution de Student à $(N - k)$ degrés de liberté et un niveau de risque α .

Test de Fisher :

Le test de Fisher est un test d'évaluation globale. Il permet de savoir si l'ensemble des variables explicatives x_i permet de bien expliquer y .

La statistique de ce test est la suivante :

$$T_{Fisher} = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{1-R^2}{N-k}} \tag{3. 23}$$

Cette statistique a une distribution de Fisher à $(k-1)$ et $(N-k)$ degrés de liberté avec un seuil de risque α .

Les règles de décision de ce test sont :

Si $T_{Fisher} < T_{Fisher}(k-1, N-k)$ → on décide que le modèle n'est pas globalement significatif.

Si $T_{Fisher} > T_{Fisher}(k-1, N-k)$ → on décide que le modèle est significatif.

3.2.4.4 Test des estimations

Le degré de validité d'un modèle de régression s'appuie sur les conditions suivantes (Bourbonnais 2000) :

1. Le \bar{R}^2 doit être le plus élevé possible.
2. Les tests de Student et de Fisher doivent fournir des résultats acceptables.
3. Les écarts-type des coefficients doivent être les plus faibles possibles par rapport aux valeurs estimées des coefficients.

3.2.4.5 Paramètres du modèle choisi

A partir de l'ensemble des observations sur les variables du modèle retenu au cours de notre étude, nous avons proposé plusieurs expressions par régression multiple donnant les paramètres du modèle *MWAC* (éq. 3.11). Pour l'obtention de ces expressions, on est passé par toutes les étapes décrites auparavant, commençant par l'estimation des paramètres de régression, passant par l'évaluation de la qualité des estimations et finissant par les tests des estimations. Ces nombreuses tentatives ont demandé 6 mois de travail, sachant que chaque expression est étudiée à part avant de passer à une autre, et qu'on applique toute cette procédure sur chacune d'entre elles (en utilisant le logiciel EViews (EViews 2002)).

Les expressions retenues sont données par l'équation (3. 24). Les tests et les constantes correspondantes à ces expressions sont résumés dans les tableaux (3.1, 3.2 et 3.3).

Les constantes $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7$ et β_8 sont spécifiques au béton hydraulique utilisé.

Les expressions définitives retenues sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 a &= \beta_1 + \beta_2 \cdot (HR)^2 + \beta_3 \cdot \left(\frac{(V/S)}{(HR)} \right) \\
 b &= \beta_4 + \beta_5 \cdot (V/S) + \beta_6 / (HR) \\
 c &= \beta_7 + \beta_8 \cdot \left((V/S)^2 \cdot (HR) \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

avec V/S : Volume de l'éprouvette / Surface exposée à l'air (surface séchante), (en mm)

HR : Humidité Relative (en fraction : Ex pour $HR=20\%$, on prend $HR=0.20$).

Constantes du Modèle		Ecart type	Test de Student		Test de Fisher		Coeff.de corrélation	
			T _{Student}	P (S)*	T _{Fisher}	P (F)**	R ²	\bar{R}^2
β_1	1.2500	0.0155	80.6407	0.0000	682.517	0.0000	0.9572	0.9558
β_2	-0.8423	0.0267	-30.8289	0.0000				
β_3	-0.0012	0.0001	-9.6071	0.0000				

Tableau 3.1 : Tests du paramètre a

Constantes du Modèle		Ecart type	Test de Student		Test de Fisher		Coeff.de corrélation	
			T _{Student}	P (S)*	T _{Fisher}	P (F)**	R ²	\bar{R}^2
β_4	0.2362	0.0027	85.8150	0.0000	1071.38	0.0000	0.9723	0.9714
β_5	-0.0040	8.7E-05	-45.8909	0.0000				
β_6	0.0029	0.0004	6.0662	0.0000				

Tableau 3.2 : Tests du paramètre b

Constantes du Modèle		Ecart type	Test de Student		Test de Fisher		Coeff.de corrélation	
			T _{Student}	P (S)*	T _{Fisher}	P (F)**	R ²	\bar{R}^2
β_7	0.5408	0.0037	144.6832	0.0000	682.517	0.0000	0.7901	0.7202
β_8	3.13E-05	8.9E-06	3.5082	0.0127				

Tableau 3.3 : Tests du paramètre c

P (S)* : Probabilité de signification de chaque coefficient estimé.

P (F)** : Probabilité de signification associée à la valeur T_{Fisher} .

Nous constatons que les valeurs de quelques constantes dans les tableaux (3.1, 3.2 et 3.3) sont faibles comme celle de $(\beta_8 = 3.13E-05)$. Par contre on observe des valeurs intéressantes du coefficient de détermination qui se rapproche de 1.

Il faut ensuite pour valider notre modèle comparer nos résultats avec les résultats expérimentaux car le calcul se fait par rapport à toute l'équation (éq.3.11) qui prédit le phénomène de retrait.

Nous avons étendu par simple linéarité notre application à différentes durées de cure, différents types de ciments (type I, II, III selon ASTM) et pour prendre en compte la réalité des essais de laboratoire, à la forme des éprouvettes. L'équation (3. 11) devient alors :

$$y = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \left[a \cdot (1 - e^{-b \cdot t^c}) \right] \quad (3. 25)$$

Avec

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1.135245 & \text{pour une durée de cure de 3 jours} \\ 1.0000 & \text{pour une durée de cure de 8 jours} \\ 0.880771 & \text{pour une durée de cure de 24 jours} \end{cases} \quad (3. 26)$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} 1.0000 & \text{ciment type III} \\ 0.496602 & \text{ciment type II} \\ 0.717715 & \text{ciment type I} \end{cases} \quad (3. 27)$$

$$\alpha_3 = \begin{cases} 1.0000 & \text{forme cylindrique} \\ 1.062174 & \text{forme prismatique à base carré} \end{cases} \quad (3. 28)$$

Les tableaux suivants montrent l'estimation des paramètres α_1 , α_2 et α_3 :

Coefficient du Modèle		Ecart type	Test de Student		Coeff. de corrélation	
			T _{Student}	P (S)*	R ²	\bar{R}^2
α_1 :to=3j	1.1352	0.0086	131.7426	0.0000	0.9911	0.9911
α_1 :to=24j	0.8807	0.0076	115.1621	0.0000	0.9903	0.9903

Tableau 3.4 : Tests du paramètre α_1

Coefficient du Modèle		Ecart type	Test de Student		Coeff. de corrélation	
			T _{Student}	P (S)*	R ²	\bar{R}^2
α_2 : c.typeI	0.7177	0.0118	60.4733	0.0000	0.9549	0.9549
α_2 : c.typeII	0.4966	0.0102	48.6815	0.0000	0.9528	0.9528

Tableau 3.5 : Tests du paramètre α_2

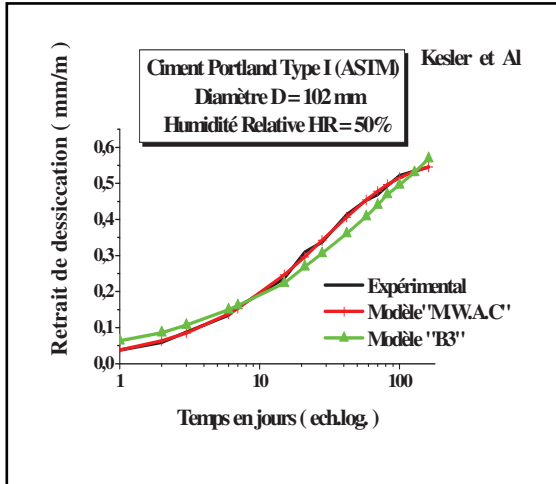
Coefficient du Modèle		Ecart type	Test de Student		Coeff. de corrélation	
			T _{Student}	P (S)*	R ²	\bar{R}^2
α_3 :f.prism.	1.0621	0.0256	41.4344	0.0000	0.9656	0.9656

Tableau 3.6 : Tests du paramètre α_3

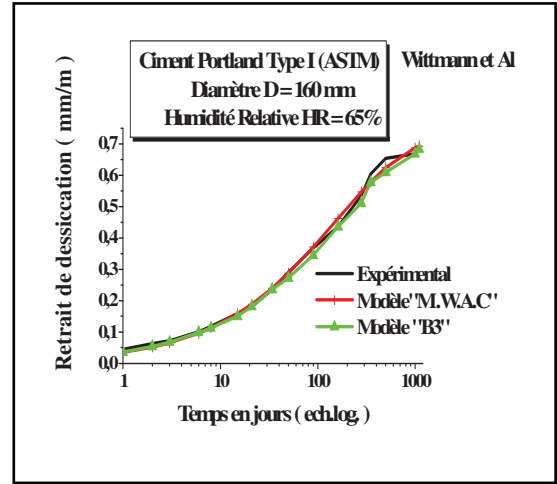
P (S)* : Probabilité de signification de chaque coefficient estimé

Cette couche supplémentaire de paramètres ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) utilisée pour étendre notre modèle permet de lui donner une forme plus générale. Elle est utilisée pour calibrer notre modèle par rapport aux essais incluant différents types de ciment, différentes durées de cure et différentes formes d'éprouvettes. Pour la détermination des valeurs de ces paramètres données dans les tableaux (3.4, 3.5 et 3.6) on a suivi la même procédure que pour les autres paramètres, ce qui a pris presque 3 mois de travail (en utilisant le logiciel EViews).

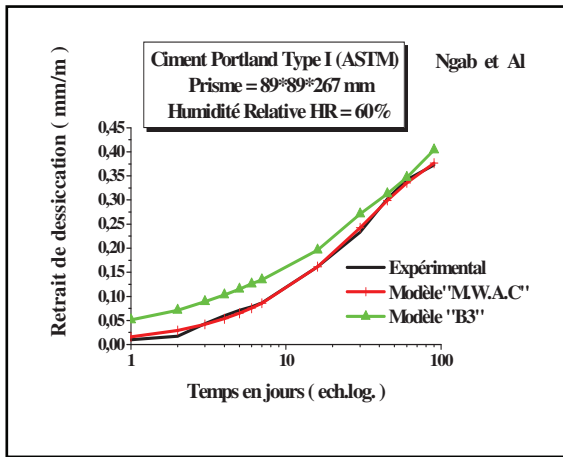
Pour valider notre modèle *MWAC*, nous allons comparer les résultats obtenus par notre modèle avec les résultats expérimentaux recueillis dans la littérature et différents de ceux qui ont servi à caler le modèle. La comparaison inclut d'autres modèles de la littérature (modèle de *Wittmann* et modèle de *Bazant-Baweja*, appelé Modèle *B3*). Nous présentons quelques exemples de comparaison.



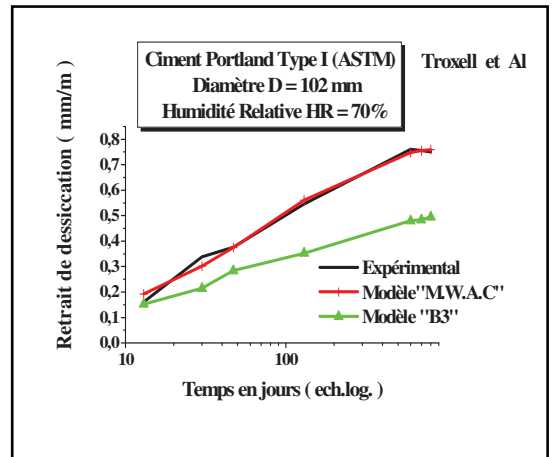
3.a



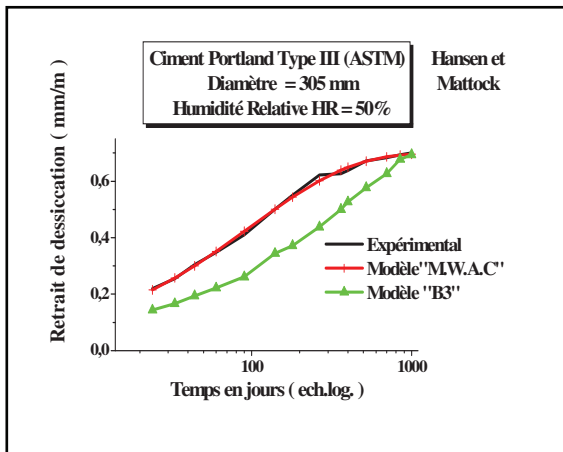
3.b



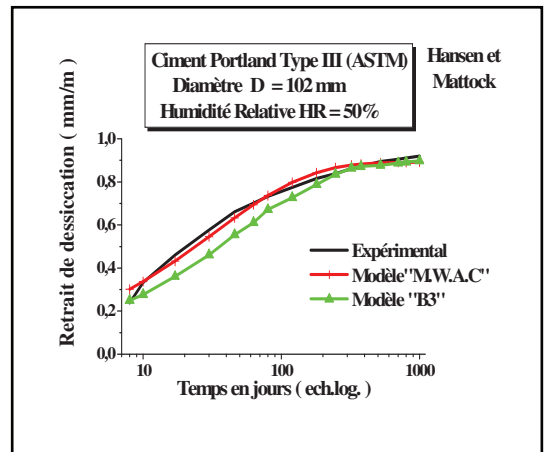
3.c



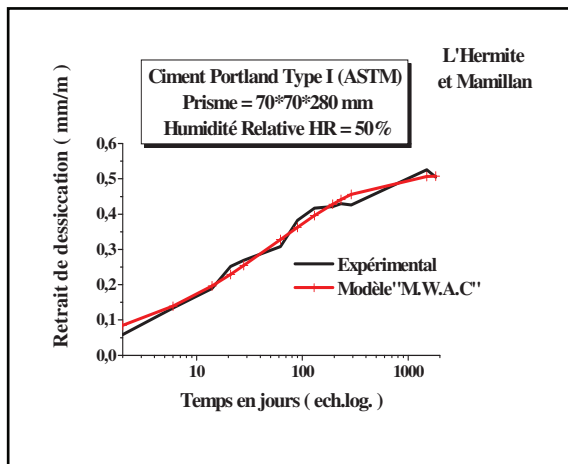
3.d



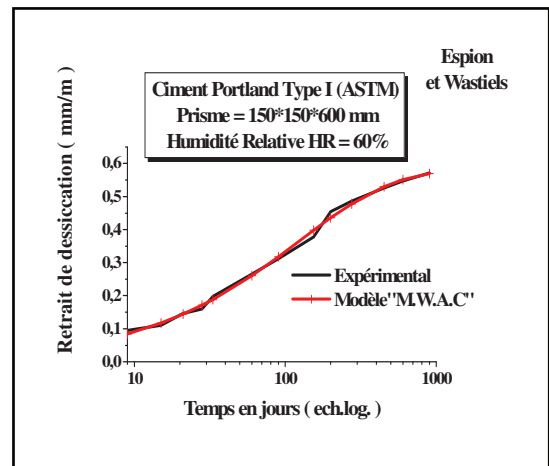
3.e



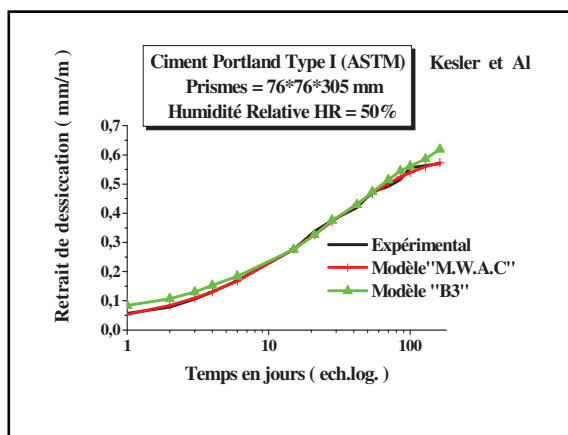
3.f



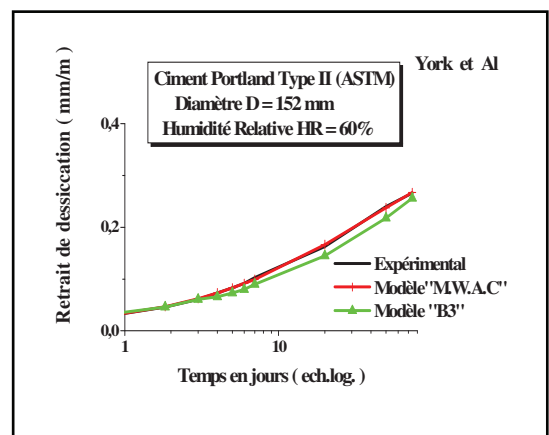
3.g



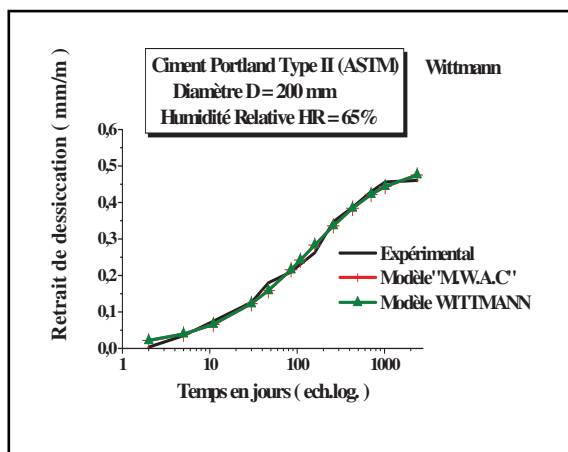
3.h



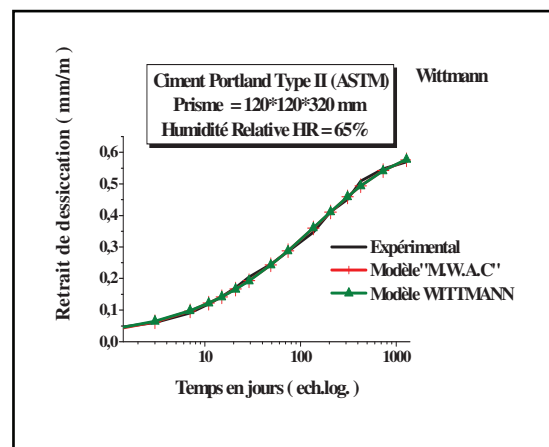
3.i



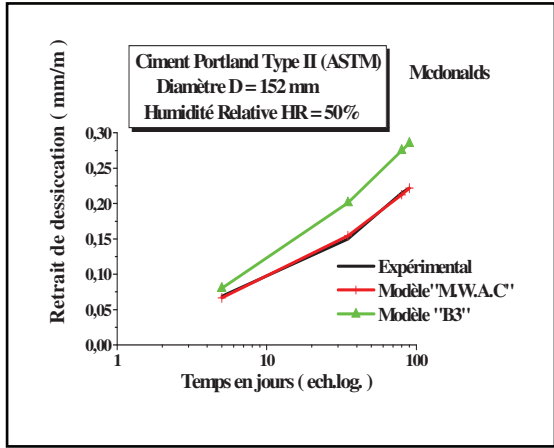
3.j



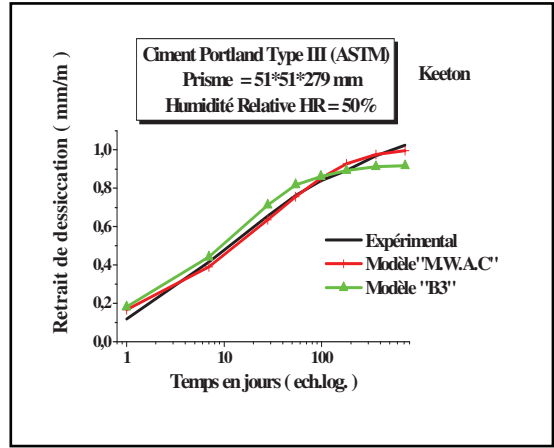
3.k



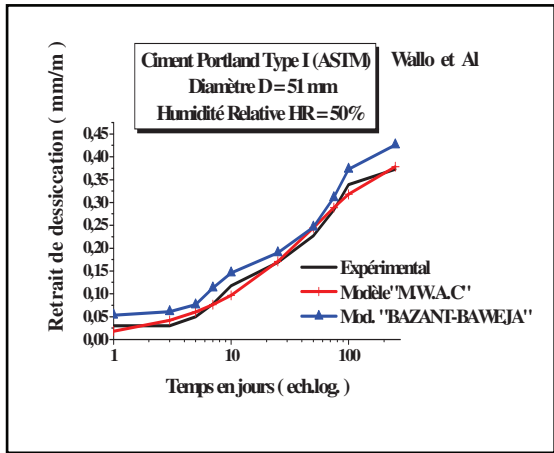
3.l



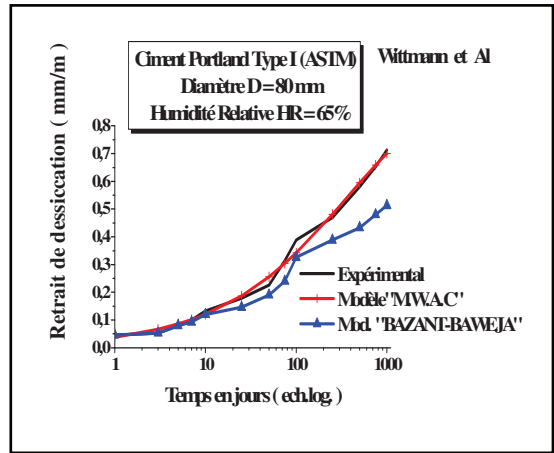
3.m



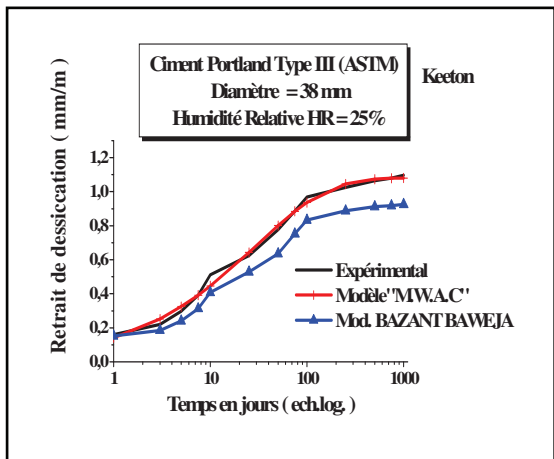
3.n



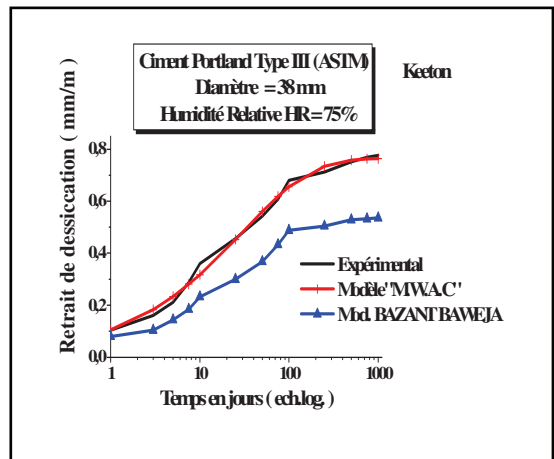
3.o



3.p



3.q



3.r

Fig. 3.3 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MWAC, B3, Bazant-Baweja et Wittmann) et les résultats expérimentaux utilisés à cet effet.

Ces courbes montrent bien la concordance qui existe entre les résultats expérimentaux et ceux prévus par le modèle *MWAC*. Toutefois, un léger écart est observé pour quelques courbes au très jeune âge et aux âges avancés.

Le modèle *B3* paraît représentatif (*Bazant-Baweja* paraît moins représentatif), néanmoins pour des valeurs élevées de l'Humidité Relative (HR=75%), un écart important est observé entre le modèle *B3* et les résultats expérimentaux. Le modèle de *Wittmann* paraît aussi représentatif.

Le tableau 3.7 présente les coefficients de corrélation associés aux valeurs des expérimentales et celles fournies par les différents modèles.

Modèles	Coefficients de corrélation	
	<i>R</i>	<i>R</i> ²
Modèle <i>MWAC</i>	0.9984	0.9968
Modèle <i>B3</i>	0.9649	0.9311

7.a

Modèles	Coefficients de corrélation	
	<i>R</i>	<i>R</i> ²
Modèle <i>MWAC</i>	0.9979	0.9959
Modèle <i>Bazant Baweja</i>	0.9807	0.9618

7.b

Modèles	Coefficients de corrélation	
	<i>R</i>	<i>R</i> ²
Modèle <i>MWAC</i>	0.9976	0.9952
Modèle <i>Wittmann</i>	0.9975	0.9951

7.c

Tableau 3. 7 : 7a, 7b, 7c Comparaison des coefficients de corrélations entre différents modèles.

D'après ces tableaux (3.7.a, 3.7.b et 3.7.c), tous les modèles sont dans l'absolu représentatifs. Le modèle de *Wittmann* et le modèle *MWAC* présentent un léger avantage.

En définitif, on constate que le modèle *MWAC* donne les meilleures estimations du retrait, ceci en raison du choix du modèle de Weibull qui décrit le mieux l'évolution du retrait en fonction du temps.

3.2.5 Conclusion

Cette étude a permis d'aboutir à un modèle décrivant l'évolution des variations dimensionnelles des bétons dues au retrait de dessiccation. Le modèle *MWAC* présente l'avantage de ne dépendre que de trois paramètres que nous avons identifiés à partir des données expérimentales de la littérature et représentés par des relations mathématiques dépendantes de ces variables expérimentales. Nous avons réussi à l'étendre en introduisant d'autres paramètres et différents types de ciment (Brahma et Bal 2005).

Le principal inconvénient demeure le temps nécessaire pour évaluer les différents paramètres, et la difficulté rencontrée à l'ajout de nouveaux paramètres. Ceci nous a amené à rechercher une méthode plus simple et plus rapide, permettant également l'introduction d'un nombre de paramètres plus important et surtout optimisant la durée d'exécution. Il s'agit de la méthode par réseaux de neurones artificiels.

3.3 Modélisation par réseaux de neurones artificiels (RNA)

3.3.1 Introduction

L'approche réseaux de neurones artificiels (RNA) est bien adaptée pour traiter les systèmes complexes. Cette approche est issue des travaux réalisés dans le domaine de l'intelligence artificielle et sont inspirés du fonctionnement du cerveau humain en se basant principalement sur le concept de neurone biologique (McCulloch et Pitts 1943, Fortin et al. 1997, Najjar et al. 1997, Mas et al. 2004, Senthil Kumar et al. 2004). Chaque auteur a défini les réseaux de neurones à sa manière. La plus classique (Haykin 1994) considère les RNA comme un processus massivement distribué en parallèle, qui présente une propension naturelle pour stocker de la connaissance empirique et la rendre disponible à l'usage. Il ressemble au cerveau

sur deux aspects :

- La connaissance est acquise par le réseau à travers un processus d'apprentissage.
- Les connexions entre les neurones (poids synaptiques) servent à stocker la connaissance.

Il existe une grande variété d'agencements possibles de neurones artificiels (Lippmann 1987), mais le type le plus utilisé pour la prévision est le perceptron multicouche à rétropropagation de l'erreur (Rumelhart et al. 1986, Najjar et Zhang 2000, Basheer et Hajmeer 2000, Senthil Kumar et al. 2004). Ce réseau comporte une couche d'entrées, une ou plusieurs couches cachées (multi layers perceptron) et une couche de sorties. Chaque couche contient des unités de calcul (neurones) connectées à d'autres neurones par des poids.

3.3.2 Réseaux Neurones Multicouche à Rétropropagation

3.3.2.1 Définition

Ce modèle est une extension du modèle perceptron, il est sans doute le plus simple et le plus connu des réseaux de neurones. C'est un réseau multicouche (Multi Layer Perceptron MLP) appelé également Perceptron multicouches. Il est capable de résoudre toute opération logique complexe. Ce réseau utilise le modèle d'apprentissage supervisé où l'on fournit au réseau un ensemble d'exemples, chaque exemple est constitué d'un vecteur d'entrée (valeurs numériques) et de son vecteur de sortie désirée. Les poids sont au départ aléatoires, et c'est par un mécanisme «d'essai erreur correction» que ce type de réseau évolue vers un état stable. Cela porte le nom de règle Rétropropagation du Gradient (minimisation d'une fonction dépendante de l'erreur).

Cette méthode est la plus utilisée pour l'entraînement des réseaux multicouches statiques. Elle a été développée par le groupe de recherche Parallel Distributed Processing (PDP).

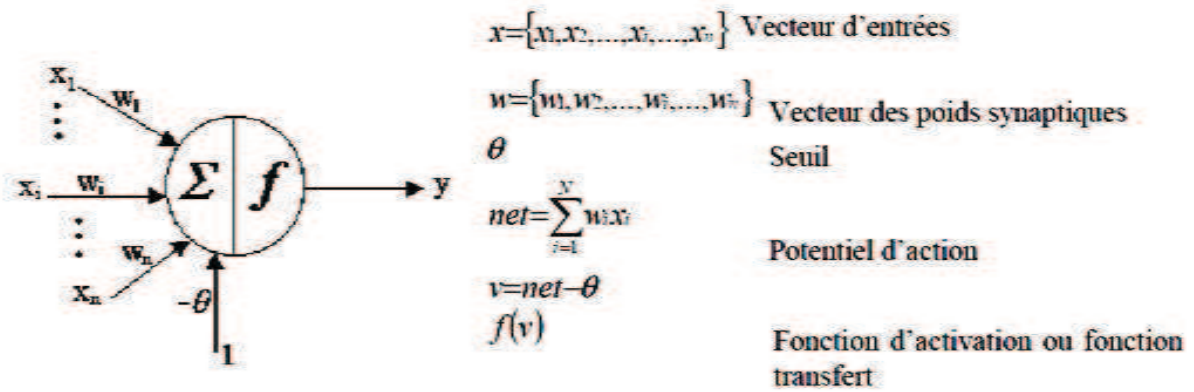


Fig. 3.4 : Structure d'un neurone artificiel.

3.3.2.2 Structure et fonctionnement

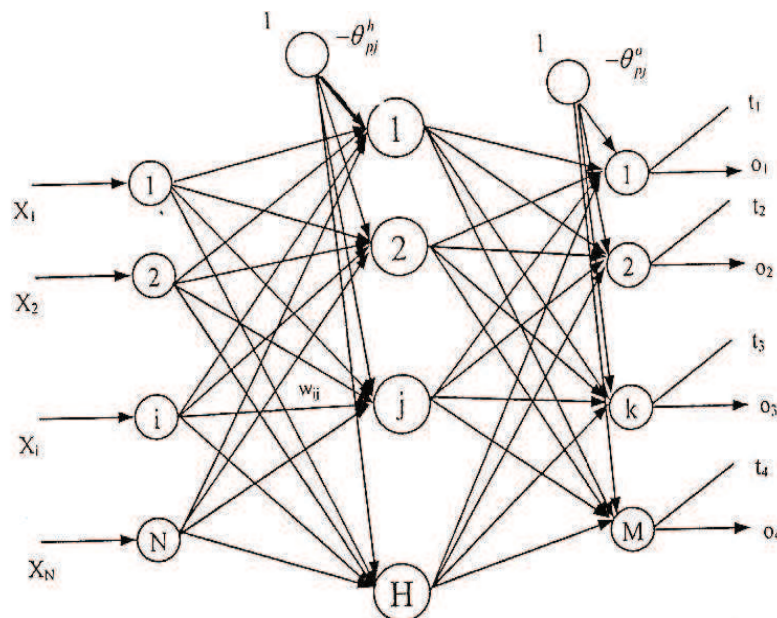


Fig. 3.5 : Topologie d'un réseau de neurones multicouche à rétropropagation (Freeman et Skapura 1991).

Sur la figure :

$x = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$ Vecteur des entrées du réseau de neurones de dimension N ;

$o = \{o_1, o_2, \dots, o_i, \dots, o_M\}$ Vecteur des sorties du réseau de neurones de dimension M ;

$t = \{t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_M\}$ Vecteur cible du réseau de neurones de dimension M ;

w_{ji}^h poids synaptique connectant le nœud j dans la $h^{\text{ième}}$ couche cachée au nœud i de la couche cachée précédente ou la couche d'entrée.

w_{kj}^o poids synaptique connectant le nœud k dans la couche de sortie au nœud j de la dernière couche cachée.

θ_{pj}^h valeur du seuil du $p^{\text{ième}}$ vecteur de la base d'apprentissage, $j^{\text{ième}}$ nœud de la $h^{\text{ième}}$ couche cachée.

θ_{pk}^o valeur du seuil du $p^{\text{ième}}$ vecteur de la base d'apprentissage, $k^{\text{ième}}$ nœud de la couche de sortie.

Le fonctionnement des réseaux de neurones à rétropropagation peut être divisé en deux étapes : introduction des entrées et rétropropagation de l'erreur. Durant ce processus, les poids synaptiques sont constants. A la fin de la première itération, le vecteur de sortie est comparé au vecteur voulu, et une valeur d'erreur est calculée pour chaque nœud de sortie. Ce signal d'erreur est propagé dans le sens inverse de la couche de sortie aux nœuds de la couche cachée adjacente, chaque neurone reçoit une part de cette erreur selon sa contribution au vecteur de sortie, c'est-à-dire selon son poids synaptique. Ce processus est répété à chaque itération, couche par couche, où les poids synaptiques vont être mis à jour, jusqu'à ce que le réseau converge vers un état stable.

3.3.2.3 Phase d'apprentissage

L'apprentissage est supervisé, c'est-à-dire qu'on associe une configuration d'entrée à une configuration de sortie. L'algorithme de rétropropagation est utilisé pour l'apprentissage du réseau. Cet algorithme est un gradient itératif conçu pour minimiser l'erreur quadratique moyenne (MSE) entre la sortie obtenue et la sortie désirée. Cette minimisation est réalisée par une configuration des poids adéquate. L'erreur (e) est la différence entre la valeur désirée (t) pour le neurone de sortie et sa valeur calculée par propagation (o).

3.3.2.3.1 Introduction des données

Lorsque le $p^{\text{ième}}$ exemple de la base d'apprentissage est fourni à la couche d'entrée, la valeur du nœud j de la couche cachée est :

$$net_{pj}^h = \sum_{i=1}^N w_{ji}^h x_i - \theta_{pj}^h \quad (3.29)$$

La sortie de ce nœud est :

$$\hat{o}_{pj}^h = f_j^h(\text{net}_{pj}^h) \quad (3.30)$$

De façon similaire, la sortie du nœud k de la couche de sortie est :

$$\text{net}_{pk}^o = \sum_{j=1}^M w_{kj}^o \hat{o}_{pj}^h - \theta_{pk}^o \quad (3.31)$$

$$o_{pk} = f_k^o(\text{net}_{pk}^o) = f_k^o\left(\sum_{j=1}^M w_{kj}^o \hat{o}_{pj}^h - \theta_{pk}^o\right) \quad (3.32)$$

où f_j^h et f_k^o représentent les fonctions de transfert du $j^{\text{ième}}$ nœud de la couche cachée et du nœud k de la couche de sortie. Ces fonctions doivent être continues et différentiable.

3.3.2.3.2 Calcul de l'erreur

L'erreur commise entre le vecteur de sortie du réseau de neurone et le vecteur désiré est calculée comme suit :

$$\delta_{pk} = t_{pk} - o_{pk} \quad (3.33)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \delta_{pk}^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M (t_{pk} - o_{pk})^2 \quad (3.34)$$

L'algorithme de la rétropropagation applique une correction $\Delta W(p)$ aux poids synaptiques, qui est proportionnelle au gradient $\partial E_p / \partial W(p)$, selon l'équation suivante :

$$W(p+1) = W(p) + \Delta W(p) = W(p) - \eta \frac{\partial E_p}{\partial W(p)} \quad (3.35)$$

où $0 < \eta < 1$ est un paramètre d'apprentissage. Puisque le gradient $\partial E_p / \partial W(p)$ est différent entre les nœuds de la couche de sortie et la couche cachée, la formule de correction des poids synaptiques sera différente.

3.3.2.3.3 Modification des poids synaptiques liants la couche de sortie

Le gradient de E_p par rapport à w_{kj}^o est calculé comme suit :

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_{kj}^o} = -(t_{pk} - o_{pk}) \frac{\partial f_k^o}{\partial net_{pk}^o} \frac{\partial net_{pk}^o}{\partial w_{kj}^o} = -(t_{pk} - o_{pk}) \delta_{pj}^h \frac{\partial f_k^o}{\partial net_{pk}^o} \quad (3.36)$$

On pose le gradient local du nœud k :

$$\delta_{pk}^o = (t_{pk} - o_{pk}) \frac{\partial f_k^o}{\partial net_{pk}^o} \quad (3.37)$$

Les valeurs des poids synaptiques des nœuds connectés avec la couche de sortie sont :

$$w_{kj}^o(p+1) = w_{kj}^o(p) + \Delta w_{kj}^o = w_{kj}^o(p) + \eta \delta_{pk}^o \delta_{pj}^h \quad (3.38)$$

3.3.2.3.4 Modification des poids synaptiques liants la couche cachée

L'erreur totale E_p est reliée aux poids synaptiques, liés à la couche cachée par la formule :

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \delta_{pk}^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M (t_{pk} - o_{pk})^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \left(t_{pk} - f_k^o \left(\sum_{j=1}^M w_{kj}^o \delta_{pj}^h - \theta_{pk}^o \right) \right)^2 \quad (3.39)$$

Le gradient de E_p par rapport aux poids synaptiques liés à la couche cachée est

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}^h} &= \frac{1}{2} \sum_k \frac{\partial}{\partial w_{ji}^h} (t_{pk} - o_{pk})^2 \\ &= - \sum_k (t_{pk} - o_{pk}) \frac{\partial f_k^o}{\partial net_{pk}^o} \frac{\partial net_{pk}^o}{\partial \delta_{pj}^h} \frac{\partial \delta_{pj}^h}{\partial net_{pj}^h} \frac{\partial net_{pj}^h}{\partial w_{ji}^h} = - \sum_k (t_{pk} - o_{pk}) w_{kj}^o x_i \frac{\partial f_k^o}{\partial net_{pk}^o} \frac{\partial f_j^h}{\partial net_{pj}^h} \\ &= - \frac{\partial f_j^h}{\partial net_{pj}^h} x_i \sum_k \delta_{pk}^o w_{kj}^o \end{aligned} \quad (3.40)$$

On pose le gradient local du nœud j de la couche cachée :

$$\delta_{pj}^h = \frac{\partial f_j^h}{\partial net_{pj}^h} \sum_k \delta_{pk}^o w_{kj}^o \quad (3.41)$$

Donc

$$w_{ji}^h(p+1) = w_{ji}^h(p) + \Delta w_{ji}^h = w_{ji}^h(p) + \eta \delta_{pj}^h x_i \quad (3.42)$$

Lorsque la fonction de transfert est une fonction sigmoïde de dérivée $f' = f(1-f)$, le gradient local d'un nœud de la couche cachée et celui de la couche de sortie sont écrits respectivement comme suit :

$$\delta_{pj}^h = \frac{\partial f_j^h}{\partial net_{pj}^h} \sum_k \delta_{pk}^o w_{kj}^o = f_k^o \cdot (1 - f_k^o) \sum_k \delta_{pk}^o w_{kj}^o \quad (3.43)$$

$$\delta_{pk}^o = (t_{pk} - o_{pk}) \frac{\partial f_k^o}{\partial net_{pk}^o} = (t_{pk} - o_{pk}) f_k^o \cdot (1 - f_k^o) \quad (3.44)$$

Il est à noter que les termes d'erreurs pour les unités cachées doivent être calculés avant la mise à jour des poids synaptiques des unités de sorties.

Cette phase d'apprentissage ou d'entraînement exige la compréhension complète du problème. Il est essentiel ici d'identifier les paramètres d'entrée et de sortie. Une fois que la décision concernant la structure du réseau est prise, l'apprentissage comporte l'acquisition de connaissances, la détermination du nombre de couches cachées et le nombre de neurones dans chaque couche. Le nombre optimal de ces derniers est déterminé par essai afin de réaliser la meilleure exécution pour le réseau.

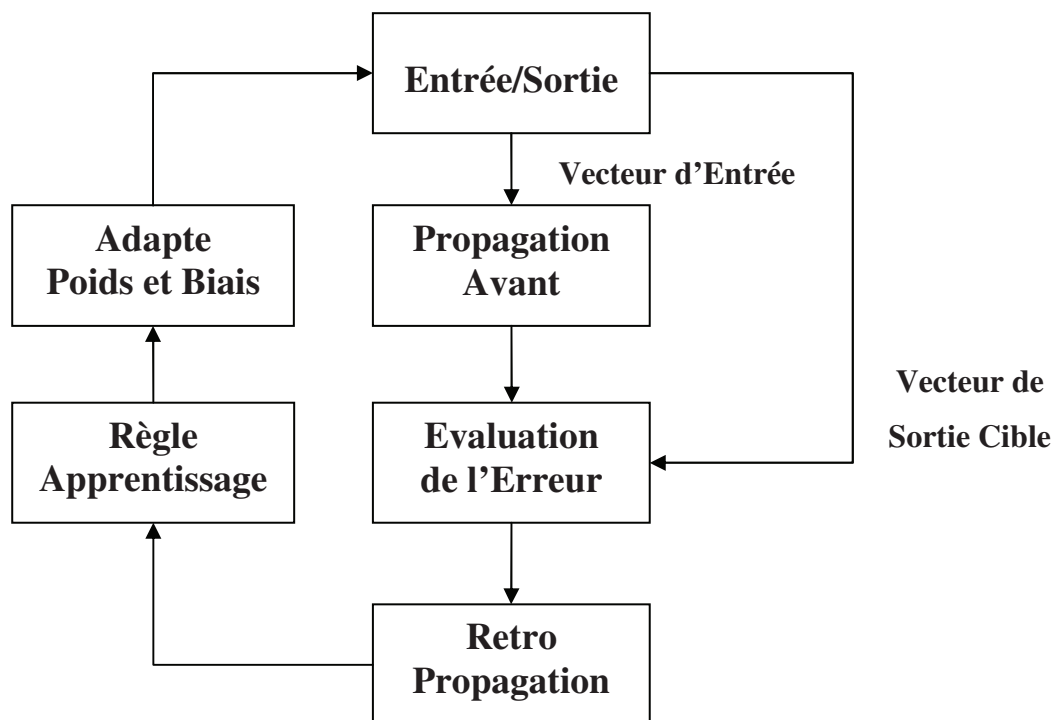


Fig. 3.6 : Organigramme de Rétropropagation (Hecht-Nielsen 1989).

3.3.2.4 Phase de reconnaissance (test) et de validation

Avant qu'un réseau de neurones puisse être employé avec n'importe quel degré de confiance. Il faut établir la validité des résultats qu'il produit. C'est la phase d'utilisation du réseau ou

phase de test. Il existe une autre phase dite de validation, souvent conduite avec la phase de test. Habituellement les phases de test et de validation impliquent d'évaluer la performance du réseau sur des données qui n'ont pas été employées pour la phase d'apprentissage. Les solutions désirées et celles produites par le réseau peuvent être comparées d'une façon qualitative, ou d'une façon quantitative en utilisant un test statistique.

3.3.2.5 Performances du réseau de neurones multicouche à rétropropagation

La performance d'un modèle de réseau de neurones peut être évaluée en utilisant différentes expressions, notamment :

- Le coefficient de détermination R^2 (éq. 3.20)
- La Somme de l'erreur quadratique (*SSE : Sum of squared error*)

$$SSE = \sum_{i=1}^N (t_i - o_i)^2 \quad (3.45)$$

- L'erreur quadratique moyenne (*MSE : Mean Square Error*)

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - o_i)^2 \quad (3.46)$$

avec t_i : la sortie désiré du modèle i ; o_i : la sortie réelle du modèle i ; et N : le nombre total de données.

Le coefficient de détermination R^2 représente la proportion de variation de la valeur de sortie qui est « expliquée » par le modèle, sa valeur idéale est 1.

Le nombre de nœuds dans la couche cachée n'est pas déterminé à priori. On détermine la performance du réseau à l'aide du facteur (*MSE*) pour un nombre croissant de neurones de la couche cachée. Le nombre retenu correspond à celui qui minimise l'erreur quadratique.

3.3.3 Méthodologie et mise en œuvre

Le réseau de neurones multicouche à rétropropagation a été choisi dans cette étude en raison de sa popularité et de sa capacité de réussite en termes de classification, de prédiction et d'optimisation des modèles. L'emploi de l'apprentissage supervisé exige la connaissance d'une sortie désirée pour tout élément de l'ensemble des données d'entrée. Le modèle multicouche à rétropropagation se compose de trois types de couches, la couche d'entrée, une ou plusieurs couches cachées et une couche de sortie. Dans la prévision du retrait et du fluage

des bétons, l'ensemble des données d'entrée est représenté par les constituants des bétons (ciment, agrégats, eau etc.), les paramètres de confection et de conservation (taille et forme des échantillons, humidité relative, cure etc.) et les propriétés mécaniques (f_{c28} , E_{28} , etc.). Cela représente les paramètres de la couche d'entrée qui sont transmis à la couche cachée. Enfin, la couche de sortie reçoit son entrée de la couche cachée. Dans notre cas la sortie de cette couche représente les propriétés des bétons que sont le retrait et le fluage.

La première étape consiste à identifier les paramètres à employer pour les modèles de prévision. Les données sont divisées en trois parties. 70% des données sont employées pour l'apprentissage, 15% pour la phase de test et 15% pour la validation. La mise en œuvre d'un modèle RNA inclut ces trois phases : l'apprentissage, le test et la validation (Fig. 3.7).

La phase d'apprentissage ou d'entraînement a pour but de déterminer les paramètres de connexion du réseau à l'aide de la technique d'optimisation. La phase de test consiste à vérifier le réseau déterminé lors de la phase d'apprentissage sur des données non utilisées lors de cette dernière, et à examiner la capacité du réseau à généraliser les exemples d'apprentissage (en comparant la sortie réelle du réseau avec la sortie désirée). La phase de validation est effectuée sur la dernière partie des données.

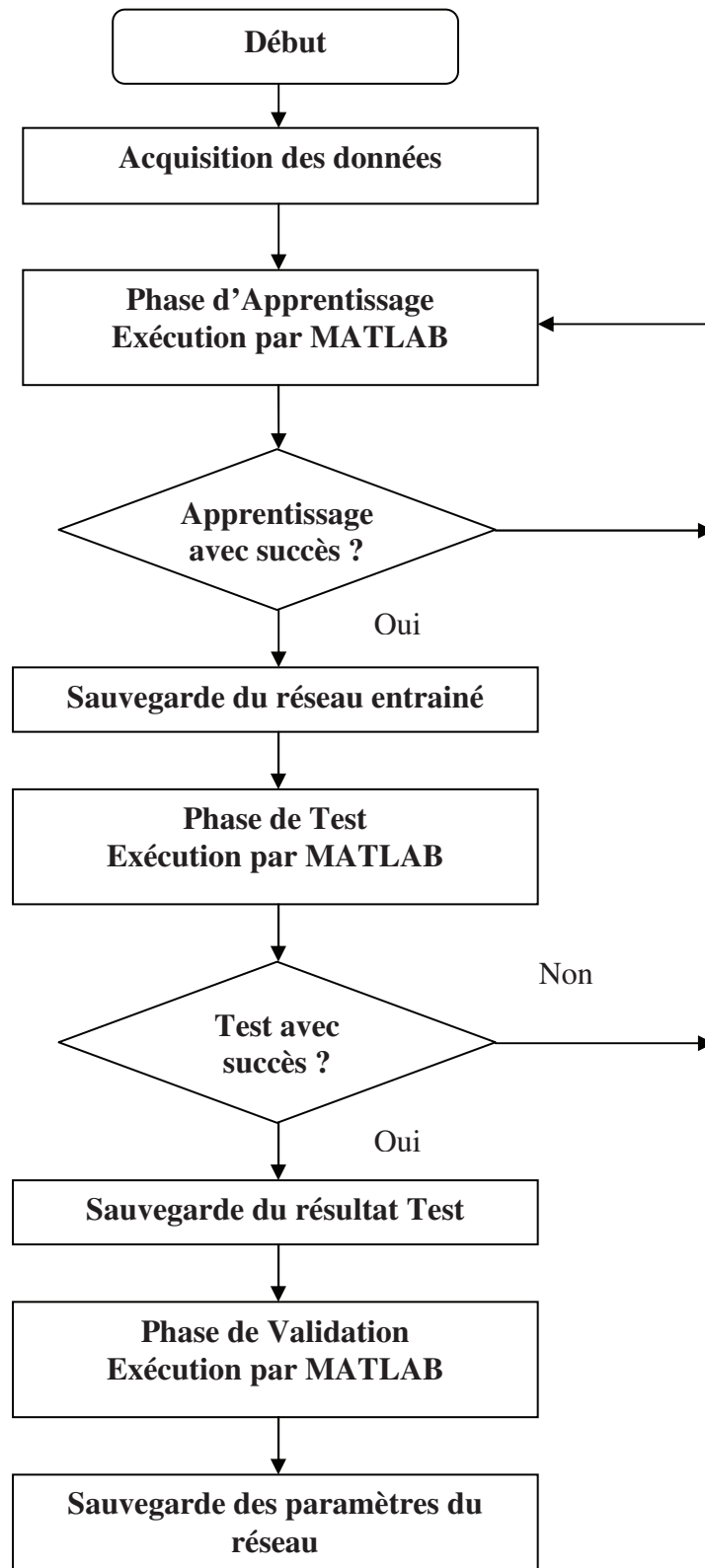


Fig. 3.7 : Méthodologie de développement du Réseau de neurones artificiels (RNA).

3.3.4 Langage de programmation utilisé

Différents programmes de simulation par réseaux de neurones sont disponibles et commercialisés (Neurone Solution, Brain Maker, Matlab ToolBoxes, Statistica Neural Network, etc.).

Le choix du simulateur se fait sur la base des avantages et des inconvénients de chacun d'eux. Le coût, la flexibilité d'utilisation, le type de plate forme et l'ergonomie de l'interface sont les principaux critères pour évaluer chaque simulateur. Pour des raisons économiques, nous avons choisi le logiciel MATLAB 7.5.0 (R2007b) parmi différents langages de programmation tels que Visuel Basic, Visuel Fortran, Visuel C++, etc. Ce logiciel (MATLAB 2007) a été développé pour être utilisé dans un environnement efficace et flexible de simulation pour la recherche et l'application des RNA, soit généralement par le développement d'un programme ou l'utilisation de l'application NETWORK DATA MANAGER. Cette dernière est développée pour fonctionner sous Windows avec une interface utilisateur graphique facile à utiliser. Elle est aussi employée pour créer, manœuvrer, et visualiser les réseaux de neurones d'une part et importer, exporter les données et les résultats via ces réseaux d'autres part. Pour illustration, le panneau principal de NETWORK DATA MANAGER est présenté Fig. 3.8.

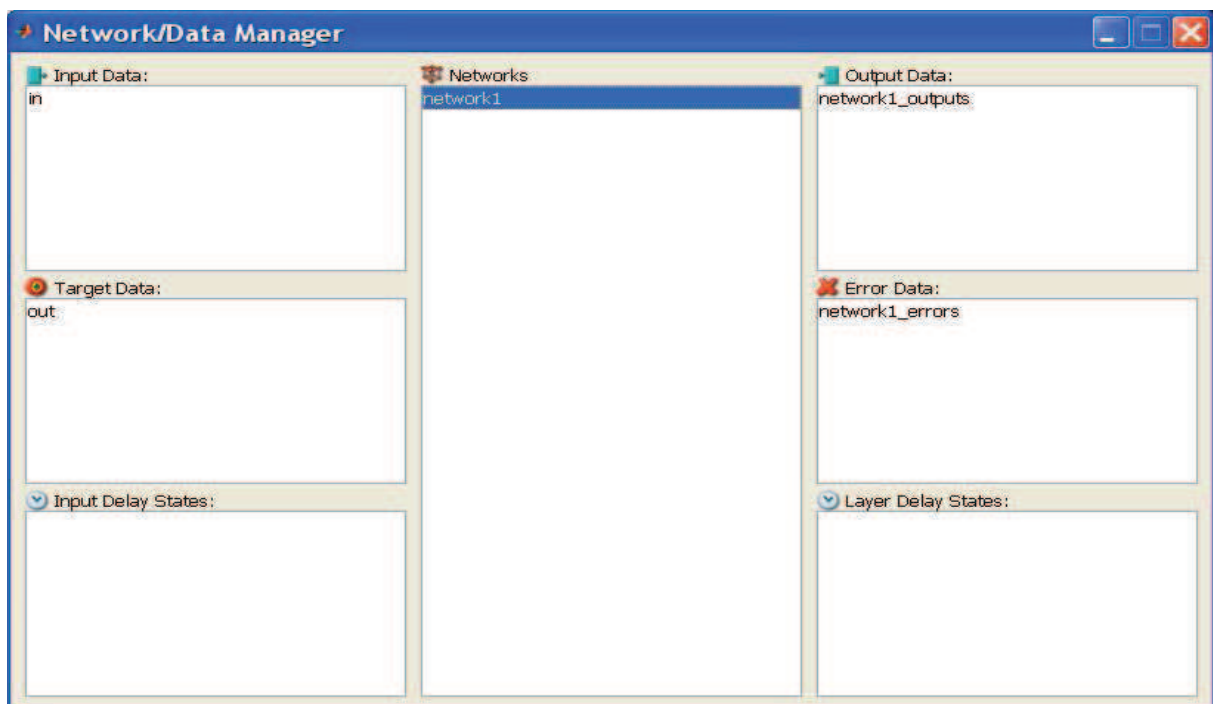


Fig. 3.8 : Panneau principal de l'application NETWORK DATA MANAGER.

Nous avons développé nos propres programmes sous Matlab pour la prévision du retrait et du fluage des bétons. Il s'agit des deux programmes principaux (RetraitGlobal.m et FluageGlobal.m).

La première étape consiste à déclarer la matrice des entrées et des sorties sous la forme d'un fichier Excel. La normalisation des données (d'entrée et de sortie) après traitement est nécessaire afin qu'ils prennent des valeurs entre -1 et 1 pour être en accord avec la fonction de transfert Tan-Sigmoïde utilisée.

La seconde étape est la phase d'apprentissage, qui consiste à initialiser les coefficients de corrélation des trois phases (apprentissage, test et validation), puis à initialiser le nombre de neurones par couche cachée, sachant que nous avons testé une couche cachée, puis deux couches cachées, en créant une boucle qui s'incrémente de 1 à 20 neurones pour la première couche cachée, et de même pour la seconde couche.

La création d'un nouveau réseau de neurones (*net*) qui contient des entrées et des sorties normalisées, un certain nombre de couche cachées et de neurones par couche, passe par l'utilisation d'une fonction de transfert correspondant à chaque couche (Tansig : couche cachée ; Purelin : couche de sortie), d'un algorithme d'apprentissage Trainlm ou Trainbr qui utilise respectivement les techniques de rétropropagation Levenberg-Marquardt (Levenberg-Marquardt backpropagation) et de rétropropagation Bayésienne Régulation (Bayesian Regulation backpropagation).

Pour entrainer le réseau il faut déclarer divers paramètres, comme le nombre de cycle pendant l'apprentissage (itérations ; epochs), la fréquence de vérification de l'erreur d'apprentissage vis-à-vis de l'erreur désirée (goal), le taux d'apprentissage (η : mu). Il faut aussi déclarer la division des données en trois parties selon les trois phases (70% pour l'apprentissage, 15% pour le test et 15% pour la validation). Le cycle d'apprentissage signifie un passage complet par tous les neurones.

Après la phase d'apprentissage, on passe à la simulation du réseau en utilisant la décomposition des données entre test et validation. Après l'exécution de ce programme on obtient deux fichiers. Le premier comprend les informations sur l'historique de l'apprentissage et donne les mesures statistiques de la performance du réseau, comme les coefficients de corrélation et l'erreur quadratique moyenne pour les trois phases et pour

chaque réseau de neurones créé. Le second inclut les valeurs des poids de connexion (synaptiques) et les biais entre les neurones pour chaque réseau de neurones créé (il faut souligner qu'on commence avec un réseau qui contient une seule couche cachée et un seul neurone, et on passe progressivement à un réseau qui contient deux couches cachées de 20 neurones chacune).

3.3.5 Elaboration des modèles RNA

Ce sous-chapitre comporte la présentation des deux groupes de modèles (chacun d'eux contient quatre modèles) qui ont été développés au cours de ce travail pour la modélisation du retrait et du fluage du béton. Le 1^{er} groupe contient les quatre modèles de retrait. Le premier modèle regroupe l'ensemble de données (Modèle Global du Retrait), les 3 autres modèles concernant respectivement les trois types de ciment : Ciment Type I, Type II, Type III (voir annexe 1). Le 2^{ème} groupe contient un Modèle Global du Fluage et trois modèles selon les types de ciment (Type I, Type II, Type III).

3.3.5.1 Modèle Global du Retrait

Les données sont divisées en trois parties (70% pour l'apprentissage, 15% pour le test et 15% pour la validation). Le tableau 3.8 récapitule l'ensemble des indications sur les paramètres requis et leurs plages de variations (selon la base de données de la RILEM sur le retrait et le fluage du béton).

Type de paramètres	Description	Plage de variation
Entrées	V/S : Volume / Surface exposée à l'air	$18mm \leq V/S \leq 200mm$
	HR : Humidité Relative	$20\% \leq HR \leq 75\%$
	t_c : Age au début du séchage	$t_c \geq 1$ jour
	t : Age de début de mesure du retrait	$t \geq t_c$ jour
	Type de ciment	Ciment Type I, II et III
	C : Ciment	$250kg/m^3 \leq C \leq 564kg/m^3$
	W : Eau	$129kg/m^3 \leq W \leq 293kg/m^3$
	a : Agrégats	$1661kg/m^3 \leq a \leq 1985kg/m^3$
	S/a : Sable / Agrégat	$0.357 \leq S/a \leq 0.77$
	f_{cm28} : Résistance moyenne à la compression à 28 jours	$11.4MPa \leq f_{cm28} \leq 119MPa$
	E_{cm28} : Module d'élasticité à 28 jours	$12537MPa \leq E_{cm28} \leq 53200MPa$
Sortie	Retrait de Dessiccation R	Retrait ($\mu m/m$)

Tableau 3.8 : Indicateurs utilisés – plage de variation.

Dans un premier temps, on procède à la détermination du type d'algorithme d'apprentissage à utiliser dans notre étude. Après plusieurs tentatives, l'algorithme de Levenberg-Marquardt s'avère le plus efficace et le plus fiable.

Le tableau 3.9 montre une comparaison entre différents algorithmes d'apprentissage en termes de nombre d'itérations maximale, de temps nécessaire pour la convergence et de degré de performance atteint. Dans ce cas on a fixé 1000 itérations comme étant la limite du processus de convergence.

Algorithme	Technique	Nombre d'itération	Temps(sec.)	Performance
Trainidx	Variable Learning Rate	127	14	0.0595
Traingdm	Descente Gradient avec Momentum	1000	45	0.0808
Traingd	Descente Gradient	1000	47	0.1037
Trainoss	One Step Secant	59	10	0.0519
Trainbr	Bayesian Regulation	53	5	2.4434
Trainlm	<i>Levenberg-Marquardt</i>	46	5	0.0023

Tableau 3.9 : Comparaison entre les algorithmes d'apprentissage.

Une fois l'algorithme d'apprentissage choisi, on procède à la détermination du nombre de couches cachées et de neurones par couche cachée. Ceci a été effectué en faisant des simulations numériques avec différentes architectures du réseau (en faisant varier le nombre de neurones de chaque couche cachée).

Réseau de Neurones	Fonction de Transfert	Nombre d'itération	Performance
RN 11- 8 - 4- 1	Tansig-Tansig-Purelin	47	0.0021
RN 11- 8 - 6- 1	Tansig-Tansig-Purelin	45	0.0091
RN 11- 9 - 4- 1	Tansig-Tansig-Purelin	25	0.0353
RN 11- 9 - 6- 1	Tansig-Tansig-Purelin	39	0.0031

Tableau 3.10 : Résumé de l'effet du nombre de couches cachées.

Les résultats semblent montrer une légère différence dans l'exécution avec le changement de la taille de la couche cachée pour les deux premières architectures. Les réseaux avec un nombre moyen de neurones dans les couches cachées ont légèrement surpassé ceux avec plus de neurones. Autrement dit, les erreurs associées diminuent dans des réseaux à nombre moyen de neurones beaucoup plus rapidement que dans des grands réseaux. Basé sur les observations ci-dessus, l'analyse des résultats obtenus à partir des phases d'apprentissage, de test et de validation conduit à l'utilisation d'un réseau de taille RN 11-8-4-1 pour le modèle de prévision du retrait.

L'architecture (topologie) du réseau de rétropropagation adopté est montrée sur la Fig. 3.9.

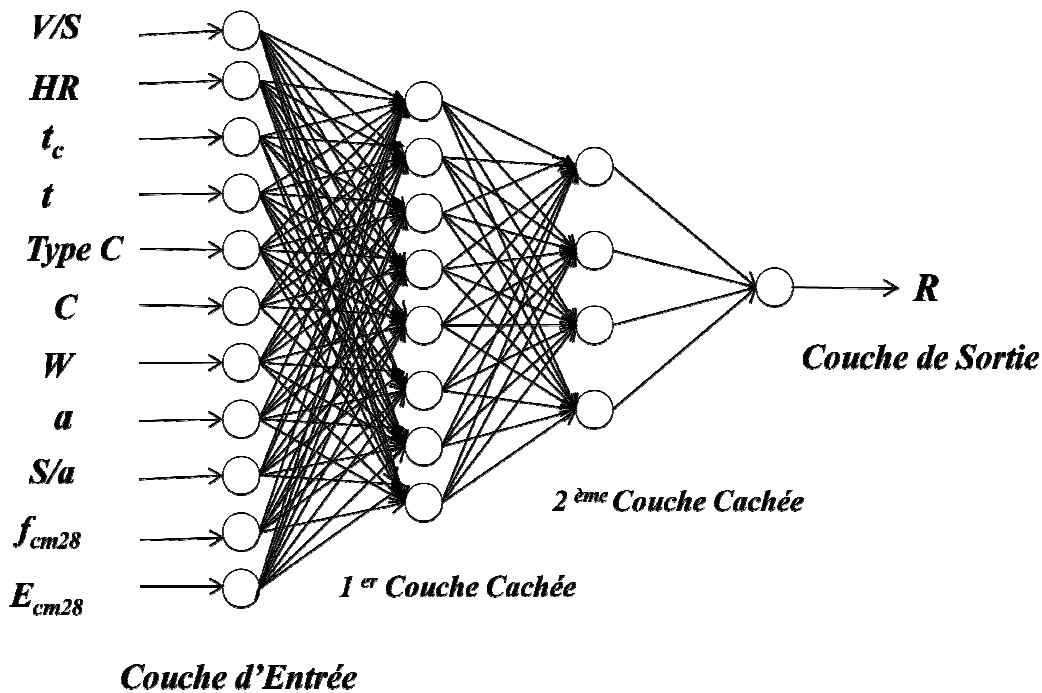


Fig. 3.9 : Architecture adoptée pour le Retrait.

Au début du processus d'apprentissage, tous les poids de connexion ont été aléatoirement initialisés entre -1 et +1. Le nombre maximum de cycles ou itérations a été fixé à 1000 pour le modèle de réseau de neurone global de prévision du retrait (*MRNGPR*). Tous les exemples d'entrée ont été présentés dans un ordre aléatoire dans chaque cycle. L'apprentissage a été basé sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt à Rétropropagation avec les fonctions de transfert standard Tansigmoïde et Purelinéaire correspondant respectivement aux couches cachées et de sortie, avec un taux d'apprentissage de 0.01 ($\eta = 0.01$) et une erreur quadratique maximale permise 0.001 ($E^2 = 0.001$). Le tableau suivant récapitule les différents paramètres d'apprentissage et l'architecture du réseau de neurone à rétropropagation adapté à notre application.

Paramètres Modèle	Architecture du <i>MRNGPR</i>				Paramètres du <i>MRNGPR</i>			Ensemble de données	
	N.PE	N.PS	N.CC	N.N.CC	N.ITR	η	E^2	Entrée(x_N)	Sortie(o)
Modèle Global de la Prévision du Retrait (<i>MRNGPR</i>) (11-8-4-1)	11	1	2	8 - 4	1000	0.01	0.001	$V/S; HR;$ $t_c; t;$ $Type C;$ $C; W; a;$ $S/a; f_{cm28};$ $E_{cm28};$	R

Tableau 3.11 : Architecture et paramètres de *MRNGPR* (N.PE: Nombre de paramètres d'entrée, N.PS : Nombre de paramètres de sortie, N.CC : Nombre de couches cachées, N.N.CC : Nombre de neurones dans chaque couche cachée, N.ITR : Nombre d'itérations).

Le tableau 3.12 et la Fig. 3.10 donne les résultats des différentes phases d'application du modèle *MRNGPR* (apprentissage, test et validation).

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
<i>MRNGPR</i> (11-8-4-1)	0.9788	0.0019	0.9820	0.0037	0.9740	0.0033

Tableau 3.12 : Performance du modèle Global *MRNGPR* (11-8-4-1).

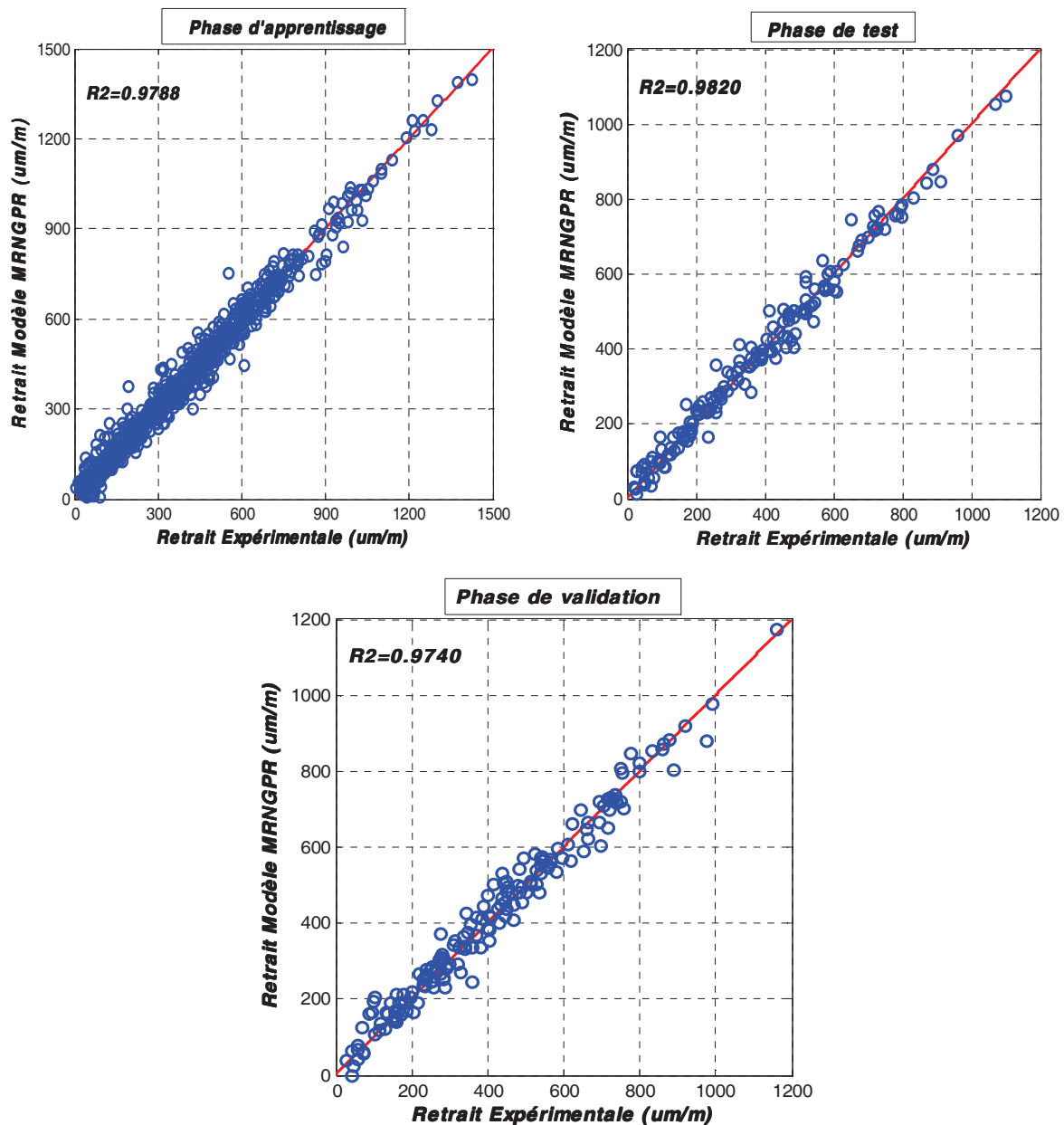


Fig. 3.10 : Performance du Modèle Global MRNGPR.

3.3.5.2 Comparaison des prévisions du MRNGPR avec d'autres modèles de la littérature

La comparaison de notre modèle avec différents modèles et codes sont données dans les figures suivantes :

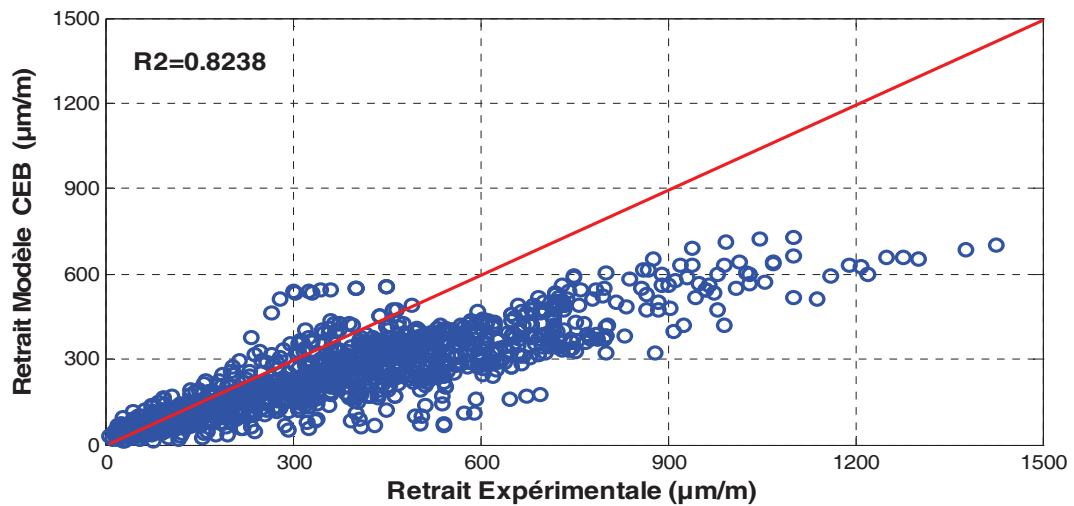
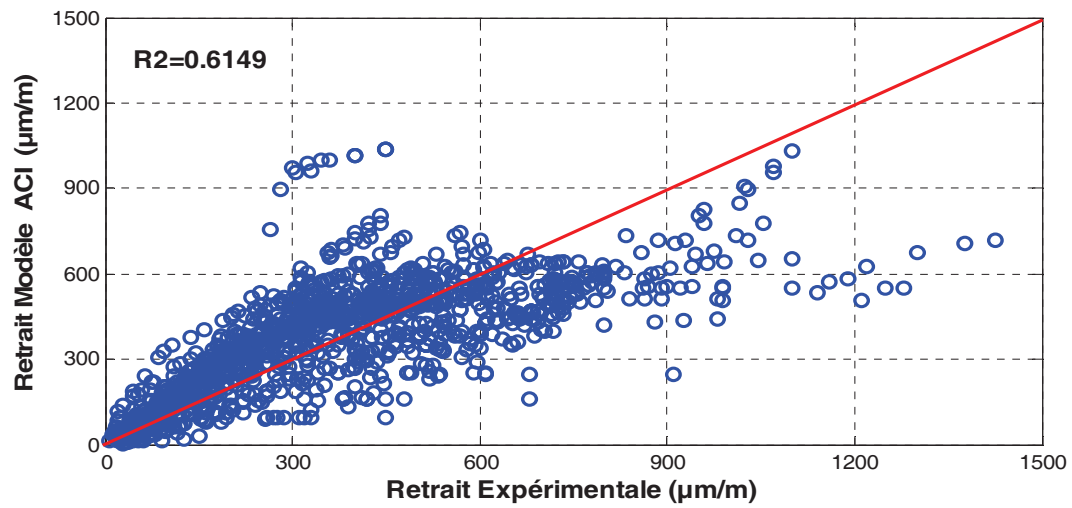
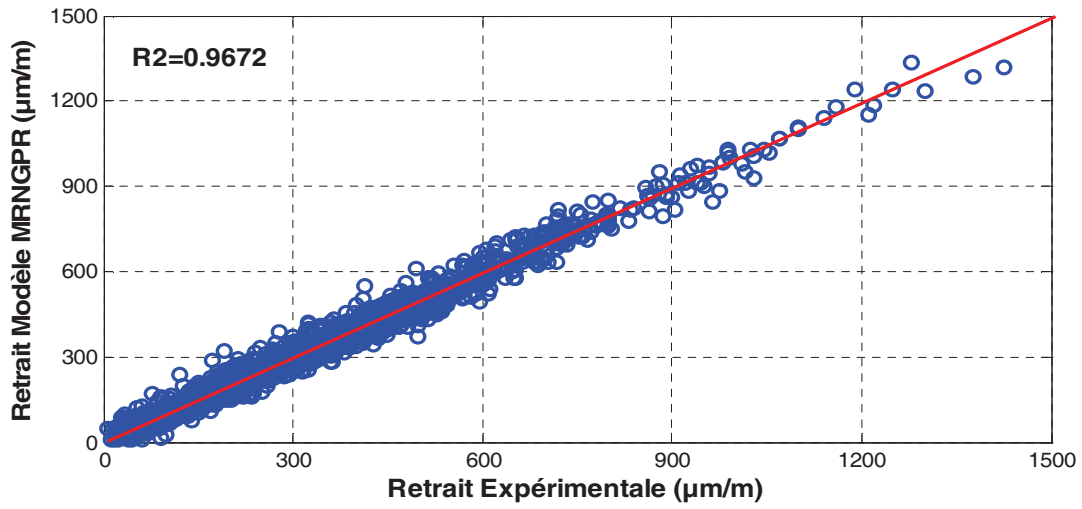


Fig. 3.11 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPR, ACI et CEB) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.

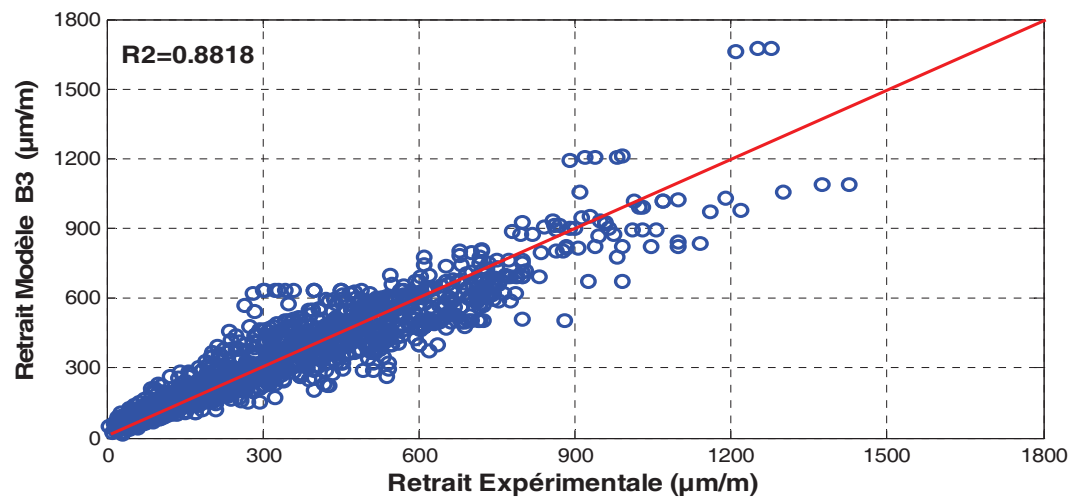
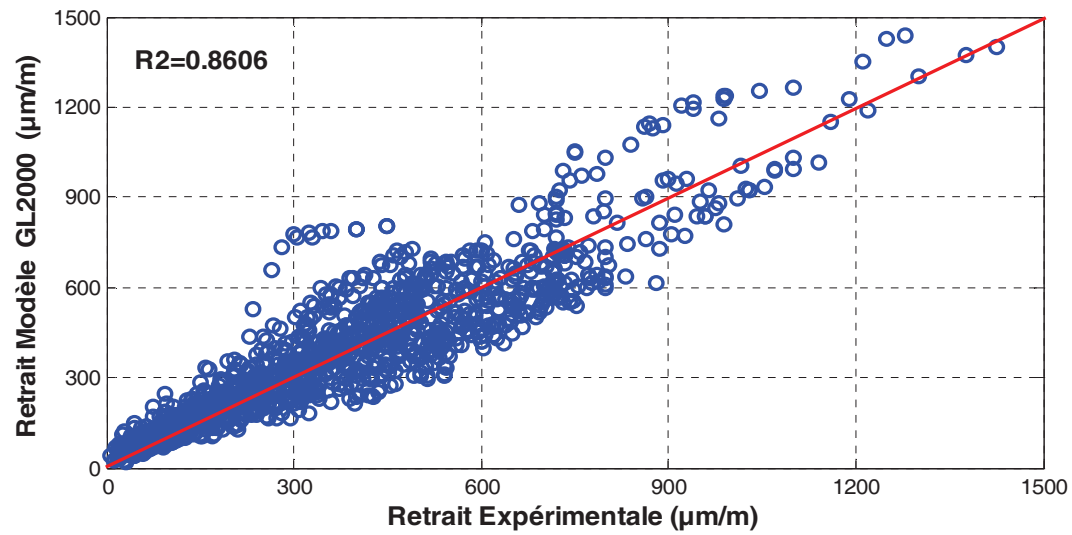
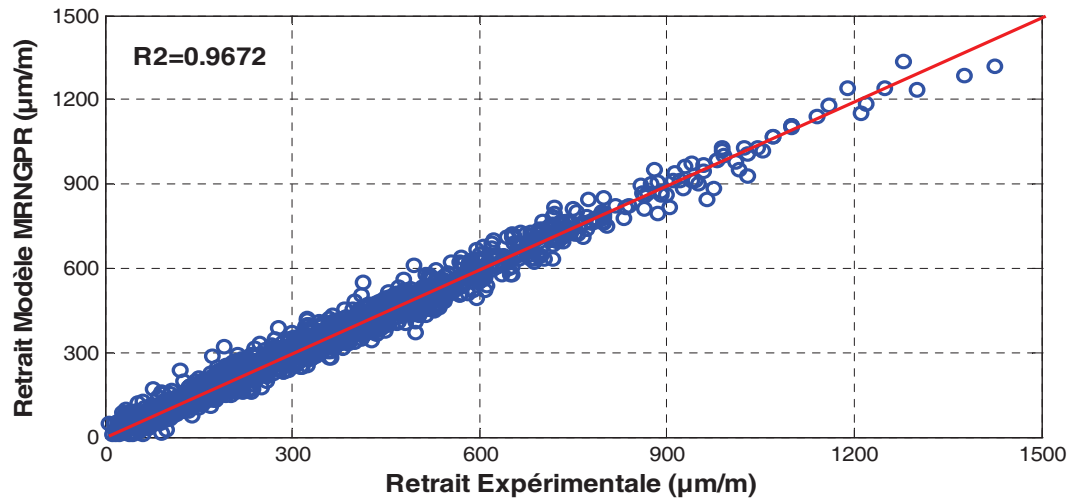


Fig. 3.12 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPR, GL2000 et B3) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.

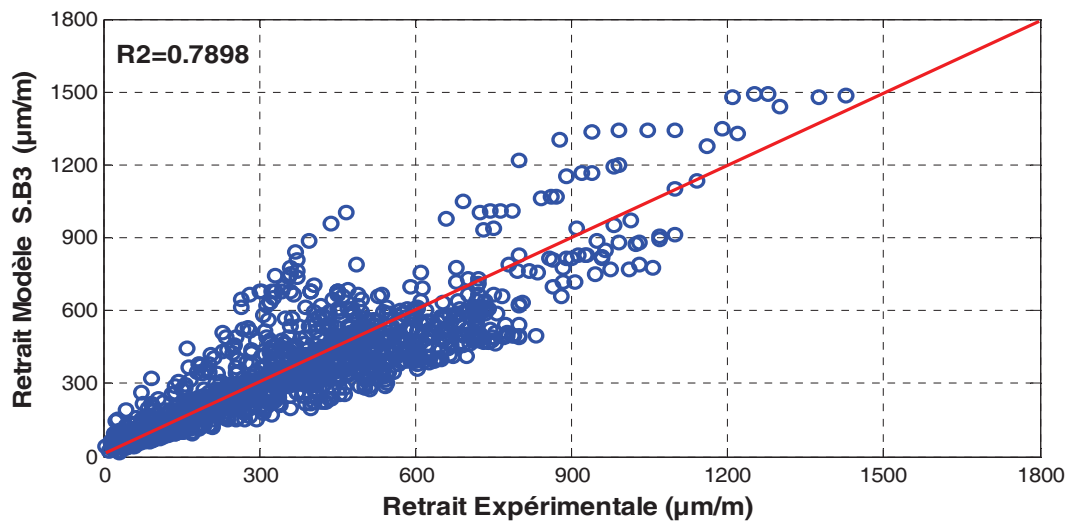
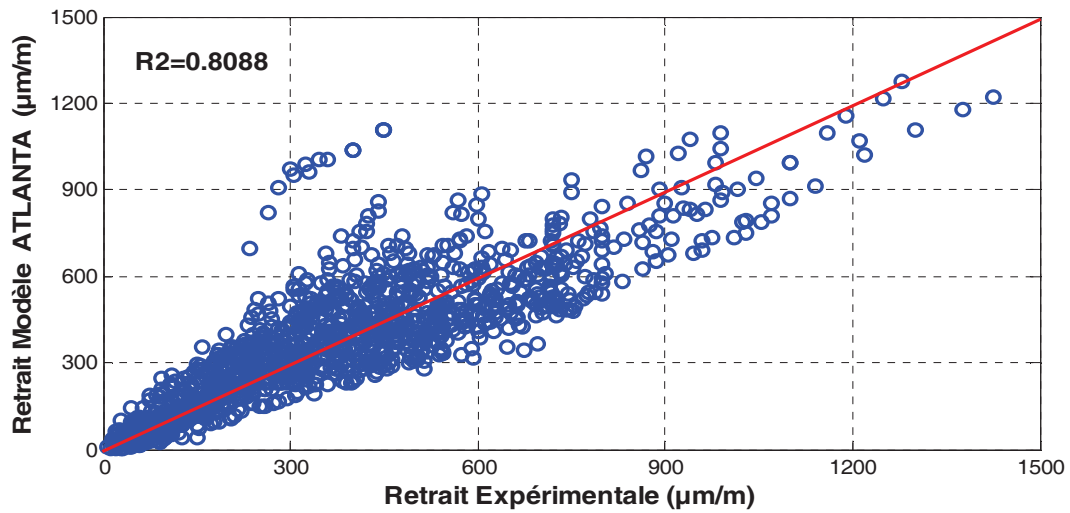
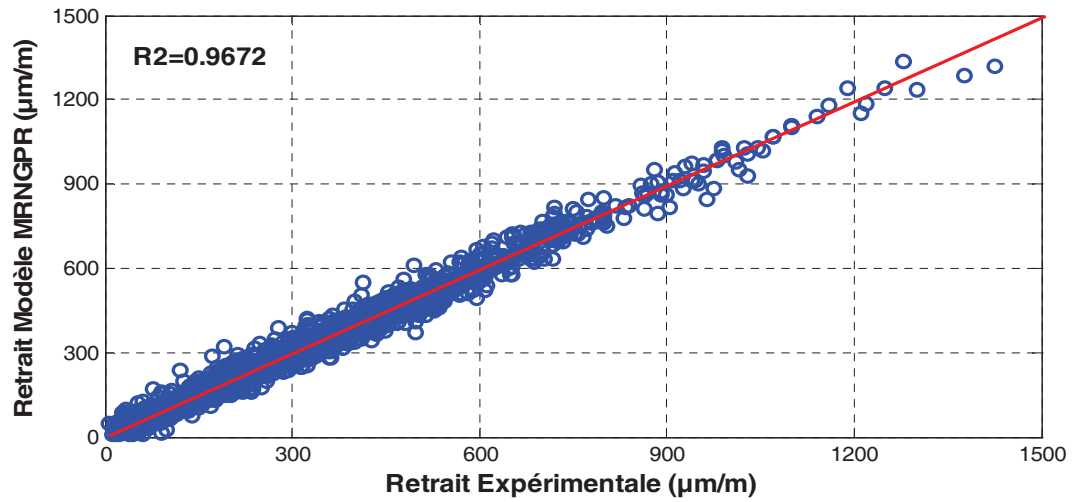


Fig. 3.13 : Comparaison entre les prévisions des modèles (*MRNGPR*, *ATLANTA* et *S.B3*) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.

Ces courbes montrent bien la concordance qui existe entre les résultats expérimentaux et ceux prévus par le modèle *MRNGPR*. Toutefois, un léger écart est observé sur quelques courbes au très jeune âge, et aux âges avancés.

Le tableau 3.13 présente la comparaison des résultats obtenus des coefficients de corrélation entre les valeurs des résultats expérimentaux et ceux des différents modèles.

Modèles	Coefficients de corrélation	
	<i>R</i>	<i>R</i> ²
Modèle <i>MRNGPR</i>	0.9834	0.9672
Modèle <i>ACI</i>	0.7842	0.6149
Modèle <i>CEB</i>	0.9076	0.8238
Modèle <i>GL2000</i>	0.9277	0.8606
Modèle <i>B3</i>	0.9390	0.8818
Modèle <i>ATLANTA</i>	0.8993	0.8088
Modèle <i>S.B3</i>	0.8887	0.7898

Tableau 3.13 : Comparaison des coefficients de corrélations entre différents modèles.

Les modèles *MRNGPR*, *B3*, *GL2000* et *CEB* donnent de bonne corrélation avec les résultats expérimentaux.

3.3.5.3 Etude paramétrique

Les paramètres susceptibles d'influencer le retrait sont variés. Certains concernent la formulation du béton, d'autres l'environnement et les conditions de maturation.

Le but de cette étude paramétrique est de quantifier l'effet de certains de ces paramètres en utilisant le modèle de réseau de neurones développé (*MRNGPR*).

3.3.5.3.1 Influence de *V/S*

La Fig. 3.14 illustre l'effet du rapport *V/S* sur le retrait calculé pour différents âges du béton.

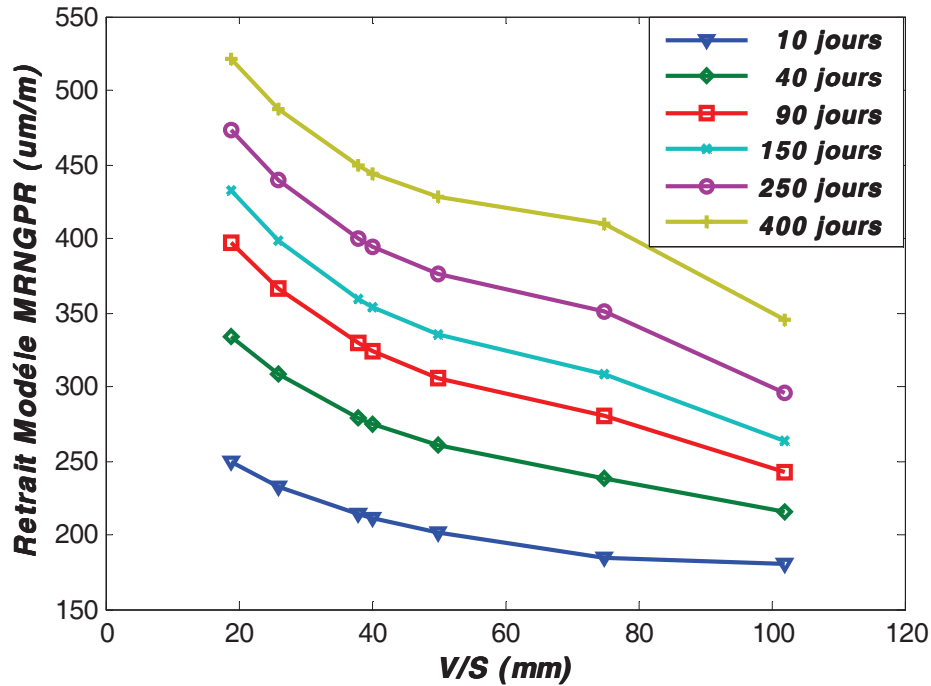


Fig. 3.14 : Effet du rapport Volume/ Surface (V/S) sur le retrait du béton à différents âges.

On remarque que plus le rapport V/S augmente, plus le retrait diminue. En fixant l'âge, on constate que le retrait diminue logiquement avec l'augmentation de V/S.

3.3.5.3.2 Influence de HR

L'humidité relative joue un rôle important sur l'ampleur du retrait final du béton. La Fig. 3.15 montre pour les jeunes âges de 14 et 28 jours une diminution du retrait quand l'humidité relative augmente. Par contre, pour les âges avancés on constate une petite augmentation puis une diminution du retrait.

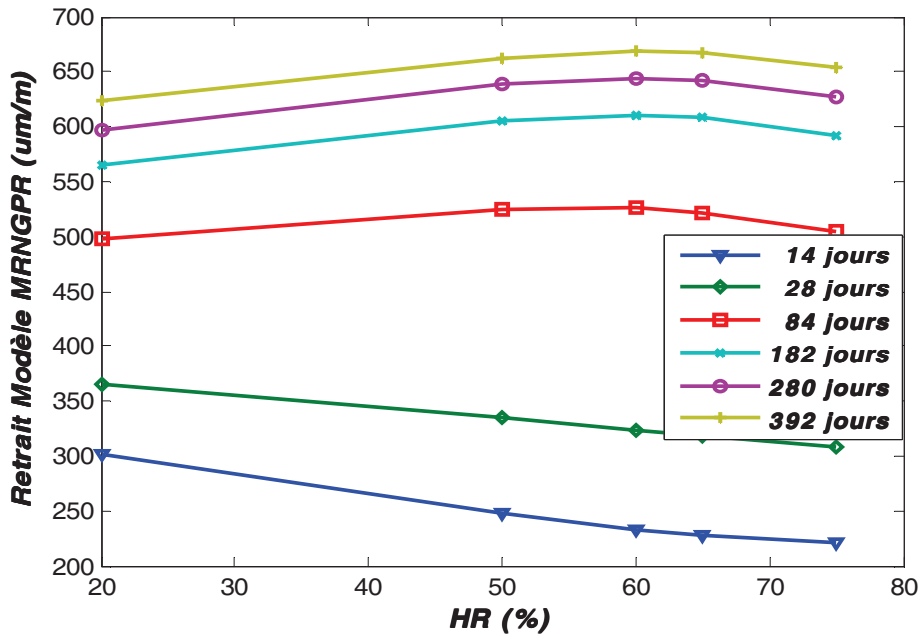


Fig. 3.15 : Effet de l'humidité relative (*HR*) sur le retrait du béton à différents âges.

3.3.5.3.3 Influence de l'âge de cure

La Fig. 3.16 montre l'effet de la cure sur le retrait. Pour les jeunes âges, l'augmentation de la durée de cure conduit à une diminution du retrait. Aux âges avancés, il y a une petite augmentation du retrait.

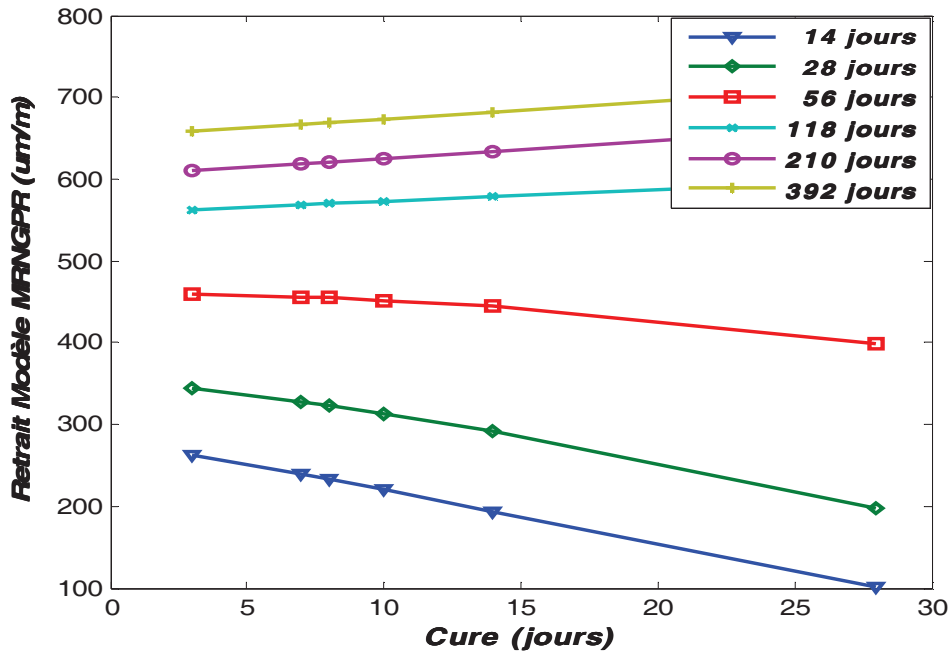


Fig. 3.16 : Effet de la durée de cure sur le retrait à différents âges.

3.3.5.3.4 Influence du dosage en ciment et du rapport E/C

Pour un rapport E/C constant, l'augmentation du dosage en ciment a pour effet un accroissement du retrait (Fig. 3.17). De même l'augmentation du rapport E/C fait augmenter le retrait (Fig. 3.18)

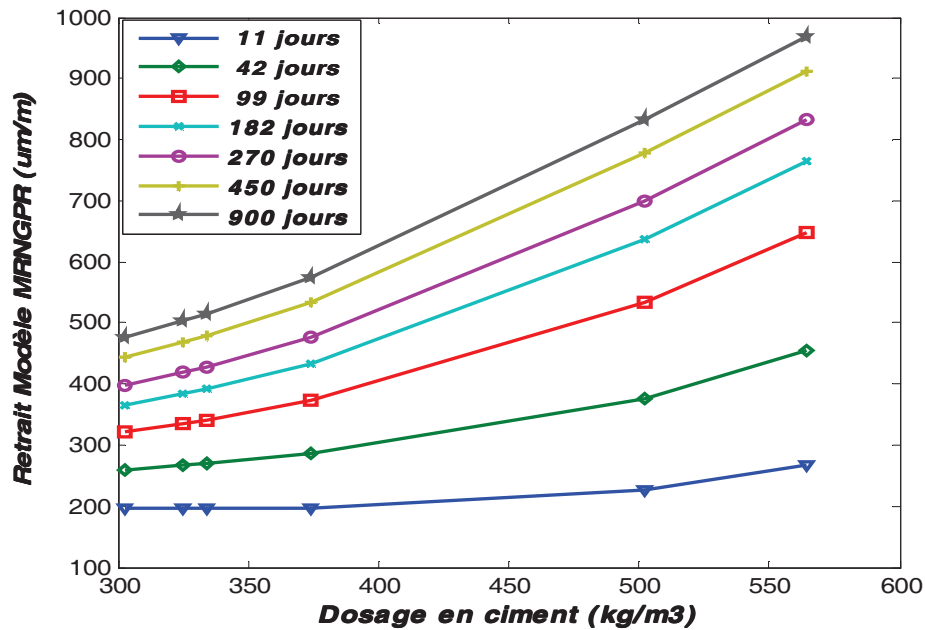


Fig. 3.17 : Effet du dosage en ciment sur le retrait à différents âges.

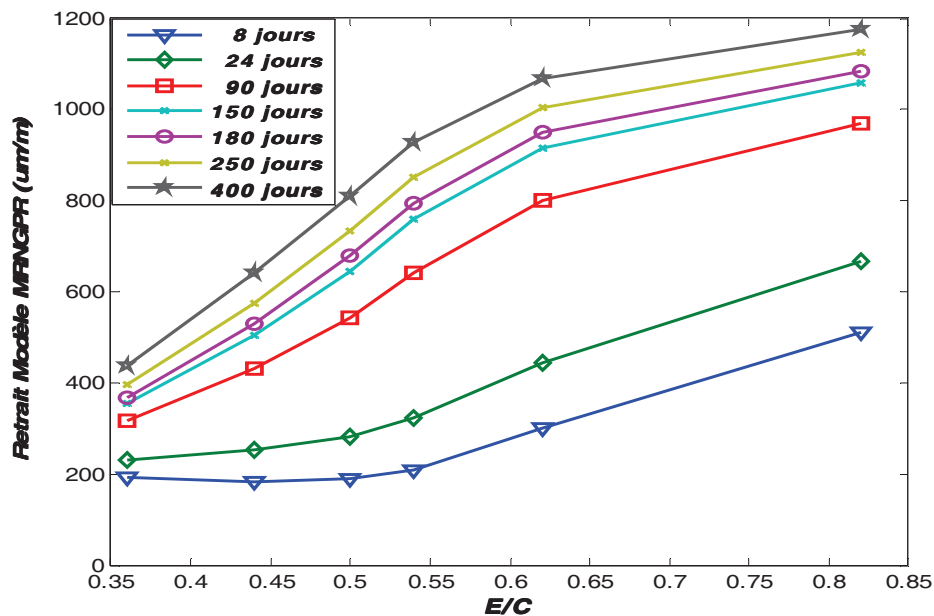


Fig. 3.18 : Effet du rapport Eau / Ciment (E/C) sur le retrait à différents âges.

3.3.5.3.5 Influence du rapport S/a

La Fig. 3.19 montre l'influence du rapport S/a . En augmentant le rapport S/a le fluage augmente, vu qu'il y a moins de granulats pour gêner les déformations.

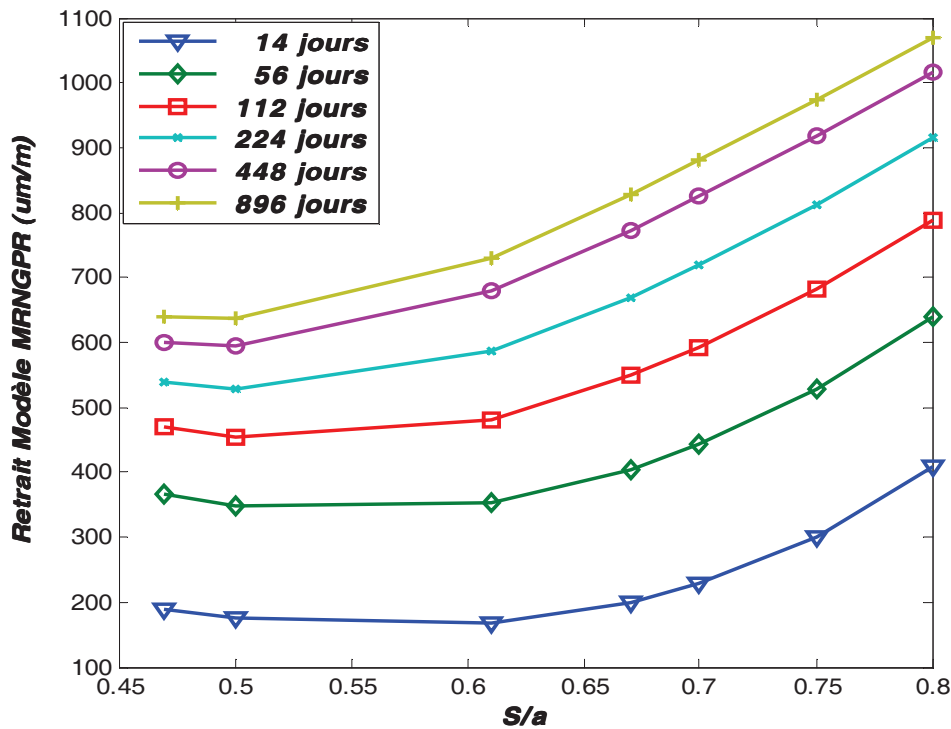


Fig. 3.19 : Effet du rapport Sable/agrégats (S/a) sur le retrait à différents âges.

La généralisation du modèle *MRNGPR* permet donc de prendre en compte correctement l'influence des différents paramètres sur le retrait (V/S , HR , E/C , etc.), conformément à ce qui a été expliqué dans le 1^{er} chapitre.

Pour affiner la méthode des RNA, on a essayé de développer (générer) d'autres modèles considérant les différents types de ciment.

3.3.5.4 Modèle du retrait Type I (*MRNPRTI*)

Ce modèle a été développé pour des ciments type I selon la méthodologie et les démarches citées auparavant. On a pris pour cela toutes les données utilisant le ciment de type I. Le nombre des entrées devient alors 10 au lieu de 11.

Les simulations numériques ont permis de déterminer le réseau de neurones à adopter. Le choix final du réseau est RN 10-8-5-1. Le tableau 3.14 et la Fig. 3.20 donnent les résultats obtenus avec cette architecture.

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
<i>MRNPRTI (10-8-5-1)</i>	0.9900	0.0010	0.9872	0.0026	0.9946	0.0027

Tableau 3.14 : Performance du modèle *MRNPRTI (10-8-5-1)*.

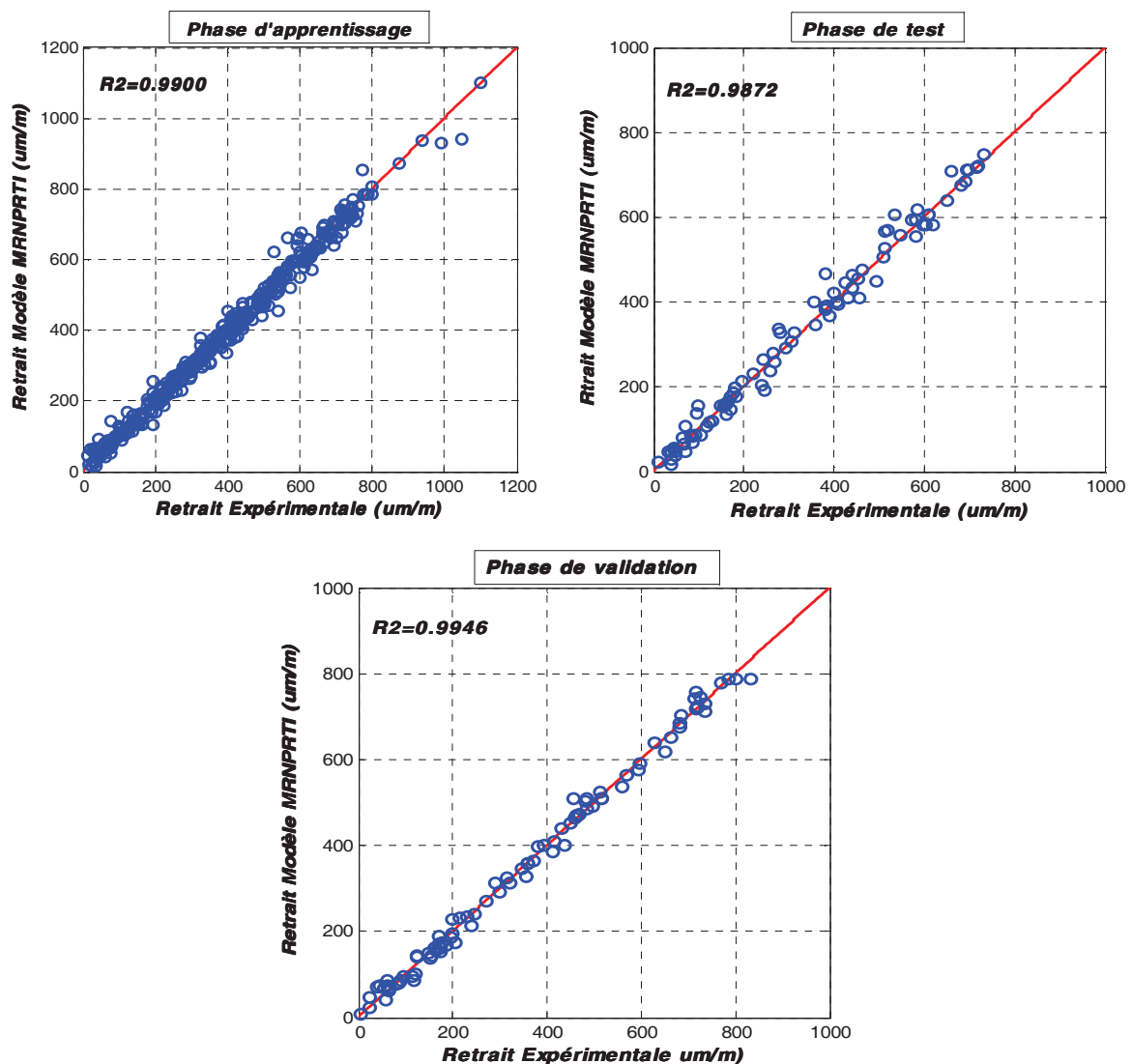


Fig. 3.20 : Performance du modèle *MRNPRTI*.

En se basant sur ces résultats, le modèle *MNPRTI* donne des bonnes prévisions.

3.3.5.5 Modèle du retrait Type II (MRNPRTII)

Ce modèle a été développé pour des ciments type II selon la méthodologie et les démarches citées auparavant. On a pris pour cela toutes les données utilisant le ciment de type II. Le nombre des entrées devient 10 au lieu de 11. Après plusieurs tentatives, on a opté pour un réseau RN 10-6-6-1. Le tableau 3.15 et la Fig. 3.21 donnent les résultats obtenus avec cette architecture.

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
MRNPRTII (10-6-6-1)	0.9684	0.0038	0.9704	0.0129	0.9711	0.0103

Tableau 3.15 : Performance du modèle MRNPRTII (10-6-6-1).

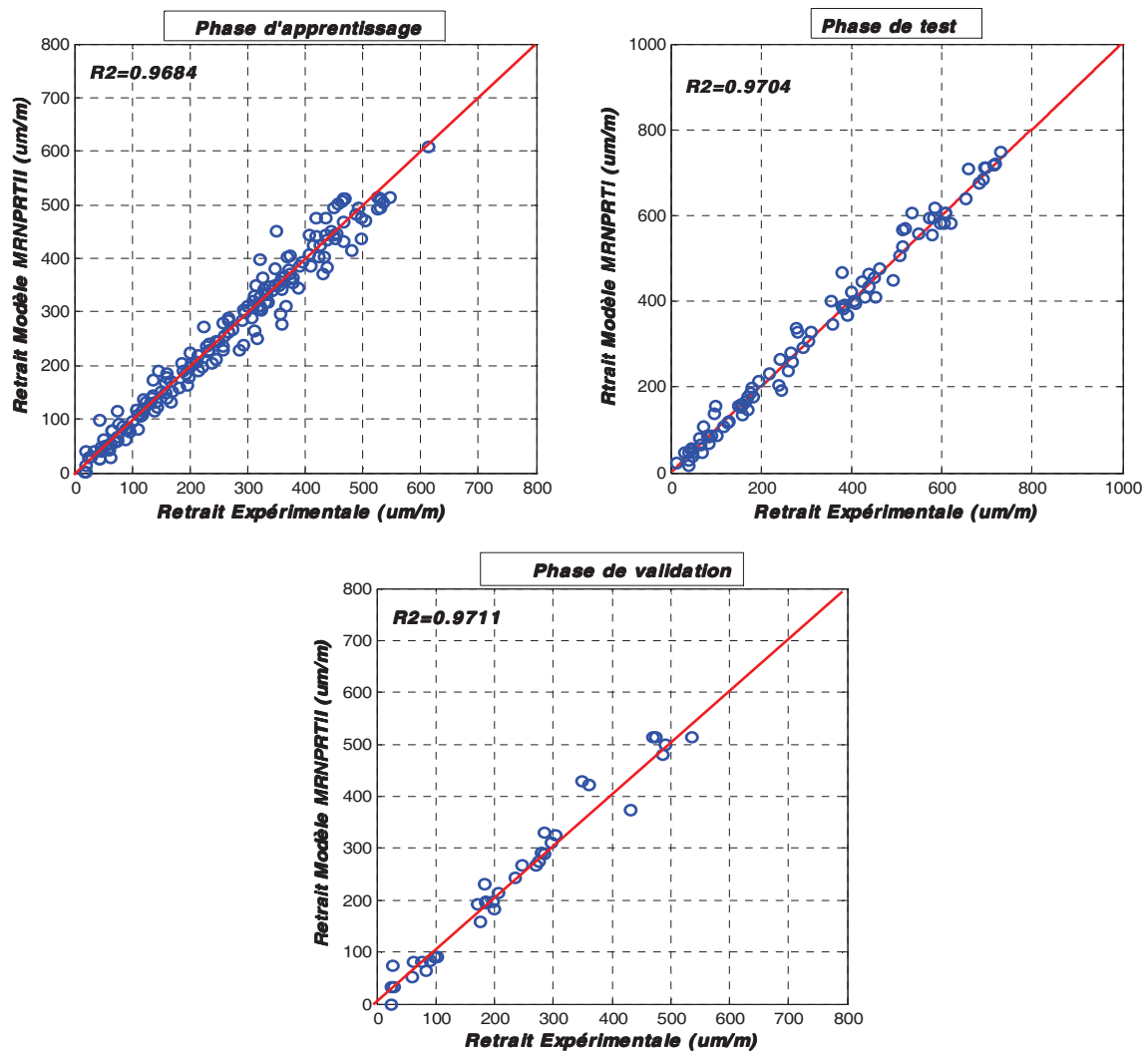


Fig. 3.21 : Performance du modèle MRNPRTII.

D'après ces courbes et ces résultats, le modèle *MNRPRTII* donne des bonnes prévisions.

3.3.5.6 Modèle du retrait Type III (*MRNPRTIII*)

Ce modèle a été développé pour des ciments type III selon la méthodologie et les démarches citées auparavant. Après plusieurs tentatives, on a opté pour un réseau RN 10-7-6-1. Le tableau 3.16 et la Fig. 3.22 donnent les résultats obtenus avec cette architecture.

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
<i>MRNPRTIII</i> (10-7-6-1)	0.9844	0.0010	0.9856	0.0043	0.9841	0.0032

Tableau 3.16 : Performance du modèle *MRNPRTIII* (10-7-6-1).

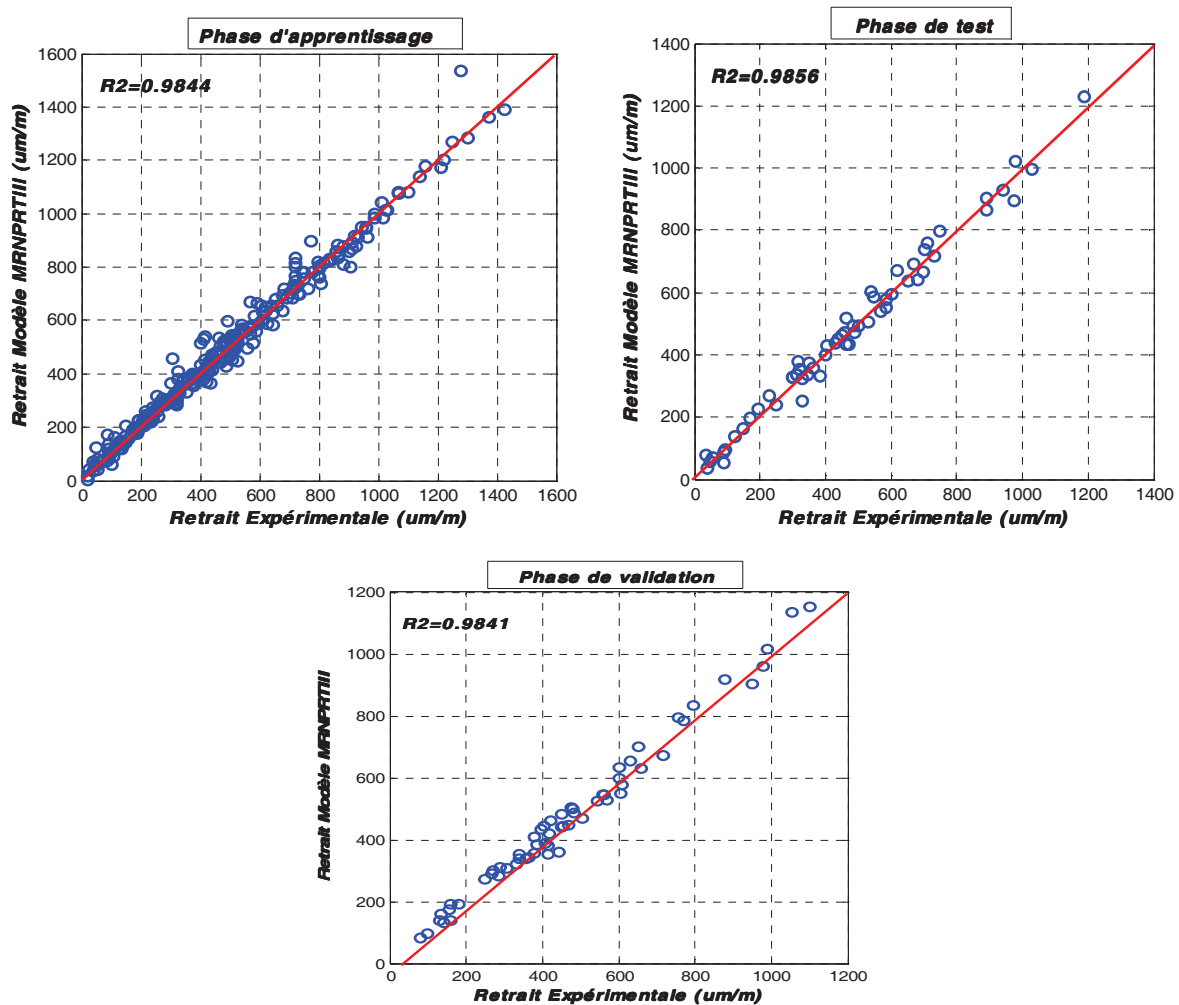


Fig. 3.22 : Performance du modèle *MRNPRTIII*.

En se basant sur ces résultats, le modèle *MNRPRTIII* donne des bonnes prévisions.

Nous constatons donc qu'il est possible de considérer des RNA différents en isolant un paramètre. Le nombre de données exploitées diminue mais pas la précision.

Ceci permet d'envisager une application de notre modèle aux nouveaux bétons.

On développera dans le sous chapitre suivant le Modèle Global du Fluage en suivant la même méthodologie et les mêmes démarches que pour la modélisation du retrait.

3.3.5.7 Modèle Global du Fluage

Les données sont divisées en trois parties (70% pour l'apprentissage, 15% pour le test et 15% pour la validation). Le tableau 3.17 récapitule l'ensemble des indications sur les paramètres requis et leurs plages de variations (selon la base de données de la RILEM sur le retrait et le fluage du béton).

Type de paramètres	Description	Plage de variation
Entrées	V/S : Volume / Surface exposée à l'air	$17.5mm \leq V / S \leq 200mm$
	HR : Humidité Relative	$20\% \leq HR \leq 100\%$
	t_c : L'âge au début du séchage	$t_c \geq 1$ jour
	t_0 : L'âge au début du chargement	$t_0 \geq t_c$ jour
	t : L'âge de début de mesure du fluage	$t \geq t_c$ jour
	Type de ciment	Ciment Type I, II et III
	C : Ciment	$289kg / m^3 \leq C \leq 564kg / m^3$
	W : Eau	$129kg / m^3 \leq W \leq 251kg / m^3$
	a : Agrégats	$1661kg / m^3 \leq a \leq 2110kg / m^3$
	S/a : Sable / Agrégat	$0.322 \leq S / a \leq 0.77$
	f_{cm28} : Résistance moyenne à la compression à 28 jours	$17.2MPa \leq f_{cm28} \leq 119MPa$
	E_{cm28} : Module d'élasticité à 28 jours	$12537MPa \leq E_{cm28} \leq 53200MPa$
E_{cm0} : Module d'élasticité au moment du chargement	$10554MPa \leq E_{cm0} \leq 47619MPa$	
Sortie	Fluage du béton F	Fluage ($um/m/MPa$)

Tableau 3.17 : Indicateurs utilisés – plage de variation.

Après plusieurs tentatives, l'algorithme de Levenberg-Marquardt s'avère ici aussi le plus efficace et le plus performant.

L'analyse des résultats obtenus lors des phases d'apprentissage, de test et de validation conduit à l'utilisation d'un réseau de taille RN 12-8-8-1 pour le modèle de prévision du fluage.

L'architecture (topologie) du réseau à rétropropagation adopté est montrée sur la Fig. 3.23.

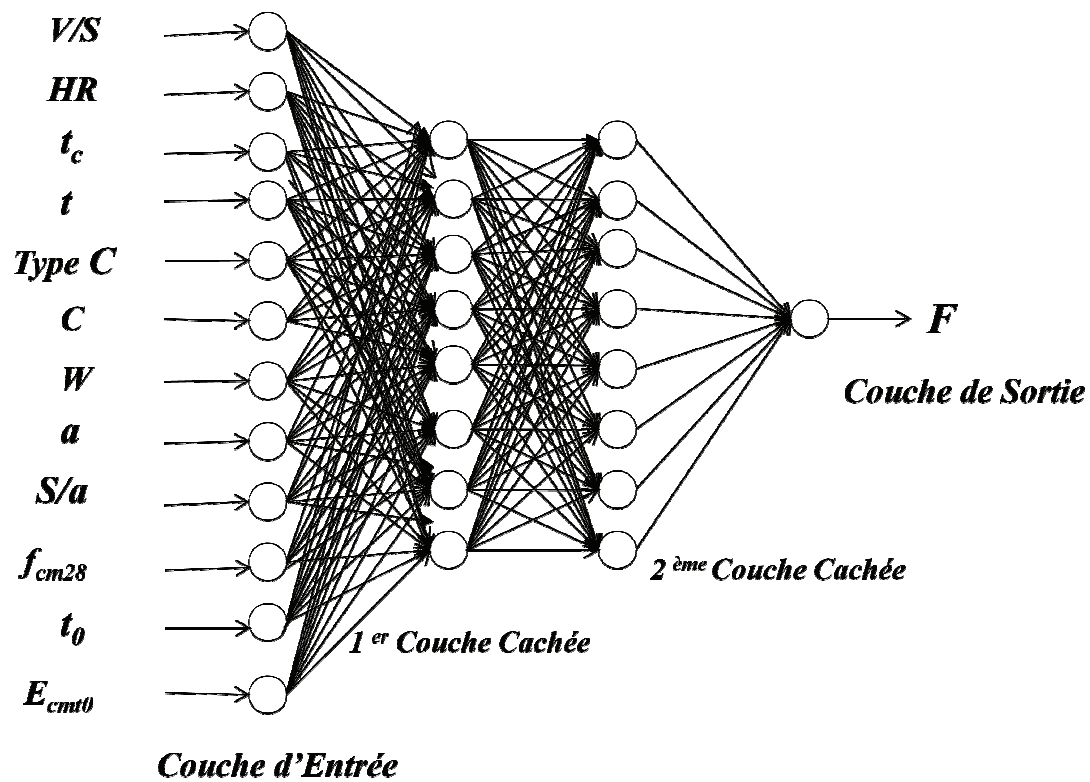


Fig. 3.23 : Architecture adoptée pour le Fluage.

Le tableau 3.18 et la Fig. 3.24 donnent les résultats des différentes phases d'application du modèle de réseau de neurones global de prévision du fluage *MRNGPF* (apprentissage, test et validation).

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
<i>MRNGPF</i> (12-8-8-1)	0.9621	0.0019	0.9631	0.0039	0.9642	0.0033

Tableau 3.18 : Performance du modèle Global *MRNGPF* (12-8-8-1).

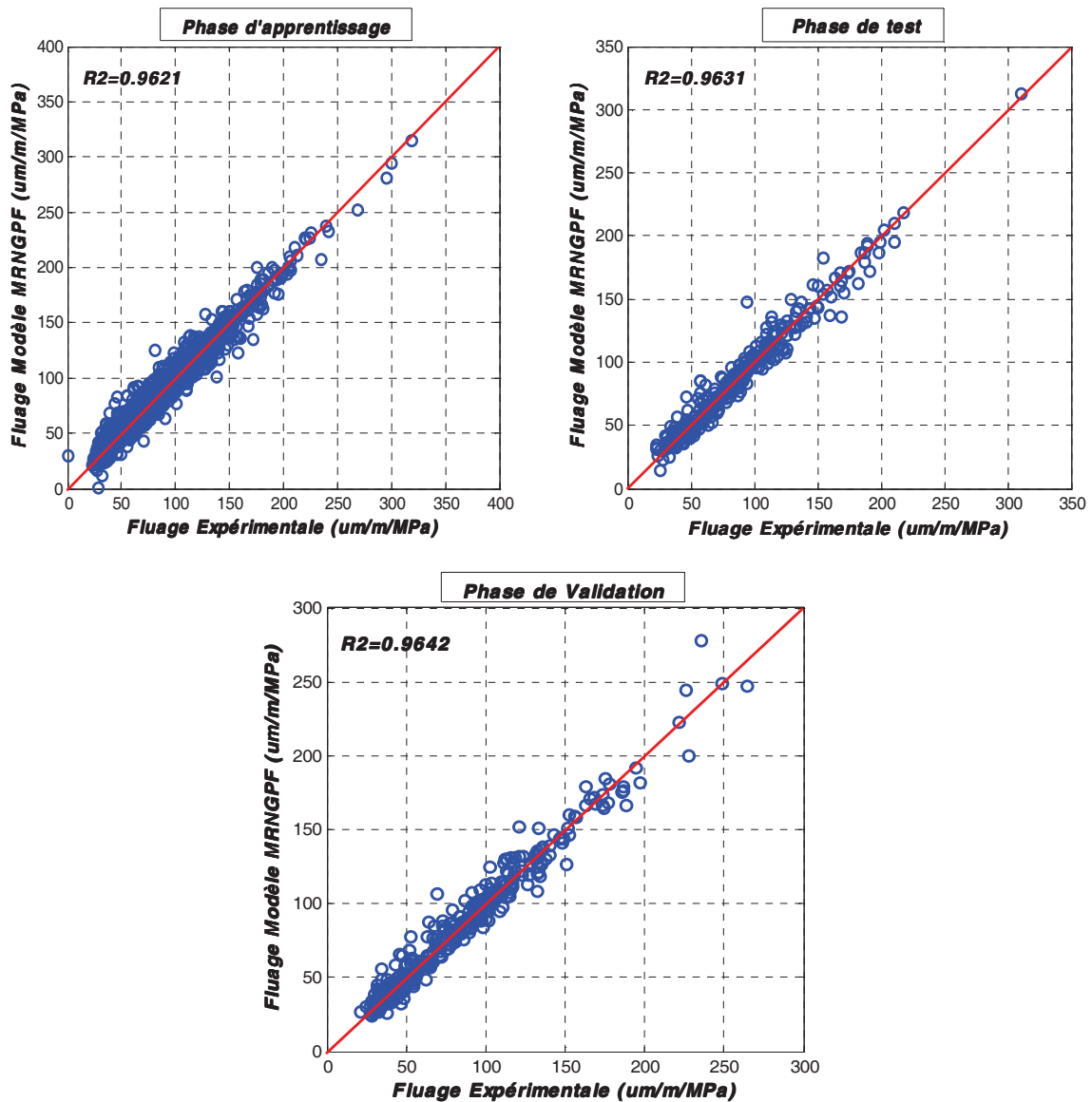


Fig. 3.24 : Performance du modèle Global MRNGPF (12-8-8-1).

3.3.5.8 Comparaison des prévisions du MRNGPF avec d'autres modèles de la littérature

La comparaison de notre modèle avec différents modèles et codes est donnée dans les figures suivantes :

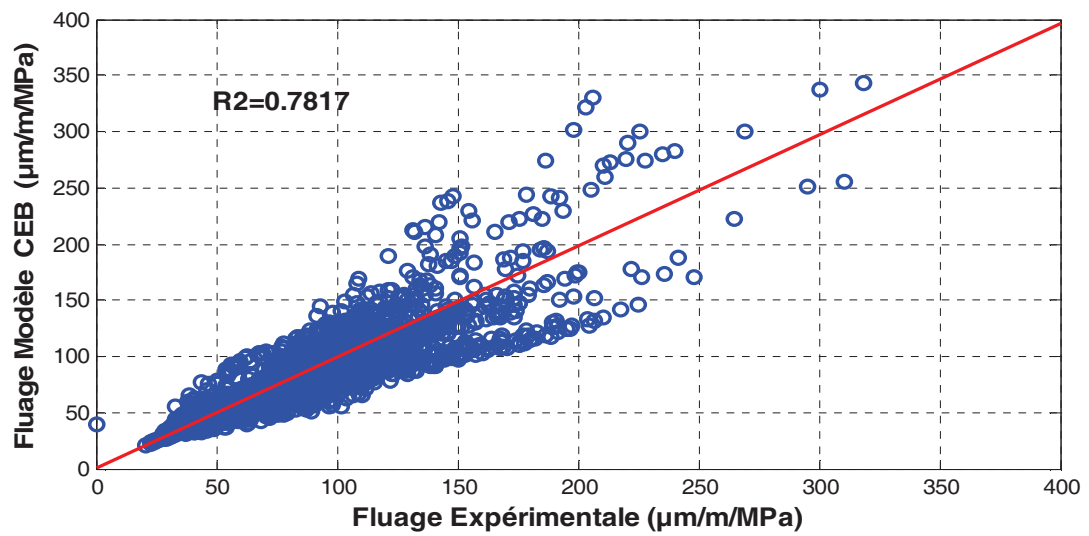
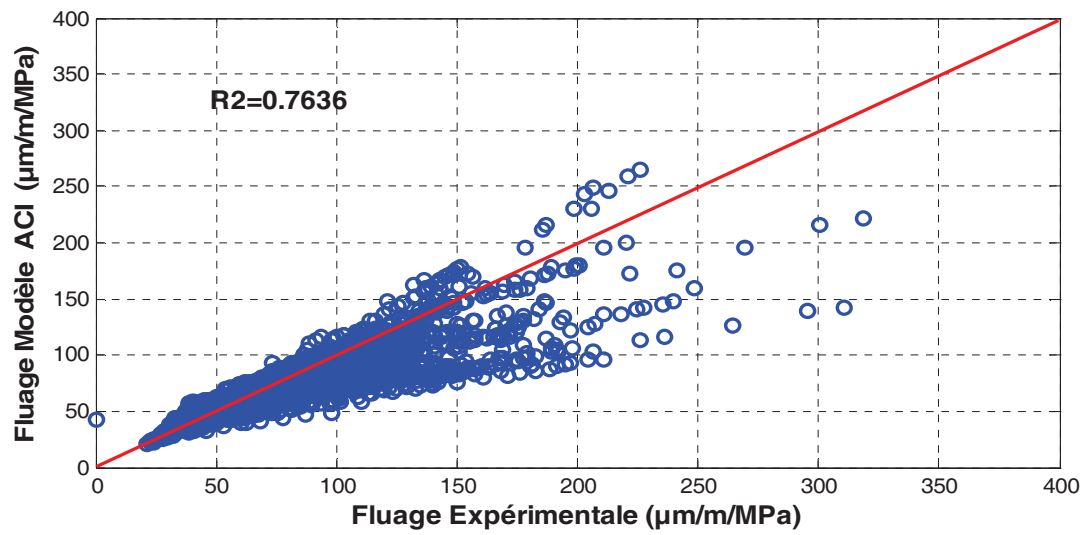
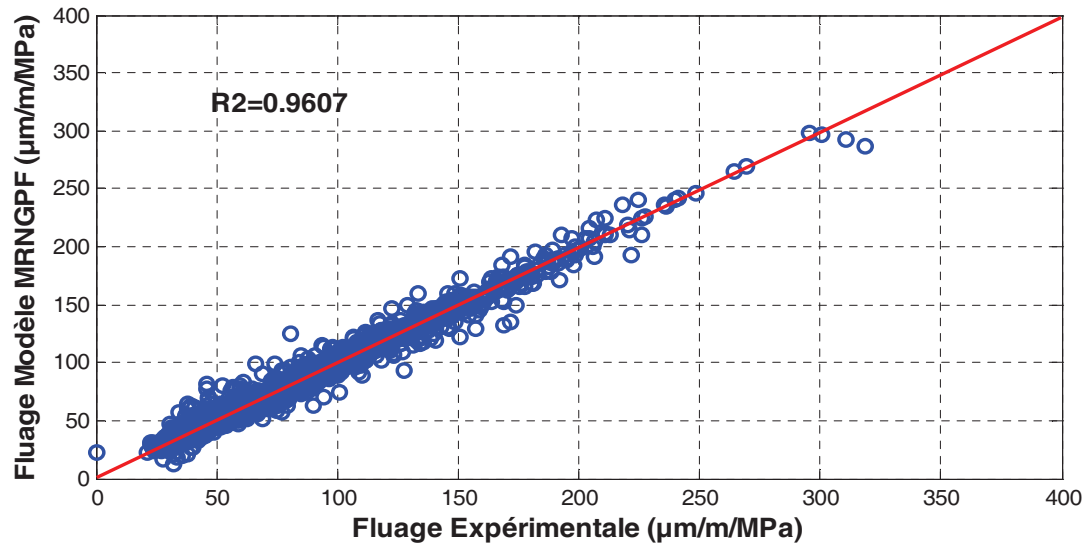


Fig. 3.25 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPF, ACI et CEB) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.

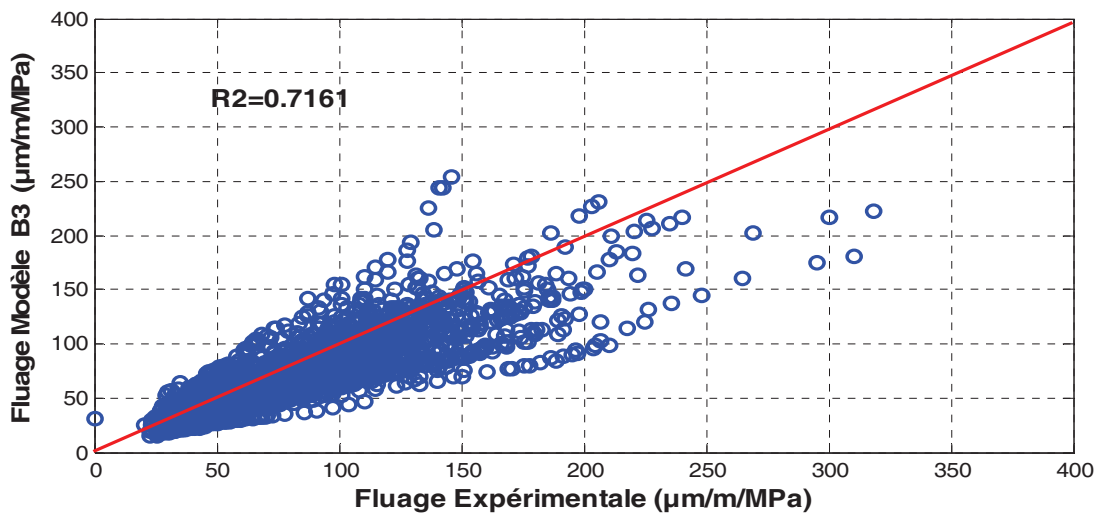
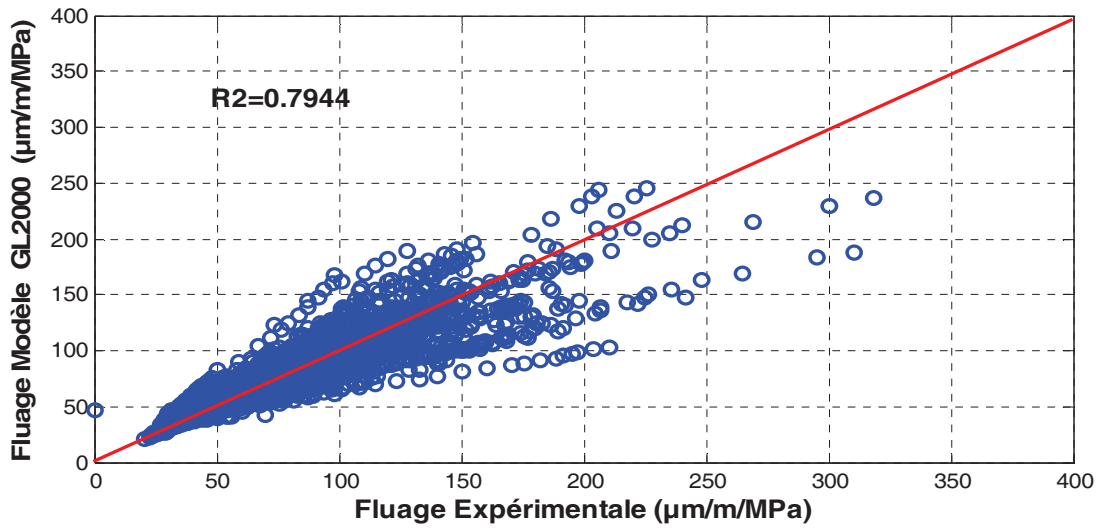
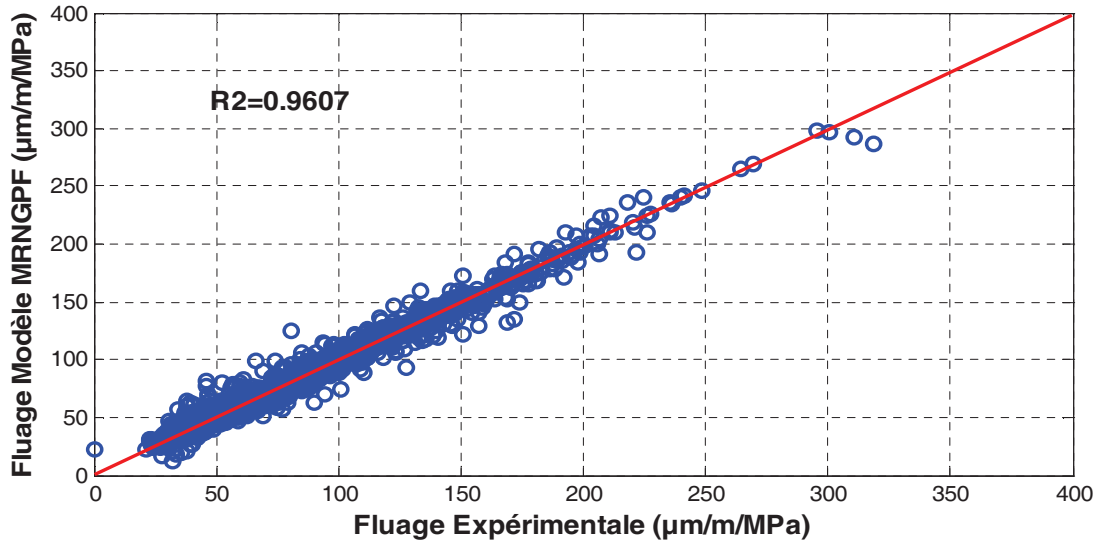


Fig. 3.26 : Comparaison entre les prévisions des modèles (MRNGPF, GL2000 et B3) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.

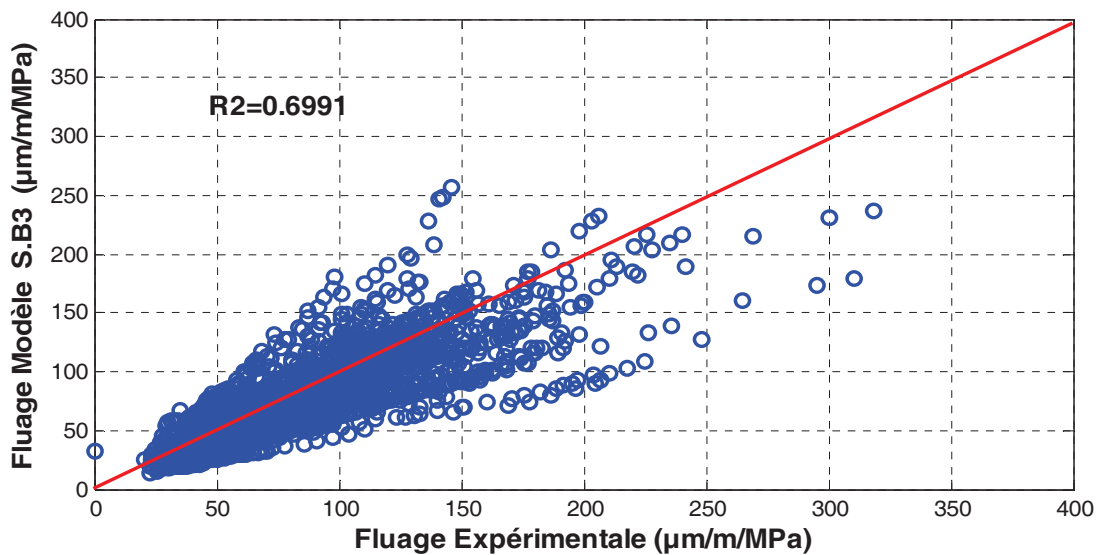
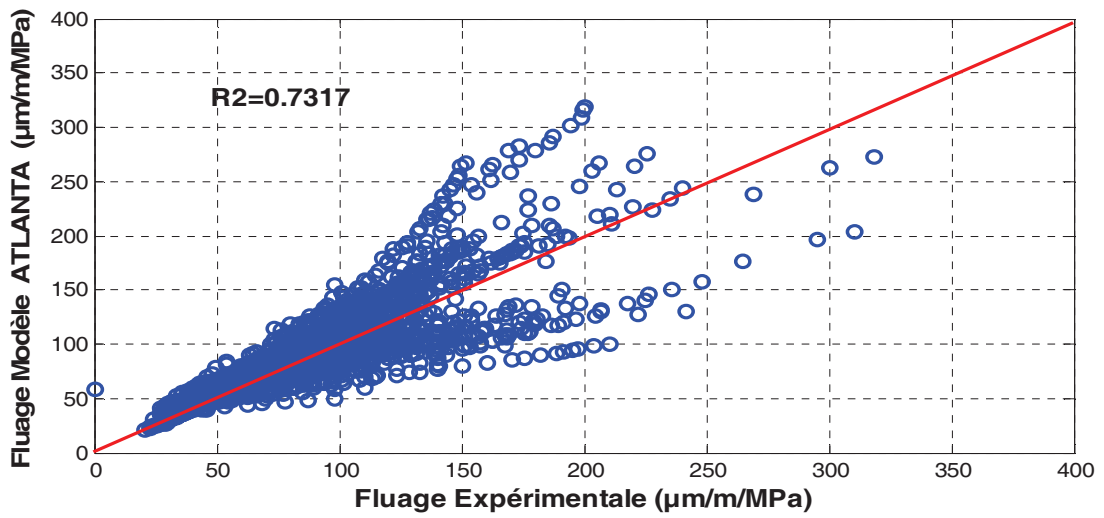
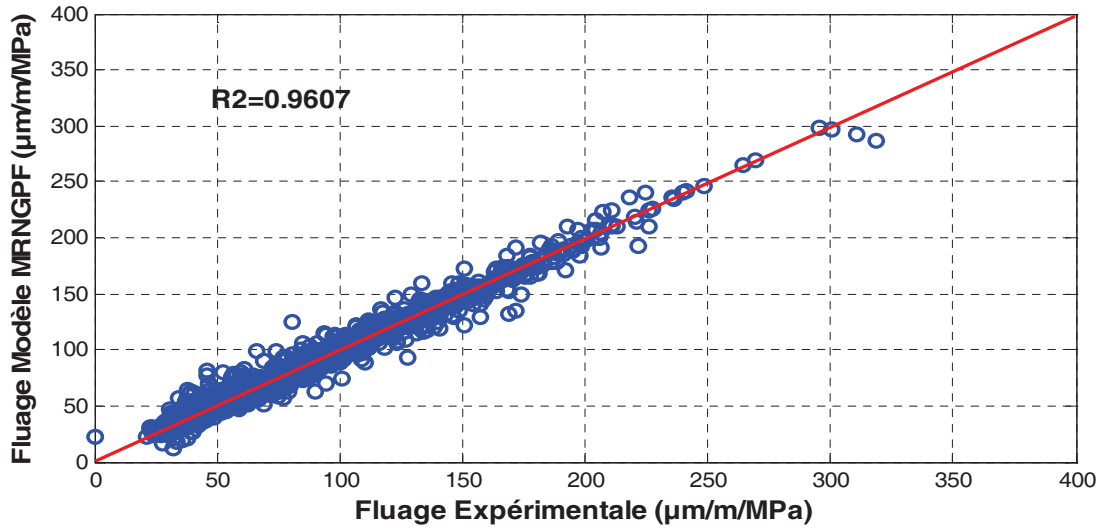


Fig. 3.27 : Comparaison entre les prévisions des modèles (*MRNGPF*, *ATLANTA* et *S.B3*) et les résultats expérimentaux réalisés par différents chercheurs.

Ces courbes montrent bien la concordance qui existe entre les résultats expérimentaux et ceux prévus par le modèle *MRNGPF*. Toutefois, un léger écart est observé sur quelques courbes au très jeune âge et aux âges avancés.

Le tableau 3.19 présente la comparaison des coefficients de corrélation entre les valeurs des résultats expérimentaux et ceux des différents modèles.

Modèles	Coefficients de corrélation	
	<i>R</i>	<i>R</i> ²
Modèle <i>MRNGPF</i>	0,9801	0,9607
Modèle <i>ACI</i>	0,8738	0,7636
Modèle <i>CEB</i>	0,8841	0,7817
Modèle <i>GL2000</i>	0,8913	0,7944
Modèle <i>B3</i>	0,8462	0,7161
Modèle <i>ATLANTA</i>	0,8554	0,7317
Modèle <i>S.B3</i>	0,8361	0,6991

Tableau 3.19 : Comparaison des coefficients de corrélations entre différents modèles.

Les modèles *MRNGPF*, *GL2000*, *CEB* et *ACI* donnent de bonnes corrélations avec les résultats expérimentaux.

3.3.5.9 Etude paramétrique

Les paramètres susceptibles d'influencer le fluage sont variés. Certains concernent la formulation du béton, d'autres l'environnement et les conditions de maturation.

Le but de cette étude paramétrique est de quantifier l'effet de certains de ces paramètres pouvant influencer l'évolution du fluage en utilisant le modèle de réseau de neurones développé (*MRNGPF*).

3.3.5.9.1 Influence de *V/S*

La Fig. 3.28 illustre l'effet du rapport *V/S* sur le fluage calculé pour différents âges du béton.

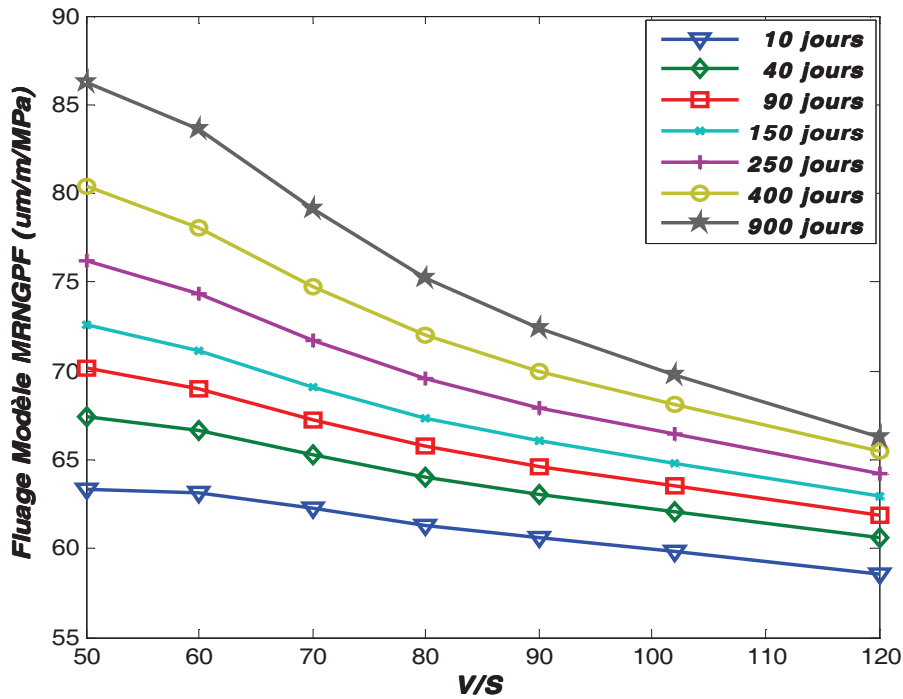


Fig. 3.28 : Effet du rapport Volume/ Surface (V/S) sur le fluage du béton à différents âges.

On remarque que plus le rapport V/S augmente, plus le fluage diminue. En fixant l'âge, on constate que le fluage diminue avec l'augmentation de V/S .

3.3.5.9.2 Influence de HR

L'humidité relative joue un rôle important sur l'ampleur du fluage final du béton. La Fig. 3.29 montre que pour HR inférieure à 60%, on a une diminution du fluage pour les différents âges. Par contre, pour HR supérieure à 60% on constate une petite augmentation puis une diminution du fluage pour les différents âges.

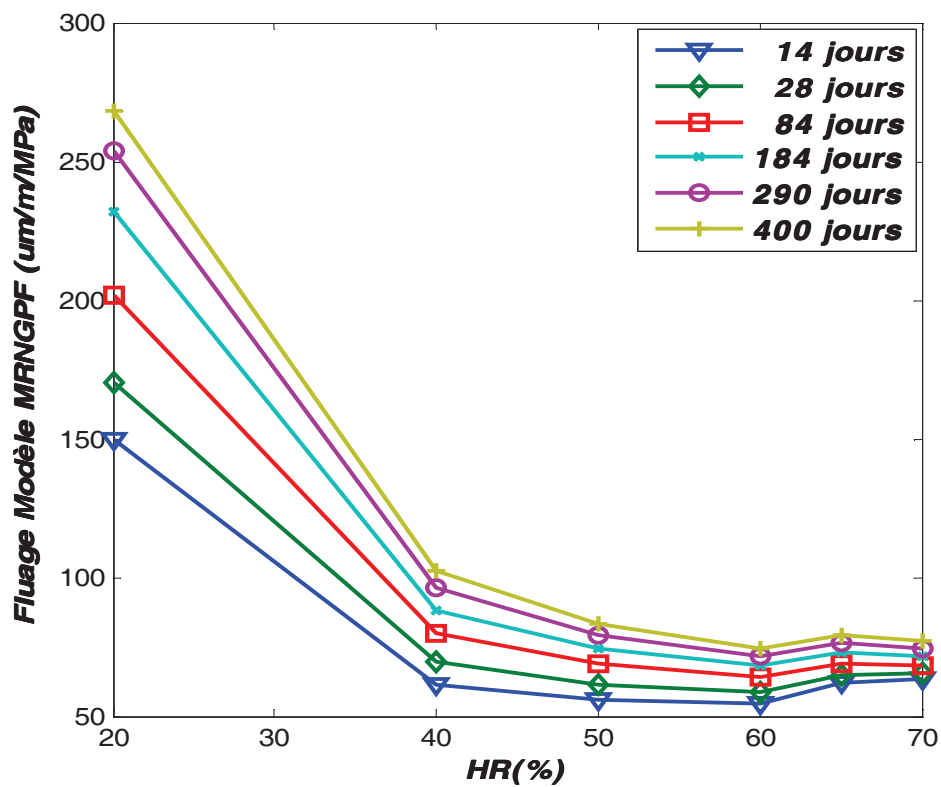


Fig. 3.29 : Effet de l'humidité relative (*HR*) sur le fluage du béton à différents âges.

3.3.5.9.3 Influence de l'âge de cure

La Fig. 3.30 montre l'effet de la cure sur le fluage. Pour les jeunes âges, l'augmentation de la durée de cure conduit à une diminution du fluage. Aux âges avancés, il y a une petite augmentation du fluage.

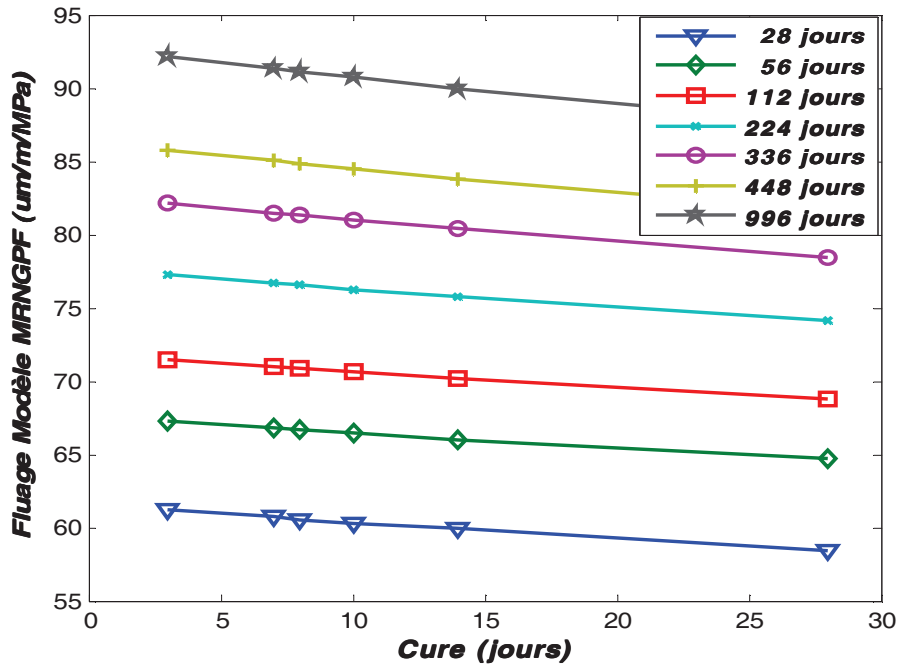


Fig. 3.30 : Effet de la durée de cure sur le fluage à différents âges.

3.3.5.9.4 Influence du rapport E/C

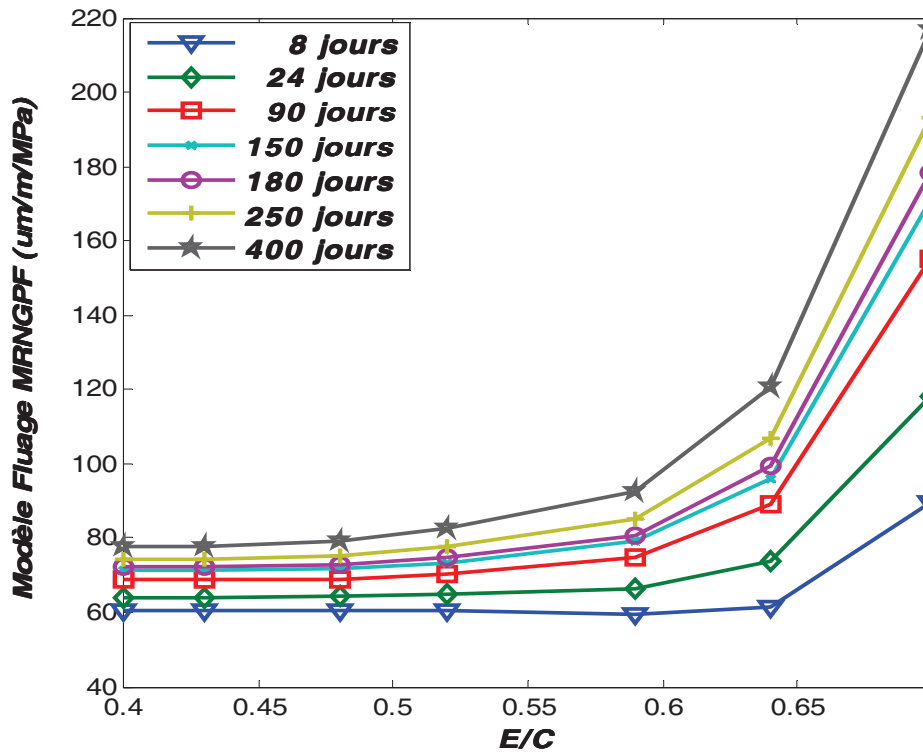


Fig. 3.31 : Effet du rapport Eau / Ciment (E/C) sur le fluage à différents âges.

L'augmentation du rapport E/C fait augmenter le fluage (Fig. 3.31).

3.3.5.9.5 Influence du rapport S/a

La Fig. 3.32 montre l'influence du rapport S/a. En augmentant le rapport S/a le fluage augmente, vu qu'il y a moins de granulats pour gêner les déformations.

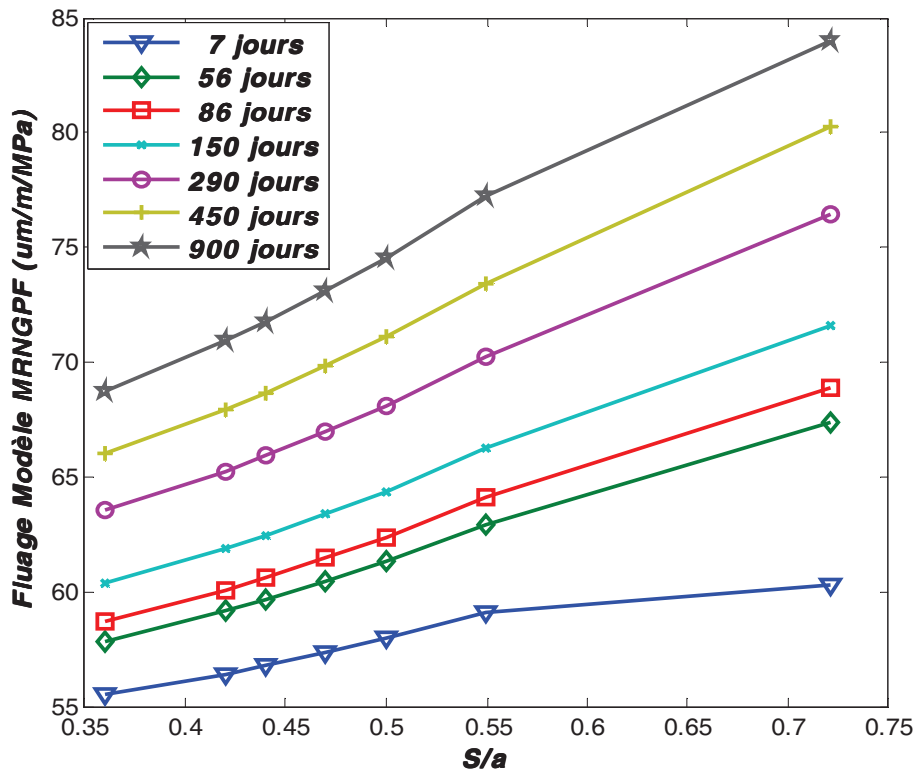


Fig. 3.32 : Effet du rapport Sable/agrégats (S/a) sur le fluage à différents âges.

3.3.5.9.6 Influence de l'âge de chargement

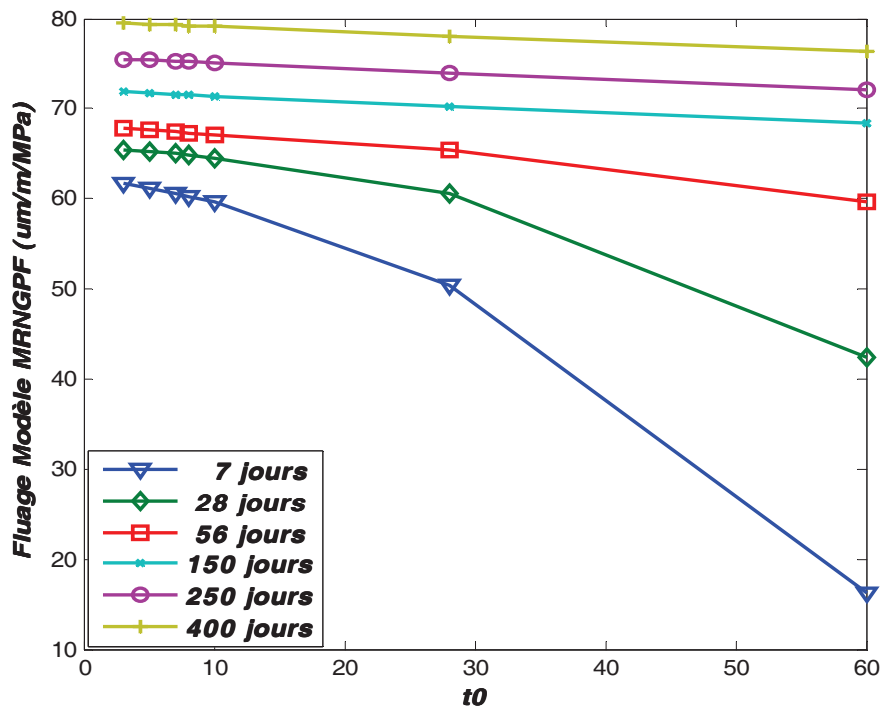


Fig. 3.33 : Effet de l'âge du début de chargement (t_0) sur le fluage à différents âges.

En augmentant l'âge du début de chargement, le fluage diminue (Fig. 3.33).

La généralisation du modèle *MRNGPF* permet donc de prendre en compte correctement l'influence des différents paramètres sur le fluage (V/S , HR , E/C , etc.), conformément à ce qui a été expliqué dans le 1^{er} chapitre.

Pour affiner la méthode des RNA, on a essayé de développer (générer) d'autres modèles considérant les différents types de ciment.

3.3.5.10 Modèle du fluage Type I (*MRNPFTI*)

Ce modèle a été développé pour des ciments type I selon la méthodologie et les démarches citées auparavant. On a pris pour cela toutes les données utilisant le ciment de type I. Le nombre des entrées devient alors 11 au lieu de 12.

Les simulations numériques ont permis de déterminer le réseau de neurones à adopter. Le choix final du réseau est RN 11-11-7-1. Le tableau 3.20 et la Fig. 3.34 donnent les résultats obtenus avec cette architecture.

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
MRNPFTI (11-11-7-1)	0.9570	0.0023	0.9355	0.0062	0.9618	0.0082

Tableau 3.20 : Performance du modèle MRNPFTI (11-11-7-1).

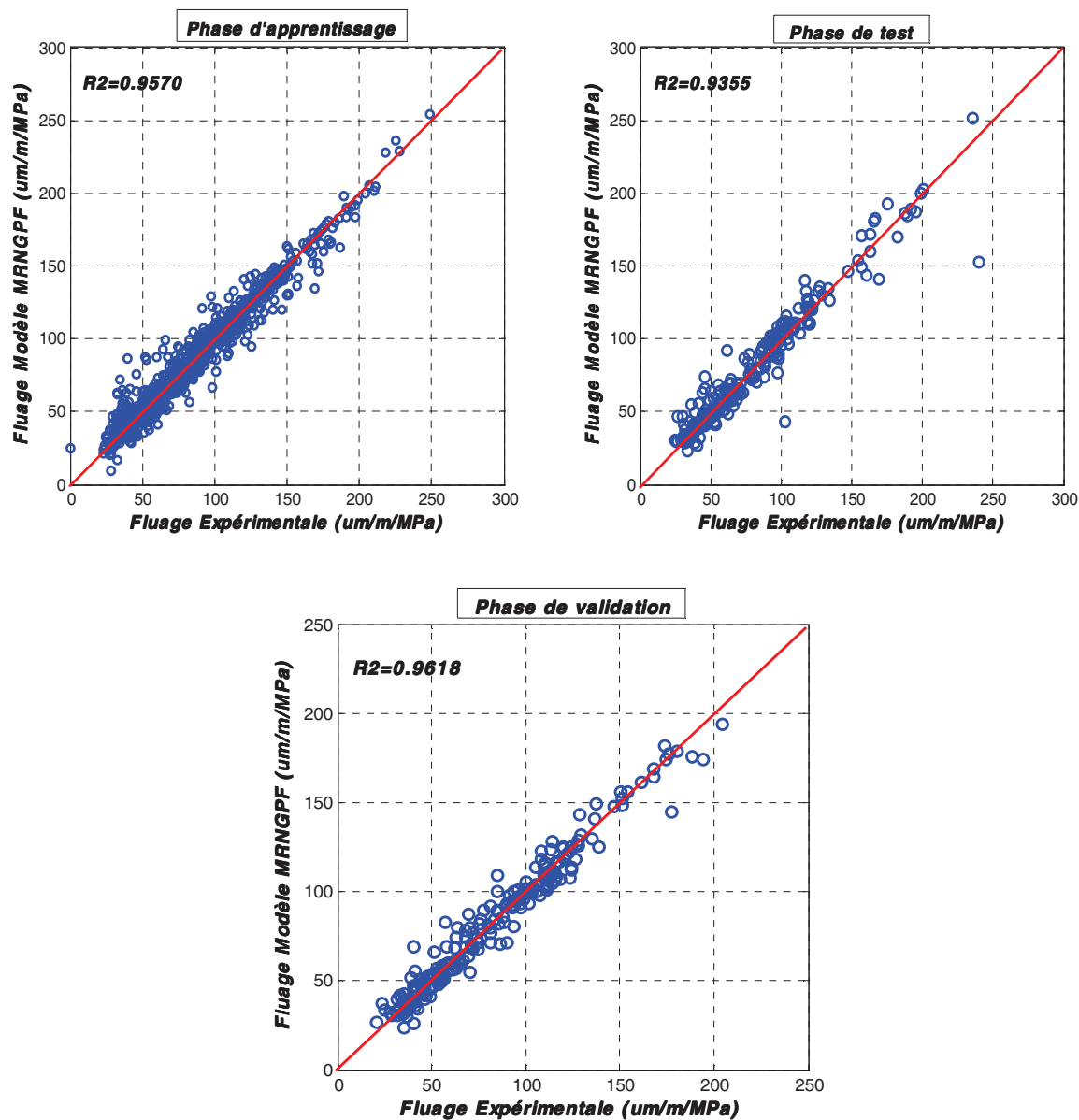


Fig. 3.34 : Performance du modèle MRNPFTI.

En se basant sur ces résultats, le modèle MRNPFTI donne des bonnes prévisions.

3.3.5.11 Modèle du fluage Type II (MRNPFTII)

Ce modèle a été développé pour des ciments type II selon la méthodologie et les démarches citées auparavant. On a pris pour cela toutes les données utilisant le ciment de type II. Le nombre des entrées devient 11 au lieu de 12. Après plusieurs tentatives, on a opté pour un réseau RN 11-11-7-1. Le tableau 3.21 et la Fig. 3.35 donnent les résultats obtenus avec cette architecture.

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
MRNPFTII (11-11-7-1)	0.9861	0.0015	0.9917	0.0088	0.9892	0.0044

Tableau 3.21 : Performance du modèle MRNPFTII (11-11-7-1).

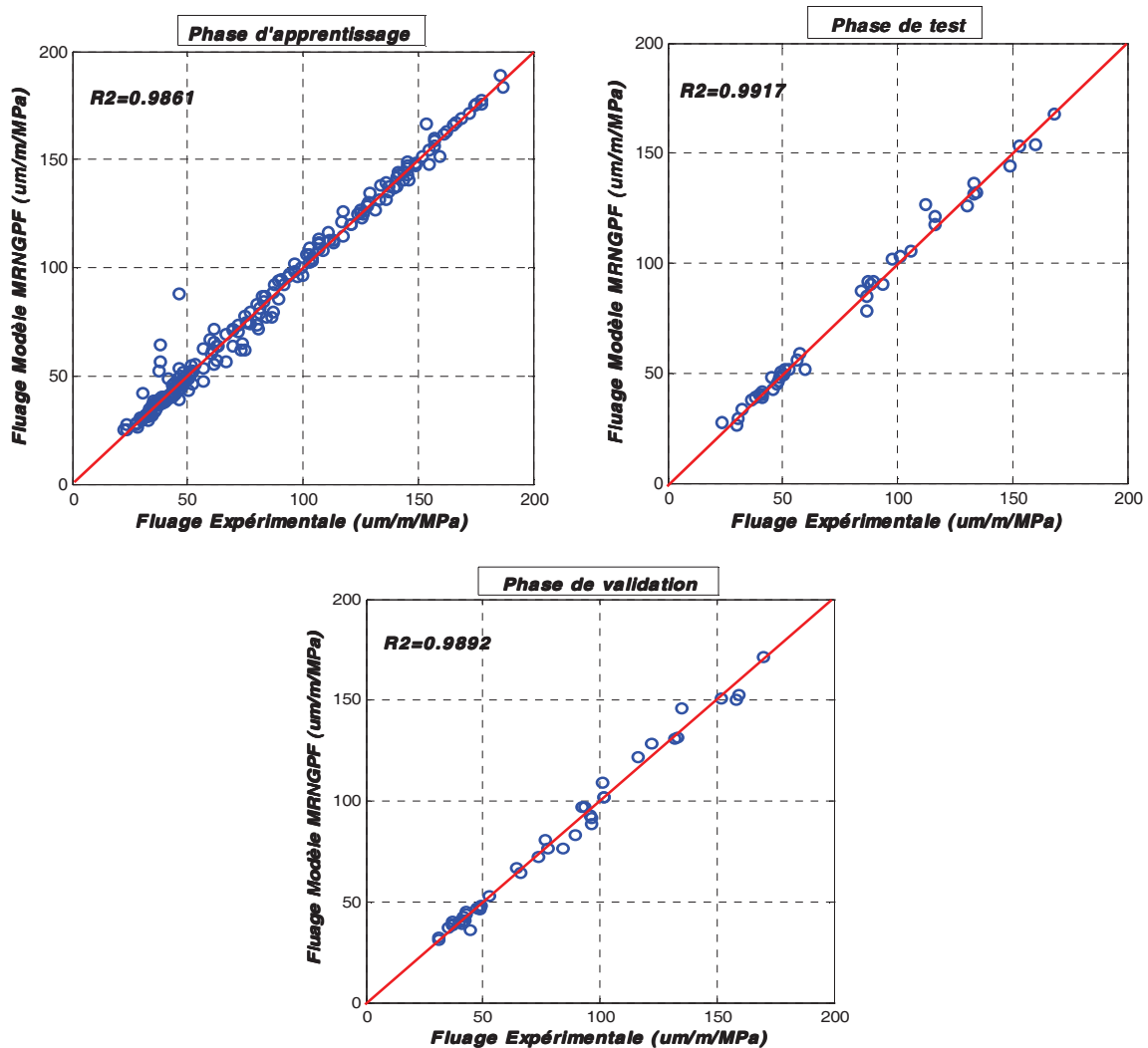


Fig. 3.35 : Performance du modèle MRNPFTII.

D'après ces courbes et ces résultats, le modèle *MNRPFTII* donne des bonnes prévisions.

3.3.5.12 Modèle du fluage Type III (*MRNPFTIII*)

Ce modèle a été développé pour des ciments type III selon la méthodologie et les démarches citées auparavant. Après plusieurs tentatives, on a opté pour un réseau RN 11-9-5-1. Le tableau 3.22 et la Fig. 3.36 donnent les résultats obtenus avec cette architecture.

Modèle RNA	Apprentissage		Test		Validation	
	R^2	MSE	R^2	MSE	R^2	MSE
<i>MRNPFTIII(11-9-5-1)</i>	0.9598	0.0012	0.9691	0.0033	0.9642	0.0110

Tableau 3.22 : Performance du modèle *MRNPFTIII* (11-9-5-1).

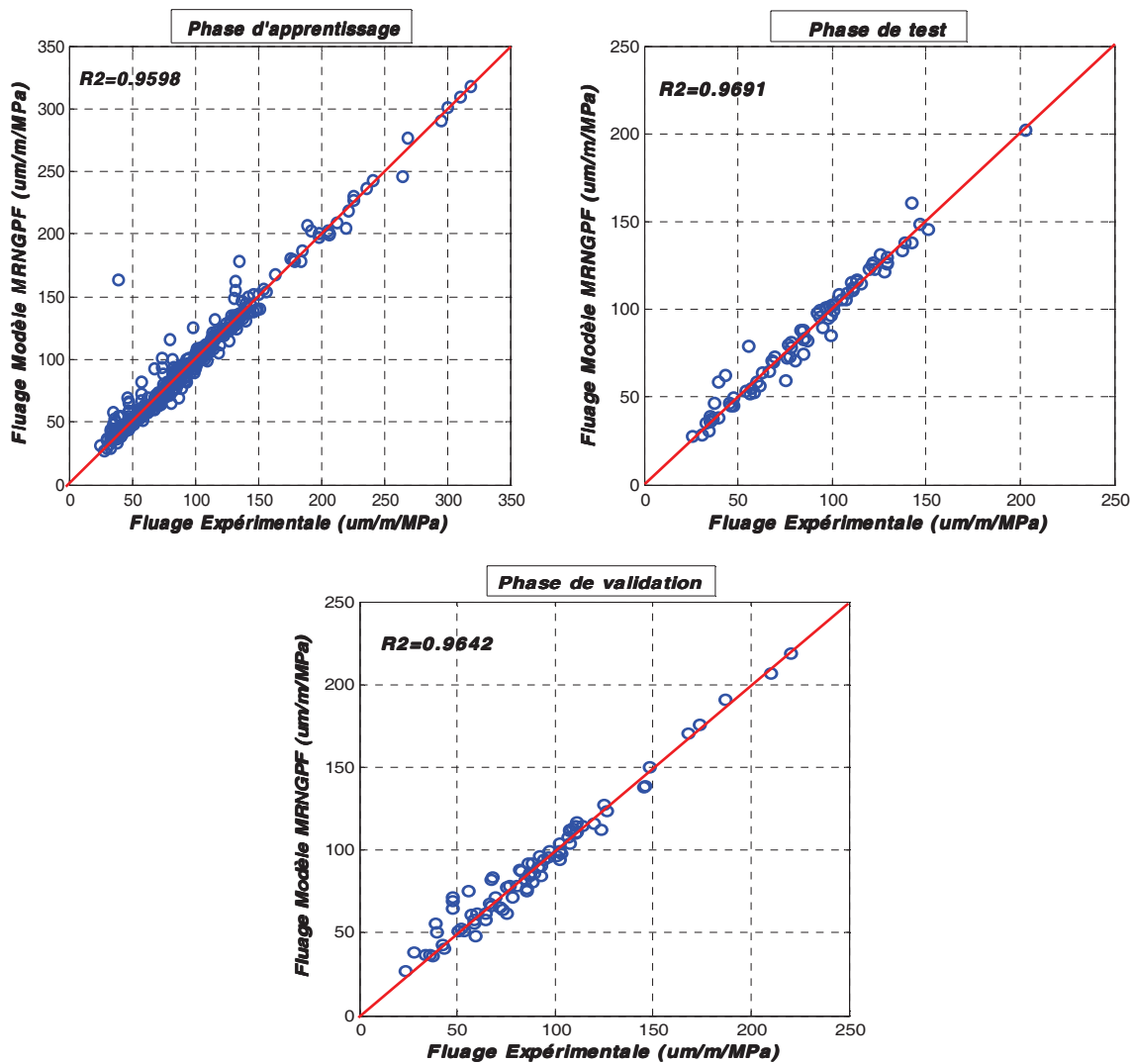


Fig. 3.36 : Performance du modèle *MRNPFTIII*.

En se basant sur ces résultats, le modèle *MNRPFTIII* donne des bonnes prévisions.

Nous constatons donc qu'il est possible de considérer des RNA différents en isolant un paramètre. Le nombre de données exploitées diminue mais pas la précision.

Ceci permet d'envisager une application de notre modèle aux nouveaux bétons.

3.3.6 Conclusion

Cette étude a permis d'aboutir à un modèle décrivant l'évolution des variations dimensionnelles des bétons dues au retrait et au fluage. Les modèles *MRNGPR* et *MRNGPF* présentent l'avantage de prendre en considération tous les paramètres influant le retrait et le fluage. Nous avons réussi à mettre en œuvre d'autres modèles pour différents types de ciment. Ceci permet d'étendre l'application aux nouveaux bétons.

3.4 Conclusion

La technique des réseaux de neurones présente l'avantage de pouvoir traiter un nombre illimité de paramètres caractéristiques du phénomène à la différence des méthodes statistiques.

Elle est d'un usage croissant en Génie Civil, et nous avons montré sa puissance dans ce chapitre.

Chapitre 4 Base de données pour le retrait et le fluage du béton

Chapitre 4 - Base de données

Le travail présenté dans les chapitres précédent s'appuie des ensembles de données expérimentales. Pour faciliter ce travail nous avons développé une base de données structurée, qui est présentée dans ce chapitre.

4.1 Introduction

Une base de données (BD, Data Base) est un système (entité) dans laquelle il est possible de stocker des données (ensemble d'informations) de façon structurée et avec le moins de redondance possible. Ces données doivent pouvoir être utilisées par des programmes et par des utilisateurs différents. Ainsi la notion de base de données est généralement couplée à celle de réseau, afin de pouvoir mettre en commun ces informations, d'où le nom de base. On parle généralement de système d'information pour désigner toute la structure regroupant les moyens mis en place pour pouvoir partager des données. La BD permet de mettre les données à la disposition d'utilisateurs pour une consultation, une saisie ou bien une mise à jour, tout en s'assurant des droits accordés. Cela est d'autant plus utile que les données informatiques sont de plus en plus nombreuses. L'avantage majeur de l'utilisation des BD est la possibilité de pouvoir être accessible par plusieurs utilisateurs simultanément. Ce type de base est appelée répartie ou distribuée (Fig. 4.1).

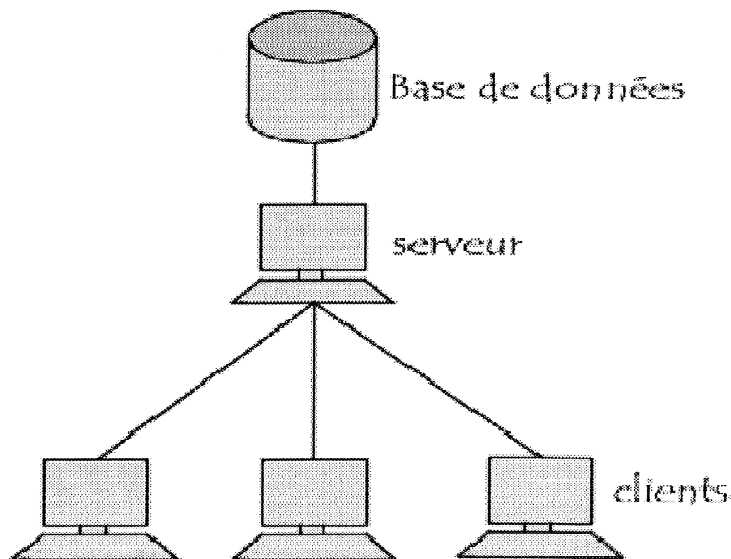


Fig. 4.1 : BD Réparties.

Actuellement, plusieurs BD sont développées dans le domaine de génie civil (Portier et al. 1997, Seible et Hose 2000, Mestat 2001, Chavez et al. 2005). Une partie concerne la recherche sur la composition et les propriétés mécaniques de matériaux tels que le béton à haute performance, les propriétés des granulats des bétons, et le ciment portland produit en Amérique du Nord (William et Chi 1991, Erdogan et al. 2006, Oland et Ferrais 2000). Les BD représentent actuellement un élément fondamental pour l'exécution de tout modèle, et elles sont intégrées dans des systèmes incorporant des techniques d'intelligence artificielle ou autres dans le but de développer des BD Intelligentes ou Déductives (BDD) (Meo et al. 2004). La BD décrite dans ce chapitre concerne les déformations différées des bétons provenant de différentes sources dans le monde.

Le but de ce programme est la récolte et l'organisation des informations (bibliographiques et numériques) existantes sur les déformations différées des bétons (retrait et fluage). De plus des données expérimentales publiées dans le futur pourront également être introduites.

4.2 Gestion des BD

Le contrôle des données ainsi que des utilisateurs fait l'objet de la création d'un système de gestion. Ce système de gestion de la BD (SGBD) est un ensemble de services (applications logicielles) permettant de gérer les BD, c'est-à-dire :

- Permettre l'accès aux données de façon simple.
- Autoriser un accès aux informations à de multiples utilisateurs.
- Manipuler les données présentes dans la base de données (insertion, suppression, modification).

Le SGBD peut se décomposer en trois sous-systèmes, un système de gestion de fichiers, un SGBD interne, et un SGBD externe. Le système de gestion de fichiers permet le stockage des informations sur un support physique, le SGBD interne gère l'ordonnancement des informations, alors que le SGBD externe représente l'interface avec l'utilisateur.

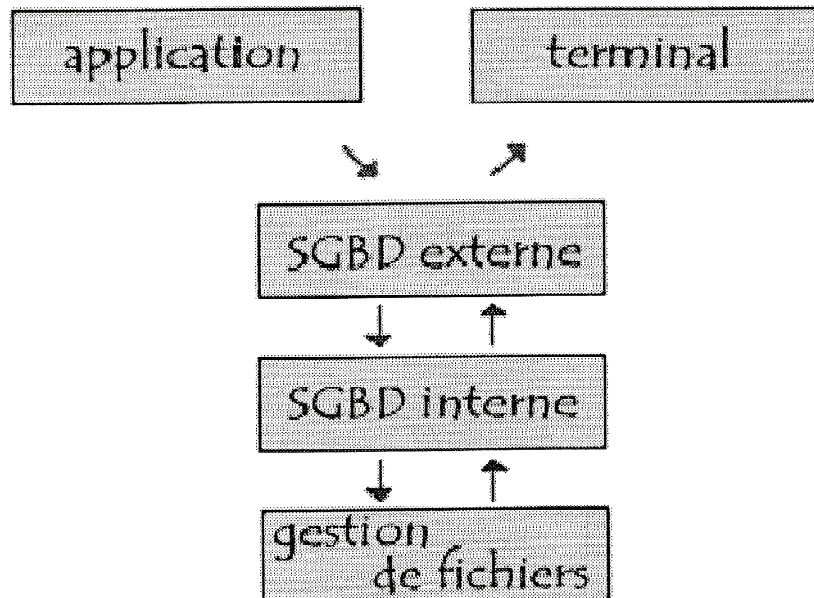
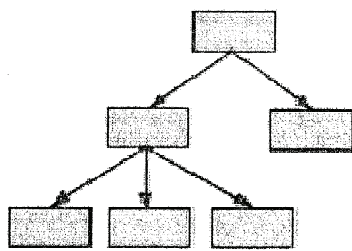
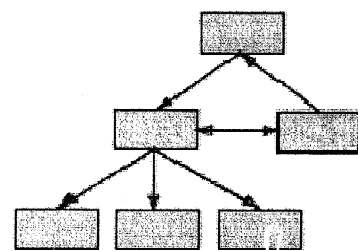


Fig. 4.2 : Gestion de BD.

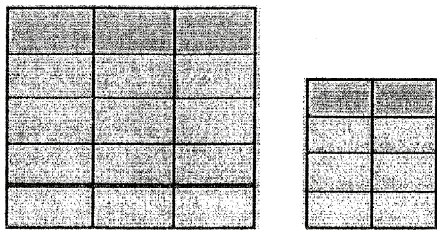
Il existe cinq modèles de SGBD, différenciés selon la représentation des données : hiérarchique, réseau, relationnel, déductif, et objet (Fig. 4.3). Dans le modèle hiérarchique, les données sont classées hiérarchiquement, selon une arborescence descendante. Il s'agit historiquement du premier modèle de SGBD. Cette structure n'est plus arborescente dans le sens descendant dans le modèle réseau. Dans le modèle relationnel (SGBDR), les données sont enregistrées dans des tableaux à deux dimensions (lignes et colonnes). De même pour le modèle déductif, mais leur manipulation se fait par le calcul de prédicats. Le stockage des données se fait sous forme d'objets, c'est-à-dire de structures appelées classes présentant des données membres dans le modèle objet.



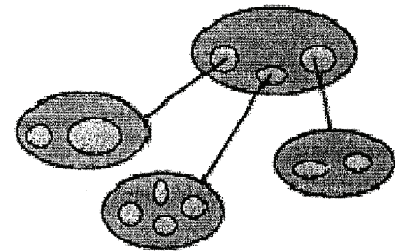
Modèle Réseau



Modèle Hiérarchique



Modèle Relationnel



Modèle Objet

Fig. 4.3 : Modèles de SGBD.

Le regroupement des données dans une BD gérée par de tels systèmes apporte de nombreux avantages dans leur conception (Brodie 2007).

A la fin des années 90, les bases relationnelles sont devenues les plus répandues.

4.3 Langage et la conception de la BD

Ils existent plusieurs langages pour les BD (SQL Structured Query Language, QBE Query By Example, OQL Objet Query Language, etc.). Le plus connu est le langage de requête structurée (SQL). Le SQL est un langage de définition, de manipulation, et de contrôle de données dans une table d'une BD relationnelle.

Une bonne conception conduit à un système de BD efficace. Généralement la conception d'une BD, implique trois étapes fondamentales :

- Analyse des documents : Construction du dictionnaire des données.
- Structuration du dictionnaire de données : détermination des entités et associations.
- Mise en relation des entités : Schéma des données.

La première étape consiste à réunir tous les documents représentatifs (données élémentaires que l'on appelle des attributs ou des champs) des données que l'on souhaite utiliser dans un

dictionnaire de données. Dans la deuxième étape les informations contenues dans le dictionnaire de données doivent être structurées en « paquets » homogènes sous forme d'entités, d'associations, de tables dans lesquels la répétition (redondance) d'informations doit être minimale. La dernière étape consiste à mettre en relation les entités et associations trouvées dans l'étape précédente afin de construire la structure générale des données appelée schéma des données. La mise en relation des entités se fait par l'intermédiaire des attributs qu'elles possèdent en commun.

Actuellement, il existe des directives à l'usage des réalisateurs et concepteurs de base de données pour favoriser leur conformité aux normes (Kaetzel et Galler 1997, ACI Committee 126 1999, Oland et Ferraris 2000) et aux langages spécifiques (Audibert 2008).

Le processus de développement et la sélection des normes d'une BD sur les propriétés du béton selon ASTM E49 et ACI 126 est montré sur la Fig. 4.4.

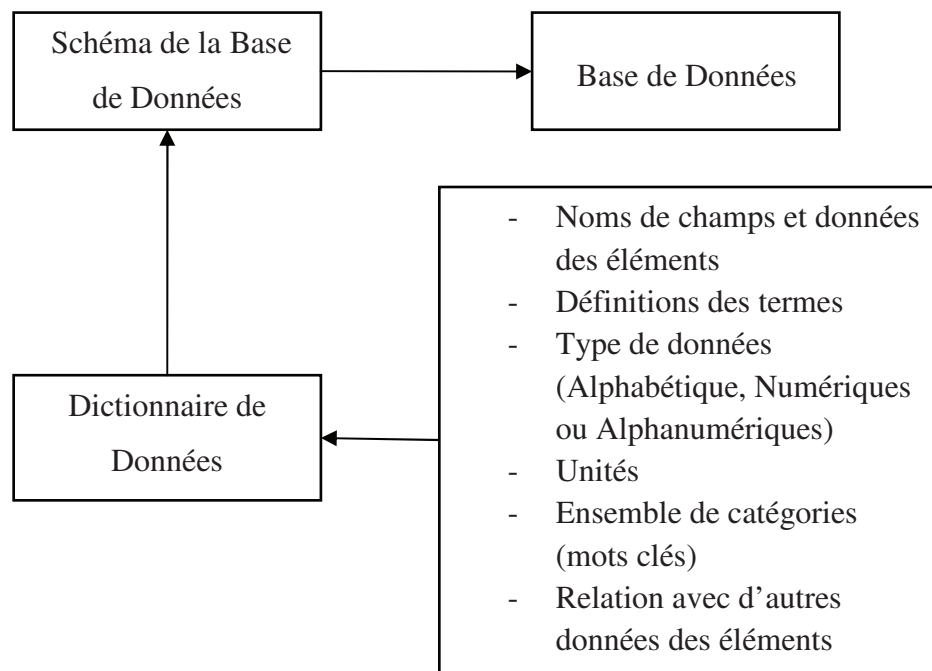


Fig. 4.4 : Processus de développement d'une BD (Oland et Ferraris 2000).

D'après la Fig. 4.4 un système de BD contient une description de sa structure sous forme de dictionnaire de données et de schéma de données, où le dictionnaire de données est un guide de l'information dans une BD et le schéma de BD fournit une perspective, c'est-à-dire une manière de voir l'information dans la BD.

4.4 Conception de la BD pour le Retrait et le Fluage des Bétons (BDRFB)

4.4.1 Objectifs

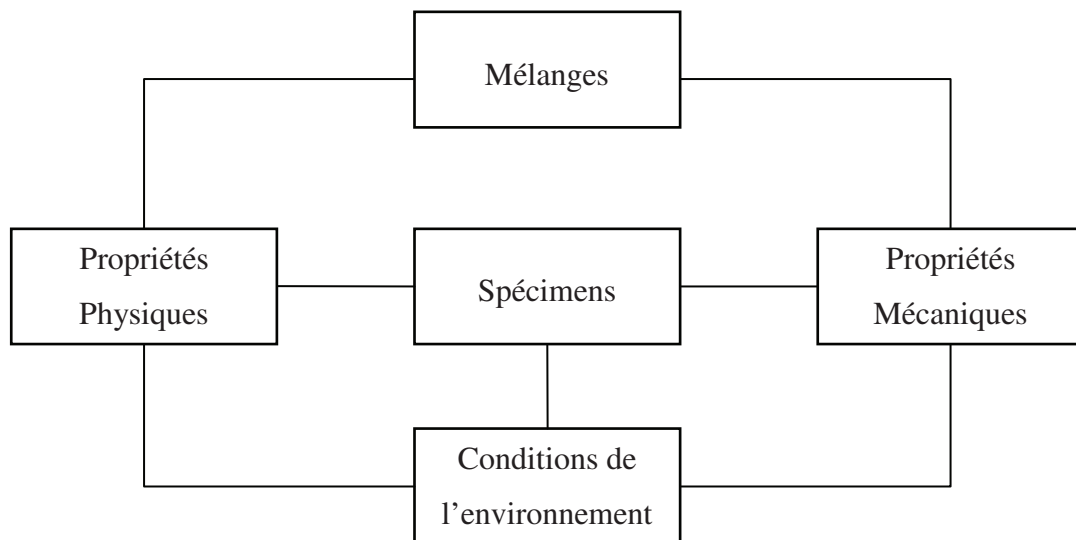
La base de données comprend la représentation et l'échange des données de retrait et de fluage ainsi que les proportions et propriétés des mélanges des bétons en vue des utilisations suivantes :

- Collecte et synthèse de données concernant les déformations différées des bétons de différentes sources (Thèses, Articles de journaux, Documents et Ouvrages, etc.) ;
- Consultation de la BD par des sujets de domaines (mots clés) ;
- Mise à jour rapide des données ;
- Fourniture facile pour que l'utilisateur manipule les données ;
- Création, échange et interprétation des données sur les bétons de différentes sources qui permettent à l'utilisateur d'obtenir une compréhension des changements dans leurs propriétés à des périodes différentes.

L'intégration de données venant de sources différentes pose immédiatement le problème de la traçabilité des données (références) et surtout de la cohérence interne. Une attention particulière est alors consacrée à la méthodologie de sélection et d'intégration de données.

4.4.2 Modèle Conceptuel

Le modèle relationnel est caractérisé par sa simplicité de structure et sa facilité de modification. En conséquence, ce modèle a été choisi pour développer le modèle conceptuel (Model Entité-Relation) de la BDRFB représenté sur la Fig. 4.5.



Attributs

Mélanges	Conditions de l'environnement	Spécimens	Propriétés Mécaniques	Propriétés Physiques
<ul style="list-style-type: none"> - Ciment - Agrégats - Sable - Eau - Ajout - Adjuvants - Etc. 	<ul style="list-style-type: none"> - Humidité Relative - Temps de cure - Type de cure - Etc. 	<ul style="list-style-type: none"> - Forme de Spécimen - Type de Spécimen - Etc. 	<ul style="list-style-type: none"> - Résistance à la compression - Module d'Elasticité - Fluage - Etc. 	<ul style="list-style-type: none"> - Retrait - Fluage - Etc.

Fig. 4.5 : Modèle Entité-Relation de la **BDRFB**.

4.4.3 Structure de la **BDRFB**

La structure de la BDRFB contient deux parties, chacune avec une fonction distinctive.

La première partie incorpore une Base de Données Secondaire de Recherche (BDSR) qui contient les informations texte des différents documents et articles publiés. Sa structure est semblable à une BD bibliographique. La deuxième partie incorpore une Base de Données Secondaire Numérique (BDSN) qui contient les données numériques contenues dans les articles (ou d'autres BD).

La Fig. 4.6 montre les entités-relations pour les deux bases de données secondaires.

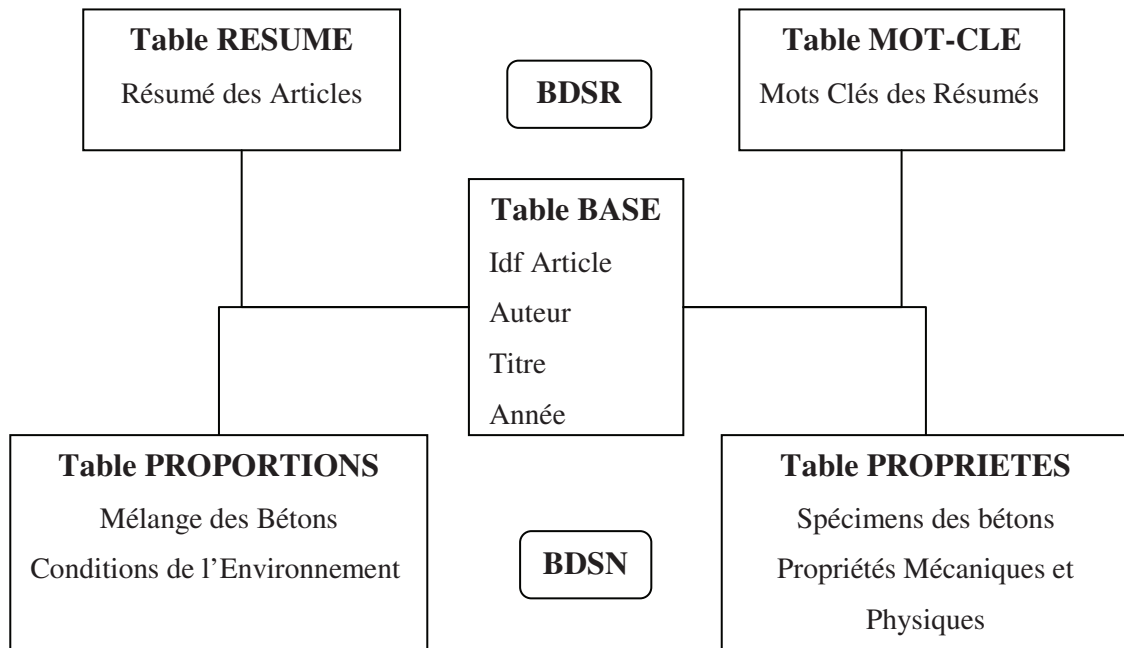


Fig. 4.6 : Structure des Tables de la **BDRFB**.

Le programme de BDRFB contient un total de cinq tables. Une brève description de chaque table est donnée ci-dessous.

La **Table BASE** contient des informations de base sur chaque document telles que l'identificateur de l'article, le nom de l'auteur, le titre de l'article, et l'année de la publication. Sa clef primaire est une colonne des numéros d'identification des articles.

La **Table RESUME** contient le texte des résumés de chaque document. Sa clef primaire se compose des numéros d'identification d'article et de résumé.

La **Table MOT-CLE** contient les mots-clés des résumés de chaque document. Sa clef primaire se compose des numéros d'identification d'article et de résumé.

La **Table PROPORTIONS** contient l'information sur les proportions des mélanges des bétons et les conditions de l'environnement pour chaque mélange. Sa clef primaire se compose des numéros d'identification d'article, de spécimens, et de mélange.

La **Table PROPRIETES** contient l'information sur les spécimens utilisés et les propriétés (Mécaniques et Physiques) désirées correspondantes. Sa clef primaire se compose des numéros d'identification d'article, de spécimen, et de mélange.

Le tableau 4.1 montre le nom, l'explication, le type et le format de chaque champ de la BDRFB.

Nom de table	N°	Nom du champ	Format du champ	Explication
BASE	0	BS_ID_ART	N	Identificateur d'article
	0	AUT	C	Nom de l'auteur
	0	TITRE	C	Titre de l'article
	0	ANNEE	N	Année de publication
RESUME	0	RS_ID_ART	N	Identificateur d'article
	0	N_RSM	N	N° d'article
	0	RSM_ART_TXT	A	Résumé de l'article
MOT_CLE	0	MC_ID_ART	N	Identificateur d'article
	0	N_RSM	N	N° d'article
	0	MOT_CLE	A	Mots clés d'article
PROPORTION	1	A_ID_ART	N	Identificateur d'article
	2	A_ID_SPEC	N	Identificateur de spécimens
	3	A_ID_MEL	N	Identificateur de mélange
	4	TP_CMT	A	Type de ciment
	5	QTE_CMT	N	Quantité de ciment
	6	QTE_EAU	N	Quantité d'eau
	7	QTE_AGR	N	Quantité d'agrégats
	8	RAPP_S_A	N	Rapport sable/agrégats
	9	RAPP_E_C	N	Rapport eau/ciment
	10	TP_AM	A	Type d'ajout minéral
	11	QTE_AM	N	Quantité d'ajout minéral
	12	TP_ADCHM	A	Type d'adjuvant chimique
	13	QTE_ADCHM	N	Quantité d'adjuvant chimique
	14	TM_CUR	N	Temps de cure
	15	TEMP_CUR	N	Température de cure
	16	VAL_HR	N	Valeur d l'Humidité Relative
PROPRIETES	17	B_ID_ART	N	Identificateur d'article
	18	B_ID_SPEC	N	Identificateur de spécimens
	19	B_ID_MEL	N	Identificateur de mélange
	20	TP_SPEC	A	Type de spécimen
	21	FR_SPEC	A	Forme de spécimen
	22	RAPP_V_S	N	Rapport Volume/Surface
	23	AGE_TST	N	Age de test
	24	AGE_BEC	N	Age du béton au chargement
	25	VAL_MEJ	N	Valeur du Module d'Elasticité à 28 jours
	26	VAL_CEC	N	Valeur du Module d'Elasticité au chargement
	27	RC_VAL	N	Valeur de résistance à la compression à 28 jours
	28	VAL_RET	N	Valeur de Retrait
29	VAL_FLU	N	Valeur de Fluage	

Tableau 4.1 : Explication des champs des tables de la **BDRFB** (C : Caractère ; A : Alphanumérique ; N : Numérique).

4.5 Implémentation de la *BDRFB*

4.5.1 Interface de la *BDRFB*

Le programme de la *BDRFB* contient deux modes d'opérations :

- Mode Recherche
- Mode Entrée

Dans le mode recherche, l'utilisateur peut effectuer sa recherche sur les informations contenues seulement dans les deux sous BD sans intervention dans leurs structures internes, alors qu'il peut introduire, modifier ou même supprimer des documents dans le mode entrée.

Dans ce contexte, trois niveaux d'utilisateur sont prévus pour la *BDRFB* :

- Les utilisateurs de **niveau 1** peuvent seulement accéder au mode recherche du programme. A ce niveau, l'utilisateur ne peut pas entrer ou mettre à jour des données.
- Les utilisateurs de **niveau 2** peuvent accéder au mode recherche aussi bien qu'au mode entrée du programme. A ce niveau, l'utilisateur peut introduire ou mettre à jour des données.
- Les utilisateurs de **niveau 3** peuvent accéder au programme entier. En plus de l'entrée et de la recherche, les utilisateurs à ce niveau peuvent maintenir le programme.

En outre, le menu d'application principal de la *BDRFB* est développé par l'emploi du logiciel Delphi 7 choisi pour sa capacité à concevoir et développer des applications de BD sous Windows avec son module BD. Cet environnement visuel allie la productivité des langages de quatrième génération à la puissance et la souplesse d'un langage compilé. Il en va même avec le système de gestion de base de données Access, choisi pour établir les liens et permettre l'accès aux diverses opérations du programme.

4.5.2 Procédures

A la mise en marche du programme, la page d'accueil du système s'affiche comme le montre la Fig. 4.7. Selon le niveau de l'utilisateur, il peut effectuer des opérations dans un, deux ou chacun des deux modes. Si l'utilisateur est du niveau 2 alors il est incité à donner son nom et mot de passe.

Pour interroger la BDRFB, cliquer mode recherche. La recherche se décompose alors en deux modes :

- Rechercher un document texte (Fig. 4.8) ;
- Rechercher les résultats numériques sur des documents. Dans ce cas la recherche se décompose à nouveau en deux modes :
 - Rechercher les proportions et les propriétés du retrait (Fig. 4.9) ;
 - Rechercher les proportions et les propriétés du fluage (Fig. 4.10).

Les résultats correspondants s'affichent pour chaque type de recherche.



Fig. 4.7 : Page d'Accueil du BDRFB.

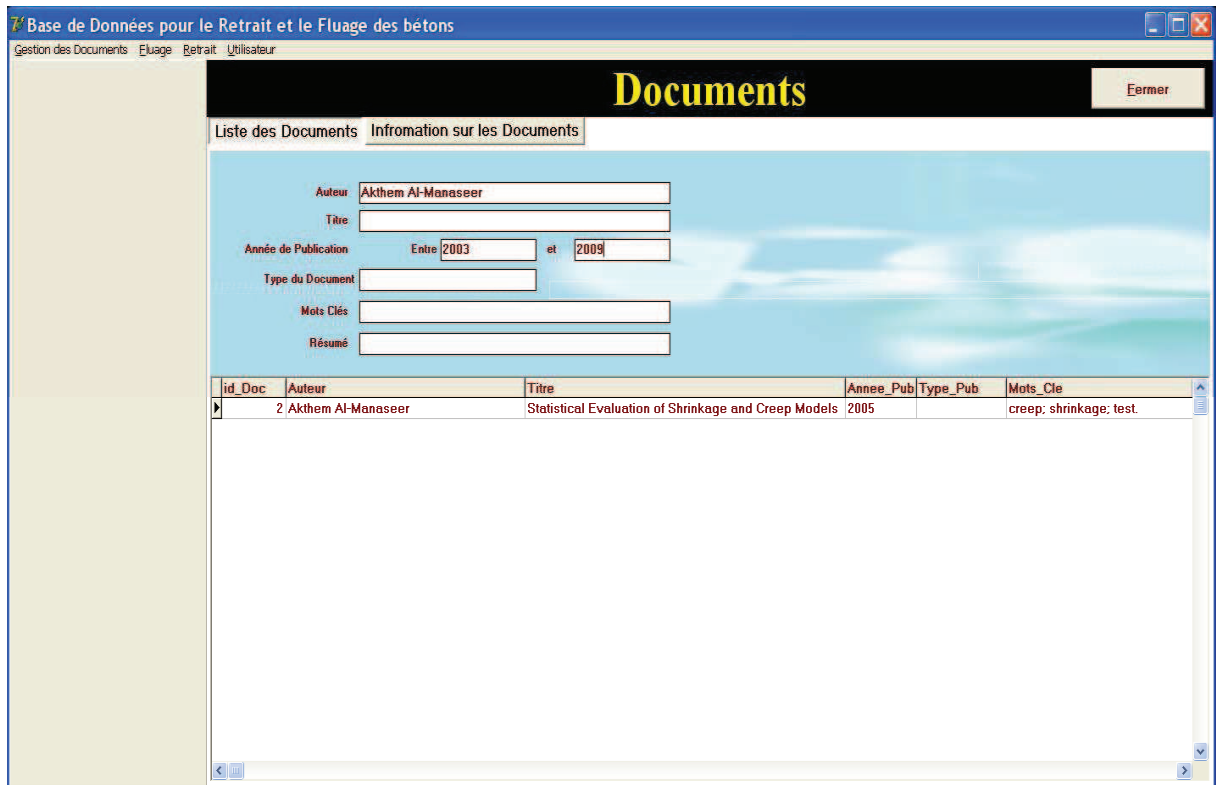


Fig. 4.8 : Rechercher un Document Texte.

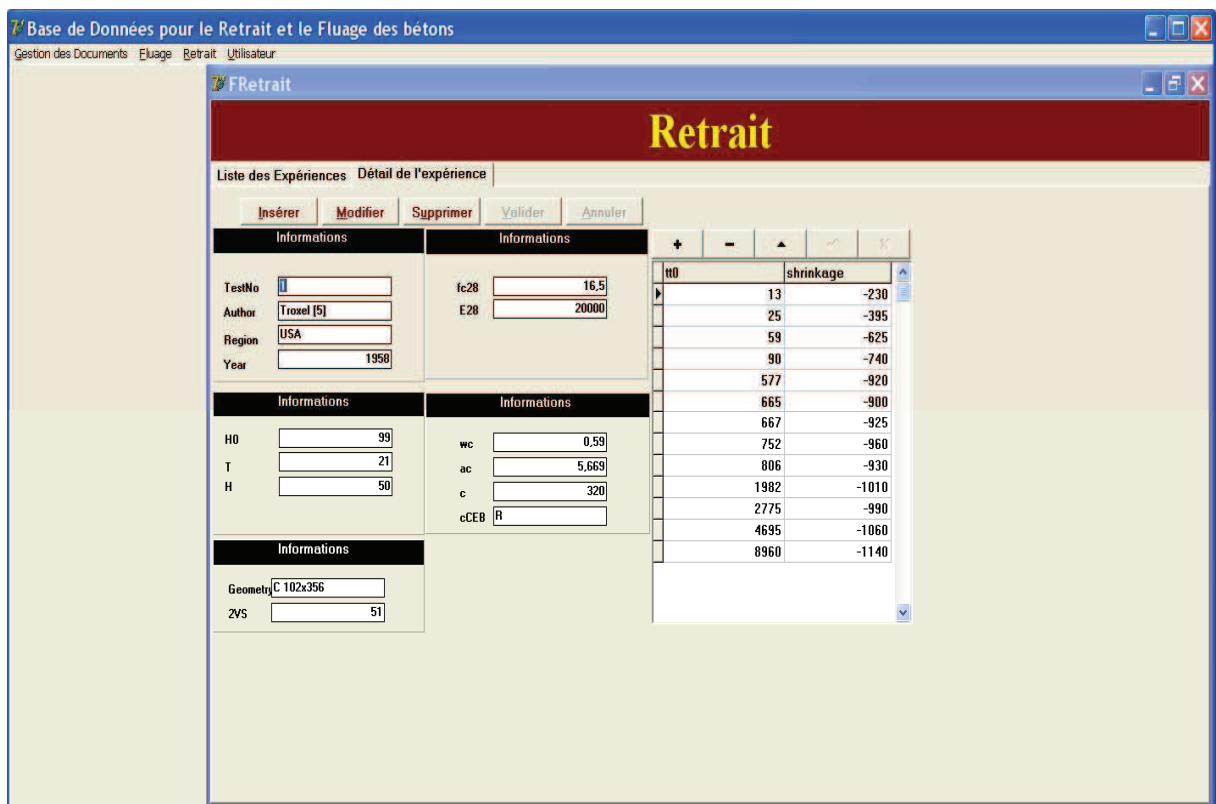


Fig. 4.9 : Rechercher les Proportions et les propriétés (cas du retrait).

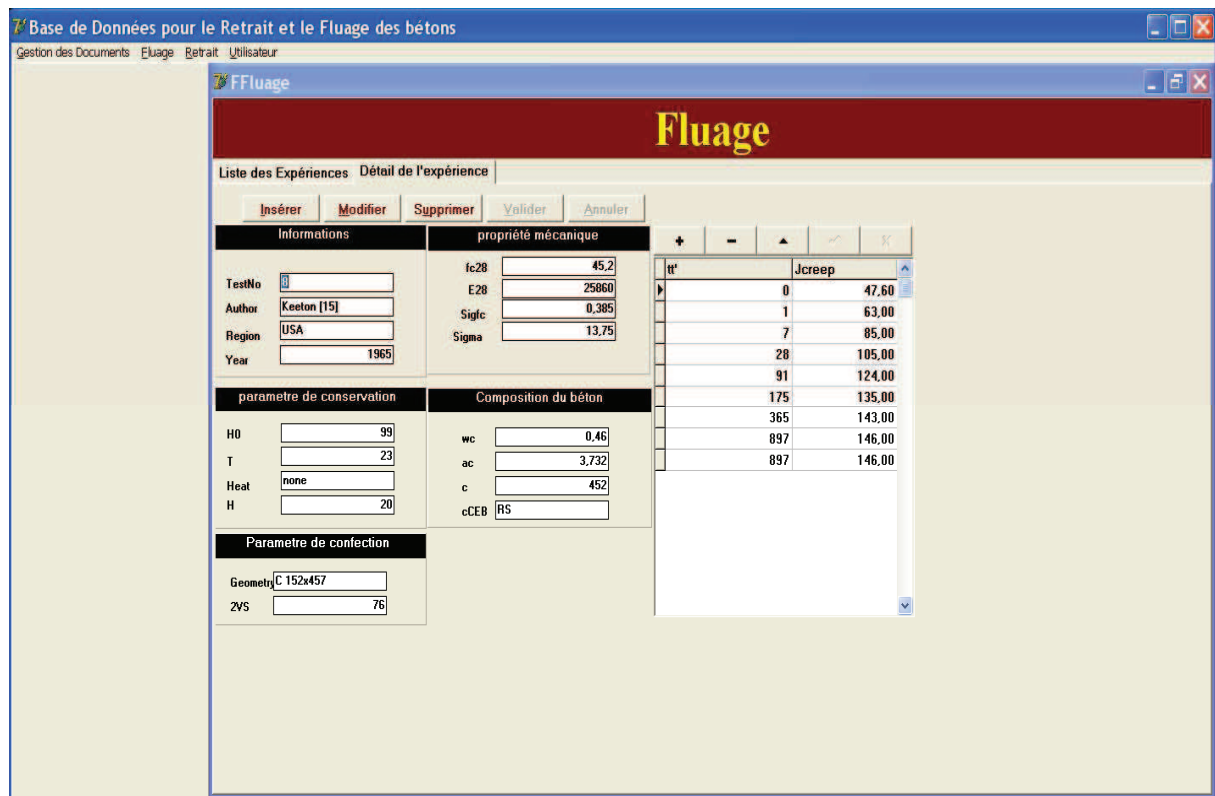


Fig. 4.10 : Rechercher les Proportions et les propriétés (cas du fluage).

Les résultats seront transposés dans un fichier Excel (Fig. 4.11). L'utilisateur peut ainsi imprimer ses résultats de recherches en cliquant sur le bouton Valider puis Imprimer.

L'utilisateur peut également afficher le contenu total de chaque partie (retrait, fluage et document texte) de la BD en cliquant sur le bouton Affichage (ou liste des expériences, liste des documents) (Fig. 4.12 ; Fig. 1.13).

Pour entrer les données dans la BD, on clique sur Mode Entrée (Insérer). Dans ce cas l'utilisateur est incité à donner son mot de passe. Alors il peut :

- Introduire les informations sur les documents (Fig. 4.14) et puis les enregistrer ou imprimer directement en cliquant sur imprimer (Fig. 4.15) ;
- Introduire les données sur les proportions et les propriétés des mélanges de béton pour le retrait et le fluage séparément (Fig. 4.16 ; Fig. 1. 17) ;

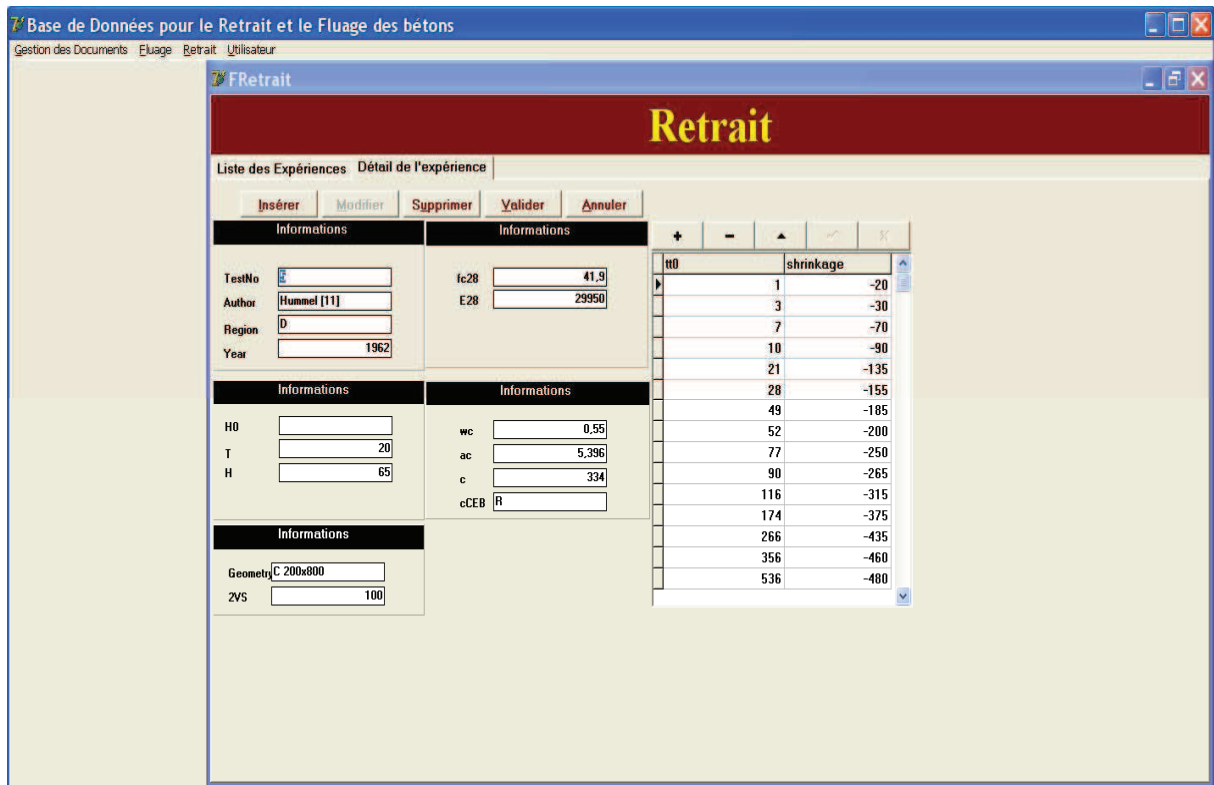


Fig. 4.11 : Résultats de recherche.

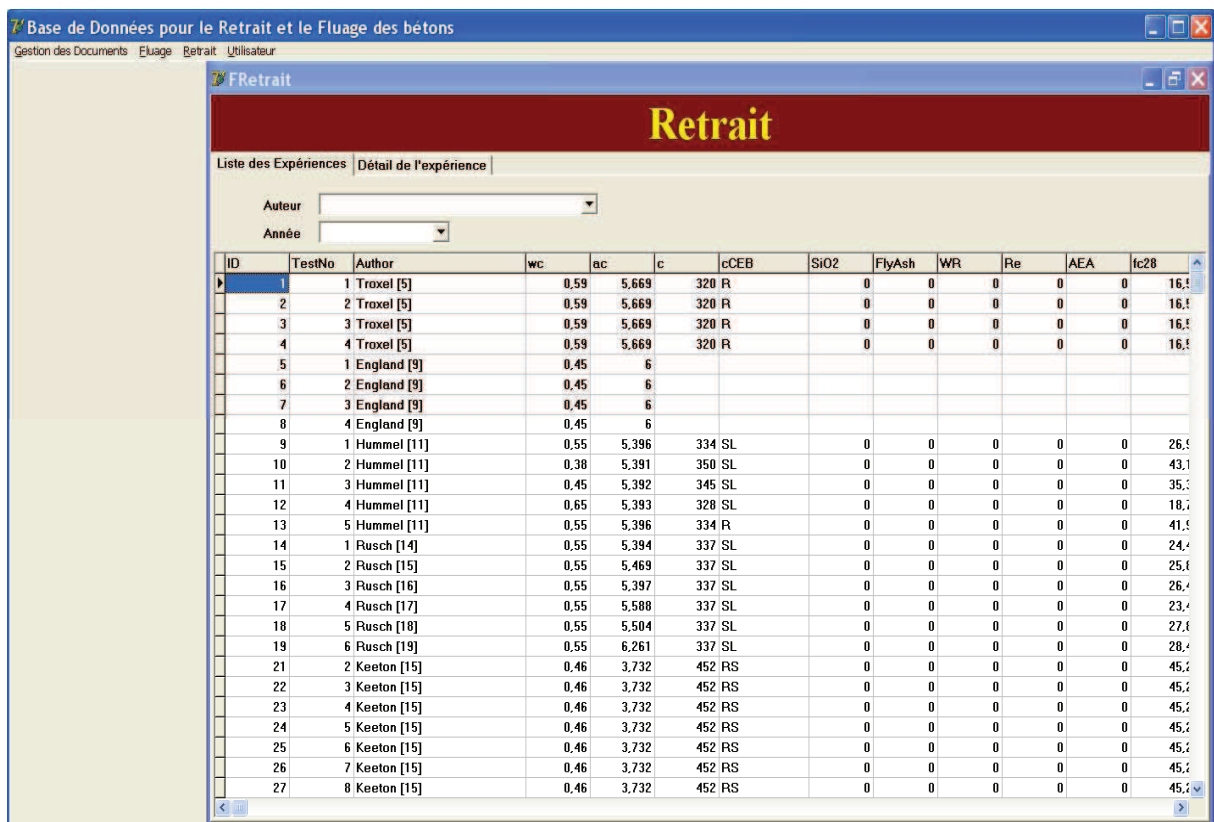


Fig. 4.12 : Affichage total du contenu du retrait dans la BDRFB.

Base de Données pour le Retrait et le Fluage des bétons

Gestion des Documents Eluage Retrait Utilisateur

Fluage

Liste des Expériences | Détail de l'expérience

Auteur

Année

ID	TestNo	Author	wc	ac	c	cCEB	fc28	E28	Geometry	2VS	H0	t'
1	1	Dutron	0.56	6.46	289 R		28.4		P 100x400	100	47.5	
2	2	Dutron	0.56	6.46	289 R		28.4		P 100x400	100	47.5	
3	3	Dutron	0.56	6.46	289 R		28.4		P 100x400	100	100	
4	4	Dutron	0.56	6.46	289 R		28.4		P 100x400	100	100	
5	5	Dutron	0.56	6.46	289 R		28.4		P 100x400	100	67.5	
6	6	Dutron	0.56	6.46	289 R		28.4		P 100x400	100	100	
7	1	Hanson	0.58	5.624	346 SL		22.3		C 152x660	76	99	
8	2	Hanson	0.56	6.14	320 SL		34.3		C 152x406	76	99	
9	3	Hanson	0.56	6.14	320 SL		34.3		C 152x406	76	99	
10	4	Hanson	0.56	6.14	320 SL		34.3		C 152x406	76	99	
11	5	Hanson	0.56	6.14	320 SL		34.3		C 152x406	76	99	
12	6	Hanson	0.56	6.14	320 SL		34.3		C 152x406	76	99	
13	1	Troxel [5]	0.59	5.669	320 R		16.5		C 102x356	51	99	
14	2	Troxel [5]	0.59	5.669	320 R		16.5		C 102x356	51	99	
15	3	Troxel [5]	0.59	5.669	320 R		16.5		C 102x356	51	99	
16	4	Troxel [5]	0.59	5.669	320 R		16.5		C 102x356	51	99	
17	1	Weil [6] A	0.52	5.385	338 SL		25.4		C 100x400	50	65	
18	2	Weil [6] A	0.52	5.385	338 SL		25.4		C 200x800	100	65	
19	3	Weil [6] A	0.52	5.385	338 SL		25.4		C 300x1200	150	65	
20	4	Weil [6] A	0.52	5.385	338 SL		25.4		C 600x1800	300	65	
21	5	Weil [6] B	0.54	5.4	337 SL		28		C 100x400	50	65	
22	6	Weil [6] B	0.54	5.4	337 SL		28		C 100x400	50	65	
23	7	Weil [6] C	0.52	5.031	358 R		46.9		C 100x400	50	65	
24	8	Weil [6] C	0.52	5.031	358 R		46.9		C 100x400	50	65	
25	9	Weil [6] B	0.54	5.4	337 SL		28		C 100x400	50	65	
26	10	Weil [6] B	0.54	5.4	337 SL		28		C 100x400	50	65	

Fig. 4.13 : Affichage total du contenu du fluage dans la BDRFB.

Base de Données pour le Retrait et le Fluage des bétons

Gestion des Documents Eluage Retrait Utilisateur

Documents

Liste des Documents | Information sur les Documents

No. Document:
 Auteur:
 Titre:
 Année de Publication:
 Type du Document:
 Mots Clés:
 Résumé:

Fig. 4.14 : Introduire les informations sur les Documents.

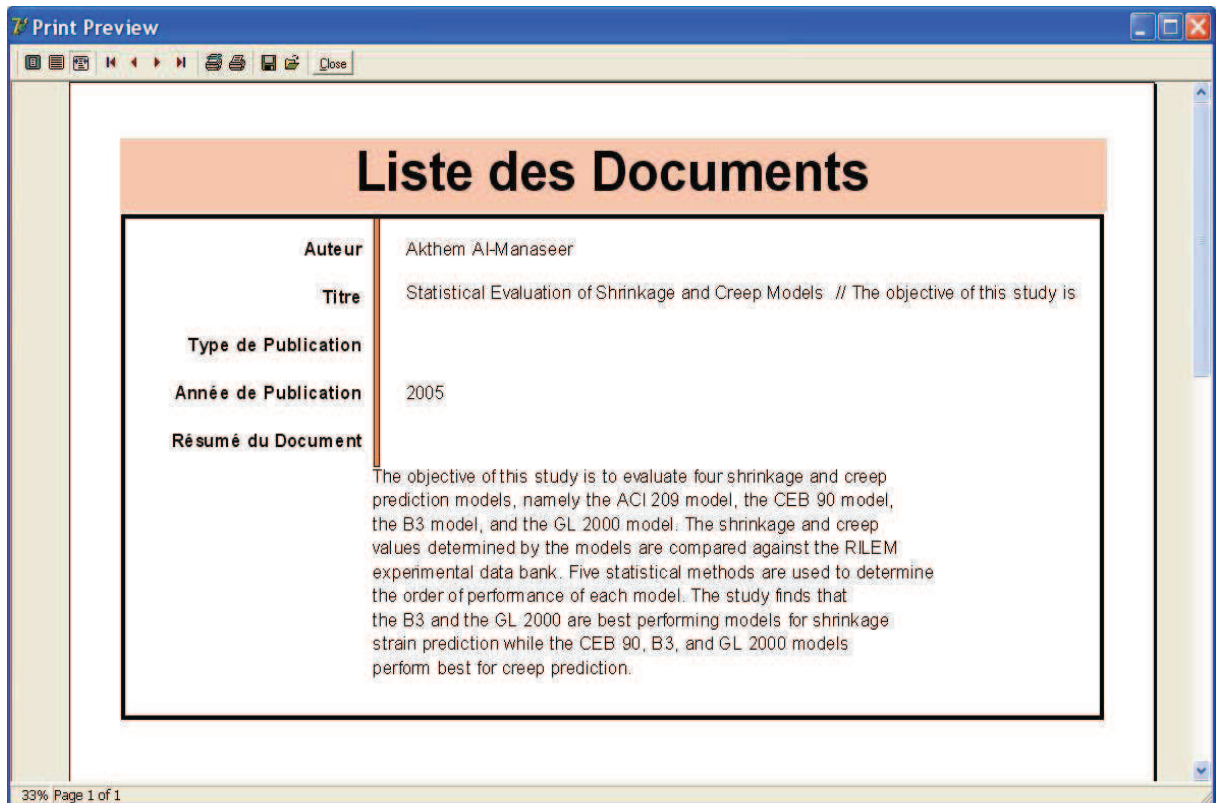


Fig. 4.15 : Imprimer les résultats de recherche des documents sur la BDRFB.

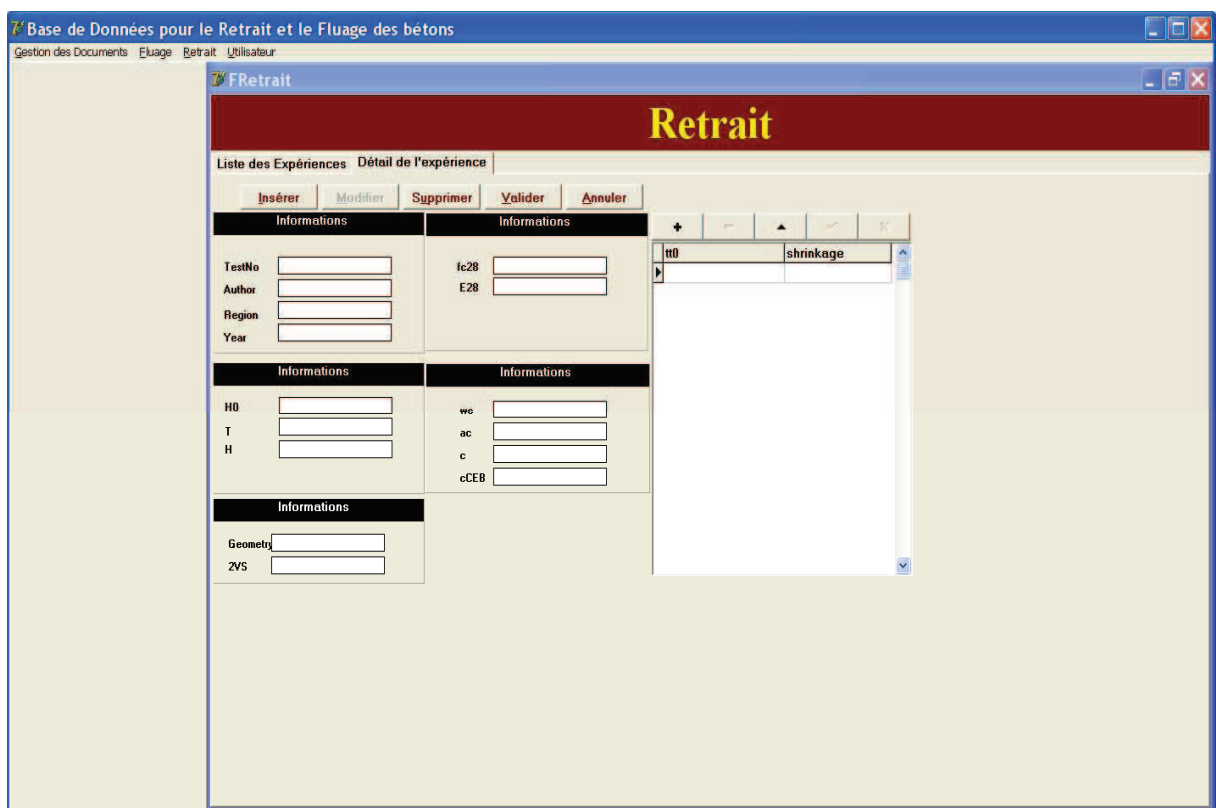


Fig. 4.16 : Introduire les Données sur les Proportions et les Propriétés des Mélanges dans le cas du retrait.

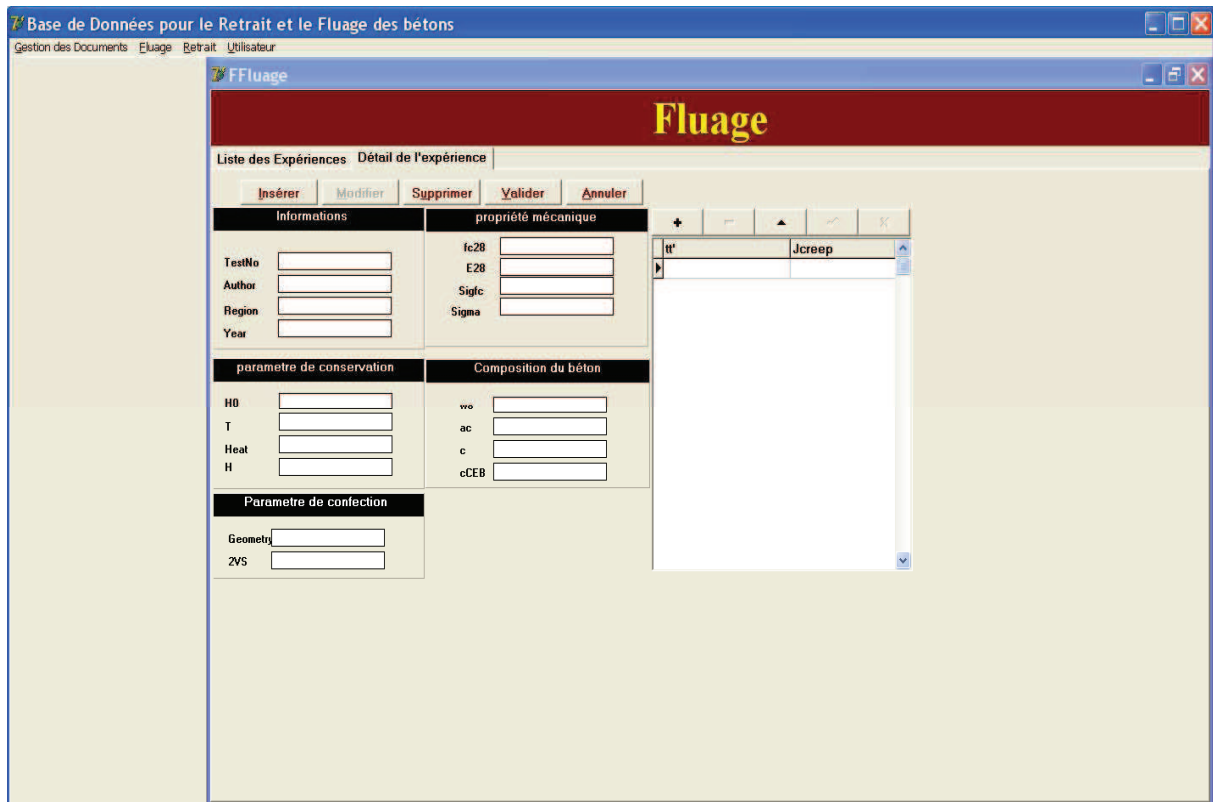


Fig. 4.17 : Introduire les Données sur les Proportions et les Propriétés des Mélanges dans le cas du fluage.

De même comme pour l'exportation des données, l'introduction des données numériques dans la BD se fait soit par un appel à des fichiers Excel déjà organisés sous un format spécifique soit en remplissant les champs manuellement. Cette opération est effectuée en cliquant sur le bouton Importer.

Après la saisie des données, il faut les stocker, et retourner à la page d'accueil.

L'utilisateur peut aussi modifier ou supprimer des informations sur les documents ou le document lui même. Cette opération se fait en cochant sur un des trois choix de la zone de liste (Insérer, Modifier ou Supprimer) (Voir Fig. 4.14).

4.6 Conclusion

Le but principal du programme de BDRFB est de recueillir et d'organiser des données existantes sur les déformations différées des bétons. En outre, des données expérimentales qui seront produites ou récupérées dans le futur doivent pouvoir être également intégrées.

Ce programme a été développé en utilisant un modèle de BD relationnelle et a été construit en utilisant le logiciel Delphi. Les structures nécessaires de table et les procédures convenables d'Entrée/ Recherche ont été incorporées.

Le programme offre des possibilités de recherche basées sur des informations concernant la bibliographie, les constituants et mélanges des bétons utilisés, et les propriétés désirées. Bien que les utilisateurs primaires soient des chercheurs motivés, il est envisageable que ce programme puisse être utilisé par d'autres chercheurs et ingénieurs non experts en gestion des BD.

Bien que l'objectif de la BDRFB soit très ciblé, il n'en demeure pas moins qu'il est possible d'envisager de mettre en place une BD générale, capable de couvrir les principales propriétés du béton (avec et sans ajouts). La base développée peut être considérée comme une plateforme pour d'autres applications de modélisation. Cela devrait aboutir à l'amélioration de la modélisation et des techniques expérimentales en facilitant la comparaison entre modèles de prévision et mesures expérimentales.

Conclusion

Conclusion générale

Notre travail a pour origine l'importance des variations dimensionnelles spontanées et différées sur les ouvrages en béton.

Il avait pour ambition de proposer un modèle robuste, prenant en compte un nombre de paramètres correspondant aux pratiques actuelles de la profession, afin de prévoir correctement ces variations dimensionnelles, principalement le retrait et le fluage de dessiccation.

Pour cela nous avons rassemblé non sans difficulté un ensemble considérable de données expérimentales, que nous avons rangées dans une base structurée.

Nous avons identifié un certain nombre de modèles prédictifs, les avons analysés et comparés. Nous avons retenu pour la modélisation phénoménologique le modèle *MWAC* s'appuyant sur le modèle descriptif de Weibull.

Nous avons ensuite fait appel à la technique des réseaux de neurones pour prévoir le retrait et le fluage des bétons. Cette technique présente l'avantage de pouvoir traiter un nombre illimité de paramètres caractéristiques du phénomène à la différence des méthodes statistiques.

Elle est d'un usage croissant en Génie Civil, et nous avons montré sa puissance dans le cadre de notre travail.

En conclusion, nous avons développé un modèle qui se révèle généralement le plus précis dans la prédiction du retrait et du fluage, tout en nécessitant des temps de calcul faibles.

Notre travail ouvre différentes perspectives.

Il est désormais possible en augmentant le nombre de paramètres caractéristiques d'étendre le modèle à tout type de béton, avec ajouts, additions, etc.

Il est également raisonnable d'envisager une généralisation de la base de données que nous avons développée, ce qui devrait conduire à une amélioration simultanée des descriptions d'essais et des modes d'utilisation des données expérimentales dans les modèles.

Enfin, en ajoutant l'analyse par composantes principales dans le déroulement de la technique de réseaux de neurones, il devrait être possible à l'avenir de restreindre le nombre de paramètres caractéristiques des phénomènes étudiés nécessaires à l'établissement des modèles de prédiction.

Références Bibliographiques

Bibliographie

A

Abiar G., « Cinétique de Dessiccation et Déformation Différées du Béton, Analyse et Modélisation », Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris 1986.

ACI Committee 209, « Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete (ACI 209.2R-08) », *American Concrete Institute*, May 2008, 44 p.

ACI Committee 126, « Guide to a Recommended Format for Concrete in a Materials Property Database (ACI 126.3R-99), *American Concrete Institute*, 1999 (Reapproved 2008) , 50p.

Acker P., « Comportement Mécanique des Bétons : Apports de l'approche physico-chimique », *Rapport de Recherche des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, N° 152, 1988, pp. 1-34.

Acker P., « Comportement mécanique du béton : apport de l'approche physico-chimique », Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Rapport de Recherche LPC N° 152, Paris, 1988.

Acker P., « Retraits et fissurations du béton: Causes, mécanismes, modèles », AFPC, 1991.

Acker P., Colson A., Granger L., Rossi P., and Ulm F., « Ouvrages en béton soumis à des effets thermiques et/ou hydriques » et « Ouvrages en béton soumis aux effets du fluage », in *Calcul des Ouvrages Généraux de Construction*, édité par Prat M., Bisch P., Millard A., Mestat P., Pijaudier-Cabot G., Hermès, , Paris, 1997, pp. 575-654.

Aitcin P.C., Neville A., Acker P., « Les Différents Types de Retrait du Béton », *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, N° 215, Mai-Juin 1998, pp.41-51.

Aitcin P.C., « Bétons Haute Performance », Edition Eyrolles, 2001.

Al-Manaseer A., Lakshmikantan S., « Comparison between current and future design code models for creep and shrinkage », *Revue Française de Génie Civil*, Vol. 3, N° 3-4, 1999, pp. 39-59.

Alou F., Ferraris C.F., Wittmann F.H., « Etude Expérimentale du Retrait du Béton », *Materials and Structures*, N° 20, 1987, pp. 323-333.

Aschl H., Stöckl S., « Wärmedehnung, E-Modul, Schwinden, Kriechen und Restfestigkeit von Reaktorbeton unter einachsiger Belastung und erhöhten Temperaturen », *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 324*, 1981.

Audibert L., « Base de Données et Langage SQL », Institut Universitaire de Technologie de Villetaneuse, Département Informatique, (<http://laurent-audibert.Developpe.com/Cours-BD/>), 2008.

B

Baroghel-Bouny V., Godin J., « Experimental study on drying shrinkage of ordinary and high-performance cementitious materials », in *Shrinkage of Concrete*, , Proceeding of the International RILEM Workshop, edited by Baroghel-Bouny V. and Aïtcin P.-C., RILEM Publications PRO 17, Paris, 2000.

Baroghel-Bouny V., « Caractérisation des pâtes de ciment et des bétons », Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1994.

Baron J., « Fissuration du béton par hydratation localement différée du ciment », Laboratoires des Ponts et Chaussées, Rapport de recherche N° 15, Mai 1971.

Baron J., « Les retraits de la pâte du ciment », in *Le béton hydraulique : connaissance et pratique*, *Presses des de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1982, pp.485-502.

Baron J., Ollivier J.P., « les Bétons – Bases et Données pour leur Formulation », Association Technique de l'Industrie des Liants Hydrauliques, Editions Eyrolles, Paris, 1997.

Basheer I.A., Hajmeer M.N., « Artificial neural network : Fundamentals, Computing Design, and Application », *Journal of Microbiological Methods*, N° 34, 1997, pp. 3-31.

Basma A.A., Barakat S.A., Al-Oraimi S., « Prediction of cement degree of hydration using artificial neural networks », *ACI Materials Journal*, Vol. 96, N° 2, 1999, pp. 167-172.

Bazant Z.P., Wu S.T., « Rate type creep law of aging concrete based on Maxwell chain », *Materials and Structures*, Vol. 7 N° 37, 1974, pp. 45-60.

Bazant Z.P., « Mathematical models for creep and shrinkage in concrete », in *Creep and Shrinkage in Concrete Structures*, edited by Bazant Z.P. and Wittmann F.H., John Wiley and Sons, 1982, pp. 163-256.

Bazant Z.P., Wittmann F.H., « Creep and Shrinkage in Concrete Structures », John Wiley and Sons, 1982.

Bazant Z.P., Chern J.C., « Concrete creep at variable humidity : constitutive law and mechanism », *Materials and Structures*, Vol. 18 N° 103, 1985, pp. 1-30.

Bazant¹ Z.P., Wittmann F.H., Kim J.K., and Alou F., « Statistical Extrapolation of Shrinkage Data-Part I : Regression », *ACI Materials Journal*, N° 84-M4, January-February 1987, pp. 20-34.

Bazant² Z.P., Kim J.K., Wittmann F.H., and Alou F., « Statistical Extrapolation of Shrinkage Data-Part II : Bayesian Updating », *ACI Materials Journal*, N° 84-M10, March-April 1987, pp. 83-91.

Bazant¹ Z.P., « State of the art report on creep and shrinkage of concrete : Mathematical Modelling » , *Proceedings of the Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete, Mathematical Modelling*, Evanston, 1988, pp. 41-455.

Bazant² Z.P., « Mathematical Modelling of creep and shrinkage of concrete », Chapter 2, Material Models for Structural Analysis, in : Bazant Eds-UK : John Wiley and Sons, Ltd, 1988, pp. 99-215.

Bazant Z.P., Kim J.K., « Improved Prediction Model for Time-Dependent Deformations of Concrete : Part 1 – Shrinkage », *Materials and Structures*, N° 24, 1991, pp. 327-345.

Bazant Z.P., Baweja S., « Preliminary guidelines and recommendation for characterizing creep and shrinkage in structural design codes », Creep and Shrinkage of Concrete Proceeding of the Fifth International RILEM Symposium, Barcelone-London : E and Fn Spon, 1993, pp. 805-929.

Bazant Z.P., Hauggaard A.B., Baweja S., and Ulm F.J., « Microprestressing-solidification theory for concrete creep-I : Aging and drying effects », *Journal of Engineering Mechanics*, 123, N°11, 1997, pp. 1188-1194.

Bazant Z.P., « Criteria for Rational Prediction of Creep and Shrinkage of Concrete », Department of Civil Engineering, Northwestern University, Structural Engineering Report 98-7/B675c, Evanston, Illinois, USA, 1998, 25 p.

Bazant Z.P., Baweja S., « Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures : Model B3 », ACI International SP-194-1, Editor Akthem Al-Manaseer, Farmington Hills, Michigan, SP-194, 2000, pp. 1-83.

Benaissa A., Morlier P., Viguier C., « Fluage et retrait du béton de sable », *Matériaux et Structure/Materials and Structures*, Vol. 26, 1993, pp. 333-339.

Benboudjema F., « Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitation biaxiales. Application aux enceintes de confinement de bâtiments réacteurs des centrales nucléaires », Thèse de Doctorat de l'Université de Marne la Vallée, U.F.R. de Sciences et Technologies, Marne la Vallée, 2002.

Bengougam A., « Déformations différées et effets d'échelle des bétons de barrage », Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 2002.

Berthier P.M., « Physique des bétons et des Aciers pour Ouvrages en Béton Précontraint », *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment Travaux Publics*, N° 389, Décembre 1980, pp. 35-66.

Bissonnette B., Pigeon M., « Tensile creep at early ages of ordinary, silica fume and fiber reinforced concretes », *Cement and Concrete Research*, Vol. 25, N° 5, 1995, pp. 1075-1085.

Boumahrat M., Gourdin A., « Méthodes Numériques Appliquées », Office des Publications Universitaires, Octobre 1993.

Bourbonnais R., « Econométrie », Manuel et Exercices Corrigés, 3^e édition, Dunod, Paris, 2000.

Bou said E., « Contribution à la modélisation des effets différés du bois et du béton sous conditions climatiques variables, application aux structures mixtes bois-béton », Thèse de Doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, 2003.

Brahma A., Bal L., « Evolution of the drying shrinkage of high performance concrete », *Cement Combination for Durable Concrete, Proceeding of the International Conference Held at the University of Dundee, Scotland UK on 5-7 July 2005.*

Brodie M.L., « Computer Science 2.0: A New World of data Management, Proceedings of Very Large Databases », Vienna, Austria, September 2007, pp.23-28.

Bryant A.H., Vadhanavikkit C., « Creep, shrinkage and age at loading », *ACI Materials Journal*, Vol. 84, N° 2, March-April 1987, pp. 117-123.

Brooks J.J., « The influence of pore stress on creep of hardened cement paste », in Ulm F.J., Bazant Z.P., Wittmann F.H., (Eds.), « Creep, Shrinkage and durability mechanics of concrete and other Quasi-Brittle materials », Elsevier, Cambridge, 2001, pp. 61-66.

C

Chavez C.I.I., McCullough B.F., Dossey T., « The Texas Rigid Pavement Database : Accomplishments and Trends », Project Summary, Rapport 0-778-S, 2005.

Chen X., Davy C.A., Skoczylas F., Shao J.F., « Effect of heat-treatment and hydrostatic loading upon the poro-elastic properties of a mortar », *Cement and Concrete Research*, Vol. 39, N° 3, 2009, pp. 195-205.

Claisse P.A., El-Sayad H., Shaaban I.G., « Permeability and pore volume of carbonated concrete », *ACI Materials Journal*, Vol. 96, N° 3, 1999, pp. 378-381.

D

Day R.L., Cuffaro P., Illston J.M., « The effect of drying on the drying creep of hardened cement paste », *Cement and Concrete Research*, Vol. 14, N° 3, 1984, pp. 329-338.

DELPHI 7, « Developer's Guide », Borland Software Corporation, USA, 2002.

Dias W.P.S., Pooliyada S.P., El-Naggar H. « Neural networks for predicting properties of concrete with admixtures », *Construction and Building Materials*, Vol. 15, N° 26, 2001, pp. 371-379.

Duval R., « La durabilité des armatures et du béton d'enrobage », in La durabilité des bétons, édité par Baron J. et Ollivier J.-P., *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1992, pp. 173-226.

Dreux G., Gorisse F., « Fluage des bétons soumis jeunes à un gradient de contrainte », *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment Travaux Publics* (326), Série béton N° 114, March 1975.

E

Erdogan S.T., Quiroga P.N., Fowler D.W., Saleh H.A., Livingston R.A., Garboczi E.J., Ketcham P.M., Hagedorn J. G., and Satterfield S.G., « Three-Dimensional Shape Analysis of Coarse Aggregates: Methodology and Preliminary Results On Several Different Coarse

Aggregates And Reference Rocks », *Cement and Concrete Research*, Vol. 36, N° 9, September 2006, pp. 1619-1627.

Espion B., Wastiels J., « Creep and shrinkage tests carried out within the research program FRFC-FKFO 2.90001.80 on the behavior of partially prestressed concrete beams under long term sustained loading », Research Report, Brussels Free University, Brussels, Belgium, 1989.

Espion B., « Evaluation du retrait et du fluage du béton dans les codes de calcul actuels en Europe et aux Etats-Unis », *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, Spécial XX, 1998, pp. 21-27.

EViews 4.1, « EViews 4 User's Guide », Quantitative Micro Software, LLC, USA, 2002.

F

Feldman R. F., Sereda P. J., « A model of hydrated portland cement paste as deduced from sorption-length change and mechanical properties », *Revue des Matériaux de Construction, RILEM*, N° 6, 1968, pp. 509-519.

Flood I., Kartam N., « Neural Networks in Civil Engineering : I Principales Understanding », *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 8, N° 2, 1994, pp. 131-148.

Flood I., « Next generation artificial neural networks for Civil Engineering », *Journal of Computing in Civil Engineering*, Septembre-Octobre 2006, pp. 305-307.

Fortin V., Ouarda T., Rasmussen T.P., et Bobée B., « Revue bibliographique des méthodes de prévision des débits », *Revue des Sciences de l'Eau*, N° 4, 1997, pp. 461-487.

Freeman J.A., Skapura D.M., « Neural Networks: Algorithms, Applications, and Programming Techniques », Addison-Wesley Publishing Company, 1991.

Folliot A., Buil M., « La Structure Progressive de la Pierre de Ciment », le Béton Hydraulique : Connaissance et Pratique, Baron J., Sauterey R., Paris, *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1982, pp.223-236.

G

Gardner N. J., « Comparison of Prediction Provisions for Drying Shrinkage and Creep of Normal Strength Concretes », *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 31, N° 5, Septembre-Octobre 2004, pp. 767-775.

Gardner N. J., Lockman M. J., « Design Provisions for Drying Shrinkage and Creep of Normal Strength Concrete », *ACI Materials Journal*, Vol. 98, N° 2, Mar.-Apr. 2001, pp. 159-167.

Gardner N. J., « Design Provisions for Shrinkage and Creep of Concrete », The Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage—Structural Design Effects », SP-194, A. Al-Manaseer, ed., *American Concrete Institute*, Farmington Hills, MI, 2000, pp. 101-104.

Gardner N. J., Zhao J.W., « Creep and Shrinkage Revisited », *ACI Materials Journal*, N° 90-M26, May-June 1993, pp. 236-246.

Gamble B.R., Parrott L.J., « Creep of concrete in compression during drying and wetting », *Magazine of concrete research*, Vol. 30, N° 104, 1978, pp. 129-138.

Geoffrey H., « Apprentissage et réseaux de neurones », *Pour la Science*, 1992, pp. 124-132.

GCI – 714 « Cours : Durabilité et Réparations du Béton », Université de Sherbrooke, CANADA, Juillet 2009.

Granger L., « Comportement Différé du Béton dans les Enceintes Nucléaires : Analyse et Modélisation », Série Ouvrages d'Art – OA 21, Avril 1996, 381 p.

Guénot-Delahaie I., « Contribution à l'analyse physique et à la modélisation du fluage propre du béton », Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1997, 165 p.

H

Hajela P., Berke L., « Neurobiological computational models in structural analysis and design », *Computers and Structures* Vol. 41, N°4, 1991, pp. 657-667.

Hansen T.C., Mattock A.H., « Influence of size and shape of member on the shrinkage and creep of concrete », *ACI Journal* 63, 1966, pp. 267-290.

Hansen T.C., « Physical structure of hardened cement paste. A classical approach », *Materials and Structures*, Vol. 19, N° 114, 1986, pp. 423-436.

Harsh S., Shen Z., Darwin D., « Strain-rate sensitive behaviour of cement paste and mortar in compression », *ACI Materials Journal*, Vol. 87, N° 5, 1990, pp. 508-516.

Haykin S., « Neural Networks », A comprehensive foundation, Macmillan College Publishing Company, New York, 1994.

Hearn N., « Effect of shrinkage and load-induced cracking on water permeability of concrete », *ACI Materials Journal*, Vol. 96, 1999, pp. 234-241.

Hecht-Nielsen R., « Solution for a distributed hydrological model and applications », *Neurocomputing*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, USA, 1990, pp. 89-93.

Hewayde E., Nehdi M., Allouche E., and Nakhla G., « Neural network prediction of concrete degradation by sulphuric acid attack », *Structure and infrastructure Engineering*, Vol. 3, N°1, March 2007, pp. 17-27.

Hilsdorf H.K., « Unveröffentlichte Versuche an der MPA München », private communication, 1980.

Huet C., Acker P., Baron J., « Fluage et autres effets rhéologiques différés du béton », in *Le béton hydraulique : connaissance et pratique*, édité par Baron J. et Sauterey R., *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1982, pp. 335-364.

Hummel A., Wesche K.H., Brand W., « Der Einfluss der Zementart. des Wasser-Zement-Verhältnisses und des Belastungsalters auf das Kriechen von Beton », Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 146 Ernst, Berlin, 1962, pp. 1-58.

J

Ji-Zong W., Hong-Guang N., Jin-Yun H., « The application of automatic acquisition of knowledge to mix design of concrete », *Cement and Concrete Research*, Vol. 29, N° 12, 1999, pp. 1875–1880.

Jennings H.M., « Refinements to colloid model of C–S–H in cement: CM-II », *Cement and Concrete Research*, Vol. 38, N° 3, 2008, pp. 275–289.

K

Karthikeyan J., Upadhyay A., M. Bhandari N., « Artificial Neural Network for Predicting Creep and Shrinkage of High Performance Concrete », *Journal of Advanced Concrete Technology*, Vol. 6, N° 1, February 2008, pp. 135–142.

Kaetzel L.C., Galler M.A., « Proposed Format for Data on Cement in a Material Properties Database », National Institute of Standard and Technology, Building and Fire Research Laboratory, NISTIR 6034, June 1997, 23 p.

Keeton J.R., « Study of creep in concrete », Technical Reports R333-I, R333-II, R333-III, *US Naval Civil Engineering Laboratory*, Port Hueneme, California, 1965.

Kesler C.E., Wallo E.M., Yuan R.L., « Free shrinkage of concrete and mortar », T&AM Report No. 664, Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois. Urbana, 1966.

L

Lambotte H., Mommens A.L., « L'évolution du retrait du béton en fonction de sa composition et de l'âge », Technical Report, groupe de travail GT 22 (Centre national de recherches scientifiques et techniques et pour l'industrie cimentière, Bruxelles, 1976, and privately communicated unpublished data, 1975.

Léa F.M., « The Chemistry of Cement and Concrete », Edward Arnold (Publishers), Third Edition, 1991.

Lebreton J.D., Millier C., « Modèles Dynamiques Déterministes en Biologie », Edition Masson, Paris, 1982.

Leroy R., « Déformations Instantanées et Différées des Bétons à Hautes performances », Série Ouvrages d'Art – OA 22, Septembre 1996.

L'Hermite R.G., Mamillan M., « Influence de la dimension des éprouvettes sur le retrait » *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment Travaux Publics*, Série béton (23), N° 270, 1970, pp. 5-6.

L'Hermite R.G., Mamillan M., Lefèvre C., « Nouveaux résultats de recherches sur la déformation et la rupture du béton », *ibid.* 18(207-208) (1965) pp. 333-360 ; see also *International Conference on the Structure of Concrete, Cement and Concrete Association*, London, England, 1968, pp. 423-433.

L'Hermite R.G., « Quelques compléments à l'étude expérimentale du fluage du béton en compression simple », *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment Travaux Publics*, Série béton (179), N° 373, 1978, pp. 17-20.

Lippmann R.P., « An Introduction to Computing with Neural Nets », *IEEE ASSP Magazine*, April 1987, Vol. 4, N° 2, pp. 4-22.

M

Maity K., Meyers B.L., « The effect of loading history on the creep and creep recovery of sealed and unsealed plain concrete specimens », Report N° 70-7, NSF Grant GK-3066, Department of Civil Engineering, University of Iowa, Iowa city, 1970.

Maru S., Nagpal A. K., « Neural network for creep and shrinkage deflections in reinforced concrete frames », *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 18, N° 4, 2004, pp. 350-359.

Mas J.F., Puig H., Palacio J.L., and Sosa Lopez A., « Modeling deforestation using GIS and artificial neural networks », *Environmental Modeling and Software*, N° 19, 2004, pp. 461-471.

MATLAB R2007b, « Neural Networks Toolbox User's Guide », Version 7.5.0 (R2007b), www.mathworks.com/patents, 2007.

McCulloch W.S., Pitts W., « A logical Calculus of the Ideas Imminent in Nervous Activity », *Bulletin of Mathematical Biophysics*, N° 5, 1943, pp. 115-133.

McDonald J.E., « Time-dependent deformation of concrete under multiaxial stress conditions », Technical Report C75-4 Concrete Laboratory, US Army Engineering Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., 1975.

Meo R., Lanzi P.L., Matera M., Careggio D., Esposito R., « Constraint-Based mining and inductive databases », Atelier européen sur les bases de données et les inductives, Constraint based mining, 2004, pp. 295-327.

Mestat P.H., « MOMIS : Une Base de Données sur la Modélisation Numériques des Remblais sur Sol Compressible et sur la Confrontation Calcul, Mesure In Situ », *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, N° 232, pp. 43-58.

Miao B., « Effets Mécaniques dus au Retrait de Dessiccation du Béton », Rapports des Laboratoires, Série Ouvrages d'Art – OA 5, Novembre 1989.

Moselhi O., « Neural Networks Applications in Civil Engineering », Proceeding of the 2nd International Conference in Civil Engineering on Computer Applications Research and

Practice, Vol. 1, Department of Civil and Architectural Engineering, University of Bahrain, 1996, pp.7-13.

Mossiosian V., Gamble W.L., « Time-dependent behavior of non-composite and composite prestressed concrete structures under field and laboratory conditions », Structural Research Series N° 385, Illinois Cooperative Highway Research Program, Series N° 129, Civil Engineering Studies. University of Illinois, Urbana, 1972.

Munoz P., « Rhéologie des bétons durcis : approche couplée de la modélisation des retraits et fluages des bétons à hautes et très hautes performances », Thèse de Doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Toulouse, 2000.

Murray R.S., « Probabilités et Statistique », Cours et Problèmes, Série Schaum, Groupe McGraw-Hill, 1981.

Murray R.S., « Théorie et Applications de la Statistique », Série Schaum, Groupe McGraw-Hill, 1982.

Müller, H.S., Bazant, Z.P., Kuttner, C.H., « Creep and shrinkage prediction models: principles of their formation », Subcommittee 5 report of RILEM Technical Committee TC 107-CSP, RILEM, Paris, 1999.

N

Najjar Y., Basheer I.A., Hajmeer M.N., « Computational neural networks for predictive microbiology : Methodology », *International Journal of Food Microbiology*, N° 34, 1997, pp. 27-49.

Najjar Y., Zhang X., « Characterizing the 3D Stress-Strain Behavior of sandy Soils: A Neuro-Mechanistic Approach », In Numerical Methods in Geotechnical Engineering, ASCE *Geotechnical Special Publication*, N° 96, Filz G. and Griffiths D. (Editors), 2000, pp. 43-57.

Nehdi M., El-Chabib H., El-Naggar H., « Predicting of self-compacting concrete mixtures using artificial neural networks », *ACI Materials Journal*, Vol. 98, N° 5, 2001, pp. 394-401.

Neville A. M., « Propriétés des bétons », Eyrolles, Paris, France, 2000.

Neville A.M, Brooks J.J., « Concrete Technology », copublished in the United States with John Wiley, Longman Group UK Limited, 1987.

Ngab A.S., Nilson A.H., Slate F.O., « Behavior of high strength concrete under sustained compressive stress », Report N° 80-2, Department of Structural Engineering, Cornell University, Ithaca, New York, 1980.

Ngab A.S., Nilson A.H., Slate F.O., « Shrinkage and creep of high strength concrete », *ACI Journal, Proceeding*, Vol. 78, N° 4, 1981, pp. 255-261.

O

Ödman S.T.A., « Effects of variations in volume, surface area exposed to drying, and composition of concrete on shrinkage », RILEM/CEMBUREAU International Colloquium on the Shrinkage of Hydraulic Concretes, 20 pp., Madrid, 1968.

Oh J.W., Lee I.W., Kim J.T., Lee G.W., « Application of neural networks for proportioning of concrete mixes », *ACI Materials Journal*, Vol. 96, N° 1, 1999, pp. 61-67.

Ostergaard L., Lange D.A., Altoubat S.A., and Stang H., « Tensile basic creep of early-age concrete under constant load », *Cement and Concrete Research*, Vol. 31, N° 12, 2001, pp. 1895-1899.

Oland C.B., Ferraris C.F., « Concrete materials database », *Concrete International*, Vol. 22, N° 12, December 2000, pp. 28-33.

P

Parka K-B., Noguchib T., Plawskay J., « Modeling of hydration reactions using neural networks to predict the average properties of cement paste », *Cement and Concrete Research*, Vol. 35, N° 5, 2005, pp. 1676-1684.

Peng J., Li Z., Ma B., « Neural network analysis of chloride diffusion in concrete », *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 14, N° 4, August 2002, pp. 327-333.

Portier R.W., Peacock R.D., Jounes W.W., « A prototype FDMS Database for model verification », National Institute of Standard and Technology, Building and Fire Research Laboratory, NISTIR 6030, June 1997, pp. 105-108.

Pollard A., Rivoire C., « Fiabilité et Statistiques Prévisionnelles Méthode de Weibull », Edition Eyrolles, Paris-V, 1971.

Pons G., « Caractérisation du comportement différé des bétons. De la réalité à la note de calcul », *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, Spécial XX, pp. 61-71, 1998.

Powers T.C., « The thermodynamics of volume change and creep », *Materials and constructions*, Vol 1, N° 6, 1968, pp. 487-507.

R

Rossi P., « Fissuration du Béton : du Matériau à la Structure Application de la Mécanique Linéaire de la Rupture », *Rapport de Recherche LPC*, N° 150, Juin 1988.

Rostasy F.S., Teichen K.Th., Engelke H., « Beitrag zur Klärung des Zusammenhanges von Kriechen und Relaxation bei Normal-beton », Amtliche Forschungs und Materialprüfungsanstalt für das Bauwesen. Heft 139, Otto-Graf-Institut, Universität Stuttgart, Strassenbau und Strassenverkehrstechnik, 1972.

Rumelhart, D.E., Hinton, G.E. and Williams, R.J., « Learning internal representations by error propagation », In Rumelhart, D.E., McClelland J.L., (Eds), « Parallel Distributed Processing: Explorations in the microstructures of cognition », 1986, Vol. 1, pp. 318-362.

Rüsch H., Kordina K., Hilsdorf H.K., « Versuche über das Kriechen des Betons », Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 146, 1962.

Rüsch H., Sell R., Rasch C., Grasser E., Hummel A., Wesche K., and Flatten H., « Festigkeit und Verformung unbewehrten Betons unter Dauerlast », Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 198 (1968).

Russell H.G, Corley W.G, « Time dependent behavior of columns in water tower place », Seminar course manual/SCM -15 (87), *ACI Journal*, 1987.

Ruetz W., « An hypothesis for the creep of the hardened cement paste and the influence of simultaneous shrinkage », Proceeding of the structure of concrete and its behaviour under load, Londres, 1968, pp.365-387.

S

Sanad A., Saka M.P., « Design of Reinforced Concrete Structures Using Neural Networks », Proceeding of the 2nd International Conference in Civil Engineering on Computer Applications Research and Practice, Vol. 1, Department of Civil and Architectural Engineering, University of Bahrain, 1996, pp. 69-83.

Sdhabhon B., « Application of artificial neural networks to forecast pre-design construction cost and duration of building », Master Thesis of Civil Engineering, Asian Institute of technology (AIT), 1998, 110 p.

Seible F., Hose Y.D., « Development of Performance Evaluation Database for Concrete Bridge Components and Systems under Simulated Seismic Loads », *Earthquake Spectra*, Vol. 16, N° 2, 2000, pp. 413-442.

Senthil Kumar A.R., Sudheer K.P., Jain S.K., and Agarwal P.K., « Rainfall-runoff modelling using artificial neural networks : Comparison of network types », *Hydrological Processes*, 2004.

Shoya M., « Drying shrinkage and moisture loss of super plasticizer admixed concrete of low water cement ratio », *Transactions of the Japan Concrete Institute*, II-5, 1979, pp. 103-110.

Smadi M.M., Slate F.O., Nilson A.H., « Shrinkage and creep of high-, medium, and low-strength concrete, including overloads », *ACI Materials Journal*, Vol. 84, N° 3, 1987, pp. 224-234.

Shouju L., Yingxi L., Denggang W., Hua L., and Fengji W., « Inversion algorithm of permeability coefficients of rockmass and its application based on artificial neural network », *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, Vol. 21, N° 4, April 2002, pp. 479-483.

Song H.W., Kim S.H., Byun K.J., Song Y.C., « Creep prediction of concrete for reactor containment structures », *Nuclear Engineering and Design*, 217, 2002, pp. 225-236.

Stöckl S., « Versuche zum Einfluss der Belastungshöhe auf das Kriechen von Beton », *ibid.* Heft 324, 1981.

T

Teh C.I., Wong K.S., Goh A.T., Jartngam S., « A prediction of pile capacity using neural network », *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 11, N° 2, 1997, pp. 129-138.

Thiria S., Lechevallier Y., Gascuel O. et Canu S., « Statistique et méthodes neuronales », Edition Dunod, Paris, France, 1997.

Troxell G.E., Raphael J.E., Davis R.W., « Long-time creep and shrinkage tests of plain and reinforced concrete », *Proceeding ASTM 58*, 1958, pp.1101-1120.

Torrenti J.M., « Comportement multiaxial du béton : aspects expérimentaux et modélisation », Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1987.

U

Ulm F.J., Acker P., « Le point sur le fluage et la recouvrance des bétons », *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, Spécial XX, 1998, pp. 73-82.

Ulm F.J., Le Maou F., Boulay C., « Creep and shrinkage coupling: new review of some evidence », *Revue Française de Génie Civil*, Vol. 3, N° 3-4, 1999, pp. 21-37.

Ural D.N., Saka H., « Neural Networks in Civil Engineering : I Principales Understanding », *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, UK, 1998, 16 p.

V

Venuat M., « La Pratique des Ciments et des Bétons », Editions du Moniteur des Travaux Publics et du Bâtiment, Janvier 1992.

Verbeck G.J., Helmuth R.H., « Structures and physical properties of cement paste », *Proc. 5th International Symposium on the Chemistry of Cement*, Session III.1, Tokyo, 1968.

Vernet C., « Petit Memento de la Chimie des Ciments », La Durabilité des Bétons, Edité par Olivier J.P., Baron J., *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1992.

W

Wallo E.M., Yuan R.L., Lott. J.L., and Kesler C.E., « Sixth progress report on prediction of creep in structural concrete from short time tests », T&AM Report N° 658, Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois, Urbana. 1965.

Weigler H., Karl S., « Kriechen des Betons bei frühzeitiger Belastung », *Betonwerk und Fertigteiltechnik H9/81* (1981) and privately communicated unpublished data.

Wesche K.H., Schrage I., Von Berg W., « Versuche zum Einfluss des Belastungsalters auf das Kriechen von Beton », *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 295, 1978.

William K., Chi R., « NCSU Concrete Materials Database », Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington, D.C, Novembre 1993, 45 p.

Wischers G., Dahms J., « Kriechen von frühbelastetem Beton mit höher Anfangsfestigkeit », Beton 27, Heft 2 und 3, 1977.

Wittmann F.H., « Einflub des Feuchtigkeitsgehalyses auf das Kriechen des Zementsteines », Rheologica Acta, Vol. 9, N° 2, pp. 282-287, 1970.

Wittmann F.H., Roelfstra P.E., « Total deformation of loaded drying concrete », *Cement and Concrete Research*, Vol. 10, N° 6, 1980, pp. 601-610.

Wittmann F.H., « Creep and shrinkage mecanisms », in Creep and Shrinkage in Concrete Structures, edited by Bazant Z.P. and Wittmann F.H, John Wiley and Sons, 1982, pp. 129-161.

Wittmann F.H., Bazant Z.P., Alou F., and Kim J.K., « Statistics of Shrinkage Test Data », Cement, Concrete, and Aggregates, CCAGDP, Vol. 9, N° 2, pp. 129-153, Winter 1987 ; 129-153 and privately communicated latest unpublished measurements 1991.

Wittmann F.H., Lunk P., Muller T., « Feuchtigkeits- und Ionentransport bei gerissenen Stahlbetonbauteilen », Eidgenössisches Verkehrs-und Energiewirtschaftsdepartement, Bundesamt für Strassenbau, Heft 538, 1998.

Wittmann F.H., « Drying and Shrinkage of Hardened Cement Paste », 3rd International Bolomey Workshop, Pore Solution in Hardened Cement Paste, Aedificatio Publishers, pp. 209-254, 2000.

Wong F.S., Thint M.P., Tung A.T., « On line detection of structural damage using neural network », Weidlinger Associate, CA 94022, USA, 1997, 27 p.

Y

York G.P., Kennedy T.W., Perry E.S., « Experimental investigation of creep in concrete subjected to multiaxial compressive stresses and elevated temperatures », Research Report 2864-2 to Oak Ridge National Laboratory, Department of Civil Engineering, University of Texas, Austin, June 1970; see also Concrete for Nuclear Reactors, American Concrete Institute Special Publication N° 34, 1972, pp. 647-700.

Yun-Hong C., Bin L., « Research based on BP network for concrete carbonation », *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, Vol. 25, N° 4, April 2004, pp. 398-401.

Yurtdas I., « Couplage comportement mécanique et dessiccation des matériaux à matrice cimentaire : étude expérimentale sur mortiers », Thèse de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, Lille (2003).

Annexes

Annexe 1 – Les ciments portland

Le ciment Portland est le nom donné à un ciment obtenu en cuisant un mélange de calcaire et d'argile à 1450°C. Les matières premières agglomérées en petites boules lors de la cuisson ont reçu le nom de *Clinker*.

Les définitions de British Standard (BS 12 :1978) et American Standard (ASTM C150-84) précisent qu'aucun matériau autre que le gypse et l'oxyde ferrique ne peut être ajouté après la cuisson.

Les essais sur lesquels nous nous sommes basés pour développer notre modèle utilisent le classement du ciment de l'American Society for Testing of Materials (ASTM). Il existe une équivalence avec le classement CEB précisé dans le tableau suivant :

Type de ciment	Ciment Portland Ordinaire	Ciment Modifié	Durcissement Rapide du Ciment Portland
ACI (ASTM)	Type I	Type II	Type III
CEB	Type R, ou N (aussi appelé CEM I)	Type SL	Type RS

Tableau A1.1 : Différents types de ciment selon les normes ACI et CEB (ACI 209.2R 2008, Gardner 2004).

Composition Chimique et Minéralogique du Clinker

Les quatre constituants principaux sont énumérés dans le tableau A1.2, ainsi que la composition typique avec les symboles abrégés. Cette notation est employée par les cimentiers et décrit chaque oxyde par une lettre :

CaO = C ; Si O₂ = S ; Al₂O₃ = A et Fe₂O₃ = F. De même, H₂O dans l'hydratation de ciment est noté par H.

Nom de composé	Composition en oxyde	Abréviation	Teneur(%)
Silicate Tricalcique (alite)	3CaO.Si O ₂	C ₃ S	54.1
Silicate Bicalcique (belite)	2CaO.Si O ₂	C ₂ S	16.6
Aluminate Tricalcique	3CaO.Al ₂ O ₃	C ₃ A	10.8
Alumine ferrite Tetracalcique	4CaO.Al ₂ O ₃ .Fe ₂ O ₃	C ₄ AF	9.1

Tableau A1.2 : Composés principaux du clinker avec leur teneur typique (Neville et Brooks 1987).

Les silicates C₃S et C₂S sont responsables de la résistance de la pâte de ciment.

Le ciment à faible teneur en C₃A aura une bonne résistance à l'action des eaux agressives et facilite lors de la fabrication de ciment la combinaison de la chaux et de la silice.

Le C₄AF réagit avec le gypse pour former le sulphoterrite de calcium et sa présence accélère l'hydratation des silicates.

La composition chimique du clinker est dans les limites suivantes :

Oxyde	CaO	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MgO	Alkalis	SO ₃
Teneur (%)	60–67	17–25	3–8	0.5–0.6	0.1–4.0	0.2–1.3	1–3

Tableau A1.3: Les limites approximatives de composition du clinker (Neville et Brooks 1987).

Chaleur d'Hydratation et Résistance

La réaction d'hydratation est exothermique. La chaleur d'hydratation dépend de la composition chimique du ciment. Elle est approximativement égale à la somme de la chaleur d'hydratation de chaque composé pris individuel. Les valeurs typiques sont données dans le tableau suivant :

Composés		C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF
Chaleur d'hydratation	J/g	502	260	867	419
	Cal/g	120	62	207	100

Tableau A1.4 : Chaleur d'hydratation de composés purs (Neville et Brooks 1987).

Si on réduit les proportions de C₃A et C₃S, la chaleur d'hydratation se réduit. La finesse du ciment affecte le taux de la chaleur développée mais pas la quantité totale de la chaleur libérée.

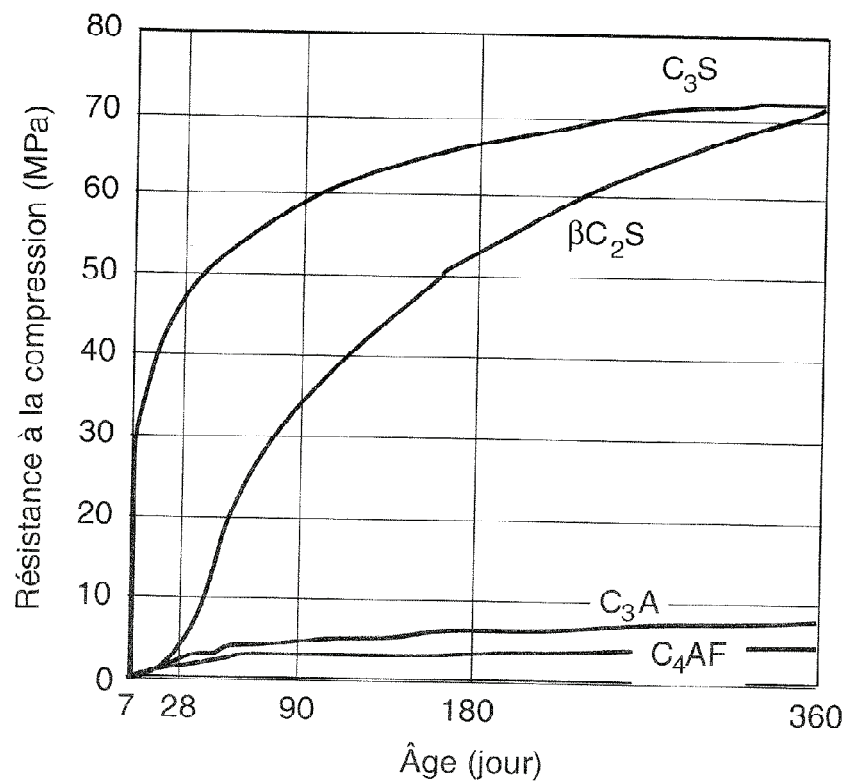


Fig. A1.1 : Développement de la résistance des composés purs (Neville et Brooks 1987).

Types de Ciment

Jusqu'ici, nous avons considéré le ciment portland comme matériau générique car il ne contient que du clinker. Cependant, une fois hydratés, les ciments de composition chimique différente peuvent montrer des propriétés différentes. Le tableau A1.5 donne les valeurs moyennes de composition des ciments composés.

Ciment	Composition des composés (%)							
	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF	CaSO ₄	CaO libre	MgO	Perte
Type I	59	15	12	8	2.9	0.8	2.4	1.2
Type II	46	29	6 (8max)	12	2.8	0.6	3.0	1.0
Type III	60	12	12(15max)	8	3.9	1.3	2.6	1.9

Tableau A1.5 : Les valeurs typiques moyennes de composition des composés de ciment portland pour de différents types (Neville et Brooks 1987).

Plusieurs de ces ciments ont été développés pour assurer la bonne durabilité du béton. Il n'a pas été possible cependant de trouver dans la composition du ciment une réponse complète à ce problème de durabilité, qui est fonction d'autres facteurs. La Fig. A1.2 présente le développement de la résistance des bétons, préparés avec des ciments de différents types. On note peu de différence de la résistance à 90 jours pour les différents types.

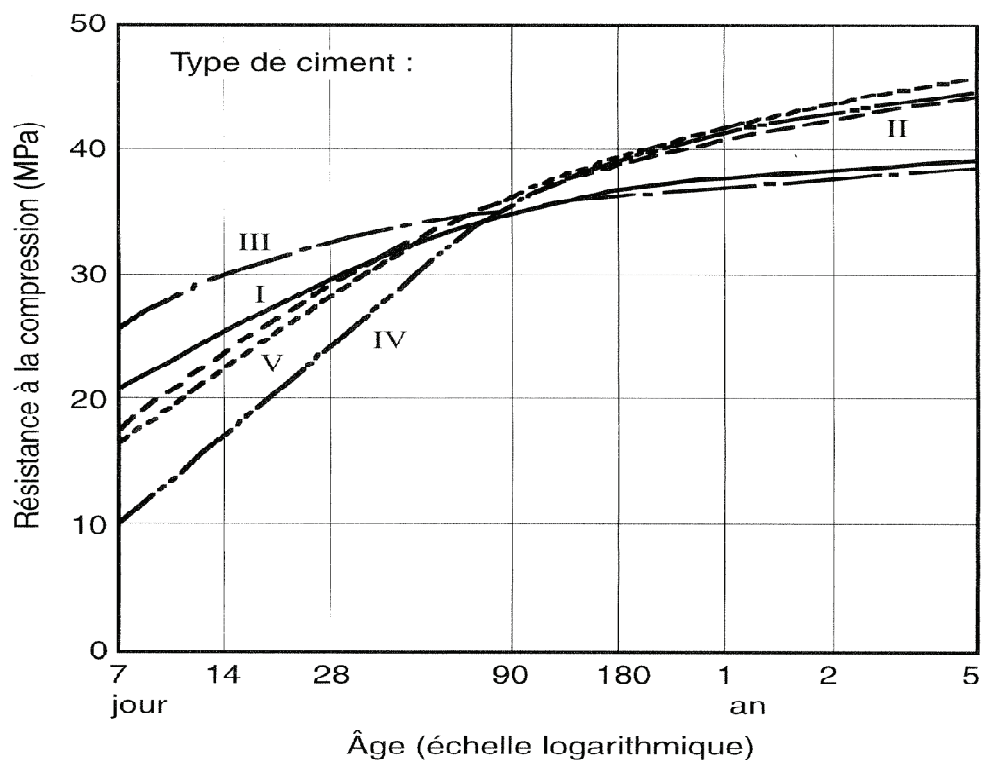


Fig. A1.2 : Développement de la résistance des bétons contiennent 335 kg/m³ faites avec des ciments portland de différents types : ordinaire (Type I), modifié (Type II), durcissement rapide (Type III), base température (Type IV), résistant au sulfate (Type V) (Neville et Brooks 1987).

Ciment Ordinaire (Type I)

C'est de loin le ciment le plus commun utilisé généralement dans des constructions en béton quant il n'y a pas d'exposition aux sulfates dans le sol ou un terrain humide.

Ce type de ciment est d'usage général et le plus utilisé au monde.

Ciment Modifié (Type II)

Le ciment de type II est recommandé pour des structures où l'élévation de température doit rester faible et où une attaque par les sulfates pourrait apparaître.

Ciment à Durcissement Rapide (Type III)

Comme son nom l'indique, la résistance de ce ciment se développe rapidement (voir tableau A1.5) grâce à la présence d'un contenu plus élevé de C₃S et une très grande finesse (minimum 325 m²/kg).

La raison principale de l'utilisation du ciment de type III est quand le décoffrage doit être fait rapidement. Ce type de ciment ne doit pas être utilisé en construction de béton en masse ou en sections structurales larges à cause du taux élevé de la chaleur développée (voir Fig. A1.3). D'autre part, pour un coulage à basse température, l'utilisation de ce ciment peut permettre le développement correct de la résistance.

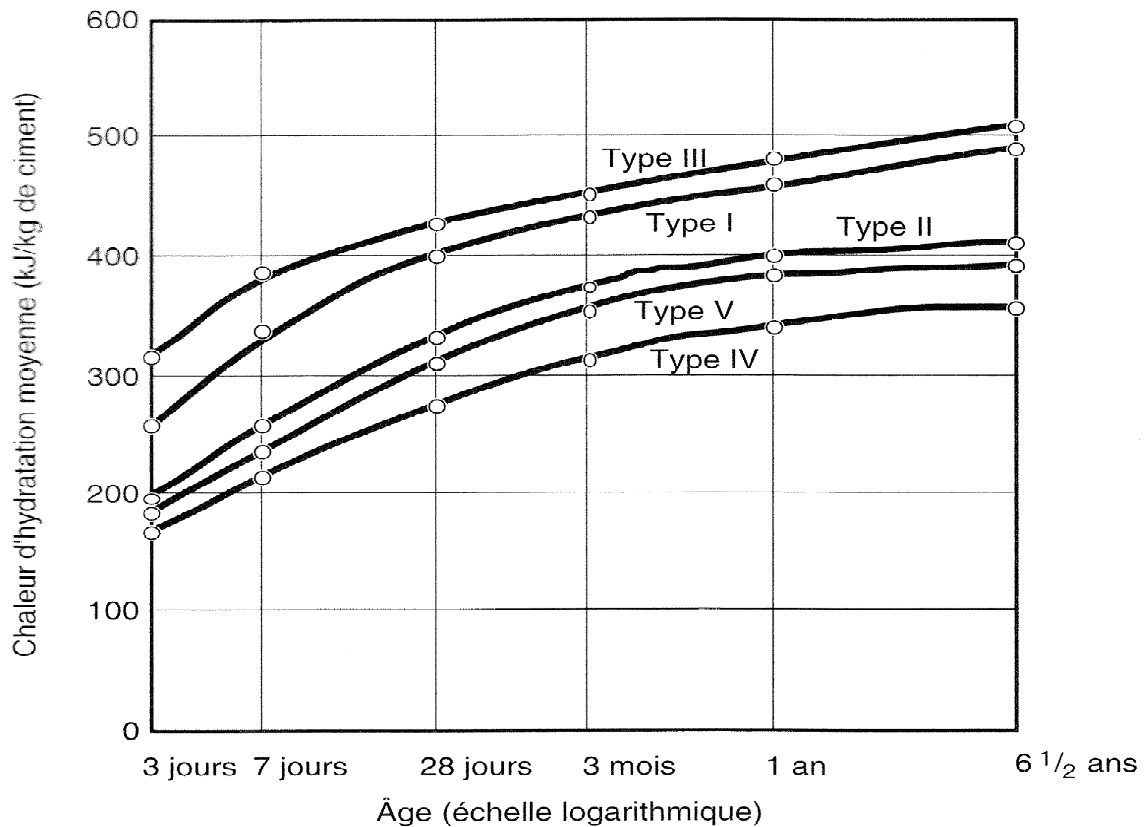


Fig. A1.3 : Développement de la chaleur d'hydratation de différents ciments mûris à 21°C (70°F) (Eau/Ciment = 0.40) : ordinaire (Type I), modifié (Type II), durcissement rapide (Type III), base température (Type IV), résistant au sulfate (Type V) (Neville et Brooks 1987).

**Annexe 2 – Différents modèles de Prédiction du Retrait et du
Fluage du béton (ACI 209.2R-08)**

Sakata, K., 1993, "Prediction of Concrete Creep and Shrinkage," *Proceedings of 5th International RILEM Symposium (Concreep5)*, Barcelona, Spain, pp. 649-654.

Sakata, K.; Tsubaki, T.; Inoue, S.; and Ayano, T., 2001, "Prediction Equations of Creep and Drying Shrinkage for Wide-Ranged Strength Concrete," *Proceedings of 6th International Conference CONCREEP-6@MIT*, pp. 753-758.

Sassone, M., and Chiorino, M. A., 2005, "Design Aids for the Evaluation of Creep Induced Structural Effects", *Shrinkage and Creep of Concrete*, SP-227, D. J. Gardner and J. Weiss eds., American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, pp. 239-259.

Videla, C., and Aguilar, C., 2005a, "Drying Shrinkage Prediction Model for Chilean Concretes," *Revista Ingeniería de Construcción*, V. 20, No. 2, Aug., pp. 139-152.

Videla, C., and Aguilar, C., 2005b, "Effectiveness of Shrinkage-Reducing Admixtures on Portland Pozzolan Cement Concrete," *Revista Materiales de Construcción*, V. 55, No. 278, Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, Spain, pp. 13-28.

Videla, C.; Covarrubias, J. P.; and Masana, C., 2004, "Updating Concrete Drying Shrinkage Prediction Models For Local Materials," *ACI Materials Journal*, V. 101, No. 3, May-June, pp. 187-198.

Videla, C., and Gaedcke, C., 2004, "Modeling Portland Blast Furnace Slag Cement High Performance Concrete," *ACI Materials Journal*, V. 101, No. 5, Sept.-Oct., pp. 365-375.

Wesche, K.; Schrage, I.; and von Berg, W., 1978, "Versuche zum Einfluss auf das Belastungsalter auf das Kriechen von Beton," *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 295, pp. 68-156.

Yue, L. L., and Taerwe, L., 1992, "Creep Recovery of Plain Concrete and its Mathematical Modelling," *Magazine of Concrete Research*, V. 44, No. 161, Dec., pp. 281-290.

Yue, L. L., and Taerwe, L., 1993, "Two-Function Method for the Prediction of Concrete Creep under Decreasing Stress," *Materials and Structures*, V. 26, pp. 268-273.

APPENDIX A—MODELS

A.1—ACI 209R-92 model

This is an empirical model developed by Branson and Christiason (1971), with minor modifications introduced in ACI 209R-82 (ACI Committee 209 1982). ACI Committee 209 incorporated the developed model in ACI 209R-92 (ACI Committee 209 1992).

The models for predicting creep and shrinkage strains as a function of time have the same principle: a hyperbolic curve that tends to an asymptotic value called the ultimate value. The form of these equations is thought to be convenient for design purposes, in which the concept of the ultimate (in time) value is modified by the time-ratio (time-dependent development) to yield the desired result. The shape of the curve and ultimate value depend on several factors, such as curing conditions, age at application of load, mixture proportioning, ambient temperature, and humidity.

The design approach presented for predicting creep and shrinkage refers to standard conditions and correction factors for other-than-standard conditions. The correction

factors are applied to ultimate values. Because creep and shrinkage equations for any period are linear functions of the ultimate values, however, the correction factors in this procedure may be applied to short-term creep and shrinkage as well.

The recommended equations for predicting a creep coefficient and an unrestrained shrinkage strain at any time, including ultimate values, apply to normalweight, sand lightweight, and all lightweight concrete (using both moist and steam curing, and Types I and III cement) under the standard conditions summarized in Table A.1.

Required parameters:

- Age of concrete when drying starts, usually taken as the age at the end of moist curing (days);
- Age of concrete at loading (days);
- Curing method;
- Ambient relative humidity expressed as a decimal;
- Volume-surface ratio or average thickness (mm or in.);
- Concrete slump (mm or in.);
- Fine aggregate percentage (%);
- Cement content (kg/m³ or lb/yd³);
- Air content of the concrete expressed in percent (%); and
- Cement type

A.1.1 Shrinkage—The shrinkage strain $\epsilon_{sh}(t, t_c)$ at age of concrete t (days), measured from the start of drying at t_c (days), is calculated by Eq. (A-1)

$$\epsilon_{sh}(t, t_c) = \frac{(t - t_c)^\alpha}{f + (t - t_c)^\alpha} \cdot \epsilon_{shu} \quad (\text{A-1})$$

where f (in days) and α are considered constants for a given member shape and size that define the time-ratio part, ϵ_{shu} is the ultimate shrinkage strain, and $(t - t_c)$ is the time from the end of the initial curing.

For the standard conditions, in the absence of specific shrinkage data for local aggregates and conditions and at ambient relative humidity of 40%, the average value suggested for the ultimate shrinkage strain ϵ_{shu} , is

$$\epsilon_{shu} = 780 \times 10^{-6} \text{ mm/mm (in./in.)} \quad (\text{A-2})$$

For the time-ratio in Eq. (A-1), ACI 209R-92 recommends an average value for f of 35 and 55 for 7 days of moist curing and 1 to 3 days of steam curing, respectively, while an average value of 1.0 is suggested for α (flatter hyperbolic form). It should be noted that the time-ratio does not differentiate between drying, autogenous, and carbonation shrinkage. Also, it is independent of member shape and size, because f and α are considered as constant.

The shape and size effect can be totally considered on the time-ratio by replacing $\alpha = 1.0$, and f as given by Eq. (A-3), in Eq. (A-1), where V/S is the volume-surface ratio in mm or in.

Table A.1—Factors affecting concrete creep and shrinkage and variables considered in recommended prediction method

Factors		Variables considered	Standard conditions	
Concrete (creep and shrinkage)	Concrete composition	Cement paste content	Type of cement	Type I and III
		Water-cement ratio	Slump	70 mm (2.7 in.)
		Mixture proportions	Air content	≤ 6%
		Aggregate characteristics	Fine aggregate percentage	50%
		Degrees of compaction	Cement content	279 to 446 kg/m ³ (470 to 752 lb/yd ³)
	Initial curing	Length of initial curing	Moist cured	7 days
			Steam cured	1 to 3 days
		Curing temperature	Moist cured	23.2 ± 2 °C (73.4 ± 4 °F)
			Steam cured	≤ 100 °C (≤ 212 °F)
		Curing humidity	Relative humidity	≥ 95%
Member geometry and environment (creep and shrinkage)	Environment	Concrete temperature	23.2 ± 2 °C (73.4 ± 4 °F)	
		Concrete water content	Ambient relative humidity	40%
	Geometry	Size and shape	Volume-surface ratio or minimum thickness	V/S = 38 mm (1.5 in.) 150 mm (6 in.)
			Concrete age at load application	Moist cured
Loading (creep only)	Loading history	Steam cured	1 to 3 days	
		During loading period	Sustained load	Sustained load
		Duration of unloading period	—	—
		Number of load cycles	—	—
	Stress conditions	Type of stress and distribution across the section	Compressive stress	Axial compression
		Stress/strength ratio	Stress/strength ratio	≤ 0.50

$$f = 26.0e^{\{1.42 \times 10^{-2}(V/S)\}} \quad \text{in SI units} \quad (A-3)$$

$$f = 26.0e^{\{0.36(V/S)\}} \quad \text{in in.-lb units}$$

For conditions other than the standard conditions, the average value of the ultimate shrinkage ϵ_{shu} (Eq. (A-2)) needs to be modified by correction factors. As shown in Eq. (A-4) and (A-5), ACI 209R-92 (ACI Committee 209 1992) suggests multiplying ϵ_{shu} by seven factors, depending on particular conditions

$$\epsilon_{shu} = 780\gamma_{sh} \times 10^{-6} \text{ mm/mm (in./in.)} \quad (A-4)$$

with

$$\gamma_{sh} = \gamma_{sh,tc} \gamma_{sh,RH} \gamma_{sh,vs} \gamma_{sh,s} \gamma_{sh,\psi} \gamma_{sh,c} \gamma_{sh,\alpha} \quad (A-5)$$

where γ_{sh} represents the cumulative product of the applicable correction factors as defined as follows.

The initial moist curing coefficient $\gamma_{sh,tc}$ for curing times different from 7 days for moist-cured concrete, is given in Table A.2 or Eq. (A-6); for steam curing with a period of 1 to 3 days, $\gamma_{sh,tc} = 1$.

The $\gamma_{sh,cp}$ correction factors shown in Table A.2 for the initial moist curing duration variable can be obtained by linear regression analysis as given in Eq. (A-6)

$$\gamma_{sh,tc} = 1.202 - 0.2337 \log(t_c) \quad R^2 = 0.9987 \quad (A-6)$$

The ambient relative humidity coefficient $\gamma_{sh,RH}$ is

$$\gamma_{sh,RH} = \begin{cases} 1.40 - 1.02h & \text{for } 0.40 \leq h \leq 0.80 \\ 3.00 - 3.0h & \text{for } 0.80 \leq h \leq 1 \end{cases} \quad (A-7)$$

where the relative humidity h is in decimals.

For lower than 40% ambient relative humidity, values higher than 1.0 should be used for shrinkage $\gamma_{sh,RH}$. Because $\gamma_{sh,RH} = 0$ when $h = 100\%$, the ACI method does not predict swelling.

Coefficient $\gamma_{sh,vs}$ allows for the size of the member in terms of the volume-surface ratio, for members with volume-surface ratio other than 38 mm (1.5 in.), or average thickness other than 150 mm (6 in.). The average thickness d of a member is defined as four times the volume-surface ratio; that is $d = 4V/S$, which coincides with twice the actual thickness in the case of a slab

$$\gamma_{sh,vs} = 1.2e^{\{-0.00472(V/S)\}} \quad \text{in SI units} \quad (A-8)$$

$$\gamma_{sh,vs} = 1.2e^{\{-0.12(V/S)\}} \quad \text{in in.-lb units}$$

where V is the specimen volume in mm³ or in.³, and S the specimen surface area in mm² or in.².

Alternatively, the method also allows the use of the average-thickness method to account for the effect of member size on ϵ_{shu} . The average-thickness method tends to compute

Table A.2—Shrinkage correction factors for initial moist curing, $\gamma_{sh,tc}$, for use in Eq. (A-5), ACI 209R-92 model

Moist curing duration t_c , days	$\gamma_{sh,tc}$
1	1.2
3	1.1
7	1.0
14	0.93
28	0.86
90	0.75

correction factor values that are higher, as compared with the volume-surface ratio method.

For average thickness of member less than 150 mm (6 in.) or volume-surface ratio less than 37.5 mm (1.5 in.), use the factors given in Table A.3.

For average thickness of members greater than 150 mm (6 in.) and up to about 300 to 380 mm (12 to 15 in.), use Eq. (A-9) and (A-10).

During the first year drying, $(t - t_c) \leq 1$ year

$$\begin{aligned} \gamma_{sh,d} &= 1.23 - 0.0015d && \text{in SI units} \\ \gamma_{sh,d} &= 1.23 - 0.006(V/S) \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

$$\begin{aligned} \gamma_{sh,d} &= 1.23 - 0.038d && \text{in in.-lb units} \\ \gamma_{sh,d} &= 1.23 - 0.152(V/S) \end{aligned}$$

For ultimate values, $(t - t_c) > 1$ year

$$\begin{aligned} \gamma_{sh,d} &= 1.17 - 0.00114d && \text{in SI units} \\ \gamma_{sh,d} &= 1.17 - 0.00456(V/S) \end{aligned} \quad (\text{A-10})$$

$$\begin{aligned} \gamma_{sh,d} &= 1.17 - 0.029d && \text{in in.-lb units} \\ \gamma_{sh,d} &= 1.23 - 0.116(V/S) \end{aligned}$$

where $d = 4V/S$ is the average thickness (in mm or in.) of the part of the member under consideration.

For either method, however, γ_{sh} should not be taken less than 0.2. Also, use $\gamma_{sh}\epsilon_{shu} \geq 100 \times 10^{-6}$ mm/mm (in./in.) if concrete is under seasonal wetting and drying cycles and $\gamma_{sh}\epsilon_{shu} \geq 150 \times 10^{-6}$ mm/mm (in./in.) if concrete is under sustained drying conditions.

The correction factors that allow for the composition of the concrete are:

- Slump factor $\gamma_{sh,s}$, where s is the slump of fresh concrete (mm or in.)

$$\begin{aligned} \gamma_{sh,s} &= 0.89 + 0.00161s && \text{in SI units} \\ \gamma_{sh,s} &= 0.89 + 0.041s && \text{in in.-lb units} \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

Table A.3—Shrinkage correction factors for average thickness of members, $\gamma_{sh,d}$, for use in Eq. (A-5), ACI 209R-92 model

Average thickness of member d , mm (in.)	Volume/surface ratio V/S , mm (in.)	Shrinkage factor $\gamma_{sh,d}$
51 (2)	12.5 (0.50)	1.35
76 (3)	19 (0.75)	1.25
102 (4)	25 (1.00)	1.17
127 (5)	31 (1.25)	1.08
152 (6)	37.5 (1.50)	1.00

- Fine aggregate factor $\gamma_{sh,\psi}$, where ψ is the ratio of fine aggregate to total aggregate by weight expressed as percentage

$$\begin{aligned} \gamma_{sh,\psi} &= 0.30 + 0.014\psi && \text{for } \psi \leq 50\% \\ \gamma_{sh,\psi} &= 0.90 + 0.002\psi && \text{for } \psi > 50\% \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

- Cement content factor $\gamma_{sh,c}$, where c is the cement content in kg/m^3 or lb/yd^3

$$\begin{aligned} \gamma_{sh,c} &= 0.75 + 0.00061c && \text{in SI units} \\ \gamma_{sh,c} &= 0.75 + 0.00036c && \text{in in.-lb units} \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

- Air content factor $\gamma_{sh,\alpha}$, where α is the air content in percent

$$\gamma_{sh,\alpha} = 0.95 + 0.008\alpha \geq 1 \quad (\text{A-14})$$

These correction factors for concrete composition should be used only in connection with the average values suggested for $\epsilon_{shu} = 780 \times 10^{-6}$ mm/mm (in./in.). This average value for ϵ_{shu} should be used only in the absence of specific shrinkage data for local aggregates and conditions determined in accordance with ASTM C512.

A.1.2 Compliance—The compliance function $J(t, t_o)$ that represents the total stress-dependent strain by unit stress is given by

$$J(t, t_o) = \frac{1 + \phi(t, t_o)}{E_{cmto}} \quad (\text{A-15})$$

where E_{cmto} is the modulus of elasticity at the time of loading t_o (MPa or psi), and $\phi(t, t_o)$ is the creep coefficient as the ratio of the creep strain to the elastic strain at the start of loading at the age t_o (days).

a) *Modulus of elasticity*—The secant modulus of elasticity of concrete E_{cmto} at any time t_o of loading is given by

$$\begin{aligned} E_{cmto} &= 0.043\gamma_c^{1.5} \sqrt{f_{cmto}} && \text{(MPa) in SI units} \\ E_{cmto} &= 33\gamma_c^{1.5} \sqrt{f_{cmto}} && \text{(psi) in in.-lb units} \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

where γ_c is the unit weight of concrete (kg/m^3 or lb/ft^3), and f_{cmto} is the mean concrete compressive strength at the time of loading (MPa or psi).

The general equation for predicting compressive strength at any time t is given by

$$f_{cm,t} = \left[\frac{t}{a + bt} \right] f_{cm,28} \tag{A-17}$$

where $f_{cm,28}$ is the concrete mean compressive strength at 28 days in MPa or psi, a (in days) and b are constants, and t is the age of the concrete. The ratio a/b is the age of concrete in days at which one half of the ultimate (in time) compressive strength of concrete is reached.

The constants a and b are functions of both the type of cement used and the type of curing employed. The ranges of a and b for the normalweight, sand lightweight, and all lightweight concretes (using both moist and steam curing, and Types I and III cement) are: $a = 0.05$ to 9.25 , and $b = 0.67$ to 0.98 . Typical recommended values are given in Table A.4.

The concrete required mean compressive strength $f_{cm,28}$ should exceed the specified compressive strength f'_c as required in Section 5.3.2 of ACI 318 (ACI Committee 318 2005).

b) *Creep coefficient*—The creep model proposed by ACI 209R-92 has two components that determine the asymptotic value and the time development of creep. The predicted parameter is not creep strain, but creep coefficient $\phi(t, t_0)$ (defined as the ratio of creep strain to initial strain). The latter allows for the calculation of a creep value independent from the applied load. Equation (A-18) presents the general model

$$\phi(t, t_0) = \frac{(t - t_0)^\psi}{d + (t - t_0)^\psi} \phi_u \tag{A-18}$$

where $\phi(t, t_0)$ is the creep coefficient at concrete age t due to a load applied at the age t_0 ; d (in days) and ψ are considered constants for a given member shape and size that define the time-ratio part; $(t - t_0)$ is the time since application of load, and ϕ_u is the ultimate creep coefficient.

For the standard conditions, in the absence of specific creep data for local aggregates and conditions, the average value proposed for the ultimate creep coefficient ϕ_u is

$$\phi_u = 2.35 \tag{A-19}$$

For the time-ratio in Eq. (A-18), ACI-209R-92 recommends an average value of 10 and 0.6 for d and ψ (steeper curve for larger values of $(t - t_0)$), respectively.

The shape and size effect can be totally considered on the time-ratio by replacing $\psi = 1.0$ and $d = f$ as given by Eq. (A-3), in Eq. (A-18), where V/S is the volume-surface ratio in mm or in.

For conditions other than the standard conditions, the value of the ultimate creep coefficient ϕ_u (Eq. (A-19)) needs to be modified by correction factors. As shown in Eq. (A-20) and (A-21), ACI 209R-92 suggests multiplying ϕ_u by six factors, depending on particular conditions.

$$\phi_u = 2.35 \gamma_c \tag{A-20}$$

$$\gamma_c = \gamma_{c,t_0} \gamma_{c,RH} \gamma_{c,vs} \gamma_{c,s} \gamma_{c,\psi} \gamma_{sh,a} \tag{A-21}$$

Table A.4—Values of the constant a and b for use in Eq. (A-17), ACI 209R-92 model

Type of cement	Moist-cured concrete		Steam-cured concrete	
	a	b	a	b
I	4.0	0.85	1.0	0.95
III	2.3	0.92	0.70	0.98

where γ_c represent the cumulative product of the applicable correction factors as defined as follows.

For ages at application of load greater than 7 days for moist-cured concrete or greater than 1 to 3 days for steam-cured concrete, the age of loading factor for creep γ_{c,t_0} is estimated from

$$\gamma_{c,t_0} = 1.25 t_0^{-0.118} \text{ for moist curing} \tag{A-22}$$

$$\gamma_{c,t_0} = 1.13 t_0^{-0.094} \text{ for steam curing} \tag{A-23}$$

where t_0 is the age of concrete at loading (days).

The ambient relative humidity factor $\gamma_{c,RH}$ is

$$\gamma_{c,RH} = 1.27 - 0.67h \text{ for } h \geq 0.40 \tag{A-24}$$

where the relative humidity h is in decimals.

For lower than 40% ambient relative humidity, values higher than 1.0 should be used for creep γ_h .

Coefficient $\gamma_{c,vs}$ allows for the size of the member in terms of the volume-surface ratio, for members with a volume-surface ratio other than 38 mm (1.5 in.), or an average thickness other than 150 mm (6 in.)

$$\gamma_{c,vs} = \frac{2}{3} (1 + 1.13 e^{-0.0213(V/S)t}) \text{ in SI units} \tag{A-25}$$

$$\gamma_{c,vs} = \frac{2}{3} (1 + 1.13 e^{-0.54(V/S)t}) \text{ in in.-lb units}$$

where V is the specimen volume in mm³ or in³, and S the specimen surface area in mm² or in².

Alternatively, the method also allows the use of the average-thickness method to account for the effect of member size on ϕ_u . The average-thickness method tends to compute correction factor values that are higher, as compared with the volume-surface ratio method.

For the average thickness of a member less than 150 mm (6 in.) or volume-surface ratio less than 37.5 mm (1.5 in.), use the factors given in Table A.5.

For the average thickness of members greater than 150 mm (6 in.) and up to about 300 to 380 mm (12 to 15 in.), use Eq. (A-26) and (A-27).

During the first year after loading, $(t - t_0) \leq 1$ year

$$\gamma_{c,d} = 1.14 - 0.00092d \text{ in SI units}$$

$$\gamma_{c,d} = 1.14 - 0.00363(V/S)$$

(A-26)

$$\gamma_{c,d} = 1.14 - 0.023d \text{ in in.-lb units}$$

$$\gamma_{c,d} = 1.14 - 0.092(V/S)$$

Table A.5—Creep correction factors for average thickness of members, $\gamma_{c,d}$, for use in Eq. (A-21), ACI 209R-92 model

Average thickness of member d , mm (in.)	Volume/surface ratio V/S , mm (in.)	Creep factor $\gamma_{c,d}$
51 (2)	12.5 (0.50)	1.30
76 (3)	19 (0.75)	1.17
102 (4)	25 (1.00)	1.11
127 (5)	31 (1.25)	1.04
152 (6)	37.5 (1.50)	1.00

For ultimate values, $(t - t_0) > 1$ year

$$\begin{aligned} \gamma_{c,d} &= 1.10 - 0.00067d \\ \gamma_{c,d} &= 1.10 - 0.00268(V/S) \end{aligned} \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-27})$$

$$\begin{aligned} \gamma_{c,d} &= 1.10 - 0.017d \\ \gamma_{c,d} &= 1.10 - 0.068(V/S) \end{aligned} \quad \text{in in.-lb units}$$

where $d = 4(V/S)$ is the average thickness in mm or inches of the part of the member under consideration.

The correction factors to allow for the composition of the concrete are:

- Slump factor $\gamma_{c,s}$, where s is the slump of fresh concrete (mm or in.)

$$\begin{aligned} \gamma_{c,s} &= 0.82 + 0.00264s \quad \text{in SI units} \\ \gamma_{c,s} &= 0.82 + 0.067s \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \quad (\text{A-28})$$

- Fine aggregate factor $\gamma_{c,\psi}$, where ψ is the ratio of fine aggregate to total aggregate by weight expressed as percentage

$$\gamma_{c,\psi} = 0.88 + 0.0024\psi \quad (\text{A-29})$$

- Air content factor $\gamma_{c,\alpha}$, where α is the air content in percent

$$\gamma_{c,\alpha} = 0.46 + 0.09\alpha \geq 1 \quad (\text{A-30})$$

These correction factors for concrete composition should be used only in connection with the average values suggested for $\phi_u = 2.35$. This average value for ϕ_u should be used only in the absence of specific creep data for local aggregates and conditions determined in accordance with ASTM C512.

A.2—Bažant-Baweja B3 model

The Bažant-Baweja (1995) B3 model is the latest variant in a number of shrinkage and creep prediction methods developed by Bažant and his coworkers at Northwestern University. According to Bažant and Baweja (2000), the B3 model is simpler and is better theoretically justified than the previous models. The effect of concrete composition and

design strength on the model parameters is the main source of error of the model.

The prediction of the material parameters of the B3 model from strength and composition is restricted to portland cement concrete with the following parameter ranges:

- $0.35 \leq w/c \leq 0.85$;
- $2.5 \leq a/c \leq 13.5$;
- $17 \text{ MPa} \leq f_{cm28} \leq 70 \text{ MPa}$ ($2500 \text{ psi} \leq f_{cm28} \leq 10,000 \text{ psi}$); and
- $160 \text{ kg/m}^3 \leq c \leq 720 \text{ kg/m}^3$ ($270 \text{ lb/yd}^3 \leq c \leq 1215 \text{ lb/yd}^3$) where f_{cm28} is the 28-day standard cylinder compression strength of concrete (in MPa or psi), w/c is the water-cement ratio by weight, c is the cement content (in kg/m^3 or lb/yd^3), and a/c is the aggregate-cement ratio by weight. If only design strength is known, then $f_{cm28} = f'_c + 8.3 \text{ MPa}$ ($f_{cm28} = f'_c + 1200 \text{ psi}$).

The Bažant-Baweja B3 model is restricted to the service stress range (or up to about $0.45f_{cm28}$). The formulas are valid for concretes cured for at least 1 day.

Required parameters:

- Age of concrete when drying starts, usually taken as the age at the end of moist curing, (days);
- Age of concrete at loading (days);
- Aggregate content in concrete (kg/m^3 or lb/yd^3);
- Cement content in concrete (kg/m^3 or lb/yd^3);
- Water content in concrete (kg/m^3 or lb/yd^3);
- Cement type;
- Concrete mean compressive strength at 28 days (MPa or psi);
- Modulus of elasticity of concrete at 28 days (MPa or psi);
- Curing condition;
- Relative humidity expressed as a decimal;
- Shape of specimen; and
- Volume-surface ratio or effective cross-section thickness (mm or in.).

A.2.1 Shrinkage—The mean shrinkage strain $\varepsilon_{sh}(t, t_c)$ in the cross section at age of concrete t (days), measured from the start of drying at t_c (days), is calculated by Eq. (A-31)

$$\varepsilon_{sh}(t, t_c) = -\varepsilon_{sh\infty} k_h S(t - t_c) \quad (\text{A-31})$$

where $\varepsilon_{sh\infty}$ is the ultimate shrinkage strain, k_h is the humidity dependence factor (Table A.6), $S(t - t_c)$ is the time curve, and $(t - t_c)$ is the time from the end of the initial curing.

The ultimate shrinkage $\varepsilon_{sh\infty}$ is given by Eq. (A-32)

$$\varepsilon_{sh\infty} = -\varepsilon_{s\infty} \frac{E_{cm607}}{E_{cm}(t_c + \tau_{sh})} \quad (\text{A-32})$$

where $\varepsilon_{s\infty}$ is a constant given by Eq. (A-33), and $E_{cm607}/E_{cm}(t_c + \tau_{sh})$ is a factor to account for the time dependence of ultimate shrinkage (Eq. (A-34))

$$\begin{aligned} \varepsilon_{s\infty} &= -\alpha_1 \alpha_2 [0.019 w^{2.1} f_{cm28}^{-0.28} + 270] \times 10^{-6} \quad \text{in SI units} \\ \varepsilon_{s\infty} &= -\alpha_1 \alpha_2 [0.02565 w^{2.1} f_{cm28}^{-0.28} + 270] \times 10^{-6} \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \quad (\text{A-33})$$

and

$$E_{cm,t} = E_{cm,28} \left(\frac{t}{4 + 0.85t} \right)^{0.5} \tag{A-34}$$

where w is the water content in kg/m^3 or lb/yd^3 , $f_{cm,28}$ is the concrete mean compressive strength at 28 days in MPa or psi, and α_1 and α_2 are constants related to the cement type and curing condition. (Note: The negative sign is the model authors' convention.) The values of α_1 and α_2 are given in Tables A.7 and A.8, respectively. This means that $\epsilon_{sh,\infty} = \epsilon_{s,\infty}$ for $t_c = 7$ days, and $\tau_{sh} = 600$ days.

The time function for shrinkage $S(t - t_c)$ is given by Eq. (A-35)

$$S(t - t_c) = \tanh \sqrt{\frac{(t - t_c)}{\tau_{sh}}} \tag{A-35}$$

where t and t_c are the age of concrete and the age drying commenced or end of moist curing in days, respectively, and τ_{sh} is the shrinkage half-time in days as given in Eq. (A-36).

The size dependence of shrinkage is given by

$$\begin{aligned} \tau_{sh} &= 0.085t_c^{-0.08} f_{cm,28}^{-0.25} [2k_s(V/S)]^2 \quad \text{in SI units} \\ \tau_{sh} &= 190.8t_c^{-0.08} f_{cm,28}^{-0.25} [2k_s(V/S)]^2 \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \tag{A-36}$$

where k_s is the cross-section shape-correction factor (Table A.9), and V/S is the volume-surface ratio in mm or in.

A.2.2 Compliance—The average compliance function $J(t, t_o)$ at concrete age t caused by a unit uniaxial constant stress applied at age t_o , incorporating instantaneous deformation, basic and drying creep, is calculated from

$$J(t, t_o) = q_1 + C_o(t, t_o) + C_d(t, t_o, t_c) \tag{A-37}$$

where q_1 is the instantaneous strain due to unit stress (inverse of the asymptotic elastic modulus) that is, in theory, approached at a time of about 10^{-9} second; $C_o(t, t_o)$ is the compliance function for basic creep; $C_d(t, t_o, t_c)$ is the additional compliance function for drying creep; and t , t_c , and t_o are the age of concrete, the age drying began or end of moist curing, and the age of concrete loading in days, respectively.

The instantaneous strain may be written $q_1 = 1/E_o$, where E_o is the asymptotic elastic modulus. The use of E_o instead of the conventional static modulus E_{cm} is convenient because concrete exhibits pronounced creep, even for very short loads duration. E_o should not be regarded as a real elastic modulus, but merely an empirical parameter that can be considered age independent. Therefore, the instantaneous strain due to unit stress is expressed in Eq. (A-38)

$$q_1 = 0.6/E_{cm,28} \tag{A-38}$$

where

Table A.6—Humidity dependence k_h , B3 model

Relative humidity	k_h
$h \leq 0.98$	$1 - h^3$
$h = 1.00$	-0.2
$0.98 < h < 1.00$	Linear interpolation: $12.74 - 12.94h$

Table A.7— α_1 as function of cement type, B3 model

Type of cement	α_1
Type I	1.00
Type II	0.85
Type III	1.10

Table A.8— α_2 as function of curing condition, B3 model

Curing method	α_2
Steam cured	0.75
Cured in water or at 100% relative humidity	1.00
Sealed during curing or normal curing in air with initial protection against drying	1.20

$$\begin{aligned} E_{cm,28} &= 4734 \sqrt{f_{cm,28}} \quad \text{in SI units} \\ E_{cm,28} &= 57,000 \sqrt{f_{cm,28}} \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \tag{A-39}$$

According to this model, the basic creep is composed of three terms: an aging viscoelastic term, a nonaging viscoelastic term, and an aging flow term

$$C_o(t, t_o) = q_2 Q(t, t_o) + q_3 \cdot \ln[1 + (t - t_o)^n] + q_4 \cdot \ln(t/t_o) \tag{A-40}$$

where $q_2 Q(t, t_o)$ is the aging viscoelastic compliance term. The cement content c (in kg/m^3 or lb/yd^3) and the concrete mean compressive strength at 28 days $f_{cm,28}$ (in MPa or psi) are required to calculate the parameter q_2 in Eq. (A-41)

$$\begin{aligned} q_2 &= 185.4 \times 10^{-6} c^{0.5} f_{cm,28}^{-0.9} \quad \text{in SI units} \\ q_2 &= 86.814 \times 10^{-6} c^{0.5} f_{cm,28}^{-0.9} \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \tag{A-41}$$

$Q(t, t_o)$ is an approximate binomial integral that must be multiplied by the parameter q_2 to obtain the aging viscoelastic term

$$Q(t, t_o) = Q_f(t_o) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_o)}{Z(t, t_o)} \right)^{r(t_o)} \right]^{-1/r(t_o)} \tag{A-42}$$

Equations (A-43) to (A-45) can be used to approximate the binomial integral

$$Q_f(t_o) = [0.086(t_o)^{2/9} + 1.21(t_o)^{4/9}]^{-1} \tag{A-43}$$

$$Z(t, t_o) = (t_o)^{-m} \cdot \ln[1 + (t - t_o)^n] \tag{A-44}$$

$$r(t_o) = 1.7(t_o)^{0.12} + 8 \tag{A-45}$$

Table A.9— k_s as function of cross section shape, B3 model

Cross section shape	k_s
Infinite slab	1.00
Infinite cylinder	1.15
Infinite square prism	1.25
Sphere	1.30
Cube	1.55

Note: The analyst needs to estimate which of these shapes best approximates the real shape of the member or structure. High accuracy in this respect is not needed, and $k_s = 1$ can be used for simplified analysis.

where m and n are empirical parameters whose value can be taken the same for all normal concretes ($m = 0.5$ and $n = 0.1$).

In Eq. (A-40), q_3 is the nonaging viscoelastic compliance parameter, and q_4 is the aging flow compliance parameter. These parameters are a function of the concrete mean compressive strength at 28 days f_{cm28} (in MPa or psi), the cement content c (in kg/m³ or lb/yd³), the water-cement ratio w/c , and the aggregate-cement ratio a/c

$$q_3 = 0.29(w/c)^4 q_2 \quad (\text{A-46})$$

$$q_4 = 20.3 \times 10^{-6} (a/c)^{-0.7} \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-47})$$

$$q_4 = 0.14 \times 10^{-6} (a/c)^{-0.7} \quad \text{in in.-lb units}$$

The compliance function for drying creep is defined by Eq. (A-48). This equation accounts for the drying before loading. Note that drying before loading is considered only for drying creep

$$C_d(t, t_o, t_c) = q_5 [\exp\{-8H(t)\} - \exp\{8H(t_o)\}]^{1/2} \quad (\text{A-48})$$

In Eq. (A-48), q_5 is the drying creep compliance parameter. This parameter is a function of the concrete mean compressive strength at 28 days f_{cm28} (in MPa or psi), and of $\varepsilon_{sh\infty}$, the ultimate shrinkage strain as given in Eq. (A-32)

$$q_5 = 0.757 f_{cm28}^{-1} |\varepsilon_{sh\infty} \times 10^6|^{-0.6} \quad (\text{A-49})$$

$H(t)$ and $H(t_o)$ are spatial averages of pore relative humidity. Equations (A-50) to (A-53) and Eq. (A-36) are required to calculate $H(t)$ and $H(t_o)$.

$$H(t) = 1 - (1 - h)S(t - t_c) \quad (\text{A-50})$$

$$H(t_o) = 1 - (1 - h)S(t_o - t_c) \quad (\text{A-51})$$

where $S(t - t_c)$ and $S(t_o - t_c)$ are the time function for shrinkage calculated at the age of concrete t and the age of concrete at loading t_o in days, respectively, and τ_{sh} is the shrinkage half-time

$$S(t - t_c) = \tanh\left[\left(\frac{t - t_c}{\tau_{sh}}\right)^{1/2}\right] \quad (\text{A-52})$$

$$S(t_o - t_c) = \tanh\left[\left(\frac{t_o - t_c}{\tau_{sh}}\right)^{1/2}\right] \quad (\text{A-53})$$

A.3—CEB MC90-99 model

The CEB MC90 model (Muller and Hilsdorf 1990; CEB 1993) is intended to predict the time-dependent mean cross-section behavior of a concrete member. It has concept similar to that of ACI 209R-92 model in the sense that it gives a hyperbolic change with time for creep and shrinkage, and it also uses an ultimate value corrected according mixture proportioning and environment conditions. Unless special provisions are given, the models for shrinkage and creep predict the time-dependent behavior of ordinary-strength concrete (12 MPa [1740 psi] $\leq f'_c \leq 80$ MPa [11,600 psi]) moist cured at normal temperatures not longer than 14 days and exposed to a mean ambient relative humidity in the range of 40 to 100% at mean ambient temperatures from 5 to 30 °C (41 to 86 °F). The models are valid for normalweight plain structural concrete having an average compressive strength in the range of 20 MPa (2900 psi) $\leq f_{cm28} \leq 90$ MPa (13,000 psi). The age at loading t_o should be at least 1 day, and the sustained stress should not exceed 40% of the mean concrete strength $f_{cm(t_o)}$ at the time of loading t_o . Special provisions are given for elevated or reduced temperatures and for high stress levels.

The CEB MC90-99 model (CEB 1999) includes the latest improvements to the CEB MC90 model. The model has been developed for normal- and high-strength concrete, and considers the separation of the total shrinkage into autogenous and drying shrinkage components. The models for shrinkage and creep are intended to predict the time-dependent mean cross-section behavior of a concrete member moist cured at normal temperatures not longer than 14 days and exposed to a mean ambient relative humidity in the range of 40 to 100% at mean ambient temperatures from 10 to 30 °C (50 to 86 °F). It is valid for normalweight plain structural concrete having an average compressive strength in the range of 15 MPa (2175 psi) $\leq f_{cm28} \leq 120$ MPa (17,400 psi). The age at loading should be at least 1 day, and the creep-induced stress should not exceed 40% of the concrete strength at the time of loading.

The CEB model does not require any information regarding the duration of curing or curing condition, but takes into account the average relative humidity and member size.

Required parameters:

- Age of concrete when drying starts, usually taken as the age at the end of moist curing (days);
- Age of concrete at loading (days);
- Concrete mean compressive strength at 28 days (MPa or psi);
- Relative humidity expressed as a decimal;
- Volume-surface ratio or effective cross-section thickness of the member (mm or in.); and
- Cement type.

A.3.1 Shrinkage CEB MC90—The total shrinkage strains of concrete $\varepsilon_{sh}(t, t_c)$ may be calculated from

$$\varepsilon_{sh}(t, t_c) = \varepsilon_{sho} \beta_s(t - t_c) \quad (\text{A-54})$$

where ϵ_{cso} is the notional shrinkage coefficient, $\beta_s(t - t_c)$ is the coefficient describing the development of shrinkage with time of drying, t is the age of concrete (days) at the moment considered, t_c is the age of concrete at the beginning of drying (days), and $(t - t_c)$ is the duration of drying (days).

The notional shrinkage coefficient may be obtained from

$$\epsilon_{cso} = \epsilon_s(f_{cm28})\beta_{RH}(h) \tag{A-55}$$

with

$$\epsilon_s(f_{cm28}) = [160 + 10\beta_{sc}(9 - f_{cm28}/f_{cm0})] \times 10^{-6} \tag{A-56}$$

$$\beta_{RH}(h) = -1.55 \left[1 - \left(\frac{h}{h_o} \right)^3 \right] \text{ for } 0.4 \leq h < 0.99 \tag{A-57}$$

$$\beta_{RH}(h) = 0.25 \text{ for } h \geq 0.99$$

where f_{cm28} is the mean compressive cylinder strength of concrete at the age of 28 days (MPa or psi), f_{cm0} is equal to 10 MPa (1450 psi), β_{sc} is a coefficient that depends on the type of cement (Table A.10), h is the ambient relative humidity as a decimal, and h_o is equal to 1.

The development of shrinkage with time is given by

$$\beta_s(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)/t_1}{350 \left[\left(\frac{V}{S} \right) / \left(\frac{V}{S} \right)_o \right]^2 + (t - t_c)/t_1} \right]^{0.5} \tag{A-58}$$

where $(t - t_c)$ is the duration of drying (days), t_1 is equal to 1 day, V/S is the volume-surface ratio (mm or in.), and $(V/S)_o$ is equal to 50 mm (2 in.).

The method assumes that, for curing periods of concrete members not longer than 14 days at normal ambient temperature, the duration of moist curing does not significantly affect shrinkage. Hence, this parameter, as well as the effect of curing temperature, is not taken into account. Therefore, in Eq. (A-54) and (A-58), the actual duration of drying $(t - t_c)$ has to be used.

When constant temperatures above 30 °C (86 °F) are applied while the concrete is drying, CEB MC90 recommends using an elevated temperature correction for $\beta_{RH}(h)$ and $\beta_s(t - t_c)$, shown as follows.

The effect of temperature on the notional shrinkage coefficient is taken into account by

In SI units:

$$\beta_{RH,T} = \beta_{RH}(h) \left[1 + \left(\frac{0.08}{1.03 - h/h_o} \right) \left(\frac{T/T_o - 20}{40} \right) \right] \tag{A-59}$$

In in.-lb units:

$$\beta_{RH,T} = \beta_{RH}(h) \left[1 + \left(\frac{0.08}{1.03 - h/h_o} \right) \left(\frac{18.778 \cdot T/T_o - 37.778}{40} \right) \right]$$

Table A.10—Coefficient β_{sc} according to Eq. (A-56), CEB MC90 model

Type of cement according to EC2	β_{sc}
SL (slowly-hardening cements)	4
N and R (normal or rapid hardening cements)	5
RS (rapid hardening high-strength cements)	8

The effect of temperature on the time development of shrinkage is taken into account by

In SI units:

$$\beta_{s,T}(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)/t_1}{350 \left[\left(\frac{V}{S} \right) / \left(\frac{V}{S} \right)_o \right]^2 \exp \left[-0.06 \left(\frac{T}{T_o} - 20 \right) \right] + \frac{(t - t_c)}{t_1}} \right]^{0.5} \tag{A-60}$$

In in.-lb units:

$$\beta_{s,T}(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)/t_1}{350 \left[\left(\frac{V}{S} \right) / \left(\frac{V}{S} \right)_o \right]^2 \exp \left[-0.06 \left(\frac{T}{T_o} - 37.778 \right) \right] + \frac{(t - t_c)}{t_1}} \right]^{0.5}$$

where $\beta_{RH,T}$ is the relative humidity factor corrected by temperature that replaces β_{RH} in Eq. (A-55), $\beta_{s,T}(t - t_c)$ is the temperature-dependent coefficient replacing $\beta_s(t - t_c)$ in Eq. (A-54), h is the relative humidity in decimals, h_o is equal to 1, V/S is the volume-surface ratio (mm or in.); $(V/S)_o$ is equal to 50 mm (2 in.), T is the ambient temperature (°C or °F), and T_o is equal to 1 °C (33.8 °F).

A.3.2 Shrinkage CEB MC90-99—With respect to the shrinkage characteristics of high-performance concrete, the new approach for shrinkage subdivides the total shrinkage into the components of autogenous shrinkage and drying shrinkage. While the model for the drying shrinkage component is closely related to the approach given in CEB MC90 (CEB 1993), for autogenous shrinkage, new relations had to be derived. Some adjustments, however, should also be carried out for the drying shrinkage component, as the new model should cover both the shrinkage of normal- and high-performance concrete; consequently, the autogenous shrinkage also needs to be modeled for normal-strength concrete.

The total shrinkage of concrete $\epsilon_{sh}(t, t_c)$ can be calculated from Eq. (A-61)

$$\epsilon_{sh}(t, t_c) = \epsilon_{cas}(t) + \epsilon_{cds}(t, t_c) \tag{A-61}$$

where $\epsilon_{sh}(t, t_c)$ is the total shrinkage, $\epsilon_{cas}(t)$ the autogenous shrinkage, and $\epsilon_{cds}(t, t_c)$ is the drying shrinkage at concrete age t (days) after the beginning of drying at t_c (days).

The autogenous shrinkage component $\epsilon_{cas}(t)$ is calculated from Eq. (A-62)

$$\epsilon_{cas}(t) = \epsilon_{caso}(f_{cm28})\beta_{as}(t) \tag{A-62}$$

where $\epsilon_{caso}(f_{cm28})$ is the notional autogenous shrinkage coefficient from Eq. (A-63), and $\beta_{ds}(t)$ is the function describing the time development of autogenous shrinkage from Eq. (A-64)

$$\epsilon_{caso}(f_{cm28}) = -\alpha_{as} \left(\frac{f_{cm28}/f_{cm0}}{6 + f_{cm28}/f_{cm0}} \right)^{2.5} \times 10^{-6} \quad (\text{A-63})$$

$$\beta_{ds}(t) = 1 - \exp \left[-0.2 \left(\frac{t}{t_1} \right)^{0.5} \right] \quad (\text{A-64})$$

where f_{cm28} is the mean compressive strength of concrete at an age of 28 days (MPa or psi), $f_{cm0} = 10$ MPa (1450 psi), t is the concrete age (days), $t_1 = 1$ day, and α_{as} is a coefficient that depends on the type of cement (Table A.11).

The autogenous shrinkage component is independent of the ambient humidity and of the member size, and develops more rapidly than drying shrinkage.

The drying shrinkage $\epsilon_{cds}(t, t_c)$ is calculated from Eq. (A-65)

$$\epsilon_{cds}(t, t_c) = \epsilon_{cdso}(f_{cm28}) \beta_{RH}(h) \beta_{ds}(t - t_c) \quad (\text{A-65})$$

where $\epsilon_{cdso}(f_{cm28})$ is the notional drying shrinkage coefficient from Eq. (A-66), $\beta_{RH}(h)$ is the coefficient that takes into account the effect of relative humidity on drying shrinkage from Eq. (A-67), and $\beta_{ds}(t - t_c)$ is the function describing the time development of drying shrinkage from Eq. (A-68)

$$\epsilon_{cdso}(f_{cm28}) = [(220 + 110\alpha_{ds1}) \exp(-\alpha_{ds2} f_{cm28}/f_{cm0})] \times 10^{-6} \quad (\text{A-66})$$

$$\beta_{RH}(h) = -1.55 \left[1 - \left(\frac{h}{h_o} \right)^3 \right] \text{ for } 0.4 \leq h < 0.99\beta_{s1} \quad (\text{A-67})$$

$$\beta_{RH}(h) = 0.25 \text{ for } h \geq 0.99\beta_{s1}$$

$$\beta_{ds}(t - t_c) = \left[\frac{(t - t_c)/t_1}{350[(V/S)/(V/S)_o]^2 + (t - t_c)/t_1} \right]^{0.5} \quad (\text{A-68})$$

$$\beta_{s1} = \left(\frac{3.5f_{cm0}}{f_{cm28}} \right)^{0.1} \leq 1.0 \quad (\text{A-69})$$

where α_{ds1} and α_{ds2} are coefficients that depend on the type of cement (Table A.11), β_{s1} is a coefficient that takes into account the self-desiccation in high-performance concrete, h is the ambient relative humidity as a decimal, $h_o = 1$, V/S is the volume-surface ratio (mm or in.), $(V/S)_o = 50$ mm (2 in.), $f_{cm0} = 10$ MPa (1450 psi), t_c is the concrete age at the beginning of drying (days), and $(t - t_c)$ is the duration of drying (days).

According to Eq. (A-67) for normal-strength concretes, swelling is to be expected if the concrete is exposed to an ambient relative humidity near 99%. For higher-strength grades, swelling will occur at lower relative humidities

Table A.11—Coefficients according to Eq. (A-63) and (A-66), CEB MC90-99 model

Type of cement according to EC2	α_{as}	α_{ds1}	α_{ds2}
SL (slowly-hardening cements)	800	3	0.13
N or R (normal or rapid hardening cements)	700	4	0.12
RS (rapid hardening high-strength cements)	600	6	0.12

because of the preceding reduction of the internal relative humidity due to self-desiccation of the concrete.

A.3.3 Compliance—The compliance function $J(t, t_o)$ that represents the total stress-dependent strain by unit stress is given by

$$J(t, t_o) = \frac{1}{E_{cm28}} [\eta(t_o) + \phi_{28}(t, t_o)] = \frac{1}{E_{cm0}} + \frac{\phi_{28}(t, t_o)}{E_{cm28}} \quad (\text{A-70})$$

where $\eta(t_o) = E_{cm28}/E_{cm0}$, E_{cm28} is the mean modulus of elasticity of concrete at 28 days (MPa or psi), E_{cm0} is the modulus of elasticity at the time of loading t_o (MPa or psi), and the dimensionless 28-day creep coefficient $\phi_{28}(t, t_o)$ gives the ratio of the creep strain since the start of loading at the age t_o to the elastic strain due to a constant stress applied at a concrete age of 28 days. Hence, $1/E_{cm0}$ represents the initial strain per unit stress at loading.

The CEB MC90-99 model is closely related to the CEB MC90 model; however, it has been adjusted to take into account the particular characteristics of high-strength concretes.

a) *Modulus of elasticity*—For the prediction of the creep function, the initial strain is based on the tangent modulus of elasticity at the time of loading as defined in Eq. (A-71) and (A-72).

The modulus of elasticity of concrete at a concrete age t different than 28 days may be estimated from

$$E_{cm1} = E_{cm28} \exp \left[\frac{s}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t/t_1}} \right) \right] \quad (\text{A-71})$$

where E_{cm28} is the mean modulus of elasticity of concrete at 28 days from Eq. (A-72); the coefficient s depends on the type of cement and the compressive strength of concrete and may be taken from Table A.12; and $t_1 = 1$ day.

The modulus of elasticity of concrete made of quartzitic aggregates at the age of 28 days E_{cm28} (MPa or psi) may be estimated from the mean compressive strength of concrete by Eq. (A-72)

$$E_{cm28} = 21,500 \sqrt[3]{\frac{f_{cm28}}{f_{cm0}}} \text{ in SI units} \quad (\text{A-72})$$

$$E_{cm28} = 3,118.310 \sqrt[3]{\frac{f_{cm28}}{f_{cm0}}} \text{ in in.-lb units}$$

where f_{cm28} is the mean compressive cylinder strength of concrete at 28 days (MPa or psi), and $f_{cm0} = 10$ MPa (1450 psi).

For concrete made of basalt, dense limestone, limestone, or sandstone, CEB MC90 recommends calculating the modulus of elasticity of concrete by multiplying E_{cm28} (MPa or psi) according to Eq. (A-72) with the coefficients α_E from Table A.13.

The mean compressive cylinder strength of concrete (MPa or psi) is given by Eq. (A-73)

$$f_{cm28} = f'_c + 8.0 \text{ in SI units} \tag{A-73}$$

$$f_{cm28} = f'_c + 1160 \text{ in in.-lb units}$$

where f'_c is the specified/characteristic compressive cylinder strength (MPa or psi) defined as that strength below which 5% of all possible strength measurements for the specified concrete may be expected to fall.

b) *Creep coefficient*—Within the range of service stresses (not larger than 40% of the mean concrete strength f_{cm,t_0} at the time of loading t_0), the 28-day creep coefficient $\phi_{28}(t, t_0)$ may be calculated from Eq. (A-74)

$$\phi_{28}(t, t_0) = \phi_o \beta_c(t - t_0) \tag{A-74}$$

where ϕ_o is the notional creep coefficient, $\beta_c(t - t_0)$ is the coefficient that describes the development of creep with time after loading, t is the age of concrete (days) at the moment considered, and t_0 is the age of concrete at loading (days), adjusted according to Eq. (A-81) and (A-87).

The notional creep coefficient ϕ_o may be determined from Eq. (A-75) to (A-81)

$$\phi_o = \phi_{RH}(h) \beta(f_{cm28}) \beta(t_0) \tag{A-75}$$

with

$$\phi_{RH}(h) = \left[1 + \frac{1 - h/h_o}{\sqrt[3]{0.1[(V/S)/(V/S)_o]}} \alpha_1 \right] \alpha_2 \tag{A-76}$$

$$\beta(f_{cm28}) = \frac{5.3}{\sqrt{f_{cm28}/f_{cm,o}}} \tag{A-77}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + (t_0/t_1)^{0.2}} \tag{A-78}$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{3.5 f_{cm,o}}{f_{cm28}} \right]^{0.7} \tag{A-79}$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{3.5 f_{cm,o}}{f_{cm28}} \right]^{0.2} \tag{A-80}$$

where f_{cm28} is the mean compressive strength of concrete at the age of 28 days (MPa or psi), $f_{cm,o} = 10$ MPa (1450 psi), h is the relative humidity of the ambient environment in decimals, $h_o = 1$, V/S is the volume-surface ratio (mm or in.), $(V/S)_o =$

Table A.12—Coefficient s according to Eq. (A-71), CEB MC90 and CEB MC90-99 models

f_{cm28}	Type of cement	s
≤ 60 MPa (8700 psi)	RS (rapid hardening high-strength cement)	0.20
	N or R (normal or rapid hardening cements)	0.25
	SL (slowly-hardening cement)	0.38
> 60 MPa (8700 psi)*	All types	0.20

*Case not considered in CEB MC90.

Table A.13—Effect of type of aggregate on modulus of elasticity, CEB MC90 model

Aggregate type	α_E
Basalt, dense limestone aggregates	1.2
Quartzitic aggregates	1.0
Limestone aggregates	0.9
Sandstone aggregates	0.7

50 mm (2 in.), $t_1 = 1$ day, t_0 is the age of concrete at loading (days) adjusted according to Eq. (A-81) and (A-87), and α_1 and α_2 are coefficients that depend on the mean compressive strength of concrete ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ in CEB MC90).

The effect of type of cement and curing temperature on the creep coefficient may be taken into account by modifying the age at loading t_0 , according to Eq. (A-81)

$$t_0 = t_{o,T} \left[\frac{9}{2 + (t_{o,T}/t_{1,T})^{1.2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0.5 \text{ days} \tag{A-81}$$

where $t_{o,T}$ is the age of concrete at loading (days) adjusted to the concrete temperature according to Eq. (A-87) (for $T = 20$ °C [68 °F], $t_{o,T}$ corresponds to t_0) and $t_{1,T} = 1$ day. α is a power that depends on the type of cement; $\alpha = -1$ for slowly hardening cement; $\alpha = 0$ for normal or rapidly hardening cement; and $\alpha = 1$ for rapid hardening high-strength cement. The value for t_0 according to Eq. (A-81) has to be used in Eq. (A-78).

The coefficient $\beta_c(t - t_0)$ that describes the development of creep with time after loading may be determined from Eq. (A-82) to (A-84)

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{(t - t_0)/t_1}{\beta_H + (t - t_0)/t_1} \right]^{0.3} \tag{A-82}$$

with

$$\beta_H = 150 [1 + (1.2 \cdot h/h_o)^{18}] (V/S)/(V/S)_o + 250 \alpha_3 \leq 1500 \alpha_3 \tag{A-83}$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{3.5 f_{cm,o}}{f_{cm28}} \right]^{0.5} \tag{A-84}$$

where $t_1 = 1$ day, $h_o = 1$, $(V/S)_o = 50$ mm (2 in.), and α_3 is a coefficient that depends on the mean compressive strength of concrete ($\alpha_3 = 1$ in CEB MC90).

The duration of loading ($t - t_o$) used in Eq. (A-82) is the actual time under load.

Temperature effects—The effect of elevated or reduced temperatures at the time of testing on the modulus of elasticity of concrete, at an age of 28 days without exchange of moisture, for a temperature range 5 to 80 °C (41 to 176 °F), may be estimated from

$$E_{c,m28}(T) = E_{c,m28}(1.06 - 0.003T/T_o) \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-85})$$

$$E_{c,m28}(T) = E_{c,m28}[1.06 - 0.003(18.778T - 600.883)/T_o] \quad \text{in in.-lb units}$$

where T is the temperature (°C or °F), and $T_o = 1$ °C (33.8 °F). Equation (A-85) can also be used for a concrete age other than $t = 28$ days.

The 28-day creep coefficient at an elevated temperature may be calculated as

$$\phi_{28}(t, t_o, T) = \phi_o \beta_c(t - t_o) + \Delta\phi_{T,trans} \quad (\text{A-86})$$

where ϕ_o is the notional creep coefficient according to Eq. (A-75) and temperature adjusted according to Eq. (A-90), $\beta_c(t - t_o)$ is a coefficient that describes the development of creep with time after loading according to Eq. (A-82) and temperature adjusted according to Eq. (A-88) and (A-89), and $\Delta\phi_{T,trans}$ is the transient thermal creep coefficient that occurs at the time of the temperature increase, and may be estimated from Eq. (A-92).

The effect of temperature to which concrete is exposed before loading may be taken into account by calculating an adjusted age at loading from Eq. (A-87)

$$t_{o,T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[13.65 - \frac{4000}{273 + \frac{T(\Delta t_i)}{T_o}} \right] \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-87})$$

$$t_{o,T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[13.65 - \frac{4000}{273 + \frac{(18.778T(\Delta t_i) - 600.883)}{T_o}} \right] \quad \text{in in.-lb units}$$

where $t_{o,T}$ is the temperature-adjusted age of concrete at loading, in days, from Eq. (A-81), $T(\Delta t_i)$ is the temperature (°C or °F) during the time period Δt_i , Δt_i is the number of days where a temperature T prevails, n is the number of time intervals considered, and $T_o = 1$ °C (33.8 °F).

The effect of temperature on the time development of creep is taken into consideration using $\beta_{H,T}$ (Eq. (A-88))

$$\beta_{H,T} = \beta_H \beta_T \quad (\text{A-88})$$

with

$$\beta_T = \exp \left[\frac{1500}{(273 + T/T_o)} - 5.12 \right] \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-89})$$

$$\beta_T = \exp \left[\frac{1500}{[273 + (18.778T - 600.883)/T_o]} - 5.12 \right] \quad \text{in in.-lb units}$$

where $\beta_{H,T}$ is a temperature-dependent coefficient that replaces β_H in Eq. (A-82), β_H is a coefficient according to Eq. (A-83), T is the temperature (°C or °F), and $T_o = 1$ °C (33.8 °F).

The effect of temperature conditions on the magnitude of the creep coefficient ϕ_o in Eq. (A-74) and (A-75), respectively, may be calculated using Eq. (A-90)

$$\phi_{RH,T} = \phi_T + [\phi_{RH}(h) - 1] \phi_T^{1.2} \quad (\text{A-90})$$

with

$$\phi_T = \exp[0.015(T/T_o - 20)] \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-91})$$

$$\phi_T = \exp[0.015[(18.778T - 600.883)/T_o - 20]] \quad \text{in in.-lb units}$$

where $\phi_{RH,T}$ is a temperature-dependent coefficient that replaces $\phi_{RH}(h)$ in Eq. (A-75), $\phi_{RH}(h)$ is a coefficient according to Eq. (A-76), and $T_o = 1$ °C (33.8 °F).

Transient temperature conditions, that is, an increase of temperature while the structural member is under load, leads to additional creep $\Delta\phi_{T,trans}$ that may be calculated from Eq. (A-92)

$$\Delta\phi_{T,trans} = 0.0004(T/T_o - 20)^2 \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-92})$$

$$\Delta\phi_{T,trans} = 0.0004[(18.778T - 600.883)/T_o - 20]^2 \quad \text{in in.-lb units}$$

Effect of high stresses—When stresses in the range of 40 to 60% of the compressive strength are applied, CEB MC90-99 (CEB 1993, 1999) recommends using a high stress correction to the notional creep ϕ_o as shown in Eq. (A-93)

$$\phi_{o,k} = \phi_o \exp\{1.5(k_\sigma - 0.4)\} \quad (\text{A-93})$$

where $\phi_{o,k}$ is the notional creep coefficient that replaces ϕ_o in Eq. (A-74), and k_σ is the stress-strength ratio at the time of application of the load.

A.4—GL2000 model

The model presented herein corresponds to the last version of the GL2000 model (Gardner 2004), including minor modifications to some coefficients and to the strength development with time equation of the original model developed by Gardner and Lockman (2001). It is a modified Atlanta 97 model (Gardner and Zhao 1993), which itself was influenced by CEB MC90. It presents a design-office procedure for calculating the shrinkage and creep of normal-strength concretes, defined as concretes with mean compressive strengths less than 82 MPa (11,890 psi) that do not experience self-desiccation, using the information available at design, namely, the 28-day specified concrete strength, the concrete strength at loading, element size, and relative humidity. According to Gardner and Lockman (2001), the method can be used regardless of what chemical admixtures or mineral by-products are in the concrete, casting temperature, or curing regime. The predicted values can be improved by simply measuring concrete strength development with time and modulus of elasticity. Aggregate stiffness is taken into

account by using the average of the measured cylinder strength and that back-calculated from the measured modulus of elasticity of the concrete. The compliance expression is based on the modulus of elasticity at 28 days instead of the modulus elasticity at the age of loading. This model includes a term for drying before loading, which applies to both basic and drying creep.

Required parameters:

- Age of concrete when drying starts, usually taken as the age at the end of moist curing (days);
- Age of concrete at loading (days);
- Concrete mean compressive strength at 28 days (MPa or psi);
- Concrete mean compressive strength at loading (MPa or psi);
- Modulus of elasticity of concrete at 28 days (MPa or psi);
- Modulus of elasticity of concrete at loading (MPa or psi);
- Relative humidity expressed as a decimal; and
- Volume-surface ratio (mm or in.).

A.4.1 Relationship between specified and mean compressive strength of concrete—If experimental values are not available, the relationship between the specified/characteristic compressive strength f'_c and the mean compressive strength of concrete f_{cm28} can be estimated from Eq. (A-94)

$$\begin{aligned} f_{cm28} &= 1.1f'_c + 5.0 \quad \text{in SI units} \\ f_{cm28} &= 1.1f'_c + 700 \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \tag{A-94}$$

Equation (A-94) is a compromise between the recommended equations of ACI Committee 209 (1982) and ACI Committee 363 (1992). It can be noted that Eq. (A-94) does not include any effects for aggregate stiffness or concrete density. Instead of making an allowance for the density of the concrete, it is preferable to measure the modulus of elasticity.

If experimental values are not available, the modulus of elasticity E_{cmt} and the strength development with time f_{cmt} can be calculated from the compressive strength using Eq. (A-95) and (A-96).

A.4.2 Modulus of elasticity

$$\begin{aligned} E_{cmt} &= 3500 + 4300\sqrt{f_{cmt}} \quad \text{in SI units} \\ E_{cmt} &= 500,000 + 52,000\sqrt{f_{cmt}} \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \tag{A-95}$$

A.4.3 Aggregate stiffness—Aggregate stiffness can be accommodated by using the average of the measured cylinder strength and that back-calculated from the measured modulus of elasticity using Eq. (A-95) in the shrinkage and specific creep equations. Effectively, Eq. (A-95) is used as an indicator of the divergence of the measured stiffness from standard values.

A.4.4 Strength development with time

$$f_{cmt} = \beta_e^2 f_{cm28} \tag{A-96}$$

where

$$\beta_e = \exp\left[\frac{s}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)\right] \tag{A-97}$$

where s is a CEB (1993) style strength-development parameter (Table A.14), and β_e relates strength development to cement type. Equation (A-96) is a modification of the CEB strength-development relationship.

A single measured value of s permits values of k in the shrinkage equation to be interpolated, where k is a correction term for the effect of cement type on shrinkage (Table A.14). If experimental results are available, the cement type is determined from the strength development characteristic of the concrete, regardless of the nominal designation of the cement. This enables the model to accommodate concretes incorporating any chemical or mineral admixtures.

A.4.5 Shrinkage—Calculate the shrinkage strain $\epsilon_{sh}(t, t_c)$ from Eq. (A-98)

$$\epsilon_{sh}(t, t_c) = \epsilon_{shu}\beta(h)\beta(t - t_c) \tag{A-98}$$

where ϵ_{shu} is the ultimate shrinkage strain, $\beta(h)$ is a correction term for the effect of humidity, and $\beta(t - t_c)$ is a correction term for the effect of time of drying.

The ultimate shrinkage ϵ_{shu} is given by

$$\begin{aligned} \epsilon_{shu} &= 900k\left(\frac{30}{f_{cm28}}\right)^{1/2} \times 10^{-6} \quad \text{in SI units} \\ \epsilon_{shu} &= 900k\left(\frac{4350}{f_{cm28}}\right)^{1/2} \times 10^{-6} \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \tag{A-99}$$

where f_{cm28} is the concrete mean compressive strength at 28 days in MPa or psi, and k is a shrinkage constant that depends on the cement type (Table A.14).

If test results for strength development are available, the shrinkage term can be improved by interpolating k from Table A.14 using the experimentally determined cement type/characteristic.

The correction term for effect of humidity $\beta(h)$ is given by

$$\beta(h) = (1 - 1.18h^4) \tag{A-100}$$

Note that for a relative humidity of 0.96, there is no shrinkage. At a higher relative humidity, swelling occurs.

The time function for shrinkage $\beta(t - t_c)$ is given by

$$\begin{aligned} \beta(t - t_c) &= \left[\frac{(t - t_c)}{(t - t_c) + 0.12(V/S)^2}\right]^{1/2} \quad \text{in SI units} \\ \beta(t - t_c) &= \left[\frac{(t - t_c)}{(t - t_c) + 77(V/S)^2}\right]^{1/2} \quad \text{in in.-lb units} \end{aligned} \tag{A-101}$$

where t and t_c are the age of concrete and the age drying starts or end of moist curing in days, respectively, and V/S is the volume-surface ratio in mm or in.

A.4.6 Compliance equations—The compliance is composed of the elastic and the creep strains. The elastic strain is the reciprocal of the modulus of elasticity at the age

Table A.14—Parameters s and k as function of cement type, GL2000 model

Cement type	s	k
Type I	0.335	1.0
Type II	0.4	0.75
Type III	0.13	1.15

of loading $E_{cm(t)}$, and the creep strain is the 28-day creep coefficient $\phi_{28}(t, t_0)$ divided by the modulus of elasticity at 28 days E_{cm28} as in Eq. (A-102). The creep coefficient $\phi_{28}(t, t_0)$ is the ratio of the creep strain to the elastic strain due to the load applied at the age of 28 days

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cm(t)}} + \frac{\phi_{28}(t, t_0)}{E_{cm28}} \quad (\text{A-102})$$

The 28-day creep coefficient $\phi_{28}(t, t_0)$ is calculated using Eq. (A-103)

In SI units:

$$\begin{aligned} \phi_{28}(t, t_0) = \Phi(t_c) & \left[2 \frac{(t-t_0)^{0.3}}{(t-t_0)^{0.3} + 14} + \left(\frac{t}{t_0} \right)^{0.5} \left(\frac{t-t_0}{t-t_0+7} \right)^{0.5} \right. \\ & \left. + 2.5(1-1.086h^2) \left(\frac{t-t_0}{(t-t_0)+0.12(V/S)^2} \right)^{0.3} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-103})$$

In in.-lb units:

$$\begin{aligned} \phi_{28}(t, t_0) = \Phi(t_c) & \left[2 \frac{(t-t_0)^{0.3}}{(t-t_0)^{0.3} + 14} + \left(\frac{t}{t_0} \right)^{0.5} \left(\frac{t-t_0}{t-t_0+7} \right)^{0.5} \right. \\ & \left. + 2.5(1-1.086h^2) \left(\frac{t-t_0}{(t-t_0)+77(V/S)^2} \right)^{0.3} \right] \end{aligned}$$

The creep coefficient includes three terms. The first two terms are required to calculate the basic creep, and the third term is for the drying creep. Similar to the shrinkage Eq. (A-100), at a relative humidity of 0.96, there is only basic creep (there is no drying creep). $\Phi(t_c)$ is the correction term for the effect of drying before loading.

If $t_0 = t_c$

$$\Phi(t_c) = 1 \quad (\text{A-104})$$

When $t_0 > t_c$

$$\Phi(t_c) = \left[1 - \left(\frac{t_0 - t_c}{(t_0 - t_c) + 0.12(V/S)^2} \right)^{0.5} \right]^{0.5} \quad \text{in SI units} \quad (\text{A-105})$$

$$\Phi(t_c) = \left[1 - \left(\frac{t_0 - t_c}{(t_0 - t_c) + 77(V/S)^2} \right)^{0.5} \right]^{0.5} \quad \text{in in.-lb units}$$

To calculate relaxation, $\Phi(t_c)$ remains constant at the initial value throughout the relaxation period. For creep

recovery calculations, $\Phi(t_c)$ remains constant at the value at the age of loading.

APPENDIX B—STATISTICAL INDICATORS

B.1—BP coefficient of variation ($\varpi_{BP}\%$) method

Developed by Bažant and Panula (1978), a coefficient of variation ϖ_{BP} is determined for each data set. Data points in each logarithmic decade, 0 to 9.9 days, 10 to 99.9 days, and so on, are considered as one group. Weight is assigned to each data point based on the decade in which it falls and number of data points in that particular decade. The overall coefficient of variation (ϖ_{B3}) for all data sets is the root mean square (RMS) of the data set values

$$\bar{O}_j = \frac{1}{n_w} \sum_{i=1}^n (\varpi_{ij} O_{ij}) \quad (\text{B-1})$$

$$\varpi_j = \frac{1}{\bar{O}_j} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \varpi_{ij} (C_{ij} - O_{ij})^2} \quad (\text{B-2})$$

$$\varpi_{ij} = \frac{n}{n_d n_k} \quad (\text{B-3})$$

$$\varpi_{BP} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \varpi_j^2} \quad (\text{B-4})$$

where

- n = number of data points in data set number j ;
- n_w = sum of the weights of all data points in a data set;
- n_k = number of data points in the k -th decade;
- n_d = number of decades on the logarithmic scale spanned by measured data in data set j ;
- N = number of data sets;
- O_{ij} = measured value of the shrinkage strain or creep compliance for the i -th data point in data set number j ;
- C_{ij} = predicted value of the shrinkage strain or creep compliance for the i -th data point in data set number j ;
- $C_{ij} - O_{ij}$ = deviation of the predicted shrinkage strain or creep compliance from the measured value for the i -th data point in data set number, j ;
- ϖ_{ij} = weight assigned to the i -th data point in data set number j ;
- ϖ_j = coefficient of variation for data set number j ; and
- ϖ_{B3} = overall coefficient of variation.

B.2—CEB statistical indicators

The CEB statistical indicators: coefficient of variation V_{CEB} , the mean square error F_{CEB} , and the mean deviation M_{CEB} were suggested by Muller and Hilsdorf (1990). The indicators are calculated in six time ranges: 0 to 10 days, 11 to 100 days, 101 to 365 days, 366 to 730 days, 731 to 1095

Annexe 3 - The Weibull Model

$$y = a(1 - e^{-b \cdot x^c})$$

$$Y = a * (1 - \exp(-b*(x^c)))$$

Il faut que x soit positif ($x > 0$)

a est toujours positif ($a > 0$)

Si $b = 0$ la fonction est nulle : $y = 0$.

Donc notre étude porte sur : $a > 0$ et $b > 0$

Lorsque c est réel :

i. $0 < c < 1$ donc le domaine de définition $Df =]0, +\infty[$

- **Les limites sont : en 0 : $c > 0$**

$$\text{Log}X \xrightarrow{X \rightarrow 0^+} -\infty, \quad X^c = e^{c \cdot \text{Log}X} \rightarrow e^{-\infty}$$

$$\text{Donc : } e^{-b \cdot X^c} \xrightarrow{X \rightarrow 0^+} 1, \quad \text{et cela } \forall b \in \mathbb{R} \quad (b > 0 \text{ ou } b < 0)$$

Conclusion : $y \xrightarrow{X \rightarrow 0^+} 0, \forall a \in \mathbb{R}$ c.à.d la fonction admet un prolongement par continuité en 0 : $y(0) = 0$ (au départ : $Df =]0, +\infty[$)

à l'infini : $X^c = e^{c \cdot \text{Log}X} \xrightarrow{X \rightarrow +\infty} +\infty$ convergence lente.

$$\text{Donc : } e^{-b \cdot X^c} \xrightarrow{X \rightarrow +\infty} \begin{cases} 0^+, \text{ si } b > 0 \text{ (exp. est positive)} \\ +\infty, \text{ si } b < 0 \text{ (converge très vite)} \end{cases}$$

Donc : $y \xrightarrow{X \rightarrow +\infty} a$ asymptote horizontale : $y = k$

Position :

$$y - a = -a \cdot e^{-b \cdot X^c} \xrightarrow{X \rightarrow +\infty} -a \cdot 0^+ = 0^- \quad \text{si } a > 0$$

\Rightarrow La courbe est en dessous de l'asymptote : $y = k$

- **Tangente en 0 :**

$$\frac{y(X) - y(0)}{X - 0} \xrightarrow{X \rightarrow 0^+} y'(0) \quad (y(0) = 0)$$

c.à.d. $\frac{y(X)}{X} = \frac{a.(1 - e^{-b.X^c})}{X} = \frac{u}{v}, \quad \lim_{X \rightarrow 0^+} \frac{u}{v} = \lim_{X \rightarrow 0^+} \frac{u'}{v'} \quad (\text{F-L'hopital-Bernoulli})$

$$\frac{u}{v} = \frac{a - a.e^{-b.X^c}}{X} \Rightarrow \frac{u'}{v'} = \frac{-a.(-b.X^c)' . e^{-b.X^c}}{1} = a.b.c. \underbrace{X^{c-1}}_{\xrightarrow{X \rightarrow 0^+} 1} \cdot \underbrace{e^{-b.X^c}}_{\xrightarrow{X \rightarrow 0^+} 1}$$

$$X^{(C-1)} = e^{\frac{(C-1) \cdot \text{Log}X}{X \rightarrow 0^+ \rightarrow -\infty}} \xrightarrow{X \rightarrow 0^+} +\infty$$

$(c-1) < 0 \quad (0 < c < 1)$

Conclusion : $y'(0) = +\infty$ (car a, b, c sont positifs).

c.à.d. la tangente en 0 est verticale.

Dérivée 1^{er} : $y = a - a.e^{-b.X^c} \Rightarrow y' = \underbrace{a.b.c.}_{>0} \cdot \underbrace{X^{(C-1)}}_{>0} \cdot \underbrace{e^{-b.X^c}}_{>0}$

$\forall X > 0$ La fonction est strictement croissante.

Ceci permet d'en déduire qu'il n'y a pas de points d'inflexion.

X	0	$+\infty$
Y'	"	"
	$+\infty$	+
Y	0	a

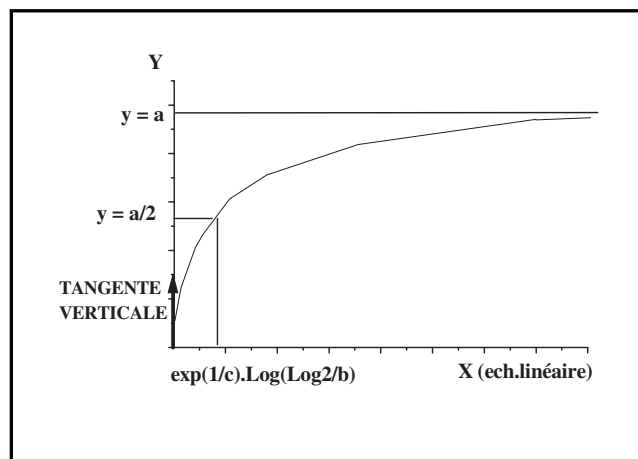


Fig. A3.1 : Allure de la Courbe du Modèle Weibull (pour $0 < c < 1$).

Dérivée 2nd : $y' = a.b.c.X^{(C-1)}.e^{-b.X^c}$
 $\Rightarrow y'' = a.b.c.(c-1).X^{(C-2)}.e^{-b.X^c} + a.b.c.X^{(C-1)}.(-b.X^c)' . e^{-b.X^c}$

c.à.d $y'' = a.b.c.e^{-b.X^c} [(C-1).X^{(C-2)} + (-b.c.X^{(C-1)})]$
 $= \underbrace{a.b.c.}_{>0} \cdot \underbrace{X^{(C-2)}}_{>0} \cdot \underbrace{e^{-b.X^c}}_{>0} [(c-1) - b.c.X]$

$y''(X0) = 0$ pour $b.c.X0 = (c-1) \Rightarrow X0 = \frac{(c-1)}{b.c}$

$$\text{Mais } \begin{matrix} b > 0, c > 0 \\ (c-1) < 0 \end{matrix} \left| \Rightarrow X > 0 : X \notin Df =]0, +\infty[. \right.$$

Il n'y a effectivement pas de point d'inflexion là où la fonction est définie.

On peut vérifier que $y'' < 0$ sur $Df \Rightarrow \varphi$: la courbe est concave, c.à.d tournée vers les $y < 0$.

$\forall 0 < a < a$, alors $y = a$ rencontre (φ) en un point et un seul.

Car y est strictement croissante $y(X)$ est bijective.

ii. $C = 1 \quad Df = \mathbb{R}$

$y = a(1 - e^{-b.X})$: tous les résultats sont conservés, sauf la tangente en 0.

$$\begin{aligned} y'(0) &= \lim_{X \rightarrow 0} \frac{y(X) - y(0)}{X - 0} = \lim_{X \rightarrow 0} \frac{y(X)}{X} = \lim_{X \rightarrow 0} \frac{U}{v} = \lim_{X \rightarrow 0} \frac{u'}{v'} \\ &= \lim_{X \rightarrow 0^+} \frac{a.b.c.X^{(c-1)} \cdot e^{-b.X^c}}{X} \xrightarrow{C=1} a.b \\ y'(0) &= a.b \end{aligned}$$

$$D'ailleurs : y = a - a.e^{-b.X} \Rightarrow y' = a.b.e^{-b.X} \Rightarrow y'(0) = a.b$$

et $y' > 0$ sur $Df \Rightarrow$ la fonction est strictement croissante.

L'équation de tangente est : $y = a.b.c (T)$.

Position de $(\varphi) / (T)$: le signe de $(\varphi) - (T)$ = la différence au voisinage de 0 ($v(0)$).

$$Diff = a.(1 - e^{-b.X}) - a.b.X = a.(1 - e^{-b.X} - b.X) = a.(1 + y - e^y)$$

$$\text{Avec } y = -b.X \xrightarrow{X \rightarrow 0^+} 0^-, \quad y \in v(0)$$

$$\text{Or, un D.L en } v(0) \text{ donne : } e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2} + 0(y^2)$$

$$\text{Par suite : } e^y - (1 + y) = \frac{y^2}{2} + 0(y^2) > 0 \quad \text{au D.L en } v(0).$$

$\Rightarrow diff < 0$, cela veut dire (φ) en dessous de (T) ($a > 0$)

Conclusion : on en déduit qu'il n'y a également pas de point d'inflexion.

$$\text{En effet : } y' = a.b.e^{-b.X} \Rightarrow y'' = -a.b^2 \cdot e^{-b.X} < 0$$

Donc : la courbe est concave, tournée vers les $y < 0$, sans point d'inflexion.

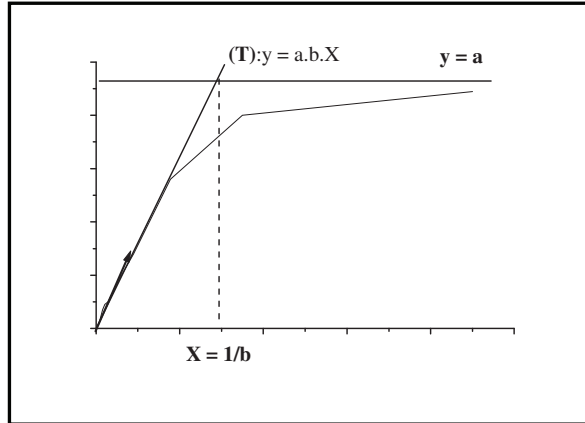


Fig. A3.2 : Allure de la Courbe du Modèle Weibull (pour $c = 1$).

iii. $C > 1$: même problème, la tangente en 0 est le point d'inflexion.

$$y'(0) = \lim_{X \rightarrow 0^+} \frac{d}{dX} a.b.c.X^{(C-1)} \cdot e^{-b.X^C} \rightarrow 0^+$$

Donc : la tangente en 0 est horizontale (car $y > 0$) \Rightarrow nécessairement (φ) au dessus de la tangente, et nous pensons qu'il y a un point d'inflexion (pour lier les 2 branches).

En effet : $X_0 = \frac{C-1}{b.C}$, $X_0 > 0$, car $C > 0$ est un point d'inflexion, car $X_0 \in Df =]0, +\infty[$

D'où le graphe :

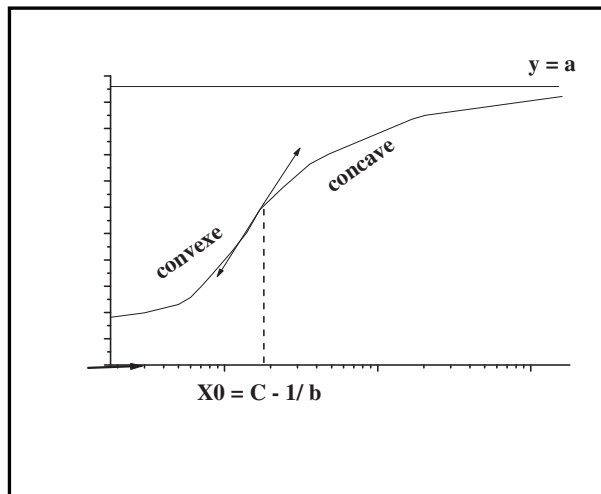


Fig. A3.3 : Allure de la Courbe du Modèle Weibull (pour $C > 1$).

Les calculs sont les mêmes.

MODELISATION DU RETRAIT ET DU FLUAGE DU BETON PAR RESEAUX DE NEURONES

Le béton est le matériau de construction le plus utilisé depuis plus d'un siècle.

Après sa mise en place et sa prise, il connaît diverses évolutions dimensionnelles d'origine physique comme le retrait et d'origine physique et mécanique comme le fluage.

Le séchage qui accompagne le durcissement du béton conduit à d'importantes variations dimensionnelles, qui peuvent se manifester par des fissures préjudiciables à la durabilité et à la bonne tenue des ouvrages.

La présente étude a pour objet de montrer l'application d'une approche non paramétrique dite « Réseaux de Neurones Artificiels » afin de prévoir efficacement les variations dimensionnelles spontanées et différés (Retrait de Dessiccation et Fluage de Dessiccation). L'utilisation de cette approche permet le développement de modèles pour leur prévision en utilisant un réseau multicouche à rétropropagation. Ils s'appuient également sur une grande base de données de résultats expérimentaux recueillis dans la littérature et sur un choix approprié des architectures et du processus d'apprentissage utilisés.

Ces modèles prennent en compte les différents paramètres de conservation et de confection qui influent sur le retrait et le fluage du béton.

Pour mieux apprécier la validité de ces modèles, nous les avons comparés avec d'autres existants dans la littérature tel que : B3, ACI 209, CEB et GL2000.

De ces comparaisons, il ressort que ces modèles sont correctement adaptés pour décrire l'évolution dans le temps du retrait et du fluage.

Mots-clés

Béton, Retrait de dessiccation, Fluage, Complaisance, Modélisation, Prédiction, Mathématique, Réseaux de Neurones Artificiels, Rétropropagation.

MODELING OF CREEP AND SHRINKAGE OF CONCRETE BY NEURAL NETWORKS

Concrete is the material the most used in construction works for a century.

After establishment and setting, various physical and mechanical dimensional developments. Occur drying is developing with hardening of concrete and leads to significant dimensional changes, that can induce cracking, pre judiciable at the durability of the civil engineering works.

This study aims to demonstrate the application of a nonparametric approach called Artificial Neural Networks to provide effective spontaneous and differed dimensional variations (drying shrinkage and drying creep). Using this approach allows the development of predicting models. These models use a multi layer back propagation. They also rely on a very large database of experimental results obtained in the literature and an appropriate choice of architectures and learning process. These models take into account the different parameters of preservation and making that affect drying shrinkage and creep of concrete. To appreciate the validity of our models, we have compared with other existing models : B3, ACI 209, CEB and GL2000.

In these comparisons, it appears that our models are correctly adapted to describe the time evolution of drying shrinkage and creep.

Key-words

Concrete, Drying shrinkage, Creep, Compliance, Modelling, Prediction, Mathematical, Artificial Neural Network, Back propagation.