

N° 40868

UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

École Doctorale Sciences Pour l'Ingénieur

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université des Sciences et Technologies de Lille

Spécialité: Micro et Nanotechnologies, Acoustique et Télécommunications

préparée à l'Institut d'Electronique de Microélectronique et de Nanotechnologie

présentée et soutenue publiquement par:

FANG Jin

Soutenue le 21 septembre 2012

Télécommunications dans les systèmes de transport à forte mobilité : Estimation et Synchronisation de canal pour les communications MIMO - OFDM

Membres du jury

Rapporteur:

Pr. Jean-Pierre CANCES	Université de Limoges	Laboratoire XLIM
Pr. Kosai RAOOF	Université de le Mans	Laboratoire ENSIM

Examineur:

Pr. Rodolphe VAUZELLE	Université de Poitiers	Laboratoire XLIM
Mdc. Iyad DAYOUB	Université de Valenciennes	Laboratoire IEMN
Mdc. Ali KHALIGHI	Université de Marseille	Laboratoire FRESNEL
Mdc. Éric Pierre SIMON	Université de Lille	Laboratoire IEMN

Directrice de thèse:

Pr. Martine LIÉNARD	Université de Lille	Laboratoire IEMN
----------------------------	---------------------	------------------

Co-directrice de thèse:

Dr. Marion BERBINEAU		Laboratoire IFSTTAR
-----------------------------	--	---------------------

Remerciement

En préambule à ce mémoire, je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont à la fois contribué à son élaboration et à la réussite de cette thèse.

Je tiens à remercier dans un premier temps ma directrice de thèse, Madame Martine Liénard, et ma co-directrice de thèse, Madame Marion Berbineau qui m'ont proposé ce sujet de thèse.

Je souhaite aussi remercier grandement Monsieur Eric Simon, mon encadrant sans qui ce manuscrit n'aurait jamais vu le jour, pour l'écoute, la disponibilité dont il a fait preuve à mon égard. C'est au travers de l'inspiration et de l'aide qu'il m'a fourni que j'ai pu mener à bien mes travaux.

Mes remerciements s'adressent également à tous mes collègues du laboratoire IEMN-TELICE qui m'ont volontairement aidée et fait partager leur connaissances durant ces trois années.

Ces remerciements sont l'occasion de dire à mon père et à ma mère que c'est leur soutien permanent qui m'a permis d'y arriver. Grâce à eux, j'ai pu non seulement continuer mes études en France mais aussi acquérir cette confiance en moi qui m'a permis d'achever mon parcours.

Enfin, je remercie mon chéri, Benoit Bensahla Tani pour son soutien et ses encouragements permanents qui m'ont permis de venir à bout des difficultés rencontrées durant ces années particulières.

**Telecommunication for high speed transportation
systems : Channel estimation and synchronization for
MIMO-OFDM communication schemes**

Résumé

De très nombreux dispositifs de communication sans fil fonctionnant dans des bandes de fréquences différentes sont déployés dans le monde du ferroviaire afin de répondre à la multitude des usages et des besoins, des applications de contrôle-commande mettant en jeu la sécurité aux applications non vitales (Information voyageur, vidéo surveillance, télévision embarquée, etc.). Ces applications sont associées à des exigences de Qualité de service qui nécessitent des techniques d'estimation et de synchronisation performantes.

Ces systèmes de communications s'appuient sur des standards qui reposent aujourd'hui sur deux technologies clés : l'OFDM (Orthogonal Frequency-division Multiplexing) et le MIMO (Multiple-Input Multiple-Output). La combinaison MIMO-OFDM permet d'allier les avantages des deux méthodes. Cependant, l'orthogonalité entre les sous-porteuses du système MIMO-OFDM est mise à mal par les interférences entre porteuses provoquées par l'effet Doppler et l'offset de fréquence et le bruit de phase variant entre les oscillateurs à l'émission et à la réception. Ainsi, les techniques classiquement utilisées pour l'estimation de canal ou l'égalisation dans un environnement statique, fonctionnent de manière très dégradée en présence d'interférences entre sous-porteuses.

L'objet de cette thèse vise à développer de nouvelles méthodes et des algorithmes d'estimation et de synchronisation du canal très sélectif en temps et en fréquence afin de permettre l'évolution des systèmes de communication vers des standards mieux adaptés aux liaisons mobiles à grande vitesse. Il convient de distinguer le cas où le canal de propagation ne varie pas pendant la durée d'un symbole OFDM et celui où il varie. Dans ce travail de thèse, nous nous sommes focalisés sur le deuxième cas.

Nous avons d'abord développé un algorithme basé sur le filtre de Kalman étendu et la décomposition QR pour les transmissions MIMO-OFDM. Nous faisons d'abord une approximation du modèle d'expansion de base (BEM) pour

les variations temporelles des gains complexes. Notre algorithme modélise l'évolution des coefficients de BEM à l'intérieur d'un symbole OFDM par un modèle auto régressif (AR). Puis, nous présentons un offset de fréquence normalisé appelé CFO normalisé dans la transmission du système OFDM qui introduit les interférences entre porteuse (IEP). Cet offset de fréquence est également modélisé par un modèle AR. La faculté du filtre de Kalman étendu nous permet d'estimer de manière conjointe ce CFO et les coefficients BEM. L'algorithme utilise un détecteur QR pour estimer les symboles de données. Cet algorithme a montré de bonnes performances pour des récepteurs à vitesses très élevées.

Notre deuxième contribution consiste en un algorithme qui s'appuie sur le premier algorithme pour résoudre l'IEP dû au bruit de phase existant dans l'oscillateur du récepteur, ainsi que l'IEP dû à l'effet Doppler, mais en se limitant au cadre SISO. Ici, nous considérons que le bruit de phase présente une grande variance à l'intérieur d'un symbole OFDM et également entre les deux symboles OFDM suivants. Le bruit de phase est modélisé par un processus Brownien. Ensuite, le filtre de Kalman étendu estime le vecteur des coefficients de BEM et le vecteur du bruit de phase dans les symboles OFDM. Cet algorithme est très performant et présente un BER remarquable dans les cas où la connaissance du canal et du bruit de phase est mauvaise voire inexistante.

Mots clés : OFDM, MIMO, offset de fréquence, bruit de phase, estimation, canal, synchronisation, Doppler

Abstract

Numerous wireless communication devices operating in different frequency bands are deployed in the railway domain to answer the multitude of uses and needs, from control and command applications involving safety to non-critical applications (passenger information, video surveillance, on board TV, etc.). These applications are associated with quality of service (QOS) requirements that need estimation techniques and synchronization performance.

These communications systems are based on standards that rely on two key technologies : OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) and MIMO (Multiple-Input Multiple-Output). The combination of MIMO and OFDM permits to benefit from the advantages of both methods. However, the orthogonality between subcarriers of OFDM-MIMO system is destroyed by inter-carrier interference caused by the Doppler effect and frequency offset and phase noise varying between oscillators at transmission and at reception. Thus, the performances of the techniques conventionally used for channel estimation and equalization in a static environment are considerably destroyed in the presence of interference between subcarriers.

The purpose of this thesis is to develop new methods and algorithms for estimation and synchronization in very selective channel in time and frequency to allow the evolution of communication systems towards standards that will match better with high speed vehicular communications. It is important to distinguish the case where the propagation channel does not vary during the OFDM symbol duration and when it varies. In this thesis, we focused on the latter.

We first developed an algorithm based on the Extended Kalman Filter and the QR decomposition for MIMO-OFDM transmissions. We first approximate the Expansion Model as a basis for temporal variations in complex gains. Our algorithm models the evolution of BEM coefficients within an OFDM symbol

by an auto regressive model (AR). Then, we present a normalized frequency offset called normalized CFO in OFDM transmission system that introduces interference between carriers (IEP). This frequency offset is modeled by an AR model. Properties of Extended Kalman filter allow us to estimate simultaneously the two unknown variables, a vector of coefficients, the other BEM normalized frequency offset. The QR algorithm uses a detector to estimate the data symbols. This algorithm presented good performance for receivers at very high speeds.

Our second contribution consists of an algorithm that uses the first algorithm to solve the IEP due to phase noise existing in the oscillator of the receiver, and the IEP due to the Doppler effect, but limited to SISO case. Here, we consider that the phase noise has a large variance within one OFDM symbol and also between the two following OFDM symbols. The phase noise is modeled by a Brownian process. Then, the Extended Kalman filter estimates the vector of coefficients of BEM and the vector of phase noise in OFDM symbols. This algorithm is very effective and has a remarkable BER performance when knowledge of the channel and phase noise is poor or nonexistent.

Keywords : OFDM, MIMO, frequency offset, phase noise, estimation, channel, synchronization, Doppler

Table des matières

Liste des figures	11
Liste des variables, des notations et des sigles	14
Liste des variables	14
Liste des notations	18
Liste des sigles (par ordre alphabétique)	20
Introduction	23
1 Canal Radio-Mobile	27
1.1 Caractéristiques du canal radio-mobile	27
1.2 Modèle mathématique des signaux en bande de base	29
1.3 Réponse impulsionnelle du canal en bande de base	32
1.4 Modèles de variation des paramètres	33
1.4.1 Modèle déterministe	33
1.4.2 Modèle aléatoire	35
1.4.2.1 Loi de distribution des amplitudes complexes	36
1.4.2.2 Spectre Doppler associé a chaque trajet	37
2 Modulation OFDM	41
2.1 Transmissions mono-porteuses aux transmissions multi-porteuses	41
2.2 Construction d'un signal OFDM	43
2.3 Réception du signal OFDM	47
2.4 Brève introduction au problème de la synchronisation	57
3 Estimation conjointe du décalage en fréquence et des gains complexes des trajets	59

3.1	Introduction	59
3.2	Système OFDM avec décalage en fréquence	61
3.3	Modélisation des variations des gains complexes du canal	62
3.3.1	Introduction	62
3.3.2	Modèle auto-régressif pour les coefficients des fonctions de base BEM	64
3.3.3	Modèle auto-régressif pour le décalage en fréquence	65
3.4	Filtre de Kalman Étendu	65
3.5	Algorithme de réception	67
3.6	Extension au cas multi-antennes	68
3.6.1	Modèle de canal BEM	70
3.6.2	Modèle auto-régressif pour les coefficients des fonctions de base BEM	71
3.6.3	Modèle auto-régressif pour le décalage en fréquence	72
3.6.4	Équation d'état	72
3.6.5	Filtre de Kalman Étendu	73
3.7	Simulations	74
3.7.1	Modèle de canal paramétrique	75
3.7.2	Canal discret équivalent - Comparaison avec l'algorithme de [REK04]	87
3.8	Conclusion	89
4	Estimation conjointe du bruit de phase et des gains complexes des trajets	93
4.1	Introduction	93
4.2	Modèle de bruit de phase	94
4.3	Filtre de Kalman Étendu	95
4.4	Simulations	97
4.5	Conclusion	97
	Conclusion générale et perspectives	104
	Annexe	105
	A Rappel sur le filtre de Nyquist	106
	B Démonstration de l'équation (2.17)	108

Table des figures

1.1	Scénario typique de propagation radio-mobile	27
1.2	Chaîne de transmission réelle et son modèle équivalent en bande de base	31
1.3	Mobile en mouvement	33
1.4	Spectre Doppler en U associé à un trajet "1", (image tirée de [Hij08a])	39
2.1	Interférence entre symboles (IES) - [schéma extrait du poly de cours de L.ROS ENSERG]	42
2.2	Passage d'une transmission mono-voie à une transmission multi-voies	43
2.3	Modélisation du signal émis en N sous-débits (multi-voies)	44
2.4	Porteuse orthogonales d'un signal OFDM avec $N = 8$	45
2.5	Chaîne de transmission OFDM : émission/canal	48
2.6	Chaîne de transmission OFDM émission/canal/réception	50
2.7	Modèle équivalent de l'émission-canal	55
3.1	MSE de l'estimation des GCs (MSE_α) et MSE de l'estimation du CFO (MSE_ν) en fonction E_b/N_0 et $f_dT = 0, 1$, $a = 0, 99$	77
3.2	BER en fonction E_b/N_0 et $f_dT = 0, 1$, $a = 0, 99$	78
3.3	MSE de l'estimation des GCs (MSE_α) et MSE de l'estimation du CFO (MSE_ν) en fonction E_b/N_0 et $f_dT = 0, 2$, $a = 0, 99$	79
3.4	BER en fonction E_b/N_0 et $f_dT = 0, 2$, $a = 0, 99$	80
3.5	MSE de l'estimation des GCs (MSE_α) et MSE de l'estimation du CFO (MSE_ν) en fonction E_b/N_0 et $f_dT = 0, 3$, $a = 0, 99$	81
3.6	BER en fonction E_b/N_0 et $f_dT = 0, 3$, $a = 0, 99$	82
3.7	Poursuite des GCs en fonction du temps à $E_b/N_0 = 20$ dB et $f_dT = 0, 1$, $a = 0, 99$	83

3.8	Poursuite en temps du CFO à $E_b/N_0 = 20$ dB et $f_d T = 0, 1$ pour différentes valeurs de a	84
3.9	MSE de l'estimation du CFO (MSE_ν) en fonction de a à $E_b/N_0 = 5, 15, 25$ dB pour $f_d T = 0, 1, \nu = 0, 1$	85
3.10	BER en fonction de a à $E_b/N_0 = 5, 15, 25$ dB pour $f_d T = 0, 1$	86
3.11	MSE de l'estimation des GCs (MSE_α) en fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1, \nu = 0, 1$	87
3.12	MSE de l'estimation du CFO (MSE_ν) en fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1, \nu = 0, 1$	88
3.13	BER en fonction E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1, \nu = 0, 1$	89
3.14	MSE de l'estimation des GCs (MSE_α) en fonction de D pour différentes BEM, $f_d T = 0, 1$	90
3.15	BER en fonction de D pour différentes BEM, $f_d T = 0, 1$	91
3.16	BER pour différentes vitesses du terminal ($E_b/N_0 = 20$ dB)	92
4.1	Erreur quadratique moyenne (MSE) comme une fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1$ et $\Delta f_{3dB} = 100$ Hz	99
4.2	Taux d'erreur binaire (BER) comme une fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1$ et $\Delta f_{3dB} = 100$ Hz	100
4.3	Comparaison des performances des différents algorithmes pour $\Delta f_{3dB} = 100$ Hz	101
4.4	MSE de l'estimation des GCs(MSE_α) en fonction de D pour différentes BEM, $f_d T = 0, 1$	102
4.5	BER en fonction de D pour différentes BEM, $f_d T = 0, 1$	103
A.1	Filtre de Nyquist en cosinus surélevé	106

Liste des variables, des notations et des sigles

Liste des variables

s_{HF}	Signal haute fréquence
r_{HF}	Signal reçu haute fréquence
h_{HF}	Canal de propagation physique haute fréquence
$s(t)$	Signal continu OFDM émis en bande de base
$r(t)$	Signal continu OFDM reçu en bande de base
b_{HF}	Bruit additif haute fréquence
$b(t)$	Bruit Blanc additif Gaussien à la réception
N_0	Densité spectrale de puissance bilatérale du bruit blanc
f_0	Fréquence porteuse centrale
$\alpha_{l,k}$	Amplitude complexe associé au l ème trajet pour le k ème symbole OFDM
τ_l	Retard de propagation associé au l ème trajet

τ_{max}	Retard maximum du canal
ρ_l	Atténuation de propagation du l ème trajet
θ_l	Déphasage de la porteuse dû au retard de propagation du l ème trajet
$h(t, \tau)$	Réponse impulsionnelle du canal physique
$g(t, \tau)$	Réponse impulsionnelle du canal physique équivalent
L	Nombre de trajets du canal physique
L_t	Nombre de coefficients du canal équivalent discrétisé
H_{TX}	Filtre d'émission
h_{RX}	Filtre de réception
$H(t, f)$	Réponse fréquentielle du canal physique à la fréquence f , et à l'instant t
$R_{HH}(\Delta t, \Delta f)$	Fonction d'autocorrélation temps-fréquence du canal
$\sigma_{\alpha_l}^2$	Variance du gain complexe du trajet l
$R_{rect[t_1, t_2]}(t)$	Fonction rectangulaire égale à 1 pour t compris entre t_1 et t_2
v_m	Vitesse de déplacement du mobile
c	Célérité de l'onde électromagnétique
f_d	Fréquence Doppler
$(\Delta t)_c$	Temps de cohérence du canal physique

$(\Delta f)_c$	Bande de cohérence du canal physique
$R_{\alpha_l}(\Delta t)$	Fonction d'autocorrélation du l ème gain complexe
$S_{\alpha_l}(\Delta f)$	Spectre Doppler associé au trajet l
N	Nombre de sous porteuses dans la transmission OFDM
N_g	Taille du préfixe cyclique
$N_b = N + N_g$	Nombre d'échantillons dans un bloc OFDM
T_s	Période d'échantillonnage de la trame OFDM
$T = NT_s$	Durée utile du symbole OFDM
$T_g = N_g T_s$	Durée du préfixe cyclique
$T_0 = T_g + T$	Durée totale du bloc OFDM
W	Largeur de bande du système OFDM
Δf	Largeur de bande d'une sous-porteuse
\mathbf{x}_k	k ème symbole OFDM émis
\mathbf{y}_k	k ème symbole OFDM reçu
\mathbf{H}_k	Matrice du canal associé k ème symbole OFDM
\mathbf{w}_k	Bruit complexe durant le k ème symbole OFDM
σ^2	Variance du bruit
\mathbf{R}_{α_l}	Auto-corrélation du l ème gain complexe
\mathbf{B}	Matrice des fonctions de base

$\mathbf{c}_{l,k}$	Coefficients BEM
$\epsilon_{l,k}$	Erreur du modèle d'expansion de base associé au l ème trajet du k ème symbole OFDM
E_b/N_0	Rapport signal sur bruit
ν	Offset de fréquence normalisé
D	Nombre des coefficients de BEM
$\phi(t)$	Bruit de phase
N_p	Nombre de pilotes
L_f	Distance entre deux pilotes adjacents
\mathcal{P}	Ensemble des indices des positions des pilotes
N_T	Nombre d'antennes à l'émission
N_R	Nombre d'antennes à la réception

Liste des notations

\mathbf{X}	Matrice \mathbf{X} (lettre majuscule en gras)
\mathbf{x}	Vecteur \mathbf{x} (lettre minuscule en gras)
$[\mathbf{X}]_{n,m}$	Élément correspondant à la n ième ligne et à la m ième colonne de la matrice \mathbf{X} . n et m sont des indices qui démarrent à 0.
$[\mathbf{X}]_{n:m,k:r}$	Éléments correspondant aux n ième à m ième ligne et aux k ième à r ième colonne de la matrice \mathbf{X} . n , m , k et r sont des indices qui démarrent à 0.
$\mathbf{x}[n]$	n ième élément du vecteur \mathbf{x}
$(\cdot)^T$	Opérateur de transposition
$(\cdot)^*$	Opérateur de conjugaison
$(\cdot)^H$	Opérateur de transposition-conjugaison
$Tr(\cdot)$	Trace
$E_{x,y}[\cdot]$	Espérance (moyenne) sur x et y
$TF[\cdot]$	Transformée de Fourier
$TZ[\cdot]$	Transformée en z
$Re(\cdot)$	Partie réelle
$Im(\cdot)$	Partie imaginaire
$J_0(\cdot)$	Fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0

$\delta_{k,m}$

Opérateur de Dirac

∇_x

Opérateur différentiel d'ordre 1

Liste des sigles (par ordre alphabétique)

AR	Auto-Régressif
BEM	Modèle d'Expansion de Base
BER	Taux d'Erreur Binaire
BF	Filtrage Passe-Bas
CFO	Carrier Frequency Offset
DA	Data-Aide
DD	Decision-Directed
DKL-BEM	Karhuen-Loeve BEM
dsp	densité spectrale de puissance
GC	Gains Complexes
GCE-BEM	Generalized Complex Exponential BEM
IES	Interférence Entre Symboles
ITU	International Telecommunication Union
LOS	Light Of Sight
LMDS	Local Multipoint Distribution Systems
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MMSE	Minimum Mean Square Error

MSE	Mean Square Error
MUE	Mise à jour des observations
NLOS	No Light Of Sight
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
P-BEM	Polynomial BEM
PC	Préfixe Cyclique
PHN	Phase Noise
PLL	Phase-Locked Loop
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
RI	Réponse Impulsionnelle
SISO	Single Input Single Output
TF	Transformée de Fourier
TFD	Transformée de Fourier Discrète
TFDI	Transformée de Fourier Discrète Inverse
TUE	Mise à Jour Temporelle
US	Uncorrelated Scatters
WIMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access
WSS	Wide Sense Stationary
WSSUS	Wide Sense Stationary Uncorrelated Scatters

Introduction

Afin d'augmenter la qualité, la fiabilité, la sûreté et la sécurité des systèmes de transport ferroviaires tout en augmentant leur accessibilité et la productivité, l'exploitation ferroviaire s'appuie sur des flux d'informations de plus en plus nombreux entre les différents acteurs ferroviaires, des bases de données centralisées, mais aussi des équipements déployés à bord des trains et le long des voies. Aujourd'hui, de très nombreux dispositifs de communication sans fil fonctionnant dans des bandes de fréquences différentes sont donc déployés dans le monde du ferroviaire afin de répondre à la multitude des usages et des besoins. On distingue généralement les applications vitales et non vitales. Les premières demandent de faibles débits mais sont exigeantes en termes de robustesse et de fiabilité. A contrario, les deuxièmes nécessitent des débits de plus en plus élevés (Information voyageur, vidéo surveillance, télévision, etc..) associés à des exigences de Qualité de service notamment pour la vidéo.

Pour les trains à grande vitesse trains européens, les transmissions sans fil entre les trains et l'infrastructure pour le contrôle commande reposent sur le GSM-R (bandes spécifiques proches de celles du GSM) et sur des balises de type transpondeurs Eurobalise dans la gamme des 400 MHz [Cas09]. Les transmissions non vitales reposent le plus souvent sur des architectures de communications associant un lien terrestre (WiFi, WiMax, etc...) et un lien satellite. Une synthèse intéressante des principaux systèmes et projets déployés dans le monde est donnée dans [Cas09][Mau11]. Dans le cas des systèmes de métros sans conducteur, les transmissions vitales et non vitales s'appuient sur des systèmes à base de modems WiFi (IEEE802.11 a, b, g, n, p) modifiés pour répondre aux exigences des opérateurs. Il convient de noter ici que pour des nouvelles lignes de métros en Asie notamment, la vitesse des trains peut-être supérieure à 200 km/h.

Les systèmes de communications dans le monde ferroviaire ou métro s'ap-

puient donc sur des standards existants légèrement modifiés par les industriels du domaine afin de répondre aux exigences des applications (robustesse, fiabilité, faible latence, temps de handover, etc.). Aujourd'hui, tous les standards de communications en cours de développement depuis quelques années reposent sur deux technologies clefs : l'OFDM (Orthogonal Frequency-division Multiplexing) et le MIMO (Multiple-Input Multiple-Output). Ces techniques sont aujourd'hui implémentées dans les standards IEEE 802.11n, IEEE 802.16e ou Wimax et bien sûr le LTE et LTE-Advanced en cours de standardisation par le 3GPP.

Les laboratoires IEMN-TELICE, IEMN-DOAE et IFSTTAR-LEOST s'intéressent donc depuis plusieurs années à la problématique des liaisons sans fils avec les trains dans un contexte de forte mobilité et coopèrent étroitement sur cette thématique dans le cadre du projet CISIT (International Campus on Safety and Intermodality in Transportation) en Région Nord Pas de Calais.

Le concept de l'OFDM a été publié dans les années 60 mais il fallu attendre les années 80 et les progrès du traitement numérique des signaux pour qu'il soit mis en oeuvre en pratique. Le principe de l'OFDM consiste à répartir, sur un grand nombre de sous-porteuses, le signal numérique que l'on veut transmettre. Cela revient à combiner le signal à transmettre sur un grand nombre de systèmes de transmission (des émetteurs, par exemple) indépendants et à des fréquences différentes. Afin que les fréquences des sous-porteuses soient les plus proches possibles et ainsi transmettre le maximum d'information sur une portion de fréquences donnée, les sous porteuses doivent être orthogonales entre elles. Les spectres des différentes sous-porteuses se chevauchent mais grâce à l'orthogonalité, les sous-porteuses n'interfèrent pas entre elles. Cette technique est classiquement utilisée dans les systèmes où le canal de propagation est fortement sélectif en fréquence. En effet, les informations peuvent être réparties sur l'ensemble du spectres.

La technologie MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) est une technique qui a été mise en oeuvre pour la première fois par les BellLabs dans les années 98-99. Elle est utilisée dans les réseaux sans fil dans le but d'augmenter les débits ou la robustesse sans augmenter la puissance à l'émission. Les techniques MIMO exploitent le principe de diversité à l'émission et à la réception. Elles permettant des transferts de données sur de plus longues portées et avec des débit plus importants que la technique SISO (Single-Input Single-Output). Le principe des technique MIMO consiste à transmettre le flux d'information dans des canaux SISO indépendants. Elle est aujourd'hui principalement utilisée dans

les normes Wifi (IEEE 802.11n), Wimax (IEEE 802.16e), HSPA+ et LTE.

La combinaison MIMO-OFDM permet d'allier les avantages des deux méthodes. Cependant, l'orthogonalité entre les sous-porteuses du système MIMO-OFDM est mise à mal par les interférences entre porteuses. Ces interférences entre porteuses ont plusieurs causes, notamment l'effet Doppler et l'offset de fréquence et du bruit de phase variant entre les oscillateurs à l'émission et à la réception. L'effet Doppler résulte de la vitesse des mobiles et varie avec la vitesse. Ainsi, les techniques classiquement utilisées pour l'estimation de canal ou l'égalisation dans un environnement statique, fonctionnent de manière très dégradée en présence d'interférences entre sous-porteuses. Généralement, il convient de distinguer le cas où le canal de propagation ne varie pas pendant la durée d'un symbole OFDM et celui où il varie. Dans le cadre de CISIT, B. Ourzazi [Our11] a soutenu en 2011 une thèse traitant du premier cas. Dans ce travail de thèse, nous nous sommes donc focalisés sur le deuxième cas.

L'objet de cette thèse vise à développer de nouvelles méthodes et des algorithmes d'estimation et de synchronisation du canal très sélectif en temps et en fréquence afin de permettre l'évolution des systèmes de communication vers des standards mieux adaptés aux liaisons mobiles à grande vitesse. De nombreux travaux traitent le cas où le canal de propagation ne varie pas pendant la durée d'un symbole OFDM. Le cas où le canal de propagation varie pendant la durée d'un symbole OFDM est beaucoup moins abordé dans la littérature. De premiers travaux ont été publiés par [TLCB06][TL07][TL08][TCLB07]. Notre objectif a été de poursuivre et d'améliorer ces recherches. Nos contributions sont doubles. Dans un contexte de très grande mobilité, nous avons proposé un algorithme efficace pour l'estimation conjointe du canal et de l'offset de fréquence et un algorithme pour l'estimation conjointe du canal et du bruit de phase.

Le mémoire est organisé en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous rappelons les caractéristiques principales des canaux radio mobiles. Le deuxième chapitre est consacré à une description rapide des systèmes OFDM et d'une chaîne classique de transmission OFDM. Nous introduisons le problème de la synchronisation dans le troisième chapitre. Les quatrième et cinquième chapitre constituent les contributions principales de cette thèse.

Nous avons d'abord abordé le problème de l'estimation conjointe du canal et de l'offset de fréquence. Les résultats ont été publiés dans la revue IEEE Transaction on Vehicular Technology [SRH⁺11] :

Simon, E. ; Ros, L. ; Hijazi, H. ; Fang, J. ; Gaillot, D. et Berbineau, M. "Joint Carrier Frequency Offset and Fast Time-Varying Channel Estimation for MIMO-OFDM Systems", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60, 955-965.

Les travaux sur l'estimation conjointe du canal et du bruit de phase ont été soumis dans la revue International Journal of Electronics and Communications [FSBL12] :

Fang, J. ; Simon, E. ; Berbineau, M. et Liénard, M. "Joint channel and phase noise estimation in OFDM systems at very high speeds", *International Journal of Electronics and Communications*, 2012, article soumis.

Enfin nous concluons ce travail et proposons des perspectives.

Chapitre 1

Canal Radio-Mobile

1.1 Caractéristiques du canal radio-mobile

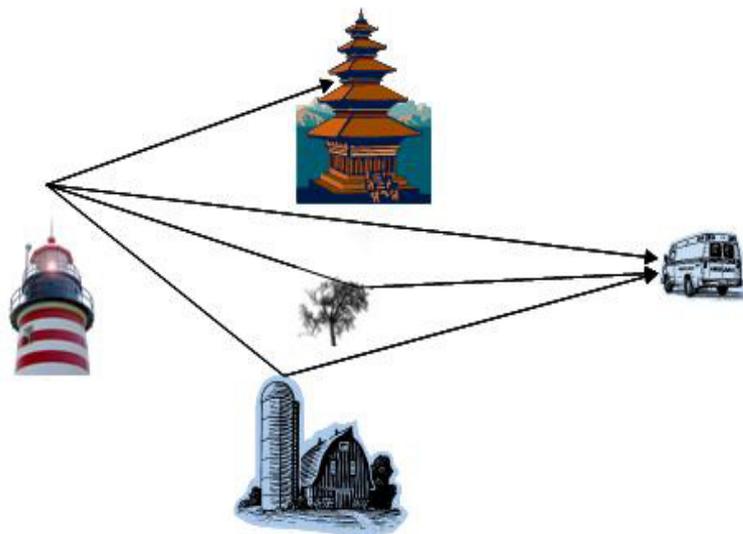


FIGURE 1.1 – Scénario typique de propagation radio-mobile

La transmission de l'information sur la voie radio dans les systèmes mobiles s'effectue soit depuis une station de base vers un mobile (liaison descendante ou "downlink"), soit depuis un mobile vers la station de base (liaison montante ou "uplink"). Dans les deux cas, les conditions de propagation sont très variables et

dépendent de l'environnement. La figure 1.1 représente un exemple de scénario typique de propagation radio-mobile en milieu rural, de la station de base vers le mobile. Les mécanismes de propagation qui se produisent, en communication sans fils, sont :

- la réflexion : elle se produit lorsqu'une onde électromagnétique rencontre des surfaces lisses de très grande dimension par rapport à sa longueur d'onde.
- la diffraction : elle se produit lorsqu'un obstacle épais et de grande dimension par rapport à sa longueur d'onde obstrue l'onde électromagnétique entre l'émetteur et le récepteur. Dans ce cas des ondes secondaires sont générées et se propagent derrière l'obstacle (shadowing)
- la diffusion : elle se produit lorsque l'onde rencontre un obstacle dont l'épaisseur est de l'ordre de sa longueur d'onde. Dans ce cas, l'énergie se trouve dispersée dans toutes les directions.

Le signal transmis subit les pertes de propagation dues à la distance, les atténuations induites par les obstacles qu'il trouve sur son parcours et les évanouissements suscités par l'existence de trajets multiples. De ce fait, le signal reçu est une combinaison de plusieurs trajets dont les amplitudes, les déphasages, les décalages Doppler et les retards diffèrent. Le canal radio-mobile est donc un canal fluctuant à trajet multiples. D'une manière générale, le phénomène se traduit par une variation de la puissance du signal mesurée à la réception, en fonction du temps ou de la distance qui sépare l'émetteur du récepteur. Il est connu sous le nom d'évanouissement ("fading"). D'après cette définition, il est possible de classer les canaux radio-mobiles en deux catégories : «évanouissement à long terme » et « évanouissement à court terme » [Rap99].

L'évanouissement à long terme se manifeste lorsque la distance qui sépare l'émetteur du récepteur est importante (de quelques dizaines à quelques milliers de mètres). Il est généralement causé par l'obstruction des ondes par les obstacles (immeubles, forêts, collines, etc.) ou par la forme du terrain. En pratique, cet évanouissement est modélisé d'après des équations qui déterminent «l'affaiblissement de parcours » ("path-loss"). Statistiquement, de nombreuses études le caractérisent comme une variable aléatoire suivant une loi log-normale qui vient apporter une certaine incertitude à l'atténuation.

L'évanouissement à court terme se réfère à l'évolution importante spectaculaire de l'amplitude et de la phase du signal sur une courte période de temps. Cette variation rapide est due aux trajets multiples générés par les divers réflecteurs et diffuseurs de la liaison. Le moindre mouvement du mobile engendrera

de très fortes fluctuations d'amplitude de l'enveloppe du signal reçu. Statistiquement, ces fluctuations d'enveloppe à court terme peuvent être caractérisées par une loi de Rayleigh ou de Rice [Pro00]. La première correspond généralement au milieu urbain, quand il n'y a pas une ligne de vue directe (NLOS : no line-of-sight), tandis que la seconde correspond au milieu rural, quand il y a une ligne de vue directe (LOS). Dans la suite, nous ne nous intéressons plus qu'au premier cas, évanouissement à court terme, avec une loi de Rayleigh.

1.2 Modèle mathématique des signaux en bande de base

Dans ce paragraphe nous considérons des signaux numériques issus d'un modulateur, c'est-à-dire dont la densité spectrale de puissance est centrée autour d'une fréquence porteuse f_0 . La translation du spectre autour de la porteuse conduit au signal haute fréquence $s_{HF}(t)$ effectivement transmis dans le milieu physique. $s_{HF}(t)$ s'écrit [Ros04] :

$$s_{HF}(t) = s_I(t)\cos(2\pi f_0 t) + s_Q(t)\cos(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2}) \quad (1.1)$$

avec $s_I(t)$ (voie en phase "I") et $s_Q(t)$ (voie en quadrature "Q") les messages numériques à transmettre en bande de base. $s_I(t)$ et $s_Q(t)$ modulent en quadrature la porteuse $\cos(2\pi f_0 t)$ à l'émission. $s_{HF}(t)$ peut aussi s'écrire à partir de son enveloppe complexe $s(t) = s_I(t) + js_Q(t)$ relative à f_0 :

$$s_{HF}(t) = \text{Re} \{s(t)e^{j2\pi f_0 t}\} \quad (1.2)$$

soit $r_{HF}(t)$ le signal reçu "Haute Fréquence". Les composantes en quadrature relatives à f_0 de $r_{HF}(t)$ s'obtiennent par démodulation et filtrage passe-bas. La porteuse utilisée pour la démodulation est la même que celle utilisée à la modulation multipliée par un facteur 2, soit $2\cos(2\pi f_0 t)$. Les composantes en quadratures s'écrivent alors :

$$r_I(t) = BF \{r_{HF}(t).2\cos(2\pi f_0 t)\} \quad (1.3)$$

$$r_Q(t) = BF \left\{r_{HF}(t).2\cos(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2})\right\} \quad (1.4)$$

L'enveloppe complexe du signal reçu peut alors s'écrire :

$$r(t) = BF \{r_{HF}(t).2e^{-j2\pi f_0 t}\} \quad (1.5)$$

Le signal reçu $r_{HF}(t)$ s'exprime comme le filtrage du signal émis par la réponse impulsionnelle du canal de propagation physique $h_{HF}(\tau)$ et d'un bruit additif $b_{HF}(t)$:

$$r_{HF}(t) = (h_{HF} * s_{HF})(t) + b_{HF}(t) \quad (1.6)$$

Le bruit $b_{HF}(t)$ est modélisé par un processus aléatoire gaussien de moyenne nulle, il est stationnaire, indépendant du signal émis et de dsp (densité spectrale de puissance) bilatérale $N_0/2$ autour de f_0 .

L'équivalent de $h_{HF}(\tau)$ en bande de base $h(\tau)$ est alors défini de façon unique de la manière suivante :

soit $H(f)$ la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du canal en bande de base $h(\tau)$:

$$H(f) = TF(h(\tau)) \quad (1.7)$$

soit $H_{HF}(f)$ la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du canal en bande portée $h_{HF}(\tau)$:

$$H_{HF}(f) = TF(h_{HF}(\tau)) \quad (1.8)$$

on définit $H_{HF}^+(f)$ par :

$$H_{HF}^+(f) = \begin{cases} H_{HF}(f) & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

La réponse en fréquence du filtre en bande de base $H(f)$ se déduit de celle du filtre en bande portée $H_{HF}(f)$ par une translation de $-f_0$, en ne considérant que la partie des fréquences positives du filtre, soit :

$$H(f) = H_{HF}^+(f + f_0) \quad (1.10)$$

Le signal reçu en bande de base $r(t)$ s'exprime alors par le filtrage du signal émis en bande de base $s(t)$ par la réponse impulsionnelle du canal en bande de base $h(t)$:

$$r(t) = (h * s)(t) + b(t) \quad (1.11)$$

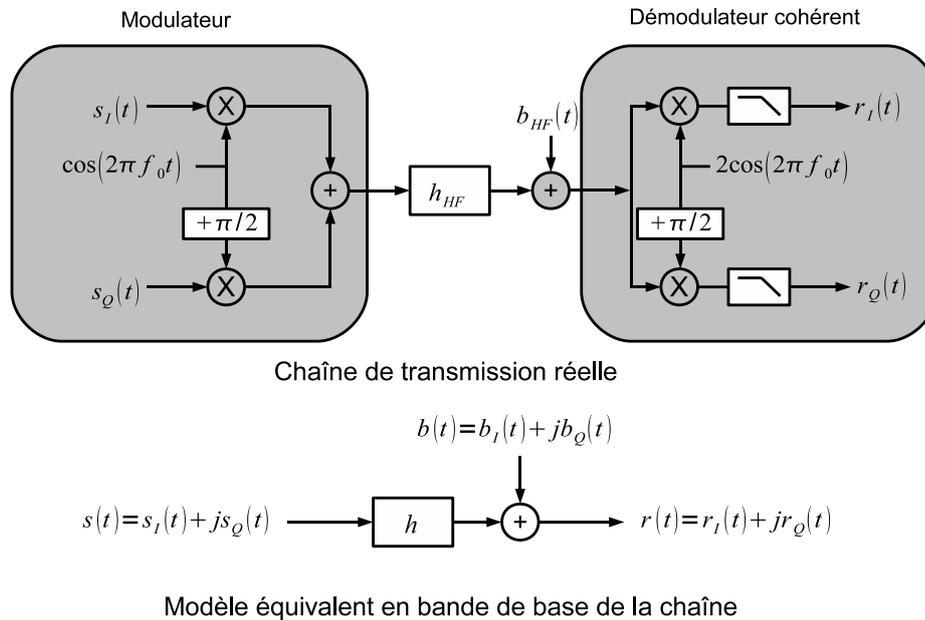


FIGURE 1.2 – Chaîne de transmission réelle et son modèle équivalent en bande de base

où $b(t) = BF \{ b_{HF}(t) \cdot 2e^{-j2\pi f_0 t} \}$ est l'enveloppe complexe relative à f_0 du bruit réel physique. La dsp bilatérale de $b(t)$ est égale à $2N_0$ et les deux composantes en quadrature $b_I(t)$ et $b_Q(t)$ sont indépendantes, gaussiennes, centrées, avec chacune pour dsp bilatérale N_0 .

La figure 1.2 donne un schéma fonctionnel de la chaîne de transmission réelle et le modèle équivalent en bande de base. La chaîne de communication numérique qui comporte un modulateur, un canal et un démodulateur peut donc être modélisée comme une source de signaux en bande de base complexes, filtrée par la réponse impulsionnelle complexe du canal. Dans ce modèle équivalent en bande de base, la porteuse n'intervient plus. Le filtrage équivalent en bande de base permet donc de décrire directement la transformation subie par le spectre

du signal en restant en bande de base.

1.3 Réponse impulsionnelle du canal en bande de base

En raison des dispersions et des réflexions sur les obstacles du milieu de propagation, le signal reçu en bande portée est composé de la somme de plusieurs versions atténuées et retardées du signal transmis. Le signal reçu en bande portée s'écrit donc :

$$r_{HF}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l s_{HF}(t - \tau_l) + b_{HF}(t) \quad (1.12)$$

où :

- L est le nombre de trajets principaux ou "taps" en anglais.
- $\tau_l, l = 0 \dots L - 1$ sont les retards de propagation associés aux différents trajets.
- $\rho_l, l = 0 \dots L - 1$ sont les atténuations de propagation. Ce sont des nombres réels positifs.

En substituant (1.2) dans (1.12), on obtient :

$$r_{HF}(t) = \text{Re} \left\{ \left(\sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{-j2\pi f_0 \tau_l} s(t - \tau_l) \right) \cdot e^{j2\pi f_0 t} \right\} + b_{HF}(t) \quad (1.13)$$

Le canal équivalent en bande de base s'écrit donc, en accord avec l'équation (1.11) :

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l e^{j\theta_l} \delta(\tau - \tau_l) \quad (1.14)$$

où le coefficient $\alpha_l = \rho_l e^{j\theta_l}$ est dénommé amplitude complexe du trajet l , avec un module ρ_l égal à l'atténuation physique du trajet et une phase θ_l traduisant le déphasage de la porteuse dû au retard de propagation de ce trajet :

$$\theta_l = -2\pi f_0 \tau_l \quad (1.15)$$

Le canal de propagation est alors représenté par un filtre à coefficients complexes et un bruit additif, le filtre étant décrit par les variables $\{\rho_l, \theta_l, \tau_l\}$, pour $l = 0 \dots L - 1$.

Notons que d'après la relation linéaire (1.15) qui lie la phase au retard et compte tenu de la fréquence porteuse élevée, une très faible imprécision dans l'estimation du retard entraîne un très grand décalage de phase. Nous reviendrons plus en détail sur ce point dans la suite de ce mémoire.

1.4 Modèles de variation des paramètres

Le modèle du canal en bande de base décrit au paragraphe précédent est valable lorsque le mobile est fixe. Lorsque le mobile se déplace, le modèle du canal devient un filtre évolutif $h(\tau, t)$ au cours du temps, c'est-à-dire que les paramètres du canal varient en fonction du temps : $\{\rho_l(t), \theta_l(t), \tau_l(t)\}$, $l = 0 \dots L - 1$.

1.4.1 Modèle déterministe

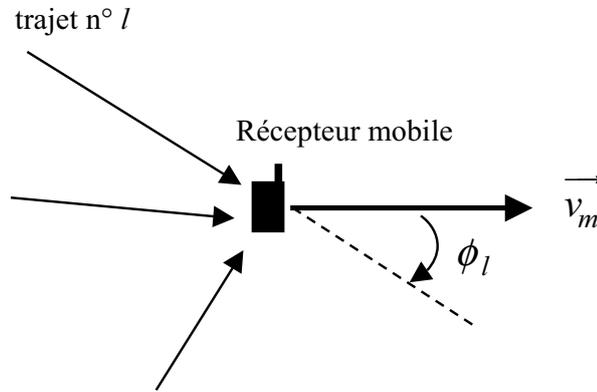


FIGURE 1.3 – Mobile en mouvement

Le modèle de canal déterministe consiste à décrire le déplacement du mobile par un mouvement uniforme avec une vitesse v_m entre l'émetteur et le récepteur,

et à introduire un angle d'arrivée ϕ_l par rapport à la direction du déplacement pour chaque trajet (voir figure 1.3). Ce modèle ne décrit pas exactement la réalité d'une transmission radio-mobile (le modèle aléatoire, détaillé dans la section suivante, est beaucoup plus proche des phénomènes observés), mais il sera suffisant pour analyser les performances en poursuite des algorithmes d'estimation. Le modèle déterministe présente en plus l'avantage de donner un ordre de grandeur des variations des paramètres, comme nous le verrons par la suite.

En raison du déplacement uniforme, le retard de propagation relatif au trajet l varie linéairement en fonction du temps :

$$\tau_l(t) = \tau_l(0) + \frac{v_m \cos(\phi_l)}{c} t \quad (1.16)$$

avec c la célérité de l'onde radio-électrique. La variation linéaire du retard entraîne une variation linéaire de la phase d'après (1.15) :

$$\theta_l(t) = \theta_l(0) - 2\pi f_d \cos(\phi_l) t \quad (1.17)$$

avec $f_d = \frac{v_m}{c} f_0$ la fréquence Doppler.

Utiliser le modèle de déplacement uniforme du mobile comme modèle d'évolution permet de décrire les variations des paramètres de retard et de phase mais ne tient pas compte des variations de l'atténuation d'espace du trajet en champ lointain. Ces variations sont considérées comme négligeables sur un court intervalle de temps, soit $\rho_l(t) = \rho_l$.

Étudions maintenant les ordres de grandeur des variations du retard et de la phase :

- **Retard** : pour une émission de plusieurs centaines de symboles, le décalage apporté par le canal est négligeable devant la durée symbole T en raison d'une vitesse de déplacement du mobile très faible par rapport à la célérité de l'onde radio-électrique. En effet, $\frac{v_m \cos(\phi_l)}{c} t \ll T$.
- **Phase** : rappelons que les systèmes développés en télécommunications fonctionnent à des fréquences porteuses de plus en plus élevées. De nombreux systèmes de distribution radio large bande de porteuses de 2.3 à 3.5 GHz, se sont développés ces dernières années. De même, des systèmes

radio de type LMDS (Local Multipoint Distribution Systems) fonctionnant à des fréquences porteuses supérieures à 10 GHz ont vu le jour. D'une manière générale, la multiplicité des services proposés et la rareté des ressources spectrales font que nous nous orientons vers des systèmes fonctionnant à des fréquences de plus en plus élevées (> 10 GHz). Compte tenu de cette fréquence porteuse élevée, les décalages apportés sur la phase sont non négligeables. A titre d'exemple avec les ordres de grandeur du WIMAX Mobile ($f_0 = 3.5$ GHz), pour une vitesse de mobile $v_m = 268$ km/h, la fréquence Doppler est égale à $f_d = 869$ Hz, ce qui entraîne une variation de la phase de 36° sur un slot de communication d'une durée de $115 \mu s$.

Il est donc possible de conclure que pour une émission de plusieurs centaines de symboles sur laquelle est réalisée l'estimation de canal, les retards des trajets pourront toujours être considérés comme fixes (vis à vis de la résolution temporelle), en raison d'une vitesse de déplacement du mobile très faible par rapport à la célérité de l'onde radio-électrique. En revanche, compte tenu de la fréquence porteuse élevée, un déplacement infime pourra entraîner des variations non négligeables de phase, et par conséquent des variations non négligeables du gain complexe.

Suite aux remarques précédentes, lorsque la vitesse des véhicules est élevée, les retards des trajets sont considérés comme fixes, mais ce n'est pas le cas des gains complexes. Pour l'estimation du canal par slot de communication, il faudra donc réaliser une première estimation des retards au début de la communication, mais il ne sera pas forcément nécessaire de prévoir une mise à jour de cette estimation. En revanche, un suivi des gains complexes du canal devra être mis en place. Le modèle dynamique de la Réponse Impulsionnelle (RI) du canal au cours du temps en bande de base devient ainsi :

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (1.18)$$

1.4.2 Modèle aléatoire

La modélisation la plus classique du canal est de considérer que sa réponse impulsionnelle est stationnaire au sens large (WSS : Wide Sens Stationary) et que les diffuseurs sont non corrélés (US : Uncorellated Scatterers). Ce modèle WSSUS a été introduit par P.A. Bello en 1963 dans l'article [Bel63]. Il caractérise bien les variations à court terme pour des déplacements de l'ordre de

quelques dizaines de longueurs d'onde.

Ce modèle s'appuie sur les quatre fonctions d'auto-corrélation à deux paramètres de Bello. Ces fonctions sont liées deux à deux par des transformées de Fourier. Parmi ces fonctions, nous présentons la fonction d'auto-corrélation temps-fréquence, fonction à partir de laquelle sont définies les notions de temps de cohérence $(\Delta t)_c$ et de bande de cohérence $(\Delta f)_c$. Cette fonction est définie à partir de la TF (Transformée de Fourier) sur les retards de la réponse impulsionnelle du canal $H(f, t) = TF(h(t, \tau))$:

$$R_{HH}(\Delta f, \Delta t) = E \{H(f, t)H^*(f - \Delta f, t - \Delta t)\} \quad (1.19)$$

- Le temps de cohérence $(\Delta t)_c$ est égal à la séparation temporelle minimale pour laquelle les échantillons du signal reçu en réponse à l'émission d'une fréquence pure sont décorrélés.

Si la durée du symbole transmis T est plus grande que le temps cohérence $(\Delta t)_c$, le canal est dit sélectif en temps. A l'inverse, si T est moins grande que $(\Delta t)_c$, le canal est dit non-sélectif en temps.

- La largeur de la bande cohérence $(\Delta f)_c$ d'un canal radio-mobile est égale à la séparation minimale pour laquelle les réponses du canal à l'émission de deux fréquences pures sont décorrélées.

Le canal est dit sélectif en fréquence si la largeur de bande W du signal est plus large que la largeur de la bande cohérence $(\Delta f)_c$. Inversement, si W est plus petite que $(\Delta f)_c$, le canal est dit non-sélectif en fréquence ou "plat".

Nous décrivons maintenant de manière plus précise la modélisation aléatoire appliquée au canal multi-trajets considéré.

1.4.2.1 Loi de distribution des amplitudes complexes

Afin d'obtenir la loi des coefficients $\alpha_l(t)$ associée au trajet l , il est nécessaire d'introduire la notion de *cluster* (groupe de micro-trajets) associé à un retard τ_l .

En effet, la zone de réception du terminal mobile comprend souvent des diffuseurs proches transformant un trajet donné en un groupe de micro-trajets ayant des différences de marche très faibles et donc quasiment le même retard τ_l mais

avec des différences de phases quelconques. Ainsi, le coefficient de chaque trajet l correspond à la superposition de tous les coefficients des micro-trajets du *cluster* l .

$$\begin{aligned}\alpha_l(t) &= \rho_l(t) \cdot e^{j\phi_l(t)} \\ &= \sum_n \rho_{l,n} \cdot e^{j\phi_{l,n}(t)},\end{aligned}\tag{1.20}$$

où $\rho_{l,n}$ et $\phi_{l,n}$ sont respectivement le module et la phase du n ème micro-trajet du *cluster* l ($\alpha_l(t)$).

Lorsqu'un trajet l correspond à une multitude de micro-trajets incohérents, la densité de probabilité du coefficient correspondant $\alpha_l(t) = \rho_l(t) \cdot e^{j\phi_l(t)}$ est gaussienne complexe en application du théorème de la limite centrale. On en déduit [Pro00] que :

- les parties réelles et imaginaires de $\alpha_l(t)$ sont des variables gaussiennes non corrélées de variance $\sigma_{\alpha_l}^2$,
- le module (enveloppe) $\rho_l(t)$ des coefficients suit alors une loi de Rayleigh donnée par :

$$p(\rho_l) = \begin{cases} \frac{\rho_l}{\sigma_{\alpha_l}^2} e^{-\frac{\rho_l^2}{2\sigma_{\alpha_l}^2}} & \text{pour } \rho_l \geq 0, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où $2\sigma_{\alpha_l}^2$ est le gain en puissance associé au trajet l .

- la phase $\phi_l(t)$ des coefficients est uniformément distribuée entre 0 et 2π .

1.4.2.2 Spectre Doppler associé a chaque trajet

Le caractère dynamique de chaque trajet est mesuré par sa fonction d'auto-corrélation temporelle :

$$R_{\alpha_l}(\Delta t) = E \{ \alpha_l(t) \alpha_l^*(t - \Delta t) \}.\tag{1.21}$$

Un spectre Doppler est associé à chaque trajet, et est lié à la fonction d'auto-corrélation via la transformée de Fourier :

$$S_{\alpha_l}(f) = TF_{\Delta t} \{ R_{\alpha_l}(\Delta t) \}.$$

Calculons à présent la fonction d'autocorrélation pour un trajet l . La phase $\phi_{l,n}$ dépend de l'angle d'arrivée $\theta_{l,n}$ de l'onde plane associé au micro-trajet n en

raison de l'effet Doppler. En utilisant le modèle d'évolution déterministe, il est possible de montrer que :

$$\phi_{l,n}(t - \Delta t) = \phi_{l,n}(t) - 2\pi f_d \cos(\theta_{l,n})\Delta t. \quad (1.22)$$

D'après (1.20), (1.21) et (1.22), l'expression générale de la fonction d'autocorrélation du trajet l s'écrit :

$$R_{\alpha_l}(\Delta t) = E \left[\sum_n \rho_{l,n} e^{j\phi_{l,n}(t)} \cdot \sum_m \rho_{l,m}^* e^{-j[\phi_{l,m}(t) + 2\pi f_d \cos(\theta_{l,m})\Delta t]} \right].$$

L'indépendance statistique entre les modules $\rho_{l,n}$, les phases $\phi_{l,n}(t)$ et les angles $\theta_{l,n}$ permet d'écrire :

$$R_{\alpha_l}(\Delta t) = \sum_n \sum_m E[\rho_{l,n}\rho_{l,m}^*] \cdot E[e^{j(\phi_{l,n}(t) - \phi_{l,m}(t))}] \cdot E[e^{-j2\pi f_d \cos(\theta_{l,m})\Delta t}].$$

le deuxième terme $E[\cdot]$ est nul pour $m \neq n$. De plus, pour un nombre important de micro-trajets ($N \rightarrow \infty$), la puissance incidente provenant d'un secteur angulaire $[\theta, \theta + d\theta]$ tend vers une distribution continue [Ros01], d'où :

$$\begin{aligned} R_{\alpha_l}(\Delta t) &= \frac{\sigma_{\alpha_l}^2}{N} \sum_{n=1}^N E[e^{-j2\pi f_d \cos(\theta_{l,n})\Delta t}] \\ &= \sigma_{\alpha_l}^2 \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} p(\theta) e^{-j2\pi f_d \cos(\theta)\Delta t} d\theta. \end{aligned}$$

Dans un environnement isotrope¹, les micro-trajets proviennent de toutes les directions avec une équi-probabilité : l'angle θ a une distribution uniforme sur $[0, 2\pi]$, avec $p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$. Il s'en suit [Cla68, Ros01] que :

$$R_{\alpha_l}(\Delta t) = \sigma_{\alpha_l}^2 \cdot J_0(2\pi f_d \Delta t) \quad (1.23)$$

où $J_0(\cdot)$ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0. Le spectre Doppler exprimé en bande de base est donné par :

$$S_{\alpha_l}(f) = \begin{cases} \frac{\sigma_{\alpha_l}^2}{\pi f_d \sqrt{1 - (\frac{f}{f_d})^2}} & \text{pour } |f| \leq f_d, \\ 0 & \text{pour } |f| \geq f_d. \end{cases} \quad (1.24)$$

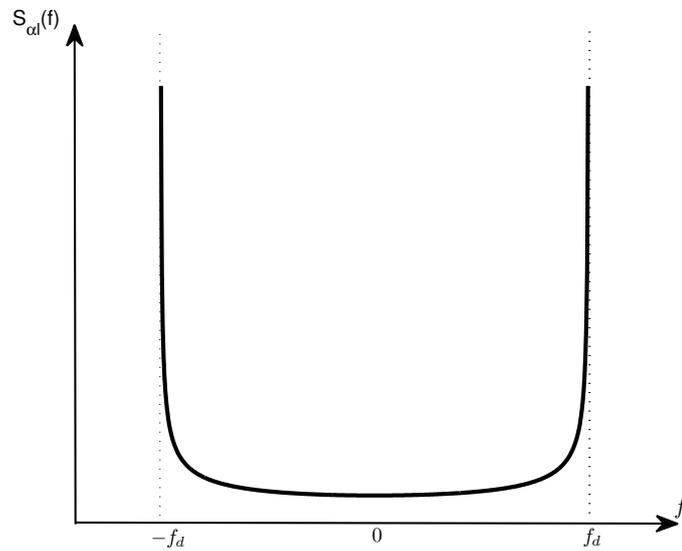


FIGURE 1.4 – Spectre Doppler en U associé à un trajet "1", (image tirée de [Hij08a])

Ce spectre Doppler est appelé spectre de Jakes ou spectre un U en raison de sa forme donnée par la Fig.1.4. Le canal introduit donc une modulation parasite en amplitude et en fréquence (phase). La transmission d'une fréquence f_0 à travers un canal soumis au *fading* de Rayleigh (mono-trajet ou multi-trajets) dans un environnement isotrope correspond en réception à un élargissement en fréquence de $+/- f_d$ sous forme d'une densité spectrale de puissance (dsp) donnée par l'Eq. (1.24).

1. un milieu est dit isotrope si ses caractéristiques physiques sont invariantes en fonction de la direction

Chapitre 2

Modulation OFDM

2.1 Transmissions mono-porteuses aux transmissions multi-porteuses

Nous abordons maintenant le problème de la transmission en bande de base d'un message numérique constitué par une suite de symboles x_q , émis à raison de $1/T$ symboles par seconde. Dans le cas d'une transmission mono-porteuse, le signal en sortie de l'émetteur a pour expression :

$$s(t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} x[q] \cdot h_{TX}(t - qT) \quad (2.1)$$

où T est la durée du symbole et $h_{TX}(\tau)$ est la forme d'onde à l'émission (en général un filtre demi-Nyquist, voir l'annexe A). Le signal émis est alors transmis dans un canal de propagation. Notons W la bande disponible en fréquence pour la transmission.

Lorsque l'étalement de la réponse impulsionnelle (RI) du canal $\Delta\tau$ est de l'ordre de grandeur de T , les symboles se chevauchent en sortie du canal, créant ainsi ce qui est appelée *l'Interférence Entre Symbole* (IES). Ce phénomène est illustré sur la Fig.2.1 où la transmission de deux symboles $+1$ et -1 est considérée. Deux scénarios sont montrés. Le premier scénario considère que le temps symbole est très supérieur à $\Delta\tau$. Dans ce cas, les symboles ne se chevauchent pratiquement pas en sortie du canal, et il n'y a pas d'IES. Le deuxième scénario

au contraire considère un temps symbole inférieur à $\Delta\tau$. On voit alors clairement que les symboles se chevauchent, entraînant l'IES.

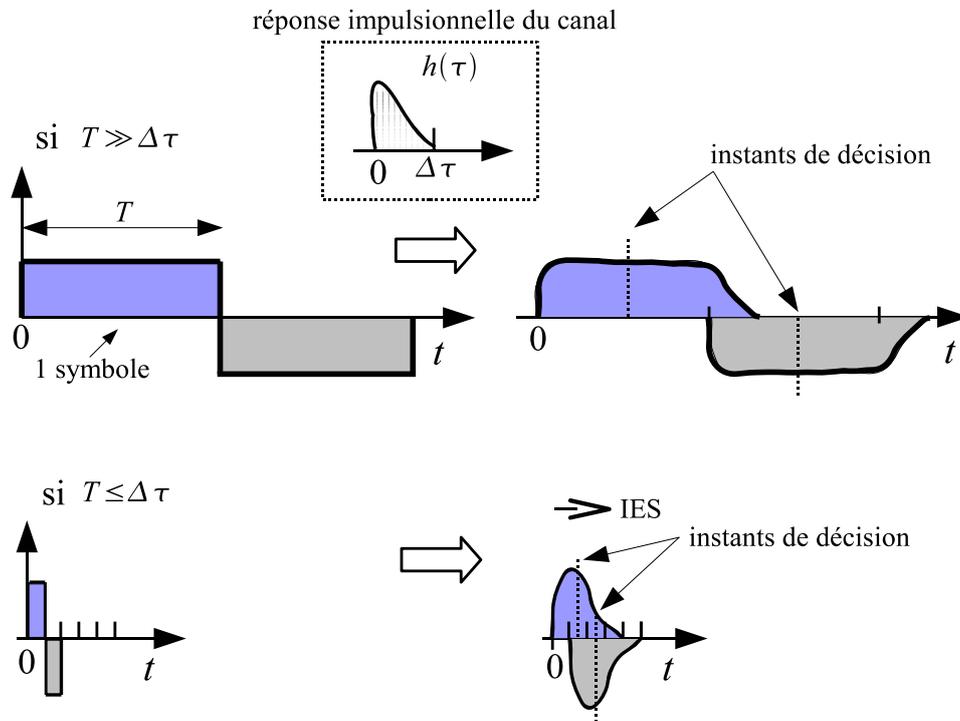


FIGURE 2.1 – Interférence entre symboles (IES) - [schéma extrait du poly de cours de L.ROS ENSERG]

En résumé, l'IES est due aux symboles qui ont été émis avant et après le symbole à décoder. Il peut conduire à une décision erronée (en présence ou non de bruit) et d'une dégradation des performances de probabilité d'erreur en présence de bruit. Pour annuler l'IES, on peut choisir un temps symbole T tel que $T \gg \Delta\tau$. Dans ce cas, le canal n'a quasiment plus d'effet sur la transmission, et les symboles ne se chevauchent plus. Mais cette solution est rarement retenue car plus T est élevé, plus le débit est faible.

Afin de répondre aux besoins toujours plus grands en terme de débit, l'idée consiste à transmettre un symbole long (donc un spectre étroit), mais en juxta-

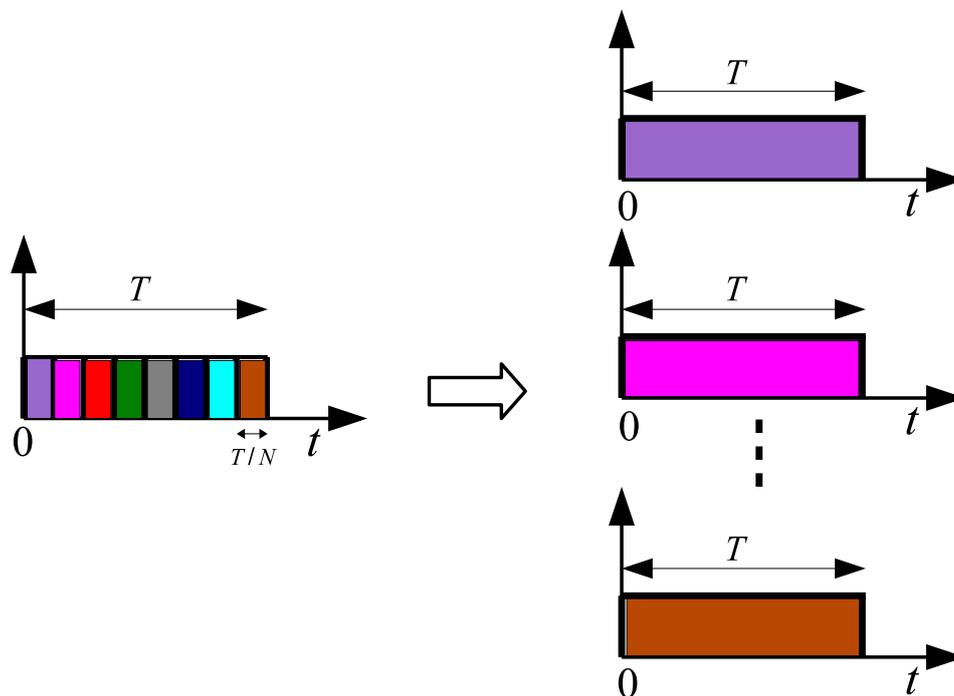


FIGURE 2.2 – Passage d’une transmission mono-voie à une transmission multi-voies

posant un grand nombre de communications bande étroite (approche multi-voie, ou multi sous-débit) pour remplir la bande W . C’est le principe de la modulation OFDM, qui sera détaillé dans le paragraphe suivant.

La Fig. 2.2 illustre ce principe, où au lieu de transmettre N symboles sur un temps symbole court, N symboles sont transmis en parallèle sur un temps symbole long. Dans le prochain paragraphe, nous verrons comment construire cette communication.

2.2 Construction d’un signal OFDM

En supposant que le débit global à émettre est partagé en N sous-débits égaux, et que la bande passante disponible est toujours égale à W Hz, l’équi-

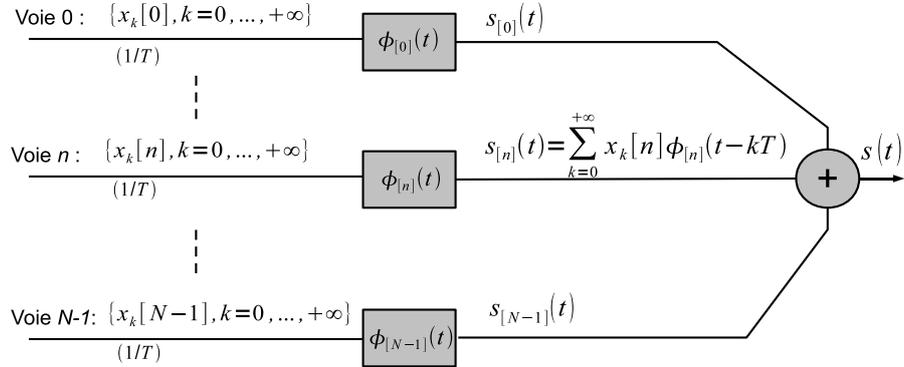


FIGURE 2.3 – Modélisation du signal émis en N sous-débits (multi-voies)

valent complexe en bande de base du signal émis (multiplex global) est modélisé par la figure 2.3 :

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} s_{[n]}(t) \quad (2.2)$$

où $s_{[n]}(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} x_k[n] \cdot \phi_{[n]}(t - kT)$ avec :

- N : nombre de sous débits à émettre
- $\phi_{[n]}(\tau)$: la forme d'onde (sous-porteuse) associée à la voie (sous-débit) numéro n .
- $x_k[n]$: les symboles QPSK de la voie n , transmis aux instants kT , où $k \in \mathbb{N}$, et T est le temps symbole.

L'objectif est maintenant de déterminer la forme d'onde $\phi_{[n]}(\tau)$ du sous-débit n .

Le principe de l'OFDM consiste à juxtaposer en fréquence un grand nombre de communications bande étroite (les sous-débits, ou voies, n). Une des solutions possible serait d'utiliser des formes d'ondes à spectre disjoint. Cependant, cette solution n'est pas souhaitable car elle n'est pas la plus efficace en terme d'encombrement spectral. La question qui se pose maintenant est de savoir quelle est la distance minimale entre deux sous-porteuses pour conserver l'orthogonalité.

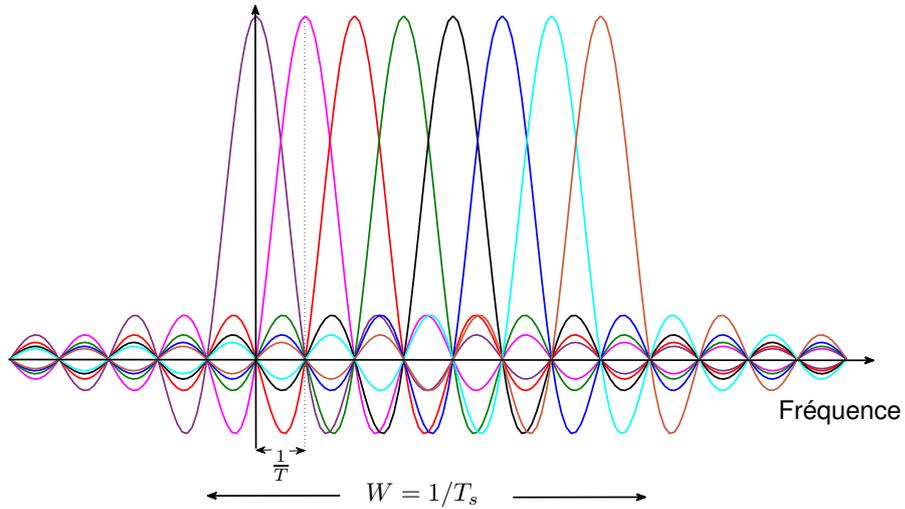


FIGURE 2.4 – Porteuses orthogonales d'un signal OFDM avec $N = 8$

Autrement dit, quelles sont les conditions pour que les deux porteuses $e^{j2\pi f_i t}$ et $e^{j2\pi f_j t}$ soient orthogonales ?

S'il n'y a pas de limitation de durée, il suffit d'avoir $f_i \neq f_j$.

Regardons maintenant les conditions à remplir lorsque la durée est limitée à l'intervalle $[0, T]$.

Posons $p_i(t) = \text{Rect}_{[0, T]}(t)e^{2\pi f_i t}$ et $p_j(t) = \text{Rect}_{[0, T]}(t)e^{2\pi f_j t}$ ($\text{Rect}_{[t_1, t_2]}(t)$ est une fonction rectangulaire égale à 1 pour t compris entre t_1 et t_2), les deux porteuses à durée limitée, et calculons leur produit scalaire :

$$\begin{aligned}
 \langle p_i(t), p_j(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_i(t) \cdot p_j^*(t) \\
 &= \int_0^T e^{j2\pi f_i t} \cdot e^{-j2\pi f_j t} dt \\
 &= \frac{1}{j2\pi(f_i - f_j)} (e^{j2\pi(f_i - f_j)T} - 1), \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

où $(\cdot)^*$ désigne le conjugué complexe.

Il en résulte que les deux porteuses à durée limitée sont orthogonales si $f_i - f_j =$

$\frac{n}{T}$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Par conséquent, la distance minimale pour assurer l'orthogonalité entre deux porteuses à durée limitée T est égale à $1/T$. De plus, en ajoutant un préfixe cyclique de durée T_g au début de chaque symbole pour éviter les interférences entre symboles. Le début de la forme d'onde correspond à une copie de la fin de la forme d'onde :

$$\phi_{[n]}(\tau) = \phi_{[n]}(\tau + T), \text{ pour } \tau \in [-T_g, 0]$$

La durée totale d'un symbole OFDM est alors définie par : $T_0 = T + T_g$. La forme d'onde associée à la voie n s'écrit donc finalement :

$$\phi_{[n]}(\tau) = e^{j2\pi f_n \tau} \text{Rect}_{[-T_g, +T]}(\tau),$$

avec :

$$f_n = \frac{n}{T}, \text{ pour } n = 0, \dots, N - 1 \quad (2.4)$$

ce qui revient à obtenir le spectre en fréquence de la figure 2.4 (signal OFDM émis avec $N = 8$).

En résumé, un signal OFDM observé entre kT_0 et $kT_0 + T$ s'écrit comme la somme des N voies :

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=0}^{N-1} x_k[n] \phi_{[n]}(t - kT_0), \quad t \in [kT_0, kT_0 + T] \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x_k[n] e^{j2\pi \frac{n}{T}(t - kT_0)}, \quad t \in [kT_0, kT_0 + T] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Remarque : En échantillonnant au temps $t = mT_s + kT_0$ avec $T_s = \frac{T}{N}$ le signal de l'équation (2.5), on obtient :

$$s_k[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x_k[n] e^{j2\pi \frac{mn}{N}}, \quad m = 0 \dots N - 1 \quad (2.6)$$

avec $s_k[m] = s(kT_0 + mT_s)$. La dernière équation est une transformée de Fourier discrète inverse sur les symboles $x_k[n]$ des N voies.

Cette propriété est un atout important pour la réalisation pratique de la technique OFDM. Les N échantillons utiles de la forme d'onde de base sont ensuite complétés par les N_g échantillons (indexés de $-N_g$ à -1) du préfixe

cyclique, avec $N_g = T_g/T_s$.

La technique OFDM utilise un multiplexage des sous débits à l'aide de N sous-porteuses complexes orthogonales, réparties dans la bande W , et espacées de $\Delta f = W/N$. L'obtention d'un symbole OFDM à partir de N symboles de l'ensemble des voies est généralement présentée (et réalisée) au moyen d'une TFDI de taille N , suivie de l'ajout d'un préfixe cyclique (PC), puis d'une mise en forme analogique.

La mise en forme analogique est réalisée à l'aide d'un filtre d'émission, noté $h_{TX}(\tau)$, en général un filtre demi-Nyquist d'excès de bande nul :

$$s(t) = \sum_k \sum_{m=-N_g}^{N-1} s_k[m] h_{TX}(t - kT_0 - mT_s). \quad (2.7)$$

La mise en forme analogique peut être formulée à l'aide d'une convolution avec le filtre d'émission, en introduisant un train impulsif d'échantillons $s^{\text{imp}}(t)$, comme on le fait traditionnellement en communications numériques :

$$s(t) = s^{\text{imp}}(t) * h_{TX}(t) \quad (2.8)$$

avec

$$s^{\text{imp}}(t) = \sum_k \sum_{m=-N_g}^{N-1} s_k[m] \delta(t - kT_0 - mT_s). \quad (2.9)$$

Le grand avantage de cette formulation est la possibilité de représenter toute la chaîne (émission/canal/réception) par une cascade de filtres linéaires excités par le train impulsif $s^{\text{imp}}(t)$. Ainsi, concernant la transmission dans le canal (la réception sera traitée dans la section suivante), la fonction de mise en forme globale des échantillons reçus est le résultat de la convolution continue entre le filtre d'émission et le canal de transmission, ce qui donne la représentation de la figure 2.5.

2.3 Réception du signal OFDM

Le récepteur OFDM consiste à réaliser les opérations inverses de l'émission. Dans un premier temps, un filtre de réception $h_{RX}(\tau)$ est appliqué. Puis le signal

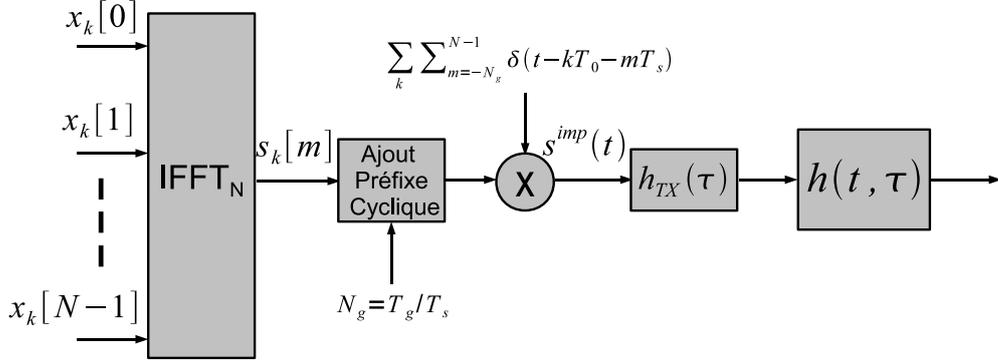


FIGURE 2.5 – Chaîne de transmission OFDM : émission/canal

est échantillonné au rythme $1/T_s$, le préfixe cyclique est supprimé, et la TFD est appliquée.

Nous développons dans cette partie les équations d'une chaîne de transmission OFDM dans le cas d'un canal variant dans le temps. Rappelons que cette chaîne comprend tous les éléments situés entre l'entrée du modulateur (TFDI) à la transmission et la sortie de démodulateur (TFD) à la réception.

Désormais, nous allons supposer que la transmission est centrée autour de zéro, ce qui revient à considérer les sous-porteuses $\left\{ \frac{-N}{NT_s}, \dots, \frac{N-1}{NT_s} \right\}$ au lieu de $\left\{ 0, \dots, \frac{N-1}{NT_s} \right\}$. L'expression des échantillons (2.6) à transmettre devient alors :

$$s_k[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] e^{j2\pi \frac{mn}{N}}, \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (2.10)$$

avec $x_k[m]$ ($m = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1$) étant les symboles de données du k ième symbole OFDM.

Le signal est mis en forme (sous forme d'onde) après la modulation via un filtre demi-Nyquist à l'émission. De manière classique, un autre filtre demi-Nyquist est utilisé à la réception pour restituer les symboles émis. Le filtre d'émission $h_{TX}(\tau)$, la réponse impulsionnelle du canal $h(t, \tau)$, et le filtre de

réception $h_{RX}(\tau)$ sont assemblés en un canal global équivalent :

$$g(t, \tau) = h_{TX}(\tau) * h(t, \tau) * h_{RX}(\tau)$$

La chaîne globale (émission/canal/réception) est ainsi représentée sur la Fig. 2.6.

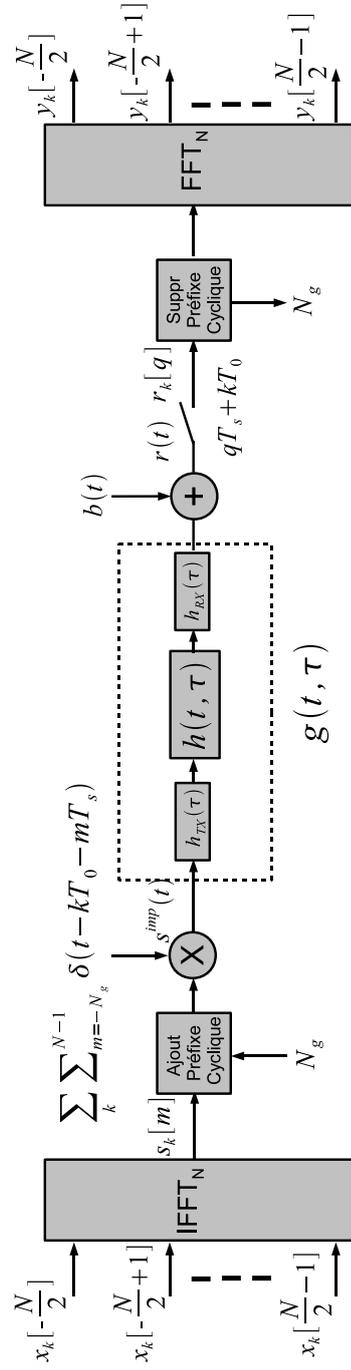


FIGURE 2.6 – Chaîne de transmission OFDM émission/canal/réception

La réponse fréquentielle du canal global équivalent est donnée par $G(t, f) = H_{TX}(f)H(t, f)H_{RX}(f)$ où $H_{TX}(f)$, $H(t, f)$ et $H_{RX}(f)$ sont respectivement les transformées de Fourier (en τ) de $h_{TX}(\tau)$, $h(t, \tau)$ et $h_{RX}(\tau)$.

D'après (1.18), $H(t, f)$ s'écrit :

$$H(t, f) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) e^{-j2\pi f \tau_l} \quad (2.11)$$

Le signal à la réception est donné d'après (2.9) et la Fig. 2.6 par :

$$\begin{aligned} r(t) &= (s^{\text{imp}}(\tau) * g(t, \tau))(t) + b(t) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-N_g}^{N-1} s_k[n] g(t, t - nT_s - kT_0) + b(t), \end{aligned} \quad (2.12)$$

où on rappelle que $T_0 = (N + N_g)T_s$ est la durée totale du symbole OFDM, T_s est la période d'échantillonnage et $b(t)$ est le bruit blanc gaussien additif. Le signal reçu est échantillonné aux instants $qT_s + kT_0$, puis l'intervalle de garde est supprimé (c'est-à-dire qu'à partir de maintenant, le signal reçu est observé entre $q = 0$ et $q = N - 1$).

Le q ième échantillon du k ième symbole OFDM reçu est donné par :

$$r_k[q] = \sum_{k'=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-N_g}^{N-1} s_{k',n} g(qT_s + k'T_0, (q-n)T_s + (k-k')T_0) + b(qT_s + kT_0). \quad (2.13)$$

Dans le cas où le PC est suffisamment long par rapport à l'étalement des retards ($N_g T_s > \Delta\tau$), il n'y a pas d'interférence entre symboles OFDM, c'est-à-dire que la contribution des symboles transmis avant et après le symbole OFDM d'indice k est nulle. Au niveau de l'Eq. (2.13), cela revient à considérer uniquement le symbole OFDM courant, et donc à supprimer la somme sur les indices k' . On obtient :

$$r_k[q] = \sum_{n=-N_g}^{N-1} s_k[n] g(qT_s + kT_0, (q-n)T_s) + b_k[q]$$

$$= \sum_{n=-N_g}^{N-1} s_k[n]g[qT_s + kT_0, q - n] + b_k[q] \quad (2.14)$$

avec $b_k[q] = b(qT_s + nT_0)$. $g[qT_s + kT_0, u] = g(qT_s + kT_0, uT_s)$ est le canal discret équivalent.

Procédons maintenant au changement de variable suivant : $l = q - n$, et arrêtons nous un instant sur les bornes de la somme. D'après l'Eq. (2.14), n est sommé entre $-N_g$ et $N - 1$. Par conséquent, la nouvelle variable l est sommée entre $q - (N - 1)$ et $q + N_g$. Or, par définition, le canal est à réponse impulsionnelle finie de durée inférieure au PC. Posons L' , le nombre de coefficients discrets du canal équivalent, $g[qT_s + kT_0, l]$ est donc non nul pour $l = 0, \dots, L' - 1$ et nul ailleurs. La somme sur l se trouve alors limitée entre 0 et $L' - 1$, ce qui donne :

$$r_k[q] = \sum_{l=0}^{L'-1} s_k[q - l]g[qT_s + kT_0, l] + b_k[q] \quad (2.15)$$

Les échantillons $s_k[n]$ peuvent être remplacés par l'Eq. (2.10) :

$$r_k[q] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m]e^{j2\pi\frac{mq}{N}} \sum_{l=0}^{L'-1} g[qT_s + kT_0, l]e^{-j2\pi\frac{lm}{N}} + b_k[q]. \quad (2.16)$$

Notons par ailleurs que la transformée de Fourier du canal échantillonné $g(t, \tau) \cdot \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\tau - lT_s)$, notée $G_{ech}(t, f)$, peut être obtenue en utilisant la transformée en z de la réponse impulsionnelle du canal discrétisé (voir l'Annexe B) :

$$\begin{aligned} G_{ech}(t, f) &= TZ[g[t, l]]|_{z=e^{j2\pi fT_s}} \\ &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g[t, l]e^{-j2\pi lfT_s}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

Étant donné que le support de $g[t, l]$ est compris entre $l = 0$ et $l = L' - 1$, on peut étendre la somme sur l entre $-\infty$ et $+\infty$ sans changer le résultat : l'Eq.

(2.16) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
r_k[q] &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] e^{j2\pi \frac{mq}{N}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g[qT_s + kT_0, l] e^{-j2\pi \frac{lm}{N}} + b_k[q] \\
&= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] e^{j2\pi \frac{mq}{N}} G_{ech} \left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s} \right) + b_k[q]. \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Rappelons que l'expression de la réponse fréquentielle du canal équivalent global est définie comme suit :

$$\begin{aligned}
G(t, f) &= H_{TX}(f)H(t, f)H_{RX}(f) \\
&= H_{TX}(f)H_{RX}(f)H(t, f) \\
&= H_{nyq}(f)H(t, f). \quad (2.19)
\end{aligned}$$

avec $H_{nyq}(f)$ la réponse fréquentielle du filtre de Nyquist. De plus, la TFD du filtre échantillonné $g[t, l]$ de l'Eq. (2.16) peut être aussi obtenue par calcul direct : la transformée de Fourier d'un signal échantillonné est égale à la transformée de Fourier du signal avant échantillonnage puis périodisée (résultat bien connu du traitement du signal) :

$$\begin{aligned}
G_{ech}(t, f) &= TF \left(g(t, \tau) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\tau - lT_s) \right) \\
&= G(t, f) * \frac{1}{T_s} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{l}{T_s}) \\
&= \frac{1}{T_s} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} G \left(t, f - \frac{l}{T_s} \right). \quad (2.20)
\end{aligned}$$

En faisant l'hypothèse que le facteur de retombé est nul ($\beta = 0$), le filtre de Nyquist $H_{nyq}(f)$ serait alors non nul pour les fréquences comprises entre $-\frac{1}{2T_s}$ et $+\frac{1}{2T_s}$ et nul ailleurs¹. Par conséquent et d'après l'Eq. (2.19), le canal global équivalent $G(t, f)$ est non nul pour $f \in \left[-\frac{1}{2T_s}, +\frac{1}{2T_s}\right]$ et nul en dehors de cet intervalle. Étant donné que le canal global équivalent échantillonné

1. voir l'annexe A sur le filtre de Nyquist

$G_{ech}\left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s}\right)$ dans l'Eq.(2.23) n'est évalué que pour $m \in \left[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right]$ ($m \in \mathbb{Z}$), ce qui correspond aux emplacements des sous-porteuses, cela équivaut à prendre $l = 0$ dans l'Eq. (2.20). D'où :

$$\begin{aligned} G_{ech}\left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s}\right) &= \frac{1}{T_s}G\left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s}\right) \\ &= \frac{1}{T_s}H_{\text{nyq}}\left(\frac{m}{NT_s}\right)H\left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s}\right) \\ G_{ech}\left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s}\right) &= H\left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s}\right) \\ &= H_k\left(qT_s, \frac{m}{NT_s}\right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

car $H_{\text{nyq}}(f) = T_s$ pour $f \in \left[-\frac{1}{2T_s}, \frac{1}{2T_s}\right]$ (voir l'annexe A sur le filtre de Nyquist). La notation $H_k\left(qT_s, \frac{m}{NT_s}\right) = H\left(qT_s + kT_0, \frac{m}{NT_s}\right)$ est utilisée à partir de maintenant pour faire ressortir l'indice du symbole OFDM k , ce qui sera utile pour la suite.

A la suite de ces remarques sur la réponse en fréquence du canal, L'Eq. (2.18) devient alors :

$$r_k[q] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] e^{j2\pi \frac{mq}{N}} H_k\left(qT_s, \frac{m}{NT_s}\right) + b_k[q]. \quad (2.22)$$

En examinant l'Eq. (2.22), on peut en déduire un schéma équivalent de la chaîne de transmission OFDM émission/canal. Sur ce schéma équivalent, représenté sur la Fig. 2.7, le symbole transmis sur la porteuse m est directement multiplié par la fonction de transfert du canal évaluée à la fréquence $f = \frac{m}{NT_s}$ avant d'appliquer la TFDI.

Les échantillons reçus $r_k[q]$ sont ensuite démodulés par une TFD de taille N . Les échantillons $y_k[n]$ en sortie de la TFD s'écrivent :

$$y_k[n] = \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi q \frac{m-n}{N}} H_k\left(qT_s, \frac{m}{NT_s}\right) + w_k[n] \quad (2.23)$$

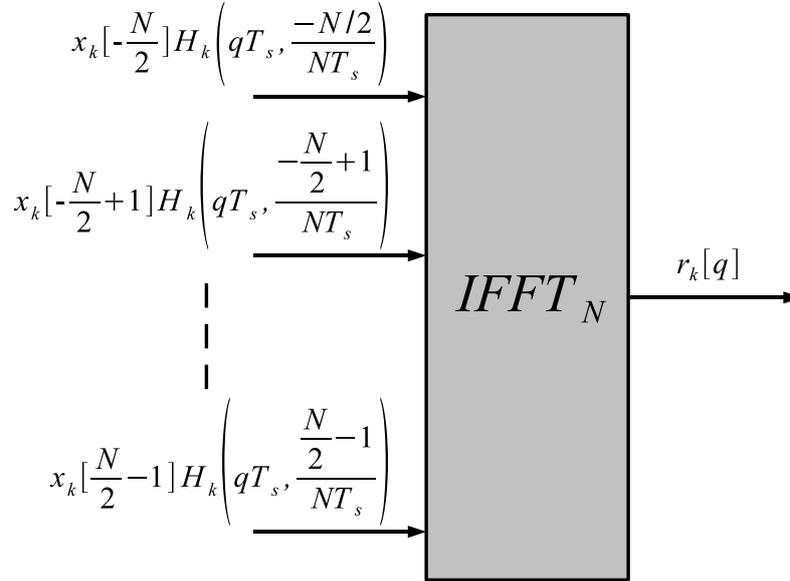


FIGURE 2.7 – Modèle équivalent de l'émission-canal

avec $w_k[n]$ la TFD du bruit $b_k[q]$, et $n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1$.

Remarque : lorsque le canal est invariant sur la durée d'un symbole OFDM (hypothèse quasi-statique), c'est à dire que les coefficients du canal sont constants à l'intérieur d'un symbole OFDM, mais varient d'un symbole OFDM à l'autre, alors $H_k(qT_s, \frac{n}{NT_s}) = H_k(\frac{n}{NT_s})$ pour $q = 0, \dots, N - 1$, ce qui conduit à réécrire l'Eq.(2.23) comme suit :

$$\begin{aligned}
 y_k[n] &= \frac{1}{N} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi q \frac{m-n}{N}} H_k(qT_s, \frac{m}{NT_s}) + w_k[n] \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi q \frac{m-n}{N}} H_k(\frac{m}{NT_s}) + w_k[n]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] H_k\left(\frac{m}{NT_s}\right) \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi q \frac{m-n}{N}} + w_k[n] \\
&= \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] H_k\left(\frac{m}{NT_s}\right) \cdot \delta_{m,n} + w_k[n] \tag{2.24}
\end{aligned}$$

où $\frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi q \frac{m-n}{N}} = \delta_{m,n}$ et $\delta_{m,n}$ représente le symbole de *kroncker* qui est donné par :

$$\delta_{m,n} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On obtient ainsi le modèle classique qui ne contient aucune interférence, dans lequel les échantillons $y_k[n]$ à la sortie du démodulateur du k ième symbole OFDM sont donnés par :

$$\begin{aligned}
y_k[n] &= \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k[m] H_k\left(\frac{m}{NT_s}\right) \cdot \delta_{m,n} + w_k[n] \\
&= H_k\left(\frac{n}{NT_s}\right) \cdot x_k[n] + w_k[n], \text{ avec } n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \tag{2.25}
\end{aligned}$$

Avec ce modèle sans interférence, les récepteurs sont très simples à concevoir puisque le canal a un effet multiplicatif (en fréquence). Chaque symbole reçu sur une sous-porteuse n est ainsi multiplié par la fonction de transfert du canal évaluée en $\frac{n}{NT_s}$. Ceci conduit à une conception simplifiée pour les algorithmes d'estimation de canal et d'égalisation. L'algorithme classique d'estimation de canal avec ce modèle multiplicatif consiste à transmettre des symboles pilotes sur certaines sous-porteuses [Kai98].

Dans un premier temps, une estimation initiale des $H_k\left(\frac{n}{NT_s}\right)$ est obtenue sur les sous-porteuses pilotes en divisant le signal reçu par le pilote. Dans un deuxième temps, l'estimée des $H_k\left(\frac{n}{NT_s}\right)$ est obtenue sur les autres sous-porteuses en faisant une interpolation.

En revanche, en cas de mobilité, il convient d'utiliser le modèle de l'Eq. (2.23), ce qui va conduire à la conception d'algorithmes de réception plus complexes, ce qui sera l'objet des chapitres suivants. Les algorithmes proposés dans la suite s'appuieront, comme pour l'algorithme classique, sur des pilotes.

2.4 Brève introduction au problème de la synchronisation

Avant de présenter les résultats de notre thèse qui portent sur la synchronisation et l'estimation conjointe du canal, nous proposons une brève introduction à la problématique de la synchronisation. La synchronisation est un sujet abondamment étudié depuis de nombreuses années et de nombreux ouvrages traitent de ce domaine de manière très pédagogique et très complète. Ainsi, nous pouvons citer notamment le livre de Heinrich Meyr, Marc Moeneclaey et Stefan Fechtel [HM98], ou encore le livre de Umberto Mengali et Aldo N. D'Andrea [MD97] qui font référence. L'objectif de ce chapitre est donc juste de présenter les notions fondamentales de la synchronisation, mais sans entrer dans le détail car ce n'est pas l'objet de la thèse.

Commençons par rappeler le modèle du signal reçu en bande de base :

$$r(t) = s(t) * h(t, \tau) + b(t) \quad (2.26)$$

où $s(t)$ est le signal OFDM à transmettre et $h(t, \tau)$ la réponse impulsionnelle du canal. Ce modèle a été mis en place sous un certain nombre d'hypothèses (oscillateurs parfaits à l'émission et à la réception par exemple) qui ne reflètent pas exactement la réalité des phénomènes. Nous allons maintenant donner une description plus complète du modèle, qui tient compte notamment des problèmes dus à l'électronique.

Comme nous l'avons vu au paragraphe 1.2, le signal à transmettre $s(t)$ est modulé par une fréquence porteuse f_0 , puis démodulé à la réception par la même fréquence. C'est le cas idéal où les fréquences de modulation et de démodulation sont identiques. Mais ce n'est jamais le cas en pratique car ces fréquences proviennent d'oscillateurs différents (à l'émetteur et au récepteur) qui présentent chacun des défauts. Notons que l'hypothèse suivante a été faite implicitement dans le modèle en bande de base décrit précédemment : la porteuse utilisée en démodulation est rigoureusement la même en fréquence et en phase que la porteuse utilisée pour la modulation. Or en pratique il existe toujours des incertitudes sur les fréquences utilisées pour effectuer la modulation et la démodulation. Il est donc impossible de disposer de cette connaissance. Nous modélisons ces incertitudes par un terme de phase qui varie au cours du temps. Ainsi la porteuse utilisée par le modulateur s'écrit maintenant $\cos(2\pi f_0 t + \theta_{Tx}(t))$ et la porteuse utilisée par le démodulateur $2\cos(2\pi f_0 t + \theta_{Rx}(t))$.

$\theta_{Tx}(t)$ et $\theta_{Rx}(t)$ contiennent l'écart de phase par rapport à la fréquence absolue f_0 . Le signal reçu en bande de base s'écrit alors :

$$r(t) = (s(t) * h(t, \tau))e^{j\Delta\theta(t)} + b(t) \quad (2.27)$$

avec $\Delta\theta(t) = \theta_{Tx}(t) - \theta_{Rx}(t)$. $\Delta\theta(t)$ est généralement constitué de :

- un terme statique de phase, noté θ ,
- un terme linéaire en fonction du temps (décalage statique de fréquence ΔF , ou carrier frequency offset en anglais (CFO)),
- un terme aléatoire centré $\phi(t)$ appelé bruit de phase (gigue de phase ou phase noise en anglais (PHN)) des oscillateurs.

En détaillant $\Delta\theta(t)$, le signal reçu s'écrit :

$$r(t) = (s(t) * h(t, \tau))e^{j(2\pi\Delta Ft + \phi(t) + \theta)} + b(t) \quad (2.28)$$

Remarque : à partir de maintenant, nous utiliserons les acronymes CFO (Carrier Frequency Offset) et PHN (Phase Noise) pour désigner le décalage statique de fréquence ΔF et le bruit de phase.

Le terme statique de phase provoque une rotation de phase sur un angle θ de l'échantillon reçu, mais aucune interférence n'est introduite. Ce déphasage est facilement compensé par l'égaliseur, sans perte de performances.

En revanche, le CFO et le PHN introduisent des interférences entre symboles, ainsi qu'une perte d'énergie du signal utile. Il est donc primordial de les corriger. Une étude complète a été menée sur les effets des erreurs de synchronisation sur la performance des systèmes OFDM dans le cadre de la thèse de H. Steendam [Ste00]. Les premiers résultats traitant de l'impact des erreurs de synchronisation sur la modulation OFDM sont à retrouver dans [PVBM95] [PMJH95] [PBM95]. Nous nous focaliserons dans notre thèse sur les méthodes de synchronisation, pour limiter au maximum ces pertes de performances.

Chapitre 3

Estimation conjointe du décalage en fréquence et des gains complexes des trajets

3.1 Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les modulations OFDM sont très sensibles au décalage statique de fréquence (CFO) en raison de la destruction de l'orthogonalité, ce qui entraîne l'apparition d'interférences entre porteuses (IEP) et la diminution de la puissance du signal utile [Ste00]. L'estimation fine du CFO est donc essentielle pour envisager des applications pratiques à base de modulation OFDM. Le CFO est causé par deux phénomènes physiques différents : l'effet Doppler dû au déplacement du mobile et les imprécisions des horloges à l'émission et à la réception. En général, ces deux quantités sont regroupées en un seul terme et donc modélisées comme un seul offset de fréquence [Moo94][REK04]. Cependant, ce modèle simple manque de précision car chaque trajet de propagation possède son propre décalage en fréquence, ce qui est dû aux différents angles d'arrivés des rayons. Ainsi, comme les CFOs sont différents, on ne peut pas les factoriser pour n'estimer plus qu'un seul terme. Les travaux les plus récents proposent donc d'estimer directement les variations des trajets, ce qui permet de tenir compte des dopplers différents de chaque trajet [TCLB07][Tan07][Hij08b][HR10][HR09][HR08a][HR08b][HR07]. Ces différents travaux estiment soit les coefficients des trajets discret (c'est-à-dire

que l'on considère le modèle discret équivalent du canal) [TCLB07][Tan07] ou alors les gains complexes (GC) des vrais trajets physiques (on considère le modèle physique du canal à temps continu) [Hij08b][HR10][HR09][HR08a][HR08b][HR07]. Lorsqu'on estime les vrais trajets physiques, on parle de modèle paramétrique de canal [LWZL08][LWZ⁺07][VWSSM07]. En général, il est préférable d'estimer directement les paramètres physiques du canal au lieu des trajets discrets équivalents [YLSC01]. En effet, lorsque l'étalement des retards du canal augmente, le nombre de trajets discrets augmente alors également, il en résulte plus de paramètres à estimer. Estimer les paramètres physiques du canal signifie estimer les retards et les gains complexes (GC) des multi-trajets. Notons que pour les transmissions radio-fréquences, les retards des trajets peuvent être considérés comme constants à l'échelle d'un bloc OFDM, alors que les GCs varient fortement [Sim04][Hij08b]. Dans ce travail, les retards des trajets seront donc considérés comme constant et parfaitement connus. L'estimation de ces retards sort du cadre de notre thèse. Il existe des méthodes très efficaces pour estimer ces retards, comme les méthodes MDL (Minimum Description Length en anglais) pour estimer le nombre de trajets [WZ89][BRY98][FGM05], et les méthodes ESPRIT (Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Techniques en anglais) pour estimer les valeurs des trajets [RPK86][RK89][OVK91].

Dans les deux cas de modèles de canaux, modèle de canal paramétrique ou discret équivalent, les variations dans le temps des coefficients sont modélisées à l'aide de fonctions de base (BEM pour Basis Expansion Model en anglais). Il existe plusieurs types de fonctions de bases dans la littérature : les Karhunen-Loeve BEM (KL-BEM), les prolate spheroidal BEM (PS-BEM en anglais), ou les complex exponential BEM (CE-BEM en anglais) ainsi que les fonctions à base de polynômes (P-BEM). Une très bonne description de ces fonctions de base, avec leurs avantages et inconvénients est donnée dans la thèse de Tang de la page 21 à la page 25 [Tan07]. Notons cependant que ces derniers travaux qui estiment les coefficients de chaque trajet ne tiennent pas compte de la composante due aux imprécisions des horloges. Nous proposons donc dans ce chapitre d'estimer conjointement les coefficients des trajets et le décalage de fréquence dû aux horloges. A partir de maintenant, lorsque nous parlerons de CFO, nous nous référons uniquement aux décalages de fréquence des horloges. Le Doppler sera quant à lui traité de manière séparée pour chaque trajet, puisque les GCs de ces trajets (GCs qui varient dans le temps en fonction de la vitesse de déplacement du mobile).

3.2 Système OFDM avec décalage en fréquence

Considérons un système OFDM avec N sous-porteuses, et un préfixe cyclique de N_g échantillons. On considère toujours les symboles de données $x_k[n]$, $n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1$ transmis sur la sous-porteuse n du k ième symbole OFDM. Les $\{x_k[n]\}$ sont des symboles normalisés (*i.e.*, $\mathbb{E}[x_k[n]x_k^*[n]] = 1$).

L'écart de fréquence entre les oscillateurs utilisés à la transmission et à la réception entraîne l'apparition d'un offset de fréquence ΔF appelé CFO. Le CFO normalisé est noté $\nu = \Delta F N T_s$. Après transmission sur un canal multi-trajet de Rayleigh, la sous-porteuse n du k ième symbole OFDM reçu $y_k[n]$ est donnée en fréquence par (après suppression du préfixe cyclique et après l'application de la TFD) [HR08b] [TCLB07] :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.1)$$

où $\mathbf{x}_k = [x_k[-\frac{N}{2}], x_k[-\frac{N}{2} + 1], \dots, x_k[\frac{N}{2} - 1]]^T$. \mathbf{y}_k et \mathbf{w}_k sont définis de la même manière que \mathbf{x}_k . \mathbf{w}_k est un bruit complexe Gaussien de matrice de covariance $\sigma^2 \mathbf{I}_N$ et \mathbf{H}_k est la matrice de canal $N \times N$. Les éléments de \mathbf{H}_k sont donnés directement par la formule (2.23) développée au paragraphe 2.3. Ces éléments peuvent s'écrire en terme de trajets discrets du canal équivalent (taps en anglais) [KL08] $\{g_{l,k}(qT_s) = g(kT + qT_s, lT_s)\}$ où $g(t, \tau)$ est défini au paragraphe 2.3 :

$$[\mathbf{H}_k]_{n,m} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{L'-1} \left[e^{-j2\pi(\frac{m}{N} - \frac{1}{2})l} \sum_{q=0}^{N-1} g_{l,k}(qT_s) e^{j2\pi \frac{m-n+\nu}{N} q} \right], \quad (3.2)$$

ou en terme de paramètres physiques du canal [HR10] (retards $\{\tau_l\}$ et GCs $\{\alpha_{l,k}(qT_s) = \alpha_l(kT + qT_s)\}$), ce qui donne :

$$[\mathbf{H}_k]_{n,m} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{L-1} \left[e^{-j2\pi(\frac{m}{N} - \frac{1}{2})\tau_l} \sum_{q=0}^{N-1} \alpha_{l,k}(qT_s) e^{j2\pi \frac{m-n+\nu}{N} q} \right]. \quad (3.3)$$

Ces équations découlent directement des équations du paragraphe 2.3. $L' < N_g$ est le nombre de taps et L le nombre de trajets. Les retards sont normalisés par T_s et donc pas nécessairement entiers ($\tau_l < N_g$). Les L éléments de $\{\alpha_{l,k}(qT_s)\}$ sont décorrélés. Cependant, les L' éléments de $\{g_{l,k}(qT_s)\}$ sont corrélés, à moins que les retards soient des multiples de T_s , ce qui est une hypothèse souvent faite dans la littérature, mais qui n'est pas exacte. Ces trajets principaux et les GCs sont stationnaires au sens large. Ce sont des processus aléatoires gaussiens complexes de variances $\sigma_{g_l}^2$ et $\sigma_{\alpha_l}^2$, respectivement, avec le spectre de Jakes de fréquence Doppler maximale f_d [Jak83]. L'énergie moyenne du canal est normalisée à 1, *i.e.*, $\sum_{l=0}^{L'-1} \sigma_{g_l}^2 = 1$ et $\sum_{l=0}^{L-1} \sigma_{\alpha_l}^2 = 1$. Définissons alors le vecteur $N \times 1$:

$$\boldsymbol{\alpha}_{l,k} = [\alpha_{l,k}(0), \dots, \alpha_{l,k}((N-1)T_s)]^T \quad (3.4)$$

La matrice de corrélation de $\boldsymbol{\alpha}_{l,k}$ pour le retard p , $\mathbf{R}_{\alpha_l}[p] = \mathbb{E}[\boldsymbol{\alpha}_{l,k}\boldsymbol{\alpha}_{l,k-p}^H]$, est donnée par :

$$[\mathbf{R}_{\alpha_l}[p]]_{n,m} = \sigma_{\alpha_l}^2 J_0\left(2\pi f_d T_s (n - m + pN_b)\right) \quad (3.5)$$

Dans la suite de la thèse, nous présenterons les calculs avec la deuxième approche (le canal physique). Mais les résultats pour la première approche (trajets principaux du canal) peuvent se déduire facilement en remplaçant L par L' et le jeu de retards $\{\tau_l\}$ par le jeu d'indices $\{l, l = 0 : L' - 1\}$. En résumé, l'approche avec les trajets principaux peut être considérée comme un cas particulier de l'approche avec le canal physique.

3.3 Modélisation des variations des gains complexes du canal

3.3.1 Introduction

Rappelons que L est le nombre de trajets du canal. Il y a N échantillons à estimer pour chaque coefficient complexe par symbole OFDM, ce qui fait un total de LN échantillons à estimer. Afin de réduire ce nombre de coefficients à estimer, nous proposons d'utiliser la technique BEM (Base Expansion Model).

L'objectif est de modéliser précisément les variations dans le temps de $\alpha_{l,k}(qT_s)$ pour $q = 0$ à $N - 1$ en utilisant des fonctions de base \mathbf{b}_d de la manière suivant :

$$\boldsymbol{\alpha}_{l,k} = \boldsymbol{\alpha}_{\text{BEM}_{l,k}} + \boldsymbol{\xi}_{l,k} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{c}_{l,k} + \boldsymbol{\xi}_{l,k} \quad (3.6)$$

où $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_{D-1}]$ est une matrice $N \times D$ qui rassemble les D fonctions de base \mathbf{b}_d . Le vecteur $\mathbf{c}_{l,k} = [c_{l,k}[0], \dots, c_{l,k}[D-1]]^T$ représente les D coefficients BEM pour le l ème GC du k ème symbole OFDM, et $\boldsymbol{\xi}_{l,k}$ représente l'erreur du modèle. Les coefficients optimaux de la décomposition en fonctions de base BEM et le modèle correspondant de l'erreur sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{l,k} &= (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \boldsymbol{\alpha}_{l,k} \\ \boldsymbol{\xi}_{l,k} &= (\mathbf{I}_N - \mathbf{S}) \boldsymbol{\alpha}_{l,k} \end{aligned} \quad (3.7)$$

où $\mathbf{S} = \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H$ est une matrice $N \times N$.

Nous avons vu précédemment qu'il existe de nombreuses fonctions de bases pour décrire les variations temporelles [TCLB07][WGM09].

A partir de maintenant, il est possible de décrire la chaîne OFDM avec des fonctions de bases. On obtient alors le modèle suivant :

$$\mathbf{y}_k = \mathcal{H}_k(\nu) \cdot \mathbf{c}_k + \boldsymbol{\epsilon}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.8)$$

où le vecteur $LD \times 1$ \mathbf{c}_k et la matrice \mathcal{H}_k de taille $N \times LD$ sont données par :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_k &= [\mathbf{c}_{0,k}^T, \dots, \mathbf{c}_{L-1,k}^T]^T \\ \mathcal{H}_k(\nu) &= \frac{1}{N} [\mathbf{Z}_{0,k}(\nu), \dots, \mathbf{Z}_{L-1,k}(\nu)] \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Z}_{l,k}(\nu) = [\mathbf{M}_0(\nu) \text{diag}\{\mathbf{x}_k\} \mathbf{f}_l, \dots, \mathbf{M}_{D-1}(\nu) \text{diag}\{\mathbf{x}_k\} \mathbf{f}_l] \quad (3.10)$$

où le vecteur \mathbf{f}_l est la l ème colonne de la matrice $N \times L$ \mathbf{F} qui dépend de la distribution des retards (définie par [YLSC01]), et $\mathbf{M}_d(\nu)$ est une matrice $N \times N$ donnée par :

$$[\mathbf{F}]_{n,l} = e^{-j2\pi(\frac{n}{N} - \frac{1}{2})\tau_l} \quad (3.11)$$

$$[\mathbf{M}_d(\nu)]_{n,m} = \sum_{q=0}^{N-1} [\mathbf{B}]_{q,d} e^{j2\pi \frac{m-n+\nu}{N} q} \quad (3.12)$$

Le deuxième terme (3.8), $\boldsymbol{\epsilon}_k$, représente l'erreur d'approximation due à l'utilisation du modèle BEM. Nous allons maintenant écrire les modèles auto-régressifs (AR) pour les coefficients BEM et le CFO, modèles qui seront utilisés pour calculer les équations du filtre de Kalman étendu.

3.3.2 Modèle auto-régressif pour les coefficients des fonctions de base BEM

A partir de (3.7), on déduit que les coefficients des fonctions de base BEM optimaux $\mathbf{c}_{l,k}$ sont des variables complexes Gaussiennes corrélées de moyenne nulle et de matrice de corrélation donnée par :

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}[p] &= \mathbb{E}[\mathbf{c}_{l,k} \mathbf{c}_{l,k-p}^H] \\ &= (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{R}_{\alpha_l}[p] \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1}\end{aligned}\quad (3.13)$$

Sachant que les coefficients $\mathbf{c}_{l,k}$ sont des variables Gaussiennes corrélées, leur dynamique peut être bien approchée par un processus auto-régressif (AR) [BB05a] [HR10]. Un processus AR complexe d'ordre I , noté $\tilde{\mathbf{c}}_{l,k}$, est généré de la manière suivante :

$$\tilde{\mathbf{c}}_{l,k} = \sum_{i=1}^I \mathbf{A}[i] \tilde{\mathbf{c}}_{l,k-i} + \mathbf{u}_{l,k} \quad (3.14)$$

où $\mathbf{A}[1], \dots, \mathbf{A}[I]$ sont des matrices $D \times D$ et $\mathbf{u}_{l,k}$ est un vecteur $D \times 1$ complexe Gaussien de matrice de covariance \mathbf{U}_l . D'après [HR10], il suffit de choisir $I = 1$ pour modéliser correctement leur dynamique. Les matrices $\mathbf{A}[1] = \mathbf{A}$ et \mathbf{U}_l sont les paramètres du modèle AR. La méthode standard [BB05a] pour calculer ces paramètres consiste à imposer que la matrice de corrélation $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_l}[p]$ du processus approximé corresponde parfaitement à la matrice de corrélation $\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}[p]$ du vrai processus pour un retard $p \in \{-1, 0, 1\}$ (3.13). Après avoir imposé cette contrainte de corrélation, les paramètres du processus AR sont alors les solutions des équations de Yule Walker [BB05b] :

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}[1] (\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}[0])^{-1} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{U}_l = \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}[0] - \mathbf{A} \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}[-1] \quad (3.16)$$

En utilisant (3.14), on obtient le modèle AR d'ordre 1 pour $\tilde{\mathbf{c}}_k$:

$$\tilde{\mathbf{c}}_k = \mathcal{A}_{\mathbf{c}} \cdot \tilde{\mathbf{c}}_{k-1} + \mathbf{u}_{\mathbf{c}k} \quad (3.17)$$

où $\mathcal{A}_{\mathbf{c}} = \text{blkdiag}\{\mathbf{A}, \dots, \mathbf{A}\}$ est une matrice de taille $LD \times LD$ et $\mathbf{u}_{\mathbf{c}k} = [\mathbf{u}_{0,k}^T, \dots, \mathbf{u}_{L-1,k}^T]^T$ est un vecteur $LD \times 1$ de moyenne nulle et de matrice de covariance $\mathbf{U} = \text{blkdiag}\{\mathbf{U}_0, \dots, \mathbf{U}_{L-1}\}$.

3.3.3 Modèle auto-régressif pour le décalage en fréquence

Ecrivons maintenant le modèle AR d'ordre 1 pour le CFO :

$$\nu_k = a \cdot \nu_{k-1} + v_k \quad (3.18)$$

Etant donné que le CFO est supposé constant durant l'intervalle d'observation, le paramètre a est considéré comme très proche de 1. Typiquement, a est compris entre 0,99 et 0,9999 [Kay93][REK04]. Le bruit d'état v_k est un bruit complexe gaussien de moyenne nulle. La variance du bruit d'état est notée σ_v^2 et se calcule de la manière suivante. Pour commencer, définissons la fonction de corrélation de ν :

$$R_\nu[m] = \text{E}[\nu_n \nu_{n-m}] \quad (3.19)$$

ce qui donne :

$$R_\nu[m] = a \cdot R_\nu[m-1] + \text{E}[v_n v_{n-m}] \quad (3.20)$$

(3.20) est ensuite calculée pour $m = 1$ et $m = 0$, ce qui donne :

$$R_\nu[1] = a \cdot R_\nu[0] \quad (3.21)$$

$$R_\nu[0] = a \cdot R_\nu[-1] + \sigma_v^2 \quad (3.22)$$

Notons que l'espérance $\text{E}[u_{\nu_n} \nu_{n-m}]$ vaut 0 pour $m = 1$ étant donné que ν_{n-1} dépend seulement de v_{k-1} (et pas de v_k) d'une part, et d'autre part v_k est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle.

En combinant (3.21) et (3.22), on obtient finalement :

$$\sigma_{u_\nu}^2 = (1 - a^2) R_\nu[0] \quad (3.23)$$

étant donné que $R_\nu[-1] = R_\nu[1]$.

3.4 Filtre de Kalman Étendu

Construisons le modèle d'état pour l'estimation conjointe du CFO et des coefficients des fonctions de base BEM. Le vecteur d'état à l'instant k est construit avec les coefficients BEM \mathbf{c}_k et le CFO ν .

$$\boldsymbol{\mu}_k = [\mathbf{c}_k^T, \nu_k]^T \quad (3.24)$$

Le vecteur d'état est de dimension $(LD+1) \times 1$. L'équation d'état s'écrit ensuite :

$$\boldsymbol{\mu}_k = \mathcal{A} \cdot \boldsymbol{\mu}_{k-1} + \mathbf{u}_k \quad (3.25)$$

où la matrice d'état est définie par :

$$\mathcal{A} = \text{blkdiag} \{ \mathcal{A}_c, a \} \quad (3.26)$$

Le vecteur de bruit de dimension $(LD+1) \times 1$ est défini par $\mathbf{u}_k = [\mathbf{u}_{\mathbf{c}_k}^T, \mathbf{v}_k^T]^T$ avec la matrice de covariance $\mathbf{U} = \text{blkdiag} \{ \mathbf{U}_c, \mathbf{V} \}$.

L'équation d'observation peut alors se reformuler comme :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) + \mathbf{w}_k \quad (3.27)$$

où la fonction \mathbf{g} est définie par $\mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) = \mathcal{H}_k(\mu_k) \cdot \mathbf{c}_k$. L'équation d'observation étant non linéaire en raison du CFO, nous utiliserons le filtrage de Kalman étendu pour estimer $\boldsymbol{\mu}$.

Définissons les matrices $\mathbf{P}_{k|k-1}$ et $\mathbf{P}_{k|k}$ comme étant les matrices de la covariance de l'erreur a priori et a posteriori de taille $(LD+1) \times (LD+1)$. Pour calculer les équations du filtre de Kalman étendu, nous aurons besoin de calculer la matrice Jacobienne \mathbf{G}_k de \mathbf{g}_k en fonction de $\boldsymbol{\mu}_k$ et évaluée en $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_k &= \nabla_{\boldsymbol{\mu}_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \\ &= \left[\nabla_{\mathbf{c}_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}, \nabla_{\nu_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \right] \\ &= \left[\mathcal{H}_k(\nu_k) |_{\nu_k = \hat{\nu}_{k|k-1}, \mathcal{V}_k(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \right] \end{aligned} \quad (3.28)$$

où :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_k(\boldsymbol{\mu}_k) &= \left[\mathcal{H}'_k(\nu_k) \cdot \mathbf{c}_k \right] \\ \mathcal{H}'_k(\nu_k) &= \frac{1}{N} \left[\mathbf{Z}'_{n,0}(\nu_k), \dots, \mathbf{Z}'_{n,L-1}(\nu_k) \right] \\ \mathbf{Z}'_{n,l}(\nu_k) &= \left[\mathbf{M}'_0(\nu_k) \text{diag} \{ \mathbf{x}_k \} \mathbf{f}_l, \dots, \mathbf{M}'_{D-1}(\nu_k) \text{diag} \{ \mathbf{x}_k \} \mathbf{f}_l \right] \end{aligned} \quad (3.29)$$

Les éléments de la matrice $N \times N$ $\mathbf{M}'_d(\nu_k)$ sont donnés par :

$$\left[\mathbf{M}'_d(\nu_k) \right]_{n,m} = \sum_{q=0}^{N-1} j 2\pi \frac{q}{N} e^{j 2\pi \frac{\nu_k}{N} q} [\mathbf{B}]_{q,d} e^{j 2\pi \frac{m-n}{N} q} \quad (3.30)$$

Les deux étapes de l'algorithme de Kalman étendu sont définies par les équations de mise à jour temporelle (time update equations en anglais (TUE)) et les équations de mise à jour de l'observation (measurement update equations en anglais (MUE)) :

Mise à jour temporelle (TUE) :

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} &= \mathbf{A}\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1|k-1} \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{A}^H + \mathbf{U}\end{aligned}\quad (3.31)$$

Mise à jour des mesures (MUE)

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{G}_k^H (\mathbf{G}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{G}_k^H + \sigma^2\mathbf{I}_{N_R})^{-1} \\ \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1})) \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k\mathbf{G}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\end{aligned}\quad (3.32)$$

où \mathbf{K}_k est le gain de Kalman. L'étape de mise à jour temporelle peut être vue comme une prédiction, calculée à partir du modèle d'évolution des paramètres, et l'étape de mise à jour de l'observation vient corriger cette prédiction avec la nouvelle observation.

3.5 Algorithme de réception

Nous allons maintenant proposer un algorithme d'estimation conjointe des coefficients des fonctions de base BEM et du CFO et de détection des symboles de données. Cet algorithme s'appuie sur les N_p symboles pilotes répartis uniformément dans chaque symbole OFDM. Les positions des pilotes sont données par l'ensemble des indices $\mathcal{P} = \{ nL_f - \frac{N}{2}, n = 0 \dots N_p - 1 \}$, avec L_f la distance entre deux pilotes adjacents.

Les symboles de données sont décodés soit avec un algorithme QR [HR10], soit avec un algorithme MMSE.

Le principe général de notre algorithme est le suivant : pour détecter le symbole \mathbf{x}_k , nous devons égaliser le canal ce qui nécessite la connaissance de la matrice du canal \mathbf{H}_k . Cependant, les symboles de donnée \mathbf{x}_k ne sont pas encore détectés, et ne peuvent donc être utilisés pour estimer cette matrice. Afin de lever cette contradiction, nous pouvons utiliser une version prédite de la matrice de canal $\hat{\mathbf{H}}_{k|k-1}$. Cette matrice prédite du canal $\hat{\mathbf{H}}_{k|k-1}$ est ensuite mise à jour

avec les équations de mise à jour de l'observation, ce qui donne $\hat{\mathbf{H}}_{k|k}$. Le symbole de donnée $\hat{\mathbf{x}}_k$ est finalement récupéré à partir de cette matrice de canal mise à jour $\hat{\mathbf{H}}_{k|k}$ et de l'observation courante du symbole OFDM \mathbf{y}_k .

Regardons maintenant plus en détail l'algorithme. A partir du symbole OFDM précédant ($k - 1$), on calcule les mise à jour temporelles (TUE) afin d'obtenir une prédiction des paramètres $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}$. La matrice de canal prédite est calculée en remplaçant les vrais paramètres par cette version prédite des paramètres. Il devient alors possible d'égaliser le canal afin d'obtenir une première version des symboles de données, notée $\hat{\mathbf{x}}_k(0)$.

Les mise à jour des mesures (MUE) sont ensuite calculés en utilisant $\hat{\mathbf{x}}_k(0)$ au lieu de \mathbf{x}_k , ce qui donne une version mise à jour des paramètres. Les performances ne sont pas satisfaisantes étant donné que la prédiction manque de précision. Afin de les améliorer, le processus est répété, mais cette fois avec les paramètres mis à jour, ce qui donne une meilleure estimation de la matrice de canal, et par conséquent une meilleure détection des symboles. L'indice d'itération est noté i . Le nombre maximal d'itérations, noté I est réglé par simulation.

En résumé, l'algorithme procède de la manière suivante pour le symbole OFDM à l'instant k :

A partir du symbole OFDM précédent, on a $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1|k-1}$

calcul des TUE (3.31) $\rightarrow \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}$

$\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^{\text{eq}} \leftarrow \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}$

for $i = 1$ to I **do**

calculer \mathbf{H}_k à partir de $\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^{\text{eq}}$

égalisation $\rightarrow \hat{\mathbf{x}}_k(i - 1)$

calculer des MUE (3.32) $\rightarrow \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k}(i)$

$\hat{\boldsymbol{\mu}}_k^{\text{eq}} \leftarrow \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k}(i)$

end for

calculer \mathbf{H}_k à partir de $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k}(I)$

égalisation $\rightarrow \hat{\mathbf{x}}_k(I)$

3.6 Extension au cas multi-antennes

Nous allons maintenant étendre les résultats des parties précédentes au cas multi-antenne à la réception et à l'émission (multiple input-multiple output en anglais (MIMO)). Nous considérons un système MIMO-OFDM avec cette fois N_T antennes à l'émission et N_R antennes à la réception.

Soit $\mathbf{x}_k \stackrel{\text{def}}{=} [\mathbf{x}_k^{(1)T}, \mathbf{x}_k^{(2)T}, \dots, \mathbf{x}_k^{(N_T)T}]^T$ le k ième bloc de signal transmis, où

$\mathbf{x}_k^{(t)} \stackrel{\text{def}}{=} [x_k^{(t)}[-\frac{N}{2}], x_k^{(t)}[-\frac{N}{2} + 1], \dots, x_k^{(t)}[\frac{N}{2} - 1]]^T$ est le k ième vecteur de signal transmis sur la t ième antenne et le symbole de donné $\{x_k^{(t)}[n]\}$ est transmis sur la sous-porteuse n . Comme précédemment, les symboles transmis sont normalisés.

On rappelle que l'écart de fréquence des oscillateurs entre l'émetteur et le récepteur entraîne l'offset de fréquence (CFO). Dans un contexte MIMO, chaque émetteur et chaque récepteur possède sa propre chaîne radio-fréquence. Ainsi, chaque paire émetteur-récepteur a son propre CFO, qu'il convient d'estimer. Dans un système $N_T \times N_R$ antennes, il convient d'estimer $N_T N_R$ CFOs différents. Cependant, si les émetteurs ou récepteurs partagent leur chaîne radio-fréquence, il y aura moins de CFO différents à estimer. Nous allons décrire dans la suite le cas général (le pire) où il faut compenser $N_T N_R$ CFOs à la ligne. Supposons que la branche MIMO entre le t ième émetteur et le r ième récepteur (appelée branche (r, t) à partir de maintenant) souffre d'un CFO normalisé $\nu^{(r,t)} = \Delta F^{(r,t)} N T_s$, où $\Delta F^{(r,t)}$ est le CFO en absolu. Nous stockons tous les CFOs normalisés dans un vecteur :

$$\boldsymbol{\nu} \stackrel{\text{def}}{=} [\nu^{(1,1)}, \dots, \nu^{(1,N_T)}, \dots, \nu^{(r,1)}, \dots, \nu^{(r,N_T)}, \dots, \nu^{(N_R,N_T)}]^T \quad (3.33)$$

Le k ième bloc MIMO-OFDM reçu $\mathbf{y}_k \stackrel{\text{def}}{=} [\mathbf{y}_k^{(1)T}, \mathbf{y}_k^{(2)T}, \dots, \mathbf{y}_k^{(N_R)T}]^T$, d'où $\mathbf{y}_k^{(r)} \stackrel{\text{def}}{=} [y_k^{(r)}[-\frac{N}{2}], y_k^{(r)}[-\frac{N}{2} + 1], \dots, y_k^{(r)}[\frac{N}{2} - 1]]^T$ est le k ième symbole OFDM reçu par le r ième récepteur, est donné dans le domaine fréquentiel par :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.34)$$

où $\mathbf{w}_k \stackrel{\text{def}}{=} [\mathbf{w}_k^{(1)T}, \mathbf{w}_k^{(2)T}, \dots, \mathbf{w}_k^{(N_R)T}]^T$ avec vecteur $\mathbf{w}_k^{(r)} \stackrel{\text{def}}{=} [w_k^{(r)}[-\frac{N}{2}], w_k^{(r)}[-\frac{N}{2} + 1], \dots, w_k^{(r)}[\frac{N}{2} - 1]]^T$ est un bruit blanc complexe gaussien de matrice de covariance $N_T \sigma^2 \mathbf{I}_N$. La matrice \mathbf{H}_k est la matrice de canal MIMO de dimension $N_R N \times N_T N$ donnée par :

$$\mathbf{H}_k \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_k^{(1,1)} & \dots & \mathbf{H}_k^{(1,N_T)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_k^{(N_R,1)} & \dots & \mathbf{H}_k^{(N_R,N_T)} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

où $\mathbf{H}_k^{(r,t)}$ est la matrice de canal de la branche (r, t) . Les éléments de cette matrice sont calculés de la même façon que dans le cas mono-antenne (voir paragraphe 3.2). On obtient ainsi les équations :

$$[\mathbf{H}_k^{(r,t)}]_{n,m} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{L^{(r,t)}-1} \left[e^{-j2\pi(\frac{m}{N}-\frac{1}{2})\cdot l} \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi\frac{\nu^{(r,t)}q}{N}} g_{l,k}^{(r,t)}(qT_s) e^{j2\pi\frac{m-n}{N}q} \right] \quad (3.36)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{L^{(r,t)}-1} \left[e^{-j2\pi(\frac{m}{N}-\frac{1}{2})\tau_l^{(r,t)}} \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi\frac{\nu^{(r,t)}q}{N}} \alpha_{l,k}^{(r,t)}(qT_s) e^{j2\pi\frac{m-n}{N}q} \right] \quad (3.37)$$

3.6.1 Modèle de canal BEM

Soit $L \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{r=1}^{N_R} \sum_{t=1}^{N_T} L^{(r,t)}$ le nombre total de trajets à estimer. On rappelle que l'objectif de la technique BEM est de modéliser les variations de $\alpha_{l,n}^{(r,t)}(qT_s)$ de $q = 0$ à $N - 1$ à l'aide de fonctions de base. On stocke les variations de chaque gain complexe (GC) dans un vecteur :

$$\boldsymbol{\alpha}_{l,k}^{(r,t)} \stackrel{\text{def}}{=} [\alpha_{l,k}^{(r,t)}(0), \dots, \alpha_{l,k}^{(r,t)}((N-1)T_s)]^T \quad (3.38)$$

et on obtient similairement au cas SISO :

$$\boldsymbol{\alpha}_{l,k}^{(r,t)} = \boldsymbol{\alpha}_{\text{BEM}_{l,k}}^{(r,t)} + \boldsymbol{\xi}_{l,k}^{(r,t)} = \mathbf{B} \mathbf{c}_{l,k}^{(r,t)} + \boldsymbol{\xi}_{l,k}^{(r,t)} \quad (3.39)$$

avec $\mathbf{c}_{l,k}^{(r,t)} \stackrel{\text{def}}{=} [c_{l,k}^{(r,t)}[0], \dots, c_{l,k}^{(r,t)}[D-1]]^T$, et la matrice \mathbf{B} a la même définition qu'au paragraphe 3.3.

Il reste à exprimer le signal reçu avec la technique BEM :

$$\mathbf{y}_k = \mathcal{H}_k(\boldsymbol{\nu}) \cdot \mathbf{c}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.40)$$

où le vecteur $LD \times 1$ \mathbf{c}_k et la matrice $N_R N \times LD$ $\mathcal{H}_k(\boldsymbol{\nu})$ sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_k &\stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{c}_k^{(1,1)T}, \dots, \mathbf{c}_k^{(1,N_T)T}, \dots, \mathbf{c}_k^{(N_R,N_T)T} \right]^T \\ \mathbf{c}_k^{(r,t)} &\stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{c}_{0,k}^{(r,t)T}, \dots, \mathbf{c}_{L^{(r,t)}-1,k}^{(r,t)T} \right]^T \\ \mathcal{H}_k(\boldsymbol{\nu}) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{blkdiag} \left\{ \mathcal{H}_k^{(1)}(\boldsymbol{\nu}^{(1)}), \dots, \mathcal{H}_k^{(N_R)}(\boldsymbol{\nu}^{(N_R)}) \right\} \\ \mathcal{H}_k^{(r)}(\boldsymbol{\nu}^{(r)}) &\stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathcal{H}_k^{(r,1)}(\boldsymbol{\nu}^{(r,1)}), \dots, \mathcal{H}_k^{(r,N_T)}(\boldsymbol{\nu}^{(r,N_T)}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_k^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}) &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \left[\mathbf{Z}_{0,k}^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}), \dots, \mathbf{Z}_{L^{(r,t)}-1,n}^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}) \right] \\ \mathbf{Z}_{l,k}^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}) &\stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{M}_0^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}) \text{diag}\{\mathbf{x}_k^{(t)}\} \mathbf{f}_l^{(r,t)}, \dots, \right. \\ &\quad \left. \mathbf{M}_{D-1}^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}) \text{diag}\{\mathbf{x}_k^{(t)}\} \mathbf{f}_l^{(r,t)} \right]\end{aligned}$$

où $\boldsymbol{\nu}^{(r)} \stackrel{\text{def}}{=} [\nu^{(r,1)}, \dots, \nu^{(r,N_T)}]^T$. Le vecteur $\mathbf{f}_l^{(r,t)}$ est la l ème colonne de la matrice $N \times L^{(r,t)}$ de Fourier $\mathbf{F}^{(r,t)}$ dont les éléments sont donnés par :

$$[\mathbf{F}^{(r,t)}]_{k,l} = e^{-j2\pi(\frac{k}{N}-\frac{1}{2})\tau_l^{(r,t)}}, \quad (3.41)$$

et $\mathbf{M}_d^{(r,t)}$ est une matrice $N \times N$:

$$\left[\mathbf{M}_d^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}) \right]_{k,m} = \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi\frac{\nu^{(r,t)}q}{N}} [\mathbf{B}]_{q+N_g,d} e^{j2\pi\frac{m-k}{N}q}. \quad (3.42)$$

De plus, la matrice de canal de la branche (r,t) se calcule aisément à partir des coefficients des fonctions de base BEM [HR08b] :

$$\mathbf{H}_k^{(r,t)} = \sum_{d=0}^{D-1} \mathbf{M}_d^{(r,t)}(\nu^{(r,t)}) \text{diag}\{\mathbf{F}^{(r,t)} \boldsymbol{\chi}_{d,k}^{(r,t)}\} \quad (3.43)$$

où $\boldsymbol{\chi}_{d,k}^{(r,t)} \stackrel{\text{def}}{=} [c_{0,k}^{(r,t)}[d], \dots, c_{L^{(r,t)}-1,k}^{(r,t)}[d]]^T$.

3.6.2 Modèle auto-régressif pour les coefficients des fonctions de base BEM

De la même manière que dans le cas SISO, nous allons définir le modèle AR pour les coefficients \mathbf{c}_n . La matrice de corrélation est donnée par :

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(r,t)}[s] &\stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}[\mathbf{c}_{l,n}^{(r,t)} \mathbf{c}_{l,n-s}^{(r,t)H}] \\ &= (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(r,t)}[s] \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1}\end{aligned} \quad (3.44)$$

et le modèle AR par :

$$\mathbf{c}_k = \mathcal{A}_{\mathbf{c}} \cdot \mathbf{c}_{k-1} + \mathbf{u}_{\mathbf{c}k} \quad (3.45)$$

avec

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_{\mathbf{c}_t}^{(r,t)}[1] \left(\mathbf{R}_{\mathbf{c}_t}^{(r,t)}[0] \right)^{-1} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{U}_l^{(r,t)} = \mathbf{R}_{\mathbf{c}_t}^{(r,t)}[0] + \mathbf{A} \mathbf{R}_{\mathbf{c}_t}^{(r,t)}[-1] \quad (3.47)$$

et $\mathcal{A}_{\mathbf{c}} \stackrel{\text{def}}{=} \text{blkdiag} \{ \mathbf{A}, \dots, \mathbf{A} \}$ est une matrice de taille $LD \times LD$ et $\mathbf{u}_{\mathbf{c}k} \stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{u}_{0,k}^{(1,1)T}, \dots, \mathbf{u}_{L(N_R, N_T)-1,k}^{(N_R, N_T)T} \right]^T$ est un vecteur de taille $LD \times 1$ gaussien complexe de moyenne nulle et de matrice de covariance avec la définition comme $\mathbf{U}_{\mathbf{c}} \stackrel{\text{def}}{=} \text{blkdiag} \{ \mathbf{U}_0^{(1,1)}, \dots, \mathbf{U}_{L(N_R, N_T)-1}^{(N_R, N_T)} \}$.

3.6.3 Modèle auto-régressif pour le décalage en fréquence

Similairement au cas SISO, on va écrire le modèle AR pour le CFO, mais cette fois-ci appliqué à un vecteur de CFO :

$$\boldsymbol{\nu}_k = \mathcal{A}_{\boldsymbol{\nu}} \cdot \boldsymbol{\nu}_{k-1} + \mathbf{u}_{\boldsymbol{\nu}k} \quad (3.48)$$

où la matrice de transition est de taille $N_R N_T \times N_R N_T$. On pose $\mathcal{A}_{\boldsymbol{\nu}} = a \mathbf{I}_{N_R N_T}$, avec a typiquement choisi entre 0,99 et 0,9999. Le vecteur de bruit d'état de $N_R N_T \times 1$, $\mathbf{u}_{\boldsymbol{\nu}k}$, est complexe gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $\mathbf{U}_{\boldsymbol{\nu}} = \sigma_{u_{\boldsymbol{\nu}}}^2 \mathbf{I}_{N_R N_T}$.

3.6.4 Équation d'état

Nous allons maintenant écrire l'équation d'état. Posons le vecteur d'état :

$$\boldsymbol{\mu}_k \stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{c}_k^T, \boldsymbol{\nu}_k^T \right]^T \quad (3.49)$$

Il y a LD coefficients BEM et $N_T N_R$ CFOs dans le vecteur d'état de dimension $LD + N_T N_R \times 1$. L'équation d'état s'écrit :

$$\boldsymbol{\mu}_k = \mathcal{A} \cdot \boldsymbol{\mu}_{k-1} + \mathbf{u}_k \quad (3.50)$$

où

$$\mathcal{A} \stackrel{\text{def}}{=} \text{blkdiag} \{ \mathcal{A}_{\mathbf{c}}, \mathcal{A}_{\boldsymbol{\nu}} \} \quad (3.51)$$

et $\mathbf{u}_n \stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{u}_{\mathbf{c}n}^T, \mathbf{u}_{\boldsymbol{\nu}n}^T \right]^T$ est le vecteur de bruit d'état de dimension $LD + N_R N_T \times 1$ dont la matrice de covariance $\mathbf{U} \stackrel{\text{def}}{=} \text{blkdiag} \{ \mathbf{U}_{\mathbf{c}}, \mathbf{U}_{\boldsymbol{\nu}} \}$.

3.6.5 Filtre de Kalman Étendu

On reformule (3.40) :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) + \mathbf{w}_k \quad (3.52)$$

où la fonction non linéaire \mathbf{g} du vecteur d'état $\boldsymbol{\mu}_k$ est définie par $\mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) = \mathcal{K}_k(\boldsymbol{\nu}) \cdot \mathbf{c}_k$.

Soit $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}$ le vecteur de prédiction et $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k}$ le vecteur d'estimation. $\mathbf{P}_{k|k-1}$ et $\mathbf{P}_{k|k}$, de taille $LD + N_R N_T \times LD + N_R N_T$, sont les matrices d'erreur de prédiction et d'estimation respectivement.

On initialise le filtre de Kalman avec $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{0|0} = \mathbf{0}_{LD+N_R N_T,1}$ et $\mathbf{P}_{0|0}$ donné par :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{0|0} &= \text{blkdiag} \left\{ \mathbf{R}_c[0], \sigma_{u_\nu}^2 \mathbf{I}_{N_R N_T} \right\} \\ \mathbf{R}_c[s] &= \text{blkdiag} \left\{ \mathbf{R}_c^{(1,1)}[s], \dots, \mathbf{R}_c^{(N_R, N_T)}[s] \right\} \\ \mathbf{R}_c^{(r,t)}[s] &= \text{blkdiag} \left\{ \mathbf{R}_{c_0}^{(r,t)}[s], \dots, \mathbf{R}_{c_{L(r,t)-1}}^{(r,t)}[s] \right\} \end{aligned} \quad (3.53)$$

où $\mathbf{R}_{c_l}^{(r,t)}[s]$ est la matrice de corrélation de $\mathbf{c}_{l,k}^{(r,t)}$ définie en (3.44).

Calculons maintenant :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_k &\stackrel{\text{def}}{=} \nabla_{\boldsymbol{\mu}_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) \Big|_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \\ &= \left[\nabla_{\mathbf{c}_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) \Big|_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}}, \nabla_{\boldsymbol{\nu}_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) \Big|_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \right] \end{aligned} \quad (3.54)$$

Définissons $\boldsymbol{\mu}_k^{(r)} \stackrel{\text{def}}{=} \left[\boldsymbol{\mu}_k^{(r,1)T}, \dots, \boldsymbol{\mu}_k^{(r,N_T)T} \right]^T$ et $\boldsymbol{\mu}_k^{(r,t)} \stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{c}_k^{(r,t)T} \boldsymbol{\nu}_k^{(r,t)} \right]^T$. Les équations du filtre de Kalman étendu s'écrivent alors :

$$\mathbf{G}_k = \left[\mathcal{K}_k(\boldsymbol{\nu}_k) \Big|_{\boldsymbol{\nu}_k = \hat{\boldsymbol{\nu}}_{k|k-1}}, \boldsymbol{\nu}_k(\boldsymbol{\mu}_k) \Big|_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \right] \quad (3.55)$$

où

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nu}_k(\boldsymbol{\mu}_k) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{blkdiag} \left\{ \boldsymbol{\nu}_k^{(1)}(\boldsymbol{\mu}_k^{(1)}), \dots, \boldsymbol{\nu}_k^{(N_R)}(\boldsymbol{\mu}_k^{(N_R)}) \right\} \\ \boldsymbol{\nu}_k^{(r)}(\boldsymbol{\mu}_k^{(r)}) &\stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{v}^{(r,1)}(\boldsymbol{\mu}_k^{(r,1)}), \dots, \mathbf{v}^{(r,N_T)}(\boldsymbol{\mu}_k^{(r,N_T)}) \right] \\ \mathbf{v}^{(r,t)}(\boldsymbol{\mu}_k^{(r,t)}) &\stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{K}'_k{}^{(r,t)}(\boldsymbol{\nu}_k^{(r,t)}) \cdot \mathbf{c}_k^{(r,t)} \\ \mathcal{K}'_k{}^{(r,t)}(\boldsymbol{\nu}_k^{(r,t)}) &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \left[\mathbf{Z}'_{0,n}{}^{(r,t)}(\boldsymbol{\nu}_k^{(r,t)}), \dots, \mathbf{Z}'_{L-1,n}{}^{(r,t)}(\boldsymbol{\nu}_k^{(r,t)}) \right] \end{aligned}$$

$$\mathbf{Z}'_{l,n}(r,t)(\nu_k^{(r,t)}) \stackrel{\text{def}}{=} \left[\mathbf{M}'_0(\nu_k^{(r,t)}) \text{diag}\{\mathbf{x}_k^{(t)}\} \mathbf{f}_l^{(r,t)}, \dots, \right. \\ \left. \mathbf{M}'_{D-1}(\nu_k^{(r,t)}) \text{diag}\{\mathbf{x}_k^{(t)}\} \mathbf{f}_l^{(r,t)} \right]$$

Les éléments de la matrice $\mathbf{M}'_d(\nu)$ de taille $N \times N$ sont donnés par :

$$\left[\mathbf{M}'_d(\nu_k^{(r,t)}) \right]_{k,m} = \sum_{q=0}^{N-1} j2\pi \frac{q}{N} e^{j2\pi \frac{\nu_k^{(r,t)} q}{N}} [\mathbf{B}]_{q+N_g, d} e^{j2\pi \frac{m-k}{N} q} \quad (3.56)$$

Nous obtenons alors les deux étapes du filtre de Kalman étendu :

Mise à jour temporelle (TUE)

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} &= \mathbf{A} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{(n-1|n-1)} \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{A} \mathbf{P}_{(n-1|n-1)} \mathbf{A}^H + \mathbf{U} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Mise à jour des observations (MUE)

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{G}_k^H (\mathbf{G}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{G}_k^H + N_T \cdot \sigma^2 \mathbf{I}_{N_R N})^{-1} \\ \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1})) \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{G}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (3.58)$$

où \mathbf{K}_k est la matrice du gain de Kalman.

L'algorithme d'estimation des GCs et des CFOs et de détection est le même que celui proposé pour le cas SISO (voir paragraphe 3.5).

3.7 Simulations

Dans cette partie, les performances de l'algorithme proposé en réception sont évaluées en terme d'erreur quadratique moyenne pour les estimées (mean square error en anglais (MSE)) et en terme de taux d'erreur binaire pour la détection (bit error rate en anglais (BER)). On considère une modulation OFDM sur $N = 128$ sous-porteuses, $N_g = \frac{N}{8}$, $N_p = \frac{N}{4}$ pilotes (*i.e.*, $L_f = 4$), et $\frac{1}{T_s} = 2$ MHz. Nous traiterons le cas de 2 antennes à l'émission $N_T = 2$ et 2 antennes à la réception $N_R = 2$.

Le cas des deux modèles de canaux, paramétrique (vrais retards physiques) et discret équivalent (les taps) seront considérés. On rappelle que les résultats obtenus avec le modèle paramétrique s'appliquent au modèle discret équivalent en remplaçant le jeu de retards $\{\tau_l\}$ par les indices.

3.7.1 Modèle de canal paramétrique

Dans cette partie, nous considérons le modèle de canal ITU modèle A avec $L = 6$ trajets et un retard maximal égal à $\tau_{max} = 10T_s$ (voir le tableau 3.1). Le MSE est appliqué pour les GCs et le CFO afin d'évaluer les performances d'estimation de l'algorithme. Nous fixons dans un premier temps $f_d T = 0, 1$, ce qui correspond à une vitesse de 300 km/h pour une fréquence porteuse $f_c = 5$ GHz. Nous considérons les fonctions de base GCE-BEM avec $D = 4$ coefficients pour modéliser les variations des gains complexes du canal, et $\nu = 0, 1$. Nous allons maintenant décrire le calcul des MSE en pratique. Pour cela, commençons par définir :

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k|k} &\stackrel{\text{def}}{=} \text{blkdiag}\{\underbrace{\mathbf{B}, \dots, \mathbf{B}}_{L \text{ times}}\} \cdot [\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k}]_{0:DL-1} \\ \boldsymbol{\alpha}_k &\stackrel{\text{def}}{=} \left[\boldsymbol{\alpha}_{0,k}^{(1,1)T}, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{L(1,1)-1,k}^{(1,1)T}, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{0,k}^{(1,N_T)T}, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{L(N_R,N_T)-1,k}^{(N_R,N_T)T} \right]^T \\ \hat{\boldsymbol{\nu}}_{k|k} &\stackrel{\text{def}}{=} [\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k}]_{DL:DL+N_\nu}\end{aligned}$$

où N_ν est le nombre de CFOs à estimer. Rappelons que L est le nombre total de trajets du canal MIMO.

Le MSE des GCs (noté MSE_α) et le MSE du CFO (noté MSE_ν) sont calculés en pratique de la manière suivante :

$$\text{MSE}_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{NL} (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k|k} - \boldsymbol{\alpha}_k)^H (\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k|k} - \boldsymbol{\alpha}_k) \quad (3.59)$$

$$\text{MSE}_\nu \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{N_\nu} (\hat{\boldsymbol{\nu}}_{k|k} - \boldsymbol{\nu})^H (\hat{\boldsymbol{\nu}}_{k|k} - \boldsymbol{\nu}) \quad (3.60)$$

où K est le nombre de symboles OFDM utilisés pour la simulation. Dans la suite, nous choisissons $K = 1000$.

Dans un premier temps, nous étudions l'impact du nombre d'itérations de l'algorithme sur les performances, en fonction de la fréquence Doppler. Pour cela, les trois fréquences Doppler suivantes sont considérées : $f_d T = 0, 1, 0, 2, 0, 3$. Les Fig. 3.1 et 3.2 montrent les résultats des MSE et du BER en fonction du rapport E_b/N_0 (énergie par bit/ bruit) lorsque $f_d T = 0, 1$. Il apparaît qu'à cette vitesse, l'algorithme converge au bout d'une seule itération. Par conséquent, nous fixons ainsi pour cette vitesse $I = 1$ (voir paragraphe 3.5). Les résultats obtenus avec

Numéro de trajet	Puissance moyenne (dB)	Retard (T_s)
0	-7,219	0
1	-4,219	0,4
2	-6,219	1
3	-10,219	3,2
4	-12,219	4,6
5	-14,219	10

TABLE 3.1 – Paramètres du canal de Rayleigh

la fréquence Doppler $f_d T = 0, 2$ sont présentés sur les Fig. 3.3 et 3.4. Il apparaît ici que 2 itérations suffisent pour converger. Enfin, lorsque $f_d T = 0, 3$ (Fig. 3.5 et 3.6), 4 itérations sont nécessaires pour que l’algorithme converge. Le nombre d’itérations dépend donc logiquement de la vitesse, et plus celle-ci est élevée, plus l’algorithme a besoin d’itérations pour converger.

Dans la suite, nous focaliserons notre étude sur $f_d T = 0, 1$, ce qui correspond à une vitesse de 300 km/h pour une fréquence porteuse $f_c = 5$ GHz . En effet, cette vitesse est la vitesse atteinte par les trains à grande vitesse en circulation aujourd’hui. Pour atteindre des vitesses plus élevées, il faudrait considérer d’autres types d’applications qui, du fait de leurs particularités, sortiraient du cadre de cette thèse. Récemment, des connexions à internet dans les avions, y compris sur des moyens courriers européens sont envisagées pour éviter les lourds équipements satellite utilisés. Des expérimentations ont même déjà eu lieu en novembre dernier pour tester la faisabilité d’un tel projet. Les vitesses considérées sont alors bien supérieures à 300 km/h, mais la liaison entre une station de base et un avion est assez éloignée de nos hypothèses. En effet, dans ce type de liaison, il n’y a qu’un seul trajet, et le spectre Doppler de Jakes n’est pas du tout adapté. Rappelons juste que le spectre Doppler de Jakes correspond à une multitude de diffuseurs à la réception, ce qui n’est pas le cas pour un avion. Il faudrait donc reconsidérer le modèle choisi, et ceci pourrait être une piste d’étude intéressante pour de futurs travaux.

Nous allons maintenant examiner les capacités en poursuite ou suivi (c’est-à-dire en fonction du temps) de l’algorithme. Les parties réelles et imaginaires d’un exemple de trajectoire de $\alpha_{l,k}$ sont tracées sur la Fig. 3.7 pour $l = 0, \dots, 5$ à $E_b/N_0 = 20$ dB. Après une transition initiale, l’algorithme se verrouille sur la vraie valeur du GC et la suit précisément ensuite au cours du temps, même

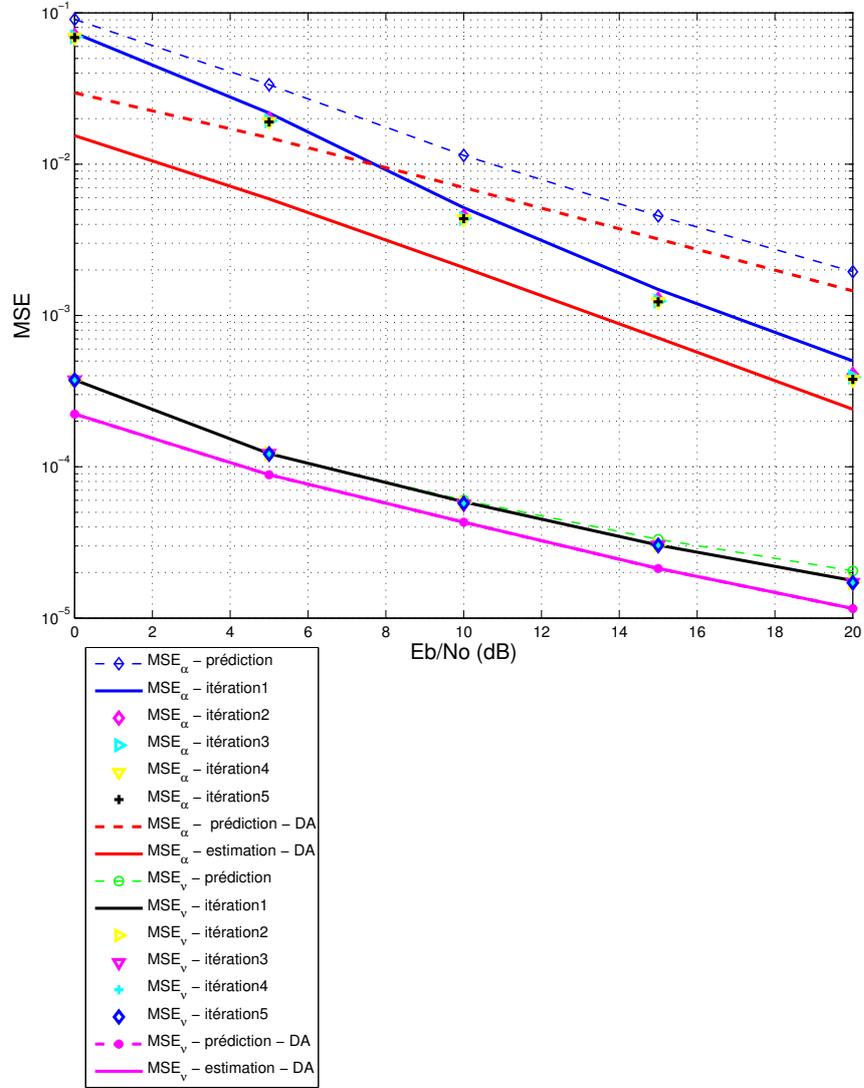


FIGURE 3.1 – MSE de l’estimation des GCs (MSE_{α}) et MSE de l’estimation du CFO (MSE_{ν}) en fonction E_b/N_0 et $f_d T = 0, 1$, $a = 0, 99$

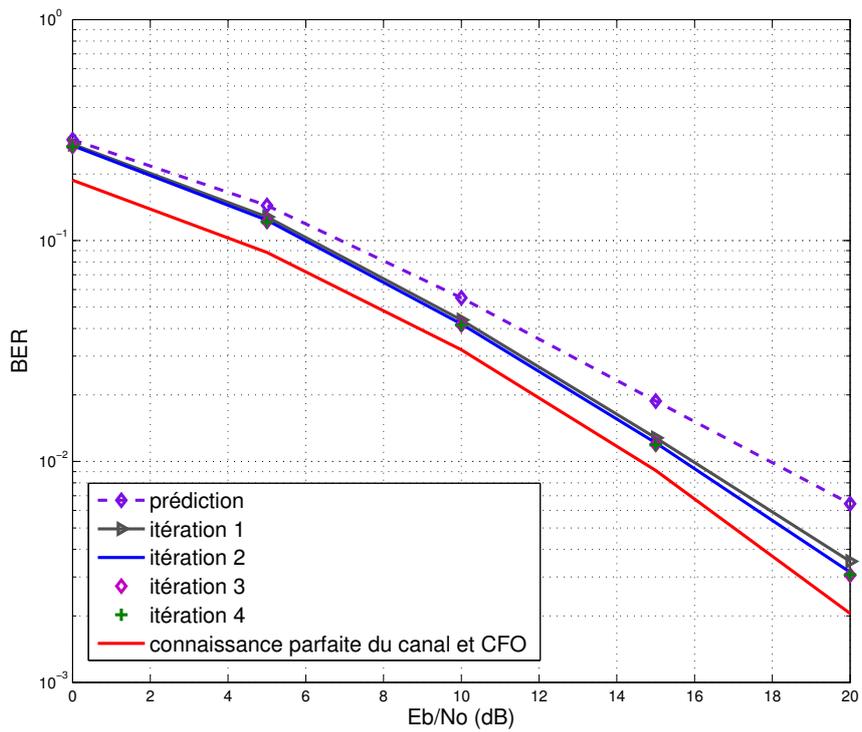


FIGURE 3.2 – BER en fonction E_b/N_0 et $f_d T = 0,1$, $a = 0,99$

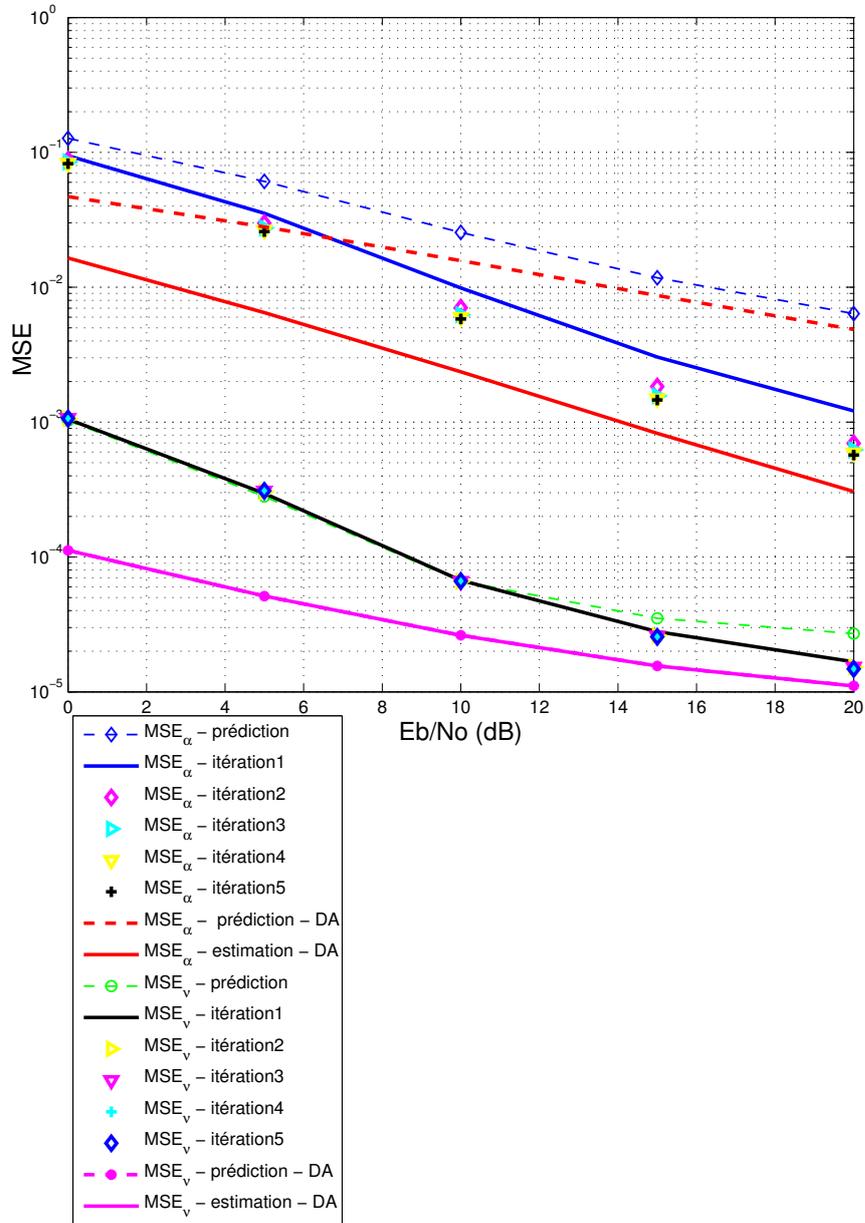


FIGURE 3.3 – MSE de l'estimation des GCs (MSE_{α}) et MSE de l'estimation du CFO (MSE_{ν}) en fonction E_b/N_0 et $f_d T = 0, 2$, $a = 0, 99$

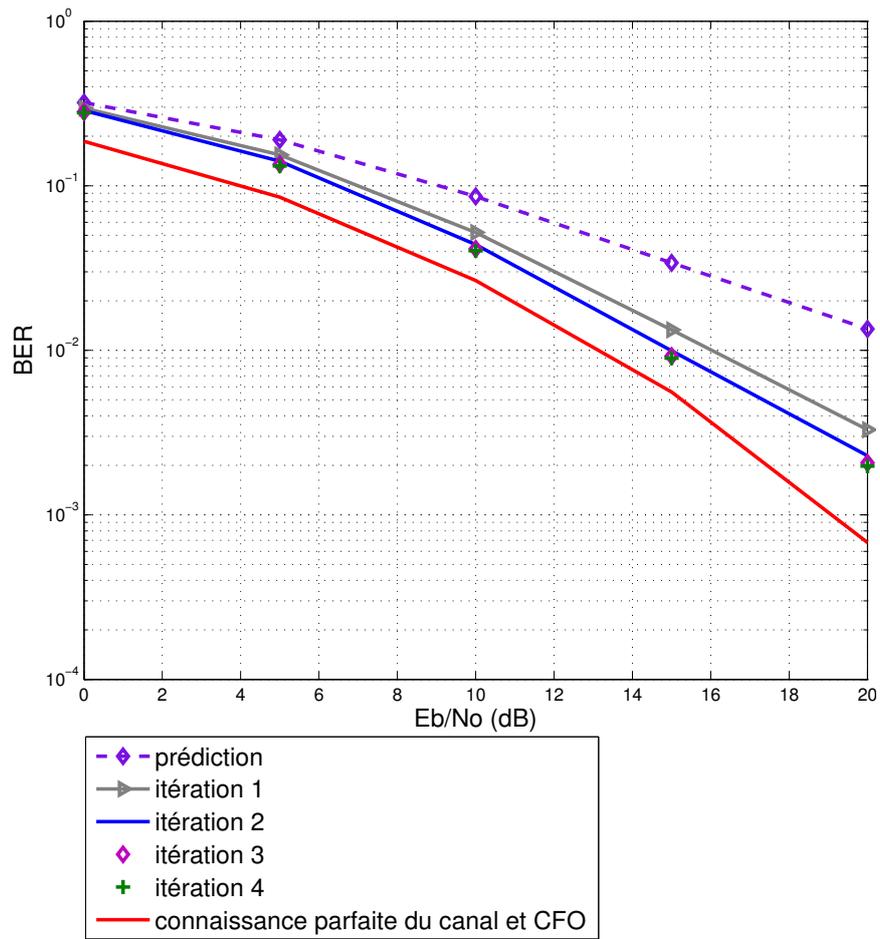


FIGURE 3.4 – BER en fonction E_b/N_0 et $f_d T = 0,2$, $a = 0,99$

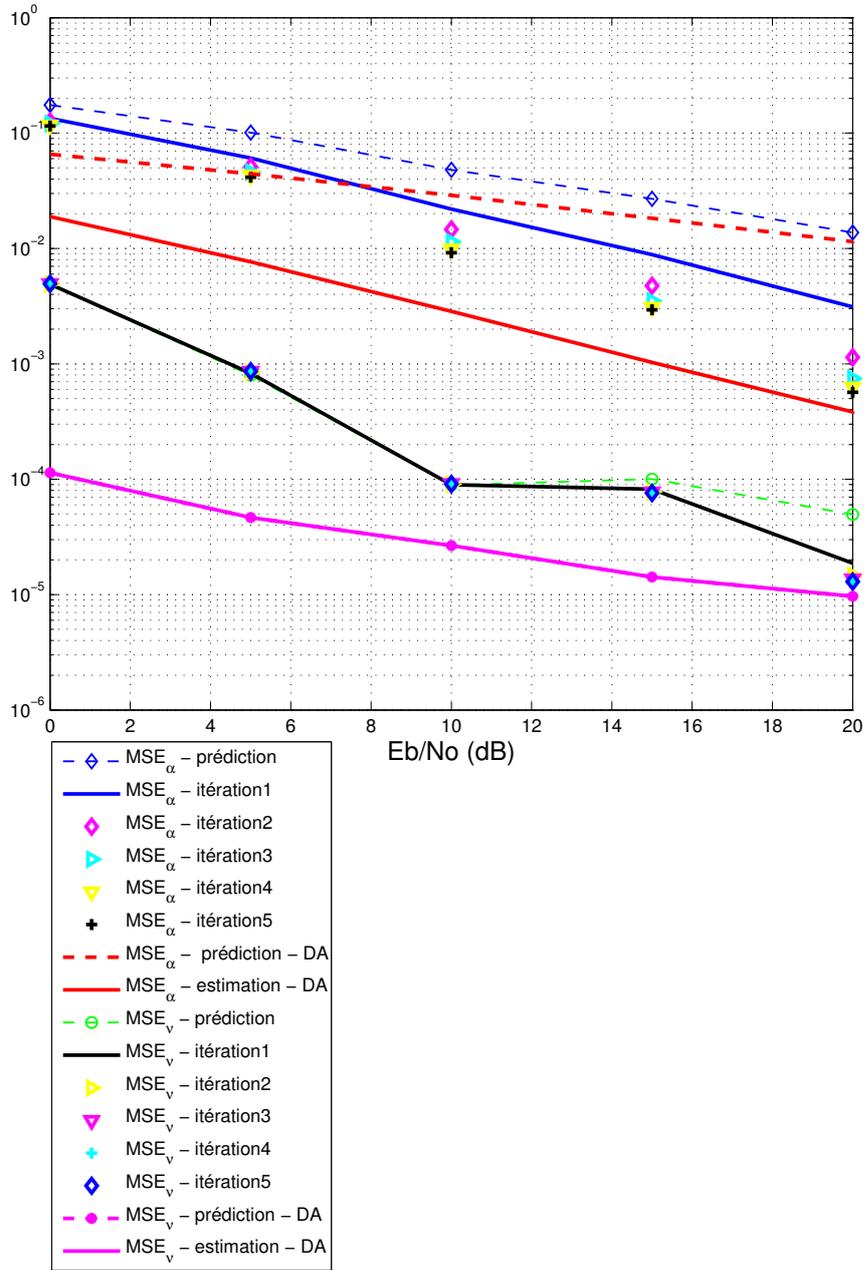


FIGURE 3.5 – MSE de l'estimation des GCs (MSE_{α}) et MSE de l'estimation du CFO (MSE_{ν}) en fonction E_b/N_0 et $f_d T = 0, 3$, $a = 0, 99$

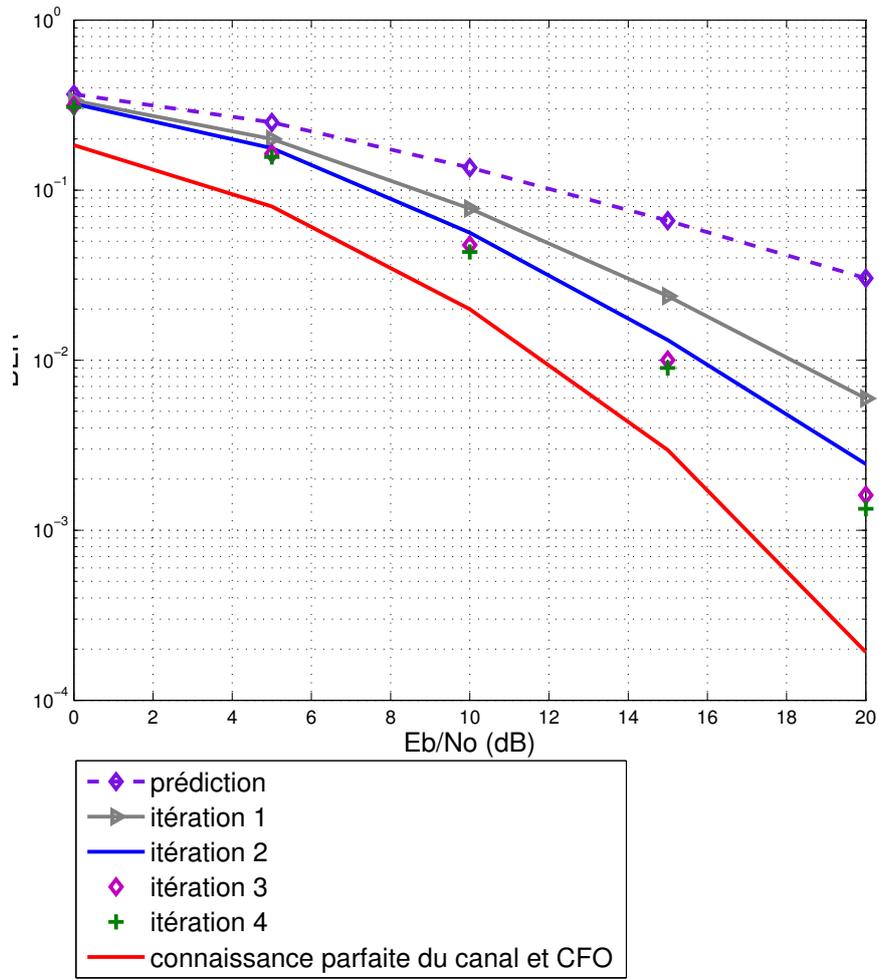


FIGURE 3.6 – BER en fonction E_b/N_0 et $f_d T = 0,3$, $a = 0,99$

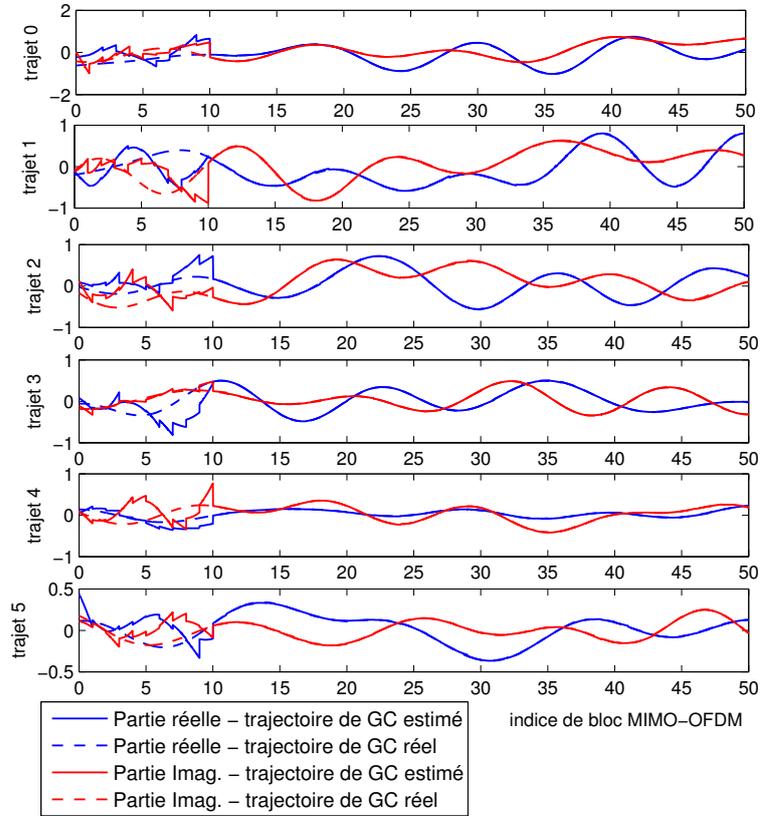


FIGURE 3.7 – Poursuite des GCs en fonction du temps à $E_b/N_0 = 20$ dB et $f_d T = 0, 1$, $a = 0, 99$

pour les GCs avec une faible puissance.

Nous montrons ensuite des résultats de convergence pour le CFO sur la Fig. 3.8 pour différentes valeurs du paramètre de poursuite du CFO a . Afin de bien illustrer les effets de a , les simulations sont réalisées en mode Data-Aided (DA), c'est-à-dire avec une connaissance parfaite des symboles de données à la réception. Le paramètre a est choisi classiquement entre 0,99 et 0,9999 [REK04][Kay93]. La valeur estimée est initialisée à 0. Le temps de convergence augmente avec a , ce qui est un résultat attendu. D'autre part, on s'attend à ce que le MSE décroisse avec a , ce que montre la Fig. 3.9. Le gain en MSE est trop faible pour observer un impact sur le taux d'erreurs, qui reste le même quelle que soit la valeur de a (voir Fig. 3.10). Il s'avère donc finalement que

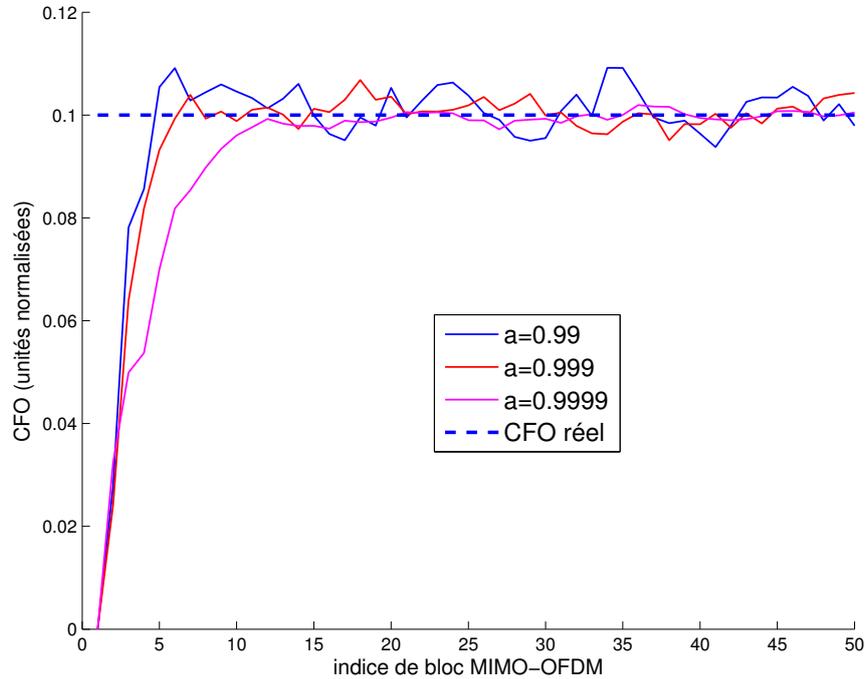


FIGURE 3.8 – Poursuite en temps du CFO à $E_b/N_0 = 20$ dB et $f_d T = 0,1$ pour différentes valeurs de a

notre algorithme est relativement indépendant (en terme de performance) de la valeur de a .

La Fig. 3.11 montre le MSE des GCs en fonction de E_b/N_0 . Le MSE obtenu en mode DA est tracé comme référence. En plus de ce MSE, nous traçons également le MSE obtenu avec la prédiction des GCs en substituant $\hat{\alpha}_{k|k}$ à $\hat{\alpha}_{k|k-1}$ dans l'Eq. (3.59). Comme prévu, on observe que le MSE avec la prédiction et l'estimation approchent le MSE en mode DA lorsque E_b/N_0 augmente. En effet, pour de grandes valeurs de E_b/N_0 , le nombre d'erreurs de détection est faible. D'autre part, la figure montre que le MSE avec l'estimation est bien meilleur qu'avec la prédiction. Il est donc possible de déduire que la tâche de mise à jour des observations (MUE) est efficace, même lorsque les équations sont calculées avec la version prédite des symboles $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ (voir paragraphe 3.5).

Afin d'évaluer ensuite les performances de l'algorithme conjoint, les courbes obtenues avec une connaissance parfaite du CFO sont tracées. La figure 3.11 montre que les performances de MSE des GCs restent inchangées. Par consé-

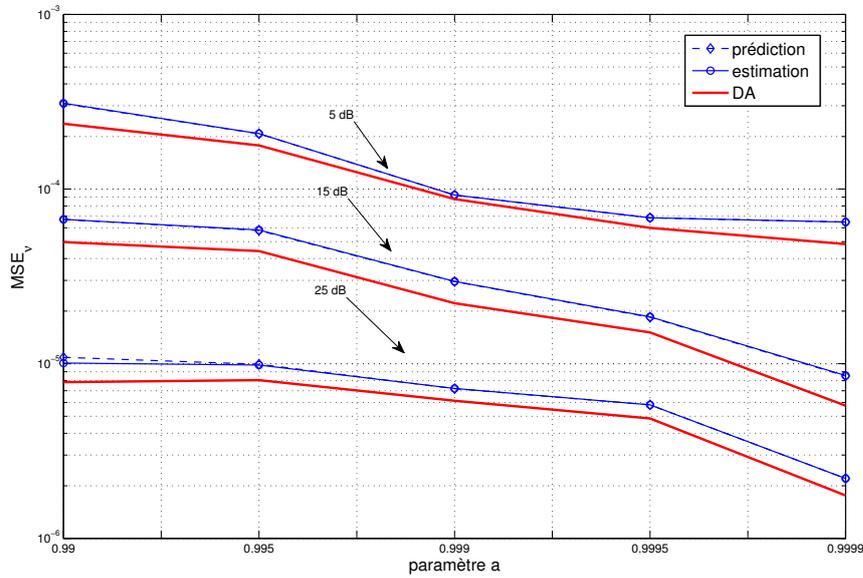


FIGURE 3.9 – MSE de l’estimation du CFO (MSE_ν) en fonction de a à $E_b/N_0 = 5, 15, 25$ dB pour $f_d T = 0, 1$, $\nu = 0, 1$

quent, l’estimation du CFO n’influence pas l’estimation des GCs.

Intéressons nous maintenant à l’estimation du CFO. La Fig. 3.12 montre le CFO obtenu avec la prédiction et l’estimation des paramètres. De la même manière que pour les GCs, les courbes en mode DA sont fournies, ainsi que celles obtenues avec la connaissance parfaite des GCs. La figure 3.12 montre que la courbe estimée est très proche de la courbe prédite. Ceci est dû au fait que le CFO est constant dans notre modèle, et donc le modèle AR n’est pas très précis. Contrairement à la tâche d’estimation des GCs, la connaissance des GCs augmente fortement la performance de l’estimation du CFO. En effet, les GCs varient rapidement dans le temps, ce qui induit une grande MSE. L’impact de l’erreur d’estimation des GCs sur l’estimation du CFO n’est donc pas négligeable.

La Fig. 3.13 présente la courbe de taux d’erreurs correspondante. Une borne inférieure est obtenue en utilisant la connaissance parfaite du canal et du CFO au récepteur. Les courbes de BER avec connaissance parfaite du CFO sont aussi tracées ainsi que celles avec la connaissance parfaite des GCs. Comme on pouvait s’y attendre, les GCs dégradent le plus les performances en raison de

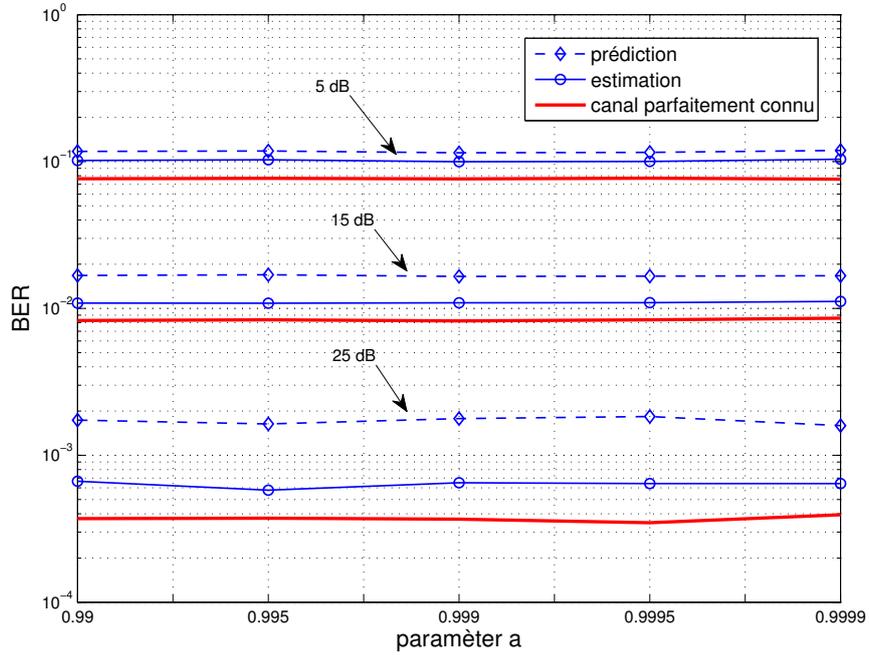


FIGURE 3.10 – BER en fonction de a à $E_b/N_0 = 5, 15, 25$ dB pour $f_d T = 0, 1$

leur forte variation au cours du temps.

Les Fig. 3.14 et 3.15 illustrent l'impact du nombre de coefficients des fonctions de base BEM D sur les performances pour différentes fonctions de base. Les fonctions considérées sont les P-BEM, les GCE-BEM, et les DKL-BEM. Pour de faibles valeurs de E_b/N_0 , le P-BEM est le plus efficace en terme de MSE, mais le gain est négligeable en BER. Cependant, pour de grandes valeurs de E_b/N_0 , le gain en MSE obtenu avec les GCE-BEM et les DKL-BEM influence le BER. Ainsi, le meilleur compromis insiste à choisir $D = 3$ et soit les fonctions GCE-BEM ou les DKL-BEM. Néanmoins, ces deux BEM nécessitent de l'information a priori (la fréquence Doppler pour le GCE-BEM et la matrice de corrélation pour le DKL-BEM), ce qui n'est pas le cas des P-BEM.

On peut aussi noter que l'impact des erreurs d'estimation du CFO et des GCs serait beaucoup plus fort sur le BER avec un ordre de modulation plus élevé (dans le cadre de la thèse, nous utilisons uniquement des symboles QPSK).

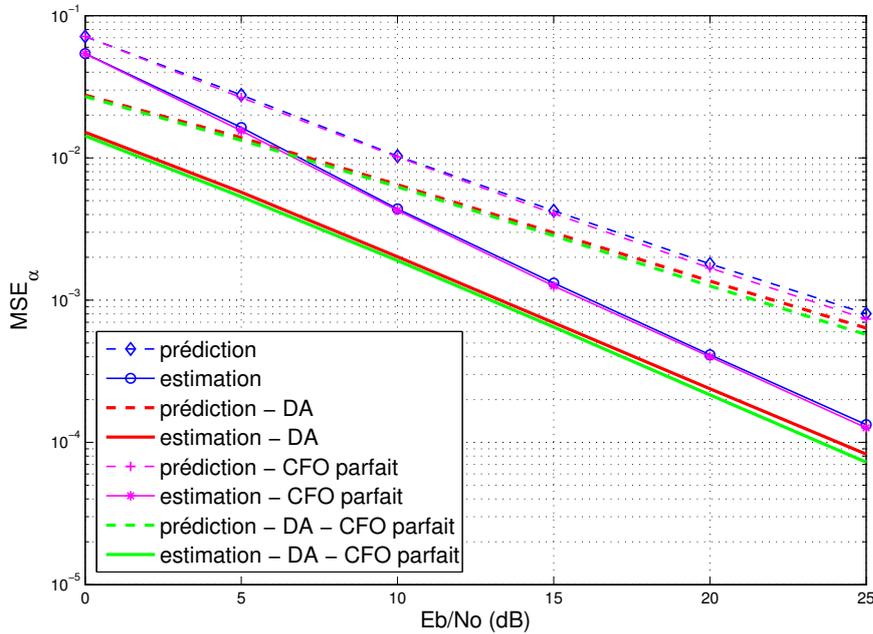


FIGURE 3.11 – MSE de l'estimation des GCs (MSE_α) en fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1$, $\nu = 0, 1$

3.7.2 Canal discret équivalent - Comparaison avec l'algorithme de [REK04]

Nous considérons le canal discret équivalent où 4 CFO doivent être estimés (un par sous-canal). Les CFO ont été arbitrairement fixés à 0, 1, 0,07, -0,1 et -0,05. Nous traçons aussi les performances de l'algorithme de [REK04]. Cet algorithme s'appuie aussi sur le filtrage de Kalman étendu et estime les trajets principaux du canal conjointement avec le CFO et la détection des données.

Il faut noter que les simulations présentées dans [REK04] ont été effectuées en mode Decision-Directed (DD), c'est-à-dire que seuls les symboles décodés sont utilisés par l'algorithme. Néanmoins, comme le souligne les auteurs de [REK04], en cas de forte variation du canal, il est nécessaire d'ajouter des symboles pilotes pour obtenir des performances acceptables. Ainsi, pour comparer notre algorithme à celui de [REK04], nous utilisons des pilotes pour l'algorithme de [REK04] en suivant la même répartition que pour notre algorithme (voir paragraphe 3.5).

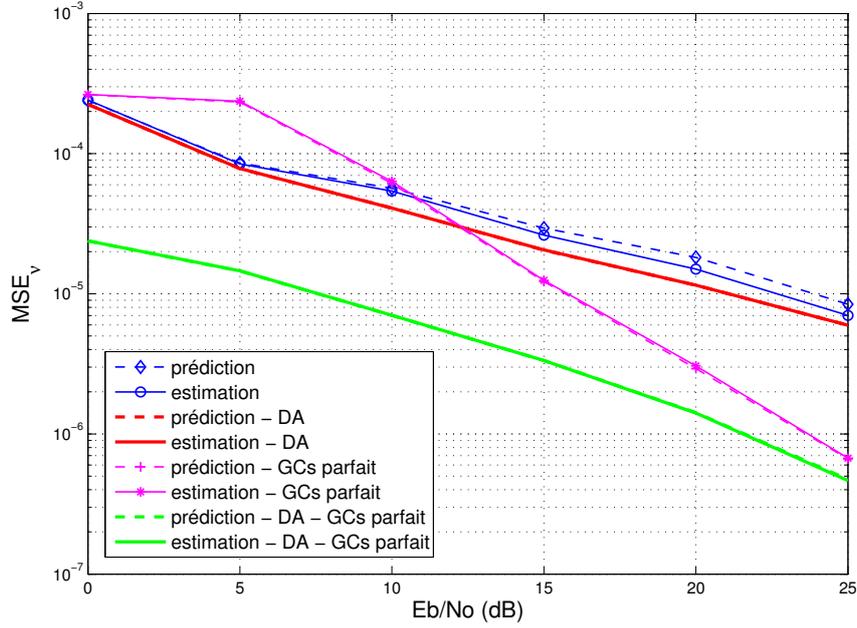


FIGURE 3.12 – MSE de l’estimation du CFO (MSE_ν) en fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1$, $\nu = 0, 1$

Le même canal que dans [REK04] est utilisé, c’est-à-dire nous considérons $L = 4$ trajets avec des gains en puissance de $[0, -1, -3, -9]$ dB pour des retards discrets de $[0, 1, 2, 3] \mu s$ (*i.e.* $[0T_s, 2T_s, 4T_s, 6T_s]$). On règle aussi le paramètre $a = 0,99$ comme dans [REK04].

Les simulations sont effectuées pour différentes vitesses allant de 30 km/h à 300 km/h à 20 dB (voir la Fig. 3.16). Nous traçons aussi la courbe de référence obtenue avec une connaissance parfaite des GCs et des CFOs.

Les performances de l’algorithme décrit au section 3.5 se dégradent rapidement lorsque la vitesse augmente. Ce résultat était attendu car cet algorithme n’est pas prévu pour supporter de fortes vitesses, et donc se montre très sensible aux interférences entre porteuses qui ne sont plus négligeables. On observe alors que notre algorithme résiste beaucoup mieux à la vitesse. Ce qui montre bien l’intérêt de prévoir dès la conception de l’algorithme la présence de ces interférences afin d’en atténuer l’effet. La prédiction se dégrade légèrement avec la vitesse, mais cette perte de performance est bien compensée par l’estimation.

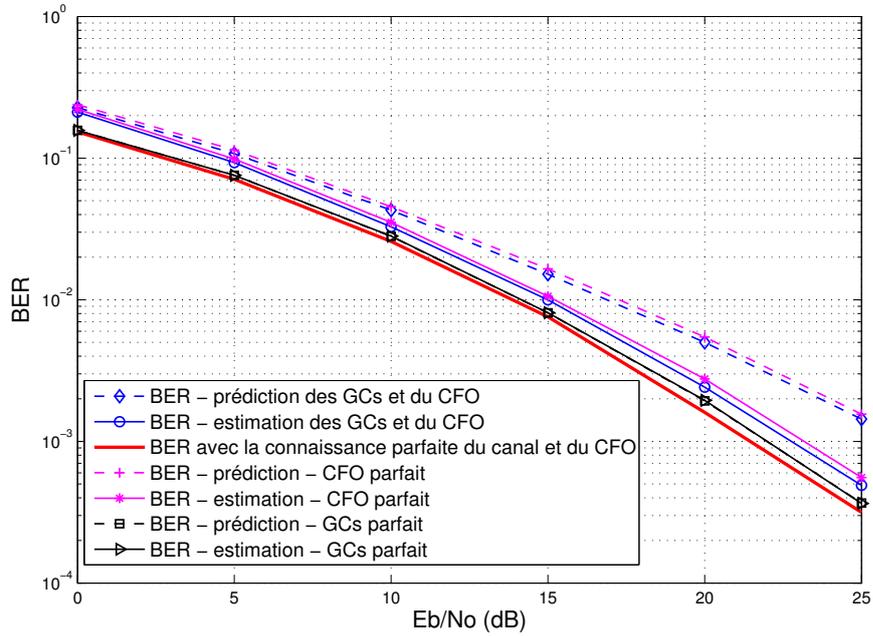


FIGURE 3.13 – BER en fonction E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1$, $\nu = 0, 1$

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un nouvel algorithme qui estime conjointement le CFO et les GCs des trajets. Les résultats ont d’abord été présentés dans un contexte SISO, puis ont été généralisés au contexte MIMO. L’algorithme a été développé pour fonctionner aussi bien avec un modèle de canal paramétrique qu’avec un modèle de canal discret équivalent. A l’intérieur de chaque symbole OFDM, chaque GC variant dans le temps est approximé par un modèle de type BEM. Les variations des coefficients BEM et du CFO sont ensuite modélisées à l’aide d’un processus auto-régressif d’ordre 1. L’estimation des paramètres est réalisée avec un filtre de Kalman étendu, et la récupération des symboles de données est obtenue avec un égaliseur QR. Nous avons comparé les performances de notre algorithme avec celles de l’algorithme de [REK04]. Les résultats de simulation montrent que notre algorithme présente une bien meilleure résistance à l’augmentation de la vitesse. En effet, les performances ne sont pas dégradées lorsque la vitesse augmente, et ce jusqu’à une fréquence Doppler normalisée de 0,1. Même à cette très forte vitesse, le taux d’erreurs

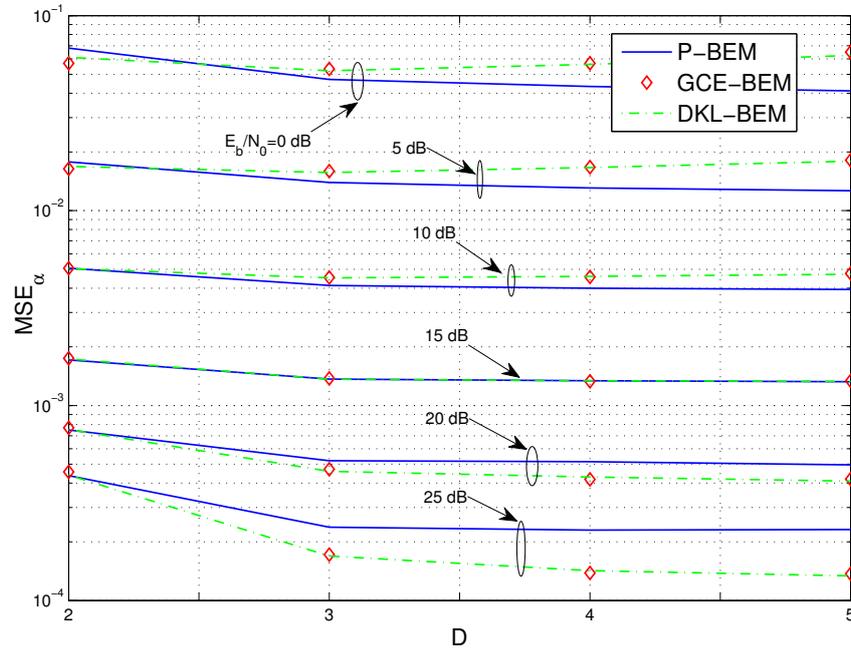


FIGURE 3.14 – MSE de l'estimation des GCs (MSE_α) en fonction de D pour différentes BEM, $f_d T = 0, 1$

en fonction du rapport signal sur bruit reste très proche de celui obtenu avec une connaissance parfaite du canal et du CFO. Pour obtenir ce résultat, il faut considérer 3 coefficients de base BEM, avec la représentation GCE-BEM ou DKL-BEM.

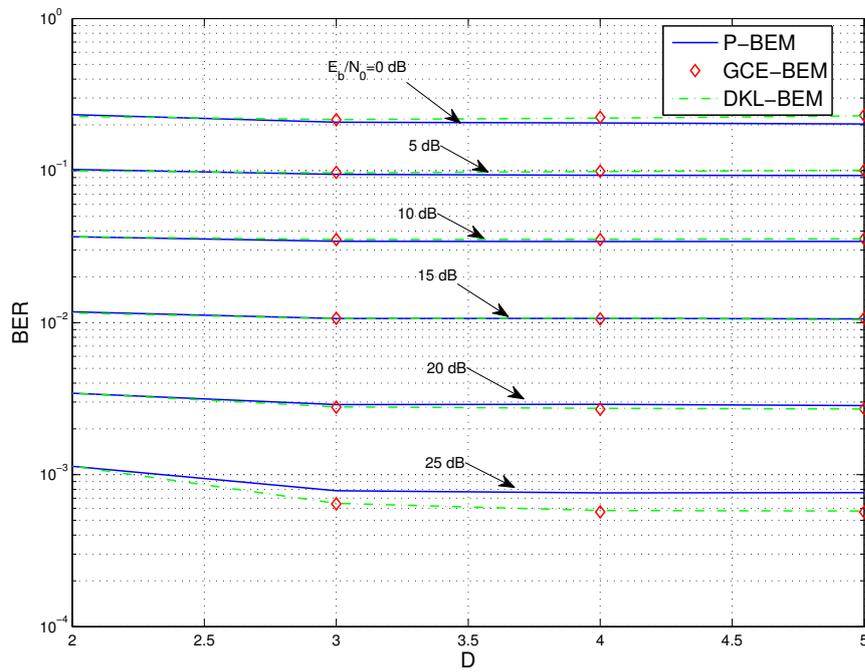


FIGURE 3.15 – BER en fonction de D pour différentes BEM, $f_d T = 0,1$

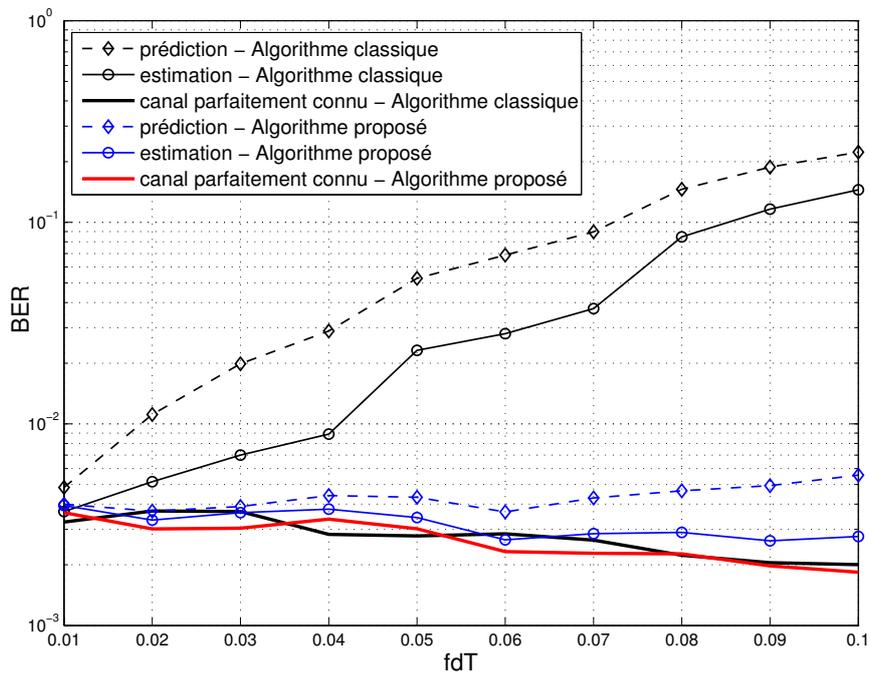


FIGURE 3.16 – BER pour différentes vitesses du terminal ($E_b/N_0 = 20$ dB)

Chapitre 4

Estimation conjointe du bruit de phase et des gains complexes des trajets

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés à l'estimation du CFO conjointement à l'estimation du canal. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 2.4, le signal reçu est affecté par le CFO, mais également par la présence de bruit de phase (PHN). Nous proposons donc maintenant de traiter ce bruit de phase (PHN). Pour ce faire, nous allons proposer un algorithme capable d'estimer le bruit de phase (qui par définition est un signal variant dans le temps) conjointement à l'estimation des gains complexes (GSs) des trajets du canal. Plusieurs articles traitent de l'estimation conjointe du PHN et du canal [LYKP05][KLK06][LL07][LPLH06]. Dans ces articles, le canal est considéré comme constant à l'intérieur d'un symbole OFDM. Plus récemment, [QP08] a proposé un algorithme d'estimation capable de traiter les fortes variations du canal, et notamment des variations à l'intérieur d'un symbole OFDM. Proposer des algorithmes capables de fonctionner à de très hautes vitesses lorsque le canal radio varie pendant un symbole OFDM constitue un des enjeux majeurs des communications numériques futures pour le monde des transports guidés mais aussi des transports aériens.

L'algorithme proposé dans [QP08] s'appuie aussi sur la technique (BEM)

pour modéliser les variations des GCs avec un nombre minimal de coefficients. Cet algorithme réalise une estimation de type MMSE des paramètres du symbole OFDM par symbole OFDM. Dans ce chapitre, nous proposons d'améliorer les performances de cet algorithme en réalisant l'estimation sur plusieurs symboles OFDM, plutôt que sur un seul. L'idée est d'exploiter la corrélation temporelle des signaux d'un symbole à l'autre. L'estimation sur des symboles OFDM multiples sera réalisée avec les filtres de Kalman étendus.

Sans perte de généralité, nous supposons que le bruit de phase est présent seulement au niveau du récepteur [CP02]. Soit $\phi(t)$ le bruit de phase. Il peut être modélisé par un processus Brownien [DMR00], avec un paramètre de bande à 3 dB Δf_{3dB} . Nous considérerons par la suite uniquement les échantillons du bruit de phase $\phi_k[q] = \phi(kT + qT_s)$.

Après transmission sur un canal multi-trajet et en présence de bruit de phase, la sous-porteuse n du k ième symbole OFDM reçu $y_k[n]$ s'écrit dans le domaine fréquentiel (après suppression du préfixe cyclique et application de la TFD de réception) [HR08b] [TCLB07] :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (4.1)$$

avec toujours $\mathbf{x}_k = [x_k[-\frac{N}{2}], x_k[-\frac{N}{2} + 1], \dots, x_k[\frac{N}{2} - 1]]^T$, mais cette fois-ci, les éléments de \mathbf{H}_k contiennent le bruit de phase :

$$[\mathbf{H}_k]_{n,m} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{L-1} \left[e^{-j2\pi(\frac{m}{N} - \frac{1}{2})\tau_l} \sum_{q=0}^{N-1} \alpha_{l,k}[q] e^{j2\pi\frac{m-n}{N}q} e^{j\phi_k[q]} \right] \quad (4.2)$$

4.2 Modèle de bruit de phase

Le bruit de phase apparaît en raison des fluctuations aléatoires des oscillateurs à l'émission et à la réception. Son comportement dépend du type d'oscillateur utilisé, c'est-à-dire suivant qu'une PLL est utilisée ou non. Dans le cadre de la thèse, nous ne traitons pas le cas avec les PLL. Le bruit de phase peut alors être modélisé comme un bruit Brownien [DMR00] :

$$\phi_k[q] = \phi_k[q - 1] + v_k[q], \quad q = 0, \dots, N - 1 \quad (4.3)$$

où $v[q]$ est une variable aléatoire Gaussienne de moyenne nulle et de variance $\sigma_v^2 = 4\pi\Delta f_{3dB}T_s$. Stockons maintenant les N échantillons correspondant au

k ième symbole OFDM dans un vecteur $\boldsymbol{\phi}_k = [\phi_k[0], \dots, \phi_k[N-1]]^T$. On obtient le modèle suivant :

$$\boldsymbol{\phi}_k = \boldsymbol{\phi}_{k-1} + \mathbf{v}_k \quad (4.4)$$

où \mathbf{v}_k est un vecteur $N \times 1$ Gaussien de moyenne nulle et de matrice de corrélation \mathbf{V} définie par :

$$\mathbf{V} = \sigma_v^2 \begin{pmatrix} N_b & N_b - 1 & \dots & N_g + 1 \\ N_b - 1 & N_b & \dots & N_g + 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_g + 1 & N_g + 2 & \dots & N_b \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

4.3 Filtre de Kalman Étendu

Construisons le modèle d'état pour l'estimation conjointe du PHN et des coefficients BEM. Le vecteur d'état à l'instant k est construit avec les coefficients BEM \mathbf{c}_k et le vecteur de PHN $\boldsymbol{\phi}_k$:

$$\boldsymbol{\mu}_k = [\mathbf{c}_k^T, \boldsymbol{\phi}_k^T]^T \quad (4.6)$$

Le vecteur d'état est de dimension $(LD + N) \times 1$. L'équation d'état s'écrit ensuite :

$$\boldsymbol{\mu}_k = \mathcal{A} \cdot \boldsymbol{\mu}_{k-1} + \mathbf{u}_k \quad (4.7)$$

où la matrice d'état est définie par :

$$\mathcal{A} = \text{blkdiag} \{ \mathcal{A}_c, \mathbf{I}_N \} \quad (4.8)$$

Le vecteur de bruit de dimension $(LD + N) \times 1$ est défini par $\mathbf{u}_k = [\mathbf{u}_{\mathbf{c}_k}^T, \mathbf{v}_k^T]^T$ avec la matrice de covariance $\mathbf{U} = \text{blkdiag} \{ \mathbf{U}_c, \mathbf{V} \}$.

L'équation d'observation peut alors s'écrire comme :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) + \mathbf{w}_k \quad (4.9)$$

où la fonction \mathbf{g} est définie par $\mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) = \mathcal{H}_k(\boldsymbol{\phi}_k) \cdot \mathbf{c}_k$. L'équation d'observation étant non linéaire à cause du PHN, nous utiliserons le filtrage de Kalman étendu pour estimer $\boldsymbol{\mu}$. Définissons les matrices $\mathbf{P}_{k|k-1}$ et $\mathbf{P}_{k|k}$ comme étant les matrices de la covariance de l'erreur a priori et a posteriori de taille $(LD+N) \times (LD+N)$.

Pour calculer les équations du filtre de Kalman étendu, nous aurons besoin de calculer la matrice Jacobienne \mathbf{G}_k de \mathbf{g}_k en fonction de $\boldsymbol{\mu}_k$ et évaluée en $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_k &= \nabla_{\boldsymbol{\mu}_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \\ &= \left[\nabla_{\mathbf{c}_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}}, \nabla_{\phi_k}^T \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \right] \\ &= \left[\mathcal{H}_k(\phi_k) |_{\phi_k = \hat{\phi}_{k|k-1}}, \mathcal{V}_k(\boldsymbol{\mu}_k) |_{\boldsymbol{\mu}_k = \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}} \right]\end{aligned}\quad (4.10)$$

où :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_k(\boldsymbol{\mu}_k) &= \left[\mathcal{H}'_k(\phi_k[0]) \cdot \mathbf{c}_k, \dots, \mathcal{H}'_k(\phi_k[N-1]) \cdot \mathbf{c}_k \right] \\ \mathcal{H}'_k(\phi_k[q]) &= \frac{1}{N} \left[\mathbf{Z}'_{n,0}(\phi_k[q]), \dots, \mathbf{Z}'_{n,L-1}(\phi_k[q]) \right] \\ \mathbf{Z}'_{n,l}(\phi_k[q]) &= \left[\mathbf{M}'_0(\phi_k[q]) \text{diag} \{ \mathbf{x}_k \} \mathbf{f}_l, \dots, \mathbf{M}'_{D-1}(\phi_k[q]) \text{diag} \{ \mathbf{x}_k \} \mathbf{f}_l \right]\end{aligned}\quad (4.11)$$

Les éléments de la matrice $N \times N$ $\mathbf{M}'_d(\phi_k[q])$ sont donnés par :

$$\left[\mathbf{M}'_d(\phi_k[q]) \right]_{n,m} = j e^{j\phi_k[q]} [\mathbf{B}]_{q,d} e^{j2\pi \frac{m-n}{N} q} \quad (4.12)$$

Les deux étapes de l'algorithme de Kalman étendu sont définies par les équations de mise à jour temporelle et les équations de mise à jour de l'observation :

Mise à jour temporelle :

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} &= \mathcal{A} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k-1|k-1} \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathcal{A} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathcal{A}^H + \mathbf{U}\end{aligned}\quad (4.13)$$

Mise à jour des observations

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{G}_k^H (\mathbf{G}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{G}_k^H) \\ \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k} &= \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1})) \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{G}_k \mathbf{P}_{k|k-1}\end{aligned}\quad (4.14)$$

où \mathbf{K} est le gain de Kalman. On peut voir l'étape de mise à jour temporelle comme une prédiction, calculée à partir du modèle d'évolution des paramètres, et l'étape de mise à jour de l'observation vient corriger cette prédiction avec la nouvelle observation.

4.4 Simulations

Les paramètres des simulations sont les mêmes que ceux du paragraphe 3.7, sauf que dans ce paragraphe nous nous plaçons à nouveau dans le cas SISO. Pour rappel, nous choisissons $D = 3$ coefficients BEM, $f_d T = 0, 1$. Le paramètre du bruit de phase Δf_{3dB} est réglé à 100 Hz.

La Fig. 4.1 montre les performances obtenues avec le MSE pour les GCs et le PHN pour 3 itérations. Nous traçons également la courbe de référence obtenue en mode DA. On observe que l'estimation MSE obtenue avec notre algorithme se rapproche de l'estimation MSE obtenue en mode DA lorsque E_b/N_0 augmente, pour les mêmes raisons que pour l'estimation du CFO (voir paragraphe 3.7). En effet, à fort E_b/N_0 , le nombre d'erreurs est faible et les performances se rapprochent du mode DA où tous les symboles sont connus. On observe aussi qu'au bout de 2 itérations, les performances n'augmentent pas. Par conséquent, seulement 2 itérations sont nécessaires à notre algorithme pour converger.

La Fig. 4.2 montre les BERs correspondant en fonction du E_b/N_0 . Similairement aux courbes MSE, on note qu'au bout de 2 itérations, le BER ne s'améliore plus. Nous comparons ensuite les performances de notre algorithme avec un algorithme récent de la littérature qui estime lui aussi conjointement le PHN et les coefficients du canal en contexte fortement variant [QP08]. Cet algorithme ne considère que le symbole OFDM en cours, et ne tient pas compte des symboles OFDM précédents. L'avantage de notre algorithme par rapport à [QP08] est donc de tenir compte de tout le passé des observations, et donc de ne négliger aucune information. C'est le filtre de Kalman étendu qui s'en charge. Comme on pouvait s'y attendre, le BER calculé avec notre algorithme est meilleur que celui obtenu avec [QP08] comme le montre la Fig.4.3, ce qui illustre bien l'intérêt de prendre en compte le passé des observations, et ainsi d'exploiter la corrélation temporelle des paramètres à estimer.

Les Fig.4.4 et Fig. 4.5 montrent l'impact du nombre de coefficients des fonctions de base BEM, D , sur les performances pour différentes fonctions. Les BEM considérés sont les P-BEM, les GCE-BEM et les DKL-BEM.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un algorithme qui estime conjointement le bruit de phase et le canal. Comme pour l'estimation du CFO et du

canal dans le chapitre 3, les variations des gains complexes des trajets à l'intérieur d'un symbole OFDM sont représentées par un modèle d'expansion de base (BEM). Les coefficients des fonctions de base BEM sont modélisés par un processus auto-régressif d'ordre 1. L'estimation des paramètres est réalisée à l'aide d'un filtre de Kalman étendu, et la récupération des symboles de données est effectuée avec un égaliseur QR. Les résultats des simulations montrent que seulement deux itérations suffisent pour améliorer les performances de l'algorithme conventionnel, et les performances en terme de taux d'erreur binaire sont proches de celles obtenues avec la connaissance parfaite du canal et du bruit de phase.

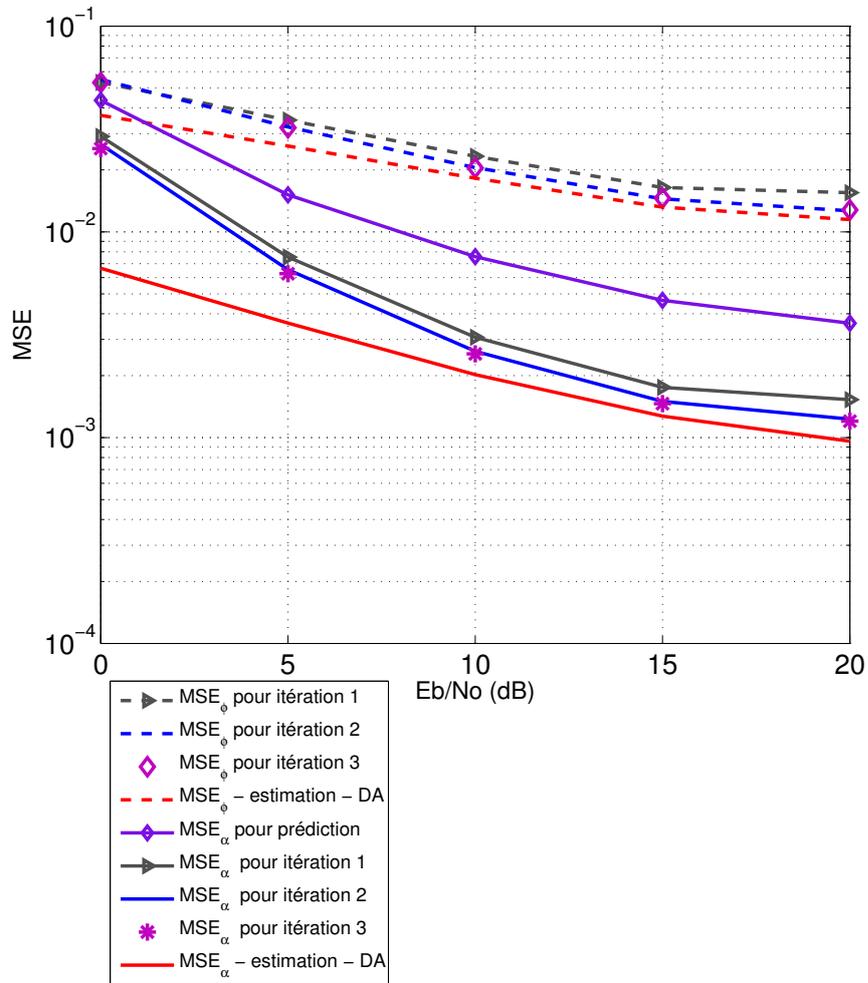


FIGURE 4.1 – Erreur quadratique moyenne (MSE) comme une fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0,1$ et $\Delta f_{3dB} = 100$ Hz

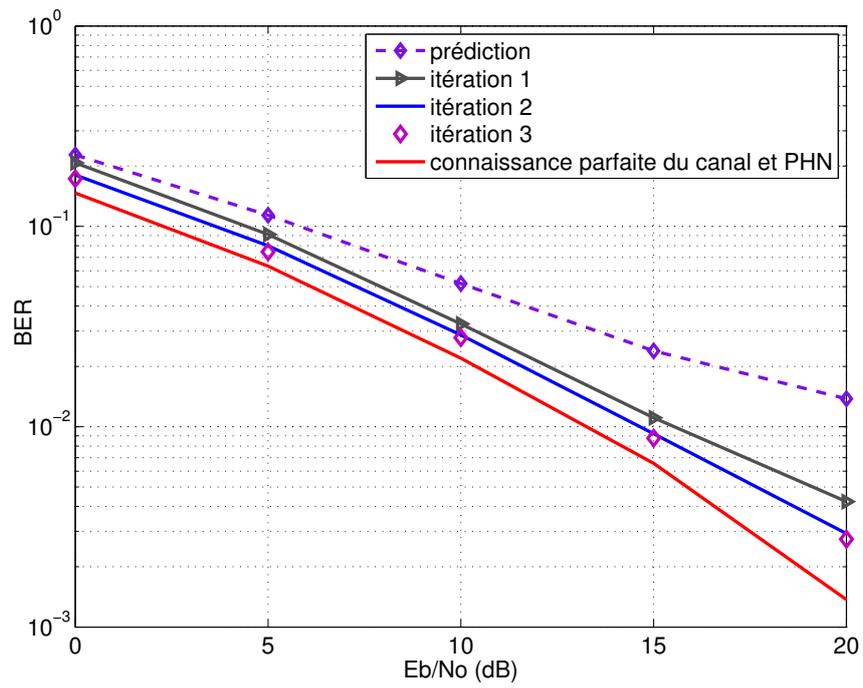


FIGURE 4.2 – Taux d’erreur binaire (BER) comme une fonction de E_b/N_0 pour $f_d T = 0, 1$ et $\Delta f_{3dB} = 100$ Hz

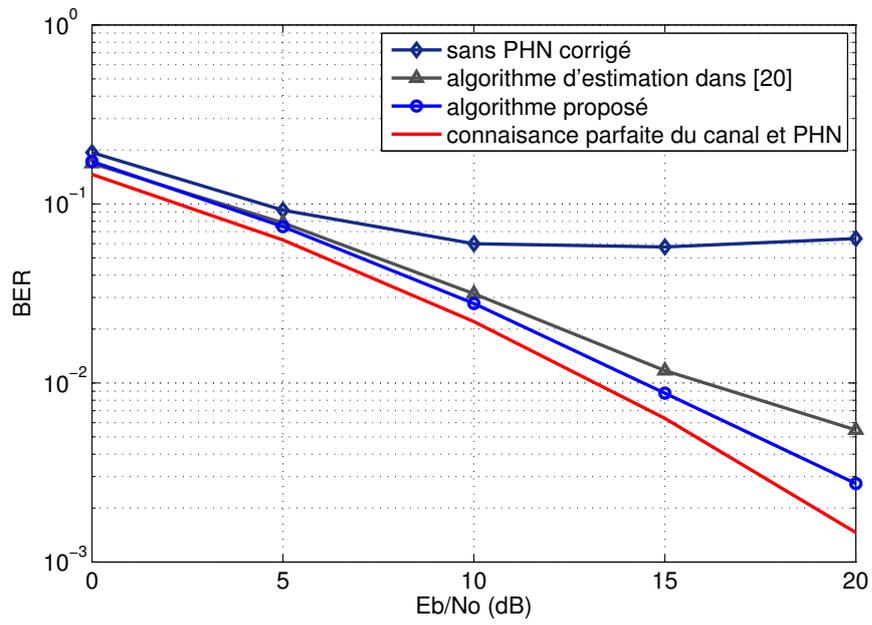


FIGURE 4.3 – Comparaison des performances des différents algorithmes pour $\Delta f_{3dB} = 100$ Hz

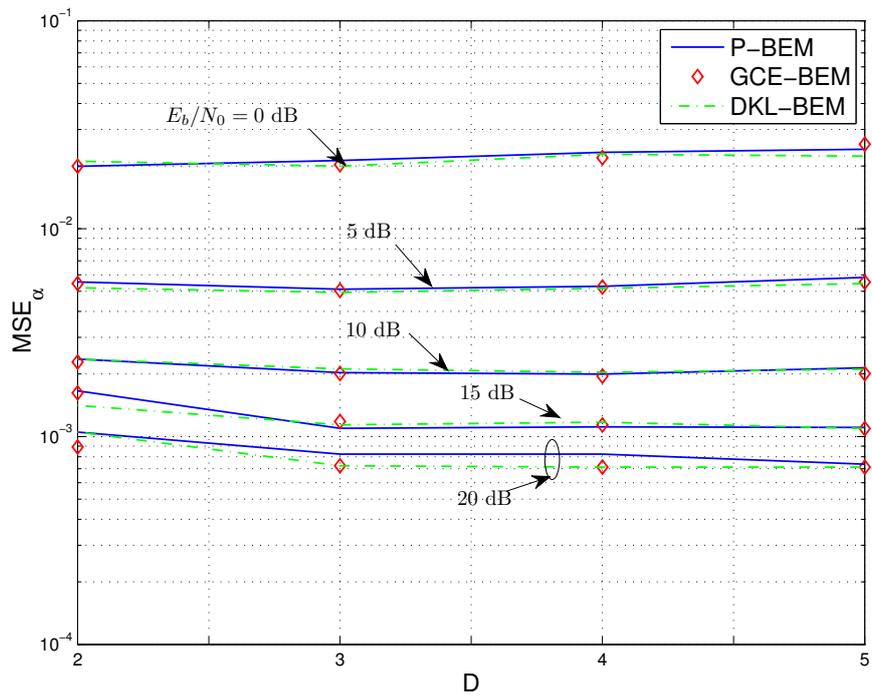


FIGURE 4.4 – MSE de l'estimation des GCs(MSE_α) en fonction de D pour différentes BEM, $f_d T = 0, 1$

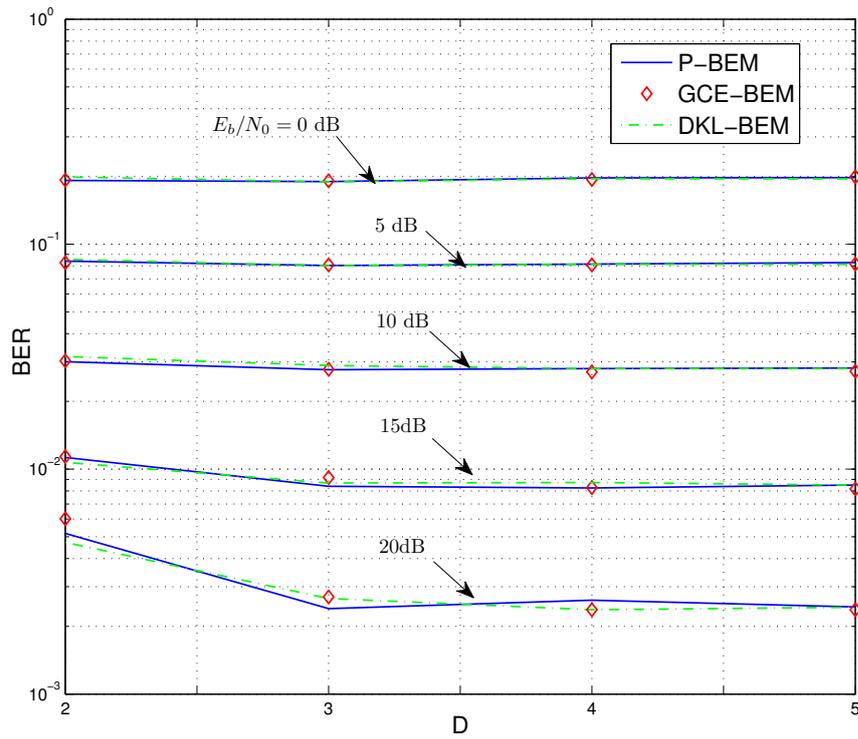


FIGURE 4.5 – BER en fonction de D pour différentes BEM, $f_dT = 0, 1$

Conclusion générale et perspectives

Le domaine des communications sans fils très haut débit dans un contexte de forte mobilité est toujours un domaine de recherche très actif visant à développer des solutions de connectivité sans coupure et offrant une très bonne qualité de service pour les utilisateurs. En particulier il convient de développer des solutions permettant de corriger tous les aléas issus du canal de propagation qui dégradent le signal reçu.

L'estimation du canal et la détection du signal constituent donc des étapes cruciales dans la conception d'un récepteur mobile. En général, il n'est pas possible de prendre une décision précise sur les données à la réception, sauf si une bonne estimation du canal est disponible. Ainsi, dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à l'estimation et la synchronisation du canal radio-mobile à évolution rapide pour un système OFDM en traitant le cas difficile où le canal de propagation varie pendant la durée d'un symbole OFDM.

Notre manuscrit a été organisé en cinq chapitres. En premier lieu, nous avons explicité la définition des canaux radio mobiles telle que nous l'utilisons. Ensuite, nous avons décrit les systèmes OFDM et les problèmes de synchronisation, ceci afin de mieux appréhender les solutions que nous proposons.

Les contributions de cette thèse sont doubles. Nous avons d'abord développé un algorithme basé sur le filtre de Kalman étendu et la décomposition QR pour les transmissions OFDM-MIMO. Nous faisons d'abord une approximation du modèle d'expansion de base (BEM) pour les variations temporelles de gains complexes. Notre algorithme modélise l'évolution des coefficients des fonctions de base BEM à l'intérieur d'un symbole OFDM par un modèle auto régressif (AR). Puis, nous présentons un offset de fréquence normalisé ν appelé CFO normalisé dans la transmission du système OFDM qui introduit les interférences entre porteuse (IEP). Cet offset de fréquence est modélisé comme une inconnue invariable dans les symboles OFDM et également par un modèle AR. La faculté

du filtre de Kalman étendu nous permet d'estimer en même temps ces deux variables inconnues, un vecteur des coefficients de BEM l'autre offset de fréquence normalisé. L'algorithme utilise un détecteur QR pour estimer les symboles de données. Cet algorithme a montré de bonnes performances pour des récepteurs à vitesses très élevées, montrant bien l'intérêt de prévoir dès la conception de l'algorithme la présence de ces interférences pour en atténuer ces effets.

Notre deuxième contribution est un algorithme qui s'appuie sur le premier algorithme pour résoudre l'IEP dû au bruit de phase existant dans l'oscillateur du récepteur, ainsi que l'IEP dû à l'effet Doppler, mais en se limitant au cadre SISO. Notons que, dans cette thèse, nous avons considéré que le bruit de phase possède une grande variance à l'intérieur d'un symbole OFDM et également entre les deux symboles OFDM suivants. Le bruit de phase est modélisé par un processus Brownien. Ensuite, le filtre de Kalman étendu estime le vecteur des coefficients des fonctions de base BEM et le vecteur du bruit de phase dans les symboles OFDM. Cet algorithme est très performant et présente un taux d'erreur très faible en fonction du rapport signal sur bruit dans les cas où la connaissance du canal et du bruit de phase est mauvaise voire inexistante.

Fort de ces résultats, nous pouvons envisager de nombreuses perspectives à ce travail :

En premier lieu, nous allons concevoir un algorithme, basé sur le deuxième algorithme proposé, adapté à la technologie MIMO afin de valider son fonctionnement et ses performances.

Par ailleurs, dans cette thèse, le bruit de phase est modélisé par un processus Brownien. Nous pouvons aussi essayer de développer des algorithmes basés sur le filtre de Kalman avec d'autres modèles de bruit de phase, par exemple le modèle Gaussien blanc [Kas95].

Enfin, nous avons supposé que les symboles pilotes de type peigne sont régulièrement espacés entre les symboles de données. Il serait intéressant d'étudier quelle est la position optimale des symboles pilotes ou même les positions variables optimales afin d'obtenir la meilleure estimation et synchronisation du canal. Pour ce faire nous pourrions nous inspirer des résultats proposés par [Our11].

Annexe A

Rappel sur le filtre de Nyquist

Les filtres de mise en forme à l'émission et à la réception sont respectivement $h_{TR}(\tau)$ et $h_{RX}(\tau)$. Leur réponse fréquentielles sont $H_{TR}(f)$ et $H_{RX}(f)$. Afin de maximiser le rapport signal à bruit à la réception ($\frac{E_b}{N_0}$), les filtres d'émission et de réception doivent être adaptés ($h_{RX}(\tau)=h_{TR}(T_s-\tau)$) en plus de la condition d'échantillonnage de Nyquist. E_b et N_0 désignent respectivement l'énergie binaire du signal reçu et l'énergie du bruit reçu. Supposons que le filtre d'émission est adapté au filtre de réception, on a :

$$\begin{aligned} |H_{TR}(f)H_{RX}(f)| &= |H_{TR}(f)|^2 \\ &= H_{nyq}(f) \end{aligned} \tag{A.1}$$

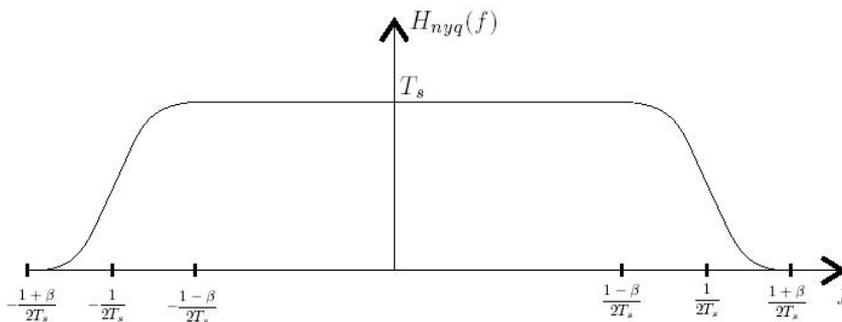


FIGURE A.1 – Filtre de Nyquist en cosinus surélevé

Ce filtre $H_{\text{nyq}}(f)$ appelé le filtre de Nyquist peut être implémenté via un filtre en cosinus surélevé avec un facteur de retombée β .

$$H_{\text{nyq}}(f) = \begin{cases} T_s & \text{si } |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left[1 - \sin \left(\frac{\pi}{\beta} \left(|f|T_s - \frac{1}{2} \right) \right) \right] & \text{si } \frac{1-\beta}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_s} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

A partir de ce filtre on retrouve les filtres d'émission et de réception. Ce filtre de Nyquist est représenté sur la Fig. A.1.

Annexe B

Démonstration de l'équation (2.17)

Dans cette annexe, on va démontrer la propriété (2.17). En effet, la transformation de Fourier de $g(t, \tau) = (g_e \otimes h \otimes g_r)(\tau)$ par rapport à τ est donnée par :

$$G(t, f) = TF_\tau[g(t, \tau)] = G_e(f)H(t, f)G_r(f) \quad (\text{B.1})$$

avec $G_e(f)$ et $G_r(f)$ sont respectivement les transformés de Fourier des filtres $g_e(t)$ et $g_r(t)$. La TF pour un filtre échantillonné $g(t, dT_s)$ peut être obtenue de deux manières différentes :

$$\begin{aligned} G_{ech}(t, f) &= TF[g(t, dT_s)] = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} G(t, f - sW) \\ &= TZ[g(t, dT_s)]|_{z=e^{-j2\pi fT_s}} = \sum_{d=-\infty}^{+\infty} g(t, dT_s)e^{j2\pi dfT_s} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

avec TZ est la transformation en z . Les deux filtres d'émission et de réception sont des filtres passe-bas et $G(t, f)$ est défini pour $f \in [-\frac{W}{2}, \frac{W}{2}]$. On peut donc récrire (B.2) :

$$G_{ech}(t, f) = G(t, f) = \sum_{d=-\infty}^{+\infty} g(t, dT_s)e^{j2\pi dfT_s} \quad (\text{B.3})$$

En échantillonnant (B.3) à la fréquence $f = b\frac{W}{N}$, avec $b \in [-\frac{N}{2}, \frac{N}{2} - 1]$, on obtient :

$$\sum_{d=-\infty}^{+\infty} g(t, dT_s)e^{j2\pi dfT_s} = G_e(b\frac{W}{N})G_r(b\frac{W}{N})H(t, b\frac{W}{N}) \quad (\text{B.4})$$

Bibliographie

- [BB05a] K. E. Baddour and N. C. Beaulieu. Autoregressive Modeling for Fading Channel Simulation. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 4 :1650–1662, 2005.
- [BB05b] K.E. Baddour and N.C. Beaulieu. Autoregressive Modeling for Fading Channel Simulation. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 4(4) :1650 – 1662, july 2005.
- [Bel63] P. A. Bello. Characterization of Randomly Time-invariant Linear Channels. *IEEE Trans. Commun. Syst.*, 11(4) :360–393, Dec 1963.
- [BRY98] A. Barron, J. Rissanen, and Bin Yu. The Minimum Description Length Principle in Coding and Modeling. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 44(6) :2743 –2760, oct 1998.
- [Cas09] M. Aguado Castrillo. *Broadband communication architecture for train to ground communication services : the WEBRA architecture and the RMPA handover*. Phd in engineering with european mention, University of the Basque Country, Bilbao, Spain, 2009.
- [Cla68] R. H. Clarke. A Statistical Theory of Mobile Radio Reception. *Bell Syst. Tech. J.*, 47 :957–1000, Jul-Aug 1968.
- [CP02] E. Costa and S. Pupolin. M-qam-ofdm system performance in the presence of a nonlinear amplifier and phase noise. *IEEE Trans. Commun.*, 50(3) :462 –472, mar 2002.
- [DMR00] A. Demir, A. Mehrotra, and J. Roychowdhury. Phase Noise in Oscillators : a Unifying Theory and Numerical Methods for Characterization. *IEEE Trans. Circ. Syst. Fund. Theor. Appl.*, 47(5) :655 –674, may 2000.

- [FGM05] E. Fishler, M. Grosmanl, and H. Messer. Determining the Number of Discrete Alphabet Sources from Sensor Data. *EURASIP J. Adv. Sig. Pr.*, 2005(1) :154138, 2005.
- [FSBL12] J. Fang, E.P. Simon, M. Berbineau, and M. Liénard. Joint Channel and Phase Noise Estimation in OFDM Systems at Very High Speeds. *Int. J. Electron. Comm.*, article soumis, 2012.
- [Hij08a] H. Hijazi. *Estimation de Canal Radio-Mobile à Evolution Rapide dans Les Systèmes à Modulation OFDM*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de GRENOBLE, 25 Novembre 2008. Page : 20.
- [Hij08b] H. Hijazi. *Estimation de Canal Radio-Mobile à Evolution Rapide dans Les Systèmes à Modulation OFDM*. PhD thesis, Institut polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, 25 Nov 2008. Page : 121-122.
- [HM98] S.A. Fechtel H. Meyr, M. Moeneclaey. *Digital Communication Receivers : Synchronization, Channel Estimation and Signal Processing*. Wiley & Sons, New York, 1998.
- [HR07] H. Hijazi and L. Ros. Time-varying Channel Complex Gains Estimation and ICI Suppression in OFDM Systems. In *IEEE GLOBECOM*, 2007.
- [HR08a] H. Hijazi and L. Ros. OFDM High Speed Channel Complex Gains Estimation Using Kalman Filter and QR-Detector. In *IEEE ISWCS Conf.*, 2008.
- [HR08b] H. Hijazi and L. Ros. Polynomial estimation of time-varying multipath gains with intercarrier interference mitigation in OFDM systems. *IEEE Trans. Vehic. Techno.*, 57, 2008.
- [HR09] H. Hijazi and L. Ros. Rayleigh Time-varying Channel Complex Gains Estimation and ICI Cancellation in OFDM Systems. *Eur. Trans. Telecomm.*, 2009.
- [HR10] H. Hijazi and L. Ros. Joint Data QR-detection and Kalman Estimation for OFDM Time-varying Rayleigh Channel Complex Gains. *IEEE Trans. Commun.*, 58(1) :170 –178, jan. 2010.
- [Jak83] W. C. Jakes. *Microwave Mobile Communications*. IEEE Press, 1983.

- [Kai98] S. Kaiser. *Multi-Carrier CDMA Mobile Radio Systems - Analysis and Optimization of Detection, Decoding, and Channel Estimation*. PhD thesis, Munich, Germany, 1998.
- [Kas95] N. J. Kasdin. Discrete Simulation of Colored Noise and Stochastic Processes and $1/f$ Alpha; Power Law Noise Generation. *Proc. IEEE*, 83(5) :802 –827, May 1995.
- [Kay93] S.M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory*. Prentice Hall, 1993.
- [KL08] J.G. Kim and J.T. Lim. MAP-Based Channel Estimation for MIMO-OFDM Over Fast Rayleigh Fading Channels. *IEEE Trans. Vehic. Techno.*, 57, 2008.
- [CLK06] Y.H. Kim, J.H. Lee, and S.C.l Kim. Joint Common Phase Error and Channel Estimation for OFDM-based WLANs in the Presence of Wiener Phase Noise and Residual Frequency Offset. In *IEEE ICC '06*, volume 7, pages 3040 –3045, June 2006.
- [LL07] D. D. Lin and T. J. Lim. The Variational Inference Approach to Joint Data Detection and Phase Noise Estimation in OFDM. *IEEE. Trans. Signal Process.*, 55(5) :1862 –1874, May 2007.
- [LPLH06] D. D. Lin, R.A. Pacheco, T. J. Lim, and D. Hatzinakos. Joint Estimation of Channel Response, Frequency Offset, and Phase Noise in OFDM. *IEEE. Trans. Signal Process.*, 54(9) :3542 –3554, Sept. 2006.
- [LWZ+07] S. Liu, F. Wang, R. Zhang, G. X., and Y. Liu. A Novel Parametric Channel Estimation Scheme for OFDM Systems. In *IEEE GLOBECOM '07.*, pages 4135 –4139, Nov. 2007.
- [LWZL08] S. Liu, F. Wang, R. Zhang, and Y. Liu. A Simplified Parametric Channel Estimation Scheme for OFDM Systems. *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 7(12) :5082 –5090, December 2008.
- [LYKP05] J. H. Lee, J. S. Yang, S. C.l Kim, and Y. W. Park. Joint Channel Estimation and Phase Noise Suppression for OFDM Systems. In *IEEE 61st VTC 2005-Spring*, volume 1, pages 467 – 470 Vol. 1, May-1 June 2005.
- [Mau11] J. C. Maureira. *Internet on Rails*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, Nice, France, 2011.

- [MD97] U. Mengali and A. N. D'Andrea. *Synchronization Techniques for Digital Receivers*. Plenum Press, New-York, 1997.
- [Moo94] P. H. Moose. A Technique for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Frequency Offset Correction. *IEEE Trans. Commun.*, 42 :2908–2914, 1994.
- [Our11] B. Ourzazi. *Mise en Oeuvre d'un Système de Communication OFDM-haut Débit Dédié aux Trains à Grandes Vitesses*. PhD thesis, Thèse de Doctorat de l'Université de Valenciennes, Novembre 2011.
- [OVK91] B. Ottersten, M. Viberg, and T. Kailath. Performance Analysis of the Total Least Squares ESPRIT Algorithm. *IEEE. Trans. Signal Process.*, 39(5) :1122 –1135, may 1991.
- [PBM95] T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey. BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise. *IEEE Trans. Commun.*, 43(2/3/4) :191 – 193, February/March/April 1995.
- [PMJH95] T. Pollet, M. Moeneclaey, I. Jeanclaude, and H.Sari. *Effect of Carrier Phase Jitter on Single-carrier and Multi-carrier QAM Systems*. 1995.
- [Pro00] J.G. Proakis. *Digital Communications*. Boston : Macgraw-Hill, 2000.
- [PVBM95] T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey. BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise. *IEEE Trans. Commun.*, 43(234) :191 –193, Feb/Mar/Apr 1995.
- [QP08] W. Qin and Q. Peng. Joint Channel and Phase Noise Estimation in OFDM Using KL Expansion. *AEU-Int. J. Electron. Commun.*, 62(10) :777–781, 2008.
- [Rap99] T.S. Rappaport. *Wireless Communications : Principles & practice*. Upper Saddle Rive : Prentice-Hall, 1999.
- [REK04] T. Roman, M. Enescu, and V. Koivunen. Joint Time-Domain Tracking of Channel and Frequency Offsets for MIMO OFDM Systems. *Wireless Personal Communications*, 31 :181–200, 2004.

- [RK89] R. Roy and T. Kailath. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques. *IEEE. Trans. Signal Process.*, 37(7) :984 –995, jul 1989.
- [Ros01] L. Ros. *Réception Multi-Capteur pour un Terminal Radio-Mobile dans un Systèmes d’Accès Multiple à Répartition par Codes. Application au Mode TDD de l’UMTS*. Grenoble,france, PhD thesis, INPG, Dec 2001.
- [Ros04] L. Ros. Egalisation et Synchronisation en Communications Numériques. *Cours 3ième année ENSERG*, 2004.
- [RPK86] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath. ESPRIT—A Subspace Rotation Approach to Estimation of Parameters of Cisoids in Noise. *IEEE. Trans. Signal Process.*, 34(5) :1340 – 1342, oct 1986.
- [Sim04] E. Simon. *Synchronisation de Signaux CDMA dans un Environnement Multiutilisateur*. PhD thesis, INPG, Grenoble, France, Nov 2004.
- [SRH⁺11] E. P. Simon, L. Ros, H. Hijazi, J. Fang, D. P. Gaillot, and M. Berbineau. Joint Carrier Frequency Offset and Fast Time-Varying Channel Estimation for MIMO-OFDM Systems. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 60(3) :955 –965, Mar 2011.
- [Ste00] H. Steendam. *The Effect of Synchronisation Errors on Multicarrier Systems*. PhD thesis, Ghent University, Gent, Belgium, Page : 21, 2000.
- [Tan07] Z. Tang. *OFDM Transmission over Rapidly Changing Channels*. PhD thesis, Delft University of Technology, 20 Nov 2007.
- [TCLB07] Z. Tang, R. C. Cannizzaro, G. Leus, and P. Banelli. Pilot-Assisted Time-Varying Channel Estimation for OFDM Systems. *IEEE Trans. Signal Process.*, 55 :2226–2238, 2007.
- [TL07] Zijian Tang and G. Leus. Pilot schemes for time-varying channel estimation in OFDM systems. In *IEEE SPAWC 2007*, pages 1 –5, june 2007.
- [TL08] Zijian Tang and G. Leus. A novel receiver architecture for single-carrier transmission over time-varying channels. *IEEE J SEL AREA COMM.*, 26(2) :366 –377, february 2008.

- [TLCB06] Zijian Tang, G. Leus, R.C. Cannizzaro, and P. Banelli. Pilot-Assisted Time-Varying Ofdm Channel Estimation. In *IEEE ICASSP 2006*, volume 4, page IV, may 2006.
- [VWSSM07] D. Van Welden, F. Simoens, H. Steendam, and M. Moeneclaey. An MSE Lower Bound for Parametric and Nonparametric Channel Estimation. In *IEEE PIMRC '07*, pages 1 –5, sept. 2007.
- [WGM09] T. Whitworth, M. Ghogho, and D. McLernon. Optimized Training and Basis Expansion Model Parameters for Doubly-selective Channel Estimation. *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 8(3) :1490 –1498, march 2009.
- [WZ89] M. Wax and I. Ziskind. Detection of the Number of Coherent Signals by the MDL Principle. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal. Process*, 37(8) :1190 –1196, Aug 1989.
- [YLSC01] B. Yang, K. Letaief, R. S.Cheng, and Z. Cao. Channel Estimation for OFDM Transmission in Multipath Fading Channels Based on Parametric Channel Modeling. *IEEE Trans. Commun.*, 49(3) :467 –479, Mar 2001.