

Université Lille 1 : Sciences et Technologies

---

Département de formation doctorale en informatique  
Lille  
UFR IEEA

École Doctorale SPI



---

**Approche de Gestion du Revenu pour un Problème de  
Tarification pour le Transport Longue Distance de  
Marchandises.**

**THÈSE**

présentée et soutenue publiquement le **8 Novembre 2013** pour obtention du

**Doctorat de l'Université Lille 1 : Sciences et Technologies  
(Spécialité : Informatique)**

par

**Moustapha DIABY**

Composition du jury

Rapporteurs	Alain QUILLIOT, Professeur, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand Nathalie BOSTEL, Maître de Conférences HDR, Université de Nantes
Examineurs	Frédéric SEMET, Professeur, École Centrale de Lille Dominique QUADRI, Maître de Conférences, Université de Paris XI
Directeurs de thèse	Luce BROTCORNE, HDR, Chargé de Recherche INRIA Lille - Nord Europe El-Ghazali TALBI, Professeur, Polytech Lille

---

Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille - UMR USTL/CNRS 8022

INRIA Lille - Nord Europe





*A Adnan & Manou, d'un amour infini*

*A ma mère & à ma sœur bien aimée Aminata D.*



# Résumé

Nous étudions dans cette thèse un problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises à charge pleine. Plus précisément chaque véhicule livre une seule demande à la fois. Dans cet environnement, nous étudions une problématique de tarification et de valorisation de la capacité inutilisée entre deux transporteurs. Le premier, le transporteur B, possède une clientèle qu'il ne peut satisfaire en totalité, et devra se résoudre à sous-traiter une partie à la concurrence. Le deuxième transporteur, le transporteur A, concurrent mais partenaire privilégié du premier, propose des tarifs pour combler les demandes insatisfaites du transporteur B.

Nous sommes en présence d'un processus de décision séquentiel, non coopératif, hiérarchisé que nous modélisons par une approche de programmation bi-niveau : au premier niveau le transport A (le meneur) a pour objectif de maximiser son revenu en fixant des tarifs, et en prenant explicitement en compte la réaction du transporteur B (le suiveur) qui a pour objectif de satisfaire toutes ses demandes à coût minimal.

Deux types de modèles ont été proposés : un modèle bi-niveau mono-objectif et un modèle bi-niveau bi-objectif. Plus précisément deux objectifs sont pris simultanément en compte pour le problème de haut niveau : la maximisation du revenu et l'équilibrage de la distance parcourue à vide. Des méthodes exactes ont été proposées, pour résoudre les instances de petites tailles et des heuristiques sont définies pour obtenir de bonnes solutions en des temps raisonnables sur des instances de plus grande taille.

**Mots clés : Bi-niveau, transport longue distance, bi-objectif.**



# Abstract

This thesis is concerned with the problem of pricing for a long-haul full load goods transportation. More precisely, we are interested in the situation where each vehicle delivers single request at a time. In this environment, we study the problem of pricing and valorization of unutilized capacity between two carriers. The first carrier B, cannot serve all the transportation requests and he thus needs to use outsourcing : second carrier A or his competitors. Carrier A, has to define the prices for carrier B transportation requests. Once carrier A has given its prices for the operations, it is B's decision to turn to A or to another carrier.

This sequential and non-cooperative decision-making process can be adequately represented as a bilevel program : carrier B (the follower) wants to minimize transportation cost while A (the leader) seeks to maximize the revenue. Carrier A explicitly incorporates the reaction of carrier B in his optimization process.

Two types of models have been proposed : the bilevel mono-objective model and the bilevel biobjective model. More precisely, two objectives are simultaneously considered for the leader problem : the maximization of revenue and balancing the free load length (limiting the free load distances). We propose exact methods to solve moderate size instance of the problem and the heuristics to solve large-scale instances in reasonable time.

**Key words : Bilevel, long-haul transportation, bi-objectif.**



## Remerciements

Mes remerciements vont tout d'abord à l'endroit de mes directeurs de thèse. Je pense qu'il aurait été difficile de rêver meilleur duo : deux spécialistes des deux axes majeurs de cette thèse. Je remercie El-Ghazali Talbi pour m'avoir accueilli dans son équipe de recherche et co-dirigé ce travail. Ses conseils toujours avisés ont permis de mener à bien ce travail. Je remercie Luce Brotcorne pour la co-direction qu'elle a apportée à ce travail. J'ai trouvé en elle une scientifique accomplie avec un enthousiasme, une rigueur scientifique inégalable et un besoin de toujours définir de nouvelles problématiques pertinentes. Nos discussions, toujours très fructueuses, ont beaucoup compté dans l'orientation de mes recherches et l'aboutissement de ces années d'études. Malheureusement mes mots ne seront jamais assez forts pour vous remercier tous les deux comme il se doit.

Je remercie vivement Alain Quillot et Nathalie Bostel d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse. Leurs remarques et conseils, tous très constructifs, m'ont beaucoup aidé.

Je suis très reconnaissant envers Frédéric Semet et Dominique Quadri d'avoir participé à mon jury de thèse et les en remercie sincèrement.

Je tiens aussi à remercier l'intégralité des personnes ayant fréquenté l'Équipe-projet Dolphin pendant la durée de ma thèse. Tout d'abord les permanents : Dimo Brockhoff, Bilel Derbel, Clarisse Dhaenens, Clive Canape, Laetitia Jourdan, Arnaud Liefoghe, Marie-Eléonore Marmion( pour sa bonne humeur ) et Nouredine Melab.

Mais l'équipe Dolphin ne serait pas ce qu'elle est sans ses stagiaires, thésards, post-docs et invités, que je ne citerai point, de peur d'en oublier.

Je souhaite également remercier mes anciens collègues de Bureau Julie Hamon, Julie Jacques, Yacine Kessaci, François Legillon, Khedidja Seridi, Imen Chakroun, Mathieu Djamai, Mostepha Redouane Khouadjia, Thé Van Luong, Ali Khanafer pour leur sympathie et leur bonne humeur.

Je remercie vivement François Clautiaux pour toutes nos discussions très constructives et surtout pour l'initiation à CPLEX qu'il m'a apporté en début de thèse.

Enfin, je remercie mes collègues du département informatique de l'IUT de LILLE 1, et tout particulièrement Bruno Beaufiles, Jean-Marie Place, Eric Lepretre, Max Chlebowski qui, en plus d'être toujours disponibles, m'ont constamment prodigué d'excellents conseils. Mes remerciements vont également à l'entour de Elodie Cimetiere et Patricia Hecquet.

Je finis ces remerciements par ma famille, qui a toujours été présente pour moi. Mes parents qui m'ont aidé pour toutes mes études. Ma soeur Aminata qui m'a toujours soutenue. Mes amis Ben Ibrahim Linke et Bafétigué Ouattara pour leur présence constante durant toutes ces années. La famille Sylla, Servane et Salian, pour leur hospitalité lilloise. Je terminerai par mon épouse Mariam Manou et mon fils Adnan qui m'ont soutenu durant toute cette épreuve, même si cela n'a pas toujours été facile.

---

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Gestion du revenu pour le transport longue distance</b>	<b>7</b>
1.1 Gestion du revenu . . . . .	8
1.2 Approche bi-niveau pour des problèmes de tarification . . . . .	11
1.3 Transport longue distance de marchandises . . . . .	17
1.3.1 Classification des problèmes de transport de marchandises . . . . .	17
1.3.2 Différents modes de transport . . . . .	18
1.3.3 Exemples de problèmes de transport . . . . .	20
1.4 Gestion du revenu dans le transport de marchandises . . . . .	21
<b>I Problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises : Modèle bi-niveau mono-objectif.</b>	<b>25</b>
<b>2 Modèle bi-niveau du problème de tarification pour le transport longue distance</b>	<b>27</b>
2.1 Définition du problème . . . . .	28
2.1.1 Problème d'ordonnancement de véhicules . . . . .	29
2.1.2 Graphe du réseau de transport . . . . .	29
2.1.3 Problème de tarification du meneur (transporteur A) . . . . .	32
2.2 Formulation bi-niveau du problème de tarification pour le transport longue distance (PTTLD) . . . . .	34
2.2.1 Fonction objectif du meneur . . . . .	38
2.2.2 Complexité du problème . . . . .	41
2.2.3 Problème d'optimisation inverse . . . . .	41

<b>3</b>	<b>Approche de résolution du problème PTTLD bi-niveau</b>	<b>45</b>
3.1	Formulation sous forme d'un programme linéaire mixte : MIP . . . . .	46
3.2	Heuristique primale-duale . . . . .	48
3.3	Algorithme génétique . . . . .	55
3.3.1	Introduction aux algorithmes génétiques . . . . .	55
3.3.2	Algorithme AG-POI . . . . .	57
3.3.2.1	Les opérateurs . . . . .	57
3.3.2.2	Fonction d'évaluation d'une population . . . . .	59
3.3.2.3	Algorithme . . . . .	60
3.4	Paradiseo . . . . .	61
3.5	Collection d'instances pour le PTTLD . . . . .	62
3.6	Résultats des tests et analyse . . . . .	64
<b>II</b>	<b>Problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises : Modèle bi-niveau bi-objectif</b>	<b>73</b>
<b>4</b>	<b>Modèle bi-niveau bi-objectif du problème de tarification pour le transport longue distance</b>	<b>75</b>
4.1	Problème d'optimisation combinatoire bi-objectif (POCB) . . . . .	78
4.2	Analyse de performances . . . . .	80
4.2.1	Indicateur de qualité . . . . .	81
4.2.1.1	Indicateur d'hypervolume . . . . .	82
4.2.1.2	Indicateur de contribution . . . . .	83
4.3	Formulation du problème de tarification pour le transport longue distance bi-niveau bi-objectif . . . . .	83
4.3.1	Équilibrage des distances parcourues à vide . . . . .	84
4.3.2	Formulation arc-chemin du problème d'ordonnancement de véhicules . . . . .	84
4.3.3	Problème d'équilibrage bi-niveau et bi-objectif . . . . .	88
4.3.4	Exemple comparant les approches bi-niveau mono-objectif et bi-niveau bi-objectif pour le PTTLD . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Résolution du problème PTTLD bi-niveau bi-objectif</b>	<b>93</b>
5.1	Méthode du $\epsilon$ -contrainte . . . . .	94

---

5.2	Méthode du $\epsilon$ -contrainte pour résoudre le PTTLD	
	bi-niveau bi-objectif . . . . .	98
5.2.1	Méthode exacte de résolution : MIP $\epsilon$ -contrainte . . . . .	101
5.2.2	Méthode hybride de résolution : AG $\epsilon$ -contrainte . . . . .	104
5.3	Approche de résolution métaheuristique à base de population . . . . .	104
5.3.1	Algorithme génétique élitiste de tri non dominé (NSGA-II) . . . . .	105
5.3.2	Algorithme AG-POI II pour le problème bi-niveau bi-objectif . . . . .	106
5.4	Résultats des tests et analyse . . . . .	107
	<b>Conclusion</b>	<b>117</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>129</b>



# Table des figures

1	Résumé des contributions . . . . .	5
1.1	Exemple de réseau pour le problème de tarification (TAR) . . . . .	15
2.1	Exemple de réseau de transport. . . . .	30
2.2	Représentation agrégée acyclique. . . . .	30
2.3	Exemple de Réseau de transport. . . . .	33
2.4	Représentation agrégée acyclique bi-niveau. . . . .	33
2.5	Exemple de réseau avec des tarifs optimaux négatifs. . . . .	37
2.6	Réseau illustrant la forme de la fonction objectif du meneur. . . . .	39
2.7	Valeur de la fonction objectif du meneur en fonction des tarifs des trajets. . . . .	40
3.1	Schéma décrivant l'heuristique Primale-Duale . . . . .	52
3.2	Principe général des algorithmes génétiques. . . . .	56
3.3	Opérateur de croisement 1-point. . . . .	58
3.4	Évolution de la fonction d'adaptation H : instance à 20%. . . . .	67
3.5	Représentation de l'évolution Revenu du meneur dans la méthode Primale-Duale : instance à 25%. . . . .	68
3.6	Représentation des bornes supérieures sur le revenu du meneur en fonction des temps de calcul : instance à 25%. . . . .	68
4.1	Relation entre le coût du loyer et la situation géographique d'un appartement . . . . .	77
4.2	Espace décisionnel et espaces des objectifs d'un problème d'optimisation à deux variables de décisions et deux fonctions objectifs. . . . .	79
4.3	Représentation de vecteurs dominés et non dominés. . . . .	80
4.4	Indi. hypervolume $I_H$ . . . . .	82
4.5	Indi. d'hypervolume-diff. $I_H^-$ . . . . .	82

---

4.6	Exemple de réseaux pour le problème bi-objectif. . . . .	86
4.7	Exemple de réseaux pour le problème bi-niveau bi-objectif. . . . .	89
5.1	Méthode du $\epsilon$ -contrainte. . . . .	96
5.2	Les points de référence : point de Nadir et point Idéal. . . . .	97
5.3	Méthode du $\epsilon$ -contrainte pour le POCBB. . . . .	100
5.4	Différentes approches de la méthode du $\epsilon$ -contrainte. . . . .	100
5.5	Différentes formulations équivalentes du POCB. . . . .	103
5.6	Résolution du POCB par l'algorithme AG-POI II. . . . .	104
5.7	Représentation du front de Pareto : instance à 25%. . . . .	110
5.8	Représentation du front de Pareto : instance à 15%. . . . .	111
5.9	Représentation du front de Pareto : instance à 20%. . . . .	112

---

# Liste des tableaux

2.1	Énumération des solutions réalisables. . . . .	31
2.2	Revenu du meneur et coût pour le suiveur. . . . .	34
2.3	Revenu du meneur et coût du suiveur. . . . .	38
2.4	Revenu du meneur et coût du suiveur. . . . .	39
3.1	Nombre de véhicules . . . . .	64
3.2	Mono-objectif instances de type s0. . . . .	69
3.3	Mono-objectif instances de type s1. . . . .	70
3.4	Mono-objectif instances de type s2. . . . .	71
3.5	Mono-objectif instances de type s3. . . . .	72
4.1	Énumération des solutions réalisables : bi-objectif. . . . .	86
4.2	Valeurs des objectifs pour les solutions réalisables. . . . .	87
4.3	Revenu du meneur et coût du suiveur en bi-objectif. . . . .	90
5.1	bi-objectif instances de type s0. . . . .	113
5.2	bi-objectif instances de type s1. . . . .	114
5.3	bi-objectif instances de type s2. . . . .	115
5.4	bi-objectif instances de type s3. . . . .	116



# Notations

AG-POI	Algorithme génétique - problème d'optimisation inverse
MIP	Mixed-Integer Program (Programme mixte en nombres entiers)
POCB	Problème optimisation combinatoire bi-objectif
POCM	Problème d'optimisation combinatoire multi-objectif
POI	Problème d'optimisation inverse
PTTLD	Problème Tarification pour le Transport Longue Distance



# Introduction

La mise en place d'un système de transport de marchandises longue distance efficace revêt à ce jour une importance toute particulière dans un secteur économique en pleine restructuration.

Le service du transport de marchandises permet d'approvisionner des unités de production et de distribution en produits finis. Le secteur du transport est, par conséquent, l'une des bases du tissu économique. Il est une des conditions nécessaires au fonctionnement d'une économie moderne. Il est vital à la production/distribution des biens des entreprises et nécessaire aux activités commerciales.

Comme le mentionne T. Crainic [[Cra03](#)], l'évolution de la politique géographique mondiale affecte naturellement le secteur du transport. L'internationalisation croissante des échanges commerciaux a parallèlement repoussé plus loin les frontières des marchés conquis par les entreprises. Par exemple, en Europe avec le traité de Rome sur la politique des transports dans l'Union Européenne, l'ouverture des frontières n'oblige désormais plus les entreprises à maintenir un important centre de distribution dans chaque pays. Par conséquent, les systèmes de distribution sont réorganisés autour d'entrepôts moins nombreux mais plus grands. Le transport et les services dans un tel environnement sont exploités sur de longues distances.

Du fait de son importance dans l'économie, il est primordial pour ce secteur d'atteindre des niveaux d'efficacité économique et de qualité de service élevés. En effet, comme toute activité économique, l'optimisation du profit demeure l'un des principaux objectifs des acteurs de ce secteur. De plus, évoluant dans un environnement concurrentiel, le transporteur doit s'assurer d'offrir des services de qualité, tout en maximisant son profit.

A l'heure actuelle, les stratégies d'optimisation se sont concentrées sur la définition de plans de transport minimisant le nombre de véhicules utilisés ou minimisant la distance parcourue. Même si le plus souvent ces deux objectifs ont été étudiés de façon disjointe, quelques approches prenant en compte simultanément des objectifs économiques et écologiques ont été proposés par [LU98][JST08]. Un élément clef qui à ce jour a peu été étudié est la valorisation de la capacité inutilisée et la tarification de celle-ci. C'est cette problématique que nous considérons dans cette thèse. Pour ce faire, nous étendons les approches de "Yield Management" ou "Gestion du Revenu" initiées dans le domaine du transport aérien au transport longue distance de marchandises. La Gestion du Revenu, définie comme "un ensemble de stratégies visant à vendre le bon produit au bon moment au bon client au bon tarif" [Kim89a], est divisée de façon classique en 4 sous-problèmes : l'estimation de la demande, la survente, la gestion de la capacité et la tarification. Dans cette thèse nous aborderons simultanément les deux derniers sous-problèmes dans un environnement concurrentiel.

Plus précisément nous considérons la problématique d'opérateurs de transport longue distance de marchandise souhaitant sous-traiter une partie des demandes reçues. On assiste ainsi à deux niveaux de prise de décision : d'une part, l'entreprise offrant le service qui se doit de proposer des tarifs raisonnables et attractifs (au vu de la concurrence) permettant de générer du revenu. Et d'autre part, l'entreprise bénéficiant du service qui en fonction de la proposition du premier acteur décisionnel, prend sa décision.

Afin de tenir compte de l'interaction hiérarchique entre les différents niveaux de décision, le problème de tarification pour le transport longue distance étudié dans cette thèse sera modélisé comme un modèle de programmation mathématique à deux niveaux. En effet, les modèles à deux niveaux sont la structure appropriée pour représenter des jeux asymétriques où un joueur (le meneur) joue le premier en prenant en considération la réaction optimale du second joueur (suiveur). Le premier modèle à deux niveaux proposé pour tarifier des arcs dans un réseau a été présenté par Labbé *et al.* en 1998 [LMS98]. L'originalité de cette approche est qu'elle permet la prise en compte explicite de la réaction des usagers de la route dans le processus d'optimisation du revenu des gestionnaires du réseau. Depuis lors, la modélisation à deux niveaux pour des problèmes de tarification est appliquée dans différents domaines tels que les réseaux routiers spécifiques (avec autoroutes) [HLMS10], les télécommunications [BEM07] ou encore dans le domaine aérien [CMS03].

## Contributions

Les contributions de cette thèse sont à la fois liées à la modélisation et à l'aspect méthodologique. Notre première contribution est la proposition d'une nouvelle modélisation d'un problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises. Cette approche a la spécificité de mettre en œuvre tous les acteurs du problème et leurs interactions. Elle permet de représenter un problème encore peu étudié dans le contexte du transport de marchandises à savoir la valorisation de la capacité inutilisée et sa tarification dans un contexte concurrentiel. Plus précisément, deux nouveaux modèles bi-niveau sont proposés dans cette thèse : i) un modèle bi-niveau mono-objectif au premier et au second niveau et ii) un modèle bi-niveau multi-objectif au premier niveau et mono-objectif au second. Dans ce cas nous supposons que le meneur souhaite à la fois maximiser son revenu et minimiser la différence entre la plus grande et la plus courte distance parcourue à vide. Le second objectif a pour effet d'induit la notion d'équité. Ce second type de modèle a encore été peu étudié dans la littérature [Cra03] et est le seul dans le domaine du transport longue distance.

En terme de méthodologique les contributions de cette thèse sont les suivantes. La difficulté pour résoudre les problèmes bi-niveau (mono-objectif) est qu'ils sont généralement non convexes et non différentiables. Même dans le cas le plus simple où les fonctions objectifs du meneur et du suiveur sont affines et les ensembles de contraintes sont des polyèdres, déterminer si une solution est un optimum local est un problème NP-difficile. C'est pourquoi nous proposons deux heuristiques basées sur la structure du problème (une heuristique primale-duale et un algorithme génétique) pour résoudre le problème bi-niveau mono-objectif bilinéaire au premier et second niveaux. La qualité de ces heuristiques est mesurée par rapport à la résolution exacte d'une reformulation MIP du problème pour des instances de petite taille. Les résultats obtenus sont de bonne qualité tant en terme de solution que de temps de calcul. Pour les instances de grande taille, en temps de calcul, l'algorithme génétique surpasse très fortement l'heuristique primal-dual (méthode itérative).

Pour le problème bi-niveau multi-objectif au premier niveau, il s'agit de définir l'ensemble des solutions Pareto optimales du problème. Pour résoudre ce problème, nous proposons une méthode exacte basée sur le principe de l'épsilon contrainte et deux heuris-

tiques basées sur la structure du problème. En terme de qualité de solution, l'heuristique basée sur l'algorithme génétique multi-objectif élitiste de tri non-dominé NSGA II permet de déterminer un front de Pareto proche de celui obtenu par la méthode exacte. Nos différentes contributions sont résumées dans la figure Fig. 1.

## Organisation des chapitres

Cette thèse est organisée en deux parties : la première traite d'une approche mono-objectif bi-niveau d'un problème de tarification pour le transport longue distance, et la seconde considère une approche bi-niveau bi-objectif au premier niveau pour le même problème. Pour chacune ces parties nous développons des méthodes de résolution exactes et approchées. Le manuscrit comporte 5 chapitres, structurés de la façon suivante :

Le chapitre 1 présente une revue de la littérature des trois thèmes abordés dans ce travail : la gestion du revenu, la tarification et la problématique de transport longue distance. Nous nous concentrons plus spécifiquement sur l'importance de la problématique de tarification dans la gestion du revenu.

Le chapitre 2 présente une première formulation à deux niveaux du problème et décrit les principales propriétés mathématiques.

Par la suite, dans le chapitre 3, nous proposons une approche exacte et deux heuristiques pour résoudre le problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises défini dans le chapitre 2. La méthode exacte est basée sur une reformulation du problème en nombres entiers (MIP). La première heuristique est une méthode itérative basée sur la formulation duale du problème du second niveau. La seconde heuristique proposée est basée sur une approche génétique.

Nous définissons dans le chapitre 4 une formulation bi-objectif du problème bi-niveau de tarification pour le transport longue distance de marchandises. Les deux objectifs considérés simultanément dans le problème de haut niveau sont la maximisation du revenu et la réduction des écarts entre les distances parcourues à vide par le transporteur.

Dans le chapitre 5, nous proposons une méthode exacte et deux heuristiques pour résoudre le problème défini dans le chapitre 4. La méthode exacte est basée sur la méthode du  $\epsilon$ -contrainte. La première heuristique proposée est une approche hybride, utilisant le principe de l'approche  $\epsilon$ -contrainte et celui de l'approche génétique proposée pour le cas mono-objectif. La seconde heuristique est basée sur l'algorithme génétique multi-objectif élitiste de tri non dominé NSGA II.

Enfin, nous terminons par une synthèse des principales contributions apportées dans cette thèse et proposons de nouvelles voies à explorer.

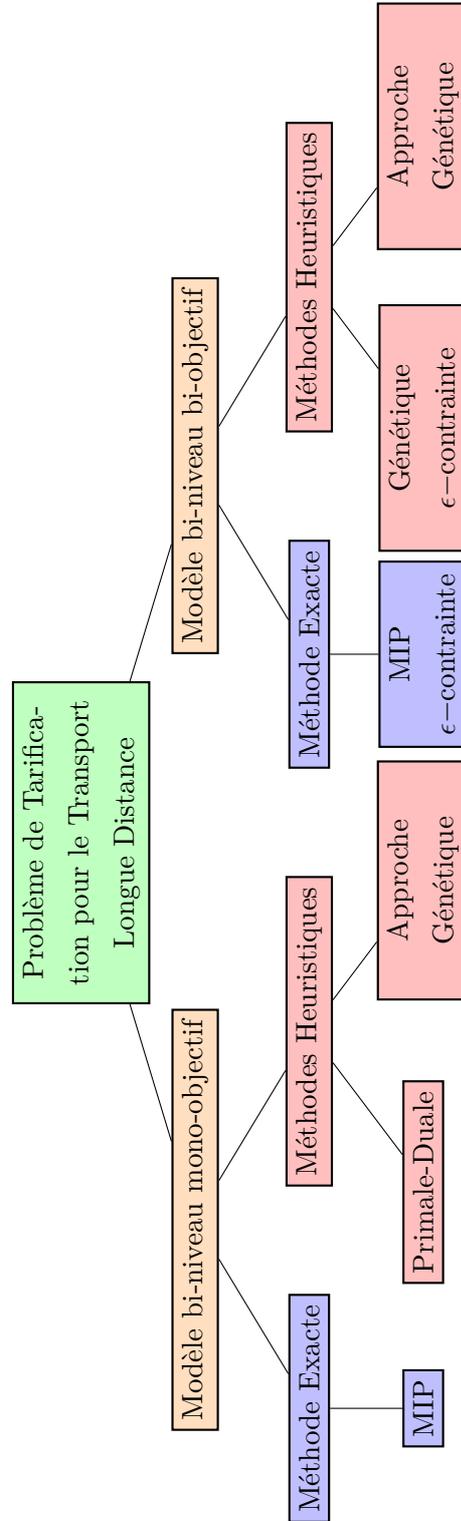


Fig. 1 – Résumé des contributions

## Chapitre 1

# Gestion du revenu pour le transport longue distance

*Ce chapitre a pour objectif principal de fournir les prérequis nécessaires à la bonne compréhension de cette thèse. Il s'articule autour des thématiques étudiées tout au long de ce travail, à savoir la gestion du revenu, la tarification, le transport longue distance de marchandises et l'optimisation à deux niveaux. Dans un premier point, nous abordons la gestion du revenu : le contexte, la définition, le principe et surtout les problématiques résolues par cette approche. Le second point traite de la tarification et de son importance dans la gestion du revenu. Par la suite, nous nous intéressons à la résolution de la problématique liée à la tarification par une approche à deux niveaux. Le dernier point discute des problèmes de transport longue distance de marchandises : contexte et méthodes de résolution. Nous y discutons notamment de l'importance de la gestion du revenu dans les systèmes de transport de marchandises actuels et de la nécessité d'utiliser des modèles hiérarchiques pour représenter cette problématique.*

## 1.1 Gestion du revenu

La gestion du revenu est apparue aux États-Unis à la fin des années 1980 suite à l'acte de déréglementation des transports aériens « *Airline Deregulation Act* » [BLS85] [TGR04]. Cette loi, ratifiée en 1978, a permis d'une part la création de nouvelles compagnies et d'autre part, a autorisé les compagnies à fixer elles-mêmes les tarifs de leurs services. Les effets attendus étaient la croissance du trafic, la baisse potentielle des prix et l'amélioration des services à la clientèle.

Dans ce contexte de concurrence accrue, les compagnies aériennes ont eu pour objectif de définir des outils stratégiques afin d'accroître la recette. Dans un contexte où les coûts étaient déjà optimisés, les compagnies ont proposé de nouveaux outils de gestion de la capacité [BM95] pour atteindre un meilleur taux de remplissage des avions. En se basant sur une segmentation de la clientèle et à la définition de nouveaux services ils ont réussi à influencer le comportement des clients et donc la demande en transport. Par exemple c'est à ce moment que sont apparus les tarifs de voyage plus ou moins élevés selon que l'on passe la nuit du samedi soir en déplacement, pour répondre à la segmentation de la clientèle en voyageurs d'affaire ou de loisir.

De nombreuses définitions de la gestion du revenu ont été proposées dans la littérature. Une des plus connues est celle de Kimes [Kim89a] : « La gestion du revenu est un processus d'allocation du meilleur service au meilleur client, au meilleur prix, au meilleur moment ».

Etant donné le succès connu dans le domaine aérien, la gestion du revenu est à l'heure actuelle appliquée dans d'autres domaines tels que : le secteur ferroviaire, la location de véhicule, les croisières maritimes, les télécommunications, les services internet, les centrales électriques mais aussi les parcs et clubs de loisirs, le tourisme, l'hôtellerie, la publicité, etc. En fait, la gestion du revenu peut s'appliquer à tout domaine vérifiant les caractéristiques suivantes [Kim89a] [Ber05] : l'offre est périssable, la demande variable, le marché segmentable. L'entreprise doit également avoir une capacité fixe et exploiter des systèmes de réservation et enfin les coûts fixes doivent être élevés.

- *La périssabilité de l'offre*

Une offre ou un service non effectué est considéré comme perdu, puisqu'il ne génère aucun revenu. La gestion du revenu va donc contribuer à limiter ces risques de perte

de prestations invendues, réduisant l'incertitude à propos des comportements de la demande en définissant par exemple des tarifs appropriés pour attirer plus de segments de clientèle.

– *Des coûts fixes élevés*

Des coûts fixes importants et des coûts marginaux relativement faibles de la vente de l'unité additionnelle.

La gestion du revenu permet de limiter les risques de non couverture des frais fixes.

– *Une demande irrégulière*

La plupart des entreprises de services sont confrontées à une demande variable et fluctuante. Du fait de la rigidité de la capacité, un déséquilibre se manifeste : la demande est soit supérieure à l'offre, soit inférieure à celle-ci. La gestion du revenu visera à lisser la demande au cours de la période d'étude afin de limiter les pertes liées à des demandes non couvertes. Dans ce cadre l'estimation de la demande permettra d'agir efficacement sur le tarif et les services.

– *Une capacité fixe*

La capacité doit être rigide, fixe soit en totalité ou sur la période d'étude. Cette caractéristique est essentielle pour l'application de la gestion du revenu.

– *Un marché segmentable*

Le marché doit pouvoir être segmenté en classes de clients ayant des comportements homogènes (par exemple une clientèle de loisir et une clientèle d'affaire). L'entreprise pourra opérer une discrimination tarifaire en proposant des services plus chers aux clients qui sont peu sensibles au prix (par exemple la clientèle d'affaire). L'entreprise réalise ainsi des marges importantes dans les périodes à forte demande.

De façon classique (Kimes [Kim89b]), la gestion du revenu se décompose en quatre sous-problèmes interdépendants : l'estimation de la demande, la survente, l'allocation de la capacité et la tarification. Nous définissons ci-dessous les deux problématiques que nous traiterons dans cette thèse : la tarification et l'allocation de la capacité.

– *Tarification*

La tarification est un élément clef de la gestion du revenu. Comme mentionné précédemment la gestion du revenu peut être appliquée dans des domaines pour

lesquels les charges fixes sont importantes par rapport aux charges variables. Par conséquent, le tarif d'un service ne peut être déterminé en fonction de son coût de revient, mais il le sera en fonction de la demande. En effet, plus la demande est importante, plus les charges fixes pourront être amorties. Le prix se présente donc comme un régulateur de la capacité rigide de l'offre et de la demande irrégulière. Une meilleure adéquation entre l'offre et la demande nécessite un système de tarification souple et bien étudié. Un tel système doit assurer par modulation tarifaire, le suivi rigoureux et en temps réel de la vente des unités restantes (*tarification dynamique*). Plus précisément le prix d'un produit ou d'un service peut varier au cours de la période durant laquelle il est proposé à la vente

Une segmentation du marché permet de proposer des services différenciés à des tarifs différents aux classes de clients. Plus précisément dans le domaine aérien, la cabine d'un avion est par exemple divisée en classe de services. Outre les classes économique et affaire, chacune de ces classes est divisée en sous-classes de réservation correspondant à des conditions différentes et à des tarifs différents. Par exemple ces sous-classes peuvent correspondre à une anticipation plus ou moins importante de l'achat, à des possibilités de modification, etc. La difficulté consiste à définir de façon adéquate ces tarifs pour accroître le taux de remplissage des avions. De plus ces décisions doivent être prise en tenant compte des offres de la concurrence et peuvent varier de façon dynamique.

– *Allocation de la capacité*

Pour des tarifs donnés cette étape consiste à définir le nombre d'unités de produits qui seront vendues à ce prix. Dans le contexte aérien il s'agit de déterminer le nombre de sièges présents dans chaque classe de réservation. Comme pour le point précédent, la capacité allouée à un tarif donné peut varier au cours du temps. Ainsi durant la période de vente des billets d'avion on peut généralement voir la fermeture des classes tarifaires les plus basses, autrement dit plus aucun siège n'est disponible à ces tarifs.

Bien que fortement interreliés les problèmes de tarification et d'allocation de capacité ont souvent, en pratique, été étudiés séparément. Plus précisément, les tarifs sont généralement déterminés par des analystes par rapport à l'état général du marché et le comportement de la concurrence. Ensuite pour des tarifs donnés des problèmes d'opti-

misation sont résolus pour déterminer des stratégies d'allocation de capacité optimale. Nous référons le lecteur aux articles de Lederer [Led93] et de Bashyam [Bas00] pour une description détaillée de ces méthodes.

Dans cette thèse notre but sera de proposer des stratégies de tarification efficaces pour rentabiliser au mieux des capacités non utilisées en prenant explicitement en compte la concurrence et le comportement des clients dans le domaine du transport longue distance de marchandises. Une des particularités de notre étude sera l'intégration du comportement du client dans le processus de décision grâce à la modélisation du problème sous forme d'un problème bi-niveau.

## 1.2 Approche bi-niveau pour des problèmes de tarification

Les modèles que nous développons dans cette thèse sont basés sur le paradigme de la programmation mathématique à deux niveaux également appelée programmation bi-niveau. Ce type d'approche, apparenté à un jeu de Stackelberg, est bien adapté pour considérer des problématiques faisant intervenir deux niveaux de décision où un meneur optimise un programme mathématique prenant explicitement en considération la réaction d'un suiveur à ses décisions. Dans notre contexte, 1) le meneur est un transporteur qui choisit une stratégie de tarification de façon à maximiser son profit ; 2) le suiveur est un autre transporteur qui optimise son propre objectif en prenant en compte les niveaux de tarifs définis par le meneur. Une stratégie de tarification optimale est donc d'une part suffisamment élevée pour engendrer des profits importants pour le meneur et d'autre part suffisamment basse pour ne pas dissuader le suiveur de consommer les activités sous sa conduite.

Mathématiquement, le problème bi-niveau se formalise de la façon suivante [BMS08] [CMS05] :

$$\begin{aligned}
 \min_{x,y} \quad & F(x, y) & (1.1) \\
 \text{s.c.} \quad & G(x, y) \leq 0 \\
 & \min_{x,y} f(x, y) \\
 & g(x, y) \leq 0
 \end{aligned}$$

où  $x \in \mathbb{R}^{n1}$  et  $y \in \mathbb{R}^{n2}$ . Les variables du problème sont partitionnées en deux sous-

ensembles : les variables du meneur  $x \in \mathbb{R}^{n_1}$  et les variables du suiveur  $y \in \mathbb{R}^{n_2}$ . De manière similaire, la fonction  $F : \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  représente la fonction objectif du meneur et la fonction  $f : \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  représente celle du suiveur. De même, la fonction  $G : \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  définit les contraintes du meneur et la fonction  $g : \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  celles du suiveur.

Au premier niveau, le meneur détermine son vecteur de décision  $x$ , en anticipant la réaction du suiveur. Un problème d'optimisation bi-niveau est donc un problème d'optimisation contenant un autre problème d'optimisation dans son ensemble de contraintes. Dans le cas où le problème du suiveur admet plusieurs solutions pour des variables de décision du meneur fixées deux cas sont possibles. Dans le premier cas optimiste, nous supposons que le suiveur coopère avec le meneur pour maximiser les revenus générés, autrement dit parmi toutes ses solutions optimales, il choisira celle qui favorise le plus le meneur. Si nous désignons par  $M(x)$ , l'ensemble des solutions optimales du problème du suiveur pour  $x$  fixé, l'approche optimiste consiste pour le suiveur à choisir une solution  $y(x) \in M(x)$  telle qu'elle soit la meilleure du point de vue du meneur. Nous notons

$$m_0(x) = \min_y \{F(x, y) : y \in M(x)\}$$

représente la valeur optimiste de la fonction objectif du premier niveau.

L'approche optimiste se résume donc à :

$$\min_{x,y} \{F(x, y) : G(x, y) \leq 0, y \in M(x)\}$$

**Propriété 1 (Dempe 2002 [Dem02])** *Le problème d'optimisation bi-niveau (1.1) admet une solution si l'ensemble  $\{(x, y) : G(x, y) \leq 0, g(x, y) \leq 0\}$  est non vide et compact et l'hypothèse de qualifications des contraintes de Mangasarian-Fromowitz est satisfaite pour tout  $x$  tel que  $G(x, y) \leq 0$ .*

Une autre approche de la problématique, dite pessimiste [Bar91] [LM96], considère qu'il n'y a pas de coopération entre le meneur et le suiveur. Dans ce cas le meneur se protège de la pire situation possible et a pour objectif de minimiser le plus grand risque. La stratégie qu'il adopte consiste à se prémunir contre les choix indésirables du suiveur.

Dans cette thèse nous considérons une version optimiste du problème comme cela est le plus souvent le cas dans la littérature.

Il existe une similitude historique entre une formulation bi-niveau et le problème économique de Stackelberg. En effet, Sherali *et al.* [SSM83] ont montré que, dans une situation d'oligopole, le modèle de Stackelberg possède une structure hiérarchique similaire à celle du problème bi-niveau. Il convient de noter que dans l'approche de Stackelberg le problème de second niveau est un problème d'équilibre de Nash. Les problèmes bi-niveau ont été introduits par Bracken et McGill [BM73] [BM78] [BM74] pour la modélisation de problèmes militaires et de problématiques décisionnelles issues de l'industrie du marketing. Les problèmes bi-niveau étaient alors connus sous le nom de problème mathématique avec un problème d'optimisation dans les contraintes. On doit la terminologie bi-niveau aux auteurs, Candler et Norton [CN77]. Il est évident que la formulation du problème de tarification comme un problème de programmation à deux niveaux est d'un intérêt économique majeur. C'est en cela qu'en 1996 James Mirrlees a été distingué prix Nobel d'économie suite à ses travaux sur le problème de tarification optimale dans le sens de maximisation des revenus [Mir97]. De même en 1994, John Nash, Reinhard Selten et John Harsanyi ont obtenu en commun le prix Nobel d'économie suite à leurs contributions respectives sur le problème d'équilibre de Stackelberg déterministe et stochastique.

Dans le domaine économique, un modèle bi-niveau correspond au paradigme du principal/agent [Ack93] [Sta52] où le principal, conscient d'un comportement rationnel de l'agent, induit une coopération avec l'agent par un système d'incitation (asymétrie d'information). Il peut alors optimiser ses recettes, avec comme contrainte les réactions de la clientèle à sa tarification.

La structure particulière des problèmes à deux niveaux facilite la formulation d'un certain nombre de problèmes pratiques impliquant un processus de décision hiérarchisé dans des domaines tels que la gestion, la planification, la conception industrielle et le transport. Dans ce projet nous exploiterons cette structure pour l'étude de problèmes de tarification.

La difficulté majeure intervenant dans l'étude des problèmes bi-niveau est qu'ils sont généralement non convexes et non différentiables. Même dans le cas le plus simple où les fonctions objectifs du meneur et du suiveur sont affines et les ensembles de contraintes sont des polyèdres, déterminer si une solution est un optimum local est un problème NP-difficile. La plupart des méthodes de résolution ont porté sur la résolution de problèmes bi-niveau linéaires aux deux niveaux. Deux axes principaux de résolution ont été considérés. Le premier, basé sur l'analyse de sensibilité, ajuste des méthodes de descente

compatibles avec les conditions d'optimalité du problème du suiveur et se base sur des résultats récents d'optimisation non différentiable [OKZ98]. Un inconvénient de cette approche est que même sous des hypothèses de régularité fortes, elle peut ne pas identifier un optimum local du problème à deux niveaux. Une seconde approche applique des techniques d'optimisation, différentiables ou non à une reformulation sous forme d'un problème à un seul niveau du problème à deux niveaux [SS99]. C'est ce type de méthodologie que nous considérerons dans cette thèse en prenant explicitement en compte la structure du problème pour résoudre un problème bi-niveau bilinéaire aux deux niveaux.

Nous terminons cette section en formulant de façon explicite le premier modèle à deux niveaux proposé pour un problème de tarification sur un réseau (Labbé *et al.* [LMS98]). Ce problème consiste à déterminer des tarifs optimaux sur un sous-ensemble de tronçons routiers. Le meneur, représentant l'entreprise concessionnaire d'autoroutes, a pour objectif de déterminer les tarifs optimaux sur un sous-ensemble de ses voies en anticipant la réaction des usagers (suiveur) qui ont pour objectif de minimiser leurs coûts (il s'agit d'un coût généralisé représentant le coût monétaire et le temps de trajet). Dès lors, le meneur doit fixer des tarifs lui permettant de générer des revenus, mais qui demeurent suffisamment attractifs (au vu des chemins alternatifs) pour fidéliser l'utilisateur.

Le réseau de transport est représenté par un graphe  $G = (N, A)$ .  $N$  est l'ensemble des sommets, un sommet représentant une origine, une destination, une intersection, le début ou la fin d'une section tarifable. L'ensemble des arcs  $A$  représentant les sections est divisé en deux sous-ensembles  $A_1, A_2$  où  $A_1$ , respectivement  $A_2$  sont les ensembles d'arcs tarifables, respectivement non tarifables. Les arcs tarifables sont ceux pour lesquels le meneur peut librement fixer le coût d'usage. Les matrices  $B_1$ , respectivement  $B_2$ , sont les matrices d'incidence sommet arcs tarifables, respectivement, non tarifables. Pour tout arc  $a \in A_1$ ,  $c_a$  est le coût d'utilisation de l'arc pour le meneur, pour tout arc  $a \in A_2$ ,  $d_a$  est le coût d'utilisation de l'arc pour le suiveur.

La demande est modélisée par un ensemble  $K$  de produits. Un produit  $k$  est défini comme un ensemble d'unités ayant la même origine  $o(k)$  et la même destination  $d(k)$ . Pour chaque produit  $k$ ,  $b_k$  représente le vecteur de demande du produit  $k$ . Soit  $T$  le vecteur de tarifs fixé par le meneur et le vecteur  $x^k$  (respectivement  $y^k$ ) de flux des arcs tarifables (respectivement non tarifables) pour le produit  $k$ .

Le problème de tarification sur réseau (TAR) se formule comme :

$$\begin{aligned}
 \max_T \quad & \sum_{k \in K, a \in A_1} T_a x^k \\
 \text{s.c.} \quad & \min_{x,y} \sum_{a \in A_1} (c_a + T_a) x^k + \sum_{a \in A_2} d_a y^k, \\
 & B_1 x^k + B_2 y^k = b^k \quad \forall k \in K, \\
 & x^k \geq 0 \quad \forall k \in K, \\
 & y^k \geq 0 \quad \forall k \in K
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Pour illustrer ce problème nous considérons le réseau décrit par la figure Fig. 1.1 comprenant deux produits. Le premier d'origine 1 et de destination 2 est caractérisé par une demande de 1. Le deuxième d'origine 3 et de destination 4 est également caractérisé par une demande de 1. Le but est de déterminer les tarifs des arcs (5, 6) et (6, 4) afin de maximiser le revenu du meneur.

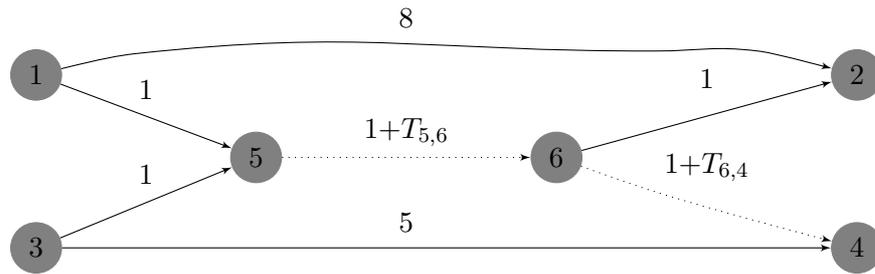


Fig. 1.1 – Exemple de réseau pour le problème de tarification (TAR)

Les tarifs optimaux sont obtenus en fixant  $T_{5,6} = 5$  et  $T_{6,4} = -3$ . Le plus court chemin pour le produit (1, 2) est alors 1 – 5 – 6 – 2 de coût 8, procurant un revenu de 5. Le produit (3, 4) en empruntant le chemin 3 – 5 – 6 – 4 de coût 5, procure un revenu de 2 au meneur. Ainsi le revenu optimal atteint 7 dans cet exemple.

Le modèle (1.2) est un problème bi-niveau ayant des objectifs bilinéaire au premier et au second niveau et des contraintes linéaires. Pour des variables du meneur fixées, le problème de second niveau est un problème de plus court chemin multi-produit.

Pour la résolution de problème bi-niveau (TAR), plusieurs méthodes exactes et heuristiques sont proposées dans la littérature. Labbé *et al.* [LMS98] proposent une première approche exacte en proposant une reformulation MIP du problème basée sur la structure

combinatoire du problème. Dewez [DLMS08] propose une résolution exacte en exploitant la méthode des plans coupants. Brotcorne *et al.* [BLMS01] proposent une heuristique primal-dual basée sur la reformulation du problème TAR sous forme d'un problème bilinéaire à un seul niveau obtenu en remplaçant le problème du second niveau par ses conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker [KT51]. Plus récemment, Cirinei [BCMS11] propose une recherche tabou pour ce même problème de tarification sur les réseaux. Il s'agit à ce jour de la méthode la plus efficace pour résoudre ce type de problèmes.

Des extensions du modèle TAR ont été proposées pour des problèmes de tarification sur réseau dans le domaine aérien ou des télécommunications. Nous en présentons trois ci-dessous.

Côté *et al.* [CMS03] ont utilisé une approche bi-niveau pour modéliser un problème de tarification dans l'industrie aérienne. Cette approche permet la prise en compte simultanée du problème de la répartition des capacités et du problème de tarification. Cette nouvelle approche s'est avérée beaucoup plus efficace dans la prise en compte de la satisfaction du client que les approches classiques proposées pour la gestion du revenu dans le domaine aérien telle que celle proposée par Gallego et Van Ryzin [GR97] [GR94]. Pour la résolution Côté *et al.* proposent une heuristique primale-duale [BLMS00].

Brotcorne *et al.* [BLMS08] ont proposé un modèle bi-niveau pour la conception et la tarification des réseaux de transport. Cette approche s'avère être novatrice car jusqu'ici les deux domaines étaient généralement traités séparément. Pour résoudre ce problème les auteurs ont proposé pour la première fois une méthode de résolution approchée basée sur la relaxation Lagrangienne.

Bouhtou *et al.* [BEM07] ont présenté un modèle bi-niveau pour la modélisation de problématique de tarification en télécommunication. Ils considèrent un opérateur de télécommunication fournissant un service tarifé à la seconde. A partir des ressources disponibles, ils appliquent les principes de la gestion du revenu et proposent des prix dynamiques sur une journée, avec pour objectif de maximiser les revenus quotidiens. Ils segmentent une journée en périodes de durées potentiellement différentes. Une stratégie tarifaire basée sur la charge du réseau est adoptée. Cette approche montre que la charge dépend effectivement du prix et par conséquent, qu'il est important de tenir compte de cette charge pour déterminer un prix. Pour la résolution, les auteurs ont proposés

une méthode exacte basée sur un algorithme branch-and-bound, puis deux méthodes approchées, l'une basée sur la relaxation lagrangienne, et une basée sur une approximation concave de la fonction objectif à maximiser. Une étude plus détaillée de cette approche est fournie par Erbs [BE09].

## 1.3 Transport longue distance de marchandises

La problématique du transport de marchandises occupe une place très importante dans le tissu économique actuel. En effet, il a un impact majeur sur l'ensemble des activités et met en œuvre l'interaction entre les différents acteurs du domaine de la distribution (des producteurs et/ou des consommateurs), les sociétés de courtage et les expéditeurs de marchandises. Les coûts de transport représentent une partie importante (souvent entre un tiers et deux tiers) du coût de la logistique dans de nombreuses industries. Ils doivent donc être optimisés. Par ailleurs, à l'heure actuelle les objectifs écologiques conduisent également à des systèmes de transport de plus en plus efficaces.

### 1.3.1 Classification des problèmes de transport de marchandises

Les problèmes de transport peuvent être caractérisés par un élément temporel et un élément spatial. Plus précisément, on parle de planification stratégique, tactique ou opérationnelle et de transport longue distance ou courte distance. Dans cette section, nous utiliserons des définitions, notations et approches issues des travaux de Ghiani *et al.* [GLM04] et Crainic [Cra03].

#### Niveaux de planification temporel

Du point de vue temporel, l'organisation des problématiques de transport porte sur trois niveaux de planification :

- *Niveau stratégique* : Long terme

Elle porte sur la formulation de la politique et des objectifs ciblés. Elle définit la caractéristique générale du problème, notamment la configuration du système de transport (position des hubs si cela est nécessaire, des terminaux, etc.)

- *Niveau tactique* : moyen terme

Il représente l'ensemble des méthodes appliquées pour la mise en œuvre de la politique stratégique. Il définit entre autre la conception du service, la planification et la

fréquence des opérations de transport, les itinéraires et les modes de transport pour chaque demande, la politique de groupage, la distribution des ressources vides, etc.

– *Niveau opérationnelle* : court terme

Il consiste à développer les moyens appropriés pour garantir l'activité de service. Il définit la gestion et le contrôle dynamique des ressources et opérations de service. Il porte entre autre sur la gestion des véhicules, la gestion du personnel, le renouvellement de la flotte, les horaires de services, la gestion des incidents, etc.

### **Longue distance vs courte distance**

Dans le transport longue distance, les marchandises sont transportées sur des distances relativement longues, entre les terminaux ou d'autres établissements (usines, entrepôts, etc.). Les marchandises peuvent être transportées par voies routières, aériennes, maritimes, ferroviaires ou toutes combinaisons de ces différents modes. En revanche, dans le transport courte distance, les marchandises sont transportées, habituellement par véhicules, entre les points d'enlèvement et les points de livraison situés dans la même zone (par exemple, entre un entrepôt, ou un terminal et un ensemble de clients). Ces tâches sont de courte durée (beaucoup plus courte qu'un quart de travail) et les tournées de véhicules doivent être construites à travers une séquence de tâches respectant des contraintes de capacité, de fenêtre de temps, etc.

Dans cette thèse nous étudierons un problème de tarification tactique voire opérationnel pour le transport longue distance de marchandises par voie routière.

### **1.3.2 Différents modes de transport**

Comme mentionné dans l'introduction, l'industrie des transports joue un rôle essentiel dans l'activité économique. Elle sert notamment de liaison entre les consommateurs et les producteurs. Il est donc important pour une entreprise de déterminer le moyen de transport approprié permettant d'acheminer au coût optimal, dans les meilleures conditions et délais, les marchandises d'un lieu d'expédition à un lieu de destination. Différentes caractéristiques influencent le choix du mode de transport pour toute opération d'acheminement. Le mode de transport est lié à la fois au moyen de locomotion et à l'infrastructure mise en œuvre. On distingue quatre principaux modes de transport permettant d'acheminer des marchandises à destination :

– *Le transport aérien :*

Ce moyen de transport est utilisé normalement lorsque les marchandises à acheminer doivent être livrés dans l'urgence ou lorsque l'accès à la région affectée ne permet pas l'utilisation d'un autre moyen de transport. Il a l'avantages d'être rapide et de permettre de couvrir des zones situées à grande distance. Il demeure l'un des modes de transport les plus opérationnelle. Par contre il présente un coût élevé et interdits le transport de certains produits dangereux.

– *Le transport maritime :*

Ce moyen est en grande partie utilisé pour l'importation et nécessite un port ou quai pour recevoir la charge. Il présente l'avantage d'avoir le taux de fret le plus avantageux, le moins coûteux et le mieux adapté pour les transports lourds et volumineux sur de très longues distances. Son principal inconvénient demeure le délais nécessaire pour l'acheminement des produits.

– *Le transport routier :*

Ce mode permet de transporter tout type de marchandises avec des délais et coûts de parcours raisonnables. Il présente une capacité de transport et d'unités de chargement variés et adaptés à divers besoins. Toutefois il nécessite pour sa rapidité et son efficacité, des voiries de bonne qualité.

– *Le transport ferroviaire :*

Ce mode de transport permet l'expédition par wagon isolé (entre 5 et 60 tonnes de marchandises) ou par trains entiers pour des tonnages supérieurs. Il a pour avantages de permettre une fluidité du trafic et un respect des délais. Il s'adapte parfaitement aux longues distances et aux tonnages importants. Par contre il est inadapté aux courtes distances et demeure limité au réseau ferroviaire.

À l'exception du transport routier les autres modes de transport nécessitent l'utilisation d'un mode de transport tiers pour transborder le chargement jusqu'au site de stockage ou lieu des opérations. À noter que le mode de transport permet également de classifier les problèmes. Ainsi un problème qui utilise un seul mode de transport est un problème unimodal. Tandis que, celui qui en utilise plusieurs est dit multimodal.

Dans cette thèse nous utilisons un mode de transport par voie routière.

### 1.3.3 Exemples de problèmes de transport

Plusieurs types de problèmes de transport de marchandises ont été modélisés et étudiés dans la littérature. Crainic dans une revue de la littérature présente les principaux problèmes, modèles et outils associés à la planification et à l'opération des systèmes de transport de marchandises. Sans prétendre les énumérer tous, nous présentons les problématiques les plus courantes.

#### **Problème d'allocation de véhicules**

Le problème d'allocation de véhicules consiste à transporter des charges complètes sur de longues distances, comme dans le transport de conteneurs. Une fois qu'un véhicule est déchargé, il est acheminé vers le point de ramassage d'une autre demande, ou éventuellement repositionné en prévision des besoins futurs. Le décideur doit déterminer les demandes à accepter, ainsi que le repositionnement éventuel des véhicules à charge vide.

#### **Problèmes d'affectation du trafic de fret**

Il s'agit de déterminer un routage de moindre coût, sur un réseau de service, pour le transport des marchandises de leurs origines (usines de fabrication) vers leurs destinations (points de vente). En un sens, les problèmes d'allocation de la demande font partie de cette classe de problème. D'un point de vue mathématique, les problèmes de cette classe peuvent être modélisés comme des cas particuliers des problèmes remarquables d'optimisation sur un réseau, tels que le problème du plus court chemin et le problème de transport.

#### **Problème de conception d'un réseau de service**

Ce problème représente une décision tactique et opérationnelle. Pour un ensemble de terminaux donnés, le problème de conception de réseau de service consiste à décider, en se basant sur les caractéristiques (fréquence, nombre d'escales, etc.), les liaisons à desservir, l'affectation du trafic sur ces routes, les règles de fonctionnement de chaque terminal et, dans certains cas, le déplacement des véhicules à charge vide. L'objectif est de minimiser le coût général en tenant compte d'une combinaison des coûts d'exploitation des transporteurs et des attentes des clients.

Il convient de noter que, jusqu'à récemment, la littérature traitant du transport de marchandises abordait essentiellement la détermination des flux sur les trajets sans pren-

dre en compte le rôle actif des sociétés de transport dans la fixation des tarifs. Or dans le contexte de déréglementation que connaissent divers pays européens, la détermination de tarifs concurrentiels en milieu compétitif revêt une importance cruciale.

## 1.4 Gestion du revenu dans le transport de marchandises

Les conjonctures économiques et écologiques actuelles conduisent les entreprises de transport de marchandises à proposer de nouvelles offres de services de qualité et à prix réduits. Le coût de transport d'une marchandise s'incorpore à la valeur totale du produit représentée par la somme des coûts transverses (coût de la matière première, coût de fabrication, coût de transport, coût éventuel d'entreposage, etc.). Ainsi, dans la chaîne de vie d'un produit, le transport représente un facteur déterminant dans sa tarification finale. Dès lors, les entreprises de production se doivent de mener des négociations de manière à réduire le coût de transport et, ainsi, à optimiser leur marge de revenus. Cet objectif est facilité par la forte concurrence du domaine. Comme le mentionne Savy M. [Sav11] : techniquement, le transport est une opération productive et non un produit. Il représente un service.

Dans ce contexte, les stratégies d'optimisation des offres de services doivent être revues en tenant compte de la concurrence et du comportement des clients. Nous proposons dans cette thèse d'appliquer les stratégies de gestion du revenu qui ont déjà porté leurs fruits dans d'autres domaines mentionnés dans la section 1.1. Le domaine du transport de marchandises présente toutes les spécificités décrites par Berman [Ber05] pour l'application de la gestion du revenu. En effet, le service est périssable, la demande est irrégulière, la capacité est fixe et la clientèle peut être segmentée.

Les entreprises de production sous-traitent le transport de leurs marchandises et/ou effectuent elles-mêmes le transport. De manière générale, elles ont recours à un transporteur spécialisé. Ce dernier évoluant dans un marché à forte concurrence doit offrir à sa clientèle le meilleur service, au meilleur prix et au meilleur moment. De plus, la poursuite de la baisse des volumes transportés, due à la crise actuelle, conjuguée à la limitation de l'offre, amène le transporteur à gérer la demande par action simultanée sur les tarifs et sa capacité disponible. La programmation mathématique à deux niveaux apparaît comme l'outil idéal et suffisamment puissant permettant de bien appréhender

cette problématique de tarification. La résolution de ces modèles présente, néanmoins, une grande difficulté.

A l'heure actuelle très peu de travaux traitent de l'application de techniques de gestion du revenu ou plus spécifiquement de la tarification dans le domaine du transport de marchandises par voie routière. Calvete *et al.* [CGO11] présentent une approche bi-niveau de la gestion de la chaîne logistique portant sur la planification de la production et de la distribution. Ils établissent une hiérarchie entre deux décideurs représentant des entreprises de production et de distribution. Le premier, situé au niveau supérieur de la hiérarchie est en charge de la gestion de la distribution et est influencé par le second décideur au niveau inférieur de la hiérarchie. Le second décideur contrôle le processus de production et est dépendant des décisions du premier niveau. La société de distribution contrôle l'affectation des dépôts et des voies qui les desservent. L'entreprise de production reçoit les ordres de départ et alloue ses différentes usines à la production. Calvete *et al.* modélisent ainsi le problème par une approche bi-niveau et développent des méthodes de résolution approchée basées sur un algorithme de colonies de fourmis [DS04]. Plus précisément cette méthode combine un algorithme de colonie de fourmis, qui est utilisé pour déterminer les solutions possibles du problème de tournées de véhicules multi-dépôt sous-jacent (MDVRP), avec des techniques classiques d'optimisation, qui sont utilisées pour résoudre le problème de production. Cette approche fournit d'excellents résultats sur un ensemble de donnée réel.

D'autres travaux ont été proposés, mais ils portent sur d'autres modes de transport. Citons par exemple, Grünert et Sebastian [GS00] qui présentent une approche de planification tactique pour des envois long-courrier et des envois express des compagnies de transport postal (Deutsche Post avec sa filiale DHL). En effet, dans le milieu des marchés postaux européens, les efforts de déréglementation et de privatisation en cours dans certains états, ainsi que la forte concurrence du marché amènent les compagnies postales à considérer de nouvelles approches. La livraison de courrier et de colis représente les services de base fournis par ces compagnies. Ces dernières années, on a observé que ce segment du marché est caractérisé par une réduction du délai de livraison. Par conséquent, le principal problème est d'équilibrer les exigences d'un délai de service réduit (offrir un service de qualité) avec de faibles coûts d'opération. Une compagnie postale doit donc répondre au niveau de service en offrant le meilleur service requis, au meilleur moment

pour faire face à la concurrence sans que les coûts ne deviennent excessifs afin de générer des revenus. Grünert et Sebastian abordent des modèles pour la gestion des différents aspects tactiques. Ils parviennent à établir un parallèle entre les modèles qu'ils présentent et des modèles souvent abordés dans la littérature. Les modèles qu'ils développent sont linéaire avec un grand nombre de variables. Ils préconisent par conséquent, pour la résolution, l'utilisation de techniques de génération de colonnes.

Tatsiana *et al.* [TYJM11] abordent le problème de fret aérien sur des vols commerciaux avec passager. Ils discutent notamment de la gestion de la capacité disponible lors d'une réservation. En effet cette capacité est inconnue lors de la réservation. Par conséquent le transporteur, dans sa prise de décision (accepter ou refuser une commande donnée) doit prendre en compte cet aléa. Tastiaiana *et al.* proposent une programmation linéaire et une méthode de simulation stochastique basée sur le calcul par apprentissage. Cette méthode utilise notamment l'historique des données de réservations.

Ces dernières années ce type de fret aérien mixte est en forte croissance. En effet l'exploitation d'avions alloué à cette approche, étant rentabilisée par le transport de passagers, la compagnie peut facturer le fret au coût marginal et offrir des fréquences nombreuses. Le déséquilibre du trafic de fret entre les deux sens est moins problématique que pour les vols tout cargo, puisque la rentabilité du vol est acquise avec le transport de passagers.



## Première partie

**Problème de tarification pour le  
transport longue distance de  
marchandises :  
Modèle bi-niveau mono-objectif.**



## Chapitre 2

# Modèle bi-niveau du problème de tarification pour le transport longue distance

*Dans ce chapitre nous définissons le problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises (PTTLD) et le modèle sous forme d'un problème à deux niveaux. Nous définissons et illustrons également sur des exemples ses principales propriétés.*

## 2.1 Définition du problème

Le problème de tarification pour le transport longue distance (PTTLD) que nous étudions dans cette thèse fait intervenir deux opérateurs (A et B). Plus précisément, nous supposons que chaque transporteur dispose de véhicules transportant chacun un seul produit à la fois. Un produit est défini comme une quantité de marchandises ayant les mêmes caractéristiques : origine, destination, heure d'enlèvement et heure de livraison. Chacun des deux opérateurs dispose de sa propre flotte de véhicules, supposée ici homogène en termes de capacité. Nous supposons que le transporteur B ne peut faire face à toute la demande de transport avec sa propre flotte. Cela est dû soit à la capacité réduite de sa flotte, soit à sa politique économique. Il doit donc recourir à de la sous-traitance : le transporteur A ou ses concurrents. Le transporteur A doit fixer des tarifs attractifs pour remporter l'attribution du contrat de sous-traitance par B, tout en maximisant son profit. Le transporteur B, quant à lui, en fonction des propositions faites par A, prend sa décision avec pour objectif de minimiser son coût.

Les transporteurs rencontrent couramment ce genre de problématique. Par exemple, la compagnie de transport *Exel* en Grande-Bretagne sous-traite une partie du transport des marchandises de la société *Marks & Spencer*, de même le transporteur *Norbert Dentressangle* en France a en charge le transport des produits textiles du groupe français Carrefour, *Thyssen Haniel Logistik* en Allemagne pour *Thyssen Group*.

Le problème PTTLD définit donc un processus de décision hiérarchisé faisant intervenir deux agents de décision : le transporteur A et le transporteur B. Chaque agent souhaite optimiser son utilité individuelle, compte tenu de la décision prise par l'autre agent. Nous modélisons ce système de décision hiérarchique par un modèle mathématique à deux niveaux : au premier niveau, le transporteur A (meneur) maximise son revenu en prenant en compte la réaction du transporteur B (le suiveur) qui souhaite satisfaire toutes les demandes à moindre coût.

Avant de formuler le modèle à deux niveaux pour le PTTLD nous modélisons dans la section suivante le problème de transport longue distance auquel est confronté chaque agent de décision. Plus précisément, pour des tarifs et des coûts fixés, chaque transporteur doit résoudre un problème d'ordonnancement de véhicules avec un seul dépôt.

### 2.1.1 Problème d'ordonnancement de véhicules

Le problème étudié dans cette section consiste à définir un ordonnancement de trajets (ou demande de transport) caractérisés par une origine, une destination, une durée et une heure de départ fixe. Ces trajets, ainsi qu'un nombre maximal de véhicule pouvant être utilisés sont définis a priori. Entre chaque trajet la durée et le coût de transit est connus. L'ordonnancement des trajets recherché vise à minimiser le coût total défini comme la somme des coûts de transit et des coûts fixes des véhicules. De plus un certain nombre de contraintes doivent être satisfaites telles que :

- chaque trajet est couvert une et une seule fois par un véhicule,
- chaque véhicule utilisé dans la solution part du dépôt et couvre un ensemble de trajets compatibles ( en terme d'heure de début) avant un retour au dépôt,
- le transporteur a une flotte de véhicules limitée.

La première formulation de ce problème de planification a été donnée par Dantzig et Fulkerson [DF54] pour une application dans le domaine du transport maritime. Depuis, un ensemble d'auteurs se sont intéressés à différentes spécifications du problème, notamment ceux liés à la gestion de la périodicité des événements [Or180]. Son application fut, par la suite, étendue à différents domaines tel que le transport aérien et routier. Desrosiers *et al.* [DDSS95] présentent une modélisation de ce problème dans le cadre du transport de biens par véhicules en mono-dépôt et multi-dépôt. Dans ce qui suit, nous nous basons sur la modélisation proposée par ces derniers.

### 2.1.2 Graphe du réseau de transport

Nous décrivons ci-dessous la transformation de graphe proposée par Desrosiers *et al.* [DDSS95] pour formuler le problème d'ordonnancement de véhicules sous forme d'un problème de recherche d'un flot de coût minimum dans un graphe.

Plus précisément, nous considérons un ensemble de  $n$  trajets  $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ . Un trajet, représentant une demande à satisfaire par le transporteur, est caractérisé par sa durée et sa date de début  $a_i$  pour  $i = 1 \dots n$ . Nous considérons également un dépôt unique où  $v$  véhicules sont à disposition. Un sommet  $i$  du graphe  $G = (V, A)$  est défini comme un trajet  $T_j$ . L'ensemble  $V = \{1, 2, \dots, n\} \cup \{n+1\}$  de sommets du graphe est donc égal à l'union de l'ensemble des trajets et du dépôt noté  $n+1$ . Soit  $t_{ij}$  le temps de parcours (ou temps de transit) entre la fin du trajet  $T_i$  et le début de  $T_j$ . Pour des raisons de simplicité

nous considérons également que  $t_{ij}$  inclut le temps d'exécution de  $T_i$ . Deux trajets  $i$  et  $j$  sont dits *compatibles* si et seulement si  $a_i + t_{ij} \leq a_j$ . Le sous-ensemble des trajets compatibles est noté  $I \in N \times N$ . Notons que la notion et la définition de trajets compatibles introduisent une dimension dynamique au réseau de transport :  $G$  est donc un graphe espace temps. Les arcs du graphes relient les demandes de transport compatibles entre elles et les demandes de transport au dépôt. Autrement dit  $A = I \cup ((n+1) \times N) \cup (N \times (n+1))$ . Nous dupliquons le nœud dépôt en deux nœuds : un nœud origine et un nœud destination. Ainsi le graphe  $G(V,A)$  où  $A = I \cup ((n+1) \times N) \cup (N \times (n+1))$  et  $V = N \cup (n+1)$  est acyclique.

Nous illustrons sur la figure Fig. 2.2 la transformation du graphe de Desrosiers *et al.*

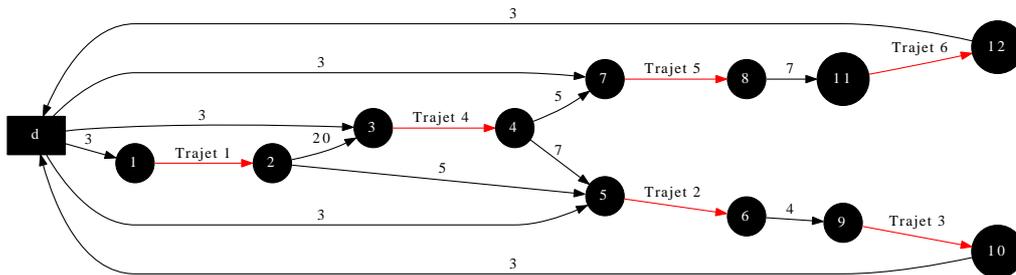


Fig. 2.1 – Exemple de réseau de transport.

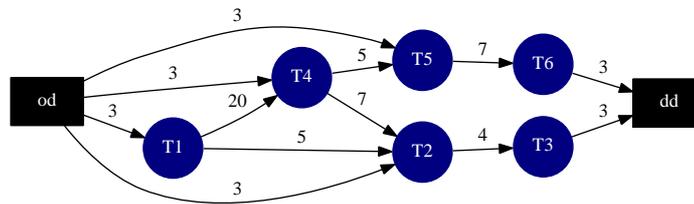


Fig. 2.2 – Représentation agrégée acyclique.

Chaque trajet (demande) dans le graphe initial de la figure Fig. 2.1 est agrégé en un nœud, on aboutit ainsi au graphe acyclique de la figure Fig. 2.2. Ce graphe est réduit par rapport au graphe initial. Il faut noter que cette méthode de simplification du graphe initial

diffère d'une approche par le graphe adjoint (*line graph*) : celle-ci représente la relation d'adjacence entre toutes les arêtes de  $G$ . Par contre, la représentation de Desrosiers *et al.* représente une relation d'adjacence entre les trajets de  $G$ .

Dans la figure Fig. 2.1 nous énumérons les différentes combinaisons possibles pour le transporteur dans le cas où il dispose de 2 véhicules, de coût de mise en route  $c = 3$ .

Chemins couvrants	Nœuds	coût
Chemin 1	od-trajet4-trajet5-trajet6-dd	39
Chemin 5	od-trajet1-trajet2-trajet3-dd	
Chemin 2	od-trajet5-trajet6-dd	56
Chemin 6	od-trajet1-trajet4-trajet2-trajet3-dd	
Chemin 3	od-trajet2-trajet3-dd	54
Chemin 4	od-trajet1-trajet4-trajet5-trajet6-dd	

Tab. 2.1 – Énumération des solutions réalisables.

Le suiveur pour la couverture optimale des trajets utilise donc les chemins 1 et 5 tels que définis.

Afin de modéliser le problème d'ordonnancement de véhicules, nous introduisons les notations suivantes. Soit  $c_{ij}$  pour  $(i, j) \in I$ , le coût encourru si le trajet  $Tj$  est opéré après  $Ti$ . Ce coût est un coût généralisé dépendant de la distance séparant les deux trajets. Soit  $c$  le coût de mise en route d'un véhicule et  $v$  le nombre de véhicules disponible. Les variables du modèle sont des variables binaires associées aux arcs définies par :

$$- Y_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } j \text{ est effectué après } i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ainsi le problème d'ordonnancement de véhicules à dépôt peut être modélisé par :

$$\min_Y \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c Y_{n+1,j} \quad (2.1)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{j \in V} Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N, \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v, \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \quad (2.4)$$

$$Y_{ij} \geq 0. \quad (2.5)$$

La fonction objectif (2.1) vise à minimiser la somme des coûts de transit et d'utilisation des véhicules. La contrainte (2.2) assure que chaque trajet est effectué une et une seule fois. La contrainte (2.3) définit la borne supérieure sur le nombre de véhicules de la flotte. La relation (2.4) représente la contrainte classique de conservation de flot. La matrice des contraintes du problème étant totalement unimodulaire la contrainte d'intégrité des variables  $y$  peut être relâchée. Le modèle ainsi défini est donc un problème d'optimisation linéaire.

Des algorithmes de résolutions en temps fortement polynomial ont été développés pour résoudre ce genre de problèmes [RLJ93].

### 2.1.3 Problème de tarification du meneur (transporteur A)

Le problème de tarification étudié dans cette thèse est celui du transporteur A (le meneur) qui doit proposer des tarifs pour des demandes de transport à la charge du transporteur B (le suiveur). Les tarifs doivent donc être à la fois élevés pour générer du revenu et également suffisamment bas pour inciter le transporteur B à recourir aux services du transporteur A. Le meneur intègre au sein de son problème d'optimisation la réaction du suiveur. Une fois que le meneur a fixé ses variables de décision, le suiveur résoud, un problème d'optimisation à variables exogènes.

Au premier niveau, le transporteur détermine des tarifs de façon à maximiser son revenu et il définit le plan de transport associé. Autrement dit, il doit définir des tarifs attractifs et résoudre un problème d'ordonnement de véhicules tel que décrit à la section 2.1.2. Le meneur est contraint par la réaction du transporteur B face aux tarifs imposés. Ainsi, le second niveau est un problème d'optimisation où le suiveur minimise ses coûts. Il désigne l'entité qui effectue une offre donnée : lui-même, le transporteur A ou ses concurrents et définit son propre plan de transport en résolvant un problème d'ordonnement de véhicules.

Avant de modéliser le problème PTTLD, présentant des aspects conjoints d'allocation et de tarification, nous illustrons le processus de décision hiérarchisé meneur/suiveur sur l'exemple suivant.

L'exemple de la figure Fig. 2.3 comprend un réseau constitué de 6 trajets : les trajets

$T4, T5, T6$  peuvent être opérés par le meneur ou la concurrence, ils sont tarifables par le meneur. On suppose que le meneur (respectivement le suiveur) dispose d'un véhicule (respectivement de deux véhicules). Le coût de mise en route de chaque véhicule du suiveur est de  $c_1 = 3$ . Le coût de mise en route du véhicule du meneur est de  $c_2 = 2$ . La figure Fig. 2.4 représente le graphe acyclique qui découle de la figure Fig. 2.3. Un trajet étant visité une et une seule fois par l'un des acteurs, les possibilités d'allocations qui permettent de couvrir tous les trajets sont données dans le tableau Tab. 2.1 ci-dessus.

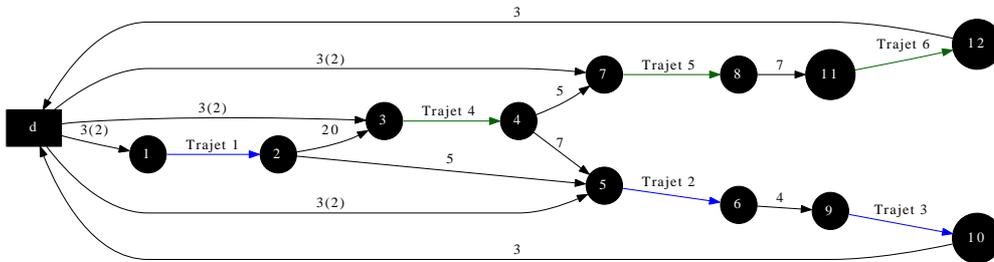


Fig. 2.3 – Exemple de Réseau de transport.

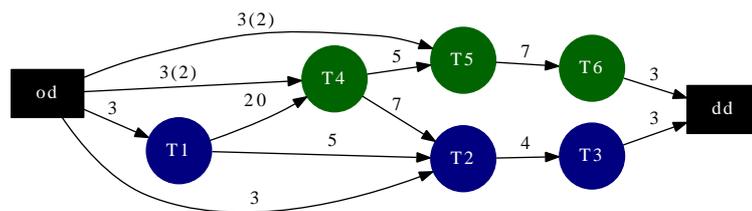


Fig. 2.4 – Représentation agrégée acyclique bi-niveau.

Le revenu pour le meneur (trajets effectués par le meneur) et le coût pour le suiveur (trajets effectués par le suiveur) sont fournis dans le tableau Tab. 2.2. La colonne “cas1 (M)” représente le coût du chemin pour le suiveur si celui-ci est effectué par le meneur. La colonne “cas1 (S)” représente le coût du chemin pour le suiveur si celui-ci est effectué par le suiveur. Le tarif sur le trajet  $T_j$  est noté  $T_j$  (cette notation est utilisée dans tout

le manuscrit).

		Coût du chemin pour le suiveur	
Chemins couvrants	Revenu du meneur	cas 1 (M)	cas 2 (S)
<b>Chemin 1</b>	$T_4 + T_5 + T_6 - 2$	$(T_4 + 5) + (T_5 + 7) + (T_6 + 3)$	18
Chemin 5	**	**	15
<b>Chemin 2</b>	$T_5 + T_6 - 2$	$(T_5 + 7) + (T_6 + 3)$	13
Chemin 6	**	**	37
Chemin 3	**	**	13
Chemin 4	**	**	38

Tab. 2.2 – Revenu du meneur et coût pour le suiveur.

Le meneur dans sa prise de décision doit s'assurer que :

$$(T_4 + 5) + (T_5 + 7) + (T_6 + 3) \leq 18 \text{ et}$$

$$(T_5 + 7) + (T_6 + 3) \leq 13$$

Ainsi, l'une des solutions pour le meneur est donnée par :

$$T_4 = T_5 = 1 \text{ et } T_6 = 2.$$

Dès lors, considérant cette tarification, le suiveur minimise ses coûts en effectuant le chemin 5 et en sous-traitant le chemin 1 avec le meneur.

## 2.2 Formulation bi-niveau du problème de tarification pour le transport longue distance (PTTLD)

Afn de définir le modèle à deux niveaux pour le PTTLD nous introduisons les notations suivantes :

- $A_1$  : ensemble des trajets tarifables,
- $A_2$  : ensemble des trajets non tarifables,
- $c$  : coût de mise en route d'un véhicule du meneur,
- $c'$  : coût de mise en route d'un véhicule du suiveur,

- $v$  : nombre de véhicules du meneur,
- $v'$  : nombre de véhicules du suiveur,
- $c_{ij}$  : coût du trajet  $j$  opéré par le meneur après le trajet  $Ti$ ,
- $T_i$  : tarif du trajet  $Ti$ ,
- $d_{ij}$  : coût du trajet  $j$  opéré par le suiveur après le trajet  $Ti$ ,
- $X_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } Tj \text{ est effectué après } Ti \text{ par un véhicule du meneur} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $Y_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } Tj \text{ est effectué après } Ti \text{ par un véhicule du suiveur} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Le coût de mise en route d'un véhicule (meneur et suiveur) est représenté par la somme du coût d'amortissement du matériel, du coût de la main d'œuvre et du coût de déplacement au premier trajet (nœud).

La formulation du PTTLD est définie par une programmation mathématique à deux niveaux :

$$PTTLD \quad \max_{T,X} \quad \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \quad (2.6)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \quad (2.7)$$

$$\sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \quad (2.8)$$

$$\min_Y \quad \sum_{(i,j) \in A1} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}, \quad (2.9)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N, \quad (2.10)$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \quad (2.11)$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \quad (2.12)$$

$$X_{ij} \geq 0, \quad (2.13)$$

$$Y_{ij} \geq 0. \quad (2.14)$$

(2.6) traduit l'objectif du meneur qui maximise son revenu en proposant des tarifs attractifs au suiveur. Le suiveur a pour objectif de transporter de la marchandise à moindre coût (2.9). Le meneur intègre ainsi au sein de son problème de décision la réaction

du suiveur. La contrainte (2.10) garantit qu'une demande donnée est satisfaite soit par le meneur, soit par le suiveur dans sa totalité : ainsi chaque trajet est effectué une et une seule fois et tous les trajets restent effectués. Les contraintes (2.7) et (2.11) assurent que le nombre de véhicules du meneur et du suiveur n'excède pas le nombre de véhicules disponibles dans les différentes flottes. Les relations (2.8) et (2.12) représentent les contraintes classiques de conservation de flot : pour tout nœud différent du nœud dépôt, le flot entrant est identique au flot sortant. Les contraintes (2.13) et (2.14) imposent la non-négativité des flux.

Le problème PTTLD est un problème bi-niveau bilinéaire aux deux niveaux de décisions. Les variables du meneur sont des variables continues de tarifs et de flot. Les variables du suiveur sont des variables de flot. Pour des variables du meneur fixées le suiveur résout un problème linéaire d'ordonnancement de véhicules. Pour des variables du suiveur fixés le meneur résout un problème d'optimisation linéaire appelé problème d'optimisation inverse. Il est possible de déterminer une borne supérieure sur le revenu du meneur. Nous l'étudions plus en détail dans le chapitre 3. La formulation précédente nous conduit à faire les hypothèses suivantes. Tout d'abord, afin d'éviter que le meneur ait un revenu infini, nous supposons qu'il existe pour chaque trajet tarifable un chemin le couvrant constitué d'arcs du suiveur. Comme le mentionne Cirinei *et al.* [BCMS11], cette hypothèse permet de garantir une borne supérieure sur le revenu réalisé par le meneur. En effet, si un tel chemin n'existait pas, le meneur posséderait un monopole sur une partie du réseau et pourrait y fixer des tarifs infinis sous hypothèse de demande captive. Cette hypothèse, illustrée à la figure Fig. 2.5, suppose que le suiveur possède une capacité suffisante de véhicules pour assurer l'ensemble des trajets même à un coût prohibitif.

Il est possible de déterminer une borne supérieure sur le revenu du meneur. Soit  $\gamma(\infty)$  le coût minimal lorsque les tarifs du meneur sont fixés à l'infini. Cela correspond à la situation dans laquelle le suiveur s'interdit d'allouer des trajets au meneur.  $\gamma(\infty)$  correspond à une configuration à coût minimale de couverture de l'ensemble des trajets. Chacun des chemins  $p$  constituant cette configuration à un coût minimal  $\gamma_p(\infty)$ . Le revenu unitaire possible sur un chemin  $p$  est donné par

$$\gamma_p(\infty) - \gamma_p(0)$$

où  $\gamma_p(0)$  représente le coût du chemin  $p$  lorsque les tarifs des trajets du meneur sont fixés à zéro. La valeur de  $\gamma(\infty)$  représente une borne supérieure sur le coût des chemins

tarifables.

La seconde hypothèse porte sur l'approche optimiste que nous adoptons pour la résolution du problème. En effet pour des tarifs du meneur fixés, la solution du suiveur peut ne pas être unique. Dès lors nous privilégions la configuration qui maximise le revenu du meneur. Finalement, il est à noter que le modèle présenté ne contraint pas les tarifs à être positifs. En effet, des tarifs négatifs peuvent être fixés sur certains trajets afin d'engendrer des compensations sur d'autres trajets augmentant ainsi le revenu sur un chemin.

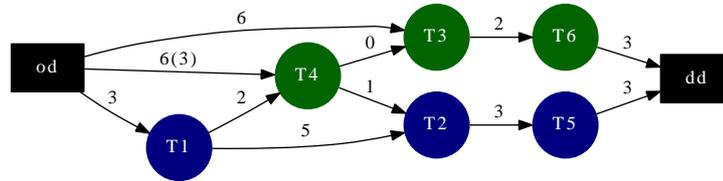


Fig. 2.5 – Exemple de réseau avec des tarifs optimaux négatifs.

Pour illustrer ces deux hypothèses, nous considérons le réseau décrit par la figure Fig. 2.5. Le but est de fixer les tarifs des trajets T3, T4 et T6. Le réseau du meneur est obtenu en dupliquant celui du suiveur, et en conservant les coûts sur les arcs, à l'exception du coût sur l'arc  $od - T4$  où le coût s'élève à 3 pour le meneur et 6 pour le suiveur. Ces coûts représentent les coûts de mise en route des véhicules de chacun des transporteurs. Comme noté précédemment le coût de mise en route d'un véhicule (meneur et suiveur) représente la somme du coût d'amortissement du matériel, du coût de la main d'œuvre et du coût de déplacement au premier trajet. On suppose que le meneur dispose d'un véhicule et le suiveur de deux véhicules. Dès lors pour desservir les trajets T3, T4 et T6, on peut utiliser par exemple le chemin  $od - T4 - T3 - T6 - dd$  opéré par le suiveur. Cette alternative non tarifable implique que le meneur ne pourra pas fixer des tarifs infinis sur ces trajets. Nous expliquons maintenant la présence possible de tarifs négatifs. En effet le suiveur dispose de deux configurations lui permettant d'effectuer tous les trajets (Tab. 2.3).

Chemins couvrants	Revenu du meneur	Coût du chemin pour le suiveur	
		cas 1 (M)	cas 2 (S)
$od - T1 - T4 - T2 - T5 - dd$	**	**	12
$od - T3 - T6 - dd$	$T_3 + T_6 - 6$	$(T_3 + 2) + (T_6 + 3)$	12
$od - T4 - T3 - T6 - dd$	$T_4 + T_3 + T_6 - 3$	$(T_4 + 0) + (T_3 + 2) + (T_6 + 3)$	11
$od - T1 - T2 - T5 - dd$	**	**	14

Tab. 2.3 – Revenu du meneur et coût du suiveur.

La colonne “cas1 (M)” représente le coût du chemin pour le suiveur si celui-ci est effectué par le meneur. La colonne “cas1 (S)” représente le coût du chemin pour le suiveur si celui-ci est effectué par le suiveur.

En imposant une contrainte de positivité sur les tarifs, la solution optimale de revenu 1 unité est atteinte pour des tarifs  $T_3 = 5$   $T_6 = 2$  et  $T_4 = 0$ . En effet le meneur dans sa tarification doit satisfaire la condition :  $(T_3 + 2) + (T_6 + 3) \leq 12$ . Dans ces conditions le suiveur opte pour la première configuration qui à un coût inférieur à la seconde (24 contre 25). Sous cette hypothèse de tarif positif, le suiveur octroie le chemin  $od - T3 - T6 - dd$  au meneur et effectue lui-même le chemin  $od - T1 - T4 - T2 - T5 - dd$ . Il résulte un coût total de 24 unités pour le suiveur. Il est à noter que dans ces conditions le chemin  $od - T4 - T3 - T6 - dd$  n’est pas compétitif par rapport aux autres chemins. Par contre si le meneur accepte de perdre sur certain trajet, il rétablit la compétitivité de certain chemin et augmente ainsi son revenu. C’est le cas du trajet  $T4$  et du chemin  $od - T4 - T3 - T6 - dd$  qui lui est associé. Avec des tarifs négatifs, le meneur amène le suiveur à redistribuer les tâches. Ainsi pour  $T_3 = 5$   $T_6 = 2$  et  $T_4 = -2$ , le suiveur dans son objectif de minimisation et en raison de l’hypothèse faite sur l’approche optimiste, conserve le chemin  $od - T1 - T2 - T5 - dd$  et soustrait le chemin  $od - T4 - T3 - T6 - dd$ . Ceci revient pour le suiveur à un coût global de 24 unités et procure au meneur un revenu de 2 unités.

### 2.2.1 Fonction objectif du meneur

Nous analysons dans cette section la forme de la fonction objectif du meneur. C’est une fonction non continue et non convexe par rapport à la variable T des tarifs. Elle de-

meure par contre semi-continue, ce qui assure l'existence d'une solution à la formulation précédente. Cette propriété est illustrée sur le réseau de la figure Fig. 2.6 constitué de deux trajets tarifables. Le meneur dispose d'un véhicule tandis que le suiveur dispose de deux véhicules. Comme dans l'exemple précédent, le réseau du meneur est obtenu en dupliquant celui du suiveur, en portant certaines modifications sur un certain nombre d'arcs, notamment les arcs liés au coût de mise en route. Le coût sur l'arc  $od - T3$  vaut 1 et le coût sur l'arc  $od - T4$  vaut 4.

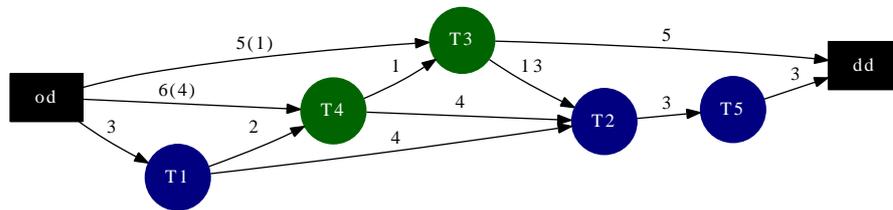


Fig. 2.6 – Réseau illustrant la forme de la fonction objectif du meneur.

Le suiveur dans l'allocation des tâches à trois possibilités pour la couverture de l'ensemble des trajets résumé dans le tableau Tab. 2.4. Cela correspond à la situation où le coût d'exploitation du meneur est inférieur à celui du suiveur.

Chemins couvrants	Revenu du meneur	Coût du chemin pour le suiveur	
		cas 1 (M)	cas 2 (S)
$od - T4 - T3 - dd$	$T_4 + T_3 - 4$	$(T_4 + 1) + (T_3 + 5)$	12
$od - T1 - T2 - T5 - dd$	**	**	13
$od - T1 - T4 - T2 - T5 - dd$	**	**	15
$od - T3 - dd$	$T_3 - 1$	$T_3 + 5$	10
$od - T1 - T4 - T3 - T2 - T5 - dd$	**	**	25

Tab. 2.4 – Revenu du meneur et coût du suiveur.

La colonne "cas1 (M)" représente le coût du chemin pour le suiveur si celui-ci est effectué par le meneur. La colonne "cas1 (S)" représente le coût du chemin pour le suiveur si celui-ci est effectué par le suiveur.

L'exécution de chacune de ces possibilités a un coût de revient total de 25 unités pour le suiveur. Les deux première configurations constituées des chemins  $od - T4 - T3 - dd$

et  $od - T1 - T2 - T5 - dd$  d'une part et des chemins  $od - T1 - T4 - T2 - T5 - dd$  et  $od - T3 - dd$  d'autre part représentent les configurations permettant au meneur de générer du profit. Toutefois le meneur doit tenir compte de la réaction du suiveur. Dans ces conditions les tarifs du meneur doivent vérifier les conditions suivantes :

$$T_3 + 5 \leq 10$$

$$(T_4 + 1) + (T_3 + 5) \leq 12$$

Nous remarquons que si le tarif sur le trajet 3 est inférieur à 5, le suiveur dans l'allocation des tâches utilise la configuration 2 : il alloue le chemin  $od - T3 - dd$  au meneur et effectue lui même le chemin  $od - T1 - T4 - T2 - T5 - dd$ . Dès lors que le tarif du trajet 3 est supérieur à 5, le chemin  $od - T3 - dd$  n'est plus attractif pour le suiveur. Le chemin  $od - T4 - T3 - dd$  reste attractif tant que  $T_3 + T_4 \leq 7$ . dans ces conditions, Il est avantageux pour le suiveur d'effectuer le chemin  $od - T1 - T2 - T5 - dd$  et d'allouer le chemin  $od - T4 - T3 - dd$  au meneur (configuration 1). Lorsque le tarif du trajet 3 est strictement supérieur à 5 et  $T_3 + T_4 > 6$  les deux premières configurations ne sont plus attractives. Le suiveur redistribue les tâches : il effectue l'ensemble des trajets. Le revenu du meneur en fonction du tarif sur les trajets 3 et 4 est représenté par la figure Fig. 2.7.

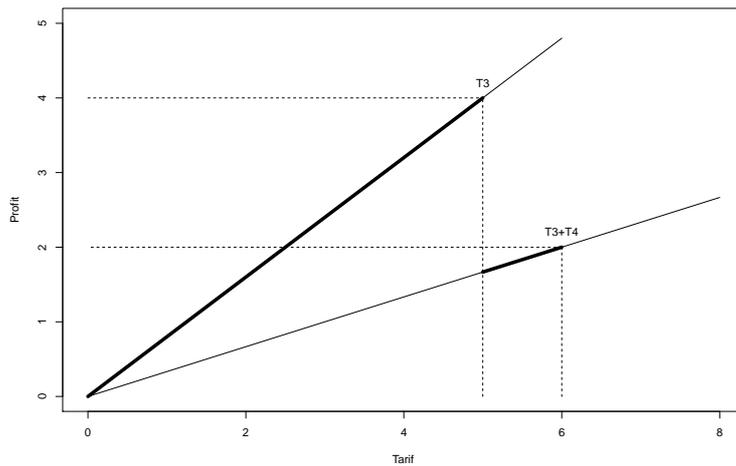


Fig. 2.7 – Valeur de la fonction objectif du meneur en fonction des tarifs des trajets.

### 2.2.2 Complexité du problème

Le problème de tarification bi-niveau bilinéaire bilinéaire, tel que défini, est fortement  $NP$ -difficile [RMS04]. La preuve proposée par S.Roch *et al.* est basée sur le fait que le problème 3-sat peut être reformulé comme un problème de programmation bilinéaire bi-niveau, plus précisément comme un problème de tarification de réseaux mono-produit. En utilisant une approche similaire, Grigoriev *et al.* [GvHvdK<sup>+</sup>05], mais cette fois en transformant le problème de 3-sat en un problème de tarification multi-produits, aboutissent à la même conclusion.

### 2.2.3 Problème d'optimisation inverse

Cette section traite de la relation étroite qui existe entre les tarifs fixés par le meneur et l'allocation de tâches aux véhicules du meneur et du suiveur. Nous nous basons sur l'approche présentée par Cirinei [BCMS11]. En effet, pour des tarifs fixés, il est facile de trouver les chemins utilisés par chaque opérateur (meneur ou suiveur) en résolvant un problème d'ordonnancement de véhicules. Par ailleurs, il est également possible, lorsque les flux sont fixés, de déterminer les tarifs qui engendrent ces derniers et qui maximisent le revenu du meneur. Ce problème est appelé *le problème d'optimisation inverse*.

Afin de formuler le problème d'optimisation inverse nous remplaçons dans un premier temps le problème du suiveur par ses conditions d'optimalités primales-duales. En effet pour des tarifs fixés par le meneur le problème du suiveur est un problème linéaire. Nous notons  $\gamma_i$  les variables duales associées à aux contraintes (2.10). Les contraintes de capacité du suiveur (2.11) engendrent la variable duale  $\beta$ . On désigne par  $\lambda_i$  les variables duales associées aux contraintes de conservation de flot du suiveur (2.12).

Le PTTLD est ainsi équivalent au problème bilinéaire à un niveau suivant :

$$\max_{T, X, Y, \gamma, \beta, \lambda} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \quad (2.15)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \quad (2.16)$$

$$\sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V \quad (2.17)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N, \quad (2.18)$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v' \quad (2.19)$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \quad (2.20)$$

$$\gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, i \in N \quad (2.21)$$

$$\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \quad (2.22)$$

$$\beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \quad (2.23)$$

$$\beta \geq 0, \quad (2.24)$$

$$\sum_{j \in V} (\gamma_i - (c_{ij} + T_i)) X_{ij} = 0 \quad i \in N, \quad (2.25)$$

$$\sum_{j \in V} (\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j - d_{ij}) Y_{ij} = 0 \quad i \in N, \quad (2.26)$$

$$\sum_{j \in V} (\beta + \lambda_{n+1} - \lambda_j - c' - d_{n+1,j}) Y_{n+1,j} = 0. \quad (2.27)$$

Les contraintes numérotées de (2.16) à (2.20) sont les contraintes d'admissibilité primales. Celles numérotées de (2.21) à (2.24) sont les contraintes d'admissibilité duales. Les contraintes (2.25), (2.26), (2.27) sont les contraintes de complémentarité stricte. Étant donné que pour le problème d'optimisation inverse, les flux sont fixés, la fonction objectif devient linéaire, les contraintes primales sont satisfaites et les contraintes de complémentarité peuvent être simplifiées. On considère les solutions extrêmes  $(X, Y)$  et on partitionne  $Y$  en posant  $Y = (Y^0, Y^+)$  où  $Y^0 = 0$  et  $Y^+ > 0$  et  $X = (X^0, X^+)$  où  $X^0 = 0$  et  $X^+ > 0$ . Le problème d'optimisation inverse se réécrit donc :

$$\begin{aligned} \max_{T, \gamma, \beta, \lambda} \quad & \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij}^+ - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}^+ \\ \text{s.c.} \quad & \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, i \in N \text{ tel que } X_{ij} = 0, \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} & \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i \text{ tel que } Y_{ij} = 0, \\ & \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V \text{ tel que } Y_{ij} = 0, \\ & \sum_{j \in V} (\gamma_i - (c_{ij} + T_i)) X_{ij}^+ = 0 \quad i \in N, \\ & \sum_{j \in V} (\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j - d_{ij}) Y_{ij}^+ = 0, \quad i \in N \\ & \sum_{j \in V} (\beta + \lambda_{n+1} - \lambda_j - c' - d_{n+1,j}) Y_{n+1,j}^+ = 0, \\ & \beta \geq 0. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Ce problème linéaire peut être résolu de façon efficace en exploitant la structure de son dual. Nous utilisons par la suite l'approche de génération de colonnes proposée par

Cirinei [BCMS11] pour résoudre ce problème.

Une fois le problème défini mathématiquement et l'analyse faite de ces premières propriétés, nous présentons dans le chapitre suivant un ensemble de méthodes de résolution. Premièrement, nous développons une méthode exacte permettant de résoudre de petites instances du problème. Par la suite, des heuristiques permettant de résoudre des instances de taille plus grande sont étudiées.



## Chapitre 3

# Approche de résolution du problème PTTLD bi-niveau

*Dans ce chapitre, nous présentons des méthodes de résolution pour le PTTLD bi-niveau mono-objectif. Dans une première approche, nous reformulons le problème sous forme d'un programme linéaire mixte MIP. Ce dernier peut être résolu de façon exacte par les méthodes classiques d'optimisation combinatoire. Ensuite, nous développons une heuristique primale-duale, basée sur la méthode proposée par Brotcorne et al. [BLMS00] pour la résolution du problème de tarification. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présentons une approche basée sur les algorithmes génétiques. Le problème d'optimisation inverse, intervenant comme sous problème de ces deux méthodes itératives, est résolu par un algorithme de génération de colonnes proposé par Cirinei et al. [BCMS11].*

### 3.1 Formulation sous forme d'un programme linéaire mixte : MIP

Une approche classique pour résoudre des problèmes bi-niveau est de reformuler le problème comme un problème linéaire mixte. Ce dernier pouvant être résolu par n'importe quel solveur de programmation linéaire en nombres entiers. Malheureusement comme nous le verrons dans la section consacrée aux résultats numériques cette approche ne permet de résoudre que des instances de taille réduite.

Comme mentionné dans le chapitre 2, pour des variables du meneur fixées, le suiveur doit résoudre un problème de planification de véhicule à un dépôt. Ce problème de planification est convexe [DDSS95]. Par conséquent, il est possible de le remplacer de façon équivalente par ses conditions d'optimalité primale-duale.

$$\begin{aligned}
PTTL D \quad & \max_{T, X} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\
& \text{s.c.} \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
& \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \\
& \min_Y \sum_{(i,j) \in A1} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}, \quad (3.1) \\
& \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1 \quad \forall i \in N, \quad (3.2) \\
& \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \quad (3.3) \\
& \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0 \quad \forall j \in V, \quad (3.4) \\
& X_{ij} \geq 0, \quad (3.5) \\
& Y_{ij} \geq 0. \quad (3.6)
\end{aligned}$$

Nous notons, respectivement,  $\gamma_i, \beta \geq 0$  et  $\lambda_i$  (sans contrainte de signe),  $\forall i \in N \quad j \in J$   $\gamma_i, \beta \geq 0$  et  $\lambda_j \quad \forall i \in N \quad j \in J$ , les variables duales associées aux contraintes (3.2), (3.3), (3.4).

Le problème à deux niveaux peut donc se réécrire comme le problème d'un seul niveau bilinéaire [GJ79] suivant :

$$\begin{aligned}
BILIN \quad & \max_{T,X,Y} \quad \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\
\text{s.c.} \quad & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
& \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\
& \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N, \\
& \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \\
& \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\
& X_{ij}, Y_{ij} \geq 0, \\
& \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, i \in N, \\
& \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \\
& \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\
& \beta \geq 0, \\
& \sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i. \quad (3.8)
\end{aligned}$$

Ce problème possède une contrainte, non-convexe correspondant à l'égalité de l'objectif primal et dual. Cette contrainte peut être linéarisée en définissant

$$T_i X_{ij} = a_{ij} \quad \forall (i,j) \in A1 \text{ où } X_{ij} \in \{0,1\} \quad (3.9)$$

et en ajoutant de nouvelles contraintes au problème :

⇒

$$-M_1 X_{ij} \leq a_{ij} \leq M_1 X_{ij} \quad (3.10)$$

$$-M_1(1 - X_{ij}) \leq a_{ij} - T_i \leq M_1(1 - X_{ij}) \quad (3.11)$$

où  $M_1$  est une constante suffisamment grande dépendant des données du problème. Finalement, la formulation en programmation en nombres entiers du PTTLD est donnée par :

$$\max_{T,X,Y} \quad \sum_{(i,j) \in A1} a_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$$

$$\begin{aligned}
\text{s.c. } & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
& \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\
& \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N, \\
& \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \\
& \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\
& X_{ij}, Y_{ij} \geq 0, \\
& \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, i \in N, \\
& \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \\
& \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\
& \beta \geq 0 \\
& \sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} X_{ij} + a_{ij}) + \sum_{(i,j) \in A_2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i, \\
& -M_1 X_{ij} \leq a_{ij} \leq M_1 X_{ij}, \\
& -M_1(1 - X_{ij}) \leq a_{ij} - T_i \leq M_1(1 - X_{ij}).
\end{aligned} \tag{3.12}$$

### 3.2 Heuristique primale-duale

La difficulté principale dans la résolution des problèmes à deux niveaux via la reformulation sous forme d'un problème à un seul niveau est liée à la contrainte d'égalité des objectifs primal et dual ((3.8)) provenant des conditions d'optimalité du problème de second niveau. Dans cette section, nous proposons une méthode de pénalité. Cette méthode se base sur une approximation du problème par une série de problèmes pénalisés, à paramètre de pénalité croissant. Pour un paramètre de pénalité fixé, chaque problème pénalisé est résolu par une séquence de programmes linéaires [BLMS00].

Dans le problème BILIN, la contrainte, qui représente à l'optimum l'égalité entre les fonctions objectifs du primal et du dual est introduite dans la fonction objectif avec un facteur de pénalité  $M_1$ . Le problème pénalisé est ainsi défini par :

$$\begin{aligned}
\text{PEN}(\gamma, \beta, \lambda) \quad & \max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\
& - M_1 \left( \sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} - \beta v' - \sum_{i \in N} \gamma_i \right), \\
\text{s.c.} \quad & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
& \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\
& \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N, \\
& \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \\
& \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\
& X_{ij}, Y_{ij} \geq 0, \\
& \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, i \in N, \\
& \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \\
& \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\
& \beta \geq 0.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

avec  $M_1 \geq 0$  suffisamment grand et fonction des données du problème.

**Théorème 1** *Il existe un entier  $M^*$ , tel que toute solution optimale de la formulation pénalisée PEN (3.13) pour  $M_1 \geq M^*$  est aussi solution optimale pour le problème bilinéaire BILIN (3.7) et vice versa. On dit que la pénalité est exacte.*

**Preuve 1** *La preuve de ce résultat se base sur celle du théorème similaire donné par Labbé et al. [LMS98].*

En effet posons

$$F(X, Y, T) = \sum_{(i,j) \in A} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$$

$F$  est une fonction convexe et

$$\text{Pen}(\gamma, \beta, \lambda) = \left( \sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} - \beta v' - \sum_{i \in N} \gamma_i \right)$$

$$F' = F(X, Y, T) - M \times \text{Pen}(\gamma, \beta, \lambda)$$

Soit  $W = \{(\gamma, \lambda) : \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij} \mid i \in I, j \in J\}$  et  $W_v$  un point extrême de  $W$ . On note par  $Z$  l'ensemble des points extrêmes du polyèdre primal associé. Soit  $(X^*, Y^*, T^*)$  une solution au problème bi-niveau alors  $\text{Pen}(\gamma^*, \beta^*, \lambda^*) = 0$ . Si nous considérons  $(X^k, Y^k, T^k) \in \arg \max F'$  on a :

$$\begin{aligned} F(X^k, Y^k, T^k) - M \times \text{Pen}(\gamma^k, \beta^k, \lambda^k) &\geq F(X^*, Y^*, T^*) \\ \text{Pen}(\gamma^k, \beta^k, \lambda^k) &\leq \frac{F(X^k, Y^k, T^k) - F(X^*, Y^*, T^*)}{M} \\ &\leq \frac{m}{M} \end{aligned}$$

où  $m$  est une constante. Il est à noter que  $\text{Pen}(\gamma, \beta, \lambda) \geq 0$  pour tout  $(X^k, Y^k, \lambda^k, \gamma^k) \in Z * W$ . Aussi lorsque  $M$  tend vers l'infini, et puisque  $W_v$  est fini  $\text{Pen}(\gamma^k, \beta^k, \lambda^k) = 0$ . On note  $M^*$  cette grande valeur de  $M$ .  $(X^k, Y^k, T^k)$  est donc une solution du problème bi-niveau.

Pour les variables de décision  $X, Y, \beta$  et  $\gamma$  fixées de façon à satisfaire les contraintes du problème BILIN, la formulation (3.13) se réduit à :

$$\begin{aligned} \max_{T, X} \quad & (1 - M_1) \sum_{(i,j) \in A_1} T_i X_{ij} \\ \text{s.c.} \quad & \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall i \in N, \quad \forall j \in V \text{ t.q. } X_{ij} > 0 \end{aligned}$$

Le flot  $X$  étant non négatif, la solution optimale pour ce problème linéaire est :

- non bornée si  $1 - M_1 > 0$
- définie par  $T = \gamma - c$  si  $1 - M_1 \leq 0$

Le vecteur de tarifs maximisant l'objectif  $(1 - M_1) \sum_{(i,j) \in A_1} T_i X_{ij}$  est donc obtenu lorsque  $M_1 \geq 1$  et  $T = \gamma - c$ . Lorsque  $M_1 \geq 1$  le problème BILIN se réécrit :

$$\begin{aligned} \text{PEN}(\gamma, \beta, \lambda) \quad & \max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A} \gamma_i X_{ij} - \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\ & - M_1 \left( \sum_{i \in V, j \in V} \gamma_i X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} - \beta v' - \sum_{i \in N} \gamma_i \right), \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\ & \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\ & \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} &\leq v', \\
\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} &= 0, \quad \forall j \in V, \\
X_{ij}, Y_{ij} &\geq 0 \\
\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j &\leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \\
\beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} &\leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\
\beta &\geq 0.
\end{aligned}$$

Afin que le problème  $PEN(\gamma, \beta, \lambda)$  soit borné nous ajoutons les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned}
-\gamma_{max} &\leq \gamma_i \leq \gamma_{max} \quad \forall i \in N \\
-\lambda_{max} &\leq \lambda_i \leq \lambda_{max} \quad \forall i \in V \\
0 &\leq \beta \leq \beta_{max}
\end{aligned}$$

où  $\gamma_{max}, \lambda_{max}, \beta_{max}$  sont des constantes de grande taille. Pour  $M_1$  suffisamment grand, ces contraintes sont inactives.

L'algorithme primal-dual pour résoudre le problème PTTLTD peut être défini de la façon suivante. Tout d'abord pour des vecteurs de flot  $X$  et  $Y$  fixés nous déterminons les valeurs des variables duales en résolvant le problème linéaire  $PEN(\gamma, \beta, \lambda)$ . Ensuite nous définissons le vecteur de tarif comme mentionné précédemment. Finalement pour des tarifs fixés, la détermination des flots  $X$  et  $Y$  résultent de la résolution du problème du suiveur. Les différentes étapes ont pour but de générer des solutions du suiveur intéressantes pour le meneur. De plus pour chaque ensemble de flots fixés, il est possible de déterminer les tarifs maximisant le profit du meneur en résolvant le problème d'optimisation inverse. Cette étape permet de calculer le profit optimal pour une solution du suiveur fixée.

Le schéma de l'heuristique primale-duale est donné à la figure Fig. 3.1 :

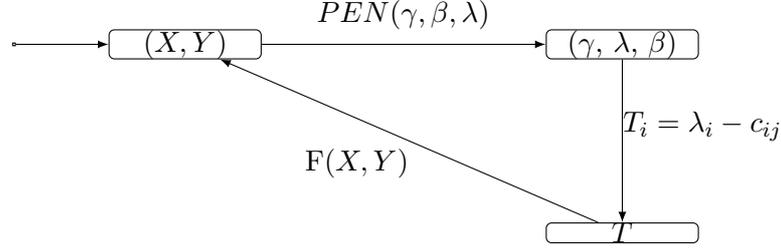


Fig. 3.1 – Schéma décrivant l'heuristique Primale-Duale

Les principales étapes de l'heuristique primale-duale sont définies dans l'algorithme 1 :

---

**Algorithme 1** Algorithme primal-dual
 

---

**ÉTAPE 1 : Initialisation**

- 1: Soient  $X^0$  et  $Y^0$  les flots du meneur et du suiveur, solution du problème d'ordonnement de véhicules pour  $T = 0$ .
  - 2: Initialiser  $M_1 > 1$  et  $l = 1$ .
  - 3: Initialiser le profit du meneur  $Z^*$  à 0.
- 

**ÉTAPE 2 : Détermination des variables duales**

- 1:  $X^{l-1}$ , et  $Y^{l-1}$  fixés,
- 2: résoudre :

$$PEN(\gamma, \beta, \lambda)$$

$$\begin{aligned} \max_{\gamma, \beta, \lambda} \quad & \sum_{(i,j) \in A1} \gamma_i X_{ij}^{l-1} - \sum_{(i,j) \in A1} c_{ij} X_{ij}^{l-1} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}^{l-1} \\ & - M_1 \left( \sum_{i \in V, j \in V} \gamma_i X_{ij}^{l-1} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij}^{l-1} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} - \beta v' - \sum_{i \in N} \gamma_i \right), \\ \text{s.c.} \quad & \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \\ & \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\ & -\gamma_{max} \leq \gamma_i \leq \gamma_{max} \quad \forall i \in N, \\ & -\lambda_{max} \leq \lambda_i \leq \lambda_{max} \quad \forall i \in V, \\ & 0 \leq \beta \leq \beta_{max}. \end{aligned}$$


---

---

1: Les solutions sont notées  $\lambda^l, \gamma^l, \beta^l$

**ÉTAPE 3 : Détermination du vecteur  $T$  des tarifs**

2:

$$T_i^l = \gamma_i^l - c_{ij} \quad \forall i \in N, j \in V \text{ si } X_{ij}^l > 0$$


---

**ÉTAPE 4 : Détermination des flots  $X^l$  et  $Y^l$**

1: Pour  $T^l$  fixé résoudre

$$\begin{aligned}
 F(X, Y) \quad \min_{X, Y} \quad & \sum_{(i,j) \in A1} (c_{ij} + T_i^l) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} \\
 & \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N \\
 & \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V \\
 & \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V \\
 & \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \\
 & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v.
 \end{aligned}$$

2: On note  $X^l$  et  $Y^l$  les flots du meneur et du suiveur qui en résultent.

---

---

**ÉTAPE 5 : Détermination des tarifs maximisant le revenu par rapport à  $X_l$  et  $Y_l$ . (Problème d'optimisation inverse)**

1: si  $(X^l, Y^l)$  est différents de  $(X^{l-1}, Y^{l-1})$  résoudre alors

$$\begin{aligned} \max_{T, \gamma, \lambda, \beta} \quad & \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij}^l - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}^l \\ & \gamma_i \leq T_i - c_{ij} \quad \forall i \in N, j \in V, \\ & \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \\ & \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\ & \sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij}^l + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij}^l + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}^l = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i, \\ & -\gamma_{max} \leq \gamma_i \leq \gamma_{max} \quad \forall i \in N, \\ & -\lambda_{max} \leq \lambda_i \leq \lambda_{max} \quad \forall i \in V, \\ & 0 \leq \beta \leq \beta_{max}. \end{aligned}$$

On note  $\overline{T}^l$  la solution.

2: 3: **finsi**

---

**ÉTAPE 6 : Mise à jour**

1: Le revenu de l'itération  $l$  est défini par :  $Z^l = \sum_{(i,j) \in A} \overline{T}_i^l X_{ij}^l - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}^l$   
 2: si  $Z^l > Z^*$  alors ,  $Z^* \leftarrow Z$  et  $(T^*, X^*, Y^*) \leftarrow (\overline{T}^l, X^l, Y^l)$ .

---

**ÉTAPE 7 : Critère d'arrêt**

si  $|Z^l - Z^*| < \epsilon$

alors STOP avec solution  $(T^*, X^*, Y^*)$

sinon, on augmente M et on incrémente l de 1 ; retour à l'étape 2.

---

### 3.3 Algorithme génétique

Dans cette section, nous décrivons une seconde heuristique pour résoudre le PT-TLD basée sur une approche génétique dénommée AG-POI. Nous commençons par une présentation générale du principe d'une telle approche. Nous utilisons des définitions issues du livre de E.-G. Talbi [Tal09]. Ensuite, nous définissons la méthode pour le PTTLD mono-objectif.

#### 3.3.1 Introduction aux algorithmes génétiques

Inspirés de la théorie de l'évolution de Darwin, les algorithmes génétiques font partie de la grande famille des algorithmes dits évolutionnaires. Même s'ils furent introduits dans les années 1970 par J. M. Holland [Hol75], ils ne furent appliqués que dans les années 80 pour résoudre des problèmes d'optimisation [Jon85] [Gol89].

Le principe consiste à résoudre de manière itérative (génération) un problème d'optimisation en partant d'une population initiale constituée d'individus (p-uplets de point de l'espace de recherche) qui évolue au cours du processus itératif. Cette approche repose donc sur l'évolution d'une population dans le but d'en améliorer les individus : un individu est un point de l'espace de recherche  $X$ . À chaque génération, un ensemble d'individus est mis en avant et non un individu particulier. Autrement dit, nous obtenons un ensemble de solutions pour un problème et pas une solution unique. Les solutions trouvées seront généralement différentes, mais seront d'une qualité équivalente. Il devient donc nécessaire lors de la phase des tests d'exécuter l'algorithme à plusieurs reprises. L'application de cette méthode d'optimisation nécessite la mise en place d'un certain nombre d'éléments, à savoir :

- Une fonction  $F$  à optimiser
- Une méthode de codage d'un individu : cela consiste à associer à chacun des points de l'espace de recherche une structure de donnée. Celle-ci peut être binaire ou réelle.
- La génération d'une population initiale.
- Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace d'état. L'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus existant dans la population, l'opérateur de mutation a pour but de garantir l'exploration de l'espace d'état.

- Des paramètres de dimensionnement : taille de la population, nombre total de générations ou critère d'arrêt, probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation

Le principe général est détaillé dans la figure Fig. 3.2.

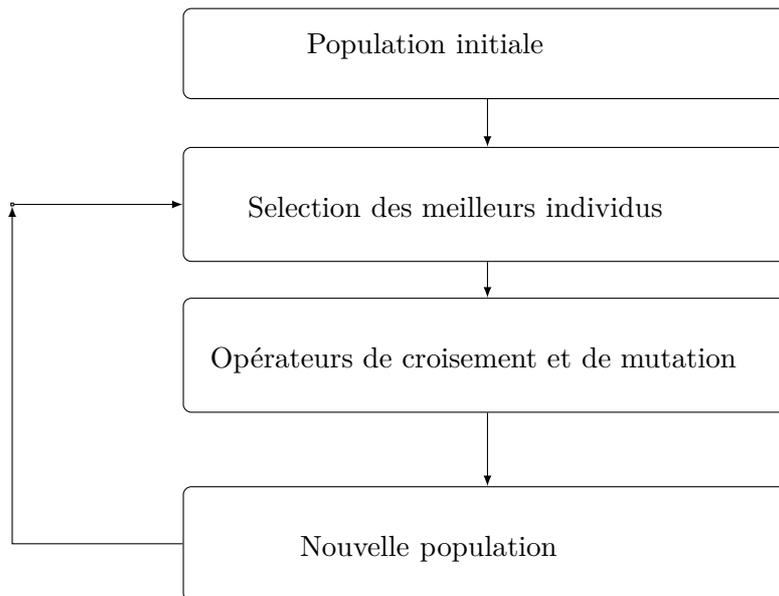


Fig. 3.2 – Principe général des algorithmes génétiques.

La première étape de l'algorithme consiste à générer de façon aléatoire une population d'individus. Par la suite, pour passer d'une génération  $k$  à la génération  $k + 1$ , les quatre opérations suivantes sont répétées pour tous les individus de la population  $k$  :

- des couples de parents  $P1$  et  $P2$  sont sélectionnés en fonction de leur performance.
- l'opérateur de croisement leur est appliqué avec une probabilité  $p_c$  (généralement autour de 0.6) et génère des couples d'enfants  $C1$  et  $C2$ .
- des individus  $P$  sont sélectionnés en fonction de leur adaptation. L'opérateur de mutation leur est appliqué avec la probabilité  $p_m$  ( $p_m$  est généralement très inférieur à  $p_c$ ) et génère des individus mutés  $P'$ .
- le niveau d'adaptation des enfants ( $C1, C2$ ) et des individus mutés  $P'$  est ensuite évalué avant insertion dans la nouvelle population.

Différents critères d'arrêt de l'algorithme peuvent être choisis :

- le nombre de générations que l'on souhaite exécuter peut être fixé à priori. Ce

- critère est utilisé lorsque l'on doit trouver une solution dans un temps limité.
- l'algorithme peut être arrêté lorsque la population n'évolue plus ou plus suffisamment rapidement.

### 3.3.2 Algorithme AG-POI

Les algorithmes génétiques, comme d'autres méta-heuristiques, ont l'avantage d'être des méthodes génériques. Par contre, la caractéristique hiérarchique du problème bi-niveau PTTLD que nous souhaitons résoudre nous empêche d'utiliser une méthode existante en tant que telle. Une adaptation à la relation spécifique meneur-suiveur est nécessaire. De plus, comme noté dans la section précédente, il est important de spécifier les différents opérateurs nécessaires à la mise en œuvre de l'approche génétique. Dans cette section, nous présentons d'abord les opérateurs de mutation et de croisement. Ensuite, nous détaillons le principe de l'algorithme AG-POI.

#### 3.3.2.1 Les opérateurs

**Représentation des variables d'allocation** Pour un ensemble de tarifs fixés par le meneur, un problème d'ordonnement de véhicules doit être résolu sur les deux réseaux : l'un emprunté par la flotte du meneur, avec des tarifs sur les chemins définis comme paramètres, et l'autre emprunté par le suiveur. Plus précisément, deux types de décisions sont prises : la répartition des tâches entre le meneur et le suiveur et l'ordonnement de ces tâches de façon à respecter les contraintes de cheminement. Une fois que l'allocation des tâches est déterminée entre le meneur et le suiveur, l'ordonnement des tâches peut facilement être déterminé en résolvant un problème de cheminement dans un graphe. Les variables liées aux tâches sont représentées de façon indirecte en considérant un vecteur binaire de dimension égale au nombre de tâches. Pour chaque tâche  $k$  affectée au meneur, on représente la décision par la variable binaire 1. Celles affectées au suiveur, sont représentées par la valeur nulle.

La nature des réseaux et du problème de flux sont tels que cette représentation est suffisamment forte pour déterminer, après calculs, une solution au problème d'ordonnement.

**Les opérateurs de croisement et de mutation du suiveur** Etant donné le choix de la représentation de la solution du suiveur comme un vecteur de bits, nous utiliserons l'opérateur de croisement 1-point et un croisement uniforme. L'opérateur de mutation

choisit est le bit-swap. Ces derniers ont déjà fait leurs preuves pour résoudre des problèmes semblables. Le principe de ces croisements est très simple. L'opérateur de croisement 1-point est très proche de ce qui se fait lorsque les chromosomes sont divisés pour créer des gamètes. Dans le processus de l'évolution biologique du chromosome, l'information génétique d'un individu est le résultat de l'association du génome de ses parents. Lorsque deux cellules sexuelles sont utilisées pour créer un enfant, chaque parent contribue à son génome avec une moitié de sa paire. Le même principe est utilisé avec le 1-point de croisement ou le croisement uniforme.

### Opérateurs de croisement

- **croisement 1-point** : La première étape de cet opérateur consiste à choisir aléatoirement un point de coupure pour scinder le chromosome de chaque parent en deux parties. Puis le premier enfant est construit en utilisant la première partie de la section du premier parent et la deuxième partie de la section du deuxième parent. Le deuxième enfant est obtenu par concaténation de la seconde partie de la section du premier parent et de la première partie de la section du second parent (Fig. 3.3).

Parents	0 1 0 0 1 1 1 1 0 1 1	1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1
Croisement après le bit $k = 5$ ( valeur choisie aléatoirement)		
Enfants	0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 1	1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1

Fig. 3.3 – Opérateur de croisement 1-point.

Cet opérateur est l'un des premiers opérateurs proposés dans la définition des algorithmes évolutionnaires. Il est introduit par J. Holland en 1975 [Hol75] qui présente et étudie un certain nombre de ces propriétés. Nous nous intéressons particulièrement au paramètre  $\beta$  défini par :

$$\beta = \left| \frac{c1-c2}{p1-p2} \right|,$$

où  $p1$  et  $p2$  représentent deux parents et  $c1$  et  $c2$  les enfants issus de ce croisement. Ce paramètre compare la distance entre les enfants et les parents. Sa distribution est étudiée par Deb et *al.* dans [DA95] et jugée équivalente à la distribution de probabilité suivante :

$$C(\beta) = 0.5 \times (n + 1) \cdot \beta^n, \quad \beta \leq 1$$

$$C(\beta) = 0.5 \times (n + 1) \cdot \frac{1}{\beta^{n+1}}, \quad \beta > 1$$

- **croisement uniforme** : Pour chaque bit dans la chaîne de l'enfant, on décide de sa provenance dans l'une des chaînes parents avec une probabilité uniforme.

#### Opérateur de mutation

- **bit-swap** : chaque bit est muté avec une probabilité prédéfinie.

#### 3.3.2.2 Fonction d'évaluation d'une population

Pour des tarifs du meneur fixés, le suiveur choisit la solution de coût minimal avec une vision optimiste de la situation. Plus précisément, à coût égal, il privilégie la solution de plus grand profit pour le meneur. L'objectif est donc de déterminer une distribution qui rende optimal le revenu du meneur, tout en minimisant les dépenses du suiveur. La fonction d'évaluation d'une population donnée est définie comme une somme pondérée de deux termes que nous définissons ci-dessous. Lorsque les tarifs du meneur sont fixés à l'infini, le coût de la configuration minimale pour le suiveur est donné par la minimisation de  $\gamma_Y(\infty)$  sous les contraintes liées au suiveur dans la formulation du PTTLD.

$$\begin{aligned} \min_Y \quad & \gamma_Y(\infty) = \sum_{(i,j) \in A_1 \cup A_2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}, \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N \\ & \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v' \\ & \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V \\ & Y_{ij} \geq 0 \end{aligned}$$

Plus précisément, nous notons  $\bar{\gamma}_Y(\infty) = \min_Y \gamma_Y(\infty)$ .

Dans cette configuration toutes les demandes sont effectuées par le suiveur. Ainsi  $\bar{\gamma}_Y(\infty)$  représente une borne supérieure sur toute solution du suiveur. Au cours de l'algorithme, une allocation du suiveur qui a un coût plus élevé que cette borne supérieure sera une mauvaise allocation et sera par conséquent rejetée.

D'autre part, pour une solution en  $X$  et  $Y$  fixée, le coût pour le suiveur en supposant que les tarifs du meneur sont égaux à zéro (0), est donné par :

$$\gamma_{X,Y}(0) = \sum_{(i,j) \in A_1} c_{ij} X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A_2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j}. \quad (3.14)$$

La différence

$$\gamma_{X,Y} = \bar{\gamma}_Y(\infty) - \gamma_{X,Y}(0) \quad (3.15)$$

représente donc le plus grand profit que le meneur peut faire par rapport à la solution en  $X$  et  $Y$  prédéfinie. Le meneur recherche donc une allocation  $X$  et  $Y$  maximisant cette différence de façon à pouvoir définir les tarifs adéquats.

Pour une population du suiveur donnée, l'évaluation consiste pour ce dernier à obtenir une configuration qui minimise  $\gamma_{X,Y}$ . Afin de définir une fonction d'évaluation performante pour tout type d'instance, autrement dit pour des instances telles que la borne supérieure sur le profit définie dans le chapitre 2 n'est pas atteinte, nous devons définir un terme supplémentaire.

D'autre part, le suiveur a pour objectif de desservir le plus grand nombre de trajets tarifables possibles et donc allouer un nombre restreint de trajets au meneur. Cela peut se traduire par la minimisation de la fonction  $f(X) = \sum_{(i,j) \in A_1} c_{ij} X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$  représentant le coût des trajets effectués par les véhicules du meneur.

Nous considérons comme fonction d'évaluation de notre approche évolutionnaire la fonction  $H(X, Y)$  définie comme la somme pondérée de  $f(X)$  et  $\gamma_{X,Y}$  :

$$H(X, Y) = \alpha \gamma_{X,Y} - \beta f(X) \quad (3.16)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta \in R$  des paramètres tels que  $\alpha + \beta = 1$ .

### 3.3.2.3 Algorithme

L'algorithme AG-POI se déroule en deux phases. Durant la première phase, une population conçue sur la base d'allocation du suiveur évolue pour maximiser la fonction d'évaluation  $H(X, Y)$  avec pour contraintes le fait qu'une allocation qui a un coût plus élevé que la borne supérieure  $\bar{\gamma}_Y(\infty)$  est rejetée. Cette première phase a pour but de définir des allocations de tâche intéressantes pour le meneur et le suiveur. La seconde phase a pour but de définir les tarifs optimaux pour le meneur une fois l'allocation des tâches fixées à la fin de la phase 1. Cette seconde phase revient donc à résoudre un problème d'optimisation inverse (POI).

Pour la mise en œuvre de la première partie de l'algorithme, nous utilisons la plateforme ParadisEO développée par l'équipe de recherche Dolphin [LBJT06]<sup>1</sup>. Cette plate-

1. <http://paradiseo.gforge.inria.fr/>

---

**Algorithme 2** Algorithme AG-POI

---

- 1: **Première phase : AG**
  - 2: Initialisation de la population  $P(0)$
  - 3:  $t := 0$
  - 4: **répéter**
  - 5: Évaluation de la fonction  $H(X, Y)$  de chaque individu de la population
  - 6: Sélection des meilleurs individus
  - 7: Reproduction : application des opérateurs de croisement et de mutation
  - 8: Création d'une nouvelle population  $P(t)$
  - 9:  $t := t + 1$  ;
  - 10: **jusqu'à** Critère d'arrêt /\*nombre de générations\*/
  - 11: **Deuxième phase : POI**
  - 12: Résoudre le problème d'optimisation inverse.
- 

forme est décrite dans la section suivante.

### 3.4 Paradiseo

ParadisEO [LBJT06] est une plateforme logicielle libre, développée en langage C++, orientée-objet, portable (Unix, Windows, MacOS). Elle permet un développement flexible et réutilisable de métaheuristiques (méthodes d'optimisation approchées) et leur déploiement sur des grilles de calcul. Elle est basée sur la librairie EO (Evolving Objects), une plateforme libre, orientée-objet à base de templates et dédiée au calcul évolutionnaire. ParadisEO se compose de quatre modules. Chaque module fournit des fonctionnalités spécifiques :

- ParadisEO-EO fournit les classes permettant le développement de métaheuristiques à base de population de solutions telles que les algorithmes évolutionnaires et les algorithmes d'optimisation. C'est ce module que nous utilisons pour la phase AG de la méthode AG-POI.
- ParadisEO-MO, depuis la version 1.3, fournit en plus les classes pour le développement de méthodes de recherche locale (recuit simulé, recherche tabou, recherche locale itérative, etc.), des outils pour l'analyse de paysage.

- ParadisEO-MOEO est le module pour la résolution de problèmes d’optimisation combinatoires multi-objectif.
- ParadisEO-PEO permet de développer des métaheuristiques parallèles et distribuées. Ce module fournit des classes permettant, entre autres, l’évaluation parallèle des individus, la transformation (croisement, mutation) parallèle des individus et l’évaluation parallèle d’un individu dans le cas où la fonction d’évaluation est une fonction complexe, des recherches locales parallèles.
- ParadisEO-GPU est, quant à elle, une version de ParadisEO qui permet l’exécution sur un processeur graphique (GPU : Graphics Processing Unit).

Dans cette thèse nous avons utilisé le module ParadisEO-EO pour le développement de l’algorithme génétique AG-POI

### 3.5 Collection d’instances pour le PTTLD

La qualité des résultats obtenus par les différentes méthodes de résolution proposées est évaluée en se basant sur instances de classe A provenant des travaux de A.-S. Pepin *et al.* [PDHH06]. Ces auteurs ont généré des instances pour le problème de tournée de véhicules multi-dépôts inspirées de celles de Carpaneto *et al.* [CDFT89] (Data Instances for Multiple-Depot Vehicle Scheduling). Chaque instance est représentée par une matrice  $G = \langle A, N \rangle$  :

- chaque colonne  $i$  de la matrice représente la liaison entre le sommet  $i$  et les autres sommets du graphe.
- les  $n$  premières colonnes représentent les  $n$  dépôts dans le cadre d’une instance à  $n$ -dépôts.

Dans notre cas, nous commençons par une modification sur les colonnes de la matrice fournie par A.-S Pepin *et al.* pour en déduire une nouvelle matrice à un seul dépôt. Ces graphes à un seul dépôt définissent le réseau du suiveur. Une instance pour le PTTLD est ensuite obtenue en générant un ensemble d’arcs tarifables comme décrit dans l’algorithme 3.

Une seconde modification des instances de A.-S. Pepin *et al.* porte sur les coûts de mise en route des véhicules. Dans leur approche l'objectif consiste à minimiser, d'une part, le nombre de véhicules et, d'autre part, le coût total de transport. Ainsi un coût élevé de pénalité est encouru dès la mise en route d'un véhicule accordant ainsi la priorité au premier objectif. Dans notre problème, la priorité n'étant pas directement le nombre de véhicules, nous réduisons par un facteur de 1/10 cette pénalité. On définit ainsi la matrice de base de notre réseau de transport, c'est-à-dire le réseau du suiveur.

La construction du réseau du meneur issu de ce réseau de base est décrite dans l'algorithme 3 ci-dessous.

---

**Algorithme 3** Modèle génération des instances

---

- 1: Soit un graphe  $= (N, A)$ , associé au réseau du suiveur.
  - 2: soit NombreSouhait le nombre de trajets tarifables souhaité
  - 3: pourcentageIteration  $\leftarrow \alpha$
  - 4: *NombreTrajetTarifiable* := 0
  - 5: choisir  $n_0$  :n initial (trajet) tel que  $d(o, n_1) > 0$  et possédant un pourcentage %x de voisin.
  - 6:  $S =: n_0$  et sélectionner  $n_0$
  - 7: **tantque** NombreTrajetTarifiable  $\neq$  NombreSouhait OR NombreSouhait  $<$  NombreTrajetTarifiable **faire**
  - 8:     déterminer les voisins de  $n_0$  ayant un pourcentage  $\alpha$  de voisins
  - 9:     inclure ces voisins de  $n_0$  dans S
  - 10:     *NombreTrajetTarifiable* = |S|
  - 11:     sélectionner un élément  $n_1$  de S non encore sélectionné
  - 12:      $n_0 \leftarrow n_1$
  - 13: **fin tantque**
  - 14: supprimer si nécessaire certains trajets de S
  - 15: détruire un certain nombre de liaisons dépôt-trajet rendant ainsi le réseau moins dense.
- 

Comme A.-S.Pepin *et al.*, le nom du fichier de l'instance est indiqué par le nombre de dépôt ("m") (dans notre cas 1), le nombre de trajets ("n") (dans notre cas 500 et le numéro de l'instance (0,1,2,3,4).

Le tableau Tab. 3.1 ci-dessous résume le nombre de véhicules du suiveur et du meneur disponibles pour les différents types d'instances

instance	nombre de véhicules du meneur	nombre de véhicules du suiveur
s0	70	123
s1	60	118
s2	60	113
s3	65	110
s4	70	107

Tab. 3.1 – Nombre de véhicules

### 3.6 Résultats des tests et analyse

Dans cette section, nous définissons un protocole expérimental permettant de tester les différentes approches étudiées dans ce chapitre. Pour chaque matrice du suiveur construite selon l'approche décrite à la section 3.5, on considère 5 ensembles de matrices tarifables comprenant 15, 20, 25, 30, 35 % de trajets potentiels pour le meneur.

Avant de présenter les résultats, il convient de préciser les valeurs des paramètres qui interviennent pour les méthodes proposées, à savoir l'algorithme génétique AG-POI et l'heuristique primale-duale. Pour cette dernière, la valeur du facteur de pénalité  $M_1$  du saut de dualité est initialisée et incrémenté de 0.1 unité lors de chaque itération. Ce choix est motivé par le fait que plus le facteur  $M_1$  est initialisé à de petites valeurs, plus le nombre de base solutions visitées augmente. Or, la qualité de la solution obtenue varie notamment avec le nombre de solutions de bases considérées et de façon générale les meilleures solutions de base interviennent le plus souvent au début du processus itératif et une convergence trop rapide de l'heuristique empêche leur examen. C'est pourquoi nous avons choisi d'initialiser  $M_1$  à une petite valeur et de l'augmenter très lentement même si chaque changement de solution du suiveur nécessite la résolution du problème d'optimisation inverse, ce qui peut être coûteux en temps.

Pour l'approche génétique nous considérons une population de taille 100 à chaque itération. La probabilités des opérateurs de croisement et de mutation sont fixés respectivement à 0.6 et 0.2 (choix motivé par l'étude statistique des résultats fournis par ces

valeurs). Le nombre de génération est fixé à 100. Pour chaque instance, l'algorithme génétique AG-POI est exécuté 20 fois. Nous présentons dans ce qui suit le résultat moyen obtenu par ces exécutions.

Précisons maintenant les critères d'arrêt des différentes méthodes. L'heuristique primale-duale s'arrête si le pourcentage de décroissance de la valeur de la fonction objectif déterminé à la fin de chaque itération est inférieur à 10% par groupe de 5 itérations principales sans changement de solution de base du suiveur. Pour l'algorithme génétique le critère d'arrêt repose sur la stabilité de la solution au bout de 10 générations ou après l'exécution des 100 générations.

Les algorithmes ont été implémentés en C++ et les tests ont été réalisés sur une station possédant un processeur intel Xeon E5620 de la grille de calcul Grid5000 [RCC<sup>+</sup>06]. Aussi pour la résolution de certains problèmes linéaires sous jacent aux différentes méthodes, nous utilisons le solveur Ilog-Cplex 12.4. Comme précisé précédemment nous utilisons le module EO de la plateforme Paradiseo pour la phase évolutionnaire de l'algorithme AG-POI. Afin d'évaluer la qualité des solutions produites par les méthodes approchées, la formulation linéaire mixte du problème a également été résolue avec le solveur Ilog-Cplex 12.4 .

On définit par

- Nœuds : nombre de nœuds de la méthode de séparation et évaluation
- inf : valeur de la meilleure borne inférieure de l'approche MIP
- sup : valeur de la meilleure borne supérieure de l'approche MIP
- % : pourcentage de trajets tarifables effectués par le meneur dans la meilleure solution
- CPU : cpu en secondes
- #Iter : nombre d'itérations de l'approche primale-duale
- #Base : nombre d'allocation défini par la méthode primale-duale
- #BS : numéro d'ordre de l'allocation solution
- $gap_1$  : rapport entre la valeur de la fonction objectif de la méthode primale-duale et la valeur de la solution de la méthode exacte MIP obtenue par cplex ou la valeur de la borne supérieure atteinte si l'optimum n'a pas été atteinte en moins de 36000 secondes

- $gap_2$  : rapport entre la valeur de la fonction objectif de la méthode génétique et la valeur de la solution de la méthode exacte MIP obtenue par cplex ou la valeur de la borne supérieure atteinte si l'optimum n'as pas été atteinte en moins de 36000 secondes.

Une étoile \* est indiquée dans la colonne % lorsque la solution exacte du problème est obtenue avant 36000 secondes.

Nous observons tout d'abord que les temps de calcul des approches AG-POI et primale-duale sont considérablement négligeables par rapport à ceux de la méthode exacte MIP pour la plupart des instances. Le temps de calcul de l'approche AG-POI reste inférieur à ceux de la primale-duale pour l'ensemble des instances.

La difficulté augmente sensiblement avec le nombre d'arcs tarifables. Ainsi, de façon générale, l'approche MIP pour la plupart des instances au delà de 20% d'arcs tarifables n'atteint pas l'optimalité après 10h de calcul. À l'inverse, la méthode AG-POI a un temps de calcul tendant à être régulier pour les différentes instances.

La méthode AG-POI fournit des solutions de bonne qualité sur l'ensemble des familles d'instances. Plus précisément, lorsque les instances sont résolues à l'optimalité, les solutions de la méthode AG-POI se situent à moins de 2% de la solution optimale. Pour les instances où la solution optimale n'a pu être atteinte, les solutions de la méthode AG-POI restent de bonne qualité. Les solutions de l'approche primale-duale demeurent également de bonne qualité par rapport à la méthode exacte MIP.

En terme de comportement, nous remarquons que la fonction d'évaluation de l'algorithme AG-POI croit fortement au début du processus itératif avant de se stabiliser. Ce comportement est illustré dans la figure Fig. 3.4.

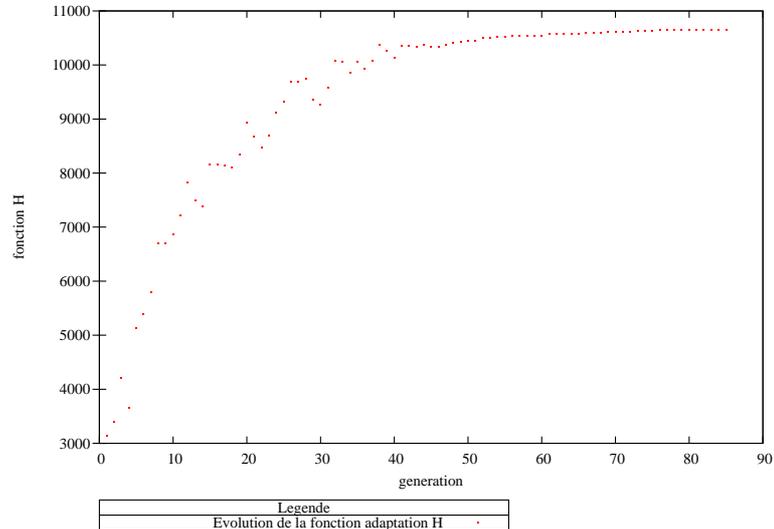


Fig. 3.4 – Évolution de la fonction d'adaptation H : instance à 20%.

Le nombre de véhicules utilisés par le meneur dans une solution obtenue par l'algorithme AG-POI est en moyenne plus élevé que celui obtenu avec les autres méthodes. Cette observation est tout à fait justifiée par la conception de l'approche AG-POI. En effet, en considérant la fonction  $H(X, Y)$  comme fonction d'évaluation dans sa première phase, le meneur augmente de manière sous-jacente le nombre de trajets qui lui est attribué. En outre, du fait qu'un chemin est effectué uniquement par un seul acteur, cela conduit à une augmentation de son nombre de véhicules.

Finalement l'évolution des bornes supérieures et inférieures sur le revenu du meneur dans la méthode exacte du MIP et de l'approche primal-duale en fonction du temps de calcul déterminé est présentée à la figure Fig. 3.6. On note la convergence lente et par pallier de l'approche primale-duale vers le revenu optimal.

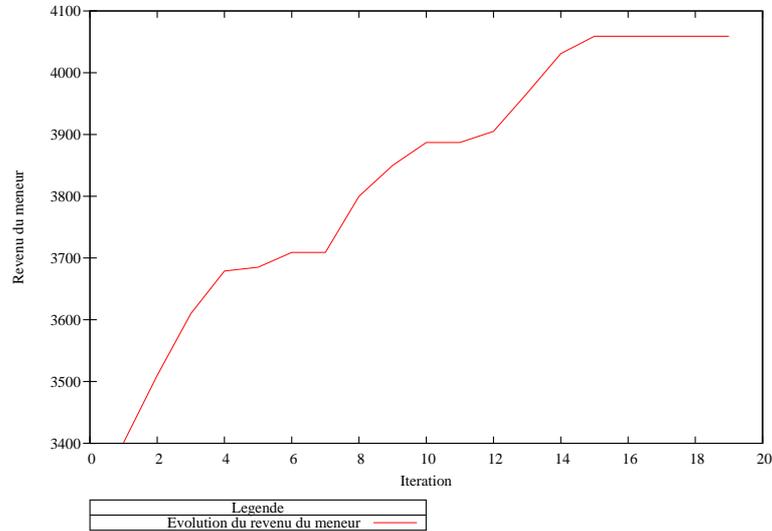


Fig. 3.5 – Représentation de l'évolution Revenu du meneur dans la méthode Primale-Duale : instance à 25%.

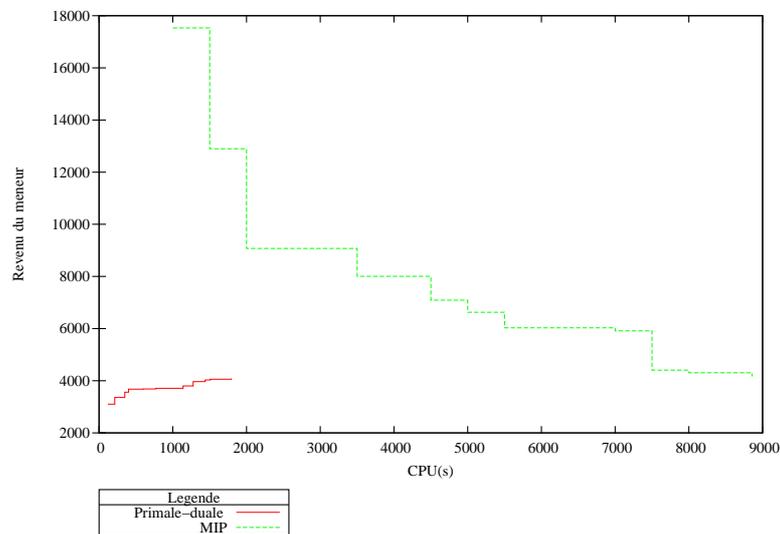


Fig. 3.6 – Représentation des bornes superieures sur le revenu du meneur en fonction des temps de calcul : instance à 25%.

Tab. 3.2 – Mono-objectif instances de type s0.

Instances	MIP						Primale-Duale						Algo. génétique		
	%	Nœuds	inf	sup	%T	CPU	#Iter	#Base	#BS	%T	CPU	Gap1	%T	CPU	Gap2
*15	534	7925	7925	7925	40	819.53	7	5	3	34.52	120.05	0.99	58.10	103.94	0.99
*15	374	7638	7638	7638	41.33	772.79	6	2	2	34.71	150.32	0.99	41.29	210.52	0.99
*15	173	5841	5841	5841	38.66	583.79	6	5	3	31.35	141.10	0.98	53.05	131.64	0.99
*15	6262	5570	5570	5570	33.33	9414.20	7	5	4	28.09	572.81	0.99	34.30	319.84	0.99
*15	858	5466	5466	5466	29.33	1032	10	8	3	25.10	914.21	0.98	22.18	218.23	0.97
20	15899	13018.51	13375.57	13375.57	35	36000	18	12	5	39	809.77	0.98	35	412.85	0.96
*20	0	10613	10613	10613	42	280.30	6	5	5	39	267.20	0.99	47	340.38	0.99
*20	2962	7508	7508	7508	37	845.510	16	8	7	49	195.63	0.98	39	345.17	0.99
20	11423	6971.03	7268.11	7268.11	39	36000	18	11	7	43	1230.51	0.98	51	493.64	0.98
20	640308	7291.50	7697.19	7697.19	28	36000	23	15	8	31	1640.75	0.97	34	719.12	0.98
25	6630	11719.40	11859.3	11859.3	51.12	36000	20	9	5	38.05	1405.18	0.97	61.09	705.57	0.98
25	491320	9519.04	9722.14	9722.14	40.27	36000	19	7	7	38.13	1310.42	0.98	39.50	413.25	0.98
s0	25	7956	21811.94	23902.92	64.15	36000	17	10	6	53.82	1477.92	0.97	57.04	751.81	0.98
25	34642	6490.52	6093.13	6093.13	35.60	36000	19	11	7	41.72	1091.03	0.98	34.30	791.36	0.99
25	24920	6392.03	6640.5312	6640.5312	68.29	36000	20	7	3	53.90	1401.61	0.97	67.21	631.19	0.98
30	20743	15436	15436	15436	67.08	36000	18	9	7	62.07	1217.14	0.97	57.21	604.93	0.98
30	32458	10271.87	10547.9652	10547.9652	39.57	36000	17	10	4	33.53	1309.05	0.97	42.26	301.37	0.98
30	1705	8985.61	9182.7432	9182.7432	45.83	36000	23	11	9	40.15	1030.42	0.96	45.12	720.08	0.98
30	5605	25197.45	27033.18	27033.18	25.81	36000	17	8	5	31.96	1227.10	0.98	27.46	412.14	0.99
30	19876	8149.45	8575.7976	8575.7976	48.52	36000	20	13	2	53.83	2082.46	0.98	41.07	810.91	0.99
35	3149	13607.48	16791.24	16791.24	57.38	36000	15	12	9	53.16	1570.31	0.98	61.02	715.19	0.98
35	34764	14018.11	16035.64	16035.64	41.07	36000	16	12	5	35.97	1935.20	0.97	39.57	247.91	0.98
35	3832	15899	17781	17781	28.72	36000	20	12	8	21.29	697.20	0.99	34.83	651.11	0.99
35	4372	18519.66	28162.04	28162.04	38.69	36000	22	9	7	34.77	1481.53	0.97	24.20	628.71	0.99
35	5236	17629.14	27429.24	27429.24	52.91	36000	26	18	11	47.48	2611.71	0.97	56.95	924.09	0.98

Tab. 3.3 – Mono-objectif instances de type s1.

Instances	MIP						Primale-Duale						Algo génétique		
	Noeuds	inf	sup	%T	CPU	#Iter	#Base	#BS	%T	CPU	Gap1	%T	CPU	Gap2	
*15	0	3781	3781	22.66	444.48	5	3	2	19.35	512.81	0.99	28.19	291.83	0.99	
*15	4362	0	4362	25.33	461.15	4	2	2	23.02	210.07	0.99	27.98	371.73	0.99	
*15	0	3819	3819	33.33	607.38	4	3	2	30.81	661.27	0.99	36.07	687.51	0.99	
*15	0	4034	4034	28.85	574.33	5	4	2	24.71	613.04	0.99	31	247.68	0.99	
*15	0	3857	3857	25	451.43	7	4	3	23.53	561.04	0.99	27.49	361.58	0.99	
20	2306	4795.14	4908.31	37	10204.95	10	8	7	29	917.82	0.99	37	694.16	0.99	
*20	903	4217	4217	21	5976.43	7	7	3	18	319.95	0.99	25	259.09	0.99	
*20	0	4014	4014	28	1078.06	11	9	4	27	320.01	0.99	33	392.52	0.99	
*20	0	3459	3459	9	689.56	6	4	4	11	382.17	0.99	14	2813.42	0.99	
20	2416	4183.31	4647.50	31	9887.13	15	13	9	28	940.39	0.97	36	827.61	0.98	
25	14649	4981.21	5215.60	47.2	36000	23	12	7	42.4	1561.67	0.97	61.6	928.18	0.98	
*25	0	3670	3670	11.20	343.10	15	9	5	15.8	1461	0.99	17.8	852.93	0.99	
25	57856	4142	4142	23.20	36000	19	6	6	21.89	1620.19	0.97	25.80	955.66	0.98	
*25	11780	4168	4168	20.80	8856.30	16	13	8	19.4	1391.73	0.989	24.4	819.05	0.98	
*25	6173	4283	4283	20.4	6308.19	19	11	8	17.2	1499.56	0.99	26.8	810.19	0.99	
30	2380	4715.41	5142.49	60.00	36000	13	10	8	57.66	1391.27	0.97	59.33	604.30	0.97	
30	32458	9963.01	10547.96	39.66	36000	17	10	4	33.33	1309.51	0.97	42.66	301.38	0.98	
*30	165	4729	4729	22.00	2796.65	16	8	3	19	630.59	0.98	27.33	510.79	0.98	
30	5605	9510.74	10033.18	25.33	3938.79	17	8	5	31.33	1227.05	0.96	27.66	412.47	0.97	
30	2424	4431.62	4865.69	45.33	36000	27	16	9	41.66	2510.63	0.98	47.33	1070.93	0.99	
35	5214	1927.13	21571.28	41.14	36000	16	12	9	38	1270.25	0.98	59.42	713.50	0.99	
35	4367	14590.12	17931.53	51.42	36000	18	9	6	39.42	1417.13	0.98	56.00	472.36	0.98	
35	4185	4903	5597	20.42	36000	19	13	4	7	1571.35	0.97	31.42	853.80	0.99	
35	5720	8510.73	11921.48	27.34	36000	21	10	7	35.22	13104.68	0.98	37.13	810.36	0.98	
35	4091	7910.06	90174.53	39.07	36000	25	18	10	42.35	2792.05	0.97	45.57	1105.73	0.98	

Tab. 3.4 – Mono-objectif instances de type s2.

Instances	MIP						Primale-Duale						Algo génétique		
	Noeuds	inf	sup	%T	CPU	#Iter	#Base	#BS	%T	CPU	Gap1	%T	CPU	Gap2	
*15	0	10754	10754	49.33	107.29	3	1	1	38	305.81	0.99	52.11	596.02	0.99	
*15	0	9870	9870	34	235.50	5	3	3	31	507.38	0.99	38.09	391.11	0.99	
*15	0	10014	10014	15	250.48	3	2	2	13.62	395.08	0.99	21	341.73	0.99	
*15	0	11993	11993	66.66	348.79	4	3	3	52.06	514.50	0.99	69	395.12	0.99	
*15	0	9470	9470	46.66	420.51	4	4	2	42	475.09	0.99	51	453.72	0.99	
*20	14037	1247	1247	69	3930.72	7	5	5	54	1011.73	0.99	72	719.84	0.99	
20	4575	12373.51	12695.6	51	36000	13	10	6	45	1219.14	0.99	54	259.27	0.99	
*20	0	12857	12857	62	312.46	8	5	5	57	480.01	0.99	65	408.91	0.99	
*20	0	12674	12674	57	244.47	9	6	3	52	309.45	0.99	62	293	0.99	
*20	0	12592	12592	56	353	7	4	4	47	340.09	0.97	56	335.79	0.98	
*25	3671	153390	153390	64	6819.31	25	19	14	57	278.41	0.97	68.75	228.09	0.98	
25	1179	128915.73	14845.20	45	36000	13	7	4	35	1207.97	0.99	41.75	797.31	0.99	
*25	1681	1593	1593	62.5	639.64	9	5	3	43.72	1422.31	0.97	58.75	815.11	0.98	
*25	190	14617	14617	57.60	964.860	10	7	3	49.7	1028.51	0.99	61.75	805.61	0.99	
25	7645	1385.87	15147.90	49	36000	21	15	12	31	1617.81	0.97	43	1029.92	0.98	
30	3211	15936.64	16824.23	67	36000	16	11	9	38	1819.38	0.98	49.5	713.01	0.98	
30	3211	15725.21	16138.72	72	36000	21	15	9	42	1470.19	0.98	45	805.47	0.99	
30	3210	15681.53	16276.41	51.5	36000	17	11	6	27	1930.63	0.98	32.5	959.02	0.99	
30	3184	16501.78	17278.72	25.5	36000	23	15	8	46.5	1529.02	0.99	51.5	915.77	0.99	
30	3121	14837.55	15891.08	41	36000	19	13	7	39.5	15042.58	0.99	43.5	971.28	0.99	
35	2691	14910.53	16371.08	56	36000	12	11	7	51	1403.10	0.98	63	615.17	0.99	
35	37029	12815.47	17236.49	33.25	36000	18	13	6	27	14297.72	0.97	37	395.09	0.98	
35	40914	17093.52	19417.61	31	36000	15	6	4	23	630.21	0.99	37	752.52	0.99	
35	5419	14810.43	16851.57	39.25	36000	19	9	6	35	13915.07	0.97	43	528.73	0.98	
35	3147	18311.59	21591.48	49.5	36000	26	17	6	43	2317.38	0.98	61	1153.62	0.99	

Tab. 3.5 – Mono-objectif instances de type s3.

Instances		MIP						Primale-Duale						Algo génétique		
		Noeuds	inf	sup	%T	CPU	#Iter	#Base	#BS	%T	CPU	Gap1	%T	CPU	Gap2	
	*15	0	14830	11830	53.25	159.04	4	1	1	41	317	0.98	54.11	405.01	0.99	
	*15	0	10581	10581	45.25	427.50	4	2	2	37.25	691	0.99	42.81	370	0.99	
	*15	0	11361	11361	41	319.92	3	1	1	32.11	508	0.98	38.25	301.67	0.99	
	*15	0	10562	10562	53.25	501.40	5	3	3	31.11	591.99	0.99	50.25	407.41	0.99	
	*15	0	9619	9619	59.11	610.43	4	3	3	37.50	591.04	0.99	45.41	409.53	0.99	
	*20	2701	10401	10401	63	5196.84	5	3	3	47.5	2072.51.73	0.99	65	1083.01	0.99	
	*20	5969	11641	11641	47	24107.05	12	11	7	46	1307	0.99	54	382.07	0.99	
	20	10763	17052.79	24091.70	60	36000	6	4	3	41	2080.01	0.99	61	627.11	0.99	
	*20	0	10570	10570	46	519.95	7	5	5	37	317.90	0.98	51	305	0.99	
	*20	19405	10723.77	25185.91	63	450.81	9	6	6	49	380.92	0.98	59	335.79	0.99	
	25	14859	15390	27390	61	36000	19	12	11	52	408.11	0.97	68	356	0.99	
	25	17580	10900.11	31258.45	70	36000	15	8	3	61.5	2377.05	0.99	68	1168	0.99	
s3	25	15073	1460	5057	60.5	36000	11	5	4	47.25	1309.16	0.98	61.5	906	0.98	
	25	7081	6701	15582	61.5.60	3600	14	6	4	49.5	1336.17	0.99	60.50	975.37	0.99	
	25	5683	5027.36	9716.70	51.5	36000	23	17	16	43	1504.66	0.98	49.25	950.03	0.98	
	30	17081	14185.64	19051.08	55.25	36000	17	10	8	42	1975	0.99	49	938.05	0.99	
	30	1970	14210.21	21910.09	51.5	36000	19	14	8	39.25	1470	0.98	52	805	0.99	
	30	1683	14450.21	14107.01	57.25	36000	18	10	5	27	20190	0.98	32	981.71	0.99	
	30	3180	13328.09	17910.01	27	36000	25	14	9	23	1901.99	0.99	34	10612.85	0.99	
	30	20142	17501.76	21991.08	40	36000	18	12	7	39	2591	0.99	42	1041	0.99	
	35	10491	10091.03	20826.28	56	36000	13	11	10	47	16001.01	0.99	52	607	0.99	
	35	35029	12708.47	19573.59	36	36000	19	11	7	29	11849.91	0.98	35	370	0.98	
	35	6890	14725.81	21581.48	39	36000	14	7	5	27	630	0.99	37	901.99	0.99	
	35	6372	17391.01	14509.23	37	36000	20	9	8	30	16034.7	0.98	40	609.81	0.99	
	35	20591	4719.09	19731.61	61	36000	31	19	9	47.25	2201.16	0.98	60	1437.81	0.99	

## Deuxième partie

**Problème de tarification pour le  
transport longue distance de  
marchandises :  
Modèle bi-niveau bi-objectif**



## Chapitre 4

# Modèle bi-niveau bi-objectif du problème de tarification pour le transport longue distance

*Ce chapitre présente un modèle bi-niveau bi-objectif pour un problème de tarification pour le transport longue distance bi-niveau multi-objectif. Au problème mono-objectif bi-niveau étudié dans la première partie, on adjoint au meneur un second objectif d'équilibrage des distances parcourues à vide. Il s'agit donc pour ce dernier de maximiser ses revenus et de régionaliser ses parcours en prenant explicitement en compte la réaction du suiveur.*

*L'apport novateur de ce chapitre et du chapitre suivant portent sur la définition et la résolution d'un type de modèle encore peu étudié à ce jour.*

## Introduction

Les problèmes d'optimisation devant être résolus par les décideurs comportent rarement un seul objectif. De plus les objectifs considérés sont très souvent contradictoire. Par exemple les décideurs souhaitent fréquemment minimiser les coûts tout en assurant un service de qualité. Atteindre ces deux objectifs simultanément nécessitent de faire des compromis. Autrement dit l'amélioration d'un objectif entraîne très souvent la dégradation d'un autre.

Considérons le problème d'une personne souhaitant louer un appartement dans la région parisienne, à loyer modéré, tout en restant proche du centre ville parisien. L'appartement idéal serait donc celui dont le coût du loyer est peu élevé à proximité du centre ville. Toutefois un tel appartement demeure compliqué à trouver. En effet, généralement plus un appartement est à proximité du centre ville, et plus le coût du loyer est élevé [dLdlP13]. D'autres facteurs, tel que la proximité des moyens de transport en commun contribuent également à la hausse du loyer. Le locataire va devoir donc identifier les meilleurs compromis possibles respectant son budget (Fig. 4.1).

Dans le domaine du transport longue distance de marchandises, en plus de minimiser les distances parcourues, les opérateurs se focalisent également sur d'autres objectifs économiques et/ou écologique tels que :

- la minimisation de la durée totale du parcours,
- la maximisation de la qualité de service offerte,
- la minimisation de la distance de transport à vide,
- la régionalisation des parcours,
- l'optimisation de l'utilisation des ressources,
- ...

Dans ce chapitre nous étudions un problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises faisant intervenir comme dans le chapitre 2 une interaction hiérarchique entre transporteurs où en plus le meneur souhaite simultanément optimiser deux objectifs. Plus précisément nous supposons que le meneur définit ses tarifs et plans de transport de façon à maximiser son revenu et à minimiser la différence entre la plus grande et la plus petite distances parcourues à vide, tout en incorporant explicitement le comportement du suiveur dans son processus de décision.

Bien que de nombreux problèmes de décision puissent être modélisés comme des problèmes multi-objectif bi-niveau, très peu d'articles traitent de cette problématique

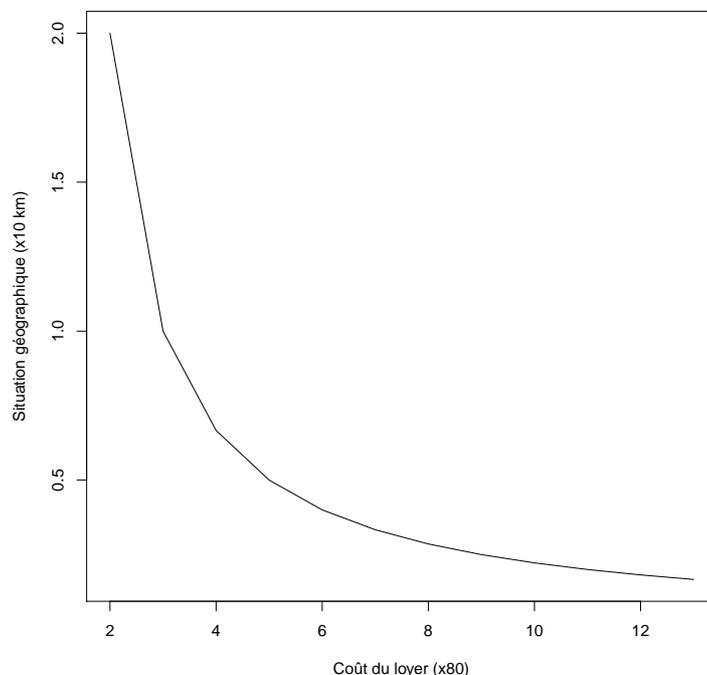


Fig. 4.1 – Relation entre le coût du loyer et la situation géographique d'un appartement

dans la littérature. De façon générale les articles abordant le sujet proposent une approche théorique du problème [Eic07] [DS10] [AM09]. Bonnel et Morgan proposent un modèle bi-niveau en considérant au second niveau plusieurs objectifs. Ils traitent notamment le cas pessimiste : on considère qu'il n'y a pas coopération entre le meneur et le suiveur. Dans ce cas, le meneur doit envisager le pire de la part de ce dernier. En effet le meilleur choix pour le suiveur peut être un pire choix pour le meneur. Dans le domaine de la logistique Calvete et Galé [CG08] étudient une approche globale allant de la chaîne de production à la distribution. Ils considèrent notamment un modèle linéaire/linéaire multi-objectif mettant en œuvre des acteurs de la production et de la distribution.

La difficulté sous-jacente à la résolution des problèmes bi-niveau multi-objectifs est liée à la recherche de solutions de meilleurs compromis qui sont très souvent multiples. Comme noté précédemment, les problèmes bi-niveau sont NP-difficiles [GvHvdK<sup>+</sup>05] [RMS04], et les problèmes bi-objectif sont généralement tout aussi complexes. Dans notre cas le problème d'affectation sous-jacent à notre approche à une complexité  $o(n^k)$ .

Ce chapitre s'organise en deux parties. Nous donnons dans la première partie une description générale des caractéristiques des problèmes bi-objectif, cas particulier des problèmes multi-objectif. Ensuite nous définissons dans la deuxième partie la formulation du problème bi-objectif bi-niveau pour le problème de tarification pour le transport longue distance.

## 4.1 Problème d'optimisation combinatoire bi-objectif (POCB)

Dans cette section nous définissons les principaux concepts liés à l'optimisation combinatoire bi-objectif (POCB). Plus exactement, nous précisons les notions de relation de dominance de Pareto, d'optimalité de Pareto, d'ensemble Pareto optimal et de front de Pareto. De nombreux théorèmes et définitions sont issus des livres de E.G. Talbi [Tal09], de M. Ehrgott (2005)[Ehr00] et de l'article de J. F. Bérubé *et al.* [BGP09].

De façon générale, un problème d'optimisation combinatoire bi-objectif se formule comme suit :

### Définition 2 (Problème d'optimisation bi-objectif)

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f(x) = (f_1(x), f_2(x)) \\ \text{s.c.} \quad & x \in \mathfrak{S} \end{aligned}$$

où  $\mathfrak{S}$ , est l'ensemble discret des solutions réalisables dans l'espace décisionnel, et  $x \in \mathfrak{S}$  est le vecteur représentant la variable de décision. Dans la suite, nous notons par  $z$  le vecteur d'évaluation de  $x$ . La  $i$ ème valeur de cette évaluation est notée  $z_i$   $i = 1, 2$ . On désigne par  $\mathcal{L}$  l'ensemble des points réalisables de l'espace des objectifs  $\mathcal{L} = \{z = (z_1, z_2) : z_i = f_i(x), x \in \mathfrak{S}, i = 1, 2\}$  (Fig. 4.2).  $\mathcal{L}$  représente le domaine des vecteurs d'évaluation des solutions réalisables. Sans perte de généralités, on munit  $\mathcal{L} \subset N$  de sa relation d'ordre classique.

La solution optimale obtenue lors de la résolution d'un problème mono-objectif, si elle existe, est issue de comparaisons selon une relation d'ordre totale sur l'espace des objectifs. Dans le cadre de l'optimisation bi-objectif, l'espace des objectifs est de dimension deux. Dès lors, la relation d'ordre classique ne peut être considérée. Le décideur peut simplement exprimer le fait qu'une solution est préférable à une autre, mais il n'existe

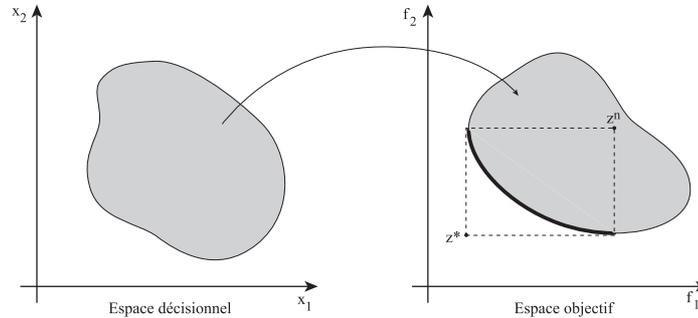


Fig. 4.2 – Espace décisionnel et espaces des objectifs d'un problème d'optimisation à deux variables de décisions et deux fonctions objectifs.

pas une solution meilleure que toutes les autres. Très souvent les objectifs sont de nature conflictuelle et le résultat dépend de leurs compromis. Ainsi, une solution d'un problème bi-objectif doit être telle qu'aucune solution strictement meilleure n'existe, même si certaines solutions pourraient être considérées équivalentes.

Une relation d'ordre partielle, dite de *dominance*, est généralement définie pour représenter cette caractéristique.

**Définition 3 (Relation de dominance)** Soit  $z, z' \in \mathcal{L}$ , deux vecteurs de l'espace des objectifs. On dit que  $z$  domine  $z'$  au sens de Pareto si et seulement si  $z_1 \leq z'_1$  et  $z_2 \leq z'_2$  où l'une de ces inégalités est stricte. Cette relation est notée  $z \succ z'$ .

**Définition 4 (Solution Pareto optimale)** Une solution  $x \in \mathfrak{S}$  est dite Pareto optimale<sup>1</sup>, si et seulement si, il n'existe pas  $x' \in \mathfrak{S}$  tel que  $f(x') \succ f(x)$ .

**Définition 5 (Ensemble Pareto optimal)** L'ensemble Pareto optimal est défini par  $\mathcal{PO}^* = \{x \in \mathfrak{S} / x \text{ est Pareto optimal}\}$ .

**Définition 6 (Front de Pareto)** Le front de Pareto est l'image de l'ensemble Pareto optimal dans l'espace des objectifs :  $\mathcal{F} = \{f(x) / x \in \mathcal{PO}^*\}$ .

L'objectif de la résolution d'un problème bi-objectif est de déterminer le front de Pareto (Fig. 4.3).

1. Une solution Pareto optimale est également appelée solution acceptable, non dominée, non inférieure.

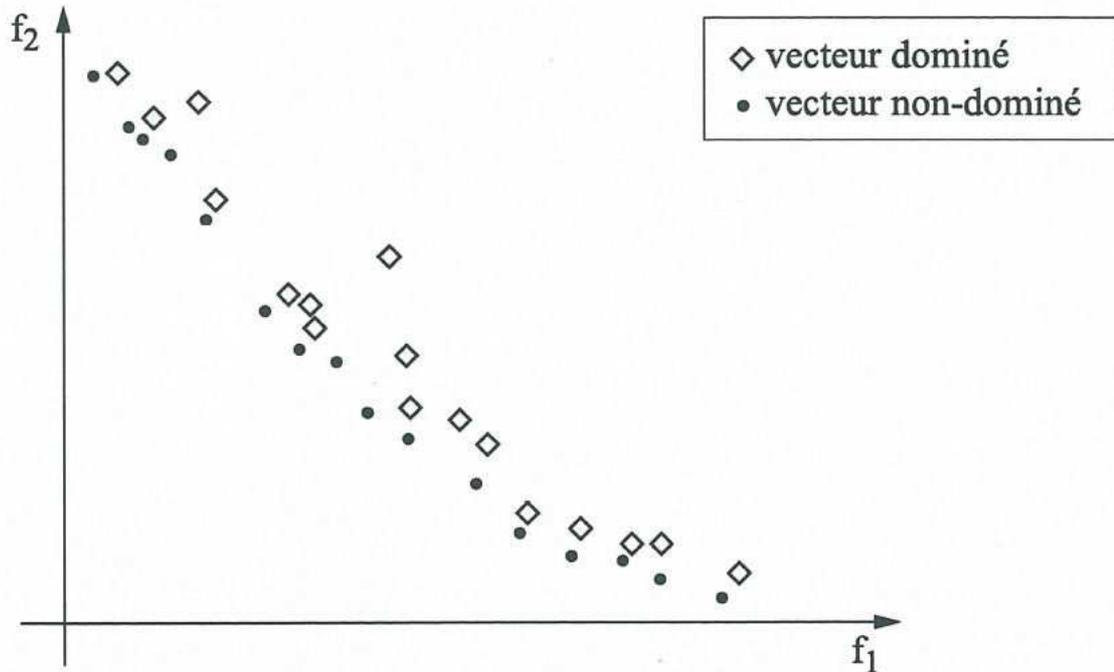


Fig. 4.3 – Représentation de vecteurs dominés et non dominés.

## 4.2 Analyse de performances

La détermination exacte du front de Pareto d'un problème d'optimisation multi-objectif n'est généralement pas aisée [CS12]. En effet de nombreux problèmes mono-objectifs polynomiaux (arbre couvrant de poids minimum, plus court chemin, couplage de poids maximum, etc.) deviennent NP-difficiles dès lors qu'un objectif supplémentaire est considéré [Tal09].

Cette complexité a eu pour conséquence la proposition de nombreuses heuristiques ou métaheuristiques [Ehr00] [Tal09]. Toutefois l'existence de plusieurs solutions optimales au sens de Pareto et l'absence d'ordre entre ces solutions rendent la mesure de qualité d'un front obtenu de façon heuristique difficile. Dès lors l'évaluation de la performance dans le cadre des approches multiobjectifs nécessite la définition d'indicateurs. En effet, la comparaison de deux, voire plusieurs ensembles de compromis doit tenir compte de plusieurs éléments : la convergence (la proximité avec le front de Pareto théorique), la

distribution (le front de Pareto est-il complet ?), la répartition (les points sont-ils répartis sur le front de façon homogène ?)...

Toutefois, il demeure complexe, voire impossible de rassembler toutes ces propriétés au travers d'une seule valeur numérique. Il est donc courant d'utiliser plusieurs indicateurs pour tester telle ou telle propriété de l'ensemble Pareto. Ainsi, dans la littérature différentes métriques sont proposées pour mesurer la qualité de l'ensemble de compromis ou pour comparer deux approximations [ZT99], [ZLT<sup>+</sup>02], [ZKT08]. Dans cette section nous définissons un certain nombre d'entre elles.

### 4.2.1 Indicateur de qualité

La mesure des surfaces de compromis représente un problème délicat pour l'optimisation multi-objectif. Une approche efficace doit établir un bon compromis entre la convergence vers la frontière de Pareto et la répartition ainsi que la distribution des solutions le long de la frontière de Pareto.

Les indicateurs de qualité peuvent être classés selon différentes caractéristiques. Nous les classifions selon l'arité des fonctions qui leur sont associées, c'est à dire selon le nombre d'arguments ou d'opérandes qu'elles requièrent. Nous définissons ainsi deux grandes familles : les indicateurs unaires et les indicateurs binaires.

- Indicateurs unaires

Ils sont représentés par une fonction  $I : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  qui affecte une valeur réelle à un front de Pareto ( $\Omega$  représente l'ensemble des fronts de Pareto). Ils permettent ainsi de qualifier un front indépendamment d'autres fronts. Ils introduisent un ordre total sur  $\Omega$ .

- Indicateurs binaires

Ils sont représentés par une fonction  $I : \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  et mesurent la qualité d'une approximation par rapport à une autre. Un grand nombre d'indicateurs binaires peut être généralisé en indicateurs unaires de la façon suivante :  $I(A) = I(A, R)$  où  $R$  est un ensemble de référence. C'est le cas de la famille des indicateurs d'hypervolume-différence que nous étudions.

Dans la suite, nous étudions l'indicateur d'hypervolume qui a la particularité d'être l'une des rares métriques permettant de mesurer à la fois la qualité d'une approximation en termes de convergence et de diversité et l'indicateur de Contribution dédiée à l'évaluation de la convergence.

### 4.2.1.1 Indicateur d'hypervolume

La métrique  $I_H$ , introduite par Zitzler [ZT99], calcule le volume de la proportion multidimensionnelle de l'espace des objectifs faiblement dominée par une approximation  $A \in \Omega$  (Fig. 4.4). Ainsi dans le cas d'un problème à deux critères, cela correspond au calcul de aires délimitées par la frontière des points de l'ensemble de Pareto et un point de référence  $Z$ . Ce point peut être obtenu par exemple en prenant les plus mauvaises valeurs observées pour chaque objectif (le point de Nadir dans le cas de problème de minimisation). La mesure de l'hypervolume est évaluée en construisant pour chacune des solutions du front de Pareto un hypercube entre la solution et ce point de référence  $Z$ . Le regroupement de tous les hypercubes donne alors l'hypervolume du front. Il est à noter que les objectifs doivent être normalisés au préalable afin que la mesure reste équitable. Zitzler définit cet indicateur de la façon suivante :

**Définition 7 (hypervolume)** Soit  $A = (x_1, x_2, \dots, x_n) \subseteq X$  un sous-ensemble de  $n$  éléments. La fonction  $H$  calcule le volume borné par l'union de tous les polytopes  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , où chaque  $p_i$  est formé par l'intersection des hyperplans des  $x_i$  par rapport aux axes du repère : pour chaque axe de l'espace des objectifs, il existe un hyperplan perpendiculaire à l'axe et passant par le point  $f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_k(x_k)$ . Pour le cas à deux dimensions, chaque  $p_i$  représente un rectangle défini par les points de coordonnées  $(0, 0)$  et  $(f_1(x_i), f_2(x_i))$  4.4.

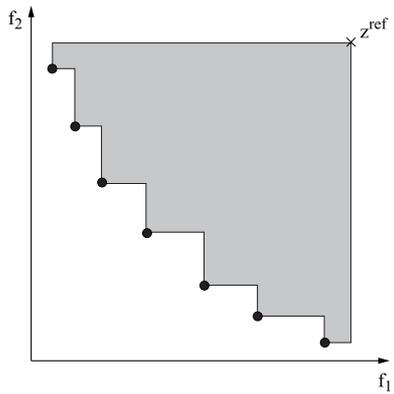


Fig. 4.4 – Indi. hypervolume  $I_H$ .

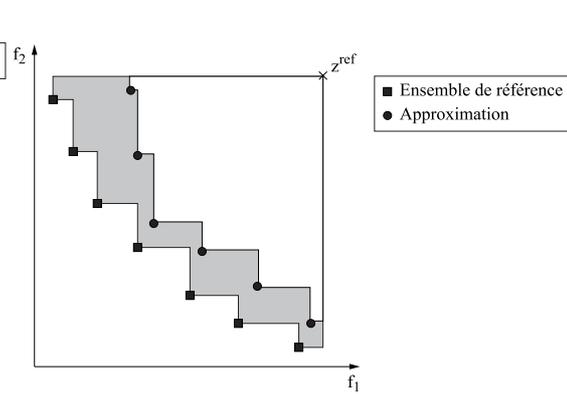


Fig. 4.5 – Indi. d'hypervolume-diff.  $I_H^-$ .

Dans un problème de minimisation, lorsque les surfaces de compromis comportent le même nombre de points, plus la valeur d'hypervolume est petite, meilleure est la surface de compromis.

Une variante de cet indicateur est l'indicateur binaire d'hypervolume-différence : il mesure la différence, en termes d'hypervolume, entre deux approximations 4.5. Il est à noter que cet indicateur dans ces deux formes d'arité est sensible à l'échelle des fonctions objectifs et au choix des points de référence. Par conséquent, les fonctions objectifs doivent être normalisées pour éviter de privilégier l'une d'entre elles.

#### 4.2.1.2 Indicateur de contribution

La mesure de contribution est un indicateur binaire introduit par Meunier et *al.* [MTR00], permettant de comparer deux ensembles  $A, B \in W$ . Soit  $S^*$  l'ensemble des solutions non dominées de  $A \cup B$ . La contribution de A sur B évalue la proportion de solutions représentées de A dans  $S^*$ . Soit  $W_A$ , l'ensemble des solutions de A qui dominent au moins une solution de B. Soit  $N_A$  l'ensemble des solutions non comparables de A, c'est-à-dire les solutions qui ne sont ni dominantes ni dominées par rapport à B. Alors la mesure de contribution peut être définie comme suit :

$$I_C(A, B) = \frac{\frac{|A \cap B|}{2} + |W_A| + |N_A|}{|S^*|} \quad (4.1)$$

Si chaque solution de A est dominée par une solution B alors  $I_C(A, B) = 0$ . Et de façon générale  $I_C(A, B) + I_C(B, A) = 1$ .

Cet indicateur permet de représenter la qualité d'une approximation par rapport à une autre en termes de convergence en un temps de calcul raisonnable.

### 4.3 Formulation du problème de tarification pour le transport longue distance bi-niveau bi-objectif

Dans cette section, nous formulons le problème de tarification pour le transport longue distance bi-niveau bi-objectif. Nous définissons et motivons d'abord le second objectif du meneur relatif à la minimisation de la différence entre la plus grande et la plus petite distances parcourues à vide. Ce second objectif nécessite de définir une formulation arc-chemin du problème d'ordonnancement de véhicules que nous présentons ensuite. Finalement, nous définissons le modèle bi-niveau bi-objectif.

### 4.3.1 Équilibrage des distances parcourues à vide

Nous considérons, comme second objectif du meneur, l'équilibrage des chemins par rapport à la distance à vide parcourue. En effet, dans un but d'équilibrage des trajets, le meneur est amené à minimiser la différence entre la plus grande distance parcourue à vide  $l_{max}$  et la plus petite distance parcourue à vide  $l_{min}$ . Cet objectif est introduit pour répondre à un souhait indirect de concentration géographique des parcours et induire un équilibrage entre les chemins. Il engendre une utilisation homogène des véhicules et, implicitement, apporte une notion d'équité entre les conducteurs. Une approche classique de régionalisation [MV07] revient généralement à générer des clusters de points qui soient des regroupements de trajets proches. Dans notre approche, le meneur, minimisant l'écart défini plus haut, se contraint à accepter des demandes appartenant à une même région géographique et donc pouvant former éventuellement un cluster.

### 4.3.2 Formulation arc-chemin du problème d'ordonnement de véhicules

Dans cette section, nous considérons un opérateur de transport longue distance, qui souhaite résoudre un problème de planification de tâches maximisant simultanément le profit et minimisant l'écart entre la plus longue des distances parcourues par ses véhicules et la plus courte distance parcourue par ces derniers. Les hypothèses relatives au transport longue distance et à la flotte de véhicules sont semblables à celles du chapitre 2.

La formulation arc-chemin de ce problème repose sur les éléments suivants. Un véhicule utilisé par le meneur parcourt un chemin  $p$  allant du dépôt origine au dépôt destination et contenant les trajets  $i$  le constituant. Nous définissons les paramètres et variables suivantes :

- $P_1$  : ensemble des chemins tarifables,
- $P_2$  : ensemble des chemins non tarifables,
- $N(p)$  avec  $p \in P_1, P_2$  : ensemble de trajets constituant le chemin  $p$ ,
- $c_p$  : coût fixe du chemin  $p$  desservi par le meneur,
- $|p|$  : le nombre d'arcs du chemin  $p$ ,
- $z_p = \begin{cases} 1 & \text{si } p \text{ est opéré par un véhicule du meneur} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $\mathcal{P}_i$  : ensemble des chemins tarifables contenant le trajet tarifable  $i$ .

Le problème de transport longue distance bi-objectif peut donc être défini par :

$$(\max_X f_1 = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} X_{ij} + \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}, \min_{l_{max}, l_{min}} f_2 = l_{max} - l_{min}) \quad (4.2)$$

$$\text{s.c. } l_{max} \geq c_p z_p, \quad \forall p \in P1, \quad (4.3)$$

$$l_{min} \leq c_p + M(1 - z_p), \quad \forall p \in P1, \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \quad (4.5)$$

$$z_p \leq X_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, \quad (4.6)$$

$$\sum_{(i,j) \in p} X_{ij} \leq |p| - 1 + z_p \quad \forall p \in P1, \quad (4.7)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_i} Z_p \leq 1 \quad \forall i : \exists j \in V \text{ tel que } (i, j) \in A \text{ ou } (j, i) \in A, \quad (4.8)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} = 1, \quad \forall i \in N, \quad (4.9)$$

$$X_{ij} \geq 0. \quad (4.10)$$

où  $M$  est une constante arbitrairement grande.

Le premier objectif représente la maximisation du profit du transporteur. Le second objectif définit l'équilibrage des distances parcourues à vide. Cet objectif induit une notion d'équité entre les trajets à visiter.

La relation (4.6), nous permet d'établir un lien entre les chemins  $z_p$  et les arcs  $X_{ij}$  du meneur qui les constituent. En effet, un chemin est utilisé si et seulement si tous les trajets qui le constituent sont utilisés (4.7). La contrainte (4.8) assure que tout trajet appartient au plus à un chemin solution.

Nous illustrons ce problème bi-objectif sur l'exemple de la figure Fig. 4.6. On considère un réseau de 9 trajets à desservir par le transporteur. On suppose que ce dernier dispose de 4 véhicules, de coût de mise en route  $c = 3$ .

Un trajet étant visité une et une seule fois par le transporteur, les possibilités d'allocations qui permettent de couvrir tous les trajets sont données dans le tableau Tab. 4.1.

Le tableau Tab. 4.2 reporte la valeur des deux objectifs par chacune des affectations des véhicules réalisables.

Dans cette situation, l'ensemble des solutions de Pareto est donné par :

$$P = \{(86, 15); (101, 22); (128, 37)\}$$

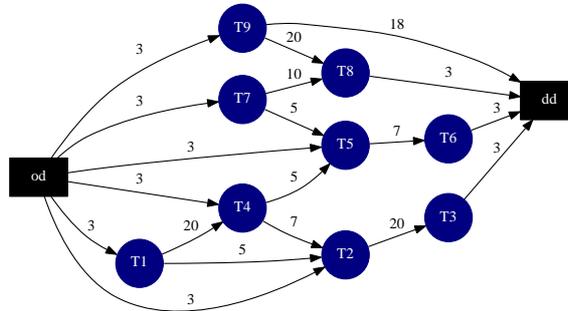


Fig. 4.6 – Exemple de réseaux pour le problème bi-objectif.

Chemin couvrant	Composition (nœud)
Chemin 4	d-trajet1-trajet4-trajet5-trajet6-d
Chemin 7	d-trajet7-trajet8-d
Chemin 8	d-trajet9-d
Chemin 3	d-trajet2-trajet3-d
Chemin 1	d-trajet4-trajet5-trajet6-d
Chemin 7	d-trajet7-trajet8-d
Chemin 5	d-trajet1-trajet2-trajet3-d
Chemin 8	d-trajet9-d
Chemin 2	d-trajet5-trajet6-d
Chemin 6	d-trajet1-trajet4-trajet2-trajet3-d
Chemin 7	d-trajet7-trajet8-d
Chemin 8	d-trajet9-d
Chemin 10	d-trajet7-trajet5-trajet6-d
Chemin 6	d-trajet1-trajet4-trajet2-trajet3-d
Chemin 9	d-trajet9-trajet8-d

Tab. 4.1 – Énumération des solutions réalisables : bi-objectif.

En effet la solution (97, 35) est dominé par la solution (101, 22) : on a  $101 \geq 97$  et  $22 \leq 35$ . Les autres solutions sont non dominées au sens de Pareto. Un récapitulatif des chemins associés à ces solutions optimales est présenté dans le tableau Tab. 4.2.

Chemin couvrant	profit du chemin	profit du transporteur (objectif 1)	écart (objectif 2)
Chemin 4	38		
Chemin 7	16		
Chemin 8	21		
Chemin 3	26	101	22
Chemin 1	18		
Chemin 7	16		
Chemin 5	31		
Chemin 8	21	86	15
Chemin 2	38		
Chemin 6	53		
Chemin 7	16		
Chemin 8	21	128	37
Chemin 10	18		
Chemin 6	53		
Chemin 9	26	97	35

Tab. 4.2 – Valeurs des objectifs pour les solutions réalisables.

### 4.3.3 Problème d'équilibrage bi-niveau et bi-objectif

Nous considérons ici la problématique d'un agent de transport (le suiveur) qui souhaite sous-traiter une partie des tâches à un autre opérateur de transport appelé meneur de façon à minimiser ses coûts. Le meneur détermine les tarifs des tâches avec pour objectifs de maximiser son revenu et de minimiser la différence entre la plus grande et la plus petite distance à vide parcourue tout en prenant explicitement en compte les décisions du suiveur.

Finalement le problème de transport longue distance bi-niveau bi-objectif peut être formulé de la manière suivante :

$$\left( \max_{T, X} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}, \quad \min_{l_{max}, l_{min}} l_{max} - l_{min} \right) \quad (4.11)$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \quad (4.12)$$

$$\sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \quad (4.13)$$

$$z_p \leq X_{ij} \quad \forall (i,j)p \in P1, \quad (4.14)$$

$$\sum_{(i,j) \in p} X_{ij} \leq |p| - 1 + z_p \quad \forall p \in P1, \quad (4.15)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_i} Z_p \leq 1 \quad \forall i : \exists j \in V \text{ tel que } (i,j) \in A1 \text{ où } (j,i) \in A1, \quad (4.16)$$

$$l_{max} \geq c_p z_p, \quad \forall p \in P1, \quad (4.17)$$

$$l_{min} \leq c_p + M(1 - z_p), \quad \forall p \in P1, \quad (4.18)$$

$$\min_Y \sum_{(i,j) \in A1} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} \quad (4.19)$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N, \quad (4.20)$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v', \quad (4.21)$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \quad (4.22)$$

$$X_{ij}, Y_{ij} \geq 0. \quad (4.23)$$

L'objectif du meneur est double : il définit des tarifs attractifs permettant de maximiser son revenu et réduit l'écart entre ses différents trajets à vide. Le suiveur tenant compte des tarifs proposés par le meneur, répartit les différents trajets entre les transporteurs tout en minimisant ses coûts. Les contraintes (4.12) à (4.18) sont des contraintes

du meneur. Les relations (4.12) et (4.21) assurent que les nombres de véhicules du meneur et du suiveur mis en œuvre n'excèdent pas le nombre de véhicules disponibles dans les différentes flottes.

La relation (4.14) permet d'établir un lien entre les chemins  $z_p$  et les arcs  $X_{ij}$  du meneur qui les constituent. En effet, un chemin est utilisé si et seulement si tous les trajets qui le constituent sont utilisés (4.15). La contrainte (4.16) nous assure que tout trajet appartient à un chemin solution au plus.

Le problème ainsi défini est difficile à résoudre. Il faut rappeler que le problème bi-niveau est *NP*-difficile. Dans le chapitre qui suit nous proposons des méthodes de résolution de ce problème.

#### 4.3.4 Exemple comparant les approches bi-niveau mono-objectif et bi-niveau bi-objectif pour le PTTLD

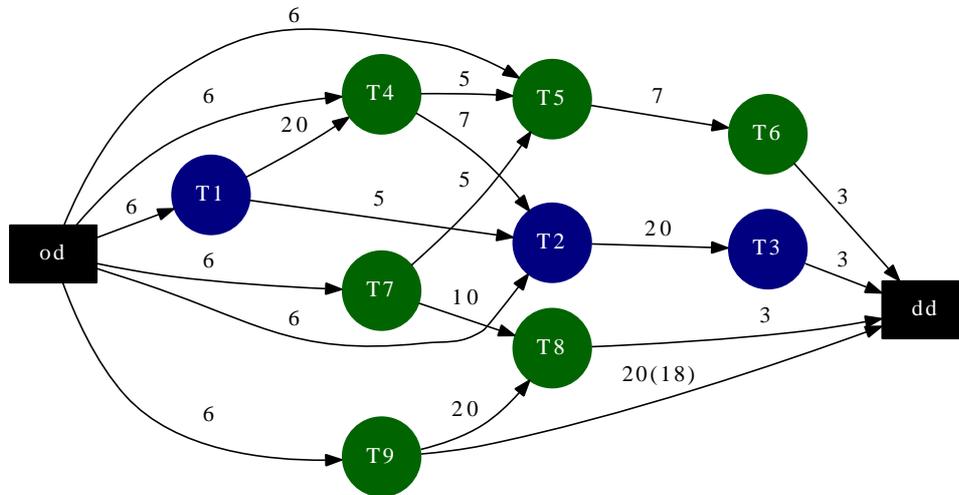


Fig. 4.7 – Exemple de réseaux pour le problème bi-niveau bi-objectif.

La figure Fig. 4.7 représente le graphe agrégé d'un réseau constitué de 9 trajets : les trajets 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont ouverts à la sous-traitance par le suiveur, par conséquent ils sont tarifables par le meneur. La répartition des chemins est identique à l'exemple précédent, résumé dans le tableau Tab 4.1. On suppose que le meneur (respectivement le suiveur) dispose de deux véhicules (respectivement 3), de coût de mise en route  $c = 2$

(respectivement  $c = 6$ ). On rappelle que le coût de mise en route d'un véhicule (meneur et suiveur) est représenté par la somme du coût d'amortissement du matériel, du coût de la main d'œuvre et du coût de déplacement au premier trajet. Le meneur fixe le tarif sur les différents trajets tarifables. Le revenu pour le meneur et le coût pour le suiveur sont donnés dans le tableau Tab. 4.3 ci-contre :

Chemins couvrants	Revenu du meneur	Coût pour le suiveur	
		Cas 1 (M)	Cas 2 (S)
Chemin 4	**	**	41
Chemin 7	$T_7 + T_8 - 2$	$(T_7 + 10) + (T_8 + 3)$	19
Chemin 8	$T_9 - 2$	$(T_9 + 18)$	26
Chemin 3	**	**	29
Chemin 1	$T_4 + T_5 + T_6 - 2$	$(T_4 + 5) + (T_5 + 7) + (T_6 + 3)$	21
Chemin 7	$T_7 + T_8 - 2$	$(T_7 + 10) + (T_8 + 3)$	19
Chemin 5	**	**	34
Chemin 8	$T_9 - 2$	$(T_9 + 18)$	26
Chemin 2	$T_5 + T_6 - 2$	$(T_5 + 7) + (T_6 + 3)$	16
Chemin 6	**	**	56
Chemin 7	$T_7 + T_8 - 2$	$(T_7 + 10) + (T_8 + 3)$	19
Chemin 8	$T_9 - 2$	$(T_9 + 18)$	26
Chemin 10	$T_7 + T_5 + T_6 - 2$	$(T_7 + 5) + (T_5 + 7) + (T_6 + 3)$	21
Chemin 6	**	**	56
Chemin 9	$T_9 + T_8 - 2$	$(T_9 + 16) + (T_8 + 3)$	29

Tab. 4.3 – Revenu du meneur et coût du suiveur en bi-objectif.

La colonne “cas1 (M)” représente le coût du chemin pour le meneur si celui-ci est effectué par le meneur. La colonne “cas1 (S)” représente le coût du chemin pour le meneur si celui-ci est effectué par le suiveur.

En terme de revenu, le meneur dans sa prise de décision doit s’assurer que les tarifs ne soient pas trop élevés par rapport à la concurrence (ou le suiveur ) :

$$(T_7 + 10) + (T_8 + 3) \leq 19,$$

$$(T_9 + 18) \leq 26,$$

$$(T_4 + 5) + (T_5 + 7) + (T_6 + 3) \leq 19,$$

$$(T_7 + 5) + (T_5 + 7) + (T_6 + 3) \leq 21,$$

$$(T_5 + 7) + (T_6 + 3) \leq 16,$$

$$(T_9 + 16) + (T_8 + 3) \leq 29.$$

Selon l’approche mono-objectif, vu au chapitre 3, on aboutit à la tarification suivante :  $T_7 = 3, T_8 = 2, T_5 = T_6 = 1, T_4 = 2, T_9 = 8$ . On en déduit un revenu pour le meneur de 9 qu’il obtient en effectuant les chemins 7 et 8. Dans ce cas mono-objectif, la valeur de l’écart entre la plus grande et la plus petite distance parcourue à vide par le meneur est de 7.

Selon l’approche bi-objectif, la meilleure configuration pour le suiveur est d’utiliser la couverture du réseau constituée des chemins 1, 7, 5 et 8. En effet cette configuration permet au suiveur de réduire ses coûts et au meneur de déterminer de meilleurs compromis pour ses deux objectifs. Le front de Pareto relatif aux objectifs de maximisation du revenu et d’équilibrage des distances parcourues à vide est constitué des points :

- les chemins 1 et 7 de revenu 3 et de valeur de second objectif 2 : (3,2)
- les chemins 8 et 1 de revenu 8 et de valeur de second objectif 5 : (8,5)
- les chemins 8 et 7 de revenu 9 et de valeur de second objectif 7 : (9,7)

On remarque que ce second objectif, induit la construction d’un ensemble de solutions Pareto optimale. On y retrouve notamment la solution du problème mono-objectif. Ainsi dans le cas où le décideur privilégie le premier objectif, la solution relative au problème mono-objectif est la plus appropriée, c’est à dire la solution (9,7). Par contre si c’est le second objectif qui est privilégié par le décideur, la solution (3,2) est la mieux adaptée. Toutefois s’il est question pour le décideur de déterminer une solution de compromis, la solution (8,5) est parfaitement adaptée. Ainsi par cette approche bi-objectif, on offre la possibilité au décideur, au vue de ses préférences, de faire un choix judicieux.



## Chapitre 5

# Résolution du problème PTTLD bi-niveau bi-objectif

*Nous présentons dans ce chapitre des méthodes de résolution pour le problème bi-niveau bi-objectif. La première approche se base à la fois sur les principes de la méthode du  $\epsilon$ -contrainte pour la résolution de problème multi-objectif et les principes de résolution d'un problème linéaire. Nous proposons deux versions de cette approche : une version hybride et une version exacte. Enfin, nous étendons l'algorithme génétique AG-POI, étudié pour le cas mono-objectif, au problème bi-objectif. Nous utilisons pour cela l'algorithme NSGA-II.*

## 5.1 Méthode du $\epsilon$ -contrainte

Déterminer de façon exacte le front de Pareto de problèmes d'optimisation multi-objectif n'est pas une chose aisée [PGE08], [EG07]. En effet, les méthodes dédiées à cette approche parviennent généralement à déterminer l'ensemble du front de Pareto et ceci est coûteux en temps et génère un grand nombre de solutions [LDT07].

Parmi les méthodes de résolution de détermination du front de Pareto du problème d'optimisation combinatoire multiobjectif (POCM), la méthode des sommes pondérées est l'une des plus populaires [SQH06] [KS06]. Cette méthode consiste à agréger en un seul objectif la somme pondérée des objectifs. Toutefois le choix des poids représente l'une des difficultés de cette approche. Le choix des pondération intègre à la fois la notion d'importance relative de chacun des objectifs et un facteur de normalisation des échelles des critères [EG03].

Bien que simple dans son concept, cette méthode s'avère inadéquate dès lors que le front de Pareto est non convexe. En effet, dans ces conditions, il y a des solutions demeurent inaccessibles.

La méthode du  $\epsilon$ -contrainte permet de pallier à ces insuffisances [Ehr00] [EN02]. Elle a été introduite par Haimes et *al.* [HLW71] [HH74] et permet de déterminer toutes les solutions de Pareto d'un problème d'optimisation multi-objectif. Dans cette approche, un seul critère est optimisé alors que les autres sont introduits en tant que contraintes bornées supérieurement par une valeur notée  $\epsilon$  d'où le nom de la méthode. En faisant varier les valeurs numériques des bornes supérieures de cette contrainte, on peut obtenir la totalité du front de Pareto. La principale difficulté de cette méthode demeure donc la sélection de la suite des valeurs des bornes supérieures  $\epsilon$ . De plus, se déroulant de manière itérative, cette méthode requiert à chacune des itérations la résolution d'un problème d'optimisation qui peut être coûteuse en temps.

Dans cette section, nous décrivons tout d'abord la méthode du  $\epsilon$ -contrainte de façon générale pour la résolution d'un problème d'optimisation combinatoire bi-objectif (POCB). La généralisation est triviale dans le cas de plus de deux objectifs. Soit le problème :

$$\begin{aligned} \text{POCB} \quad & \min_x f(x) = (f_1(x), f_2(x)) \\ & \text{s.c. } x \in \mathfrak{S}. \end{aligned}$$

où  $\mathfrak{S}$  est l'ensemble discret des solutions réalisables dans l'espace décisionnel et  $x \in \mathfrak{S}$  représente le vecteur de variables de décision. Dans la suite, nous notons par  $z$  le vecteur d'évaluation du vecteur  $x$ . La  $i$ ème valeur de cette évaluation est notée  $z_i$   $i = 1, 2$ . On désigne par  $\mathcal{L}$  l'ensemble des points réalisables de l'espace objectif  $\mathcal{L} = \{z = (z_1, z_2) : z_i = f_i(x), x \in \mathfrak{S}, i = 1, 2\}$ . Il représente le domaine des vecteurs d'évaluation des solutions réalisables. Sans perte de généralités  $\mathcal{L} \subset N$  munis de sa relation d'ordre classique. À partir de POCB, on définit deux nouveaux sous-problèmes  $P_k(\epsilon)$  avec  $k = 1, 2$  en introduisant respectivement l'objectif  $f_2$  ou  $f_1$  comme contrainte. Plus précisément soient

$$\begin{aligned} (P_1(\epsilon)) \quad & \min f_1(x) \\ & \text{s.c. } x \in \mathfrak{S}, \\ & f_2(x) \leq \epsilon_2. \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} (P_2(\epsilon)) \quad & \min f_2(x) \\ & \text{s.c. } x \in \mathfrak{S}, \\ & f_1(x) \leq \epsilon_1. \end{aligned}$$

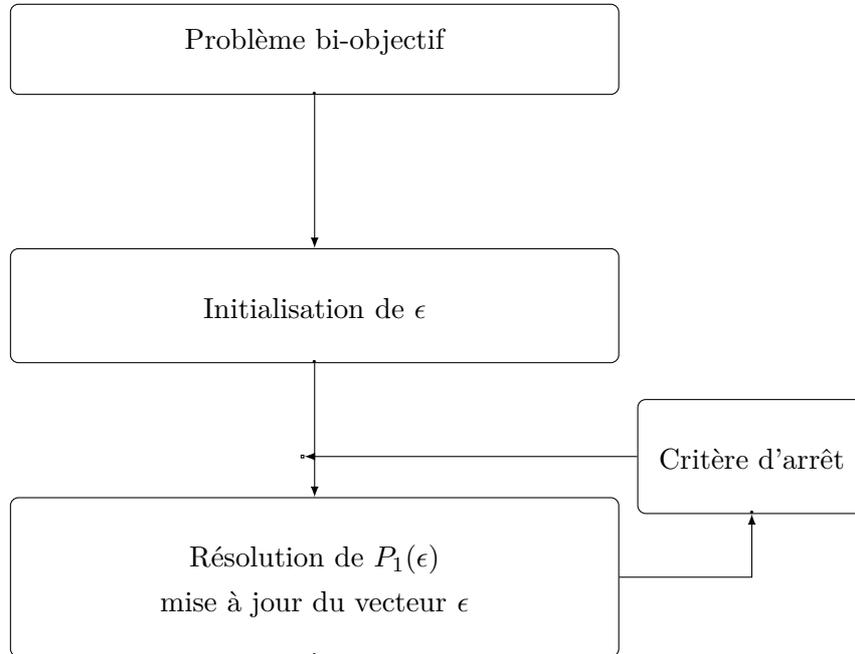
Les théorèmes suivant expriment le lien entre la détermination du front de Pareto du problème d'optimisation bi-objectif POCB et la résolution des sous-problèmes  $P_k(\epsilon)$  avec  $k = 1, 2$  pour certaines valeurs de  $\epsilon$  ([BGP09] [Tal09] [Ehr00] [CH83]).

**Théorème 8**  *$x$  est une solution Pareto optimale de POCB si et seulement si  $\exists \epsilon_2$  tel que  $x$  est solution de  $P_1(\epsilon_2)$  ou  $\exists \epsilon_1$  tel que  $x$  est solution de  $P_2(\epsilon_1)$ .*

**Théorème 9** *Si  $x$  est une solution de  $P_1(\epsilon_2)$  ou de  $P_2(\epsilon_1)$  et si la solution est unique alors  $x$  est une solution Pareto optimale pour le POCB.*

Il résulte de ces théorèmes que pour déterminer le front de Pareto du problème POCB, il suffit de générer les valeurs adéquates du paramètre  $\epsilon$  pour lesquelles on résoud le sous-problème. Dans la suite, pour des raisons de simplicité, nous considérons le sous-problème  $P_1(\epsilon)$ .

La méthode du  $\epsilon$ -contrainte est donc définie par (Fig. 5.3) :

Fig. 5.1 – Méthode du  $\epsilon$ -contrainte.

Bien que d'apparence simple, cette méthode peut être complexe à mettre en œuvre. En effet les valeurs de  $\epsilon$  doivent être des bornes supérieures sur la valeur de la fonction objectif  $f_2$ . Un choix non trivial est donc celui de la valeur initiale de ce paramètre dans la méthode itérative. Un autre élément clef est celui du processus d'incrémentatation de  $\epsilon$  d'une valeur prédéfinie  $\gamma$  ou d'une valeur variant de façon dynamique au cours du processus itératif [LTZ06]. Un compromis doit être atteint entre une discrétisation trop fine du facteur d'incrémentatation coûteuse en temps et un facteur d'incrémentatation trop grand qui ne permettrait pas de déterminer la totalité du front de Pareto du problème POCB.

En ce qui concerne la définition de la valeur initiale de  $\epsilon$ , une approche proposée par Bérubé *et al.* [BGP09] est basée sur la définition de deux points particuliers pour les problèmes d'optimisation multi-objectif : le point de Nadir et le point Idéal.

**Définition 10 (Point Idéal)** *Un point  $y^* = (y_1^*, y_2^*)$  est le point Idéal s'il minimise chaque fonction objectif  $f_i (i = 1, 2)$  ie  $y_i^* = \min f_i(x) \quad x \in \mathfrak{S}$ .*

*Notation  $:(Z_1^I, Z_2^I)$ .*

Ce vecteur est donc le résultat de l'optimisation séparée de chaque objectif. Il correspond généralement à une solution non réalisable de l'espace de décision 5.2. Il joue un rôle primordial dans la normalisation des valeurs des objectifs. Il est composé des meilleures valeurs qu'il est possible d'obtenir à partir des différentes fonctions objectifs. Le point Idéal « domine » ainsi, au sens Pareto tous les points de l'espace objectif.

**Définition 11 (Point de Nadir)** *Un point  $y^* = (y_1^*, y_2^*)$  est le point de Nadir s'il maximise chaque fonction objectif  $f_i (i = 1, 2)$  ie  $y_i^* = \max_{x \in \mathcal{PO}^*} f_i(x)$ .*

*Notation :  $(Z_1^N, Z_2^N)$ .*

Ce vecteur sert à restreindre l'espace de recherche. À la différence du point Idéal qui représente les bornes inférieures de chaque objectif dans l'espace réalisable, il correspond à leurs bornes supérieures dans l'espace de Pareto (Fig. 5.2). De façon générale le point de Nadir est bien plus difficile à déterminer que le vecteur Idéal, notamment lorsque le nombre d'objectifs est strictement supérieur à deux.

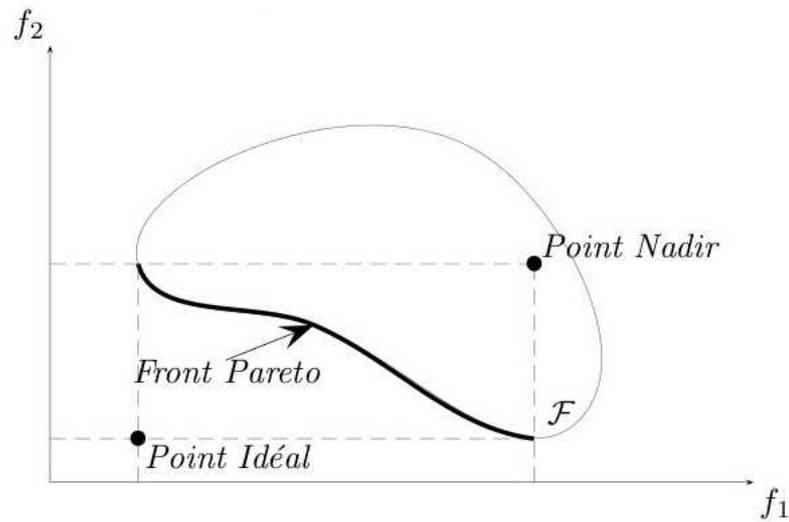


Fig. 5.2 – Les points de référence : point de Nadir et point Idéal.

Dans le cadre de l'optimisation bi-objectif, déterminer le point de Nadir revient à résoudre

$$Z_1^N = \min_{z \in \mathcal{L}} \{Z_1 : Z_2 = Z_2^I\} \text{ et } Z_2^N = \min_{z \in \mathcal{L}} \{Z_2 : Z_1 = Z_1^I\}$$

où les composantes du point Idéal sont notées  $Z_1^I = \min_{z \in \mathcal{L}} Z_1$  et  $Z_2^I = \min_{z \in \mathcal{L}} Z_2$

Le lemme suivant nous assure que sous certaines conditions le front de Pareto est non vide.

**Lemme 1**  $(z_1^I, z_2^N) \in \mathcal{F}^I$  où  $z^I = (z_1^I, z_2^I)$  et  $z^N = (z_1^N, z_2^N)$  représente respectivement le point Idéal et le point de Nadir,  $\mathcal{F}^I$  représente le front de Pareto.

**Preuve Lemme 1** supposons que  $(z_1^I, z_2^N) \notin \mathcal{F}^I$ . Alors  $\exists(z_1, z_2)$  qui domine  $(z_1^I, z_2^N)$ . Donc selon la définition des points de Nadir et Idéal, on a :

1.  $z_1 < z_1^I$  et  $z_2 < z_2^N$  ou
2.  $z_1 < z_1^I$  et  $z_2 = z_2^N$  ou
3.  $z_1 = z_1^I$  et  $z_2 < z_2^N$

Les situations 1 et 2 sont en contradiction avec la définition du point idéal et la situation 3 contredit la définition du point de Nadir. Donc  $(z_1^I, z_2^N) \in \mathcal{F}^I$ .

## 5.2 Méthode du $\epsilon$ -contrainte pour résoudre le PTTLD bi-niveau bi-objectif

Dans cette section nous appliquons la méthode du  $\epsilon$ -contrainte pour résoudre le modèle bi-niveau bi-objectif pour le problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises (PTTLD).

L'objectif qui est introduit dans les contraintes est celui de la minimisation de la différence entre la plus grande et la plus petite distance parcourue à vide  $f_2 = l_{max} - l_{min} \leq \epsilon$ . Nous devons donc résoudre le problème bi-niveau suivant pour une séquence appropriée de paramètres  $\epsilon$ .

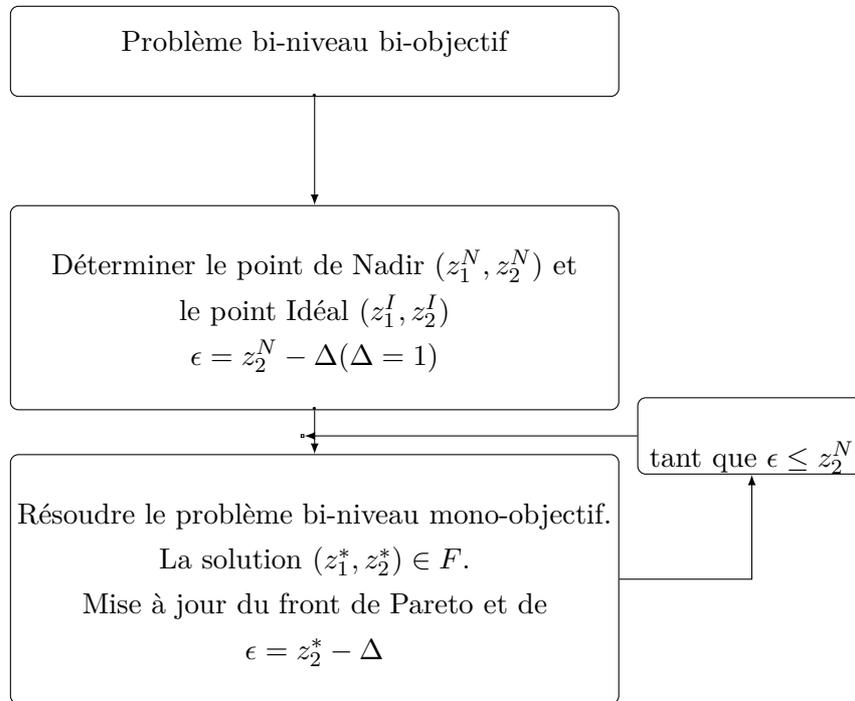
$$\begin{aligned}
 & \max_{T, X} \quad \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\
 & \text{s.t.} \quad l_{max} - l_{min} \leq \epsilon \\
 & \quad \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\
 & \quad \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_p &\leq X_{ij} \quad \forall (i, j) \in p, p \in P1, \\
 \sum_{(i,j) \in p} X_{ij} &\leq |p| - 1 + z_p \quad \forall p \in P1, \\
 \sum_{p \in \mathcal{P}_i} Z_p &\leq 1 \quad \forall i : \exists j \in V \text{ s.t. } (i, j) \in A1 \text{ or } (j, i) \in A1, \\
 l_{max} &\geq c_p z_p, \quad \forall p \in P1, \\
 l_{min} &\leq c_p + M(1 - z_p), \quad \forall p \in P1, \\
 \min_Y \sum_{(i,j) \in A1} (c_{ij} + T_i) X_{ij} &+ \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} \\
 \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} &= 1, \quad \forall i \in N, \\
 \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} &\leq v', \\
 \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} &= 0, \quad \forall j \in V, \\
 X_{ij}, Y_{ij} &\geq 0.
 \end{aligned}$$

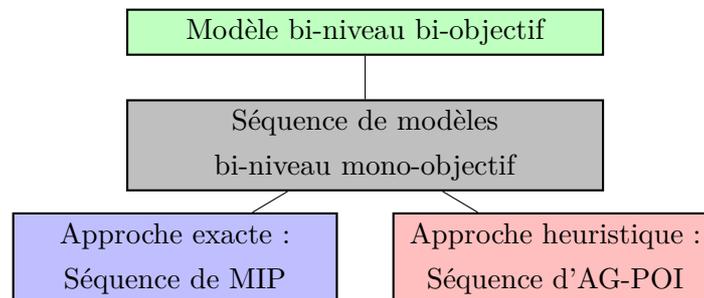
Comme proposé par Bérubé *et al.* [BGP09], le schéma d'incrémentatıon du paramètre  $\epsilon$  ( $Z_2^N \leq \epsilon \leq Z_2^I$ ) nécessite la détermination du point de Nadir et du point Idéal. Plus précisément nous devons déterminer les composantes  $Z_2^N$  et  $Z_2^I$ . La fonction objectif  $f_1$  étant la maximisation du revenu, la détermination de  $Z_1^I$  revient à résoudre le problème bi-niveau mono-objectif pour le PTTLD défini dans le chapitre 3. Ensuite, étant donné que l'objectif  $f_2$  introduit dans les contraintes est celui de l'équilibrage de la distance parcourue à vide, le calcul de  $Z_2^N$  revient à déterminer un plus court chemin pour le meneur pour une valeur de revenu définie par  $Z_1^I$ . Finalement, on détermine  $Z_2^I$  en déterminant une configuration minimisant  $l_{max} - l_{min}$  sur le réseau du meneur.

Les différentes étapes de l'approche  $\epsilon$  - *contrainte* appliquée au problème PTTLD bi-niveau, bi-objectif sont présentées dans la figure Fig. 5.3.

La résolution du problème bi-niveau bi-objectif nécessite donc la résolution d'une séquence de problèmes bi-niveau mono-objectif. Ces derniers peuvent être résolus par une des méthodes décrites dans le chapitre 3 (Fig. 5.4). Plus précisément en résolvant de façon exacte le problème bi-niveau pour chaque valeur de  $\epsilon$  et en utilisant le processus itératif défini précédemment nous pouvons générer de façon exacte le front de Pareto du problème PTTLD bi-niveau, bi-objectif. Par ailleurs comme nous le verrons dans la section consacrée aux résultats numériques, nous proposerons une méthode heuristique

Fig. 5.3 – Méthode du  $\epsilon$ -contrainte pour le POBB.

basée sur le même principe itératif par rapport à  $\epsilon$  mais où chaque problème bi-niveau mono-objectif est résolu de façon heuristique (par exemple l'algorithme génétique AG-POI).

Fig. 5.4 – Différentes approches de la méthode du  $\epsilon$ -contrainte.

### 5.2.1 Méthode exacte de résolution : MIP $\epsilon$ -contrainte

Chaque itération de l'approche  $\epsilon$ -contrainte, nécessite la résolution d'un problème bi-niveau à un objectif. Comme détaillé dans le chapitre 3, ce problème peut être formulé de façon équivalente comme un problème à un seul niveau bilinéaire (BILIN) en remplaçant le problème de second niveau par ses conditions d'optimalité primale-duale.

*BILIN*( $\epsilon$ )

$$\max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} T_i X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$$

$$\text{s.c. } l_{max} - l_{min} \leq \epsilon,$$

$$\sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v,$$

$$\sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N,$$

$$z_p \leq X_{ij} \quad \forall (i, j) \in A1,$$

$$\sum_{(i,j) \in P} X_{ij} \leq |p| - 1 + z_p \quad \forall p \in P1,$$

$$\sum_{p \in P_i} Z_p \leq 1 \quad \forall i : \exists j \in V \text{ tel que } (i, j) \in A1 \text{ où } (j, i) \in A1,$$

$$l_{max} \geq c_p z_p, \quad \forall p \in P1,$$

$$l_{min} \leq c_p + M(1 - z_p), \quad \forall p \in P1,$$

$$\sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v',$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V,$$

$$X_{ij}, Y_{ij} \geq 0,$$

$$\gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, i \in N,$$

$$\gamma_i + \lambda_i - \lambda_j \leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i,$$

$$\beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} \leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V,$$

$$\beta \geq 0,$$

$$\sum_{i \in V, j \in V} (c_{ij} + T_i) X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} = \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i.$$

Cette dernière formulation est équivalente à une formulation MIP en linéarisant les termes bilinéaires.

$$T_i X_{ij} = a_{ij} \quad \forall (i, j) \in A1 \quad (5.1)$$

$\Rightarrow$

$$-M_1 X_{ij} \leq a_{ij} \leq M_1 X_{ij} \quad (5.2)$$

$$-M_1(1 - X_{ij}) \leq a_{ij} - T_i \leq M_1(1 - X_{ij}) \quad (5.3)$$

avec  $M_1$  suffisamment grand et fonction des données du problème.

La formulation en problème en nombres entiers est donnée par :

$MIP(\epsilon)$

$$\begin{aligned} & \max_{T, X, Y} \sum_{(i,j) \in A1} a_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j} \\ & \text{s.c. } l_{max} - l_{min} \leq \epsilon, \\ & \sum_{j \in N} X_{n+1,j} \leq v, \\ & \sum_{i \in V} X_{ij} - \sum_{i \in V} X_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\ & \sum_{j \in V} X_{ij} + \sum_{j' \in V} Y_{ij'} = 1, \quad \forall i \in N, \\ & z_p \leq X_{ij} \quad \forall (i, j) \in A1, \\ & \sum_{(i,j) \in p} X_{ij} \leq |p| - 1 + z_p \quad \forall p \in P1, \\ & \sum_{p \in P_i} Z_p \leq 1 \quad \forall i : \exists j \in V \text{ tel que } (i, j) \in A1 \text{ où } (j, i) \in A1 \\ & l_{max} \geq c_p z_p, \quad \forall p \in P1, \\ & l_{min} \leq c_p + M(1 - z_p), \quad \forall p \in P1, \\ & \sum_{j \in N} Y_{n+1,j} \leq v' \\ & \sum_{i \in V} Y_{ij} - \sum_{i \in V} Y_{ji} = 0, \quad \forall j \in V, \\ & X_{ij}, Y_{ij} \geq 0 \\ & \gamma_i \leq c_{ij} + T_i \quad \forall j \in V, i \in N, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_i + \lambda_i - \lambda_j &\leq d_{ij}, \quad \forall j \in V \quad i \in N \quad j \neq i, \\
 \beta - \lambda_j + \lambda_{n+1} &\leq c' + d_{n+1,j} \quad \forall j \in V, \\
 \beta &\geq 0 \\
 \sum_{i \in V, j \in V} c_{ij} X_{ij} + a_{ij} + \sum_{(i,j) \in A_2} d_{ij} Y_{ij} + \sum_{j \in N} c' Y_{n+1,j} &= \beta v' + \sum_{i \in N} \gamma_i, \\
 -M_1 X_{ij} &\leq a_{ij} \leq M_1 X_{ij}, \\
 -M_1(1 - X_{ij}) &\leq a_{ij} - T_i \leq M_1(1 - X_{ij}).
 \end{aligned}$$

Les différentes formulations équivalentes du problème sont résumées dans le schéma Fig. 5.5.

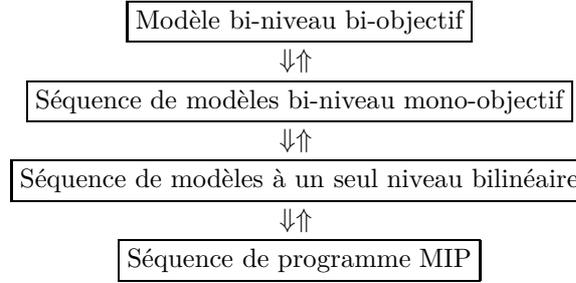


Fig. 5.5 – Différentes formulations équivalentes du POCB.

L'algorithme du  $\epsilon$ -contrainte est décrit dans de l'algorithme 4.

---

**Algorithme 4** Algorithme du  $\epsilon$ -contrainte

---

- 1: Déterminer le point Idéal et le point de Nadir  
 $z^I = (z_1^I, z_2^I)$  et  $z^N = (z_1^N, z_2^N)$
  - 2:  $\mathcal{F}^I = \{(z_1^I, z_2^N)\}$  et  $\epsilon_2 \leftarrow z_2^N - \Delta (\Delta = 1)$
  - 3: **tantque**  $\epsilon_2 \geq z_2^I$  **faire**
  - 4: résoudre  $P_1(\epsilon_2)$  (problème bi-niveau mono-objectif) en utilisant l'approche MIP, on note  $(z_1^*, z_2^*)$  la solution
  - 5: ajouter la solution  $(z_1^*, z_2^*)$  au front de Pareto  $\mathcal{F}^I$
  - 6: **mise à jour du front de Pareto** : retirer, si nécessaire, les points dominés de  $\mathcal{F}^I$
  - 7:  $\epsilon_2 \leftarrow z_2^* - \Delta$
  - 8: **fin tantque**
-

### 5.2.2 Méthode hybride de résolution : AG $\epsilon$ -contrainte

Dans cette section, nous présentons une version heuristique de l'algorithme  $\epsilon$ -contrainte. Cette fois nous appliquons l'approche AG-POI étudiée dans le chapitre 3 pour résoudre les problèmes mono-objectif bi-niveau défini lors de chaque itération. On peut ainsi schématiser les différentes formulations équivalentes du problème par le schéma Fig. 5.6.

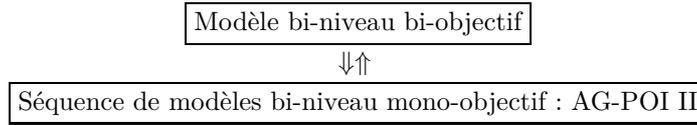


Fig. 5.6 – Résolution du POCB par l'algorithme AG-POI II.

---

**Algorithme 5** Algorithme du AG  $\epsilon$ -contrainte.

---

- 1: Déterminer le point Idéal et le point de Nadir  
 $z^I = (z_1^I, z_2^I)$  et  $z^N = (z_1^N, z_2^N)$
  - 2:  $\mathcal{F}^I = \{(z_1^I, z_2^N)\}$  et  $\epsilon_2 \leftarrow z_2^N - \Delta (\Delta = 1)$
  - 3: **tantque**  $\epsilon_2 \geq z_2^I$  **faire**
  - 4: résoudre  $P_1(\epsilon_2)$  problème bi-niveau mono-objectif en utilisant l'approche AG-POI, on note  $(z_1^*, z_2^*)$  la solution
  - 5: ajouter la solution  $(z_1^*, z_2^*)$  au front de Pareto  $\mathcal{F}^I$
  - 6: **mise à jour du front de Pareto** : retirer, si nécessaire, les points dominés de  $\mathcal{F}^I$
  - 7:  $\epsilon_2 \leftarrow z_2^* - \Delta$
  - 8: **fin tantque**
- 

### 5.3 Approche de résolution métaheuristique à base de population

Dans cette section nous étendons l'approche génétique du AG-POI étudiée dans le cas mono-objectif (chapitre 3) au cas bi-objectif. Nous utilisons l'algorithme génétique NSGA II pour sa mise en œuvre.

Comme dans le cas mono-objectif l'algorithme se déroule en deux phases. La première phase consiste à appliquer un algorithme génétique pour déterminer l'allocation des

trajets entre meneur et suiveur et leur ordonnancement. La seconde phase permet de déterminer les tarifs optimaux pour une allocation et un ordonnancement donné à l'aide de la résolution du problème d'optimisation inverse.

Les éléments de base de l'algorithme tels que la représentation des variables du suiveur et du meneur, les opérateurs et la fonction  $f(X)$

$$f(X) = \sum_{(i,j) \in A_1} c_{ij} X_{ij} - \sum_{j \in N} c X_{n+1,j}$$

sont tels que définis dans le chapitre 3.

La différence par rapport au cas mono-objectif porte essentiellement sur la fonction d'évaluation.

En effet la fonction d'évaluation de l'approche proposée comporte deux fonctions  $H_1(X, Y)$  et  $H_2(X, Y)$  définies par :

$$H_1(X, Y) = \alpha \gamma_{XY} - \beta f(X) \quad (5.4)$$

$$H_2(X, Y) = l_{max} - l_{min}. \quad (5.5)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta \in R$  des paramètres tel que  $\alpha + \beta = 1$ .

Afin de faciliter la mise en œuvre de cette première phase, nous nous basons sur un algorithme génétique spécifique dédiée à la résolution de problème d'optimisation multi-objectif : l'algorithme génétique élitiste de tri non dominé (*Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm*), NSGA-II.

### 5.3.1 Algorithme génétique élitiste de tri non dominé (NSGA-II)

NSGA-II, a été développé par Kalyanmoy Deb et ses collaborateurs à partir de 2000 [DAPM00] [DAPM02]. Il se présente comme l'un des algorithmes de référence pour déterminer l'ensemble des solutions avec une excellente diversification [GVH<sup>+</sup>07]. Il est plus efficace que son prédécesseur NSGA. Il se fonde sur les points suivants :

- utilisation d'une approche élitiste qui permet de sauvegarder les meilleures solutions trouvées lors des générations précédentes,
- mise en œuvre d'une procédure de tri basée sur la non-dominance, plus rapide favorisant ainsi les solutions non dominées,
- nécessite aucun réglage de paramètre,
- utilisation d'un opérateur de comparaison basé sur un calcul de la distance de crowding.

L'algorithme NSGA-II débute par une génération aléatoire d'une population initiale  $P_0$  de parents de taille  $N$ . Cette population est, par la suite, classée en plusieurs fronts de rangs différents. Chaque individu de  $P_0$  est comparé à tous les autres individus par le concept de dominance. Les individus non dominés appartiennent au front de rang 1,  $r = 1$ , le front optimal de Pareto. Ainsi les meilleurs individus sont dans les premiers fronts. Et par application successive de ce critère de non dominance à l'ensemble initial, privé, temporairement, des individus du front précédent, on détermine les différents fronts de rang  $n$ . Il y a généralement plus de solutions que de places restantes dans la population.

Les individus sont alors triés selon leur distance d'encombrement et par ordre décroissant. Ce choix permet d'offrir la meilleure distribution des individus sur le front de rang le plus élevé. On détermine, pour chaque élément de chaque front, sa distance d'encombrement. Ensuite, on applique le critère de sélection (par tournoi dans notre cas). Cette approche consiste à choisir aléatoirement deux solutions de la population parent et à sauvegarder la solution ayant le rang inférieur.

En outre, si les deux solutions ont le même rang, on garde celle ayant la plus grande distance d'encombrement. On applique, par la suite, les deux autres opérateurs évolutifs de croisement et de mutation pour créer la population enfant  $Q_0$  de  $N$  individus. Finalement, les deux populations sont assemblées pour former une nouvelle population  $R_t$  de taille  $2N$ . Cet assemblage assure l'élitisme de l'approche. Le processus continue, d'une génération à la suivante, jusqu'à un critère d'arrêt.

### 5.3.2 Algorithme AG-POI II pour le problème bi-niveau bi-objectif

Pour la mise en œuvre de cette approche basée sur l'évolution d'une population, nous utilisons l'*algorithme génétique élitiste de tri non dominé* (NSGA II) [DAPM02] en raison des performances décrit précédemment.

L'algorithme AG-POI II (algorithme 6) comporte deux étapes. Durant la première phase, une population conçue sur la base d'allocation de tâches évolue pour optimiser la fonction d'adaptation. Cette dernière est composée de deux objectifs optimisés simultanément : la maximisation de  $H_1(X, Y)$  et la minimisation de  $H_2(X, Y)$ . Une fois cette étape terminée la deuxième phase consiste à déterminer les tarifs optimaux pour cette allocation en résolvant un problème d'optimisation inverse comme décrit dans le

chapitre 3.

<b>Évaluation</b>	$(Maximiser H_1(X, Y), Minimiser H_2(X, Y))(5.4)$
<b>Variables</b>	Allocation de <i>vect</i> < boolean > pour le suiveur.

Pour la mise en œuvre de la première partie, nous utilisons l'implémentation de *NSGA - II* dans paradisEO<sup>1</sup>.

---

**Algorithme 6** Algorithme AG-POI II

---

- 1: **Première phase : NSGA II**
  - 2: Résolution avec NSGA II : Fonction d'évaluation  $(\max_{X,Y} H_1(X, Y), \min_{X,Y} H_2(X, Y))$
  - 3: **Deuxième phase : POI**
  - 4: Résoudre le problème d'optimisation inverse pour chaque point de l'ensemble Pareto optimal par la méthode de génération de colonnes.
- 

## 5.4 Résultats des tests et analyse

Dans cette section, nous définissons un protocole expérimental semblable à celui du chapitre 3 permettant de tester les différentes approches étudiées dans ce chapitre. Pour chaque matrice du suiveur construite selon l'approche décrite à la section 3.5 du chapitre 3, on considère 5 jeux de matrices tarifables comportant 15, 20, 25, 30, 35 % de trajets pouvant être réalisés par le meneur. Nous supposons qu'aussi bien le meneur que le suiveur disposent d'une flotte « suffisante » de véhicules.

Pour une résolution du problème PTTLTD bi-niveau bi-objectif par l'algorithme *NSGA - II*, la première phase liée à l'évolution de la population comporte 100 itérations. À noter que seules les 75 premières ont un effet de diversification. Comme on l'observe de façon classique pour les algorithmes génétiques les dernières itérations ont un rôle de validation.

Les paramètres de l'algorithme AG-POI II sont définis de la façon suivante :

- Pour le NSGA II, nous utilisons un croisement binaire simulé avec  $n_c = 20$ , l'opérateur de mutation polynomial fixé à 0.6 et le taux de mutation à 0.15. La taille de la population est fixée à 100.
- Un critère de sélection par tournoi est utilisé.

---

1. <http://paradiseo.gforge.inria.fr/>

- Les résultats moyens pour 20 exécutions de l'algorithme *NSGA - II* sont reportés.

Le problème d'optimisation inverse est résolu par la méthode de génération de colonnes proposée par Cirinei *et al.* [BCMS11].

Les tableaux Tab. 5.1, Tab. 5.2, Tab. 5.3 et Tab. 5.4 résument les différents tests réalisés pour comparer les performances des différentes méthodes décrites dans ce chapitre. Les notations utilisées dans les tables de résultats sont définis par :

- Pareto : nombre d'éléments non dominés,
- % : pourcentage de trajets tarifables effectués par le meneur,
- CPU : temps de calcul cpu en secondes,
- hypervolume : indicateur d'hypervolume,
- contribution : indicateur de contribution de la méthode exacte sur les heuristiques,
- $r_p$  : valeur du test de corrélation non paramétrique de Spearman.

Nous commentons d'abord les instances générés en terme de corrélation des objectifs ensuite nous commentons les résultats numériques obtenus.

L'analyse du test non paramétrique de Spearman, indique une forte corrélation entre les deux objectifs. Ceci provient du second objectif que nous considérons. En effet, le second objectif d'équilibrage qui est indirectement apparent dans le premier objectif de maximisation du revenu. Toutefois il est nécessaire de fournir au décideur l'ensemble des solutions lui permettant de choisir celle qui lui semble la plus appropriée. Aussi de l'analyse des fronts de Pareto (Fig.5.8), il apparaît clairement une corrélation quasi-linéaire entre le revenu du meneur et la valeur de l'écart d'équilibrage : l'augmentation du revenu du meneur entraîne une augmentation de cette valeur d'écart.

La résolution exacte du problème bi-niveau bi-objectif par la méthode de  $\epsilon$  contrainte permet de déterminer la totalité du front de Pareto mais elle est très coûteuse en temps. Ceci est dû au temps requis par Cplex pour résoudre la formulation MIP du problème bi-niveau mono-objectif. En effet comme l'illustrent les résultats numériques peu d'instances peuvent être résolues à l'optimalité en moins de 10 heures de calcul.

Lors des tests numériques nous avons également observé que la difficulté de résolution des problèmes MIP est également accrue avec la diminution du nombre de véhicules à la disposition du meneur et du suiveur. C'est pourquoi nous avons supposé que les deux

acteurs disposent de suffisamment de véhicules pour les tests présentés dans cette section, même s'ils ne sont pas tous utilisés dans les solutions. Le fait de définir une borne supérieure élevée sur le nombre de véhicule permet à Cplex d'obtenir plus rapidement une première solution réalisable.

La résolution approchée par l'algorithme (AG-POI) du problème bi-niveau mono objectif intervenant à chaque étape de la méthode de  $\epsilon$  contrainte permet de réduire de moitié les temps de calcul en gardant des résultats de qualité en terme des indicateurs. La taille du front de Pareto reste bien sûr la même que pour la méthode exacte car les mêmes valeurs du paramètres  $\epsilon$  sont déterminées. L'indicateur d'hypervolume varie de 0.5 à 2 en moyenne et cela pour toutes les familles d'instances. Cela traduit la proximité entre front théorique et le front approché. De plus il a tendance à augmenter avec le pourcentage de trajet tarifables par le meneur. L'indicateur de contribution reste quand à lui plus ou moins constant avec le pourcentage de trajets tarifables. Il vaut en moyenne 0.6. Cela signifie qu'en terme de diversité les solutions obtenues par l'heuristique sont de bonne qualité.

La méthode AG-POI II permet de déterminer des fronts de Pareto suffisamment proches du front optimal. En effet l'indicateur d'hypervolume varie de 0.5 à 0.7. De plus elle permet de déterminer une excellente approximation des points centraux du front de Pareto. ceci est illustré sur les figures Fig. 5.9. Ces points représentent généralement d'excellents compromis pour le décideur. Le temps de calcul de la méthode AG POI II est nettement inférieur à ceux de la méthode  $\epsilon$  contrainte exacte ou  $\epsilon$  contrainte AG.

De façon générale, pour des instances comprenant plus de 25% de trajets tarifables les deux méthodes heuristiques ont des comportement semblables en terme de qualité de solution comme l'illustrent les deux indicateurs.

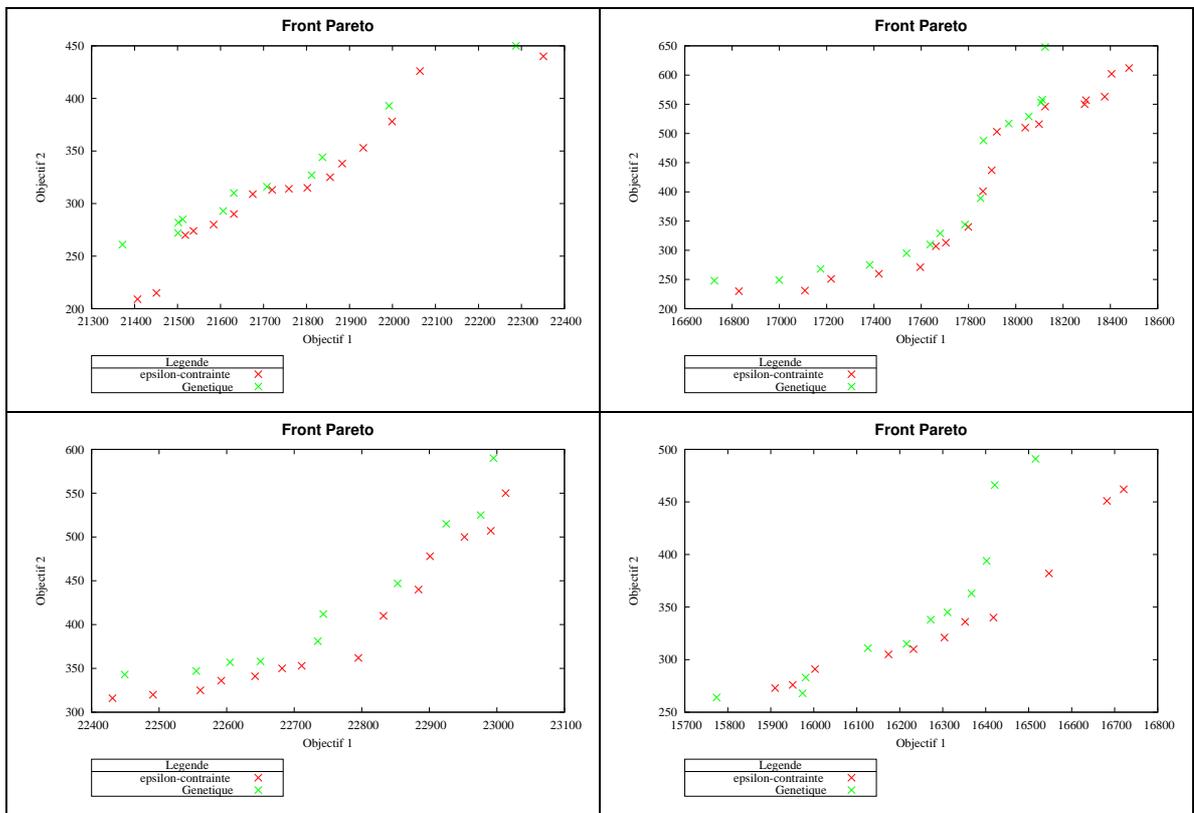


Fig. 5.7 – Représentation du front de Pareto : instance à 25%.

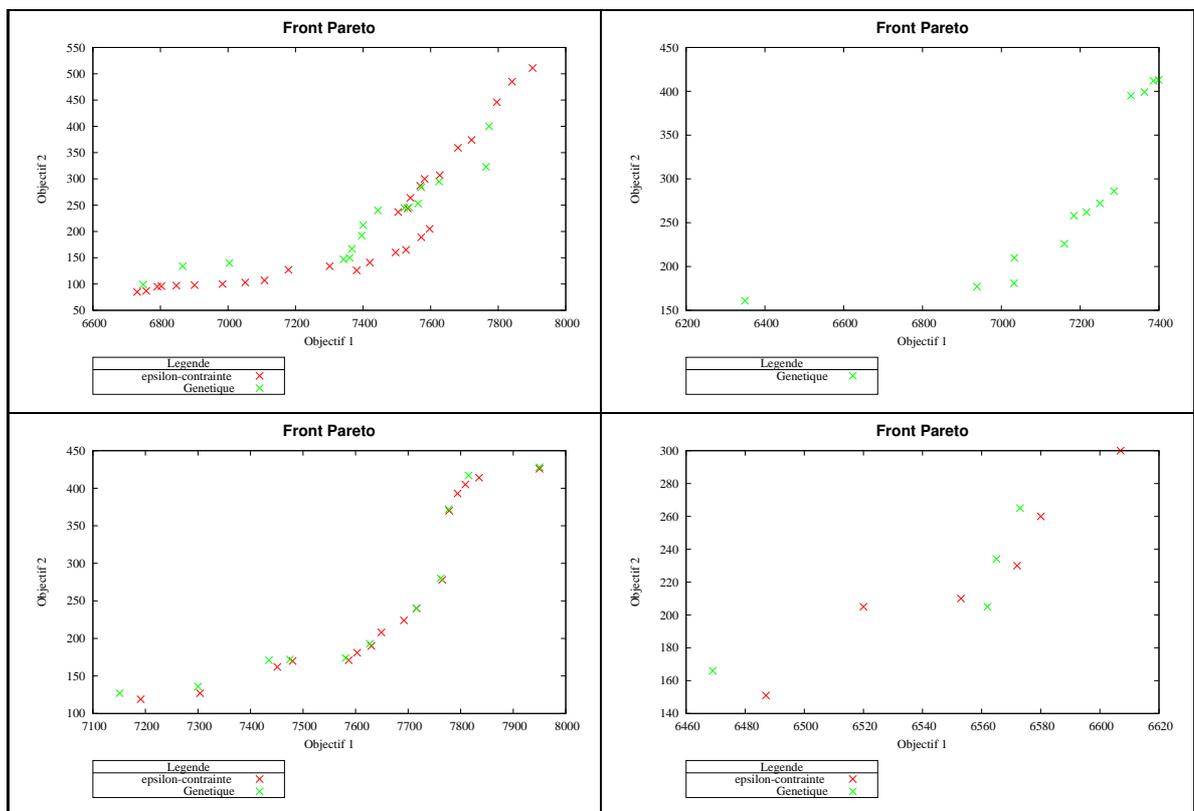


Fig. 5.8 – Représentation du front de Pareto : instance à 15%.

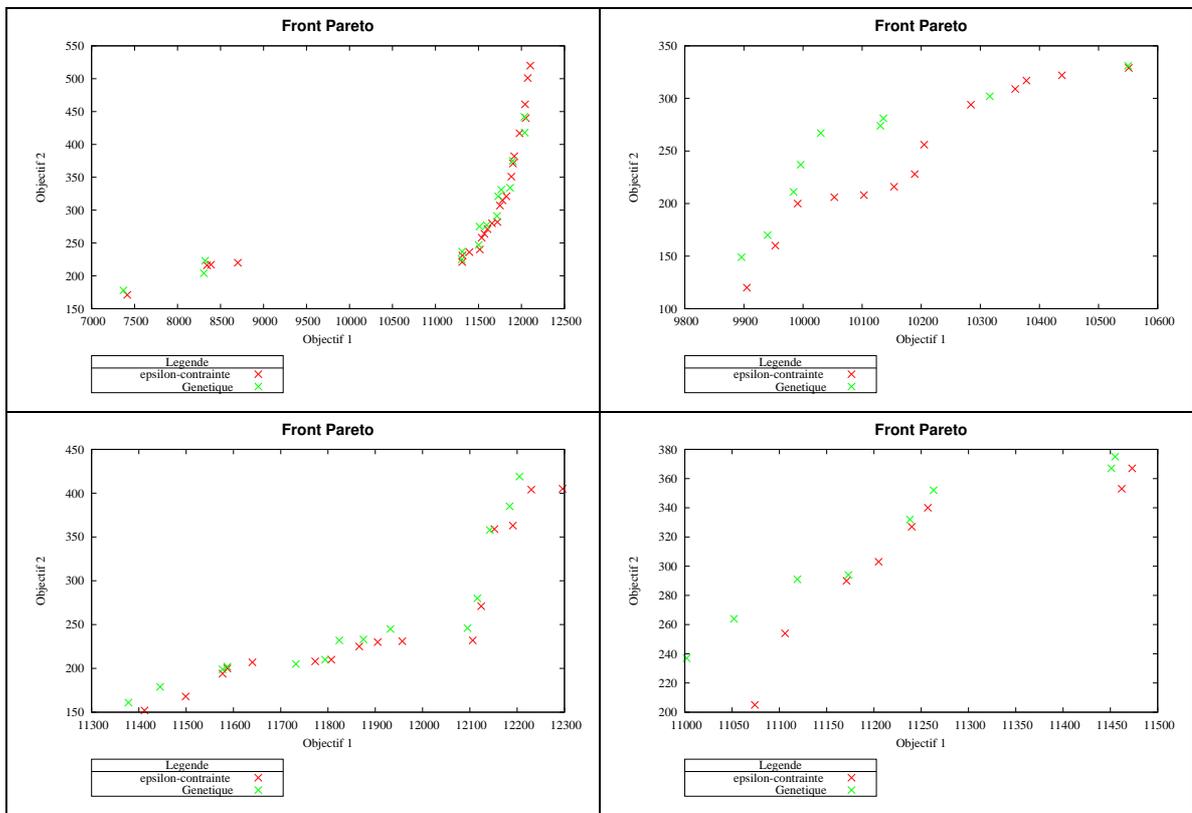


Fig. 5.9 – Représentation du front de Pareto : instance à 20%.



Tab. 5.2 – bi-objectif instances de type s1.

	$\epsilon - \text{contrainte}$		$\epsilon - \text{contrainteAG}$				AG-POI 2				$r_p$
	#Pareto	CPU	#Pareto	CPU	hypervolume	contribution	#pareto	CPU	hypervolume	contribution	
	15	14977.10	21	19517.15	0.81	0.56	17	7399.51	0.86	0.60	0.64
	15	19624.90	24	14581.60	0.79	0.58	17	11692.37	0.87	0.63	0.67
	15	19823.61	20	15731.55	0.73	0.55	16	8592.85	0.90	0.63	0.73
	15	24635.90	23	15072.94	0.75	0.58	19	9253.12	0.97	0.61	0.74
	15	18519.37	19	12621.05	0.84	0.56	12	7035.24	1.07	0.63	0.74
	20	26929.17	27	13259.20	1.03	0.54	20	1074.72	1.78	0.60	0.73
	20	21487.51	18	12892.46	1.26	0.63	11	1107.49	1.81	0.70	0.80
	20	19793.45	21	12815.70	1.15	0.60	16	10521.70	1.57	0.63	0.72
	20	13127.89	17	9586.60	1.19	0.59	11	8572.72	1.81	0.64	0.70
	20	23079.49	21	16591.91	1.93	0.66	17	10073.29	2.01	0.69	0.74
	25	19375.29	17	11970.32	1.32	0.57	14	9058.73	2.13	0.64	0.72
	25	27371.81	23	18319.12	1.98	0.64	18	10309.52	1.63	0.67	0.79
s1	25	26702.39	18	19741.73	2.05	0.69	12	9159.37	2.61	0.73	0.75
	25	24812.95	22	17531.54	1.97	0.63	17	11608.10	2.09	0.70	0.78
	25	28141.76	26	16913.40	1.75	0.59	19	11583.64	2.15	0.68	0.78
	30	27319.73	21	17825.93	1.69	0.65	14	10049.07	2.07	0.71	0.70
	30	26059.04	17	13905.17	2.03	0.63	13	9718.59	2.38	0.67	0.73
	30	32572.82	28	15031.05	1.61	0.63	21	8391.32	2.05	0.69	0.81
	30	26495.73	25	16005.96	2.24	0.64	17	8901.92	2.96	0.70	0.79
	30	24036.28	19	15881.20	2.37	0.69	15	9073.02	2.79	0.71	0.80
	35	24091.13	21	16912.50	1.62	0.67	12	12417.04	2.06	0.73	0.76
	35	25817.49	20	15009.73	1.97	0.63	14	9381.82	2.14	0.70	0.75
	35	21481.78	23	12098.11	1.79	0.61	16	9329.53	2.02	0.69	0.76
	35	25091.92	27	14701.04	1.52	0.58	19	13940.59	1.79	0.66	0.80
	35	18905.96	25	15671.66	1.73	0.62	16	12710.47	1.97	0.71	0.73

Tab. 5.3 – bi-objectif instances de type s2.

	$\epsilon - \text{contrainte}$		$\epsilon - \text{contrainteAG}$				AG-POI 2				$r_p$
	#Pareto	CPU	#Pareto	CPU	hypervolume	contribution	#pareto	CPU	hypervolume	contribution	
15	25	24015.72	25	15629.53	0.75	0.53	20	9114.63	0.80	0.64	0.70
15	17	21907.09	17	13025.09	0.76	0.56	14	902.79	0.82	0.59	0.71
15	20	19552.94	20	12891.27	0.75	0.59	14	957.29	0.85	0.61	0.72
15	19	1892.89	19	13570.12	0.90	0.62	15	908.51	1.02	0.69	0.75
15	21	23072.09	21	16274.01	0.99	0.63	17	10714.03	0.78	0.69	0.70
20	20	22950.07	20	14021.95	1.02	0.59	14	973.75	1.23	0.64	0.76
20	23	23581.67	23	16250.41	1.38	0.57	13	9172.07	1.52	0.64	0.73
20	18	20733.28	18	10472.05	0.90	0.61	12	715.56	1.25	0.63	0.78
20	19	20721.83	19	15371.96	1.15	0.56	14	903.31	1.29	0.62	0.75
20	24	2678.87	24	13841.99	1.14	0.60	18	10043.64	1.32	0.63	0.73
25	24	25625.29	24	13729.52	1.12	0.66	17	1007.08	1.61	0.69	0.75
25	27	29481.93	27	18426.43	1.03	0.57	15	18371.94	1.37	0.65	0.74
25	25	26372.73	25	14375.59	1.04	0.63	18	995.36	1.18	1.19	0.78
25	29	30184.92	29	20528.06	1.10	0.62	19	1007.73	1.27	0.67	0.77
25	31	31057.45	31	19951.11	1.05	0.64	23	1159.35	1.19	0.69	0.75
30	32	35091.57	32	23419.61	1.25	0.63	24	13026.15	1.49	0.69	0.76
30	29	29528.27	29	18593.35	1.12	0.62	19	12641.18	1.34	0.69	0.75
30	27	28063.46	27	15671.83	1.41	0.57	20	10592.52	1.59	0.66	0.76
30	32	3374.36	32	21048.75	1.73	0.64	21	13026.05	1.82	0.69	0.75
30	25	26482.62	25	170342.79	1.43	0.60	17	10438.19	1.65	0.65	0.77
35	29	34504.31	29	260791.02	1.06	0.63	24	12053.72	1.28	0.70	0.77
35	33	35481.47	33	25469.99	1.95	0.70	25	13087.53	2.09	0.75	0.75
35	31	33409.55	31	25731.07	1.60	0.67	23	11032.01	1.97	0.7	0.75
35	29	30701.10	29	219629.20	1.43	0.61	24	12362.78	1.85	0.65	0.76
35	29	30076.92	29	20312.81	1.75	0.61	23	10835.02	1.98	0.65	0.75

Tab. 5.4 – bi-objectif instances de type s3.

	$\epsilon - \text{contrainte}$		$\epsilon - \text{contrainteAG}$				AG-POI 2				$r_p$
	#Pareto	CPU	#Pareto	CPU	hypervolume	contribution	#pareto	CPU	hypervolume	contribution	
15	21	17082.41	21	10749.30	0.58	0.67	15	7410.30	0.70	0.70	0.73
15	17	15276.07	11	10728.35	0.71	0.59	14	728.15	0.87	0.60	0.75
15	19	19058.97	19	11501.06	0.80	0.62	15	910.41	0.95	0.61	0.69
15	15	19351.36	15	12379.50	0.92	0.57	11	990.43	1.25	0.65	0.76
15	14	16081.68	14	10520.39	0.99	0.60	10	749.17	1.09	0.68	0.77
20	19	18071.50	19	10836.23	1.04	0.62	16	869.48	1.39	0.67	0.75
20	23	21655.67	23	13709.50	0.97	0.64	17	1009.67	1.23	0.69	0.74
20	25	24842.38	25	14852.96	1.28	0.59	19	10891.66	0.85	0.66	0.74
20	27	26964.82	27	12611.02	1.50	0.59	20	905.07	1.98	0.65	0.73
20	21	22094.72	21	11025.17	1.89	0.65	16	889.71	2.01	0.69	0.78
25	29	27093.51	29	19405.10	1.77	0.62	18	11730.51	2.09	0.67	0.75
25	28	26510.47	28	17051.65	1.72	0.61	21	971.89	2.07	0.65	0.77
25	26	25014.01	26	17261.30	1.90	0.61	17	11950.84	2.18	0.68	0.76
25	28	27016.29	28	16637.58	1.66	0.65	21	10691.26	2.09	0.65	0.76
25	25	23451.71	25	14018.37	1.82	0.67	17	10819.14	2.11	0.72	0.75
30	29	30751.93	29	21671.89	1.78	0.60	22	11739.05	2.21	0.70	0.70
30	29	31047.38	29	21920.13	2.10	0.62	21	13008.63	2.83	0.70	0.76
30	30	31283.74	30	19807.80	1.89	0.67	19	11625.86	2.07	0.72	0.77
30	27	28079.66	27	17085.15	1.80	0.62	21	10372.42	2.06	0.70	0.72
30	32	34829.03	32	20619.79	1.77	0.67	20	11509.62	2.05	0.73	0.76
35	30	32189.90	30	21728.35	1.69	0.65	24	11348.81	1.98	0.72	0.75
35	29	30571.68	29	19075.27	1.90	0.62	19	10419.95	2.19	0.71	0.73
35	31	33062.17	31	22719.09	1.75	0.60	23	11035.08	2.17	0.72	0.75
35	30	29810.33	30	18720.05	2.71	0.61	21	10025.36	2.93	0.70	0.70
35	33	31970.39	33	19951.80	2.16	0.63	22	10529.44	2.58	0.73	0.76

## Conclusion

*« La vie entière n'est rien d'autre que des questions devenues formes, qui portent en elles le germe de leur réponse... et des réponses grosses de questions. »*

*Gustav Meyrink*

## Résumé des contributions

Dans cette thèse, nous avons étudié le problème de transport longue distance mono-objectif et bi-objectif. Un certain nombre de résultats ont été présentés.

La méthodologie de résolution d'un problème d'optimisation nécessite deux grandes étapes. La première étape consiste à définir et décrire mathématiquement le problème. Généralement, la complexité du modèle croît avec le réalisme et la précision de cette description. La seconde étape consiste en la résolution numérique, éventuellement en utilisant des algorithmes d'optimisation existants. Il est donc primordial de trouver un juste équilibre entre la modélisation (description) de la situation rencontrée et le modèle mathématique qui en découle.

Nous nous sommes intéressés dans ce travail aux deux étapes de cette méthodologie pour la résolution d'un problème d'optimisation de transport longue distance. Plus précisément nous avons étudié un problème de tarification pour le transport longue distance de marchandises. Cette problématique a pour but de valoriser la capacité inutilisée tout en considérant de manière sous-jacente les objectifs classiques du domaine du transport, tels que la minimisation de la distance parcourue, l'optimisation d'objectif économique. Considérant l'environnement concurrentiel et les aspects liés à la gestion du revenu, nous avons proposé un modèle à deux niveaux de décision pour modéliser ce problème. Ce type de modèle permet de représenter le processus de décision hiérarchisé intervenant entre différents agents de décision. À notre connaissance il s'agit des premiers modèles bi-niveau mono et multi-objectifs proposés dans la littérature pour ce type de problème.

Dans notre première approche, nous avons étudié un modèle bi-niveau mono-objectif bilinéaire du problème. Nous avons commencé par développer une méthode de résolution exacte, basée sur la reformulation du problème sous forme d'un problème linéaire mixte. Afin de résoudre des instances de taille moyenne, nous avons développé deux heuristiques. La première appelée heuristique primale-duale est basée sur la reformulation du problème de second niveau à partir de ces conditions d'optimalité primal dual. La seconde heuristique est un algorithme génétique basé sur la structure du problème. Cette approche s'avère être efficace pour déterminer des solutions de qualité en des temps de calcul nettement inférieur à ceux de l'heuristique primale-duale ou de la méthode exacte.

Ensuite, nous avons proposé un modèle bi-niveau bi-objectif pour le problème. Dans ce cas en plus de maximiser son revenu, le meneur souhaite réduire la différence entre la plus grande et la plus petites distance parcouru à vide. Cet objectif répond à la fois à un besoin économique et écologique. Cette nouvelle formulation un peu plus réaliste de la situation s'avère être plus complexe dans sa résolution. À l'heure actuelle il existe peu de travaux portant sur la modélisation et le développement algorithmique pour des problèmes bi-niveau multi-objectifs. Pour résoudre le modèle bi-niveau bi-objectif proposé, nous avons développé une méthode exacte et une méthode de résolution approchée basée sur le principe de la méthode du  $\epsilon$ -contrainte. On obtient ainsi un algorithme séquentiel dans lequel pour chaque itération nous avons à résoudre un problème à deux niveaux mono-objectif. Nous utilisons alors les algorithmes définis dans la première partie. Enfin, nous étendons avons développé une seconde heuristique basée sur le principe des algorithmes génétiques pour résoudre le modèle bi-niveau bi-objectif. Cette méthode s'avère être très efficace en terme de qualité de solution que de temps de calcul.

## Perspectives de recherche

Ces diverses contributions sont toutefois soumises à certaines limites et insuffisances. Les premières perspectives de recherche que nous proposons concernent les améliorations de la modélisation. En effet, dans l'approche présente du problème bi-niveau bi-objectif, en considérant la réduction des écarts parcourus comme second objectif du meneur, on est confronté à une forte corrélation des deux objectifs. Le second objectif considéré, bien qu'ayant une importance économique et écologique, est indirectement présent dans le premier objectif. Nos deux objectifs sont donc peu en conflit. Cela se vérifie notamment lors les différents tests effectués : l'indice de corrélation de Spearman est sensiblement élevé.

D'autre part, dans notre approche nous avons choisi d'intégrer le caractère multi-objectif au premier niveau. Toutefois, il aurait pu être possible de modéliser ce concept au second niveau :

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & F(x, y) \\ \text{s.c.} \quad & G(x, y) \leq 0 \\ & \min_{x,y} (f_1(x, y), f_2(x, y)) \end{aligned}$$

$$g(x, y) \leq 0$$

Dans ce cas pour les variables du meneur fixées on ne parle plus de solution optimale mais d'un front de Pareto. L'inconvénient d'une telle approche réside dans sa complexité et aussi par la définition même de tous les concepts liés à l'optimisation bi-niveau tels que le domaine induit et le problème d'optimisation inverse.

Enfin, comme nous l'avons mentionné en début de cette conclusion, le modèle d'un problème doit de se rapprocher au mieux de la réalité. Aussi dans le domaine du transport, les entreprises sous-traitantes sont très souvent amenées à intégrer la configuration de leur réseau dans une distribution prédéfinie de la société commanditaire. Dès lors dans la modélisation du problème de tarification, le sous-traitant (meneur) est assujéti à une contrainte forte. Par rapport au modèle défini dans cette thèse cela revient à considérer que le meneur tarifie et insère potentiellement des trajets du suiveur dans ses plans de transport déjà pré-établis. La modélisation d'une telle approche pour les problèmes de tarification s'avère un excellent défi pour le domaine du transport.

Au niveau de la résolution, les algorithmes proposés peuvent bien sûr être améliorés, notamment au niveau de l'efficacité et du temps de résolution. On peut toutefois étendre ces méthodes grâce à l'incorporation d'autres heuristiques ou opérateurs de réduction tels que ceux utilisés dans la programmation linéaire, la programmation par contrainte ou l'optimisation globale. Une approche par des métaheuristiques à base de voisinage, notamment la recherche tabou [BCMS12], demeure une piste d'améliorations des performances des résultats. Aussi à ce sujet, une approche améliorée au vu de la structure du modèle, par la recherche à voisinages variables (VNS) [MH97] a tout son intérêt.

Il serait également intéressant de tester une approche coévolutionnaire [LLT12] prenant en compte l'interaction entre les deux niveaux de décision. Plus précisément l'utilisation du problème d'optimisation inverse pour effectuer la communication entre les deux entités de l'algorithme. Nous préconisons notamment cette approche.

# Index

- Acte de déréglementation, [8](#)
- AG-POI, [93](#)
- Algorithme génétique, [55](#)
  
- Distribution, [59](#)
- Dominance Pareto, [79](#)
  
- Front de Pareto, [79](#)
  
- Gestion du revenu, [8](#), [21](#)
  
- Heuristique primale-duale, [48](#)
  
- Indicateur d'hypervolume, [82](#)
- Indicateur de contribution, [83](#)
- Indicateur de qualité, [81](#)
  
- Meneur, Suiveur, [32](#)
  
- NSGA-II, [106](#)
  
- ParadisEO, [107](#)
- Problème bilinéaire, [48](#)
- Problème d'optimisation bi-objectif, [78](#)
- Problème d'optimisation inverse, [41](#)
- Problème d'ordonnancement, [28](#), [29](#)
- Problème de tarification, [32](#)
- Programme mixte en nombres entiers, [46](#)
  
- Réseau du meneur, [63](#)
  
- Transformation de graphe, [29](#)
- Transport longue distance, [17](#), [84](#)



---

## Bibliographie

- [Ack93] A. V. Ackere. The principal/agent paradigm : Its relevance to various functional fields. *European Journal of Operational Research*, 70(1) :83–103, 1993.
- [AM09] Z. Ankhili and A. Mansouri. An exact penalty on bilevel programs with linear vector optimization lower level. *European Journal of Operational Research*, 197(1) :36–41, 2009.
- [Bar91] J. F. Bard. Some properties of the bilevel programming problem. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 68(2) :371–378, 1991.
- [Bas00] T. Bashyam. Service design and price competition in business information service. *Operation Research*, 48(3) :362–375, 2000.
- [Ber05] B. Berman. Applying yield management pricing to your service business. *Business Horizons*, 48(2) :169–179, 2005.
- [BGP09] J-F. Bérubé, M. Gendreau and J-Y. Potvin. An exact epsilon-constraint method for bi-objective combinatorial optimization problems : Application to the traveling salesman problem with profits. *European Journal of Operational Research*, 194(1) :39–50, 2009.
- [BM95] G. R. Bitran and S. V. Mondschein. An application of yield management to the hotel industry considering multiple day stays. *Operations Research*, 43(3) :427–443, 1995.
- [BE09] M. Bouhtou and G. Erbs. A continuous optimization model for a joint problem of pricing and resource allocation. *RAIRO-Operations Research*, 43(2) :115–143, 2009.
- [BEM07] M. Bouhtou, G. Erbs and M. Minoux. Joint optimization of pricing and resource allocation in competitive telecommunications networks. *Networks*, 50(1) :37–49, 2007.

- [BM73] J. Bracken and J. T. McGill. Mathematical programs with optimization problems in the constraints. *Operations Research*, 21(1) :37–44, 1973.
- [BM74] J. Bracken and J. T. McGill. Defense applications of mathematical programs with optimization problems in the constraints. *Operations Research*, 22(5) :1086–1096, 1974.
- [BM78] J. Bracken and J. T. McGill. Production and marketing decisions with multiple objectives in a competitive environment. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 24(3) :449–458, 1978.
- [BLS85] M.A Brenner, J.O. Leet and E. Schott. *Airline deregulation*. Box 2055, Saugatuck Station, Westport 06880, 1985.
- [BCMS11] L. Brotcorne, F. Cirinei, P. Marcotte and G. Savard. An exact algorithm for the network pricing problem. *Discrete Optimization*, 8(2) :246–258, 2011.
- [BCMS12] L. Brotcorne, F. Cirinei, P. Marcotte and G. Savard. A tabu search algorithm for the network pricing problem. *Computers & Operations Research*, 39(11) :2603–2611, 2012.
- [BLMS00] L. Brotcorne, M. Labbé, P. Marcotte and G. Savard. A bilevel model and solution algorithm for a freight tariff-setting problem. *Transportation Science*, 34(3) :289–302, 2000.
- [BLMS01] L. Brotcorne, M. Labbé, P. Marcotte and G. Savard. A bilevel model for toll optimization on a multicommodity transportation network. *Transportation Science*, 35(4) :345–358, 2001.
- [BLMS08] L. Brotcorne, M. Labbé, P. Marcotte and G. Savard. Joint design and pricing on a network. *Operations Research*, 56(5) :1104–1115, 2008.
- [BMS08] L. Brotcorne, P. Marcotte and G. Savard. Bilevel programming : The montreal school. *INFOR : Information Systems and Operational Research*, 46(4) :231–246, 2008.
- [CG08] H. I. Calvete and C. Galé. A multiobjective bilevel program for production-distribution planning in a supply chain. In M. Ehrgott, B. Naujoks, J. T. Stewart and J. Wallenius, editors, *MCDM, 634 of Lecture notes in economics and mathematical systems*, 155–165. Springer, 2008.

- [CGO11] H. I. Calvete, C. Galé and M.-J. Oliveros. Bilevel model for production-distribution planning solved by using ant colony optimization. *Computers & Operation Research*, 38(1) :320–327, 2011.
- [CN77] W. Candler and R. Norton. Multilevel programming. *Technical Report 20, Research Center, Washington DC, USA*, 1977.
- [CDFT89] G. Carpaneto, M. Dell’amico, M. Fischetti and P. Toth. A branch and bound algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Networks*, 19(5) :531–548, 1989.
- [CH83] V. Chankong and Y. Y. Haimes. *Multiobjective decision making theory and methodology*. Elsevier Science, New York, 1983.
- [CS12] Y. Collette and P. Siarry. *Multiobjective optimization : Principles and case studies*. Decision Engineering. Springer, 2012.
- [CMS05] B. Colson, P. Marcotte and G. Savard. Bilevel programming : A survey. *4OR*, 3(2) :87–107, 2005.
- [CMS03] J.-P. Côté, P. Marcotte and G. Savard. A bilevel modeling approach to pricing and fare optimization in the airline industry. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 2(1) :23–36, 2003.
- [Cra03] T.G. Crainic. Long-haul freight transportation. *Handbook of Transportation Science*, 2 :451–516, 2003.
- [DF54] G. Dantzig and D. R. Fulkerson. Minimizing the number of tankers to meet a fixed schedule. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1(1) :217–222, 1954.
- [DA95] K. Deb and R. B. Agrawal. Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex Systems*, 9 :115–148, 1995.
- [DAPM00] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap and T. Meyarivan. A fast elitist multi-objective genetic algorithm : Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6 :182–197, 2000.
- [DAPM02] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : Nsga-ii. *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, 6(2) :182–197, 2002.
- [DS10] K. Deb and A. Sinha. An efficient and accurate solution methodology for bilevel multi-objective programming problems using a hy-

- brid evolutionary-local-search algorithm. *Evolutionary Computation*, 18(3) :403–449, 2010.
- [Dem02] S. Dempe. *foundations of bilevel programming*. Springer, 2002.
- [dLdlP13] Observatoire des Loyers de l’Agglomération Parisienne. Évolution en 2012 des loyers d’habitation du secteur locatif privé dans l’agglomération parisienne. Technical report, OLAP, 2013.
- [DDSS95] J. Desrosiers, Y. Dumas, M. M. Solomon and F. Soumis. Time constrained routing and scheduling. In *Handbooks in Operations Research and Management Science 8 : Network Routing*, M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma, G.L. Nemhauser (eds), 35–139, Elsevier Science Publishers, 1995.
- [DLMS08] S. Dewez, M. Labbé, P. Marcotte and G. Savard. New formulations and valid inequalities for a bilevel pricing problem. *Operations Research Letters*, 36(2) :141–149, 2008.
- [DS04] M. Dorigo and T. Stützle. *Ant colony optimization*. MIT Press, Cambridge, MA, 2004.
- [Ehr00] M. Ehrgott. *Multicriteria optimization*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems Series. Springer, 2000.
- [EG03] M. Ehrgott and X. Gandibleux. Multiobjective Combinatorial Optimization - Theory, Methodology, and Applications Multiple Criteria Optimization : State of the Art Annotated Bibliographic Surveys. In M. Ehrgott and X. Gandibleux, editors, *Multiple criteria optimization : State of the art annotated bibliographic surveys, 52 of International Series in Operations Research & Management Science, chapter 8, 369–444*. Springer US, Boston, 2003.
- [EG07] M. Ehrgott and X. Gandibleux. Bound sets for biobjective combinatorial optimization problems. *Computers & OR*, 34(9) :2674–2694, 2007.
- [EN02] M. Ehrgott and S. Nickel. On the number of criteria needed to decide pareto optimality. *Mathematical Methods of Operations Research*, 55(3) :329–345, 2002.
- [Eic07] G. Eichfelder. *Solving nonlinear multiobjective bilevel optimization problems with coupled upper level constraints*. Institut für Angewandte Mathematik der Universität Erlangen-Nürnberg, 2007.

- [GR97] G. Gallego G. and G. V. Ryzin. A multiproduct dynamic pricing problem and its applications to network yield management. *Operations Research*, 45(1) :24–41, 1997.
- [GR94] G. Gallego and G. V. Ryzin. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons. *Management Science*, 40(8) :999–1020, 1994.
- [GJ79] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and intractability : A guide to the theory of NP-completeness*. W. H. Freeman, 1979.
- [GLM04] G. Ghiani, G. Laporte and R. Musmanno. *Introduction to logistics systems planning and control*. Wiley Interscience Series in Systems and Optimization. Wiley, 2004.
- [GVH<sup>+</sup>07] T. Goel, R. Vaidyanathan, R. Haftka, W. Shyy, N. Queipo and K. Tucker. Response surface approximation of Pareto optimal front in multi-objective optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(4) :879–893, 2007.
- [Gol89] David E. Goldberg. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 1989.
- [GvHvdK<sup>+</sup>05] A. Grigoriev, S. van Hoesel, A. van der Kraaij, M.J. Uetz and M. Bouhtou. Pricing network edges to cross a river. In G. Persiano and R. Solis-Oba, editors, *Approximation and Online Algorithms (WAOA 2004)*, 3351 of *Lecture Notes in Computer Science*, 140–153, Berlin, Springer Verlag, 2005.
- [GS00] T. Grünert and H. J. Sebastian. Planning models for long-haul operations of postal and express shipment companies. *European Journal of Operational Research*, 122(2) :289–309, 2000.
- [HH74] Y. Y. Haimes and W. Hall. Multiobjectives in water resource systems analysis : the surrogate worth trade off method. *Water Resources Research*, 10(4) :615–624, 1974.
- [HLW71] Y. Y. Haimes, L. S. Lasdon and D. A. Wismer. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1 :296–297, 1971.

- [HLMS10] G. Heilporn, M. Labbé, P. Marcotte and G. Savard. A polyhedral study of the network pricing problem with connected toll arcs. *Networks*, 55(3) :234–246, 2010.
- [Hol75] J. H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems : an introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence*. University of Michigan Press, 1975.
- [Jon85] K. A. De Jong. Genetic algorithms : A 10 year perspective. In *ICGA*, 169–177, 1985.
- [JST08] N. Jozefowicz, F. Semet and E-G. Talbi. Multi-objective vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 189(2) :293–309, 2008.
- [Kim89a] S. E. Kimes. The basics of yield management. *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly*, 30(3) :1–49, 1989.
- [Kim89b] S. E. Kimes. Yield management : A tool for capacity-constrained service firms. *Journal of Operations Management*, 8(4) :348–363, 1989.
- [KS06] P. Kouvelis and S. Sayin. Algorithm robust for the bicriteria discrete optimization problem. *Annals of Operations Research*, 147(1) :71–85, 2006.
- [KT51] H. W. Kuhn and A. W. Tucker. Nonlinear programming. *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, J. Neyman, ed., University of California Press, Berkeley, 481–492, 1951.
- [LMS98] M. Labbé, P. Marcotte and G. Savard. A bilevel model of taxation and its application to optimal highway pricing. *Management Science*, 44(12) :1608–1622, 1998.
- [LTZ06] M. Laumanns, L. Thiele and E. Zitzler. An efficient, adaptive parameter variation scheme for metaheuristics based on the epsilon-constraint method. *European Journal of Operational Research*, 169(3) :932–942, 2006.
- [Led93] P.J. Lederer. A competitive network design problem with pricing. *Transportation Science*, 27(1) :25–38, 1993.

- [LU98] T-R. Lee and J-H. Ueng. A study of vehicle routing problem with load balancing. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 29(10) :646–648, 1998.
- [LLT12] F. Legillon, A. Liefoghe and E.-G. Talbi. Cobra : A cooperative co-evolutionary algorithm for bi-level optimization. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 1–8, 2012.
- [LDT07] J. Lemesre, C. Dhaenens and E.-G. Talbi. An exact parallel method for a bi-objective permutation flowshop problem. *European Journal of Operational Research*, 177(3) :1641–1655, 2007.
- [LBJT06] A. Liefoghe, M. Basseur, L. Jourdan and E.-G. Talbi. ParadisEO-MOEO : A framework for evolutionary multi-objective optimization. In *EMO*, 386–400, 2006.
- [LM96] P. Loridan and J. Morgan. Weak via strong stackelberg problem : New results. *Journal of global Optimization*, 8(3) :263–287, 1996.
- [MTR00] H. Meunier, E. G. Talbi and P. Reininger. A multiobjective genetic algorithm for radio network optimization. In *Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, 1* , 317–324. IEEE, 2000.
- [Mir97] J. A. Mirrlees. Information and incentives : The economics of carrots and sticks. *Economic Journal*, 107(444) :1311–29, 1997.
- [MH97] N. Mladenovic and P. Hansen. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, 24(11) :1097–1100, 1997.
- [MV07] M. Mourgaya and F. Vanderbeck. Column generation based heuristic for tactical planning in multi-period vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 183(3) :1028–1041, 2007.
- [Orl80] J. B. Orlin. *Minimizing the number of vehicles to meet a Fixed periodic schedule : An application of periodic posets*. Working paper OR. Operations Research Center, Massachusetts Institute of Technology, 1980.
- [OKZ98] J.V. Outrata, M. Kocvara and J. Zowe. *Nonsmooth approach to optimization problems with equilibrium constraints*. Kluwer, 1998.
- [PDHH06] A.S. Pepin, G. Desaulniers, A. Hertz and D. Huisman. Comparison of heuristic approaches for the multiple depot vehicle scheduling problem. Econometric Institute Report EI 2006-34, Erasmus University Rotterdam, Econometric Institute, 2006.

- [PGE08] A. Przybylski, X. Gandibleux and M. Ehrgott. Two phase algorithms for the bi-objective assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 185(2) :509–533, 2008.
- [RCC<sup>+</sup>06] B. Raphaël, F. Cappello, E. Caron, M. Dayde, F. Desprez, E. Jeannot, Y. Jegou, S. Lanteri, J. Leduc, N. Melab, G. Mornet, R. Namyst, P. Primet, B. Quetier, O. Richard, E.-G. Talbi and I. Touche. Grid'5000 : A large scale and highly reconfigurable Experimental Grid Testbed. *International Journal of High Performance Computing Applications*, 20(4) :481–494, 2006.
- [RLJ93] K. A. Ravindra, L. M. Thomas L. and B.O. James. *Network flows : theory, algorithms and applications*. Prentice Hall : I-XV, 1-846, 1993.
- [RMS04] S. Roch, P. Marcotte and G. Savard. An approximation algorithm for stackelberg network pricing. *Networks*, 46(1) :57–67, 2004.
- [Sav11] M. Savy. *Le Transport de Marchandises*. Eyrolles, 2011.
- [SS99] F. Scholtes and M. Stohr. Exact penalization of mathematical programs with equilibrium constraints. *Siam J. Control and Optimization*, 37 :617–652, 1999.
- [SSM83] H. D. Sherali, A. L. Soyster and F. H. Murphy. Stackelberg-Nash-Cournot Equilibria : Characterizations and Computations. *Operations Research*, 31 :253–276, 1983.
- [Sta52] V .H. Stackelberg. *The theory of the market economy*. William Hodge, 1952.
- [SQH06] R. E. Steuer, Y. Qi and M. Hirschberger. Portfolio optimization : New capabilities and future methods. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 76(2) :199–219, 2006.
- [Tal09] E-G. Talbi. *Metaheuristics : from design to implementation*. The Sciences Po series in international relations and political economy. John Wiley & Sons, 2009.
- [TGR04] T. K. Talluri, J. Garrett and V. Ryzin. *The theory and practice of revenue management*. Springer, 2004.
- [TYJM11] L. Tatsiana, L. Yuri, Mc. Jeff and N. Mikhail. Network cargo capacity management. *Oper. Res.*, 59(4) :1008–1023, 2011.

- 
- [ZKT08] E. Zitzler, J. D. Knowles and L. Thiele. Quality assessment of pareto set approximations. In *Multiobjective Optimization*, 373–404, 2008.
- [ZLT<sup>+</sup>02] E. Zitzler, M. Laumanns, L. Thiele, C. M. Fonseca and V. Grunert da Fonseca. Why quality assessment of multiobjective optimizers is difficult. In *GECCO*, 666–674, 2002.
- [ZT99] E. Zitzler and L. Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms : A comparative case study and the strength pareto approach. *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, 3(4) :257–271, 1999.