

N° d'ordre : 41110

ECOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR N° 72

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE LILLE 1

Spécialité : MÉCANIQUE

présentée par

Amavi Mawulé Guissou LANGUEH

Titre de la thèse :

**CONTRIBUTION AU DIMENSIONNEMENT DES ROUES
FERROVIAIRES EN FATIGUE DE CONTACT DE
ROULEMENT**

Soutenue le 10 Juin 2013 devant le jury composé de :

Habibou MAITOURNAM	Professeur, LMS, École Polytechnique (France)	Rapporteur
Thierry PALIN-LUC	Professeur, I2M, ENSAM Bordeaux (France)	Rapporteur
Michele CIAVARELLA	Professeur, Politecnico di Bari (Italie)	Examinateur
Thi Mac Lan NGUYEN-TAJAN	Responsable R&D, SNCF (France)	Examinatrice
François DEMILLY	Directeur R&D, Valdunes SAS (France)	Invité
Jean-Luc FRANCOUAL	Responsable Études Mécaniques, RATP (France)	Invité
Philippe DUFRENOY	Professeur, LML, Université Lille 1 (France)	Directeur de thèse
Eric CHARKALUK	CR, CNRS, LML, École Centrale Lille (France)	Co-Directeur de thèse
Jean-François BRUNEL	MCF, LML, Université Lille 1 (France)	Co-Directeur de thèse



LML

Laboratoire de Mécanique de Lille

Boulevard Paul Langevin

Cité Scientifique

59655 Villeneuve d'Ascq cédex

☎ 0320337152

FAX 0320337153

✉ lml@univ-lille1.fr

Site <http://www-lml.univ-lille1.fr>

Dédicace

A la mémoire de mon père

A ma mère

A mes frères et sœurs

Remerciements

Les travaux de cette thèse ont été menés au Laboratoire de Mécanique de Lille (LML) sise à l'Université des Sciences et Technologies de Lille en collaboration avec l'entreprise Valdunes. Cette thèse a été en partie financée par la région Nord Pas de Calais à qui j'adresse aujourd'hui un profond remerciement.

Au terme de ce travail, je tiens à exprimer ma gratitude et mes remerciements à Philippe DUFRENOY, Eric CHARKALUK, et Jean-François BRUNEL, mes directeurs et co-directeur de thèse avec qui j'ai eu un réel plaisir à travailler. J'en suis sincèrement reconnaissant pour leur implication dans le travail qui porte aujourd'hui ses fruits.

Je tiens à remercier François DEMILLY Directeur R & D de Valdunes d'avoir mis à ma disposition, tous les moyens et informations nécessaires pour arriver à bout de ce travail.

Je remercie Fabrice FORTIN du département R & D de Valdunes pour sa disponibilité à me fournir des informations dont j'ai besoin pour l'avancement des travaux.

Je tiens à remercier Habibou MAITOURNAM, Thierry PALIN-LUC, Michele CIAVARELLA et Thi Mac Lan NGUYEN-TAJAN pour avoir accepté rapporter et examiner cette thèse.

Je remercie aussi Jean-Luc FRANCOUAL qui a accepté de faire partie de mon jury et de participer aux discussions.

Je souhaite remercier Sonnou TIEM, enseignant chercheur à l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs (ENSI) de Lomé (Togo) qui m'a donné l'opportunité de continuer mes études en France.

Je ne pourrai finir mes remerciements sans avoir une pensée sincère à mes camarades et collègues de l'équipe ER3 et ER5 du Laboratoire de Mécanique de Lille. Je pense particulièrement à Florent BRUNEL, Vincent MAGNIER, Kevin BONAY, Martin DUBOC, Davis RAMASAMI, Rian SEGHIR et Emmanuel BERTE.

Je tiens à remercier tous mes amis en particulier Nicolas et Késhia pour leur soutien et encouragement.

Je tiens à remercier Akouele et Antoine AFOKOSSI pour leur soutien moral et leurs encouragements et d'avoir fait le déplacement pour assister à la soutenance de ma thèse.

Enfin, je remercie mes proches et ma famille pour leur soutien et leur confiance, en particulier ma mère pour ses sacrifices pour nous. J'oublie pas mon oncle Valère DJOSSOU à qui j'exprime ma gratitude et mes profonds remerciements.

Table des matières

Introduction	1
1 Bibliographie	5
1.1 Contexte industriel	6
1.1.1 Fabrication des roues ferroviaires	8
1.1.2 Conception des roues ferroviaires	10
1.1.3 Dommages observés sur les roues ferroviaires	12
1.1.4 L'usure des roues ferroviaires	15
1.2 Éléments théoriques et numériques	18
1.2.1 Problème de contact roulant	18
1.2.2 Plasticité cyclique des matériaux :cadre général de modélisation	26
1.2.3 Méthodes de détermination de l'état stabilisé	29
1.2.4 Critères de fatigue multiaxiaux	31
1.3 Modèles simplifiés en fatigue de contact de roulement	36
1.3.1 Shakedown map et extension en fatigue	37
1.3.2 Modèles associés aux dommages en sous-surfaces	40
1.4 Synthèse	43
2 Caractérisation mécanique des matériaux	45
2.1 Détermination d'une éprouvette représentative de la bande de roulement	45
2.2 Filiation de dureté de la jante	46
2.3 Essais de traction monotone	47
2.4 Essais d'érouissage cyclique à déformation imposée	50
2.5 Essais de fatigue oligocyclique : LCF	56
2.6 Essais de fatigue polycyclique : HCF	61
2.7 Conclusion	64

3	Simulation numérique du contact roulant cylindre/plan	65
3.1	Problème de contact cylindre/plan	66
3.1.1	Description du problème de contact cylindre/plan	66
3.1.2	Modèle EF du cylindre sur plan	69
3.1.3	Cas d'un comportement purement élastique	72
3.1.4	Cas d'un comportement élastoplastique : comparaison avec l'élasticité	78
3.1.5	Analyse en fatigue : application du critère de fatigue de Dang Van .	84
3.1.6	Influence du glissement sur la réponse mécanique et la fatigue de contact de roulement	86
3.1.7	Mise en œuvre de la shakedown map	89
3.2	Conclusion	94
4	Application au problème de contact roue/rail	95
4.1	Modèle EF de contact roue/rail	96
4.1.1	Étude de l'influence du maillage	96
4.1.2	Comparaison des résultats des trois modèles	98
4.2	Validation du modèle avec la théorie de Hertz	102
4.3	Analyse en fatigue polycyclique dans le cas d'un roulement pur	109
4.4	Influence du glissement sur la réponse du matériau	112
4.5	Influence de l'angle de mésalignement	114
4.6	Influence de la position du chargement	116
4.7	Influence de la nuance d'aciers	118
4.7.1	Influence de la nuance d'acier sur la réponse asymptotique et sur le risque d'amorçage de fissures de fatigue selon le critère de Dang Van	119
4.7.2	Influence de la nuance d'aciers sur la limite d'adaptation	123
4.7.3	Influence de la nuance d'aciers sur le nombre de cycles à la rupture selon le critère de Manson-Coffin	128
4.8	Prise en compte des contraintes résiduelles	132
4.8.1	État de l'art	132
4.8.2	Modèle numérique du traitement thermique (TTH)	134
4.8.3	Modèle numérique du contact roue/rail prenant en compte des con- traintes résiduelles	138
4.9	Conclusion	142
	Conclusion générale et perspectives	145
	Bibliographie	149

A	Problème de contact	157
A.1	Demi-espace élastique	157
A.2	Théorie de Hertz de contact élastique	161
A.3	Mise en œuvre de la shakedown map par la méthode analytique	165
B	Loi de comportement élastoplastique : écrouissages combinés	173
B.1	Modèle non linéaire BCG	173
B.2	Modèle non linéaire OW	174
B.3	Modèle non linéaire TANA	175
C	Méthode de détermination de l'état stabilisé	177
C.1	Méthode de Zarka	177
C.2	Méthode Cyclique Direct	179
C.3	Algorithme stationnaire	180
D	Critères de fatigue HCF	183
D.1	Critère de Gough et Pollard	183
D.2	Critère de Sines	183
D.3	Critère de Crossland	183
D.4	Critère de Papadopoulos	184
D.5	Critère de Liu- Zenner	184
E	Notion sur les théorèmes d'adaptation	187
E.1	Introduction	187
E.2	Théorème d'adaptation statique de Melan-koiter	188
E.3	Théorème d'adaptation statique de Mandel	188
E.4	Théorème local d'adaptation statique	188
F	Description géométrique de l'algorithme hypersphère	189

Introduction générale

Avec l'augmentation des charges de transport à l'essieu, la maintenance des rails et des roues ferroviaires est devenu un enjeu économique majeur, au-delà de celui de la sécurité. Les roues sont soumises à des sollicitations sévères, principalement dues aux charges très élevées et amplifiées parfois par un mauvais états de voie, pouvant conduire à un endommagement de surface ou de sous-surface. On parle généralement d'un phénomène d'écaillage qui se manifeste par des enlèvements de matière plus ou moins étendus de la bande de roulement, pouvant réduire de façon conséquente la durée de vie des roues. La fatigue de contact de roulement est à l'origine de ces dommages sachant que l'usure peut avoir à contrario un rôle bénéfique dans le retardement de l'amorçage ou de la propagation des fissures. Une autre action bénéfique est le reprofilage des roues (usinage de la bande de roulement plusieurs fois dans la vie de la roue au delà de seuils de défauts de circularité), au détriment bien sûr de la durée de vie d'exploitation.

Face à ces enjeux de sécurité et de coût d'exploitation, la fatigue de contact de roulement a fait l'objet de nombreuses études permettant d'élaborer des méthodes de définition de charges limites sur la roue, ou à l'essieu, en fonction du matériau utilisé et des conditions d'utilisation. On peut citer la « shakedown map », proposée par Johnson, basée sur la théorie de Hertz et l'approche des contraintes maximales, qui conduit à des graphes de charges limites en fonction du régime de sollicitation stabilisé du matériau (élasticité, adaptation élastique, accommodation, rochet) [1]. Au-delà de ces approches en comportement, des méthodologies de dimensionnement en fatigue ont été proposées par différents auteurs, avec un certain nombre de difficultés qu'il est important de préciser et qui rendent délicates la mise en place d'une démarche complète :

- Détermination du chargement : selon la nature du train, du tracé de la voie et de l'architecture des bogies, le chargement est variable tant en intensité qu'en localisation de la zone de contact ou encore du glissement. A une échelle plus locale, le profil de roue évolue tant axialement que circonférentiellement, s'ajoutant à la variabilité du chargement. On se place généralement dans une configuration de référence correspondant à celle très majoritairement rencontrée.

- **Modèle de comportement du matériau** : le procédé de fabrication induit, entre autre, une microstructure et un gradient de dureté dans la roue notamment proche de la surface, une anisotropie (entre le sens circonférentiel et le sens transversal) et enfin des contraintes résiduelles. Cela rend la caractérisation délicate car les éprouvettes sont généralement extraites dans le sens circonférentiel en sous-surface. Beaucoup de modèles utilisent des caractéristiques élastiques issues d'essais monotones.
- **Détermination de la sollicitation au contact** : la plupart des approches développées se basent sur une approche de Hertz dans le cas d'un contact statique sur un modèle simplifié et non pas un contact roue/rail. Ceci ne permet pas de représenter les trajets fortement non-proportionnels présents dans la roue comme dans le rail. Le trajet de chargement est alors généralement simplifié.
- **Modèles de fatigue** : de nombreux modèles empiriques sont encore utilisés par les industriels (normes européennes NF EN 13979-1 [2] ou internationales UCI510-5 [3]). On peut cependant citer plusieurs travaux montrant la nécessité d'utiliser des critères de fatigue multiaxiaux, la difficulté demeurant la prise en compte des fortes pressions hydrostatiques dans le contact.

L'objectif de ce travail est double. D'un point de vue scientifique, il s'agit de développer une approche complète de dimensionnement en fatigue de roulement permettant de prendre en compte les sollicitations locales via la géométrie réelle du contact roue/rail, le comportement inélastique du matériau de la roue (acier) et les conditions d'exploitation (charge sur la roue et vitesse). D'un point de vue industriel, il s'agit de développer une méthodologie d'analyse de l'influence de l'acier utilisé et du procédé de fabrication (notamment les contraintes résiduelles) sur la durabilité de la roue. Il s'agira à terme de proposer une approche simplifiée rendant compte de ces influences.

Le manuscrit est scindé en quatre grands chapitres :

Dans un premier chapitre, nous passerons d'abord en revue tous les nombreux éléments de la littérature qui ont précédé ce travail. Le contexte industriel, les problématiques et également les éléments théoriques et numériques sont détaillés. A partir de cette synthèse, la stratégie d'étude adoptée est présentée.

Le deuxième chapitre aborde la caractérisation des matériaux étudiés et leur modélisation. Plusieurs essais sont réalisés à savoir, l'essai de traction monotone, l'essai d'écroutissage cyclique à déformation imposée, les essais de fatigue oligocyclique et les essais de fatigue polycyclique. Les paramètres des modèles de comportement cyclique et de fatigue sont identifiés en vue des simulations numériques et des analyses en fatigue.

Le troisième chapitre présente la simulation numérique et l'analyse en fatigue de contact de roulement du modèle simplifié d'un cylindre sur un plan (problème de Carter). Ce modèle a été étudié dans le but de valider la démarche de dimensionnement proposée. Il est lui même validé à l'aide de la théorie de Hertz en analysant les paramètres de contact tels que la pression maximale et la largeur de contact en élasticité. Ensuite, une étude globale a été poursuivie en élastoplasticité jusqu'à l'établissement de la shakedown map et l'analyse en fatigue avec le critère de Dang Van. Les résultats obtenus sont comparés à ceux fournis par la littérature.

Enfin le dernier chapitre présente une application de la démarche de dimensionnement au modèle du contact roue/rail. Plusieurs analyses ont été effectuées sur l'acier ER7 à savoir l'influence du chargement, du glissement, de l'angle de mésalignement et de la position du chargement. Les nuances d'acier étudiés dans ce travail sont comparés sur leurs limites d'adaptation, sur leurs trajets de chargement et leur résistance en fatigue avec le critère de Dang Van [4] et également sur leurs durées de vie avec le critère de Manson-Coffin [5]. Les contraintes résiduelles ont été également estimées et prises en compte dans une démarche de dimensionnement en fatigue de contact.

Le manuscrit se termine par une conclusion générale et des perspectives.

Bibliographie

Sommaire

1.1	Contexte industriel	6
1.1.1	Fabrication des roues ferroviaires	8
1.1.2	Conception des roues ferroviaires	10
1.1.3	Dommages observés sur les roues ferroviaires	12
1.1.4	L'usure des roues ferroviaires	15
1.2	Éléments théoriques et numériques	18
1.2.1	Problème de contact roulant	18
1.2.2	Plasticité cyclique des matériaux :cadre général de modélisation	26
1.2.3	Méthodes de détermination de l'état stabilisé	29
1.2.4	Critères de fatigue multiaxiaux	31
1.3	Modèles simplifiés en fatigue de contact de roulement	36
1.3.1	Shakedown map et extension en fatigue	37
1.3.2	Modèles associés aux dommages en sous-surfaces	40
1.4	Synthèse	43

Ce chapitre a pour objectif de présenter le contexte industriel et de dresser un état de l'art sur la problématique du contact roulant des roues ferroviaires. Compte tenu des objectifs de l'étude présentés dans l'introduction, ce chapitre est scindé en trois grandes parties.

La première partie présente le contexte industriel : cette partie décrit la fabrication et l'exploitation des roues ferroviaires. Les méthodes de dimensionnement existantes des roues sont également présentées, ainsi que les sollicitations auxquelles elles sont confrontées.

La deuxième partie présente les éléments théoriques et numériques nécessaires permettant de mieux comprendre les phénomènes qui sont à l'origine de la dégradation des roues. Cette partie est essentiellement composée de la description des problèmes de contact

roulant qui servent à mieux cerner les paramètres nécessaires à la résolution du problème de contact roue/rail. La plasticité cyclique des matériaux a été également présentée afin de mieux comprendre le comportement mécanique des roues. Ensuite, les différentes méthodes de détermination de l'état stabilisé d'une structure, ainsi que les critères de fatigue multiaxiaux sont décrits.

Enfin la troisième partie présente les méthodes simplifiées de dimensionnement des roues en fatigue de contact de roulement qui ont été développées jusqu'à aujourd'hui, précisant leurs limites, suivies de la démarche proposée pour cette étude.

La bibliographie de ce chapitre n'est pas exhaustive, mais centrée sur les éléments majeurs de l'étude.

1.1 Contexte industriel

Les trains sont des véhicules ferroviaires guidés par des bogies sur lesquels sont fixés des essieux rigides (Figure 1.1). Les roues sont généralement montées sur les essieux.(Figure 1.2).



FIGURE 1.1 – Bogie de train

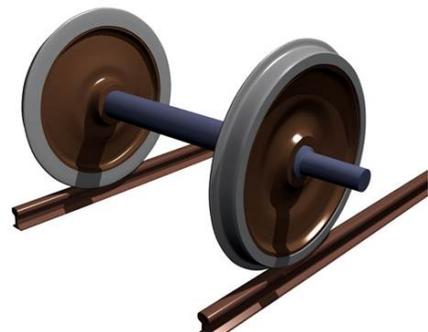


FIGURE 1.2 – Essieu de train

Il existe deux grandes familles de bogies : les bogies moteurs équipés de moteurs dans le cas d'une traction directe ou avec des pignons dans le cas d'une traction indirecte ; les bogies porteurs, c'est-à-dire sans moteurs, sont dédiés au freinage et assurent la répartition des charges et le guidage. L'essieu ferroviaire est rigide par nature. Les roues sont de formes coniques et sont posées sur des rail inclinés vers l'intérieur de la voie dans le but de limiter le glissement dans les courbes, glissement dû à la différence de parcours entre la file de rail extérieure et la file de rail intérieure. Dans le domaine ferroviaire, les charges à l'essieu deviennent de plus en plus importantes. En France, elles s'étendent de 17 tonnes à 22.5 tonnes par essieu.

Une roue a pour rôle de supporter la charge et d'assurer le guidage et la stabilité du train sur le rail. Elle se compose des parties suivantes (Figure 1.3) :

- un moyeu qui permet le montage en force de la roue sur l'essieu.

- un boudin avec un profil conique de la jante qui assure le guidage du train et empêche son déraillement. La jante qui est liée à la table de roulement, assure la dissipation de la puissance de freinage provenant du frottement avec les semelles de frein dans le cas d'une roue freinée.
- une toile qui assure le lien entre le moyeu et la jante et transmet, avec une certaine flexibilité les efforts latéraux de guidage du train. La toile détermine le type de roue qui dépend du chargement ou encore de la vitesse du train afin d'obtenir des performances et une sécurité maximale. Il existe différentes formes de toiles : droites, ondulées et coniques (Figure 1.4).

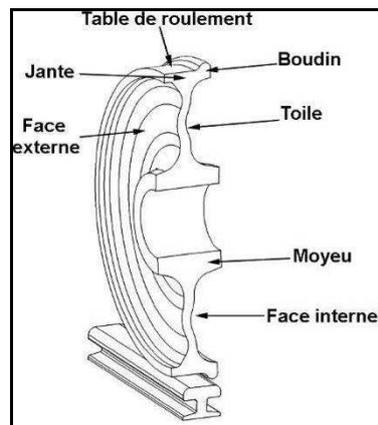


FIGURE 1.3 – Différentes parties d'une roue (type TGV)

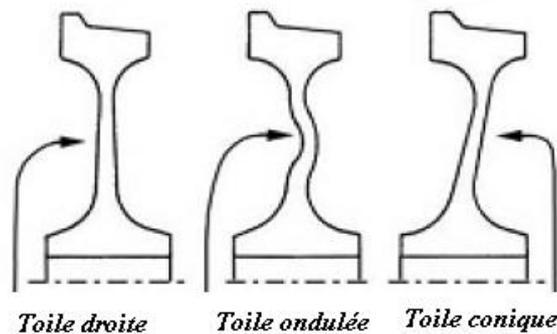


FIGURE 1.4 – Profil des roues

Le premier profil mis au point est la roue à toile droite. Dans le cas du freinage par sabot, c'est-à-dire directement sur la bande de roulement de la roue, la jante et la toile se dilatent sous l'effet des sollicitations thermiques. La toile droite, apportant de la rigidité à la roue, entrave les déformations de celle-ci et peut amener à des fissurations. Pour remédier à cela, la forme de la toile a évolué (conique et ondulée) afin d'apporter plus d'élasticité à la structure vis-à-vis de la dilatation thermique.

1.1.1 Fabrication des roues ferroviaires

Les matériaux utilisés pour la fabrication des roues ferroviaires sont essentiellement des aciers de traitement thermique définis dans la norme EN13262 [6]. L'acier est choisi en fonction de la teneur en carbone croissant de ER6 à ER9 et également en fonction des caractéristiques mécaniques croissantes. Plus il y a de carbone, plus l'acier est sensible aux tapures donc aux criques thermiques avec des semelles de frein. L'acier est donc utilisé en fonction de la charge supportée par la roue et de l'application (voir Tableau 1.1). La durée de vie correspond à la distance parcourue jusqu'à l'usure de la roue.

Aciers	Charges supportées par essieu (tonnes)	Applications	Durée de vie à l'usure (millions de Km)
ER6	12	Métro	1-1.4
ER7	17	Grande vitesse	2-3
	20-22	Frets (wagons de marchandises)	0.8 - 1
ER8	17	Grande vitesse	
ER9	22.5	Locomotives	0.8 - 1.2
50CrMo4	18 - 20	Machines d'entretien de voies	

TABLE 1.1 – Aciers et leurs applications

Dans ce projet, nous allons nous intéresser aux deux types d'aciers : les aciers au traitement thermique comme le ER7 (XC52), ER9 (XC60) et les aciers alliés comme le 50CrMo4. Leur composition chimique est présentée dans le tableau 1.2. Les aciers se distinguent entre autre par leur teneur en carbone et par les éléments résiduels.

	Composition chimique (%)									
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	V	Cr+Mo+Ni
ER7	0.52	0.40	0.80	0.02	0.30	0.30	0.08	0.30	0.06	0.50
ER9	0.60	0.40	0.80	0.02	0.30	0.30	0.08	0.30	0.06	0.50
50CrMo4	0.50	0.275	0.725	0.02	0.015	1.125	0.25	0.3		

TABLE 1.2 – Composition chimique des matériaux [6]

La fabrication des roues ferroviaires se fait en trois étapes principales : le forgeage, le traitement thermique et l'usinage.

Le forgeage à chaud constitue l'opération principale de mise en forme de la roue à partir de blocs d'acier cylindriques tronçonnés. Le forgeage se fait à la presse en trois phases : l'ébauche, le préformage et enfin le perçage du moyeu (Figure 1.5). Le forgeage se fait sur une presse de 6000 tonnes (procédé Valdunes).

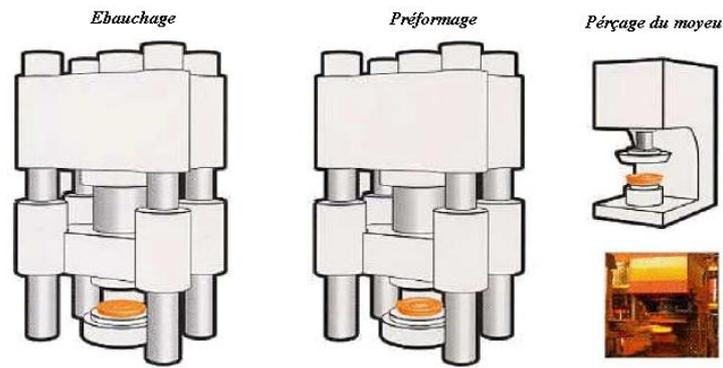


FIGURE 1.5 – Opération de forgeage

Après le forgeage, la roue est laminée verticalement puis subit un ondulage sous une deuxième presse de 5000 tonnes (Figure 1.6).

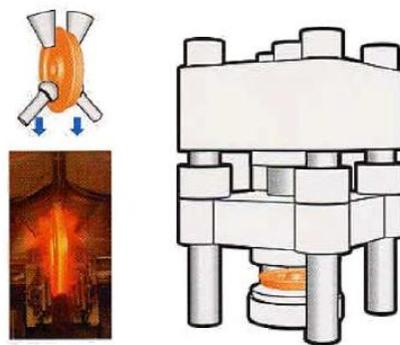


FIGURE 1.6 – Opération de laminage et d'ondulage de la roue

La roue est ensuite soumise à un traitement thermique, généralement la trempe et le revenu (Figure 1.7).

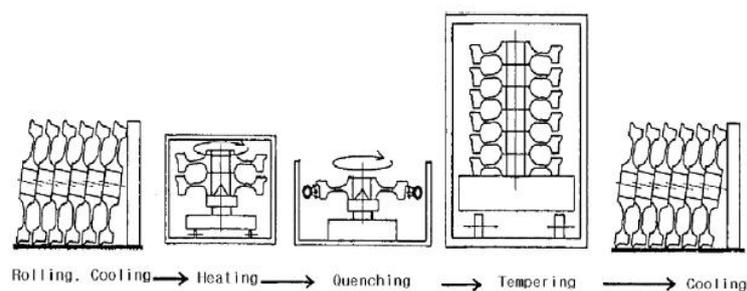


FIGURE 1.7 – Processus de traitements thermiques de la roue

L'intérêt du traitement est d'introduire des contraintes résiduelles de compression dans la jante de la roue qui ont pour but de diminuer la propagation des fissures et également de durcir la table de roulement en laissant la toile ductile. Il se déroule en plusieurs étapes. Dans un premier temps, la roue est chauffée à une température comprise entre 870° et 900° et est maintenue à cette température pendant 30 minutes environ. Ensuite la roue subit une trempe par aspersion d'eau seulement sur la bande de roulement. L'homogénéisation

est assurée par la rotation de la roue durant l'opération. Le temps de trempe dépend de la géométrie de la roue (100 à 400 secondes environ). Une opération de revenu à une température de 500° est appliquée à la roue durant 2h30. La roue subit enfin un refroidissement à l'air libre avant d'être décalaminée et contrôlée en dureté par billage.

L'objectif est d'obtenir un état de contraintes résiduelles circonférentielles près de la surface, suivant la norme EN13262 [6]. Le profil des contraintes résiduelles est décrit sur la figure 1.8. L'évolution des contraintes résiduelles doivent avoir des valeurs mesurées en surface de la table de roulement comprises entre 80 et 150 N/mm^2 en compression et doivent s'annuler à une profondeur comprise entre 35 et 50 mm.

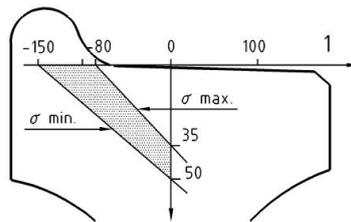


FIGURE 1.8 – Distribution des contraintes résiduelles en profondeur dans la jante selon la norme EN13262 [6]

1.1.2 Conception des roues ferroviaires

La conception et le dimensionnement des roues chez Valdunes sont fondés sur la norme européenne EN13979-1 [2] complétée de la méthode UIC 510-5 (Union Internationale des Chemins de fer) [3].

Cette norme présente le cahier des charges et précise comment effectuer la conception mécanique d'une roue (uniquement la toile).

La méthode garantit en fait la non-fissuration par fatigue des toiles de roue. L'évaluation du comportement mécanique se fait en deux étapes : la première étape est un calcul statique par la méthode des Éléments Finis (MEF), la deuxième est une vérification sur banc d'essai.

L'analyse effectuée est statique avec un comportement du matériau purement élastique à partir d'un modèle 2D axisymétrique. Le contact roue/rail n'est pas pris en compte.

Une charge P est appliquée sur la roue. L'objectif est de simuler les zones de circulation les plus endommageantes. Pour cela, trois cas de chargement (Figure 1.9) sont considérés à savoir :

- Circulation en alignement (essieu centré) : $F_z = 1.25P$
- Circulation en courbe (boudin plaqué contre le rail) : $F_z = 1.25P$, $F_{y2} = 0.6P$ pour les essieux non directeurs, et $F_{y2} = 0.7P$ pour les essieux directeurs.
- Passage dans les appareils de voies (face interne du boudin plaquée sur le rail : contre-courbes) $F_z = 1.25P$, $F_{y3} = 0.6F_{y2} = 0.42P$ pour les essieux directeurs.

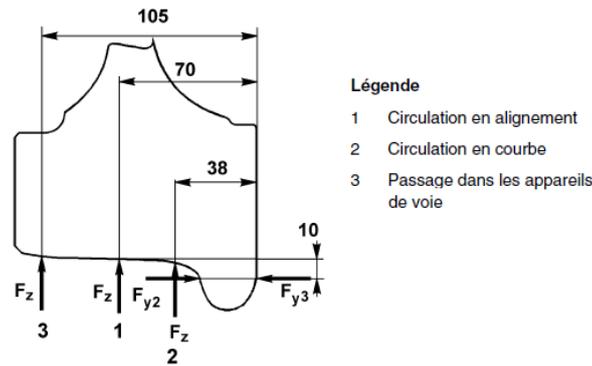


FIGURE 1.9 – Points d'application des chargements [2]

On évalue l'amplitude de contrainte $\Delta\sigma$ en tout point de la structure, calculée à partir des contraintes principales :

$$\Delta\sigma = \sigma_{III} - \sigma_I \quad (1.1)$$

avec : σ_{III} : contrainte principale maximale, σ_I : contrainte principale minimale.

Le critère de résistance consiste à vérifier que l'amplitude de la contrainte dynamique $\Delta\sigma$ doit être inférieure en tous points de la toile de roue à la contrainte admissible σ_{adm} :

$$\Delta\sigma < \sigma_{adm} \quad (1.2)$$

Les amplitudes admissibles de la contrainte dynamique sont données dans la norme EN13979-1 [2] :

- pour une toile usinée : $\sigma_{adm} = 360 \text{ N/mm}^2$
- pour une toile brute : $\sigma_{adm} = 290 \text{ N/mm}^2$

Dans le cas où le critère 1.2 n'est pas vérifié, on passe à la deuxième étape qui est l'essai de fatigue. Le chargement et le mode opératoire doivent reproduire dans la toile des contraintes représentatives (du point de vue direction, niveau et nombre de cycles) de celles que la roue subira en service. On considère une matrice de chargement qui simule la durée de vie en kilomètres de la roue. La figure 1.10 présente un schéma de principe de l'essai de fatigue de la toile. Il est composé d'un vérin hydraulique fixé perpendiculairement sur la jante et imposant des sollicitations dynamiques uniaxiales. L'essai s'effectue à différents niveaux de chargement en commençant par une contrainte d'essai égale à la contrainte équivalente obtenue par la simulation numérique. L'essai est conduit pour 10^7 cycles à chaque niveau de chargement. Pour le critère de fatigue, aucune fissure n'est admise dans la toile après 10^7 cycles avec un niveau de contrainte d'au moins 1.4 fois la contrainte équivalente. Un défaut est considéré comme une fissure s'il a une longueur supérieure ou égale à 1 mm. A noter qu'il n'y a pas de critère de dimensionnement de la bande de roulement.

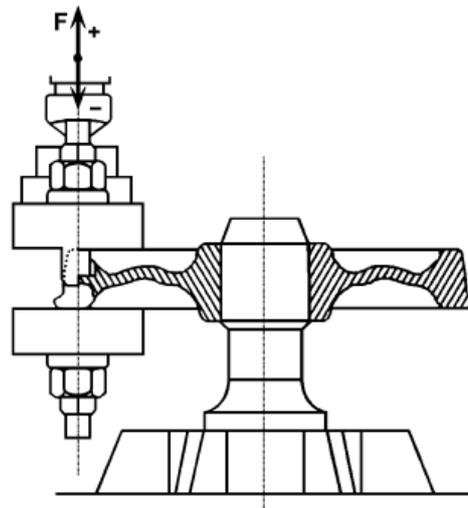


FIGURE 1.10 – Exemple de banc d'essai de fatigue [2]

1.1.3 Dommages observés sur les roues ferroviaires

Considérant l'environnement de la roue, on peut lister des dommages après service qui amènent au déclenchement du reprofilage. Ces dommages sont souvent liés à l'exploitation ou à la conception du véhicule et peuvent être d'origine mécanique (chargements cycliques), dynamique, thermique ou métallurgique. Ces dommages sont également liés à la qualité des voies et aussi aux conditions d'exploitation. Quelques uns de ces dommages sont présentés ci-dessous.

Dommages d'origine mécanique

Ce sont des dommages liés à la charge supportée par la roue. Lorsque la charge de contact dépasse la limite élastique du matériau, les déformations plastiques cycliques et les contraintes résiduelles associées apparaissent. Ces déformations cycliques ne sont pas complètement réversibles et peuvent s'accumuler pour donner lieu à un phénomène de rochet qui conduit à un écaillage de la roue. L'écaillage se manifeste souvent par l'enlèvement plus ou moins important de matières sur la bande de roulement. Les dommages peuvent être amorcés en surface, en sous-surface ou à la profondeur du défaut macroscopique [7], [8] :

- Dommages initiés en surface de la bande de roulement de la roue

En fatigue de contact de roulement, les fissures amorcées en surface sont très fréquentes. Lorsque la charge augmente et atteint un certain niveau, les fissures avec des fréquences de fissuration sévères commencent par apparaître. Le remède aux dommages en surface est le reprofilage, procédé qui s'avère coûteux. L'amorçage de fissure débute en surface et peut se propager suivant un angle de 45° par rapport à la bande de roulement (Figure 1.11-a). Ce défaut localisé en un endroit de la roue est souvent appelé "spalling" (Figure 1.11-b). L'enlèvement de matière peut être également localisé sur

toute la circonférence de la roue, dans ce cas il s'agit du "shelling" (Figure 1.12).

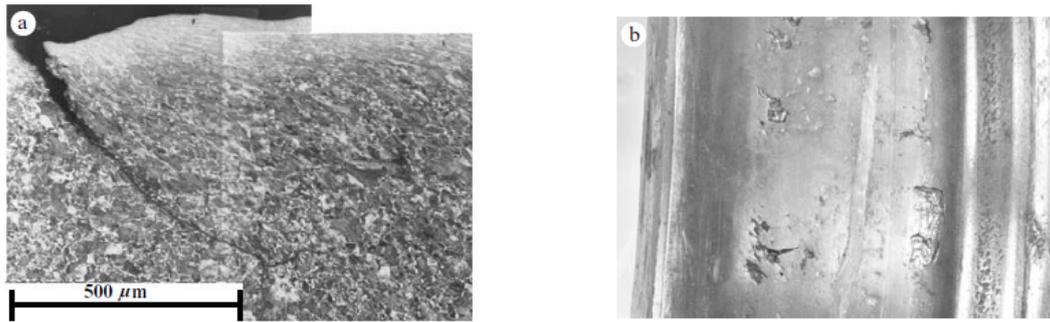


FIGURE 1.11 – (a) Amorçage de fissure en surface de la roue, (b) dommage final en surface de la roue : spalling [7], [8]



FIGURE 1.12 – Dommage final sur la bande de roulement : shelling

Les dommages en surface sont liés aux chargements tangentiels (dûs aux frottements) entre la roue et le rail. Si la contrainte tangentielle à l'interface dépasse la limite en cisaillement pur du matériau de la roue, il y a écoulement plastique du matériau. Cela se traduit par une déformation d'une couche mince de la surface, qui finalement peut conduire à l'amorçage de fissures de fatigue dans la roue. La fissure est idéalement orientée perpendiculairement à la direction de la résultante des forces de frottement [9].

- Dommages initiés en sous-surface de la bande de roulement de la roue

En roulement pur sous les conditions de contact hertzien, la contrainte de cisaillement maximale dans une roue ferroviaire survient à quelques millimètres sous la bande de roulement. Par conséquent, l'amorçage de fissure débute à cette position de la roue. Cependant, la réalité est plus complexe puisque l'amorçage et la propagation de fissures en fatigue de contact de roulement (FCR) sont influencées par la présence de contraintes résiduelles, la distorsion de la microstructure (due aux opérations de fabrication, forgeage, fonderie, etc) et les défauts matériels. En considérant un matériau purement élastique de la roue, Ekberg a combiné le critère de Dang Van et un critère d'endommagement basé sur les courbes de Wöhler pour montrer que l'amorçage de fissures de fatigue débute en sous-surface entre 3 et 5

mm [10]. Dans la pratique, l'amorçage de fissure commence à une profondeur approximativement supérieure à 4-25 mm sous la bande de roulement en fonction des caractéristiques du matériau [7]. En général, l'amorçage superficiel est fortement lié à la géométrie du contact alors que l'amorçage en profondeur est plus dû à de fortes charges verticales et à la taille du défaut. La figure 1.13 montre une illustration de l'amorçage de fissures de fatigue, la propagation et la rupture de la bande de roulement. L'extension de la fissuration sur la circonférence est d'environ 300 mm. La profondeur maximale de la fissuration sous la bande de roulement est d'environ 14 mm.

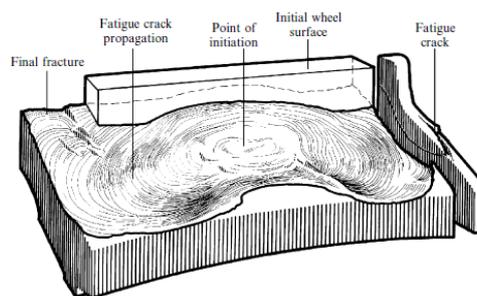


FIGURE 1.13 – Schéma de l'amorçage et propagation de fissure à 4 mm sous surface de la bande de roulement de la roue [7]

Dans la pratique, les roues présentent toujours des défauts dans le matériau. Ils interviennent au cours du processus de fabrication. Ils peuvent être d'inclusions métalliques, d'inclusions non-métalliques de type aluminate (oxyde d'aluminium) à une profondeur de 10-25 mm. L'influence de ces défauts dépend de leur taille et de leur orientation [11] (Figure 1.14). Les fissures amorcées sous la surface sont souvent favorisées et accélérées par la présence de défauts dans le matériau [12]. Ces dommages sont également causés par la fatigue à grand nombre de cycles issue de la combinaison de charge verticale élevée et d'inclusions de matières relativement larges.

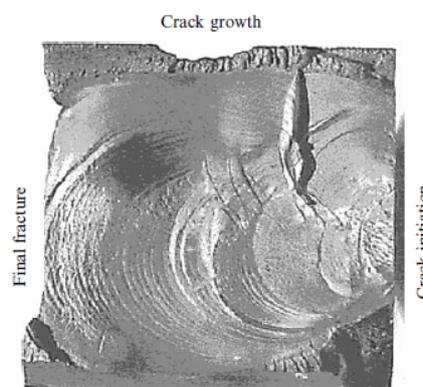


FIGURE 1.14 – Amorçage de fissure à la profondeur du défaut dans la roue [8]

Dommmages d'origine thermique

Ces dommages sont dus à un échauffement trop sévère de la couche extérieure de la bande de roulement. Ceci est normalement lié au freinage de la bande de roulement sur le rail même si d'autres mécanismes générant le frottement engendrent également l'échauffement. Les fissures sont souvent fines et rectilignes, parallèles à l'axe de l'essieu (Figure 1.15) et qui peuvent conduire à la fissuration radiale, le décalage de la roue, voire le déraillement du train. La dilatation thermique dans la direction circonférentielle de la roue peut entraîner des contraintes de compression. A la suite du refroidissement, des contraintes circonférentielles de traction sont induites et provoquent alors des fissures. La fissuration peut être parfois accompagnée d'une transformation thermique du matériau.

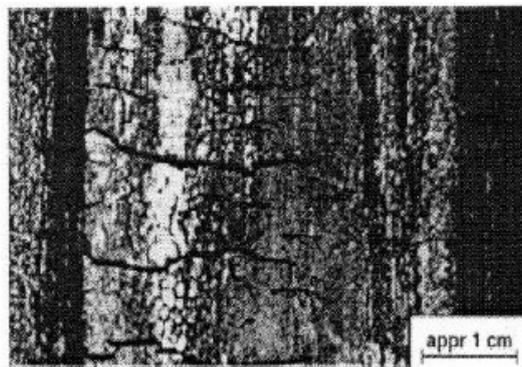


FIGURE 1.15 – Fissures d'origine thermique sur la bande de roulement [13]

Dommmages d'origine dynamique

Ces défauts sont liés à une forte modification de la géométrie au niveau du contact roue/rail (usure du boudin, de la table de roulement). L'usure mécanique du roulement consécutif à la présence d'un troisième corps entre la roue et le rail ou à la corrosion conduit à la perte de géométrie du contact et donc à une perte de stabilité de l'essieu. Le reprofilage permet de retrouver le profil initial.

Les dommages que nous venons de présenter sont essentiellement engendrés par le phénomène de fatigue de contact de roulement. L'autre phénomène qui entre en compétition avec la fatigue est l'usure des roues, que nous allons présenter par la suite.

1.1.4 L'usure des roues ferroviaires

Au fur et à mesure de l'usure de la bande de roulement, des petits défauts font leur apparition. Si le processus d'usure est trop lent, elles peuvent atteindre une taille importante, qui peut nécessiter d'avoir recours au reprofilage. L'usure d'une roue n'est pas uniforme. En effet, la dynamique du véhicule et les conditions de contact peuvent influencer la progression de l'usure et accélérer la fissuration. L'usure peut également apparaître lorsqu'il

y a une différence de diamètre entre les deux roues de l'essieu, ce qui a une influence sur le guidage du train. Ceci entraîne de sévères usures du bord de l'une des roues et conduit à l'amorçage de fissures de fatigue de contact en surface sur l'autre roue [14]. Dans un certain sens, l'usure et l'amorçage de fissure de fatigue en surface peuvent être vus comme une compétition de deux phénomènes : l'un est causé par des contraintes tangentielles très élevées dues au frottement, l'autre résulte de détachement de matière sur la bande de roulement. De nombreuses études sur l'usure de contact ont été réalisées par Kapoor *et al.* [15], [16], Johnson [17] et Tyfour *et al.* [18]. Dans ce dernier cas, Tyfour *et al.* ont réalisé des expériences sur des éprouvettes usinées dans une roue et dans un rail. L'orientation des disques prélevés dans la roue et le rail est montrée sur la figure 1.16. Les dimensions de l'éprouvette sont présentées sur la figure 1.17.

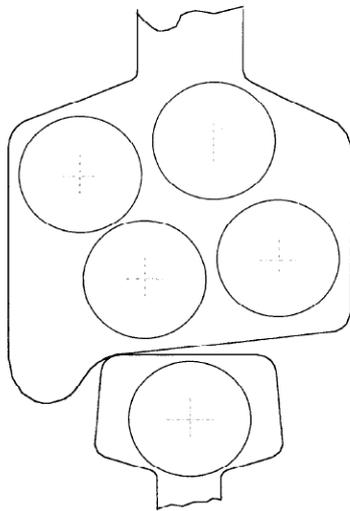


FIGURE 1.16 – Orientation des éprouvettes disques dans la roue et dans le rail [18]

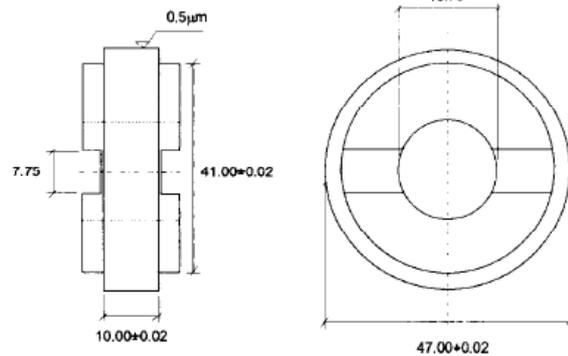


FIGURE 1.17 – Dimensions d'une éprouvette disque en mm [18]

Les essais consistent à appliquer une pression maximale de 3000 MPa sur un disque de 47 mm de diamètre en roulement sur un rail selon les travaux [18]. Ils ont étudié ensuite, l'influence de la vitesse d'usure exprimée en perte de masse (Figure 1.18) et la déformation plastique de cisaillement cumulée (Figure 1.19) sur le nombre de cycles de roulement. Ils ont montré que à 0.2 mm de profondeur sous la bande de roulement, la vitesse de déformation plastique de cisaillement est très élevée au début du roulement et se stabilise de 17500 à 40000 cycles.

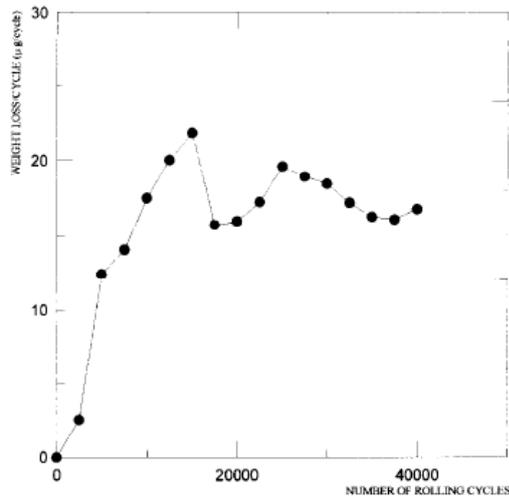


FIGURE 1.18 – Relation entre vitesse d'usure du rail exprimée en perte de masse et le nombre de cycles de roulement [18]

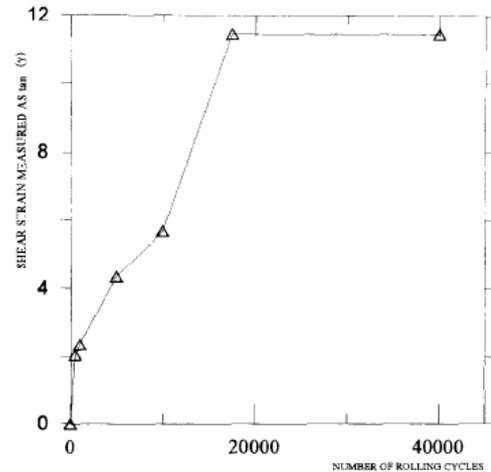


FIGURE 1.19 – Déformation plastique cumulée de cisaillement à 0.2 mm sous la surface de contact du rail en fonction du nombre de cycles de roulement [18]

La figure 1.20 montre la comparaison entre la vitesse d'usure de la roue et le rail à 40000 cycles. Selon les auteurs, la roue s'use plus vite que le rail.

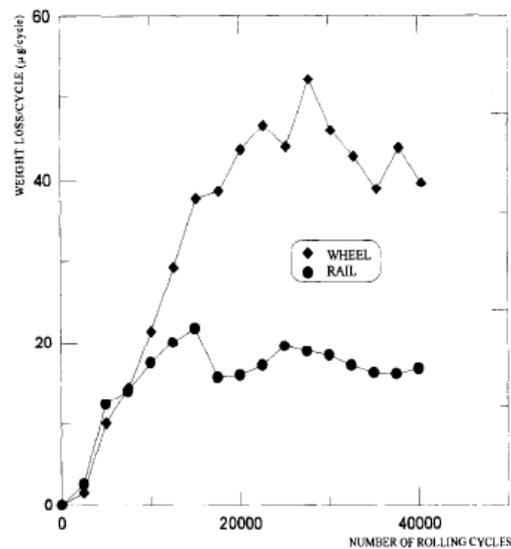


FIGURE 1.20 – Comparaison entre la vitesse d'usure de la roue et le rail à 40000 cycles [18]

La vitesse d'usure stationnaire est établie lorsque la limite de déformation plastique à la rupture est atteinte. L'accumulation de la déformation plastique est maximale au début du processus de roulement/glisement et décroît non-linéairement après un certain nombre de cycles. A noter que dans ce travail de thèse, les mécanismes d'usures ne sont pas étudiés.

Conclusion

En service, les roues sont sollicitées par des chargements cycliques. Les dommages souvent observés sont localisés en surface et en sous-surface et sont dus aux chargements mécaniques ou thermiques. La méthode de dimensionnement actuellement utilisée par l'entreprise Valdunes est basée sur la norme Européenne NF EN 13979-1 [2] ou la norme UCI510-5 [3] et suppose un modèle de comportement de matériau purement élastique, sans prise en compte du contact roue/rail. Cette méthode propose uniquement le dimensionnement de la toile. Dans ce travail, on va s'intéresser aux dommages amorcés en surface et en sous-surface en vue d'un dimensionnement de la roue prenant en compte le contact entre la roue et le rail et le phénomène de fatigue induit. A noter que les mécanismes d'usure et l'influence de la microstructure en surface ne seront pas pris en compte. L'estimation de ces dommages nécessite de connaître les paramètres du contact et un modèle de comportement du matériau plus réaliste permettant de prendre en compte les déformations plastiques induites. Il sera également nécessaire de modéliser le procédé de fabrication des roues en vue de l'estimation de contraintes résiduelles et de disposer enfin d'un critère multiaxial de fatigue. La partie suivante présente les éléments nécessaires qui permettront de mettre en place la démarche de modélisation du problème de fatigue de contact de roulement.

1.2 Éléments théoriques et numériques

Les problèmes rencontrés sur les roues ferroviaires sont fortement liés au contact mécanique entre la roue et le rail et conduisent au phénomène de fatigue de contact de roulement. Nous allons d'abord présenter une synthèse bibliographique sur le contact roulant et le comportement des matériaux sous chargement cyclique. Ensuite les méthodes de détermination de l'état stabilisé sous chargements cycliques ainsi que les critères de fatigue multiaxiaux seront discutés.

1.2.1 Problème de contact roulant

Dans la littérature, plusieurs approches analytiques traitent du problème de contact de roulement, adaptées à l'implémentation dans des codes de calcul en dynamique de véhicules. La plus grande contribution a été présentée par Kalker dans son ouvrage [19]. Une perspective plus large de la mécanique du contact se trouve dans l'ouvrage de K.L. Johnson [20]. Différents chercheurs se sont intéressés au contact roue sur rail pour en déterminer la forme et la surface, en fonction de la nature des matériaux et des forces en présence et pour tenter d'estimer les limites de l'adhérence et du glissement. Hertz a été le premier à aborder le problème de contact en traitant un problème avec une distribution normale de pression en statique en deux dimensions [21]. Ensuite, considérant l'effet du

frottement au niveau du contact, Boussinesq (1885), Carter (1926), Cattaneo (1938), Mindlin (1949) et Haines-Ollerton (1936) se sont intéressés aux problèmes de distribution tangentielle de pression en roulement dans le but de définir la répartition des contraintes dans les solides en contact.

Le premier modèle numérique sur le contact de roulement linéaire basé sur la théorie de Carter [22] a été développé par Kalker suivie d'un autre modèle simplifié basé sur la vitesse de glissement [23]. En effet l'algorithme Fastsim développé au cours de ces travaux permet d'évaluer la surface du contact. L'algorithme Fastsim est la toute première méthode numérique qui a permis de donner une séparation explicite de la surface de contact en zone d'adhérence et de glissement.

Par la suite, d'autres théories de contact basées sur celle de Kalker sont apparues. On peut citer la théorie de Shen, Hedrick et Elkins [24] modifiant l'expression des forces tangentielles, la théorie de contact de roulement selon Wang et Knothe [25] permettant l'augmentation des performances du modèle de Shen pour d'importants angles de mésalignement ou « spins ».

La durée de vie des roues est limitée par des avaries qui interviennent au voisinage des surfaces de contact. Les endommagements présentés auparavant sont courants dans les roues et des rails. La compréhension de ces dommages exige d'abord la connaissance des cycles de contraintes en tous points de la structure. C'est pour cela que la partie qui va suivre portera sur l'évaluation des contraintes et des déformations aux voisinages des contacts, et leurs évolutions dans le cas des contacts répétés. Nous nous intéresserons alors à la "théorie de Hertz" en partant d'abord de l'étude de l'espace semi-infini élastique.

Chargement linéique d'un solide élastique semi-infini : cas plan

On étudie ici un demi-espace élastique, en déformations planes $\varepsilon_{yy} = 0$. Cet espace est chargé en surface sur une largeur $(a+b)$ par un chargement linéique normal $p(x)$ et tangentiel $q(x)$ (Figure 1.21).

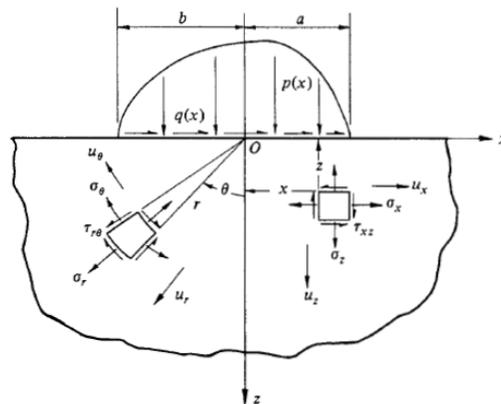


FIGURE 1.21 – Demi-espace élastique sous chargement linéique normal $p(x)$ et tangentiel $q(x)$ [20]

Pour résoudre ce problème, les équations d'équilibre, les conditions d'équilibre, les équations de compatibilité ainsi que les équations du comportement local sont nécessaires :

- équations d'équilibre, en supposant nulles les forces volumiques : $\text{div } \sigma_{ij} = 0$, soit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

- conditions aux limites pour $z=0$:

$$\sigma_{zz} = \tau_{xz} = 0 \quad \text{pour } x < -b \text{ et } x > a \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} \sigma_{zz} = -p(x) & \text{pour } -b \leq x \leq a \\ \tau_{xz} = -q(x) & \text{pour } -b \leq x \leq a \end{cases} \quad (1.5)$$

- équations de compatibilité

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (1.6)$$

$$\text{avec } \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

- Loi de comportement élastique

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\sigma} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \underline{\sigma}) \underline{I} \quad (1.7)$$

- Conditions de déformation plane : $\varepsilon_{yy} = 0$, d'où $\sigma_{yy} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz})$

Pour résoudre ce problème, on introduit la fonction de contrainte $\Phi(x, z)$ appelée fonction d'*Airy* telle que :

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}, \quad \sigma_{zz} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z}$$

En coordonnées cylindriques (r, θ, y) , les contraintes s'expriment à partir de la fonction de contrainte Φ par :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r^2} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \\ \sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Phi}{r \partial \theta} \right) \end{cases} \quad (1.8)$$

Dans le cas de distribution normale de force et de distribution tangentielle de force, on obtient les solutions suivantes (voir annexe A) :

Distribution de force normale P	Distribution de force tangentielle Q
$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{rr} \sin^2 \theta = -\frac{2P}{\pi} \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} \\ \sigma_{zz} = \sigma_{rr} \cos^2 \theta = -\frac{2P}{\pi} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2} \\ \tau_{xz} = \sigma_{rr} \sin \theta \cos \theta = -\frac{2P}{\pi} \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{rr} \sin^2 \theta = -\frac{2Q}{\pi} \frac{x^3}{(x^2 + z^2)^2} \\ \sigma_{zz} = \sigma_{rr} \cos^2 \theta = -\frac{2Q}{\pi} \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2} \\ \tau_{xz} = \sigma_{rr} \sin \theta \cos \theta = -\frac{2Q}{\pi} \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} \end{cases}$

La distribution des efforts normaux et tangentiels statiques ou dynamiques entre deux solides se fait par l'intermédiaire de la zone de contact, ce qui engendre des sollicitations très importantes à la surface du contact. Pour résoudre le problème de contact, il s'avère important de connaître les paramètres de contact tels que la taille de la zone de contact et la distribution des pressions sous le contact, d'où la théorie de Hertz.

Théorie de Hertz de contact élastique [21]

On suppose deux solides 1 et 2 non conformes mis en contact sous une charge P . Ils se touchent dans un premier temps en un point O puis sur une surface finie (Figure 1.22). Cette surface de contact varie avec la charge P .

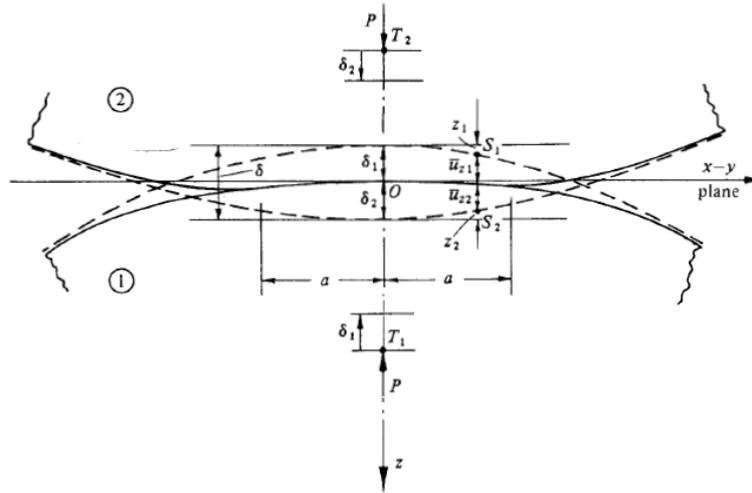


FIGURE 1.22 – Contact entre deux solides purement élastiques :théorie de Hertz [20]

La distance h selon la direction (z) de deux points dont les coordonnées projetées dans le plan de contact (x, y) est la même. Elle est fonction des rayons de courbures des deux surfaces de contact :

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) x^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) y^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) r^2 \quad (1.9)$$

avec :

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (1.10)$$

L'application d'une charge P suivant l'axe (Oz) permet de rapprocher les deux solides initialement sans contact au point O . Les solides 1 et 2 se déplacent alors sans se déformer, respectivement de δ_1 et δ_2 . La distance entre les deux solides va donc diminuer de : $\delta = \delta_1 - \delta_2$. En tenant compte des déplacements u_{z1} et u_{z2} dus aux déformations élastiques

respectivement dans les solides 1 et 2, l'écartement initial h entre les deux points S_1 et S_2 va diminuer de : $\delta - (u_{z1} + u_{z2})$. L'expression donnant les déplacements élastiques est alors :

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - h \quad (1.11)$$

Dans le cas plus général, la forme de la surface de contact n'est pas connue parfaitement. On suppose alors que cette surface est une ellipse de grand axe a et de petit axe b . Cette surface a pour équation :

$$1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 \leq 1 \quad (1.12)$$

La répartition des champs de pression sur cette surface est donnée par :

$$p(x, y) = P_0 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]} \quad (1.13)$$

Pour un contact de forme elliptique la pression maximale est donnée par :

$$P_0 = \frac{3P}{2\pi ab} \quad (1.14)$$

Dans le cas d'un contact linéaire, on a :

$$p(x) = P_0 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right]} \quad (1.15)$$

avec :

$$P_0 = \frac{2P}{\pi a} \quad (1.16)$$

Prise en compte de la loi de coulomb dans le contact cylindre sur plan

Lorsqu'on prend en compte le coefficient de frottement dans le contact, on introduit des effets de glissement transmis par les efforts tangentiels. Deux configurations peuvent être observées : le glissement complet et le glissement partiel (pseudo-glissement). Ce problème a été étudié analytiquement par Carter [22].

La relation entre la force tangentielle et la force normale est donnée par :

$$\frac{|q(x)|}{p(x)} = \frac{|Q|}{P} = \mu \quad (1.17)$$

avec : μ : coefficient de frottement dont la valeur est déterminée pour un matériau et des conditions physiques de l'interface, Q : force tangentielle totale, P : force normale totale, $p(x)$: champs de pression, $q(x)$: champs de contrainte tangentielle.

La distribution tangentielle de pression est donnée par :

$$q(x) = \mu p(x) = \frac{2\mu P_0}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (1.18)$$

Dans son analyse, Carter a montré l'existence d'un pseudo-glissement dans le contact du cylindre/plan avec une zone d'adhérence où $q(x) < \mu p(x)$ et une zone de glissement où $q(x) = \mu p(x)$ (Figure 1.23). Le glissement partiel est donc caractérisé par deux zones

de contact : une zone de glissement qui est une ellipse de demi largeur a et une zone d'adhérence de demi largeur a' et $d = a - a'$.

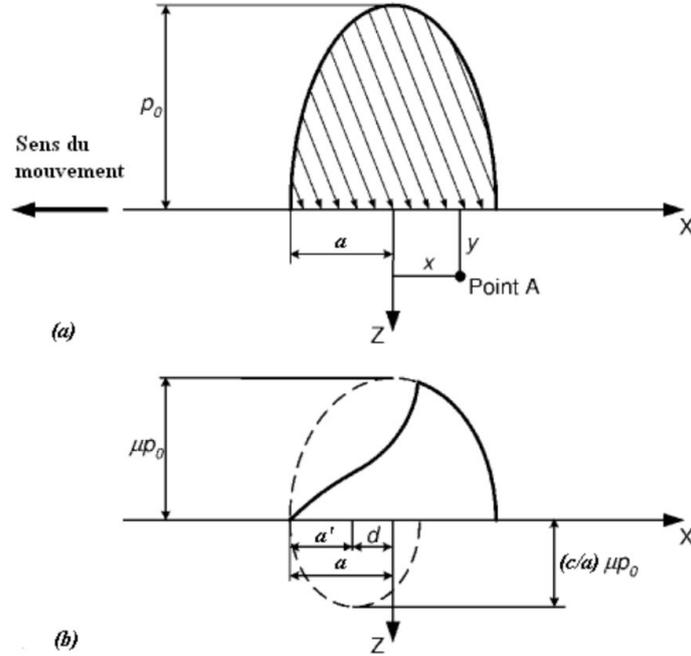


FIGURE 1.23 – Système de coordonnées de contact de roulement/glisement. (a) Distribution normale de pression ; (b) Distribution tangentielle de pression

Sur toute la zone de contact, la distribution tangentielle de pression est fonction de la pression normale de Hertz définie par :

$$\begin{cases} q(x) = \mu p(x) = \frac{2\mu P}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} & \text{pour } -a + 2a' \leq x \leq a \\ q(x) = q_0 \left[\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} - \frac{a'}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-d}{a'}\right)^2} \right] & \text{pour } -a \leq x \leq a + 2a' \end{cases} \quad (1.19)$$

Au passage de la zone de glissement à la zone d'adhérence, la déformation élastique de la surface de contact crée un phénomène appelé « creep » [19], [26]. L'expression du « creep » est donnée par :

$$\xi = \frac{\mu a}{R} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu P}} \right) = \frac{\mu a}{R} \left[1 - \left(\frac{a'}{a}\right)^2 \right] \quad (1.20)$$

avec :

$$Q = \left[1 - \left(\frac{a'}{a}\right)^2 \right] \mu P \quad (1.21)$$

et :

$$\left(\frac{a'}{a}\right) = \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu P}} \quad (1.22)$$

Ce problème a été résolu de façon numérique par Kalker en contact linéaire et plan [23], [19]. Le détail des algorithmes Contact et Fastsim développés par Kalker est présenté en annexe A.

Par ailleurs le problème de Carter a été résolu avec la méthode des Éléments Finis (EF) par d'autres chercheurs. On peut citer Dahlberg *et al.* [26] dont l'objectif est d'estimer la distance de roulement transitoire parcourue par un cylindre sur un plan avant d'atteindre le régime stationnaire en vitesse. Au cours de leurs travaux, les auteurs ont évalué la distribution des contraintes tangentielles en utilisant un modèle 2D en EF. Les auteurs ont ensuite résolu le problème de contact tangentiel en utilisant le logiciel EF Marc [27]. La condition d'adhérence/glisement nodale est décrite par une fonction bilinéaire basée sur les déplacements tangentiels nodaux relatifs. La distance tangentielle à laquelle le nœud est considéré comme "non glissant" c'est-à-dire nœud d'adhérence est notée e (Figure 1.24). Le nœud est considéré comme *glissant* si la force tangentielle f_t au nœud devient plus grande que la force nodale f_n . Les résultats obtenus pour le problème tangentiel sont montrés sur la figure 1.25. On peut observer une bonne cohérence entre le modèle de Carter et le modèle EF.

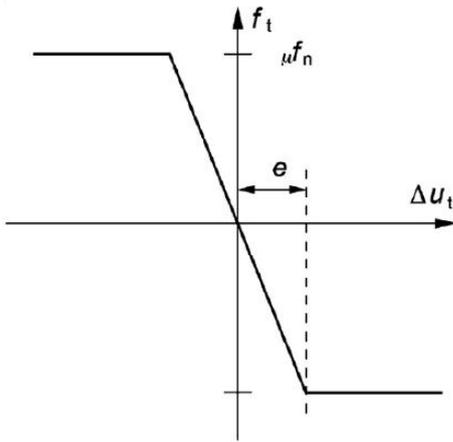


FIGURE 1.24 – Modèle bilinéaire de Coulomb pour un contact nodal et force de traction utilisé sous MARC [26]

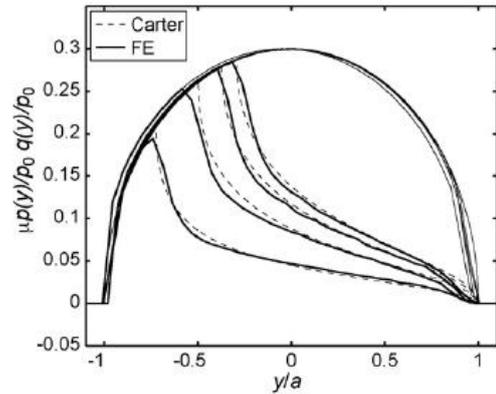


FIGURE 1.25 – Évolution des contraintes tangentielles sur la largeur de contact pour différentes distances de roulement transitoire [26]

Xin Zhao *et al.* [28] ont proposé aussi une solution transitoire du problème tangentiel de roulement de contact roue-rail en EF et en 3D. Le schéma du modèle transitoire EF est présenté sur la figure 1.26.

Le maillage du modèle EF 3D est montré sur la figure 1.27. Les paramètres du modèle et du calcul sont : chargement appliqué $F = 13.4$ tonnes, diamètre de la roue $d = 0.92$ m, coefficient de frottement au contact $\mu = 0.5$, vitesse de roulement $v = 140 \text{ km/h}$, module de Young du matériau $E = 210$ GPa, coefficient de Poisson du matériau $\nu = 0.3$. Le modèle a été validé pour deux types de problèmes (distributions normale et tangentielle de pression). La distribution de pression de contact pour différents coefficients de frottement est comparée à la solution donnée par l'algorithme de contact de Kalker et la solution de Hertz (Figure 1.28). Les auteurs ont obtenu une erreur de 3 % entre les résultats EF et les résultats basés sur des modèles analytiques. Cette différence est attribuée au maillage.

La zone de contact est déterminée par la force nodale normale F_{n-N} pour un problème avec un effort normal. Le nœud est dans le contact si $F_{n-N} > 0$. Pour un problème avec un effort tangentiel, le nœud est dans l'adhésion si $\mu|F_{n-N}| - |F_{n-\tau}| > \epsilon$, avec $F_{n-\tau}$ la force

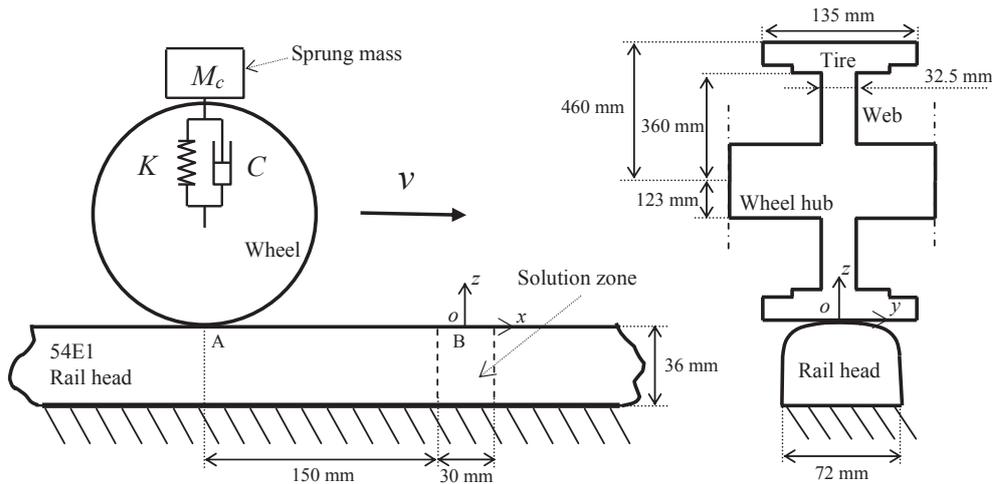


FIGURE 1.26 – Schéma du modèle transitoire EF 3D [28]

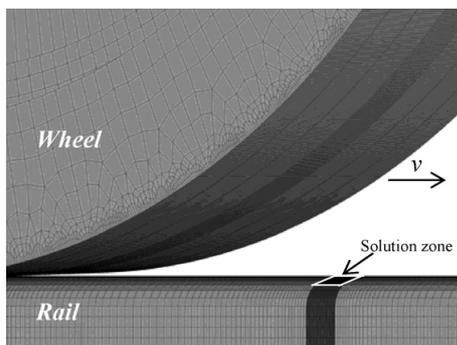


FIGURE 1.27 – Maillage du modèle transitoire EF 3D [28]

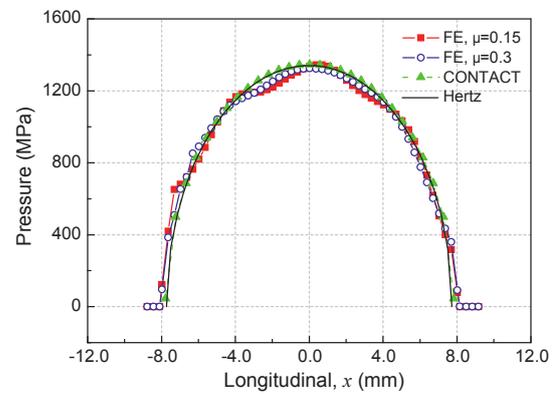


FIGURE 1.28 – Distribution de pression de contact suivant la largeur de contact [28]

nodale dans la direction tangentielle et ϵ la tolérance. Les auteurs ont utilisé une valeur $\epsilon = 0.3\%$ de la force nodale tangentielle dans la zone de contact. Le statut du contact évalué par la méthode des EF est donné sur la figure 1.29. Tous les points représentent un nœud dans le contact. On peut observer que la surface de glissement augmente avec le coefficient de frottement, donc avec la force tangentielle.

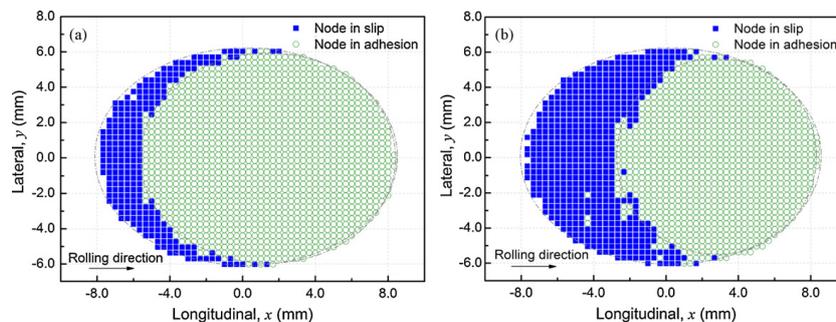


FIGURE 1.29 – Statut de contact de la simulation transitoire du modèle EF 3D : (a) $\mu = 0.15$, (b) $\mu = 0.3$ [28]

L'évolution des contraintes tangentielles sur la zone de contact et pour un coefficient de frottement $\mu = 0.3$ est présentée sur la figure 1.30. Les auteurs ont observé une erreur de 20% par rapport aux solutions de l'algorithme Contact.

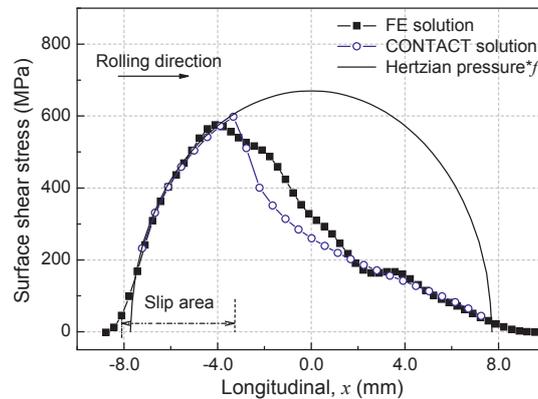


FIGURE 1.30 – Évolution des contraintes tangentielles de contact suivant la largeur de contact pour un coefficient de frottement $f = 0.3$ [28]

Conclusion

L'évaluation des contraintes et déformations engendrées dans le contact entre solides nécessite la détermination des paramètres de contact, à savoir le champ de pression, le champ de contraintes tangentielles et le statut de contact. Le problème de contact se résume essentiellement à deux types de problèmes, à savoir la distribution normale de pression et la distribution tangentielle de pression. Le cas général est la combinaison des distributions normale et tangentielle de pression. Pour y parvenir, des outils analytiques et numériques ont été développés dans la littérature. La prise en compte du contact est nécessaire afin de déterminer le chargement local subi par la roue. En vue de calculer la réponse mécanique de celle-ci, il est nécessaire de définir le type de modélisation du comportement plastique des matériaux utilisés.

1.2.2 Plasticité cyclique des matériaux : cadre général de modélisation

Les matériaux sollicités par des chargements cycliques répétés peuvent avoir quatre types de réponses asymptotiques (Figure 1.31) :

(a) : Élastique pure : la contrainte cyclique ne dépasse pas la limite d'élasticité du matériau. La fatigue qui risque de survenir, intervient après un grand nombre de cycles ou « High Cycle Fatigue » (HCF).

(b) : Adaptation élastique : le matériau subit des déformations plastiques pendant quelques cycles mais redevient ensuite élastique. La fatigue qui risque de survenir, intervient également après un grand nombre de cycles (HCF).

(c) : Accommodation plastique : la réponse asymptotique est une boucle fermée de déformation plastique. En d'autres termes, la déformation plastique évolue pendant le cycle, mais à la fin, elle retrouve sa valeur initiale. La fatigue qui risque de survenir, intervient après un faible nombre de cycles ou « Low Cycle Fatigue » (LCF).

(d) : Rochet : la déformation totale augmente progressivement et s'accumule cycle après cycle, ce qui conduit à une rupture rapide de la structure.

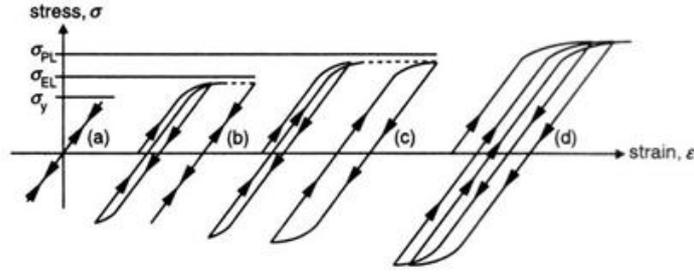


FIGURE 1.31 – États limites sous chargements cycliques

Afin de modéliser ces réponses, des lois de comportement élasto-plastiques sont nécessaires. La formulation de ces lois découle des principes thermodynamiques. La thermodynamique des processus irréversibles avec variables internes est brièvement décrite, par exemple dans l'ouvrage de Chaboche [29]. Ainsi, un cadre général pour la formulation des lois de comportement peut être présenté comme suit :

- La déformation totale peut être décomposée en une partie élastique et une partie plastique :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (1.23)$$

- En supposant un matériau isotrope, on a alors :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\mathcal{C}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (1.24)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad (1.25)$$

avec $\underline{\underline{\mathcal{C}}}$ le tenseur d'élasticité d'ordre 4 et $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes.

- On supposera ici un critère de plasticité de von Mises qui s'exprime sous la forme suivante :

$$f = \sqrt{J_2} - \sigma_0 \quad (1.26)$$

$$J_2 = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} \quad (1.27)$$

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad (1.28)$$

avec f la fonction de charge, J_2 le deuxième invariant du tenseur des contraintes, $\underline{\underline{s}}$ la partie déviatorique du tenseur des contraintes, $\underline{\underline{I}}$ le tenseur unité d'ordre 2 et σ_0 le seuil de plasticité.

Enfin, la règle de normalité permet d'écrire :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (1.29)$$

avec λ le multiplicateur plastique.

Si on fait abstraction des lois d'écoulement complexes, les lois d'écrouissage en plasticité sont classiquement de trois types : lois à écrouissage isotrope, lois à écrouissage cinématique et lois à écrouissage combiné (isotrope + cinématique).

Lois d'écouissage isotrope : Prandtl et Reuss

Pour ces lois, l'évolution de la surface de charge est gouvernée par une seule variable scalaire comme par exemple la déformation plastique cumulée p . Dans ce cas la forme de σ_0 est donnée par :

$$\sigma_0 = R(p) + \sigma_y \quad (1.30)$$

avec

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\xi}}}^p : \dot{\underline{\underline{\xi}}}^p} \quad (1.31)$$

et $R(p)$ la variable scalaire isotrope, σ_y la limite initiale en traction.

Lois d'écouissage cinématique

L'écouissage cinématique correspond à une translation linéaire ou non-linéaire de la surface de charge. La variable cinématique $\underline{\underline{X}}$ est introduite sous forme tensorielle. Elle indique la position actuelle de la surface de charge. On a dans ce cas :

$$\sigma_0 = \sigma_y \quad (1.32)$$

$$J_2 (\underline{\underline{g}} - \underline{\underline{X}}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})} \quad (1.33)$$

Dans le cas linéaire, l'expression de la variable cinématique a été proposée par Prager et Ziegler.

$$\dot{\underline{\underline{X}}} = \frac{2}{3} C \dot{\underline{\underline{\xi}}}^p \quad (1.34)$$

Dans le cas non-linéaire, on peut citer la loi d'Armstrong-Frederick [30], modifiée par Marquis (1979) et Chaboche (1983). L'expression de la variable cinématique dans ce cas est donnée par :

$$\dot{\underline{\underline{X}}} = \frac{2}{3} C \dot{\underline{\underline{\xi}}}^p - \gamma \underline{\underline{X}} \dot{p} \quad (1.35)$$

avec C et γ les paramètres d'écouissage.

Lois d'écouissages combinés

Il s'agit de la superposition à l'écouissage cinématique d'un écouissage isotrope ou de la superposition de plusieurs modèles cinématiques. Le domaine d'élasticité se modifie par translation et par dilatation. Dans ce cas, on a en général :

$$\sigma_0 = R(p) + \sigma_y \quad (1.36)$$

$$J_2 (\underline{\underline{g}} - \underline{\underline{X}}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})} \quad (1.37)$$

$$\dot{R} = b(Q - R)\dot{p} \quad (1.38)$$

$$X = \sum_i X_i \quad (1.39)$$

$$\dot{X}_i = \frac{2}{3} C_i \dot{\varepsilon}^p - \gamma_i X_i \dot{p} \quad (1.40)$$

b et Q désignent deux constantes liées à l'érouissage isotrope, i est le nombre de variables cinématiques et avec C_i et γ_i les paramètres d'érouissage cinématique.

De telles lois ont été proposées, entre autres, par Chaboche [29], Ohno Wang (OW) [31], Burllet-Cailletaud-Geyer (BCG)[32], [33] et Tanaka (TANA) [34]. L'avantage de ces lois est qu'elles permettent de décrire le phénomène de rochet. Portier *et al* [35] ont étudié et comparé ces lois de comportement. Les détails de ces modèles sont présentés en annexe B.

Conclusion

Plusieurs modèles ont été développés dans la littérature pour décrire le comportement des matériaux. Plus ils sont complexes, plus leur identification est rendue difficile compte tenu du nombre de paramètres et d'essais mécaniques à effectuer.

Il s'agit ici de proposer une approche complète de dimensionnement des roues ferroviaires. Pour cela, le modèle non-linéaire d'Armstrong-Frederick sera utilisé pour décrire le comportement mécanique des matériaux compte tenu de la simplicité d'identification (deux paramètres d'érouissage) et d'implémentation dans des codes EF. Cela ne limite cependant pas la généralisation à d'autres lois. Pour déterminer l'état stabilisé de la structure sous chargement cyclique, plusieurs approches sont envisageables. Ces différentes méthodes sont présentées dans le paragraphe suivante.

1.2.3 Méthodes de détermination de l'état stabilisé

Il existe plusieurs méthodes dans la littérature qui permettent de déterminer l'état stabilisé d'une structure subissant une sollicitation cyclique. Les plus connues sont : la méthode de Zarka, la méthode cyclique directe et la méthode stationnaire.

Méthode de Zarka

La méthode de Zarka est une méthode simplifiée pour l'analyse des structures inélastiques (Zarka *et al.* [36]). Elle permet d'approcher rapidement l'état de contrainte élastoplastique à partir d'une structure supposée entièrement élastique. Ce formalisme développé par Zarka est basé sur les théorèmes d'adaptation et d'accommodation. Ces théorèmes sont présentés en Annexe E. Il faut noter que la méthode reste limitée à des comportements simples, élastiques ou élastoplastique (plasticité parfaite ou cinématique linéaire). La méthode est présentée en détails en annexe C.

Méthode Cyclique Directe

La Méthode Cyclique Directe a été proposée par Maitournam *et al.* [37], [38]. Il s'agit d'une méthode itérative permettant de rechercher directement le cycle stabilisé d'une structure soumise à un chargement périodique. Elle consiste à déterminer des solutions plastiquement admissibles sur tout le cycle de chargement à partir des solutions précédentes en supposant connues les grandeurs mécaniques au début de cycle. La condition

de périodicité des déformations plastiques permet d'obtenir le cycle stabilisé. Cette condition de périodicité accélère la convergence de la solution. Les détails de cette méthode sont présentés en annexe C. Cette méthode a été développée pour réduire le temps de calcul, mais l'inconvénient est qu'elle ne prend pas en compte la résolution du problème de contact. Celle-ci est donc peu adaptée au contact roue/rail.

Algorithme stationnaire

L'algorithme stationnaire a été proposé pour la première fois par Q.S. Nguyen [39] pour l'étude du mouvement permanent de la propagation d'une fissure dans un matériau parfaitement plastique. Ce travail a été étendu par Dang Van [40] et Maitournam [41] aux matériaux thermoélastoplastiques. Comme l'indique son nom, le chargement est supposé constant au cours du temps. Du point de vue d'un observateur lié au repère des chargements, le régime est supposé permanent et toutes les grandeurs mécaniques ne dépendent alors plus du temps. Pour chaque cycle, l'amplitude et la vitesse du chargement restent constantes mais peuvent toutefois varier d'un cycle à l'autre. Deux types d'algorithmes ont été développés par les auteurs : d'une part l'algorithme stationnaire « direct » destiné à un très grand nombre de passages de chargement et d'autre part l'algorithme stationnaire « passage par passage » pour un passage fini de chargement. Le premier est basé sur la propriété de périodicité permettant de déterminer directement l'état stabilisé de la structure. En effet si les cycles sont identiques et si le chargement appliqué à la structure est tel qu'il y a adaptation ou accommodation, la solution du problème mécanique est périodique. L'algorithme stationnaire permet de calculer la réponse de la structure « passage par passage » soit pour un nombre de cycles limités. Il est basée sur l'équation de la dérivée particulaire en formulation eulérienne. En effet, pour tout grandeur \mathbf{A} liée à la matière, l'équation s'écrit sous la forme :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + V \text{grad}A \quad (1.41)$$

Pour un régime stationnaire dans le repère mobile lié au chargement, le mouvement ne dépend plus du temps et toutes les dérivées partielles sont nulles : $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$. L'équation se simplifie alors à :

$$\dot{A} = V \text{grad}A = V \frac{\partial A}{\partial x} \quad (1.42)$$

Le principale avantage de cette méthode est que le maillage est plus raffiné seulement dans la zone de contact, ce qui diminue considérablement le temps de calcul.

Pour une structure axisymétrique par exemple, une roue ou un cylindre, les grandeurs physiques à définir dans un calcul stationnaire sont : les vitesses de translation et de rotation, le coefficient de frottement au contact et la vitesse du glissement entre les solides en contact. Les détails de la méthode stationnaire sont présentés en annexe C.

Conclusion

Les trois méthodes présentées ont pour objectif commun de déterminer l'état stabilisé d'un structure en déterminant les variables locales en tout point. Elles sont par contre différentes dans leur principe. La méthode simplifiée de Zarka est adaptée aux matériaux purement élastiques, parfaitement plastiques ou à écrouissage cinématique linéaire. Quant

à la méthode Cyclique Directe, elle est itérative et entraîne un temps de calcul long. La méthode stationnaire permet un raffinement dans la zone de contact et une réduction considérable du temps de calcul. Elle fait intervenir aussi les grandeurs cinématiques comme les vitesses de translation et de rotation. Il est clair que cette méthode est mieux adaptée au problème de contact roue/rail et c'est celle qui est retenue dans cette étude. La dernière étape d'un dimensionnement en fatigue nécessite également l'utilisation d'un critère adapté aux sollicitations multiaxiales.

1.2.4 Critères de fatigue multiaxiaux

La fatigue est un phénomène physique que l'on rencontre souvent dans les structures soumises à des sollicitations variables au cours du temps. Ce phénomène se manifeste par une phase de plasticité cyclique, l'amorçage de fissures et leur propagation. La fatigue est mise en évidence pour la première fois par Wöhler (1860-1870) dans le cas d'essieux ferroviaires. La façon la plus représentative de rendre compte de l'endurance d'un matériau est de tracer la courbe de Wöhler (Figure 1.32) appelée également courbe S-N (niveau d'effort en fonction du nombre de cycles à la rupture). En effet, pour caractériser des paramètres de fatigue d'un matériau, on réalise généralement des essais simples qui consistent à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts ou de déplacements périodiques, d'amplitude maximale et de fréquence constante et à noter le nombre de cycles au bout duquel l'amorçage d'une fissure est observé, appelé ici nombre de cycles à la rupture N_R .

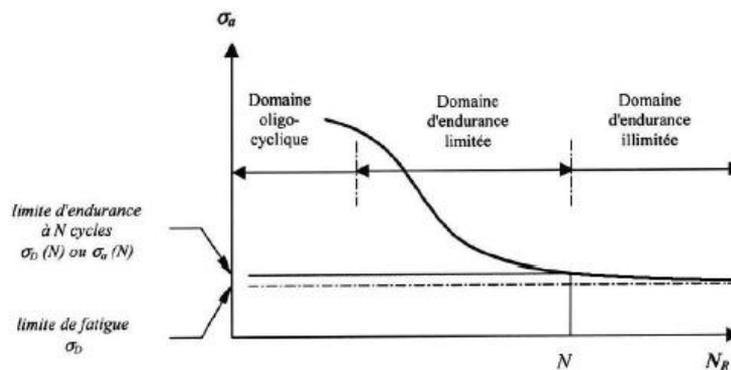


FIGURE 1.32 – exemple de courbe de Wöhler

Deux domaines de fatigue sont classiquement considérés : la fatigue à grand nombre de cycles (HCF) et la fatigue à faible nombre de cycles (LCF). Pour chacun de ces domaines, il existe différents critères de fatigue dont quelques uns sont présentés ci-dessous.

Critères de fatigue à grand nombre de cycles (HCF)

La structure subit ici un grand nombre de cycles (plus de 10^5) avant de se rompre. Elle reste toujours dans son domaine élastique à l'échelle macroscopique même après quelques cycles élastoplastiques (adaptation élastique).

Ces critères sont fondés sur la notion de plan critique (critère de Findley [42] par exemple), sur les invariants (critères de Gough et Pollard [43], de Sines [44] et de Crossland [45] par exemple) ou sur une approche multiéchelle (critère de Dang Van [4] par exemple). Il existe également d'autres critères fondés sur l'approche intégrale comme celui de Liu-Zenner [46] et de Papadopoulos [47] ou sur une approche énergétique (critères de Palin-Luc

[48] et d'Ellyin [49] par exemple). Les critères fondés sur les invariants et sur l'approche intégrale sont présentés en annexe D.

Dans ce travail, nous présentons uniquement en détail le critère de Dang Van qui sera utilisé par la suite compte tenu de sa simplicité d'identification.

Critère de fatigue de Dang Van

Le critère de fatigue de Dang Van est basé sur une approche multi-échelle. Les constatations expérimentales [4] à l'origine de ce critère sont :

- Le mécanisme principal de l'amorçage des fissures de fatigue est le cisaillement intervenant sur les plans cristallographiques les plus défavorablement orientés. Le critère de fatigue recherché dépendra du cisaillement local maximal produit par le chargement.
- L'influence de la pression hydrostatique est prépondérante et permet de rendre compte de nombreux résultats expérimentaux.

Le critère de non-amorçage doit par ailleurs porter sur des grandeurs évaluées à l'échelle microscopique, lieu de l'amorçage de fissures. Le critère est présenté ici sans présenter le changement d'échelle (passage macro-micro). Il est exprimé sous la forme d'une combinaison linéaire de l'amplitude des contraintes de cisaillement mésoscopique $\tau(t)$ et la pression hydrostatique $P(t)$:

$$\max_{\vec{n}} \left\{ \max_t \left[\tau(\vec{n}, \vec{t}) + \alpha P(t) \right] \right\} \leq \beta \quad (1.43)$$

avec \vec{n} la normale au plan de cisaillement, α et β les paramètres matériaux reliés aux limites d'endurance des essais de fatigue classiques σ_w (traction alternée) et τ_w (torsion alternée) par :

$$\alpha = 3 \left(\frac{\tau_w}{\sigma_w} - \frac{1}{2} \right) \quad (1.44)$$

et

$$\beta = \tau_w \quad (1.45)$$

La pression hydrostatique maximale au même instant (t) est donnée par :

$$p(t) = \frac{\sigma_{ii}(t)}{3} = P(t) \quad (1.46)$$

Ce calcul (relation 1.43) nécessite ainsi la recherche d'un double maximum (par rapport à \vec{n} et t) et pour chaque normale \vec{n} , la construction du plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement sur le plan correspondant ; c'est la difficulté de ce critère.

La maximisation sur \vec{n} donne la valeur maximale de la contrainte de cisaillement mésoscopique :

$$\tau(t) = \max_{\vec{n}} [\tau(\vec{n}, t)] \quad (1.47)$$

Cette formule nécessite la recherche à chaque instant du plan subissant la plus forte cisssion.

Le critère se simplifie et se résume à la relation suivante :

$$\max_t [\tau(t) + \alpha P(t)] \leq \beta \quad (1.48)$$

Mise en œuvre du Critère de fatigue de Dang Van

Dans ce travail, la mise en œuvre du critère a été réalisée en plusieurs étapes. On part d'un état de tenseur de contrainte macroscopique T_{ij} défini par :

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

La contrainte de cisaillement mésoscopique est définie à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = T_{ij} - C_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

avec σ_{ij} le tenseur des contraintes mésoscopiques, C_{ij} le tenseur des contraintes résiduelles.

Le calcul de ce tenseur revient à déterminer le centre de la plus petite hypersphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace du déviateur des contraintes. L'algorithme Hypersphère [50] développé par Tritsch au sein du Laboratoire de Mécanique de Lille (LML) a été utilisé. Il s'agit d'un algorithme purement géométrique présenté en annexe F. Une fois le tenseur des contraintes mésoscopiques calculé, on détermine l'amplitude de la contrainte de cisaillement mésoscopique maximale en appliquant le critère de Tresca.

$$\tau(t) = \frac{1}{2} | \sigma_I(t) - \sigma_{III}(t) | \quad (1.51)$$

avec σ_I et σ_{III} les contraintes principales mésoscopiques.

La résistance de la structure à la fatigue est évaluée point par point. Les trajets de chargement en fatigue selon le critère de Dang Van sont déterminés et représentés dans le diagramme (p, τ) . Les constantes α et β définissent le domaine de sécurité où il n'y a pas le risque d'amorçage de fissures de fatigue. Ce domaine est défini par : $\tau + \alpha P < \beta$ (Figure 1.33).

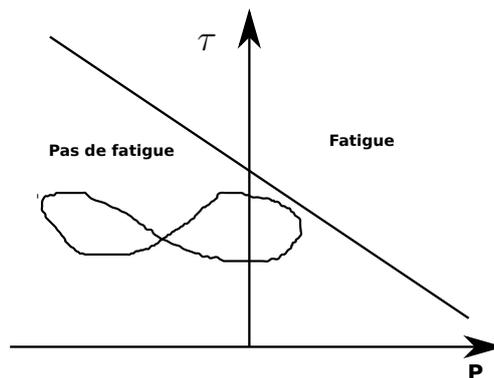


FIGURE 1.33 – Diagramme de Dang Van

Les isovaleurs du critère de Dang Van peuvent être représentées également dans le but de visualiser les zones critiques sur toute la structure. Elles sont définies par la quantité $\Psi = \max_t \{ [\tau(t) - \alpha P(t) - \beta] / \beta \}$ [51]. Une valeur positive de Ψ est synonyme de fatigue.

Le risque d'endommagement par fatigue peut être également évalué avec la distance minimale de chaque point du trajet de chargement à la droite limite de Dang Van obtenue

par essais de fatigue polycyclique en traction alternée et torsion alternée. Pour tout point $P(\tau_p, P_{maxp})$ du trajet de chargement en fatigue défini dans l'espace $(P(t), \tau(t))$, la distance est donnée par :

$$d_{min} = \frac{|\tau_p + \alpha P_{maxp} - \beta|}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \quad (1.52)$$

Une distance nulle est synonyme du risque d'amorçage de fissures de fatigue. La formule de la distance d_{min} sera utilisée par la suite dans toutes les analyses de fatigue à grand nombre de cycles.

Le critère de Dang Van est un outil de dimensionnement en fatigue très utilisé dans les industries compte tenu de son efficacité et de sa simplicité de mise en œuvre. Cependant, il présente des points faibles lorsque le chargement devient non-proportionnel. Ceci a été montré par Bernasconi *et al.* [52]. En effet lorsque la structure est soumise à des chargements non-proportionnels, l'augmentation de la contrainte axiale négative entraîne la diminution de l'amplitude de cisaillement admissible générée par la torsion. Le critère de Dang van n'arrive pas à prédire cette tendance. En revanche les critères basés sur une approche intégrale tels que ceux de Liu-Zenner et de Papadopoulos peuvent prédire une bonne relation entre l'amplitude de contrainte de cisaillement et la contrainte normale négative non-proportionnelle. La différence entre la prédiction des critères de Liu-Zenner et Papadopoulos est observée lorsque l'effet des contraintes résiduelles est pris en compte [52]. La comparaison entre les trois critères selon Bernasconi est présentée sur la figure 1.34 en utilisant l'acier ER7. Une comparaison des critères multiaxiaux de fatigue a montré également que le critère de Papadopoulos présente un meilleur accord avec les résultats expérimentaux de flexion et de torsion [47].

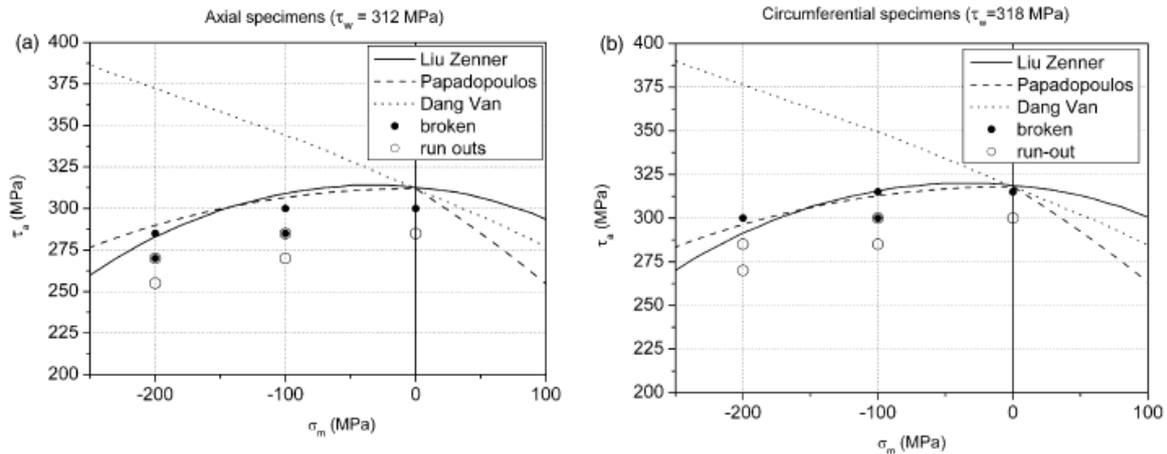


FIGURE 1.34 – Relation entre l'amplitude de contrainte de cisaillement τ_a et la contrainte normale moyenne σ_m prédite par les différents critères avec surperposition des points expérimentaux pour l'acier ER7 : (a) éprouvettes axiales, (b) éprouvettes circumférentielles [52]

Les critères de fatigue à faible nombre de cycles (LCF)

C'est un domaine où il y a accommodation plastique ou éventuellement un rochet macroscopique. Les déformations plastiques cycliques sont généralement considérées comme responsables du risque d'amorçage de fissures.

Ces critères peuvent être définis classiquement comme une relation entre une fonction Υ dépendant de grandeurs mécaniques du cycle stabilisé ($\underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon}^p$, $\underline{\sigma}$, W) et le nombre de cycles N_r à la rupture :

$$\max [\Upsilon (\underline{\varepsilon}, \underline{\varepsilon}^p, \underline{\sigma}, W, \dots)] = aN_r^b \quad (1.53)$$

avec a et b des paramètres liés au matériau, ε , ε^p , σ des champs mécaniques obtenus sur les réponses accommodées et W l'énergie dissipée plastique sur le cycle stabilisé.

Les critères sont fondés sur les approches en amplitude de déformation plastique (Manson-Coffin [5]), en contrainte et déformation (Smith-Watson-Topper [53], Jiang et Sehitoglu [54], Jaske [55], par exemple), en énergie (Constantinescu *et al.* [56]) et en endommagement. Les formes de ces critères cités sont regroupées dans le tableau 1.3. Nous présenterons ensuite en détail, le critère de Manson-coffin car il sera utilisé par la suite compte tenu des données d'identification disponibles.

Critères	Υ
Manson-Coffin [5]	$\frac{\Delta \underline{\varepsilon}^p}{2}$
Jiang et Sehitoglu [54] SWT [53]	$\Delta \underline{\varepsilon} \langle \underline{\sigma}_{max} \rangle + J \Delta \gamma \Delta \tau$ $\sqrt{E \underline{\sigma}_{max} \Delta \underline{\varepsilon}}$
Jaske [55]	$\underline{\sigma}_{max} \frac{\Delta \underline{\varepsilon}}{2}$
Constantinescu <i>et al.</i> [56]	$W = \int_{cycle} \underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}}^p dt$

TABLE 1.3 – Critères de fatigue LCF classiques

Critère de Manson-Coffin

Le critère considère l'amplitude de déformation plastique sur le cycle stabilisé comme paramètre d'endommagement de la structure.

$$\frac{\Delta \varepsilon^p}{2} = \varepsilon_f (N_r)^c \quad (1.54)$$

avec $\frac{\Delta \varepsilon^p}{2}$: amplitude de déformation plastique, N_r : Nombre de cycles à la rupture, ε_f : coefficient de ductilité en fatigue, c : paramètre lié au matériau.

L'amplitude de déformation plastique peut être définie en équivalence comme le plus grand diamètre de la courbe fermée $\varepsilon^p(t)$ quand t parcourt le cycle stabilisé [57] :

$$\Delta \varepsilon_{eq}^p = \max_{t_1} \max_{t_2} \sqrt{\frac{2}{3} (\varepsilon^p(t_1) - \varepsilon^p(t_2)) : (\varepsilon^p(t_1) - \varepsilon^p(t_2))} \quad (1.55)$$

avec t_1, t_2 : les différents instants du cycle stabilisé.

Conclusion

Une vaste gamme de critères ont été développés dans le but de prédire le risque d'amorçage de fissures de fatigue. Les critères les plus utilisés dans l'industrie pour les

problèmes de fatigue de roulement de contact sont ceux de Dang Van, Papadopoulos, Liu-Zenner et de Manson-Coffin.

Dans la suite du travail, le critère de fatigue de Dang Van serait utilisé pour l'analyse en fatigue à grand nombre de cycle. Il nécessite l'identification de deux paramètres qui dépendent de la limite d'endurance de fatigue en traction alternée et torsion alternée. Dans ce cas, deux essais mécaniques seront alors nécessaires. Pour la détermination de la durée de vie, le critère de Manson-Coffin sera utilisé. Des essais de fatigue à faible nombre de cycles seront effectués dans le but d'identifier le paramètre du modèle. Un seul paramètre (amplitude de déformation plastique) est nécessaire dans ce cas. A noter que nous avons opté pour ces deux critères car leurs paramètres sont facilement identifiables, ce qui ne nuit en rien à la généralité de l'approche proposée.

Nous allons maintenant présenter des méthodes simplifiées développées dans la littérature pour la prédiction de fatigue de contact de roulement. Ces méthodes s'appuient sur des éléments théoriques et numériques présentés auparavant.

1.3 Modèles simplifiés en fatigue de contact de roulement

Pour dimensionner les structures soumises aux phénomènes de fatigue de contact de roulement, des modèles simplifiés ont été développés dans la littérature.

Il s'agit de modèles 2D ou 3D prenant en compte de manière plus ou moins précise et complète le contact, le comportement cyclique ou monotone des matériaux et un critère de fatigue.

En fatigue de contact de roulement, le risque d'amorçage de fissures est souvent dû à la déformation plastique du matériau proche de la surface de contact de la roue. En effet, la présence des irrégularités dans le contact dues à la rugosité ou à l'état de surface en général, augmente localement l'amplitude de contrainte susceptible d'engendrer le risque d'amorçage de fissures [58]. En outre, quand la roue est soumise à des chargements répétés à friction élevée (en raison des phases de traction, de freinage ou de la courbure des rails), le matériau en surface se déforme plastiquement (Figure 1.35). La principale cause de la déformation plastique de la surface de la roue est l'application de contrainte de cisaillement à l'interface entre la bande de roulement de la roue et le rail.

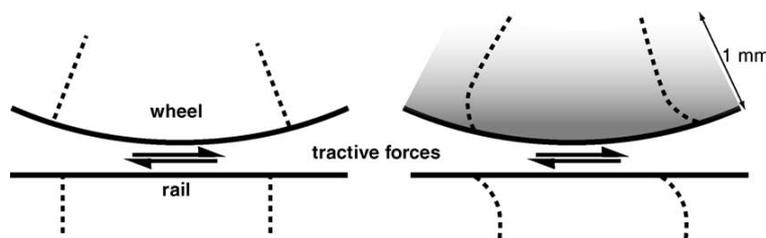


FIGURE 1.35 – Schéma de principe de la déformation plastique du matériau en surface d'une roue ferroviaire. Les lignes pointillées indiquent les plans matériels avant et après déformation [59]

Lorsque le durcissement cyclique du matériau et les contraintes résiduelles ne sont pas suffisants pour réduire l'accumulation de déformations plastiques, il peut y avoir le risque d'amorçage de fissure voire même la rupture.

Le phénomène qui entraîne la ruine du matériau est appelé « rochet ». L'incrément initial de déformation plastique de rochet est une fonction non-linéaire de la contrainte tangentielle maximale (μP_0) [60]. Dans le cas de chargements alternés, par exemple traction/freinage, le matériau n'est plus soumis au phénomène de rochet de la même manière : les déformations plastiques sont introduites dans les deux sens provoquant ainsi de la déformation plastique cumulée proche de zéro. La rupture serait donc causée par la fatigue à faible nombre de cycles. En combinant la fatigue à faible nombre de cycles et le rochet, la fatigue et le phénomène de rochet seraient vus comme deux mécanismes compétitifs [61], [58]. Sur les rails, l'amorçage de fissures de fatigue en surface a souvent lieu sur les congés de roulement tandis que sur les roues, l'endommagement par fatigue en surface peut être réparti sur toute la bande de roulement. Le modèle de dimensionnement en fatigue le plus utilisé est la shakedown map permettant de déterminer les limites d'adaptation et d'accommodation des structures. Il existe deux méthodes permettant d'obtenir la shakedown map : La méthode analytique et la méthode des Éléments Finis.

La méthode analytique est basée sur la théorie de la plasticité pour obtenir les limites d'adaptation et d'accommodation. Les résultats permettent de mieux voir l'effet des propriétés du matériau sur les limites de la shakedown map. Cette approche a été souvent utilisée par Johnson [1],[62], [63], Bower *et al.*[64], et également par Ponter *et al.* [65]. Elle a été développée par d'autres chercheurs comme Kapoor et Williams [66], [67]; Wong *et al.* [68]; Dyson *et al.* [69].

1.3.1 Shakedown map et extension en fatigue

La shakedown map de Johnson est le tout premier modèle mis au point [1] [62], [65] permettant de prédire la fatigue de contact de roulement initiée en surface et également en sous-surface. Elle est basée sur la théorie de Hertz [21].

La shakedown map est définie en ordonnée par le facteur de charge $\lambda = \frac{P_0}{k}$ et en abscisse par le coefficient de frottement $\mu = \frac{Q}{P}$. Le facteur de charge prend en compte la forme de la zone de contact (circulaire ou elliptique de demi-axes a et b) et influe sur les courbes limites d'écrouissage.

Sous chargement cyclique, plusieurs zones sont identifiées sur ce diagramme : élastique, adaptation élastique, accommodation plastique et le rochet. P_0 est la pression maximale de contact de Hertz, μ le coefficient de frottement et k la limite en cisaillement pur. La shakedown map est souvent obtenue en glissement total ou partiel c'est-à-dire la force tangentielle totale Q à l'interface roue/rail est proportionnelle à la force normale totale P dans le contact via le coefficient de frottement μ :

$$Q = \mu P \quad (1.56)$$

La distribution tangentielle de pression totale dans le contact est donnée par :

$$\tau = \mu P_0 \quad (1.57)$$

avec P_0 la pression de contact totale selon la théorie de Hertz. Dans le cas d'un contact elliptique (roue/rail), l'expression de P_0 est donnée par :

$$P_0 = \frac{3P}{2\pi ab} \quad (1.58)$$

Le critère de plasticité peut être exprimé par :

$$\tau = k \quad (1.59)$$

La combinaison des équations 1.56 et 1.59 conduit à la relation suivante :

$$\mu P_0 = k \iff \frac{P_0}{k} = \frac{3P}{2\pi abk} = \frac{1}{\mu} \quad (1.60)$$

Cette équation représente la courbe limite BC sur la shakedown proposée par Johnson [17] pour différents comportements du matériau (Figure 1.36). Si les conditions de chargement sont situées au-delà de cette limite, alors on dépasse la limite d'élasticité, ce qui entraînera l'accommodation plastique de la structure. La détermination des autres limites est présentée en détail en annexe A.

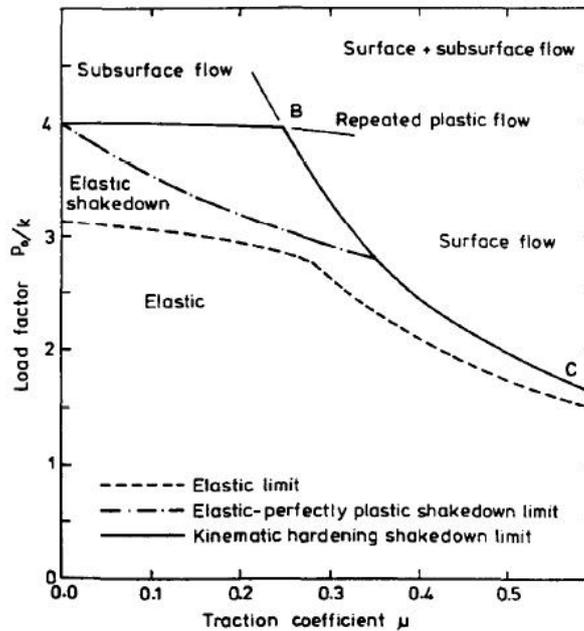
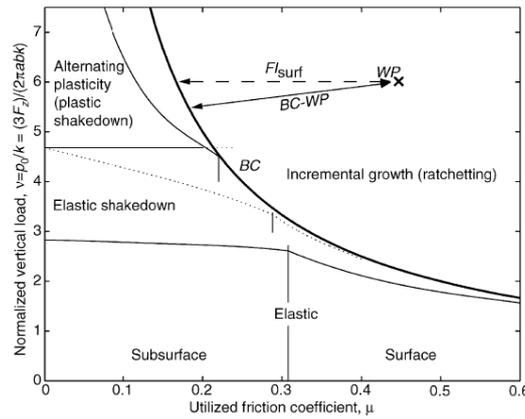


FIGURE 1.36 – Shakedown map en glissement pour un cylindre rigide selon Johnson [17]

Une extension en fatigue de la shakedown est proposée par Ekberg [59]. Elle est également basée sur la théorie de Hertz [21] et dépend des caractéristiques du matériau en terme de la limite d'élasticité en cisaillement [18], [70].

Ekberg définit un indice de fatigue FI_{surf} qui représente la plus petite distance entre la courbe limite BC (Figure 1.37) et un point de fonctionnement WP situé sur la shakedown map [8]. Cette distance est positive si la point WP est situé à droite de la courbe limite. Il y a donc fatigue en surface si l'indice de fatigue est positif. L'indice de fatigue est obtenu par la projection horizontale de la distance entre la courbe BC et le point WP. Il est donné par la relation 1.61. Plus l'indice est grand, plus le risque de fatigue est élevé.

$$FI_{surf} = \mu - \frac{2\pi abk}{3P} \quad (1.61)$$

FIGURE 1.37 – Shakedown map avec l'indice de fatigue FI_{surf} [59]

Dans le cas où la réponse est dans le domaine de l'accommodation plastique, un critère de fatigue à faible nombre de cycles est appliqué. Un exemple est donné par Jiang et Sehitoglu [54] où le paramètre de fatigue FP est défini par :

$$FP = \Delta\varepsilon \langle \sigma_{max} \rangle + J \Delta\gamma \Delta\tau \quad (1.62)$$

avec $\langle x \rangle = x$ si $x > 0$ sinon $x = 0$, σ_{max} : contrainte normale maximale dans le plan de fissure, $\Delta\varepsilon$: étendue de la déformation normale au plan de fissure, $\Delta\tau$: étendue de la contrainte de cisaillement dans le plan de fissure, $\Delta\gamma$: variation de la déformation de cisaillement dans le plan de fissure, C_J : constante qui dépend du matériau et de la charge.

La durée de vie en fatigue est donnée par l'expression du modèle prédictif LCF (chargement uniaxial) :

$$FP = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N)^{b+c} \quad (1.63)$$

avec E le module de Young; N le nombre de cycles à la rupture; σ_f' , ε_f' , b et c les paramètres liés au matériau.

L'autre méthode pour établir la shakedown map est d'utiliser les éléments finis (EF) pour simuler le roulement et le glissement entre deux corps. Après plusieurs cycles de chargement, la réponse stabilisée est analysée afin de déterminer si le trajet de chargement correspond à une adaptation élastique, une accommodation plastique ou un rochet. L'inconvénient de cette approche est qu'elle nécessite des ressources informatiques importantes et les résultats sont généralement non-paramétriques. Ham *et al.* [71], Kulkarni *et al.* [72], [73], Bhargava *et al.* [74], Howell *et al.* [75], Barber [76], Kannel [77] ou encore Telliskivi [78], Xu *et al.* [79] et Jiang *et al.* [80] ont établi les limites d'adaptation en utilisant la méthode des éléments finis sur un modèle 2D. Dang Van et Maitournam ont développé également une analyse numérique pour le roulement de contact répété fondée sur le calcul stationnaire [81]. Des analyses 3D de la shakedown map ont été développées par Jiang *et al.* [82].

D'autres modèles sont également proposés pour la prédiction de fatigue des rails. Par exemple ceux de Ringsberg *et al.* [61], [83], [84], [85], [86] et de Dang Van *et al.* [87], [88] développées pour la prédiction du risque d'amorçage de fissures de fatigue en surface

des rails. Les détails de ces modèles ne sont pas présentés dans ce document car seuls les modèles concernant le dimensionnement des roues sont étudiés.

1.3.2 Modèles associés aux dommages en sous-surfaces

Pour des coefficients de frottement $\mu < 0.3$, l'endommagement débute en sous-surface. Sous les conditions d'un contact hertzien, le taux de cisaillement est maximal sous la bande de roulement de la roue. La valeur approximative est donnée par :

$$\tau_{max} = 0.3P_0 \approx \frac{P_0}{3} = \frac{P}{2\pi ab} \quad (1.64)$$

avec P_0 la pression maximale de contact, P la force normale totale, a et b demi-largeur de la zone de contact hertzienne.

Le modèle proposé par Ekberg envisage la fatigue polycyclique pour laquelle le temps à l'amorçage de fissure domine la durée de vie. Il s'agit d'un modèle 2D pour la prédiction de la durée de vie en fatigue de roulement de contact des matériaux dont le comportement mécanique est purement élastique [89]. La résultante des forces de contact entre les deux solides est définie par trois composantes (Figure 1.38). La théorie de Hertz [21] combinée aux solutions de Boussinesq et Curruti [77] est utilisée pour évaluer les champs de contraintes dûs aux efforts de contact. Ce modèle est ensuite appliqué au contact roue-rail (Figure 1.39) dans le but d'évaluer les dommages amorcés dans la roue.

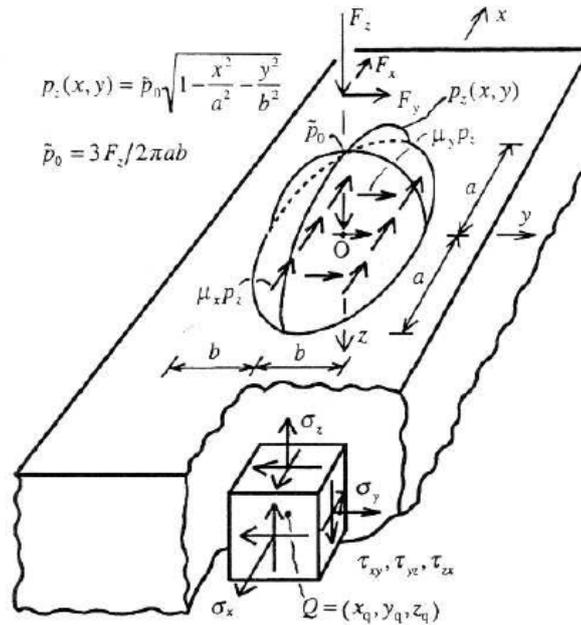


FIGURE 1.38 – Modèle de roulement de contact sur un corps semi-infini [89]

Les contraintes calculées en sous-surface sont présentées sur la figure 1.40. Elles sont comparées aux solutions analytiques données par Lundberg *et al.* [90]. Ces contraintes sont de compression en sous-surface.

Le critère mutiaxial de fatigue de Dang Van est ensuite utilisé avec la contrainte équivalente pour quantifier l'impact de la fatigue :

$$\sigma_{EQ} = \tau_a + \alpha_{DV} \sigma_h \quad (1.65)$$

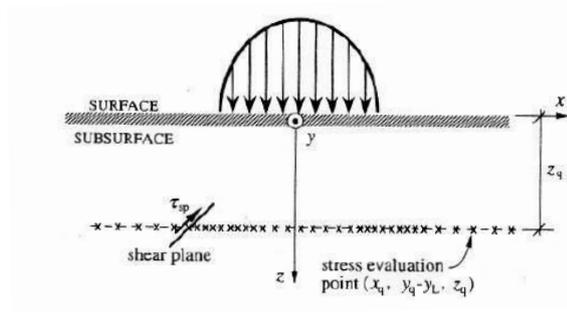


FIGURE 1.39 – Évaluation des contraintes le long de 40 points à une profondeur donnée Z_q [89]

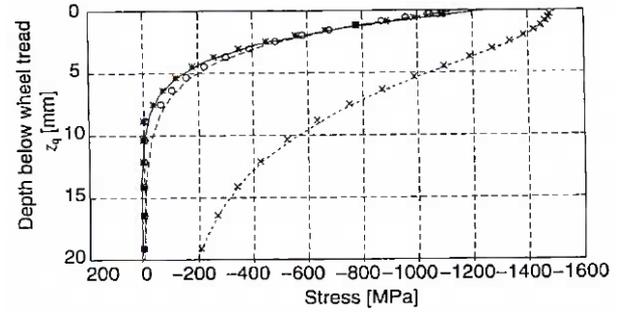


FIGURE 1.40 – Contraintes normales σ_x (\circ), σ_y ($*$), σ_z (\times) suivant la direction normale de la surface de contact comparées avec les solutions analytiques (ligne pointillée). Les contraintes de cisaillement $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ à cause de la symétrie [89]

avec α_{DV} : paramètre matériau, σ_h : pression hydrostatique. τ_a est définie dans ce cas comme la moitié du taux de cisaillement maximal τ_{max} [89] :

$$\tau_a = \frac{P}{4\pi ab} \quad (1.66)$$

Lorsque des chargements de friction sont appliqués, le taux de cisaillement maximal est estimé à :

$$\tau_{max} = \frac{P}{2\pi ab} (1 + \mu^2) \quad (1.67)$$

La contrainte équivalente est alors donnée par l'expression :

$$\sigma_{EQ} = \frac{P}{4\pi ab} (1 + \mu^2) + \alpha_{DV} \sigma_{h,res} \quad (1.68)$$

avec $\sigma_{h,res}$: pression hydrostatique résiduelle.

Les dommages dues à la fatigue apparaissent lorsque $\sigma_{EQ} > \sigma_e$, avec σ_e la limite de fatigue en cisaillement. Cette limite est approchée par $\frac{\sigma_u}{3}$, où σ_u , est la contrainte de rupture en traction monotone. Par ailleurs, la taille de la zone de contact (πab) et la forme du contact pourront influencer sur l'impact de fatigue (σ_{EQ}). Pour un contact roue/rail, la surface de contact est normalement allongée ($a > b$) dans la direction de roulement. L'orientation du plan matériel soumis à une valeur élevée de σ_{EQ} est souvent inclinée à 45° par rapport à la bande de roulement de la roue. Dans un contact linéaire par exemple, de deux disques, le plan critique est parallèle à la surface de contact [91]. Ce modèle est plus adapté aux dommages initiés en sous surface puisque dans des conditions de chargement normal et de friction limitée, la contrainte maximale se situe en sous surface à quelques millimètres sous la bande de roulement. Il faut noter que, plus le chargement et le coefficient de frottement sont élevés, plus la contrainte maximale évolue vers la surface.

On peut également citer d'autres chercheurs très impliqués dans la prédiction de fatigue de contact de roulement comme Desimone et al. [92] et Bernasconi et al. [93],[52].

Ces auteurs ont proposé des modèles de prédiction de l'endommagement par la fatigue multiaxiale pour différents niveaux de chargement et pour différents matériaux en prenant en compte les contraintes résiduelles.

L'approche vise à définir le temps nécessaire à l'amorçage de fissures sous la surface de la bande de roulement de la roue. Elle combine l'évaluation des dommages par fatigue avec la simulation des chargements dynamiques et ensuite par l'application d'un critère de fatigue à l'histoire des contraintes au contact. L'évaluation des contraintes en sous-surfaces a été assurée par l'utilisation de la routine développée par Kalker et Vollebregt [19], [94]. Le modèle utilisé est purement élastique donc la structure est supposée adaptée élastiquement. Le critère de Dang Van est ensuite appliqué pour évaluer l'endommagement à la fatigue donné par :

$$\tau_{eq,DV} = \max_t [\tau_a(t) + \alpha\sigma_H(t)] \quad (1.69)$$

avec $\tau_a(t)$ la contrainte de cisaillement mésoscopique maximale instantanée et $\sigma_H(t)$ la pression hydrostatique

La procédure d'évaluation des contraintes et de l'endommagement est présentée sur la figure 1.41.

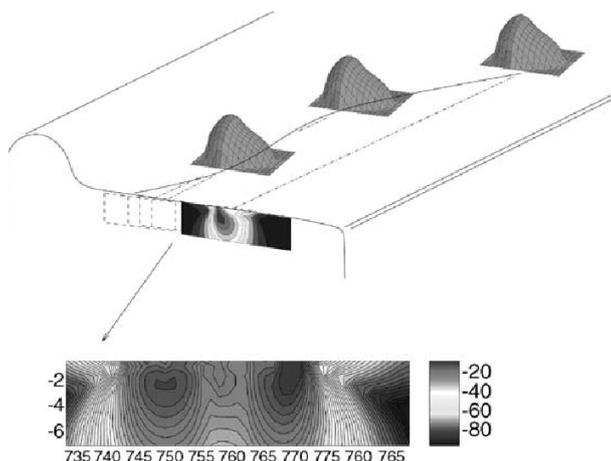


FIGURE 1.41 – Procédure d'évaluation des contraintes et l'endommagement [93]

Les contraintes résiduelles peuvent être introduites dans la procédure de dimensionnement dans le but de prendre en compte l'effet bénéfique des contraintes de compression sur la durée de vie en fatigue. Selon les auteurs, les contraintes résiduelles influencent uniquement la pression hydrostatique :

$$\sigma_H(t) = \sigma_H^{CHARG} + \sigma_H^{RESIDUEL} \quad (1.70)$$

avec : σ_H^{CHARG} : pression hydrostatique due au chargement, $\sigma_H^{RESIDUEL}$: pression hydrostatique résiduelle.

La pris en compte des contraintes résiduelles translate le trajet de chargement vers des valeurs négatives de la pression hydrostatique (Figure 1.42).

Conclusion

Tous les modèles présentés sont basés sur des méthodes simplifiées dans le but d'avoir un outil simple, facile à utiliser et ne nécessitant pas un temps de calcul long.

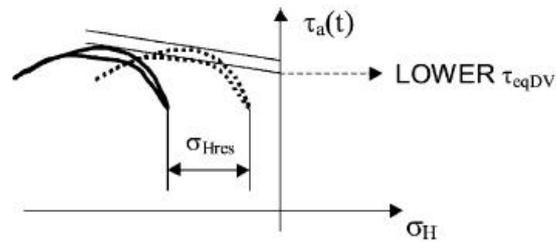


FIGURE 1.42 – Influence des contraintes résiduelles sur l'amplitude de contrainte de cisaillement équivalente de Dang Van [93]

Les modèles développés sont souvent en 2D et le matériau considéré est dans la plupart des cas élastique, parfaitement plastique ou à écrouissage cinématique linéaire. Parfois les analyses sont effectuées directement sur des éprouvettes prélevées sur la roue et non sur un modèle complet de contact roue-rail. Il faut noter également que dans la majorité des cas, le chargement appliqué est un champ de pression sans réellement prendre en compte, le contact entre la roue et le rail.

1.4 Synthèse

Trois grandes parties sont présentées dans ce chapitre, à savoir : le contexte industriel, les éléments théoriques et numériques et enfin les modèles simplifiés de dimensionnement. Les défauts observés sur les roues ferroviaires après un certain nombre de cycles sont localisés en surface et en sous-surface. Ils sont causés par la fatigue de contact de roulement due à l'aspect cyclique des sollicitations de contact roue/rail. Outre la fatigue, l'usure en surface intervient également dans le processus d'endommagement des roues. Dans la littérature, il existe des modèles simplifiés associés à des critères de fatigue pour prédire l'amorçage de fissures et la détermination de durées de vie. Ces modèles sont cependant limités.

Notre objectif est de développer un outil de dimensionnement prenant en compte la gestion du contact roue/rail, un comportement mécanique réaliste du matériau et intégrant un critère de fatigue multiaxial en vue de comparer les nuances d'acier en fonction de l'application. Il s'agit d'une méthodologie de dimensionnement dont les principales étapes sont présentées ci-dessous :

- Modélisation du comportement mécanique du matériau
Le modèle à écrouissage cinématique non-linéaire d'Armstrong-Frédéric a été retenu dans ce cas compte tenu du nombre de paramètres réduits à identifier (deux paramètres d'écrouissage). Des essais mécaniques seront alors effectués dans le but d'identifier les paramètres du modèle en vue d'une simulation numérique. Cette partie correspond au chapitre 2.
- Modélisation numérique du contact roue/rail
L'analyse sera réalisée en régime stationnaire en conditions de glissement et de roulement en vue de la détermination de l'état stabilisé de la structure. Dans un premier temps, le cas d'un cylindre roulant sur une plan sera étudié dans le chapitre 3, suivi dans le chapitre 4 d'une roue sur un rail.
- Détermination des champs de contraintes et des déformations
L'analyse des champs de contraintes et déformations permettra de connaître la

réponse asymptotique de la structure et déterminera le type de fatigue à étudier.

- Application d'un critère de fatigue

Les critères de Dang Van et de Manson-coffin seront utilisés pour l'analyse en fatigue respectivement à grand nombre de cycles et à faible nombre de cycles. Pour cela, des essais de fatigue polycyclique et oligocyclique seront réalisés afin d'identifier les paramètres de fatigue de ces modèles.

Plusieurs analyses seront effectuées à savoir l'influence du glissement, de la charge, du mésalignement et également des contraintes résiduelles induites au cours de la fabrication des roues. Trois nuances d'aciers seront comparés suivant leur capacité à résister à la fatigue. A noter que les effets dynamiques, thermiques et l'usure ne seront pas pris en compte dans cette étude.

Caractérisation mécanique des matériaux

Sommaire

2.1	Détermination d'une éprouvette représentative de la bande de roulement	45
2.2	Filiation de dureté de la jante	46
2.3	Essais de traction monotone	47
2.4	Essais d'écrouissage cyclique à déformation imposée	50
2.5	Essais de fatigue oligocyclique : LCF	56
2.6	Essais de fatigue polycyclique : HCF	61
2.7	Conclusion	64

Cette partie de la thèse est consacrée à la caractérisation des matériaux étudiés et leur modélisation. Nous allons décrire successivement les essais de traction monotone, les essais d'écrouissage cyclique à déformation imposée, les essais de fatigue polycyclique et les essais de fatigue oligocyclique. Trois matériaux ont été étudiés à savoir : les aciers de traitement thermique ER7 (XC52) et ER9 (XC60) et un acier allié 50CrMo4. Un modèle de comportement élastoplastique non-linéaire est indispensable pour décrire leur comportement mécanique. L'identification des paramètres a été effectuée à l'aide d'un algorithme génétique (AG). Ces paramètres seront implémentés dans le code Éléments Finis Abaqus en vue de simulations numériques qui feront l'objet des chapitres suivants. Les essais de fatigue sont effectués dans le but de déterminer les paramètres nécessaires aux critères de fatigue.

2.1 Détermination d'une éprouvette représentative de la bande de roulement

En vue d'effectuer la caractérisation d'un matériau représentatif de la roue, plusieurs essais ont été réalisés. Il s'agit dans un premier temps de caractériser les évolutions du comportement des aciers de roue en fonction de leur emplacement et du sens d'extraction. En effet, la roue subit une trempe par aspersion d'eau uniquement sur la bande de roulement, ceci dans le but de conserver la ductilité du métal constituant la toile. Un revenu est ensuite réalisé afin de corriger les contraintes résiduelles engendrées par la trempe. On

s'intéresse à la caractérisation du gradient de dureté et à la vérification de l'homogénéité du matériau obtenu engendré après le traitement thermique de la roue. Les essais de traction et de dureté ont été réalisés sur des éprouvettes prélevées dans une roue brute en acier ER7 selon la norme NFEN13262 [6]. La vérification de l'homogénéité de la roue en terme de caractéristiques mécaniques a été faite en prélevant des éprouvettes dans trois zones A, B et C faisant un angle de 120° entre elles (Figure 2.1). Six éprouvettes ont été prélevées à chaque endroit (Figure 2.2).

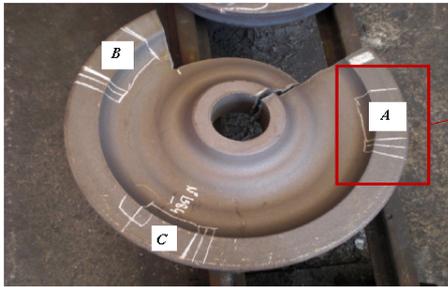


FIGURE 2.1 – Roue et traçage de prélèvement des éprouvettes

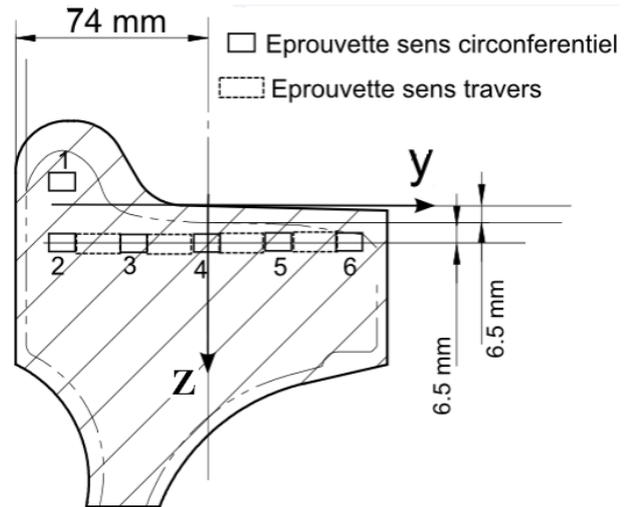


FIGURE 2.2 – Schématisation de prélèvement des éprouvettes à 6.5 mm de la bande de roulement

2.2 Filiation de dureté de la jante

La caractérisation de la dureté est réalisée sur l'épaisseur de la roue (suivant y) et sur la profondeur (suivant z) (Figure 2.2). L'échelle de dureté Brinell est utilisée dans un premier temps sur l'épaisseur de la roue. Les résultats présentés ici correspondent à des éprouvettes prélevées dans le sens circonférentiel à une profondeur de 6.5 mm de la bande de roulement. Les résultats sont repris sur la figure 2.3. La dureté croît du côté boudin vers la zone en contact avec le rail et se stabilise à partir d'une distance de 75 mm du boudin. Une différence de 10 HB est observée entre les zones A et B.

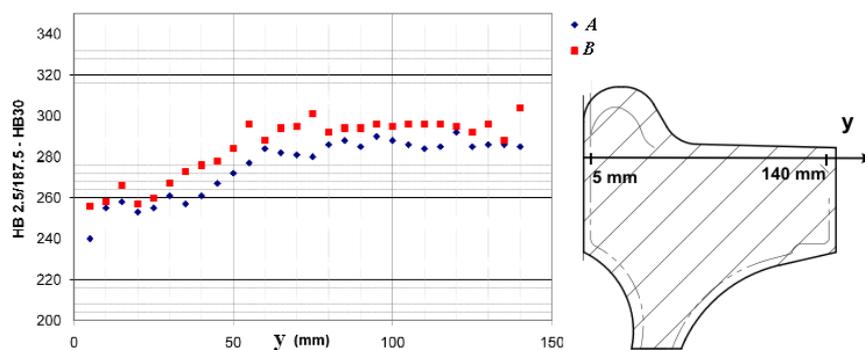


FIGURE 2.3 – Filiation de dureté suivant y (ER7)

L'évolution de dureté de la bande de roulement jusqu'à 45 mm de profondeur est présentée sur la figure 2.4. L'échelle Vickers est utilisée dans ce cas pour mesurer la dureté compte tenu d'une profondeur importante à pénétrer. La dureté est plus élevée dans la surépaisseur d'usinage et diminue progressivement jusqu'à la bande de roulement (usinée). Ce qui est tout à fait normal car c'est cette partie de la roue qui subit directement la trempe. Cette variation devient plus stable au delà d'une profondeur d'environ 15 mm ; cela est dû à la trempe par aspersion réalisée sur la bande de roulement.

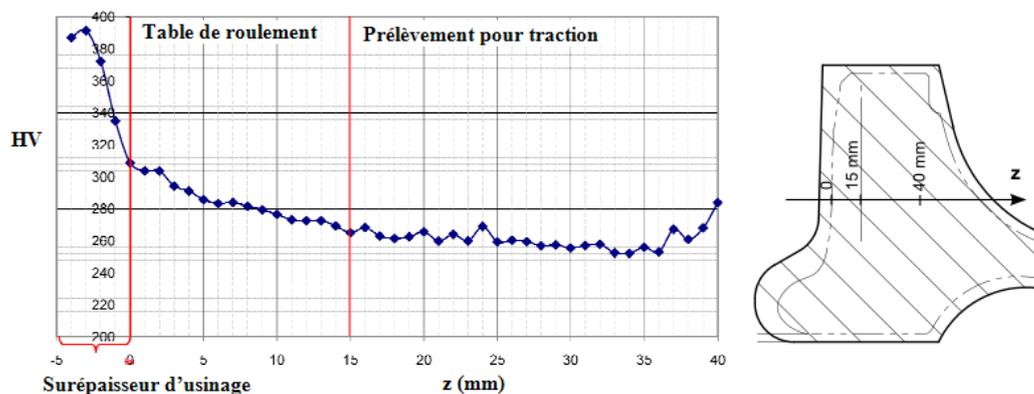


FIGURE 2.4 – Filiation de dureté en profondeur (ER7)

2.3 Essais de traction monotone

L'essai de traction a été réalisé à température ambiante sur une éprouvette cylindrique (Figure 2.5) selon la norme NFENISO6892-1 (version d'octobre 2009). Les éprouvettes cylindriques ont été prélevées et usinées dans la roue (Figure 2.5).

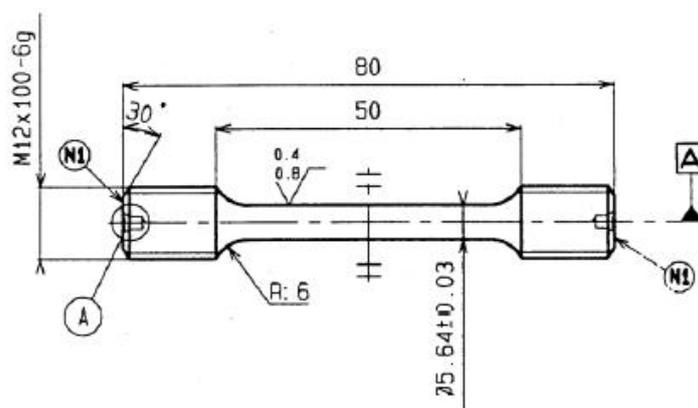


FIGURE 2.5 – Epreuve cylindrique de Traction

La matrice de l'essai de traction est présentée au tableau 2.1.

Le pilotage de l'essai est réalisé en déplacement et sur une machine INSTRON 5882 d'une capacité maximale de $\pm 100kN$. Les résultats en terme de module de Young E , de la limite d'élasticité k , de la résistance de traction à la rupture R_m et l'allongement A % sont présentés dans le tableau 2.2 pour les éprouvettes prélevées à 6.5 mm sous la bande de roulement. Les caractéristiques des matériaux varient fortement avec la position des

Type d'essai	Type d'éprouvette	$l_0(mm)$	Vitesse traverse (mm/min)	Température ($^{\circ}C$)
Essai de traction	cylindrique	30	0.6	ambiante

TABLE 2.1 – Conditions de l'essai de traction

éprouvettes. On constate que le module de Young E est plus élevé dans la zone 4 et 5. Cela s'explique par le fait que c'est cette zone qui est plus exposée au refroidissement par arrosage au cours de la trempe.

	A3	A4	A5	A6	Moyenne
E (MPa)	184505	252550	209755	193022	209958
$R_{p0.2}$ (MPa)	543	557	566	598	566
R_m (MPa)	867	884	898	915	891
A %	18	17	18	17	17
	B3	B4	B5	B6	Moyenne
E (MPa)	185302	191615	251710	206127	208688
$R_{p0.2}$ (MPa)	534	538	546	570	547
R_m (MPa)	844	859	878	902	870
A %	18	18	17	17	17
	C3	C4	C5	C6	Moyenne
E (MPa)	210236	211829	204396	170849	199327
$R_{p0.2}$ (MPa)	547	555	570	577	562
R_m (MPa)	861	878	896	903	884
A %	18	17	17	16	17

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif des essais de traction monotone sur des éprouvettes circonférentielles prélevées à 6.5 mm de la bande de roulement (ER7)

Une comparaison est également faite sur les propriétés mécaniques dans les deux sens de prélèvement : circonférentiel et transversal. Les résultats obtenus par exemple dans les secteurs B et C sont présentés dans le tableau 2.3. Les éprouvettes transversales correspondantes sont désignées par TB et TC. On observe une variation des propriétés mécaniques du matériau en fonction du sens de prélèvement. En effet en terme de limite d'élasticité, on obtient 130 MPa de plus dans le sens transversal et 90 MPa de plus en terme de contrainte à la rupture.

Tous les résultats obtenus sont conformes à ceux existant dans la littérature et qui ont montré que l'anisotropie est liée à la position et à la direction de prélèvement des éprouvettes sur la roue [95], [7].

Repère	Sens circonférentiel		Sens travers	
	B4	C4	TB	TC
E (MPa)	191615	211829	194400	174300
$R_{p0.2}$ (MPa)	538	555	666	674
R_m (MPa)	859	878	950	950
A %	18	17	18	17

TABLE 2.3 – Comparaison des propriétés matériaux en traction monotone sur une éprouvette prélevée à 6.5 mm de la bande de roulement : circonférentielles et transversales (ER7)

Conclusion

Les analyses ont permis de déterminer la stratégie de caractérisation liée à l'extraction au sens de prélèvement des éprouvettes. Pour la suite des essais, les éprouvettes seront prélevées à 74 mm du côté boudin et 15 mm de profondeur, position où il n'y a pas de variation de dureté. Cela veut dire que le comportement du matériau n'est pas tout à fait conforme à celui existant en surface. Dans notre travail, et en vue de simplifications supplémentaires, l'anisotropie est négligée. Les éprouvettes sont prélevées dans le sens circonférentiel sur la bande de roulement comme l'indique la figure 2.6.

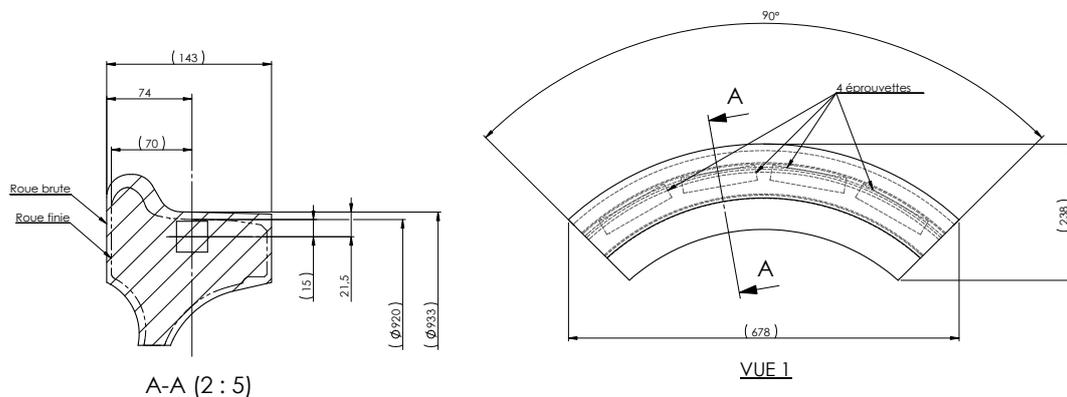


FIGURE 2.6 – Schéma de prélèvement des éprouvettes à 15 mm de la bande de roulement

La courbe correspondant à l'essai de traction monotone sur le ER7 est présentée sur la figure 2.7. On observe une limite élastique en traction de 523 MPa et une résistance maximale à la rupture de 858 MPa.

Les paramètres conventionnels ont été identifiés sur des essais de traction monotone pour les trois aciers et sont récapitulés dans le tableau 2.4. Le module de Young E et l'allongement A % des trois nuances d'acier varient peu. La limite d'élasticité $R_{p0.2}$ et la résistance maximale à la rupture R_m sont les seuls paramètres qui ont de fortes variations suivant la nuance d'aciers. Le 50CrMo4 possède la valeur la plus élevée de la limite d'élasticité. La plus petite valeur de $R_{p0.2}$ correspond à l'acier ER7. Ceci est dû au pourcentage des éléments d'addition utilisés qui sont différents pour les trois aciers.

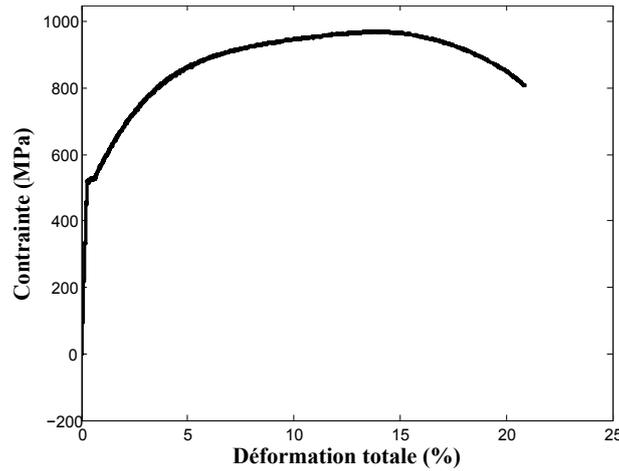


FIGURE 2.7 – Courbe de traction de l'acier ER7 : éprouvette prélevée à 15 mm sous la bande de roulement

	Traction monotone			
	E (MPa)	$R_{p0.2}$ (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
ER7	205000	523	858	18
ER9	206000	644	974	14
50CrMo4	191900	883	1076	14

TABLE 2.4 – Paramètres matériaux en traction monotone pour les éprouvettes prélevées à 15 mm de la bande de roulement

Afin d'avoir toutes les informations sur le comportement des matériaux soumis à des chargements cycliques, les essais suivants s'avèrent nécessaires :

- Essais d'écrouissage cyclique à déformation imposée :
Ils serviront à la caractérisation cyclique des matériaux en vue d'une modélisation.
- Essais de fatigue polycyclique :
Ces essais permettent la caractérisation de l'endurance et sont réalisés en traction alternée et en torsion alternée en vue de l'identification des paramètres du critère de fatigue de Dang Van.
- Essais de fatigue oligocyclique :
Ces essais sont réalisés pour caractériser la tenue des matériaux en fatigue à faible nombre de cycles. Ils permettent entre autres d'identifier les paramètres du critère de Manson-Coffin.

2.4 Essais d'écrouissage cyclique à déformation imposée

L'essai d'écrouissage cyclique à déformation imposée a été réalisé sur des éprouvettes cylindriques prélevées à 15 mm sous la bande de roulement, à différentes amplitudes de déformation $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ de 0.2% à 1.2% avec une vitesse de déformation de $6.6 * 10^{-4} s^{-1}$. Les dimensions de l'éprouvette sont présentées sur la figure 2.8. Il s'agit d'essais de traction-compression symétrique sous déformation axiale contrôlée. Le rapport de déformation

imposée est $R = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon_{min}} = -1$.

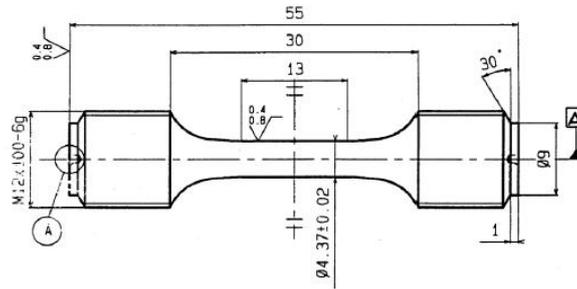


FIGURE 2.8 – Éprouvette cylindrique pour les essais d'érouissage cyclique

La description de la sollicitation en déformation appliquée dans notre étude est montrée à la figure 2.9. La matrice de l'essai est présentée dans le tableau 2.5

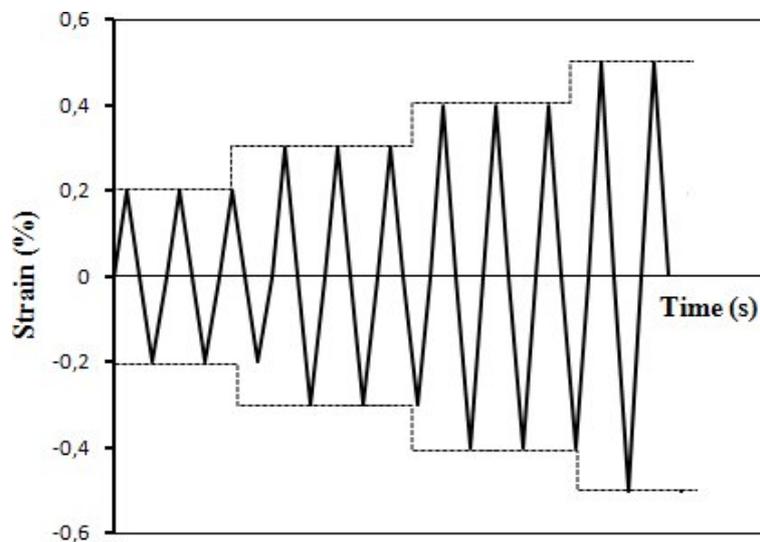


FIGURE 2.9 – Description du chargement appliqué aux éprouvettes

Au cours des sollicitations cycliques, il est souvent possible de distinguer deux stades de consolidation cyclique : un stade d'évolution rapide de l'amplitude de contrainte, et un stade de saturation pendant lequel l'amplitude de contrainte reste constante ou quasi-constante. Durant la consolidation, on parle de durcissement cyclique si l'amplitude de contrainte augmente au cours des cycles, et d'adoucissement si elle diminue. La courbe cyclique représente le lieu des sommets des boucles stabilisées correspondant à différents niveaux de contraintes (Figure 2.10).

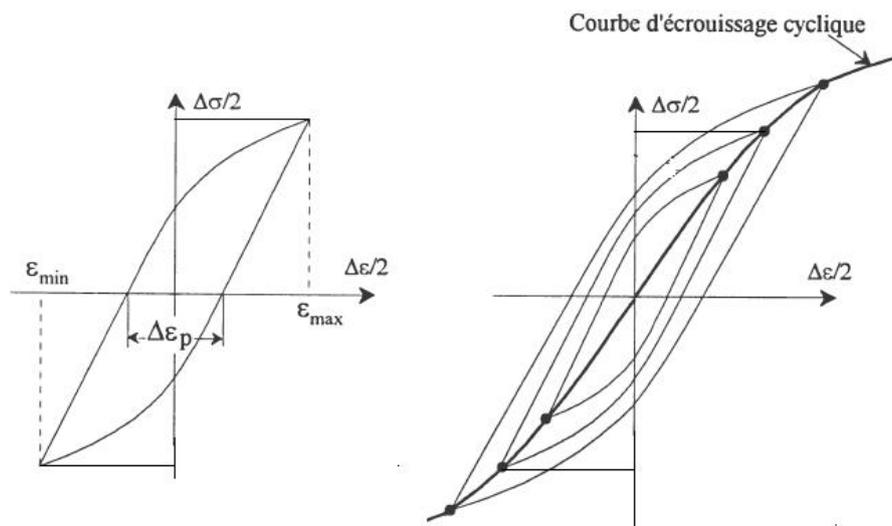


FIGURE 2.10 – Exemple de courbe d'érouissage cyclique

Type d'essai	Type d'éprouvette	vitesse de déformation (s^{-1})	Température ($^{\circ}C$)	Rapport	Plage de déformation	Nombre de cycles
Essai d'érouissage cyclique	cylindrique	$6, 6 \cdot 10^{-4}$	ambiante	-1	0,2 % à 1,5 % par pas de 0.1 %	51

TABLE 2.5 – Matrice des essais d'érouissage cyclique

Résultats de l'essai d'érouissage cyclique à déformation imposée sur les aciers ER7, ER9 et 50CrMo4

La courbe de durcissement/adoucissement cyclique en traction-compression sur l'acier ER7 est montrée à la figure 2.11. Une réponse quasi-stabilisée est obtenue pour chaque cycle. Le 50^{ème} cycle est choisi pour étudier l'état stabilisé.

Les boucles d'hystérésis en traction-compression sur le 50^{ème} cycle sont présentées sur les figures 2.12a, 2.12b et 2.12c respectivement pour les aciers ER7, ER9 et 50CrMo4. Les cycles sont bien centrés pour l'acier ER7. En revanche, pour l'acier ER9, ils sont décentrés pour les variations de déformations $\Delta\varepsilon$ de 0.6, 0.8 et 1.0%. Le même phénomène est observé sur le 50CrMo4. Les amplitudes de contraintes pour l'acier 50CrMo4 sont élevées par rapport à ER7 et ER9.

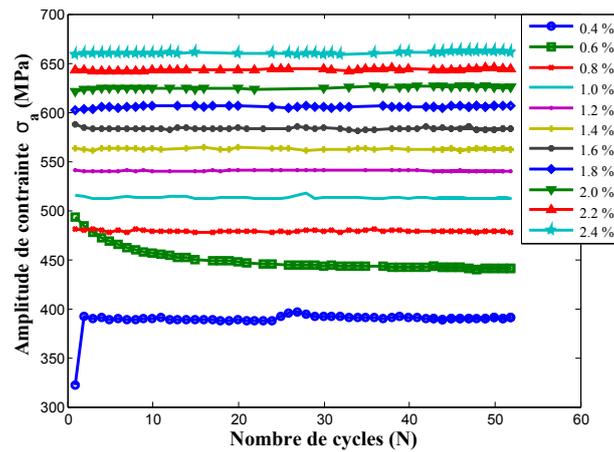


FIGURE 2.11 – Courbe de durcissement/adoucissement cyclique en traction-compression de l'acier ER7

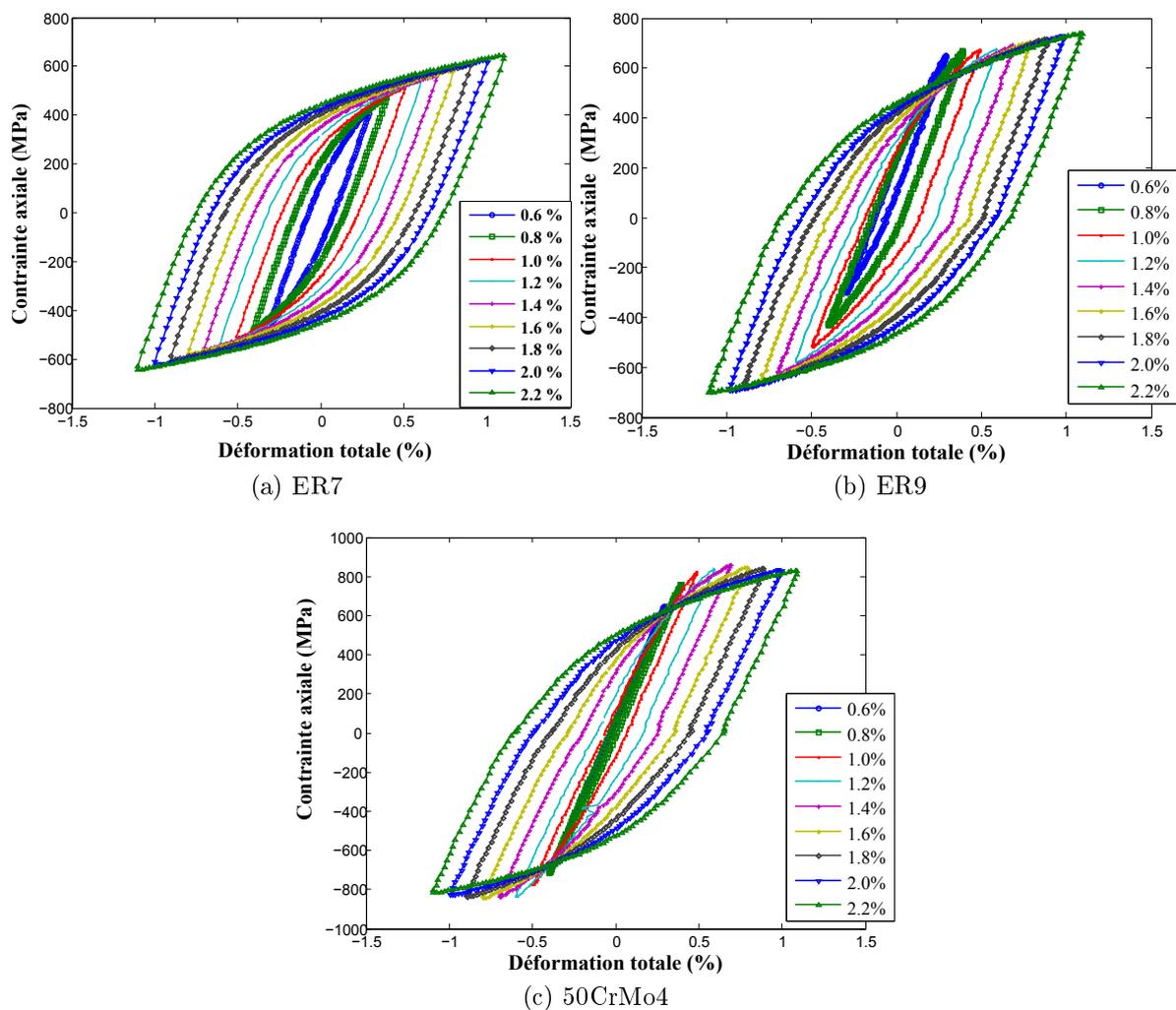


FIGURE 2.12 – Boucle d'hystérésis en traction-compression au 50^{ème} cycle

Identification de la loi de comportement mécanique des matériaux

Ce projet est une première étape de méthode complète de dimensionnement et se limite ici à un premier niveau de modélisation du comportement du matériau dans le but de simplifier le travail. La loi constitutive à utiliser et l'identification des paramètres sont basées sur les réponses cycliques des matériaux. Les résultats de ces essais vont alors être interprétés en utilisant un modèle élastoplastique à écrouissage cinématique non-linéaire. Dans cet objectif, le modèle d'Armstrong Frederick [30] présenté auparavant dans le chapitre a été utilisé pour décrire le comportement mécanique. Les paramètres à identifier sont le module de Young E , la limite d'élasticité k et les paramètres d'écrouissage C et γ . La détermination des paramètres permettant au modèle de décrire au mieux les résultats expérimentaux nécessite l'utilisation d'algorithmes d'optimisation. Le but est de minimiser une fonctionnelle dépendant de l'écart entre les variables observables expérimentales et numériques au cours du temps. Plusieurs algorithmes ou logiciels peuvent être utilisés pour calibrer les paramètres du modèle [96]. On peut citer entre autre, le logiciel SiDoLo [97], les algorithmes génétiques [98] ou encore l'algorithme de Levenberg-Marquard. Dans tous les cas, il n'y a pas unicité de la solution. L'algorithme génétique (AG) a été utilisé dans ce projet. L'idée est de faire évoluer une population (ensemble de paramètres) sur plusieurs générations et d'analyser la performance de celle-ci. Par cela, on crée aléatoirement une population initiale. Des opérateurs de sélection, de croisement et de mutation sont successivement appliqués pour passer à la population suivante. A mesure que les générations avancent, le niveau d'adaptation des individus de la population s'améliore, et l'AG converge vers un optimum. Les étapes successives de l'algorithme sont données par :

- Création de la première population
- L'évaluation des individus de la population
- La création de nouveaux individus par sélection
- L'insertion de nouveaux individus dans la population
- répétition

L'identification consiste à quantifier une erreur ζ entre les courbes expérimentales et les courbes simulées. Les résultats pour les trois aciers sont présentés sur les figures 2.13a, 2.13b et 2.13c. On peut constater un bon compromis entre ces deux types de courbes. Compte tenu du décentrage des cycles observés sur les figures 2.12b et 2.12c, on a donc considéré les sommets des cycles bien centré pour identification des paramètres du modèle d'Armstrong-Frédéric.

Les paramètres matériaux identifiés avec l'AG pour les trois aciers ainsi que les écarts entre les courbes expérimentales et les courbes simulées sont présentés dans le tableau 2.6. Les écarts obtenus entre les courbes expérimentales et numériques sont inférieures à 10% ce qui confirme la cohérence des résultats de l'identification. Le module de Young varie peu alors que la limite d'élasticité cyclique ainsi que les paramètres d'écrouissage varient fortement en fonction de la nuance d'acier.

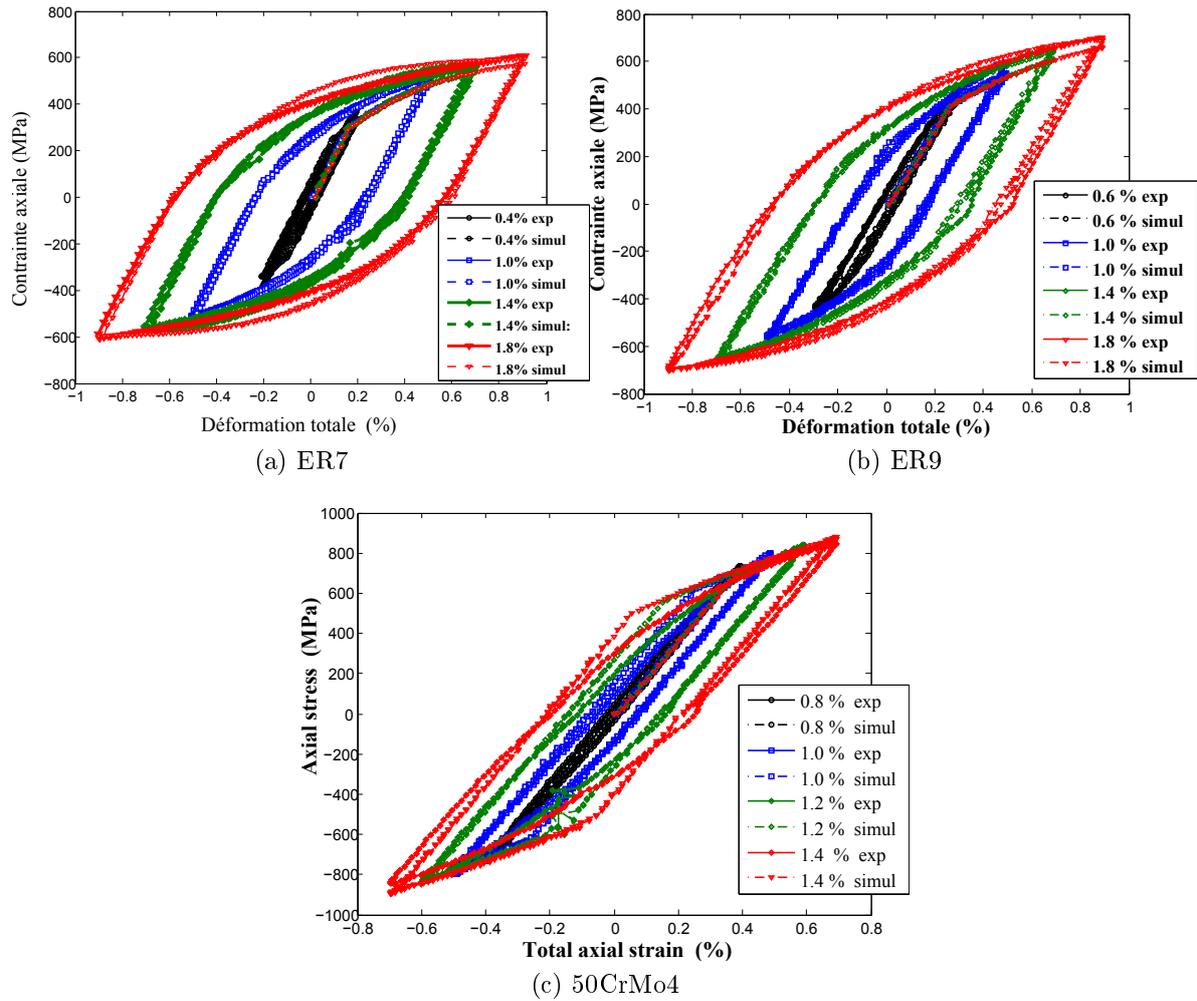


FIGURE 2.13 – Comparaison des boucles d'hystérésis : expérimentale et simulation

	Paramètres matériaux				Erreur	
	E (MPa)	k (MPa)	C (MPa)	γ	ζ (%)	
ER7	208550	296	128900	276	5.7	
ER9	200064	374	145705	200	6.2	
50CrMo4	200000	721	117614	308	7.3	

TABLE 2.6 – Paramètres matériaux du modèle d'Armstrong-Frederick

La figure 2.14 présente la superposition des courbes cycliques à la courbe de traction monotone pour l'acier ER7. Les courbes cycliques expérimentales et numériques sont les lieux des sommets des cycles stabilisés expérimentaux et numériques respectivement. La courbe de traction monotone est celle de la figure 2.7. La limite d'élasticité cyclique est plus faible que celle de la traction monotone ce qui entraînera une surestimation des déformations plastiques pendant les calculs de simulation numérique. Le cyclage induit donc un adoucissement cyclique par rapport à la traction monotone. Les mêmes résultats sont obtenus dans la littérature par Bernasconi *et al.* [95].

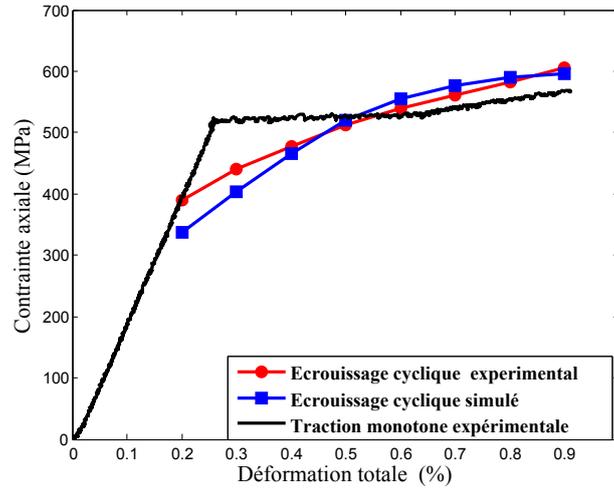


FIGURE 2.14 – Courbe d'écrouissage cyclique expérimentale et numérique, comparaison avec la courbe de traction monotone : acier ER7

2.5 Essais de fatigue oligocyclique : LCF

Ces essais vont servir à l'identification des paramètres du critère de Manson-Coffin pour les aciers. Les éprouvettes cylindriques (Figure 2.8) sont sollicitées en traction-compression à déformation imposée (cycle triangulaire purement alterné) jusqu'à la rupture. Le rapport de sollicitation en déformation est :

$$R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}} = -1 \quad (2.1)$$

à une vitesse de déformation totale imposée de $5 \cdot 10^{-3} s^{-1}$ constante, et à une variation de déformation totale par cycle :

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min} = cste \quad (2.2)$$

Le nombre de cycles correspondant à la rupture N_r est appelé *durée de vie*. Dans un premier temps les essais sont réalisés sur l'acier ER7. Le nombre total d'éprouvettes utilisé est douze avec différentes amplitudes de déformation $\Delta\varepsilon$ de 0.6 à 2.0 %, c'est-à-dire quatre niveaux à savoir : 0.6, 1.0, 1.4 et 2.0 %. Trois éprouvettes sont donc utilisées à chaque niveau de déformation. Les essais sont réalisés à une température ambiante de $23^\circ C$. La censure est fixée à 20000 cycles. Pour mieux comparer les courbes, il est judicieux de représenter l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles et cela pour les quatre niveaux d'amplitude de déformation. Le diagramme logarithmique est utilisé afin de bien mettre en évidence cette évolution au cours des premiers cycles. Sur la figure 2.15, sont présentées les courbes de durcissement/adoucissement cycliques de l'acier ER7 à différents niveaux d'amplitude de déformation. On observe que, plus l'amplitude de déformation est grande, plus l'amplitude de contrainte est élevée et plus la durée de vie est réduite. On observe en général un durcissement sur les 10 premiers cycles. Au delà du 10 cycles, le matériau s'adoucit et atteint un niveau de contrainte quasi stable pour un nombre de cycles élevé. La stabilisation des contraintes est observée pour des cycles de 10 à 50 pour les amplitudes de déformation de 1.0, 1.4 et 2.0 %. Pour 0.6 % d'amplitude de déformation, la stabilisation commence juste au 50^{ème} cycle.

Ces résultats expérimentaux confirment le choix du 50^{ème} cycle précédemment fait pour l'identification de la courbe d'érouissage cyclique. La rupture est obtenue pour tous les niveaux d'amplitude de déformation.

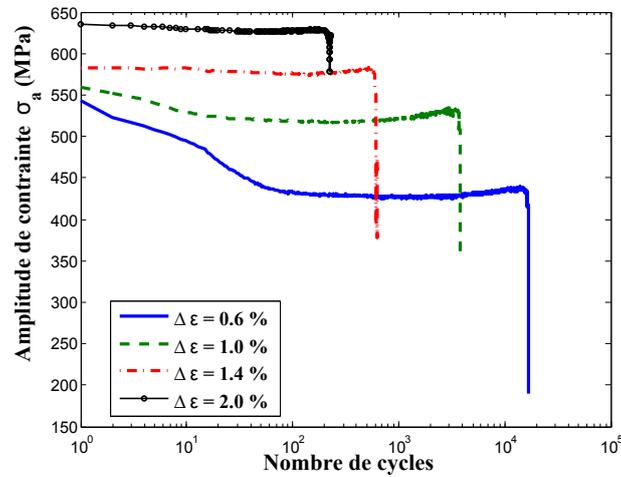


FIGURE 2.15 – Courbes de durcissement/adoucissement cyclique de l'acier ER7

La rupture des éprouvettes est obtenue pour tous les niveaux d'amplitudes de déformation. Elle est due à l'apparition et la propagation des fissures macroscopiques : c'est le stade de propagation macroscopique ; il est de durée relativement brève et généralement inférieure à 20% de la durée de vie. La durée de vie utilisée a été prise bien avant la chute de l'amplitude de contrainte. Le nombre de cycles à la rupture N_r pour chaque amplitude de déformation est présenté dans le tableau 2.7 dans le but de représenter les courbes de Manson-Coffin [5]. La relation dite de Manson-Coffin permet de relier les déformations au nombre de cycles à la rupture de l'acier ER7 (Tableau 2.7). Les courbes correspondantes sont présentées sur la figure 2.16.

Repère	N_R	$2N_R$	$\frac{\Delta\varepsilon}{2}$	$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$	$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2}$
1	20000	40000	0.0029	0.00087	0.0021
2	16966	33932	0.0029	0.00092	0.0020
3	17004	34008	0.0029	0.00075	0.0022
4	3839	7678	0.0049	0.0024	0.0025
5	2304	4608	0.0052	0.0025	0.0026
6	2040	4080	0.0051	0.0025	0.0026
7	872	1744	0.0069	0.0041	0.0028
8	606	1212	0.0069	0.0041	0.0028
9	765	1530	0.0070	0.0043	0.0027
10	371	742	0.0099	0.0070	0.0032
11	230	460	0.0099	0.0070	0.0029
12	247	494	0.0099	0.0069	0.0030

TABLE 2.7 – Durée de vie et amplitude de déformation pour les essais de fatigue LCF de l'acier ER7

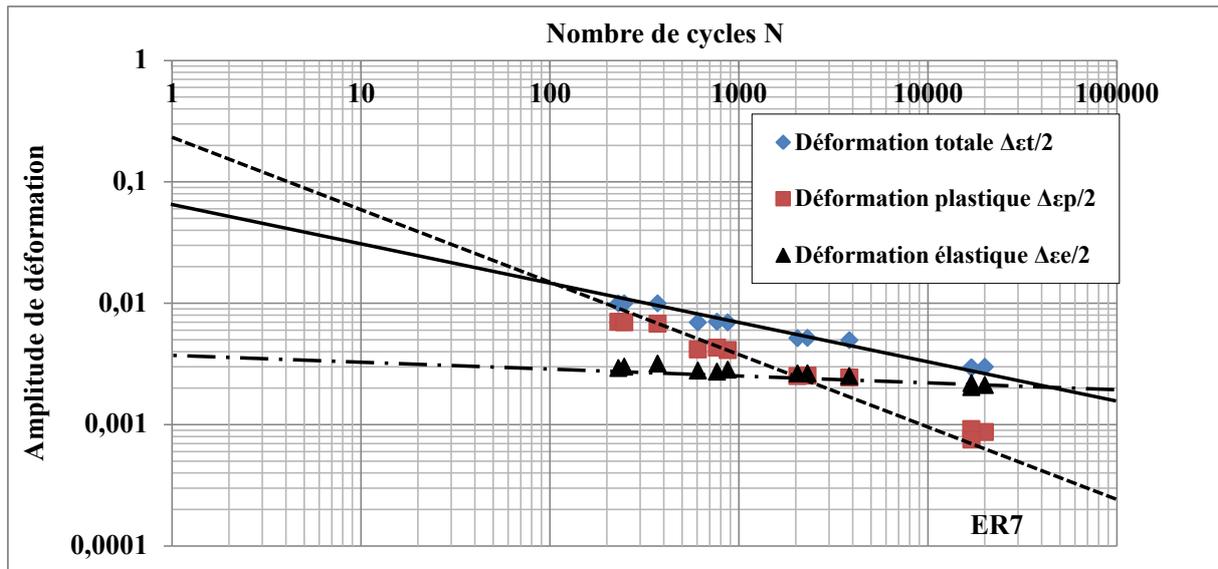


FIGURE 2.16 – Courbes de résistance à la fatigue oligocyclique en traction-compression (ER7)

Prédiction des courbes de Manson-Coffin

Dans le but de disposer de droites plastiques pour les trois nuances d'acier en vue d'une détermination des durées de vie par la suite, des prédictions ont été effectuées par extrapolation. Il s'agit de la prédiction des courbes de Manson-Coffin à partir des données issues de la traction monotone.

Deux méthodes de prédictions des droites plastiques ont été présentées par l'Institut de Recherche de la Sidérurgie Française (IRSID). Il s'agit de la méthode à quatre points et de la méthode des pentes universelles. Elles sont présentées en détail dans le rapport de Gallet et Lieurade [99]. Les méthodes s'appuient sur les relations de Manson-Coffin et de Basquin définies par :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f N^b \implies \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = N^b$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f N^c \quad (2.3)$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_t}{2} = \sigma'_f N^b + \varepsilon'_f N^c \quad (2.4)$$

Méthode des 4 points

Cette méthode que nous allons présenter ici est issue des travaux de l'IRSID [99]. L'objectif est d'obtenir les droites élastique et plastique à partir de deux points distincts présentés dans le tableau 2.8.

	Droite élastique		Droite plastique	
	x	y	x	y
Point 1	1/4 de cycle (traction monotone)	$\frac{2.5\sigma_f}{E}$	10 cycles	$\frac{\varepsilon_f^{0.75}}{4}$
Point 2	10^5 cycles	$\frac{0.9R_m}{E}$	10^4	$\frac{0.0132 - \Delta\varepsilon_e}{1.91}$

TABLE 2.8 – Construction des droites élastique et plastique [99]

Les droites obtenues sont présentées sur la figure 2.17.

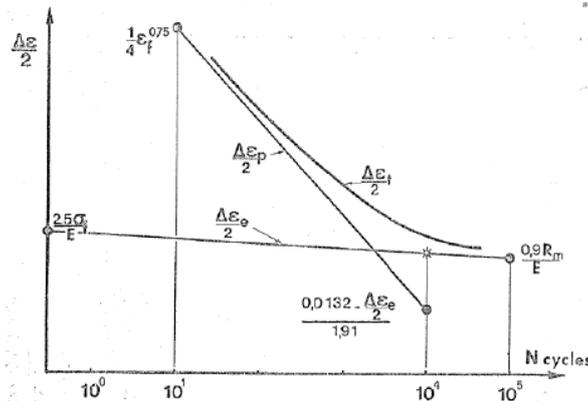


FIGURE 2.17 – Schématisation de la méthode des 4 points [99]

Méthode des pentes universelles

La pente de la droite plastique est en général proche de -0.6. Pour les faibles déformations, la loi de Basquin (droite élastique) correspond à une pente proche de -0.12.

Pour $N=1$, $\varepsilon_f = \varepsilon_f^{0.6}$ pour la droite plastique, et $\frac{\sigma_f}{E} = \frac{3.5R_m}{E}$ pour la droite élastique. Les droites élastique et plastique obtenues sont présentées sur la figure 2.18.

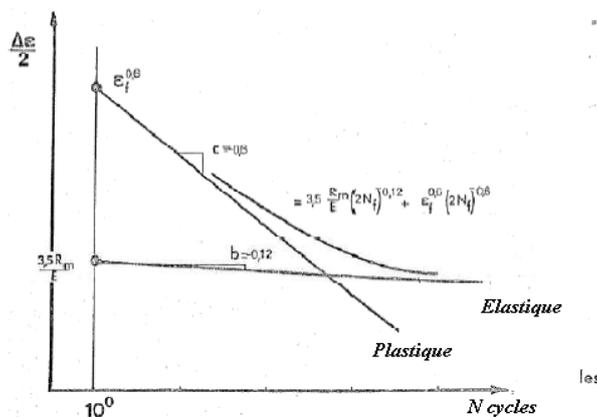


FIGURE 2.18 – Schématisation de la méthode des pentes universelles [99]

Les travaux menés par l'IRSID ont montrés que la méthode des pentes universelles est plus efficace. Cette dernière a été utilisée dans un premier temps sur le ER7 pour prédire

la droite plastique de Manson-Coffin. Les résultats sont comparés aux ceux obtenus expérimentalement (Figure 2.19). On observe une bonne cohérence entre les points expérimentaux et la droite prédite. Ce qui confirme l'efficacité de la méthode.

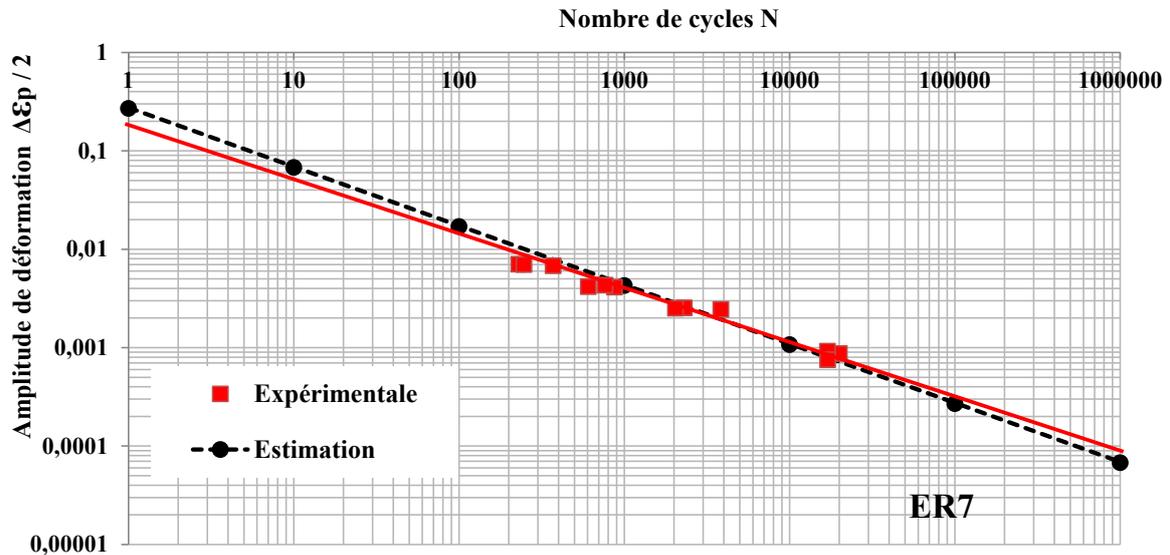


FIGURE 2.19 – Comparaison des droites plastiques expérimentale et estimée (ER7)

La méthode a été alors appliquée aux deux autres aciers (ER9 et 50CrMo4). Une comparaison des droites plastiques pour les trois aciers sont présentée sur la figure 2.20. A noter que ces résultats ne sont pas issus des essais de fatigue. Il s'agit d'une extrapolation à partir des données monotones. Celle correspondant au 50CrMo4 est au-dessus des deux autres ce qui donnera logiquement une durée de vie plus élevée pour un même niveau d'amplitude de déformation plastique. Ces résultats seront utilisés par la suite pour la détermination des durées de vie des roues.

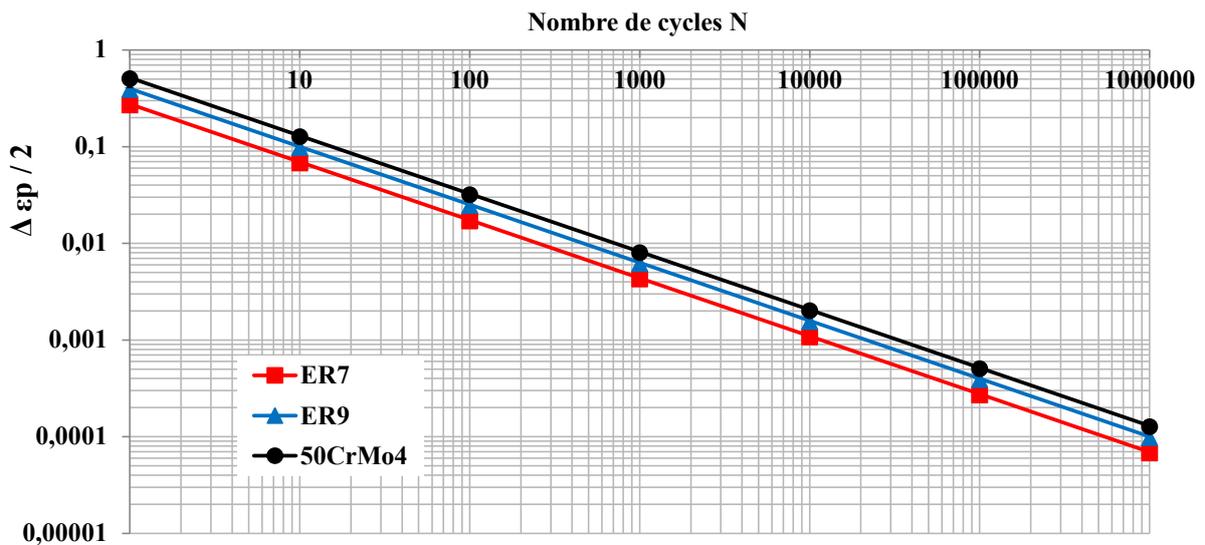


FIGURE 2.20 – Prédiction des droites plastiques pour les trois aciers

Nous allons maintenant présenter les essais de fatigue à grand nombre de cycles en vue de l'identification des paramètres du critère de Dang Van.

2.6 Essais de fatigue polycyclique : HCF

Les essais de fatigue HCF permettent de déterminer les courbes de résistance à la fatigue en traction alternée et en torsion alternée sur les aciers. Ces données serviront à déterminer les paramètres du critère de Dang Van. Nous présentons ici les essais réalisés sur l'acier ER7. Les éprouvettes de type cylindrique sont prélevées et usinées dans l'acier ER7. Le plan des éprouvettes est présenté sur les figures 2.21 et 2.22.

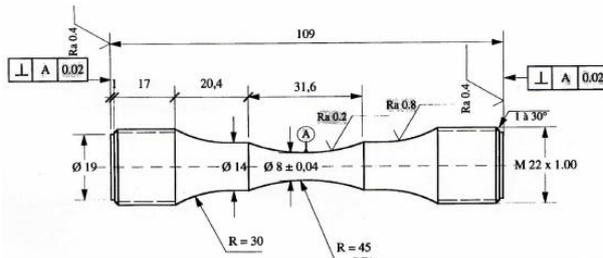


FIGURE 2.21 – Éprouvette de traction alternée

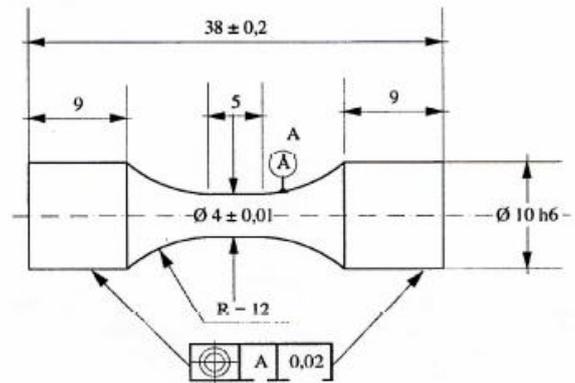


FIGURE 2.22 – Éprouvette de torsion alternée

Les essais de fatigue sont réalisés en conformité avec les normes NF A03-400 [100], NFA03-401 [101], NFA03-405 [102] et NFA03-509 [103].

Les essais HCF sont réalisés à la température ambiante et sont pilotés à la fréquence de 150 Hz pour la traction alternée et 25 Hz pour la torsion alternée. Le rapport de charge est $R = -1$ avec une censure est fixée à 10^7 cycles.

Plusieurs méthodes statistiques existantes peuvent être utilisées pour déterminer la limite d'endurance des matériaux métalliques [104] :

- la méthode de probits qui consiste à choisir des niveaux d'amplitude de contrainte encadrant la limite d'endurance estimée et conduisant à la fois à des ruptures et à des non-ruptures.
- la méthode de l'escalier » considérée comme étant plus simple que la méthode des probits quant au choix des niveaux qui s'effectue automatiquement, est réalisable avec un faible nombre d'essais.
- la méthode d'itération » est une application au cas particulier des courbes de réponse, cette méthode est utilisable avec le plus petit nombre d'éprouvettes disponibles. Son emploi est assez délicat par suite de l'influence du choix du niveau initial.

Dans ce projet, les limites d'endurance sont déterminées avec la méthode de l'escalier. Ayant fixé le nombre maximal de cycles N , on définit un pas d'échelonnement des niveaux de contrainte qui soit de l'ordre de grandeur de l'écart type s supposé. Les essais sont réalisés dans les conditions suivantes : le premier essai est effectué à un niveau voisin de la limite de fatigue estimée. Ce niveau a été fixé à $\frac{R_m}{2}$ en traction ou $\frac{R_m}{3}$ en torsion. Si l'éprouvette est rompue, alors la seconde éprouvette sera essayée au niveau immédiatement inférieur. On a donc la relation :

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - d \quad (2.5)$$

avec d : l'espacement des niveaux de contrainte. Si l'éprouvette n'est pas rompue, la seconde éprouvette est essayée au niveau immédiatement supérieur. On a :

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i + d \quad (2.6)$$

Ce processus est poursuivi jusqu'à épuisement de toutes les éprouvettes.

On détermine ensuite le type de réponse, rupture ou non-rupture, qui s'est produit le moins fréquemment. On note par n_i le nombre d'événements le moins fréquent à chaque niveau d'essai. L'estimation de la médiane est donnée par :

$$\sigma_D = \sigma_0 + d \left(\frac{A}{N} \pm \frac{1}{2} \right) \quad (2.7)$$

avec σ_0 : le plus faible niveau de contrainte utilisé avec l'événement le moins fréquent.

(+) pour les essais à non-rupture, et (-) pour les essais à rupture. On estime ainsi l'écart type s donné par :

$$s = 1.62d \left(\frac{NB - A^2}{N^2} + 0.0029 \right) \quad (2.8)$$

où $N = \sum n_i$, $A = \sum i n_i$ et $B = \sum i^2 n_i$

La limite d'endurance a été déterminée avec 9 à 11 essais. Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.9 (R = Rompue, NR = Non-Rompue)

Contrainte (MPa)	Repères des éprouvettes									i	n_i	$i n_i$	$i^2 n_i$
	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9				
450	R		R						R	2	0	0	0
435		NR		R		R		NR		1	2	2	2
420				NR		NR				0	2	0	0
Nombre de cycle	499600	15787500	415100	1210400	10000000	936300	12535100	12435800	411500				

TABLE 2.9 – Calcul de la limite d'endurance en traction alternée

Les figures 2.23 et 2.24 représentent respectivement les résultats des essais de traction alternée et des essais de torsion alternée. La limite d'endurance est obtenue à $\sigma_w=435$ MPa pour en traction alternée et de $\tau_w=353$ MPa en torsion alternée. La droite de Dang Van est donnée par la relation suivante :

$$\tau + \alpha P_h < \beta \quad (2.9)$$

avec :

$$\alpha = 3 \left(\frac{\tau_w}{\sigma_w} - \frac{1}{2} \right) = 0.91 \quad (2.10)$$

$$\beta = \tau_w = 353 \quad (2.11)$$

avec τ la contrainte de cisaillement mésoscopique maximale et P_h la pression hydrostatique, α et β sont des paramètres liés respectivement à la limite d'endurance en traction alternée et en torsion alternée. Il faut noter que les paramètres de fatigue obtenus sont légèrement différents de ceux obtenus par Bernasconi *et al.* ($\tau_w = 289\text{MPa}$, $\sigma_w = 340\text{MPa}$, $\frac{\tau_w}{\sigma_w} = 0.85$) [52]. Cela peut être lié à la position de prélèvement des éprouvettes qui n'est pas la même et à l'anisotropie du matériau.

Le tableau 2.10 est un récapitulatif des résultats des essais HCF. Ces limites d'endurance permettent de déterminer la droite limite du critère de Dang Van qui sera utilisée ensuite dans le chapitre 3 pour la prédiction en fatigue HCF.

Limite d'endurance		Rapport de contrainte
Traction alternée : σ_w (MPa)	Torsion alternée : τ_w (MPa)	$\frac{\tau_w}{\sigma_w}$
435	353	0.81

TABLE 2.10 – Paramètres matériaux en fatigue polycyclique HCF de l'acier ER7

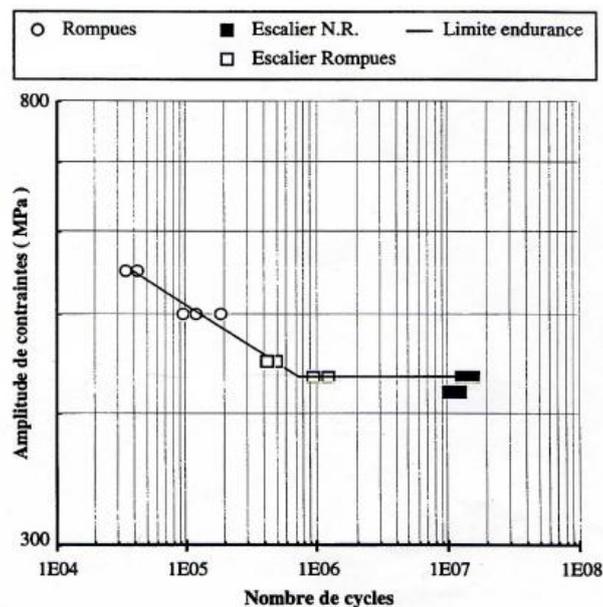


FIGURE 2.23 – Essais de fatigue en traction alternée de l'acier ER7

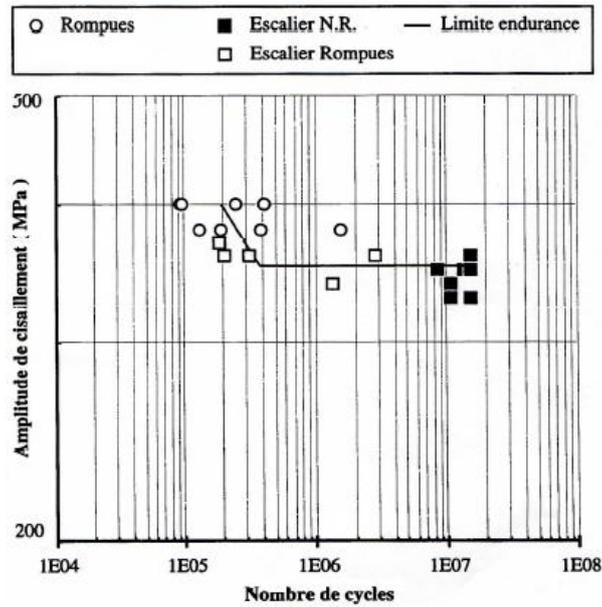


FIGURE 2.24 – Essais de fatigue en torsion alternée de l'acier ER7

2.7 Conclusion

Une analyse globale a été faite sur le comportement des matériaux en vue d'une simulation numérique et l'analyse en fatigue de contact de roulement. Une étude sur les propriétés des matériaux en différentes positions de la roue, a permis d'extraire les éprouvettes à 15 mm de la bande de roulement et dans le sens circonférentiel.

Le dimensionnement des roues nécessite l'identification de la loi de comportement cyclique et le comportement en fatigue LCF et HCF des matériaux. Le modèle à écrouissage cinématique non-linéaire d'Armstrong-Frédérick a été utilisé pour décrire le comportement mécanique des matériaux. L'identification de deux paramètres d'écrouissage du modèle pour les trois aciers a été réalisée à l'aide de l'algorithme génétique. Les résultats ont montrés une forte influence de la nuance d'acier sur l'écrouissage. Quant à ce qui concerne l'aspect fatigue, les paramètres des critères de Dang Van et de Manson-coffin ont été identifiés. Le récapitulatif des paramètres identifiés est présenté dans le tableau 2.11. A noter que les paramètres de fatigue (α et β) identifiés, présentés ici pour le 50CrMo4 sont issus des essais provisoires.

	Paramètres d'Armstrong-Frédérick				Paramètres de Dang Van			
	E (MPa)	k (MPa)	H (MPa)	γ (MPa)	σ_w (MPa)	τ_w (MPa)	α	β
ER7	208550	296	128900	276	435	353	0.91	353
ER9	200064	374	145705	200	×	×	×	×
50CrMo4	200000	721	117614	308	450	354	0.83	354

TABLE 2.11 – Paramètres matériaux en fatigue polycyclique HCF de l'acier ER7

Les paramètres seront introduits dans des code EF en vue d'une simulation numérique et l'analyse en fatigue, c'est l'objet des deux chapitres suivants.

Simulation numérique du contact roulant cylindre/plan

Sommaire

3.1	Problème de contact cylindre/plan	66
3.1.1	Description du problème de contact cylindre/plan	66
3.1.2	Modèle EF du cylindre sur plan	69
3.1.3	Cas d'un comportement purement élastique	72
3.1.4	Cas d'un comportement élastoplastique : comparaison avec l'élasticité	78
3.1.5	Analyse en fatigue : application du critère de fatigue de Dang Van	84
3.1.6	Influence du glissement sur la réponse mécanique et la fatigue de contact de roulement	86
3.1.7	Mise en œuvre de la shakedown map	89
3.2	Conclusion	94

Le roulement d'un cylindre sur un plan est soumis à des chargements mécaniques répétés. Sous ces chargements, le matériau peut demeurer élastique, s'adapter élastiquement après un certain nombre de cycles de déformation plastique, ou peut également s'accommoder plastiquement. Dans ce cas, le matériau se déforme plastiquement à chaque cycle, de manière alternée en traction et compression. Le cas extrême est le rochet qui correspond à une augmentation progressive de la déformation plastique jusqu'à la ruine. La simulation numérique du contact cylindre/plan par la méthode des éléments finis nécessite alors des techniques de résolution permettant de déterminer cette réponse asymptotique de la structure. La difficulté principale vient de l'alternance des états de contact et non contact qui conduit à des calculs incrémentaux très coûteux en temps. La méthode stationnaire est utilisée ici pour la détermination de l'état stabilisé asymptotique de la structure sous ce type de sollicitation. Une approche est tout d'abord proposée pour un modèle simplifié de contact cylindre sur plan. L'objectif est de valider, dans un premier temps, l'approche numérique dans un cas élastique dont la solution analytique est connue. L'influence du glissement sur la réponse de la structure et sur les trajets de chargement en fatigue est ensuite analysée. Le principe de la « shakedown map » en conditions de glissement en régime stationnaire sera mis en œuvre et comparée aux résultats existants dans la littérature. Ensuite l'approche validée sera appliquée au problème réel de contact roue/rail dans le chapitre 4.

3.1 Problème de contact cylindre/plan

L'objectif de cette première étude est de valider d'abord en élasticité l'approche proposée dans le cas du modèle simplifié du contact cylindre/plan par la théorie analytique de Hertz [21]. Le modèle validé sera ensuite traité avec un comportement élastoplastique du matériau. Après un rappel des principaux résultats, on détaille la mise en œuvre de l'approche stationnaire dans ce cas précis. Les résultats numériques sont comparés aux résultats analytiques obtenus entre autres en termes de distribution de pression de contact et de contraintes.

3.1.1 Description du problème de contact cylindre/plan

On considère un cylindre en acier de rayon $R=500$ mm et d'épaisseur 20 mm posé sur un plan (bloc d'acier) d'épaisseur 20 mm, de hauteur 30 mm et de longueur 50 mm. La théorie de Hertz conduit aux hypothèses suivantes : les matériaux sont supposés purement élastiques (caractérisés par le module de Young E , le coefficient de Poisson ν), le frottement entre les deux pièces est nul ($\mu = 0$). Les paramètres identifiés pour l'acier ER7 sont utilisés pour les analyses (voir tableau 3.1).

Module d'Young E (MPa)	205000
Coefficient de Poisson ν	0.3

TABLE 3.1 – Propriétés élastiques en traction monotone (ER7)

Le problème de contact du cylindre sur un plan est illustré sur la figure 3.1. Le plan est supposé bloqué et une force F est appliquée sur le centre du cylindre. On se limite dans un premier temps, au cas ($\mu = 0$).

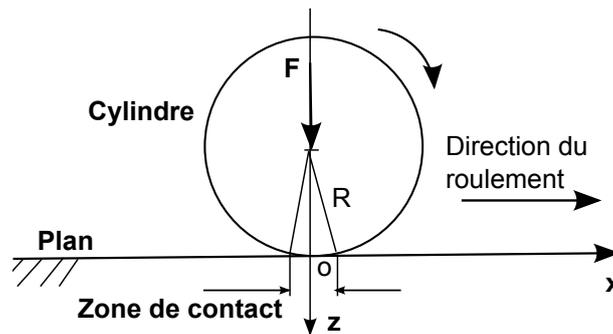


FIGURE 3.1 – Schéma du contact roulant cylindre/plan

Les résultats analytiques dans le cas de l'application d'une force normale avec $\mu = 0$ selon Johnson sont alors [20] :

- La demi-largeur de la zone de contact linéaire est :

$$a = 2\sqrt{\frac{FR}{\pi E^*}} \quad (3.1)$$

avec :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (3.2)$$

Les deux matériaux étant supposés identiques, on a :

$$E_1 = E_2 = E \quad (3.3)$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu \quad (3.4)$$

– La pression de contact vaut :

$$p(x) = \frac{P_0}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (3.5)$$

avec pour valeur maximale :

$$P_0 = \frac{2F}{\pi a} \quad (3.6)$$

– Les contraintes en sous-surface sont données par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{xx}}{P_0} = -\frac{1}{a} \left[(a^2 + 2z^2) (a^2 + z^2)^{\frac{-1}{2}} - 2z \right] \\ \frac{\sigma_{zz}}{P_0} = -\frac{1}{a} (a^2 + z^2)^{\frac{-1}{2}} \\ \frac{\tau_{xz}}{P_0} = -\frac{1}{a} \left[z - z^2 (a^2 + z^2)^{\frac{-1}{2}} \right]. \end{array} \right. \quad (3.7)$$

En posant $Z = \frac{z}{a}$, les relations 3.8 deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{xx}}{P_0} = -(1 + 2Z^2) (1 + Z^2)^{\frac{-1}{2}} + 2Z \\ \frac{\sigma_{zz}}{P_0} = -(1 + Z^2)^{\frac{-1}{2}} \\ \frac{\tau_{xz}}{P_0} = -Z + Z^2 (1 + Z^2)^{\frac{-1}{2}}. \end{array} \right. \quad (3.8)$$

En conditions de déformation plane,

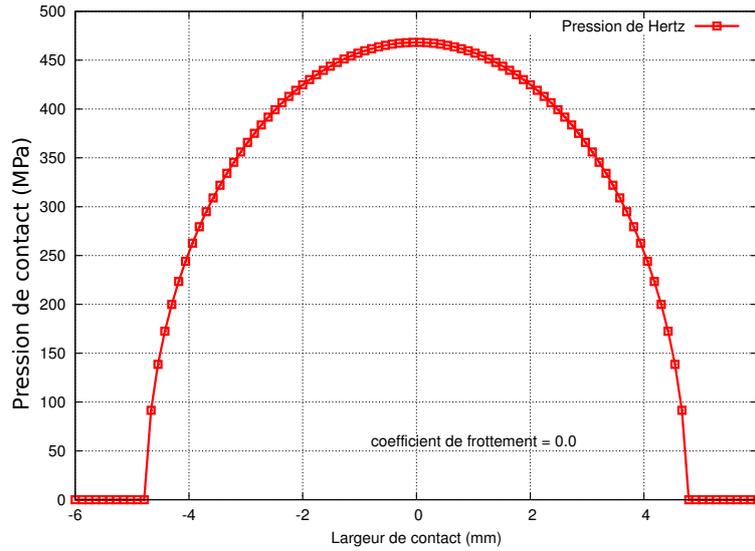
$$\sigma_{yy} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \quad (3.9)$$

Une force linéique $F = 3500 \text{ N/mm}$ est appliquée sur le l'axe du cylindre 2D. La solution analytique du problème 2D est présentée dans le tableau 3.2.

F (N/mm)	a (mm)	P_0 (MPa)
3500	4.44	501

TABLE 3.2 – Résultats du calcul analytique : problème de Carter

L'allure de la pression de contact est présentée sur la figure 3.2

FIGURE 3.2 – Pression de contact ($\mu = 0.0$) à 70kN sur le problème de Carter

Dans le cas où le coefficient de frottement est non nul dans le contact, on introduit des effets tangentiels définis par les contraintes tangentielles. Ces relations sont déjà définies dans le chapitre 1.

$$\begin{cases} \tau = \mu p = q_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} & \text{pour } -a + 2a' < x < a \\ \tau = q_0 \left[\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} - \left(\frac{a'}{a}\right)^2 \sqrt{1 - \frac{(x + a - a')^2}{a'^2}} \right] & \text{pour } -a < x < 2a - a' \end{cases} \quad (3.10)$$

avec a' : demi-largeur de la zone d'adhérence, a : demi-largeur de la zone de contact, τ : contrainte tangentielle dans le contact, q_0 : contrainte tangentielle maximale.

Pour rappel, le « creep » engendré dans le contact est défini par :

$$\xi = \frac{\mu a}{R} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu F}} \right) = \frac{\mu a}{R} \left[1 - \left(\frac{a'}{a}\right)^2 \right] \quad (3.11)$$

avec Q la force tangentielle totale transmise à la surface du contact. Pour un roulement stationnaire avec $Q < \mu F$, le « creep » élastique est $\xi = s$, ce qui correspond à l'adhérence dans le contact et vérifie également la relation :

$$\tau < \mu P_0 \quad (3.12)$$

Pour $Q = \mu F$, on obtient le « creep » maximal $\xi_{max} = \frac{\mu a}{R}$. Pour $s > s_{limite} = \frac{\mu a}{R}$, il y a glissement total, ce qui correspond à :

$$\tau = \mu P_0 \quad (3.13)$$

La valeur de s_{limite} calculée dans notre cas est alors :

$$s_{limite} = \frac{\mu a}{R} = \frac{0.2 \times 4.44}{500} = 0.00177 \quad (3.14)$$

Pour un glissement $s = 0.1$, on peut trouver facilement la valeur de a' correspondant à la zone d'adhérence. Elle est donnée par :

$$a' = \sqrt{a^2 - \frac{\xi Ra}{\mu}} \quad (3.15)$$

La solution obtenue pour cette analyse avec frottement est présentée sur la figure 3.3. On y observe une séparation de la zone de contact en une zone d'adhérence et une zone de glissement.

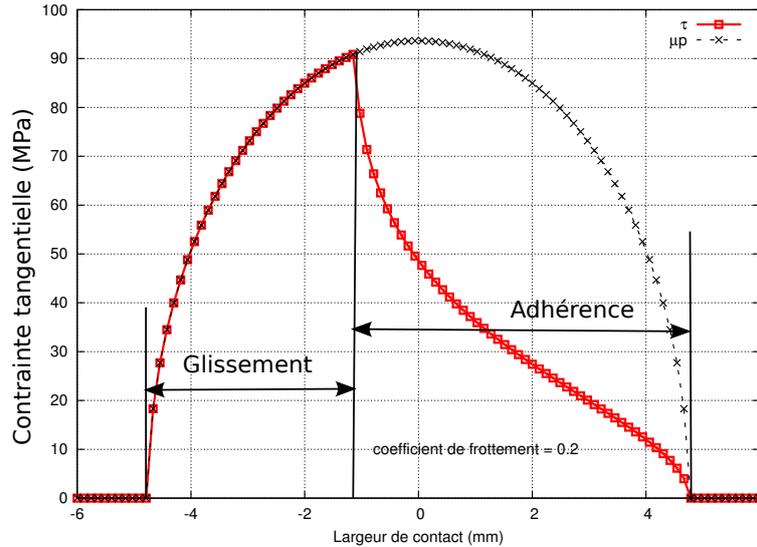


FIGURE 3.3 – Contrainte tangentielle analytique ($\mu = 0.2$) à 70kN

3.1.2 Modèle EF du cylindre sur plan

Le modèle 3D utilisé pour le calcul stationnaire est créé en deux étapes. Un calcul axisymétrique 2D est d'abord réalisé puis une génération 3D est obtenue par une rotation du modèle axisymétrique autour de l'axe du cylindre. Le maillage du modèle axisymétrique est représenté sur la figure 3.4. Le modèle complet du cylindre est modélisé dans un maillage tridimensionnel (6000 éléments cylindriques à 12 nœuds de type CCL12 définis dans le code Abaqus et de 48004 nœuds) (Figure 3.5). Dans le but d'obtenir des informations sur les contraintes obtenues à une profondeur très faible dans la zone de contact, nous avons opté pour un maillage progressif dans la profondeur du cylindre suivant l'axe z. La taille de maille en surface est de 0.1 mm. Le nombre de nœuds et d'éléments pour le plan a été réduit au maximum tout en raffinant la zone du contact dans le but de diminuer le temps de calcul. En effet le plan a été modélisé par un maillage tridimensionnel avec 1350 éléments linéaires à 8 nœuds de type C3D8 définis dans le code Abaqus et 744 nœuds.

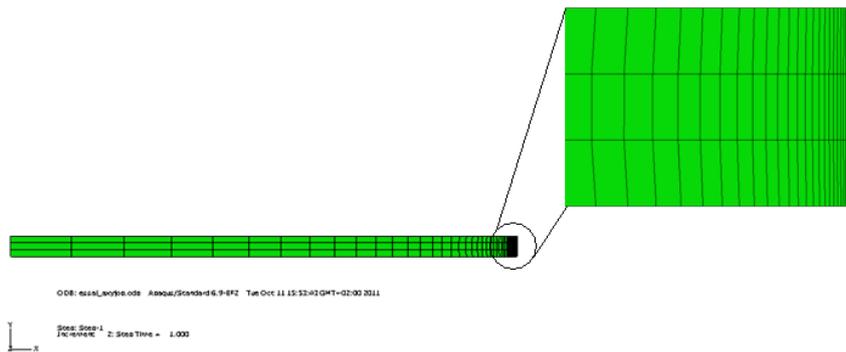


FIGURE 3.4 – Maillage du modèle axisymétrique 2D du cylindre

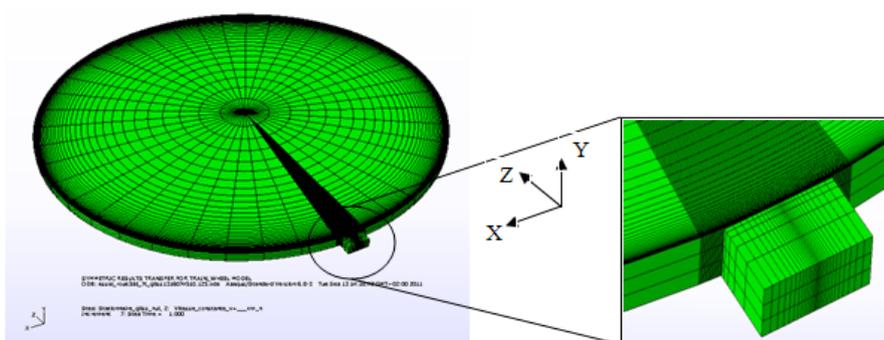


FIGURE 3.5 – Maillage du modèle 3D du contact cylindre-plan

- **Modélisation des conditions aux limites**

Les différentes conditions aux limites imposées au cylindre et au plan sont présentées sur la figure 3.6 : moyeu du cylindre bloqué suivant x et y et libre suivant z , plan bloqué suivant x et z et libre suivant y .

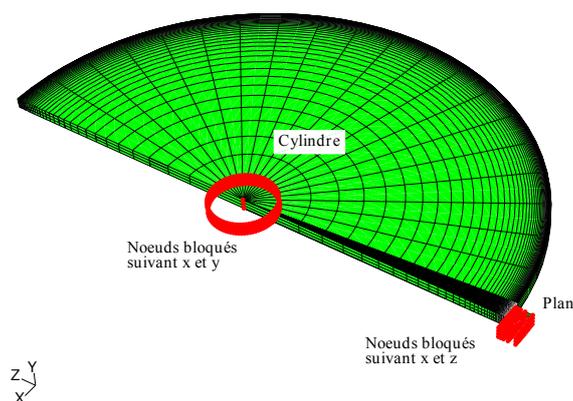


FIGURE 3.6 – Conditions aux limites imposées au contact cylindre-plan

- **Modélisation du chargement**

Le calcul est réalisé en 2 étapes :

- Mise en charge : analyse statique

Une charge normale répartie a été appliquée sur le pied du plan. En 3D elle correspond à $F' = e \times F = 20 \times 3500 = 70$ kN

- Mise en rotation : analyse stationnaire

Une vitesse de roulement constante $v = 160$ km/h est appliquée au cylindre.

Une formulation combinée de type Lagrangien augmenté est utilisée pour résoudre le problème de contact. Un coefficient de frottement μ est imposé dans le contact.

Les résultats seront analysés à la fin de chaque étape de calcul :

1. statique : l'analyse des champs de contraintes et déformations et de pression de contact.
2. stationnaire : l'analyse des champs de contraintes, de déformations et pression sur le cycle stabilisé suivant la ligne du courant le plus sollicité. L'influence du glissement sur la réponse mécanique de la structure sera également analysée.

Notion de glissement en régime stationnaire

Le code EF Abaqus permet d'introduire les vitesses de translation V et de rotation ω de la roue illustrées sur la figure 3.7. Le glissement relatif (s) est ainsi défini par la relation suivant :

$$s = \frac{V - R\omega}{V'} \quad (3.16)$$

avec :

$$V' = \frac{V + R\omega}{2} \quad (3.17)$$

ce qui implique :

$$s = \frac{2(V - R\omega)}{V + R\omega} \quad (3.18)$$

avec R le rayon du cylindre.

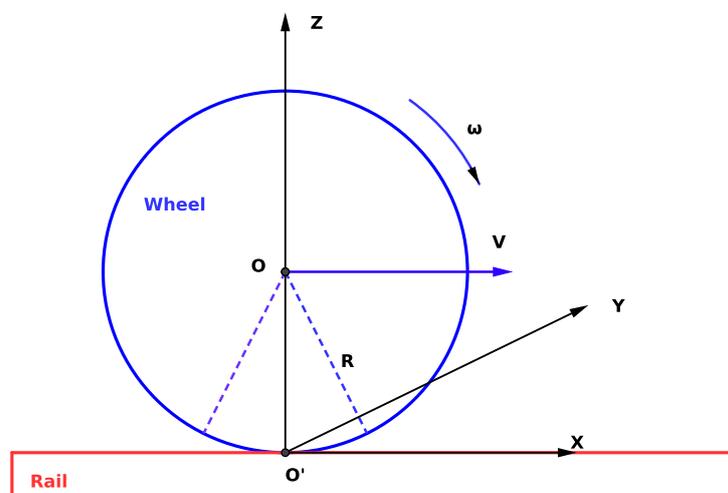


FIGURE 3.7 – Définition des vitesses

Suivant le signe du glissement, on distingue deux configurations : bogie moteur pour un glissement positif adapté pour la traction, bogie porteur pour un glissement négatif adapté pour le freinage. Plusieurs cas de services d'une roue en rotation sur rail peuvent donc être étudiés dans une analyse stationnaire : freinage ($V < R\omega$ ou $s < 0$), roulement pur ($V = R\omega$ ou $s = 0$) et traction ($V > R\omega$ ou $0 < s < 2$). On peut également étudier le cas de patinage où la roue est bloquée en rotation sur le rail : $\omega = 0$ et $V \neq 0$ ou $s = 2$. Ces différents cas de glissement seront étudiés par la suite dans ce document.

Nous allons maintenant analyser le cas d'un comportement purement élastique en vue de la validation du modèle avec la théorie de Hertz.

3.1.3 Cas d'un comportement purement élastique

Les matériaux sont considérés d'abord purement élastiques. Deux analyses sont effectuées : un calcul avec coefficient de frottement nul dans le contact et ensuite un calcul avec coefficient de frottement non nul.

Premier cas : coefficient de frottement $\mu = 0$

On effectue un calcul statique suivi d'un calcul stationnaire en roulement pur avec un coefficient de frottement ($\mu = 0$) dans le but d'être en accord avec la théorie de Hertz. La distribution des champs de pression de contact est présentée sur la figure 3.8. Elle est uniforme sur toute la largeur de contact du cylindre.

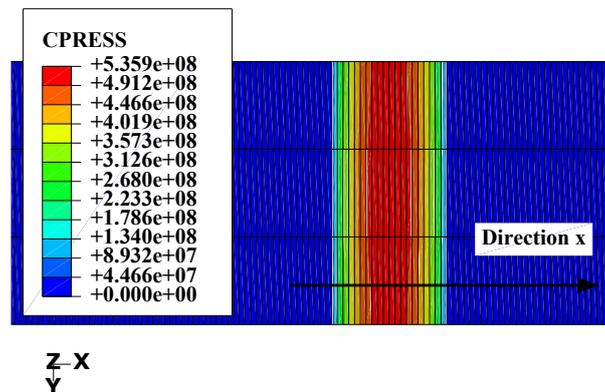


FIGURE 3.8 – Distribution de la pression de contact en Pa pour le problème de carter en statique : F = 70 kN

L'évolution de cette pression dans la direction x est comparée à la pression de Hertz analytique (Figure 3.9). Les résultats sont cohérents sur la largeur de contact mais en revanche un léger écart est observé en terme de pression maximale. Elle est de 535 MPa en EF et de 501 MPa en calcul analytique. On se limite ici à ce niveau de raffinement du maillage pour la suite des analyses.

La distribution du champ de contrainte de cisaillement dans le cylindre dans la zone de contact est présentée sur la figure 3.10. Cette distribution est symétrique en compression et en traction dans la zone de contact et les contraintes maximales sont localisées sous de la bande de roulement. L'évolution de ces contraintes en profondeur sous la surface de contact est présentée sur la figure 3.11. Leurs valeurs absolues maximales sont de 141 MPa et sont localisées en profondeur à 2.5 mm de la surface de contact.

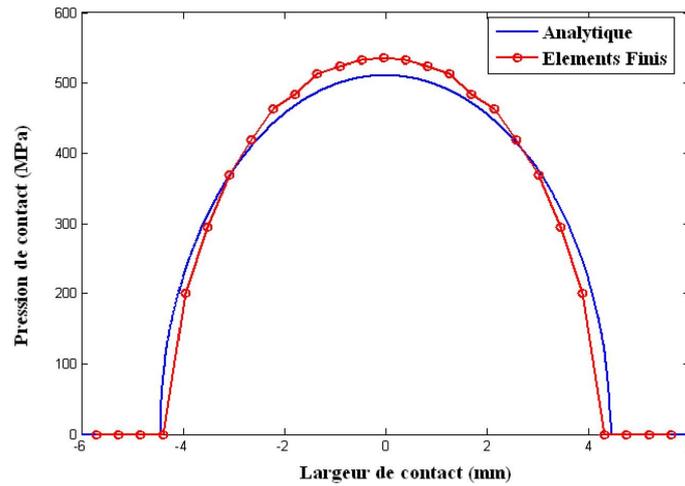


FIGURE 3.9 – Pression de contact pour le problème de Carter à 70 kN : calcul EF vs solution analytique

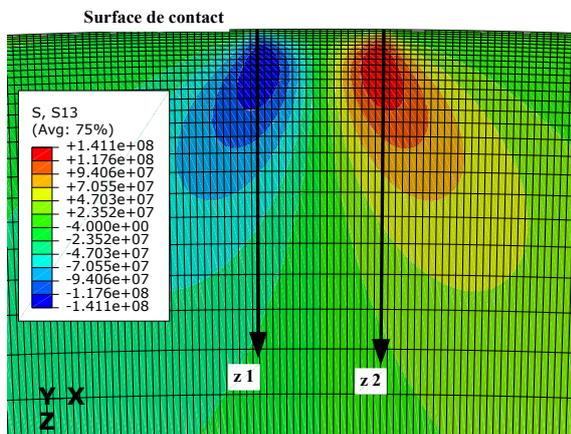


FIGURE 3.10 – Distribution de contrainte de cisaillement en Pa en roulement pur : $s = 0$, $\mu = 0$, $F = 70$ kN

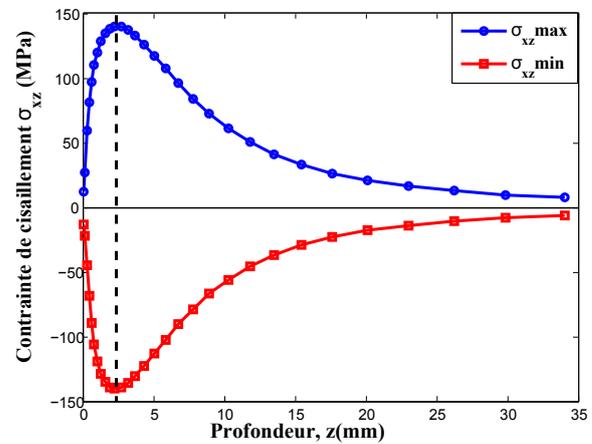


FIGURE 3.11 – Évolution des contraintes de cisaillement σ_{xz} maximale et minimale en profondeur en roulement pur : $s = 0$, $\mu = 0$, $F = 70$ kN

La figure 3.12 représente le champ de contrainte de von Mises en profondeur dans le plan (xz) . Une représentation en coupe dans le plan (yz) est montrée sur la figure 3.13. L'évolution de cette contrainte en profondeur en analyse statique et stationnaire (roulement pur) est présentée sur La figure 3.14. Elle est maximale en surface et tend vers des valeurs nulles en profondeur. L'état de contrainte dans le cas statique est identique à celui du cas stationnaire car il n'y a pas de forces tangentielles dues au frottement dans le contact ($\mu = 0$).

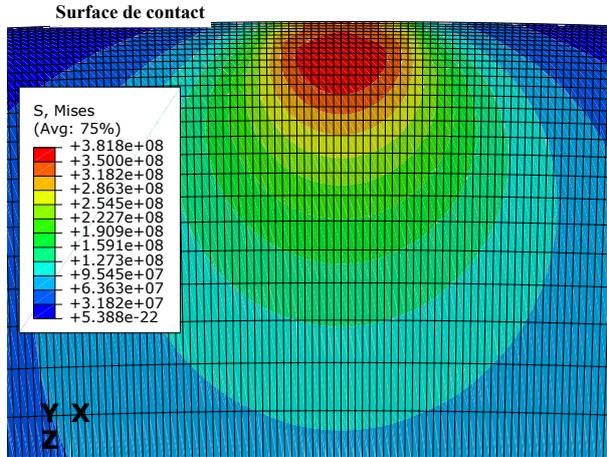


FIGURE 3.12 – Contraintes de von Mises dans le plan (xz) : roulement pur : $s = 0$, $\mu = 0$, $F = 70$ kN

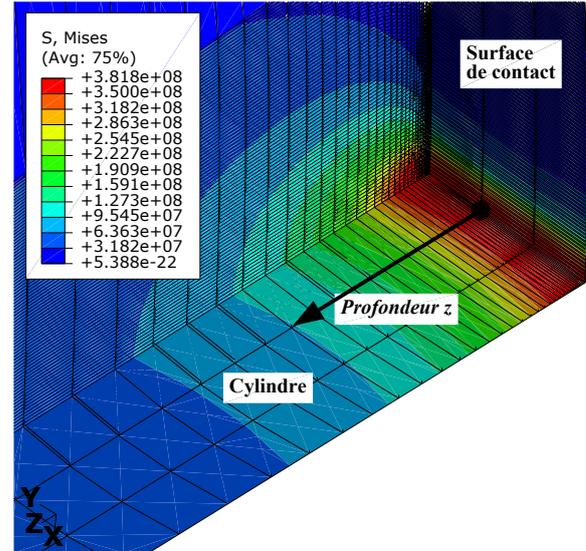


FIGURE 3.13 – Contrainte équivalente de von Mises en profondeur en coupe dans le plan (yz) : roulement pur : $s = 0$, $\mu = 0$, $F = 70$ kN

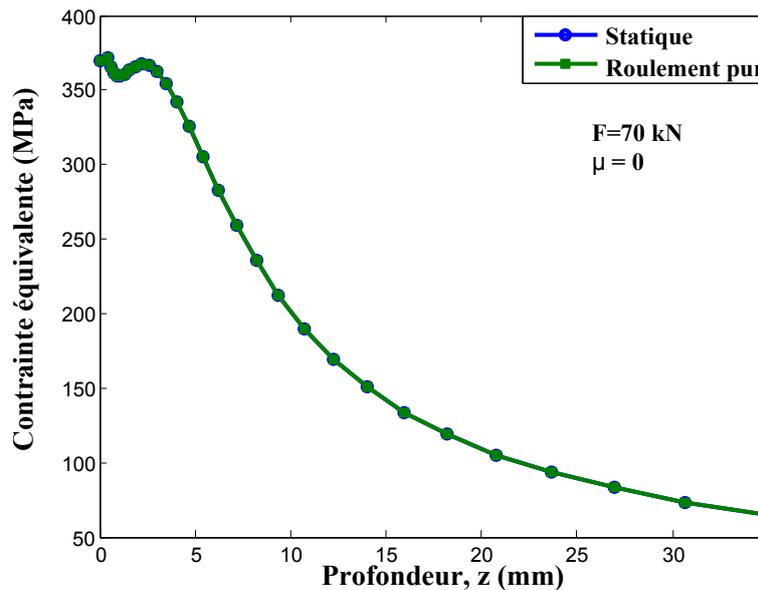


FIGURE 3.14 – Évolution de la contrainte équivalente de von Mises en profondeur : comparaison des calculs statique et roulement pur : $s = 0$, $\mu = 0$, $F = 70$ kN

La comparaison entre les contraintes normales et de cisaillement analytiques et les contraintes obtenues par la méthode des Éléments Finis (EF) en profondeur suivant la direction z est présentée sur la figure 3.15. La profondeur z est montrée sur la Figure 3.13. Toutes les contraintes sont en compression sous la surface de contact. Les résultats obtenus par EF sont en concordance avec les résultats analytiques obtenus par Johnson [20], sauf dans le cas de la contrainte σ_{yy} . Ceci peut être expliqué par le fait que la contrainte σ_{yy} est établie analytiquement avec des hypothèses de déformation plane alors que le calcul par EF est tridimensionnel. Des résultats semblables sont également obtenus par Ekberg *et al.* [89].

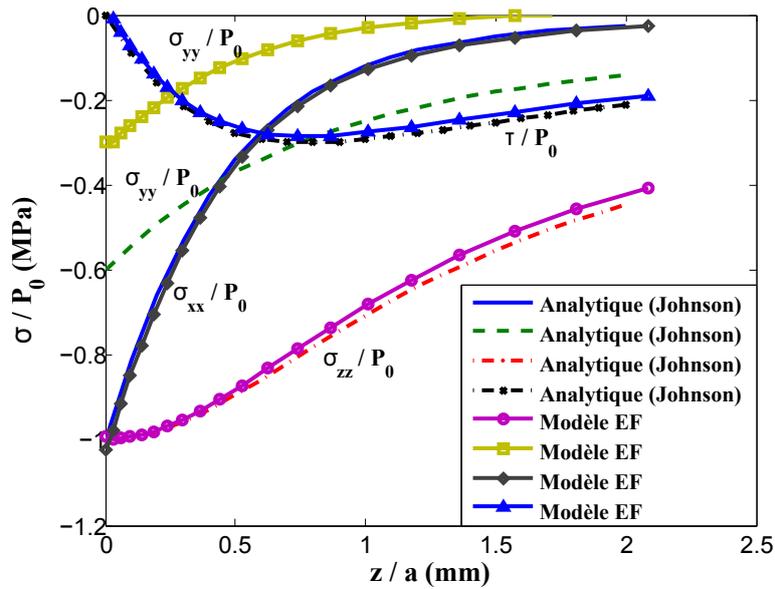


FIGURE 3.15 – Contraintes normales et de cisaillement EF en sous surface en statique, comparaison avec les résultats de Johnson [20] : $\mu = 0$, $F = 70$ kN

Le modèle EF du contact cylindre sur plan mis en place est ainsi validé en élasticité en comparaison avec le problème analytique de Carter pour $\mu = 0$. Il vérifie les conditions liées aux paramètres de contact telles que la pression maximale et la largeur de contact. Les contraintes normales et de cisaillement en profondeur sont également conformes aux résultats de la littérature.

Nous allons maintenant analyser les trajets de chargement lorsque le cylindre est sollicité en conditions de roulement pur. Les chargements sont répartis sur chaque ligne de courant qui génère le cylindre. La figure 3.16 montre un exemple de ligne générée dans le cylindre contenant le point le plus sollicité en contrainte de cisaillement σ_{xz} situé en sous-surface. La figure 3.17 représente la combinaison entre les composantes du tenseur des contraintes sur la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement.

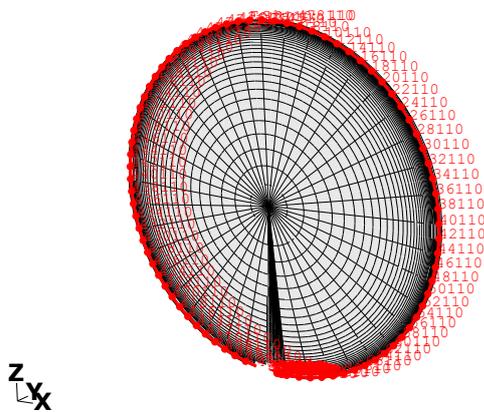


FIGURE 3.16 – Exemple de ligne de courant du modèle cylindre sur plan

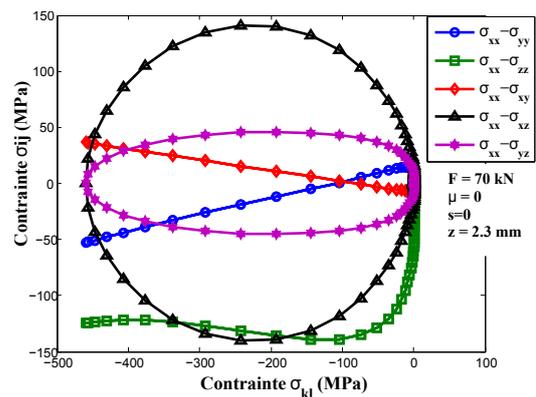


FIGURE 3.17 – Trajets de chargement en roulement pur suivant la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement : $s = 0$, $\mu = 0$, $F = 70$ kN

On peut constater que le cylindre est sollicité par des chargements très complexes et

non-proportionnels. Cela est dû à la combinaison de sollicitations de traction/compression et de pression hydrostatique subie par la structure. La relation entre les composantes de contraintes $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ et $\sigma_{xx} - \sigma_{xy}$ est proportionnelle alors que pour les autres, elle est non-proportionnelles. La non-proportionnalité la plus forte est liée à la contrainte de cisaillement σ_{xz} (combinaison $\sigma_{xx} - \sigma_{xz}$); ces résultats ont également été obtenus par Bernasconi *et al.* [93].

Après avoir étudié le cas d'une analyse sans frottement, nous allons nous intéresser maintenant au cas avec prise en compte du frottement.

Deuxième cas : prise en compte du frottement ($\mu = 0.2$)

Un coefficient de frottement $\mu = 0.2$ est introduit dans le contact entre le cylindre et le plan. L'effet du glissement peut être observé en simulant, les différents cas de service d'une roue à savoir : statique, roulement, freinage et traction. Le freinage et la traction sont simulés en intervenant sur le signe du glissement $s=0.1$ défini entre la roue et le rail. La figure 3.18 représente les résultats numériques de l'évolution de la pression de contact pour les différents cas de service.

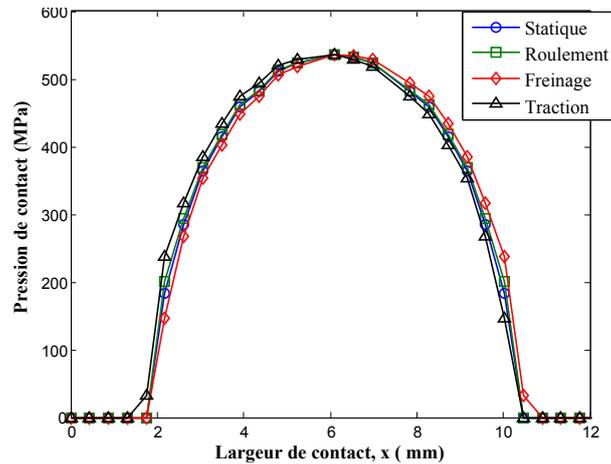


FIGURE 3.18 – Pression de contact EF pour le problème de cylindre/plan : $\mu = 0.2$, $F=70$ kN

On peut constater que le niveau de pression est le même dans tous les cas. La largeur de contact est la même pour le chargement statique et le roulement pur. Les cas plus sévères comme le freinage et la traction entraînent un léger élargissement de la largeur de contact respectivement à l'entrée et à la sortie de la zone de contact. Ceci s'explique par la présence du glissement dans le contact.

Les résultats numériques de l'évolution de la contrainte équivalente en profondeur sont présentés sur la figure 3.19. Le niveau de contrainte augmente de l'état statique à l'état stationnaire. Ce niveau est plus élevé pour le freinage et la traction car ces derniers induisent du glissement dans le contact. L'évolution de la contrainte est identique dans tous les cas de calcul au-delà d'une profondeur de 5 mm.

Pour le chargement statique, la contrainte est maximale à une profondeur d'environ 2.5 mm, mais elle est maximale en surface pour les chargements stationnaires (roulement pur, freinage et traction). Cela peut s'expliquer à travers les figures 3.20 et 3.21 qui comparent les composantes de contrainte en analyse statique et stationnaire (roulement pur). Cette montée de la contrainte en surface pendant l'analyse stationnaire est liée à la composante

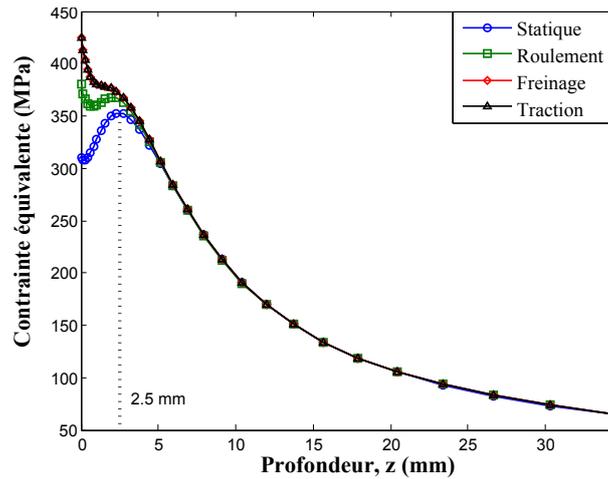


FIGURE 3.19 – Évolution de la contraînte de von Mises en profondeur pour le problème de Carter avec prise en compte du frottement ($\mu = 0.2$) à 70 kN

σ_{yy} (Figure 3.20). Une influence de la composante σ_{xz} est également observée mais elle demeure négligeable (Figure 3.21).

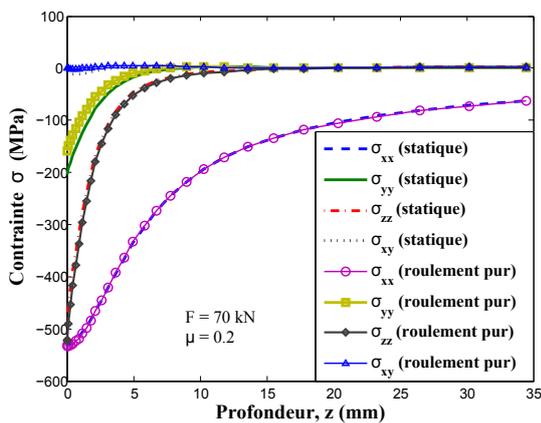


FIGURE 3.20 – Comparaison des composantes du tenseur de contraînte en statique et en roulement pur pour 70 kN et $\mu = 0.2$

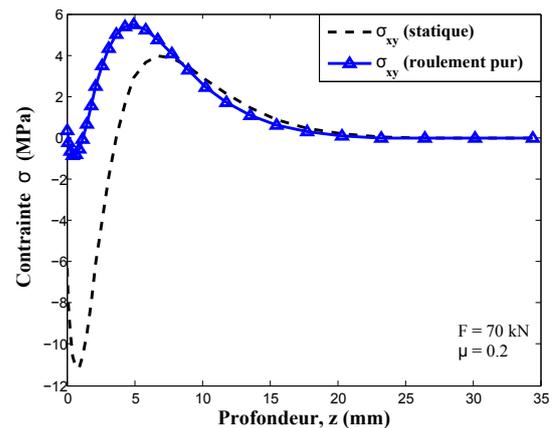


FIGURE 3.21 – Zoom sur la comparaison de la contraînte σ_{xz} en statique et en roulement pur pour 70 kN et $\mu = 0.2$

La prise en compte de la loi de Coulomb dans le contact entraînant le glissement permet de faire intervenir les contraîntes tangentielles de contact données par :

$$\tau = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} \quad (3.19)$$

avec τ_x est la contraînte tangentielle suivant l'axe x et τ_y la contraînte tangentielle suivant l'axe y .

La figure 3.22 montre l'évolution de la contraînte tangentielle dans la direction x en fonction de la largeur de contact pour différents cas de service. On constate que pendant la simulation du freinage, les contraîntes tangentielles dans la direction x sont de signe négatif alors qu'elles sont de signe positif en traction. En roulement pur, elles sont quasiment nulles, ce qui est lié au glissement nul.

Les figures 3.23 et 3.24 représentent les valeurs de τ et de μP sur la largeur de contact suivant x , en roulement et en freinage. Le pseudo-glissement n'est pas obtenu. On obtient

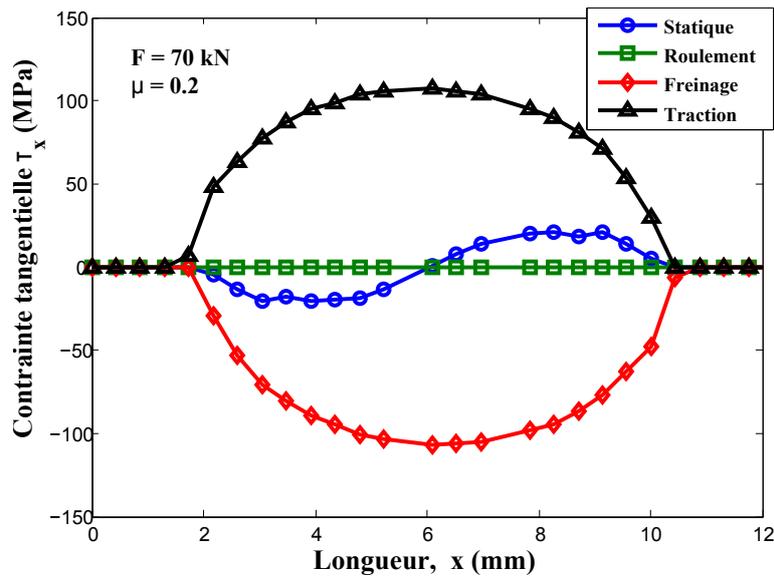


FIGURE 3.22 – Évolution des contraintes tangentielles suivant la direction x pour le problème de Carter : ($\mu = 0.2$), $F = 70$ kN

les cas extrêmes : adhérence totale lorsque $\tau < \mu P$ (Figure 3.23) et glissement total lorsque $\tau = \mu P$ (Figure 3.24). Ces simulations montrent alors que l'algorithme stationnaire implémenté dans le code EF Abaqus ne permet pas d'obtenir le pseudo-glissement dans le contact. Le pseudo-glissement dans le contact ne sera pas pris en compte dans ce travail. Seuls les cas extrêmes (glissement total et roulement pur) seront analysés dans la suite du travail.

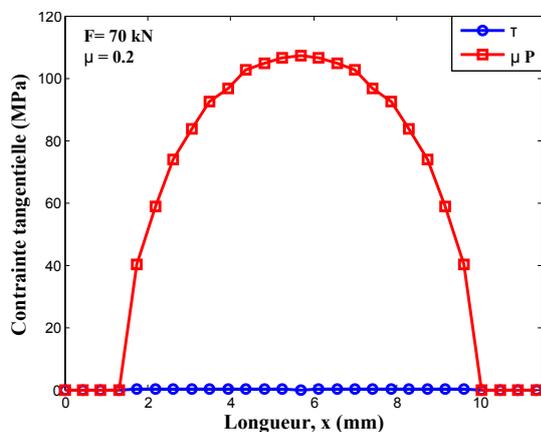


FIGURE 3.23 – Contrainte tangentielle en roulement pur pour le problème de Carter : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 70$ kN

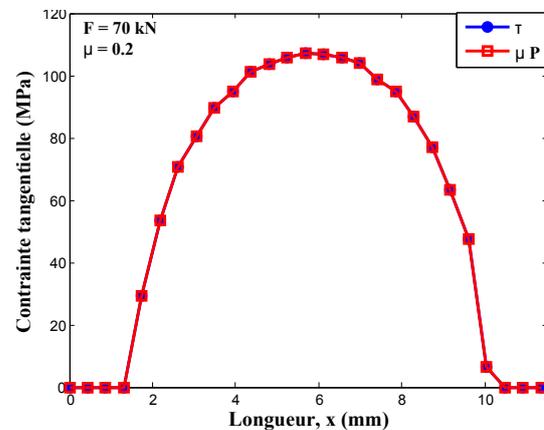


FIGURE 3.24 – Contrainte tangentielle en conditions de glissement (freinage) pour le problème de Carter : $s=0.1$, $\mu = 0.2$, $F = 70$ kN

3.1.4 Cas d'un comportement élastoplastique : comparaison avec l'élasticité

Les conditions de chargement sont identiques par rapport au cas élastique sauf que le comportement du matériau est cette fois-ci élastoplastique. L'étude sera basée essen-

tiellement sur un calcul stationnaire en roulement pur. Notre objectif est d'étudier l'influence du comportement du matériau sur la réponse mécanique de la structure. Le modèle d'Armstrong Frederick à écrouissage cinématique non linéaire a été utilisé pour décrire le comportement élastoplastique. Les paramètres identifiés pour le ER7 présentés auparavant dans le tableau 2.11 du chapitre 2 sont utilisés.

Les distributions de pression de contact en élasticité et élastoplasticité sont présentées sur la figure 3.25. Dans le cas élastoplastique, elle n'est pas uniforme sur la largeur de contact, contrairement au cas élastique. Cela est lié à l'effet de l'écoulement plastique dans la zone de contact. La déformation plastique a de forte influence sur la pression de contact.

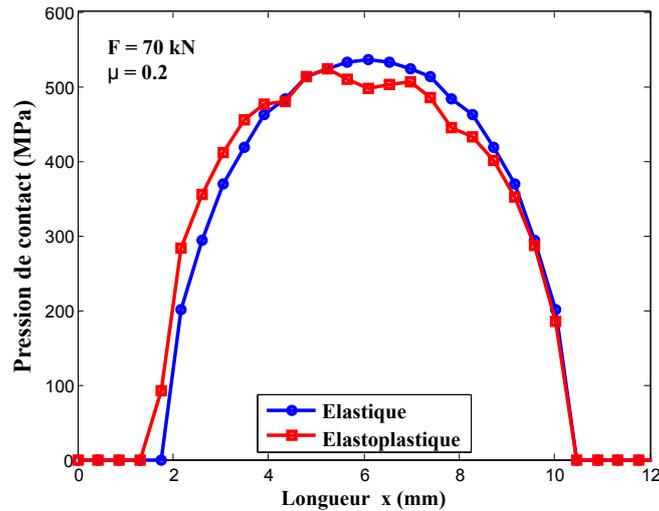


FIGURE 3.25 – Pression de contact pour le modèle cylindre sur plan en roulement pur (comparaison cas élastique et élastoplastique) : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 70$ kN

La figure 3.26 présente l'évolution de la contrainte de von Mises en profondeur pour les deux comportements. La contrainte de von Mises est plus élevée en surface dans le cas élastique par rapport au cas élastoplastique lié à un comportement plastique dans ce dernier cas.

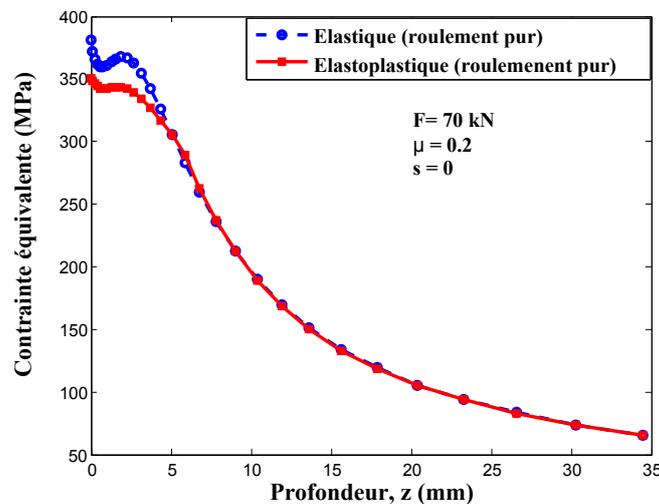


FIGURE 3.26 – Contrainte de von Mises en profondeur en roulement pur (comparaison cas élastique et élastoplastique) : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 70$ kN

L'évolution dans les deux cas est identique en profondeur à partir de $z=6$ mm environ. Cette limite correspond, en terme de contrainte, à la limite d'élasticité de l'acier ER7 (296 MPa). On observe donc l'influence du comportement lorsque la contrainte de von Mises dépasse la limite d'élasticité du matériau.

Une comparaison entre la distribution de pression de contact à la fin du calcul statique et après le calcul stationnaire (roulement pur) dans le cas élastoplastique est présentée sur la figure 3.27. La pression maximale a la même valeur dans les deux cas. Un léger décalage entre la pression obtenue dans le cas stationnaire par rapport à celle obtenue dans le cas statique est observé à l'entrée du contact contrairement au cas élastique, qui peut être dû à la déformation plastique engendrée à l'interface cylindre/plan.

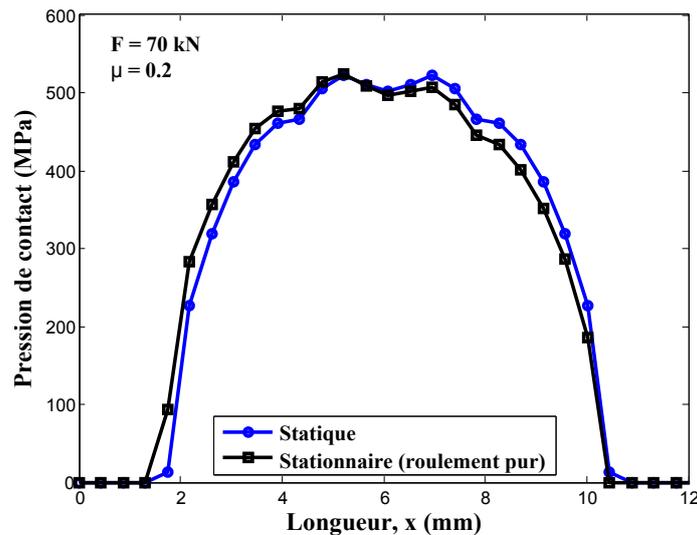


FIGURE 3.27 – Pression de contact du cylindre/plan (cas élastoplastique) : $\mu = 0.2$, $F = 70$ kN

Les figures 3.28 et 3.29 présentent respectivement les évolutions de la contrainte équivalente et de la déformation plastique équivalente au sens de von Mises pour un comportement élastoplastique à la fin des calculs statique et stationnaire dans le cas de roulement pur.

Dans le cas statique, la contrainte est maximale en sous-surface alors que dans le cas stationnaire en roulement pur, elle est maximale en surface du contact ($z=0$). Le même phénomène est observé sur la figure 3.29 pour la déformation plastique équivalente qui s'annule au delà d'une profondeur d'environ $z = 6$ mm ; cette position correspond à un niveau de contrainte inférieur à la limite élastique cyclique du matériau qui est de 296 MPa. Ce phénomène est lié à l'effet de la redistribution des contraintes suite à la déformation plastique répartie sur la circonférence du cylindre. Au delà de la profondeur de $z=6$ mm, l'évolution est identique dans les deux cas puisqu'on retrouve un comportement élastique de la structure.

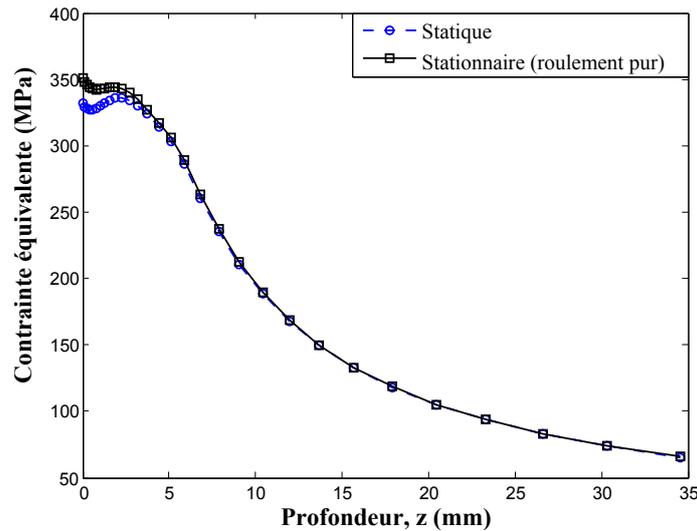


FIGURE 3.28 – Contraite de von Mises en profondeur en roulement pur (cas élastoplastique) : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 70$ kN

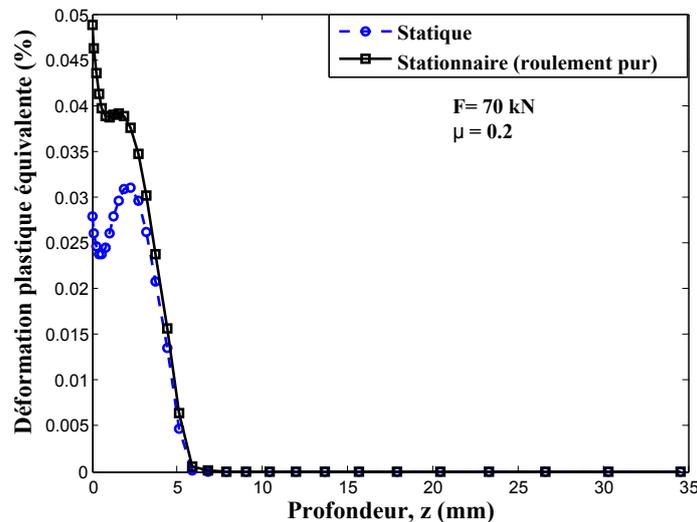


FIGURE 3.29 – Évolution de la déformation plastique en profondeur en roulement (cas élastoplastique) : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 70$ kN

Ces analyses permettent de conclure que la déformation plastique a une forte influence sur les réponses mécaniques des structures soumises à ce type de chargements cycliques. Les résultats ont montré l'influence de la nature du comportement élastique ou élastoplastique sur les réponses de la structure en terme de contrainte, déformation plastique et pression.

L'application du critère de fatigue de Dang Van qui sera utilisé par la suite nécessite l'adaptation élastique de la structure. Il s'avère donc nécessaire de connaître la réponse stabilisée de la structure. En plus des cas présentés précédemment correspondant à un chargement de 70 kN, un niveau d'effort à 50 kN a été appliqué.

La figure 3.31 présente l'évolution des composantes du tenseur de contrainte suivant la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement (Figure 3.30). La contrainte normale σ_{zz} dans la direction z est de compression et est plus importante à cause du chargement de contact suivant cette direction. Le signe de la composante de

cisaillement σ_{xz} varie dans le contact avec pour des valeurs extrêmes de +144 MPa à l'entrée et -144 MPa à la sortie du contact. En général, les contraintes de cisaillement σ_{xz} , σ_{xy} , σ_{yz} ainsi que la contrainte normale σ_{zz} sont nulles en dehors du contact ce qui n'est pas le cas pour les autres composantes. Parmi les composantes de cisaillement, les plus élevées sont les contraintes σ_{xz} .

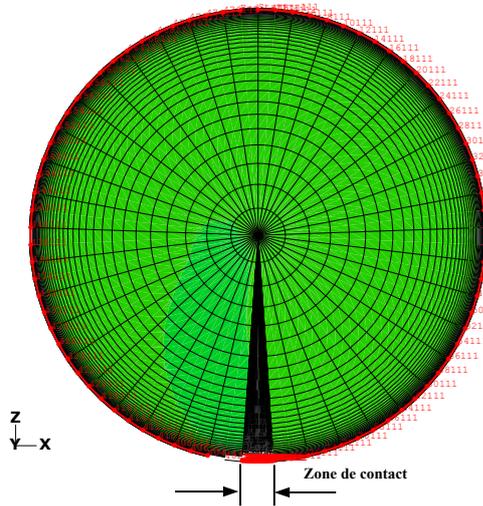


FIGURE 3.30 – Ligne de courant et zone de contact

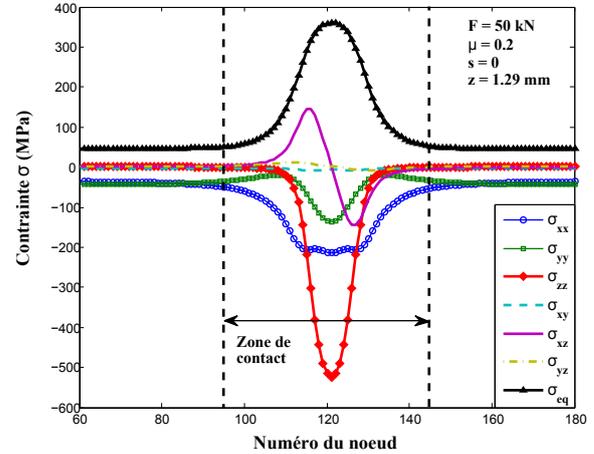


FIGURE 3.31 – Évolution des composantes du tenseur de contrainte suivant la ligne de courant contenant le point le plus sollicité en roulement pur (cas élastoplastique) : $\mu = 0.2$, $F = 50$ kN

Les évolutions respectives des composantes du tenseur de contrainte les unes par rapport aux autres suivant la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement à l'état stabilisé du cylindre est présentée sur la figure 3.32. Comme dans le cas du comportement élastique (Figure 3.17), les trajets de chargement sont également non-proportionnels dans le cas du comportement élastoplastique.

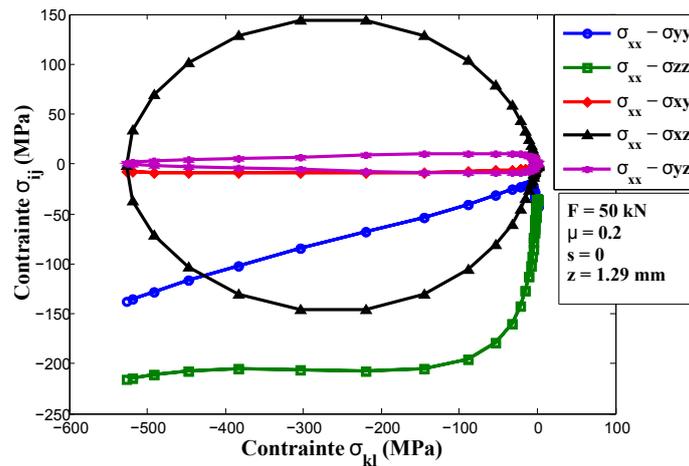


FIGURE 3.32 – Trajet de chargement sur la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement en roulement pur (cas élastoplastique) : $s = 0$, $\mu = 0.2$, $F = 50$ kN

A noter que la shakedown map est basée non seulement sur la théorie de Hertz, mais également sur l'approche des contraintes de cisaillement maximales, pour la prédiction

en fatigue de roulement de contact. Ces composantes de cisaillement, ajoutées aux efforts tangentiels dus au frottement dans le contact, sont souvent à l'origine des dommages en surface et en sous-surface [105]. Dans le but de connaître la réponse de la structure nous permettant de choisir le critère de fatigue à appliquer, les boucles $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ seront alors analysées, suivant la ligne de courant contenant le point le plus sollicité en contrainte de cisaillement. La figure 3.33 présente l'évolution des contraintes de cisaillement σ_{xz} minimales et maximales respectivement suivant les profondeurs z_1 et z_2 (Figure 3.34) sous la bande de roulement. Elles sont maximales en sous-surface et sont localisées à une profondeur de moins de 2 mm de la surface de contact. Le nœud le plus sollicité en cisaillement est localisé en sous-surface de la bande de roulement (Figure 3.34).

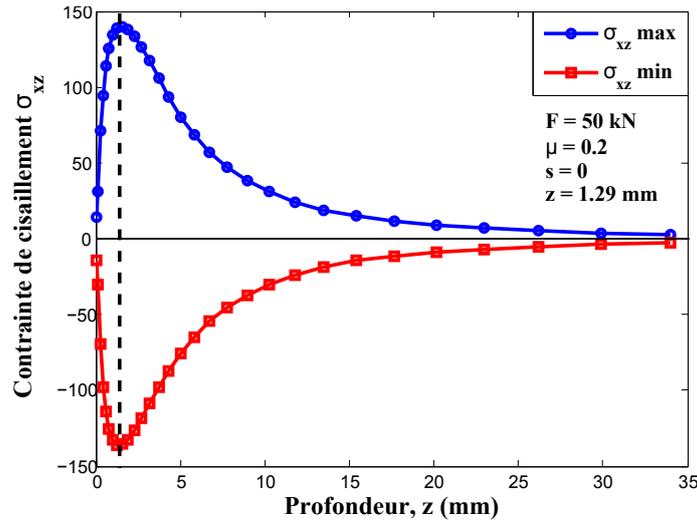


FIGURE 3.33 – Évolution des contraintes de cisaillement σ_{xz} maximale et minimale en profondeur contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement en roulement pur pour 50 kN : matériau élastoplastique ER7

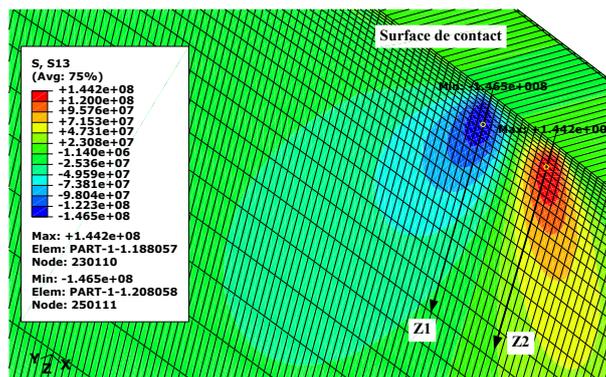


FIGURE 3.34 – Champ de contrainte de cisaillement σ_{xz} en (Pa) et localisation du nœud le plus sollicité en cisaillement : coupe suivant le plan (xz)

La réponse de la structure (boucle contrainte de cisaillement σ_{xz} / déformation totale de cisaillement ε_{xz}) est représentée suivant la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement pour des chargements de 50 et 70 kN (Figure 3.35). Le niveau de chargement a une forte influence sur la réponse de la structure. En effet, il y a adaptation élastique pour le chargement de 50 kN et accommodation plastique pour 70 kN. Le critère de fatigue de Dang Van peut alors être appliqué au cas du chargement de 50 kN .

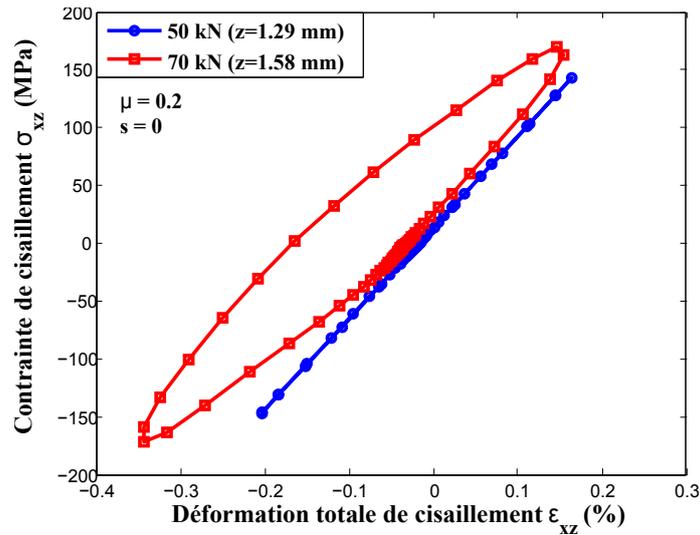


FIGURE 3.35 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ suivant la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en cisaillement en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$

3.1.5 Analyse en fatigue : application du critère de fatigue de Dang Van

Dans un premier temps, on étudie différents points pris dans la zone de contact pour l'analyse en fatigue présentés sur la figure 3.36.

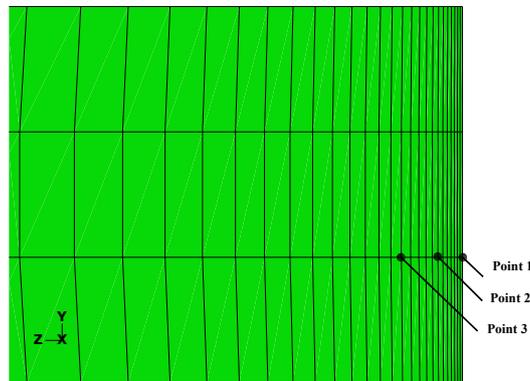


FIGURE 3.36 – Points localisés en surface et en sous-surface du contact pour le modèle cylindre/plan

Les limites d'endurance utilisées pour l'identification des deux paramètres du critère de Dang Van pour l'acier ER7 correspondent à celle présentées dans le tableau 2.10 de la section 2.6.

Les boucles $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ en chaque point dans le cas de roulement pur sont présentées sur la figure 3.37. Le *Point 2* est le plus sollicité en cisaillement alors que le moins sollicité est le *Point 1* localisé en surface. Les trajets de chargement en fatigue pour les différents points sont présentés sur la figure 3.38. Si le trajet de chargement dépasse la limite de Dang Van, il y a risque d'amorçage de fissure. Pour ce cas de chargement, il n'y a pas de risque d'endommagement. Le *Point 1* est le point critique (trajet ayant la distance minimale par rapport à la limite de Dang Van) selon le critère de fatigue de Dang Van et n'est pas forcément le plus sollicité en cisaillement.

Les pressions hydrostatiques sont élevées dans le contact et surtout pour le trajet de chargement correspondant au *Point 1* localisé en surface. On constate que les points critiques sur le trajet sont situés à l'entrée et la sortie du contact selon le critère de Dang Van.

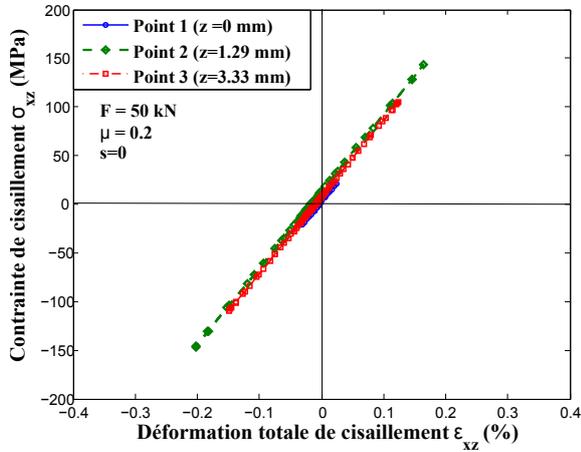


FIGURE 3.37 – Boucle de contrainte de cisaillement σ_{xz} /déformation totale de cisaillement ε_{xz} en différents points en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 50$ kN

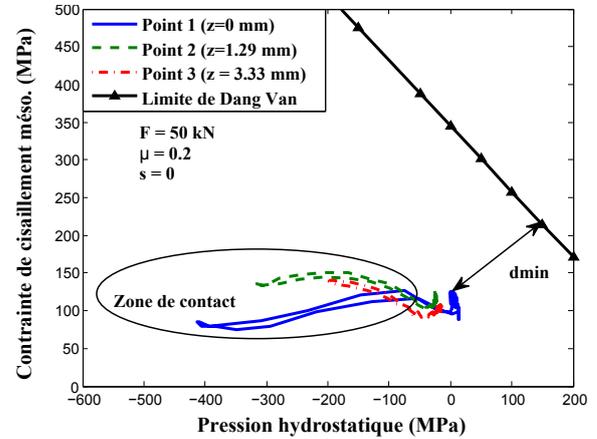


FIGURE 3.38 – Trajet de chargement en fatigue en différents points localisés dans la zone de contact en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 50$ kN

Les isovaleurs (d_{min} définie par la distance des trajets de chaque nœud par rapport à la limite de Dang Van : voir chapitre 1) du critère de Dang Van sur une section de cylindre sont présentées sur la figure 3.39. Le point le plus critique est localisé en surface. Il correspond au *Point 1* de la figure 3.36. On observe des effets de bord aux deux extrémités du cylindre. Ces effets pourraient être corrigés en augmentant le nombre d'éléments sur la largeur du cylindre.

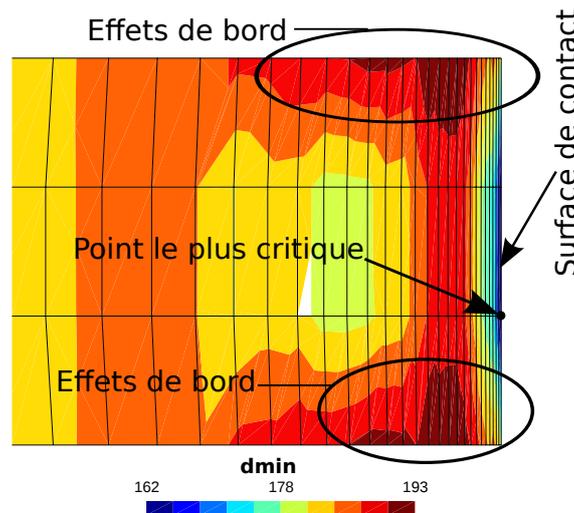


FIGURE 3.39 – Isovaleurs du critère de Dang van en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 50$ kN

Le risque d'amorçage de fissure est plus localisé en surface de la bande de roulement

(couleur bleue). L'analyse des champs de contraintes de cisaillement et de pression hydrostatique présentés respectivement sur les figures 3.40 et 3.41) et le tracé de ces deux contraintes en profondeur (Figure 3.42), permettent d'expliquer ce phénomène. Les contraintes de cisaillement σ_{xz} sont en effet maximales en sous-surface alors que la pression hydrostatique est quant à elle maximale en surface. Il est clair que la combinaison de ces deux grandeurs par l'intermédiaire du critère de Dang Van est alors maximale en surface.

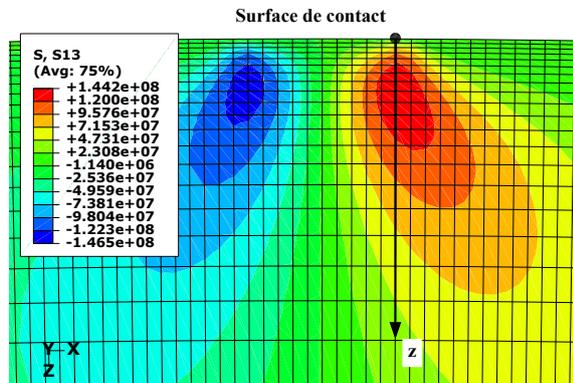


FIGURE 3.40 – Champ de contrainte de cisaillement σ_{xz} en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 50$ kN

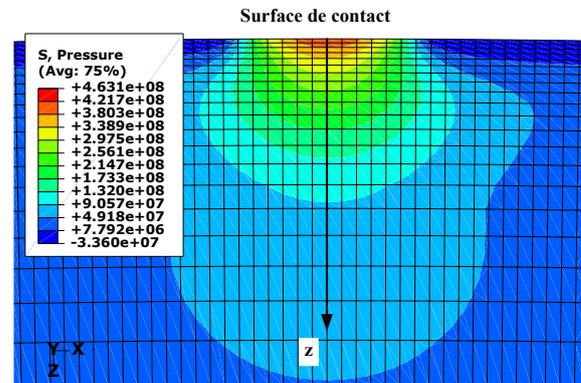


FIGURE 3.41 – Champ de pression hydrostatique en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 50$ kN

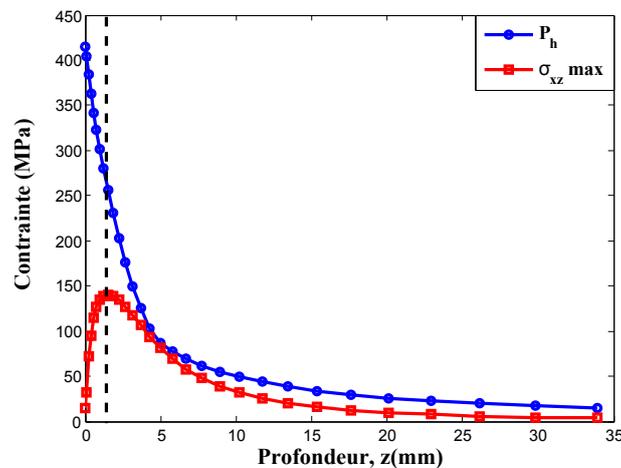


FIGURE 3.42 – Comparaison contrainte de cisaillement maximale ($\sigma_{xz}max$) et pression hydrostatique (P_h) en profondeur sous la surface de contact : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 50$ kN

3.1.6 Influence du glissement sur la réponse mécanique et la fatigue de contact de roulement

On s'intéresse ici à l'influence du glissement dans le contact cylindre-plan sur la réponse de la structure et les trajets de chargement en fatigue. Le glissement correspond à la différence de vitesse entre le cylindre et le plan. Un glissement de $s = 0.1$ imposé sur la vitesse de translation a été appliquée. La figure 3.43 présente une comparaison des boucles de contrainte σ_{xz} /déformation totale ε_{xz} au point le plus sollicité en cisaillement en roulement pur et en glissement total. La boucle est translatée vers des valeurs positives

des déformations totales de cisaillement ε_{xz} en considérant le glissement dans le contact. Les trajets de chargement en fatigue sont présentés sur la figure 3.44. Le cas de glissement est plus endommageant et engendre des pressions hydrostatiques et des contraintes de cisaillement plus élevées.

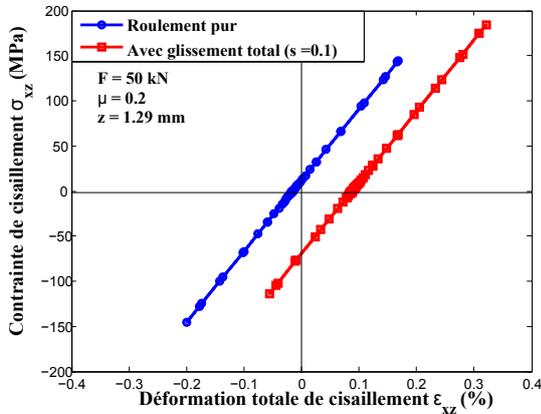


FIGURE 3.43 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ au nœud le plus sollicité en contrainte de cisaillement pour le modèle cylindre/plan : comparaison roulement pur et glissement total ($s=0.1$), $F=50$ kN

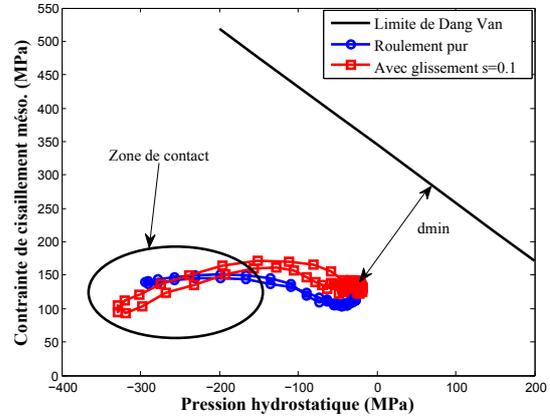


FIGURE 3.44 – Trajets de chargement au nœud le plus sollicité en contrainte de cisaillement pour le modèle cylindre/plan : comparaison roulement pur et glissement total ($s = 0.1$), $F=50$ kN

Les comparaisons des boucles $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ et les trajets de chargement en fatigue aux points critiques sont présentées respectivement sur les figures 3.45 et 3.46. En roulement pur comme en glissement, le point le plus critique est le même et correspond au *Point 1* localisé en surface ; mais le comportement en ces points est différent. En effet, les niveaux de contrainte en cisaillement σ_{xz} sont plus élevés pour le glissement total ($\sigma_{xz-max} = +130MPa$) par rapport au roulement pur ($\sigma_{xz-max} = +30MPa$). Cela se traduit sur le trajet de chargement en fatigue qui est plus critique en glissement total (Figure 3.46). Le risque d’amorçage de fissures de fatigue est plus prononcé en conditions de glissement total et engendre des pressions hydrostatiques très élevées.

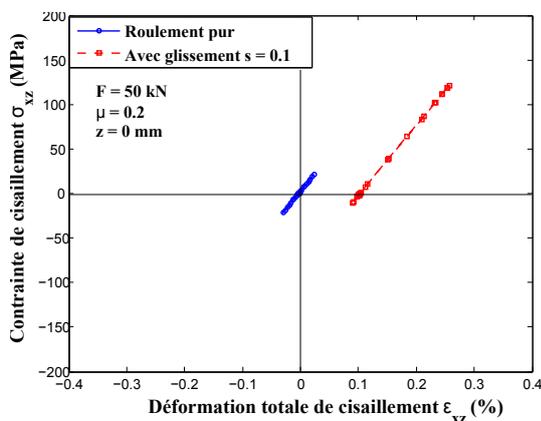


FIGURE 3.45 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ au même point critique pour le modèle cylindre/plan : comparaison roulement pur et glissement total ($s = 0.1$), $F=50$ kN

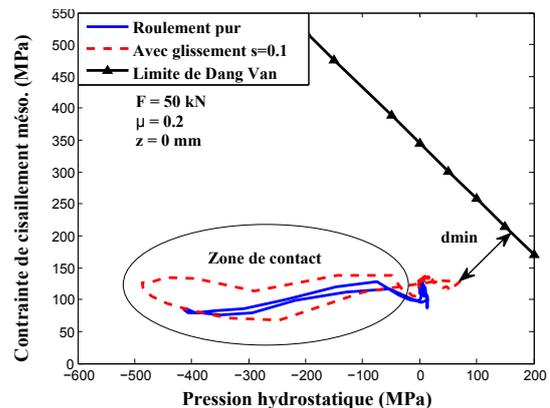


FIGURE 3.46 – Trajet de chargement au point critique pour le modèle cylindre/plan : comparaison roulement pur et glissement total ($s=0.1$) : $\mu = 0.2$, $F= 50$ kN

Les isovaleurs du critère de fatigue de Dang Van en conditions de glissement total sont présentées sur la figure 3.47. Le risque d'amorçage de fissures de fatigue est également obtenu en surface (zone bleue). Comme dans de cas de roulement pur, on observe aussi des effets de bords liés au maillage et le point critique (*Point 1*) est localisé en surface. Il s'agit du même point comme en conditions de roulement pur.

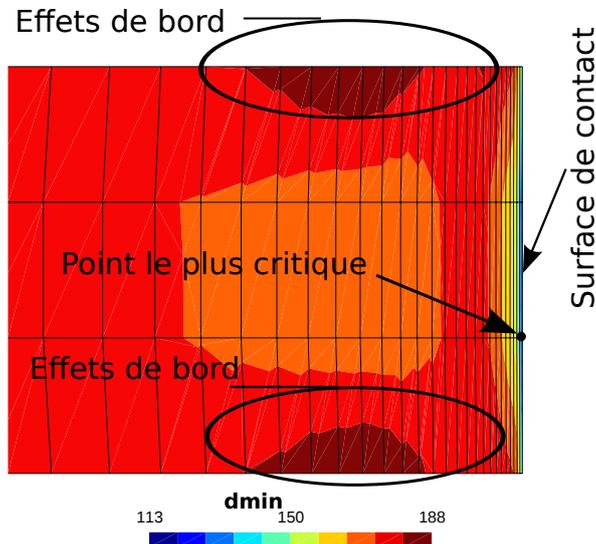


FIGURE 3.47 – Isovaleurs du critère de Dang van pour le modèle cylindre sur plan en glissement total : $s=0.1$, $\mu = 0.2$, $F= 50$ kN

Les résultats ont montré que l'endommagement par fatigue selon le critère de Dang Van débute en surface en conditions de roulement pur comme en glissement total. Cette localisation en surface est liée à la contribution de pression hydrostatique qui est maximale en surface. Les prédictions données par la shakedown map dans la littérature ont montré que l'endommagement est censé débiter en sous-surface pour des coefficients de frottement $\mu < 0.3$ et en surface pour $\mu > 0.3$ [17]. Cela s'explique par le faite que cette méthode est basée uniquement sur l'approche des contraintes de cisaillement maximales alors que le critère de Dang van est basé sur la combinaison de la contrainte de cisaillement mésoscopique et la pression hydrostatique. Cela montre donc les limites d'une approche uniquement basée sur la shakedown map et rend nécessaire l'utilisation de critères de fatigue du type Dang Van pour les établir numériquement.

Nous allons maintenant établir la shakedown map en conditions de glissement total sur le cylindre/plan.

3.1.7 Mise en œuvre de la shakedown map

La carte d'adaptation et d'accommodation encore appelée shakedown map est un outil de dimensionnement simplifié qui permet de déterminer le type d'endommagement en fatigue de contact de roulement. Elle varie suivant la nature du matériau et la géométrie de la structure. La mise en œuvre de cette carte par la méthode des Éléments Finis nécessite plusieurs calculs pour différents niveaux de chargements et pour différents coefficients de frottement. La réponse asymptotique doit être vérifiée pour chaque couple (charge, coefficient de frottement) afin de savoir, s'il y a adaptation élastique ou accommodation plastique. Le diagramme a été réalisé pour l'acier ER7 en élastoplasticité à écrouissage cinématique non linéaire. Les niveaux de chargement appliqués varient de 20 à 70 kN et les coefficients de frottement de 0 à 0.5. Dans le but d'étudier l'influence du coefficient du frottement en analyse stationnaire, les calculs ont été effectués en conditions de glissement complet avec $s = 0.1$. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 3.3. P_0 est la pression de contact maximale, k_c est la limite en cisaillement pur cyclique du matériau, μ est le coefficient de frottement. On désigne par EL : élastique, ADE : adaptation élastique, ACP : accommodation plastique et Rép : réponse asymptotique de la structure.

	20 kN		25 kN		30 kN		35 kN		50 kN		70 kN	
μ	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.										
0.0	1.64	EL	1.83	EL	2.01	EL	2.97	ADE	3.57	ADE	4.26	ACP
0.1	-	EL	-	EL	-	EL	-	ADE	-	ADE	-	ACP
0.2	-	EL	-	EL	-	EL	-	ADE	-	ADE	-	ACP
0.3	-	EL	-	EL	-	ADE	-	ADE	-	ADE	-	ACP
0.4	-	EL	-	ADE	-	ACP	-	ACP	-	ACP	-	ACP
0.5	-	ADE	-	ACP								

TABLE 3.3 – Récapitulatif des résultats pour établir la shakedown map

Associées à ce tableau de synthèse, les réponses asymptotiques de la structure pour différents chargements et coefficients de frottement sont présentées sur les figures 3.48.

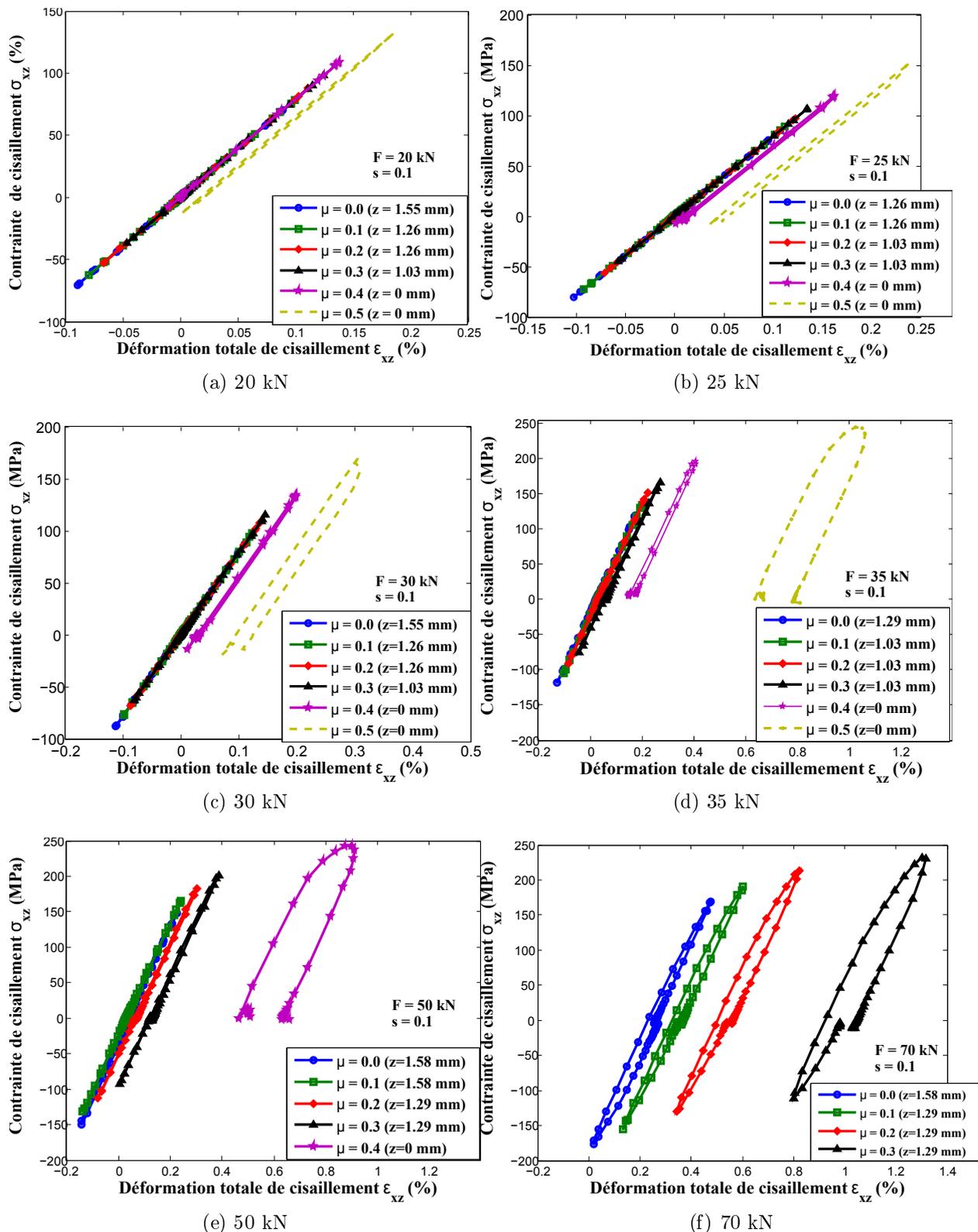


FIGURE 3.48 – Boucle $\sigma_{xz}/\epsilon_{xz}$ pour différents coefficients de frottement et chargements en conditions de glissement total : $s = 0.1$

En général, pour des coefficients de frottement très élevés (0.4 et 0.5), les boucles contraintes σ_{xz} et déformations ϵ_{xz} ne sont pas fermées. Il s'agit d'un problème numérique lié à la méthode stationnaire. En effet pour ces boucles, la condition de périodicité sur

la réponse en déformation plastique est vérifiée mais la réponse n'est pas parfaitement accommodée et pourrait traduire la limite entre l'accommodation et le rochet.

Une réponse purement élastique de la structure est obtenue pour une charge limite de 30 kN et pour un coefficient de frottement $\mu \leq 0.2$. Pour cette même charge, la réponse est une adaptation élastique pour $\mu = 0.3$ et accommodation plastique pour $\mu \geq 0.4$ (Figure 3.48c). Pour un chargement de 50 kN, il y a adaptation élastique pour $\mu \leq 0.3$ et accommodation plastique pour $\mu \geq 0.4$ (Figure 3.48e). Pour un chargement de 70 kN, il y a accommodation quelque soit le coefficient de frottement (Figure 3.48f). La limite d'adaptation élastique correspond alors à un chargement situé entre 50 et 70 kN.

La figure 3.49 représente les champs de contraintes de cisaillement σ_{xz} dans la zone de contact pour le chargement de 5 kN et pour différents coefficients de frottement. Pour des coefficients de frottement μ de 0 à 0.3, les contraintes de cisaillement maximales sont localisées en sous-surface alors qu'elles sont en surface pour $\mu \geq 0.4$. Cela est confirmé sur la figure 3.50 qui présente l'évolution des contraintes de cisaillement σ_{xz} en fonction du coefficient de frottement pour différents points les plus sollicités en cisaillement.

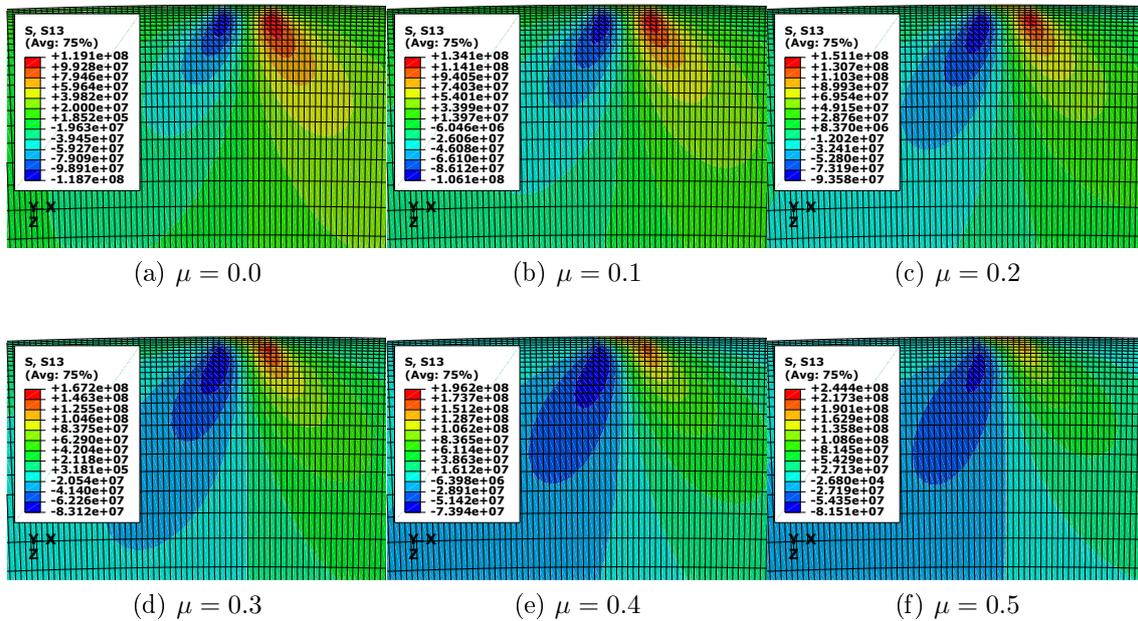


FIGURE 3.49 – Champ de contrainte de cisaillement σ_{xz} à différents coefficients de frottement en conditions de glissement total : $s = 0.1$, $F=35$ kN

Cette figure fait intervenir deux paramètres variables (le nœud le plus sollicité en cisaillement et le coefficient de frottement). Les nœuds les plus critiques en cisaillement correspondant à chaque coefficient de frottement sont différents. Les contraintes de cisaillement minimales qui sont de compression chutent au profit des contraintes de cisaillement maximales qui sont très élevées en surface au fur à mesure que le coefficient de frottement augmente. Les numéros de nœud sont situés sur la ligne de courant contenant le point le plus sollicité en contrainte de cisaillement. Ceux-ci sont localisés en sous-surface pour les coefficients de frottement de 0 à 0.3 et en surface pour les coefficients de frottement de 0.4 et 0.5.

Pour le même nœud, les figures 3.51a et 3.51b présentent l'influence du coefficient de frottement sur les contraintes de cisaillement respectivement pour un point en surface et un point en sous-surface.

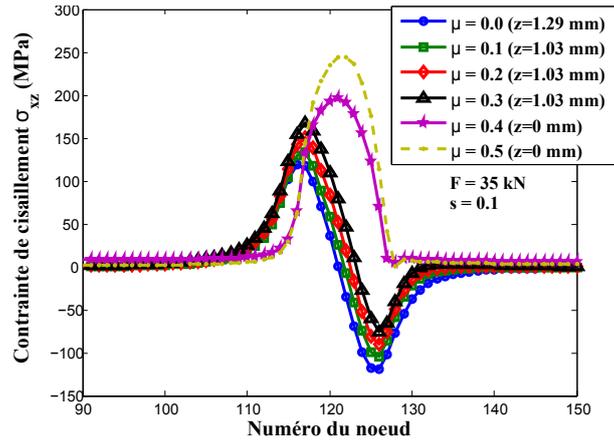


FIGURE 3.50 – Évolution des contraintes de cisaillement σ_{xz} suivant la ligne de courant pour différents nœuds les plus sollicités en cisaillement correspondant à chaque coefficient de frottement en conditions de glissement total : $s = 0.1$, $F=35$ kN

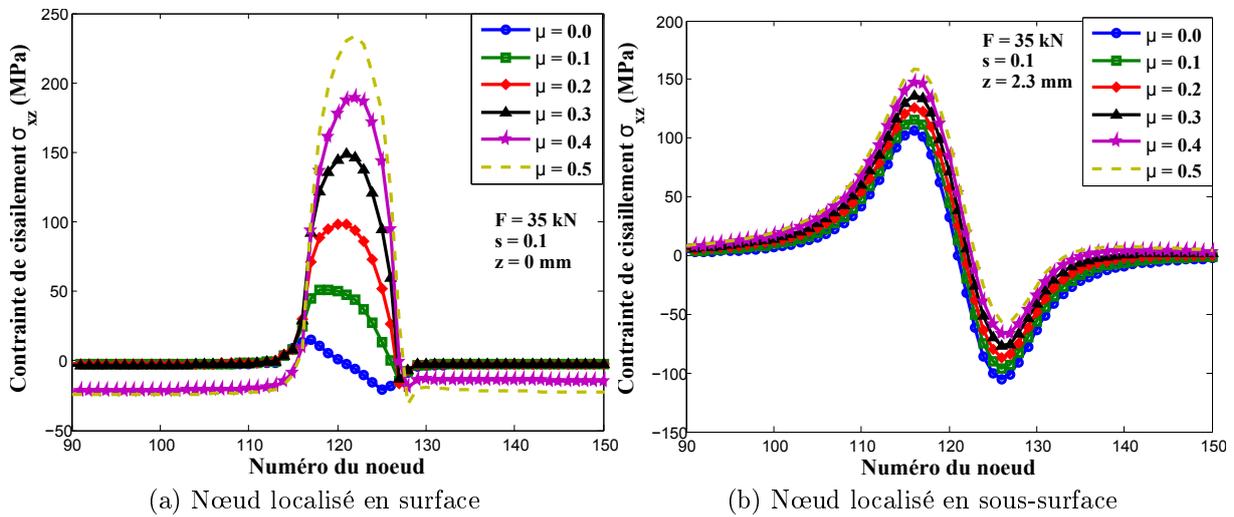


FIGURE 3.51 – Évolution des contraintes de cisaillement σ_{xz} suivant la ligne de courant contenant le même nœud en conditions de glissement total : $s = 0.1$, $F=35$ kN

Pour un point situé en surface, les contraintes de traction augmentent avec le coefficient de frottement et entraînent la disparition très prononcée de la symétrie, alors que pour un point situé en profondeur, cette disparition est moins importante. Les résultats sont semblables aux études réalisées par Hamilton *et al.* [106] et Scheibert *et al.* [107]. On observe clairement que les « sauts de contraintes » observés précédemment pour les coefficients de frottement de 0.4 et 0.5 sur la figure 3.50 ne sont plus présents. Les points en surface et en sous-surface sont présentés sur la figure 3.52.

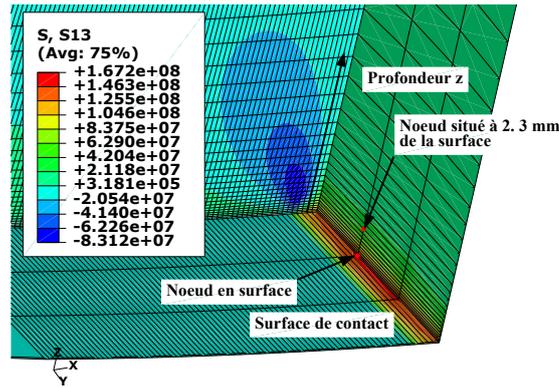


FIGURE 3.52 – Coupe suivant la profondeur z : localisation des points en surface et en sous-surface

La shakedown map de l'acier ER7 est présentée sur la figure 3.53. Chaque point correspond à un calcul avec comme paramètres, la charge et le coefficient de frottement. La zone hachurée correspond à la zone de limite d'adaptation. Cette zone obtenue par les Éléments Finis est comparée à la limite de Johnson [17] (pour un modèle de comportement à écrouissage cinématique linéaire). Les résultats présentés ici sont conformes à ceux disponibles dans la littérature pour des modèles de comportement non-linéaire de matériau obtenus par Jiang *et al.* [82], et Foletti *et al.* [108] en déplaçant un champ de pression sur un rail. A noter que notre travail est basé sur une analyse stationnaire en conditions de glissement pur. Il est réalisé sur un modèle complet 3D du cylindre sur un plan, prenant en compte le contact, et utilisant une loi de comportement de matériau à écrouissage cinématique non-linéaire.

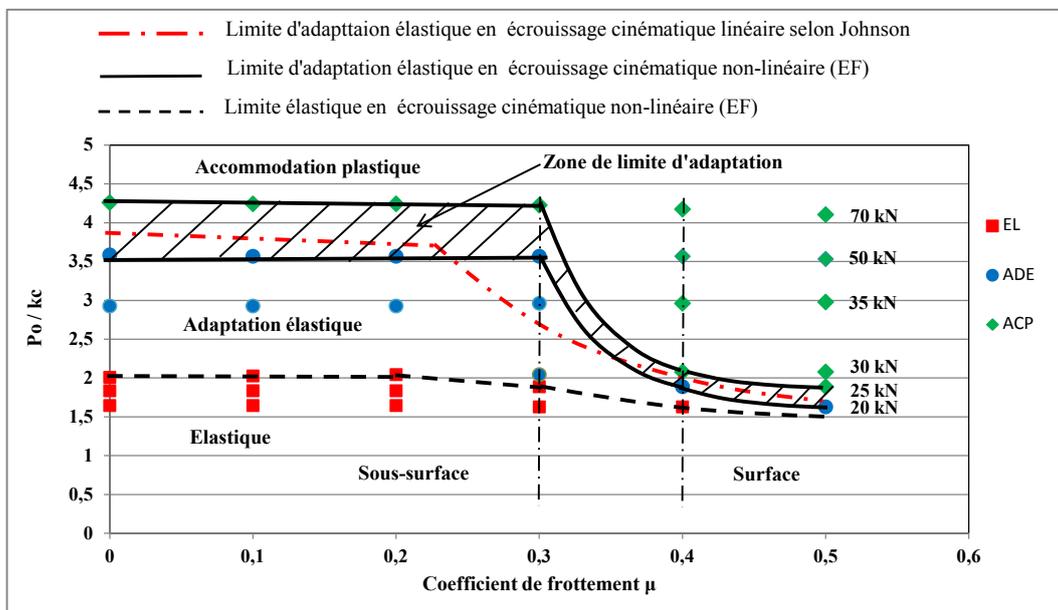


FIGURE 3.53 – Limite d'adaptation de l'acier ER7 en condition de glissement complet $s = 0.1$ sur le modèle cylindre/plan : comparaison avec la limite selon Johnson [17]

Pour un coefficient de frottement $\mu = 0$, la réponse est purement élastique pour un facteur de charge $\frac{P_0}{k_c} \leq 2.0$. La structure s'adapte élastiquement pour $2.0 < \frac{P_0}{k_c} \leq 3.5$. La

méthode des EF ne permet pas de déterminer avec précision la limite d'adaptation élastique. Cette limite balaie la zone $3.5 < \frac{P_0}{k_c} < 4.33$ pour $\mu = 0$. La structure s'accommode plastiquement à partir de $\frac{P_0}{k_c} = 4.33$ pour $\mu = 0$. L'écoulement plastique du matériau intervient rapidement pour des charges faibles à cause des contraintes tangentielles élevées dans le contact et qui dépasse la limite d'élasticité. La shakedown est caractérisée par deux zones : la sous-surface et la surface. La limite entre les deux zones est située entre les coefficients de frottement 0.3 et 0.4. A noter également que le contact entre les corps influence fortement la réponse asymptotique de la structure. Les limites de la shakedown varient fortement en fonction de l'écrouissage du matériau et de la géométrie de la structure. Il faudrait que l'on puisse raffiner en augmentant le nombre de chargement et en analysant la réponse asymptotique.

3.2 Conclusion

Une analyse complète de dimensionnement simplifié du cylindre-plan partant du comportement de matériau jusqu'à la prédiction de l'endommagement par fatigue a été réalisée. Le modèle simplifié mis en place a été validé avec la théorie de Hertz basée sur une analyse purement élastique. Des analyses menées avec ou sans coefficient de frottement pour un comportement élastique ou élastoplastique ont montré une forte influence des déformations plastiques sur la réponse asymptotique de la structure. Les résultats ont montré également qu'en fatigue de contact de roulement, le cylindre sur plan est fortement soumis à des chargements non-proportionnels. L'influence du glissement sur la réponse de la structure ainsi que sur les trajets de chargement en fatigue a été mis en évidence. Le risque d'amorçage de fissures de fatigue selon le critère de Dang Van débute en surface en conditions de roulement pur comme en glissement total à cause de la pression hydrostatique qui est maximale en surface. Un retour a été fait sur la shakedown map construite en condition de glissement total pour l'acier ER7. Les limites élastique et d'adaptation sont obtenues grâce à des calculs pour différents niveaux de chargement et coefficients de frottement. La limite d'adaptation obtenue numériquement est cohérente par rapport à celle obtenue par Johnson malgré des hypothèses différentes entre les modèles : modèle analytique basé sur la théorie de Hertz avec un comportement à écrouissage cinématique linéaire pour Johnson, modèle 3D EF en régime stationnaire avec un modèle de comportement à écrouissage cinématique non-linéaire pour notre étude.

Application au problème de contact roue/rail

Sommaire

4.1	Modèle EF de contact roue/rail	96
4.1.1	Étude de l'influence du maillage	96
4.1.2	Comparaison des résultats des trois modèles	98
4.2	Validation du modèle avec la théorie de Hertz	102
4.3	Analyse en fatigue polycyclique dans le cas d'un roulement pur	109
4.4	Influence du glissement sur la réponse du matériau	112
4.5	Influence de l'angle de mésalignement	114
4.6	Influence de la position du chargement	116
4.7	Influence de la nuance d'aciers	118
4.7.1	Influence de la nuance d'acier sur la réponse asymptotique et sur le risque d'amorçage de fissures de fatigue selon le critère de Dang Van	119
4.7.2	Influence de la nuance d'aciers sur la limite d'adaptation	123
4.7.3	Influence de la nuance d'aciers sur le nombre de cycles à la rupture selon le critère de Manson-Coffin	128
4.8	Prise en compte des contraintes résiduelles	132
4.8.1	État de l'art	132
4.8.2	Modèle numérique du traitement thermique (TTH)	134
4.8.3	Modèle numérique du contact roue/rail prenant en compte des contraintes résiduelles	138
4.9	Conclusion	142

Après avoir validé l'approche dans le cas d'un modèle de contact cylindre/plan, il est proposé dans cette partie une application au modèle réel 3D du contact roue-rail en partant du comportement cyclique du matériau et de la simulation par les Éléments Finis jusqu'à l'analyse de l'endommagement en fatigue. Les réponses mécaniques obtenues par simulation seront utilisées pour les analyses en fatigue avec les critères de Dang Van et de Manson-Coffin. Dans un premier temps, plusieurs analyses ont été effectuées sur l'acier ER7 à savoir l'influence du maillage, du chargement, du glissement, de l'angle

de mésalignement et la position du chargement. Une comparaison des trois aciers (ER7, ER9 et 50CrMo4) a été ensuite effectuée. Elle porte sur les réponses asymptotiques, le risque d'amorçage de fissures de fatigue, les limites d'adaptation et le nombre de cycles à la rupture. Enfin, l'influence des contraintes résiduelles sur la résistance à la fatigue à grand nombre de cycles sera discutée.

4.1 Modèle EF de contact roue/rail

Le modèle EF 3D est créé en deux étapes comme précédemment dans le cas du cylindre-plan : dans un premier temps un modèle 2D axisymétrique avec des éléments à 4 nœuds de type CGAX4 disponibles dans le code Abaqus et dans un second temps une génération 3D avec la création de lignes de courant autour de l'axe de la roue. Le rayon de la roue est de 0.45 m. Le modèle du rail utilisé est identique dans tous les cas. Le maillage est les dimensions du modèle du rail sont présenté sur la figure 4.1. Le maillage est constitué de 9218 éléments de type C3D4 et de 2787 nœuds. La loi du comportement mécanique du rail est supposée purement élastique dont les paramètres utilisés sont le module de Young ($E=210000$ MPa) et le coefficient de Poisson ($\nu = 0.3$). Les différentes conditions aux limites ainsi que les conditions de chargement sont les mêmes que celles imposées au modèle de cylindre/plan précédemment étudié. Les calculs ont été effectués avec des chargements de 20 et 50 kN, une vitesse de translation de 160 km/h et un coefficient de frottement de 0.2. Le modèle d'Armstrong Frederick à écrouissage cinématique non-linéaire a été utilisé pour décrire le comportement élastoplastique. Les paramètres identifiés pour le ER7 sont utilisés.

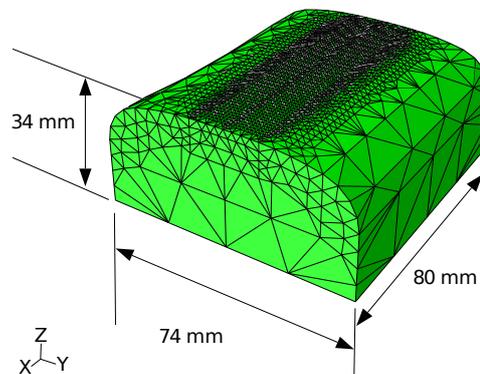


FIGURE 4.1 – Maillage du modèle du rail

Avant toutes analyses, il est nécessaire de faire une étude de maillage. Pour cela, trois modèles sont étudiés, dont les caractéristiques sont précisées ci-dessous :

4.1.1 Étude de l'influence du maillage

L'objectif de cette partie est d'étudier l'influence du maillage du modèle géométrique de la roue sur les résultats obtenus. Pour cela, trois modèles (*modèle 1*, *modèle 2* et *modèle 3*) ont été étudiés.

Caractéristiques géométriques du modèle 1 (maillage grossier)

- Taille de maille en profondeur dans le contact : 1 mm
- Nombre d'éléments circonférentiels hors contact : 12
- Nombre d'éléments circonférentiels dans le contact : 20 sur un angle de 4°
- Nombre total d'éléments : 31776, nombre total de nœuds : 33600

Ce modèle est présenté sur les figures 4.2, 4.3 et 4.4. Le détail de la zone de contact est présenté sur la figure 4.4.

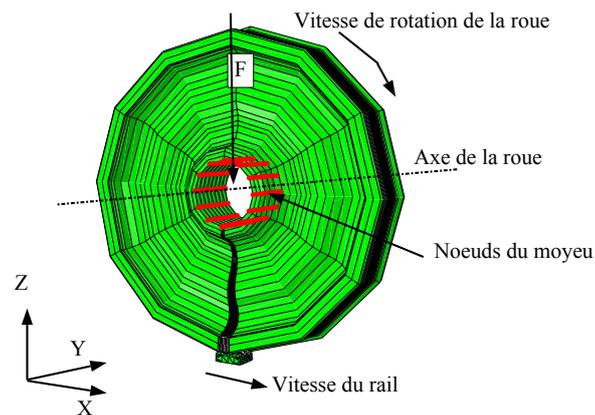


FIGURE 4.2 – Maillage du modèle 3D du contact roue-rail (modèle 1)

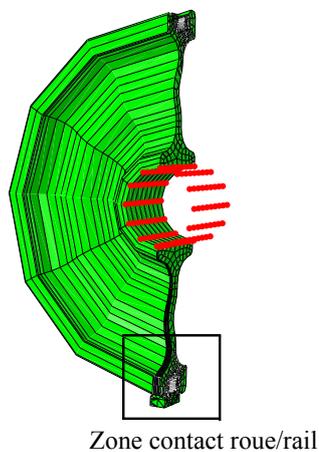


FIGURE 4.3 – Maillage du contact roue/rail : coupe suivant le plan (yz) (modèle 1)

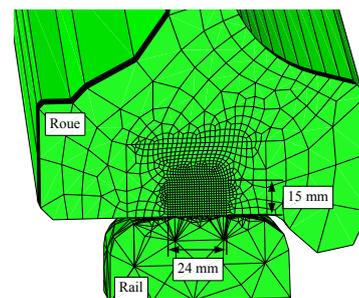


FIGURE 4.4 – Maillage du contact roue/rail : détail de la zone de contact (modèle 1)

Caractéristiques géométriques du modèle 2 (maillage raffiné)

- Taille de maille en profondeur dans le contact : 0.1mm en progressif
- Nombre d'éléments circonférentiels hors contact : 40
- Nombre d'éléments circonférentiels dans le contact : 40 sur un angle de 4°
- Nombre total d'éléments : 79440, nombre total de nœuds : 84000

Le modèle 2 ainsi obtenu est présenté sur la figure 4.5. Le détail de la zone de contact est présenté sur la figure 4.6.

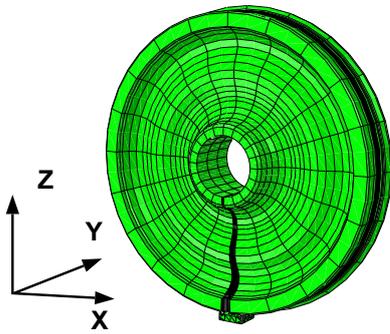


FIGURE 4.5 – Maillage raffiné du modèle roue/rail : modèle 2

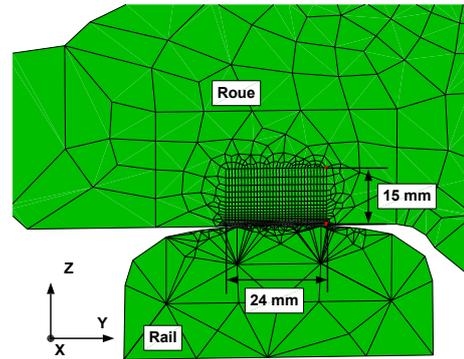


FIGURE 4.6 – Détail de la zone de contact du maillage raffiné du modèle 2

Caractéristiques géométriques du modèle 3 (maillage raffiné)

- Taille de maille en profondeur dans le contact : 0.1 mm uniforme sur 3 mm suivi d'un maillage progressif
- Nombre d'éléments circonférentiels hors contact : 20
- Nombre d'éléments circonférentiels dans le contact : 40 sur un angle de 4°
- Nombre total d'éléments : 124260, nombre total de nœuds : 127380

Le modèle obtenu est présenté sur les figures 4.7 et 4.8.

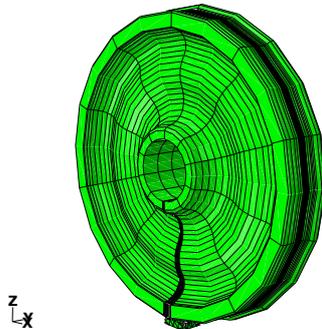


FIGURE 4.7 – Maillage raffiné du modèle roue/rail : modèle 3

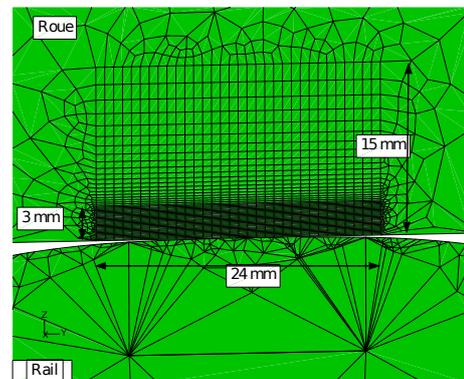


FIGURE 4.8 – Détail de la zone de contact du maillage raffiné du modèle 3

4.1.2 Comparaison des résultats des trois modèles

Un chargement de 20 kN a été appliqué avec une vitesse de 160km/h en roulement pur. Le coefficient de frottement imposé dans le contact est $\mu = 0.2$. La durée des calculs CPU est présentée dans le tableau 4.1.

Nous allons maintenant analyser l'influence du maillage sur les résultats en profondeur suivant l'axe z sous la bande de roulement (Figure 4.9).

	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
Nombre de nœuds	33600	84000	127380
Nombre d'éléments	31776	79440	124260
CPU (heures)	3	6	31

TABLE 4.1 – Durée de calcul sur serveur

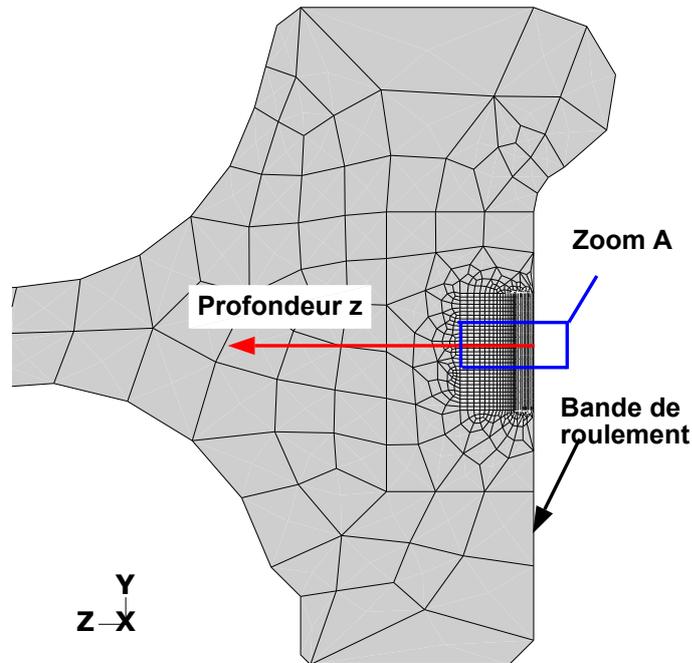


FIGURE 4.9 – Profondeur à laquelle sont analysées les grandeurs mécaniques

Les figures 4.10a, 4.10b et 4.10c représentent les champs de déformation plastique équivalente obtenus sur les modèles 1, 2 et 3. Ces figures correspondent au zoom A montré sur la figure 4.9. Comme on peut voir sur la figure 4.11, la déformation plastique équivalente maximale en profondeur est de 0.3%, 0.75%, 0.4% pour les modèles 1, 2 et 3 respectivement.

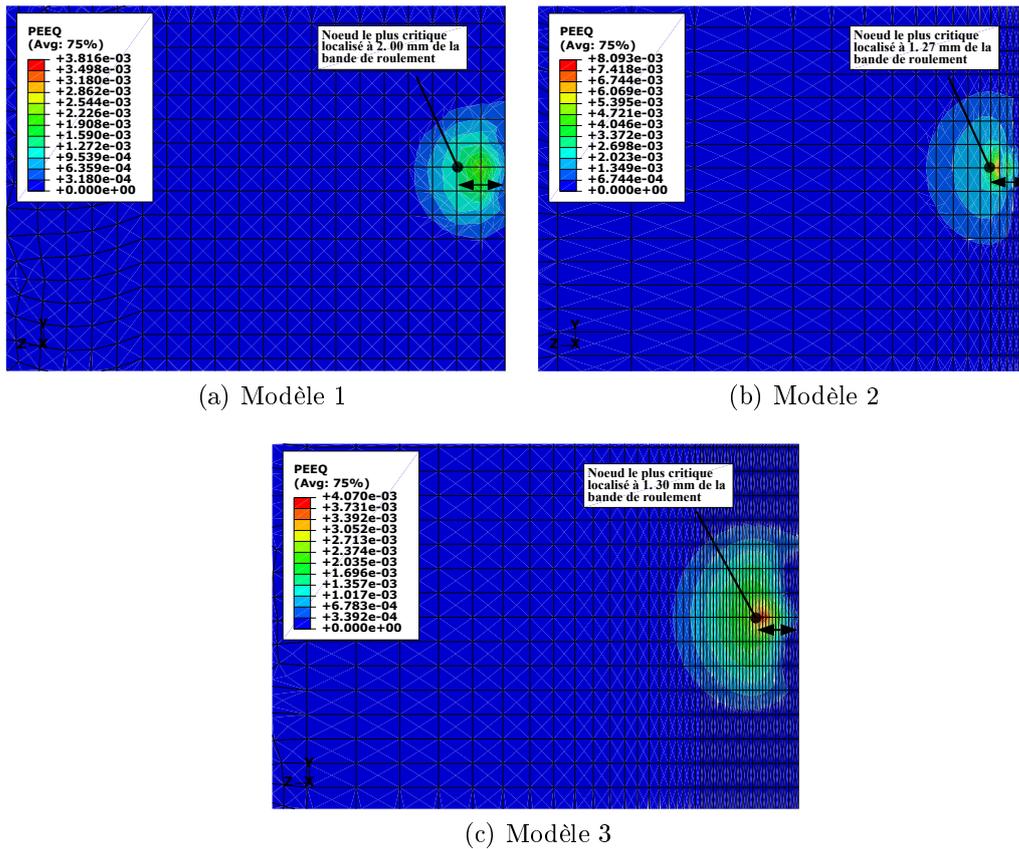


FIGURE 4.10 – Champs de déformation plastique équivalente en roulement pur à 20 kN : zoom A

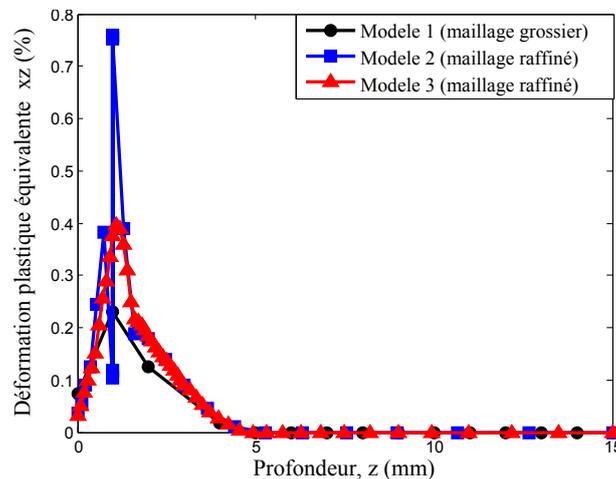


FIGURE 4.11 – Comparaison de la déformation plastique équivalente en profondeur pour le modèle roue/rail en maillage grossier et raffiné en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

On remarque un pic de déformation plastique dans le modèle 2 à une profondeur de 1.27 mm. Ce pic est visiblement dû au maillage raffiné progressif qui devient plus grossier à partir d'une profondeur de 2 mm. Ce problème n'est pas présent sur le modèle 3 car le maillage raffiné est uniforme sur 3 mm de profondeur avec une taille de maille de 0.1 mm.

Les champs de contrainte équivalente correspondant aux trois modèles sont présentés sur les figures 4.12a, 4.12b et 4.12c. Pour le maillage grossier (modèle 1), le point où la contrainte équivalente est maximale est localisé à 2 mm en profondeur alors qu'il est à 1.27 mm pour le maillage raffiné (modèle 2) et de 1.30 mm pour le modèle 3.

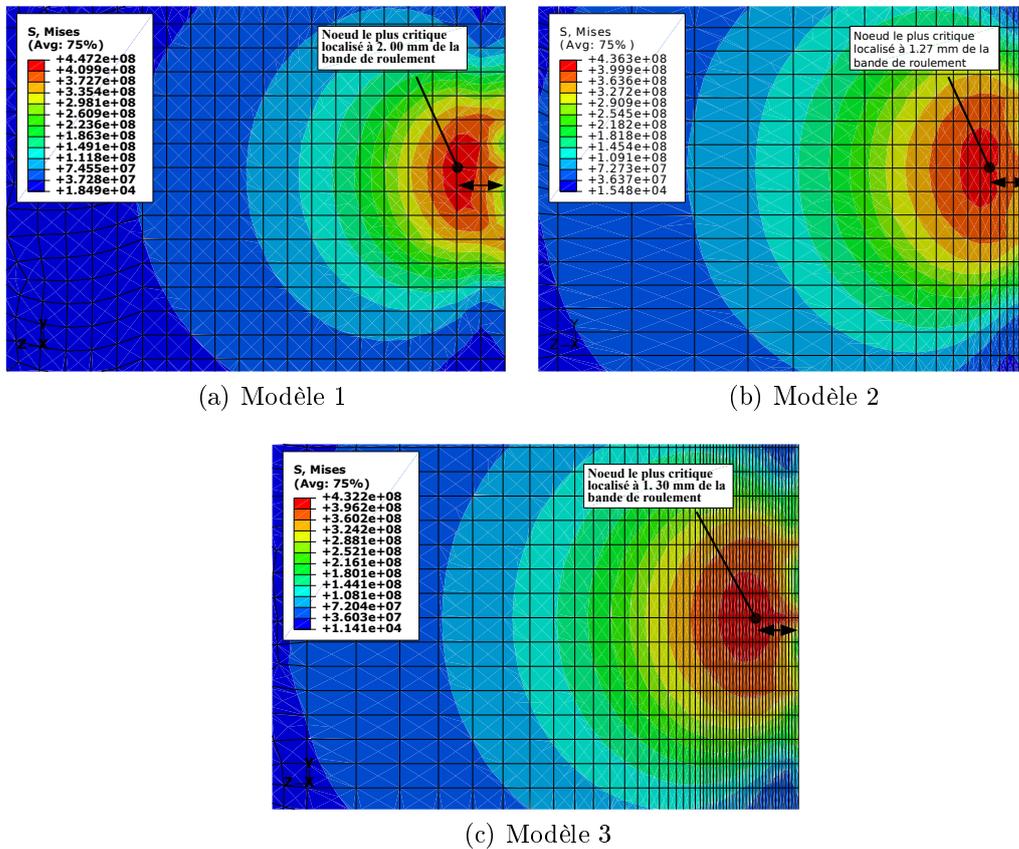


FIGURE 4.12 – Champs de contrainte équivalente de von Mises en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

La figure 4.13 représente l'influence du maillage sur l'évolution de la contrainte équivalente de von Mises en profondeur.

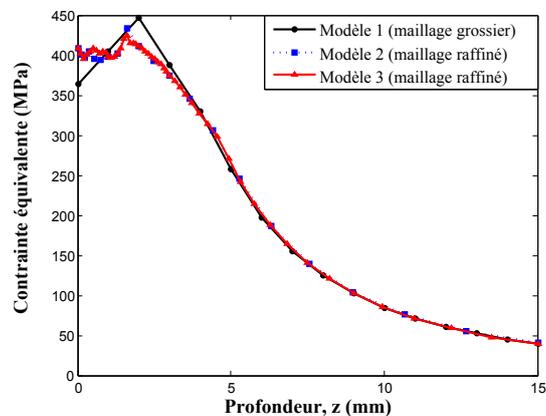


FIGURE 4.13 – Comparaison de la contrainte équivalente en profondeur pour modèle roue/rail en maillage grossier et raffiné en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

Le niveau de contrainte équivalente varie d'un modèle à un autre en surface. La contrainte est plus élevée de 50 MPa en surface pour un maillage raffiné (modèle 2 et 3) par rapport à un maillage grossier (modèle 1). L'évolution de la contrainte est la même pour les modèles 1 et 2. Le nombre d'éléments sur la circonférence en dehors du contact n'a donc pas d'influence sur le niveau de contrainte. En sous-surface, une différence de 25 MPa est observée entre le modèle 1 et les modèles 2 et 3.

L'influence du maillage sur les boucles $\sigma_{xz} / \varepsilon_{xz}$ et sur les trajets de chargement en fatigue au point le plus sollicité en contrainte de cisaillement est présentée respectivement sur les figures 4.14 et 4.15. Le niveau de contrainte des modèles raffinés 2 et 3 est plus élevé par rapport au modèle 1. Dans tous les cas, on a une adaptation de la réponse mécanique.

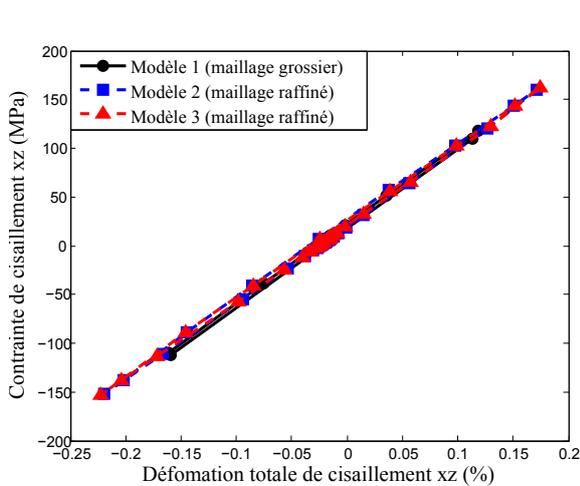


FIGURE 4.14 – Comparaison Boucle $\sigma_{xz} / \varepsilon_{xz}$ pour les modèles 1, 2 et 3 du contact roue/rail en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

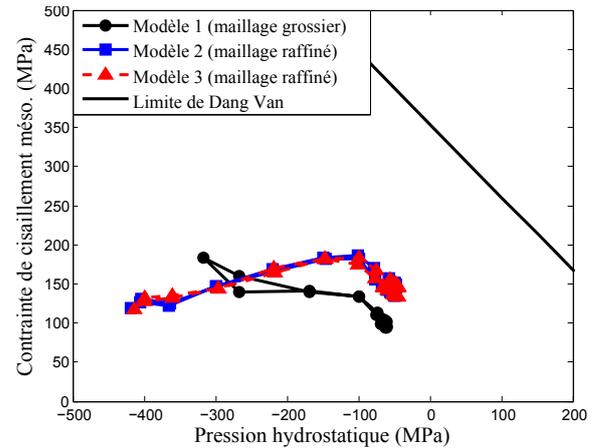


FIGURE 4.15 – Comparaison du trajet de chargement en fatigue au point le plus critique en cisaillement pour les modèles 1, 2 et du contact roue/rail en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

Pour le modèle 1, les contraintes de cisaillement mésoscopiques sont très élevées dans la zone de contact (environ 200 MPa) par rapport aux contraintes macroscopiques (environ 125 MPa). Cela peut être dû à la taille de maille dans la zone de contact. Pour les deux modèles raffinés (modèle 2 et 3), la pression hydrostatique est plus élevée, le niveau de la contrainte de cisaillement mésoscopique a diminué et est plus proche de la contrainte de cisaillement macroscopique (environ 150 MPa). Le modèle 3 donnant des résultats très proches du modèle 2, on peut supposer que le maillage est presque convergé et le modèle 3 sera retenu pour la suite.

Nous allons maintenant valider le modèle retenu avec la théorie de Hertz.

4.2 Validation du modèle avec la théorie de Hertz

Dans le but de valider le modèle de contact roue/rail retenu pour la suite des analyses, des calculs en roulement pur sont effectués avec des charges de 20, 50 et 100 kN avec un modèle de comportement élastique et élastoplastique.

La zone de contact entre la roue et le rail étant une ellipse, l'estimation de cette zone de contact est basée sur la théorie de Hertz. Les expressions analytiques des demi-largeurs

de contact sont données par [109] :

$$a = m \cdot \sqrt[3]{\frac{3\pi F(k_1 + k_2)}{4(A + B)}} \quad (4.1)$$

$$b = n \cdot \sqrt[3]{\frac{3\pi F(k_1 + k_2)}{4(A + B)}} \quad (4.2)$$

La pression maximale est obtenue au centre de l'ellipse :

$$P_0 = \frac{3F}{2\pi ab} \quad (4.3)$$

avec $(k_1 + k_2) = 2(1 - \nu^2)/(\pi E)$ si le coefficient de Poisson ν et le module de Young E du matériau de la roue et le rail sont identiques. Dans notre cas où $E = 205000$ MPa et $\nu = 0.3$, on obtient :

$$a = 1.87 \cdot 10^{-4} \cdot m \cdot \left[\frac{F}{(A + B)} \right]^{1/3} \quad (4.4)$$

$$b = 1.8 \cdot 10^{-4} \cdot n \cdot \left[\frac{F}{(A + B)} \right]^{1/3} \quad (4.5)$$

$$A + B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.6)$$

$$B - A = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{4}{R_1 R_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.7)$$

avec R_1 rayon de la roue, R_2 rayon de la tête du rail au point de contact.

On introduit l'angle θ donné par la relation suivante :

$$\cos(\theta) = \frac{B - A}{A + B} \quad (4.8)$$

Les paramètres m et n dépendent de l'angle θ comme indiqué dans le tableau 4.2 [109].

$\theta(^{\circ})$	15	30	40	45	50	60	70	80	90
m	4.885	2.731	2.136	1.919	1.754	1.486	1.284	1.18	1
n	0.341	0.493	0.567	0.608	0.641	0.717	0.802	0.893	1

TABLE 4.2 – Relation entre θ , m et n

Dans notre cas de contact roue/rail, $R_1=0.45$ m et $R_2=0.3$ m. On obtient $A+B = 2.77$ [1/m], $B - A = 0.55$ [1/m], ce qui conduit à $\cos(\theta) = 0.19$ et $\theta = 78.8^{\circ}$. On obtient ensuite $m \approx 1.14$ et $n \approx 0.88$. Les expressions des demi-largeurs de l'ellipse deviennent :

$$a = 1.51 \times 10^{-4} \cdot F^{1/3} \quad (4.9)$$

$$b = 1.17 \times 10^{-4} \cdot F^{1/3} \quad (4.10)$$

Les demi-largeurs de l'ellipse sont proportionnelles à la force verticale F appliquée sur le contact roue/rail.

Les champs de pression de contact sur la roue sont présentés sur la figure 4.16 pour différents niveaux de chargement pour des cas élastique et élastoplastique. La zone de contact numérique obtenue est une ellipse. Les paramètres de contact vérifient ($a > b$) pour un comportement élastique pur et ($a < b$) pour un comportement élastoplastique. Cela est dû à la redistribution circonférentielle des déformations plastiques lors du calcul stationnaire. Les champs de pression correspondant sur le rail sont présentés sur la figure 4.17.

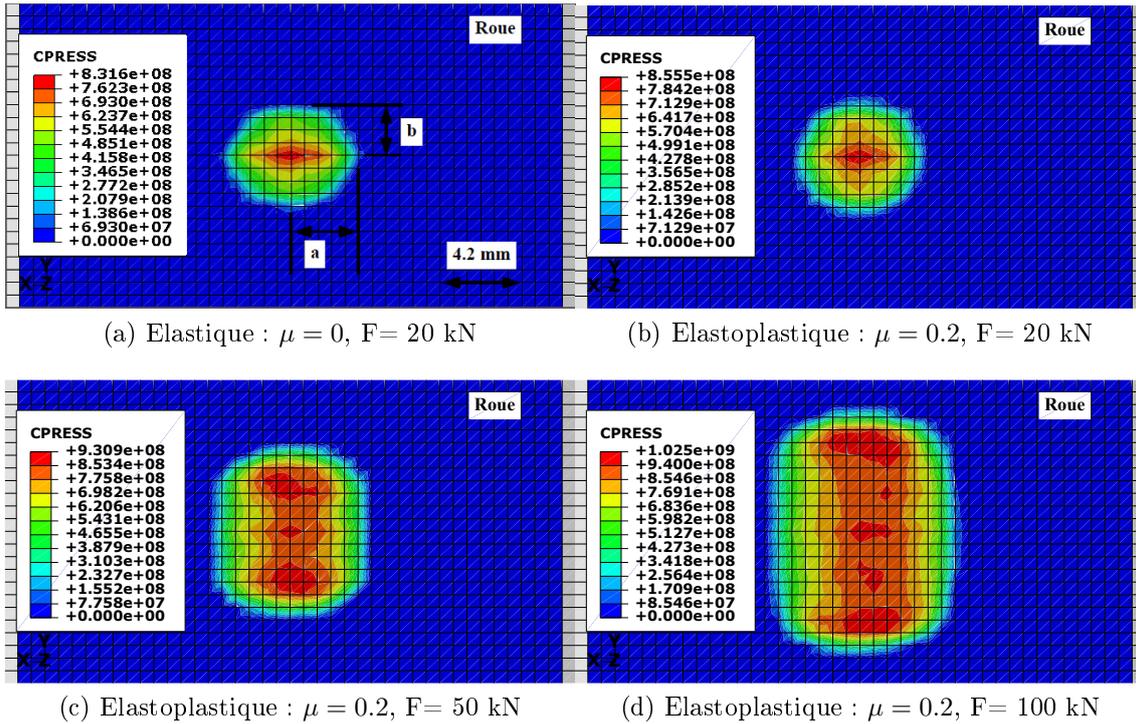
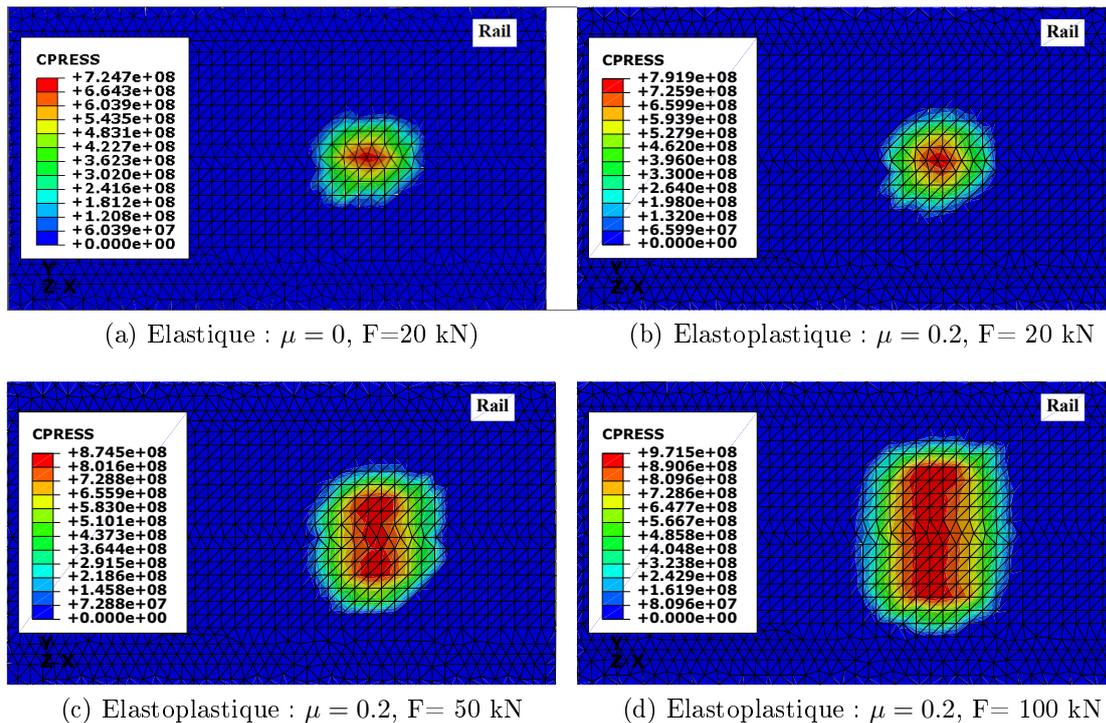


FIGURE 4.16 – Champs de pression de contact en Pa sur la roue en roulement pur : $s = 0$

FIGURE 4.17 – Champs de pression de contact sur le rail en roulement pur en Pa : $s=0$

Un récapitulatif des résultats analytiques (théorie de Hertz) et numériques est présenté dans le tableau 4.3. Il s'agit de la taille de la zone de contact caractérisée par les demi-largeurs a et b de l'ellipse et la pression maximale de contact P_0 . Une bonne concordance au niveau de la surface de contact peut être observée avec la théorie de Hertz pour 20 kN dans le cas purement élastique. On constate un léger écart pour les résultats concernant la pression maximale P_0 . On observe également dans le cas élastoplastique, un écrasement de la surface de contact pour le chargement de 50 kN. Cela peut être expliqué par le fait que le matériau se déforme plastiquement pour un chargement important.

Caractéristique	a (mm)	b (mm)	P_0 (MPa)
Force normale	20 kN (Elastique)		
Théorie de Hertz	4.0	3.2	735
Résultats numériques	3.5	2.8	831
Force normale	20 kN (Elastoplastique)		
Résultats numériques	3.15	3.15	855
Force normale	50 kN (Elastoplastique)		
Résultats numériques	4.2	4.9	930

TABLE 4.3 – Comparaison résultats numériques et analytiques

Le champ de contrainte de von Mises dans la roue seule (rail enlevé) et dans l'ensemble roue/rail est présenté respectivement sur les figure 4.18 et 4.19. On constate que dans le cas élastique pour 20 kN, la valeur maximale de la contrainte de von Mises dans la roue sans rail et dans l'ensemble roue/rail est la même. Le même résultat est observé dans le cas elastoplastique pour une charge de 20 kN car le matériau de la roue plastifie peu. En revanche pour des charges plus élevées (50 et 100 kN), la valeur maximale de la contrainte de von Mises dans l'ensemble roue/rail est plus élevée par rapport à celle dans le cas de la roue (sans rail). Cela s'explique par le fait qu'il y a écoulement plastique du matériau de la roue, le rail étant toujours élastique.

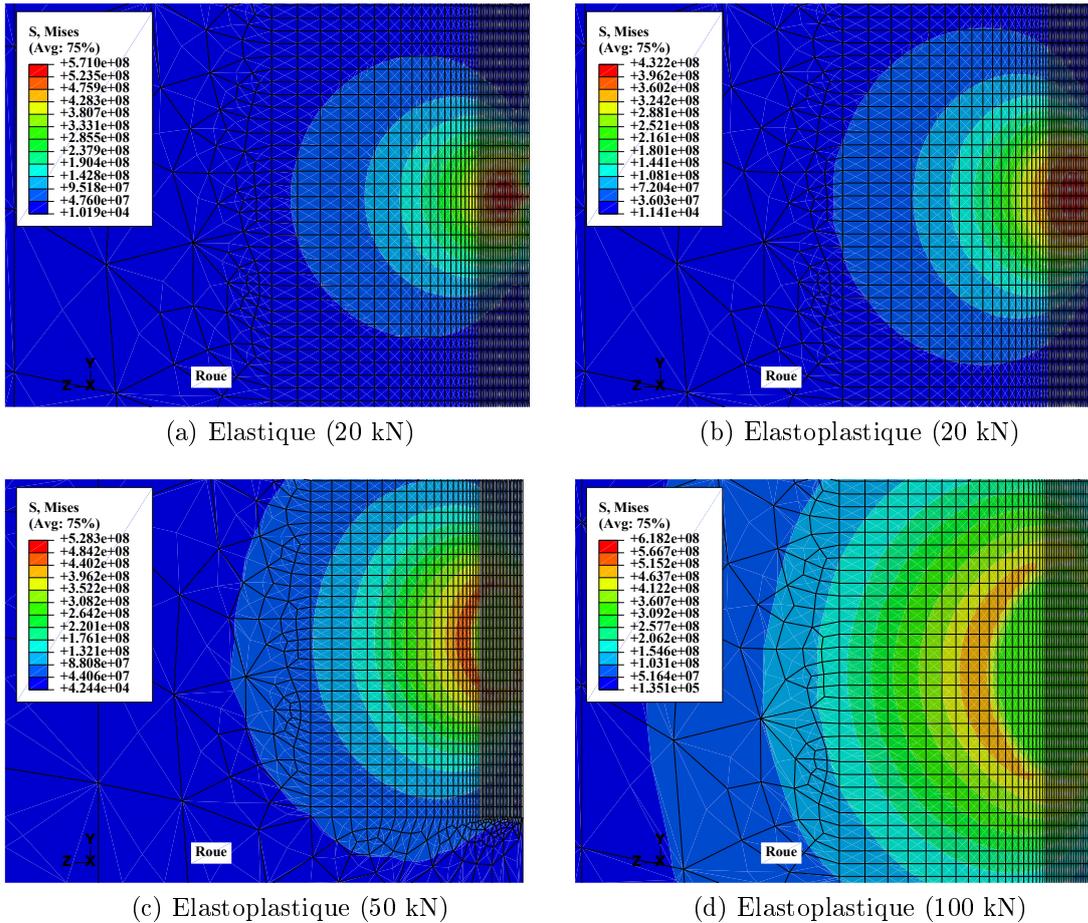


FIGURE 4.18 – Champ de contrainte de von Mises en Pa dans la roue en roulement pur pour l'acier ER7 : $s=0$, $\mu = 0.2$

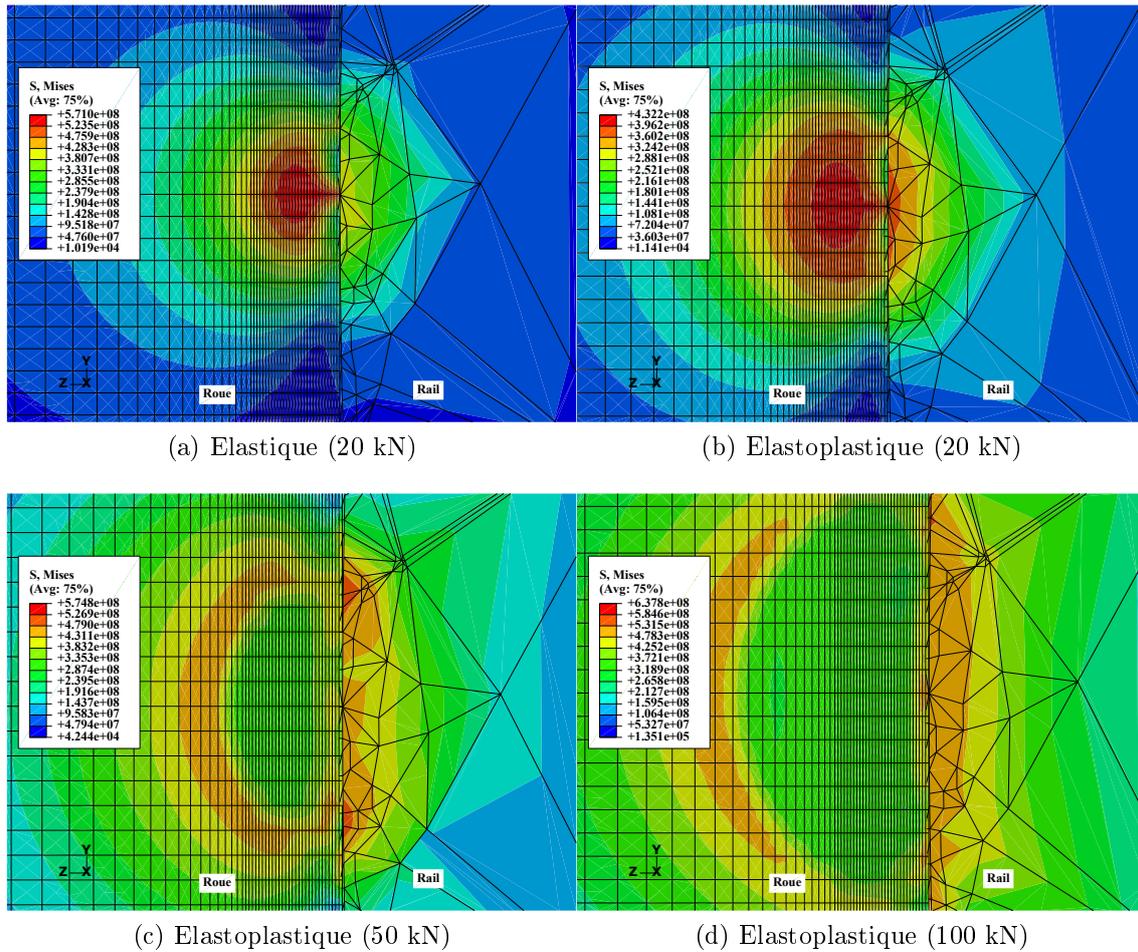


FIGURE 4.19 – Champs de contrainte de von Mises en Pa dans l'ensemble roue/rail en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$

Le champ de contrainte de cisaillement est présenté sur la figure 4.20. On constate qu'elles sont dans tous les cas, maximales en sous-surface de la bande de roulement. L'évolution des contraintes de cisaillement maximales en profondeur suivant z_1 et z_2 pour chaque niveau de chargement est présentée sur la figure 4.21. Les valeurs maximales des contraintes de cisaillement σ_{xz} sont situées en sous-surface de la roue. Les boucles $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ obtenue pour le point le plus sollicité en cisaillement, le long de la ligne de courant, dans le cas de comportement élastoplastiques sont présentées sur la figure 4.22. Il y a adaptation élastiques pour une force de 20 kN et accommodation plastique pour 50 et 100 kN.

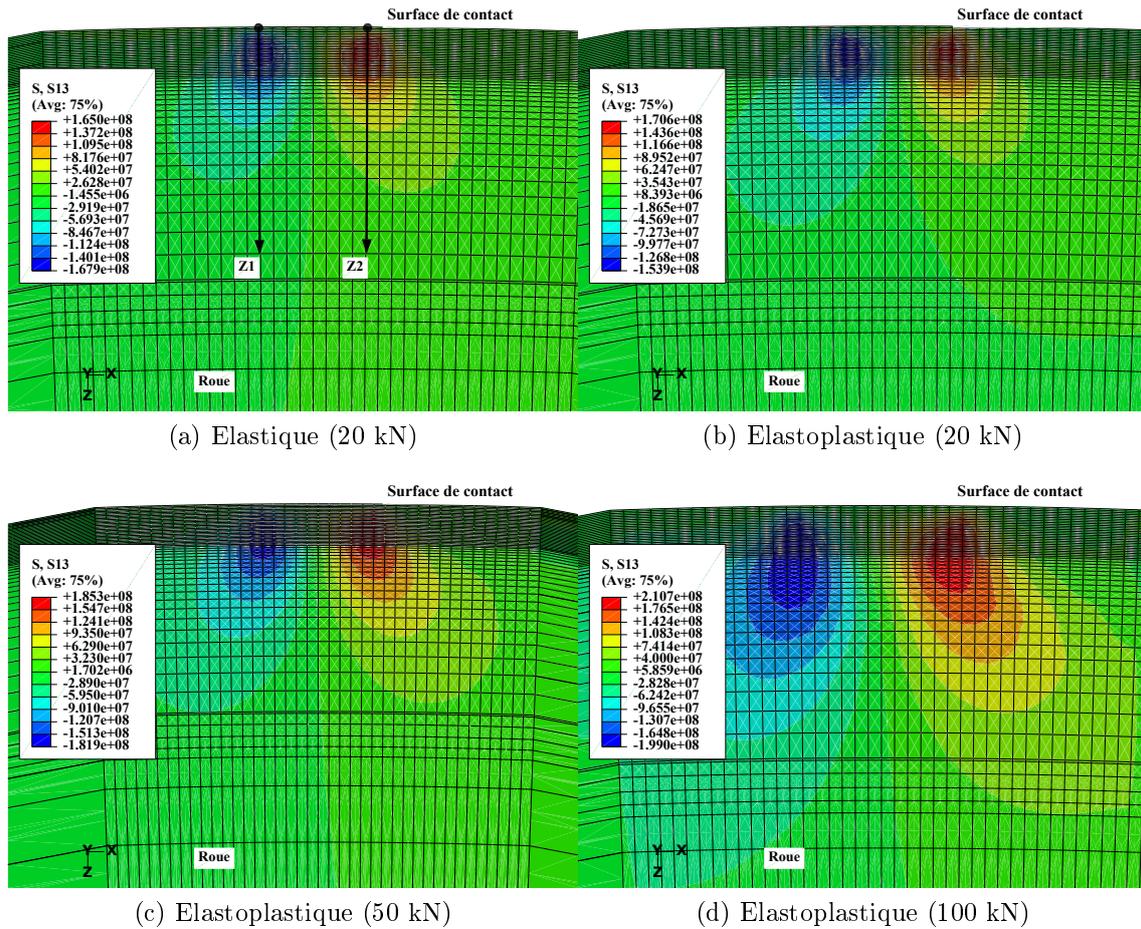


FIGURE 4.20 – Champs de contrainte de cisaillement σ_{xz} dans la roue en roulement pur en Pa

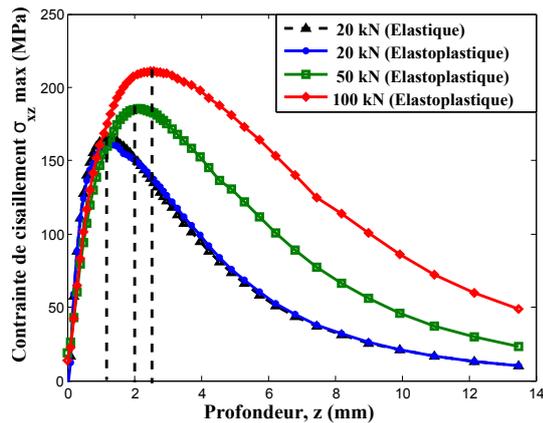


FIGURE 4.21 – Évolution des contraintes de cisaillement maximales σ_{xz} en profondeur : $s = 0$, $\mu = 0.2$

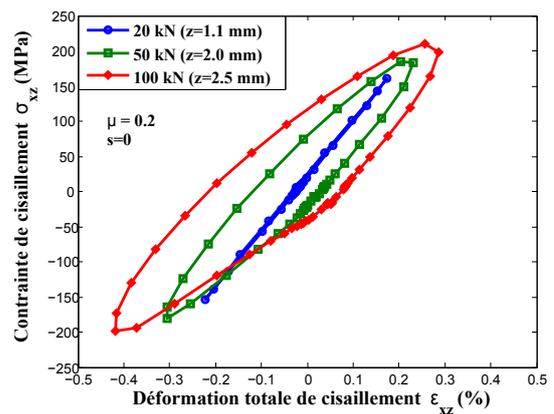


FIGURE 4.22 – Boucle $\sigma_{xz}/\epsilon_{xz}$ en roulement pur (cas élastoplastique ER7) : $s = 0$, $\mu = 0.2$

La structure étant adaptée pour le niveau de chargement de 20 kN, nous allons procéder à une analyse en fatigue en conditions de roulement pur.

4.3 Analyse en fatigue polycyclique dans le cas d'un roulement pur

On se propose d'effectuer l'analyse en fatigue de contact de roulement sur la roue pour le chargement de 20 kN et en roulement pur car la réponse est adaptée élastiquement. Le critère de Dang Van peut être alors appliqué. Le trajet de chargement en fatigue peut être étudié pour différents points localisés à la surface et en sous-surface et situés sur les profondeurs P1, P2 et P3 illustrés sur les figures 4.23 et 4.24. Les *Point 1*, *Point 4*, *Point 7* sont localisés en surface, le reste est localisé en sous-surface du contact.

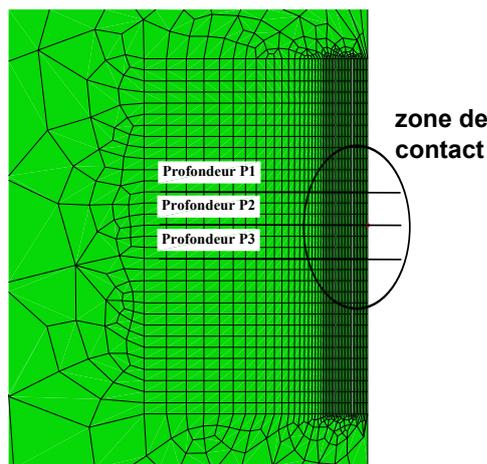


FIGURE 4.23 – Ligne en profondeur sur la surface de contact

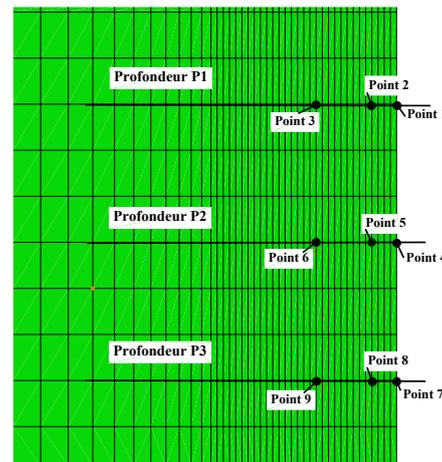
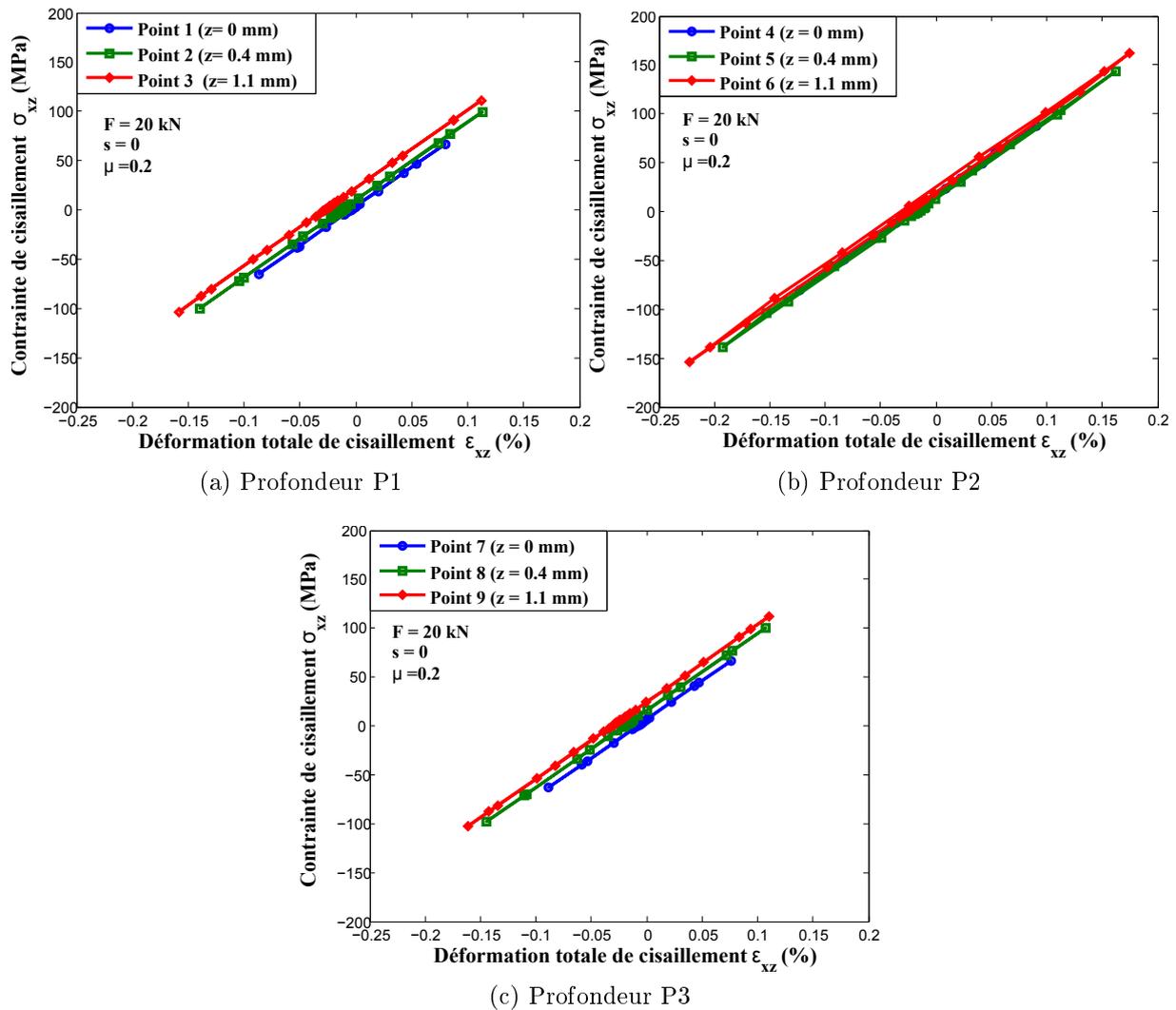


FIGURE 4.24 – Points localisés en surface et en sous surface du contact : zoom de la zone de contact

Les figures 4.25a, 4.25b et 4.25c présentent les boucles $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ des points situés respectivement sur les profondeurs P1, P2 et P3. La réponse est adaptée pour tous les points. On constate que la contrainte de cisaillement σ_{xz} est plus importante dans le centre du contact (Profondeur P2). Ce qui est tout à fait normal car la pression hydrostatique est plus importante dans le centre du contact.

Les trajets de chargement en fatigue correspondant aux différents points situés sur les profondeurs P1, P2 et P3 sont présentés respectivement sur les figures 4.26a, 4.26b et 4.26c. La limite de Dang Van y est également représentée. Aucun trajet ne coupe la droite de Dang Van, ce qui veut dire qu'il n'y a pas de risque d'amorçage de fissures de fatigue. Des trajets similaires ont été obtenus par Dang Van et *al.* [87] pour la prédiction du risque d'amorçage de fissures de fatigue dans les rails. En surface, les contraintes de cisaillement mésoscopiques sont plus importantes à l'entrée et à la sortie de la zone de contact. Cela est dû à la compression et à la traction du matériau respectivement à l'entrée et à la sortie du contact. Les points localisés en surface de la bande de roulement sont plus critiques au risque d'amorçage de fissures de fatigue selon le critère de Dang Van. Ces points sont situés à l'entrée et à la sortie de la zone de contact. En ajoutant par exemple la limite de fatigue selon Liu Zenner [46] proposée par Bernasconi [52], les points critiques sont localisés dans le contact.



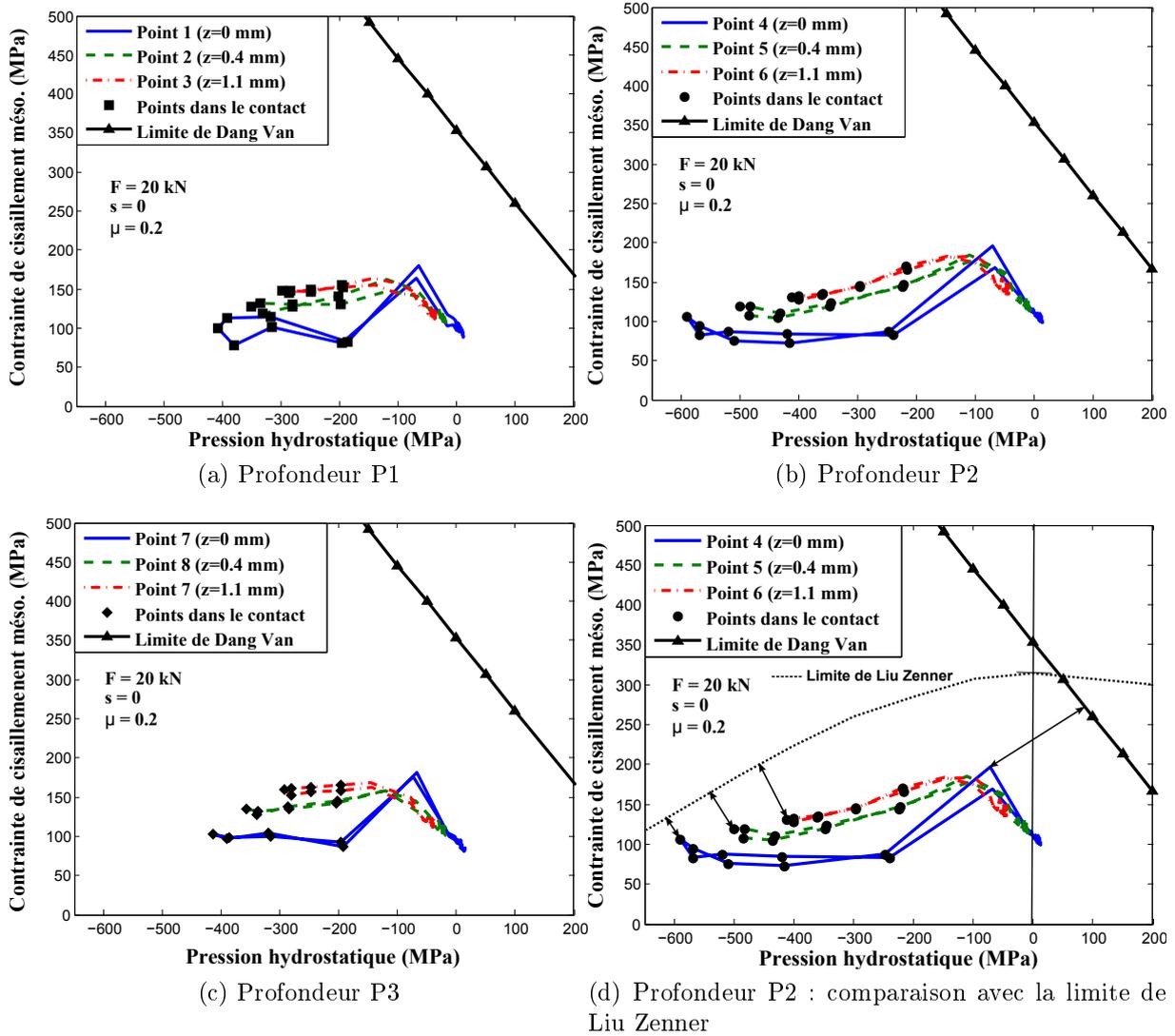


FIGURE 4.26 – Trajets de charge de fatigue en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

La zone la plus sollicitée est celle située au centre du contact avec une pression hydrostatique élevée. Les points situés dans la zone de contact délimitée par le champ de pression (Figure 4.27) sont également représentés sur les trajets de chargement.

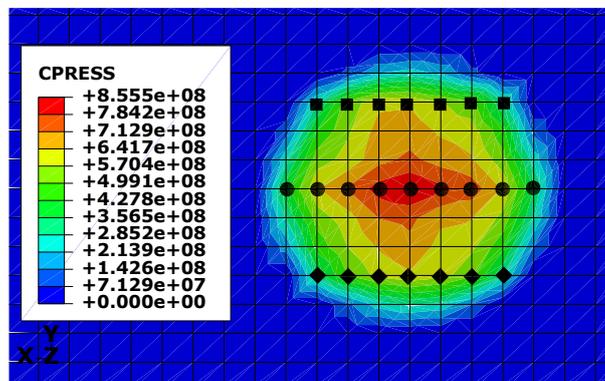


FIGURE 4.27 – Points dans la zone de contact délimitée par le champ de pression en Pa dans le cas de roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

4.4 Influence du glissement sur la réponse du matériau

Plusieurs cas de glissement peuvent être étudiés à savoir :

- Si $s = 0$: pas de glissement. Il s'agit du roulement pur.
- Si $0 < s < 2$: glissement
- Si $s = 2$: glissement avec patinage

Le but de cette partie est d'étudier l'influence du glissement sur la réponse asymptotique du matériau. Plusieurs valeurs du glissement ont été imposées dans le contact à savoir : $s = 0$, $s = 0.1$, $s = 1$ et $s = 2$. Un chargement de 20 kN a été appliqué pour toutes les analyses.

La figure 4.28 décrit l'évolution des contraintes de cisaillement maximales et minimales suivant la profondeur pour différents coefficients de glissement. On observe que les contraintes de cisaillement maximales et minimales sont toutes localisées en sous-surface en roulement pur comme en glissement total. Dans le cas de glissement total, les contraintes de cisaillement maximales sont plus élevées par rapport aux contraintes de cisaillement minimales, alors que dans le cas du roulement pur, elles sont égales.

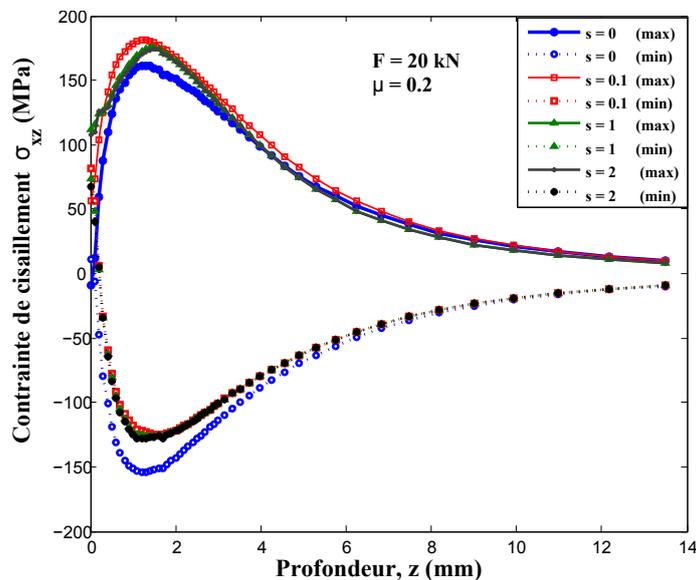


FIGURE 4.28 – Évolution des contraintes de cisaillement maximale et minimale en profondeur pour différents coefficients de glissement : $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

Les boucles $\sigma_{xz} / \varepsilon_{xz}$ obtenues suivant la ligne de courant contenant le point le plus sollicité en contrainte de cisaillement pour différents coefficients de glissement sont présentées sur la figure 4.29. Comme dans le cas du cylindre/plan, les boucles sont translatées vers des valeurs positives de la déformation totale de cisaillement.

Les trajets de chargement pour différents coefficients de glissement aux points les plus sollicités en cisaillement sont présentés sur la figure 4.30. Le risque d'amorçage de fissures est plus prononcé pour le glissement $s = 0.1$.

La réponse de la structure ainsi que les trajets de chargement correspondant aux points critiques localisés en surface sont présentés respectivement sur les figures 4.31 et 4.32. Dans tous les cas il n'y a pas de risque d'endommagement pour le niveau de chargement considéré mais les trajets de chargement en conditions de glissement total sont plus sévères en surface de la bande de roulement par rapport au cas de roulement pur.

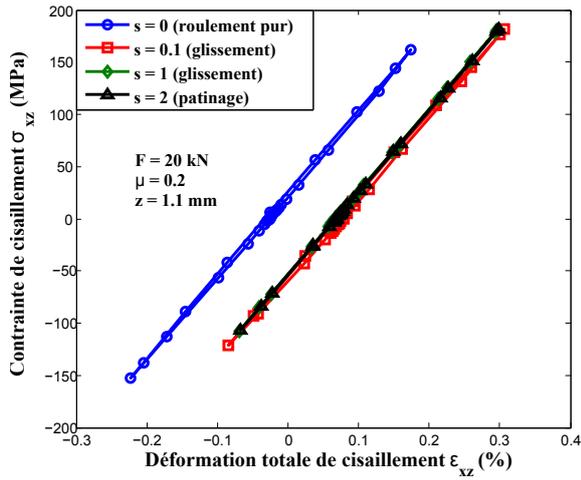


FIGURE 4.29 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ au point le plus sollicité en cisaillement : $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

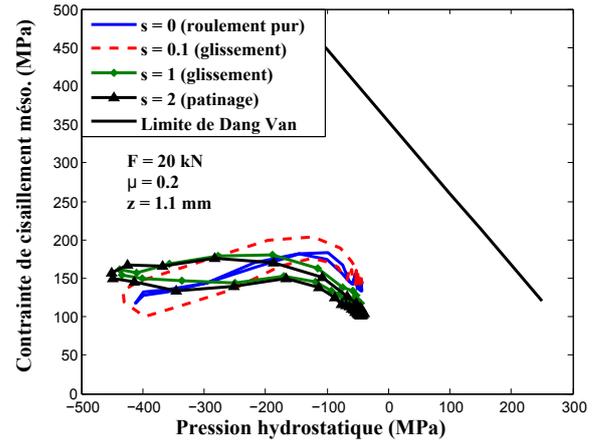


FIGURE 4.30 – Trajets de chargement en fatigue au point le plus sollicité en cisaillement : $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

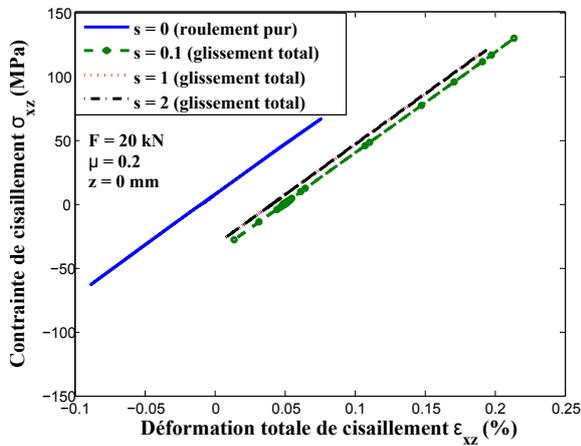


FIGURE 4.31 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ au point critique ($s=0, 1, 2$: Point 7), ($s=0.1$: Point 1) : $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

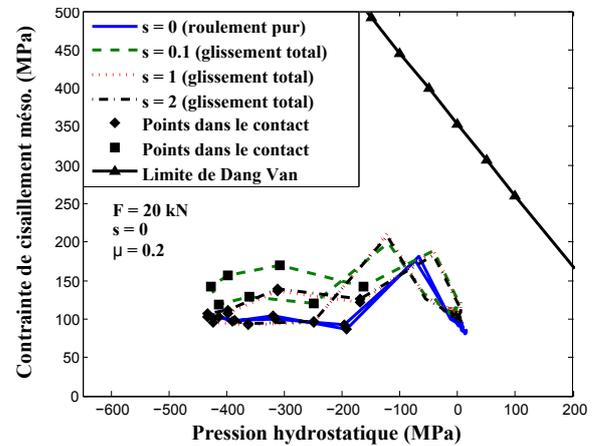


FIGURE 4.32 – Trajets de charge en fatigue au point critique : $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

Les isovaleurs du critère de Dang Van sur une section de roue sont présentées sur la figure 4.33 pour différentes valeurs du coefficient glissement. Le risque d'amorçage de fissures de fatigue est localisé en surface de la zone de contact. Cela peut être lié à la contribution de la pression hydrostatique qui est maximale en surface comme dans le cas du cylindre/plan. Les points critiques en fatigue sont situés en surface de la bande de roulement alors que ceux les plus sollicités en contrainte de cisaillement σ_{xz} sont localisés en sous-surface. La distance minimale est $d_{min} = 76.7$ MPa correspond à $s = 0.1$.

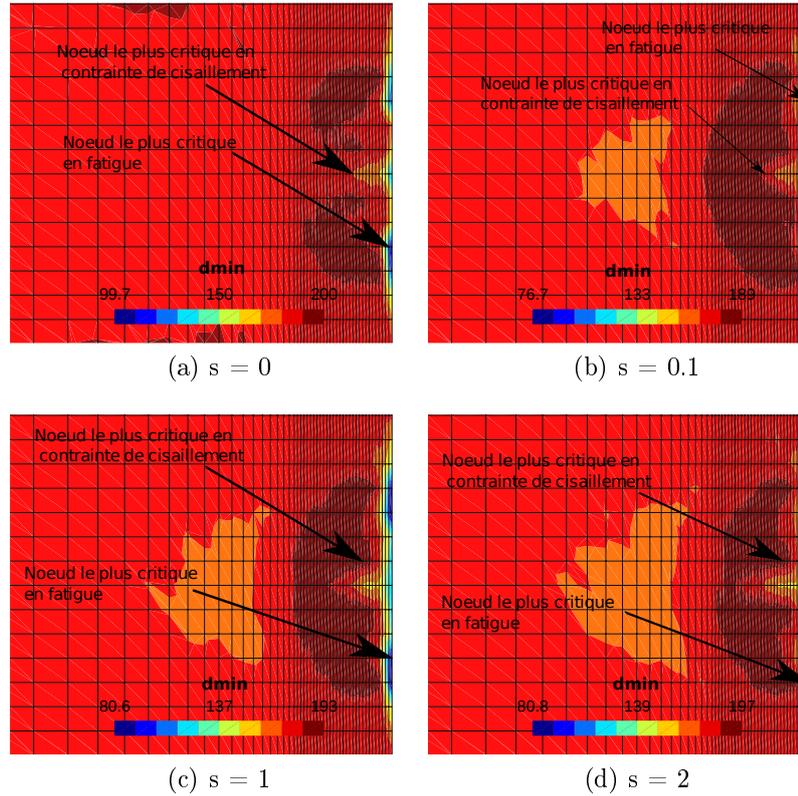


FIGURE 4.33 – Isovaleurs du critère de Dang van pour différents coefficients de glissement : $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

Comme dans le cas du cylindre-plan étudié, les résultats ont montré que le point le plus sollicité en contrainte de cisaillement n'est pas forcément le point le plus critique au risque amorçage de fissures de fatigue. Le glissement a une forte influence sur la réponse mécanique de la roue et sur les trajets de chargement en fatigue selon le critère de Dang Van. Le cas du glissement total est plus sévère par rapport au cas du roulement pur. En général, comme dans le cas du cylindre/plan, l'amorçage de fissures débute en surface de la bande de roulement. Les points critiques sont localisés à l'entrée et à la sortie du contact selon le critère de Dang Van. Les contraintes de cisaillement mésoscopiques sont élevées en ces points. Cela est dû à la compression et à la traction du matériau respectivement à l'entrée et à la sortie du contact. En utilisant la limite en fatigue de Liu Zenner, les points les plus critiques sont situés dans le contact.

4.5 Influence de l'angle de mésalignement

L'objectif de cette analyse est d'étudier l'influence de l'angle de mésalignement sur la fatigue de contact de roulement des roues. L'angle est défini entre la direction du déplacement de la roue et le plan perpendiculaire à l'axe de la roue (Figure 4.34). Il y a un roulement sur une ligne droite si $\theta = 0^\circ$. On peut définir les relations suivantes entre les vitesses :

$$\begin{cases} V_x = V \cos \theta \\ V_y = V \sin \theta \end{cases} \quad (4.11)$$

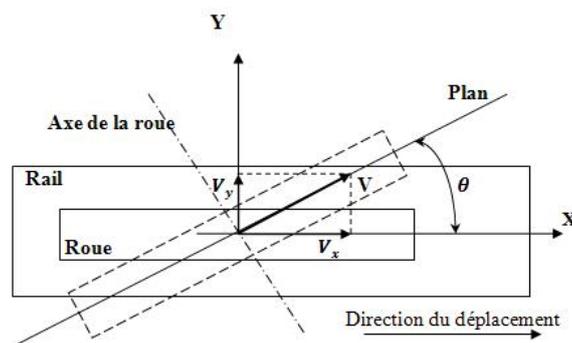


FIGURE 4.34 – Vue de dessus d'une roue sur rail : angle de mésalignement

L'effet de l'angle de mésalignement encore appelé angle d'attaque en FCR a été étudié expérimentalement par Yokoyama *et al.* [110] (Figure 4.35). Ils ont constaté que le temps d'amorçage de fissures de fatigue diminue avec l'augmentation de l'angle de mésalignement (Figure 4.36).

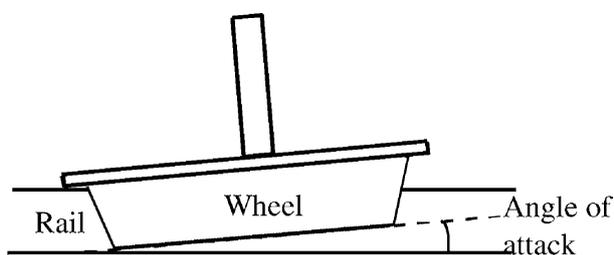


FIGURE 4.35 – Angle de mésalignement

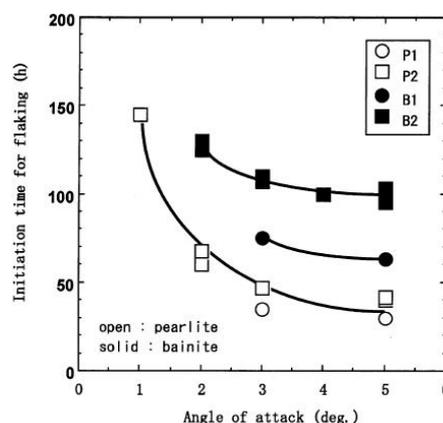


FIGURE 4.36 – Temps d'amorçage d'écaillage en fonction de l'angle de mésalignement

Un chargement de 20 kN est toujours appliqué en conditions de roulement pur avec une vitesse de 160 km/h. Les analyses sont effectuées pour différents angles de mésalignement à savoir : 0°, 3°, 5° et 7°. La figure 4.37 représente la réponse du matériau pour différents angles de mésalignement. La roue s'adapte élastiquement pour chaque angle de mésalignement. L'angle de mésalignement n'a pas une influence importante sur la réponse asymptotique de la roue.

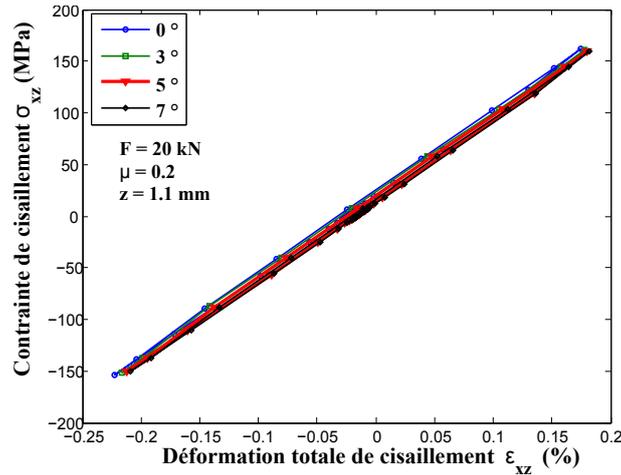


FIGURE 4.37 – Boucle $\sigma_{xz} / \varepsilon_{xz}$ au nœud le plus sollicité en cisaillement pour différents angles de mésalignement en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

Une analyse en fatigue est ensuite effectuée. Le critère de fatigue de Dang Van est toujours appliqué. Les figures 4.38 et 4.39 représentent la prédiction d'amorçage de fissures de fatigue pour les différents angles de mésalignement. Le risque d'amorçage de fissures de fatigue augmente avec l'angle de mésalignement selon le critère de Dang Van. Ce résultat est donc en accord avec les travaux de Yakoyama et *al* [110]. L'effet inverse peut être observé avec le seuil de Liu-Zenner.

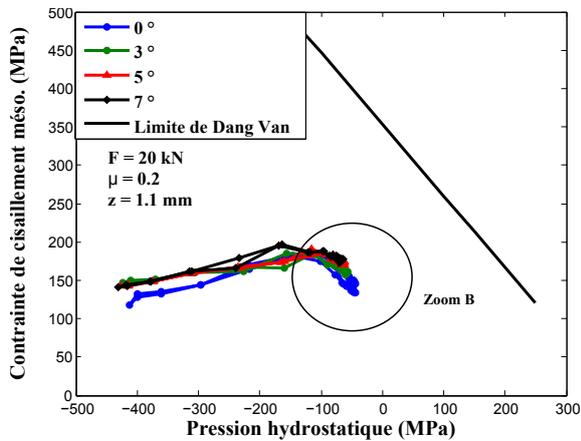


FIGURE 4.38 – Trajets de chargement en fatigue au nœud le plus sollicité en cisaillement pour différents angles de mésalignement en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

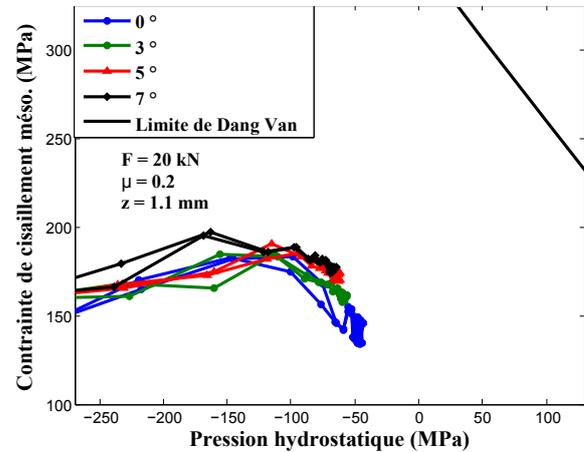


FIGURE 4.39 – Trajets de chargement en fatigue au nœud le plus sollicité en cisaillement pour différents angles de mésalignement en roulement pur (Zoom B) : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

4.6 Influence de la position du chargement

L'objectif de cette partie est d'étudier l'influence de la position du chargement sur la réponse du matériau et la fatigue de contact de roulement. Selon la norme européenne EN13979-1 [2] décrite dans le chapitre 1-section 1.1.2, trois zones de circulation sont plus endommageantes. Nous allons comparer deux zones de circulation : circulation en

alignement où l'essieu est centré, avec une force normale appliquée au centre de la roue (Figure 4.40a) ; circulation dans les appareils de voies (contre-courbes) où la force normale est décalée par rapport à la toile (Figure 4.40b).

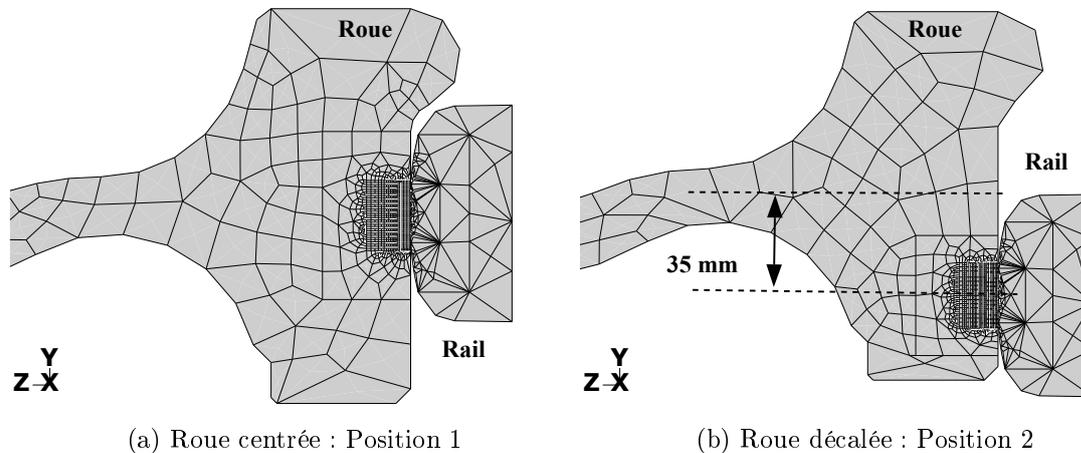


FIGURE 4.40 – illustration des positions de la roue sur le rail

Lors du passage du train dans les appareils de voies (position 2), les roues sont soumises aux deux efforts : un effort normal sur la bande de roulement et un effort tangentiel sur la face extérieure du boudin. Dans notre étude, nous n'allons tenir compte que de l'effort tangentiel. L'étude est réalisée pour une charge de 20 kN en roulement pur avec un coefficient de frottement au contact $\mu = 0.2$. Après résolution du problème stationnaire, nous allons regarder l'influence de la position de la charge sur la réponse mécanique du matériau et sur les trajets de chargement en fatigue. Il faut noter que les paramètres matériaux identifiés pour l'acier ER7 sont toujours utilisés au cours de cette étude.

Les figures 4.41 et 4.42 représentent respectivement les boucles $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ et les trajets de chargement en fatigue suivant la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en contrainte de cisaillement σ_{xz} pour les deux positions du chargement. La réponse de la structure est une adaptation élastique. Les niveaux de contrainte σ_{xz} et de déformation ε_{xz} n'ont pas varié pour les deux configurations au nœud le plus sollicité en cisaillement. Aux points les plus critiques localisés en surface, la position 2 est la plus critique au risque d'amorçage de fissures de fatigue (Figures 4.43 et 4.44). La position du chargement sur la roue a une influence sur la réponse de la structure et sur les trajets de chargements en fatigue en surface de la bande de roulement, mais pas en sous-surface. Le cas de circulation dans les appareils de voies (contre-courbes) est le plus critique.

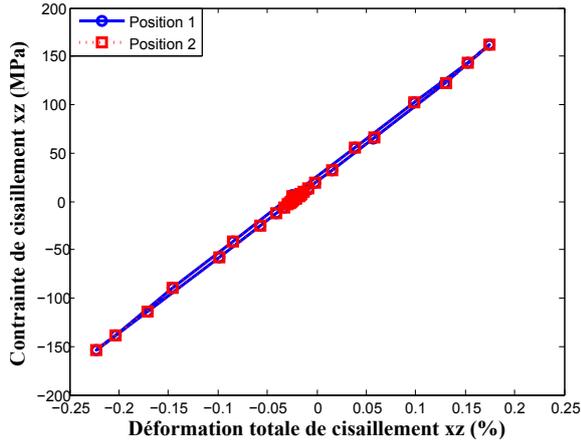


FIGURE 4.41 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ au point le plus sollicité en cisaillement localisé en sous-surface ($z=1.1$ mm) en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

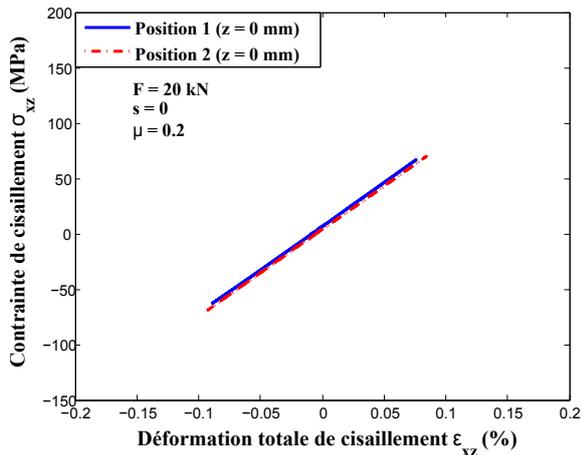


FIGURE 4.43 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ au point critique en roulement pur, influence de la position de la charge : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

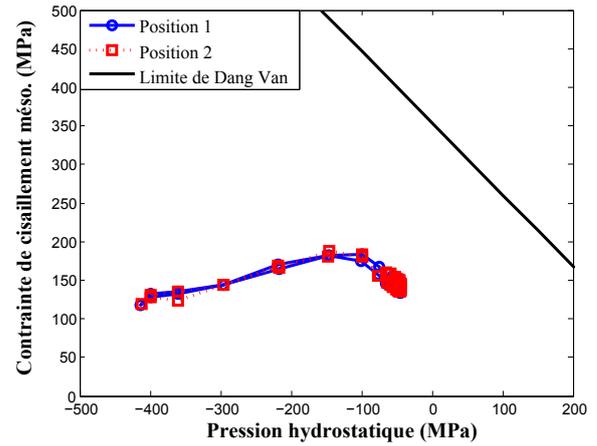


FIGURE 4.42 – Trajet de chargement en fatigue au nœud le plus sollicité en cisaillement localisé en sous-surface ($z=1.1$ mm) en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

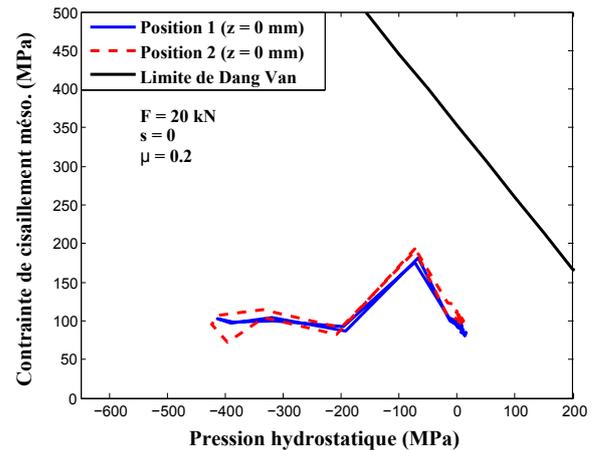


FIGURE 4.44 – Trajet de chargement en fatigue au point critique en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

4.7 Influence de la nuance d'aciers

Après l'analyse complète en fatigue du contact roulement réalisée sur les données issues de l'acier ER7, nous allons étudier maintenant l'influence de la nuance d'aciers en comparant les résultats obtenus avec les aciers ER7, ER9 et le 50CrMo4. Il s'agit d'étudier l'influence du matériau sur la réponse mécanique de la roue en particulier en terme de contrainte de von Mises et de réponse en boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$. Le critère de Dang Van sera appliqué uniquement pour les aciers ER7 et 50CrMo4 car les données du modèles sont disponibles et les limites d'adaptation de la roue (shakedown map) seront discutées. Enfin, une comparaison des durée de vie a été analysée avec le critère de Manson-Coffin.

4.7.1 Influence de la nuance d'acier sur la réponse asymptotique et sur le risque d'amorçage de fissures de fatigue selon le critère de Dang Van

Cette analyse s'effectue en conditions de roulement pur avec frottement $\mu = 0.2$. Le but est de comparer le comportement et la résistance des aciers utilisés dans le domaine du ferroviaire en fatigue de contact de roulement. Trois aciers ont été étudiés à savoir le ER7, le ER9 et le 50CrMo4. On s'intéresse à l'influence des nuances d'aciers sur les réponses mécaniques et sur les trajets de chargement en fatigue pour trois niveaux de chargement à savoir 20, 50 et 100 kN. Le champ de contrainte de von Mises est présenté sur les figures 4.45, 4.46 et 4.47 pour les trois nuances d'aciers respectivement pour 20, 50 et 100 kN. Les contraintes de von Mises sont localisées en sous surface et varient suivant la nuance d'acier. Pour un chargement de 20 kN, il y a écoulement plastique pour les aciers ER7 et ER9, mais pas pour le 50CrMo4. On observe une calotte sous la surface de contact pour le ER7 et le ER9 pour des chargement plus élevés de 50 et 100 kN. Cela est dû à l'écoulement plastique puisque les contraintes de von Mises dépassent largement leur limite d'élasticité. Pour le 50CrMo4, l'écoulement plastique est obtenu à partir de 50 kN.

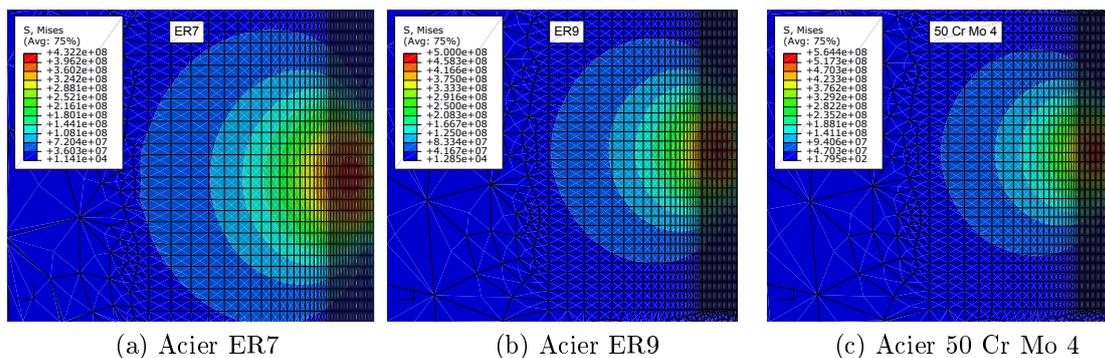


FIGURE 4.45 – Champs de contrainte de von Mises en Pa, en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

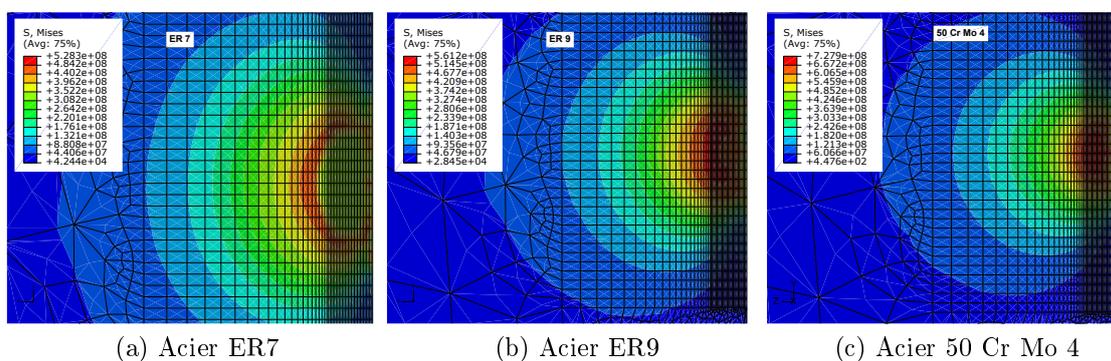


FIGURE 4.46 – Champs de contrainte de von Mises en Pa, en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 50$ kN

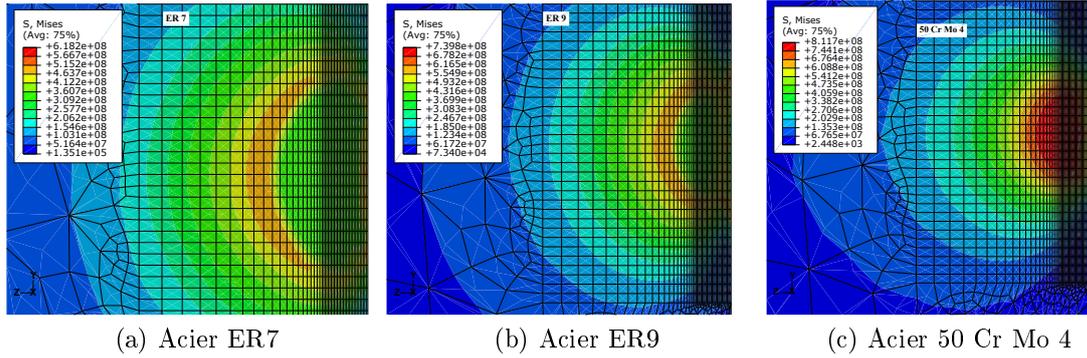


FIGURE 4.47 – Champs de contrainte de von Mises en Pa, en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 100$ kN

Un récapitulatif des valeurs maximales des contraintes de von Mises pour les trois nuances d'aciers et les trois niveaux de chargement est présenté dans le tableau 4.4.

Nuance d'aciers	ER 7	ER 9	50 CrMo4
Force normale	20 kN		
Contrainte de von Mises (MPa)	432	500	564
Force normale	50 kN		
Contrainte de von Mises (MPa)	528	561	727
Force normale	100 kN		
Contrainte de von Mises (MPa)	618	739	811

TABLE 4.4 – Valeurs maximales des contraintes équivalentes pour différents niveaux de chargement et aciers

L'évolution des contraintes de von Mises en profondeur pour les différentes nuances d'aciers et pour les différents chargements est présentée sur la figure 4.48. Leurs évolutions diffèrent suivant la nature de l'acier et sont liées à la déformation plastique. Le ER7 plastifie un peu à 20 kN et le ER9 commence à plastifier à 50 kN. Quant au 50CrMo4, il n'y a pas de plasticité à 20 kN, mais un début de l'écoulement plastique à 50 et 100 kN. Les valeurs maximales de la contrainte de von Mises sont toutes localisées en sous-surfaces pour tous les aciers.

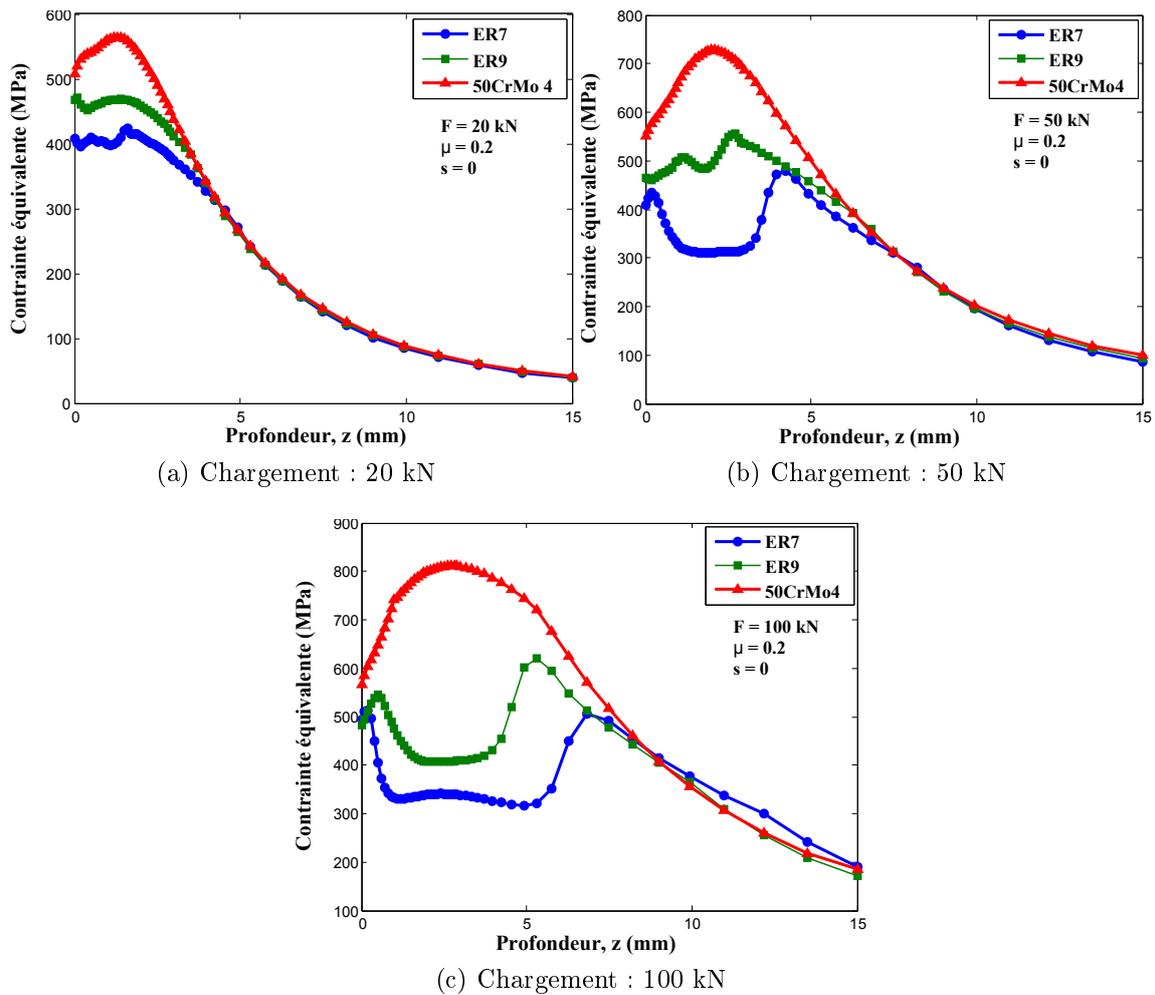


FIGURE 4.48 – Évolution des contraintes de von Mises en profondeur, en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$

La figure 4.49 représente les boucles $\sigma_{xz} / \varepsilon_{xz}$ obtenues le long de la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en contrainte de cisaillement σ_{xz} respectivement pour 20, 50 et 100 kN. L'influence du chargement sur la réponse des matériaux est mise en évidence. Pour 20 kN, il y a adaptation élastique pour le ER7 et le ER9 après plastification puisque la contrainte de von Mises dépasse leur limite élastique ; ce qui n'est pas le cas pour le 50CrMo4. Ce dernier n'a pas plastifié et donc sa réponse est purement élastique.

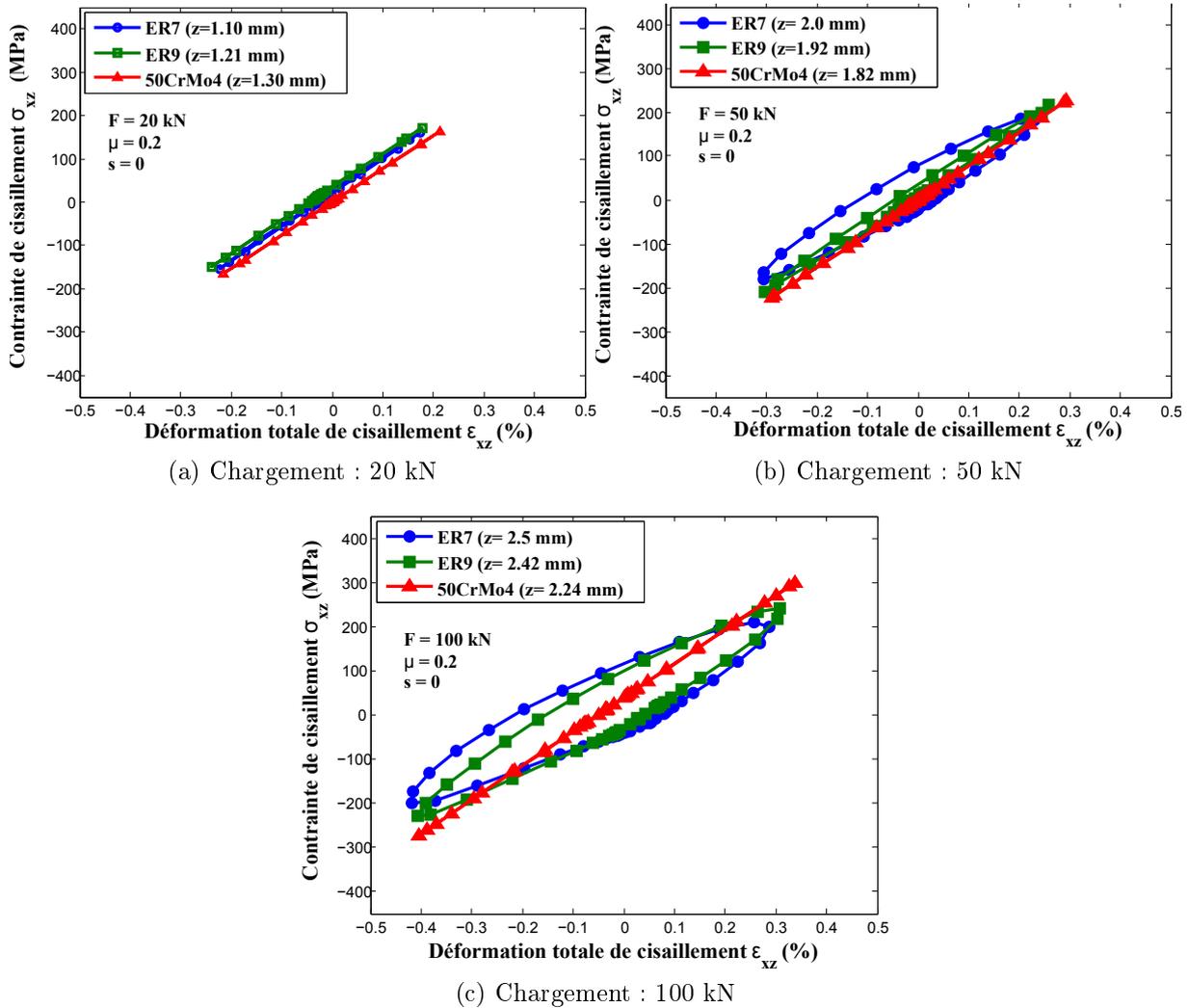


FIGURE 4.49 – Boucle contrainte de cisaillement σ_{xz} /déformation totale de cisaillement ε_{xz} en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$

Pour les niveaux de chargement plus élevés c'est-à-dire à partir de 50 kN, le ER7 et le ER9 commencent à s'accommoder plastiquement ; le 50CrMo4 plastifie mais s'adapte élastiquement. La nuance d'acier 50CrMo4 est plus résistante à la déformation plastique, même pour des chargements très élevés. Ceci est lié aux comportements mécaniques différents de ces aciers et en particulier la limite d'élasticité cyclique (Tableau 2.6) : 50CrMo4 ($k = 721$ MPa), ER7 ($k = 296$ MPa) et ER9 ($k = 374$ MPa).

Il y a adaptation élastique de la roue pour 20 kN pour les trois aciers (Figure 4.49a). Le critère de Dang Van peut alors être appliqué pour prédire le risque d'amorçage de fissures de fatigue. Sur la figure 4.50, on représente les trajets de chargement en fatigue au point critique pour le ER7 et le 50CrMo4 pour une charge de 20 kN ainsi que leurs droites

limites de Dang Van correspondant aux aciers. A noter que les paramètres du critère de Dang Van pour le 50CrMo4 sont issus des résultats des essais de fatigue polycyclique provisoires. On observe que les trajets de chargement des deux aciers sont différents alors que les droites limites de Dang Van sont presque identiques. Compte tenu des résultats des essais actuels disponible, nous pouvons dire que la nature de l'acier n'a pas d'influence sur la résistance cyclique mais plutôt sur l'adaptation de la roue. Cela reste à confirmer après l'obtention des résultats complets des essais sur le 50CrMo4 qui sont actuellement en cours.

On montre également sur la figure 4.51 dans le cas du 50CrMo4, les trajets de chargement obtenus pour des charges très élevées de 100, 150 et 200 kN en conditions de glissement total ($s = 0.1$). Comme on peut le constater, la fissure apparaîtra préférentiellement en surface pour les niveaux de chargement de 150 et 200 kN.

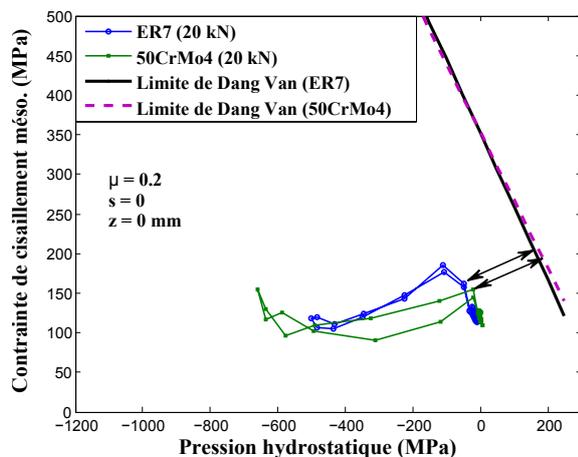


FIGURE 4.50 – Trajets de chargement en fatigue au point critique en roulement pur : comparaison entre le ER7 et le 50CrMo4 : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

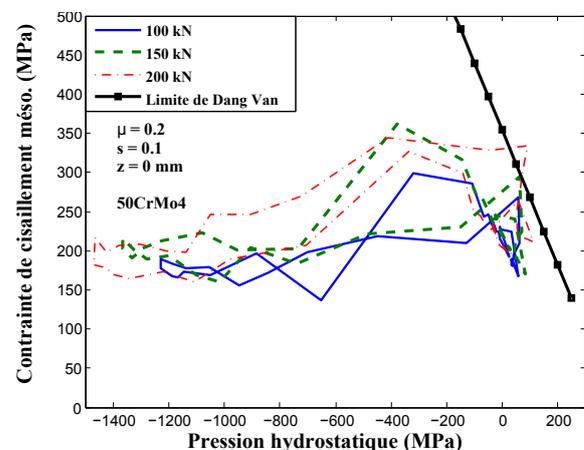


FIGURE 4.51 – Trajets de chargement en fatigue au point critique pour le 50CrMo4 : $s = 0.1$, $\mu = 0.2$

Nous allons maintenant analyser l'influence de la nuance d'aciers sur la limite d'adaptation de la roue.

4.7.2 Influence de la nuance d'aciers sur la limite d'adaptation

La limite d'adaptation pour la roue est obtenue en conditions de glissement total de $s=0.1$. Nous présentons dans un premier temps, la méthode détaillée pour l'obtention de la limite d'adaptation sur le ER7. Les paramètres identifiés en élastoplasticité pour l'acier ER7 sont alors utilisés. La limite obtenue est ensuite comparée à celles obtenues pour les deux autres aciers (ER9 et 50CrMo4).

Des chargements de 10 à 50 kN sont appliqués avec différents coefficients de frottement. Les réponses de la structure pour chaque chargement sont présentées sur la figure 4.52. Pour des chargements de 10 à 30 kN, la structure s'adapte pour $0 \leq \mu \leq 0.2$, également pour 50 kN avec $\mu = 0$. En général, la contrainte de cisaillement σ_{xz} est maximale en sous-surface pour $\mu \leq 0.2$ et en surface pour $\mu \geq 0.3$. Pour 30 kN, l'évolution de la contrainte de cisaillement σ_{xz} suivant la ligne de courant contenant un point en sous-surface et en surface est présentée respectivement sur les figures 4.53a et 4.53b. Comme dans le cas du cylindre sur plan, la contrainte de cisaillement conserve sa symétrie pour un point en

sous-surface lorsque le coefficient de frottement augmente. Pour un point situé en surface, elle perd sa symétrie.

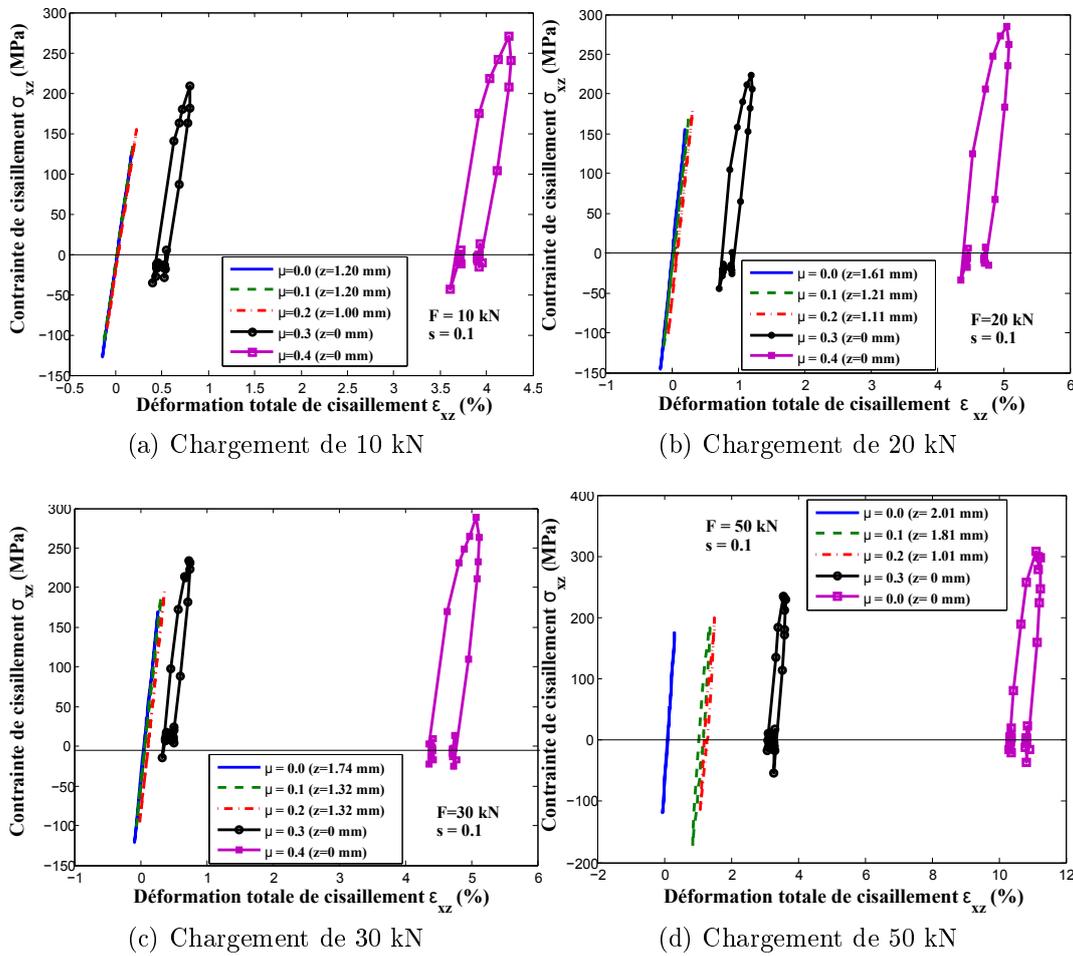


FIGURE 4.52 – Boucle $\sigma_{xz}/\varepsilon_{xz}$ pour différents coefficients de frottement pour l’acier ER7 en conditions de glissement total : $s = 0.1$

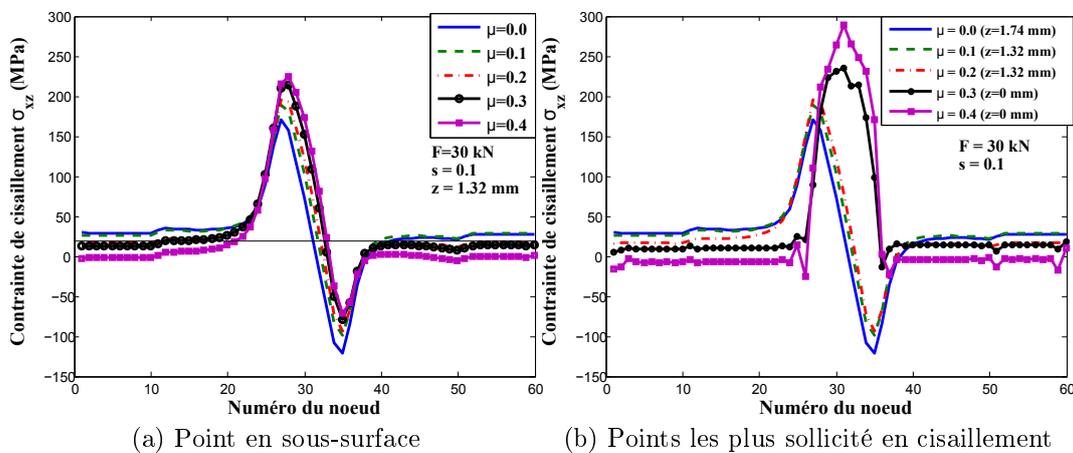


FIGURE 4.53 – Évolution de la contrainte de cisaillement suivant la ligne de courant pour 30 kN pour le ER7

Un récapitulatif des résultats est présenté dans le tableau 4.5. z est la profondeur à laquelle la contrainte de cisaillement σ_{xz} est maximale. P_0 est la pression maximale de contact, k_c la limite de cisaillement pur cyclique, ADE signifie : adaptation élastique, ACP signifie : accommodation plastique, Rep signifie : réponse asymptotique de la structure.

μ	10 kN			20 kN			30 kN			50 kN		
	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.	z(mm)									
0.0	4.16	ADE	1.20	4.79	ADE	1.61	4.89	ADE	1.74	5.20	ADE	2.00
0.1	4.16	ADE	1.20	4.75	ADE	1.21	4.78	ADE	1.32	5.02	ACP	1.81
0.2	4.15	ADE	1.00	4.69	ADE	1.11	4.75	ADE	1.32	4.99	ACP	1.01
0.3	4.04	ACP	0	4.54	ACP	0	4.57	ACP	0	4.81	ACP	0
0.4	3.79	ACP	0	4.17	ACP	0	4.26	ACP	0	4.61	ACP	0

TABLE 4.5 – Récapitulatif des résultats pour établir la limite d'adaptation pour le ER7

La limite d'adaptation obtenue est présentée sur la figure 4.54. L'endommagement commence en sous-surface pour $\mu \leq 0.2$ et en surface pour $\mu \geq 0.3$. La charge limite d'adaptation est de 50 kN. L'évolution de la limite obtenue est la même que celle obtenue par Onal *et al.* [111] présentée sur la figure 4.55 dans le cas du rail sauf que la limite d'adaptation obtenue dans notre cas est plus élevée. En effet, pour $\mu = 0$, la limite d'adaptation correspond à $\frac{P_0}{k_c} = 5.2$, légèrement supérieure à celle de Onal *et al.* [111] ($\frac{P_0}{k_c} \approx 4$ pour l'acier perlitique et $\frac{P_0}{k_c} \approx 5$ pour l'acier bainitique). Cela est normal puisque la structure et les matériaux utilisés sont différents.

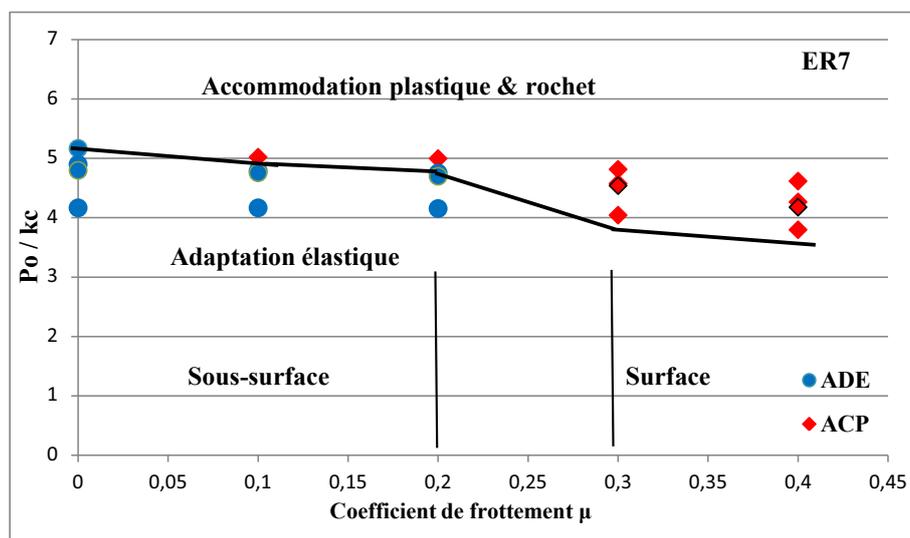


FIGURE 4.54 – Limite d'adaptation du contact roue/rail en conditions de glissement total ($s=0.1$) pour le ER7

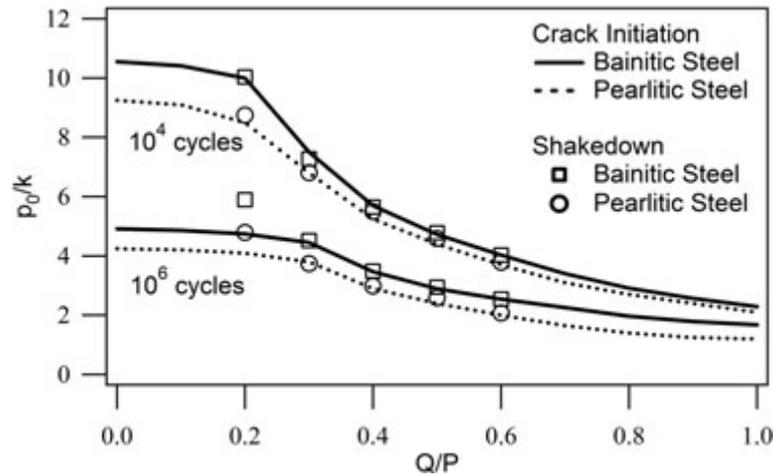


FIGURE 4.55 – Prédiction du risque d’amorçage de fissures de fatigue et de la limite d’adaptation : Comparaison des aciers bainitique et perlitique [111]

Nous allons maintenant analyser l’évolution de cette carte en fonction de l’acier étudié. Comme dans le cas de l’acier ER7, les calculs sont réalisés en conditions de glissement total ($s=0.1$). La recherche de la limite d’adaptation des aciers ER9 et 50CrMo4 a nécessité également plusieurs calculs avec différents chargements. Les chargements varient de 20 à 50 kN pour le ER9 et de 100 à 200 kN pour l’acier 50CrMo4. Un récapitulatif des résultats est présenté dans les tableaux 4.6 et 4.7 pour les deux aciers. z est la profondeur à laquelle la contrainte de cisaillement σ_{xz} est maximale.

μ	20 kN			30 kN			50 kN		
	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.	z (mm)	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.	z (mm)	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.	z (mm)
0.0	4.1	ADE	1.30	4.46	ADE	1.51	4.78	ADE	1.71
0.1	4.1	ADE	1.30	4.46	ADE	1.51	4.75	ADE	1.61
0.2	4.1	ADE	1.11	4.46	ADE	1.41	4.72	ADE	1.51
0.3	4.0	ACP	0	4.39	ACP	0	4.62	ACP	0
0.4	3.9	ACP	0	4.19	ACP	0	4.28	ACP	0

TABLE 4.6 – Récapitulatif des résultats pour établir la limite d’adaptation en conditions de glissement total ($s=0.1$) pour l’acier ER9

Les limites d’adaptation des aciers ER9 et 50CrMo4 sont présentées respectivement sur les figures 4.56 et 4.57. La comparaison des limites d’adaptation des trois aciers est présentée sur la figure 4.58. Elles varient suivant la nuance d’aciers. Pour $\mu = 0$, les valeurs du facteur de charge $\frac{P_0}{k_c}$, la limite d’élasticité et la charge maximale appliquée pour les trois aciers sont présentées dans le tableau 4.8. Le facteur de charge est plus élevé pour le ER7, mais cela ne veut pas dire que l’acier ER7 est meilleur car la charge limite entraînant l’adaptation est de 50 kN. En revanche, le 50CrMo4 présentant le plus petit facteur de charge est meilleur car du fait que sa limite d’élasticité est plus élevée, il s’adapte élastiquement jusqu’à une charge de 200 kN. On ne peut donc pas se baser uniquement sur le facteur de charge $\frac{P_0}{k_c}$ pour choisir une nuance d’acier.

μ	100 kN			150 kN			200 kN		
	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.	z (mm)	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.	z(mm)	$\frac{P_0}{k_c}$	Rép.	z (mm)
0.0	3.61	ADE	2.24	3.92	ADE	2.64	4.16	ADE	3.05
0.1	3.61	ADE	2.03	3.92	ADE	2.63	4.16	ADE	3.05
0.2	3.61	ADE	2.02	3.92	ADE	2.33	4.15	ADE	2.55
0.3	3.50	ACP	0	3.81	ACP	0	4.04	ACP	0
0.4	3.39	ACP	0	3.71	ACP	0	3.82	ACP	0

TABLE 4.7 – Récapitulatif des résultats pour déterminer la limite d'adaptation pour l'acier 50CrMo4

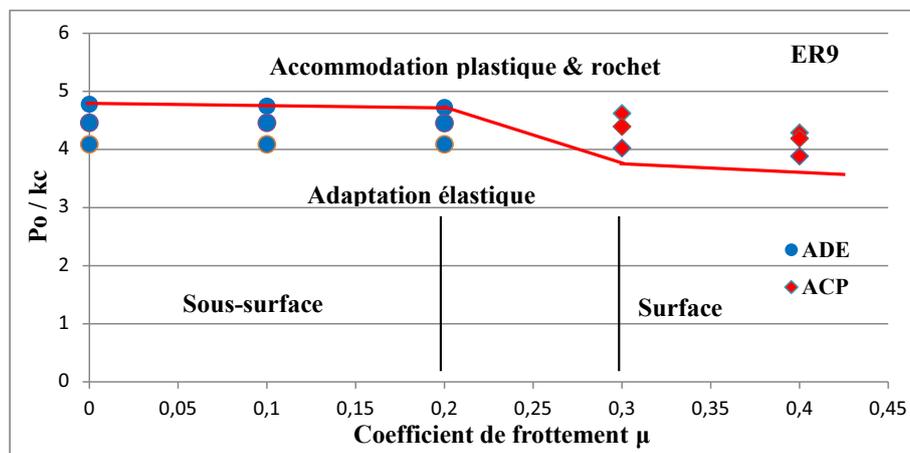


FIGURE 4.56 – Limite d'adaptation du contact roue/rail en conditions de glissement total ($s=0.1$) pour l'acier ER9

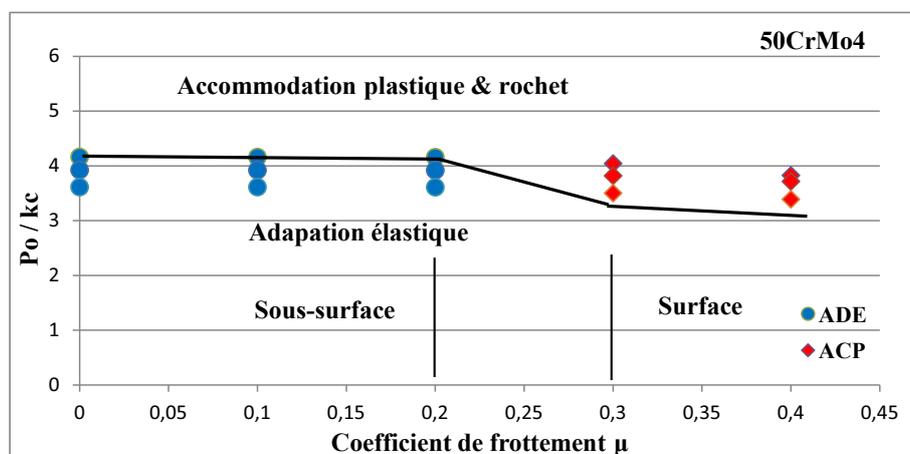


FIGURE 4.57 – Limite d'adaptation du contact roue/rail en conditions de glissement total ($s=0.1$) pour l'acier 50CrMo4

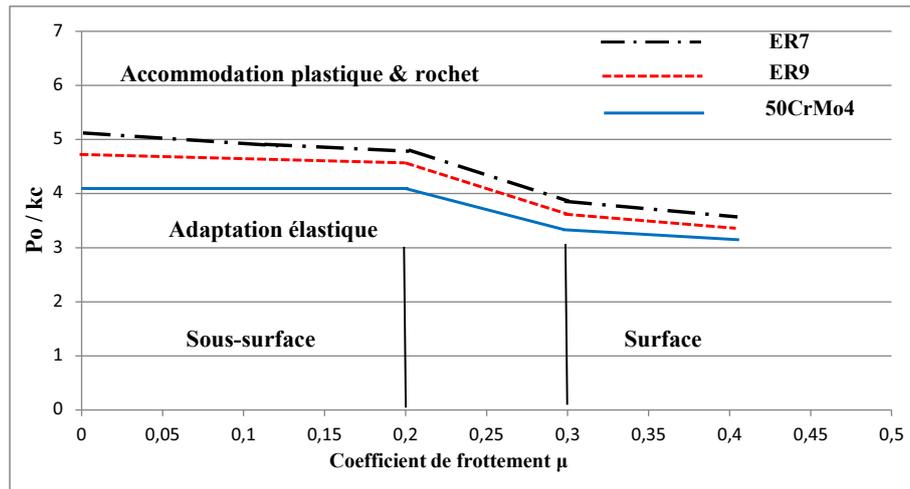


FIGURE 4.58 – Comparaison de la limite d'adaptation du contact roue/rail en conditions de glissement total ($s=0.1$) pour les trois aciers

Nuance d'aciers	ER7	ER9	50CrMo4
Limite d'élasticité cyclique k (MPa)	296	374	721
Charge limite d'adaptation F (kN)	50	50	200
P_0/k_c ($\mu = 0$)	5.2	4.78	4.2

TABLE 4.8 – Facteur de charge pour les trois nuances d'aciers

Après avoir étudié l'influence de la nuance d'aciers sur les limites d'adaptation, il serait également intéressant de déterminer la durée de vie moyenne des roues pour les trois aciers.

4.7.3 Influence de la nuance d'aciers sur le nombre de cycles à la rupture selon le critère de Manson-Coffin

Dans un premier temps, nous allons analyser les déformations plastiques équivalentes cumulées en profondeur sous la bande de roulement pour chaque coefficient de frottement dans le cas des charges qui entraînent l'accommodation de la roue (50 kN pour le ER7 et le ER9 et de 200 kN pour le 50CrMo4). Ces déformations sont présentées sur la figure 4.59. On constate que les déformations plastiques équivalentes cumulées varient en fonction du niveau de charge appliquée, du coefficient de frottement et de la nuance d'acier. En effet pour le ER7, elles sont maximales en surfaces quelque soit le coefficient de frottement. Pour le ER9 et le 50CrMo4, elles sont maximales en sous-surface pour des coefficients de frottement faibles. Pour des coefficients de frottement élevés, les déformations plastiques sont maximales en surface.

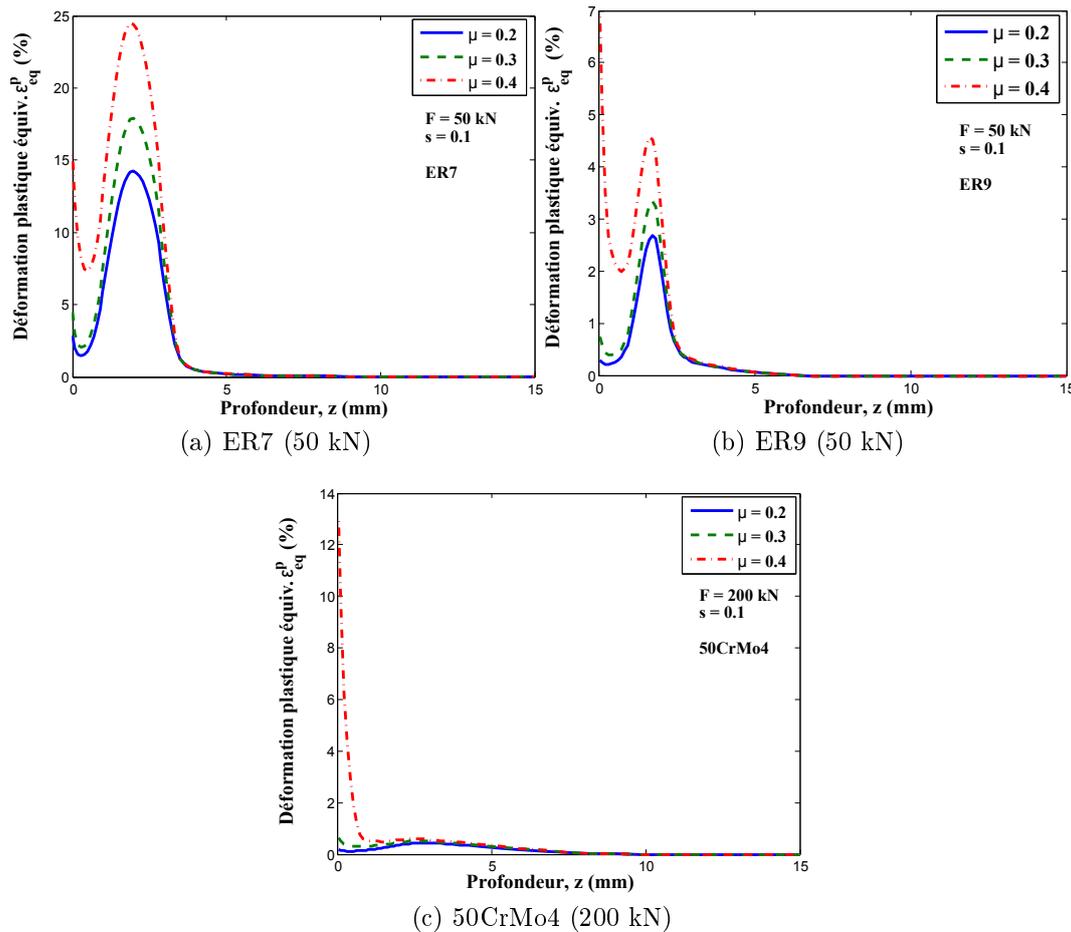


FIGURE 4.59 – Déformation plastique équivalente en conditions de glissement total ($s=0.1$)

Dans un second temps, le critère de Manson-Coffin [5] est appliqué pour la prédiction de durée de vie en fatigue à faible nombre de cycles. Le critère est basé sur l'amplitude de déformations plastiques sur le cycle stabilisé (voir équation 4.12).

$$\frac{\Delta \varepsilon^p}{2} = a N_r^b \quad (4.12)$$

avec N_r le nombre de cycles à la rupture, a , b les paramètres liés au matériau. L'analyse stationnaire du contact roue/rail conduit à un cycle stabilisé multiaxial. La déformation plastique équivalente obtenue à la fin du calcul stationnaire est alors utilisée. Elle est définie dans le code Abaqus par la relation suivante (voir équation 4.13) :

$$\bar{\varepsilon}_{eq}^p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p} dt \quad (4.13)$$

L'amplitude de déformation plastique a été alors évaluée sur un tour de la roue à la fin du calcul stationnaire avec la relation :

$$\frac{\Delta \varepsilon^p}{2} = \frac{\bar{\varepsilon}_{eq}^p(max) - \bar{\varepsilon}_{eq}^p(min)}{2} \quad (4.14)$$

avec $\bar{\varepsilon}_{eq}^p(max)$ et $\bar{\varepsilon}_{eq}^p(min)$ respectivement les valeurs maximale et minimale de la déformation plastique équivalente sur le cycle stabilisé.

Les valeurs de l'amplitude de déformation plastique équivalente vont être calculées sur une profondeur d'environ 5 mm sous la bande de roulement. Pour cela, les résultats correspondant aux charges limites qui entraînent l'accommodation plastiques de la roue avec un coefficient de frottement $\mu = 0.2$ sont utilisées. La figure 4.60 représente l'évolution de l'amplitude de déformation plastique équivalente en profondeur pour les trois nuances d'aciers. Les valeurs maximales sont situées en sous-surface et sont de : $1.9 \cdot 10^{-3}$ pour le ER7, $2 \cdot 10^{-3}$ pour le ER9 et $4.6 \cdot 10^{-5}$ pour le 50CrMo4. On voit clairement que le 50CrMo4 se déforme plastiquement moins par rapport aux autres compte tenu de sa limite d'élasticité cyclique élevée.

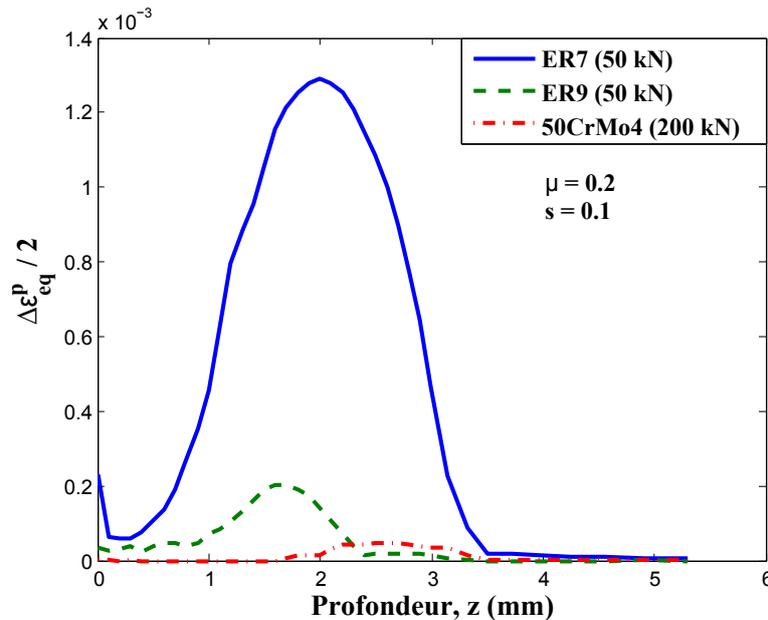


FIGURE 4.60 – Évolution de l'amplitude de déformation plastique en profondeur : $s=0.1$, $\mu = 0.2$

Les courbes de Manson-Coffin correspondant aux trois aciers présentées auparavant sur les figures 2.16 et 2.20 au chapitre 2 sont utilisées pour déterminer les durées de vie associées aux amplitudes de déformation plastique en profondeur sous la bande de roulement.

La figure 4.61, représente la durée de vie en fonction de la profondeur sous la bande de roulement respectivement pour le ER7, le ER9. Pour le 50CrMo4, on trouve des durées de vie supérieures à 10^7 cycles. C'est pour cela que son évolution n'est pas représentée sur la figure 4.61.

Pour le ER7, la durée de vie est de l'ordre de $2 \cdot 10^5$ cycles en surface et 10^4 cycles en sous-surface entre 1 et 2.5 mm de profondeur. Au delà de 3 mm, la durée de vie est supérieure à 10^7 cycles. Pour le ER9, on a 10^7 cycles entre 0 et 1 mm et au delà de 2.5 mm de profondeur. On observe une diminution de la durée de vie jusqu'à $3 \cdot 10^5$ cycles en sous-surface entre 1 et 2.5 mm de profondeur.

La durée de vie, faible en surface, correspond à un phénomène d'usure dû à des déformations plastiques élevées. Cela a été montré par Kapoor *et al.* [15], [16], Johnson [17] et Tyfour *et al.* [18] qui ont étudié les mécanismes d'usure de contact en conditions de roulement et de glissement. Des résultats similaires en termes de durée de vie en LCF sont également obtenus par Onal *et al.* [111] (Figure 4.55) pour la prédiction d'amorçage de fissures de fatigue dans les rails (constitués d'acier perlitique et bainitique).

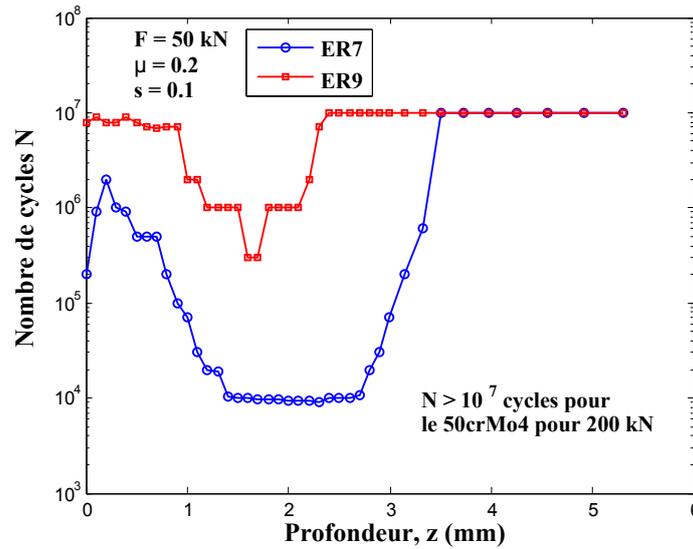


FIGURE 4.61 – Durée de vie moyenne en fonction de la profondeur sous la bande de roulement : $s=0.1$, $\mu = 0.2$

A noter le critère de Manson-Coffin s'appuie sur des déformations plastiques. Les déformations plastiques sont très élevées en surface. Il est délicat d'estimer la durée de vie en surface dans une zone où l'usure sera importante. Ce problème a été traité expérimentalement par Tyfour *et al.* [18]. En effet la figure 4.62 représente l'influence du cycles de roulement sur la vitesse d'usure et la déformation plastique cumulée à 0.2 mm sous la bande de roulement. De 0 à 17500 cycles, la vitesse d'usure croît avec la déformation de cisaillement cumulée. De 17500 à 40000 cycles, la déformation de cisaillement cumulé est constante, entraînant la diminution de l'usure. Néanmoins, les analyses que nous avons obtenues, permettent d'avoir une idée sur l'usure en surface, dû au glissement dans le contact roue/rail. Cependant, la compétition entre les phénomènes de fatigue et l'usure n'est pas étudiée durant ce travail.

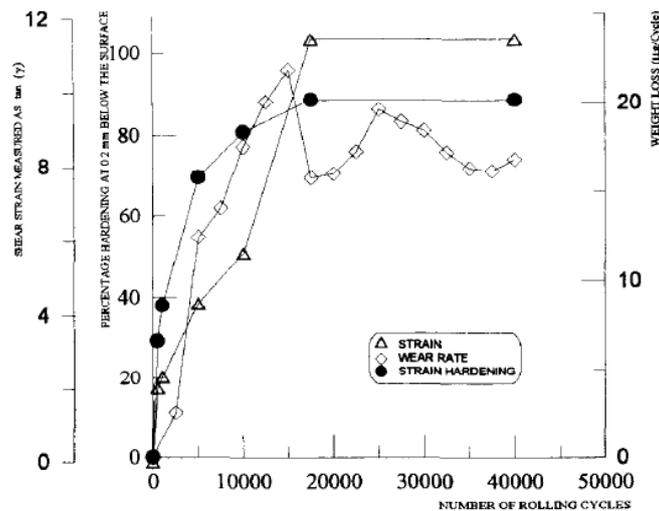


FIGURE 4.62 – Influence de nombre de cycles de roulement sur la déformation de cisaillement cumulé, le pourcentage d'érouissage et la vitesse d'usure [18] : Profondeur de 0.2 mm sous la bande de roulement

La dernière partie de ce travail est de prendre en compte dans la démarche de dimensionnement, les contraintes résiduelles induites au cours de la fabrication des roues.

4.8 Prise en compte des contraintes résiduelles

Après avoir proposer une démarche complète de dimensionnement des roue ferroviaires, nous allons analyser dans cette partie, l'influence des contraintes résiduelles.

4.8.1 État de l'art

Il est question dans cette partie d'étudier l'influence des contraintes résiduelles induites au cours de la fabrication sur la fatigue de contact de roulement des roues ferroviaires. Toutes les analyses sont effectuées sur le ER7. L'objectif est d'estimer la distribution des contraintes résiduelles initiales présentes dans la roue après fabrication et de les introduire dans l'approche de dimensionnement.

La fabrication des roues s'effectue en trois étapes : le forgeage, le traitement thermique et l'usinage.

La phase de traitement thermique se fait généralement en deux étapes : une trempe à l'eau sur la bande de roulement et ensuite un revenu. Ces deux opérations modifient la microstructure en surface et en profondeur et introduisent du point de vue macroscopique des contraintes résiduelles dans la roue.

Le cycle de simulation du traitement thermique est donné sur la figure 4.63. La roue est chauffée à la température de 900°C , supérieure à la température de transformation AC3 (température de changement de phase située à 780°C). Le transfert thermique est maintenu pendant 120 secondes dans le but d'uniformiser la température dans la roue. Cette dernière subit ensuite une trempe par arrosage d'eau seulement sur la bande de roulement pendant 280 secondes. La dernière étape est d'introduire la roue dans un four de revenu à une température de 500°C pendant environ 2 heures trente minutes. Finalement la roue est refroidie à l'air libre.

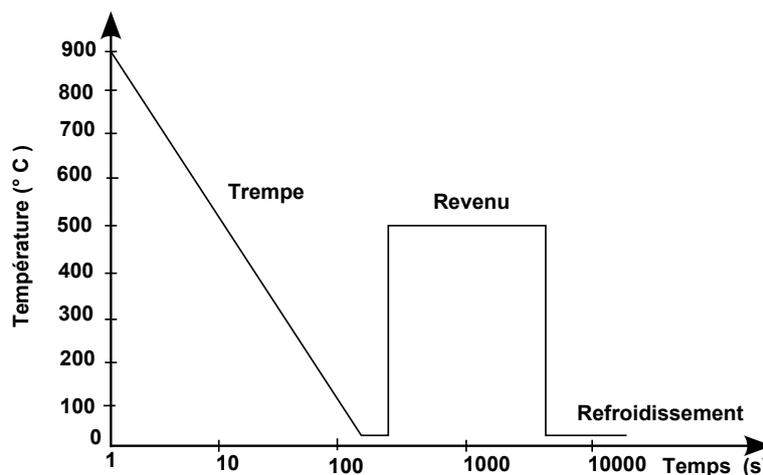


FIGURE 4.63 – Schéma de traitement thermique TTH

Le fait d'introduire des contraintes résiduelles circonférentielles de compression dans la jante de la roue est bénéfique pour cette dernière. Cet état est favorable à la réduction des risques de propagations de fissures. Lors du freinage de la roue par exemple, l'échauffement

engendré au niveau du contact entre la roue et le rail, génère une sollicitation alternée de compression-traction qui correspond au chauffage et au refroidissement successif de la roue.

Le revenu permet de réduire et de corriger les contraintes internes créées par la trempe. L'état de contraintes est alors modifié, les contraintes résiduelles de traction consécutives au refroidissement se superposant aux contraintes de compression de fabrication. Ainsi Hewitt et *al.* [112] ont montré que le revenu permet de diminuer notablement les contraintes dans la zone trempée.

Des contraintes résiduelles sont induites au cours de cette fabrication. Par conséquent il est important d'évaluer et de prendre en compte ces contraintes dans la prédiction en fatigue de contact de roulement. Une référence est le travail d'Orringer et *al.* [113] qui ont étudié les conséquences des contraintes résiduelles sur l'interface du contact roue/rail. Gordon et *al.* [114] ont déterminé les contraintes résiduelles par simulation du processus de fabrication en utilisant la méthode des Éléments Finis. Les auteurs ont étudié l'effet de l'usure et les conditions de service (freinage) sur les contraintes résiduelles (Figure 4.64, Figure 4.65). On peut observer que le freinage transforme les contraintes de compression en contrainte de traction en surface de la bande de roulement.

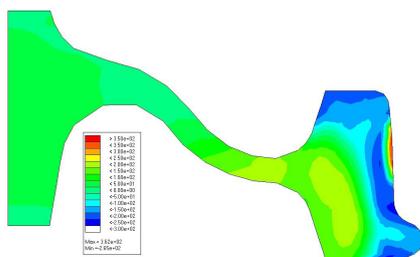


FIGURE 4.64 – Champ des contraintes résiduelles circonférentielles après simulation des conditions de service sur une roue neuve en acier ER7 : Gordon et *al.* [114]

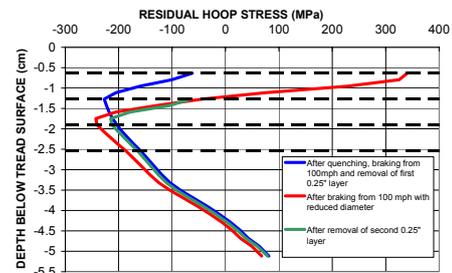


FIGURE 4.65 – Évolution des contraintes résiduelles en profondeur sous la bande de roulement après simulation des conditions de services sur une roue neuve en acier ER7 : Gordon et *al.* [114]

Les contraintes résiduelles peuvent être évaluées en utilisant des techniques numériques comme la méthode par EF en plasticité [115], [116] ou peuvent être estimées par des techniques expérimentales comme la diffraction par rayons X [95] ou encore par des techniques ultrasonores [117]. La prise en compte des contraintes résiduelles pour la prédiction de FCR a été abordée par plusieurs auteurs. On peut citer les travaux de Bernasconi et *al.* [95], [93] et Desimone et *al.* [92] utilisant le critère de Dang van [118], [81]. Ces auteurs ont montré dans leurs travaux que selon le critère de Dang van, les contraintes résiduelles sont bénéfiques puisqu'elles sont de compression et influencent uniquement la pression hydrostatique. Tous ces travaux sont souvent basés sur des méthodes simplifiées ou sont basés sur des éprouvettes et non directement sur un modèle 3D du contact roue/rail.

L'objectif est de prendre en compte les contraintes résiduelles dans le modèle complet. Nous allons procéder par simulation EF du processus de fabrication des roues afin d'estimer les contraintes résiduelles tout en respectant au mieux les conditions réelles de fabrication.

La démarche retenue repose sur deux étapes : la première est la simulation de l'introduction du champ de contraintes résiduelles ; la deuxième est l'introduction de ces

contraintes dans la simulation du contact roue/rail basée sur l'approche stationnaire précédemment utilisée.

4.8.2 Modèle numérique du traitement thermique (TTH)

La démarche de réalisation du TTH est basée sur un découplage de simulation thermique et mécanique. Deux calculs par EF sont nécessaires.

Analyse thermique du TTH

Deux approches peuvent être utilisées afin de décrire numériquement les mécanismes engendrés dans le matériau au cours du traitement thermique : une approche thermo-metall-mécanique et une approche thermomécanique. La prise en compte des phénomènes métallurgiques pour les transformations de phase dans le matériau a été développée en particulier par Leblond et *al* [119]. En effet le principe est de définir les cinétiques de transformation de phase reliant les phases austénitiques, ferrito-perlitiques et bainitiques. L'approche thermo-metall-mécanique nécessite d'importantes caractérisations métallurgiques. Cette approche ne sera pas utilisée dans notre projet par manque de données métallurgiques concernant l'acier d'étude. De ce fait, c'est l'approche thermomécanique a été privilégiée.

Le modèle axisymétrique de la roue et les conditions aux limites sont présentés sur la figure 4.66. Il est constitué de 2123 éléments de type DCAX4 à 4 nœuds. Ces types d'éléments pour l'analyse de transfert thermique sont disponibles dans la librairie d'Abaqus.

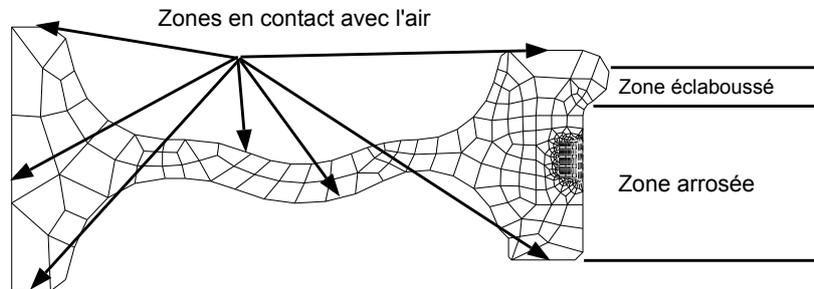


FIGURE 4.66 – Maillage du modèle 2 D et conditions aux limites thermiques

Le problème thermique est gouverné par l'équation de chaleur qui permet de déterminer le champ de température $T(x, y, z, t)$ en tout point du solide :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} - \text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \right) = 0 \quad (4.15)$$

avec ρ : masse volumique, C_p : capacité thermique à pression constante, λ : conductivité thermique et T : température. La méthode de résolution transitoire par EF intégrée dans le code Abaqus a été utilisée. L'analyse du traitement thermique nécessite de disposer de propriétés matériaux dépendant de la température. Les propriétés thermiques de l'acier ER7 sont issues de travaux de Brunel [117] et sont présentées dans tableau 4.9.

Les conditions aux limites pour la simulation du processus de traitement thermique sont modélisées selon trois coefficient de transfert thermique correspondant à trois zones

Température ($^{\circ}C$)	C_p ($J.kg^{-1}.^{\circ}C$)	λ ($W.m^{-1}.^{\circ}C^{-1}$)	ρ ($kg.m^{-3}$)
20	440	47.3	7850
150	510	44.1	7850
450	570	39.3	7850
600	630	32.9	7850
750	700	25	7850

TABLE 4.9 – Propriétés thermiques de l'acier ER7

différentes (Figure 4.66). Des coefficients d'échange de type convection ont été appliqués comme conditions aux limites et sont supposés constants.

- la bande de roulement correspondant à la zone arrosée. Un coefficient d'échange constant $h = 4000W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ a été appliqué
- la partie intérieure de boudin connexe à la bande de roulement correspondant à la zone éclaboussée . Un coefficient d'échange $h_2 = \frac{h_1}{4} = 1000W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$ a été appliqué (méthode Valdunes)
- le reste de la surface extérieure est en contact avec l'air. Le coefficient d'échange utilisé est donc très faible ($h_3 = 28W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$) [114]

Les étapes de chargement thermique sont décrites comme suit. Dans un premier temps, la température initiale est fixée à $900^{\circ}C$. Une trempe est ensuite effectuée seulement sur la bande de roulement pendant 280 secondes pour introduire les contraintes résiduelles. La deuxième étape consiste à augmenter la température à $500^{\circ}C$ pendant 3 heures pour simuler le revenu et enfin, le tout est suivi d'un refroidissement à l'air libre. Nous allons analyser l'évolution des températures sur la bande de roulement, en profondeur, dans la toile et dans le moyeu de la roue comme indiqué sur la figure 4.67 ci-dessous.

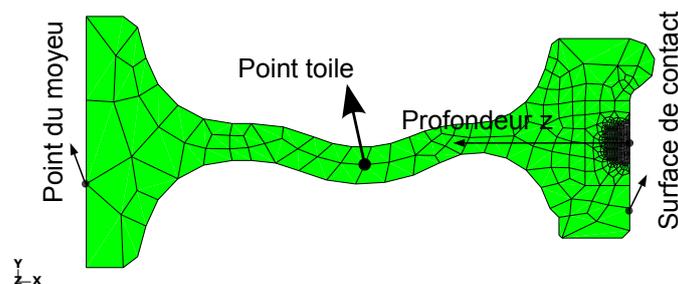


FIGURE 4.67 – Schéma montrant les points où sont récupérées les températures

Les figures 4.68 et 4.69 représentent l'évolution des températures obtenues numériquement pendant le traitement thermique pour différentes profondeurs sous la bande de roulement. La zone froide se déplace radialement vers l'intérieur et donne lieu à des gradients de température entre la bande de roulement et le moyeu de la roue (Figure 4.70a). Au cours du revenu, la température remonte et se stabilise à $500^{\circ}C$ (Figure 4.70b) avant de refroidir à l'air libre (Figure 4.70c). Les résultats sont cohérents avec ceux de la littérature obtenus par Gordon et *al.* [114] et Brunel et *al.* [117].

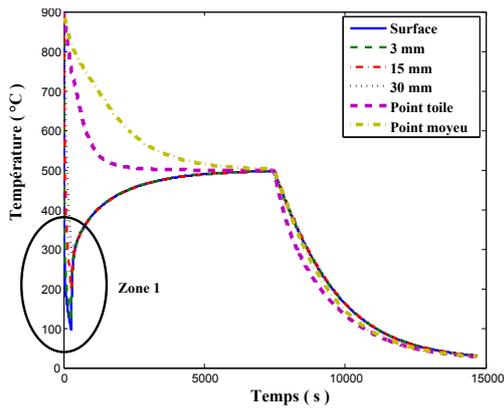


FIGURE 4.68 – Évolution de la température pendant le traitement thermique en différentes profondeurs

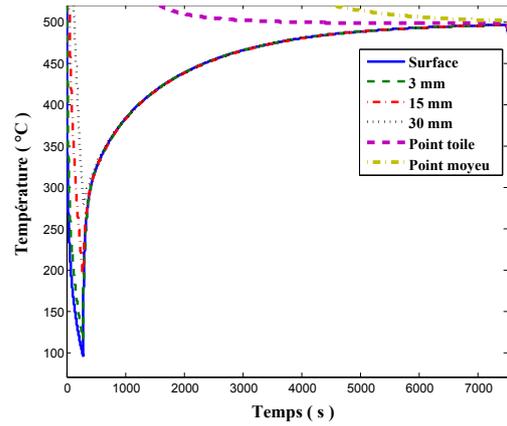


FIGURE 4.69 – Évolution de la température pendant le traitement thermique : zoom de la zone 1

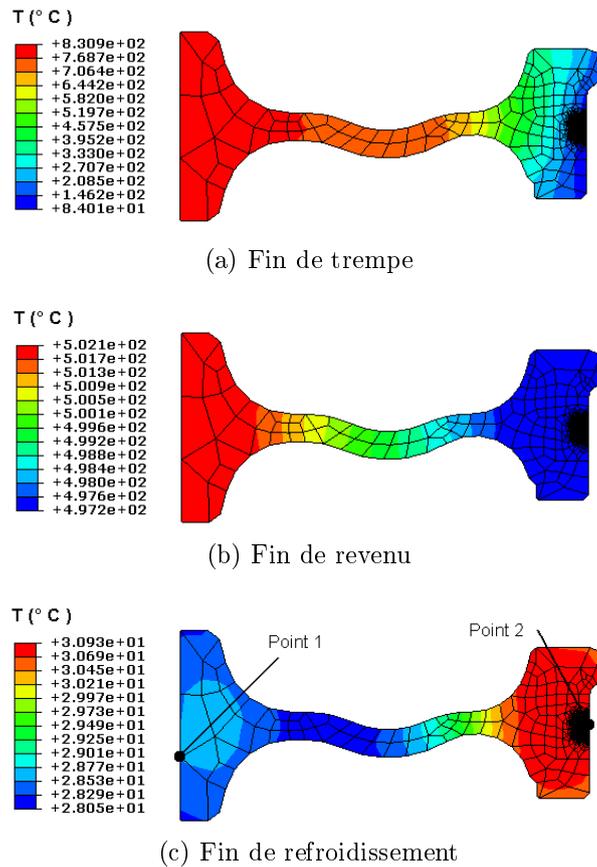


FIGURE 4.70 – Champ des températures au cours du traitement thermique

Analyse mécanique du TTH

Les résultats du calcul thermique sont utilisés comme conditions de chargement initial lors du calcul thermomécanique dans le but de déterminer les contraintes résiduelles. Un modèle élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire de Prager a été utilisé. Dans ce projet, on ne prend pas en compte les effets de la vitesse de déformation (effets visqueux)

et l'effet de la relaxation (fluage pendant le revenu). L'influence de ces effets sur l'évolution des contraintes résiduelles a été étudiée par Brunel et *al.* [117]. Pour ce qui est de conditions aux limites, un nœud du moyeu a été bloqué axialement pour modéliser le positionnement de la roue sur le support. L'analyse du traitement thermomécanique nécessite des propriétés matériaux dépendant de la température. Les paramètres sont issus des travaux de Brunel et *al.* [117] et sont présentés dans le tableau 4.10.

Température ($^{\circ}C$)	k(MPa)	C(MPa)	E(MPa)	ν	$\alpha(K^{-1})$
20	500	4800	210000	0.2	$10.8 * 10^{-6}$
150	470	6000	195000	0.2	$11.8 * 10^{-6}$
450	350	6500	177270	0.2	$13.5 * 10^{-6}$
600	215	2000	132680	0.2	$15.8 * 10^{-6}$
750	60	1000	100790	0.2	$18.5 * 10^{-6}$

TABLE 4.10 – Limite élastique, module tangent et propriétés mécanique de l'acier ER7 en fonction de la température

Résultats et discussions de la simulation thermomécanique

La figure 4.71 représente le champ des contraintes résiduelles circonférentielles à la fin du traitement thermique obtenu avec le modèle élastoplastique. La région en compression est localisée en surface de la bande de roulement de la roue. La figure 4.72 représente l'évolution des contraintes résiduelles circonférentielles σ_{zz} sur une ligne en profondeur suivant z (Figure 4.67) sous la bande de roulement de la roue à la fin du traitement thermique. Les contraintes de compression à la surface sont de l'ordre de 250 MPa. Les zones de contraintes résiduelles fixées par la norme [6] ainsi que les essais de Valdunes sont présentés sur la même figure. Les résultats de la simulation montrent que le niveau de contrainte résiduelle est situé dans la marge des essais de Valdunes. Les résultats de la simulation sont donc cohérents avec les résultats expérimentaux. Par ailleurs, on observe des contraintes de compression jusqu'à une profondeur de 50 mm, où les contraintes résiduelles s'annulent avant de passer en état de traction. A noter que l'usinage de la sur-épaisseur n'a pas été prise en compte puisque les travaux de Brunel [120] ont montré qu'il a peu d'influence sur les contraintes résiduelles.

Les états de contrainte et de déformation plastique à la fin du traitement thermique seront pris en compte intégralement dans le modèle 3D du contact roue/rail en vue d'une analyse mécanique.

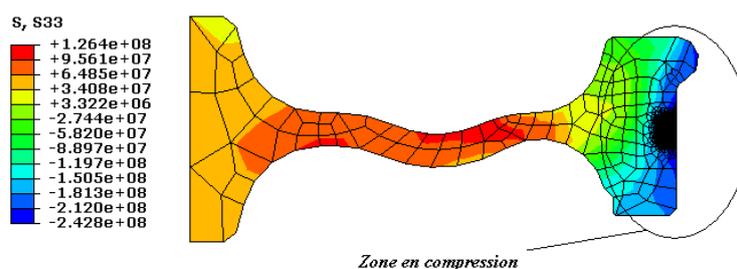


FIGURE 4.71 – Champ des contraintes résiduelles circonférentielle en Pa à la fin du traitement thermique

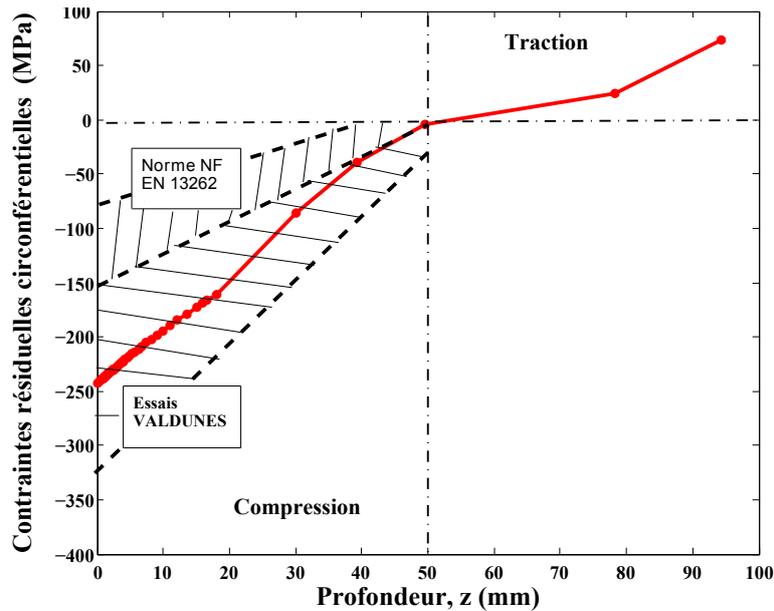


FIGURE 4.72 – Évolution des contraintes résiduelles circonférentielle en profondeur à la fin du traitement thermique

4.8.3 Modèle numérique du contact roue/rail prenant en compte des contraintes résiduelles

L'objectif est d'introduire les contraintes résiduelles dans le modèle complet de contact roue/rail et d'étudier leur influence sur la réponse mécanique du matériau et sur la prédiction d'amorçage de fissures de fatigue de contact de roulement. Le modèle 3D est créé à l'aide du modèle axisymétrique 2D par rotation autour de l'axe de la roue en utilisant toujours l'algorithme stationnaire en roulement pur. Les contraintes résiduelles constituent le chargement initial du calcul stationnaire. Les conditions aux limites ne changent pas. Le modèle d'Armstrong-Frédéric a été utilisé pour décrire le comportement du matériau au cours du chargement mécanique. Dans la suite des analyses, un chargement statique de 20 kN sur l'axe de la roue a été appliqué, suivi d'un calcul stationnaire où la vitesse considérée est fixée à 160 km/h . Le coefficient de frottement au contact est fixé à $\mu = 0.2$.

Influence des contraintes résiduelles sur la réponse mécanique du matériau

À la fin du calcul stationnaire, on compare dans un premier temps l'état des trajets de chargement d'une roue avec et sans contraintes résiduelles (Figure 4.73). Seuls les trajets $(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})$ et $(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})$ sont influencés par les contraintes résiduelles et sont translatés vers la compression. Les autres trajets sont restés identiques. Cela est dû par le fait que les contraintes résiduelles sont plus importantes dans la direction circonférentielle.

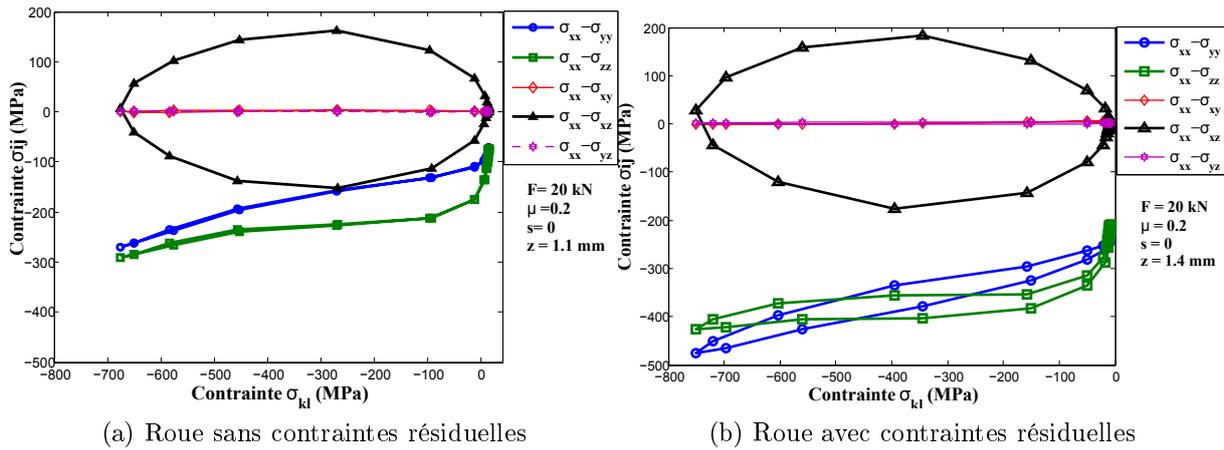


FIGURE 4.73 – Trajets de chargement sur la ligne de courant contenant le nœud le plus sollicité en contrainte de cisaillement : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

La figure 4.74 et 4.75 représente l'influence des contraintes résiduelles sur l'évolution de la contrainte équivalente de von Mises en profondeur. Une augmentation de 175 MPa de la contrainte équivalente est obtenue en surface de la bande de roulement. L'évolution de la contrainte équivalente est modifiée au-delà de 10 mm de profondeur, zone dans laquelle les contraintes résiduelles ont une influence.

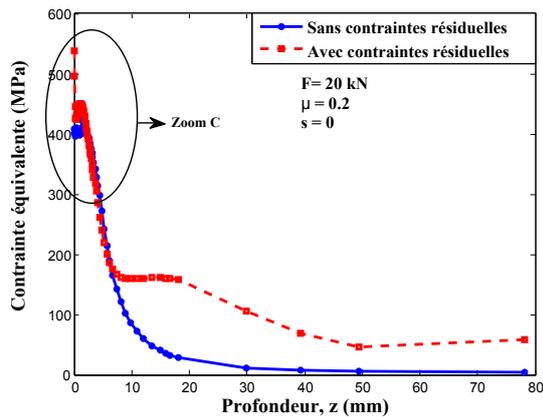


FIGURE 4.74 – Évolution de la contrainte équivalente en profondeur en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN (sans et avec contraintes résiduelles)

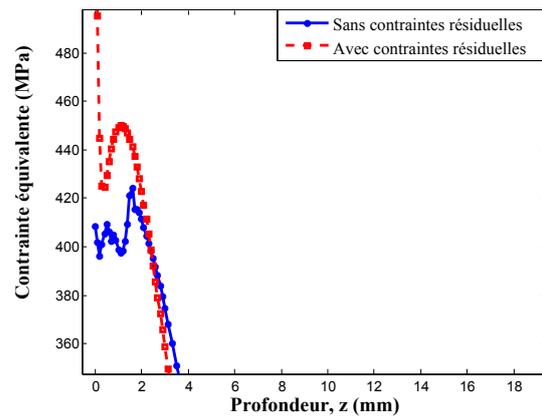


FIGURE 4.75 – Évolution des contraintes équivalentes en profondeur en roulement pur et pour 20 kN (Zoom C) : sans et avec contraintes résiduelles

La figure 4.76 montre l'évolution des contraintes de cisaillement maximale et minimale en profondeur sous la bande de roulement de la roue. Sur cette figure, on compare deux cas : le cas sans contraintes résiduelles et le cas avec contraintes résiduelles. On peut observer que dans les deux cas, les contraintes maximales et minimales sont localisées en sous-surface de la bande de roulement. La prise en compte des contraintes résiduelles entraîne des contraintes de cisaillement plus élevées. Cela engendre une légère déformation plastique du matériau le conduisant donc à une légère accommodation plastique (voir Figure 4.77).

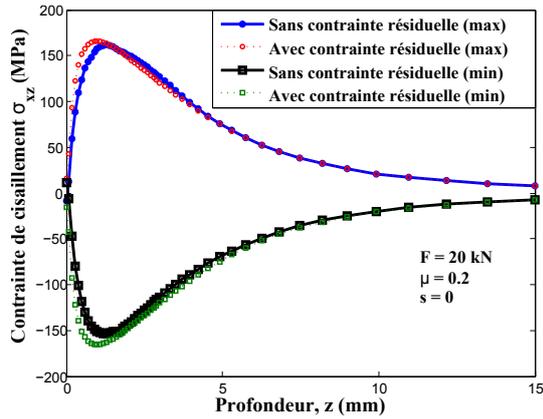


FIGURE 4.76 – Évolution des contraintes de cisaillement en profondeur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 20$ kN

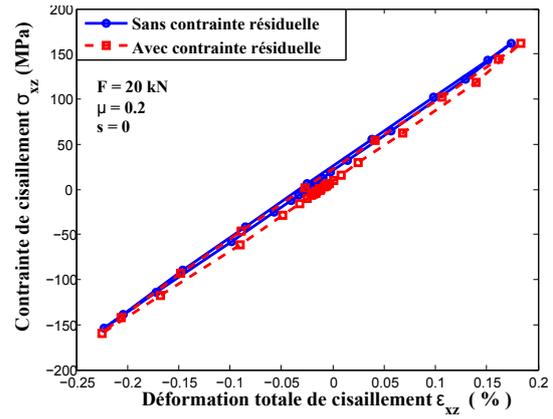


FIGURE 4.77 – Boucle de contrainte/déformation au nœud le plus sollicité en cisaillement : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 20$ kN

Évolution des contraintes résiduelles circonférentielles au cours du chargement

Le premier chargement constitue l'état initial des contraintes résiduelles prises en compte dans le modèle 3D. Le deuxième chargement est l'application d'un effort statique de 20 kN sur l'axe de la roue, cette dernière étant en contact avec le rail et le troisième chargement est l'application d'une vitesse stationnaire de 160km/h .

L'évolution des contraintes résiduelles circonférentielles en profondeur sous la bande de roulement pour chaque chargement est présentée sur les figures 4.78 et 4.79. Au cours du chargement, on peut observer que les contraintes varient jusqu'à une profondeur de 15 mm. Au-delà de cette limite, l'évolution est identique pour tous les chargements. La limite entre la région en compression et celle en traction n'a pas changée.

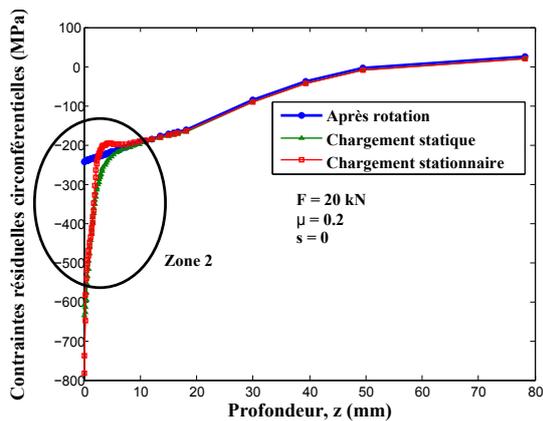


FIGURE 4.78 – Évolution des contraintes résiduelles en profondeur pour différents chargements : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 20$ kN

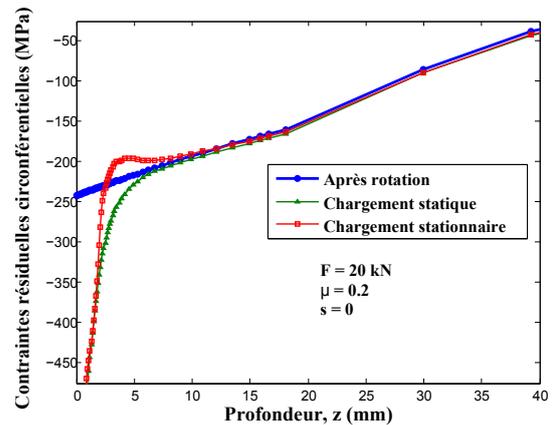


FIGURE 4.79 – Évolution des contraintes résiduelles en profondeur pour différents chargements (Zoom de la zone 2)

La figure 4.80a représente le champ des contraintes résiduelles à l'état initial de chargement. Cet état est juste obtenu par rotation du modèle axisymétrique. La figure 4.80b et la figure 4.80c représentent respectivement les champs des contraintes résiduelles à la fin du chargement statique et à la fin du chargement stationnaire. On observe bien que les contraintes résiduelles varient au cours du chargement. Au cours du chargement statique,

elles atteignent une valeur maximale de 575 MPa à la surface de la bande de roulement et diminue pour atteindre une valeur de 500 MPa au cours du chargement stationnaire en roulement pur.

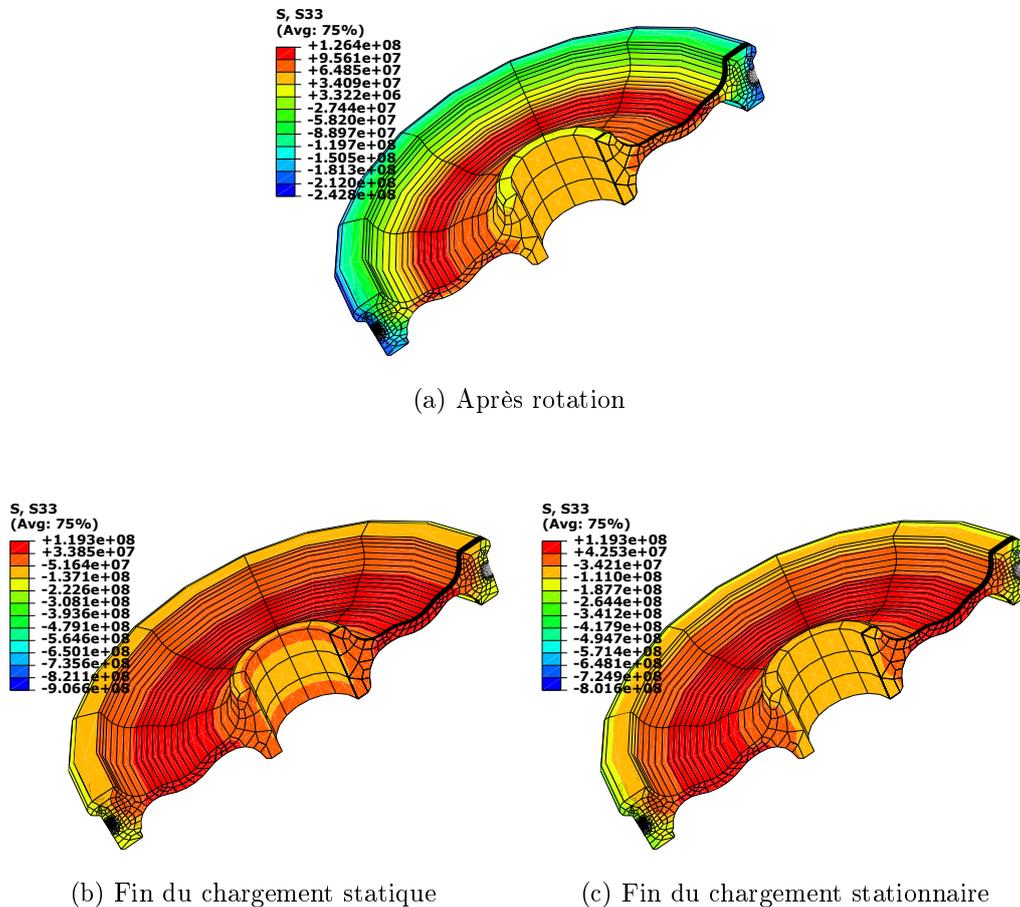


FIGURE 4.80 – Champ des contraintes résiduelles circonférentielles en Pa : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F= 20$ kN

Analyse en fatigue avec prise en compte des contraintes résiduelles

Le critère de Dang van a été utilisé pour analyser les résultats obtenus par simulation numérique sur le modèle complet prenant en compte les contraintes résiduelles. La figure 4.81 représente la comparaison des trajets de chargement en fatigue entre le cas sans contraintes résiduelles et le cas avec contraintes résiduelles.

Les résultats montrent effectivement une translation du trajet de chargement en terme de pression hydrostatique (voir Bernasconi *et al.* [95], [93]), mais également une augmentation des contraintes de cisaillement mésoscopiques maximales. Dans la littérature, les résultats obtenus montrent que le trajet de chargement en fatigue se translate uniquement suivant la pression hydrostatique avec le même niveau de contraintes de cisaillement mésoscopiques. Ces résultats existant dans la littérature peuvent être expliqués par le fait que les modèles utilisés sont des modèles simplifiés en 2D, ou les analyses sont effectuées sur des éprouvettes et non directement sur un modèle complet roue/rail. La limite de Liu Zenner [46] obtenue par Bernasconi [52] a été également superposée sur la figure 4.81.

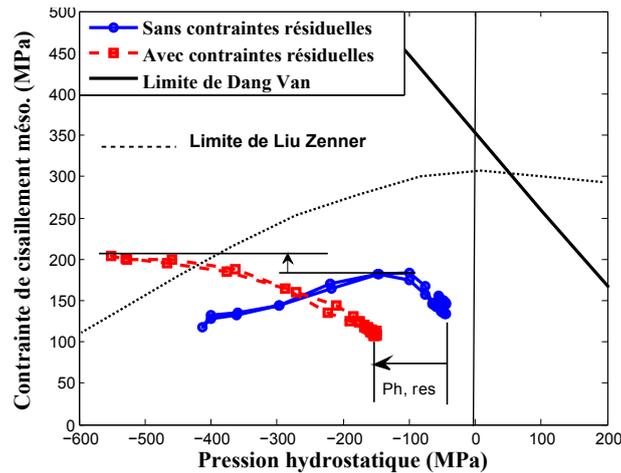


FIGURE 4.81 – Trajets de chargement en fatigue, avec et sans contraintes résiduelles au point critique situés en surface en roulement pur : $s=0$, $\mu = 0.2$, $F = 20$ kN

Dans le cas de la prise en compte des contraintes résiduelles, le trajet de chargement intercepte la limite de Liu-Zenner ce qui entraîne l'apparition de fissures de fatigue. Cela est lié évidemment à l'augmentation des contraintes de cisaillement mésoscopiques, ce qui est un résultat original.

En fatigue de contact de roulement, les contraintes résiduelles influencent non seulement sur la pression hydrostatique mais aussi sur la cission mésoscopique maximale selon le critère de fatigue de Dang van.

4.9 Conclusion

Une analyse complète de dimensionnement des roues ferroviaires prenant en compte le contact réel roue/rail a été proposée. L'influence du glissement, du mésalignement, de la position du chargement, des nuances d'acier et des contraintes résiduelles sur la réponse asymptotique et la fatigue de contact de roulement, a été analysée et mise en évidence. L'étude des contraintes principalement celles de cisaillement a montré que celles-ci sont généralement situées en profondeur pour $\mu < 0.3$ et en surface pour $\mu > 0.3$, ce qui est cohérent avec les approches de la bibliographie. Les contraintes de cisaillement mésoscopiques sont maximales et plus précisément à l'entrée et à la sortie du contact, ce qui conduit à un risque maximal d'amorçage de fissures en ces points selon le critère de Dang Van. Par contre, selon le critère de Liu-Zenner [46], le point critique est situé dans le contact de par les fortes pressions hydrostatiques en compression générées par le contact.

Concernant la comparaison des nuances d'acier, les résultats ont montré qu'elle a une forte influence sur le trajet de chargement à l'état adapté. Les analyses ont également montré une forte influence de la nuance d'aciers sur les limites d'adaptation. Le facteur de charge tel que défini dans les shakedown map P_0/k_c (P_0 : pression maximale de contact, k_c : limite de cisaillement pur) ne semble pas être un paramètre suffisant dans le choix d'un acier car la limite d'adaptation est fonction de la charge appliquée et de la limite d'élasticité cyclique du matériau. Une approche basée uniquement sur ces cartes est alors insuffisante pour dimensionner une roue en fatigue de contact.

Concernant l'analyse en fatigue à faible nombre de cycles, le critère de Manson-Coffin a été appliqué dans les cas où une réponse accommodée de la structure a été obtenue.

Ce critère est basée sur l'approche en déformation plastique. Les déformations plastiques obtenues sont très élevées en surface. Ce qui rend délicate l'interprétation de la durée de vie car la zone étudiée s'use au cours du roulement. Or les éprouvettes utilisée pour décrire le comportement mécanique des matériaux sont extraites en profondeur et non en surface.

Les contraintes résiduelles ont été également prises en compte dans la démarche de dimensionnement. Les résultats ont montré que la prise en compte des contraintes résiduelles engendre l'augmentation non seulement la pression hydrostatique, mais également les contraintes de cisaillement mésoscopiques selon le critère de Dang van. Dans le cas du critère de Liu Zenner [46], on obtient l'apparition de fissures de fatigue.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale

L'objectif de cette thèse est de contribuer au dimensionnement en fatigue de contact des roues ferroviaires. La finalité est d'une part, d'un point de vue scientifique, de développer une approche complète de dimensionnement (prise en compte des sollicitations issues de la géométrie réelle du contact roue/rail, le comportement inélastique et les conditions d'exploitation) et d'autre part, d'un point de vue industriel, d'analyser l'influence de la nuance d'aciers et du procédé de fabrication (prise en compte des contraintes résiduelles).

Après avoir passé en revue les différents aspects de la bibliographie concernant la fatigue de contact de roulement, la démarche retenue se décompose en 3 étapes principales : une caractérisation du comportement cyclique et de la fatigue des matériaux (modélisation élastoplastique du comportement cyclique et de fatigue), une modélisation du contact roue/rail (approche numérique basée sur une description eulérienne du contact roue/rail) et l'analyse en fatigue (choix de critères de fatigue multiaxiaux).

A noter que ne sont étudiés dans ce travail que les dommages amorcés en surface et en sous-surface sans prendre en compte les mécanismes d'usure et le gradient de microstructure en surface et son évolution au cours du temps. Après une analyse des modèles de comportement cyclique et de fatigue, le modèle d'Armstrong-Frederick [30] est retenu pour décrire le comportement cyclique élastoplastique des trois aciers étudiés compte tenu des essais de caractérisation réalisés.

Les critères de fatigue de Dang Van [4] et de Manson-Coffin [5] ont été utilisés pour la prédiction du risque d'amorçage de fissures et de la durée de vie, choisis pour leur simplicité d'identification. L'évaluation des contraintes et déformations engendrées dans le contact entre solides nécessite la détermination des paramètres de contact, à savoir le champ de pression et le champ de contraintes tangentielles. La méthode stationnaire a été ainsi utilisée pour déterminer l'état stabilisé de la structure. Elle permet un raffinement dans la zone de contact uniquement et une réduction considérable du temps de calculs. Elle fait intervenir aussi les grandeurs cinématiques comme les vitesses de translation et de rotation.

Dans un premier temps, le cas du cylindre sur plan a été traité en vue de valider l'approche. Une analyse complète de dimensionnement partant du comportement du matériau jusqu'à la prédiction de l'endommagement par fatigue a été réalisée. La modélisation mise en place a été validée avec la théorie de Hertz dans le cas d'une analyse purement élas-

tique. Des calculs menés avec ou sans coefficient de frottement pour un comportement élastique ou élastoplastique ont montré une forte influence des déformations plastiques sur la réponse asymptotique de la structure. Les résultats ont montré également qu'en fatigue de contact de roulement, le cylindre sur plan est soumis à des chargements non-proportionnels. L'influence du glissement sur la réponse de la structure ainsi que sur les trajets de chargement en fatigue a été mise en évidence. Les résultats ont montré que le risque d'amorçage de fissures de fatigue selon le critère de Dang Van débute en surface en conditions de roulement pur comme en glissement total à cause de la contribution de la pression hydrostatique qui est maximale en surface. Cela diffère des résultats classiques s'appuyant uniquement sur le cisaillement qui est maximal en sous-surface dans le cas du roulement pur. Suivant la démarche d'analyse des réponses asymptotiques fonction des niveaux de chargement, la shakedown map a été construite en condition de glissement total pour l'acier ER7. Les limites élastiques et d'adaptation sont obtenues grâce à des calculs pour différents chargements et coefficients de frottement. Les limites d'adaptation obtenues numériquement sont cohérentes avec celles obtenues par Johnson [17] dans ce cas simplifié d'un cylindre sur un plan.

Dans un second temps, cette démarche a été appliquée à un modèle 3D du contact roue/rail. L'originalité réside en particulier dans la prise en compte de la géométrie réelle de la roue et du rail. L'influence du glissement, du mésalignement, de la position du chargement, des nuances d'acier et des contraintes résiduelles sur la réponse asymptotique et la fatigue de contact de roulement a été analysée et mise en évidence. Les contraintes de cisaillement mésoscopiques sont maximales à l'entrée et à la sortie du contact et constituent les points critiques du trajet de chargement en fatigue selon le critère de Dang Van. Dans le cas du critère de Liu Zenner, les points critiques sont situés dans la zone de contact. Pour les deux critères, un résultat important est que les points critiques sont situés en surface que ce soit en roulement ou en glissement. Les résultats ont montré que la prise en compte du glissement dans le contact augmente le risque d'amorçage de fissures par rapport au cas du roulement pur, en considérant le critère de Dang Van. Concernant la comparaison des nuances d'acier, les résultats indiquent une forte influence sur les limites d'adaptation de la structure. Le facteur de charge tel que défini dans les shakedown map (charge normale / limite d'élasticité cyclique) apparaît comme insuffisant pour choisir un acier car la limite d'adaptation varie avec la nature du matériau et la charge appliquée. Une approche basée uniquement sur ces cartes d'adaptation est donc insuffisante pour un dimensionnement en fatigue. Par contre, l'utilisation de la méthodologie proposée ici (trajet de chargement et de fatigue) peut permettre de le faire sous réserve de disposer des caractérisations complètes des matériaux.

Pour l'analyse en fatigue à faible nombre de cycles, le critère de Manson-Coffin a été appliqué. Il s'appuie sur des déformations plastiques qui sont très élevées et maximales en surface dans une zone où l'usure sera importante, ce qui rend l'interprétation délicate.

Les contraintes résiduelles ont été également prises en compte dans la démarche de dimensionnement. Après une simulation du processus de trempe, les contraintes résiduelles ont été introduites dans le modèle de contact roue/rail. Les résultats ont montré que la prise en compte des contraintes résiduelles entraîne une augmentation de la pression hydrostatique en compression mais également de contrainte de cisaillement mésoscopique, ce qui constitue un résultat original. D'autre part, selon le critère de fatigue retenu (Liu-Zenner ou Dang Van), les contraintes résiduelles peuvent jouer un rôle bénéfique ou non

si on se limite à cette interprétation.

Perspectives

Deux axes principaux sont à poursuivre pour cette étude :

- l'amélioration de l'approche prenant en compte des modèles de comportement matériau plus précis et plus complexes par exemple décrivant le phénomène de rochet, avec les essais associés.
- la mise en place d'une approche simplifiée à finalité industrielle pour le dimensionnement en fatigue des roues ferroviaires. Une première étape pourrait être la mise en place des cartes de sollicitation (charge/conditions de glissement) sur le même principe que celle d'adaptation mais intégrant le critère de fatigue.

D'autres points supplémentaires sont à poursuivre :

- l'utilisation d'un critère adapté à de très fortes pressions hydrostatiques et à des chargements non-proportionnels. On pourra utiliser les critères basés sur l'approche intégrale comme celui de Liu-Zenner [46] et de Papadopoulos [47] dans le cas de fatigue à grand nombre de cycles.
- l'utilisation d'un critère de fatigue à faible nombre de cycles basé sur l'énergie ou l'endommagement permettrait de déterminer le nombre de cycles à la rupture et ensuite de comparer avec les résultats actuels basés uniquement sur une approche en amplitude de déformation plastique (Manson-Coffin [5]).
- différents points d'amélioration concernant le calcul de la sollicitation pour laquelle pourront être considérés :
 - le pseudo-glissement dans le contact car le modèle actuel traite seulement les deux cas extrêmes (roulement pur et glissement total),
 - les mécanismes d'usure des roues afin de lutter contre la fatigue superficielle.
 - la microstructure en surface de la bande de roulement dans le but d'avoir plus d'information sur le comportement en surface,
 - la position du chargement la plus défavorable comme dans le cas de circulation en courbe qui entraîne deux contacts entre le rail et la roue (sur la bande de roulement et sur le boudin) et plus largement la variabilité du chargement dans l'analyse de fatigue de contact de roulement.

Bibliographie

- [1] K. L. Johnson. A shakedown limit in rolling contact. In *ASME Proc. 4th National Conference of Applied Mechanics, Berkley*, 1962.
- [2] AFNOR. *Norme NF EN 13979-1+A2 : Applications ferroviaires , Essieux montés, bogies - Roues monobloc - Procedure d'homologation technique*, Juin 2011.
- [3] UCI : CODE 510-5. *Homologation technique des roues monobloc - Document d'application de la norme EN 13979-1*, Mai 2007.
- [4] K. Dang Van. Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Science Technique Armement, Mémorial de l'artillerie française*, 3eme fascicule :647–722., 1973.
- [5] S. S. Manson. Behavior of materials under conditions of thermal stresses. *TN*, 2933, NACA, 1953.
- [6] AFNOR. *Norme NF EN 13262 : Applications ferroviaires , Essieux montés, bogies, Roues - Prescriptions pour le produit*, Janvier 2009.
- [7] A. Ekberg and P. Sotkovszki. Anisotropy and fatigue of railway wheel. *Int. J. of Fatigue*, 23 :29–43, 2001.
- [8] A. Ekberg, E. Kabo, and H. Andersson. An engineering model for prediction of rolling contact fatigue of railway wheels. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 25 :899–909, 2002.
- [9] A. Ekberg. *Wheel-rail interface handbook*, chapter Fatigue of railway wheel, page 237. Woodhead publishing in Mechanical Engineering, 2009.
- [10] A. Ekberg. Rolling contact fatigue of railway wheels—a parametric study. *Wear*, 211 :280–288, 1997.
- [11] Y. Murakami and M. Endot. Effects of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength. *International Journal of Fatigue*, 16 :163–182, 1994.
- [12] Elena Kabo and Anders Ekberg. Fatigue initiation in railway wheels—a numerical study of the influence of defects. *Wear*, 253(1–2) :26 – 34, 2002.
- [13] F. K. Naumann. *Das buch der schadensfalle, untersuchen-beyrteilen-vermeiden. Stuttgart : Dr Riederer-Verlag*, 1976.
- [14] R. Fröhling. Analysis of asymmetric wheel profile wear and its consequences. *Vehicle System Dynamics*, 44(S1) :590–600, 2006.
- [15] A Kapoor and K.L. Johnson. Plastic ratchetting as a machanism of metallic wear. In *Mathematical and physical Sciences*, volume 445, pages 367–384. The Royal Society, 1994.

- [16] A. Kapoor. Wear by plastic ratchetting. *Wear*, 212(1) :119 – 130, 1997.
- [17] K.L. Johnson. Contact mechanics and the wear of metals. *Wear*, 190(2) :162 – 170, 1995.
- [18] W.R. Tyfour, J.H. Beynon, and A. Kapoor. Deterioration of rolling contact fatigue life of pearlitic rail steel due to dry-wet rolling-sliding line contact. *Wear*, 197(1–2) :255–265, 1996.
- [19] J. J. Kalker. *Three-dimensional elastic bodies in rolling contact*. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, The Netherland, 1990.
- [20] K.L. Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 452 pp., 1985.
- [21] H. Hertz. Über die berührung fester elastischer körper. *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 92 :156–171, 1882.
- [22] F. W. Carter. On the action of a locomotive driving wheel. *Proceeding of the Royal Society of London*, A112 :151–157, 1926.
- [23] J. J. Kalker. A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact. *Vehicle System Dynamics*, 11(1) :1 – 13, 1982.
- [24] Z. Y. Shen, J. K. Hedrick, and J. A. Elkins. A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis. In *Proc. 8th IAVSD Symposium*, 1984.
- [25] G. Wang and K. Knothe. Theorie und numerische behandlung des allgemeinen rollenden kontaktes zweier viskoelastischer walzen. *Fortschr.-Ber.VDI, Reihe 1*, 165 :238–265, 1988.
- [26] J. Dahlberg and B. Alfredsson. Transient rolling of cylindrical contacts with constant and linearly increasing applied slip. *Wear*, 266(1–2) :316 – 326, 2009.
- [27] MSC Software Corporation. *MSC Marc Volume A : Theory and User Information*. Santa Ana California, 2005–2006.
- [28] Xin Zhao and Zili Li. The solution of frictional wheel-rail rolling contact with a 3d transient finite element model : Validation and error analysis. *Wear*, 271(1–2) :444–452, 2010.
- [29] J-F. Chaboche and Lemaitre J. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 2 edition, 1996.
- [30] P. J. Armstrong and C. O. Frederick. Rd/b/n731, Berkeley Nuclear Laboratories, 1966.
- [31] N. Ohno and J. D. Wang. Kinematic hardening rules for simulation of ratchetting behavior. *Eur. J. Mech.*, 13 :519, 1994.
- [32] H. Bulet and G. Cailletaud. Modelling of cyclic plasticity in finite element codes. In *Constitutive Laws for Engineering Materials : Theory and Application*, page 1157, 1987.
- [33] P. Geyers. Modelling of ratchetting in biaxial loading of the stainless steel 316 sph between 20 and 600° c. In *Proc. of Plasticity*, volume 95, page 563, 1995.
- [34] E. Tanaka. A non-proportionality parameter and a viscoplastic constitutive model taking into account amplitude dependences and memory effects of isotropic hardening. *Eur. J. Mech.*, 155, 1994.

- [35] Laurence Portier, Sylvain Calloch, Didier Marquis, and Philippe Geyer. Ratchetting under tension-torsion loadings : experiments and modelling. *International Journal of Plasticity*, 16 :303–335, 2000.
- [36] J. Zarka and J. Casier. Elastic-plastic response of a structure subjected to cyclic loading : practical rules. *Mechanics Today*, 6 :93–198, 1979.
- [37] M. H. Maitournam, B. Pommier, and J. J. Thomas. Détermination de la réponse asymptotique d’une structure anélastique sous chargement thermomécanique cyclique. *Compte Rendu Mécanique*, 330 :703–708, 2002.
- [38] N. Maouche, M. H. Maitournam, and K. Dang Van. On a new method of evaluation of the inelastic state due to moving contacts. *Wear*, 203–304 :139–147, 1997.
- [39] Q. S. Nguyen and Rahimian. Mouvement permanent d’une fissure en milieu élastoplastique. *J. Mech. Appl.*, 5 :95–120, 1981.
- [40] K. Dang Van and M. H. Maitournam. Steady-state flow in classical elastoplasticity : Applications to repeated rolling and sliding contact. *J. Mech. Phys. Solids*, 41(11) :1691–1710, 1993.
- [41] M. H. Maitournam. *Formulation et résolution numérique des problèmes thermoviscoplastiques en régime permanent*. Thèse de l’Ecole Nationale des Ponts et chaussées, 1989.
- [42] W. N. Findley. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. *ASME J. Eng. Ind.*, pages 301–306, 1959.
- [43] H. J. Gough, Pollard H. V., and Clenshaw W. J. Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses. *Ministry of supply aeronautical Research Council, reports and memoranda, H.M.S.O. Londres*, 23 :2522, 1951.
- [44] G. Sines. Fatigue criteria under combined stresses or strains. *Transactions ASME. Journal of Engineering Material Technology*, 13 :82–90, 1981.
- [45] B. Crossland. Effect of large hydrostatic pressure on the torsional fatigue strength of an alloy steel. int conf. on fatigue of metals. *IME/ASME Londres*, pages 138–149, 1956.
- [46] J. Liu and H. Zenner. Fatigue limit of ductile metals under multiaxial loading. *Biaxial/multiaxial fatigue and fracture, Elsevier Sciences*, 2003.
- [47] I. V. Papadopoulos, P. Davola, C. Gorla, M. Filippini, and A. Bernacosni. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *International Journal of Fatigue*, 19 :219–235, 1997.
- [48] T. Palin-Luc and S. Lasserre. An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 17(2) :237–351, 1998.
- [49] F. Ellyin and Z. Xia. A general fatigue theory and its application to out-of-phase cyclic loading. *Transactions ASME. Journal of Engineering Material Technology*, 115(4) :411–416, 1993.
- [50] J-B. Tritsch and A. Hachemi. On shakedown analysis using hypersphere algorithm. In *5th EUROMECH SOLID MECHANICS CONFERENCE*. Aristotle University of Thessaloniki, Greece, 2003.
- [51] M. H. Maitournam. *Structure sous chargements mobiles : aspects mécanique et fatigue*. Mémoire HDR, Ecole Polytechnique, 2000.

- [52] A. Bernasconi, M. Filippini, S. Foletti, and D. Vaudo. Multiaxial fatigue of a railway wheel steel under non proportional loading. *International Journal of Fatigue*, 28 :663–72, 2006.
- [53] K. N. Smith, P Waston, and T. H. Topper. A stress-strain function for the fatigue of metals. *J. Mater.*, 50 :767–778, 1970.
- [54] H. Jiang and H. Shitoglu. A model for rolling contact failure. *Wear*, 224(1) :38–49, 1999.
- [55] C. E. Jaske. Thermal-mechanical, low-cycle fatigue of aisi 1010 steel. *Therm. Fatigue Mater. Compon. ASTM STP*, 612 :170–198, 1976.
- [56] A. Constantinescu, E. Charkaluk, G. Lederer, and L. Verger. A computaional approach to thermomechanical fatigue. *Int. J. fatigue*, 26 :805–818, 2004.
- [57] S. Amiable, S. Chapuliot, A. Constantinescu, and A. Fissolo. A computaional life-time prediction of a thermal shock experiment. part ii : discussion on difference fatigue criteria. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 29 :219–227, 2005.
- [58] A. Kapoor. A re-evaluation of the life to rupture of ductile metals by cyclic plastic strain. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 17 :201–219, 1994.
- [59] Anders Ekberg and Elena Kabo. Fatigue of railway wheels and rails under rolling contact and thermal loading—an overview. *Wear*, 258(7–8) :1288 – 1300, 2005.
- [60] X. Su and P. Clayton. Ratchetting strain experiments with a pearlitic steel under rolling/sliding contact. *Wear*, 205(1–2) :137 – 143, 1997.
- [61] J. Ringsberg. *Rolling contact fatigue of railway rails with emphasis on crack initiation*. PhD Thesis, Department of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, G teborg, Sweden, 2000.
- [62] K. L. Johnson and J. A. Jefferis. Plastic flow and residual stresses in rolling and sliding contact. *Proc. Symp. on Fatigue in Rolling Contact, Institution of Mechanical Engineers , London*, pages 207–290., 1963.
- [63] K. L. Johnson. The application of shakedown principles in rolling and sliding contact. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 11 :155–72, 1992.
- [64] A.F. Bower and K.L. Johnson. Plastic flow and shakedown of the rail surface in repeated wheel-rail contact. *Wear*, 144(1–2) :1 – 18, 1991.
- [65] A.R.S. Ponter, A.D. Hearle, and K.L. Johnson. Application of the kinematical shakedown theorem to rolling and sliding point contacts. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 33(4) :339–362, 1985.
- [66] A Kapoor and J. A. Williams. Shakedown limits in sliding contact on a surface hardened half-space. *Wear*, 172 :197–206, 1994.
- [67] A Kapoor and J. A. Williams. Shakedown limits in rolling-sliding point contacts on en anisotropic half-space. *Wear*, 191 :256–60, 1996.
- [68] S. K. Wong, A Kapoor, and J. A. Williams. Shakedown limits on coated and engineered surfaces. *Wear*, 203-204 :162–70, 1997.
- [69] I. N. Dyson, J. A. Williams, and A. Kapoor. The effect of surface hardening on the elastic shakedown of elliptical contacts. *Proceedings of the IMechE : Part J, Journal of Engineering Tribology*, 213 :287—98, 1999.

- [70] H.P. Lieurade, R.Y. Deroche, B. Derboule, and R. Conti. A study of the shelling mechanism of rail. In *Proceedings of the Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems II, University of Waterloo Press, Kingston, RI, USA*, pages 379–395, 1986.
- [71] G. L. Ham, G.T. Hahn, C. A. Rubin, and Bhargava V. Finite element analysis of the influence of the kinematic hardening in two-dimensional, repeated, rolling sliding contact. *J. tribol.*, 110 :44–9, 1988.
- [72] S. Kulkarni, G.T. Hahn, C. A. Rubin, and V. Bhargava. Elastic-plastic finite element analysis of three-dimensional pur rolling contact at the shakedown limit. *ASME J. Appl. Mech.*, 57 :57–65, 1990.
- [73] S. Kulkarni, G.T. Hahn, C. A. Rubin, and V. Bhargava. Elastic-plastic finite element analysis of three-dimensional, elliptical rolling contact with rail wheel properties. *ASME J. Tribol.*, 113 :434–441, 1991.
- [74] V. Bhargava, Hahn G.T., and Rubin C. A. An elastic-plastic finite element model of rolling contact. part i : single contact ; part ii : repeated contact. *ASME J. Appl. Mech.*, 52 :66–82, 1983.
- [75] M. Howell, G.T. Hahn, C. A. Rubin, and D. L McDowell. Finite element analysis of rolling contact for non-linear kinematic hardening bearing steel. *ASME J. Tribol.*, 117 :729–736, 1995.
- [76] J.R. Barber and M. Ciavarella. Contact mechanics. *Int. J. Solids Struct.*, 37 :29–43., 2000.
- [77] J.W. Kannel and J.L. Tevaarwerk. Subsurface stress evaluations under rolling/sliding contacts. *J. Tribol*, 106 :96–103, 1984.
- [78] T. Telliskivi, U. Olofsson, U. Sellgren, and P. Kruse. A tool and a method for fe analysis of wheel and rail interaction. In *Proceedings of the ANSYS 2000 Technical Conference, Pittsburg, USA*, 2000.
- [79] B. Xu and Y. Jiang. Elastic-plastic finite element analysis of partial slip rolling contact. *ASME J. Tribol.*, 124 :20–26, 2002.
- [80] Y. Jiang, J. Chang, and B. Xu. Elastic-plastic finite element stress analysis of two-dimensional rolling contact, hydraulic failure analysis : fluid component and system effects. *ASTM STP 1339, Totten, Wills, and Feldmann, eds, American Society for Testing and Materials, West, Conshohocken, PA*, pages 59–74, 2001.
- [81] K. Dang Van. Macro-micro approach in high-cycle multiaxial fatigue. *Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP*, 1191 :120–130, 1993.
- [82] Y. Jiang, B. Xu, and H. Sehitoglu. Three-dimensional elastic-plastic stress analysis of rolling contact. *J. Tribol.*, 124 :699–708, 2002.
- [83] J.W Ringsberg, M Loo-Morrey, B.L Josefson, A Kapoor, and J.H Beynon. Prediction of fatigue crack initiation for rolling contact fatigue. *International Journal of Fatigue*, 22(3) :205 – 215, 2000.
- [84] Jonas W Ringsberg. Life prediction of rolling contact fatigue crack initiation. *International Journal of Fatigue*, 23(7) :575 – 586, 2001.
- [85] Jonas W. Ringsberg and Torbjörn Lindbäck. Rolling contact fatigue analysis of rails including numerical simulations of the rail manufacturing process and repeated wheel-rail contact loads. *International Journal of Fatigue*, 25(6) :547 – 558, 2003.

- [86] Jonas W. Ringsberg, Francis J. Franklin, B Lennart Josefson, Ajay Kapoor, and Jens C.O. Nielsen. Fatigue evaluation of surface coated railway rails using shake-down theory, finite element calculations, and lab and field trials. *International Journal of Fatigue*, 27(6) :680 – 694, 2005.
- [87] K. Dang Van, M.H. Maitournam, and P. Prasil. Elastoplastic analysis of repeated moving contact : application to railways damage phenomena. *Wear*, 196 :77–81, 1996.
- [88] K. Dang Van and M. H. Maitournam. On some recent trends in modelling of contact fatigue and wear in rail. *Wear*, 253 :219–227, 2002.
- [89] A. Ekberg, H. Bjarnehed, and R. Lunden. A fatigue life model for general rolling contact with application to wheel/rail damage. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 18(10) :1189–99, 1995.
- [90] G. Lundberg and H. Sjovall. Stress and deformation in elastic contacts. *Division of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology*, 4, 1958.
- [91] A. Ekberg, E. Kabo, and H. Andersson. Answer to the letter to the editor by m ciavarella and h maitournam. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 27(6) :527–8, 2004.
- [92] H. Desimone, A. Bernasconi, and S. Beretta. On the application of dang van criterion to rolling contact fatigue. *Wear*, 206 :567–72, 2006.
- [93] A. Bernasconi, P. Davoli, M. Filippini, and S. Foletti. An integrated approach to rolling contact sub-surface fatigue assessment of railway wheels. *Wear*, 258 :973–80, 2005.
- [94] E. A. H. Vollebregt and J. J. Kalker. *Contact'93 User Manual*, 1994.
- [95] A. Bernasconi, P. Davoli, and M. Filippini. Fatigue life of railway wheels : residual stresses and lcf. In *13th International Wheelset Congress, Rome*, 2001.
- [96] A. Constantinescu and K. Dang Van. A global computaional approach in engineering problems. *Institute of Fundamental Technological Research.*, (10), 2004. AMAS Lecture Notes.
- [97] SiDoLo. *Simulation et Identification de Lois de comportement, notice d'utilisation*, 1995.
- [98] A. Andrade-campos, S. Thuillier, P. Pilvin, and F. Teixeira-Dias. On the determination of material parameters for internal variable thermoelastic-viscoplastic constitutive models. *Int J Plasticity*, 23 :1349–1379, 2007.
- [99] G. Gallet and H. P. Lieurade. *Prévision du comportement en fatigue plastique des aciers de construction mécanique à partir de leurs caractéristiques de traction*. IRSID, 1976.
- [100] NFA03-400. *Produits sidérurgiques, Essais de fatigue, Principes généraux*, 1983.
- [101] NFA03-401. *Produits sidérurgiques, Essais de fatigue sous charge axiale*, 1983.
- [102] NFA03-405. *Produits sidérurgiques, Essais de fatigue, Traitement statistique des données*, 1991.
- [103] NFA03-509. *Produits sidérurgiques, Etalonnage des machines d'essais de fatigue*, 1983.
- [104] H. P. Lieurade. *La pratique des essais de fatigue*. Pyc edition edition, 1982.

- [105] A. Ekberg. Fatigue of railways wheels. In R. Lewis and R. Olofsson, editors, *Wheel-rail interface handbook*, page 211. Woodhead publishing in Mechanical Engineering, 2011.
- [106] G. M. Hamilton and L. E. Goodman. The stress field created by a circular sliding contact. *Journal of Applied Mechanics*, 33 :371–376, 1966.
- [107] J. Scheibert, A. Prevost, G. Debrégeas, E. Katzav, and M. Adda-Bedia. Stress field at a sliding frictional contact : Experiments and calculations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(12) :1921 – 1933, 2009.
- [108] S. Foletti and H.J. Desimone. Application of shakedown maps under variable loads. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(4) :527 – 538, 2007.
- [109] S. P. Timoshenko and J. N. Goodier. Theory of elasticity. *McGraw-Hill, Auckland*, page 567, 1970.
- [110] H Yokoyama, S Mitao, S Yamamoto, and M Fujikake. Effect of the angle of attack on flaking behavior in pearlitic and bainitic steel rails. *Wear*, 253 :60–66, 2002.
- [111] O Onal, D. Canadinc, H. Sehitoglu, K. Verzal, and Jiang Y. Investigation of rolling contact crack initiation in bainitic and pearlitic rail steels. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 35 :985–997, 2012.
- [112] J. Hewitt and D.M. Allen-Booth. The effect of heat treatment on residual stresses. *International Journal Radsatzkongress Munchen*, pages 2–8, 1966.
- [113] O. Orringer, W. R. Paxton, D.E. Gray, and P.K. Raj. Residual stress and its consequences on both sides of the wheel–rail interface. *Wear*, 191 :25–34, 1996.
- [114] J. Gordon and A.B. Perlman. Estimation of residual stresses in railroad commuter car wheels following manufacture. In *ASME IMECE RTD*, November 1998.
- [115] V. Bhargava, G. T. Hahn, and C. A. Rubin. An elastic- plastic finite element model of rolling contact. part 2 : analysis of repeated contacts,. *J. Appl. Mech.*, 52 :75–82, 1985.
- [116] A. Corigliano and U. Perego. Numerical evaluation of residual stresses in high speed train wheels. In *Proceedings of the Workshop of Rolling Contact Fatigue : Applications and Developments*. University of Brescia, Italy, 2002.
- [117] F. Brunel, J-F. Brunel, P. Dufrenoy, and F. Demilly. Prediction of the initial residual stresses in railway wheels induced by manufacturing. *Journal of Thermal Stresses*, 2012.
- [118] K. Dang Van, B. Griveau, and O. Message. On a new multiaxial fatigue limit criterion :theory and application. In : *Biaxial and multiaxial fatigue, Mechanical Engineering Publications , London*, pages 479–496, 1989.
- [119] J.B. Leblond and J. Devaux. A new kinetic model for anisothermal metallurgical transformation in steels including effect of austenite grain size. *Acta Metall*, 32 :137–146, 1984.
- [120] F. Brunel. *Etude thermomécanique du couple roue-semelle ferroviaire sous sollicitations de freinage*. Thèse de l’Université Lille 1, 2007.
- [121] Q.S. Nguyen. On the elastic plastic initial-boundary value problem and its numerical integration. *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 11 :817–832, 1977.

- [122] J. C. Simo and R. L. Taylor. Consistent tangent operators for rate-independent plasticity. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 48 :101–118, 1985.
- [123] I. V. Papadopoulos. A high-cycle fatigue criterion applied in biaxial and triaxial out-of-phase stress conditions. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 18 :79 – 91, 1995.
- [124] V. V. Novoshilov. Theory of elasticity. (*J.J. Sherrkon Tran.*). *Jerusalem Israel Program for Scientific Translation.*, 1961.
- [125] Jiping Liu. Weakest link theory and multiaxial criteria. In W. Bedkowski E. Macha and T. Lagoda, editors, *Multiaxial Fatigue and Fracture Fifth International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, volume 25 of *European Structural Integrity Society*, pages 55–68. Elsevier, 1999.
- [126] J. Mandel, J. Zarka, and B. Halphen. Adaptation d'une structure élastoplastique écrouissage cinématique. *mech. res. Mech. Res. Communications*, 4 (5), 1977.
- [127] K. Dang Van. Multiaxial fatigue criteria based on a multiscale approach. In *Handbook of Materials Behavior Models*, editor, *Jean Lemaitre (Editor)*, pages 457–463. Academic Press, 2001.

Problème de contact

A.1 Demi-espace élastique

On se place dans une dimension 2D et on applique sur un demi-espace élastique (Figure A.1), des charges linéiques normales $p(x)$ et tangentielle $q(x)$.

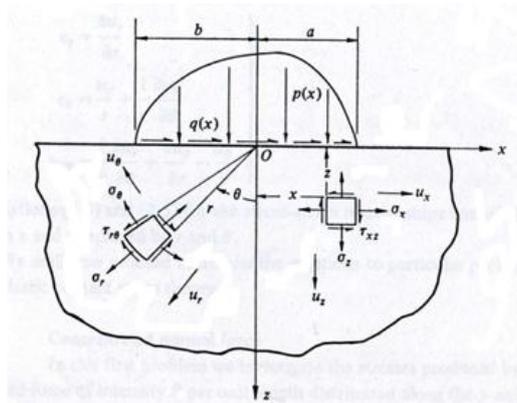


FIGURE A.1 – Charges linéiques normale $p(x)$ et tangentielle $q(x)$

On suppose un état de déformation plane ($\varepsilon_{yy} = 0$). Les contraintes satisfont les équations suivantes :

- Équations d'équilibre

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (\text{A.1})$$

soit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

- Conditions aux limites

On suppose qu'en surface c'est-à-dire $z = 0$, la région en dehors du chargement est

libre de contrainte. En effet on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{zz} = \tau_{xz} = 0 & \text{pour } x < -b \text{ et } x > a \\ \sigma_{zz} = -p(x) & \text{pour } -b \leq x \leq a \\ \sigma_{zz} = -q(x) & \text{pour } -b \leq x \leq a \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

- Équation de compatibilité

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (\text{A.4})$$

Où les déformations sont fonctions du déplacement par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \gamma_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

- Conditions de déformation plane :

$$\varrho = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

On a :

$$\begin{cases} \varepsilon_{yy} = 0 \\ \sigma_{yy} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

En appliquant la loi de Hooke définie par la relation :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1 + \nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{A.8})$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} [(1 - \nu^2) \sigma_x - \nu(1 + \nu) \sigma_z] \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} [(1 - \nu^2) \sigma_z - \nu(1 + \nu) \sigma_x] \\ \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xz} = 2 \frac{(1 + \nu)}{E} \tau_{xz} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Résolution du problème

On utilise la fonction de contrainte $\Phi(x, z)$ appelé fonction d'*Airy* est définie par :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \\ \sigma_{zz} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \tau_{xz} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Les équations d'équilibre, de compatibilité et la loi de Hooke satisfont à l'équation biharmonique définie par : $\Delta_2 \Delta_2 = 0$; ce qui donne les relations suivantes :

$$\left\{ \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) \right\} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) \right\} = 0 \quad (\text{A.11})$$

soit :

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} = 0 \quad (\text{A.12})$$

Il est convenable d'utiliser les coordonnées cylindrique (r, θ, y) pour résoudre le problème. Les équations correspondant pour les composantes de contraintes et les déplacements pourront alors être déterminées.

En coordonnées cylindrique, l'équation biharmonique devient :

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial \Phi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{r^2 \partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial \Phi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{r^2 \partial \theta^2} \right) = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r^2} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right) \\ \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \\ \sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \Phi}{r \partial \theta} \right) \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} \\ \varepsilon_{r\theta} = \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{2P(1-\nu^2) \cos \theta}{E\pi r} \\ \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = \frac{2P(1+\nu) \cos \theta}{E\pi r} \\ \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} = \frac{\tau_{r\theta}}{G} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

Pour un état de contrainte plane et grâce aux démonstrations de Timoshenko et Goodier (1951), la résolution de ce système permet d'obtenir les déplacements à la surface où $\theta = \pm\pi$ donnés par :

$$\begin{cases} u_r = -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)P}{2E} \\ u_\theta = 2P \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \ln r + C \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Cette méthode de résolution a permis à Flamant de résoudre un problème d'un demi-espace élastique soumis à une force linéique normale d'intensité P , appliqué le long de l'axe Oy , (Figure A.2). La solution est donnée par la fonction de contrainte d'*Airy* de la forme suivante :

$$\Phi(r, \theta) = Ar\theta \sin \theta \quad (\text{A.18})$$

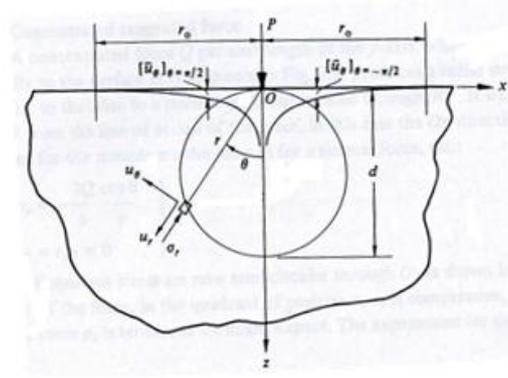


FIGURE A.2 – Application d'une force linéique normale

avec A est une constante arbitraire. Après résolution, les relations A.14 deviennent :

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{2A}{r} \cos \theta \\ \sigma_\theta = 0 \\ \sigma_{r\theta} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

L'équilibre statique du demi-cylindre de rayon r et de centre O permet d'écrire :

$$-P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_r \cos \theta r d\theta \quad (\text{A.20})$$

ce qui donne $A = \frac{-P}{\pi}$; d'où :

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{-2P}{\pi r} \cos \theta \\ \sigma_\theta = 0 \\ \sigma_{r\theta} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

En revenant dans le système cartésien, on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_r \sin^2 \theta = -\frac{2P}{\pi} \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} \\ \sigma_{zz} = \sigma_r \cos^2 \theta = -\frac{2P}{\pi} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2} \\ \tau_{xz} = \sigma_r \sin \theta \cos \theta = -\frac{2P}{\pi} \frac{x z^2}{(x^2 + z^2)^2} \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Dans le cas de l'application d'une force tangentielle concentrée, les contraintes développées sont les mêmes que celles engendrées par une fore normales concentrée mais de direction différente. La force tangentielle Q est exercée suivant l'axe Ox et donc on considère $\theta = 0$ ou π . On a alors : $\sigma_r = -\frac{2Q}{\pi r} \cos \theta$ et $\sigma_\theta = \sigma_{r\theta} = 0$. Dans le système de coordonnées

(xz), on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_r \sin^2 \theta = -\frac{2Q}{\pi} \frac{x^3}{(x^2 + z^2)^2} \\ \sigma_{zz} = \sigma_r \cos^2 \theta = -\frac{2Q}{\pi} \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2} \\ \tau_{xz} = \sigma_r \sin \theta \cos \theta = -\frac{2Q}{\pi} \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

Distribution normale et tangentielle de pression

Pour déterminer les contraintes correspondant à une distribution simultanée normale de pression $p(x)$ et tangentielle de pression $q(x)$. Il suffit d'additionner les intégrales élémentaires des contraintes sur toute la zone de chargement. Les contraintes obtenues en un point quelconque A situé à la distance s du point de chargement sont obtenues en remplaçant dans les relations de contraintes précédentes x par $(x-s)$; (Voir figure A.3).

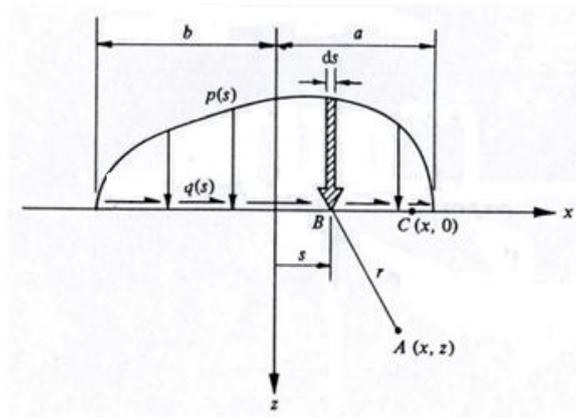


FIGURE A.3 – Distribution normale et tangentielle de pression

La combinaison des deux chargements (normale et tangentielle) permet d'écrire :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \int_{-b}^a \sigma_{xx}^p(s) + \int_{-b}^a \sigma_{xx}^q(s) \\ \sigma_{zz} = \int_{-b}^a \sigma_{zz}^p(s) + \int_{-b}^a \sigma_{zz}^q(s) \\ \tau_{xz} = \int_{-b}^a \tau_{xz}^p(s) + \int_{-b}^a \tau_{xz}^q(s) \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

A.2 Théorie de Hertz de contact élastique

On suppose deux solides 1 et 2 non conformes mis en contact sous une charge P . Ils se touchent dans un premier temps en un point O puis sur une surface finie. Cette surface de contact varie avec la charge P . On suppose que les surfaces en contact ont un plan commun $(0, x, y)$ et que chacune de ces surfaces est considérée lisse aux échelles micro et macroscopique. Dans le repère des courbures principales, le profil des solides (i) se met sous la forme générale :

$$(-1)^{i-1} z_i = \frac{x_i^2}{2R_i'} + \frac{y_i^2}{2R_i''} \quad (\text{A.25})$$

Où R'_i et R''_i sont les rayons des courbes principaux du solide i . Ainsi donc les deux surfaces du solide 1 et du solide 2 ont respectivement pour équations :

$$z_1 = \frac{x_1^2}{2R'_1} + \frac{y_1^2}{2R''_1} \quad (\text{A.26})$$

$$z_2 = \frac{x_2^2}{2R'_2} + \frac{y_2^2}{2R''_2} \quad (\text{A.27})$$

La distance h entre les deux surfaces s'obtient en écrivant :

$$h = z_1 - z_2 \quad (\text{A.28})$$

Le choix d'un nouveau système d'axe approprié permet de réécrire h sous la forme :

$$h = Ax^2 + By^2 \quad (\text{A.29})$$

Calcul des déformations et des contraintes

L'application d'une charge P selon l'axe (Oz) permet de rapprocher les deux solides initialement sans charge en contact au point O , (voir figure A.4)

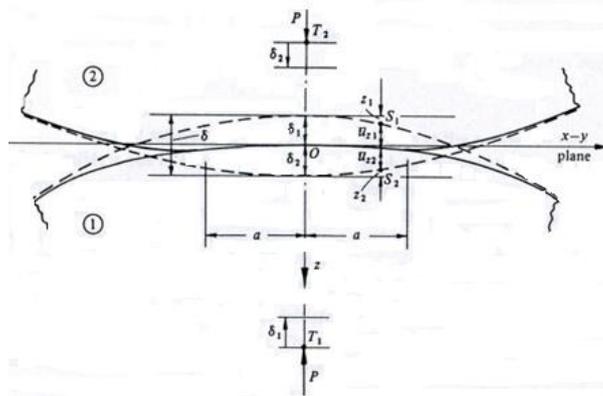


FIGURE A.4 – Contact des solides 1 et 2

Les solides 1 et 2 se déplacent alors sans se déformer respectivement de δ_1 et δ_2 . Alors la distance entre les deux solides va donc diminuer de : $\delta = \delta_1 - \delta_2$. En tenant compte des déformations u_{z1} et u_{z2} respectivement dans les solides 1 et 2, l'écartement initial h entre les deux points S_1 et S_2 va diminuer de : $\delta - (u_{z1} + u_{z2})$.

L'expression pour les déplacements élastiques est donc donnée par :

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - Ax^2 + By^2 \quad (\text{A.30})$$

Où x et y sont les coordonnées des projections de s_1 et s_2 sur le plan ($x-y$). En conclusion, on parvient aux conditions de contact élastique suivantes : Il y a contact entre les deux solides si : $h = \delta - (u_{z1} + u_{z2})$. Il n'y a pas contact entre les deux solides si : $h > \delta - (u_{z1} + u_{z2})$. Pour simplifier on regarde le problème en 2D et les solides sont supposés de révolution de rayons R_1 et R_2 . La zone de contact ayant pour largeur $2a$.

Hypothèse de la théorie de Hertz

Les conditions de contact élastiques énoncées ci-dessus doivent satisfaire les déplacements normaux à la surface des solides.

- Les surfaces sont régulières et non conformes : ($a \ll R$), R est le rayon de courbure relatif
- Les déformations sont petites
- Chaque solide est considéré comme un espace élastique semi infini : $a \ll R_1, R_2$, $a \ll l$, l est la dimension caractéristique des solides
- Pas de frottement au contact

Cas général des solides

La forme de la surface de contact n'est pas connue parfaitement. On suppose que cette surface soit une ellipse de grand axe a et de petit axe b . Cette surface a pour équation :

$$1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 \leq 1 \quad (\text{A.31})$$

La répartition de pression sur cette surface est donnée par :

$$p(x, y) = \sqrt{P_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]} \quad (\text{A.32})$$

Pour un contact de forme elliptique la pression maximale est donnée par :

$$P_0 = \frac{3F_n}{2\pi ab} \quad (\text{A.33})$$

Les déplacements engendrés par cette pression elliptique sont donnés par l'équation A.34 :

$$u_z = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} (L - Mx^2 - Ny^2) \quad (\text{A.34})$$

Pour les deux corps on a :

$$u_{z1} + u_{z2} = \frac{(L - Mx^2 - Ny^2)}{\pi E^*} \quad (\text{A.35})$$

avec :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (\text{A.36})$$

Cas du contact cylindrique en deux dimensions

On considère deux solides en contact le long d'une ligne. Ces deux solides sont mis en contact sous l'effet d'une charge (normale au plan tangent commun aux deux surfaces) exprimée par unité de longueur. Le problème devient alors plan. On obtient respectivement :

- La distance h entre deux correspondants des surfaces non chargées des cylindres :

$$h = z_1 - z_2 = Ax^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) x^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} \right) x^2 \quad (\text{A.37})$$

– Il y a donc contact si :

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - Ax^2 = \delta - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} \right) x^2 \quad (\text{A.38})$$

– Il n'y a pas contact entre les deux solides si

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} \right) x^2 \quad (\text{A.39})$$

– Par dérivation partielle, on a des gradients de surfaces donnés par :

$$\frac{\partial u_{z1}}{\partial x} + \frac{\partial u_{z2}}{\partial x} = - \left(\frac{1}{R} \right) x \quad (\text{A.40})$$

– Étant en 2D, la pression de contact se déduit de l'équation A.32 :

$$p(x, y) = \sqrt{P_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]} \quad (\text{A.41})$$

D'où la pression maximale donnée par : $P_0 = \frac{2F_n}{\pi a}$.

Les contraintes au sein des deux solides peuvent être trouvées en substituant l'expression de la pression P_0 dans l'équation A.22. A l'interface du contact $\sigma_x = \sigma_{xy} = -p(x)$. En dehors de la zone du contact $\sigma = 0$. Suivant l'axe z c'est-à-dire $x=0$, On obtient alors les relation A.42 :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{-P_0}{a} \left[(a^2 + 2z^2) (a^2 + z^2) \frac{-1}{2} - 2z \right] \\ \sigma_{zz} = \frac{-P_0}{a} (a^2 + 2z^2) \frac{-1}{2} \\ \tau_{xz} = \frac{-P_0}{a} \left[z - z^2 (a^2 + z^2) \frac{-1}{2} \right]. \end{cases} \quad (\text{A.42})$$

Ces équations sont représentées graphiquement sur la figure A.5 :

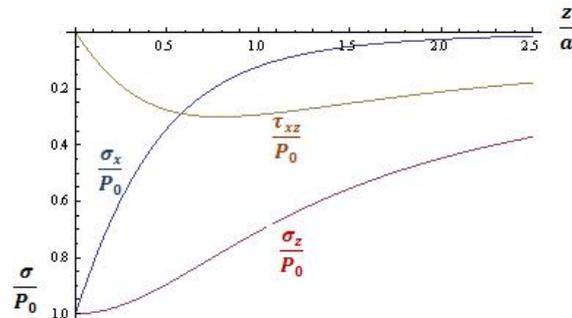


FIGURE A.5 – Contact cylindrique : évolution des contraintes suivant l'axe z

En calculant $\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$, on détermine le tau de cisaillement maximal et la profondeur correspondant. En effet on trouve après développement :

$$\tau_{max} = 0.30P_0 \text{ à une profondeur } \frac{z}{a} = \sqrt{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{2}}} = 0.78.$$

A.3 Mise en œuvre de la shakedown map par la méthode analytique

Elle est établie en conditions de glissement total. Les contraintes élastiques au sein de la surface de contact $-a < x < a$ engendrées par la pression normale et la traction tangentielle est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = -P_0 \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{2\mu x}{a} \right\} \\ \sigma_{zz} = -P_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{-1}{2}} \\ \sigma_{yy} = \nu (\sigma_x + \sigma_z) = -2\nu P_0 \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{2\mu x}{a} \right\} \\ \tau_{xz} = -\mu a P_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (\text{A.43})$$

- Détermination des contraintes principales

Dans le cas d'une déformation plane, en rappelant ici l'état de contraintes donné à l'équation F.4

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

On calcule $\det(\underline{\sigma} - \lambda \underline{I})$; où λ sont les valeurs propres du tenseur des contraintes. La résolution de l'équation $\det(\underline{\sigma} - \lambda \underline{I}) = 0$ permet de déterminer les valeurs de λ qui ne sont rien d'autres que les contraintes principales. On obtient alors l'équation caractéristique :

$$(\sigma_{yy} - \lambda) [(\sigma_{xx} - \lambda)(\sigma_{zz} - \lambda) - \tau_{zx}^2] = 0 \quad (\text{A.44})$$

La résolution de l'équation caractéristique permet d'avoir d'obtenir les contraintes principales :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})^2 + 4\tau_{xz}^2} \\ \lambda_2 = \sigma_{yy} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \\ \lambda_3 = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})^2 + 4\tau_{xz}^2} \end{array} \right. \quad (\text{A.45})$$

Soit :

$$\begin{cases} \frac{\sigma_1}{P_0} = \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\mu x}{a} \right\} + \mu \\ \frac{\sigma_2}{P_0} = \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\mu x}{a} \right\} - \mu \\ \frac{\sigma_3}{P_0} = -2\nu \left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\mu x}{a} \right\} \end{cases} \quad (\text{A.46})$$

- Application des critères d'écoulement

– Critère de Tresca

Puisque la déformation plastique se fait par cisaillement, le critère de Tresca considère la cission déterminée selon le cercle de Mohr. Dans le cas de contraintes planes, la condition de déformation élastique est donné par la relation A.47 :

$$\text{Sup}_{ij} |\sigma_i - \sigma_j| = 2k = 2\tau_1 \quad (\text{A.47})$$

Où les σ_i et σ_j sont les contraintes principales. La plus grandes contrainte de cisaillement est :

$$\tau_1 = \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2| = \frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2] = \mu P_0 \quad (\text{A.48})$$

Soit selon Johnson [1] :

$$\begin{cases} \frac{P_0}{k} = \frac{1}{\mu} & \text{pour } \mu > 0.435 \\ \frac{P_0}{k} = \frac{2}{(1-2\nu)\sqrt{1+\mu^2} + \mu} & \text{pour } \mu < 0.435 \end{cases} \quad (\text{A.49})$$

– Critère de von Mises

Le critère de von Mises est un critère énergétique. L'énergie de déformation élastique ne doit pas dépasser une certaine valeur limite si l'on veut rester dans le domaine élastique. Le critère de Von Mises s'écrit :

$$J_2 \leq k^2 \quad (\text{A.50})$$

Où J_2 est le second invariant du déviateur du tenseur des contraintes. On a donc :

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] = k^2 \quad (\text{A.51})$$

En manipulant les équations A.46 et A.51, on obtient finalement la relation A.52

qui constitue la limite d'adaptation élastique selon le critère de von Mises :

$$\frac{P_0}{k} = \frac{1}{\left\{ \mu^2 + \frac{1}{3} \left[\left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \mu \frac{x}{a} \right]^2 (1 - 2\nu)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A.52})$$

Cas de roulement répété : Shakedown avec prise en compte des contraintes résiduelles

Les matériaux sont supposés obéissants à la loi de comportement parfaitement plastique. Il s'agit de prévoir l'évolution des matériaux anélastiques vers un état élastique sous un chargement variable. On dit que le matériau s'adapte. Si au cours du premier passage du chargement, la limite élastique est dépassée, il se produit des déformations plastiques qui introduisent des contraintes résiduelles. Dans le second passage du chargement, le matériau est soumis à l'action combinée des contraintes de contact et les contraintes résiduelles introduites au cours du premier passage. Pour examiner l'adaptation produit, on fait appel au théorème de Melan. Une notion sur les théorèmes d'adaptation est présentée à l'annexe A. En repartant de l'équation A.45, on obtient les contraintes principales suivantes (équation A.53) avec prise en compte des contraintes résiduelles. La supposition d'une déformation plane élimine $(\sigma_z)_r$.

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} + (\sigma_{xx})_r + \sigma_{zz}) + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} + (\sigma_{xx})_r + \sigma_{zz})^2 + 4\tau_{xz}^2} \\ \sigma_2 = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) + (\sigma_{yy})_r \\ \sigma_3 = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} + (\sigma_{xx})_r + \sigma_{zz}) - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} + (\sigma_{xx})_r + \sigma_{zz})^2 + 4\tau_{xz}^2} \end{cases} \quad (\text{A.53})$$

L'algorithme CONTACT : Contact linéaire (1D)

L'algorithme développé par Kalker [23] Théories de contact de roulement de kalker

L'algorithme CONTACT : Contact linéaire (1D)

L'algorithme développé par Kalker [23] est basé sur les équation de la mécanique de contact entre deux solides élastique. La vitesse de reptation est considérée au niveau du contact. La reptation ou *creep* désigne un mouvement lent des particules superficielles vers le bas. La reptation se produit du fait que les déformations tangentiels sont différentes dans la zone d'adhérence (voir figure A.6)

Les relations linéaires entre les forces de reptation F_x et F_y , le moment de roulement M (ou spin moment), les vitesses de reptation ϑ_x et ϑ_y et le spin \varnothing sont par :

$$F_x = -k_{11}\vartheta_x \quad (\text{A.54})$$

$$F_y = -k_{22}\vartheta_y - k_{23}\varnothing \quad (\text{A.55})$$

$$M = -k_{23}\vartheta_y - k_{33}\varnothing \quad (\text{A.56})$$

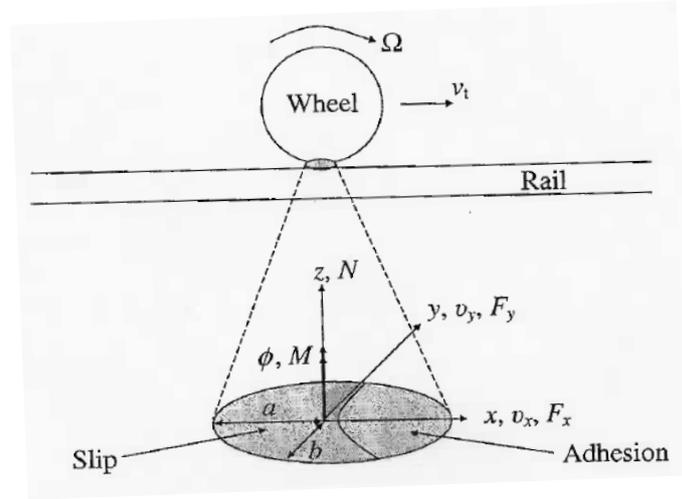


FIGURE A.6 – Contact roue/rail : adhésion - glissement

Les vitesses de reptation sont définies par :

$$\vartheta_x = \frac{C_x(0,0)}{V_x} \quad (\text{A.57})$$

$$\vartheta_y = \frac{C_y(0,0)}{V_x} \quad (\text{A.58})$$

Où : $C(0,0) = (C_x(0,0), C_y(0,0))$ est la vitesse rigide de la roue ; pour le rail, $(x, y) = (0,0)$ au centre de la surface de contact.

La vitesse de roulement est définie par :

$$V_x = \frac{V_t + R\Omega}{2} \quad (\text{A.59})$$

Où : V_t , R et Ω sont respectivement la vitesse de translation de la roue, le rayon de la roue et la vitesse angulaire. Le spin est défini de la même manière que les vitesses de reptation par :

$$\varnothing = \frac{\omega_z}{V_x} \quad (\text{A.60})$$

Où ω_z est la vitesse angulaire relative normale au contact. Les reptations et le spin sont supposés connus par simulation, par contre les forces de reptations et le moment de rotation sont à calculer. En combinant le module de cisaillement G et les coefficients de Kalker C_{11} , C_{22} , C_{23} et C_{33} , on obtient les coefficients : k_{11} , k_{22} , k_{23} et k_{33} définissent par :

$$k_{11} = abGC_{11} \quad (\text{A.61})$$

$$k_{22} = abGC_{22} \quad (\text{A.62})$$

$$k_{23} = (ab)^{\frac{3}{2}} GC_{23} \quad (\text{A.63})$$

$$k_{33} = (ab)^2 GC_{33} \quad (\text{A.64})$$

Le module de cisailment G est le même pour les matériaux constituant les deux solides. Les coefficients de kalker dépendent du rapport $\frac{a}{b}$ (a et b étant les demi-largeurs de l'ellipse du contact) et du coefficient de Poisson. Il est à noter que cette théorie s'applique aux faibles reptations et souvent dans des conditions stationnaires. La statut du contact varie en fonction du creep imposé dans le contact. Les figures A.7a, A.7b et A.7c montre des résultats obtenus dans le cas d'un contact cylindre-plan. On observe clairement la statut du contact en adhésion et glissement.

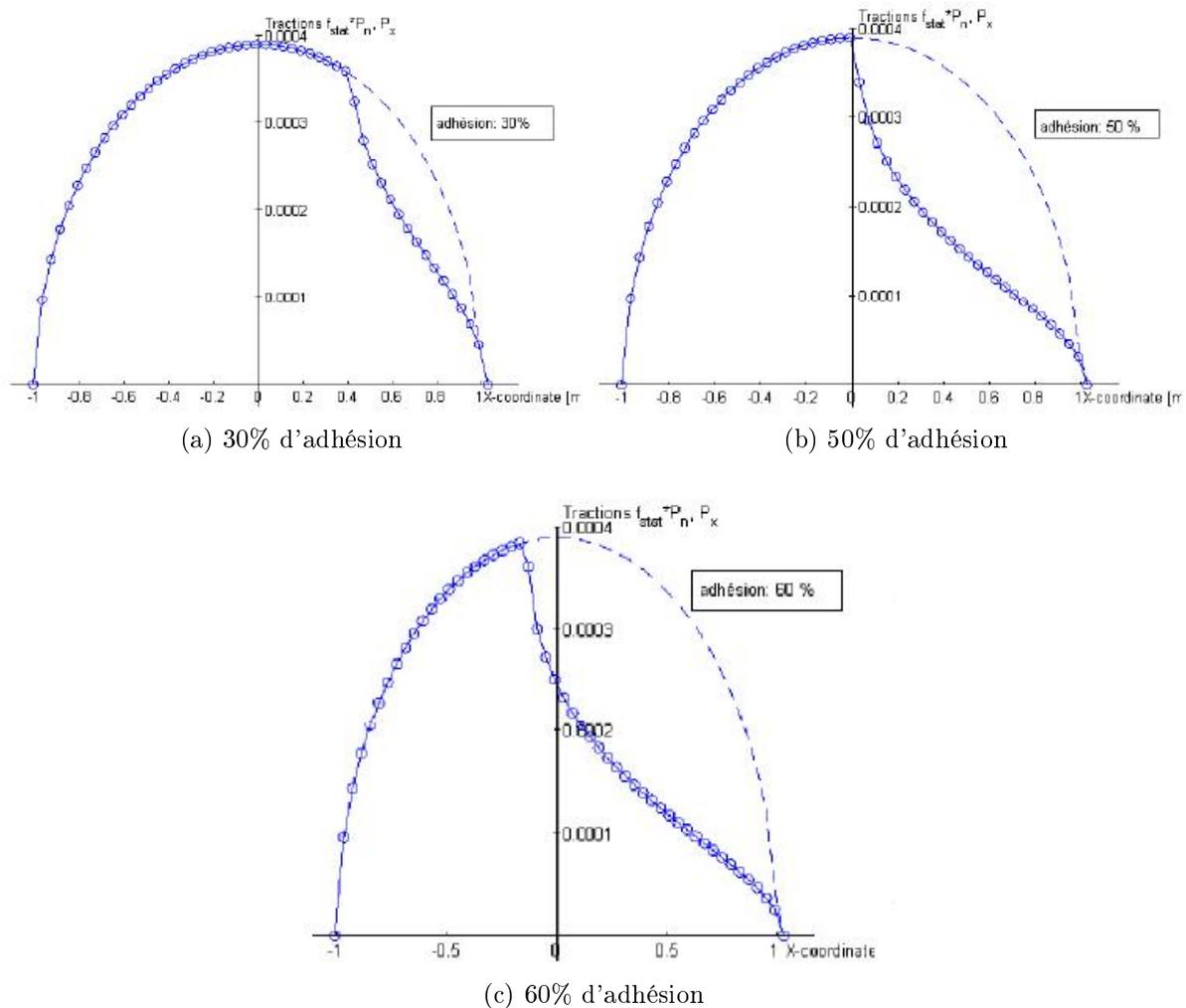


FIGURE A.7 – Exemple de résultats : effort tangentiel

L'algorithme FASTSIM : Contact elliptique (2D)

L'algorithme FastSim (FAST algorithm for SIMplified theory of rolling contact) développé par kalker [23] permet de calculer les forces de reptation F_x et F_y et le moment de rotation M quand les vitesses de reptation v_x et v_y et le spin \varnothing sont connues. C'est la première application en mécanique de contact la plus compréhensive permettant de donner une séparation explicite de la surface de contact en zones d'adhérence et de glissement.

L'algorithme est basé sur l'équation de glissement donnée par :

$$s(x) = c - \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{A.65})$$

où : $s = (S_x, S_y)^T$ est le vecteur glissement c'est-à-dire la vitesse de la roue par rapport au rail, $x = (X, Y)^T$ sont les coordonnées dans d'un point dans la surface de contact, $c = ([\vartheta_x - \varnothing_y].V_x, [\vartheta_y + \varnothing_x].V_x)^T$ est le vecteur reptation (vitesse rigide de la roue par rapport au rail); $u = (u_x, u_y)^T$ est le déplacement élastique en surface de la roue par rapport au rail; $v = (v_x, v_y)$ est la vitesse de roulement de la roue par rapport au rail. Le vecteur vitesse est approximée à $v = (V_x, 0)^T$.

En supposant les conditions quasi-statiques de contact de roulement c'est-à-dire : $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$, la vitesse de glissement peut être réécrire en fonction des vitesse de reptation et du spin par :

$$\begin{cases} \frac{S_x}{V_x} = \vartheta_x - \varnothing_y - \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{S_y}{V_x} = \vartheta_x - \varnothing_x - \frac{\partial u_y}{\partial x} \end{cases} \quad (\text{A.66})$$

L'intégration des équations A.71 permet de déterminer les déplacements u_x et u_y . On a donc :

$$\begin{cases} \int \left(\vartheta_x - \varnothing_y - \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = 0 \\ \int \left(\vartheta_x - \varnothing_x - \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = 0 \end{cases} \quad (\text{A.67})$$

On en déduit :

$$\begin{cases} u_x = \vartheta_x x - \varnothing_y x + A_1(y) \\ u_y = \vartheta_y x + \varnothing \frac{x^2}{2} + A_2(y) \end{cases} \quad (\text{A.68})$$

Les constantes A_1 et A_2 se déterminent en introduisant le paramètre de flexibilité L fonction du matériau défini par :

$$\begin{cases} u_x = LP_x \\ u_y = LP_y \end{cases} \quad (\text{A.69})$$

On considère que P_x et P_y sont nuls sur les bords de l'éclipse de contact. P_x et P_y étant les distributions de pressions tangentielles.

Le contact elliptique est divisé en grille d'éléments. Cette grille d'éléments exige la discrétisation de l'équation de glissement.

$$\begin{cases} \frac{S_x}{V_x} = \vartheta_x - \vartheta_y - \frac{u_x^0 - u_x^1}{dx} \\ \frac{S_y}{V_x} = \vartheta_y - \vartheta_x - \{u_y^0 - u_y^1 dx\} \end{cases} \quad (\text{A.70})$$

où : $u_x^0 = u_x(x_0)$ et $u_x^1 = u_x(x_0 - dx)$. En combinant toutes les formules précédentes, on détermine les distributions p_x et p_y et ensuite les forces et le moment par intégration

numérique :

$$\begin{cases} F_x = \int_{-b}^b \int_{-\underline{a}}^{-\overline{a}} p_x(x, y) dx dy \\ F_y = \int_{-b}^b \int_{-\underline{a}}^{-\overline{a}} p_y(x, y) dx dy \\ M = \int_{-b}^b \int_{-\underline{a}}^{-\overline{a}} [p_x(x, y).x - p_y(x, y).y] dx dy \end{cases} \quad (\text{A.71})$$

où :

$$\underline{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (\text{A.72})$$

Loi de comportement élastoplastique : écrouissages combinés

B.1 Modèle non linéaire BCG

Elle est basée sur la décomposition de la déformation totale :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{B.1})$$

Fonction de charge :

$$f(\underline{\sigma}, R, \underline{X}) = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R - k \quad (\text{B.2})$$

$$J_2 = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{s} - \underline{X}) : (\underline{s} - \underline{X})} \quad (\text{B.3})$$

et :

$$\underline{S} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\sigma} \underline{1} \quad (\text{B.4})$$

Règle d'écoulement plastique :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} = d\lambda \underline{n} \quad (\text{B.5})$$

avec :

$$\underline{n} = \frac{3}{2} \frac{\underline{S} - \underline{X}}{J_2(\underline{S} - \underline{X})} \quad (\text{B.6})$$

Variable cinématique :

$$\underline{X} = \underline{X}_1 + \underline{X}_2 \quad (\text{B.7})$$

$$\dot{\underline{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \varphi(p) \underline{\dot{\varepsilon}}^p - \gamma_i (\delta_i \underline{X}_i + (1 - \delta_i) (\underline{X}_i : \underline{n}) \underline{n}) \dot{p} \quad (\text{B.8})$$

avec ($i = 1, 2$)

$$\varphi(p) = 1 + (\psi - 1) e^{-\varpi p} \quad (\text{B.9})$$

Variable isotrope :

$$\dot{R} = b(Q_\infty - R) \dot{p} \quad (\text{B.10})$$

Pour ce modèle 11 paramètres matériaux sont à identifier à savoir : $k, Q_\infty, b, \psi, \varpi, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2$.

B.2 Modèle non linéaire OW

Décomposition de la déformation totale :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{B.11})$$

Fonction de charge :

$$f(\underline{\sigma}, R, \underline{X}) = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R - k \quad (\text{B.12})$$

$$J_2 = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\sigma} - \underline{X}) : (\underline{\sigma} - \underline{X})} \quad (\text{B.13})$$

et :

$$\underline{S} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\sigma} \underline{1} \quad (\text{B.14})$$

Règle d'écoulement plastique :

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda} \underline{n} \quad (\text{B.15})$$

avec :

$$\underline{n} = \frac{3}{2} \frac{\underline{S} - \underline{X}}{J_2(\underline{S} - \underline{X})} \quad (\text{B.16})$$

Variable cinématique :

$$\underline{X} = \underline{X}_1 + \underline{X}_2 \quad (\text{B.17})$$

$$\dot{\underline{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \varphi(p) \dot{\underline{\varepsilon}}^p - \lambda_i \varphi(p) \left(\frac{X_i}{I_i} \right)^{m_i} \langle \varepsilon^p : k_i \rangle X_i \quad (\text{B.18})$$

avec ($i = 1, 2$), $\langle \rangle$: symbole de Max Cauley : $\langle x \rangle = 0$ si $x > 0$, $\langle x \rangle = x$ si $x < 0$.

$$I_i = \frac{C_i}{\gamma_i \varphi(p)} \quad (\text{B.19})$$

$$X_i = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{X}_i : \underline{X}_i)} \quad (\text{B.20})$$

$$k_i = \frac{\underline{X}_i}{X_i} \quad (\text{B.21})$$

$$\varphi(p) = 1 + (\psi - 1) e^{-\varpi p} \quad (\text{B.22})$$

Variable isotrope :

$$\dot{R} = b(Q_\infty - R)\dot{p} \quad (\text{B.23})$$

Pour ce modèle 11 paramètres matériaux sont à identifier à savoir : $k, Q_\infty, b, \psi, \varpi, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2, m_1, m_2$.

B.3 Modèle non linéaire TANA

Décomposition de la déformation totale :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{B.24})$$

Fonction de charge :

$$f(\underline{\sigma}, R, \underline{X}) = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R - k \quad (\text{B.25})$$

$$J_2 = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{s} - \underline{X}) : (\underline{s} - \underline{X})} \quad (\text{B.26})$$

et :

$$\underline{S} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\sigma} \underline{1} \quad (\text{B.27})$$

Règle d'écoulement plastique :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda} \underline{n} \quad (\text{B.28})$$

avec :

$$\underline{n} = \frac{3}{2} \frac{\underline{S} - \underline{X}}{J_2(\underline{S} - \underline{X})} \quad (\text{B.29})$$

Variable cinématique :

$$\underline{X} = \underline{X}_1 + \underline{X}_2 \quad (\text{B.30})$$

$$\dot{\underline{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \varphi(p) \dot{\underline{\varepsilon}}^p - \gamma_i \varphi(p) \dot{p} \underline{X}_i \quad (\text{B.31})$$

avec ($i = 1, 2$)

$$\varphi(p) = \varphi_\infty + (\psi - 1) e^{-\varpi p} \quad (\text{B.32})$$

Variable isotrope :

$$\dot{R} = d_H(Q - R)\dot{p} \quad (\text{B.33})$$

avec :

$$Q = A(q_N(q) - q_P(q)) + q_P(q) \quad (\text{B.34})$$

$$\begin{cases} q = \|E^p - y\| \\ \dot{y} = r_y (E^p - y) \dot{p} \end{cases} \quad (\text{B.35})$$

$$\begin{cases} q_P(q) = a_p q + a_p (1 - e^{-c_p q}) \\ q_N(q) = a_p q + a_p (1 - e^{-c_n q}) \end{cases} \quad (\text{B.36})$$

$$\dot{\underline{C}} = C_c \left[\left(\frac{\dot{\underline{E}}^p}{\underline{\dot{E}}^p} \otimes \frac{\dot{\underline{E}}^p}{\underline{\dot{E}}^p} \right) - \underline{C} \right] \dot{p} \quad (\text{B.37})$$

avec :

$$\underline{\dot{E}}^{=p} = \begin{cases} E_1 = \varepsilon_{11}^p \\ E_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\varepsilon_{11}^p}{2} + \varepsilon_{22}^p \right] \\ E_3 = 2 \frac{\varepsilon_{12}^p}{\sqrt{3}} \\ E_4 = 2 \frac{\varepsilon_{23}^p}{\sqrt{3}} \\ E_5 = 2 \frac{\varepsilon_{31}^p}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad (\text{B.38})$$

$$\underline{u} = \frac{\dot{\underline{E}}^p}{\|\underline{\dot{E}}^p\|} \quad (\text{B.39})$$

$$A = \sqrt{\frac{\text{Tr}(\underline{C}^T \underline{C}) - \underline{u} \underline{C}^T \underline{C} \underline{u}}{\text{Tr}(\underline{C}^T \underline{C})}} \quad (\text{B.40})$$

avec : \underline{C} : Tenseur de la structure, A : paramètre de non-proportionnalité, Q : variable d'écrouissage de déformation, \underline{u} : vecteur normal de la déformation inélastique, \underline{y} : le centre et q amplitude de l'index de surface dans l'espace des déformations plastique. Pour ce modèle 16 paramètres matériaux sont à identifier à savoir : $k, \varphi_\infty, \varpi, C_1, C_2, \gamma_1, \gamma_2, d_H, a_p, b_p, c_p, a_N, b_N, c_N, c_C, r_y$.

Méthode de détermination de l'état stabilisé

C.1 Méthode de Zarka

La méthode de Zarka est une méthode simplifiée pour l'analyse des structures inélastiques (Zarka *et al.* [36]). Elle est basée sur l'expression de la déformation totale en tout point de la structure :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^i + \underline{\underline{S}} : \underline{\sigma}^e + \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{R}} + \underline{\varepsilon}^p \quad (\text{C.1})$$

où $\underline{\varepsilon}$: tenseurs des déformations totale, $\underline{\underline{S}}$: matrice de souplesse, $\underline{\underline{R}}$: tenseur des contraintes résiduelles, $\underline{\sigma}^e$: tenseurs des contraintes élastiques, $\underline{\varepsilon}^i$: tenseur des déformations initiales, $\underline{\varepsilon}^p$: tenseurs des déformations plastiques. La solution élastique à partir de laquelle la solution élastoplastique doit être déterminée et calculée par EF d'après la géométrie le chargement et la matrice de rigidité. Le plus souvent l'inconnu du problème est la déformation plastique $\underline{\varepsilon}^p$; pour se faire on un paramétré transformé interne \underline{y} qui l'on peut assimiler à l'écouissage cinématique définie par la relation C.2.

$$\underline{y} = C \underline{\varepsilon}^p \quad (\text{C.2})$$

On définit par la suite un paramètre transformé structural \underline{Y} donnée par la relation C.3

$$\underline{Y} = \underline{y} - dev \underline{R} \quad (\text{C.3})$$

soit :

$$\underline{y} = \underline{Y} + dev \underline{R} \quad (\text{C.4})$$

Cette méthode peut être expliquée en partant d'un état de contrainte plane décrite sur les figure C.1 et C.2 présentant l'évolution du paramètres \underline{Y} dans l'espace des déviateurs de contraintes. Deux cas sont considérés : l'état adapté et l'état accommodé.

On pourrait voir trois positions représentées par des convexes de centres S_0^e (surface de charge initiale), S_{min}^e (surface de charge à l'instant min) et S_{max}^e (surface de charge à l'instant max). Dans le cas de l'adaptation, l'état stabilisé est atteint lorsque le paramètre

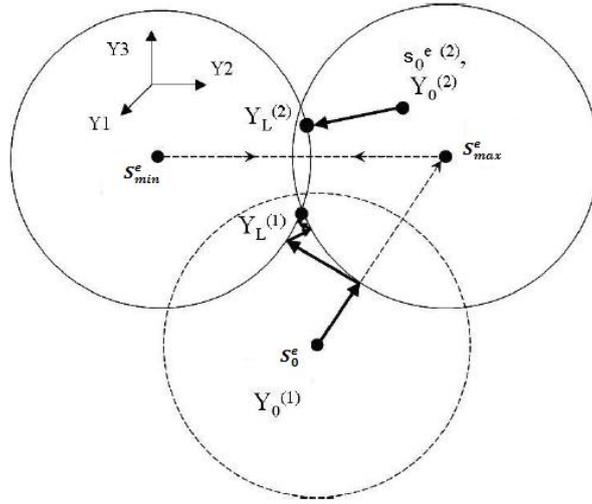


FIGURE C.1 – Evolution du paramètre Y dans le cas d'une adaptation

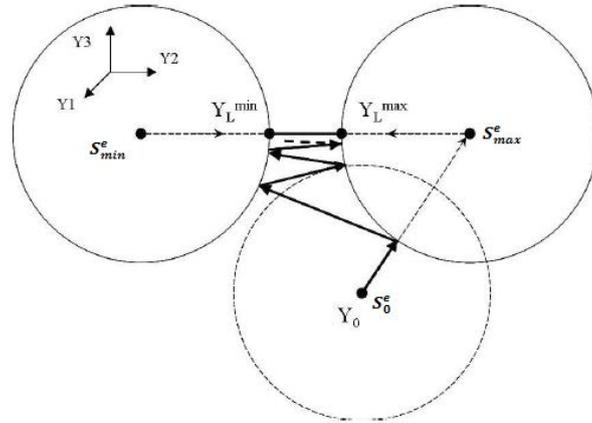


FIGURE C.2 – Évolution du paramètre Y dans le cas d'une accommodation

\underline{Y} se trouve à l'intersection des convexes de centre S_{min}^e et S_{max}^e . Dans le cas de l'accommodation, pas d'intersection entre les deux convexes. Il est recommandé l'utilisation de la solution ultime si $\underline{Y}_{max}^L - \underline{Y}_{min}^L$ est grand. Dans le cas contraire il faut déterminer l'état stabilisé par projection radiale. Connaissant la valeur limite \underline{Y}^L on peut déduire le tenseur des déformations inélastiques donné par :

$$\underline{\varepsilon}^{ine} = \underline{\underline{S}} : \underline{R} + \underline{\varepsilon}^p = \underline{\underline{S}} : \underline{R} + \frac{1}{C} \underline{y} \quad (C.5)$$

En combinant les équations C.4 et C.5, on obtient :

$$\underline{\varepsilon}^{ine} = \underline{\underline{S}} : \underline{R} + \frac{1}{C} (\underline{Y} + dev \underline{R}) \quad (C.6)$$

soit :

$$\underline{\varepsilon}^{ine} = \left(\underline{\underline{S}} + \frac{1}{C} dev \right) : \underline{R} + \frac{1}{C} \underline{Y} \quad (C.7)$$

et enfin on peut calculer le tenseur des déformations totales en faisant :

$$\underline{\varepsilon}^t = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{ine} \quad (C.8)$$

C.2 Méthode Cyclique Direct

La méthode cyclique directe qui est un processus itératif est basée sur quatre étapes principales :

- L'étape globale permet de rechercher les champs cinématiquement et statiquement admissibles à tous les instants du cycle en supposant connu le champ de déformations plastiques et de variables internes à tous les instants du cycle. L'équation d'équilibre sous sa forme simplifiée en Éléments Finis s'écrit :

$$[R][U_n] = [F] + [Q^p] \quad (\text{C.9})$$

avec : $[R]$: tenseur de rigidité, $[U_n]$: vecteur des déplacements en un nœud n de la structure, $[F]$: vecteur des forces nodales (volumiques et surfaciques) et $[Q^p]$: vecteur des forces nodales résultantes de la déformation plastique. Cette équation peut être résolue pour chaque incrément par la méthode des éléments finis ; cette dernière considérant l'ensemble de l'histoire de chargement alors que la méthode cyclique directe ne considère qu'un cycle. Les variables de chargement et les variables plastiques sur le cycle considéré sont discrétisées en N éléments puis décomposées en séries de Fourier définies par :

$$\underline{X}_k = \frac{1}{2}\underline{X}_0 + \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} \underline{X}_n^c \cos(n\omega t_k) + \underline{X}_n^s \sin(n\omega t_k) \quad (\text{C.10})$$

Avec :

$$\begin{cases} \underline{X}_k^c = \sum_{k=1}^{N-1} [\underline{X}_{k+1} \cos(n\omega t_{k+1}) + \underline{X}_k \cos(n\omega t_k)] \frac{t_{k+1} - t_k}{2} \\ \underline{X}_k^s = \sum_{k=1}^{N-1} [\underline{X}_{k+1} \sin(n\omega t_{k+1}) + \underline{X}_k \sin(n\omega t_k)] \frac{t_{k+1} - t_k}{2} \end{cases}$$

Les coefficients de déformations sont déterminés à partir des coefficients de déplacement et ensuite on obtient la déformation totale et les champs de contrainte statiquement admissible tout le long du cycle par recombinaison des séries de Fourier.

- L'étape locale permet de rechercher des champs qui vérifient la loi de comportement à tous les instants du cycle et en tout point de la structure à partir de la solution globale. Le schéma classique dit de *retour radial* [121], [122] peut être utilisé pour déterminer les champs de contraintes, de déformations plastique et de variables internes. Pour $k=1$ à N , chaque incrément de déformation totale $\Delta\varepsilon$ entre t_k et t_{k+1} ainsi que la déformation plastique ε_k^p à l'instant t_k sont donnés par l'étape globale. A l'instant t_1 , les déformations plastiques sont connues car elles sont imposées par condition de périodicité. Les déformations plastiques ε_{k+1}^p et les champs de contraintes statiquement admissibles aux instants t_{k+1} sont alors déterminés par retour radial de manière progressive.
- La périodicité est imposée afin d'obtenir une solution stabilisée.
- La condition de convergence est imposée sur la périodicité des champs de déformations plastiques et des variables internes à la fin de l'étape locale ainsi que l'admissibilité statique des contraintes à la fin de l'étapes local.

C.3 Algorithme stationnaire

L'algorithme stationnaire a été mis au point afin de déterminer la réponse mécanique d'une structure soumise à un chargement mécanique ou thermique mobile après un certain nombre de passage.

Description du problème

On considère un cylindre mobile (figure C.3) sur un plan dans un milieu continu. On est alors dans le cas d'un chargement en rotation à vitesse constante par rapport à l'axe du solide à vitesse constante.

On définit deux repère : un repère global $\mathcal{R}_1(O_1, x, y, z)$ et un repère $\mathcal{R}_2(O_2, x, y, z)$ lié au chargement qui se déplace à la vitesse $V(t)$ par rapport à \mathcal{R}_1 .

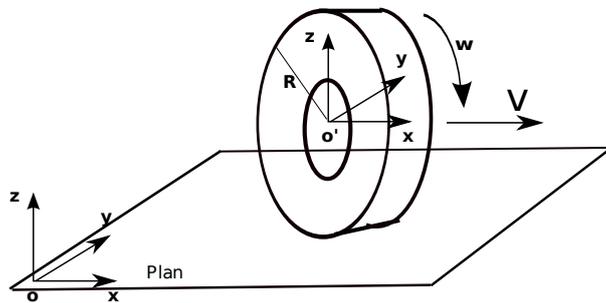


FIGURE C.3 – Problème d'un chargement mobile en rotation sur un plan

L'algorithme stationnaire est basé sur l'équation de la dérivée particulière de toute grandeur tensorielle \mathbf{G} liée à la matière donnée :

$$\frac{dG}{dt} = \frac{\partial G}{\partial t} + \omega \frac{\partial G}{\partial \theta} \quad (\text{C.11})$$

L'hypothèse de régime permanent dans le repère lié au chargement signifie qu'en tout point de la géométrie, toute grandeur physique est indépendante du temps. Toutes dérivées partielles est nulles.

$$\frac{dG}{dt} = -\omega \frac{\partial G}{\partial \theta} \quad (\text{C.12})$$

θ étant la position angulaire d'un point matériel. L'idée est ensuite d'écrire les équations qui gouvernent le problème mécanique dans le repère \mathcal{R}_2 lié à la charge mobile. On obtient alors :

- Équation d'équilibre dynamique

$$\text{div} \sigma = \rho R^2 \omega^2 \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \quad (\text{C.13})$$

S est le déplacement circonférentiel d'un point matériel.

- Loi de comportement

Le comportement mécanique est supposé élasto-plastique de Mises à écrouissage cinématique.

$$\sigma = L : \varepsilon^e \quad (\text{C.14})$$

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{C.15})$$

La fonction de charge est définie par :

$$f = \sqrt{J_2} - \sigma_y \quad (\text{C.16})$$

$$J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\sigma} - \underline{X}) : (\underline{\sigma} - \underline{X})} \quad (\text{C.17})$$

$$\dot{X} = \frac{2}{3} C \dot{\varepsilon}^p - \gamma X \dot{p} \quad (\text{C.18})$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}, \quad \text{avec } f \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda f = 0$$

avec L : tenseur d'élasticité, λ : multiplicateur plastique, C et γ : paramètres d'écrouissage, R : rayon du cylindre, ω : vitesse de rotation.

L'hypothèse de régime permanent permet d'écrire :

$$\frac{d\varepsilon^p}{dt} = -\omega \frac{d\varepsilon^p}{d\theta} \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{d\varepsilon^p}{d\theta} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}(r, z, \theta) \quad (\text{C.20})$$

La déformation plastique en un point de coordonnées (r, z, θ) est donnée en fonction de celle d'une position θ_0 et des points situés en amont par :

$$\varepsilon^p(r, z, \theta) = \varepsilon^p(r, z, \theta_0) - \int_{\theta_0}^{\theta} \lambda(r, z, \theta) \frac{\partial f}{\partial \sigma}(r, z, \theta) d\theta \quad (\text{C.21})$$

Elle est calculée suivant les lignes de courant qui sont des cercles centrés sur l'axe de révolution du solide.

Critères de fatigue HCF

D.1 Critère de Gough et Pollard

Gough et Pollard [43] ont appliqué aux matériaux ductiles et fragiles une formule déduite du critère de Mises lorsque interviennent uniquement deux contraintes alternées, l'une de traction et l'autre de cisaillement pur. Les métaux testés en flexion-torsion alternées ont ainsi été classés en deux catégories : Les métaux ductiles pour lesquels la courbe d'endurance est le quadrant d'ellipse d'équation :

$$\frac{\tau_a^2}{\tau_w^2} + \frac{\sigma_a^2}{\sigma_{wf}^2} = 1 \quad (\text{D.1})$$

Les métaux fragiles pour lesquels la courbe d'endurance est l'arc d'ellipse d'équation

$$\frac{\tau_a^2}{\tau_w^2} + \left(\frac{\sigma_{wf}}{\tau_w} - 1 \right) \frac{\sigma_a^2}{\sigma_{wf}^2} + \left(2 - \frac{\sigma_{wf}}{\tau_w} \right) \frac{\sigma_a}{\sigma_{wf}} = 1 \quad (\text{D.2})$$

σ_{wf} et τ_w sont respectivement les limites d'endurance en flexion alternée et en torsion alternée

D.2 Critère de Sines

Partant de la constatation qu'une contrainte moyenne de torsion n'a qu'une faible influence sur la tenue en fatigue, Sines [44] a proposé un critère qui fait intervenir l'amplitude du cisaillement octaédrique J_{2a} et la pression hydrostatique moyenne P_{moy} dans une relation linéaire de la forme :

$$\sqrt{J_{2a}} + aP_{moy} \leq b \quad (\text{D.3})$$

Les constantes a et b sont les caractéristiques du matériau identifié à partir d'essais de flexion répétée et de torsion alternée.

D.3 Critère de Crossland

Il a une forme analogue à celle du critère de Sines. Il ne lui diffère que par le remplacement, au second membre, de la pression hydrostatique moyenne par la pression hy-

drostatique maximale. La condition d'endurance illimitée est donnée par [45] :

$$\sqrt{J_{2a}} + aP_{max} \leq b \quad (\text{D.4})$$

Les constantes a et b sont les caractéristiques du matériau identifié à partir d'essais de flexion répétée et de torsion alternée.

D.4 Critère de Papadopoulos

Le critère de Papadopoulos [123] est un critère basé sur les travaux de Dang Van [4] et permet d'évaluer l'endommagement en fatigue dû aux trajets de chargements non-proportionnels. Il est aussi basé sur le concept d'adaptation élastique. Dans ce modèle, le comportement des grains de la structure obéit à des lois d'écrouissage isotrope et cinématique. Le critère est fondé sur l'utilisation de deux quantités issues de moyennes sur le volume élémentaire représentatif :

- La première quantité dépend de la déformation plastique accumulée dans tous les grains plastifiés du volume élémentaire

$$\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} = \sqrt{5} \left[\frac{1}{8\pi^2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\psi=0}^{2\pi} (T_a(\varphi, \theta, \psi))^2 \sin \theta d\varphi d\theta d\psi \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{D.5})$$

Les angles φ et θ donnent toutes les directions possibles d'un plan matériel à l'intérieur du volume élémentaire représentatif et l'angle ψ repère toutes les directions de glissement appartenant à un plan matériel.

- La deuxième est la contrainte normale qui n'est autre que la pression hydrostatique définie sur la moyenne de l'ensemble des plans matériels possibles.

$$\langle N \rangle = \sigma_{Hmax} = \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} N(\varphi, \theta) \sin \theta d\varphi d\theta \quad (\text{D.6})$$

Le critère de non amorçage de fissure de fatigue est exprimé sous la forme linéaire par :

$$\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} + \alpha \sigma_{Hmax} \leq \beta \quad (\text{D.7})$$

Les deux constantes α et β sont les paramètres matériaux dépendant des limites d'endurance des essais de fatigues classiques : traction alternée (σ_w) et torsion alternée (τ_w) :

$$\alpha = \frac{t - \frac{\sigma_w}{\sqrt{3}}}{\frac{\sigma_w}{3}} \quad (\text{D.8})$$

et

$$\beta = \tau_w \quad (\text{D.9})$$

D.5 Critère de Liu- Zenner

Le critère de Liu-Zenner [46] est un critère multiaxial basé sur l'hypothèse d'intensité de contrainte de cisaillement appliqué à l'endommagement par fatigue des métaux. Il est

issu de la relation de Novoshilov [124] qui dit que le carré de la contrainte de cisaillement moyenne sur tout le plan de cisaillement est égal à la contrainte de von Mises :

$$\tau_{moy} = \left[\frac{1}{4\pi} \int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} (\tau_{\gamma\varphi})^2 \sin \gamma d\varphi d\gamma \right]^{\frac{1}{2}} = (3J_2)^{\frac{1}{2}} \quad (D.10)$$

Cette interprétation a permis à Liu et *al.* [125], de définir un critère de fatigue multi-axiale utilisant l'amplitude de la contrainte de cisaillement équivalente $\sigma_{\tau a}$ et l'amplitude de la contrainte normale équivalente $\sigma_{\sigma a}$ évaluée par l'intégrale de la contrainte sur tout le plan de cisaillement (Figure D.1 et Figure D.2) :

$$\sigma_{\tau a} = \left[\frac{15}{8\pi} \int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\varphi a}^{\mu_1} \sin \gamma d\varphi d\gamma \right]^{\frac{1}{\mu_1}} \quad (D.11)$$

$$\sigma_{\sigma a} = \left[\frac{15}{8\pi} \int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\varphi a}^{\mu_2} \sin \gamma d\varphi d\gamma \right]^{\frac{1}{\mu_2}} \quad (D.12)$$

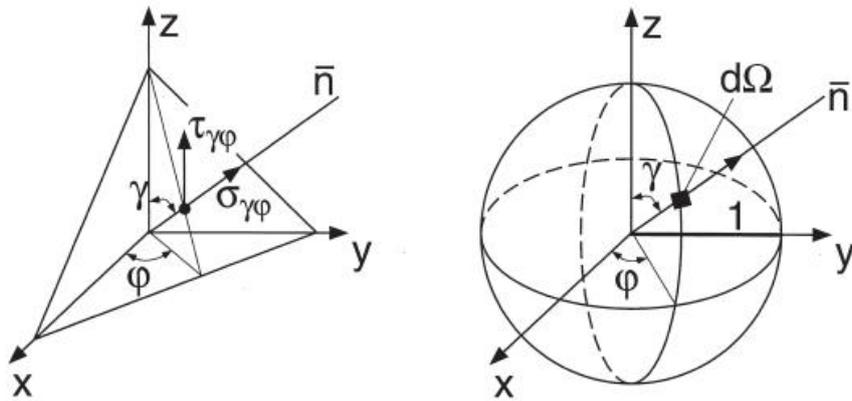


FIGURE D.1 – Domaine d'intégration des composantes de contraintes dans le plan d'intersection (γ, φ)

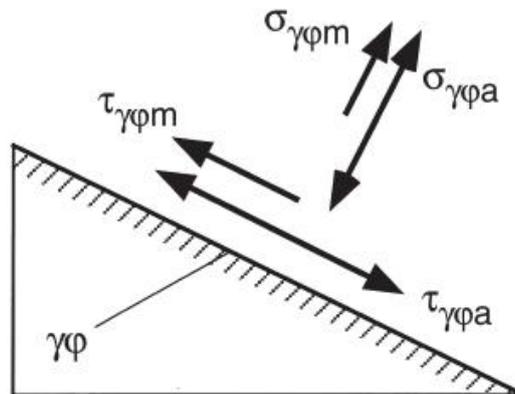


FIGURE D.2 – Composantes de contraintes alternées et statiques dans le plan d'intersection $\gamma\varphi$

Les contraintes sont calculées en fonctions du cas de chargement suivant chaque plan de cisaillement ; les coefficients sont choisis entre 2 et infini. L'amplitude de la contrainte équivalente est donnée par :

$$\sigma_{aeq} = [\alpha\sigma_{\tau a}^2 + \beta\sigma_{\sigma a}^2]^{\frac{1}{2}}, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (D.13)$$

α et β sont les paramètres matériaux liés aux limites d'endurance de la traction alternée σ_w et de la torsion alternée τ_x définies par :

$$\alpha = \frac{1}{5} \left[3 \left(\frac{\sigma_w}{\tau_w} \right)^2 - 4 \right] \quad (D.14)$$

$$\beta = \frac{1}{5} \left[6 - 2 \left(\frac{\sigma_w}{\tau_w} \right)^2 \right] \quad (D.15)$$

Le domaine de validité de l'hypothèse d'intensité de contrainte de cisaillement est défini par :

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sigma_w}{\tau_w} \leq \sqrt{3} \quad (D.16)$$

Le critère de Liu-Zenner peut être donc exprimé sous une forme adimensionnelle et appliqué pour résoudre des problèmes de fatigue de contact afin d'obtenir des limites de fatigue :

$$\sigma_{aeq} + m\sigma_{\tau,m}^2 + n\sigma_{\sigma,m}^2 = \sigma_w^2 \quad (D.17)$$

avec :

$$\sigma_{\tau,m} = \left(\frac{\int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\varphi a}^{\mu_1} \tau_{\gamma\varphi m}^{\nu_1} \sin\gamma d\varphi d\gamma}{\int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\varphi a}^{\mu_1} \sin\gamma d\varphi d\gamma} \right)^{\frac{1}{\nu_1}} \quad (D.18)$$

$$\sigma_{\sigma,m} = \left(\frac{\int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\varphi a}^{\mu_2} \tau_{\gamma\varphi m}^{\nu_2} \sin\gamma d\varphi d\gamma}{\int_{\gamma=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \tau_{\gamma\varphi a}^{\mu_2} \sin\gamma d\varphi d\gamma} \right)^{\frac{1}{\nu_2}} \quad (D.19)$$

$$m = \frac{\sigma_m^2 - \left(\frac{\sigma_w}{\tau_w} \right)^2 \left(\frac{\tau_s}{2} \right)^2}{\frac{4}{7} \left(\frac{\tau_s}{2} \right)^2} \quad (D.20)$$

$$m = \frac{\sigma_m^2 - \left(\frac{\sigma_w}{\tau_w} \right) - \frac{4m}{21} \left(\frac{\sigma_s}{2} \right)^2}{\frac{5}{7} \left(\frac{\sigma_s}{2} \right)^2} \quad (D.21)$$

$$\tau_s = \frac{4\tau_s}{1 + \frac{2\sigma_w}{\sigma_s}} \quad (D.22)$$

Notion sur les théorèmes d'adaptation

E.1 Introduction

La théorie d'adaptation permet d'envisager l'évolution vers un état élastique d'une structure anélastique soumise à un chargement variable. Les matériaux sont considérés élastoplastiques avec un critère de plasticité de von Mises et un écrouissage cinématique linéaire ou isotrope. Les structures constituées de tels matériaux soumises à un chargement périodique ont en général quatre réponses asymptotiques périodiques en contrainte (figure E.1),[126] :

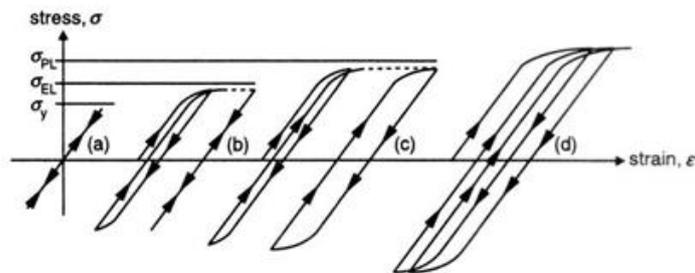


FIGURE E.1 – Etats limites sous chargements cycliques

- (a) : Elastique pure : la réponse du matériau est purement élastique,
- (b) : Adaptation élastique : le matériau subit des déformations plastiques pendant quelques cycles mais redevient élastique. La fatigue qui risque de survenir est à grand nombre de cycles.
- (c) : Accommodation plastique : la réponse limite est une boucle fermée de déformation plastique. En d'autres termes, la déformation plastique évolue pendant le cycle, mais à la fin, elle retrouve sa valeur initiale. La fatigue qui risque de survenir est donc à faible nombre de cycles.
- (d) : Rochet : la déformation plastique est progressive et s'accumule cycle après cycle, ceci amène à la rupture rapide du matériau.

E.2 Théorème d'adaptation statique de Melan-koiter

Il donne pour une structure parfaitement plastique, une condition suffisante d'adaptation. S'il existe un champ fixe indépendant du temps t , de contraintes auto-équilibré $\rho^*(M)$, et un nombre $m \geq 1$ tels qu'en tout point M :

$\forall t, f(m\sigma^{el}(M, t) + \rho^*(M)) < 0$, la structure s'adapte quelque soit son état initial.

E.3 Théorème d'adaptation statique de Mandel

Il donne pour une structure à écrouissage cinématique combiné avec l'écrouissage isotrope, une condition suffisante d'adaptation. Enoncé : s'il existe un champ fixe indépendant du temps t de contraintes auto équilibrées ρ^* et des variables d'écrouissage fixes ε_p et α suffisamment proche de leur valeur initial, tels que $\forall M$ et $t > T, g(\sigma^{el}(M, t) + \rho^*(M) - H\varepsilon_p) < k^2(\alpha)$, la structure s'adapte.

E.4 Théorème local d'adaptation statique

Les conditions suffisantes d'adaptation précédentes imposent aux champs d'être auto équilibrés c'est-à-dire doivent respecter l'équilibre global avec des forces nulles. Ceci rend leur recherche difficile. Une condition locale, donc de vérification plus facile, est : s'il existe un champ fixe indépendant du temps t de contraintes σ^* tel que : $\forall M$ et $t > T, g(\sigma^{el}(M, t) - \sigma^*) < k^2(\alpha_s)$; α_s étant la plus grande valeur α compatible avec l'hypothèse de petites déformations, si ce champ ne diffère d'un champ auto équilibré ρ^* que par un champ de $H\alpha_s$ et si $\underline{M}(\rho^* - \rho_0)$ est petit (\underline{M} tenseur d'ordre 4 des complaisances élastiques et ρ_0 , champ de contraintes résiduelles initiales), alors il y a adaptation par petites déformations.

Description géométrique de l'algorithme hypersphère

Partant d'un état de tenseur de contraintes macroscopiques T_{ij} défini par :

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{F.1})$$

Le critère de Dang Van est défini par la relation linéaire :

$$\tau + \alpha P < \beta \quad (\text{F.2})$$

τ est la contrainte de cisaillement mésoscopique maximale, P est la pression hydrostatique maximale.

on calcule facilement la pression hydrostatique définie par :

$$p(t) = \frac{\text{tr}(T)}{3} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \quad (\text{F.3})$$

La contrainte de cisaillement mésoscopique est définie à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = T_{ij} - C_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{F.4})$$

avec σ_{ij} le tenseur des contraintes mésoscopiques, C_{ij} le tenseur des contraintes résiduelles. Selon Dang van [127], trouver le champ de contraintes résiduelles correspondant à cet état revient à déterminer le centre de la plus petite hypersphère circonscrivant, dans l'espace déviatorique, l'histoire des contraintes subies.

Enfin le critère de Tresca permet d'écrire :

$$\tau(t) = \frac{1}{2} | \sigma_I(t) - \sigma_{III}(t) | \quad (\text{F.5})$$

avec σ_I et σ_{III} les contraintes principales mésoscopiques.

L'algorithme hypersphère est basé sur une formulation purement géométrique ce qui rend sa simplicité et donc sa rapidité de calcul.

Soit l'ensemble des états de contrainte possibles atteint dans l'espace déviatorique en un nœud d'une structure soumise à des chargements multiaxiaux indépendants. Dans

l'espace déviatorique, les trajets de chargement est constitué d'un nuage de points. Dans un premier temps on cherche le centre de gravité G du nuage de points ainsi obtenu dans cet espace déviatorique. Ensuite on cherche le point P_1 le plus éloigné de G (voir figure F.1). On obtient un cercle de centre G passant par P_1 et contenant tous les points des trajets de chargement. En nous déplaçant sur le segment GP_1 , de G vers P_1 , construisons les cercles de centre C situé sur ce segment, et s'appuyant sur P_1 .

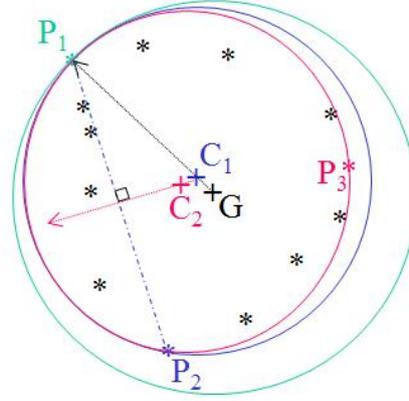


FIGURE F.1 – Construction géométrique des hypersphères

Les cercles successivement construits sont de diamètre décroissant. En procédant de cette façon, un point P_2 du nuage finira par sortir du dernier cercle construit, de telle sorte que :

$$\overrightarrow{CP_2}^2 \geq \overrightarrow{CP_1}^2 \quad (\text{F.6})$$

On identifie alors le cercle de centre C_1 situé entre G et P_1 tel que :

$$\overrightarrow{C_1P_2}^2 = \overrightarrow{C_1P_1}^2 \quad (\text{F.7})$$

Et ensuite des cercles plus petits de centre C_2 s'appuyant sur P_1 et P_2 tels que :

$$\overrightarrow{C_2P_2}^2 = \overrightarrow{C_2P_1}^2 \quad (\text{F.8})$$

Pour que cette condition soit respectée, on détermine un vecteur \vec{D} définissant la direction de prospection du centre des cercles construits. Ce vecteur est caractérisé par un facteur de prospection $\lambda < 1$. Connaissant donc le facteur de prospection, on peut déterminer facilement le centre du cercle correspondant.

Ceci n'est possible que si :

$$\begin{cases} \overrightarrow{C_1P_1}^2 = \overrightarrow{C_1P_2}^2 \\ \overrightarrow{C_2P_1}^2 = \overrightarrow{C_2P_2}^2 \\ \overrightarrow{C_1C_2} = \lambda_2 \vec{D}_2 = \lambda_2 (\overrightarrow{C_1P_1} + b\overrightarrow{P_1P_2}) \end{cases} \quad (\text{F.9})$$

où \vec{D}_2 est le vecteur définissant la prospective des cercles construits en respectant la condition F.8.

λ_2 est le facteur de prospection caractérisant le vecteur \vec{D}_2 .

En utilisant la deuxième équation du système F.9, on a :

$$\overrightarrow{C_1C_2} \cdot \overrightarrow{C_1P_2} = \overrightarrow{C_1C_2} \cdot \overrightarrow{C_1P_1} \Rightarrow \overrightarrow{C_1C_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_2} = 0 \quad (\text{F.10})$$

Et donc $\overrightarrow{C_1C_2} \perp \overrightarrow{P_1P_2}$. En utilisant la troisième équation du système F.9 et l'équation F.10 on obtient alors :

$$\overrightarrow{C_1P_1} \cdot \overrightarrow{P_1P_2} + b \overrightarrow{P_1P_2}^2 \quad (\text{F.11})$$

En introduisant P_1 dans la première équation du système F.9, on obtient :

$$2\overrightarrow{C_1P_1} \cdot \overrightarrow{P_1P_2} + \overrightarrow{P_1P_2}^2 = 0 \quad (\text{F.12})$$

D'où $b = \frac{1}{2}$ et $\overrightarrow{D_2} \perp \overrightarrow{P_1P_2}$ et le fait que C_2 se situe sur la médiatrice du segment $[P_1P_2]$. Connaissant la direction de prospection et en procédant par accroître la valeur de λ_2 , on identifie un troisième point P_3 tel que :

$$\overrightarrow{C_2P_3}^2 \geq (\overrightarrow{C_2P_3}^2 = \overrightarrow{C_2P_1}^2) \quad (\text{F.13})$$

Le cas dégénéré apparaît lorsque $\lambda_2 = 1$, c'est-à-dire le point P_3 n'existe pas (voir figure F.2). Le centre du cercle cherché est alors le milieu du segment $[P_1P_2]$; P_1 et P_2 définissent le diamètre du plus petit cercle circonscrit à tous les points des trajets de chargement. Si non, alors C_2 est le centre du cercle construit en s'appuyant sur P_1 , P_2 et P_3 tel que :

$$\overrightarrow{C_2P_3}^2 = \overrightarrow{C_2P_1}^2 = \overrightarrow{C_2P_2}^2 \quad (\text{F.14})$$

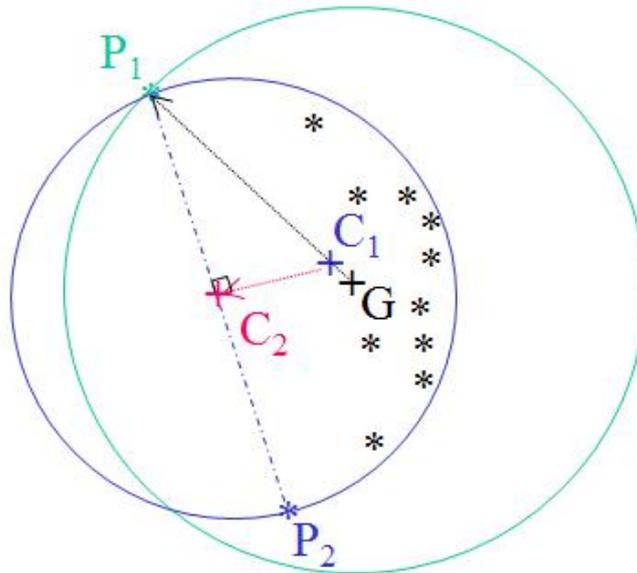


FIGURE F.2 – Construction géométrique des hypersphères : cas dégénéré

P_3 étant identifié, on détermine alors la position de C_2 en explicitant λ_2 . De la relation F.14, on a :

$$\left(\overrightarrow{C_1P_2} - \overrightarrow{C_1C_2}\right)^2 = \left(\overrightarrow{C_1P_1} - \overrightarrow{C_1C_2}\right)^2 \quad (\text{F.15})$$

D'où :

$$\lambda_2 = \frac{(\overrightarrow{C_1P_1} + \overrightarrow{C_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P_3}}{2\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{D_2}} \quad (\text{F.16})$$

Le facteur de projection ainsi trouvé correspond à un problème de dimension 2. L'algorithme peut être généralisé à une dimension n .

En commençant par un problème de dimension 5, on détermine d'abord le vecteur $\overrightarrow{D_5}$ dont la forme est donnée par :

$$\overrightarrow{D_5} = \overrightarrow{C_4P_1} + b\overrightarrow{P_1P_2} + c\overrightarrow{P_1P_3} + d\overrightarrow{P_1P_4} + e\overrightarrow{P_1P_5} \quad (\text{F.17})$$

Où : les coefficients b , c , d et e sont à déterminer. Les conditions d'équidistance sont donnée par :

$$\overrightarrow{C_5P_1} \cdot \overrightarrow{D_5} = \overrightarrow{C_5P_2} \cdot \overrightarrow{D_5} = \overrightarrow{C_5P_3} \cdot \overrightarrow{D_5} = \overrightarrow{C_5P_4} \cdot \overrightarrow{D_5} = \overrightarrow{C_5P_5} \cdot \overrightarrow{D_5} \quad (\text{F.18})$$

En combinant les relations F.17 et F.18, on obtient le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} b\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_2} + c\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{P_2P_1} + d\overrightarrow{P_1P_4} \cdot \overrightarrow{P_2P_1} + e\overrightarrow{P_1P_5} \cdot \overrightarrow{P_2P_1} = -\overrightarrow{P_2P_1} \cdot \overrightarrow{C_4P_1} \\ b\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_3P_1} + c\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{P_3P_1} + d\overrightarrow{P_1P_4} \cdot \overrightarrow{P_3P_1} + e\overrightarrow{P_1P_5} \cdot \overrightarrow{P_3P_1} = -\overrightarrow{P_3P_1} \cdot \overrightarrow{C_4P_1} \\ b\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_4P_1} + c\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{P_4P_1} + d\overrightarrow{P_1P_4} \cdot \overrightarrow{P_4P_1} + e\overrightarrow{P_1P_5} \cdot \overrightarrow{P_4P_1} = -\overrightarrow{P_4P_1} \cdot \overrightarrow{C_4P_1} \\ b\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_5P_1} + c\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{P_5P_1} + d\overrightarrow{P_1P_4} \cdot \overrightarrow{P_4P_1} + e\overrightarrow{P_1P_5} \cdot \overrightarrow{P_5P_1} = -\overrightarrow{P_5P_1} \cdot \overrightarrow{C_4P_1} \end{cases} \quad (\text{F.19})$$

Ce système aboutit à la détermination du vecteur $\overrightarrow{D_5}$ et donc le point P_6 . On en déduit donc l'expression du paramètre λ_5 .

$$\lambda_5 = \frac{(\overrightarrow{C_4P_1} + \overrightarrow{C_4P_6}) \cdot \overrightarrow{P_1P_6}}{2\overrightarrow{P_1P_6} \cdot \overrightarrow{D_5}} \quad (\text{F.20})$$

Pour un problème de dimension n , on en déduit :

$$\lambda_n = \frac{(\overrightarrow{C_{n-1}P_1} + \overrightarrow{C_{n-1}P_{n+1}}) \cdot \overrightarrow{P_1P_{n+1}}}{2\overrightarrow{P_1P_{n+1}} \cdot \overrightarrow{D_n}} \quad (\text{F.21})$$

Résumé

L'augmentation des charges transportées par essieu, des vitesses de circulation et l'état des voies peuvent conduire à des endommagements des roues en surface ou en sous-surface, généralement appelés écaillage. L'objectif de cette thèse est de développer une approche complète de dimensionnement des roues ferroviaires en fatigue de roulement, permettant de prendre en compte les sollicitations locales via la géométrie réelle du contact roue/rail, le comportement inélastique du matériau de la roue (acier) et les conditions d'exploitation (charge sur la roue et vitesse). A l'heure actuelle, les méthodes de dimensionnement des roues ne permettent pas de prendre en tous ces éléments au travers d'une même simulation. Il s'agit, dans le contexte industriel, d'étudier l'influence de la nuance d'aciers et du procédés de fabrication sur la durabilité de la roue. Dans un premier temps, des essais mécaniques ont été réalisés en vue de la modélisation du comportement mécanique des matériaux étudiés. L'algorithme stationnaire basé sur une approche eulérienne est ensuite utilisé pour déterminer l'état stabilisé de la structure. L'influence du glissement, du mésalignement, de la position du chargement, et de la nuance d'aciers sur la réponse mécanique (état asymptotique), les trajets de chargement en fatigue et la limite d'adaptation a été étudiée. Les critères de fatigue de Dang Van et de Manson-Coffin sont principalement utilisés pour l'analyse en fatigue. Les résultats obtenus permettent la construction de cartes d'adaptation numérique et celles-ci sont alors discutés. Il est montré que le facteur de charge tel que défini dans les shakedown maps apparaît comme insuffisant pour choisir un acier. D'autre part, l'influence des contraintes résiduelles introduites par le traitement thermique de la bande de roulement est analysée. Il est montré qu'elles modifient les contraintes hydrostatiques comme c'est généralement le cas en fatigue, mais aussi le cisaillement mésoscopique, qui constitue un nouveau résultat

Mots clés : Fatigue de contact de roulement, shakedown, plasticité, algorithme stationnaire, contraintes résiduelles

Abstract

The increasing of the railways axles loads; the traffic speeds and track conditions can lead to surface and sub-surface damage of wheels, usually called scaling. The aim of this thesis is to develop a numerical approach of railways wheel design in rolling contact fatigue which takes into account the local solicitations via the real geometric of rail/wheel contact, the inelastic behavior of the wheel material (steel) and the operating conditions (load on the wheel and speed). At present, the simplified methods for the wheel design are not possible to take all these elements through a single simulation. It is in the industrial context, to study the influence of the steel grades and the manufacturing process on the durability of the wheel. Initially, the mechanical tests were carried in order to modeling the mechanical behavior of the materials studied. The stationary algorithm based on the Eulerian formulation is then used to determine the steady state of the structure. The influence of the slip, the slip angle, the position of the load and the steel grades on the mechanical response, the fatigue loading paths and the shakedown are investigated. For the fatigue analysis, the criteria of Dang Van and Manson-Coffin are used. The results allow the establishment of the numerical shakedown maps and these are then discussed. It is shown that the load factor as defined in the shakedown maps, appears to be insufficient to choose a steel. Furthermore, the influence of residual stresses introduced by the heat treatment of the tread is analysed. It is shown that they modify the hydrostatic pressure as it is usually the case in fatigue, but also the mesoscopic shear stress, which is a new result.

Keywords : Rolling contact fatigue, shakedown, plasticity, steady state algorithm, residual stresses.

