

N° d'Ordre : 41188

Université de Lille 1: Sciences et Technologies

Laboratoire d'Automatique, de Génie Informatique et Signal
LAGIS UMR CNRS 8219

Ecole Doctorale SPI 072

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

Spécialité : Génie Electrique
par

TAKROUNI Hedfi Asma

Ingénieure ENIT en Génie électrique

Surveillance par observateurs des systèmes dynamiques hybrides

Thèse en cotutelle

entre l'Université de Lille 1: Sciences et Technologies (France)
et
l'Université El Manar de Tunis (Tunisie)

Soutenue publiquement le 26 Septembre 2013 à 10h devant la commission d'examen :

- Co-directeurs : Mekki KSOURI, Professeur, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis (Tunisie)
Vincent COCQUEMPOT, Professeur, Université de Lille 1: Sciences et
Technologies (France)
- Rapporteurs : Fayçal Ben Hmida, Professeur, Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de
Tunis (Tunisie)
José Ragot, Professeur, Université de Lorraine (France)
- Examineurs : Ramon Sarrate, Docteur, Université Polytechnique de Catalogne (UPC), Terrassa,
(Espagne),
Nadia Zanzouri, Maitre de conférences, Institut Préparatoires aux études
d'ingénieurs de Tunis

Remerciements

Cette thèse a été réalisée dans le cadre d'une cotutelle entre l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Tunis et l'Université Lille 1 : Sciences et Technologies, au sein des laboratoires LACS : Laboratoire d'Analyse, Conception et Commande des Systèmes et LAGIS UMR 8219 : Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal.

Les travaux ont été co-dirigés par Monsieur Mekki KSOURI, professeur à l'ENIT et Monsieur Vincent COCQUEMPOT, Professeur à l'Université Lille 1.

Mes vifs remerciements s'adressent à Monsieur José Ragot, Professeur, Université de Lorraine (France) et Monsieur Fayçal Ben Hmida, Professeur, école Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis (Tunisie) qui ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Leur lecture approfondie du mémoire, leurs remarques et interrogations m'ont été très précieuses. Je tiens également à les remercier pour leurs grandes qualités humaines.

Je tiens à remercier Monsieur Ramon Sarrate, Docteur, Université Polytechnique de Catalogne (UPC), d'avoir accepté de faire partie du jury pour examiner ce travail.

Je tiens à remercier aussi mon directeur de thèse, Monsieur Mekki Ksouri pour ses précieux conseils, sa patience ainsi que pour la confiance qu'il m'a accordée.

Je souhaite exprimer ma plus sincère reconnaissance à Monsieur Vincent Cocquempot pour la confiance qu'il a eue en m'offrant la possibilité d'intégrer son équipe de recherche.

Je remercie également Mme Nadia ZANZOURI pour l'intérêt constant qu'elle a porté à mes recherches ainsi que pour ses remarques pleines d'humour.

Nul remerciement ne saurait exprimer ma gratitude envers Monsieur Salah SALHI, Maître conférence à Institut Supérieur d'Informatique de Tunis (ISI) pour sa disponibilité.

Je voudrais aussi remercier tous mes amis et mes collègues du groupe ACS.

Sur le plan personnel, j'adresse un grand merci à mes parents qui m'ont tout donné. Je remercie également mon époux Nidhal et mes deux enfants Mohamed et Meriem pour les bons et joyeux moments, mes frères Ali et Rami, ma sœur Rim pour leur soutien indéfectible.

TABLE DES MATIERES

| | |
|--|-----|
| CHAPITRE 1 | 10 |
| LES SYSTEMES DYNAMIQUES HYBRIDES (SDH) | 10 |
| 1.1 Principes généraux des SDH | 10 |
| 1.2 Les différentes classes de SDH | 11 |
| 1.3 Modélisation des SDH | 13 |
| 1.3.1 Les principales approches de modélisation des SDH | 14 |
| 1.3.2 Modélisation d'un SDH par automate hybride | 15 |
| 1.3.2.1 Formalisation d'un modèle de SDH | 15 |
| 1.3.2.2 Représentation d'un SDH par automate hybride | 16 |
| 1.3.3 Description et modélisation des défaillances dans un SDH | 18 |
| 1.3.3.1 Les défaillances affectant la dynamique continue | 18 |
| 1.3.3.2 Les défaillances affectant la dynamique discrète | 19 |
| 1.4 Conclusion | 19 |
| CHAPITRE 2 | 21 |
| SURVEILLANCE DES SYSTEMES DYNAMIQUES | 21 |
| 2.1 Définitions et terminologie de la surveillance et du diagnostic | 21 |
| 2.1.1 Termes généraux | 21 |
| 2.1.2 La surveillance | 21 |
| 2.2 Surveillance à base de modèles | 22 |
| 2.2.1 Surveillance des systèmes continus | 22 |
| 2.2.2 Surveillance des systèmes à événements discrets | 29 |
| 2.3 Conclusion | 31 |
| CHAPITRE 3 | 32 |
| SYNTHESE D'OBSERVATEURS POUR LA SURVEILLANCE DES SDH | 32 |
| Introduction | 32 |
| 3.1 Présentation générale des observateurs asymptotiques | 33 |
| 3.1.1 Observateur de Luenberger pour un système linéaire | 34 |
| 3.1.2 Evaluation des résidus en présence de bruit | 35 |
| 3.1.3 Synthèse d'un observateur de Luenberger par placement de pôles | 36 |
| 3.2 Synthèse des observateurs hybrides | 36 |
| 3.2.1 Tour d'horizon sur les observateurs hybrides | 37 |
| 3.2.2 Structure d'un observateur hybride pour l'identification du mode, la détection et localisation des défauts | 38 |
| 3.2.2.1 Banc d'observateur pour la génération d'une signature du mode | 39 |
| 3.2.2.2 Banc d'observateurs pour la génération d'une signature de défauts | 41 |
| 3.3 Exemples illustratifs | 44 |
| 3.3.1 Exemple académique | 44 |
| 3.3.2 Exemple d'une régulation d'un système thermique | 60 |
| 3.4 Robustesse à une entrée inconnue affectant la dynamique de l'état | 64 |
| 3.4.1 Banc d'observateurs à entrée inconnue pour la génération de signatures de mode | 64 |
| 3.4.2 Banc d'observateur à entrée inconnue pour la génération de signature de défauts | 68 |
| 3.5 Technique de synthèse utilisant une fonction de Lyapunov | 76 |
| 3.5.1 Etude de robustesse et de sensibilité | 77 |
| 3.5.2 Temps de convergence de l'observateur | 91 |
| 3.6 Conclusion | 93 |
| CHAPITRE 4 | 95 |
| DISCERNABILITE, SIMILARITE ET GRAPHES DE COMPORTEMENT | 95 |
| 4.1 Notion de (non) discernabilité | 96 |
| 4.1.1 Définitions de la non discernabilité entre modes | 96 |
| 4.1.2 Vérification de la non discernabilité des modes | 96 |
| 4.2 Graphes des comportements | 99 |
| 4.2.1 Graphe de Comportement Normal (GCN) | 99 |
| 4.2.2 Graphe des Comportements Défaillants (GCD) | 101 |
| 4.3 Similarité et réduction de graphes | 104 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 4.4 | Stratégie de surveillance des SDH utilisant les graphes de comportement..... | 110 |
| 4.5 | Applications des graphes de comportement..... | 112 |
| 4.6 | Conclusion | 118 |
| | Conclusion générale..... | 119 |
| | ANNEXE A | 121 |
| | ANNEXE B | 125 |
| | ANNEXE C | 126 |
| | Bibliographie..... | 127 |

Liste des figures

| | |
|---|----|
| <i>Figure 1. 1</i> Système hybride : interaction entre la partie continue et discrète | 11 |
| <i>Figure 1. 2</i> Automate hybride | 18 |
| <i>Figure 2.1</i> Principe d'un générateur de résidus | 23 |
| <i>Figure 2.2</i> Générateur de résidus structuré | 27 |
| <i>Figure 2.3</i> Résidus directionnels | 28 |
| <i>Figure 2.4</i> Système à diagnostiquer | 30 |
| <i>Figure 2.5</i> Diagnostiqueur | 31 |
| | |
| <i>Figure 3.1</i> Schéma structurel d'un observateur pour un système continu..... | 33 |
| <i>Figure 3. 2</i> Structure d'un observateur hybride pour l'identification du mode courant, la détection et la localisation des défauts | 39 |
| <i>Figure 3. 3</i> Structure de générateur des résidus servant à l'identification du mode..... | 39 |
| <i>Figure 3. 4</i> Structure de générateur des résidus servant à la localisation des défauts | 42 |
| <i>Figure 3.5</i> Description du système hybride | 44 |
| <i>Figure 3.6</i> : l'évolution des modes réels et de l'état x_3 | 47 |
| <i>Figure 3. 7</i> Les résidus pour les 4 modes en fonctionnement normal (sans défaut et sans bruit) | 47 |
| <i>Figure 3. 8</i> Signature expérimentales pour l'identification du mode courant en fonctionnement Normal | 48 |
| <i>Figure 3. 9</i> Estimation de l'état x_3 dans chaque mode..... | 50 |
| <i>Figure 3. 10</i> Les résidus pour les 4 modes dans le cas d'un défaut discret..... | 51 |
| <i>Figure 3. 11</i> Signature expérimentale pour la détection de défaut discret..... | 51 |
| <i>Figure 3. 12</i> Les résidus pour les 4 modes en présence d'un défaut capteur et de bruit de mesure | 52 |
| <i>Figure 3. 13</i> Les normes L_2 des résidus pour les 4 modes en présence d'un défaut capteur et de bruit de mesure | 53 |
| <i>Figure 3. 14</i> Signature expérimentale pour l'identification du mode courant en présence de défaut capteur et bruit de mesure..... | 54 |
| <i>Figure 3. 15</i> Résidus structurés du mode 1, 2, 3 et 4 en présence des défauts capteurs et de bruit de mesure..... | 56 |
| <i>Figure 3. 16</i> Norme L_2 des résidus structurés et seuils de détection de défaut capteur des 4 modes..... | 57 |
| <i>Figure 3. 17</i> Signature expérimentales des résidus structurés pour la détection des défauts capteur..... | 58 |
| <i>Figure 3. 18</i> Exemple du thermostat | 61 |
| <i>Figure 3. 19</i> Variation de la température | 62 |
| <i>Figure 3. 20</i> Evolution des résidus du mode 1 et 2 | 62 |
| <i>Figure 3. 21</i> Signature réelle des modes 1 et 2 du thermostat..... | 63 |
| <i>Figure 3.22</i> Identification du mode courant en utilisant un banc d'observateurs à entrée inconnue | 65 |
| <i>Figure 3.23</i> Localisation des défauts capteur en utilisant un banc d'observateurs à entrée inconnue | 68 |
| <i>Figure 3.24</i> Evolution des résidus du mode 1, 2, 3 et 4 | 72 |
| <i>Figure 3.25</i> Evolution des signatures expérimentales des modes 1, 2, 3 et 4..... | 73 |
| <i>Figure 3.26</i> Evolution des résidus structurés du mode 1 et les seuils de détections de défaut capteur..... | 74 |

| | |
|--|-----|
| <i>Figure 3.27 Evolution des signatures de défauts</i> | 75 |
| <i>Figure 3. 28 Résidus affectés par un défaut capteur et un bruit blanc de variance 10^{-4}</i> | 82 |
| <i>Figure 3. 29 Norme 2 des résidus et les différents seuils</i> | 83 |
| <i>Figure 3. 30 Signatures expérimentales des modes</i> | 84 |
| <i>Figure 3. 31 Evolution des résidus structurés sensible au défaut capteur</i> | 87 |
| <i>Figure 3. 32 Evolution des normes 2 des résidus structurés et les différents seuils de détection de défaut capteur</i> | 88 |
| <i>Figure 3. 33 Evolution des signatures expérimentales des résidus structurés</i> | 89 |
| <i>Figure 3. 34 Etude comparative des signatures de modes générées par la méthode de placement de pôle et Robustesse/Sensibilité</i> | 91 |
| | |
| <i>Figure 4. 1 Automate hybride complet</i> | 100 |
| <i>Figure 4. 2 GCN(i)</i> | 101 |
| <i>Figure4. 3 GCD(i)</i> | 103 |
| <i>Figure4. 4 Les GCD des modes i, j k et l</i> | 103 |
| <i>Figure4. 5 Cas des modes similaires non groupables</i> | 105 |
| <i>Figure4. 6 Automate réduit avec modes i et j similaires</i> | 106 |
| <i>Figure4. 7 Description du système hybride (automate exhaustif)</i> | 107 |
| <i>Figure 4. 8 Automate réduit dans le mode d'exploitation choisi</i> | 108 |
| <i>Figure 4. 9 Les GCN(i)</i> | 109 |
| <i>Figure 4. 10 Les GCD(i) pour chaque mode potentiel 1,2 ,4 et 3</i> | 110 |
| <i>Figure4. 11 Synoptique de la surveillance utilisant les graphes de comportements</i> | 111 |
| <i>Figure 4. 12 Système à deux réservoirs</i> | 113 |
| <i>Figure4. 13 Automate réduit</i> | 116 |
| <i>Figure4. 14 Graphes de comportements normaux GCN(i)</i> | 116 |
| <i>Figure4. 15 Les GCDs pour les 4 modes</i> | 117 |

Introduction générale

La surveillance des systèmes technologiques et environnementaux est une préoccupation majeure de la part de tous les acteurs industriels. Consciente des enjeux en termes de productivité, de sécurité, de fiabilité ou de qualité de production, la communauté automatique s'intéresse à cette problématique depuis une trentaine d'années. De façon plus précise, le diagnostic a pour objectif de détecter, de localiser, de caractériser les défauts survenant sur un système de production et son environnement. Les défauts sont des dysfonctionnements du système, ce dernier changeant de régime ou de mode de fonctionnement pouvant le conduire dans un état inacceptable.

Lorsqu'un modèle du système est disponible, des techniques particulières peuvent être mises en œuvre pour répondre à ces objectifs. La surveillance repose sur l'analyse des signaux indicateurs de défauts (résidus) qui doivent réagir dès l'apparition d'un défaut tout en restant robustes aux perturbations agissant sur le système.

Les tâches que le système est censé réaliser peuvent être contrariées par l'occurrence de défauts. Afin de pallier ce problème, et garantir un niveau de sûreté de fonctionnement acceptable à chaque instant, une procédure de diagnostic précoce s'avère nécessaire pour empêcher la propagation des défauts. La procédure de diagnostic n'a pas seulement pour objectif de détecter si un défaut se produit ou non, mais elle vise aussi à localiser le composant défaillant et à identifier précisément ce défaut (nature, amplitude). Pour réaliser la tâche de diagnostic, des techniques utilisant un modèle analytique comportemental ont été utilisées avec succès. Cependant, les techniques de diagnostic basées sur des modèles ont été peu abordées lorsque le système comporte des dynamiques continues gouvernées par des événements discrets générés par exemple par des contrôleurs numériques. Les travaux développés pour ces systèmes qualifiés d'hybrides, en utilisant en particulier le formalisme de modélisation par automates hybrides, montrent la complexité de la tâche de surveillance qui nécessite à la fois l'identification du mode de fonctionnement courant et le diagnostic des éventuels défauts. La thèse présentée propose une méthodologie pour effectuer le diagnostic des systèmes hybrides en utilisant les observateurs d'états. L'objectif est de fournir une méthode utilisant en cohérence des outils consacrés à la surveillance des systèmes continus et d'autres spécifiques aux systèmes à événements discrets (SED). La prise en compte explicite

Chapitre 1 : Les systèmes dynamiques hybrides

des deux dynamiques ainsi que leurs couplages mutuels nécessitent de développer une nouvelle méthode de diagnostic combinant les deux types d'outils, basée sur des graphes de comportement. De plus, nous proposons une étude des propriétés de discernabilité et de similarité entre modes de fonctionnement.

L'évolution du système hybride est considérée comme étant une séquence de modes de fonctionnement où le mode est entièrement défini par un état discret, une évolution continue et un domaine admissible (invariant) représenté par des contraintes inégalités. Le passage d'un mode à l'autre est appelé *transition*. Les défaillances peuvent influencer soit le comportement dans un mode soit l'évolution discrète, c'est-à-dire les transitions.

La surveillance des SDH nécessite la surveillance des équations d'état (contraintes égalité), et la surveillance de l'état discret et de son évolution. Nous présentons une méthode de diagnostic basé sur deux modules issus d'un observateur hybride. Le premier module sert à identifier le mode courant et le deuxième est synthétisé autour d'un DOS qui permet de détecter et localiser les défauts capteurs.

Objectifs de la thèse

Cette thèse propose des outils et méthodes dédiés à la surveillance des systèmes hybrides. Les méthodes de surveillance ont été principalement développées pour des systèmes purement continus ou purement discrets. Une approche a été proposée dans la thèse de Touria El Mezyani [Mezyani, 05], en utilisant la méthode de génération de résidus (indicateurs de défauts) dite de l'espace parité. Nous reprenons et étendons ces travaux afin de générer les résidus (indicateurs de défauts) en utilisant des observateurs d'état. Les propriétés, telles que la discernabilité et la similarité entre modes, sont aussi particulièrement étudiées.

Organisation du mémoire

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres comme suit :

Chapitre 1 :

Nous présentons les systèmes dont l'évolution temporelle résulte de deux évolutions continue et discrète en interaction, appelés *systèmes dynamiques hybrides* (SDH). Les différentes classes de SDH et la modélisation par automates hybrides sont présentées. Les différents défauts affectant un SDH sont aussi brièvement décrits.

Chapitre 2 :

Nous rappelons brièvement les définitions et la terminologie utilisées dans le domaine de la surveillance. Les principales méthodes et techniques de surveillance à base de modèle appliquées sur les systèmes continus et sur les systèmes à événements discrets sont exposées.

Chapitre 3 :

Dans ce chapitre une méthode de surveillance pour les SDH soumis à des effets indésirables dus aux entrées inconnues, est proposée.

La méthode de diagnostic proposée est basée sur deux modules issus d'un observateur hybride. Le premier module permet l'identification du mode courant et le deuxième module sert à détecter et localiser les défauts capteurs. Nous présentons les observateurs d'état tels que l'observateur de Luenberger. Nous avons utilisé une technique de placement de pôles ainsi qu'une technique utilisant des fonctions de Lyapunov multiples pour garantir une convergence exponentielle de l'erreur d'estimation. En présence de perturbations, des observateurs à entrée inconnue doivent être utilisés pour générer des résidus sensibles aux défauts et insensibles aux perturbations afin de répondre au Problème Fondamental de Génération des Résidus (PFGR).

La synthèse de résidus robustes aux perturbations (entrées inconnues) et sensibles aux défauts est ensuite abordée. Une formulation LMI (inégalité matricielle linéaire) est proposée.

Chapitre 4

Nous présentons dans ce chapitre une stratégie de surveillance à base de graphes de comportements normaux et défailants. Nous présentons une condition nécessaire et suffisante de non discernabilité entre les modes. La propriété de similarité entre modes, qui découle de la discernabilité, est ensuite introduite. Celle-ci permet de grouper des modes et réduire ainsi la complexité des graphes de comportement.

Ces notions sont illustrées sur un procédé hydraulique (système à deux réservoirs).

Chapitre 1

Les systèmes dynamiques hybrides (SDH)

Introduction

De nombreux systèmes automatisés ne sont pas purement continus ou à événements discrets mais combinent les deux aspects. On parle alors communément de systèmes dynamiques hybrides (SDH). Les systèmes dynamiques hybrides sont des systèmes pour lesquels les dynamiques discrètes et continues interagissent [Antsaklis et al, 03], [Antsaklis et al, 97], [Alur et al, 95], [Bergstra et al, 06], [Sheila, 00], [Cocquempot et al, 04(a)], [Gueguen et al, 04], [Boel et al, 99], [Biswas et al, 03]. Les dynamiques continues correspondent aux différents modes de fonctionnement du système et la dynamique discrète détermine les changements discrets entre ces différentes dynamiques. De tels systèmes sont largement utilisés pour le contrôle de processus industriels comme par exemple le monitoring de centrales nucléaires, le contrôle de systèmes de transport, l'aide au pilotage d'avions, etc [Zaytoon, 01].

La modélisation des systèmes hybrides constitue une étape préalable importante à l'étude de la commande, de la surveillance et de la supervision de ces systèmes. Dans ce chapitre, nous présentons les différentes classes de SDH. Nous nous intéressons ensuite à la modélisation des systèmes hybrides dans un but de surveillance.

1.1 Principes généraux des SDH

Un SDH est composé de systèmes dynamiques continus, d'un système à événements discrets (SED) et d'une interface qui gère les interactions entre ces deux types d'évolutions (continue et discrète) [Antsaklis et al, 03].

Dynamique discrète

La dynamique discrète d'un SDH est associée à un SED dont l'espace d'état est un ensemble fini. Les transitions entre les états discrets sont réalisées grâce à l'occurrence d'événements discrets. Ces événements sont de deux types :

- événements contrôlés,
- événements autonomes.

Les événements contrôlés sont des événements externes qui correspondent aux commandes discrètes automatiques ou manuelles.

Chapitre 1 : Les systèmes dynamiques hybrides

Les événements autonomes ou spontanés sont des événements internes produits lorsque le vecteur d'état continu traverse certaines frontières de l'espace d'état.

Ces événements expriment donc l'influence de l'état continu sur l'état discret. Les automates à états finis permettent de modéliser l'évolution temporelle d'un SED.

Dynamique continue

L'évolution continue du système hybride est classiquement modélisée par des équations d'état, en général non linéaires. Ces équations différentielles contraignent l'évolution de l'état continu. On parle alors de contraintes de type égalité.

Interface entre les dynamiques

L'interface traduit l'interaction entre la partie continue et la partie discrète du SDH. L'état discret q détermine la dynamique continue spécifique de la partie continue du SDH [Antsaklis et al, 97] voir figure 1.1.

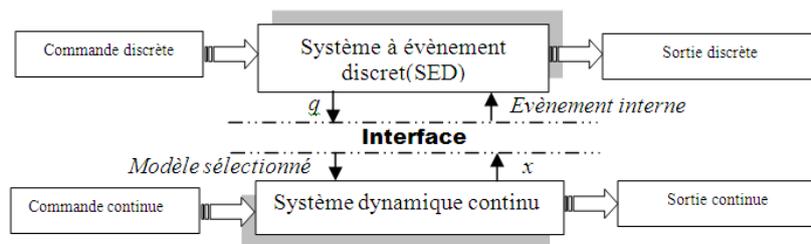


Figure 1. 1 Système hybride : interaction entre la partie continue et discrète

1.2 Les différentes classes de SDH

Les SDH ont été étudiés intensivement au cours de ces dernières années. De nombreuses classes de SDH ont été étudiées par les automaticiens. Nous citons dans cette section brièvement les différentes classes de SDH ; pour plus de détails le lecteur pourra se référer à l'ouvrage [Zaytoon, 01] et aux thèses [Mezyani, 05], [Belkhiat, 12].

a. Systèmes continus commandés par un système à événements discrets (systèmes à commutations)

Un SDH par la commande est un procédé continu, commandé ou supervisé par un système à événements discrets. Comme exemple de ce type de système, nous pouvons citer le thermostat utilisé pour maintenir la température dans une pièce.

Les systèmes positifs à commutations ont été étudiés dans [Farina et al, 00]. Il s'agit de systèmes à commutations particulier pour lesquels l'évolution continue est décrite par un système positif.

Chapitre 1 : Les systèmes dynamiques hybrides

Supposons que $S : \dot{x}(t) = Ax(t), x(0) = x_0, A(t) \in \{A_1, \dots, A_m\}$

S est positif si $x_0 \geq 0$ entraîne $x(t) \geq 0$ quelque soit $t \geq 0$. Le système S est positif si et seulement si l'élément hors diagonale de la matrice A est non négatif. Ces matrices sont appelées les matrices de Metzler.

b. Systèmes continus qui comportent des discontinuités

Les discontinuités se produisent lorsque l'état passe soudainement de la valeur courante à une autre valeur. Cette classe de systèmes à commutations est illustrée à travers l'exemple d'une balle rebondissante ou la collision entre deux corps.

c. Systèmes comportant des éléments discrets et continus

Certains systèmes sont constitués d'éléments continus et d'éléments discrets. A titre d'exemple, on peut citer les circuits électroniques qui contiennent des éléments à caractéristiques continues (résistance, condensateur, self,...etc) et des éléments à caractéristiques discrètes (interrupteur, diode, transistor, thyristor,...etc).

d. Systèmes continus pour lesquels des dynamiques discrètes sont introduites par abstraction

Dans les cas où les phénomènes physiques sont complexes, la modélisation nécessite l'utilisation de fonctions non-linéaires qui sont difficiles à manipuler. Certains travaux tendent à introduire des phénomènes discrets au sein de l'évolution continue afin de simplifier la modélisation. Un système non-linéaire, un multi-modèle, ou un système continu par parties, ressemblent tous à des structures résultant de l'association de modèles continus locaux. Cette association de modèles continus peut être représentée comme un SDH. La dynamique discrète sera introduite par isolation des dynamiques rapides qui peuvent avoir lieu au moment du changement de modèle (commutations spontanées). Les dynamiques complexes mais très rapides par rapport à la dynamique globale peuvent être négligées.

e. Systèmes discrets pour lesquels des dynamiques continues sont introduites par abstraction

Ces systèmes sont généralement des systèmes dont l'évolution de l'état discret est rapide par rapport à la dynamique globale.

f. Systèmes complexes composés de sous-systèmes continus et discrets

Dans les industries dites de ‘process’, élaborant les matières premières qui seront travaillées par les industries manufacturières, la production peut se faire en continu ou par traitements successifs : on parle de procédés de traitement par lots. Ces procédés, très présents dans le domaine de l’industrie chimique, pharmaceutique ou agro-alimentaire, comportent des séquences de transfert et de conditionnement relevant de systèmes à événements discrets et des opérations continues pendant un certain temps : évaporation, cristallisation, mélange [Zaytoon, 01].

1.3 Modélisation des SDH

Un même système peut être modélisé de nombreuses façons différentes. Le modèle choisi dépend des objectifs visés (observation, commande, diagnostic, etc.), du cahier des charges (type de défaillance à détecter par exemple) ou/et des outils/techniques utilisés pour répondre à ces objectifs [Antsaklis et al, 97], [Cocquempot et al, 04(a)], [Antsaklis et al, 03], [Bergstra et al, 06].

▪ Exemple d’illustration

Considérons l’exemple d’une vanne commandée en tout ou rien (TOR).

La vanne est un système physique continu puisque le passage de la situation «vanne fermée» à la situation «vanne ouverte» (ou inversement) n’est pas instantané. Ce système, peut-être modélisé différemment suivant que la dynamique d’ouverture (ou de fermeture) est, ou n’est pas, prise en compte ou suivant les variables d’état (discrètes et continues) choisies :

- *lorsque les dynamiques d’ouverture et de fermeture sont négligées*, la vanne peut être considérée comme un système discret, comportant deux états (vanne ouverte : VO, vanne fermée : VF) correspondants à la commande TOR (ouverture vanne : OV, fermeture vanne : FV). Le système peut alors être représenté par un modèle purement discret caractérisant les états VO et VF (par exemple un automate à état fini) ou par un modèle décrivant le débit Q circulant au travers de la vanne :

$$Q = a Q_{\max} \quad (1.1)$$

Avec :

$$\begin{cases} a = 1 & \text{si VO} \\ a = 0 & \text{si VF} \end{cases}$$

- *la vanne peut être considérée comme un système purement continu*, réagissant à une commande $u(t)$ de type « échelon ». Les dynamiques d’ouverture et de fermeture (qui

peuvent être différentes) sont représentées par des fonctions non linéaires. Le modèle peut être mis sous la forme générale d'état suivante :

$$\dot{Q}(t) = f(s(t), u(t)) \quad (1.2)$$

avec

- $Q(t)$ le débit au travers de la vanne,
 - $s(t)$ la section d'ouverture de la vanne.
- *Le modèle peut aussi être représenté sous forme d'un automate hybride (combinaison d'un automate à état fini et d'équations d'état continu), de manière à mettre en évidence certains modes de fonctionnement particuliers de la vanne, caractérisés par un état discret: VO, VF, vanne en cours d'ouverture (VCO), vanne en cours de fermeture (VCF), et des dynamiques continues associées à chacun de ces états discrets.*

1.3.1 Les principales approches de modélisation des SDH

Un même système peut être modélisé de nombreuses façons différentes. Le modèle choisi dépend des objectifs visés (observation, commande, diagnostic, etc...).

De manière générale, les approches de modélisation de système hybrides peuvent être classées en trois catégories principales :

- **Abstraction en un modèle purement continu**

Ce sont des modèles représentés sous forme d'équations différentielles non linéaires intégrant des variables binaires, correspondant aux modes de fonctionnements mis en évidence. Ces modèles sont complexes à manipuler. Ils sont utilisés essentiellement pour l'étude de la stabilité.

- **Abstraction en un modèle purement événementiel**

Ces modèles sont de type automates à états finis ou réseaux de Petri [Zaytoon, 01]. La dynamique continue est remplacée par une dynamique discrète. A titre d'exemple, les travaux de Puri [Puri et al, 96] présentent une méthode permettant d'obtenir un modèle événementiel en découpant l'espace d'état continu en plusieurs régions, qui sont ensuite associées à un état discret. Cette méthode de modélisation est confrontée au compromis entre la précision et le nombre d'états discrets qui devient rapidement explosif.

- **Modélisation mixte**

L'approche de modélisation dite mixte consiste à intégrer les aspects continus et discrets au sein d'un même formalisme de modélisation. Cette démarche d'intégration permet d'obtenir de nouveaux formalismes hybrides à partir de formalismes de modélisation discrets ou continus. Les modèles développés sont classés en deux catégories :

- La première catégorie de modèles est obtenue à partir de formalismes de modélisation discrets. Les réseaux de Petri hybrides, les automates hybrides (extension des automates temporisés) ou les statecharts hybrides en sont des exemples [Zaytoon, 01].

- La deuxième catégorie de modèles est obtenue à partir des modèles continus. Le principe est d'introduire des variables booléennes (ou entières) dans l'équation d'état continue et de considérer des inégalités définissant des contraintes entre les variables continues et discrètes. Ceci a donné naissance à des nouveaux formalismes de modélisation des systèmes hybrides. Les modèles MLD en sont des exemples [Bemporad et al, 99].

Dans la suite nous utilisons l'automate hybride comme outil de modélisation des SDH.

1.3.2 Modélisation d'un SDH par automate hybride

1.3.2.1 Formalisation d'un modèle de SDH

L'évolution dynamique d'un SDH est décrite par une succession de modes. Chaque mode i ($i = \{1, 2, \dots, M\}$, où M est le nombre de modes) correspond à une configuration physique possible, c'est-à-dire à un état discret donné.

En tenant compte des aspects continus et discrets précédemment décrits, et de leurs interactions, le modèle d'un SDH est formellement représenté par le 9-uples suivant [Cocquemot, 07] :

$$\langle Q, X, G, F, Yc, Yd, H, \sigma^s, \sigma^f \rangle \quad (1.3)$$

- Q est l'ensemble des modalités que peut prendre le vecteur d'état discret q , $Q = \{q_i; i = \{1, 2, \dots, M\}\}$ et q_0 est l'état initial discret.

- $X = \{X_i; i = \{1, 2, \dots, M\}\}$ définit l'espace d'état continu $x(t) \in X_i$ avec $\dim[x(t)] = n$ est l'état continu correspondant à l'état discret q_i . Le domaine X_i est décrit par un ensemble de contraintes inégalité $g_i : g_i(x(t)) \leq 0$.

- G représente l'ensemble de toutes les contraintes inégalités. Le couple $(q_i, x) \in Q \times X$ représente l'état complet ou état hybride du système dans le mode i ,

- $F = \{f_1, f_2, \dots, f_M\}$ est un ensemble fini de fonctions lisses. Chaque fonction définit une trajectoire du vecteur d'état continu $x(t) : \dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t), \delta(t))$, où $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur d'entrées continues, $\delta(t) \in \mathfrak{R}^o$ est un vecteur d'entrées inconnues étendu (incluant les perturbations, les entrées inconnues, les défauts),

- $Y_c = \{Y_{ci}; i = \{1, 2, \dots, M\}\}$ définit l'espace des sorties continues. $Y_{ci} \subseteq \mathfrak{R}^k$ dénote l'espace des sorties associées au mode i . $y(t) \in Y_{ci}$ est le vecteur des sorties mesurées à l'instant t si à cet instant l'état discret est q_i ,
- $Y_d = \{Y_{di}; i = \{1, 2, \dots, M\}\}$ définit l'ensemble des mesures discrètes,
- $H = \{h_1, h_2, \dots, h_M\}$ est un ensemble fini de fonctions vectorielles qui décrivent le lien entre les variables d'état, les variables d'entrées et les variables mesurées.

Nous avons ainsi :

$$y(t) = h_i(x(t), u(t), \delta(t)) \quad (1.4)$$

En plus de la description des parties continues et discrètes, la modélisation hybride doit représenter les transitions spontanées et contrôlées. Deux fonctions de transitions sont donc considérées :

- $\sigma^S = \{\sigma_{ij}^S\}$ ou σ_{ij}^S est une application : $Q \times X \times T \rightarrow Q \times X$ qui définit une transition spontanée : $\sigma_{ij}^S(q_i, x, t) = (q_j, x_0^+)$, q_i et $q_j \in Q$; $x \in X_i$ et $x_0^+ \in X_j$. Une transition d'un mode i vers un mode j (appelé *mode successeur*) se produit lorsque le vecteur d'état continu $x(t)$ intersecte une surface : $S_{ij} = \{x \in X_i \text{ tq } s_{ij}(x) = 0\}$ où $s_{ij}(x)$ représente la condition de transition.

En général, mais ceci n'est pas une obligation, les surfaces S_{ij} correspondent aux frontières de l'espace X_i . Une transition spontanée se produit donc lorsque $s_{ij}(x) = g_i(x) = 0$.

- $\sigma^f = \{\sigma_{ij}^f\}$ est une application : $Q \times E \times X \rightarrow Q \times X$ qui définit une transition forcée : $\sigma_{ij}^f(q_i, e_{ij}) = (q_j, x_0^+)$ où $e_{ij} \in E$ est un événement externe. Dans le cas où e_{ij} est un événement externe contrôlé, résultant d'une commande discrète, la transition est dite contrôlée. Les transitions forcées ne sont pas toutes contrôlées mais peuvent aussi résulter de perturbations ou défaillances.

1.3.2.2 Représentation d'un SDH par automate hybride

Un automate hybride est un outil de représentation qui permet de tenir compte explicitement des deux évolutions continue et discrète du SDH. Il apparaît comme l'association d'un automate à états finis pilotant un ensemble d'équations dynamiques continues. Les équations modélisant le comportement continu à un instant donné dépendent

de l'état de l'automate, mais ce dernier peut évoluer en fonction de la valeur des grandeurs continues [Zaytoon, 01], [Alur et al, 95].

Un automate hybride est un graphe composé de sommets (ou places) et d'arcs orientés modélisant les transitions discrètes qui relient les sommets. Tout arc orienté doit avoir un sommet destination.

Pour chaque place, on précise l'état discret q_i , l'activité de l'état continu $Act(q_i)$ et l'invariant $Inv(q_i)$:

- l'activité dans la place q_i est donnée par les équations d'état et de mesure dans le mode i , c'est-à-dire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t), \delta(t)) \\ y(t) = h_i(x(t), u(t), \delta(t)) \end{cases} \quad (1.5)$$

- l'invariant correspond à l'ensemble des contraintes inégalité $g_i(x(t)) \leq 0$ qui définissent le domaine d'admissibilité du vecteur d'état dans le mode i :

$$Inv(q_i) : g_i(x(t)) \leq 0$$

A chaque transition spontanée $T_{s_{ij}}$ de la place q_i vers la place q_j on associe un attribut, appelé *garde*($T_{s_{ij}}$). Cette dernière fait correspondre à chaque transition une condition de garde qui spécifie quelles conditions doivent être vérifiées pour que la transition soit franchie :

$$garde(T_{s_{ij}}) : s_{ij}(x(t)) = 0$$

Les variables d'état continues sont initialisées après le franchissement d'une transition. Cette initialisation de l'état continu est décrite par une fonction d'affectation de la transition T_{ij} notée $Aff(T_{ij})$. Ainsi, cette notation fait correspondre à l'état continu x du mode i un état continu x^+ du mode j :

$$Aff(T_{ij}) \in \{\sigma_{ij}^f, \sigma_{ij}^s\}$$

La place de destination est appelée *successeur*, et la place de départ est appelée *prédécesseur*. Les conditions de franchissement d'une transition T_{ij} (*garde*($T_{s_{ij}}$) ou événement externe) sont indiquées sur chaque arc. La fonction $Aff(T_{ij})$ est aussi précisée dans le cas où la transition provoque un saut d'état. La figure 1.2 décrit la syntaxe générale d'un automate hybride.

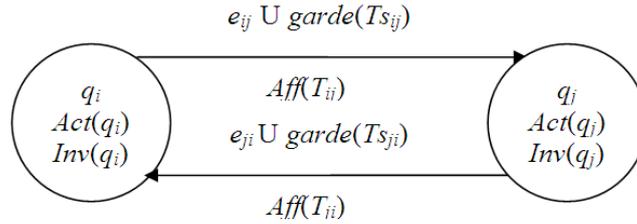


Figure 1. 2 Automate hybride

1.3.3 Description et modélisation des défaillances dans un SDH

Les défaillances au sein d'un SDH peuvent être classifiées suivant la dynamique affectée. On distingue ainsi les défaillances affectant la dynamique continue et celles affectant la dynamique discrète [Cocquempot, 07], [Mezyani, 05].

1.3.3.1 Les défaillances affectant la dynamique continue

Deux types de défaillance peuvent affecter la partie continue des SDH :

- Défaillances affectant les contraintes égalités

Ces défaillances sont classiquement considérées dans la communauté FDI. Des variables représentant les défaillances sont ajoutées aux équations d'état afin de décrire quelles composantes du système sont affectées par chaque défaillance.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t), d(t), \varphi(t)) \\ y(t) = h_i(x(t), u(t), d(t), \varphi(t)) \end{cases} \quad (1.6)$$

où : - $d(t)$ est le vecteur de perturbations,
- $\varphi(t)$ est le vecteur de défaillances.

Ce modèle (1.6) représente le fonctionnement défaillant du mode i , ($i \in M$) dont la défaillance modifie la trajectoire d'état continu du système dans le mode i .

- Défaillances affectant les contraintes inégalités

L'invariant du mode est décrit par un ensemble de contraintes inégalités qui représentent soit des limitations physiques du système, soit des domaines pour lesquels il n'y a pas de changement de caractéristiques physiques du système. Les défaillances de composants entraînant la non vérification d'un ensemble de contraintes inégalité (ou en abrégé *défaillances des contraintes inégalités*) n'ont reçu que très peu d'attention dans la littérature même si elles entraînent souvent de très lourdes conséquences pour le système lui-même ou son environnement et constituent de ce fait une classe très importante de défaillances. Dans ce mémoire, nous ne traitons pas ce type de défaillance.

1.3.3.2 Les défaillances affectant la dynamique discrète

Les défaillances affectant la partie discrète vont entraîner un changement anormal de mode de fonctionnement, c'est-à-dire une évolution anormale de l'état discret. Trois cas peuvent être considérés :

– *Transition vers un mode non successeur*

Si le système est en fonctionnement normal, seul un sous-ensemble $\Sigma(i)$ de modes est accessible à partir d'un mode i (modes successeurs au mode i). Une transition du mode i vers un mode n'appartenant pas à $\Sigma(i)$ est donc anormale et correspond donc à un comportement défaillant.

– *Non transition*

La non transition se caractérise par le fait que le système reste dans son mode courant i alors que la condition normale de transition est vérifiée et qu'elle devrait normalement entraîner une évolution discrète vers un mode successeur. Les conditions de transitions étant incluses dans l'ensemble de contraintes inégalité du mode, ce type de défaillance entraînera une violation de contraintes inégalité.

– *Transition anormale vers un mode successeur*

Le cas où le système passe d'un mode i à un successeur potentiel j alors que la condition normale de transition n'est pas vérifiée, correspond à un autre type de comportement défaillant.

▪ **Notations**

Pour la suite de cette thèse, et particulièrement dans le chapitre 4, nous notons les défauts affectant les contraintes égalité du mode i par $\Phi_{CE}(i)$, les défauts de non transition par $\Phi_{Nr}(i)$ et les défauts de transition forcée par $\Phi_{Fr}(i)$, ces derniers regroupent les transitions anormales vers un mode successeur et les transitions vers un mode non successeur.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques notions générales sur les systèmes hybrides. Nous avons présenté brièvement les trois entités qui caractérisent les SDH : évolution discrète, évolution continue et interaction entre les deux évolutions. Nous avons ensuite dégagé les caractéristiques communes qui doivent être considérées lors de la modélisation afin de donner une représentation uniforme à tous les types de SDH. Plusieurs formalismes sont proposés dans la littérature pour décrire complètement l'évolution de la partie continue, de la partie discrète et les interactions entre elles. Notre choix s'est arrêté sur

Chapitre 1 : Les systèmes dynamiques hybrides

un modèle de SDH de type automate hybride. Ce modèle a pour avantage de décrire explicitement et avec des outils adaptés les phénomènes continus et discrets. Enfin, nous avons discuté des défaillances affectant le comportement d'un SDH et présenté une classification de ces défaillances suivant la dynamique affectée.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons aux techniques mises en œuvre pour la surveillance (détection et localisation des défauts) des systèmes dynamiques continus et événementiels

Chapitre 2

Surveillance des systèmes dynamiques

Dans la première partie de ce chapitre, nous rappelons brièvement les définitions et la terminologie utilisées dans le domaine de la surveillance des systèmes dynamiques. Le principe du diagnostic à base de modèle sera alors présenté ainsi que les différentes méthodes proposées dans le cadre des systèmes continus et SED.

2.1 Définitions et terminologie de la surveillance et du diagnostic

Les définitions de la surveillance et du diagnostic de défauts ont été formalisées par différents groupes de travail tels le Groupement pour la Recherche en Productique (<http://homepages.laas.fr/combacau/SPSF/sursup.html>) ou le comité technique TC 6.4 de l'IFAC « Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes » (<http://www.safeprocess.es.aau.dk/>).

2.1.1 Termes généraux

Défaut, Défaillance, Panne, Résidu : nous trouvons de nombreuses définitions de ces termes dans la littérature. Dans ce rapport, nous prendrons les définitions suivantes :

Défaut : le défaut est défini comme l'écart existant entre la valeur réelle d'une caractéristique du système et sa valeur nominale [Venkat et al, 03].

Défaillance : la défaillance est l'interruption permanente de la capacité d'un système à fournir une fonction requise dans des conditions opérationnelles spécifiées.

Panne : une panne est l'état d'un système incapable d'assurer le service spécifié à la suite d'une défaillance.

Résidu : le résidu est un signal potentiellement indicateur de défauts. Il reflète la cohérence des données vis-à-vis du modèle comportemental du système.

2.1.2 La surveillance

La surveillance est une couche logicielle ou matérielle qui a pour objectifs de déterminer l'état de fonctionnement d'un système, de détecter le passage d'un fonctionnement normal vers un fonctionnement anormal et de caractériser ce changement de fonctionnement

La surveillance peut être plus ou moins précise et complète. Elle réalise plus ou moins précisément : la détection des défaillances, la localisation du ou des éléments physiques défaillants et l'identification des défaillances.

- **la détection** vise à déterminer l'apparition et l'instant d'occurrence d'une défaillance.
- **la localisation** consiste à déterminer le ou les éléments défaillants. La localisation peut être plus ou moins fine, précise. Dans la plupart des cas, il sera impossible de déterminer précisément l'élément défaillant. Par contre la fonction de localisation permettra de déterminer un sous-ensemble de candidats, c'est-à-dire d'éléments physiques susceptibles d'être en défaut [Akhenak et al, 04].

- **L'identification** consiste en la détermination du type de défaut afin de mettre en œuvre le type de maintenance approprié au défaut [Domlan, 06], [Akhenak et al, 04], [Venkat et al, 03].

- **Le diagnostic** consiste à détecter un fonctionnement anormal au sein du système, à déterminer sa cause en localisant le ou les composants du système présentant une anomalie de fonctionnement et, éventuellement, en caractérisant l'anomalie (sévérité, instant d'apparition, durée, etc.) [Narasimhan et al, 01], [Chabir et al, 06]. Typiquement, le diagnostic débute par la comparaison entre le comportement ou le fonctionnement réel du système (dont une image est fournie par les observations) et le comportement ou le fonctionnement théorique attendu fourni par le modèle [Hocine, 06], [Domlan et al, 04], [Narasimhan et al, 01].

2.2 Surveillance à base de modèles

2.2.1 Surveillance des systèmes continus

L'utilisation des modèles pour la surveillance des systèmes continus ou discrétisés (model-based FDI: Fault Detection and Isolation, Model-based diagnosis) date du début des années 70. Depuis, de nombreux articles font régulièrement le point sur l'avancement des différentes approches [Isermann,84], [Frank, 90], [Frank,96], [Patton et al, 91], [Ding et al,94], [Gertler, 93], [Maquin et al, 00], [Starowiecki et al,00], [Venkat et al, 03],[Blanke et al, 03].

Ces méthodes reposent sur l'étude de signaux indicateurs appelés *résidus*. La figure 2.1 illustre le principe général d'un système générateur de résidus. Les résidus sont calculés à partir des signaux d'entrées et de sorties disponibles en-ligne sur le système.

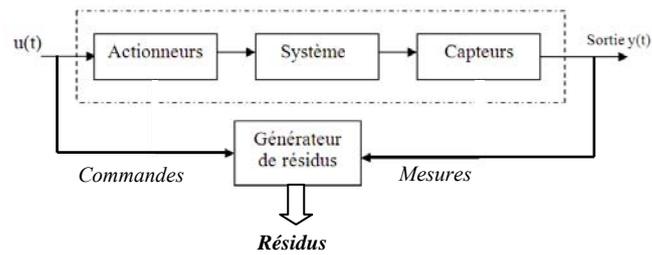


Figure 2.1 Principe d'un générateur de résidus

Les résidus sont théoriquement nuls en fonctionnement normal et différents de zéro lorsque les données d'entrée/sortie ne sont pas en cohérence avec le modèle utilisé pour construire le générateur de résidu. En pratique, la présence de bruits de mesure, de perturbations, d'incertitudes paramétriques font que les résidus sont généralement différents de zéro même en fonctionnement non défaillant. Une procédure de décision appliquée sur les résidus doit être utilisée pour décider si une alarme doit être déclenchée (présence de défaillance) ou non.

a- La génération des résidus

L'algorithme utilisé pour obtenir les résidus est appelé *générateur de résidus*. La conception d'un générateur de résidus est appelée communément dans la littérature : le *Problème Fondamental de Génération de Résidus* (FPRG : Fundamental Problem of Residual Generation) [Cocquempot, 93]. Il existe dans la littérature une grande variété de méthodes pour générer des résidus. Nous présentons ici 3 approches à savoir l'approche par estimation paramétrique [Isermann, 84], l'approche par relations de redondance analytique (encore appelée *méthode de l'espace de parité* dans le cas linéaire) [Patton et al, 91], [Chow et al, 84], et l'approche par observateurs [Clark, 78], [Frank, 96], [Garcia et al, 97], [Balluchi et al, 02(a)].

▪ Les approches par identification paramétrique

Elles consistent à identifier en ligne les divers paramètres du système et à comparer ces estimations aux valeurs nominales des paramètres connues a priori. L'erreur d'estimation est utilisée comme résidu. Le lecteur intéressé par cette approche peut consulter [Isermann, 84], [Bachir, 02], [Bachir, 10].

▪ L'approche à base de Relations de Redondance Analytique

Les relations de redondance analytique (RRA) sont des équations dans lesquelles toutes les variables sont accessibles en-ligne. Les résidus sont obtenus en substituant dans ces RRA

les variables par leurs valeurs mesurés, prélevées sur le système en fonctionnement. L'obtention hors ligne des RRA est un problème général d'élimination de variables dans un système d'équations algébro- différentielles [Chow et al, 84], [Venkat et al, 03].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t)) \\ y(t) = h_i(x(t), u(t)) \end{cases} \quad i \in M; i = \{1, 2, \dots, m\} \quad (2.1)$$

Lorsque le modèle est linéaire c'est-à-dire f_i et h_i sont linéaires, l'élimination peut se faire par projection dans un sous espace appelé *espace de parité* [Chow et al, 84].

Dans le cas non linéaire où f_i et h_i sont non linéaires polynomiales [Cocquempot et al, 04], des techniques d'élimination formelle peuvent être utilisées telles que les algorithmes basés sur les bases de Groebner ou la théorie des résultants [Cox et al, 92] ou encore les ensembles caractéristiques. Dans le cas où f_i et h_i sont non linéaires et non polynomiales, il est souvent possible de transformer ces fonctions en fonctions polynomiales et l'on se ramène au cas précédent.

▪ **Les approches à base d'observateurs ou de filtres**

Ces approches sont les plus couramment utilisées. Les premiers travaux datent des années 70. Les observateurs ou filtres sont des outils bien connus des automaticiens à des fins de commande en boucle fermée [Kalman et al, 60], [Clark, 78].

Le principe général est de concevoir un système dynamique permettant de donner une image, ou estimation, de certaines variables, ou combinaisons de variables, nécessaires au bouclage. Lorsque le système est dynamique et que certaines variables sont inconnues, l'estimation n'est correcte qu'après un certain temps de convergence, fixé par la dynamique de l'observateur. Ces outils ont été adaptés à des fins de diagnostic et les travaux utilisant ces approches sont nombreux [Viswanadham et al, 87], [Ding et al, 94], [Hammouri et al, 99]. Le principe général consiste à comparer des fonctions de sorties estimées avec les mêmes fonctions des sorties mesurées. L'écart entre ces fonctions est utilisé comme résidu.

b- La détection

La détection consiste à prendre une décision binaire : soit le système fonctionne correctement, soit une panne s'est produite. Le résultat de la procédure de détection est une alarme signifiant que le fonctionnement réel du système ne concorde plus avec le modèle de fonctionnement sain [Hocine, 06].

c- La localisation

Une fois que le défaut est détecté, il convient de le localiser. Il faut donc répondre à la question : sur quel composant le défaut est-il apparu à l'instant considéré ? La caractérisation du défaut précisera le type du défaut, sa durée, son amplitude voire son évolution probable. Ceci est possible à partir de la signature du défaut (la signature d'un défaut étant l'effet particulier de celui-ci sur un ou plusieurs résidus). La procédure de localisation nécessite d'utiliser un ensemble (ou vecteur) de résidus [Cocquempot et al, 04(b)], [Domlan, 06]. Pour permettre la localisation, le vecteur de résidus doit avoir des propriétés permettant de caractériser de manière unique chaque faute. Deux méthodes peuvent être utilisées [Gertler, 93]:

- La construction de résidus structurés,
- La construction de résidus directionnels.

▪ Les résidus structurés

Les résidus structurés sont construits de façon à être chacun affecté par un sous-ensemble de défauts et à être insensible aux autres défauts. Ainsi, pour un défaut donné, seuls certains résidus réagissent, c'est-à-dire s'écartent notablement de la valeur zéro, pour indiquer la présence de ce défaut [Venkat et al, 03].

La conception de tels résidus passe par deux étapes. Tout d'abord, il est nécessaire de définir les sensibilités ou robustesses désirées des résidus par rapport aux défauts à détecter ou à ne pas détecter. Puis, selon ces contraintes, il faut concevoir le générateur de résidus approprié.

Les informations de sensibilité et de robustesse souhaitées pour les résidus sont répertoriées dans une table binaire, appelée *table des signatures théoriques*. Pour construire cette table, on affecte, lorsque le $j^{\text{ème}}$ résidu doit être sensible (respectivement robuste) au $j^{\text{ème}}$ défaut, la valeur binaire 1 (respectivement 0) à la ligne et à la colonne correspondante de la table des signatures théoriques.

Une fois la table des signatures théoriques construite, on applique à chaque résidu une procédure de décision afin d'obtenir la signature réelle des résidus à chaque instant. Si cette signature réelle est nulle, alors le système est déclaré exempt de tout défaut. Lorsqu'un défaut intervient, au moins un des résidus générés est sensible à ce défaut et la signature réelle devient alors non nulle. La procédure de localisation consiste ensuite à faire une comparaison entre la signature réelle obtenue et les signatures présentes dans la table des signatures théoriques.

▪ **Illustration des résidus structurés**

Considérons trois résidus r_1 , r_2 et r_3 ainsi que trois défauts ϕ_1 , ϕ_2 et ϕ_3 . La table 2.1 présente trois tables de signatures théoriques ayant des propriétés de localisation différentes.

- la table 2.1.a, les défauts ϕ_1 et ϕ_2 ne sont pas isolables car ils possèdent tous deux la même signature. Ainsi, il est impossible de faire la distinction entre ces deux défauts lorsqu'ils interviennent.

- la table 2.1.b, tous les défauts sont isolables. Il faut constater que les signatures de ϕ_1 et de ϕ_2 ne diffèrent que d'un bit (la distance de Hamming entre 2 signatures vaut 1). Nous dirons que les défauts sont isolables d'ordre 1.

- dans la table 2.1.c la distance de Hamming entre 2 signatures vaut 2. Les défauts sont donc isolables d'ordre 2.

La table 2.1.a est qualifiée de table non localisante alors que la table 2.1.b est dite faiblement localisante. La table 2.1.c est dite fortement localisante.

TABLEAU 2.1 : TABLES DE SIGNATURES THEORIQUES

| | ϕ_1 | ϕ_2 | ϕ_3 |
|-------|----------|----------|----------|
| r_1 | 1 | 1 | 0 |
| r_2 | 1 | 1 | 1 |
| r_3 | 0 | 0 | 1 |

Table 2.1.a

| | ϕ_1 | ϕ_2 | ϕ_3 |
|-------|----------|----------|----------|
| r_1 | 1 | 1 | 0 |
| r_2 | 1 | 0 | 1 |
| r_3 | 0 | 0 | 1 |

Table 2.1.b

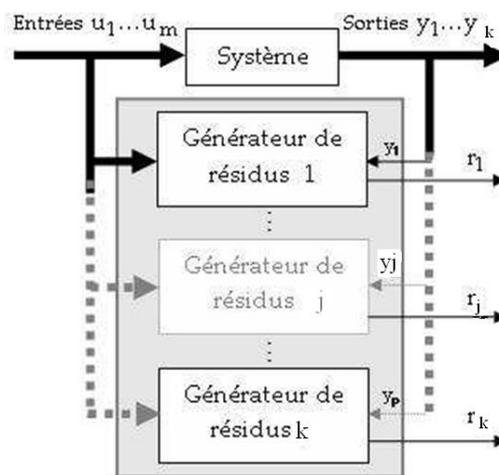
| | ϕ_1 | ϕ_2 | ϕ_3 |
|-------|----------|----------|----------|
| r_1 | 1 | 1 | 0 |
| r_2 | 1 | 0 | 1 |
| r_3 | 0 | 1 | 1 |

Table 2.1.c

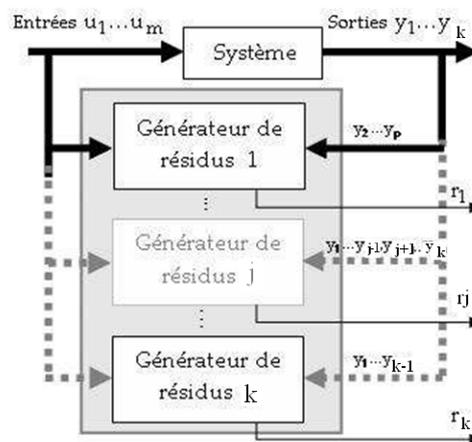
Concernant la génération de résidus structurés, on trouve, dans la littérature, les Schémas DOS (Dedicated Observer Scheme) qui a été proposé par [Clark, 78] et le schéma GOS (Generalized Observer Scheme) par [Frank, 87] dans le but d'isoler les défauts capteurs.

Les schémas DOS et GOS sont classiquement définis comme méthodes de diagnostic à base d'observateurs et peuvent être utilisés quelle que soit la méthode de génération de résidus employée [Fang, 93], [Brambilla et al, 08]. On parlera alors de schémas DRGS (Dedicated Residual Generator Schemes) et GRGS (Generalized Residual Generator Schemes). Ces approches (DRGS et GRGS) sont composé d'un banc de générateurs de résidus et peuvent être définis par rapport aux entrées (actionneurs) ou par rapport aux sorties (capteurs). Dans le schéma DRGS relatif aux capteurs (actionneurs), chaque générateur de résidus est sensible à toutes les entrées (sorties) et à une seule sortie (entrée) (Figure 2.2(a)).

Dans le schéma GRGS relatif aux capteurs (actionneurs), chaque générateur de résidus est sensible à toutes les sorties (entrées) sauf une (Figure 2.2(b)). Dans le premier schéma, la table de signatures théoriques sera donc diagonale. Par contre, dans le deuxième schéma, elle comportera uniquement des zéros sur sa diagonale.



(a) Schéma DRGS relatif aux capteurs



(b) Schéma GRGS relatif aux capteurs

Figure 2.1 Générateur de résidus structuré

▪ **Les résidus directionnels**

Les résidus directionnels sont construits tels que, en réponse à un défaut donné, le vecteur des résidus se dirige suivant une direction bien précise dans l'espace des résidus (cf Figure 2.2) [Venkat, 03].

Le vecteur de résidus directionnels $\vec{r}(t)$, en réponse à un défaut $\varphi_i(t)$ ($i = 1 \dots \eta$), s'exprime sous la forme :

$$\vec{r}(t / \varphi_i) = \alpha_i(t) \vec{l}_i \quad i \in \{1, 2, \dots, \eta\}$$

où \vec{l}_i est un vecteur constant appelé la signature directionnelle de la panne i dans l'espace des résidus et α_i est une fonction scalaire qui dépend de la taille et de la dynamique de la panne.

La tâche de localisation des pannes consiste à déterminer la signature directionnelle théorique la plus proche de la signature directionnelle obtenue par le calcul des résidus.

La figure 2.3 illustre ce problème d'isolation de défauts. Les trois vecteurs \vec{l}_1, \vec{l}_2 et \vec{l}_3 représentent les signatures directionnelles théoriques.

Les vecteurs \vec{r}_1 et \vec{r}_2 représentent des signatures réelles du résidu à des instants différents.

La signature réelle \vec{r}_1 est très proche de la signature théorique du défaut 3. Il est donc probable que ce défaut soit présent à l'instant auquel \vec{r}_1 a été calculé. Par contre, il est plus difficile de conclure sur le résidu \vec{r}_2 qui est aussi proche de \vec{l}_1 que de \vec{l}_2

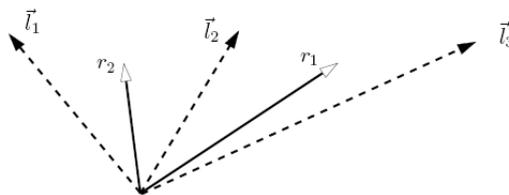


Figure 2.2 Résidus directionnels

d- Identification des défaillances

L'objectif de cette procédure consiste à déterminer (identifier) les caractéristiques précises de la défaillance. L'identification (ou estimation) du défaut est une tâche plus délicate qui nécessite d'utiliser un modèle de comportement du système en présence des défaillances avec un niveau élevé de connaissance sur les défaillances (c'est-à-dire une

connaissance de la structure et de la dynamique de la défaillance). Estimer le défaut permet bien entendu de donner une image beaucoup plus précise de l'état du système mais aussi et surtout permet de mettre en évidence des procédures (de commande par exemple) tolérantes aux défaillances.

2.1.2 Surveillance des systèmes à événements discrets

Un système à événements discrets (SED) est un système dynamique défini par un espace d'état discret et des évolutions, nommées trajectoires, basées sur une succession des états et des transitions [Antsaklis et al, 03], [Marchand et al, 02]. Les transitions sont étiquetées par des symboles, appelés *événements*, définis avec des éléments d'un alphabet [Hashtrudi et al, 98]. Une approche courante pour l'étude de ces systèmes consiste à ignorer la valeur explicite du temps et à s'intéresser uniquement à l'ordre d'occurrence des événements. Les modèles non temporisés ainsi obtenus sont généralement élaborés à l'aide d'automates à états finis ou de réseaux de Petri [Zaytoon et al, 01].

Comme pour les systèmes continus, la surveillance à base de modèle de systèmes à événements discrets consiste à vérifier la consistance des observations avec le comportement de modèles de référence qui décrivent les comportements normal ou défaillants du système.

a- Détection de défauts

La détection de défauts d'un SED consiste à comparer la séquence d'événements prédite par le modèle avec l'évolution réelle du système. Trois méthodes sont utilisées pour la détection : le modèle en filtre, le modèle en émulation et le modèle en référence [Chaillet, 95]

b- Localisation et diagnostic des défauts

Le diagnostic nécessite d'établir des modèles dans lesquels non seulement on décrit le comportement normal du système mais aussi son fonctionnement en cas de défaillance.

Ces modèles décrivent le comportement en cas de défaillance du système et permettent d'en déduire des hypothèses de diagnostic. Ainsi, quand le diagnostic est établi, on retrouve dans le modèle l'ensemble des événements pouvant avoir eu lieu et qui expliquent les observations. Cet ensemble peut contenir des événements correspondant à l'évolution normale du système ou des événements qui ont conduit aux pannes.

La méthode des automates diagnostiqueurs s'applique aux systèmes à événements discrets. Partant d'un modèle de fonctionnement d'un système décrit en terme d'automates, elle consiste à construire directement un automate particulier appelé *diagnostiqueur* dont les

transitions correspondent aux événements observables et les états décrivent les pannes du système. Diagnostiquer le système consiste à parcourir le diagnostiqueur au fur et à mesure de l'arrivée d'événements observables [Sampath et al, 95], [Sampath et al, 96], [Pencolé et al, 05]. Cette approche présente les caractéristiques suivantes :

- les événements qui déclenchent les transitions du système sont uniquement des événements observables.
- ses états fournissent des informations sur les fautes ayant obligatoirement eu lieu (figure 2.5).
- il peut être considéré comme un observateur qui renseigne sur les défaillances du système considéré en ajoutant dans chaque état de l'observateur des étiquettes de défauts, chaque étiquette représentant une hypothèse de panne.
- son calcul s'effectue hors ligne et nécessite la construction d'un modèle global du système. L'algorithme en ligne effectue des recherches en profondeur de l'automate représentant l'évolution du système afin d'établir des traces servant d'explications aux observations reçues. Le processus de diagnostic consiste donc à parcourir l'automate diagnostiqueur en fonction des observations reçues et à donner l'information résumée dans l'état courant du diagnostiqueur.

▪ **Illustration**

Considérons un SED décrit par l'automate de la figure 2.4 dont « 1 » est l'état initial. Les événements a, b, c, d, e et k sont des événements observables, l'événement « j » est non observable et les événements d₁, d₂, d₃ sont des événements correspondant aux défaillances. A partir de ce modèle automate le diagnostiqueur est établi. A chaque état du diagnostiqueur, nous disposons d'une information sur l'état du système qui peut être « Normal (N), Ambigu (A) ou Défaillant (D) ».

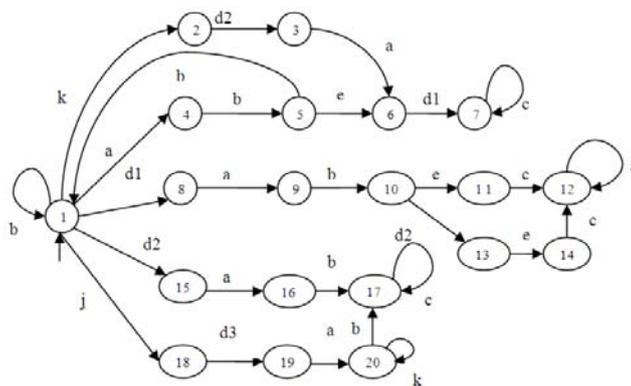


Figure 2.3 Système à diagnostiquer

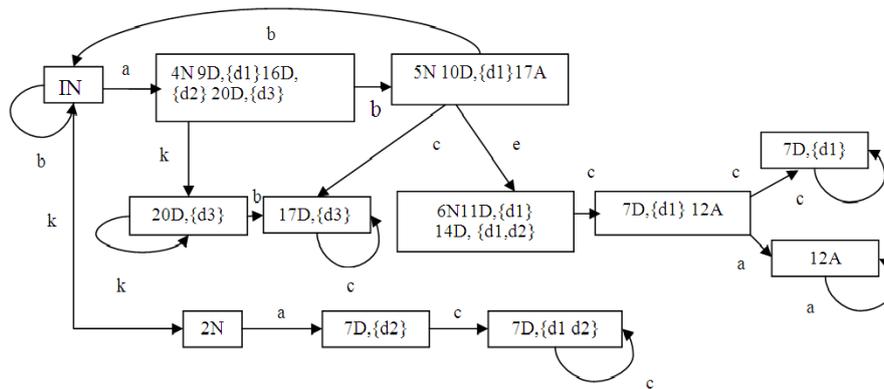


Figure 2.4 Diagnostiqueur

Dans l'état initial du diagnostiqueur, le système est dans l'état « 1 » et aucune défaillance ne s'est produite. Si nous observons par exemple l'événement « a » alors le diagnostiqueur nous informe que le système est soit dans l'état « 4 » et tout est normal, soit dans l'état « 9 » avec la défaillance « d₁ », soit dans l'état « 16 » avec la défaillance « d₂ », ou dans l'état « 20 » avec la défaillance « d₃ ». Si ensuite nous observons l'événement « b » le diagnostiqueur nous informe que le système est soit dans l'état « 5 » et tout est normal, soit dans l'état « 10 » avec la défaillance « d₁ », soit dans l'état « 17 » et nous ne pouvons pas savoir si c'est « d₂ » ou bien « d₃ » qui a eu lieu, il y a ambiguïté (chemin incertain).

2.3 Conclusion

Ce chapitre a permis de définir les concepts et le vocabulaire de la surveillance à base de modèles développés par les communautés des systèmes continus et des SED. Ces méthodes sont, de manière générale, basées sur l'estimation, à partir du modèle, des états continus et discrets et leur comparaison avec les observations. Peu de travaux existent dans la littérature sur la surveillance des systèmes dynamiques hybrides. En général, les auteurs privilégient soit la dynamique continue soit la dynamique discrète et cherchent à appliquer des méthodes de surveillance "continue" ou "discrète". La surveillance, dans ce cas, ne peut être que partielle.

Dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser à la méthode de génération de résidus utilisant des observateurs d'état. La synthèse d'observateurs hybrides sera abordée afin de pouvoir surveiller les SDH.

Chapitre 3

Synthèse d'observateurs pour la surveillance des SDH

Introduction

Pour la majorité des systèmes industriels, l'utilisation des mesures d'entrées, de sorties et/ou des états internes est nécessaire pour commander le système. Ceci nécessite la disponibilité de l'ensemble de ces mesures. Cependant, il arrive souvent que toutes ces mesures ne soient pas disponibles, que le coût des capteurs soit élevé et que leur implantation ne soit pas économiquement rentable ou physiquement réalisable. Un recours aux observateurs (capteurs logiciels) pour l'estimation ou la reconstruction de la mesure désirée peut être très avantageux. Les observateurs ont donc été largement développés par la communauté automatique à des fins de commande. Les observateurs ont ensuite été étendus pour la génération de résidus.

Dans ce chapitre, nous exploitons les résultats de [Balluchi et al, 01] et de [Hamdi, 10] qui consistent à utiliser un observateur hybride : l'observateur discret permet d'identifier le mode courant et l'observateur continu permet d'estimer l'état continu.

Afin d'identifier correctement le mode courant et de détecter et localiser les défauts, nous proposons dans ce chapitre une approche de détection du mode courant et de détection & localisation de défauts pour les SDH. Avant d'exposer la méthodologie du diagnostic, les hypothèses seront présentées. La structure de diagnostic proposée comporte deux modules principaux basés sur des observateurs. Le premier consiste à générer les résidus permettant d'identifier le mode courant. Le deuxième module est un générateur de résidus structurés, sensibles aux défauts affectant l'évolution continue du SDH. Pour ce dernier nous utilisons un schéma DOS afin d'isoler les défauts capteurs.

Une méthode de synthèse de résidus d'observateurs respectant des critères de robustesse aux entrées inconnues et de sensibilité aux défauts est ensuite présentée pour les SDH linéaires. Ces travaux, inspirés des thèses de [Ichalal, 09] et [Belkhiat, 12], posent le problème de synthèse sous forme d'un ensemble de LMI (Linear Matrix Inequalities) à résoudre.

3.1 Présentation générale des observateurs asymptotiques

Les premiers travaux sur les observateurs (ou filtres) ont été publiés dans [Kalman et al, 61] puis [Luenberger, 71]. Les observateurs sont des systèmes dynamiques qui permettent, sous certaines conditions dites d'*observabilité*, d'estimer l'état en utilisant les grandeurs accessibles (variables mesurées) du système, telles que ses entrées et ses sorties.

Plus formellement, un observateur (ou reconstruteur d'état) asymptotique [Fossard et al, 93] d'un système dynamique S_i :

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t)) \\ y(t) = h_i(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (3.1)$$

est un système dynamique O_i dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer et dont le vecteur de sortie $\hat{x}(t)$, est l'état estimé :

$$O_i : \begin{cases} \dot{Z}(t) = \hat{f}_i(Z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \hat{h}_i(Z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (3.2)$$

Ce système O_i (les fonctions \hat{f}_i et \hat{h}_i) est déterminé pour que la norme de l'erreur entre le vecteur d'état $x(t)$ et $\hat{x}(t)$ tende asymptotiquement vers zéro.

$$\|e_i(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty \quad (3.3)$$

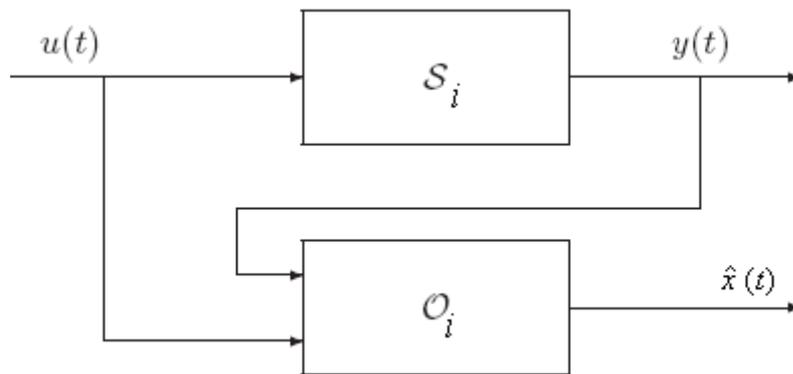


Figure 3.1 Schéma structurel d'un observateur pour un système continu

3.1.1 Observateur de Luenberger pour un système linéaire

Considérons le système dynamique linéaire :

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) + E_{ix} d(t) + F_{ix} \varphi(t) \\ y(t) &= C_i x(t) + D_i u(t) + E_{iy} d(t) + F_{iy} \varphi(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

où $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état, $y(t) \in \mathfrak{R}^k$ le vecteur de sortie, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ le vecteur d'entrée, $d(t) \in \mathfrak{R}^p$ le vecteur des perturbations et entrées inconnues, et $\varphi(t) \in \mathfrak{R}^l$ représente le vecteur des défauts.

La matrice d'état est $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, la matrice d'entrée est $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, la matrice d'injection directe est $D_i \in \mathfrak{R}^{k \times m}$ et la matrice de sortie est $C_i \in \mathfrak{R}^{k \times n}$. Les matrices de distribution des perturbations sont $E_{ix} \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ et $E_{iy} \in \mathfrak{R}^{k \times p}$.

$F_{ix} \in \mathfrak{R}^{n \times l}$ et $F_{iy} \in \mathfrak{R}^{k \times l}$ sont les matrices de distribution des défauts agissant respectivement sur l'équation d'état (défauts internes et d'actionneurs) et sur l'équation de mesure (défauts capteurs) dans le mode i .

Pour estimer $y(t)$, nous pouvons utiliser l'observateur de Luenberger qui est défini par :

$$O_i : \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (y(t) - \hat{y}(t)), \quad \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \hat{y}(t) &= C_i \hat{x}(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

L'erreur d'estimation entre l'état du système $x(t)$ et l'état reconstruit $\hat{x}(t)$ à l'aide de l'observateur O_i est :

$$e_i(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.6)$$

Soit $r_i(t)$, l'erreur d'estimation sur les sorties obtenue en utilisant l'observateur O_i

$$r_i(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (3.7)$$

En utilisant (3.4) et (3.5), on obtient :

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) &= (A_i - K_i C_i) e_i(t) + E_{ix}^* d(t) + F_{ix}^* \varphi(t) \\ r_i(t) &= C_i e_i(t) + E_{iy} d(t) + F_{iy} \varphi(t) \end{cases} \quad (3.8)$$

avec :

$$\begin{cases} E_{ix}^* &= E_{ix} - K_i E_{iy} \\ F_{ix}^* &= F_{ix} - K_i F_{iy} \end{cases} \quad (3.9)$$

Notons $e_{fi}(t) = e_i(t)|_{d=0}$, $e_{di}(t) = e_i(t)|_{\varphi=0}$ et $r_{di}(t) = r_i(t)|_{\varphi=0}$ et $r_{fi}(t) = r_i(t)|_{d=0}$

En appliquant le principe de superposition, les erreurs d'estimation $e_i(t)$ et $r_i(t)$ peuvent se décomposer en :

$$\begin{cases} e_i(t) &= e_{di}(t) + e_{fi}(t) \\ r_i(t) &= r_{di}(t) + r_{fi}(t) \end{cases} \quad (3.10)$$

Avec

$$\begin{cases} \dot{e}_{di}(t) &= (A_i - K_i C_i) e_{di}(t) + E_{ix}^* d(t) \\ r_{di}(t) &= C_i e_{di}(t) + E_{iy} d(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_{fi}(t) &= (A_i - K_i C_i) e_{fi}(t) + F_{ix}^* \varphi(t) \\ r_{fi}(t) &= C_i e_{fi}(t) + F_{iy} \varphi(t) \end{cases}$$

Cette reformulation montre que le résidu est la somme de deux composantes l'une dépend des entrées inconnues d et l'autre dépend du vecteur de défauts φ (eq.3.10). Dans la dernière partie de ce chapitre, nous reprendrons cette décomposition pour optimiser les résidus pour la détection robuste et performante des défauts. L'objectif sera de minimiser l'effet de la composante $r_{di}(t)$ tout en maximisant l'effet de la défaillance, c'est-à-dire de la composante $r_{fi}(t)$.

3.1.2 Evaluation des résidus en présence de bruit

En présence de bruits de système et de mesure, les résidus seront perturbés. La décision devient alors plus délicate. Comme dans [Emami et al, 88], nous proposons d'utiliser la moyenne quadratique du résidu calculée sur une fenêtre glissante. La valeur du seuil de détection J_{thi} doit être fixée en fonction des niveaux de bruit et de la sensibilité des résidus à ces perturbations. Le seuil peut être déterminé pour garantir une certaine probabilité de fausse alarme (déclenchement d'une alarme alors que le défaut n'est pas présent). Il est, soit calculé

si les caractéristiques du bruit sont supposées connues, soit déterminé en utilisant des données expérimentales [Belkhiat, 12].

Pour résumer, la norme du résidu $\|r_i(t)\|_{2,T}$ est calculée sur une fenêtre T et comparée au seuil J_{thi} . On a alors

$$S_i = 1 \quad \text{si } \|r_i(t)\|_{2,T} > J_{thi} \text{ alarme,} \quad (3.12)$$

$$S_i = 0 \quad \text{si } \|r_i(t)\|_{2,T} \leq J_{thi} \text{ aucune alarme,}$$

Où S_i est la signature expérimentale.

La norme $\|r_i(t)\|_{2,T}$ est définie comme suit :

$$\|r_i(t)\|_{2,T} = \sqrt{\int_{t-T}^t r_i^T(t)r_i(t)dt} = \|r_{di}(t) + r_{fi}(t)\|_{2,T} = \|C_i e(t) + E_{iy}d(t) + F_{iy}\varphi(t)\|_{2,T} \quad (3.13)$$

Le seuil de détection est calculé comme suit :

$$J_{thi} = \sup \|r_{ic}(t)\|_{2,T} \text{ avec } r_{ic}(t) = r_i(t)|_{\varphi=0} \quad (3.14)$$

3.1.3 Synthèse d'un observateur de Luenberger par placement de pôles

Afin de dimensionner l'observateur, il faut calculer une matrice K_i (gain de l'observateur) telle que les valeurs propres de $(A_i - K_i C_i)$ soient toutes à parties réelles strictement négatives.

Un observateur stable pourra être synthétisé si et seulement si la paire (A_i, C_i) est détectable [Larroque, 08] [Wonham et al, 85]. En pratique, nous choisissons une dynamique de l'observateur plus rapide que la dynamique du système. Toutefois, nous sommes limités au niveau de la grandeur de ces dynamiques choisies. Idéalement, nous devons prendre des dynamiques (taux de convergence) très grandes afin d'assurer une convergence rapide et précise. Cependant, nous ne pouvons utiliser que des gains réalisables, ce qui restreint le choix de K_i . De plus, plus la valeur du gain sera élevée plus les bruits influenceront sur la qualité de la reconstruction d'état [Larroque, 08].

3.2 Synthèse des observateurs hybrides

Le problème d'estimation d'état a atteint une certaine maturité pour les systèmes respectivement continus [Luenberger, 71] et discrets [Ramadge et al, 89]. Ceci n'est pas le cas

pour la synthèse d'observateurs hybrides. De nombreux points doivent encore être approfondis.

L'observateur hybride doit estimer à la fois l'état continu et l'état discret du système.

3.2.1 Tour d'horizon sur les observateurs hybrides

Dans la littérature nous trouvons plusieurs techniques de synthèse d'observateurs hybrides. Nous pouvons citer par exemple [Balluchi et al, 01], [Saadaoui, 06], [Prandini, 09].

La synthèse d'observateurs hybrides peut être subdivisée en deux grandes familles : celle qui suppose la connaissance de l'état discret (mode discret q) à chaque instant [Alessandri et al, 01], [Prandini, 09] et celle qui s'affranchit de cette hypothèse et qui estime l'état discret et continu à la fois [Balluchi et al, 01], [Balluchi et al, 02(a)], [Pettersson, 05], [Birouche et al, 06].

Lorsque le mode discret n'est pas connu, des techniques qui prennent en charge conjointement l'estimation du mode discret et de l'état continu doivent être utilisées. Dans [Alessandri et al, 01], les auteurs ont étudié la synthèse d'observateur pour les systèmes linéaires à commutation en supposant que le mode est connu. Il reste donc à estimer l'état continu en utilisant la théorie de Lyapunov et en résolvant un ensemble de conditions mises sous forme de LMI. Dans les travaux de Balluchi [Balluchi et al, 01], la détection du mode courant d'un système à commutation modélisé par automate hybride est effectuée en calculant un banc de résidus et par la suite estimer l'état continu en tenant compte du temps de séjour du mode nécessaire pour chaque commutation. Dans [Balluchi et al, 02(a)], la détection du mode est réalisée en utilisant des automates à état fini (FSM) et un observateur de Luenberger pour l'estimation de l'état continu. Les travaux de [Balluchi et al, 02(b)] présentent le même concept décrit précédemment mais en tenant compte de la réinitialisation de l'état lors de la commutation (Reset). Dans [Pettersson, 05], afin d'estimer l'état discret, l'auteur utilise une logique de sélection et pour l'état continu il utilise des fonctions de Lyapunov multiples (formulation LMI). Dans [Pettersson, 06], il ajoute la notion du temps de séjour (dwell-time) pour déterminer l'état continu estimé. Les travaux de [Juloski, 04] étudient les systèmes linéaires par morceaux à temps continu et à temps discret en supposant toujours que le mode est connu et en estimant l'état continu à l'aide d'une fonction commune de Lyapunov. De même, dans [Birouche et al, 06], les auteurs considèrent les systèmes linéaires par morceaux à temps discret. Ainsi la méthode de détection du mode est similaire à celle de la détection de

l'instant de commutation. Une fonction multiple de Lyapunov est utilisée pour prouver la convergence de l'erreur d'estimation sur l'état continu. Dans [Ferrari et al, 02], les auteurs utilisent une approche de sélection pour l'estimation du mode et l'observateur à horizon glissant pour estimer l'état continu. Dans les travaux de [Hamdi, 10], le système à commutation est modélisé par des réseaux de Petri différentiels et deux blocs d'observateurs sont utilisés pour estimer l'état discret et l'autre pour l'estimation de l'état continu.

Dans ce chapitre nous considérons les hypothèses suivantes :

- le SDH ne dispose d'aucune sortie discrète mesurable : $Y_d = \{\}$.
- l'évolution discrète du SDH (succession des modes) est connue a priori. Cette hypothèse permet de détecter les défauts discrets.
- le changement de mode et l'occurrence de défauts ne se produisent pas au même instant.
- toutes les paires $(A_i, C_i), i = 1, \dots, M$ sont observables.

3.2.2 Structure d'un observateur hybride pour l'identification du mode, la détection et localisation des défauts

La structure de l'observateur hybride est composée de deux blocs d'observation. Le premier sert à estimer le mode en cours en utilisant un banc de résidus afin d'estimer l'état discret \hat{q} . L'autre bloc sert à détecter et localiser les défauts continus, nous ne considérons dans ce chapitre que les défauts continus des capteurs (figure3.2).

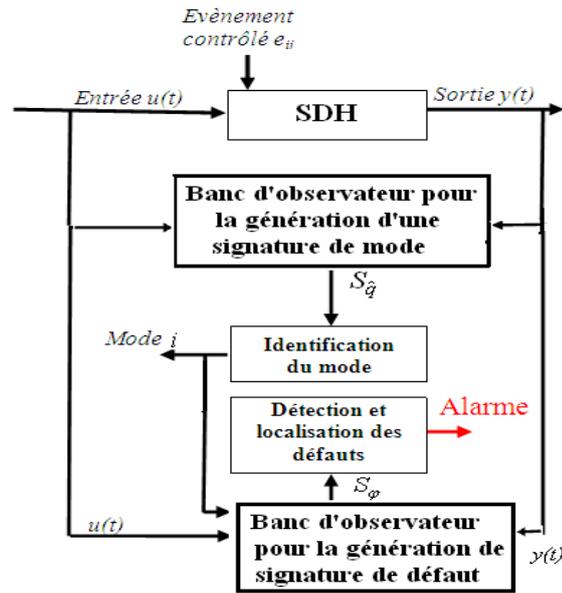


Figure 3. 2 Structure d'un observateur hybride pour l'identification du mode courant, la détection et la localisation des défauts

3.2.2.1 Banc d'observateur pour la génération d'une signature du mode

Ce module est composé d'un banc de M (nombre de modes) observateurs (Om_i , i est l'indice de mode) de Luenberger. Nous associons à chaque sous-système (mode) un observateur. Chaque observateur reçoit l'ensemble des E/S du SDH, les sorties reconstruites par chaque observateur $\hat{y}(t)$ sont comparées, à tout instant, aux sorties mesurées pour générer des vecteurs de résidus r_i (figure 3.3 où Om_i désigne « Observateur de mode i »). Les résidus r_i seront par la suite évalués pour générer les signatures de modes.

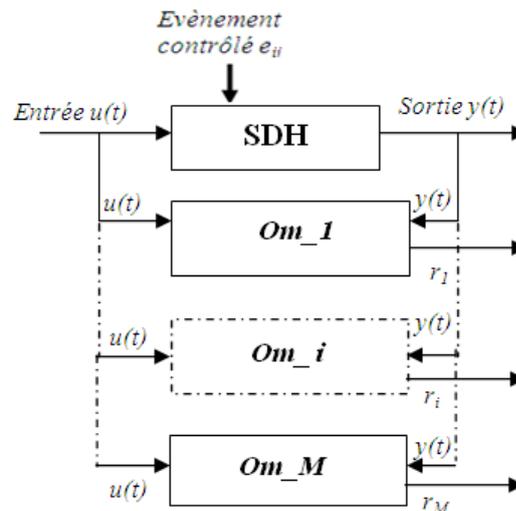


Figure 3. 3 Structure de générateur des résidus servant à l'identification du mode

▪ **Table des signatures théoriques et évaluation des résidus**

Dans la table de signatures théoriques, l'intersection de la colonne correspondante au $i^{\text{ème}}$ mode de fonctionnement, $i = 1, \dots, M$, avec la ligne représentant le $i^{\text{ème}}$ vecteur de résidu prend la valeur 1 et la valeur binaire 0 ailleurs. A titre d'exemple la signature théorique du mode 3 est $S_{r3} = (0, 0, 1, 0, \dots, 0)$ voir tableau 3.1.

La table des signatures théoriques des modes est donnée par le tableau suivant :

TABLEAU 3.1
TABLE DE SIGNATURES THEORIQUES POUR L'IDENTIFICATION DU MODE COURANT

| | Mode 1 | Mode 2 | Mode 3 | | Mode M |
|----------|--------|--------|--------|-----------|--------|
| S_{r1} | 1 | 0 | 0 | 0.....0 | 0 |
| S_{r2} | 0 | 1 | 0 | 0.....0 | 0 |
| . | 0 | 0 | 1 | 0 0 ... 0 | 0 |
| . | ⋮ | ⋮ | ⋮ | 1 0 ... 0 | ⋮ |
| . | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ ⋮ | ⋮ |
| . | 0 | 0 | 0 | ⋮ ⋮ ⋮ | 0 |
| | | | | 0 0 ... 1 | |
| S_{rM} | 0 | 0 | 0 | 0.....0 | 1 |

Après construction de la table de signatures théoriques, la deuxième étape consiste à calculer chaque résidu et à appliquer une procédure d'évaluation afin d'obtenir la signature réelle des résidus $S_{\hat{q}} = \{S_{r1}, S_{r2}, \dots, S_{rM}\}$ à chaque instant.

Pour un signal de résidu $r_i(t)$ de k éléments :

$$r_i(t) = [r_i^1(t) r_i^2(t) \dots r_i^j(t) \dots r_i^k(t)]^T \quad i = 1, \dots, M \text{ et } j = 1, \dots, k,$$

La norme $\|r_i^j(t)\|_{2,T}$ est définie comme suit :

$$\|r_i^j(t)\|_{2,T} = \sqrt{\int_{t-T}^t r_i^{jT}(t) r_i^j(t) dt} \tag{3.15}$$

La procédure d'évaluation des normes des résidus (norm-based residual evaluation) consiste à comparer chaque élément $\|r_i^j(t)\|_{2,T}$, $j = 1, \dots, k$, calculée sur l'intervalle T , à un seuil S_{ij} (avec S_{ij} représente un seuil de détection, qui est défini en fonction des perturbations, des erreurs de modélisations et de bruit de mesures), nous utilisons alors la logique de décision suivante :

$$S_{rij} = 0 \quad \text{si} \quad \|r_i^j(t)\|_{2,T} > S_{ij} \quad (3.16)$$

$$S_{rij} = 1 \quad \text{si} \quad \|r_i^j(t)\|_{2,T} \leq S_{ij}$$

$$S_{ri} = \prod_{j=1}^k S_{r_{ij}} = S_{r_{i1}} \cdot S_{r_{i2}} \cdot \dots \cdot S_{r_{ij}} \cdot \dots \cdot S_{r_{ik}}, \quad i = 1, \dots, M \quad (3.17)$$

Où S_{ri} est la signature expérimentale du mode i .

La signature réelle des résidus est alors $S_{\hat{q}} = \{S_{r1}, S_{r2}, \dots, S_{ri}, \dots, S_{rM}\}$

L'identification du mode courant consiste à faire la correspondance entre la signature réelle obtenue et les signatures illustrées dans la table des signatures théorique.

Nous étudions par la suite le deuxième module qui est le banc d'observateurs pour la génération de signature de défauts, nous considérons dans ce qui suit l'hypothèse suivante :

- Tous les couples (A_i, C_i^j) $i = 1, \dots, M$ et $j = 1, \dots, k$ sont observables.

3.2.2.2 Banc d'observateurs pour la génération d'une signature de défauts

Une fois le mode i a été identifié en utilisant le premier module (sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de défauts), nous utilisons k observateurs correspondant au mode identifié tels que chacun de ces observateurs est sensible à une sortie unique (voir chapitre 2).

Pour les k défauts de capteurs à détecter et localiser, et pour chaque mode i identifié ($i = 1, \dots, M$), un schéma *DOS* à base d'observateurs est utilisé pour générer des résidus sensibles à une unique panne capteur voir figure 3.4 (où *ODDC_j* désigne « Observateur pour la Détection de Défaut Capteur j »).

Chaque mode i est décrit par:

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + E_{ix} d(t) + F_{ix} \varphi(t), & x(0) = x_0, \quad i = 1, \dots, M \text{ et } j = 1, \dots, k \\ y_j(t) = C_i^j x(t) + E_{iy}^j d(t) + F_{iy}^j \varphi(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

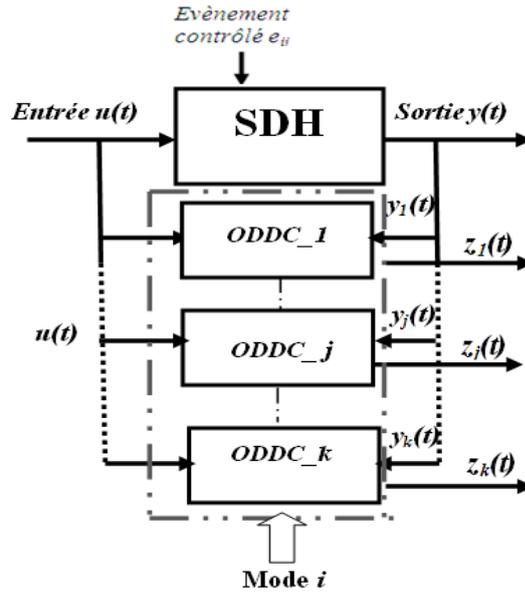


Figure 3. 4 Structure de générateur des résidus servant à la localisation des défauts

La structure de l'observateur sensible à la $j^{\text{ème}}$ composante du vecteur de sortie est donnée par :

$$O_i : \begin{cases} \hat{\dot{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i^j (y_j(t) - \hat{y}_j(t)) & , i = 1, \dots, M \text{ et } j = 1, \dots, k \\ \hat{y}_j(t) = C_i^j \hat{x}(t) + D_i^j u(t) \\ z_i^j(t) = y_j(t) - \hat{y}_j(t) \end{cases} \quad (3.19)$$

où $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état estimé, $\hat{y}_j(t)$ est la $j^{\text{ème}}$ composante du vecteur de sortie estimé et $z_i^j(t)$ est la $j^{\text{ème}}$ composante du vecteur des résidus à l'instant t . L_i^j est le gain d'observateur à calculer et i représente l'indice du mode identifié à l'instant t .

Le vecteur des résidus du mode i identifié est donné alors par :

$$\begin{bmatrix} z_i^1 & \dots & z_i^j & \dots & z_i^k \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} H_i^1(u, y_1) & \dots & H_i^j(u, y_j) & \dots & H_i^k(u, y_k) \end{bmatrix}^T, \quad (3.20)$$

où $H_i^j(u, y_j)$, $j = 1, \dots, k$ et $i = 1, \dots, M$, représente la fonction qui lie le vecteur des entrées u et le $j^{\text{ème}}$ élément du vecteur des sorties y . D'après l'équation (3.19), la $j^{\text{ème}}$ composante du vecteur des résidus z_i (z_i^j) ne peut être influencée que par la $j^{\text{ème}}$ composante du vecteur des défauts φ capteurs ($\varphi(t) = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_j \ \dots \ \phi_k]^T$).

▪ **Table des signatures théoriques pour la localisation des défauts capteurs**

Afin de construire la table de signatures théoriques des défauts capteurs, nous affectons la valeur binaire 1 (respectivement 0), à la ligne et à la colonne correspondante,

lorsque le $j^{ème}$ résidu est sensible (respectivement robuste) à l'apparition du $j^{ème}$ défaut (voir tableau 3.2) :

TABLEAU 3.2
TABLE DE SIGNATURES THEORIQUES POUR LA LOCALISATION DES DEFAUTS

| | ϕ_1 | ϕ_2 | ϕ_3 | | ϕ_k |
|----------|----------|----------|----------|-----------|----------|
| Sz_i^1 | 1 | 0 | 0 | 0.....0 | 0 |
| Sz_i^2 | 0 | 1 | 0 | 0.....0 | 0 |
| . | 0 | 0 | 1 | 0 0 ... 0 | 0 |
| . | ⋮ | ⋮ | ⋮ | 1 0 ... 0 | ⋮ |
| . | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ ⋮ ... | ⋮ |
| . | 0 | 0 | 0 | 0 0 ... 1 | 0 |
| Sz_i^k | 0 | 0 | 0 | 0.....0 | 1 |

La signature réelle des résidus, déterminée à tout instant, est $S_\phi = \{Sz_i^1, Sz_i^2, \dots, Sz_i^k\}$. Si S_ϕ est nulle alors le système est déclaré exempt de défauts (sain). Lorsqu'un défaut intervient le résidu correspondant sera différent de 0 et la signature réelle devient alors non nulle.

Notre objectif est de déterminer les matrices de gain L_i^j qui assurent la convergence de chaque observateur eq.3.19. Pour ce faire, nous étudions la convergence des erreurs d'estimation.

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) &= (A_i - L_i^j C^j) e_i(t) + E_{ix}^{*j} d(t) + F_{ix}^{*j} \varphi(t) \\ z_i^j(t) &= C^j e_i(t) + E_{iy}^j d(t) + F_{iy}^j \varphi(t) \end{cases} \quad i = 1, \dots, M \text{ et } j = 1, \dots, k \quad (3.21)$$

avec

$$\begin{cases} E_{ix}^* &= E_{ix} - L_i^j E_{iy}^j \\ F_{ix}^* &= F_{ix} - L_i^j F_{iy}^j \end{cases} \quad (3.22)$$

Afin d'évaluer les résidus structurés, nous appliquons l'approche d'évaluation basée sur la norme des résidus qui consiste à comparer la norme du signal du résidu structuré $\|z_i^j(t)\|_{2,T}$,

calculée sur l'intervalle T , à un seuil S_{ij} . Chaque élément de la signature réelle est défini comme suit :

$$S_{zi}^j = 1 \quad \text{si} \quad \|z_i^j(t)\|_{2,T} > S_{ij} \quad (3.23)$$

$$S_{zi}^j = 0 \quad \text{si} \quad \|z_i^j(t)\|_{2,T} \leq S_{ij}$$

Où S_{zi}^j est la signature expérimentale.

La norme $\|z_i^j(t)\|_{2,T}$ est définie comme suit :

$$\|z_i^j(t)\|_{2,T} = \sqrt{\int_{t-T}^t z_i^{jT}(t) z_i^j(t) dt} = \|C_i^j e_i(t) + E_{iy}^j d(t) + F_{iy}^j \varphi(t)\|_{2,T} \quad (3.24)$$

Le seuil de détection est calculé comme suit :

$$S_{ij} = \sup(\|z_i^j(t)\|_{2,T} |_{\varphi=0}) \quad (3.25)$$

La procédure de localisation consiste à faire la correspondance entre la signature réelle obtenue et celle illustrée dans la table de signatures théorique tableau 3.2.

3.3 Exemples illustratifs

3.3.1 Exemple académique

Afin d'illustrer l'utilisation des résidus d'observation pour l'identification de mode et la détection de défaillances, nous considérons le système hybride décrit par la figure 3.5.

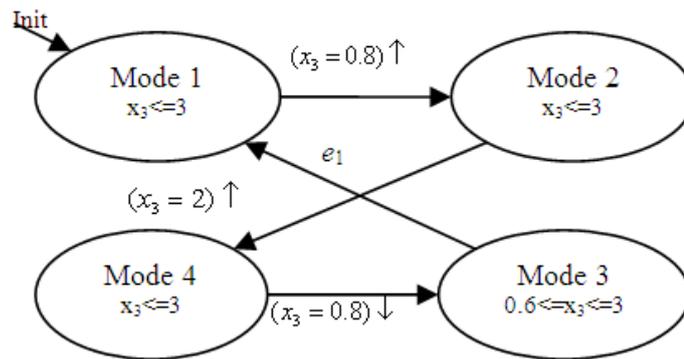


Figure 3.5 Description du système hybride

Chaque mode i est représenté par (3.26):

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + E_{iy} d(t) + F_{iy} \varphi(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.26)$$

Avec:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & -1.5 & 0 \\ 6 & 0 & -2 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & -1.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 & 1 \\ 1 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_{1y} = E_{2y} = E_{3y} = E_{4y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; F_{1y} = F_{2y} = F_{3y} = F_{4y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \varphi(t) = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

e_1 est un événement contrôlé (commandé par l'opérateur). Cet événement se produit à $t=3s$. La transition d'un mode à un autre est due à la présence (ou absence) de cet événement externe et de la valeur de l'état $x_3(t)$ (la troisième composante de $x(t)$).

Dans cet exemple, le banc d'observateurs dédié à la génération des signatures de modes est constitué de quatre observateurs O_i , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, chaque observateur est associé à un mode de fonctionnement afin d'estimer le mode courant.

Faisons un placement de pôle pour chaque sous système (mode), nous choisissons de fixer les dynamiques de chaque observateur O_i , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ en :

$$P_1 = \begin{bmatrix} -15+15i \\ -15-15i \\ -15 \end{bmatrix}; P_2 = \begin{bmatrix} -17+17i \\ -17-17i \\ -15 \end{bmatrix}; P_3 = \begin{bmatrix} -12+12i \\ -12-12i \\ -12 \end{bmatrix}; P_4 = \begin{bmatrix} -12+12i \\ -12-12i \\ -12 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Les gains de chaque observateur O_i , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ sont:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -321.33 & 229.8 \\ -118.47 & 76.95 \\ 411.30 & -274.74 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -50.60 & 113.96 \\ 6.12 & 23.67 \\ 34.61 & -83.92 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -329.76 & 343.70 \\ -120.13 & 125.60 \\ 395.17 & -402.29 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -116.15 & 184.00 \\ -28.90 & 58.28 \\ 128.33 & -193.98 \end{bmatrix}$$

Puisque notre système possède, dans chaque mode, un vecteur de sorties de deux composantes (y_1 et y_2), notre banc d'observateurs pour la génération de signature de mode génère également pour chaque mode deux composantes du résidu. Nous fixons aux résidus r les indices i ($i=1, 2, 3$ et 4) et j ($j=1, 2$) pour indiquer respectivement le mode associé au vecteur de résidu et la composante du résidu. Les expressions des résidus sont données dans le tableau 3.3:

TABLEAU 3.3

EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES RESIDUS $r_i(t) = \begin{bmatrix} r_i^1(t) \\ r_i^2(t) \end{bmatrix}$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$

| | |
|--------|--|
| Mode 1 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_1 - K_1 C_1)e(t) - K_1 E_{1y} d(t) - K_1 F_{1y} \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \begin{bmatrix} r_1^1(t) \\ r_1^2(t) \end{bmatrix} = C_1 e(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$ |
| Mode 2 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_2 - K_2 C_2)e(t) - K_2 E_{2y} d(t) - K_2 F_{2y} \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \begin{bmatrix} r_2^1(t) \\ r_2^2(t) \end{bmatrix} = C_2 e(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$ |
| Mode 3 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_3 - K_3 C_3)e(t) - K_3 E_{3y} d(t) - K_3 F_{3y} \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \begin{bmatrix} r_3^1(t) \\ r_3^2(t) \end{bmatrix} = C_3 e(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$ |
| Mode 4 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_4 - K_4 C_4)e(t) - K_4 E_{4y} d(t) - K_4 F_{4y} \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ \begin{bmatrix} r_4^1(t) \\ r_4^2(t) \end{bmatrix} = C_4 e(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$ |

En premier lieu nous considérons le cas où le système évolue en fonctionnement normal, non défaillant et sans bruit. La simulation est réalisée sous Matlab/Simulink sur l'intervalle de temps $[0, 6s]$. L'entrée $u(t)$ est un échelon unitaire.

Nous supposons que le système est initialisé dans le mode 1. Quand l'état $x_3(t)$ atteint la valeur 0.8 (figure 3.6), le système commute vers le mode 2, etc.....

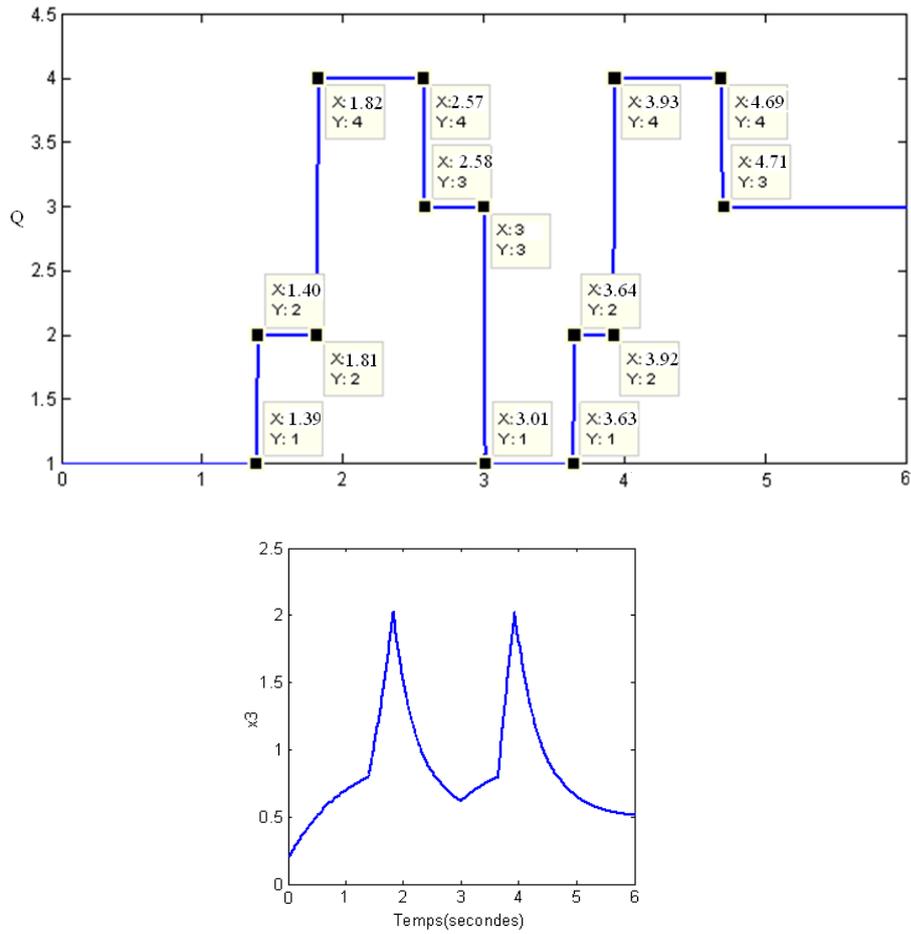


Figure 3.6 : l'évolution des modes réels et de l'état x_3

Les 8 résidus sont reportés à la figure 3.7:

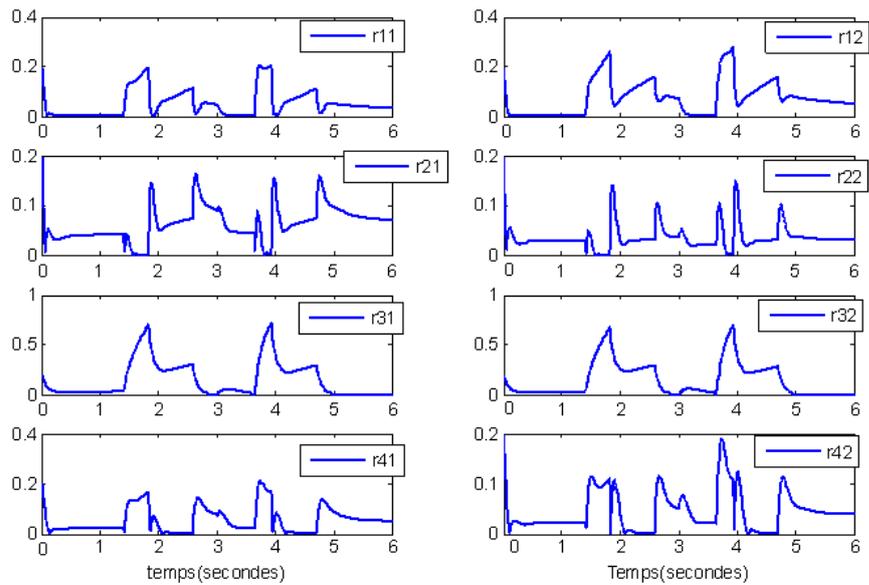


Figure 3.7 Les résidus pour les 4 modes en fonctionnement normal (sans défaut et sans bruit)

Afin de pouvoir identifier le mode actif en fonctionnement normal et sans bruit de mesure, nous utilisons la logique de décision suivante :

$$\begin{aligned} S_{rij} &= 0 \quad \text{si } |r_i^j(t)| > S_{ij}, i=1, \dots, M \text{ et } j=1, \dots, k \\ S_{rij} &= 1 \quad \text{si } |r_i^j(t)| \leq S_{ij} \end{aligned} \quad (3.31)$$

avec $|r_i^j(t)|$ représente la valeur absolue de la $j^{\text{ème}}$ composante de résidus $r_i(t)$.

Nous choisissons les seuils (tableau 3.4) d'une manière judicieuse afin d'éviter les fausses détections du mode actif.

TABLEAU 3.4
SEUILS DE DETECTION DU MODE COURANT

| MODE | Mode1 | Mode2 | Mode3 | Mode4 |
|-------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| Seuil | $S_{11}=0.07$ $S_{12}=0.028$ | $S_{21}=0.009$ $S_{22}=0.008$ | $S_{31}=0.008$ $S_{32}=0.007$ | $S_{41}=0.01$ $S_{42}=0.009$ |

La figure 3.8 représente la signature expérimentale des 4 modes.

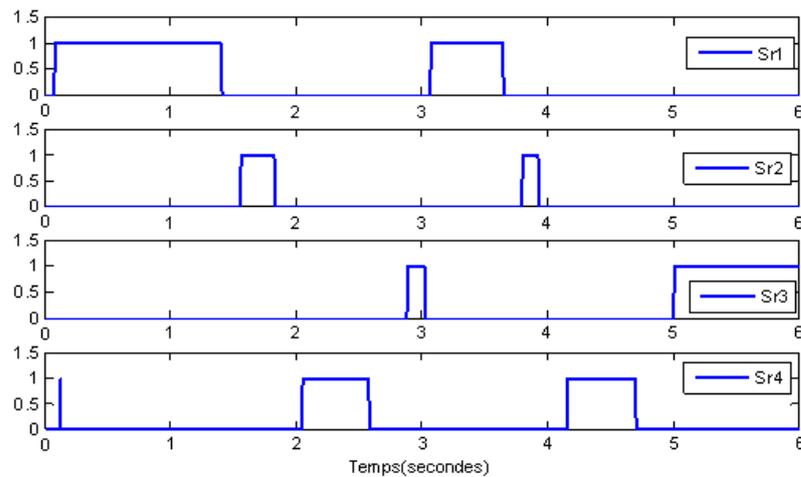


Figure 3. 8 Signature expérimentales pour l'identification du mode courant en fonctionnement Normal

La signature expérimentale S_{ri} (figure 3.8) est obtenue en appliquant (3.17). Par exemple, sur l'intervalle de temps $0.1s < t < 1.39s$, $S_{r11} = S_{r12} = 1$, nous aurons alors, $S_{r1} = S_{r11} \cdot S_{r12}$ qui est égal à 1 à chaque instant de l'intervalle de temps $[0.1s, 1.39s]$.

Le tableau 3.5 présente les résultats de l'identification des modes sur l'intervalle $[0,600s]$. Ces résultats sont générés à partir des résidus. Par exemple dans le même intervalle $[0.1s, 1.39s]$, les résidus $r_1^1 = r_1^2 = 0$ et les autres résidus à cet instant sont différents de zéro, donc la signature du mode 1 ($\hat{q} = 1$) est $S_1 = (1, 0, 0, 0)$. Nous constatons bien que le mode courant en fonctionnement normal peut être identifié à partir des résidus en utilisant

uniquement le premier module qui est le banc d'observateurs pour la génération d'une signature de mode .

TABLEAU 3.5
IDENTIFICATION DU MODE COURANT EN FONCTIONNEMENT NORMAL

| Intervalle de temps | $S_{\hat{q}}$ | | | | identification du Mode courant |
|---------------------|---------------|-----|-----|-----|--------------------------------|
| | Sr1 | Sr2 | Sr3 | Sr4 | |
| 0.1s < t < 1.39s | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode 1 |
| 1.56s < t < 1.81s | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode 2 |
| 2.05s < t < 2.57s | 0 | 0 | 0 | 1 | Mode 4 |
| 2.79s < t < 3.00s | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode 3 |
| 3.08s < t < 3.63s | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode 1 |
| 3.81s < t < 3.92s | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode 2 |
| 4.16s < t < 4.69s | 0 | 0 | 0 | 1 | Mode 4 |
| 5.00s < t < 6.00s | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode 3 |

▪ **Estimation des transitions spontanées**

La transition d'un mode à un autre est due à la présence (ou absence) d'un événement externe et/ou de la valeur de l'état. Les transitions spontanées sont des événements non observables dépendant de l'état. Puisque nous pouvons donner une estimation de l'état (calcul de \hat{x}), nous pouvons extraire la condition de garde de la transition qui est un ensemble de conditions algébriques sur les variables continues.

-Hypothèse: Nous supposons que nous connaissons l'état qui influe sur la transition et que le système est non défaillant. Nous allons estimer les transitions spontanées.

$\sigma_{ij}^s(q_i, \hat{x}, t) = (q_j, x_0^+)$, q_i et $q_j \in \mathcal{Q}$, $x_0^+ \in X_j$. La transition du mode i vers le mode j se produit lorsque le vecteur d'état continu estimé $\hat{x}(t)$ intersecte une surface :

$$S_{ij} = \{ \hat{x} \in X_i \quad tq \quad s_{ij}(\hat{x}) = 0 \}.$$

Une transition spontanée se produit donc lorsque $s_{ij}(\hat{x}_i) = g_i(\hat{x}_i) = 0$ (où g_i est définie dans la section 1.3.2.1).

Dans l'exemple académique (voir figure 3.5) nous avons comme hypothèse que le système fonctionne en mode normal et les événements spontanés ne dépendent que de l'état x_3 .

Les figures ci-dessous illustrent l'état x_3 continu estimé pour chaque mode de fonctionnement. Nous remarquons dans le mode 1 sur l'intervalle de temps [0.8s, 1.40s] et sur

l'intervalle de temps [3.08s, 3.64s] (voir figure a), que $\hat{x}_3 > 0.8$. Dans le cas de la transition du mode 2 vers le mode 4 (voir figure b), l'estimation de l'état continu dans l'intervalle de temps [1.56s, 1.82s] est telle que $\hat{x}_3 > 2$. Lors de la transition du mode 4 vers le mode 3 dans l'intervalle de temps [2.05s, 2.58s], on a $\hat{x}_3 < 0.8$ (voir figure c).

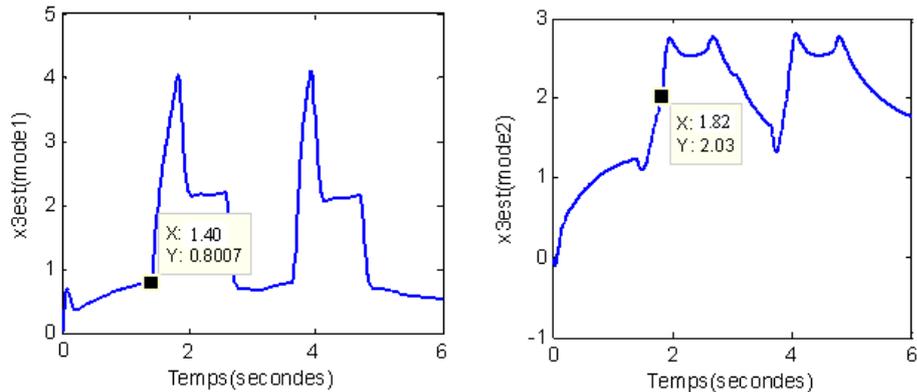


Figure a

Figure b

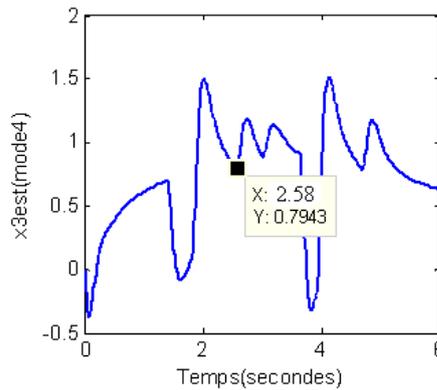


Figure c

Figure 3. 9 Estimation de l'état x_3 dans chaque mode

▪ Détection des défauts discrets

Supposons qu'aucun défaut capteur n'est présent. Considérons le cas d'un défaut produisant une transition discrète vers un mode non successeur. Nous supposons que le défaut discret se produit à l'instant 1.82 où le SDH commute vers le mode 3 au lieu du mode 4 en fonctionnement normal.

Nous supposons que nous connaissons la trajectoire discrète 12431243.

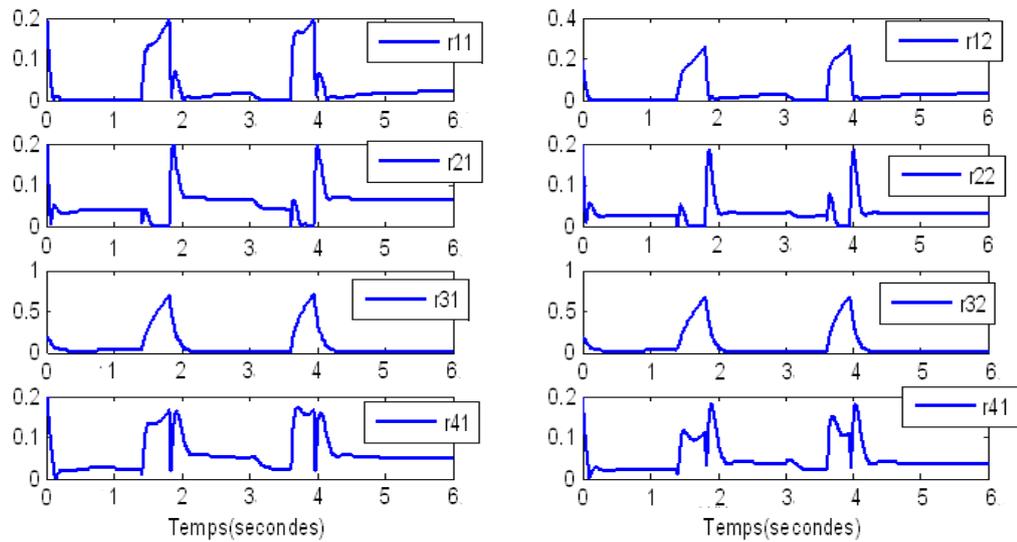


Figure 3.10 Les résidus pour les 4 modes dans le cas d'un défaut discret

Après génération des résidus pour chaque mode, nous utilisons ensuite une logique de décision (expression 3.31) pour pouvoir identifier le mode courant. Même chose que précédemment, les S_{ri} (voir figure 3.11) sont obtenues en utilisant l'équation 3.17.

TABLEAU 3.6

SEUILS DE DETECTION DU MODE COURANT

| MODE | Mode1 | Mode2 | Mode3 | Mode4 |
|-------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Seuil | $S_{11}=0.007$ $S_{12}=0.004$ | $S_{21}=0.006$ $S_{22}=0.005$ | $S_{31}=0.0001$ $S_{32}=0.0001$ | $S_{41}=0.0001$ $S_{42}=0.0001$ |

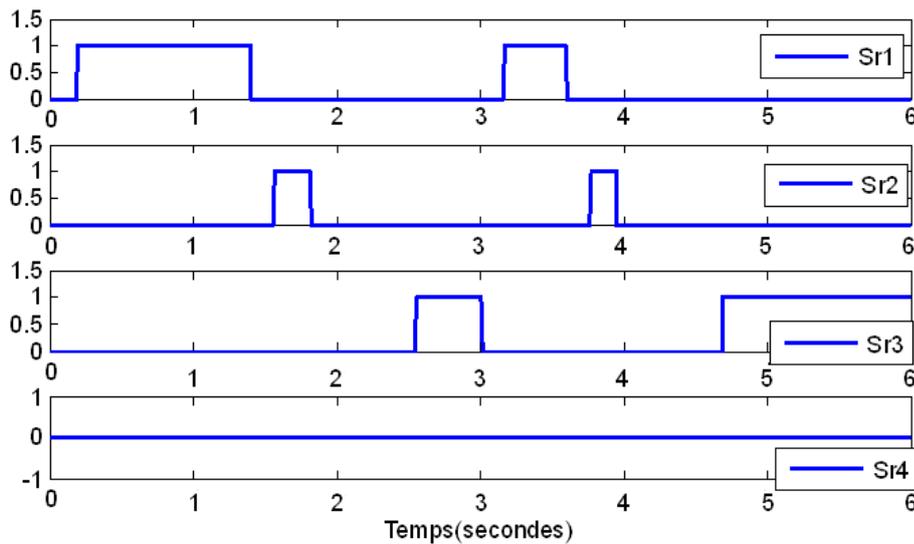


Figure 3.11 Signature expérimentale pour la détection de défaut discret

TABLEAU 3.7

IDENTIFICATION DES MODES CORRESPONDANT A L'EVOLUTION DE SDH EN PRESENCE D'UN DEFAUT DISCRET

| Intervalle de temps | $S_{\hat{q}}$ | | | | identification du Mode courant |
|---------------------|---------------|-----|-----|-----|--------------------------------|
| | Sr1 | Sr2 | Sr3 | Sr4 | |
| $0.20s < t < 1.39s$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode1 |
| $1.55s < t < 1.81s$ | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode2 |
| $2.50s < t < 3.00s$ | 0 | 0 | 0 | 1 | Mode3 |
| $3.06s < t < 3.60s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode1 |
| $3.73s < t < 3.95s$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode2 |
| $4.17s < t < 6.00s$ | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode3 |

Lorsqu'un défaut discret intervient à l'instant 1.82s la trajectoire discrète change de son évolution normale voir tableau 3.7.

▪ **Détection des défauts continus (défauts capteurs) en présence de bruit de mesure**

Considérons maintenant une défaillance (biais de capteurs) ϕ_1 qui se produit sur l'intervalle de temps $[5.20s, 5.31s]$ avec une amplitude de 0.2. La défaillance ϕ_1 se produit quand le système est dans le mode 3. Afin d'illustrer le problème d'identification, de détection et de localisation des défauts dans un contexte bruité considérons le cas où un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance 10^{-4} est ajouté sur la mesure y_1 . Les résidus en présence du bruit et de défaillances sont donnés par la figure 3.12.

Commençons par identifier le mode courant en utilisant le premier module (banc d'observateurs pour la génération de signature de mode).

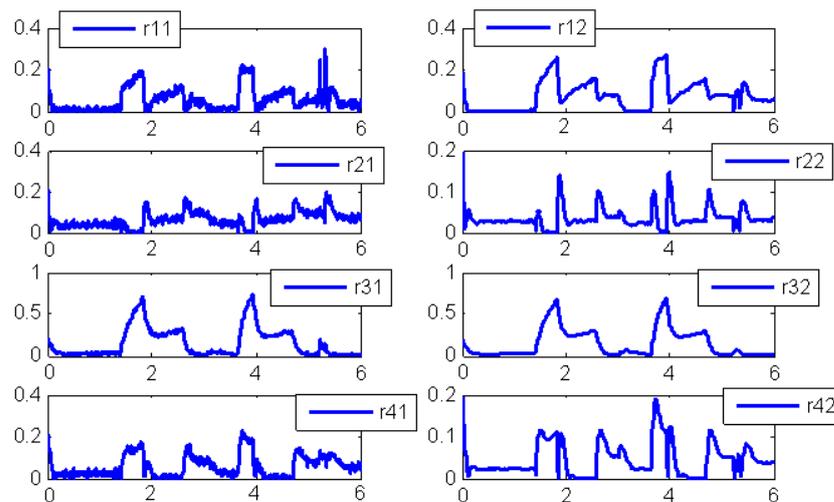


Figure 3. 12 Les résidus pour les 4 modes en présence d'un défaut capteur et de bruit de mesure

Les valeurs des seuils et la norme 2 des résidus sont présentés dans la figure 3.13. Nous constatons que chaque composante des vecteurs de résidus $r_i(t)$ ne converge vers zéro que lorsque le SDH évolue dans le mode i , sinon il s'éloigne notablement de zéro. La convergence des observateurs n'est pas instantanée. On peut observer que l'effet du temps de convergence n'est pas négligeable sur l'identification du mode courant. Après la génération des résidus, l'étape suivante est l'évaluation de ces résidus afin de déterminer leurs signatures expérimentales (voir expression 3.16). Les seuils de détection de modes et l'évolution des normes L_2 des résidus générés sont donnés par la figure 3.13.

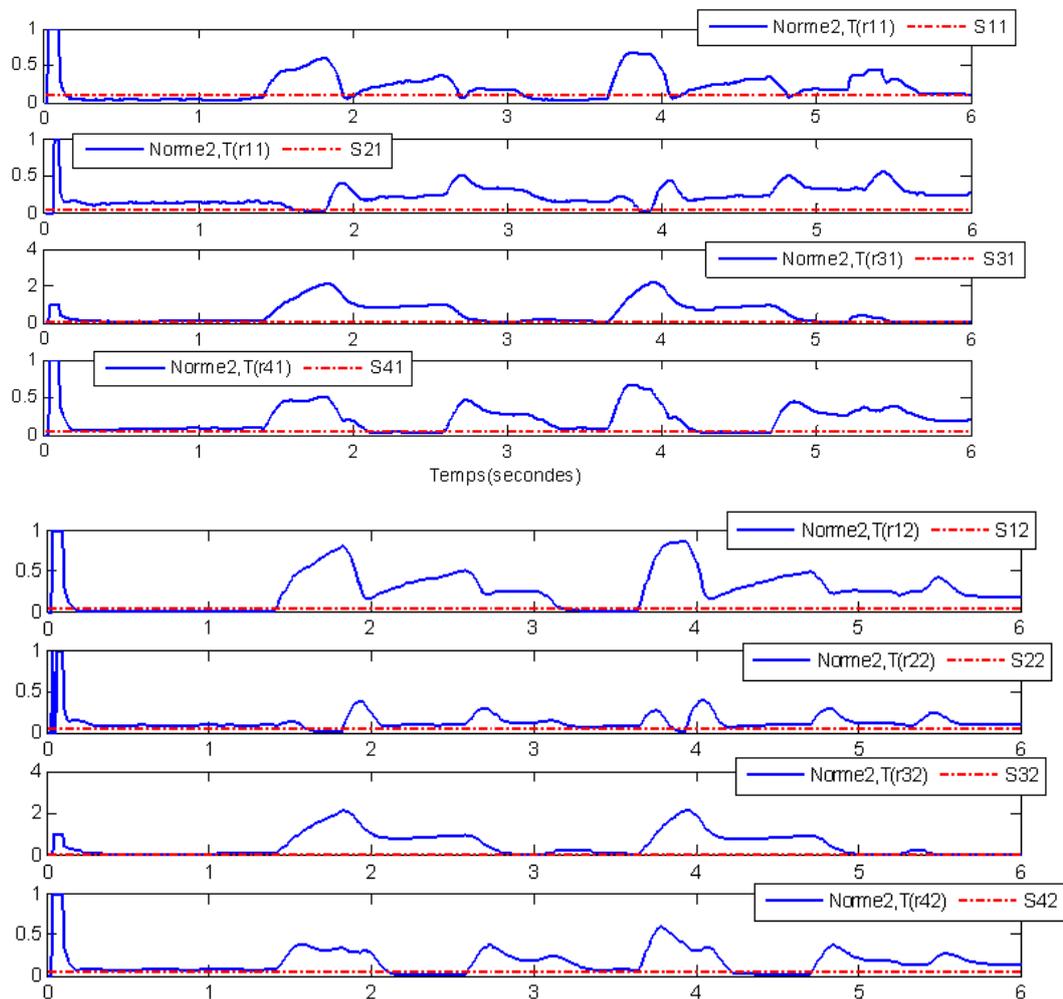


Figure 3. 13 Les normes L_2 des résidus pour les 4 modes en présence d'un défaut capteur et de bruit de mesure

Les seuils de détection sont déterminés à partir d'un jeu de données en l'absence de défauts, pour $T=0.1s$. Ces seuils sont donnés dans le tableau 3.8.

La longueur de la fenêtre d'intégration T est choisie afin de réduire les taux de fausse alarme et de non détection. L'identification du mode i sera cependant réalisée avec un certain taux d'erreurs.

TABLEAU 3.8

SEUILS DE DETECTION POUR L'IDENTIFICATION DU MODE COURANT

| <i>MODE</i> | <i>Mode1</i> | <i>Mode2</i> | <i>Mode3</i> | <i>Mode4</i> |
|-----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| <i>Seuil à T=0.1s</i> | $S_{11}=0.054$ | $S_{21}=0.03$ | $S_{31}=0.058$ | $S_{41}=0.042$ |
| | $S_{12}=0.048$ | $S_{22}=0.042$ | $S_{32}=0.048$ | $S_{42}=0.042$ |

Pour ces valeurs de seuils (tableau 3.8) et en appliquant eq.3.17, les signatures expérimentales des différents modes sont données dans la figure (3.14).

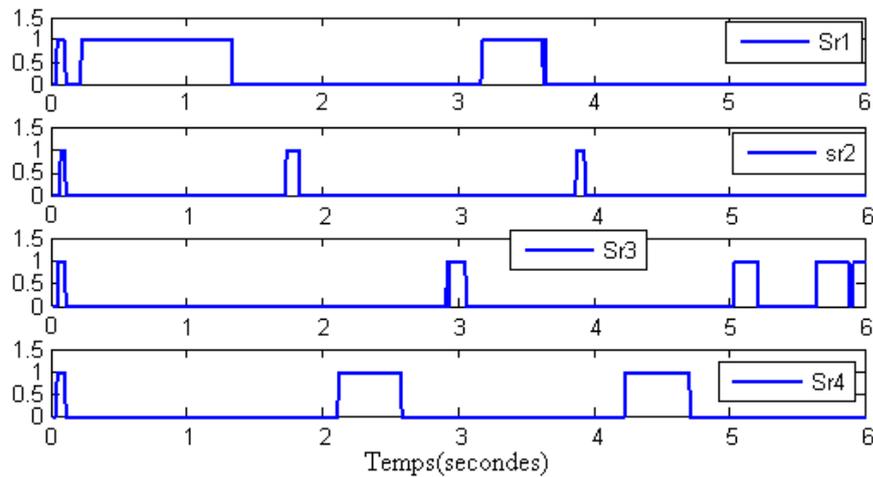


Figure 3. 14 Signature expérimentale pour l'identification du mode courant en présence de défaut capteur et bruit de mesure

Les résultats de l'identification du mode courant, obtenus sur un intervalle de simulation de 6s, sont donnés dans le tableau (Tableau 3.10).

Afin d'isoler la défaillance nous utilisons le deuxième module qui est basé sur un banc d'observateurs pour la génération de la signature de défauts. Il est constitué d'un banc de deux observateurs de Luenberger pour chaque mode i , chaque observateur est sensible à une sortie. L'expression analytique des résidus structurés z_i^j est illustrée dans le tableau 3.9.

TABLEAU 3.9

EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES RESIDUS STRUCTURES z_i^j , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, $j = \{1, 2\}$

| | |
|--------|--|
| Mode 1 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_1 - L_1^1 C_1^1)e(t) - L_1^1 E_{1y}^1 d(t) - L_1^1 F_{1y}^1 \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_1^1 = C_1^1 e(t) + E_{1y}^1 d(t) + F_{1y}^1 \varphi(t) \\ \dot{e}(t) = (A_1 - L_1^2 C_1^2)e(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_1^2 = C_1^2 e(t) \end{cases}$ |
| Mode 2 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_2 - L_2^1 C_2^1)e(t) - L_2^1 E_{2y}^1 d(t) - L_2^1 F_{2y}^1 \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_2^1 = C_2^1 e(t) + E_{2y}^1 d(t) + F_{2y}^1 \varphi(t) \\ \dot{e}(t) = (A_2 - L_2^2 C_2^2)e(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_2^2 = C_2^2 e(t) \end{cases}$ |
| Mode 3 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_3 - L_3^1 C_3^1)e(t) - L_3^1 E_{3y}^1 d(t) - L_3^1 F_{3y}^1 \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_3^1 = C_3^1 e(t) + E_{3y}^1 d(t) + F_{3y}^1 \varphi(t) \\ \dot{e}(t) = (A_3 - L_3^2 C_3^2)e(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_3^2 = C_3^2 e(t) \end{cases}$ |
| Mode 4 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_4 - L_4^1 C_4^1)e(t) - L_4^1 E_{4y}^1 d(t) - L_4^1 F_{4y}^1 \varphi(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_4^1 = C_4^1 e(t) + E_{4y}^1 d(t) + F_{4y}^1 \varphi(t) \\ \dot{e}(t) = (A_4 - L_4^2 C_4^2)e(t), & \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \\ z_4^2 = C_4^2 e(t) \end{cases}$ |

Utilisons la technique du placement de pôle pour déterminer les gains d'observateurs de chaque sous système. On choisit

$$P_{11} = P_{12} = P_{21} = P_{22} = P_{31} = P_{32} = P_{41} = P_{42} = \begin{bmatrix} -30 + 30i \\ -30 - 30i \\ -20 \end{bmatrix}; \quad (3.32)$$

Les gains de chaque observateur O_i^j , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ et $j \in \{1, 2\}$ sont:

$$\begin{aligned} L_1^1 &= 10^4 \times [-1.26 \quad 0.19 \quad 0.82] \\ L_1^2 &= 10^4 \times [-1.01 \quad 0.31 \quad 0.82] \\ L_2^1 &= 10^3 \times [-0.26 \quad 1.24 \quad -0.96] \\ L_2^2 &= 10^3 \times [-0.35 \quad 1.22 \quad -0.30] \\ L_3^1 &= 10^4 \times [1.03 \quad 0.19 \quad -1.01] \\ L_3^2 &= 10^4 \times [1.26 \quad 0.52 \quad -1.57] \\ L_4^1 &= 10^4 \times [-2.47 \quad 0.94 \quad 1.04] \\ L_4^2 &= 10^4 \times [-2.17 \quad 0.82 \quad 1.68] \end{aligned} \quad (3.33)$$

Les résidus structurés sont présentés dans la figure 3.15.

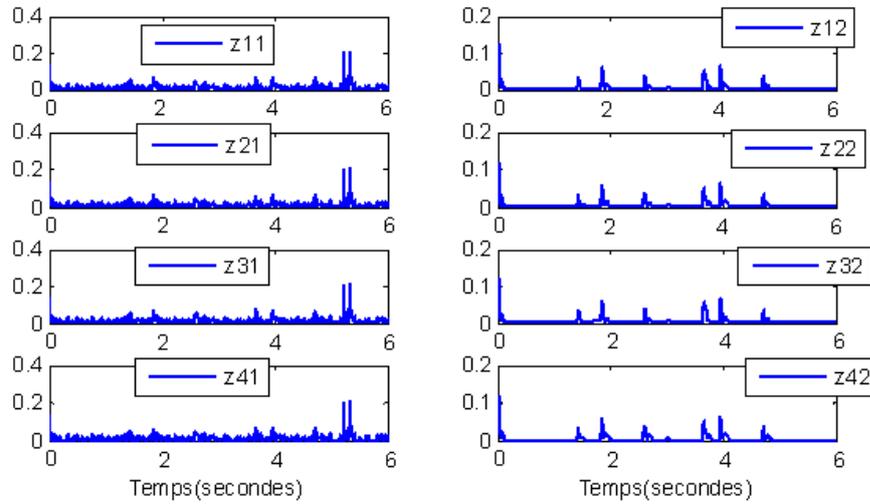


Figure 3. 15 Résidus structurés du mode 1, 2, 3 et 4 en présence des défauts capteurs et de bruit de mesure

Les seuils de détection de défaut capteur sont déterminés en absence de défauts voir eq.3.25, pour $T=0.1s$. Ces seuils sont donnés dans le tableau 3.10.

TABLEAU 3.10
SEUILS DE DETECTION DE DEFAUTCAPTEUR

| MODE | Mode1 | Mode2 | Mode3 | Mode4 |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Seuil | $S_{11}=0.15$ | $S_{21}=0.15$ | $S_{31}=0.15$ | $S_{41}=0.15$ |
| | $S_{12}=0.17$ | $S_{22}=0.17$ | $S_{32}=0.17$ | $S_{42}=0.17$ |

Les normes L_2 des résidus structurés et les seuils choisis (tableau 3.10) sont donnés dans la figure 3.16.

Dans la figure 3.17, nous présentons les signatures expérimentales pour la détection de défaut capteur.

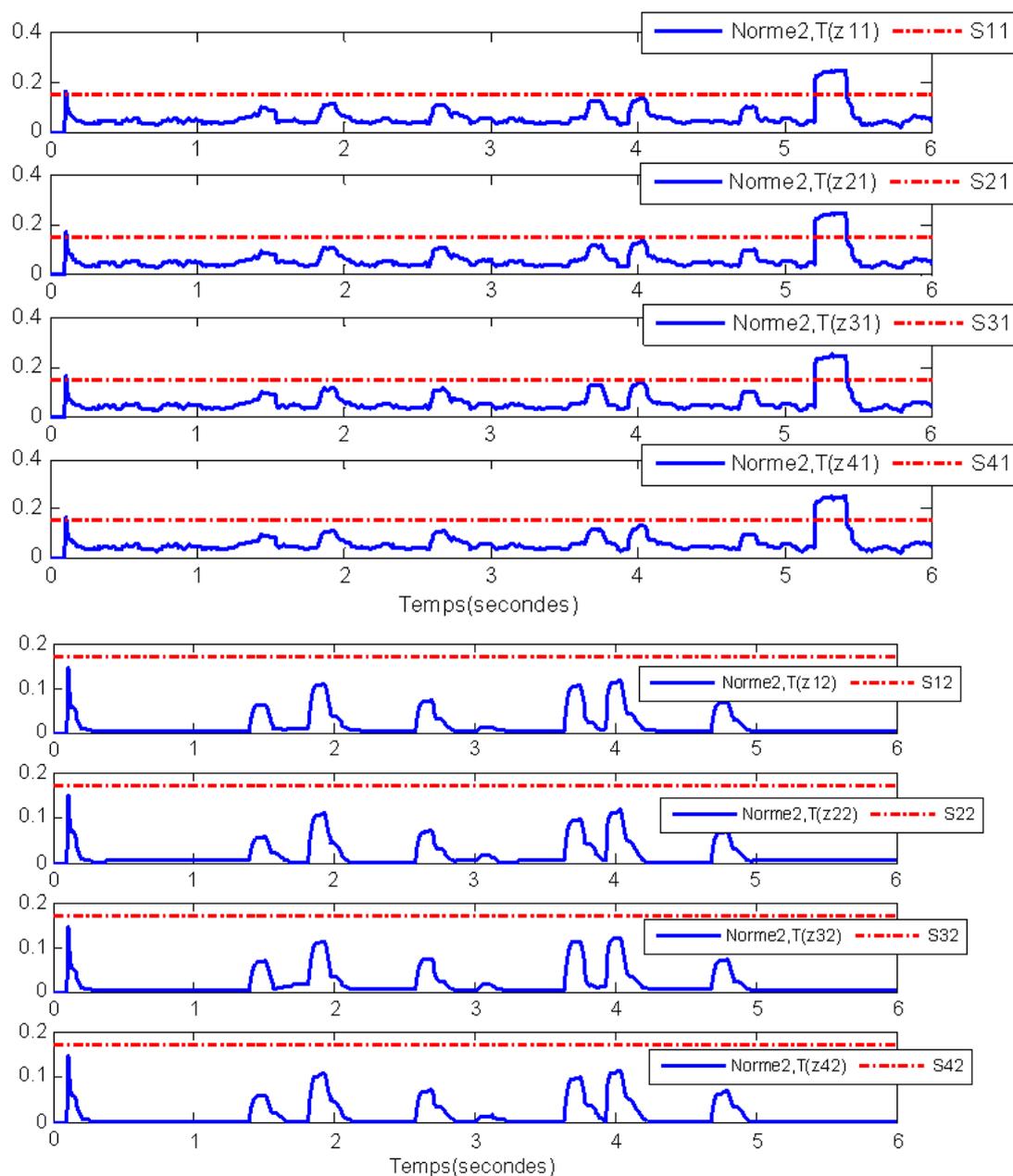


Figure 3. 16 Norme L2 des résidus structurés et seuils de détection de défaut capteur des 4 modes

Chapitre 3 : Synthèse d'observateurs pour la surveillance des SDH

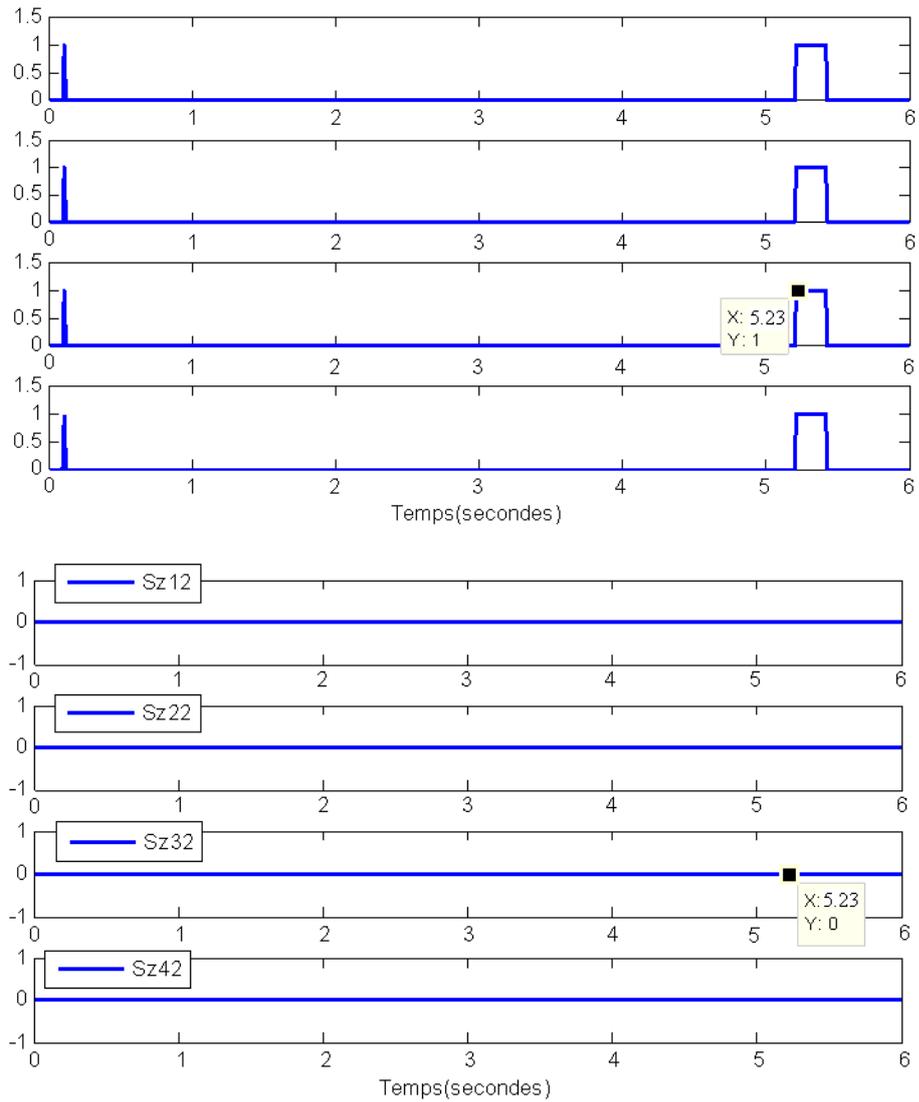


Figure 3. 17 Signature expérimentales des résidus structurés pour la détection des défauts capteur

TABLEAU 3.11
IDENTIFICATION DU MODE COURANT EN FONCTIONNEMENT DEFAILLANT

Le tableau 3.11 présente les résultats de l'identification des modes et de la détection &

| Intervalle de temps | Signatures du mode $S_{\hat{q}}$ | | | | Mode courant | Signatures de défauts S_{φ} | | | | Mode courant et détection de défaut |
|---------------------------|----------------------------------|-----|-----|-----|--------------|-------------------------------------|--------------|--------------|--------------|-------------------------------------|
| | sr1 | sr2 | sr3 | sr4 | | sz11 sz12 | sz21 sz22 | sz31 sz32 | sz41 sz42 | |
| $0.25s \leq t \leq 1.39s$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode1 | 0 0 | | | | Mode1 n |
| $1.40 \leq t \leq 1.72$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $1.73 \leq t \leq 1.81$ | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode 2 | | 0 0 | | | Mode2 n |
| $1.82 \leq t \leq 2.17$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $2.18 \leq t \leq 2.57$ | 0 | 0 | 0 | 1 | Mode4 | | | | 00 | Mode4 n |
| $2.58 \leq t \leq 2.90$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $2.91 \leq t \leq 3.05$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode3 | | | 00 | | Mode3 n |
| $3.06 \leq t \leq 3.17$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $3.18 \leq t \leq 3.63$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode1 | 00 | | | | Mode1 n |
| $3.64 \leq t \leq 3.87$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $3.88 \leq t \leq 3.92$ | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode2 | | 00 | | | Mode2 n |
| $3.93 \leq t \leq 4.28$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $4.29 \leq t \leq 4.69$ | 0 | 0 | 0 | 1 | Mode4 | | | | 00 | Mode4 n |
| $4.70 \leq t \leq 5.02$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $5.03 \leq t \leq 5.22s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode3 | | | 00 | | Mode3 n |
| $5.23 \leq t \leq 5.45$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 10 | 10 | 1 0 | 10 | Mode3 défailant |
| $5.46 \leq t \leq 5.66$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $5.67 \leq t \leq 6.00$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode3 | | | 00 | | Mode3 n |

localisation du défaut capteur sur l'intervalle [0,6s].

Les intervalles de temps où on ne peut pas identifier correctement le mode sont présentées par « ???? », La non détection du mode actif est due au temps de convergence de l'observateur ou bien au temps de transition (changement de mode), dans ce cas on lance en parallèle le deuxième module afin de calculer l'ensemble des résidus structurés si $Sz_i^j=0$ alors pas de défaut capteur si non alors le défaut affecte le mode précédemment identifié.

Nous remarquons d'après le tableau que le défaut est détecté à l'instant 5.23s indiquant la présence d'un défaut de capteurs sur la sortie 1 du sous-système 1 ($Sz_1^l=1, Sz_2^l=1, Sz_3^l=1$ et $Sz_4^l=1$), ce qui correspond à un retard de détection d'ordre de 0.03s.

3.3.2 Exemple d'une régulation d'un système thermique

Le système est composé d'un élément chauffant, d'un capteur de température et d'un thermostat permettant de réaliser une régulation TOR (tout ou rien) de température dans une pièce d'habitation. Les valeurs inférieures et supérieures (seuils) du thermostat sont fixées à θ_{min} et θ_{max} avec ($\theta_{min} < \theta_{max}$). Le système de chauffage est en marche tant que la température dans la pièce est inférieure à la valeur θ_{min} . Le chauffage est arrêté lorsque le capteur détecte la valeur supérieur θ_{max} et il reste en arrêt jusqu'au moment où la température descend en-dessous de la valeur inférieur θ_{min} .

Les états discrets du système correspondent aux états "Marche" et "Arrêt" du système de chauffage.

La température de la pièce est une variable dont l'évolution est continue. Sous certaines hypothèses classiques le modèle décrivant l'évolution de température dans l'enceinte thermique est donné par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) = k(\alpha - \theta(t)) & \text{Si le chauffage est en marche} \\ \dot{\theta}(t) = -k\theta(t) & \text{Si le chauffage est en arrêt} \end{cases} \quad (3.34)$$

où « α » est une constante réelle positive qui dépend de la puissance du système de chauffage, et « k » est une constante déterminée par la pièce. Ainsi, l'évolution de la température est contrainte par une équation d'état qui dépend de l'état discret "Marche" ou "Arrêt".

L'automate hybride représentant le système thermique (associé à sa commande TOR), est illustré figure 3.18. Dans la place 1 le thermostat est en marche et dans la place 2 le thermostat est en Arrêt. Les activités dans les places 1 et 2 correspondent respectivement à l'évolution de la température quand le chauffage est en marche et à l'évolution de la température quand le chauffage est en arrêt. L'évolution de la température est dessinée dans la figure 3.19.

Les inégalités $\theta \leq \theta_{max}$ et $\theta \geq \theta_{min}$ sont les invariants associés respectivement aux places 1 et 2.

Nous considérons les valeurs de paramètres suivantes :

$$\theta_{\min} = 10^\circ \text{ et } \theta_{\max} = 20^\circ \quad \alpha = 24 \text{ et } k = 1$$

L'utilisation de l'invariant dans les sommets de l'automate limite l'évolution de la température dans un domaine défini par les contraintes inégalité. Nous considérons un défaut capteur $\varphi(t)$ affectant le mode 1 dans l'intervalle de temps [3.17, 3.32] d'amplitude 2. Afin de générer des résidus nous utilisons un observateur de Luenberger, l'équation de l'observateur est définie par :

$$O_i : \begin{cases} \dot{\hat{\theta}}(t) = A_i \hat{\theta}(t) + B_i u(t) + K_i (\theta(t) - \hat{\theta}(t)), \\ \hat{\theta}(t) = C_i \hat{\theta}(t) \end{cases} \quad (3.35)$$

$$A_1 = [-1]; B_1 = [1]; C_1 = [1]$$

$$A_2 = [-1]; B_2 = [0]; C_2 = [1]$$

L'exemple de thermostat c'est un système SISO (single input single output) pour ce type de système le module de génération de signature de mode est suffisant, il nous permet d'identifier le mode courant et de détecter et localiser la défaillance. Dans l'exemple du thermostat la mesure présente le vecteur d'état $\theta(t)$ voir tableau 3.12. Le résidu ($r_1(t)$), permet de détecter la défaillance du capteur voir figure 3.19.

TABLEAU 3.12

EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES RESIDUS $r_i(t) i \in \{1, 2\}$ EN PRESENCE D'UN DEFAUT

CAPTEUR

| | |
|--------|---|
| Mode 1 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_1 - K_1 C_1)e(t) - K_1 F_{1y} \varphi(t) \\ r_1(t) = C_1 e(t) + F_{1y} \varphi(t) \end{cases}$ avec $F_{1y} = [1]; e(t) = \theta - \hat{\theta}; K_1 = 13$ |
| Mode 2 | $\begin{cases} \dot{e}(t) = (A_2 - K_2 C_2)e(t) - K_2 F_{2y} \varphi(t) \\ r_2(t) = C_2 e(t) + F_{2y} \varphi(t) \end{cases}$ avec $F_{2y} = [1]; e(t) = \theta - \hat{\theta}; K_2 = 14$ |

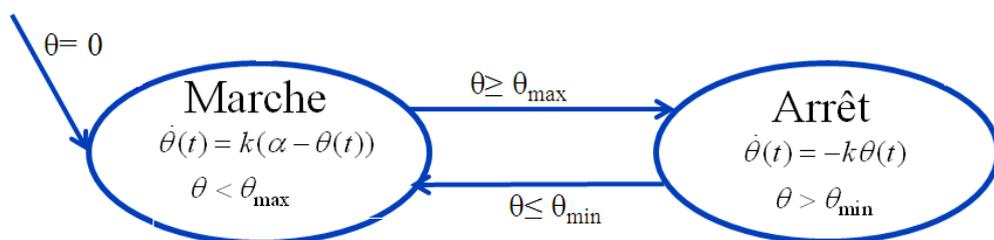


Figure 3. 18 Exemple du thermostat

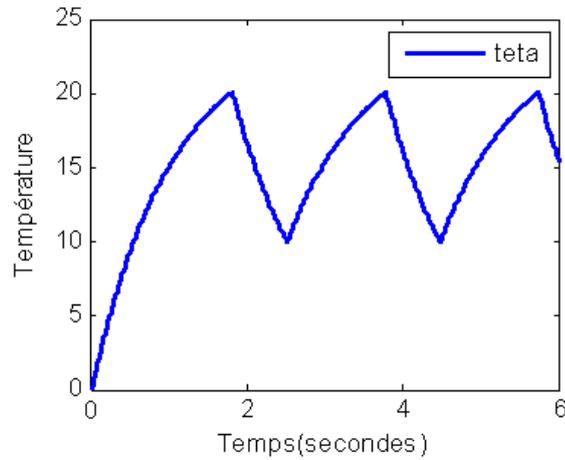


Figure 3.19 Variation de la température

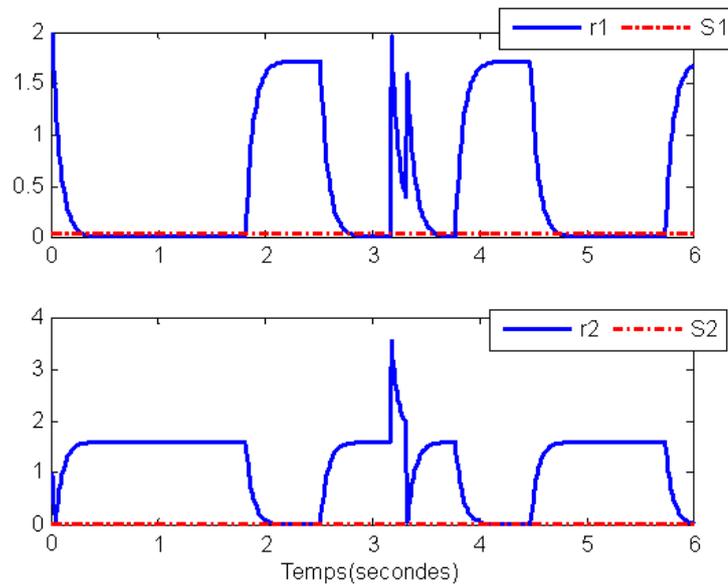


Figure 3.20 Evolution des résidus du mode 1 et 2

Puisque le système présenté est SISO donc la logique de décision est basée sur les deux hypothèses (expression 3.36) pour l'identification du mode courant et la détection & la localisation des défauts.

$$\begin{aligned} S_{r_i} &= 0 \quad \text{si } |r_i(t)| > S_i, i = 1, \dots, M \\ S_{r_i} &= 1 \quad \text{si } |r_i(t)| \leq S_i \end{aligned} \quad (3.36)$$

Afin d'identifier le mode courant et de détecter la défaillance nous avons choisi un seuil pour chaque mode :

$$s_1=0.05 \text{ et } s_2=0.035$$

Les signatures réelles du mode 1 et 2 sont illustrées dans la figure 3.21.

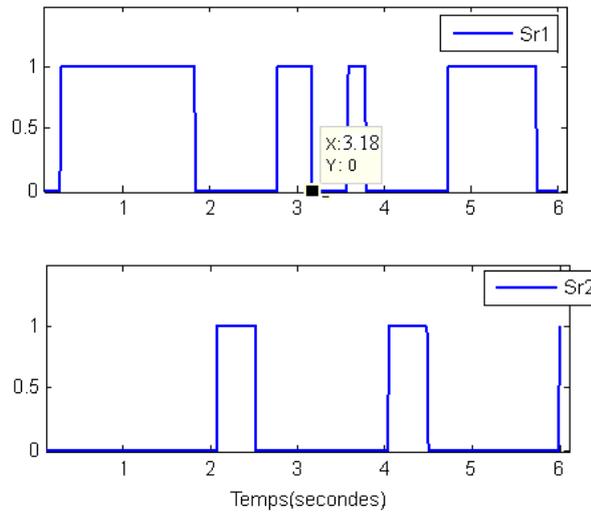


Figure 3. 21 Signature réelle des modes 1 et 2 du thermostat

Quand $t=3.16s$, le résidu du mode 1 est égal à 0 et le résidu du mode 2 est différents de 0, ce qui permet l'identification du mode courant 1. Quand le défaut capteur $\varphi(t)$ se produit à $t=3.17s$, r_1 change de son évolution normale à $t=3.18s$ donc le retard de détection de défaut est de 1s. Il devient différent de 0 comme dans la figure 3.20. Donc le résidu r_1 est sensible au défaut $\varphi(t)$ voir tableau 3.13.

TABLEAU 3.13
IDENTIFICATION DU MODE COURANT EN FONCTIONNEMENT DEFAILLANT POUR
L'EXEMPLE DE THERMOSTAT

| résidus temps | S_{r1} | S_{r2} | identification du mode courant et détection de défaut |
|----------------------|----------|----------|---|
| $0.29s < t < 1.82 s$ | 1 | 0 | Mode1 |
| $2.09s < t < 2.52s$ | 0 | 1 | Mode 2 |
| $2.78s < t < 3.17s$ | 1 | 0 | Mode 1 |
| $3.18s < t < 3.45s$ | 0 | 0 | Mode 1 défaillant |
| $3.46s < t < 3.78s$ | 1 | 0 | Mode 1 |
| $4.05s < t < 4.48s$ | 0 | 1 | Mode2 |
| $4.74s < t < 5.74s$ | 1 | 0 | Mode1 |
| $t=6s$ | 0 | 1 | Mode 2 |

3.4 Robustesse à une entrée inconnue affectant la dynamique de l'état

Nous cherchons à répondre au problème fondamental de génération des résidus $r(t)$ qui consiste à trouver un système dynamique (observateur) tel que :

- 1) $r(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$ quand $\varphi(t) = 0$ et $d(t) = 0$ avec $\varphi(t)$ et $d(t)$ présentent respectivement le vecteur défaut et le vecteur perturbation,
- 2) $r(t)$ n'est pas affecté par $d(t)$ (vecteur perturbation),
- 3) $r(t)$ est affecté par $\varphi(t)$.

En utilisant un observateur de Luenberger et d'après l'équation (3.37) de la dynamique de l'erreur d'estimation nous remarquons qu'il n'y a pas de possibilité de découplage entre les perturbations et les défauts affectant le système,

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) &= (A_i - K_i C_i)e(t) + E_{ix}^* d(t) + F_{ix}^* \varphi(t) \\ r_i(t) &= C_i e(t) + E_{iy} d(t) + F_{iy} \varphi(t) \end{cases} \quad (3.37)$$

Les observateurs à entrée inconnue (*OEI* ou *UIO* : *Unknown Input Observer*) peuvent être utilisés pour effectuer ce découplage. Ces dernières années, la conception d'observateur à entrées inconnues a fait l'objet de nombreux travaux, que ce soit pour la commande en présence de perturbations ou pour la génération de résidus en vue de la détection de défauts.

3.4.1 Banc d'observateurs à entrée inconnue pour la génération de signatures de mode

Le module « banc d'observateurs pour la génération de signature de mode » est constitué d'un banc de M observateurs à entrée inconnue dans une stratégie parallèle (voir figure 3.22) pour générer M vecteurs de résidus et d'un bloc d'analyse des résidus qui permet d'identifier le mode courant.

La figure 3.22 décrit la stratégie générale d'estimation du mode courant pour un SDH utilisant un banc d'observateurs à entrée inconnue. Afin de déterminer le mode courant, un ensemble de résidus dédiés à chaque modèle continu, est construit. En fonctionnement normal (sans défaut), seuls les résidus qui correspondent au mode courant doivent être nuls.

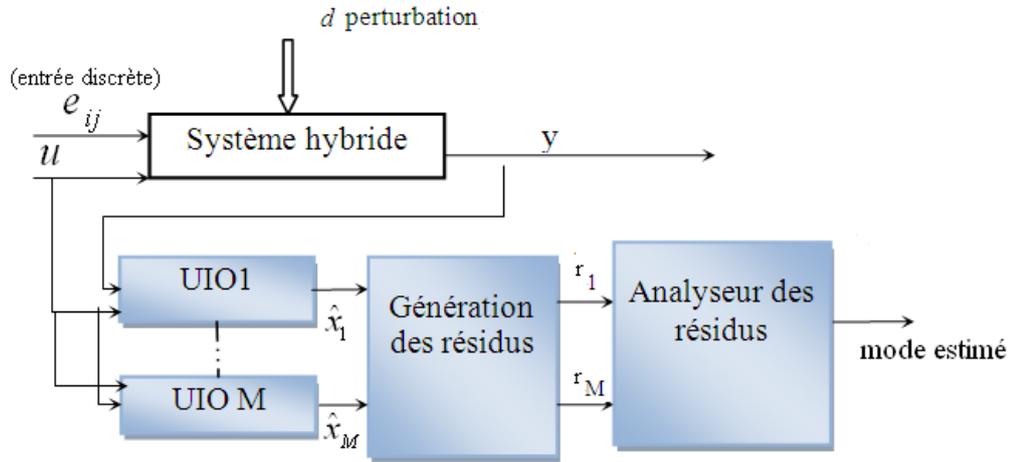


Figure 3.22 Identification du mode courant en utilisant un banc d'observateurs à entrée inconnue

La méthodologie de synthèse d'observateurs robustes sera présentée en l'absence de perturbation sur $y(t)$.

Le modèle du mode i dans le cas normal et en présence de perturbations est comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + E_{ix} d(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (3.38)$$

avec $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ le vecteur d'état, $y(t) \in \mathfrak{R}^k$ le vecteur de sortie, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ le vecteur d'entrée, et $d(t) \in \mathfrak{R}^p$ le vecteur d'entrée inconnue.

La matrice d'état est $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, la matrice d'entrée est $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ et $C_i \in \mathfrak{R}^{k \times n}$ est la matrice de sortie. La matrice de distribution des perturbations est $E_{ix} \in \mathfrak{R}^{n \times p}$.

Supposons que $\text{rang}(C_i) = k$ et $\text{rang}(E_{ix}) = p$ avec $k > p$

Nous proposons d'utiliser un observateur à entrée inconnue de la forme :

$$\begin{cases} \dot{Z}(t) = F_i Z(t) + T_i B_i u(t) + K_i y(t) \\ \hat{x}(t) = Z(t) + H_i y(t) \end{cases}, i = 1, \dots, M \quad (3.39)$$

$$e_i(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

$$\dot{e}_i(t) = \underbrace{\dot{x}(t)}_{A_i x(t) + B_i u(t) + E_{ix} d(t)} - \underbrace{\dot{\hat{x}}(t)}_{\dot{Z}(t) + H_i \dot{y}(t)}$$

$$\text{Posons } K_i = K_{i1} + K_{i2} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = & (A_i - H_i C_i A_i - K_{i1} C_i) e_i(t) - (F_i - (A_i - H_i C_i A_i - K_{i1} C_i)) \hat{x}(t) + (I - H_i C_i - T_i) B_i u(t) \\ & - (K_{i2} - F_i H_i) C_i y(t) + (I - H_i C_i) E_{ix} d(t) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Un observateur est un « observateur à entrée inconnue » si l'erreur d'estimation $e(t)$ tend vers zéro asymptotiquement, indépendamment de la présence des entrées inconnues (perturbations) agissant sur le système (robustesse vis-à-vis des entrées inconnues).

Nous choisissons les matrices F_i, T_i, K_i , comme:

$$\begin{aligned}
 (I - H_i C_i) E_{ix} &= 0 & (a) \\
 T_i &= (I - H_i C_i) & (b) \\
 F_i &= A_i - H_i C_i A_i - K_{i1} C_i \Rightarrow \text{stable} & (c) \\
 K_{i2} &= F_i H_i & (d) \\
 K_i &= K_{i1} + K_{i2} & (e)
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

Compte tenu de ces relations, l'erreur d'estimation d'état se réduit à:

$$\dot{e}_i(t) = F_i e_i(t) \tag{3.43}$$

En agissant sur F_i de telle sorte qu'elle soit Hurwitz, $e_i(t)$ va tendre vers zéro asymptotiquement.

Le générateur des résidus est construit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{Z}(t) = F_i Z(t) + T_i B_i u(t) + K_i y(t) \\ r_i(t) = -C_i Z(t) + (I - C_i H_i) y(t) \end{cases} \tag{3.44}$$

Le résidu $r_i(t)$ est robuste aux entrées inconnues si les conditions (3.42) sont vérifiées [Chen et al, 05].

Théorème 3.1 *Un observateur à entrée inconnue existe si et seulement si:*

- 1) $\text{rang}(C_i E_{ix}) = \text{rang}(E_{ix})$ pour tout mode $i, i \in \{1, \dots, M\}$
- 2) $H_1 C_1 = H_2 C_2 = \dots = H_M C_M$
- 3) (C_i, A_{i1}) est détectable (Hurwitz) avec

$$A_{i1} = A_i - E_{ix} \left[(C_i E_{ix})^T (C_i E_{ix}) \right]^{-1} (C_i E_{ix})^T C_i A_i$$

Preuve

- 1) Dans l'équation (3.42(a))

$$(I - H_i C_i) E_{ix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$E_{ix} - H_i C_i E_{ix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$H_i C_i E_{ix} = E_{ix}$$

H_i existe si et seulement si $\text{rang}(C_i E_{ix}) = \text{rang}(E_{ix})$. Cette condition est nécessaire pour un système continu [Wunnenberg et al, 86].

2) Afin de garantir la continuité de $e_i(t)$ (eq. 3.44), il faut que $H_1 C_1 = H_2 C_2 = \dots = H_M C_M$, soit vraie car nous avons la continuité de $Z(t)$ et de $x(t)$ [Chen et al, 05].

3) $e_i(t)$ converge asymptotiquement vers zéro si et seulement si F_i stable

$$F_i = A_i - H_i C_i A_i - K_{i1} C_i = A_{i1} - K_{i1} C_i \Rightarrow \text{stable}$$

Pour garantir la stabilité de F_i , il est nécessaire que la paire $(C_i A_{i1})$ soit détectable.

$$H_i C_i E_{ix} = E_{ix} \Leftrightarrow H_i = E_{ix} (C_i E_{ix})^- = E_{ix} \left[(C_i E_{ix})^T (C_i E_{ix}) \right]^{-1} (C_i E_{ix})^T$$

$$A_{i1} = A_i - H_i C_i A_i = A_i - E_{ix} \left[(C_i E_{ix})^T (C_i E_{ix}) \right]^{-1} (C_i E_{ix})^T C_i A_i$$

avec $(C_i E_{ix})^-$ représente la pseudo inverse de $(C_i E_{ix})$.

▪ **Calcul du gain de l'observateur à entrée inconnue**

Nous proposons ci-dessous un algorithme permettant de déterminer le gain de l'observateur à entrée inconnue pour un SDH.

Soient A_i, B_i, C_i et E_{ix} les matrices de la représentation d'état supposées connues pour chaque mode i ; $1 \leq i \leq M$:

1 - Si $\text{rang}(C_i E_{ix}) = \text{rang}(E_{ix})$ et la condition 2 du théorème 1 sont vraies aller à 2 sinon passer à **9**.

2 - Calculer H_i, T_i, A_{i1} pour chaque mode i : $1 \leq i \leq M$

où:

$$H_i = E_{ix} \left[(C_i E_{ix})^T C_i E_{ix} \right]^{-1} (C_i E_{ix})^T$$

$$T_i = I - H_i C_i$$

$$A_{i1} = T_i A_i$$

3 - Test de détectabilité pour tout mode i ($1 \leq i \leq M$): si (C_i, A_{i1}) est détectable aller à 4 sinon aller à **9**

4 - Test d'observabilité

- si (C_i, A_{i1}) est observable alors calculer K_{i1} en utilisant la méthode de placement de pôle et aller à **8**

- sinon (C_i, A_{ii}) est non observable aller à 5

5 - Construire P_i afin d'obtenir cette forme :

$$A_{ip} = P_i A_{ii} P_i^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11i} & 0 \\ A_{21i} & A_{22i} \end{bmatrix}; C_{ip} = C_i P_i^{-1} = [C_{1i} \quad 0]$$

6 - Test de détectabilité:

- si la paire (C_{ip}, A_{ip}) est détectable aller à 7

- sinon $(A_{22i}$ instable) l'observateur à entrée inconnue n'existe pas, passer à l'étape 9

7 - Sélectionner n_i (ordre de A_{11i}) valeurs propres souhaitables et les assigner à: $A_{11i} - K_{ip}^1 C_{1i}$

Calculer K_{ip}^1 avec placement de pôles, puis calculer K_{i1} : avec $K_{i1} = P_i^{-1} \left[(K_{ip}^1)^T (K_{ip}^2)^T \right]^T$ tel que

$(K_{ip}^2)^T$ est une matrice non nulle

8 - Calculer F_i, K_i avec $F_i = A_{ii} - K_{i1} C_{1i}$ et $K_i = K_{i1} + K_{i2} = K_{i1} + F_i H_i$ pour chaque mode i

9 – Fin

3.4.2 Banc d'observateur à entrée inconnue pour la génération de signature de défauts

Le module de génération de signature de défaut permet de détecter et localiser la défaillance pour les systèmes MIMO.

Les signatures de défauts sont obtenues à l'aide d'un schéma DOS constitué d'observateurs à entrée inconnue.

Pour les k défauts de capteurs à détecter et localiser, nous utilisons k observateurs à entrée inconnue tels que chacun de ces observateurs est sensible à une sortie.

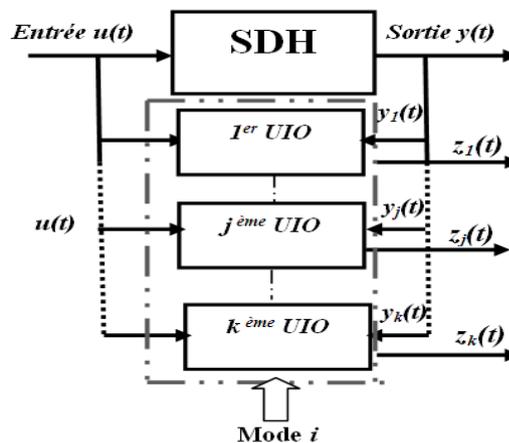


Figure 3.23 Localisation des défauts capteur en utilisant un banc d'observateurs à entrée inconnue

Le sous système MIMO est décrit par :

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) + E_{ix} d(t) \\ y^j(t) &= C_i^j x(t) + F_{iy}^j \varphi(t) \end{cases} \quad (3.45)$$

Le générateur des résidus structurés est construit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{Z}^j(t) = F_i^j Z^j(t) + T_i^j B_i u(t) + L_i^j y^j(t) \\ z_i^j(t) = -C_i^j Z^j(t) + (I - C_i^j H_i^j) y^j(t) \end{cases} \quad (3.46)$$

Le résidu $z_i^j(t)$ est robuste aux entrées inconnues si les conditions suivantes, sont vérifiées [Zarei et al,11] :

Nous choisissons les matrices F_i^j, T_i^j, L_i^j comme:

$$\begin{aligned} (I - H_i^j C_i^j) E_{ix} &= 0 & (a) \\ T_i^j &= (I - H_i^j C_i^j) & (b) \\ F_i^j &= A_i - H_i^j C_i^j A_i - L_{i1}^j C_i^j \Rightarrow \text{stable} & (c) \\ L_{i2}^j &= F_i^j H_i^j & (d) \\ L_i^j &= L_{i1}^j + L_{i2}^j & (e) \end{aligned} \quad (3.47)$$

▪ **Calcul du gain de l'observateur à entrée inconnue pour la détection des défauts capteur**

Soient A_i, B_i, C_i^j et E_{ix} les matrices de la représentation d'état supposées connues pour chaque mode i ; $1 \leq i \leq M$:

1 - Si $\text{rang}(C_i^j E_{ix}) = \text{rang}(E_{ix})$ et la condition 2 du théorème 1 sont vraies aller à 2 sinon passer à **9**.

2 - Calculer H_i^j, T_i^j, A_{il} pour chaque mode i ; $1 \leq i \leq M$ et $1 \leq j \leq k$

où:

$$\begin{aligned} H_i^j &= E_{ix} \left[\left(C_i^j E_{ix} \right)^T C_i^j E_{ix} \right]^{-1} \left(C_i^j E_{ix} \right)^T \\ T_i^j &= I - H_i^j C_i^j \\ A_{il} &= T_i^j A_i \end{aligned}$$

3 - Test de détectabilité pour tout mode i ($1 \leq i \leq M$):

-si (C_i^j, A_{il}) est détectable aller à 4 sinon aller à **9**

4- Test d'observabilité

- si (C_i^j, A_{il}) est observable alors calculer L_{il}^j en utilisant la méthode de placement de pôle et aller à 8

- sinon (C_i^j, A_{il}) est non observable aller à 5

5- Construire P_i afin d'obtenir cette forme :

$$A_{ip} = P_i A_{il} P_i^{-1} = \begin{bmatrix} A_{1li} & 0 \\ A_{2li} & A_{22i} \end{bmatrix}; C_{ip}^j = C_{il}^j P_i^{-1} = \begin{bmatrix} C_{1li}^j & 0 \end{bmatrix}$$

6- Test de détectabilité:

-si la paire (C_{ip}^j, A_{ip}) est détectable aller à 7

-sinon (A_{22i} instable) l'observateur à entrée inconnue n'existe pas, passer à l'étape 9

7- Sélectionner n_i (ordre de A_{1li}) valeurs propres souhaitables et les assigner à:

$A_{1li} - L_{ip}^{1j} C_{1li}^j$ calculer L_{ip}^{1j} avec placement de pôles, puis calculer L_{il}^j avec

$$L_{il}^j = P_i^{-1} \left[\left(L_{ip}^{1j} \right)^T \left(L_{ip}^{2j} \right)^T \right]^T \text{ tel que } \left(L_{ip}^{2j} \right)^T \text{ est une matrice non nulle.}$$

8 - Calculer F_i^j, L_i^j avec $F_i^j = A_{il} - L_{il}^j C_{il}^j$ et $L_i^j = L_{il}^j + L_{i2}^j = L_{il}^j + F_i^j H_i^j$ pour chaque mode i

9 - Fin

▪ Exemple illustratif

Prenons le même exemple académique de la section 3.3.1 décrit précédemment.

Chaque mode i est représenté par l'équation (3.38) avec $E_{ix} = [-0.2 \ 0.10 \ 0.25]^T$; $E_{2x} = E_{3x} = E_{4x} = E_{1x}$

Pour appliquer l'algorithme de calcul de gain de l'observateur pour chaque mode i , la condition 1 du théorème est d'abord vérifiée $\text{rang}(C_i E_{ix}) = \text{rang}(E_{ix})$, Ensuite, pour calculer les matrices H_i, T_i et A_{il} la condition 2 est également vérifiée. Nous remarquons que (C_i, A_{il}) est détectable pour chaque mode i . Les matrices H_i, T_i et A_{il} sont calculées comme suit:

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0.78 & -0.45 \\ 0.39 & 0.22 \\ 0.98 & 0.57 \end{bmatrix}; H_2 = H_3 = H_4 = H_1; T_1 = \begin{bmatrix} 2.08 & 1.06 & 1.24 \\ -0.54 & 0.46 & -0.62 \\ -1.35 & -1.32 & -0.55 \end{bmatrix}; T_2 = T_3 = T_4 = T_1$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -4.17 & -5.31 & -1.24 \\ 1.08 & -2.34 & 0.62 \\ 2.71 & 6.63 & 0.55 \end{bmatrix}; A_{21} = \begin{bmatrix} 5.38 & 6.75 & -2.48 \\ -3.19 & -2.87 & 1.24 \\ -1.97 & -3.44 & 1.11 \end{bmatrix};$$

$$A_{31} = \begin{bmatrix} -2.08 & -8.49 & -2.48 \\ 0.54 & -3.75 & 1.240 \\ 1.35 & 10.62 & 1.11 \end{bmatrix}; A_{41} = \begin{bmatrix} -1.46 & 6.75 & -2.480 \\ 0.23 & -2.87 & 1.240 \\ 1.08 & -3.44 & 1.11 \end{bmatrix};$$
(3.48)

Le gain de l'observateur K_i pour chaque mode est choisi en garantissant que la dynamique de

l'observateur est plus rapide que le sous-système lui-même. Nous utilisons alors la méthode de placement de pôle.

$$K_{11} = 10^4 \times \begin{bmatrix} 2.59 & -2.8 \\ 1.34 & -1.49 \\ -3.4 & 3.79 \end{bmatrix}, K_{21} = 10^3 \times \begin{bmatrix} -2.93 & 3.55 \\ -0.99 & 1.22 \\ 3.67 & -4.33 \end{bmatrix}, \quad (3.49)$$

$$K_{31} = 10^4 \times \begin{bmatrix} -2.47 & 2.37 \\ -1.18 & 1.14 \\ 3.15 & -3.02 \end{bmatrix}, K_{41} = 10^3 \times \begin{bmatrix} -7.07 & 6.75 \\ -3.08 & 2.96 \\ 8.64 & -8.16 \end{bmatrix}$$

$$K_i = K_{i1} + K_{i2} = K_{i1} + F_i H_i$$

Les gains de l'observateur pour les quatre modes sont:

$$K_1 = 10^4 \times \begin{bmatrix} 1.9 & -3.28 \\ 0.98 & -1.70 \\ -2.49 & 4.31 \end{bmatrix}; K_2 = 10^3 \times \begin{bmatrix} -2.28 & 3.92 \\ -0.77 & 1.35 \\ 2.80 & -4.83 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$K_3 = 10^4 \times \begin{bmatrix} -1.64 & 2.84 \\ -0.79 & 1.37 \\ 2.10 & -3.63 \end{bmatrix}; K_4 = 10^3 \times \begin{bmatrix} -4.70 & 8.12 \\ -2.05 & 3.55 \\ 5.70 & -9.86 \end{bmatrix}$$

L'expression analytique des résidus pour chaque mode est illustrée dans le tableau 3.14.

TABLEAU 3.14

EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES RESIDUS $r_i(t) = \begin{bmatrix} r_i^1(t) \\ r_i^2(t) \end{bmatrix}$ $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ EN PRESENCE DE

DEFAUT ET D'ENTREE INCONNUE

| | |
|--------|---|
| Mode 1 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) &= F_1 Z(t) + T_1 B_1 u(t) + K_1 y(t) \\ \begin{bmatrix} r_1^1(t) \\ r_1^2(t) \end{bmatrix} &= -C_1 Z(t) + (I - C_1 H_1) C_1 x(t) + (I - C_1 H_1) F_{1y} \varphi(t) \end{cases}, \quad F_{1y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| Mode 2 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) &= F_2 Z(t) + T_2 B_2 u(t) + K_2 y(t) \\ \begin{bmatrix} r_2^1(t) \\ r_2^2(t) \end{bmatrix} &= -C_2 Z(t) + (I - C_2 H_2) C_2 x(t) + (I - C_2 H_2) F_{2y} \varphi(t) \end{cases}, \quad F_{2y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| Mode 3 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) &= F_3 Z(t) + T_3 B_3 u(t) + K_3 y(t) \\ \begin{bmatrix} r_3^1(t) \\ r_3^2(t) \end{bmatrix} &= -C_3 Z(t) + (I - C_3 H_3) C_3 x(t) + (I - C_3 H_3) F_{3y} \varphi(t) \end{cases}, \quad F_{3y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| Mode 4 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) &= F_4 Z(t) + T_4 B_4 u(t) + K_4 y(t) \\ \begin{bmatrix} r_4^1(t) \\ r_4^2(t) \end{bmatrix} &= -C_4 Z(t) + (I - C_4 H_4) C_4 x(t) + (I - C_4 H_4) F_{4y} \varphi(t) \end{cases}, \quad F_{4y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ |

Le système a été simulé pendant 600s.

- **Identification du mode en présence de perturbations en utilisant le générateur de signature du mode**

Les résidus dans les modes 1, 2, 3 et 4, sont présentés dans la figure 3.24, Nous remarquons d'après les expressions analytiques des résidus que ces derniers (résidus) pour chaque mode sont robustes à la perturbation. D'après l'évolution des résidus pour chaque mode, nous pouvons donc identifier le mode courant voir tableau 3.17.

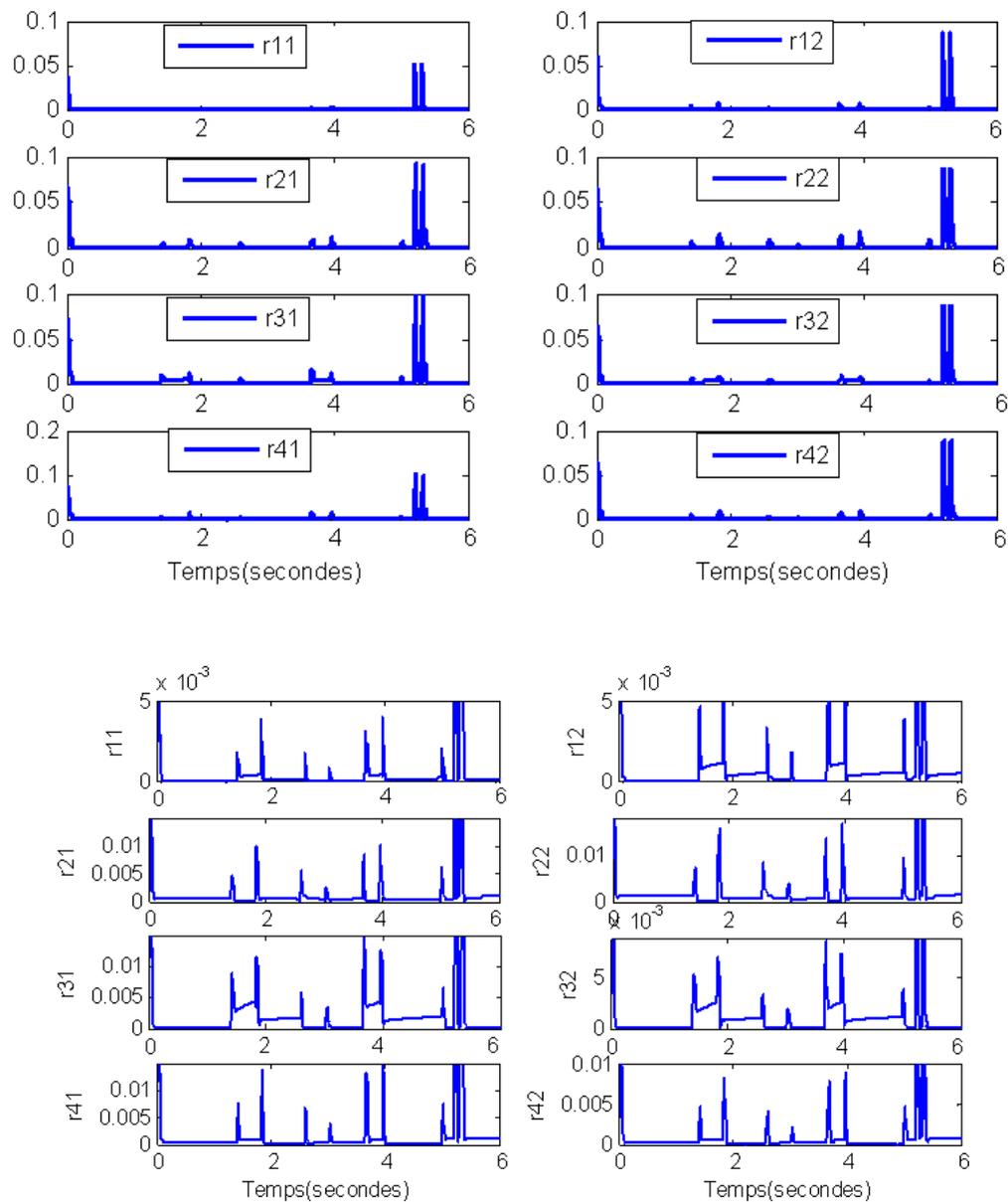


Figure 3.24 Evolution des résidus du mode 1, 2, 3 et 4

Pour l'identification du mode courant nous utilisons la même logique de décision citée précédemment (eq.3.31). Les seuils sont choisis afin d'identifier correctement le mode courant voir tableau 3.15.

TABLEAU 3.15
SEUILS DE DETECTION DE DEFAUT CAPTEUR

| MODE | Mode1 | Mode2 | Mode3 | Mode4 |
|-------|---|--|--|---|
| Seuil | $S_{11}=5*10^{-9}$ $S_{12}=2*10^{-10}$ | $S_{21}=3*10^{-7}$ $S_{22}=3*10^{-6}$ | $S_{31}=1*10^{-6}$ $S_{32}=7*10^{-7}$ | $S_{41}=1*10^{-7}$ $S_{42}=9*10^{-11}$ |

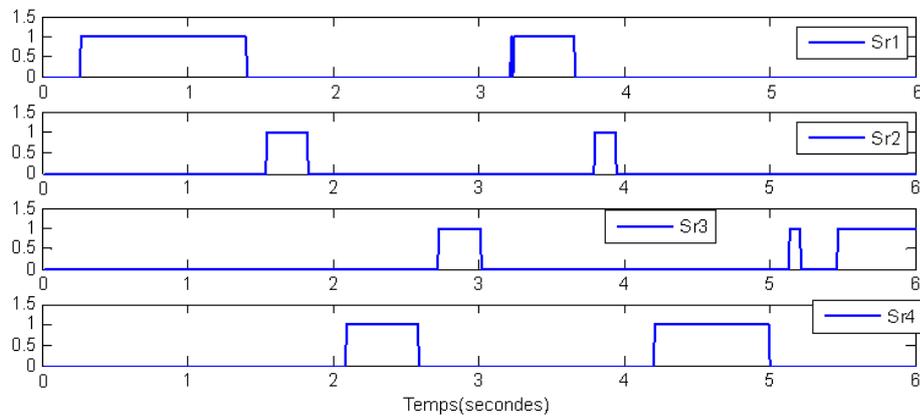


Figure 3.25 Evolution des signatures expérimentales des modes 1, 2, 3 et 4

Les signatures expérimentales (figure 3.25) sont obtenues en utilisant la formule 3.17. Les signatures réelles pour l'identification du mode courant sont présentées dans le tableau 3.17.

▪ **Observateurs pour la détection des défauts**

Nous avons utilisé un même observateur à entrée inconnue pour les deux composantes de sortie et nous avons lui associé la sortie y_1 afin de générer z_1^1 puis la sortie y_2 pour calculer z_1^2 , puisque pour tous les modes un seul UIO existe qui est pour $i=1$ (i indice de mode) et $j=2$ (j indice de la composante de sortie).

TABLEAU 3.16
EXPRESSION ANALYTIQUE DES RESIDUS STRUCTURES

| | |
|--------|--|
| Mode 1 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) = F_1^2.Z(t) + T_1^2 B_1 u(t) + L_1^2 (C_1^1 x(t) + F_{1y}^1 \phi(t)) \\ z_1^1(t) = -C_1^1 Z(t) + T_1^2 C_1^1 x(t) + T_1^2 F_{1y}^1 \phi(t) \end{cases}$ |
|--------|--|

$$\begin{cases} \dot{Z}(t) &= F_1^2 Z(t) + T_1^2 B_1 u(t) + L_1^2 (C_1^2 x(t)) \\ z_1^2(t) &= -C_1^2 Z(t) + T_1^2 C_1^2 x(t) \end{cases}$$

$$L_{11}^2 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0.14 \\ 1.78 \\ -1.21 \end{bmatrix}; L_1^2 = L_{11}^2 + F_1^2 H_1^2$$

avec :

$$H_1^2 = \begin{bmatrix} -1.81 \\ 0.90 \\ 2.27 \end{bmatrix}, F_1^2 = 10^5 \times \begin{bmatrix} -0.14 & -0.08 & -0.14 \\ -1.78 & -1.07 & -1.78 \\ 1.21 & 0.72 & 1.21 \end{bmatrix}, T_1^2 = \begin{bmatrix} 2.81 & 1.09 & 1.81 \\ -0.9 & 0.45 & -0.90 \\ -2.27 & -1.36 & -1.27 \end{bmatrix}, L_1^2 = \begin{bmatrix} -0.47 \\ -2.48 \\ 2.87 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Les seuils de détection de défauts capteurs sont :

$$S_1 = S_2 = 0.15 \times 10^{-3} \quad (3.52)$$

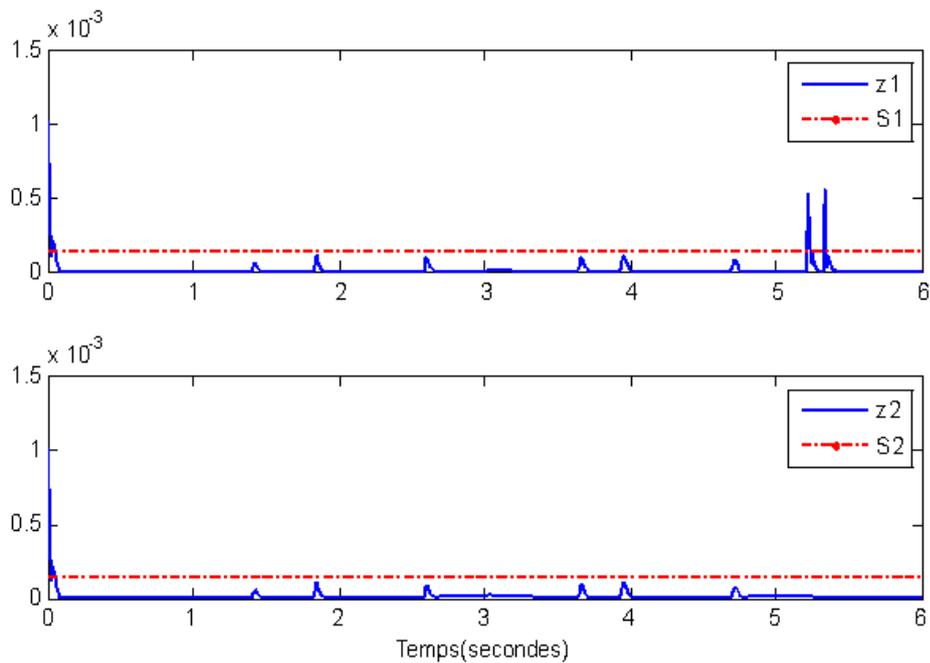


Figure 3.26 Evolution des résidus structurés du mode 1 et les seuils de détection de défaut capteur

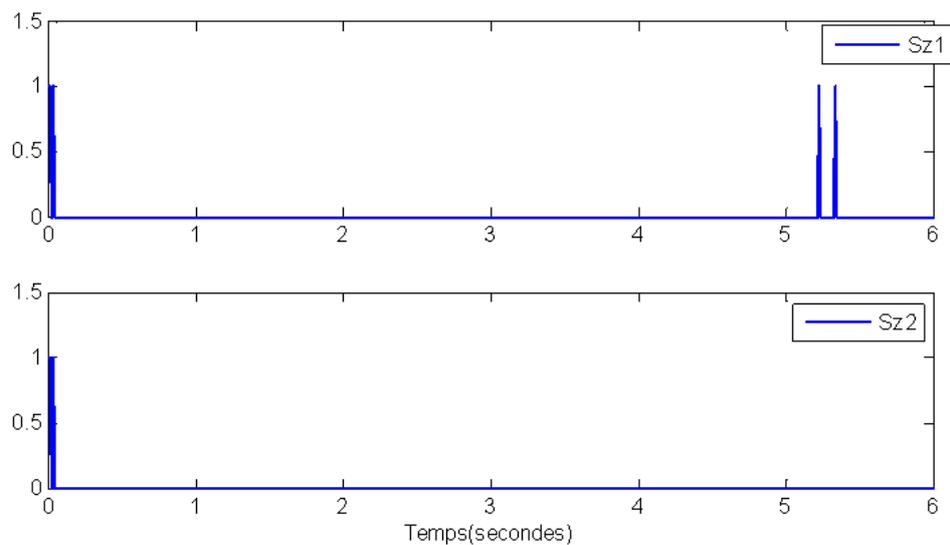


Figure 3.27 Evolution des signatures de défauts

TABLEAU 3.17

IDENTIFICATION DU MODE COURANT EN FONCTIONNEMENT DEFAILLANT

| Intervalle de temps | $S_{\dot{q}}$ | | | | S_{φ} | Mode courant |
|---------------------|---------------|-----|-----|-----|----------------------|-------------------|
| | Sr1 | Sr2 | Sr3 | Sr4 | Sz_1^1 Sz_1^2 | |
| $0.25s < t < 1.39s$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 0 | Mode 1 |
| $1.56s < t < 1.81s$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 0 | Mode 2 |
| $2.05s < t < 2.58s$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 0 | Mode 4 |
| $2.79s < t < 3.02s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 0 | Mode 3 |
| $3.20s < t < 3.64s$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 0 | Mode 1 |
| $3.81s < t < 3.93s$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 0 | Mode 2 |
| $4.23s < t < 4.98s$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 0 | Mode 4 |
| $5.06 < t < 5.20s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 0 | Mode 3 |
| $5.21 < t < 5.39s$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 0 | Mode 3 défaillant |
| $5.40 < t < 6.00s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 0 | Mode 3 |

Dans la suite de ce chapitre et afin de calculer les gains de l'observateur en garantissant un temps minimum de convergence de l'observateur, et de bonnes propriétés de sensibilité/robustesse (résidu à la fois sensible aux défauts et robuste aux perturbations), nous posons un problème d'optimisation basée sur les fonctions du Lyapunov.

3.5 Technique de synthèse utilisant une fonction de Lyapunov

L'équation de l'observateur d'état est décrite par (3.5). La synthèse de l'observateur s'effectue afin de garantir la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation [Hamdi, 10], [Petterson,05]:

$$\|e_i(t)\| \leq \lambda_i e^{-\mu_i t} \|e_i(0)\| \quad (3.53)$$

où λ_i est une constante et μ_i est le taux de convergence de l'observateur, l'inégalité (3.53) indique que la rapidité de convergence de l'observateur est fonction de μ_i .

L'erreur d'estimation vaut :

$$e_i(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.54)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation sans défaut est donc la suivante :

$$\dot{e}_i(t) = (A_i - K_i C_i) e_i(t) \quad (3.55)$$

Considérons les fonctions candidates de Lyapunov suivantes:

$$V_i(e_i(t)) = e_i^T(t) P_i e_i(t) \quad \text{avec } i = 1, \dots, M \quad (3.56)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation est exponentiellement stable si la condition suivante est vérifiée :

$$\dot{V}_i(e_i(t)) < -2\mu_i V_i(e_i(t)) \quad (3.57)$$

En dérivant (3.56), nous obtenons à partir de (3.57) :

$$\dot{e}_i^T(t) P_i e_i(t) + e_i^T(t) P_i \dot{e}_i(t) < -2\mu_i e_i^T(t) P_i e_i(t) \quad (3.58)$$

Puis, en remplaçant $\dot{e}_i(t) = (A_i - K_i C_i) e_i(t)$ dans (3.58):

$$(A_i - K_i C_i)^T P_i + P_i (A_i - K_i C_i) + 2\mu_i P_i < 0 \quad (3.59)$$

$$A_i^T P_i - C_i^T Z_i + P_i A_i - Z_i^T C_i < -2\mu_i P_i \quad (3.60)$$

Enfin, afin de rendre les inégalités matricielles (3.60) linéaires nous introduisons une nouvelle variable $Z_i \in \mathfrak{R}^{n \times k}$ telle que :

$$Z_i^T = P_i K_i \quad (3.61)$$

Les gains d'observateurs sont alors égaux à :

$$K_i = (P_i)^{-1} Z_i^T \quad (3.62)$$

Afin de réécrire (3.59) sous la forme d'une LMI, nous devons fixer μ_i . Ceci nous permet d'obtenir des gains K_i pour chaque mode. En agissant sur la valeur de μ_i nous pouvons garantir un temps minimum de convergence de l'observateur de telle sorte qu'il soit très inférieur au temps de séjour dans chaque mode. Dans la section 3.5.2, nous donnons une méthodologie du calcul de temps de convergence de l'observateur en fonction du temps de séjour.

3.5.1 Etude de robustesse et de sensibilité

Un processus physique est souvent soumis à des perturbations (bruits, ...). Ces perturbations ont des effets indésirables sur la procédure de détection de défauts et peuvent causer soit des fausses alarmes soit des non détections.

Plusieurs travaux ont abordé le problème de la sensibilité et de la robustesse des générateurs de résidu pour le cas des systèmes LTI [Qin *et al*, 1998].

Il n'est pas toujours possible de synthétiser un observateur totalement robuste aux perturbations et aux entrées inconnues. Dans ce cas, nous devons chercher à minimiser sur les résidus, l'influence de la perturbation tout en maximisant l'influence des défauts.

Le but de cette section est de synthétiser un observateur à la fois robuste par rapport aux entrées inconnues et sensible aux défauts.

Considérons la classe des systèmes à commutations présentée au début de ce chapitre,

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + E_{ix} d(t) + F_{ix} \varphi(t), & x(0) = x_0 \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) + E_{iy} d(t) + F_{iy} \varphi(t) \end{cases} \quad (3.63)$$

Nous proposons, une approche de robustesse, inspirée des travaux de [Ichalal, 09] et [Belkhiat, 12] qui utilisent les outils de la commande robuste à savoir la synthèse H_∞ . Pour ce faire nous allons considérer la composante $r_{di}(t) = r_i(t)|_{\varphi=0}$.

Le principe consiste à minimiser le transfert des entrées inconnues $d(t)$ par rapport aux résidus $r_{di}(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|r_{di}(t)\|_2^2 - \gamma_i^2 \|d(t)\|_2^2 < 0 \quad (3.64)$$

où γ_i est un scalaire positif.

Maintenant nous allons maximiser la sensibilité de l'observateur. Pour ce faire nous allons considérer la composante $r_{fi}(t) = r_i(t)|_{d=0}$. L'amélioration de la sensibilité des résidus consiste à maximiser le transfert du vecteur de défauts φ par rapport aux résidus $r_{fi}(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|r_{fi}(t)\|_2^2 - \beta_i^2 \|\varphi(t)\|_2^2 > 0 \quad (3.65)$$

où β_i est un scalaire positif

Théorème 3.2

Le système eq. 3.63 est localement asymptotiquement stable et satisfait les conditions (3.64) et (3.65) s'il existe des matrices P_i (symétrique et définie positive) et $Z_i = P_i K_i$ telles que les quatre contraintes suivantes sont vérifiées :

min γ_i

$$\begin{bmatrix} C_i^T C_i + A_i^T P_i + P_i A_i - C_i^T Z_i^T - Z_i C_i & C_i^T E_{iy} + P_i E_{ix} - Z_i E_{iy} \\ E_{iy}^T C_i + E_{ix}^T P_i - E_{iy}^T Z_i^T & E_{iy}^T E_{iy} - \gamma_i^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.66)$$

$$\begin{bmatrix} A_i^T P_i + P_i A_i - Z_i C_i - C_i^T Z_i^T - C_i^T C_i & -P_i F_{ix} + Z_i F_{iy} + C_i^T F_{iy} \\ -F_{ix}^T P_i + F_{iy}^T Z_i^T + F_{iy}^T C_i & -F_{iy}^T F_{iy} + \beta_i^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.67)$$

Afin d'assurer une convergence rapide on ajoute la contrainte (3.68) pour garantir un temps minimum de convergence de l'observateur pour bien détecter le mode actif et déterminer l'instant d'apparition de défaut :

$$H_i^T P_i + P_i H_i + 2\mu_i P_i < 0 \quad (3.68)$$

$$\beta_i > \min_i \quad (3.69)$$

où $H_i = A_i - K_i C_i$ et \max_i est une constante ajustée pour garantir la faisabilité du problème.

Preuve

La condition 3.64 peut être reformulée de la façon suivante :

$$\int_0^t (r_{di}^T(\tau)r_{di}(\tau))d\tau \leq \gamma_i^2 \int_0^t (d^T(\tau)d(\tau))d\tau \quad (3.70)$$

Pour pouvoir minimiser le transfert des entrées inconnues $d(t)$ par rapport aux résidus $r_{di}(t)$ on doit répondre au critère J_1 suivant :

$$J_1 = \int_0^t (r_{di}^T(\tau)r_{di}(\tau))d\tau - \gamma_i^2 \int_0^t (d^T(\tau)d(\tau))d\tau \leq 0. \quad (3.71)$$

En introduisant une fonction de Lyapunov $V_i(e_{di}(t)) = e_{di}^T(t)P_i e_{di}(t) \geq 0, P_i > 0$, nous obtenons :

$$J_1 = \int_0^t (r_{di}^T(\tau)r_{di}(\tau) - \gamma_i^2 d^T(\tau)d(\tau) + \frac{dV_i(e_{di}(\tau))}{d\tau})d\tau - V_i(e_{di}(t)) \quad (3.72)$$

Sachant $V_i(e_{di}(t)) = e_{di}^T(t)P_i e_{di}(t)$

$$J_1 = \int_0^t \left[e_{di}^T(\tau) \quad d^T(\tau) \right] \overbrace{\begin{bmatrix} C_i^T C_i + H_i^T P_i + P_i H_i & C_i^T E_{iy} + P_i E_{ix}^* \\ E_{iy}^T C_i + E_{ix}^{*T} P_i & E_{iy}^T E_{iy} - \gamma_i^2 I \end{bmatrix}}^{\Upsilon} \begin{bmatrix} e_{di}(\tau) \\ d(\tau) \end{bmatrix} d\tau - V_i(e_{di}(t)) \quad (3.73)$$

Si $\Upsilon \leq 0$ nous pouvons donc vérifier que $J_1 \leq 0$

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} C_i^T C_i + H_i^T P_i + P_i H_i & C_i^T E_{iy} + P_i E_{ix}^* \\ E_{iy}^T C_i + E_{ix}^{*T} P_i & E_{iy}^T E_{iy} - \gamma_i^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.74)$$

avec $H_i = A_i - K_i C_i$ et $E_{ix}^* = E_{ix} - K_i E_{iy}$. De plus avec le changement de variable $Z_i = P_i K_i$, la dernière inégalité peut être écrite sous la forme donnée par (3.66).

La condition 3.65 peut être reformulée de la façon suivante :

$$\int_0^t (r_{fi}^T(\tau)r_{fi}(\tau))d\tau > \beta_i^2 \int_0^t (\varphi^T(\tau)\varphi(\tau))d\tau \quad (3.75)$$

Pour améliorer la sensibilité des résidus aux défauts nous devons alors maximiser le transfert du vecteur de défauts φ par rapport aux résidus $r_{fi}(t)$ selon le critère suivant:

$$J_2 = \int_0^t (r_{fi}^T(\tau)r_{fi}(\tau))d\tau - \beta_i^2 \int_0^t (\varphi^T(\tau)\varphi(\tau))d\tau > 0. \quad (3.76)$$

En introduisant une fonction de Lyapunov $V_i(e_{f_i}) = e_{f_i}^T(t)P_i e_{f_i}(t) \geq 0, P_i > 0$, nous obtenons :

$$J_2 = \int_0^t (r_{f_i}^T(\tau)r_{f_i}(\tau) - \beta_i^2 \varphi^T(\tau)\varphi(\tau) - \frac{dV_i(e_{f_i}(\tau))}{d\tau})d\tau + V_i(e_{f_i}(t)) \quad (3.77)$$

Sachant $V_i(e_{f_i}(t)) = e_{f_i}^T(t)P_i e_{f_i}(t)$

$$J_2 = \int_0^t \left[\begin{array}{cc} e_{f_i}^T(\tau) & \varphi^T(\tau) \end{array} \right] \overbrace{\left[\begin{array}{cc} C_i^T C_i - H_i^T P_i - P_i H_i & C_i^T F_{iy} - P_i F_{ix}^* \\ F_{iy}^T C_i - F_{ix}^{*T} P_i & F_{iy}^T F_{iy} - \beta_i^2 I \end{array} \right]}^{\Lambda} \left[\begin{array}{c} e_{f_i}(\tau) \\ \varphi(\tau) \end{array} \right] d\tau + V_i(e_{f_i}(t)) \quad (3.78)$$

Si $\Lambda > 0$ nous pouvons donc vérifier que $J_2 > 0$. Afin d'écrire Λ sous une formulation LMI, nous pouvons la multiplier par $-I$.

$$\left[\begin{array}{cc} -C_i^T C_i + H_i^T P_i + P_i H_i & C_i^T F_{iy} - P_i F_{ix}^* \\ F_{iy}^T C_i - F_{ix}^{*T} P_i & -F_{iy}^T F_{iy} + \beta_i^2 I \end{array} \right] < 0 \quad (3.79)$$

Avec $H_i = A_i - K_i C_i$ et $F_{ix}^* = F_{ix} - K_i F_{iy}$. (3.80)

De plus avec le changement de variable $Z_i = P_i K_i$, la dernière inégalité peut être écrite sous la forme donnée par (3.67).

Nous pouvons donc déterminer les gains d'observateurs :

$$K_i = P_i^{-1} Z_i$$

L'idée consiste à minimiser γ_i afin de garantir la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues. En contrepartie, nous devons tenir compte de la contrainte (3.67) qui conduit à l'augmentation de la sensibilité aux défauts et la contrainte (3.69) qui aide à la faisabilité du problème. Ce théorème nous permet de garantir un bon compromis entre la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la sensibilité aux défauts.

▪ **Exemple illustratif**

Considérons l'exemple académique 3.3.1 dont l'évolution continue est décrite par l'équation :

$$S_i : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), & x(0) = x_0 \\ y(t) = C_i x(t) + E_{iy} d(t) + F_{iy} \varphi(t) \end{cases} \quad (3.81)$$

Un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance 10^{-4} est ajouté sur la mesure y_1 et une défaillance (biais de capteurs) ϕ_1 se produit dans l'intervalle de temps [5.20s 5.31s].

$$E_{iy} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} i = \{1, 2, 3, 4\}, F_{iy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} i = \{1, 2, 3, 4\}$$

Pour la mise en œuvre de premier module (banc d'observateurs pour la génération de signature de modes) nous n'utilisons que les contraintes (3.66) et (3.67).

$$\text{Nous choisissons } \mu_1 = 20, \mu_2 = \mu_4 = 12, \mu_3 = 15 \quad (3.82)$$

En appliquant les contraintes (3.66) et (3.67) du théorème de robustesse/sensibilité et en fixant les valeurs μ_i (3.82) nous obtenons les gains d'observations (3.84) et les valeurs de γ_i (3.85).

Les modes 2 et 4 sont deux sous systèmes positifs puisque A_2 et A_4 sont deux matrices de Metzler. Nous pouvons donc utiliser une fonction commune de Lyapunov V_4 (voir annexe B) donc une même matrice :

$$P_4 = \begin{bmatrix} 3.22 & 0.26 & 3.17 \\ 0.26 & 1.99 & 0.96 \\ 3.17 & 0.96 & 3.40 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} -296.36 & -186.75 \\ -65.53 & -154.61 \\ 337.93 & 327.53 \end{bmatrix}, K_2 = K_4 = \begin{bmatrix} -106.46 & 214.55 \\ -10.58 & 59.08 \\ 103.12 & -209.29 \end{bmatrix}, K_3 = \begin{bmatrix} -315.32 & 287.35 \\ -77.90 & 66.46 \\ 359.10 & -304.03 \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

$$\gamma_1 = 84.32, \gamma_4 = 17.86, \gamma_3 = 55.61 \quad (3.85)$$

Les 8 résidus sont reportés sur la figure 3.28 :

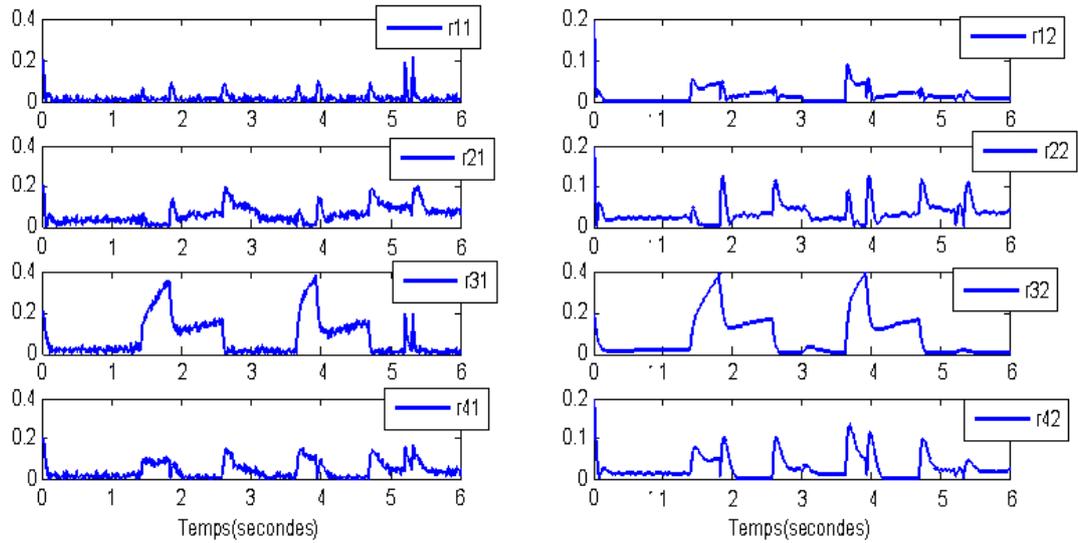


Figure 3.28 Résidus affectés par un défaut capteur et un bruit blanc de variance 10^{-4}

Les seuils de détection sont déterminés à partir d'un jeu de données en l'absence de défauts, pour $T=0.1s$. Ces seuils sont donnés dans le tableau 3.18.

La longueur de la fenêtre d'intégration T est ajustée afin de réduire les taux de fausses alarmes et de non détections.

Nous constatons que chaque composante des vecteurs de résidus $r_i(t)$ ne converge vers zéro que lorsque le SDH évolue dans le mode i , sinon il s'éloigne de zéro.

Après la génération des résidus, la deuxième étape est l'évaluation de ces résidus afin de déterminer leurs signatures expérimentales. Nous utilisons la même méthode d'évaluation des résidus pour la détection du mode courant voir section 3.2.2.1.

Pour notre exemple de simulation, les seuils de détection obtenus, pour $T = 0.1s$, sont donnés dans le tableau 3.18. Les seuils de détection de modes choisis et l'évolution des normes L_2 des résidus générés sont donnés par la figure 3.29.

TABLEAU 3.18

SEUILS DE DETECTION DU MODE COURANT

| <i>MODE</i> | <i>Mode1</i> | <i>Mode2</i> | <i>Mode3</i> | <i>Mode4</i> |
|--------------------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| <i>Seuil pour T=0.1s</i> | $S11=0.08$ | $S21=0.07$ | $S31=0.042$ | $S41=0.06$ |
| | $S12=0.0158$ | $S22=0.045$ | $S32=0.0051$ | $S42=0.01246$ |

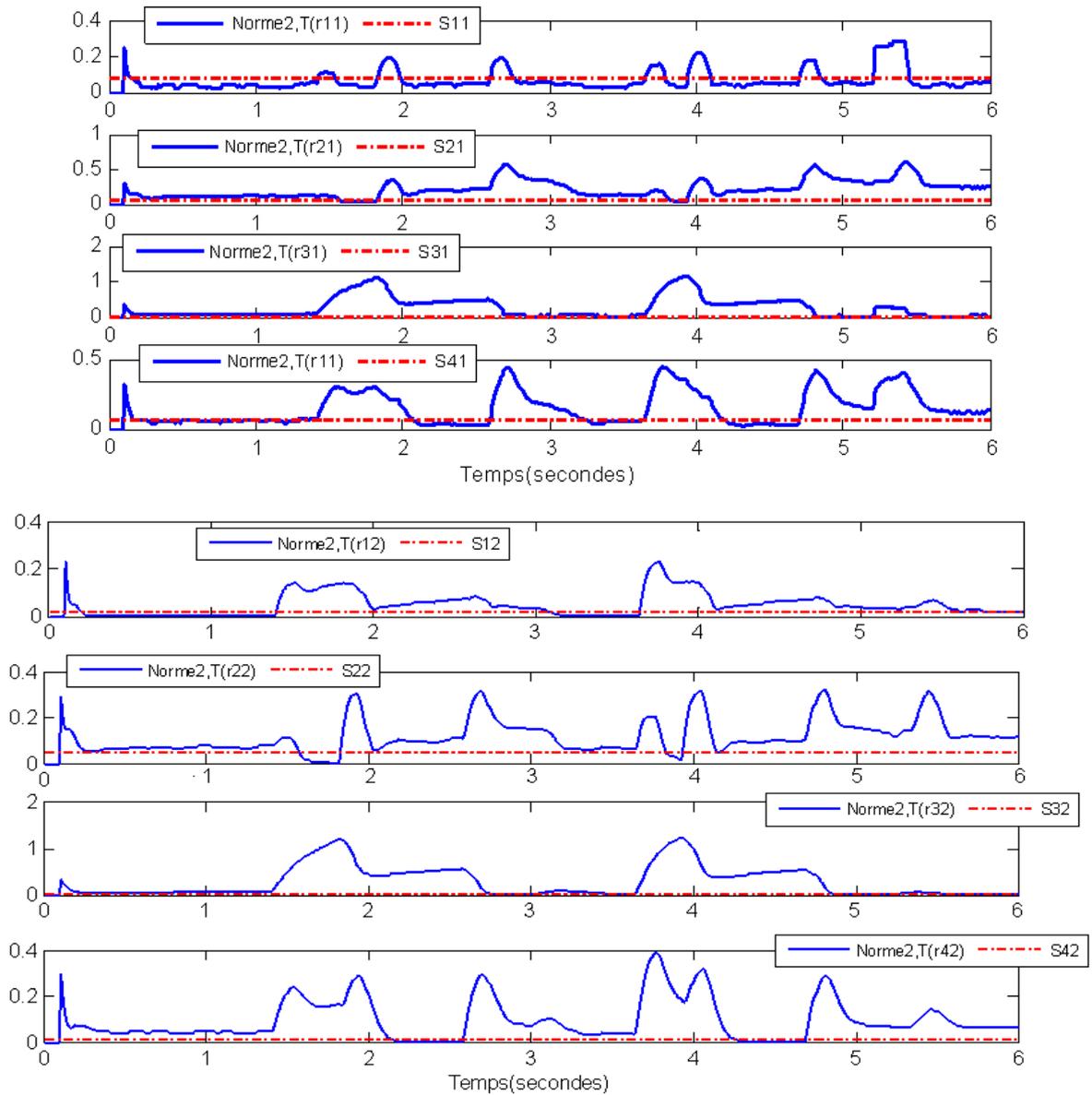


Figure 3.29 Norme 2 des résidus et les différents seuils

En utilisant les formules (3.15, 3.16 et 3.17) et en se basant sur un choix judicieux des seuils S_{ij} nous pouvons alors détecter le mode courant voir tableau 3.20. Les signatures expérimentales des différents modes sont données dans la figure (3.30).

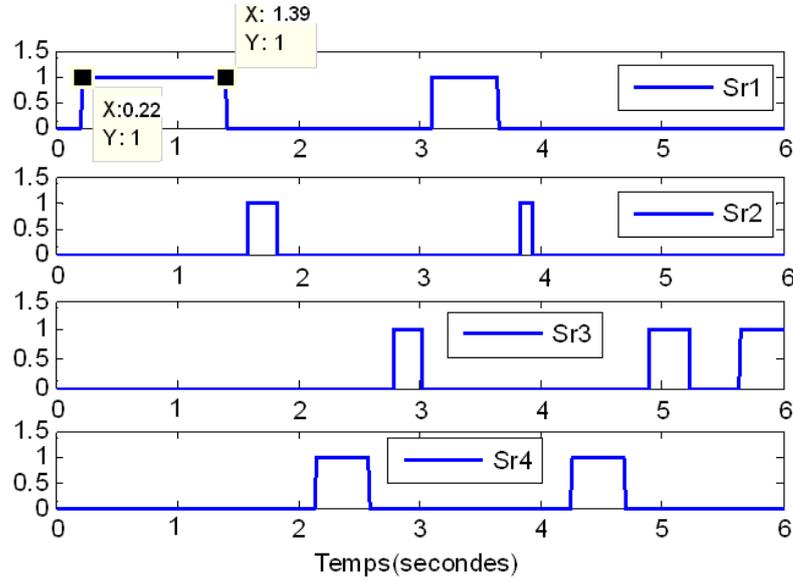


Figure 3.30 Signatures expérimentales des modes

Pour la détection et la localisation des défauts capteurs nous utilisons un DOS voir section 3.2.2.2.

La structure de l'observateur en présence de bruit de mesure et de défaut capteur est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}_i(t) = (A_i - L_i^j C_i^j) e(t) - L_i^j E_{iy}^j d(t) - L_i^j F_{iy}^j \varphi(t) \\ z_i^j(t) = C_i^j e(t) + E_{iy}^j d(t) + F_{iy}^j \varphi(t) \end{cases} \quad i = 1, \dots, M \text{ et } j = 1, \dots, k \quad (3.86)$$

En appliquant le principe de superposition, les erreurs d'estimation $e_i(t)$ et le résidu structuré $z_i^j(t)$ peuvent se décomposer en :

$$\begin{cases} e_i(t) = e_{di}(t) + e_{fi}(t) \\ z_i^j(t) = z_{di}^j(t) + z_{fi}^j(t) \end{cases} \quad (3.87)$$

Notons $e_{fi}(t) = e_i(t)|_{d=0}$, $e_{di}(t) = e_i(t)|_{\varphi=0}$ et $z_{di}^j(t) = z_i^j(t)|_{\varphi=0}$ et $z_{fi}^j(t) = z_i^j(t)|_{d=0}$

avec

$$\begin{cases} \dot{e}_{di}(t) = (A_i - L_i^j C_i^j) e_{di}(t) - L_i^j E_{iy}^j d(t) \\ z_{di}^j(t) = C_i^j e_{di}(t) + E_{iy}^j d(t) \end{cases} \quad (3.88)$$

et

$$\begin{cases} \dot{e}_{fi}(t) &= (A_i - L_i^j C_i^j) e_{fi}(t) - L_i^j F_{iy}^j \varphi(t) \\ z_{fi}^j(t) &= C_i^j e_{fi}(t) + F_{iy}^j \varphi(t) \end{cases} \quad (3.89)$$

Le principe consiste à minimiser le transfert des entrées inconnues $d(t)$ par rapport aux résidus $z_{di}^j(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|z_{di}^j(t)\|_2^2 - \gamma_i^{j2} \|d(t)\|_2^2 < 0 \quad (3.90)$$

où γ_i^j est un scalaire positif.

Maintenant nous allons maximiser la sensibilité de l'observateur. Pour ce faire nous allons considérer la composante $z_{fi}^j(t) = z_{fi}^j(t)|_{d=0}$. L'amélioration de la sensibilité des résidus consiste à maximiser le transfert du vecteur de défauts φ par rapport aux résidus $z_{fi}^j(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|z_{fi}^j(t)\|_2^2 - \beta_i^{j2} \|\varphi(t)\|_2^2 > 0 \quad (3.91)$$

où β_i^j est un scalaire positif

Théorème 3.3

Le système eq. 3.81 est localement asymptotiquement stable et satisfait les conditions 3.90 et 3.91 s'il existe des matrices P_i^j (symétrique et définie positive) et $Z_i^j = P_i^j L_i^j$ telles que les quatre LMI suivantes sont vérifiées :

Min γ_i^j

$$\begin{bmatrix} C_i^{jT} C_i^j + A_i^T P_i^j + P_i^j A_i - C_i^{jT} Z_i^{jT} - Z_i^j C_i^j & C_i^{jT} E_{iy}^j - Z_i^j E_{iy}^j \\ E_{iy}^{jT} C_i^j - E_{iy}^{jT} Z_i^{jT} & E_{iy}^{jT} E_{iy}^j - \gamma_i^{j2} I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.92)$$

$$\begin{bmatrix} A_i^T P_i^j + P_i^j A_i - Z_i^j C_i^j - C_i^{jT} Z_i^{jT} - C_i^{jT} C_i^j & Z_i^j F_{iy}^j + C_i^{jT} F_{iy}^j \\ F_{iy}^{jT} Z_i^{jT} + F_{iy}^{jT} C_i^j & -F_{iy}^{jT} F_{iy}^j + \beta_i^{j2} I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.93)$$

Afin d'assurer un temps minimum de convergence de l'observateur nous ajoutons la contrainte (3.94) :

$$H_i^{jT} P_i^j + P_i^j H_i^j + 2\mu_i^j P_i^j < 0 \quad (3.94)$$

$$\beta_i^j > \min_i^j \quad (3.95)$$

où \min_i^j est une constante ajusté en fonction de la faisabilité du problème.

Afin d'isoler la défaillance nous utilisons le deuxième module qui est basé sur un banc d'observateurs pour la génération des signatures de défauts. Il est constitué d'un banc de deux observateurs de Luenberger pour chaque mode i , chaque observateur est sensible à une sortie. L'expression analytique des résidus structurés z_i^j est illustrée dans le tableau 3.9 précédemment présenté dans la section 3.3.

Notre objectif est de déterminer les matrices de gain L_i^j qui assurent la convergence de chaque observateur en garantissant une robustesse vis-à-vis des perturbations et une sensibilité aux défauts capteur. Pour ce faire, nous utilisons les résultats du théorème 3.3 afin de générer des résidus structurés.

En appliquant le théorème 3.3 et en fixant $\min_i^j = 0.01$, $\mu_i^j = 15$, nous obtenons les gains suivants pour la première composante ($j=1$) :

$$L_1^1 = 10^4 \times \begin{bmatrix} -4.44 \\ 0.70 \\ 2.86 \end{bmatrix}, L_3^1 = 10^4 \times \begin{bmatrix} 1.788 \\ 0.133 \\ -1.548 \end{bmatrix}, L_4^1 = 10^5 \times \begin{bmatrix} -1.038 \\ 0.390 \\ 0.442 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

$$\text{Pour : } \gamma_1^1 = 1.0001, \gamma_3^1 = 1.0004, \gamma_4^1 = 1.0006$$

$$\beta_1^1 = 0.574, \beta_3^1 = 0.577, \beta_4^1 = 0.551$$

Et pour la deuxième composante ($j=2$) nous obtenons les gains suivants :

$$L_1^2 = 10^4 \times \begin{bmatrix} -2.84 \\ 0.94 \\ 2.29 \end{bmatrix}, L_3^2 = 10^4 \times \begin{bmatrix} 1.204 \\ 0.173 \\ -1.292 \end{bmatrix}, L_4^2 = 10^4 \times \begin{bmatrix} -7.26 \\ 2.72 \\ 5.64 \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

$$\text{Pour : } \gamma_1^2 = 10^{-6} \times 1.011, \gamma_3^2 = 10^{-6} \times 1.21, \gamma_4^2 = 10^{-6} \times 1.75$$

$$\beta_1^2 = 0.309, \beta_3^2 = 0.299, \beta_4^2 = 0.289$$

L'évolution des résidus structurés est présentée dans la figure 3.31.

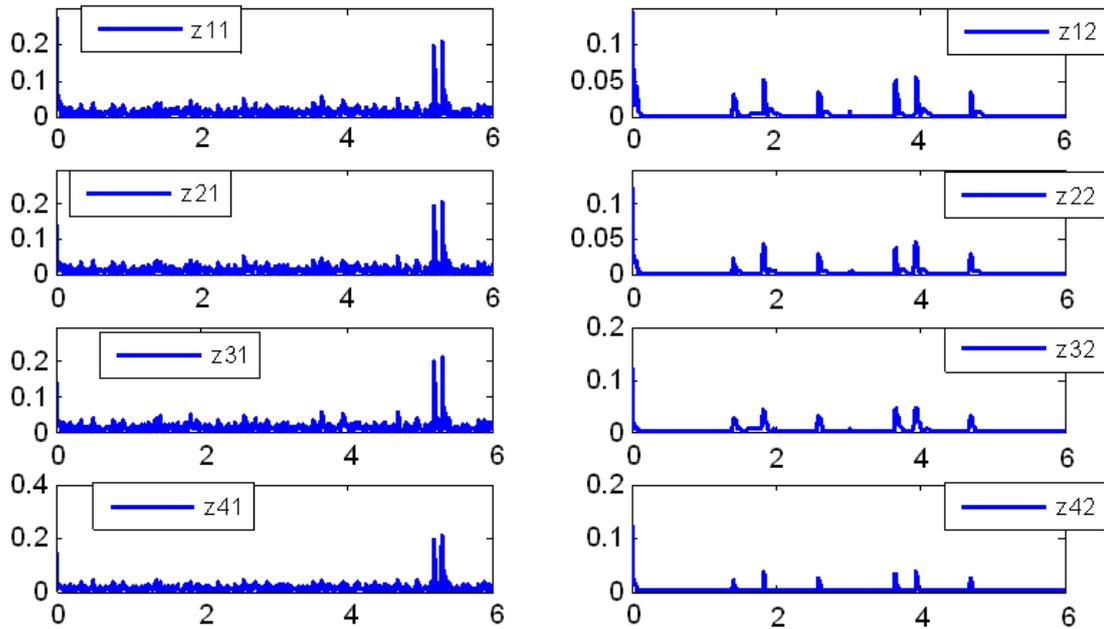


Figure 3.31 Evolution des résidus structurés sensible au défaut capteur

Une fois que les résidus sont générés, l'étape suivante est d'appliquer la méthode d'évaluation basée sur la norme des résidus, qui consiste à comparer la norme du signal du résidu structuré $\|z_i^j(t)\|_{2,T}$, aux seuils choisis (tableau 3.19). Les signatures expérimentales sont obtenues en utilisant l'expression 3.23 de la section 3.2.

La norme 2 des résidus structurés et les signatures expérimentales sont présentées respectivement dans la figure 3.32 et la figure 3.33.

TABLEAU 3.19
SEUILS DE DETECTION DU DEFAUT CAPTEUR

| <i>MODE</i> | <i>Mode1</i> | <i>Mode2</i> | <i>Mode3</i> | <i>Mode4</i> |
|-------------------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| <i>Seuil pour T=10s</i> | <i>S11=0.09</i> | <i>S21=0.09</i> | <i>S31=0.1</i> | <i>S41=0.09</i> |
| | <i>S12=0.1</i> | <i>S22=0.1</i> | <i>S32=0.1</i> | <i>S42=0.1</i> |

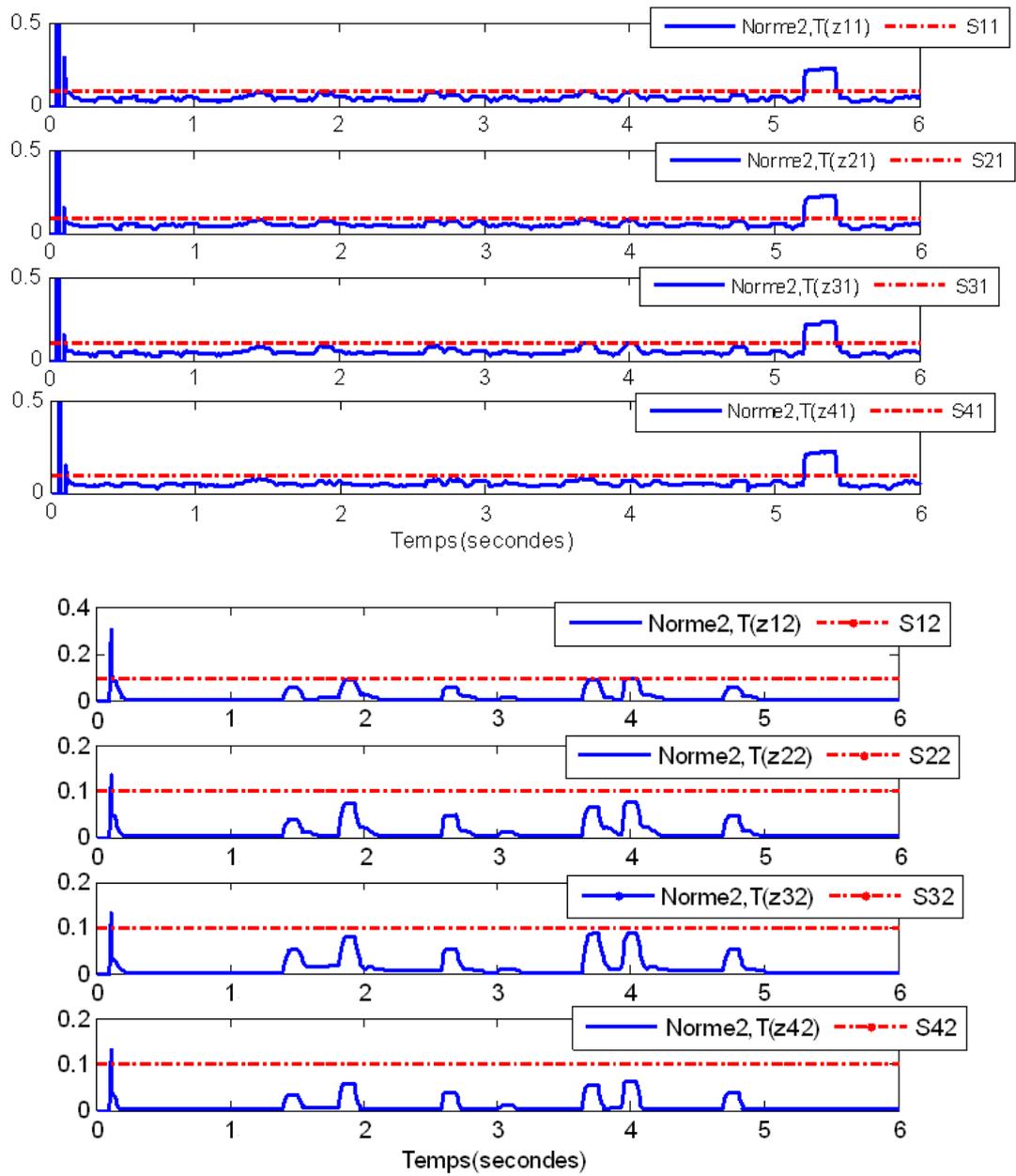


Figure 3. 32 Evolution des normes 2 des résidus structurés et les différents seuils de détection de défaut capteur

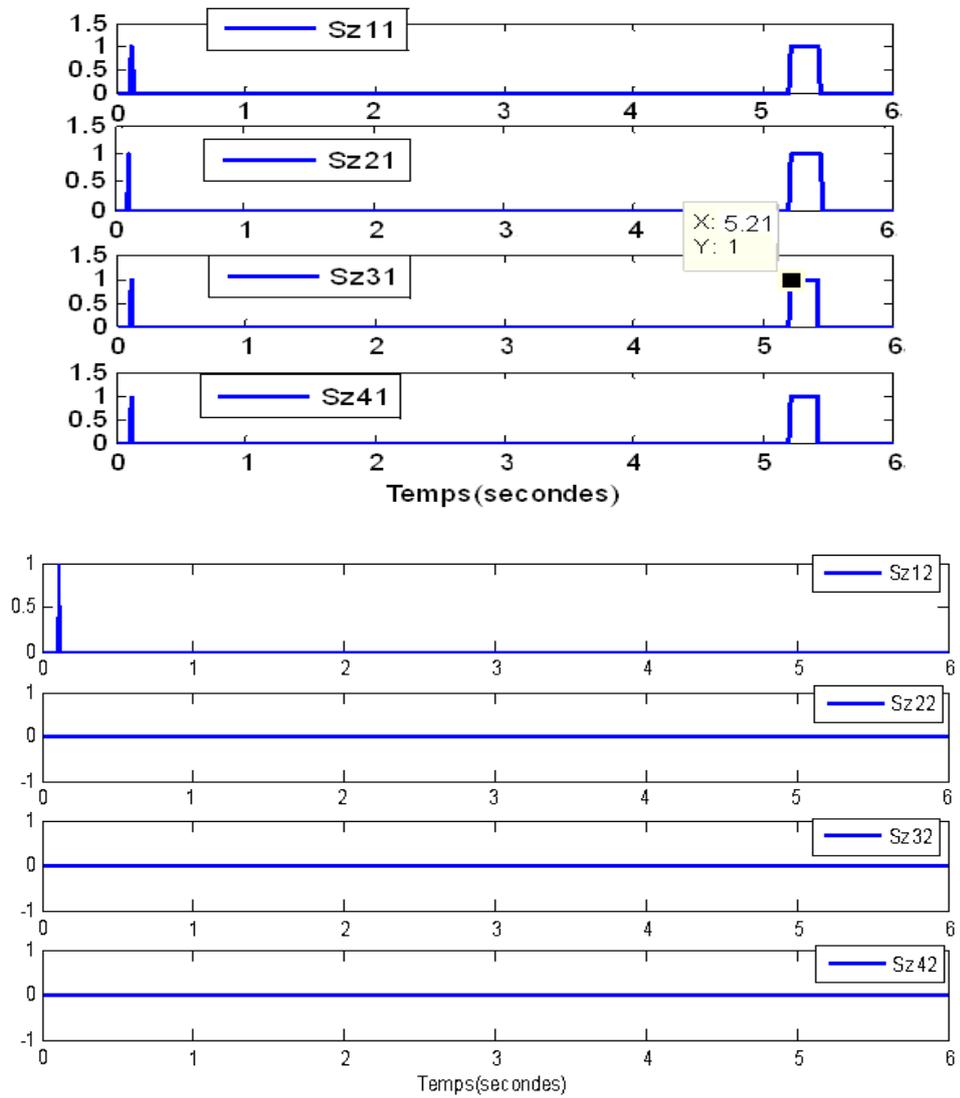


Figure 3.33 Evolution des signatures expérimentales des résidus structurés

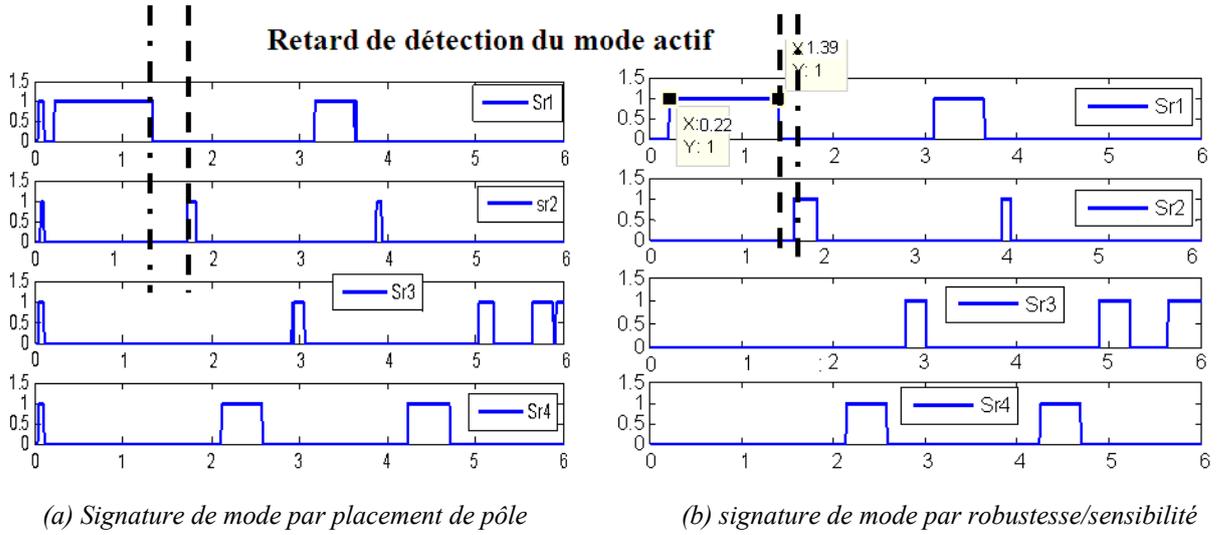
Les résultats de l'identification du mode courant et de détection de défaut capteur obtenu sur un intervalle de simulation de 6s, sont donnés dans le tableau (Tableau 3.20).

TABLEAU 3.20
IDENTIFICATION DU MODE COURANT EN FONCTIONNEMENT DEFAILLANT

| Intervalle de temps | Signatures du mode $S_{\hat{q}}$ | | | | Mode courant | Signatures de défauts S_{φ} | | | | Mode courant et détection de défaut |
|--------------------------|----------------------------------|-----|-----|-----|--------------|-------------------------------------|--------------|--------------|--------------|-------------------------------------|
| | sr1 | sr2 | sr3 | sr4 | | sz11 sz12 | sz21 sz22 | sz31 sz32 | sz41 sz42 | |
| $0.15 \leq t \leq 1.39$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode1 | 00 | | | | Mode1 n |
| $1.40 \leq t \leq 1.57$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $1.58 \leq t \leq 1.81$ | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode 2 | | 0 0 | | | Mode2 n |
| $1.82 \leq t \leq 2.14$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $2.15 \leq t \leq 2.57$ | 0 | 0 | 0 | 1 | mode4 | | | | 00 | Mode4 n |
| $2.58 \leq t \leq 2.78$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $2.79 \leq t \leq 3.00$ | 0 | 0 | 1 | 0 | mode3 | | | 00 | | Mode3 n |
| $3.01 \leq t \leq 3.08$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $3.09 \leq t \leq 3.62$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode1 | 00 | | | | Mode1 n |
| $3.63 \leq t \leq 3.83$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $3.84 \leq t \leq 3.92$ | 0 | 1 | 0 | 0 | Mode2 | | 00 | | | Mode2 n |
| $3.93 \leq t \leq 4.25$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $4.26 \leq t \leq 4.68$ | 0 | 0 | 0 | 1 | Mode4 | | | | 00 | Mode4 n |
| $4.69 \leq t \leq 4.79$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $4.80 \leq t \leq 5.19s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode3 | | | 00 | | Mode3 n |
| $5.20 \leq t \leq 5.38$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 10 | 10 | 1 0 | 10 | Mode3 défaillant |
| $5.39 \leq t \leq 5.64$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ???? | 00 | 00 | 00 | 00 | ????? |
| $5.65 \leq t \leq 6.00$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode3 | | | 0 0 | | Mode3 n |

Nous remarquons que le calcul des gains d'observations en utilisant le théorème 3.2 est plus pertinent que la première méthode qui utilise le placement de pôle. En effet pour la première méthode, le retard de détection de défaut capteur était de 0.03s par contre pour cette deuxième méthode le retard est de 0.01s.

Le deuxième constat concerne le temps de convergence de l'observateurs qui est plus court en utilisant la deuxième méthode ce qui a un effet non négligeable sur la détermination du mode courant (voir figure 3.34).



(a) Signature de mode par placement de pôle (b) signature de mode par robustesse/sensibilité
 Figure 3.34 Etude comparative des signatures de modes générées par la méthode de placement de pôle et Robustesse/Sensibilité

3.5.2 Temps de convergence de l'observateur

Théorème 3.4 [Geromel et al, 06]

On suppose que, pour $\tau > 0$, il existe une collection de matrices définies positives et symétriques $\{P_1, \dots, P_M\}$ de dimensions compatibles telles que :

$$\begin{cases} A_i^T P_i + P_i A_i < 0, \forall i = 1, \dots, M \\ e^{A_i^T \tau} P_j e^{A_i \tau} - P_i < 0, \forall i \neq j = 1, \dots, M \end{cases} \quad (3.98)$$

Alors le système à commutation est exponentiellement stable pour un temps minimum de séjour entre deux commutations successives supérieur ou égal à $\tau (t_{k+1} - t_k \geq \tau)$.

Ce théorème nous permet de proposer le lemme suivant:

Lemme 3.1

Afin de calculer le temps de convergence de l'observateur nous pouvons remplacer A_i par

$$H_i = A_i - K_i C_i \text{ dans l'inégalité 3.98.}$$

L'erreur d'estimation converge de manière exponentielle avec un temps de séjour minimal $\tau_{obs\ ij}$ tel que:

$$\begin{cases} H_i^T P_i + P_i H_i < 0, \forall i = 1, \dots, M \\ e^{H_i^T \tau_{obs\ ij}} P_j e^{H_i \tau_{obs\ ij}} - P_i < 0, \forall i \neq j = 1, \dots, M \end{cases} \quad (3.99)$$

avec

$$H_i = A_i - K_i C_i \quad (3.100)$$

Le terme "exponentielle" produit une BMI (Bilinear Matrix Inequality) qui est plus difficile à résoudre que les LMIs.

❖ **Exemple de simulation 3.3.1**

▪ **Calcul de Temps de convergence de l'observateur utilisant la méthode de placement de pôle section 3.2**

Pour déterminer $\tau_{obs\ ij}$, nous procédons de la manière suivante:

- calculer les gains de l'observateur en utilisant la méthode de placement de pôle (voir section 3.2).
- la valeur de $\tau_{obs\ ij}$ est fixé à une valeur entrainant la faisabilité stricte de la reformulation LMI 3.99.

Afin de déterminer le temps de convergence de l'observateur en utilisant l'inégalité 3.99, nous remplaçons les K_i (3.101) obtenus voir section 3.2 dans l'inégalité (3.99).

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \begin{bmatrix} -321.33 & 229.8 \\ -118.47 & 76.95 \\ 411.30 & -274.74 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -50.60 & 113.96 \\ 6.12 & 23.67 \\ 34.61 & -83.92 \end{bmatrix} \\
 K_3 &= \begin{bmatrix} -329.76 & 343.70 \\ -120.13 & 125.60 \\ 395.17 & -402.29 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -116.15 & 184.00 \\ -28.90 & 58.28 \\ 128.33 & -193.98 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.101}$$

Ensuite, nous fixons $\tau_{obs\ ij}$ de telle sorte que cette valeur entraine la faisabilité stricte de la reformulation LMI (3.99). Nous obtenons les résultats suivants :

$$\tau_{obs\ 12} = 0.2s, \tau_{obs\ 24} = 0.5s, \tau_{obs\ 43} = 0.5s \tag{3.102}$$

Donc pour que l'observateur converge avant la commutation:

- du mode 1 vers le mode 2, il faut avoir un temps de séjour du mode 1 supérieur à $\tau_{obs\ 12}$.
- du mode 2 vers le mode 4, il faut avoir un temps de séjour du mode 2 supérieur à $\tau_{obs\ 24}$.
- du mode 4 vers le mode 3, il faut avoir un temps de séjour du mode 4 supérieur à $\tau_{obs\ 43}$.

▪ **Calcul de temps de convergence de l'observateur utilisant la méthode de robustesse/sensibilité section 3.5**

Afin de déterminer $\tau_{obs\ ij}$ nous calculons les gains de l'observateur en utilisant la méthode de robustesse/sensibilité (théorème 3.2) et nous fixons la valeur de $\tau_{obs\ ij}$ à une valeur entrainant la faisabilité stricte de la reformulation LMI 3.99.

Pour déterminer le temps de convergence de l'observateur, nous substituons les gains d'observateur (3.103) dans l'inégalité (3.99).

$$K_1 = \begin{bmatrix} -296.36 & -186.75 \\ -65.53 & -154.61 \\ 337.93 & 327.53 \end{bmatrix}, K_2 = K_4 = \begin{bmatrix} -106.46 & 214.55 \\ -10.58 & 59.08 \\ 103.12 & -209.29 \end{bmatrix}, K_3 = \begin{bmatrix} -315.32 & 287.35 \\ -77.90 & 66.46 \\ 359.10 & -304.03 \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

Ensuite, nous fixons $\tau_{obs\ ij}$ de telle sorte que cette valeur entraîne la faisabilité stricte de la reformulation LMI (3.99). Nous obtenons alors les résultats suivants :

$$\tau_{obs\ 12} = 0.1s ; \tau_{obs\ 24} = 0.3s , \tau_{obs\ 43} = 0.3s \quad (3.104)$$

Après comparaison nous constatons que le temps de convergence de l'observateur obtenu en utilisant le théorème 3.2 (les LMI) est inférieur au temps de convergence de l'observateur utilisant la méthode de placement de pôle.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthodologie de surveillance par observateur hybride utilisant deux modules d'observations : un module d'observation pour la génération de signature de mode afin d'identifier le mode courant et l'autre module pour détecter et localiser les défauts capteur. Le premier module est composé d'un banc d'observateurs pour chaque mode afin de générer un vecteur de résidus. Dans un cas réel, les systèmes peuvent être perturbés par des bruits de système. De plus, les paramètres des modèles ne sont pas parfaitement connus. Nous utilisons donc une méthode d'évaluation basée sur la norme des résidus qui nous permet de détecter le mode actif en présence des bruits de mesures et incertitudes paramétriques. Le deuxième module est synthétisé autour d'un schéma DOS afin de générer un vecteur des résidus structurés pour pouvoir localiser les défauts capteurs.

Pour le dimensionnement de l'observateur hybride (calcul des gains d'observations) nous avons utilisé la méthode de placement de pôle classique. Puisque le découplage parfait n'est pas possible, dans le but de garantir un compromis entre les deux qualités requises dans un générateur de résidus, à savoir la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la sensibilité aux défauts, nous avons posé un problème d'optimisation qui abouti à une formulation LMI. Nous avons remarqué la pertinence de cette dernière par rapport à la méthode de placement de pôle classique, en ce qui concerne le temps de convergence de l'observateur et le temps de détection d'un défaut capteur.

La surveillance du SDH peut ainsi être réalisée. La détection des transitions suppose l'utilisation de l'ensemble des résidus des modes successeurs normaux et anormaux. Ainsi le nombre des résidus calculés peut être considérable. Pour cela, nous proposons dans le chapitre suivant un concept basé sur les graphes de comportement afin de hiérarchiser la surveillance.

Chapitre 4

Discernabilité, similarité et graphes de comportement

Introduction

La discernabilité entre modes de fonctionnement est une propriété essentielle lorsqu'on aborde la surveillance des systèmes dynamiques hybrides. Cette propriété caractérise le fait que 2 modes, dont les comportements sont régis par 2 modèles continus (ou discrétisés), soumis aux mêmes entrées, produisent des sorties différentes. Ainsi, dans le cas où tous les modes d'un SDH sont discernables, le mode courant pourra être identifié de manière unique à l'aide des sorties mesurées. Les résidus étant des indicateurs de comportements, ils permettent de caractériser la discernabilité. Dans ce chapitre, nous proposons une condition nécessaire et suffisante permettant de savoir si deux modes sont discernables.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le principe de la surveillance d'un SDH (détection de défauts continus et discrets) repose sur un ensemble (ou vecteur) de résidus qui possèdent de bonnes propriétés de robustesse aux incertitudes et de sensibilité aux défauts. La signature réelle obtenue est comparée aux signatures théoriques qui caractérisent chaque mode et chaque défaut continu. Si on considère que le système peut se trouver dans n'importe quel mode de fonctionnement, tous les résidus doivent être calculés à chaque instant. Le nombre de résidus à calculer peut dans ce cas être très important. Les SDH que nous considérons évoluent d'un mode à l'autre suite à un événement contrôlé ou spontané. Seuls certains modes sont des successeurs du mode courant, les trajectoires discrètes potentielles sont donc en nombre limité. Afin de réduire le temps de calcul de l'ensemble des résidus nous proposons une méthodologie de surveillance basée sur des graphes de comportement qui caractérisent les modes accessibles (successeurs potentiels) à chaque instant. Deux graphes sont utilisés : le GCN (Grphe de Comportement Normal) et le GCD (Grphe de Comportement Défaillant). Le GCN est utilisé comme référence de bon comportement discret (événementiel) du système. Ce graphe sera utilisé pour la détection des défauts discrets. Le GCD caractérise les modes accessibles lorsqu'un défaut discret se produit. Ces graphes permettent de caractériser les défaillances détectées. Les GCN et GCD peuvent être simplifiés en considérant la discernabilité.

4.1 Notion de (non) discernabilité

4.1.1 Définitions de la non discernabilité entre modes

Définition 4.1 [Cocquempot et al, 05]: Deux modes i et j sont non localement discernables si et seulement si les signaux réels $(u_r(t), y_r(t))$, prélevés en ligne sur le système, peuvent provenir indifféremment du mode i ou du mode j . On dit aussi que le couple $(u_r(t), y_r(t))$ est consistant avec les deux modèles d'états définissant les modes i et j .

Les deux modes i et j sont non localement discernables à partir des résidus r_i et r_j si et seulement si, r_i et r_j sont identiquement nuls lorsque :

- les vecteurs y_i et u_i sont remplacés respectivement par l'expression de y_j et u_j dans l'expression de r_i ,
- les vecteurs y_j et u_j sont remplacés respectivement par l'expression de y_i et u_i dans l'expression de r_j .

Définition 4.2 [Vidal et al, 02] : On dit que deux états $\{x_{i_0}, q_i\}$ et $\{x_{j_0}, q_j\}$ sont non discernables dans l'intervalle $t \in [t_0, t_0 + T]$ si les sorties respectives $\{y_i\}$ et $\{y_j\}$ sont égales.

q_i et q_j représentent respectivement le mode courant et son successeur.

Définition 4.3 [H Lou et al, 09] : Les modes i et j sont dits discernables en $[0, T]$ si pour tout $(x_{i_0}, x_{j_0}, u(\cdot)) \in R^n \times R^n \times L^1(0, T, R^m)$, les sorties $y_i(\cdot)$ et $y_j(\cdot)$ ne peuvent pas être identiques en $[0, T]$.

4.1.2 Vérification de la non discernabilité des modes

Dans cette partie en partant des définitions de la discernabilité [H Lou et al, 09], [Vidal et al, 02] et des résultats élaborés par [Cocquempot et al, 05], nous proposons un lemme donnant la condition nécessaire de discernabilité entre deux modes linéaires.

Lemme 4.1

Deux modes i et j , décrits par des modèles d'état (A_i, B_i, C_i, D_i) et (A_j, B_j, C_j, D_j) , de même ordre $n_i = n_j = n$ sont non discernables si:

$$\text{rang}(OBS_{ij}) = \text{rang}([OBS_{ij} \quad -COM_{ij}]) \quad (4.1)$$

avec

$$OBS_{ij} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}, COM_{ij} = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

où $N=n-1$ (n ordre de A_i et A_j)

et

$$A = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_j \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_i \\ B_j \end{bmatrix}, C = [C_i \quad -C_j], D = D_i - D_j$$

Preuve :

Soit un système à commutations décrit par les matrices A_i, B_i, C_i et D_i :

$$S_i \quad : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases}$$

tel que :

$$x(t) \in \mathfrak{R}^n, u(t) \in \mathfrak{R}^m \text{ et } y(t) \in \mathfrak{R}^k$$

$$A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}, B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}, C_i \in \mathfrak{R}^{k \times n}, D_i \in \mathfrak{R}^{k \times m}$$

Les sorties des modes i et j sont données respectivement par (4.3) et (4.4) :

$$y_i(t) = C_i e^{A_i t} x_{i0} + C_i \int_0^t e^{A_i(t-s)} B_i u(s) ds + D_i u(t); \quad (4.3)$$

$$y_j(t) = C_j e^{A_j t} x_{j0} + C_j \int_0^t e^{A_j(t-s)} B_j u(s) ds + D_j u(t); \quad (4.4)$$

On montre facilement que l'on a :

$$Y(t) \equiv y_i(t) - y_j(t) = C e^{A t} x_0 + C \int_0^t e^{A(t-s)} B u(s) ds + D u(t); \quad (4.5)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_j \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_i \\ B_j \end{bmatrix}, C = [C_i \quad -C_j], D = D_i - D_j \quad (4.6)$$

et x_0 est l'état initial continu (inconnu).

Deux modes ayant la même commande $u(t)$ sont non discernables si :

$$y_i(t) \equiv y_j(t)$$

Ceci implique que toutes les dérivées successives de $Y(t)$ à $t=0$ sont identiquement nulles, et donc :

$$Y^{(k)}(0)=0, \quad \forall k=0,1,2,\dots,N \quad (4.7)$$

Le calcul de ces dérivées conduit à l'expression (4.8) :

$$M_N \begin{bmatrix} x_0^T & u^{(0)T} & u^{(1)T}(0) & \dots & u^{(N)T}(0) \end{bmatrix}^T = 0, \quad (4.8)$$

$$\text{avec } M_N = \begin{bmatrix} C & D & 0 & \dots & 0 \\ CA & CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CA^2 & CAB & CB & D & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^N & CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix}$$

soit encore

$$M_N = \begin{bmatrix} C_i & -C_j & D_i - D_j & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_i A_i & -C_j A_j & C_i B_i - C_j B_j & D_i - D_j & 0 & 0 & 0 \\ C_i A_i^2 - C_j A_j^2 & C_i A_i B_i - C_j A_j B_j & C_i B_i - C_j B_j & D_i - D_j & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & D_i - D_j & \vdots \\ C_i A_i^N - C_j A_j^N & C_i A_i^{N-1} B_i - C_j A_j^{N-1} B_j & C_i A_i^{N-2} B_i - C_j A_j^{N-2} B_j & C_i A_i^{N-3} B_i - C_j A_j^{N-3} B_j & \dots & C_i B_i - C_j B_j & D_i - D_j \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Donc l'équation 4.7 peut s'écrire sous cette forme

$$Y^{(k)}(0) = y_i^{(k)}(0) - y_j^{(k)}(0) = OBS_{ij}(C, A, k)x_0 + COM_{ij}(A, B, C, D, k)u^{(k)}(0) = 0 \quad (4.10)$$

Nous pouvons donc écrire le système (4.10) sous la forme suivante :

$$Ax = b \quad (4.11)$$

avec :

$A = OBS_{ij}(C, A, k)$ est la matrice des coefficients, $x = x_0$ est le vecteur inconnu et

$b = -COM_{ij}(A, B, C, D, k)u^{(k)}(0)$ est le vecteur des constantes (connu).

$$OBS_{ij}(C, A, k)x_0 = -COM_{ij}(A, B, C, D, k)u^{(k)}(0) \quad (4.12)$$

Donc le système (4.12) est compatible (voir annexe C) si et seulement si :

$$\text{rang}(A) = \text{rang}(\begin{bmatrix} A & b \end{bmatrix})$$

c'est-à-dire

$$\text{rang}(OBS_{ij}) = \text{rang}([OBS_{ij} \quad -COM_{ij}]) \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots, N \quad (4.13)$$

$$\text{avec : } OBS_{ij} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}, COM_{ij} = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots, N \quad (4.14)$$

donc deux modes i et j sont non discernables si la condition de rang suivante est vérifiée:

$$\text{rang}(OBS_{ij}) = \text{rang}([OBS_{ij} \quad -COM_{ij}]) \quad (4.15)$$

4.2 Graphes des comportements

Pour certains systèmes hybrides, le nombre de modes est important, il n'est pas envisageable de calculer à chaque instant les résidus pour tous les modes atteignables du système (c'est-à-dire ceux de l'automate complet du système). Ceci entraînerait un nombre considérable de calculs à réaliser en ligne. Le temps de calcul de l'ensemble des résidus serait alors important, ce qui diminuerait l'efficacité de la surveillance en augmentant en même temps les délais de détection. La méthodologie de surveillance par les graphes de comportement permet de réduire le nombre de résidus calculés à chaque instant en se limitant à ceux uniquement nécessaires.

4.2.1 Graphe de Comportement Normal (GCN)

Pour un mode d'exploitation donné et une commande (continue et discrète) donnée, chaque comportement normal (non défaillant) potentiel, partant d'une condition initiale, peut être représenté par un graphe. Ces graphes, constitués de places et d'arcs orientés sont issus de l'automate complet. Ils permettent de prévoir les évolutions futures du système commandé à partir d'un état hybride initial correspondant à un mode i . Chaque graphe sera appelé de ce fait, *graphe de comportement normal associé au mode i* et noté GCN(i). Un GCN(i) (figure 4.2) sera constitué de la place initiale i considérée, de l'ensemble de ses successeurs directs atteignables en fonctionnement normal et de l'ensemble des arcs orientés étiquetés par les transitions spontanées et/ou contrôlées liant la place initial i aux différents successeurs. Cet ensemble de successeurs dits *successeurs normaux* n'est en général pas constitué d'un seul élément mais dépend [Cocquempot et al, 05]:

- de la commande discrète,

- des actions de l'utilisateur (commande manuelle),
- de l'évolution de l'état continu dans le mode initial,
- de l'évolution passée du système (dynamique discrète).

Un graphe de comportement Normal peut être présenté sous la forme suivante :

$$\langle Q, T \rangle$$

- $Q = Q_{pot} \cap Q_{succ}$ avec $Q_{pot} = \{q_i; i \in M\}$ où q_i représente le mode potentiel ou actif et $Q_{succ} = \{q_{j_{succ}}; j \in M\}$ est l'ensemble des successeurs du mode i atteignables dans un mode d'exploitation donné.

- $T = T_{ij} = \sigma^S \cup \sigma^f$ avec $\sigma^S = \{\sigma_{ij}^S\}$ définit la transition spontanée du mode i actif vers le mode j : $\sigma_{ij}^S(q_i, x_i, t) = (q_j, x_j^0)$, $q_i \in Q$ et $q_j \in Q_{succ}$ et $\sigma^f = \{\sigma_{ij}^f\}$ est la transition forcée : $\sigma_{ij}^f(q_i, e_{ij}) = (q_j, x_j^0)$ où $e_{ij} \in E$ est un événement externe.

▪ **Exemple d'illustration**

Considérons l'automate hybride complet illustré dans la figure 4.1. Cet automate contient 5 modes i, j, k, l et m où m est un mode non atteignable dans un mode d'exploitation donné. Les graphes de comportement normaux sont illustrés sur la figure 4.2.

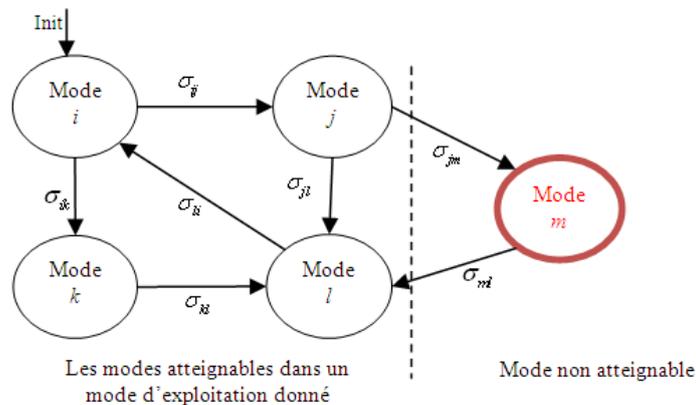


Figure 4. 1 Automate hybride complet

L'analyse d'atteignabilité consiste à déterminer s'il existe une région de l'espace d'état dite initiale permettant d'atteindre une région donnée de l'espace d'état [Gao, 01].

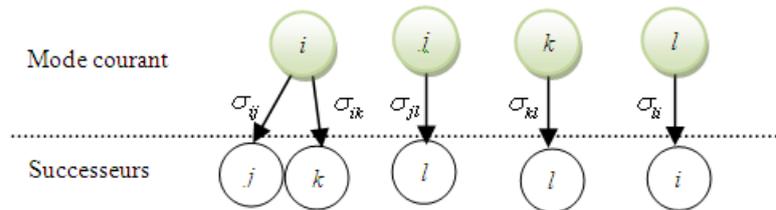


Figure 4. 2 GCN(i)

Les résidus r_i , r_j , r_k et r_l associés respectivement aux modes i , j , k et l sont utilisés pour surveiller le système. Les approches classiques de surveillance consistent à calculer tous les résidus à chaque instant. Les calculs peuvent être réduits en considérant le GCN du mode courant. Les GCN indiquent quels résidus doivent être calculés à chaque instant (tableau 4.1).

TABLEAU 4.1
LES RESIDUS CALCULES EN LIGNE

| Mode courant | Résidus calculés en ligne |
|--------------|---------------------------|
| i | r_i, r_j, r_k |
| j | r_j, r_l |
| k | r_k, r_l |
| l | r_i, r_l |

Dans des conditions de discernabilité entre les modes, le calcul de l'ensemble de ces résidus est suffisant pour détecter l'occurrence d'un défaut continu ou discret. Dans cette méthodologie au lieu de calculer tous les résidus du système (comme dans le chapitre 3), nous calculons seulement les résidus du GCN.

Le $GCN(i)$ est la référence de l'évolution discrète normale tant que le système reste dans le mode i . Si une transition vers un mode successeur $j \in GCN(i)$ se produit, le graphe de référence considéré sera alors le $GCN(j)$.

4.2.2 Graphe des Comportements Défaillants (GCD)

L'objectif de la surveillance n'est pas uniquement la détection des défaillances, mais aussi la localisation et l'identification de l'élément défaillant. Il est alors nécessaire de disposer d'un modèle de comportement défaillant comme en continu. Nous avons vu dans le chapitre 1 que les défaillances peuvent avoir des effets sur les contraintes égalité dans un mode donné ou sur l'évolution (ou la non évolution) de l'état discret. Un modèle de comportement défaillant doit tenir compte de l'ensemble de ces effets potentiels.

Les équations d'état continues telles qu'elles ont été définies précédemment dans le modèle formel du système, intègrent certaines défaillances par l'intermédiaire du vecteur d'entrées généralisées. Afin de tenir compte des défaillances entraînant une évolution discrète anormale, les graphes de comportement peuvent être étendus aux comportements défaillants. On parlera alors de *graphe de comportement défaillant*: $GCD(i)$. Certains modes successeurs du $GCD(i)$ correspondent aux modes successeurs du $GCN(i)$ associés au mode i . En effet, certaines défaillances entraînent la non évolution de l'état discret ou l'évolution "anormale" vers un successeur potentiel en fonctionnement normal. Par contre, les $GCD(i)$ sont complétés en tenant compte de tous les chemins présents dans l'automate hybride complet (modèle exhaustif) du système, obtenu en considérant toutes les modalités de l'état discret et du mode d'exploitation. Comme il est impossible a priori de considérer toutes les situations de défaut possibles, un mode qualifié de mode inconnu est ajouté.

Les événements (transitions) considérés dans le $GCD(i)$ sont des événements spontanés correspondant aux défauts détectables. Les transitions vers les successeurs du $GCD(i)$, sont étiquetées par les défauts $\Phi_{Ftr}(i)$ qui forcent les transitions du mode i vers des successeurs normaux ou anormaux (voir figure 4.3). La non transition est représentée dans le $GCD(i)$ par un arc bouclant sur le mode i . Cet arc est étiqueté par les défauts qui provoquent une non transition du mode i , et les défauts dont l'influence est constatée sur les contraintes égalité du mode i soit l'ensemble $\Phi(i)$ (défauts détectables). La transition vers le mode inconnu est étiquetée par Φ_{anTr} (transition anormale). Cette transition correspond à toutes les évolutions non envisagées du système et aux défaillances non considérées dans le cahier des charges (défauts non détectables).

Un graphe de comportement défaillant peut être présenté sous la forme suivante :

$$\langle Q, T \rangle$$

- $Q = Q_{pot} \cap (Q_{nor_succ} \cap Q_{anor_succ} \cap Q_{inconnu})$ avec :

- $Q_{pot} = \{q_i; i \in M\}$ où q_i représente le mode potentiel ou actif,

- $Q_{nor_succ} = \{q_j_{nor_succ}; j \in M\}$ est l'ensemble des successeurs normaux du mode i ,

- $Q_{anor_succ} = \{q_j_{anor_succ}; j \in M\}$ est l'ensemble des successeurs anormaux du mode potentiel i ,

- $Q_{inconnu} = \{q_j_{inconnu}; j \in M\}$ présente l'ensemble des modes successeurs inconnus du mode i potentiel, on les note par « ? ».

- $T = T_{ij} \cap T_{ii}$; $T_{ij} = \Phi_{Ftr} \cup \Phi_{anTr}$ et $T_{ii} = \Phi(i) = \Phi_{CE} \cup \Phi_{Ntr}$ avec :

- Φ_{Ftr} la transition forcée,
- Φ_{anTr} la transition anormale vers un mode inconnu « ? »,
- T_{ii} définit la transition bouclant sur le mode i ,
- Φ_{CE} défaut continu affectant les contraintes égalité du mode i ,
- Φ_{Ntr} défaut discret de non transition.

Les GCD de profondeur supérieure à 1 peuvent également être conçus. Ces graphes permettent :

- de représenter ce que sera l'influence des défaillances sur la dynamique discrète future,
- de considérer des séquences de défauts (succession de défaillances) qui peuvent avoir lieu.

Les $GCD(i)$ de profondeur supérieure à 1 présentent ainsi les défauts candidats du mode i et toutes les trajectoires du système en présence de ces défauts.

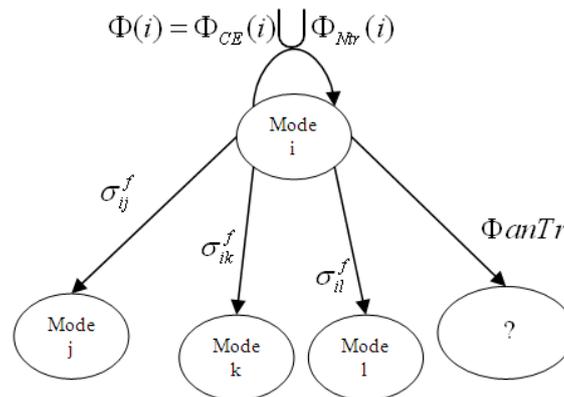


Figure 4. 3 $GCD(i)$

Le graphe de comportement défaillant de l'exemple précédent (voir figure 4.1) est présenté dans la figure 4.4.

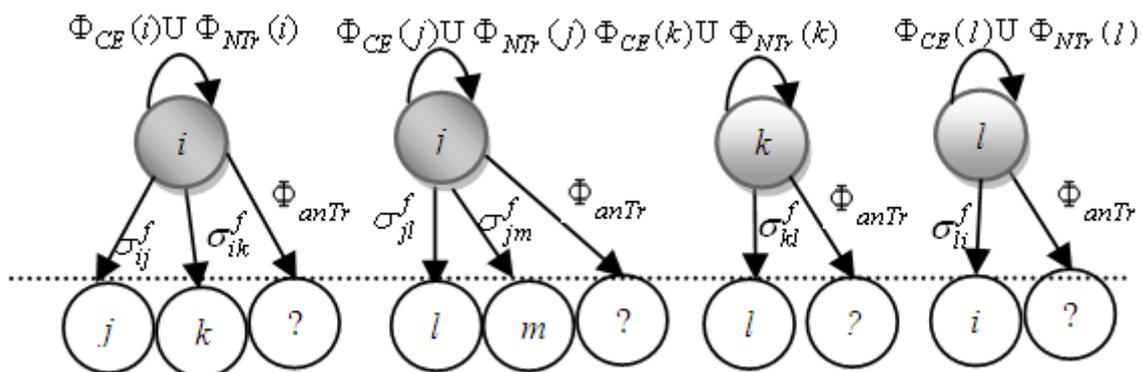


Figure 4. 4 Les GCD des modes i, j, k et l

Des propriétés structurelles (discernabilité) peuvent être ajoutées pour permettre de déterminer sans ambiguïté le mode en cours ainsi que le composant défaillant. Pour cela, la notion de discernabilité sera considérée afin de garantir que les modes soient identifiables.

Dans la section précédente, nous avons défini la notion de discernabilité entre les modes, et nous avons proposé une condition nécessaire et suffisante pour que deux modes soient discernables en fonctionnement normal.

La notion de non discernabilité permet de caractériser d'autres propriétés structurelles du système comme par exemple l'observabilité et la similarité. Nous nous intéressons particulièrement à la propriété de similarité des modes afin de réduire le nombre de modes constituant les *GCN* et les *GCD*.

4.3 Similarité et réduction de graphes

A partir de la discernabilité, nous caractérisons la similarité de deux modes dans l'objectif de simplifier les graphes de comportements.

Nous dirons qu'un événement est *D-observable* quand son occurrence peut être détectée à partir des seules informations discrètes (commandes, mesures). Les événements non *D-observables* résultent de conditions de transitions qui ne peuvent pas être vérifiées à partir uniquement de capteurs discrets. Dans le contexte des SDH, la dynamique continue fournit des informations supplémentaires sur le mode courant et les changements de modes. Ainsi un événement non *D-observable* peut être détecté en considérant l'évolution continue (contraintes égalités). Cet événement devient alors observable [Mezyani, 05]

A partir des notions de discernabilité et de *D-observabilité*, la similarité de deux modes peut être définie de la manière suivante.

Définition 4.4 Deux modes i et j non discernables, ayant les mêmes invariants, avec j est successeur de i , et dont l'arc qui relie j et i est étiqueté par des événements non *D-observables*, sont similaires [Mezyani, 05].

Deux modes similaires i et j peuvent être regroupés puisqu'ils contiennent les mêmes informations d'un point de vue de la trajectoire hybride du système. Ce regroupement s'effectue de la manière suivante :

- les modes i et j seront regroupés en un mode résultant $i \cdot j$.
- l'état discret associé au mode $i \cdot j$ est défini par l'union des deux états discrets des modes i et j pris séparément.
- les contraintes égalité du mode $i \cdot j$ sont celles du mode i ou indifféremment du mode j .

- un arc étiqueté par l'union des événements étiquetant les transitions reliant i et j et bouclant sur le mode i,j est ajouté.

▪ **Exemple**

Considérons l'exemple d'un GCN de profondeur $p > 1$ figure 4.5(a) dont les modes 5 et 6 sont non discernables, successeurs du mode 4 et les événements σ_{56} , σ_{45} et σ_{46} sont non D-observables. Le regroupement des modes 5 et 6 permet d'obtenir le graphe de comportement pour lequel les événements $\sigma_{56} \cap (\sigma_{45} \cup \sigma_{46})$ sont réunis sur le même arc bouclant sur le mode regroupés (5.6) figure 4.5(b). L'état discret associé à ce mode résultant (5.6) est défini par l'union des deux états discrets des modes pris séparément. Les contraintes égalités et les invariants du mode 5.6 correspondent à ceux du mode 5 ou du mode 6. Les séquences (1-2-4-5-7), (1-3-4-6-8), (1-2-4-6-8), (1-3-4-5-7) données par le GCN correspondent à des comportements normaux. Tout écart correspond à une défaillance. Par exemple une transition de 5 à 8.

La surveillance utilisant le graphe de la figure 4.5(b), ne nous permet pas de constater la défaillance qui force la transition du mode 5 au mode 8 (respectivement la défaillance qui force la transition du mode 6 au mode 7). Dans ce cas on risque des non détections. Par contre, l'utilisation du GCN de la figure 4.5(a) permet de constater cette défaillance en considérant la séquence 2 - 4 - 5 (respectivement la séquence 3 - 4 - 6).

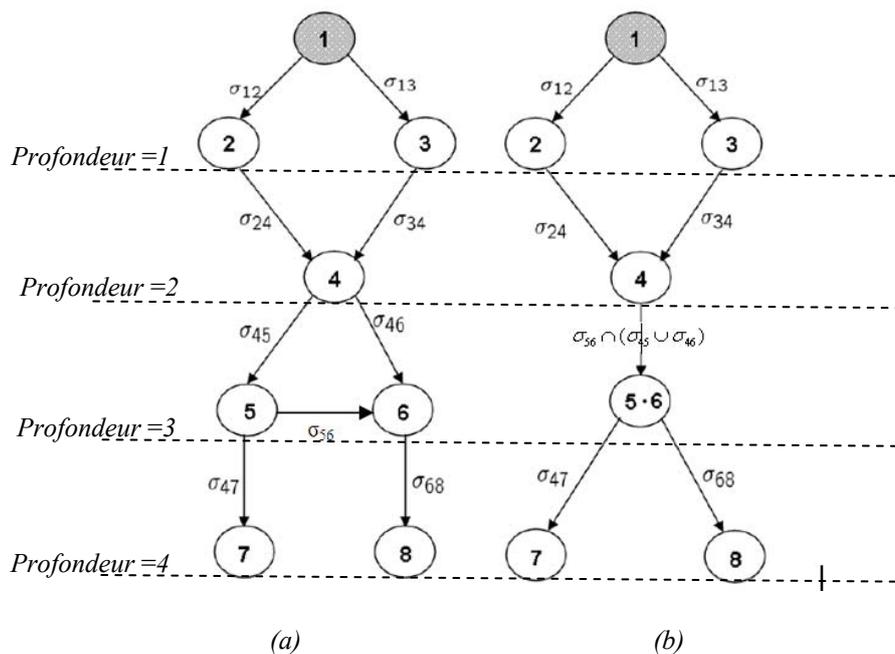


Figure 4.5 Cas des modes similaires non groupables

Le regroupement des modes 5 et 6 peut cependant faire perdre des informations importantes pour le diagnostic. Nous donnons dans la section 4.3.2 une redéfinition de la similarité en se basant sur la définition 4.4 et en ajoutant une hypothèse très importante.

▪ **Formalisation de la similarité entre modes**

Définition 4.5

Deux modes i et j non discernables, ayant les mêmes invariants, avec j est successeur de i , et dont l'arc qui relie j et i est étiqueté par des événements non D -observables et ayant les deux le même successeur et le même prédécesseur sont similaires [Takrouni et al, 11].

Deux modes similaires i et j peuvent être regroupés selon la figure 4.6.

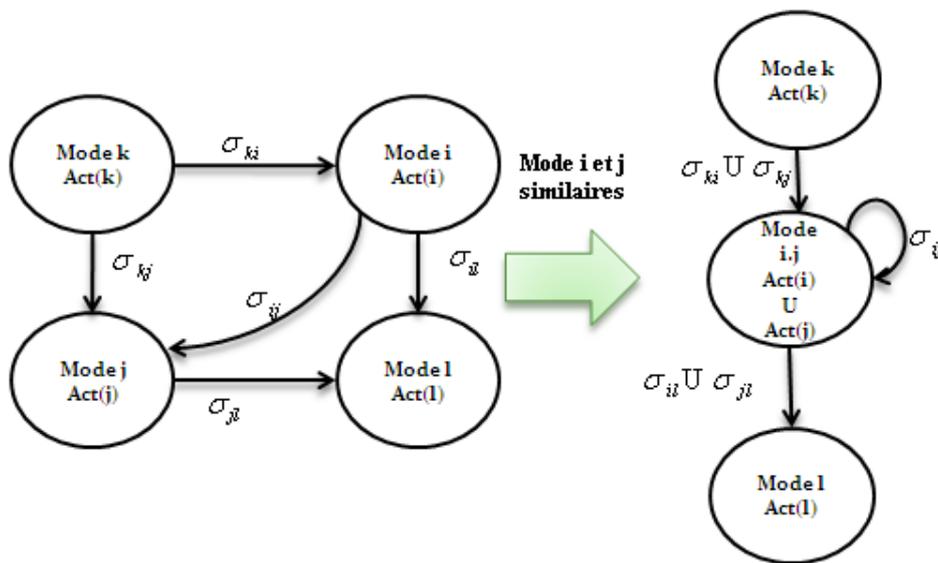


Figure4.6 Automate réduit avec modes i et j similaires

▪ Exemple illustratif

Nous considérons le système hybride décrit par la figure 4.7.

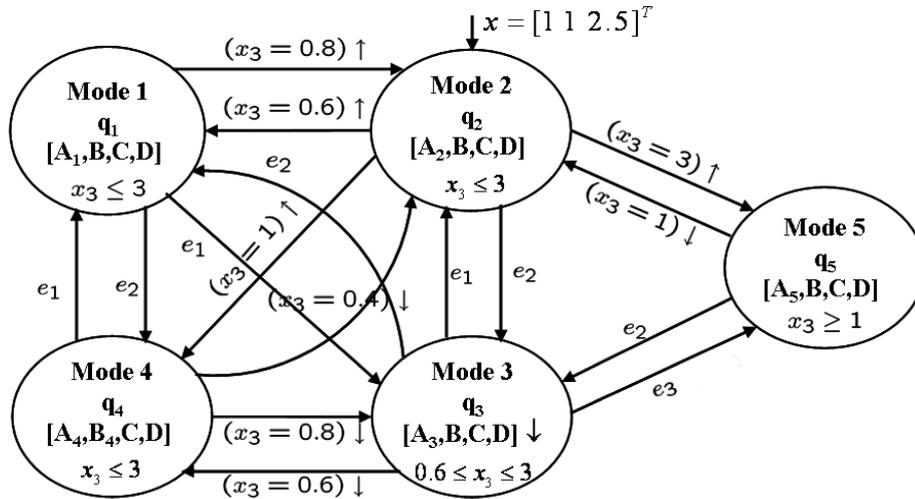


Figure 4. 7 Description du système hybride (automate exhaustif)

L'évolution continue du mode i est décrite par:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (4.16)$$

Avec:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & -1.5 & 0 \\ 6 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}; A_4 = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & -1.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & -2 \end{bmatrix}; A_5 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les événements contrôlés considérés dans cet exemple sont e_1 , e_2 et e_3 (commande automatique ou manuelle). La transition d'un mode à un autre mode est due à la présence (ou absence) de ces événements externes et de la valeur de l'état non observable x_3 .

Les événements spontanés ($(x_3 = 1) \uparrow, (x_3 = 0.8) \uparrow, (x_3 = 0.8) \downarrow, \dots$) sont non D-observable. L'événement e_3 est généré si $x_3 > 1$. L'événement $(x_3 = 1) \uparrow$ qui les relie n'est pas un événement D-observable.

Considérons le mode d'exploitation suivant: $x_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ et $q_0 = q_1$, Supposons que seul l'événement commandé e_2 se produit (e_1 et e_3 ne se produisent pas dans le fonctionnement normal). Dans ce cas, le mode 5 n'est pas atteignable.

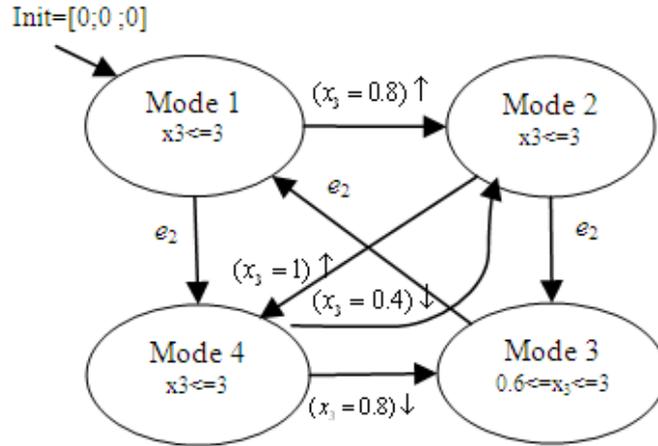


Figure 4. 8 Automate réduit dans le mode d'exploitation choisi

Calculons ainsi les matrices de commandabilité et d'observabilité afin d'étudier la discernabilité des différents modes.

$$OBS_{24} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 & -C_4 \\ C_2A_2 & -C_4A_4 \\ C_2A_2^2 & -C_4A_4^2 \end{bmatrix}, COM_{24} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ CB & 0 & 0 \\ CAB & CB & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_2B_2 - C_4B_4 & 0 & 0 \\ C_2A_2B_2 - C_4A_4B_4 & C_2B_2 - C_4B_4 & 0 \end{bmatrix}$$

Alors :

$$rang([OBS_{24}]) = 2 = rang([OBS_{24} \quad -COM_{24}]) = rang([OBS_{24} \quad -COM_{24}]) = 2$$

⇒ Les modes 2 et 4 sont non discernables.

Vérification de discernabilité pour les modes 1 et 2 :

$$OBS_{12} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & -C_2 \\ C_1A_1 & -C_2A_2 \\ C_1A_1^2 & -C_2A_2^2 \end{bmatrix}, COM_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ CB & 0 & 0 \\ CAB & CB & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_1B_1 - C_2B_2 & 0 & 0 \\ C_1A_1B_1 - C_2A_2B_2 & C_1B_1 - C_2B_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} rang([OBS_{12}]) = 4 \\ rang([OBS_{12} \quad -COM_{12}]) = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow rang([OBS_{12}]) \neq rang([OBS_{12} \quad -COM_{12}])$$

⇒ Les modes 1 et 2 sont discernables.

En vérifiant la condition de la discernabilité nous pouvons conclure que les modes 2 et 4 sont non discernables (voir annexe A). L'événement $(x_3 = 1) \uparrow$ qui les relie n'est pas un événement D-observable. De plus les modes 2 et 4 ont le même successeur 3 et le même

prédécesseur 1. L'évènement e_2 qui relie 1 et 4 est observable, de plus le même évènement observable relie 2 et 3 donc d'après la propriété de groupement des modes similaires nous ne pouvons pas grouper les modes 2 et 4 en un seul mode. Les figures 4.9 et 4.10 représentent le GCN et le GCD pour chaque mode potentiel.

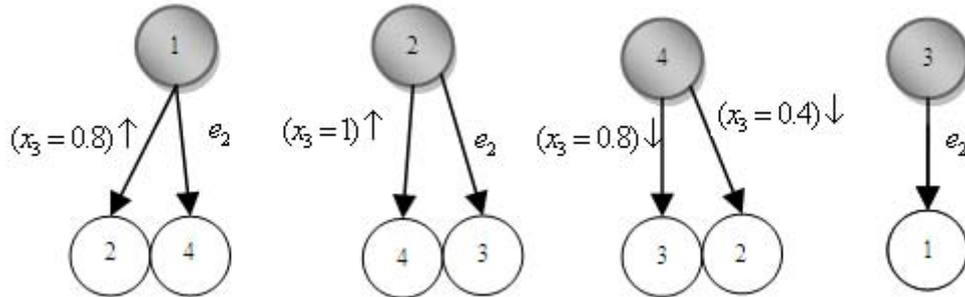
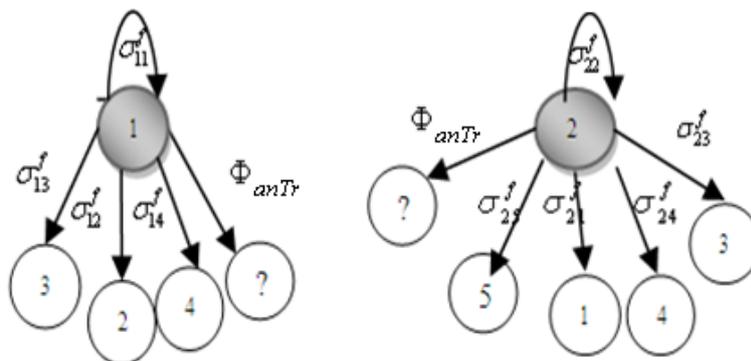


Figure 4. 9 Les GCN(i)

Le mode 5 n'apparaît pas dans le GCN car il est non atteignable en fonctionnement normal, mais il existe dans le GCD puisqu'il pourrait correspondre à un comportement défaillant. Les évènements considérés dans le *GCD* correspondent aux défauts dans chaque mode 1, 2, 3 et 4.

TABEAU 4.2
RESIDUS CALCULES EN LIGNE POUR LES GCNS DE L'EXEMPLE ACADEMIQUE

| Mode courant | Résidus calculés en ligne |
|--------------|---------------------------|
| 1 | r_1, r_2 et r_4 |
| 2 | r_2, r_4 et r_3 |
| 4 | r_4, r_2 et r_3 |
| 3 | r_3 et r_1 |



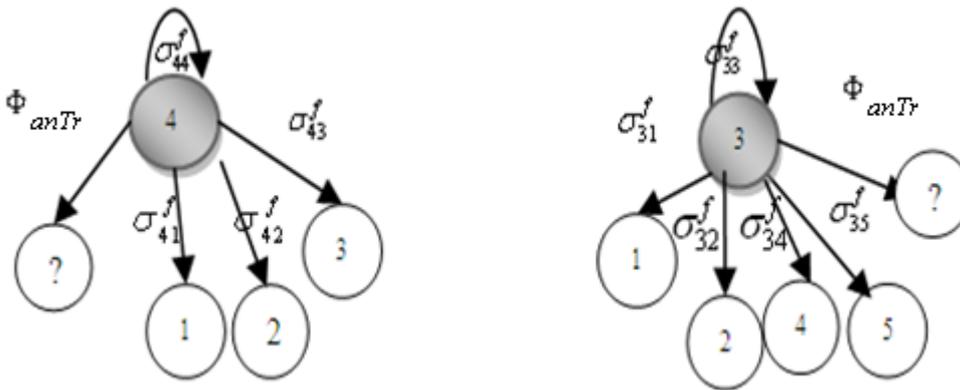


Figure 4. 10 Les $GCD(i)$ pour chaque mode potentiel 1,2 ,4 et 3

4.4 Stratégie de surveillance des SDH utilisant les graphes de comportement

La surveillance utilisant les graphes de comportements comporte 3 étapes :

1^{ère} étape

Elle consiste à identifier le mode courant en utilisant les informations continues (calcul de résidus) et discrètes (état discret mesuré par les capteurs discrets).

2^{ème} étape

Elle consiste en la surveillance du comportement continu dans le mode identifié : vérification de la cohérence des contraintes égalités.

3^{ème} étape

Elle consiste à surveiller le comportement discret : cohérence du mode i identifié et des événements contrôlés ou spontanés détectés grâce aux informations continues et discrètes avec celles du GCN et GCD.

La figure 4.11 présente le synoptique de surveillance utilisant les graphes. Deux quantités sont calculées : les résidus structurés et les conditions de gardes.

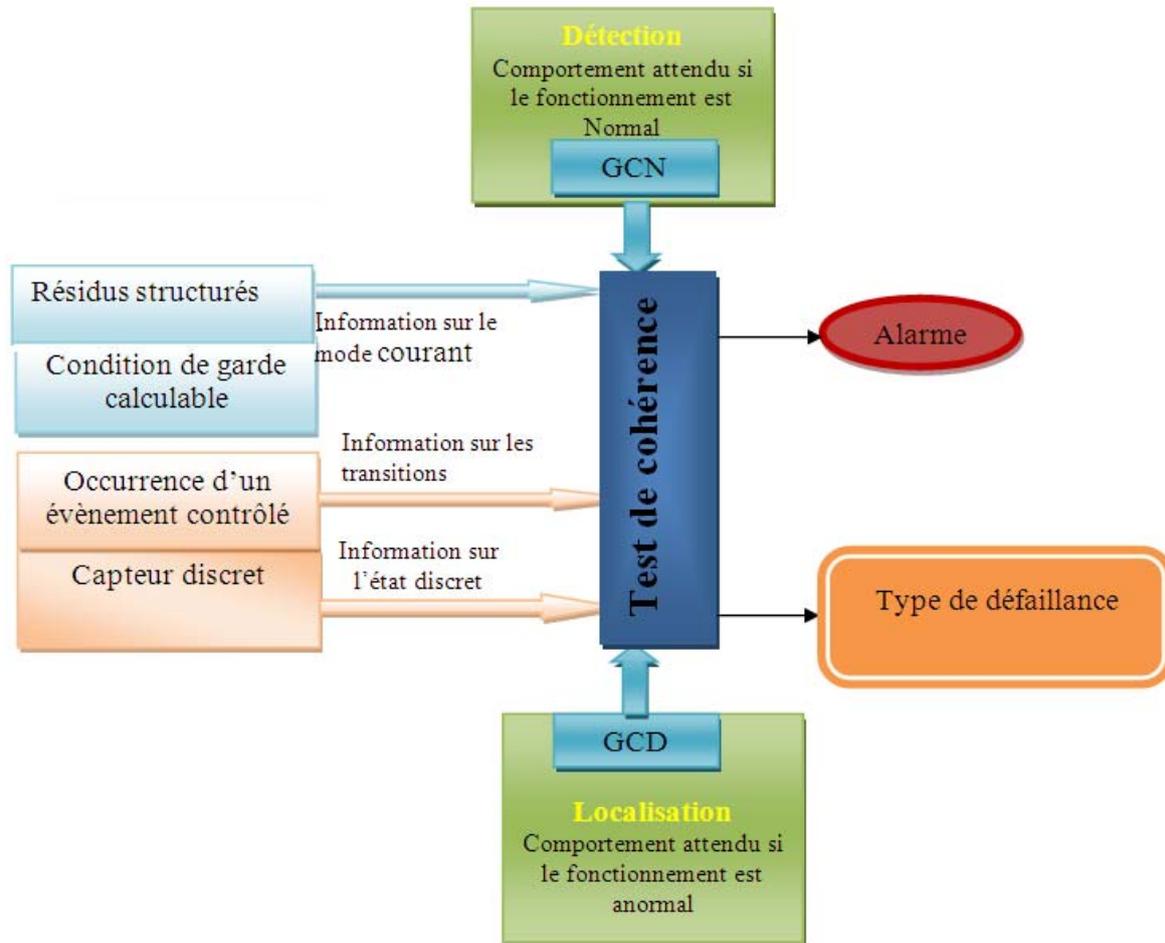


Figure4. 11 Synoptique de la surveillance utilisant les graphes de comportements

▪ **Algorithme de surveillance**

Nous supposons que le mode initial est connu, que tous les modes sont discernables et que le système est non défaillant. Si le mode courant est inconnu, il faut calculer tous les résidus pour l'ensemble des modes.

L'algorithme comporte deux scénarios :

- soit le système reste dans le mode i .
- soit le système quitte le mode i .

Scénario 1 :

Lorsque le système reste dans le mode i , on cherche la cohérence des informations continues et discrètes avec l'état discret du mode i et les contraintes égalité et inégalité de ce mode.

L'identification du mode courant par les résidus constitue le point de départ.

Par la suite l'identification est confirmée ou infirmée par les données issues des capteurs discrets et les informations disponibles sur les transitions (occurrence d'évènement).

Dans le cas où le mode identifié n'est pas cohérent avec les informations issues des capteurs discrets, il y a deux hypothèses :

- soit le capteur discret est défaillant,
- soit le système est maintenu avec la dynamique du mode i alors que son état discret a changé et dans ce cas c'est une défaillance de type non transition.

Scénario 2 :

Le système quitte le mode i . Dans ce cas, afin d'identifier le mode d'arrivée il est nécessaire d'utiliser les informations continues et discrètes. Cette évolution discrète du système doit alors être caractérisée et interprétée, soit l'évolution correspond à une évolution normale décrite par le $G_{CN}(i)$, soit elle correspond à une évolution anormale décrite par le $G_{CD}(i)$.

Il faut tester les résidus des modes successeurs appartenant au $G_{CN}(i)$ afin de décider dans quel mode le système évolue, trois cas se présentent :

- **premier cas**, supposons que le mode $j \in G_{CN}(i)$ est actif c'est-à-dire que $r_j(t)=0$ dans ce cas nous devons tester la transition du mode i vers j s'il y a occurrence d'un événement contrôlé e_{ij} ou d'une transition spontané s_{ij} pour calculer ce dernier voir section chapitre 3 comme résultat de décision, pas de défaut et le mode courant est j . Maintenant si l'événement (spontané ou contrôlé) s_{ij} ou e_{ij} ne s'est pas produit et le mode j est identifié ($r_j(t)=0$) alors dans ce cas une transition anormale (transition forcée) affecte le système.
- **deuxième cas**, $r_j(t) \neq 0$ où $j \in G_{CN}(i)$ dans ce cas nous devons calculer les résidus $r_l(t)$ où $l \notin G_{CN}(i)$ et $l \in G_{CD}(i)$, si $r_l(t) = 0$ alors le système est alors affecté par un défaut de type transition forcée.
- **troisième cas**, si $r_l(t) \neq 0$ où $l \notin G_{CN}(i)$ et $l \in G_{CD}(i)$ dans ce cas nous décidons que le système a quitté le mode i vers un mode inconnu « ? » le système est alors affecté par un défaut de type transition anormale Φ_{anTr} vers un successeur inconnu.

4.5 Applications des graphes de comportement

▪ Description du système à deux réservoirs

Le système considéré se compose de deux réservoirs (voir figure 4.12) R_1 et R_2 de section identique S et d'une pompe P qui fournit un débit d'eau au réservoir R_1 . Le système est composé également de quatre conduites cylindriques C_1, C_2, C_3 et C_4 de sections S_i ($i = 1, 2, 3$ et 4). Les réservoirs sont reliés par les conduites C_2 et C_3 placées respectivement aux niveaux $b = 0cm$ et $h = 0.5cm$. Les conduites C_1 et C_4 munies des vannes V_1 et V_4 permettent respectivement de prélever le liquide de R_1 et R_2 .

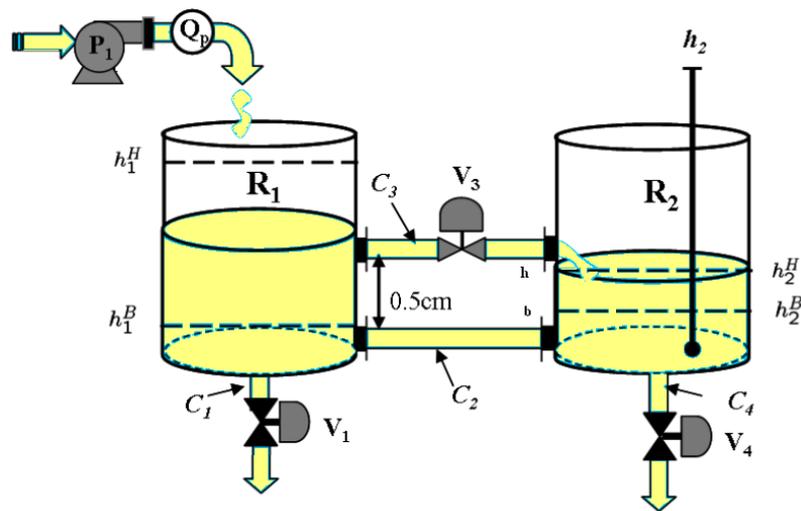


Figure 4. 12 Système à deux réservoirs

La pompe P_1 commandée en tout ou rien, fournit au réservoir R_1 un débit Q_p . Le débit de la pompe est maximal $Q_p = Q_0$ lorsqu' elle est en marche et égal à zéro quand elle est en arrêt.

Les conduites C_1 , C_3 et C_4 sont munies des vannes respectivement V_1 , V_3 et V_4 qui sont aussi commandées en tout ou rien. Les variables h_1 et h_2 correspondent aux niveaux du liquide dans les réservoirs R_1 et R_2 .

Le système est équipé d'un capteur de débit Q_p et d'un capteur discret qui indique si le niveau h_1 est supérieur à h .

a-Aspects discrets

Les vannes V_i ($i = 1,3$ et 4) et la conduite C_3 sont des éléments pouvant prendre chacun deux modalités.

- L'état EV_i de la vanne V_i peut prendre les deux modalités *Ouverte* : O ou *Fermée* : F .

- L'état de la conduite EC_3 peut prendre les deux modalités *Plein* (P) ou *Vide* (V). L'état « P » (respectivement « V ») de la conduite C_3 se produit lorsque le niveau h_1 ou h_2 devient supérieur (respectivement inférieur) au niveau $h = 0.5\text{cm}$.

La conduite C_3 est pleine si $h_1 \geq h$ et/ou $h_2 \geq h$, et vide si $h_1 < h$ et $h_2 < h$.

L'état discret de chaque mode du système peut être représenté par le quadruplet (EV_1, EV_3, EC_3, EV_4) qui représente l'état de la vanne V_1 , de la vanne V_3 , de la conduite C_3 , et de la vanne V_4 .

-Événements :

Le système comporte deux types d'événements :

– *Evénements contrôlés*. Ces événements sont associés aux commandes tout ou rien des vannes. Ils correspondent à l'ouverture des vannes V_1 , V_3 et V_4 (respectivement à la fermeture des vannes V_1 , V_3 et V_4).

– *Evénements spontanés*. Ces événements sont internes et autonomes. Ils sont générés lorsque h_1 ou h_2 dépasse ou non le niveau d'eau dans les réservoirs. Ces quatre événements spontanés sont indiqués par le capteur discret.

b- Aspects continus

En écrivant les équations de la conservation du volume du liquide, l'équation d'état est exprimée de manière générale par :

$$\begin{cases} S \frac{dh_1}{dt} = Q_p - Q_{V1} - Q_{C2} - Q_{V3} \\ S \frac{dh_2}{dt} = Q_{C2} + Q_{V3} - Q_{V4} \end{cases} \quad (4.17)$$

Q_{V1} , Q_{V3} et Q_{V4} correspondent respectivement aux débits du liquide à travers les vannes V_1 , V_3 et V_4 . On a (pour $i = 1, 3$ ou 4):

$$Q_{Vi} = \begin{cases} 0 & \text{si la vanne } V_i \text{ est fermée} \\ Q_i & \text{si la vanne } V_i \text{ est ouverte} \end{cases} \quad (4.18)$$

Q_{C2} et Q_{C3} représentent les débits d'eau dans les conduites C_2 et C_3 . Ils peuvent être exprimés en fonction de l'état de la conduite :

$$Q_{Ci} = \begin{cases} 0 & \text{si la conduite } C_i \text{ est vide(V)} \\ Q_i & \text{si la conduite } C_i \text{ est pleine(P)} \end{cases} \quad (4.19)$$

c- Expressions des débits

Les expressions des débits données par la *loi de Torricelli* sont :

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= A_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1(t)} \\ Q_2(t) &= A_2 \cdot \text{sign}(h_1(t) - h_2(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot |h_1(t) - h_2(t)|} \\ Q_4(t) &= A_4 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2(t)} \end{aligned} \quad (4.20)$$

avec:

- les sections des conduites $C_i (i = 1, \dots, 4)$: $A_1 = \dots = A_4 = 3,6 \cdot 10^{-5} m^2$
- les sections des réservoirs 1, 2 : $S_1 = S_2 = 0,0154 m^2$
- le débit maximal de la pompe P_1 : $Q_0 = 0,001 m^3/s$
- l'accélération de la pesanteur $g = 9,81 m s^{-2}$

Q_3 peut être donné par trois expressions en fonction du niveau du liquide dans les réservoirs

$$Q_3(t) = \begin{cases} A_3 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1(t) - h(t))} & \text{Si } h_1 \geq h \text{ et } h_2 < h \\ -A_3 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_2(t) - h(t))} & \text{Si } h_1 < h \text{ et } h_2 > h \\ A_3 \cdot \text{sign}(h_1(t) - h_2(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot |h_1(t) - h_2(t)|} & \text{Si } h_1 \geq h \text{ et } h_2 > h \end{cases} \quad (4.21)$$

Pour simplifier l'écriture, nous réécrivons $Q_3(t)$ par l'expression suivante :

$$Q_3(t) = A_3 \cdot \text{sign}(H_1(h_1) - H_2(h_2)) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot |H_1(h_1) - H_2(h_2)|} \quad (4.22)$$

où H_1 et H_2 sont respectivement des fonctions de h_1 et h_2 :

$$H_1(h_1) = \begin{cases} 0 & \text{Si } h_1 < h \\ h_1 - h & \text{Si } h_1 \geq h \end{cases} ; H_2(h_2) = \begin{cases} 0 & \text{Si } h_2 < h \\ h_2 - h & \text{Si } h_2 \geq h \end{cases} \quad (4.23)$$

Nous considérons l'état des vannes (V_1 , V_3 et V_4) et l'état de la conduite C_3 ce qui entraîne que 2^4 modes de fonctionnement différents sont potentiellement atteignables par le système. Or pour une utilisation spécifique du système, toutes les vannes ne sont pas nécessairement actionnées. Supposons par exemple que les vannes V_1 et V_3 soient continuellement ouvertes, seuls deux états discrets sont nécessaires pour décrire complètement tous les comportements du système : l'état de la conduite C_3 et l'état de la vanne V_4 . Ainsi, l'automate décrivant le système dans son mode d'exploitation normal comporte 4 places.

Supposons de plus qu'une contrainte sur l'ouverture de la vanne V_4 soit ajoutée de manière à garantir que le niveau soit suffisant dans le réservoir 1 pour pouvoir prélever du liquide à travers de V_4 . Nous pouvons par exemple imposer que l'ouverture de V_4 ne sera réalisée que si le niveau du liquide dans le réservoir 1 est supérieur à h ($h_1 \geq h$).

Cette contrainte a pour effet de retirer certaines transitions dans l'automate complet.

De plus, partant de l'état initial on a $(V_4, C_3) = (F, V)$, $h_1 = h_2 = 0$ et h_2 restera toujours inférieur à h_1 . L'automate réduit, correspondant à l'ensemble de ces spécifications techniques et de commande en fonctionnement normal est représenté figure 4.13.

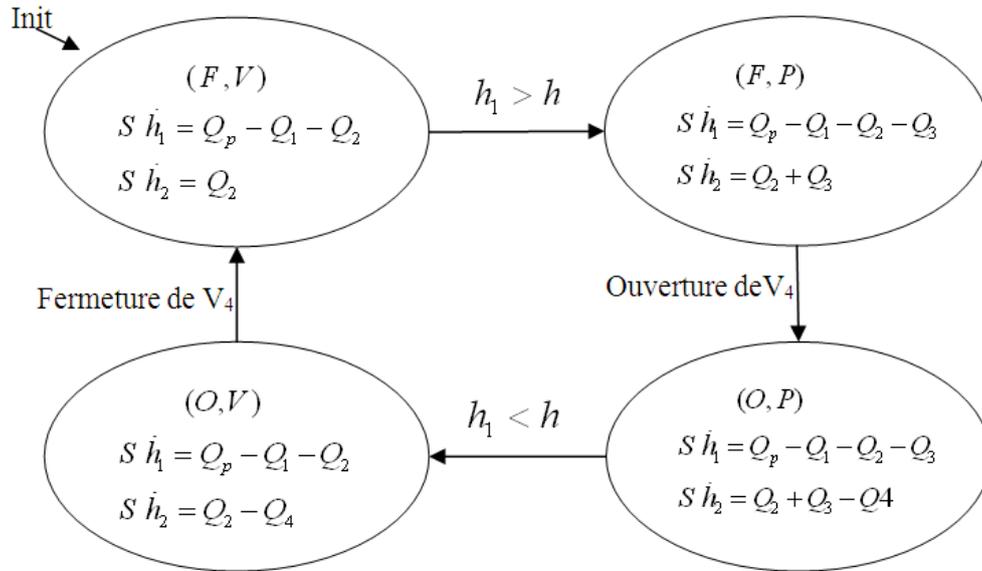


Figure4. 13 Automate réduit

Les graphes des comportements normaux se déduisent de cet automate réduit et sont donnés figure 4.14. Ces graphes correspondent à un éclatement de l'automate de fonctionnement normal, et font apparaître les successeurs « normaux » de chaque mode i ($i = 1, \dots, 4$).

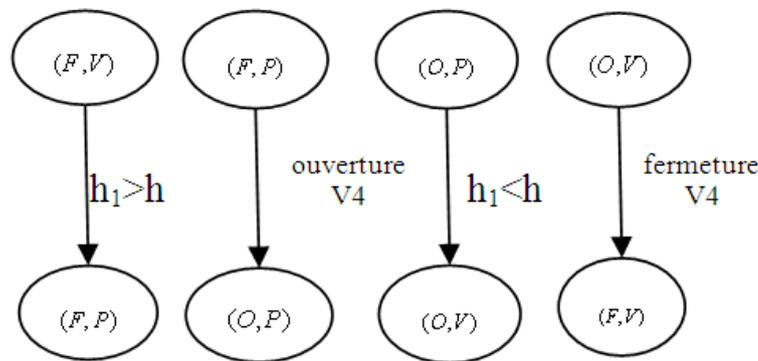


Figure4. 14 Graphes de comportements normaux GCN(i)

Afin d'illustrer les défauts continus et discrets possibles, nous considérons les défauts physiques suivants :

- *défaillances de capteur* : Φ_{Q_p} défaillance du capteur de débit Q_p , Φ_{h_2} défaillance du capteur de niveau h_2 ,
- *fuites* : fuite Φ_1 du réservoir R_1 , fuite Φ_2 du réservoir R_2 ,
- *bouchage total* de la conduite C_3 : Φ_{C_3} ,
- *ouverture autonome* (non demandée) de la vanne V_4 (fuite vanne) ou *fermeture autonome* (non demandée) de la vanne V_4 : $\Phi_{V_4}^O$ ($\Phi_{V_4}^F$),
- *Vanne bloquée ouverte* ou *vanne bloquée fermée* : $\Phi_{V_4}^{BO}$ et $\Phi_{V_4}^{BF}$.

Le tableau 4.2 donne les ensembles $\Phi_{CE}(i)$, $\Phi_{NTr}(i)$ et $\Phi_{FTr}(i)$ pour chaque mode i .

TABLEAU 4.3
CLASSIFICATION DES DEFAUTS POUR CHAQUE MODE i

| | |
|---------------|--|
| Mode 1: (F,V) | $\Phi_{CE}(1) = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_{Qp}, \Phi_{h2}\}$ $\Phi_{NTr}(1) = \{\Phi_{C3}\}$ (détectable si $h_1 > h$) $\Phi_{FTr}(1) = \{\Phi_{V4}^O\}$ |
| Mode 2: (F,P) | $\Phi_{CE}(2) = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_{Qp}, \Phi_{h2}\}$ $\Phi_{NTr}(2) = \{\Phi_{V4}^{BF}\}$ $\Phi_{FTr}(2) = \{\Phi_{C3}, \Phi_{V4}^O\}$ |
| Mode 3: (O,P) | $\Phi_{CE}(3) = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_{Qp}, \Phi_{h2}\}$ $\Phi_{NTr}(3) = \{\}$ $\Phi_{FTr}(3) = \{\Phi_{C3}, \Phi_{V4}^F\}$ |
| Mode 4: (O,V) | $\Phi_{CE}(4) = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_{Qp}, \Phi_{h2}\}$ $\Phi_{NTr}(4) = \{\Phi_{V4}^{BO}\}$ $\Phi_{FTr}(4) = \{\Phi_{V4}^F\}$ |

Les graphes des comportements défailants ($GCD(i)$) sont donnés figure 4.15. Ces graphes se déduisent du tableau 4.3 et de l'automate complet du système.

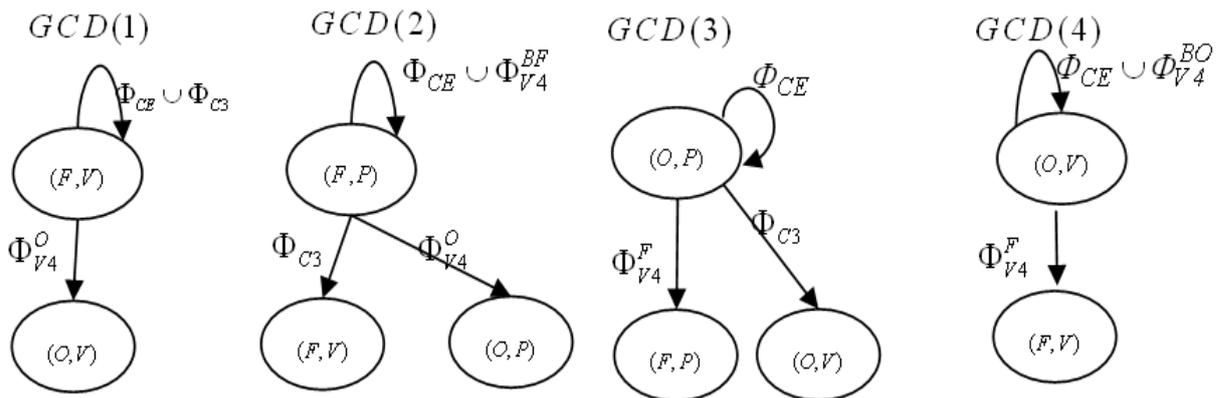


Figure 4. 15 Les GCDs pour les 4 modes

L'utilisation des graphes de comportements permet de réduire le nombre des résidus calculés en ligne.

4.6 Conclusion

Nous avons présenté un algorithme de surveillance basé sur des graphes (GCN et GCD) permettant de réduire le nombre de résidus testés à chaque instant et d'organiser l'ensemble des tests. Le graphe de comportement normal permet de détecter les défaillances et le graphe de comportement défaillant permet de localiser les défauts continus et discrets. La surveillance est donc effectuée en tenant compte de toutes les informations discrètes et continues disponibles sur le système. Dans ce chapitre, les notions de discernabilité et de similarité ont également été présentées. Une condition nécessaire et suffisante de non discernabilité est proposée. La similarité des modes permet de minimiser le nombre de résidus calculés en ligne. Nous avons également présenté les GCN et GCD sur un procédé hydraulique (système à deux réservoirs).

Conclusion générale

Le travail dans ce mémoire concerne le diagnostic à base de modèle des SDH et propose en particulier une méthodologie de surveillance (détection et localisation de défaillances) des Systèmes Dynamiques Hybrides.

Nous avons exposé dans le premier chapitre une description générale des SDH. Dans ce cadre, nous avons introduit une modélisation formelle à base d'automate hybride d'un SDH. L'automate hybride a été choisi comme outil de modélisation des SDH en raison de sa facilité d'implémentation et sa capacité à représenter une large classe de SDH.

Dans le deuxième chapitre, après avoir rappelé brièvement les définitions et la terminologie utilisées dans le domaine de diagnostic, nous avons passé en revue quelques approches de diagnostic à base de modèle proposées dans la littérature aussi bien pour les systèmes continus que pour les SED.

Dans le troisième chapitre, une méthodologie de surveillance par observateur hybride est proposée tel qu'un module d'observation pour la génération de signature de mode pour l'identification du mode courant et un module pour la localisation des défauts capteurs.

Dans le cas réel, les systèmes peuvent être perturbés par des incertitudes de modèle et des bruits nous avons utilisé alors la méthode d'évaluation basée sur la norme des résidus afin de générer les signatures expérimentales des résidus et faire la correspondance avec la table de signatures théoriques afin de détecter le mode actif en présence des bruit de mesures et de détecter les défauts discrets (transition vers un mode non successeur). Le deuxième module est synthétisé autour d'un schéma DOS afin de générer un vecteur des résidus structurés pour pouvoir localiser les défauts capteurs.

Afin de garantir un compromis entre les deux qualités requises dans un générateur de résidus, à savoir la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la sensibilité aux défauts, un problème d'optimisation basé sur des LMI est proposé.

La détection des transitions suppose l'utilisation de l'ensemble des résidus des modes successeurs normaux et anormaux. Ainsi le nombre des résidus calculés peut être considérable. Pour réduire ce nombre, un concept basé sur les graphes de comportement (GCN et GCD) afin de hiérarchiser la surveillance est proposé dans le chapitre 4.

Conclusion générale

Nous avons également proposé un théorème permettant de vérifier si deux modes sont discernables ou non, aussi nous avons établi une condition nécessaire afin de grouper deux modes similaires.

Finalement, nous avons appliqué la méthodologie des graphes de comportement sur un système à deux réservoirs.

A l'issue de ce mémoire, plusieurs problèmes demeurent ouverts. Nous présentons ci après les pistes de recherche qui nous semblent les plus prometteuses :

- Etude de la robustesse/sensibilité des résidus pour les systèmes non linéaires hybrides.
- Extension des travaux présentés dans ce mémoire à d'autres classes de SDH et à d'autres types de défauts comme les défauts paramétriques....
- Développement des conditions nécessaires et suffisantes de non discernabilité entre les modes dans un fonctionnement défaillant....
- Surveillance par observateur des systèmes hybrides incertains...
- Une des perspectives est de surveiller des systèmes hybrides à structure variables, c'est-à-dire la dimension du vecteur d'état varie d'un mode à un autre...

ANNEXE A

▪ **Exemple illustratif utilisant l'observateur à entrée inconnue**

Dans cette partie nous supposons que le système fonctionne en mode normal, donc nous utilisons uniquement le premier module (banc d'observateurs pour la génération de signature de mode) afin d'identifier le mode courant.

Prenons le même exemple académique de la section 3.3.1 décrit précédemment avec un changement de la matrice C_i (eq 3.31) par :

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; C_2 = C_1 = C_3 = C_4$$

Chaque mode i est représenté par l'équation (3.26) avec

$$E_{ix} = [-0.2 \ 0.10 \ 0.25]^T; E_{2x} = E_{3x} = E_{4x} = E_{1x} = E$$

Pour appliquer l'algorithme de calcul de gain de l'observateur pour chaque mode i , la condition 1 du théorème est d'abord vérifiée $\text{rang}(C_i, E_{ix}) = \text{rang}(E_{ix})$, Ensuite, pour calculer les matrices H_i , T_i et A_{i1} , la condition 2 est également vérifiée. Nous remarquons que (C, A_{i1}) est détectable pour chaque mode i . Les matrices H_i , T_i et A_{i1} sont calculées comme suit:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.80 & -0.40 \\ -0.40 & 0.20 \\ -1.00 & 0.50 \end{bmatrix}; H_2 = H_3 = H_4 = H_1 \quad T_1 = \begin{bmatrix} 0.20 & 0.40 & 0 \\ 0.40 & 0.80 & 0 \\ 1.00 & -0.50 & 1.00 \end{bmatrix}; T_2 = T_3 = T_4 = T_1 \quad (\text{A.1})$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -0.40 & -2.00 & 0 \\ -0.80 & -4.00 & 0 \\ -2.00 & 2.50 & -1.00 \end{bmatrix}; A_{21} = \begin{bmatrix} -0.20 & 0.20 & 0 \\ -0.40 & 0.40 & 0 \\ 5.00 & 4.75 & -2.00 \end{bmatrix};$$

$$A_{31} = \begin{bmatrix} -0.20 & -0.40 & 0 \\ -0.40 & -0.80 & 0 \\ -1.00 & 0.50 & -2.00 \end{bmatrix}; A_{41} = \begin{bmatrix} -0.20 & 0.20 & 0 \\ -0.40 & 0.40 & 0 \\ -0.50 & 4.75 & -2.00 \end{bmatrix}.$$

En raison de non observabilité de l'état x_3 , il est nécessaire de calculer K_i en utilisant l'étape 7. Le gain de l'observateur K_i pour chaque mode est choisi en garantissant que la dynamique de l'observateur est beaucoup plus rapide que le sous-système lui-même. Nous utilisons alors la méthode de placement de pôle.

Afin d'écrire A_{ip} et C_{ip} sous la forme présentée dans l'algorithme proposé nous avons choisi $P_i = [1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1; 1 \ 1 \ 1]$ $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, à titre d'exemple prenons le mode 1 :

$$A_{1p} = P_1 A_{11} P_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1.6 & 2 & -2 \\ -4 & -3.5 & 2.5 \\ 0.3 & 2.5 & -3.5 \end{bmatrix}; C_{1p} = C_1 P_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{dans ce cas } A_{111} = \begin{bmatrix} 1.6 & 2 \\ -4 & -3.5 \end{bmatrix} \text{ et } C_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$K_{11} = \begin{bmatrix} 29.6 & -2 \\ 2.4 & 29.5 \\ -31 & -26.5 \end{bmatrix}, K_{21} = \begin{bmatrix} 39.8 & 0.2 \\ -5.8 & 34.05 \\ -33 & -33.25 \end{bmatrix}, K_{31} = \begin{bmatrix} 29.8 & -0.4 \\ 0.2 & 28.9 \\ -29 & -27.5 \end{bmatrix}, K_{41} = \begin{bmatrix} 29.8 & 0.2 \\ -0.3 & 24.05 \\ -28.5 & -23.25 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$K_i = K_{i1} + K_{i2} = K_{i1} + F_i H_i \quad (\text{A.5})$$

Les gains de l'observateur pour les quatre modes sont:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 5.6 & 10 \\ 13.24 & 24.08 \\ -18.4 & -32.8 \end{bmatrix}; K_2 = \begin{bmatrix} 7.8 & 16.2 \\ 11.98 & 25.16 \\ -15.8 & -41.85 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 5.8 & 11.6 \\ 11.6 & 23.2 \\ -15.8 & -34.1 \end{bmatrix}; K_4 = \begin{bmatrix} 5.8 & 12.2 \\ 9.08 & 19.36 \\ -15.3 & -29.85 \end{bmatrix}$$

TABLEAU A.1

EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES RESIDUS $r_i(t) = \begin{bmatrix} r_i^1(t) \\ r_i^2(t) \end{bmatrix}$ $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ EN PRESENCE DES

ENTREES INCONNUES

| | |
|--------|--|
| Mode 1 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) = F_1.Z(t) + T_1 B_1.u(t) + K_1 y(t) \\ r_1(t) = -C_1 Z(t) + (I - C_1 H_1) C_1 x(t) \end{cases}$ |
| Mode 2 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) = F_2.Z(t) + T_2 B_2.u(t) + K_2 y(t) \\ r_2(t) = -C_2 Z(t) + (I - C_2 H_2) C_2 x(t) \end{cases}$ |
| Mode 3 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) = F_3.Z(t) + T_3 B_3.u(t) + K_3 y(t) \\ r_3(t) = -C_3 Z(t) + (I - C_3 H_3) C_3 x(t) \end{cases}$ |
| Mode 4 | $\begin{cases} \dot{Z}(t) = F_4.Z(t) + T_4 B_4.u(t) + K_4 y(t) \\ r_4(t) = -C_4 Z(t) + (I - C_4 H_4) C_4 x(t) \end{cases}$ |

Le système a été simulé pendant 10s.

- **Identification du mode en l'absence de défaillance et en présence de perturbations en utilisant le générateur de signature du mode,**

La perturbation affectant le système et les résidus dans les modes 1, 2, 3 et 4, sont présentés dans la figure A.1, Nous remarquons d'après les expressions analytiques des résidus que ces derniers (résidus) pour chaque mode sont robustes à la perturbation. D'après l'évolution des résidus pour chaque mode, nous pouvons donc identifier le mode courant voir tableau A.1.

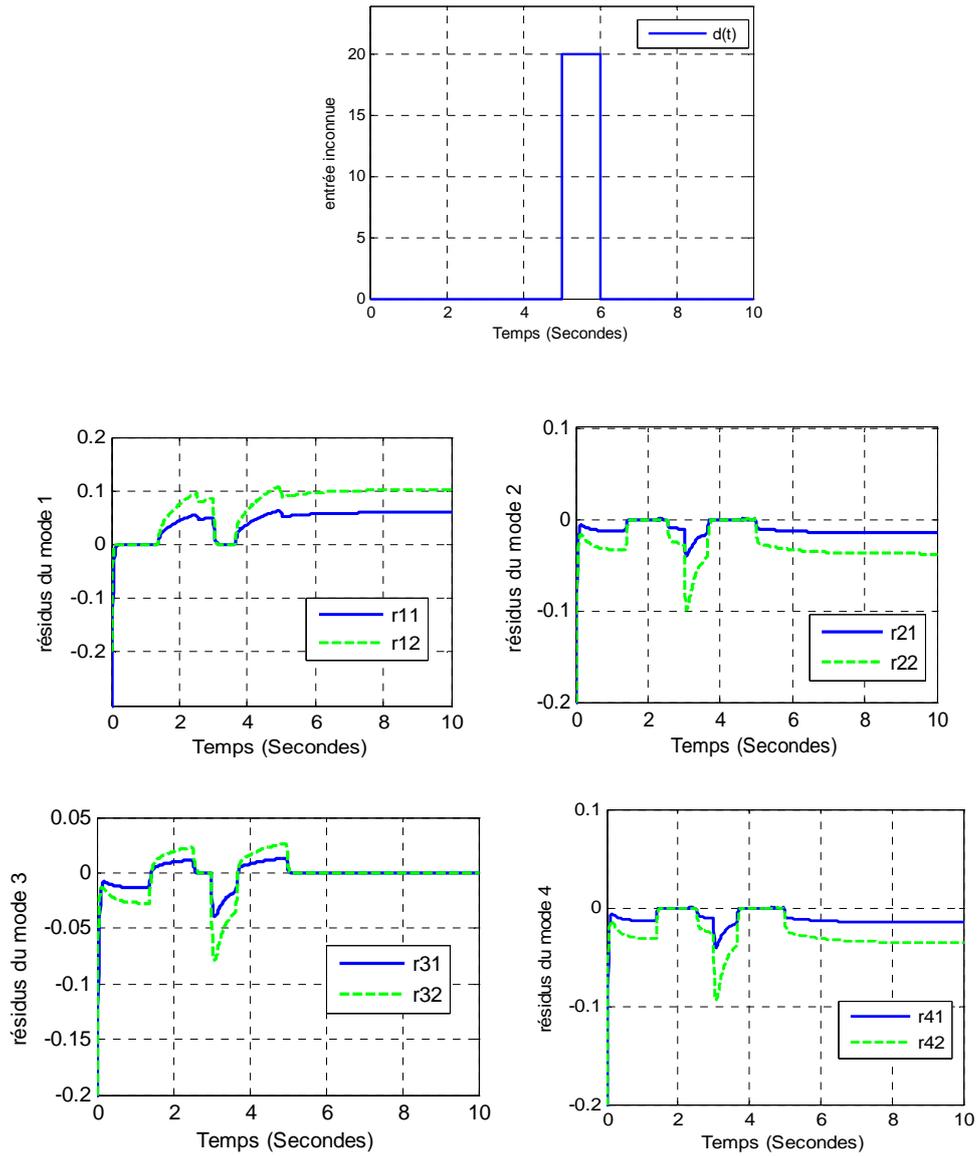


Figure A. 1 L'entrée inconnue et les résidus des modes 1,2 ,3 et 4 en fonctionnement normal et en présence des perturbations

TABLEAU A.2

TABLE DE SIGNATURES EXPERIMENTALES : IDENTIFICATION DU MODE COURANT

| Résidus Temps | Sr1 | Sr2 | Sr3 | Sr4 | Identification du Mode |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|------------------------|
| $0.22s < t < 1.43s$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Mode 1 |
| $1.44s < t < 2.54s$ | 0 | 1 | 0 | 1 | Mode 2 ou mode 4 |
| $2.55s < t < 3s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode3 |
| $3.02s < t < 3.61s$ | 1 | 0 | 0 | 0 | Model1 |
| $3.63s < t < 5s$ | 0 | 1 | 0 | 1 | Mode 2 ou Mode 4 |
| $5.02s < t < 10s$ | 0 | 0 | 1 | 0 | Mode3 |

Annexes

Nous remarquons d'après ce tableau que la signature des résidus du mode 2 est égale à la signature du mode 4. Donc les modes 2 et 4 sont non discernables (non identifiables) voir chapitre 4.

ANNEXE B

Fonctions de Lyapunov quadratiques communes

L'analyse de la stabilité globale du SDH est basée en premier lieu sur l'étude de l'existence d'une fonction de Lyapunov commune à chaque mode.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Le système (B.1) est dit asymptotiquement stable s'il existe une fonction de Lyapunov commune donnée par :

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (\text{B.2})$$

Avec P matrice définie positive et symétrique.

Le système est asymptotiquement stable si :

$$\dot{V}(x(t)) < 0 \quad (\text{B.3})$$

Cependant, l'existence d'une fonction de Lyapunov commune est une condition suffisante mais non nécessaire. A partir de là, Branicky [Branicky, 98] a soulevé le problème du conservatisme issu de la recherche d'une fonction commune de Lyapunov pour tout le système. Dans [Dayawansa et al, 99] les auteurs ont montré analytiquement que nous pouvons avoir des systèmes dynamiques hybrides stables, mais qui n'admettent pas une fonction de Lyapunov commune.

- **Fonctions de Lyapunov quadratiques multiples**

Afin de réduire le conservatisme issu de l'approche basée sur la fonction de Lyapunov quadratique commune, des fonctions de Lyapunov quadratiques multiples peuvent être utilisées [Branicky, 98], [Decarlo et al, 00]. Le principe consiste à associer une fonction de Lyapunov pour chaque mode de la forme :

$$V_i(x(t)) = x(t)^T P_i x(t) \quad (\text{B.4})$$

De ce fait, les théories élaborées dans ce contexte sont basées sur la décroissance de la fonction de Lyapunov aux instants successifs de commutation [Petterson, 05].

Pour la classe des systèmes à commutation positifs, une fonction commune de Lyapunov peut être utilisée [Mason et al, 07].

ANNEXE C

Compatibilité d'un système d'équations linéaires

Soit le système d'équations linéaires $Ax = b$, avec $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ la matrice des coefficients, $x \in \mathfrak{R}^n$, le vecteur des inconnues, et $b \in \mathfrak{R}^m$ le vecteur des constantes. Ce système d'équations linéaires est compatible si le rang de la matrice A est égal au rang de la matrice augmentée du vecteur des constantes b , noté $A : b$. C'est-à-dire que le système possède au moins un vecteur x qui satisfait toutes les équations simultanément. Si ce n'est pas le cas, le système est incompatible et le rang de la matrice des coefficients A est différents de celui de la matrice augmentée $A : b$.

TABLEAU C.1
COMPATIBILITE D'UN SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRES

| $Ax = b$ | condition | solution |
|--------------|---|---------------------|
| compatible | $\text{rang}(A) = \text{rang}(A : b) = r$ | unique si $r = n$ |
| | | infinité si $r < n$ |
| incompatible | $\text{rang}(A) \neq \text{rang}(A : b)$ | aucune |

Bibliographie

A.

[Alur et al, 95] R Alur, C Courcoubetis, N Halbwachs, TA Henzinger,
"The algorithmic analysis of hybrid systems",
Theoretical Computer Science pp. 3–34, 6 Février, 1995.

[Antsaklis et al, 03] P. J. Antsaklis and X. D. Koutsoukos,
"Hybrid systems: Review and recent progress",
Software-Enabled Control: Information Technology for Dynamical Systems. Willey-IEEE Press, hardcover
editin, April 2003.

[Alessandri et al, 01] A. Alessandri, P. Coletta,
"Design of Luenberger Observers for a class of hybrid linear systems",
Hybrid systems: computation and control, Lecture notes in computer science, Vol. 2034, pp .7-18, Springer-
verlag, 2001.

[Antsaklis et al, 97] P.Antsaklis , X. Koutsoukos, J. Zaytoon,
"On hybrid control of complex system: a survey",
Technical Report of the ISIS Group at the University of Notre Dame ISIS-97-017, Notre Dame, Janvier 1997.

B.

[Blanke et al, 03] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki,
"Diagnosis and Fault-tolerant Control",
Springer Verlag, 2003.

[Bachir, 02] S. Bachir,
"Contribution au diagnostic de la machine asynchrone par estimation paramétrique"
Thèse de doctorat, 17 décembre 2002.

[Balluchi et al, 01] A. Balluchi, L. Benvenuti, M. D. Di Benedetto and A. L. Sangiovanni-Vincentelli,
"A hybrid observer for the driveline dynamics",
In Proceeding 6th European Control Conference, ECC' 2001, Porto, Portugal 2001.

[Balluchi et al, 02(a)] A. Balluchi, L. Benvenuti, M. D. Di Benedetto and A. L. Sangiovanni-Vincentelli.
"Design of Observers for Hybrid System".
Hybrid Systems: Computation and control (HSCC'02). Vol. 2289, LNCS, pp. 76–89, Springer-Verlag, 2002.

[Balluchi et al, 02(b)] A. Balluchi, L. Benvenuti, M. D. Di Benedetto and A. L. Sangiovanni-Vincentelli,
"Observers for Hybrid Systems with Continuous state Resets",
In Proceeding 10th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2002.

[Belkhiat, 12] D. E. C. Belkhiat,
"Diagnostic d'une classe de systèmes linéaires à commutations : Approche à base d'observateurs robustes",
Thèse de doctorat, Université de Reims, décembre 2012.

[Bergstra et al, 06] J.A. Bergstra and C.A. Middelburg,
"Continuity Controlled Hybrid Automata, Journal of Logic and Algebraic Programming",
Vol. 68, pp. 5-53, Juillet, 2006.

[Bemporad et al, 99] A. Bemporad and M. Morari,
"Control of Systems Integrating Logic, Dynamics, and Constraints ".
Automatica, vol. 35, N°. 3, pp. 407-427, Mars 1999.

[Birouche et al, 06] A. Birouche, J. Daafouz and C. Iung
"Observer design for a class of discrete time piecewise-linear systems"

Bibliographie

Proceedings of the 2nd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems, Alghero, Italy, 7-9 Juin, 2006.

[Biswas et al, 03] S Abdelwahed, G. Karsai, G. Biswas,
"Robust diagnosis for switching system",
5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington D.C, 2003.

[Boel et al, 99] R.K., B. De Schutter, G. Nijse, J.M. Schumacher, and J.H. van Schuppen,
"Approaches to modeling, analysis, and control of hybrid systems",
Journal A, vol. 40, n°4, pp. 16-27, Décembre 1999.

[Branicky, 98] M. S. Branicky,
"Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems",
IEEE Transaction Automatic Control, 43(4):pp.475-482, April, 1998.

[Brambilla et al, 08] D. Brambilla, L. M. Capisani, A. Ferrara et P. Pisu,
"Second order sliding mode observers for fault detection of robot manipulators",
47th IEEE conference on Decision and Control, CDC'08, pp. 2949-2954, 2008.

C.

[Chabir et al, 06] K. Chabir, A. Tellili et M. Naceur Abdelkrim,
"Diagnostic des systèmes linéaires en boucle fermée",
SAI'06, Gabes Matmata-Tunisie, 10-12 Février, 2006.

[Chaillet, 95] A. Chaillet Subias,
"Approche de multi modèles pour la commande et la surveillance en temps réel des systèmes à événements discrets". Thèse de doctorat, Université de Toulouse 3, Toulouse, France, 1995.

[Chen et al, 05] W. Chen and M. Saif,
"Unknown Input Observer of A Class of Switched Control Systems",
American Control Conference Portland, OR, USA, Juin 8-10, 2005.

[Chow et al, 84] E. Y. Chow and A. S. Willsky
"Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems",
IEEE Transactions on Automatic Control, 29(7):pp.602-615, Juillet 1984.

[Clark, 78] R.N. Clark,
"A simplified instrument detection scheme",
IEEE Transaction Aerospace Electronic System, Vol. 14, pp. 558-563, 1978.

[Cocquempot, 93] V. Cocquempot,
"Surveillance des Processus Industriels Complexes. Génération et Optimisation des Relations de Redondance Analytique",
Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, France, 1993.

[Cocquempot et al, 04] V. Cocquempot, T. El Mezyani and M. Staroswiecki.
"Fault detection and isolation for hybrid systems using structured parity residuals".
In proceedings of Asian Control Conference: ASCC'2004, Juillet 2004.

[Cocquempot et al, 04(a)] V. Cocquempot, T. El Mezyani, et M. Staroswiecki.
"Surveillance des systèmes hybrides non linéaires à l'aide de relations de redondance analytiques".
CIFA'2004, novembre 2004.

[Cocquempot et al, 05] V. Cocquempot, T. El Mezyani et M. Staroswiecki,
"Hybrid Dynamical Systems Monitoring using Structured Analytical Redundancy Relations",
17^{ème} Congrès Mondial IMACS Calcul Scientifique, Mathématiques Appliquées et Simulation, Paris, France, juillet 2005.

Bibliographie

[Cocquempot, 07] V. Coquempot,
"Diagnostic des systèmes dynamiques hybrides",
Chapitre 7, 35 pages, traité IC2, série système automatisés « supervision des procédés complexes », Hermès.
Février 2007.

D.

[Dayawansa et al, 99] W. Dayawansa, C.F. Martin ,
"A Converse Lyapunov Theorem for a Class of Dynamical Systems which Undergo Switching",
IEEE Transaction Automatic Control, Vol. 44, N° 4, Avril 1999.

[Decarlo et al, 00] R. Decarlo, M.S. Branicky, S. Pettersson, B. Lennartson,
"Perspective and Results on The Stability And Stabilizability of Hybrid Systems",
Proceeding of the IEEE, Vol. 8, N° 7, Juillet 2000.

[Ding et al, 94] X. Ding and P. M. Frank,
"Comparison of observer-based fault detection approaches",
SAFEPROCESS'94, pp. 556–561, Helsinki , Finlande, 1994.

[Domlan et al, 04] E. Ayih Domlan, D. Maquin, J. Ragot,
"Diagnostic des systèmes à commutation, approche par la méthode de l'espace de parité ",
Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA' 2004, Douz, Tunisie, novembre 2004.

[Domlan, 06] E. A. Domlan ,
"Diagnostic des Systèmes à Changement de Régime de Fonctionnement",
Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine (spécialité automatique et traitement du signal) ,6 octobre 2006.

E.

[Emami et al, 88] N.Emami, M.M.Akhter, S.M.Rock,
"Effect of model uncertainty on failure detection: the threshold selector",
IEEE transaction Automatic control, AC-33, N°2, 1988.

F.

[Fang,93] X.Fang,
"Failure detection and isolation for dynamic systems using robust residuals",
TOOLDIAG'93, International Conference on Fault Diagnosis, Toulouse, Vol. 1, pp.10-20,1993.

[Frank,90] P. M. Frank,
"Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy – a survey and some new results",
Automatica, 26(3):459–474, 1990.

[Frank, 96] P. M. Frank,
"Analytical and qualitative model-based fault diagnosis - a survey and some new results",
European Journal of Control, 2(1):pp. 6–28, 1996.

[Farina et al, 00] L.Farina and S. Rinaldi,
"Positive linear systems"
Wiley Interscience Series, 2000.

[Ferrari et al, 02] G. Ferrari, F.A. Cuzzola, D. Mignone, M.Morari,
"Analysis of Discrete-Time Piecewise Affine and Hybrid Systems",
Automatica, Vol. 38, Issue 12, Pages 2139–2146, Décembre 2002.

[Fossard et al, 93] A. J. Fossard et D. Normand Cyrot,
"Système non linéaire",
Tome 1 : modélisation – estimation, Masson, Paris, 1993.

Bibliographie

G.

[Gao et al, 01] Y. Gao, J. Lygeros and M. Quincampoix,
"A viability approach to the reachability problem for uncertain hybrid systems",
The European Commission under the project COLUMBUS, 2001

[Garcia et al, 97] E. Alcorta-Garcia and P. Frank,
"Deterministic Nonlinear Observer Based Approaches to Fault Diagnosis: A Survey",
Control Engineering Practice 5(5), pp. 663–670, 1997.

[Geromel et al, 06] J.C Geromel
"Stability and stabilization of continuous-time switched systems".
SIAM Journal on Control and Optimization, 45 :pp.1915–1930.

[Gertler, 93] J.J.Gertler, R.Monajemy,
"Generation of direction residuals with dynamic parity equations",
Proceeding of the 12th World Congress of IFAC, pp. 505-510, Sydney, Australia 1993.

[Gueguen et al, 04] H. Guéguen et J. Zaytoon ,
"Sur le calcul de l'espace atteignable des systèmes dynamiques hybrides",
CIFA'04 : Conférence Internationale Francophone, 2004.

H.

[H Lou et al, 09] H. Lou et P. Si,
"The Distinguishability of Linear Control Systems",
Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, Vol. 3, N°1: pp.21- 38, 2009.

[Hamdi, 10]F. Hamdi,
"Contribution à la Synthèse d'Observateurs pour les Systèmes Hybrides",
Thèse de doctorat, Université de Batna Faculté des Sciences de l'ingénieur Département d'électronique
(spécialité Science en électronique Option Contrôle industriel), 13 Juillet 2010.

[Hammouri et al, 99] H. Hammouri, M.Kinnaert, and E.H. El Yaagoubi,
"Observer based approach to fault detection and isolation for non linear systems",
IEEE Transactions on Automatic control, Vol 44, N° 10, Octobre 1999.

[Hashtrudi et al, 98] S. Hashtrudi Zad, R.H. Kwong and W.M. Wonham,
"Fault diagnosis in discrete-event systems: Framework and model reduction,"
Proceeding, 37th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida, USA, pp. 3769-3774, Décembre 1998.

[Hocine, 06] A. Hocine,
"Estimation d'état et diagnostic de systèmes à commutation par filtrage multi-modèle",
Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine (spécialité automatique et traitement du signal), 08 décembre, 2006.

I.

[Isermann, 84] R. Isermann
"Process fault diagnosis based on modelling and estimation methods. A survey "
Automatica, Vol. 20, pp. 387-40, 1984.

[Ichalal,09] D. Ichala,
" Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de takagi-sugeno ",
Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine (spécialité automatique et traitement du signal), 24 Novembre 2009.

J.

[Juloski, 04] A. Julski,

Bibliographie

"Observer design and identification methods for hybrid systems: Theory and experiments",
Thèse de doctorat, Université Technique de Eindhoven, 2004.

K.

[Kalman et al, 60] R. E. Kalman and J. E. Betram,
"Control system analysis and design via the "second method of Lyapunov : Continuous-time system",
ASME journal of Basic Engineering, Vol 82, pp. 371-393, 1960.

[Kalman et al, 61] R. E. Kalman and R. S. Bucy, New Results in Linear Filtering and Prediction Theory, Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering, vol. 83, pp. 95-107, 1961.

L.

[Luenberger, 71] D.G.Luenberger,
"An Introduction to Observers",
IEEE Transaction on Automatic Control, AC-16(6), pp.596–602, 1971.

[Larroque,08] B. Larroque
"Observateurs de systèmes linéaires application à la détection et localisation de fautes"
Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France, 2008.

M.

[Maquin et al, 00] D. Maquin et J. Ragot,
"Diagnostic des systèmes linéaires"
Hermès Science Publications, Paris, 2000.

[Marchand et al, 02] H. Marchand, L. Rozé,
"Diagnostic de pannes sur des systèmes à événements discrets. Une approche à base de modèles symboliques".
13^{ème} Congrès AFRIF-AFIA de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, Anger, France, pp. 191-200, 8 Janvier, 2002.

[Mason et al, 07] O. Mason and R. Shorten,
"On linear copositive Lyapunov functions and the stability of switched positive linear systems",
IEEE Transactions on Automatic Control, 52 (7), pp.1346-1349, 2007.

[Morse, 96] S. Morse,
"Supervisory control of families of linear set-point controllers, part 1: Exact matching",
IEEE transactions on Automatic Control, Vol. 41, 1996.

[Morse, 97] S. Morse,
"Supervisory Control of Families of Linear Set-Point Controllers, Part 2: Robustness",
IEEE Transactions On Automatic Control, Vol. 42, N°11, November 1997.

[Mezyani, 05] T. Mezyani,
"Méthodologie de surveillance des systèmes dynamiques hybrides",
Thèse de doctorat, Université de sciences et technologies de Lille, France, 2005.

N.

[Narasimhan et al, 01] S. Narasimhan and G.Biswas,
"Efficient diagnosis of hybrid systems using models of the supervisory controller",
12th International Workshop on Principles of Diagnosis, via Lattea, Italy, 2001

P.

[Patton et al, 91] R. J. Patton and J. Chen,
"A Review of Parity Space Approaches to Fault Diagnosis",
Proceedings of IFAC/IMACS Symposium SAFEPROCESS'91, pp. 239–255,UK, 1991.

[Pencolé et al, 05] Y. Pencolé and M. Cordier,
"A formal framework for the decentralised diagnosis of large scale discrete event systems and its application to telecommunication networks",

Bibliographie

Artificial Intelligence Journal, 164(1-2): pp.121–170, 2005.

[Pettersson, 05] S. Pettersson,
"Observer design for switched systems using multiple quadratic Lyapunov functions",
13th Mediterranean conference on control and automation, Limasol, Cyprus, June, 2005.

[Pettersson, 06] S. Pettersson,
"Designing switched observers for switched systems using multiple Lyapunov functions and dwell-time switching",
2nd IFAC conference on Analysis and Design of Hybrid Systems, Alghero, Italy, 2006.

[Prandini, 09] M. Prandini and J. Hu,
"Application of reachability analysis for stochastic hybrid systems to aircraft conflict prediction",
IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 54, N°4, pp. 913-917, 2009.

[Puri, et al, 96] A. Puri, V. Borkar and P. Varaiya,
"e-approximation of differential inclusions".
Proceedings of Hybrid Systems III Workshop : Verification and Control, Vol. 1066 of Lecture Notes in Computer Science, pp. 362–376, 1996.

R.

[Ramadge et al, 89] P. J. G. Ramadge and W. M. Wonham ,
"The control of discrete event systems",
Proceedings of the IEEE, 77(1):pp.81–89, January 1989.

S.

[Sampath et al, 95] M. Sampath, R. Sengupta, S. Lafortune, K. Sinnamohideen, and D. Teneketzis,
"Diagnosability of discrete event system",
IEEE Transactions on Automatic Control, 40(9):pp.1555–1575, 1995.

[Sampath et al, 96] M. Sampath, R. Sengupta, S. Lafortune, K. Sinnamohideen, and D. Teneketzis,
"Failure diagnosis using discrete event models",
IEEE Transactions on Automatic Control, 4(2):pp.105–124, 1996.

[Sheila, 00] Sheila A. McIlraith,
"Diagnosing Hybrid Systems. A Bayesian Model Selection Approach ",
Proceeding of 11th International Workshop on Principles Diagnosis (DX00), Morelia, Mexico, pp. 140-146,
2000.

[Staroswiecki et al,00] M. Staroswiecki, J. Ph. Cassar, et P. Declerck,
"Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems",
Springer Verlag, edition, 2000.

[Saadaoui, 06] Saadaoui,
"Exact Differentiation Via Sliding Mode Observer For Switched Systems",
Proceedings of the 2nd IFAC Conference, on Analysis and Design of Hybrid Systems, Alghero, Italy, 7-9 Juin,
2006 .

T.

[Takrouni et al, 11] A. Takrouni, V. Cocquempot, N. Zanzouri and M. Ksouri,
"Distinguishability and Similarity between modes in Hybrid System Monitoring",
International Conference on Communications, Computing and Control Applications (IEEE CCCA'11),
Hammamet, Tunisie, Mars 3-5, 2011.

[Takrouni et al, 12] A. Takrouni, M. Ksouri, N. Zanzouri, V. Cocquempot
"Mode Recognition and Fault Detection of Hybrid Dynamical Systems by Unknown Input Observers"
International Review of Automatic Control, Vol. 5, N°1, pp. 49-55, January 2012.

Bibliographie

V.

[Venkat et al, 03] A. Venkat, R. Rengaswamy, K. Yin, S. N. Kavuri,
"A review of process fault detection and diagnosis. Part I: Quantitative model-based methods",
Computers and Chemical engineering, pp. 293-311, 2003.

[Vidal et al, 02] R. Vidal, A. Chiuso, and S. Soatto
"Observability and identifiability of jump linear systems",
In proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, (Las Vegas, NV), pp. 3614-3619,
Décembre 2002.

[Viswanadham et al, 87] N. Viswanadham and R. Srichandert,
"Fault detection using unknown input observers",
Control Theory and Advanced Technology 3, pp. 91–101, 1987.

W.

[Wonham, 85] W. M. Wonham,
"Linear Multivariable Control: A Geometric Approach (Stochastic Modelling and Applied Probability) ",
Springer, 1985.

[Wunnenberg et al, 86] J. Wunnenberg and P. Frank,
"System Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-Based Approaches", Vol. 1, Tzafestas, Singh,
Schmidt edition Reidel Presse, 1986.

Z.

[Zaytoon ,01] J. Zaytoon,
"Systèmes dynamiques hybrides",
Collection Hermès science Europe LTD, 2001.

[Zarei et al, 11] J. Zarei, J. Poshtan,
"Sensor fault detection and diagnosis of a process using unknown input observer",
Mathematical and Computational Applications, Vol. 16, N° 1, pp. 31-42, 2011.