

Diagnostic des systèmes dynamiques hybrides à modes non linéaires

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 09 Octobre 2013

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université Lille 1 Sciences et Technologies
(Spécialité : Automatique, Génie Informatique, Traitement de Signal et Images)

par

Talel ZOUARI

Composition du jury :

<i>Rapporteurs :</i>	M. Hassani MESSAOUD M. Mohammed CHADLI	Professeur École Nationale d'Ingénieurs de Monastir Maître de Conférences HDR Université de Picardie Jules Verne
<i>Examineurs :</i>	M. Nouredine MANAMANNI M. Komi Midzodzi PEKPE M. Benoit MARX M. Faouzi BOUANI M. Vincent COCQUEMPOT Mme. Moufida KSOURI	Professeur Université de Reims Champagne-Ardenne Maître de Conférences Université de Lille 1 (co-encadrant) Maître de Conférences Université de Lorraine Professeur École Nationale d'Ingénieurs de Tunis Professeur Université de Lille 1 (directeur de thèse) Professeur École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (co-directrice de thèse)

Remerciements

Cette thèse doit beaucoup à un grand nombre de personnes qui m'ont soutenu, encouragé et conseillé au long de toutes ces années et que je tiens à remercier. Mes remerciements vont tout d'abord à Monsieur Vincent COCQUEMPOT, Professeur à l'Université Lille 1, Madame Moufida KSOURI, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis et Monsieur Komi Midzodzi PEKPE, Maître de Conférences à l'Université Lille 1, pour leurs soutiens, leurs disponibilités et d'avoir accepté à encadrer ce travail de recherche. Leurs précieux conseils et leurs critiques constructives, m'ont permis de confronter et ajuster mes travaux à des problématiques pratiques et réelles. Mises à part ces contributions de fond, je n'oublie pas enfin leurs aides précieuses dans la relecture et la correction de ma thèse. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes plus sincères remerciements.

Mes remerciements sont aussi adressés à Monsieur Hassani MESSAOUD, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Monastir et Monsieur Mohamed CHADLI, Maître de Conférences Habilité à Diriger des Recherches à l'Université Picardie Jules Vernes, qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteur de ce travail. Ils ont également contribué par leurs nombreuses remarques et suggestions à améliorer la qualité de ce mémoire, et je leurs en suis reconnaissant.

Je tiens à remercier également les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont exprimé pour ce travail et pour leurs remarques pertinentes. Je suis très honoré et très reconnaissant à Monsieur Nouredine MANAMANNI, Professeur à l'Université de Reims Champagne-Ardenne, à Monsieur Faouzi BOUANI, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis et à Monsieur Benoît MARX Maître de conférences à l'Université de Lorraine. Je remercie le Groupement d'Intérêt Scientifique : Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes (GIS 3SGS) qui a financé cette thèse en m'accordant une bourse dans le cadre du projet Conception et Observation de Systèmes à MO des multiples de fonctionnement Sûrs (COSMOS).

Je n'oublie pas de remercier les membres du Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (LAGIS UMR 8219) et du Laboratoire Analyse, Commande et Conception des Systèmes (LACS LR-11-ES20) et en particulier ceux des deux équipes Systèmes Tolérants aux Fautes (STF) et Surveillance et Commande des Systèmes Industriels (SCSI) pour leur soutien logistique et moral ainsi que pour la très bonne ambiance que j'ai toujours trouvée au sein des laboratoires.

Il m'est particulièrement agréable d'exprimer ma profonde gratitude à Mr. Mekki KSOURI, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, pour son encouragement constant et son soutien dans les moments de doute. Je tiens aussi à lui exprimer mon admiration pour sa compétence, son caractère modeste et aimable.

J'exprime ma gratitude à tous les amis - chercheurs du LAGIS et du LACS (trop nombreux pour être cités ici) avec qui j'ai pu partager les joies et les difficultés de la vie du thésard. Je pense en particulier à : Samir BEN MOUSSA, Rui LOUREIRO, Youcef TOUATI, Lamine CHALAL et Ramzi BEN MESSAOUD.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance à ma famille qui m'a assuré le soutien affectif durant ce travail doctoral. Elle a toujours cru en moi et j'espère être toujours à la hauteur de leurs attentes. Je vous serai éternellement reconnaissant d'avoir su me donner les moyens d'arriver jusqu'ici.

Enfin, merci à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail et qui se reconnaîtront dans ces quelques lignes.

*À la mémoire de mes grands parents,
À mes parents,
À mes frères et sœurs,*

Table des matières

Liste des tableaux

xiii

Introduction générale

1

Chapitre 1

Les multimodèles et les systèmes dynamiques hybrides

1.1	Introduction	12
1.2	Les multimodèles	12
1.2.1	Modélisation d'un système non linéaire par un multimodèle	13
1.2.2	Différentes structures de multimodèles	18
1.2.3	Transformation sous forme multimodèle	21
1.3	Les systèmes dynamiques hybrides	26
1.3.1	Modélisation des systèmes dynamiques hybrides	28
1.3.2	Définition d'un automate hybride	31
1.3.3	Différentes représentations d'état d'un SDH	32
1.4	Modélisation des systèmes à commutations à modes représentés par des multimodèles	36
1.5	Conclusion	38

Chapitre 2

Diagnostic des systèmes dynamiques

2.1	Introduction	40
2.2	Généralités sur les systèmes de diagnostic	40
2.2.1	Terminologie	41
2.2.2	Présentation d'un système de diagnostic	43
2.2.3	Méthodes de diagnostic	47
2.3	Diagnostic des systèmes non linéaires représentés par des multimodèles	60

2.4	Diagnostic des systèmes à commutations	62
2.4.1	Cas des modes linéaires	64
2.4.2	Cas des modes non linéaires	66
2.5	Conclusion	67

Chapitre 3

Méthode de génération de résidus par projection des données pour les systèmes modélisés sous forme Takagi-Sugeno

3.1	Introduction	70
3.2	Présentation de la Méthode de Projection des Données (MPD) pour les systèmes LTI	70
3.2.1	Relation matricielle d'entrée-sortie	71
3.2.2	Génération des résidus par la Méthode de Projection des Données (MPD)	72
3.2.3	Conditions de sensibilité des résidus aux défauts capteurs	73
3.2.4	Détection de défauts capteurs	77
3.2.5	Localisation des défauts de capteurs	78
3.3	Extension de la MPD pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS	79
3.3.1	Position du problème et hypothèses	79
3.3.2	Relation matricielle d'entrée-sortie pour les SNL représentés par un multimodèle	80
3.3.3	Génération des résidus robustes	92
3.3.4	Sensibilité aux défauts capteurs et robustesse aux incertitudes de modélisation	93
3.4	Exemple d'illustration	94
3.4.1	Détermination du modèle TS	95
3.4.2	Détection et localisation des défauts	97
3.5	Conclusion	98

Chapitre 4

Diagnostic des systèmes à commutations à modes non linéaires par la méthode de projection des données

4.1	Introduction	100
-----	------------------------	-----

4.2	Position du problème : détection des commutations et reconnaissance du mode actif	101
4.3	Diagnostic des systèmes à commutations par MPD	104
4.3.1	Relation d'entrée-sortie sur une fenêtre de taille L	104
4.3.2	Génération des résidus structurés par rapport aux modes	105
4.3.3	Conditions de discernabilité en ligne	107
4.3.4	Sensibilité des résidus aux commutations	111
4.3.5	Méthode de décision	115
4.3.6	Algorithme de détection de commutations et de reconnaissance du mode	118
4.4	Exemple	118
4.4.1	Description du système	120
4.4.2	Résultats des simulations	121
4.5	Conclusion	124

Conclusions et perspectives

Index	135
Bibliographie	137

Table des figures

1.1	Schéma de principe de l'approche multimodèle	16
1.2	Fonctions de pondération les plus utilisées [78].	17
1.3	Architecture du multimodèle à état global	19
1.4	Architecture du multimodèle à états découplés	20
1.5	Schéma général d'identification du multimodèle	22
1.6	Couplage continu-discret d'un système hybride	27
1.7	Structure générale d'un système à commutations	29
1.8	Exemple d'un système dynamique hybride : la boîte de vitesse automatique	31
1.9	Exemple d'un modèle linéaire à saut : la balle rebondissante	33
1.10	Représentation du système de la balle rebondissante sous forme d'un modèle linéaire à saut	34
1.11	Liens entre les classes de modèles MLD, MMPS, LC, ELC et PWA. [88]	35
1.12	Modélisation d'un mode non linéaire du système à commutations	37
2.1	Ordonnancement des anomalies selon leur criticité.	42
2.2	Défauts d'un processus	44
2.3	Principe de détection et de localisation de défauts.	48
2.4	a. Forme de calcul ou externe b. Forme d'évaluation ou interne	49
2.5	Estimation de paramètres.	51
2.6	Méthode de l'espace de parité.	53
2.7	Principe général d'un estimateur de sortie.	54
2.8	Méthode de reconnaissance de forme.	56
3.1	Un exemple du critère $J(i)$	86
3.2	Système Masse-Ressort-Amortisseur.	94
3.3	Fonctions de pondération du modèle TS.	96
3.4	Système réel et modèle TS.	97
3.5	Résidu.	97
4.1	Un exemple de fonction de pondération pour la variable de prémisse $\underline{z}_k = u_{k-1}$ et avec $h_\sigma = 2$. ($- \sigma = 1$, $- - \sigma = 2$)	110
4.2	Données collectées sur une fenêtre temporelle glissante de taille L et pendant l'intervalle de temps $[k - L + 1, k]$	112
4.3	Reconnaissance du mode défaillant	114
4.4	Non reconnaissance du mode défaillant	116

Table des figures

4.5	Système dynamique hybride.	119
4.6	Entrée-Sortie du système dynamique hybride.	122
4.7	Indice de discernabilité par rapport au mode 1.	124
4.8	Indice de discernabilité par rapport au mode 2.	124
4.9	Indice de discernabilité par rapport au mode 3.	125
4.10	Résidus du mode 1	125
4.11	Résidus du mode 2	125
4.12	Résidus du mode 3	126
4.13	Résidus du mode 4	126
4.14	Résultats de la détection de commutation et de la reconnaissance du mode actif.	126

Liste des tableaux

4.1	Cas des modes discernables	107
4.2	Cas des modes non discernables	107
4.3	Valeurs numériques des multimodèles	120
4.4	Modes opératoires et leurs intervalles de temps	121

Introduction générale

Cadre et contexte :

Ce travail de doctorat est effectué dans le cadre d'une thèse en cotutelle entre l'Université des Sciences et Technologies de Lille 1 (USTL), au sein de l'équipe Systèmes Tolérants aux Fautes (STF) du Laboratoire d'Automatique, de Génie Informatique et Signal (LAGIS CNRS UMR 8219)¹, et l'Université de Tunis El Manar (UTM) à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (ENIT), au sein de l'équipe Surveillance et Commande des Systèmes Industriels du Laboratoire d'Analyse, Commande et Conception des Systèmes (LACS LR-11-ES20)². Mon travail de recherche s'est inscrit dans le cadre des projets COSMOS I et II (Conception et Observation de Systèmes à Modes multiples de fonctionnement Sûrs) du GIS 3SGS Groupement d'intérêt scientifique : surveillance, sûreté et sécurité des grands systèmes. Il est réalisé sous la direction de M. Vincent COCQUEMPOT, professeur à l'université de Lille 1, M. Komi Midzodzi PEKPE, maître de conférences à l'université de Lille 1, Mme. Moufida KSOURI, professeur de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis.

L'équipe STF s'intéresse à la conception des systèmes automatisés tolérants aux fautes soit en utilisant un modèle analytique qui peut être à dynamique continue (et/ou) discrète, ou soit en utilisant des techniques dites sans modèle (à base de données ou de signaux). Ces objectifs peuvent être résumés en la réalisation et la mise en place d'algorithmes suivant deux axes ; (i) l'axe de sûreté de fonctionnement et de diagnostic pour lequel l'objectif est la caractérisation, en-ligne ou hors-ligne, de l'état de fonctionnement du composant et du système et la détermination des propriétés (de surveillabilité et diagnosticabilité) du système. (ii) l'axe de contrôle/commande ou de reconfiguration pour que le système puisse continuer à remplir sa mission éventuellement dégradée. L'équipe Surveillance et Commande des Systèmes Industriels du LACS, s'intéresse à la conception à la fois de la commande et du diagnostic des systèmes complexes en se basant sur des outils mathématiques de représentation tels que l'approche multimodèle, les équations différentielles linéaires et non linéaires, le bond graph, etc.

Les projets COSMOS I et II du GIS 3SGS³ s'inscrivent dans la thématique générale

1. <http://www.lagis.ec-lille.fr>

2. <http://www.edsti.enit.rnu.tn>

3. <http://www.gis-3sgs.fr>

de la « sûreté de fonctionnement de systèmes complexes ». Les objectifs visés sont de développer des outils et méthodes pour l'observation et le diagnostic (détection, localisation et identification de défauts) des systèmes caractérisés par plusieurs modes de fonctionnement. Dans ce cadre, certains travaux antérieurs des deux équipes liés à ce sujet [66], [49], [148], [47], [146], [191] ont porté sur le diagnostic des systèmes dynamiques hybrides et sur la surveillance des systèmes complexes en utilisant l'approche multimodèle [199], [198], [197].

Positionnement :

La thématique "surveillance, sûreté et sécurité des grands systèmes " est aujourd'hui fortement présente à tous les niveaux, en particulier dans les grandes installations et les grands systèmes technologiques [127], [126]. Ces problématiques majeures proviennent d'une complexité constante de ces derniers, vue l'évolution incessante de la technologie de nos jours, et des exigences croissantes en termes de sécurité des opérateurs humains, des biens et de l'environnement. Pour répondre à ces besoins, il est essentiel de leur associer un module de diagnostic efficace permettant, à partir des données recueillies en ligne, de prendre des décisions et des mesures rapides face à un éventuel défaut. Le module de surveillance doit être sensible aux défauts tout en étant robuste aux incertitudes et erreurs qui entachent tant le modèle que les données.

Les Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH) [179] résultent de l'interaction des dynamiques continues et discrètes. Dans un SDH, la dynamique continue représente le comportement du système qui peut changer d'un mode de fonctionnement à un autre. Les systèmes à commutations (SAC) [28], [89], représentent une catégorie particulière de SDH. Ces systèmes permettent de représenter une large gamme de systèmes dans de nombreux domaines applicatifs tels que les systèmes mécaniques, les circuits électriques, les procédés chimiques, les systèmes embarqués [40], [162]. La dynamique continue d'un SAC peut représenter des modes de comportement normaux ou des modes défectueux lorsque certains composants du système, tels que les capteurs, actionneurs ou des composants internes deviennent défectueux. Afin de contrôler et de superviser les SAC, il est nécessaire

de détecter la commutation et de reconnaître le mode de fonctionnement actif à chaque instant. Ces deux tâches sont intégrées au module de détection et de localisation du défaut. La discernabilité entre modes est nécessaire pour la détection de commutation et la reconnaissance du mode de fonctionnement actif. De nombreux travaux ont été consacrés à la formalisation des conditions de discernabilité entre modes [24], [63], [49].

Dans les trente dernières années, la détection et la localisation de défauts à base de modèles a reçu beaucoup d'attention dans la communauté automatique. Les techniques proposées utilisent un modèle dynamique du système étudié dans le but de générer des indicateurs de défauts, à savoir les résidus. Plusieurs méthodes de génération de résidus peuvent être trouvées dans la littérature, comme les observateurs [142], le filtre de Kalman [184], les techniques d'estimation des paramètres ou les méthodes basées sur les Relations de Redondance Analytique (RRA) [81]. Ces travaux ont, dans un premier temps, abordé le problème de la conception du module de surveillance pour les systèmes dynamiques linéaires. Ces techniques ont été étendues par la suite aux SAC avec des modes linéaires. Dans [20], [187] et [117], les auteurs utilisent un banc d'observateurs continus dont le but est de déterminer le mode actif à chaque instant. Dans [133], le filtre de Kalman est utilisé pour la détection des commutations. La méthode de l'espace de parité a également été étendue pour de tels systèmes dans [63], [49] et [153]. Dans les conditions de discernabilité, le mode courant peut être identifié en utilisant les propriétés structurelles des résidus. Dans de nombreux cas d'application, la dynamique du système est non-linéaire. Plusieurs techniques de génération de résidus ont été proposées pour des systèmes de ce type ([96], [95] et [59]). Cependant, très peu de résultats ont été rapportés pour les systèmes à commutations dont les modes de fonctionnement sont non linéaires (voir par exemple [191], [44], [188], [186], [22] et [192]), ce qui motive notre travail de thèse.

Ces dernières années, la représentation floue de Takagi-Sugeno (TS) [171] a suscité un intérêt croissant. Elle représente une solution puissante qui comble l'écart entre les systèmes linéaires et non linéaires. L'avantage important de la représentation floue TS est sa propriété d'approximation universelle de toute fonction lisse non linéaire. L'approche TS repose sur la décomposition de l'espace d'exploitation du système en un nombre fini de zones de fonctionnement. Chacune de ces zones est modélisée par un sous-modèle,

appelé modèle local, qui est généralement un modèle linéaire. Les modèles locaux sont mélangés en utilisant des fonctions de pondération. Ces fonctions de pondération reflètent la contribution de chaque modèle local sur le comportement du système. Le modèle TS peut être obtenu en utilisant les techniques d'identification [79], [47], [148], la méthode de transformation par secteurs non linéaires [171], [177] ou les approximations linéaires autour de points de fonctionnement.

Dans ce travail de thèse, nous considérons des systèmes non linéaires à commutations pour lesquels chaque mode non linéaire, qui peut correspondre à un comportement normal ou défectueux, est représenté par un modèle TS.

Les méthodes à base de modèle nécessitent d'utiliser des modèles de bonne qualité. Lorsque certains des paramètres sont incertains ou mal connus, des fausses alarmes ou des non-détections peuvent survenir ; d'où l'utilité des méthodes robustes aux paramètres incertains et ceci soit en développant des techniques robustes, ou soit en utilisant des méthodes basées sur les données (mesures) plus que sur les paramètres de modèle : idée des méthodes des sous-espaces. C'est dans ce cadre que se situe ce travail de thèse.

Les approches développées dans ce contexte s'inspirent des travaux de [145] qui portent sur des méthodes des sous-espaces appliquées au diagnostic. Elles présentent une continuité des travaux existants au LAGIS dans l'équipe STF ([49], [66]).

Objectifs :

Cette thèse a pour objectif le développement de méthodes de diagnostic robustes permettant la surveillance des systèmes complexes. On s'intéresse particulièrement aux classes de systèmes à commutations décrits par un ensemble fini de sous-systèmes (ou modes de fonctionnement) non linéaires en temps discret et associés à une loi de commutation. Dans ce contexte, nous proposons une méthode de génération de résidus basée sur les données. Ces résidus seront utilisés pour la détection de défauts dans les modes continus et pour la détection de commutations vers un mode de fonctionnement normal ou défaillant.

Contributions et résultats obtenus :

Les principales contributions de cette thèse sont :

- Proposition d’une modélisation générale des systèmes à commutations avec des modes non linéaires en utilisant l’approche multimodèle (représentation multimodes-multimodèles).
- Proposition d’une méthode de génération de résidus par projection des données d’entrée/sortie pour des systèmes non linéaires représentés sous forme Takagi-Sugeno. Les résidus sont robustes aux incertitudes constantes sur les paramètres des modèles locaux (biais sur la valeur des paramètres). Ces résidus sont utilisés pour la détection et la localisation des défauts de type capteur pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS.
- Caractérisation de la discernabilité entre modes non linéaires.
- Surveillance des systèmes à commutations : Détection des instants de commutation et reconnaissance des modes non linéaires actifs en utilisant les résidus par projection des données d’entrée-sortie

Les travaux présentés dans cette thèse ont été publiés dans les références suivantes :

Chapitres de livres :

2 chapitres d’ouvrages collectifs rédigés par : T. Boukhobza, F. Hamelin, B. Marx, G. Mourot, A.M. Nagy, J. Ragot, D.E.C. Belkhiat, K. Guelton, D. Jabri, N. Manamanni, S. Martinez, N. Messai, V. Cocquempot, A. Hakem, K.M. Pékpe, **T. Zouari**, M. Defoort, M. Djemai et J. V. Gorp.

- Diagnostic des systèmes à modes multiples de fonctionnement, Chapitre 6 (pp.115-150) dans "Supervision, surveillance et sûreté de fonctionnement des grands systèmes", (Traité Systèmes Automatisés, IC2), Édition Lavoisier, Avril, 2012.
- Diagnosis of Systems with Multiple Operating Modes, Chapter 6 (pp.75-113) in "Supervision and Safety of Complex Systems", Wiley Edition, August 2012.

Revue internationale avec comité de lecture :

- **Zouari T.**, Pekpe K. M., Cocquempot V., Ksouri M., "Mode Recognition of Hybrid Dynamical Systems with Nonlinear Modes Using Takagi Sugeno Models", ASian Journal of Control. (Article history : Received 12 June 2012, Received in revised form 07 January 2013, Accepted 27 February 2013)
- **Zouari T.**, Laabidi K., and Ksouri M., "Multimodel approach applied for failure diagnosis", International Journal of Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer, 2(1), 500-515, 2008.

Conférences internationales avec comité de lecture :

- **Zouari T.**, Pekpe K. M., Cocquempot V., Ksouri M., "Data Projection Method for Sensor Fault Detection and Isolation on Nonlinear Systems Based on Takagi Sugeno Model", 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, FL, USA, December 12-15, 2011.
- **Zouari T.**, Pekpe K. M., Cocquempot V., Ksouri M., "Robust Mode Recognition in Hybrid Dynamical Systems with Nonlinear Mode", 23rd Chinese Control and Decision Conference, IEEE CCDC, Mianyang, China, May 23-25, 2011.
- **Zouari T.**, Pekpe K. M., Cocquempot V., Ksouri M., "Mode Recognition of Hybrid Dynamical Systems with Nonlinear Modes Using Takagi Sugeno Models", Conference on Control and Fault-Tolerant Systems SYSTOL'10, October 6-8, Nice, France 2010.
- **Zouari T.**, Laabidi K., Ksouri M., "Multimodel Approach Applied For Failure Diagnosis", Huitième Conférence Internationale des Sciences et Technologies d'Automatique, STA'2007, 05 au 07 Novembre, Monastir, Tunisie.

Conférence nationale avec comité de lecture :

- **Zouari T.**, Pekpe K. M., Cocquempot V., Ksouri M., "Diagnostic des systèmes à commutations : Reconnaissance du mode de fonctionnement modélisé sous forme Takagi-Sugeno à paramètres locaux incertains". 4èmes Journées Doctorales / Jour-

nées Nationales MACS 9-10 juin 2011. Marseille - France.

- **Zouari T.**, Laabidi K., Ksouri M., "Approche Multimodèle Appliquée à la Surveillance des Procédés", Cinquième Conférence Internationale Journées Tunisiennes de l'Electrotechnique et Automatique-JTEA'2008, 02 au 04 Mai 2008, Hammamet, Tunisie.

Conférence nationale sans acte :

- **Zouari T.**, Pekpe K. M., Cocquempot V., Ksouri M., "Détection du mode non linéaire actif représenté sous forme Takagi-Sugeno", Prix du meilleur poster du WORKSHOP GIS 3SGS 2010, Reims, 29-30 Septembre 2010.

Organisation du mémoire :

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres qui se présentent comme suit :

Chapitre 1 :

Dans le premier chapitre, un outil puissant de représentation des modes non linéaires est introduit. Il s'agit des modèles de type Takagi-Sugeno (ou multimodèle). Le multimodèle et les pré-requis nécessaires pour comprendre cette modélisation sont présentés. Puis, les différentes structures de modèles TS sont détaillées. Un tour d'horizon des différentes méthodes pour obtenir des modèles écrits sous cette forme, est ensuite effectué. Dans une deuxième partie, les pré-requis nécessaires pour aborder l'étude des systèmes dynamiques hybrides à travers des définitions et des exemples sont introduits. Puis, nous nous intéressons à la modélisation de ces systèmes. Nous nous focalisons ensuite sur la classe des systèmes à commutations où les modes sont représentés par des modèles non linéaires. Finalement, nous terminerons en proposant une modélisation des systèmes à commutations à modes non linéaires, où les modes sont représentés sous forme TS.

Chapitre 2 :

Dans le deuxième chapitre, les étapes de diagnostic et les définitions des différents termes relatifs à ce domaine sont tout d'abord rappelées. Ensuite, les méthodes de diagnostic, dédiées aux systèmes linéaires, sont décrites. Ceci permettra de présenter quelques résultats sur les méthodes de diagnostic destinées aux systèmes à commutations à modes linéaires. Enfin, dans la dernière partie du chapitre, un aperçu des travaux sur le diagnostic des systèmes à commutations à modes non linéaires est donné.

Chapitre 3 :

Dans ce chapitre, la méthode de génération d'indicateurs de défauts (ou résidus) par projection des données, pour la surveillance des défauts capteurs des systèmes linéaires à temps invariant est décrite. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas la connaissance des valeurs des paramètres du modèle linéaire, mais uniquement les données d'entrée et de sortie sur une fenêtre temporelle. Dans un deuxième temps, cette méthode de génération de résidus est étendue aux systèmes non linéaires modélisés sous forme TS, soit à état découplé, soit à état global. Cette méthode présente l'avantage de ne pas nécessiter la connaissance des paramètres des modèles locaux de la représentation TS. Enfin, des résultats de simulations sur un cas d'étude, le modèle d'un quart de véhicule, sont présentés afin d'illustrer l'approche proposée pour la détection et la localisation des défauts de type capteur.

Chapitre 4 :

Dans le quatrième chapitre, la méthode de génération de résidus par projection des données est étendue aux SAC avec les objectifs de détecter les commutations et d'identifier (reconnaître) le mode actif à chaque instant. L'étude concerne les systèmes à commutations autonomes où chaque mode (normal ou défaillant) non linéaire est représenté par un modèle TS soit à état découplé, soit à état global. Enfin, des conditions de discernabilité entre modes ont été établies.

La conclusion générale reprend les principaux résultats de cette thèse et précise

quelques directions de recherche pour compléter ces travaux.

Chapitre 1

Les multimodèles et les systèmes dynamiques hybrides

Sommaire

1.1	Introduction	12
1.2	Les multimodèles	12
1.2.1	Modélisation d'un système non linéaire par un multimodèle	13
1.2.2	Différentes structures de multimodèles	18
1.2.3	Transformation sous forme multimodèle	21
1.3	Les systèmes dynamiques hybrides	26
1.3.1	Modélisation des systèmes dynamiques hybrides	28
1.3.2	Définition d'un automate hybride	31
1.3.3	Différentes représentations d'état d'un SDH	32
1.4	Modélisation des systèmes à commutations à modes représentés par des multimodèles	36
1.5	Conclusion	38

1.1 Introduction

Les systèmes technologiques actuels sont composés de nombreux composants en interactions. Ils ont de plus des comportements dynamiques différents suivant les conditions d'utilisation. Ces systèmes sont représentés par des modèles dynamiques non linéaires souvent complexes à manipuler. Afin de réduire la complexité de ces modèles, deux techniques reposant sur une décomposition en modèles plus simples, souvent linéaires, peuvent être utilisées :

- Les multimodèles [131], [171] : qui se caractérisent par une agrégation de modèles linéaires pour représenter de manière approchée ou exacte le comportement non linéaire du système.
- Les systèmes à commutations [11], [194] : qui se caractérisent par une décomposition du modèle complexe du système suivant des régimes ou modes de fonctionnement spécifiques en incluant un mécanisme de commutation entre les différents modes.

Dans ce contexte, ce chapitre sera divisé en deux sections :

- La première partie portera sur le premier formalisme de modélisation : le multimodèle. Cette partie débutera par la définition du multimodèle et de ses différentes structures. Les méthodes dédiées à l'obtention d'un multimodèle seront présentées par la suite.

- La deuxième partie est consacrée aux Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH). Une définition générale du formalisme SDH sera présentée permettant ainsi de considérer une large classe de SDH. Enfin, le lien entre le multimodèle et les systèmes à commutations sera précisé à la fin.

1.2 Les multimodèles

De façon générale, la modélisation de systèmes complexes conduit à l'obtention de modèles non linéaires. Le plus souvent, le principe de " simplicité " conduit à une démarche de modélisation s'appuyant sur l'utilisation d'un ensemble de modèles de structures simples (par exemple linéaires), chaque modèle décrivant le comportement du système dans une zone de fonctionnement particulier. Dans ce cadre, les travaux de Zadeh [57] ont prouvé

leur efficacité pour la représentation de tels processus. Deux classes principales de modèles flous, c'est-à-dire des modèles décrits par des règles floues " Si " prémisse " alors " conséquence ", peuvent être distinguées à savoir le modèle flou de Mamdani [170] et le modèle de Takagi-Sugeno [171]. Ces deux représentations permettent d'approximer n'importe quelle fonction sur un sous-ensemble compact [195], [193]. La différence entre ces deux représentations réside dans la description de la partie conséquence [16]. Nous utiliserons par la suite les modèles de type Takagi-Sugeno (TS).

Le modèle de type TS est de loin le plus utilisé en commande [130], [111], [114] en identification [17], [78], [145] et en diagnostic [19], [157], [41], [120]. La littérature présente ce type de modélisation sous diverses appellations que l'on peut regrouper sous le nom générique d'*approche multimodèle* [115] [74], [112]. Un tour d'horizon sur la modélisation multimodèle est présenté dans l'ouvrage de référence [131].

Dans la suite, après avoir présenté les différentes notions associées aux multimodèles de type Takagi-Sugeno, nous consacrons la partie suivante aux différentes structures de multimodèles et aux méthodes dédiées à leur obtention.

1.2.1 Modélisation d'un système non linéaire par un multimodèle

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) \\ y_k = g(x_k, u_k) \end{cases} \quad (1.1)$$

où x est l'état de dimension n .

Remarque 1 Dans tout le mémoire on notera w_k , la valeur de la variable $w(t)$ à l'instant $t = k.T_e$, où T_e est la période d'échantillonnage.

La philosophie de l'approche multimodèle se base sur la décomposition du problème complexe en sous problèmes plus simples. En effet, cette modélisation repose sur le principe de *diviser pour régner*, elle remplace donc le modèle unique $y_k = g(x_k, u_k)$ dans (1.1) par un ensemble fini de modèles $g_\gamma(\tilde{x}_k, u_k)$, dits modèles locaux, interpolés via des fonctions

non linéaires $\omega_\gamma(\underline{z}_k)$ qui permettent d'approcher le comportement non linéaire global (i.e.

$$g(x_k, u_k) = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(\underline{z}_k) g_\gamma(\tilde{x}_k, u_k) \text{ où } h \text{ est le nombre de modèles locaux.}$$

Les modèles flous TS, dans le cas discret, sont représentés sous la forme suivante :

Règle R^γ du modèle :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } z_k^1 \text{ est } F_1^\gamma \text{ et...et } z_k^\nu \text{ est } F_\nu^\gamma \\ \text{Alors } \tilde{x}_{k+1} = f_\gamma(\tilde{x}_k, u_k) \end{array} \right. \quad (1.2)$$

et

$$g(x_k, u_k) = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(\underline{z}_k) g_\gamma(\tilde{x}_k, u_k)$$

Avec les notations :

- R^γ , $\gamma \in \{1, \dots, h\}$: la $\gamma^{\text{ième}}$ règle, h étant le nombre de règles "Si ... alors",
- F_r^γ , $r \in \{1, \dots, \nu\}$: les sous-ensembles flous de prémisses,
- z_k^r , $r \in \{1, \dots, \nu\}$: les variables de prémisse (variables d'état et/ou d'entrée) qui sont regroupées dans le vecteur \underline{z}_k tel que $\underline{z}_k = (z_k^1, z_k^2, \dots, z_k^\nu) \in \mathfrak{R}^\nu$.
- Les expressions f_γ et g_γ dépendent de la structure du modèle TS choisi (modèle à état local ou modèle à état global). Ces expressions seront explicitées dans la section **1.2.2**.
- \tilde{x}_k est un état qui peut être local ou global. La définition de \tilde{x}_k sera précisée dans la section **1.2.2**.

Chaque équation de sortie représentée par des relations dans l'espace d'état $g_\gamma(\tilde{x}_k, u_k)$ est appelée un "sous-modèle". A chaque règle R^γ est attribué un poids $\omega_\gamma(\underline{z}_k)$ qui dépend du degré d'appartenance z_k^r aux sous-ensembles flous F_r^γ , noté $F_r^\gamma(z_k^r)$, et du choix de la modélisation du connecteur "et" reliant les prémisses (par exemple min, produit, etc). Le connecteur "et" est choisi comme opérateur de conjonction (ou produit). Par conséquent, le modèle flou TS coïncide exactement avec un multimodèle [170] et le caractère flou disparaît de la formulation du modèle TS puisque la partie conséquence d'une règle est une fonction mathématique décrite par (1.2) [41]. Dans ce cas, la fonction poids pour chaque règle est donnée comme suit :

$$\mu_\gamma(\underline{z}_k) = \prod_{r=1}^{\nu} F_r^\gamma(z_k^r) \quad \gamma = \{1, 2, \dots, h\} \text{ avec } \mu_\gamma(\underline{z}_k) \geq 0, \forall k \quad (1.3)$$

Définition 1 $z_k \in \mathfrak{R}^p$ est un vecteur de prémisse qui caractérise le système. Dans toute la suite de ce mémoire, il est supposé connu en temps réel. Les variables de prémisse peuvent être des signaux de commande du système et/ou des variables d'états mesurées.

À partir du poids attribué à chaque règle, les sorties des modèles flous sont inférées de la manière suivante,

$$g(x_k, u_k) = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(z_k) g_\gamma(\tilde{x}_k, u_k) \quad (1.4)$$

où les fonctions poids sont des fonctions normalisées et qui vérifient la propriété de la somme convexe à chaque instant k :

$$\omega_\gamma(z_k) = \frac{\mu_\gamma(z_k)}{\sum_{i=1}^h \mu_i(z_k)}; \quad \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(z_k) = 1, \quad \forall k \quad (1.5)$$

En se basant sur les équations (1.2) et (1.4), l'approche *multimodèle* réduit la complexité du système étudié (i.e. de $g(\cdot)$) en décomposant son espace de fonctionnement en *zones de fonctionnement*. Dans chaque zone, un sous-modèle (i.e. $g_\gamma(\cdot)$) de structure simple permet de reproduire un comportement du système de moindre complexité. Ainsi, en fonction de l'espace de fonctionnement (ou de la zone) où le système évolue, la sortie de chaque sous-modèle est plus ou moins mise à contribution en vue d'approcher le fonctionnement global du système. Cette contribution est assurée par *une fonction* dite de *pondération* associée à chaque zone de fonctionnement permettant la quantification de chaque sous-modèle.

Il convient à ce niveau de définir les principaux termes utilisés pour la modélisation multimodèle.

1.2.1.1 Zone de fonctionnement

La zone de fonctionnement, notée D_γ (voir figure 1.1), est la conséquence de la concrétisation du principe de réduction de la complexité sur lequel repose l'approche multimodèle.

En effet, l'espace de fonctionnement $D \in \mathfrak{R}^n$ est partitionné en un nombre fini de zones de fonctionnement tels que $D = \bigcup_{\gamma, 1 \leq \gamma \leq h} D_\gamma$.

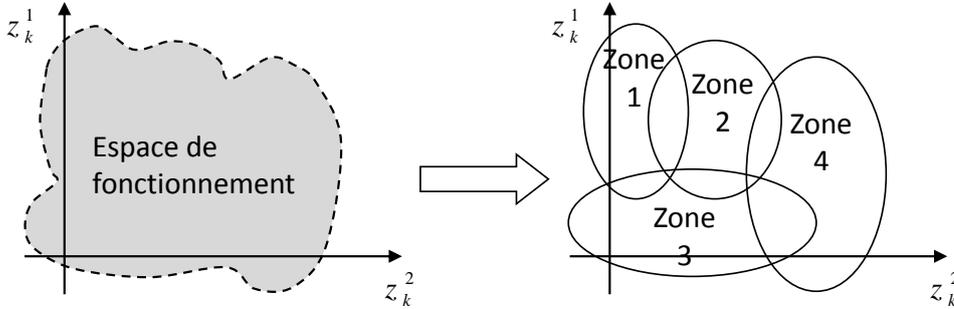


FIGURE 1.1 – Schéma de principe de l'approche multimodèle

Un système de structure simple, souvent linéaire, sert alors à décrire le comportement dynamique du système dans chaque zone : c'est un sous-modèle. Le comportement global, faisant intervenir l'ensemble des sous-modèles via un mécanisme d'interpolation donne lieu à un multimodèle. Le nombre de zones de fonctionnement et leurs choix dépendent de la méthode d'obtention des multimodèles. Cette dernière sera décrite dans la section 1.2.3.

1.2.1.2 Fonction d'activation $\mu(\cdot)$ et de pondération $\omega_\gamma(\cdot)$

Définition 2 La fonction d'activation $\mu(\underline{z}_k) : \mathfrak{R}^\nu \rightarrow \mathfrak{R}^1$, détermine de manière graduelle le degré d'appartenance d'une mesure de chaque variable de prémisse à chaque zone de fonctionnement.

La fonction de pondération est la fonction d'activation normalisée (voir 1.5). Elle vérifie la propriété de somme convexe suivante :

$$\sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(\underline{z}_k) = 1, \quad \text{et} \quad \omega_\gamma(\underline{z}_k) \geq 0, \quad \forall k \quad (1.6)$$

Ces fonctions de pondération sont associées à chaque zone de fonctionnement et dépendent de la variable de prémisse \underline{z}_k .

Les fonctions usuellement employées sont des triangles, des trapèzes, des sigmoïdes ou des gaussiennes comme le montre la figure 1.2. La différence entre ces fonctions de

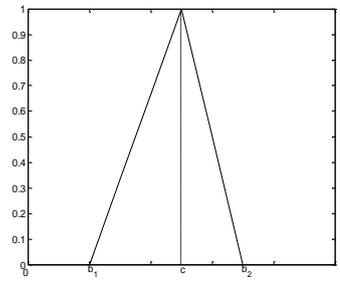
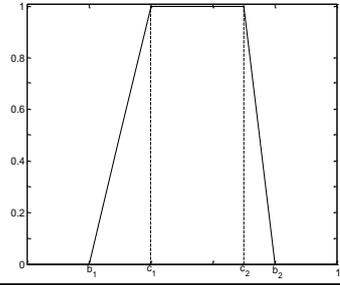
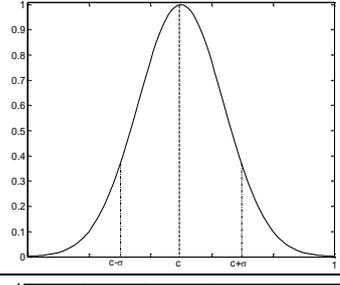
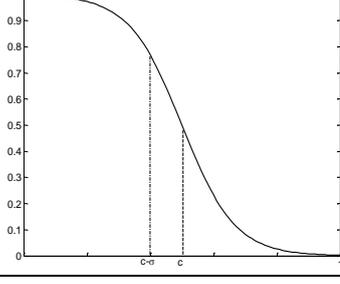
Fonction	Formule	Paramètres	Forme de la fonction
Triangle	$\max\left(\min\left(\frac{x-b_1}{c-b_1}, \frac{x-b_2}{c-b_2}\right), 0\right)$	b_1, c, b_2 : sommets du triangle	
Trapèze	$\max\left(\min\left(\frac{x-b_1}{c_1-b_1}, 1, \frac{x-b_2}{c_2-b_2}\right), 0\right)$	c_1, c_2 : sommets de la petite base b_1, b_2 : sommets de la grande base	
Gaussienne	$\exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right)$	c : centre σ : dispersion	
Sigmoïde	$\frac{1 + \tanh\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)}{2}$	c : centre σ : dispersion	

FIGURE 1.2 – Fonctions de pondération les plus utilisées [78].

pondération réside dans la façon avec laquelle on veut assurer l'interpolation entre modèles locaux. Ainsi, pour la réalisation des interpolations lisses entre les sous modèles, les fonctions gaussiennes et sigmoïdes sont utilisées car ce sont des fonctions à dérivées continues. Ce choix se justifie lors de l'identification du multimodèle [78], [145] notamment si des algorithmes d'optimisation non linéaires utilisant le gradient ou la jacobienne de ces

fonctions de pondérations [78] ou encore lors de l'analyse de la stabilité des multimodèles [41].

Dans notre cas, nous retenons les fonctions sigmoïdes. Ce choix est motivé par le fait qu'elles sont normalisées par construction. Par conséquent, la fonction de pondération pour un modèle local γ est $\omega_\gamma(\underline{z}_k) = \mu_\gamma(\underline{z}_k)$, où $\mu_\gamma(\underline{z}_k)$, elle est donnée par l'équation (1.3).

1.2.2 Différentes structures de multimodèles

Selon la nature du couplage entre les modèles locaux associés aux zones de fonctionnement, différentes formes de multimodèles peuvent être énumérées. Elles peuvent être répertoriées en deux grandes familles de multimodèles selon que les modèles locaux partagent la même structure et le même espace d'état ou non. La première structure est connue sous l'appellation de *multimodèle à état global*. Quant à la deuxième structure, elle est connue sous l'appellation de *multimodèle à états découplés*. Si on tient compte d'une représentation d'état, qui est simple, compacte et plus générale, la différence entre ces deux formes provient du fait que la première possède un état global identique pour tous les modèles locaux, contrairement à la seconde où chaque modèle local possède un vecteur d'état spécifique.

1.2.2.1 Multimodèle à état global

La représentation d'état d'un multimodèle à état global (ou à état couplé) est donnée par [131] :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(\underline{z}_k) (A_\gamma x_k + B_\gamma u_k) \\ y_k = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(\underline{z}_k) (C_\gamma x_k + D_\gamma u_k) \end{cases} \quad (1.7)$$

où $x_k \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état global (vecteur d'état commun) aux sous-modèles, $u_k \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur de commande, $y_k \in \mathfrak{R}^\ell$ est le vecteur de sortie et $\omega_\gamma(\underline{z}_k)$ sont les fonctions de pondération dépendantes des variables de prémisse \underline{z}_k . Ces fonctions de pondération respectent la propriété de la somme convexe (1.6) et agrègent les sous-modèles en fonction

de la zone de fonctionnement où évolue le système non linéaire.

La structure d'un multimodèle à état global est représentée à la figure 1.3 où q^{-1} est un opérateur de retard.

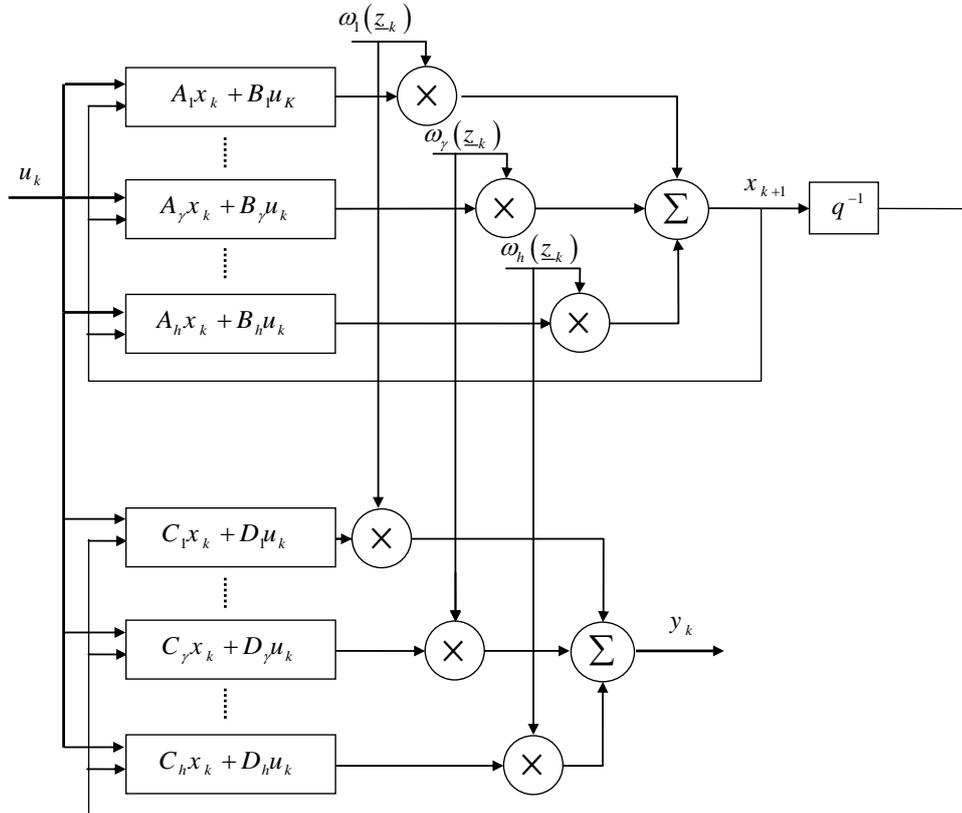


FIGURE 1.3 – Architecture du multimodèle à état global

D'un point de vue structurel, tous les sous-modèles de ce multimodèle ont la même dimension. En effet, un seul vecteur d'état unique x_k est utilisé. Ceci présente un avantage pour la synthèse des lois de commande, pour l'estimation d'état ou pour le diagnostic [17], [19], [131], [174].

1.2.2.2 Multimodèle à états découplés

Une autre structure dite à états découplés est proposée par Filev dans [72]. Cette forme issue de l'agrégation des sous-modèles d'une façon découplée diffère de celle présentée au paragraphe précédent du fait que chaque modèle local est indépendant de tous les autres :

$$\begin{cases} x_{k+1}^\gamma = A_\gamma x_k^\gamma + B_\gamma u_k \\ y_k = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(z_k) (C_\gamma x_k^\gamma + D_\gamma u_k) = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(z_k) y_k^\gamma \end{cases} \quad (1.8)$$

où $y_k^\gamma \in \mathfrak{R}^\ell$ et $x^\gamma \in \mathfrak{R}^{n_\gamma}$ sont respectivement le vecteur de la sortie et le vecteur d'état du $\gamma^{\text{ième}}$ modèle local et $y_k \in \mathfrak{R}^\ell$ et $u_k \in \mathfrak{R}^m$ sont respectivement le vecteur de sortie et le vecteur de commande. A chaque modèle local correspond un domaine de fonctionnement, c'est-à-dire, un vecteur d'état de dimension différente lui est associé, contrairement aux modèles à état global. Par conséquent, chaque sous-modèle possède son propre espace d'état et y évolue indépendamment en fonction du signal de commande et de son état initial. La sortie globale du multimodèle n'est que la somme pondérée des sorties des modèles locaux.

La structure d'un multimodèle à états découplés est représentée à la figure 1.4 où q^{-1} est un opérateur de retard d'un pas.

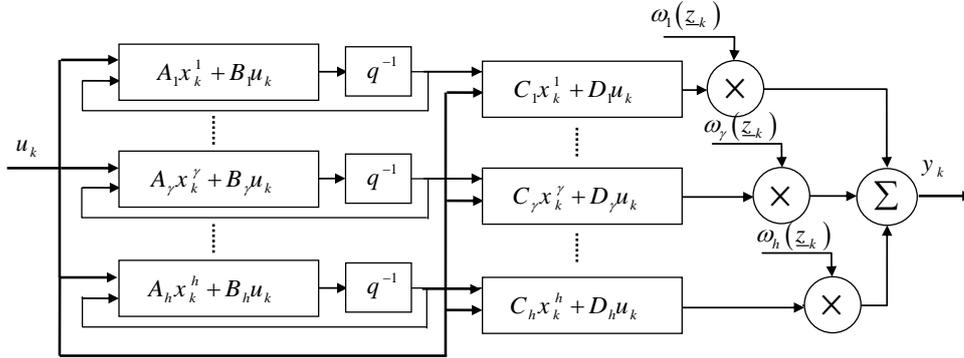


FIGURE 1.4 – Architecture du multimodèle à états découplés

L'intérêt majeur de cette décomposition du système est qu'elle offre un degré de flexibilité favorisant la généralité des multimodèles découplés, en particulier lors de la modélisation de systèmes dont la structure peut changer selon le régime de fonctionnement. En effet, cette forme n'est pas une description uniforme de l'espace de fonctionnement du système. La complexité de chaque modèle local est adaptée au comportement dynamique du système dans les différentes zones de fonctionnement comme c'est le cas lors de l'identification dans [140], [182]. Ce multimodèle a été utilisé aussi pour la commande [35], [76], [80], [83], [85], et l'estimation d'état [93], [139], [41] des systèmes non linéaires.

1.2.3 Transformation sous forme multimodèle

La représentation d'un système sous forme multimodèle est un outil de modélisation des systèmes non linéaires, se basant sur une interpolation de sous-modèles linéaires. Le modèle global est une combinaison convexe de ces sous-modèles. La littérature propose différentes méthodes pour obtenir des modèles écrits sous cette forme. Elles peuvent être classées en deux catégories. La première, fait appel aux outils d'identification. La structure du multimodèle et ses paramètres sont identifiés à partir des données expérimentales. La deuxième, analytique, est la technique de linéarisation du modèle non linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement et la troisième est la technique de transformation polytopique convexe appelée aussi transformation par secteurs non linéaires. La suite de cette section sera consacrée à la présentation de ces trois techniques.

1.2.3.1 Obtention d'un multimodèle par identification

L'identification des systèmes représentés par des multimodèles ont fait l'objet de plusieurs travaux [17], [78], [145], [34], [172], [99], [4]. La démarche usuelle de l'identification des multimodèles est résumée par la figure 1.5.

La première étape consiste à partitionner les données d'entrées-sorties. Pour cela les techniques dédiées se basent essentiellement soit sur des méthodes de classification issues de la théorie de réseaux de neurones [31] [75] [175], par exemple les réseaux de Kohonen [107] utilisés dans les travaux de [173] ou une autre approche utilisée dans [18], soit sur des méthodes de répartition grille comme celle proposée par Gasso [79]. Après le partitionnement de l'espace des entrées-sorties, l'étape suivante est la détermination de la structure des modèles locaux ainsi que les fonctions de pondérations mentionnées dans (1.2). A ce stade, le problème d'identification est réduit à une procédure alternant entre l'estimation des paramètres locaux basée sur les moindres carrés et l'optimisation des fonctions de pondération [147], [140], [78], [150]. La fin de cette boucle (estimation- optimisation) est imposée par l'étape de validation pour laquelle le critère quadratique choisi doit être inférieur à un seuil fixé a priori. Récemment, une méthode d'optimisation en une étape estimant les paramètres des modèles locaux et des fonctions de pondération est proposée

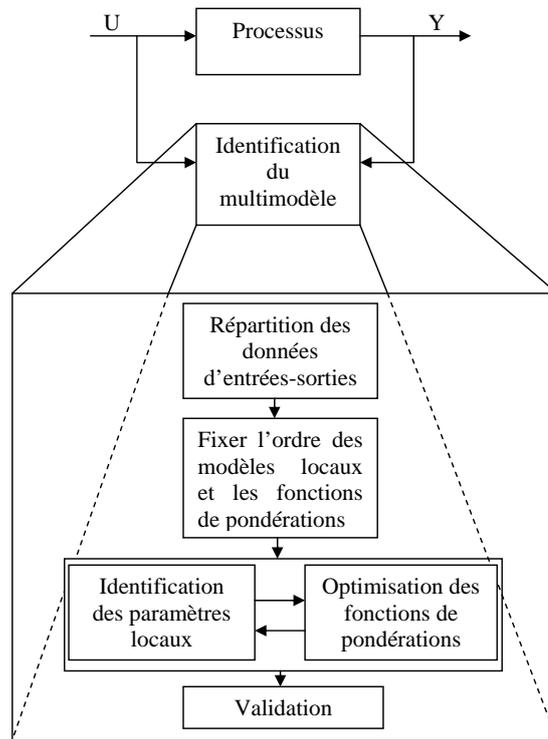


FIGURE 1.5 – Schéma général d'identification du multimodèle

dans [4].

1.2.3.2 Obtention des multimodèles par linéarisation autour de points de fonctionnement

La deuxième méthode d'obtention d'un multimodèle consiste à approximer le modèle non linéaire du système physique par un ensemble de modèles locaux linéaires ou affines issus d'une linéarisation autour de plusieurs points de fonctionnement judicieusement choisis [123]. Dans [78] et [102], les modèles locaux sont considérés comme étant une décomposition de la fonction non linéaire représentant le fonctionnement du système physique en une série de Taylor. Cette décomposition est faite dans un ensemble de zones recouvrant l'espace de fonctionnement du système.. Le premier terme de cette série autour d'un point de fonctionnement arbitraire (x^γ, u^γ) définit un modèle local.

Le nombre de modèles locaux h dépend de la complexité du système et de la précision souhaitée.

Soit un système non linéaire représenté par l'équation générale suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) \\ y_k = g(x_k, u_k) \end{cases} \quad (1.9)$$

où $x_k \in \mathfrak{R}^n$, $y_k \in \mathfrak{R}^\ell$ et $u_k \in \mathfrak{R}^m$ sont respectivement les vecteurs d'états, de sorties et d'entrées. f et g sont des fonctions non linéaires.

La formulation du multimodèle, en tenant compte des h modèles locaux issus d'une linéarisation autour de h points de fonctionnement (x^γ, u^γ) , $\gamma \in \{1, \dots, h\}$, est la suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(z_k) (A_\gamma x_k + B_\gamma u_k + a_\gamma) \\ y_k = \sum_{\gamma=1}^h \omega_\gamma(z_k) (C_\gamma x_k + D_\gamma u_k + b_\gamma) \end{cases} \quad (1.10)$$

où les termes affines additionnés sont tels que :

$$a_\gamma = f(x^\gamma, u^\gamma) - A_\gamma x^\gamma - B_\gamma u^\gamma; \quad b_\gamma = g(x^\gamma, u^\gamma) - C_\gamma x^\gamma - D_\gamma u^\gamma \quad (1.11)$$

Pour plus de détails sur cette technique, le lecteur pourra se référer à [1].

1.2.3.3 Obtention des multimodèles par transformation polytopique

Une autre technique d'obtention d'un modèle TS est la transformation par secteurs non linéaires qui utilise le lemme de transformation polytopique [132] suivant :

Lemme 1 Soit $\eta(x_k, u_k)$ une fonction continue et bornée sur le domaine $[\bar{x}, \underline{x}] \times [\bar{u}, \underline{u}]$ à valeurs dans \mathfrak{R} , avec $\bar{x}, \underline{x}, \bar{u}, \underline{u} \in \mathfrak{R}$. Alors il existe deux fonctions ($i = 1, 2$)

$$\begin{aligned} F_i : \quad & [\bar{x}, \underline{x}] \times [\bar{u}, \underline{u}] \rightarrow [0, 1] \\ & (x_k, u_k) \mapsto F_i(x_k, u_k) \end{aligned} \quad (1.12)$$

Avec

$$\begin{aligned}
 F_1(x_k, u_k) + F_2(x_k, u_k) &= 1 \\
 \eta(x_k, u_k) &= F_1(x_k, u_k) \bar{\eta} + F_2(x_k, u_k) \underline{\eta} \\
 \forall \bar{\eta} &\geq \max_{x_k, u_k} \{\eta(x_k, u_k)\} \text{ et } \underline{\eta} \leq \min_{x_k, u_k} \{\eta(x_k, u_k)\}
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

où les fonctions $F_1(x_k, u_k)$ et $F_2(x_k, u_k)$ sont définies par :

$$\begin{aligned}
 F_1(x_k, u_k) &= \frac{\eta(x_k, u_k) - \underline{\eta}}{\bar{\eta} - \underline{\eta}} \\
 F_2(x_k, u_k) &= \frac{\bar{\eta} - \eta(x_k, u_k)}{\bar{\eta} - \underline{\eta}}
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

De ce lemme 1 vient le théorème [132] suivant :

Théorème 1 *Le système (1.9) peut se mettre sous la forme du multimodèle (1.7) représentant une combinaison convexe des sous-modèles linéaires $\{A_\gamma, B_\gamma, C_\gamma, D_\gamma\}$, $\gamma \in \{1, \dots, h\}$.*

Par application du Lemme 1 pour la transformation du modèle non linéaire donné par l'équation (1.9), sous l'hypothèse que les fonctions f et g sont définies dans un ensemble compact, on obtient :

$$\varsigma_k^j \in [\underline{\eta}_j, \bar{\eta}_j], \quad j = 1, 2, \dots, p \tag{1.15}$$

où ς_k^j représente un terme non constant dans les fonctions f et g . Les variables $\underline{\eta}_j$ et $\bar{\eta}_j$ représentent respectivement le minimum et le maximum de ς_k^j . Ainsi la fonction de pondération, pour chaque ς_k^j , peut être construite de la façon suivante :

$$F_1^j(\cdot) = \frac{\bar{\eta}_j - \varsigma_k^j}{\bar{\eta}_j - \underline{\eta}_j}; \quad F_2^j(\cdot) = 1 - F_1^j(\cdot); \quad j = 1, 2, \dots, p \tag{1.16}$$

Par conséquent, le nombre de modèles locaux nécessaire est $h = 2^p$. Ces modèles locaux font intervenir les différentes combinaisons des bornes des variables de prémisses. A titre d'exemple, si l'on considère deux variables de prémisses $\varsigma_k^1 \in [\underline{\eta}_1, \bar{\eta}_1]$ et $\varsigma_k^2 \in [\underline{\eta}_2, \bar{\eta}_2]$ alors le nombre total des règles est de $h = 2^2 = 4$.

En prenant le produit des fonctions qui décrivent ces partitions on obtient la fonction de pondération $\omega_\gamma(\varsigma_k)$ correspondant au sous-modèle γ , $\gamma \in \{1, \dots, h\}$:

$$\omega_\gamma(\varsigma_k) = \prod_{j=1}^p F_\gamma^j(\varsigma_k^j) \quad (1.17)$$

Exemple 1 Afin d'illustrer la transformation polytopique, considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \begin{cases} x_{k+1}^1 = x_k^1 x_k^2 - 3(x_k^1)^3 + 2x_k^2 + e^{x_k^1} u_k \\ x_{k+1}^2 = x_k^1 + x_k^1 (x_k^2)^2 + u_k \end{cases} \\ y_k = 2x_k^1 + x_k^2 \end{cases} \quad (1.18)$$

où les variables sont définies dans le compact $C = \{x, y, u \mid u, y \in \mathfrak{R}, |x_i| \leq 1, i = 1, 2\}$. Ce système peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{pmatrix} x_k^2 - 3(x_k^1)^2 & 2 \\ 1 & x_k^1 x_k^2 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} e^{x_k^1} \\ 1 \end{pmatrix} u_k \\ y_k = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} x_k \end{cases} \quad (1.19)$$

Un choix, non unique, des variables de prémisse est donné par :

$$\begin{cases} \varsigma_k^1 = x_k^2 - 3(x_k^1)^2 \\ \varsigma_k^2 = x_k^1 x_k^2 \\ \varsigma_k^3 = e^{x_k^1} \end{cases} \quad (1.20)$$

Un modèle de TS est obtenu sur un compact de l'espace d'état conduisant ainsi à définir les intervalles de variations de ς_k^1 , ς_k^2 et ς_k^3 par $\varsigma_k^1 \in [-4, 1]$, $\varsigma_k^2 \in [-1, 1]$, et $\varsigma_k^3 \in [e^{-1}, e]$. Compte tenu des valeurs minimales et maximales des variables de prémisse, ce choix

conduit à $h = 2^3 = 8$ sous-modèles définis par :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; B_1 = \begin{pmatrix} e^{-1} \\ 1 \end{pmatrix}; C_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_2 &= \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B_2 = \begin{pmatrix} e^{-1} \\ 1 \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_3 &= \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; B_3 = \begin{pmatrix} e \\ 1 \end{pmatrix}; C_3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_4 &= \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B_4 = \begin{pmatrix} e \\ 1 \end{pmatrix}; C_4 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_5 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; B_5 = \begin{pmatrix} e^{-1} \\ 1 \end{pmatrix}; C_5 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_6 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B_6 = \begin{pmatrix} e^{-1} \\ 1 \end{pmatrix}; C_6 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_7 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; B_7 = \begin{pmatrix} e \\ 1 \end{pmatrix}; C_7 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 A_8 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B_8 = \begin{pmatrix} e \\ 1 \end{pmatrix}; C_8 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

1.3 Les systèmes dynamiques hybrides

La communauté des automaticiens a développé, pendant de nombreuses années, des outils et méthodes adaptés aux deux types de systèmes classiquement rencontrés à savoir les systèmes continus et les systèmes à événements discrets. Les variables utilisées pour décrire l'état d'un système et la variable caractérisant le temps définissent différemment la nature de leurs modèles dynamiques associés. Il est nécessaire alors, d'utiliser l'une de ces deux catégories de modèle dans de nombreuses applications. Les systèmes continus font appel pour leur modélisation à des équations différentielles qui peuvent être discrétisées suivant une période d'échantillonnage pour donner des équations aux différences, alors que les Systèmes à Evénements Discrets (SED) sont des systèmes dynamiques dont l'es-

pace d'état est un ensemble discret et dont les transitions entre états sont associées à des événements. Ces systèmes sont classiquement représentés sous forme graphique (Réseaux de Petri [54], Automates finis [55]). Cependant, la majorité des systèmes réels sont un mélange des dynamiques continues et événementielles et ne peuvent se contenter d'une représentation homogène purement continue ou purement événementielle. Il est important alors d'utiliser des modèles dits hybrides permettant de prendre en compte à la fois des variables continues et des variables discrètes ainsi que l'interaction entre ces deux dernières. La figure (1.6) illustre la structure mixte d'un modèle hybride.

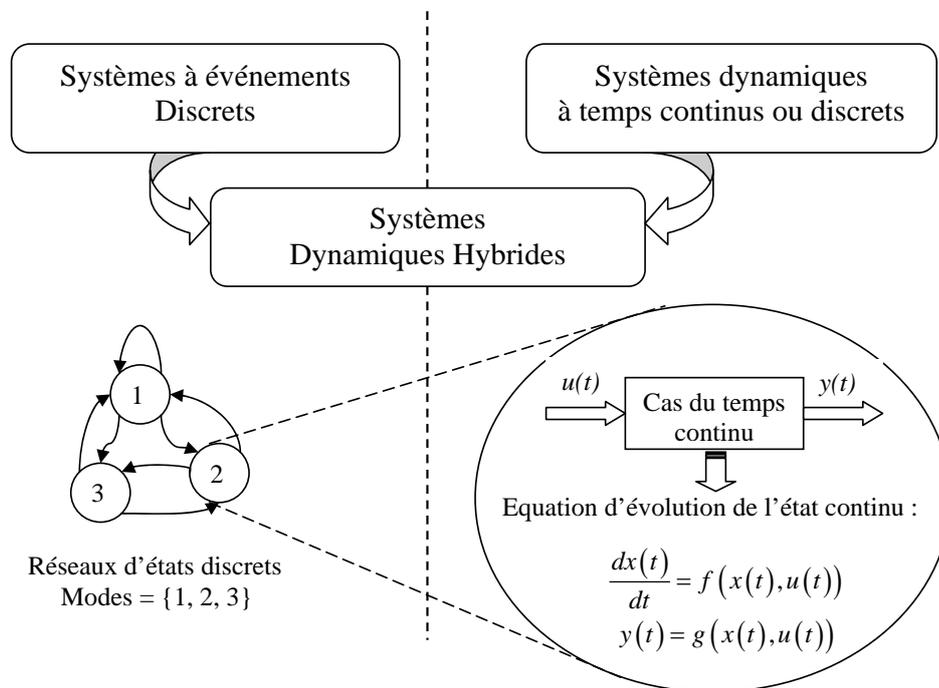


FIGURE 1.6 – Couplage continu-discret d'un système hybride

Depuis les années 90, la communauté scientifique s'est intéressée à l'étude de ces systèmes dits "systèmes dynamiques hybrides" (SDH) [91], [36], [68], [10], [168], [12]. Les SDH permettent de modéliser de nombreuses applications telles que les systèmes d'électronique de puissance [167], les systèmes mécaniques [161], robotiques [98], informatiques, les systèmes de transport [181], les systèmes chimiques ou biologiques [68]. Ceci a donné lieu à de nombreuses publications scientifiques avec certains ouvrages entièrement dédiés [194], [101], [52], [191]. Dans [194], les approches de modélisation hybride peuvent être classées

selon trois principales catégories à savoir :

- Les approches basées sur une extension des techniques de modélisation des systèmes continus comme le formalisme de bond-graph mixte [141] et [53].
- Les approches basées sur l’extension de modèles de systèmes à événements discrets tels les réseaux de Petri [86].
- Les approches mixtes, combinant à la fois le continu et le discret dans une structure unique comme les automates hybrides [9].

La suite de cette première partie sera consacrée aux principales classes de SDH et aux modèles développés dans la littérature. La présentation qui en est faite ne se veut pas exhaustive mais le lecteur pourra consulter les références dans les sections concernées pour plus d’informations. Il est à souligner que notre attention s’est particulièrement portée sur les systèmes à commutations, qui seront utilisés dans la suite de cette thèse.

1.3.1 Modélisation des systèmes dynamiques hybrides

Il existe plusieurs types de modélisations permettant de représenter les SDH. La figure (1.7) illustre la structure générale de la classe des SDH considérés à savoir les systèmes à commutations. Ces derniers permettent de décrire des systèmes à plusieurs régimes de fonctionnement (appelés aussi modes). Ces modes sont représentés dans l’espace d’état au moyen d’un modèle à temps continu (équations différentielles) ou à temps discret (équation aux différences).

Structure générale d’un SDH :

L’expression du modèle mathématique d’un SDH dans l’espace d’état à temps discret s’écrit sous la forme suivante :

$$\Sigma_{\sigma_k} : \begin{cases} x_{k+1} = f_{\sigma_k}(x_k, u_k) \\ y_k = g_{\sigma_k}(x_k, u_k) \end{cases} \quad (1.22)$$

$$\sigma_k : [0, \infty[\rightarrow \{1, 2, \dots, s\}$$

Les variables $u_k \in \mathfrak{R}^m$, $y_k \in \mathfrak{R}^\ell$ et $x_k \in \mathfrak{R}^n$ représentent respectivement les vecteurs

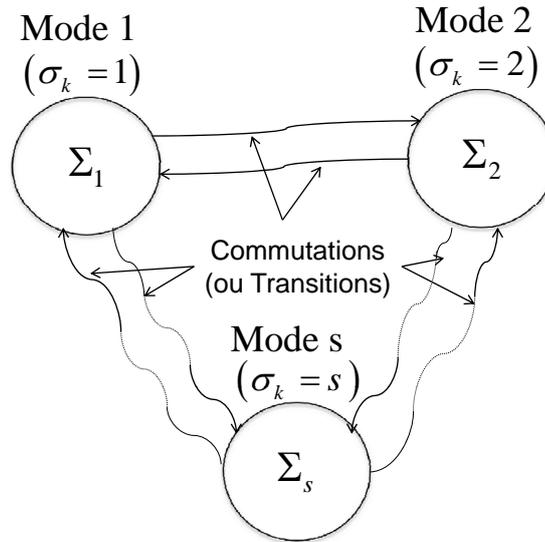


FIGURE 1.7 – Structure générale d'un système à commutations

d'entrée, de sortie et le vecteur d'état et σ_k est la fonction de commutation. Elle indexe le mode (ou le modèle Σ_{σ_k}) à chaque instant k et prend ses valeurs dans un ensemble fini $Q = \{1, \dots, s\}$, où s correspond au nombre de modes du système. Les fonctions f_σ et g_σ , qui peuvent être des fonctions linéaires ou non linéaires, décrivent l'évolution du système dans chacun de ses régimes de fonctionnement (ou modes). La modélisation (1.22) peut être considérée comme un ensemble de modèles reliés entre eux par des commutations indexées par la variable σ_k .

Dans le cadre général, la variable de commutation σ_k peut être :

- uniquement une fonction du temps k ,
- une fonction qui dépend des variables mesurées (c'est à dire des variables issues des capteurs) du système comme les entrées u_k , les sorties y_k et/ou des variables d'état non mesurées x_k .

La loi d'évolution des commutations caractérise le changement de mode de fonctionnement d'un SDH. On distingue deux types de loi d'évolution :

- *La commutation contrôlée* : qui détermine ce changement en réponse à une action extérieure définie comme étant une entrée de commande.
- *La commutation autonome* : qui détermine ce changement lorsque l'une (ou les) équation(s) d'évolution dépasse(nt) un certain seuil.

Une illustration de la modélisation hybride avec les différents types de loi de commutation est donnée par l'exemple de la boîte de vitesse automatique d'une voiture.

Exemple d'une boîte de vitesse automatique :

Pour mieux saisir la nature hybride des systèmes étudiés, l'exemple d'un dispositif mécatronique est présenté [161] où les différentes commutations et les phénomènes hybrides présentés ci-avant sont présents. Une boîte de vitesse automatique possède trois rapports de vitesse. Pour chaque rapport de vitesse on définit une plage de vitesse notée par ω_{σ_k} , $1 \leq \sigma_k \leq 3$. Le passage d'un rapport de vitesse à un autre est réalisé par l'action d'un conducteur qui détermine le type de conduite. Le conducteur intervient au moyen d'une commande discrète appelée *Manière de Conduite* (MC) selon laquelle la manière de conduite possible est :

- soit *Ville* (V) où les vitesses autorisées sont ω_1 et ω_2 , (i.e. le mode 1 et le mode 2 sont autorisés)
- soit *Route* (R) où toutes les vitesses sont disponibles (les trois modes sont autorisés).

La dynamique dans chaque mode, associée à chaque vitesse, est décrite par une équation différentielle notée $f_{\sigma_k}(x_k, u_k)$ où les variables x_k et u_k représentent respectivement la vitesse du moteur et le couple qui fait tourner l'arbre à une vitesse désirée $x^{désirée}$. La loi de commutation σ_k déterminant le mode est définie de deux manières à savoir :

- une commutation autonome : pour laquelle le système commute d'un mode à un autre lorsque la variable x_k atteint certains seuils $\omega_{max}^{\sigma_k}$ et $\omega_{min}^{\sigma_k}$ dans chaque rapport de vitesse.
- une commutation contrôlée : pour laquelle le passage du mode 2 au mode 3 (ou du rapport de vitesse correspondant à un autre) ne peut s'effectuer que sous l'action du conducteur au moyen de la commande discrète MC. Ce qui se traduit dans ce cas par une commutation vers un ensemble fini $Q_V = \{\omega_1, \omega_2\}$, si $MC = V$ ou $Q_R = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, si $MC = R$.

Ainsi, le système dynamique hybride représentant la boîte de vitesse automatique peut être donné graphiquement par la figure (1.8) :

avec les dynamiques correspondantes, pour chaque mode, données par les équations suivantes :

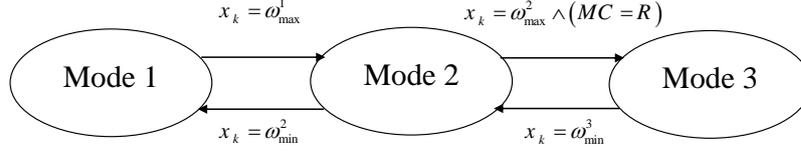


FIGURE 1.8 – Exemple d'un système dynamique hybride : la boîte de vitesse automatique

$$\begin{aligned}
 \Sigma_1 : \begin{cases} x_{k+1} = f_1(x_k, u_k) \\ x_k < \omega_{\max}^1 \end{cases} & \quad \Sigma_2 : \begin{cases} x_{k+1} = f_2(x_k, u_k) \\ \omega_{\min}^2 < x_k < \omega_{\max}^2 \end{cases} \\
 \Sigma_3 : \begin{cases} x_{k+1} = f_3(x_k, u_k) \\ x_k > \omega_{\min}^3 \end{cases} &
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

1.3.2 Définition d'un automate hybride

Un système dynamique hybride est représenté par 15-uplet :

$$H = (Q, \Sigma, \Psi, X, U, \Upsilon, V, Init, F_C, S, \Gamma, \gamma, Inv, R, G)$$

où :

- $Q = \{q_i, i \in \{1, 2, \dots, s\}\}$ est une ensemble fini d'états discrets,
- $\Sigma = \Sigma_{Ext} \cup \Sigma_{Cont} \cup \{\varepsilon_\sigma\}$ est un ensemble fini d'entrées discrètes où ε_σ est l'événement d'entrée « vide » utilisé pour désigner les événements d'entrées non observables. Σ_{Ext} et Σ_{Cont} sont respectivement les entrées discrètes externes et contrôlables,
- $\Psi = \{\{\Psi_j\} \cup \{\varepsilon_\Psi\}, j \in \{1, \dots, r\}\}$ est un ensemble fini des sorties discrètes où ε_Ψ est l'événement de sortie « vide » utilisé pour désigner les événements de sorties non observables,
- X, U, Υ, V sont des sous-espaces vectoriels de dimension finie et correspondent respectivement aux espaces des états continus, des entrées continues, des sorties continues et des perturbations continues. Pour un état continu $x \in X$, un état discret $q \in Q$ et une entrée de perturbation $\delta \in V$ donnés, le vecteur de sorties continues est donné par $y = h(x, q, \delta) \in \Upsilon$, avec $h : X \times Q \times V \rightarrow \Upsilon$,
- $Init \subset X \times Q$ est l'ensemble des états initiaux,
- F_C est une sous-classe des systèmes dynamiques continus. La dynamique $F_i^C \in F_C$ est définie par l'équation $\dot{x}(t) = f_i^c(x(t), u(t), \delta(t)) \quad i \in \{1, \dots, s\}$, où $t \in \mathfrak{R}$,

- $x(t) \in X$ et f_i^C est un champ de vecteurs,
- $S : Q \rightarrow F_C$ est une application associant à chaque état discret $q \in Q$ une dynamique continue F_i^C ,
- $\Gamma \subset Q \times \Sigma \times Q$ est la collection de transitions discrètes. Le triplet (q, σ, q') représente la transition du mode q vers le mode q' suite à l'arrivée de l'entrée discrète σ ,
- $\gamma : \Gamma \rightarrow \psi$ est une application qui associe une sortie discrète à chaque transition discrète,
- $Inv : Q \rightarrow 2^{X \times \Sigma \times U \times V}$ est une application qui associe à chaque mode $q \in Q$ un domaine appelé invariant,
- $R : \Gamma \times X \times U \times V \rightarrow 2^X$ est l'application de réinitialisation qui après une transition discrète affecte une nouvelle valeur à l'état continu x ,
- $G : \Gamma \rightarrow 2^{X \times U \times V}$ est une application qui faisant correspondre à chaque transition une condition de garde qui spécifie quelles conditions doivent être vérifiées pour que la transition soit franchie.

Un système dynamique hybride couple des équations différentielles décrivant les phénomènes continus et des événements discrets. Dans la suite, nous présentons les différentes représentations d'état de la partie continue des SDH.

1.3.3 Différentes représentations d'état d'un SDH

A partir de la description générale du modèle (1.22), différentes représentations des SDH peuvent être obtenues.

1.3.3.1 Les modèles linéaires à saut

Les modèles linéaires à saut [125], [67], [183] appelés aussi modèles impulsionnels (ou de l'anglais Jump Linear (JL)), sont des systèmes dont la loi de commutation σ_k est autonome et inconnue. Cette méconnaissance de l'entrée discrète se traduit par une affectation d'une nouvelle valeur à la variable continue x_k lorsque cette dernière vérifie certaines conditions. De cette façon, l'influence de σ_k est visible indirectement sur la variable mesurée de la sortie y_k . Cependant, l'évolution de la variable continue x_k , régie par une équation

différentielle sans entrée (un système autonome), est décrite par un système dynamique impulsionnel (ou modèle linéaire à saut) sans que la forme de la loi de commutation soit explicitement donnée.

Exemple d'un modèle linéaire à saut :

Un exemple classique illustrant cette modélisation est celui de la balle rebondissante [38] donné par la figure (1.9) ci-dessous.

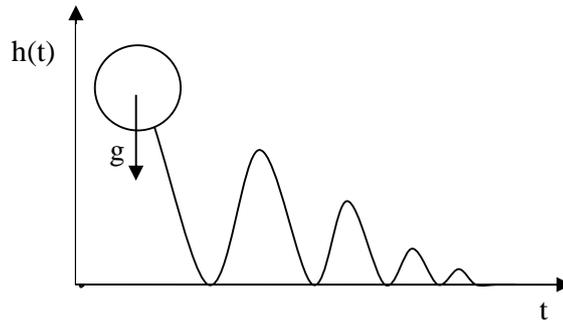


FIGURE 1.9 – Exemple d'un modèle linéaire à saut : la balle rebondissante

Une balle de masse m , soumise à l'action de la gravité g , est lâchée d'une altitude h_0 avec une vitesse initialement nulle. L'altitude de la balle $h(t)$ peut être modélisée par un système linéaire à saut. En effet, l'équation différentielle de la dynamique de la balle est donnée par la mécanique classique $m\ddot{h}(t) = -mg$. Lors du rebond ($h(t) = 0$), il y a un choc élastique entre la balle et le sol. La conservation de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement entraîne un changement de la vitesse de la balle qui se traduit par $\dot{h}(t^+) = -c\dot{h}(t^-)$ avec c une constante inférieure ou égale 1. Dans ce cas le modèle impulsionnel de la balle rebondissante est donné par :

1.3.3.2 Les modèles linéaires à sauts markoviens

Les modèles linéaires à sauts markoviens (anglais Jump Markov Linear (JML)) [50], [149] comparativement aux modèles linéaires à sauts non markoviens, introduisent une connaissance a priori sur l'évolution de la loi de commutation σ_k en modélisant cette dernière par une chaîne de Markov homogène à états finis [61]. Les modèles linéaires à sauts markoviens ont de nombreuses applications dans divers domaines tels que la télé-

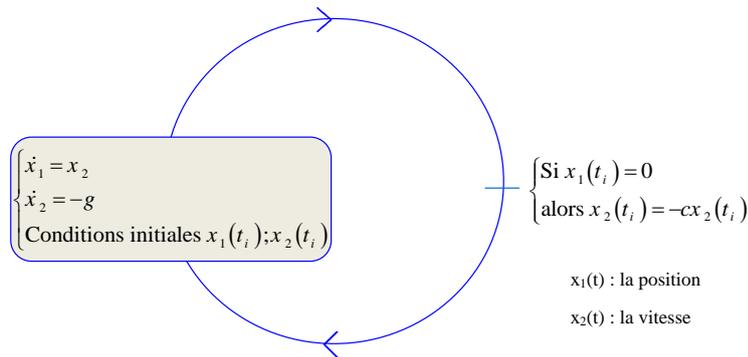


FIGURE 1.10 – Représentation du système de la balle rebondissante sous forme d’un modèle linéaire à saut

communication [110], la modélisation du comportement réel [69], [61] et la modélisation des trafics [46].

1.3.3.3 Les modèles affines par morceaux

Les modèles affines par morceaux (de l’anglais PieceWise Affine (PWA)) [26], [100] sont élaborés en considérant des sous-modèles de type affine et des fonctions de pondérations de type booléen. Les fonctions de pondérations résultent d’un partitionnement de l’espace de fonctionnement en zones complètement disjointes.

1.3.3.4 Les modèles MLD : Mixed Logical Dynamical

Les modèles MLD : Mixed Logical Dynamical sont introduits dans [28]. Ils sont développés pour résoudre des problèmes d’identification [71], d’observabilité [26], de commande [33], etc. Bien qu’ils se différencient des formes de modélisations présentées jusqu’à présent, il se trouve que le point fort de cette approche réside dans l’aptitude à tenir compte dans un seul modèle des différents régimes de fonctionnement du système et aussi des parties logiques telles que un commutateur (marche/arrêt) ou les réseaux de logiques combinatoires et séquentielles. En effet, les MLD permettent d’inclure directement des contraintes inégalités dans le modèle et d’affecter des priorités aux contraintes.

1.3.3.5 Les modèles à complémentarité linéaire

Les systèmes dynamiques hybrides peuvent aussi être représentés par des modèles à complémentarité linéaire (de l'anglais Linear Complementarity (LC)). Ces derniers ont été étudiés dans Heemels [87], [180]. Ils permettaient initialement, d'étudier des systèmes mécaniques sous contraintes inégalités, ensuite ils ont été étendus pour tout système dynamique ayant des relations linéaires par morceaux, par exemple un réseau électrique comportant une diode idéale, ou des problèmes de commande sous contraintes, [90]. Selon [56], ils représentent un cas particulier des modèles à complémentarité linéaire étendue (ELC) [163].

Remarque 2 Il a été montré dans Heemels [88], [89] une équivalence entre les classes citées précédemment à savoir les modèles affines par morceaux, les MLD, les modèles à complémentarité linéaire, les modèles à complémentarité linéaire étendue et les modèles Max-Min-Plus-Scaling (voir pour des détails sur cette modélisation les articles [88] et [61]).

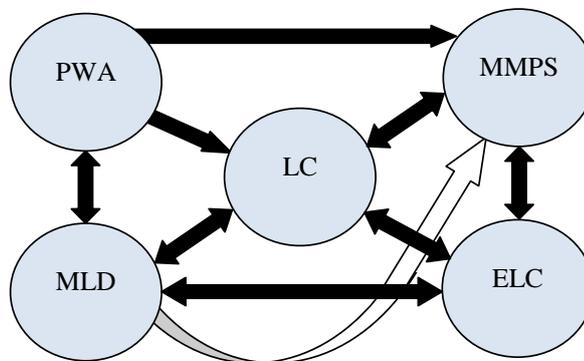


FIGURE 1.11 – Liens entre les classes de modèles MLD, MMPS, LC, ELC et PWA. [88]

Quant aux différentes conditions de passage d'une classe à l'autre, le lecteur pourra se référer à [88].

1.3.3.6 Les modèles Hinging Hyperplane

Introduits dans [37], les modèles Hinging Hyperplane (HH) permettent aussi de représenter une classe de systèmes dynamiques hybrides. Contrairement aux modèles présentés

jusqu'à présent, cette approche utilise l'espace de régressions et se base sur la détermination des hyperplans issus d'une répartition polyédrique. L'avantage de cette modélisation est d'avoir des fonctions affines par morceaux (modèles locaux) associées à chacun des hyperplans qui se caractérisent par une continuité au niveau des intersections des hyperplans (ou encore au niveau des frontières polyédriques). Les modèles HH, par leur principe à caractère d'approximateur des fonctions non linéaires ou de classificateur, ont porté une autre alternative en terme de modélisation, en particulier en procédant par identification [145], [152], [30].

1.4 Modélisation des systèmes à commutations à modes représentés par des multimodèles

D'une façon générale, les outils de diagnostic [122], d'identification [32], ou d'analyse et de commande [105], [3] sont très développés et largement utilisés pour les systèmes dynamiques linéaires. Les différentes modélisations linéaires utilisées pour la représentation d'un mode d'un système à commutations sont celles présentées dans la section 1.3.3. Très peu de modélisations ont été proposées pour les systèmes à commutations à modes non linéaires [164], [44], [190]. Ces modélisations restent générales, et difficiles à utiliser pour le développement d'algorithmes de commande, d'observation ou de diagnostic. On a présenté dans la section 1.2 l'approche multimodèle qui permet de modéliser une large variété de systèmes non linéaires. Dans ce cas, la représentation du comportement non linéaire d'un système est basée sur un ensemble de modèles locaux de structure souvent linéaires en affectant chaque modèle à une zone de fonctionnement bien spécifique et des fonctions de pondérations qui assureront l'agglomération de ces modèles locaux. Par conséquent, nous proposons dans cette thèse de représenter les systèmes à commutation à modes non linéaires par **une modélisation multimode-multimodèle** pour laquelle chaque mode non linéaire est représenté par un multimodèle. L'avantage de cette représentation est d'étendre les outils développés dans le cadre des systèmes dynamiques linéaires aux systèmes à commutations où les modes sont non linéaires.

La représentation multimode-multimodèle est donnée par la figure 1.12.

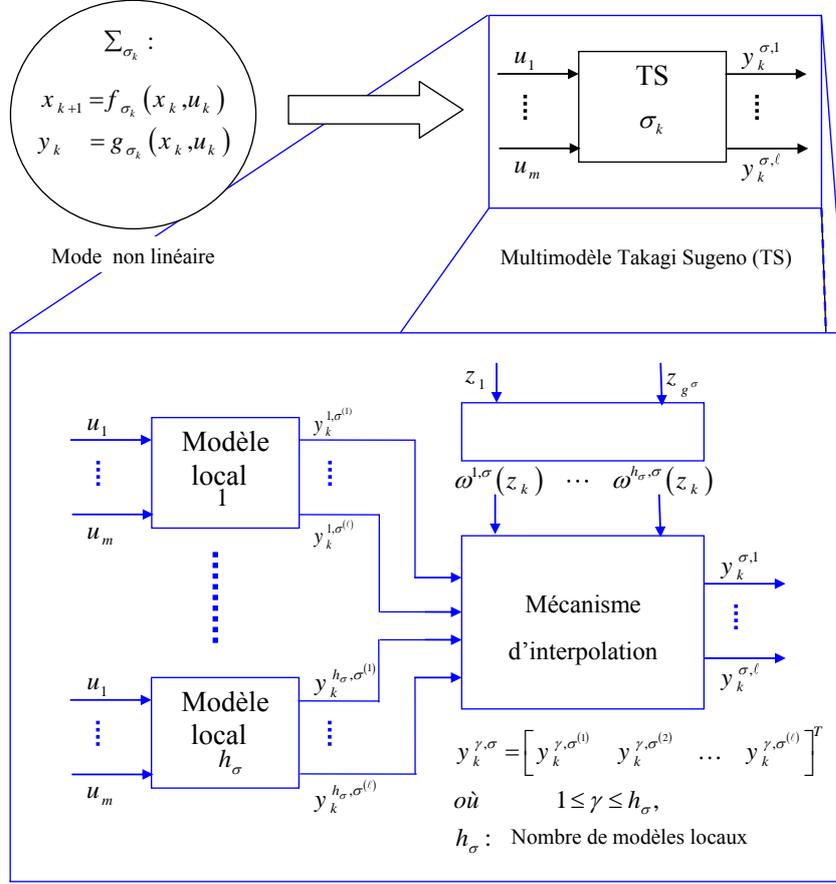


FIGURE 1.12 – Modélisation d'un mode non linéaire du système à commutations

Le système (1.22) s'écrit sous la forme donnée par l'équation 1.24.

$$\Sigma_{\sigma_k} : \begin{cases} x_{k+1}^\sigma = \sum_{\gamma=1}^{h_\sigma} \omega^{\gamma,\sigma}(z_k) f_{\sigma_k}^\gamma(x_k^\sigma, u_k) \\ y_k^\sigma = \sum_{\gamma=1}^{h_\sigma} \omega^{\gamma,\sigma}(z_k) g_{\sigma_k}^\gamma(x_k^\sigma, u_k) \end{cases} \quad (1.24)$$

$$\sigma_k : [0, \infty[\rightarrow \{1, 2, \dots, s\}$$

$$1 \leq \gamma \leq h_\sigma$$

où $\omega^{\gamma,\sigma}(z_k)$ vérifie la propriété de sommes convexes (1.6) et x_k^σ est l'état dans le mode σ . Les fonctions $f_{\sigma_k}^\gamma$ et $g_{\sigma_k}^\gamma$ sont des modèles locaux et qui dépendent du choix de la structure du modèle TS :

- Dans le cas du **multimodèle à état global** (voir sous-section 1.2.2.1),

$$\begin{aligned} f_{\sigma_k}^\gamma(x_k, u_k) &= A^{\gamma,\sigma} x_k^\sigma + B^{\gamma,\sigma} u_k \\ g_{\sigma_k}^\gamma(x_k, u_k) &= C^{\gamma,\sigma} x_k^\sigma + D^{\gamma,\sigma} u_k \end{aligned} \quad (1.25)$$

- Dans le cas du **multimodèle à états découplés** (voir sous-section 1.2.2.2),

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{\gamma,\sigma} &= f_{\sigma_k}^\gamma(x_k, u_k) = A^{\gamma,\sigma} x_k^{\gamma,\sigma} + B^{\gamma,\sigma} u_k \\ y_k^{\gamma,\sigma} &= g_{\sigma_k}^\gamma(x_k, u_k) = C^{\gamma,\sigma} x_k^{\gamma,\sigma} + D^{\gamma,\sigma} u_k \end{aligned} \quad (1.26)$$

1.5 Conclusion

La première partie de ce chapitre présente une approche particulièrement adaptée pour la représentation des modèles dynamiques non linéaires à savoir l'approche multimodèle. Les multimodèles impliquent un ensemble de sous-modèles de structures plus simples, linéaires et un ensemble de fonctions d'agrégations appropriées. Les différentes structures de multimodèles ont été présentées. Un aperçu sur les méthodes dédiées à leur obtention a également été donné. Cette modélisation par sa puissance d'approximation universelle, offre la possibilité d'étendre des méthodes développées dans le cadre linéaire aux systèmes non linéaires.

La deuxième partie a présenté une introduction aux systèmes dynamiques à commutations qui appartiennent à une classe de systèmes dynamiques hybrides couramment rencontrés (ce sont les SDH). Les pré-requis nécessaires pour comprendre les effets hybrides à travers des définitions et des exemples ont été présentés. A travers un tour d'horizon des principales méthodes de représentation d'état d'un SDH, il a été montré que la quasi totalité des modèles des SAC présentés dans la littérature utilisent un modèle linéaire pour représenter chaque mode. Il en résulte de ce fait nos motivations des SAC où chaque mode est non linéaire. Dans la suite de cette thèse, nous proposons d'utiliser des multimodèles pour représenter chaque mode non linéaire d'un SAC. Cette modélisation multimode-multimodèle sera utilisée dans les chapitres 3 et 4 pour la surveillance et le diagnostic des systèmes à commutations dont les modes sont non linéaires.

Chapitre 2

Diagnostic des systèmes dynamiques

Sommaire

2.1	Introduction	40
2.2	Généralités sur les systèmes de diagnostic	40
2.2.1	Terminologie	41
2.2.2	Présentation d'un système de diagnostic	43
2.2.3	Méthodes de diagnostic	47
2.3	Diagnostic des systèmes non linéaires représentés par des multimodèles	60
2.4	Diagnostic des systèmes à commutations	62
2.4.1	Cas des modes linéaires	64
2.4.2	Cas des modes non linéaires	66
2.5	Conclusion	67

2.1 Introduction

L'amélioration croissante de la productivité et de la performance impose aux processus technologiques une augmentation de leur fiabilité, de leur disponibilité et de leur sûreté de fonctionnement. Ce besoin devient plus important quand il s'agit d'éviter des incidents humains et matériels. C'est le cas par exemple des systèmes de transport en l'occurrence dans les systèmes aéronautiques et ferroviaires. Ceci n'est possible qu'en associant un module de diagnostic permettant de détecter et de localiser toute défaillance qui peut survenir dans ces systèmes. Souvent, les techniques de diagnostic reposent sur la connaissance d'un modèle analytique représentant le comportement du système à surveiller [204], [119]. Ainsi, si le comportement du système réel est jugé différent de celui prédit en utilisant le modèle, on peut conclure à la présence d'une défaillance. Une deuxième catégorie de techniques de diagnostic est celle de diagnostic dites *sans modèle* qui se basent sur l'analyse des données fournies par le système. Vue la complexité des processus industriels, on a montré dans le premier chapitre, que leur dynamique est influencée à la fois par des événements discrets et par des dynamiques continues, ce qui conduit à des modélisations intégrant plusieurs modes de fonctionnement non linéaires. Cette complexité et la difficulté à obtenir un modèle précis des systèmes nous amène à nous intéresser aux approches sans modèle ou avec une connaissance partielle du système. Dans ce qui suit, on commencera par rappeler les étapes de diagnostic et les définitions utilisées dans ce domaine de recherche. Ensuite, un tour d'horizon sur les méthodes de détection et de localisation de défauts, pour les systèmes linéaires invariants dans le temps, sera effectué selon qu'elles se basent sur un modèle ou non. Enfin, la section suivante sera consacrée à la présentation des approches de diagnostic destinées aux systèmes à commutations selon que les modes sont linéaires ou non linéaires.

2.2 Généralités sur les systèmes de diagnostic

Le rôle d'un système de diagnostic est de rendre compte de l'apparition d'un défaut le plus rapidement possible et le plus précocément possible, c'est-à-dire avant qu'il n'entraîne

des dommages importants tout en donnant les informations qui faciliteront les réparations.

Dans un premier temps, les principaux termes utilisés dans le domaine du diagnostic seront rappelés.

2.2.1 Terminologie

Reposant principalement sur le travail effectué par [151], [2], [119], [145] et [61], ainsi que sur les ouvrages tels que [204], [96], [144], [97] des définitions sont proposées afin de clarifier la suite de ce travail, sachant qu'il est courant de trouver dans la littérature internationale des définitions différentes d'une même notion.

Résidu (Residual)

Signal conçu comme indicateur d'anomalies fonctionnelles ou comportementales.

Défaut (Fault)

Un défaut est une anomalie comportementale au sein d'un système physique.

Défaillance (Failure)

Une défaillance définit une anomalie fonctionnelle au sein d'un système physique, c'est-à-dire caractérise son incapacité à accomplir certaines fonctions qui lui sont assignées.

Panne (Break-down)

Lorsque aucune fonction n'est assurée, le terme panne est employé à la place de défaillance. Le mot défaut possède un sens plus général que son homologue défaillance puisque ce dernier est contraint à la notion de fonction, c'est-à-dire ce pourquoi le système physique a été conçu. Or une fonction provient d'une abstraction du comportement du système, c'est-à-dire la considération des uniques relations comportementales utiles à la description des objectifs qu'il doit satisfaire. Ainsi une défaillance est un défaut particulier se traduisant non seulement par une anomalie comportementale, mais aussi par le non-respect d'une ou plusieurs fonctions du système physique. En revanche, un défaut n'altère pas nécessairement son fonctionnement, mais peut présager d'une défaillance à venir. De même, une panne est une défaillance particulière pour laquelle le système n'assure plus aucune de ses fonctions.

Perturbation (disturbance, perturbation)

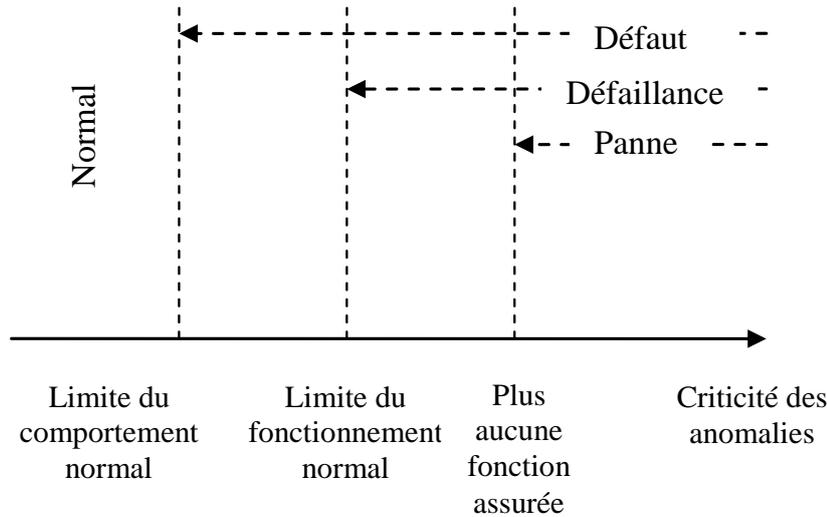


FIGURE 2.1 – Ordonnement des anomalies selon leur criticité.

Une perturbation définit tout phénomène considéré comme normal influençant un système physique, mais non ou mal pris en compte dans le modèle censé le représenter. Les bruits font partie des perturbations, néanmoins, à cause de leurs propriétés spécifiques (blancheur, normalité), ils sont généralement pris en compte séparément dans le modèle. La distinction entre les deux termes anglo-saxons *disturbance* et *perturbation* pour traduire la notion de perturbation est confuse. Le terme erreur de modélisation est plus restrictif puisqu'il s'adresse uniquement à un phénomène non ou mal modélisé, mais qui aurait dû être parfaitement décrit ; alors que le mot perturbation peut désigner des phénomènes liés à l'environnement avec lequel interagit le système sans pour autant qu'il ait été question de les modéliser.

Incertitude (uncertainty)

Les sources d'incertitudes sont : les approximations numériques, les erreurs d'identification des paramètres, les diverses hypothèses de linéarisation, la réduction de modèle, la non prise en compte de paramètres variant dans le temps. Les incertitudes peuvent être structurelles ou paramétriques. Dans le premier cas, l'incertitude reflète la méconnaissance des valeurs numériques du modèle. Dans le second cas, l'incertitude peut provenir de la linéarisation ou des propriétés dynamiques qui ont été négligées dans le modèle.

2.2.2 Présentation d'un système de diagnostic

Le choix d'une stratégie de diagnostic dépend du cahier des charges que l'on a fixé ainsi que de l'application considérée. Par exemple, le type d'information accessible sur le système ou le type de défauts à détecter conditionne la mise en œuvre d'une stratégie spécifique. Ainsi, si les seules données entrée / sortie sont disponibles sur le système, une méthode sans modèle sera adaptée. Si au contraire un modèle mathématique est disponible, les méthodes à base de modèle seront privilégiées. Avant de développer les différentes méthodes de diagnostic connues dans la littérature, nous revenons sur quelques définitions permettant d'aborder correctement un problème de diagnostic :

- Définition des objectifs : que veut-on surveiller ? Quels types de défauts doit-on détecter ?
- Définition des critères : quelles sont les performances attendues ? Quels sont les critères pour juger de la qualité de la surveillance ?

Ces critères doivent être pris en considération avant de développer un système de surveillance, tels que la rapidité des réponses, la robustesse des algorithmes aux erreurs de modélisation et les taux de fausses alarmes ou de non détection. De plus les contraintes d'ordre économique, ergonomique et le temps de développement doivent être considérés. Nous rappellerons aussi le principe général de toute méthode de surveillance : la redondance d'information. Cette redondance peut être physique, analytique ou issue d'une base de connaissance.

2.2.2.1 Définitions et objectifs

La première question que l'on doit se poser lorsqu'on conçoit un système de diagnostic, est de savoir ce que l'on veut détecter. Cela revient à déterminer le type de dysfonctionnement que l'on veut diagnostiquer ou d'une manière générale définir le type de défauts susceptibles d'altérer le bon fonctionnement d'un système. Qu'il s'agisse de défauts inhérents aux organes de mesure (capteurs), aux organes de commande (actionneurs) ou aux composants du processus (voir figure 2.2), ils se traduisent par une modification du signal associé (appelé indicateur de défaut). L'étape suivante de la réalisation d'un système de

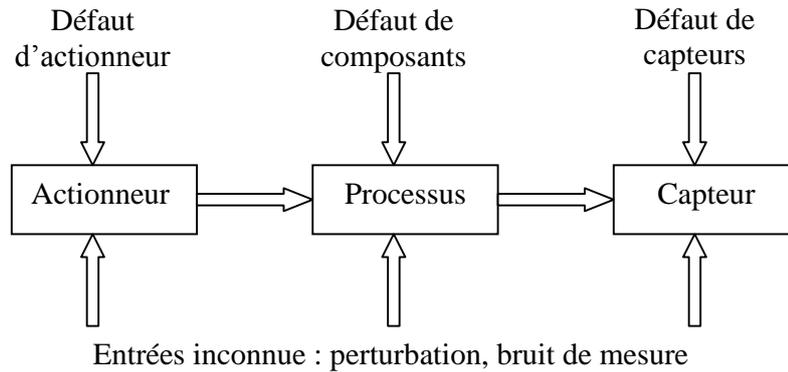


FIGURE 2.2 – Défauts d'un processus

diagnostic consiste à définir les critères permettant d'en juger les performances.

2.2.2.2 Critères de performance d'un système de diagnostic

Comment s'assurer que le système de diagnostic développé soit le plus performant possible ? Pour répondre à une telle question, il convient tout d'abord de définir quels sont les critères d'évaluation d'un système de diagnostic. D'une manière générale, nous pouvons regrouper les différents critères de performance du système de détection de la manière suivante :

- détectabilité,
- isolabilité,
- sensibilité,
- robustesse,

La détectabilité est l'aptitude du système de diagnostic à pouvoir déceler la présence d'une défaillance sur le procédé.

L'isolabilité est la capacité du système de diagnostic à remonter directement à l'origine du défaut. La propriété d'isolabilité est liée à la structure des résidus et à la procédure de détection elle-même.

La sensibilité caractérise l'aptitude du système à détecter des défauts d'une certaine amplitude.

La robustesse caractérise la non sensibilité du système de diagnostic aux perturbations déterministes ou aléatoires (entrées inconnues et bruits), et aux incertitudes de

modèle.

Un des critères d'évaluation est le Taux de Détection (TD). Le TD évalue l'aptitude du système de diagnostic à détecter les défaillances. Il est exprimé en pourcentage par la formule suivante :

$$TD = \frac{\text{nombre de défaillances détectées}}{\text{nombre total de défaillances}} \times 100$$

Un autre critère est le Taux de Fausses alarmes (TF). Le TF reflète la confiance accordée à un système de diagnostic. Il s'exprime en pourcentage par la formulation suivante :

$$TF = \frac{\text{nombre de fausses alarmes}}{\text{nombre total de d'alarmes}} \times 100$$

2.2.2.3 Le principe de base de la surveillance : la redondance d'information

Le concept de base des systèmes de diagnostic est la redondance d'informations. Cette redondance de connaissance sur le système fournit différentes informations sur une même variable du système. Il est ainsi possible de vérifier la cohérence de cette information par des tests de cohérence. Cette redondance peut être physique ou analytique.

2.2.2.3.1 Redondance physique Le moyen le plus facile d'obtenir plusieurs informations sur une même variable est de disposer de plusieurs capteurs mesurant la grandeur de cette variable : c'est le principe de la redondance physique. Par exemple, pour obtenir deux mesures d'une même température, on doublera les capteurs de température. La redondance physique souffre d'un désavantage majeur : son coût. En effet, le fait de doubler le nombre de capteur revient au moins à doubler le prix de l'organe de mesure. De plus, les contraintes ergonomiques liées à l'installation de ces capteurs peuvent limiter leur utilisation (manque de place).

2.2.2.3.2 Redondance analytique C'est la redondance à base de modèles. Selon la connaissance sur les différentes variables, différents modèles peuvent être utilisés :

Modèles de type boîte noire : Lorsque les seules informations disponibles sur le système sont les variables mesurées, la technique habituelle est d'apprendre le comportement du système à l'aide de l'historique des données : ce sont les données d'apprentissage. On part du principe que les mêmes causes auront toujours les mêmes effets. Les réseaux de

neurones artificiels utilisent ce concept en paramétrant l'information disponible dans les mesures comme un vecteur de dimension finie. Les réseaux neuronaux copient le concept du neurone biologique qui forme notre système nerveux et exploitent leur capacité d'apprentissage. Ces systèmes sont pratiques dans la mesure où les seules données entrée/sortie du système sont nécessaires à leur élaboration. Ils sont de plus capables de gérer un grand nombre de données d'apprentissage. Le principal inconvénient des réseaux de neurones réside dans l'acquisition et la couverture des données d'apprentissage.

Une autre méthode par apprentissage est celle à base de reconnaissance des formes. Elle s'applique dès lors que l'ensemble d'apprentissage couvre plusieurs modes de fonctionnement bien répertoriés du procédé. Une forme représente un ensemble de n paramètres vu comme un point dans l'espace de dimension n . La reconnaissance de formes associe alors à chaque forme une forme-type connue. Généralement, à cause des perturbations liées à l'observation d'une forme, une zone dans l'espace de représentation est attribuée à chaque forme-type : c'est la notion de classe. Le principe de la reconnaissance est donc d'associer chaque nouvelle forme observée à une classe connue. Dans ce cas, le problème de la détection et de la localisation est assimilé à l'application d'une règle de décision issue d'une méthode de discrimination, consistant à associer une nouvelle forme à une classe. En effet, une forme peut être assimilée à un ensemble d'observations et une classe à la cause d'une défaillance du système.

Les méthodes de traitement du signal génèrent également des systèmes de diagnostic en l'absence de modèle. Le principe de ces systèmes est d'utiliser les propriétés statistiques des mesures effectuées sur le procédé comme indicateurs de défauts.

Modèle de type boîte blanche : Les modèles analytiques sont une représentation mathématique de la loi d'évolution des variables physiques du système. Le système est décrit par un ensemble d'équations données par des lois générales. Un exemple de modèle couramment utilisé est le modèle d'état linéaire dans le domaine temporel dans lequel le vecteur d'état x_k , le vecteur d'entrée u_k et le vecteur de sortie y_k sont reliés par l'inter-

médiaire des matrices A , B , C :

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k\end{aligned}\tag{2.1}$$

Les procédés ainsi modélisés ne suivent pas toujours une telle représentation idéale. En effet, d'autres aspects sont à prendre en compte :

- les incertitudes paramétriques,
- les incertitudes structurelles,
- les non linéarités,
- les perturbations subies par le système,
- les bruits affectant les mesures.

2.2.3 Méthodes de diagnostic

Cette partie sera consacrée aux méthodes connues sous le nom de FDI (de l'anglais Fault Detection and Isolation). Les méthodes de diagnostic de systèmes automatiques étudiées dans la littérature sont très variées et peuvent être classées en deux groupes majeurs : celles qui utilisent des modèles mathématiques du processus (méthodes à base de modèle) et celles qui n'en utilisent pas (méthodes dites sans modèle).

2.2.3.1 Méthodes à base de modèle

Ces méthodes font intervenir 3 fonctions : la génération de résidus, la prise de décision et l'analyse des défauts cf. figure 2.3. L'objectif ici, est de présenter brièvement les méthodes classiques développées en diagnostic à base de modèles analytiques. Très souvent dans la littérature, seuls les modules de détection et de localisation sont considérés et détaillés. L'identification du défaut est souvent omise ou reléguée aux opérateurs. Le mot diagnostic est dans ces conditions souvent remplacé par le terme détection et localisation de défauts (FDI : Fault Detection and Isolation). De nombreux auteurs [2], [61], [84] décomposent alors une procédure de diagnostic en deux phases essentielles : la génération de résidus et la prise de décision.

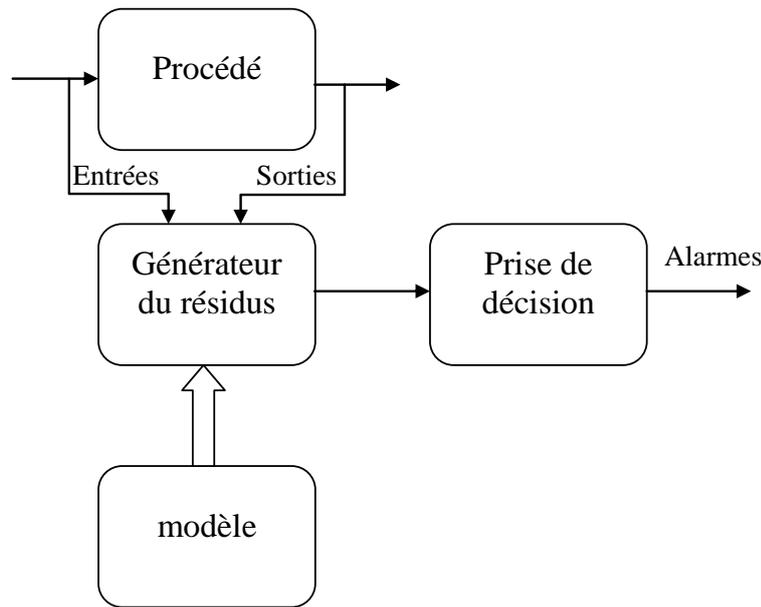


FIGURE 2.3 – Principe de détection et de localisation de défauts.

Génération de résidus :

Les résidus sont des grandeurs sensibles aux défauts. Un résidu est une grandeur obtenue à partir des mesures issues des capteurs, des signaux de commande et du modèle analytique, soit directement (espace de parité), soit indirectement par l'intermédiaire d'estimées (observateurs d'état, estimation paramétrique [64], [103], [81]); les termes *forme de calcul* ou *forme externe* du résidu sont alors couramment employés. Un résidu indépendant du point de fonctionnement courant, des valeurs prises par l'état du système et des grandeurs des entrées (commandes) est nul en absence de défaut. À cause des bruits, des perturbations liées à l'environnement et des erreurs de modélisations un résidu n'est jamais nul. La relation liant le résidu à ces différentes grandeurs est appelée *forme d'évaluation* ou *forme interne*. Pour limiter les fausses alarmes et non détections, les résidus doivent être robustes ou faiblement affectés par les perturbations et les erreurs de modélisation. De plus, pour permettre une détection, ils doivent engendrer des signatures différentes pour chaque anomalie étudiée afin de permettre la localisation des composants en défaut et parvenir à les distinguer les uns des autres. On parle alors de résidus structurés [134].

Prise de décision :

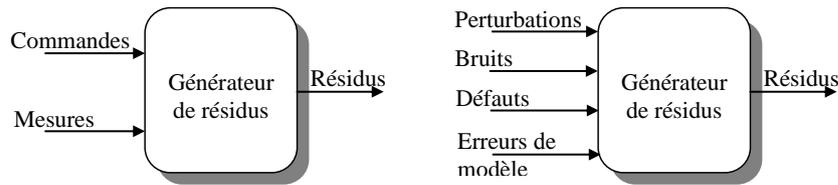


FIGURE 2.4 – a. Forme de calcul ou externe b. Forme d'évaluation ou interne

La prise de décision regroupe :

- La détection qui concerne l'analyse des résidus pour distinguer ceux qui reflètent un comportement normal ou anormal.
- La procédure de localisation qui consiste à déterminer le composant en défaut.

Dans de nombreuses publications, les auteurs intègrent dans la première étape, des objectifs précis (en termes de robustesse ou de structuration) que doivent satisfaire les résidus. Les résidus sont construits de façon à améliorer ou simplifier la décision.

Trois méthodes sont développées pour le diagnostic à base de modèles analytiques : les méthodes utilisant les techniques d'estimation paramétriques, celles utilisant des relations de redondance analytique (encore appelée dans le cas linéaire la méthode de l'espace de parité), et les méthodes utilisant des observateurs d'états ou des filtres.

2.2.3.1.1 Approche utilisant les techniques d'estimation paramétrique Les méthodes d'estimation paramétriques [166] ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle. On entend par paramètres les constantes physiques du système (masse, coefficient de viscosité, . . .) ou une agrégation de plusieurs paramètres physiques. Pour ce dernier cas, une correspondance unique doit exister entre les paramètres du modèle et les paramètres du système. Isermann [96] décrit la procédure générale pour la détection des défaillances en cinq étapes :

- modélisation mathématique du procédé selon des équations du type :

$$y_k = f(u_k, \theta) \quad (2.2)$$

dans lesquelles u_k représente les commandes du système et θ représente les paramètres du modèle.

- description des relations entre les constantes physiques p supposées connues et les paramètres du modèle θ :

$$\theta = g(p) \quad (2.3)$$

- estimation $\hat{\theta}$ des paramètres du modèle à partir de l'équation (2.2) et des mesures des entrées et des sorties du système :

$$\hat{\theta} = h(u_1, u_2, \dots, u_k, y_1, y_2, \dots, y_k) \quad (2.4)$$

- estimation \hat{p} des paramètres du système à partir de l'équation (2.3) :

$$\hat{p} = g^{-1}(\hat{\theta}_k) \quad (2.5)$$

Indicateur du défaut : Le vecteur résidu est obtenu en faisant la différence entre les paramètres estimés et les valeurs nominales,

$$\begin{aligned} r_k &= \theta_k - \hat{\theta}_k \\ &\text{ou} \\ r_k &= p_k - \hat{p}_k \end{aligned} \quad (2.6)$$

Lorsque les valeurs nominales des paramètres sont inconnues, et sous l'hypothèse que ces paramètres sont constants en fonctionnement normal, il est possible de construire le vecteur résidu à partir des seuls paramètres estimés mais à des instants différents.

$$\begin{aligned} r_k &= \hat{\theta}_k - \hat{\theta}_{t-k} \\ &\text{ou} \\ r_k &= \hat{p}_k - \hat{p}_{t-k} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Il existe plusieurs méthodes permettant d'estimer les paramètres. Citons par exemple l'estimation par projection orthogonale, l'estimation Bayésienne, l'estimation au sens du maximum de vraisemblance ou l'estimation au sens des moindres carrés.

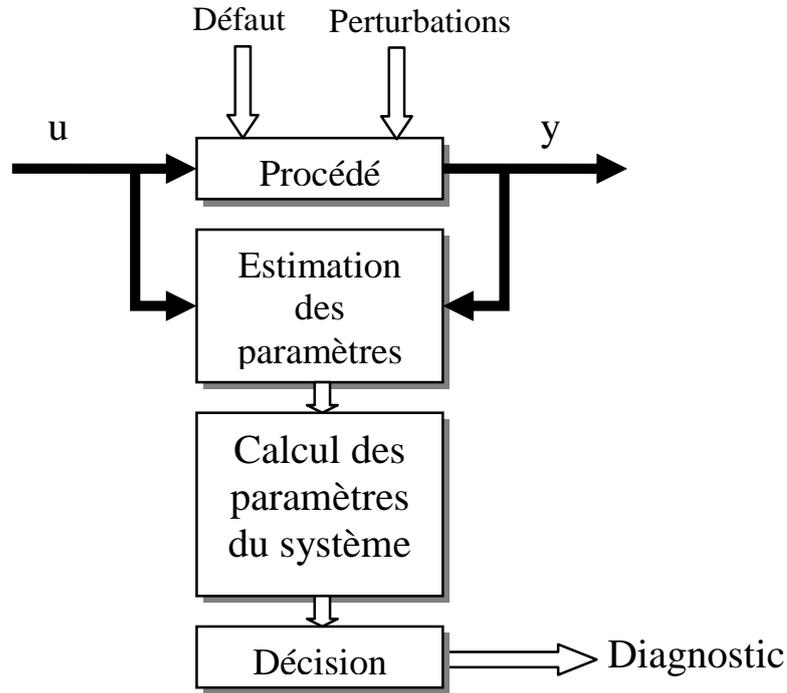


FIGURE 2.5 – Estimation de paramètres.

2.2.3.1.2 Approche par utilisation de Relations de Redondances Analytiques

Initiée par les travaux de Chow et Willsky [48], l'approche dite de l'espace de parité fait partie de l'une des trois techniques souvent utilisées pour le diagnostic à base de modèle [122]. Son principe consiste à projeter les équations du modèle dans un espace particulier appelé espace de parité, permettant ainsi d'éliminer les inconnues. Les équations projetées ne font intervenir que des variables mesurables (les entrées et les sorties du système) et le modèle sur une fenêtre d'estimation. Ces équations s'appellent des relations de redondance analytique. Les résidus sont obtenus en testant la cohérence des mesures avec les RRA (on parle de consistance des mesures, de leur parité) [121]. Considérons un modèle général d'équations d'état et de mesure :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_u u_k + B_d d_k + B_f f_k \\ y_k = Cx_k + D_u u_k + D_d d_k + D_f f_k \end{cases} \quad (2.8)$$

$$A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B_u \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{\ell \times n}, D_u \in \mathbb{R}^{\ell \times m}$$

Où $x_k \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état, et $u_k \in \mathfrak{R}^m$, $y_k \in \mathfrak{R}^\ell$ les vecteurs des entrées et des sorties mesurées. Le vecteur $d_k \in \mathfrak{R}^p$ représente les perturbations et erreurs de modélisation. $B_d \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ et $D_d \in \mathfrak{R}^{\ell \times p}$ sont 2 matrices constantes, supposées connues. Le vecteur $f_k \in \mathfrak{R}^q$ représente l'effet des défauts, distribué via deux matrices constantes connues $B_f \in \mathfrak{R}^{n \times q}$ et $D_f \in \mathfrak{R}^{\ell \times q}$.

Sur un horizon d'observation $[k, k+h]$, les équations du système peuvent être regroupées sous la forme :

$$Y_{k,k+h} - T_h U_{k,k+h} = OBS_h x_k + F_h D_{k,k+h}^f + P_h D_{k,k+h}^d \quad (2.9)$$

Où les vecteurs $O_{k,k+h}$ avec $O_{k,k+h} \in \{Y_{k,k+h}, U_{k,k+h}, D_{k,k+h}^d, D_{k,k+h}^f\}$ et la matrice OBS_h sont définis par :

$$O_{k,k+h} = \begin{pmatrix} \omega_k \\ \omega_{k+1} \\ \vdots \\ \omega_{k+h} \end{pmatrix} \quad OBS_h = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^h \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Et avec les définitions suivantes :

$$T_h = COM_h(B_u, D_u), \quad P_h = COM_h(B_d, D_d), \quad F_h = COM_h(B_f, D_f) \quad (2.11)$$

où $COM_h(\Delta, \Gamma)$, $\Delta \in \{B_u, B_d, B_f\}$ et $\Gamma \in \{D_u, D_d, D_f\}$ est donnée par :

$$COM_h(\Delta, \Gamma) = \begin{pmatrix} \Gamma & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ C\Delta & \Gamma & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ CA\Delta & C\Delta & \Gamma & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ CA^{h-1}\Delta & CA^{h-2}\Delta & \cdots & CA\Delta & C\Delta & \Gamma \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Les entrées u_k et les sorties y_k du système sont connues et disponibles à chaque instant. Si le système est observable, on a $\text{rang}(OBS_h) = n$, n est la dimension de l'espace d'état. Soit W , la matrice orthogonale à OBS_h , $h > n$, appelée matrice de parité. $WOBS_h = 0$,

en multipliant l'équation (2.9) par W , l'état inconnu x_k est éliminé. Pour $h > n$, les équations de redondance qui lient $Y_{k,k+h}$ et $U_{k,k+h}$, sont données par l'équation suivante :

$$W (Y_{k,k+h} - T_h U_{k,k+h}) = W \left(F_h D_{k,k+h}^f + P_h D_{k,k+h}^d \right) \quad (2.13)$$

Ainsi les formes de calcul (externes) et d'évaluation (internes) des résidus (on parle aussi de vecteur de parité) sont données respectivement par les équations (2.14) et (2.15) suivantes :

$$r_{k+h} = W (Y_{k,k+h} - T_h U_{k,k+h}) \quad (2.14)$$

$$r_{k+h} = W \left(F_h D_{k,k+h}^f + P_h D_{k,k+h}^d \right) \quad (2.15)$$

Le vecteur de parité, dans le cas déterministe ($d = 0$), est nul en l'absence de défaut ($f = 0$). Dans le cas où le système présente un défaut ($f \neq 0$), le vecteur va s'orienter dans une direction spécifique en fonction du défaut.

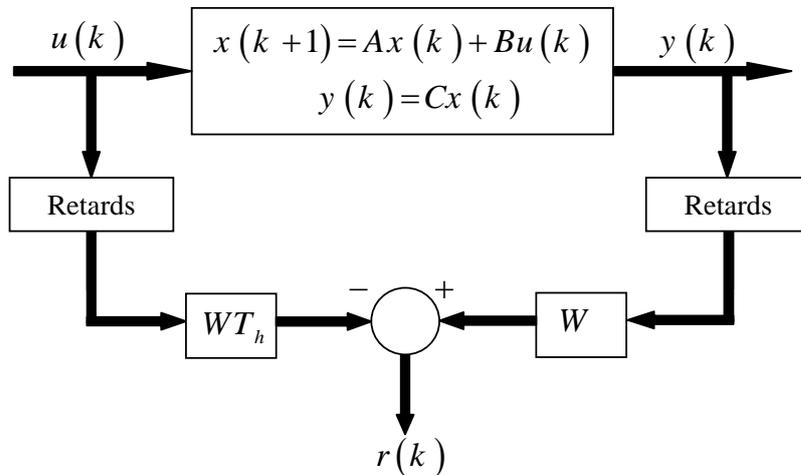


FIGURE 2.6 – Méthode de l'espace de parité.

2.2.3.1.3 Approche par estimation d'état Les méthodes d'estimation d'état ont pour principe de reconstruire les états du système à partir des entrées et des sorties. Ce sont des méthodes de génération de résidus indirectes en ce sens qu'elles calculent l'erreur d'estimation de la sortie. L'estimation de l'état peut être effectuée à l'aide d'observateurs dans le cas déterministe ou de filtres dans le cas stochastique (filtre de Kalman ou filtres

détecteurs de défauts [5] [134]). Les deux méthodes présentent des analogies dans leur formulation et peuvent être schématisées par la figure 2.7, la différence provenant du mode de calcul des paramètres de l'estimateur en fonction du contexte choisi (cas continu ou discret, déterministe ou stochastique).

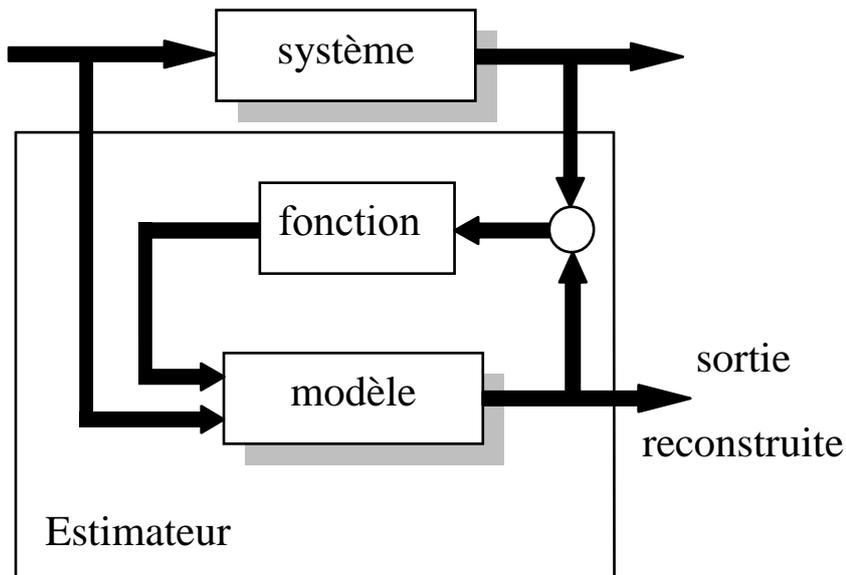


FIGURE 2.7 – Principe général d'un estimateur de sortie.

La théorie des observateurs est utilisée pour des systèmes linéaires ou non linéaires, d'ordre plein s'ils estiment l'intégralité du vecteur d'état (le système doit être complètement observable) ou d'ordre réduit dans le cas contraire, dans le domaine fréquentiel (observateurs généralisés) ou temporel (observateurs de Luenberger). Frank et Wünnenberg définissent une classe d'observateurs dits observateurs à entrées inconnues pour les systèmes dont les sorties sont indépendantes des incertitudes structurées auxquelles il est soumis [5]. Les différentes méthodes de génération que nous venons d'exposer génèrent des résidus classiquement répertoriés en deux groupes [134] : des résidus structurés ou des résidus directionnels. Pour les premiers résidus, la propagation d'un défaut affecte seulement une partie des résidus tandis que pour le second type de résidus, la présence d'un défaut entraîne le vecteur résidu dans une direction fixe.

Le choix de la méthode de génération de résidus dépend du type de modèle et de procédé dont on dispose, mais aussi du type de défauts que l'on veut détecter (défauts

additifs ou multiplicatifs, défauts multiples ou non).

2.2.3.2 Méthodes sans modèles

Les approches de diagnostic dites sans modèle n'utilisent pas explicitement de modèle analytique décrivant le comportement du bon fonctionnement du système et le (ou les) comportement (s) défaillant (s) [73], [22], [59], [144], [96]. Elles sont divisées en plusieurs catégories parmi lesquelles, on peut citer les méthodes utilisant les outils statistiques et les méthodes de reconnaissance des formes. Les techniques de diagnostic par reconnaissance de formes ont la capacité de détecter et de diagnostiquer les défaillances tandis que les outils statistiques établissent des tests sur les signaux acquis du système et assurent la fonction de détection de la défaillance via la détection de changement de la distribution statistique de ces signaux.

2.2.3.2.1 Diagnostic par reconnaissance de formes La procédure de détermination d'une forme parmi différentes possibilités, à partir des observations bruitées observées, définit le principe de l'approche par reconnaissance de formes [155], [106]. Le regroupement des observations forme des classes qui caractérisent une situation ou un mode de fonctionnement du système (mode normal ou défaillant). Le diagnostic de défaillances devient alors une étape de classification. Ainsi, le principe consiste à comparer une nouvelle observation par rapport à des classes connues, pour être répertoriée (c'est-à-dire pour être identifiée), et permet de décrire la situation courante normale ou anormale du système.

La classification, selon [65], s'articule autour de trois phases à savoir :

- Une phase d'analyse : c'est la phase de classification de l'espace de description en des classes qui représentent l'ensemble des modes de fonctionnement (ou aussi l'espace de représentation). Cette étape utilise les informations issues des capteurs ainsi que l'expertise d'un opérateur.

Exemple 2 Soit dans un espace de représentation, une observation Z_i à D dimensions (d'attributs ou de caractéristiques) définie par le vecteur suivant :

$$Z_i = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_D]^T \quad (2.16)$$

L'étape d'analyse repose sur la définition des classes qui représentent des régions particulières de l'espace de représentation. Cette étape de classification résulte d'une phase d'apprentissage en utilisant une mesure de similitude par le biais des méthodes de classification. La figure (2.8) illustre la méthode de la reconnaissance de forme. L'espace

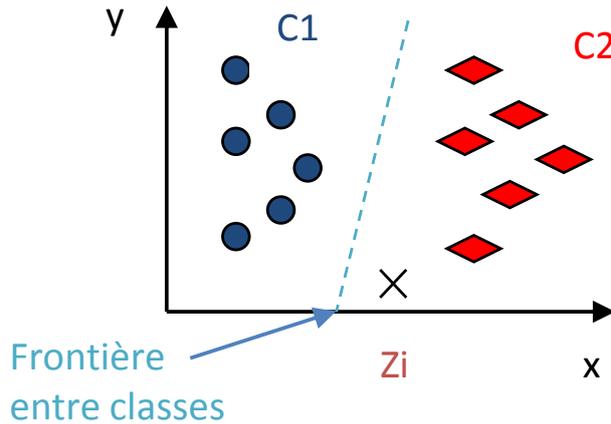


FIGURE 2.8 – Méthode de reconnaissance de forme.

de description est de dimension deux (x, y) et l'espace de représentation est donné par deux classes correspondant aux différents modes de fonctionnement d'un système $C = \{C_k, k = 1, \dots, K\}$, avec $K = 2$.

- Une phase de choix du système de détection : cette étape permet de définir les frontières entre les classes. Parmi les règles de décision, on utilise les barycentres, le calcul de distances, etc.

- Une phase d'exploitation : l'objectif ici est d'identifier l'appartenance d'une observation Z_i à l'une des classes C_k , ; $1 \leq k \leq K$. Il existe de nombreuses méthodes permettant de déterminer cette appartenance. Parmi les plus classiques, citons les classifieurs statistiques tels que le classificateur bayésien, les k plus proches voisins (clustering, K-means) [124], [39].

2.2.3.2.2 Diagnostic par outils statistiques Les méthodes de diagnostic à base d'outils statistiques reposent sur le traitement des données antérieures et archivées du

système. Par conséquent, une connaissance a priori sur les états de fonctionnement (normal et défaillants) de ce dernier est nécessaire pour l'établissement du module de diagnostic. Leurs principes consistent à collecter des informations pour chaque situation du système et d'en tirer les propriétés statistiques (variance, moyenne, ...). Les changements qui peuvent survenir sur ces propriétés statistiques, peuvent être détectés au moyen de méthodes telles que la méthode du rapport de vraisemblance généralisée, la méthode de moyenne mobile finie et la méthode de la somme cumulée [22].

2.2.3.2.3 Diagnostic par Analyse en Composantes Principales L'une des approches ayant du succès dans les applications industrielles est l'approche de diagnostic par Analyse en Composantes Principales notée ACP [60], [82], [185]. Elle est bien adaptée à la détection et à la localisation de défauts si aucun modèle n'est disponible. Cette technique est basée sur l'utilisation des mesures des entrées et sorties uniquement. Une matrice de données est construite à partir des mesures des entrées et sorties. Par une décomposition en valeurs singulières, l'ACP divise cette matrice en deux parties, l'une représentant le modèle et l'autre les bruits. Le terme correspondant au modèle est déterminé à partir des valeurs singulières dominantes de la matrice des données et celui correspondant aux bruits est obtenu à partir des valeurs singulières négligeables. Un résidu est généré en utilisant les directions correspondantes aux valeurs singulières négligeables de la matrice de données. Des tests statistiques sont alors réalisés sur le résidu obtenu afin de détecter et d'isoler les sauts de moyenne ou de variance du vecteur de résidu, sauts qui indiquent l'apparition des défauts dans le système.

– Formulation mathématique :

Étant donné le système linéaire discret donné par l'équation (2.17), dans lequel on ne connaît pas les matrices du système (A , B , C , D), l'objectif est de détecter et d'isoler les défauts de capteurs qui affectent le système connaissant les entrées et sorties du système. Supposons qu'un modèle du système considéré est :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + v_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + w_k \end{cases} \quad (2.17)$$

où $x_k \in \mathfrak{R}^n$ représente le vecteur d'état, $u_k \in \mathfrak{R}^m$ désigne les entrées, $y_k \in \mathfrak{R}^\ell$ est la sortie du système. $v_k \in \mathfrak{R}^n$ et $w_k \in \mathfrak{R}^\ell$ sont respectivement les bruits du système et de sortie du système, ces bruits sont supposés gaussiens à moyenne nulle et indépendants des entrées.

On suppose que l'on dispose des mesures des entrées u_k et des sorties y_k . Les matrices A , B , C et D ne sont pas connues.

– génération des résidus :

On définit la matrice des données z_k par :

$$Z_k = \begin{pmatrix} Y_k \\ U_k \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{(\ell i + m i) \times j} \quad (2.18)$$

avec $Y_k = (\bar{y}_{k-j+1} \bar{y}_{k-j+2} \dots \bar{y}_k) \in \mathfrak{R}^{\ell i \times j}$ et $U_k = (\bar{u}_{k-j+1} \bar{u}_{k-j+2} \dots \bar{u}_k) \in \mathfrak{R}^{m i \times j}$. Où \bar{u} et \bar{y} sont définis par :

$$\bar{y}_k = \begin{pmatrix} y_{k-i+1} \\ y_{k-i+2} \\ \vdots \\ y_k \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{\ell i}, \bar{u}_k = \begin{pmatrix} u_{k-i+1} \\ u_{k-i+2} \\ \vdots \\ u_k \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{m i}. \text{ Cette matrice de données } Z_k \text{ est divisée}$$

en deux parties, à savoir le modèle (\hat{z}_k) et le bruit (\tilde{z}_k) :

$$\begin{aligned} Z_k &= \hat{z}_k + \tilde{z}_k \\ &= \bar{\Gamma} \bar{x}_k + \tilde{W} r_k \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\text{avec } \tilde{W} = \begin{pmatrix} w_{k-i+1} \\ w_{k-i+2} \\ \vdots \\ w_k \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{\ell i}, \bar{\Gamma} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{\ell i \times n}.$$

Afin de déterminer les matrices \hat{z}_k et \tilde{z}_k une décomposition en valeurs singulières est réalisée sur la matrice Z_k :

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_z &= \frac{1}{j} Z_k Z_k^T \\ &= USU^T \end{aligned} \quad (2.20)$$

Avec U une matrice carrée unitaire :

$$UU^T = U^T U = I_{\ell_i+m_i} \quad (2.21)$$

et S est une matrice diagonale contenant les valeurs propres de la matrice $\hat{\Phi}_z$. L'équation peut être réécrite sous la forme :

$$\hat{\Phi}_z = \begin{pmatrix} \bar{\Gamma} & \tilde{W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Gamma}^T \\ \tilde{W}^T \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Où S_x contient les valeurs singulières dominantes de S , Les matrices $\bar{\Gamma}$ et \tilde{W} vérifient :

$$\bar{\Gamma}^T \bar{\Gamma} = I_{n_x}, \quad \tilde{W}^T \bar{\Gamma} = 0, \quad \bar{\Gamma}^T \tilde{W} = 0, \quad \tilde{W} \tilde{W}^T = I_{n_r}, \quad \tilde{W} \tilde{W}^T + \bar{\Gamma} \bar{\Gamma}^T = I_{n_x+n_r} \quad (2.23)$$

n_x et n_r désignent respectivement le nombre de valeurs singulières dominantes et le nombre de valeurs singulières négligeables contenues dans S .

La détermination de l'ordre du système (n_x) doit être précise car si on choisit un ordre inférieur à l'ordre du système on ne tient pas compte de certaines dynamiques du système et si on choisit un ordre supérieur à l'ordre du système on inclut les bruits dans le modèle du système.

Malheureusement la détermination de cet ordre n'est pas une tâche aisée dans les systèmes comportant des bruits de mesures. L'utilisation du critère d'Akaike [165] peut donner des résultats satisfaisants.

Les matrices \hat{z}_k et \tilde{z}_k de l'équation (2.19) sont obtenues à partir de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \hat{z}_k &= \bar{\Gamma} \bar{\Gamma}^T Z_k = \bar{\Gamma} \bar{x}_k \\ \tilde{z}_k &= \tilde{W} \tilde{W}^T Z_k = \tilde{W} r_k \end{aligned} \quad (2.24)$$

Le premier terme \hat{z}_k est obtenu par projection sur l'espace observable déterminé par les colonnes de la matrice $\bar{\Gamma}$. La matrice \bar{x}_k appelée par abus de langage état, représente les coordonnées de \tilde{z}_k sur cet espace. Il est évident d'après l'équation (2.24) que l'état est

déterminé par :

$$x_k = \bar{\Gamma}^T Z_k \quad (2.25)$$

Le terme suivant \tilde{z}_k représente le bruit et ses valeurs ε_k se trouvent dans un espace orthogonal aux colonnes de la matrice $\bar{\Gamma}$. Cet aspect correspond à l'espace ligne de la matrice \tilde{W} . La matrice de résidus ε_k est déterminée à chaque instant en multipliant la matrice Z_k par la matrice \tilde{W}^T :

$$\varepsilon_k = \tilde{W}^T Z_k \quad (2.26)$$

Afin d'obtenir un résidu $\bar{\varepsilon}_k$ unitaire, on calcule le vecteur résidu par la relation suivante :

$$\varepsilon_k = S_r^{-1/2} \tilde{W}^T Z_k \quad (2.27)$$

Une fois que cette technique est élaborée à partir des données d'entrées/sorties, le modèle ACP résultant est qualifié de stationnaire (c-à-d invariant dans le temps).

2.3 Diagnostic des systèmes non linéaires représentés par des multimodèles

Les systèmes dynamiques présentent souvent un comportement non linéaire. La caractérisation d'un système non linéaire par des multimodèles est une réponse pour s'affranchir de cette difficulté. Les méthodes de diagnostic qui sont alors utilisées sont souvent l'extension des méthodes développées dans le cadre des équations linéaires à paramètres invariants dans le temps ([64], [129], [84], [134]).

Les techniques de diagnostic sont généralement basées sur l'estimation de l'état du système et l'analyse de cet état vis-à-vis d'états de référence. En pratique, il est souvent plus simple d'estimer la sortie du système. A partir de cette estimation, on calcule un résidu, différence entre la sortie mesurée et la sortie estimée. Dans le contexte d'études théoriques portant sur l'estimation d'état en général et sur le diagnostic des systèmes non linéaires caractérisés par un multimodèle à états découplés, on trouve les travaux de [137], [178] et [138] basés sur l'utilisation d'un observateur proportionnel-intégral. Pour les multimo-

dèles à état global, des techniques de diagnostic s'appuyant sur la mise en place de bancs d'observateurs pilotés par des jeux de grandeurs différentes ont été menées dans [143] avec la conception de multi-observateurs basés sur l'utilisation d'observateurs de Luenberger. Cette méthode a été utilisée pour le diagnostic de la pile à combustible dans [136]. Dans [6] les observateurs à mode glissant développés pour les systèmes linéaires, ont été transposés aux systèmes décrits par des multimodèles. Le principal intérêt de ce type d'observateurs est sa robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisation. Les observateurs à entrées inconnues des systèmes linéaires ont été transposés, de la même manière, au cas de modèles non linéaires décrits par des structures multimodèles [7], [43]. La méthode consiste à associer pour chaque modèle local un observateur à entrée inconnue. L'observateur global du multimodèle est alors une interpolation convexe de ces observateurs locaux via les mêmes fonctions de pondération utilisées pour obtenir un multimodèle à état global. Les conditions de convergence du multi-observateur sont établies en utilisant une fonction quadratique de Lyapunov et elles sont exprimées sous la forme d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles (LMI). Dans [94], une méthode de génération de résidus pour la détection, l'isolation et l'estimation de défauts est proposée. Elle se base sur l'extension de l'approche de diagnostic à base de filtre H_{inf} développée dans le cadre linéaire [128] et qui consiste en l'atténuation des bruits et la maximisation de l'influence de défaut. Les conditions d'existence d'un tel observateur sont données en termes d'inégalités matricielles. Jusqu'ici, les méthodes proposées utilisant l'estimation d'état, appliquées au cadre de la détection et de l'isolation des défauts, considèrent les fonctions de pondération en fonction des variables mesurables du système non linéaire et non entachées de défauts. Dans [158], les auteurs proposent une méthode de génération de fonctions de pondération robustes aux fautes et qui peuvent dépendre de variables non mesurables. Un banc de filtres de Kalman adaptatifs est utilisé. Dans [13], l'observateur H_-/H_{inf} a été proposé mais cette fois-ci en considérant des variables de prémisses non mesurables. L'approche de l'espace de parité a été aussi étendue dans [19] pour les multimodèles à état global. Toujours en utilisant un critère H_-/H_{inf} , dans [42], les auteurs proposent une synthèse d'observateur robuste en utilisant une modélisation du système en défaut sous forme descripteur et des fonctions de Lyapunov non quadratiques afin de détecter les défauts capteurs pour les

systèmes non linéaires sous forme TS.

Par ailleurs, dans [116], une méthode basée sur un système de classification floue évolutif est proposée. Celle-ci est le résultat d'une combinaison entre la logique floue (pour la condensation et la représentation des données) et une méthode récursive pour l'apprentissage (Machine learning). Le diagnostic basé sur cette approche est réalisé par une extraction des caractéristiques à partir des informations issues du système. Ces caractéristiques sont injectées dans un premier temps dans un système de classification pour l'estimation du mode opérationnel courant et le degré d'appartenance associé à la valeur estimée en utilisant la règle floue. Par la suite, ces caractéristiques sont introduites dans la procédure de classification récursive pour actualiser les paramètres de la classe, fusionner deux classes ou en créer une. D'après les auteurs, cette méthode est bien adaptée pour le diagnostic des systèmes complexes, difficiles à modéliser, ou dans le cas d'absence d'informations antérieures sur le système (historique du système). Cependant, comme pour toutes les méthodes à base de données, l'expertise humaine est utilisée pour la supervision de la procédure de classification.

2.4 Diagnostic des systèmes à commutations

De nombreux travaux ont montré l'intérêt que porte la communauté des automaticiens internationale au problème du diagnostic à base de modèle des Systèmes Dynamiques Hybrides [30], [61], [66], [25], [49], [156]. La plupart de ces travaux dans ce domaine se distinguent selon que le mode courant (ou actif) est connu ou non. En effet, lorsque l'évolution des modes est connue, les approches de diagnostic consistent à étendre les techniques issues des systèmes linéaires continus, présentées dans la première partie de ce chapitre, aux SAC. Dans le cas où le mode dans lequel se trouve le SAC est inconnu, la procédure de diagnostic de tels systèmes commence par reconnaître le mode courant à chaque instant. Dans ce cadre, plusieurs travaux ont porté sur ce problème délicat ([8], [63]), parmi lesquels, on note les techniques reposant sur les méthodes du diagnostic à base de modèle ou encore de synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires à temps invariant ([61], [14]). Afin d'illustrer ces notions nous présentons les exemples suivants.

Exemple 3 *Considérons le système dynamique suivant [61] :*

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + [B_1 \ B_2] [u_k^1 \ u_k^2]^T \\ y_k = Cx_k \end{cases} \quad (2.28)$$

où $x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_k \in \mathbb{R}^\ell$, $u_k \in \mathbb{R}^2$
 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $[B_1 \ B_2] \in \mathbb{R}^{n \times 2}$, et $C \in \mathbb{R}^{\ell \times n}$

En supposant que les actionneurs peuvent être complètement opérationnels ou partiellement non fonctionnels, la dynamique du système, à tout instant k , peut être décrite par le système à commutations à mode linéaire (SACL) suivant :

$$x_{k+1} = Ax_k + [B_1 \ B_2] [u_k^1 \ u_k^2]^T \quad (2.29)$$

$$x_{k+1} = Ax_k + [0 \ B_2] [u_k^1 \ u_k^2]^T \quad (2.30)$$

$$x_{k+1} = Ax_k + [B_1 \ 0] [u_k^1 \ u_k^2]^T \quad (2.31)$$

Les équations linéaires (2.30) et (2.31) modélisent le système (2.28) lorsque, respectivement, l'actionneur associé à la commande u_k^1 est non fonctionnel et l'actionneur délivrant la commande u_k^2 présente un défaut. Dans le cas où le système (2.28) est en fonctionnement normal, c'est-à-dire que tous les actionneurs sont complètement opérationnels, il est modélisé par l'équation (2.29). Le diagnostic consiste à déterminer à chaque instant si la dynamique correspond au système (2.29), (2.30) ou (2.31). L'identification du mode courant indiquera le défaut qui s'est produit.

Exemple 4 *L'exemple d'un moteur à reluctance commutée (Switched Reluctance Motor (SRM)) est présenté ici. La représentation d'état de ce moteur est (voir [169]) :*

$$\begin{aligned} \sum_{\sigma} : \begin{cases} x_{k+1} = A_{\sigma}x_k + g_k^{\sigma}(x_k) + B_{\sigma}u_k \\ y_k = Cx_k \end{cases} & \quad (2.32) \\ \sigma : \mathbb{R}^+ & \rightarrow \{1, 2, 3\} \end{aligned}$$

$$\text{où } A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1.2513 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2.385 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.5775 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 21.6 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 37.765 \end{pmatrix}, \quad B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 13.305 \end{pmatrix}$$

$$g_k^1 = g_k^2 = g_k^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.333 \sin(x_k^2) \end{pmatrix}$$

Ce système est représenté par un système SAC comportant trois modes non linéaires ($M_1 : \{A_1, B_1, g_k^1\}$, $M_2 : \{A_2, B_2, g_k^2\}$, $M_3 : \{A_3, B_3, g_k^3\}$).

Les modes du SAC du moteur représentent ici des fonctionnements relatifs à des régimes normaux aussi bien que des régimes avec défauts. Contrairement à l'exemple précédent (SACL), ces modes sont ici représentés par des équations d'état non linéaires (SACNL). La démarche générale pour le diagnostic des SAC dans les deux cas est semblable et revient à reconnaître le mode actif à chaque instant.

Dans les sections suivantes, quelques méthodes de diagnostics seront passées en revue pour les deux cas où les modes sont représentés par des modèles linéaires ou non linéaires.

2.4.1 Cas des modes linéaires

La majorité des techniques de diagnostic pour les SACL sont des extensions des techniques de détection et de localisation de défauts des systèmes linéaires. Dans ce contexte, on note l'utilisation des méthodes à base d'observateurs. Dans [8], [21], un observateur de type observateur de Luenberger est utilisé pour l'estimation de l'état en se basant sur la connaissance de l'évolution du mode à chaque instant. Dans cette même optique, on trouve l'utilisation de l'observateur à mémoire finie [109]. Dans le cas où le mode courant est inconnu, des approches issues des observateurs ont été étendues. Dans [20], un observateur hybride composé de deux parties a été développé. Son principe consiste d'une part à reconnaître le mode actif à partir des données d'entrées-sorties mesurées du système et d'autre part, la deuxième partie de cet observateur est destinée à l'estimation de l'état du système en se servant de l'information provenant de la première partie. Dans [104], toujours pour l'estimation de l'état, une extension de l'observateur de Luenberger est

suggérée. Les approches reposant sur un horizon glissant pour l'estimation ont été aussi proposées dans [70] et [27]. Elles ont été qualifiées dans [61] de très gourmandes en temps et en puissance de calcul ce qui rend ces outils difficiles à mettre en œuvre. Dans [14], les auteurs reprennent le détecteur du mode courant proposé dans [153], et développent un estimateur d'état sous certaines conditions. Dans [160], un observateur à mode glissant a été développé pour répondre à l'estimation du mode courant et aussi pour l'estimation d'état. Dans [25], l'auteur propose aussi un observateur pour la partie continue pour la surveillance des défauts capteurs et conçoit un estimateur en ligne de l'état discret (ou mode) en se basant sur les techniques issues de l'automatique événementielle. Il faut noter qu'afin de pouvoir employer ces techniques issues de la théorie des observateurs, une étude d'observabilité des SAC est nécessaire. Cette étude basée sur la notion d'indistingabilité a fait l'objet des travaux de Vidal *et al.* [183] en proposant des conditions algébriques permettant de caractériser d'une façon systématique la notion d'observabilité des SAC et qui ont été étendus par la suite par Babaali et Egerstedt [15] en approfondissant deux types d'observabilité : l'observabilité des modes et l'observabilité d'état. Dans ce cadre, le lecteur pourra se référer aux travaux [189], [26], [92], [15] [183], [61], [30]. Par ailleurs, une autre approche basée sur la méthode de l'espace de parité a été adaptée et étendue pour les SACL [66], [62], [23]. Le principe repose sur la reconnaissance du mode actif à tout instant et la détection et la localisation des défauts en se basant sur les propriétés structurelles des résidus issus des Relations de Redondance Analytique (RRA). Ainsi, en ajoutant des modes de fonctionnement défaillant, en plus des modes du fonctionnement normal du système, les travaux [49], [153], [63], [24] ont reformulé le problème de diagnostic des SALC, comme étant l'estimation (ou la reconnaissance) non ambiguë, à tout instant, du mode du SDH (normal ou défaillant) sous l'hypothèse de temps de séjour minimum dans chaque mode. Pour cela, la partie continue du SACL est surveillée en étendant la méthode de l'espace de parité [49], [153]. Les résidus qui en résultent sont utilisés par la suite pour la reconnaissance du mode actif sous des conditions de discernabilité entre mode. Une autre méthode a été proposée dans [176]. Son principe se base sur les outils algébriques et la théorie de la distribution pour le calcul de l'instant de commutation entre les modes en utilisant des données de mesures. L'approche multimodèle a été utilisée

pour le diagnostic des SACL en considérant des fonctions de pondération binaires et des modèles locaux qui peuvent représenter à la fois le mode normal et les modes défaillants du système considéré. Dans ce cas, la méthode de détection et de localisation de défaut repose sur la sélection d'un modèle local actif à l'instant courant au moyen des fonctions de pondérations [79], [196], [176]. C'est le cas des travaux de Nyberg [135] qui concernent la surveillance de moteur d'automobile. Dans le domaine des circuits logiques, on trouve les travaux de Rousset [159]. Dans [58], la méthode à base de multimodèles a été appliquée sur un moteur à turbine. D'autres auteurs [77], [113], [199] ont combiné la technique de multimodèle en utilisant en ligne les modèles dynamiques de bon fonctionnement et ceux de dysfonctionnement intégrés dans la bibliothèque de modèles. Bien que l'utilisation de modèles de défaut permette une meilleure discrimination des comportements pouvant expliquer le mauvais fonctionnement du système, elle présente quelques inconvénients dont le plus notable est le problème de l'explosion combinatoire.

2.4.2 Cas des modes non linéaires

Dans le cas des systèmes à commutations à modes non linéaires (SACNL), les approches de diagnostic passent généralement par une linéarisation des modèles de ces systèmes autour de points de fonctionnement particuliers. Ceci ramène à l'utilisation des techniques citées dans la section précédente. En revanche, on trouve dans [49], [30] l'extension de la méthode de l'espace de parité pour les SACNL en utilisant des outils mathématiques d'élimination des variables inconnues tels que la base de Gröbner [118] ou l'algorithme de Ritt afin de générer des résidus. En se basant sur les propriétés structurales de ces derniers, la tâche de surveillance se ramène à identifier le mode actif courant (normal ou défaillant). Une méthode à base de simulations de Monte-Carlo séquentielles est proposée dans [108], [154]. Elle permet de représenter à la fois les modes normaux et les modes défaillants du système (si des données issues du système sont disponibles). La méthode se base sur la simulation pour estimer les modèles et en déduire le mode courant à chaque instant. Une alternative utilisant des observateurs à mode glissant est développée dans [156]. La méthode propose en plus de l'estimation de l'état et de la variable discrète (ou la loi de commutation), l'identification de l'entrée inconnue du système tout

en considérant des modes non linéaires. Nos recherches bibliographiques permettent de constater les points suivants :

- Dans la littérature, il existe peu de méthodes de diagnostic dédiées aux SACNL.
- La plupart des travaux, que l'on a pu trouver dans la littérature et qui ont été mentionnés ci-dessus, supposent que les modes du système sont discernables, sans vraiment formaliser cette hypothèse dans le cas des SACNL.
- Les méthodes exposées supposent une connaissance parfaite des paramètres des modèles non linéaires de chaque mode. Les incertitudes paramétriques affecteront les performances de ces méthodes de diagnostic (fausses alarmes, non détections, délais de détection).

Ceci constitue les principales motivations pour l'étude et le développement d'une méthode générale de diagnostic pour de tels systèmes. Dans les deux chapitres suivants, nous proposons une méthode capable de répondre à tous les points précédemment cités.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les tâches d'un module de surveillance en-ligne des systèmes dynamiques ont été présentées. Dans un premier temps, les méthodes de diagnostic dédiées aux systèmes linéaires ont été décrites. Dans un second temps, on a passé en revue les techniques de détection et de localisation des défauts à base de modèles pour les systèmes à commutations à modes linéaires puis à modes non linéaires. Dans le cadre de cette thèse, nous proposons une méthode de diagnostic pour les systèmes à commutations SACNL où chaque mode non linéaire est représenté par un multimodèle. Deux cas seront étudiés, à savoir la loi de commutation entre modes est connue et le cas où la loi est inconnue.

Dans le chapitre suivant, nous présentons une méthode originale de génération de résidus pour la détection et la localisation des défauts reposant sur des techniques de projection des données d'entrée-sortie provenant d'un mode non linéaire donné. Le module de surveillance synthétisé doit préserver à la fois une robustesse suffisante par rapport aux incertitudes de modèle et aux bruits de mesures, et une sensibilité importante aux défauts. Dans le chapitre 4, nous traitons le cas des SACNL où les commutations entre les modes

sont inconnues, c'est-à-dire lorsque le mode successeur et l'instant de commutation sont a priori inconnus.

Chapitre 3

Méthode de génération de résidus par projection des données pour les systèmes modélisés sous forme Takagi-Sugeno

Sommaire

3.1	Introduction	70
3.2	Présentation de la Méthode de Projection des Données (MPD) pour les systèmes LTI	70
3.2.1	Relation matricielle d'entrée-sortie	71
3.2.2	Génération des résidus par la Méthode de Projection des Données (MPD)	72
3.2.3	Conditions de sensibilité des résidus aux défauts capteurs	73
3.2.4	Détection de défauts capteurs	77
3.2.5	Localisation des défauts de capteurs	78
3.3	Extension de la MPD pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS	79
3.3.1	Position du problème et hypothèses	79
3.3.2	Relation matricielle d'entrée-sortie pour les SNL représentés par un multimodèle	80
3.3.3	Génération des résidus robustes	92
3.3.4	Sensibilité aux défauts capteurs et robustesse aux incertitudes de modélisation	93
3.4	Exemple d'illustration	94
3.4.1	Détermination du modèle TS	95
3.4.2	Détection et localisation des défauts	97
3.5	Conclusion	98

3.1 Introduction

Une méthode de détection des défauts capteurs, pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS est proposée dans ce chapitre. L'objectif ici est de générer des résidus robustes aux incertitudes constantes sur les paramètres du modèle en se basant sur une connaissance partielle du système. Les deux formes particulières de modèle TS dites *multimodèles à état couplé* et *multimodèles à états découplés* seront considérées dans ce chapitre. Toutes les incertitudes du modèle sont supposées affecter les modèles locaux alors que les fonctions de pondération sont supposées exemptes de ces incertitudes. Des résidus totalement robustes à ces incertitudes de modèles locaux sont générés au moyen d'une méthode de projection des données dans un sous-espace adapté.

Ce chapitre est divisé en deux parties :

- La première partie est consacrée à l'introduction de la Méthode de Projection des Données (MPD) pour les systèmes Linéaires à Temps Invariant (LTI). La génération de résidus par la MPD et la détection et la localisation des défauts capteurs seront décrites.

- La deuxième partie portera sur l'extension de la MPD pour la détection et la localisation des défauts capteurs pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS. Cette partie débutera par l'établissement des relations matricielles d'entrées-sorties pour les deux types de modèles TS considérés à savoir : le multimodèle à état global et le multimodèle à états découplés. Une ré-écriture de ces équations d'entrées-sorties sous une forme générale, est réalisée par la suite permettant la génération de résidus dans un cadre unifié pour un modèle TS. Enfin, un exemple d'application montre l'efficacité de la méthode MPD pour la détection des défauts capteurs.

3.2 Présentation de la Méthode de Projection des Données (MPD) pour les systèmes LTI

Cette partie est consacrée à la présentation de la Méthode de Projection des Données (MPD) dans le cas des systèmes Linéaires à Temps Invariant (LTI).

Considérons le système LTI suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + v_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + e_k \end{cases} \quad (3.1)$$

où les vecteurs $x_k \in \mathfrak{R}^n$, $u_k \in \mathfrak{R}^m$ et $y_k \in \mathfrak{R}^\ell$ sont respectivement le vecteur d'état, le vecteur d'entrée et le vecteur de sortie mesurée du système. Les vecteurs $v_k \in \mathfrak{R}^n$ et $e_k \in \mathfrak{R}^\ell$ présentent respectivement les bruits d'état et de sortie du système. Ces bruits sont supposés gaussiens, de moyennes nulles et indépendants de l'entrée u_k . Dans la suite, l'entrée u_k du système est supposée être la somme des entrées déterministes u_k^* issues du calculateur et des bruits d'entrées \tilde{u}_k supposés blancs gaussiens.

3.2.1 Relation matricielle d'entrée-sortie

Proposition 1 *Sous l'hypothèse de la stabilité du système (3.1), la relation d'entrée-sortie suivante [145] est obtenue :*

$$Y_L \simeq \underline{H}_i (U_L^* + \tilde{U}_L) + \underline{H}_i^v V_L + E_L \quad (3.2)$$

Avec

i et L

$$\underline{H}_i = (CA^{i-2}B \quad \dots \quad CB \quad D)$$

$$\underline{H}_i^v = (CA^{i-2} \quad \dots \quad C \quad 0)$$

$$Y_L = (y_{k-L+1} \quad y_{k-L+2} \quad \dots \quad y_k)$$

$$E_L = (e_{k-L+1} \quad e_{k-L+2} \quad \dots \quad e_k)$$

$$U_L^* = \begin{pmatrix} u_{k-i-L+2}^* & u_{k-i-L+3}^* & \dots & u_{k-i+1}^* \\ u_{k-i-L+3}^* & u_{k-i-L+4}^* & \dots & u_{k-i+2}^* \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u_{k-L+1}^* & u_{k-L+2}^* & \dots & u_k^* \end{pmatrix}$$

Deux tailles de fenêtres temporelles

La matrice des paramètres de Markov du système

La matrice des paramètres de Markov de la partie stochastique du système

La matrice de sortie du système

La matrice des bruits de sortie

La matrice de Hankel des entrées

La matrice de Hankel des bruits d'entrée $\tilde{U}_L \in \mathfrak{R}^{mi \times L}$ et la matrice de Hankel des bruits d'état $V_L \in \mathfrak{R}^{ni \times L}$ sont définies de manière similaire à la matrice U_L^* .

Preuve 1 Par des répétitions successives de la sortie du système (3.1), l'expression de la sortie peut être exprimée de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 y_k &= \tilde{y}_k + e_k \\
 &= Cx_k + Du_k + e_k \\
 &= CAx_{k-1} + CBu_{k-1} + Du_k + Cv_{k-1} + e_k \\
 &= CA^2x_{k-2} + CABu_{k-2} + CBu_{k-1} + Du_k + CAv_{k-2} + Cv_{k-1} + e_k \\
 &\quad \vdots \\
 y_k &= CA^{i-1}x_{k-i+1} + CA^{i-2}Bu_{k-i+1} + \dots + CBu_{k-1} + Du_k + CA^{i-2}v_{k-i+1} + \dots + Cv_{k-1} + e_k
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Pour i suffisamment grand et sous des conditions de stabilité du système (3.1), le terme $(CA^{i-1}x_{k-i+1})$ peut être négligé et l'expression (3.3) se simplifie en :

$$y_k \simeq CA^{i-2}Bu_{k-i+1} + \dots + CBu_{k-1} + Du_k + CA^{i-2}v_{k-i+1} + \dots + Cv_{k-1} + e_k \tag{3.4}$$

où l'erreur d'approximation est $\xi = CA^{i-1}x_{k-i+1}$.

En empilant l'équation (3.4) sur une fenêtre de taille L , on a :

$$Y_L \simeq \underline{H}_i U_L + \underline{H}_i^v V_L + E_L \tag{3.5}$$

avec $U_L = U_L^* + \tilde{U}_L$

Ceci prouve la relation d'entrée-sortie (3.2).

3.2.2 Génération des résidus par la Méthode de Projection des Données (MPD)

L'étape de génération des résidus par la méthode à base des données consiste en l'annulation de l'influence des entrées u_k^* par une projection des sorties Y_k sur l'espace orthogonal au sous-espace défini par les vecteurs lignes de U_L^* :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{L,k} &= Y_L (U_L^*)^\perp \\
 &= \underline{H}_i \tilde{U}_L (U_L^*)^\perp + \underline{H}_i^v V_L (U_L^*)^\perp + E_L (U_L^*)^\perp
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Où $(U_L^*)^\perp$ est une matrice de plein rang colonne, telle que $U_L^* (U_L^*)^\perp = 0$. Cette projection peut être réalisée même si les entrées ne sont pas persistantes, c'est-à-dire lorsque la matrice (U_L^*) n'est pas de plein rang ligne.

3.2.3 Conditions de sensibilité des résidus aux défauts capteurs

En considérant des défauts capteur, le modèle (3.1) devient :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + v_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + e_k + f_k \end{cases} \quad (3.7)$$

Où le vecteur $f_k \in \mathfrak{R}^\ell$, $(f_k = (f_k^1 \ f_k^2 \ \dots \ f_k^\ell)^T)$ représente les défauts capteur. La localisation et la détection de défauts de capteurs ont pour objectifs de déterminer la présence du terme f_k et de sa (ses) composante(s) non nulle(s). Ceci se traduit par le théorème 2 suivant :

Théorème 2 [145] *Les résidus $\varepsilon_{L,k}$ donnés par l'équation (3.6) sont sensibles aux défauts de capteurs f_k si et seulement si les conditions suivantes sont vérifiées :*

(i) $\text{span}(F_L) \not\subset \text{span}(U_L^*)$

(ii) $mi + \ell \leq L$

où $\text{span}(Q)$ est l'espace engendré par les lignes de la matrice Q et F_L la matrice de défaut capteur définie sur une fenêtre de taille L par :

$$F_L = \begin{pmatrix} f_{k-L+1}^1 & \cdots & f_{k-1}^1 & f_k^1 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ f_{k-L+1}^r & \cdots & f_{k-1}^r & f_k^r \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ f_{k-L+1}^\ell & \cdots & f_{k-1}^\ell & f_k^\ell \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{\ell \times L} \quad (3.8)$$

Preuve 3 *Afin de démontrer les deux conditions précédentes, le cas d'un unique défaut du capteur r , affectant le système (3.7) à partir de l'instant k est considéré. La matrice de défaut sur la fenêtre de longueur L est donnée par l'équation (3.9). L'extension au cas*

multi-défauts est directe en utilisant la matrice de défaut capteur (3.8).

$$F_L = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & f_k^r \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{\ell \times L} \quad (3.9)$$

Dans ce cas, la relation matricielle d'entrée-sortie (3.2) devient :

$$Y_L \simeq \underline{H}_i (U_L^* + U_L) + \underline{H}_i^v V_L + E_L + F_L \quad (3.10)$$

En projetant l'équation (3.10) sur l'espace orthogonal au sous-espace engendré par les vecteurs ligne de la matrice U_L^* , l'expression du résidu devient :

$$\varepsilon_{L,k} = \underline{H}_i \tilde{U}_L (U_L^*)^\perp + \underline{H}_i^v V_L (U_L^*)^\perp + E_L (U_L^*)^\perp + F_L (U_L^*)^\perp \quad (3.11)$$

Un choix possible de $(U_L^*)^\perp$ est :

$$(U_L^*)^\perp = I - \Pi, \quad \Pi = (U_L^*)^T \left(U_L^* (U_L^*)^T \right)^{-1} U_L^* \quad (3.12)$$

où la notation $\Pi(q, j)$ désigne l'élément se trouvant sur la $q^{\text{ième}}$ ligne et la $j^{\text{ième}}$ colonne de la matrice Π .

Le terme $F_L(U_L^*)^\perp$ est alors donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 F_L(U_L^*)^\perp &= F_L - F_L\Pi \\
 &\Downarrow \\
 F_L(U_L^*)^\perp &= \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ -f_k^r\Pi(r, k-L+1) & \dots & -f_k^r\Pi(r, k-1) & f_k^r - f_k^r\Pi(r, k) \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

(i) Condition de sensibilité :

L'espérance mathématique du résidu (3.11) est :

$$\begin{aligned}
 E[\varepsilon_{L,k}] &= E\left[Y_L(U_L^*)^\perp\right] \\
 &\simeq E\left[\underline{H}_i\tilde{U}_L(U_L^*)^\perp\right] + E\left[\underline{H}_i^vV_L(U_L^*)^\perp\right] + E\left[E_L(U_L^*)^\perp\right] + E\left[F_L(U_L^*)^\perp\right]
 \end{aligned} \quad (3.14)$$

or les matrices \tilde{U}_L , V_L et E_L sont des bruits blancs gaussiens et centrés. On a alors :

$$\begin{aligned}
 E[\varepsilon_{L,k}] &= E\left[Y_L(U_L^*)^\perp\right] \\
 &\simeq E\left[F_L(U_L^*)^\perp\right]
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

avec $E\left[\underline{H}_i\tilde{U}_L(U_L^*)^\perp\right] = 0$, $E\left[\underline{H}_i^vV_L(U_L^*)^\perp\right] = 0$ et $E\left[E_L(U_L^*)^\perp\right] = 0$.

Les équations (3.15) et (3.13) montrent que la sensibilité aux défauts est maximale si :

$$E\left[Y_L(U_L^*)^\perp\right] \simeq F_L \quad (3.16)$$

L'équation (3.16) implique :

$$F_L(U_L^*)^\perp = F_L, \text{ et } F_L\Pi = 0 \quad (3.17)$$

Dans ce cas, l'espérance mathématique de toutes les colonnes est nulle dans (3.8) sauf pour la dernière colonne qui est la seule sensible aux défauts.

La relation (3.17) est obtenue si la condition suivante est vérifiée :

$$\text{span}(F_L) \subset \text{span}\left((U_L^*)^\perp\right) \quad (3.18)$$

Or l'influence de défaut est observable sur le résidu (3.11) si le terme $F_L(U_L^*)^\perp$ est différent de zéro (c'est-à-dire l'espace ligne de la matrice de défauts F_L n'est pas inclus dans l'espace ligne des entrées U_L^*).

Ceci prouve la condition (i) qui est équivalente à :

$$\text{span}(F_L) \not\subset \text{span}(U_L^*) \quad (3.19)$$

(ii) Contrainte sur les dimensions des matrices F_L et U_L^* :

La preuve de la deuxième condition de sensibilité aux défauts de capteurs revient à démontrer l'existence de la condition (3.12).

Le cas de défauts multiples intervenant sur les capteurs implique l'inégalité suivante :

$$\dim(\text{span}(F_L)) \leq \ell \quad (3.20)$$

où $\dim(Q)$ est la dimension du sous-espace Q . De plus, la matrice $U_L^* \in \mathfrak{R}^{mi \times L}$ implique l'inégalité suivante :

$$\dim(\text{span}(U_L^*)) \leq mi \quad (3.21)$$

D'autre part, la condition (3.18) implique que :

$$\dim(\text{span}(F_L)) \leq \dim\left(\text{span}\left((U_L^*)^\perp\right)\right) \quad (3.22)$$

et nous savons que :

$$\dim(\text{span}(U_L^*)) + \dim\left(\text{span}\left((U_L^*)^\perp\right)\right) = L \quad (3.23)$$

À partir de (3.23) et (3.21), on obtient :

$$L - mi \leq \dim \left(\text{span} \left((U_L^*)^\perp \right) \right) \quad (3.24)$$

Les inégalités (3.24) et (3.22) impliquent la condition (ii) du théorème 2 :

$$mi + \ell \leq L \quad (3.25)$$

3.2.4 Détection de défauts capteurs

La détection de défauts de capteurs revient à détecter un changement en moyenne du vecteur de résidu. Les tests statistiques proposés dans [22] peuvent être utilisés. La démarche adoptée dans [145] commence par sélectionner la dernière colonne de la matrice $\varepsilon_{L,k} = Y_L(U_L^*)^\perp$ au moyen de vecteur de sélection S suivant :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \varepsilon_{L,k} S, \quad S = (0 \dots 0 \ 1)^T \\ \varepsilon_k &= Y_L(U_L^*)^\perp S \\ &= \underline{H}_i \tilde{U}_L(U_L^*)^\perp S + \underline{H}_i^v V_L(U_L^*)^\perp S + E_L(U_L^*)^\perp S + F_L(U_L^*)^\perp S \end{aligned} \quad (3.26)$$

Le vecteur du résidu ε_k est gaussien et de moyenne μ_k nulle en l'absence des défauts. Le test du Khi-deux est retenu pour détecter un changement de moyenne comme dans [145]. Si l'on considère la variance du vecteur ε_k , notée par R_{ε_k} , alors le terme ϖ_k ($\varpi_k = \varepsilon_k^T R_{\varepsilon_k}^{-1} \varepsilon_k$) suit une loi du Khi-deux avec ℓ degrés de liberté.

Enfin, pour appliquer cette technique pour la détection des défauts capteurs du système, la valeur de ϖ_k est comparée à un seuil $\chi_{\ell,\alpha}^2$ suivant :

$$\varpi_k \begin{cases} < \chi_{\ell,\alpha}^2 & \text{alors } \mu_k = 0, \text{ il n'y a pas de défaut} \\ \geq \chi_{\ell,\alpha}^2 & \text{alors } \mu_k \neq 0, \text{ un défaut capteur est présent} \end{cases} \quad (3.27)$$

où $\chi_{\ell,\alpha}^2$ est le seuil déterminé par la loi de Khi-deux avec un degré de confiance α .

3.2.5 Localisation des défauts de capteurs

L'étape de localisation consiste à reconnaître le(s) capteur(s) défaillant(s). Ceci revient à considérer chaque capteur un à un vu que le vecteur de résidu ε_k est, par nature, structuré vis à vis des défauts capteurs [145]. A partir de là, et compte tenu de la forme particulière du vecteur de sélection S , l'effet d'un défaut affectant le capteur h n'est visible que sur la $h^{ième}$ composante de ε_k :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= Y_L(U_L^*)^\perp S, \quad S = (0 \dots 0 ; 1)^T \\ &= \underline{H}_i \tilde{U}_L(U_L^*)^\perp S + \underline{H}_i^v V_L(U_L^*)^\perp S + E_L(U_L^*)^\perp S + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ f_k^h - f_k^h \Pi(h, L) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Si un capteur est en défaut à l'instant k , sa composante correspondante dans le vecteur de résidu ε_k n'aura pas une moyenne nulle, alors que les vecteurs de bruits auront tous des moyennes nulles puisque ce sont des variables gaussiennes centrées. Pour isoler cette composante, le FMA (Finite Moving Average algorithm) peut être utilisé [22]. Avant de pouvoir l'utiliser, une étape de sélection du $h^{ième}$, $0 < h \leq \ell$ capteur est définie par :

$$\varepsilon_k^h = S_h \varepsilon_k \quad (3.29)$$

Où $S_h = (0 \dots 0 1 0 \dots 0)$ est le vecteur de sélection où seule la $h^{ième}$ composante vaut 1. Lorsque h parcourt l'ensemble des valeurs entières entre 1 et ℓ , chaque composante du vecteur ε_k est isolée.

3.3 Extension de la MPD pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS

L'objet de cette section est d'étendre la méthode par projection des données présentée précédemment aux systèmes non linéaires représentés par un modèle TS dont les paramètres des modèles locaux ne sont pas connus ou sont connus de manière imprécise.

3.3.1 Position du problème et hypothèses

Soit le système non linéaire (3.30) suivant :

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, \Delta_f) \quad (3.30)$$

où f est une fonction matricielle non linéaire. Chaque terme de cette dernière est supposé borné et Δ_f est une incertitude paramétrique affectant la fonction f . Le vecteur d'état est $x_k \in \mathfrak{R}^n$. Le vecteur d'entrées et le vecteur de sorties, supposés déterministes, sont respectivement $u_k \in \mathfrak{R}^m$ et $\tilde{y}_k \in \mathfrak{R}^\ell$. En pratique, la sortie mesurée y_k est entachée d'un bruit de mesure $e_k \in \mathfrak{R}^\ell$ coloré et centré. Ainsi, la sortie y_k est donnée par :

$$y_k = \tilde{y}_k + e_k \quad (3.31)$$

On considère les modèles TS du système non linéaire (3.30) décrites par (1.7) pour les multimodèles à état global et (1.8) pour les multimodèles à états découplés. On supposera que :

- les modèles locaux de la représentation TS du système non linéaire (3.30) sont tous stables.
- les informations disponibles en ligne sur le système sont les mesures des entrées u_k et des sorties y_k et les fonctions de pondération du modèle TS.

Dans cette section, nous proposons une méthode de génération des résidus qui utilise seulement les données d'entrée-sortie et les fonctions de pondération du modèle TS décrites par l'équation (1.7) (pour les multimodèles à état couplé) ou l'équation (1.8) (pour

les multimodèles à états couplés). Cette description commence par l'établissement de la relation matricielle d'entrée-sortie réalisée sur une fenêtre temporelle de taille appropriée. Son principe général est de transformer l'équation de sortie pour se ramener à la forme $Y_k = H\Phi_k + E_k$, où la forme de la matrice des paramètres des modèles locaux H et la forme de la matrice des entrées pondérées Φ_k dépendront du type de modèle TS. Ensuite, la relation matricielle, pour les deux types de modèles TS, est projetée sur le noyau de la matrice Φ_k déterminée à partir des entrées et des fonctions de pondérations supposées connues à chaque instant ([203] et [47]). La projection définie par la multiplication à droite par la matrice orthogonale $(\Phi_k)^\perp$, telle que $\Phi_k(\Phi_k)^\perp = 0$, permet de générer des résidus dont la sensibilité est étudiée dans la dernière partie de la section.

3.3.2 Relation matricielle d'entrée-sortie pour les SNL représentés par un multimodèle

L'objet de cette partie est d'exprimer la relation matricielle d'entrée-sortie pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS. Dans un premier temps, les relations d'entrée-sortie tenant compte des deux formes de modèles TS à savoir les multimodèles à états couplés et les multimodèles à états découplés sont données. Dans un deuxième temps, une généralisation de la relation matricielle pour le modèle TS est réalisée. Cette forme générale sera utilisée par la suite afin de pouvoir générer des résidus robustes pour la détection et la localisation des défauts capteurs.

3.3.2.1 Relation matricielle d'entrée-sortie pour les SNL représentés par un multimodèle à état couplé

Afin d'établir la relation matricielle d'entrée-sortie, nous allons introduire une opération de blocs matriciels \odot à travers l'application $\wp(\cdot)$ définie par :

$$\begin{aligned} \wp : \mathcal{M}(l, nN) \times \mathcal{M}(n, jN) &\rightarrow \mathcal{M}(l, jN^2) \\ [V_1 \dots V_N] \odot [R_1 \dots R_N] &\mapsto [V_1 R_1 \ V_1 R_2 \ \dots \ V_N R_N] \end{aligned} \quad (3.32)$$

avec les matrices $V_\gamma \in \mathfrak{R}^{l \times n}$ et $R_\gamma \in \mathfrak{R}^{n \times j}$.

Certaines propriétés de l'opération blocs matriciels \odot et certaines notations liées à celle-ci sont données ci-dessous :

Étant donné $R_0 = [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_N]$

$$- (1) \underbrace{R_0 \odot \dots \odot R_0}_p = \prod_{q=0}^p R_0 = \wp^i(R_0) \quad \forall p \in \mathcal{Z}_+^* \setminus \{1\}$$

$$- (2) \wp^0(R_0) = \zeta, \text{ où } \zeta = [I_j \ \dots \ I_j] \text{ et } I_j \text{ est la matrice identité d'ordre } j$$

$$- (3) \wp^1(R_0) = R_0 \odot I_j = R_0$$

$$- (4) \wp^p(R_0) = \mathbf{0} \quad \forall p \in \mathcal{Z}_-^*, \text{ où } \mathbf{0} = [0_j \ \dots \ 0_j] \text{ et } 0_j \text{ est la matrice zéro d'ordre } j.$$

Remarque 3 Dans la suite de ce chapitre, nous allons commencer par établir la relation matricielle des entrées-sorties sans tenir compte explicitement des incertitudes paramétriques $(\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta D)$. Toujours en absence de ces incertitudes, nous introduisons par la suite, la forme de calcul des résidus. La forme d'évaluation est ensuite étudiée par rapport aux incertitudes paramétriques constantes.

La forme du multimodèle à état global considérée dans cette partie est la suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma(\underline{z}_k) (A_\gamma x_k + B_\gamma u_k) \\ \tilde{y}_k = \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma(\underline{z}_k) (C_\gamma x_k + D_\gamma u_k) \end{cases} \quad (3.33)$$

Une forme équivalente de (3.33) sur une fenêtre de taille i et qui servira par la suite pour l'écriture de la relation matricielle d'entrée-sortie sur l'intervalle $[k-L, k]$ est donnée par le théorème 3 suivant :

Théorème 3 Les équations (3.33) sont équivalentes aux équations (3.34) :

$$\begin{cases} x_{k+1} = (\wp^{i+1}(A_0)) \Psi_k^i x_{k-i} + \sum_{r=0}^i (\wp^{i-r}(A_0) \odot B_0) \Psi_k^{i-r} u_{k-i+r} \\ \tilde{y}_k = (C_0 \odot \wp^i(A_0)) \Psi_k^i x_{k-i} + \sum_{r=0}^{i-1} (C_0 \odot \wp^{i-r-1}(A_0) \odot B_0) \Psi_k^{i-r} u_{k-i+r} + D_0 \Psi_k^0 u_k \end{cases} \quad (3.34)$$

où i est la largeur de la fenêtre.

avec $\Psi_\beta^\alpha = \left(\prod_{q=0}^\alpha \omega_{\beta-q}^0 \right)^T$, $A_0 = [A_1 \ A_2 \ \dots \ A_h]$, $B_0 = [B_1 \ B_2 \ \dots \ B_h]$, $C_0 = [C_1 \ C_2 \ \dots \ C_h]$, $D_0 = [D_1 \ D_2 \ \dots \ D_h]$ et $\omega_\beta^0 = [\omega_\beta^1 I_r \ \omega_\beta^2 I_r \ \dots \ \omega_\beta^h I_r]$, I_r est la matrice d'identité d'ordre r .

Preuve 4 Nous allons démontrer par récurrence les équivalences des équations (3.33) et (3.34).

(*) *Étape initiale*

Démontrons l'équivalence pour $i = 0$. La relation (3.34) s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= \underbrace{\wp^1(A_0)}_{A_0} \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} x_k + \sum_{r=0}^0 \underbrace{(\wp^0(A_0) \odot B_0)}_{\zeta \odot B_0} \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} u_k \\
 &= A_0 \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} x_k + B_0 \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} u_k \\
 &= [A_1 \ A_2 \ \dots \ A_h][\omega_k^1 I_n \ \omega_k^2 I_n \ \dots \ \omega_k^h I_n]^T x_k + [B_1 \ B_2 \ \dots \ B_h][\omega_k^1 I_m \ \omega_k^2 I_m \ \dots \ \omega_k^h I_m]^T u_k \\
 &= \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma(\underline{z}_k) (A_\gamma x_k + B_\gamma u_k)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

En procédant de la même manière pour la sortie \tilde{y}_k on obtient :

$$\begin{aligned}
 \tilde{y}_k &= \underbrace{(C_0 \odot \wp^0(A_0))}_{C_0 \odot \zeta} \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} x_k + D_0 \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} u_k \\
 &= C_0 \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} x_k + D_0 \underbrace{\Psi_k^0}_{(\omega_k^0)^T} u_k \\
 &= [C_1 \ C_2 \ \dots \ C_h][\omega_k^1 I_n \ \omega_k^2 I_n \ \dots \ \omega_k^h I_n]^T x_k + [D_1 \ D_2 \ \dots \ D_h][\omega_k^1 I_m \ \omega_k^2 I_m \ \dots \ \omega_k^h I_m]^T u_k \\
 &= \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma(\underline{z}_k) (C_\gamma x_k + D_\gamma u_k)
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

L'expression (3.36) n'est autre que l'équation (3.33). Ce qui prouve l'équivalence entre les équations (3.33) et (3.34) pour $i = 0$.

(**) *Étape inductive*

Ici, on montre que si la relation (3.34) est vérifiée pour i , alors elle est vérifiée aussi pour $i + 1$:

Dans (3.33), on a :

$$x_{k+1} = \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma(\underline{z}_k) (A_\gamma x_k + B_\gamma u_k) \tag{3.37}$$

3.3. Extension de la MPD pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS

Si on suppose que cette équivalence (3.34) est vérifiée pour i , alors on a :

$$x_k = \wp^i(A_0) \Psi_{k-1}^{i-1} x_{k-i} + \sum_{r=0}^{i-1} (\wp^{i-1-r}(A_0) \odot B_0) \Psi_{k-1}^{i-1-r} u_{k-i+r} \quad (3.38)$$

En tenant compte de l'équation (3.37), l'expression de l'équation (3.38) se réécrit comme suit :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma(z_k) A_\gamma \wp^i(A_0) \Psi_{k-1}^{i-1} x_{k-i} + \sum_{\gamma=1}^h \sum_{r=0}^{i-1} A_\gamma (\wp^{i-1-r}(A_0) \odot B_0) \Psi_{k-1}^{i-1-r} \omega_k^\gamma u_{k-i+r} \\ &+ \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma B_\gamma u_k \\ &= \underbrace{\left[A_1 \wp^p(A_0) \ A_2 \wp^i(A_0) \ \dots \ A_h \wp^i(A_0) \right]}_{A_0 \odot \wp^i(A_0) = \wp^{i+1}(A_0)} \underbrace{\left[\omega_k^1 (\Psi_{k-1}^{i-1})^T \ \omega_k^2 (\Psi_{k-1}^{i-1})^T \ \dots \ \omega_k^h (\Psi_{k-1}^{i-1})^T \right]^T}_{\omega_k^0 \odot \Psi_{k-1}^{i-1} = \Psi_k^i} x_{k-i} \\ &+ \sum_{r=0}^{i-1} \sum_{\gamma=1}^h A_\gamma \wp^{i-1-r}(A_0) \odot B_0 \Psi_{k-1}^{i-1-r} \omega_k^\gamma u_{k-i+r} + \sum_{\gamma=1}^h B_\gamma \omega_k^\gamma u_k \\ &= \wp^{i+1}(A_0) \underbrace{\left(\sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma \Psi_{k-1}^{i-1} \right)}_{\omega_k^0 \odot (\Psi_{k-1}^{i-1})^T = \Psi_k^i} x_{k-i} + \sum_{r=0}^{i-1} (\wp^{i-r}(A_0) \odot B_0) \\ &\times \left[(\Psi_{k-1}^{i-1-r})^T \omega_k^1 \ (\Psi_{k-1}^{i-1-r})^T \omega_k^2 \ \dots \ (\Psi_{k-1}^{i-1-r})^T \omega_k^h \right] u_{k-i+r} + B_0 \Psi_k^0 u_k \\ &= \wp^{i+1}(A_0) \Psi_k^i x_{k-i} + \sum_{r=0}^{i-1} (\wp^{i-r}(A_0) \odot B_0) \Psi_k^{i-r} u_{k-i+r} + \underbrace{B_0 \Psi_k^0 u_k}_{(\wp^0(A_0) \odot B_0) \Psi_k^0 u_k} \\ x_{k+1} &= \wp^{i+1}(A_0) \Psi_k^i x_{k-i} + \sum_{r=0}^i (\wp^{i-r}(A_0) \odot B_0) \times \Psi_k^{i-r} u_{k-i+r} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Ceci montre que l'équivalence est vérifiée pour l'étape $i + 1$.

De la même façon, il est possible de vérifier que la sortie \tilde{y}_k est égale à :

$$\tilde{y}_k = (C_0 \odot \wp^i(A_0)) \Psi_k^i x_{k-i} + \sum_{r=0}^{i-1} (C_0 \odot \wp^{i-1-r}(A_0) \odot B_0) \Psi_k^{i-r} u_{k-i+r} + D_0 \Psi_k^0 u_k \quad (3.40)$$

Ceci prouve l'équivalence des équations (3.33) et (3.34) $\forall i$.

Théorème 4 *Pour une valeur de i suffisamment grande, la contribution de l'état initial, sous les conditions de stabilité de tous les modèles locaux, peut être négligée. Par conséquent, la sortie (3.36) peut être approximée par :*

$$y_k \approx \sum_{r=0}^{i-1} (C_0 \odot \wp^{i-r-1}(A_0) \odot B_0) \Psi_k^{i-r} u_{k-i+r} + D_0 \Psi_k^0 u_k + e_k \quad (3.41)$$

Preuve 5 *Dans la suite, on démontre que, pour i suffisamment grand, chaque terme de $\wp^{i+1}(A_0)$ (dans l'expression suivante) est négligeable.*

$$\wp^{i+1}(A_0) = \left[\underbrace{A_1^{i+1}}_{\text{terme 1}} \mid \underbrace{A_1^i A_2^1}_{\text{terme 2}} \mid A_1^{i-1} A_2^1 A_3^1 \mid \dots \mid A_h^{i+1} \right].$$

Chaque terme s'écrit sous la forme : $(A_1^{S_1} A_2^{S_2} A_3^{S_3} \dots A_h^{S_h})$, avec $\sum_{\gamma=0}^h S_\gamma = i+1$. Ensuite, en appliquant le théorème de la norme multiplicative, on a :

$$\begin{aligned} \|A_1^{S_1} A_2^{S_2} A_3^{S_3} \dots A_h^{S_h}\| &\leq \|A_1^{S_1}\| \|A_2^{S_2}\| \|A_3^{S_3}\| \dots \|A_h^{S_h}\| \\ &\leq \left(\max_\gamma (\|A_\gamma\|)^{i+1} \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Puisque chaque modèle local est stable, $\|A_\gamma^S\|$ est proche de 0 quand $S \rightarrow \infty$.

Donc $\|A_1^{S_1} A_2^{S_2} A_3^{S_3} \dots A_h^{S_h}\| \simeq 0$ si les S_γ ($\gamma = 1 \dots h$) sont suffisamment grands.

Finalement, en construisant $Y_k = (y_k \ y_{k+1} \dots y_{k+L-1}) \in \mathfrak{R}^{\ell \times L}$ sur un horizon de taille L , et en utilisant l'équation (3.41), la relation matricielle d'entrée-sortie s'exprime par :

$$Y_k \approx H_C \Phi_k^C + E_k \quad (3.43)$$

où l'erreur d'approximation est $\zeta_k = (C_0 \odot \wp^i(A_0)) \Psi_k^i x_{k-i}$ et $\Phi_k^C = \Omega_k \circ U_k \in \mathfrak{R}^{\sum_{q=0}^i m h^{q+1} \times L}$ est le produit de Hadamard (c-à-d le produit composante par composante) des matrices d'entrées avec les matrices de pondérations.

avec

$$H_C = [C_0 \odot \wp^{i-1}(A_0) \odot B_0 \mid \dots \mid C_0 \odot \wp^0(A_0) \odot B_0 \mid D_0] \quad (3.44)$$

$$\Omega_k = \begin{bmatrix} \Psi_k^i & \Psi_{k+1}^i & \cdots & \Psi_{k+L-1}^i \\ \Psi_k^{i-1} & \Psi_{k+1}^{i-1} & \cdots & \Psi_{k+L-1}^{i-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \Psi_{k+1}^0 & \Psi_{k+1}^0 & \cdots & \Psi_{k+L-1}^0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{\sum_{q=0}^i mh^{q+1} \times mL} \quad (3.45)$$

$$U_k = \begin{bmatrix} u_{k-i} & u_{k-i+1} & \cdots & u_{k-i+L-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{k-1} & u_k & \cdots & u_{k+L-2} \\ u_k & u_{k+1} & \cdots & u_{k+L-1} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{m(i+1) \times L} \quad (3.46)$$

$$E_k = [e_k \ e_{k+1} \ \cdots \ e_{k+L-1}] \quad (3.47)$$

– **Choix de i :**

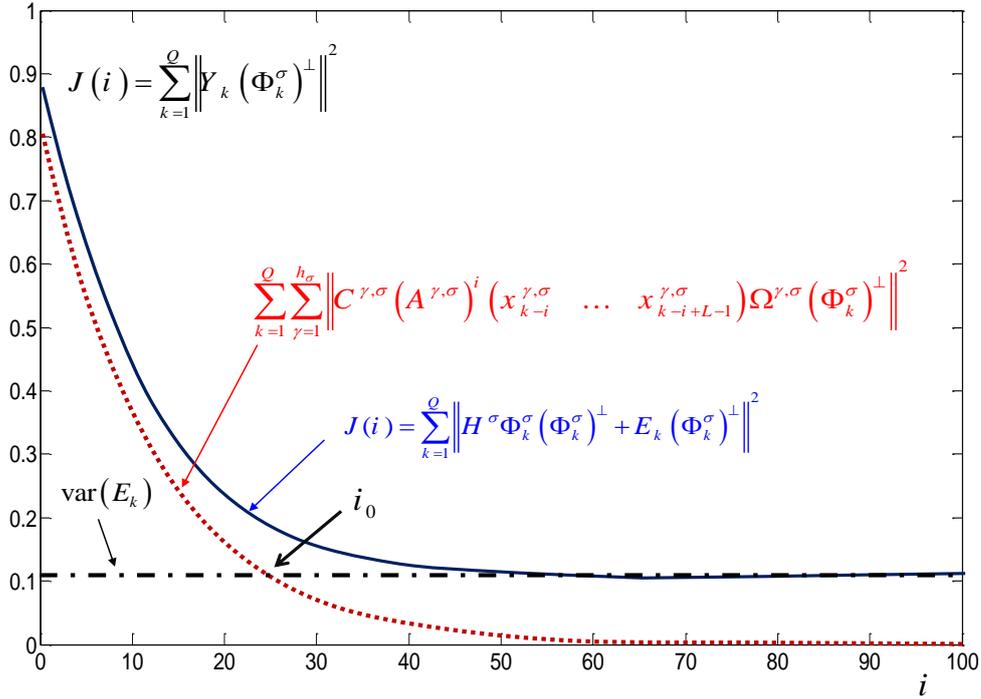
L'entier i doit être déterminé dans une étape initiale, hors-ligne, en utilisant une entrée d'excitation suffisante (telle que une séquence binaire pseudo-aléatoire). La minimisation du critère J donne la valeur de l'entier i (voir [148]) :

$$J(i) = \sum_{k=1}^Q \|Y_k (\Phi_k^C)^\perp\|^2 \quad (3.48)$$

où Q représente la taille de la fenêtre de calcul et $i = \arg_{\min} (J(i))$.

– **Illustration du choix de i :**

Cet exemple est donné à titre illustratif pour expliquer la manière dont on choisit l'entier i . Considérons la figure 3.1 représentant un critère J . Le comportement du critère $J(i)$, en se restreignant à ce cas de figure 3.1 (sans généralisation de ce comportement à tous les systèmes non linéaires), est celui d'une exponentielle décroissante en fonction de l'entier i . On peut identifier une partie sur la courbe rouge (représentant l'influence de l'état initial) de la figure qui évolue en dessous de la courbe noire de variance $var(E_k)$. Par conséquent, la valeur minimale i assurant l'annulation de l'influence de l'état initial doit être choisie dans le voisinage de cette valeur minimale i_0 .


 FIGURE 3.1 – Un exemple du critère $J(i)$

3.3.2.2 Relation matricielle d'entrée-sortie pour les SNL représentés par un multimodèle à états découplés

L'expression du multimodèle à états découplés est :

$$\begin{cases} x_{k+1}^\gamma = A_\gamma x_k^\gamma + B_\gamma u_k \\ \tilde{y}_k = \sum_{\gamma=1}^h \omega_k^\gamma(z_k) (C_\gamma x_k^\gamma + D_\gamma u_k) \end{cases} \quad (3.49)$$

La relation d'entrée-sortie, dans le cas d'un multimodèle à états découplés, est donnée par le théorème 5 suivant :

Théorème 5 *La relation matricielle d'entrée-sortie, sur une fenêtre de temps $[k-L, k]$ s'écrit sous la forme suivante :*

$$Y_k \simeq H_D \Phi_k^D + E_k \quad (3.50)$$

où l'erreur d'approximation est $\zeta_k = C_\gamma (A_\gamma)^i x_{k-i}^\gamma$.

et

$$\begin{aligned} Y_k &= (y_{k-L+1} \ y_{k-L+2} \ \dots \ y_k) \\ E_k &= (e_{k-L+1} \ e_{k-L+2} \ \dots \ e_k) \end{aligned} \quad (3.51)$$

avec $Y_k \in \mathfrak{R}^{\ell \times L}$, $E_k \in \mathfrak{R}^{\ell \times L}$ et $\Phi_k^D \in \mathfrak{R}^{hm(i+1) \times L}$, respectivement, la matrice de sortie, la matrice de bruit et la matrice d'entrée-sortie pondérée qui sont toutes construites sur une fenêtre de temps de longueur L .

La matrice $H_D \in \mathfrak{R}^{\ell \times m(i+1)h}$ est définie comme suit :

$$H_D = \begin{bmatrix} H^1 & H^2 & \dots & H^h \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\text{avec } H^\gamma = \begin{bmatrix} C_\gamma (A_\gamma)^{i-1} B_\gamma & \dots & C_\gamma B_\gamma & D_\gamma \end{bmatrix}$$

La matrice d'entrée-sortie pondérée Φ_k^D est :

$$\Phi_k^D = \begin{bmatrix} \varphi_k & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & \varphi_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega^1 \\ \Omega^2 \\ \vdots \\ \Omega^h \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

où $\varphi_k \in \mathfrak{R}^{m(i+1) \times L}$ est la matrice de Hankel définie par :

$$\varphi_k = \begin{bmatrix} \bar{u}_{k-L+1} & \bar{u}_{k-L+2} & \dots & \bar{u}_k \end{bmatrix} \quad ; \quad \bar{u}_k = \left(u_{k-i}^T \ \dots \ u_k^T \right)^T \quad (3.54)$$

et pour $1 \leq \gamma \leq h$, $\Omega^\gamma \in \mathfrak{R}^{L \times L}$:

$$\Omega^\gamma = \begin{bmatrix} \omega_{k-L+1}^\gamma & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_{k-L+2}^\gamma & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_k^\gamma \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Preuve 6 A partir de l'équation (3.49), la sortie de chaque modèle local, pour $i = 1$ et

$i = 2$ est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} i = 1, \quad \tilde{y}_k^\gamma &= C_\gamma A^\gamma x_{k-1}^\gamma + C_\gamma B_\gamma u_{k-1} + D_\gamma u_k \\ i = 2, \quad \tilde{y}_k^\gamma &= C_\gamma (A_\gamma)^2 x_{k-2}^\gamma + C_\gamma A_\gamma B_\gamma u_{k-2} + C_\gamma B_\gamma u_{k-1} + D_\gamma u_k \end{aligned} \quad (3.56)$$

Par une substitution répétitive de l'équation (3.56), on a :

$$\tilde{y}_k^\gamma = C_\gamma (A_\gamma)^i x_{k-i}^\gamma + H^\gamma \bar{u}_k \quad (3.57)$$

avec la matrice de Markov des paramètres des modèles locaux $H^\gamma \in \mathbb{R}^{\ell \times m(i+1)}$ définie par :

$$H^\gamma = \begin{bmatrix} C_\gamma (A_\gamma)^{i-1} B_\gamma & \dots & C_\gamma B_\gamma & D_\gamma \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

pour chaque γ , $1 \leq \gamma \leq h$.

Tous les modèles locaux γ sont supposés stables. Pour un nombre i suffisamment grand, le terme $\|C_\gamma (A_\gamma)^i x_{k-i}^\gamma\|$ peut être négligé (le choix du i sera détaillé dans une section ultérieure), où $\|\cdot\|$ est une norme de Frobenius. L'équation (3.57) peut être ainsi approximée par :

$$\tilde{y}_k^\gamma \approx H^\gamma \bar{u}_k \quad (3.59)$$

La sortie globale du système s'exprime en fonction des sorties locales par :

$$y_k = \sum_{\gamma=1}^h \tilde{y}_k^\gamma \omega_k^\gamma + e_k \quad (3.60)$$

qui donne, en utilisant (3.59) :

$$y_k \approx \sum_{\gamma=1}^h H^\gamma \bar{u}_k \omega_k^\gamma + e_k \quad (3.61)$$

Cette équation peut-être réécrite sous la forme de l'équation (3.62) suivante :

$$y_k \approx \underbrace{\begin{bmatrix} H^1 & H^2 & \dots & H^h \end{bmatrix}}_{H_D} \begin{bmatrix} \bar{u}_k \omega_k^1 \\ \bar{u}_k \omega_k^2 \\ \vdots \\ \bar{u}_k \omega_k^h \end{bmatrix} + e_k \quad (3.62)$$

où H_D est la matrice des paramètres du système.

En empilant y_k sur une fenêtre de taille L , i.e. $Y_k = (y_{k-L+1} \ y_{k-L+2} \ \dots \ y_k) \in \mathfrak{R}^{\ell \times L}$, on obtient :

$$Y_k \approx \sum_{\gamma=1}^h H^\gamma \varphi_k \Omega^\gamma + E_k \quad (3.63)$$

où la matrice de Hankel des entrées $\varphi_k \in \mathfrak{R}^{m(i+1) \times L}$ et l'équation de la matrice de pondération $\Omega^\gamma (1 \leq \gamma \leq h)$ sont données respectivement par les équations (3.54) et (3.55).

Finalement, la relation d'entrée-sortie sur une fenêtre de taille L est :

$$Y_k \approx H_D \Phi_k^D + E_k \quad (3.64)$$

où Φ_k^D est donnée par l'équation (3.53).

- Choix de la fenêtre temporelle de largeur i :

Rappelons tout d'abord que l'indice i permet de négliger l'influence de l'état passé. Cet indice sera déterminé en utilisant un critère $J(p)$ similaire à celui de la partie couplée donné ci-dessous, qui minimise l'erreur d'approximation entre le modèle réel du système et le modèle implicite utilisé dans la projection. L'entier i doit être déterminé dans une phase préliminaire exécutée hors-ligne en utilisant un signal d'excitation persistant tel une SBPA (Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire). Le critère $J(p)$ est donné par (voir [148]) :

$$J(p) = \sum_{k=1}^L \frac{1}{L} \|Y_k (\Phi_k^D)^\perp\|^2 \quad (3.65)$$

où $\|\cdot\|$ est une norme multiplicative.

Théorème 6 $\forall \chi > 0$, Il existe $i = \arg_{\min} (J(p))$ tel que, le critère $J(p)$ défini par l'équation (3.65) vérifie l'inégalité suivante :

$$J(p) \leq \text{var}[E_k] + \chi \quad (3.66)$$

où $\text{var}[E_k] = E[E_k - E[E_k]]E[E_k - E[E_k]]^T$ est la variance de E_k .

Preuve 7 L'expression du critère J , pour un système non linéaire, est donnée par :

$$\begin{aligned} J(p) &= \sum_{k=1}^L \frac{1}{L} \left\| Y_k(\Phi_k^D)^\perp \right\|^2 \\ &= \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \left\| \sum_{\gamma=1}^h C_\gamma A_\gamma^p \begin{pmatrix} x_{k-p-L+1}^\gamma & \dots & x_{k-p}^\gamma \end{pmatrix} \Omega^\gamma (\Phi_k^D)^\perp \right. \\ &\quad \left. + \underbrace{H_D \Phi_k^D (\Phi_k^D)^\perp}_{=0} + \underbrace{E_k \Omega_k (\Phi_k^D)^\perp}_{=E_k} \right\|^2 \end{aligned} \quad (3.67)$$

En appliquant l'inégalité triangulaire, on obtient :

$$J(p) \leq \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \sum_{\gamma=1}^h \left\| C_\gamma A_\gamma^p \begin{pmatrix} x_{k-p-L+1}^\gamma & \dots & x_{k-p}^\gamma \end{pmatrix} \Omega^\gamma (\Phi_k^D)^\perp \right\|^2 + \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \left\| E_k (\Phi_k^D)^\perp \right\|^2 \quad (3.68)$$

Comme $\|\cdot\|$ est une norme multiplicative on a :

$$\begin{aligned} J(p) &\leq \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \sum_{\gamma=1}^h \|C_\gamma\|^2 \|A_\gamma^p\|^2 \left\| \begin{pmatrix} x_{k-p-L+1}^\gamma & \dots & x_{k-p}^\gamma \end{pmatrix} \Omega^\gamma (\Phi_k^D)^\perp \right\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{L} \underbrace{\sum_{k=1}^L \|E_k\|^2}_{=\text{var}(E_k)} \underbrace{\left\| (\Phi_k^D)^\perp \right\|^2}_{=1} \end{aligned} \quad (3.69)$$

La matrice A_γ peut-être décomposée sous la forme suivante :

$$A_\gamma = P_\gamma^{-1} \Gamma_\gamma P_\gamma \quad (3.70)$$

où P_γ est une matrice de rang plein et Γ_γ est une matrice de Jordan. En élevant

l'équation (3.70) à la puissance p , on obtient :

$$A_\gamma^p = P_\gamma^{-1} \Gamma_\gamma^p P_\gamma \quad (3.71)$$

En sachant que toute matrice de Jordan est la somme d'une matrice diagonale et d'une matrice nilpotente [51], alors l'expression (3.71) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$A_\gamma^p = P_\gamma^{-1} (\mathfrak{D}_\gamma + N_\gamma)^p P_\gamma \quad (3.72)$$

où \mathfrak{D}_γ , N_γ sont respectivement, une matrice diagonale et une matrice nilpotente.

En utilisant le théorème Binomial, on obtient :

$$A_\gamma^p = P_\gamma^{-1} \left(\sum_{q=0}^p \mathfrak{C}_p^q \mathfrak{D}_\gamma^{p-q} N_\gamma^q \right) P_\gamma \quad (3.73)$$

avec \mathfrak{C}_p^q est le nombre de combinaisons de q éléments parmi p (c'est à dire $\mathfrak{C}_p^q = \frac{p!}{(p-q)!q!}$).

Si r_0 est l'ordre de nilpotence de la matrice N_γ , alors l'équation (3.73) est réécrite comme l'équation suivante :

$$\begin{aligned} A_\gamma^p &= P_\gamma^{-1} \left(\sum_{q=0}^{r_0-1} \mathfrak{C}_p^q \mathfrak{D}_\gamma^{p-q} N_\gamma^q \right) P_\gamma \\ &= \mathfrak{C}_p^0 \mathfrak{D}_\gamma^p N_\gamma^0 + \mathfrak{C}_p^1 \mathfrak{D}_\gamma^{p-1} N_\gamma^1 + \mathfrak{C}_p^2 \mathfrak{D}_\gamma^{p-2} N_\gamma^2 + \dots \\ &\quad + \mathfrak{C}_p^{r_0-1} \mathfrak{D}_\gamma^{p-r_0+1} N_\gamma^{r_0-1} \end{aligned} \quad (3.74)$$

Sous l'hypothèse que les modèles locaux sont stables (i.e. les valeurs propres de la matrice A_γ sont toutes incluses dans le cercle unité) et avec une valeur de p suffisamment grande (i.e. $p \gg r_0$), tous les termes dans l'équation (3.74) tendent vers zéro :

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} A_\gamma^p = \lim_{i \rightarrow +\infty} P_\gamma^{-1} \left(\sum_{q=0}^{r_0-1} \mathfrak{C}_p^q \mathfrak{D}_\gamma^{p-q} N_\gamma^q \right) P_\gamma = 0 \quad (3.75)$$

Ce qui prouve que $\forall \chi > 0$, il existe $i = \arg_{\min} (J(p))$ tel que :

$$\frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \sum_{\gamma=1}^h \|C_\gamma\|^2 \|A_\gamma^p\|^2 \left(x_{k-p-L+1}^\gamma \ \dots \ x_{k-p}^\gamma \right) \Omega^\gamma (\Phi_k^D)^\perp \|^2 \leq \chi \quad (3.76)$$

Enfin, l'utilisation de l'inégalité précédente et de la relation (3.69) prouve le théorème 6.

3.3.2.3 Forme générale de l'équation d'entrée-sortie pour les systèmes NL représentés sous forme TS :

La forme générale de l'équation d'entrée-sortie pour les systèmes non linéaires représentés sous forme TS est exprimée ici. Cette forme générale sera utilisée par la suite afin de pouvoir générer des résidus robustes pour la détection et la localisation des défauts capteurs. L'expression de la relation matricielle d'entrée-sortie, pour un système non linéaire est donnée par :

$$Y_k \simeq H\Phi_k + E_k \quad (3.77)$$

Où H (resp. Φ) est égale à H_C (resp. Φ_C) dans le cas couplé et à H_D (resp. Φ_D) dans le cas découplé. L'équation (3.77) représente le cas du multimodèle à état couplé (3.43) ou le multimodèle à états découplés (3.50).

3.3.3 Génération des résidus robustes

Dans cette section, nous allons présenter la méthode de génération de résidus robustes par la projection des données. Le résidu est obtenu par projection de la relation matricielle (3.77) sur le noyau de la matrice Φ_k des entrées pondérées. Cette matrice de projection Φ_k^\perp peut être calculée par la relation suivante :

$$\Phi_k^\perp = I - \Phi_k^T (\Phi_k \Phi_k^T)^{-1} \Phi_k \quad (3.78)$$

Pour que Φ_k^\perp ne soit pas réduit à la seule matrice nulle, il faut que la matrice Φ_k comporte plus de lignes que de colonnes, ce qui implique de choisir l'horizon L suffisamment grand.

$$\begin{aligned} L &> m \left(\sum_{r=1}^i h^{r+1} \right) + 1 && \text{(cas des multimodèles à état couplé)} \\ L &> h(mi + 1) && \text{(cas des multimodèles à états découplés)} \end{aligned} \quad (3.79)$$

Le résidu est obtenu en projetant la relation (3.43) sur le noyau à droite de Φ_k (i.e. en multipliant (3.77) à droite par Φ_k^\perp) :

$$\varepsilon_k = Y_k \Phi_k^\perp \approx \underbrace{H \Phi_k \Phi_k^\perp}_{=0} + E_k \Phi_k^\perp = E_k \Phi_k^\perp \quad (3.80)$$

Finalement, pour avoir la valeur du résidu à l'instant du temps k , on multiplie l'équation précédente (3.80) par un vecteur de sélection S :

$$\varepsilon_k = Y_k \Phi_k^\perp S \approx \underbrace{H \Phi_k \Phi_k^\perp S}_{=0} + E_k \Phi_k^\perp S = E_k \Phi_k^\perp S \quad (3.81)$$

où $S = (0 \dots 0 1) \in \mathfrak{R}^{\ell \times 1}$ est un vecteur de sélection de la dernière colonne des résidus générés.

3.3.4 Sensibilité aux défauts capteurs et robustesse aux incertitudes de modélisation

La sensibilité du résidu aux défauts de capteurs est analysée ici.

Si le défaut f_k se produit sur la fenêtre temporelle $[k, k + L - 1]$, on a :

$$Y_k = H \Phi_k + F_k + E_k \quad (3.82)$$

où $F_k = \begin{pmatrix} f_{k-L+1} & f_{k-L+2} & \dots & f_k \end{pmatrix}$

Le résidu devient :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= Y_k \Phi_k^\perp S \\ &= F_k \Phi_k^\perp S + E_k \Phi_k^\perp S \end{aligned} \quad (3.83)$$

Si l'espace engendré par les lignes de la matrice de défaut F_k n'est pas inclus dans le noyau du sous-espace engendré par les lignes de Φ_k , alors le terme $F_k \Phi_k^\perp$ est différent de zéro et les résidus sont sensibles aux défauts. En effet, l'espérance mathématique du résidu est la suivante :

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_k] &= E[F_k \Phi_k^\perp + E_k \Phi_k^\perp] \\ &= F_k \Phi_k^\perp \neq 0 \end{aligned} \quad (3.84)$$

Dans le cas sans défaut ($F_k = 0$), l'espérance mathématique est nulle, ce qui démontre la sensibilité du résidu aux défauts de capteurs.

Si l'on tient compte des incertitudes ($\Delta A_\gamma, \Delta B_\gamma, \Delta C_\gamma, \Delta D_\gamma$), l'équation (3.77) s'écrit :

$$Y_k \approx [H + \Delta H] \Phi_k + E_k \quad (3.85)$$

et l'équation du résidu est la suivante :

$$\varepsilon_k = \underbrace{[H + \Delta H]}_{\bar{H}} \underbrace{\Phi_k \Phi_k^\perp S}_{=0} + E_k \Phi^\perp S \quad (3.86)$$

Les paramètres locaux, supposés constants, n'interviennent pas dans le calcul des résidus. Par conséquent, ceux-ci sont intrinsèquement robustes aux incertitudes paramétriques.

3.4 Exemple d'illustration

Afin d'illustrer l'application de la méthode proposée pour la surveillance de systèmes non linéaires, on considère le système masse-ressort-amortisseur utilisé dans ([45]), représentant la dynamique d'un quart de véhicule schématisé par (3.2).

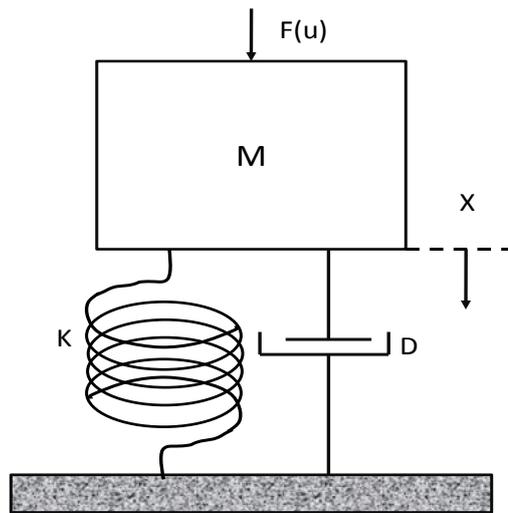


FIGURE 3.2 – Système Masse-Ressort-Amortisseur.

3.4.1 Détermination du modèle TS

Deux incertitudes paramétriques sont considérées comme dans les travaux ([45] et [174]). L'équation dynamique du système avec les incertitudes paramétriques est donnée par :

$$M\ddot{x}(t) + g(x(t), \dot{x}(t)) + f(x(t)) = \phi(\dot{x}(t)) u(t) \quad (3.87)$$

où M est la masse et $u(t)$ est la force. Les fonctions $f(x(t))$, $g(x(t), \dot{x}(t))$ et $\phi(\dot{x}(t))$ sont non linéaires ou bien des termes incertains dépendant respectivement du ressort, de l'amortisseur et des entrées. Il est supposé ici que $x \in [-1.5, 1.5]$, $\dot{x} \in [-1.5, 1.5]$, $g(\dot{x}, x) = D(c_1x + c_2\dot{x})$, $f(x) = (c_3 + \Delta_1(t))x$ et $\phi(\dot{x}) = c_4 + \Delta_2(t) + c_5\dot{x}^3$. Les valeurs numériques des paramètres sont :

$M = 1$, $D = 1$, $c_1 = 0$, $c_2 = 1$, $c_3 = 1.13$, $c_4 = 1$, $c_5 = 0.13$ et les incertitudes vérifient les conditions suivantes : $\Delta_1(t) \in [-1.07, 0.9]$ et $\Delta_2(t) \in [-0.54, 2]$. En tenant compte des valeurs numériques et de l'expression des fonctions non linéaires et prenant comme composantes du vecteur d'état la position et la vitesse on obtient :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} &= \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1.13 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta_1(t) & 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ &+ \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 + 0.13x_2^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta_2(t) \end{pmatrix} \right) u(t) \end{aligned} \quad (3.88)$$

En appliquant la transformation polytopique convexe décrite dans le chapitre 1, on obtient le modèle TS suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{\gamma=1}^2 \omega^\gamma(z(t)) [(A_\gamma + \Delta_1(t))x(t) \\ &+ (B_\gamma + \Delta_2(t))u(t)] \end{aligned} \quad (3.89)$$

où $z(t) = x_2^3 \in [-3.375, 3.375]$ est le terme non linéaire et les matrices sont : $A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1.13 & -1 \end{pmatrix}$; $B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.43875 \end{pmatrix}$; $B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.56125 \end{pmatrix}$; $C = (1 \ 0)$.

Finalement , le modèle TS discret est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 & \text{Règle1 : Si } z_k \text{ est } \mathcal{O}_1^1 \text{ Alors} \\
 & x_{k+1} = (A_1 + \Delta_1) Te x_k + x_k + (B_1 + \Delta_2) Te u_k \\
 & \text{Règle2 : Si } z_k \text{ est } \mathcal{O}_1^2 \text{ Alors} \\
 & x_{k+1} = (A_2 + \Delta_1) Te x_k + x_k + (B_2 + \Delta_2) Te u_k
 \end{aligned} \tag{3.90}$$

Pour le modèle TS discret, on utilise la méthode d'Euler suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{x(k+1) - x(k)}{Te} \tag{3.91}$$

où $Te = 0.1s$ est le pas d'échantillonnage utilisé dans la procédure de discrétisation. Le terme non linéaire z_k est divisé en deux régions selon les deux fonctions de pondération décrites sur la figure (3.3).

Les expressions des fonctions de pondération sont données par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \omega_k^1 &= \omega_k^1(z_k) = \frac{3.375 - z_k}{6.75} \\
 \omega_k^2 &= 1 - \omega_k^1(z_k) = \frac{-3.375 + z_k}{6.75}
 \end{aligned} \tag{3.92}$$

Les incertitudes paramétriques sont données par :

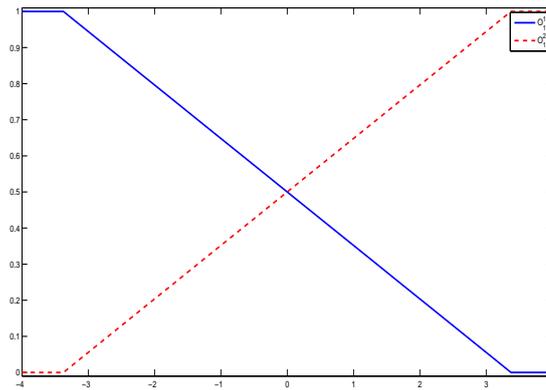


FIGURE 3.3 – Fonctions de pondération du modèle TS.

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0.5 & 0 \end{pmatrix}; \Delta_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.4.2 Détection et localisation des défauts

Le système non linéaire a été simulé pendant 24 secondes avec un état initialement nul et un bruit blanc gaussien de variance unité sur la sortie. Un défaut capteur, d'amplitude constante, se produit pendant l'intervalle du temps $[2000T_e, 2400T_e]$. La figure (3.4) montre la modélisation exacte du modèle TS pour le système non linéaire correspondant à la séquence d'entrée u . Les résidus robustes sont calculés avec $p = 8$ et sur une fenêtre

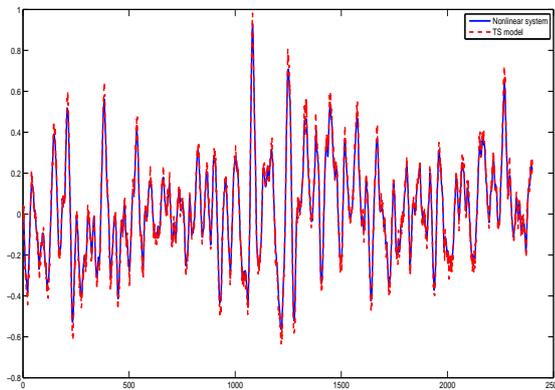


FIGURE 3.4 – Système réel et modèle TS.

temporelle de taille $L = 1000T_e$. La figure (3.5) montre l'efficacité de la méthode pour la détection de défaut en utilisant les résidus calculés à partir de la méthode par projection des données.

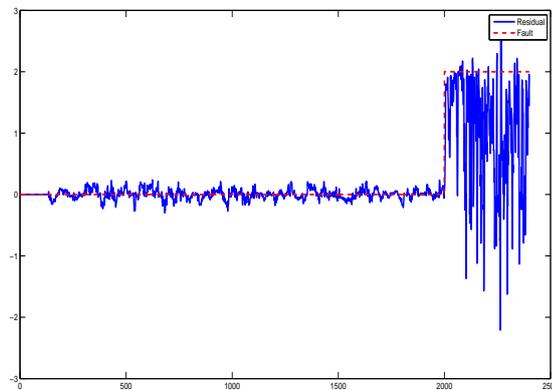


FIGURE 3.5 – Résidu.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode robuste aux incertitudes paramétriques pour la détection et la localisation de défauts capteurs a été développée. Cette méthode s'applique pour les systèmes non linéaires représentés par un modèle de type Takagi-Sugeno, qu'ils soient sous la forme à état global ou à états découplés. Seules les données d'entrées et de sorties et les fonctions de pondérations sont nécessaires pour la mise en œuvre de cette méthode. Les résidus sont générés par projection des données dans un espace dépendant des entrées. Ces résidus sont intrinsèquement robustes aux biais des paramètres des modèles locaux et permettent la détection et la localisation des défauts capteurs. L'extension de cette technique pour les fautes d'actionneur est envisageable à condition que les fonctions de pondération ne dépendent pas des entrées. Les défauts internes qui peuvent se traduire par une variation de la valeur d'un paramètre ou un changement de structure du modèle, feront l'objet du prochain chapitre dans lequel on considère des modes de défaillances. Les simulations réalisées sur le modèle non linéaire représentant un quart de véhicule ont montré l'efficacité de la méthode.

Dans le prochain chapitre, nous nous intéressons à la surveillance des SACNL, où les modes sont représentés sous forme multimodèle. Nous montrons que les résidus par projection permettent de détecter les commutations de modes et de reconnaître le mode actif.

Chapitre 4

Diagnostic des systèmes à commutations à modes non linéaires par la méthode de projection des données

Sommaire

4.1	Introduction	100
4.2	Position du problème : détection des commutations et reconnaissance du mode actif	101
4.3	Diagnostic des systèmes à commutations par MPD	104
4.3.1	Relation d'entrée-sortie sur une fenêtre de taille L	104
4.3.2	Génération des résidus structurés par rapport aux modes	105
4.3.3	Conditions de discernabilité en ligne	107
4.3.4	Sensibilité des résidus aux commutations	111
4.3.5	Méthode de décision	115
4.3.6	Algorithme de détection de commutations et de reconnaissance du mode	118
4.4	Exemple	118
4.4.1	Description du système	120
4.4.2	Résultats des simulations	121
4.5	Conclusion	124

4.1 Introduction

En vue de détecter et de diagnostiquer les défaillances, de commander ou de prédire le comportement des SAC, il est crucial de déterminer l'instant de passage d'un mode à un autre (l'instant de commutation) et de reconnaître à chaque instant le mode actif. Ces informations seront d'autant plus cruciales si certains des modes du SAC correspondent à des comportements défaillants. Des méthodes de détection et de localisation de défauts des SAC comportant uniquement des modes linéaires ont été rappelées dans le chapitre 2 (voir par exemple les travaux de [49] et [63]). Pour détecter les commutations et reconnaître le mode actif pour les SAC comportant des modes non linéaires, nous proposons d'utiliser la modélisation de type TS. Avec cette représentation, les outils et méthodes développés dans le chapitre précédent peuvent être étendus pour la détection des commutations et la reconnaissance du mode actif [200], [201]. Cette surveillance se fera en utilisant des résidus obtenus à partir d'une projection des relations d'entrée-sortie établies sur une fenêtre temporelle sur le noyau d'une matrice d'entrée convenablement déterminée [202]. Ces résidus sont construits pour être sensibles aux commutations. Les résidus correspondant au mode actif sont nuls, et différent de zéro dès qu'il y a une commutation vers un mode *discernable* de celui qui le précède. En intégrant des modes de défaillances, la détection et la localisation de défaut consiste à déterminer l'instant de commutation et à reconnaître le mode courant.

Le chapitre est organisé comme suit : après le positionnement du problème et la présentation des hypothèses de travail, le modèle d'un SAC où les dynamiques continues des modes de fonctionnement sont représentées sous forme de multimodèle TS est rappelé. Ensuite, la méthode à base de projection des données est présentée avec les objectifs de détecter l'occurrence d'une commutation et de reconnaître le mode actif. Des conditions de discernabilité sont établies. Cette partie sera clôturée par un exemple académique qui illustrera les résultats théoriques.

4.2 Position du problème : détection des commutations et reconnaissance du mode actif

Le système dynamique hybride considéré, en temps discret, est décrit par l'équation suivante (voir chapitre 1) :

$$\Sigma_\sigma : \begin{cases} x_{k+1} = f_{\sigma_k}(x_k, u_k) \\ \tilde{y}_k = g_{\sigma_k}(x_k, u_k) \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\sigma_k : \mathbb{R}^+ \rightarrow \{1, 2, \dots, s\}$$

où $u_k \in \mathbb{R}^m$ et $y_k \in \mathbb{R}^\ell$ sont respectivement les vecteurs des entrées et des sorties supposées connues à chaque instant d'échantillonnage kTe où Te est la période d'échantillonnage, $x_k \in X \subset \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état à l'instant kTe . La variable $\sigma_k \in \{1, 2, \dots, s\}$ représente la fonction de commutation du mode et f_{σ_k} et g_{σ_k} sont des fonctions non linéaires. s est le nombre de modes possibles du système (incluant les modes défaillants)

Remarque 4 : Afin de simplifier les notations, dans la suite de ce document, la valeur actuelle de l'indice σ_k sera représentée par σ (e.g. $\sigma \equiv \sigma_k$).

Un mode représente soit le comportement normal soit un comportement défaillant du système. Chaque mode Σ_σ ($\sigma \in \{1, 2, \dots, s\}$) est représenté par un multimodèle TS. En pratique, la sortie mesurée y_k est entachée d'un bruit de mesure. Ainsi, la sortie y_k est donnée par :

$$y_k = \tilde{y}_k + v_k \quad (4.2)$$

Où le vecteur $v_k \in \mathbb{R}^\ell$ est un bruit coloré centré.

Modèle de type Takagi-Sugeno (TS) pour chaque mode non linéaire :

Le multimodèle Takagi-Sugeno (TS) représenté par h_σ modèles locaux, pour un mode donné σ , du système à commutation (4.1), est constitué par un ensemble de règles $R_{\gamma,\sigma}$ données par :

$$R_{\gamma,\sigma} : \begin{cases} \text{Si } z_k^1 \text{ est } \alpha_{\gamma,1} \text{ et } \dots \text{ et } z_k^{\beta_\sigma} \text{ est } \alpha_{\gamma,\beta_\sigma} \text{ Alors} \\ \begin{cases} x_{k+1}^{\gamma,\sigma} = A^{\gamma,\sigma} x_k^{\gamma,\sigma} + B^{\gamma,\sigma} u_k \\ y_k^{\gamma,\sigma} = C^{\gamma,\sigma} x_k^{\gamma,\sigma} + D^{\gamma,\sigma} u_k \end{cases} \\ \gamma \in \{1, 2, \dots, h_\sigma\} \end{cases} \quad (4.3)$$

où $x_k^{\gamma,\sigma} \in \mathfrak{R}^{n_{\gamma,\sigma}}$ et $y_k^{\gamma,\sigma} \in \mathfrak{R}^\ell$ sont respectivement le vecteur d'état et le vecteur de sortie du modèle local γ du mode σ . Ici, $(A^{\gamma,\sigma}, B^{\gamma,\sigma}, C^{\gamma,\sigma}, D^{\gamma,\sigma})$ sont les matrices de représentation d'état nominales pour les h_σ modèles locaux du mode σ . Tous les modèles locaux sont supposés stables. L'ensemble de fuzzification $\alpha_{\gamma,r}$, ($1 \leq r \leq \beta_\sigma$) représente la modalité obtenue par la variable de prémisse z_k^r ($1 \leq r \leq \beta_\sigma$), (β_σ est la dimension du vecteur de z_k^r), dans la règle $R_{\gamma,\sigma}$.

La sortie du modèle TS pour le mode σ est donnée par :

$$\tilde{y}_k^\sigma = \sum_{\gamma=1}^{h_\sigma} \omega^{\gamma,\sigma}(\underline{z}_k) y_k^{\gamma,\sigma} \quad (4.4)$$

Les fonctions de pondération $\omega^{\gamma,\sigma}(\cdot)$ sont définies comme étant la validité normalisée des règles $R_{\gamma,\sigma}$ suivantes :

$$\omega^{\gamma,\sigma}(\underline{z}_k) = \frac{v^{\gamma,\sigma}(\underline{z}_k)}{\sum_{r=1}^{h_\sigma} v^{r,\sigma}(\underline{z}_k)} \quad ; \quad \gamma \in \{1, \dots, h_\sigma\} \quad (4.5)$$

où les variables de prémisse $\underline{z}_k = \left(z_k^1 \ z_k^2 \ \dots \ z_k^{\beta_\sigma} \right)^T \in \mathfrak{R}^{\beta_\sigma}$ dépendent des variables inconnues et/ou connues comme les signaux d'entrée ou de sortie. Dans la suite, on supposera que ces variables de prémisse sont connues à tout instant.

La variable $v^{\gamma,\sigma}(\cdot)$ est le degré de validité de la règle $R_{\gamma,\sigma}$ obtenu par le produit des fonctions d'appartenance $\varpi_r^{\gamma,\sigma}(z_k^r)$ (e.g. des fonctions sigmoïdes par exemple) de la variable de prémisse z_k^r par leurs modalités correspondantes $\alpha_{\gamma,r}$.

$$v^{\gamma,\sigma}(\underline{z}_k) = \prod_{r=1}^{g_\sigma} \varpi_r^{\gamma,\sigma}(z_k^r) \quad , \gamma \in \{1, \dots, h_\sigma\} \quad (4.6)$$

4.2. Position du problème : détection des commutations et reconnaissance du mode actif

Les fonctions de pondération $\omega^{\gamma,\sigma}$ satisfont les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{\gamma=1}^{h_\sigma} \omega^{\gamma,\sigma}(z_k) = 1 \\ 0 \leq \omega^{\gamma,\sigma}(z_k) \leq 1 \quad , \quad 1 \leq \gamma \leq h_\sigma \end{cases} \quad (4.7)$$

En utilisant la représentation donnée ci-dessus (équations (4.3) et (4.4)), le modèle TS pour chaque mode σ peut être écrit comme dans les travaux de Orjuela [138] par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{k+1}^{1,\sigma} \\ \vdots \\ x_{k+1}^{h_\sigma,\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{1,\sigma} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A^{h_\sigma,\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^{1,\sigma} \\ \vdots \\ x_k^{h_\sigma,\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B^{1,\sigma} \\ \vdots \\ B^{h_\sigma,\sigma} \end{bmatrix} u_k \\ \tilde{y}_k^\sigma = \sum_{\gamma=1}^{h_\sigma} \omega^{\gamma,\sigma}(z_k) (C^{\gamma,\sigma} x_k^{\gamma,\sigma} + D^{\gamma,\sigma} u_k) \end{cases} \quad (4.8)$$

Remarque 5 Pour des raisons de simplicité, la notation $\omega_k^{\gamma,\sigma}$ sera utilisée à la place de $\omega^{\gamma,\sigma}(z_k)$ dans la suite de ce document.

On désigne par s le nombre de modes du système et ΔK le temps de séjour minimum pour tous les modes (ou *dwell-time* en Anglais). Nous travaillerons sous les hypothèses suivantes :

- Le temps du séjour du système, dans chaque mode vérifie l'inégalité suivante :

$$\Delta K \geq L > h_\sigma(mi + 1) \quad (4.9)$$

où les entiers L et i sont les tailles des fenêtres temporelles utilisées pour la génération de résidus (cf chapitre 3).

- Les matrices ($A^{\gamma,\sigma} \in \mathfrak{R}^{n_{\gamma,\sigma} \times n_{\gamma,\sigma}}$, $B^{\gamma,\sigma} \in \mathfrak{R}^{n_{\gamma,\sigma} \times m}$, $C^{\gamma,\sigma} \in \mathfrak{R}^{\ell \times n_{\gamma,\sigma}}$, $D^{\gamma,\sigma} \in \mathfrak{R}^{\ell \times m}$) sont inconnues.
- Tous les modèles locaux h_σ , pour tous les modes σ , sont stables.
- les informations disponibles à chaque instant kTe sur le système sont les mesures des entrées-sorties et les fonctions de pondération des modèles TS.

Notre objectif est de détecter les instants de changement de mode (ou de commutation) et de reconnaître le mode courant (ou le mode actif).

4.3 Diagnostic des systèmes à commutations par MPD

Les résidus qui seront utilisés comme détecteurs de changement de mode et indicateurs du mode courant sont générés en utilisant seulement les données d'entrée-sortie les fonctions de pondérations. En vue de générer ces résidus, une relation matricielle d'entrée-sortie est établie sur une fenêtre de temps donnée puis projetée sur un espace des entrées sorties convenablement déterminé pour être sensible au changement de mode. Cette technique a été développée dans le chapitre précédent. La différence est un indice σ qui s'ajoutera dans les équations suivantes et qui signifie que ces relations sont vérifiées pour chaque mode σ du système.

4.3.1 Relation d'entrée-sortie sur une fenêtre de taille L

La relation d'entrée-sortie est donnée par le théorème 7 suivant :

Théorème 7 *Si le mode σ est actif, alors la relation matricielle d'entrée-sortie, sur une fenêtre de temps $[k - L, k]$ s'écrit sous la forme suivante :*

$$Y_k \simeq H^\sigma \Phi_k^\sigma + V_k \quad (4.10)$$

où l'erreur d'approximation est $\zeta_k = C^{\gamma,\sigma} (A^{\gamma,\sigma})^i x_{k-i}^{\gamma,\sigma}$.

et

$$\begin{aligned} Y_k &= (y_{k-L+1} \ y_{k-L+2} \ \dots \ y_k) \\ V_k &= (e_{k-L+1} \ e_{k-L+2} \ \dots \ e_k) \end{aligned} \quad (4.11)$$

avec $Y_k \in \mathbb{R}^{\ell \times L}$, $V_k \in \mathbb{R}^{\ell \times L}$ et $\Phi_k^\sigma \in \mathbb{R}^{h_\sigma m(i+1) \times L}$, respectivement, la matrice de sortie, la matrice de bruit et la matrice d'entrée-sortie pondérée qui sont tous construites sur une fenêtre de temps de longueur L .

La matrice $H^\sigma \in \mathfrak{R}^{\ell \times m(i+1)h_\sigma}$ est définie comme suit :

$$H^\sigma = \begin{bmatrix} H^{1,\sigma} & H^{2,\sigma} & \dots & H^{h_\sigma,\sigma} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\text{avec } H^{\gamma,\sigma} = \begin{bmatrix} C^{\gamma,\sigma} (A^{\gamma,\sigma})^{i-1} B^{\gamma,\sigma} & \dots & C^{\gamma,\sigma} B^{\gamma,\sigma} & D^{\gamma,\sigma} \end{bmatrix}$$

Il est facile de déduire que la matrice d'entrée-sortie pondérée Φ_k^σ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Phi_k^\sigma = \begin{bmatrix} \Phi_k & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \Phi_k \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \Omega^{1,\sigma} \\ \Omega^{2,\sigma} \\ \vdots \\ \Omega^{h_\sigma,\sigma} \end{bmatrix}}_{\Omega^\sigma} \quad (4.13)$$

où $\Phi_k \in \mathfrak{R}^{m(i+1) \times L}$ est la matrice de Hankel définie par :

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \bar{u}_{k-L+1} & \bar{u}_{k-L+2} & \dots & \bar{u}_k \end{bmatrix} \quad ; \quad \bar{u}_k = \left(u_{k-i}^T \quad \dots \quad u_k^T \right)^T \quad (4.14)$$

et pour $1 \leq \gamma \leq h_\sigma$, $\Omega^{\gamma,\sigma} \in \mathfrak{R}^{L \times L}$:

$$\Omega^{\gamma,\sigma} = \begin{bmatrix} \omega_{k-L+1}^{\gamma,\sigma} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_{k-L+2}^{\gamma,\sigma} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_k^{\gamma,\sigma} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Preuve 8 La preuve est la même que dans le chapitre précédent.

4.3.2 Génération des résidus structurés par rapport aux modes

Les résidus sont obtenus en projetant la relation d'entrée-sortie (4.10) sur le noyau à droite de la matrice des entrées pondérées Φ_k^σ . Nous introduisons la matrice de projection $(\Phi_k^\sigma)^\perp \in \mathfrak{R}^{L \times L}$ donnée par :

$$(\Phi_k^\sigma)^\perp = I - (\Phi_k^\sigma)^T \left(\Phi_k^\sigma (\Phi_k^\sigma)^T \right)^{-1} \Phi_k^\sigma \quad (4.16)$$

En multipliant à droite l'équation (4.10) par $(\Phi_k^\sigma)^\perp$, l'expression des résidus obtenue est la suivante :

$$\begin{aligned} Y_k (\Phi_k^\sigma)^\perp &\approx \underbrace{H^\sigma \Phi_k^\sigma (\Phi_k^\sigma)^\perp}_{0} + V_k (\Phi_k^\sigma)^\perp \\ &\approx 0 + V_k (\Phi_k^\sigma)^\perp \end{aligned} \quad (4.17)$$

qui peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$$Y_k (\Phi_k^\sigma)^\perp \approx V_k (\Phi_k^\sigma)^\perp \quad (4.18)$$

Définissons $S = (0 \dots 0 1)^T \in \mathcal{R}^{\ell \times 1}$. En multipliant à droite (4.18) par le vecteur de sélection S , on obtient :

$$Y_k (\Phi_k^\sigma)^\perp S \approx V_k (\Phi_k^\sigma)^\perp S \quad (4.19)$$

Définissons aussi ε_k^σ comme étant le signal généré obtenu en tenant compte des données d'entrée-sortie, collectées en ligne du système considéré, l'expression des résidus obtenue est la suivante :

$$\begin{aligned} \varepsilon_k^\sigma &= Y_k (\Phi_k^\sigma)^\perp S \\ &\approx V_k (\Phi_k^\sigma)^\perp S \end{aligned} \quad (4.20)$$

Remarque 6 La matrice de projection $(\Phi_k^\sigma)^\perp$ n'est pas identiquement nulle pour tout u_k et $\omega_k^{\gamma, \sigma}$, si le nombre de lignes indépendantes de la matrice Φ_k^σ est inférieur à celui du nombre de ces colonnes indépendantes (4.13), ceci se traduit par la condition nécessaire suivante :

$$L > h_\sigma(mi + 1) \quad (4.21)$$

Si la condition ci-dessus (4.21) est vérifiée et le mode σ est actif, alors $\varepsilon_k^\sigma \approx V_k (\Phi_k^\sigma)^\perp S$. La moyenne de ε_k^σ est égale à zéro quand il n'y a pas de commutation. Dans la section suivante, il sera montré que, sous des conditions de discernabilité, la moyenne du résidu ε_k^σ est différente de 0 si le mode σ n'est pas le mode actif du système. La reconnaissance du mode actif après une commutation se réalise à travers un banc de résidus calculés pour tous les modes. Un mode est reconnu actif si la moyenne du résidu correspondant est nulle. Cependant, si les modes sont non discernables par rapport au mode actif, on

aura plusieurs résidus nuls. L'exemple suivant illustre la reconnaissance du mode actif sous conditions de discernabilité.

Exemple 5 On considère 4 résidus ε^{σ_k} , (i.e. $\varepsilon^{1,\sigma_k}, \varepsilon^{2,\sigma_k}, \varepsilon^{3,\sigma_k}$ et ε^{4,σ_k}) ainsi que 4 modes (i.e. $\sigma_k \in \{1, 2, 3, 4\}$). Les valeurs de chaque vecteur de résidu, pour chaque mode, sont répertoriées dans une table binaire, appelée table des signatures [23].

La table 4.1 présente une table de signatures ayant la propriété de reconnaissance du mode actif du système à l'instant du temps k . La table 4.1 montre que le seul vecteur de résidu nul est celui du mode 2. Tandis que les autres vecteurs sont égales à 1. A partir de ce cas de figure, on peut constater que le mode actif du système à cet instant est le mode 2. Dans la table 4.2, les modes 2 et 4 sont non discernables car ils possèdent tous la

Vecteur ε^{σ_k}	Mode $\sigma_k = 1$	Mode $\sigma_k = 2$	Mode $\sigma_k = 3$	Mode $\sigma_k = 4$
ε^{1,σ_k}	1	0	1	1
ε^{2,σ_k}	1	0	1	1
ε^{3,σ_k}	1	0	1	1
ε^{4,σ_k}	1	0	1	1

TABLE 4.1 – Cas des modes discernables

même signature (i.e. des vecteurs de résidus nuls). Ainsi, il est impossible de reconnaître le mode courant du système après une commutation. D'où l'importance des conditions de discernabilités pour l'étape de reconnaissance du mode.

Vecteur ε^{σ_k}	Mode $\sigma_k = 1$	Mode $\sigma_k = 2$	Mode $\sigma_k = 3$	Mode $\sigma_k = 4$
ε^{1,σ_k}	1	0	1	0
ε^{2,σ_k}	1	0	1	0
ε^{3,σ_k}	1	0	1	0
ε^{4,σ_k}	1	0	1	0

TABLE 4.2 – Cas des modes non discernables

4.3.3 Conditions de discernabilité en ligne

Définition 3 [49] Les modes p et q sont non discernables à travers les résidus sur un fenêtre de temps de taille L si et seulement si les espérances mathématiques des résidus des deux modes sont simultanément nulles (i.e. $E(\varepsilon_k^p) = E(\varepsilon_k^q) = 0$).

Hypothèse 1 *Il est supposé ici que le temps de séjour du système est supérieur à LT_e où T_e est la période d'échantillonnage.*

Cette hypothèse est nécessaire pour collecter assez de données dans le but de pouvoir reconnaître le mode actif et de détecter les commutations qui peuvent survenir sur les modes de fonctionnement du système.

Théorème 8 Conditions de discernabilité en-ligne

Soit \mathcal{I}^{pq} défini par :

$$\mathcal{I}^{pq} = 1 - \frac{\kappa^{pq}}{\min(n_p, n_q)} \quad (4.22)$$

avec

$$\kappa^{pq} = n_p + n_q - \bar{n}_{pq} \quad (4.23)$$

et

$$\begin{aligned} n_p &= \text{rank}(\Phi_k^p) & p \in \{1, \dots, s\} \\ n_q &= \text{rank}(\Phi_k^q) & q \in \{1, \dots, s\} \\ \bar{n}_{pq} &= \text{rank}\left(\left(\Phi_k^q\right)^T \middle| \left(\Phi_k^p\right)^T\right)^T \end{aligned} \quad (4.24)$$

Si $\mathcal{I}^{pq} = 0$, alors le mode q est non discernable du mode actif p .

Preuve 9 *Supposons que le mode p est actif et démontrons que si $\mathcal{I}^{pq} = 0$ alors le mode q est non discernable du mode q .*

Avec la supposition $\mathcal{I}^{pq} = 0$, l'équation (4.22) donne :

$$\mathcal{I}^{pq} = 1 - \frac{\kappa^{pq}}{\min(n_p, n_q)} = 0 \Rightarrow \kappa^{pq} = \min(n_p, n_q) \quad (4.25)$$

et puisque $\max(n_p, n_q) = n_p + n_q - \min(n_p, n_q)$ et en utilisant (4.23) l'on a :

$$\begin{aligned} \Rightarrow n_p + n_q - \bar{n}_{pq} &= n_p + n_q - \max(n_p, n_q) \\ \Rightarrow \bar{n}_{pq} &= \max(n_p, n_q) \end{aligned} \quad (4.26)$$

En utilisant (4.24), ceci implique :

$$\Rightarrow \bar{n}_{pq} = \max(n_p, n_q) = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi_k^p \\ \Phi_k^q \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

qui est équivalent à :

$$\Phi_k^p \subseteq \text{span}(\Phi_k^q) \Leftrightarrow \Phi_k^p (\Phi_k^q)^\perp = 0 \quad (4.28)$$

où $\text{span}(\Phi_k^p)$ est le sous-espace engendré par les lignes de la matrice Φ_k^p . Sachant que le mode p est actif, le théorème 8 donne $Y_k \approx H^p \Phi_k^p + V_k$. Par conséquent,

$$\begin{aligned} \Rightarrow E(\varepsilon_k^q) &= Y_k (\Phi_k^q)^\perp S \approx H^p \underbrace{\Phi_k^p (\Phi_k^q)^\perp}_{=0} S + E(V_k (\Phi_k^q)^\perp S) \\ \text{alors que } E(\varepsilon_k^p) &= Y_k (\Phi_k^p)^\perp S \approx H^p \underbrace{\Phi_k^p (\Phi_k^p)^\perp}_{=0} S + E(V_k (\Phi_k^p)^\perp S) \end{aligned} \quad (4.29)$$

ce qui est équivalent à :

$$E(\varepsilon_k^p) = Y_k (\Phi_k^p)^\perp S = 0 \text{ et } E(\varepsilon_k^q) = Y_k (\Phi_k^q)^\perp S = 0 \quad (4.30)$$

Ce qui donne par la définition 4 que le mode q est non discernable du mode actif p . Ceci démontre le théorème 9.

Remarque 7 Le théorème 8 a deux implications importantes.

- Premièrement, la réduction du nombre des résidus à calculer en-ligne. En effet, seuls les résidus des modes discernables par rapport au mode actif sont calculés.
- Deuxièmement, de lever l'ambiguïté sur la détermination du mode courant lorsque deux résidus de modes différents sont nuls simultanément.

4.3.3.1 Illustration de la discernabilité en-ligne

Afin d'illustrer les conditions de discernabilité en-ligne, on considère un système hybride avec deux modes non linéaires (1, 2). Chaque mode est représenté par un multimodèle

avec deux modèles locaux :

$$(mode\ 1) \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_{k+1}^{1,1} \\ x_{k+1}^{2,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{1,1} & 0 \\ 0 & A^{2,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^{1,1} \\ x_k^{2,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B^{1,1} \\ B^{2,1} \end{bmatrix} u_k \\ y_k^1 = \sum_{\gamma=1}^2 \omega_k^{\gamma,1} (C^{\gamma,1} x_k^{\gamma,1} + D^{\gamma,1} u_k) + v_k \end{array} \right. \quad (4.31)$$

$$(mode\ 2) \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_{k+1}^{1,2} \\ x_{k+1}^{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{1,2} & 0 \\ 0 & A^{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^{1,2} \\ x_k^{2,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B^{1,2} \\ B^{2,2} \end{bmatrix} u_k \\ y_k^2 = \sum_{\gamma=1}^2 \omega_k^{\gamma,2} (C^{\gamma,2} x_k^{\gamma,2} + D^{\gamma,2} u_k) + v_k \end{array} \right. \quad (4.32)$$

La variable de prémisses des deux modes est scalaire et représentée sur la figure 4.1. Si on admet une précision de 10^{-3} sur toutes les grandeurs alors on peut distinguer pour les deux modes deux zones représentées par (zone A) et (zone B). La précision admise sur les

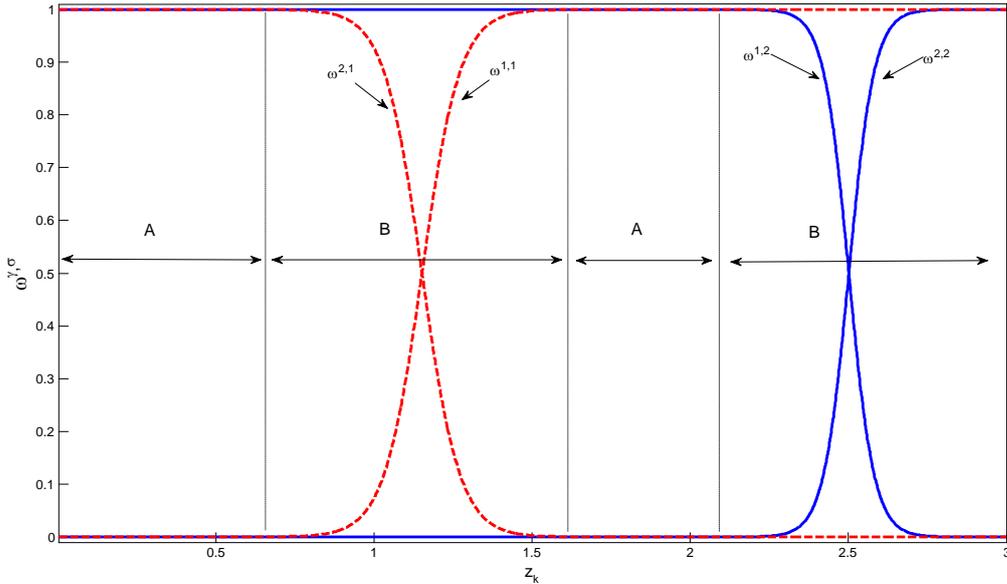


FIGURE 4.1 – Un exemple de fonction de pondération pour la variable de prémisses $z_k = u_{k-1}$ et avec $h_\sigma = 2$. ($- \sigma = 1$, $- - \sigma = 2$)

grandeurs permet d'avoir :

- Dans la zone A : $\omega_k^{1,\gamma} = 1$ et $\omega_k^{2,\gamma} = 0$ ou $\omega_k^{1,\gamma} = 0$ et $\omega_k^{2,\gamma} = 1$.
- Dans la zone B : $\omega_k^{1,\gamma} \in]0, 1[$ et $\omega_k^{2,\gamma} \in]0, 1[$.

En effet, si la valeur de la variable de prémisses z_k est située dans la zone (A) pendant la fenêtre de temps de taille L , alors les fonctions de pondération pour les modes 1 et 2, sont

données, par l'expression suivante :

$$\Omega^1 \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T & \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T \end{bmatrix}^T \\ \Omega^2 = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T & \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.33)$$

Calculons, tout d'abord, l'indice de discernabilité \mathcal{I}^{12} : $\mathcal{I}^{12} = 1 - \frac{\kappa}{\min(n_1, n_2)}$.

Ayant $rank(\Phi_k^1) = rank(\Phi_k^2) = rank\left(\begin{matrix} \Phi_k^1 \\ \Phi_k^2 \end{matrix}\right)$ et en utilisant l'équation (4.13), l'indice de discernabilité

$$\mathcal{I}^{12} = 0 \text{ parce que } \Phi_k^1 = \left((\Phi_k)^T \dots (\Phi_k)^T \right)^T \Omega^1 = \left((\Phi_k)^T \dots (\Phi_k)^T \right)^T \Omega^2 = \Phi_k^2.$$

Par conséquent, le théorème 8 montre que les modes 1 et 2 sont non discernables dans la zone (A) quelles que soient les entrées choisies du système. En conclusion, on a :

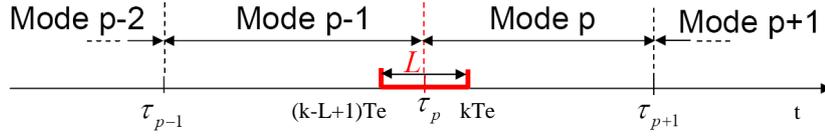
- zone A : zone de non discernabilité où les deux modes sont non discernables à travers les résidus.
- zone B : zone de discernabilité dans laquelle les deux modes sont discernables à travers les résidus.

4.3.4 Sensibilité des résidus aux commutations

Afin de pouvoir utiliser le résidu obtenu précédemment pour détecter les commutations, sa sensibilité est étudiée dans cette partie.

Si on suppose que le système commute du mode $p - 1$ vers le mode p à l'instant τ_p (voir figure 4.2)

et si ces deux modes sont discernables, la relation matricielle d'entrée sortie du système est donnée par :


 FIGURE 4.2 – Données collectées sur une fenêtre temporelle glissante de taille L et pendant l'intervalle de temps $[k - L + 1, k]$

$$Y_k = \underbrace{H^{p-1} \begin{pmatrix} \Phi_k & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \Phi_k \end{pmatrix}}_{\Phi_k^{p-1}} \begin{pmatrix} \Omega_k^{\gamma,p-1} \\ \vdots \\ \Omega_k^{h_{p-1},p-1} \end{pmatrix} + \underbrace{H^p \begin{pmatrix} \Phi_k & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \Phi_k \end{pmatrix}}_{\Phi_k^p} \begin{pmatrix} \Omega_k^{\gamma,p} \\ \vdots \\ \Omega_k^{h_p,p} \end{pmatrix} + V_k \quad (4.34)$$

avec

$$\Omega_k^{\gamma,p-1} = \begin{pmatrix} \omega_{k-L+1}^{\gamma,p-1} & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & \omega_{\tau_{p-1}}^{\gamma,p-1} & 0 \\ 0 & & & \ddots \\ \vdots & & & & \ddots \\ 0 & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Omega_k^{\gamma,p} = \begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & 0 & 0 \\ 0 & & \omega_{\tau_p}^{\gamma,p} & \\ \vdots & & & \ddots \\ 0 & & & & \omega_k^{\gamma,p} \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \Phi_k = \begin{bmatrix} \bar{u}_{k-L+1} & \bar{u}_{k-L+2} & \dots & \bar{u}_{\tau_p} & \bar{u}_{\tau_p+1} & \dots & \bar{u}_k \end{bmatrix}.$$

En tenant compte de (4.20) et du théorème 3, les espérances mathématiques des résidus générés par la méthode de projection des données, pour les modes $(p-1)$ et (p) , sont données par les équations suivantes :

$$E[\underbrace{H^{p-1} \Phi_k^{p-1} (\Phi_k^{p-1})^\perp}_{=0} S + H^p \Phi_k^p (\Phi_k^{p-1})^\perp S + V_k (\Phi_k^{p-1})^\perp S] \neq 0 \quad (4.35)$$

$$E[H^{p-1} \Phi_k^{p-1} (\Phi_k^p)^\perp S + \underbrace{H^p \Phi_k^p (\Phi_k^p)^\perp}_{=0} S + V_k (\Phi_k^p)^\perp S] \neq 0 \quad (4.36)$$

Dans ce cas, les données collectées proviennent du mode $(p-1)$ et du mode (p) . Par conséquent, les résidus correspondants au mode $(p-1)$ seront différents de zéro (4.35). Finalement, la détection des commutations est réalisée, mais la reconnaissance du mode courant n'est pas encore possible. En effet, les résidus liés au mode (p) sont différents

de zéro aussi (4.36).

Il est donc clair que si la matrice $\left(\Phi_k^{p-1}(\Phi_k^p)^\perp\right)$ n'est pas nulle, alors le résidu est sensible aux commutations. On peut remarquer qu'il n'est pas possible de reconnaître le mode actif tant que l'instant de commutation se trouve dans la fenêtre de calcul des résidus (i.e. $kTe - \tau_p < LTe$). Si l'on veut que l'étape de reconnaissance soit réalisable, il est nécessaire que cette fenêtre de taille LTe soit contenue dans l'intervalle $[\tau_p, \tau_{p+1}[$ et qui se traduit par la condition suivante $\Delta K = \tau_{p-1} - \tau_p \geq LTe$ où ΔK est le temps de séjour minimum du mode p . Analysons l'influence de cette hypothèse si le mode p est défaillant.

Étude de la condition du temps de séjour minimum pour la reconnaissance du mode défaillant :

La sensibilité des résidus générés par la MPD pour la détection des commutations du mode à tout instant a été effectuée jusqu'ici dans le cadre d'une commutation d'un mode quelconque à un autre (défaillant ou normal). Mais qu'en est-t-il pour la reconnaissance du mode surtout s'il s'agit d'un mode défaillant. La garantie que le défaut reste pour une durée supérieure au temps de séjour minimum $\Delta K = \tau_{p-1} - \tau_p \geq LTe$, (où τ_p est l'instant de commutation vers le mode défaillant) n'est pas toujours satisfaite. C'est pourquoi nous étudions ici la reconnaissance du mode défaillant dans les deux cas à savoir, le cas où le mode défaillant respecte la condition du temps de séjour minimum $\tau_{p-1} - \tau_p = \Delta K \geq LTe$ et le cas où il ne la respecte pas $\tau_{p-1} - \tau_p = \Delta K \leq LTe$.

- Cas où $\tau_{p-1} - \tau_p \geq LTe$:

Dans ce cas la relation d'entrée sortie du système à partir de l'instant de commutation τ_p est donnée par :

$$Y_k = H^p \underbrace{\begin{pmatrix} \Phi_k & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \Phi_k \end{pmatrix}}_{\Phi_k^p} \begin{pmatrix} \Omega_k^{\gamma,p} \\ \vdots \\ \Omega_k^{h_p,p} \end{pmatrix} + V_k \quad (4.37)$$

avec

$$\Omega_k^{\gamma,p} = \begin{pmatrix} \omega_{k-L+1}^{\gamma,p} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \omega_k^{\gamma,p} \end{pmatrix}.$$

En tenant compte de (4.20) et du théorème 3, l'espérance mathématique des résidus générés par la MPD pour le mode défaillant (p), donnée par l'équation (4.38), sera égale à zéro. Dans ce cas, la reconnaissance du mode défaillant p est possible. Ceci est illustré par la figure 4.3.

$$E[\underbrace{H^p \Phi_k^p (\Phi_k^p)^\perp}_{=0} S + V_k (\Phi_k^p)^\perp S] = 0 \quad (4.38)$$

Illustration : Afin d'illustrer les deux cas de figures, l'exemple donné par les deux modes (4.31) et (4.32) dans le cas où ils sont discernables, sera utilisé avec la taille de la fenêtre glissante fixée à $L = 50$ et une seule sortie. La séquence des commutations considérée est comme suit : mode 1 \rightarrow mode 2 \rightarrow mode1, où le mode 2 est le mode défaillant.

En utilisant la séquence de commutation prédéfinie pour une durée de $200Te$ pour chaque mode, le résidu de chaque mode est donné par la figure suivante :

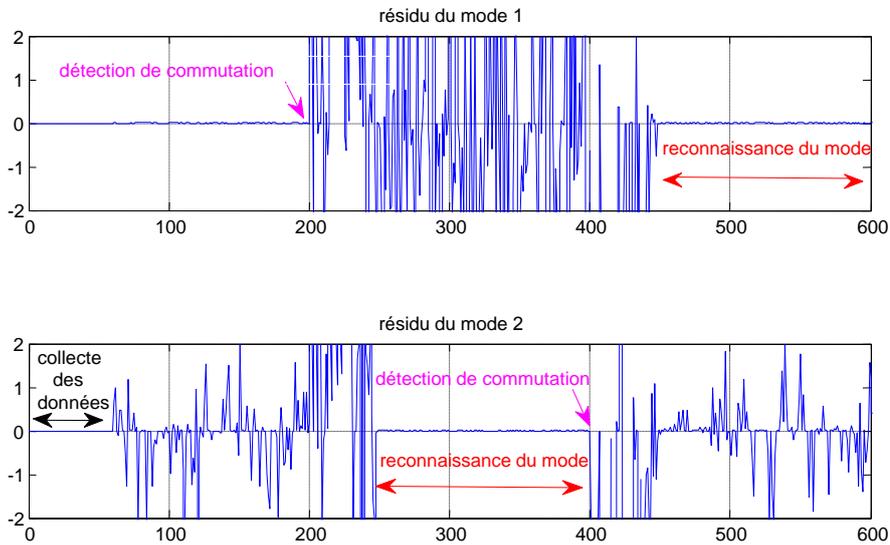


FIGURE 4.3 – Reconnaissance du mode défaillant

- Cas où $\tau_{p-1} - \tau_p < LTe$:

Dans ce cas la relation d'entrée sortie du système à partir de l'instant de commutation

τ_p est donnée par :

$$Y_k = H^p \underbrace{\begin{pmatrix} \Phi_k & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Phi_k \end{pmatrix}}_{\Phi_k^p} \begin{pmatrix} \Omega_k^{\gamma,p} \\ \vdots \\ \Omega_k^{h_p,p} \end{pmatrix} + H^{p+1} \underbrace{\begin{pmatrix} \Phi_k & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Phi_k \end{pmatrix}}_{\Phi_k^{p+1}} \begin{pmatrix} \Omega_k^{\gamma,p+1} \\ \vdots \\ \Omega_k^{h_{p+1},p+1} \end{pmatrix} + V_k \quad (4.39)$$

avec

$$\Omega_k^{\gamma,p} = \begin{pmatrix} \omega_{k-L+1}^{\gamma,p} & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & \omega_{\tau_{p+1}-1}^{\gamma,p} & 0 \\ 0 & & & 0 \\ \vdots & & & \ddots \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Omega_k^{\gamma,p+1} = \begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & 0 & 0 \\ 0 & & & \omega_{\tau_{p+1}}^{\gamma,p+1} \\ \vdots & & & \ddots \\ 0 & & & & \omega_k^{\gamma,p+1} \end{pmatrix}$$

En tenant compte de (4.20) et du théorème 3, l'espérance mathématique des résidus générés par la MPD pour le mode défaillant (p), donnée par l'équation (4.40), sera différente de zéro. Il est donc clair que la reconnaissance du mode défaillant p n'est pas possible dans ce cas.

$$E[\underbrace{H^p \Phi_k^p (\Phi_k^p)^\perp}_{=0} S + H^{p+1} \Phi_k^{p+1} (\Phi_k^p)^\perp S + V_k (\Phi_k^p)^\perp S] \neq 0 \quad (4.40)$$

. Le défaut peut être détecté mais ne peut pas être identifié précisément. **Illustration :**

En utilisant la séquence de commutation prédéfinie pour une durée de $200Te$ et $40Te$ respectivement pour le mode 1 et le mode 2, le résidu de chaque mode est donné par la figure 4.4.

4.3.5 Méthode de décision

Quand une commutation a eu lieu entre deux modes discernables, l'espérance mathématique des résidus du mode initial devient différente de zéro. Dans le but de détecter ces commutations et de reconnaître le mode actif, des outils statistiques [22] sont employés

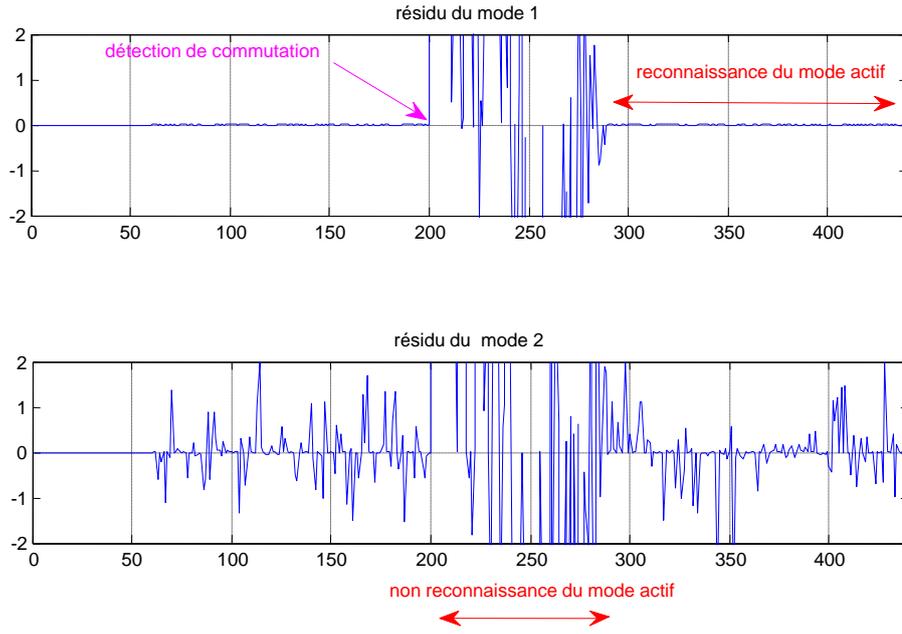


FIGURE 4.4 – Non reconnaissance du mode défaillant

pour détecter un changement de la moyenne des résidus. Parmi les outils les plus utilisés on peut citer la méthode de moyenne mobile finie (Finite Moving Average (FMA)), la méthode de la somme cumulée (Cumulative Sum (CUSUM)) et la méthode de rapport de vraisemblance généralisé (Generalized Likelihood Ratio (GLR)). Dans ([29]) les auteurs ont montré l'efficacité de l'approche FMA pour la détection des petits changements de la moyenne. Pour cette raison, nous avons utilisé cette approche dans la suite pour détecter une commutation à travers les résidus générés par la méthode de projection des données.

Détection de changement en moyenne pour un signal multidimensionnel

Dans ([29]), la technique de détection de moyenne est utilisée pour un mono-signal (ou un signal d'une seule dimension), alors que ici les résidus ε_k^σ sont des vecteurs de dimension ℓ . Une façon d'adapter cette méthode est de considérer les lignes du vecteur de résidus ε_k^σ une par une au moyen d'un vecteur de sélection. Définissons un résidu scalaire du $\rho^{\text{ème}}$ ($\rho = 1, \dots, \ell$) capteur, par :

$$\varepsilon_k^{\rho,\sigma} = S_\rho \varepsilon_k^\sigma = S_\rho Y_k (\Phi_k^\sigma)^\perp S \quad (4.41)$$

avec S_ρ le vecteur de sélection défini par :

$$S_\rho = (0 \dots 1 \dots 0) \in \mathfrak{R}^{1 \times \ell} \quad (4.42)$$

Quand ε_k^σ est une gaussienne de moyenne nulle, $\varepsilon_k^{\rho,\sigma}$ est un scalaire qui suit une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance $\delta_{\varepsilon^{\rho,\sigma}} = S_\rho E [V_k S S^T V_k^T]$. Dans la suite, la technique de FMA sera utilisée pour la détection des commutations et la reconnaissance du mode actif à travers la détection du changement de moyenne pour tous $\varepsilon_k^{\rho,\sigma}$, $\rho = (1, \dots, \ell)$ correspondants au mode σ .

Algorithme de moyenne mobile finie (FMA)

L'objectif ici est de détecter le changement de moyenne dans les résidus. Considérons le filtre causal suivant :

$$g_k^{\rho,\sigma} = \frac{1}{\lambda} \sum_{r=0}^{\lambda-1} (\varepsilon_{k-r}^{\rho,\sigma}) - \mu_0^{\rho,\sigma} \quad (4.43)$$

où $\mu^{\rho,\sigma}$ est la moyenne de $\varepsilon_k^{\rho,\sigma}$ et λ est la taille de la fenêtre. Avant le temps de changement inconnu, noté par t_d (i.e. temps de commutation), le paramètre μ_0^σ est égal à 0. Après la commutation il est égal à $\mu_1^{\rho,\sigma} \neq 0$. Pour un bruit blanc gaussien de moyenne nulle (i.e. $\mu_0^{\rho,\sigma} = 0$, $\rho = (1 \dots \ell)$) le filtre causal se réécrit comme suit : $g_k^{\rho,\sigma} = \sum_{r=0}^{\lambda-1} \varepsilon_{k-r}^{\rho,\sigma}$.

La règle de détection de commutation est donnée par :

$$t_d = \min\{k > \lambda : |g_k^{\rho,\sigma}| \geq \eta^{\rho,\sigma}\} \quad (4.44)$$

L'algorithme de la FMA dépend de deux paramètres à savoir : La fenêtre de taille λ et le seuil $\eta^\sigma = [\eta^{1,\sigma} \dots \eta^{\ell,\sigma}]^T$.

Choix de la fenêtre de taille λ : La taille minimum de la fenêtre temporelle, nécessaire pour l'existence de la matrice de projection afin de pouvoir générer des résidus par la méthode à base de projection de données, est égale à L donné par l'expression (4.21). Par conséquent, la fenêtre temporelle de la FMA est choisie telle que $\lambda = L$.

Seuil pour la détection des commutations et la reconnaissance des modes :

Le seuil $\eta^{\rho,\sigma}$ est utilisé pour la détection des commutations et la reconnaissance du mode en se basant sur la méthode de projection des données pour la génération des résidus pour

chaque mode. Le seuil $\eta^{\rho\sigma}$ peut être fixé à $0.9 \times \sqrt{\text{var}(\varepsilon_k^{\rho,\sigma})}$ comme dans [29].

4.3.6 Algorithme de détection de commutations et de reconnaissance du mode

La MPD pour la détection de commutations et la reconnaissance du mode est présentée par l'algorithme suivant :

Etape 0 : • Déterminer l'indice i (en utilisant le critère $J(i)$ donné par (3.66)) et la taille de fenêtre glissante L (en utilisant l'inégalité (4.21)).

• Déterminer le seuil de détection du FMA : $\eta^{\rho\sigma} = 0.9 \times \sqrt{\text{var}(\varepsilon_k^{\rho,\sigma})}$

Etape 1 : • Calculer l'indice $I^{\sigma,q}$, où σ est le mode actif et $q \in \{1, \dots, s\} \setminus \{\sigma\}$.

Etape 2 : • Si $I^{\sigma,q} \neq 0$

Alors calculer ε_k^q , $q \in \{1, \dots, s\} \setminus \{\sigma\}$.

Etape 3 : • Si $g_k^{\rho,\sigma} \geq \eta^{\rho,\sigma}$, $\rho = (1, \dots, \ell)$

Alors détection de commutation et aller à l'étape 4

Sinon le mode σ est encore actif et aller à l'étape 1

Etape 4 : • à l'instant k , Si $g_k^{\rho,q} \leq \eta^{\rho,q}$, $\rho = (1, \dots, \ell)$

Alors le mode q est reconnu comme étant le mode actif.

• Retourner à l'étape 1.

4.4 Exemple

Afin d'illustrer la méthode de génération des résidus, un système hybride avec quatre modes non linéaires (4.5) est considéré.

P_{ij} , $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$ représentent les fonctions de commutations du mode i vers le mode j .

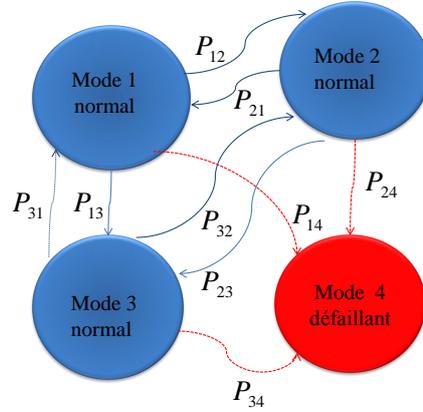


FIGURE 4.5 – Système dynamique hybride.

Chaque mode est représenté par un modèle de type TS :

$$\Sigma_{\sigma} : \begin{cases} \begin{cases} x_{k+1}^{\gamma,\sigma} = A^{\gamma,\sigma} x_k^{\gamma,\sigma} + B^{\gamma,\sigma} u_k \\ y_k^{\gamma,\sigma} = C^{\gamma,\sigma} x_k^{\gamma,\sigma} \end{cases} \\ y_k^{\sigma} = \sum_{\gamma=1}^{h_{\sigma}} \omega^{\gamma,\sigma}(z_k) y_k^{\gamma,\sigma} ; \\ 1 \leq \gamma \leq h_{\sigma} \quad , \sigma \in \{1, 2, 3, 4\} \end{cases} \quad (4.45)$$

Les fonctions de pondération sont exprimées avec des fonctions sigmoïdes ([78]) et dépendent seulement de l'entrée du système ($z_k = u_{k-1}$). La fonction de pondération est exprimée par l'équation suivante :

$$\begin{cases} z_k = u_{k-1} \\ \omega_{1,\sigma}(z_k) = \left(\frac{1}{2} (1 - \tanh(z_k - \varsigma_{1,\sigma}) / d_{1,\sigma})\right) \\ \omega_{r,\sigma}(z_k) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\tanh(z_k - \varsigma_{r-1,\sigma})}{d_{r-1,\sigma}} \right) - \left(\frac{\tanh(z_k - \varsigma_{r,\sigma})}{d_{r,\sigma}} \right) \right) \\ \quad 2 \leq r \leq h_{\sigma} - 1 \\ \omega_{h_{\sigma},\sigma}(z_k) = \left(\frac{1}{2} (1 + \tanh(z_k - \varsigma_{h_{\sigma},\sigma}) / d_{h_{\sigma},\sigma})\right) \end{cases} \quad (4.46)$$

où $\varsigma_{r,\sigma}$ représente le centre et $d_{r,\sigma}$ la dispersion de chaque fonction de pondération. Tous les modèles locaux sont stables.

4.4.1 Description du système

Les modes 1, 2 et 3 ont deux modèles locaux. Chaque modèle local est d'ordre trois (i.e. $n^{\gamma,\sigma} = 3$, $\sigma = \{1, 2, 3, 4\}$). Les modèles locaux sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 A^{1,\sigma} &= \begin{bmatrix} -0.436\rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.39\rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.409\rho_3 \end{bmatrix}; & C^{1,\sigma} &= \begin{bmatrix} 0.65 & 0.6 & 1.2 \\ 0.35 & 1.2 & 0.6 \\ 0.6 & 0.55 & 1 \end{bmatrix}; \\
 A^{2,\sigma} &= \begin{bmatrix} 0.31\rho_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0.261\rho_5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.38\rho_6 \end{bmatrix}; & B^{1,\sigma} &= \begin{bmatrix} 1.3\rho_7 \\ 0.5\rho_8 \\ 0.15\rho_9 \end{bmatrix} \\
 & & B^{1,\sigma} &= B^{2,\sigma}
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

avec $\Sigma_\sigma : \begin{cases} \varsigma^{1,\sigma} = -0.1\rho_{10} \\ d^{1,\sigma} = 0.8\rho_{11} ; d^{2,\sigma} = 0.8\rho_{12} \end{cases}$

Les valeurs numériques des matrices sont données dans la table 4.3.

Le mode 4 est composé de trois modèles locaux avec le même ordre que les autres modes (i.e. $n^{\gamma,4} = 3$)

TABLE 4.3 – Valeurs numériques des multimodèles

	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	ρ_7	ρ_8	ρ_9	ρ_{10}	ρ_{11}	ρ_{12}
\sum_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
\sum_2	-1.27	2	-2.15	3	0.84	-1.05	5	0.86	1	5	0.83	1
\sum_3	1.11	2	3	5	1	1.75	11	4.3	8.07	2	0.33	0.5

$$\begin{aligned}
A^{1,4} &= \begin{bmatrix} 0.314 & 0 & 0 \\ 0 & 0.162 & 0 \\ 0 & 0 & -0.344 \end{bmatrix}; A^{2,4} = \begin{bmatrix} 0.12 & 0 & 0 \\ 0 & -0.21 & 0 \\ 0 & 0 & 0.109 \end{bmatrix}; \\
A^{3,4} &= \begin{bmatrix} 0.42 & 0 & 0 \\ 0 & 0.132 & 0 \\ 0 & 0 & 0.144 \end{bmatrix}; C^{1,4} = C^{2,4} = C^{3,4} = C^{1,\sigma} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\
B^{1,4} = B^{2,4} = B^{3,4} &= \begin{bmatrix} 1.5 & 0.1 & 0.45 \end{bmatrix}^T \\
\text{avec } \Sigma_4 &: \begin{cases} \zeta^{1,4} = -0.2; \zeta^{2,4} = -0.2 \\ d^{1,4} = 0.5; d^{2,4} = 0.3; d^{3,4} = 0.5; d^{4,4} = 0.3 \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.48}$$

et les incertitudes considérées sont :

$$\Delta C^{1,\sigma} = \Delta C^{2,\sigma} = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.6 & 0.5 \\ 0.35 & 0.3 & 0.5 \\ 0.5 & 0.25 & 0 \end{bmatrix}; \Delta C^{3,4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le système est simulé durant 20s en utilisant un temps d'échantillonnage $T_e = 0.01s$. Le système débute par le mode 1 avec des conditions initiales nulles $x_0^{1,\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$. La séquence de commutation d'un mode à un autre est résumée dans le tableau 4.4.

4.4.2 Résultats des simulations

Le système simulé reste dans chaque mode pendant 500Te. Les entrées-sorties correspondantes sont représentées sur la figure 4.6. La séquence des commutations est donnée dans le tableau 4.4.

Les paramètres suivants sont choisis; $i = 12$ (selon le théorème 7), la fenêtre de temps

TABLE 4.4 – Modes opératoires et leurs intervalles de temps

Intervalle(s)]0, 5]]5, 10]]10, 15]]15, 20]
mode	1	2	3	4

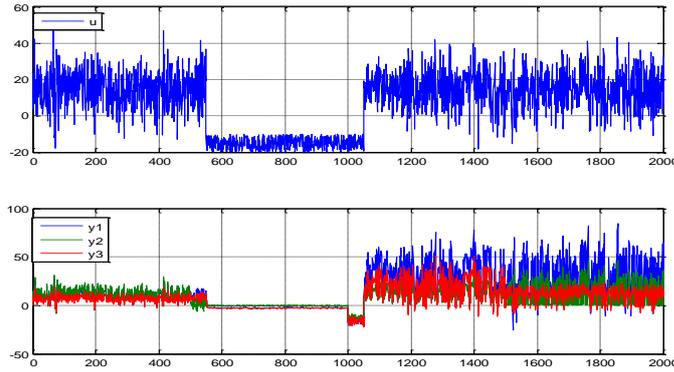


FIGURE 4.6 – Entrée-Sortie du système dynamique hybride.

glissante de taille $L = 48T_e$ et le temps de séjour est égale à 0.5. Pour reconnaître le mode actif après une commutation, tous les résidus des modes successeurs sont calculés.

Avant de calculer les résidus, la première étape consiste à calculer l'indice de discernabilité (en utilisant le théorème 8) pour les modes vers lesquels le système peut commuter. Ensuite, uniquement les résidus des modes successeurs ou encore des modes qui ont un indice de discernabilité différent de zéro seront calculés. Les indices de discernabilité des modes 1, 2, 3 et 4 sont représentés respectivement par les figures (4.7), (4.8) et (4.9).

Les résidus correspondant à chaque mode sont représentés sur les figures (4.10), (4.11), (4.12) et (4.13). Les seuils des résidus, sont fixés, pour chaque mode, comme suit : $\eta^1 = [0.028 \ 0.008 \ 0.022]^T$, $\eta^2 = [0.024 \ 0.024 \ 0.019]^T$, $\eta^3 = [0.075 \ 0.081 \ 0.1]^T$ et $\eta^4 = [0.027 \ 0.039 \ 0.078]^T$. Les résultats de la reconnaissance du mode sont résumés dans la figure (4.14). Dans le but de mieux clarifier le contenu de la figure (4.14), commençons tout d'abord par décrire et commenter le résultat de la première ligne de celle-ci.

L'application de l'algorithme (section 4.3.6) a permis d'avoir les résultats suivants :

- Durant la première fenêtre de temps de longueur $500T_e$, le mode initial actif est le mode 1. Les modes possibles qui peuvent être des modes successeurs au système sont les modes 2, 3 et 4. Les indices de discernabilité du mode 1 avec ces modes sont calculés en ligne ; ils sont tous différents de 0. Ensuite, les résidus pour lesquels leurs modes correspondants sont discernables, sont calculés. En appliquant cette démarche à notre cas, cela se traduit par le calcul des indices des modes 2, 3, 4 pendant l'intervalle $[100T_e, 500T_e]$ (voir figure (4.7)).

Par la suite, tous les résidus des modes, dont l'indice de discernabilité est différent de zéro pendant l'intervalle de temps correspondant, sont calculés (voir figures (4.11), (4.12) et (4.13)). La détection de commutation et la reconnaissance du mode actif sont réalisées au moyen de la méthode FMA (les résultats sont représentés par les lignes de couleur rouge sur les figures (4.10), (4.11), (4.12) et (4.13)).

- L'analyse de la technique de détection (i.e. FMA) appliquée pour le mode 1 dans la figure (4.10), pendant cet intervalle de temps, indique bien que le mode 1 n'est plus actif à partir de l'instant $500T_e$ (désigné par t_1). Ceci permet d'en déduire l'occurrence du changement de mode à cet instant t_1 et d'en conclure la détection de la commutation. En effet, le résultat de la décision par la méthode FMA pour le mode 1 est égale à zéro tandis que les résidus des modes successeurs 2,3 et 4 correspondants respectivement aux figures (4.11), (4.12) et (4.13) sont égales à un. En plus de la détection de commutation du mode, le résultat de la décision pour le mode discernable 2 (Voir la figure (4.11)) est égal à zéro après un délai de $48T_e$ correspondant à la taille de la fenêtre temporelle glissante. Le mode actif (i.e. mode 2) est par conséquent identifié à l'instant $548T_e$.
- Partant cette fois-ci du mode 2 comme mode actif, les indices de discernabilité calculés en ligne pour les modes successeurs sont les modes 1, 3, 4 (voir figure (4.8)). En analysant la dernière figure, on peut conclure que tous les modes successeurs sont non discernables. Dans ce cas, on ne calcule qu'un seul résidu (voir figure 4.11) ("Non Calculé" correspond aux résidus non calculés dans les figures (4.10, 4.12 et 4.13)). La prise en compte de la non discernabilité, permet donc de limiter le nombre de résidus à calculer à chaque instant. Selon les résultats décrits dans la figure (4.11), la FMA appliquée aux résidus du mode 2 permet la détection de commutation à l'instant $t_2 = 1000T_e$. Ensuite, le mode 3 est reconnu quand le résultat suivant est vérifié $g^{\rho,3} < \eta^{\rho,3}, 1 \leq \rho \leq \ell$ à l'instant $1098T_e$ (voir figure (4.12)).
- De la même manière, la commutation du mode 3 au mode 4 qui s'est produite à l'instant $t_3 = 1500T_e$ est détectée (voir figure(4.12)). Par la suite, le mode actif est reconnu à l'instant $1548T_e$.

Remarque 8 Sur les figures (4.14) et (4.7), CD dénote l'intervalle de temps nécessaire

pour Collecter les Données dans une étape préliminaire.

La méthode à base de projection de données a permis de détecter les commutations. Cette méthode permet en outre de reconnaître le mode actif s'il est discernable des autres modes en utilisant des résidus structurés par rapport aux modes. Comme cela a été souligné dans les paragraphes précédents un retard correspondant à la longueur de la fenêtre de calcul du résidu est observé lors de la reconnaissance du nouveau mode après commutation.

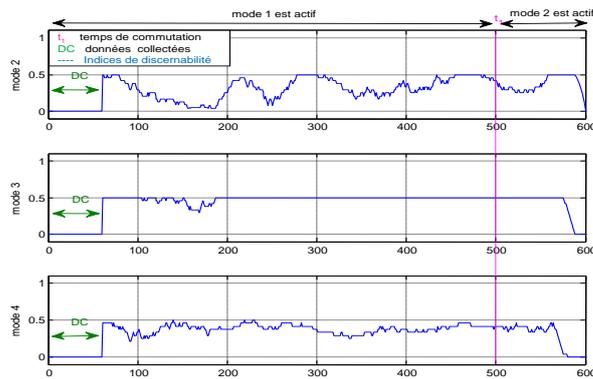


FIGURE 4.7 – Indice de discernabilité par rapport au mode 1.

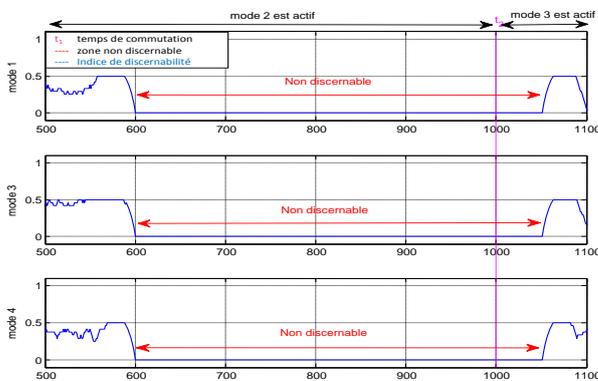


FIGURE 4.8 – Indice de discernabilité par rapport au mode 2.

4.5 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre le problème de la détermination des instants de commutations et du mode actif à chaque instant d'un SAC, dont les modes sont non linéaires. La méthode proposée se base sur la projection de la matrice des sorties sur le

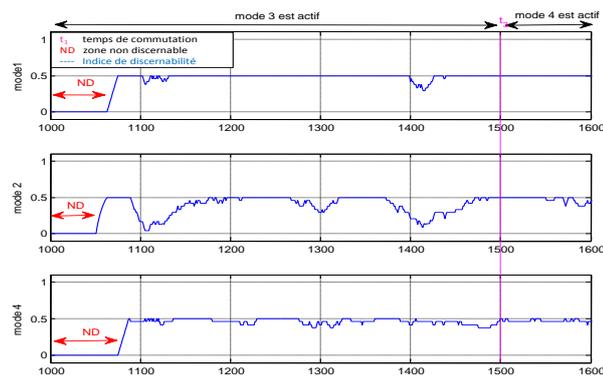


FIGURE 4.9 – Indice de discernabilité par rapport au mode 3.

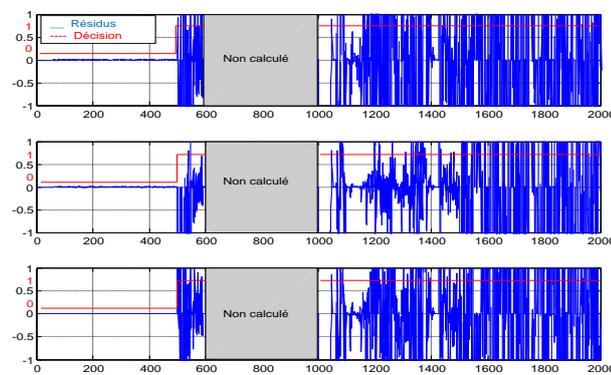


FIGURE 4.10 – Résidus du mode 1

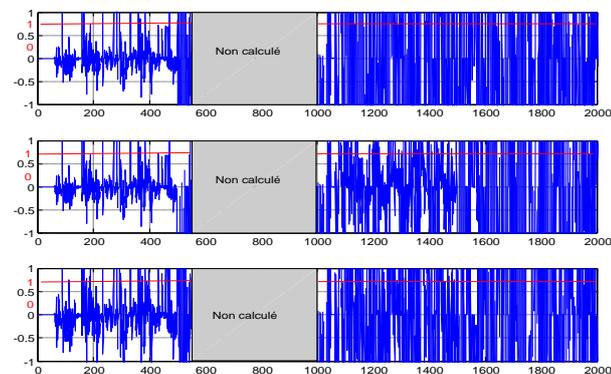


FIGURE 4.11 – Résidus du mode 2

noyau de la matrice de Hankel des entrées pondérées. La méthode nécessite seulement de connaître la fonction de pondération de chaque mode à chaque instant mais n'utilise pas les valeurs des paramètres des modèles locaux. Cette technique repose sur l'analyse des résidus générés sur une fenêtre de temps glissante $[k - L, k]$ du système. Il a été montré que la taille minimale de l'horizon L nécessaire pour l'existence de la matrice de projection,

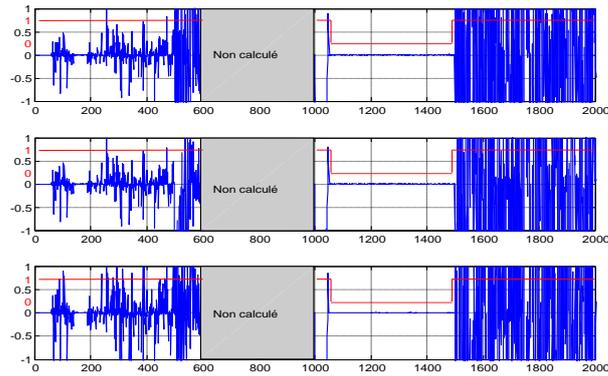


FIGURE 4.12 – Résidus du mode 3

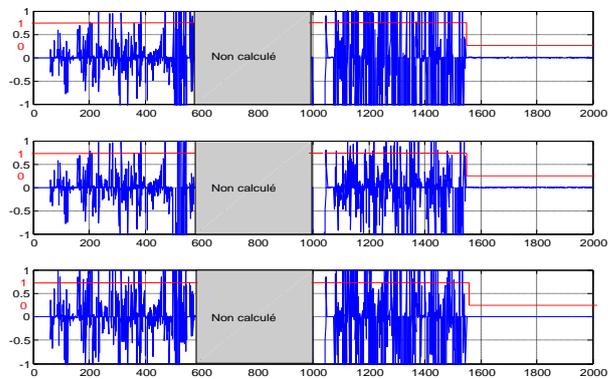


FIGURE 4.13 – Résidus du mode 4

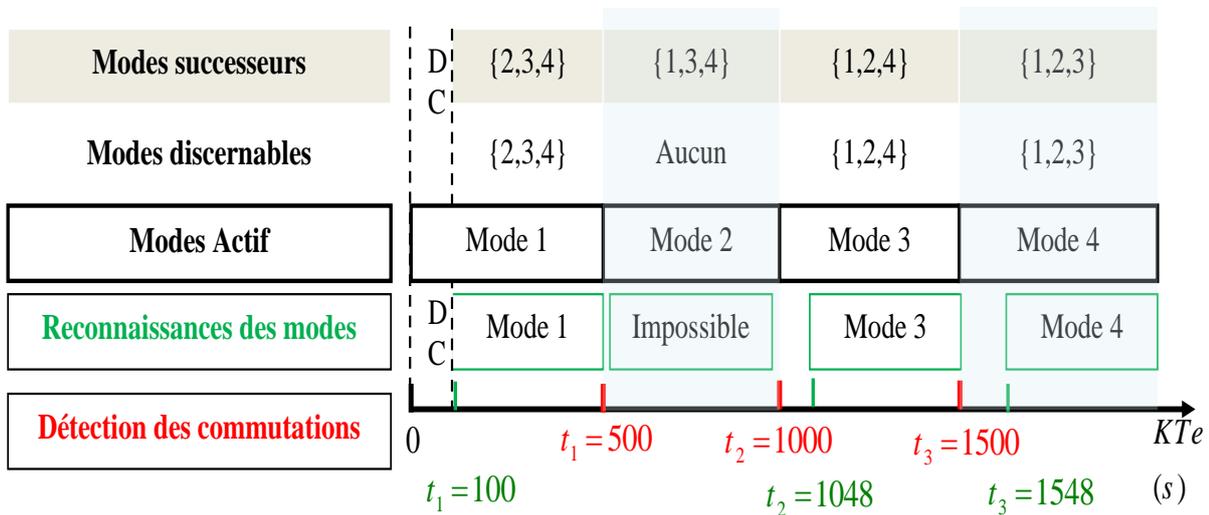


FIGURE 4.14 – Résultats de la détection de commutation et de la reconnaissance du mode actif.

dépend des résultats établis du théorème 7 et aussi du nombre des modèles locaux du TS représentatif de chaque mode du système. D'autre part, une condition garantissant la

discernabilité des différents modes, sur la fenêtre glissante, a été établie dans le théorème 8 et mise en œuvre en ligne dans le but de sélectionner les résidus significatifs pour l'étape de reconnaissance du mode. Ceci a été illustré par des simulations numériques. Les résidus générés par la méthode de projection des données sont robustes face à ces incertitudes constantes. Ceci a été illustré par des simulations sur un exemple académique comportant quatre modes.

Conclusions et perspectives

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à la surveillance (détection et localisation de défauts) des systèmes à commutations (classe particulière de systèmes dynamiques hybrides) à modes non linéaires. Chaque mode non linéaire est modélisé sous la forme multimodèle de type Takagi-Sugeno. Cette modélisation permet de représenter un système non linéaire par une agrégation de modèles locaux linéaires, une fonction de pondération est utilisée pour déterminer la contribution de chaque modèle linéaire local. Deux types de multimodèles TS ont été étudiés : les multimodèles à états découplés (chaque état est propre à chaque modèle local) et les multimodèles à état global (tous les modèles utilisent le même état).

Synthèse :

Les systèmes étudiés dans cette thèse sont donc modélisés sous forme multi-modes/multimodèles. La formalisation de ce type de modèle constitue une première contribution de cette thèse.

Certains modes correspondent au fonctionnement normal du système. Dans ces modes, des défauts capteur peuvent survenir ce qui aura pour conséquence de perturber la commande en boucle fermée, avec pour effet une dégradation des performances, voire un risque de déstabiliser le système. Il est donc essentiel de détecter et localiser ces défauts précocement et sans ambiguïté. D'autres modes représentent le comportement du système en présence de défauts d'actionneurs ou de défauts internes.

L'objectif d'un module de surveillance (ou diagnostic) en-ligne est de déterminer à chaque instant, en utilisant les données prélevées sur le système (les entrées et sorties mesurées), si le comportement est normal ou défaillant. Ce module de surveillance doit donc être capable de déterminer à chaque instant le mode de fonctionnement courant (mode actif) du système et de détecter les éventuels défauts de capteurs dans ce mode de fonctionnement.

Un module de surveillance repose sur le calcul d'indicateurs de défauts (appelés aussi résidus). Deux approches sont développées : les approches utilisant explicitement un modèle comportemental du système (model-based FDI), les approches n'utilisant que des

données sans qu'un modèle de comportement ne soit explicitement utilisé (data-driven FDI). Les méthodes de génération d'indicateurs de défauts utilisant un modèle de comportement nécessitent d'identifier préalablement tous les paramètres du modèle ce qui est souvent complexe et coûteux à mettre en place. Les méthodes reposant sur les données nécessitent une étape préalable d'apprentissage permettant de caractériser chaque comportement (normal ou défaillant) du système considéré ce qui n'est pas toujours possible en pratique et se révèle aussi très coûteux en temps de développement.

La méthode que nous proposons (appelée MPD pour Méthode de Projection des Données) nécessite de connaître la structure du modèle comportemental mais ne nécessite pas de connaître précisément tous les paramètres de ce modèle. Les résidus sont générés par des techniques de projection matricielle en utilisant uniquement les données d'entrées et de sorties mesurées et les fonctions de pondération.

L'avantage de cette méthode de génération de résidus est qu'elle n'utilise qu'une connaissance partielle du multimodèle, à savoir les fonctions de pondération. Les paramètres des modèles locaux ne sont pas utilisés.

Cette méthode est donc intrinsèquement robuste aux incertitudes paramétriques des modèles locaux. Elle peut donc être directement implantée sur des applications de même type sans que les paramètres de chaque système soient identifiés précisément. Cette méthode pourrait donc être très utile pour tester des systèmes en fin de chaîne de fabrication ou pour être implantée sur un parc (groupe) de machines identiques.

Les résidus générés sont structurés par rapport aux défauts des capteurs ce qui facilite la détection et la localisation de ces défauts. Sous des conditions de discernabilité, ces résidus permettent de détecter les commutations et d'identifier le mode courant.

Les conditions de discernabilité entre les modes ont été établies et un indice de discernabilité a été introduit pour évaluer en-ligne la discernabilité effective entre modes non linéaires, c'est-à-dire la possibilité de différencier deux modes de fonctionnement à partir uniquement des données mesurées. Cet indice est très utile en pratique car il permet de limiter le nombre de résidus calculés à chaque instant : seuls les résidus des modes discernables sont effectivement calculés.

Des exemples académiques ont été traités tout au long de la thèse afin d'illustrer, sur des simulations, les différentes méthodes proposées et les résultats obtenus.

Perspectives :

Plusieurs perspectives sont envisagées pour faire suite à ce travail de thèse :

- La méthode par projection des données a été proposée pour les systèmes linéaires et les systèmes représentés par des multimodèles (agrégation de modèles linéaires). Nous envisageons d'étendre cette technique à d'autres systèmes non linéaires comme par exemple les systèmes bilinéaires.
- Pour l'application de la MPD aux multimodèles, nous supposons que les fonctions d'activation sont parfaitement connues. Une étude de robustesse des résidus aux incertitudes affectant ces fonctions d'activation doit être menée. En tenant compte d'incertitudes bornées sur ces fonctions, un encadrement des résidus peut être obtenu. La procédure de décision devra alors tenir compte de cet encadrement.
- Les variables de prémisses sont toutes supposées connues, disponibles à chaque instant. Ceci est une hypothèse forte dans certains cas d'application. Les résidus sont des fonctions non linéaires de ces variables de prémisses. Dans certains cas, une combinaison (éventuellement non linéaire) des résidus peut permettre d'éliminer certaines variables de prémisses. Les techniques d'élimination formelles développées pour l'extension de la méthode de l'espace de parité aux modèles non linéaires (polynomiaux) pourraient être utilisées.
- Le calcul des résidus par la MPD ne nécessite pas la connaissance des paramètres locaux des multimodèles, par contre, ces paramètres sont supposés constants. Des variations au cours du temps de ces paramètres vont entraîner des changements sur les résidus. Une étude de sensibilité des résidus à ces variations paramétriques doit être menée. La procédure de décision pourra ainsi être adaptée pour tolérer celles-ci.
- Le réglage de la fenêtre de calcul (paramètre i) pourrait être davantage formalisé. Ce paramètre est déterminé en minimisant un critère J . Une étude plus approfondie de ce critère pourrait permettre de calculer plus précisément (voir analytiquement)

la valeur de i .

- L'application de cette méthode sur des applications réelles fait bien entendu partie de nos objectifs à court terme.

Index

- Algorithme de détection des commutations et de reconnaissance du mode actif, 118
- Approche multimodèle, 13
 - Fonction de pondération, 16
 - modèle TS, 14
 - multimodèle à état global, 18
 - multimodèle à états découplés, 19
 - Obtention par identification, 21
 - Obtention par linéarisation, 22
 - Transformation polytopique, 23
 - Transformation sous forme multimodèle, 21
 - zone de fonctionnement, 15
- Conditions de discernabilité en ligne, 107
- Diagnostic des systèmes dynamiques, 40
 - Analyse en composantes principales, 57
 - Espace de parité, 50
 - Estimation d'état, 53
 - Estimation paramétrique, 49
 - Génération de résidus, 48
 - méthodes à base de modèle, 47
 - Méthodes sans modèles, 55
 - par approche multimodèles, 60
 - par outils statistiques, 56
 - pour les systèmes à commutations, 64
 - reconnaissance de formes, 55
 - Terminologie, 41
- Les systèmes dynamiques hybrides, 26
 - automate hybride, 31
 - Mixed Logical Dynamical, 34
 - modèles à complémentarité linéaire, 35
 - modèles affines par morceaux, 34
 - modèles Hinging Hyperplane, 35
 - modèles linéaires à saut, 32
 - modèles linéaires à sauts markoviens, 33
 - systèmes à commutations, 28
- Méthode de décision
 - méthode de moyenne mobile finie, 115
- Méthodes de projection des données, 70
 - diagnostic des systèmes à commutations, 104
 - espace orthogonal, 72
 - localisation, 78
 - matrice de Hankel, 71
 - Relation matricielle d'entrée-sortie (LTI), 71
 - sensibilité, 73
 - systèmes non linéaires représentés sous forme TS, 79
- Systèmes à commutations à modes représentés par des multimodèles, 36

Bibliographie

- [1] J. Abonyi, R. Babuska, and F. Szeifert. Fuzzy model-based predictive control by instantaneous linearization. *Fuzzy Sets and Systems*, 120(1) :109–122, 2001. 23
- [2] O. Adrot. *Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000. 41, 47
- [3] M. Aguilar. A condition for the stability of switched nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(11) :2077–2079, 2000. 36
- [4] D. Ajavon, K. M. Pekpe, and J. P. Cassar. On efficiency of identification methods for MIMO non linear system using Takagi Sugeno models. *18th IFAC World Congress Milano (Italy) August 28 - 2 September*, pages 1–6, 2011. 6 pages. 21, 22
- [5] A. Akhenak. *Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2004. 54
- [6] A. Akhenak, M. Chadli, D. Maquin, and J. Ragot. Design of a sliding mode fuzzy observer for uncertain takagi sugeno : application to automatic steering of vehicle. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 5 :288–305, 2007. 61
- [7] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, and D. Maquin. Unknown input multiple observer based approach. application to secure communications. *1st IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems, Reims, France, June 28-30, 2006*. 61
- [8] A. Alessandri and P. Coletta. Design of observers for switched discrete-time linear systems. *In Proceedings of the American Control Conference*, pages 2785–2790, 2003. 62, 64
- [9] R. Alur, C. Courcoubetis, N. Halbwachs, T. Henzinger, P. Ho, X. Nicollin, A. Olivero, J. Sifakis, and S. Yovine. The algorithmic analysis of hybrid systems. *Theoretical Computer Science, Elsevier Sciences*, 138 :3–34, 1995. 28
- [10] R. Alur, T. A. Henzinger, G. Lafferriere, and G.J. Pappas. Discrete abstractions of hybrid systems. *Proceedings of the IEEE*, 88(7) :971–984, jul 2000. 27
- [11] P. J. Antsaklis. Special Issue on Hybrid System. *IEEE Proceeding on Theory and Applications*, 88(7) :879–887, 2000. 12
- [12] P. J. Antsaklis, J. A. Stiver, and M. D. Lemmon. Hybrid System Modeling and Autonomous Control Systems. *Lecture Notes in Computer Science, LNCS 736, Springer-Verlag*, pages 366–392, 1993. 27

- [13] S. Aouaouda, M. Chadli, V. Cocquempot, and T. Khadir. Multi-objective h_-/h_{\inf} fault detection observer design for Takagi-Sugeno fuzzy systems with unmeasurable premise variables : descriptor approach. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, pages 1–17, 2012. 61
- [14] M. Babaali and M. Egerstedt. Asymptotic observers for discrete-time switched linear systems. In *Proceedings of 16th IFAC World Congress.*, 2005. 62, 65
- [15] M. Babaali and M. Egerstedt. *Hybrid Systems : Computation and Control. Chap. Observability of switched linear systems.* Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, 48-63, 2004. 65
- [16] R. Babuska. *Fuzzy modelling for control.* Series in intelligent Technologies, Kluwer Academic Publishers Boston/Dordrecht/London, 1998. 13
- [17] R. Babuska, J.A. Roubos, and H.B. Verbruggen. Identification of MIMO systems by Input-Output TS Fuzzy Models. In *Proceedings FUZZ-IEEE'98*, pages 657–662, 1998. 13, 19, 21
- [18] R. Babuska and H. B. Verbruggen. Identification of composite linear models via fuzzy clustering. *European Control Conference*, pages 1593–1606, 1995. 21
- [19] P. Balle. Fuzzy-model-based parity equations for fault isolation. *Control Engineering Practice*, 7(2) :261–270, 1999. 13, 19, 61
- [20] A. Balluchi, L. Benvenuti, M. D. Di Benedetto, and A. L. Sangiovanni-Vincentelli. Design of observers for hybrid systems. *Proceedings of the 5th International Workshop on Hybrid Systems : Computation and Control, California, USA*, 2289 :76–89, 2002. 4, 64
- [21] I. G. Bara, J. Daafouz, F. Kratz, and C. Iung. State estimation for a class of hybrid systems. In *Proceedings of 4th International Conference on Automation of Mixed Processes : Hybrid Dynamic Systems*, pages 313–316, 2000. 64
- [22] M. Basseville and I. V. Nikiforov. *Detection of abrupt changes : Theory and Application.* Information and System Science, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1993. 4, 55, 57, 77, 78, 115
- [23] M. Bayouhd. *Active Diagnosis of hybrid systems guided by diagnosability properties : Application to autonomous satellites.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2009. 65, 107
- [24] M. Bayouhd, L. Travé-Massuyès, and X. Olive. Coupling continuous and Discrete Event System techniques for Hybrid System. 18th *European Conference on Artificial Intelligence (ECAI 08), Greece*, 2008. 4, 65
- [25] D. E. C. Belkhiat. *Diagnostic d'une classe de systèmes linéaires à commutations : Approche à base d'observateurs robustes.* PhD thesis, Université de Reims Champagne Ardenne, 2011. 62, 65
- [26] A. Bemporad, G. Ferrari-Trecate, and R. Morari. Observability and controllability of piecewise affine and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45 :1864–1876, 2000. 34, 65

-
- [27] A. Bemporad and M. Mignone, D. Morari. Fault detection and state estimation for hybrid system. *In Proceedings of the American Control Conference*, pages 2471–2475, 1999. [65](#)
- [28] A. Bemporad and M. Morari. Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints. *Automatica*, 35 :407– 428, 1999. [3](#), [34](#)
- [29] P. R. Bertrand and F. Gérard. Detecting small shift on the mean by finite moving average. *International Journal of Statistics and Management System*, 3(1/2) :56–73, 2008. [116](#), [118](#)
- [30] A. Birouche. *Contribution sur la synthèse d’observateurs pour les systèmes dynamiques hybrides*. PhD thesis, l’Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006. [36](#), [62](#), [65](#), [66](#)
- [31] P. Borne, M. Benrejeb, and J. Haggège. *Les réseaux de neurones Présentation et applications*. Technip, 2007. [21](#)
- [32] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. P. Richard, and I. Zambettakis. *Modélisation et Identification des processus*. Tomes 1 et 2, Technip, 1991. [36](#)
- [33] F. Borrelli, A. Baotic, M. Bemporad, and M. Morari. Dynamic programming for constrained optimal control of discrete-time linear hybrid system. *Automatica*, 41 :1709–1721, 2005. [34](#)
- [34] A. Boukhris, G. Mourot, and J. Ragot. Non-linear dynamic system identification : a multiple model approach. *International Journal of Control*, 72(7/8) :591–604, 1999. [21](#)
- [35] S. Bououden, M. Chadli, S. Filali, and A. El Hajjaji. Fuzzy model based multivariable predictive control of a variable speed wind turbine : LMI approach. *Renewable Energy*, 37(1) :434 – 439, 2012. [20](#)
- [36] M.S. Branicky. Topology of hybrid systems. *In Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control*, 3 :2309 –2314, dec 1993. [27](#)
- [37] L. Breiman. Hinging hyperplanes for regression, classification, and function approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 39(3) :999–1013, may 1993. [35](#)
- [38] B. Brogliato. *Nonsmooth Mechanics*. Second edition, Springer, London, 1999. [33](#)
- [39] R. Casimir. *Diagnostic des défauts des machines asynchrones par reconnaissance des formes*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, France, 2003. [56](#)
- [40] G. C. Cassandras, A. Giua, C. Seatzu, and J. Zaytoon. Analysis and design of hybrid systems. *In Proceedings of the 2nd IFAC Conference, Alghero, Italy*, pages 7–9, June 2007. [3](#)
- [41] M. Chadli. *Stabilité et commande de systèmes décrits par des multimodèles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002. [13](#), [14](#), [18](#), [20](#)
- [42] M. Chadli, A. Abdo, and S. X. Ding. h_-/h_{inf} fault detection filter design for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy system. *Automatica*, 49(7) :1996–2005, 2013. [61](#)
- [43] M. Chadli, A. Akhenak, J. Ragot, and D. Maquin. State and unknown input estimation for discrete time multiple model. *Journal of the Franklin Institute*, 346(6) :593 – 610, 2009. [61](#)

- [44] S. Chaib, D. Boutat, A. Benali, and F. Kratz. Failure detection and reconstruction in switched nonlinear systems. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 3(3) :225–238, August 2009. [4](#), [36](#)
- [45] S. H. Chen, W. H. Ho, and J.H. Chou. Robust Controllability of T-S Fuzzy-Model-Based Control Systems with Parametric Uncertainties. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(6) :1324–1335, Dec. 2009. [94](#), [95](#)
- [46] X. Chen, L. Li, and Yi Zhang. A Markov Model for Headway/spacing Distribution of Road Traffic. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 11(4) :773–785, 2010. [34](#)
- [47] S. Chenikher, Cassar J. P., and Pekpe K. M. Fault Detection and Isolation from an identified MIMO Takagi-Sugeno Model of a bioreactor. *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, 2009. [3](#), [5](#), [80](#)
- [48] E. Y. Chow and A. S. Willsky. Analytical redundancy and the design of robust detection systems. *IEEE Transactions on Automatic and Control*, 29(7) :603–614, 1984. [51](#)
- [49] V. Cocquempot, T. El Meznyani, and M. Staroswiecki. Fault detection and isolation for hybrid systems using structured parity residuals. *5th Asian in Control Conference*, 2 :1204–1212, 2004. [3](#), [4](#), [5](#), [62](#), [65](#), [66](#), [100](#), [107](#)
- [50] O.L.V. Costa, M.D. Fragoso, and R.P. Marques. *Discrete-Time Markov Jump Linear Systems*. Springer, 1st Edition., Probability and Its Applications, 2005. [33](#)
- [51] D. Couty, J. Esterle, and R. Zarouf. Décomposition effective de jordan-chevalley et ses retombées en enseignement. *Journal of Mathematical Sciences*, 156 (5) :819–823, 2009. [91](#)
- [52] J. Daafouz and H. Guéguen. *Système dynamiques hybrides*. Hermès Sciences publications, JESA, 2007. [27](#)
- [53] G. Dauphin-Tanguy. *Les bond graphs*. Hermes Science Publications. Hermes Science Publications, 2000. [28](#)
- [54] R. David and H. Alla. *Du Grafset aux réseaux de Petri*. 2ème édition revue et augmentée, Hermès, Paris, 1992. [27](#)
- [55] E. De Santis, M.D. Di Benedetto, and G. Pola. On observability and detectability of continuous-time linear switching systems. *In Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, 6 :5777–5782, dec. 2003. [27](#)
- [56] B. De Schutter and B. De Moor. The Linear Dynamic Complementarity Problem is a special case of the Extended Linear Complementarity Problem. *Systems and control Letters*, 34(1/2) :63–75, 1998. [35](#)
- [57] F. Delmotte. *Analyse multimodèle*. PhD thesis, Université des sciences et technologies de Lille 1, 1997. [12](#)
- [58] Y. Diao and K. M. Passino. Fault diagnosis for a turbine engine. *Control Engineering Practice*, 12(9) :1151–1165, 2004. [66](#)
- [59] S. X. Ding. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques - Design Schemes Algorithms and tools*. Springer-Verlag, 2008. [4](#), [55](#)

-
- [60] S. X. Ding, P. Zhang, E. Ding, E. Yin, A. Naik, P. Deng, and W. Gui. On the application of PCA technique to fault diagnosis. *Tsinghua Science and Technology*, 15 :138–144, 2010. 57
- [61] E. A. Domlan. *Diagnostic des systèmes à changement de régime de fonctionnement*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006. 33, 34, 35, 41, 47, 62, 63, 65
- [62] E. A. Domlan, D. Maquin, and J. Ragot. Diagnostic des systèmes à commutation, approche par la méthode de l’espace de parité. *Conférence Internationale Francophone d’Automatique*, 2004. 65
- [63] E. A. Domlan, J. Ragot, and D. Maquin. Switching Systems : Active Mode Recognition, Identification of the Switching Law. *Journal of Control Science and Engineering*, 2007, Article ID 50796 :1–11, 2007. 4, 62, 65, 100
- [64] R. Doraiswami, C. P. Diduch, and J. Kuehner. Failure Detection and Isolation : A new paradigm. *Proceeding on American Control Conference*, 1 :470–475, 2001. 48, 60
- [65] B. Dubuisson. *Diagnostic et reconnaissance des formes*. Éditions Hermès, France, 1990. 55
- [66] T. El Mezayani. *Méthodologie de surveillance des systèmes dynamiques hybrides*. PhD thesis, Ecole Polytechnique Universitaire de Lille, Lille, France, 2005. 3, 5, 62, 65
- [67] E. Elhamifar, M. Petreczky, and R. Vidal. Rank tests for the observability of discrete-time jump linear systems with inputs. *American Control Conference*, pages 3025 –3032, june 2009. 32
- [68] S. Engell, S. Kowalewski, C. Schulz, and O. Stursberg. Continuous-discrete interactions in chemical processing plants. *Proceedings of the IEEE, (Special issue on hybrid systems)*, 88(7) :1050 –1068, jul 2000. 27
- [69] S. Evans Jamie and J. Evans Robin. Image-enhanced multiple model tracking. *Automatica*, 35(11) :1769 – 1786, 1999. 34
- [70] G. Ferrari-Trecate, D. Mignone, and M. Morari. Moving horizon estimation for hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(10) :1663–1676, 2002. 65
- [71] G. Ferrari-Trecate, M. Muselli, D. Liberati, and M. Morari. A clustering technique for the identification of piecewise affine systems. *Automatica*, 39 (2) :205–217, 2003. 34
- [72] D. Filev. Fuzzy modelling of complex systems. *International Journal of Approximate Reasoning*, 5(3) :281–290, 1991. 19
- [73] P. Frank. Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Analytical and Knowledge-based Redundancy - a Survey and some new results. *Automatica*, 26 :459–474, 1990. 55
- [74] R. Gao, A. Odwyer, S. Mcloone, and E. Coyle. Multiple model networks in nonlinear systems modelling for contro-in review. *3rd Wismar Symposium on Automatic Control*, pages 1–8, 2002. 13

- [75] Y. Gao and M. J. ER. Online Adaptive Fuzzy Neural Identification and Control of a Class of MIMO Nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 11(4) :462–477, 2003. 21
- [76] S. Garcia-Nieto, M. Martinez, X. Blasco, and J. Sanchis. Nonlinear predictive control based on local model networks for air management in diesel engines. *Control Engineering Practice*, 16(12) :1399–1413, 2008. 20
- [77] G. Y. Gary and H. Liang-Wei. Online Multiple-Model-Based Fault diagnosis and accommodation of three tank system based on analytical redundancy. *ISA transactions*, 41 :365–382, 2002. 66
- [78] K. Gasso. *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000. xi, 13, 17, 18, 21, 22, 119
- [79] K. Gasso, G. Mourot, and J. Ragot. Structure identification in multiple model representation : elimination and merging of local models. *IEEE Conference on Decision and Control*, 3 :2992–2997, 2001. 5, 21, 66
- [80] E. P. Gatzke and F. J. Doyle III. Multiple model approach for CSTR control. *In 14th IFAC World Congress, Beijing, China*, 1999. 20
- [81] J. Gertler. Fault detection and isolation using parity relations. *Control engineering Practice*, 5(5) :653–661, 1997. 4, 48
- [82] J. Gertler and J. Cao. PCA-based fault diagnosis in the presence of control and dynamics. *AIChE Journal*, 50 :388–402, 2004. 57
- [83] G. Gregoric and G. Lightbody. Control of highly nonlinear processes using self-tuning control and multiple/local model approaches. *In IEEE International Conference on intelligent Engineering Systems, Portoroz, Slovenia*, 2000. 20
- [84] S. Grenaille. *Synthèse de filtres de diagnostic pour les systèmes modélisés sous forme LPV*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2006. 47, 60
- [85] A. El Hajjaji and S. Bentalba. Fuzzy path tracking control for automatic steering of vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, 43(4) :203 – 213, 2003. 20
- [86] F. Hamdi, N. Manamanni, N. Messai, and K. Benmahammed. Hybrid observer design for switched linear systems via differentials Petri Nets. *Nonlinear Analysis : Hybrid System*, pages 310–322, 2009. 28
- [87] W. P. M. H. Heemels. *Linear Complementarity Systems : A Study in Hybrid Dynamics*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven,, 1999. 35
- [88] W. P. M. H. Heemels, De, and A. Schutter, B. Bemporad. On the equivalence of classes of hybrid dynamical models. *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, 1 :364–369, 2001. xi, 35
- [89] W. P. M. H. Heemels, B. De Schutter, and A. Bemporad. Equivalence of hybrid dynamical models. *Automatica*, 37 :1085–1091, 2001. 3, 35
- [90] W. P. M. H. Heemels, J. M. Shumacher, and S. Weiland. Linear complementarity systems. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1997. 35

-
- [91] I. Hoffmann and S. Engell. Identification of hybrid systems. *Proceedings of the American Control Conference*, 2 :711–712, jun 1998. 27
- [92] I. Hwang, H. Balakrishnan, and C. Tomlin. Observability criteria and estimator design for stochastic linear hybrid systems. *In Proceedings of the IEEE European Control Conference*, 2003. 65
- [93] D. Ichalal. *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2009. 20
- [94] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Fault Detection, Isolation and Estimation for Takagi-Sugeno Nonlinear Systems. *Journal of the Franklin Institute*, 350(3)(0), 2013. 61
- [95] R. Isermann. Model-based fault-detection and diagnosis - status and applications. *Annual Reviews in Control*, 29(1) :71–85, 2005. 4
- [96] R. Isermann. *Fault-Diagnosis System*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. 4, 41, 49, 55
- [97] R. Isermann and P. Ballé. Applied terminology of fault detection, supervision and safety for technical processes. *IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Process*, 2000. 41
- [98] D. Jeon and M. Tomizuka. Learning hybrid force and position control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(4) :423–431, 1993. 27
- [99] T.A. Johansen and R. Babuska. Multiobjective identification of Takagi-Sugeno Fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 11(6) :847–860, 2003. 21
- [100] M. Johansson. *Piecewise Linear Modeling*. 284 :9-31, Lecture Notes in Control and Information Sciences, 2003. 34
- [101] R. Johansson and A Rantzer. *Nonlinear and Hybrid Systems in Automotive Control*. Springer, 2003. 27
- [102] T. A. Johnson and A. B. Foss. Nonlinear Local model representation for adaptative systems. *IEEE International Conference on intelligent control and instrumentation*, 2 :677–682, 1992. 22
- [103] C. Join, M. Fliess, and H. Sira-Ramirez. Fault diagnosis of closed loop linear systems with parametric uncertainties. *In Proceedings of the 15th international Workshop on principles of diagnosis*, 2004. 48
- [104] A. Juloski, M. Heemels, Y. Boers, and F. Veschure. Two approaches to state estimation for a class of piecewise affine systems. *In Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 143–148, 2003. 64
- [105] T. Kailath. *Linear systems*. Prentice Hall, 1980. 36
- [106] T. Kempowski. *Surveillance de procédés à base de méthodes de classification : Conception d’un outil d’aide pour la détection et le diagnostic des défaillances*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées, Toulouse, France, 2004. 55
- [107] T. Kohonen. The self-organizing map. *IEEE Proceedings*, 78 :1464–1480, 1990. 21

- [108] J. Koutsoukos, X. Kurien and F. Zhao. Monitoring and Diagnosis of Hybrid Systems using Particle Filtering Methods. *In Proceedings of the Fifteenth International Symposium on the Mathematical Theory of Networks and Systems*, 2002. 66
- [109] F. Kratz and D. Aubry. Finite memory observer for state estimation of hybrid system. *In Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes. Washington DC, USA*, pages 687–691, 2003. 64
- [110] V. Krishnamurthy and R. J. Elliot. Filters for estimating markov modulated poisson processes and image-based tracking. *Automatica*, 33(5) :821 – 833, 1997. 34
- [111] A. Kruszewski. *Lois de commande pour une classe de modèles non linéaires sous la forme Takagi-Sugeno : Mise sous forme LMI*. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2006. 13
- [112] M. Ksouri. *Contribution à la commande multimodèles des processus complexes*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 1999. 13
- [113] M. Ksouri, M. Benrejeb, and P. Borne. Multimodèles et défaillances. *SAI*, 2006. 66
- [114] M. Ksouri-Lahmari, A. El Kamel, P. Borne, and M. Benrejeb. Multimodel multi-control decision making in system automation. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics 'Computational Cybernetics and Simulation*, 1997. 13
- [115] D.J. Leith and W.E. Leithead. Analytic framework for belded multiple model systems using linear local models. *International Journal of control*, 27(7) :605–619, 1999. 13
- [116] A. Lemos and F. Caminhas, W. and Gomide. Adaptive fault detection and diagnosis using an evolving fuzzy classifier. *Information Sciences*, 220 :64–85, 2013. 62
- [117] Z. G. Li and Y. C. Wen, C. Y. and Soh. Observer-based stabilization of switching linear systems. *Automatica*, 39 :517–524, 2003. 4
- [118] D.J. Little and D. O'Shea. Ideals, varieties and algorithms. *Springer, New-York*, 1992. 66
- [119] Y. Losser and P. Mouyoun. Définition d'un système de diagnostic de pannes par les outils de synthèse robuste. *JESA*, 37(2) :257–274, 2003. 40, 41
- [120] R. Malti. *Représentation des systèmes discrets sur la base des filtres orthogonaux - Application à la modélisation de systèmes dynamiques multi-variables*. PhD thesis, Thèse Institut National Polytechnique de Lorraine, 1999. 13
- [121] D. Maquin, V. Cocquempot, J. P. Cassar, M. Staroswiecki, and J. Ragot. Generation of Analytical Redundancy Relations for FDI purposes. *IFAC Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, Carry-le Rouet*, 1997. 51
- [122] D. Maquin and J. Ragot. *Diagnostic des systèmes linéaires*. Collection pédagogique d'Automatique, Hermès Sciences Publications, 2000. 36, 51
- [123] C. Marcelo, M. Teixeira, and H. Stanislaw. Stabilising controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. *IEEE transactions on Fuzzy Systems*, 7(2) :133–142, 1999. 22

-
- [124] I. Marie-Joseph. *Méthodologie de diagnostic appliquée à la maintenance préventive d'unités de production d'électricité en sites isolés*. PhD thesis, Université des Antilles et de la Guyane, 2003. 56
- [125] M. Mariton. *Jump Linear Systems in Automatic Control*. New York : Marcell Dekker, 1990. 32
- [126] N. Matta, Y. Vanderboomgaerde, and J. Arlat. *Supervision and Safety of Complex Systems*. Wiley Edition, 2012. 3
- [127] N. Matta, Y. Vanderboomgaerde, and J. Arlat. *Supervision, surveillance et sûreté de fonctionnement des grands systèmes*. *Traité Systèmes Automatisés, IC2*, Edition Lavoisier, 2012. 3
- [128] E. Mazars, I. M. Jaimoukha, and L. Zhenhai. Computation of a reference model for robust fault detection and isolation residual generation. *Journal of Control Science and Engineering-Robustness Issues in Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*, 6 :1–12, 2008. 61
- [129] A. Messaoud, S. Talmoudi, and R. ben Abdennour. Experimental Application of the Multimodel and Multicontrol Approaches for Modelling and Control of Nonlinear Systems,. *SSD*, 2007. 60
- [130] Y. Morère. *Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Université de Valenciennes et Hainaut Cambrésis, 2001. 13
- [131] R. Murray Smith and T. A. Johansen. *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*. Taylor and Francis London, 1997. 12, 13, 18, 19
- [132] A. M. Nagy Kiss. *Analyse et synthèse des multimodèles pour le diagnostic : Application à une station d'épuration d'eau*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2010. 23, 24
- [133] S. Narasimhan and G. Biswas. Model-based diagnosis of hybrid systems. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics-Part A : Systems and Human*, 37(3) :348–361, 2007. 4
- [134] W. Nuninger. *Stratégie de diagnostic robuste à l'aide de la redondance analytique*. PhD thesis, Institut nationale polytechnique de lorraine, Nancy, 1997. 48, 54, 60
- [135] M. Nyberg. *Model based fault diagnosis*. PhD thesis, Linköping university, 1999. 66
- [136] S.C. Olteanu, A. Aitouche, M. Oueidat, and A. Jouni. Fuel cell diagnosis using Takagi-Sugeno observer approach. In *International Conference on Renewable Energies for Developing Countries*, 28-29 Nov. 2012. 61
- [137] R. Orjuela. *Contribution à l'estimation d'état et au diagnostic des systèmes représentés par des multimodèles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, Novembre 2008. 60
- [138] R. Orjuela, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Proportional-Integral observer design for nonlinear uncertain systems modelled by a multiple model approach. *47th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 3577–3582, 2008. 60, 103

- [139] R. Orjuela, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. State estimation for non-linear systems using decoupled multiple model. *International Journal of Modelling Identification and Control*, 4(1) :59–67, 2008. 20
- [140] R. Orjuela, J. Ragot, and D. Maquin. Identification des systèmes non linéaires par une approche multi-modèle à états découplés. *Journées Identification et Modélisation Expérimentale, Poitiers, France*, 16-17 Novembre, 2006. 20, 21
- [141] B. Ould Bouamama, K. Medjaher, A.K. Samantaray, and M. Staroswiecki. Supervision of an industrial steam generator. Part I : Bond graph modelling. *Control Engineering Practice*, 14(1) :71–83, 2006. 28
- [142] J. Patton, R. J. and Chen. Observer-based fault detection and isolation : Robustness and applications. *Control Engineering Practice*, 5(5) :671–682, 1997. 4
- [143] R. J. Patton, J. Chen, and C. J. Lopez-Toribio. Fuzzy observer for nonlinear dynamic systems fault diagnosis. *IEEE Conference on Decision and Control*, 1 :84–89, 1998. 61
- [144] R. J. Patton, P. M. Frank, and R. N. Clark. *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Springer-Verlag, London, 2000. 41, 55
- [145] K. M. Pekpe. *Identification par les techniques des sous-espaces - Application au diagnostic*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2004. 5, 13, 17, 21, 36, 41, 71, 73, 77, 78
- [146] K. M. Pekpe, V. Cocquempot, and C. Christophe. Model-free residual generation for sensor fault detection and isolation in bilinear systems. *7ème édition du congrès international pluridisciplinaire Qualita Tanger, Maroc du 20 au 22 mars*, 2007. 3
- [147] K. M. Pekpe, K. Gasso, G. Mourot, and J. Ragot. Identification par la méthode des sous-espaces : utilisation des paramètres de markov. *Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, pages 417–422, 2002. 21
- [148] K.M. Pekpe, C. Christophe, and V. Cocquempot. Sensor Fault Detection and Isolation without Explicit Model in Bilinear Systems. *European Control Conference, Greece*, 2-5, July 2007. 3, 5, 85, 89
- [149] M. Petreczky and R. Vidal. Realization theory of stochastic Jump-Markov linear systems. *46th Conference on Decision and Control*, pages 4668–4674, dec. 2007. 33
- [150] A. Plamen and D. P. Filev. An approach to online Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy models. *IEEE Transactions On Systems, Man and Cybernetics*, 34(1) :484–498, 2004. 21
- [151] S. Ploix. *Diagnostic des systèmes incertains : l'approche bornante*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1998. 41
- [152] P. Pucar and J. Sjöberg. On the hinge-finding algorithm for hinging hyperplanes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(3) :1310–1319, 1998. 36
- [153] J. Ragot, D. Maquin, and E. Domlan. Switching time estimation of piecewise linear systems : Application to diagnosis. *5th IFAC Symposium Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Safeprocess, Washington D.C., USA*, June 9-11, 2003. 4, 65

-
- [154] M. H. Refan, M. Bashooki, and S. Bahmanpour. Particle filters for real-time fault diagnosis in hybrid systems. *In Proceedings of the 7th WSEAS International Conference on Robotics, Control and Manufacturing Technology*, pages 295–300, 2007. [66](#)
- [155] J.C. Ribes, J. Delaunay, J. Delvaux, E. Merie, and M. Mouillet. Diagnostic par reconnaissance de formes de l'état de fonctionnement de l'accélérateur AIRIX. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 36 :597–622, 2002. [55](#)
- [156] H. Riosa, J. Davilab, and L. Fridman. High-order sliding mode observers for nonlinear autonomous switched systems with unknown inputs. *Journal of the Franklin Institute*, 349(10) :2975–3002, 2012. [62](#), [66](#)
- [157] M. Rodrigues. *Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires*. PhD thesis, Université Henri Poincaré, Nancy 1, 2005. [13](#)
- [158] M. Rodrigues, D. Theilliol, V. Adam-Medina, and D. Sauter. A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models. *Control Engineering Practice*, 2008 :225–239, 16(2). [61](#)
- [159] A. Rousset, P. Girard, C. Landraults, S. Pravoussoudovitch, and A. Virazel. Diagnostic multimodèles des circuits logiques. *Majestics*, pages 1–7, 2006. [66](#)
- [160] H. Saadaoui, N. Manamanni, M. Djemai, J. P. Barbot, and F. Floquet. Exact differentiation and sliding mode observer for switched mechanical systems. *Elsevier, Nonlinear Analysis : Theory, Methods and Applications*, 65 :1050–1069, 2006. [65](#)
- [161] J. Ben Salah. *Analyse et commande des systèmes non linéaires complexes : Application aux systèmes dynamiques à commutation*. PhD thesis, Université Claude Bernard- Lyon 1, 2009. [27](#), [30](#)
- [162] A. Savkin, V. Evans, and J. Robin. *Hybrid Dynamical Systems*. 1st edition, Birkhäuser Boston, July 10, 2002. [3](#)
- [163] M. Seetharama Gowda. On the Extended Linear Complementarity problem. *Mathematical Programming*, 72 :33–50, 1996. [35](#)
- [164] H. R. Shaker and H. P. Jonathan. Stability Analysis for Class of Switched Nonlinear Systems. *American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA*, pages 2517–2520, 2010. [36](#)
- [165] J. Shang and J. E. Cavanaugh. Bootstrap variants of the akaike information criterion for mixed model selection. *Comput. Stat. Data Anal.*, 52 :2004–2021, 2008. [59](#)
- [166] S. Simani, C. Fantuzzi, and R. J. Patton. *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification Techniques*. Springer-Verlag, London, Great Britain., 2003. [49](#)
- [167] H. Sira-Ranirez. Nonlinear PI controller design for switch mode DC DC power converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(4) :410–417, 1991. [27](#)
- [168] C. Sonntag, A. Devanathan, S. Engell, and O. Stursberg. Hybrid Nonlinear Model-Predictive Control of a Supermarket Refrigeration System. *International Conference on Control Applications*, pages 1432 –1437, oct. 2007. [27](#)

- [169] M.I. Spong, R. Marino, S.M. Peresada, and D.G. Taylor. Feedback linearizing control of switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32 :371–379, 1987. [63](#)
- [170] M. Sugeno and G. T. Kang. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems*, 28 :15–33, 1988. [13](#), [14](#)
- [171] T. Takagi and M. Sugeno. Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, SMC-15*, 15(1) :116–132, 1985. [4](#), [5](#), [12](#), [13](#)
- [172] S. Talmoudi. *L'approche multimodèle et les réseaux de neurones artificiels pour l'identification des systèmes complexes*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ingénieurs de Tunis, 2005. [21](#)
- [173] S. Talmoudi, R. Ben Abdennour, A. Kamel, and P. Borne. A systematic determination approach of a models base for uncertain systems : Experimental validation. *IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*, 6 :73–81, 2002. [21](#)
- [174] k. Tanaka and H.O. Wang. Fuzzy control systems design and analysis : a linear matrix inequality approach. *John Wiley and Sons, INC, New York*, 2001. [19](#), [95](#)
- [175] L. Thiaw. *Identification de systèmes dynamiques non-linéaires par réseaux de neurones et multimodèles*. PhD thesis, Université Paris XII, 2008. [21](#)
- [176] Yangand Tian, Thierry Floquet, Lotfi Belkoura, and Wilfrid Perruquetti. Algebraic switching time identification for a class of linear hybrid systems. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 5 :233–241, 2011. [65](#), [66](#)
- [177] S. C. Tong and H. H. Li. Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems*, 131 :165–184, 2002. [5](#)
- [178] F. J. Uppal, R. J. Patton, and M. Witczak. A neuro-fuzzy multiple-model observer approach to robust fault diagnosis based on the DAMADICS benchmark problem. *Control Engineering Practice*, 14(6) :699–717, 2006. [60](#)
- [179] A. Van Der Schaft and H. Schumacher. *An introduction to hybrid dynamical systems*. Springer, LNCIS, vol. 251, 1st Edition., 2000. [3](#)
- [180] A.J. Van der Schaft and J.M. Schumacher. Complementarity modeling of hybrid systems. *IEEE Trans. on automatic control, Special Issue on hybrid systems*, 43(4) :483–490, 1997. [35](#)
- [181] P. P. Varaiya. Smart ear on smart roads : problems of control. *IEEE Transactions on Automatic Cortrol*, 38(2) :195–207, 1993. [27](#)
- [182] A.N. Venkat, P. Vijaysai, and R. D. Gudi. Identification of complex nonlinear processes based on fuzzy decomposition of the steady state space. *Journal of process control.*, 13(6) :473–488, 2003. [20](#)
- [183] R. Vidal, A. Chiuso, and S. Soatto. Observability and identifiability of jump linear systems. *In Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, 4 :3614–3619, dec. 2002. [32](#), [65](#)

-
- [184] K. Villez, B. Srinivasan, R. Rengaswamy, S. Narasimhan, and V. Venkatasubramanian. Kalman-based strategies for fault detection and identification (FDI) : Extensions and critical evaluation for a buffer tank system. *Computers and Chemical*, 35 :806–816, 2011. 4
- [185] J. Wang and S. J. Qin. A new subspace identification approach based on principal component analysis. *Journal of Proc. Control*, 12 :841–855, 2002. 57
- [186] R. Wang, G. Jin, and J. Zhao. Robust Fault-Tolerant control for a class of switched nonlinear systems in lower triangular form. *Asian Journal of Control*, 9(1) :68–72, March 2007. 4
- [187] W. Wang, L. Li, and K. Zhou, D.and Liu. Robust state estimation and fault diagnosis for uncertain hybrid nonlinear systems. *Nonlinear analysis : Hybrid systems*, 1 :2–15, 2007. 4
- [188] X. Weiming, X. Jian, and I. M. Naveed. Robust observer design for nonlinear uncertain switched systems under asynchronous switching. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 6(1) :754–773, 2011. 4
- [189] P. D. West and A. H. Haddad. On the observability of linear stochastic switching systems. In *Proceedings of the 1994 American Control Conference*, pages 1846–1847, 1994. 65
- [190] L. Xinzhi and Y. Shuai. On designing h_∞ fault estimator for switched nonlinear systems of neutral type. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat.*, 16 :4379–4389, 2011. 36
- [191] H. Yang, B. Jiang, and V. Cocquempot. *Fault Tolerant Control Design for Hybrid Systems*. Lecture Notes in Control and Information Sciences (LNCIS). Edition Springer Verlag. LNCIS 397 <http://www.springer.com/978-3-642-10680-4>, Février 2010. 3, 4, 27
- [192] H. Yang, B. Jiang, V. Cocquempot, and P. Shi. Fault Tolerant Control design via Hybrid Petri Nets. *Asian Journal of Control*, 12(5) :586–596, Sept 2010. 4
- [193] H. Ying. General SISO Takagi-Sugeno Fuzzy Systems with Linear Rule Consequent are Universal Approximators. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 6 :582–587, 1998. 13
- [194] J. Zaytoon. *Modélisation, analyse et commande des systèmes dynamiques hybrides*. Hermès Science Publication, Paris, 2001. 12, 27
- [195] K. Zeng, N.Y. Zhang, and W.L. Xu. A comparative study on sufficient condition for Takagi-Sugeno Fuzzy systems as universal approximators. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8 :773–780, 2000. 13
- [196] T. Zouari. Multimodèles et défaillances. Master’s thesis, École Nationale d’Ingénieurs de Tunis, 2007. 66
- [197] T. Zouari, K. Laabidi, and M. Ksouri. Multimodel Approach Applied for Failure Diagnosis. In *Huitième Conférence Internationale des Sciences et Technologies d’Automatique, 05 au 07 Novembre, Monastir, Tunisie, 2007*. 3

- [198] T. Zouari, K. Laabidi, and M. Ksouri. Approche Multimodèle appliquée à la Surveillance des Procédés. *Cinquième Conférence Internationale Journées Tunisiennes de l'Electrotechnique et Automatique-JTEA 2008, 02 au 04 Mai 2008, Hammamet, Tunisie*, pages 347–353, 2008. **3**
- [199] T. Zouari, K. Laabidi, and M. Ksouri. Multimodel Approach applied for Failure Diagnosis. *International Journal of Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer*, 2(1) :500–515, 2008. **3, 66**
- [200] T. Zouari, K. M. Pekpe, V. Cocquempot, and M. Ksouri. Mode Recognition of Hybrid Dynamical Systems with Nonlinear Modes using Takagi Sugeno models, october 6-8, nice, france. In *Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, 2010. **100**
- [201] T. Zouari, K. M. Pekpe, V. Cocquempot, and M. Ksouri. Diagnostic des systèmes à commutations : Reconnaissance du mode de fonctionnement modélisé sous forme Takagi-Sugeno à paramètres locaux incertains. In *4èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS 9-10 juin, Marseille, France*, 2011. **100**
- [202] T. Zouari, K. M. Pekpe, V. Cocquempot, and M. Ksouri. Robust Mode Recognition in Hybrid Dynamical Systems with Nonlinear Mode. In *23rd Chinese Control and Decision Conference, IEEE CCDC, Mianyang, China in May 23-25*, 2011. **100**
- [203] T. Zouari, K. M. Pekpe, V. Cocquempot, and M. Ksouri. Data Projection Method for Sensor Fault Detection and Isolation on Nonlinear Systems Based on Takagi Sugeno model. *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, FL, USA*, pages 109–114, December 12-15, 2011. **80**
- [204] G. Zwingelstein. *Diagnostic des défaillances - Théorie et pratique pour les systèmes industriels*. Paris, Hermes, 1995. **40, 41**

(*)⁴

4. Les pages citant la référence sont indiquées en rouge, à la fin de chaque référence bibliographique.

Résumé

Cette thèse concerne le diagnostic des systèmes à commutations (classe particulière de systèmes dynamiques hybrides) à modes non linéaires. Certains modes correspondent au fonctionnement normal, sans défaut ; d'autres modes représentent le comportement du système en présence de défauts capteurs, actionneurs ou composants internes. Une représentation générale multi-mode/multimodèle est proposée. Chaque mode non linéaire est modélisé sous la forme multimodèle de type Takagi-Sugeno. Cette modélisation permet de représenter un système non linéaire par une agrégation de modèles locaux linéaires. Une fonction de pondération est utilisée pour déterminer la contribution de chaque modèle local linéaire. Une conception robuste de résidus, basée sur des techniques de projection matricielle est proposée. Cette méthode utilise uniquement les données d'entrées/sorties et la connaissance des fonctions de pondération. En premier lieu, la méthode de projection des données permet de détecter et de localiser les défauts affectant les capteurs dans un mode non linéaire. En deuxième lieu, elle permet de détecter les défauts actionneurs ou les défauts internes en détectant les commutations et en reconnaissant, à chaque instant, le mode actif. Des conditions de discernabilité entre les modes sont établies et un indice de discernabilité calculé en-ligne est utilisé pour réduire la complexité de la méthode d'identification du mode courant. Des exemples académiques sont traités tout au long de la thèse afin d'illustrer en simulation, les différentes méthodes proposées.

Mots-clés: Systèmes dynamiques hybrides, Systèmes à commutations, Discernabilité, Systèmes non linéaires, Modèle Takagi-Sugeno, Détection et localisation de défauts

Abstract

This thesis deals with the diagnosis of switching systems (a special class of hybrid dynamical systems) with nonlinear modes. Some modes correspond to the normal operation, i.e. the fault-free case. The other modes may represent the system behavior in the presence of sensors, actuators or internal component faults. A general representation called multimode/multimodels is proposed. It models each nonlinear mode by a set of linear models. A weighting function is used to determine the contribution of each local model. A design method of robust residuals based on projection techniques is proposed. It uses only inputs/outputs data and the weighting functions. The knowledge of local parameters is not needed to compute the residuals. The fault detection and isolation with the data projection method includes firstly, the sensor faults in a nonlinear mode and secondly, the actuator faults or internal faults by detecting the mode switching and by recognizing, at each time-instant, the active mode. Discernability conditions between modes are established and a discernability index computed online is introduced in order to reduce the complexity of the current mode identification method. Academic examples are taken all along the thesis in order to illustrate the effectiveness of the different proposed methods and tools.

Keywords: Hybrid dynamical systems, Switched systems, Discernability, Nonlinear systems, Takagi-Sugeno model, Fault detection and isolation