$N^{\circ}$  d'ordre : 41714



Rapporteurs .





## THESE DE DOCTORAT

Présentée par :

## **El Hacen Brahim**

Pour l'obtention de titre de

## Docteur de l'université Lille 1

Spécialité : Mécanique

# Apport des outils d'optimisation pour l'identification des lois de comportement mécanique des matériaux

Soutenance le 26 février 2015, devant le jury composé de :

imppointents.	
David Bassir (Professeur)	Institute of Industry Technology, Guangzhou, Chine
Kokou Esso Atcholi (Professeur)	Université de Belfort-Montbéliard, Belfort
Examinateurs :	
Zitouni Azari (Professeur)	École nationale d'ingénieurs de Metz, Metz (président)
Noureddine Benseddiq (Professeur)	Université Lille 1, Lille
Directeurs de thèse :	
Abdellatif Imad (Professeur)	Université Lille 1, Lille
Sofiane Guessasma (CR/HDR)	Institut National de Recherche Agronomique, Nantes

#### Résumé :

L'objectif de cette thèse est l'implémentation d'algorithmes d'optimisation pour l'identification du comportement mécanique des matériaux. Ces outils sont considérés ici pour automatiser la recherche des paramètres des lois mécaniques implémentées dans un calcul en éléments finis (EF) et diminuer le nombre de calculs nécessaires pour résoudre le problème d'identification.

La base de données expérimentale comprend des réponses mécaniques en flexion et en indentation instrumentée qui sont utilisées pour l'identification du comportement d'un biocomposite et d'une variété de métaux. Plusieurs approches d'optimisation ont été développées comprenant des méthodes déterministes, hybrides et stochastiques. Ces méthodes sont évaluées en termes d'efficacité, coût de calcul et précision de l'approche. Le couplage EF-outil d'optimisation s'est avéré efficace et incontournable pour prédire le comportement des matériaux étudiés notamment quand il s'agit d'un essai local.

**Mots-clés :** Méthodes d'optimisation, méthode des éléments finis, composite biopolymère, indentation instrumentée, comportement mécanique des matériaux.

#### **Abstract:**

The objective of this work is to implement optimization algorithms for the identification of the mechanical behavior of materials. The tools developed here are intended to automatic search of mechanical parameters that represent variables in a constitutive law implemented in Finite Element (FE) models. The advantage of the implemented tools is the reduction of computational time needed to solve the identification problem.

The experimental database includes a variety of mechanical responses in bending and instrumented indentation that are used for the identification the behavior of a biocomposite and a variety of metals. Several optimization approaches are developed in the work including deterministic, stochastic and hybrid methods. These methods are evaluated in terms of efficiency; calculation costs and accuracy. The coupling FE-optimization tool proved to be effective and essential to predict the behavior of the studied materials, especially for instrument indentation.

**Keywords:** Optimization methods, finite element method, composite biopolymer, instrumented indentation, mechanical behavior of materials.

i

## Remerciements

Ce travail s'inscrit dans un cadre de collaboration entre le laboratoire de mécanique de Lille (LML) et l'institut national de recherche agronomique de Nantes (INRA). Je tiens à remercier M. Jian-Fu Shao et M. Olivier Coutier-Delgosha directeurs successifs du LML et M. Marc Anton directeur de l'unité de recherche Biopolymères, Interactions, Assemblages de l'INRA de Nantes de m'avoir accueilli au sein de leur laboratoires.

Je remercie grandement M. Abdellatif Imad, pour avoir dirigé cette thèse et de m'avoir permis de réaliser mon travail dans de bonnes conditions. Son regard critique, et son assistance face à mes problèmes m'ont énormément apportés et m'ont permis d'améliorer la qualité de mes travaux. J'aimerais également remercie mon co-directeur de thèse M. Sofiane Guessassma, pour son enthousiasme, son appui scientifique, sa rigueur de travail, ses nombreux conseils et pour toutes les heures qu'il m'a consacré malgré ces occupations. J'ai apprécié sa haute compétence scientifique et ses qualités humaines d'écoute et de compréhension. Même si les mots ne suffisent pas en eux même, qu'ils trouvent ici toute l'expression de ma reconnaissance.

J'aimerais également remercier les membres du jury de soutenance, le président du jury M. Zitouni Azari, pour la précision de points de vue, pour la sympathie, la gentillesse et d'avoir examiné mes travaux. M. David Bassir et M. Kokou Esso Atcholi, pour le temps attribué à la lecture du rapport, et de m'avoir ouvert l'esprit sur de nouvelles pistes de recherches. M. Noureddine Benseddiq, de m'avoir soutenir et conseiller durant cette thèse, mais aussi d'avoir examiné ce travail. En fin, merci pour l'intérêt que vous avez manifesté pour ma thèse, et les déplacements effectués pour assister à ma soutenance. Vos avis, vos remarques et les discussions que j'ai eu avec vous à l'occasion de ma soutenance, ont été pour moi très enrichissant et encourageant dans mon avenir de chercheur.

Je tiens à remercier M. Guy Della Vallele animateur de l'équipe Matériaux, Création et Comportement à l'INRA de Nantes et tous les membres de l'équipe, pour la gentillesse et l'hospitalité dont ils ont fait preuve envers moi lors des deux séjours que j'ai effectué dans l'équipe. Mes remerciements vont également à Mme. Isabelle Serventon chargée des non titulaires à l'INRA de Nantes, pour sa sympathie et son professionnalisme.

Ces remerciements ne peuvent pas être complets sans remercier mes parents pour le soutien inconditionnel et les sacrifices dont ils sont fait toute au long de mon cursus. Je remercie toute ma famille, mes amis et mes collègues qui ont tous cru en moi et m'ont apporté un soutien constant pendant toutes ces années.

## Tables de matières

Introduction générale	9
Chapitre I : Etude Bibliographique sur les méthodes d'optimisation	14
I.1 Introduction	
I.2 Base mathématique de l'optimisation	
I.3 Classification des méthodes d'optimisation	
I.3.1 Méthodes déterministes	16
I.3.1.1 Méthode du Simplexe (Nelder-Mead)	24
I.3.2 Méthodes stochastiques	
I.3.2.1 Méthode Monte Carlo	27
I.3.2.2 Méthode Recuit Simulé	28
I.3.2.3 Méthode de la recherche taboue	
I.3.2.4 Algorithmes génétiques	
I.3.2.5 Méthode d'optimisation par essaim de particules	
I.3.3 Les méthodes hybrides	
I.3.3.1 Couplage déterministe / déterministe	
I.3.3.2 Couplage stochastique / stochastique	40
I.3.3.3 Couplage stochastique / déterministe	40
I.4 Optimisation pour l'indentification des lois du comportement mécanique	43
I.4.1 Utilisation des méthodes déterministes	44
I.4.2 Utilisation des méthodes stochastiques	
I.4.3 Utilisation des méthodes hybrides	50
I.5 Synthèse	51
Chapitre II: Techniques d'optimisation pour l'identification du comporteme	ent
mécanique des composites biopolymères	
HAD (1)	
II.2 Procedure experimentale	
11.3 Méthodologie numérique	
II.4 Problème d'optimisation	
II.4 Proposition d'une méthode d'optimisation hybride	
II.5 Synthèse	69

Chapitre III : Identification du comportement mécanique par l'indentation	
instrumentée	71
III.1 Introduction	72
III.2 Indentation instrumentée	72
III.2 Détermination des propriétés élastiques	73
II.3 Analyse de courbes d'indentation	77
III.3 Détermination des propriétés plastiques	80
III.5 Synthèse	88
Chapitre IV : Techniques d'optimisation pour l'identification du comportemen	nt
mécanique en indentation sphérique	
IV.1 Introduction	91
IV.2 Méthodologie numérique	91
VI.3 Stratégie d'optimisation pour l'identification des paramètres :	94
VI.4 Synthèse	100
Conclusion générale et perspectives	
Annexe A : La fonction test de Rosenbrock	
Annexe B : Technique de la microscopie confocale a balayage laser	
Annexe C : Éléments de la mécanique de milieux continus	
C.1 Comportement élastique	110
C.2 Comportement plastique	111
C.3 Écrouissage	112
C.4 Loi de comportement	112
C.5 Dureté par pénétration	114
Références bibliographiques	

## **Introduction générale**

L'étude du comportement des matériaux revêt un intérêt important pour améliorer la performance des matériaux dans différentes applications industrielles, par exemple : industrie automobile, aéronautique, matériaux pour usage temporaire, etc. La compréhension des mécanismes physiques associés aux différents stades de déformation lors de la sollicitation du matériau est l'objectif derrière chaque essai mécanique. L'incorporation de l'information structurale devient donc de plus en plus critique pour prédire correctement le comportement mécanique.

Trois critères sont nécessaires pour déterminer le comportement réel d'un matériau : le choix d'un essai mécanique adapté, le choix d'une loi de comportement qui pourrait définir la relation contrainte – déformation et la stratégie d'optimisation. En effet, dans certains cas, le chargement uniaxial est suffisant pour avoir une évaluation précise du comportement mécanique d'un matériau. Dans d'autres cas où la sollicitation implique une biaxialité, des tests plus complexes sont nécessaires. La courbe expérimentale peut être directement traduite analytiquement sous la forme d'une relation contrainte-déformation, comme c'est le cas dans les essais mécaniques traditionnels. Quand la courbe expérimentale est difficilement exploitable, comme dans le cas d'un essai d'indentation, un recours à une méthode d'analyse inverse est nécessaire. Cette analyse peut reposer sur une solution numérique de type éléments finis pour résoudre de façon approchée le problème mécanique. Pour obtenir des résultats corrects, une méthode d'optimisation peut être couplée à la méthode des éléments finis. Ainsi, les paramètres sont obtenus en minimisant une fonction d'erreur définie par l'écart entre la réponse numérique et expérimentale.

Les lois de comportement globales sont habituellement obtenues par des tests destructifs comme la traction, la flexion, la compression, la torsion ou le cisaillement. Ces tests nécessitent un échantillon de matériau aux formes complexes et normalisées. Une autre technique quasi-non destructive est devenue réputée depuis des décennies. Elle repose sur l'essai d'indentation. Ce test dérivé de l'essai de dureté présente l'avantage de pouvoir être appliqué sur un échantillon de forme simple et de petit volume ou directement sur l'éprouvette. Tous les types de matériaux sont concernés par cette approche y compris les métaux, les polymères, les alliages et les matériaux fragiles. L'essai d'indentation peut être exploité pour identifier l'élasticité, l'élasto-plasticité, la viscoélasticité ou l'élastoviscoplasticité. Cependant cette mesure des propriétés locales est difficilement exploitable pour remonter aux lois de comportement mécanique. En effet, cet essai nécessite un contact évoluant entre l'échantillon et l'indenteur qu'il convient de mesurer précisément alors que la relation force appliquée - profondeur de pénétration est difficilement reliée analytiquement à la loi constitutive.

La démarche considérée comprend l'exploitation d'une base de données expérimentale comprenant une variété de réponses mécaniques en flexion et en indentation instrumentée. La modélisation de ces tests mécaniques est entreprise par éléments finis pour résoudre de façon approchée le problème mécanique. Après la validation numérique, un algorithme de minimisation est couplé avec le calcul en éléments finis pour minimiser une fonction d'erreur définie par l'écart entre la réponse numérique et expérimentale.

De très nombreuses méthodes d'optimisation existent que nous pouvons classer en trois catégories (Tsitsiklis, Bertsekas et al. 1986, Fleury 1993, Polak 1997, Nocedal and Wright 1999, Snyman 2005, Mishra 2011, El Hami and Bouchaib 2013, Fletcher 2013) : Méthodes déterministes, stochastiques et hybrides. Le choix de l'algorithme d'optimisation dépend de la fonction objective (continuité, différentiabilité, connectivité, etc.). Si ces propriétés sont vérifiées, nous pouvons utiliser des méthodes déterministes. Les méthodes les plus utilisées de cette catégorie sont les méthodes basées sur le calcul des dérivées de la fonction objective (Steihaug 1983, Gilbert and Nocedal 1992, Møller 1993, Dennis Jr and Schnabel 1996, Cartis, Gould et al. 2010, Grapiglia, Yuan et al. 2014) comme le gradient à pas fixe, à pas optimal, gradient conjugué, la méthode de Newton et les méthodes sans calcul du gradient comme la méthode du simplexe (Olsson and Nelson 1975, Lagarias, Reeds et al. 1998). Une sous-catégorie des méthodes déterministes avec calcul du gradient comprend les méthodes d'optimisation avec contraintes (la méthode de projection, la méthode de pénalisation et la méthode Uzawa) (Boggs, Tolle et al. 1982, He 1992, Afonso, Bioucas-Dias et al. 2011, Birgin and Martínez 2014).

Une méthode déterministe guidée par une direction de recherche parcourt l'espace de recherche de la même façon (figure I.1a). L'avantage des méthodes déterministes est la rapidité de la convergence. Leur inconvénient majeur reste la possibilité d'aboutir à un minimum local. Au contraire, les méthodes stochastiques parcourent l'espace de recherche de façon aléatoire avec un critère (figure I.1b). Donc, il y'a possibilité de s'extraire du minimum local mais avec un coût de recherche. Dans ce cas, deux exécutions différentes peuvent donner deux résultats différents. Les méthodes stochastiques les plus utilisées sont (<u>Aarts and</u>

Korst 1989, Glover 1989, Glover 1990, Glover and Taillard 1993, Ingber 1993, Glover 1994, Fu and Hu 1997, Glover 1997, Mitchell 1998, Glover and Laguna 1999, Clerc and Siarry 2004, Haupt and Haupt 2004, Clerc 2005, Clerc 2010, Rubinstein and Kroese 2011, Glover and Laguna 2013, Grefenstette 2013, Poli and Koza 2014, Yan and Luo 2014) Monte Carlo, Recuit Simulé, Recherche Tabou, méthode d'optimisation par essaim des particules et les algorithmes génétiques. Il est possible de coupler une recherche déterministe et stochastique (figure I.1c). Ce type de méthodes appelé les méthodes hybrides combine les avantages des deux catégories précédentes, à savoir recherche rapide et convergence vers un optimum global (Kelner, Capitanescu et al. 2008). Dans certains cas, les méthodes hybrides se réfèrent aussi à la combinaison de deux méthodes stochastiques ou simplement en rajoutant une technique d'évaluation de la fonction objective (Duarte, Martí et al. 2011, Mashinchi, Orgun et al. 2011, Mukhopadhyay and Mandal 2013, Siarry 2014).



**Figure I.1 :** Courbes de niveaux illustrant une recherche (a) déterministe, (b) stochastique et (c) hybride.

Ce manuscrit est composé de quatre chapitres :

Le premier chapitre est une étude bibliographique sur les méthodes d'optimisation et leur utilisation pour l'identification de lois de comportement mécanique. Il est composé de deux parties. Dans la première partie, nous mettons en évidence la formulation mathématique d'un problème d'optimisation, les méthodes utilisées pour la résolution et le cadre théorique nécessaire à l'application de ces méthodes. Pour chaque classe de méthodes, nous présentons les caractéristiques, les principes, les avantages, les inconvénients et les algorithmes les plus utilisées dans la littérature.

La deuxième partie est un état de l'art sur les méthodes d'optimisation utilisées pour l'identification des paramètres des lois représentent le comportement mécanique de matériaux en les classant en trois catégories : déterministes, stochastiques et hybrides.

Deux applications sont considérées dans cette thèse. La première application est proposée dans **le deuxième chapitre** qui est en rapport avec l'identification du comportement élastoplastique avec écrouissage isotrope d'un biocomposite amidon-zéine. Les essais de flexion, servant pour l'identification de comportement mécanique de ce matériau y sont exposés. Une méthode hybride d'optimisation y est également détaillée, ainsi que la démarche de calcul en éléments finis. Les résultats obtenus sont discutés à l'aide de relations établies entre les paramètres mécaniques et les données structurales comme la teneur en phase.

La deuxième application concerne l'identification du comportement de métaux à partir d'un essai local. L'essai d'indentation instrumentée est présenté dans le troisième chapitre. L'accent est mis sur le cas de l'indentation sphérique. Dans ce chapitre, nous présentons les différentes méthodes proposées dans la littérature pour l'analyse des courbes d'indentation et les modèles analytiques permettant l'identification des propriétés mécaniques. Ensuite, nous y exposons les résultats de l'utilisation de ces modèles pour l'étude de quelques matériaux métalliques ainsi que la comparaison avec les données d'essais de traction. Dans le quatrième chapitre, nous proposons l'exploitation d'une démarche d'optimisation couplée à une méthode d'éléments finis pour obtenir les propriétés mécaniques des matériaux étudiés dans le troisième chapitre. Une démarche stochastique d'optimisation y est décrite. Les résultats sont discutés pour les différentes lois de comportement implémentées comme par exemple la loi de Voce. Les paramètres identifiés sont confrontés aux courbes expérimentales de traction. Une conclusion générale est introduite en fin du manuscrit qui reprend les différentes conclusions tirées de cette thèse ainsi que les propositions et les perspectives de recherche.

12

# Chapitre I : Etude Bibliographique sur les méthodes d'optimisation

#### Résumé

L'optimisation est un outil incontournable en mécanique qui est associé à des études paramétriques. L'essor de l'optimisation a été facilité par le recours aux techniques numériques utilisent la méthode des éléments finis. Ces techniques ont permis l'extraction de données mécaniques à partir de tests complexes associant une variété de lois de comportement mécanique.

L'objectif de ce chapitre est d'établir un état de l'art sur les méthodes d'optimisation et leur utilisation pour l'indentification des lois de comportement mécanique.

## **I.1 Introduction**

L'optimisation est un ensemble de techniques permettant de rechercher des valeurs de variables qui rendent optimale une fonction objective. Mathématiquement parlant, cela correspond à la recherche des extrémums de fonctions à plusieurs variables. Plusieurs méthodes d'optimisation ont été développées pour traiter les problèmes mathématiques linéaires ou non linéaires, soumis ou non à des contraintes. Nous pouvons distinguer deux types d'optimisation : une recherche globale d'un optimum d'une fonction sur l'ensemble d'un domaine et la recherche locale d'une solution au voisinage d'un point.

Ce chapitre a pour objectif d'établir une étude bibliographique exhaustive sur les méthodes d'optimisation et leur utilisation pour l'indentification des propriétés mécaniques. Dans un premier temps, nous présentons les formulations du contenu mathématique des techniques d'optimisation. Dans un second temps, nous allons focaliser notre attention sur les outils d'optimisation utilisées pour l'indentification du comportement mécanique.

## I.2 Base mathématique de l'optimisation

L'optimisation est une stratégie qui permet de trouver un optimum avec ou sans contraintes. Mathématiquement parlant, cela se traduit par la formulation suivante (<u>Powell 1978</u>, <u>Izmailov</u> and <u>Solodov 2014</u>) :

(I.1)

$$min_x f(x)$$
 ou  $max_x f(x)$ 

où x est le vecteur des variables inconnues, f est la fonction objective à maximiser ou minimiser. Il conviant de noter qu'une minimisation d'une fonction est équivalente à la maximisation de son opposée  $(min_x f(x) = max_x(-f(x)))$ . Dans ce qui suit, nous considérons le cas du problème de minimisation.

Dans le cas où le vecteur des inconnus est soumis à des conditions, le problème devient un problème d'optimisation avec contraintes. L'ensemble des contraintes réduit le domaine des points admissibles ou réalisables. Les contraintes peuvent être des contraintes d'égalités ou d'inégalités. Le problème (I.1) devient donc :

$$\min_{x} f(x); \begin{cases} h_{i}(x) = 0 & ; 1 < i < p \\ g_{i}(x) < 0 & ; 1 < i < q \end{cases}$$
(I.2)

où les h<sub>i</sub> et g<sub>i</sub> sont les contraintes d'égalité et d'inégalité, respectivement.

Dans la suite, nous considérons que la fonction f est une fonction continue dans un espace muni d'un produit scalaire  $\langle ., . \rangle$  et de sa norme associée  $\| . \|$ .

Nous pouvons obtenir deux types de solutions d'un problème d'optimisation (<u>Nocedal and</u> Wright 1999) :

1.  $x^* \in X$  est un minimum global si et seulement si c'est le point où la fonction objective à la plus petite valeur, sur tout l'espace de recherche c'est-à-dire :

$$\forall x \in X, \ f(x^*) \le f(x) \tag{I.3}$$

x\* ∈ X est un minimum local si et seulement si la fonction objective à la valeur la plus petite dans le voisinage de ce point :

$$\exists \delta > 0, \ \forall x \in X, \|x - x^*\| \le \delta, \ f(x^*) \le f(x)$$
(I.4)

## I.3 Classification des méthodes d'optimisation

Dans cette partie, nous présentons les trois grandes catégories des outils d'optimisation, à savoir les approches déterministes, stochastiques et hybrides (<u>Powell 1978</u>, <u>Polak 1997</u>, <u>Nocedal and Wright 1999</u>, <u>Snyman 2005</u>, <u>Bouallagui 2010</u>, <u>Mashinchi, Orgun et al. 2011</u>, <u>Mishra 2011</u>, <u>Mukhopadhyay and Mandal 2013</u>, <u>Izmailov and Solodov 2014</u>). Pour chacune de ces classes, nous allons mentionner les principes, les points forts, les points faibles ainsi que les différentes méthodes de résolution.

## I.3.1 Méthodes déterministes

Cette classe d'algorithmes d'optimisation peut être décomposée en deux sous-classes : les algorithmes basés sur le calcul du gradient de la fonction à optimiser (et éventuellement la matrice hessienne) et les algorithmes sans calcul de gradient. Nous aller nous intéresser principalement aux méthodes avec calcul du gradient et la méthode du simplexe (Shanno 1970, Gill and Murray 1972, Gill and Murray 1974, Olsson and Nelson 1975, Dennis and Moré 1977, Boggs, Tolle et al. 1982, Steihaug 1983, Liu and Nocedal 1989, Gilbert and Nocedal 1992, He 1992, Møller 1993, Dennis Jr and Schnabel 1996, Lagarias, Reeds et al. 1998, Nocedal and Wright 1999, Pedregal 2004, Snyman 2005, Nocedal and Wright 2006, Lin 2007, Dai, Cochran et al. 2010, Marwala 2010, Afonso, Bioucas-Dias et al. 2011, Mishra 2011, Arrow, Hurwicz et al. 2012, Pierre 2012, Chong and Zak 2013, El Hami and Bouchaib 2013, Birgin and Martínez 2014, Chang, Borgart et al. 2014, Izmailov and Solodov 2014, Wan, Teo et al. 2014).

Soit f une fonction définie sur un sous-ensemble  $D \subset \mathbb{R}^n$ , dans  $\mathbb{R}$ , où n est la dimension de l'espace de recherche. Pour définir le gradient d'une fonction, il convient de définir les

dérivées partielles. La fonction f est dérivable partiellement selon  $x_i$  au point x si et seulement si, la limite suivante existe et est finie :

$$\partial f / \partial x_i = \lim_{h \to 0} f(x_1, \dots, x_i + h, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) / h$$
 (I.5)

La limite est alors appelée dérivée partielle de f par rapport  $x_i$  et notée  $\partial f/\partial x_i$ . Dans les calculs de dérivées, les outils utilisées sont les mêmes que dans le cas d'une seule variable. Toutes les autres variables sont considérées comme constantes. Il est possible de continuer à dériver chacune de ces fonctions partielles si cela a un sens. Ainsi, les dérivées partielles secondes se notent  $\partial^2 f/\partial x_i x_j$ . Cela signifie qu'on dérive, dans un premier temps, la fonction f par rapport à la variable  $x_i$ , puis la fonction dérivée partielle d'ordre un est à nouveau dérivée par rapport à la variable  $x_j$ . Ainsi le gradient de la fonction est donné par le vecteur suivant :

$$\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_k}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right)$$
(I.6)

Sous réserve d'existence, nous présentons l'ensemble des dérivées partielles secondes sous la forme d'une matrice appelée matrice hessienne (<u>Nocedal and Wright 1999</u>).

.....

$$H = \nabla^2 f(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_n} \end{pmatrix}$$
(I.7)

À l'aide d'une méthode itérative nous nous proposons de déterminer une solution approchée pour le problème d'optimisation sans contraintes (I.1). Nous nous donnons un point de départ arbitraire  $x_0$ . L'organigramme de la figure I.2 présente le principe générale de la méthode de résolution.

Pour construire l'itéré suivant  $x_1$ , ce dernier doit satisfaire  $f(x_1) \le f(x_0)$ , d'où :

.....

$$x_1 = x_0 + \alpha_0 d_0 \tag{I.8}$$

où  $d_0$  est un vecteur non nul de  $\mathbb{R}^n$  appelé direction de descente et  $\alpha_0$  est un réel strictement positif que nous appelons le pas de descente autrement dit, le pas est une distance à parcourir entre deux solutions admissibles. En pratique, la direction de recherche et le pas de descente peuvent être fixés ou non. Nous parlons alors de la méthode du gradient à pas variable ou à pas fixe (Nocedal and Wright 1999). D'une manière générale, nous calculons une direction de recherche  $d_t$  à l'itération t comme suit :

$$x_{t+1} = x_t + \alpha_t d_t \tag{I.9}$$

L'efficacité de l'algorithme dépend des bons choix de la direction de recherche et du pas.



Figure I.2 : Principe générale d'un outil d'optimisation pour une méthode de décente.

Nous nous proposons de déterminer un bon choix de la direction de recherche. Soit d un vecteur de  $\mathbb{R}^n$  et  $x_t$  un point de  $\mathbb{R}^n$  tel que  $\nabla f(x_t) \neq 0$ , nous définissons la fonction o comme suit :

$$s \in \mathbb{R}, \ o(s) = f(x_t + sd) \tag{I.10}$$

On dit que *d* est une direction de descente si o'(0) = 0. Nous nous intéresserons par la suite aux variations de g dans une direction *d* donnée et  $x_t$  étant fixés, nous obtenons alors :

$$o'(s) = d^T \nabla f(x_t + sd) \Rightarrow o'(0) = d^T \nabla f(x_t)$$
(I.11)

d'où, en notant  $\theta$  l'angle entre  $\nabla f(x)$  et d:

$$o'(0) = \|\nabla f(x_t)\| \|d\| \cos \theta$$
 (I.12)

En supposant que d est un vecteur unitaire, o'(0) est minimum si cos  $\theta = -1$ , c'est-à-dire :

$$d = -\frac{\nabla f(x_t)}{\|\nabla f(x_t)\|}$$
(I.13)

Cette direction est une direction de descente car nous avons :

$$\langle \nabla f(x_t), d \rangle = \langle \nabla f(x_t), -\frac{\nabla f(x_t)}{\|\nabla f(x_t)\|} \rangle = -\frac{\|\nabla f(x_t)\|^2}{\|\nabla f(x_t)\|}$$
(I.14)

$$\langle \nabla f(x_t), d \rangle = -\|\nabla f(x_t)\| < 0 \tag{I.15}$$

Cette dernière direction donne ce que nous appelons la direction de plus grande pente c'est à dire la direction dans laquelle f décroît le plus rapidement (<u>Bouallagui 2010</u>).

Cette méthode a pour avantage d'être très facile à mettre en œuvre. Malheureusement, les conditions de convergence sont assez lourdes (c'est essentiellement de la stricte convexité) (Fletcher and Powell 1963). Nous donnons ci-dessous un critère de convergence d'excitante

de la solution. La théorie suivante donne les conditions suffisantes sur la fonction f et sur le pas  $\alpha$  (pas fixe) pour assurer la convergence de l'algorithme vers un minimum de f. Nous supposons que la fonction f est coércive et strictement convexe, c'est-à-dire, nous supposons qu'il existe  $\mu \ge 0$  tel que

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^n, \quad \langle \nabla f(x) - \nabla f(y), x - y \rangle \le \mu ||x - y|| \tag{I.16}$$

Alors f est strictement convexe et coércive, et en particulier le problème (I.1) admet une solution unique. S'il existe une constante M strictement positive telle que :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^n, \quad \|\nabla f(x) - \nabla f(y)\| \le M \|x - y\|$$
(I.17)

Alors, si nous choisissons le pas tel que  $0 < \alpha < \frac{2}{M}$ , la méthode du gradient à pas fixe converge vers le minimum de f. Ainsi un bon choix de  $\alpha$  est primordiale pour éviter de passer à côté de la solution optimale (Cartis, Gould et al. 2010). Pour éviter ce problème nous pouvons choisir une descente à pas optimal. L'inconvénient de ce choix est qu'il nécessite la résolution d'un problème de minimisation unidimensionnel. La méthode du gradient à pas optimal est ainsi définie par le choix d'un pas variable donné par (Nocedal and Wright 1999) :  $\min_{s \in \mathbb{R}} f(x_t + sd_t)$  (I.18)

Pour trouver plus rapidement un optimum, il faut choisir une direction de recherche plus efficace que le gradient de la fonction objective. Cette direction peut reposer sur le calcul du gradient conjugué comme illustré sur la figure I.3. En effet, la méthode du gradient conjugué (Fletcher and Reeves 1964, Nocedal and Wright 2006, Dai, Cochran et al. 2010, Beddiaf 2013) utilise une direction qui permet de trouver  $x_{t+1}$  perpendiculaire à  $x_t$ . Comme nous avons une infinité de vecteurs perpendiculaires une deuxième condition est nécessaire : le produit scalaire  $\nabla^2 f. x_t$  avec  $d_t$  doit être nul ( $\langle \nabla^2 f. x_t, d_t \rangle = 0$ ).



Figure I.3 : Courbes de niveaux illustrant la méthode du gradient conjugué.

La méthode du gradient conjugué est caractérisée ainsi par la définition d'une direction de recherche  $d_t$  et un pas optimal  $\alpha_t$ :

$$d_{t} = \nabla f(x_{t}) + (\langle \nabla f(x_{t}), \nabla f(x_{t}) - \nabla f(x_{t-1}) \rangle / \| \nabla f(x_{t-1}) \|^{2}) d_{t-1}$$
(I.19)

$$\mathbf{d}_0 = \nabla f(\mathbf{x}_0) \tag{I.20}$$

Dans le cas d'une fonction quadratique, le gradient conjugué est donnée par :

$$d_{t} = \nabla f(x_{t}) + (\|\nabla f(x_{t})\|^{2} / \|\nabla f(x_{t-1})\|^{2}) d_{t-1}$$
(I.21)

Pour illustrer la difficulté de converger dans le cas non convexe, la figure I.4 présente les résultats obtenus avec les méthodes du gradient à pas fixe, à pas optimal et gradient conjugué pour minimiser la fonction test de Rosenbrock (<u>Rosenbrock 1960</u>) (voir Annexe A).



**Figure I.4 :** Lignes de niveaux de la fonction test de Rosenbrock et trajectoire des solutions  $x_k$  selon la méthode du gradient à pas fixe, à pas optimal et gradient conjugué.

Malgré l'efficacité de la méthode du gradient conjugué, elle rencontre une difficulté de converger vers l'optimum. Dans la figure I.5a nous présentons les résultats obtenus avec la méthode du gradient à pas fixe pour différents choix du pas. Nous pouvons constater l'impotence du bon choix du pas. En effet avec des valeurs très grandes nous risquons de passer à côté de l'optimum et l'utilisation de faibles valeurs entraîne un coût de calcul considérable. La figure I.5b présente la minimisation de la fonction objective où nous

comparons la rapidité de la convergence des méthodes du gradient à pas optimal, du gradient à pas fixe et le gradient conjugué.



Figure I.5 : (a) Méthode du gradient à pas fixe pour différents pas de descente.

(b) Convergence des méthodes : gradient à pas fixe, à pas optimal et conjugué.

La construction des méthodes du gradient est basée sur le remplacement de la fonction objective par une approximation linéaire du premier ordre au voisinage de l'itéré courant  $x_t$ . Pour plus de performance, il faut représenter la fonction objective par une approximation de second ordre pour tenir compte de la deuxième dérivée. D'où la méthode de Newton (<u>Gill and Murray 1974</u>) qui est une méthode utilisée pour résoudre des équations non linéaires de la forme :

$$F(x) = 0 \tag{I.22}$$

Où F est une fonction de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^n$ . Pour optimiser sur  $\mathbb{R}^n$  une fonction f suffisamment régulière, il suffit de trouver le point où la dérivée  $\nabla f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$  s'annuelle. L'idée de la méthode de Newton est donc : Au voisinage d'un point  $x_t$ , nous approchons f par la fonction quadratique donnée par la formule de Taylor d'ordre 2 :

$$q(x) = f(x_t) + (x - x_t)^T \nabla f(x_t) + \frac{1}{2} (x - x_t)^T \cdot \nabla^2 f(x_t) (x - x_t)$$
(I.23)

On peut alors choisir pour  $x_t$ , le point, s'il existe, qui minimise f. Pour que ce point minimisant q existe, il est suffisant que  $\nabla^2 f(x_t)$  soit définie positive ; il est alors déterminé par l'équation :

$$\nabla^2 q(x) = 0 \Longrightarrow \nabla f(x_t) + \nabla^2 f(x_t)(x - x_t) = 0$$
(I.24)
d'où :

$$x_{t+1} = x_t - [\nabla^2 f(x_t)]^{-1} \nabla f(x_t)$$
(I.25)

La direction  $d_t$  est donc définit par  $-[\nabla^2 f(x_t)]^{-1}\nabla f(x_t)$  et la matrice  $\nabla^2 f(x_t)$  est définit positive, nous avons alors :

$$d_t^{\mathrm{T}} \nabla f(x_t) = -\nabla f(x_t)^{\mathrm{T}} [\nabla^2 f(x_t)]^{-1} \nabla f(x_t) < 0$$
(I.26)

Donc  $d_t$  est bien une direction de descente. Pour assurer la convergence de la méthode de Newton, le point initial  $x_0$  doit être choisi suffisamment proche d'un minimum où la matrice hessiennne de f est définie positive. Cette condition est nécessaire pour la convergence finale de la méthode. Nous pouvons éventuellement appliquer d'abord une première méthode pour s'approcher d'une solution, puis appliquer la méthode de Newton. L'inconvénient majeur de cette méthode est que le calcul de la matrice hessienne et de son inverse est très difficile et coûteux plus particulièrement si la fonction objective n'est pas analytique. Plusieurs méthodes ont été développées pour répondre à ce problème. Cet ensemble de méthodes appelé méthodes quasi-Newton (Shanno 1970, Gill and Murray 1972, Dennis and Moré 1977, Mukherjee and Routroy 2012, Wan, Teo et al. 2014) permet d'éviter le calculer de la matrice hessienne. Nous évaluons tout simplement une approximation pour actualiser la valeur de la matrice. Les méthodes les plus utilisés sont la méthode BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) (Anglada and Bofill 1998, Sheppard, Terrell et al. 2008) et la méthode DFP (Davidon-Fletcher-Powell) (Davidon 1991, Fletcher 2013). Pour la méthode BFGS, la matrice hassienne est approchée par l'approximation  $B_t$  donnée par (Liu and Nocedal 1989, Pierre 2012) :

 $B_{t} = B_{t-1} + [(r_{t} r_{t}^{T})/(r_{t}^{T} s_{t})] - [(B_{t-1} s_{t} s_{t}^{T} B_{t-1})/(s_{t}^{T} B_{t-1} s_{t})]$ (I.27) où  $r_{t} = \nabla f(x_{t}) - \nabla f(x_{t-1}), s_{t} = x_{t} - x_{t-1}$ . Pour garantir la convexité la matrice  $B_{0}$  est

choisie définie positive. Le choix de la matrice identité est habituellement suffisant.  
Dans l'approche de la méthode DFP, l'approximation du la matrice hessienne est donnée par :  
$$B_t = B_{t-1} + [(s_t s_t^T)/(s_t^T r_t)] - [(B_{t-1}r_t r_t^T B_{t-1})/(r_t^T B_{t-1}r_t)]$$
 (I.28)

Une autre sous-classe de méthodes déterministes est représentée par les méthodes d'optimisation avec contraintes. Les algorithmes de résolution partent souvent du principe de remplacer le problème d'optimisation avec contraintes par un problème sans contraintes.

Les méthodes les plus utilisées sont la méthode du gradient projeté, la méthode de pénalisation et la méthode de Uzawa (<u>Davidon 1991</u>, <u>He 1992</u>, <u>Polak 1997</u>, <u>Nocedal and</u> Wright 1999, <u>Fletcher and Leyffer 2002</u>, <u>Lin 2007</u>, <u>Sheppard</u>, <u>Terrell et al. 2008</u>, <u>Afonso</u>, <u>Bioucas-Dias et al. 2011</u>, <u>Mishra 2011</u>, <u>Pierre 2012</u>, <u>Chong and Zak 2013</u>, <u>Chang</u>, <u>Borgart et al. 2014</u>). La méthode du gradient projeté comme l'indique son nom, utilise une projection sur un ensemble défini par les contraintes. Seules les solutions qui satisfont les contraintes sont

admissibles. La méthode est définie par une modification de la méthode de gradient où la direction de plus grande pente est remplacée par sa projection sur l'hyperplan de contraintes:

$$x_{k+1} = x_k - P_S(\rho d_k)$$
(I.29)

Ps est la projection sur l'ensemble S défini par les contraintes.

La direction de recherche peut être définie par le gradient de la fonction objective et le gradient de la fonction des contraintes *g* comme suit (Lin 2007, Chang, Borgart et al. 2014) :  $P_S(\rho d_k) = -\alpha \nabla f(x_t) - \beta \nabla g(x_t)$  (I.30)

La méthode de pénalisation remplace le problème d'optimisation avec contraintes par un problème d'optimisation sans contraintes en utilisant des fonctions de pénalisation notées  $\alpha(x)$  (Fletcher and Leyffer 2002) :

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \left( f(x) + \frac{1}{s} \alpha(x) \right) \tag{I.31}$$

où s est un réel strictement positif. Dans le cas où les contraintes sont des contraintes d'égalité, les fonctions de pénalisation sont données par :  $\alpha = ||h(x)||$ . Dans le cas de contraintes d'inégalité, elles sont données par :  $\alpha = ||g(x)^+||$ , où  $g(x)^+$  désigne le vecteur dont les composantes négatives sont remplacées par 0. Le principe de l'algorithme est donné dans la figure I.7.



Figure I.7 : Organigramme de la méthode de pénalisation.

Une autre technique dite dualisation est largement utilisée pour résoudre le problème d'optimisation sans contraintes. Parmi les méthodes utilisant cette approche, Nous pouvons citer la méthode de Uzawa (Arrow, Hurwicz et al. 2012, Chong and Zak 2013). Cette méthode

utilise la fonction de Lagrange (<u>Pedregal 2004</u>, <u>Birgin and Martínez 2014</u>) pour résoudre le problème d'optimisation avec contraintes (I.2).

L'idée est de chercher directement un point "selle" du Lagrangien du problème (I.2) donné par la fonction :

$$L(x,\lambda,\mu) = f(x) + \sum_{i=1}^{p} \lambda_i h_i(x) + \sum_{j=1}^{q} \mu_j g_j(x)$$
(I.32)

Nous cherchons donc un point x et des multiplicateurs,  $\lambda_i$ ,  $\mu_i$  vérifiant l'équation suivante :

$$\nabla L(x,\lambda,\mu) = \nabla f(x) + \sum_{i=1}^{p} \lambda_i \nabla h_i(x) + \sum_{j=1}^{q} \mu_j \nabla g_j(x) = 0$$
(I.33)

Cela revient à trouver une solution du problème d'optimisation sans contraintes donné par :

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} L(x, \lambda, \mu) \tag{I.34}$$

La solution du problème (I.34) peut être trouvée en utilisant l'un des algorithmes d'optimisation sans contraintes abordées précédemment. La méthode de Uzawa est illustrée dans la figure I.8.



Figure I.8 : Organigramme de la méthode Uzawa.

## I.3.1.1 Méthode du Simplexe (Nelder-Mead)

La méthode du Simplexe de Nelder-Mead (Nelder and Mead 1965) est un algorithme d'optimisation non linéaire à ne pas confondre avec la méthode du simplexe utilisée dans l'optimisation linéaire (Damay 2005). Cette méthode développée par Nelder et Mead à partir des travaux de Spendley et al (Spendley, Hext et al. 1962) à l'avantage d'éviter le calcul du gradient. Elle utilise en effet une forme géométrique appelée simplexe pour localiser l'optimum (Fiat 2007). Le simplexe est une forme géométrique définie à partir d'un espace de dimension n et formé par les segments de droite crée à partir de n+1 points  $x_0, x_1, ..., x_n$ .

Un simplexe de dimension 1 est donc représenté par un segment de droite, de deux dimensions par un triangle, de trois dimensions par un tétraèdre, etc.

Un simplexe régulier de taille initiale a est initialisé en  $x_0$  suivant la relation (<u>Luersen and Le</u> Riche 2001) :

$$x_{i} = x_{0} + pe_{i} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n} qe_{k}, \quad i = 1, ..., n$$
(I.35)

$$p = \frac{a}{n\sqrt{2}} \left( \sqrt{n+1} + n - 1 \right)$$
(I.36)

$$q = \frac{a}{n\sqrt{2}} \left( \sqrt{n+1} - 1 \right)$$
(I.37)

où  $e_i$  sont les vecteurs unitaires de la base de l'espace vectorielle.

En définissant des simplexes successifs l'espace de recherche est exploré pas à pas. À chaque étape, nous remplaçons le point où la fonction objective à la plus grande valeur par un autre en symétrie par rapport au centre du simplexe. Pour cela la forme géométrique du simplexe subir des modifications tels que les réflexions, contractions, expansions, ou rétrécissement (Pedregal 2004). Pour se déplacer vers la région où se trouve l'optimum, la méthode du simplexe évalue la fonction objective aux sommets du simplexe initial, puis elle déplace le point où la fonction à la plus grande valeur de façon à conserver le volume original du simplexe. Le point est déplacé soit par une réflexion, contraction, expansion, à l'aide des coefficients  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  respectivement soit par un rétrécissement. Les opérations de modification d'un simplexe sont présentées dans la figure I.9 pour un simplexe de dimension 2.



Figure I.9 : Modifications du simplexe par la méthode Nelder-Mead.

Les valeurs des coefficients  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  recommandés par Nelder et Mead (<u>Nelder and Mead</u> <u>1965</u>) sont 1, 1/2 et 2, respectivement. Les différentes étapes de l'algorithme pour un simplexe de dimension 2, sont présentées dans le figure I.10, où  $x_t^i, x_t^h, x_t^s, x_t^l$  et  $x_t^m$  sont respectivement, un point du simplexe, le point où la valeur de la fonction est la plus élevée, le point où la valeur de la fonction à la deuxième valeur la plus élevée, le point où la valeur de la fonction est la plus petite et le point barycentre. Nous définissons aussi les points de relaxation, expansion et de contraction,  $x_t^r, x_t^e, x_t^c$ , respectivement (Lagarias, Reeds et al. 1998, Fiat 2007, Hovnanian 2012).



Figure I.10 : Organigramme de la méthode du simplexe de Nelder-Mead.

## I.3.2 Méthodes stochastiques

L'objectif d'une méthode d'optimisation est de trouver un optimum global. Les méthodes d'optimisation scholastiques introduisent des transitions aléatoires, qui permettent d'éviter les pièges des optimums locaux de telle sorte que nous arrivons finalement à obtenir un optimum global. Dans une recherche déterministe, cela dépend du choix du point de départ. En effet, par exemple, dans le cas des méthodes basées sur le calcul du gradient, tant que la fonction décroît, la méthode se déplace dans la direction de descente, ce qui conduit à trouver l'optimum local le plus proche. Les méthodes scholastiques sont l'alternative pour résoudre ce problème d'optimisation à plusieurs optimums. Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser aux méthodes les plus utilisées de cette catégorie, en particulier recuit simulé (Kirkpatrick,

Gelatt et al. 1983, Van Laarhoven and Aarts 1987, Aarts and Korst 1989, Ingber 1993, Dowsland and Thompson 2012, Afifi, Dang et al. 2013, Siarry 2014), recherche tabou (Glover 1989, Glover 1990, Hu 1992, Glover and Taillard 1993, Glover and Laguna 2013, Siarry 2014), Monte Carlo (Metropolis and Ulam 1949, Fu and Hu 1997, Sakalauskas 2002, Rubinstein and Kroese 2011, Kroese and Rubinstein 2012, Homem-de-Mello and Bayraksan 2013, Siarry 2014), algorithme génétique (De Jong 1975, Baker 1985, Baker 1987, Davis 1989, Syswerda 1989, De Jong and Spears 1992, Michalewicz 1996, Michalewicz and Schoenauer 1996, Back, Hammel et al. 1997, Mitchell 1998, Deb and Beyer 2001, Haupt and Haupt 2004, Grefenstette 2013, Poli and Koza 2014, Siarry 2014) et la méthode d'optimisation par essaim de particules (Eberhart and Kennedy 1995, Shi and Eberhart 1998, Eberhart and Shi 2000, Eberhart and Shi 2001, Clerc and Siarry 2004, Clerc 2005, Clerc 2010, Kennedy 2010, Parsopoulos, Vrahatis et al. 2010, Nickabadi, Ebadzadeh et al. 2011, Kiranyaz, Ince et al. 2014, Siarry 2014, Yan and Luo 2014).

## I.3.2.1 Méthode Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo inventé par Nicholas Metropolis et Stanislaw Ulam (<u>Metropolis</u> <u>and Ulam 1949</u>, <u>Metropolis 1987</u>) est la méthode stochastique la plus basique. Elle parcourt l'espace de recherche avec un tirage aléatoire de N points suivant une loi statistique souvent uniforme. L'organigramme de cette méthode est présenté dans la figure I.11.



Figure I.11 : Organigramme de la méthode de Monte Carlo.

Si N est suffisamment grand, le minimum de ces valeurs est le minimum de la fonction objective sur tout l'espace. En pratique cela est peu efficace. Cependant, l'utilisation du

hasard pour le problème d'optimisation est souvent prometteuse (Fu and Hu 1997, Homemde-Mello and Bayraksan 2013). En effet, cette méthode utilise une procédure d'exploration sans une stratégie d'exploitation où à chaque itération la fonction objective est évaluée à un nouveau point. Si cette solution est meilleure que la solution courante alors elle est enregistrée et la recherche continue jusqu'à qu'un critère d'arrêt soit vérifié (<u>Sakalauskas 2002,</u> <u>Rubinstein and Kroese 2011</u>, <u>Kroese and Rubinstein 2012</u>, <u>Homem-de-Mello and Bayraksan</u> <u>2013</u>). Malgré la simplicité de mise en œuvre de cette méthode, elle nécessite un nombre important d'évaluations de la fonction objective et la connaissance de la loi de répartition statistique de l'espace de recherche.

#### I.3.2.2 Méthode Recuit Simulé

La méthode du recuit simulé (Simulated Annealing), comme l'indique son nom est inspirée de la technique dite recuit (<u>Kirkpatrick, Gelatt et al. 1983</u>). Cette technique est utilisée dans le domaine de la physique des matériaux, et en particulier la métallurgie pour obtenir un alliage sans défaut. L'opération consiste à réchauffer un métal jusqu'à qu'il devient liquide. À ce stade, nous refroidissons assez lentement le métal pour permettre aux molécules de trouver l'équilibre thermodynamique à une température donnée T. Nous obtenons ainsi des structures stables, avec un état d'énergie minimale correspond à un état cristallin parfait (<u>Van Laarhoven and Aarts 1987</u>). C'est cette même logique qui est la base de la méthode du recuit simulé. En effet, pour éviter le piégé des optimums locaux, la méthode du recuit simulé exploite l'algorithme de Métropolis. Ce dernier est un modèle qui simule l'évolution d'une configuration d'atomes vers l'équilibre thermique (<u>Metropolis, Rosenbluth et al. 1953</u>).

Le comportement des atomes est caractérisé par la loi statistique proposée par Boltzman. Pour une température donnée T, la probabilité pour qu'un système d'atomes soit en état d'énergie E, est proportionnelle à exp(-E/T). Dans cette logique, quand la température tend vers zéro, les états d'énergie minimum sont les seuls à avoir une probabilité non nulle d'exister (<u>Aarts</u> and Korst 1989, <u>Goffe, Ferrier et al. 1994</u>, <u>Afifi, Dang et al. 2013</u>).

Dans le concept d'optimisation par la méthode de Metropolis (Metropolis, Rosenbluth et al. 1953), les différentes configurations d'atomes sont représentées par les paramètres du problème d'optimisation. La température du système est représentée par une variable de contrôle T, tandis que l'énergie est remplacée par la fonction à minimiser. La recherche d'un optimum global correspond à un état d'énergie minimum. À partir d'une configuration donnée x, la transformation à la configuration y est acceptée si elle diminue la fonction objective f,

sinon, elle est acceptée avec la probabilité exp(f(y) - f(x)/T). Si la variation de f est négative ou nulle, l'exponentielle est supérieure ou égal à 1. Dans ce cas, la configuration est acceptée. Et si elle est positive, la probabilité est comparée avec un nombre aléatoire entre 0 et 1. Si la probabilité est plus grande, la configuration y est acceptée, sinon elle est rejetée (Aarts and Korst 1989, Ingber 1993, Dowsland and Thompson 2012, Afifi, Dang et al. 2013). Les différentes étapes de cet algorithme sont représentées dans la figure I.12.



Figure I.12 : Organigramme de la méthode du recuit simulé.

Dans cette représentation de la méthode du recuit simulé, un certain nombre de paramètres doit être définis : la température T, l'équilibre statistique (nombre d'itération nb) et  $T_{final}$ . La température varie au cours du temps, elle est choisie élevée au début et diminue progressivement jusqu'à qu'elle soit proche de 0. Il y'a deux façons de varier la température. Nous pouvons considérer des paliers de température en commençant par une température très élevée et fixée et au bout d'un certain nombre de changements nous diminuons la température du système. La deuxième alternative est de faire baisser la température de façon continue en utilisant un critère de décroissance, par exemple (Hajii 2003, Bouallagui 2010) :

$$T_{t+1} = X.T_t \tag{I.38}$$

où X > 1, choisi en général proche de zéro (X = 0.99).

L'équilibre correspond au moment où nous devons changer la température. Cela peut être définit par un nombre d'itérations associé à une température donnée.  $T_{final}$  est une valeur de la température proche de zéro. Elle correspond à l'état où le système est gelé. C'est un critère d'arrêt où plus aucune transformation (qui augmente l'énergie du système) n'est acceptée.

### I.3.2.3 Méthode de la recherche taboue

La méthode de la recherche taboue est une méthode de recherche globale développé par Glever principalement pour des problèmes d'optimisation combinatoire (Glover 1986, Glover 1989, Glover 1990, Glover and Taillard 1993). Elle permet de trouver un optimum global ou une solution proche de l'optimum, avec un temps de calcul raisonnable. Comme les autres méthodes stochastiques, la méthode est initialisée avec une configuration aléatoire. À chaque itération, le voisinage de la configuration courante est exploré par une série de mouvements aléatoires. Les étapes de l'algorithme de la méthode de recherche taboue sont présentées dans la figure I.13.



Figure I.13 : Organigramme de la méthode recherche taboue.

Le point fort de cette méthode ce qu'elle utilise une mémoire pour enregistrer les mouvements enfin d'explorer son historique pour éviter de revenir à des solutions déjà visitée. Les solutions récemment visitées sont enregistrées dans une liste "taboue" de taille limitée et considérées interdites (Glover 1994, Glover 1997, Glover and Laguna 2013).

S'il existe une solution interdite qui peut nous permettre de trouver une meilleure solution du problème, alors elle peut être retirée de la liste. Dans ce cas, la nouvelle solution obtenue remplace la solution courante. Afin de libérer de l'espace dans la liste de solutions potentielles. La plus ancienne solution est retirée et remplacée par la plus récente.

#### I.3.2.4 Algorithmes génétiques

Les Algorithmes génétiques font partie des algorithmes évolutionnaires inspirés du concept d'évolution naturelle élaboré en 1859 par Charles Darwin (<u>Darwin 1859</u>). Ce modèle d'évolution est reproduit pour trouver des solutions pour un problème donné. Les premiers travaux pour l'adaptation d'un tel modèle aux problèmes d'optimisation remontent aux années soixante avec John Holland (<u>Holland 1975</u>). Ainsi, un algorithme génétique repose sur l'analogie avec les phénomènes biologiques comme décrits par Darwin. Les individus les plus adaptés à leur environnement ont une plus grande probabilité de se reproduire. C'est donc la population qui sera évoluée pour améliorer les individus et non un individu particulier. Nous obtenons ainsi un ensemble de solutions et pas une solution unique.

Le vocabulaire utilisé est donc nécessairement celui employé par les biologistes et les généticiens. Nous parlerons donc d'individu (solutions potentielles), de population (ensemble d'individus), de gènes (variables), de génération (itération d'algorithme), de parents, de reproduction, de descendants, de chromosomes (qui code caractéristiques des individus), de croisement et de mutation (opérateurs de reproduction).

Un algorithme génétique peut être découpé en cinq étapes principales comme illustré dans la figure I.14. La procédure débute avec une population initiale. À chaque génération, les individus sont évalués par l'opérateur sélection. Les solutions les plus adaptés passent à l'étape reproduction pour générer des descendants (Holland 1975). Le fonctionnement de l'algorithme dépend de deux concepts : le codage de paramètres pour décrire les individus sous forme des chromosomes formant un ensemble de gènes. Nous travaillons ainsi avec des codes et non avec les individus eux même. Le deuxième mécanisme associé aux algorithmes génétiques est celui de la mesure d'adaptation. Ce mécanisme reflète la capacité d'un individu à répondre au mieux aux critères d'optimisation (Holland 1975, Michalewicz 1996, Michalewicz and Schoenauer 1996, Hajii 2003). Par la suite, nous décrivons la procédure effectuée par chacun des opérateurs ainsi que les aspects les plus importants utilisés dans un algorithme génétique.

Pour démarrer un algorithme génétique, une population P de N individus à évoluer est définie. Elle peut être obtenue par une création d'individus introduits par l'utilisateur afin de donner la forme des solutions potentielles du problème. Cette méthode peut favoriser une convergence rapide mais elle risque de conduire à un optimum local. Néanmoins, l'initialisation aléatoire sans conditions privilège la diversité. Cet aspect est très utile pour l'algorithme où les individus de départ sont différents les uns des autres. Nous avons plus de chance d'en produire les meilleures solutions possibles.



Figure I.14 : Organigramme général d'un algorithme génétique.

La fonction d'adaptation est déduite de la fonction objective pour mesurer la performance des individus. En effet, les algorithmes génétiques sont des méthodes de maximisation de fonction de valeurs positives, or les pluparts des problèmes rencontrés sont des problèmes de minimisation pour une fonction quelconque. Il est donc nécessaire de remplacer la fonction objective par une fonction d'adaptation  $f_a$ . Dans le cas d'une minimisation (Rahmat-Samii and Michielssen 1999) :

$$f_a(x) = \max_p(f(x)) - f(x)$$
(I.39)

Dans le cas d'une maximisation d'une fonction, cette fonction prend des valeurs négatives (Rahmat-Samii and Michielssen 1999) :

$$f_a(x) = f(x) - \min_p(f(x))$$
 (I.40)

 $\max_{P}(f(x))$  et  $\min_{P}(f(x))$  sont respectivement les maximum et le minimum de la fonction objective dans la génération courante P.

La sélection est une opération appliquée sur la population enfin de sélectionner les individus les plus prometteurs pour former la population de la prochaine génération. La sélection de ces individus est basée sur leur valeur d'adaptation. Les plus faibles n'auront pas la possibilité d'avoir de descendants. Pour créer de nouveaux individus, nous pouvons choisir des individus au hasard et de les mélanger aléatoirement. Les mécanismes de sélection les plus utilisées sont la sélection proportionnelle (ou la roue de loterie) (Holland 1975), la sélection par rang (Baker 1985), la sélection par tournoi (Bäck 1995). Ces différentes méthodes partagent la même démarche, qui consiste à attribuer à chaque individu  $i_j$ , une probabilité  $P_j$  d'être sélectionner. Selon le mécanisme de sélection utilisé, la valeur de  $P_j$  est calculée directement ou indirectement à partir de la valeur de la fonction d'adaptation :

Dans le cas de sélection proportionnelle (Holland 1975) :

$$P_{j} = f_{a}(i_{j}) / \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (f_{a}(i_{k}))\right)$$
(I.41)

Ce mécanisme est représenté par une roue de loterie divisée en N secteurs de surface proportionnelle à la probabilité de sélection  $P_j$ . L'aiguille de la roue représente l'individu où à chaque lancement l'individu est rajouté à la nouvelle population. la probabilité de sélection est donc donnée en fonction de sa performance et la performance moyenne de la population (Hajii 2003). Il est tout à fait possible qu'un individu soit rajouté plusieurs fois. Le nombre de copies d'un individu peut être fixé. Dans ce cas appelé sélection proportionnelle à reste stochastique, le nombre de copies d'un individu est donné par la partie entière du nombre réel  $P_i$ , c'est-à-dire l'unique nombre entier  $N(i_i)$  tel que :

$$N(i_j) \le P_j < N(i_j) + 1 \tag{I.42}$$

Le nombre d'individus sélectionnés est donc donné par :

$$N_S = \sum_{k=1}^N N(i_k) \tag{I.43}$$

Il est probable que  $N_S < N$ . Dans ce cas, la population est complété par une sélection par roue de loterie avec la probabilité de sélection (<u>Baker 1985</u>, <u>Baker 1987</u>) :

$$P_{j} = (1/(N - N_{S})) \left( \left( f_{a}(i_{j}) / \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (f_{a}(i_{k})) \right) - N(i_{j}) \right)$$
(I.44)

Dans le cas de sélection par tournoi, un certain nombre d'individus est sélectionné de la population courante. Le meilleur parmi eux est sélectionné, et cette procédure est répétée jusqu'à l'obtention de N individus (<u>Bäck 1995</u>).

Dans le cas de sélection par rang (Baker 1985, Baker 1987) :

$$P_i = 1 + P - (2Pk_i/N - 1) \tag{I.45}$$

Où  $k_j$  est le rang de l'individu. Les individus sont rangés de telle sorte que les meilleurs sont dans les premières positions k = 1,..., tandis que les moins performants y occupent les dernières k =,..., N-1, N. *P* prend la valeur 0 ou 1, i1 définit la probabilité de sélectionner tous les individus (P=0), ou seulement les individus les plus performants (P=1).

L'opérateur de croisement est un processus aléatoire avec une probabilité de croisement *Pc*. Il est appliqué à des couples d'individus choisis au hasard pour former deux nouveaux individus (Janikow and Michalewicz 1991). Le croisement peut être de type point (Holland 1975), deux points (De Jong 1975), croisement uniforme (Syswerda 1989) ou croisement arithmétique (Janikow and Michalewicz 1991).

Le croisement en un point (figure I.15) consiste à choisir aléatoirement un point de croisement. Les composantes situées à gauche de ce point sont conservées et celles à droite sont échangées.



Figure I.15 : Croisement en 1-point.

Le croisement en deux points (figure I.16) consiste à échanger les composantes situées entre les deux points de croisement, choisis au hasard. Cette méthode peut être généralisée avec un croisement en k-points où les descendants sont formées en alternant les (k+1) sous chaines (De Jong and Spears 1992).



Figure I.16 : Croisement en 2-point.

Le croisement uniforme (figure I.17) consiste à initialiser aléatoirement un masque binaire de la même taille que les individus. Le première enfant est obtenu en prenant le composante du premier parant lorsque la case du masque correspondant vaut 1 et du deuxième parant si elle vaut 0. Le deuxième enfant est créé de la même façon, mais en prenant le premier parent si la case correspondante vaut 0 et de deuxième parent si elle vaut 1.



Figure I.17 : Croisement uniforme.

Le croisement arithmétique est un croisement réel qui est à l'encontre des croisements binaires exposés précédemment. Il a l'avantage d'explorer de nouvelles régions et permettre ainsi de faire apparaître de nouvelles valeurs des paramètres.

Pour garantir de rester dans l'espace de recherche, nous définissons un poids  $P \in [0,1]$ . Ainsi pour deux parents X et Y, l'enfant X' est créé avec un pourcentage P de X et un pourcentage (100 - P) de Y, et inversement pour Y'. Les descendants sont donc donnés par :

$$X' = PX + (1 - P)Y (I.46)$$

$$Y' = PY + (1 - P)X (I.47)$$

L'opérateur de mutation est une procédure appliquée sur les individus de façon à obtenir d'autres individus avec des nouvelles caractéristiques. Cela veut dire que nous avons introduire une faible variation dans la solution où nous changeons la direction de recherche et atteindre ainsi des nouvelles régions de l'espace de recherche.

Le mécanisme de mutation peut être implémenté d'une manière uniforme ou non uniforme (<u>Davis 1989</u>) ou encore la mutation aux bornes (<u>Janikow and Michalewicz 1991</u>). Dans la mutation uniforme, une composante  $x_j$  est choisie au hasard et remplacée par une valeur aléatoire dans l'espace de recherche. Tant dis que la mutation non uniforme modifie cette valeur dans un intervalle qui est plus en plus petit avec l'avancement de la procédure.

Ces trois opérateurs que nous venons de décrire, favorise les meilleurs individus. Ils se propagent de génération en génération, en se combinant ou en échangeant leurs meilleures
caractéristiques et ainsi les régions les plus prometteuses de l'espace de recherche sont explorées, ce qui permet d'atteindre un optimum global.

#### I.3.2.5 Méthode d'optimisation par essaim de particules

La méthode d'optimisation par essaim de particules ou Particle Swarm Optimization (PSO) est un algorithme d'optimisation stochastique proposé par Eberhart et Kennedy (<u>Eberhart and</u> <u>Kennedy 1995</u>) qui l'ont découverte en cherchant à simuler numériquement le comportement collectif de vols d'oiseaux et de bancs de poissons. Cette méthode partage certaines particularités avec les méthodes évolutionnistes savoir l'initialisation de la procédure avec une population choisie aléatoirement. Cependant, elle peut être considérée parmi les méthodes itératives où nous nous approchons peu à peu de la solution optimale. D'une autre part, l'efficacité de cette méthode est due à la collaboration plutôt qu'à la compétition. En effet, un individu ne connait pas l'ensemble des informations, mais il dispose d'une mémoire locale qui mémorise sa meilleure position visité et ceux de ses voisins. Dans la figure I.18, nous présentons les étapes principales de la méthode PSO.



Figure I.18 : Organigramme de la méthode d'optimisation par essaim de particules (PSO).

À partir de ces informations, les individus modifient leur vitesse et conservent ainsi une distance optimale entre eux pour suivre une tendance globale par rapport aux mouvements

locaux de leur voisinage (<u>Clerc and Siarry 2004</u>, <u>Clerc 2005</u>). Dans un contexte d'optimisation, la première étape dans la méthode PSO est la définition d'espace de recherche de dimension D et l'initialisation de l'essaim de particules dans cet espace. Nous pouvons le faire soit de manière aléatoire, soit de manière régulière, en particulier sur la frontière. En général, l'approche le plus efficace est une combinaison des deux précédentes. Une particule est caractérisée, à l'instant t, par les vecteurs  $(x_i(t))_{i=1,...,D}$  et  $(v_i(t))_{i=1,...,D}$  qui traduisent sa position courante dans l'espace de recherche, et sa vitesse courante, respectivement. La position de la meilleure solution trouvée par cette particule est donnée par un vecteur p(t). Enfin, la meilleure de celles trouvées en son voisinage est indiquée par un vecteur g(t)(Parsopoulos, Vrahatis et al. 2010).

Une particule peut avoir trois tendances : tendance à suivre sa propre voie; tendance revenir sur ses pas vers la meilleure solution visitée; et tendance de suivre le meilleur voisin. Nous pouvons définir la topologie et la taille du voisinage d'une particule, soit comme un voisinage géographique recalculé à chaque itération, soit un voisinage social prédéfini. Ce dernier est le plus utilisé du fait qu'il est simple à programmer, moins coûteux en temps calcul et, en cas de convergence, il tend à devenir un voisinage géographique. La vitesse est donc donnée par une combinaison linéaire de trois éléments. Les équations de mouvement d'une particule sont définies pour chaque dimension i comme suit (Clerc 2010) :

$$v_i(t+1) = c_1 v_i(t) + c_2 (p(t) - x_i(t)) + c_3 (g(t) - x_i(t))$$
(I.48)

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t)$$
(I.49)

$$c_2 = rand(0, r_1)$$
 (1.50)

$$c_3 = rand(0, r_2) \tag{I.51}$$

où  $r_1$  et  $r_2$  sont des constantes positives déterminés suivant la relation empirique  $r_1 + r_2 \le 4$ .  $c_1, c_2$  et  $c_3$  sont introduits pour pondérer les trois tendances de mouvements des particules.

Le facteur  $c_1$  est appelé facteur d'inertie, il permet de définir la capacité de chaque particule d'explorer l'espace de recherche afin d'améliorer la convergence de la méthode (Nickabadi, Ebadzadeh et al. 2011). Si  $c_1 > 1$ , nous avons une exploration globale. Dans le cas où la valeur de  $c_1$  est faible, l'exploration est locale. Pour un meilleur compromis entre l'exploration locale et globale, les études menées par Shi et Eberhart indiquent une meilleure convergence de la méthode pour  $c_1 \in [0.8, 1.2]$  (Shi and Eberhart 1998, Eberhart and Shi 2001). Une autre alternative consiste à diminuer le facteur d'inertie à la manière de réglage de la température dans la méthode de recuit simulé par exemple avec des valeurs décroissantes linéairement de 0.9 à 0.4 (van den Bergh and Engelbrecht 2002). Pour éviter qu'une particule sorte de l'espace de recherche, nous définissons un espace fini donné par  $[x_{min}, x_{max}]^D$ . Ce mécanisme appelé confinement d'intervalle, stipule que si une composante calculée sort de l'intervalle $[x_{min}, x_{max}]$ , nous lui attribuons la valeur du point de l'espace de recherche le plus proche. Cela revient donc à remplacer l'équation (I.49) par :

$$x_i(t+1) = \min(\max(x_i(t) + v_i(t), x_{min}), x_{max})$$
(I.52)

Ce mécanisme peut être compléter par une modification de la vitesse, en remplaçant la composante qui pose problème par son opposée ou en l'annulant.

Afin d'assurer que les particules ne se déplacent pas trop rapidement, avec le risque de passer à côté de l'optimum, il est nécessaire de fixer une vitesse maximale ou utiliser un coefficient de constriction k proposé par Clerc (<u>Clerc and Siarry 2004</u>, <u>Clerc 2005</u>) :

$$c = 1 - \frac{1}{c_4} + \frac{\sqrt{|c_4^2 - 4c_4|}}{2} \tag{I.53}$$

où  $c_4 = c_2 + c_3$ . L'équation de la vitesse (I.48) devient :

 $v_i(t+1) = cv_i(t) + rand(0, c_{max}) (p(t) - x_i(t)) + rand(0, c_{max}) (g(t) - x_i(t))$ (I.54)

où  $c_{max} = \max(c_2 + c_3)$ . Pour améliorer la convergence, les coefficients c et  $c_{max}$  doivent être choisis dépendants. En pratique  $c_{max}$  est choisi inferieur à 1. Pour une meilleure exploration de l'espace de recherche,  $c_1$  doit être proche de 1. Néanmoins, cela diminue la vitesse de convergence.  $c_{max}$  peut être calculé par la formule (<u>Clerc and Siarry 2004</u>, <u>Clerc</u> 2005) :

$$c_{max} = (2/0.97725)c_1 \tag{I.55}$$

 $v_i(t+1) = cv_i(t) + rand(0, c_{max})(p(t) - x_i(t)) + rand(0, c_{max})(g(t) - x_i(t))$  (I.56) Selon Shi et al (Eberhart and Shi 2000) l'utilisation d'une vitesse maximale  $v_{max} = x_{max}$ , en plus d'un coefficient de constriction, permet d'améliorer les performances globales de l'algorithme.

#### I.3.3 Les méthodes hybrides

Les méthodes hybrides ou les techniques d'hybridation est une tendance actuelle dans les développements des approches d'optimisation (<u>Blum, Raidl et al. 2010</u>, <u>Blum, Puchinger et al. 2011</u>). Cette technique vise à combiner les avantages de deux méthodes d'optimisation afin d'obtenir des méthodes efficaces pour la résolution des problèmes d'optimisation difficiles, nous pouvons combiner une méthode stochastiques soit avec une autre méthode d'optimisation stochastiques (<u>Angeline 1998</u>, <u>Xu 2002</u>, <u>Xu 2003</u>, <u>Cavazos</u>, <u>Moss et al. 2006</u>, <u>Mohanta, Sadhu et al. 2007</u>, <u>Suwannarongsri, Limnararat et al. 2007</u>, <u>Wang, Gao et al. 2007</u>,

Kao and Zahara 2008, Mashinchi, Orgun et al. 2011, Mukhopadhyay and Mandal 2013) soit avec une méthode déterministe ou tout simplement avec une technique d'évaluation de performance. (Vasconcelos, Saldanha et al. 1997, Balsa-Canto, Banga et al. 1998, Klepeis, Pieja et al. 2003, Klepeis, Pieja et al. 2003, Muyl, Dumas et al. 2004, Banga, Balsa-Canto et al. 2005, Boutevin, Deroussi et al. 2005, Chelouah and Siarry 2005, Fan, Liang et al. 2006, Fan and Zahara 2007, Yang, Li et al. 2007, Kelner, Capitanescu et al. 2008, Lasdon and Plummer 2008, Tsoulos 2008, Zahara and Kao 2009, Argáez, Velázquez et al. 2011, Brahim, Guessasma et al. 2013, El-Wakeel 2014). La recherche globale est utilisée pour trouver l'ensemble des solutions admissibles. Par la suite, la méthode locale effectue une recherche robuste dans l'espace des solutions admissibles pour trouver la solution optimale. Cette approche à l'avantage de pouvoir résoudre des problèmes avec une infinité des minimums locaux (Xu 2002, Xu 2003). Dans la littérature certaines méthodes d'optimisation proposent l'hybridation des méthodes déterministes entre elles (Touati-Ahmed and Storey 1990, Dai and Yuan 2001, Yiu, Liu et al. 2004, Andrei 2009, Long, Liang et al. 2013, Jian, Han et al. 2014). Les techniques d'hybridation peuvent être diviser en trois classe, selon Siarry (Siarry 2014) :

- Chaînage de méthodes, où les méthodes sont utilisées d'une manière séquentielle.
   L'une des méthodes est utilisée pour résoudre une partie du problème et l'autre méthode prend le relais pour trouver la meilleure solution du problème.
- Couplage de méthodes, où l'une des deux méthodes est incluse dans la procédure d'optimisation de la deuxième méthode, et ainsi, les méthodes agissent d'une façon séquentielle et itérative.
- Couplage hiérarchique, où l'une des méthodes est dominante et la deuxième est utilisée seulement pour évaluer les solutions trouvées par la première méthode.

Dans ce qui suit, nous allons classer les méthodes hybrides proposées dans la littérature selon les familles des méthodes qui les forment, en trois sous-classes : déterministe-déterministe, stochastique-stochastique et stochastique-déterministe.

#### I.3.3.1 Couplage déterministe / déterministe

Certains auteurs ont suggéré une stratégie d'hybridation résultant du couplage des méthodes déterministes entre eux. Pour éviter de se retrouver avec des optimums locaux, ce qui est l'inconvénient majeur de cette famille de méthodes d'optimisation, des auteurs ont proposé des méthodes hybrides du gradient conjugué. L'idée est de déterminer la direction de recherche d'une manière permettant de converger à un optimum global. Par exemple, Touti-

Ahmed et al (<u>Touati-Ahmed and Storey 1990</u>) proposent une hybridation de cette méthode aux critères de Fletcher-Reeves et Polak-Ribière (<u>Shewchuk 1994</u>). Jian et al (<u>Jian, Han et al.</u> 2014), Andrei (<u>Andrei 2009</u>) et Dai et al (<u>Dai and Yuan 2001</u>) utilisent la recherche linaire de Wolfe (<u>Nocedal and Wright 1999</u>) pour produire des directions de recherches. Zhang et all (<u>Zhang and Zhu 1990</u>) ont proposé une méthode hybride en couplant les méthodes quasinewtons (BFGS et DFP) et la stratégie de région de confiance (<u>Nocedal and Wright 1999</u>).

#### I.3.3.2 Couplage stochastique / stochastique

La combinaison de deux méthodes stochastiques peut aboutir à de meilleurs résultats en vu de la localisation de l'optimum global. Lee et al (Lee, Scheraga et al. 1997) et (Mohanta, Sadhu et al. 2007) ont proposé des approches hybrides d'optimisation en combinant les algorithmes génétiques avec le concept du recuit simulé. Angeline (Angeline 1998) à utilisé le mécanisme de sélection de tournoi des algorithmes génétiques pour l'hybridation de la méthode d'optimisation par essaim particules (PSO). Cette combinaison est avantageuse par apport à la méthode PSO pour certaines fonctions test complexes. Kao et al (Kao and Zahara 2008) ont proposé une méthode hybride combinant les algorithmes génétiques et la méthode PSO. Cette dernière est utilisée pour créer les individus par des mécanismes issus de PSO avec les operateurs de production classiques des GA. Suwannarongsri et al (Suwannarongsri, Limnararat et al. 2007) ont développé une stratégie d'hybridation par couplage de la méthode de recherche taboue et les algorithmes génétiques. Wang et al (Wang, Gao et al. 2007) ont suggéré une méthode hybride basée sur la méthode de la colonie de fournis et le principes de la sélection des méthodes évolutionnistes.

#### I.3.3.3 Couplage stochastique / déterministe

La notion du hasard utilisé dans les algorithmes stochastiques est très efficace pour trouver une solution optimale. Néanmoins, elles nécessitent souvent un grand nombre d'évaluations de la fonction objective. Pour éviter cet inconvénient, une technique venant d'autres méthodes d'optimisation que les méthodes stochastiques est souvent utilisée pour guider la recherche d'un optimum. La définition d'un pas, d'une direction et d'un voisinage de recherche peuvent rendre les méthodes stochastiques plus rapides et efficaces. En partant d'une solution  $X = (x)_{i \in I}$ , nous nous déplaçons vers une solution  $Y = (Y)_{i \in I}$ , dans le voisinage de X, et cela à l'aide d'un vecteur pas  $P = (p)_{i \in I}$ . Le pas doit être grand au début de la recherche pour permettre l'exploration de tout l'espace et diminue à chaque itération pour se focaliser sur la zone où la fonction objective décroît. Le déplacement est donc donnée par (<u>Glover 1990</u>, <u>Glover and Laguna 1999</u>) :

$$(x_{t+1})_i = (x_t)_i + (rand)_i \cdot (p_t)_i \text{ avec } -1 \le rand_i \le 1$$
(I.56)

Et le voisinage du point X est définit par les mouvements aléatoires à partir de ce point. Pour un pas donné, P le voisinage  $V_P(x)$  est comme suit :

$$V_P(x) = \{Y : |X - Y| \le P\}$$
(I.57)

Le pas d'avancement dans l'espace peut être choisi constante comme c'est le cas dans la version basique de la méthode du simplexe (SM) (<u>Spendley, Hext et al. 1962</u>). La modification proposée par Nelder et Mead (<u>Nelder and Mead 1965</u>) est plus efficace. Il s'agit d'un pas variable adapté à chaque étape pour converger rapidement. Si nous somme loin de l'optimum, nous augmentons le pas et si nous nous en rapproche, nous réduisons le pas. Pour l'optimisation avec des variables continues par la méthode recherche taboue (TS), Hu (<u>Hu</u> <u>1992</u>) a proposé d'utiliser un ensemble de pas défini par :

$$(p)_{i} = ((x_{min})_{i} - (x_{max})_{i})/c_{i}$$
(I.58)

où  $x_{min}$  et  $x_{max}$  sont les bornes inférieure et supérieure de chaque composante, respectivement.  $c_i$  est un facteur de réduction supérieur à 1, il dépend généralement de l'espace de recherche. La liste taboue est limitée pour faciliter le stockage. Cette version de la méthode propose que la liste de solutions interdites soit remplacée par les derniers pas correspondants aux meilleures solutions.

Le couplage d'une méthode déterministe avec une méthode stochastique est une approche répandue pour développer une méthode d'optimisation robuste. Par exemple, Argàez et al (Argáez, Velázquez et al. 2011) ont proposé une méthode hybride par chaînage de méthodes entre la méthode des perturbations stochastiques par approximations simultanées (SPSA) (Spall 1992, Spall 2003) et la méthodes de Newton-Krylov (NK) (Argáez and Tapia 2002, Wright 2005). L'exécution de la méthode de SPSA avec différents points initiale (multistart) permet d'explorer l'espace de recherche et déterminer ainsi les régions avec les plus faibles valeurs de la fonction objective, et cela sans avoir besoin de calculer des dérivées. À partir de points explorés des ces régions, un modèle analytique différenciable est créé pour représenter la fonction objective dans cette zone. À ce stade, la méthode locale (NK) est utilisée pour obtenir une solution optimale. Chelouah et Siarry (Chelouah and Siarry 2005) ont développé une méthode hybride par couplage entre la méthode de recherche taboue etla méthode du simplexe. Cette dernière est utilisée pour effectuer une démarche d'exploitation dans la zone prometteuse trouvée par la méthode de recherche taboue. Si un critère d'arrêt est atteint, le

meilleur point du simplexe remplace le plus mauvais dans une liste de solutions prometteuses et la procédure d'exploration recommence à partir de ce point avec une nouvelle liste taboue. Une combinaison de la méthode d'optimisation par essaim particules (PSO) et la méthode du simplexe de Melder-Mead (PSO-SM) a été proposée par Fan et Zahara et al (Fan and Zahara 2007, Zahara and Kao 2009). Pour un problème à n dimensions, l'approche prend (3n+ 1) particules. Les points sont classés du meilleur au pire. Les n meilleures particules formant un simplexe de dimension n+1 sont modifiés par la méthode du simplexe et renvoyé à la méthode PSO. Ce même principe a été utilisé pour une hybridation entre les différentes méthodes génétiques (GA) et la méthode SM pour trouver le minimum global des fonctions continues fortement non linéaires (Fan, Liang et al. 2006). Une autre méthode hybride (PSO-SM) est récemment proposé par El-Wakeel (El-Wakeel 2014). La méthode utilise PSO pour localiser la zone où se trouve l'optimum globale. Cette région est ensuit exploitée par la méthode SM, avec la solution finale de la méthode PSO comme point de départ. Plusieurs auteurs proposent l'intégration d'une recherche locale dans les algorithmes génétiques. Dans la méthode proposée par Kelner et al (Kelner, Capitanescu et al. 2008), la recherche locale basé sur l'outil point intérieur primal-dual (PDIP) est appliquée aux individus nouvellement générés pour trouver des optimums locaux à partir desquels les individus de la nouvelle génération sont introduits. Muyl et al (Muyl, Dumas et al. 2004) ont couplé un algorithme génétique avec la méthode BFGS. Cette dernière est utilisée si la méthode GA n'améliore pas la solution pendant deux générations consécutives. Dans ce cas, les meilleurs individus de la génération courante sont améliorés par la méthode BFGS. Cette même stratégie à été aussi utilisée par Poloni et al (Poloni, Giurgevich et al. 2000). Tsoulos et al (Tsoulos 2008) ont proposé une hybridation des algorithmes génétiques par un mécanisme de mutation basé sur la mise à jour de la vitesse de la méthode d'optimisation par essaim de particules. La méthode locale BFGS est appliquée aux meilleures solutions pour s'assurer que les points localisés par la méthode GA sont bien des optimums locaux, ce qui permet d'améliorer la convergence de la méthode. Vasconcelos et al (Vasconcelos, Saldanha et al. 1997) a également proposé l'hybridation de la méthode GA par une méthode déterministe basée sur le calcul du gradient pour exploiter la région qui contient la solution globale. La recherche globale intègre un critère d'arrêt de la recherche globale par GA pour commencer séquentiellement la recherche locale. Yang et al (Yang, Li et al. 2007) ont étudié le couplage de la méthode BFGS avec la méthode de Monte Carlo pour résoudre un problème un problème d'optimisation contenant des variables qui expriment le phénomène du chao. Ils ont conclu que, pour des fonctions non-linaires, l'efficacité d'un tel couplage dépend de séquences du chao introduites et l'emplacement de l'optimum dans l'espace de recherche.

Dans la littérature, des auteurs ont proposé des méthodes couplant des méthodes stochastiques hybrides avec des méthodes déterministes. Par exemple Klepeis at al (Klepeis, Pieja et al. 2003, Klepeis, Pieja et al. 2003) ont suggéré une stratège d'hybridation entre la méthode stochastique hybride CSA et la méthode déterministe αBB développée par Adjiman et al (Adjiman, Androulakis et al. 1998, Adjiman, Dallwig et al. 1998). Long et al (Long, Liang et al. 2013) ont proposé de coupler d'une façon séquentielle la méthode du lagrangien augmenté (AL) (Afonso, Bioucas-Dias et al. 2011, Birgin and Martínez 2014) et la méthode d'évolution différentielle (DE) (Storn and Price 1997) qui est utilisée pour trouver une approximation de l'optimum global de la fonction de Lagrange.

# I.4 Optimisation pour l'indentification des lois du comportement mécanique

L'identification du comportement mécanique des matériaux a pour objectif de déterminer son champ d'utilisation dans l'industrie et pour répondre au mieux aux exigences de conception (Ashby 2000, Bréchet, Ashby et al. 2001, Ashby and Brechet 2003, Geymonat and Pagano 2003, Guessasma and Bassir 2010). Trois étapes sont nécessaires pour la détermination du comportement mécanique d'un matériau. La première consiste à choisir un dispositif expérimental adapté à la nature de l'essai mécanique (Abbott 1999). Par exemple, si l'étude porte sur la conception d'un matériau mousse, l'essai de la compression jusqu'à densification est indispensable pour évaluer les champs de déformation (Ramsteiner, Fell et al. 2001). Pour les matériaux Biopolymères, une combinaison d'essai de traction, de cisaillement et de compression est souvent nécessaire (Preechawong, Peesan et al. 2004). Dans certains cas comme pour le polypropylène, le chargement uniaxial est suffisant pour avoir une évaluation précise du comportement mécanique (Rosa, Grillo et al. 2009). Dans d'autres cas où l'application implique une biaxialité, des essais plus complexes sont indispensable (Bhatnagar, Bhardwaj et al. 2007). La deuxième étape est l'utilisation d'une expression empirique reproduit la relation contrainte - déformation (Di Landro, Sala et al. 2002, Nunes, Dias et al. 2011). Il y a deux options pour déterminer la loi constitutive. La première est la formulation analytique donnant des informations sur les caractéristiques structurelles associées à la déformation mécanique (Liang 2011). Dans le cas d'arrangement aléatoire de phases, le calcul

par éléments finis est un moyen privilégié, à cause de la complexité de la microstructure. Cette méthode à l'avantage de résoudre des équations différentielles représentant la relation contrainte - déformation à petite échelle pour obtenir une réponse macroscopique (<u>Arriaga</u>, <u>Lazkano et al. 2007</u>, <u>Ferreno, Carrascal et al. 2011</u>). A ce stade, l'identification du comportement mécanique nécessite un troisième critère qui est la stratégie d'optimisation. Celle-ci consiste principalement en l'implémentation d'un algorithme qui fournit un ajustement intelligent des paramètres mécaniques définissant la loi constitutive, en minimisant l'écart entre les réponses numériques et expérimentales (<u>He, Gu et al. 2014</u>).

Ces dernières années, les méthodes d'optimisation ont montré une grande capacité pour résoudre les problèmes mécaniques. Dans littérature, beaucoup d'études de caractérisation mécanique utilisent des méthodes d'optimisation déterministes (Bouzakis and Vidakis 1999, Bassir, Guessasma et al. 2009, Liu, VanLandingham et al. 2009, Guessasma and Bassir 2010, Rauchs and Bardon 2011, Buljak and Maier 2012, Bocciarelli, Buljak et al. 2014, Herrera-Solaz, Llorca et al. 2014, Whitten and Hartl 2014, Wieding, Wolf et al. 2014), stochastiques (Cho 2009, Boudouh, Essehli et al. 2012, Chaouch, Guessasma et al. 2012, Khan, Yeakle et al. 2012, Esmaeili and Dashtbayazi 2014) ou hybrides (Chaparro, Thuillier et al. 2008, Bassir, Guessasma et al. 2009, Guessasma and Bassir 2010, Guessasma and Bassir 2010, Brahim, Guessasma et al. 2013, Minervino, Gigliotti et al. 2014). Parmi les application en mécanique utilisant la démarche d'optimisation nous pouvons citer les études relevant du domaine biomédical (Hesabgar, Marshall et al. 2010, Seifzadeh, Oguamanam et al. 2012, Wieding, Wolf et al. 2014). Certaines études ont utilisé la technique de réseau de neurones artificiels pour caractériser les propriétés mécaniques (Guessasma and Coddet 2004, Hamzaoui, Guessasma et al. 2008, Guessasma, Chaunier et al. 2011). Un autre domaine d'utilisation de ce outil est l'optimisation topologique ou l'optimisation de forme (Bréchet, Ashby et al. 2001).

Dans ce qui suit, nous focalisons sur les différentes stratégies d'optimisation mathématique utilisées pour la détermination des propriétés mécaniques des matériaux. Ces méthodes seront classées selon la classification détaillée dans la partie précédente.

## I.4.1 Utilisation des méthodes déterministes

Plusieurs études ont utilisé des approches déterministes pour identifier le comportement des matériaux. Pour que le processus d'optimisation soit rapide, une analyse préliminaire est souvent nécessaire. Il s'agit, en général, d'une technique purement mathématique, par

exemple, l'utilisation des outils de décomposition orthogonale aux valeurs Propres (POD) et l'interpolation par des fonctions de base radiale (RBF). L'outil de POD est une technique mathématique qui permet d'approximer un système de dimension élevée par une dimension plus faible (Bergmann 2004). La technique de RBF est un moyen d'approximation des fonctions multi-variables par des combinaisons linéaires des termes basés sur une fonction unique unidimensionnelle appelée fonction de base radiale (Buhmann 2003). Ces deux techniques ont été utilisées pour l'indentification du comportement élastoplastique par l'essai d'indentation (Buljak and Maier 2011, Bolzon and Talassi 2013). Buljak et al (Buljak and Maier 2012) ont utilisé une méthode d'optimisation du premier ordre basée sur l'algorithme de région de confiance pour déterminer la contrainte résiduelle par l'essai d'indentation. Cette méthode nécessite le calcul des dérivées premières approximées par des termes des différences finies, ce qui implique des calculs coûteux. Les techniques POD et RBF ont été utilisé pour la rapidité de la procédure. Cette même procédure a été utilisé par (Bocciarelli, Buljak et al. 2014) pour minimiser la fonction d'écart dans le cas de la présence du phénomène de pile-up dans les essais d'indentations. Des essais de traction sur des échantillons d'alliages d'aluminium AA 6061 et AA-O 7075-O ont été effectués pour la validation de l'approche numérique. La fonction objective est ajustée par deux paramètres introduits pour représenter les sources d'erreurs. La signification de ces paramètres et leur influence sur l'indentification des propriétés mécaniques sont étudiées par Moy et al (Moy, Bocciarelli et al. 2011). Bouzakis et Vidakis (Bouzakis and Vidakis 1999) ont développé une procédure d'optimisation sans contraintes pour déterminer la courbe contrainte-déformation d'indentation sphérique. Cette méthode demande une mesure d'empreinte et calcul d'éléments finis pour chaque point d'indentation ce qui est difficile à réaliser. L'algorithme a été utilisé pour décrire la loi multilinéaire isotrope pour un acier 100Cr6. L'équation polynomiale fdécrivant l'empreinte mesurée j est donnée par la profondeur  $y_i^{mes}$  en fonction du diamètre  $x_i^{mes}$ . La première étape de la procédure est la détermination de la limite d'élasticité correspondant au premier segment par la relation (Komvopoulos 1989) :

$$S_y = \frac{HV}{3} (0.1)^k$$
(I.61)

où HV est la dureté, k=m-2 où m est l'exposant de Meyer.

La pente  $\varphi_{ijk}$  d'indice i correspondant à un choix de paramètre k est un pourcentage du module d'élasticité, la pente optimale  $\varphi_{ijk}^{opt}$  est ainsi déterminée par les critères suivants :

$$A_{j} = \int_{-a}^{a} y_{j}^{mes} dx_{j}^{mes} - \int_{-a}^{a} y_{j}^{cal} dx_{j}^{cal} \le e_{A}$$
(I.62)

$$dh_j = h_j^{mes} - h_{ijk}^{cal} \le e_h \tag{I.63}$$

Où  $A_j$  est l'aire de l'empreinte,  $h_j^{mes}$  et  $h_{ijk}^{cal}$  sont la profondeur d'indentation mesurée et calculée, respectivement.  $e_A$  et  $e_h$  représente la précision souhaitée.

La procédure est répétée jusqu'à ce que les deux critères (I.62) et (I.63) soit vérifiés. Suite à la détermination de  $S_y^{opt}$  et  $\varphi_{ijk}^{opt}$ , les déformations élastique et plastique équivalents maximales  $\varepsilon_{el}^{max}$  et  $\varepsilon_{p}^{max}$ , de la phase de chargement sont utilisées pour déterminer la fin de chaque intervalle de la courbe multilinéaire. Liu et al (Liu, VanLandingham et al. 2009) ont utilisé la programmation quadratique séquentielle pour la minimisation sous contraintes d'une fonction non-linéaire définie par la différence entre les données expérimentales et numériques des essais d'indentation appliquée par un indenteur circulaire de pointe plat sur un gel de polymère viscoélastique. Rauches et al (Rauchs, Bardon et al. 2010) ont utilisé une méthode de point intérieur basée sur l'algorithme de région de confiance pour déterminer les paramètres mécaniques d'un modèle visco-hyper-élastique par des essais d'indentation sphérique pour des polymères composés de caoutchouc. Ensuite ces paramètres ont été utilisés pour modéliser un essai de traction uniaxiale. Cette même procédure a été utilisée pour identifier un modèle élasto-viscoplastique avec écrouissage non linéaire isotropique et cinématique pour l'alliage d'aluminium et le cuivre recuit (Rauchs and Bardon 2011). Des bons ajustements entre les courbes expérimentales et numériques en indentation ont été trouvés. Cependant, ce n'était pas le cas pour les essais de traction. Certaines explications ont été mentionnées, par exemple, le choix d'une loi constitutive adaptée qu'à la modélisation des essais d'indentation. Cependant, la stratégie d'optimisation proposée pour l'essai l'indentation par Le Saux et al (Le Saux, Marco et al. 2011) à donné un bon accord avec les données expérimentales des essais de traction, de compression et de cisaillement pur. Cette stratégie basée sur la méthode du mouvement asymptotique (Svanberg 1987) a été utilisée pour identifier les paramètres du modèle hyper-élastique de Edwards-Vilgis pour le caoutchouc naturel. Les paramètres identifiés ont été utilisés pour simuler les essais globaux. Luo et al (Luo and Lin 2007) ont employé la méthode de régression non-linéaire proposée par Bates et Watts (Bates and Watts 2007) pour identifier les paramètres de la loi de puissance pour un essai d'indentation conique pour des matériaux métallique tels que, l'aluminium, le fer, le nickel, le titane et l'acier. Nayebi et al (Nayebi, Bartier et al. 2001, Nayebi, El Abdi et al. 2002, Nayebi, El Abdi et al. 2003) ont proposé une procédure de détermination de la dureté Vickers par indentation sphérique pour les aciers 30CrMo12 et X38CrMoV5. Les surfaces de deux matériaux sont traitées thermiquement avec différentes épaisseurs de diffusion. Une nouvelle expression de la dureté a été proposée. Elle dépend de trois paramètres qui varient en fonction d l'écrouissage et des épaisseurs des couches. Ces trois paramètres sont déterminés à partir de résultats des calculs éléments finis sur une large gamme de matériaux. Les méthodes du gradient à pas constant et à pas optimal ont été utilisées pour déterminer les valeurs des épaisseurs. Pour garantir une convergence globale, une visualisation graphique de l'erreur entre l'expression théorique et la courbe expérimentale a permis de voir les points initiaux qui peuvent conduire à la solution globale. Herrera-Solaz et al (Herrera-Solaz, Llorca et al. 2014) ont employé la méthode de Levenberg-Marquardt pour déterminer les propriétés de monocristaux d'alliage AZ31. Des essais de traction et de compression uniaxiales ont été appliqués dans des différentes directions de sollicitation. Au moins trois courbes expérimentales ont été nécessaires pour identifier le comportement à partir de ces essais. Cette même méthode a été utilisée par Marcadon et al (Marcadon, Davoine et al. 2012) pour étudier les effets de traitement thermique sur les propriétés mécaniques des matériaux cellulaires. Des essais de traction et de microindentation ont été effectués. Bergström et al (Bergström, Kurtz et al. 2002) ont proposé un algorithme d'optimisation non-linéaire sans contraintes basé sur la méthode de recherche simplexe de Nelder-Mead. Cette procédure a permis de reproduire le comportement mécanique de polyéthylène ultra - haute masse moléculaire par les essais de traction monotone, compression monotone, et tractioncompression cyclique. Haddad et al (Haddad and Feng 2001) ont proposé une démarche d'optimisation non-linéaire sous contraintes pour la détermination du comportement mécanique des composites polymères époxyde renforcés par des fibres de verre soumis à de sollicitations de chargement quasi-statique et dynamique. Le problème d'optimisation a pour objectif de maximiser la résistance, la rigidité du matériau et réduire son poids, ce qui implique trois fonctions objectives. La technique de la fonction d'utilité a été employée pour résoudre ce problème d'optimisations multi-objectives (Rao 2009). Afin de simplifier le problème, l'outil de la transformation de variable (Rao 2009) a été utilisé pour résoudre un problème d'optimisation sans contraintes par la méthode du simplexe.

L'outil de la fonction d'utilité a été récemment proposé par Kursa et al (<u>Kursa, Kowalczyk-Gajewska et al. 2014</u>) pour trouver la teneur en phases p d'un composites de matrice métallique renforcé par une céramique. Plus la teneur en métal est élevée, plus la conductivité thermique augmente, mais la densité du matériau et son poids augmentent également. Des combinaisons optimales de propriétés thermomécaniques ont été déterminées. Bui et al (<u>Bui</u> and Pham 2011) ont étudié les effets de la microstructure sur le comportement mécanique d'un nickel à grain ultrafin soumis à une pression isostatique à chaud. Les microstructures ont

été caractérisées par microscopie électronique en transmission et l'analyse par diffraction des rayons X. La méthode de Levenberg-Marquardt (Marquardt 1963, Moré 1978) a été utilisée pour identifier les paramétrés de la loi de Hall-Petch qui exprime l'effet de la taille de grain sur la résistance des matériaux. Les auteurs ont conclu que la présence d'oxyde en phase est responsable du non accord de la limite d'élasticité avec la loi de Hall-Petch. Une modification du modèle a été proposée pour prendre en compte cette présence. Rossi et al (Rossi 2010) ont utilisé cette même méthode pour identifier les paramètres de lois d'écrouissage cinématiques de Armstrong-Frederick et de Teodosiu-Hu. Des essais de traction, de cisaillement et de cisaillement cyclique ont été effectués dans le cas de l'acier 3Cr12. La procédure d'optimisation ajuste les paramètres du matériau en minimisant l'écart entre les déformations expérimentales et numériques. Globalement, un bon accord avec les courbes expérimentales a été trouvé, cependant, la zone transitoire élasto-plastique de la courbe contrainte-déformation est moins précise. En utilisant la méthode de programmation quadratique séquentielle. Whitten et al (Whitten and Hartl 2014) ont prédit le comportement thermomécanique d'alliages à mémoire de forme. Des données expérimentales d'essai de traction et de corrélation d'image ont été utilisées pour valider la procédure d'optimisation. Hesabgar et al (Hesabgar, Marshall et al. 2010) ont utilisé la méthode de recherche de Fibonacci (Knuth 1997) pour déterminer le module de Young du tympan des rats à l'aide d'un essai d'indentation sphérique. Cet essai est souvent utilisé dans la chirurgie vu la facilité de la mise en œuvre et l'utilisation d'une pointe sphérique permet d'avoir une surface de contact suffisante pour produire un champ de déformation exploitable. Wieding et al (Wieding, Wolf et al. 2014) ont employé une procédure de programmation quadratique séquentielle pour optimiser les paramètres géométriques des échafaudages d'os fabriqués en titane à pores ouverts. La procédure d'optimisation a été utilisée pour optimiser les paramètres géométriques afin d'obtenir le module de Young d'os cortical humain en compression uniaxiale, en flexion et en torsion.

## I.4.2 Utilisation des méthodes stochastiques

Chaouch et al (<u>Chaouch, Guessasma et al. 2012</u>) ont étudié l'influence du traitement thermique sur les propriété mécaniques en traction et la dureté de l'acier AISI 4140. Une procédure d'optimisation stochastique de type Monte Carlo a été utilisée pour identifier les paramètres d'un modèle bilinéaire élasto-plastique avec écrouissage isotrope. Les trois paramètres : le module de Young, le module tangent et la limite d'élasticité sont modifiés

d'une façon aléatoire et dans un intervalle donné pour trouver la combinaison minimisant l'écart entre les données expérimentales et numériques. Le processus est répété jusqu'à ce qu'un seuil soit atteint. Boudouh et al (Boudouh, Essehli et al. 2012) ont utilisé cette méthode pour étudier la dissolution de masse de film mince de cuivre. Pour réduire le temps du calcul, la probabilité de dissolution a été intégrée dans le processus d'optimisation.

Seifzadeh (Seifzadeh, Oguamanam et al. 2012) ont proposé une la méthode de recuit simulé pour déterminer les valeurs de quatorze paramètres d'un model mécanique biphasique poroviscoélastique et un coefficient de frottement entre l'indenteur et l'échantillon pour le cartilage articulaire. Ils ont constaté que le coefficient de Poisson dépend du frottement qui est rarement pris en compte dans les essais de l'indentation. Cette considération a permis d'avoir une bonne corrélation entre les données expérimentales et numériques et la méthode de recuit simulé s'est révélé efficace indépendamment du choix du point initial. Dans le cas de l'identification de plusieurs paramètres, les opérateurs génétiques garantissent une convergence rapide avec des résultats précis. Une procédure d'optimisation a été proposée par Esmaeili et al (Esmaeili and Dashtbayazi 2014) pour caractériser un nanocomposite d'alliage aluminium-carbure de silicium en poudre. La technique du réseau neuronal artificiel a été utilisée pour décrire empiriquement une fonction objective à partir des données expérimentales. La déformation du réseau maximale et la taille des cristallites minimum de matrice en aluminium ont été ensuite optimisés par un algorithme génétique. Ce même couplage a été utilisé par Sinah et al (Sinha, Sikdar et al. 2013) pour l'alliage Nickel-Titane. Franulović et al (Franulović, Basan et al. 2009) ont également déterminé les paramètres élasto-plastique et du fatigue oligocyclique à l'aide d'un algorithme génétique. Une démarche utilisant les algorithmes génétiques a été proposée par Mahmoudi et al (Mahmoudi, Pezeshki-Najafabadi et al. 2011) pour la détermination des paramètres de la loi de Chaboche d'écrouissage cinématique pour l'acier CS1026 en fatigue oligocyclique. L'utilisation des algorithmes génétique a prouvé une grande capacité à prédire ces paramètres. Cependant, la définition d'intervalle de recherche pour chaque paramètre a été nécessaire. Pour un polyéthylène ultra haute masse moléculaire, Dusunceli (Dusunceli, Colak et al. 2010) ont utilisé cette méthode pour déterminer quatorze paramètres d'un modèles de viscoplasticité avec précision et d'une manière relativement rapide. Le modèle de la théorie de viscoplasticité basé sur la sur-contrainte (VBO) initialement développé pour les métaux (Krempl 1996) a été utilisé pour ce polymère. Cette même procédure a été utilisée par Khan et al (Khan, Yeakle et al. 2012). Le modèle VBO a été modifié pour couvrir la charge de compression et taux de fluage et de relaxation. Lin et al (Lin and Yang 1999) ont proposé une procédure

d'optimisation basée sur les algorithmes génétiques pour déterminer la loi constitutive viscoplastique des alliages Ti-6Al-4V superplastiques. Cho et al (Cho 2009) a également utilisé les algorithmes génétiques pour déterminer les effets de l'humidité et de la température sur le comportements dynamiques d'un composite orthotrope renforcé de fibres de carbone époxy. Dans une application médicale, Zhu et al (Zhu, Jin et al. 2010) ont déterminé les prospérités mécaniques du tissu cérébral humain. Un essai de compression uniaxiale a été considéré pour identifier une loi de comportement viscoélastique linéaire en utilisant des algorithmes génétiques pour ajuster les équations empiriques définissant la loi de comportement.

## I.4.3 Utilisation des méthodes hybrides

Minervino et al (Minervino, Gigliotti et al. 2014) ont utilisé un couplage stochastiquedéterministe pour la caractérisation du comportement viscoélastique d'un polymère époxyde par l'essai d'indentation. Une méthode évolutionniste a été utilisée pour une recherche globale. La méthode locale de Gauss-Newton a été envisagée pour accélérer la recherche de la solution optimale. Chaparro et al (Chaparro, Thuillier et al. 2008) ont proposé une combinaison d'une algorithme génétique et une méthode du gradient. Le résultat de l'algorithme génétique est considéré comme des valeurs initiales de l'algorithme du gradient dont efficacité dépend du point initial. La méthode hybride a été comparée avec les deux méthodes pour identifier les paramètres de la loi isotrope de Voce et la loi cinématique de Lemaitre-Chaboch pour un alliage d'aluminium EN AW-5754 soumis à une sollicitation de traction uniaxiale et de cisaillement simple. Une procédure d'hybridation a été proposée par (Qu, Jin et al. 2008) pour identifier vingt-deux paramètres d'un modèle superélastique pour l'alliage de Titanium Ti-6Al-4V. La difficulté du choix des valeurs initiales des paramètres est surmontée par la GA et le défaut de la vitesse de convergence de la GA est amélioré par l'application de l'algorithme de Levenberg-Marquardt et l'algorithme de Gauss-Newton. Bassir et al (Guessasma and Bassir 2010) ont proposé une stratégie d'optimisation hybride basée sur les algorithmes génétiques et les réseaux neurones artificiels pour déterminer les propriétés mécaniques des matériaux poreux. Cette même stratégie a été utilisé avec efficacité pour déterminer le comportement mécanique de composite biopolymère amidon-zéine (Guessasma and Bassir 2010)

# I.5 Synthèse

Dans ce chapitre nous avons présenté un état de l'art sur les méthodes d'optimisation et l'utilisation de cette technique pour l'indentification des lois de comportement mécanique. Ce chapitre d'étude bibliographique a été divisé en deux parties. Dans une première partie, nous avons présenté l'aspect théorique de l'optimisation mathématique non-linéaire. Les méthodes de résolution les plus utilisées ont été classées en trois familles : déterministes, stochastiques et hybrides. L'organigramme de la figure I.19 résume ces trois catégories de méthodes d'optimisation.



Figure I.19 : Classification des méthodes d'optimisation.

Nous avons illustré les méthodes déterministes avec ou sans calcul du gradient, avec ou sans contraintes. Les méthodes de résolution de cette catégorie sont des algorithmes de recherche locale qui peuvent converger rapidement mais souvent vers un optimum local. Nous avons également présenté les méthodes stochastiques qui sont des techniques d'optimisation globales robustes et puissantes pour résoudre des problèmes non-linéaire à grande échelle et à plusieurs optimums locaux. Cependant, ils nécessitent beaucoup d'évaluations de la fonction objective et ainsi un temps de calcul coûteux, et ils peuvent rencontrer une difficulté à converger. Selon le problème à traiter une combinaison de deux méthodes de même catégorie ou d'une méthode de recherche globale avec une méthode locale permet de combiner les avantages des deux méthodes tout en évitant leurs inconvénients. Cette classe de méthodes

hybrides a été décrite selon le type de couplage, en trois sous-catégories : déterministedéterministe, stochastique-stochastique et stochastique-déterministe. Le couplage de recherches déterministes et stochastiques est l'outil le plus efficace pour garantir une convergence globale et rapide.

La deuxième partie a été dédiée à l'utilisation des méthodes d'optimisation pour l'indentification du comportement mécanique des matériaux. Dans la littérature, beaucoup d'auteurs ont utilisé des outils d'optimisation pour remonter à la loi de comportement. Le choix de la méthode d'optimisation dépend de la nature du problème à traiter et l'espace des paramètres. Par exemple, lorsque les variables sont des variables continues, les méthodes locales sont efficaces. Dans le cas de variables discrètes, une méthode stochastique est mieux adaptée. Lorsque les variables sont à la fois discrètes et continues, l'utilisation des algorithmes génétiques est la plus pratiquée.

Pour un problème d'identification, les approches déterministes sont des techniques très efficaces et rapides pour déterminer les solutions possibles. Cette catégorie de méthodes nécessite, cependant, des formulations mathématiques très lourdes et une certaine prudence est nécessaire pour éviter de converger vers des minimas locaux. Ces derniers sont un ensemble de solutions possibles qui ne représentent pas nécessairement le comportement mécanique réel. Ce risque augmente dans le cas de l'identification simultanée des phases élastique et plastique. Cependant, pour éviter le coût du calcul, les méthodes de cette catégorie sont les plus utilisées dans les approches d'analyse inverse. Les méthodes stochastiques se distinguent par une recherche aléatoire des solutions possibles, ou par une évaluation basée sur la règle de la sélection. Dans ce cas, la mise en œuvre est efficace pour un problème d'optimisation à plusieurs minimums locaux et lorsque le nombre de paramètres à identifier est élevé. Cependant, les méthodes stochastiques exigent un grand nombre de calculs avant d'aboutir à une solution fiable (minimum global). La technique générique s'avère la plus intéressante pour déterminer des lois de comportement avec plusieurs paramètres, tels que les dommages de fluage et les modèles de plasticité cycliques, où les fonctions objectives sont fortement non-linéaires.

La combinaison de deux stratégies, qui tire parti des points forts de chaque catégorie, à savoir la convergence rapide et la robustesse est souvent plus efficace pour déterminer les propriétés mécaniques. Malgré l'efficacité de ces méthodes hybrides, leur utilisation pour le problème d'indentification n'est pas encore assez développée par apport à leurs homologues stochastiques et déterministes. Cela peut être dû à leur apparition relativement récente comme approche d'optimisation complexe.

# Chapitre II: Techniques d'optimisation pour l'identification du comportement mécanique des composites biopolymères

#### Résumé

L'objectif de ce chapitre est de proposer une stratégie d'optimisation hybride pour identifier le comportement mécanique d'un composite biopolymère amidon - zéine. La démarche d'optimisation est mise en œuvre pour fournir une correspondance rapide entre les paramètres de la loi de comportement et les données expérimentales d'un essai de flexion. À cette fin, un modèle d'éléments finis est développé pour simuler le comportement élasto - plastique du biocomposite qui intègre un écrouissage isotrope. Les résultats sont discutés en fonction de la robustesse de l'approche numérique et l'influence de la teneur en zéine.

# **II.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous suggérons une démarche d'optimisation pour l'identification de la loi de comportement d'un composite amidon - zéine soumis à une sollicitation mécanique de flexion. L'objectif est d'établir une stratégie d'optimisation hybride capable de déterminer la loi de comportement mécanique des matériaux, qui est valable au - delà de l'application spécifique. La méthode d'optimisation est utilisée pour déterminer l'ensemble des paramètres mécaniques liés au comportement élasto - plastique du composite en fonction de la teneur en zéine.

# **II.2 Procédure expérimentale**

Le matériau étudié dans ce travail est un mélange composé d'un amidon de maïs et d'un autre biopolymère appelé zéine. Ces deux matériaux sont fournis sous forme de poudre.

Les composites à différentes teneur en zéine sont fabriqués l'aide d'une séquence d'extrusion et thermomoulage pour obtenir des échantillons quasi - fragiles. Des échantillons de formes parallélépipédiques de dimensions  $100 \times 10 \times 10m^3$  sont soumis à un test de flexion trois points où la longueur de la jauge est de 38 mm.

Les expériences sont réalisées à une vitesse de traverse constante de 20 mm min<sup>-1</sup>. Les essais sont réalisés jusqu'à la rupture et les courbes force - déflection sont déterminées pour chaque teneur en zéine. La figure II.1 illustre l'évolution de la disposition des phases en fonction de la teneur en zéine.

La taille de ROI (région d'intérêt) est obtenue avec une résolution de  $512 \times 512$  pixels, où la taille d'un pixel est de 0.31 µm. Une transition entre un amas globulaire à une distribution de phases percolantes est clairement établie lorsque le teneur en zéine augmente de 5% jusqu'à 70% en volume.

La caractérisation microstructurale est réalisée à l'aide de la technique du MCBL (microscopie confocale à balayage laser) (Voir Annexe B).

La description de la méthode, les résultats connexes MCBL sont détaillés dans la thèse de doctorat de H. Chanvrier (Chanvrier 2004, Chanvrier, Colonna et al. 2005).



**Figure II.1.** Arrangement de phase par microscopie confocale en fonction de la teneur en zéine : (a) 5%, (b) 15%, (c) 50%, (d) de 70%. D'après la thèse de doctorat de H. Chanvrier (Chanvrier 2004, Chanvrier, Colonna et al. 2005).

# II.3 Méthodologie numérique

Un modèle par éléments finis est développé pour étudier le comportement élasto-plastique des mélanges amidon - zéine. A cet effet, le logiciel ANSYS est utilisé comme support pour les calculs éléments finis. Le modèle 3D reprend les dimensions des échantillons testés en flexion. La géométrie est maillée avec des éléments solides ayant 10 nœuds. Chaque nœud possède trois degrés de liberté correspondant aux déplacements dans toutes les directions de l'espace. Le maillage est irrégulier comme la montre la figure II.2. Cette figure illustre également les solutions nodales correspondantes aux déformations élastique et plastique. La

taille des éléments est ajustée d'une façon à permettre un grand nombre de calculs par éléments finis dans une durée raisonnable.



**Figure II.2 :** Le maillage du modèle et les solutions nodales élastiques et plastique de la simulation du test de flexion 3p.

L'étude de la distribution de la déformation dans l'échantillon est importante pour la localisation des déformations permettant de prédire la rupture (<u>Guessasma, Chaunier et al.</u> 2010), ainsi l'accent est mise sur la relation globale contrainte-déformation. Un niveau seuil de déformation associé au passage elasticité - plasticité peut être défini pour comprendre la localisation de la déformation. Cela passe par une implémentation convenable d'une loi de comportement.

La loi de comportement utilisée comprend une élasticité et une plasticité toutes les deux isotropes et linéaires. En conséquence, le nombre de variables se réduit pour l'élasticité à un module unique. Ici, nous supposons également que le coefficient de Poisson a un effet mineur sur la réponse force - déflection. Ce coefficient est choisi constant ( $\nu = 3$ ). La partie plastique

présente un écrouissage isotrope. Cet écrouissage est ajusté à l'aide de deux paramètres: module tangent (ET) et limite élastique (SY). Le nombre de variables indépendantes devient trois et toutes ces variables sont censés dépendre de la teneur en zéine. Cette dépendance est pondérée par le contraste entre le comportement des deux phases biopolymères. Nous considérons également que les effets viscoélastiques sont limités à cause de la faible teneur en eau dans le composite. Un modèle de plasticité simple avec écrouissage isotrope suffit donc pour décrire la loi de comportement jusqu'à rupture. Le comportement est dit ainsi bilinéaire. Nous avons ainsi trois variables indépendantes qui dépendent de la teneur zéine.

Les conditions aux limites se sont ceux des essais de flexion 3-points. Tous les nœuds appartenant à la ligne centrale à la position (x = L / 2, y, z = t) sont contraints en déplacement U<sub>Z</sub> négatif avec une vitesse constante de 20 mm/min<sup>-1</sup> (Figure. 2.2). Le déplacement maximal est ajusté en fonction des conditions expérimentales. Les nœuds des lignes aux positions (x = 0, y, z = 0) et (x = L, y, z = 0) sont contraints par un déplacement vertical nul (U<sub>Z</sub> = 0) et sont libres dans les autres directions. Afin d'éviter la rotation de l'échantillon ou le déplacement de corps rigide, les conditions limites périodiques sont appliquées à tous les nœuds homologues latéraux suivant les équations

$$(UX_i, UY_i) = -(UX_j, UY_j)$$
(II.1)

où les indices i et j sont des indices de nœuds homologues.

Une analyse structurale statique est effectuée avec une hypothèse de petits déplacements. Les solutions nodales sont déterminées en additionnant toutes les forces de réaction sur la ligne de chargement selon la direction z. En utilisant jusqu'à 10 étapes de charge, nous nous retrouvons avec une courbe force-déflexion numérique qui peut être comparées avec la réponse expérimentale.

# **II.4 Problème d'optimisation**

La comparaison entre les courbes expérimentales et numériques est réalisée en définissant une expression de la fonction objective qui reprend l'erreur produite sur toutes les différences des efforts produits sur le chemin de chargement. Un critère d'erreur est donné sous la forme :

$$f = \sum_{i} \left( F_{Exp} \left( \delta_{i} \right) - F_{Num} \left( \delta_{i} \right) \right)^{2} / N$$
(II.2)

où f est la fonction objective.  $F_{Exp}(\delta_i)$  et  $F_{Num}(\delta_i)$  sont les forces expérimentales et numériques correspondant à une déflection donnée.

N est le nombre total de points de déflection.

Etant donné que la fonction f doit prendre en compte une estimation continue de la différence des efforts au même point de chargement, il est nécessaire de produire une régression qui interpole les points manquants sur le chemin de chargement numérique. La fonction d'ajustement de la courbe expérimentale est utilisée pour trouver la force pour toute valeur de déflection. Une fonction polynomiale de troisième ordre est suffisante pour fournir un excellent ajustement pour toutes les courbes expérimentales :

$$F_{Exp}\left(\delta\right) = P_1\delta + P_2\delta^2 + P_3\delta^3 \tag{II.3}$$

où Pi sont des coefficients d'ajustement donnés dans le tableau II.1.

Teneur en zéine (%)	0	5	15	30	50	100
P <sub>1</sub>	1.207	1.748	1.966	1.966	2.217	1.689
P <sub>2</sub>	-0.068	0.047	0.227	0.227	-0.169	0.328
P <sub>3</sub>	-0.004	-0.024	-0.086	-0.086	0.003	-0.075

**Tableau II.1.** Coefficients d'un polynôme d'ajustement de la courbe force - déflection en fonction de la teneur en zéine.

Le problème d'optimisation peut être défini comme suit :

$$\min f(x) \tag{II.4}$$

où  $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  est une fonction définie et continue dans l'espace des paramètres mécaniques. *x* est un vecteur contenant les paramètres mécaniques à identifier. n est le nombre de ces paramètres. Dans notre cas n = 3.

$$x = \begin{pmatrix} EY\\ ET\\ SY \end{pmatrix}$$
(II.5)

# II.4 Proposition d'une méthode d'optimisation hybride

Nous utilisons une méthode de descente pour obtenir les paramètres qui diminuent la fonction objective. L'idée est de trouver, à une itération donnée t, un certain vecteur d<sub>t</sub> satisfaisant à l'inégalité (<u>Nocedal and Wright 1999</u>):

$$f(x_t + \alpha_t d_t) < f(x_t) \tag{II.6}$$

où  $x_t$  est un coefficient appelé pas. Si l'inégalité est vérifiée alors nous avons :

$$x_{t+1} = x_t + \alpha_t d_t \tag{II.7}$$

 $x_{t+1}$  est une solution admissible du problème de minimisation à une itération t.  $\alpha$  est appelé la longueur du pas et d<sub>t</sub> est le vecteur de direction de recherche.

On note  $\nabla f(x)$  le gradient de la fonction f à un point quelconque. Nous supposons également que f est différentiable. Nous définissons ainsi une dérivée partielle quelconque par rapport à chaque composante du vecteur dans un sous-domaine D de  $\mathbb{R}^n$ 

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\lim_{h \to 0} f(\chi_1, ..., \chi_i + h, ..., \chi_n) - f(\chi_1, ..., \chi_i, ..., \chi_n)}{h}$$
(II.8)

Prenons le théorème de Taylor afin de trouver le minimum local du problème :

$$f(x_t+d) = f(x_t) + \alpha d^T \nabla f_t + \frac{1}{2} \alpha^2 d^T \nabla^2 f(x_t+\beta d) d \qquad |\beta \in (0,\alpha)$$
(II.9)

Avec  $f(x_t) \neq 0$ 

nous définissons le problème de minimisation :

$$\min_{d} d^{T} \nabla f_{t} \quad \left| \quad \left\| d \right\| = 1$$
(II.10)

qui vérifie :

$$f\left(x_{t}+d\right) \leq f\left(x_{t}\right) \tag{II.11}$$

Le problème de minimisation peut être résolu en sachant que :

$$d^{T} \nabla f_{t} = \|d\| \|\nabla f_{t}\| \cos(\theta)$$
(II.12)

où  $\theta$  est l'angle entre d et  $\nabla f_t$ .

La direction optimale est donnée par :

$$d = -\nabla f / \|\nabla f_t\| \qquad |\theta = \pi \tag{II.13}$$

Ce qui est appelé la direction la plus raide. Il en résulte que :

$$f(x_{t+1}) = f(x_t) - \alpha_t \nabla f_t / \|\nabla f_t\|$$
(II.14)

Cette direction est sensible aux intervalles de valeurs des paramètres mécaniques, il est décidé de travailler avec des variables adimensionnelles où chaque paramètre mécanique est normalisé entre 0 et 1. En conséquence, si une prédiction du vecteur x est en dehors de cet intervalle,  $\alpha$  est réduite de 3/4 afin de trouver une valeur se situant dans les limites. Si une correction de  $\alpha$  n'entraine pas une diminution de la fonction f, l'évaluation aléatoire de x remplace la mise à jour du gradient.

Il convient de mentionner que les paramètres mécaniques à optimiser ne sont pas totalement indépendants. En effet, le stade de la plasticité nécessite que l'évolution de contrainte au-delà de la limite d'élasticité soit modérée. Ceci est illustré mathématiquement par la contrainte suivante :

#### 0<ET<EY (II.15)

Afin de satisfaire cette contrainte, toute prédiction des paramètres mécaniques qui violent cette contrainte nécessite un ajustement par la même procédure expliquée ci-dessus.

Le modèle d'optimisation est exectuée plusieurs fois avec une démarche de type multi-start, afin de s'assurer que le résultat de la recherche déterministe ne soit pas des minimaux locaux. Les principales étapes de l'algorithme d'optimisation peuvent être résumées comme suit :

- a. Définir l'espace de recherche, qui est constituée de l'ensemble de l'intervalle où se trouvent les paramètres mécaniques (x<sub>min</sub>, x<sub>max</sub>). Cela a pour objectif de limiter la recherche dans l'espace des solutions admissibles.
- b. Déterminer le nombre d'exécution pour la recherche locale de la solution (NB), et, le nombre maximal d'itération pour chaque recherche locale (Tmax).
- c. Donner la valeur initiale du pas et du vecteur des paramètres mécaniques ( $\alpha_0 = 0.1$  et X<sub>0</sub> est choisi aléatoirement).
- d. Calculer la fonction objective à l'instant t,  $f_t$  et son gradient (direction de recherche  $d_t$ )
- e. calculer  $x_{t+1}$
- f. si  $x_{\min} > x_{t+1}$  ou  $x_{t+1} > x_{\max}$  ou ET> EY alors :

mettre à jour le pas par :  $\alpha = \frac{3}{4}\alpha_t$  et reprendre de l'étape e

Sinon

t = t + 1, et reprendre de les étapes depuis le point d'jusqu'à que t=tmax

g. sauvegarder la valeur de x<sub>optimal</sub> et reprendre de l'étape c et répéter NB fois.

L'un des intérêts principaux du processus d'optimisation décrit plus haut est de trouver quelles sont les conditions optimales pour une identification des paramètres. Dans la suite, une analyse de sensibilité est effectuée pour vérifier la fiabilité des prévisions, notamment en ce qui concerne les variables qui contrôlent la robustesse de la démarche d'optimisation. L'un des principaux inconvénients de la recherche déterministe, c'est la localisation de la solution à cause de petites variations de la pente autour d'un point donné (<u>Chaouch, Guessasma et al.</u> 2012). Ceci rend la qualité de la prédiction de paramètres dépendante du volume de l'espace de recherche. Le choix du domaine de recherche n'est pas discuté dans les études

d'identification (Zhu, Jin et al. 2010, Zribi, Khalfallah et al. 2013). Afin d'étudier l'effet du domaine de recherche, la stratégie d'optimisation est appliquée autour d'un point optimal connu en augmentant de plus en plus le volume du domaine recherche. A cet effet, le volume des paramètres est défini comme suit :

$$V = \prod_{i=1}^{3} \left( \frac{x_{\max}^{i} - x_{\min}^{i}}{x_{opt}^{i}} \right)$$
(II.16)

où  $\Pi$  est l'opérateur de produit. x<sub>i</sub> est la i-ème composante du vecteur de solution. x<sub>max</sub> et x<sub>min</sub> sont les bornes du paramètre mécanique. x<sub>opt</sub> est le vecteur optimal obtenu par un ajustement manuel des paramètres mécaniques. V est adimensionnel au même titre que les variables et il varié entre 0.008 et 4.096. Ces limites correspondent à 10% et 80%, respectivement, de la variation autour du point optimal (x<sub>opt</sub>),

Dans ce cas, l'optimisation est redémarrée cinq fois en sélectionnant à chaque fois une nouvelle estimation initiale (NB = 5). Le tmax est le nombre maximale d'itérations, il vaut dans ce cas-là 4. Sachant qu'à chaque niveau itération, quatre calculs en éléments finis FE sont nécessaires pour déterminer le gradient associé à la fonction objective, l'ensemble du processus coûte 85 calculs éléments finis. Ce coût est relativement faible par rapport à la recherche purement stochastique (Dusunceli, Colak et al. 2010, Zribi, Khalfallah et al. 2013). La recherche dans le plus petit volume (V = 0.008) donne de meilleurs résultats, comme indiqué par la branche descendante vers les valeurs optimales. Cette situation dépend bien sûr si le point optimal est dans le domaine de la recherche ou pas.

La figure II.3 représente l'évolution de la fonction objective f (L'erreur entre les réponses mécaniques expérimentales et numériques) en fonction du nombre d'itérations. Les courbes d'optimisation sont fournies pour deux volumes de recherche différents.

La figure II.4 présente les résultats pour des différents volumes de domaine de recherche prenant comme indicateur la plus faible valeur de f. Ce résultat souligne une dépendance linéaire entre la qualité de la prédiction et le volume de recherche.



**Figure II.3.** Evolution de la fonction objective en fonction du nombre d'itérations pour deux volumes de recherche différents.



**Figure II.4.** Corrélation entre le volume de recherche et les valeurs optimales de la fonction objective.

Lorsqu'il y a suffisamment de confiance sur la présence d'un point optimal dans les limites supposées, le choix d'un petit volume permet d'obtenir une évaluation précise des paramètres mécaniques. Dans le cas présent, 10% de la variation autour du point optimal donne une erreur résiduelle de 0.1%. Lorsque cette variation augmente à 80%, la différence entre les réponses calculée et expérimentale est d'environ 1%, ce qui est encore une erreur acceptable. Quand une séparation claire entre les étapes élastiques et plastiques n'est pas possible, un intervalle de paramètres plus large est nécessaire pour déterminer le point optimal correspondant au jeu des paramètres mécaniques qui identifie le comportement mécanique. Le nombre maximal d'itérations et le nombre d'essais peuvent être variés pour permettre une évaluation précise des paramètres mécaniques avec un grand volume de recherche.

Le nombre de calculs éléments finis exécutés peut être déduit en utilisant l'équation :

$$n_{FE} = (1 + t \max \left( D[x] + 1 \right) \right) NB \tag{II.17}$$

où n<sub>FE</sub> est le nombre de cycles FE et D(x) = 3 est la dimension du vecteur des paramètres mécaniques. Comme il est exposé dans la figure, lorsque tmax varie de 2 à 8, le nombre de cycles FE augmente de 45 à 165. Dans tous les cas, la configuration optimale (f <0.28%) est atteinte malgré les grandes différences entre les nombres d'itérations maximales. Cela est dû à la recherche déterministe qui conduit à une diminution rapide de la fonction objective. De la même manière, le résultat de l'optimisation est étudié pour différents nombres d'essais (NB). La figure II.6 montre que, même si seulement deux redémarrages sont utilisés, la fonction objective optimale (f <0.8%) est comparable aux résultats avec NB grand.



**Figure II.5 :** Effet du nombre maximal d'itérations (tmax) sur le profil de la fonction objective (V = 0.05, NB = 5).



Figure II.6 : Effet du nombre d'exécution (NB) sur la diminution de la fonction objective.

Les résultats présentés dans les figure II.5 et figure II.5 confirment l'exactitude du processus d'optimisation, et, ils reflètent une méthodologie robuste permettant d'obtenir une diminution de la fonction objective en utilisant de faibles nombre d'itérations et quelques essais. L'évolution de la fonction objective est donnée dans la figure II.7 pour une teneur en zéine de

5%. La valeur initiale de  $\alpha$  est de 0.1.



**Figure II.7 :** Évaluation de la longueur du pas et de la fonction d'objective en fonction de nombre de calculs EF (teneur en zéine = 5%).

Les résultats montrent que les petites valeurs de  $\alpha$  permettent d'obtenir une convergence plus lente avec les paramètres (NB = 5, tmax = 4).

Nous utilisons une valeur  $\alpha$  qui est corrigée en utilisant des évaluations aléatoires de x. La longueur de pas de  $\alpha$  atteint rarement les grandes valeurs (valeur maximale = 0.18), mais des baisses significatives de  $\alpha$  sont remarquées ( $\alpha < 10^{-4}$ ).

La figure II.8 illustre pour la même teneur en zéine (5%), l'évolution des paramètres mécaniques en fonction du nombre de calculs éléments finis. Dans ce cas, plus de 910 calculs éléments finis ont été nécessaires pour terminer le processus d'optimisation.



**Figure II.8 :** Evolution des paramètres mécaniques dans le volume de recherche en fonction des cycles de calcul éléments finies.

La figure II.9 compare les réponses numérique et expérimentale de la courbe force-déflexion pour une teneur en zéine de 5%. En outre, la figure présente les paramètres mécaniques et la valeur résiduelle de la fonction objective pour chaque courbe. Une correspondance quasiparfaite est obtenue pour un point optimal (f = 0.2%) entre les deux courbes numériques et expérimentales.

La combinaison optimale est (EY = 1.48 GPa, ET = 0.21 GPa, SY = 11.55 GPa) pour lequel la valeur de la fonction objective  $f_{opt} = 0.002$ . La combinaison obtenue correspond à un minimum global comme en témoigne la faible variation des paramètres mécaniques lorsque f devient inférieure à 2%.



**Figure II.9 :** Comparaison entre les réponses mécaniques expérimentales et numériques pour une teneur en zéine de 5%.

De la même manière, la procédure d'optimisation est effectuée pour les différentes teneurs en zéine, la figure II.10 représente la comparaison entre les réponses numériques optimales et les courbes expérimentales. En utilisant les combinaisons optimales, une superposition parfaite est constatée pour tous les matériaux étudiés.

On constate qu'une grande différence entre les courbes expérimentales est observée en fonction de la teneur en zéine en particulier au stade de la plasticité. Ces différences sont dues à la teneur en eau dans les échantillons qui évolue linéairement en fonction de la teneur en zéine (Chanvrier 2004, Chanvrier, Colonna et al. 2005).

w(%, wb) = 11.90 - 0.05Z(%) |R = 0.98 (II.18)

où w (%, wb) est la teneur en eau après un stockage dans NaBr (HR = 59% à 20 °C) et Z (%) est le teneur en zéine. L'équation (II.18) indique que l'amidon est plus ductile que la zéine, dans les mêmes conditions de stockage, et la ductilité est censée s'améliorer lorsque le pourcentage de zéine diminue.

Afin d'établir une relation plus quantitative entre les paramètres mécaniques et la teneur en phase, les paramètres mécaniques optimaux sont tracés en fonction du contenu de la zéine (Figure II.11).



**Figure II.10 :** Courbes force - déflexion numériques optimales et expérimentales en fonction de la teneur en zéine.



Figure II.11 : Corrélations entre les paramètres élastiques et plastiques et la teneur en zéine.

Les résultats obtenus montrent que le module de Young est tout à fait stable (EY =  $1.75 \pm 0.13$  GPa) en fonction de la teneur en zéine, ce qui confirme que la teneur en phase a un effet mineur, sur la phase d'élasticité. Des valeurs similaires ont été obtenues, lors de la conversion de courbe force - déflexion à une courbe contrainte-déformation(Chanvrier 2004, Chanvrier, Colonna et al. 2005). Cependant, l'examen de la plasticité (ET, SY) révèle une corrélation

entre ces paramètres et la teneur en zéine. La variation de EY est en moyenne de 5%, et 31%, 16% pour ET et SY, respectivement. Les corrélations données dans la figure II.11 ne sont pas linéaires malgré que la relation entre la teneur en zéine et la teneur en eau est linéaire. Cette différence est attribuée à l'effet de l'arrangement des phases dans le mélange, qui évolue comme suit : Pour les faibles fractions de zéine, la distribution spatiale est caractérisée par une matrice majoritaire est une seconde phase dispersée. Pour les fractions plus importantes, une co-continuité des phases est obtenue avec un régime de percolation. Le passage d'un type de distribution à l'autre est observé entre 15% et 30% de teneur en zéine dans le mélange. Sur la base des résultats obtenus, les corrélations entre les paramètres mécaniques et la teneur en eau sont approchées par des fonctions polynomiales du second ordre comme suit :

$$ET(GPa) = -1.36 + 0.31w(\%, wb) - 0.015w^{2}(\%, wb) \qquad |R = 0.73$$
(II.19)

 $SY(MPa) = 53 - 8.26w(\%, wb) + 0.39w^2(\%, wb) | R = 0.81$  (II.20)

Une estimation plus précise est obtenue pour la transition entre le régime particulaire et le régime de percolation. Cette estimation est donnée par le calcul de la teneur en zéine dans lequel la première dérivée est nulle. La teneur en zéine critique est alors de 24.86% et de 25.25% sur la base d'expressions de ET et SY, respectivement.

# II.5 Synthèse

L'identification des paramètres élastiques et plastiques pour un mélange d'amidon-zéine est réalisée en utilisant une approche hybride qui combine la recherche déterministe et l'initialisation aléatoire. Cette méthode permet de démontrer que le module d'élasticité n'est pas sensible à la teneur en zéine et à la teneur en eau. Cette insensibilité est attribuée aux propriétés élastiques proches des constituants. Le module de Young varie dans la gamme (1.50 - 1.85) GPa. Le module tangent est prédit dans un intervalle plus étroit et plus faible entre 0.09 et 0.35 GPa. La limite élastique varie entre 8.39 MPa et 14.7 MPa. Les paramètres de plasticité affichent une corrélation non-linéaire avec la teneur en eau. La distribution de phase peut expliquer cette corrélation non-linéaire. Une transition entre un régime de dispersion et un régime de percolation a été obtenu avec une teneur en zéine critique d'environ 25%.

# Chapitre III : Identification du comportement mécanique par l'indentation instrumentée

#### Résumé

L'indentification du comportement mécanique par l'essai d'indentation est devenu très répandu ces dernières décennies. L'avantage de cet essai local est la simplicité de sa mise en œuvre et sa nature non destructive.

Dans ce chapitre nous présentons les recherches menées sur cette technique et nous exposons les différents aspects théoriques, analytiques, et expérimentaux de cet essai. Nous présentons également les différents modèles permettant la détermination des propriétés élastiques et plastiques. Ces différents méthodes seront ensuite utilisées pour dépouiller des données expérimentales des quelques métaux comme le bronze, le cuivre et le laiton.
#### **III.1 Introduction**

L'essai d'indentation instrumentée est un essai mécanique dérivé de l'essai de la dureté. Il consiste à enfoncer progressivement un pénétrateur au travers d'une surface plane du matériau à caractériser. Le déplacement de la pointe de l'indenteur est mesuré en temps réel, en fonction de la charge appliquée. Dans ce chapitre, nous étudions les différentes méthodes proposées dans la littérature pour analyser les courbes d'indentation. Ces méthodes permettent d'exploiter les données expérimentales pour remonter aux propriétés mécaniques du matériau. Nous présentons également les modèles analytiques permettant la détermination des propriétés mécaniques. Ces modèles sont comparés aux résultats d'essai de traction.

Pour cet objective, des expériences d'indentation sphérique ont été effectuées pour trois matériaux le bronze, le cuivre et le laiton. La force maximum appliquée est choisie dans la gamme de 20 mN à 50 N pour des cycles de chargement et déchargement de plus de 20 essais. Les valeurs des taux de chargement et de déchargement (exprimées en mN / min) ont été fixés à deux fois la valeur de la charge maximale appliquée. La charge est appliquée progressivement sans chocs, ni vibrations et maintenue à sa valeur finale pendant 15 secondes.

L'indenteur utilisé est un monobloc en carbure de Tungstène de forme sphérique de rayon = 0.1 mm, dont les propriétés mécaniques sont : module d'élasticité E = 540 GPa, coefficient de Poisson  $\nu = 0.2$ 

#### **III.2 Indentation instrumentée**

Le principe de l'indentation instrumentée est le même principe de la dureté par pénétration (voir annexe C). L'idée consiste à instrumenter le duromètre pour enregistrer instantanément la variation de la force et du déplacement du pénétrateur au cours de l'indentation. Nous avons ainsi accès à des données exploitables pour remonter à la loi de comportement mécanique.

En représentant la charge appliquée en fonction du déplacement mesuré, nous obtenons la courbe d'indentation qui permet de déduire les propriétés mécaniques du matériau par différentes méthodes de dépouillement. Les étapes d'un essai d'indentation et la courbe d'indentation sont montrées dans la figure III.1.

Cette illustration présente deux parties distinctes, une première partie de charge correspondant à l'enfoncement de la pointe d'indentation jusqu'à un déplacement maximal  $h_{max}$ . Une partie de décharge symbolisant le retrait de la pointe d'indentation avec la présence d'une empreinte résiduelle h<sub>f</sub> qui désigne la profondeur de pénétration rémanente après suppression de l'effort appliqué.



Figure III.1. Indentation instrumentée, (a) phase de pénétration (b) courbe charge-décharge.

La profondeur  $h_s$  représente le déplacement au travers de la surface du matériau lors de l'indentation. La valeur  $h_s$  correspond au point d'intersection avec l'axe de profondeur de pénétration et la tangente à la courbe de décharge à  $F_{max}$ , la force maximale appliquée.

On définit également,  $h_c$  appelé la profondeur de contact qui désigne la profondeur pour laquelle la pointe du pénétrateur et le matériau sont à la plus grande surface de contact, et la raideur de contact S qui est la pente au début de la décharge (S=dP/dh).

#### **III.2 Détermination des propriétés élastiques**

Plusieurs approches analytiques ont été développées pour déterminer les propriétés mécaniques à partir des données d'indentation dont la plupart ont mis l'accent sur le module d'élasticité E, et la dureté (Oliver and Pharr 1992, Field and Swain 1993, Hay, Bolshakov et al. 1999). Les quantités mesurables expérimentalement, comme la charge d'indentation F, la profondeur de pénétration h, et la raideur de contact indentation S =dF/dh sont liés à la surface de contact projetée A et aux propriétés élastiques du matériau. Sous une forme ou une autre, la plupart des méthodes utilisent la relation suivante :

$$S = \frac{dF}{dh} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{E}{(1-\nu^2)} \sqrt{A}$$
(III.1)

où E est le module de Young et  $\nu$  est le coefficient de Poisson. Cette relation est issue de l'application de la théorie de Hertz (<u>Hertz 1882</u>) à l'indentation sphérique ce qui permet de déterminer une relation, dans le régime élastique, entre la charge F et la profondeur h :

$$F = \frac{4}{3} \frac{E}{(1-\nu^2)} R^{\frac{1}{2}} h^{\frac{3}{2}}$$
(III.2)

Par conséquence, la raideur de contact est donnée par la dérivée de la relation III.2.

En supposant une surface de contact parfaite, c'est à dire, en négligeant les défauts géométriques du sommet de l'indenteur, et que h $\leq$ R, alors l'aire de contact projetée est égale à la surface délimitée par l'aire d'un disque de rayon *a* :

$$A = \pi a^2 \tag{III.3}$$

Pour trouver le rayon de contact a, il suffit d'appliquer le théorème de Pythagore :

$$R^{2} = (R - h_{c})^{2} + a^{2} \Rightarrow R^{2} = R^{2} - 2Rh_{c} + h_{c}^{2} + a^{2} \Rightarrow a^{2} = h_{c}(2R - h_{c})$$
(III.4)

Avec le fait que  $h \ll R$ , la rayon de contact projeté est égale à :

$$a = \sqrt{2Rh_c} \tag{III.5}$$

Et l'aire de contact projetée est donc donnée par :

$$A = 2\pi R h_c \tag{III.6}$$

Dans le cas des faibles déformations (a<<R), la profondeur de contact  $h_c$  est donnée en fonction de la profondeur maximale de pénétration  $h_m$ :

$$h_c = \frac{h_m}{2} \tag{III.7}$$

Ainsi, nous avons :

$$S = \left(\frac{dF}{dh}\right)_{h_m} = 2\frac{E}{(1-\nu^2)}\sqrt{Rh_m}$$
(III.8)

Au-delà du domaine de déformation élastique, l'expression de Hertz (équation III.2) n'est plus valable. Cela est une limitation conséquente à l'application de théorie de Hertz aux matériaux qui subissent des déformations plastiques. Dans ce cas le déplacement total h est une somme des déplacements plastique et élastique. Ainsi, il faudra déterminer le déplacement plastique pour le soustraire. Doerner et Nix (Doerner and Nix 1986) ont proposé d'exploiter la phase décharge de la courbe d'indentation où le module d'élasticité est déterminé par extrapolation de la pente initiale de la décharge. Cette partie est considéré élastique (retour élastique), la théorie du contact élastique peut donc être appliquée. Les auteurs supposent ainsi que la décharge est linéaire dans cette plage de profondeur et que l'aire de contact reste inchangée. La profondeur de contact est donc donnée par :

$$h_c = h_m - h_s$$
(III.9)  
Avec  $h_s = \frac{F_{max}}{s}$ (III.10)

Cette méthode présente des imprécisions puisque le début de la décharge n'est pas toujours linéaire dans le cas de matériaux élasto-plastiques avec écrouissage. Olivier et Pharr (<u>Oliver</u> and Pharr 1992, <u>Pharr</u>, <u>Oliver</u> et al. 1992) ont établi une méthode pour dépasser cette limitation. Pour déterminer la raideur de contact, ils montrent, à partir des données des essais d'indentation, pour un grand nombre de matériaux, que les courbes d'indentation peuvent être décrites par une loi de puissance de la forme suivante :

$$F = B(h - h_f)^m \tag{III.11}$$

Où B et m sont deux constantes à ajuster selon les données expérimentales.

Par conséquence, un calcul de la dérivée au point  $h_m$  est suffisant pour déterminer la raideur de contact s :

$$s = \left(\frac{dF}{dh}\right)_{h=h_m} = mB(h_m - h_f)^{m-1}$$
(III.12)

En se basant sur les travaux de Doerner et Nix (<u>Doerner and Nix 1986</u>), les auteurs ont proposé de déterminer la profondeur de contact, en rajoutant un coefficient de géométrie, par la relation suivante :

$$h_c = h_m - \varepsilon \frac{F_{max}}{s} \tag{III.13}$$

où  $\varepsilon$  est un paramètre qui représente la géométrie de la pointe. Dans la pratique, la valeur de  $\varepsilon$  varie entre 0.72 et 0.78. Pour plus de simplicité, nous pouvons prendre une valeur constante égale à 0.75 (Lepienski and Foerster 2004, Chicot, De Baets et al. 2013).

Oliver et Pharr (<u>Oliver and Pharr 1992</u>) ont montré que la relation (III.1) peut être appliquée à des pénétrateurs qui ne sont pas décrits comme des corps de révolution. Ils introduisent ainsi un facteur de correction qui dépend de la géométrie de l'indenteur :

$$S = \frac{2\beta}{\sqrt{\pi}} E^* \sqrt{A}$$
(III.14)

 $E^*$  est le module réduit. Il prend en compte les propriétés élastiques de l'indenteur :

$$E^* = \left(\frac{(1-v_m^2)}{E_m} + \frac{(1-v_i^2)}{E_i}\right)^{-1}$$
(III.15)

où  $E_m$ ,  $v_m$  représentent le module d'élasticité et le coefficient de Poisson du matériau et  $E_i$ ,  $v_i$  se réfèrent au module d'élasticité et le coefficient de Poisson de l'élément d'indentation, respectivement. Il faut noter que dans le cas d'un pénétrateur sphérique élastiqué, la relation charge - déplacement est donnée par l'équation de Hertz. Dans ce cas, la simulation de la courbe d'indentation coïncide avec l'équation seulement si nous supposons que le module réduit est donné par :

$$E^* = \frac{E_m}{(1 - v_m^2)}$$
(III.16)

Cela a été validé par Poon et al. (<u>Poon, Rittel et al. 2008</u>, <u>Poon 2008</u>). Le pénétrateur peut être supposé rigide, c'est à dire  $E_i$  est très grand par apport à  $E_m$  alors l'équation (III.15) devient l'équation (III.16).

Dans le cas d'indentations conique et sphérique, des déplacements radiaux se produisent à l'intérieur de la zone de contact. Afin d'éviter la surestimation du calcul du module d'élasticité Hay et al. (Hay and Wolff 2001) introduisent un facteur de correction  $\gamma$  pour prendre en compte ces déplacements. La relation (III.14) devient ainsi :

$$S = \frac{2\beta\gamma}{\sqrt{\pi}} E^* \sqrt{A}$$
(III.17)

Pour un pénétrateur conique,  $\gamma$  est donnée par:

$$\gamma = 1 + \frac{(1-2\nu)}{4(1-\nu)} \tan \theta \tag{III.18}$$

Dans le cas d'un pénétrateur sphérique :

$$\gamma = 1 + \frac{2(1-2\nu)a}{3\pi(1-\nu)R}$$
(III.19)

Lorsque la charge est appliquée, la force de réaction est reprise par une déviation et cette déviation est généralement ajoutée à l'enregistrement de la profondeur. La déviation présente généralement une relation linéaire en fonction de la charge appliquée (Fischer-Cripps 2004). La correction de la profondeur prend la forme d'un produit représenté par la rigidité de la machine, C<sub>m</sub>, et la charge, F. Ce produit doit être soustrait de la profondeur enregistrée par l'instrument:

$$h = h_{mes} - C_m F \tag{III.20}$$

où h et  $h_{mes}$  sont les profondeurs de pénétration dans le matériau et la profondeur de pénétration mesurée par l'instrument, respectivement.

La rigidité mesurée tient compte de la rigidité de l'appareil  $C_m$  et de l'ensemble échantillon indenteur  $C_i$ , et est égale à l'inverse de la complaisance totale  $C_T$ :

$$C_T = \frac{1}{s} \tag{III.21}$$

$$C_T = C_m + C_i \tag{III.22}$$

Notons que s<sub>i</sub> la raideur de contact (échantillon - indenteur), la rigidité de l'ensemble échantillon - indenteur  $C_i$  est donc donnée par :

$$C_i = \frac{1}{s_i} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\beta \cdot \gamma \cdot E^* \cdot \sqrt{A}}$$
(III.23)

Ainsi, nous avons la relation qui permet de déterminer le module réduit :

$$\frac{1}{s} = C_m + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\beta \cdot \gamma \cdot E^* \cdot \sqrt{A}}$$
(III.24)

Si nous remplaçons par l'équation III.6 nous obtenons l'expression suivante :

$$\frac{1}{s} = C_m + \frac{1}{2\sqrt{2R} \cdot E^*} \frac{1}{\sqrt{h_c}}$$
(III.25)

#### **II.3** Analyse de courbes d'indentation

Dans ce qui suit, nous appliquons les différents aspects précédemment présentées pour dépouiller des résultats des essais d'indentation pour le bronze, le cuivre et le laiton. Ces analyses sont présentées ici pour des essais avec une charge de 1N pour chaque matériau. Pour déterminer la raideur de contact s par la méthode de Olivier et Pharr, nous traçons la charge appliquée en fonction de la profondeur mesurée moins la profondeur résiduelle. Comme il est reporté dans la figure II.3, les données suivent bien la loi de puissance de la relation (III.11).



**Figure III.2 :** La partie décharge en fonction de la profondeur mesurée moins la profondeur résiduelle pour le bronze, le cuivre et le laiton.

Pour déterminer la profondeur de contact  $h_c$ , nous devons d'abord calculer la profondeur  $h_s$ qui est une fonction de la force maximale, de la raideur de contact s et de la géométrie de la pointe d'indentation :

$$h_s = \varepsilon \frac{P_{max}}{s}$$
où  $\varepsilon = 0.75$ . (III.26)

Une fois la profondeur de contact  $h_c$  est déterminée, nous pouvons calculer l'aire de contact à l'aide de la relation (III.6).

Les valeurs de la raideur s, de la profondeur de contact  $h_c$  et l'ensemble de résultats sont donnés dans le tableau III.1.

Matériau	h <sub>f</sub> (nm)	h <sub>m</sub> (nm)	F <sub>m</sub> (mn)	m (-)	B (mN/nm <sup>m</sup> )	$R^{2}(-)$	S (mN/nm)	$h_c(nm)$
Bronze	889	1258	1000	1.91	0.011	0.99	4.624	1095
Cuivre	1422	1767	1000	1.37	0.310	0.99	3.620	1547
Laiton	1405	1893	994	1.19	0.599	0.99	2.382	1557

**Tableau III.1 :** Les données expérimentales et les résultats de la méthode de Olivier et Pharr pour le bronze, le cuivre et le laiton.

L'indentification d'une loi élasto-plastique passe par la détermination de paramètres correspondant à la partie élastique. Pour pouvoir calculer le module de Young et la rigidité de la machine  $C_m$ , nous utilisons la relation de Olivier et Pharr (l'équation III.24). La figure III.3 montre clairement que les données expérimentales peuvent être décrites par une ligne droite.



**Figure III.3 :** La complaisance totale  $C_T$  en fonction de l'inverse de la racine carrée de profondeur de contact  $h_c$  pour le bronze, le cuivre et le laiton.

L'introduction du facteur de correction de Hay conduit à une représentation non-linéaire des données. Afin de simplifier, nous supposons que  $\gamma = 1$ .

Dans la figure III.4, nous présentons les courbes d'indentation force - pénétration pour les trois matériaux étudiés avec une force maximale de 1N.

Les courbes en pointillées sont les données expérimentales avant la correction et les courbes en gras sont les résultats après la correction par la méthode de Oliver et Pharr (l'équation III.25).



**Figure III.4 :** Courbe charge décharge avant et après correction pour le bronze, le cuivre et le laiton.

L'écart est importent au niveau de la dernière partie de chargement et au début de déchargement. Cela peut être expliqué par le fait que dans cette plage de données nous avons la surface de contact la plus grande. Cet écart est plus grand dans le cas du cuivre et le laiton par apport au bronze. Les différentes valeurs de la complaisance de la machine, le module réduit et le module de Young déterminés par la méthode de Olivier et Pharr pour les trois matériaux étudiés sont donnés dans le tableau III.2.

Matériau	$C_m (nm/mN)$	E <sup>*</sup> (Gpa)	E <sub>IIT</sub> (Gpa)	$R^{2}(-)$	E <sub>Traction</sub> (Gpa)
Bronze	-0.038	137	124	0.99	99
Cuivre	0.992	160	145	0.99	126
Laiton	0.229	151	137	0.99	90

**Tableau III.2 :** Le module de Young et la complaisance de la machine pour le bronze, le cuivre et le laiton.

#### **III.3 Détermination des propriétés plastiques**

Des nombreux auteurs ont proposé un certain nombre de modèles pour déterminer à la fois, la limite d'élasticité et le coefficient d'écrouissage par l'analyse de la courbe de charge - décharge obtenue en indentation instrumentée, par exemple Herbert et al (Herbert, Pharr et al. 2001), Gao (Gao 2006), Haggag (Haggag, Nanstad et al. 1990). Ces méthodes utilisent soit une analyse inverse par éléments finis ou la théorie de la contrainte représentative et la déformation représentative. Dans l'approche d'analyse inverse, la détermination des propriétés mécaniques est basée sur un modèle numérique qui suppose la pertinence d'une loi constitutive. La théorie de la contrainte représentative et la déformation représentative sont basées sur la théorie de Tabor (Tabor 1951, Tabor 1970). D'après cette théorie, la contrainte vraie et la déformation vraie déterminées par des essais de traction uniaxiale sont équivalents à une contrainte et déformation d'indentation sphérique. En effet les propriétés plastiques d'un matériau peut être obtenues avec un pénétrateur sphérique lorsque la déformation d'indentation, définie par le rayon de la zone de contact, a, divisé par le rayon de l'indenteur R et la contrainte d'indentation, égale à la pression moyenne de contact Pm, définie par le rapport de la charge maximale appliquée Fmax sur l'aire projetée de contact A, qui sont tous les deux mesurables dans les essais d'indentation.

La déformation se produit sous le pénétrateur en trois étapes : une phase élastique, si la charge est retirée le matériau récupère sa forme initiale, une phase élasto - plastique dans laquelle la déformation se produit sous le pénétrateur et une phase entièrement plastique, la déformation plastique se produit à la surface du matériau. Les phases élastiques et élasto - plastique sont très difficiles à déterminer (Gao, Jing et al. 2006). Par conséquent, en général, dans l'indentation instrumentée, la contrainte vraie est calculée seulement au stade de plasticité.

Tabor (<u>Tabor 1951</u>, <u>Hutchings 2009</u>) a étudié la déformation plastique produite par une force de pression constante agissant au contact, après des expériences sur deux cylindres d'acier et d'argent, chargés l'un contre l'autre, l'empreinte laissée est similaire à celle d'une sphère sur

un plan (<u>Hutchings 2009</u>). Il a constaté que la déformation est proportionnelle à  $\frac{a}{R}$ , puis il a démontré que pour les métaux avec écrouissage, une représentation de la pression moyenne d'indentation par rapport à  $\frac{a}{R}$  reproduit la courbe contrainte - déformation. Il propose donc une définition expérimentale de la déformation à l'aide de la fonction sinus:

$$\varepsilon = \eta \left(\frac{a}{R}\right) = \eta \sin \theta$$
 (III.27)

où  $\theta$  est le demi-angle entre l'indenteur et la surface de matériau.  $\eta$  est égal 0,2.

La figure III.5 illustre la représentation de la déformation représentative comme elle est décrite par Tabor.

Malgré l'utilisation rependue de cette formule dans la littérature, cette définition est limitée par la condition que la déformation maximale doit être inférieure à 0.2. En effet, si la déformation dépasse  $\eta$ , le sinus est supérieur à 1 ce qui est impossible. Cette condition peut rendre difficile l'évaluation des courbes d'indentation des métaux ductiles. Une nouvelle définition a été proposée par Ahn et Kwon (Kim, Lee et al. 2006). Cette présentation est donnée à l'aide de la fonction tangente :

$$\varepsilon = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{R}\right)^2}}\right) \left(\frac{a}{R}\right) = \alpha \tan \theta$$
(III.28)

où  $\alpha$ =0,14. Cette valeur a été déterminée, indépendamment des propriétés mécaniques des matériaux, par un calcul éléments finis pour différents matériaux (<u>Ahn and Kwon 2001</u>, <u>Kim</u>, <u>Lee et al. 2006</u>).

Bien que cette définition couvre une large partie du champ de déformation, elle contient également une condition sur la déformation maximale qu'elle est infinie lorsque a = R. Dans la pratique, l'essai est arrêté quand le rayon de contact atteint la valeur 0,6 R.

Pour les matériaux rigide parfaitement plastiques, la dureté  $H(=P_m)$  est directement liée à la limite d'élasticité. En effet, dans une première approche, nous pouvons relier la limite d'élasticité  $\sigma_y$  avec la surface de l'empreinte. Puisque la force *F* est constante et avec l'enfoncement de pénétrateur, la surface de contact *A* s'agrandit ce qui entraine une diminution de la contrainte. Quand la contrainte n'est plus suffisante pour déformer plastiquement le matériau. La pénétration s'arrête, nous avons donc :

$$\sigma_y = \frac{F_{max}}{A} \tag{III.29}$$



Figure III.5 : Déformation représentative.

En général, dans les essais de dureté par un indenteur sphérique ou Vickers, il est observé que la pression moyenne de contact est plus grande que la contrainte uniaxiale en compression (<u>Ambriz, Chicot et al. 2011</u>). Ainsi, la pression moyenne de contact  $P_m$  et la contrainte uniaxiale  $\sigma$  sont plutôt reliés par la relation:

$$P_m = C\sigma \tag{III.30}$$

Le rapport C est appelé le facteur de contrainte.

Pour un matériau parfaitement plastique (sans écrouissage), cette équation empirique est soutenue par les travaux de Brinell (<u>Brinell 1900</u>) qui a constaté que, pour les aciers avec une large gamme de teneur en carbone, il y a une relation linéaire entre la dureté de Brinell et la contrainte maximal :

$$H_B = C\sigma_m \tag{III.31}$$

O'Neill (<u>O'Neill 1934</u>) a proposé une valeur constante de c (c= 0,36) pour tous les métaux avec un faible écrouissage. En effet, après les observations de Brinell une empreinte laissée par une sphérique dans un métal entraine un certain écrouissage local du matériau (<u>Tabor</u> 1951, <u>Tabor 1970</u>, <u>Hutchings 2009</u>).

L'approche de Tabor peut être appliquée à des matériaux qui présentent un écrouissage. Dans ce cas, la pression moyenne de contact est donnée par :

$$P_m = 2.8\sigma \tag{III.32}$$

Pour décrire le comportement avec écrouissage, Tabor a démontré que la contrainte  $\sigma$  est liée à la déformation  $\varepsilon$  par une loi de type puissance de la forme :

$$\sigma = K\varepsilon^n \tag{III.33}$$

Cette loi représente la partie plastique où la déformation plastique se produit à partir de la limite d'élasticité (Jeon, Baik et al. 2005). La figure III.6 illustre cette représentation de la loi

de comportement par l'indentation. L'hypothèse que la loi avec écrouissage est décrite par une loi de puissance est basée sur la théorie de Meyer (<u>Meyer 1908</u>). En effet, à partir d'expériences d'indentation sphérique sur une large gamme de métaux, Meyer a déduit que le rayon de l'empreinte est lié à la charge appliquée par la relation suivante:

$$F = k \frac{a^{n+2}}{(2R)^n} \tag{III.34}$$

où k est une constante et n est le coefficient d'écrouissage.

La pression moyenne est ainsi donnée par :

$$P_m(=H) = \frac{F_{Max}}{\pi a^2} = K \left(\frac{a}{2R}\right)^n$$
(III.35)  
Avec  $K = \frac{k}{\pi}$ .



Figure III.6 : Illustration de la contrainte et la déformation représentatives.

Une combinaison des équations (III.27), (III.32) et (III.33), donnent la relation suivante :

$$P_m = 2.8 \ K \left(0.2 \ \frac{a}{R}\right)^n \tag{III.36}$$

F

Cette relation proposée par Alcala et al (<u>Alcala, Barone et al. 2000</u>) suppose que le facteur de contrainte C est constant.

Une valeur de 3 a était aussi validée par une étude numérique par Herbert et al (<u>Herbert, Pharr</u> et al. 2001). Cette hypothèse est valide seulement si la charge d'indentation est assez grande

pour rentrer dans le domaine purement plastique. D'autres modèles analytiques ont été développés dans la littérature pour définir le facteur de contrainte.

Matthews (Matthews 1980) a présenté C en fonction du coefficient d'écrouissage en utilisant l'expression de la pression moyenne de contact  $P_m$  donnée à partir de la solution élastique de Hertz :

$$P_m = \frac{6nK}{2n+1} \left(\frac{8a}{9\pi R}\right)^n \tag{III.37}$$

Haggag (<u>Haggag</u>, <u>Nanstad et al. 1990</u>, <u>Haggag and Bell 1993</u>, <u>Haggag 1993</u>, <u>Byun</u>, <u>Hong et al. 1997</u>, <u>Haggag</u>, <u>Byun et al. 1998</u>) s'est basé sur les travaux de Francis (<u>Francis 1976</u>) pour définir le facteur de contrainte en fonction de la vitesse de déformation et d'écrouissage :

$$C = \begin{cases} 1.12 & si \ 1 \le \Phi \\ 1.12 + \tau \ln(\Phi) & si \ 1 < \Phi \le 27 \\ C_{max} & si \ \Phi > 27 \end{cases}$$
(III.38)

où

$$\tau = \frac{(C_{max} - 1.12)}{\ln(27)}$$
(III.39)

$$C_{max} = 2.87\alpha_m \tag{III.40}$$

$$\Phi = \varepsilon \frac{E_m}{0.43\sigma} \tag{III.41}$$

$$\varepsilon = 0.2 \frac{d_p}{D} \tag{III.42}$$

$$d_{p} = \begin{cases} 2.735 F(\frac{1}{E_{m}} + (\frac{1}{E_{i}}) D\left[h_{c}^{2} + (\frac{d_{p}}{2})^{2}\right] / [h_{c}^{2} + (\frac{d_{p}}{2})^{2} - h_{c}D] \end{cases}^{1/3}$$
(III.43)

et  $\delta$  est un paramètre dont la valeur dépend du stade de développement de la zone plastique,  $\alpha_m$  est un paramètre proportionnel à la sensibilité de la vitesse de déformation. D est le diamètre d'indenteur,  $d_p$  est le diamètre de contact à l'état de décharge, le diamètre de contact à l'état charge et décharge ne restent pas les mêmes.

Ce système nécessite une méthode itérative pour le résoudre. Pour déterminer la limite élastique, les données expérimentales qui ont les rapports a/ R = 1 sont exploitées, comme  $\sigma_y$  est proportionnelle à  $P_m$  et que celle-ci est proportionnelle au coefficient de Mayer k, ces données sont analysées par une régression linéaire pour déterminer ce paramètre qui est utilisé pour calculer la limite d'élasticité par la relation :

$$\sigma_{\rm v} = \beta_m k \tag{III.44}$$

où  $\beta_m$  est une constante. La valeur du  $\beta_m$  est déterminée pour chaque catégorie de matériau par une régression linéaire des différentes valeurs de la limite élastique à la traction. Par

conséquence, cette approche nécessite la détermination de  $\beta_m$  à partir d'essais de traction supplémentaires.

Johnson (Johnson 1987) a proposé un modèle d'expansion de cavité pour décrire la facteur de contrainte dans un régime élasto - plastique pour un indenteur conique :

$$C = \frac{P_m}{\sigma_y} = \frac{2}{3} \left[ 1 + \ln\left(\frac{1}{3}\frac{E}{\sigma_y}\tan\gamma\right) \right]$$
(III.45)

Cette relation reste valable pour une indentation sphérique, il suffit de remplacer  $\tan \gamma$  par  $\frac{a}{R}$ . Gao et al (<u>Gao 2006</u>, <u>Gao 2006</u>, <u>Gao 2006</u>, <u>Gao</u>, <u>Jing et al. 2006</u>) ont développé à partir du modèle de Jonson un modèle analytique capable de décrire les caractéristiques d'écrouissage des matériaux. Ce modèle implique les paramètres géométriques dans un mode nondimensionnel et intègre à la fois l'écrouissage et les effets de la taille de l'indentation. Pour un indenteur conique, la pression moyenne est donnée ainsi en fonction du rayon de contact par :

$$\frac{P_m}{\sigma_y} = \frac{2}{3} + 2\left\{\frac{1}{3n} \left[ \left(\frac{1}{3}\frac{E}{\sigma_y}\cos\omega\right)^n - 1 \right] - \frac{6c}{5E} \left[\frac{1}{3}\frac{E}{\sigma_y}\frac{a}{R} - \left(\frac{1}{3}\frac{E}{\sigma_y}\frac{a}{R}\right)^{-\frac{2}{3}} \right] - \frac{1}{a^2} \right\}$$
(III.46)

 $\omega$  est le demi-angle du cône. C est une constante liée à l'effet du gradient de déformation. Pour une indentation sphérique, la pression moyenne est donnée par :

$$\frac{P_m}{\sigma_y} = \frac{2}{3} + 2\left\{\frac{1}{3n}\left[\left(\frac{1}{4}\frac{E}{\sigma_y}\frac{a}{R}\right)^n - 1\right] - \frac{6c}{5E}\left[\frac{1}{4}\frac{E}{\sigma_y}\frac{a}{R} - \left(\frac{1}{4}\frac{E}{\sigma_y}\frac{a}{R}\right)^{\frac{-2}{3}}\right] - \frac{1}{a^2}\right\}$$
(III.47)

Lorsque c = 0, c'est à dire, il y a aucun effet du gradient de déformation, les équations (III.46) et (III.47) deviennent :

$$\frac{P_m}{\sigma_y} = \frac{2}{3} + 2\left\{\frac{1}{3n} \left[ \left(\frac{1}{3}\frac{E}{\sigma_y}\cos\gamma\right)^n - 1 \right] \right\}$$
(III.49)

$$\frac{P_m}{\sigma_y} = \frac{2}{3} + 2\left\{\frac{1}{3n} \left[ \left(\frac{1}{4} \frac{E}{\sigma_y} \frac{a}{R}\right)^n - 1 \right] \right\}$$
(III.50)

En outre, si le matériau étudié est élastique et parfaitement plastique, les équations (III.49) et (III.50) deviennent :

$$\frac{P_m}{\sigma_y} = \frac{2}{3} \left[ 1 + \left( \frac{1}{3} \frac{E}{\sigma_y} \cos \gamma \right) \right]$$
(III.51)

$$\frac{P_m}{\sigma_y} = \frac{2}{3} \left[ \ln\left(\frac{1}{4} \frac{E}{\sigma_y} \frac{a}{R}\right) + 1 \right]$$
(III.52)

Collin et al. (Collin 2008, Collin, Mauvoisin et al. 2008, Collin, Mauvoisin et al. 2008) ont déterminé des relations à partir d'une étude numérique qui conduisent à une modélisation de l'évolution de la courbe d'indentation en fonction des paramètres de la loi d'écrouissage isotrope. La courbe de charge indentation est donnée par une équation de puissance de type :

$$P(h) \sim \frac{(h/R)^A}{\exp(B)}$$
(III.53)

Afin de disposer de données sans dimension, P (h) est divisée par E \* R<sup>2</sup>. Toutes les données sont déterminées ainsi en fonction du  $\sigma_y$  / E \*, v et h / R comme suit :

$$\frac{P(h)}{E^* R} = \left(\frac{h}{R}\right)^A \exp(-B)$$
(III.54)

Les fonctions A et B intervenants dans le modèle dépendent de la loi de comportement mécanique (Collin, Mauvoisin et al. 2008). A et B sont déterminés par interpolation des résultats numériques par des fonctions polynomiales en variant la valeur de la limite d'élasticité et celle du coefficient *n* pour chacune des données d'indentation. Les fonctions A et B (axe z) sont déterminés avec une courbe 3D (des surfaces). Ces fonctions dépendent de  $\sigma_y / E *$  (axe x) et n (axe y). Les fonctions analytiques reliant A, B et les propriétés de matériaux sont celles qui donnent le meilleur coefficient de corrélation. A et B sont donnés par les formules suivantes à l'aide de la variable adimensionnelle  $\sigma_y^* = \frac{\sigma_y}{E^*}$ :

$$A = \frac{08946 + 228 \sigma_y^* - 10700 \sigma_y^{*2} + 3.6n + 0.072n^2}{1 + 144 \sigma_y^* - 6923 \sigma_y^{*2} - 26221 \sigma_y^{*3} + 2.50n}$$
(III.55)

$$B = \frac{5.33 + 22.90\sigma_y^* - 12.92n - 7502\sigma_y^{*2} + 6.2890n^2 + 18.46\sigma_y^*n}{1 + 310\sigma_y^* - 0.72n - 4694\sigma_y^{*2} - 1.91n^2 - 303\sigma_y^*n}$$
(III.56)

Par la suite nous utilisons la théorie du Tabor pour représenter la loi de comportement plastique. Cette la loi est décrite par la relation de Holomon et à partir de laquelle nous avons accès au coefficient d'écrouissage et au coefficient de résistance K ne devient valide que dans le régime entièrement plastique. Nous chosions donc que la partie purement plastique pour déterminer les paramètres. Comme le montre la figure III.7, la courbe contrainte-déformation résulte des données d'indentation ne ressemblent pas à la forme d'une courbe contrainte-déformation de traction, Les modèles analytiques de la littérature ne permettent pas de trouver une telle forme. Les résultats obtenus pour les différentes modèles sont donnés dans le tableau III.3.

Bronze							
Paramètre	K (Mpa)	n (-)	R <sup>2</sup> (-)				
Traction	Γraction 682		0.99				
Alcala	830	0.13	0.99				
Matthews	789	0.13	0.99				
	Cuivre		I				
Paramètre	K (Mpa)	n (-)	R <sup>2</sup> (-)				
Traction	411.61	0.14	0.99				
Alcala	415.32	0.04	0.99				
Matthews	390.18	0.04	0.99				
	Laiton						
Paramètre	K (Mpa)	n (-)	R <sup>2</sup> (-)				
Traction	490.60	0.21	0.99				
Alcala	484.30	0.08	0.97				
Matthews	454.61	0.08	0.97				

**Tableau III.3 :** Propriétés mécaniques en indentation sphérique déterminées par des différents modèles.



**Figure III.7 :** Comparaison des courbes contrainte - déformation données par l'essai de traction et l'essai d'indentation pour le bronze, le cuivre et le laiton.

#### III.5 Synthèse

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents modèles analytiques concernant l'interprétation de l'essai d'indentation. Les méthodes utilisées pour la détermination des propriétés élastiques sont toutes basées sur la théorie de contact de Hertz. Les propriétés plastiques sont déterminées; soit par des modèles analytiques, la plupart basées sur la théorie de Tabor ; soit par une méthode d'analyse inverse. Plus le nombre de paramètres de loi de comportement est élevé, plus il est difficile d'obtenir un modèle précis. C'est pourquoi les modèles les plus proposés dans la littérature sont des modèles déterminant les deux paramètres de la loi de Hollomon.

Malgré la simplicité de la mise en œuvre d'un essai d'indentation, la courbe d'indentation force - déplacement est difficilement exploitable. Cette courbe ne peut pas être directement traduite sous la forme d'une courbe contrainte - déformation, comme, c'est le cas dans les essais mécaniques traditionnels. Les modèles analytiques ne sont valables que dans un domaine restreint de sollicitation et demandent une formulation d'hypothèses trop importantes et restrictives.

### Chapitre IV : Techniques d'optimisation pour l'identification du comportement mécanique en indentation sphérique

#### Résumé

Dans ce chapitre, Nous identifions la loi de comportement locale de quelques matériaux métalliques à l'aide des essais d'indentation instrumentée sphériques. Une méthode d'éléments finis et couplée avec une démarche d'optimisation, de type Monte Carlo avec un critère restrictif, pour obtenir les propriétés mécanique déterminées habituellement par un essai de traction.

#### **IV.1 Introduction**

La méthode d'identification par analyse inverse permet d'éviter la formulation d'hypothèses trop fortes des outils analytiques. Elle repose sur l'utilisation de la simulation par éléments finis qui permet de résoudre de façon approchée le problème mécanique. Elle consiste en la discrétisation du domaine en éléments finis à l'aide d'un maillage. Cette méthode offre ainsi l'avantage de pouvoir obtenir des résultats quantitativement corrects et de déterminer complètement la courbe contrainte - déformation d'un matériau.

Dans ce chapitre, nous décrivons l'analyse par éléments finis réalisée avec le code de Ansys afin de simuler un poinçon sphérique en contact avec une structure massive élasto-plastique. Les paramètres sont obtenus en minimisant l'écart entre le calcul et l'expérience (fonction "erreur ") par une méthode d'optimisation.

#### IV.2 Méthodologie numérique

L'analyse par éléments finis est une technique de simulation pour résoudre des problèmes de physique ou plus généralement des équations différentielles avec des conditions aux limites. Le système est décrit par un modèle géométrique simplifié. Ce modèle est ensuite discrétisé par des éléments finis. Pour chaque élément, il existe des équations correspondantes à l'équilibre, qui sont en relation avec des considérations physiques telles que les relations constitutives. De cette manière, un système d'équations est établi. Les variables inconnues du système d'équations sont résolues en utilisant les techniques d'algèbre linéaire ou les méthodes numériques non linéaires. La précision de l'analyse par éléments finis peut être améliorée par le raffinage de la maille à l'aide des éléments plus petits et plus de nœuds.

Dans cette étude, l'indenteur utilisé est de forme sphérique de rayon R = 0,1 mm, le matériau étudié est modélisé par une géométrie de type cylindre de rayon de 1 mm et d'épaisseur de 1 mm. Ces dimensions sont suffisamment grandes pour simuler un demi - espace semi - infini. L'ensemble est modélisé en mode axisymétrique du fait de la géométrie du problème (figure IV.1). Trois types d'éléments sont utilisés pour construire un modèle 2D. Le type d'élément PLANE82, 2D-8 nœuds est utilisé pour modéliser le matériau et l'indenteur. Ce type d'élément est choisi en raison de sa fonction de modélisation en axisymétrique. Ce type d'élément peut être couplé avec des éléments CONTA172 et TARGE169 pour définir la zone de contact. Ces éléments de contact sont utilisés pour la surface de l'indenteur. L'élément de contact TARGE169 est utilisé pour la surface de l'indenteur. L'élément de contact CONTA172 est utilisé pour la surface supérieure du matériau.



(a)

**Figure IV.1 :** Illustration du modèle géométrique : (a) une sphère élastique de rayon R pressée contre une plaque plane, (b) le modèle axisymetrique du système sphère - plaque.

Pour réduire le temps de calcul, la densité du maillage du modèle numérique ne doit pas être uniforme. Pour discrétiser notre modèle, nous définissons des zones de densité de maillage différentes pour que nous puissions avoir des éléments plus petits autour du point de contact où la concentration de contrainte est élevée. La densité de maille diminue progressivement à mesure que l'on s'approche de la zone de contact (figure IV).

Le matériau à étudier est défini comme un matériau élasto-plastique isotrope. Pour simuler la loi de comportement élasto-plastique du matériau, nous pouvons décrire la loi qui relie la contrainte et la déformation en l'approchant par une ou plusieurs droites (loi bilinéaire ou multilinéaire), soit en l'approchant par un polynôme. L'indenteur est un carbure de Tungstène définis comme un matériau élastique isotrope dont les propriétés mécaniques sont : module d'élasticité E = 540 GPa, coefficient de Poisson  $\nu = 0.2$ .

Pour valider notre modèle, nous choisissons une loi d'écrouissage multi-linéaire (la loi MISO) pour définir le comportement mécanique du matériau étudié. Pour définir cette loi, nous utilisons les paramètres issus des données expérimentales disponibles. Pour appliquer une charge sur l'indenteur, nous imposons un déplacement de 1000 nm. Pour décharger, nous appliquons un déplacement nul pour retirer l'indenteur. Les conditions aux limites

(déplacement nul) sont imposées sur l'axe axi-symétrique et en bas de l'échantillon. Pour étudier la convergence et la stabilité de la solution nous utilisons plusieurs nombre d'éléments (figure IV.3).



Figure IV.2 : Densité de maillage du modèle avec 3 zones de raffinage.



Figure IV.3 : Convergence et stabilité de la solution.

Nous remarquons qu'à partir de 19324 éléments nous obtenons une stabilité de la solution avec un temps de calcul raisonnable (1003 secondes).

## IV.3 Stratégie d'optimisation pour l'identification des paramètres :

Pour éviter l'utilisation du modèle analytique avec des hypothèses simplificatrices, un modèle d'optimisation est couplé avec la méthode des éléments finis. Les paramètres sont obtenus en minimisant l'écart entre le calcul et l'expérience. La fonction objective à minimiser reprend la différence entre la force expérimentale et la force numérique à chaque incrément.

Pour mieux représenter le comportement mécanique, l'efficacité de la loi multilinéaire dépend de l'implémentation d'un grand nombre des segments. Vu le nombre des incréments (points) nécessaire pour former les segments, cela peut entraîner un calcul coûteux. Pour cette raison, nous choisissons la loi saturante de Voce (loi de plasticité non-linéaire isotrope ou NLISO Non-linear isotropic hardening model) qui est plus adaptée aux matériaux dont l'écrouissage isotrope présente un seuil. L'avantage de cette loi c'est que le comportement du matériau est défini comme une fonction spécifiée à quatre constantes et qu'elle décrit parfaitement le comportement des matériaux métalliques. Cette loi est définie par l'expression suivante :

$$\sigma_{pl} = K + R_0 \varepsilon_{pl} - R_{inf} (1 - \exp(-B\varepsilon_{pl}))$$
(IV.1)

où  $\sigma_{pl}$  et  $\varepsilon_{pl}$  sont la contrainte et la déformation équivalentes, respectivement. K est la limite élastique,  $R_0$  est la contrainte équivalente de saturation.  $R_{inf}$  et B sont des paramètres caractérisant l'écrouissage isotrope.

Cette loi est déterminée à partir de la courbe de la contrainte et la déformation équivalentes, il est donc difficile de l'identifier expérimentalement par l'essai d'indentation. Une méthode d'optimisation est donc nécessaire.

Pour pouvoir valider les résultats de calcul nous identifions cette loi par l'essai de traiton. La figure VI.4 présente les courbes de traction des trois matériaux suivant la loi de Voce. Les différents paramètres sont donnés dans le tableau VI.1 pour tous les matériaux étudiés.

Afin de tester la pertinence des domaines de variation des paramètres mécaniques associés à la loi de Voce, une routine couplée au calcul éléments finis incrémente la valeur de chaque paramètre séquentiellement dans un domaine prédéfinis. La fonction objective est évaluée comme suit

$$g(mN) = \sum_{i=1}^{N} |F_{exp}(i) - F_{num}(i)| / N$$
 (IV.2)

où  $F_{exp}(i)$  et  $F_{num}(i)$  sont les forces expérimentale et prédite à un point de chargement i correspondant à une profondeur donnée de pénétration. N est le nombre de points de

chargement pour lequel la fonction objective est évalué. Dans cette étude, 40 points uniformément espacés sont sélectionnés sur les courbes de charge et de décharge.



**Figure IV.4 :** Loi de voce déterminée à partir d'essai de traction pour le bronze, le cuivre et le laiton.

Matériau	Κ	$R_0$	$R_{\text{inf}}$	В	$\mathbb{R}^2$
Bronze	145	941	290	300	1.00
Cuivre	139	313	126	784	0.99
Laiton	99	1128	98	280	1.00

**Tableau IV.1 :** Paramètres de la loi de Voce déterminés par l'essai de traction pour le bronze,

 le cuivre et le laiton.

Le tableau IV.2 présente les dimensions associées à l'espace des paramètres mécaniques relatif au comportement des trois matériaux. Une première série sert à produire les tendances d'évolutions des fonctions objectives décrites comme la somme des différences entre les forces de réaction prédites et expérimentales.

paramètres	Min	Max
E (MPa)	60000	180000
K (MPa)	20	230
R0 (MPa)	250	3100
Rinf (MPa)	35	300
B (-)	220	1080

Tableau IV.2 : Bornes associées à l'espace des paramètres mécaniques pour le cas du bronze.

Comme la fonction objective est basée sur une évaluation de la somme des erreurs entres les forces prédite et expérimentale à n'importe quel point de la courbe d'indentation, une expression de la force de pénétration doit être établie pour ne pas induire des erreurs d'approximation si les profondeurs mesurées et numériques ne coïncident pas.

Pour la courbe de charge, une fonction linéaire est simplement produite avec un paramètre à déterminer. Cette fonction est donnée comme suit :

$$f(mN) = a \times x(nm) \tag{IV.3}$$

Pour la courbe de décharge, une fonction plus complexe est nécessaire décrite par six paramètres :

$$f(mN) = f_0 + A_1 \times exp((x - x_0)/t_1) + A_2 \times exp((x - x_0)/t_2)$$
(IV.4)

La figure IV.5 présente l'évolution de la fonction objective en fonction des combinaisons associées à une incrémentation régulière des paramètres mécaniques.

Le coût du parcours sur une grille est important et ne représente pas un outil d'optimisation. Dans le cas présent, 5 niveaux pour chaque paramètre mécanique reviennent à lancer 3125 calculs éléments finis avec une durée de 52 heures sur une machine avec la configuration : 12-core Xeon CPU X565, 2.67 GHz, 48 GB RAM. Ce genre de grilles sert cependant à donner un profil à la fonction objective comme le montre la figure IV.5. Chaque amas distinct correspond à un niveau croissant du module de Young E. Le classement des valeurs de la fonction objective à l'intérieur de chaque amas suit le passage de niveaux des paramètres de plasticité dans l'ordre donné dans le tableau IV2.



**Figure IV.5 :** Evolution de la fonction objective en fonction d'une évolution continue des paramètres mécaniques sur une grille comprenant 3125 combinaisons.

La figure IV.6 montre la pertinence du choix des niveaux pour la détermination d'un optimum global. Dans le cas des bornes choisies, tout accroissement du niveau de n'importe quel paramètre mécanique élève la fonction objective d'une façon monotone.



**Figure IV.6 :** Evolution de la fonction objective en fonction des niveaux sélectionnés pour chaque paramètre mécanique.

La figure IV.7 présente le résultat de l'application d'un outil d'optimisation stochastique permettant de sélectionner uniquement les combinaisons des paramètres mécaniques qui abaissent la fonction objective. Cet outil est l'équivalent d'une méthode de type Monte Carlo avec un critère restrictif.

L'évolution de la fonction objective est quasi - monotone jusqu'à la valeur dite acceptable de la fonction objective basée sur le nombre d'itération (ici 250 itérations).



**Figure IV.7 :** Evolution de la fonction objective en fonction du nombre d'itérations par application d'un outil d'optimisation de type stochastique.

La même procédure est appliquée aux autres matériaux à savoir laiton et cuivre pour des indentations avec des chargements maximum de 5000 mN. La figure IV.8 compare les évolutions des fonctions objectives dans les deux cas. Le cout en termes de calcul EF est d'environ de 12 heures pour les deux cas. Cela montre que malgré un cout faible par calcul EF (1 minute pour un modèle 2D avec 3400 dofs), les méthodes stochastiques sont relativement coûteuses pour atteindre le minimum global requis. Le tableau IV.3 donne les prédictions de l'outil d'optimisation ainsi que les erreurs produites par rapport aux valeurs expérimentales données dans les tableaux IV.1 et III.2.



**Figure IV.8 :** Comparaison entre les évolutions de la fonction objective en fonction du nombre d'itérations pour le cas du cuivre (Cu22) et laiton (LET22) par application d'un outil d'optimisation de type stochastique.

Matériau	E (GPa)	K(MPa)	R0(MPa)	Rinf(MPa)	B (-)	g (mN)
Bronze	120	140	2100	150	320	453
Cuivre	140	120	330	100	780	303
Laiton	140	80	1140	65	240	315
		En	reur (%)			
Bronze	4	3	123	48	7	-
Cuivre	4	14	5	21	0	-
Laiton	1	20	1	33	14	-

Tableau	IV.3	: Prédictions	des j	paramètres	mécaniques	associées	à la	routine d	l'optimisa	ition
pour tous	s les m	atériaux étud	iés.							

#### **IV.4 Synthèse**

L'analyse inverse à l'aide d'une méthode stochastique d'optimisation s'avère intéressante pour aboutir à une solution globale. La combinaison des paramètres mécaniques est optimale comme la prouve la valeur relativement faible de la fonction objective. Cependant, la procédure d'optimisation a rencontré une difficulté pour identifier précisément le module de Young. En effet, elle se trouve piégée dans des solutions locales proches de la limite inférieure de l'intervalle de recherche prédéfinie. Dans le cas de l'essai d'indentation, l'indentification simultanée des paramètres élastiques et plastiques nécessite la détermination précise du module de Young. Cette difficulté souvent rencontrée dans la littérature (Collin 2008, Ambriz, Chicot et al. 2011) a été confirmée dans cette étude. Un décalage entre les paramètres plastiques en traction et en indentation a été également remarqué surtout dans le cas de bronze avec une erreur de 123 % pour le paramètre R<sub>0</sub>. Cette différence peut être expliquée par plusieurs aspects relatifs à la nature d'essai et le traitement de la surface du matériau étudié. En effet, l'essai d'indentation étant un essai local, les propriétés mécaniques peuvent être sensibles à l'effet d'échelle à cause des hétérogénéités dont l'effet devient prédominant aux petites échelles. La déformation causée par le polissage de la surface du matériau peut nettement influencer la méthode de caractérisation locale. La modélisation suppose que la surface de l'indenteur est parfaite tandis qu'en réalité, la forme de pénétrateur n'est pas toujours parfaitement arrondie. La rigidité de la machine d'indentation n'a pas été prise en compte dans cette étude. La rigidité de la machine, les défauts associés à la pointe et les bourrelets formés autour de l'emprunte d'indentation peuvent être également contribués à l'imprécision sur la détermination de propriétés mécaniques par l'essai d'indentation.

#### **Conclusion générale et perspectives**

L'objectif de cette thèse est de disposer d'une démarche numérique pour identifier le comportement mécanique en couplant la réponse mécanique expérimentale à un modèle mécanique adéquat via le calcul en élément finis et la démarche d'optimisation. Une étude bibliographe a permis de réaliser un bilan exhaustif sur les outils d'optimisation et l'utilisation de cette technique pour l'indentification des lois de comportement mécanique.

Les méthodes de résolution d'un problème d'optimisation peuvent être classées en trois familles déterministes, stochastiques et hybrides. Les approches déterministes sont très efficaces pour éviter le coût du calcul dans les approches d'analyse inverse. Cependant, elles peuvent converger facilement vers des minimas locaux qui sont un ensemble de solutions possibles qui ne représentent pas nécessairement le comportement mécanique du matériau étudié. Les méthodes stochastiques sont l'alternative pour éviter ce risque qui augmente dans le cas de l'identification simultanée des phases élastique et plastique. Ces outils d'optimisation globale sont efficaces pour un problème avec plusieurs paramètres à identifier, elles reposent sur une stratégie de recherche aléatoire des solutions possibles, ou une évaluation basée sur la règle de la sélection. Cependant, ces méthodes exigent un grand nombre de calculs avant d'aboutir à une solution globale. Les méthodes hybrides sont souvent plus efficaces pour déterminer les propriétés mécaniques. Ces techniques combinent les avantages des méthodes stochastiques et déterministes, à savoir la convergence rapide et la robustesse. Malgré leur efficacité, ces outils ne sont pas encore assez utilisés pour le problème d'indentification. Cela peut être dû à leur apparition assez récente par apport à leurs homologues déterministes et stochastiques.

Une nouvelle méthode hybride d'optimisation hybride a été proposée. Cette stratégie est basée sur la méthode du gradient à pas fixe. La valeur du pas est réduite à chaque fois que la prédiction du vecteur des paramètres est en dehors des limites prédéfinies. Si cette correction n'entraine pas une diminution de la fonction objective, l'évaluation aléatoire remplace la mise à jour du gradient. Des exécutions avec différents points initiaux ont été utilisées pour exploiter l'espace de recherche afin d'aboutir à une solution globale. Cette méthode a été mise en œuvre pour fournir une correspondance rapide entre les paramètres de la loi de comportement élasto -plastique avec écrouissage isotrope et les données expérimentales d'un essai de flexion d'un composite biopolymère amidon - zéine. Les résultats ont été discutés en fonction de la robustesse de l'approche numérique et l'influence de la teneur en zéine. Cette démarche d'optimisation a permis de démontrer l'insensible du module d'élasticité à la teneur en zéine et à la teneur en eau. Les paramètres de plasticité affichent une corrélation non-linéaire avec la teneur en eau. La distribution de phase peut expliquer cette corrélation non-linéaire. Une transition entre un régime de dispersion et un régime de percolation a été obtenu avec une teneur en zéine critique d'environ 25%. Une combinaison optimale des propriétés mécaniques a été obtenue. Cette combinaison correspond bien à un minimum global vu la faible variation des paramètres mécaniques lorsque l'erreur devient inférieure à 2%.

La mesure des propriétés locales par indentation a été également étudiée dans cette thèse. Nous avons présenté les recherches menées sur cette technique, les différents aspects théoriques, analytiques, et expérimentaux de cet essai local. Nous avons exposé les différents modèles permettant la détermination des propriétés élastiques et plastiques. Ces différentes méthodes ont été utilisées pour dépouiller des données expérimentales des essais d'indentation instrumentées sphériques pour quelques métaux comme le bronze, le cuivre et le laiton. Cet essai nécessite un contact évoluant entre la matrice et l'indenteur qu'il convient de mesurer précisément alors que la relation force appliquée - profondeur de pénétration est difficilement reliée analytiquement à la loi constitutive et les modèles analytiques existant dans la littérature ne sont valables que dans un domaine restreint de sollicitation et demandent une formulation d'hypothèses trop importantes et restrictives.

Pour cette raison, nous avons eu recours à une méthode d'analyse inverse pour identifier les paramètres de la loi de comportement à partir d'essai d'indentation. Une démarche d'optimisation stochastique a été utilisée pour l'identification du comportement mécanique des métaux étudiés. Une méthode d'éléments finis a été couplée avec la méthode d'optimisation pour obtenir les propriétés mécaniques déterminées habituellement par un essai de traction en minimisant l'écart entre le calcul et l'expérience. Cette méthode de type Monte Carlo effectue une recherche aléatoire dans l'espace de paramètres. Pour mieux guider l'exploitation de l'espace de recherche, un critère restrictif permet de ne choisir que les combinaisons des paramètres qui diminuent la fonction objective et cela jusqu'à ce qu'un certain nombre d'itérations soit éteint. En conclusion, nous avons constaté qu'il est difficile de la loi de comportement dépend de la bonne détermination du module de Young. La méthode d'optimisation a rencontré une difficulté pour déterminer précisément le module de Young. Nous avons remarqué un écart parfois considérable entre les paramètres plastiques en traction

et en indentation (par exemple dans le cas de bronze, une erreur de 123 % pour le paramètre R<sub>0</sub>). Cet écart peut être expliqué par le fait que le comportement local est différent du comportement global des matériaux étudiés. La déformation causée par le traitement de la surface du matériau, la rigidité de la machine d'indentation, les défauts de la pointe et l'aire réelle de contact entre l'indenteur et le matériau sont des facteurs qui peuvent influencer la précision de l'indentification des propriétés mécaniques par l'essai d'indentation.

En ce qui concerne les pistes et les perspectives d'amélioration des travaux réalisés dans cette thèse, nous pouvons envisager une comparaisons des méthodes déterministes, stochastiques et hybrides en terme de pertinence pour l'indentification du comportement mécanique de matériaux. Ces méthodes adaptées au problème mécanique peuvent être regroupées dans un package automatisé avec des logiciels de calcul d'élément finis comme Ansys, Abaqus, Comsol et le logiciel Matlab. Ce dernier sert à fournir une représentation analytique des données expérimentales. Nous pouvons également envisager d'étudier d'avantage l'essai d'indentation, en particulier, l'effet du traitement de la surface de matériau, de la rigidité de la machine, et surtout de la microstructure du matériau à tester. Une étude microscopique peut révéler plus d'information sur les phénomènes qui se produisent durant l'indentation et aboutir ainsi à une modélisation plus précise. Il peut être intéressant d'étudier une éventuelle présence de frottement, d'adhésion ou d'endommagement associés à l'essai d'indentation. L'étude de l'indentation des matériaux soudés est également une extension possible de ce travail. Dans ce cas, une analyse inverse peut permettre la caractérisation de propriétés mécaniques de matériaux qui présentent des gradients de propriétés comme dans les zones de soudage.

#### Annexe A : La fonction test de Rosenbrock

La fonction Rosenbrock (<u>Rosenbrock 1960</u>) ou la fonction banane est une fonction non convexe de deux variables définie par :

$$f(x,y) = (1-x)^2 + 10(y-x^2)^2$$
(A.1)

La fonction possède un minimum global (x, y) = (1,1) pour lequel la fonction vaut 0. Cette forme permet de trouver facilement les solutions analytiques et permet également de tester la convergence des outils d'optimisation vers le minimum global (figure A.1). Nous pouvons voir ainsi que les algorithmes d'optimisation convergent difficilement et peuvent être conduits à des positions locales.



Figure A.1 : Fonction banane de Rosenbrock.

# Annexe B : Technique de la microscopie confocale a balayage laser

Le composite traité est un mélange d'Amidon et de Zéine. Nous étudions plusieurs structures avec différents taux de matrice/renfort (A/Z).

Le traitement effectué est un traitement numérique, donc, notre échantillon se présente sous forme d'une image de la structure avec une résolution 512x512, et de taille physique réelle de 160 microns.

L'image de notre structure a été obtenue avec la technique de la Microscopique Confocale à Balayage Laser (MCBL) (Voir figure B.1).



Figure B.1 : Principe de la Microscopie Confocale à Balayage Laser.

Cette technique consiste a positionner l'objectif du microscope à différents niveaux de profondeur de l'échantillon, un laser He-Ne (543nm) balaye l'objet point par point selon les
axes (X,Y), et un miroir semi réfléchissant réfléchit la lumière provenant de l'objet vers un détecteur, ce dernier mesure l'intensité lumineuse de chaque point et la stocke dans un ordinateur, une première image 2D est obtenue, puis on effectuera un déplacement dz du plateau contenant l'objet, et la balayage recommence. Ainsi, on mémorise des tranches que sont traitées par la suite pour obtenir une image 3D (pseudo3D).

Les images sont acquises en observant 20 plans de 1 µm tous les µm.

Afin, de mesurer que l'intensité provenant du plan focal de l'objectif, un diaphragme est mis au plan focal conjugué au plan focal de l'objectif devant le détecteur, et ainsi ce dernier n'enregistrera que les intensités désirées

# Annexe C : Éléments de la mécanique de milieux continus

La science de la mécanique de milieux continus étudie le comportement de la matière de point de vue de sa déformation. Si nous appliquons une sollicitation mécanique, par exemple, une traction simple, nous observons deux stades de comportement : une phase élastique qui se traduit par une déformation réversible. Dans ce stade, si nous supprimons la force appliquée, le matériau retrouve sa forme initiale. Le deuxième stade est une partie plastique qui présente la phase où le corps subit des déformations permanentes irréversibles. Cette annexe est principalement retirer de l'ouvrage de Lemaitre et al (Lemaitre, Chaboche et al. 2009) et les thèses de Collin (Collin 2008) et Oumarou .

La figure C.1 présente une courbe contrainte- déformation typique résultant d'un essai de traction simple pour un matériau isotrope et homogène.  $\sigma_y$  est la limite d'élasticité,  $\sigma_{0.2}$  définit la limite d'élasticité conventionnelle, c'est la contrainte correspondante à une déformation de 0.2%,  $\sigma_m$  est la résistance maximale à la traction.

Un matériau est dit isotrope si ses propriétés sont supposées identiques dans toutes les directions de l'espace. Dans le cas contraire c'est l'anisotropie qui s'exprime. Un matériau est dit homogène, si les propriétés du matériau sont supposées identiques en tout point de la pièce. Dans le cas contraire c'est un matériau hétérogène.

Il existe une relation appelée critère de plasticité permettant de savoir quels états de contraintes peuvent provoquer une déformation plastique et dans quels états on reste dans le domaine plastique. Cette relation est donnée par une fonction de charge f dépendante du tenseur des contraintes  $\sigma$  et possédant les propriétés suivantes :

- $\circ$  Régime élastique si < 0, le comportement est représenté par la loi de Hooke
- Ecoulement plastique si f = 0 et f' = 0
- Décharge élastique si f = 0 et f' < 0
- Pas de sens physique si f > 0



**Figure C.1 :** Courbe contrainte-déformation typique d'un essai de traction simple pour un matériau élasto - plastique.

# C.1 Comportement élastique

Dans ce domaine, la déformation du matériau est réversible, les déformations disparaissent après suppression de la charge qui les a engendrées. Cette partie représente une proportionnalité entre l'état de contrainte et de déformation. Cette relation connue sous le nom de loi de Hooke, est caractérisée par une relation de linéarité entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{K}\bar{\bar{\varepsilon}} \tag{C.1}$$

Dans le cas d'un matériau homogène isotrope, le tenseur des modules élastiques K ne dépend que de deux coefficients de  $\lambda$  et  $\mu$  :

$$K_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$$
(C.2)

Où  $\delta$  est la fonction de deux variables définie par :

$$\delta = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & sii = j \\ 0 & sii \neq j \end{cases}$$
(C.3)

On obtient ainsi la loi de comportement qui fait apparaître les coefficients de Lamé de  $\lambda$  et  $\mu$ . Par conséquence :

$$\sigma_{ij} = 2\,\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \tag{C.4}$$

avec

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{C.5}$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{C.6}$$

où  $\nu$  est le coefficient Poisson.

Le module de cisaillement  $\mu$  ou G est la constante qui intervient dans le cas des contraintes causées par des efforts de cisaillement. Il est relié au module de Young et le coefficient de Poisson par la relation C.5. Le module de Young est introduit en 1800 par le physicien britannique Thomas Young. Il représente dans une traction simple la contrainte mécanique nécessaire pour engendrer un allongement de 100 % (le double de la longueur initiale), ce qui réellement ne pouvait pas arrivé. Bien avant que cette valeur ne soit atteinte, le matériau se déforme de façon permanente ou se casse. En pratique, le module de Young est la pente initiale de la courbe contrainte- déformation. Dans le cas d'une sollicitation de traction simple, le coefficient de Poisson est le rapport entre la déformation perpendiculaire et parallèle à la direction de l'effort appliqué. L'identification de ces deux constantes d'élasticité conduit à la détermination du domaine élastique de comportement.

### C.2 Comportement plastique

Le comportement plastique se manifeste après suppression des efforts, il s'agit d'une modification de la géométrie de la pièce. Nous constatons que d'une part la courbe de décharge ne suit pas la courbe de charge et que d'autre part, il subsiste de déformations permanentes. C'est le phénomène de plasticité. Nous avons donc une déformation résiduelle qui traduit la partie irréversible de la transformation. Nous définissons ainsi le seuil de plasticité nommé limite élastique notée  $\sigma_y$ .

D'une manière générale, dans le cas de petits déplacements, le comportement du matériau est décrit par un critère de plasticité. Il existe de nombreux critères de plasticité dans la littérature parmi lesquels les critères isotrope de Tresca et de Von Mises, d'anisotrope de Hill, et le critère de Drucker-Prager qui est une extension du critère de Von Mises dépendant de la pression hydrostatique. Le critère le plus communément utilisé pour les métaux est le critère de Von Mises basé sur le deuxième invariant du tenseur des contraintes  $J(\bar{\sigma})$ . Cette critère de s'écrit sous la forme :

$$f(\bar{\sigma}) = J(\bar{\sigma}) - \sigma_y \tag{C.7}$$

L'expression de deuxième invariant du tenseur des contraintes est donnée dans un système d'axes quelconque par :

$$J(\bar{\sigma}) = \sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{11} + \sigma_{23} + \sigma_{31})^2}{2}}$$
(C.8)

Et dans un système des axes principaux par :

$$J(\bar{\sigma}) = \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2}{2}}$$
(C.9)

# C.3 Écrouissage

L'écrouissage se traduit par des modifications locales de l'état structural d'un matériau. Au cours de la déformation plastique le matériau se durcit, donc il faut imposer des contraintes suffisamment fortes pour continue à provoquer des déformations plastiques permanentes. Il y a deux types d'écrouissage : l'écrouissage isotrope et l'écrouissage cinématique. Dans l'hypothèse d'un écrouissage isotrope, le critère de Von Mises s'écrit en introduisant un scalaire R :

$$f(\bar{\sigma}) = J(\bar{\sigma}) - R - \sigma_y \tag{C.10}$$

Dans le cas d'un écrouissage cinématique, le critère de Von Mises s'écrit en introduisant le tenseur  $\overline{X}$  rendant compte de l'histoire de déformation et de la microstructure du matériau :

$$f(\bar{\sigma} - \bar{X}) = J(\bar{\sigma} - \bar{X}) - \sigma_y \tag{C.11}$$

Nous pouvons combiner les deux modèles d'écrouissages isotrope et cinématique de manière à être plus représentatif du comportement des matériaux. Le critère de Von Mises est alors donné par :

$$f(\bar{\sigma} - \bar{X}) = J(\bar{\sigma} - \bar{X}) - R - \sigma_y \tag{C.12}$$

#### C.4 Loi de comportement

Pour décrire le comportement avec écrouissage, plusieurs équations empiriques sont utilisées, afin de représenter la courbe contrainte - déformation. Ces équations mathématiques permettent d'étudier la partie plastique de la courbe. En effet, la condition pour décrire le comportement plastique  $f(\overline{\sigma}) = 0$  n'est pas suffisante pour un écoulement plastique. Il faut ajouter la condition f' = 0, car si f' < 0. Nous avons donc une décharge élastique. Ainsi la loi d'écoulement plastique se détermine en annulant la dérivée de la relation (C.12). La fonction f dépend de trois variables  $\overline{\sigma}$ ,  $\overline{X}$  et R, Nous trouvons alors la relation suivante :

$$\frac{df}{d\bar{\sigma}}\dot{\bar{\sigma}} + \frac{df}{d\bar{X}}\dot{\bar{X}} + \frac{df}{dR}R \tag{C.13}$$

Le vecteur  $\frac{df}{d\overline{\sigma}}$  est la normale à la surface de la charge définie par *f*. Le vecteur de vitesse de déformation  $\dot{\overline{\epsilon}}$  est normal à la surface de charge, il s'écrit donc en fonction de cette normale. Cela conduit à la loi de normalité :

$$\dot{\overline{\varepsilon_p}} = \dot{\lambda} \frac{df}{d\overline{\sigma}} \tag{C.14}$$

Ici nous nous plaçons dans le cas d'un matériau homogène, isotrope et dans le cas associé à la plasticité de Von Mises. Le facteur  $\dot{\lambda}$  s'identifie à la norme du tenseur de la vitesse de déformation de Von Mises et la loi de normalité prend ainsi une expression particulièrement simple :

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{p} = \dot{\lambda} \frac{3}{2} \frac{(\bar{\sigma} - \bar{X})^{d}}{J(\bar{\sigma} - \bar{X})}$$
(C.15)

Dans le cas d'un écrouissage cinématique non linéaire, selon le modèle Armstrong et Frederick (1966) (<u>Armstrong, Frederick et al. 1966</u>), la variable d'écrouissage  $\overline{X}$  est donné par

$$\bar{\bar{X}} = \frac{2}{3}C\bar{\bar{\varepsilon}}_{p} - \gamma\bar{\bar{X}}\dot{p}$$
(C.16)

La description de la plasticité peut être complétée par un écrouissage isotrope non linéaire. Ce modèle est proposé par de Lemaitre et Chaboche (Lemaitre, Chaboche et al. 2009)

$$R = b (Q-R) \dot{p} \tag{C.17}$$

*p* est le multiplicateur de viscoplasticité. Dans le cas d'une traction monotone, c'est la déformation plastique cumulée  $p = \varepsilon_p$ . Ainsi, nous avons la forme analytique décrivant le comportement avec écrouissage :

$$\sigma = \sigma_y + Q(1 - \exp(-b\varepsilon_p)) + \frac{c}{\gamma}(1 - \exp(-\gamma\varepsilon_p))$$
(C.18)

Dans la littérature, plusieurs équations empiriques sont utilisées pour décrire la courbes contrainte-déformation avec écrouissage isotrope. Ces équations mathématiques permettent d'étudier la partie plastique de la courbe. Dans le cas du comportement sans écrouissage cinématique, l'équation (C.18) devient :

$$\sigma = \sigma_y + Q(1 - \exp(-b\varepsilon_p)) \tag{C.19}$$

Cette loi est connue sous le nom de la loi saturante de Voce. Elle est adaptée aux matériaux dont l'écrouissage isotrope présente un seuil.  $\sigma$  est la contrainte équivalente,  $\sigma_0$  est lié au domaine d'élasticité initiale, Q est la contrainte équivalente de saturation, ces valeurs représentent respectivement la valeur initiale et la valeur à saturation de la variation

d'écrouissage isotrope.  $Q = \sigma_m - \sigma_y$  où  $\sigma_m$  est la valeur de contrainte maximale en traction uniaxiale. b est un coefficient de température.

Pour mieux reproduire le comportement des matériaux, une écriture de la loi de Voce peut être utilisée en rajoutant une partie linéaire à la partie exponentielle de la loi :

$$\sigma = \sigma_y + R_0 \varepsilon_p + Q (1 - \exp(-b\varepsilon_p))$$
(C.20)

Il y a aussi les lois de puissance qui peuvent être adaptées pour décrire le comportement plastique. Nous avons par exemple la loi de Lundwik :

$$\sigma = \sigma_{\gamma} + K\varepsilon^n \tag{C.21}$$

Cette loi représente la partie plastique où la déformation plastique se produit à partir de la limite d'élasticité.

La loi d'écrouissage de Swift non saturante

$$\sigma = K(\varepsilon + \varepsilon_y)^n \tag{C.22}$$

Cette loi est construite à partir de la loi de Lundwik où  $\sigma_y = K \varepsilon_y^n$ 

La loi puissance de Hollomon construite à partir de la loi Swift pour lequel la taille initiale de la surface de plasticité est nulle :

$$\sigma = K\varepsilon^n \tag{C.23}$$

Cette représentation ne conduit pas nécessairement à la détermination de la limite élastique, mais elle peut être utilisée pour déterminer les deux paramètres de loi, le coefficient d'écrouissage n et le coefficient de résistance k.

## C.5 Dureté par pénétration

La dureté d'un matériau est définie comme la résistance mécanique qu'un matériau oppose à l'enfoncement, d'un autre corps plus dur. Le principe consiste à introduire dans la surface d'un matériau, un pénétrateur supposé indéformable et d'une forme connue, une charge est appliqué et maintenue durant quelques secondes. Cela produit des déformations élastique et plastique dans la zone de contacte. Après le retrait de l'indenteur, une empreinte résiduelle est laissée. La surface de cette zone est mesurée à l'aide d'un microscope. Le nombre de dureté est calculé par le rapport entre la charge appliquée F et une surface représentative de l'empreinte A. La relation générale s'écrit sous la forme :

$$H = \frac{F}{A} \tag{C.24}$$

L'aire de contact A est déterminé à partir de considérations géométriques dépendant de la forme d'indenteur, et la prise en compte de la surface réelle, ou celle projetée à la surface du matériau. Selon la géométrie du pénétrateur, il existe une variété d'essais de dureté : Dureté Brinell (HB), Dureté Vickers (HV), Dureté Knoop (HK) et Dureté Rockwell. Dans la littérature, les pénétrateurs souvent utilisés sont de type plat (figue C.2), sphérique (Figue C.3), conique (figue C.4), ou pyramidaux (Vickers et Berkovich) (figue C.5).





Figue C.2 : Indenteur plat

Figue C.3 : Indenteur sphérique



Figue C.4 : Indenteur conique

Figue C.5 : Indenteur Pyramidal

L'essai de la dureté de Brinell utilise une bille de diamètre D. Sous l'action d'une charge appliquée F une empreinte d'une sphère de diamètre d est laissée sur la surface du matériau

(figure C.3). La dureté Brinell  $H_B$  est alors définie comme le rapport de la charge F par l'aire de surface sphérique formée par l'indenteur :

$$H_B = \frac{2P}{\pi D^2 (1 - \sqrt{1 - (d/D)^2}}$$
(C.25)

Nous notons que la dureté Meyer  $H_M$  est déterminée aussi à l'aide d'un indenteur bille, et, elle est définie comme la charge divisée par la surface projetée de l'empreinte :

$$H_M = \frac{4P}{\pi d^2} \tag{C.26}$$

L'essai de dureté Vickers est réalisé à l'aide d'indenteur de forme pyramidale en diamant à base carrée et d'angle au sommet de  $136^{\circ}$ . Nous mesurons la longueur moyenne d des deux diagonales de l'empreinte. L'essai de Knoop quant à lui, utilise un pénétrateur en diamant de forme pyramidale à base rectangulaire avec un angle de  $172^{\circ}30'$  entre deux faces opposées (L'angle correspondant à la grande diagonale) et  $130^{\circ}$  pour les deux autres faces (l'angle formé par la petite diagonale). L'essai Rockwell mesure la dureté selon l'enfoncement de l'indenteur par application d'une précharge, le pénétrateur s'enfonce d'une profondeur e<sub>0</sub>. Avec une force supplémentaire F, l'indenteur s'enfonce d'une profondeur e<sub>1</sub>. Après suppression de la force F, le cône reste enfoncé d'une profondeur e<sub>2</sub>. La profondeur h est donné par (e<sub>2</sub> - e<sub>0</sub>) qui permet de calculer de la dureté Rockwell. Ce test peut être réalisé soit par une bille d'acier (dureté Rockwell B (HRB)) ou par un cône de diamant d'angle  $120^{\circ}$  et de pointe sphérique (dureté Rockwell C (HRC)).

## **Références bibliographiques**

Aarts, E. and J. Korst (1989). <u>Simulated annealing and Boltzmann machines: a stochastic</u> approach to combinatorial optimization and neural computing. New York, USA, John Wiley & Sons, Inc.

Abbott, J. A. (1999). "Quality measurement of fruits and vegetables." <u>Postharvest Biology</u> and Technology **15**(3): 207-225.

Adjiman, C. S., I. P. Androulakis and C. A. Floudas (1998). "A global optimization method,  $\alpha BB$ , for general twice-differentiable constrained NLPs—II. Implementation and computational results." <u>Computers & Chemical Engineering</u> **22**(9): 1159-1179.

Adjiman, C. S., S. Dallwig, C. A. Floudas and A. Neumaier (1998). "A global optimization method, αBB, for general twice-differentiable constrained NLPs - I. Theoretical advances." <u>Computers & Chemical Engineering</u> **22**: 1137-1158.

Afifi, S., D.-C. Dang and A. Moukrim (2013). <u>Un algorithme de recuit simulé pour le</u> problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps et contraintes de synchronisation. ROADEF 2013, 14ième congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Troyes, France.

Afonso, M. V., J. M. Bioucas-Dias and M. A. Figueiredo (2011). An augmented Lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems. <u>IEEE</u> <u>Transactions on Image Processing</u>. Hong Kong, China. **20**: 681-695.

Ahn, J.-H. and D. Kwon (2001). "Derivation of plastic stress–strain relationship from ball indentations: examination of strain definition and pileup effect." Journal of Materials Research **16**(11): 3170-3178.

Alcala, J., A. Barone and M. Anglada (2000). "The influence of plastic hardening on surface deformation modes around Vickers and spherical indents." <u>Acta Materialia</u> **48**(13): 3451-3464.

Ambriz, R., D. Chicot, N. Benseddiq, G. Mesmacque and S. De la Torre (2011). "Local mechanical properties of the 6061-T6 aluminium weld using micro-traction and instrumented indentation." <u>European Journal of Mechanics-A/Solids</u> **30**(3): 307-315.

Andrei, N. (2009). "Hybrid Conjugate Gradient Algorithm for Unconstrained Optimization." Journal of Optimization Theory and Applications **141**(2): 249-264.

Angeline, P. J. (1998). <u>Using selection to improve particle swarm optimization</u>. Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, New York, USA.

Anglada, J. M. and J. M. Bofill (1998). "How good is a Broyden-Fletcher-Goldfarb–Shannolike update Hessian formula to locate transition structures? Specific reformulation of Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno for optimizing saddle points." <u>Journal of computational</u> <u>chemistry</u> **19**(3): 349-362.

Argáez, M. and R. Tapia (2002). "On the global convergence of a modified augmented Lagrangian linesearch interior-point Newton method for nonlinear programming." Journal of Optimization Theory and Applications **114**(1): 1-25.

Argáez, M., L. Velázquez, C. Quintero, H. Klie and M. Wheeler (2011). "A hybrid algorithm for global optimization problems." <u>Reliable Computing</u> **15**(3): 230-241.

Armstrong, P. J., C. Frederick and G. Britain (1966). <u>A mathematical representation of the</u> <u>multiaxial Bauschinger effect</u>. Berkeley, UK, Central Electricity Generating Board & Berkeley Nuclear.

Arriaga, A., J. Lazkano, R. Pagaldai, A. Zaldua, R. Hernandez, R. Atxurra and A. Chrysostomou (2007). "Finite-element analysis of quasi-static characterisation tests in thermoplastic materials: Experimental and numerical analysis results correlation with ANSYS." Polymer testing **26**(3): 284-305.

Arrow, K. J., L. Hurwicz and H. Uzawa (2012). <u>Studies in linear and non-linear</u> programming. Whitefish, USA, Literary Licensing.

Ashby, M. (2000). "Multi-objective optimization in material design and selection." <u>Acta</u> <u>materialia</u> **48**(1): 359-369.

Ashby, M. and Y. Brechet (2003). "Designing hybrid materials." <u>Acta Materialia</u> **51**(19): 5801-5821.

Bäck, T. (1995). Generalized Convergence Models for Tournament-and ( $\mu$ , lambda)-Selection. <u>Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms</u>. San Francisco, USA. **1:** 2-8.

Back, T., U. Hammel and H.-P. Schwefel (1997). "Evolutionary computation: Comments on the history and current state." <u>IEEE Transactions on Evolutionary computation</u> **1**(1): 3-17.

Baker, J. E. (1985). Adaptive selection methods for genetic algorithms. <u>Proceedings of an</u> <u>International Conference on Genetic Algorithms and their applications</u>. New Jersey,USA.: 101-111.

Baker, J. E. (1987). Reducing bias and inefficiency in the selection algorithm. <u>Proceedings of</u> the second international conference on genetic algorithms. New Jersey, USA.: 14-21.

Balsa-Canto, E., J. R. Banga and A. A. Alonso (1998). Dynamic optimization of bioprocesses: deterministic and stochastic strategies. <u>Proceedings of ACoFoP IV (Automatic Control of Food and Biological Processes</u>. Göteborg, Sweden.: 21-23.

Banga, J. R., E. Balsa-Canto, C. G. Moles and A. A. Alonso (2005). "Dynamic optimization of bioprocesses: Efficient and robust numerical strategies." Journal of Biotechnology **117**(4): 407-419.

Bassir, D. H., S. Guessasma and L. Boubakar (2009). "Hybrid computational strategy based on ANN and GAPS: Application for identification of a non-linear model of composite material." <u>Composite Structures</u> **88**(2): 262-270.

Bates, D. M. and D. G. Watts (2007). <u>Nonlinear Regression Analysis and Its Applications</u>. New York, USA, Wiley.

Beddiaf, S. (2013). <u>Identification paramétrique de systèmes d'équations aux dérivées</u> partielles paraboliques non linéaires en géométrie 3D par une méthode de régularisation <u>itérative.</u> Thése de doctorat en automatique et productique, Université d'Angers. Angers, France.

Bergmann, M. (2004). <u>Optimisation aérodynamique par réduction de modèle POD et contrôle</u> <u>optimal: application au sillage laminaire d'un cylindre circulaire.</u> Thése de doctorat en mécanique des fluides, Institut national polytechnique de lorraine. Vandoeuvre-les-Nancy, France. Bergström, J. S., S. M. Kurtz, C. M. Rimnac and A. A. Edidin (2002). "Constitutive modeling of ultra-high molecular weight polyethylene under large-deformation and cyclic loading conditions." <u>Biomaterials</u> **23**(11): 2329-2343.

Bhatnagar, N., R. Bhardwaj, P. Selvakumar and M. Brieu (2007). "Development of a biaxial tensile test fixture for reinforced thermoplastic composites." <u>Polymer testing</u> **26**(2): 154-161.

Birgin, E. G. and J. M. Martínez (2014). <u>Practical Augmented Lagrangian Methods for</u> <u>Constrained Optimization</u>. Philadelphia, USA, Society for Industrial and Applied Mathematics.

Blum, C., J. Puchinger, G. R. Raidl and A. Roli (2011). "Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey." <u>Applied Soft Computing</u>. **11**(6): 4135-4151.

Blum, C., G. Raidl, A. Roli and M. Sampels (2010). <u>Hybrid metaheuristics</u>. New York, USA, Springer.

Bocciarelli, M., V. Buljak, C. Moy, S. Ringer and G. Ranzi (2014). "An inverse analysis approach based on a POD direct model for the mechanical characterization of metallic materials." <u>Computational Materials Science</u> **95**: 302-308.

Boggs, P. T., J. W. Tolle and P. Wang (1982). "On the local convergence of quasi-Newton methods for constrained optimization." <u>SIAM Journal on Control and Optimization</u> **20**(2): 161-171.

Bolzon, G. and M. Talassi (2013). "An effective inverse analysis tool for parameter identification of anisotropic material models." <u>International Journal of Mechanical Sciences</u> **77**: 130-144.

Bouallagui, S. (2010). <u>Techniques d'optimisation déterministe et stochastique pour la</u> <u>résolution de problèmes difficiles en cryptologie.</u> Thése de doctorat en informatique, INSA de Rouen. Rouen, France.

Boudouh, H., R. Essehli, S. Guessasma and A. Aissat (2012). "Monte Carlo simulation to reveal the copper dissolution kinetics of an ion selective electrode based on copper sulfide." <u>Materials Chemistry and Physics</u> **133**(1): 383-391.

Boutevin, C., L. Deroussi, M. Gourgand and S. Norre (2005). Hybrid methods for line balancing problems. <u>Supply chain optimisation: product/process design, facility location and flow control</u>. Boston, USA, Springer. **94:** 118-133.

Bouzakis, K.-D. and N. Vidakis (1999). "Superficial plastic response determination of hard isotropic materials using ball indentations and a FEM optimization technique." <u>Materials characterization</u> **42**(1): 1-12.

Brahim, E., S. Guessasma, A. Imad and N. Benseddiq (2013). "Identification of the mechanical behaviour of biopolymer composites using multistart optimisation technique." <u>Materials & Design</u> **51**: 391-397.

Bréchet, Y., M. Ashby and L. Salvo (2001). <u>Sélection des matériaux et des procédés de mise</u> <u>en oeuvre</u>. Lausane, Suisse Presses polytechniques et universitaires romandes.

Brinell, J. (1900). "Way of determining the hardness of bodies and some applications of the same." <u>Teknisk Tidskrift</u> **5**: 69.

Buhmann, M. D. (2003). <u>Radial basis functions: theory and implementations</u>. New York, USA Cambridge university press

Bui, Q. H. and X. T. Pham (2011). "Modeling of microstructure effects on the mechanical behavior of ultrafine-grained nickels processed by hot isostatic pressing." <u>International Journal of Mechanical Sciences</u> **53**(10): 812-826.

Buljak, V. and G. Maier (2011). "Proper orthogonal decomposition and radial basis functions in material characterization based on instrumented indentation." <u>Engineering Structures</u> **33**(2): 492-501.

Buljak, V. and G. Maier (2012). "Identification of residual stresses by instrumented elliptical indentation and inverse analysis." <u>Mechanics Research Communications</u> **41**: 21-29.

Byun, T., J. Hong, F. Haggag, K. Farrell and E. Lee (1997). "Measurement of through-thethickness variations of mechanical properties in SA508 Gr. 3 pressure vessel steels using ball indentation test technique." <u>International Journal of Pressure Vessels and Piping</u> **74**(3): 231-238. Cartis, C., N. I. Gould and P. L. Toint (2010). "On the complexity of steepest descent, Newton's and regularized Newton's methods for nonconvex unconstrained optimization problems." <u>SIAM Journal on Optimization</u> **20**(6): 2833-2852.

Cavazos, J., J. E. Moss and M. P. O'Boyle (2006). <u>Hybrid optimizations: Which optimization</u> <u>algorithm to use?</u> Compiler Construction. 15th International Conference, CC 2006, Held as Part of the Joint European Conferences on Theory and Practice of Software, ETAPS 2006., Vienna, Austria, Springer

Chang, C., A. Borgart, A. Chen and M. A. Hendriks (2014). "Direct gradient projection method with transformation of variables technique for structural topology optimization." <u>Structural and Multidisciplinary Optimization</u> **49**(1): 107-119.

Chanvrier, H. (2004). <u>Matériaux à base de biopolymères du maïs: élaboration et</u> <u>comportement mécanique.</u> Thése de doctorat en mécanique, Université de Nantes, Nantes, France.

Chanvrier, H., P. Colonna, G. Della Valle and D. Lourdin (2005). "Structure and mechanical behaviour of corn flour and starch–zein based materials in the glassy state." <u>Carbohydrate</u> <u>Polymers</u> **59**(1): 109-119.

Chaouch, D., S. Guessasma and A. Sadok (2012). "Finite Element simulation coupled to optimisation stochastic process to assess the effect of heat treatment on the mechanical properties of 42CrMo4 steel." <u>Materials & Design</u> **34**: 679-684.

Chaparro, B. M., S. Thuillier, L. F. Menezes, P. Y. Manach and J. V. Fernandes (2008). "Material parameters identification: Gradient-based, genetic and hybrid optimization algorithms." <u>Computational Materials Science</u> **44**(2): 339-346.

Chelouah, R. and P. Siarry (2005). "A hybrid method combining continuous tabu search and Nelder–Mead simplex algorithms for the global optimization of multiminima functions." <u>European Journal of Operational Research</u> **161**(3): 636-654.

Chicot, D., P. De Baets, M. Staia, E. Puchi-Cabrera, G. Louis, Y. Perez Delgado and J. Vleugels (2013). "Influence of tip defect and indenter shape on the mechanical properties determination by indentation of a TiB2–60%B4C ceramic composite." <u>International Journal of Refractory Metals and Hard Materials</u> **38**: 102-110.

Cho, H. K. (2009). "Optimization of dynamic behaviors of an orthotropic composite shell subjected to hygrothermal environment." <u>Finite Elements in Analysis and Design</u> **45**(11): 852-860.

Chong, E. K. and S. H. Zak (2013). <u>An introduction to optimization</u>. New York, USA, John Wiley & Sons.

Clerc, M. (2005). <u>L'optimisation par essaim particulaire: versions paramétriques et</u> <u>adaptatives</u>. Paris, France, Lavoisier.

Clerc, M. (2010). Particle swarm optimization. Newport Beach, USA, John Wiley & Sons.

Clerc, M. and P. Siarry (2004). "Une nouvelle métaheuristique pour l'optimisation difficile: la méthode des essaims particulaires." J3eA (Journal sur l'enseignement des sciences et technologies de l'information et des systèmes) **3**: 007.

Collin, J.-M. (2008). <u>Identifiabilité des paramètres de lois de comportement de matériaux par</u> <u>essais d'indentation continue.</u> Thése de doctorat en mécanique, Université Rennes 1. Rennes, France.

Collin, J.-M., G. Mauvoisin and R. El Abdi (2008). "An experimental method to determine the contact radius changes during a spherical instrumented indentation." <u>Mechanics of Materials</u> **40**(4): 401-406.

Collin, J.-M., G. Mauvoisin, P. Pilvin and R. El Abdi (2008). "Use of spherical indentation data changes to materials characterization based on a new multiple cyclic loading protocol." <u>Materials Science and Engineering: A</u> **488**(1): 608-622.

Dai, Y.-H., J. J. Cochran, L. A. Cox, P. Keskinocak, J. P. Kharoufeh and J. C. Smith (2010). Nonlinear conjugate gradient methods. <u>Wiley Encyclopedia of Operations Research and</u> <u>Management Science</u>, John Wiley & Sons.

Dai, Y. H. and Y. Yuan (2001). "An Efficient Hybrid Conjugate Gradient Method for Unconstrained Optimization." <u>Annals of Operations Research</u> **103**(1-4): 33-47.

Damay, J. (2005). <u>Techniques de résolution basées sur la programmation linéaire pour</u> <u>l'ordonnancement de projet.</u> Thése de doctorant en informatique Université Clermont-Ferrand 2. Clermont-Ferrand, France . Darwin, C. (1859). <u>On the origins of species by means of natural selection</u>. London, UK, Murray.

Davidon, W. C. (1991). "Variable metric method for minimization." <u>SIAM Journal on</u> <u>Optimization</u> **1**(1): 1-17.

Davis, L. (1989). <u>Adapting operator probabilities in genetic algorithms</u>. Proceedings of International Conference on Genetic Algorithms, San Francisco, USA.

De Jong, K. A. (1975). <u>Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems.</u> Doctoral Dissertation in computer scientist, University of Michigan. Ann Arbor, USA.

De Jong, K. A. and W. M. Spears (1992). "A formal analysis of the role of multi-point crossover in genetic algorithms." <u>Annals of Mathematics and Artificial Intelligence</u> **5**(1): 1-26.

Deb, K. and H.-g. Beyer (2001). "Self-adaptive genetic algorithms with simulated binary crossover." Evolutionary Computation. 9(2): 197-221.

Dennis, J., John E and J. J. Moré (1977). "Quasi-Newton methods, motivation and theory." <u>SIAM review</u> **19**(1): 46-89.

Dennis Jr, J. E. and R. B. Schnabel (1996). <u>Numerical methods for unconstrained</u> <u>optimization and nonlinear equations</u>. Philadelphia, USA, Society for Industrial and Applied Mathematics.

Di Landro, L., G. Sala and D. Olivieri (2002). "Deformation mechanisms and energy absorption of polystyrene foams for protective helmets." <u>Polymer testing</u> **21**(2): 217-228.

Doerner, M. F. and W. D. Nix (1986). "A method for interpreting the data from depth-sensing indentation instruments." Journal of Materials Research 1(04): 601-609.

Dowsland, K. A. and J. M. Thompson (2012). Simulated annealing. <u>Handbook of Natural</u> <u>Computing</u>, Springer: 1623-1655.

Duarte, A., R. Martí, F. Glover and F. Gortazar (2011). "Hybrid scatter tabu search for unconstrained global optimization." <u>Annals of Operations Research</u> **183**(1): 95-123.

Dusunceli, N., O. U. Colak and C. Filiz (2010). "Determination of material parameters of a viscoplastic model by genetic algorithm." <u>Materials & Design</u> **31**(3): 1250-1255.

Eberhart, R. C. and J. Kennedy (1995). <u>A new optimizer using particle swarm theory</u>. Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science, Nagoya, Japon.

Eberhart, R. C. and Y. Shi (2000). <u>Comparing inertia weights and constriction factors in</u> <u>particle swarm optimization</u>. Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, La Jolla, USA, IEEE.

Eberhart, R. C. and Y. Shi (2001). <u>Particle swarm optimization: developments, applications</u> <u>and resources</u>. Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation, Seoul, South Korea, IEEE.

El-Wakeel, A. S. (2014). "Design optimization of PM couplings using hybrid Particle Swarm Optimization-Simplex Method (PSO-SM) Algorithm." <u>Electric Power Systems Research</u> **116**: 29-35.

El Hami, A. and R. Bouchaib (2013). <u>Uncertainty and Optimization in Structural Mechanics</u>. London, UK, John Wiley & Sons.

Esmaeili, R. and M. R. Dashtbayazi (2014). "Modeling and optimization for microstructural properties of Al/SiC nanocomposite by artificial neural network and genetic algorithm." <u>Expert Systems with Applications</u> **41**(13): 5817-5831.

Fan, S.-K. S., Y.-C. Liang and E. Zahara (2006). "A genetic algorithm and a particle swarm optimizer hybridized with Nelder–Mead simplex search." <u>Computers & Industrial Engineering</u> **50**(4): 401-425.

Fan, S.-K. S. and E. Zahara (2007). "A hybrid simplex search and particle swarm optimization for unconstrained optimization." <u>European Journal of Operational Research</u> **181**(2): 527-548.

Ferreno, D., I. Carrascal, E. Ruiz and J. Casado (2011). "Characterisation by means of a finite element model of the influence of moisture content on the mechanical and fracture properties of the polyamide 6 reinforced with short glass fibre." <u>Polymer Testing</u> **30**(4): 420-428.

Fiat, O. (2007). <u>Utilisation et développement de la méthode du Simplexe: nouvelles</u> procédures d'optimisation de la démarche expérimentale Thése de doctorat en électronique des hautes fréquences et optoélectronique, Université de Limoges. Limoges, France.

Field, J. and M. Swain (1993). "A simple predictive model for spherical indentation." Journal of Materials Research **8**(02): 297-306.

Fischer-Cripps, A. (2004). "A simple phenomenological approach to nanoindentation creep." <u>Materials Science and Engineering: A</u> **385**(1): 74-82.

Fletcher, R. (2013). Practical methods of optimization, John Wiley & Sons.

Fletcher, R. and S. Leyffer (2002). "Nonlinear programming without a penalty function." Mathematical programming **91**(2): 239-269.

Fletcher, R. and M. J. Powell (1963). "A rapidly convergent descent method for minimization." <u>The Computer Journal</u> **6**(2): 163-168.

Fletcher, R. and C. M. Reeves (1964). "Function minimization by conjugate gradients." <u>The</u> <u>computer journal</u> **7**(2): 149-154.

Fleury, G. (1993). <u>Méthodes stochastiques et déterministes pour les problèmes NP-difficiles</u> Thése de doctorat en informatique, Universié de Blaise Pascal. Clermont-Ferrand, France.

Francis, H. (1976). "Phenomenological analysis of plastic spherical indentation." Journal of Engineering Materials and Technology **98**(3): 272-281.

Franulović, M., R. Basan and I. Prebil (2009). "Genetic algorithm in material model parameters' identification for low-cycle fatigue." <u>Computational Materials Science</u> **45**(2): 505-510.

Fu, M. and J.-Q. Hu (1997). <u>Conditional Monte Carlo: Gradient estimation and optimization</u> <u>applications</u>, Kluwer Academic Publishers Boston.

Gao, X.-L. (2006). "An expanding cavity model incorporating strain-hardening and indentation size effects." International journal of solids and structures **43**(21): 6615-6629.

Gao, X.-L. (2006). "New expanding cavity model for indentation hardness including strainhardening and indentation size effects." Journal of materials research **21**(05): 1317-1326.

Gao, X.-L. (2006). "Strain gradient plasticity solution for an internally pressurized thickwalled spherical shell of an elastic linear-hardening material." <u>Mechanics of Advanced</u> <u>Materials and Structures</u> **13**(1): 43-49. Gao, X.-L., X. Jing and G. Subhash (2006). "Two new expanding cavity models for indentation deformations of elastic strain-hardening materials." <u>International journal of solids</u> and structures **43**(7): 2193-2208.

Geymonat, G. and S. Pagano (2003). "Identification of mechanical properties by displacement field measurement: a variational approach." <u>Meccanica</u> **38**(5): 535-545.

Gilbert, J. C. and J. Nocedal (1992). "Global convergence properties of conjugate gradient methods for optimization." <u>SIAM Journal on optimization</u> 2(1): 21-42.

Gill, P. and W. Murray (1972). "Quasi-Newton methods for unconstrained optimization." <u>IMA Journal of Applied Mathematics</u> **9**(1): 91-108.

Gill, P. E. and W. Murray (1974). "Newton-type methods for unconstrained and linearly constrained optimization." <u>Mathematical Programming</u> **7**(1): 311-350.

Glover, F. (1986). "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence." <u>Computers & Operations Research</u> **13**(5): 533-549.

Glover, F. (1989). "Tabu search-part I." ORSA Journal on computing 1(3): 190-206.

Glover, F. (1990). "Artificial intelligence, heuristic frameworks and tabu search." <u>Managerial</u> and <u>Decision Economics</u> **11**(5): 365-375.

Glover, F. (1990). "Tabu search-part II." ORSA Journal on computing 2(1): 4-32.

Glover, F. (1994). "Tabu search for nonlinear and parametric optimization (with links to genetic algorithms)." <u>Discrete Applied Mathematics</u> **49**(1): 231-255.

Glover, F. (1997). Tabu search and adaptive memory programming—advances, applications and challenges. Interfaces in computer science and operations research, Springer: 1-75.

Glover, F. and M. Laguna (1999). Tabu search, Springer.

Glover, F. and M. Laguna (2013). Tabu Search, Springer.

Glover, F. and E. Taillard (1993). "A user's guide to tabu search." <u>Annals of operations</u> research **41**(1): 1-28.

Goffe, W. L., G. D. Ferrier and J. Rogers (1994). "Global optimization of statistical functions with simulated annealing." Journal of Econometrics **60**(1): 65-99.

Grapiglia, G. N., J. Yuan and Y.-x. Yuan (2014). "On the convergence and worst-case complexity of trust-region and regularization methods for unconstrained optimization." Mathematical Programming: 1-30.

Grefenstette, J. J. (2013). <u>Genetic Algorithms and Their Applications: Proceedings of the</u> <u>Second International Conference on Genetic Algorithms</u>, Psychology Press.

Guessasma, S. and D. Bassir (2010). "Identification of mechanical properties of biopolymer composites sensitive to interface effect using hybrid approach." <u>Mechanics of Materials</u> **42**(3): 344-353.

Guessasma, S. and D. Bassir (2010). "Optimization of the mechanical properties of virtual porous solids using a hybrid approach." <u>Acta Materialia</u> **58**(2): 716-725.

Guessasma, S. and D. H. Bassir (2010). "Identification of mechanical properties of biopolymer composites sensitive to interface effect using hybrid approach." <u>Mechanics of Materials</u> **42**(3): 344-353.

Guessasma, S., L. Chaunier, G. Della Valle and D. Lourdin (2011). "Mechanical modelling of cereal solid foods." <u>Trends in Food Science & Technology</u> **22**(4): 142-153.

Guessasma, S., L. Chaunier and D. Lourdin (2010). "Finite element modelling of the mechanical behaviour of vitreous starch/protein composite." Journal of food engineering **98**(2): 150-158.

Guessasma, S. and C. Coddet (2004). "Microstructure of APS alumina–titania coatings analysed using artificial neural network." <u>Acta Materialia</u> **52**(17): 5157-5164.

Haddad, Y. M. and J. Feng (2001). "On the optimization of the mechanical behavior of a class of composite systems under both quasi-static and dynamic loading." Journal of Materials Processing Technology **119**(1–3): 222-228.

Haggag, F. and G. Bell (1993). "Measurement of yield strength and flow properties in spot welds and their HAZs at various strain rates." <u>International Trends in Welding Sciences and Technology</u>: 637-642.

Haggag, F. M. (1993). "In-situ measurements of mechanical properties using novel automated ball indentation system." <u>ASTM Special Technical Publication</u> **1204**: 27-27.

Haggag, F. M., T.-S. Byun, J. Hong, P. Miraglia and K. L. Murty (1998). "Indentationenergy-to-fracture (< i> IEF</i>) parameter for characterization of DBTT in carbon steels using nondestructive automated ball indentation (ABI) technique." <u>Scripta materialia</u> **38**(4): 645-651.

Haggag, F. M., R. K. Nanstad, J. T. Hutton, D. L. Thomas and R. L. Swain (1990). "Use of automated ball indentation testing to measure flow properties and estimate fracture toughness in metallic materials." <u>ASTM STP</u> **1092**: 188-208.

Hajii, O. (2003). <u>Contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques.</u> <u>Application à la conception des dispositifs électrotechniques</u>, Ecole Centrale de Lille.

Hamzaoui, R., S. Guessasma and O. ElKedim (2008). "Analysis of structure and magnetic properties of nanocrystalline milled alloys." Journal of Alloys and Compounds **462**(1–2): 29-37.

Haupt, R. L. and S. E. Haupt (2004). Practical genetic algorithms, John Wiley & Sons.

Hay, J. and P. Wolff (2001). "Small correction required when applying the Hertzian contact model to instrumented indentation data." Journal of Materials Research **16**(05): 1280-1286.

Hay, J. C., A. Bolshakov and G. Pharr (1999). "A critical examination of the fundamental relations used in the analysis of nanoindentation data." Journal of Materials Research **14**(06): 2296-2305.

He, B. (1992). "A projection and contraction method for a class of linear complementarity problems and its application in convex quadratic programming." <u>Applied Mathematics and</u> <u>Optimization</u> **25**(3): 247-262.

He, X., F. Gu and A. Ball (2014). "A review of numerical analysis of friction stir welding." <u>Progress in Materials Science</u> **65**(0): 1-66.

Herbert, E., G. Pharr, W. Oliver, B. Lucas and J. Hay (2001). "On the measurement of stressstrain curves by spherical indentation." <u>Thin solid films</u> **398**: 331-335.

Herrera-Solaz, V., J. Llorca, E. Dogan, I. Karaman and J. Segurado (2014). "An inverse optimization strategy to determine single crystal mechanical behavior from polycrystal tests: Application to AZ31 Mg alloy." <u>International Journal of Plasticity</u> **57**(0): 1-15.

Hertz, H. (1882). On the Contact of Rigid Elastic Solids and on Hardness, chapter 6: Assorted Papers by H. Hertz, MacMillan, New York.

Hesabgar, S. M., H. Marshall, S. K. Agrawal, A. Samani and H. M. Ladak (2010). "Measuring the quasi-static Young's modulus of the eardrum using an indentation technique." <u>Hearing research</u> **263**(1): 168-176.

Holland, J. H. (1975). <u>Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis</u> with applications to biology, control, and artificial intelligence, U Michigan Press.

Homem-de-Mello, T. and G. Bayraksan (2013). "Monte Carlo Sampling-Based Methods for Stochastic Optimization." <u>Manuscript, under review for Surveys in Operations Research and Management Science. Preprint available at Optimization Online (http://www.optimization-online.org)</u>.

Hovnanian, J. (2012). <u>Méthode de frontières immergées pour la mécanique des fluides.</u> <u>Application à la simulation de la nage</u>, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.

Hu, N. (1992). "Tabu search method with random moves for globally optimal design." International Journal for Numerical Methods in Engineering **35**(5): 1055-1070.

Hutchings, I. M. (2009). "The contributions of David Tabor to the science of indentation hardness." Journal of Materials Research **24**(03): 581-589.

Ingber, L. (1993). "Simulated annealing: Practice versus theory." <u>Mathematical and computer</u> <u>modelling</u> **18**(11): 29-57.

Izmailov, A. F. and M. V. Solodov (2014). Equations and Unconstrained Optimization. Newton-Type Methods for Optimization and Variational Problems, Springer: 61-137.

Janikow, C. Z. and Z. Michalewicz (1991). <u>An experimental comparison of binary and floating point representations in genetic algorithms</u>. ICGA.

Jeon, E. C., M. K. Baik, S. H. Kim, B. W. Lee and D. I. Kwon (2005). "Determining representative stress and representative strain in deriving indentation flow curves based on finite element analysis." <u>Key Engineering Materials</u> **297**: 2152-2157.

Jian, J., L. Han and X. Jiang (2014). "A hybrid conjugate gradient method with descent property for unconstrained optimization." <u>Applied Mathematical Modelling</u>.

Johnson, K. L. (1987). Contact mechanics, Cambridge university press.

Kao, Y.-T. and E. Zahara (2008). "A hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for multimodal functions." <u>Applied Soft Computing</u> **8**(2): 849-857.

Kelner, V., F. Capitanescu, O. Léonard and L. Wehenkel (2008). "A hybrid optimization technique coupling an evolutionary and a local search algorithm." Journal of Computational and Applied Mathematics **215**(2): 448-456.

Kennedy, J. (2010). Particle swarm optimization. <u>Encyclopedia of Machine Learning</u>, Springer: 760-766.

Khan, F., C. Yeakle and S. Gomaa (2012). "Characterization of the mechanical properties of a new grade of ultra high molecular weight polyethylene and modeling with the viscoplasticity based on overstress." Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials 6(0): 174-180.

Kim, J.-Y., K.-W. Lee, J.-S. Lee and D. Kwon (2006). "Determination of tensile properties by instrumented indentation technique: Representative stress and strain approach." <u>Surface and</u> <u>Coatings Technology</u> **201**(7): 4278-4283.

Kiranyaz, S., T. Ince and M. Gabbouj (2014). Particle Swarm Optimization. <u>Multidimensional</u> Particle Swarm Optimization for Machine Learning and Pattern Recognition, Springer: 45-82.

Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt and M. P. Vecchi (1983). "Optimization by simmulated annealing." <u>science</u> **220**(4598): 671-680.

Klepeis, J., M. Pieja and C. Floudas (2003). "Hybrid global optimization algorithms for protein structure prediction: Alternating hybrids." <u>Biophysical journal</u> **84**(2): 869-882.

Klepeis, J., M. Pieja and C. Floudas (2003). "A new class of hybrid global optimization algorithms for peptide structure prediction: integrated hybrids." <u>Computer Physics</u> <u>Communications</u> **151**(2): 121-140.

Knuth, D. E. (1997). <u>The art of computer programming, volume 2 (3rd ed.)</u>: <u>seminumerical</u> <u>algorithms</u>, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.

Komvopoulos, K. (1989). "Elastic-plastic finite element analysis of indented layered media." Journal of Tribology **111**(3): 430-439.

Krempl, E. (1996). 6 - A Small-Strain Viscoplasticity Theory Based on Overstress. <u>Unified</u> <u>Constitutive Laws of Plastic Deformation</u>. A. S. Krausz and K. Krausz. San Diego, Academic Press: 281-318.

Kroese, D. P. and R. Y. Rubinstein (2012). "Monte Carlo Methods." <u>Wiley Interdisciplinary</u> <u>Reviews: Computational Statistics</u> **4**(1): 48-58.

Kursa, M., K. Kowalczyk-Gajewska and H. Petryk (2014). "Multi-objective optimization of thermo-mechanical properties of metal–ceramic composites." <u>Composites Part B: Engineering</u> **60**: 586-596.

Lagarias, J. C., J. A. Reeds, M. H. Wright and P. E. Wright (1998). "Convergence properties of the Nelder--Mead simplex method in low dimensions." <u>SIAM Journal on optimization</u> **9**(1): 112-147.

Lasdon, L. and J. C. Plummer (2008). "Multistart algorithms for seeking feasibility." <u>Computers & operations research</u> **35**(5): 1379-1393.

Le Saux, V., Y. Marco, G. Bles, S. Calloch, S. Moyne, S. Plessis and P. Charrier (2011). "Identification of constitutive model for rubber elasticity from micro-indentation tests on natural rubber and validation by macroscopic tests." <u>Mechanics of Materials</u> **43**(12): 775-786.

Lee, J., H. A. Scheraga and S. Rackovsky (1997). "New optimization method for conformational energy calculations on polypeptides: Conformational space annealing." Journal of Computational Chemistry **18**(9): 1222-1232.

Lemaitre, J., J.-L. Chaboche, A. Benallal and R. Desmorat (2009). <u>Mécanique des matériaux</u> solides-3eme édition, Dunod.

Lepienski, C. M. and C. E. Foerster (2004). Nanomechanical properties by nanoindentation. Encyclopedia of nanoscience and nanotechnology, American Scientific Publishers. **6:** 1-20.

Liang, J.-Z. (2011). "Predictions of tensile strength of short inorganic fibre reinforced polymer composites." <u>Polymer Testing</u> **30**(7): 749-752.

Lin, C.-J. (2007). "Projected gradient methods for nonnegative matrix factorization." <u>Neural</u> <u>computation</u> **19**(10): 2756-2779.

Lin, J. and J. Yang (1999). "GA-based multiple objective optimisation for determining viscoplastic constitutive equations for superplastic alloys." <u>International Journal of Plasticity</u> **15**(11): 1181-1196.

Liu, D. C. and J. Nocedal (1989). "On the limited memory BFGS method for large scale optimization." <u>Mathematical programming</u> **45**(1-3): 503-528.

Liu, K., M. R. VanLandingham and T. C. Ovaert (2009). "Mechanical characterization of soft viscoelastic gels via indentation and optimization-based inverse finite element analysis." Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials **2**(4): 355-363.

Long, W., X. Liang, Y. Huang and Y. Chen (2013). "A hybrid differential evolution augmented Lagrangian method for constrained numerical and engineering optimization." <u>Computer-Aided Design</u> **45**(12): 1562-1574.

Luersen, M. A. and R. Le Riche (2001). Globalisation de l'algorithme de Nelder–Mead: application aux composites, Technical Report, LMR, INSA de Rouen, France.

Luo, J. and J. Lin (2007). "A study on the determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using two sharp indenters." <u>International Journal of Solids and Structures</u> **44**(18–19): 5803-5817.

Mahmoudi, A. H., S. M. Pezeshki-Najafabadi and H. Badnava (2011). "Parameter determination of Chaboche kinematic hardening model using a multi objective Genetic Algorithm." <u>Computational Materials Science</u> **50**(3): 1114-1122.

Marcadon, V., C. Davoine, B. Passilly, D. Boivin, F. Popoff, A. Rafray and S. Kruch (2012). "Mechanical behaviour of hollow-tube stackings: Experimental characterization and modelling of the role of their constitutive material behaviour." <u>Acta Materialia</u> **60**(15): 5626-5644.

Marquardt, D. W. (1963). "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters." Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics **11**(2): 431-441.

Marwala, T. (2010). "Finite-element-model Updating Using Nelder–Mead Simplex and Newton Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno Methods." <u>Finite-element-model Updating</u> <u>Using Computional Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics</u>: 25-47.

134

Mashinchi, M. H., M. A. Orgun and W. Pedrycz (2011). "Hybrid optimization with improved tabu search." Applied Soft Computing **11**(2): 1993-2006.

Matthews, J. (1980). "Indentation hardness and hot pressing." <u>Acta metallurgica</u> **28**(3): 311-318.

Metropolis, N. (1987). "The beginning of the Monte Carlo method." Los Alamos Science **15**(584): 125-130.

Metropolis, N., A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller and E. Teller (1953). "Equation of state calculations by fast computing machines." <u>The journal of chemical physics</u> **21**(6): 1087-1092.

Metropolis, N. and S. Ulam (1949). "The monte carlo method." Journal of the American statistical association 44(247): 335-341.

Meyer, E. (1908). "Investigations of hardness testing and hardness." Phys. Z 9: 66.

Michalewicz, Z. (1996). Genetic algorithms+ data structures= evolution programs, springer.

Michalewicz, Z. and M. Schoenauer (1996). "Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems." <u>Evolutionary computation</u> 4(1): 1-32.

Minervino, M., M. Gigliotti, M. C. Lafarie-Frenot and J. C. Grandidier (2014). "A coupled experimental/numerical approach for the modelling of the local mechanical behaviour of epoxy polymer materials." Journal of the Mechanics and Physics of Solids **67**(0): 129-151.

Mishra, S. K. (2011). Topics in Nonconvex Optimization, Springer.

Mitchell, M. (1998). An introduction to genetic algorithms, MIT press.

Mohanta, D. K., P. K. Sadhu and R. Chakrabarti (2007). "Deterministic and stochastic approach for safety and reliability optimization of captive power plant maintenance scheduling using GA/SA-based hybrid techniques: A comparison of results." <u>Reliability</u> Engineering & System Safety **92**(2): 187-199.

Møller, M. F. (1993). "A scaled conjugate gradient algorithm for fast supervised learning." <u>Neural networks</u> **6**(4): 525-533.

Moré, J. (1978). The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory. <u>Numerical</u> <u>Analysis</u>. G. A. Watson, Springer Berlin Heidelberg. **630**: 105-116.

Moy, C. K., M. Bocciarelli, S. P. Ringer and G. Ranzi (2011). "Identification of the material properties of Al 2024 alloy by means of inverse analysis and indentation tests." <u>Materials</u> <u>Science and Engineering: A</u> **529**: 119-130.

Mukherjee, I. and S. Routroy (2012). "Comparing the performance of neural networks developed by using Levenberg–Marquardt and Quasi-Newton with the gradient descent algorithm for modelling a multiple response grinding process." <u>Expert Systems with Applications</u> **39**(3): 2397-2407.

Mukhopadhyay, A. and M. Mandal (2013). <u>A Hybrid Multiobjective Particle Swarm</u> <u>Optimization Approach for Non-redundant Gene Marker Selection</u>. Proceedings of Seventh International Conference on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications (BIC-TA 2012), Springer.

Muyl, F., L. Dumas and V. Herbert (2004). "Hybrid method for aerodynamic shape optimization in automotive industry." <u>Computers & Fluids</u> **33**(5): 849-858.

Nayebi, A., O. Bartier, G. Mauvoisin and R. El Abdi (2001). "New method to determine the mechanical properties of heat treated steels." <u>International Journal of Mechanical Sciences</u> **43**(11): 2679-2697.

Nayebi, A., R. El Abdi, O. Bartier and G. Mauvoisin (2002). "New procedure to determine steel mechanical parameters from the spherical indentation technique." <u>Mechanics of Materials</u> **34**(4): 243-254.

Nayebi, A., R. El Abdi, O. Bartier, G. Mauvoisin and M. Buisson (2003). "Experimental and numerical analyses of instrumented and continuous indentation of treated steels." Journal of <u>Materials Processing Technology</u> **141**(2): 276-283.

Nelder, J. A. and R. Mead (1965). "A simplex method for function minimization." <u>The</u> <u>computer journal</u> **7**(4): 308-313.

Nickabadi, A., M. M. Ebadzadeh and R. Safabakhsh (2011). "A novel particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weight." <u>Applied Soft Computing</u> **11**(4): 3658-3670.

Nocedal, J. and S. J. Wright (1999). Springer series in operations research. Numerical optimization, New York: Springer.

Nocedal, J. and S. J. Wright (2006). Conjugate gradient methods, Springer.

Nunes, L., F. Dias and H. da Costa Mattos (2011). "Mechanical behavior of polytetrafluoroethylene in tensile loading under different strain rates." <u>Polymer Testing</u> **30**(7): 791-796.

O'Neill, H. (1934). The hardness of metals and its measurement, Chapman & Hall, ltd.

Oliver, W. C. and G. M. Pharr (1992). "An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments." Journal of <u>materials research</u> **7**(06): 1564-1583.

Olsson, D. M. and L. S. Nelson (1975). "The Nelder-Mead simplex procedure for function minimization." <u>Technometrics</u> **17**(1): 45-51.

Parsopoulos, K. E., M. N. Vrahatis and I. Global (2010). <u>Particle swarm optimization and</u> <u>intelligence: advances and applications</u>, Information Science Reference Hershey.

Pedregal, P. (2004). Introduction to optimization, Springer.

Pharr, G., W. Oliver and F. Brotzen (1992). "On the generality of the relationship among contact stiffness, contact area, and elastic modulus during indentation." Journal of Materials Research 7(03): 613-617.

Pierre, D. A. (2012). Optimization theory with applications, Courier Dover Publications.

Polak, E. (1997). <u>Optimization: algorithms and consistent approximations</u>, Springer-Verlag New York, Inc.

Poli, R. and J. Koza (2014). Genetic Programming, Springer.

Poloni, C., A. Giurgevich, L. Onesti and V. Pediroda (2000). "Hybridization of a multiobjective genetic algorithm, a neural network and a classical optimizer for a complex design problem in fluid dynamics." <u>Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering</u> **186**(2–4): 403-420. Poon, B., D. Rittel and G. Ravichandran (2008). "An analysis of nanoindentation in linearly elastic solids." International Journal of Solids and Structures **45**(24): 6018-6033.

Poon, P. C. B. (2008). <u>A critical appraisal of nanoindentation with application to elastic-plastic solids and soft materials</u>, California Institute of Technology.

Powell, M. J. (1978). A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations. <u>Numerical analysis</u>, Springer: 144-157.

Preechawong, D., M. Peesan, P. Supaphol and R. Rujiravanit (2004). "Characterization of starch/poly (ε-caprolactone) hybrid foams." <u>Polymer testing</u> **23**(6): 651-657.

Qu, J., Q. Jin and B. Xu (2008). "Parameter identification of superplastic constitutive model by GA-based global optimization method." Journal of Materials Processing Technology **197**(1–3): 212-220.

Rahmat-Samii, Y. and E. Michielssen (1999). <u>Electromagnetic optimization by genetic</u> <u>algorithms</u>, John Wiley & Sons, Inc.

Ramsteiner, F., N. Fell and S. Forster (2001). "Testing the deformation behaviour of polymer foams." <u>Polymer testing</u> **20**(6): 661-670.

Rao, S. S. (2009). <u>Engineering optimization: theory and practice</u>. New Jersey, USA, John Wiley & Sons.

Rauchs, G. and J. Bardon (2011). "Identification of elasto-viscoplastic material parameters by indentation testing and combined finite element modelling and numerical optimization." <u>Finite Elements in Analysis and Design</u> **47**(7): 653-667.

Rauchs, G., J. Bardon and D. Georges (2010). "Identification of the material parameters of a viscous hyperelastic constitutive law from spherical indentation tests of rubber and validation by tensile tests." <u>Mechanics of Materials</u> **42**(11): 961-973.

Rosa, D., D. Grillo, M. Bardi, M. Calil, C. Guedes, E. Ramires and E. Frollini (2009). "Mechanical, thermal and morphological characterization of polypropylene/biodegradable polyester blends with additives." <u>Polymer Testing</u> **28**(8): 836-842.

Rosenbrock, H. H. (1960). "An automatic method for finding the greatest or least value of a function." <u>The Computer Journal</u> **3**(3): 175-184.

Rossi, B. (2010). "Mechanical behavior of ferritic grade 3Cr12 stainless steel—Part 2: Yield locus and hardening laws." <u>Thin-Walled Structures</u> **48**(7): 540-552.

Rubinstein, R. Y. and D. P. Kroese (2011). <u>Simulation and the Monte Carlo method</u>, John Wiley & Sons.

Sakalauskas, L. L. (2002). "Nonlinear stochastic programming by Monte-Carlo estimators." <u>European Journal of Operational Research</u> **137**(3): 558-573.

Seifzadeh, A., D. C. D. Oguamanam, N. Trutiak, M. Hurtig and M. Papini (2012). "Determination of nonlinear fibre-reinforced biphasic poroviscoelastic constitutive parameters of articular cartilage using stress relaxation indentation testing and an optimizing finite element analysis." <u>Computer Methods and Programs in Biomedicine</u> **107**(2): 315-326.

Shanno, D. F. (1970). "Conditioning of quasi-Newton methods for function minimization." <u>Mathematics of computation</u> **24**(111): 647-656.

Sheppard, D., R. Terrell and G. Henkelman (2008). "Optimization methods for finding minimum energy paths." <u>The Journal of chemical physics</u> **128**(13): 134106.

Shewchuk, J. R. (1994). An introduction to the conjugate gradient method without the agonizing pain, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA.

Shi, Y. and R. Eberhart (1998). <u>A modified particle swarm optimizer</u>. Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on, IEEE.

Siarry, P. (2014). <u>Métaheuristiques: Recuits simulé, recherche avec tabous, recherche à</u> voisinages variables, méthodes GRASP, algorithmes évolutionnaires, fourmis artificielles, essaims particulaires et autres méthodes d'optimisation, Editions Eyrolles.

Sinha, A., S. Sikdar, P. P. Chattopadhyay and S. Datta (2013). "Optimization of mechanical property and shape recovery behavior of Ti-(~49 at.%) Ni alloy using artificial neural network and genetic algorithm." <u>Materials & Design</u> **46**(0): 227-234.

Snyman, J. (2005). <u>Practical mathematical optimization: an introduction to basic optimization</u> <u>theory and classical and new gradient-based algorithms</u>, Springer. Spall, J. C. (1992). "Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation." <u>Automatic Control, IEEE Transactions on</u> **37**(3): 332-341.

Spall, J. C. (2003). <u>Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation,</u> <u>and control</u>. New Jersey, USA, John Wiley & Sons.

Spendley, W., G. R. Hext and F. Himsworth (1962). "Sequential application of simplex designs in optimisation and evolutionary operation." <u>Technometrics</u> **4**(4): 441-461.

Steihaug, T. (1983). "The conjugate gradient method and trust regions in large scale optimization." <u>SIAM Journal on Numerical Analysis</u> **20**(3): 626-637.

Storn, R. and K. Price (1997). "Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces." Journal of Global Optimization **11**(4): 341-359.

Suwannarongsri, S., S. Limnararat and D. Puangdownreong (2007). <u>A hybrid tabu search</u> <u>method for assembly line balancing</u>. Proceedings of the 7th WSEAS International Conference on Simulation, Modelling and Optimization, Citeseer.

Svanberg, K. (1987). "The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization." International Journal for Numerical Methods in Engineering **24**(2): 359-373.

Syswerda, G. (1989). "Uniform crossover in genetic algorithms."

Tabor, D. (1951). The hardness of metals, ClarendonP.

Tabor, D. (1970). "The hardness of solids." <u>Review of physics in technology</u> 1(3): 145.

Touati-Ahmed, D. and C. Storey (1990). "Efficient hybrid conjugate gradient techniques." Journal of Optimization Theory and Applications **64**(2): 379-397.

Tsitsiklis, J. N., D. P. Bertsekas and M. Athans (1986). "Distributed asynchronous deterministic and stochastic gradient optimization algorithms." <u>IEEE transactions on automatic control</u> **31**(9): 803-812.

Tsoulos, I. G. (2008). "Modifications of real code genetic algorithm for global optimization." <u>Applied Mathematics and Computation</u> **203**(2): 598-607. van den Bergh, F. and A. Engelbrecht (2002). <u>A new locally convergent particle swarm</u> <u>optimizer</u>. Proceedings of the IEEE international conference on systems, man, and cybernetics.

Van Laarhoven, P. J. and E. H. Aarts (1987). Simulated annealing, Springer.

Vasconcelos, J. A., R. Saldanha, L. Krahenbuhl and A. Nicolas (1997). "Genetic algorithm coupled with a deterministic method for optimization in electromagnetics." <u>Magnetics, IEEE</u> <u>Transactions on</u> **33**(2): 1860-1863.

Wan, Z., K. L. Teo, X. Shen and C. Hu (2014). "New BFGS method for unconstrained optimization problem based on modified Armijo line search." <u>Optimization</u> **63**(2): 285-304.

Wang, X., X. Z. Gao and S. J. Ovaska (2007). "A Hybrid Optimization Algorithm Based on Ant Colony and Immune Principles." <u>IJCSA</u> **4**(3): 30-44.

Whitten, D. and D. Hartl (2014). <u>Iterative calibration of a shape memory alloy constitutive</u> model from 1D and 2D data using optimization methods.

Wieding, J., A. Wolf and R. Bader (2014). "Numerical optimization of open-porous bone scaffold structures to match the elastic properties of human cortical bone." Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials **37**(0): 56-68.

Wright, M. (2005). "The interior-point revolution in optimization: history, recent developments, and lasting consequences." <u>Bulletin of the American mathematical society</u> **42**(1): 39-56.

Xu, P. (2002). "A hybrid global optimization method: the one-dimensional case." Journal of <u>computational and applied mathematics</u> **147**(2): 301-314.

Xu, P. (2003). "A hybrid global optimization method: the multi-dimensional case." Journal of <u>computational and applied mathematics</u> **155**(2): 423-446.

Yan, Z. C. and Y. S. Luo (2014). <u>A Particle Swarm Optimization Algorithm Based on</u> <u>Simulated Annealing</u>. Advanced Materials Research, Trans Tech Publ.

Yang, D., G. Li and G. Cheng (2007). "On the efficiency of chaos optimization algorithms for global optimization." <u>Chaos, Solitons & Fractals</u> **34**(4): 1366-1375.

Yiu, K. F. C., Y. Liu and K. L. Teo (2004). "A hybrid descent method for global optimization." Journal of Global Optimization **28**(2): 229-238.

Zahara, E. and Y.-T. Kao (2009). "Hybrid Nelder–Mead simplex search and particle swarm optimization for constrained engineering design problems." <u>Expert Systems with Applications</u> **36**(2): 3880-3886.

Zhang, J. and D. Zhu (1990). "Projected quasi-Newton algorithm with trust region for constrained optimization." Journal of Optimization Theory and Applications **67**(2): 369-393.

Zhu, F., X. Jin, F. Guan, L. Zhang, H. Mao, K. H. Yang and A. I. King (2010). "Identifying the properties of ultra-soft materials using a new methodology of combined specimen-specific finite element model and optimization techniques." <u>Materials & Design</u> **31**(10): 4704-4712.

Zribi, T., A. Khalfallah and H. BelHadjSalah (2013). "Experimental characterization and inverse constitutive parameters identification of tubular materials for tube hydroforming process." <u>Materials & Design</u> **49**: 866-877.