

N° d'ordre : 

4	1	6	9	2
---	---	---	---	---

UNIVERSITÉ LILLE1

THÈSE

présentée en vue d'obtenir le grade de

DOCTEUR

en

*Spécialité : Automatique et Informatique Industrielle*

par

**Evgeny TARASOV**

DOCTORAT DELIVRE PAR L'UNIVERSITE LILLE 1

Titre de la thèse :

**Estimation des entrées inconnues pour le diagnostic et la  
commande. Approche Bond Graph**

**Unknown inputs estimation for diagnosis and control. Bond  
Graph Approach**

---

Soutenue le 27 janvier 2015 devant le jury d'examen :

<b>Président</b>	M. ZERHOUNI Nouredine	Professeur, ENSMM Besançon
<b>Rapporteur</b>	M. MANAMANNI Nouredine,	Professeur, Université de Reims Champagne-Ardenne
<b>Rapporteur</b>	M. SAUTER Dominique,	Professeur, Université Henri Poincaré, Nancy 1
<b>Directeur de thèse</b>	M. Belkacem OULD BOUAMAMA	Professeur et Directeur de la Recherche à l'Ecole Polytechnique Universitaire de Lille
<b>Directeur de thèse</b>	M. Christophe SUEUR	Professeur, École Centrale de Lille

Thèse préparée dans le Centre de Recherche en Informatique, Signal et Automatique de  
Lille

CRISTAL, CNRS UMR 9189 - Université Lille 1  
École Doctorale SPI 072

*À ma mère*

# Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé à l'École Centrale de Lille et à l'Université Lille 1, dans le Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (LAGIS), au sein de l'équipe de recherche "Méthodes et Outils pour la Conception Intégrée de Systèmes (Mocis)".

Je présente d'abord et avant tout ma sincère gratitude à mes professeurs, M. Christophe Sueur et M. Belkacem Ould Bouamama, qui par leur encadrement ont su me prodiguer de nombreux conseils et orientations. Ce travail fut une expérience extraordinaire. Avec leur aide, j'ai obtenu quelques résultats intéressants sur une nouvelle approche de synthèse d'observateur à entrées inconnues basée sur la méthode Bond Graph. M. Sueur a été une riche source d'idées et M. Ould Bouamama a proposé l'étude de systèmes expérimentaux qui m'ont permis d'avoir de nombreuses discussions avec mes collègues.

M. Dominique Sauter et M. Noureddine Manamanni ont bien voulu consacrer une partie de leur précieux pour l'évaluation de ce rapport et grâce à leurs commentaires, ils ont permis d'améliorer la version finale du document de thèse. Ils m'ont aidé à affiner certaines questions importantes liées aux développements de mes travaux et ainsi de les présenter dans une perspective plus globale.

M. Noureddine Zerhouni a accepté d'être le président du jury de la soutenance. Nous avons eu des discussions intéressantes à propos de la modélisation par bond graph et je le remercie vivement pour l'intérêt porté à mes travaux.

Je tiens à remercier Mme Geneviève Dauphin Tanguy qui a organisé de nombreux ateliers scientifiques nous aidant à échanger des idées et qui a toujours été proche de nous et nous a encouragés avec enthousiasme pour notre recherche.

Je remercie Christine Yvoz, Brigitte Foncez, Daniel Rivière, Patrick Gallais, Tram Nguyen, Vanessa Fleury, Christine Lemaire, Marcelle Desfromont et Virginie Leclercq qui ont toujours été à l'écoute en particulier pour résoudre les

## ACKNOWLEDGEMENTS

---

questions administratives. Je suis également reconnaissant envers tous mes collègues : Dapeng Yang, Ibtissem Gahlouz, Jing Bai, Youwei Dong, Alain Haddad, Mayank Shekhar Jha, Noe Barrera, Yang Qian, Peng Zhaoxia, Véra Elistratova, Dimitry Samarkanov, Yurka Tabletka, Bruno et Juliana Iamamura, Ghislain Despret, Guido Chiaporri, etc.

Toute ma gratitude va à Mme Hélène Catsiapis qui m'a permis de découvrir la culture française. Elle a rendu possible tous ces voyages intéressants et inoubliables en France. Ma connaissance et l'intérêt pour la culture française sont inspirés par son travail et son enthousiasme, elle a réussi à ouvrir notre appétit pour l'art, l'histoire et la cuisine.

Je voudrais aussi remercier mes amis russes qui ne m'oublient jamais pendant mes longues études en France et avec qui j'ai conservé un contact étroit au cours de ces trois années : Evgeny et Anna Bondarenko, Elena Bykovskaya, Yulia Cherny, Evgenia Pecherina, Marina Rychazhkova, , Alex Ubert, Larissa Adonkina, Daria Igonina, Nikita Getto, Kseniya Kaminskaya, Yuriy Zemliyanov, Dmitriy Beshpalov, Sophia Prishva, etc. Tout mon amour va à ma copine Mariya Shapatina qui a survécu avec moi à ce moment pas très facile de la rédaction de la thèse.

Enfin, je transmets une reconnaissance particulière à ma famille, surtout ma mère, Olga Tarasova, qui est toujours avec moi, pour son soutien et son aide à chaque étape de ma vie.

Villeneuve d'Ascq, France  
Villeneuve d'Ascq, France  
Janvier, 2015

*Evgeny Tarasov*

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>vi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Observateurs à entrées inconnues</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	8
1.2 Définition du système . . . . .	9
1.2.1 Modèle d'état . . . . .	10
1.2.2 Commandabilité et observabilité . . . . .	11
1.2.3 Structure à l'infini . . . . .	12
1.2.4 Structure finie de systèmes linéaires . . . . .	13
1.2.4.1 Zéros invariants . . . . .	13
1.2.4.2 Zéros invariants nuls . . . . .	13
1.2.5 Modèle digraphe . . . . .	14
1.3 Observateur à entrées inconnues . . . . .	15
1.3.1 Observateur classique . . . . .	16
1.3.2 Observateur PI . . . . .	17
1.3.3 OEI avec des matrices inverses . . . . .	18
1.3.4 OEI avec l'approche algébrique . . . . .	22
1.3.5 Comparaison de différentes méthodes . . . . .	23
1.4 Exemples numériques et simulations . . . . .	24
1.4.1 Propriétés de modèle . . . . .	25

## TABLE DES MATIÈRES

---

1.4.2	OEI par matrices inverses . . . . .	26
1.4.3	OEI par approche algébrique . . . . .	28
1.4.4	Application pour l'observateur PI . . . . .	30
1.4.5	CF=0 . . . . .	33
1.4.5.1	OEI par approche algébrique . . . . .	33
1.4.5.2	Observateur PI . . . . .	33
1.5	Défauts . . . . .	36
1.5.1	Actionneur . . . . .	37
1.5.2	Capteur . . . . .	38
1.5.3	Exemples numériques . . . . .	40
1.6	Conclusion . . . . .	43
<b>2</b>	<b>Observateur à entrées inconnues: approche bond graph</b>	<b>45</b>
2.1	Modélisation Bond Graph . . . . .	46
2.2	Propriétés structurelles . . . . .	47
2.3	Méthode d'OEI alternative . . . . .	49
2.3.1	La synthèse d'OEI . . . . .	50
2.3.2	Propriétés de l'observateur . . . . .	51
2.4	Exemples . . . . .	54
2.4.1	Commande plate pour le moteur à courant continu . . . . .	55
2.4.2	Application à un système hydraulique . . . . .	62
2.4.3	Approche algébrique . . . . .	66
2.5	Conclusion . . . . .	71
<b>3</b>	<b>Modélisation et estimation de défauts et non linéarités</b>	<b>73</b>
3.1	Introduction . . . . .	73
3.2	Estimation de défaut composant . . . . .	74
3.2.1	Défauts capteurs . . . . .	74
3.2.1.1	Modélisation de défaut de capteur avec Bond Graph	76
3.2.1.2	Résultats expérimentaux . . . . .	78
3.2.2	Modélisation Bond Graph de défaut composant. . . . .	86
3.3	Représentation de non linéarités . . . . .	90
3.3.1	Exemple introductif . . . . .	92
3.3.2	Modélisation de non linéarités . . . . .	95
3.3.2.1	Éléments R non linéaires . . . . .	96

## TABLE DES MATIÈRES

---

3.3.2.2	Éléments TF non linéaires . . . . .	97
3.4	Exemple . . . . .	98
3.4.1	Modélisation . . . . .	98
3.4.1.1	Synthèse de l'OEI . . . . .	101
3.4.2	Commande plate . . . . .	104
3.5	Conclusion . . . . .	108
<b>4</b>	<b>Etude de cas multivariable</b>	<b>109</b>
4.1	Introduction . . . . .	110
4.2	Présentation du système . . . . .	111
4.2.1	Modélisation et analyse bond graph . . . . .	112
4.2.2	Ajout d'un composant non linéaire . . . . .	113
4.2.3	Estimation à l'aide d'une seule variable de sortie . . . . .	117
4.3	Système multivariable non carré . . . . .	118
4.3.1	Synthèse de l'observateur . . . . .	119
4.3.2	Propriétés de l'observateur . . . . .	120
4.3.3	Simulation . . . . .	122
4.4	Système multivariable carré . . . . .	126
4.4.1	Synthèse de l'observateur . . . . .	126
4.4.2	Simulation: modèle multivariable avec des entrées inconnues $d_1 = d_{RNL}$ et $d_2 = d_{pert}$ . . . . .	128
4.5	Etude de système expérimental . . . . .	135
4.5.1	Équations d'état . . . . .	136
4.5.2	Synthèse de l'observateur . . . . .	137
4.5.3	Commande plate d'une barre de torsion . . . . .	141
4.5.4	Commande plate: simulations et tests expérimentaux . . . . .	142
4.6	Conclusion . . . . .	146
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>147</b>
	<b>References</b>	<b>150</b>
	<b>A Annexes</b>	<b>159</b>
A.1	Etude du système multivariable: exploitation de Matlab et Maple	159

## TABLE DES MATIÈRES

---

# Table des figures

1.1	Structure d'observateur PI . . . . .	17
1.2	Schéma électromécanique du MCC à aimant permanent . . . . .	24
1.3	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du moteur CC . . . . .	27
1.4	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du moteur CC . . . . .	28
1.5	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du moteur CC . . . . .	28
1.6	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du moteur CC . . . . .	29
1.7	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du système avec l'approche algébrique . . . . .	29
1.8	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du système avec l'approche algébrique . . . . .	30
1.9	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du système avec l'approche algébrique . . . . .	30
1.10	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du système avec l'approche algébrique . . . . .	31
1.11	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du système . . . . .	31
1.12	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du système . . . . .	32
1.13	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du système . . . . .	32
1.14	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du système . . . . .	32
1.15	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du système (1.35) avec l'approche algébrique . . . . .	34
1.16	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du système (1.35) avec l'approche algébrique . . . . .	34
1.17	Trajectoires $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ , $i = 1, 2$ du système (1.35) . . . . .	35
1.18	Trajectoires $d$ et $\hat{d}$ du système (1.35) . . . . .	35
1.19	Défaut capteur $f_s$ et son estimation $\hat{f}_s$ . . . . .	41
1.20	Variable de sortie $y_1(t)$ et son estimation $\hat{y}_1(t)$ . . . . .	42
1.21	Variables de vitesse $\omega(t)$ et son estimation $\hat{\omega}(t)$ . . . . .	42
2.1	(a) Bond graph et (b) schéma équivalent . . . . .	47

## TABLE DES FIGURES

---

2.2	Structure de l'observateur sur la base d'un modèle bond graph . . . . .	51
2.3	Modèle BGI du moteur à courant continu . . . . .	55
2.4	Modèle BGD du moteur à courant continu . . . . .	56
2.5	Variable de la vitesse $\omega(t)$ et la trajectoire désirée $y^*(t)$ . . . . .	58
2.6	Modèle BGI du moteur à courant continu avec une perturbation . . . . .	58
2.7	Vitesse $\omega(t)$ et la trajectoire désirée $y^*(t)$ avec une perturbation . . . . .	59
2.8	Représentation bond graph de l'observateur . . . . .	60
2.9	Variable de perturbation $d$ et son estimation $\hat{d}$ . . . . .	61
2.10	Variable de vitesse angulaire du rotor $\omega(t)$ et la trajectoire désirée $y^*(t)$ avec perturbation et commande . . . . .	61
2.11	Système hydraulique avec deux réservoirs . . . . .	62
2.12	Schéma du système hydraulique . . . . .	62
2.13	Modèle BGI du système hydraulique . . . . .	63
2.14	Modèle BGD du système hydraulique . . . . .	64
2.15	Modèle BGI du système hydraulique avec la perturbation . . . . .	65
2.16	Représentation bond graph de l'observateur . . . . .	66
2.17	Niveau d'eau réel dans le deuxième réservoir $h_2$ et son estimation $\hat{h}_2$ . . . . .	67
2.18	Estimation de la perturbation $\hat{d}$ . . . . .	67
2.19	Niveau d'eau réel dans le deuxième réservoir $h_2$ et son estimation $\hat{h}_2$ . . . . .	68
2.20	Estimation de la perturbation $\hat{d}$ . . . . .	68
2.21	Modèle BGI du système hydraulique avec la perturbation . . . . .	69
2.22	Niveau d'eau réel dans le premier réservoir $h_1$ et son estimation $\hat{h}_1$ . . . . .	70
2.23	Estimation de la perturbation $\hat{d}$ . . . . .	70
3.1	Modélisation de défaut de capteur: a) capteur de flux; b) capteur d'effort . . . . .	77
3.2	Modèle bond graph d'un capteur de flux défectueux . . . . .	77
3.3	Structure de l'observateur . . . . .	78
3.4	Modèle BGI du système hydraulique avec un capteur défectueux . . . . .	79
3.5	Modèle bond graph pour le système augmenté . . . . .	80
3.6	Représentation bond graph de l'observateur . . . . .	81
3.7	Faute capteur $f_s$ et son estimation $\hat{f}_s$ . . . . .	82
3.8	Valeur de sortie avec faute $z_1(t)$ et son estimation $\hat{z}_1(t)$ . . . . .	82

---

**TABLE DES FIGURES**

3.9 Niveau d'eau dans le premier réservoir $h_1(t)$ et son estimation $\hat{h}_1(t)$	83
3.10 Modèle BGI du système hydraulique avec 2 défauts . . . . .	84
3.11 Modèle bond graph augmenté avec deux capteurs défectueux . . .	85
3.12 Faute capteur $f_{s2}$ et son estimation $f_{s2}$ . . . . .	85
3.13 Valeur de sortie avec faute $z_2(t)$ et son estimation $\hat{z}_2(t)$ . . . . .	86
3.14 Niveau d'eau dans le second réservoir $h_2(t)$ et son estimation $\hat{h}_2(t)$	86
3.15 Modèle bond graph de composant $C$ dans les modes nominales (a) et défectueuses (b) . . . . .	88
3.16 Modèle BGD avec des composants défectueux $I$ et $C$ . . . . .	88
3.17 Modèle BGI non linéaire du système hydraulique . . . . .	92
3.18 Modèle BGI du système hydraulique avec une entrée inconnue . .	93
3.19 Niveaux d'eau dans le premier réservoir: $h_1^*$ - modèle linéaire, $h_1$ - modèle non linéaire, $\hat{h}_1$ - estimation . . . . .	94
3.20 Variable non linéaire $d$ et son estimation $\hat{d}$ . . . . .	95
3.21 Représentation de la non linéarité de l'élément $R$ . . . . .	97
3.22 Représentation de la non-linéarité de l'élément $TF$ . . . . .	97
3.23 Robot flexible . . . . .	99
3.24 Modèle bond graph non linéaire du robot flexible . . . . .	99
3.25 Modèle bond graph avec l'entrée inconnue $d(t)$ . . . . .	100
3.26 Modèle bond graph de l'observateur . . . . .	102
3.27 Vitesse angulaire $\omega_m(t)$ et son estimation $\hat{\omega}_m(t)$ . . . . .	103
3.28 Variable $d$ et son estimation $\hat{d}$ . . . . .	103
3.29 Commande plate $u$ . . . . .	106
3.30 Vitesse angulaire $\omega_l(t)$ et son estimation $\hat{\omega}_l(t)$ . . . . .	106
3.31 Vitesse angulaire $\omega_l(t)$ et son estimation $\hat{\omega}_l(t)$ : prise en compte de $\hat{d}$ dans la commande plate . . . . .	107
4.1 Système expérimental: barre de torsion . . . . .	111
4.2 Modèle schématique du système de la barre de torsion . . . . .	112
4.3 Modèle bond graph de la barre de torsion . . . . .	113
4.4 (a) Schéma électrique équivalent d'un élément de batterie, (b)représentation bond graph de la batterie . . . . .	114
4.5 (a) Tension à vide $E_{batt}$ en fonction de SOC, (b) résistance interne $R_{batt}$ en fonction de SOC . . . . .	115
4.6 State of charge (SOC) . . . . .	115

## TABLE DES FIGURES

---

4.7	BG d'une batterie Ni-MH avec la partie mécanique . . . . .	116
4.8	Modèle BG simplifié de la barre de torsion . . . . .	117
4.9	BGI linéaire du système mécanique avec batterie . . . . .	122
4.10	Signal de sortie $z_2$ et son estimation $\hat{z}_2$ . . . . .	124
4.11	Signal de perturbation $d_{pert}$ et son estimation $\hat{d}_{pert}$ . . . . .	124
4.12	BGD modèle avec les variables de sortie $z_1$ et $z_3$ . . . . .	129
4.13	Signal d'entrée $u$ . . . . .	131
4.14	Signal de sortie $z_1$ et son estimation $\hat{z}_1$ . . . . .	131
4.15	Signal de sortie $z_3$ et son estimation $\hat{z}_3$ . . . . .	132
4.16	Signal de perturbation $d_{pert}$ et son estimation $\hat{d}_{pert}$ . . . . .	132
4.17	Variable d'entrée inconnue $d_{RNL}$ et son estimation $\hat{d}_{RNL}$ . . . . .	133
4.18	Modèle BG simplifié de la barre de torsion . . . . .	136
4.19	Signal d'entrée $v$ : commande expérimentale en boucle ouverte . .	140
4.20	Résultat expérimental: position du disque de charge $\bar{z}_1$ , du disque du moteur $\bar{z}_2$ et estimations $\hat{z}_1, \hat{z}_2$ . . . . .	140
4.21	Variable d'entrée inconnue $d_{pert}$ et son estimation $\hat{d}_{pert}$ . . . . .	142
4.22	Simulation avec la commande plate simple: trajectoire de référence, variable de sortie $y$ et son estimation $\hat{y}$ . . . . .	143
4.23	Simulation avec la commande plate complète: trajectoire de référence, variable de sortie $y$ et son estimation $\hat{y}$ . . . . .	144
4.24	Commande plate $u$ . . . . .	144
4.25	Position angulaire du disque de charge $\bar{z}_1$ et son estimation $\hat{z}_1$ . . .	145
4.26	Estimation de la perturbation $\hat{d}_{pert}$ . . . . .	145

# Liste des tableaux

1.1	Comparaison de différentes méthodes . . . . .	24
1.2	Valeurs numériques des paramètres du système . . . . .	25
2.1	Variables d'effort et de flux dans certains domaines physiques . . .	47
2.2	Valeurs numériques des paramètres du système . . . . .	57
2.3	Valeurs numériques des paramètres du système . . . . .	64
4.1	Valeurs numériques des paramètres du système . . . . .	112
4.2	Sous-programme pour les différents éléments: . . . . .	115

## LISTE DES TABLEAUX

---

# Introduction

L'objectif de la thèse est le développement de techniques d'estimations des systèmes dynamiques soumis à des perturbations (entrées inconnues), des fautes composants ou comportant des non linéarités pouvant être modélisées par des entrées inconnues. Le formalisme bond graph est utilisé principalement dans un souci d'exploitation de ses propriétés structurelles dans les phases d'analyse et de synthèse.

Les modèles analysés sont linéaires et multivariables ; une extension aux modèles non linéaires est aussi introduite dans le cas d'une transformation possible des non linéarités sous forme d'entrée inconnue.

Ce rapport est structuré en six parties (dont 4 chapitres), y compris l'introduction et la conclusion. Le premier chapitre présente quelques techniques classiques d'estimation à entrées inconnues dans le cas simple de systèmes linéaires, avec une comparaison des techniques sur un exemple simple. Dans le second chapitre, la technique d'estimateur à entrées inconnues basée sur l'approche bond graph est présentée avec un exemple d'application sur un processus réel hydraulique. Dans le troisième chapitre une application à l'estimation de défauts composants ainsi qu'à des non linéarités composants est proposée, ceci pour divers systèmes électromécanique et hydraulique . Le quatrième chapitre est consacré à la présentation des aspects théoriques pour la mise en oeuvre de l'estimation à entrées inconnues dans le cas multivariable carré et non carré. Divers cas sont présentés avec l'étude d'un système mécatronique, permettant de mettre en oeuvre une démarche de conception intégrée en exploitant le formalisme bond graph et les outils informatiques adaptés (20-sim). L'étude d'un système non linéaire multivariable est ainsi effectuée comme base de réflexion et extension possible de la technique à l'étude de systèmes complexes non linéaires.

## INTRODUCTION

---

Dans le premier chapitre, des techniques d'analyse de modèles linéaires invariants dans le temps sont présentées. Ces problèmes ont été étudiés depuis longtemps. Il existe de nombreuses méthodes pour modéliser, analyser et synthétiser des systèmes physiques. [Kalman \*et al.\* \(1969\)](#) ont proposé une analyse à l'aide de l'espace d'état dès 1960. Dans cette partie on considère les questions principales de propriétés et de structures du système ([Falb & Wolovich \(1967\)](#)). On rappelle les notions de structure à l'infini et de structure finie avec la présentation des concepts d'ordre des zéros à l'infini et des zéros invariants. Ces deux concepts apparaissent systématiquement dans la résolution du problème d'estimation à entrées inconnues quelle que soit la démarche employée.

Afin de résoudre les problèmes d'Observation à Entrée Inconnue (OEI), des solutions constructives avec les observateurs d'ordre réduit sont d'abord proposées avec l'approche géométrique [Guidorzi & Marro \(1971\)](#), [Bhattacharyya \(1978\)](#), [Basile & Marro \(1973\)](#). Des solutions constructives fondées sur des matrices inverses sont données dans [Kudva \*et al.\* \(1980\)](#), puis dans [Miller & Mukunden \(1982\)](#) et [Hou & Muller \(1992\)](#). Les observateurs à entrées inconnues sont ensuite proposés d'une manière similaire (basés sur des matrices inverses) dans [Darouach \*et al.\* \(1994\)](#) et [Darouach \(2009\)](#), mais avec une restriction sur la structure à l'infini du modèle. L'approche algébrique est proposée dans [H. L. Trentelman & Hautus \(2001\)](#) et dans [Daafouz \*et al.\* \(2006\)](#) pour les systèmes en temps continu et discret, sans restriction sur la structure à l'infini du modèle. Il faut noter que l'observateur PI proposé dans [Niemann \*et al.\* \(1995a\)](#) et [Niemann \*et al.\* \(1997\)](#), est aussi une solution élégante pour l'estimation des entrées inconnues.

Dans la partie suivante de ce chapitre, le modèle du moteur à courant continu a été sélectionné comme exemple pour étudier les différents types d'observateurs à entrées inconnues.

La dernière partie du chapitre est consacré à l'étude des entrées inconnues comme des défauts : le défaut actionneur et le défaut de capteur. De nombreux travaux sont consacrés à ce problème, par exemple, [Basseville & Nikiforov \(1993\)](#), [Gertler \(1998\)](#), [Chen & Patton \(1999\)](#), [Zhang \*et al.\* \(2008\)](#), [Hsiao & Tomizuka \(2004\)](#), [Zarei & Poshtan \(2011\)](#). La procédure d'estimation d'un défaut de capteur est proposée dans la dernière partie. La simulation du moteur avec le défaut de capteur est présentée.

Le chapitre 2 a pour objet principal la présentation d'un observateur à entrées inconnues dont les caractéristiques essentielles reposent sur la représentation à base de modèles bond graph. Cet observateur est présenté dans le cas monovari-able, mais une extension au cas multivariable est directe en utilisant par exemple les concepts de l'approche géométrique appliquée au problème de découplage entrée-sortie. En effet les problèmes de solvabilité et de stabilité (modes fixes) peuvent être analysés à partir des mêmes propriétés de structure finie et à l'infini du modèle.

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été publiés dans [Yang \*et al.\* \(2013\)](#) et [Tarasov \*et al.\* \(2013b\)](#).

Le but principal du chapitre 3 est la présentation des différentes directions dans lesquelles l'observateur à entrées inconnues présenté dans le deuxième chapitre peut être appliqué. La première partie du chapitre développe une méthode bond graph de l'observateur à entrées inconnues pour concevoir la modélisation et l'estimation de défauts capteur ([Tarasov \*et al.\* \(2013a\)](#)). Un observateur bond graph est proposé avec un modèle augmenté. Grace au caractère graphique et énergétique du modèle bond graph permettant de transformer un détecteur (capteur) en source (capteur). Avec le modèle augmenté, le défaut du capteur est alors modélisé comme un défaut actionneur, ce qui justifie l'approche OEI. Un exemple illustratif qui considère un système hydraulique réel est considéré (étude expérimentale et simulations avec Matlab pour le temps réel et 20Sim comme logiciel dédié au bond graph).

Ensuite, on propose une méthode pour estimer les paramètres non linéaires des systèmes dynamiques en utilisant le concept d'observateur à entrées inconnues dédié aux systèmes linéaires ([Gahlouz \*et al.\* \(2014\)](#) et [Tarasov \*et al.\* \(2014a\)](#)). L'approche bond graph est utilisée en raison de ses propriétés structurelles et causales (comme montré dans le deuxième chapitre) et ainsi chaque composant peut être isolé précisément par une approche modulaire. Différentes problématiques sont développées et appliquées aux systèmes réels dans la deuxième partie de ce chapitre : la modélisation d'un composant non linéaire considéré comme un composant linéaire auquel on ajoute une entrée inconnue.

Nous prouvons l'intérêt de cet observateur en appliquant une commande plate au système non linéaire, en considérant d'abord la non linéarité comme une entrée inconnue, et en calculant la commande sur le modèle linéaire. L'estimation

## INTRODUCTION

---

de l'entrée inconnue est prise en compte dans l'expression de la commande plate. Dans le quatrième chapitre, nous élaborons l'ensemble des techniques d'estimation aux cas multivariables. En se basant sur les propriétés de l'estimateur dans le cas SISO, nous proposons une démarche d'analyse et de conception de l'observateur à partir des propriétés du modèle bond graph. La structure à l'infini, étudiée à partir des chemins causaux entrées-sorties permet de valider la faisabilité de l'estimateur, la structure finie, essentiellement exprimée à l'aide des zéros invariants permet d'étudier les propriétés de stabilité de l'estimateur.

L'exemple sur lequel nous appliquons l'estimateur est d'abord présenté. Il s'agit d'un système type "barre de torsion" piloté par un moteur. Nous ajoutons un système fictif de type "batterie" pour obtenir un modèle non linéaire multivariable. Dans le premier temps, une analyse de ce modèle est proposée. Des développements théoriques pour la conception de l'estimateur à entrées inconnues sont proposés dans le cas multivariable et des simulations pour diverses configurations sont effectuées sur le système mécatronique.

Une dernière partie est enfin proposée pour la commande plate expérimentale du système de barre de torsion. Nous prouvons l'efficacité des techniques proposées.

Une conclusion générale termine ce mémoire.

Enfin nous résumons brièvement les contributions principales de cette thèse qui sont les suivantes :

Nous proposons une nouvelle méthode de synthèse d'observateurs à entrées inconnues basée sur l'approche bond graph (les publications associées sont [Tarasov et al. \(2013b\)](#), [Yang et al. \(2013\)](#)). On a développé cette méthode pour différents problèmes tels que : l'estimation de perturbation, de défauts capteurs ([Tarasov et al. \(2013a\)](#)), et de défauts composants. Une partie de ce travail a été effectuée avec Ibtissem GAHLOUZ qui a principalement travaillé sur le problème de l'analyse et l'estimation des défauts composants ([Gahlouz et al. \(2013\)](#), [Gahlouz et al. \(2014\)](#)).

Le principe d'estimation des défauts composants a été appliqué pour simplifier les modèles des systèmes non linéaires. Avec cette approche on a proposé de représenter un système non linéaire comme un système linéaire avec une non-linéarité considérée comme un défaut composant ([Tarasov et al. \(2014a\)](#)).

Nous avons développé la théorie de notre observateur pour des systèmes mono-variables et multivariables. Pour les différents cas on a prévu des extensions.

Pour l'application de loi de commande (commande plate dans ce document), les estimations des entrées inconnues ont été ajoutées dans les expressions de loi de commande et les expériences sur les systèmes réels ont montré que l'estimation de l'entrée inconnue est utile pour un fonctionnement efficace du système ([Tarasov et al. \(2014c\)](#)).

Les comparaisons de notre méthode avec d'autres approches existant et les résultats des expériences sur des systèmes réels prouvent l'efficacité et la simplicité de notre observateur à entrées inconnues.

## INTRODUCTION

---

# Chapitre 1

## Observateurs à entrées inconnues

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>8</b>
<b>1.2</b>	<b>Définition du système</b>	<b>9</b>
1.2.1	Modèle d'état	10
1.2.2	Commandabilité et observabilité	11
1.2.3	Structure à l'infini	12
1.2.4	Structure finie de systèmes linéaires	13
1.2.5	Modèle digraphe	14
<b>1.3</b>	<b>Observateur à entrées inconnues</b>	<b>15</b>
1.3.1	Observateur classique	16
1.3.2	Observateur PI	17
1.3.3	OEI avec des matrices inverses	18
1.3.4	OEI avec l'approche algébrique	22
1.3.5	Comparaison de différentes méthodes	23
<b>1.4</b>	<b>Exemples numériques et simulations</b>	<b>24</b>
1.4.1	Propriétés de modèle	25
1.4.2	OEI par matrices inverses	26
1.4.3	OEI par approche algébrique	28
1.4.4	Application pour l'observateur PI	30
1.4.5	CF=0	33
<b>1.5</b>	<b>Défauts</b>	<b>36</b>
1.5.1	Actionneur	37
1.5.2	Capteur	38

# 1. OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES

---

1.5.3 Exemples numériques . . . . .	40
<b>1.6 Conclusion . . . . .</b>	<b>43</b>

---

## 1.1 Introduction

Les systèmes industriels sont soumis non seulement à des perturbations influant sur le comportement mais aussi à des défauts et/ou pannes pouvant affecter la sûreté de fonctionnement des équipements ou du personnel de l'installation. Il est alors nécessaire de mettre en place un système intégré de commande et de surveillance en ligne. Les observateurs à entrées inconnues permettent en général d'estimer les variables d'état et les variables d'entrées inconnues, permettent ainsi d'effectuer des synthèses de commande par retour d'état avec rejet de perturbation, mais aussi de résoudre des problèmes de détection et de localisation de défauts. Ainsi, l'objectif principal de ce chapitre est de présenter différentes approches de synthèse d'observateurs à entrées inconnues.

Les différents problèmes sont souvent abordés en 2 étapes, l'une concerne la phase d'analyse et la seconde phase celle de la synthèse (estimation et commande). Selon la complexité des phénomènes physiques, le modèle peut avoir des propriétés différentes, telles que : modèles linéaires invariants dans le temps, linéaires variant dans le temps ou modèles non linéaires.

Dans la première partie, l'analyse de modèles linéaires invariants dans le temps est présentée. Ces problèmes ont été étudiés depuis longtemps. Il existe de nombreuses sortes de méthodes pour modéliser, analyser et synthétiser des systèmes physiques. [Kalman \*et al.\* \(1969\)](#) ont proposé une analyse à l'aide de l'espace d'état. Dans cette partie, on considère les questions principales de propriétés et de structures du système ([Falb & Wolovich \(1967\)](#)). On rappellera dans la première partie les notions de structure à l'infini et de structure finie avec la présentation des concepts d'ordre des zéros à l'infini et des zéros invariants. Ces deux concepts apparaissent systématiquement dans la résolution du problème d'estimation à entrées inconnues quelle que soit la démarche employée.

Dans la deuxième partie, la méthode de rejet de perturbation sera étudiée avec deux approches : mathématique et graphique. Ce problème a été élaboré par plusieurs auteurs : [Lin \(1974\)](#), [Dion & Commault \(1993\)](#), [Murota \(2000\)](#), [Blanke \*et al.\* \(2003\)](#).

La troisième partie concerne la phase d'estimation à entrées inconnues.

Afin de résoudre le problème de l'OEI, des solutions constructives avec les observateurs d'ordre réduit sont d'abord proposées avec l'approche géométrique [Guidorzi & Marro \(1971\)](#), [Bhattacharyya \(1978\)](#), [Basile & Marro \(1973\)](#). Des solutions constructives fondées sur des matrices inverses sont données dans [Kudva et al. \(1980\)](#), puis dans [Miller & Mukunden \(1982\)](#) et [Hou & Muller \(1992\)](#).

Les observateurs à entrées inconnues sont ensuite proposés d'une manière similaire (basé sur ses matrices inverses) ([Darouach et al. \(1994\)](#) et [Darouach \(2009\)](#)), mais avec une restriction sur la structure à l'infini du modèle. L'approche algébrique est proposée dans [H. L. Trentelman & Hautus \(2001\)](#) et dans [Daafouz et al. \(2006\)](#) pour les systèmes en temps continu et discret, sans restriction sur la structure à l'infini du modèle. Il faut noter que l'observateur PI proposé dans [Niemann et al. \(1995a\)](#) et [Niemann et al. \(1997\)](#), est aussi une solution élégante pour l'estimation des entées inconnues.

Les différentes méthodes mentionnées ci-dessus ont été comparées dans cette étude.

Dans la partie suivante de ce chapitre, le modèle du moteur à courant continu a été sélectionné comme exemple pour étudier les différents types d'observateurs à entrées inconnues. Les calculs et la simulation seront présentées.

La dernière partie du chapitre est consacrée à une étude des entrées inconnues considérées comme des défauts : le défaut d'actionneur et le défaut de capteur. De nombreux travaux sont consacrés à ce problème dans la littérature, par exemple, [Basseville & Nikiforov \(1993\)](#), [Gertler \(1998\)](#), [Chen & Patton \(1999\)](#), [Zhang et al. \(2008\)](#), [Hsiao & Tomizuka \(2004\)](#), [Zarei & Poshtan \(2011\)](#).

Le développement spécifique de la technique d'estimation de défaut capteur est proposé dans la dernière partie. Ici la simulation du moteur avec le défaut de capteur est donnée.

## 1.2 Définition du système

L'analyse d'un système dynamique est obligatoire à plusieurs niveaux, dans la phase de conception comme dans celle de la synthèse de l'observateur ou de lois de commande. La représentation utilisée doit être un bon compromis entre un modèle mathématique précis et une représentation des phénomènes étudiés.

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

Les propriétés de type commandabilité/observabilité et les structures du système (Morse (1973)) jouent un rôle important dans notre compréhension du système linéaire suivant le choix de représentation mathématique.

La représentation de la forme canonique structurelle des systèmes linéaires révèle non seulement les structures du système, mais facilite également les analyses suivant les différents objectifs de contrôle Chen *et al.* (2004).

Les notions de structures du système comme la structure à l'infini et la structure finie sont largement étudiées par Commault *et al.* (1986).

De manière générale, la structure à l'infini nous permet de savoir par exemple si un modèle peut être découplé par le retour d'état. La structure finie est utile pour étudier la propriété de stabilité du modèle découplé. Cela signifie que, si les modes fixes sont stables, le modèle piloté sera stable. Le but de cette section est de rappeler certaines techniques d'études de propriétés des systèmes linéaires.

Les modèles d'état et digraphe seront décrits. Les propriétés comme la commandabilité et l'observabilité seront étudiées. Ensuite, la structure à l'infini et la structure finie des systèmes linéaires seront présentées.

### 1.2.1 Modèle d'état

Les systèmes modernes de l'ingénierie sont souvent soumis à des entrées inconnues (faute ou perturbation). Les informations qui ne peuvent pas être obtenues avec des capteurs, par exemple, sont souvent nécessaires pour la conception des algorithmes du système surveillé. De nombreuses méthodes de contrôle sont à base d'observateurs : la sortie est comparée à un observateur conçu à partir d'un modèle du système. Le concept d'observateurs à entrées inconnues (OEI) a été développé et dans ce cas, les variables d'entrée inconnues et les variables d'état (selon le modèle choisi) peuvent être estimées. Certaines conditions structurelles sont nécessaires à l'étape d'analyse qui peuvent être généralement divisées en deux catégories : les conditions d'existence de l'observateur (étude de la structure à l'infini) et les conditions de stabilité de l'estimation en raison de l'existence de pôles fixes dans l'équation de l'estimation avec l'étude des propriétés de la structure finie. Au niveau du contrôle, les variables d'état (ou une partie) peuvent être utilisées dans la loi de commande, ainsi que les variables d'entrée inconnues en fonction de l'approche théorique. Un modèle d'état s'écrit généralement sous la forme (1.1)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fd \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.1)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état;  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie;  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée connue et  $d \in \mathbb{R}^q$  est le vecteur de perturbation inconnue.  $A, B, C$  et  $F$  sont des matrices connues de dimensions appropriées.

**Hypothèse 1** *Pour les systèmes linéaires (1.1), il est supposé que les matrices  $B, F$  sont de rang plein en colonne, et la matrice  $C$  est de rang plein en ligne. Les entrées connues  $u(t)$  et inconnues  $d(t)$  sont bornées.*

Ce système sera utilisé dans la suite.

### 1.2.2 Commandabilité et observabilité

Un système est dit commandable si pour tout intervalle de temps  $[t_i, t_f]$ , et tous points  $x_i, x_f \in X$ , avec  $x(t_i) = x_i$ , il existe une commande  $u$  appliquée sur  $[t_i, t_f]$ , telle que  $x(t_f) = x_f$ .

La condition nécessaire et suffisante de commandabilité [Kalman et al. \(1969\)](#) : le système considéré est commandable si et seulement si :

$$\text{rang} [ B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B ] = n \quad (1.2)$$

**Remarque 1** *La commandabilité d'un système de matrices caractéristiques  $(A, B)$  sera appelée commandabilité de la paire  $(A, B)$ .*

Un système est dit observable si l'observation de ses entrées et sorties pendant un intervalle de temps fini  $[t_i, t_f]$  permet de déterminer l'état initial  $x(t_i)$ , et donc, par intégration de l'équation d'état, de connaître  $x(t)$  à tout instant appartenant à l'intervalle.

La condition nécessaire et suffisante d'observabilité ci-après est appelée le Critère de Kalman pour l'observabilité [Kalman et al. \(1969\)](#). Le système considéré est observable si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (1.3)$$

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

### 1.2.3 Structure à l'infini

L'étude de la structure à l'infini permet de connaître des propriétés intrinsèques du modèle, qui sont conservées lors de l'application de certains types de lois de commande. Elle permet par exemple de savoir si un modèle peut être découplé par un retour d'état statique régulier.

Soit  $T(s)$  une  $(p, m)$  matrice rationnelle, où  $T(s) = C(sI_n - A)^{-1}B$ . La forme de Smith-McMillan à l'infini de  $T(s)$  est donnée comme suit :

$$T(s) = B_1(s) \begin{bmatrix} s^{-n'_1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & s^{-n'_r} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} B_2(s) \quad (1.4)$$

$B_1(s)$  et  $B_2(s)$  sont des matrices bicausales caractérisées par la propriété suivante :  $\det \left( \lim_{s \rightarrow \infty} B_i(s) \right)$  est une constante non nulle,  $i = 1, 2$  et  $r$  est le rang de la matrice  $T(s)$ . Les  $n'_i$  sont les ordres des zéros à l'infini de  $T(s)$ ,  $n'_i \geq n'_{i+1}$   $i = 1, \dots, r - 1$ . La liste  $\{n_1, \dots, n_r\}$  constitue la structure à l'infini de  $T(s)$  [Dion & Commault (1982)].

La structure à l'infini de modèles linéaires multivariables est caractérisée par différents ensembles d'entiers : deux ensembles sont rappelés ici.  $\{n'_i\}$  est l'ensemble des ordres de zéro à l'infini du modèle global  $\sum (C, A, B)$  et  $\{n_i\}$  est l'ensemble des ordres des zéros à l'infini en ligne des sous-systèmes  $\sum (c_i, A, B)$ .

L'entier  $n_i$  associé à la matrice  $T_i(s) = c_i(sI - A)^{-1}B$ , est égal à la plus petite différence entre les degrés des dénominateurs et numérateurs des fonctions contenues dans  $T_i(s)$ .

L'ordre du zéro à l'infini en ligne du sous-système  $\sum (c_i, A, B)$  est l'entier  $n_i$ , qui vérifie la condition  $n_i = \min\{k \mid c_i A^{(k-1)} B \neq 0\}$ .  $n_i$  est égal au nombre de dérivations de la grandeur de sortie  $y_i(t)$  nécessaire pour qu'au moins une des variables d'entrée apparaisse explicitement (1.5). Les ordres des zéros à l'infini globaux [Falb & Wolovich (1967)] sont égaux aux dérivations minimales des variables de sortie nécessaires pour que les variables d'entrée apparaissent explicitement et de façon indépendante dans les équations.

$$\begin{cases} y_i = c_i x \\ \dot{y}_i = c_i \dot{x} = c_i A x + c_i B u = c_i A x \\ \vdots \\ y^{(n_i)} = c_i A^{n_i} x + c_i A^{n_i-1} B u \end{cases} \quad (1.5)$$

### 1.2.4 Structure finie de systèmes linéaires

Les contraintes de non interaction induites par une loi de commande type retour d'état pour le découplage entrée-sortie ou le rejet de perturbation génèrent des dynamiques fixes en boucle fermée. Ces dynamiques fixes sont tous ou seulement certains zéros invariants du modèle. En ce qui concerne le problème d'estimation, les modes fixes sont aussi associés à des zéros invariants.

#### 1.2.4.1 Zéros invariants

Pour un modèle carré, inversible, commandable et observable, les zéros invariants sont les racines du déterminant de la matrice polynomiale  $R(s)$  définie en (1.6) pour un modèle carré. Dans le cas général, la forme de Smith de  $R(s)$  doit être calculée [Rosenbrock (1970)].

$$R(s) = \begin{pmatrix} sI - A & -B \\ C & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

#### 1.2.4.2 Zéros invariants nuls

Pour un modèle monovariante commandable et observable, un zéro invariant nul est caractérisé par l'opérateur de Laplace  $s$  qui apparaît au numérateur de la fonction de transfert. Le nombre de zéros invariants nuls est égal à la puissance de  $s$ . Si un modèle a une seule sortie  $y_i$  et plusieurs variables d'entrée, il faut connaître la plus petite puissance en  $s$  commune entre l'ensemble des numérateurs de la matrice  $T(s) = c_i(sI_n - A)^{-1}B$ . Pour éviter le calcul des fonctions de transfert, il est possible d'effectuer un calcul direct à partir de l'équation d'état. L'expression de la variable de sortie  $y_i$  définie dans l'équation d'état écrite sous la forme particulière (1.7) est intégrée jusqu'à ce que l'une des variables d'entrée apparaisse explicitement dans l'expression (1.8).

$$\begin{cases} \dot{x} = A^{-1}\dot{x} + A^{-1}Bu \\ y_i = c_i A^{-1}\dot{x} + c_i A^{-1}Bu \end{cases} \quad (1.7)$$

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

$$\left\{ \begin{array}{l} y_i = c_i A^{-1} \dot{x} + c_i A^{-1} B u = c_i A^{-1} \dot{x} \\ \int y_i dt = c_i A^{-1} x = c_i A^{-2} \dot{x} + c_i A^{-2} B u = c_i A^{-2} \dot{x} \\ \vdots \\ \int_{n_{id}} y_i dt = c_i A^{n_{id}+1} x = c_i A^{-n_{id}} \dot{x} + c_i A^{-n_{id}} B u \end{array} \right. \quad (1.8)$$

$\int_{n_{id}} y_i dt$  représente  $n_{id}$  intégrations de la sortie  $y_i$ . Une intégration se traduit mathématiquement dans l'équation (1.8) par une multiplication de l'expression par la matrice  $A^{-1}$ . Une condition nécessaire est que la matrice d'état  $A$  soit inversible. En effectuant un développement de la matrice de transfert autour de  $s = 0$ , il est aisé de montrer que la plus petite puissance factorisable de  $s$  au niveau des numérateurs est  $n_{id}$ , le premier terme  $c_i A^{-n_{id}} B$  non nul.

Une extension du concept de structure à l'infini est ainsi proposée pour les modèles bond graphs, puisque ces propriétés peuvent être étudiées en appliquant une causalité dite dérivée (chapitres suivants).

### 1.2.5 Modèle digraphe

Le système (1.1) structuré peut être représenté par un graphe orienté :  $G(\Sigma_\lambda) = (V, W)$  dont l'ensemble des sommets est  $V = U \cup X \cup Y$  ou  $U = u_1, u_2, \dots, u_m$  sont les entrées,  $X = x_1, x_2, \dots, x_n$  sont les états et  $Y = y_1, y_2, \dots, y_p$  sont les sorties. L'ensemble des arcs est  $W = \{(u_i, x_j) | B_{ji} \neq 0\} \cup \{(x_i, x_j) | A_{ji} \neq 0\} \cup \{(x_i, y_j) | C_{ji} \neq 0\}$ , ou  $A_{ji}$  (resp.  $B_{ji}, C_{ji}$ ) est l'élément  $(j, i)$  de la matrice  $A$  (resp.  $B, C$ ). Un chemin dans  $G(\Sigma_\lambda)$  reliant le sommet  $i_0$  au sommet  $i_l$  est une suite d'arcs  $(i_0, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_{l-2}, i_{l-1}), (i_{l-1}, i_l)$  telle que  $i_t \in V$  pour  $t = 0, 1, \dots, l$  et  $(i_{t-1}, i_t) \in W$  pour  $t = 1, 2, \dots, l$ .

Le sommet  $i_0 \in V$  est appelé le sommet début et le sommet  $i_l \in V$  est appelé le sommet fin. Le chemin contient les sommets  $i_0, i_1, \dots, i_l$ , avec éventuellement plusieurs fois le même chemin. Un chemin peut être décrit comme  $i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow \dots \rightarrow i_l$ . Un chemin est appelé chemin simple (ou direct) si chaque sommet sur le chemin n'existe qu'une seule fois.

Un ensemble de chemins sans sommets en commun est dit sommet-disjoint. Un couplage  $V_1 - V_2$  de dimension  $k$ , où  $V_1$  et  $V_2$  sont inclus dans  $V$ , est un ensemble de  $k$  chemins sommet-disjoints entre  $V_1$  et  $V_2$ . Un tel couplage est maximal quand  $k$  est maximal.

De nombreux travaux exploitent les concepts de systèmes structurés en utilisant le graphe associé. Par exemple on peut caractériser la propriété de commandabilité/observabilité structurelle [Lin (1974), Dion & Commault (2007)].

**Proposition 1** : Soit  $\Sigma_\lambda$  le système structuré défini par (1.1) et son graphe associé  $G(\Sigma_\lambda)$ . Le système (ou la paire  $(C, A)$ ) est structurellement observable si et seulement si :

- tous les sommets d'état sont reliés à un sommet de sortie par un chemin,
- il existe un ensemble de circuits et de chemins état-sortie sommets-disjoints qui couvre tous les sommets d'état.

**Proposition 2** : Soit  $\Sigma_\lambda$  le système structuré défini par (1.1) et son graphe associé  $G(\Sigma_\lambda)$ . Le rang générique de la matrice de transfert  $C(sI - A)^{-1}B$  est égal à la dimension maximale d'un couplage entrée-sortie dans  $G(\Sigma_\lambda)$ .

Nous montrerons que pour les modèles bond graphs, des propriétés analogues, peuvent être exploitées.

## 1.3 Observateur à entrées inconnues

La conception de contrôleurs nécessite la connaissance de nombreux types d'informations souvent non disponibles par la mesure. Quand un espace d'état est utilisée, le vecteur d'état doit être connu (partiellement). Puisque les systèmes sont souvent soumis à des perturbations qui ne peuvent pas être mesurées, des OEI doivent être conçus. La synthèse OEI est réalisée en suivant deux étapes : la première qui est consacrée à l'analyse (les propriétés du modèle doivent être connues) et la synthèse d'autre part de l'OEI. Dans la première étape, les concepts rappelés précédemment seront utilisés.

Des solutions constructives fondées sur les matrices inverses généralisées en tenant compte des propriétés de zéros invariants sont données dans Kudva *et al.* (1980), puis dans Miller & Mukunden (1982) et Hou & Muller (1982) avec des propriétés d'observabilité et de détectabilité. Les observateurs PI sont proposés dans Niemann *et al.* (1995b), Niemann *et al.* (1997) et après Shafai & Oloomi (2003). Comme rappelé dans l'introduction générale de ce document, différentes techniques, appelées observateur PI, ou basées sur des approches algébriques ou

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

sur des pseudo-inverses sont désormais classiquement exploitées dans la littérature. Une approche graphique est proposée dans [T. Boukhobza. \(2007\)](#).

Dans cette section, trois méthodes liées au problème des OEI sont rappelées. L'une est basée sur les matrices inverses généralisées, une autre est obtenue à l'aide de la théorie algébrique et enfin une troisième méthode est basée sur l'observateur PI. Les conditions nécessaires et suffisantes d'existence sont rappelées dans chaque cas. Une analyse comparative des trois méthodes est proposée.

### 1.3.1 Observateur classique

Considérons tout d'abord la structure du régulateur classique, qui est conçu pour estimer les variables d'état. Un système linéaire à temps invariant sans perturbation est décrit par l'équation (1.9)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.9)$$

La structure et les paramètres du modèle sont connus, un observateur d'état est utilisé pour reconstruire les variables d'état non mesurables fondées sur les entrées et les sorties mesurées

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(y - C\hat{x}) + Bu \quad (1.10)$$

où  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état estimé et  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  est le gain de l'observateur.

Les valeurs propres de la matrice  $A - LC$  peuvent être prises arbitrairement par un choix approprié pour le gain  $L$  de l'observateur lorsque la paire  $(A, C)$  est observable.

Lorsque l'observateur (1.10) est appliqué sur le système (1.9), l'erreur d'estimation  $e = x - \hat{x}$  est régie par l'équation (1.11).

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (1.11)$$

Si toutes les valeurs propres de  $A - LC$  sont stables,  $e$  sera proche de zéro asymptotiquement, par exemple,  $\hat{x} \rightarrow x$ .

Si la perturbation est ajoutée au système (1.9), alors l'observateur classique n'est pas capable d'estimer correctement les états sauf sous certaines restrictions qui sont appliquées à la norme du signal de perturbation. Différentes techniques

sont proposées. Le premier exemple est l'observateur PI, dont la structure est la plus proche de l'observateur classique.

### 1.3.2 Observateur PI

Cette partie propose un aperçu général de l'observateur PI et sa reformulation comme observateur à gain élevé pour effectuer une estimation de sortie robuste.

La structure de l'observateur PI [Niemann *et al.* (1995a)] comme le montre la figure 1.1 pour le système (1.1) est donnée par l'équation (1.12),

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + K_p(y - C\hat{x}) + Bu + F\hat{d} \\ \dot{\hat{d}} = K_I(y - C\hat{x}) \end{cases} \quad (1.12)$$

où  $K_p$  et  $K_I$  sont les gains proportionnel et intégral, respectivement.

Les deux gains  $K_p$  et  $K_I$  ne peuvent pas être conçus indépendamment, ce qui complique la conception de l'observateur. En outre, il y a  $2(n \times m)$  paramètres pour placer les  $n + m$  pôles. Il n'existe pas de méthode directe pour la conception de  $K_p$  et  $K_I$  (1.12).

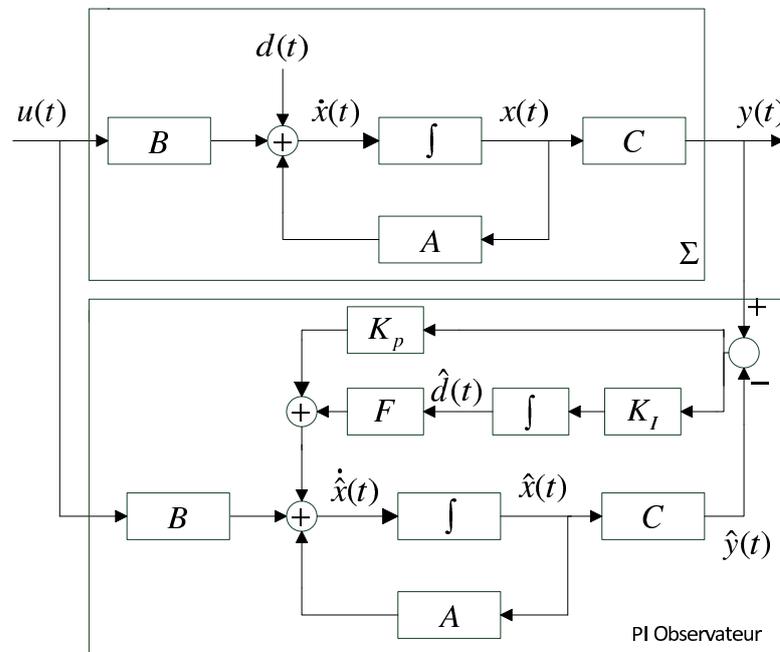


FIGURE 1.1 – Structure d'observateur PI

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

Lorsque l'observateur PI (1.12) est appliqué au système décrit dans (1.1), l'erreur d'estimation d'état  $e = x - \hat{x}$  et l'erreur d'estimation de perturbation  $\varepsilon = d - \hat{d}$  sont définies dans (1.13) (la perturbation  $d$  est supposée constante) :

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Soit

$$\xi = \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

On a

$$\dot{\xi} = R\xi \quad (1.15)$$

La condition de stabilité exige que les valeurs propres de la matrice  $R$  donnée par

$$R = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

possèdent des parties réelles négatives.

Si toutes les valeurs propres de  $R$  sont stables,  $e$  sera proche de zéro asymptotiquement  $\hat{x} \rightarrow x$ . La conception de l'observateur PI consiste à rendre toutes les valeurs propres de la matrice  $R$  stables.

L'observateur PI a été développé par [Beale & Shafai \(1988\)](#) pour étendre la robustesse des observateurs, y compris par une action intégrale dans l'équation d'observateur. L'observateur proportionnel intégral est capable d'estimer des perturbations (constante, linéaire et non linéaire). En augmentant le gain intégral, il est possible de rejeter les perturbations rapides avec, cependant, un effet négatif de la diminution de la marge de stabilité de l'observateur [[Linder \(1997\)](#)].

### 1.3.3 OEI avec des matrices inverses

Comme indiqué précédemment, il existe des situations où les perturbations ou les entrées partielles sont inaccessibles, ainsi un observateur de Luenberger conventionnel ne peut pas être appliqué. Cette partie fournit une méthode proposée dans [Darouach \*et al.\* \(1994\)](#) et [Darouach \(2009\)](#) pour la conception d'observateurs pour les systèmes linéaires généraux pour lesquels l'entrée inconnue affecte

### 1.3 Observateur à entrées inconnues

---

également les mesures. Les résultats sont liés à la propriété de détectabilité forte\* développée dans Hautus (1983). Une méthode simple algébrique pour la conception de ces observateurs est donnée.

Un observateur proposé par Darouach (2009) a la forme :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = N\xi + Jy + Hu \\ \hat{x} = \xi - Ey \end{cases} \quad (1.17)$$

où  $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  est l'estimation de  $x(t)$ . Les matrices  $N, J$  et  $E$  dont les entrées sont constantes ont des dimensions appropriées.

Soit  $P = I + EC$ , la proposition suivante donne les conditions pour que (1.17) soit un observateur d'ordre plein pour le système (1.1).

**Proposition 3** [Darouach (2009)] *L'observateur d'ordre plein (1.17) permettra d'estimer (asymptotiquement)  $x(t)$  si les conditions suivantes sont vérifiées :*

1.  $N$  est une matrice de Hurwitz (chaque valeur propre de  $N$  a une partie réelle strictement négative)
2.  $PA - NP - JC = 0$
3.  $PF = 0$
4.  $H = PB$

Basée sur les équations (1.1) et (1.17), l'erreur de reconstruction de l'observateur est définie par :

$$e = x - \hat{x} = Px - \xi \quad (1.18)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par

$$\dot{e} = Ne + (PA - NP - JC)x + (PB - H)u + PFd \quad (1.19)$$

Si les conditions de la Proposition 3 sont satisfaites, alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$  pour tout  $x(0), \hat{x}(0), d$  et  $u$ . Dans ce cas,  $\hat{x}(t)$  défini dans (1.17) est une estimation de  $x(t)$  défini dans (1.1).

Les équations 2-3 dans la Proposition 3 peuvent être écrites comme

$$N = A + \begin{bmatrix} E & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} CA \\ C \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

$$\begin{bmatrix} E & K \end{bmatrix} \Sigma = -F \quad (1.21)$$

$$\text{où } K = -J - NE \text{ et } \Sigma = \begin{bmatrix} CF \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Lemme 1** *La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la solution de l'équation (1.21) est garantie par une condition de la proposition 3, équivalente à  $\text{rang}[CF] = \text{rang}[F] = q$ .*

Sous cette condition, la solution générale de l'équation (1.21) est

$$\begin{bmatrix} E & K \end{bmatrix} = -F\Sigma^+ - Z(I - \Sigma\Sigma^+) \quad (1.22)$$

où  $\Sigma^+$  est une matrice inverse généralisée avec  $\Sigma^+ = (\Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T$  et  $Z$  est une matrice arbitraire de dimension appropriée.

L'insertion (1.22) dans (1.20) donne

$$N = A_1 - ZB_1 \quad (1.23)$$

où

$$A_1 = A - F\Sigma^+ \begin{bmatrix} CA \\ C \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

et

$$B_1 = (I - \Sigma\Sigma^+) \begin{bmatrix} CA \\ C \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

La condition nécessaire et suffisante de l'existence de l'observateur (1.17) pour le système (1.20) est donnée par le théorème suivant.

**Théorème 1** [*Darouach et al. (1994)*] *L'observateur d'ordre plein défini dans (1.17) permettra d'estimer (asymptotiquement)  $x(t)$  dans (1.1) si le système  $\Sigma(C, A, F)$  est détectable fortement\*, ou de manière équivalente :*

$$\begin{cases} \text{rang} \begin{bmatrix} sI - A & -F \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + q \\ \text{rang} [CF] = \text{rang} [F] = q \end{cases} \quad (1.26)$$

La matrice  $Z$  est utilisée pour garantir la stabilité de la matrice  $N$ . La condition nécessaire et suffisante pour l'existence de la matrice  $Z$  telle que  $N$  est Hurwitz est donnée par le lemme suivant :

**Lemme 2** *Il existe une matrice  $Z$  pour assurer la stabilité de la matrice  $N$  si et seulement si le système  $\Sigma(C, A, F)$  est détectable fortement\*.*

La procédure pour la conception de l'observateur (1.17) :

- Procédure 1**
1. Vérifiez la détectabilité forte\* du système  $\Sigma(C, A, F)$ .
  2. Calculer les matrices  $A_1, B_1$  par les équations (1.24, 1.25).
  3. Déterminer la matrice  $Z$  par placement de pôles de la matrice  $N$  de (1.23).
  4. Calculer les matrices  $E$  et  $K$  par (1.22), alors  $J = -K - NE$  et  $H = (I + CE)B$ .

Darouach (2009) propose une procédure pour la conception de l'estimation de la perturbation avec la pseudo-inverse de la matrice  $F$ , qui est une variante de l'OEI.

Selon l'hypothèse 1, les colonnes de la matrice  $F$  dans l'équation d'état d'un système à entrées inconnues en (1.1) sont linéairement indépendantes. Donc  $F$  a une inverse à gauche  $F^+$ , tels que  $F^+F = I_q$ . Supposons que  $\hat{x}$  est l'estimation de  $x$  à (1.1), à savoir

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_x = \lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0 \quad (1.27)$$

La première équation (1.1) peut être écrite comme :

$$d = F^+(\dot{x} - Ax - Bu) \quad (1.28)$$

En remplaçant  $x$  par  $\hat{x}$  dans l'équation (1.28) il vient :

$$\hat{d} = F^+(\dot{\hat{x}} - A\hat{x} - Bu) \quad (1.29)$$

où  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  et  $\hat{d} \in \mathbb{R}^q$  sont les estimations de  $x$  et  $d$ .

L'erreur d'entrée inconnue est

$$e_d = d - \hat{d} = F^+(\dot{x} - \dot{\hat{x}} - A(x - \hat{x})) = F^+(\dot{e}_x - Ae_x) = F^+(N - A)e_x \quad (1.30)$$

## 1. OBSERVATEURS À ENTRÉES INCONNUES

---

En raison de (1.27), l'erreur d'entrée inconnue converge asymptotiquement vers zéro, c'est à dire  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_d = 0$ . Par conséquent,  $\hat{d}(t)$  dans (1.30).

L'observateur d'ordre plein (1.17) proposé par Darouach (2009) pour les systèmes linéaires à entrées inconnues est basé sur des matrices inverses généralisées. La procédure de calcul est concise et facile à mettre en oeuvre. Mais dans de nombreux systèmes physiques, la condition  $\text{rang}[CF] = \text{rang}[F]$  n'est pas toujours satisfaite. Compte tenu de cette limite, de nombreuses contributions ont été données par la méthode d'approche algébrique. Barbot *et al.* (2007) ont proposé un observateur pour les systèmes linéaires à entrées inconnues en utilisant le concept de modes de glissants. Dans Daafouz *et al.* (2006), une approche intrinsèque a été utilisée, mais dans ce cas, les comportements impulsionnelles peuvent survenir en raison de certaines dérivations utilisées dans leur approche. Dans la section suivante, cette méthode est rappelée.

### 1.3.4 OEI avec l'approche algébrique

Dans cette section, un observateur pour les systèmes linéaires proposé dans Daafouz *et al.* (2006) est rappelé, dans le cas monovariante.

La structure de l'observateur proposé par Daafouz *et al.* (2006) est donnée par (1.31)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (PA - LC)\hat{x} + Q(y^{(r)} - U) + Ly + Bu \\ \hat{d} = (CA^{r-1}F)^{-1}(y^{(r)} - CA^r\hat{x} - U) \end{cases} \quad (1.31)$$

Où  $\hat{d}$  est l'estimation de la perturbation  $d$ . Les matrices  $Q$  et  $P$  vérifient :  $Q = F(CA^{r-1}F)^{-1}$ ,  $P = I_n - QCA^{r-1}$  et  $U = \sum_{i=0}^{r-1} CA^i Bu^{(r-1-i)}$  où  $r$  est l'ordre du zéro à l'infini,  $d$  est l'entrée inconnue et  $y$  est la sortie.

La dynamique de l'erreur d'estimation des variables d'état est donnée par

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (PA - LC)(x - \hat{x}) \quad (1.32)$$

Ensuite, on a  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  pour tout  $x(0)$ ,  $\hat{x}(0)$ ,  $d(t)$ . Dans ce cas  $\hat{x}(t)$  défini dans (1.31) est une estimation de  $x(t)$ . L'erreur d'estimation de l'entrée inconnue est

$$e_d = d - \hat{d} = (CA^{r-1}F)^{-1}CA^r(x - \hat{x}) \quad (1.33)$$

Si  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0$ , alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{d} = d$ . Cet observateur est stable, lorsque la structure finie de  $\Sigma(C, A, F)$  est stable.

La condition nécessaire et suffisante de l'existence de l'observateur (1.31) pour le système (1.1) est donnée par le théorème suivant.

**Théorème 2** [*Daafouz et al. (2006)*] *L'observateur d'ordre plein (1.31) permettra d'estimer (asymptotiquement)  $x(t)$  dans (1.1) si*

1. *Le système  $\Sigma(C, A, F)$  est inversible à gauche*
2. *Le système  $\Sigma(C, A, F)$  est détectable fortement\* (condition de phase minimale)*

L'observateur (1.31) peut être obtenu par la procédure 2.

**Procédure 2** *Les étapes suivantes sont mises en oeuvre pour estimer les variables  $x(t)$  et  $d(t)$ . (cas monovariable)*

1. *Vérifier la propriété de phase minimale du modèle  $\Sigma(C, A, F)$ .*
2. *Calculer le degré relatif  $r$  et l'inverse de  $CA^{r-1}F$ .*
3. *Calculer les matrices  $Q$ ,  $P$  et  $U$ , puis  $L$  pour le placement de pôles.*

L'observateur à entrées inconnues avec l'approche algébrique est intrinsèque, et la complexité des calculs plus faible que dans le cas de l'observation basée sur le calcul de pseudo-inverses. Les conditions sont moins restrictives, puisque l'ordre du zéro à l'infini peut être quelconque (en particuliers  $CF = 0$  n'est pas nécessaire). Par contre, l'utilisation de l'ordre élevé de différenciation peut provoquer un phénomène impulsionnel. Des techniques de filtrage doivent être envisagées.

### 1.3.5 Comparaison de différentes méthodes

Trois techniques classiques de synthèse d'observateur à entrées inconnues ont été rappelées dans les paragraphes précédents. Il est à noter que généralement la démarche d'étude est la même : d'abord il est nécessaire d'analyser les propriétés du modèle  $(C, A, F)$  en particulier les structures finies et à l'infini, et ensuite une démarche particulière est proposée pour la synthèse avec des conditions plus au moins restrictives. Pour chaque technique, seulement une partie des

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

pôles de l'équation d'erreur d'estimation peut être choisie, les modes fixes étant en général les zéros invariants. La méthode permettant d'effectuer une synthèse avec une structure à l'infini quelconque est la méthode algébrique, qui nécessite en contrepartie des dérivations des signaux d'entrée et sortie. La méthode PI semble intéressante mais implique des conditions sur le type d'entrée inconnue. Le tableau 1.1 donne quelques éléments de comparaison entre les trois méthodes présentées. Nous proposons une comparaison sur un exemple physique simple dans le paragraphe suivant, à l'aide de simulations.

TABLE 1.1 – Comparaison de différentes méthodes

OEI par matrices inverses	Approche algébrique	Méthode PI
$\Sigma_{\infty}(C, A, F) = 1$	$\Sigma_{\infty}(C, A, F) = r$	Pas de condition
ZI* $\Sigma(C, A, F)$ sont stables	ZI* $\Sigma(C, A, F)$ sont stables	ZI* $\Sigma(C, A, F)$ sont stables
Pseudo-inverses	Dérivations entrées et sorties	Conditions sur les perturbations

\*ZI - Zéros invariants

### 1.4 Exemples numériques et simulations

Pour étudier les propriétés des observateurs, on considère un simple moteur à courant continu (MCC) à aimant permanent dont le schéma électromécanique est représenté, figure 1.2. Par soucis de simplicité, le phénomène de conversion d'énergie électromagnétique est supposé sans perte.

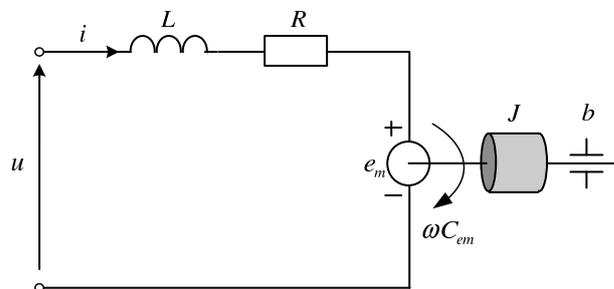


FIGURE 1.2 – Schéma électromécanique du MCC à aimant permanent

La conversion d'énergie est régie par l'équation (1.34)

## 1.4 Exemples numériques et simulations

---

$$\begin{cases} e_m = k\omega \\ C_{em} = ki \end{cases} \quad (1.34)$$

Les variables  $\omega$ ,  $e_m$  et  $C_{em}$  représentent respectivement la vitesse angulaire du moteur, le force électromotrice induite et le couple électromécanique.

Le modèle du système avec un signal de perturbation est représenté par les équations d'état (1.35).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{k}{J}x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{L}x_1 - \frac{b}{J}x_2 + d \\ y = \frac{1}{J}x_2 \end{cases} \quad (1.35)$$

Ce modèle (1.35) est une représentation des phénomènes de transformation d'énergie, i.e., stockage dans les éléments  $L$  et  $J$ , dissipation dans les éléments  $R$  et  $b$  et finalement conversion électromécanique.

$x = (p_L, p_J)^t = (x_1, x_2)^t$  est le vecteur d'état,  $y$  est la variable de sortie mesurée,  $u$  est la variable d'entrée de commande et  $d$  est la perturbation. Ici l'entrée de perturbation est supposée être  $d(t) = 20\sin(t)$ , et l'entrée  $u(t)$  est la fonction de type d'échelon, à savoir  $u(t) = 30\Gamma(t)$ . Les valeurs numériques des paramètres du système sont présentés dans le tableau 1.4

TABLE 1.2 – Valeurs numériques des paramètres du système

$L$	$R$	$k$	$J$	$b$	$d(t)$	$u(t)$
$5 \times 10^{-4}$ H	$0.25 \Omega$	1	$5 \text{ kgm}^2$	$0.2 \text{ Nm/Wb}$	$20\sin(t)$	$30\Gamma(t)$

Les matrices sont :

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -500 & -0.2 \\ 2000 & -0.04 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.36)$$

### 1.4.1 Propriétés de modèle

Le système de la figure 1.2 est étudiée dans cette section.

Considérons d'abord le cas où  $y = \frac{1}{J}x_2$ . Le modèle 1.35 est commandable (avec l'entrée de commande ou l'entrée de perturbation) et observable ( $\Gamma$  et  $\Omega$

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

sont des matrice de rang plein). Le degré relatif du modèle  $(C, A, F)$  est  $r = 1$ , car  $CF \neq 0$ . Le modèle  $(C, A, F)$  contient  $n - r = 1$  zéro invariant.

Les zéros invariants sont calculés à partir de la forme de Smith. Par conséquent, le zéro invariant du système  $\Sigma(C, A, F)$  est  $s = -\frac{R}{L} = -500$  qui vérifie la condition de phase minimum.

Comme  $CF \neq 0$  et que le zéro invariant est stable, les conditions pour réaliser l'observateur proposé par Darouach (2009) sont vérifiées.

Considérons maintenant le cas, lorsque  $y = \frac{1}{L}x_1$  à savoir la matrice de sortie est  $C = \begin{bmatrix} 2000 & 0 \end{bmatrix}$

Le modèle est commandable et observable ( $\text{rang}(\Gamma)=\text{rang}(\Omega)=2$ ). Le degré relatif du modèle  $(C, A, F)$  est  $r = 2$  car  $CF = 0$ . Le modèle ne contient pas de zéro invariant.

Comme  $CF = 0$  et  $\text{rang}[F] = 1$ , les conditions ne sont pas satisfaites pour réaliser l'observateur avec des matrices inverses [Darouach (2009)].

Dans les sections suivantes, on considère le premier cas. Les 3 techniques de synthèse sont étudiées pour construire les observateurs du système. Pour le deuxième cas, l'approche avec des matrices inverses n'est plus envisageable. Par conséquent, l'approche algébrique et l'observateur PI seront utilisés pour estimer l'état et les variables d'entrées inconnues.

**Remarque 2** *Dans le processus de simulation, les comportements impulsionsnels surviennent souvent en raison de certaines variables qui apparaissent avec des dérivées. Certains filtres sont utilisés lors de la simulation pour réduire les phénomènes non identifiés. Toutefois, ces filtres peuvent réduire la précision des estimations de l'état et des variables d'entrées inconnues. Les conditions initiales  $x(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 2 \end{bmatrix}$  pour les variables d'état ainsi que le choix des pôles d'observateurs ont également une incidence forte sur les résultats de la simulation.*

### 1.4.2 OEI par matrices inverses

Les calculs des matrices définies dans la Procédure 1 sont pour la conception de l'observateur définie dans (1.17). Pour l'étape 2 : la matrice  $\Sigma$  est déduite de l'équation (1.21), avec  $\Sigma = \begin{bmatrix} CF \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}$

## 1.4 Exemples numériques et simulations

Sur la base de l'équation (1.22), on a  $\Sigma^+ = \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix}$ . Selon (1.24) et (1.25), on a les matrices  $A_1 = \begin{bmatrix} -500 & -0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  et  $B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$

Dans l'étape suivante, la matrice  $N$  (1.23) a la forme

$$N = \begin{bmatrix} -500 & -0.2 - 0.2z_2 \\ 0 & -0.2z_4 \end{bmatrix}$$

Dans l'étape 3 : la matrice  $Z$  est utilisée pour placer les pôles de l'observateur.

Les pôles sont les facteurs invariants de la forme de Smith  $sI - N$ . Dans ce cas, le polynôme invariant de la forme de Smith est  $(s + 500)(s + 0.2z_4)$ . Le pôle  $s = -500$  est le zéro invariant de  $\Sigma(C, A, F)$ . Avec  $z_1 = z_2 = z_3 = 0$  et  $z_4 = 100$  les pôles de l'observateur sont  $s_1 = -500$  et  $s_2 = -20$  qui assurent la stabilité de l'observateur. Enfin, la matrice  $N$  est de la forme  $N = \begin{bmatrix} -500 & -0.2 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$ .

Pour l'étape 4 : les matrices  $E$  et  $K$  donnent  $EK = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -5 & -100 \end{bmatrix}$ . Alors

$$J = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

La matrice  $F^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$  est utilisée pour estimer l'entrée inconnue.

Après le calcul des matrices, des simulations sont réalisées dans MATLAB/Simulink.

Avec une condition initiale  $x(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 2 \end{bmatrix}$  pour le système  $\Sigma(C, A, \begin{bmatrix} B & F \end{bmatrix})$ , les erreurs d'estimation des variables d'état sont montrées dans la figure 1.3. L'entrée inconnue  $d$  et son estimation  $\hat{d}$  sont affichées dans la figure 1.4.

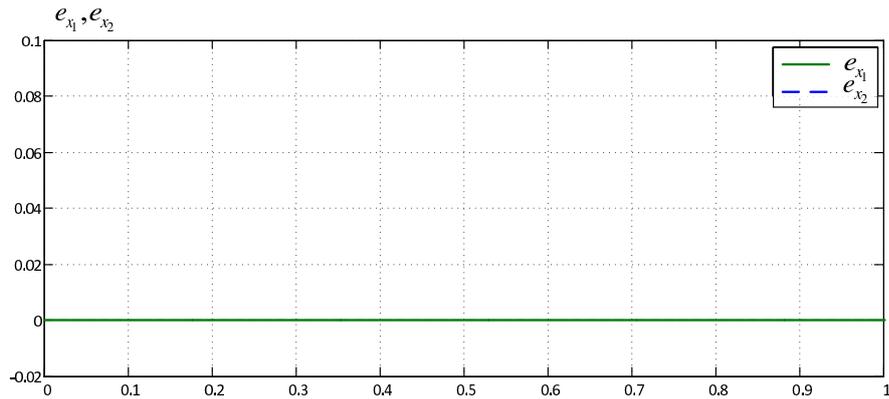


FIGURE 1.3 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du moteur CC

Pour tester la robustesse de l'observateur (1.17), nous avons changé la valeur du paramètre  $R$  dans le modèle 1.35. Soit  $R = 0.35\Omega$  à la place 0.25. Les erreurs d'estimation des variables d'état sont représentées sur la figure 1.5 et l'entrée

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

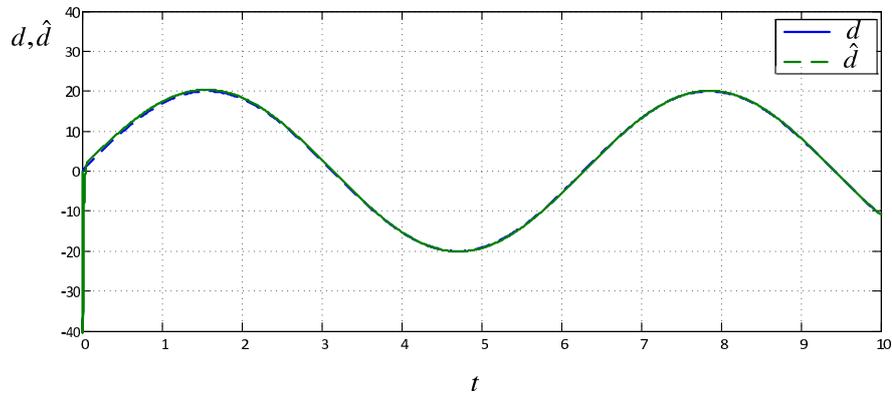


FIGURE 1.4 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du moteur CC

inconnue  $d$  et son estimation  $\hat{d}$  sont affichés dans la figure 1.6. Cette fois, il existe une certaine imprécision d'estimation des différentes grandeurs

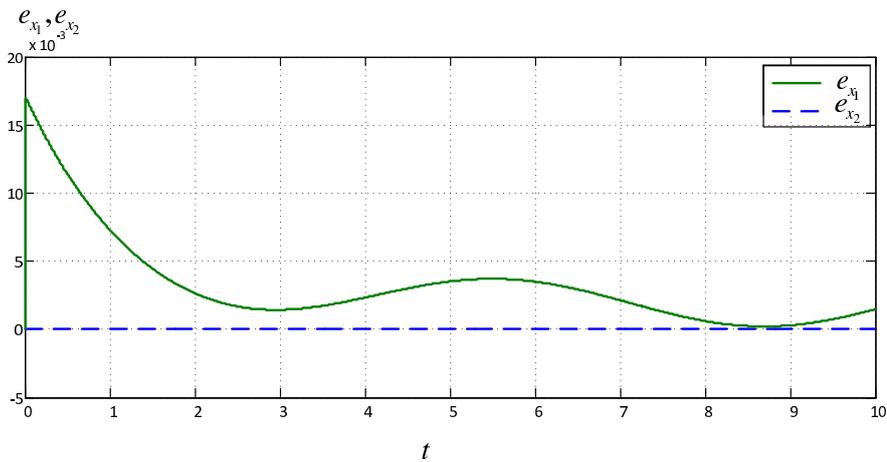


FIGURE 1.5 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du moteur CC

### 1.4.3 OEI par approche algébrique

Dans cette partie on considère l'OEI (1.31) qui est utilisé pour estimer l'état et les variables d'entrée inconnues.

La matrice  $L$  permet de placer les pôles de l'observateur. Le pôle fixe est le zéro invariant de valeur  $s_1 = -500$ , l'autre est placé à  $s_2 = -20$ .

## 1.4 Exemples numériques et simulations

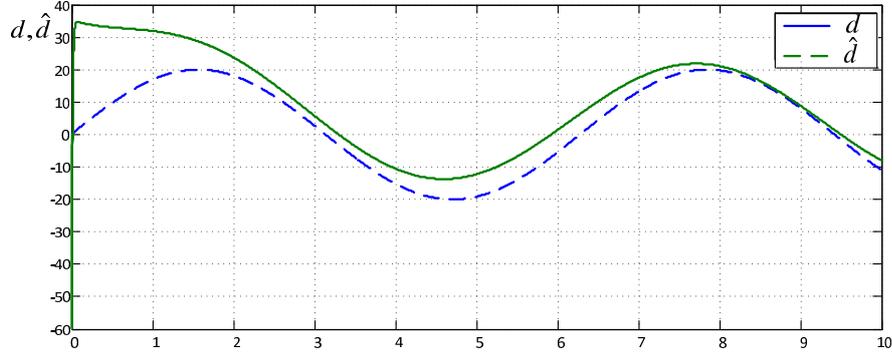


FIGURE 1.6 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du moteur CC

Grace à la procédure 2, les matrices de l'observateur sont

$$\begin{aligned} Q &= \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}, PA - LC = \begin{bmatrix} -500 & -0.4 \\ 0 & -20 \end{bmatrix} \\ L &= \begin{bmatrix} 1 \\ 100 \end{bmatrix}, U = 0 \end{aligned} \quad (1.37)$$

Quatre trajectoires sont étudiées. Tout d'abord, les erreurs d'estimation des deux variables d'état avec une condition initiale  $x(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 2 \end{bmatrix}$ . Celles-ci sont présentées dans la figure 1.7. L'estimation de l'entrée inconnue  $\hat{d}$  et l'entrée inconnue  $d$  sont montrées dans la figure 1.8.

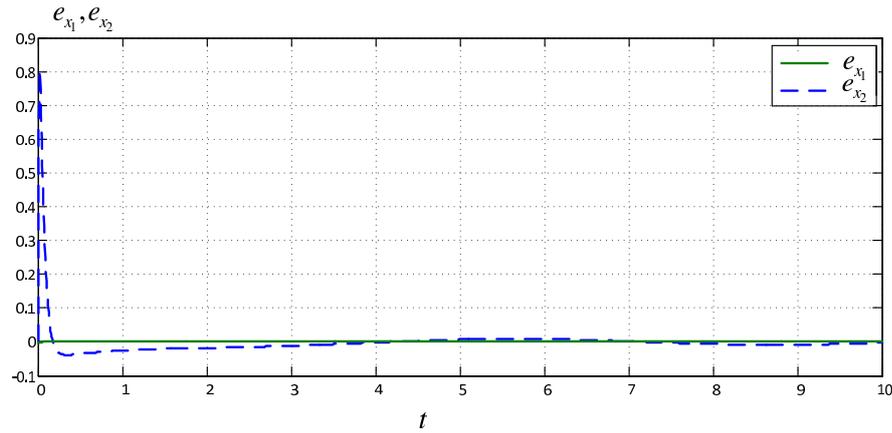


FIGURE 1.7 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du système avec l'approche algébrique

Pour tester la robustesse de l'observateur (1.31), nous avons changé de la

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

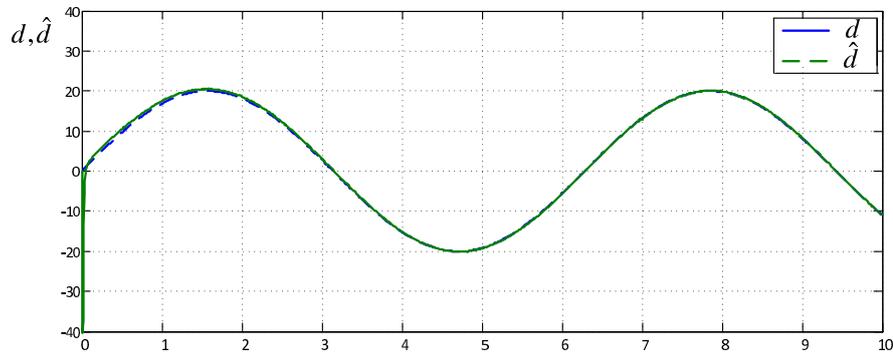


FIGURE 1.8 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du système avec l'approche algébrique

même manière que pour la technique précédente la valeur du paramètre  $R$  dans le modèle 1.35. Soit  $R = 0.35\Omega$  à la place 0.25. Les erreurs d'estimation des variables d'état sont représentées sur la figure 1.9 et l'entrée inconnue  $d$  et son estimation  $\hat{d}$  sont affichés dans la figure 1.10. Cette technique semble un peu moins sensible à une variation de paramètre.

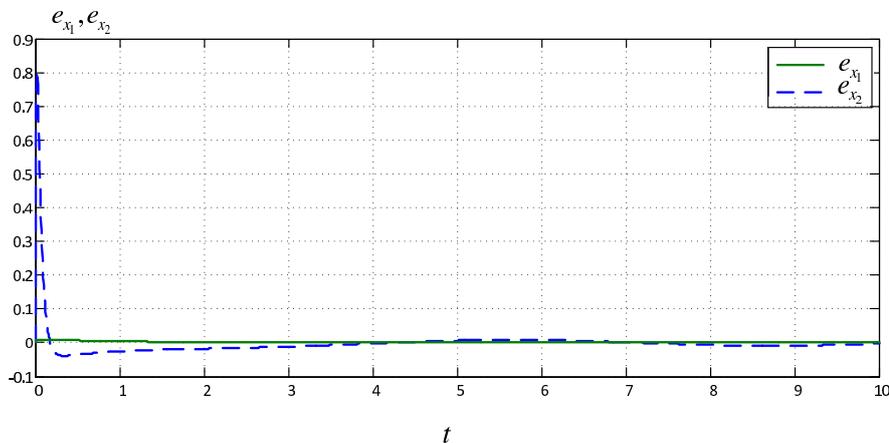


FIGURE 1.9 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du système avec l'approche algébrique

### 1.4.4 Application pour l'observateur PI

La troisième technique d'estimation utilisée est celle de l'observateur PI définie en (1.12).

## 1.4 Exemples numériques et simulations

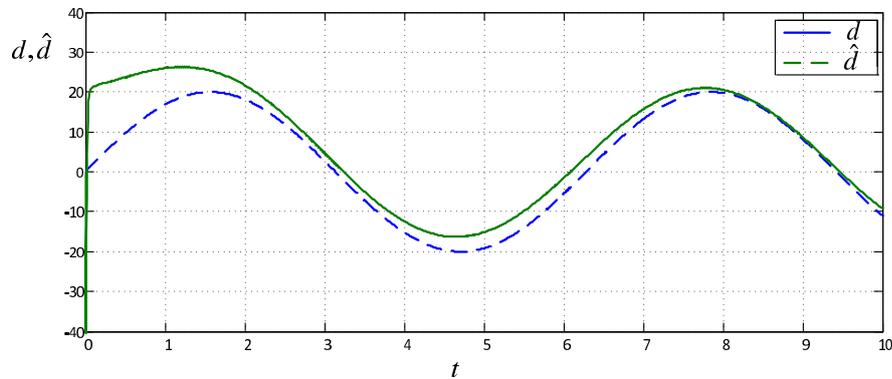


FIGURE 1.10 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du système avec l’approche algébrique

Les pôles choisis sont  $s_1 = -500$  et  $s_2 = -60$ . A partir de la matrice  $R$ , définie en (1.16) on peut choisir les gains suivants : le gain proportionnel  $K_P = \begin{bmatrix} 300 \\ -1 \end{bmatrix}$  et le gain intégral  $K_I = 20000$ .

Les erreurs d’estimation des deux variables d’état sont présentées dans la figure 1.11. Les simulations de  $d$  et  $\hat{d}$  sont montrées dans la figure 1.12.

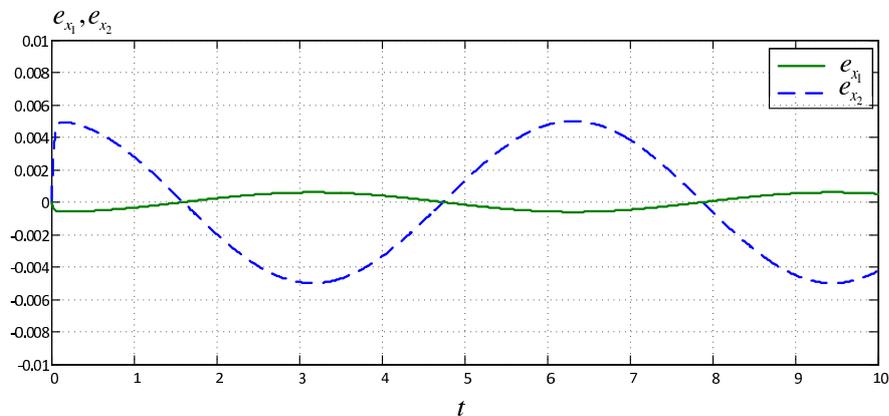


FIGURE 1.11 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du système

Pour tester la robustesse de l’observateur (1.12), de la même manière que pour les techniques précédentes, on choisit  $R = 0.35\Omega$  à la place de  $R = 0.25$ . Les erreurs d’estimation des variables d’état sont représentées sur la figure 1.13 et l’entrée inconnue  $d$  et son estimation  $\hat{d}$  sont affichés dans la figure 1.14. Les résultats sont similaires à ceux qui ont été obtenus dans la première approche.

# 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

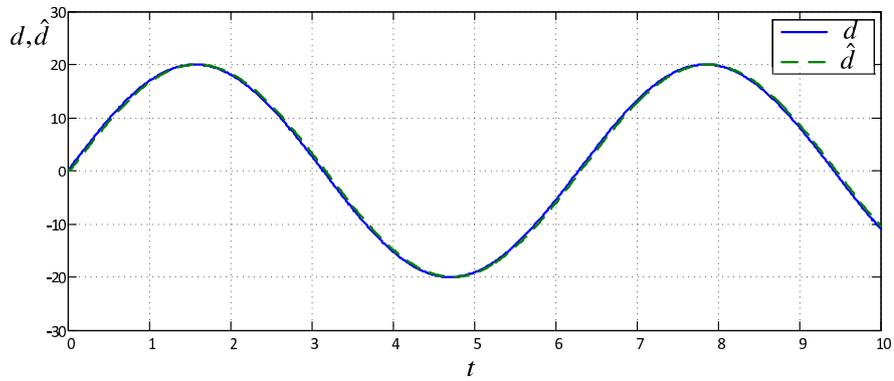


FIGURE 1.12 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du système

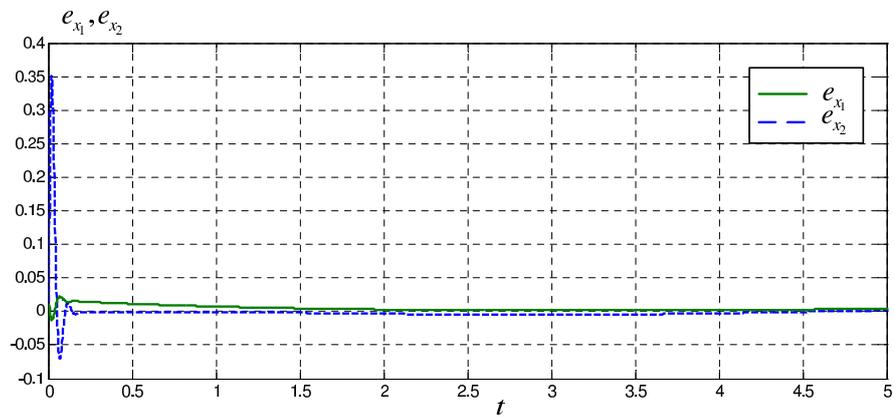


FIGURE 1.13 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du système

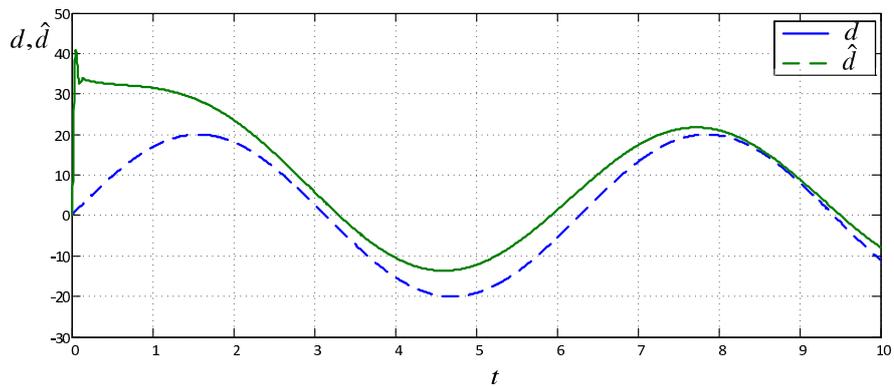


FIGURE 1.14 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du système

### 1.4.5 CF=0

Maintenant la variable de sortie  $y(t)$  est la variable de courant, la matrice de sortie est donc  $C = \left[ \frac{1}{L} \quad 0 \right]$ .

Comme la condition  $CF = 0$  n'est pas satisfaite, on ne considère que l'approche algébrique et l'OEI PI.

#### 1.4.5.1 OEI par approche algébrique

Comme le modèle  $\Sigma(C, A, F)$  n'a pas de zéro invariant, la condition minimum de phase est satisfaite. Le système  $\Sigma(C, A, F)$  est inversible. Selon le théorème 2, un observateur (1.31) peut être conçu.

Lorsque  $r = 2$ , l'entrée inconnue peut être représentée par un polynôme différentiel de la sortie  $y(t)$ , tels que  $\dot{y} = CA^2x + CABu + CAFd + CB\dot{u}$ . Dans notre cas  $CF = 0, CAF = -400$ .

Les matrices de l'observateur (l'étape 3) sont :

$$\begin{aligned} Q &= \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0025 \end{bmatrix}, PA - LC = \begin{bmatrix} -900 & -0.2 \\ 2.45 \times 10^6 & 500 \end{bmatrix} \\ L &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ -600 \end{bmatrix}, U = 2000\dot{u} - 1 \times 10^6 u \end{aligned} \quad (1.38)$$

Les pôles de l'observateur sont arbitrairement placés par la matrice  $L$ , ici  $s_1 = -200$  et  $s_2 = -200$ . La figure 1.15 montre les erreurs d'estimation de deux variables d'état du second système avec une condition initiale  $x(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 2 \end{bmatrix}$ .

L'expression de l'estimation  $\hat{d}$  définie dans (1.31) est

$$\hat{d} = -0.0025(y^{(2)} + 1 \times 10^6 u - 2000\dot{u} - [4.992 \times 10^8 \quad 200040] \hat{x}) \quad (1.39)$$

Lors de la simulation la dérivation du signal d'entrée a été effectuée à l'aide du bloc standard "Derivative" et un filtre passe-bas.

Les trajectoires de l'estimation  $\hat{d}(t)$  et l'entrée inconnue  $d(t)$  sont montrées dans la figure 1.16.

#### 1.4.5.2 Observateur PI

On considère désormais l'application de l'observateur PI pour cet exemple. On a placé les pôles comme  $s_1 = -500$  et  $s_2 = -60$ . Pour ce cas, les gains sont les

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

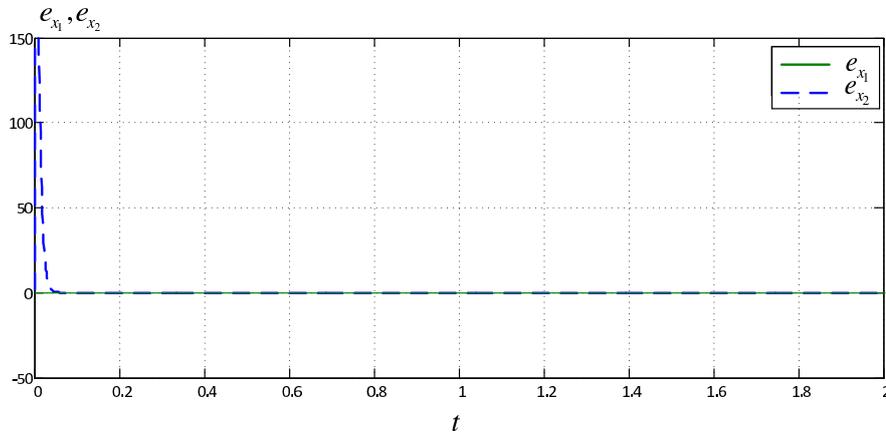


FIGURE 1.15 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du système (1.35) avec l’approche algébrique

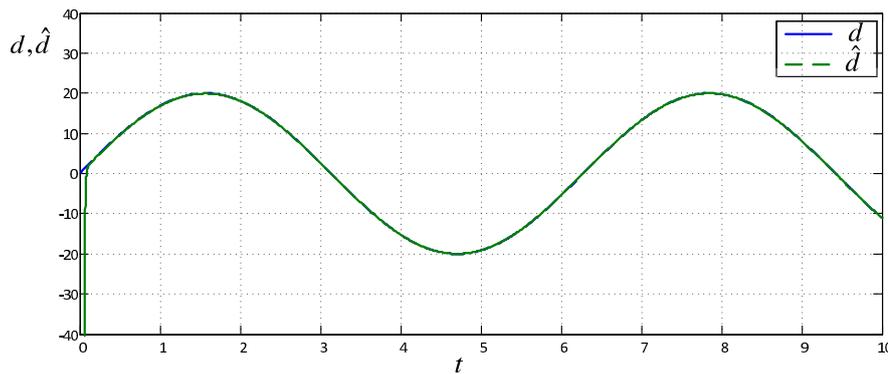


FIGURE 1.16 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du système (1.35) avec l’approche algébrique

suivants : le gain proportionnel  $K_P = \begin{bmatrix} 0.03 \\ -100 \end{bmatrix}$  et le gain intégral  $K_I = -20000$ .

Les erreurs d’estimation des deux variables d’état sont présentées dans la figure 1.17. Les variables  $d$  et  $\hat{d}$  sont montrées dans la figure 1.18.

## 1.4 Exemples numériques et simulations

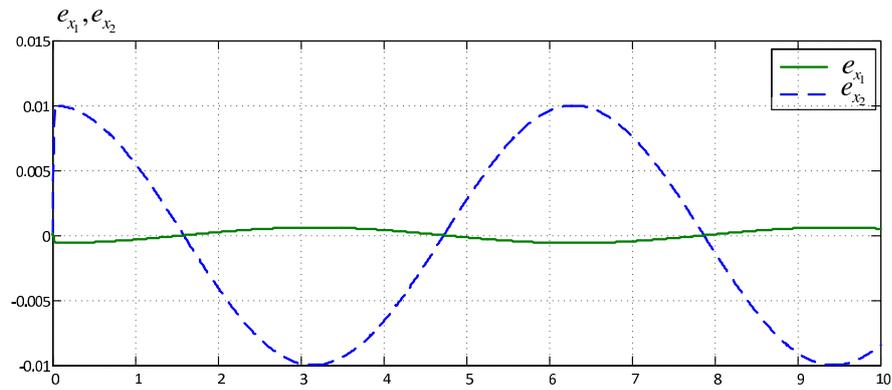


FIGURE 1.17 – Trajectoires  $e_{x_i} = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1, 2$  du système (1.35)

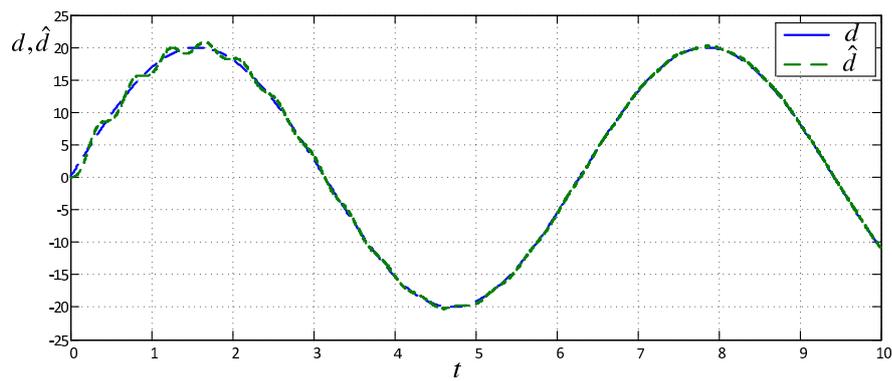


FIGURE 1.18 – Trajectoires  $d$  et  $\hat{d}$  du système (1.35)

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

Dans cette section, trois types d'observateurs à entrée inconnue ont été étudiés. Le tableau 1.1 de la section 1.3.5 présente quelques caractéristiques de ces observateurs et ainsi quelques éléments de comparaison, au niveau des conditions d'application. Les observateurs sont exploités dans le cas linéaire.

Un exemple de moteur à courant continu a permis de comparer les performances de ces observateurs, au niveau utilisation (complexité de mise en application) et au niveau des résultats de simulation.

Les 3 techniques proposées sont globalement satisfaisantes et permettent d'obtenir des estimations assez précises. Pour effectuer un test de robustesse, un paramètre résistif a été modifié de 40 pour cent. Les résultats des simulations ont montré que la méthode la moins robuste parmi les trois études était l'observateur PI, en raison des conditions de sa construction. Comme décrit précédemment, si  $K_I = 0$  l'observateur PI est un observateur classique. En augmentant le coefficient intégral, la précision de l'estimation d'entrée inconnue augmente. Une étude plus complète serait nécessaire pour comparer de manière plus objective ces trois observateurs, mais ce n'est pas l'objet de ce travail. Une comparaison sera effectuée sur un système expérimental dans le chapitre 2.

### 1.5 Défauts

De nombreux systèmes sont soumis à des perturbations, à des entrées inconnues ou à des défauts des composants qui peuvent causer des problèmes, s'ils ne sont pas considérés dans la conception de la commande. De nombreuses approches ont été envisagées pour résoudre ces problèmes.

Une première étape consiste à identifier et localiser les différents problèmes intervenant dans un système physique. Une deuxième étape peut consister à évaluer ces événements, qui peuvent se traduire par une quantification obtenue par estimation. C'est dans ce cadre que les estimateurs à entrées inconnues sont exploités pour les modèles linéaires en particulier.

Dans le cadre de l'étude des défauts, afin d'améliorer l'efficacité du système, la fiabilité peut être atteinte par l'application d'une commande tolérante aux défauts (CTD), qui repose sur la détection précoce des défauts, en utilisant la détection et d'isolation de défauts (DID). Des résultats sur ce sujet peuvent être trouvés dans plusieurs livres : [Basseville & Nikiforov \(1993\)](#), [Gertler \(1998\)](#), [Chen & Patton](#)

(1999), Blanke *et al.* (2003), D. M. Frank & Koppen-Seliger (2000), Kinnaert (2003).

En général, la tolérance aux défauts peut être réalisée de deux façons : 1) passivement, en utilisant des lois de commande en boucle fermée robustes par rapport aux éventuels défauts du système, ou 2) en communiquant activement en utilisant un module DID. Une CTD active est obtenue par une accommodation des défauts (Polycarpou (May 2001), M. Staroswiecki & Jiang (2007)), qui commande le système défectueux, ou par reconfiguration du système, qui contrôle la partie saine du système. Par conséquent, dans une accommodation de défaut, le module DID doit détecter et isoler des défauts, ainsi que les estimer. Une DID est la première étape dans une accommodation de défaut pour surveiller le système et déterminer l'emplacement du défaut. Ensuite, l'estimation d'erreur est utilisée pour déterminer en ligne la valeur du défaut. Enfin, avec l'utilisation des informations de défaut obtenues, un contrôleur complémentaire peut être conçu pour compenser le défaut.

Trois types de défaut sont envisagés : les défauts capteurs, les défauts actionneurs ainsi que les défauts composants. Nous rappelons quelques principes d'étude et d'estimation de ces défauts. Les principes de détection et d'isolation ne sont pas rappelés. Nous supposons dans toute la suite que les défauts ont été identifiés.

### 1.5.1 Actionneur

Considérons le système linéaire suivant avec un défaut actionneur :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ff_a \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.40)$$

où  $f_a \in \mathbb{R}^q$  représente le défaut de l'actionneur.

En remarquant que les systèmes (1.1) et (1.40) sont identiques dans leur formulation, nous pouvons considérer le défaut actionneur  $f_a$  comme une entrée inconnue  $d$ . Les techniques présentées précédemment peuvent être employées pour l'estimation d'un défaut actionneur.

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

### 1.5.2 Capteur

Les approches analytiques pour résoudre le problème des défauts de capteurs sont données dans [Zhang \*et al.\* \(2008\)](#), [Hsiao & Tomizuka \(2004\)](#), [Zarei & Posh-tan \(2011\)](#). Ces méthodes considèrent l'estimation d'erreur de capteur en tant qu'extension de l'estimation de défauts d'actionneur avec un modèle augmenté.

Dans cette section, le système est représenté par le système (1.41)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Df_s(t) \end{cases} \quad (1.41)$$

où  $f_s(t) \in \mathbb{R}^q$  représente les défauts des capteurs. La matrice  $D$  est supposée de rang plein.

Considérons un nouveau vecteur d'état  $x_s(t) \in \mathbb{R}^p$  et une nouvelle équation d'état (1.42), [Edwards \(2004\)](#).

$$\dot{x}_s(t) = -A_s x_s(t) + A_s C x(t) + A_s D f_s(t) . \quad (1.42)$$

où  $-A_s \in \mathbb{R}^{p \times p}$  est une matrice stable.

Avec un nouveau vecteur d'état  $\bar{x}(t) = (x^t(t) \ x_s^t(t))^t$ , un système augmenté peut être exprimé par (1.43).

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{F}f_s(t) \\ \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \quad (1.43)$$

Les nouvelles matrices  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{H}$  et  $\bar{F}$  sont définies comme suit :

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ A_s C & -A_s \end{pmatrix} , \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} , \quad \bar{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ A_s D \end{pmatrix}$$

$$\bar{C} = ( 0 \ I_p )$$

Avec le système ci-dessus augmenté, le défaut de capteur peut être traité comme un problème de défaut actionneur. Remarquons que la matrice  $D$  peut être égale à la matrice identité (ce choix est possible pour les systèmes physiques) et que  $y = \bar{y}$  si l'équation (1.42) converge rapidement.

Par conséquent, pour estimer le défaut de capteur, à partir du modèle augmenté, il est possible de choisir n'importe quelle méthode proposée précédemment pour l'observation des entrées inconnues (perturbations ou défaut actionneur). Considérons la méthode algébrique proposée dans la section 1.3.4. On transforme

la structure de l'observateur proposé par [Daafouz et al. \(2006\)](#) pour le système augmentée(1.44)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = (\bar{P}\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\hat{x} + \bar{Q}(\bar{y}^{(r)} - \bar{U}) + \bar{L}\bar{z} + \bar{B}u \\ \hat{f}_s = (\bar{C}\bar{A}^{r-1}\bar{F})^{-1}(\bar{y}^{(r)} - \bar{C}\bar{A}^r\hat{x} - \bar{U}) \end{cases} \quad (1.44)$$

Où  $\hat{f}_s$  est l'estimation du défaut de capteur  $f_s$ . Les matrices  $\bar{Q}$  et  $\bar{P}$  vérifient :  $\bar{Q} = \bar{F}(\bar{C}\bar{A}^{r-1}\bar{F})^{-1}$ ,  $\bar{P} = I_n - \bar{Q}\bar{C}\bar{A}^{r-1}$  et  $\bar{U} = \sum_{i=0}^{r-1} \bar{C}\bar{A}^i\bar{B}u^{(r-1-i)}$  où  $r$  est encore l'ordre du zéro à l'infini, entre l'entrée inconnue  $f_s$  et la sortie  $y$ .

Supposons qu'un seul observateur soit utilisé pour l'estimation des défauts de l'ensemble des capteurs. Dans ce cas,  $A_s$  est choisie comme une matrice Hurwitz pour les variables  $x_s$  définies dans l'équation (1.42), et  $D = I_p$ .

Pour améliorer les performances d'isolabilité, un schéma spécifique dédié d'observation (SOD) est proposé. Dans cette approche, chaque observateur est sensible à un défaut en raison de sa structure en diagonale. Le SOD peut être conçu par rapport aux actionneurs [Commault & Moteyean \(2002\)](#) et pour l'isolation des défauts de capteur en présence de phénomènes inconnus ou d'incertitudes de modèles [Chen & Patton \(1999\)](#), [Zarei & Poshtan \(2011\)](#).

De nouveaux vecteurs de sortie  $z_j$  et  $z^j$  peuvent être définis, et les nouvelles équations de sortie sont définies par l'équation (1.45).

$$\begin{cases} y^j(t) = C^j x(t) + f_s^j(t) \\ y_j(t) = c_j x(t) + f_{s_j}(t) \end{cases} \quad (1.45)$$

$c_j$  est la  $j^{me}$  ligne de la matrice  $C$ ,  $C^j$  est obtenue à partir de la matrice  $C$  par la suppression de la  $j^{me}$  ligne  $c_j$ .  $y_j$  est la  $j^{me}$  composante du vecteur  $y$  et  $y^j$  est obtenu à partir du vecteur  $y$  en supprimant la  $j^{me}$  variable  $y_j$ . Le modèle étendu (1.43) peut être réécrit comme l'équation (1.46).  $\bar{F}_j$  est la  $j^{me}$  colonne de la matrice  $\bar{F}$  et  $f_{s_j}(t)$  est la  $j^{me}$  variable de défaut actionneur associée au  $j^{me}$  capteur.

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \sum \bar{F}_j f_{s_j}(t) \\ \bar{y}^j(t) = \bar{C}^j \bar{x}(t) \\ \bar{y}_j(t) = \bar{c}_j \bar{x}(t) \end{cases} \quad (1.46)$$

On suppose que chaque sous-système ne dispose que d'un capteur défectueux, dans ce cas,  $p$  OEI peuvent être construits à partir du système augmenté défini

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

dans l'équation (1.46) et la matrice  $\bar{F}_j$  est utilisée pour l'observateur  $j$ .

Si un capteur est défectueux et si le système fonctionne avec au moins deux autres capteurs, il est possible de concevoir un nouvel observateur avec des capteurs supplémentaires par une simple modification des vecteurs de sortie.

### 1.5.3 Exemples numériques

Nous considérons le moteur, étudié précédemment pour la simulation du modèle avec la perturbation. Le moteur à courant continu est soumis à un défaut de capteur de vitesse  $f_s(t)$ . Le défaut  $f_s(t)$  est choisi comme un signal d'impulsion entre le temps 5s au 6s avec une amplitude de  $10\text{rads}^{-1}$ . Dans ce cas, un observateur d'entrée inconnue doit être conçu.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{k}{J}x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{L}x_1 - \frac{b}{J}x_2 \\ y_1 = \frac{1}{J}x_2 + f_s \\ y_2 = \frac{1}{L}x_1 \end{cases} \quad (1.47)$$

Les valeurs numériques des paramètres du système sont indiquées dans le tableau 1.4.

Les nouvelles équations d'état sont définies dans l'équation (1.48). La nouvelle variable d'état est  $x_s$ , avec la matrice  $A_s = a_s$  définie comme un scalaire et dans ce cas  $z_1 = x_s$ .

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{k}{J}x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{L}x_1 - \frac{b}{J}x_2 \\ \dot{x}_s = -a_s x_s + \frac{a_s}{J}x_2 + a_s f_s \\ y_1 = x_s \\ y_2 = \frac{pL}{L} \end{cases} \quad (1.48)$$

Dans cette partie on considère l'OEI (1.44) qui est utilisé pour estimer l'état et la variable de défaut capteur. Le coefficient  $a_s$  est choisi comme  $a_s = 1000$ , pour avoir un temps de réponse de la nouvelle variable d'état  $x_s$  acceptable par rapport au temps de réponse du MCC et de l'observateur. Dans ce cas il n'y a pas de mode fixe. L'ensemble des pôles pour l'observateur est choisi comme  $\{-10, -20, -30\}$ .

Grace à la procédure 2, les matrices de l'observateur sont

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, & \bar{P}\bar{A} - \bar{L}\bar{C} &= \begin{bmatrix} -500 & -0.2 & -1 \\ 2000 & -0.04 & -100 \\ 0 & 0 & -700 \end{bmatrix} \\ \bar{L} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 100 \\ 700 \end{bmatrix}, & U &= 0 \end{aligned} \quad (1.49)$$

Un filtre du premier ordre est utilisé en raison d'une dérivation première de  $\bar{z}$ .

Trois trajectoires sont étudiées. Tout d'abord, le défaut de capteur  $f_s$  et son estimation  $\hat{f}_s$ , Fig. 1.19 : les variables sont proches. La Fig. 1.20 montre la trajectoire de la sortie défectueuse  $y_1$  et son estimation  $\hat{y}_1$ . Une bonne estimation du signal de capteur est fournie. Le point essentiel est cependant la comparaison de la trajectoire de la variable de vitesse  $\omega$  du modèle de MCC et de son estimation  $\hat{\omega}$  obtenu avec un capteur défectueux, Fig. 1.21. Ces trajectoires sont proches et cet observateur s'est avéré efficace. Les mêmes conclusions sont obtenues pour d'autres types de défauts, signal sinusoïdal par exemple.

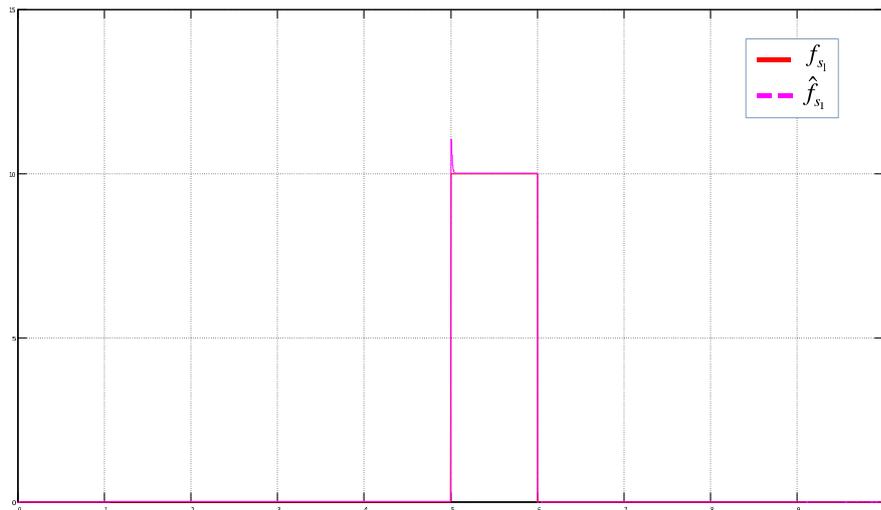


FIGURE 1.19 – Défaut capteur  $f_s$  et son estimation  $\hat{f}_s$

# 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

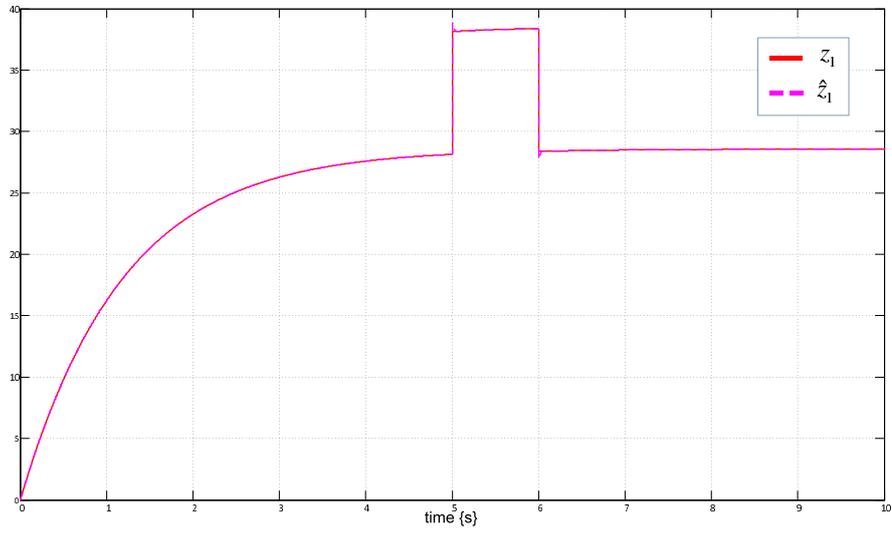


FIGURE 1.20 – Variable de sortie  $y_1(t)$  et son estimation  $\hat{y}_1(t)$

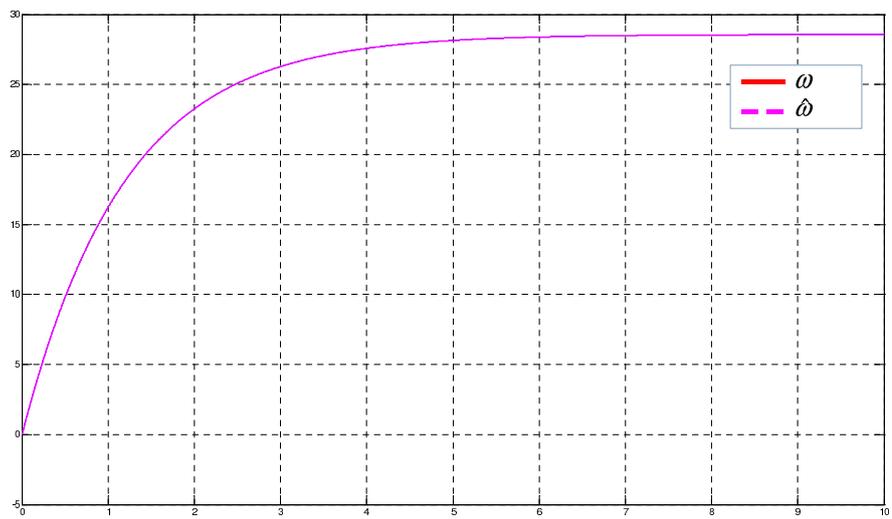


FIGURE 1.21 – Variables de vitesse  $\omega(t)$  et son estimation  $\hat{\omega}(t)$

## 1.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de rappeler les différentes phases nécessaires à l'analyse et la synthèse d'observateurs à entrées inconnues. Elles peuvent se décomposer succinctement en : étude de la commandabilité/observabilité (le positionnement de capteurs et actionneurs), étude de la structure à l'infini et de la structure finie (zéros invariants), synthèse de l'OEI (nombre et valeurs des modes fixes et libres, choix des paramètres).

Ceci a permis d'étudier les caractéristiques de chaque observateur et d'en faire une comparaison. Il n'y a pas de différence notable dans les résultats de simulation. Néanmoins l'approche par pseudo-inverse est plus restrictive que les autres au niveau de la condition d'existence (structure à l'infini). Notons aussi que ces méthodes sont souvent employées dans le cas monovariable. Une comparaison dans le cas multivariable serait certainement plus intéressante.

En ce qui concerne les problèmes résolus par ces techniques, on peut principalement citer les problèmes d'estimation à entrées inconnues et les estimations des défauts de type actionneurs et capteurs.

Le prochain chapitre va être consacré à l'élaboration d'une nouvelle méthode d'observateur à entrées inconnues. Pour réaliser cet OEI, l'approche bond graph est proposée. Les résultats obtenus dans ce chapitre seront comparés avec les résultats de la simulation à l'aide de la nouvelle méthode.

## 1. OBSERVATEURS À ENTREES INCONNUES

---

# Chapitre 2

## Observateur à entrées inconnues : approche bond graph

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Modélisation Bond Graph . . . . .</b>	<b>46</b>
<b>2.2</b>	<b>Propriétés structurelles . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>2.3</b>	<b>Méthode d'OEI alternative . . . . .</b>	<b>49</b>
2.3.1	La synthèse d'OEI . . . . .	50
2.3.2	Propriétés de l'observateur . . . . .	51
<b>2.4</b>	<b>Exemples . . . . .</b>	<b>54</b>
2.4.1	Commande plate pour le moteur à courant continu . .	55
2.4.2	Application à un système hydraulique . . . . .	62
2.4.3	Approche algébrique . . . . .	66
<b>2.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>71</b>

---

Le chapitre a pour objet principal la présentation d'un observateur à entrées inconnues dont les caractéristiques essentielles reposent sur la représentation à base de modèles bond graph. Cet observateur est présenté dans le cas monovari-able, mais une extension au cas multivariable directe est proposée dans le chapitre 4. Les problèmes de solvabilité et de stabilité (modes fixes) peuvent être traités à partir des mêmes propriétés de structure finie et à l'infini du modèle que dans le cas monovari-able.

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été publiés dans [Yang \*et al.\* \(2013\)](#) et [Tarasov \*et al.\* \(2013b\)](#). Certaines démonstrations sont ainsi omises.

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

Dans une première partie, les concepts de modèles bond graphs et les propriétés structurelles associées sont succinctement présentés. L'estimateur à entrées inconnues est ensuite décrit, avec quelques propriétés associées. Un exemple de système piloté à l'aide d'une commande plate et un système hydraulique expérimental sont exploités comme application de cet estimateur. L'efficacité de ce procédé est ainsi prouvée.

Dans la suite de ce rapport, l'équation d'état associée au modèle bond graph sera définie par l'équation (2.1).

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fd \\ z = Hx \end{cases} \quad (2.1)$$

Les variables de sortie seront représentées par le vecteur  $z(t)$  et non  $y$  car dans la pratique une estimation doit être faite entre les grandeurs de sortie mesurées notées  $z(t)$  et les grandeurs de sortie à piloter notées  $y(t)$ . Le problème d'estimation étant directement basé sur les capteurs disponibles sur le système physique, nous utilisons ainsi les variables  $z(t)$  et la matrice de sortie associée  $H$ .

### 2.1 Modélisation Bond Graph

La technique de représentation par bond graph [Karnopp \*et al.\* \(1975\)](#) et [Rosenberg & Karnopp \(1983\)](#) est un outil bien adapté dans une démarche de conception intégrée. Le modèle bond graph permet d'effectuer l'étude des propriétés du système, telles que les propriétés de commandabilité, d'observabilité et l'étude pôles/zéros du système. L'équation d'état et la fonction de transfert peuvent être directement écrites à partir d'un modèle bond graph, donc les propriétés de ces représentations mathématiques peuvent être obtenues avant tous les calculs avec une analyse causale. À l'étape de l'analyse, les méthodes proposées sur des modèles bond graph ne nécessitent pas la connaissance de la valeur des paramètres, parce que les conditions de solvabilité intrinsèques peuvent être données et des calculs formels peuvent être proposés au niveau de la synthèse.

Dans la modélisation bond graph, le transfert de puissance dans un système est représenté par un lien. Comme le montre la Fig. 2.1 (a), la liaison est représentée par une flèche qui représente le sens positif de transfert de puissance. La liaison implique deux variables de puissance, l'effort  $e$  et le flux  $f$ , et la relation de dépendance entre  $e$  et  $f$  peut être spécifiée au moyen du trait causal. Le trait

## 2.2 Propriétés structurelles

causal est perpendiculaire à une extrémité du lien. Il indique la direction dans laquelle l'effort  $e$  est dirigé. Par exemple, le trait de causalité dans la Fig. 2.1 (a) montre que  $e$  est l'entrée indépendante de  $B$  et  $f$  est la sortie dépendant de  $B$ . La Fig. 2.1 (a) peut être convertie en un schéma de principe représenté sur la Fig. 2.1 (b). Dans le schéma-bloc, les deux sous-systèmes sont reliés par deux ports équivalents à un lien à la Fig. 2.1 (a). Si un trait causal est ajouté de l'autre côté de la liaison, la dépendance est inversée, i. e.,  $f$  est une entrée indépendante de  $B$  et  $e$  est une sortie.

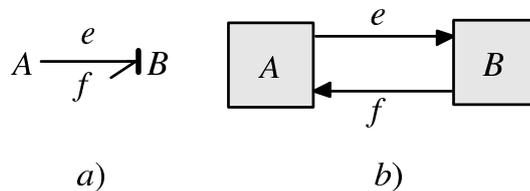


FIGURE 2.1 – (a) Bond graph et (b) schéma équivalent

Seuls les ports ayant les mêmes types d'efforts et flux peuvent être connectés les uns aux autres par une liaison. Pour un système physique, deux variables de puissance sont données, par exemple l'impulsion  $p(t) = \int e(t)dt$  et le déplacement  $q(t) = \int f(t)dt$ . Certaines variables de puissance et d'énergie de différents domaines physiques sont données dans le Tableau 2.1.

TABLE 2.1 – Variables d'effort et de flux dans certains domaines physiques

Domaine	Electrique	Mécanique	Hydraulique
Flux $f$	Courant ( $i$ )	Vitesse ( $v$ ) Vitesse angulaire ( $\omega$ )	Débit volumique $\varphi$
Effort $e$	Tension ( $V$ )	Force ( $F$ ) Couple ( $\tau$ )	Pression ( $P$ )
Déplacement $q = \int f dt$	Charge ( $q$ )	Déplacement ( $x$ ) Angle ( $\theta$ )	Volume ( $V$ )
Moment $p = \int e dt$	Flux magnétique ( $\lambda$ )	Moment ( $p$ ) Moment angulaire ( $h$ )	Moment de pression ( $p_p$ )

## 2.2 Propriétés structurelles

Un modèle bond graph causal est un modèle pour lequel la causalité a été appliquée, en employant par exemple la procédure définie dans [Karnopp *et al.*

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

(1975)] appelé SCAP. La causalité permet de vérifier les cohérences des éléments physiques d'un système, ou simplement leur modélisation. Elle peut être aussi exploitée pour retrouver graphiquement des propriétés des modèles mathématiques associés, comme la propriété de commandabilité du modèle d'état. Ainsi le modèle bond graph en causalité intégrale, noté BGI, permet d'étudier la structure à l'infini du modèle, celui en causalité dérivée, noté BGD, permet d'étudier les propriétés de commandabilité/observabilité. La plupart des résultats peuvent être trouvés dans les nombreux travaux sur l'approche bond graph. Nous ne proposons que quelques rappels dans ce rapport.

### Commandabilité structurelle

Un modèle bond graph LTI est commandable si et seulement si les deux conditions suivantes sont vérifiées [Sueur & Dauphin-Tanguy \(1991\)](#) :

1. Il y a un chemin causal entre tous les éléments dynamiques  $I$  et  $C$  en causalité intégrale et une sources d'entrée  $Mse$  ou  $Msf$
2. Tous les éléments dynamiques admettent une causalité dérivée sur le modèle bond graph BGD (avec une possible dualisation des sources d'entrée).

### Observabilité structurelle

La propriété d'observabilité peut être étudiée de manière similaire, mais avec des capteurs de sortie, c'est à dire sur le modèle bond graph BGI, il existe un chemin causal entre tous les éléments dynamiques en causalité intégrale et un détecteur  $De$  ou  $Df$ .

**Structure à l'infini** Le nombre de zéros à l'infini d'un système est donné par le nombre de chemins entrée - sortie disjoints présents dans le modèle bond graph BGI.

La longueur du chemin causal entre une source d'entrée et un capteur de sortie dans le modèle bond graph est égal au nombre d'éléments dynamiques rencontrés dans ce chemin. Deux chemins sont différents si ils n'ont pas d'élément dynamique en commun. L'ordre du zéro à l'infini pour le sous-système  $\Sigma(c_i, A, B)$  est égal à la longueur du chemin causal le plus court entre le  $i^{me}$  capteur de sortie  $y_i$  et l'ensemble des sources d'entrée. La structure à l'infini globale est défini avec le concept de chemins causaux différents. Les ordres des zéros à l'infini d'un modèle bond graph linéaire inversible sont calculés selon l'équation (2.2), où  $L_k$  est la somme minimale des longueurs de  $k$  chemins causaux entrées - sorties disjoints. Dans l'approche graphique, les entiers sont calculés dans l'ordre croissant.

$$\begin{cases} n'_1 = L_1 \\ n'_k = L_k - L_{k-1} \end{cases} \quad (2.2)$$

### Structure finie

La structure finie représente les propriétés internes des systèmes linéaires : zéros invariants, zéros de transmissions, pôles commandables (respectivement non-commandables), etc. L'importance des pôles du système est bien connue dans le domaine de l'automatique. Les zéros systèmes sont également importants. Les zéros invariants sont des pôles du système inverse.

### Zéros invariants

Un modèle inverse peut être construit pour un modèle bond graph avec le concept de bi-causalité (BGB), très utile pour la détermination des zéros invariants [Yang *et al.* (2010)].

Le nombre de zéros invariants et le nombre de zéros invariants nuls sont déterminés par la structure à l'infini d'un modèle bond graph en causalité intégrale BGI et en causalité dérivée BDG respectivement, Bertrand *et al.* (1997). Le nombre de zéros invariants associés à un modèle bond graph commandable, observable, inversible et carré est égal à  $n - \sum n'_i$ .

### Zéros invariants nuls

Le nombre de zéros invariants nuls sur le modèle bond graph est égal à la longueur du plus court chemin causal de source d'entrée ( $M_{se}, M_{sf}$ ) vers le détecteur de sortie ( $De, Df$ ) sur le modèle bond graph BGD.

## 2.3 Méthode d'OEI alternative

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté plusieurs méthodes d'étude d'observateurs à entrées inconnues (PI, approche algébrique, etc.). Dans cette section, nous présentons une nouvelle méthode de calcul de l'observateur, qui est facile à appliquer avec l'approche bond graph.

La classe des systèmes linéaires stationnaires est décrite par les équations de l'espace d'état (2.1).

Si une approche physique est proposée, certaines hypothèses sont possibles pour le modèle d'espace d'état déduit par exemple d'une représentation bond graph. Le modèle  $\Sigma(H, A, F)$  est choisi comme modèle monovarié dans ce chapitre.

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

**Hypothèse 2** *Il est supposé que le système monovariante  $\Sigma(H, A, F)$  défini dans (2.1) est commandable/observable et que la matrice d'état  $A$  est inversible.*

Avec l'hypothèse 2, l'application de la causalité dérivée est possible pour des modèles bond graph (modèle physique sans pôle nul). L'extension aux modèles à matrice d'état non inversible est directe pour les modèles bond graph, car une approche graphique peut être proposée dans ce cas. Ce cas n'est pas proposé.

**Hypothèse 3** *On suppose que l'ordre de zéro à l'infini du système monovariante  $\Sigma(H, A, F)$  est égal à  $r$ , qui est le plus petit entier tel que  $HA^{r-1}F \neq 0$*

**Hypothèse 4** *Il est supposé que les  $(n - r)$  zéros invariants du système monovariante  $\Sigma(H, A, F)$  sont strictement stables (sauf dans le cas étendu avec un zéro invariant nul).*

### 2.3.1 La synthèse d'OEI

L'équation (2.1) est maintenant réécrite comme (2.3), obtenue à partir d'un modèle bond graph en causalité dérivée.

$$\begin{cases} x(t) = A^{-1}\dot{x}(t) - A^{-1}Bu(t) - A^{-1}Fd(t) \\ z(t) = HA^{-1}\dot{x}(t) - HA^{-1}Bu(t) - HA^{-1}Fd(t) \end{cases} \quad (2.3)$$

Si la matrice  $HA^{-1}F$  est inversible, le modèle  $\Sigma(H, A, F)$  n'a pas de zéro invariant nul et il y a un chemin causal direct (longueur de chemin est égale à 0) entre l'entrée de perturbation et le détecteur de sortie pour le modèle BGD. De l'équation (2.3), la variable de perturbation peut être écrite dans l'équation (2.4), puis l'estimation de la variable de perturbation peut être écrite dans l'équation (2.5).

$$d(t) = -(HA^{-1}F)^{-1}[z(t) - HA^{-1}\dot{x}(t) + HA^{-1}Bu(t)] \quad (2.4)$$

$$\hat{d}(t) = -(HA^{-1}F)^{-1}[z(t) - HA^{-1}\dot{\hat{x}}(t) + HA^{-1}Bu(t)] \quad (2.5)$$

De l'équation d'état (2.3), l'estimation du vecteur d'état est définie dans l'équation (2.6), qui peut également s'écrire comme (2.7), qui est similaire à une

estimation classique, mais avec une différence dans le dernier terme. On a besoin de la dérivation de la variable mesurée. La matrice  $K$  est utilisée pour le placement de pôles.

$$\hat{x}(t) = A^{-1}\dot{\hat{x}}(t) - A^{-1}Bu(t) - A^{-1}F\hat{d}(t) + K(z^{(r)}(t) - \hat{z}^{(r)}(t)) \quad (2.6)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK(z^{(r)}(t) - \hat{z}^{(r)}(t)) \quad (2.7)$$

Dans cette approche, les équations d'état pour le modèle et l'observateur sont les mêmes, avec seulement un terme supplémentaire pour l'observateur. Cet observateur est simple et il prend en compte les entrées de commande, ce qui n'est pas toujours le cas dans la littérature.

### 2.3.2 Propriétés de l'observateur

Si l'équation d'état (2.1) est écrite à partir d'un modèle bond graph, il est possible de dessiner un modèle BG pour l'estimation de l'état défini par (2.7) parce que l'équation (2.7) est très proche de l'équation d'état initiale. La structure de l'observateur est proposée sur la figure 2.2, avec BGI pour le modèle bond graph et BGO pour le modèle bond graph de l'observateur. Avec cette approche il est possible d'estimer les variables inconnues (entrées de perturbation ou défauts de l'actionneurs). Dans le modèle BGO, il suffit d'ajouter des signaux permettant de représenter l'estimation de la perturbation définie en (2.5).

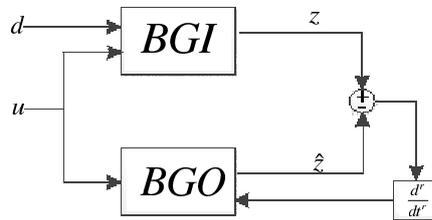


FIGURE 2.2 – Structure de l'observateur sur la base d'un modèle bond graph

Les concepts de détectabilité forte, détectabilité forte\* et observabilité forte ont été proposés dans Hautus (1983) pour les systèmes à entrées inconnues  $d(t)$ .

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

La détectabilité forte du système avec le vecteur de l'entrée inconnue  $d(t)$  correspond à la condition de phase minimum, directement liées aux zéros du système  $\Sigma(H, A, F)$  (structure finie). Le système  $\Sigma(H, A, F)$  dans (2.1) est fortement détectable si et seulement si tous ses zéros  $s$  satisfont  $Re(s) < 0$ . Dans les approches classiques, il est supposé que la condition  $HF \neq 0$  est vérifiée (l'ordre du zéro à l'infini égal à 1 pour un modèle monovarié) et les modes fixes pour l'observateur sont les  $n - 1$  zéros invariants qui doivent être strictement stables (condition de détectabilité forte\*). Dans Floquet & Barbot (2006), les dérivées de variables d'entrée et de sortie sont utilisées, selon la structure à l'infini du modèle  $\Sigma(H, A, F)$ . Les dérivations d'ordre  $r$  pour un ordre de zéro à l'infini égal à  $r$ , et dans ce cas, les  $n - r$  zéros invariants sont les pôles fixes dans le problème d'estimation.

### Remarque

Dans cette approche les  $r$  dérivées des variables de sortie sont nécessaires. Étant donné que l'approche bond graph est proposée dans l'équation (2.5), l'estimation de la variable de perturbation est exprimée en terme de la variable de sortie (de mesure), de la valeur d'entrée qui est connue et en terme de la première dérivée des variables d'état estimées, ces dernières sont directement obtenues à partir du modèle bond graph de l'observateur car ces variables sont des variables d'effort et de flux.

La convergence de la variable de perturbation peut être vérifiée avec l'équation (2.8), obtenue à partir de (2.4) et (2.5).

$$d(t) - \hat{d}(t) = (HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1}(\dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)) \quad (2.8)$$

L'estimation de la variable de perturbation converge vers la variable de perturbation seulement si  $(\dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t))$  converge asymptotiquement. Les matrices  $N_{BO}$  et  $N_{BF}$  sont introduites dans (2.9), afin de simplifier les notations, et de (2.3) et (2.6), avec  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  il vient (2.10).

$$\begin{cases} N_{BO} = A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1} \\ N_{BF} = A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1} - KHA^{r-1} \end{cases} \quad (2.9)$$

$$e(t) = N_{BF}\dot{e}(t) \quad (2.10)$$

Dans l'équation (2.10), les conditions de placement de pôles sont étudiées. Si la matrice  $N_{BF}$  est inversible, un placement de pôles classique est étudié, et la variable de l'erreur  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  ne dépend pas de la variable de perturbation. Les conditions de (2.10) signifient que  $N_{BF}$  doit être une matrice Hurwitz, c'est à dire, elle a toutes ses valeurs propres du côté gauche du plan complexe.

Une condition nécessaire pour l'existence de l'estimateur d'état est proposée dans la proposition 4 suivante.

**Proposition 4** *Une condition nécessaire pour que la matrice  $N_{BF}$  définie en (2.9) soit inversible est que  $HA^{r-1}F \neq 0$ .*

*Preuve*

Dans la proposition 4, la matrice  $N_{BF}F$  est égale à  $[A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1} - KHA^{r-1}]F$ , donc elle peut être réécrite comme  $N_{BF}F = A^{-1}F - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1}F - KHA^{r-1}F = -KHA^{r-1}F$ . Si la condition  $HA^{r-1}F \neq 0$  n'est pas satisfaite, le noyau de la matrice  $N_{BF}$  n'est pas vide, ce qui signifie que la matrice  $N_{BF}$  n'est pas inversible et que cette matrice contient au moins un mode nul, donc le placement de pôles n'est pas possible (toutes ses valeurs propres ne sont pas sur le côté gauche du plan complexe).  $\square$

La condition définie dans la proposition 4 est une extension de la condition  $HF \neq 0$  bien connue, définie dans Hautus (1983) et Darouach (2009). Cela signifie que l'ordre de zéro à l'infini entre la variable de perturbation  $d(t)$  et la variable mesurée  $z(t)$  peut être plus grand que 1, égal à  $r$  avec cet observateur.

Avec l'hypothèse 2 ( $HA^{r-1}F \neq 0$ ), deux propriétés sont prouvées. Tout d'abord, il est prouvé que pour la matrice  $N_{BF}$ ,  $r$  pôles peuvent être choisis avec la matrice  $K$  et que les autres pôles (pôles fixes) sont les inverses des zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$ .

**Proposition 5** *Dans la matrice  $N_{BF}$  définie par (2.9),  $r$  pôles peuvent être choisis avec la matrice  $K$ .*

*Preuve* Le placement de pôles pour la matrice  $N_{BF}$  est équivalent à un placement de pôles pour le système  $\Sigma(HA^{r-1}, N_{BO})$ . La propriété d'observabilité de ce système doit être étudiée, et en particulier le rang de la matrice d'observabilité qui est égal au nombre de pôles qui peuvent être choisis.

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

Les  $n$  lignes de la matrice d'observabilité notées  $O_{N_{BF}}$  du système  $\Sigma(HA^{r-1}, N_{BO})$  sont  $HA^{r-1}, HA^{r-1}.N_{BO}, \dots, HA^{r-1}.N_{BO}^{n-1}$ . Toutes les lignes sont calculées.

$$\left\{ \begin{array}{l} HA^{r-1} \\ HA^{r-1}.N_{BO} = HA^{r-1}.(A^{-1} - \\ -A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1}) = HA^{r-2} \\ HA^{r-1}.(N_{BO})^2 = HA^{r-3} \\ \vdots \\ HA^{r-1}.(N_{BO})^{r-2} = HA \\ HA^{r-1}.(N_{BO})^{r-1} = H \\ HA^{r-1}.(N_{BO})^r = 0 \\ \vdots \\ HA^{r-1}.(N_{BO})^{n-1} = 0 \end{array} \right. \quad (2.11)$$

Le rang de cette matrice d'observabilité est  $r$  parce que le modèle  $\Sigma(H, A)$  est observable et les lignes non nulles calculées (2.11) sont donc linéairement indépendantes. Cela prouve que  $r$  pôles peuvent être choisis dans l'équation (2.10) et que l'observateur a  $n - r$  pôles fixes.  $\square$

Il est prouvé dans [Yang et al. \(2013\)](#) que les pôles fixes sont les inverses des zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$ . Une extension au cas multivariable est proposée et prouvée dans le chapitre 4.

**Proposition 6** [Yang et al. \(2013\)](#) *Les valeurs propres de la matrice  $N_{BO}$  définie par (2.9) sont les inverses des zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$  ( $n - r$  modes) plus les  $r$  valeurs propres égales à 0.*

De la proposition 9 les valeurs propres de la matrice  $N_{BO}$  sont les inverses des zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$  avec les  $r$  valeurs propres égales à 0, et comme  $N_{BF}$  est inversible et seulement  $r$  pôles peuvent être choisis, tous les pôles fixes sont les valeurs propres non nulles.

**Proposition 7** *Les pôles fixes de l'équation de l'erreur d'estimation définie dans (2.10) sont les zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$ .*

### 2.4 Exemples

L'estimateur à entrées inconnues est d'abord exploité en simulation sur un moteur à courant continu pour lequel une commande plate est appliquée. L'objectif est de prouver la nécessité et l'efficacité d'un tel estimateur. Un système

expérimental est ensuite étudié. L'objectif est dans ce cas de prouver l'efficacité de l'observateur dans des condition réelles avec les problèmes liés aux bruit des capteurs.

### 2.4.1 Commande plate pour le moteur à courant continu

Pour illustrer la méthode d'estimation proposée et comparer les résultats avec d'autres approches, on considère maintenant l'exemple du moteur à courant continu.

L'approche bond graph est utilisée de l'étape d'analyse à la synthèse de la commande. À l'étape de l'analyse, les méthodes proposées sur les modèles bond graph ne nécessitent pas la connaissance de la valeur des paramètres, parce que les conditions de solvabilité intrinsèques peuvent être données et un calcul formel peut être proposé au niveau de la synthèse.

Le modèle BGI du système est donnée sur la Fig. 2.3, et les équations d'état sont présentées dans (2.12) avec  $x = (p_L, p_J)^t = (x_1, x_2)^t$  le vecteur d'état. Les équations d'état sont écrites à partir d'un modèle bond graph, le vecteur d'état contient des variables de l'énergie,  $p_L$  est le flux magnétique dans l'inductance  $L_i$  et  $p_J$  est le moment angulaire.  $y$  est la grandeur de sortie à contrôler, il s'agit de la vitesse de rotation de l'arbre d'entraînement du moteur,  $y = \frac{p_J}{J}$  représenté par  $Df : z$ .  $u$  est la variable d'entrée de commande  $MSe : u$ . Il est d'abord supposé qu'il n'y a pas de couple de perturbation. Notons que comme la variable mesurée est aussi la variable à commander, elle est notée indifféremment  $y = z$ .

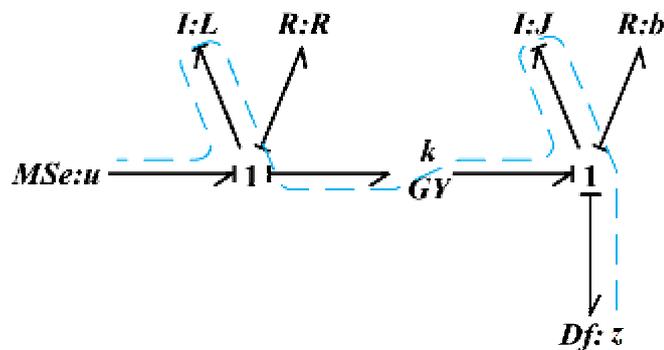


FIGURE 2.3 – Modèle BGI du moteur à courant continu

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{k}{J}x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{L}x_1 - \frac{b}{J}x_2 \\ y = z = \frac{1}{J}x_2 \end{cases} \quad (2.12)$$

*Analyse*

Le modèle bond graph est contrôlable et observable (la causalité dérivée peut être appliquée, fig 2.4). La longueur du chemin causal sur BGI entre le capteur de sortie  $Df : y$  et l'entrée  $MSe : u$  est égale à 2, fig 2.3, chemin  $Df : z \rightarrow I : J \rightarrow GY : k \rightarrow I : L \rightarrow MSe : u$ . Ainsi, l'ordre du zéro à l'infini du modèle est égal à 2. Le modèle est plat et la sortie plate est  $\bar{y}(t) = y(t)$ . Le modèle  $(H, A, B)$  n'a pas de zéro invariant. La longueur du chemin causal entre le capteur de sortie  $Df : z$  et l'entrée  $MSe : u$  dans BGD est égal à 0, il n'y a donc pas de zéro invariant nul, mais dans ce cas, cette étude n'était pas nécessaire car le modèle est d'ordre 2 et son ordre du zéro à l'infini est aussi égal à 2.

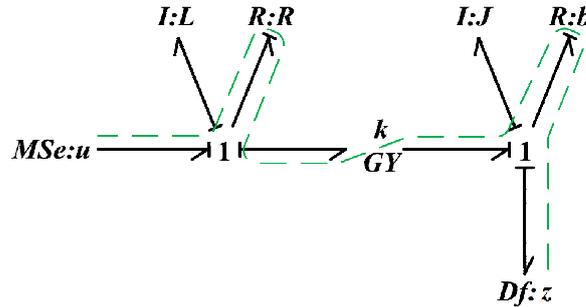


FIGURE 2.4 – Modèle BGD du moteur à courant continu

*Commande plate*

Comme le modèle est plat avec la sortie plate  $y(t)$ , les variables d'état  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  et la variable d'entrée de commande  $u(t)$  peuvent être exprimées en fonction de la variable  $y(t)$  et de ses dérivées. De l'équation d'état (2.12), les nouvelles équations sont (2.13).

$$\begin{cases} x_2 = Jy \\ x_1 = \frac{L}{k}(J\dot{y} + by) \\ u = \frac{LJ}{k}\ddot{y} + \left(\frac{Lb}{k} + \frac{RJ}{k}\right)\dot{y} + \left(\frac{Rb}{k} + k\right)y \end{cases} \quad (2.13)$$

Si  $y^*$  est la trajectoire désirée, avec la condition initiale  $y_i^*$  et la condition finale  $y_f^*$ , pour un modèle de deuxième ordre, elle peut être choisie comme (2.14).

$$y^*(t) = y_f \left( \frac{t - t_i}{t_f - t_i} \right)^2 \left( 3 - 2 \frac{t - t_i}{t_f - t_i} \right) \quad (2.14)$$

Avec les conditions initiales  $t_i = 0$ ,  $y_i^* = 0$  et les conditions finales  $t_f = 0.01s$  et  $y_f^* = 100\text{rads}^{-1}$ , on obtient  $y^*(t) = 3.10^6 t^2 - 6.10^8 t^3$ .

La loi de commande  $u(t)$  définie dans l'équation (2.13) est une loi de commande en boucle ouverte. Afin d'assurer une stabilité et une convergence asymptotique, une loi de commande en boucle fermée doit être définie comme dans (2.15).

$$\begin{cases} v = \ddot{y}^* + K_1(\dot{y}^* - \dot{y}) + K_2(y^* - y) + K_3 \int (y^* - y) \\ u = \frac{LJ}{k}v + \left( \frac{Lb}{k} + \frac{RJ}{k} \right) \dot{y} + \left( \frac{Rb}{k} + k \right) y \end{cases} \quad (2.15)$$

Avec  $v(t) = \ddot{y}(t)$  dans l'équation (2.15), les paramètres  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  peuvent être choisis librement, afin d'assurer une bonne convergence de la variable d'erreur  $e(t) = y^*(t) - y(t)$ , avec  $\ddot{e} + K_1\dot{e} + K_2e + K_3 \int e = 0$ .

*Simulation*

Les valeurs numériques des paramètres du système sont montrées dans le tableau 2.2. Quelques résultats de simulation sont effectués avec le logiciel bond graph 20-sim<sup>®</sup>.

TABLE 2.2 – Valeurs numériques des paramètres du système

$L$	$R$	$k$	$J$	$b$
$1.6 \times 10^{-4} \text{ H}$	$0.29 \text{ } \Omega$	$0.225$	$1 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$	$1 \times 10^{-4} \text{ Nm/Wb}$

Pour l'exemple considéré du moteur à courant continu, les pôles pour la commande plate ont été choisis comme  $-2000$ ,  $-2100$  et  $-2200$ . Les deux trajectoires  $y(t)$  et  $y^*(t)$  sont dessinées dans la figure. 2.5 avec une condition initiale  $y(0) = 100\text{rads}^{-1}$ . Les spécifications sont vérifiées.

Le moteur à courant continu est désormais soumis à un couple de perturbation  $d(t)$  appliqué sur l'arbre du rotor. Un nouveau modèle bond graph peut être dessiné, fig. 2.6. La perturbation  $d(t)$  du système est un signal de type impulsion entre les temps  $0.005s$  et  $0.006s$  et l'amplitude  $10N$ . Dans ce cas, si la loi de commande plate est directement appliquée sur ce modèle perturbé, la trajectoire désirée n'est plus obtenue pour la vitesse réelle du rotor comme le montre la figure 2.7. Dans ce cas, une loi de commande robuste peut être conçue ou d'une loi de commande qui permet de prendre en compte la variable de perturbation

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

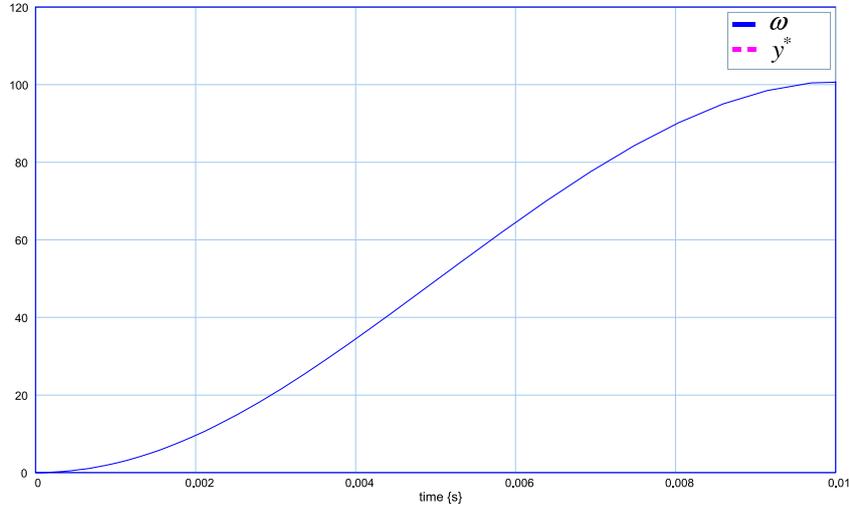


FIGURE 2.5 – Variable de la vitesse  $\omega(t)$  et la trajectoire désirée  $y^*(t)$

$d(t)$  (variable non mesurée). Un observateur à entrées inconnues doit donc être conçu dans ce cas.

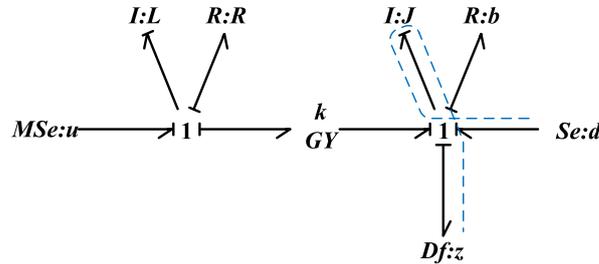


FIGURE 2.6 – Modèle BGI du moteur à courant continu avec une perturbation

L'équation d'état pour le moteur avec la variable de perturbation est écrite dans (2.16).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{k}{J}x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{L}x_1 - \frac{b}{J}x_2 + d \\ z = \frac{1}{J}x_2 \end{cases} \quad (2.16)$$

Certaines propriétés sont déduites directement à partir du modèle bond graph (fig. 2.6), puis une nouvelle loi de commande est proposée. L'analyse des propriétés de l'observateur peut donc être faite avec une approche bond graph.

La longueur du chemin causal entre le capteur de sortie  $Df : z$  et la perturbation  $Se : d$  est égale à 1, fig. 2.6, le chemin est  $Df : z \rightarrow I : J \rightarrow Se : d$ ,

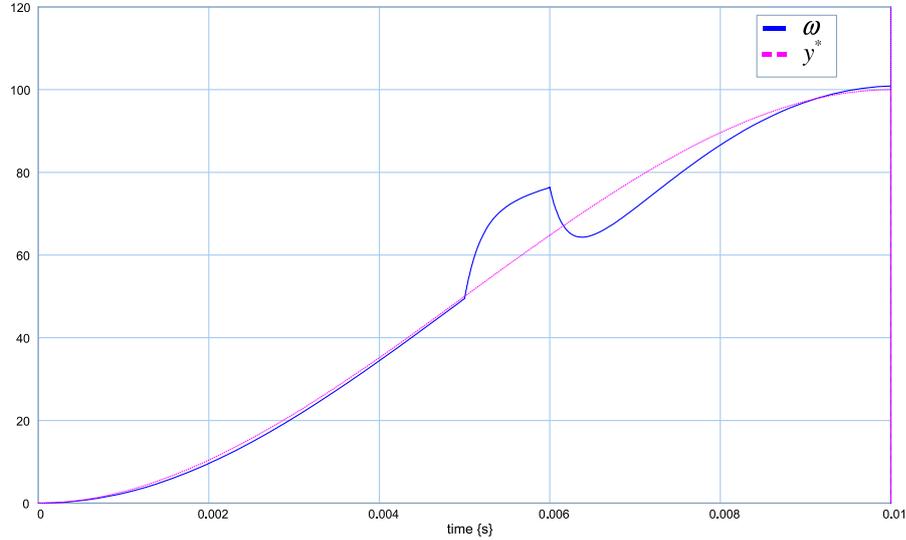


FIGURE 2.7 – Vitesse  $\omega(t)$  et la trajectoire désirée  $y^*(t)$  avec une perturbation

donc la condition  $HF \neq 0$  est vérifiée, et il y a un zéro invariant dans le système  $\Sigma(H, A, F)$ . Après calculs ou analyse du modèle bond graph avec une affectation de la bicausalité, le zéro invariant est  $s = -\frac{R}{L}$  qui vérifie la condition de phase minimum.

Dans l'équation de l'estimation d'état définie par (2.10), la matrice  $K = [k_1, k_2]^t$  est utilisée pour le placement de pôles. Avec un peu de calcul formel, les deux pôles de la matrice  $N_{BF}^{-1}$  définie dans l'équation de l'erreur d'estimation d'état (2.9) sont  $s = -\frac{R}{L}$  et  $s = -\frac{J}{k_2}$ . Le premier pôle fixe est égal à  $-\frac{R}{L} = -500$ . Le deuxième est choisi à  $-700$ , ainsi  $k_2 = 0.007$ . La nouvelle expression de la variable de commande avec la variable de perturbation  $d(t)$  est égale à  $u = \frac{LJ}{k}\ddot{y} + (\frac{Lb}{k} + \frac{RJ}{k})\dot{y} + (\frac{Rb}{k} + k)y - \frac{L}{k}\hat{d} - \frac{R}{k}\dot{\hat{d}}$ . La variable  $\hat{d}$  est utilisée parce que la perturbation ne peut pas être mesurée.

Pour la simulation numérique on travaille avec 20-sim<sup>®</sup>, la structure générale de l'observateur sur la fig. 2.2 est développée pour la partie BGO fig. 2.8. Pour l'estimation de l'état, le même modèle bond graph est tracé avec quelques nouvelles entrées, avec deux sources d'entrée  $MSe$  associée à la matrice  $-AK(\dot{z}(t) - \dot{\hat{z}}(t))$  dans l'équation (2.7). Un filtre de premier ordre est utilisé en raison d'une dérivation du premier ordre de  $z(t) - \hat{z}(t)$ . Certains nouveaux signaux avec les gains  $K$ , ne sont pas définis précisément ici, ils sont ajoutés pour l'estimation de la perturbation. Dans l'équation d'estimation de perturbation (2.5), une dérivation

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

de première ordre de l'estimation de l'état est nécessaire,  $\hat{x}$ . Comme pour les éléments dynamiques  $I$ , cette dérivation est une variable d'effort, un capteur d'effort  $e$  est ajouté pour chaque élément  $I$ , fig. 2.8. BGO est donc défini de manière simple, la dérivation n'est en fait pas utile pour  $\hat{x}$ .

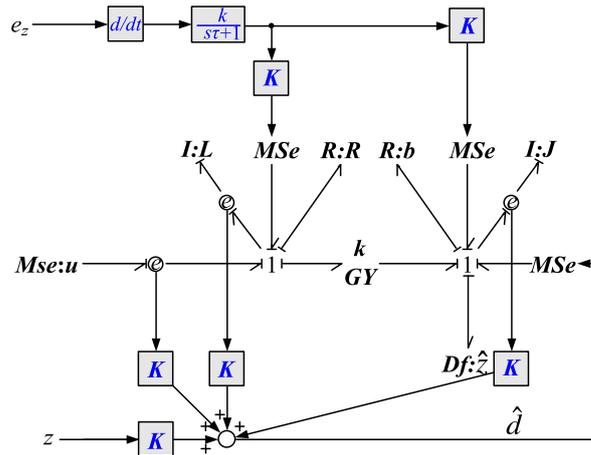


FIGURE 2.8 – Représentation bond graph de l'observateur

Les nouvelles performances de la loi de commande avec l'estimation de la variable de perturbation sont analysées. La variable de vitesse angulaire du rotor  $y = z = \omega$  et la trajectoire désirée  $y^* = \omega^*$  avec des conditions initiales égales à 0 pour les variables d'état  $x_1$  et  $x_2$  et la variable de perturbation  $d$  et son estimation  $\hat{d}$  sont étudiées.

La variable estimée  $\hat{d}$  est très proche de la variable réelle Fig. 2.9. La nouvelle trajectoire  $\omega$  est maintenant très proche de celle souhaitée  $y^* = \omega^*$ , Fig. 2.10.

Notons que le problème de rejet de perturbation avec une approche par retour d'état n'est pas possible pour ce modèle, même avec la connaissance de la valeur de perturbation, parce que la longueur du chemin causal entre le capteur de sortie  $Df : z$  et l'entrée de perturbation  $Se : d$  est égale à 1 et la longueur du chemin causal entre le capteur de sortie  $Df : z$  et l'entrées  $MSe : u$  est égale à 2.

Avec cette loi de commande, la connaissance de la perturbation est nécessaire. La robustesse de cet observateur peut également être prouvée, parce que pour cet exemple, des variations importantes de paramètres donnent des résultats similaires.

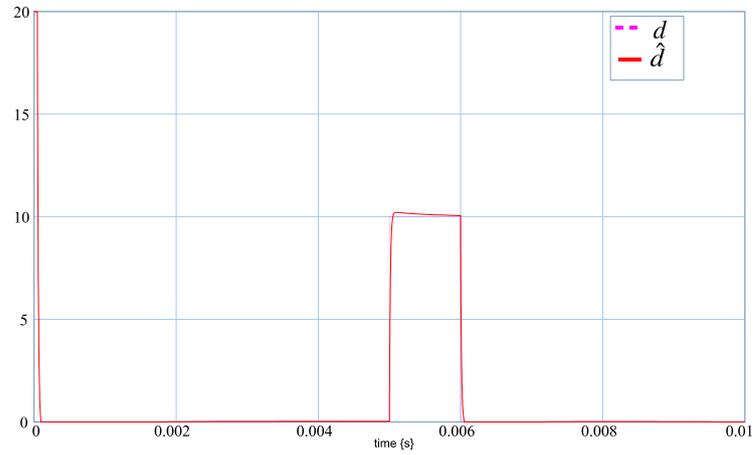


FIGURE 2.9 – Variable de perturbation  $d$  et son estimation  $\hat{d}$

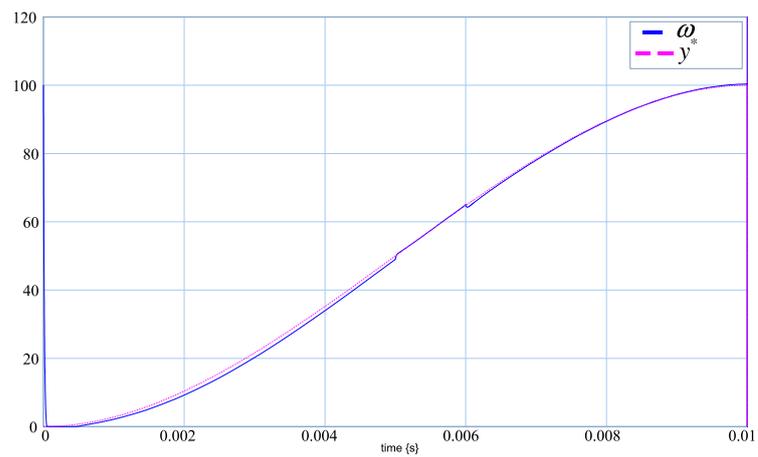


FIGURE 2.10 – Variable de vitesse angulaire du rotor  $\omega(t)$  et la trajectoire désirée  $y^*(t)$  avec perturbation et commande

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

### 2.4.2 Application à un système hydraulique

Le système hydraulique est présenté sur les figures 2.11 et 2.12. Le système hydraulique est constitué de 2 bacs  $C_1$  et  $C_2$  communicant entre eux par la vanne  $V_3$ . L'eau refoulée par une pompe à débit variable, passe directement vers le réservoir  $C_1$  ou par un serpentin représentant un retard pur par le biais d'une vanne à trois voies  $V_4$ . L'eau peut être évacuée par le réservoir  $C_1$  ou  $C_2$  par les vannes  $V_1$  et  $V_2$  respectivement. En fonctions de positions des vannes  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  et  $V_4$ , nous pouvons choisir les différentes configurations. Dans notre cas,  $V_2$  et  $V_3$  sont fermées et l'eau passe directement vers  $C_1$ .

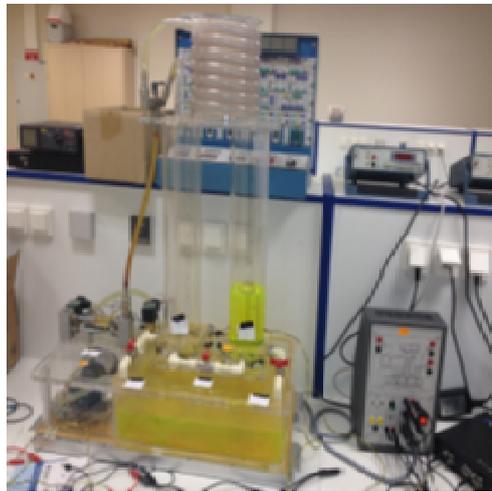


FIGURE 2.11 – Système hydraulique avec deux réservoirs

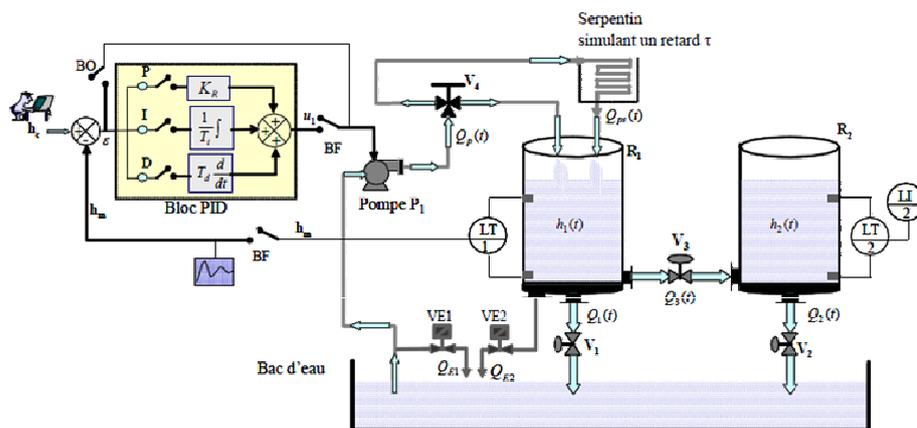


FIGURE 2.12 – Schéma du système hydraulique

Le modèle BGI du système est donné sur la Fig. 2.13, et les équations d'état sont présentées dans l'équation (2.17), avec le vecteur d'état  $(x_1 \ x_2)^t$ . Il correspond aux volumes dans les réservoirs.  $u = Q_p$  est la variable d'entrée de commande (flux) et  $z_1$  est le vecteur de sortie. Il correspond à la hauteur de liquide dans le second réservoir. Pour utiliser les règles classiques de la représentation bond graph, un paramètre  $k$  est ajouté avant le détecteur de sortie, Fig. 2.13, avec  $k = 0.0102m^2 \cdot s^2kg^{-1}$ . L'entrée  $u(t)$  qui représente le débit de la pompe, est une fonction de l'échelon, c'est à dire  $u(t) = 4.36 \cdot 10^{-4}m^3s^{-1}$ . La deuxième vanne  $V_2$  est fermée, donc  $R_2 = \infty$ .

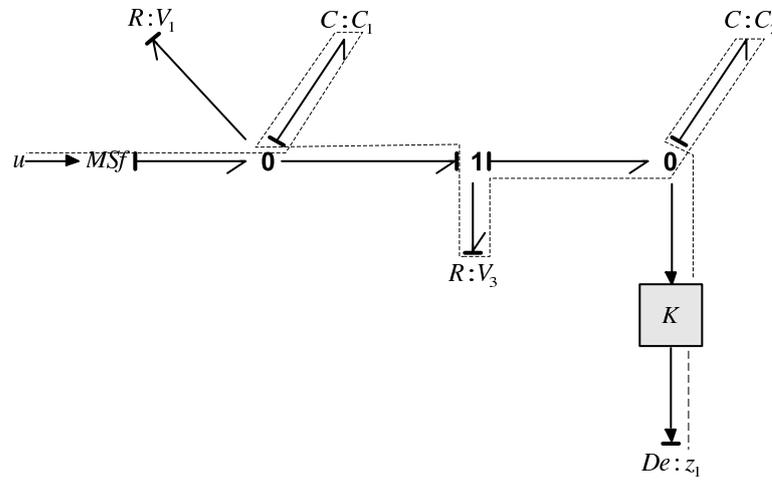


FIGURE 2.13 – Modèle BGI du système hydraulique

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(\frac{1}{C_1R_3} + \frac{1}{C_1R_1}\right)x_1 + \frac{1}{C_2R_3}x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1R_3}x_1 - \frac{1}{C_2R_3}x_2 \\ z_1 = \frac{k}{C_2}x_2 \end{cases} \quad (2.17)$$

Le modèle bond graph est contrôlable et observable (une causalité dérivée peut être affectée, Fig. 2.14). La longueur du chemin causal sur le BGI entre le capteur de sortie  $De : z_1$  et l'entrée  $MSf : u$  est égale à 2 (Fig 2.13), le chemin est  $De : z_1 \rightarrow C : C_2 \rightarrow R : V_3 \rightarrow C : C_1 \rightarrow MSf : u$ . Ainsi, l'ordre zéro à l'infini du modèle est égal à 2. Le modèle n'a pas de zéro invariant. Dans le modèle BGD, (Fig. 2.14), la longueur du chemin causal à partir du capteur de sortie  $De : z_1$  et l'entrée  $De : z_1$  est égale à 0, donc, il n'y a pas de zéro invariant nul.

Les valeurs numériques des paramètres du système sont données dans le tableau 2.3. Le contrôle de ce système se fait avec MATLAB<sup>®</sup>Simulink. Quelques

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

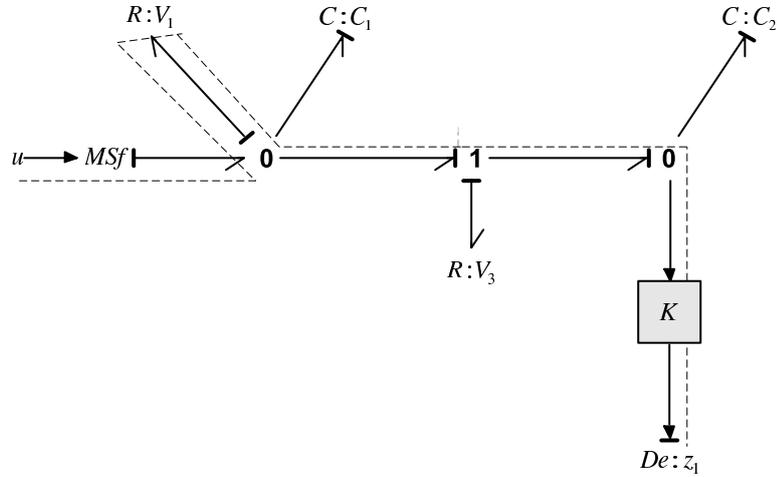


FIGURE 2.14 – Modèle BGD du système hydraulique

résultats de simulation sont obtenus avec ce logiciel et 20Sim.

TABLE 2.3 – Valeurs numériques des paramètres du système

$C_1$	capacité du premier réservoir	$7.78 \times 10^{-7} \frac{m^4 \cdot s^2}{kg}$
$C_2$	capacité du deuxième réservoir	$8.01 \times 10^{-7} \frac{m^4 \cdot s^2}{kg}$
$R_1$	résistance de la première vanne	$4.21 \times 10^7 \frac{pa \cdot s}{m^3}$
$R_2$	résistance de la deuxième vanne	$5.78 \times 10^7 \frac{pa \cdot s}{m^3}$

### Premier cas : $HF \neq 0$

Le modèle BGI du système hydraulique avec un signal de perturbation est donné sur la Fig. 2.15, et les équations d'état sont présentées dans (2.18) avec la perturbation  $d(t)$  (la vanne  $R_2$  est ouverte ou fermée).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(\frac{1}{C_1 R_3} + \frac{1}{C_1 R_1}\right) x_1 + \frac{1}{C_2 R_3} x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1 R_3} x_1 - \frac{1}{C_2 R_3} x_2 + d \\ z_1 = \frac{k}{C_2} x_2 \end{cases} \quad (2.18)$$

La perturbation  $d$  du système est une entrée inconnue, la vanne  $V_2$  est ouverte entre 300s et 350s. Ensuite, la variable de perturbation  $d$  et son estimation  $\hat{d}$  et les erreurs d'estimation pour des variables d'état sont étudiées.

La conception de l'observateur proposée dans la section précédente est effectuée avec une approche bond graph (analyse et synthèse). La longueur du chemin causal entre le capteur de sortie  $De : z_1$  et la perturbation  $Sf : d$  est égale à 1, le chemin est  $De : z_1 \rightarrow C : C_2 \rightarrow Sf : d$ . L'ordre de zéro à l'infini du modèle

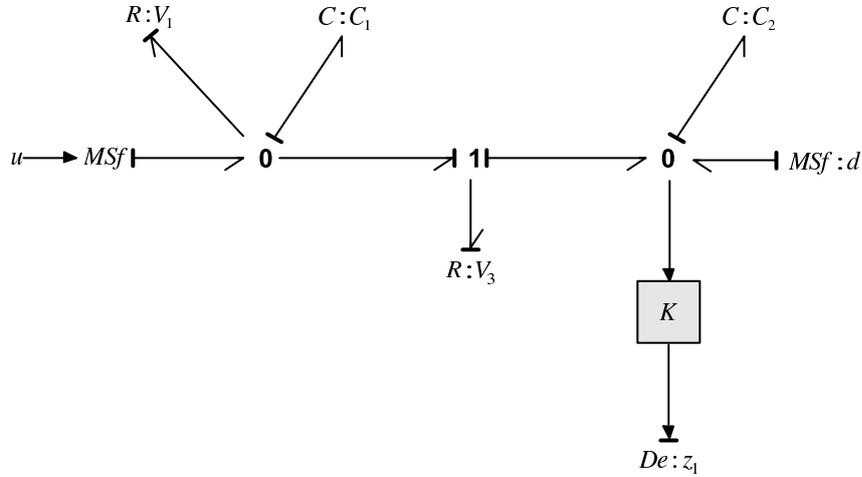


FIGURE 2.15 – Modèle BGI du système hydraulique avec la perturbation

$\Sigma(H, A, F)$  est  $r = 1$ , (la condition  $HF \neq 0$  est vérifiée), et il y a un zéro invariant. Après calcul, le zéro invariant est  $s = -\frac{1}{C_1}(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1})$  qui vérifie la condition de phase minimum. La représentation bond graph de l'observateur est proposée sur la Fig. 2.16 sous une forme générale, sans les valeurs des paramètres.

Un filtre du premier ordre est utilisé en raison d'une dérivation du premier ordre de  $e_z = z(t) - \hat{z}(t)$ . Certains nouveaux signaux avec les gains  $K$ , ne sont pas définis précisément ici, ils sont ajoutés pour l'estimation. Comme précédemment le calcul de  $\dot{\hat{x}}$  n'est pas nécessaire puisque ce vecteur correspond à des capteurs d'efforts pour les éléments  $I$  et des capteurs de flux pour les éléments  $C$  (figure 2.16). Les composants de BGO sont ainsi définis d'une manière simple.

Pour le système hydraulique considéré, les deux pôles du modèle sont approximativement égaux à  $-0,064$  et  $-0,0103$ . Dans l'équation de l'erreur d'estimation d'état définie dans (2.10), la matrice  $K = (k_1, k_2)^t$  est utilisée pour le placement de pôles. Le premier est un pôle fixe égal à  $s_1 = -0.0527$ . Le second est choisi à  $s_2 = -0.6$ , ainsi  $k_2 = 1.310^{-6}$ , car à l'aide d'un calcul formel, le second pôle de la matrice  $N_{BF}^{-1}$  définie dans l'équation de l'erreur d'estimation d'état est  $s = -\frac{C_2}{k_2}$ .

Les résultats d'expérience sont présentés sur les figures 2.17 et 2.18, d'où il suit que les deux variables estimées  $\hat{h}_2$  et  $\hat{d}$  sont très proches des variables réelles. Les différentes figures prouvent les bonnes performances de cet OEI.

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

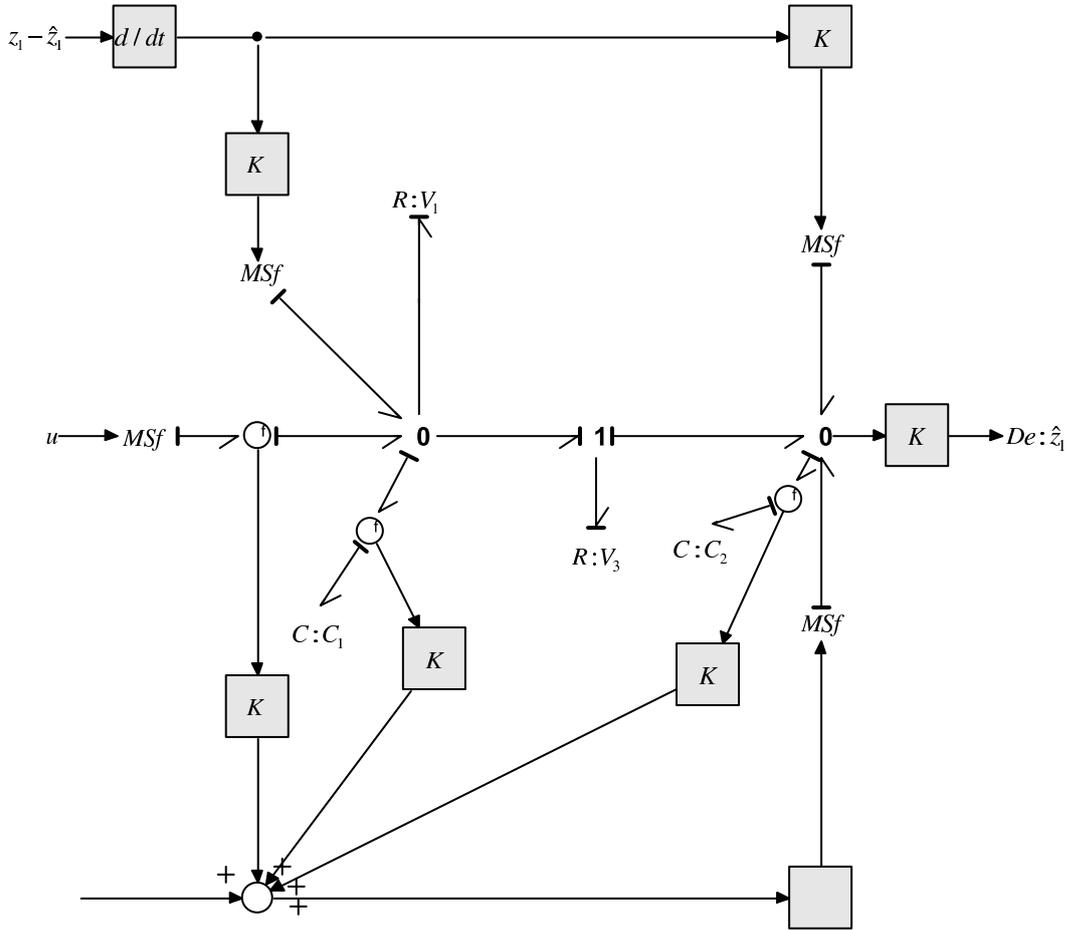


FIGURE 2.16 – Représentation bond graph de l'observateur

### 2.4.3 Approche algébrique

Comparons la méthode avec l'approche bond graph et les méthodes décrites précédemment. Comme exemple, nous avons choisi la méthode algébrique 1.31, qui est présentée dans le premier chapitre (section 1.4.3). Considérons le même système hydraulique 2.18 avec exactement les mêmes conditions.

La matrice  $L$  permet de placer les pôles de l'observateur. Le pôle fixe est le zéro invariant de valeur  $s_1 = -0.0528$ , l'autre est placé à  $s_2 = -0.6$ .

Grace à la procédure 2, les matrices de l'observateur sont

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 7.85 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}, PA - LC = \begin{bmatrix} -0.0528 & -1.25 \\ 0 & -0.6 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^{-4} \\ 4.71 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}, U = 0$$

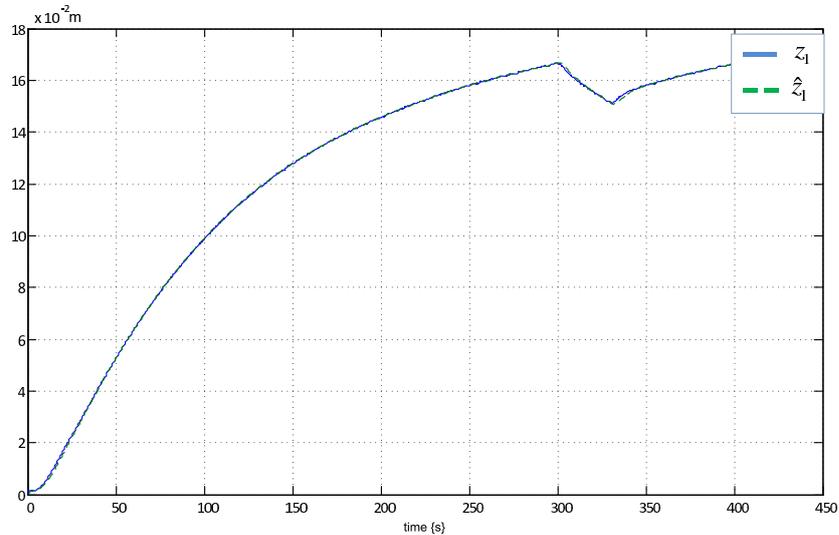


FIGURE 2.17 – Niveau d'eau réel dans le deuxième réservoir  $h_2$  et son estimation  $\hat{h}_2$

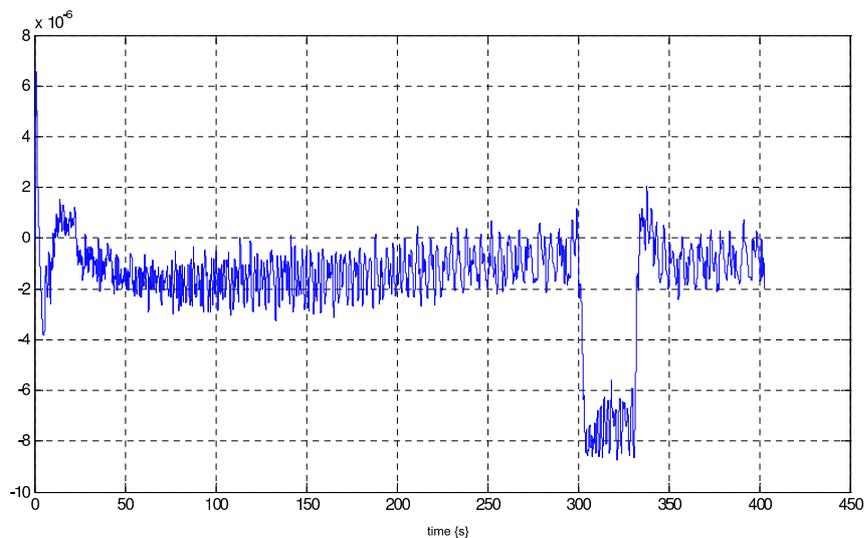


FIGURE 2.18 – Estimation de la perturbation  $\hat{d}$

La perturbation  $d$  du système est une entrée inconnue, la vanne  $V_2$  est ouverte entre les temps  $300s$  et  $350s$ .

Le même filtre de premier ordre est utilisé en raison d'une dérivation.

Les variables de niveau réel  $z_1$  et son estimation sont représentées sur la figure 2.19.

La variable d'entrée inconnue estimée  $\hat{h}_2$  est représentée sur la figure 2.20. Il apparaît clairement que celle-ci n'est pas estimée correctement et est trop sensible

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

au bruit, contrairement à la méthode bond graph.

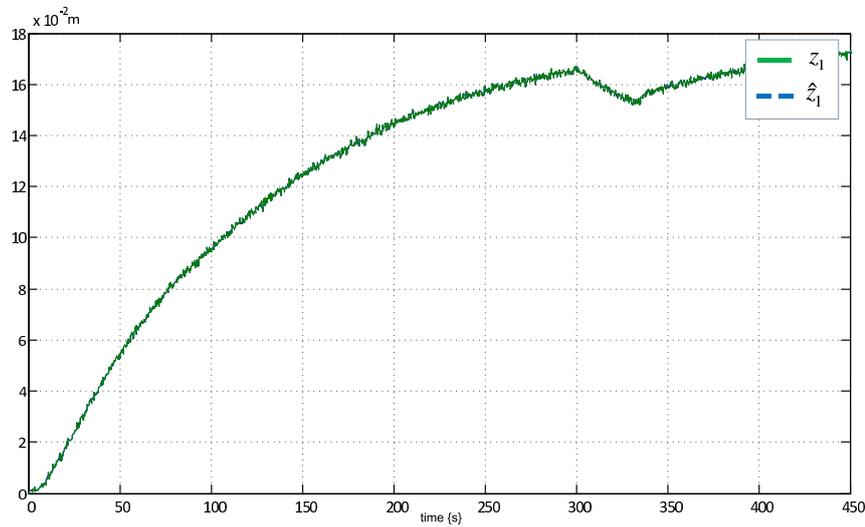


FIGURE 2.19 – Niveau d'eau réel dans le deuxième réservoir  $h_2$  et son estimation  $\hat{h}_2$

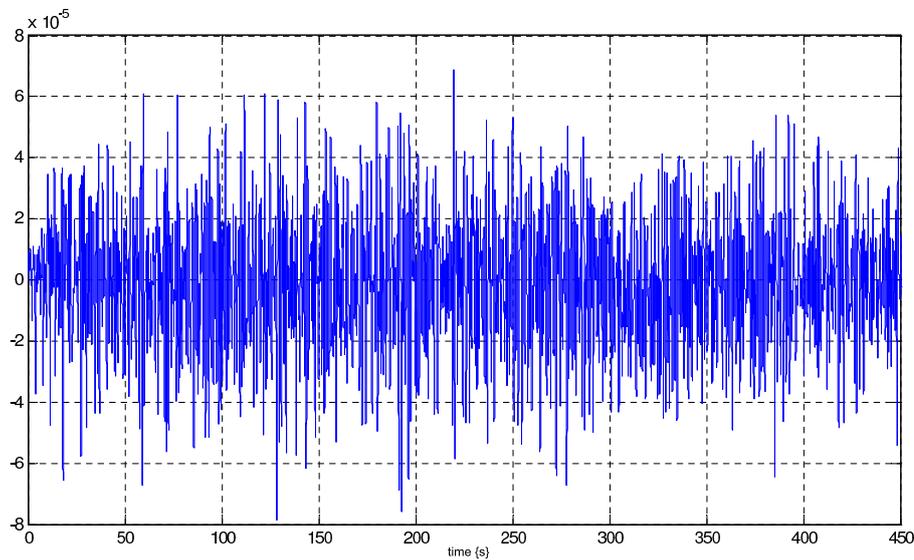


FIGURE 2.20 – Estimation de la perturbation  $\hat{d}$

**Dixième cas :**  $HF = 0$

Pour cette deuxième expérience, un nouveau capteur  $z_2$  est utilisé pour estimer la variable de perturbation, conformément à la fig. 2.21. Les équations d'états sont présentées dans (2.20).

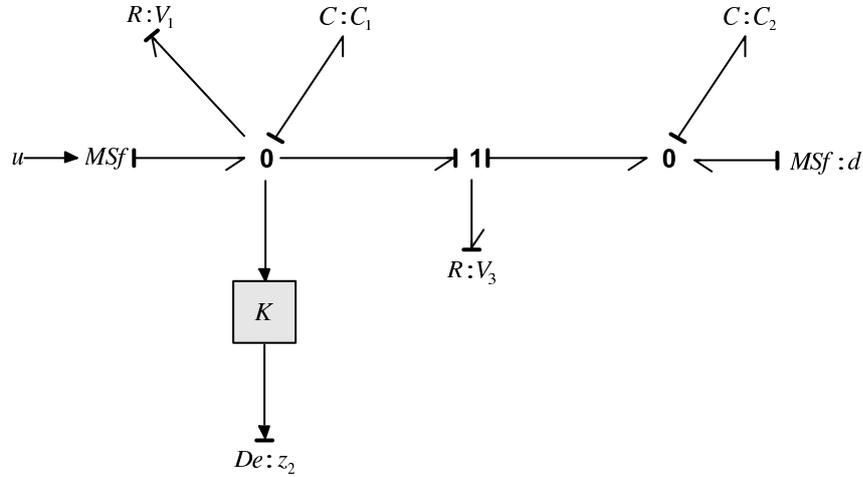


FIGURE 2.21 – Modèle BGI du système hydraulique avec la perturbation

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(\frac{1}{C_1 R_3} + \frac{1}{C_1 R_1}\right)x_1 + \frac{1}{C_2 R_3}x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1 R_3}x_1 - \frac{1}{C_2 R_3}x_2 + d \\ z_2 = \frac{k}{C_1}x_1 \end{cases} \quad (2.20)$$

Dans ce cas, les mêmes paramètres du système hydraulique sont utilisés. L'entrée inconnue est une perturbation (ouverture de la vanne  $R_2$  de 720s à 750s). La longueur du chemin causal entre le capteur de sortie  $De : z_2$  et la perturbation  $MSf : d$  est égale à  $r = 2$ , l'ordre de zéro à l'infini (chemin  $De : z_2 \rightarrow C : C_1 \rightarrow R : R_3 \rightarrow C : C_2 \rightarrow MSf : d$ ). La condition classique  $HF \neq 0$  n'est pas vérifiée. L'observateur étendu est utilisé, comme indiqué dans l'équation (2.21)

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK(\ddot{z}(t) - \ddot{\hat{z}}(t)) \quad (2.21)$$

L'ordre du modèle est égal à 2, donc il n'y a pas de zéro invariant et tous les pôles peuvent être choisis dans l'équation de l'erreur d'estimation. L'estimation d'erreur d'état est donnée par (2.10) avec  $N_{BF_2} = A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1} - KHA$ . Deux pôles sont choisis à  $s_1 = -0.5$  et  $s_2 = -0.6$ , donc les gains d'observateurs dans la matrice  $K = [k_1, k_2]^t$  sont  $k_1 = 3.44 \cdot 10^{-6}$  et  $k_2 = 3.44 \cdot 10^{-6}$ .

Les résultats expérimentaux (fig. 2.22 - 2.23) montrent que l'observateur, reproduit fidèlement la valeur de sortie du niveau d'eau dans le réservoir  $\hat{z}_2 = \hat{h}_1$ . Dans ce système expérimental, l'entrée inconnue est non seulement une perturbation (ouverture de la vanne  $R_2$ ), mais aussi le bruit, surtout au début de l'ex-

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

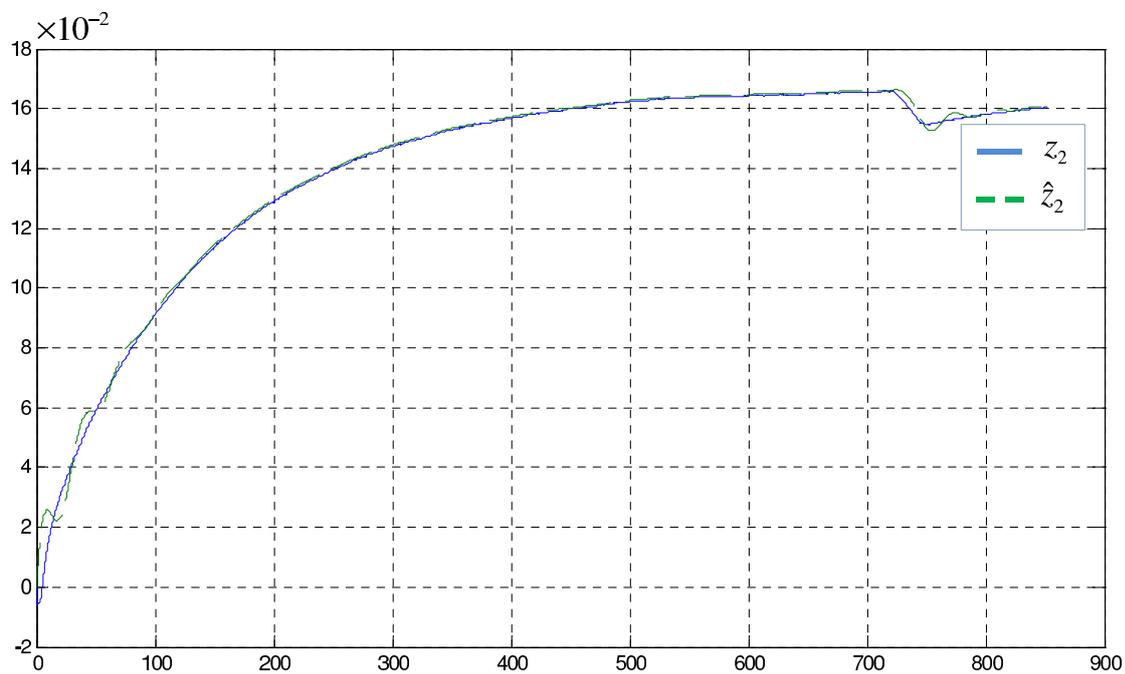


FIGURE 2.22 – Niveau d'eau réel dans le premier réservoir  $h_1$  et son estimation  $\hat{h}_1$

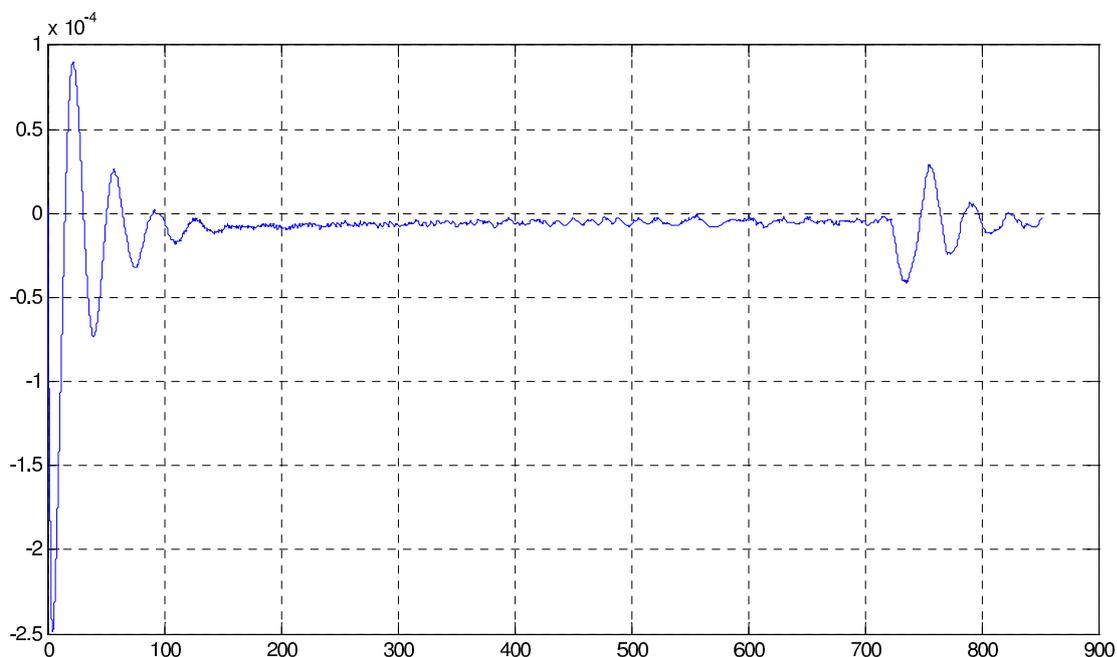


FIGURE 2.23 – Estimation de la perturbation  $\hat{d}$

périence, Ce qui apparait clairement dans la représentation de l'estimation de la

variable inconnue  $\hat{d}$ , figure 2.23.

Cette variable inconnue est pour cette expérience moins bien estimée que dans le cas précédent, principalement du au problème bruit et aussi vraisemblablement à cause de la dérivée seconde.

Comme pour les méthodes d'estimation algébriques, ou celles utilisant la commande plate comme loi de commande, il est nécessaire d'effectuer une dérivation numériques des signaux mesurés.

La dérivation numérique d'un signal est un problème ancien pour l'automatique et de nombreux problèmes ont été résolus (estimation, contrôle...) avec des techniques particulières de dérivation. Différentes approches utilisent une technique d'interpolation [Diop \*et al.\* \(1994\)](#). Dans d'autres travaux, les auteurs appliquent les méthodes d'interpolation, [Al-Alaoui \(1993\)](#) et [Dabroom & Khalil \(1997\)](#).

Dans cette étude, les simulations sont effectuées en utilisant le logiciel Matlab-Simulink. Pour la différentiation numérique du signal réel, un bloc "Discrete Derivative" est utilisé. A partir des résultats de simulation et les résultats expérimentaux, il convient de noter que ces différenciations sont possibles dans cette expérience.

## 2.5 Conclusion

Le chapitre a permis de présenter une approche alternative au problème désormais classique d'estimation à entrée inconnue, dans le cas de systèmes linéaires monovariabiles.

Les fondements théoriques de cette approche ont été rappelés ; avec une application possible pour la résolution des problèmes plus généraux tels que l'estimation de défauts capteurs et actionneurs et l'estimation de non linéarités de composants. Tous ces problèmes peuvent être traités dans un même formalisme.

Divers exemples ont permis d'illustrer les différentes problématiques et techniques de résolutions associées. Un système expérimental hydraulique a permis de vérifier la validité des résultats, et surtout d'illustrer la démarche bond graph, donc une démarche mettant en oeuvre les techniques classiques liées à cette représentation.

## 2. OBSERVATEUR À ENTRÉES INCONNUES: APPROCHE BOND GRAPH

---

# Chapitre 3

## Modélisation et estimation de défauts et non linéarités

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>73</b>
<b>3.2</b>	<b>Estimation de défaut composant</b>	<b>74</b>
3.2.1	Défauts capteurs	74
3.2.2	Modélisation Bond Graph de défaut composant.	86
<b>3.3</b>	<b>Représentation de non linéarités</b>	<b>90</b>
3.3.1	Exemple introductif	92
3.3.2	Modélisation de non linéarités	95
<b>3.4</b>	<b>Example</b>	<b>98</b>
3.4.1	Modélisation	98
3.4.2	Commande plate	104
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>108</b>

---

### 3.1 Introduction

Le but principal de ce chapitre est la présentation des différentes directions dans lesquelles l'observateur à entrées inconnues présenté dans le deuxième chapitre peut être appliqué.

La première partie du chapitre développe une méthode bond graph de l'observateur à entrées inconnues pour concevoir la modélisation et l'estimation de défaut capteur. Un observateur bond graph est proposé avec un modèle augmenté.

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

Avec le modèle augmenté, le défaut capteur est modélisé comme un défaut actionneur (section 1.5.2), ce qui justifie l'approche l'OEI. Un exemple illustratif qui considère le système hydraulique réel est inclu.

De l'autre côté, on propose une méthode pour estimer les paramètres non linéaires des systèmes dynamiques en utilisant le concept d'observateur à entrées inconnues dédié aux systèmes linéaires. L'approche bond graph est utilisée en raison de ses propriétés structurelles et causales (comme on a montré dans le deuxième chapitre) et ainsi chaque composant peut être considéré précisément sur le modèle en utilisant la détection de défaut et l'étape d'isolation. Quatre thèmes principaux sont développés et appliqués au système hydraulique et à un robot flexible dans la deuxième partie de ce chapitre : la représentation de l'élément non linéaire comme une entrée inconnue ; la modélisation d'un composant non linéaire comme un composant linéaire avec une entrée inconnue ; l'application d'un observateur à entrées inconnues avec l'estimation du comportement non linéaire et l'estimation des variables du modèle avec l'application d'une commande plate.

## 3.2 Estimation de défaut composant

Dans le premier chapitre de ce rapport nous avons rappelé différentes techniques de modélisation des défauts composants de types capteurs, actionneurs et composants. En particulier, nous avons présenté une technique permettant de représenter un défaut capteur comme un défaut actionneur à l'aide d'un système augmenté. Dans cette section, nous proposons le développement de cette technique pour le calcul de l'observateur à entrées inconnues (section 2.3) pour un système avec des défauts capteurs. Nous supposons que l'étape d'isolation et de détection de défauts est effectuée. L'analyse proposée ne concerne que l'estimation.

### 3.2.1 Défauts capteurs

Nous utilisons le modèle augmenté présenté dans les équations (1.42) et (1.43). Cependant, nous appliquons la notation suivante : la matrice  $C = H$  et la variable de sortie  $y(t) = z(t)$ .

### 3.2 Estimation de défaut composant

---

Du système augmenté (1.43), le défaut capteur peut être traité comme un problème de défaut actionneur étudié avec une approche basée sur l'OEI développée par l'approche bond graph. Dans ce cas, les propriétés du nouveau modèle peuvent facilement être analysées. Remarquons que la matrice  $D$  peut être égale à la matrice identité (ce choix est possible pour des systèmes physiques) et que  $z = \bar{z}$ , si l'équation (1.42) converge rapidement.

Supposons d'abord qu'un seul observateur est utilisé pour la détection de tous les défauts capteurs. Dans ce cas,  $A_s$  est choisie comme une matrice Hurwitz avec un temps de réponse approprié (dynamique plus rapide que le système) pour les variables  $x_s$  définies dans l'équation (1.42), et  $D = I_p$ .  $\bar{H}\bar{F}$  est une matrice carrée et inversible, la matrice  $\bar{H}$  n'est pas réécrite avec deux sous-matrices. Dans ce cas, des résultats simples sont obtenus :  $-(\bar{H}\bar{A}^{-1}\bar{F}) = I_p$  et  $\bar{A}^{-1} = \begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ HA^{-1} & -A_s^{-1} \end{pmatrix}$

$$\bar{N}_{BO} = \begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{N}_{BF} = \begin{pmatrix} A^{-1} & K_1 \\ 0 & K_2 \end{pmatrix}$$

L'ensemble des zéros invariants est égal à l'ensemble des pôles du système (valeurs propres de la matrice d'état), qui est aussi l'ensemble des pôles fixes pour l'équation d'estimation d'erreur (2.10) pour le système augmenté (1.43), parce que la matrice  $\bar{N}_{BF}$  est une matrice bloc-diagonale avec un bloc égal à la matrice  $A^{-1}$ . En raison comparant le temps de convergence de l'erreur d'estimation par rapport à celui du système, cet observateur doit être modifié afin d'avoir des modes fixes appropriés. Remarquons que l'utilisation d'un observateur (ou un capteur) n'est pas suffisante pour répondre au problème de localisation des défauts.

Pour améliorer les performances de l'isolabilité, un schéma d'observation dédié est rappelé dans le chapitre 1.

Il est supposé que chaque sous-système a un seul capteur défectueux, dans ce cas,  $p$  OEI peuvent être construits à partir du système défini dans l'équation augmentée (1.46) et que la matrice  $\bar{F}_j$  est utilisée pour le  $j^{me}$  observateur. Les équations sont écrites avec  $z_1(t) = \bar{z}_j(t)$  et  $z_2(t) = \bar{z}^j(t)$  pour chaque observateur. Les estimations du vecteur d'état  $\hat{x}$  et les  $p$  variables inconnues  $f_{sj}(t)$  sont calculées à partir des équations (2.7) et (2.5) des nouvelles équations d'état (1.46).

Si un capteur est défectueux et si le système continue à fonctionner avec au moins deux autres capteurs, il est possible de redéfinir un nouvel observateur

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

par une simple modification de vecteur  $z_2(t) = \bar{z}^j(t)$ . Dans ce cas, des nouvelles estimations doivent être définies avec les nouvelles matrices pour le placement de pôles. Il est également possible d'utiliser ce nouvel observateur pour la détection et l'isolation de défaut actionneur et capteur à la fois, mais avec des conditions supplémentaires.

#### 3.2.1.1 Modélisation de défaut de capteur avec Bond Graph

Avec la figure 2.2, il est possible d'estimer les variables inconnues (perturbation ou défaut actionneurs) d'une manière simple, mais une extension doit être proposée pour la modélisation de défaut de capteurs et de son estimation.

Avec le modèle augmenté défini dans l'équation (1.43), l'estimation du défaut de capteur est définie comme étant l'estimation d'un défaut d'actionneur. Si un modèle bond graph de l'équation (1.42) est réalisée, la structure de l'estimation définie sur la figure 2.2 peut être utilisée.

**Hypothèse 5** *Les capteurs de flux et d'effort sont modélisés, avec des capteurs de flux sur des jonctions 1 et des capteurs d'effort sur des jonctions 0.*

L'équation  $z_j(t) = h_j x(t) + f_{sj}(t)$ , écrite pour le capteur peut être modélisée avec la figure 3.1, selon le type de capteur.  $f_{s1}$  et  $f_{s2}$  peuvent être considérés en tant que signaux de flux et d'effort supplémentaires introduits par les défauts de capteur. L'équation (1.42) est maintenant réécrite indépendamment pour chaque capteur comme l'équation (3.1). Dans ce cas,  $A_{sj} = a_{sj}$  est un scalaire et la matrice  $A_s$  est une matrice diagonale  $A_s = \text{diag}(a_{sj})_{j=1\dots r}$ .

$$\dot{x}_{sj}(t) = -a_{sj}x_{js}(t) + a_{sj}h_j x(t) + a_{sj}f_{sj}(t) . \quad (3.1)$$

Le modèle BG pour l'équation (3.1) est représenté sur la figure 3.2, dans le cas d'un capteur de flux. Une représentation très similaire peut être proposée pour un capteur d'effort. Si les paramètres sont choisis comme  $J_{aj} = 1$ ,  $R_{aj} = a_{sj}$  et  $K_j = a_{sj}$ , l'équation d'état (3.1) peut être écrite avec  $z_j(t) = x_{sj}(t)$ , avec la règle bond graph  $z_j(t) = x_{sj}(t)/J_{aj}$ .

De la figure 3.2, il est clair que la longueur du chemin causal entre le capteur de sortie et l'entrée de défaut associé est égale à 1 (le chemin causal  $De : z \rightarrow I : J_a \rightarrow MSe : f_s$ ). Comme c'est maintenant un modèle monovarié, l'observateur

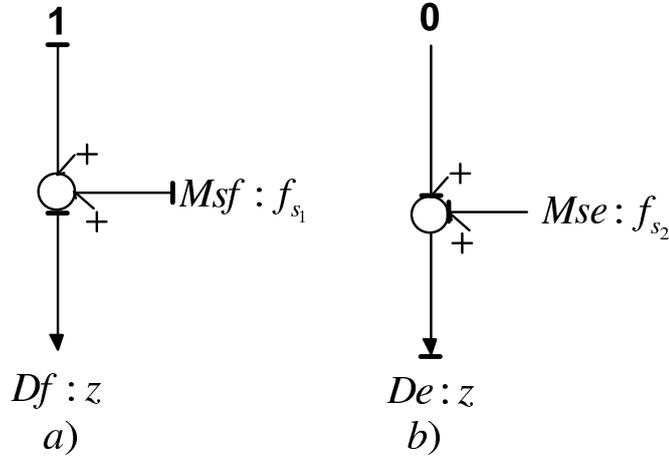


FIGURE 3.1 – Modélisation de défaut de capteur : a) capteur de flux ; b) capteur d'effort

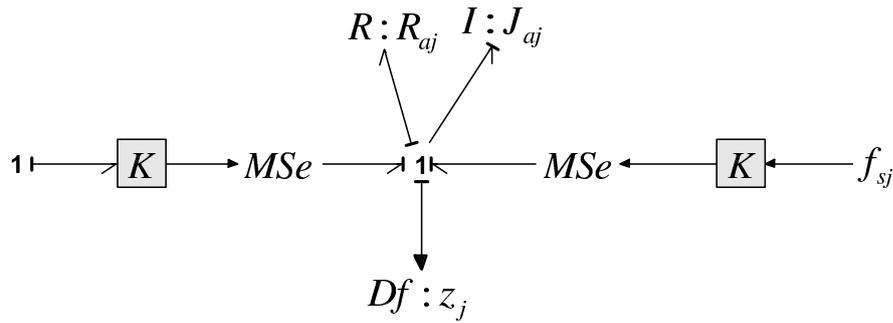


FIGURE 3.2 – Modèle bond graph d'un capteur de flux défectueux

précédent doit être redéfini. Afin de simplifier la notation, les nouvelles variables et les matrices sont définies :  $z_1(t) = \bar{z}_j(t)$ ,  $z_2(t) = \bar{z}^j(t)$ ,  $H_1 = \bar{H}_j$  et  $H_2 = \bar{H}^j$ . L'équation d'état peut être réécrite comme l'équation (3.2).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A^{-1}\dot{x}(t) - A^{-1}Bu(t) - A^{-1}Ff_s(t) \\ z_1(t) = H_1A^{-1}\dot{x}(t) - H_1A^{-1}Bu(t) - H_1A^{-1}Ff_s(t) \\ z_2(t) = H_2A^{-1}\dot{x}(t) - H_2A^{-1}Bu(t) - H_2A^{-1}Ff_s(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

Si la variable  $z_1(t)$  est associée au capteur en défaut,  $f_s(t)$  est également une variable et elle peut être écrite comme équation (3.3) si  $H_1A^{-1}F \neq 0$ .

$$f_s(t) = -(H_1A^{-1}F)^{-1}[z_1(t) - H_1A^{-1}\dot{x}(t) + H_1A^{-1}Bu(t)] \quad (3.3)$$

Une nouvelle équation d'estimation de défaut doit être écrite et la matrice  $N_{BF}$  est maintenant écrite comme l'équation (3.4). Les propriétés de ce nouvel

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

observateur sont similaires à celles définies précédemment. Les modes fixes sont les zéros invariants du modèle global contenant l'ensemble des variables de sortie.

$$\bar{N}_{BF} = A^{-1} - A^{-1}F(H_1A^{-1}F)^{-1}H_1A^{-1} - K\bar{H} . \quad (3.4)$$

La structure de l'observateur est proposée sur la figure. 3.3, avec BGI pour le modèle bond graph avec les capteurs défectueux, BGA pour le modèle bond graph du système augmenté et BGO pour le modèle bond graph de l'observateur du système augmenté.

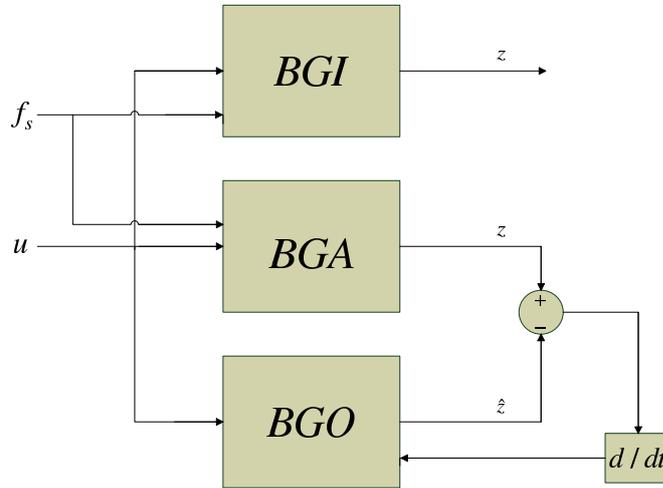


FIGURE 3.3 – Structure de l'observateur

#### 3.2.1.2 Résultats expérimentaux

Dans ce chapitre, nous examinons les effets d'un défaut de capteur dans le système hydraulique. Le système est équipé de deux capteurs,  $De : z_1$  et  $De : z_2$  afin de mesurer la hauteur de liquide dans chaque réservoir. Une première étude est proposée pour un défaut sur le capteur  $De : z_1$  et ensuite pour un défaut sur chacun des capteurs.

a) Un défaut capteur  $De : z_1$

Le modèle BG du système est donnée sur la figure 3.4 et les équations d'état (3.5) peuvent être directement écrites de ce modèle bond graph. Les variables d'état ont été définies dans le chapitre précédent.

### 3.2 Estimation de défaut composant

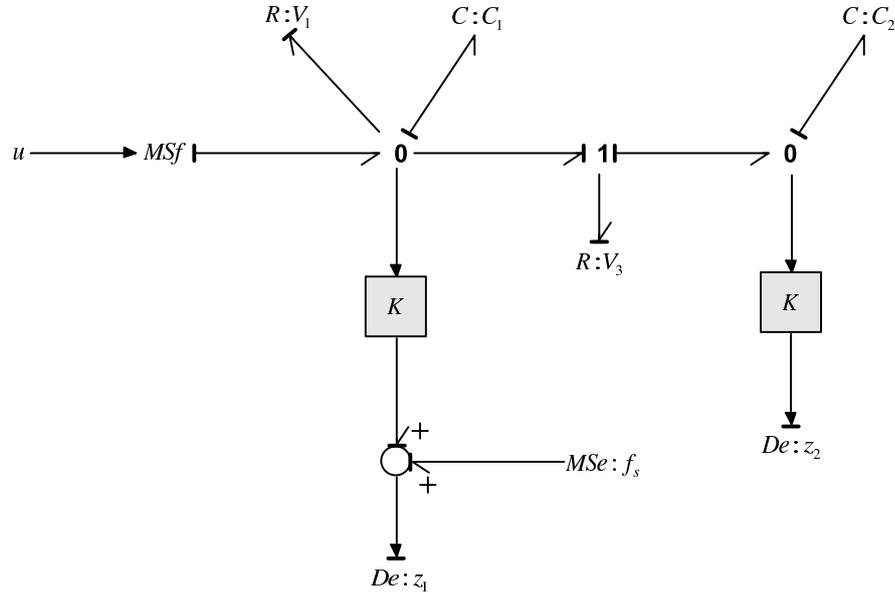


FIGURE 3.4 – Modèle BGI du système hydraulique avec un capteur défectueux

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(\frac{1}{C_1 R_3} + \frac{1}{C_1 R_1}\right) x_1 + \frac{1}{C_2 R_3} x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1 R_3} x_1 - \frac{1}{C_2 R_3} x_2 \\ z_1 = \frac{k}{C_1} x_1 + f_s \\ z_2 = \frac{k}{C_2} x_2 \end{cases} \quad (3.5)$$

Le système hydraulique est soumis à un défaut de capteur  $f_s(t)$  de niveau sur le premier réservoir. Le défaut  $f_s(t)$  est choisi en tant que signal d'impulsion entre les temps 400s et 450s et avec l'amplitude 0.03m. Tout type de signal pourrait être choisi. Avec ce choix, la précision de l'estimation sera prouvée. Un observateur à entrées inconnues doit maintenant être conçu.

Le modèle BG avec les deux détecteurs pour le système augmenté est représenté sur la figure 3.5, avec de nouvelles équations d'état définies dans l'équation (3.29). La nouvelle variable d'état est  $x_s$ , avec la matrice  $A_s = a_s$  comme un scalaire ( $a_s = R_a/J_a$ ),  $K = a_s$  et  $J_a = 1$  et avec le modèle bond graph  $z_1 = x_s/J_a$  et, dans ce cas  $z_1 = x_s$ .

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

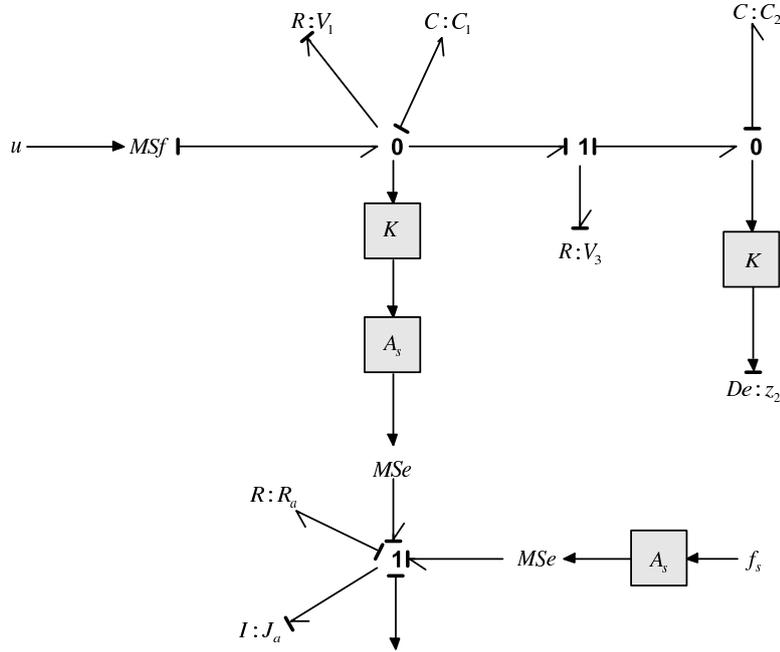


FIGURE 3.5 – Modèle bond graph pour le système augmenté

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(\frac{1}{C_1 R_3} + \frac{1}{C_1 R_1}\right) x_1 + \frac{1}{C_2 R_3} x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1 R_3} x_1 - \frac{1}{C_2 R_3} x_2 \\ \dot{x}_s = -a_s x_s + a_s \frac{k}{C_1} x_1 + a_s f_s \\ z_1 = x_s \\ z_2 = \frac{k}{C_2} x_2 \end{cases} \quad (3.6)$$

La structure générale de l'observateur sur la figure 3.3 est développée pour la partie BGO sur la figure 3.6. Pour l'estimation d'état, le modèle BG du système hydraulique est dessiné avec quelques nouvelles entrées, quatre  $MSf$  et deux  $MSe$  sources d'entrée associées à la matrice  $-AK(\dot{z}(t) - \hat{z}(t))$  définie dans l'équation (2.7). La programmation du système réel se fait via MATLAB<sup>®</sup>.

Avec l'approche bond graph, il est prouvé que le modèle associé  $\Sigma(\bar{H}, \bar{A}, \bar{F})$  au modèle bond graph augmenté sur la figure 3.5 n'a pas de zéro invariant. Dans ce cas, un placement de pôles complet peut être conçu pour l'observateur, et donc pour la matrice augmentée  $\bar{N}_{BF}$ .

Le coefficient  $a_s$  est choisi comme  $a_s = 0.55$ , pour assurer un temps de réponse correct de la nouvelle variable d'état  $x_s$  (par rapport au temps de réponse du système hydraulique et de l'observateur). L'ensemble des pôles de l'observateur est choisi comme  $\{-1, -0.5, -0.2\}$ .

### 3.2 Estimation de défaut composant

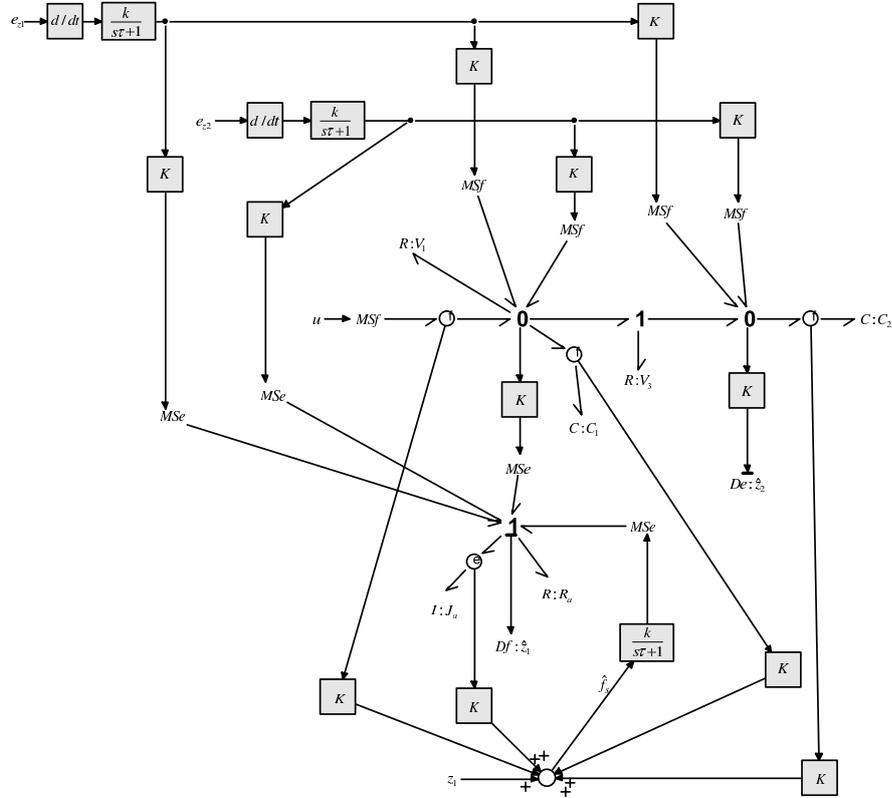


FIGURE 3.6 – Représentation bond graph de l'observateur

Les performances de l'estimation de défaut de capteur sont analysées pour une entrée de commande  $u(t) = 4.36 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$  et des conditions initiales égales à 0. Trois trajectoires sont étudiées. Tout d'abord, le défaut de capteur  $f_s$  et son estimation  $\hat{f}_s$  sont représentés sur la figure 3.7 : ces variables sont très proches. Mais, il convient de noter que le système est très bruité. Au début, le bruit a une influence particulièrement forte sur le capteur  $De : h_1$ . Pour réduire l'effet du bruit, un FDA Filter de MATLAB a été utilisé. D'autre part, la figure 3.8 montre la trajectoire du capteur de sortie  $z_1$  avec le défaut et de son estimation  $\hat{z}_1$ . Une bonne estimation du signal de capteur est ainsi assurée. La figure 3.9 montre la comparaison de la trajectoire des variations du niveau d'eau dans le réservoir  $h_1$  et son estimation  $\hat{h}_1$  obtenues avec un capteur défectueux. Étant donné que ces trajectoires sont très proches, cet observateur s'est avéré exact. Le résultat montre que l'estimateur permet à la fois d'effectuer une estimation du défaut capteur, mais aussi d'estimer correctement l'ensemble des variables d'état, en particulier la grandeur physique de sortie, en l'occurrence le niveau d'eau ici,

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

même en présence d'un capteur défectueux. Les mêmes conclusions sont prévues pour d'autres types de défauts de signal.

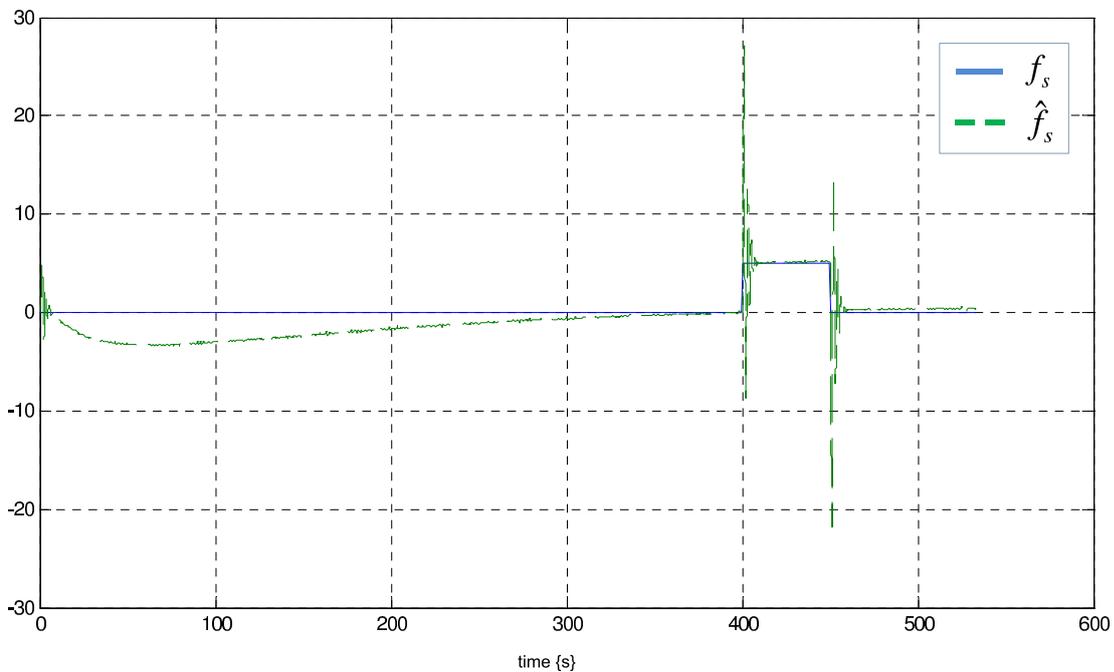


FIGURE 3.7 – Faute capteur  $f_s$  et son estimation  $\hat{f}_s$

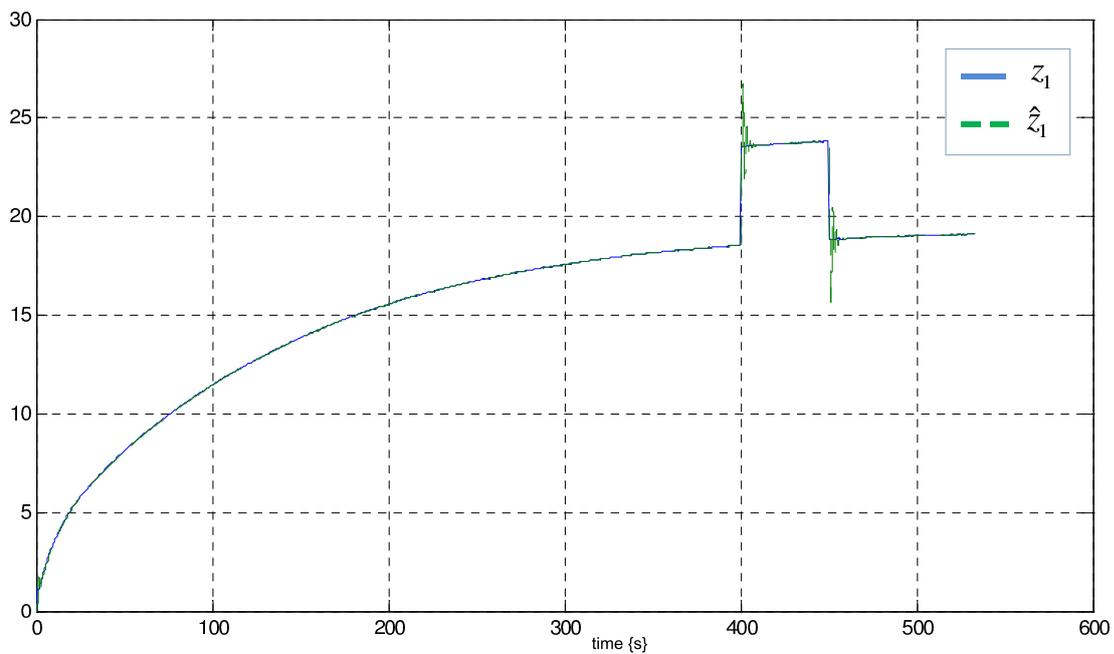


FIGURE 3.8 – Valeur de sortie avec faute  $z_1(t)$  et son estimation  $\hat{z}_1(t)$

### 3.2 Estimation de défaut composant

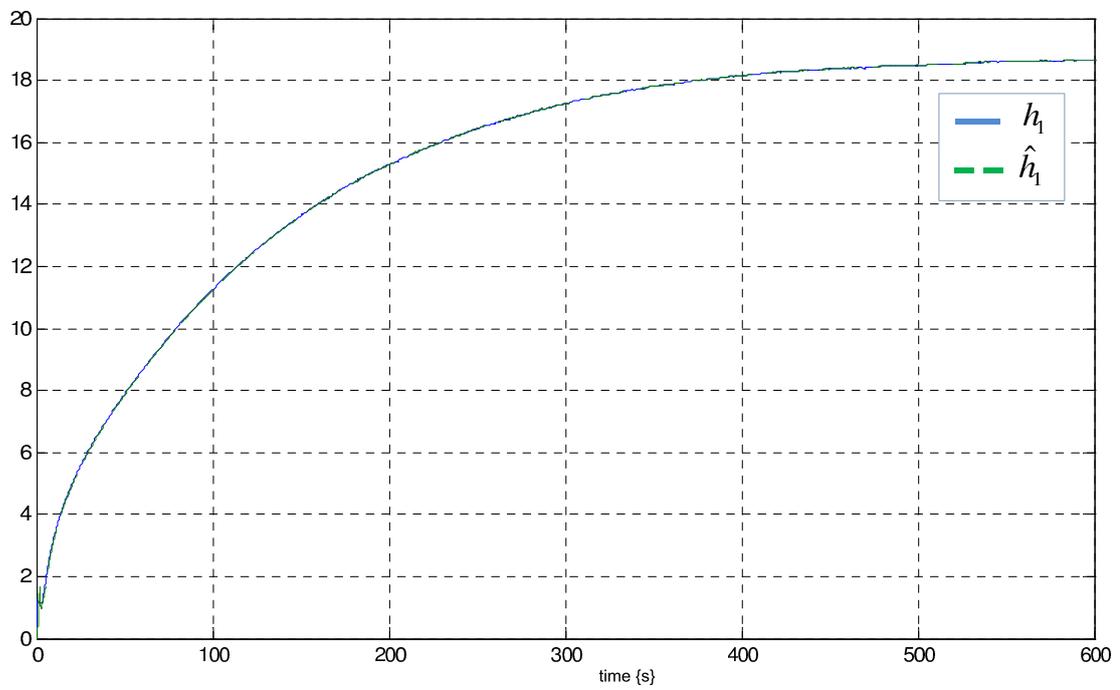


FIGURE 3.9 – Niveau d'eau dans le premier réservoir  $h_1(t)$  et son estimation  $\hat{h}_1(t)$

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

b) Défauts sur 2 capteurs

On considère désormais le cas de deux capteurs défectueux. Le modèle bond graph est représenté sur la figure 3.10, avec les deux capteurs défectueux. Le défaut de capteur  $f_{s_2}$  est un signal d'impulsion entre les temps 400s et 450s avec l'amplitude 400s. Le défaut  $f_s$  reste la même que précédemment.

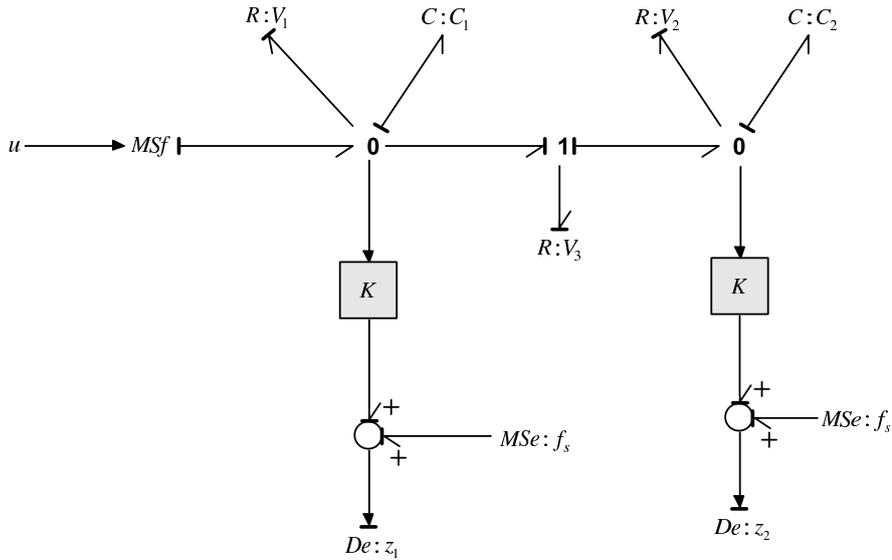


FIGURE 3.10 – Modèle BGI du système hydraulique avec 2 défauts

Deux observateurs sont construits afin d'évaluer les deux défauts. La structure de l'observateur proposée dans la figure 3.3 reste la même, mais elle est utilisée deux fois dans la partie BGO, une pour chaque capteur défectueux. Le nouveau modèle BGO est non dessiné ici, mais il est tout à fait analogue au précédent. Le modèle bond graph augmenté pour le capteur défectueux est proposé dans la figure. 3.11. Les équations d'état pour le nouveau modèle bond graph augmenté sont écrites dans (3.7).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(\frac{1}{C_1 R_3} + \frac{1}{C_1 R_1}\right) x_1 + \frac{1}{C_2 R_3} x_2 + u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1 R_3} x_1 - \frac{1}{C_2 R_3} x_2 \\ \dot{x}_{s_1} = a_{s_1} \frac{k}{C_1} x_1 - a_{s_1} x_{s_1} + a_{s_1} f_{s_1} \\ \dot{x}_{s_2} = a_{s_2} \frac{k}{C_2} x_2 - a_{s_2} x_{s_2} + a_{s_2} f_{s_2} \\ z_1 = x_{s_1} \\ z_2 = x_{s_2} \end{cases} \quad (3.7)$$

Les résultats de la simulation pour cet observateur sont présentés sur les figures



### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

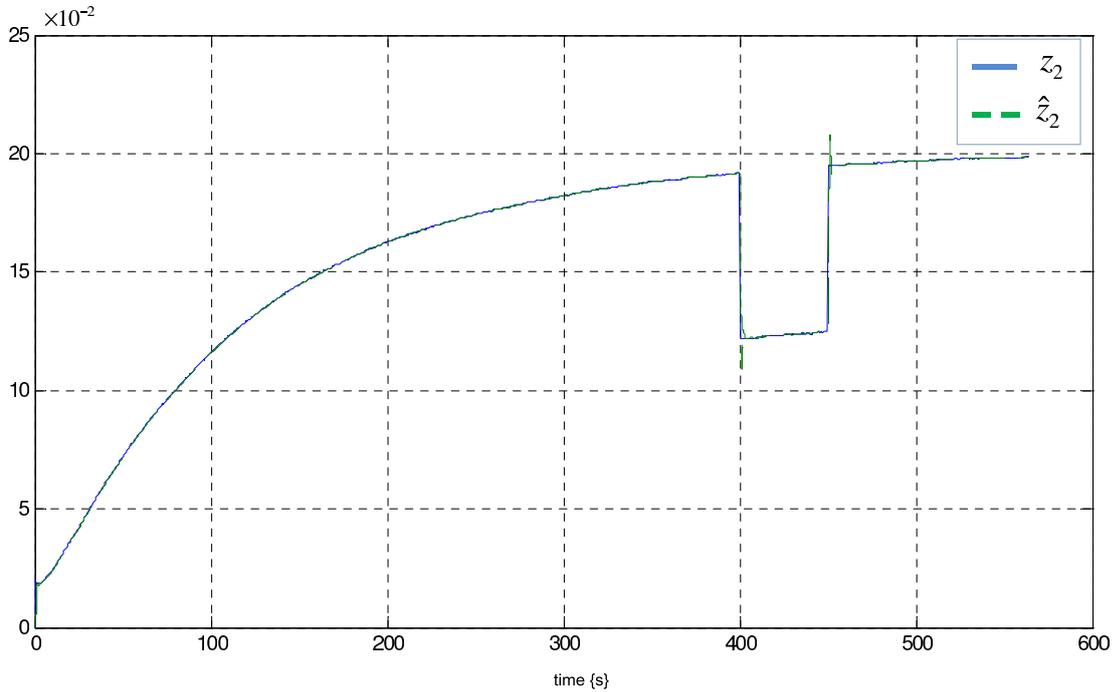


FIGURE 3.13 – Valeur de sortie avec faute  $z_2(t)$  et son estimation  $\hat{z}_2(t)$

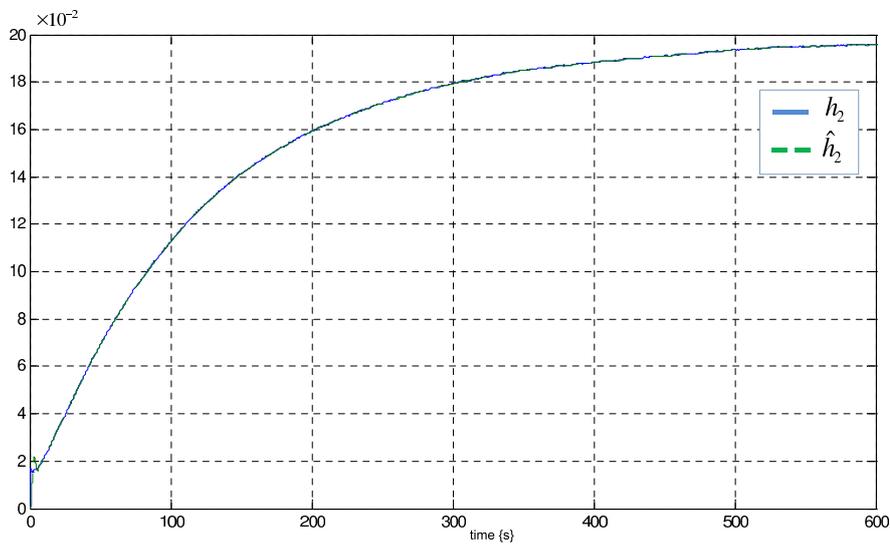


FIGURE 3.14 – Niveau d'eau dans le second réservoir  $h_2(t)$  et son estimation  $\hat{h}_2(t)$

#### 3.2.2 Modélisation Bond Graph de défaut composant.

Le défaut composant peut être considéré comme un taux de déviation anormale du paramètre  $\theta$  du système de sa valeur nominale. Il peut être introduit de manière additive ou multiplicative suivant les lois exprimées dans l'équation (3.8)

### 3.2 Estimation de défaut composant

---

où  $\theta_n$  est la valeur nominale de paramètre.

$$\begin{cases} \theta = \theta_n + \Delta\theta \\ \theta = \theta_n(1 + \delta\theta) \end{cases} \quad (3.8)$$

Cette variation se traduit par une perturbation de deux variables de puissance dans les ports d'un élément dû à l'interaction de l'élément avec le reste du modèle. Par conséquent, une variable d'effort  $e$  ou une variable de flux  $f$  ont une partie nominale  $e_n$  ou  $f_n$  et la partie défectueuse notée comme  $e_F$  ou  $f_F$ , comme proposé dans l'équation (3.9), avec un signe moins dans les équations en raison de règles bond graph présentées dans ce qui suit.

$$\begin{cases} e = e_n - e_F \\ f = f_n - f_F \end{cases} \quad (3.9)$$

Dans le modèle BG, un défaut composant défini par l'ensemble des éléments  $\{I \cup R \cup C \cup T \cup F \cup G \cup Y\}$  peut être représenté par une source supplémentaire d'effort ou de flux [Gahlouz et al. \(2013\)](#). Considérons l'équation d'un élément  $C$  définie dans (3.10).

$$e = \frac{1}{C} \int f dt \quad (3.10)$$

Pour un composant de stockage  $C$ , un défaut multiplicatif associé à la variation du paramètre  $C$  de valeur relative  $\delta_C$ , peut être défini à partir de l'équation (3.11), où  $\delta_C$  est l'écart maximum du paramètre à partir de sa valeur nominale.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_n(1 + \delta_C)} \simeq \frac{1}{C_n}(1 - \delta_C) \quad (3.11)$$

$C_n$  est la valeur nominale de paramètre  $C$ . A partir des équations (3.10) et (3.11), la partie défectueuse peut être écrite comme  $e_F = (\frac{1}{C_n} \delta_C) \int f dt$ , donc l'équation (3.10) peut être réécrite comme l'équation (3.9). Les équations (3.10) et (3.11) peuvent être associées à des modèles bond graph de la figure 3.15.c et la figure 3.15.d. La partie défectueuse  $e_F$  est représentée par une modulation de la source d'effort  $MSe$ . Les figures 3.15.a et 3.15.c correspondent à la modélisation d'un élément  $I$ .

La modélisation de défaut composants  $R$  avec les résultats expérimentaux sont proposés dans [Gahlouz et al. \(2013\)](#) et la modélisation de défaut composant  $C$  et  $I$  dans [Gahlouz et al. \(2014\)](#).

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

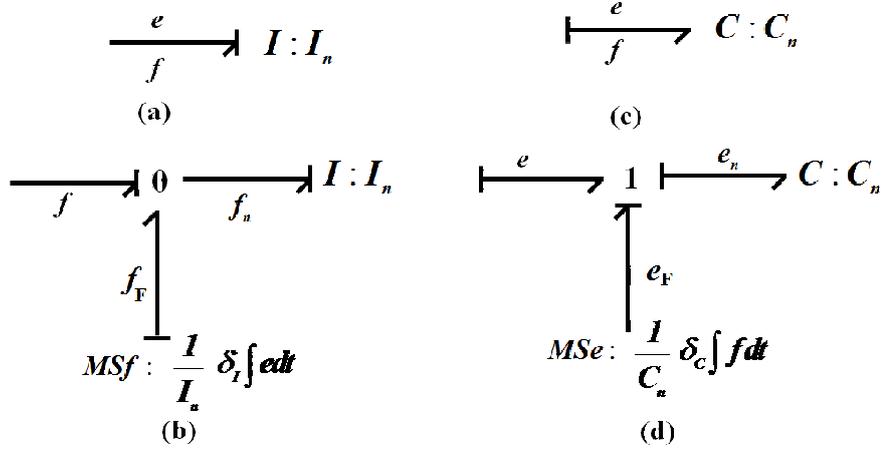


FIGURE 3.15 – Modèle bond graph de composant  $C$  dans les modes nominales (a) et défectueuses (b)

Avec cette modélisation de composant  $I-C$ , le modèle  $\Sigma(H, A, F)$  a toujours un zéro invariant nul. Considérons le modèle bond graph dans la figure 3.16. La longueur du chemin causal entre le détecteur de sortie et la source d'entrée inconnue (ou de façon équivalente une source de défaut  $f(t)$ ) est au moins égale à 1 sur le BGD, car le composant  $I$  ou  $C$  est toujours contenu dans le chemin, quelle que soit la position du détecteur. Ce cas est considéré dans les articles Tarasov *et al.* (2013b) et Gahlouz *et al.* (2013).

D'un modèle bond graph en causalité dérivée, les équations d'état (2.1) peuvent être réécrites comme l'équation (3.12).

$$\begin{cases} x = A^{-1}\dot{x}(t) - A^{-1}Bu(t) - A^{-1}F_1d(t) \\ z = HA^{-1}\dot{x}(t) - HA^{-1}Bu(t) + (F_2 - HA^{-1}F_1)d(t) \end{cases} \quad (3.12)$$

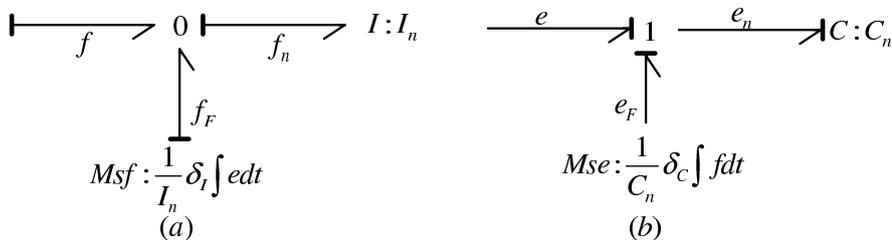


FIGURE 3.16 – Modèle BGD avec des composants défectueux  $I$  et  $C$

Si le modèle a un zéro invariant nul, donc  $F_2 - HA^{-1}F_1 = 0$ . L'observateur à entrées inconnues donné dans la section 2.3 ne peut pas être utilisé. Une extension

### 3.2 Estimation de défaut composant

---

est proposée dans le cas du modèle monovariante avec un seul zéro invariant nul, qui n'est pas un cas restrictif. La variable de sortie est maintenant réécrite avec une intégration, comme dans les équations (3.13) et (3.14) avec l'expression du vecteur  $x(t)$ .

$$\int z dt = HA^{-1}x - HA^{-1}B \int u dt \quad (3.13)$$

$$\int z dt = HA^{-2}\dot{x} - HA^{-2}Bu - HA^{-1}B \int u dt - HA^{-2}F_1d \quad (3.14)$$

D'après l'équation (3.14), avec un seul zéro invariant nul, la matrice  $HA^{-2}F_1$  est inversible et la variable de perturbation peut être écrite comme défini dans l'équation (3.15), puis l'estimation de la variable de perturbation peut être présentée dans l'équation (3.16).

$$d(t) = -(HA^{-2}F_1)^{-1}[\int z dt - HA^{-2}\dot{x}(t) + HA^{-2}Bu + HA^{-1}B \int u dt] \quad (3.15)$$

$$\hat{d}(t) = -(HA^{-2}F_1)^{-1}[\int z dt - HA^{-2}\dot{\hat{x}}(t) + HA^{-2}Bu + HA^{-1}B \int u dt] \quad (3.16)$$

$$d(t) - \hat{d}(t) = -(HA^{-2}F_1)^{-1}HA^{-2}(\dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)) \quad (3.17)$$

L'estimation du vecteur d'état est maintenant définie comme (3.18). Il est supposé ici que  $F_2 = 0$ , sinon un autre développement doit être proposé. Ce nouvel observateur est très proche du précédent.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F_1\hat{d}(t) - AK(z^{(r)}(t) - \hat{z}^{(r)}(t)) \quad (3.18)$$

L'équation de l'erreur entre l'estimation d'état et le vecteur d'état  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  est donnée par (2.10), où  $N_{BF}$  est défini dans (3.19), seulement si  $F_2 = 0$ .

$$\begin{cases} N_{BO} = A^{-1} - A^{-1}F_1(HA^{-2}F_1)^{-1}HA^{-2} \\ N_{BF} = A^{-1} - A^{-1}F_1(HA^{-2}F_1)^{-1}HA^{-2} - KHA^{r-1} \end{cases} \quad (3.19)$$

Avec cette conception d'observateur,  $r + 1$  pôles peuvent être choisis et il y a  $n - r - 1$  modes fixes.

## 3.3 Représentation de non linéarités

La commande des systèmes non linéaires est actuellement l'un des champs de recherche actifs en raison de la complexité des systèmes dynamiques réels utilisés de nos jours. Les différents types de théories de contrôle non linéaire ont été développés, et en particulier le concept de la théorie de la commande robuste en raison principalement de la présence d'incertitudes dans les systèmes de commande. La robustesse de la commande est également nécessaire parce que les modèles sont souvent difficiles à être écrits en raison de la complexité de la physique et aussi parce que les paramètres et les variables ne sont pas toujours bien connus. L'application de la théorie de la commande a besoin souvent de l'estimation de certaines variables (variables d'état) et des paramètres. Différentes techniques ont été proposées pour l'estimation des paramètres des systèmes non linéaires. Le concept d'observateurs à grand gain a été proposé par [Khalil \(1999\)](#) et [Memon & Khalil \(2009\)](#). L'exploitation de l'approche géométrique pour résoudre ce problème est aussi assez fréquente. Dans [Krener & Isidori \(1983\)](#) et [Kazantzis & Kravaris \(1997\)](#) une synthèse par approche géométrique de la dynamique d'erreur d'observateur linéaire est développée en utilisant une technique de Lyapunov. Une conception d'observateur est définie dans [M. Arcak \(2001\)](#) et [Fan & Arcak \(2003\)](#). D'autres méthodes peuvent être trouvées dans la littérature : un observateur en boucle ouverte développé par [Lohmille & Slotine \(1998\)](#) et une conception  $H_\infty$  de non-linéarités avec des limites de croissance linéaires proposées dans [Thau \(1973\)](#) et [Howell & Hedrick \(2002\)](#).

Considérons un système non linéaire modélisé par l'équation classique non linéaire (3.20), où  $x \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathfrak{R}^m$  représente le vecteur d'entrée et  $z \in \mathfrak{R}^r$  est le vecteur des variables mesurées.  $f$  et  $h$  ont les propriétés mathématiques classiques.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ z = h(x) \end{cases} \quad (3.20)$$

Les procédures diverses de stabilisation ont été proposées pour les systèmes non linéaires [McBrinn & Roy \(1972\)](#), [Ledyev & Sontag \(1997\)](#), [Clarke \*et al.\* \(1999\)](#). Une des méthodes les plus populaires permettant d'effectuer la commande de systèmes non linéaires en robotique est la linéarisation par boucle fermée.

### 3.3 Représentation de non linéarités

---

Le concept de linéarisation lors de la conception de la commande non linéaire a attiré beaucoup de recherche [Kwon & Pearson \(1977\)](#), [Karimi & Motlagh \(2006\)](#), [Shu-qing & Sheng-xiu \(2010\)](#). L'idée centrale est de transformer la dynamique des systèmes non linéaires en (totalement ou partiellement) des dynamiques linéaires, ainsi les techniques de contrôle linéaire peuvent être appliquées.

La linéarisation propose de transformer le système (3.20) dans la forme  $y^{(r)} = v$  où  $v = \alpha(x) + \beta(x)u$  est un contrôle externe. Dans ce cas, le système non linéaire devient linéaire. Si  $\beta^{(-1)}(x)$  est calculable, la loi de commande s'écrit sous la forme  $u = \frac{1}{\beta(x)}[v - \alpha(x)]$ .

Une alternative à cette approche consiste à éliminer la partie non linéaire du modèle sans transformation mathématique particulière, mais en considérant la non linéarité comme une grandeur externe pouvant être estimée. Différentes situations sont envisageables. Le cas le plus simple est celui d'un paramètre non linéaire pouvant être représenté par une entrée inconnue. Il est possible de considérer des classes de non-linéarité et ainsi de proposer une approche adaptée, qui reste néanmoins limitée à des problématiques peu complexes. Le but principal de cette partie est de présenter une méthode pour estimer les paramètres non linéaires des systèmes dynamiques en utilisant le concept de l'observateur à entrées inconnues dédiée aux systèmes linéaires. L'approche bond graph est utilisée parce que chaque paramètre est représenté explicitement dans ce modèle et avec une hypothèse sur la non-linéarité mathématique, le composant non linéaire peut être remplacé par un composant linéaire avec une entrée inconnue associée à la partie non linéaire. Avec cette approche, le modèle non linéaire peut être considéré comme un linéaire à entrées inconnues qui peuvent être aussi bien des perturbations, des défauts composants ou des paramètres incertains, [Gahlouz et al. \(2013\)](#).

L'OEI proposé dans le deuxième chapitre peut simultanément évaluer les variables d'entrée inconnue (non-linéarité) et les variables d'état. Grâce à ces résultats, il est donc possible d'appliquer divers types de lois de commande nécessitant la connaissance des variables d'état et des entrées inconnues.

Dans cette section, une approche bond graph est proposée afin de transformer un modèle non linéaire en un modèle linéaire, en cas de comportement non linéaire du composant. Un point essentiel est que le composant peut être identifié sur la représentation graphique et donc directement transformé en une partie linéaire

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

et une non linéarité décrite comme une variable d'entrée inconnue, mais avec certaines conditions sur la non linéarité mathématique.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_1d(t) \\ z(t) = Hx(t) + F_2d(t) \end{cases} \quad (3.21)$$

Dans l'équation (3.21), les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont supposées être de rang plein. En raison de l'approche de modélisation physique, certaines hypothèses classiques seront exprimées dans les sections suivantes.

#### 3.3.1 Exemple introductif

Considérons le système hydraulique étudié dans le second chapitre (section 2.4.2). Généralement les vannes sont représentées à l'aide de composants  $R$  ayant une caractéristique non linéaire, car la relation pression-débit est non linéaire. Pour cet exemple, seul la première vanne  $R_1$  est considérée comme non linéaire et l'expression non linéaire entre les variables de puissance est définie comme dans l'équation (3.22), avec  $Q_{R_1}$  le débit volumique de la vanne,  $P_{R_1}$  la pression et  $V_{NL} = -8.4994 \cdot 10^{-7}$ . Le modèle bond graph est représenté sur la figure 3.17.

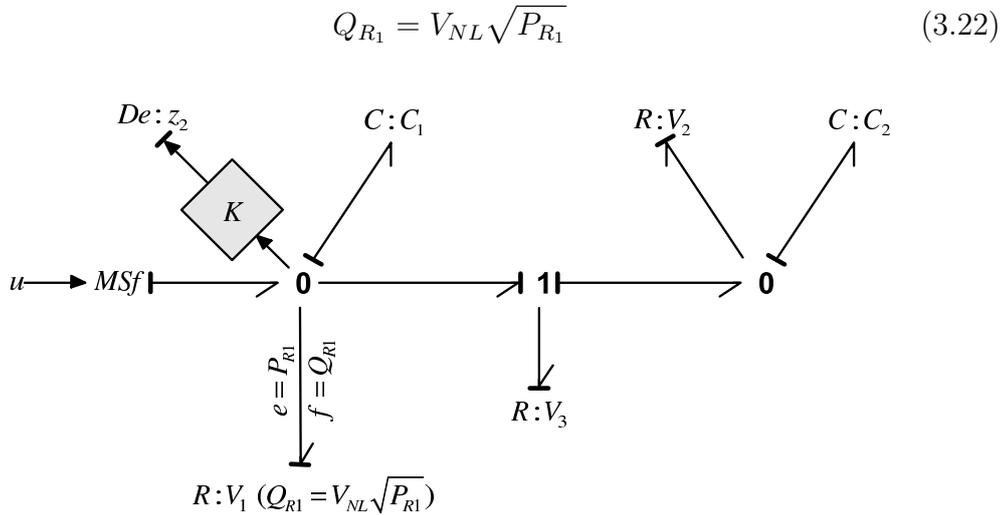


FIGURE 3.17 – Modèle BGI non linéaire du système hydraulique

Afin d'appliquer la méthode précédente pour l'estimation de l'état, l'élément  $R$  non linéaire est supprimé et il est remplacé par une variable d'entrée inconnue  $d(t)$ , comme indiqué sur la figure 3.18. Le choix est de ne conserver aucun élément

### 3.3 Représentation de non linéarités

$R$  linéaire puisque pour cet exemple de non linéarité il est difficile de considérer une variation d'un paramètre autour d'une valeur nominale. Un ensemble de blocs est ajouté pour satisfaire l'équation (3.22). Les deux équations d'état non linéaires obtenues à partir des figures 3.17 et 3.18 sont exactement les mêmes que pour le modèle bond graph non linéaire, mais maintenant la partie non linéaire est remplacée par une variable d'entrée inconnue, et l'équation d'état linéaire est réécrite comme l'équation (3.23) avec la variable inconnue  $d(t)$ . Un capteur est employé pour estimer la partie non linéaire et les variables d'état du modèle.

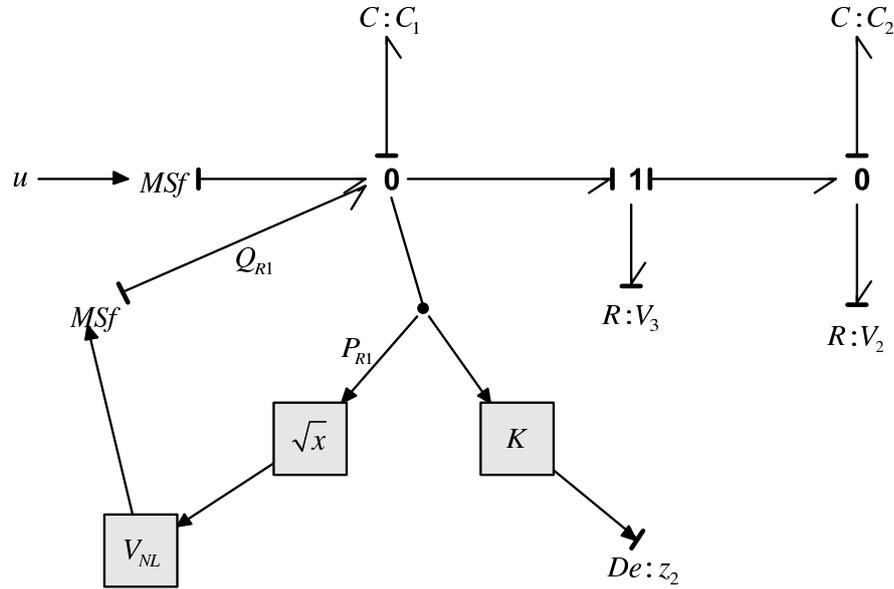


FIGURE 3.18 – Modèle BGI du système hydraulique avec une entrée inconnue

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{C_1 R_3} x_1 + \frac{1}{C_2 R_3} x_2 + d + u \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1 R_3} x_1 - \left( \frac{1}{C_2 R_3} + \frac{1}{C_2 R_2} \right) x_2 \\ z_2 = \frac{k}{C_1} x_1 \end{cases} \quad (3.23)$$

Les paramètres précédents sont utilisés pour la simulation. La vanne  $V_2$  est ouverte et  $R_2 = 4.21 \times 10^7 \frac{pa \cdot s}{m^3}$ . La longueur du chemin causal entre le détecteur de sortie  $De : z_2$  et l'entrée de perturbation  $MSf : d$  est égale à  $r = 1$ , donc l'observateur avec la condition  $HF \neq 0$  peut être utilisé. Le modèle de deuxième ordre  $\Sigma(H, A, F)$  a un zéro invariant. Le zéro invariant est égal à  $s = -\frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right)$  ce qui vérifie la condition de phase minimum.

Pour cet OEI, la variable de perturbation est estimée avec l'équation (2.5) et la variable d'état avec l'équation (2.6). Les gains des observateurs sont calculés à

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

partir de la matrice  $N_{BF}$  définie dans l'équation (2.9). La matrice  $K = [k_1, k_2]^t$  est utilisée pour le placement de pôles. Le zéro invariant est égal à  $-0.051$ , ainsi les deux pôles de la matrice  $N_{BF}$  sont choisis égaux à  $1/(-0.051) = -19.53$  (pôle fixe) et  $-10$ . Avec des calculs simples, la matrice  $K$  est définie comme  $k_1 = 7.62 \cdot 10^{-4}$  et  $k_2 = 1$ .

Les différentes simulations sont présentées. Dans la figure 3.19, les niveaux d'eau dans le premier réservoir obtenus à partir de trois modèles sont comparés. La première variable  $h_1^*$  de niveau est obtenue à partir du modèle linéaire et le niveau  $h_1$  du modèle non linéaire. Il existe une différence au cours du temps de la réponse temporelle, en raison de l'approximation dans le modèle linéaire. Les simulations sur la figure 3.19 présentent que l'observateur reproduit étroitement la valeur de sortie du niveau d'eau dans le réservoir, car les variables sont très proches.

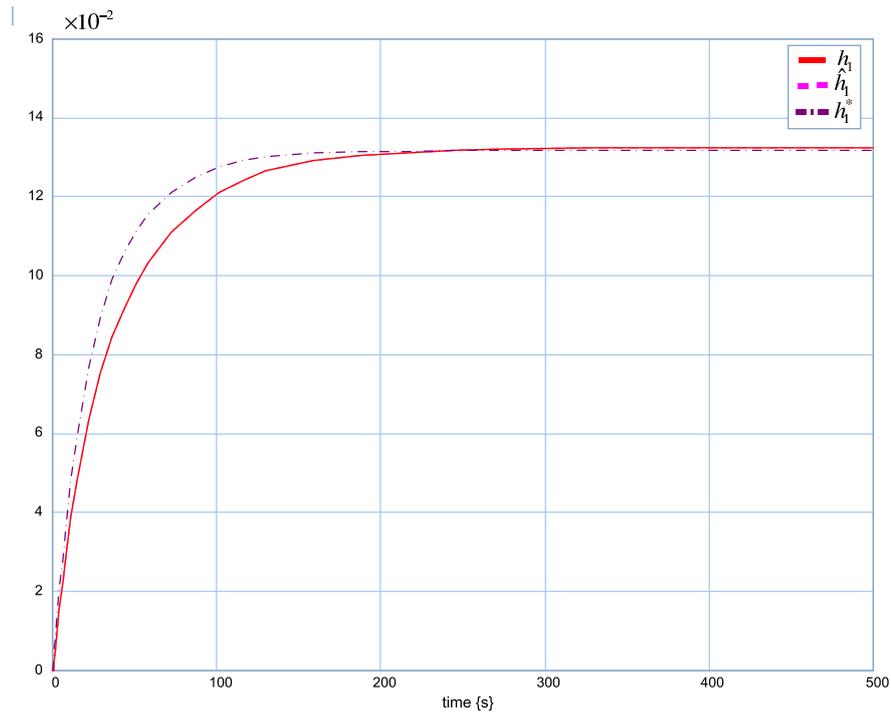


FIGURE 3.19 – Niveaux d'eau dans le premier réservoir :  $h_1^*$  - modèle linéaire,  $h_1$  - modèle non linéaire,  $\hat{h}_1$  - estimation

Dans la figure 3.20 il est clair que la variable inconnue est bien estimée ce qui signifie que la partie non linéaire du modèle peut être modélisée comme une variable d'entrée inconnue.

### 3.3 Représentation de non linéarités

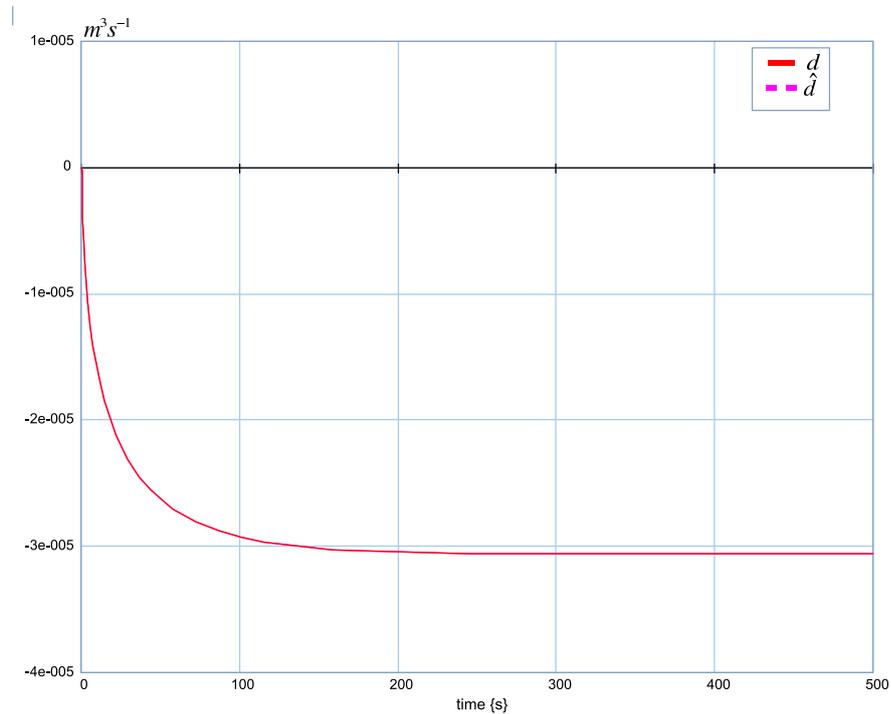


FIGURE 3.20 – Variable non linéaire  $d$  et son estimation  $\hat{d}$

Dans cette section, la non-linéarité du système a été présentée comme la perturbation. Dans ce cas, nous pouvons utiliser l'observateur classique proposé par le chapitre précédent. Mais c'est un seul type de non-linéarité. Dans la section suivante de ce rapport, nous allons présenter les cas où la non-linéarité du système peut être définie comme un défaut composant. Pour ce faire, tout d'abord nous examinons une approche bond graph pour modéliser le défaut composant, puis nous montrons la relation entre le défaut composant et la non-linéarité du système. Pour ce genre d'entrée inconnue, nous proposons quelques modifications à l'OEI, et nous considérons un exemple de l'application pour cette nouvelle approche.

#### 3.3.2 Modélisation de non linéarités

Dans ce paragraphe les modèles bond graph non linéaires des éléments  $R$ ,  $I$  et  $TF$  sont proposés. Pour les autres éléments bond graph, une approche similaire peut être proposée.

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

L'objectif de cette partie est la modélisation de non linéarités comme une représentation particulière d'un système linéaire avec entrées inconnues. L'hypothèse est que la non linéarité représentée explicitement dans une loi constitutive d'un élément peut être isolée et donc représentée comme une variable inconnue, ici entrée inconnue. Nous proposons la représentation des éléments R, I et TF. Une approche similaire peut être proposée pour les autres éléments. Notons que la démarche est tout à fait semblable à celle proposée pour la représentation et l'estimation de défauts composants. Des notations similaires sont donc proposées.

**Hypothèse 6** *Pour un système non linéaire (3.20), il est supposé que les équations constitutives d'éléments bond graph dans l'ensemble  $\{I \cup R \cup C \cup TF \cup GY\}$  peuvent être représentées comme la somme de la partie linéaire et une non linéarité.*

#### 3.3.2.1 Éléments R non linéaires

La loi caractéristique correspondante à l'élément  $R$  (suivant les 2 causalités habituelles) dans le cas linéaire est donnée comme suit :

$$\begin{cases} e = Rf \\ f = \frac{1}{R}e \end{cases} \quad (3.24)$$

Avec la présence d'une non-linéarité, si la relation constitutive du paramètre  $R$  peut s'écrire avec l'hypothèse 6, les variables de puissance associées à l'élément  $R$  peuvent être réécrites sous forme d'équations (3.25), avec  $R_n$  est la valeur nominale du paramètre  $R$ .

$$\begin{cases} e = \phi_1(f) = R_n f_n - MS_e = e_n - e_F \\ f = \phi_2(e) = \frac{1}{R_n} e_n - MS_f = f_n - f_F \end{cases} \quad (3.25)$$

Les équations (3.25) peuvent être associées à un modèle bond graph de la figure 3.21. Les figures 3.21a et 3.21b représentent le modèle nominal et  $R$  non linéaire de la causalité résistance et les figures 3.21c et 3.21d correspondent à la causalité conductance. Lorsque la partie non linéaire est représentée par une source d'effort modulée  $MS_e$  et flux  $MS_f$  avec le signe approprié.

### 3.3 Représentation de non linéarités

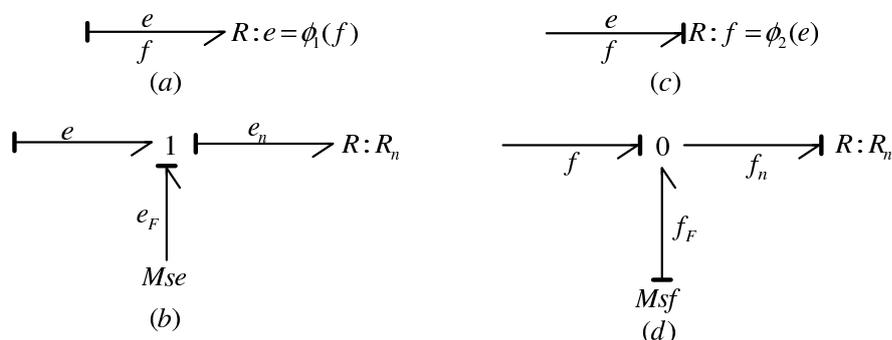


FIGURE 3.21 – Représentation de la non linéarité de l'élément  $R$

#### 3.3.2.2 Éléments TF non linéaires

Les lois caractéristiques correspondant à un élément  $MTF$  avec l'affectation de causalité définie dans la figure 3.22a sont données dans l'équation (3.26), où  $m$  peut être une variable quelconque.

Les transformateurs permettent d'écrire des relations entre variables de puissances. Les relations peuvent être linéaires, ou non linéaires avec des non linéarités qui peuvent s'exprimer à partir de grandeurs internes ou grandeurs externes.

$$\begin{cases} e_1 = \phi_1(m)e_2 \\ f_2 = \phi_2(m)f_1 \end{cases} \quad (3.26)$$

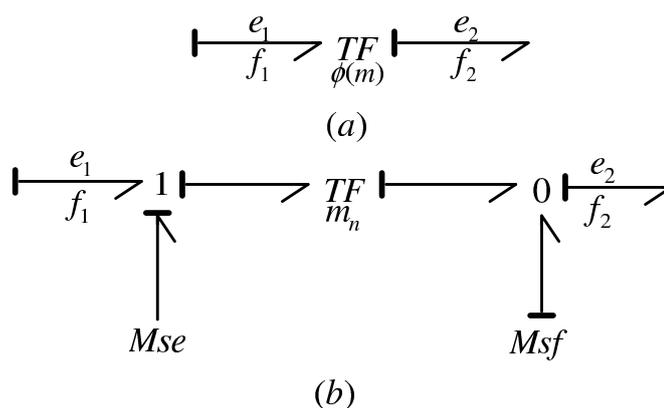


FIGURE 3.22 – Représentation de la non-linéarité de l'élément  $TF$

Si  $m$  peut être considéré comme un paramètre ou une variable ayant une valeur nominale  $m_n$  alors les lois précédentes s'écrivent sous la forme (3.27) avec le modèle bond graph associé à la figure 3.22b.

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

$$\begin{cases} e_1 = \phi_1(m)e_2 = m_n e_2 - MSe \\ f_2 = \phi_2(m)f_1 = m_n f_1 + MSf \end{cases} \quad (3.27)$$

Une approche assez similaire est proposée pour l'élément  $TF$  avec l'autre causalité. Le système est linéaire et invariant dans le temps, et il peut être écrit par l'équation (3.21) avec la présence du vecteur de l'entrée inconnue  $d(t)$ . Il est donc possible d'estimer les paramètres et les non-linéarités du système par des observateurs proposés précédemment et dans les articles [Tarasov et al. \(2013b\)](#) et [Gahlouz et al. \(2013\)](#).

## 3.4 Example

Considérons le robot flexible (figure 3.23) étudié dans [Raghavan & Hedrick \(1994\)](#).  $\theta_m$ ,  $\theta_l$ ,  $\omega_m$ ,  $\omega_l$  désignent les positions angulaires de l'arbre moteur et d'inertie de sortie ainsi que les grandeurs de vitesse. L'arbre moteur est relié à l'inertie de sortie par un ressort en torsion de caractéristique non linéaire. L'objectif est d'effectuer une commande plate sur ce système. Une première étape de modélisation va permettre de rendre le modèle linéaire en considérant la non linéarité comme une entrée inconnue. La seconde étape est la mise en oeuvre de la commande plate sur le modèle linéaire et la validation de l'approche proposée.

### 3.4.1 Modélisation

Les équations dynamiques sont données par (3.28) avec  $\dot{\theta}_l = \omega_l$ ,  $\dot{\theta}_m = \omega_m$ .

$$\begin{cases} \dot{\omega}_m = -\frac{1}{J_m}\tau - \frac{B_1}{J_m}\omega_m + \frac{1}{J_m}u \\ \dot{\omega}_l = -\frac{B_2}{J_l}\omega_l + \frac{1}{J_l}\tau \end{cases} \quad (3.28)$$

$J_m$  est l'inertie de l'arbre du moteur à courant continu,  $J_l$  est l'inertie de sortie,  $B_1$  et  $B_2$  sont les frottements visqueux. L'entrée de commande  $u$  est considérée comme un couple (sinon un gain de l'amplificateur est ajouté) et  $\tau$  est le couple dû au ressort de torsion et il est défini dans l'équation (3.29), où  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des constantes positives. Avec  $\gamma_2 = 0$ , le modèle est linéaire. Il s'agit d'un simple modèle non linéaire parce que la partie non linéaire est ajoutée à une expression linéaire classique.

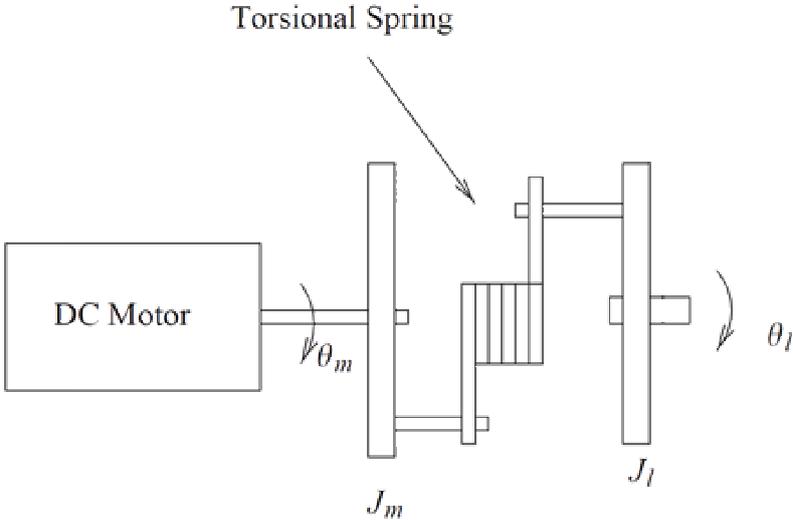


FIGURE 3.23 – Robot flexible

$$\tau = \gamma_1(\theta_m - \theta_l) + \gamma_2(\theta_m - \theta_l)^3 \tag{3.29}$$

Le système est équipé d’un capteur de variable  $z$  afin de mesurer la vitesse du moteur. Le modèle bond graph du système non linéaire est représenté sur la figure 3.24.

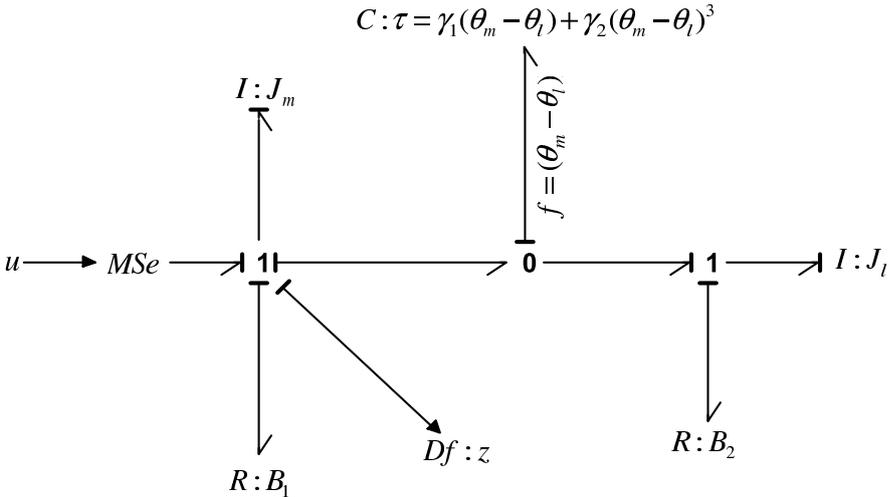


FIGURE 3.24 – Modèle bond graph non linéaire du robot flexible

Afin d’appliquer l’approche précédente, l’élément non linéaire  $C$  est supprimé

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

et il est remplacé par un élément de caractéristique linéaire et une entrée inconnue  $d$  comme indiqué sur la figure 3.25. Plusieurs blocs sont ajoutés selon l'équation (3.29) pour obtenir les mêmes équations dynamiques de ce nouveau modèle bond graph, mais maintenant la partie non linéaire est définie dans la variable  $d(t)$ .

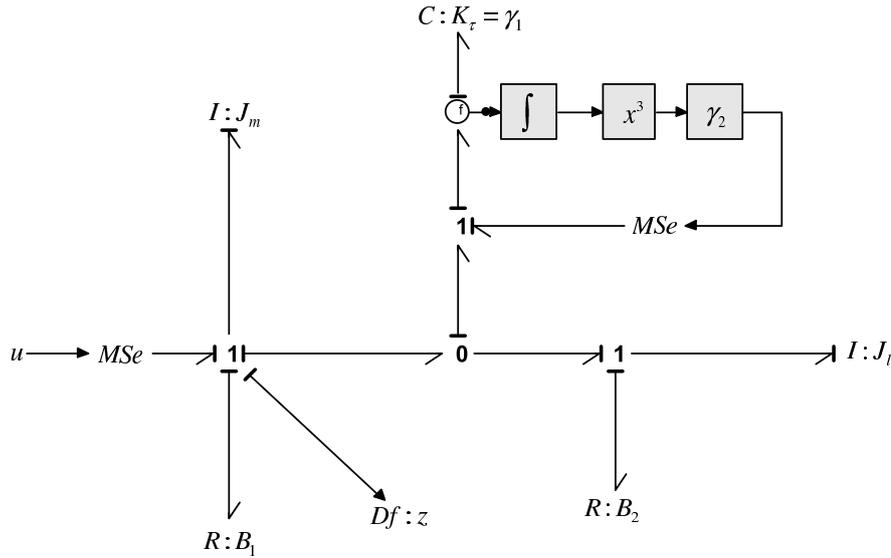


FIGURE 3.25 – Modèle bond graph avec l'entrée inconnue  $d(t)$

Ainsi, les équations d'état linéaire (3.30) avec un signal d'entrée inconnue  $d(t)$  obtenues directement à partir du modèle bond graph de la figure 3.25 peuvent être écrites. Il s'agit d'un modèle du troisième ordre et  $(x_1, x_2, x_3)^t$  est le vecteur d'état. Pour une approche bond graph, les variables d'énergie généralisées sont utilisées : la variable  $p$  pour un élément d'inertie et la variable  $q$  pour un élément capacitif. De ce modèle bond graph,  $x_1 = p_{J_l}$ ,  $x_2 = p_{J_m}$  et  $x_3 = q_C$ .

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{B_2}{J_l}x_1 + \gamma_1 x_3 - d \\ \dot{x}_2 = -\frac{B_1}{J_m}x_2 - \gamma_1 x_3 + u + d \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{J_l}x_1 + \frac{1}{J_m}x_2 \\ z = \frac{1}{J_m}x_2 \end{cases} \quad (3.30)$$

$MSe = u$  est la variable d'entrée de commande (couple proportionnel à une valeur de tension) et  $z$  est la variable mesurée (vitesse angulaire du moteur à courant continu). Un capteur  $z$  est utilisé pour estimer la partie non linéaire du modèle et pour estimer les variables d'état. L'entrée inconnue  $d$  modélisée par la source  $MSe$  représente les non-linéarités du système, la partie non linéaire

de l'équation (3.29), comme le défaut composant ( $d = \gamma_2(\theta_m - \theta_l)^3$ ). Les valeurs numériques des paramètres physiques sont :  $J_m = 3.7 \times 10^{-3} kg.m^2$ ,  $J_1 = 9.3 \times 10^{-3} kg.m^2$ ,  $B_1 = 4.6 \times 10^{-2} m$ ,  $\gamma_1 = 0.18 N.m.rad^{-1}$ ,  $B_2 = 3.2 \times 10^{-3} m$  et  $\gamma_2 = 1 N.m.rad^{-1}$ .

Ainsi, le système non linéaire peut être écrit avec la forme linéaire (3.21). Ce modèle dispose d'un zéro invariant nul et l'observateur d'entrée inconnue développé dans Gahlouz *et al.* (2013) est utilisé.

#### 3.4.1.1 Synthèse de l'OEI

Tout d'abord, l'observateur à entrées inconnues est utilisé pour l'estimation de la partie non linéaire du modèle. On montre qu'il est donc possible de considérer l'effet non linéaire de la torsion de ressort comme une perturbation.

Le modèle bond graph de robot flexible présenté sur la figure 3.25 est un modèle de troisième ordre. La causalité dérivée peut être appliquée, ainsi le modèle est commandable/observable. Considérons le modèle  $\Sigma(H, A, F)$  : la longueur du chemin causal entre le détecteur de sortie  $Df : z$  et l'entrée inconnue  $MSe : d$  est égale à 1, chemin  $Df : z \rightarrow I : J_m \rightarrow MSe : d$ , donc  $HF \neq 0$  et  $r = 1$ . Le sous-système  $\Sigma(H, A, F)$  a 2 zéros invariants ( $n - r = 3 - 1 = 2$ ). A partir du modèle bond graph en causalité dérivée, la longueur du chemin de causalité entre le détecteur de sortie  $Df : z$  et l'entrée inconnue  $MSe : d$  est égale à 1, chemin  $Df : z \rightarrow R : B_1 \rightarrow C : \gamma_m \rightarrow MSe : d$ , donc un zéro invariant est égal à 0. Avec les règles de bond graph, l'expression des zéros invariants peuvent être obtenues : les zéros invariants sont  $s_1 = -\frac{B_2}{J_1}$  et  $s_2 = 0$  la condition de minimum de phase est vérifiée pour le zéro non nul. Deux pôles de la matrice  $N_{BF}$  peuvent être choisis. L'équation de l'erreur d'estimation a un mode fixe, qui est le zéro invariant strictement stable

Les pôles du modèle (valeurs propres de la matrice  $A$ ) sont égaux à  $-1.12 + j3.09$ ,  $-1.12 - j3.09$  et  $-10.53$ . Dans l'estimation d'erreur, la matrice  $N_{BF}$  a un pôle fixe égale à  $-0.344$ . Les deux autres pôles de la matrice  $N_{BF}$  sont choisis comme  $s_2 = -0.1$  et  $s_3 = -0.065$  pour les pôles de  $N_{BF}^{-1}$  approximativement égaux à  $-2.9$ ,  $-10$  et  $-15.4$ . Pour le placement de pôles la matrice  $K = [k_1, k_2, k_3]^t$  est obtenue avec  $K = [0.0087, 6.12 \cdot 10^{-4}, 6.74]^t$ .

La simulation numérique a été effectuée en utilisant 20-sim<sup>®</sup>. La structure générale de l'observateur est présentée dans la figure 3.26. Pour l'estimation de



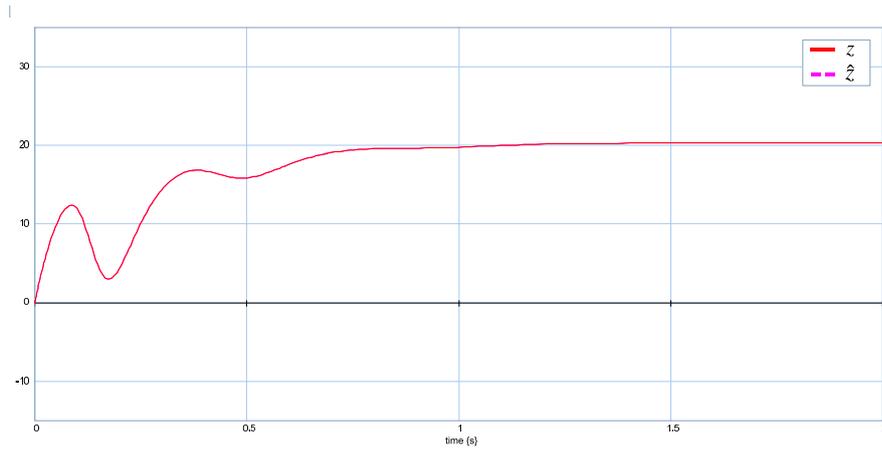


FIGURE 3.27 – Vitesse angulaire  $\omega_m(t)$  et son estimation  $\omega_m^{\hat{}}(t)$

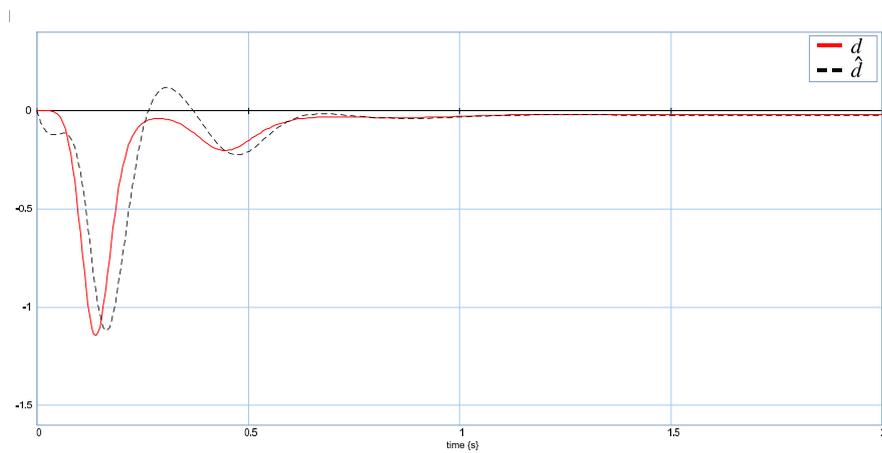


FIGURE 3.28 – Variable  $d$  et son estimation  $\hat{d}$

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

#### 3.4.2 Commande plate

Cet observateur permet d'estimer les variables d'état et la variable d'entrée inconnue du système. Afin de contrôler ce système, une commande plate est utilisée. La conception de la loi de commande est beaucoup plus simple avec un modèle linéaire.

La commande plate peut être appliquée à une grandeur de sortie plate. Le but est contrôler la variable  $y = \frac{1}{J_l}x_1$ , qui est la vitesse de rotation de la seconde inertie. Cette variable n'est pas mesurée, mais peut être représentée à l'aide d'un capteur de sortie sur la seconde jonction 1 du modèle bond graph. Il doit être vérifié que cette variable est une variable plate pour ce modèle. La longueur du chemin causal entre l'entrée et la sortie est égale à 3, le chemin  $Df : y \rightarrow I : J_l \rightarrow C : \gamma_m \rightarrow I : J_m \rightarrow MSe : u$ . La variable  $y$  est donc une sortie plate pour ce modèle, et chaque variable d'état et d'entrée peut être exprimée en fonction de la variable  $y$  et ses dérivés. C'est aussi le cas pour la variable de sortie mesurée. La variable d'entrée  $u$  peut s'écrire comme la fonction de la sortie  $y$  et l'entrée inconnue  $d$  et leurs dérivations tel que défini dans l'équation (3.31).

$$u = \frac{J_m J_l}{\gamma_1} [\hat{y}^{(3)} + \left( \frac{B_2}{J_l} + \frac{B_1}{J_m} \right) \ddot{\hat{y}} + \left( \frac{\gamma_1}{J_l} + \frac{B_1 B_2}{J_m J_l} + \frac{\gamma_1}{J_m} \right) \dot{\hat{y}} + \left( \frac{B_1 \gamma_1}{J_m J_l} + \frac{B_2 \gamma_1}{J_m J_l} \right) \hat{y} + \frac{1}{J_l} \ddot{\hat{d}} + \frac{B}{J_m J_l} \dot{\hat{d}}] \quad (3.31)$$

Les variables  $\hat{d}$  et  $\hat{y}$  doivent être utilisées dans l'équation (3.31) parce que ces variables ne peuvent pas être mesurées. Dans l'équation (3.31), une commande en boucle ouverte est définie et elle permet de choisir une vitesse de l'arbre de sortie  $y = \omega_l$  satisfaisant une trajectoire en fonction des performances dynamiques du moteur. A partir des conditions initiales et finales de la vitesse angulaire de l'inertie  $y(t_i) = \dot{y}(t_i) = \ddot{y}(t_i) = 0$ ,  $y(t_f) = y_f$  et  $\dot{y}(t_f) = \ddot{y}(t_f) = 0$ , une trajectoire désirée pour la vitesse angulaire (de sortie plate) peut être construite avec une trajectoire polynomiale d'interpolation définie dans l'équation (3.32), avec  $y_f = 100 \text{rads}^{-1}$  et  $t_f = 2s$ .

$$y^*(t) = 38.53t^3 - 7.23t^4 - 2.89t^5 \quad (3.32)$$

Soit  $\hat{y}^{(3)} = v$  dans l'équation (3.31), le système est transformé en une chaîne de trois intégrateurs, et afin de garantir la convergence de la variable de sortie

à la trajectoire désirée, une variable d'erreur  $\epsilon = (y^* - \hat{y})$  est définie, telle que proposée dans l'équation (3.33).

$$v = y^{*(3)} + k_{d1}(\ddot{y}^* - \ddot{\hat{y}}) + k_{d2}(\dot{y}^* - \dot{\hat{y}}) + k_p(y^* - \hat{y}) + k_i \int (y^* - \hat{y}) \quad (3.33)$$

La variable d'erreur est donc la solution de l'équation (3.34), où les paramètres sont choisis comme  $k_{d1} = 4.6$ ,  $k_{d2} = 7.9$ ,  $k_p = 6.02$ ,  $k_i = 1.71$ , de manière à assurer une convergence de la variable d'erreur en un temps suffisamment petit par rapport à la dynamique du système.

$$\epsilon^{(3)} + k_{d1}\ddot{\epsilon} + k_{d2}\dot{\epsilon} + k_p\epsilon + k_i \int \epsilon = 0 \quad (3.34)$$

La figure 3.30 donne les trajectoires de la vitesse angulaire de l'inertie  $y^*(t) = \omega_l(t)$  (trajectoire désirée), et son estimation  $\hat{y}(t) = \hat{\omega}_l(t)$  sans tenir compte de la variable d'entrée inconnue dans la loi de commande. Dans la figure 3.31 les mêmes trajectoires sont tracées mais cette fois avec la loi de commande définie dans l'équation (3.31) et (3.33). Ainsi le modèle considérant les entrées inconnues dans l'expression de la commande plate montre de meilleurs résultats.

Il convient également de rappeler que, pour la commande plate l'estimation de sorties  $\hat{y}$  a été utilisée parce que dans ce cas, le capteur a fourni la mesure de la variable  $z$  (vitesse du moteur à courant continu), et non la vraie valeur de sortie  $y$  (vitesse angulaire de la liaison). Cela prouve une fois de plus l'efficacité de la méthode proposée.

### 3. MODÉLISATION ET ESTIMATION DE DÉFAUTS ET NON LINÉARITÉS

---

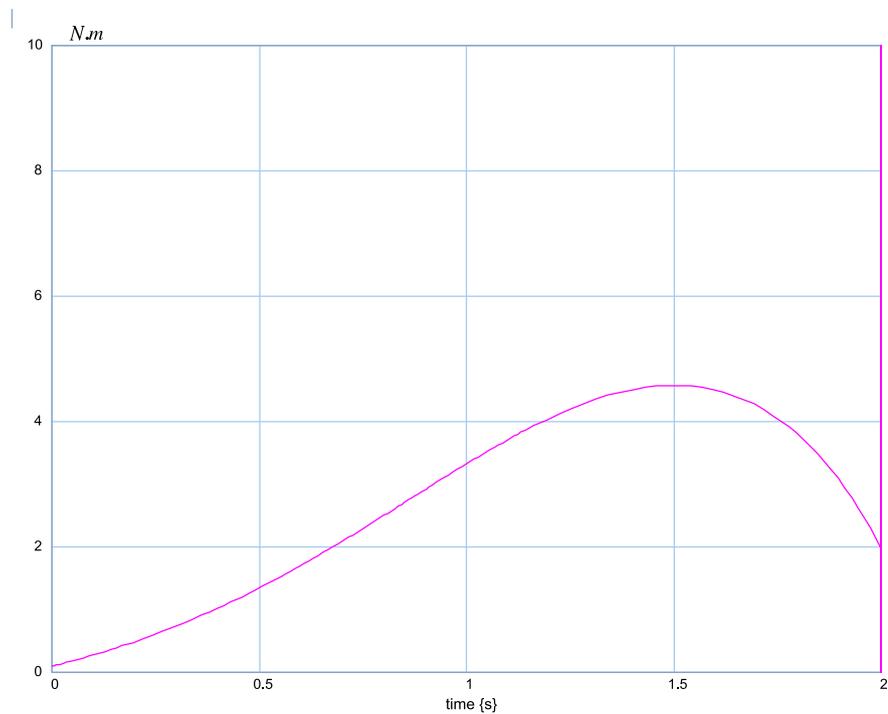


FIGURE 3.29 – Commande plate  $u$

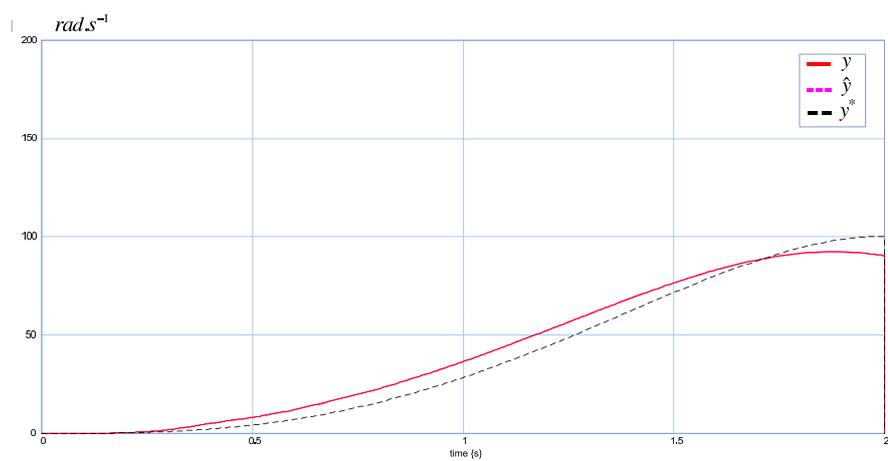


FIGURE 3.30 – Vitesse angulaire  $\omega_l(t)$  et son estimation  $\hat{\omega}_l(t)$

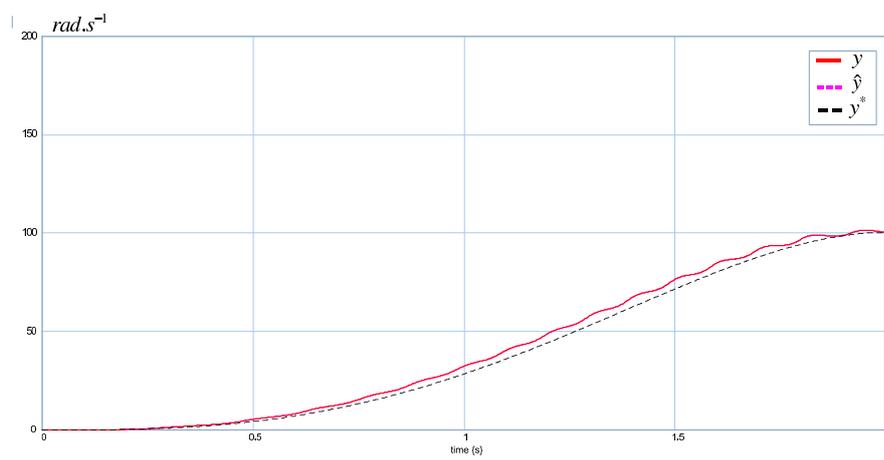


FIGURE 3.31 – Vitesse angulaire  $\omega_l(t)$  et son estimation  $\hat{\omega}_l(t)$  : prise en compte de  $\hat{d}$  dans la commande plate

## 3.5 Conclusion

Ce chapitre a mis en évidence les différentes exploitations possibles de l'estimateur à entrées inconnues développé dans le chapitre 2. Nous avons en particulier proposé une représentation bond graph de l'estimateur pour l'étude de défauts capteurs ; de défauts composants et la représentation de non linéarités.

Des exemples illustratifs ont permis de montrer la validité de l'approche, mais nous avons surtout mis en avant la démarche d'analyse et de synthèse qui sont classiques dans l'approche bond graph. Chacun des problèmes étudiés peut être envisagé de manière unifié dès lors que la phase de modélisation permet d'aboutir à un problème d'observateur à entrées inconnues.

Notons aussi que nous avons envisagé le problème avec un exemple pour lequel une commande a été appliquée.

Le chapitre a permis d'illustrer la faisabilité de l'approche pour la résolution de divers problèmes dans le cas de systèmes monovariables. Une extension au cas MIMO est proposée dans le quatrième chapitre.

# Chapitre 4

## Etude de cas multivariable

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>110</b>
<b>4.2</b>	<b>Présentation du système</b>	<b>111</b>
4.2.1	Modélisation et analyse bond graph	112
4.2.2	Ajout d'un composant non linéaire	113
4.2.3	Estimation à l'aide d'une seule variable de sortie	117
<b>4.3</b>	<b>Système multivariable non carré</b>	<b>118</b>
4.3.1	Synthèse de l'observateur	119
4.3.2	Propriétés de l'observateur	120
4.3.3	Simulation	122
<b>4.4</b>	<b>Système multivariable carré</b>	<b>126</b>
4.4.1	Synthèse de l'observateur	126
4.4.2	Simulation : modèle multivariable avec des entrées inconnues $d_1 = d_{R_{NL}}$ et $d_2 = d_{pert}$	128
<b>4.5</b>	<b>Etude de système expérimental</b>	<b>135</b>
4.5.1	Équations d'état	136
4.5.2	Synthèse de l'observateur	137
4.5.3	Commande plate d'une barre de torsion	141
4.5.4	Commande plate : simulations et tests expérimentaux	142
<b>4.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>146</b>

---

### 4.1 Introduction

L'estimateur proposé dans ce rapport a été introduit à partir d'une représentation sous forme de modèle bond graph. Il peut néanmoins être appliqué à tout modèle linéaire multivariable ayant les "bonnes" propriétés de structure à l'infini et de structure finie, pour lesquelles des techniques graphiques simples d'analyse existent pour les modèles bond graphs.

Nous avons mis en oeuvre ces techniques d'analyse pour des systèmes linéaires monovariables pour des problèmes de détection de fautes (composants), et estimation de variables inconnues (perturbations) sur des modèles (simulation) mais aussi pour un système réel hydraulique.

Nous proposons, dans ce quatrième chapitre, une extension des techniques, pour un système mécanique piloté par un logiciel utilisant la modélisation par bond graphs, 20Sim, permettant ainsi d'exploiter de manière optimale la représentation bond graph.

Nous présentons d'abord le système réel pour lequel une commande plate sera appliquée. Le système comportant deux capteurs, il est nécessaire de développer les techniques d'estimation dans le cas multivariable. Le système ne comportant dans notre cas qu'une seule variable d'entrée inconnue, nous ajoutons une partie non linéaire nous permettant de proposer une démarche d'estimation de composant non linéaire.

Dans un premier temps, une extension de l'estimateur est développée dans le cas non carré avec 1 entrée de perturbation (entrée inconnue) et plusieurs variables de sortie. Le cas à 2 entrées et 2 sorties est proposé dans la section suivante. Plusieurs remarques importantes peuvent être faites quant aux avantages de cette approche. Les techniques proposées peuvent être facilement étendues pour un nombre quelconques d'entrées-sorties. Les propriétés de l'observateur sont basées sur l'étude de la structure à l'infini et de la structure finie du modèle. Les modes fixes sont dans tous les cas les zéros invariants du modèle. L'approche proposée est tout à fait semblable à celle utilisée dans la résolution du problème de découplage entrée-sortie.

Pour chacune des situations, des simulations sont proposées. Elles prouvent l'efficacité de la méthode.

Une dernière partie est consacrée à la présentation des résultats expérimentaux : application d'une commande plate.

## 4.2 Présentation du système

Le système expérimental est présenté dans la figure 4.1. Ce système est composé d'un amplificateur, d'un moteur à courant continu, trois inerties : une pour le moteur et deux autres sont reliées par une barre de torsion. Ce système expérimental permet d'utiliser un logiciel dédié bond graph, et ainsi de mettre en oeuvre tous les concepts proposés dans les chapitres précédents directement à partir des modèles bond graphs.

Ce système utilise une connexion Ethernet pour la communication avec l'ordinateur. Les données sont chargées et stockées sur la carte avec une carte mémoire SD. Le code est chargé à l'aide du logiciel 20sim 4C [4C 2008] qui est utilisé pour connecter les modèles 20sim (modèles BG dans ce cas) à des systèmes physiques. Les modèles peuvent être exécutés en temps réel du code C sur des cibles comme ARM-9 à base de processeur.

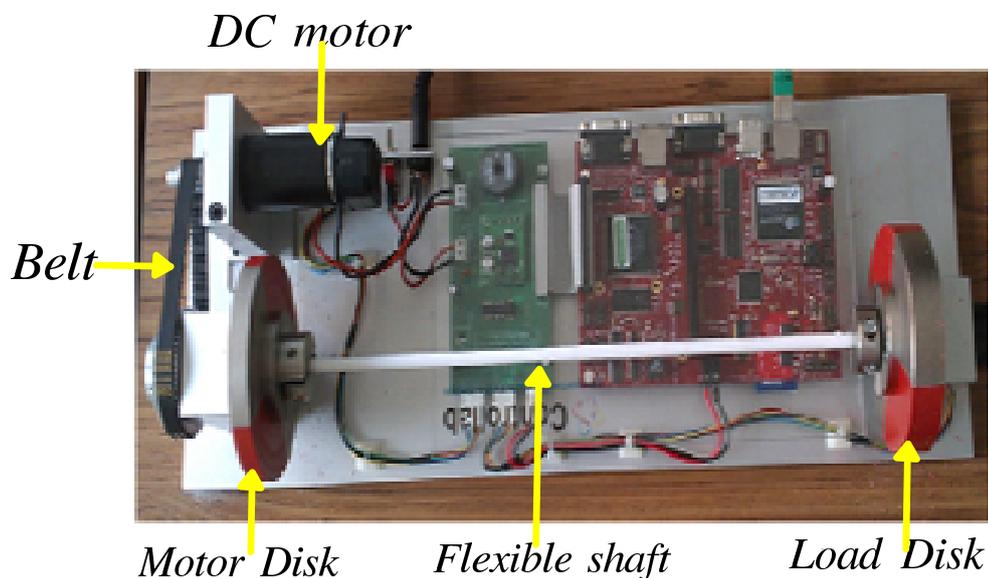


FIGURE 4.1 – Système expérimental : barre de torsion

Le modèle fonctionnel schématisé de la barre de torsion est dessiné sur la figure 4.2. Le système mécatronique se compose des éléments suivants : un amplificateur  $A$ , un moteur à courant continu classique avec une partie électrique

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

(inductance  $L_a$  et résistance  $R_a$ ) et une partie mécanique sans frottement d'inertie  $J_{motor}$  (supposée négligeable dans la présente étude), un élément de transmission (courroie) qui transmet la rotation du moteur au disque de moteur à rapport de transmission  $k_{belt}$  et avec un coefficient de frottement  $R_1$ , un premier disque en rotation avec un paramètre d'inertie  $J_{MotorDisk} = J_1$ , un arbre flexible modélisé comme un élément amortisseur à ressort (coefficient  $C$  et  $R_{shaft}$ ), un deuxième disque en rotation avec une valeur d'inertie  $J_{LoadDisk} = J_2$  et un coefficient de frottement  $LoadDiskBearing = R_2$ . Deux encodeurs convertissent les mouvements angulaires des premier et second disques.

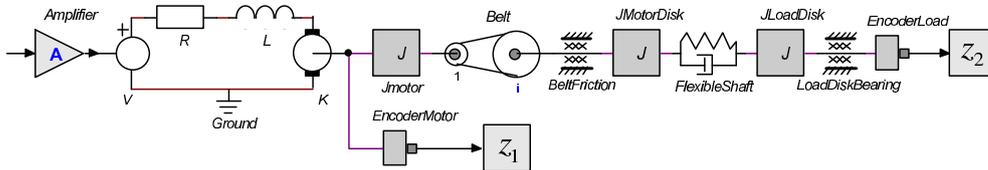


FIGURE 4.2 – Modèle schématique du système de la barre de torsion

Les valeurs numériques des paramètres du système sont données dans le tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Valeurs numériques des paramètres du système

Inductance	$L_a$	$0.0013 H$
Inertie premier disque	$J_1$	$9.0662 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$
Inertie second disque	$J_2$	$0.0014 kg \cdot m^2$
Raideur de ressort	$1/C$	$0.56 N/m$
Générateur	$k$	$0.1458$
Rapport de transmission	$k_{belt}$	$1$
Résistance	$R_a$	$1.2288 \Omega$
Friction de courroie	$R_1$	$0.005 Nms/rad$
Coefficient de frottement	$R_2$	$2.548 \cdot 10^{-5} Nms/rad$
Coefficient de frottement	$R_{shaft}$	$5.11 \cdot 10^{-4} Nms/rad$

### 4.2.1 Modélisation et analyse bond graph

Le modèle bond graph du système est représenté sur la figure 4.3. L'entrée de commande  $MSe : u$  est une source d'effort modulée par le signal de la commande

$u$ .  $z_1$  et  $z_2$  sont des variables de la vitesse de rotation associés aux deux capteurs de flux de sortie et  $\bar{z}_1$  et  $\bar{z}_2$  sont les variables mesurées ( $\bar{z}_2$  est la position angulaire du disque du moteur et  $\bar{z}_1$  est la position angulaire du disque de charge qui doit être contrôlée). A noter que puisque les détecteurs de sortie à partir d'une approche bond graph sont associés à des variables de flux (ce qui représente une vitesse angulaire), un intégrateur est ajouté après chaque détecteur de flux (afin d'obtenir la position angulaire). Les capteurs sont utilisés pour estimer les variables d'état et estimer l'entrée inconnue  $d$  modélisée par la source  $MSe : d_{pert}$ , qui est un couple dans cette étude.

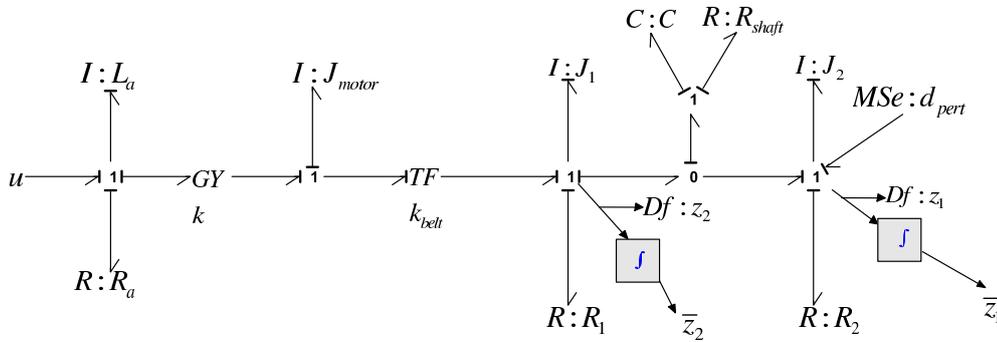


FIGURE 4.3 – Modèle bond graph de la barre de torsion

Dans une approche intégrée, avant la synthèse de la commande, une analyse structurelle du modèle bond graph est effectuée. Tout d'abord, la causalité intégrale au modèle bond graph est étudiée. L'élément  $I$  associé à l'inertie de l'arbre du moteur  $J_{motor}$  a une causalité dérivée. Dans ce cas, la variable d'état associée à l'élément dynamique est algébriquement liée à d'autres variables d'état, ce qui donne une représentation d'état non classique. D'un point de vue de la modélisation, un effet de raideur a été négligé, sinon  $J_{Motor}Disk = J_1$  peut également être considéré comme un élément d'inertie équivalent en tenant compte de deux effets d'inertie (arbre de moteur et inertie de disque du moteur).

### 4.2.2 Ajout d'un composant non linéaire

Pour cette deuxième application, l'objectif est d'appliquer l'estimateur pour un système multivariable, comportant une non-linéarité, modélisée comme une entrée inconnue, ainsi que d'une entrée inconnue classique. Le système mécanique

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

précédent, la barre de torsion, est conservé. Il est supposé piloté par une batterie. La figure 4.4 (a) représente un schéma équivalent de batterie, composée d'un générateur de tension et d'une résistance en série. La tension à vide  $E_{batt}$  et la résistance interne en charge et décharge de la batterie  $R_{batt}$  dépendent de l'état de charge SOC (State Of Charge). Le schéma bond graph de la batterie est présenté dans la figure 4.4 (b).

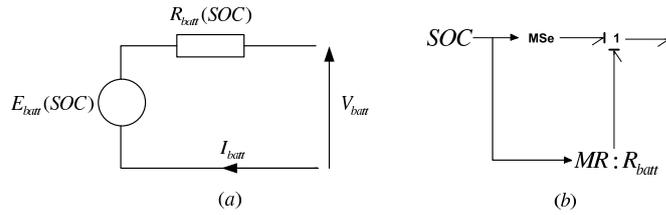


FIGURE 4.4 – (a) Schéma électrique équivalent d'un élément de batterie, (b)représentation bond graph de la batterie

L'état de charge est estimé par integration du courant :

$$q_{batt}(t) = q_{batt}(0) - \int_0^t \eta_f \cdot I_{batt}(\tau) d\tau$$

$$SOC = \frac{q_{batt}(t)}{q_{max}}$$

Le rendement faradique  $\eta_f$  traduit la quantité réelle de courant participant à la charge et la décharge de la batterie et dépendant du SOC. Nous prendrons le rendement faradique moyen. La tension de la batterie  $V_{batt}$  dépend de son état de charge SOC et du courant  $I_{batt}$  qui la traverse (4.1)

$$V_{batt}(SOC, I_{batt}) = E_{batt}(SOC) - R_{batt}(SOC, \text{signe}(I_{batt})) \cdot I_{batt} \quad (4.1)$$

où les caractéristiques d'un élément de batterie Ni-MH Panasonic  $E_{batt}$  et  $R_{batt}$  sont représentées sur les figures 4.5 (a) et 4.5 (b).

Pour un pack de batteries de  $N_{batt}$  éléments connectés en série, la tension totale est  $U_{batt}(SOC, I_{batt}) = V_{batt}(SOC, I_{batt}) \cdot N_{batt}$

On n'étudie que le cas de décharge de batterie. La courbe de SOC (State of charge) est présentée sur la figure 4.6. La tension d'entrée  $E_{batt}$  ainsi que le composant résistif de paramètre  $R_{batt}$  ont des caractéristiques mathématiques particulières qui ne seront pas définies dans 20.Sim. Pour cela, on utilise des éléments  $MSe$  et  $MR$  respectivement et on construit deux fichiers (Ebatt.txt et Rbatt.txt) avec deux sous-programmes définis dans le table 4.2.

## 4.2 Présentation du système

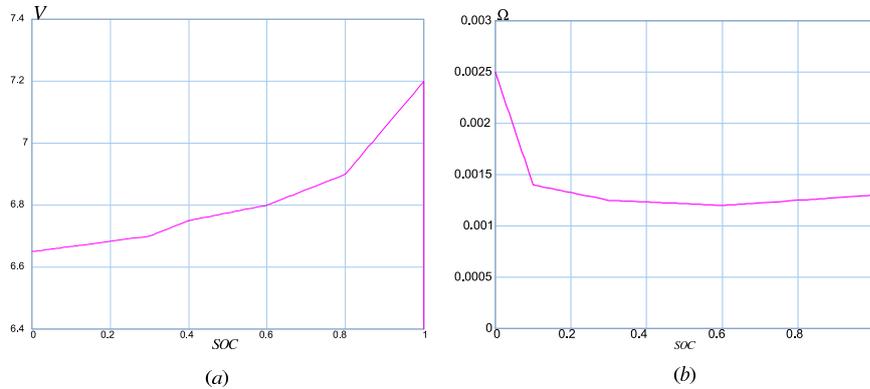


FIGURE 4.5 – (a) Tension à vide  $E_{batt}$  en fonction de SOC, (b) résistance interne  $R_{batt}$  en fonction de SOC

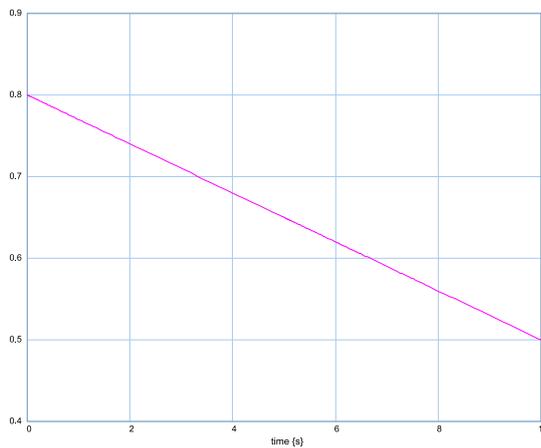


FIGURE 4.6 – State of charge (SOC)

TABLE 4.2 – Sous-programme pour les différents éléments :

élément <i>MSe</i>	élément <i>MR</i>
variables	parameters
real flow;	string c= 'C : Users Utilisateur
parameters	Desktop batterie Rbatt.txt';
string d= 'C : Users Utilisateur	variables
Desktop batterie Ebatt.txt';	real Rbatt;
equations	equations
p.e = table(d, SOC);	Rbatt=table(c,SOC);
flow = p.f;	p.e = Rbatt* p.f;

Pour le modèle bond graph complet, il suffit d'associer les 2 sous-modèles électrique et mécanique. Le schéma bond graph d'une batterie Ni-MH avec la

#### 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

partie mécanique est présenté sur la figure 4.7

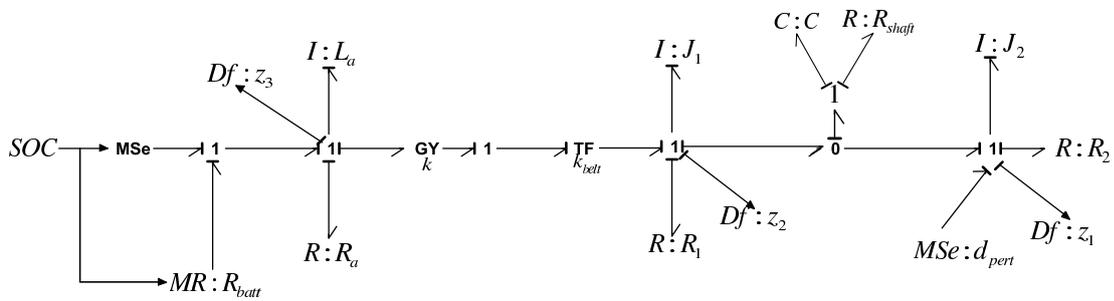


FIGURE 4.7 – BG d'une batterie Ni-MH avec la partie mécanique

## 4.2.3 Estimation à l'aide d'une seule variable de sortie

Considérons la partie mécanique du système à barre de torsion, avec le modèle bond graph simplifié à la figure 4.8. Les équations d'état (4.2) sont directement obtenues à partir du modèle bond graph simplifié de la figure 4.8. Ce modèle suit le système expérimental, qui sera discuté en détail au chapitre 4.5 de ce document.

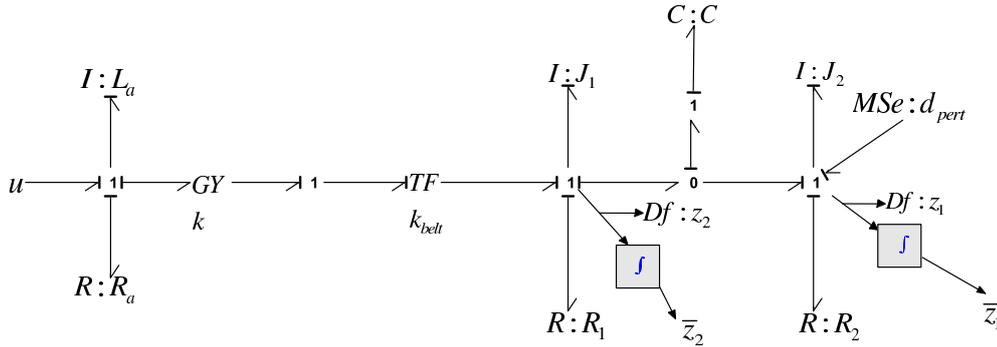


FIGURE 4.8 – Modèle BG simplifié de la barre de torsion

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{J_1}x_2 - \frac{1}{J_2}x_3 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{C}x_1 - \frac{R_1}{J_1}x_2 + \frac{k}{L_a \cdot k_{belt}}x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{R_2}{J_2}x_3 + d_{pert} \\ \dot{x}_4 = -\frac{k}{J_1 \cdot k_{belt}}x_2 - \frac{R_a}{L_a}x_4 + u \\ z_1 = \frac{1}{J_2}x_3 \\ z_2 = \frac{1}{J_1}x_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

Les pôles de la matrice  $N_{BF}$  sont choisis en fonction du nombre de modes fixes

**A : Etude de  $\Sigma(H_1, A, F)$** 

Tout d'abord, les propriétés du modèle monovariables  $\Sigma(H_1, A, F)$  sont étudiées (la structure finie et à l'infini). Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_1$  et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{pert}$  est  $Df : z_1 \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 1, donc  $n_1 = 1$ . Ainsi le modèle  $\Sigma(H_1, A, F)$  a 3 zéros invariants qui peuvent être directement déduites du modèle bond graph réduit obtenu par l'élimination des éléments du chemin causal entre l'entrée inconnue et le détecteur de sortie. Les trois zéros invariants sont stables. Ils sont les modes fixes de l'équation d'erreur de l'observateur (2.10).

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

L'estimation de la variable d'entrée inconnue est définie dans l'équation (2.4) avec la variable de sortie appropriée  $z_1$  et la matrice  $H_1$ . L'estimation du vecteur d'état est  $\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK(z_1^{(1)}(t) - \hat{z}_1^{(1)}(t))$ . Pour le placement de pôles avec matrice  $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]^t$ , un seul pôles peut être choisi.

### B : Etude de $\Sigma(H_2, A, F)$

Les propriétés du modèle monovariables  $\Sigma(H_2, A, F)$  sont étudiées. Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_2$  et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{pert}$  est  $Df : z_2 \rightarrow I : J_1 \rightarrow R : R_{shaft} \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 2, puis  $n_1 = 2$ . Donc le modèle  $\Sigma(H_2, A, F)$  a 2 zéros invariants. Les deux zéros invariants sont stables et ils peuvent être directement obtenus à partir du modèle bond graph réduit. Dans ce cas, une expression formelle est  $s = -Ra/La$  et  $s = -1/(R_{shaft}.C)$ . Ils sont les modes fixes de l'équation d'erreur (2.10) de l'observateur.

L'estimation de la variable d'entrée inconnue est définie dans l'équation (2.4) avec la variable de sortie appropriée  $z_2$  et la matrice  $H_2$ . L'estimation du vecteur d'état est  $\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK(z_2^{(2)}(t) - \hat{z}_2^{(2)}(t))$ . Pour le placement de pôles avec matrice  $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]^t$ , deux pôles peuvent être choisis.

Des problèmes similaires d'estimation des variables d'état et l'entrée inconnue l'état des systèmes linéaires monovariables ont été discutés dans le deuxième chapitre. Ce système contient des zéros invariants et la procédure classique pour la synthèse de l'observateur (2.7) est applicable. Dans la prochaine partie de ce chapitre, nous allons nous concentrer sur la question des systèmes multivariables.

### 4.3 Système multivariable non carré

Afin de simplifier la présentation et les preuves, tout d'abord un modèle non carré avec une variable d'entrée inconnue ( $q = 1$ ) et des  $p$  détecteurs de sortie est étudié. Un modèle carré avec deux variables d'entrées inconnues et deux détecteurs de sortie ( $p = q = 2$ ) est analysé dans une seconde phase.

Le concept de l'ordre de zéro à l'infini en ligne du modèle  $\Sigma(H, A, F)$  est utilisé dans cette partie. Habituellement, ce concept est proposé à des fins de contrôle (problème de découplage d'entrée-sortie en ligne par ligne avec le retour d'état,

ou le rejet de perturbation), et donc pour le modèle  $\Sigma(H, A, B)$ . Dans ce cas, l'ordre du zéro à l'infini pour le sous-système  $\Sigma(h_i, A, F)$  est noté comme  $n_i$ .

### 4.3.1 Synthèse de l'observateur

Dans ce paragraphe, il est supposé que  $n_1 \leq n_i, i = 2 \dots p$ . L'équation d'état (2.1) est maintenant réécrite comme (4.3), avec  $z_1(t) = H_1 x(t)$  la première variable de sortie et  $z_2(t) = H_2 x(t)$  est l'ensemble des  $p - 1$  variables de sortie (toutes les variables de sortie, à l'exception  $z_1(t)$ ).

$$\begin{cases} x(t) = A^{-1}\dot{x}(t) - A^{-1}Bu(t) - A^{-1}Fd(t) \\ z_1(t) = H_1 A^{-1}\dot{x}(t) - H_1 A^{-1}Bu(t) - H_1 A^{-1}Fd(t) \\ z_2(t) = H_2 A^{-1}\dot{x}(t) - H_2 A^{-1}Bu(t) - H_2 A^{-1}Fd(t) \end{cases} \quad (4.3)$$

Si  $H_1 A^{-1}F \neq 0$  (modèle  $\Sigma(H_1, A, F)$  n'a pas de zéro invariant nul) la variable  $d(t)$  et son estimation  $\hat{d}(t)$  peuvent être écrites dans l'équation (4.4), et l'erreur d'estimation de la perturbation est écrite dans l'équation (4.5).

$$\begin{cases} d(t) = -(H_1 A^{-1}F)^{-1}[z_1(t) - H_1 A^{-1}\dot{x}(t) + H_1 A^{-1}Bu(t)] \\ \hat{d}(t) = -(H_1 A^{-1}F)^{-1}[z_1(t) - H_1 A^{-1}\hat{\dot{x}}(t) + H_1 A^{-1}Bu(t)] \end{cases} \quad (4.4)$$

$$d(t) - \hat{d}(t) = (H_1 A^{-1}F)^{-1}H_1 A^{-1}(\dot{x}(t) - \hat{\dot{x}}(t)) \quad (4.5)$$

L'estimation du vecteur d'état est écrite comme (4.6). La matrice  $K$  utilisée pour le placement de pôles est multipliée par la  $n_1^{me}$  dérivée de la première valeur de sortie, et avec les autres variables de sortie, avec une dérivée du premier ordre.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_1^{(n_1)}(t) - \hat{z}_1^{(n_1)}(t) \\ z_2^{(1)}(t) - \hat{z}_2^{(1)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Si  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  est l'erreur de vecteur d'état, de (4.3), (4.4) et (4.6), l'équation d'estimation de l'erreur d'état est donnée par (4.8), où  $N_{BF}$  est défini dans (4.7). La matrice  $N_{BO}$  est écrite sans la matrice  $K$  (estimation en boucle ouverte).

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

$$\begin{cases} N_{BO} = A^{-1} - A^{-1}F(H_1A^{-1}F)^{-1}H_1A^{-1} \\ N_{BF} = A^{-1} - A^{-1}F(H_1A^{-1}F)^{-1}H_1A^{-1} - K \begin{bmatrix} H_1A^{n_1-1} \\ H_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$e(t) = N_{BF}\dot{e}(t) \quad (4.8)$$

### 4.3.2 Propriétés de l'observateur

Des conditions de placement de pôles dans l'équation (4.8) sont similaires au cas monovariabiles.  $N_{BF}$  doit être inversible, et également une matrice de Hurwitz. Des propriétés de l'observateur sont étudiées. Une condition nécessaire pour l'existence de l'estimateur d'état est proposée dans la Proposition 8.

**Proposition 8** *Une condition nécessaire pour que la matrice  $N_{BF}$  définie dans (4.7) soit inversible est que  $H_1A^{n_1-1}F \neq 0$  si  $n_1 > 1$  ou  $HF \neq 0$  si  $n_1 = 1$ .*

*Preuve*

La matrice  $N_{BF}F$  est égale à  $[A^{-1} - A^{-1}F(H_1A^{-1}F)^{-1}H_1A^{-1} - K \begin{bmatrix} H_1A^{n_1-1} \\ H_2 \end{bmatrix}]F$ , donc elle peut être réécrite comme  $N_{BF}F = K \begin{bmatrix} H_1A^{n_1-1} \\ H_2 \end{bmatrix} F$ . Si la condition  $K \begin{bmatrix} H_1A^{n_1-1} \\ H_2 \end{bmatrix} F \neq 0$  n'est pas satisfaite, le noyau de la matrice  $N_{BF}$  n'est pas vide, alors la matrice  $N_{BF}$  n'est pas inversible et cette matrice contient au moins un mode nul, ainsi le placement de pôles n'est pas possible (toutes ses valeurs propres ne sont pas dans le côté gauche du plan complexe).  $\square$

Si  $n_1 > 1$ , alors  $H_2F = 0$  et la condition dans la proposition 8 est équivalente à la condition dans la proposition 4. D'autres propriétés sont prouvées : avec la matrice  $N_{BF}$ , les pôles fixes sont les zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$ . Notons  $n_{ZI}$  le nombre de zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$ .

**Proposition 9** *Les valeurs propres de la matrice  $N_{BO}$  sont les inverses des zéros invariants du système  $\Sigma(H_1, A, F)$ , plus les  $(n - n_1)$  valeurs propres égales à 0.*

**Proposition 10** *Les pôles fixes de l'équation d'erreur d'estimation définie dans (4.8) sont les zéros invariants de système  $\Sigma(H, A, F)$ .*

### 4.3 Système multivariable non carré

*Preuve*

Les pôles fixes de l'erreur d'estimation d'état définie dans (4.8) sont les pôles non observables du modèle  $\Sigma\left(\begin{bmatrix} H_1 A^{n_1-1} \\ H_2 \end{bmatrix}, N_{BO}\right)$ . Les pôles non observables sont les racines des polynômes invariants obtenus à partir de la forme de Smith de matrice  $N(s)$  définie dans (4.9). Avec la matrice  $H_1 A^{n_1-1}$ , les  $n_1$  modes nuls de la matrice  $N_{BO}$  peuvent être choisis. L'objectif est de mettre l'accent sur le nombre de modes qui peuvent être placés avec la matrice  $H_2$ .

$$N(s) = \begin{pmatrix} sI - N_{BO} \\ H_1 A^{n_1-1} \\ H_2 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Maintenant, certaines transformations équivalentes sont proposées pour la matrice de Smith  $S(s)$  du système  $\Sigma(H, A, F)$  définie dans (4.10).

$$S(s) = \begin{pmatrix} sI - A & -F \\ H_1 & 0 \\ H_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$$S(s) \sim \begin{pmatrix} sA^{-1} - I & -A^{-1}F \\ H_1 & 0 \\ H_2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} sA^{-1} - I & -A^{-1}F \\ H_1 + sH_1A^{-1} - H_1 & -H_1A^{-1}F \\ H_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

$$\sim \begin{pmatrix} sA^{-1} - I & A^{-1}F(H_1A^{-1}F)^{-1} \\ sH_1A^{-1} & I \\ H_2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} sA^{-1} - I - A^{-1}F(H_1A^{-1}F)^{-1} - sH_1A^{-1} & 0 \\ sH_1A^{-1} & I \\ H_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$$\sim \begin{pmatrix} sN_{BO} - I & 0 \\ 0 & I \\ H_2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} sN_{BO} - I & 0 \\ H_2 & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Les racines de  $\det(sN_{BO} - I)$  sont les  $n - n_1$  inverses des pôles non nuls de la matrice  $N_{BO}$ . Des équations (4.10) et (4.13), les modes non observables de  $\Sigma(H_2, N_{BO})$  sont donc tous les inverses des zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$ . Comme les pôles nuls de la matrice  $N_{BO}$  peuvent être placés avec la matrice  $H_1 A^{n_1-1}$ , les pôles non observables du système  $\Sigma\left(\begin{bmatrix} H_1 A^{n_1-1} \\ H_2 \end{bmatrix}, N_{BO}\right)$  sont donc

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

les inverses des zéros invariants de  $\Sigma(H, A, F)$ . Ils sont les modes fixes de l'équation de l'erreur d'estimation d'état.

### 4.3.3 Simulation

Le modèle bond graph (figure 4.9) du système présenté sur la figure 4.7 n'est pas linéaire. La procédure d'estimation proposée au chapitre 2 ne peut pas être utilisée. La partie non linéaire du modèle bond graph est représentée par une variable d'entrée inconnue afin d'obtenir un modèle linéaire.

Le modèle bond graph linéaire du système est représenté sur la figure 4.9.  $d_{pert}$  est une variable de perturbation représentant le couple appliqué au disque de charge  $J_2$ , et  $d_{R_{NL}}$  est la variable de perturbation associée à des phénomènes électriques non linéaires  $R_{batt}$ . Afin d'étendre l'approche classique utilisée pour le problème de découplage entrée-sortie avec une loi de commande par retour d'état statique au problème d'observateur à entrées inconnues, seuls deux détecteurs sont utilisés. Le problème pourrait être résolu directement avec 3 détecteurs de sortie, mais pour un modèle non-carré  $\Sigma(H, A, F)$ .

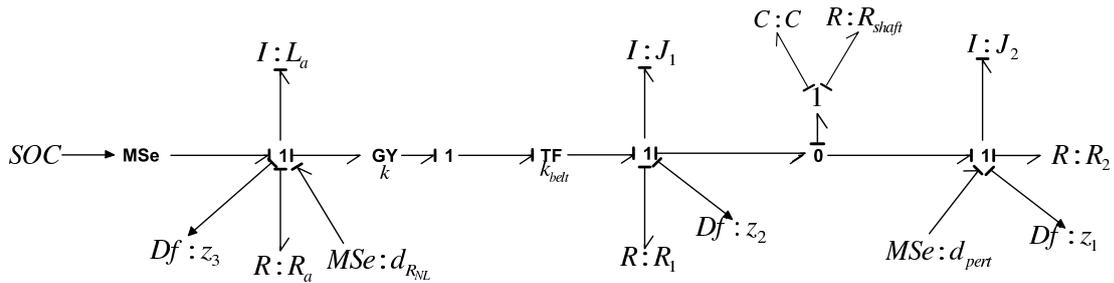


FIGURE 4.9 – BGI linéaire du système mécanique avec batterie

Les équations d'état (4.14) sont directement obtenues à partir du modèle BG (figure 4.9). Le vecteur d'état est  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^t$  avec des variables de l'énergie :  $x_1 = q_C = q_{C_{shaft}}$ ,  $x_2 = p_{J_2}$ ,  $x_3 = p_{J_1}$  et  $x_4 = p_{L_a}$ . Les variables de sortie écrites par des détecteurs de sortie de flux (un courant et deux vitesses de rotation) sont  $z_1, z_2$  et  $z_3$ . La matrice de sortie  $H$  peut s'écrire  $H = [H_1^t, H_2^t, H_3^t]^t$ .

### 4.3 Système multivariable non carré

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{J_2}x_2 + \frac{1}{J_1}x_3 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1 + \left(-\frac{R_2}{J_2} - \frac{R_{Shaft}}{J_2}\right)x_2 + \frac{R_{Shaft}}{J_1}x_3 + d_{pert} \\ \dot{x}_3 = -\frac{1}{C}x_1 + \frac{R_{Shaft}}{J_2}x_2 + \left(-\frac{R_1}{J_1} - \frac{R_{Shaft}}{J_1}\right)x_3 + \frac{k}{L_a \cdot k_{belt}}x_4 \\ \dot{x}_4 = -\frac{k}{J_1 \cdot k_{belt}}x_3 - \frac{R_a}{L_a}x_4 + u + d_{RNL} \\ z_3 = \frac{1}{L_a}x_4 \quad z_2 = \frac{1}{J_1}x_3 \quad z_1 = \frac{1}{J_2}x_2 \end{cases} \quad (4.14)$$

Les pôles du modèle (valeurs propres de la matrice  $A$ ) sont égaux à  $-925.66$ ,  $-7.9 \pm j55.4$  et  $-10.23$ . Dans la suite, une seule perturbation est prise en compte,  $d_{pert}$ , c'est à dire  $F = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^t$ .

**Etude de  $\Sigma([H_1^t, H_2^t]^t, A, F)$**

Tout d'abord, les propriétés du modèle non-carré  $\Sigma([H_1^t, H_2^t]^t, A, F)$  sont étudiées. Le chemin causal le plus court entre les deux variables de sortie et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{pert}$  est  $Df : z_1 \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur de ce chemin causal est égale à 1, alors  $n_1 = 1$ . Le chemin causal avec le second détecteur de sortie est égal à 2. L'estimation du vecteur d'état est donc représentée par l'équation (4.15).

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_1^{(1)}(t) - \hat{z}_1^{(1)}(t) \\ z_2^{(1)}(t) - \hat{z}_2^{(1)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Les zéros invariants peuvent être étudiés avec une approche graphique. Les zéros invariants des deux sous-systèmes  $\Sigma(H_1, A, F)$  et  $\Sigma(H_2, A, F)$  sont différents. Il peut donc être prouvé que le système  $\Sigma([H_1^t, H_2^t]^t, A, F)$  n'a pas de zéro invariant, donc il n'y a pas de pôle fixe. L'estimation de la variable d'entrée inconnue est définie dans l'équation (4.4). Pour placer les pôles la matrice  $K$  est obtenue. Les quatre pôles sont choisis comme  $-1/2000$ ,  $-1/2100$ ,  $-1/2200$  et  $-1/2200$  pour la matrice  $N_{BF}$ , mais ils sont les inverses de ceux de l'équation d'estimation d'erreur classique.

$$\text{Alors } K = \begin{bmatrix} 8.9971 \cdot 10^{-14} & 6.3636 \cdot 10^{-7} & -6.3336 \cdot 10^{-15} & 1.1131 \cdot 10^{-15} \\ -3.3876 \cdot 10^{-4} & 1.0137 \cdot 10^{-22} & -1.1243 \cdot 10^{-5} & 2.0790 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}^t.$$

Les résultats de la simulation à l'aide de 20Sim sont présentés dans les figures 4.10-4.11. La figure 4.10 représente les signaux de sortie  $z_2$  et son estimations  $\hat{z}_2$ . La perturbation  $d_{pert}$  et son estimation  $\hat{d}_{pert}$  sont présentées dans la figure 4.11. Tous les calculs sont donnés en annexe.

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

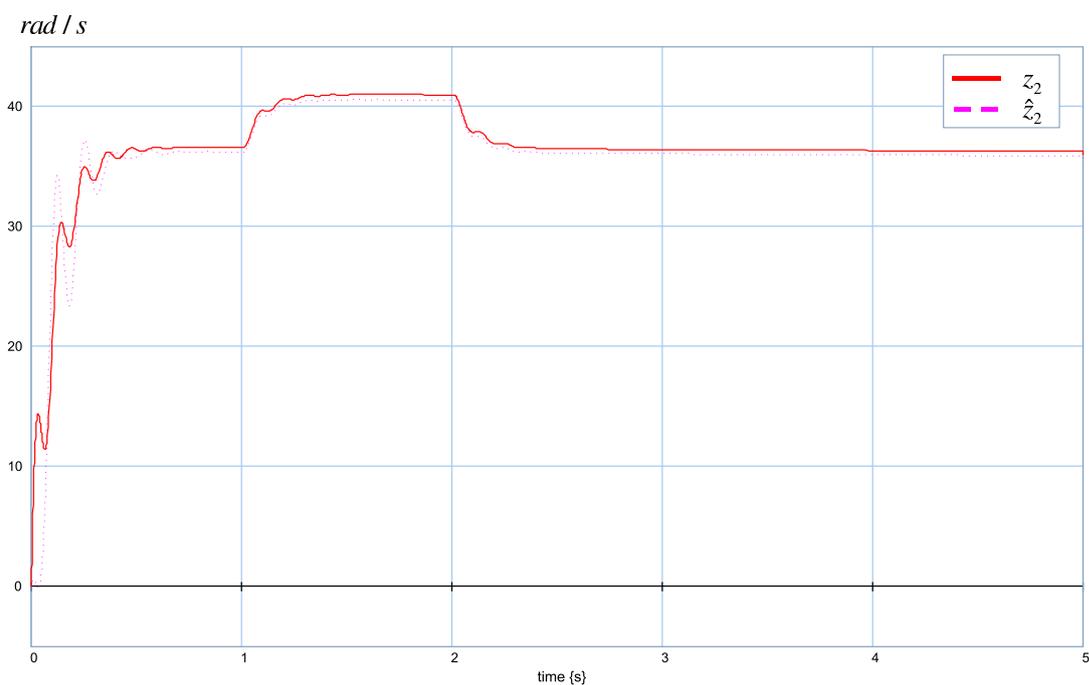


FIGURE 4.10 – Signal de sortie  $z_2$  et son estimation  $\hat{z}_2$

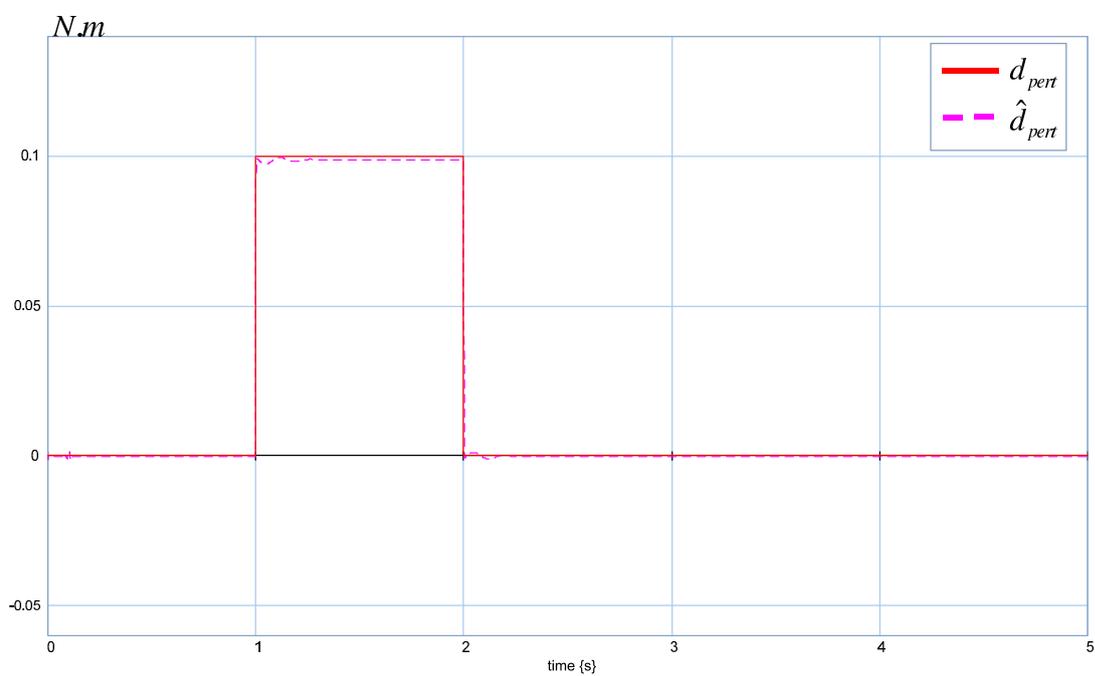


FIGURE 4.11 – Signal de perturbation  $d_{pert}$  et son estimation  $\hat{d}_{pert}$

#### Etude de $\Sigma([H_1^t, H_3^t]^t, A, F)$

Les propriétés du modèle non-carré  $\Sigma([H_1^t, H_3^t]^t, A, F)$  sont étudiées. Le chemin causal le plus court entre les deux variables de sortie et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{pert}$  est  $Df : z_1 \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur de ce chemin causal est égale à 1, alors  $n_1 = 1$ . Le chemin causal avec le second détecteur de sortie est égal à 3. L'estimation du vecteur d'état est donc écrite dans l'équation (4.16).

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_1^{(1)}(t) - \hat{z}_1^{(1)}(t) \\ z_3^{(1)}(t) - \hat{z}_3^{(1)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Il peut être prouvé que le système  $\Sigma([H_1^t, H_3^t]^t, A, F)$  n'a pas de zéro invariant, donc il n'y a pas de pôle fixe. L'estimation des différentes variables peut être faite comme pour le sous-système précédent. A noter que même si la longueur du chemin causal entre le troisième détecteur de sortie et la grandeur d'entrée inconnue est égale à 3, seule la première dérivée de cette grandeur de sortie est nécessaire.

#### Etude de $\Sigma([H_2^t, H_3^t]^t, A, F)$

Les propriétés du modèle non-carré  $\Sigma([H_2^t, H_3^t]^t, A, F)$  sont étudiées. Le chemin causal le plus court entre les deux variables de sortie et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{pert}$  est  $Df : z_2 \rightarrow I : J_1 \rightarrow R : R_{shaft} \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur de ce chemin causal est égale à 2, alors  $n_2 = 2$ . Donc, le sous-modèle  $\Sigma(H_2, A, F)$  a 2 zéros invariants. Le chemin causal avec le second détecteur de sortie est égal à 3. L'estimation du vecteur d'état est donc écrite dans l'équation (4.17).

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_2^{(2)}(t) - \hat{z}_2^{(2)}(t) \\ z_3^{(1)}(t) - \hat{z}_3^{(1)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Les zéros invariants peuvent être étudiés avec une approche graphique. Les deux sous-systèmes  $\Sigma(H_2, A, F)$  et  $\Sigma(H_3, A, F)$  ont un zéro invariant commun égal à  $s = -1/(R_{shaft} \cdot C) = -3.4945 \cdot 10^{-4}$ . Il peut donc être prouvé qu'il est aussi un invariant zéro du modèle non carré  $\Sigma([H_2^t, H_3^t]^t, A, F)$ . Il y a donc un pôle fixe pour l'équation d'erreur d'estimation.

## 4.4 Système multivariable carré

Le problème d'observateur à entrées inconnues est étudié pour le cas multivariable avec deux variables d'entrées inconnues et deux variables de sorties mesurées  $p = q = 2$ . Il est facilement étendu à tout modèle carré avec  $p = q$ . On suppose que le système  $\Sigma(H, A, F)$  est contrôlable, observable et inversible. Supposons que  $\{n_1, n_2\}$  et  $\{n'_1, n'_2\}$  sont l'ensemble des ordres des zéros à l'infini en ligne et des ordres des zéros globaux à l'infini du système  $\Sigma(H, A, F)$ . Dans le problème classique de découplage entrée-sortie, la matrice de découplage  $\Omega$  définie dans l'équation (4.18) est utilisée avec la matrice  $B$  à la place de la matrice  $F$  (avec les variables d'entrée de commande). Il est montré que cette matrice est utile dans ce problème d'estimation.

$$\Omega = \begin{bmatrix} H_1 A^{n_1-1} F \\ H_2 A^{n_2-1} F \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

### 4.4.1 Synthèse de l'observateur

Le vecteur de perturbation  $d(t)$  et son estimation  $\hat{d}(t)$  sont écrits comme dans le cas monovisible, l'équation (2.4-2.5), et l'erreur d'équation de perturbation comme dans l'équation (2.8), si la matrice  $HA^{-1}F$  est inversible (le modèle  $\Sigma(H, A, F)$  n'a pas de zéro invariant nul). L'estimation du vecteur d'état est maintenant écrite dans l'équation (4.19).

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_1^{(n_1)}(t) - \hat{z}_1^{(n_1)}(t) \\ z_2^{(n_2)}(t) - \hat{z}_2^{(n_2)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

La matrice  $N_{BF}$  associée à ce problème multivariable est donc écrite comme (4.20).

$$N_{BF} = A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1} - K \begin{bmatrix} H_1 A^{n_1-1} \\ H_2 A^{n_2-1} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Les conditions de placement de pôles dans l'équation (4.20), sont étudiées. Si la matrice  $N_{BF}$  est inversible, un placement de pôles classique est étudié, et l'équation définie dans (2.10) pour le vecteur d'erreur  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  est toujours valable, il ne dépend pas de la grandeur de perturbation. Une condition

nécessaire pour l'existence de l'estimateur d'état est proposée dans la proposition 11.

**Proposition 11** *Une condition nécessaire pour que la matrice  $N_{BF}$  soit inversible est que la matrice  $\Omega$  soit inversible.*

*Preuve*

Considérons la matrice produit  $N_{BF}.F = (A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1})F - K \begin{bmatrix} H_1 A^{n_1-1} \\ H_2 A^{n_2-1} \end{bmatrix} F = -K\Omega$ .

On suppose que la matrice  $\Omega$  qui est équivalente à une matrice de découplage dans la théorie de la commande, n'est pas inversible. Dans ce cas,  $\{n_1, n_2\} \neq \{n'_1, n'_2\}$ , la structure à l'infini en ligne du système  $\Sigma(H, A, F)$  est différente de sa structure à l'infini globale. Le rang de la matrice  $N_{BF}.F$  est égal à 1, donc la matrice  $N_{BF}$  est non inversible et l'observateur ne peut pas être synthétisé.

**Proposition 12** *Dans la matrice  $N_{BF}$  définie dans (4.20),  $n_1 + n_2$  pôles peuvent être choisis avec la matrice  $K$ .*

**Proposition 13** *Les valeurs propres de la matrice  $N_{BO}$  définie dans (2.9) sont les inverses des zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$  ( $n - n_1 - n_2$  modes) ainsi que  $n_1 + n_2$  valeurs propres égales à 0.*

*Preuve*

La matrice  $N_{BF}$  à ce problème carré multivariable est écrite comme  $N_{BF} = A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1} - K \begin{bmatrix} H_1 A^{n_1-1} \\ H_2 A^{n_2-1} \end{bmatrix}$ .

Le placement de pôles est donc étudié avec la propriété d'observabilité du système  $\Sigma([(H_1 A^{n_1-1})^t, (H_2 A^{n_2-1})^t]^t, N_{BO})$ . Les lignes de la matrice d'observabilité de ce système sont calculées, tout d'abord avec la matrice  $H_1 A^{n_1-1}$ .

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1 A^{n_1-1} \\ H_1 A^{n_1-1} \cdot N_{BO} = H_1 A^{n_1-1} \cdot (A^{-1} - A^{-1} F (H A^{-1} F)^{-1} H A^{-1}) = H_1 A^{n_1-2} \\ H_1 A^{n_1-1} \cdot (N_{BO})^2 = H_1 A^{n_1-3} \\ \vdots \\ H_1 A^{n_1-1} \cdot (N_{BO})^{n_1-2} = H_1 A \\ H_1 A^{n_1-1} \cdot (N_{BO})^{n_1-1} = H_1 \\ H_1 A^{n_1-1} \cdot (N_{BO})^{n_1} = 0 \\ \vdots \\ H_1 A^{n_1-1} \cdot (N_{BO})^{n-1} = 0 \end{array} \right. \quad (4.21)$$

Le même résultat est obtenu avec la matrice de ligne  $H_2 A^{n_2-1}$ , et les lignes non nulles de la matrice d'observabilité du système  $\Sigma([(H_1 A^{n_1-1})^t, (H_2 A^{n_2-1})^t]^t, N_{BO})$  sont ainsi :  $[H_1^t, (H_1 A)^t, \dots, (H_1 A^{n_1-1})^t, H_2^t, (H_2 A)^t, \dots, (H_2 A^{n_2-1})^t]^t$ . Le rang de cette matrice est égal à  $n_1 + n_2$  parce que le modèle  $\Sigma(H, A, F)$  est observable et pour chaque variable de sortie, l'indice d'observabilité est supérieur ou égal à l'ordre du zéro à l'infini en ligne. Les lignes non nulles de la matrice d'observabilité du système  $\Sigma([(H_1 A^{n_1-1})^t, (H_2 A^{n_2-1})^t]^t, N_{BO})$  sont donc une partie des lignes de la matrice d'observabilité du système  $\Sigma(H, A)$ .

□

**Proposition 14** *Les pôles fixes de l'équation d'erreur d'estimation définie dans (2.10) sont les zéros invariants du système  $\Sigma(H, A, F)$ .*

*Preuve* D'après la proposition 13, les valeurs propres de la matrice  $N_{BO}$  sont les inverses des zéros invariants de système  $\Sigma(H, A, F)$  avec les  $n_1 + n_2$  valeurs propres égales à 0, et comme  $N_{BF}$  est inversible et seuls  $n_1 + n_2$  pôles peuvent être choisis, tous les pôles fixes sont les valeurs propres non nulles. □

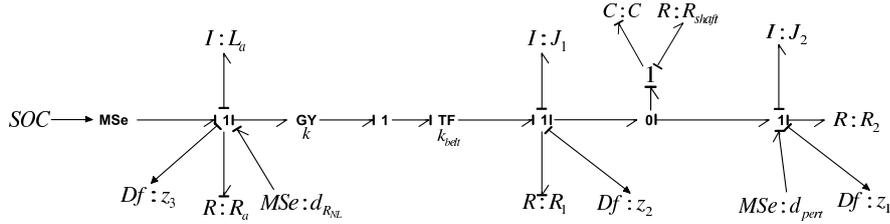
### 4.4.2 Simulation : modèle multivariable avec des entrées inconnues $d_1 = d_{R_{NL}}$ et $d_2 = d_{pert}$

Le modèle comporte trois variables de sortie. L'étude est proposée pour chaque modèle carré avec deux variables d'entrée inconnues et deux variables de sortie du modèle bond graph de la figure 4.9.

**Modèle carré avec les sorties  $z_1$  et  $z_3$  :  $H = [H_1^t, H_3^t]^t$** 

Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_1$  et la variable d'entrée de perturbation  $d_{pert}$  est  $Df : z_1 \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 1, donc  $n_3 = 1$ . Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_3$  et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{R_{NL}}$  est  $Df : z_3 \rightarrow I : L_a \rightarrow MSe : d_{R_{NL}}$ . La longueur du chemin causal est égale à 1, donc  $n_3 = 1$ . Ces deux chemins sont disjoints et il n'est pas possible d'obtenir d'autres chemins causaux disjoints, ce modèle est donc inversible et il existe deux zéros invariants. Avec ces deux détecteurs de sortie, la matrice  $\Omega$  (4.18) est inversible avec  $\Omega = [(H_1 F)^t, (H_3 F)^t]^t$ .

Afin de connaître les propriétés de l'observateur, des zéros invariants nuls doivent être étudiés avec le modèle bond graph en causalité dérivée, établi dans la figure 4.12.


 FIGURE 4.12 – BGD modèle avec les variables de sortie  $z_1$  et  $z_3$ 

Le chemin causal sur BGD (figure 4.12) entre la variable de sortie  $z_1$  et l'entrée de perturbation  $d_{pert}$  est  $Df : z_1 \rightarrow R : R_1 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 0, donc  $n_{1d} = 0$ . Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_3$  et la valeur d'entrée de la perturbation  $MSe : d_{R_{NL}}$  est  $Df : z_3 \rightarrow R : R_a \rightarrow MSe : d_{R_{NL}}$ . La longueur du chemin causal est égale à 0, donc  $n_{3d} = 0$ . Ces deux chemins sont disjoints et il n'est pas possible d'obtenir d'autres chemins causaux disjoints avec la longueur du chemin causal est égale à 0, mais avec des gains différents, donc ce modèle est inversible et il n'y a pas de zéro invariant nul. Avec ces deux détecteurs de sortie, la matrice  $[(H_1 A^{-1} F)^t, (H_3 A^{-1} F)^t]^t$  est inversible.

Les deux zéros invariants sont stables. Ils sont basés sur le modèle bond graph réduit, établi en enlevant les deux chemins causaux d'entrée-sortie disjoints dans le BGI. Le polynôme invariant est  $s^2 + (\frac{R_1}{J_1} + \frac{R_{shaft}}{J_1})s + \frac{1}{J_1 C}$ , avec les pôles  $-0.0015 \pm 0.0225i$ . Les deux zéros invariants sont également les modes fixes dans le problème d'estimation.

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

L'équation d'estimation de l'entrée inconnue est présentée dans l'équation (4.22).

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_1^{(1)}(t) - \hat{z}_1^{(1)}(t) \\ z_3^{(1)}(t) - \hat{z}_3^{(1)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Dans la suite, on note  $H = [H_1^t, H_3^t]^t$  et  $z = [z_1, z_3]^t$  en vue de simplifier la représentation mathématique. Dans ce cas, les équations précédentes pour l'observateur à entrées inconnues peuvent être utilisées dans le cas multivariable avec  $r = 1$  dans l'équation (2.7).

Les pôles du modèle (valeurs propres de la matrice  $A$ ) sont égaux  $-925.66$ ,  $-7.89 \pm 55.42$  et  $-10.23$ . Les deux pôles fixes égaux à  $-1969.6$ . Les autres pôles de la matrice  $N_{BF}$  sont placés à  $s_3 = -63.63$ ,  $s_4 = -18.57$ .

Les résultats de la simulation pour le modèle carré avec des sorties  $z_1$  et  $z_3$  à l'aide de 20sim sont présentés dans les figures 4.13-4.17. Une commande en boucle ouverte (Fig. 4.13) est appliquée à la batterie. Les figures 4.14 et 4.15 représentent les signaux de sortie  $z_1$  et  $z_3$  et leurs estimations  $\hat{z}_1$  et  $\hat{z}_3$  respectivement. La perturbation  $d_{pert}$  et son estimation  $\hat{d}_{pert}$  sont présentées dans la figure 4.16. Enfin, la figure 4.17 présente la variable d'entrée inconnue  $d_{RNL}$  et son estimation  $\hat{d}_{RNL}$ . Toutes les figures montrent que l'observateur reproduit exactement les sorties et les variables d'entrées inconnues.

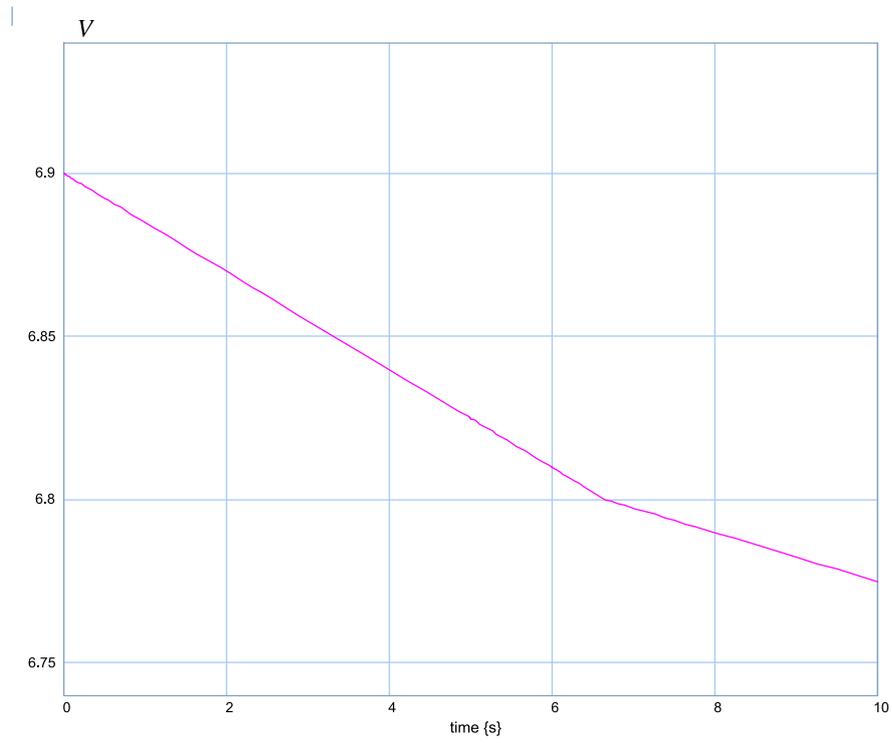


FIGURE 4.13 – Signal d'entrée  $u$

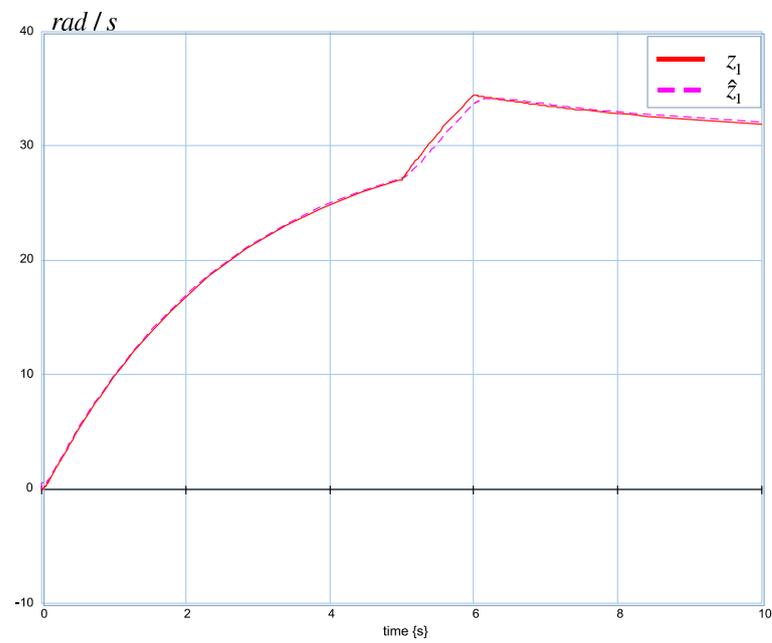


FIGURE 4.14 – Signal de sortie  $z_1$  et son estimation  $\hat{z}_1$

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

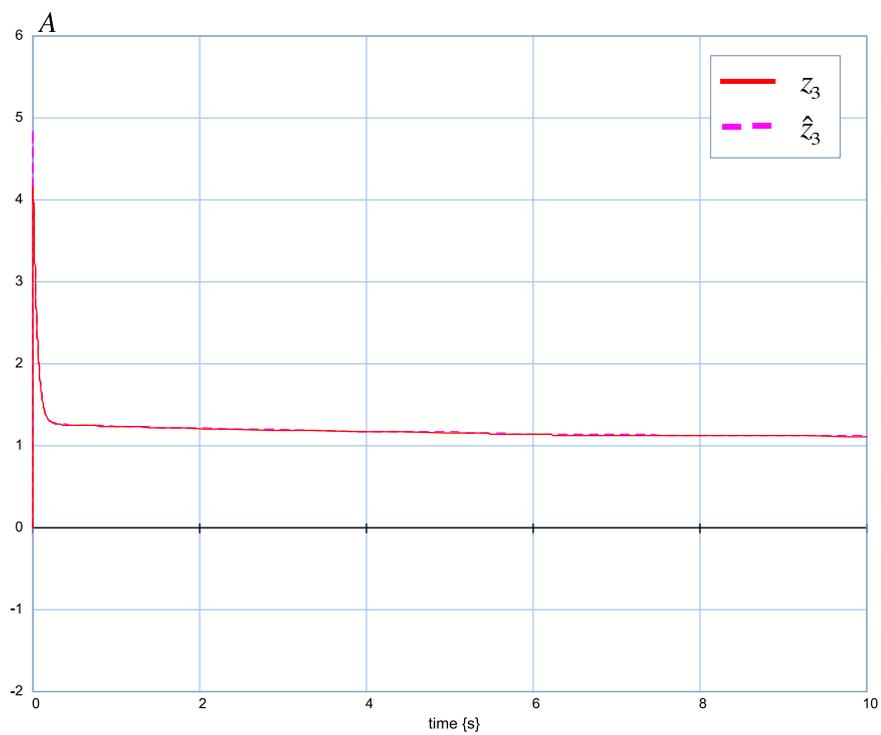


FIGURE 4.15 – Signal de sortie  $z_3$  et son estimation  $\hat{z}_3$

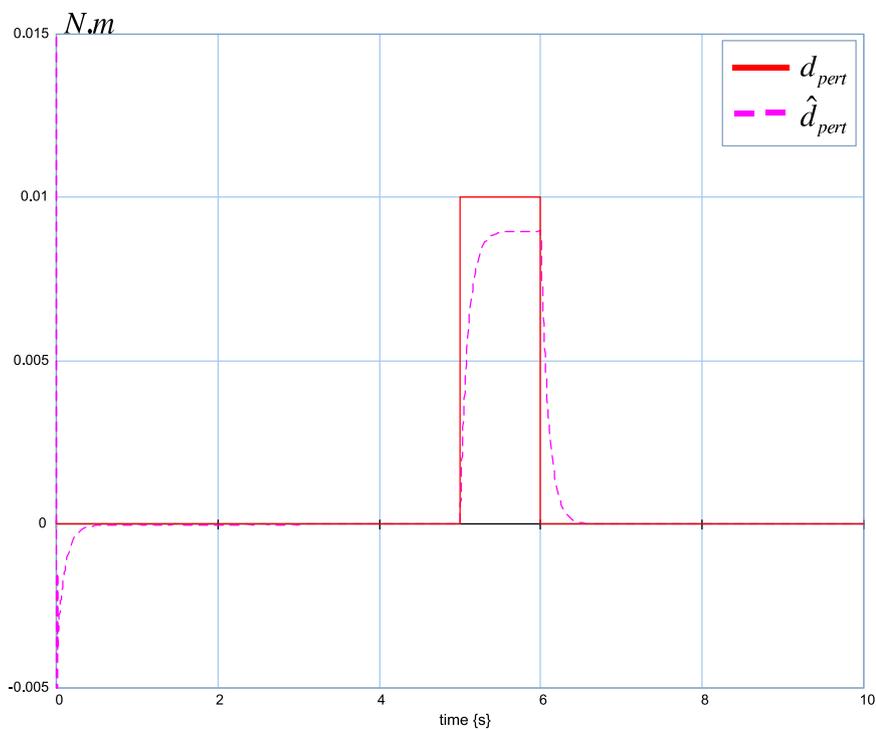
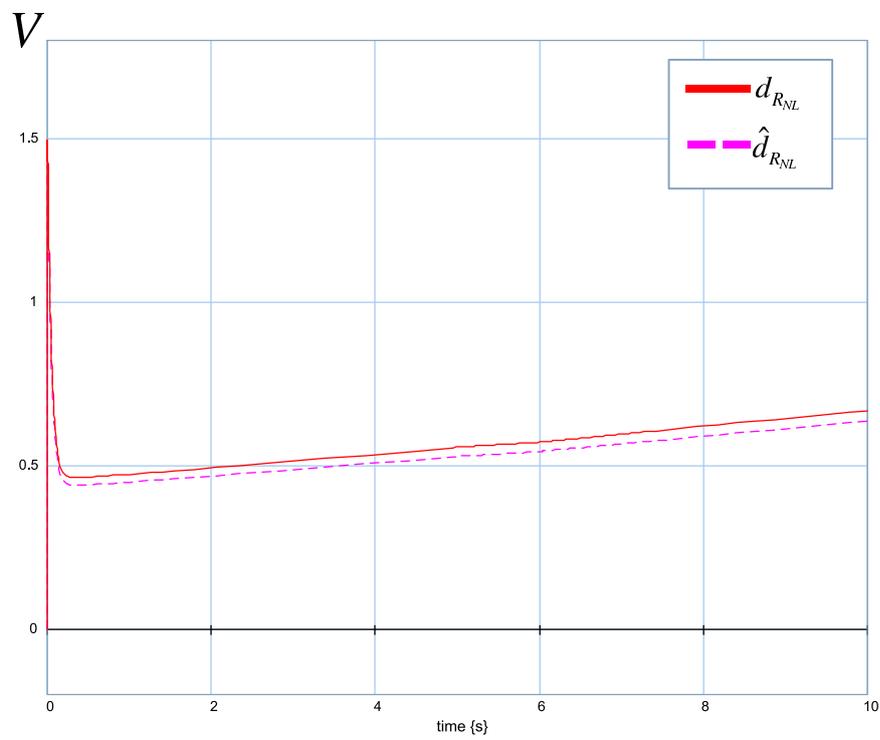


FIGURE 4.16 – Signal de perturbation  $d_{pert}$  et son estimation  $\hat{d}_{pert}$

FIGURE 4.17 – Variable d'entrée inconnue  $d_{R_{NL}}$  et son estimation  $\hat{d}_{R_{NL}}$

#### 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

**Modèle carré avec des sorties  $z_1$  et  $z_2$  :**  $H = [H_1^t, H_2^t]^t$

A partir du modèle bond graph de la figure 4.9, le chemin causal entre la variable de sortie  $z_1$  et l'entrée de perturbation  $d_{pert}$  est  $Df : z_1 \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 1, donc  $n_1 = 1$ . Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_2$  et la valeur d'entrée de la perturbation  $MSe : d_{R_{NL}}$  est  $Df : z_2 \rightarrow I : J_1 \rightarrow TF : k_{belt} \rightarrow GY : k \rightarrow I : L_a \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 2, donc  $n_2 = 2$ . Un autre chemin causal entre le deuxième détecteur de sortie et l'ensemble des entrées inconnues est  $Df : z_2 \rightarrow I : J_1 \rightarrow R : R_{shaft} \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 2, alors  $n_2 = 2$ , et la matrice  $\Omega$  définie dans l'équation (4.18) est inversible. Avec la structure à l'infini, l'estimation d'état est écrite comme l'équation 4.23).

$$\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_1^{(1)}(t) - \hat{z}_1^{(1)}(t) \\ z_2^{(2)}(t) - \hat{z}_2^{(2)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Des zéros invariants nuls doivent être étudiés avec le modèle bond graph en causalité dérivée, dessiné dans la figure 4.12. Dans BGD, le chemin causal entre la variable de sortie  $z_1$  et l'entrée de perturbation  $d_{pert}$  est  $Df : z_1 \rightarrow R : R_1 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 0, alors  $n_{1d} = 0$ . Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_2$  et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{R_{NL}}$  est  $Df : z_2 \rightarrow R : R_1 \rightarrow TF : k_{belt} \rightarrow GY : k \rightarrow R : R_a \rightarrow MSe : d_{R_{NL}}$ . La longueur du chemin causal est égale à 0, alors  $n_{2d} = 0$ . Ces deux chemins sont disjoints. Il est possible d'obtenir d'autres chemins causaux disjoints avec des longueurs égales à 0, et on peut prouver que ce modèle n'est pas inversible pour le BGD (la structure à l'infini définie pour le BGD) et la matrice  $[(H_1 A^{-1} F)^t, (H_2 A^{-1} F)^t]^t$  n'est pas inversible. Il y a un zéro invariant nul et l'OEI doit être étendue comme proposé dans Tarasov *et al.* (2014b).

**Modèle carré avec des sorties  $z_2$  et  $z_3$  :**  $H = [H_2^t, H_3^t]^t$

Tout d'abord, les propriétés du modèle carré multivariable  $\Sigma(H, A, F)$  sont étudiées (structure finie et à l'infini). Le chemin causal de BGI (figure 4.9) entre la variable de sortie  $z_2$  et l'entrée de perturbation  $d_{pert}$  est  $Df : z_2 \rightarrow I : J_1 \rightarrow R : R_{shaft} \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 2, donc  $n_2 = 2$ . Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_3$  et la valeur d'entrée de la

## 4.5 Etude de système expérimental

---

perturbation  $MSe : d_{R_{NL}}$  est  $Df : z_3 \rightarrow I : L_a \rightarrow MSe : d_{R_{NL}}$ . La longueur du chemin causal est égale à 1, donc  $n_3 = 1$ . Néanmoins, un autre chemin causal doit être étudié entre le deuxième détecteur de sortie et la source d'entrée inconnue  $d_{R_{NL}}$   $Df : z_2 \rightarrow I : J_1 \rightarrow TF : k_{belt} \rightarrow GY : k \rightarrow I : L_a \rightarrow MSe : d_{R_{NL}}$ . La longueur du chemin causal est égal à 2, alors  $n_2 = 2$ , et la matrice  $\Omega$  définie dans l'équation (4.18) est inversible. Avec la structure à l'infini, l'estimation d'état est écrite comme l'équation (4.24).

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK \begin{pmatrix} z_2^{(2)}(t) - \hat{z}_2^{(2)}(t) \\ z_3^{(1)}(t) - \hat{z}_3^{(1)}(t) \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Des zéros invariants nuls doivent être étudiés avec le modèle bond graph en causalité dérivée, dessiné dans la figure 4.12. Dans BGD, le chemin causal entre la variable de sortie  $z_2$  et l'entrée de perturbation  $d_{pert}$  est  $Df : z_2 \rightarrow R : R_1 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 0, alors  $n_{2d} = 0$ . Le chemin causal entre la variable de sortie  $z_3$  et l'entrée de perturbation  $MSe : d_{R_{NL}}$  est  $Df : z_3 \rightarrow R : R_a \rightarrow MSe : d_{R_{NL}}$ . La longueur du chemin causal est égale à 0, alors  $n_{3d} = 0$ . Ces deux chemins sont disjoints. Il est possible d'obtenir d'autres chemins causaux disjoints, mais avec des gains différents, donc ce modèle est inversible (la structure à l'infini définie pour le BGD) et il n'y a pas de zéro invariant nul. Grâce à ces deux détecteurs de sortie, la matrice  $[(H_2A^{-1}F)^t, (H_3A^{-1}F)^t]^t$  est inversible. Le zéro invariant est stable et il est le mode fixe pour le problème d'estimation. Le polynôme invariant est  $s + \frac{1}{R_{shaft}C}$ .

La matrice  $N_{BF}$  dans ce cas multivariable est donc écrite que comme  $N_{BF} = A^{-1} - A^{-1}F(HA^{-1}F)^{-1}HA^{-1} - K \begin{bmatrix} H_2A \\ H_3 \end{bmatrix}$ .

Des simulations pourraient être effectuées ces différents cas. Nous proposons dans la suite d'appliquer les résultats obtenus sur un système réel.

## 4.5 Etude de système expérimental

Dans ce qui suit, un des objectifs est d'appliquer une commande plate pour le système expérimental (figures 4.1-4.3), avec la variable de commande d'entrée  $MSe : u$  et la grandeur de sortie  $\bar{z}_1$  à contrôler (position angulaire du disque de

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

charge). À partir d'une approche bond graph, le modèle est plat si chaque élément dynamique est contenu dans le chemin causal le plus court entre la variable de sortie et la source d'entrée. Le chemin causal entre la variable de sortie et la variable d'entrée est  $Df : \bar{z}_1 \rightarrow \int \rightarrow I : J_2 \rightarrow R : R_{shaft} \rightarrow I : J_1 \rightarrow TF : k_{belt} \rightarrow GY : k \rightarrow I : L_a \rightarrow MSe : u$ . La longueur du chemin causal est égale à 4, le modèle n'est pas plat, car si  $\bar{z}_1$  est considéré comme une variable d'état, l'ordre du modèle est 5. En étudiant les propriétés dynamiques du modèle bond graph, et en particulier les boucles causales entre les éléments, il peut être prouvé que l'arbre flexible peut n'être modélisé que par un élément  $C$ , l'effet d'amortissement peut être négligé, dans ce cas, l'élément  $R$  ( $R : R_{shaft}$ ) est supprimé. Dans ce cas, le chemin causal entre la variable de sortie et la valeur d'entrée est  $Df : \bar{z}_1 \rightarrow \int \rightarrow I : J_2 \rightarrow C : C_{shaft} \rightarrow I : J_1 \rightarrow TF : k_{belt} \rightarrow GY : k \rightarrow I : L_a \rightarrow MSe : u$ , et le modèle est plat. Le modèle bond graph simplifié est présenté sur la figure 4.18.

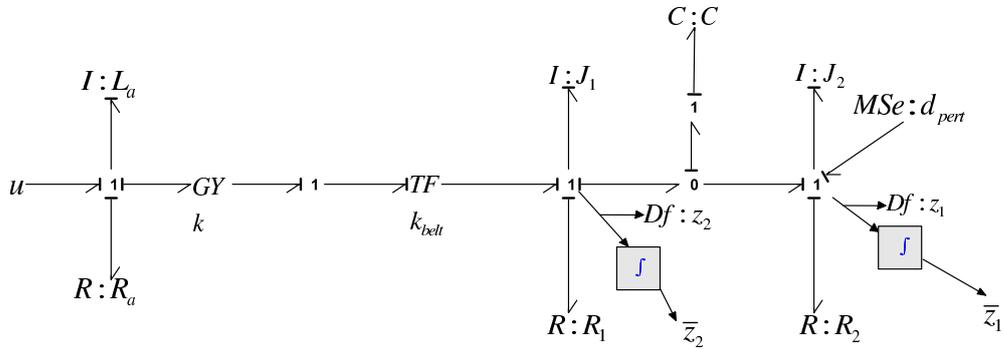


FIGURE 4.18 – Modèle BG simplifié de la barre de torsion

### 4.5.1 Équations d'état

Les équations d'état (4.25) sont directement obtenues à partir du modèle bond graph simplifié présenté sur la figure 4.18. Le vecteur d'état est  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^t$  avec des variables d'énergie :  $x_1 = q_C = q_{C_{shaft}}$  (qui représente la torsion de l'arbre),  $x_2 = p_{J_1} = p_{J_{MotorDisk}}$ ,  $x_3 = p_{J_2} = p_{J_{LoadDisk}}$  et  $x_4 = p_{L_a}$ . Les variables de sortie écrites à partir des détecteurs de flux sont  $z_1$  et  $z_2$ .

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{J_1}x_2 - \frac{1}{J_2}x_3 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{C}x_1 - \frac{R_1}{J_1}x_2 + \frac{k}{L_a \cdot k_{belt}}x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{R_2}{J_2}x_3 + d_{pert} \\ \dot{x}_4 = -\frac{k}{J_1 \cdot k_{belt}}x_2 - \frac{R_a}{L_a}x_4 + u \\ z_1 = \frac{1}{J_2}x_3 \\ z_2 = \frac{1}{J_1}x_2 \end{cases} \quad (4.25)$$

Les variables de sortie mesurées ne sont pas des variables de puissance bond graph (variables de flux ou de l'effort), donc un vecteur d'état augmenté est utilisé afin d'avoir un modèle d'état classique. Ce nouveau vecteur est  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)^t$  avec  $x_5 = \frac{1}{J_2} \int x_3$  ou  $z_1 = \dot{x}_5$  et  $x_6 = \frac{1}{J_1} \int x_2$ , ou  $z_2 = \dot{x}_6$ . Dans ce cas, l'ordre du modèle est 6 et la matrice d'état a deux valeurs propres nulles. La nouvelle équation d'état est définie dans l'équation (4.26). Avec ce nouveau modèle mathématique, une commande plate peut être appliquée à la variable de sortie  $\bar{z}_1$ . Dans ce cas, le modèle n'ayant qu'une variable de commande, le modèle est considéré comme monovisible, une seule variable de sortie à commander  $\bar{z}_1$ , et le modèle a deux variables de sortie mesurées. La variable d'entrée inconnue doit être estimée afin d'avoir de bonnes performances.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{J_1}x_2 - \frac{1}{J_2}x_3 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{C}x_1 - \frac{R_1}{J_1}x_2 + \frac{k}{L_a \cdot k_{belt}}x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{R_2}{J_2}x_3 + d_{pert} \\ \dot{x}_4 = -\frac{k}{J_1 \cdot k_{belt}}x_2 - \frac{R_a}{L_a}x_4 + u \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{J_2}x_3 \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{J_1}x_2 \\ \bar{z}_1 = x_5 \\ \bar{z}_2 = x_6 \end{cases} \quad (4.26)$$

### 4.5.2 Synthèse de l'observateur

L'observateur proposé dans le chapitre 2 est défini pour des modèles bond graph comportant des capteurs de type "effort" ou "flux". Le système expérimental contient deux capteurs d'angle. Le modèle d'état défini en (4.26) est un modèle d'état étendu. L'observateur suivant va permettre d'estimer les variables d'état bond graph, sans toutefois estimer les 2 variables mesurées. C'est en quelque sorte un estimateur d'ordre réduit.

Le nouveau vecteur de sortie peut être écrit comme  $\bar{z}(t) = H \int x(t)dt$ . Pour

#### 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

écrire une équation d'état classique, un nouveau vecteur d'état est écrit, avec  $\bar{x}(t) = \bar{z}(t)$ , donc  $\dot{\hat{x}}(t) = z(t) = Hx(t)$ , et la nouvelle équation d'état est (4.27).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Fd(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) = Hx(t) \\ \bar{z}(t) = \bar{x}(t) \end{cases} \quad (4.27)$$

Il est facile de prouver que la matrice d'état pour ce modèle augmenté n'est pas inversible et donc l'observateur précédent ne peut pas être utilisé avec des variables de sortie  $\bar{z}$ . Mais avec des grandeurs de sortie bond graph classiques définies à partir de détecteurs de sortie, l'observateur précédent peut être utilisé. Un observateur d'ordre réduit est ainsi proposé parce que toutes les variables d'état définies dans l'équation (4.27) doivent être estimées, sauf celles mesurées. L'observateur réduit est utilisé pour le système expérimental.

La synthèse de l'observateur à entrées inconnues est proposée pour le modèle bond graph simplifié défini dans la figure 4.3, avec des variables de flux comme variables de sortie. Tout d'abord, les propriétés du modèle sont étudiées avant la synthèse de l'observateur, et ensuite la commande plate est proposée. Les simulations et les résultats expérimentaux prouvent l'efficacité de l'approche.

La barre de torsion présentée dans la figure 4.3. avec des variables de flux comme variables de sortie est un modèle du quatrième ordre. La causalité dérivée peut être appliquée, ainsi le modèle est commandable/observable [Sueur & Dauphin-Tanguy \(1991\)](#). Avec les deux capteurs (sorties  $z_1$  et  $z_2$ ) et avec la variable d'entrée  $MSe : d_{pert}$ , il est facile de prouver avec une analyse bond graph que ce modèle  $\Sigma(H, A, F)$  n'a pas de zéro invariant. Les quatre pôles de la matrice  $N_{BF}$  définie dans l'équation (2.9) peuvent être choisis pour le problème d'estimation.

Le chemin causal entre la variable  $z_1$  de sortie et la valeur d'entrée de perturbation est  $Df : z_1 \rightarrow I : J_2 \rightarrow MSe : d_{pert}$ . La longueur du chemin causal est égale à 1, donc  $n_1 = 1$ . Comme le chemin causal entre  $Df : z_2$  et  $MSe : d_{pert}$  est d'une longueur plus importante, on utilise l'estimateur défini en (4.6) et chaque variable de sortie est ainsi dérivée une seule fois. L'estimation de l'état est donc définie dans l'équation (4.28).

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK(z^{(1)}(t) - \hat{z}^{(1)}(t)) \quad (4.28)$$

Comme les variables de sortie mesurées sont  $\bar{z}_1$  et  $\bar{z}_2$  (positions angulaires), la nouvelle estimation d'état est écrite comme défini dans l'équation (4.29). Une

## 4.5 Etude de système expérimental

---

deuxième dérivation de  $\bar{z}(t)$  est nécessaire, un filtre de premier ordre est utilisé pour les simulations.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F\hat{d}(t) - AK(\bar{z}^{(2)}(t) - \hat{z}^{(1)}(t)) \quad (4.29)$$

L'équation d'estimation de la variable d'entrée inconnue est  $\hat{d} = -(H_1A^{-1}F)^{-1}(\dot{\hat{z}}_1 - H_1A^{-1}\dot{\hat{x}} + H_1A^{-1}Bu)$ , une dérivaison de premier ordre de  $\bar{z}_1(t)$  est nécessaire. Une première dérivaison de l'estimation d'état  $\hat{x}$  est utilisée, mais étant donné que cette dérivaison est une variable d'effort pour des éléments dynamiques  $I$ , un capteur d'effort  $e$  est ajouté pour chaque élément  $I$ , et un capteur de débit  $f$  est ajouté pour chaque élément  $C$ . Ainsi  $\dot{\hat{x}}$  est obtenu directement à partir du modèle bond graph de l'observateur sans dérivaison. En conclusion, seulement la dérivaison des signaux de sortie doit être effectuée.

Les pôles du modèle (valeurs propres de la matrice  $A$ ) sont égaux à  $-925.67$ ,  $-7.42 \pm j55.5$  et  $-10.23$ . Les pôles de la matrice  $N_{BF}$  sont placés comme  $s_1 = -20$ ,  $s_2 = -21$ ,  $s_3 = -22$  et  $s_4 = -23$ . Pour le placement de pôles la matrice  $K$  est

$$K = \begin{bmatrix} 0.0046 & 1.17 \cdot 10^{-4} & 1.8 \cdot 10^{-15} & -0.0015 \\ 1.86 \cdot 10^{-9} & 2.07 \cdot 10^{-11} & 6.08 \cdot 10^{-5} & 17.48 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix}^t.$$

Tout d'abord, une simple commande en boucle ouverte (figure 4.19) est appliquée à la barre de torsion. Les résultats expérimentaux présentés sur la figure 4.20 montrent que l'observateur reproduit les variables de sortie estimées  $\hat{z}_1$  et  $\hat{z}_2$  comparées avec les grandeurs de mesure  $\bar{z}_1$  et  $\bar{z}_2$ .

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

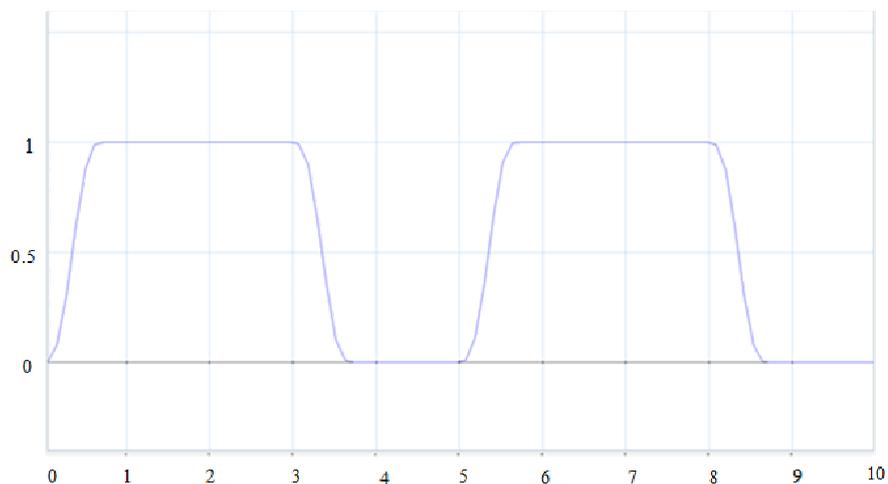


FIGURE 4.19 – Signal d'entrée  $v$  : commande expérimentale en boucle ouverte

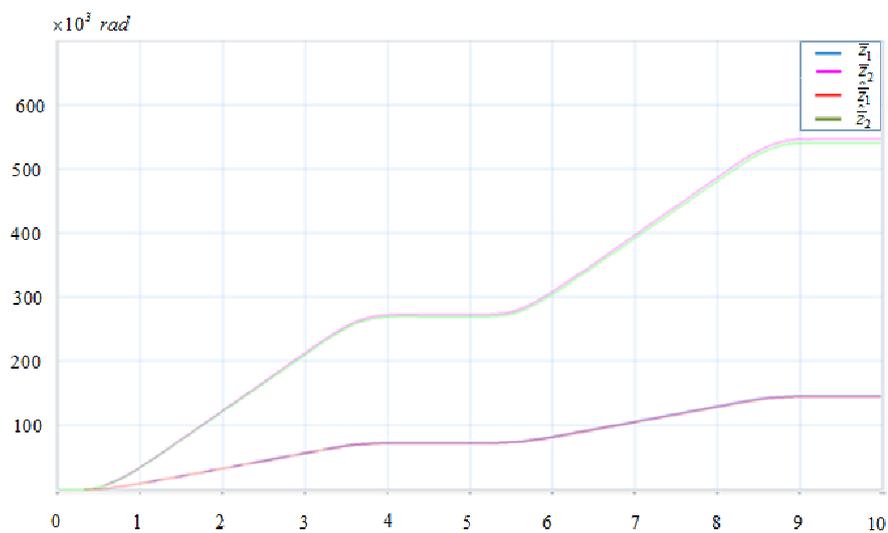


FIGURE 4.20 – Résultat expérimental : position du disque de charge  $\bar{z}_1$ , du disque du moteur  $\bar{z}_2$  et estimations  $\hat{z}_1, \hat{z}_2$

### 4.5.3 Commande plate d'une barre de torsion

Cet observateur permet d'estimer des variables d'état et des entrées inconnues du système. Afin de disposer d'une loi de commande sans intégration et donc sans avoir besoin des conditions initiales, une commande plate est proposée. L'équation d'état utilisé pour la commande plate est réécrite dans l'équation (4.30), en ne considérant qu'une seule variable de commande  $u(t)$  et une seule variable de sortie à commander, la variable angulaire  $y = \bar{z}_1$ , l'angle du deuxième disque.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{J_1}x_2 - \frac{1}{J_2}x_3 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{C}x_1 - \frac{R_1}{J_1}x_2 + \frac{k}{L_a \cdot k_{belt}}x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{R_2}{J_2}x_3 + d_{pert} \\ \dot{x}_4 = -\frac{k}{J_1 \cdot k_{belt}}x_2 - \frac{R_a}{L_a}x_4 + u \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{J_2}x_3 \\ y = \bar{z}_1 = x_5 \end{cases} \quad (4.30)$$

La variable d'entrée  $u$  peut être écrite comme une fonction de la sortie  $y$  et l'entrée inconnue  $d_{pert}$  et de leurs dérivées comme dans l'équation (4.31). La variable  $\hat{d}_{pert}$  est utilisée dans l'expression de la loi de commande, car la variable d'entrée inconnue ne peut être mesurée.

$$\begin{aligned} u = & y^{(5)} + 950.76y^{(4)} - 9.5602 \cdot 10^3 y^{(3)} + \\ & 3.075 \cdot 10^6 y^{(2)} - 1.63 \cdot 10^7 \dot{y} - 714.3 \hat{d}_{pert}^{(3)} - \\ & 6.791 \cdot 10^5 \hat{d}_{pert}^{(2)} + 7.75 \cdot 10^6 \hat{d}_{pert}^{(1)} - 1.33 \cdot 10^9 \hat{d}_{pert} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Tout d'abord, une trajectoire de la position angulaire du deuxième disque doit être choisie. Les conditions initiales et finales de la position du second disque sont choisies comme suit :  $y(t_i) = \dot{y}(t_i) = \ddot{y}(t_i) = y^{(3)}(t_i) = y^{(4)}(t_i) = 0$ ,  $y(t_f) = y_f$  et  $\dot{y}(t_f) = \ddot{y}(t_f) = y^{(3)}(t_f) = y^{(4)}(t_f) = 0$ . La trajectoire de référence pour la position du second disque (sortie plate) est obtenue par une interpolation polynomiale en fonction des conditions initiales et finales, elle est décrite dans l'équation (4.32), avec  $y_f = 1rad$  et  $t_f = 2s$ .

$$y^*(t) = 3.9375t^5 - 6.5625t^6 + 4.2188t^7 - 1.2305t^8 + 0.1367t^9 \quad (4.32)$$

Avec la commande plate, le système est transformé en une chaîne d'intégrateurs. La commande en boucle fermée est appliquée à une variable d'erreur  $\epsilon =$

## 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

$y^* - y$ . Soit  $y^{(5)} = v$  dans l'équation (4.31), la nouvelle loi de commande est définie dans l'équation (4.33), où  $k_{d1} = 195$ ,  $k_{d2} = 1.58 \cdot 10^4$ ,  $k_{d3} = 6.85 \cdot 10^5$ ,  $k_{d4} = 1.667 \cdot 10^7$ ,  $k_p = 2.163 \cdot 10^8$ ,  $k_i = 1.168 \cdot 10^9$ .

$$v = y^{*(5)} + k_{d1}(y^{*(4)} - y^{(4)}) + k_{d2}(y^{*(3)} - y^{(3)}) + k_{d3}(y^{*(2)} - y^{(2)}) + k_{d4}(\dot{y}^* - \dot{y}) + k_p(y^* - y) + k_I \int (y^* - y) \quad (4.33)$$

### 4.5.4 Commande plate : simulations et tests expérimentaux

Des simulations sont proposées en utilisant 20-Sim. Dans la figure 4.21, l'entrée inconnue variable  $d$  (perturbation) et son estimation  $\hat{d}$  sont présentées. La perturbation  $d(t)$  du système est un signal d'impulsion avec temps de démarrage à 0,5s et un temps de fin à 0,7s et une amplitude de 0,1Nm. La commande plate est appliquée au modèle bond graph sans tenir compte de la grandeur de perturbation et de ses dérivées dans la loi de commande. Dans ce cas, une bonne estimation de la variable de sortie est obtenue mais la variable  $y(t)$  n'est pas près de la trajectoire de référence établie sur la figure 4.22. Ce problème est résolu, figure 4.23, avec la loi de commande complète définie dans l'équation (4.31), ce qui signifie que l'estimation de l'entrée inconnue est nécessaire.

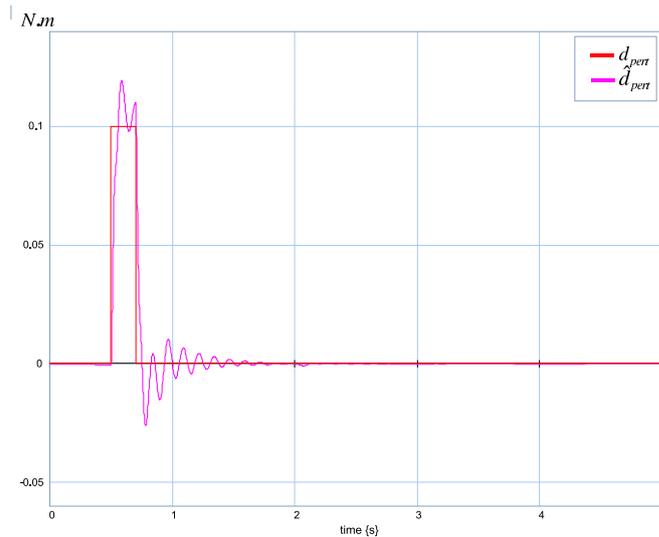


FIGURE 4.21 – Variable d'entrée inconnue  $d_{pert}$  et son estimation  $\hat{d}_{pert}$

*Résultat expérimental*

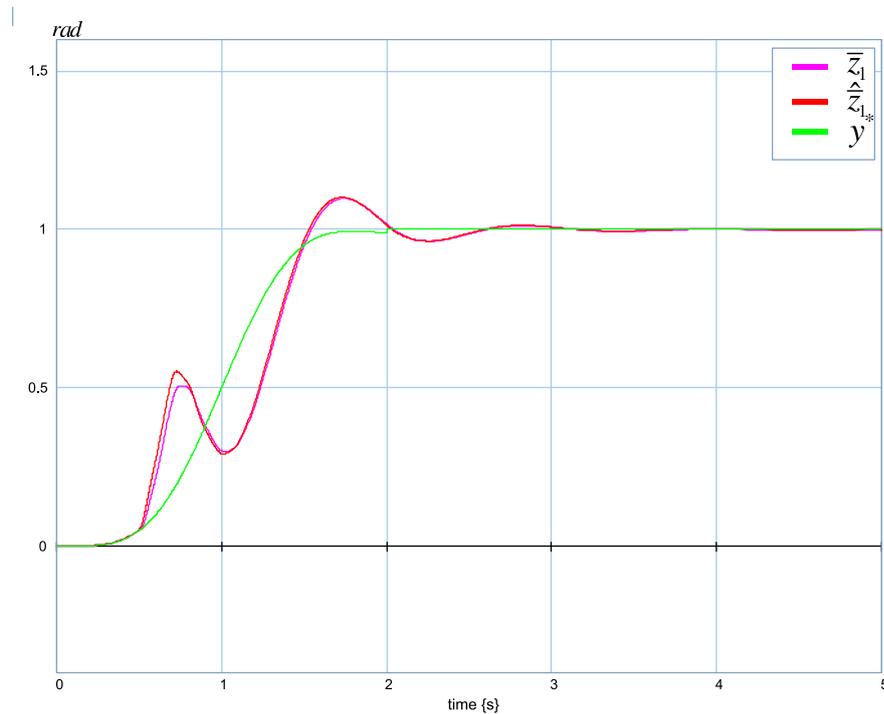


FIGURE 4.22 – Simulation avec la commande plate simple : trajectoire de référence, variable de sortie  $y$  et son estimation  $\hat{y}$

La commande plate est appliquée au système expérimental. L'entrée inconnue  $d$  est un déplacement angulaire appliqué au disque de chargement. La loi de commande est présentée dans la figure 4.24. Les trajectoires de la position du disque de charge  $\bar{z}_1$  et son estimation  $\hat{z}_1$ , y compris l'entrée inconnue  $\hat{d}$  dans la loi de commande sont représentées sur la figure 4.25. La figure 4.26 présente l'estimation de l'entrée inconnue  $d$ .

Malgré le fait que la commande plate exige une dérivée d'ordre 5, sur un système réel, nous utilisons au maximum la seconde dérivation pour des raisons de problème de calcul en temps réel sur le logiciel dédié au système expérimental. Mais même dans ce cas, le système affiche de bons résultats de l'estimation de la sortie et de l'entrée inconnue. Cela confirme une fois de plus la robustesse de la méthode proposée.

#### 4. ETUDE DE CAS MULTIVARIABLE

---

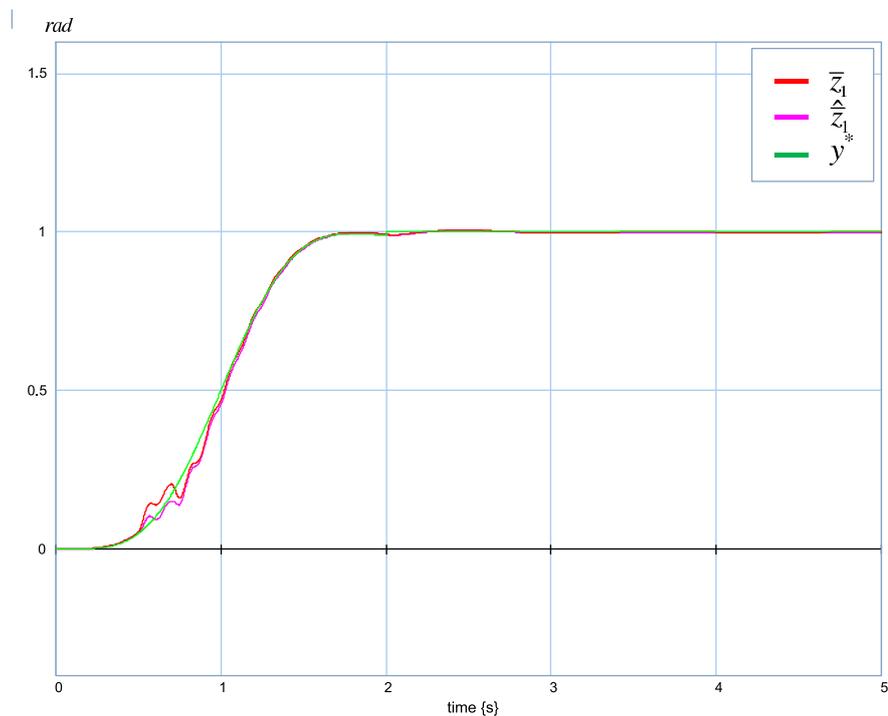


FIGURE 4.23 – Simulation avec la commande plate complète : trajectoire de référence, variable de sortie  $y$  et son estimation  $\hat{y}$

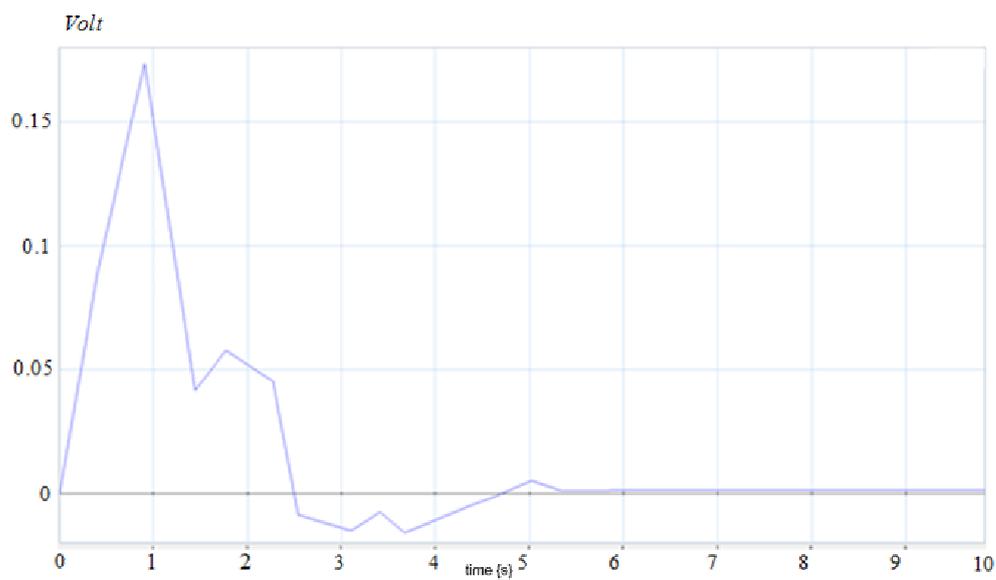


FIGURE 4.24 – Commande plate  $u$

## 4.5 Etude de système expérimental

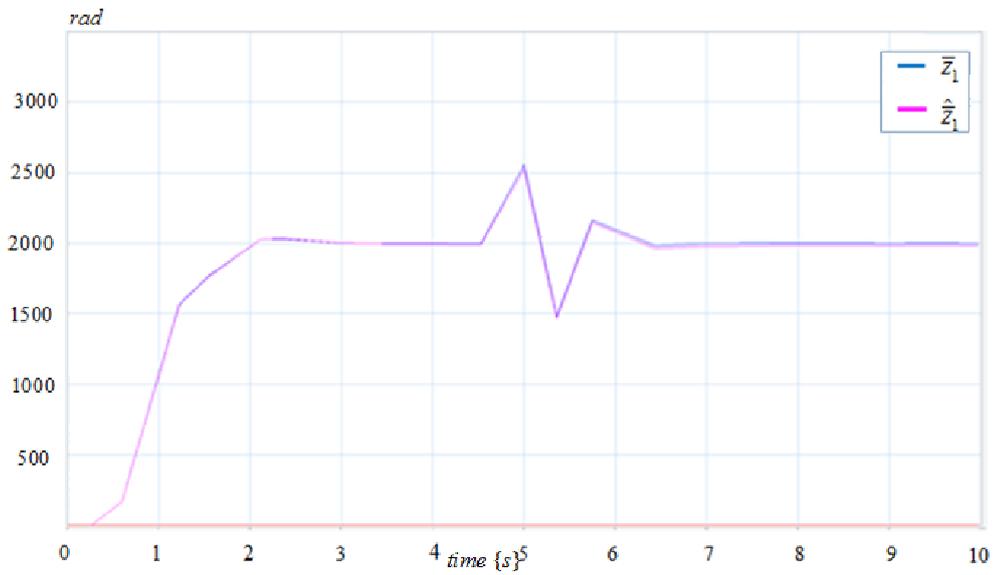


FIGURE 4.25 – Position angulaire du disque de charge  $\bar{z}_1$  et son estimation  $\hat{z}_1$

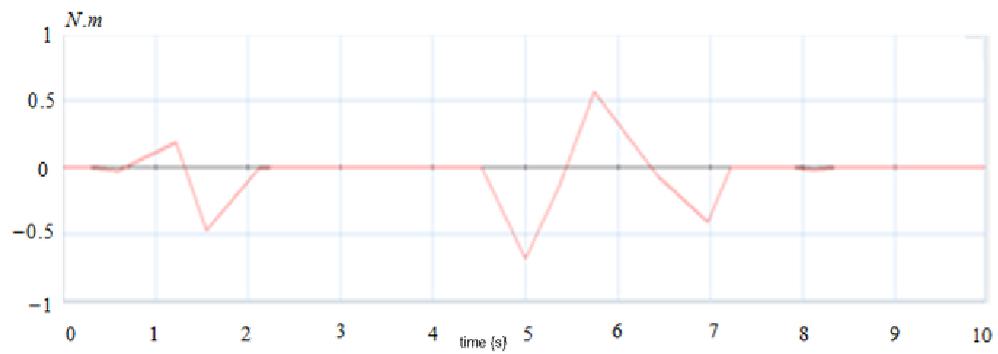


FIGURE 4.26 – Estimation de la perturbation  $\hat{d}_{pert}$

### 4.6 Conclusion

Dans cette section, un système représenté par une barre de torsion expérimental est utilisé comme un banc d'essai pour le contrôle commande et l'estimation des entrées inconnues. Différentes étapes, de la synthèse à la modélisation sont mises en oeuvre avec l'approche bond graph avec un logiciel dédié 20-sim. En raison des propriétés structurelles du modèle et puisque le système est soumis à des perturbations, une commande plate est proposée. Dans l'approche intégrée, les techniques d'analyse des propriétés structurelles du modèle et du modèle simplifié peuvent être appliquées directement sur la représentation bond graph.

Au début du chapitre le système a été complété et augmenté ce qui a permis d'obtenir un système multivariable non linéaire. Une extension de l'observateur dédié au cas monovisible a été proposée dans le cas multivariable, d'abord pour les modèles non carrés et ensuite pour les modèles carrés. Le chapitre a permis de prouver les propriétés de l'estimateur (en particulier l'étude des modes fixes) et les conditions d'application de l'estimateur. Nous avons d'abord étudié le système barre de torsion avec une batterie pour illustrer ces différents cas d'application de l'estimateur, en proposant un certain nombre de simulations.

Les expériences et simulations lors de l'exploitation d'une commande plate sur le système ont permis de prouver l'efficacité de la méthode proposée. L'utilisation de l'estimation des perturbations dans la loi de commande a un effet positif sur le fonctionnement du système et ainsi on prouve l'intérêt de l'estimation de la perturbation.

# Conclusions et perspectives

Une méthode de synthèse d'observateur à entrées inconnues a été présentée dans cette thèse. Le formalisme bond graph est utilisé principalement dans un souci d'exploitation de ses propriétés structurelles dans les phases d'analyse et de synthèse. Différentes étapes, de la synthèse à la modélisation sont mises en oeuvre avec l'approche bond graph avec un logiciel dédié 20-sim.

Pour bien comprendre la problématique de l'estimation à entrées inconnues, on a rappelé différentes techniques existantes de synthèse d'observateur à entrées inconnues (PI, approche algébrique et méthode avec des matrices inverses). Tout d'abord, les phases nécessaires à l'analyse et la synthèse d'observateurs à entrées inconnues telles que l'étude de la commandabilité/observabilité (positionnement de capteurs et actionneurs), étude de la structure à l'infini et de la structure finie (zéros invariants) et la synthèse ont été présentées.

Ceci a permis d'étudier les caractéristiques de chaque observateur et d'en faire une comparaison. Sur la base de ces informations sur les méthodes existantes, nous avons proposé une nouvelle méthode. Initialement, notre méthode a été appliquée uniquement aux systèmes monovariables. Cela nous a permis d'appliquer cette méthode sur des modèles étudiés par les méthodes bien connues. Ainsi, nous avons comparé la nouvelle méthode avec les méthodes déjà décrites dans la littérature précédemment. Les résultats expérimentaux montrent que dans une certaine mesure la nouvelle approche est plus efficace que les précédentes. Les fondements théoriques de cette approche ont été rappelés avec une application possible pour la résolution des problèmes plus généraux tels que l'estimation de défauts capteurs, actionneurs et composants ainsi que l'estimation de non linéarités de composants. Tous ces problèmes peuvent être traités dans un même formalisme.

Pour prouver l'efficacité de la méthode proposée, nous avons mené des simulations et des expériences sur différents systèmes. Comme exemple expérimental

## CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

---

simple, un système hydraulique a d'abord été sélectionné. Grâce à ce système, il a été possible d'étudier ses propriétés en utilisant sa représentation bond graph et ainsi mettre en oeuvre l'observateur pour l'estimation de perturbations et l'étude de défauts capteurs. Ensuite, en utilisant un modèle non linéaire du pendule, nous avons appliqué notre méthode pour représenter la non-linéarité comme un défaut composant. Cette hypothèse a permis de rendre le modèle linéaire et ainsi d'exploiter l'observateur pour estimer l'effet de la non-linéarité dans le système.

Ces premiers exemples illustratifs ont ainsi permis de montrer la validité de l'approche, particulièrement dans la démarche d'analyse et de synthèse qui sont classiques dans l'approche bond graph. Chacun des problèmes étudiés peut être envisagé de manière unifiée dès lors que la phase de modélisation permet d'aboutir à un problème d'observateur à entrées inconnues.

Une extension au cas MIMO est proposée dans le dernier chapitre de thèse. Un système représenté par une barre de torsion expérimental est utilisé comme un banc d'essai pour le contrôle commande et l'estimation des entrées inconnues. Au début le système a été complété et augmenté ce qui a permis d'obtenir un système multi-variable non linéaire. Une extension de l'observateur dédié au cas mono-variable a été proposée dans le cas multi-variable, d'abord pour les modèles non carrés et ensuite pour les modèles carrés. Le dernier chapitre a permis de prouver les propriétés de l'estimateur (en particulier l'étude des modes fixes) et les conditions d'application de l'estimateur. Cette partie permet de généraliser les concepts proposés dans le cas mono-variable et ainsi de prouver les conditions d'applicabilité de cette approche, qui d'une certaine manière reprend la démarche de synthèse de commande dans les problèmes de découplage entrées-sorties ou de rejet de perturbation par retour d'état statique.

La méthode proposée présente plusieurs avantages évidents. L'un des principaux avantages de ce procédé comprend la facilité de mise en oeuvre de l'observateur à entrées inconnues. Dans notre cas, l'observateur a en fait la même structure que le modèle, mais avec quelques ajouts. En outre, les zéros invariants du modèle sont les modes fixes de l'observateur. En utilisant la méthode bond graph, nous pouvons tout simplement explorer les propriétés du système sans avoir des calculs mathématiques complexes : observabilité, contrôlabilité, présence et quantité de zéros invariants, ainsi qu'avec l'aide BGD, présence de zéros invariants nuls.

## CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

---

Toutefois, il convient de noter que malgré le fait que notre travail a porté principalement sur une nouvelle technique de synthèse d'observateur sur des modèles bond graphs, cette technique de synthèse d'observateur peut être appliquée à toute représentation de type représentation d'état. Notons également que, dans plusieurs cas, une synthèse de commande plate a été appliquée. Des expériences et des simulations ont été réalisées dans le cas mono-variable et multi-variable. Les expériences pour la synthèse par commande plate ont été appliquées en comparant deux situations : la première en appliquant une loi de commande sans prise en compte de l'entrée inconnue et la seconde en prenant en compte cette variable. Les simulations et les expériences sur le système expérimental ont montré que l'estimation de l'entrée inconnue est utile pour un fonctionnement efficace du système.

Une extension intéressante de ce travail pour le futur concerne les questions suivantes : l'effet du bruit et la robustesse du système peuvent être étudiés davantage. Dans certaines sections de cette thèse, on a remarqué une influence excessive du bruit sur l'estimation de l'entrée inconnue. Dans ce cas, ce n'était pas un gros problème et l'observateur fonctionne correctement, mais à l'avenir cela peut poser certaines difficultés. La question de la robustesse du système a également été abordée dans la thèse. Pour évaluer l'efficacité de la méthode, les paramètres des différents modèles ont été changés. Dans la plupart des cas, la méthode a montré son efficacité. Mais cette question doit être étudiée plus rigoureusement avec certains fondements théoriques.

L'autre point important concerne la question de la dérivation des grandeurs de sorties mesurées. Dans la littérature, cette question a déjà été étudiée de nombreuses fois, elle doit aussi être examinée aussi pour cette méthode, parce que l'ordre de dérivation dépend de la complexité du système et en particulier de la structure à l'infini du modèle. Mais cette difficulté concerne de la même manière de nombreux problèmes de commande et d'estimation proposées par d'autres auteurs et nous avons pu montrer que cela n'engendre finalement pas de difficultés particulières pour les applications expérimentales mises en oeuvre lors de nos travaux.

Notons aussi que les méthodes existantes sont souvent employées dans le cas monovisible. Une comparaison dans le cas multivariable avec les autres approches serait certainement plus intéressante, mais peu de travaux existent.

## CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

---

# Bibliographie

- AL-ALAOUI, M. (1993). Novel digital integrator and differentiator. *Electronics Letters*, **29**, 376–378. [71](#)
- BARBOT, J.P., FLIESS, M. & FLOQUET, T. (2007). An algebraic framework for the design of nonlinear observers with unknown inputs. *Proceedings of the 46th IEEE CDC, New Orleans, USA, Dec. 12-14*. [22](#)
- BASILE, G. & MARRO, G. (1973). A new characterization of some structural properties of linear systems : Unknown-input observability, invertibility and functional controllability. *International Journal of Control*, **17(5)**, 931–943. [2](#), [9](#)
- BASSEVILLE, M. & NIKIFOROV, I.V. (1993). *Detection of Abrupt Changes : Theory and Application*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ,. [2](#), [9](#), [36](#)
- BEALE, S. & SHAFAI, B. (1988). Robust control system design with proportional integral observer. In *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*, 554–557 vol.1. [18](#)
- BERTRAND, J.M., SUEUR, C. & DAUPHIN-TANGUY, G. (1997). Bond graph for modeling and control : structural analysis tools for the design of input-output decoupling state feedbacks. *Proceedings of International Conference on Bond Graph Modeling and Simulation, Phoenix*, 103–108. [49](#)
- BHATTACHARYYA, S. (1978). Observer design for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **23**, 1483–484. [2](#), [9](#)
- BLANKE, M., KINNAERT, M., LUNZE, J. & STAROSWIECKI, M. (2003). *Diagnosis and Fault-tolerant Control*.. Springer Verlag. [8](#), [37](#)

## BIBLIOGRAPHIE

---

- CHEN, B., LIN, Z. & SHAMASH, Y. (2004). *Linear systems theory : a structural decomposition approach*. Birkhauser. 10
- CHEN, J. & PATTON, R. (1999). Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems. massachusetts : Kluwer academic publishers. *Massachusetts : Kluwer Academic Publishers..* 2, 9, 36, 39
- CLARKE, F., LEDYAEV, Y.S., SONTAG, E. & SUBBOTIN, A.I. (1999). Asymptotic controllability implies feedback stabilization. *IEEE Trans. Autom. Control*, **42**, 1394–1407. 90
- COMMAULT, C., DESCUSSE, J., DION, J., LAFAY, J. & MALABRE, M. (1986). New decoupling invariants : the essential orders. *International Journal of Control*, **44**, 689–700. 10
- COMMAULT, D.J.S.O., C. & MOTEYEIAN, R. (2002). Observer-based fault detection and isolation for structured systems. *IEEE Transactions on Automatic control*, **47(12)**, 2074–2079. 39
- D. M. FRANK, S.X.D. & KOPPEN-SELIGER, B. (2000). Current developments in the theory of fdi. *Proc. of IFAC Safeprocess*, 16–27. 37
- DAAFOUZ, J., FLIESS, M. & MILLERIOUX, G. (2006). Une approche intrinsèque des observateurs linéaires à entrées inconnues. *CIFA 2006*. 2, 9, 22, 23, 39
- DABROOM, A. & KHALIL, H. (1997). Numerical differentiation using high-gain observers. In *Decision and Control, 1997., Proceedings of the 36th IEEE Conference on*, vol. 5, 4790–4795 vol.5. 71
- DAROUACH, M. (2009). Complements to full order observer design for linear systems with unknown inputs. *Applied Mathematics Letters*, **22**, 1107–1111. 2, 9, 18, 19, 21, 22, 26, 53
- DAROUACH, M., ZAZADINSKI, M. & XU, S. (1994). Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **39**, 606–609. 2, 9, 18, 20
- DION, J. & COMMAULT, C. (1982). Smith - mcmillan factorisations at infinity of rational matrix functions and their control interpretation. *Syst. Cont. Lett.*, **1**, 312–320. 12

- DION, J.M. & COMMAULT, C. (1993). Feedback decoupling of structured systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **38**, 1132–1135. [8](#)
- DION, J.M. & COMMAULT, C. (2007). Approche structurelle des systèmes, de la géométrie à la théorie des graphes. [15](#)
- DIOP, S., GRIZZLE, J., MORAAL, P. & STEFANOPOULOU, A. (1994). Interpolation and numerical differentiation for observer design. In *American Control Conference, 1994*, vol. 2, 1329–1333 vol.2. [71](#)
- EDWARDS, C. (2004). A comparison of sliding mode and unknown input observers for fault reconstruction. *Proc. of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, 5279-5284. [38](#)
- FALB, P.L. & WOLOVICH, W.A. (1967). On the decoupling of multivariable systems. *Preprints JACC, Philadelphia*, 791–796. [2](#), [8](#), [12](#)
- FAN, X. & ARCAK, M. (2003). Observer design for systems with multivariable monotone nonlinearities. *Systems and Control Letters*, **50**, 319 – 330. [90](#)
- FLOQUET, T. & BARBOT, J. (2006). *Advances in variable structure and sliding mode control*, chap. A canonical form for the design of unknown input sliding mode observers, 271–292. Springer. [52](#)
- GAHLOUZ, I., TARASOV, E., SUEUR, C. & BOUAMAMA, B.O. (2013). Bond graph uio approach for fault components monitoring. *2nd International Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'13, Nice, France*. [4](#), [87](#), [88](#), [91](#), [98](#), [101](#)
- GAHLOUZ, I., TARASOV, E., SUEUR, C. & BOUAMAMA, B.O. (2014). Component failure estimation with unknown input observer : a physical approach. *13th European Control Conference, Strasbourg, France*. [3](#), [4](#), [87](#)
- GERTLER, J. (1998). *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. CRC. [2](#), [9](#), [36](#)
- GUIDORZI, R. & MARRO, G. (1971). On wonham stabilizability condition in the synthesis of observers for unknown-input systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, **16**, 499 – 500. [2](#), [9](#)

## BIBLIOGRAPHIE

---

- H. L. TRENTELMAN, A.A. & HAUTUS, M. (2001). *Control theory for linear systems*. London, UK : Springer. 2, 9
- HAUTUS, M. (1983). Strong detectability and observers. *Linear Algebra and its Applications*, 50, 353 – 368. 19, 51, 53
- HOU, M. & MULLER, P. (1982). Design of observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. Automat. Control*, 37, 871–875. 15
- HOU, M. & MULLER, P. (1992). Design of observers for linear systems with unknown inputs. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 37, 871–875. 2, 9
- HOWELL, A. & HEDRICK, J. (2002). Nonlinear observer design via convex optimization. In *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, vol. 3, 2088–2093 vol.3. 90
- HSIAO, T. & TOMIZUKA, M. (2004). Observer-based sensor fault detection and identification with application to vehicle lateral control. *American Control Conference, Boston, Massachusetts*. 2, 9, 38
- KALMAN, R.E., FALB, P.L. & ARBIB, M.A. (1969). *Topics in Mathematical System Theory*. McGraw-Hill, New York. 2, 8, 11
- KARIMI, H. & MOTLAGH, M.R. (2006). Robust feedback linearization control for a non linearizable mimo nonlinear system in the presence of model uncertainties. In *Service Operations and Logistics, and Informatics, 2006. SOLI '06. IEEE International Conference on*, 965–970. 91
- KARNOPP, D., MARGOLIS, D. & ROSENBERG, R. (1975). *System dynamics : a unified approach*. John Wiley & Sons. 46, 47
- KAZANTZIS, N. & KRAVARIS, C. (1997). Nonlinear observer design using lyapunov's auxiliary theorem. In *Decision and Control, 1997., Proceedings of the 36th IEEE Conference on*, vol. 5, 4802–4807 vol.5. 90
- KHALIL, H.K. (1999). High-gain observers in nonlinear feedback control. In H. Nijmeijer & T. Fossen, eds., *New Directions in nonlinear observer design*, vol. 244 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 249–268, Springer London. 90

- KINNAERT, M. (2003). Fault diagnosis based on analytical models for linear and nonlinear systems. *Proc. of IFAC Safeprocess*, 37–50. [37](#)
- KRENER, A. & ISIDORI, A. (1983). Linearization by output injection and nonlinear observers. In *Systems Control Lett*, vol. 3, 47–52. [90](#)
- KUDVA, P., VISWANADHAM, N. & RAMAKRISHNA, A. (1980). Observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. Automat. Control*, **25**, 113–115. [2](#), [9](#), [15](#)
- KWON, W.H. & PEARSON, A. (1977). A modified quadratic cost problem and feedback stabilization of a linear system. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, **22**, 838–842. [91](#)
- LEDYAEV, Y.S. & SONTAG, E.D. (1997). A lyapunov characterization of robust stabilization. *Nonlinear Analysis*, **37**, 813–840. [90](#)
- LIN, C.T. (1974). Structural controllability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **19**, 201–208. [8](#), [15](#)
- LINDER, S.P. (1997). *Robust Qualitative and Quantitative Methods for Disturbance Rejection and Fault Accommodation*. Ph.D. thesis, Northeastern University Boston, Massachusetts. [18](#)
- LOHMILLE, W. & SLOTINE, J.J.E. (1998). On contraction analysis for non-linear systems. *Automatica*, **34**, 683 – 696. [90](#)
- M. ARCAK, P.K. (2001). Nonlinear observers : a circle criterion design and robustness analysis. In *Automatica*, vol. 37(12), 1923–1930. [90](#)
- M. STAROSWIECKI, H.Y. & JIANG, B. (2007). Progressive accommodation of parametric faults in linear quadratic control. *Automatica*, **43**, 2070–2076, birkhäuser Verlag. [37](#)
- MCBRINN, D. & ROY, R. (1972). Stabilization of linear multivariable systems by output feedback. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, **17**, 243–245. [90](#)
- MEMON, A.Y. & KHALIL, H.K. (2009). Full-order high-gain observers for minimum phase nonlinear systems. In *CDC*, 6538–6543. [90](#)

## BIBLIOGRAPHIE

---

- MILLER, B. & MUKUNDEN, R. (1982). On designing reduced-order observers for linear time-invariant systems subject to unknown inputs. *Internat. J. Control*, **35**, 183–188. [2](#), [9](#), [15](#)
- MORSE, A.S. (1973). Structural invariants of linear multivariable systems. *SIAM J. Control*, **11**, 446–465. [10](#)
- MUROTA, K. (2000). *Matrices and Matroids for Systems Analysis*. Springer, algorithms and combinatorics 20 edn. [8](#)
- NIEMANN, H., STOUSTRUP, J., SHAFAI, B. & BEAL, S. (1995a). Ltr design of proportional integral observers. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 671–693. [2](#), [9](#), [17](#)
- NIEMANN, H., STOUSTRUP, J. & SHAFAI, B. (1997). Fault detection using pi observers. In *In Proceedings of CONTROL 97*. [2](#), [9](#), [15](#)
- NIEMANN, H.H., STOUSTRUP, J., SHAFAI, B. & BEALE, S. (1995b). LTR design of proportional-integral observers. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **5**, 671–693. [15](#)
- POLYCARPOU, M.M. (May 2001). Fault accommodation of a class of multivariable nonlinear dynamical systems using a learning approach. *IEEE Trans. on Automatic Control*, **46**, 736–742. [37](#)
- RAGHAVAN, S. & HEDRICK, J.K. (1994). Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, **59**, 515–528. [98](#)
- ROSENBERG, R. & KARNOPP, D. (1983). *Introduction to physical system dynamics*. McGraw Hill. [46](#)
- ROSENBROCK, H. (1970). *State space and multivariable theory*. Nelson, London, England. [13](#)
- SHAFAI, B. & OLOOMI, H. (2003). Output derivative estimation and disturbance attenuation using pi observer with application to a class of nonlinear systems. In *System Theory, 2003. Proceedings of the 35th Southeastern Symposium on*, 196 – 200. [15](#)

- SHU-QING, L. & SHENG-XIU, Z. (2010). A simplified state feedback method for nonlinear control based on exact feedback linearization. In *Computer Application and System Modeling (ICCASM), 2010 International Conference on*, vol. 5, V5-95-V5-98. [91](#)
- SUEUR, C. & DAUPHIN-TANGUY, G. (1991). Bond-graph approach for structural analysis of mimo linear systems. *Journal of the Franklin Institute*, **328**, 55-70. [48](#), [138](#)
- T. BOUKHOBZA., S.M.M., F. HAMELIN (2007). State and input observability for structured linear systems : A graph-theoretic approach. *Automatica*, **43**, 1204-1210. [16](#)
- TARASOV, E., GAHLOUZ, I., SUEUR, C. & BOUAMAMA, B.O. (2013a). Sensor fault modelling and estimation : a bond graph approach. *2nd International Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, SysTol'13, Nice, October 9-11, France*. [3](#), [4](#)
- TARASOV, E., GAHLOUZ, I., SUEUR, C. & BOUAMAMA, B.O. (2013b). State and unknown input observer : analysis and design. *7th IMAACA'13, part of 10th I3M2013, Athens, September 25-27, Greece*. [3](#), [4](#), [45](#), [88](#), [98](#)
- TARASOV, E., SUEUR, C. & BOUAMAMA, B.O. (2014a). Uio approach for estimation of non linear components behavior. *53rd IEEE Conference on Decision and Control, CDC 2014, December 15-17, Los Angeles, CA, USA*. [3](#), [4](#)
- TARASOV, E., SUEUR, C. & OULD-BOUAMAMA, B. (2014b). Component failure estimation with unknown input observer : a physical approach. *Multi-Conference on Systems and Control, IEEE MSC 2014, Antibes, October 08-10, France*. [134](#)
- TARASOV, E., SUEUR, C., OULD-BOUAMAMA, B. & DAUPHIN-TANGUY, G. (2014c). Flat control of a torsion bar with unknown input estimation. *Multi-Conference on Systems and Control, IEEE MSC 2014, Antibes, October 08-10, France*. [5](#)
- THAU, F.E. (1973). Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control*, **17**, 471-479. [90](#)

## BIBLIOGRAPHIE

---

- YANG, D., PALITZYNE, N. & SUEUR, C. (2010). Finite structure of ltv systems modelled by bond graph : an algebraic approach. *4th IFAC Symposium on System Structure and Control, Ancona, Italy, October 15-17, 2010*. [49](#)
- YANG, D., TARASOV, E., SUEUR, C. & OULD-BOUAMAMA, B. (2013). New unknown input observer for control design : a bond graph approach. *SSSC-IFAC 2013, Grenoble, France*. [3](#), [4](#), [45](#), [54](#)
- ZAREI, J. & POSHTAN, J. (2011). Sensor fault detection and diagnosis of a process using unknown input observer. *Mathematical and Computational Applications*, **16(1)**, 31–42. [2](#), [9](#), [38](#), [39](#)
- ZHANG, K., JIANG, B. & COCQUEMPOT, V. (2008). Adaptive Observer-based Fast Fault Estimation. *International Journal of Control, Automation and Systems*, **6**, 320–326. [2](#), [9](#), [38](#)

# A

## Annexes

### A.1 Etude du système multivariable : exploitation de Matlab et Maple

Dans cette annexe, les calculs pour le système mécatronique multivariable non linéaire sont présentés en utilisant les logiciels Matlab et Maple. Les propriétés du système sont données dans le quatrième chapitre. L'objectif est de montrer les procédures d'analyse et de calcul de la matrice  $K$  pour l'élaboration de l'observateur.

Les calculs des matrices utilisées dans l'observateur sont présentés en utilisant Matlab.

Les paramètres du système décrit dans (4.14) sont donnés ci-dessous. Les paramètres du système sont identiques à ceux donnés dans le tableau 4.1.

$$\begin{aligned}La &= 0.0013; \\J1 &= 9.0662 * 10^{-4}; \\J2 &= 0.0014; \\R &= 0.005; \\Cspring &= 0.5599; \\Kk &= 0.1458; \\kbelt &= 1; \\R1 &= 5.11 * 10^{-4}; \\Ra &= 1.2288; \\Rdisk &= 2.548 * 10^{-5};\end{aligned}$$

## A. ANNEXES

---

Ensuite, on écrit les matrice  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $F$  décrivant le système (4.14) :

$$A = [0 \ -1/J2 \ 1/J1 \ 0; \ 1/Cspring \ -((R2/J2)+(Rshaft/J2)) \ Rshaft/J1 \ 0; \\ -1/CspringRshaft/J2 \ -((R1/J1)+(Rshaft/J1)) \ Kk/(L*kbelt); \ 0 \ 0 \ -Kk/(J1* \\ kbelt) \ -R/L];$$

$$B = [0; \ 0; \ 0; \ 1];$$

$$C1 = [0 \ 1/J2 \ 0 \ 0];$$

$$C2 = [0 \ 0 \ 1/J1 \ 0];$$

$$C3 = [0 \ 0 \ 0 \ 1/L];$$

$$H = [0 \ 1/J2 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1/J1 \ 0];$$

$$F = [0; \ 1; \ 0; \ 0];$$

Les pôles du modèle sont calculés :

$$poles = eig(A)$$

Le modèle étant d'ordre 4, Les quatre pôles sont choisis comme  $-1/2000$ ,  $-1/2100$ ,  $-1/2200$  et  $-1/2200$  pour la matrice  $N_{BF}$ . On a besoin à la matrice  $K$  pour placer les pôles.

$$Q = A^{-1}Nbo = Q - Q * F * ((C1 * Q * F)^{-1}) * C1 * Q$$

$$nn = transpose(Nbo);$$

$$hh = transpose(H);$$

$$p = [-1/2000 \ -1/2100 \ -1/2200 \ -1/2200];$$

$$K = transpose(place(nn, hh, p))$$

Pour être assuré que nous avons obtenu de bons résultats, on vérifie les pôles du système en boucle fermée.

$$Nbf = inv(A) - inv(A) * F * inv(C1 * inv(A) * F) * C1 * inv(A) - K * H;$$

$$cc = eig(inv(Nbf))$$

L'estimation de la variable d'entrée inconnue est définie dans l'équation (4.4).

On programme les calculs :

$$dz1 = -(C1 * Q * F)^{-1}$$

$$dxprime = -dz1 * (C1 * Q)$$

$$du = dz1 * C1 * Q * B$$

## A.1 Etude du système multivariable: exploitation de Matlab et Maple

$$ll = -A * K$$

Nous présentons maintenant le code des calculs effectués avec Maple.

with(linalg) :

with(LinearAlgebra) :

Comme dans le cas précédent, nous introduisons les paramètres de système (4.14) indiqués dans le tableau 4.1 :

```
> J1 := 9.0662e - 4; J2 := 0.0014; C := 0.56; TF := 1; Ra := 1.2288;  
> Rshaft := 0.511e - 3; R2 := 0.2548e - 4; R1 := 0.5e - 2; kk := .1458; La :=  
0.13e - 2;
```

Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $F$  décrivant le système (4.14) sont obtenues avec les calculs suivants

```
> A := matrix(4, 4, [0, -1/J2, 1/J1, 0, 1/C, -R2/J2-Rshaft/J2, Rshaft/J1, 0,  
-1/C, Rshaft/J2, -R1/J1-Rshaft/J1, kk/(La*TF), 0, 0, -kk/(J1*TF), -Ra/La]);  
> B := matrix(4, 1, [0, 0, 0, 1]);
```

L'étude dépend des variables de sortie et d'entrée choisies. La matrice de sortie  $C$  choisie dans le cas monovarié avec les sorties  $z_1$  où  $z_2$  où  $z_3$  respectivement est donnée par :

```
> C1 := matrix(1, 4, [0, 1/J2, 0, 0]);  
> C2 := matrix(1, 4, [0, 0, 1/J1, 0]);  
> C3 := matrix(1, 4, [0, 0, 0, 1/L]);
```

La matrice  $F$  avec une seule entrée inconnue  $d_{pert}$  est présentée comme :

```
> F := matrix(4, 1, [0, 1, 0, 0]);
```

La matrice  $F$  dans le cas de deux entrées inconnues ( $d_{pert}$  et  $d_{RNL}$ ) a la forme :

```
> FF := matrix(4, 2, [0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0]);
```

## A. ANNEXES

---

La matrice  $C$  dans le cas multivariable avec la sortie  $z_2$  et  $z_3$  :

```
> C := matrix(2, 4, [0, 0, 1/J1, 0, 0, 0, 0, 1/L]);
```

La matrice  $C$  dans le cas multivariable avec la sortie  $z_1$  et  $z_3$  :

```
> CC := matrix(2, 4, [0, 1/J2, 0, 0, 0, 0, 0, 1/L]);
```

La matrice  $C$  dans le cas multivariable avec la sortie  $z_1$  et  $z_2$  :

```
> CCC := matrix(2, 4, [0, 1/J2, 0, 0, 0, 0, 1/J1, 0]);
```

Nous définissons différentes matrices pour le calcul des zéros des différents modèles (zéros invariants en particulier ou poles du modèle)

```
> Ii := matrix(4, 4, [1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1]);
```

```
> sI := matrix(4, 4, [s, 0, 0, 0, 0, s, 0, 0, 0, 0, s, 0, 0, 0, 0, s]);
```

```
> ss := evalm(sI-A);
```

```
> OO := matrix(2, 2, [0, 0, 0, 0]);
```

Nous pouvons obtenir les poles du modèle par le calcul suivant :

```
> eval(eigenvals(A));
```

Tout d'abord, les propriétés du modèle carré  $\Sigma([H_1^t, H_3^t]^t, A, F)$  sont étudiées. On utilise la forme de Smith pour trouver des modes fixes du système [4.14](#) :

```
> PP := blockmatrix(2, 2, [ss, -FF, CC, OO]);
```

```
> smith(PP, s);
```

Nous obtenons le polynôme  $1 + C * s^2 * J1 + C * s * R1 + C * s * Rshaft / (J1 * C)$  et, donc, le modèle contient deux zéros invariants.

Avec la fonction  $> solve((1 + C * s^2 * J1 + C * s * R1 + C * s * Rshaft) / (J1 * C), s)$ ; on a trouvé deux pôles égaux à  $-0.0015 \pm 0.0225i$ . Ces zéros sont à comparer aux modes fixes du problème d'observation

Les propriétés du modèle avec les sorties  $z_1$  et  $z_2$  :  $H = [H_1^t, H_2^t]^t$  sont étudiées :

```
> P := blockmatrix(2, 2, [ss, -FF, C, OO]);
```

```
> smith(P, s);
```

## A.1 Etude du système multivariable: exploitation de Matlab et Maple

---

```
> solve((1 + C * s * Rshaft)/(C * Rshaft), s);
```

En utilisant la forme de Smith on a prouvé que le modèle carré avec des sorties  $z_2$  et  $z_3$  :  $H = [H_2^t, H_3^t]^t$  n'a pas de zéro invariant

```
> PPP := blockmatrix(2, 2, [ss, -FF, CCC, OO]);  
> smith(PPP, s);
```

Le système  $\Sigma([H_1^t, H_2^t]^t, A, F)$  n'a pas de zéro invariant, donc il n'y a pas de pôle fixe. L'estimation de la variable d'entrée inconnue est définie dans l'équation (4.4). Pour placer les pôles la matrice  $K$  est obtenue :

```
> K := matrix(4, 2, [k1, k2, k3, k4, k5, k6, k7, k8]);  
> Nbf := 1/A - (1/A * F) * 1/((C2 * 1/A) * F)) * C2 * 1/A - (K * C)
```

Nous avons aussi avec Maple pu vérifier l'ensemble des propositions formulées dans la thèse concernant les propriétés de l'estimateur, en particulier les propriétés des modes fixes identiques aux zéros invariants et les propriétés des matrices  $N_{BO}$  et  $N_{BF}$  pour lesquelles toutes les modes sont pour une partie les inverses des zéros invariants.

Les calculs effectués sont par exemple  $\det(sI - N_{BO})$  en comparaison à  $\det(sN_{BO} - I)$  qui ne contient pas les modes nuls, mais uniquement les inverses des zéros invariants.