

**UNIVERSITÉ DE LILLE**

École doctorale **Sciences Pour l'Ingénieur**

Unité de recherche **CRISAL**

Thèse présentée par

**Joelle AL HAGE**

Soutenue le **17 octobre 2016**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Automatique et informatique industrielle**

**Fusion de données tolérante aux défaillances :  
Application à la surveillance de l'intégrité d'un système  
de localisation**

**Composition du jury**

<i>Rapporteurs</i>	Philippe BONNIFAIT	Professeur à la Sorbonne Universités - UTC
	Roland CHAPUIS	Professeur à l'Université Blaise Pascal
<i>Examineurs</i>	Mireille BAYART	Professeur à l'Université de Lille
	Didier MAQUIN	Professeur à l'Université de Lorraine
	Dominique MEIZEL	Professeur émérite à l'Université de Limoges
<i>Directeurs de thèse</i>	Maan EL BADAOUI EL NAJJAR	Professeur à l'Université de Lille
	Denis POMORSKI	Professeur à l'Université de Lille



**Mots clés:** fusion de données, filtre informationnel, tolérance aux défauts capteurs, localisation, seuillage d'une variable de test, divergence de Kullback-Leibler, théorie de l'information, système multi-robots, GNSS

**Keywords:** data fusion, information filter, sensor fault tolerance, localization, thresholding of a test variable, Kullback-Leibler divergence, information theory, multi-robot system, GNSS



Cette thèse a été préparée au

**CRIStAL**

Centre de Recherche en Informatique, Signal et Au-  
tomatique de Lille  
CNRS UMR 9189  
Avenue Paul Langevin  
Villeneuve d'Ascq  
59650





Beaucoup d'échecs de la vie sont  
causés par des gens qui ne se rendent  
pas compte à quel point ils étaient  
près du succès lorsqu'ils ont  
abandonné.

---

Thomas Edison

Quand ma coupe est vide, je me  
résigne à ce qu'elle le soit ; mais quand  
elle est à moitié pleine, j'en suis  
contrarié.

---

Le sable et l'écume (1926),  
Gibran Khalil Gibran





# FUSION DE DONNÉES TOLÉRANTE AUX DÉFAILLANCES : APPLICATION À LA SURVEILLANCE DE L'INTÉGRITÉ D'UN SYSTÈME DE LOCALISATION

## Résumé

L'intérêt des recherches dans le domaine de la fusion de données multi-capteurs est en plein essor en raison de la diversité de ses secteurs d'applications. Plus particulièrement, dans le domaine de la robotique et de la localisation, l'exploitation des différentes informations fournies par les capteurs constitue une étape primordiale afin d'assurer une estimation fiable de la position.

Dans ce contexte de fusion de données multi-capteurs, nous nous attachons à traiter le diagnostic, menant à l'identification de la cause d'une défaillance, et la tolérance de l'approche proposée aux défauts de capteurs, peu abordés dans la littérature. Nous avons fait le choix de développer une approche basée sur un formalisme purement informationnel : filtre informationnel d'une part, et outils de la théorie de l'information d'autre part. Des résidus basés sur la divergence de Kullback-Leibler sont développés. *Via* des méthodes optimisées de seuillage, ces résidus conduisent à la détection et à l'exclusion de ces défauts capteurs.

La théorie proposée est éprouvée sur deux applications de localisation. La première application concerne la localisation collaborative, tolérante aux défauts d'un système multi-robots. La seconde application traite de la localisation en milieu ouvert utilisant un couplage serré GNSS/odométrie tolérant aux défauts.

**Mots clés :** fusion de données, filtre informationnel, tolérance aux défauts capteurs, localisation, seuillage d'une variable de test, divergence de Kullback-Leibler, théorie de l'information, système multi-robots, GNSS

---

## Abstract

The interest of research in the multi-sensor data fusion field is growing because of its various applications sectors. Particularly, in the field of robotics and localization, the use of different sensors informations is a vital step to ensure a reliable position estimation.

In this context of multi-sensor data fusion, we consider the diagnosis, leading to the identification of the cause of a failure, and the sensors faults tolerance aspect, discussed in limited work in the literature. We chose to develop an approach based on a purely informational formalism: information filter on the one hand and tools of the information theory on the other. Residuals based on the Kullback-Leibler divergence are developed. These residuals allow to detect and to exclude the faulty sensors through optimized thresholding methods.

This theory is tested in two applications. The first application is the fault tolerant collaborative localization of a multi-robot system. The second application is the localization in outdoor environments using a tightly coupled GNSS/odometer with a fault tolerant aspect.

**Keywords:** data fusion, information filter, sensor fault tolerance, localization, thresholding of a test variable, Kullback-Leibler divergence, information theory, multi-robot system, GNSS

---

## CRISTAL

Centre de Recherche en Informatique, Signal et Automatique de Lille – CNRS UMR 9189 – Avenue Paul Langevin – Villeneuve d'Ascq – 59650



*A l'âme de mon père "William", à cette personne qui m'a appris les vraies valeurs de la vie, qui m'a appris à aimer inconditionnellement, qui par son âme sera toujours présent dans ma vie...*

*A ma mère ... mon héroïne*

*A mon frère et à ma sœur*

*A Serena et à Chloé*



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été effectués au Centre de Recherche en Informatique, Signal et Automatique de Lille « CRISAL ».

Je remercie Monsieur Olivier Colot, directeur de CRISAL, de m'avoir accueilli au sein de cette structure.

J'exprime ma gratitude à mes directeurs de thèse Maan El Badaoui El Najjar, Professeur à l'Université de Lille et directeur de l'équipe DiCOT (Diagnostic, Commande et Observations pour des systèmes Tolérants aux fautes), et Denis Pomorski, Professeur à l'Université de Lille, pour leur soutien, leur confiance, leurs précieux conseils et orientations pendant ces trois ans. Je remercie très sincèrement Maan El Badaoui El Najjar pour toutes les riches discussions que nous avons eues tant sur le plan professionnel que sur le plan humain.

Je remercie Monsieur Philippe Bonnifait, Professeur à la Sorbonne Universités-UTC, et Monsieur Roland Chapuis, Professeur à l'Université Blaise Pascal, d'avoir accepté de rapporter ce document. Je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour leurs remarques utiles.

Je remercie également les membres de jury : Madame Mireille Bayart, Professeur à l'Université de Lille, Monsieur Didier Maquin, Professeur à l'Université de Lorraine et Monsieur Dominique Meizel, Professeur émérite à l'Université de Limoges, d'avoir accepté d'examiner ma thèse.

Je remercie les personnels de l'IUT A de Lille pour leur accueil et leur aide dans mon insertion professionnelle en tant que doctorante enseignante. De même, je remercie les personnels de l'Université de Lille pour la confiance qu'ils m'ont accordé et pour leur accueil en tant qu'ATER à la fin de ma thèse.

Je remercie Monsieur Vincent Cocquempot de m'accueillir au sein de l'équipe STF (Systèmes Tolérants aux fautes) devenue l'équipe DiCOT. De même, je le remercie pour tous ses conseils.

Je tiens à remercier mes collègues du laboratoire pour la très belle ambiance pendant ces trois ans, je cite : Gerardo, Ibrahim, Beranger, Zine Eddine, Mahmoud, Joel, Mohamed, Severus, Idelette, Yajie, Ayad, Yuqi ...

Je remercie tous mes amis qui m'ont encouragée. Plus spécifiquement, je remercie Maria pour son soutien moral et pour tous les moments agréables.

Un immense merci à ma famille, mes tantes, mes oncles et mes cousins. Je vous en suis profondément reconnaissante. Je tiens à adresser un merci particulier à mon frère, ma sœur, mon beau-frère et mes nièces.

*Last but not least*, merci à ma mère à qui je dois tout et merci à papa qui était un ami, un frère et un père.

**Villeneuve d'Ascq, le 17 octobre 2016**

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>ix</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xiii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>xv</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xix</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xxi</b>
<b>Acronymes</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Problématique et contexte du travail . . . . .	1
1.2 Contributions . . . . .	2
1.3 Organisation du manuscrit . . . . .	4
1.4 Liste des publications . . . . .	5
<b>Partie méthodologique</b>	<b>7</b>
<b>2 Fusion de données : État de l'art</b>	<b>9</b>
2.1 Introduction . . . . .	9
2.2 Les méthodes de fusion de données . . . . .	10
2.2.1 Filtre de Kalman . . . . .	11
2.2.2 Filtre de Kalman étendu . . . . .	12
2.2.3 Filtre particulière . . . . .	13
2.2.4 Les réseaux bayésiens . . . . .	14
2.2.5 Les méthodes ensemblistes . . . . .	15
2.3 Architecture de fusion . . . . .	15
2.3.1 Architecture centralisée . . . . .	16
2.3.2 Architecture hiérarchisée . . . . .	16
2.3.3 Architecture distribuée . . . . .	17
2.3.4 Architecture décentralisée . . . . .	17

2.4	Fusion tolérante aux défauts . . . . .	18
2.4.1	Méthodes de diagnostic classiques . . . . .	19
2.4.2	La tolérance aux défauts capteurs dans la littérature . . . . .	20
2.5	Conclusion et positionnement de notre approche . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Vers des outils informationnels pour une fusion tolérante aux défauts</b>	<b>23</b>
3.1	Introduction . . . . .	23
3.2	Le filtre informationnel pour la fusion des données . . . . .	24
3.2.1	Introduction . . . . .	24
3.2.2	Le filtre informationnel . . . . .	24
3.2.3	Le filtre informationnel étendu . . . . .	26
3.2.4	Fusion de données multi-capteurs . . . . .	27
3.3	La divergence de Kullback-Leibler pour le diagnostic . . . . .	30
3.3.1	La théorie de l'information . . . . .	30
3.3.2	Test sur les moyennes et sur les matrices de covariances . . . . .	34
3.3.3	Résidu basé sur la divergence de Kullback-Leibler . . . . .	37
3.3.4	Etude statistique de la divergence de Kullback-Leibler . . . . .	39
3.4	Evaluation des résidus et seuillage pour la prise de décision . . . . .	40
3.4.1	Etat de l'art . . . . .	40
3.4.2	Le critère de Kullback-Leibler . . . . .	50
3.4.3	Comparaison entre l'information mutuelle et le critère de Kullback-Leibler . . . . .	56
3.5	Isolation des défauts . . . . .	60
3.5.1	Les résidus structurés . . . . .	60
3.5.2	Les résidus directionnels . . . . .	63
3.6	Conclusion . . . . .	63
	<b>Partie applicative</b>	<b>65</b>
<b>4</b>	<b>Localisation collaborative tolérante aux défauts d'un système multi-robots</b>	<b>67</b>
4.1	Introduction . . . . .	67
4.2	Système multi-robots dans la littérature . . . . .	68
4.2.1	La Localisation collaborative . . . . .	68
4.2.2	Propagation des incertitudes . . . . .	70
4.2.3	Système multi-robots tolérant aux défauts . . . . .	71
4.2.4	Positionnement de l'approche proposée dans cette thèse . . . . .	73
4.3	Techniques de localisation utilisées . . . . .	74
4.3.1	L'odométrie . . . . .	74
4.3.2	La Kinect . . . . .	74
4.3.3	La navigation inertielle . . . . .	74
4.4	Approche proposée . . . . .	74
4.5	La localisation collaborative du système multi-robots . . . . .	77
4.6	Diagnostic du système multi-robots : Approche informationnelle . . . . .	85



4.6.1	Les défauts capteurs	85
4.6.2	Détection des défauts	86
4.6.3	Exclusion des défauts	88
4.7	Résultats et discussions	93
4.8	Comparaison avec une méthode de seuillage classique : $P_F = \text{constante}$	112
4.9	Conclusion	115
<b>5</b>	<b>Localisation en milieu ouvert - Couplage serré GNSS/odométrie tolérant aux défauts</b>	<b>117</b>
5.1	Introduction	117
5.2	Les mesures GPS	119
5.2.1	Mesure de pseudo-distance (ou mesure de code)	119
5.2.2	Equations d'observations	121
5.3	Localisation hybride	122
5.3.1	Couplage GNSS/capteurs proprioceptifs	122
5.3.2	Couplage lâche	123
5.3.3	Couplage serré	124
5.3.4	Comparaison couplage lâche/couplage serré	124
5.4	Travaux existants sur la détection et exclusion des défauts GNSS	125
5.4.1	La méthode RAIM basée sur la méthode LSR	125
5.4.2	La méthode de surveillance d'intégrité basée sur la méthode MSS	127
5.4.3	Des approches pour la détection des défauts multiples	130
5.4.4	Cas de l'hybridation GNSS/centrale inertielle	131
5.5	Positionnement de notre approche	132
5.6	Couplage serré GPS/Odométrie	133
5.7	Détection et Exclusion des défauts	135
5.7.1	Approche informationnelle	135
5.7.2	Détection des défauts multiples	137
5.7.3	Seuillage	138
5.8	Expérimentation et validation des résultats	138
5.9	Conclusion	145
<b>6</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>147</b>
6.1	Conclusion	147
6.2	Perspectives	148
6.2.1	Perspectives sur la partie méthodologique	148
6.2.2	Perspectives sur les applications	149
<b>A</b>	<b>Cas d'étude pour la localisation collaborative de trois robots</b>	<b>151</b>
<b>B</b>	<b>Localisation collaborative tolérante aux défauts capteurs : Extension de l'approche</b>	<b>155</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>161</b>



# Liste des tableaux

3.1	Exemple de tables de signatures. . . . .	61
3.2	Résidu diagonal. . . . .	61
4.1	La matrice de signatures dans le cas de trois robots qui s’observent. . . . .	90
4.2	Les erreurs en position et orientation moyennées sur les trois robots dans le cas de la navigation à l’estime et dans le cas de la localisation collaborative. . . . .	94
4.3	Les valeurs du seuil obtenues suivant le <i>KLC</i> et le critère entropique appliqués sur la <i>DKLG</i> . . . . .	111
5.1	Comparaison des localisations à l’estime basées sur l’odométrie et la centrale inertielle. . . . .	123
5.2	Comparaison du couplage lâche et du couplage serré. . . . .	125
5.3	Les valeurs du seuil calculées suivant le <i>KLC</i> et en fonction de la probabilité <i>a priori</i> $P_0$ (application sur la <i>DKLG</i> ). . . . .	142
B.1	La matrice de signatures dans le cas de trois robots qui s’observent (abréviation : O pour odomètre, K pour Kinect et G pour gyroscope). . . . .	157



# Table des figures

1.1	Exemples de véhicules autonomes. . . . .	1
2.1	Le cerveau humain comme exemple de système de fusion de données. . .	10
2.2	Fitltre de Kalman mis sous la forme d'un réseau bayésien. . . . .	15
2.3	Architecture centralisée. . . . .	16
2.4	Architecture hiérarchique à un seul niveau. . . . .	16
2.5	Architecture hiérarchique à plusieurs niveaux. . . . .	17
2.6	Architecture décentralisée. . . . .	18
2.7	Classification des méthodes de diagnostic. . . . .	20
3.1	Représentation de l'entropie et de l'information mutuelle. . . . .	31
3.2	Relation décision/hypothèse vraie. . . . .	40
3.3	Modélisation des probabilités de fausse alarme et de détection manquée. . . . .	41
3.4	Illustration de $R_{bayes}(\lambda_0)$ et $V(P_1)$ . . . . .	44
3.5	Les courbes ROC. . . . .	46
3.6	Intervalle de seuils en utilisant les critères $KLC_i$ ( $i = 0, 1$ ). . . . .	55
3.7	Représentation de $KLS_0$ et de $p(u = 0)$ en fonction du seuil. . . . .	59
3.8	Représentation de $KLS_1$ et de $p(u = 1)$ en fonction du seuil. . . . .	59
3.9	Intervalle de seuils en se basant sur la maximisation des $KLS_i$ et $MI_i$ ( $i = 0, 1$ ). . . . .	60
3.10	GOS pour l'isolation des défauts capteurs. . . . .	62
3.11	DOS pour l'isolation des défauts capteurs. . . . .	62
3.12	Résidus directionnels pour l'isolation des défauts. . . . .	63
4.1	Exemples de système multi-robots. . . . .	68
4.2	La Kinect. . . . .	74
4.3	Le repère du Turtlebot. . . . .	75
4.4	L'approche proposée pour la localisation collaborative tolérante aux défauts. . . . .	76
4.5	Observations relatives entre les robots $j$ et $i$ . . . . .	81
4.6	Exemple illustratif de densités de probabilités de la $DKLG$ sous les hypothèses $H_0$ et $H_1$ . . . . .	87
4.7	Observations relatives par rapport au repère global. . . . .	91
4.8	L'architecture de la fusion tolérante aux défauts. . . . .	92

4.9	Aperçu 3D de l'environnement clos. . . . .	93
4.10	La base Kobuki. . . . .	93
4.11	Turtlebots en simulation et en environnement réel. . . . .	94
4.12	Les trajectoires de références des trois robots. . . . .	95
4.13	Les trajectoires dans le cas de la navigation à l'estime (DR) comparées au cas de la localisation collaborative. . . . .	95
4.14	Les erreurs en position et en orientation pour les trois robots dans le cas de la navigation à l'estime (figures 4.14a, 4.14b et 4.14c) et dans le cas de la localisation collaborative en utilisant le filtre informationnel (figures 4.14d, 4.14e et 4.14f). . . . .	96
4.15	Les régions de confiance $\pm 3\sigma$ des robots 1 et 3 suivant l'axe $x$ dans les cas de la navigation à l'estime et de la localisation collaborative. . . . .	97
4.16	Les trajectoires estimées avant la FDE (en bleu) comparées aux trajectoires de références (en rouge). . . . .	98
4.17	La $DKLG$ pour la détection des défauts avec le seuil (en rouge). . . . .	98
4.18	Les distributions de données expérimentales et théoriques de la $DKLG$ dans le cas « sans défaut ». . . . .	99
4.19	Les fonctions de répartition expérimentales et théoriques de la $DKLG$ dans le cas « sans défaut ». . . . .	100
4.20	La distribution de la $DKLG$ dans le cas « avec défaut ». . . . .	100
4.21	La valeur optimale du seuil $\lambda$ en utilisant le critère de Kullback-Leibler pour $P_0 = 0.6$ . . . . .	101
4.22	La probabilité <i>a priori</i> obtenue à partir de l'estimation du maximum de vraisemblance. . . . .	102
4.23	Une représentation de $KLS_0$ et de $KLS_1$ pour le calcul de $th_{KLC_0}$ et $th_{KLC_1}$ . . . . .	102
4.24	La courbe ROC pour le test $DKLG$ avec différentes valeurs de seuil. . . . .	103
4.25	L'ensemble des résidus $KL^{ij}$ pour l'exclusion des défauts. . . . .	104
4.26	Distribution de données de la $KL^{21}$ dans les cas « sans » et « avec » défaut. . . . .	105
4.27	Les distributions de probabilités et les fonctions de répartition théorique et empirique de la $KL^{21}$ . . . . .	105
4.28	Optimisation du seuil du $KL^{21}$ . . . . .	106
4.29	Les seuils libéral et conservateur obtenus à partir de la maximisation de $KLS_0$ et de $KLS_1$ . . . . .	106
4.30	Les résidus $KL^{ij}$ avec les seuils correspondants (en rouge) et les enveloppes $[th_{KLC_0}, th_{KLC_1}]$ (en vert). . . . .	107
4.31	Trajectoire après détection et exclusion des défauts (en bleu) comparées aux trajectoires de références (en rouge). . . . .	108
4.32	Les erreurs en position et en orientation pour les trois robots. . . . .	108
4.33	Les résultats suivant le critère de l'information mutuelle. . . . .	109
4.34	Les résultats suivant le critère entropique. . . . .	110
4.35	Optimisation du seuil à l'aide de l'entropie conditionnelle. . . . .	110
4.36	Comparaison des seuils obtenus à l'aide du $KLC$ et du critère entropique. . . . .	111

4.37	$P_F$ et $P_D$ en fonction de $P_0$ dans le cas de la <i>DKLG</i> : Comparaison du <i>KLC</i> au critère entropique. . . . .	112
4.38	Les résultats dans le cas où $P_F$ =constante. . . . .	114
5.1	Localisation GNSS. . . . .	118
5.2	Mesure de code. . . . .	120
5.3	Architecture du couplage lâche. . . . .	123
5.4	Architecture du couplage serré. . . . .	124
5.5	Les bancs de filtres pour la détection et l'exclusion des défauts. . . . .	129
5.6	Approche proposée pour la détection et exclusion des défauts GPS. . . . .	136
5.7	Matériel utilisé pour la localisation GNSS. . . . .	139
5.8	Trajectoire du véhicule dans le cas de l'utilisation des données GPS seules (en vert) et dans le cas du couplage serré GPS/odomètre (en bleu). . . . .	139
5.9	Nombre de satellites en vue. . . . .	140
5.10	La <i>DKLG</i> pour la détection des défauts. . . . .	140
5.11	Les distributions de la <i>DKLG</i> dans les cas « sans défaut » et « avec défaut». . . . .	141
5.12	Le seuil optimal $\lambda$ en utilisant le <i>KLC</i> pour $P_0 = 0.5$ . . . . .	142
5.13	Les seuils libéral et conservateur obtenus à partir de la maximisation de $KLS_0$ et de $KLS_1$ . . . . .	142
5.14	Procédure de détection. . . . .	143
5.15	Variations de $P_F$ et de $P_D$ en fonction de $P_0$ pour le <i>KLC</i> et le critère entropique. . . . .	144
5.16	Exclusion des défauts. . . . .	144
5.17	Résultats après détection et exclusion des défauts. . . . .	145
5.18	Détection et exclusion des défauts simulés. . . . .	146
B.1	La <i>DKLG</i> pour la détection des défauts. . . . .	158
B.2	L'ensemble des résidus $KL^{ij,xy}$ . . . . .	158
B.3	L'ensemble des résidus $KL^{ij,\theta}$ . . . . .	159
B.4	Estimation des trajectoires des trois robots après détection et exclusion des défauts (en bleu) comparées aux trajectoires de références (en rouge). . . . .	159





# Acronymes

- AAIM** *Aircraft Autonomous Integrity Monitoring*. 127, 128
- DKLG** *Divergence de Kullback-Leibler Globale*. 38–40, 75, 86–88, 90, 92, 99, 101, 103, 104, 111, 132, 135, 137, 138, 140, 143, 144, 150, 152
- DKLP** *Divergence de Kullback-Leibler Partielle*. 135, 137
- DR** *Dead-Reckoning*. 1, 72, 94
- ECEF** *Earth-Center, Earth-Fixed*. 120, 133
- EIF** *Extended Information Filter*. 26, 75
- FDE** *Fault Detection and Exclusion*. 18, 21, 71
- fdp*** *fonction de densité de probabilités*. 86, 87
- GLONASS** *GLObal NAVigation Satellite System*. 118
- GNSS** *Global Navigation Satellite System*. 1, 2, 4, 5, 39, 67, 117–119, 122, 124, 127, 131, 132, 138, 140, 146, 150, 152
- GPS** *Global Positioning System*. 117, 119, 120, 122–125, 129, 131, 132, 134, 138, 140
- HAL** *Horizontal Alert Limit*. 138
- HPL** *Horizontal Protection Level*. 138, 151
- IF** *Information Filter*. 3
- INS** *Inertial Navigation System*. 122, 123, 127, 131
- KLC** *Kullback-Leibler Criterion*. 50, 64, 77, 87, 103, 108, 111, 115, 150, 152
- KLS** *Kullback-Leibler Summation*. 50–55, 57, 64, 99, 101, 103, 104
- LSR** *Least Square Residual*. 125, 130
- MAP** *Maximum a posteriori Estimation*. 69
- MLE** *Maximum Likelihood Estimation*. 35, 56, 69, 77, 101, 103, 108, 143
- MSS** *Multiple Solution Separation*. 21, 125, 131

**RAIM** *Receiver Autonomous Integrity Monitoring.* [125](#), [127](#), [128](#), [130](#), [138](#)

**ROC** *Receiver Operating Characteristic.* [45](#), [46](#), [101](#), [103](#)

**ROS** *Robot Operating System.* [94](#)

**VAL** *Vertical Alert Limit.* [138](#)

**VPL** *Vertical Protection Level.* [138](#)

# Introduction générale

## 1.1 Problématique et contexte du travail

L'intérêt des recherches dans le domaine de la fusion de données multi-capteurs est en pleine croissance en raison de la diversité de ses secteurs d'applications. Plus particulièrement, dans le domaine de la robotique et de la localisation, l'exploitation des différentes informations fournies par les capteurs constitue une étape primordiale afin d'assurer une estimation fiable de la position.

La localisation précise et fiable est devenue une nécessité dans le développement des véhicules ou des robots autonomes naviguant dans des milieux urbains ou dans des zones d'intervention présentant un danger à la vie humaine (figure 1.1). Les techniques de localisation employées diffèrent suivant l'application visée et les capteurs mis en jeu.



FIGURE 1.1 – Exemples de véhicules autonomes.

Le système GNSS (*Global Navigation Satellite System*) constitue une des sources de mesures les plus répandues pour la localisation absolue d'un véhicule en milieu ouvert. Par contre, les signaux GNSS peuvent être bloqués ou masqués dans les zones urbaines, tunnels, forêts,... Par conséquent, un couplage entre le système GNSS et les techniques de localisation à l'estime (*Dead-Reckoning* (DR)) en utilisant les capteurs proprioceptifs <sup>1</sup>

1. Des capteurs effectuant des mesures par rapport à ce qu'ils observent localement, comme les odo-

doit être employé. Dans les milieux clos ou les milieux à accès GNSS limité, si la localisation à l'estime est utilisée seule, une dérive à long terme sera engendrée, d'où la nécessité de l'ajout de capteurs extéroceptifs<sup>2</sup> permettant de recueillir des informations de l'environnement d'une part, et d'améliorer la procédure de localisation d'autre part [1] [2].

Les données fournies par les capteurs peuvent être entachées d'erreurs résultant de défauts à leurs niveaux ou provenant de bruits de leur environnement. Ces erreurs auront un impact direct sur l'intégrité et la précision du positionnement de robots mobiles, affectant ainsi la performance d'exécution de leurs missions. Par conséquent, l'importance et la nécessité d'une étape de diagnostic de défauts capteurs apparaissent utiles. Un aspect non négligeable réside dans le choix de l'architecture de fusion et de diagnostic afin d'assurer les meilleures performances des points de vue localisation et calculatoire.

L'objectif de ces travaux de thèse est de proposer une méthode de localisation sûre et intègre en milieu clos ou ouvert avec tolérance aux défauts capteurs. Le but est donc de proposer une approche qui soit la plus générique possible et qui permette de gérer la variation du nombre de robots (véhicules) et/ou capteurs. Un défaut capteur peut être assimilé à des mesures erronées, aberrantes, conflictuelles, des biais de mesures, des dérives, des pannes du capteur...

Suivant la nature de l'application et la nature des données, différentes méthodes de fusion développées dans la littérature peuvent être utilisées [3]. Dans ce mémoire, une méthode de fusion de données basée sur une approche informationnelle et des tests de diagnostic issus de la théorie de l'information sont proposés. L'intérêt d'une telle approche consiste à traiter le système du point de vue quantité d'information sans se focaliser sur l'information elle-même, utile d'un point de vue tolérance aux défauts.

Cette thèse s'inscrit, en partie, dans le cadre du projet SUCRé (Sûreté de fonctionnement et résilience pour la gestion et le contrôle coopératifs des systèmes sociotechniques : Coopération Homme(s)-Robot(s) en milieu hostile) de la région Hauts de France. L'objectif de ce projet est le développement des outils pour la gestion et le contrôle de situations de crises *via* la coopération entre les êtres humains et les systèmes de robots mobiles, afin d'éviter l'exposition des humains aux dangers. Notre tâche se focalise sur la problématique de la coopération robot-robot afin de répondre à une mission confiée par la cellule de crise. Plus particulièrement, c'est la tâche de la localisation collaborative qui nous intéresse.

## 1.2 Contributions

Les principales contributions de cette thèse sont les suivantes :

**Architecture de fusion et de diagnostic :** Une grande importance doit être accordée au choix de l'architecture de fusion et de diagnostic lors du développement d'un

---

mètres et les centrales inertielle.

2. Des capteurs recueillant des informations de l'environnement des robots, comme la distance aux objets. Ces capteurs peuvent être assimilés à des caméras, des télémètres,...

système de localisation tolérant aux défauts capteurs. En effet, l'architecture influence directement la qualité de l'estimation et le temps de calcul qui doit être contrôlé afin d'étudier la faisabilité de l'approche en temps réel. De même, suivant l'architecture, le système peut être plus ou moins évolutif et il doit tolérer la variation de la structure de celui-ci (variation du nombre de robots et de capteurs); cela ne peut pas être assuré à travers une architecture centralisée. La robustesse du système vis-à-vis des défauts est améliorée dans le cas des architectures distribuées et décentralisées. La mise en œuvre d'une méthode doit se réaliser en évitant les communications et les coordinations complexes qui peuvent constituer une limitation des architectures décentralisées.

**L'utilisation de la forme informationnelle d'un filtre de Kalman pour une architecture distribuée de fusion de données multi-capteurs (*Information Filter (IF)*) :** Ce filtre permet de traiter le système d'un point de vue informationnel à partir du calcul des contributions informationnelles de chaque observation. Ce calcul peut se réaliser d'une façon distribuée grâce à la modélisation de l'étape de mise à jour (somme des contributions). Par conséquent, ce filtre est bien adapté dans le cas où le nombre d'observations varie au cours du temps et permet un passage simplifié aux architectures distribuées ou décentralisées. Du point de vue calculatoire, l'avantage principal du filtre informationnel réside dans sa capacité à gérer d'une façon simplifiée un nombre d'observations relativement élevé devant la dimension du vecteur d'état. Ces différentes caractéristiques mettent en valeur l'évolutivité (capteurs et/ou robots) et la tolérance aux défauts qui peuvent être développées à travers ce filtre.

**Développement de résidus basés sur la divergence de Kullback-Leibler :** On s'intéresse principalement aux défauts capteurs qui affectent le vecteur d'état qui est constitué normalement par la pose d'un robot. Par conséquent, le résidu proposé dans ce travail agit dans le domaine de la position. Il se base sur le gain informationnel apporté lors du passage de la distribution *a priori* (basée sur la prédiction) à la distribution *a posteriori* (basée sur les apports informationnels des observations). C'est un résidu généralisé qui incorpore deux termes : le premier assimilé à une distance de Mahalanobis, permettant de réaliser un test sur les moyennes et le second, assimilé à la divergence de Bregman matricielle permettant un test sur les matrices de covariances.

**Etude statistique de la loi de distribution du résidu de détection :** Une étude statistique du résidu dans le cas « sans défaut » est proposée en se basant sur la distribution de Fisher et du  $\chi^2$ .

**Seuillage optimisé en se basant sur des métriques informationnelles :** Dans la littérature, suivant l'application, des méthodes de seuillage différentes peuvent être utilisées. Elles se basent sur la détermination d'une probabilité de fausse alarme, sur la minimisation d'un risque donné ou sur la minimisation ou la maximisation de distances particulières. Par contre, ces méthodes ne conduisent pas à des seuils optimaux car elles ne prennent pas en compte les probabilités des défauts et/ou les coûts des décisions erronées d'une façon rigoureuse. Dans

ce mémoire, on propose de chercher le seuil optimal en traitant le système d'un point de vue informationnel et en utilisant le critère de Kullback-Leibler. Ce critère permet de fixer le seuil en maximisant la quantité d'information apportée par une décision (système « sans défaut » ou « avec défaut ») étant donnée l'hypothèse réelle. La méthode d'optimisation du seuil en utilisant le critère entropique est rappelée et comparée à notre approche.

**Développement des méthodes pour l'exclusion des défauts :** L'idée consiste à utiliser des méthodes à base de bancs de filtres afin de mettre en place des architectures d'isolation de défauts qui permettent leur exclusion de la procédure de fusion après l'étape de détection. L'architecture d'isolation profite de la modélisation simplifiée de l'étape de mise à jour du filtre informationnel afin de retirer ou d'ajouter une mesure et de calculer les résidus adéquats.

**Localisation collaborative tolérante aux défauts capteurs pour un système multi-robots :** Dans un système multi-robots l'intégrité et la précision du positionnement des robots doivent être garanties à chaque instant. Dans ce domaine, la localisation collaborative est largement employée avec des méthodes d'estimations et des architectures variées. Par contre, des travaux limités traitent le problème de la tolérance aux défauts capteurs. Dans ce mémoire, une approche informationnelle pour la localisation collaborative tolérante aux défauts capteurs est développée. Celle-ci profite du cadre méthodologique de l'utilisation du filtre informationnel et du diagnostic basé sur les métriques informationnelles comme la divergence de Kullback-Leibler.

**Traitement du système GNSS du point de vue informationnel :** Une méthode de couplage serré des mesures GNSS et des mesures odométriques avec détection et exclusion des défauts de mesures satellitaires est développée. Celle-ci s'appuie sur la divergence de Kullback-Leibler pour la génération des résidus et pour le seuillage.

### 1.3 Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est organisé en six chapitres. Après une introduction générale, le *chapitre 2* présente un état de l'art des différentes méthodes de fusion. De même, un état de l'art des architectures de fusion et des méthodes de diagnostic est proposé.

Le *chapitre 3* aborde l'approche informationnelle adoptée dans ce travail. Après une présentation du filtre informationnel et de ses avantages dans le cas de la fusion de données multi-capteurs, le résidu basé sur la divergence de Kullback-Leibler est développé. La méthode de seuillage optimisée basée sur la divergence de Kullback-Leibler est également proposée.

Les chapitres 4 et 5 traitent des applications dans le domaine de la robotique mobile.

Le *chapitre 4* est dédié à la localisation collaborative tolérante aux défauts pour un système multi-robots opérant en milieu clos. Une première partie de ce chapitre présente les systèmes multi-robots les plus connus de la littérature. Puis une modélisation de

notre système tolérant aux défauts en se basant sur le filtre informationnel est présentée. Le reste de ce chapitre est consacré à la présentation des résultats expérimentaux obtenus sur trois Turtlebots.

Le *chapitre 5* traite de la localisation en milieu urbain avec détection et exclusion des défauts satellites. Dans la première partie de ce chapitre, on présente les systèmes GNSS et les méthodes de couplage GNSS avec les techniques de positionnement à l'estime de la littérature. En deuxième partie, une méthode est développée pour la localisation incluant une étape de détection et d'exclusion des défauts satellites. Enfin, les résultats expérimentaux obtenus sur des données réelles en utilisant le récepteur Septentrio et le véhicule Cycab sont discutés.

Finalement, une conclusion générale est proposée dans le chapitre 6.

## 1.4 Liste des publications

Les travaux de recherches de cette thèse ont conduit aux publications suivantes :

### Conférences internationales

J. Al Hage, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Fault tolerant multi-sensor fusion based on the information gain », in 13th European Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Lille, France, november 17-18, 2016

J. Al Hage, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Fault Tolerant Multi-Sensor Fusion for Multi-Robot Collaborative Localization », in IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI 2016), Baden-Baden, Germany, september 19-21, 2016

J. Al Hage, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Fault Tolerant Collaborative Localization for Multi-Robot System », in Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), Athens, Greece, june 21-24, 2016

J. Al Hage, N. AitTmazirte, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Fault detection and exclusion method for a tightly coupled localization system », in International Conference on Advanced Robotics (ICAR), IEEE, Turkey, Istanbul, july 27-31, 2015, p. 623–628.

J. Al Hage, N. A. Tmazirte, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Fault tolerant fusion approach based on information theory applied on GNSS localization », in 18th International Conference on Information Fusion (Fusion), IEEE, Washington, D.C., july 6-9, 2015, p. 696–702.

N. A. Tmazirte, M. E. El Najjar, J. Al Hage and D. Pomorski, « Fast multi fault detection and exclusion approach for GNSS integrity monitoring », in 17th International Conference on Information Fusion (Fusion), IEEE, Salamanca, Spain, 7-10 july, 2014, p. 1-6.

**Reuves internationales**

J. Al Hage, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Collaborative Localization for Multi-Robot System with Fault Detection and Exclusion based on the Kullback-Leibler Divergence », Journal of Intelligent and Robotic Systems (JINT), Springer : à paraître.

J. Al Hage, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Multi-Sensors Fusion Approach with Fault Detection and Exclusion based on the Kullback-Leibler Divergence : Application on Collaborative Multi-Robot System », Information Fusion journal, Elsevier : soumis en mars 2016.

**Revue nationale**

J. Al Hage, M. E. El Najjar and D. Pomorski, « Localisation Collaborative d'un système Multi-Robot avec Détection et Isolation de Défauts Capteurs basée sur la Divergence de Kullback-Leibler », Journal Européen des Systèmes Automatisés, Lavoisier : soumis en janvier 2016.



# **Partie méthodologique**



# Fusion de données : État de l'art

Ce chapitre traite de la fusion de données. Dans un premier temps, les méthodes probabilistes sont présentées brièvement : le filtre de Kalman et son extension aux systèmes non-linéaires (filtre de Kalman étendu), le filtre particulaire, les réseaux bayésiens et les méthodes ensemblistes. Puis les différentes architectures de fusion sont présentées (centralisée, hiérarchisée, distribuée, décentralisée). Enfin, la tolérance aux défauts est détaillée en décrivant les méthodes de diagnostic classiques et de tolérance aux défauts capteurs issues de la littérature.

## 2.1 Introduction

La fusion de données est apparue dans les années 1960 afin de servir des applications militaires. De même, depuis la fin du siècle dernier, la fusion de données a été élargie à des applications robotiques, spatiales, de traitements de signal et d'image.

Le système le plus connu réalisant la fusion de données est le cerveau humain. Les systèmes informatisés actuels sont encore loin de pouvoir le concurrencer [4] (figure 2.1).

L'une des premières définitions de la fusion de données a été proposée par **Joint Directors of Laboratories** [5] qui est un groupe de travail de défense américain :

*«Data fusion is a process dealing with the association, correlation, and combination of data and information from single and multiple sources to achieve refined position and identity estimates, and complete and timely assessments of situations and threats, and their significance. The process is characterized by continuous refinements of its estimates and assessments, and the evaluation of the need for additional sources, or modification of the process itself, to achieve improved results»*

Puis cette définition a été élargie par de nombreux chercheurs. Les autres définitions de la fusion de données peuvent être trouvées dans [6].

En général, toute méthode de fusion comprend quatre étapes [7] :

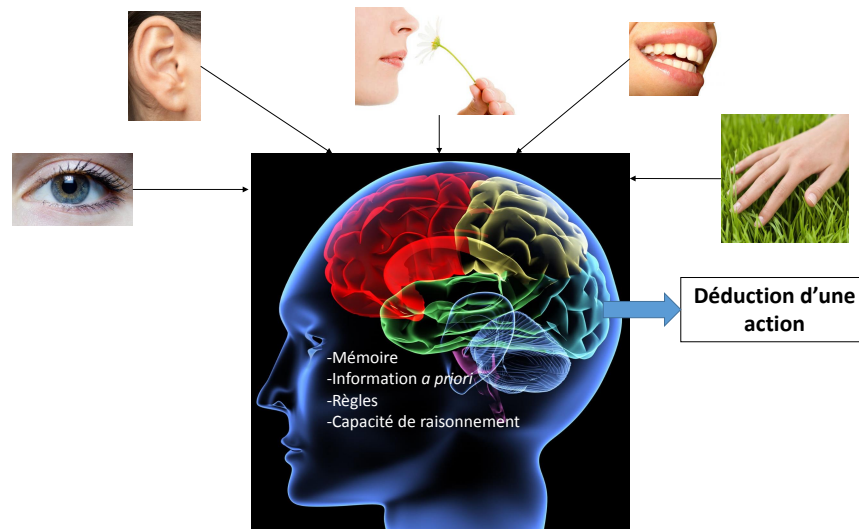


FIGURE 2.1 – Le cerveau humain comme exemple de système de fusion de données.

- **La modélisation** : Elle consiste à représenter les informations à fusionner.
- **L'estimation** : Elle dépend de la modélisation, elle n'est pas systématique mais souvent nécessaire. Par exemple, elle consiste à estimer les distributions de probabilités.
- **La combinaison** : C'est l'étape principale de la fusion dans laquelle les données sont regroupées afin d'obtenir une information de meilleure qualité.
- **La décision** : C'est la dernière étape du système de fusion. Dans cette étape, un critère de décision est utilisé pour juger le résultat de la fusion.

## 2.2 Les méthodes de fusion de données

La fusion de données peut être mise en œuvre en utilisant l'un des trois cadres théoriques suivants : la théorie des probabilités, la théorie des croyances et la théorie des possibilités.

Les méthodes probabilistes, contrairement aux méthodes basées sur la théorie des croyances et des possibilités, ne permettent pas de modéliser le doute et le conflit, mais elles se caractérisent par un cadre mathématique puissant et profitent de l'utilisation de nombreux outils statistiques. La théorie des croyances peut être considérée comme une généralisation de la théorie des probabilités car elle manipule des sous-ensembles à la place d'hypothèses singletons. Une limitation de ces méthodes réside dans l'estimation des fonctions de masse dont le choix doit être réalisé selon l'application recherchée et à partir d'une bonne connaissance de données [7]. A ajouter que cette théorie souffre également d'une complexité algorithmique. La théorie des possibilités nécessite que le système soit modélisé par des sous-ensembles flous provenant de la connaissance des experts. C'est une méthode qui est plus subjective.

Une comparaison entre ces méthodes ne peut pas être réalisée de façon automatisée. Par contre, le choix est basé sur la nature de l'application et sur l'information disponible. Dans ce travail, des applications pour assurer l'intégrité de la localisation en milieu clos ou ouvert sont développées. Par conséquent, on s'intéresse aux méthodes probabilistes dans le but de profiter du cadre mathématique ainsi que des outils statistiques afin de développer une méthode de localisation tolérante aux défauts capteurs. C'est une méthode qui peut fonctionner en temps réel. Une brève présentation des méthodes probabilistes les plus utilisées dans la littérature est réalisée dans la section suivante.

### 2.2.1 Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman (Rudolf Kalman [8]) est un filtre bayésien sous l'hypothèse gaussienne et modèles linéaires. C'est un estimateur récursif qui estime les états du système à partir des mesures bruitées tout en minimisant l'erreur quadratique moyenne. Il est utilisé dans une large gamme de domaines. A titre d'exemples : poursuite de trajectoire, suivi d'objets, navigation, économie...

Considérons le système linéaire suivant défini par son modèle d'état décrivant l'évolution du système et par son modèle d'observation :

$$X_{k+1} = F_k X_k + B_k u_k + w_k \quad k \geq 0 \quad (2.1)$$

$$Z_k = H_k X_k + v_k \quad (2.2)$$

Avec :

$$E \left[ \begin{pmatrix} w_k \\ v_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_k^T & v_k^T \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} Q_k & 0 \\ 0 & R_k \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$X_k$  est le vecteur d'état

$F_k$  est la matrice d'état

$B_k$  est la matrice d'entrée

$u_k$  est le vecteur d'entrée

$w_k$  est le bruit du modèle considéré comme étant un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariances  $Q_k$

$Z_k$  est le vecteur d'observations

$H_k$  est la matrice d'observations

$v_k$  est le bruit associé à l'observation  $Z_k$ , considéré comme étant un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariances  $R_k$

Les bruits  $u_k$  et  $v_k$  sont indépendants entre eux.

Le filtre de Kalman admet deux étapes : l'une de prédiction et l'autre de correction.

**Etape de prédiction :**

L'estimation de l'état  $X_{k/k-1}$  et de la matrice de covariances  $P_{k/k-1}$  du système se réalisent de la façon suivante :

$$X_{k/k-1} = F_{k-1}X_{k-1/k-1} + B_{k-1}u_{k-1} \quad (2.4)$$

$$P_{k/k-1} = F_{k-1}P_{k-1/k-1}F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (2.5)$$

**Etape de correction :**

$$X_{k/k} = X_{k/k-1} + W_k(Z_k - H_k X_{k/k-1}) \quad (2.6)$$

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - W_k S_k W_k^T = (I - W_k H_k)P_{k/k-1} \quad (2.7)$$

$$W_k = P_{k/k-1} H_k^T S_k^{-1} \quad (2.8)$$

$$S_k = H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k \quad (2.9)$$

Où :

$Z_k - H_k X_{k/k-1}$  est l'innovation

$S_k$  est la matrice de covariances des innovations

$W_k$  est le gain de Kalman

Le filtre de Kalman nécessite l'inversion d'une matrice  $S_k$  ayant la dimension du vecteur d'observations. Pour des applications où la dimension du vecteur d'état est petite devant le vecteur d'observations, le passage à la forme informationnelle du filtre de Kalman est plus avantageux du point de vue temps de calcul [9] et tolérance aux défauts. Cette propriété sera démontrée dans le chapitre 3.

**2.2.2 Filtre de Kalman étendu**

Le filtre de Kalman admet plusieurs caractéristiques qui le rendent adapté à la fusion de données des capteurs. Cependant, la plupart des systèmes physiques sont non-linéaires, d'où l'extension au filtre de Kalman étendu qui met en jeu le calcul des matrices Jacobiennes.

Considérons le système défini par ses équations non-linéaires suivantes :

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k \quad (2.10)$$

$$Z_k = h(X_k) + v_k \quad (2.11)$$

**Etape de prédiction :**

Afin d'appliquer le filtre de Kalman, une linéarisation autour d'une trajectoire nominale estimée est nécessaire dans le but d'obtenir un modèle linéaire de l'erreur.

$$X_{k/k-1} = f(X_{k-1/k-1}, u_{k-1}) \quad (2.12)$$

$$P_{k/k-1} = F_{k-1}P_{k-1/k-1}F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (2.13)$$

où  $F_k$  représente la matrice Jacobienne de  $f(\cdot)$  :

$$F_{k-1} = \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{X=X_{k-1/k-1}} \quad (2.14)$$

### Etape de correction :

$$X_{k/k} = X_{k/k-1} + W_k(Z_k - h(X_{k/k-1})) \quad (2.15)$$

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - W_k[H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k]W_k^T \quad (2.16)$$

$$W_k = P_{k/k-1} H_k^T [H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k]^{-1} \quad (2.17)$$

Avec  $H_k$  la matrice Jacobienne de la fonction non linéaire  $h(\cdot)$  définie comme suit :

$$H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{X=X_{k/k-1}} \quad (2.18)$$

### 2.2.3 Filtre particulaire

Le filtre particulaire est connu sous le nom de méthode de Monte-Carlo séquentielle. C'est une méthode qui conduit à une approximation du filtre bayésien en utilisant des méthodes numériques. L'hypothèse gaussienne n'est plus nécessaire contrairement au filtre de Kalman étendu.

Au début des années 1980, ces méthodes n'ont pas reçu un grand intérêt à cause du traitement calculatoire puissant qu'elles imposent. Cette limitation s'est dissipée depuis l'avènement d'ordinateurs dotés d'une puissance de calculs importante.

La distribution de probabilités est représentée par un ensemble de particules  $(X_k^1, \dots, X_k^N)$  caractérisées par les poids  $(\omega_k^1, \dots, \omega_k^N)$ .

Le filtre particulaire admet deux étapes, une étape de prédiction où les particules évoluent suivant le modèle d'état et une étape de correction où les poids sont ajustés suivant les observations [10].

Pour l'initialisation on prend :  $\omega^{1:N} = \frac{1}{N}$  et  $X^{1:N} \sim p(X_0)$

### Etape de prédiction :

$$X_k^i \sim p(X_k^i / X_{k-1}^i) \quad (2.19)$$

**Etape de correction :**

$$\tilde{\omega}_k^i = \tilde{\omega}_{k-1}^i p(Z_k/X_k^i) \quad (2.20)$$

La normalisation des poids :

$$\omega_k^i = \frac{\tilde{\omega}_k^i}{\sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^i} \quad (2.21)$$

Pour éviter le problème de dégénérescence<sup>1</sup>, il faut passer au rééchantillonnage du jeu des particules en dupliquant celles de plus grand poids et en éliminant celles de faible poids.

Si le nombre de particules (ou si l'entropie) est inférieur à un seuil donné il faut :

- Redistribuer les particules de façon adéquate aux poids  $\omega_k^i$ . Plusieurs méthodes de rééchantillonnage sont développées dans la littérature [11],
- Fixer les poids  $\omega_k^i$  à  $\frac{1}{N}$ .

Par conséquent, la loi de probabilité *a posteriori* peut être obtenue comme suit :

$$p(X_k/Z_{1:k}) = \sum_{i=1}^N \omega_k^i \delta_{X_k^i} \quad (2.22)$$

Le filtre présenté ci-dessus correspond au filtre particulaire avec interaction SIR (*Sampling Importance Resampling*) [10].

Cependant, le choix du nombre de particules minimal dépend de l'application et des bruits associés aux capteurs. Pour faire face aux incertitudes des mesures, un nombre élevé de particules doit être employé surtout lorsque la dimension du vecteur d'état est grande ; ceci peut constituer une limitation pour le travail en temps réel. De plus, le problème de la dégénérescence peut apparaître, même en présence de la procédure de rééchantillonnage. A ajouter que le rééchantillonnage peut introduire des problèmes théoriques ou pratiques [11].

## 2.2.4 Les réseaux bayésiens

Les réseaux bayésiens ont commencé à être utilisés dans les domaines de la fusion de données et de la localisation [12], [13]. Ce sont des méthodes basées sur la théorie des probabilités et la théorie des graphes. Pour construire un réseau bayésien, il faut définir un graphe orienté acyclique représentant la connaissance. Chaque nœud du graphe est une variable aléatoire et les relations entre les nœuds sont modélisées d'une façon probabiliste. Murphy a démontré [14] que le filtre de Kalman peut être représenté sous forme d'un réseau bayésien (figure 2.2).

---

1. Les poids des particules tendent vers 0 lorsque  $k$  tend vers l'infini, à l'exception d'une seule particule dont le poids tend vers 1



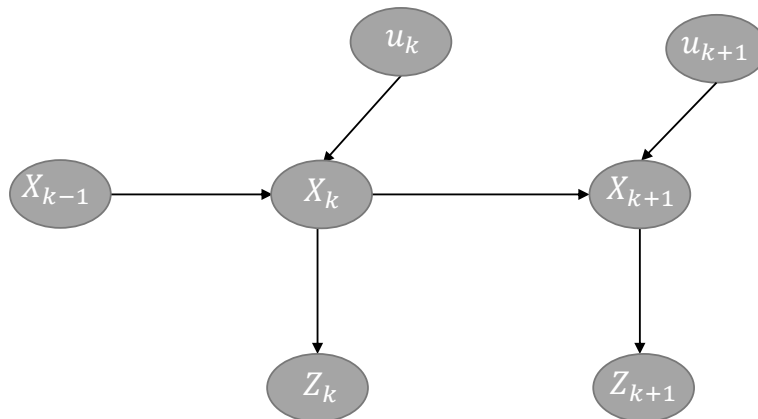


FIGURE 2.2 – Filtre de Kalman mis sous la forme d'un réseau bayésien.

### 2.2.5 Les méthodes ensemblistes

Les méthodes ensemblistes représentent une alternative aux méthodes probabilistes. En effet, le filtre de Kalman et le filtre particulaire fournissent une sortie sous la forme d'un point (ou d'un vecteur) tandis que les méthodes ensemblistes fournissent une sortie sous la forme d'un intervalle (ou d'un pavé) [15].

Si on considère le problème d'estimation du point de vue ensembliste, l'objectif consiste à calculer une boîte  $[X_k]$ , la plus petite possible, qui contient l'état réel du système. Pour cette méthode, toutes les incertitudes et les erreurs sont supposées bornées. De même, des boîtes sont associées aux vecteurs de mesures et aux vecteurs d'entrées.

A chaque instant, un problème sous contraintes est résolu dans le but d'englober, avec le moins de pessimisme possible, l'ensemble des solutions.

L'inconvénient principal de ces méthodes se caractérise par la difficulté liée à la détermination des bornes du bruit. En effet, si les bornes sont trop étroites, les données peuvent devenir incompatibles avec les équations du système, et par conséquent la méthode ne fournit aucune solution. Par contre, une surestimation de ces limites peut conduire à une imprécision élevée et par suite la méthode devient trop pessimiste. D'autres inconvénients sont aussi liés au temps calculatoire de ces méthodes.

## 2.3 Architecture de fusion

Selon l'application, il s'avère utile de choisir la meilleure architecture de fusion du point de vue performance, temps de calcul, tolérance aux fautes, évolutivité, ...

Une présentation de ces architectures est décrite dans ce paragraphe sur la base des définitions fournies par [16].

### 2.3.1 Architecture centralisée

Dans un système de fusion de données centralisé (figure 2.3), les informations des capteurs sont communiquées à une unité centrale qui les traite. Généralement, cette architecture est plus gourmande en bande passante mais elle profite de l'information globale du système. A chaque instant, l'unité centrale doit disposer des informations globales, ce qui n'est pas toujours le cas. Les algorithmes de fusion centralisés nécessitent une grande bande passante d'un réseau pour envoyer les données brutes des capteurs ainsi qu'une puissance calculatoire importante. Le système est non évolutif et peu robuste du fait de la sensibilité aux défauts du processeur central.

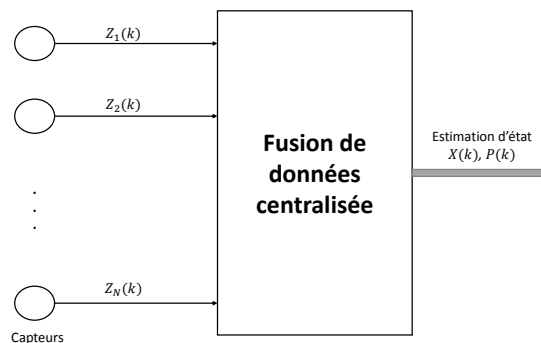


FIGURE 2.3 – Architecture centralisée.

### 2.3.2 Architecture hiérarchisée

L'augmentation de l'intelligence des nœuds de capteurs locaux se traduit naturellement par une structure hiérarchique de l'architecture de fusion.

On peut distinguer les architectures hiérarchiques à un seul niveau (figure 2.4) où un seul processeur de fusion est mis en jeu, et les architectures hiérarchiques à plusieurs niveaux (figure 2.5) où plusieurs unités de fusion sont utilisées.

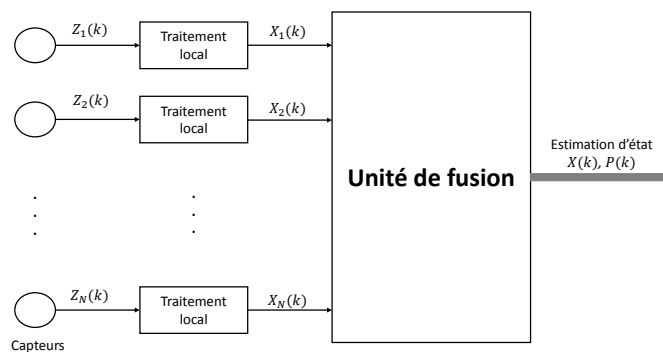


FIGURE 2.4 – Architecture hiérarchique à un seul niveau.

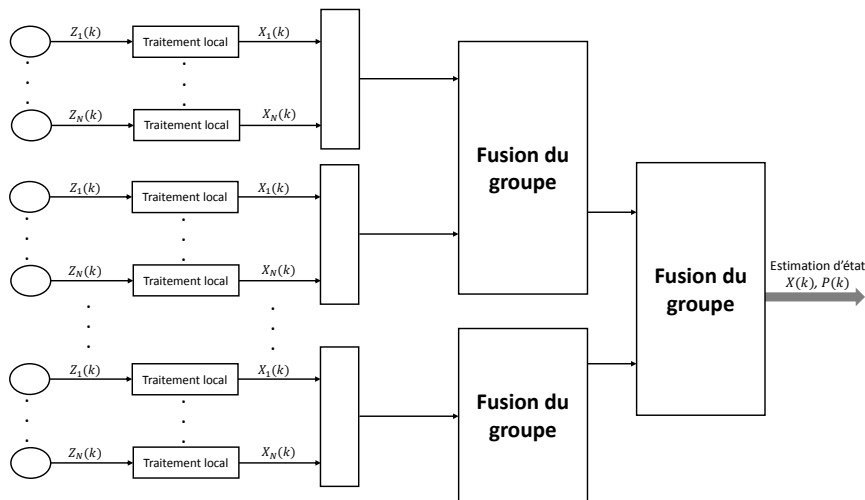


FIGURE 2.5 – Architecture hiérarchique à plusieurs niveaux.

Les éléments de niveau de traitement bas transmettent des informations vers le niveau haut, à travers les niveaux intermédiaires. Les informations sont combinées et raffinées, jusqu'à ce qu'au plus haut niveau une certaine vision globale de l'état du système soit mise à disposition. Cette architecture présente plusieurs avantages par rapport à l'architecture centralisée, surtout en ce qui concerne la réduction de charge au niveau de l'unité centrale et l'amélioration de la robustesse du système.

### 2.3.3 Architecture distribuée

Le passage à un système plus distribué est motivé par le désir de rendre le système plus modulaire et plus flexible, et par le fait que les architectures centralisée et hiérarchisées imposent parfois des coûts élevés en terme de communication et de calculs.

Une architecture distribuée peut être considérée comme étant une architecture hiérarchisée à un seul niveau. Chaque capteur possède un processeur local qui permet d'extraire l'information utile. L'intérêt est à la fois de transmettre moins d'informations et de réduire la charge de calculs de l'unité centrale.

Une technique qui porte le nom de « tableau noir » ou "blackboard" est constituée d'un nombre d'agents autonomes indépendants représentant une source de connaissance d'expert. Ces agents échangent de l'information à travers une ressource commune (le tableau noir). Chaque agent est capable d'écrire ou de lire une information de cette ressource. Bien que l'ajout ou l'exclusion d'un élément n'impose aucun changement sur l'architecture globale du système, l'utilisation d'une ressource commune implique la nécessité d'un certain type de contrôle central.

### 2.3.4 Architecture décentralisée

Un système décentralisé se compose d'un ensemble de capteurs dont chacun possède son propre processeur local et qui, ensemble, ne nécessitent aucune fusion centrale. Par

conséquent, la fusion se produit au niveau de chaque nœud sur la base d'observations locales et de l'information communiquée par les nœuds voisins. Aucune unité centrale n'est mise en place (figure 2.6). Cette architecture est proposée par Durrant-Whyte [16] et elle est basée sur le filtre informationnel.

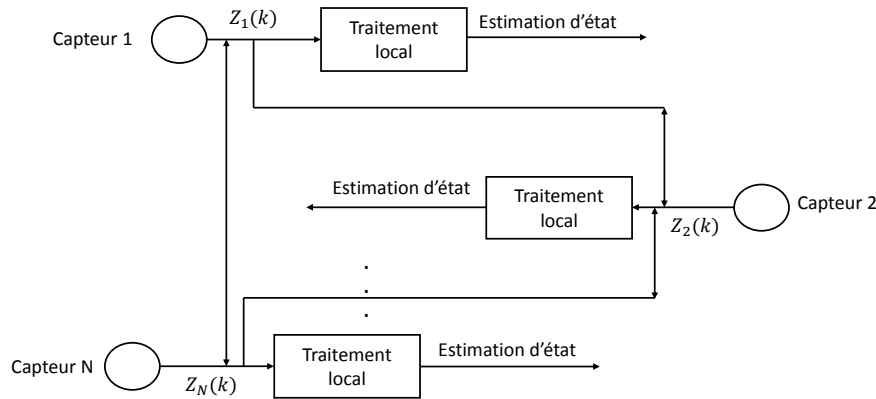


FIGURE 2.6 – Architecture décentralisée.

Un système de fusion décentralisé est plus souple du fait que les données capteurs ne se véhiculent pas à un centre de fusion. De même, le système est évolutif. En effet, l'ajout d'un nœud ou l'élimination d'un capteur défaillant n'aura aucun impact sur la structure. De plus, ce système est robuste aux défauts et continue à fournir une estimation en présence des capteurs défaillants. Néanmoins, la mise en œuvre de cette architecture est délicate : une coordination complexe et importante doit être assurée entre les différents nœuds.

## 2.4 Fusion tolérante aux défauts

Les méthodes de diagnostic se décomposent en trois fonctions :

**Détection des défauts** : Détecte la présence d'un défaut dans le système

**Isolation des défauts** : Localise ou classe le défaut

**Identification des défauts** : Détermine le type et l'amplitude du défaut

La tolérance aux défauts signifie l'aptitude d'un système à accomplir une tâche malgré l'occurrence des défauts, qu'il s'agisse d'une dérive, d'un biais, d'un blocage, d'une faute logicielle ou d'un environnement trop bruité influençant la performance du capteur.

A noter que les méthodes de fusion probabilistes perdent en général leur intégrité lorsqu'elles manipulent des données aberrantes. Pour cela, la plupart des travaux qui traitent ces données se focalisent sur l'isolation et l'élimination de ces mesures de la procédure de fusion (*Fault Detection and Exclusion (FDE)*).

L'objectif de notre approche est d'ajouter une couche de diagnostic qui permet de détecter et de localiser les défauts capteurs afin de les exclure de la procédure de fusion pour éviter la perte d'intégrité de la méthode.

### 2.4.1 Méthodes de diagnostic classiques

Dans la littérature, les méthodes de détection et de diagnostic sont classifiées, d'une façon non exhaustive, en trois familles [17] [18]:

- Méthode à base de redondance matérielle
- Méthode à base de redondance analytique
- Méthode à base de traitement du signal

Pour les méthodes basées sur la redondance matérielle, plusieurs capteurs mesurent la même variable pour pouvoir détecter et isoler le capteur défectueux en vérifiant la cohérence des données. L'avantage de cette méthode apparaît dans sa fiabilité et sa simplicité. Par contre, le coût élevé résultant de l'utilisation de capteurs redondants limite le domaine d'application de cette méthode.

Les approches basées sur la redondance analytique identifient les relations entre les variables mesurées conduisant à une modélisation du système, réalisée soit d'une façon quantitative (modèle mathématique) soit qualitative (exploiter la connaissance sur le processus) [19]. Les résidus sont ainsi générés à partir de la différence entre la sortie du modèle et les mesures réelles.

Les méthodes à base de traitement de signaux supposent que certains signaux comportent des informations sur les défauts sous forme de symptômes. Un traitement approprié du signal dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel permet d'atteindre le diagnostic. Un aperçu de ces méthodes est montré sur la figure 2.7.

Les méthodes à base de redondance analytique peuvent être divisées en :

- Méthodes à base de modèle où une modélisation mathématique quantitative est connue *a priori*.
- Méthodes à base de système d'expert utilisant une modélisation qualitative obtenue à partir d'expériences et de la connaissance du système.
- Méthodes guidées par les données, qui, contrairement aux deux premières méthodes, ne nécessitent pas une connaissance approfondie du système physique, mais reposent sur l'historique et sur la disponibilité de données suffisantes.

Dans le cadre de ce travail, des méthodes de diagnostic reposant sur l'estimation d'état et admettant un lien direct avec les outils de la théorie de l'information ainsi qu'avec les méthodes statistiques sont mises en valeur. En effet, des résidus basés sur la quantité d'information apportée par les observations sont utilisés afin de détecter et d'isoler les capteurs défaillants après une étude détaillée de leurs lois de distribution dans le cas « sans défaut ».

Les architectures de fusion, définies dans la section 2.3, peuvent être utilisées pour décrire d'une manière identique les architectures de diagnostic. Cependant, dans la

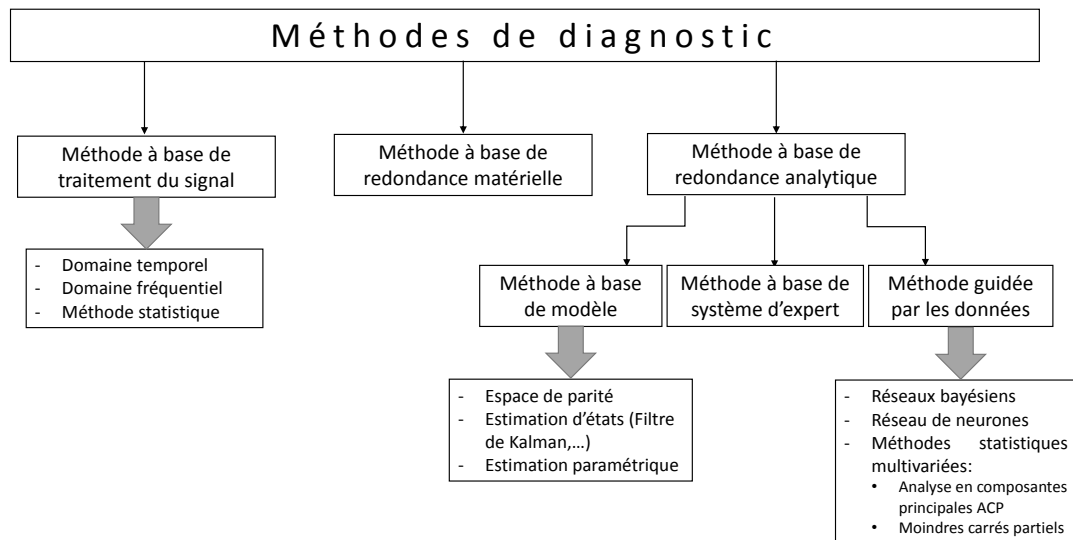


FIGURE 2.7 – Classification des méthodes de diagnostic.

littérature, les architectures distribuées et décentralisées sont parfois confondues. Pour plus de détails sur les architectures de diagnostic, le lecteur est invité à consulter [20]. Dans ce mémoire, une architecture décentralisée se réfère à une architecture qui ne met en place aucune unité de fusion centrale, contrairement au cas d'une architecture distribuée qui permet de simplifier et d'alléger le calcul au niveau du processeur central (sans éliminer celui-ci).

L'utilisation de la forme informationnelle du filtre de Kalman permet un passage simplifié à une architecture distribuée répartissant le calcul des résidus entre les différents nœuds.

#### 2.4.2 La tolérance aux défauts capteurs dans la littérature

La fusion de données tolérante aux défauts est évoquée dans la littérature dans plusieurs travaux [21].

Dans [22], une méthode de détection et d'isolation de défauts basée sur un banc de filtres de Kalman est proposée. Chaque filtre représente un modèle d'échec spécifique et produit un résidu noté  $r_{ij}$ . Le filtre simulant le fonctionnement normal produit un résidu  $r_{00}$ . La sortie du système à n'importe quel instant traduit la confiance de l'exactitude des différents modèles. La méthode est appliquée à un robot mobile.

Dans [23], un banc de filtres de Kalman est appliqué pour la détection et l'isolation des défauts capteurs d'un moteur d'avion. Chaque filtre de Kalman est conçu sur la base d'une hypothèse spécifique, sensible à un seul défaut capteur. Si un défaut se produit, tous les filtres à l'exception de celui utilisant l'hypothèse correcte produisent une erreur significative.

Dans [24], les auteurs proposent une méthode de détection et d'exclusion des défauts

(FDE) satellitaires basée sur un banc de filtres de Kalman. Cette méthode était largement employée dans le domaine du GNSS afin d'assurer l'intégrité de la localisation [25]. Initialement, une estimation de la position à l'aide d'un filtre de Kalman principal  $F_{00}$  prenant en compte  $N$  mesures satellitaires est réalisée afin d'être comparée aux estimations obtenues par un banc de filtres  $F_{0n}$  ( $n = 1 \dots N$ ) intégrant chacun  $N-1$  mesures. En absence de panne, ces deux estimations sont proches. En revanche, l'estimation fournie à l'aide du filtre principal est fautive si l'une des mesures est erronée. Par conséquent, l'un des filtres fondés sur les  $N-1$  mesures (et qui enlève la mesure erronée) conduit à une estimation correcte. A partir des écarts des estimations, il est donc possible de réaliser la détection. Pour l'isolation du défaut, un autre banc de filtres intégrant  $N-2$  mesures doit être mis en place. Cette méthode porte le nom de *Multiple Solution Separation* (MSS).

Dans [26], deux méthodes basées sur un filtre particulière sont proposées afin de traiter le problème de la validation des mesures capteurs pour une application aérienne. C'est une méthode à base de modèle avec interactions des différents modèles (*interacting multiple model*).

Une fusion multi-capteurs tolérante aux fautes suivant une architecture hybride basée sur un filtre de Kalman et des techniques de logique floue est développée dans [27]. Les données de  $N$  capteurs mesurant le même paramètre sont introduites dans  $N$  filtres de Kalman : un filtre est dédié à chaque capteur. Un observateur logique flou est utilisé afin de superviser chaque filtre et de détecter les défauts transitoires des capteurs en évaluant la valeur d'un résidu de compatibilité. Si la valeur de ce résidu change brusquement, un défaut transitoire est détecté. En deuxième étape, le centre de fusion applique une technique de vote pour détecter la présence d'un défaut persistant de capteur. Si l'une des mesures estimées diffère nettement des autres, un défaut sur le capteur correspondant est détecté et sa valeur ne sera plus utilisée dans la procédure de fusion.

Dans [28], une approche qui utilise l'inférence bayésienne permet d'identifier automatiquement les données incohérentes et de les isoler de la procédure de fusion. La méthode ajoute un terme à la formulation bayésienne qui constitue l'estimation de la probabilité du fonctionnement normal. La variance de la distribution *a posteriori* augmente dans le cas de la fusion de deux mesures dont l'une est incohérente par rapport à l'autre. Cette augmentation peut être estimée à l'aide de l'entropie.

Dans [29], une méthode de validation de capteur en utilisant un réseau bayésien est développée. Un modèle probabiliste des relations entre les différentes variables doit être fourni, soit à l'aide des experts, soit en utilisant un système d'apprentissage.

Dans [30], les auteurs proposent une méthode de fusion et de validation des capteurs basée sur la statistique de Nadaraya-Watson. C'est une méthode qui nécessite une information *a priori* sur les capteurs dans le cas de leur fonctionnement normal. Le capteur défectueux sera détecté et isolé de la procédure de fusion.

Dans [31], la méthode est basée sur la redondance matérielle et sur l'analyse des conflits entre les sources de données en se basant sur les croyances transférables. Une source est considérée comme étant défailante si son conflit avec les autres est élevé.

Après avoir détecté la source défaillante, son effet sur la décision finale est affaibli sans la nécessité de l'isoler de la procédure de fusion.

## 2.5 Conclusion et positionnement de notre approche

L'un des problèmes essentiels de la perte d'intégrité d'une méthode de fusion est lié aux défauts capteurs. En effet, la fusion de données est souvent utilisée afin d'accomplir une mission bien déterminée ; on cite à titre d'exemples : la localisation, le suivi d'objets, la navigation ... Cependant, un défaut au niveau des capteurs délivrant les données à fusionner peut conduire à un manque d'intégrité. Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur la fusion de données et sur le diagnostic d'une façon générale puis nous avons traité les approches de fusion tolérante aux défauts capteurs. Ces approches nécessitent, dans la plupart des cas, une connaissance *a priori* des modèles des défauts, des informations sur les capteurs dans leur fonctionnement normal, de l'expertise, ou de la disponibilité suffisante des données.

Dans le cadre de ce mémoire, une méthode de fusion de données avec tolérance aux défauts capteurs est développée. Cette méthode s'inscrit dans un cadre informationnel généralisé qui sera ensuite testé sur deux applications dont l'objectif est d'assurer l'intégrité de la localisation d'un ou de plusieurs robots opérant dans un milieu clos ou ouvert. Le choix de l'architecture doit être réalisé suivant un cahier des charges fixé tout en donnant une importance majeure à la qualité de l'estimation obtenue, le temps de calcul, l'évolutivité du système qui se traduit par la possibilité de la variation du nombre de composantes (robots, capteurs), la robustesse vis-à-vis des défauts et finalement la simplicité de sa mise en œuvre. La méthode proposée est basée sur l'estimation d'état en utilisant le filtre informationnel ainsi que sur des résidus issus de la théorie de l'information. Avec une telle approche, nous nous intéressons plutôt à la quantité d'information apportée par l'observation qu'à l'information elle-même, ce qui peut être pertinent du point de vue tolérance aux défauts.

Dans le chapitre suivant, nous présentons la méthode de fusion basée sur le filtre informationnel ainsi que le résidu développé pour la détection des défauts. Des méthodes de seuillage optimisées seront également présentées et développées.



# Vers des outils informationnels pour une fusion tolérante aux défauts

Ce chapitre traite de l'approche informationnelle pour la fusion tolérante aux défauts. En première étape, on introduit le filtre informationnel et son extension pour le cas non-linéaire. L'intérêt de ce filtre pour la fusion de données multi-capteurs sera démontré. En deuxième étape, après une présentation brève de la théorie de l'information, on introduit la divergence de Kullback-Leibler pour le diagnostic. Une étude statistique sera développée en se basant sur les tests de moyennes et de matrices de covariances. En troisième étape, un état de l'art sur les méthodes de seuillage est fourni. Puis le critère de Kullback-Leibler est proposé afin d'optimiser le seuil au niveau des tests de diagnostic. La comparaison avec le critère de l'information mutuelle est également détaillée. Finalement, un état de l'art portant sur l'isolation des défauts est présenté.

## 3.1 Introduction

Durrant-Whyte [16] était l'un des premiers chercheurs mettant l'accent sur l'importance du filtre informationnel dans le domaine de la fusion de données. Par ailleurs, plusieurs applications dans le domaine de la localisation et de la cartographie (*Simultaneous Localization and Mapping* (SLAM)) emploient ce filtre [32]. A noter que cette forme informationnelle est connue sous la représentation canonique ou naturelle de la distribution gaussienne [33].

Ce filtre reste toujours moins connu que le filtre de Kalman, bien qu'il admette plusieurs avantages. En effet, avec le filtre informationnel, il est plus simple de représenter une incertitude globale en fixant la matrice informationnelle à 0, tandis qu'avec le filtre de Kalman (connu encore sous la représentation en moment) une telle incertitude est équivalente à une covariance de l'ordre de l'infini. De plus, le filtre informationnel tend à être calculatoirement plus stable que le filtre de Kalman et il permet une mise en œuvre plus facile de la fusion de données multi-capteurs. En effet, les paramètres

canoniques représentent des probabilités sous la forme logarithmique ; par conséquent, un produit au niveau des probabilités se transforme en une somme [34]. De plus, la quantité «  $-\log(p(x))$  » où  $p(x)$  est une probabilité, joue un rôle essentiel dans la théorie de l'information, ce qui rend ce filtre bien adapté lorsqu'il est utilisé avec des métriques informationnelles comme l'entropie de Shannon, l'information mutuelle...

La théorie de l'information est une branche des mathématiques qui s'intéresse à la description de l'incertitude et de la quantité d'information apportée. Cette théorie se trouve au cœur de la compréhension de la communication, de l'informatique, des actions,... La relation directe de cette théorie avec la façon de pensée humaine nous a conduit à proposer une approche informationnelle généralisée pour la fusion de données tolérante aux défauts capteurs.

## 3.2 Le filtre informationnel pour la fusion des données

### 3.2.1 Introduction

Mathématiquement parlant, le filtre informationnel est identique au filtre de Kalman. Par contre, des points de vues calculatoire et architecture de diagnostic, une discussion sera introduite après avoir présenté ce filtre.

Le filtre informationnel utilise la forme informationnelle du vecteur d'état et de la matrice de covariances nommés respectivement vecteur informationnel ( $y$ ) et matrice informationnelle ( $Y$ ). La compacité de la distribution de probabilités (ou la certitude sur les estimations d'état) peut être fournie par la matrice informationnelle. Cette matrice est également appelée matrice de Fisher.

$$y_k = P_k^{-1} X_k \quad (3.1)$$

$$Y_k = P_k^{-1} \quad (3.2)$$

### 3.2.2 Le filtre informationnel

Comme dans le cas du filtre de Kalman, le filtre informationnel se décompose en deux étapes : une étape de prédiction provenant du modèle d'évolution du système et une étape de correction issue de l'utilisation des observations dans la procédure d'estimation.

#### Etape de prédiction :

L'étape de prédiction du filtre informationnel peut être déduite à partir du filtre de Kalman et en utilisant les équations 2.4 et 2.5 :

$$Y_{k/k-1} = [F_{k-1} Y_{k-1/k-1}^{-1} F_{k-1}^T + Q_{k-1}]^{-1} \quad (3.3)$$

$$y_{k/k-1} = Y_{k/k-1} [F_{k-1} X_{k-1/k-1} + B_{k-1} u_{k-1}] \quad (3.4)$$

$$= Y_{k/k-1} [F_{k-1} Y_{k-1/k-1}^{-1} y_{k-1/k-1} + B_{k-1} u_{k-1}] \quad (3.5)$$

D'une façon similaire au paragraphe 2.2.1, on définit :

$F_k$  la matrice d'état

$B_k$  la matrice d'entrée

$u_k$  le vecteur d'entrée

$Q_k$  la matrice de covariances associée au bruit du modèle considéré comme étant un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle.

### Etape de correction :

En utilisant l'équation 2.7, on peut obtenir [16]:

$$I - W_k H_k = P_{k/k} P_{k/k-1}^{-1} \quad (3.6)$$

$H_k$  est la matrice d'observations

$W_k$  est le gain de Kalman

### Démonstration :

$$\begin{aligned} I - W_k H_k &= [P_{k/k-1} - W_k H_k P_{k/k-1}] P_{k/k-1}^{-1} \\ &= [P_{k/k-1} - W_k S_k S_k^{-1} H_k P_{k/k-1}] P_{k/k-1}^{-1} \\ &= [P_{k/k-1} - W_k S_k W_k^T] P_{k/k-1}^{-1} \\ &= P_{k/k} P_{k/k-1}^{-1} \end{aligned}$$

*cqfd*

De même à partir de l'équation 2.8 le gain de Kalman s'écrit :

$$W_k = P_{k/k} H_k^T R_k^{-1} \quad (3.7)$$

### Démonstration :

$$\begin{aligned} W_k &= P_{k/k-1} H_k^T [H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k]^{-1} \\ W_k [H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k] &= P_{k/k-1} H_k^T \\ W_k R_k &= [I - W_k H_k] P_{k/k-1} H_k^T \\ W_k &= P_{k/k} H_k^T R_k^{-1} \end{aligned}$$

*cqfd*

A partir de l'équation d'état du filtre de Kalman 2.6, et en utilisant les équations 3.6 et 3.7, on obtient :

$$X_{k/k} = [I - W_k H_k] X_{k/k-1} + W_k Z_k \quad (3.8)$$

$$P_{k/k}^{-1} X_{k/k} = P_{k/k-1}^{-1} X_{k/k-1} + H_k^T R_k^{-1} Z_k \quad (3.9)$$

Donc

$$y_{k/k} = y_{k/k-1} + H_k^T R_k^{-1} Z_k \quad (3.10)$$

Et

$$i_k = H_k^T R_k^{-1} Z_k \quad (3.11)$$

représente la contribution informationnelle sur l'état associée à l'observation  $Z_k$ .

D'autre part, afin d'obtenir la forme analytique de la matrice informationnelle, on peut utiliser le lemme suivant concernant l'inversion des matrices :

**Lemme 3.2.1**

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (3.12)$$

L'équation 2.7 peut donc se mettre sous la forme :

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - W_k S_k W_k^T \quad (3.13)$$

$$= P_{k/k-1} - P_{k/k-1} H_k^T S_k^{-1} H_k P_{k/k-1} \quad (3.14)$$

$$= P_{k/k-1} - P_{k/k-1} H_k^T [H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k]^{-1} H_k P_{k/k-1} \quad (3.15)$$

$$= [P_{k/k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k]^{-1} \quad (3.16)$$

Par conséquent, la mise à jour de la matrice informationnelle se réalise suivant l'équation 3.17 :

$$Y_{k/k} = Y_{k/k-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k \quad (3.17)$$

Et

$$I_k = H_k^T R_k^{-1} H_k \quad (3.18)$$

représente la matrice informationnelle associée à l'observation  $Z_k$ .

On note  $(i_k, I_k)$  les contributions informationnelles associées à  $Z_k$ .

Le filtre de Kalman nécessite l'inversion d'une matrice ( $S_k$ ) ayant la dimension du vecteur d'observations. Dans des applications où la dimension du vecteur d'état est petite devant la dimension du vecteur d'observations, le gain calculatoire du filtre informationnel par rapport au filtre de Kalman est mis en valeur.

A noter que ce filtre peut s'élargir au cas non-linéaire. Dans la littérature, il est appelé « filtre informationnel étendu » (*Extended Information Filter* (EIF)).

### 3.2.3 Le filtre informationnel étendu

Afin de développer la méthode d'estimation informationnelle pour des systèmes non-linéaires, l'idée consiste à appliquer les approximations analytiques utilisées dans

le cas du filtre de Kalman étendu [35] [36].

Rappelons de nouveau les équations du système non-linéaire :

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k \quad (3.19)$$

$$Z_k = h(X_k) + v_k \quad (3.20)$$

On peut par conséquent définir :

### L'étape de prédiction :

La matrice informationnelle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$Y_{k/k-1} = [F_{k-1} Y_{k-1/k-1}^{-1} F_{k-1}^T + Q_{k-1}]^{-1} \quad (3.21)$$

Où  $F_k$  (comme dans le cas du filtre de Kalman) représente la matrice Jacobienne de la fonction non-linéaire modélisant l'état (équation 2.14).

Et le vecteur informationnel est obtenu à partir du vecteur d'état :

$$y_{k/k-1} = Y_{k/k-1} f(X_{k-1/k-1}) \quad (3.22)$$

### L'étape de correction :

$$Y_{k/k} = Y_{k/k-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k \quad (3.23)$$

$$y_{k/k} = y_{k/k-1} + H_k^T R_k^{-1} [Z_k - h(X_{k/k-1}) + H_k X_{k/k-1}] \quad (3.24)$$

Où  $H_k$  est la matrice Jacobienne associée au modèle d'observations (équation 2.18).

Un développement du filtre informationnel et du filtre informationnel étendu à partir des règles de Bayes peut être trouvé dans les références [37] et [35].

#### 3.2.4 Fusion de données multi-capteurs

Dans le cas du filtre de Kalman, la plupart des techniques d'estimation développées pour un seul capteur peuvent être appliquées directement aux problèmes d'estimation multi-capteurs. Mais cette stratégie s'avère complexe sur le modèle d'observations si le nombre de capteurs est élevé.

Une autre stratégie consiste à utiliser le filtre de Kalman de façon séquentielle. Dans cette approche, une observation provenant d'un capteur est considérée comme une réalisation séparée, indépendante et qui est réalisée selon un modèle d'observation spécifique. Cette observation est incorporée dans l'estimation de façon séquentielle. Par conséquent, c'est une méthode coûteuse du point de vue calculatoire car elle nécessite le calcul d'une nouvelle prédiction et d'une nouvelle matrice de gain pour chaque observation et à chaque instant.

Considérons  $N$  capteurs dont chacun possède le modèle d'observation suivant :

$$Z_k^i = H_k^i X_k + v_k^i \quad (3.25)$$

Dans le cas du filtre de Kalman standard, si l'estimation peut être modélisée comme étant une simple combinaison linéaire des innovations et de la prédiction, le problème d'estimation multi-capteurs est considérablement simplifié. Par contre,

$$X_{k/k} \neq X_{k/k-1} + \sum_{i=1}^N W_k^i (Z_k^i - H_k^i X_{k/k-1}) \quad (3.26)$$

Avec :

$$W_k^i = P_{k/k-1} (H_k^i)^T (S_k^i)^{-1} \quad (3.27)$$

$$S_k^i = H_k^i P_{k/k-1} (H_k^i)^T + R_k^i \quad (3.28)$$

où  $N$  est le nombre d'observations.

La raison pour laquelle l'équation 3.26 ne peut se limiter à une égalité est que, à un instant donné les innovations des différents capteurs  $(Z_k^i - H_k^i X_{k/k-1})$  partagent entre elles la prédiction  $X_{k/k-1}$ , ce qui conduit à une corrélation des innovations apparaissant au niveau des éléments « hors diagonal » de la matrice  $S_k$ .

Considérons dès lors le problème de la mise à jour du point de vue informationnel. Définissons :

Le vecteur d'observations obtenu à partir des  $N$  capteurs :

$$Z_k = \begin{pmatrix} Z_k^1 \\ \vdots \\ Z_k^N \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

La matrice d'observations correspondante :

$$H_k = \begin{pmatrix} H_k^1 \\ \vdots \\ H_k^N \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Et le vecteur bruit lié aux capteurs :

$$v_k = \begin{pmatrix} v_k^1 \\ \vdots \\ v_k^N \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

$v_k^i$  est supposé être un bruit blanc gaussien décorréolé dans le temps et entre les capteurs. La matrice de covariances associée peut être représentée de la façon suivante :

$$R_k = E(v_k v_k^T) = \begin{pmatrix} R_k^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_k^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & R_k^N \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Les contributions informationnelles sur  $Y$  et  $y$  peuvent donc être développées comme suit :

$$H_k^T R_k^{-1} H_k = \begin{pmatrix} (H_k^1)^T & \dots & (H_k^N)^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (R^1)^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (R^2)^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & (R^N)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_k^1 \\ H_k^2 \\ \vdots \\ H_k^N \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$= \sum_{i=1}^N (H_k^i)^T (R_k^i)^{-1} H_k^i \quad (3.34)$$

De même :

$$H_k^T R_k^{-1} Z_k = \begin{pmatrix} (H_k^1)^T & \dots & (H_k^N)^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (R^1)^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (R^2)^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & (R^N)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_k^1 \\ Z_k^2 \\ \vdots \\ Z_k^N \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

$$= \sum_{i=1}^N (H_k^i)^T (R_k^i)^{-1} Z_k^i \quad (3.36)$$

Par conséquent, l'ajout d'un capteur supplémentaire nécessite le calcul des termes  $(H_k^i)^T (R_k^i)^{-1} H_k^i$  et  $(H_k^i)^T (R_k^i)^{-1} Z_k^i$ . Ces équations sont la conséquence d'observations conditionnellement indépendantes.

L'étape de mise à jour du filtre informationnel est très simple comparativement à l'étape de mise à jour du filtre de Kalman. En effet, le filtre informationnel modélise cette étape comme étant une somme des informations provenant des observations. Ceci va constituer l'avantage principal de ce filtre dans le cas de la fusion de données multi-capteurs. De plus, le passage à une architecture distribuée ou décentralisée est simplifié *via* une telle modélisation [16], où le calcul des contributions informationnelles peut être réparti entre les différents nœuds.

Enfin, cette représentation du filtre informationnel facilite la mise en œuvre de la fusion tolérante aux défauts *via* une somme des contributions informationnelles.

Du point de vue « temps d'exécution », Assimakis et *al.* [38] présentent une étude détaillée sur les conditions de supériorité de chaque filtre. Ils ont démontré que le filtre informationnel est plus rapide si la dimension du vecteur d'observations est supérieur à  $1.65n$  pour un système variable dans le temps et s'il est supérieur à  $0.75n$  pour un système invariable dans le temps, avec  $n$  la dimension du vecteur d'état. Ceci peut être vérifié par le fait que le filtre informationnel est plus avantageux dans l'étape de correction. Dans l'étape de prédiction, il est nécessaire d'inverser une matrice ayant la dimension du vecteur d'état. A contrario, pour le filtre de Kalman, l'étape de correction nécessite l'inversion d'une matrice ayant la dimension du vecteur d'observations.

### 3.3 La divergence de Kullback-Leibler pour le diagnostic

#### 3.3.1 La théorie de l'information

La théorie de l'information est une théorie probabiliste qui permet de quantifier l'information contenue dans un ensemble donné. Elle a été élaborée par l'ingénieur américain Claude Elwood Shannon en 1948, devenu connu sous le nom de "*father of information theory*". L'entropie de Shannon constitue le concept le plus fondamental de la théorie de l'information. C'est une mesure de l'incertitude associée à l'information provenant d'une source [39]. Cette mesure est largement utilisée dans le domaine des télécommunications et du codage :

$$H(X) = - \sum_x p(x) \log p(x) \quad (3.37)$$

où :

$p(x)$  représente la probabilité associée à la variable aléatoire  $X$

$H(X)$  est l'entropie de Shannon

$\log(.)$  peut être considéré comme le logarithme népérien

L'entropie de Shannon peut s'étendre aux distributions continues et on parle dans ce cas de l'entropie différentielle [40]:

$$H(X) = - \int_x p(x) \log p(x) dx \quad (3.38)$$

D'autres variétés de cette mesure apparaissent dans la littérature. On cite à titres d'exemples l'information mutuelle [41] et la divergence de Kullback-Leibler [42].

L'information mutuelle mesure l'information commune entre deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$ . Elle est notée  $I(X, Y)$  et s'obtient à partir de l'entropie de Shannon :

$$I(X, Y) = I(Y, X) = H(X) - H(X/Y) \quad (3.39)$$



avec  $H(X/Y)$  l'entropie conditionnelle qui mesure l'incertitude sur  $X$  sachant que  $Y$  est connue :

$$H(X/Y) = H(X, Y) - H(Y) \quad (3.40)$$

$H(X, Y)$  est l'entropie conjointe des variables  $X$  et  $Y$ .

Une représentation graphique de ces quantités informationnelles est montrée sur la figure 3.1.

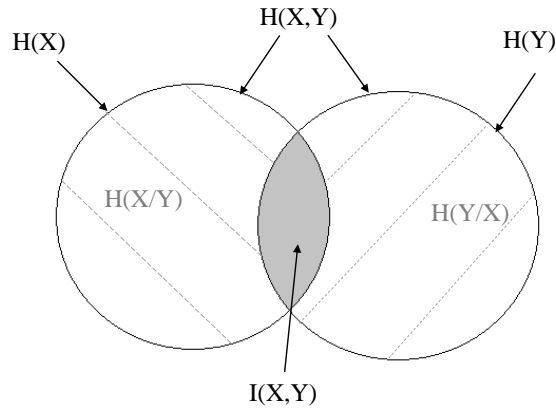


FIGURE 3.1 – Représentation de l'entropie et de l'information mutuelle.

Soit  $X$  une variable aléatoire issue d'une loi gaussienne de dimension  $M$  et de matrice de covariances  $P$ . En se référant à [41], l'entropie s'obtient par la formule :

$$H(X) = \frac{1}{2} \log [(2\pi e)^M |P|] \quad (3.41)$$

L'entropie *a priori* associée à l'étape de prédiction du filtre informationnel est obtenue comme suit :

$$H(X_{k/k-1}) = \frac{1}{2} \log [(2\pi e)^M |P_{k/k-1}|] = -\frac{1}{2} \log [(2\pi e)^M |Y_{k/k-1}|] \quad (3.42)$$

L'entropie associée à l'étape de correction représentant la valeur *a posteriori* est :

$$H(X_{k/k}) = \frac{1}{2} \log [(2\pi e)^M |P_{k/k}|] = -\frac{1}{2} \log [(2\pi e)^M |Y_{k/k}|] \quad (3.43)$$

Le changement d'information entre ces deux distributions de probabilités n'est autre que l'information mutuelle [43] [44]:

$$I = \frac{1}{2} \log \frac{|Y_{k/k}|}{|Y_{k/k-1}|} \quad (3.44)$$

Cette quantité représente le gain informationnel apporté par une observation.

La divergence de Kullback-Leibler (ou entropie relative) est une mesure de dissimilarité entre deux distributions de probabilités  $p(x)$  et  $q(x)$ . Elle a été définie par Solomon Kullback et Richard Leibler durant les années 1950 [45]:

$$KL(p||q) = \int_x p(x) \log\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) dx \quad \text{cas continu} \quad (3.45)$$

$$KL(p||q) = \sum_x p(x) \log\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \quad \text{cas discret} \quad (3.46)$$

Cette métrique informationnelle peut être considérée comme étant l'espérance d'un rapport de vraisemblance logarithmique (LLR) [46]:

$$KL(p||q) = E_p\left(\log \frac{p(x)}{q(x)}\right) \quad (3.47)$$

Cette quantité joue un rôle essentiel dans :

- la théorie de l'information,
- la théorie de la détection [47], [48] et afin d'évaluer les algorithmes de détection ou afin de percevoir la détectabilité d'un changement [49] [50],
- les problèmes de sélection et de gestion des capteurs [51] [52] dans le but de déterminer l'ensemble le plus pertinent d'un point de vue informationnel.

Ci-dessous quelques propriétés de cette divergence :

1. Même si dans la littérature le terme « métrique » (ou distance) est employé pour désigner la divergence de Kullback-Leibler, celle-ci n'en est pas une car elle n'est pas symétrique et ne satisfait pas l'inégalité triangulaire :

$$KL(p||q) \neq KL(q||p) \quad (3.48)$$

$$KL(p||q) \not\leq KL(p||r) + KL(r||q) \quad (3.49)$$

2.  $KL(p||q) \geq 0$ , avec égalité si et seulement si  $p = q$
3. C'est une fonction convexe sur le domaine des distributions de probabilités. Par conséquent, si on considère  $p_1, p_2, q_1$  et  $q_2$  des distributions de probabilités,  $\lambda \in (0, 1)$  et :

$$p = \lambda p_1 + (1 - \lambda) p_2$$

$$q = \lambda q_1 + (1 - \lambda) q_2$$

alors,  $KL(p||q) \leq \lambda KL(p_1||q_1) + (1 - \lambda) KL(p_2||q_2)$

L'information mutuelle peut être considérée comme étant l'entropie relative entre la loi conjointe  $p(x, y)$  et les produits des densités de probabilités marginales  $p(x)p(y)$  :

$$I(X, Y) = KL(p(x, y) || p(x)p(y)) \quad (3.50)$$

Par conséquent, si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes,  $p(x, y) = p(x)p(y)$ , la divergence de Kullback-Leibler est nulle (équation 3.50); autrement dit la connaissance de  $X$  ne fournit aucune information sur  $Y$ .

La divergence de Kullback-Leibler entre deux distributions gaussiennes  $f(x)$  et  $g(x)$ , de dimension  $M$ , de moyennes  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , et de matrices de covariances  $P_1$  et  $P_2$  respectivement peut être définie comme suit [53]:

$$KL(f(x) || g(x)) = \frac{1}{2} \left[ \text{trace}(P_2^{-1} P_1) + \log \left| \frac{P_2}{P_1} \right| - M + (\mu_1 - \mu_2)^T P_2^{-1} (\mu_1 - \mu_2) \right] \quad (3.51)$$

En plus de la distance de Mahalanobis :

$$(\mu_1 - \mu_2)^T P_2^{-1} (\mu_1 - \mu_2), \quad (3.52)$$

la divergence de Kullback-Leibler prend en compte l'orientation et la compacité des distributions de données, représentées respectivement par la trace et le déterminant des matrices de covariances :

$$\text{trace}(P_2^{-1} P_1) + \log \left| \frac{P_2}{P_1} \right| - M \quad (3.53)$$

Lorsque  $\mu_1 = \mu_2$ , cette divergence est identique à une divergence de Bregman [54] matricielle (Logdet divergence [55] ou Burg divergence) générée par la fonction convexe  $(-\log(|X|))$  (équation 3.53). C'est une distance entre matrices. Elle est utilisée dans certains problèmes d'optimisation afin d'approximer ou de tester une matrice de covariances [56].

La divergence de Kullback-Leibler peut être considérée comme une généralisation de l'entropie de Shannon et de l'information mutuelle [57]. En effet, en observant l'équation 3.51, on remarque qu'elle est constituée de deux parties : une partie qui représente le signal (équation 3.52) et une autre qui représente la dispersion (équation 3.53). A contrario, la différence des entropies de Shannon ne prend en compte qu'une partie de la dispersion (équation 3.44).

La divergence de Jeffrys (J-divergence) est une forme symétrique de la divergence de Kullback-Leibler entre deux distributions  $p(x)$  et  $q(x)$  [58]:

$$D_J(p, q) = KL(p || q) + KL(q || p) \quad (3.54)$$

Bien que cette forme apparaisse plus évidente à manipuler, dans certaines applications, on s'intéresse à la divergence d'une distribution  $q$  par rapport à une autre  $p$ . Autrement dit, on s'intéresse à l'information supplémentaire nécessaire pour décrire  $p$  en utilisant  $q$ . Par conséquent, l'emploi de cette forme symétrique ne sera pas intéressant [59].

**La distribution de la divergence de Kullback-Leibler :** Dans la littérature, sous certaines hypothèses (taille d'échantillon importante, matrice de covariances diagonale, indépendance des composantes de la distribution de dimension  $M$ ...), la divergence de Kullback-leibler est associée à une loi du  $\chi^2$  [48] [60].

D'autre part, la statistique du  $\chi^2$  :

$$\chi^2(p, q) = \sum_x \frac{(p(x) - q(x))^2}{q(x)} \quad (3.55)$$

peut être considérée comme étant le premier terme du développement en série de Taylor de la divergence de Kullback-Leibler [61]:

$$\begin{aligned} KL(p||q) &= \sum_x p(x) \log\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \\ &= \sum_x (q(x) + \delta) \left[ \frac{\delta}{q(x)} - \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{q^2(x)} + O(\delta^3) \right] \\ &= \sum_x \left( \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{q(x)} - \frac{1}{2} \frac{\delta^3}{q^2(x)} + \dots \right) \\ KL(p||q) &= \frac{1}{2} \chi^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.56)$$

avec  $\delta = p(x) - q(x)$ .

Suivant [62], dans le cas de deux distributions gaussiennes et sous certaines hypothèses sur les variances, la divergence de Kullback-Leibler est distribuée asymptotiquement suivant une loi du  $\chi^2$  non centrée.

### 3.3.2 Test sur les moyennes et sur les matrices de covariances

Cette section présente quelques propriétés et définitions qui seront utilisées dans les sections suivantes [63] [64].

**Propriété 3.3.1** Si  $Y$  est une variable aléatoire issue d'une loi gaussienne de dimension  $M$ , de moyenne  $\mu$  et de matrice de covariances  $\Sigma$  ( $Y \sim N_M(\mu, \Sigma)$ ) alors :

$$T = (Y - \mu)^T \Sigma^{-1} (Y - \mu) \quad (3.57)$$

suit une loi du  $\chi^2$  avec  $M$  degrés de liberté :  $T \sim \chi_M^2$

**Définition 3.3.1** Si  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sont des variables aléatoires indépendantes qui suivent une loi gaussienne de moyenne 0 et de matrice de covariances  $\Sigma$  ( $\sim N_M(0, \Sigma)$ ) alors  $W = \sum_{i=1}^n X_i X_i^T$  suit une loi de Wishart, ayant comme paramètres le degré de liberté  $n$  et la matrice de covariances  $\Sigma$ .

**Définition 3.3.2** Si  $Y \sim N_M(\mu, \Sigma)$ ,  $nS \sim W_M[\Sigma, n]$  et si  $Y$  et  $S$  sont indépendantes alors

$$T_{M,n}^2 = (Y - \mu)^T S^{-1} (Y - \mu) \quad (3.58)$$

est une statistique de Hotelling qui suit la loi de Fisher :

$$\frac{n - M + 1}{Mn} T^2 \sim F_{M, n-M+1} \quad (3.59)$$

**Définition 3.3.3** Si  $X^n = (X_1, \dots, X_n)$  admet une loi conjointe  $p(x^n, \theta) = p(x_1, \dots, x_n; \theta)$  avec  $\theta \in \Theta$  un paramètre, alors la fonction de vraisemblance  $L : \Theta \rightarrow [0, \infty[$  se définit par :

$$L(\theta) \equiv L(\theta; x^n) = p(x^n; \theta) \quad (3.60)$$

où  $x^n$  est fixe et  $\theta$  varie dans  $\Theta$ .

La fonction de vraisemblance logarithmique est alors :

$$l(\theta) = \log(L(\theta)) \quad (3.61)$$

Dans le cas où les variables sont indépendantes et identiquement distribuées, la vraisemblance se réduit à :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i, \theta) \quad (3.62)$$

La fonction de vraisemblance est utilisée afin de générer les estimations de maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood Estimation (MLE)).

Supposons maintenant un échantillon de variables aléatoires  $y_1, y_2, \dots, y_n$  issues d'une loi gaussienne de dimension  $M$ , de moyenne  $\mu$  et de matrice de covariances  $\Sigma : N_M(\mu, \Sigma)$ . Dans cette partie, on met l'accent sur les statistiques utilisées pour tester les moyennes et les matrices de covariances. A noter que ces tests sont développés à partir des calculs des rapports de vraisemblance [63].

Tout d'abord, on définit l'estimation du maximum de vraisemblance (MLE) de  $\mu$  par [65]:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_M \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

C'est une estimation non biaisée de la moyenne.

Une estimation non biaisée de  $\Sigma$  peut être donnée par l'équation suivante [63]:

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (3.64)$$

$(n-1)S$  suit la loi de Wishart avec  $n-1$  degrés de liberté :  $W_M[\Sigma, n-1]$  (définition 3.3.1).

### Test sur les moyennes si la matrice de covariances est connue

On souhaite tester l'hypothèse  $H_0 : \mu = \mu_0$  contre l'hypothèse  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  avec  $\mu_0$  donnée et la matrice de covariances  $\Sigma$  connue *a priori*. Pour cela, on considère la fonction de vraisemblance logarithmique suivante, obtenue à partir de la densité de probabilités gaussienne :

$$l(\mu, \Sigma) = -\frac{n}{2} \log(|\Sigma|) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^T \Sigma^{-1} (y_i - \mu) \quad (3.65)$$

$$= -\frac{n}{2} \log(|\Sigma|) - \frac{n}{2} (\bar{y} - \mu)^T \Sigma^{-1} (\bar{y} - \mu) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^T \Sigma^{-1} (y_i - \bar{y}) \quad (3.66)$$

Pour tester l'hypothèse  $H_0$  contre l'hypothèse  $H_1$ , cette équation est utilisée afin de générer le rapport de vraisemblance logarithmique. Ce rapport admet la forme suivante :

$$W = 2 \log \frac{L_1}{L_0} \quad (3.67)$$

Où  $L_1$  et  $L_0$  sont les vraisemblances maximisées suivant respectivement les hypothèses  $H_1$  et  $H_0$ .

Par conséquent, on substitue, dans l'équation 3.66,  $\mu$  par  $\mu_0$  sous l'hypothèse  $H_0$ , et  $\mu$  par  $\bar{y}$  sous l'hypothèse  $H_1$ . On obtient donc le rapport de vraisemblance suivant :

$$W = (y_i - \mu_0)^T \Sigma^{-1} (y_i - \mu_0) - (y_i - \bar{y})^T \Sigma^{-1} (y_i - \bar{y}) \quad (3.68)$$

$$= (\bar{y} - \mu_0)^T \left( \frac{\Sigma}{n} \right)^{-1} (\bar{y} - \mu_0) \quad (3.69)$$

Comme évoqué dans la propriété 3.3.1, sous l'hypothèse  $H_0$ , la distribution de cette statistique suit exactement la loi du  $\chi^2$  avec  $M$  degrés de liberté, où  $\frac{\Sigma}{n}$  représente la matrice de covariances de  $\bar{y}$ .

### Test sur les moyennes si la matrice de covariances est inconnue

On souhaite tester l'hypothèse  $H_0 : \mu = \mu_0$  contre l'hypothèse  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  avec  $\mu_0$  connue *a priori* et la matrice de covariances  $\Sigma$  inconnue.

Après les transformations adéquates sur la fonction de vraisemblance de l'équation 3.66, la statistique de test obtenue dans ce cas est :

$$T^2 = n(\bar{y} - \mu_0)^T S^{-1} (\bar{y} - \mu_0) \quad (3.70)$$

$$= (\bar{y} - \mu_0)^T \left( \frac{S}{n} \right)^{-1} (\bar{y} - \mu_0) \quad (3.71)$$

$\frac{S}{n}$  est la matrice de covariances associée à  $\bar{y}$  et  $(n-1)S$  suit la loi de Wishart avec  $n-1$

degrés de liberté :  $W_M[\Sigma, n-1]$ .

La distribution de  $T^2$  est obtenue par Hotelling en supposant que  $H_0$  est correcte (définition 3.3.2). La distribution est indexée par deux paramètres, la dimension  $M$  et le degré de liberté  $n-1$  [63]. La distribution de  $T^2$  est reliée à celle du Fisher ( $F$ -distribution) par la relation suivante :

$$\frac{n-M}{M(n-1)} T^2 \sim F_{M, n-M} \quad (3.72)$$

Si  $T^2$  est supérieur à une certaine valeur critique, l'hypothèse  $H_0$  est rejetée.

### Test sur les matrices de covariances

On veut tester l'hypothèse  $H_0 : \Sigma = \Sigma_0$  contre l'hypothèse  $H_1 : \Sigma \neq \Sigma_0$  avec  $\Sigma_0$  connue *a priori*. Dans ce cas la vraisemblance logarithmique (équation 3.66) s'obtient en remplaçant  $\bar{y}$  par  $\mu$  :

$$l(\mu, \Sigma) = -\frac{n}{2} \log(|\Sigma|) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^T \Sigma^{-1} (y_i - \bar{y}) \quad (3.73)$$

Par conséquent, le rapport de vraisemblance logarithmique est calculé en remplaçant  $\Sigma$  par  $\Sigma_0$  sous l'hypothèse  $H_0$  et  $\Sigma$  par  $S$  sous l'hypothèse  $H_1$ . Afin de tester si  $S$  est significativement différente de  $\Sigma_0$ , la statistique de test suivante est utilisée :

$$T = (n-1)[\log|\Sigma_0| - \log S + \text{trace}(S\Sigma_0^{-1}) - M] \quad (3.74)$$

Cette équation prend la forme de la divergence de Bregman matricielle.

Si  $H_0$  est correcte,  $T$  est distribuée approximativement suivant la loi du  $\chi^2$  [63],[66] avec  $\frac{1}{2}M(M+1)$  degrés de liberté :  $\chi^2_{\frac{1}{2}(M(M+1))}$ .

Pour une taille d'échantillon modérée [63],

$$\left[1 - \frac{1}{6(n-1)-1} \left(2M+1 - \frac{2}{M+1}\right)\right] T \quad (3.75)$$

se rapproche mieux du  $\chi^2_{\frac{1}{2}(M(M+1))}$ .

A noter que le degré de liberté de la loi du  $\chi^2$  est le nombre de paramètres distincts dans  $\Sigma$ .

### 3.3.3 Résidu basé sur la divergence de Kullback-Leibler

Dans le but de développer une méthode de fusion tolérante aux défauts, une étape de diagnostic doit être intégrée à la procédure de fusion.

La première étape de chaque méthode de diagnostic est la génération des résidus dans le but de créer un test adéquat qui, dans notre cas, sera appliqué sur les estimations du filtre informationnel.

Plusieurs méthodes de génération de résidus peuvent être trouvées dans la littérature : méthode à base d'observateurs, méthode à base d'espace de parité, estimation paramétrique... ; pour plus de détails le lecteur peut consulter [67]. Dans notre cas, on se limite à la génération de résidus à base d'observateurs en utilisant le filtre informationnel.

En général, les variables fournies par un modèle de processus suivent les variables réelles correspondant aux états de fonctionnement sans défaut, et montrent une dérive dans le cas d'un défaut. Afin de récupérer ces informations, une comparaison entre les variables mesurées et celles estimées, à partir d'un modèle, est réalisée. Cette quantité s'appelle résidu et elle porte un message pertinent, nécessaire pour le diagnostic.

Plus particulièrement, à partir des étapes de prédiction et de correction du filtre informationnel, des distributions de probabilités ( $g(k/k-1)$ ) et ( $g(k/k)$ ) sont obtenues où la divergence de  $g(k/k)$  par rapport à  $g(k/k-1)$  peut être calculée afin de créer un résidu noté *DKLG* (Divergence de Kullback-Leibler Globale) [68]:

$$DKLG(g(k/k-1) || g(k/k)) = \frac{1}{2} \text{trace}(Y_{k/k} Y_{k/k-1}^{-1}) + \frac{1}{2} \log \frac{|Y_{k/k-1}|}{|Y_{k/k}|} - \frac{1}{2} M + \frac{1}{2} (X_{k/k} - X_{k/k-1})^T Y_{k/k} (X_{k/k} - X_{k/k-1}) \quad (3.76)$$

En se basant sur la section 3.3.2, la *DKLG* peut être interprétée comme étant la somme de deux termes :

1.  $(X_{k/k} - X_{k/k-1})^T Y_{k/k} (X_{k/k} - X_{k/k-1})$  est assimilé à la distance de Mahalanobis et permet de réaliser un test sur les moyennes.
2.  $\log \frac{|Y_{k/k-1}|}{|Y_{k/k}|} + \text{trace}(Y_{k/k} Y_{k/k-1}^{-1}) - M$  admet la forme de la divergence de Bregman matricielle [53] et inclut l'information mutuelle entre deux distributions gaussiennes  $\log \frac{|Y_{k/k-1}|}{|Y_{k/k}|}$  (équation 3.44). Ce terme permet de réaliser un test sur les matrices de covariances.

La *DKLG* peut être vue comme étant la surprise informationnelle apportée par les observations. Après la convergence de la distribution *a posteriori* vers la distribution *a priori*, cette surprise ne doit pas dépasser une valeur de seuil prédéterminée liée au nombre d'observations, à la dimension du vecteur d'état, à l'incertitude de la modélisation du système et au bruit de mesures. En tenant compte de ces différents facteurs, ce résidu est sensible aux défauts capteurs intervenant dans l'étape de prédiction (considéré comme étant le modèle) ou dans l'étape de correction du filtre informationnel. A noter qu'aucune hypothèse sur le modèle n'est supposée.

Pour que la génération des résidus soit bénéfique, il faut [18]:

- Evaluer le résidu d'une façon optimale dans le but d'extraire l'information relative aux défauts. Dans ce cas, on distingue :
  1. les méthodes d'évaluation résiduelles basées sur la norme qui permettent un calcul systématique du seuil en utilisant la théorie de la commande robuste.



Ces méthodes prennent en compte les changements possibles du vecteur de résidus causés par l'incertitude du modèle et les entrées inconnues. Un faible taux de fausses alarmes est atteint au prix d'un grand nombre de défauts indétectables [69],

2. les méthodes à base de tests statistiques qui sont bien établies dans le cadre des hypothèses statistiques afin de détecter un changement dans certains paramètres de la densité de probabilités. Ces méthodes emploient, en général, le calcul du rapport de vraisemblance [18].

Dans ce mémoire, des méthodes statistiques sont utilisées dans le but de générer le seuil optimal dont le dépassement indique la présence d'un défaut.

- Chaque défaut doit être découplé des autres dans le but de remonter à l'origine de celui-ci et de l'isoler. Un état de l'art sera présenté dans la section 3.5. Par contre, l'étape d'isolation sera traitée en détails dans les chapitres 4 et 5 où des méthodes sont développées suivant la nature de l'application (système multi-robots et système GNSS).

### 3.3.4 Etude statistique de la divergence de Kullback-Leibler

Sous certaines hypothèses (indépendance des  $M$  composantes du vecteur d'état, échantillon de grande dimension, matrice de covariances diagonale...), des travaux antérieurs sur la divergence de Kullback-Leibler l'assimilent à une loi du  $\chi^2$  [48],[62]. Suivant la conception de la *DKLG*, ces hypothèses ne sont pas garanties et par conséquent, une autre étude concernant sa loi de distribution est développée dans cette section.

Tout en s'appuyant sur la section 3.3.2 et en supposant la stationnarité de la distribution de probabilités de la *DKLG*, cette distribution dans le cas « sans défaut » peut être obtenue en analysant séparément les deux termes :

- 1.

$$T_1 = n(X_{k/k} - X_{k/k-1})^T Y_{k/k} (X_{k/k} - X_{k/k-1}) \quad (3.77)$$

est une statistique  $T^2$  de Hotelling avec une distribution  $T_{M,n-1}^2$  conditionnée par deux paramètres : la dimension  $M$  et le degré de liberté  $n - 1$ , où  $n$  est le nombre d'échantillons. La distribution de  $T^2$  est reliée à celle du Fisher ( $F$ -distribution) par la relation montrée dans l'équation 3.72.  $T_1$  peut être considérée comme étant la distance standard entre les vecteurs d'états corrigé et prédit ( $X_{k/k}$  et  $X_{k/k-1}$ ).

- 2.

$$T_2 = (n-1) \left[ \log \frac{|Y_{k/k-1}|}{|Y_{k/k}|} + \text{trace}(Y_{k/k} Y_{k/k-1}^{-1}) - M \right] \quad (3.78)$$

suit approximativement une loi du  $\chi^2$  avec un degré de liberté de  $\frac{1}{2}M(M+1)$  :  $\chi_{\frac{1}{2}(M(M+1))}^2$ .

Pour une taille d'échantillon modérée [63],

$$\left[ 1 - \frac{1}{6(n-1)-1} \left( 2M+1 - \frac{2}{M+1} \right) \right] T_2 \quad (3.79)$$

se rapproche mieux du  $\chi^2_{\frac{1}{2}(M(M+1))}$ .

$T_2$  peut être considérée comme étant l'erreur d'ajustement de  $P_{k/k}$  à  $P_{k/k-1}$ .

Par conséquent, la loi de distribution de la *DKLG*, dans le cas « sans défaut », est reliée à celle de Fisher et du  $\chi^2$ , et elle peut être obtenue comme suit :

$$DKLG \sim \frac{1}{2} \left[ \frac{M(n-1)}{(n-M)n} F_{M,n-M} + \frac{1}{n-1} \frac{1}{1 - \frac{1}{6(n-1)-1} \left( 2M + 1 - \frac{2}{M+1} \right)} \chi^2_{\frac{1}{2}(M(M+1))} \right] \quad (3.80)$$

A noter, lorsque la taille de l'échantillon passe à l'infini, la distribution de Fisher se rapproche d'une loi du  $\chi^2$  :  $F_{M,n-M} \sim \frac{\chi^2_M}{M}$ .

## 3.4 Evaluation des résidus et seuillage pour la prise de décision

### 3.4.1 Etat de l'art

Après avoir défini le résidu et sa distribution dans le cas du fonctionnement normal, son évaluation d'une façon optimale constitue une étape primordiale afin d'extraire l'information relative aux défauts et de prendre la décision au sujet de la présence des mesures erronées dans le système.

La décision est prise sur la base de deux hypothèses :  $H_0$  représente l'hypothèse nulle (absence de défaut) et  $H_1$  est l'hypothèse alternative (présence d'un défaut). La figure 3.2 présente les probabilités associées aux différentes décisions qui peuvent être prises par le détecteur, étant données les hypothèses vraies.

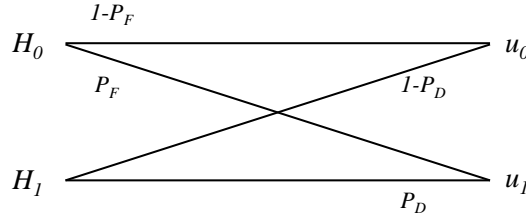


FIGURE 3.2 – Relation décision/hypothèse vraie.

On définit ainsi :

- La probabilité de détection : c'est la probabilité de choisir  $H_1$  sachant que  $H_1$  est vraie :

$$P_D = p(u_1/H_1) \quad (3.81)$$

- La probabilité de fausse alarme : c'est la probabilité de choisir  $H_1$  sachant que  $H_0$  est vraie :

$$P_F = p(u_1/H_0) \quad (3.82)$$

- La probabilité de détection manquée : c'est la probabilité de choisir  $H_0$  sachant que  $H_1$  est vraie :

$$P_{mD} = p(u_0/H_1) = 1 - P_D \quad (3.83)$$

Un exemple illustratif de ces probabilités est montré sur la figure 3.3.

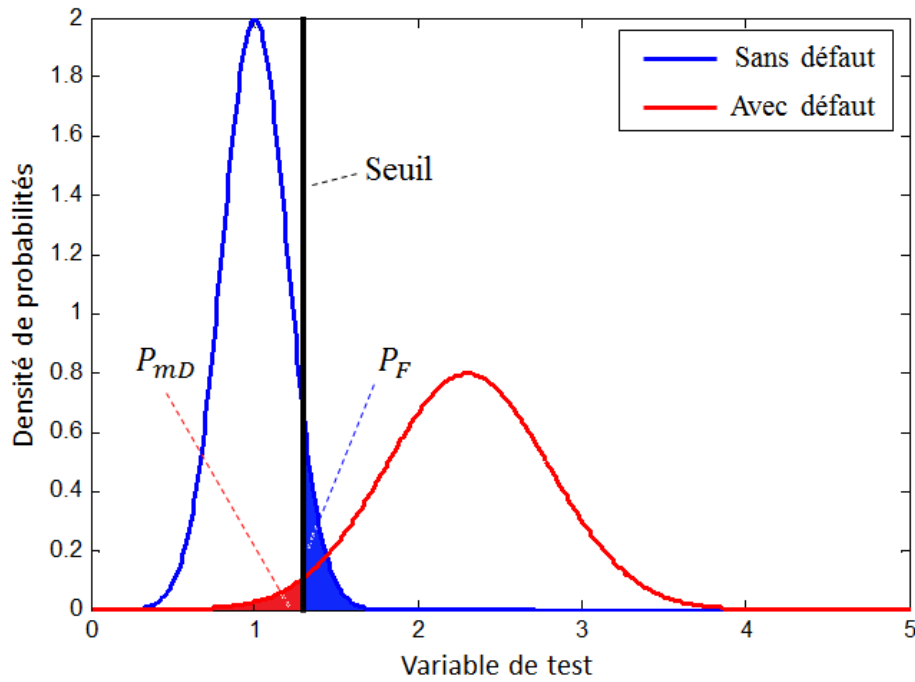


FIGURE 3.3 – Modélisation des probabilités de fausse alarme et de détection manquée.

De même, ces probabilités peuvent être calculées de la manière suivante :

$$P_F = \int_{th}^{\infty} p(x/H_0) dx \quad (3.84)$$

$$P_D = \int_{th}^{\infty} p(x/H_1) dx \quad (3.85)$$

où  $p(x/H_0)$  et  $p(x/H_1)$  sont les densités de probabilités de la variable de test  $x$  suivant respectivement les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ .  $th$  est le seuil de détection.

Plusieurs critères pour le calcul du seuil peuvent être trouvés dans la littérature. Un résumé est donné dans les paragraphes suivants.

### Le critère de Bayes

Supposons qu'on souhaite classifier une observation  $x$  suivant les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  :

Si  $p(H_0/x) > p(H_1/x)$  alors on choisit  $H_0$ , sinon on choisit  $H_1$ . Ce qui peut être représenté de la façon suivante :

$$p(H_1/x) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} p(H_0/x) \quad (3.86)$$

Ce test peut être développé en utilisant la règle de Bayes :

$$\frac{p(x/H_1)p(H_1)}{p(x)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{p(x/H_0)p(H_0)}{p(x)} \quad (3.87)$$

L'équation 3.88 constitue le test du rapport de vraisemblance  $\Lambda$  (*likelihood ratio test*) :

$$\Lambda = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{p(H_0)}{p(H_1)} \quad (3.88)$$

Avec cette écriture, la pénalisation de la classification erronée de  $x \in H_0$  ou  $H_1$  est supposée être la même, ce qui n'est pas toujours vérifié. Par conséquent, le critère de Bayes attribue à chacune des situations : « On décide  $H_i$  alors que  $H_j$  est correcte », un coût  $C_{ij}$ .

Le risque de Bayes, qui représente le coût moyen, peut être donné par la formule suivante [70]:

$$R_{bayes} = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} p(x \in R_i/H_j) p(H_j) \quad (3.89)$$

$$= \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} p(H_j) \int_{R_i} p(x/H_j) dx \quad (3.90)$$

$R_i$  est le domaine pour lequel on choisit  $H_i$ , avec  $R_0 \cup R_1 =$  espace d'observation et  $R_0 \cap R_1 = \emptyset$ . En utilisant  $\int_{R_0} p(x/H_j) dx = 1 - \int_{R_1} p(x/H_j) dx$ , le risque de Bayes peut s'écrire :

$$R_{bayes} = [C_{11}P_1 + C_{10}P_0] + \int_{R_0} [P_1(C_{01} - C_{11})p(x/H_1) - P_0(C_{10} - C_{00})p(x/H_0)] dx \quad (3.91)$$

$$(3.92)$$

Avec

$$p(H_0) = P_0 \quad (3.93)$$

$$p(H_1) = 1 - P_0 = P_1 \quad (3.94)$$

les probabilités *a priori* des hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ .

En général, le coût attribué à une décision juste doit être plus faible que celui attribué à une décision erronée :

$$C_{10} > C_{00} \quad (3.95)$$

$$C_{01} > C_{11} \quad (3.96)$$

Etant donné que  $[C_{11}P_1 + C_{10}P_0]$  est constante, minimiser le risque de Bayes consiste à chercher une région de décision  $R_0$  qui minimise l'intégrale :

$$\int_{R_0} [P_1(C_{01} - C_{11})p(x/H_1) - P_0(C_{10} - C_{00})p(x/H_0)]dx, \quad (3.97)$$

Par conséquent,  $[P_1(C_{01} - C_{11})p(x/H_1) - P_0(C_{10} - C_{00})p(x/H_0)] < 0$ , ce qui conduit au test suivant [71] :

$$\Lambda = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_0}{\underset{H_1}{\geq}} \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{C_{10} - C_{00}}{C_{01} - C_{11}} \quad (3.98)$$

Avec  $\frac{P_0}{1 - P_0} \frac{C_{10} - C_{00}}{C_{01} - C_{11}}$  le seuil de détection. A noter que pour le critère de Bayes, les probabilités *a priori* doivent être connues.

### Le critère minimax

Le risque de Bayes dépend de la probabilité *a priori* et des régions de décision associées à  $P_F$  et à  $P_{mD}$ . Si la probabilité *a priori* est inconnue, le test de Bayes devient inapproprié. Le test minimax peut alors être employé [72].

Supposons que  $\lambda_{P_1}$  soit le seuil du critère de Bayes associé à la probabilité *a priori*  $P_1$  et considérons que  $V(P_1)$  soit le risque de Bayes optimal correspondant à  $P_1$ . Le risque  $V(P_1)$  est une fonction concave de  $P_1$  [72].

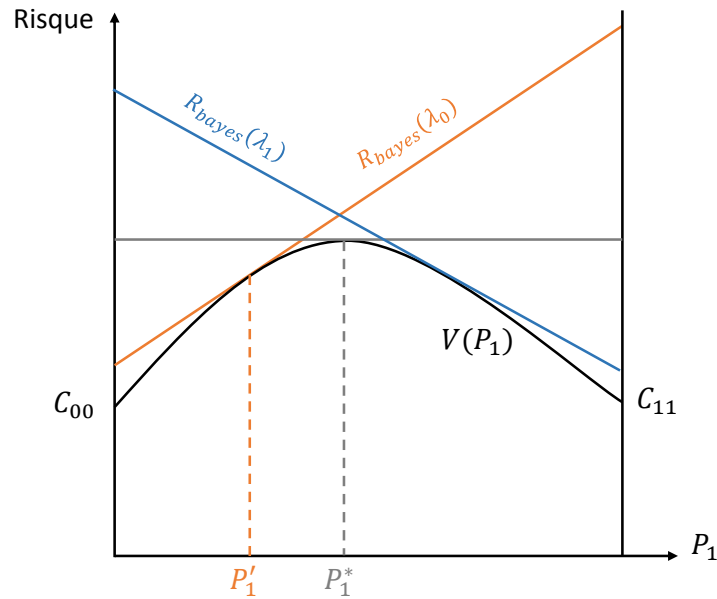
Si on fixe le seuil à une valeur donnée  $\lambda_0$  correspondante à une probabilité *a priori*  $P_1'$ , le risque de Bayes s'écrit sous la forme suivante :

$$R_{bayes}(\lambda_0) = C_{00}(1 - P_F(\lambda_0)) + C_{10}P_F(\lambda_0) + P_1[(C_{11} - C_{00}) + (C_{01} - C_{11})P_{mD}(\lambda_0) - (C_{10} - C_{00})P_F(\lambda_0)], \quad (3.99)$$

A cette valeur du seuil  $\lambda_0$ , le risque est donc une fonction linéaire de  $P_1$ . Cette droite est tangente à la courbe du risque de Bayes optimal en  $P_1 = P_1'$  (figure 3.4).

Le risque  $R_{bayes}(\lambda_0)$  peut donc être plus grand que le risque optimal  $V(P_1)$  correspondant.

Pour  $P_1 = P_1^*$  (figure 3.4) avec  $P_1^*$  la valeur de  $P_1$  où  $V(P_1)$  admet un maximum, la

FIGURE 3.4 – Illustration de  $R_{bayes}(\lambda_0)$  et  $V(P_1)$ .

tangente en ce point est horizontale. En comparaison avec les autres tangentes, ce point minimise le risque maximal. Ce critère qui minimise le risque maximal, est appelé le critère minimax. Le test minimax consiste donc à choisir le seuil qui conduit aux  $P_F$  et  $P_{mD}$  vérifiant l'équation suivante :

$$(C_{11} - C_{00}) + (C_{01} - C_{11})P_{mD} - (C_{10} - C_{00})P_F = 0 \quad (3.100)$$

Et le risque vaut :

$$R_{minimax} = C_{00}(1 - P_F) + C_{10}P_F \quad (3.101)$$

### Le critère de Neyman-Pearson

Parfois, non seulement la connaissance des probabilités *a priori* n'est pas disponible, mais de plus il s'avère difficile de déterminer de façon pertinente les coûts. Jerzy Neyman et Egon Pearson ont formulé le problème du calcul du seuil de la façon suivante : maximiser la probabilité de détection sans que la probabilité de fausse alarme ne dépasse pas une valeur donnée  $\alpha$  [72]. Ce critère ne nécessite pas une connaissance des probabilités *a priori*, par contre la connaissance des densités conditionnelles sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  est requise. Le problème d'optimisation est le suivant :

$$\max(P_D) \text{ pour } P_F < \alpha \quad (3.102)$$

Pour cela on construit la fonction coût :

$$F = P_{mD} + \lambda[P_F - \alpha] \quad (3.103)$$

où  $\lambda$  est le multiplicateur de Lagrange.

$$F = \int_{R_0} p(x/H_1) dx + \lambda \left[ \int_{R_1} p(x/H_0) dx - \alpha \right] \quad (3.104)$$

$$= \lambda(1 - \alpha) + \int_{R_0} [p(x/H_1) - \lambda p(x/H_0)] dx \quad (3.105)$$

$R_0$  et  $R_1$  sont les domaines où  $H_0$  et  $H_1$  ont été respectivement choisis.

Le premier terme ( $\lambda(1-\alpha)$ ) est fixe, la minimisation de  $F$  se réalise donc en choisissant  $[p(x/H_1) - \lambda p(x/H_0)] < 0$ . Par conséquent, le test suivant est obtenu :

$$\Lambda = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda \quad (3.106)$$

Le seuil  $\lambda$  du test de Lagrange est choisi pour vérifier la contrainte :

$$P_F = \int_{\lambda}^{\infty} p(\Lambda/H_0) d\Lambda = \alpha \quad (3.107)$$

### Les critères associés à la courbe ROC

La courbe ROC (*Receiver Operating Characteristic*) est un graphique qui trace les taux de vrais positifs (probabilité de détection) en fonction des faux positifs (probabilité de fausse alarme). Cette courbe permet la comparaison de tests de diagnostic effectués sur un même jeu de données. Elle permet également de fixer un seuil de détection optimisé. Pour un système de détection non discriminant, la courbe ROC se situe près de la diagonale, ce qui signifie que le test proposé n'est pas corrélé à l'absence ou à la présence d'un défaut. Les courbes ROC qui sont plus près du point ( $P_F = 0, P_D = 1$ ), situé dans le coin gauche supérieur du graphe, correspondent à un test avec de meilleurs résultats discriminatoires. Par conséquent, sur la figure 3.5, la courbe ROC (1) traduit un meilleur test de diagnostic que celui représenté par la courbe (2). La pente en un point quelconque de la courbe ROC est égale au rapport de vraisemblance des densités de probabilités des deux distributions (« avec » et « sans » défaut).

Dans la littérature, les courbes ROC sont divisées en courbes paramétrique, semi-paramétrique et non-paramétrique [73]. Dans le cas des courbes non-paramétriques, aucune hypothèse sur la distribution des variables de test n'est réalisée. Les courbes obtenues sont des courbes non lissées. L'estimation paramétrique suppose que les ex-

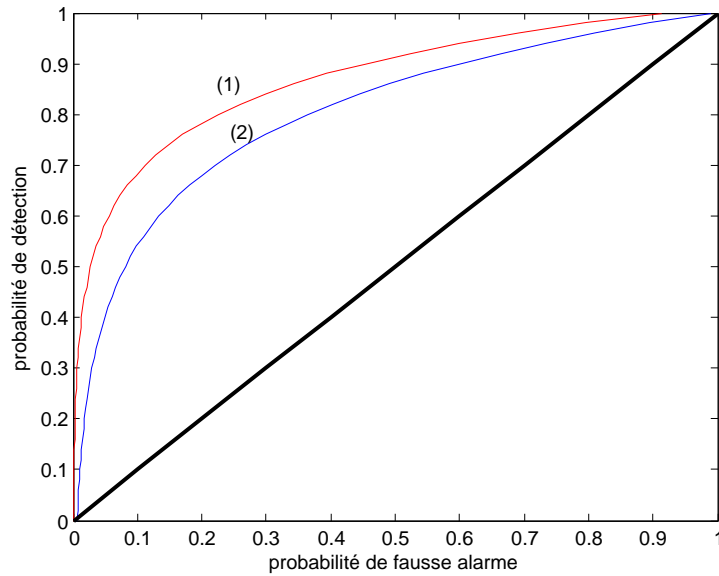


FIGURE 3.5 – Les courbes ROC.

pressions analytiques des distributions de probabilités des variables de test sont connues dans les cas « sans » et « avec » défaut. En revanche, la méthode semi-paramétrique [74] est une stratégie intermédiaire qui conduit à une courbe lissée mais avec moins d'hypothèses sur les distributions de probabilités. La courbe ROC binormale est la plus connue dans ce domaine. Elle suppose l'existence d'une transformation monotone  $F$  qui transforme les distributions des variables de test dans les cas « avec » et « sans » défaut en des distributions normales [75].

Différentes valeurs du seuil sont développées, toutes liées à la courbe ROC [76] [77] [78]:

- L'indice de Youden connu sous le nom « Youden's Index », a été introduit par Youden en 1950 [79]. C'est le point de la courbe ROC le plus loin verticalement de la ligne de chance (la diagonale) et il est donné comme suit :

$$J = \max(P_D - P_F) \quad (3.108)$$

- $(P_F = 0, P_D = 1)$  représente le point optimal qui est difficile à atteindre. Le critère  $(0,1)$  consiste à chercher le point de la courbe ROC à distance minimale du point  $(0,1)$  :

$$\min \left( \sqrt{(1 - P_D)^2 + P_F^2} \right) \quad (3.109)$$

Cependant, les seuils obtenus ne sont pas optimaux car ils ne prennent pas en compte les coûts des erreurs et la probabilité du défaut.



### Les critères issus de la théorie de l'information

Dans la théorie de détection de Bayes, le choix du seuil repose sur la minimisation du risque de Bayes. Dans ce problème d'optimisation, les coûts sont supposés connus *a priori* et constants. Dans certaines applications, il est intéressant de traiter le problème d'optimisation du point de vue quantité d'information plutôt que du point de vue de l'information elle-même. Dans [70], étant donné la figure 3.2, l'objectif était de minimiser l'ambiguïté entre l'entrée (hypothèse vraie) et la sortie (décision prise). Les auteurs ont proposé de maximiser l'information mutuelle  $I(H, u)$  :

$$I(H, u) = h(H) - h(H/u) \quad (3.110)$$

$$= \sum_H \sum_u p(H, u) \log \frac{p(u/H)}{p(u)} \quad (3.111)$$

avec :

$$p(u = 0) = P_0(1 - P_F) + (1 - P_0)(1 - P_D) \quad (3.112)$$

$$p(u = 1) = P_0P_F + (1 - P_0)P_D \quad (3.113)$$

Donc :

$$\begin{aligned} I(H, u) = & (1 - P_F)P_0 \log \frac{(1 - P_F)}{(1 - P_F)P_0 + (1 - P_F)(1 - P_0)} \\ & + (1 - P_D)(1 - P_0) \log \frac{(1 - P_D)}{(1 - P_F)P_0 + (1 - P_F)(1 - P_0)} \\ & + P_F P_0 \log \frac{P_F}{P_F P_0 + P_D(1 - P_0)} \\ & + P_D(1 - P_0) \log \frac{P_D}{P_F P_0 + P_D(1 - P_0)} \end{aligned} \quad (3.114)$$

ou encore :

$$\begin{aligned} I(H, u) = & \alpha_0 \log \frac{\alpha_0}{P_0(\alpha_0 + \beta_0)} + \beta_0 \log \frac{\beta_0}{(1 - P_0)(\alpha_0 + \beta_0)} \\ & + \alpha_1 \log \frac{\alpha_1}{P_0(\alpha_1 + \beta_1)} + \beta_1 \log \frac{\beta_1}{(1 - P_0)(\alpha_1 + \beta_1)} \end{aligned} \quad (3.115)$$

avec :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= P_0(1 - P_F) & \beta_0 &= (1 - P_0)(1 - P_D) \\ \alpha_1 &= P_0P_F & \beta_1 &= (1 - P_0)P_D \end{aligned} \quad (3.116)$$

La dérivée de  $I(H, u)$  par rapport à une variable  $v$  s'obtient comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(H, u)}{\partial v} &= \frac{\partial \alpha_0}{\partial v} \log \frac{\alpha_0}{P_0(\alpha_0 + \beta_0)} + \frac{\partial \beta_0}{\partial v} \log \frac{\beta_0}{(1 - P_0)(\alpha_0 + \beta_0)} \\ &+ \frac{\partial \alpha_1}{\partial v} \log \frac{\alpha_1}{P_0(\alpha_1 + \beta_1)} + \frac{\partial \beta_1}{\partial v} \log \frac{\beta_1}{(1 - P_0)(\alpha_1 + \beta_1)} \end{aligned} \quad (3.117)$$

avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_0}{\partial v} &= -P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} & \frac{\partial \beta_0}{\partial v} &= -(1 - P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial v} &= P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} & \frac{\partial \beta_1}{\partial v} &= (1 - P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} \end{aligned} \quad (3.118)$$

La valeur minimale de  $I(H, u)$  est atteinte au point  $P_F = P_D$ .

La décision optimale qui maximise l'information mutuelle est implémentée comme un test de rapport de vraisemblance :

$$\Lambda = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda \quad (3.119)$$

La valeur de  $\lambda$  est obtenue à partir de l'équation 3.117 et en posant  $\frac{\partial P_D}{\partial P_F} = \Lambda$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(H, u)}{\partial v} &= -P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} \log \frac{\alpha_0}{P_0(\alpha_0 + \beta_0)} - (1 - P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} \log \frac{\beta_0}{(1 - P_0)(\alpha_0 + \beta_0)} \\ &+ P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} \log \frac{\alpha_1}{P_0(\alpha_1 + \beta_1)} + (1 - P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} \log \frac{\beta_1}{(1 - P_0)(\alpha_1 + \beta_1)} = 0 \end{aligned} \quad (3.120)$$

Donc :

$$\frac{\partial P_F}{\partial v} P_0(C_{10} - C_{00}) = \frac{\partial P_D}{\partial v} (1 - P_0)(C_{01} - C_{11}) \quad (3.121)$$

Par conséquent, l'équation 3.119 peut se mettre sous la forme de l'équation 3.98. La principale différence avec le critère de Bayes est que les coûts  $C_{ij}$  ne sont plus constants, mais s'expriment de la façon suivante :

$$C_{ij} = \log \left( \frac{p(u_i, H_j)}{p(u_i)p(H_j)} \right) = \log \left( \frac{p(u_i/H_j)}{p(u_i)} \right) \quad (3.122)$$

Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter la référence [61].

De façon similaire, dans [80] et [81], l'optimisation est basée sur la minimisation de

l'incertitude  $h(H/u)$  sur l'hypothèse  $H$  étant donnée la décision  $u$  :

$$h(H/u) = E \left\{ \log \left( \frac{1}{p(H/u)} \right) \right\} \quad (3.123)$$

$$= \sum_{i \in \{0,1\}} \left[ \alpha_i \log \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i} + \beta_i \log \frac{\beta_i}{\alpha_i + \beta_i} \right] \quad (3.124)$$

L'entropie conditionnelle peut s'exprimer en fonction des probabilités de fausse alarme et de détection (équation 3.124). Ce problème d'optimisation conduit au même rapport de vraisemblance que dans le cas de Bayes mais avec des coûts variables qui s'expriment en fonction des probabilités *a posteriori* associées à chaque situation :

$$C_{ij} = \log \frac{1}{p(H_j/u_i)} \quad (3.125)$$

Après la prise en compte des valeurs de probabilité de fausse alarme et de détection qui minimisent l'entropie conditionnelle, le seuil optimal est obtenu. La méthode d'optimisation du seuil en utilisant le critère entropique peut donc être résumée par l'algorithme 1.

Les méthodes d'optimisation du seuil basées sur la théorie de l'information présentent plusieurs avantages par rapport aux autres approches. En effet, ces méthodes ne nécessitent pas une détermination *a priori* des coûts des erreurs ou de la probabilité de fausse alarme. De plus, ces méthodes se basent sur le calcul du gain apporté par une décision, ce qui était négligé dans les autres approches.

---

#### Algorithme 1 Optimisation du seuil à l'aide du critère entropique

---

```

Fixer la valeur de la probabilité a priori  $P_0$ 
Initialisation :  $h^{min} \leftarrow \infty$ 
for  $\lambda^i = \lambda^{min} : \lambda^{max}$  do
  Calculer les valeurs de  $P_D^i$  et  $P_F^i$  correspondantes
  Calculer  $h^i(H/u)$ 
  if  $h^i(H/u) < h^{min}$  then
     $h^{min} \leftarrow h^i(H/u)$ 
     $\lambda^{opt} \leftarrow \lambda^i$ 
     $P_D^{opt} \leftarrow P_D^i$ 
     $P_F^{opt} \leftarrow P_F^i$ 
  end if
end for
 $\lambda \leftarrow \lambda^{opt}$ 

```

---

### 3.4.2 Le critère de Kullback-Leibler

A partir du théorème de Bayes, nous proposons de formuler le problème d'optimisation du seuil en utilisant le gain informationnel (ou surprise) entre la distribution *a priori* ( $p(H)$ ) et la distribution *a posteriori* ( $P(H/u)$ ) sachant qu'une décision a été prise [82] [83].

Le gain informationnel associé à une décision  $u_j$  correspond à la divergence de Kullback-Leibler entre les distributions *a posteriori* et *a priori* :

$$KL(p(H/u_j) \parallel p(H)) = \sum_{i=\{0,1\}} p(H_i/u_j) \log \frac{p(H_i/u_j)}{p(H_i)} \quad (3.126)$$

La somme des gains informationnels (*Kullback-Leibler Summation (KLS)*) associés aux décisions  $u_0$  et  $u_1$  est alors :

$$KLS = KL(p(H/u_0) \parallel p(H)) + KL(p(H/u_1) \parallel p(H)) \quad (3.127)$$

Cette métrique informationnelle peut être utilisée afin de définir un critère d'optimisation du seuil qu'on appellera par la suite le critère de Kullback-Leibler (*Kullback-Leibler Criterion (KLC)*).

Cette mesure peut s'écrire sous la forme :

$$KLS = \sum_{i=\{0,1\}} \sum_{j=\{0,1\}} p(H_i/u_j) \log \frac{p(H_i/u_j)}{p(H_i)} = \sum_i \sum_j \frac{p(u_j/H_j)p(H_i)}{p(u_j)} \log \frac{p(u_j/H_j)}{p(u_j)} \quad (3.128)$$

avec :

$$p(u = 0) = P_0(1 - P_F) + (1 - P_0)(1 - P_D) \quad (3.129)$$

$$p(u = 1) = P_0P_F + (1 - P_0)P_D \quad (3.130)$$

Donc :

$$\begin{aligned} KLS = & \frac{(1 - P_F)P_0}{(1 - P_F)P_0 + (1 - P_D)(1 - P_0)} \log \frac{(1 - P_F)}{(1 - P_F)P_0 + (1 - P_D)(1 - P_0)} \\ & + \frac{(1 - P_D)(1 - P_0)}{(1 - P_F)P_0 + (1 - P_D)(1 - P_0)} \log \frac{(1 - P_D)}{(1 - P_F)P_0 + (1 - P_D)(1 - P_0)} \\ & + \frac{P_F P_0}{P_F P_0 + P_D(1 - P_0)} \log \frac{P_F}{P_F P_0 + P_D(1 - P_0)} \\ & + \frac{P_D(1 - P_0)}{P_F P_0 + P_D(1 - P_0)} \log \frac{P_D}{P_F P_0 + P_D(1 - P_0)} \end{aligned} \quad (3.131)$$

qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
KLS &= \frac{\alpha_0}{\alpha_0 + \beta_0} \log \frac{\alpha_0}{P_0(\alpha_0 + \beta_0)} \\
&+ \frac{\beta_0}{\alpha_0 + \beta_0} \log \frac{\beta_0}{(1 - P_0)(\alpha_0 + \beta_0)} \\
&+ \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \beta_1} \log \frac{\alpha_1}{P_0(\alpha_1 + \beta_1)} \\
&+ \frac{\beta_1}{\alpha_1 + \beta_1} \log \frac{\beta_1}{(1 - P_0)(\alpha_1 + \beta_1)}
\end{aligned} \tag{3.132}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= P_0(1 - P_F) & \beta_0 &= (1 - P_0)(1 - P_D) \\
\alpha_1 &= P_0 P_F & \beta_1 &= (1 - P_0) P_D
\end{aligned} \tag{3.133}$$

$KLS$  est minimum lorsque  $P(H/u) = p(H)$ . Ceci implique une indépendance entre l'hypothèse et la décision. En d'autres termes, la décision ne fournit aucune connaissance sur l'hypothèse vraie. Comme il sera montré dans ce qui suit, le minimum de  $KLS$  est atteint au point  $P_D = P_F$ . A ce niveau, aucune information certaine sur l'hypothèse n'est disponible.

Cependant, maximiser le gain informationnel (la surprise) entre les distributions *a priori* et *a posteriori* (ou maximiser le gain informationnel apporté par la décision sur l'hypothèse) est équivalent à la maximisation de  $KLS$  :

### Etude de la variation de $KLS$

La dérivée de  $KLS$  par rapport à une variable  $v$  s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial KLS}{\partial v} = \sum_{i \in \{0,1\}} \left\{ \frac{\partial \alpha_i}{\partial v} \left[ \frac{\beta_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2} \log \left( \frac{1 - P_0}{P_0} \frac{\alpha_i}{\beta_i} \right) \right] + \frac{\partial \beta_i}{\partial v} \left[ \frac{\alpha_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2} \log \left( \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{\beta_i}{\alpha_i} \right) \right] \right\} \tag{3.134}$$

**a) Cas où la probabilité de fausse alarme est constante :** La dérivée de  $KLS$  par rapport à  $P_D$  s'obtient :

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_D} = \sum_{i \in \{0,1\}} \left\{ \frac{\partial \beta_i}{\partial P_D} \left[ \frac{\alpha_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2} \log \left( \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{\beta_i}{\alpha_i} \right) \right] \right\} \tag{3.135}$$

Donc :

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_D} = -(1 - P_0) \frac{\alpha_0}{(\alpha_0 + \beta_0)^2} \log \left( \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{\beta_0}{\alpha_0} \right) + (1 - P_0) \frac{\alpha_1}{(\alpha_1 + \beta_1)^2} \log \left( \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{\beta_1}{\alpha_1} \right) \tag{3.136}$$

$$\frac{P_0}{1-P_0} \frac{\beta_0}{\alpha_0} = \frac{1-P_D}{1-P_F} \text{ et } \frac{P_0}{1-P_0} \frac{\beta_1}{\alpha_1} = \frac{P_D}{P_F} \quad (3.137)$$

Alors :

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_D} = 0 \text{ si } P_D = P_F,$$

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_D} > 0 \text{ si } P_D > P_F,$$

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_D} < 0 \text{ si } P_D < P_F,$$

Par conséquent, pour une valeur fixe de  $P_F$ ,  $KLS$  est une fonction croissante sur l'intervalle  $]P_F, 1]$  et une fonction décroissante sur l'intervalle  $[0, P_F[$  avec un minimum atteint pour  $P_D = P_F$ .  $KLS$  est une fonction convexe de  $P_D$ . A noter que nous nous sommes intéressés à l'intervalle  $]P_F, 1]$  (c'est à dire l'intervalle où  $P_D > P_F$ ). Par conséquent, pour une valeur fixée de  $P_F$ , trouver le seuil qui maximise  $P_D$  est équivalent à celui qui maximise la fonction  $KLS$ . Ce cas est équivalent au critère de Neyman-Pearson.

**b) Cas où la probabilité de détection est constante :** La dérivée de  $KLS$  par rapport à  $P_F$  s'écrit :

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_F} = \sum_{i \in \{0,1\}} \left\{ \frac{\partial \alpha_i}{\partial P_F} \left[ \frac{\beta_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2} \log \left( \frac{1-P_0}{P_0} \frac{\alpha_i}{\beta_i} \right) \right] \right\} \quad (3.138)$$

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_F} = -P_0 \left( \frac{\beta_0}{(\alpha_0 + \beta_0)^2} \log \left( \frac{1-P_0}{P_0} \frac{\alpha_0}{\beta_0} \right) \right) + P_0 \left( \frac{\beta_1}{(\alpha_1 + \beta_1)^2} \log \left( \frac{1-P_0}{P_0} \frac{\alpha_1}{\beta_1} \right) \right) \quad (3.139)$$

$$\frac{1-P_0}{P_0} \frac{\alpha_0}{\beta_0} = \frac{1-P_F}{1-P_D} \text{ et } \frac{1-P_0}{P_0} \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{P_F}{P_D} \quad (3.140)$$

Alors :

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_F} = 0 \text{ si } P_D = P_F,$$

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_F} > 0 \text{ si } P_F > P_D,$$

$$\frac{\partial KLS}{\partial P_F} < 0 \text{ si } P_F < P_D,$$

Par conséquent, pour une valeur fixée de  $P_D$ ,  $KLS$  est une fonction croissante sur  $]P_D, 1]$  et décroissante sur  $[0, P_D[$  avec un minimum atteint lorsque  $P_F = P_D$ . A noter que nous nous sommes intéressés à l'intervalle  $[0, P_D[$ . Par conséquent, pour une valeur fixée de  $P_D$  trouver le seuil qui minimise  $P_F$  est équivalent à celui qui maximise  $KLS$ .

### Optimisation du seuil à l'aide de $KLS$

En combinant les résultats de a) et b), on peut conclure que minimiser la probabilité de fausse alarme et maximiser la probabilité de détection sont équivalents à la maximisation de  $KLS$ . Par conséquent, le critère de Kullback-Leibler est :

$$KLC = \max(KLS) \quad (3.141)$$

Trouver le seuil qui maximise  $KLS$  est équivalent à annuler sa dérivée :  $\frac{\partial KLS}{\partial v}|_{v=\lambda} = 0$ .

A partir de la relation  $\frac{\partial P_D}{\partial P_F} = \Lambda$ , et en se basant sur l'équation 3.134, le test du rapport de vraisemblance de ce problème d'optimisation est :

$$\Lambda = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \frac{H_1}{H_0} \frac{P_0}{1-P_0} \frac{A_0 - A_1}{B_1 - B_0} \quad (3.142)$$

Avec

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{\beta_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2} \log\left(\frac{1-P_0}{P_0} \frac{\alpha_i}{\beta_i}\right) \\ B_i &= \frac{\alpha_i}{(\alpha_i + \beta_i)^2} \log\left(\frac{P_0}{1-P_0} \frac{\beta_i}{\alpha_i}\right) \\ i &= 0, 1 \end{aligned} \quad (3.143)$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_0}{\partial v} &= -P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} & \frac{\partial \beta_0}{\partial v} &= -(1-P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial v} &= P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial v} &= (1-P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{\partial KLS}{\partial v} &= -P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} A_0 - (1-P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} B_0 + P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} A_1 + (1-P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} = 0 \\ P_0 \frac{\partial P_F}{\partial v} (A_1 - A_0) &= (1-P_0) \frac{\partial P_D}{\partial v} (B_0 - B_1) \end{aligned}$$

Par conséquent, le rapport de vraisemblance correspondant est :

$$\frac{\partial P_D}{\partial v} \frac{\partial P_F}{\partial v} = \Lambda = \frac{P_0}{1-P_0} \frac{A_0 - A_1}{B_1 - B_0}$$

*cqfd*

A noter qu'on peut passer aisément d'un seuil au niveau des rapports de vraisemblance  $(\frac{P_0}{1-P_0} \frac{A_0 - A_1}{B_1 - B_0})$  à un seuil au niveau de la variable test  $x$ .

D'autre part,  $KLS$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$KLS = KLS_0 + KLS_1 \quad (3.144)$$

avec :

$$KLS_0 = KL(p(H/u_0) \| p(H)) \quad (3.145)$$

$$KLS_1 = KL(p(H/u_1) \| p(H)) \quad (3.146)$$

Donc :

$$KLS_0 = \frac{\alpha_0}{\alpha_0 + \beta_0} \log \frac{\alpha_0}{P_0(\alpha_0 + \beta_0)} + \frac{\beta_0}{\alpha_0 + \beta_0} \log \frac{\beta_0}{(1 - P_0)(\alpha_0 + \beta_0)} \quad (3.147)$$

$$KLS_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \beta_1} \log \frac{\alpha_1}{P_0(\alpha_1 + \beta_1)} + \frac{\beta_1}{\alpha_1 + \beta_1} \log \frac{\beta_1}{(1 - P_0)(\alpha_1 + \beta_1)} \quad (3.148)$$

Suivant une démonstration similaire à celle appliquée sur  $KLS$ , la maximisation du  $KLS_0$  conduit à un seuil noté  $th_{KLC_0}$ <sup>1</sup>. Ce seuil correspond à la valeur qui maximise le gain informationnel fourni par la décision  $u_0$ . Par conséquent, choisir  $u_0$  sachant que  $H_0$  est vraie, correspond à une valeur maximale de  $KLS_0$ . Dans ce cas, le détecteur indique un défaut à chaque fois qu'il peut y en avoir un ;  $th_{KLC_0}$  est un seuil dit libéral [84] (figure 3.6). Le test du rapport de vraisemblance correspondant à ce problème d'optimisation est le suivant :

$$\Lambda_0 = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{-P_0}{1 - P_0} \frac{A_0}{B_0} \quad (3.149)$$

Avec :

$$\frac{A_0}{B_0} = -\frac{\beta_0}{\alpha_0} \quad (3.150)$$

Par conséquent :

$$\Lambda_0 = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{1 - P_D}{1 - P_F} \quad (3.151)$$

Le seuil  $th_{KLC_0}$  est donc indépendant de la probabilité *a priori*  $P_0$ .

De même, sélectionner  $u_1$  sachant que  $H_1$  est vraie, correspond à une valeur maximale de  $KLS_1$ . Le seuil correspondant est donc  $th_{KLC_1}$ <sup>2</sup>. C'est un seuil dit conservateur, en d'autres termes, le détecteur indique un défaut quand il est presque certain qu'il y en a un (figure 3.6). Le test de rapport de vraisemblance correspondant à ce problème d'optimisation est le suivant :

$$\Lambda_1 = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{-P_0}{1 - P_0} \frac{A_1}{B_1} \quad (3.152)$$

Avec :

$$\frac{A_1}{B_1} = -\frac{\beta_1}{\alpha_1} \quad (3.153)$$

---

1.  $KLC_0 = \max(KLS_0)$

2.  $KLC_1 = \max(KLS_1)$



Par conséquent :

$$\Lambda_1 = \frac{p(x/H_1)}{p(x/H_0)} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \frac{P_D}{P_F} \quad (3.154)$$

Le seuil  $th_{KLC_1}$  est donc indépendant de la probabilité *a priori*  $P_0$ .

Etant donné que  $P_D > P_F$ , on a :

$$\frac{P_D}{P_F} > 1 \quad (3.155)$$

et

$$\frac{1 - P_D}{1 - P_F} < 1 \quad (3.156)$$

Ce qui vérifie notre interprétation que  $th_{KLC_0} < th_{KLC_1}$ .

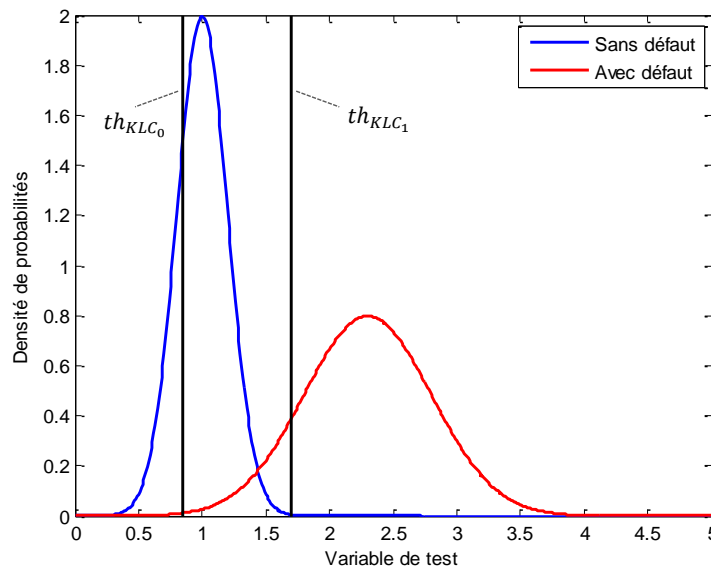


FIGURE 3.6 – Intervalle de seuils en utilisant les critères  $KLC_i$  ( $i = 0, 1$ ).

Suivant l'application, l'utilisateur peut chercher un seuil libéral, un seuil conservateur ou encore un seuil variant avec un paramètre du système.

La valeur du seuil qui maximise  $KLS$  (ou qui maximise la somme  $KLS_0 + KLS_1$ ) peut varier de  $th_{KLC_0}$  à  $th_{KLC_1}$ , et elle est largement influencée par la valeur de la probabilité *a priori*.

Pour une grande valeur de  $P_0$  (probabilité *a priori* de l'hypothèse  $H_0$ ), le seuil sera proche de  $th_{KLC_1}$  car  $\max(KLS_1) \gg \max(KLS_0)$ . Alors

$$\max(KLS_0 + KLS_1) \longrightarrow \max(KLS_1).$$

Ce cas particulier peut être interprété de la façon suivante : la décision  $u_1$  (si  $H_1$  est vraie) conduit à une surprise maximale, tandis que la décision  $u_0$  fournit une quantité limitée d'informations, ce qui déplace le maximum vers  $th_{KLC_1}$ .

Par conséquent, le choix de la probabilité *a priori* doit être adapté à l'application et à la fréquence d'apparition des défauts. Dans ce mémoire, on propose de calculer cette probabilité en se basant sur l'historique du système et en utilisant la MLE [85].

Supposons que nous ayons un échantillon aléatoire des hypothèses :  $h = (h^1, h^2, \dots, h^n)$  avec :

- $h^i = 0$  si l'hypothèse  $H_0$  est sélectionnée. La probabilité correspondante est  $P_0$ .
- $h^i = 1$  si l'hypothèse  $H_1$  est sélectionnée. La probabilité correspondante est  $P_1 = 1 - P_0$ .

L'échantillon des hypothèses à l'instant  $k = n + 1$  est obtenu à partir des décisions réalisées par le détecteur aux instants  $k = 1$  à  $n$ .

Par conséquent,  $h^i \sim \text{Bernouilli}(1 - P_0)$  ce qui conduit à la fonction de densité de probabilités :

$$f(h^i; 1 - P_0) = (1 - P_0)^{h^i} P_0^{1-h^i} \quad (3.157)$$

La fonction de vraisemblance est donc :

$$L(P_0) = \prod_{i=1}^n (1 - P_0)^{h^i} P_0^{1-h^i} = (1 - P_0)^{\sum_{i=1}^n h^i} P_0^{n - \sum_{i=1}^n h^i} \quad (3.158)$$

On s'intéresse alors à estimer la probabilité  $P_0$  de telle façon que l'échantillon  $h$  devienne plus probable. On doit donc chercher  $P_0$  qui maximise  $L(P_0)$  ce qui est équivalent à maximiser  $\log(L(P_0))$ ,

$$\log(L(P_0)) = \sum_{i=1}^n h_i \log(1 - P_0) + (n - \sum_{i=1}^n h_i) \log(P_0) \quad (3.159)$$

Par conséquent, la dérivée de  $\log(L(P_0))$  par rapport à  $P_0$  est calculée :

$$\frac{\partial \log(L(P_0))}{\partial P_0} = \sum_{i=1}^n h_i \frac{-1}{1 - P_0} + (n - \sum_{i=1}^n h_i) \frac{1}{P_0} = 0 \quad (3.160)$$

Après un simple développement, on obtient la MLE de  $P_0$  :

$$\widehat{P}_0 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n h^i}{n} \quad (3.161)$$

L'algorithme d'optimisation du seuil en utilisant le critère de Kullback-Leibler développé est résumé par l'algorithme 2.

### 3.4.3 Comparaison entre l'information mutuelle et le critère de Kullback-Leibler

L'optimisation du seuil en maximisant l'information mutuelle entre l'hypothèse et la décision a été soulignée dans la section 3.4.1. Pour le critère de Kullback-Leibler, on a

**Algorithme 2** Optimisation du seuil en utilisant le critère de Kullback-Leibler

---

```

Estimer  $\widehat{P}_0$  en utilisant le maximum de vraisemblance (équation 3.161)
Initialisation :  $KLS^{max} \leftarrow 0$ 
for  $\lambda^i = \lambda^{min} : \lambda^{max}$  do
  Trouver les valeurs de  $P_D^i$  et  $P_F^i$  correspondantes
  Calculer  $KLS^i$  (équation 3.132)
  if  $KLS^i > KLS^{max}$  then
     $KLS^{max} \leftarrow KLS^i$ 
     $P_D^{opt} \leftarrow P_D^i$ 
     $P_F^{opt} \leftarrow P_F^i$ 
     $\lambda^{opt} \leftarrow \lambda^i$ 
  end if
end for
 $\lambda \leftarrow \lambda^{opt}$ 

```

---

proposé un seuil optimal qui se trouve dans l'intervalle  $[th_{KLC_0}, th_{KLC_1}]$ . Cet intervalle est obtenu à partir de la décomposition de  $KLS$  en  $KLS_0$  et  $KLS_1$ .

Dans ce paragraphe, on souhaite décomposer le critère de l'information mutuelle en deux et comparer l'intervalle obtenu à celui de  $KLS$  afin de montrer les performances de celui-ci.

Pour cela, on rappelle l'équation de l'information mutuelle :

$$I(H, u) = \sum_H \sum_u p(H, u) \log \frac{p(H/u)}{p(H)} \quad (3.162)$$

L'information mutuelle peut être vue comme étant l'espérance de la divergence de Kullback-Leibler :

$$I(H, u) = \sum_H \sum_u p(H/u) p(u) \log \frac{p(H/u)}{p(H)} \quad (3.163)$$

$$= \sum_u p(u) \sum_H p(H/u) \log \frac{p(H/u)}{p(H)} \quad (3.164)$$

$$= \sum_u p(u) KL(p(H/u), p(H)) \quad (3.165)$$

$$= E_u [KL(p(H/u), p(H))] \quad (3.166)$$

Par conséquent,  $I(H, u)$  s'exprime en fonction de  $KLS_0$  et de  $KLS_1$  de la façon suivante :

$$I(H, u) = p(u = 0)KLS_0 + p(u = 1)KLS_1 \quad (3.167)$$

Cette équation est considérée comme étant la somme de deux équations :

$$MI_0 = p(u = 0)KLS_0 \quad (3.168)$$

$$= \alpha_0 \log \frac{\alpha_0}{P_0(\alpha_0 + \beta_0)} + \beta_0 \log \frac{\beta_0}{(1 - P_0)(\alpha_0 + \beta_0)} \quad (3.169)$$

et

$$MI_1 = p(u = 1)KLS_1 \quad (3.170)$$

$$= \alpha_1 \log \frac{\alpha_1}{P_0(\alpha_1 + \beta_1)} + \beta_1 \log \frac{\beta_1}{(1 - P_0)(\alpha_1 + \beta_1)} \quad (3.171)$$

Suivant une démonstration similaire à celle appliquée dans l'équation 3.120, le test du rapport de vraisemblance obtenu à partir de la maximisation de  $MI_0$  est :

$$\Lambda_0 = \frac{p(x/H_1) \frac{H_1}{H_0}}{p(x/H_0) \frac{H_1}{H_0}} - \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{C_{00}}{C_{01}} = - \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{\log \frac{\alpha_0}{P_0(\alpha_0 + \beta_0)}}{\log \frac{\beta_0}{(1 - P_0)(\alpha_0 + \beta_0)}} \quad (3.172)$$

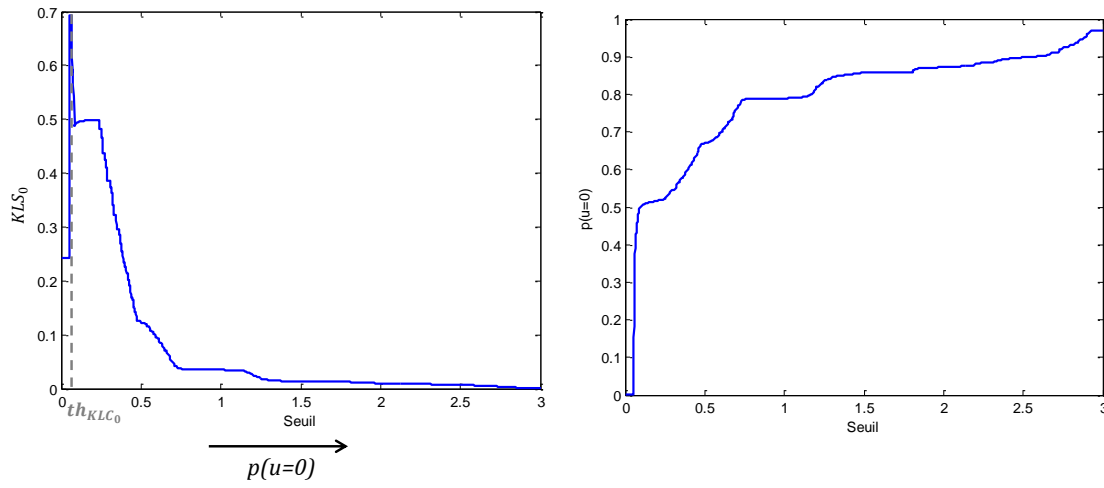
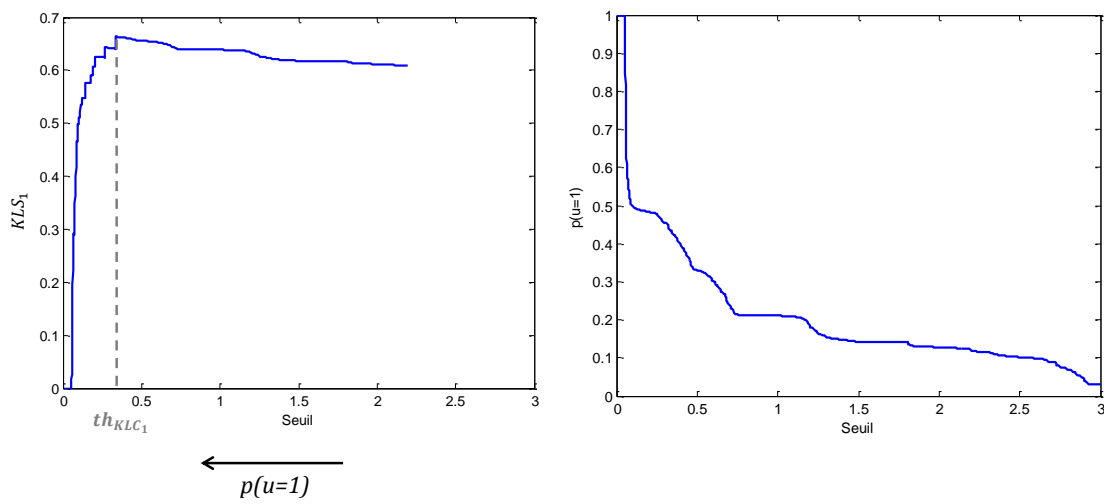
De la même manière, la maximisation de  $MI_1$  conduit au test du rapport de vraisemblance  $\Lambda_1$  :

$$\Lambda_1 = \frac{p(x/H_1) \frac{H_1}{H_0}}{p(x/H_0) \frac{H_1}{H_0}} - \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{C_{10}}{C_{11}} = - \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{\log \frac{\alpha_1}{P_0(\alpha_1 + \beta_1)}}{\log \frac{\beta_1}{(1 - P_0)(\alpha_1 + \beta_1)}} \quad (3.173)$$

Par conséquent, contrairement à  $KLS_0$  et à  $KLS_1$ , la maximisation de  $MI_0$  (ou de  $MI_1$ ) conduit à un seuil  $th_{MI_0}$  (ou  $th_{MI_1}$ ) dépendant de  $P_0$ . L'intervalle  $[th_{MI_0}, th_{MI_1}]$  varie donc avec la valeur de  $P_0$ .

D'autre part, on souhaite comparer l'intervalle  $[th_{MI_0}, th_{MI_1}]$  à  $[th_{KLC_0}, th_{KLC_1}]$ . Pour cela, l'étude de la variation de  $p(u = 0)$  et de  $p(u = 1)$  est nécessaire (équations 3.129 et 3.130) : à une valeur de  $P_0$  donnée,  $p(u = 0)$  augmente lorsque les valeurs de  $P_F$  et de  $P_D$  diminuent, donc lorsque la valeur du seuil augmente. De même,  $p(u = 1)$  augmente si  $P_F$  et de  $P_D$  augmentent, donc si la valeur du seuil diminue. Le maximum de la fonction  $KLS_0$  est atteint à la valeur  $th_{KLC_0}$ . A partir de la figure 3.7 on peut remarquer que le maximum de  $MI_0$  (c'est-à-dire  $p(u = 0)KLS_0$ ) ne peut se déplacer que vers la droite de celui de  $KLS_0$ . De la même manière, à partir de la figure 3.8, le maximum de  $MI_1$  (c'est-à-dire  $p(u = 1)KLS_1$ ) ne peut se déplacer que vers la gauche de celui de  $KLS_1$ .

Les intervalles de seuils obtenus à partir de  $KLS$  et de l'information mutuelle sont montrés sur la figure 3.9. L'intervalle  $[th_{KLC_0}, th_{KLC_1}]$  est un intervalle fixe et plus conservatif que  $[th_{MI_0}, th_{MI_1}]$ . Le seuil optimal obtenu à partir de la maximisation de  $KLS$  appartient à cet intervalle et peut varier de  $th_{KLC_0}$  à  $th_{KLC_1}$ .

FIGURE 3.7 – Représentation de  $KLS_0$  et de  $p(u = 0)$  en fonction du seuil.FIGURE 3.8 – Représentation de  $KLS_1$  et de  $p(u = 1)$  en fonction du seuil.

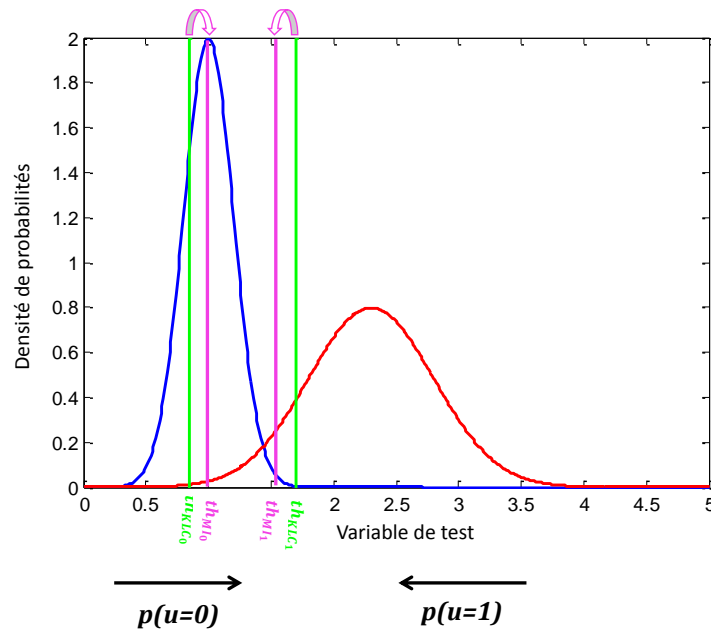


FIGURE 3.9 – Intervalle de seuils en se basant sur la maximisation des  $KLS_i$  et  $MI_i$  ( $i = 0, 1$ ).

### 3.5 Isolation des défauts

Chaque méthode de diagnostic comporte une étape de génération des résidus, une étape de détection des défauts et finalement une étape d'isolation des défauts.

En effet, une fois qu'un défaut est détecté, une procédure d'isolation doit être intégrée afin de déterminer l'origine de celui-ci. Contrairement à l'étape de détection qui nécessite en général un seul résidu, l'isolation met en jeu plusieurs résidus. On peut distinguer [86], [87]:

- les résidus structurés représentés d'une manière booléenne,
- les résidus directionnels qui sont représentés d'une manière géométrique.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons aux résidus structurés.

#### 3.5.1 Les résidus structurés

Les résidus ( $r_j$ ) sont conçus de telle façon que chacun réagit à un ensemble différent de défauts ( $f_i$ ) et reste insensible vis-à-vis des autres. Le seuillage est appliqué sur chaque élément du vecteur de résidus dans le but d'obtenir un vecteur binaire constitué de 0 et de 1. Par conséquent, une table de signatures ou une table d'incidences est nécessaire afin de lier chaque défaut à l'ensemble des résidus correspondants. Cette table est de dimensions  $n \times m$  avec  $n$  le nombre de résidus et  $m$  le nombre de défauts distincts à détecter. Une valeur 1 du résidu  $r_i$  au niveau du défaut  $f_j$  indique que ce résidu est sensible à ce défaut.

Il existe plusieurs tables de signatures :

- table non localisante : plusieurs défauts influencent les mêmes résidus, ce qui signifie que des colonnes sont identiques dans la table de signatures (tableau 3.1a).
- table faiblement localisante ou localisante d'ordre 1 : les colonnes sont différentes mais si on change un 1 en 0, on retrouve deux colonnes identiques (tableau 3.1b).
- table fortement localisante : les différentes colonnes sont distinctes et aucune d'entre elles ne s'obtiennent à partir d'une autre en changeant un 1 en 0 (tableau 3.1c).

(a) non localisante.	(b) faiblement localisante.	(c) fortement localisante.																																																
<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 20%;"><math>f_1</math></th> <th style="width: 20%;"><math>f_2</math></th> <th style="width: 20%;"><math>f_3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r_1</math></td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td><math>r_2</math></td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>r_3</math></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		$f_1$	$f_2$	$f_3$	$r_1$	1	1	0	$r_2$	1	1	1	$r_3$	0	0	1	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 20%;"><math>f_1</math></th> <th style="width: 20%;"><math>f_2</math></th> <th style="width: 20%;"><math>f_3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r_1</math></td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td><math>r_2</math></td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td><math>r_3</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		$f_1$	$f_2$	$f_3$	$r_1$	1	0	0	$r_2$	1	1	0	$r_3$	0	1	1	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 20%;"><math>f_1</math></th> <th style="width: 20%;"><math>f_2</math></th> <th style="width: 20%;"><math>f_3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r_1</math></td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>r_2</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>r_3</math></td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>		$f_1$	$f_2$	$f_3$	$r_1$	1	0	1	$r_2$	0	1	1	$r_3$	1	1	0
	$f_1$	$f_2$	$f_3$																																															
$r_1$	1	1	0																																															
$r_2$	1	1	1																																															
$r_3$	0	0	1																																															
	$f_1$	$f_2$	$f_3$																																															
$r_1$	1	0	0																																															
$r_2$	1	1	0																																															
$r_3$	0	1	1																																															
	$f_1$	$f_2$	$f_3$																																															
$r_1$	1	0	1																																															
$r_2$	0	1	1																																															
$r_3$	1	1	0																																															

TABLEAU 3.1 – Exemple de tables de signatures.

Les résidus diagonaux constituent un cas semblable à celui des résidus structurés dans lequel chaque résidu est sensible à un seul défaut (tableau 3.2).

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	1	0	0
$r_2$	0	1	0
$r_3$	0	0	1

TABLEAU 3.2 – Résidu diagonal.

Pour l'isolation des défauts capteurs et dans le cadre des méthodes à base d'observateurs, la génération de ces résidus structurés peut se produire, de façon non exhaustive, suivant les deux schémas suivants [88]:

#### Schéma d'observateur généralisé (GOS : Generalized Observer Scheme) :

Le  $i^{\text{ème}}$  observateur est guidé par toutes les sorties (observations) sauf la  $i^{\text{ème}}$  et toutes les entrées. La sortie de cet observateur est donc sensible aux défauts de tous les capteurs sauf celui qui est non utilisé (figure 3.10).

#### Schéma d'observateur dédié (DOS : Dedicated Observer Scheme) :

Le  $i^{\text{ème}}$  observateur est guidé par la  $i^{\text{ème}}$  sortie (ou  $i^{\text{ème}}$  observation) et toutes les entrées (figure 3.11). Par conséquent, un défaut au niveau de la  $i^{\text{ème}}$  sortie affecte seulement l'observateur  $i$ , ce qui simplifie largement l'étape d'isolation des défauts. Bien que cette approche permette de détecter plusieurs défauts à la fois, elle nécessite que l'état soit observable à partir d'une seule observation.

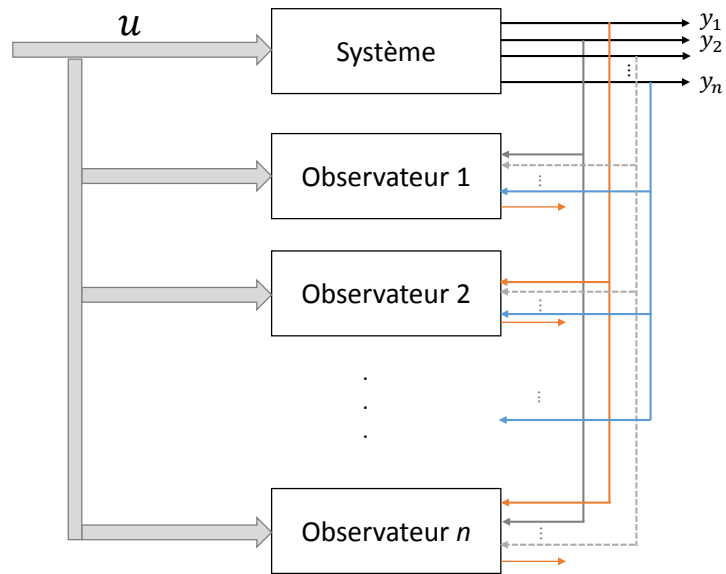


FIGURE 3.10 – GOS pour l’isolation des défauts capteurs.

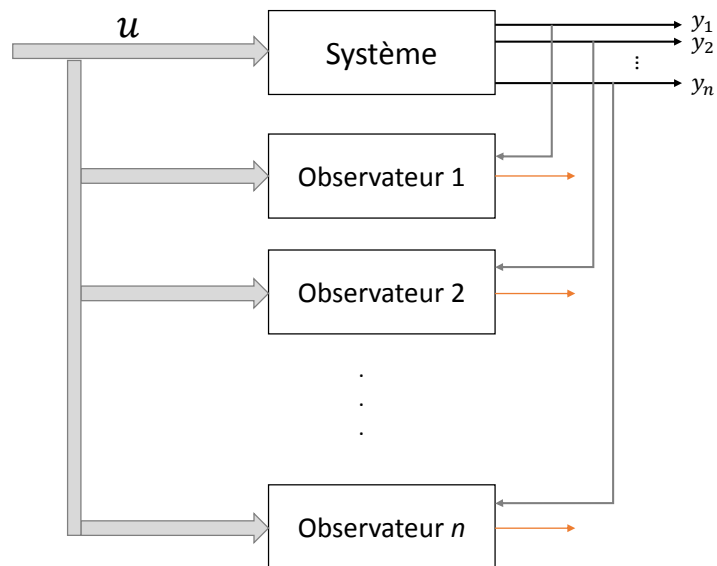


FIGURE 3.11 – DOS pour l’isolation des défauts capteurs.



Afin de limiter la condition d'observabilité, une approche intermédiaire pour le DOS a été proposé dans [89]. Pour cette méthode, au lieu de traiter le système tout entier, la partie observable relativement à la sortie considérée est examinée.

### 3.5.2 Les résidus directionnels

Dans ce cas, les composantes du vecteur de résidus sont utilisées afin de construire un vecteur dans l'espace des résidus. En présence d'un défaut spécifique, ce vecteur est orienté dans une direction bien déterminée et le vecteur résidu directionnel  $r$  s'exprime sous la forme suivante [88]:

$$r(f_i) = \gamma_i \beta_i \quad (3.174)$$

Avec :

- $\beta_i$  un vecteur qui représente la direction du défaut  $f_i$
- et  $\gamma_i$  une fonction scalaire qui indique la dynamique du défaut.

Le diagnostic est basé sur l'association de  $r(f)$  avec la direction du défaut la plus proche dans la bibliothèque des défauts.

La figure 3.12 montre un exemple d'isolation de défaut à l'aide des résidus directionnels. On peut conclure que le défaut 1 s'est produit, étant donné que le vecteur résidu  $r$  est proche de sa signature ( $\beta_1$ ).

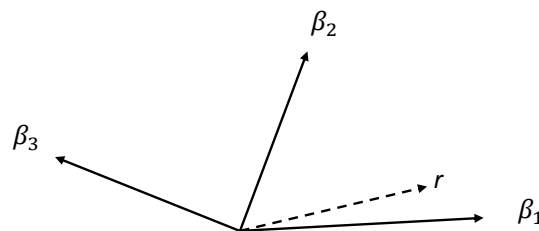


FIGURE 3.12 – Résidus directionnels pour l'isolation des défauts.

## 3.6 Conclusion

L'originalité, la richesse et la diversité des outils informationnels nous ont amené à étudier leurs apports pour la fusion tolérante aux défauts capteurs. L'utilisation du filtre informationnel est largement justifiée pour sa facilité d'intégration d'une étape de diagnostic des mesures capteurs et sa stabilité calculatoire. A ajouter que la représentation dans l'espace informationnel rend la mise en place d'une architecture distribuée plus simple avec la possibilité de variation du nombre de capteurs et de robots.

La divergence de Kullback-Leibler, l'un des outils de la théorie de l'information, permet de mesurer la divergence ou la surprise informationnelle reçue lors du passage

de la distribution *a priori* à la distribution *a posteriori*. Par conséquent, en se basant sur cette divergence, nous avons développé un résidu efficace, capable de détecter la présence d'une mesure capteur défaillante, utilisée dans l'étape de prédiction ou dans l'étape de correction du filtre informationnel. Ce résidu comprend deux termes :

- le premier, assimilé à une distance de Mahalanobis, permettant de réaliser un test sur les moyennes,
- le deuxième, assimilé à la divergence de Bregman matricielle (mesurant une dispersion) permettant un test sur les matrices de covariances.

De même, nous avons utilisé la somme des divergences de Kullback-Leibler (*KLS*) afin de générer un seuil optimal en maximisant le gain informationnel apporté par la décision sur l'hypothèse réelle ; ceci a permis de définir le critère de Kullback-Leibler (*KLC*). *KLS* est alors la somme de deux quantités conduisant à la définition des seuils libéral ( $th_{KLC_0}$ ) et conservateur ( $th_{KLC_1}$ ). Le seuil optimal appartient à l'intervalle  $[th_{KLC_0}, th_{KLC_1}]$  et varie avec la valeur de la probabilité *a priori* ( $P_0$ ). Pour  $P_0 \rightarrow 0$ , le seuil  $\lambda \rightarrow th_{KLC_0}$ , et pour  $P_0 \rightarrow 1$ , le seuil  $\lambda \rightarrow th_{KLC_1}$ . Le seuil obtenu est considéré comme étant optimal du fait qu'il prend en compte les probabilités de fausse alarme, de détection ainsi que la probabilité du défaut. De plus, ce seuil est choisi en traitant le système du point de vue informationnel et en maximisant le gain apporté par la décision.

Dans les chapitres qui suivent, cette approche informationnelle sera adaptée et testée sur deux applications différentes dont le but est de garantir un niveau élevé d'intégrité de la localisation. La première application traite de la localisation collaborative d'un système multi-robots dans un milieu clos avec détection et exclusion des défauts capteurs. La deuxième est une application en milieu ouvert basée sur le couplage serré GNSS et odométrie.

# **Partie applicative**



# Localisation collaborative tolérante aux défauts d'un système multi-robots

Ce chapitre est dédié à la localisation collaborative d'un système multi-robots en milieu clos. En premier lieu, un état de l'art sur la localisation collaborative et sur la tolérance aux défauts au niveau des systèmes multi-robots est fourni. Puis l'approche proposée pour la localisation collaborative tolérante aux défauts est détaillée après une modélisation informationnelle du problème en se basant sur les outils développés en chapitre 3. Les résultats expérimentaux obtenus sur un système de trois robots sont discutés et une comparaison entre différentes méthodes de seuillage de résidus est réalisée.

## 4.1 Introduction

Dans cette dernière décennie, les systèmes multi-robots prennent une place importante dans des applications comme les missions militaires, les zones d'intervention présentant un danger pour la vie humaine, la gestion des catastrophes naturelles, la surveillance de l'environnement, le suivi d'objets, l'exploration, l'agriculture (Figure 4.1)... Dans ce type d'applications, à chaque instant, l'intégrité de la localisation des robots doit être assurée afin d'achever leurs missions dans les meilleures conditions.

Dans un milieu clos ou dans un environnement à accès GNSS limité, la localisation collaborative peut être appliquée afin d'assurer un positionnement sûr, précis et intègre. Par contre, les robots pourraient être affectés par différents types de défauts. En l'absence d'une étape de diagnostic capteurs (avec une détection et une exclusion des mesures erronées), l'intégrité de la localisation ne pourra qu'être affectée.

Dans ce chapitre, nous proposons des solutions aux deux problématiques suivantes :

1. Comment assurer une méthode de localisation sûre, intègre et précise en milieu



(a) Essaim de robots



(b) Application militaire

FIGURE 4.1 – Exemples de système multi-robots.

clos ?

2. Quelle stratégie faut-il adopter pour assurer la continuité de la localisation en présence de capteurs défaillants ?

## 4.2 Système multi-robots dans la littérature

Une partie cruciale pour la navigation d'un système multi-robots consiste à assurer la continuité de la localisation d'une manière fiable, en évitant la perte de suivi de position. La redondance d'informations causée par la multiplication des mesures capteurs constitue l'un des avantages principaux au niveau d'un système multi-robots. En effet, si un robot tombe en panne, un autre robot peut pallier en partie la tâche du robot perdu. Bien que la tolérance aux défauts et la robustesse d'un tel système constituent un sujet très important, les contributions scientifiques trouvées dans la littérature dans ce domaine sont limitées.

### 4.2.1 La Localisation collaborative

Dans la littérature, plusieurs articles traitent du problème de la localisation d'un système multi-robots. Initialement, des approches pour localiser un groupe de robots ont été proposées en estimant indépendamment  $N$  poses de  $N$  robots, sans mettre à profit des contributions qui pourraient être pertinentes en provenance d'autres robots. Cette approche, qui se base en premier lieu sur l'odométrie, présente une dérive de positionnement qui augmente au cours du temps. Afin de faire face à cette limitation, des localisations collaboratives tenant compte des informations provenant d'autres membres du groupe sont nécessaires.

Dans [90], les auteurs proposent une méthode de localisation collaborative en divisant le système de robots en deux groupes. Un groupe reste stationnaire et agit comme une référence alors que l'autre groupe se déplace. Puis les rôles sont interchangés et ceci continue jusqu'à ce que l'objectif soit atteint.

Une variété de ce principe a été proposée dans [91], pour laquelle la localisation est basée sur la trilatération. Les robots, équipés de sonars, mesurent les distances relatives aux robots stationnaires ayant des positions connues afin de mettre à jour les estimations de positions.

Dans [92], une méthode basée sur la MLE est proposée. L'objectif consiste à déterminer l'ensemble des estimations qui maximisent la probabilité d'obtention d'un ensemble d'observations déterminé. La méthode est implémentée suivant une architecture centralisée.

Une architecture distribuée basée sur le filtre de Kalman, et prenant avantage de toutes les informations existant dans la flotte de robots (ainsi que les corrélations croisées) est proposée dans [93]. La procédure d'estimation est répartie entre  $N$  filtres dont chacun opère sur un robot. Par contre, durant l'étape de correction, lorsqu'un robot observe un autre en utilisant ses capteurs extéroceptifs, une position relative est mesurée et tous les robots doivent communiquer entre eux et mettre à jour la matrice de covariances des estimations de poses. Bien que cette méthode soit robuste, elle induit un calcul coûteux.

Ces différentes méthodes présentées exigent que les mesures soient transférées à une unité centrale nécessitant le maintien d'une communication permanente. De plus, avec une telle architecture, le système est sensible à la défaillance d'un point de panne unique (*single-point failure*) de l'unité centrale.

Dans le but de réduire les coûts de communication et de calcul, d'autres méthodes de localisation collaborative sont réalisées suivant une architecture décentralisée, comme dans celle introduite dans [94]. Afin d'estimer les poses d'une flotte de robots, cette approche se base sur l'utilisation du filtre de Kalman entrelacé (*Interlaced Kalman Filter*). La méthode ignore les corrélations croisées, ce qui peut conduire à une estimation inconsistante.

Une version décentralisée de l'estimation du maximum de vraisemblance [92] est présentée dans [95]. Le problème d'optimisation non-linéaire est divisé en  $N$  sous-problèmes d'optimisation. Chaque robot optimise une fonction coût de façon indépendante, tout en traitant le reste des estimations des poses comme étant des constantes. Puis les robots diffusent périodiquement leurs estimations mises à jour. Aucune preuve de la convergence de la méthode n'est fournie. Dans [96], une méthode basée sur l'estimation du maximum *a posteriori* (*Maximum a posteriori Estimation* (MAP)) est proposée. Une limitation de cette méthode est son exigence d'une communication synchrone entre les robots.

Une localisation collaborative basée sur l'algorithme de Monte-Carlo est proposée dans [97] [98]. Lorsque deux robots se rencontrent, la combinaison de leurs fonctions de croyance facilite la tâche globale de localisation. Cette approche est limitée par le fait qu'elle ne peut être appliquée que dans un environnement clos connu. En outre, cette méthode peut conduire à des estimations de positions trop optimistes, étant donné que les interdépendances sont ignorées à chaque fois que deux robots se rencontrent.

Afin de réduire la quantité de données échangées à la taille de l'état du système, une méthode basée sur l'échange des états estimés est proposée dans [99]. Cette méthode

permet le partage des estimations indépendantes entre le réseau des véhicules sans communiquer de nouveau l'état fusionné. Le procédé est efficace et le risque de fusion des données corrélées peut être éliminé. Cette méthode est limitée par le fait que le véhicule ne bénéficie pas de l'ensemble du réseau de véhicules. Cette méthode souffre également d'un traitement algorithmique complexe.

Une méthode heuristique pour la localisation collaborative décentralisée basée sur un arbre de dépendance est proposée dans [100]. Chaque distribution peut être le parent de zéro, une ou plusieurs distributions descendantes. Une distribution peut être utilisée pour la mise à jour de ses descendants, mais pas de ses parents. La relation entre ces distributions peut changer selon l'arrivée de nouvelles observations. L'arbre de dépendance suppose que les distributions ne dépendent que de la dernière distribution utilisée pour la mise à jour. Par conséquent, il est toujours possible de trouver des situations de mise à jour circulaire où la même information est réutilisée plusieurs fois.

Dans [101], l'algorithme d'intersection de covariances (*covariance intersection algorithm*) est utilisé afin de fusionner des estimations ayant des corrélations inconnues. La méthode peut gérer des communications asynchrones et n'impose aucune restriction sur le mouvement des robots. Chaque robot maintient uniquement son estimation d'état et sa covariance. Cette méthode évite le calcul des corrélations croisées entre les robots tout en sacrifiant la précision de l'estimation. Le temps du traitement et de communication est de  $O(N)$  par robot à chaque instant.

Martinelli [102] propose une approche hiérarchique basée sur le filtre de Kalman étendu. Dans ce cas, le groupe de robots est divisé en  $K$  sous-équipes contenant chacune  $M$  robots. Chaque sous-équipe est constituée d'un robot chef et  $M - 1$  autres robots. Un filtre de Kalman étendu estime les positions de tous les membres de l'équipe par rapport à un repère attaché au robot chef. Finalement, au plus haut niveau de la hiérarchie, un filtre estime les positions de tous les chefs relativement à un repère lié à l'un d'entre-eux. L'inconvénient principal de cette approche est que, afin de réduire la complexité du calcul à base du filtre de Kalman étendu, certaines corrélations croisées sont ignorées, ce qui peut conduire à une estimation incohérente.

Dans [2], une approche basée sur le filtre de Kalman étendu et utilisant une forme générale des observations relatives (distance relative, angle de gisement, orientation relative) est proposée. Une comparaison entre les performances de localisation suivant la nature de l'observation est fournie. De même, dans [103], une étude sur l'observabilité du système est réalisée. Les auteurs démontrent que la partie observable du système est en général plus grande dans le cas de l'utilisation de l'angle de gisement comparé au cas de manipulations de distance ou d'orientation relatives.

#### 4.2.2 Propagation des incertitudes

Dans le cas où tous les robots se déplacent en même temps, des études sur la propagation des incertitudes au niveau du système multi-robots se trouvent dans la littérature. Dans [104], pour un système multi-robots homogène, les auteurs ont démontré que la covariance en régime permanent augmente linéairement au cours du temps. L'augmentation est inversement proportionnelle au nombre  $N$  de robots et elle est proportionnelle



aux incertitudes de l'odométrie et de l'orientation. Dans [93], des résultats expérimentaux sur la propagation de l'incertitude pour différents cas d'étude sont développés. Par exemple, si le robot garde une trace de la position d'un autre membre de l'équipe, l'incertitude en position présente une augmentation plus faible que dans le cas d'absence de communication entre les robots. Si l'un des robots possède un positionnement absolu, l'erreur en position devient bornée.

Dans [105], les auteurs ont proposé de trouver la meilleure configuration de trajectoires qui minimise la trace de la matrice de covariances des positions. Dans le cas où tous les robots sont capables de mesurer les positions relatives de tous les autres, le problème d'optimisation permet de définir la configuration optimale qui exige que les robots soient placés aussi proches que possible les uns des autres. A cause des limitations pratiques qui empêchent la réalisation d'une telle condition, la géométrie de la formation résultante comprend des triangles équilatéraux adjacents. Une autre approche basée sur la minimisation du déterminant de la matrice de covariances peut être trouvée dans [106].

### 4.2.3 Système multi-robots tolérant aux défauts

Dans un système multi-robots, on distingue la détection des défauts endogènes [22] lorsqu'un robot détecte un défaut en lui-même et la détection des défauts exogènes [107] lorsque les robots sont capables de détecter un défaut au niveau des autres, conduisant à un système plus robuste.

Des recherches antérieures sur la détection et l'exclusion des défauts (FDE) se concentrent sur la résolution du problème des défauts au niveau d'un seul robot en se basant sur la redondance des capteurs ou sur la redondance de la localisation, comme proposée dans [108]. Dans leur approche, les auteurs comparent la sortie de deux ou de plusieurs méthodes de localisation redondantes afin de détecter une déviation inattendue. Un filtre de Kalman étendu est utilisé pour suivre la sortie des méthodes de localisation avec un test de CUSUM [109]. Cette méthode ne nécessite pas de modèle de défauts. Dans [22], un banc de filtres de Kalman est utilisé, pour lequel chaque filtre représente un modèle d'échec spécifique.

Parker [110] propose une architecture logicielle pour la tolérance aux défauts d'une équipe hétérogène de robots. C'est une approche décentralisée qui donne à tous les robots la capacité de déterminer leurs propres actions en fonction de leur situation actuelle. La détection des défauts est limitée au cas où un robot souffre d'une erreur fatale.

Dans [107], une méthode de détection de défaut exogène pour un essaim de robots est proposée. Chaque robot clignote en allumant ses diodes électroluminescentes (LED) d'une façon synchrone. En détectant l'absence d'un tel signal sur un intervalle de temps, les robots opérationnels peuvent détecter les robots défectueux. C'est une approche distribuée qui permet aux robots de détecter des défauts d'autres robots de l'équipe tout en utilisant des informations locales.

Dans [111], une méthode de détection de défauts physiques et logiques pour un système étroitement couplé est proposée. Cette approche ne nécessite pas de modèle de

mouvement, ou de connaissance *a priori* des types de défauts possibles. C'est plutôt une méthode qui traite le système de robots comme étant une boîte noire, ayant seulement des données disponibles à partir de capteurs. Elle est basée sur l'apprentissage et la classification. Dans la phase d'apprentissage, un historique des données des capteurs pendant le fonctionnement normal est regroupé dans des états différents en utilisant l'algorithme des c-moyennes floues. Un diagramme de transition d'états qui représente des transitions probabilistes est appris. Dans l'étape de classification, les données des capteurs sont comparées aux données fournies par le modèle de transition d'état afin de détecter la présence de défauts. Etant donné que cette version centralisée traite le système multi-robots comme étant un seul robot et effectue le travail au niveau d'un seul serveur, des inconvénients sont liés à cette approche. En effet, la défaillance du point unique, la charge de calcul importante sur le serveur et le problème d'évolutivité à des systèmes de taille importante ont contribué à l'élargissement de ce travail à une version distribuée [112]. Dans ce cas, le système apprend deux types de diagrammes de transitions d'état : l'individuel (local) et l'équipe (global). En comparaison avec la version centralisée, la sélection de paramètres, le regroupement et la construction du diagramme de transitions d'états local sont tous réalisés au niveau du robot, tandis que le diagramme global est construit au niveau du serveur. Dans l'étape de détection, chaque robot de l'équipe connaît son comportement normal ainsi que le comportement normal de l'équipe toute entière. Par conséquent, un robot individuel utilise le diagramme de transitions d'états individuel afin de détecter les défauts au niveau local et le diagramme global afin de détecter les défauts interactifs entre les robots. Cette approche conduit à un taux de fausses alarmes plus élevé que la version centralisée à cause de l'asynchronisme entre les robots.

Dans [113], la localisation des robots (Millibots) est basée sur la trilatération : les robots déterminent leur position par rapport à des balises de positions connues. Ces distances sont mesurées à l'aide de signaux ultrasoniques. Afin d'assurer la tolérance aux défauts, le schéma de détection et d'isolation des défauts repose sur des tests statistiques qui vérifient la cohérence entre les distances mesurées et les distances attendues obtenues à partir de la navigation à l'estime (DR). Dans le cas « sans défaut », ces deux distances sont approximativement distribuées suivant une loi gaussienne.

Dans [114], des méthodes à base de données et de classificateurs statistiques pour la détection des défauts des roues sont proposées. L'approche est adaptative dans le sens où elle est capable de différencier un défaut d'un changement de l'environnement. Elle consiste à déterminer si le robot lui-même est défaillant (et non pas les autres robots). Si la variable de test dépasse une valeur de seuil donnée, une erreur est détectée. Une comparaison entre différentes techniques statistiques est fournie.

Dans [115], une méthode de détection et d'isolation de défauts capteurs, en multicouches, est développée. Les défauts sont divisés en deux groupes : ceux qui peuvent être surveillés au niveau du robot (mais ce type de défaut doit être modélisé) et ceux qui peuvent être détectés en utilisant le groupe collaboratif en prenant en compte des mesures redondantes.

#### 4.2.4 Positionnement de l'approche proposée dans cette thèse

Le but de l'approche proposée est d'avoir une méthode de localisation collaborative fiable, intègre, précise et tolérante aux défauts capteurs pour un système multi-robots évoluant en milieu clos. La méthode doit avoir la capacité de s'exécuter en temps réel et d'assurer la possibilité de la variation du nombre de robots. De même, la méthode doit être capable de gérer un nombre important de robots tout en réduisant la complexité de coordination entre les différents membres de l'équipe. Dans ce contexte, une architecture distribuée a été développée où les corrélations croisées entre les robots sont déterminées afin d'atteindre des localisations précises. Une mise en œuvre simple de cette architecture peut être réalisée à l'aide du filtre informationnel grâce à la simplicité de son étape de mise à jour qui revient à sommer les contributions informationnelles des observations.

Notre philosophie dans ce travail consiste à nous intéresser à la quantité d'information apportée par une observation plutôt qu'à l'observation elle-même, ce qui nous paraît pertinent du point de vue tolérance aux défauts. Par conséquent, l'utilisation du filtre informationnel, de la divergence de Kullback-Leibler ainsi que du critère de Kullback-Leibler est envisagée afin de traiter le problème du point de vue informationnel.

L'idée est rendue envisageable car, après la convergence de la distribution *a posteriori* par rapport à la distribution *d'a priori*, si le gain informationnel apporté par les observations est significatif en comparaison avec la prédiction, un défaut sera détecté. Ce défaut peut être engendré par un problème de capteurs proprioceptifs ou de capteurs extéroceptifs. De même, dans l'étape d'isolation, si le gain informationnel apporté par une observation spécifique est important ou si cette quantité d'information diffère largement des autres (ce qui est similaire à une estimation qui diverge de celles obtenues à l'aide des autres observations) l'élément défaillant sera isolé.

L'approche proposée est basée sur l'estimation d'état, en utilisant le filtre informationnel avec une architecture distribuée, et sur une méthode de diagnostic apte à détecter différents types de défauts capteurs sans se limiter à la détection des erreurs fatales<sup>1</sup> des robots nécessitant leur exclusion du système. Le robot présentant un défaut capteur continue à fonctionner, tant que possible, en se basant sur le reste de ses capteurs et sur les données provenant des autres robots. Cette approche rallie les méthodes de diagnostic à base de modèle analytique et les méthodes à base de traitement du signal (méthodes statistiques) (figure 2.7) sans aucune nécessité de modéliser chaque type de défauts. A noter que le diagnostic se réalise encore d'une façon distribuée en répartissant le calcul des résidus sur les différents robots.

Pour conclure, l'approche proposée est une approche généralisée qui ne se limite pas à la localisation collaborative ou à la tolérance aux défauts. Elle trouve plutôt le bon compromis pour effectuer les deux tâches de façon simultanée, ce qui est nécessaire pour assurer l'intégrité de la localisation.

---

1. Une erreur fatale du robot est une erreur qui conduit à son arrêt complet.

## 4.3 Techniques de localisation utilisées

### 4.3.1 L'odométrie

L'odométrie est une technique de localisation relative qui repose sur les mesures fournies par les encodeurs incrémentaux des roues du robot afin de déterminer son déplacement élémentaire et sa rotation élémentaire. En intégrant ces mesures et en partant d'une position connue, la position et l'orientation du robot à chaque instant sont déterminées :  $(x, y, \theta)$ . L'inconvénient principal de cette technique est l'accumulation des erreurs au cours du temps [116].

### 4.3.2 La Kinect

La Kinect (figure 4.2) est utilisée dans ce chapitre afin de déterminer la position d'un robot par rapport à un autre. La Kinect comprend une caméra de profondeur infrarouge ainsi qu'une caméra RVB (Rouge Vert Bleu) assurant une vision 3D de l'environnement. Chaque pixel possède à la fois une couleur et une distance à un obstacle.



FIGURE 4.2 – La Kinect.

L'inconvénient principal de ce capteur est la dégradation de ses performances dans des applications en milieu extérieur. Par contre, pour des applications robotiques en milieu clos, ce capteur peut être utilisé avec une grande précision. Le champ de vision de la Kinect (version 1) est de  $43^\circ$  verticalement et de  $57^\circ$  horizontalement. La caméra de profondeur est capable de recueillir des données dans la gamme 0.8m-4m [117].

### 4.3.3 La navigation inertielle

La navigation inertielle utilise des accéléromètres et des gyromètres afin de déterminer l'accélération et la vitesse angulaire d'un robot. Dans notre travail, étant donné que le mouvement se réalise dans un plan, seul le gyromètre est utilisé pour mesurer la vitesse angulaire du robot autour de l'axe  $z$  (figure 4.3).

## 4.4 Approche proposée

Les hypothèses suivantes sont utilisées dans notre approche :

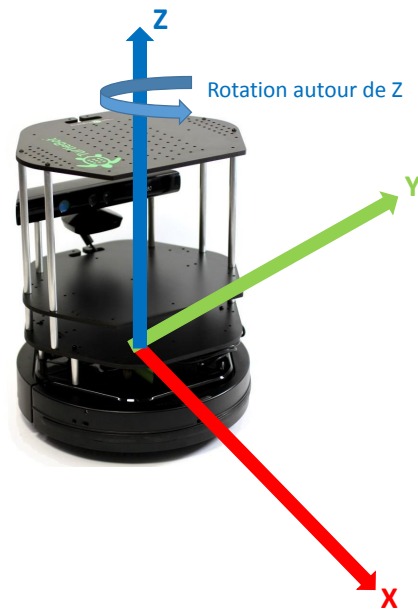


FIGURE 4.3 – Le repère du Turtlebot.

1. On utilise  $N$  robots équipés de capteurs proprioceptifs et extéroceptifs.
2. Chaque robot est capable d'observer au moins un autre robot et chaque robot est au moins observé par un autre.
3. La communication entre les robots est assurée par un support de communication (un réseau Wi-Fi a été utilisé dans notre cas).
4. Un défaut capteur peut être assimilé à : des mesures erronées, aberrantes, conflictuelles, des biais de mesures, des dérives, la perte du capteur ...

Un résumé de l'approche générale pour la localisation collaborative tolérante aux défauts capteurs est fourni sur la figure 4.4 et le détail de chaque partie se trouve dans les sections suivantes. La partie « localisation collaborative » se constitue de deux sous-parties :

La première partie est la modélisation cinématique de chaque robot en utilisant les capteurs proprioceptifs et la navigation à l'estime.

La deuxième est la modélisation du système multi-robots, en utilisant les observations relatives.

A chaque instant d'échantillonnage  $k$ , cette partie permet de fixer les dimensions des vecteurs d'état et d'observations. Ensuite, un filtre informationnel étendu global (EIF) est utilisé afin de fournir les estimations des poses.

La partie « détection et exclusion des défauts » inclut le calcul des résidus et l'optimisation des seuils :

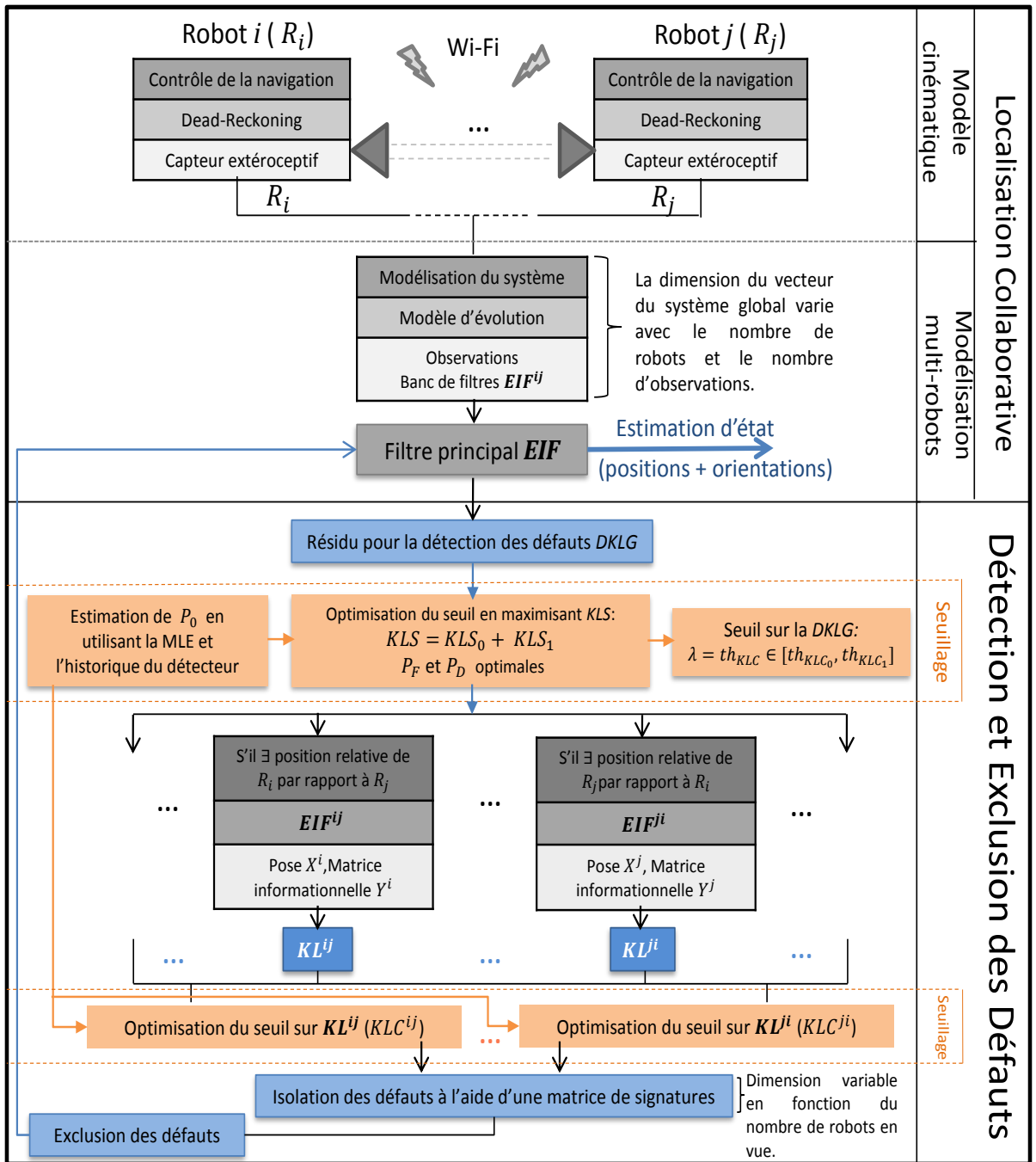


FIGURE 4.4 – L’approche proposée pour la localisation collaborative tolérante aux défauts.

En première étape, la Divergence de Kullback-Leibler Globale (*DKLG*) est conçue pour la détection des défauts (voir section 3.3.3). Pour l'isolation des capteurs défaillants, un banc de filtres  $EIF^{ij}$  est utilisé, en tenant compte des observations relatives entre les robots  $j$  et  $i$ , conduisant à un ensemble de résidus notés  $KL^{ij}$ . Cet ensemble est affecté à une matrice de signatures appropriée, adéquate pour l'isolement et par suite pour l'exclusion des capteurs défaillants de la procédure de fusion en repassant par le filtre informationnel principal.

En deuxième étape, l'optimisation du seuil en utilisant la *KLS* (proposée dans le chapitre 3, section 3.4.2) est appliquée sur chaque résidu afin de trouver les probabilités de fausse alarme et de détection optimales. *KLS* est une somme de deux quantités. Par conséquent, un intervalle de seuils peut être construit pour lequel la valeur optimale appartient à cet intervalle et dépend de la valeur de la probabilité *a priori* de l'hypothèse  $H_0$ . Cette probabilité est calculée en utilisant la MLE et l'historique du détecteur correspondant.

Par soucis de clarté, dans le reste de ce manuscrit, les résultats présentés correspondent au cas de trois robots. A noter que l'approche proposée peut être généralisée pour n'importe quel nombre de robots.

## 4.5 La localisation collaborative du système multi-robots

Dans le but d'estimer les positions et les orientations des différents robots, le filtre informationnel étendu est employé. Dans l'étape de prédiction, les mesures des encodeurs sont utilisées afin de déterminer le modèle d'évolution du système. Dans l'étape de correction, en utilisant l'image couleur et l'image de profondeur, avec un traitement local, chaque robot identifie ses voisins et mesure leurs positions relatives dans son propre repère. A l'aide des gyromètres et en utilisant le réseau Wi-Fi, l'orientation relative d'un robot par rapport à un second est mesurée.

A l'instant d'échantillonnage  $k$ , le vecteur d'état de chaque robot de l'équipe est considéré comme étant la position et le cap du robot par rapport à un repère fixe :

$$X_k^i = \begin{bmatrix} x^i & y^i & \theta^i \end{bmatrix}_k^T \quad (4.1)$$

L'indice  $i$  désigne le robot  $i$ .

### Etape de prédiction :

Le modèle d'évolution est décrit en utilisant les mesures issues des encodeurs :

$$X_{k+1/k}^i = X_{k/k}^i + A_k^i u_k^i + w_k^i \quad (4.2)$$

$$= f(X_{k/k}^i, u_k^i) + w_k^i \quad (4.3)$$

Où :

$X_{k+1/k}^i$  est l'estimation de  $X^i$  à l'instant  $k+1$ , étant données les observations jusqu'à l'instant  $k$

$A_k^i$  est la matrice d'entrée définie par :

$$A_k^i = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) & 0 \\ \sin(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

$u_k^i$  est le vecteur d'entrée. Il est constitué de la translation élémentaire  $\Delta$  et de la rotation élémentaire  $\omega$  du robot obtenues à partir des mesures des encodeurs des roues droites et gauches :  $u_k^i = [\Delta_k^i, \omega_k^i]$  :

$$\Delta_k^i = \frac{r_d \Delta q d + r_g \Delta q g}{2} \quad (4.5)$$

$$\omega_k^i = \frac{r_d \Delta q d - r_g \Delta q g}{e} \quad (4.6)$$

$\Delta q d$  et  $\Delta q g$  correspondent respectivement aux rotations élémentaires des roues droite et gauche (exprimées en radians) entre les deux instants d'échantillonnage  $k$  et  $k+1$ .

$e$  est la distance entre les deux roues (encore appelée la « voie »).

$r_d$  et  $r_g$  sont respectivement les rayons des roues droite et gauche. Dans l'application, on suppose que  $r_d = r_g$ .

$w_k^i$  est le bruit associé au modèle, considéré comme étant un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariances  $Q_k^i$ .

Le modèle est non-linéaire. Le filtre informationnel étendu est appliqué. Par conséquent, les matrices Jacobiennes  $F_k^i = \frac{\partial f}{\partial X} |_{X=X_{k/k}^i}$  et  $B_k^i = \frac{\partial f}{\partial u} |_{u=u_k^i}$  sont calculées :

$$F_k^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\Delta_k^i \sin(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) \\ 0 & 1 & \Delta_k^i \cos(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$B_k^i = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) & -\frac{1}{2} \Delta_k^i \sin(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) \\ \sin(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) & \frac{1}{2} \Delta_k^i \cos(\theta_{k/k}^i + \frac{\omega_k^i}{2}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$



La matrice de covariances associée à ce robot  $i$  est donc :

$$P_{k+1/k}^{ii} = F_k^i P_{k/k}^{ii} (F_k^i)^T + B_k^i (Q_u)_k^i (B_k^i)^T + Q_k^i \quad (4.9)$$

$(Q_u)_k^i$  est la matrice de covariances associée aux bruits de mesures liés au vecteur d'entrée  $u_k^i$ . Elle peut être exprimée en fonction des variances des codeurs des roues ( $Q_{\Delta q}$ ) de la façon suivante [118]:

$$(Q_u)_k^i = T_e Q_{\Delta q} M M^T \quad (4.10)$$

avec :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{r_d}{2} & \frac{r_g}{2} \\ \frac{r_d}{e} & \frac{-r_d}{e} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

où  $T_e$  est la période d'échantillonnage.

Ainsi, la propagation de l'état du système multi-robots est :

$$X_{k+1/k} = \begin{pmatrix} \vdots \\ X^i \\ \vdots \\ X^j \\ \vdots \end{pmatrix}_{k+1/k} = \begin{pmatrix} \vdots \\ X^i \\ \vdots \\ X^j \\ \vdots \end{pmatrix}_{k/k} + \begin{pmatrix} \ddots & & \dots & 0 \\ 0 & A^i & & \\ & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & A^j & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & \ddots \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} \vdots \\ u^i \\ \vdots \\ u^j \\ \vdots \end{pmatrix}_{k/k} + \begin{pmatrix} \vdots \\ w^i \\ \vdots \\ w^j \\ \vdots \end{pmatrix}_{k/k} \quad (4.12)$$

Avant toute mise à jour, les robots ne partagent aucune information entre eux. Par conséquent, la matrice de covariances du système multi-robots est une matrice diagonale par blocs. Après la première étape de correction, des corrélations croisées  $P^{ij}$  apparaissent dans la matrice de covariances, obtenues lorsque deux robots se rencontrent. Sa forme générale s'écrit de la façon suivante :

$$P = \begin{pmatrix} P^{11} & \dots & P^{1i} & \dots & P^{1j} & \dots \\ & \ddots & & & & \\ P^{i1} & \dots & P^{ii} & \dots & P^{ij} & \dots \\ & & & \ddots & & \\ \dots & P^{ji} & \dots & P^{jj} & \dots & \\ & & & & & \ddots \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Avec :

$$P_{k+1/k}^{ij} = F_k^i P_{k/k}^{ij} (F_k^j)^T \quad (4.14)$$

La matrice informationnelle n'est autre que l'inverse de la matrice de covariances du

système global :

$$Y_{k+1/k} = P_{k+1/k}^{-1} \quad (4.15)$$

Et le vecteur informationnel s'obtient suivant l'équation :

$$y_{k+1/k} = Y_{k+1/k} X_{k+1/k} \quad (4.16)$$

#### Etape de mise à jour :

Afin de faire face à la dégradation de la précision de l'odométrie au cours du temps et en ayant aucune position absolue, la possibilité que chaque robot se localise relativement à d'autres robots dans l'équipe est considérée (figure 4.5). Lorsque le robot  $i$  observe le robot  $j$  à l'aide de sa Kinect, la position du robot  $j$  relativement au robot  $i$  est mesurée. On suppose que cette position est obtenue à partir de la distance relative  $\rho$  et l'angle de gisement  $Z_b$ . A l'aide du gyromètre intégré au robot, l'orientation de celui-ci est obtenue puis elle est diffusée aux robots voisins *via* le réseau de communication Wi-Fi. Par conséquent, l'orientation relative du robot  $j$  par rapport au robot  $i$  peut être calculée au niveau du robot  $i$  :

$$Z_k^{ji} = \begin{bmatrix} x_k^{ji} & y_k^{ji} & \theta_k^{ji} \end{bmatrix}^T \quad (4.17)$$

$$= \gamma^T(\theta_k^i)(X_k^j - X_k^i) \quad (4.18)$$

$Z_k^{ji}$  est la pose relative du robot  $j$  par rapport au repère  $i$ . Où  $\gamma$  est la matrice de rotation :

$$\gamma(\theta_k^i) = \begin{pmatrix} \cos\theta_k^i & -\sin\theta_k^i & 0 \\ \sin\theta_k^i & \cos\theta_k^i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Dans le cas où le robot 1 observe le robot 2, ..., le robot  $j$  observe le robot  $i$ , ... le vecteur d'observations s'écrit de la façon suivante :

$$Z = \begin{pmatrix} x^{21} \\ y^{21} \\ \theta^{21} \\ \vdots \\ x^{ji} \\ y^{ji} \\ \theta^{ji} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^{21} \\ \vdots \\ Z^{ji} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Nous pouvons remarquer que la dimension de ce vecteur varie au cours du temps.

Le bruit associé à la mesure  $Z^{ji}$  est supposé être un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariances  $R^{ji}$ .

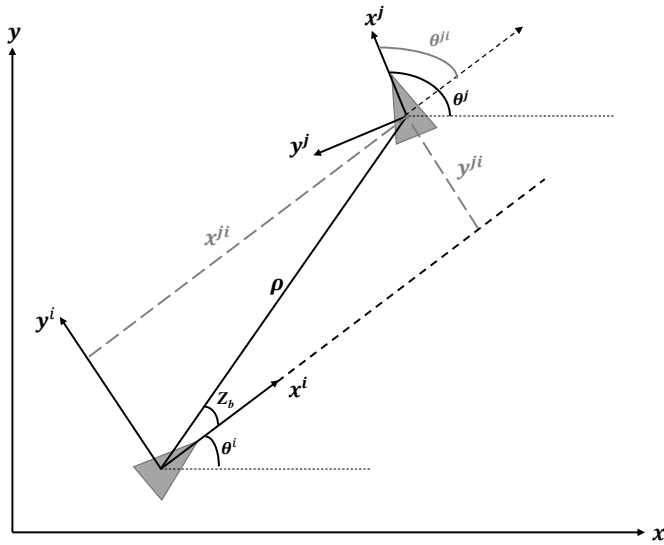


FIGURE 4.5 – Observations relatives entre les robots  $j$  et  $i$ .

Le modèle d’observation est non-linéaire ; sa linéarisation autour de la position prédite conduit à l’équation de mesure des erreurs suivantes :

$$Z_k^{ji} - \widehat{Z}_k^{ji} = H_k^{ji} \Delta X_k + \Gamma_k^{ji} n_k^{ji} \tag{4.21}$$

Avec :

$\widehat{Z}_k^{ji}$  l’estimation de la mesure :

$$\widehat{Z}_k^{ji} = \gamma^T(\theta_{k/k-1}^i) \left( \begin{array}{cccccc} 0_{3 \times 3} & \dots & -I_{3 \times 3} & \dots & I_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} \end{array} \right) \begin{pmatrix} x^1 \\ y^1 \\ \theta^1 \\ \vdots \\ x^i \\ y^i \\ \theta^i \\ \vdots \\ x^j \\ y^j \\ \theta^j \\ \vdots \\ x^N \\ y^N \\ \theta^N \end{pmatrix}_{k/k-1} \tag{4.22}$$

$\Delta X_k$  l'erreur de l'estimation de la pose.

$H^{ji}$  la matrice Jacobienne :

$$H_k^{ji} = \frac{\partial Z_k^{ji}}{\partial X} \Big|_{X_{k/k-1}} = \gamma^T (\theta_{k/k-1}^i) h_k^{ji} \quad (4.23)$$

avec :

$$h_k^{ji} = \begin{pmatrix} & -1 & 0 & y_{k/k-1}^j - y_{k/k-1}^i & & & & & \\ 0_{3 \times 3} & \dots & 0 & -1 & -x_{k/k-1}^j + x_{k/k-1}^i & \dots & I_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} \\ & & 0 & 0 & -1 & & & & \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

soit :

$$h_k^{ji} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \dots & \tilde{h}_k^{ji} & \dots & I_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

et :

$$\tilde{h}_k^{ji} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & y^j - y^i \\ 0 & -1 & -x^j + x^i \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{k/k-1} \quad (4.26)$$

$n_k^{ji}$  est le bruit associé aux mesures des poses relatives.

$$\Gamma_k^{ji} = \frac{\partial Z_k^{ji}}{\partial n_k^{ji}} :$$

$$\Gamma_k^{ji} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta_{k/k-1}^i (x_{k/k-1}^j - x_{k/k-1}^i) + \cos \theta_{k/k-1}^i (y_{k/k-1}^j - y_{k/k-1}^i) \\ 0 & 1 & -\cos \theta_{k/k-1}^i (x_{k/k-1}^j - x_{k/k-1}^i) - \sin \theta_{k/k-1}^i (y_{k/k-1}^j - y_{k/k-1}^i) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

La matrice de covariances associée à la mesure  $Z_k^{ji}$  est donc :

$$R_k^{ji} = \Gamma_k^{ji} E(n_k^{ji} n_k^{ji^T}) \Gamma_k^{ji^T} \quad (4.28)$$

$$R_k^{ji} = \Gamma_k^{ji} \begin{pmatrix} \sigma_{x^i}^2 & \sigma_{x^i y^i} & \sigma_{x^i \theta^i} \\ \sigma_{x^i y^i} & \sigma_{y^i}^2 & \sigma_{y^i \theta^i} \\ \sigma_{x^i \theta^i} & \sigma_{y^i \theta^i} & \sigma_{\theta^i}^2 \end{pmatrix} \Gamma_k^{ji^T} \quad (4.29)$$

En supposant que  $\sigma_{x^i \theta^i} = \sigma_{y^i \theta^i} = 0$  ( $x^i$  et  $\theta^i$  sont non corrélées), la matrice de covariances s'écrit comme suit :

$$R_k^{ji} = R_k^{jixy} + R_k^{ji\theta} \quad (4.30)$$

Par conséquent, cette matrice englobe deux types de bruits : le bruit sur la mesure des

positions relatives et le bruit sur l'orientation.

Avec :

$$R_k^{jixy} = \begin{pmatrix} \sigma_{x^{ji}}^2 & \sigma_{x^{ji}y^{ji}} & 0 \\ \sigma_{x^{ji}y^{ji}} & \sigma_{y^{ji}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_k \quad (4.31)$$

Si les positions relatives sont obtenues à partir de la distance relative  $\rho$  et l'angle de gisement  $Z_b$  :  $\begin{bmatrix} x^{ji} & y^{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cos Z_b & \rho \sin Z_b \end{bmatrix}$ , alors l'équation 4.31 peut s'exprimer en fonction des incertitudes associées à  $\rho$  et à  $Z_b$  [119].

En effet, pour effectuer ce calcul, la propriété suivante est nécessaire :

**Propriété 4.5.1** *Considérons une fonction  $x = f(a, b)$ , en supposant que les variables  $a$  et  $b$  soient non corrélées, la propagation de l'erreur s'écrit sous la forme suivante [120] [121]:*

$$\sigma_x^2 = \left( \frac{\partial x}{\partial a} \right)^2 \sigma_a^2 + \left( \frac{\partial x}{\partial b} \right)^2 \sigma_b^2 \quad (4.32)$$

Par conséquent, la variance sur la mesure de la position relative suivant l'axe  $x$  ( $x^{ji}$ ) s'obtient *via* le calcul ci-dessous :

$$\sigma_{x^{ji}}^2 = \left( \frac{\partial(\rho \cos Z_b)}{\partial \rho} \right)^2 \sigma_\rho^2 + \left( \frac{\partial(\rho \cos Z_b)}{\partial Z_b} \right)^2 \sigma_{Z_b}^2 = (\cos^2 Z_b) \sigma_\rho^2 + \rho^2 (\sin^2 Z_b) \sigma_{Z_b}^2 \quad (4.33)$$

De la même manière :

$$\sigma_{y^{ji}}^2 = \left( \frac{\partial(\rho \sin Z_b)}{\partial \rho} \right)^2 \sigma_\rho^2 + \left( \frac{\partial(\rho \sin Z_b)}{\partial Z_b} \right)^2 \sigma_{Z_b}^2 = (\sin^2 Z_b) \sigma_\rho^2 + \rho^2 (\cos^2 Z_b) \sigma_{Z_b}^2 \quad (4.34)$$

**Théorème 4.5.1** *Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires de variance respective  $\sigma_X^2$  et  $\sigma_Y^2$ , alors [122]:*

$$\sigma_{X+Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\sigma_{XY} \quad (4.35)$$

A partir de l'équation 4.35, la covariance  $\sigma_{x^{ji}y^{ji}}$  est donc :

$$\sigma_{x^{ji}y^{ji}} = \frac{\sigma_{x^{ji}+y^{ji}}^2 - \sigma_{x^{ji}}^2 - \sigma_{y^{ji}}^2}{2} \quad (4.36)$$

avec

$$\begin{aligned} \sigma_{x^{ji}+y^{ji}}^2 &= \left( \frac{\partial(\rho(\cos Z_b + \sin Z_b))}{\partial \rho} \right)^2 \sigma_\rho^2 + \left( \frac{\partial(\rho(\cos Z_b + \sin Z_b))}{\partial Z_b} \right)^2 \sigma_{Z_b}^2 \\ &= (\cos^2 Z_b + \sin^2 Z_b + 2 \cos Z_b \sin Z_b) \sigma_\rho^2 + (\cos^2 Z_b + \sin^2 Z_b - 2 \cos Z_b \sin Z_b) \rho^2 \sigma_{Z_b}^2 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Ce qui conduit à :

$$\sigma_{x^j y^i} = (\sigma_\rho^2 - \rho^2 \sigma_{Z_b}^2) \sin Z_b \cos Z_b \quad (4.38)$$

La matrice de covariances des bruits de mesures sur la position relative  $\begin{bmatrix} x^j & y^i \end{bmatrix}^T$  est donc :

$$R_k^{jixy} = \begin{pmatrix} \sigma_\rho^2 \cos^2 Z_b + \rho^2 \sigma_{Z_b}^2 \sin^2 Z_b & (\sigma_\rho^2 - \rho^2 \sigma_{Z_b}^2) \sin Z_b \cos Z_b & 0 \\ (\sigma_\rho^2 - \rho^2 \sigma_{Z_b}^2) \sin Z_b \cos Z_b & \sigma_\rho^2 \sin^2 Z_b + \rho^2 \sigma_{Z_b}^2 \cos^2 Z_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_k \quad (4.39)$$

$\sigma_\rho^2$  et  $\sigma_{Z_b}^2$  sont les incertitudes associées aux mesures respectivement de la distance relative et de l'angle de gisement.

D'autre part, la matrice de covariances associée à l'erreur de l'estimation de l'orientation s'obtient à partir de l'équation 4.29 :

$$R_k^{ji\theta} = \begin{pmatrix} -\sin \theta^i (x^j - x^i) + \cos \theta^i (y^j - y^i) \\ -\cos \theta^i (x^j - x^i) - \sin \theta^i (y^j - y^i) \\ 1 \end{pmatrix}_{k/k-1} \sigma_\theta^2 \begin{pmatrix} -\sin \theta^i (x^j - x^i) + \cos \theta^i (y^j - y^i) \\ -\cos \theta^i (x^j - x^i) - \sin \theta^i (y^j - y^i) \\ 1 \end{pmatrix}_{k/k-1}^T \quad (4.40)$$

$\sigma_\theta^2$  est l'incertitude sur l'estimation de l'orientation.

La correction des estimations prédites se réalise suivant une simple somme entre des contributions informationnelles provenant des différentes observations :

$$Y_{k/k} = Y_{k/k-1} + \sum_{l=1}^n I_l(k) \quad (4.41)$$

$$y_{k/k} = y_{k/k-1} + \sum_{l=1}^n i_l(k) \quad (4.42)$$

où

$n$  est le nombre d'observations  $Z^{ij}$ .

$I_l(k)$  et  $i_l(k)$  sont les contributions informationnelles sur la matrice informationnelle et sur l'état, associées à l'observation  $Z^{ij}$  :

$$I_l(k) = I^{ij}(k) = (H_k^{ij})^T (R_k^{ij})^{-1} H_k^{ij} \quad (4.43)$$

$$i_l(k) = i^{ij}(k) = (H_k^{ij})^T (R_k^{ij})^{-1} [(Z_k^{ij} - \widehat{Z}_k^{ij}) + H_k^{ij} X_{k/k-1}] \quad (4.44)$$

Le calcul des quantités  $I_l(k)$  et  $i_l(k)$  peut être distribué sur les différents robots.

Etant donné que la matrice informationnelle n'est plus de type diagonal par blocs, après la première mise à jour, chaque mesure influence la position des différents robots.

Un cas d'étude peut être trouvé dans l'annexe A.

## 4.6 Diagnostic du système multi-robots : Approche informationnelle

Chaque méthode de diagnostic comporte deux étapes : une étape de détection et une étape d'isolation des défauts. Dans ce mémoire, une méthode de détection et d'exclusion des défauts à base de banc de filtres informationnels et de tests basés sur la divergence de Kullback-Leibler est proposée. L'architecture développée ne nécessite pas une modélisation des défauts à détecter. La redondance des mesures et l'extraction d'informations avec des métriques informationnelles sont ici exploitées.

### 4.6.1 Les défauts capteurs

Pour mieux comprendre l'étape de détection et d'isolation des défauts, définissons le terme « défaut capteur ». En général, un défaut se traduit par un écart par rapport à un comportement nominal. Le défaut peut être, soit additif, soit multiplicatif.

Un défaut capteur est en général un défaut additif et peut être assimilé à [123]:

1. un biais

$$y(k) = y_s(k) + b(k) \quad \text{avec } b = 0 \forall k \neq k_f \text{ et } b \neq 0 \text{ pour } k = k_f \quad (4.45)$$

2. une dérive

$$y(k) = y_s(k) + b(k) \quad \text{avec } |b(k)| = ck, \quad 0 < c \ll 1, \forall k > k_f \quad (4.46)$$

3. un blocage

$$y(k) = y_s(k_f), \quad \forall k > k_f. \quad (4.47)$$

4. une dégradation des performances

$$y(k) = y_s(k) + b(k) \quad \text{avec } |b(k)| \leq \bar{b}, \forall k > k_f, \bar{b} > 0 \quad (4.48)$$

5. une erreur de calibrage

$$y(k) = T y_s(k) \quad \text{avec } 0 < \bar{T} < T < 1 \forall k > k_f \quad (4.49)$$

Où :

$y_s$  est la valeur de la mesure sans défaut

$k_f$  est le temps d'apparition du défaut sur le capteur

$b$  est le coefficient de précision du capteur :  $b \in [-\bar{b}, \bar{b}]$

$T \in [\bar{T}, 1]$  où  $\bar{T} > 0$  est l'efficacité minimale du capteur.

Dans ce chapitre un défaut capteur peut être assimilé à :

— un biais au niveau de la mesure de la distance relative ou de l'angle de gisement.

Il nous faut donc remplacer  $y$  par  $\rho$  ou  $Z_b$  dans l'équation 4.45,

- une dérive ou un blocage au niveau de la mesure de la distance relative ou de l'angle de gisement,
- un blocage au niveau des mesures des encodeurs, ce qui peut se traduire par un glissement au niveau du robot,
- un biais ou une dérive au niveau des mesures des encodeurs.

#### 4.6.2 Détection des défauts

Dans la section 3.3, la divergence de Kullback-Leibler pour le diagnostic a été introduite et le résidu nommé *DKLG*, utilisé pour la détection des défauts (équation 3.76) a été défini :

$$DKLG(g(k/k-1) || g(k/k)) = \frac{1}{2} \text{trace}(Y_{k/k} Y_{k/k-1}^{-1}) + \frac{1}{2} \log \frac{|Y_{k/k-1}|}{|Y_{k/k}|} - \frac{1}{2} M + \frac{1}{2} (X_{k/k} - X_{k/k-1})^T Y_{k/k} (X_{k/k} - X_{k/k-1}) \quad (4.50)$$

On rappelle que *DKLG* mesure la divergence entre la distribution obtenue dans l'étape de prédiction et celle obtenue dans l'étape de correction du filtre informationnel. Elle est calculée en se servant des équations 4.15, 4.16, 4.41 et 4.42.

Ce résidu comporte deux termes qui permettent de réaliser deux types de tests : un sur les moyennes et un sur les matrices de covariances. L'équation 4.50 prend donc la forme d'un résidu utilisé pour détecter la présence d'un capteur défaillant dans le système multi-robots.  $M$  est la dimension du vecteur d'état<sup>2</sup>.

La comparaison de la *DKLG* à une valeur de seuil constitue une étape primordiale afin de prendre la décision de la présence de capteurs défaillants dans le système. Dans le cadre de cette thèse, une approche informationnelle pour l'optimisation du seuil a été proposée et le critère de Kullback-Leibler a été développé (section 3.4.2).

De même, le développement des critères basés sur l'entropie et sur l'information mutuelle pour le seuillage des résidus est donné dans la littérature d'une façon théorique [124] [81]. Dans ce travail, nous avons pu les mettre en application afin de les comparer à notre approche.

Définissons la fonction de densité de probabilités (*fdp*) de la *DKLG* sous l'hypothèse  $H_i$  comme étant  $f(DKLG/H_i) : i = 0, 1$ . Le problème de détection peut donc se formuler de la façon suivante :

$$\begin{aligned} H_0 : DKLG &\sim f(DKLG/H_0) \\ H_1 : DKLG &\sim f(DKLG/H_1) \end{aligned} \quad (4.51)$$

---

2. Dans le cas de trois robots,  $M = 9$ .



Les probabilités de fausse alarme et de détection s'obtiennent de la façon suivante :

$$P_F = \int_{\lambda}^{\infty} f(DKLG/H_0) d(DKLG) \quad (4.52)$$

$$P_D = \int_{\lambda}^{\infty} f(DKLG/H_1) d(DKLG) \quad (4.53)$$

Un exemple de ces densités est donné sur la figure 4.6.

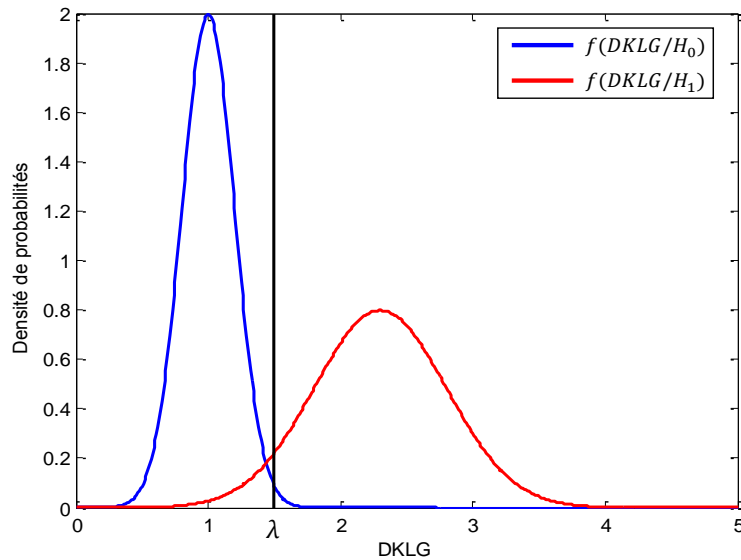


FIGURE 4.6 – Exemple illustratif de densités de probabilités de la  $DKLG$  sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ .

Le test du rapport de vraisemblance correspondant au problème d'optimisation utilisant le  $KLC$  est :

$$\frac{f(DKLG/H_1)}{f(DKLG/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{P_0}{1 - P_0} \frac{A_0 - A_1}{B_1 - B_0} \quad (4.54)$$

Le critère de décision peut s'exprimer directement en fonction de la  $DKLG$  de la façon suivante :

$$DKLG \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda = \text{fonction de } (A_i, B_i, P_0, \text{ les paramètres de la } fdp \text{ de la } DKLГ) \quad (4.55)$$

Par conséquent, après l'application de l'algorithme d'optimisation du seuil basé sur le  $KLC$  et en tenant compte de l'historique du système pour le calcul de la probabilité *a priori* ( $P_0$ ) (équation 3.161), le seuil optimal sur la  $DKLG$  est obtenu avec l'algorithme 3.

**Algorithme 3** Optimisation du seuil sur la *DKLG* en utilisant le *KLC* à l'instant  $k$ 


---

Estimer  $\widehat{P}_0$  à l'instant  $k$  en utilisant la MLE et les décisions prises par le détecteur de l'instant 1 à  $k-1$   
Initialisation :  $KLS^{max} \leftarrow 0$   
**for**  $\lambda^i = \lambda^{min} : \lambda^{max}$  **do**  
  A partir des distributions de la *DKLG* dans les cas « sans » et « avec » défaut, trouver les valeurs de  $P_D^i$  et  $P_F^i$  correspondantes  
  Calculer  $KLS^i$   
  **if**  $KLS^i > KLS^{max}$  **then**  
     $KLS^{max} \leftarrow KLS^i$   
     $P_D^{opt} \leftarrow P_D^i$   
     $P_F^{opt} \leftarrow P_F^i$   
     $\lambda^{opt} \leftarrow \lambda^i$   
  **end if**  
**end for**  
 $\lambda \leftarrow \lambda^{opt}$

---

De la même manière, le critère de décision peut s'exprimer en fonction des coûts  $C_{ij}$  en se basant sur le critère entropique ou le critère de l'information mutuelle (section 3.4.1) :

$$\frac{f(DKLG/H_1)}{f(DKLG/H_0)} \underset{H_0}{\underset{H_1}{\gtrless}} \frac{P_0}{1-P_0} \frac{C_{10}-C_{00}}{C_{01}-C_{11}} \quad (4.56)$$

**4.6.3 Exclusion des défauts**

Après avoir détecté la présence d'une mesure capteur défaillante dans le système multi-robots à l'aide de la *DKLG*, l'élément en défaut doit être identifié et exclu de la procédure de fusion afin d'assurer une estimation intègre et précise. Pour cette raison, à chaque fois que deux robots se rencontrent, un test utilisant le vecteur d'état du robot observé est effectué. Dans le cas général, lorsque le robot  $i$  observe le robot  $j$ , le résidu est noté  $KL^{ji}$  et s'obtient à partir d'un filtre nommé *EIF* <sup>$ji$</sup>  conçu de telle sorte que seulement l'observation  $Z^{ji}$  est utilisée dans l'étape de correction du filtre informationnel. Par conséquent, à partir de l'étape de correction de ce filtre, on obtient :

$$Y(k/k) = Y(k/k-1) + (H_k^{ji})^T (R_k^{ji})^{-1} H_k^{ji} \quad (4.57)$$

$$y(k/k) = y(k/k-1) + (H_k^{ji})^T (R_k^{ji})^{-1} [(Z_k^{ji} - \widehat{Z}_k^{ji}) + H_k^{ji} X_{k/k-1}] \quad (4.58)$$

Donc :

$$P_{k/k} = Y_{k/k}^{-1} = \begin{pmatrix} p^{11} & \dots & p^{1i} & \dots & p^{1j} & \dots \\ & \ddots & & & & \\ p^{i1} & \dots & p^{ii} & \dots & p^{ij} & \dots \\ & & & \ddots & & \\ & \dots & p^{ji} & \dots & p^{jj} & \dots \\ & & & & & \ddots \end{pmatrix}_{k/k} \quad (4.59)$$

$$X_{k/k} = P_{k/k} y_{k/k} = \begin{pmatrix} \vdots \\ X^i \\ \vdots \\ X^j \\ \vdots \end{pmatrix}_{k/k} \quad (4.60)$$

Pour le calcul de  $KL^{ji}$ , on se base sur l'estimation d'état du robot  $j$  ( $X^j$ ) et sur la matrice de covariances associée ( $P^{jj}$ ). Ce résidu mesure donc la divergence entre les distributions prédite et corrigée associées à l'état du robot  $j$  en utilisant la contribution informationnelle de la mesure  $Z^{ji}$  de façon indépendante des autres mesures :

$$KL^{ji} = \frac{1}{2} \text{trace} \left( Y_{k/k}^j \left( Y_{k/k-1}^j \right)^{-1} \right) + \frac{1}{2} \log \frac{|Y_{k/k-1}^j|}{|Y_{k/k}^j|} - \frac{1}{2} m + \frac{1}{2} \left( X_{k/k}^j - X_{k/k-1}^j \right)^T Y_{k/k}^j \left( X_{k/k}^j - X_{k/k-1}^j \right) \quad (4.61)$$

Avec :

$$Y^j = P^{jj^{-1}} \quad (4.62)$$

et  $m$  est la dimension du vecteur d'état considéré<sup>3</sup>.

On peut donc remarquer que  $KL^{ji}$  dépend :

- des encodeurs du robot  $j$  et  $i$
- des mesures de la Kinect du robot  $i$

Dans l'étape d'isolation du défaut, la redondance au niveau du système multi-robots apparaît par le fait que les robots sont capables d'observer et d'être observés par les autres. L'exclusion du capteur défaillant est donc rendue possible après la conception d'un ensemble de résidus  $KL^{ij}$  qui sera comparé à une matrice de signatures [125].

On peut remarquer la sensibilité des  $KL^{ij}$  à certaines erreurs capteurs identifiées. Le but est de décider d'une façon optimale si  $KL^{ij} = 0$  (pas de défaut) ou si  $KL^{ij} = 1$

3. Dans le cas d'étude proposé,  $m = 3$

(défaut). Le vecteur  $[KL^{ij}]$  sera ensuite comparé à une matrice de signatures des erreurs potentielles du système multi-robots (tableau 4.1). Par conséquent, après avoir observé les distributions de probabilité de chaque  $KL^{ij}$  dans les cas « avec » et « sans » défaut, une étude d'optimisation du seuil similaire à celle réalisée sur la  $DKLG$  est appliquée dans le but de déterminer le seuil optimal (algorithme 4).

---

**Algorithme 4** Optimisation du seuil sur la  $KL^{ij}$  en utilisant le  $KLC$  à l'instant  $k$

---

```

Estimer  $\widehat{P}_0^{ij}$  à l'instant  $k$  en utilisant les décisions prises par le détecteur associé à  $KL^{ij}$ 
de l'instant 1 à  $k-1$ 
Initialisation :  $KLS^{max} \leftarrow 0$ 
for  $\lambda^i = \lambda^{min} : \lambda^{max}$  do
  A partir des distributions de la  $KL^{ij}$  dans les cas « sans » et « avec » défaut, trouver
  les valeurs de  $P_D^i$  et  $P_F^i$  correspondantes.
  Calculer  $KLS^i$ 
  if  $KLS^i > KLS^{max}$  then
     $KLS^{max} \leftarrow KLS^i$ 
     $P_D^{opt} \leftarrow P_D^i$ 
     $P_F^{opt} \leftarrow P_F^i$ 
     $\lambda^{opt} \leftarrow \lambda^i$ 
  end if
end for
 $\lambda^{ij} = \lambda^{opt}$ 

```

---

Chaque colonne de la matrice 4.1 représente la signature de défaillance d'un capteur bien déterminé. Par conséquent, on remarque qu'un défaut au niveau de l'odomètre 1 va influencer les résidus  $KL^{21}$ ,  $KL^{12}$ ,  $KL^{31}$  et  $KL^{13}$ . Un défaut au niveau de la Kinect 1 va avoir un impact sur les résidus  $KL^{21}$  et  $KL^{31}$ , ...

Résidus	odomètre 1	odomètre 2	odomètre 3	Kinect 1	Kinect 2	Kinect 3
$KL^{21}$	1	1	0	1	0	0
$KL^{12}$	1	1	0	0	1	0
$KL^{31}$	1	0	1	1	0	0
$KL^{13}$	1	0	1	0	0	1
$KL^{32}$	0	1	1	0	1	0
$KL^{23}$	0	1	1	0	0	1

TABLEAU 4.1 – La matrice de signatures dans le cas de trois robots qui s'observent.

Dans le cas où un défaut Kinect  $i$  est détecté, les mesures correspondantes  $Z^{ji}$  ne seront plus prises en compte dans l'étape de correction du filtre. Par contre, dans le cas d'un défaut des mesures odométriques du robot  $j$ , les mesures issues des encodeurs ne peuvent plus être utilisées afin d'obtenir une estimation de la position du robot  $j$ . Par ailleurs, on peut se baser sur les observations provenant des autres robots. Pour illustrer

cette démarche, supposons que le robot  $i$  soit capable d'observer le robot  $j$ . La position du robot  $j$  s'obtient comme suit :

$$\begin{pmatrix} x^j \\ y^j \\ \theta^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^i \\ y^i \\ \theta^i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta^i x^{ji} - \sin \theta^i y^{ji} \\ \sin \theta^i x^{ji} + \cos \theta^i y^{ji} \\ \theta^{ji} \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

Les termes  $x^{ji}$  et  $y^{ji}$  sont obtenus à partir de la Kinect  $i$  et  $\theta^{ji}$  est obtenu à partir des gyromètres des robots  $i$  et  $j$ . Les gyromètres des robots  $i$  et  $j$  sont supposés être sans défaut.

$\Delta x = \cos \theta^i x^{ji} - \sin \theta^i y^{ji}$  est l'abscisse du robot  $j$  par rapport au robot  $i$  calculée dans le repère global.

$\Delta y = \sin \theta^i x^{ji} + \cos \theta^i y^{ji}$  est l'ordonnée du robot  $j$  par rapport au robot  $i$  calculée dans le repère global (figure 4.7).

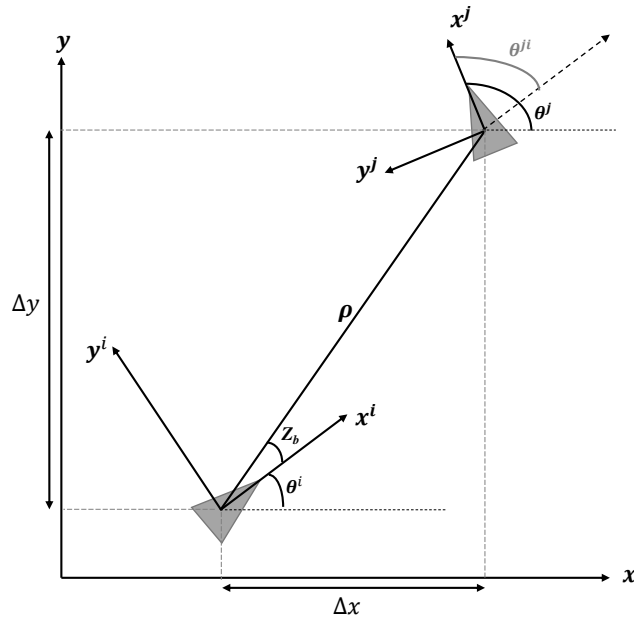


FIGURE 4.7 – Observations relatives par rapport au repère global.

A noter, pour ce cas d'étude, que l'étape de correction sera omise afin d'éviter la réutilisation de la même information.

La procédure de fusion tolérante aux défauts peut être résumée sur la figure 4.8, où une description est fournie ci-dessous :

A partir des encodeurs des roues, chaque robot calcule son estimation de pose. Pour la matrice de covariances estimée, une communication entre les robots doit être assurée.

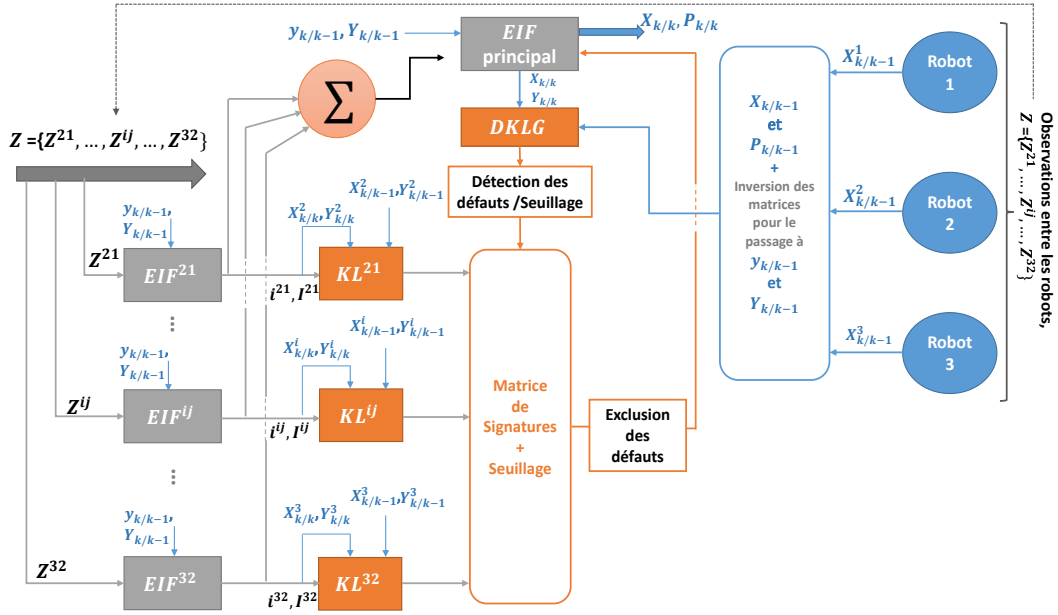


FIGURE 4.8 – L'architecture de la fusion tolérante aux défauts.

En tenant compte des observations relatives entre les robots, le filtre  $EIF^{ij}$  est utilisé afin de déterminer les contributions informationnelles de l'observation  $Z^{ij}$  ( $i^{ij}$  et  $I^{ij}$ ) qui seront envoyées vers le filtre principal ( $EIF$ ). Les sorties de ce filtre (le vecteur d'état et la matrice informationnelle) interviennent dans le calcul de la  $DKLG$  nécessitant également la connaissance de la distribution *a priori*.

Au niveau de chaque filtre  $EIF^{ij}$ , le vecteur informationnel et la matrice informationnelle du système multi-robots sont obtenus. Ils sont exploités afin de remonter au vecteur d'état et à la matrice de covariances du robot en question (le robot  $i$ ). Ces quantités sont nécessaires pour le calcul de  $KL^{ij}$ . Si un défaut est détecté en utilisant la  $DKLG$ , l'ensemble des résidus  $KL^{ij}$  est déterminé puis évalué en se basant sur les seuils adéquats. Cet ensemble sera comparé à la matrice de signatures correspondante afin d'exclure le capteur défaillant de la procédure de fusion en repassant par le  $EIF$  principal. A noter qu'un défaut provenant des observations relatives ou des encodeurs peut être détecté et isolé suivant cette approche.

A partir de ce schéma, l'aspect distribué de l'approche peut être constaté, où le calcul des contributions informationnelles ( $i^{ij}$ ,  $I^{ij}$ ) et des  $KL^{ij}$  peut être réparti sur les différents robots.

Cette méthode d'exclusion des défauts s'approche de l'architecture d'un DOS (figure 3.11). A noter que dans le cas où le robot  $i$  observe le robot  $j$ , l'état du robot  $j$  est observable.

## 4.7 Résultats et discussions

La validation de l'approche proposée est réalisée sur trois robots (Turtlebots) qui se déplacent dans un environnement clos constitué d'une salle et d'un couloir et muni d'un réseau Wi-Fi (figure 4.9).

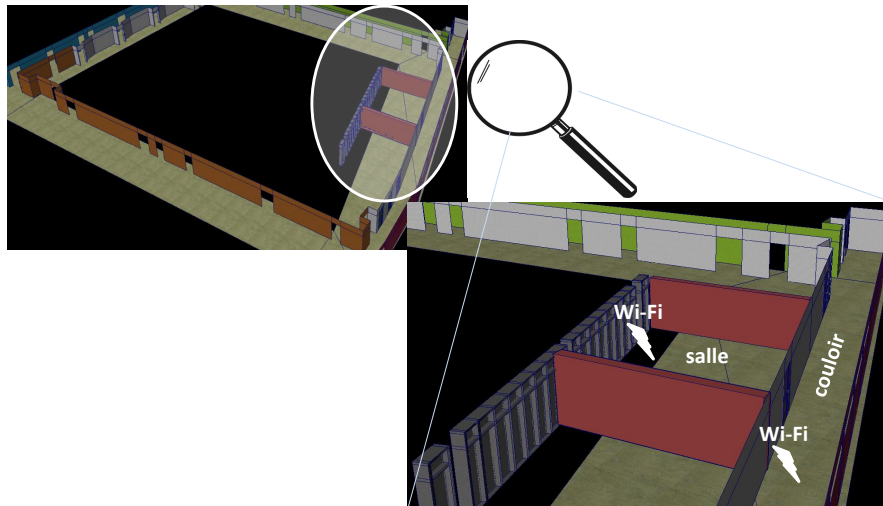


FIGURE 4.9 – Aperçu 3D de l'environnement clos.

Le Turtlebot a été introduit par la société Willow Garage en novembre 2010. Il est constitué d'une base Kobuki (figure 4.10) contenant trois capteurs de contact, un capteur de chute de roues (gauche et droite), des capteurs d'escarpement, des encodeurs qui donnent les rotations élémentaires des roues et un gyromètre mesurant les variations d'orientation du robot. Les spécifications de l'odométrie sont : 52 ticks/tour de codeur, 2578.33 ticks/tour de roue, 11.7 ticks/mm. Le Turtlebot est encore équipé d'une Kinect fournissant une image de profondeur ainsi qu'une image RVB et d'un télémètre (RPLIDAR) 360°. La figure 4.11 montre les Turtlebots en utilisant l'environnement de simulation Gazebo et en environnement réel.



FIGURE 4.10 – La base Kobuki.

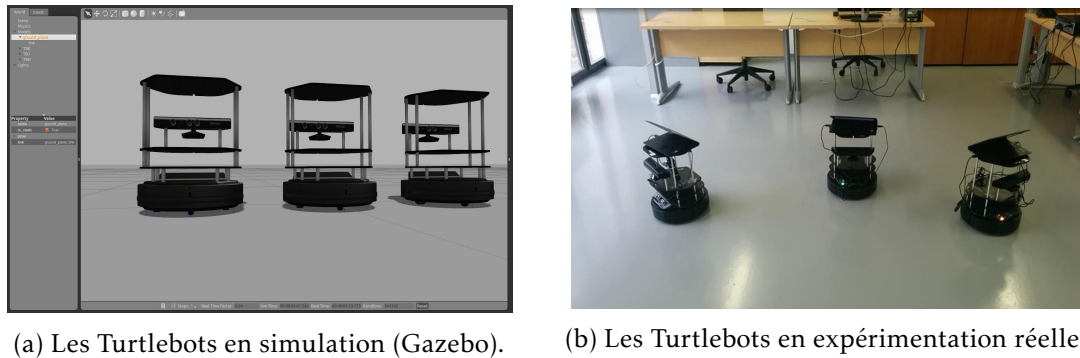


FIGURE 4.11 – Turtlebots en simulation et en environnement réel.

Erreur suivant	$x$ (m)	$y$ (m)	$\theta$ (rad)
<b>DR</b>	0.01	0.0225	0.0148
<b>IF</b>	0.0015	0.0165	0.0085

TABLEAU 4.2 – Les erreurs en position et orientation moyennées sur les trois robots dans le cas de la navigation à l'estime et dans le cas de la localisation collaborative.

Les fréquences des données fournies par les capteurs sont de 50 Hz pour les encodeurs, 30Hz pour les Kinects et 100 Hz pour les gyromètres. L'acquisition des données est produite avec une fréquence de 5Hz, considérée comme suffisante au vu de la vitesse de déplacement des robots (vitesse de pointe : 9,26 cm/s). En utilisant le logiciel Matlab et le système ROS (*Robot Operating System*), les commandes sont envoyées aux robots à partir d'une machine centrale de telle sorte que les robots suivent des trajectoires de références bien déterminées (figure 4.12). ROS est un système d'exploitation pour robot développé par la société américaine Willow garage en 2007, une documentation détaillée peut être trouvée dans [126] et [127]. Notons que nous réalisons une localisation par rapport à un repère global dont l'origine coïncide avec la position initiale du robot 1 et dont l'axe  $x$  est dirigé suivant l'orientation initiale de ce même robot.

La figure 4.13 compare les trajectoires des trois robots obtenues en utilisant la navigation à l'estime (DR) à celles calculées après la localisation collaborative en utilisant le filtre informationnel. Toutes les observations sont supposées sans défaut. Les erreurs en positions et en orientations pour les trois robots sont montrées sur la figure 4.14 où des améliorations peuvent être constatées dans le cas du passage à la localisation collaborative. Les erreurs moyennées sur les 3 robots sont données dans le tableau 4.2. Par exemple, l'erreur suivant l'axe  $x$  passe de 0.01 m dans le cas de la navigation à l'estime à 0.0015 m dans le cas de la localisation collaborative.

Pour le robot  $i$ , la région de confiance suivant l'axe  $x$  est obtenue à partir de la matrice de covariances et en utilisant la formule  $\pm 3\sqrt{P^{ii}(1,1)}$ . La figure 4.15 montre les régions de confiance des robots 1 et 3 dans le cas de la navigation à l'estime et dans le cas de la localisation collaborative. Ces intervalles correspondent à la valeur maximale de l'erreur



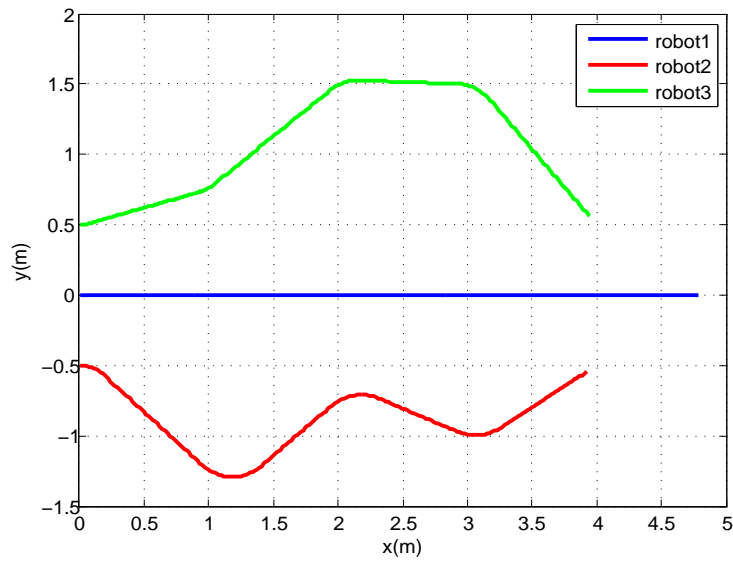


FIGURE 4.12 – Les trajectoires de références des trois robots.

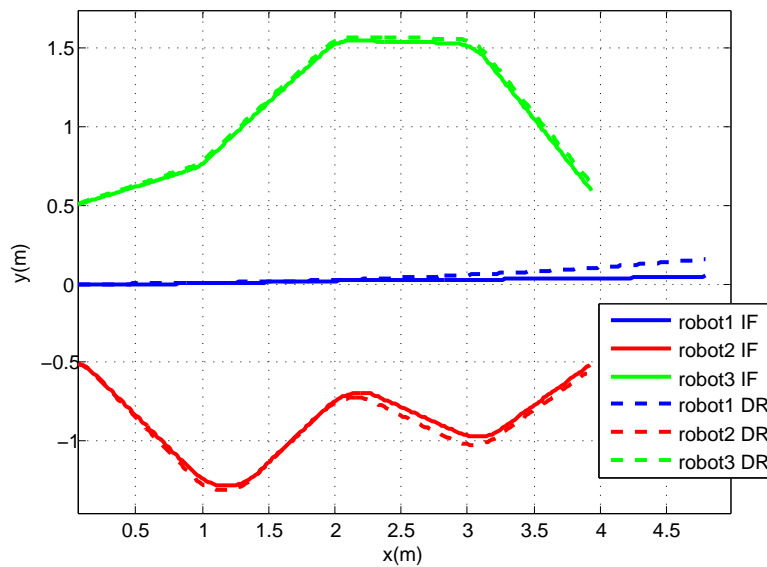


FIGURE 4.13 – Les trajectoires dans le cas de la navigation à l'estime (DR) comparées au cas de la localisation collaborative.

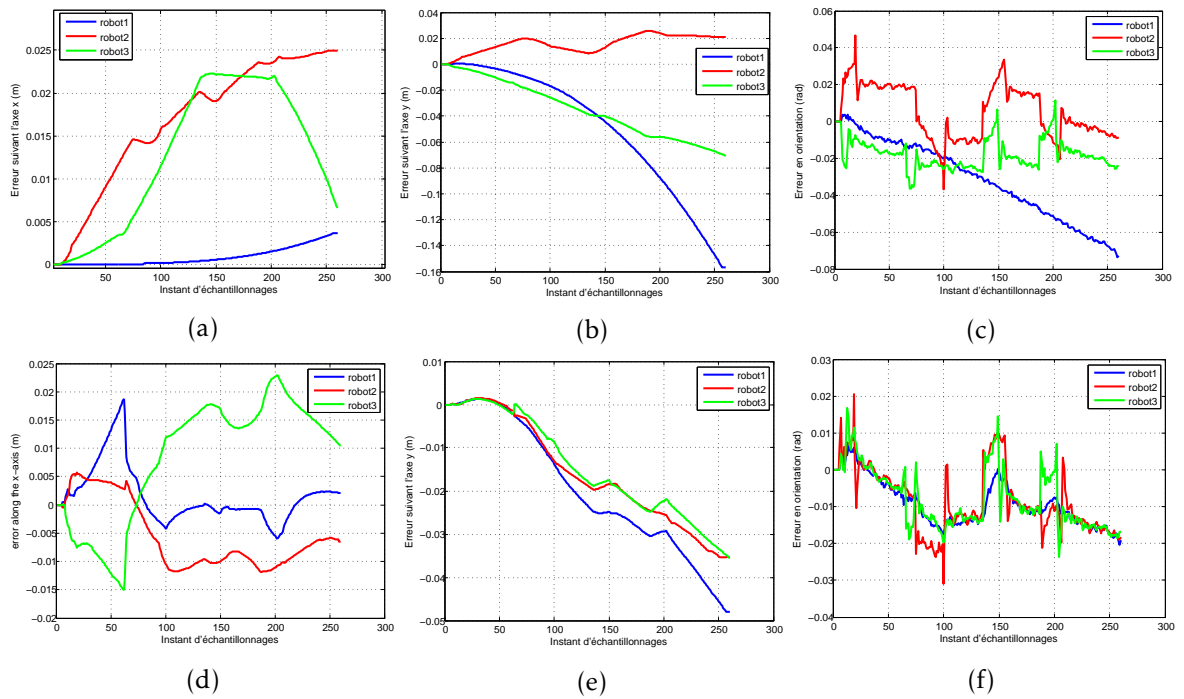


FIGURE 4.14 – Les erreurs en position et en orientation pour les trois robots dans le cas de la navigation à l'estime (figures 4.14a, 4.14b et 4.14c) et dans le cas de la localisation collaborative en utilisant le filtre informationnel (figures 4.14d, 4.14e et 4.14f).

avec une probabilité de 99.9%. Une réduction de cet intervalle est constatée dans le cas du filtre informationnel, comparativement au cas de la navigation à l'estime. Ce résultat vérifie que le filtre informationnel est un estimateur cohérent pour ce cas d'étude, étant donné que les erreurs restent dans les limites supérieures et inférieures déterminées expérimentalement.

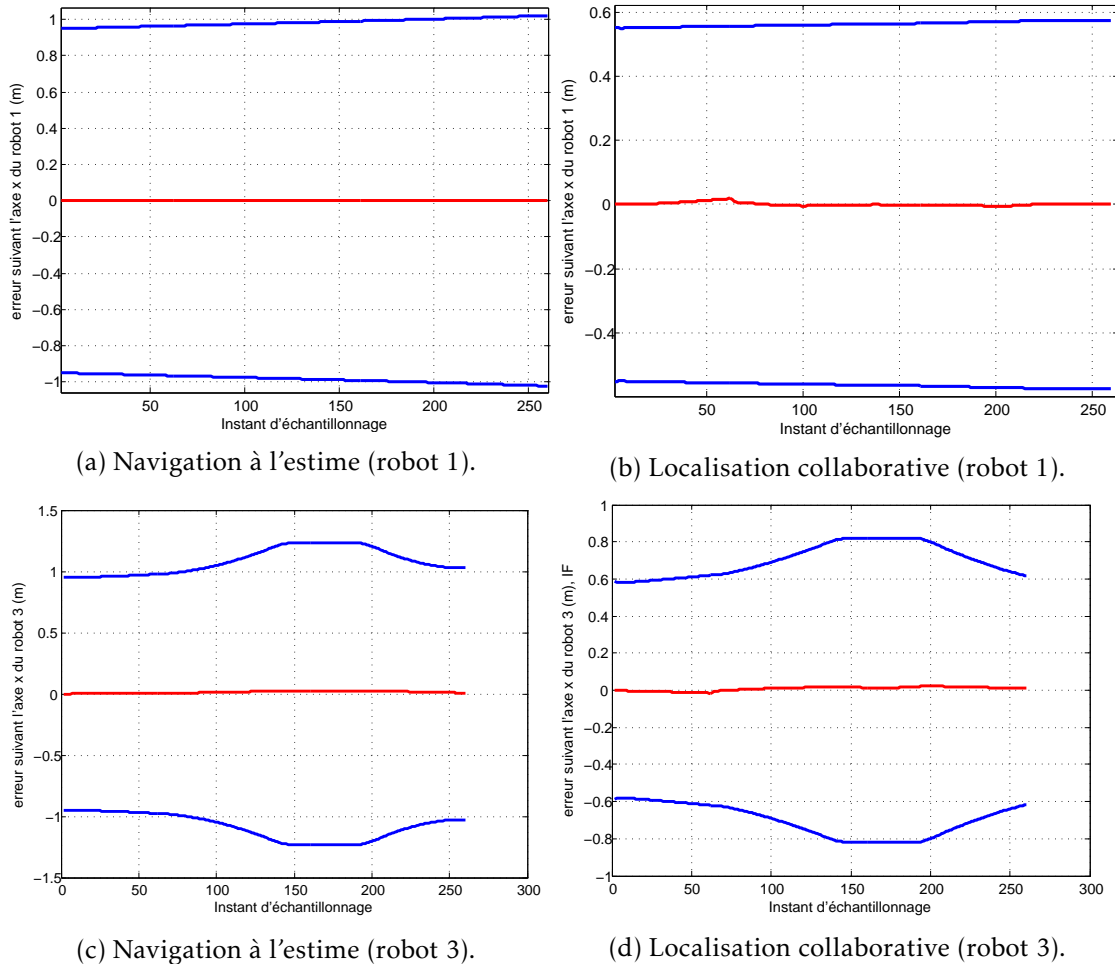


FIGURE 4.15 – Les régions de confiance  $\pm 3\sigma$  des robots 1 et 3 suivant l'axe  $x$  dans les cas de la navigation à l'estime et de la localisation collaborative.

A différents instants d'échantillonnage, des défauts capteurs sont introduits sous forme de biais ou d'une dérive avec des amplitudes différentes et sous forme de blocage des capteurs (Kinect ou encodeurs). La figure 4.16 montre l'estimation des trajectoires dans le cas où ces mesures capteurs défaillantes sont incorporées dans la procédure de fusion. Par conséquent, les trajectoires estimées divergent par rapport aux trajectoires de références (vérité terrain), ce qui affecte largement la procédure de localisation et l'objectif pour lequel le système multi-robots est employé.

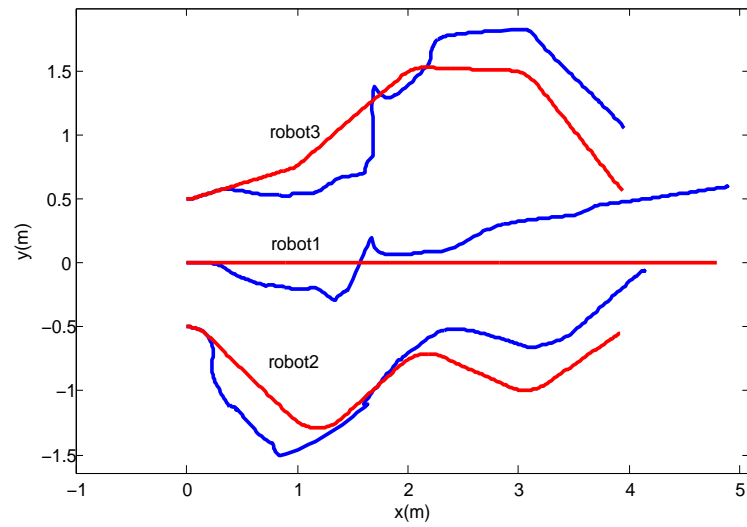


FIGURE 4.16 – Les trajectoires estimées avant la FDE (en bleu) comparées aux trajectoires de références (en rouge).

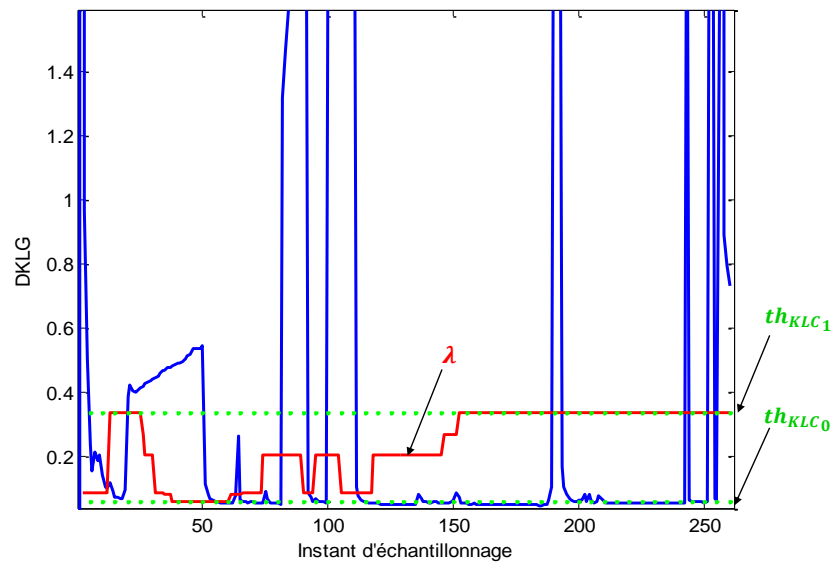


FIGURE 4.17 – La  $DKLG$  pour la détection des défauts avec le seuil (en rouge).

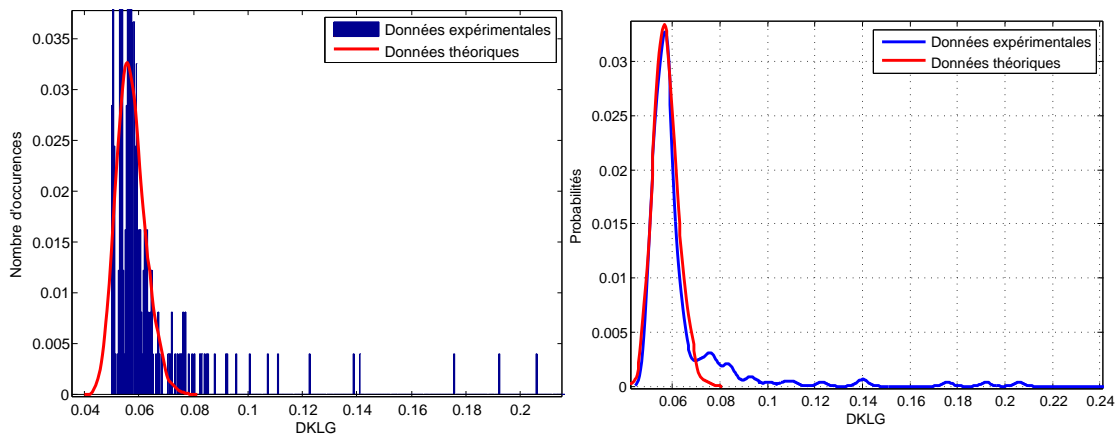


FIGURE 4.18 – Les distributions de données expérimentales et théoriques de la  $DKLG$  dans le cas « sans défaut ».

L'efficacité du résidu conçu pour la détection des défauts est prouvée sur la figure 4.17. Dans le cas du fonctionnement normal et après la convergence de la distribution *a posteriori* vers la distribution *a priori*, la  $DKLG$  s'approche de 0 (elle se trouve aux alentours de 0.06). Dans le cas de défauts et suivant l'amplitude de ce dernier, la  $DKLG$  présente des sauts plus ou moins sévères. Ces biais de la  $DKLG$  proviennent du fait que la prédiction et la correction ne sont plus compatibles et par conséquent, les observations apportent une quantité d'informations relativement importante en comparaison avec la prédiction. En effet, dans ce cas, les observations essaient, soit de compenser les défauts au niveau des encodeurs, soit d'introduire un grand écart par rapport à l'estimation prédite suite à un défaut à leur niveau.

Pour le calcul du seuil, les distributions de la  $DKLG$  dans les cas « sans » et « avec » défaut doivent être déterminées afin de maximiser  $KLS$ . La figure 4.18 montre la distribution de la  $DKLG$  dans le cas « sans défaut » : L'histogramme bleu est obtenu à partir des données expérimentales réelles en utilisant les différents capteurs intégrés aux robots dans leur fonctionnement normal ; la courbe rouge est la courbe théorique obtenue suivant l'équation 3.80. On rappelle que cette équation résulte de l'étude statistique de la  $DKLG$  dans le cas « sans défaut ». A noter que des ajustements sur cette courbe doivent être réalisés afin de prendre en compte les bruits de mesures. Dans ce but, un terme constant est ajouté à l'équation 3.80. Afin de visualiser la différence de l'ajustement des données expérimentales aux données théoriques, les fonctions de répartition correspondantes sont présentées sur la figure 4.19.

En tenant compte des différents types de défauts pouvant affecter les Kinects et les encodeurs, la distribution de la  $DKLG$  dans le cas « avec défaut » est représentée sur la figure 4.20. Une étude théorique de cette distribution n'est pas simple à réaliser, par conséquent, on se limite à la distribution empirique obtenue à partir des données disponibles tout en essayant d'englober la plus grande variété de défauts capteurs

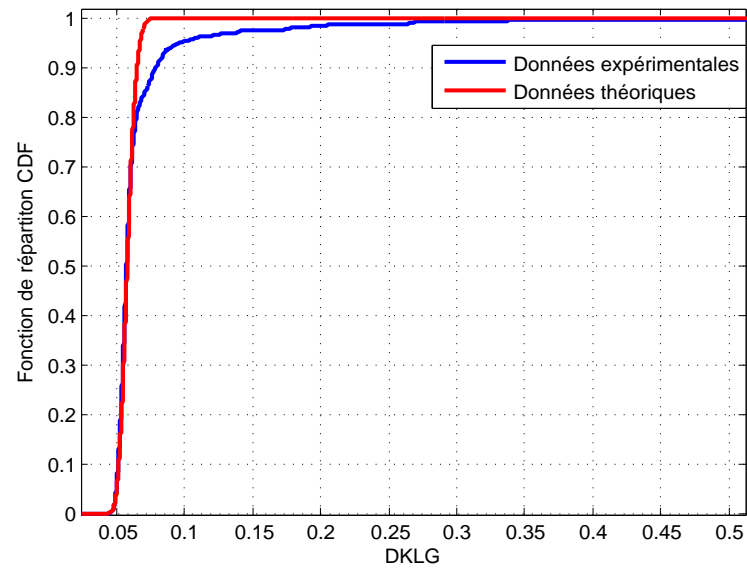


FIGURE 4.19 – Les fonctions de répartition expérimentales et théoriques de la  $DKLG$  dans le cas « sans défaut ».

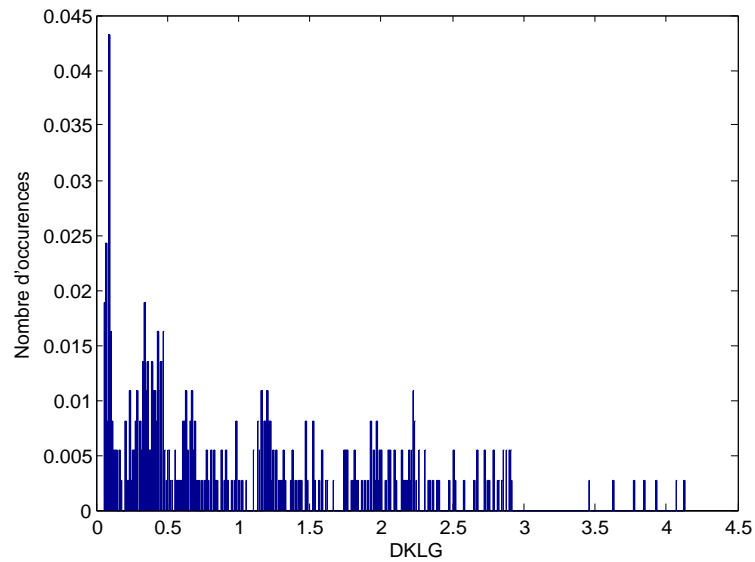


FIGURE 4.20 – La distribution de la  $DKLG$  dans le cas « avec défaut ».

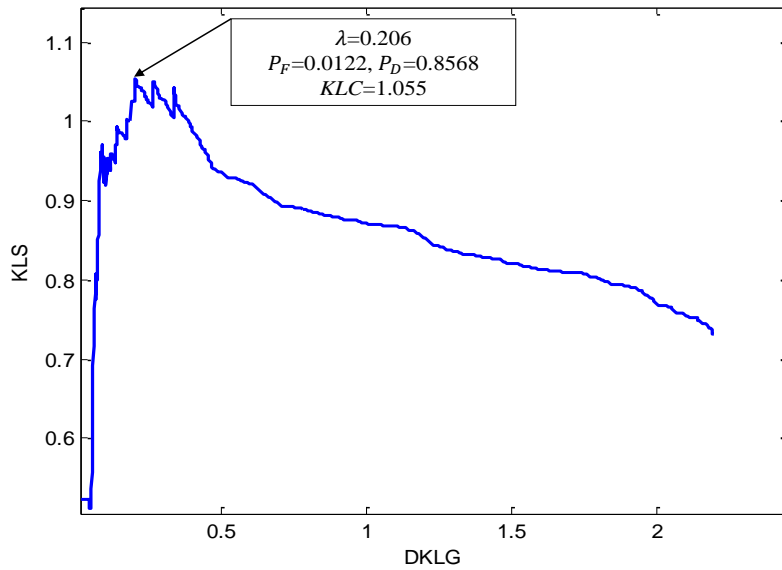


FIGURE 4.21 – La valeur optimale du seuil  $\lambda$  en utilisant le critère de Kullback-Leibler pour  $P_0 = 0.6$ .

possibles. Afin d'atteindre cet objectif, des biais de valeurs allant de 10 cm jusqu'à 1.5 m sont ajoutés sur la distance relative. De la même manière, des biais de 0.1 rad jusqu'à 0.6 rad sont introduits au niveau de l'angle de gisement. Une modélisation du blocage au niveau de  $\rho$  et de  $Z_b$  est encore réalisée. D'une façon identique, les défauts des encodeurs sont modélisés par un blocage ou un biais sur  $\omega$  ou  $\Delta$ .

A un instant  $k$  déterminé, le seuil est représenté par la valeur de la  $DKLG$  qui maximise  $KLS$  (algorithme 3). Par exemple, pour une probabilité *a priori*  $P_0 = 0.6$ , le seuil prend la valeur 0.206 (figure 4.21) correspondant à une valeur de  $P_F = 0.0122$  et  $P_D = 0.8568$ . A chaque instant  $k$ , la probabilité de l'hypothèse « système sans défaut » est obtenue à partir de la MLE et en tenant compte des décisions prises par le détecteur de l'instant 1 à  $k - 1$ . Par conséquent, la valeur de  $P_0$  s'adapte à l'historique du système (figure 4.22) conduisant à un seuil  $\lambda$  qui varie au cours du temps (figure 4.17).

Les seuils libéral ( $th_{KLC_0}$ ) et conservateur ( $th_{KLC_1}$ ) sont obtenus à partir de la maximisation respectivement de  $KLS_0$  et de  $KLS_1$ . Comme déjà évoqué dans la section 3.4.2, ces seuils sont indépendants de la valeur de  $P_0$ . Le seuil libéral  $th_{KLC_0} = 0.059$  conduit à une probabilité de fausse alarme de 0.3496 et une probabilité de détection de 1. Le seuil conservateur  $th_{KLC_1} = 0.338$  conduit à une probabilité de fausse alarme de 0.0041 et une probabilité de détection de 0.773 (figure 4.23). L'intervalle  $[th_{KLC_0}, th_{KLC_1}]$  forme une enveloppe dans laquelle le seuil varie.

La performance de l'approche de détection, en utilisant la  $DKLG$ , est montrée par la courbe ROC représentée sur la figure 4.24. La courbe se situe au-dessus de la diagonale reflétant la bonne performance du test.

Le seuil qui maximise la distance de la courbe ROC à la diagonale (l'indice de

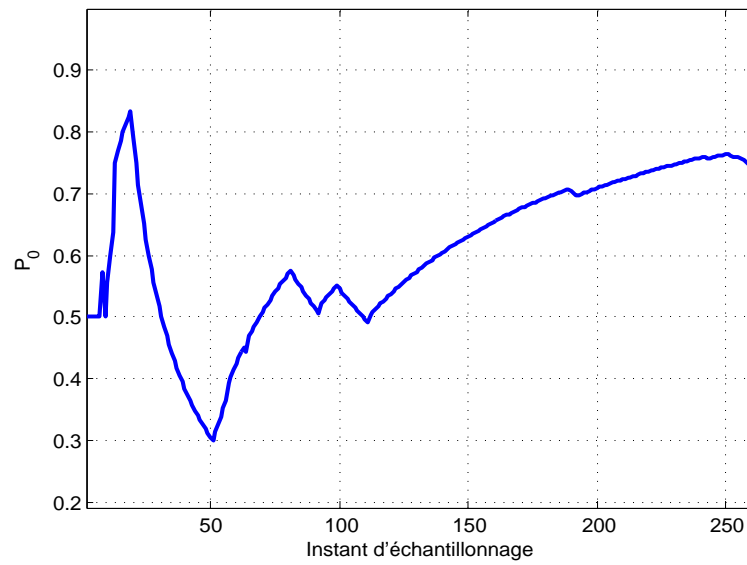
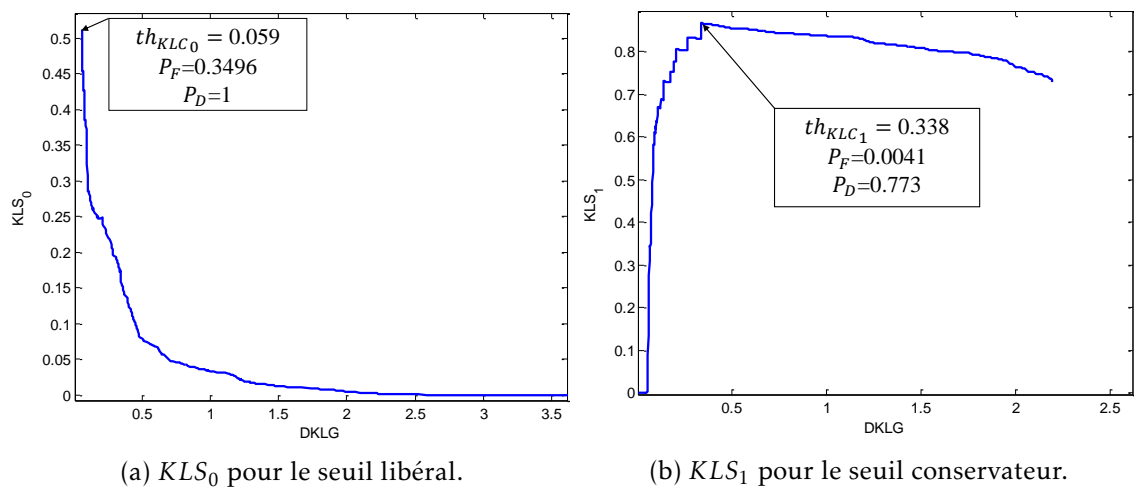


FIGURE 4.22 – La probabilité *a priori* obtenue à partir de l'estimation du maximum de vraisemblance.



(a)  $KLS_0$  pour le seuil libéral.

(b)  $KLS_1$  pour le seuil conservateur.

FIGURE 4.23 – Une représentation de  $KLS_0$  et de  $KLS_1$  pour le calcul de  $th_{KLC_0}$  et  $th_{KLC_1}$ .



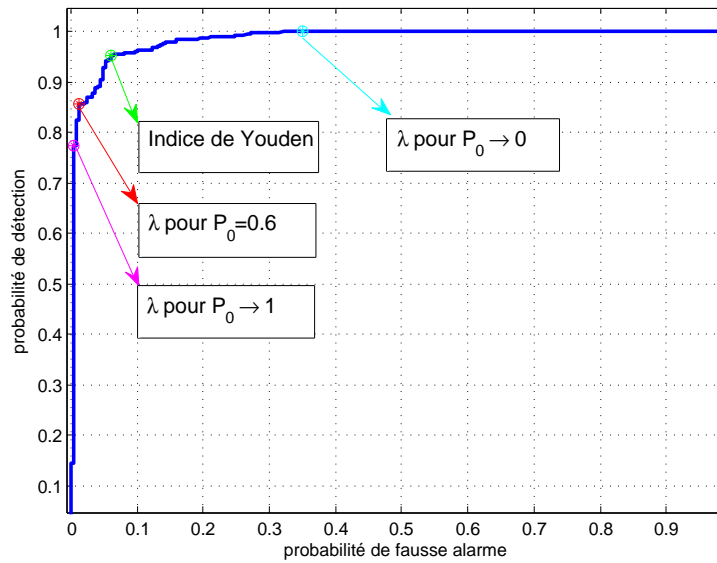


FIGURE 4.24 – La courbe ROC pour le test  $DKLG$  avec différentes valeurs de seuil.

Youden) est indiqué en vert ( $\lambda = 0.089$ ,  $P_F = 0.061$  et  $P_D = 0.9514$ ). Bien que ce point soit considéré comme étant optimal du point de vue de la courbe ROC, il ne prend pas en compte la probabilité du défaut ( $1 - P_0$ ) et les coûts des erreurs. À ajouter que l'indice de Youden conduit à un seuil fixe, alors que le  $KLC$  conduit à des seuils variables dépendant du système et de son historique.

Pour différentes valeurs de la probabilité *a priori*, le seuil optimal obtenu à partir du  $KLC$  est montré sur la courbe ROC. Pour  $P_0 \rightarrow 1$ , le seuil  $\lambda$  tend vers  $th_{KLC_1}$ , induisant une faible probabilité de fausse alarme et de détection. D'une façon similaire, si  $P_0 \rightarrow 0$ ,  $\lambda$  s'approche de  $th_{KLC_0}$  (Pour plus de détails le lecteur peut consulter la section 3.4.2).

Après l'étape de détection, les capteurs (ou mesures) défectueux doivent être exclus de la procédure de fusion. Par conséquent, l'ensemble des résidus  $KL^{ij}$  doit être déterminé (figure 4.25).

Pour le calcul des seuils, une étude similaire à celle présentée pour la  $DKLG$  est réalisée pour chaque  $KL^{ij}$  en trouvant leurs distributions de probabilités dans les cas «sans» et «avec» défaut. Par conséquent,  $f(KL^{ij}/H_0)$  et  $f(KL^{ij}/H_1)$  sont obtenues. À l'instant  $k$ , après l'estimation de la probabilité *a priori* en utilisant la MLE, la maximisation de  $KLS$  appliquée à chaque  $KL^{ij}$  conduit à la valeur optimale  $\lambda^{ij}$  du seuil.

À titre d'exemple, on prend le cas du résidu  $KL^{21}$  dont les distributions de probabilités dans les cas «sans» et «avec» défauts sont montrées sur la figure 4.26. La figure 4.27a montre les distributions de probabilités empirique et théorique de la  $KL^{21}$ . La courbe théorique est obtenue à partir de l'étude statistique réalisée dans le cas de la  $DKLG$  (équation 3.80) où  $M$  est remplacé par  $m = 3$ . Afin de visualiser la différence de l'ajustement des données expérimentales aux données théoriques, les fonctions de répartition de ces données sont montrées sur la figure 4.27b.

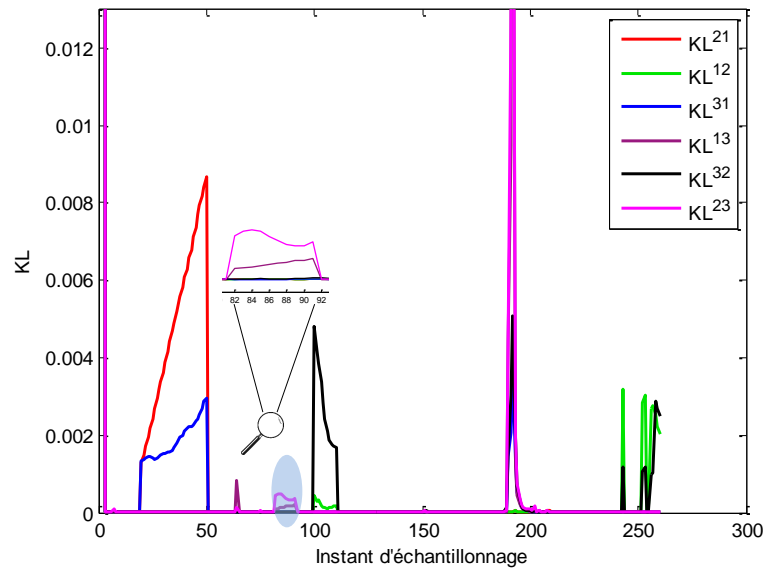


FIGURE 4.25 – L'ensemble des résidus  $KL^{ij}$  pour l'exclusion des défauts.

Pour une probabilité *a priori* de 0.6, la  $KLS$  utilisée afin d'optimiser le seuil du résidu  $KL^{21}$  est représentée sur la figure 4.28. Les seuils libéral et conservateur peuvent être obtenus en maximisant respectivement  $KLS_0$  et  $KLS_1$ . Ceci est montré sur la figure 4.29.

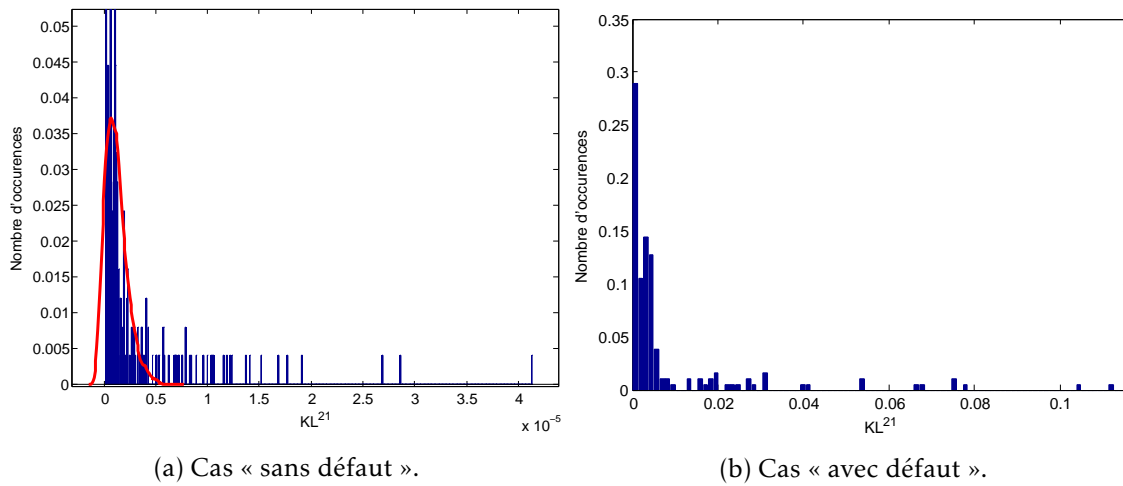
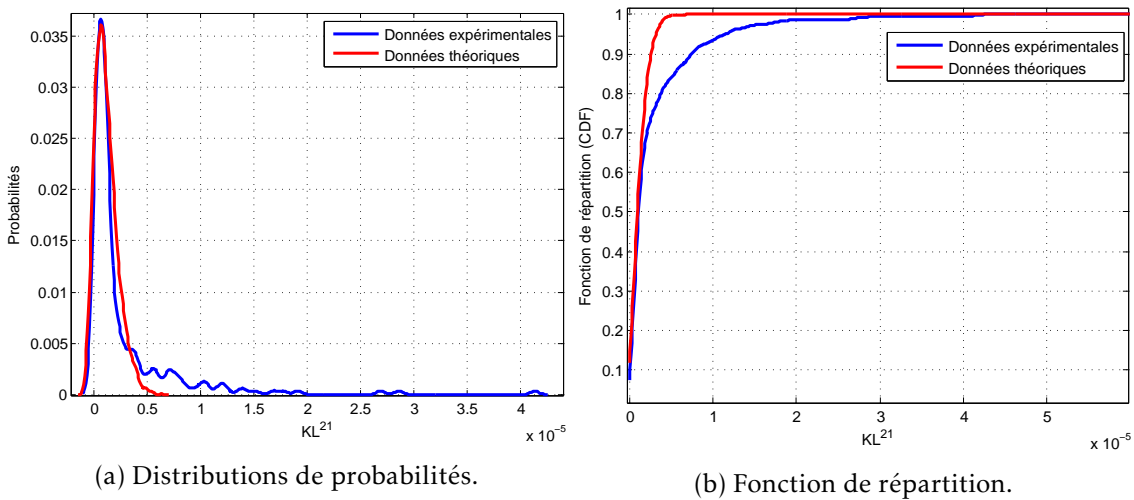
Les distributions de probabilités des différents  $KL^{ij}$  sont supposées être les mêmes. La figure 4.30 montre l'ensemble des résidus  $KL^{ij}$  avec les valeurs de seuils correspondantes.

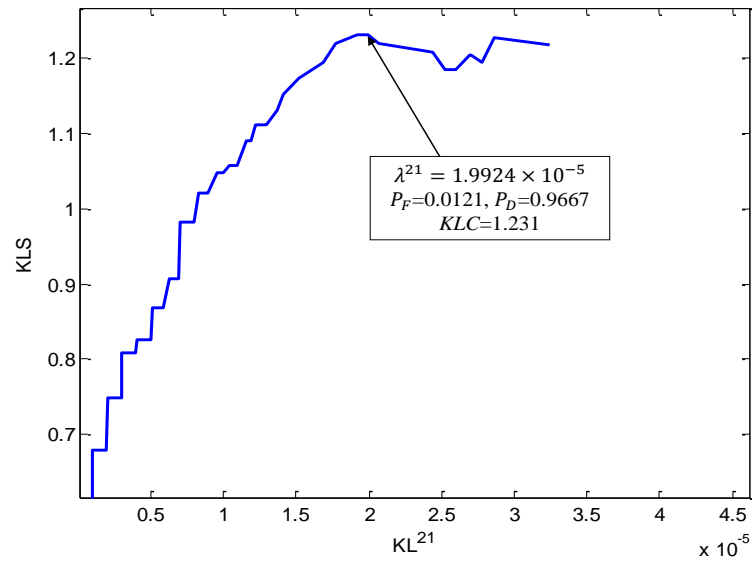
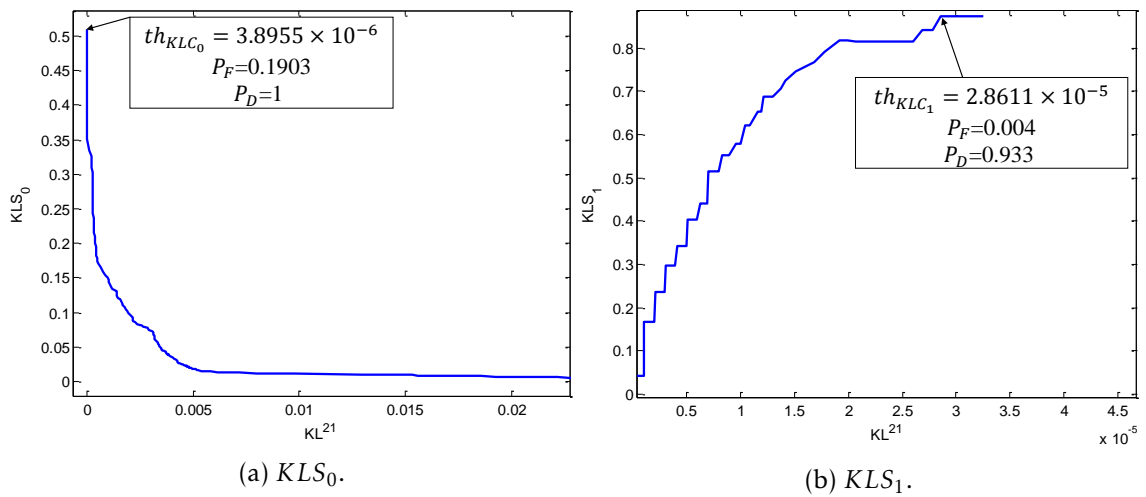
Quand un défaut est détecté en utilisant la  $DKLG$ , les capteurs défectueux peuvent être exclus de la procédure de fusion après avoir comparé les résidus de la figure 4.30 avec la matrice de signatures donnée dans le tableau 4.1.

Aux instants d'échantillonnage  $k = 20$  jusqu'à  $k = 50$ , les résidus  $KL^{21}$  et  $KL^{31}$  dépassent les valeurs de seuil correspondantes, ce qui permet d'obtenir la valeur binaire 1. Par conséquent, la Kinect 1 est déclarée en défaut pendant cet intervalle de temps. Un raisonnement similaire permet de conclure que les Kinects 3 et 2 sont défectueuses respectivement de  $k = 82$  à  $k = 91$  et de  $k = 103$  à  $k = 110$ . Les mesures issues des encodeurs du robot 3 présentent un défaut de l'instant  $k = 190$  à  $192$ .

L'estimation des trajectoires, en intégrant la procédure de détection et d'exclusion des défauts capteurs, est présentée sur la figure 4.31. La performance de notre approche est remarquable après comparaison de ces trajectoires à celles obtenues en figure 4.16.

Dans le but de quantifier la précision des estimations des poses en appliquant cette méthode de fusion tolérante aux défauts, les erreurs en position et en orientation pour les trois robots sont fournies en figure 4.32. Les valeurs maximales des erreurs sont de l'ordre de 4 cm en position et de 0.03 rad ( $\sim 1.2^\circ$ ) en orientation.

FIGURE 4.26 – Distribution de données de la  $KL^{21}$  dans les cas « sans » et « avec » défaut.FIGURE 4.27 – Les distributions de probabilités et les fonctions de répartition théorique et empirique de la  $KL^{21}$ .

FIGURE 4.28 – Optimisation du seuil du  $KL^{21}$ .FIGURE 4.29 – Les seuils libéral et conservateur obtenus à partir de la maximisation de  $KLS_0$  et de  $KLS_1$ .

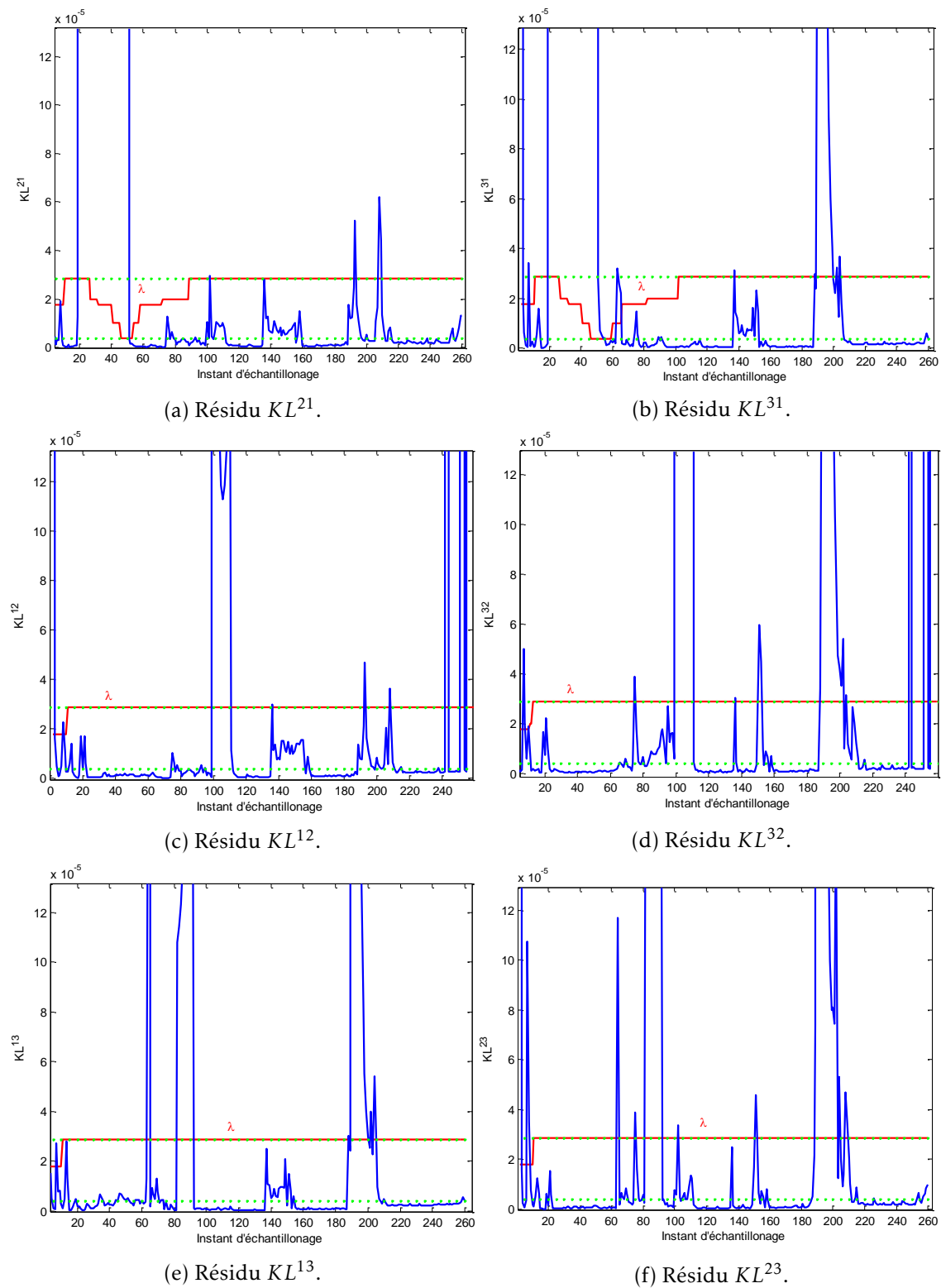


FIGURE 4.30 – Les résidus  $KL^{ij}$  avec les seuils correspondants (en rouge) et les enveloppes  $[th_{KLC_0}, th_{KLC_1}]$  (en vert).

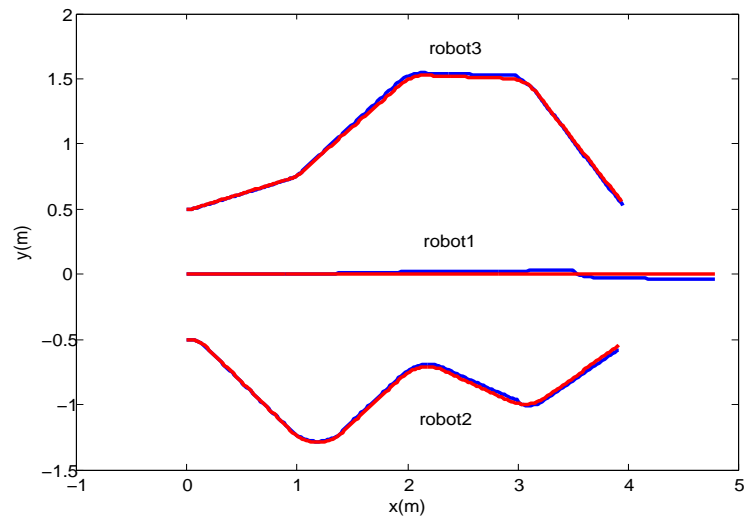
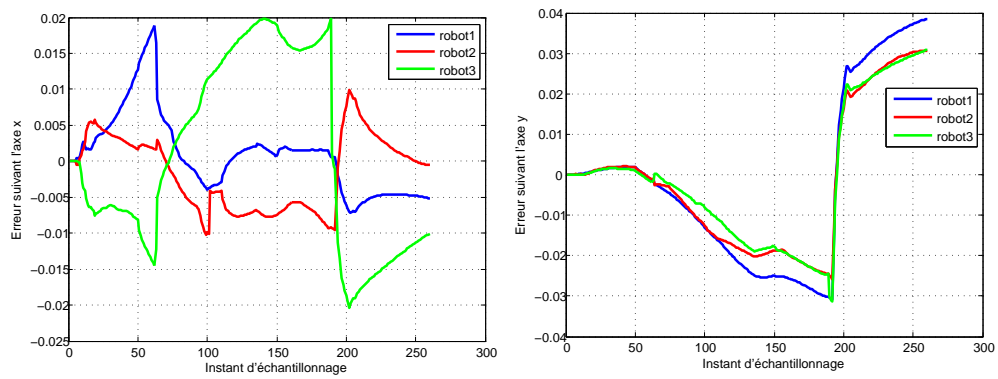
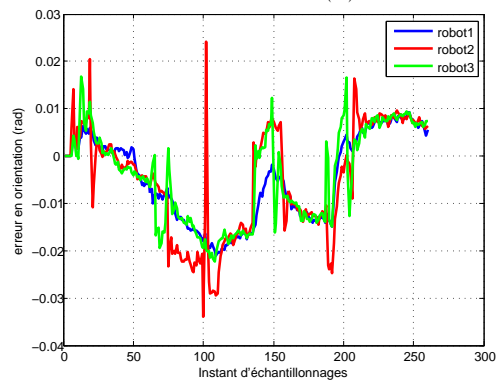


FIGURE 4.31 – Trajectoire après détection et exclusion des défauts (en bleu) comparées aux trajectoires de références (en rouge).



(a) Erreur suivant l'axe  $x$  en  $m$ .

(b) Erreur suivant l'axe  $y$  en  $m$ .



(c) Erreur en orientation en rad.

FIGURE 4.32 – Les erreurs en position et en orientation pour les trois robots.

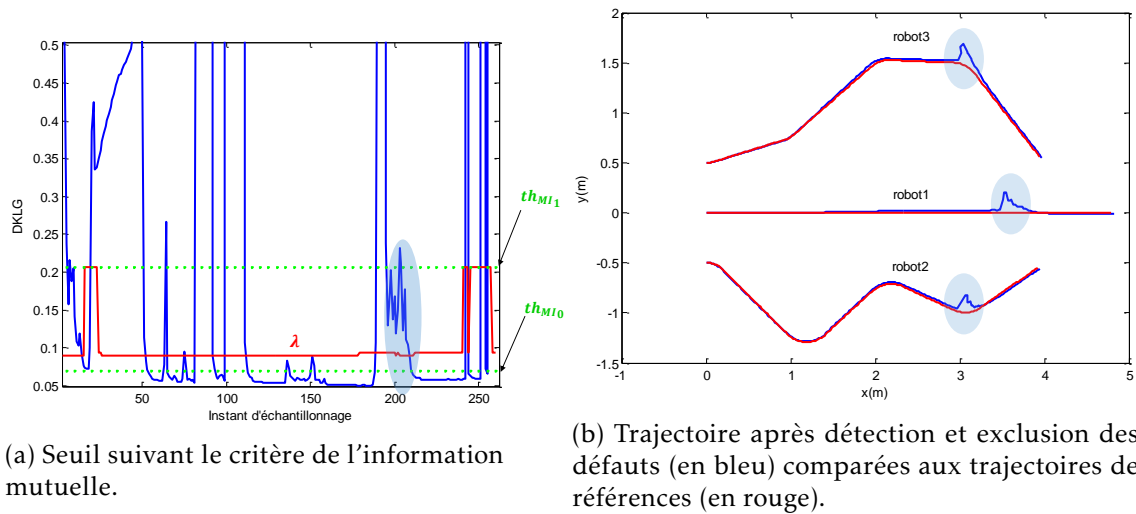


FIGURE 4.33 – Les résultats suivant le critère de l'information mutuelle.

**L'information mutuelle et l'entropie pour le seuillage** L'utilisation de l'information mutuelle pour le seuillage est montré sur la figure 4.33a. Les mêmes défauts que dans le cas précédent sont introduits afin qu'on puisse comparer la performance de ce critère avec le *KLC*. L'intervalle du seuil  $[th_{MI_0}, th_{MI_1}]$  obtenu à partir de la maximisation de  $MI_0$  et de  $MI_1$  est plus étroit que dans le cas du *KLC*, ce qui confirme notre interprétation fournie dans la section 3.4.3. Bien que pour ce cas d'étude on ne constate pas une variation de l'intervalle du seuil, en général cet intervalle dépend de la valeur de  $P_0$ .

A l'instant  $k = 192$ , le défaut des encodeurs n'a pas pu être exclu, de même, de l'instant  $k = 194$  à 205, le détecteur continue à indiquer un défaut des encodeurs du robot 3, conduisant à une probabilité de fausse alarme plus élevée que dans le cas du *KLC*. Ceci aura un impact direct sur l'estimation des trajectoires comme il est montré sur la figure 4.33b.

Les résultats fournis par le critère entropique sont exactement les mêmes que dans le cas du critère basé sur l'information mutuelle (figure 4.34), sans avoir la possibilité de construire l'intervalle des seuils. A noter que la probabilité *a priori*  $P_0$  est obtenue à partir de la MLE.

Prenons l'exemple d'une probabilité  $P_0 = 0.6$ , la valeur du seuil obtenue à partir de la minimisation de l'entropie conditionnelle (ou la maximisation de l'information mutuelle) est de  $\lambda = 0.089$ . Cette valeur correspond à une probabilité de fausse alarme de 0.061 et une probabilité de détection de 0.9514 (figure 4.35).

Pour différentes valeurs de probabilités *a priori*, le tableau 4.3 donne un récapitulatif des valeurs de seuils en utilisant le critère entropique et le *KLC* (Les résultats obtenus à l'aide de l'information mutuelle sont les mêmes que dans le cas de l'entropie).

La figure 4.36 montre la variation des seuils calculés suivant le *KLC* et le critère entropique en fonction de la probabilité *a priori*. On remarque que les seuils obtenus à l'aide du critère entropique (voire de l'information mutuelle) sont quasi-constants

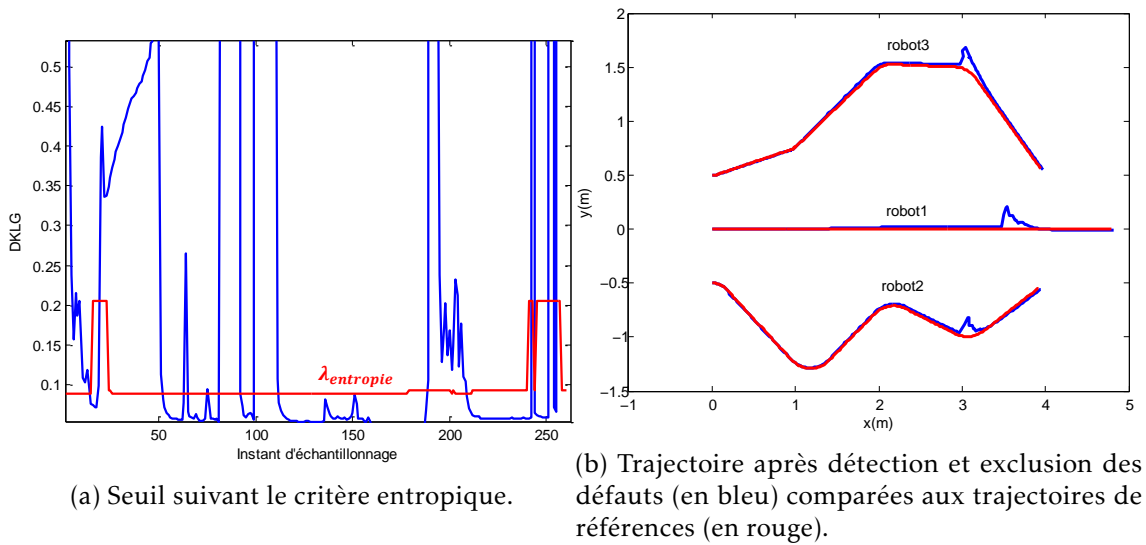


FIGURE 4.34 – Les résultats suivant le critère entropique.

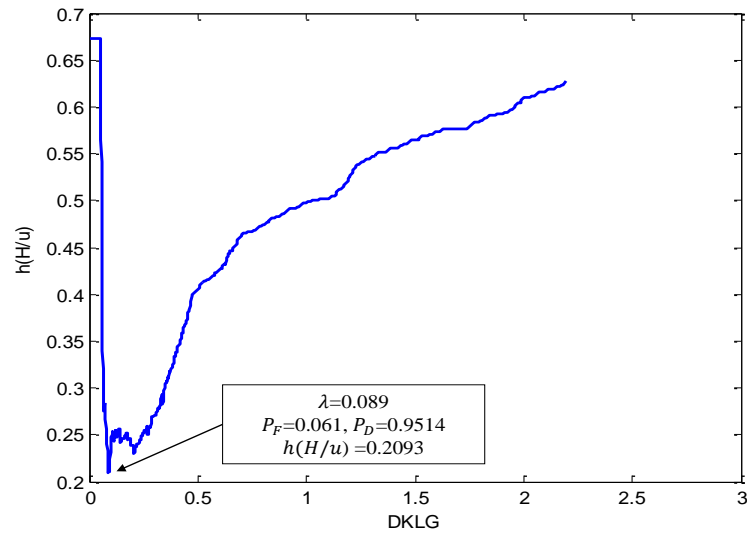


FIGURE 4.35 – Optimisation du seuil à l'aide de l'entropie conditionnelle.



$P_0$	0.0001	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	0.999
$\lambda_{KLC}$	0.059	0.059	0.061	0.089	0.206	0.338	0.338
$P_F$	0.3496	0.3496	0.2724	0.061	0.0122	0.0041	0.0041
$P_D$	1	1	0.9973	0.9514	0.8568	0.773	0.773
$\lambda_{Entropie}$	0.059	0.086	0.089	0.089	0.089	0.206	0.338
$P_F$	0.3496	0.065	0.061	0.061	0.061	0.0122	0.0041
$P_D$	1	0.941	0.9514	0.9514	0.9514	0.8568	0.773

TABLEAU 4.3 – Les valeurs du seuil obtenues suivant le *KLC* et le critère entropique appliqués sur la *DKLG*.

aux alentours de la probabilité *a priori* de 0.5. Ils ne présentent une large modification qu'aux valeurs de  $P_0$  proches de 0 ou 1. Tandis que dans le cas du *KLC*, les variations du seuil autour de  $P_0 = 0.5$  sont plus variables.

Pour la *DKLG*, la figure 4.37 montre les variations des probabilités de fausse alarme et de détection en fonction de la probabilité *a priori*. On remarque que, si  $P_0 < 0.5$  (hypothèse système en défaut est plus probable), le *KLC* autorise une plus grande probabilité de fausse alarme que dans le cas du critère entropique, dans le but d'assurer la meilleure détection. D'autre part, si  $P_0 > 0.5$  (hypothèse système normal est la plus envisageable), le *KLC* tend à réduire la probabilité de fausse alarme ce qui entraîne une réduction automatique de la probabilité de détection.

Une extension de l'approche fournie dans ce chapitre peut être trouvée dans l'annexe B.

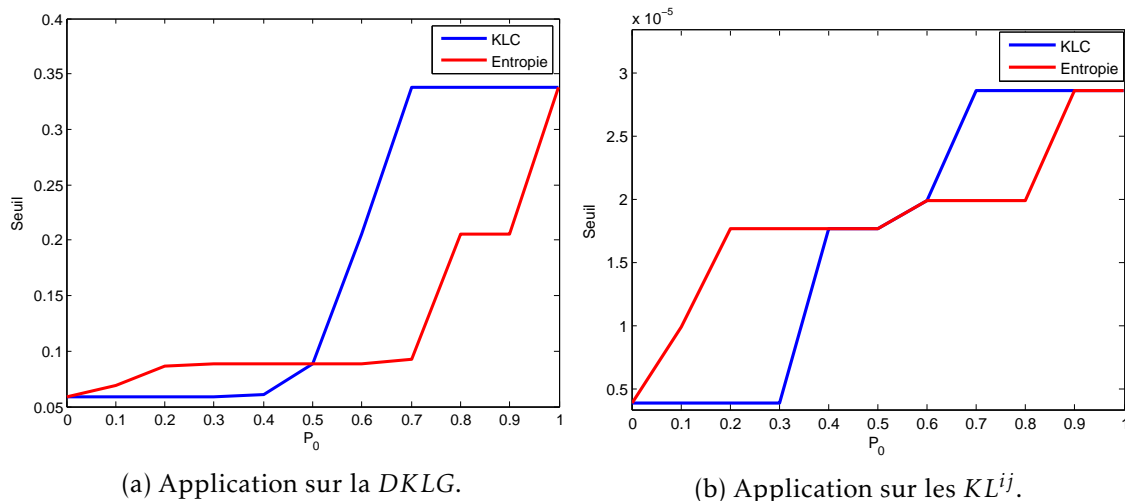


FIGURE 4.36 – Comparaison des seuils obtenus à l'aide du *KLC* et du critère entropique.

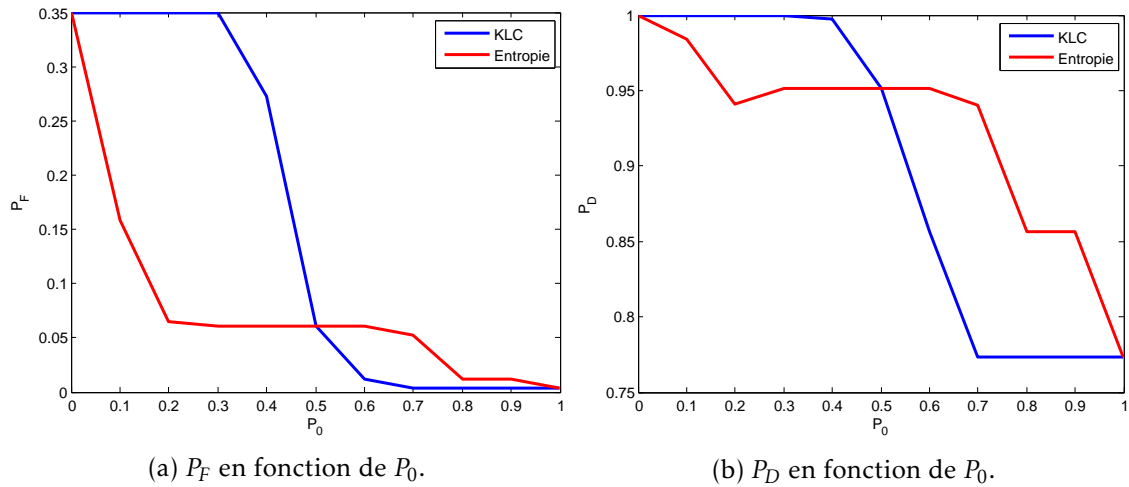


FIGURE 4.37 –  $P_F$  et  $P_D$  en fonction de  $P_0$  dans le cas de la *DKLG* : Comparaison du *KLC* au critère entropique.

#### 4.8 Comparaison avec une méthode de seuillage classique : $P_F = \text{constante}$

Dans cette partie, étant donné les distributions de probabilités dans le cas « sans défaut » pour la *DKLG* et les  $KL^{ij}$ , on souhaite trouver la valeur du seuil qui vérifie une probabilité de fausse alarme requise. Dans ce but, on fixe la probabilité de fausse alarme à une valeur déterminée, soit  $P_F = 0.03$  par exemple. Par conséquent, le seuil est obtenu en utilisant la fonction de répartition.

On rappelle la distribution théorique de la *DKLG* :

$$DKLG \sim c_1 F_{M, n-M} + c_2 \chi_{\frac{1}{2}M(M+1)}^2 + c_3 \quad (4.64)$$

Avec

$$c_1 = \frac{1}{2} \frac{M(n-1)}{(n-M)n} \quad (4.65)$$

$$c_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{n-1} \frac{1}{1 - \frac{1}{6(n-1)-1} \left( 2M+1 - \frac{2}{M+1} \right)} \quad (4.66)$$

$c_3$  est un terme constant qui provient des bruits des mesures et des erreurs de modélisation

$M$  est la dimension du vecteur d'état

$n$  est la taille d'échantillon

Par conséquent :

$$p(c_1 F_{M,n-M} + c_2 \chi_{\frac{1}{2}M(M+1)}^2 + c_3 < \lambda) = 1 - P_F \quad (4.67)$$

L'inversion de cette équation peut être réalisée directement en utilisant la boîte à outils Matlab « statistique et probabilité », et en utilisant les fonctions de répartition.

Une expression analytique du seuil peut être obtenue de la façon suivante :

$$\lambda = \max(\lambda_1, \lambda_2) \quad (4.68)$$

Avec :

$$\begin{aligned} p(c_1 F_{M,n-M} + c_3 < \lambda_1) &= 1 - P_F \\ CDF_{F_{M,n-M}}\left(\frac{\lambda_1 - c_3}{c_1}\right) &= 1 - P_F \\ \lambda_1 &= c_1 CDF_{F_{M,n-M}}^{-1}(1 - P_F) + c_3 \end{aligned} \quad (4.69)$$

Et

$$\begin{aligned} p(c_2 \chi_{\frac{1}{2}M(M+1)}^2 + c_3 < \lambda_2) &= 1 - P_F \\ CDF_{\chi_{\frac{1}{2}M(M+1)}^2}\left(\frac{\lambda_2 - c_3}{c_2}\right) &= 1 - P_F \\ \lambda_2 &= c_2 CDF_{\chi_{\frac{1}{2}M(M+1)}^2}^{-1}(1 - P_F) + c_3 \end{aligned} \quad (4.70)$$

En observant les courbes des fonctions de répartition fournies sur les figures 4.19 et 4.27b, on remarque que la courbe théorique conduit à un seuil plus petit que celui obtenu à l'aide de la courbe expérimentale et cela à une valeur de  $P_F$  déterminée. Par conséquent, le seuil théorique conduit à une probabilité de fausse alarme expérimentale supérieure à celle fixée antérieurement. Pour cette raison, afin de ne pas dépasser la valeur de  $P_F$  requise, nous utilisons les données expérimentales pour le calcul du seuil.

A noter, dans un travail futur, qu'il serait intéressant de considérer la procédure d'*overbounding* de cette courbe théorique par rapport à la courbe expérimentale, en déplaçant la fonction de répartition de la courbe théorique en-dessous de la courbe expérimentale.

Les valeurs du seuil correspondant à  $P_F = 0.03$  est de  $\lambda = 0.1389$  pour la *DKLG* et  $\lambda^{ij} = 1.4279 \times 10^{-5}$  pour les *KL<sup>ij</sup>*. Afin d'observer la performance de cette méthode de seuillage, nous effectuons des tests sur les mêmes trajectoires avec les mêmes types de défauts que dans le cas du paragraphe 4.7. La figure 4.38 montre les résultats obtenus où une divergence des trajectoires est constatée à cause d'une exclusion erronée de défauts.

A partir des expériences, on a remarqué que ces résultats peuvent présenter une amélioration ou une forte dégradation suivant la valeur de  $P_F$  fixée.

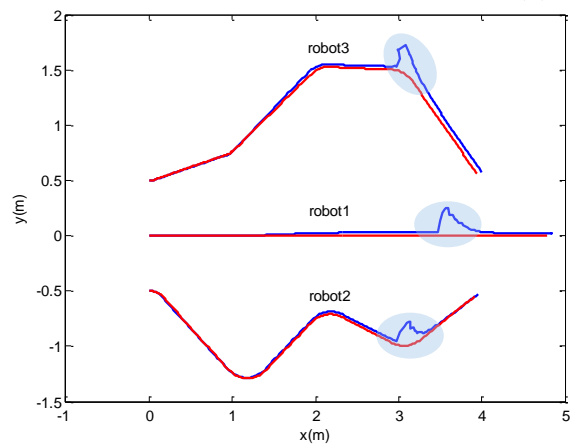
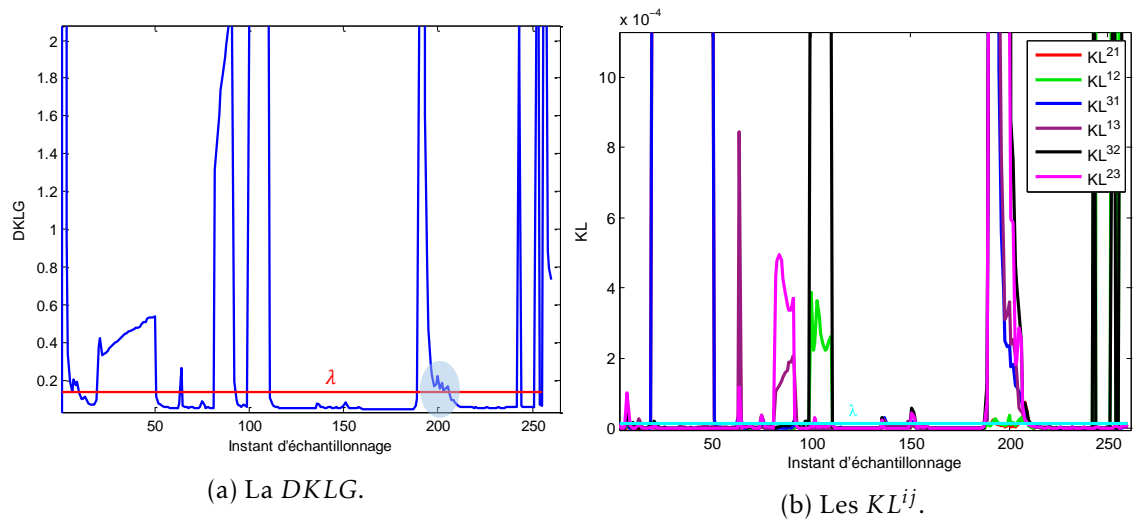


FIGURE 4.38 – Les résultats dans le cas où  $P_F$ =constante.

## 4.9 Conclusion

Ce chapitre a été dédié à la localisation collaborative d'un système multi-robots avec tolérance aux défauts capteurs. En premier lieu, un état de l'art de la localisation collaborative et de la détection des défauts d'un système multi-robots a été présenté. Puis, nous avons proposé une approche informationnelle qui permet de localiser précisément les robots tout en gérant des défauts capteurs potentiels pouvant affecter l'intégrité de la localisation. Cette approche a été développée en se basant sur la partie méthodologique développée au chapitre 3 afin de tirer profit des outils informationnels proposés.

Puis, nous avons proposé une architecture distribuée basée sur l'utilisation du filtre informationnel pour localiser précisément les robots et sur la *DKLG* pour détecter la présence d'un capteur défaillant. Pour l'exclusion des défauts, un banc de filtres informationnels est construit dont chacun utilise une mesure relative entre les robots. Ce banc permet la conception d'un ensemble de résidus  $KL^{ij}$  qui sera comparé à une table de signatures. Chaque défaut affecte un ensemble unique de  $KL^{ij}$ . Le calcul de ces résidus peut être distribué entre les différents robots.

A chaque instant  $k$ , des seuils optimaux ont été calculés au niveau de la *DKLG* et des  $KL^{ij}$  en utilisant le *KLC* proposé dans le chapitre 3. Les seuils libéral et conservateur forment une enveloppe dans laquelle le seuil optimal varie. Des comparaisons avec d'autres méthodes de seuillage ont également été proposées.

Après détection et exclusion des défauts, l'estimation des trajectoires prouve l'efficacité de l'approche pour ce type d'application.



# Localisation en milieu ouvert - Couplage serré GNSS/odométrie tolérant aux défauts

Ce chapitre est dédié à la localisation en milieu urbain avec détection et exclusion des défauts satellitaires. En première partie, une description des mesures GPS (*Global Positioning System*) est fournie. Puis le couplage des mesures GNSS et des mesures de capteurs proprioceptifs pour la localisation hybride est détaillé. Un état de l'art de la détection et de l'exclusion des défauts GNSS est également présenté. En deuxième partie, nous présentons l'approche informationnelle proposée pour la localisation hybride avec une étape de détection et d'exclusion des mesures GNSS erronées. En troisième partie, une expérimentation avec des données réelles est effectuée dans le but de tester l'approche proposée.

## 5.1 Introduction

Dans le chapitre 4, le problème de la localisation en milieu clos a été traité. Aucune mesure absolue n'était utilisée. La localisation collaborative était appliquée afin de limiter l'incertitude du positionnement à l'estime fourni par des capteurs proprioceptifs.

Dans ce chapitre, nous envisageons de traiter le problème de la localisation en milieu ouvert. L'objectif est d'utiliser les mesures GNSS (figure 5.1) afin d'obtenir un positionnement absolu par rapport à un repère global. Une brève description des différents systèmes GNSS est fournie par la suite.

Le système GPS a été développé par le département de la défense américaine en 1973. Il est devenu totalement opérationnel en 1995. En avril 2016, la constellation se constitue de 31 satellites répartis sur six plans orbitaux différents situés à une altitude de 20200 km afin de couvrir l'ensemble de la surface terrestre [128] [129].

Le système GLONASS (*GLObal NAVigation Satellite System*) est un système GNSS

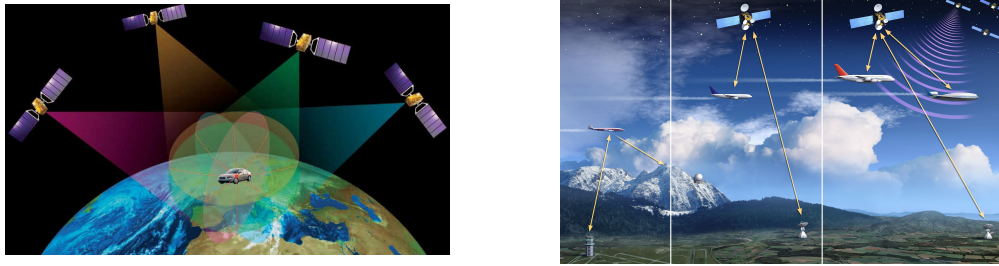


FIGURE 5.1 – Localisation GNSS.

utilisé par les forces de défense aérospatiale russe. Le système GLONASS a vu le jour pendant la période de l'union soviétique, en 1976. La constellation a été achevée en 1995. Peu après, en raison du manque de financement, le système est tombé dans un état de délabrement. En octobre 2011, la constellation orbitale complète de 24 satellites a été restaurée, permettant une couverture mondiale. Les satellites se trouvent à une altitude de 19100 km [130].

L'Union Européenne envisage de terminer le déploiement de son système de positionnement par satellite, Galileo, vers 2020. Ce système sera constitué de 30 satellites qui circuleront sur trois plans orbitaux situés à une altitude de 23222 km.

BeiDou est le système de navigation par satellites chinois. Il comporte deux constellations séparées. La première est opérationnelle uniquement en Chine depuis 2003. L'achèvement de la deuxième constellation assurera une couverture mondiale. Celle-ci est prévue pour l'année 2020.

Bien que le système GNSS assure un positionnement absolu, les signaux des satellites peuvent être masqués ou détournés par des obstacles tels que les canyons urbains ou les tunnels... Afin d'assurer la continuité et la disponibilité de la localisation pour une application de navigation, la fusion des données provenant d'autres capteurs proprioceptifs et extéroceptifs est nécessaire.

De plus, les mesures GNSS issues des satellites peuvent se dégrader, dû aux différents phénomènes qui peuvent les affecter comme les effets multi-trajets des ondes et les interférences ainsi que certains types de champs magnétiques.... Ces phénomènes introduisent des erreurs qui auront un impact direct sur l'intégrité de la localisation. Par conséquent, les mesures correspondantes doivent être corrigées ou exclues de la procédure de fusion.

Dans ce chapitre, on propose de traiter les problématiques suivantes :

1. Comment assurer la continuité et l'intégrité de la localisation en absence des signaux GNSS ou en présence de mesures erronées ?
2. Quelle est l'architecture optimale et quelle approche de détection et d'exclusion des défauts faut-il adopter ?

Dans la suite de ce chapitre, les défauts satellites ou les défauts des mesures GNSS correspondent aux différents types d'erreurs qui peuvent affecter les mesures : erreurs



provenant de la réfraction dans l'ionosphère et la troposphère, erreurs d'horloge, erreur au niveau du récepteur GNSS...

## 5.2 Les mesures GPS

Les satellites GPS émettent sur deux fréquences porteuses L1 (1575.42 MHz) et L2 (1227.6 MHz). Avec la modernisation, le système est doté d'une nouvelle fréquence L5 (1176.45 MHz). Deux codes pseudo-aléatoires sont appliqués au signal L1 : le code C/A (*Coarse Acquisition*) et le code P (*Precise*). Le signal L2 est modulé uniquement par le code P.

Les signaux GPS sont également modulés par le message de navigation fournissant des informations sur les données éphémérides.

On distingue trois types d'observations GPS : les mesures de pseudo-distance, les mesures de phase de l'onde porteuse [131] et les mesures de fréquence Doppler [132]. Dans ce chapitre, on s'intéresse à la mesure de pseudo-distance qui sera détaillée dans le paragraphe suivant.

### 5.2.1 Mesure de pseudo-distance (ou mesure de code)

Le récepteur mesure le décalage temporel  $\Delta t$  entre l'instant de réception de l'onde transmise par le satellite et l'instant de son émission. L'onde est modulée par un code pseudo-aléatoire et il est propre au satellite qu'il émet. Le récepteur connaît ce code. Il génère alors une réplique liée à sa propre horloge. Etant donné que les horloges du récepteur et de l'émetteur ne sont pas synchronisées, le terme  $\Delta t$  sera entaché d'une erreur  $\delta t$  [133] (figure 5.2).

Afin de récupérer une pseudo-distance, le décalage temporel doit être multiplié par la vitesse de la lumière ( $c$ ) :

$$\rho_{i,t_r} = c(t(t_r) - t_i(t_e)) \quad (5.1)$$

avec

$$t(t_r) = t_r + \delta t_r \quad (5.2)$$

$$t_i(t_e) = t_e + \delta t_i \quad (5.3)$$

$\rho_{i,t_r}$  est la mesure de la pseudo-distance entre le récepteur et le satellite «  $i$  »

$t(t_r)$  est l'instant de réception dans l'échelle de temps récepteur

$t_i(t_e)$  est l'instant d'émission dans l'échelle de temps émetteur

$\delta t_r$  est le décalage d'horloge du récepteur à l'instant de réception par rapport au temps de référence GPS

$\delta t_i$  est le décalage d'horloge de l'émetteur à l'instant d'émission par rapport au temps de référence GPS

$t_r$  est l'instant de réception dans l'échelle de temps GPS

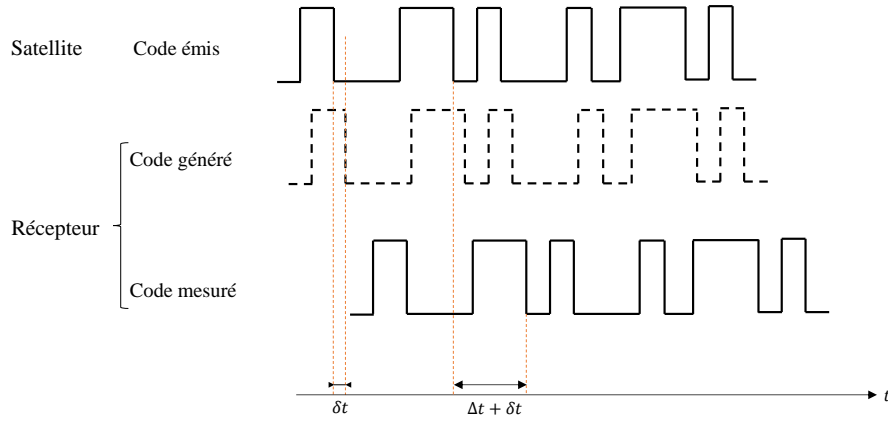


FIGURE 5.2 – Mesure de code.

$t_e$  est l'instant d'émission par le satellite  $i$  dans l'échelle de temps GPS

Les mesures de pseudo-distances sont affectées par plusieurs types d'erreurs. Elles peuvent être modélisées comme suit [25] [134]:

$$\rho_{i,t_r} = r_i(t_r, t_e) + c(\delta t_r - \delta t_i) + I_i + T_i + \epsilon_i(t_r) \quad (5.4)$$

où :

$r_i(t_r, t_e)$  est la distance géométrique entre le satellite  $i$  et le récepteur

$I_i$  est l'erreur ionosphérique

$T_i$  est l'erreur troposphérique

$\epsilon_i(t_r)$  est le bruit de mesure sur la pseudo-distance

$$r_i(t_r, t_e) = \sqrt{[x(t_r) - x_i(t_e)]^2 + [y(t_r) - y_i(t_e)]^2 + [z(t_r) - z_i(t_e)]^2} \quad (5.5)$$

avec

$[x(t_r), y(t_r), z(t_r)]$  la position du récepteur à l'instant  $t_r$  par rapport au repère ECEF (*Earth-Center, Earth-Fixed*);

$[x_i(t_e), y_i(t_e), z_i(t_e)]$  la position du satellite  $i$  à l'instant  $t_e$  par rapport au repère ECEF.

La précision atteinte sur les pseudo-distances est de l'ordre de 1m dans le cas où cette mesure est effectuée sur le code C/A. Avec le code P, la précision est de l'ordre de 0.3 m.

A partir du message de navigation, on peut déterminer le décalage de l'horloge du satellite ainsi que les erreurs ionosphérique et troposphérique. En supposant que ces corrections soient appliquées sur la pseudo-distance, celle-ci peut s'écrire de la façon suivante :

$$\rho_{i,t_r} = r_i(t_r, t_e) + c\delta t_r + \epsilon_i(t_r) \quad (5.6)$$

Le décalage  $\delta t_r$  dépend du récepteur. Par conséquent,  $\delta t_r$  est considéré comme étant l'une des inconnues du système. Afin de trouver la position du récepteur à l'aide des mesures de pseudo-distances, quatre observations sont requises, et le système non-linéaire suivant doit être résolu :

$$\begin{aligned}\rho_1(t_r) &= \sqrt{[x(t_r) - x_1(t_e)]^2 + [y(t_r) - y_1(t_e)]^2 + [z(t_r) - z_1(t_e)]^2} + c\delta t_r \\ \rho_2(t_r) &= \sqrt{[x(t_r) - x_2(t_e)]^2 + [y(t_r) - y_2(t_e)]^2 + [z(t_r) - z_2(t_e)]^2} + c\delta t_r \\ &\vdots \\ \rho_N(t_r) &= \sqrt{[x(t_r) - x_N(t_e)]^2 + [y(t_r) - y_N(t_e)]^2 + [z(t_r) - z_N(t_e)]^2} + c\delta t_r\end{aligned}$$

avec  $N \geq 4$ .

### 5.2.2 Equations d'observations

Considérons le cas de  $N$  mesures satellitaires à l'instant  $k$ . L'équation d'observations peut se mettre sous la forme suivante :

$$Z_k = h_k(X_k) + v_k \quad (5.7)$$

Où :

$X_k$  est le vecteur d'état :  $[x_k, y_k, z_k, c\delta t_r]$  avec  $[x_k, y_k, z_k]$  la position du récepteur

$Z_k$  est le vecteur d'observations constitué de  $N$  mesures de pseudo-distances

$v_k$  est le bruit sur les mesures de pseudo-distances supposé être un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariances  $R$ .

$h_k$  est une fonction non-linéaire qui lie les paramètres à estimer aux observations.

Le modèle d'observations est non linéaire, sa linéarisation autour d'une position prédite  $\widehat{X}$  conduit à l'équation suivante :

$$Z_k = h_k(\widehat{X}) + H_k \Delta X_k + v_k \quad (5.8)$$

avec  $H_k = \frac{\partial h_k}{\partial X} \Big|_{\widehat{X}}$  :

$$H_k = \begin{pmatrix} \frac{\widehat{x}-x_1}{r_1} & \frac{\widehat{y}-y_1}{r_1} & \frac{\widehat{z}-z_1}{r_1} & 1 \\ \frac{\widehat{x}-x_2}{r_2} & \frac{\widehat{y}-y_2}{r_2} & \frac{\widehat{z}-z_2}{r_2} & 1 \\ \vdots & & & \\ \frac{\widehat{x}-x_N}{r_N} & \frac{\widehat{y}-y_N}{r_N} & \frac{\widehat{z}-z_N}{r_N} & 1 \end{pmatrix}_k \quad (5.9)$$

et :

$$\Delta Z_k = Z_k - h_k(\widehat{X}) = H_k \Delta X_k + v_k \quad (5.10)$$

où  $r_i$  représentent la distance géométrique entre le satellite  $i$  ( $i = 1 \dots N$ ) et le récepteur (équation 5.5).

$\Delta X_k$  est l'erreur sur l'estimation du vecteur d'état à l'instant  $k$ .

Une résolution classique de ce système d'équation peut se faire d'une manière instantanée à l'aide des méthodes des moindres carrés [135] ou d'une façon récursive en utilisant le filtre de Kalman [25].

### 5.3 Localisation hybride

Cette section porte sur le couplage GNSS/capteurs proprioceptifs. On débute cette section par un état de l'art sur la localisation hybride et sur les types de capteurs qui peuvent être employés. En général, on peut distinguer le couplage lâche et le couplage serré. Un résumé de ces couplages sera présenté tout en détaillant les avantages et les inconvénients liés à chacun.

#### 5.3.1 Couplage GNSS/capteurs proprioceptifs

Les techniques de localisations absolue et relative admettent des limitations et des avantages. L'avantage principal de la localisation relative est sa fréquence d'acquisition élevée, ce qui permet un calcul plutôt précis de la position du véhicule à court terme. Cette méthode présente l'inconvénient de l'accumulation des erreurs conduisant à une dérive à long terme. De plus, la localisation se produit le plus souvent par rapport à un repère attaché à la configuration initiale du véhicule.

Le positionnement absolu (par rapport à un repère global) n'est pas entaché des problèmes de divergence ou d'initialisation mais présente les problèmes de fréquence parfois insuffisante et de l'indisponibilité des données. En effet, la continuité de localisation dépend de la visibilité des satellites dans le cas de la localisation avec des mesures GNSS ou des amers dans le cas de la localisation avec des caméras ou des télémètres.

Une approche qui vise à exploiter les avantages de ces deux méthodes tout en palliant leurs inconvénients consiste à fusionner les deux types de mesures afin d'obtenir une estimation fiable, continue et précise de la position.

Les capteurs proprioceptifs les plus utilisés dans ce type de fusion sont la centrale inertielle, l'odomètre et les encodeurs. Le couplage le plus répandu est celui du GNSS avec une centrale inertielle, connu sous le nom de couplage GNSS/INS (*Inertial Navigation System*)<sup>1</sup> [136]; il est surtout utilisé dans le domaine de l'aéronautique.

Afin de limiter le coût élevé induit par la centrale inertielle, Iqbal et al. [137] ont exploré un système réduit comportant un gyromètre à un seul axe et un accéléromètre à 2 axes. De même, dans [138] [139], les auteurs ont comparé la performance de la navigation obtenue par couplage GPS/vitesse des roues au couplage GPS/vitesse des roues/gyromètre. Ce travail conclut que les systèmes de navigation à base de vitesse de

1. IMU : *Inertial Measurement Unit* se réfère aux systèmes constitués d'accéléromètres et de gyromètres sans le calculateur, tandis que l'INS intègre aussi la partie calculatoire qui fournit une solution de navigation.

Méthode de la localisation	Qualité de la localisation	Autonomie	Coût	Facilité de la mise en œuvre
Odométrie	- ou + suivant la surface de la route	+	+	+
INS	+	+	-	-

TABLEAU 5.1 – Comparaison des localisations à l'estime basées sur l'odométrie et la centrale inertielle.

roues et à base de gyromètre fournissent des résultats comparables lors de la navigation sur des surfaces de route lisses. Cependant, les erreurs produites par un système de navigation à l'estime basé sur les vitesses de roues croient deux fois plus rapidement qu'un système à base de gyromètre dans le cas de surfaces irrégulières.

Afin d'améliorer les performances de la fusion de mesures GPS avec les données provenant de capteurs de mouvements, Chen *et al.* [140] ont proposé de combiner les techniques de reconnaissance des formes statistiques avec une approche classique de suivi multi-modèles du véhicule.

Dans [132], l'auteur a proposé une méthode de localisation 3D par fusion odométrie et GPS, puis il a élargi l'approche afin d'incorporer la cartographie. Enfin, il a comparé les différentes approches de localisation (la cartographie, l'odométrie, la centrale inertielle et les mesures GPS).

Le tableau 5.1 permet de comparer les performances de l'odométrie et de l'INS.

En général, deux types de couplages sont envisagés : le couplage serré (*Tightly coupled*) et le couplage lâche (*Loosely coupled*) [132] [136].

### 5.3.2 Couplage lâche

Le récepteur GNSS fournit :

- les mesures de bas niveau qui sont les messages de navigation, les mesures de pseudo-distances et d'effet Doppler
- et la position  $[x, y, z]$  du récepteur issue d'un filtre interne

Le couplage lâche consiste à fusionner la position  $[x, y, z]$  avec la position à l'estime d'autres capteurs proprioceptifs.

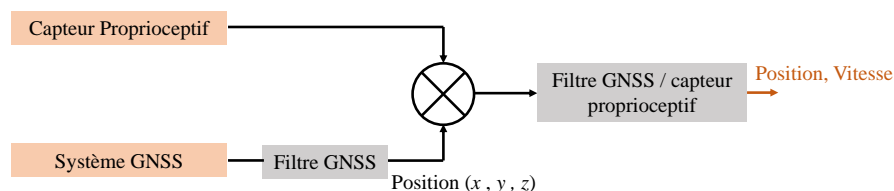


FIGURE 5.3 – Architecture du couplage lâche.

### 5.3.3 Couplage serré

Au lieu d'utiliser la solution de navigation calculée par le récepteur GNSS, le couplage serré permet d'exploiter directement les mesures de bas niveau (figure 5.4).

Un seul filtre fusionne les mesures satellitaires et les mesures provenant des capteurs proprioceptifs.

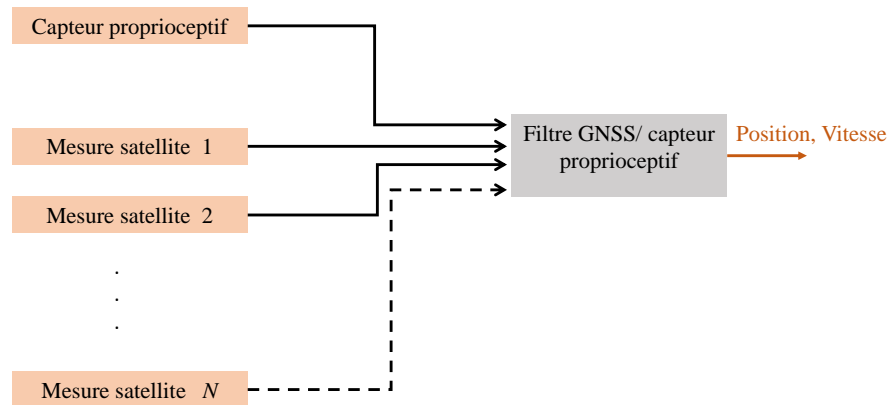


FIGURE 5.4 – Architecture du couplage serré.

### 5.3.4 Comparaison couplage lâche/couplage serré

Les couplages lâche et serré admettent des avantages et des inconvénients qui sont résumés dans le tableau 5.2.

L'avantage principal du couplage lâche est la simplicité de sa mise en œuvre. Du point de vue calculatoire, cette hybridation présente l'avantage de la répartition du temps de calcul sur deux filtres. De même, le système est robuste vis-à-vis des défauts qui peuvent affecter les capteurs proprioceptifs et les mesures GNSS car ces deux systèmes peuvent opérer d'une façon indépendante. Cependant, l'utilisation des deux filtres en cascade admet l'inconvénient de dupliquer le bruit de processus deux fois, ce qui affecte la performance du système [141] [142]. De plus, suivant cette approche, si le nombre de mesures satellitaires est inférieur à 4, la solution GNSS doit être ignorée complètement [143] [144].

Contrairement au couplage lâche, le couplage serré permet de tirer bénéfice de chaque mesure satellitaire dès sa disponibilité sans un nombre minimum requis. De même, il est possible d'ajouter une étape de diagnostic des mesures erronées. En effet, la détection d'une mesure erronée (pseudo-distance, mesure Doppler,...) est possible en comparant sa cohérence avec les autres mesures.

Dans ce chapitre, on propose une méthode de localisation avec tolérance aux défauts satellitaires, suivant un couplage serré GPS et odomètre.

Méthode de Couplage	Qualité de la localisation	Tolérance aux Défauts	Coût	Robustesse	Nombre de mesures satellites <4
Lâche	-	-	+	+	-
Serré	+	+	-	-	+

TABLEAU 5.2 – Comparaison du couplage lâche et du couplage serré.

## 5.4 Travaux existants sur la détection et exclusion des défauts GNSS

Le RAIM (*Receiver Autonomous Integrity Monitoring*) est une méthode de surveillance de l'intégrité de la navigation en utilisant des signaux redondants (pseudo-distances par exemple) afin de détecter des défauts au niveau des satellites. Les méthodes RAIM traditionnelles se basent uniquement sur la détection des défauts, tandis que des nouveaux récepteurs GPS élargissent le RAIM afin d'inclure une exclusion de défauts assurant une continuité de la navigation. Dans le cas de détection, un minimum de 5 satellites est nécessaire alors que pour l'exclusion un minimum de 6 satellites est requis [25]. Pour les algorithmes RAIM, aucune hybridation des mesures GPS avec d'autres capteurs proprioceptifs n'est réalisée.

En général, dans le contexte du RAIM, le contrôle d'intégrité se réalise en utilisant :

- La méthode résiduelle des moindres carrés LSR-RAIM (*Least Square Residual (LSR)*)[145]: un résidu est construit à partir de la différence entre les mesures et les estimations obtenues par la solution des moindres carrés.
- La méthode de projections dans l'espace de parité [146]: la variable de test est construite après passage dans l'espace de parité.
- La comparaison des pseudo-distances [147]: Dans le cas où l'on a plus de 4 satellites en vue, une solution de navigation peut être obtenue en satisfaisant les 4 premières équations de mesure. La solution résultante est ensuite utilisée afin de prédire les mesures de pseudo-distance restantes. La différence entre la pseudo-distance mesurée et celle prédite est utilisée afin de détecter une mesure erronée.
- La méthode MSS (*Multiple Solution Separation*) [148]: Cette méthode agit dans l'espace d'état et non dans l'espace d'observations, ce qui n'est pas le cas des méthodes précédemment citées. C'est une approche plus fondamentale, car en général on ne se soucie pas de l'erreur si celle-ci n'a pas un effet direct sur la position.

Les méthodes LSR-RAIM et MSS sont présentées dans les paragraphes suivants.

### 5.4.1 La méthode RAIM basée sur la méthode LSR

En utilisant l'équation 5.10, la solution des moindres carrés s'écrit :

$$\Delta \hat{X} = [H^T H]^{-1} H^T \Delta Z \quad (5.11)$$

On s'affranchit de l'indice  $k$  pour une meilleure lisibilité.

**Remarque :** Dans le cas où la matrice de covariances des mesures ( $R$ ) est connue, une estimation des moindres carrés pondérés peut être déterminée [149]:

$$\Delta\widehat{X} = [H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1} \Delta Z \quad (5.12)$$

Par conséquent, l'estimation  $\Delta\widehat{Z}$  est :

$$\begin{aligned} \Delta\widehat{Z} &= H\Delta\widehat{X} \\ &= H[H^T H]^{-1} H^T \Delta Z \end{aligned} \quad (5.13)$$

Le vecteur résidu obtenu à partir de la différence entre les pseudo-distances mesurées et celles estimées est le suivant [145]:

$$\begin{aligned} w &= Z - \widehat{Z} \\ &= \Delta Z - \Delta\widehat{Z} \\ &= [I - H[H^T H]^{-1} H^T] \Delta Z \\ &= [I - H[H^T H]^{-1} H^T] [H\Delta X + E] \\ &= [I - H[H^T H]^{-1} H^T] E \end{aligned} \quad (5.14)$$

Avec :

$$E_k = \begin{pmatrix} v^1(k) \\ \vdots \\ v^i(k) \\ \vdots \\ v^N(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ b \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

où  $b$  est le biais du satellite  $j$  et  $v^i \sim N(0, \sigma^2)$ .

Afin de construire un test statistique, la somme des carrés des résidus normalisée par la variance des erreurs de mesures est définie par la formule suivante :

$$s^2 = \frac{ww^T}{\sigma^2} \quad (5.16)$$

$s^2$  suit une loi du  $\chi^2$  centrée dans le cas « sans défaut » et une loi du  $\chi^2$  décentrée de paramètre de non centralité  $\lambda$  dans le cas « avec défaut » [25]. Etant donné que les composantes du vecteur résidu ne sont pas indépendantes, la loi du  $\chi^2$  admet  $N - 4$  degrés de liberté, où  $N$  est le nombre d'observations.



Par conséquent, la statistique définie par Parkinson et Axelrad [145]

$$T_k = \sqrt{\frac{w_k w_k^T}{N-4}} = \sqrt{\frac{s^2 \sigma^2}{N-4}} \quad (5.17)$$

comparée à une valeur du seuil prédéfinie  $\lambda$  permet de définir la procédure de détection de défauts.

Classiquement, dans le cas des algorithmes RAIM, la détermination du seuil doit garantir une probabilité de fausse alarme requise ou *a priori* ( $P_{Fa}$ ) dont la valeur varie suivant le type d'application : domaine de l'aviation, applications sous-marines... La formule définissant la probabilité  $P_{Fa}$  a la forme suivante :

$$\begin{aligned} P_{Fa} &= Pr(s^2 > a_{Fa}/\chi^2) \\ &= 1 - \int_0^{a_{Fa}} f_{\chi^2}(x) dx \\ &= 1 - F_{\chi^2}(a_{Fa}, N-4) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Avec  $F_{\chi^2}$  la fonction de répartition de la loi du  $\chi^2$  à  $N-4$  degrés de liberté.

Le seuil correspondant est donc le suivant :

$$\lambda = \sqrt{\frac{a_{Fa} \sigma^2}{N-4}} \quad (5.19)$$

Si  $T_k > \lambda$  alors un défaut est détecté.

Cette approche peut être étendue afin d'inclure la procédure d'exclusion des défauts.

### Exclusion des défauts

Pour l'exclusion des défauts,  $N$  estimateurs  $F_i$  ( $i = 1...N$ ) sont créés. Chaque estimateur exclut la mesure satellitaire  $i$  et utilise les  $N-1$  mesures restantes. Une variable de test est calculée dans chaque cas et est comparée à une valeur de seuil. Le calcul est effectué de la même manière que dans le cas de la détection.

Ainsi l'analyse des  $N$  tests permet d'identifier la mesure satellitaire défaillante. En effet, à l'exception du sous-groupe des  $N-1$  mesures satellitaires saines, les différents sous-groupes conduisent à une variable de test dépassant la valeur de seuil. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [25].

### 5.4.2 La méthode de surveillance d'intégrité basée sur la méthode MSS

Utilisée dans le contexte du RAIM, cette méthode est bien adaptée au domaine de l'AAIM (*Aircraft Autonomous Integrity Monitoring*) pour lequel le signal GNSS est intégré à d'autres capteurs de navigation tels que l'INS.

La statistique de test est construite dans l'espace de position comme suit :

$$d_i(k) = \widehat{X}_0(k) - \widehat{X}_i(k) \quad (5.20)$$

où :

$\widehat{X}_0$  est l'estimation de la position obtenue à partir du filtre principal  $F_0$  qui met en jeu les  $N$  mesures satellitaires.

$\widehat{X}_i$  est l'estimation obtenue à partir du filtre  $F_i$  qui prend en compte les différentes mesures de pseudo-distances à l'exception de celle provenant du satellite  $i$ .

Dans le cadre du RAIM, si l'estimation des moindres carrés pondérés est utilisée, la relation qui relie l'erreur de la position à l'erreur de mesures est <sup>2</sup> :

$$\begin{aligned} e &= X - \widehat{X} \\ &= \Delta X - \Delta \widehat{X} \\ &= \Delta X - [H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1} [H \Delta X + E] \\ &= -[H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1} E \\ &= -AE \end{aligned} \quad (5.21)$$

avec  $A = [H^T R^{-1} H]^{-1} H^T R^{-1}$ .

La statistique  $d_i$  (appelée séparation) s'exprime en fonction des erreurs de mesures de la façon suivante :

$$d_i(k) = (A_0 - A_i)E(k) \quad (5.22)$$

Avec  $A_0$  (respectivement  $A_i$ ) représentant la matrice  $A$  dans le cas de l'utilisation du filtre principal (respectivement du filtre  $F_i$ ).

La matrice de covariances associée s'écrit de la façon suivante :

$$dP_i = (A_0 - A_i)R(A_0 - A_i)^T \quad (5.23)$$

La détection des défauts nécessite le calcul des  $N$  séparations  $d_i$ .

A partir de l'équation 5.22, deux variables de tests sont créées : la première, fondée sur la position horizontale et la deuxième sur la position verticale. La variable de test horizontale ( $d_{i,H}$ ) est comparée à un seuil  $D_i$  défini comme dans [150] par :

$$D_i = \sqrt{\lambda_i} Q^{-1} \frac{P_{Fa}}{2N} \quad (5.24)$$

avec :  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  et  $\lambda_i$  est la valeur maximale de la valeur propre de la matrice de covariances  $dP_{i,H}$ .

2. En général, dans le cas des méthodes AAIM, ces estimations sont calculées à partir d'un filtre de Kalman.

Par souci de concision, le détail du calcul n'est pas présenté mais peut être trouvé dans [135] et [25].

Pour la détection des défauts :

$$\begin{cases} \forall i \in [1, N] \quad d_{i,H} < D_i, & \text{Pas de défaut} \\ \text{Si il existe } i \in [1, N] \quad d_{i,H} \geq D_i, & \text{Détection de défaut} \end{cases}$$

Finalement, la procédure de détection met en jeu un banc de filtres fondé sur des sous-groupes de  $N - 1$  mesures.

### Exclusion des défauts

Pour l'exclusion des défauts, un autre banc de filtres reposant sur des sous-groupes de  $N - 2$  mesures est mis en jeu. Le second banc est nécessaire car l'exclusion du défaut n'est pas garantie par le premier banc. En effet, à cause de la projection du défaut sur chaque solution de navigation, il est possible que plusieurs variables de tests dépassent la valeur du seuil. Par conséquent, on note  $F_{ij}$  le filtre qui utilise les différentes mesures de pseudo-distances à l'exception des mesures issues des satellites  $i$  et  $j$ . Dans le cas d'un défaut du satellite  $n$ , le filtre  $F_n$  et les filtres  $F_{ni}$  avec  $i \neq n$  sont les seuls qui n'utilisent pas la mesure défaillante. Le sous-banc de filtres associés à  $F_n$  est donc le seul qui ne présente aucune variable de test dépassant le seuil.

La figure 5.5 montre les bancs de filtres utilisés pour la détection et pour l'exclusion des défauts.

A noter que cette approche peut être élargie à l'exclusion des défauts multiples en ajoutant à chaque fois un nouveau banc de filtres. Cette extension admet l'inconvénient d'une charge calculatoire importante.

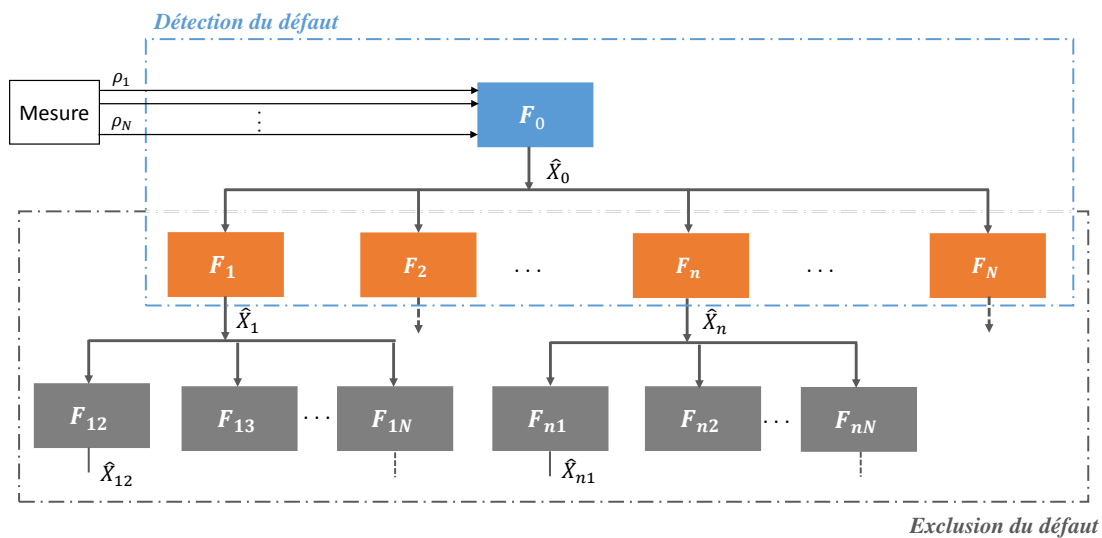


FIGURE 5.5 – Les bancs de filtres pour la détection et l'exclusion des défauts.

### 5.4.3 Des approches pour la détection des défauts multiples

En pratique, lorsque le GPS est utilisé en milieu urbain, la probabilité des défauts multiples est assez élevée et cela peut provenir des trajets multiples par exemple ou de l'interférence des ondes. Les méthodes de détection des défauts basées sur les moindres carrés, la projection dans l'espace de parité et la comparaison des pseudo-distances sont surtout employées pour la détection d'un seul défaut à un instant donné. En effet, si la variable de test dépasse la valeur de seuil, on ne peut pas déterminer si l'origine provient d'un ou de plusieurs défauts. De plus, un défaut au niveau d'une observation donnée peut avoir un impact sur d'autres observations à cause de la géométrie des satellites et des corrélations des différentes mesures.

Afin de localiser précisément les observations contenant des erreurs, plusieurs techniques sont proposées dans la littérature [151] [152] [153] et reposent sur deux types de test : un test global et un test local. Le test global a pour but de détecter la présence d'un défaut. Il est semblable à celui utilisé dans le cadre de la méthode LSR-RAIM, alors que le test local vise à identifier la mesure défaillante en analysant les résidus normalisés :

$$r_i = \left| \frac{w_i}{\sqrt{(C_w)_{ii}}} \right|, \quad i = 1, \dots, N$$

où  $N$  est le nombre d'observations,  $w_i$  est obtenu à partir de l'équation 5.14 et  $C_w$  est la matrice de covariances du vecteur résidu.

Dans le cas « sans défaut »,  $r_i$  est distribué suivant une loi gaussienne de moyenne nulle. Par conséquent, chaque élément  $r_i$  dépassant la valeur de seuil  $T$  correspondant à la probabilité  $(1 - \frac{P_{Fa}}{2})$  de la distribution gaussienne est exclu.

Ci-dessous, le résumé de trois méthodes de détection et d'exclusion des défauts dans un environnement où les signaux présentent une dégradation :

#### La méthode des sous-ensembles

Si un ensemble de mesures est déclaré incompatible en utilisant le test global, toutes les combinaisons possibles des mesures sont vérifiées pour trouver un sous-ensemble qui exclut les mesures en défaut. Seul le sous-ensemble qui passe le test global est déclaré compatible et sera utilisé pour calculer la solution de navigation. Si au moins deux sous-ensembles passent le test global, le sous-ensemble avec le nombre maximal d'observations est choisi. Cette méthode est lourde du point de vue calculatoire car elle nécessite que toutes les combinaisons possibles des mesures soient traitées.

#### La méthode *Forward-Backward*

Cette méthode nécessite l'utilisation du test global ainsi que des tests locaux. La première partie de l'algorithme, appelée *Forward*, est réalisée pour identifier et exclure les mesures erronées. Si le test global déclare que l'ensemble est incohérent, le test local est effectué afin d'exclure la mesure défaillante. Un rejet d'une bonne observation est possible à cause des corrélations entre les observations. La procédure *Forward* est

réalisée d'une manière récursive jusqu'à ce qu'aucune mesure ne soit jugée erronée. Si  $k$  mesures sont exclues, la procédure *Backward* est appliquée afin d'éviter un rejet erroné. Cette étape réintroduit itérativement les observations exclues et effectue le test global. L'ensemble des observations passant ce test est utilisé pour le calcul de la solution de navigation.

### La méthode Danish

C'est une méthode de moindres carrés itérative repondérée. Elle est très populaire dans les applications géodésiques. Cette méthode est utilisée pour assurer la cohérence entre les mesures en modifiant les coefficients de pondération *a priori* des observations incohérentes avec les autres. Cette technique implique l'utilisation du test global afin de vérifier la cohérence des mesures et des tests locaux pour identifier et réduire le poids de la mesure aberrante.

La variance de l'observation  $i$  à l'itération  $j + 1$  est construite de la façon suivante :

$$\sigma_{i,j+1}^2 = \sigma_{i,0}^2 \begin{cases} \exp^{\frac{r_{i,j}}{T}} & r_{i,j} > T \\ 1 & r_{i,j} \leq T \end{cases} \quad (5.25)$$

où :

$\sigma_{i,j+1}^2$  est la variance de l'observation  $i$  après  $j + 1$  itérations,

$r_{i,j}$  est le résidu normalisé après  $j$  itérations,

$T$  est le seuil.

#### 5.4.4 Cas de l'hybridation GNSS/centrale inertielle

Des méthodes pour surveiller l'intégrité d'un système hybride ont été proposées à la fin des années 1980. En général, les méthodes traditionnelles employées dans le cas du système GPS opérant seul sont appliquées à ces systèmes. Citons par exemple la méthode MSS<sup>3</sup> et la méthode du contrôle autonome de l'intégrité par extrapolation AIME (*Autonomous Integrity Monitoring by Extrapolation*) [142].

La méthode AIME est un algorithme séquentiel dans lequel les mesures GNSS utilisées ne sont pas limitées à une seule époque. Les équations du filtre de Kalman sont employées afin de calculer l'innovation  $v_k = Z_k - H_k \hat{x}_k$  et la matrice de covariances associée  $S_k = H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k$ . La statistique de test correspondante est donnée par :

$$v_{moy}^T S_{moy}^{-1} v_{moy} \quad (5.26)$$

$v_{moy}$  et  $S_{moy}$  sont les valeurs moyennes de  $v$  et de  $S$  sous une période donnée. Par conséquent, à partir de ces formules, trois statistiques de tests sont formées  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ , en moyennant respectivement sur 150 secondes, 10 minutes et 30 minutes. Cette méthode est généralement efficace lors de la détection des erreurs de type «rampe lente».

3. Une explication de la méthode MSS est déjà fournie dans la section 5.4.2

Dans [154], les auteurs ont montré que dans le cas de défauts de l'INS aucun algorithme existant dans la littérature n'était conçu afin de les détecter. Pour cette raison, les auteurs proposent une méthode qui détecte et isole les défauts qui affectent à la fois les mesures INS et les mesures GPS. En effet, étant connu la position délivrée par l'INS, leur méthode consiste à prédire une mesure de pseudo-distance supplémentaire pour un satellite pour lequel les éphémérides sont disponibles dans le message GPS diffusé. Les méthodes traditionnelles de détection et d'isolation des défauts des mesures GPS peuvent alors être appliquées.

Dans [155], une méthode de localisation en milieu ouvert en couplage lâche avec détection et exclusion des défauts est proposée. La détection repose sur le calcul de la distance de Mahalanobis entre l'état prédit obtenu à partir de la navigation à l'estime et l'observation GPS sous forme de position. Lorsqu'un défaut est détecté, l'estimation obtenue à partir du GPS est complètement ignorée car l'exclusion de la mesure satellitaire défaillante n'est pas possible *via* une architecture ne donnant pas accès aux mesures de bas niveau.

## 5.5 Positionnement de notre approche

Dans ce chapitre, nous proposons une méthode de localisation en milieu ouvert avec couplage serré GPS et odométrie. Nous avons supposé l'évolution sur une surface lisse et plane. Pour cette raison, l'odométrie a été utilisée. Le couplage serré est choisi suite à ses résultats attractifs dans des milieux très bruités où moins de cinq satellites sont disponibles. De plus, cette méthode peut être rendue tolérante aux défauts des mesures GPS (section 5.3.4).

Dans le cadre de l'approche informationnelle détaillée dans le chapitre 3, une méthode de détection et d'exclusion des défauts satellitaires est proposée. Cette méthode agit dans l'espace de la position et détecte un défaut une fois que l'estimation corrigée diverge de celle prédite. Cette divergence est quantifiée à partir de la *DKLG*. Pour l'exclusion des défauts, un banc de filtres est mis en place, et des résidus basés sur la divergence de Kullback-Leibler entre les étapes prédites et corrigées des filtres informationnels sont calculés [68].

En général, dans des applications GNSS, le seuil est déterminé en se basant sur une valeur de probabilité de fausse alarme bien définie<sup>4</sup> et en considérant la distribution de la variable de test dans le cas « sans défaut » (équation 5.19). Par ailleurs, dans le cadre d'une application terrestre, on souhaite calculer la valeur du seuil en maximisant le gain informationnel apporté par une décision. Les distributions des variables de test dans les cas sans et avec défaut doivent être déterminées antérieurement et la valeur optimale du seuil prend en compte à la fois la probabilité de fausse alarme et la probabilité de détection.

---

4. La probabilité de fausse alarme est fixée à 1/15000 pour les applications d'aviation.

## 5.6 Couplage serré GPS/Odométrie

### Modélisation

Le vecteur d'état est constitué de la position et de l'orientation du véhicule, ainsi que du décalage de l'horloge du récepteur et de sa variation :

$$X_k = \left[ x_k \quad y_k \quad z_k \quad \theta_k \quad c\delta t_{r,k} \quad c \frac{\partial \delta t_{r,k}}{\partial k} \right]^T \quad (5.27)$$

où :

$[x_k, y_k, z_k]$  : est la position 3D du véhicule dans le repère ECEF

$\theta_k$  : est le cap du véhicule

Le modèle d'évolution est obtenu à partir du modèle odométrique comme suit :

$$X_{k+1/k} = T X_{k/k} + A_k u_k + w_k \quad (5.28)$$

$$= f(X_{k/k}, u_k) + w_k \quad (5.29)$$

où :

$T$  est la matrice de transitions du modèle définie par :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

$T_e$  est la période d'échantillonnage

$A_k$  est la matrice d'entrée :

$$A_k = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) & 0 \\ \sin(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

$u_k$  est le vecteur d'entrée constitué de la translation et de la rotation élémentaires du véhicule :  $u = [\Delta, \omega]$

$w_k$  est le bruit associé au modèle, considéré comme étant un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariances  $Q_k$ .

Etant donné que le modèle est non-linéaire, d'une façon similaire au chapitre 4, sa linéarisation conduit aux matrices Jacobiennes  $F_k = \frac{\partial f}{\partial X} |_{X=X_{k/k}}$  et  $B_k = \frac{\partial f}{\partial u} |_{u=u_k}$  :

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\Delta_k \sin(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta_k \cos(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

$$B_k = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) & -\frac{1}{2}\Delta_k \sin(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) \\ \sin(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) & \frac{1}{2}\Delta_k \cos(\theta_{k/k} + \frac{\omega_k}{2}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

La matrice de covariances correspondant à ce modèle d'évolution est la suivante :

$$P_{k+1/k} = F_k P_{k/k} F_k^T + B_k (Q_u)_k B_k^T + Q_k \quad (5.34)$$

Avec :

$Q_u$  la matrice de covariances associée aux bruits de mesures liés au vecteur d'entrée  $u_k$  (équation 4.10).

Par conséquent, la matrice informationnelle et le vecteur informationnel peuvent être calculés :

$$Y_{k+1/k} = P_{k+1/k}^{-1} \quad (5.35)$$

$$y_{k+1/k} = Y_{k+1/k} X_{k+1/k} \quad (5.36)$$

### Mise à jour

La fusion des observations GPS avec les données provenant des encodeurs se réalise en couplage serré et en utilisant le filtre informationnel :

$$Y_{k/k} = Y_{k/k-1} + \sum_{i=1}^N I_i(k) \quad (5.37)$$

$$y_{k/k} = y_{k/k-1} + \sum_{i=1}^N i_i(k) \quad (5.38)$$

Où :



$$I_i(k) = H_{i,k}^T R_i^{-1}(k) H_{i,k} \quad (5.39)$$

$$i_i(k) = H_{i,k}^T R_i^{-1}(k) [(Z_{i,k} - \widehat{Z}_{i,k}) + H_{i,k} X_{k/k-1}] \quad (5.40)$$

sont les contributions informationnelles associées à la mesure du satellite  $i$ .

$$\widehat{Z}_{i,k} = \sqrt{[x_{k/k-1} - x_i]^2 + [y_{k/k-1} - y_i]^2 + [z_{k/k-1} - z_i]^2 + c\delta t_{r,k}} \quad (5.41)$$

est l'estimation de la pseudo-distance.

$[x_i, y_i, z_i]$  est la position du satellite  $i$

$Z_{i,k}$  est la mesure corrigée reçue du satellite  $i$  (équation 5.6)

$H_{i,k}$  est la ligne  $i$  de la matrice  $H_k$  (équation 5.9)

$N$  est le nombre de pseudo-distances ou le nombre de satellites en vue.

Les bruits associés aux mesures satellitaires sont supposés décorrélés. De même, chaque bruit est supposé être un bruit blanc gaussien de valeur moyenne nulle et de matrice de covariances  $R_i$ .

## 5.7 Détection et Exclusion des défauts

### 5.7.1 Approche informationnelle

Dans cette partie, nous proposons une méthode de détection et d'exclusion de défauts satellitaires sur la base de la divergence de Kullback-Leibler.

Comme déjà évoqué dans l'équation 4.50 ou 3.76, la *DKLG* mesure la divergence entre la distribution *a posteriori* et la distribution *a priori* obtenues à partir du filtre informationnel. Si la *DKLG* dépasse un seuil prédéterminé, cela implique une divergence de l'estimation obtenue après incorporation des observations issues des satellites par rapport à l'estimation obtenue à partir des encodeurs. Une fois la convergence du filtre informationnel obtenue, cette divergence est l'image d'un défaut [44].

La comparaison est effectuée sur le vecteur d'état et non sur le vecteur d'observations car on ne se soucie pas d'un défaut n'ayant pas un impact direct sur la position du véhicule.

Pour l'exclusion des défauts,  $N$  filtres informationnels étendus (*EIF<sub>j</sub>*) sont conçus. Chacun utilise les différentes mesures de pseudo-distances à l'exception de celle provenant du satellite  $j$ . La statistique de test associée à chaque filtre est obtenue à partir du calcul de la divergence de Kullback-Leibler entre l'état corrigé en utilisant les  $N - 1$  mesures satellitaires et l'état prédit en utilisant le modèle odométrique. Ce résidu est nommé la Divergence de Kullback-Leibler Partielle (*DKLP*) et peut être représenté par

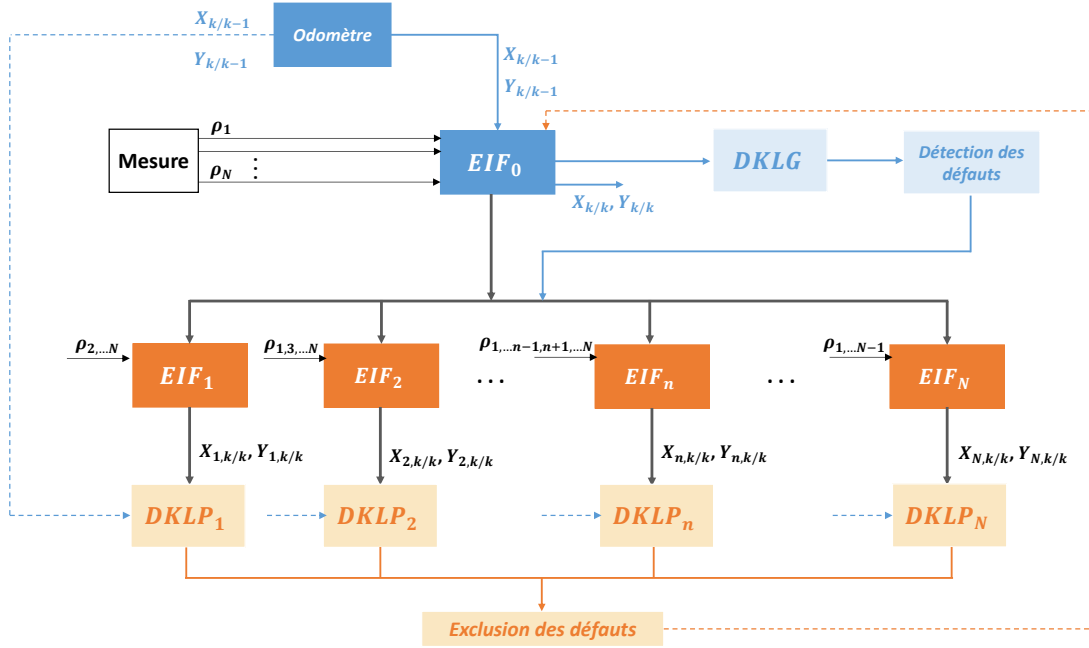


FIGURE 5.6 – Approche proposée pour la détection et exclusion des défauts GPS.

l'équation ci-dessous :

$$DKLP_{j,k} = \frac{1}{2} \text{trace} \left( Y_{j,k/k} Y_{k/k-1}^{-1} \right) + \frac{1}{2} \log \frac{|Y_{k/k-1}|}{|Y_{j,k/k}|} - \frac{1}{2} M + \frac{1}{2} \left( X_{j,k/k} - X_{k/k-1} \right)^T Y_{j,k/k} \left( X_{j,k/k} - X_{k/k-1} \right) \quad (5.42)$$

avec :

$$Y_{j,k/k} = Y_{k/k-1} + \sum_{i=1, i \neq j}^N I_i(k) \quad (5.43)$$

$$y_{j,k/k} = y_{k/k-1} + \sum_{i=1, i \neq j}^N i_i(k) \quad (5.44)$$

$$X_{j,k/k} = \left( Y_{j,k/k} \right)^{-1} y_{j,k/k} \quad (5.45)$$

Dans le cas d'un défaut du satellite  $n$ , le filtre  $EIF_n$  est le seul qui n'utilise pas la mesure défectueuse. Les différentes  $DKLP_j$  dépassent par conséquent la valeur du seuil, à l'exception du  $DKLP_n$ . La figure 5.6 montre la procédure de détection et d'exclusion des défauts en utilisant le banc de filtres avec les résidus correspondants.

### 5.7.2 Détection des défauts multiples

Tout en s'inspirant des méthodes déjà existantes, la méthode proposée peut être élargie afin de détecter des défauts multiples. Dans cet objectif, au lieu d'utiliser un banc de filtres dont chacun permet d'écarter à chaque fois une seule mesure satellitaire, on peut déterminer la contribution informationnelle apportée par chaque satellite d'une façon individuelle. Par conséquent, dans ce cas, la  $DKLP_j$  représente la divergence de Kullback-Leibler entre la prédiction et la correction en utilisant la mesure de pseudo-distance provenant du satellite  $j$ . Ceci est possible car on considère un couplage serré et par conséquent, l'estimation de la position peut être calculée même si le nombre de satellites est inférieur à 4 :

$$Y_{j,k/k} = Y_{k/k-1} + I_j(k) \quad (5.46)$$

$$y_{j,k/k} = y_{k/k-1} + i_j(k) \quad (5.47)$$

$$X_{j,k/k} = (Y_{j,k/k})^{-1} y_{j,k/k} \quad (5.48)$$

$$DKLP_{j,k} = \frac{1}{2} \text{trace} \left( Y_{j,k/k} Y_{k/k-1}^{-1} \right) + \frac{1}{2} \log \frac{|Y_{k/k-1}|}{|Y_{j,k/k}|} - \frac{1}{2} M + \frac{1}{2} (X_{j,k/k} - X_{k/k-1})^T Y_{j,k/k} (X_{j,k/k} - X_{k/k-1}) \quad (5.49)$$

Supposons que la mesure satellitaire  $n$  soit en défaut. Les différentes  $DKLP_i$  sont inférieures à la valeur du seuil à l'exception de  $DKLP_n$  (la seule qui contient la mesure défaillante). Tant que la  $DKLG$  dépasse la valeur du seuil, la mesure ayant la valeur de  $DKLP$  maximale sera exclue. Cette procédure itérative continue jusqu'à ce qu'aucune mesure ne soit jugée défaillante. Afin d'éviter l'exclusion d'une mesure saine, on réintroduit itérativement les observations exclues et on recalcule la  $DKLG$ . L'ensemble qui répond au test global sur la  $DKLG$  sera utilisé pour déterminer la solution de navigation.

Une telle approche qui utilise le filtre informationnel et la divergence de Kullback-Leibler pour la détection et l'exclusion des défauts présente plusieurs avantages :

- Ajouter ou retirer une mesure de pseudo-distance se réalise simplement grâce à la modélisation simplifiée de l'étape de correction du filtre informationnel. L'étape de la tolérance au défaut n'induit donc pas un coût de calcul élevé.
- La modélisation adoptée pour le système nous a permis de travailler dans l'espace de la position avec la possibilité de remonter à l'origine du défaut. Un défaut n'ayant pas un impact direct sur la position du véhicule ne sera pas isolé. En effet, dans certains cas, l'utilisation d'une mesure erronée pourrait constituer une meilleure alternative que son isolation afin d'assurer une géométrie d'observations acceptable.

En comparaison avec la méthode MSS qui opère dans l'espace de la position, cette dernière méthode nécessite un banc de filtres pour la détection des défauts et un autre pour l'exclusion. La variable de test pour la détection des défauts est construite en comparant la solution de navigation obtenue par le filtre principal à celles obtenues à

l'aide des filtres utilisant  $N - 1$  mesures satellitaires. Dans notre cas, la comparaison s'effectue entre la solution principale et la solution obtenue à partir de l'étape de prédiction conduisant à une représentation simplifiée du problème.

### 5.7.3 Seuillage

Dans les applications GNSS, le choix du seuil repose sur la détermination d'une probabilité de fausse alarme. D'autre part, le RAIM met en jeu les notions de rayon de protection horizontal (*Horizontal Protection Level* (HPL)) et vertical (*Vertical Protection Level* (VPL)). Le HPL est le rayon d'un cercle dont le centre est la position réelle et pour lequel les exigences de fausse alarme et de détection manquée sont remplies. Cette quantité dépend de la géométrie des satellites et de la distribution *a priori* de la variable de test ; elle n'est pas affectée par la valeur de la mesure réelle. Afin de tester la disponibilité du service, il faut que les rayons de protection soient inférieurs ou égaux aux bornes d'alerte horizontale (*Horizontal Alert Limit* (HAL)) et verticale (*Vertical Alert Limit* (VAL)) déterminées d'une façon *a priori* suivant le type d'application. Par conséquent, si  $HPL < HAL$ , le RAIM est disponible.

D'autre part, les valeurs de probabilités de fausse alarme  $P_F$  et de détection manquée  $P_{mD}$  requises représentent les valeurs maximales admissibles. Plus la valeur de  $P_F$  est petite, plus faible sera le nombre de mesures sans défaut rejetées en raison d'une fausse alarme et plus le risque d'indisponibilité du RAIM ( $HPL > HAL$ ) sera élevé [156]. Par conséquent, la probabilité qu'une position soit déclarée valide (RAIM disponible et pas de défaut détecté) résulte d'un compromis entre la probabilité de fausse alarme et le taux d'indisponibilité du RAIM.

Dans le domaine de l'aéronautique, les algorithmes RAIM sont conçus avec des valeurs de  $P_F$  et de  $P_{mD}$  qui assurent un agrément avec le risque d'intégrité standardisé par l'ICAO (*International Civil Aviation Organisation*) [157]. Pour les applications urbaines, les conditions sont différentes et par conséquent, le nombre de positions déclarées valides peut être augmenté. Pour cela, on souhaite fixer une valeur du seuil qui résulte de la maximisation de  $KLS$ . Dans cet objectif, les distributions de données de la  $DKLG$  dans les cas « avec » et « sans » défaut doivent être déterminées *a priori*. Les valeurs des probabilités de fausse alarme et de détection résultant de ce problème d'optimisation sont considérées comme étant optimales.

## 5.8 Expérimentation et validation des résultats

Dans le but de tester les performances de l'approche proposée, des expérimentations avec des données réelles sont pratiquées en utilisant la constellation GPS et le véhicule Cycab. Ce véhicule est commercé par la société Robosoft (figure 5.7a). Il est équipé de codeurs optiques (montés sur les roues) ainsi qu'un récepteur GNSS de type Septentrio (figure 5.7b).

La figure 5.8 présente les trajectoires du véhicule dans le cas du couplage serré GPS et odomètre comparées au cas où on utilise les données GPS seules. Le couplage GPS

et odomètre permet de mettre en évidence l'amélioration de la trajectoire, surtout à proximité de la zone entourée d'arbres qui présente un nombre d'observations GPS inférieur à cinq. Le nombre de satellites en vue peut être trouvé sur la figure 5.9.



(a) Véhicule Cycab.



(b) Récepteur Septentrio.

FIGURE 5.7 – Matériel utilisé pour la localisation GNSS.



FIGURE 5.8 – Trajectoire du véhicule dans le cas de l'utilisation des données GPS seules (en vert) et dans le cas du couplage serré GPS/odomètre (en bleu).

La figure 5.10 montre la *DKLG* utilisée pour la détection des défauts. Cette quantité, qui mesure la divergence entre les estimations prédites et corrigées, présente plusieurs sauts indiquant la présence d'un défaut au niveau des mesures des pseudo-distances. En présence d'un défaut, les mesures GPS conduisent à une estimation de la position qui diverge de celle prédite obtenue à partir du modèle odométrique.

Afin de détecter la présence de mesures satellitaires défailtantes, la *DKLG* doit être comparée à une valeur de seuil. Par conséquent, les distributions de la *DKLG* dans les cas « avec » et « sans » défaut doivent être déterminées antérieurement. Ceci peut être

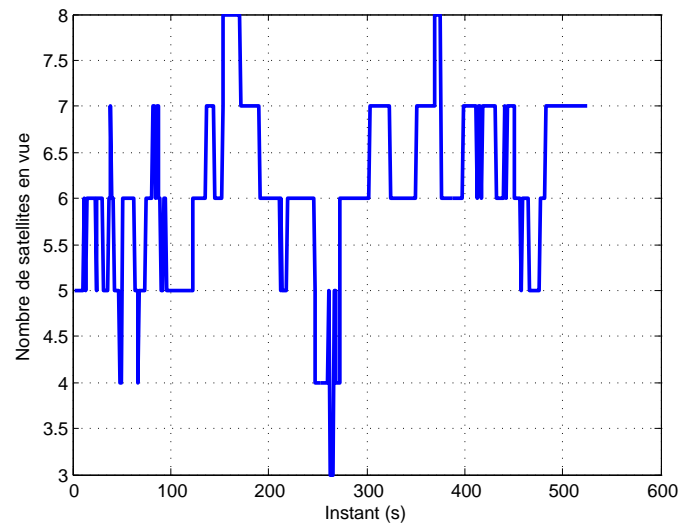
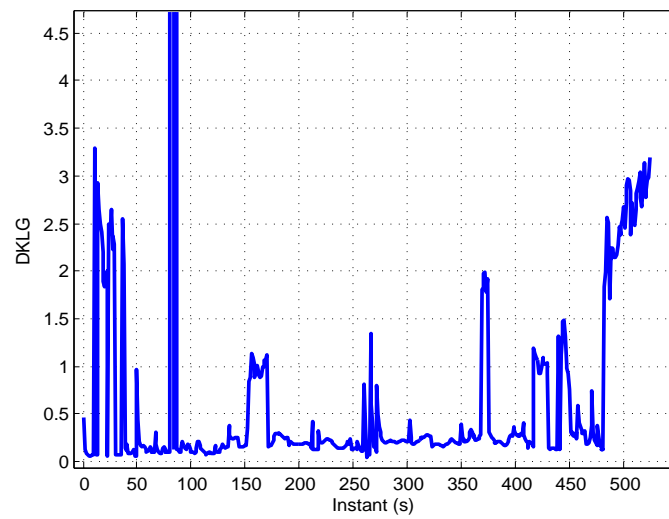


FIGURE 5.9 – Nombre de satellites en vue.

FIGURE 5.10 – La  $DKLG$  pour la détection des défauts.

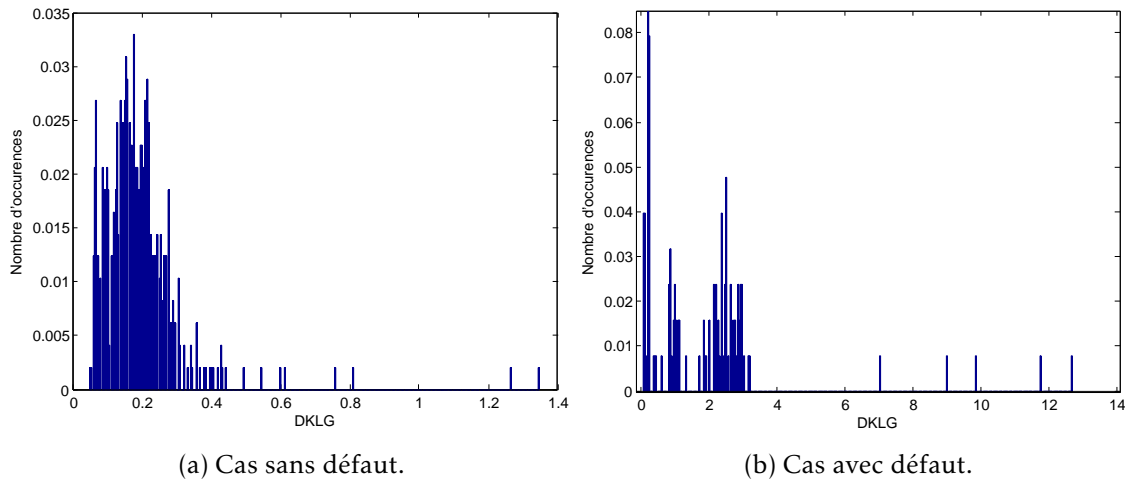


FIGURE 5.11 – Les distributions de la  $DKLG$  dans les cas « sans défaut » et « avec défaut ».

réalisé en intégrant une étape d'apprentissage en se basant sur les données de références ou en utilisant un simulateur.

Dans ce travail, les distributions de la  $DKLG$  ont été obtenues en se basant sur des données de références et en profitant des résultats des différents algorithmes développés au sein de notre équipe pour la détection et l'exclusion des défauts satellites. Par conséquent, les résultats présentés par la suite constituent une étude de faisabilité de notre méthode de seuillage optimisée pour des applications GNSS.

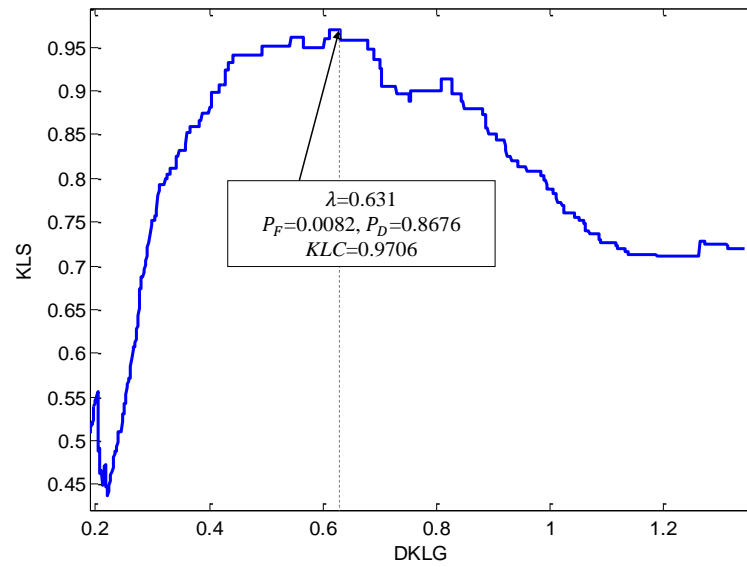
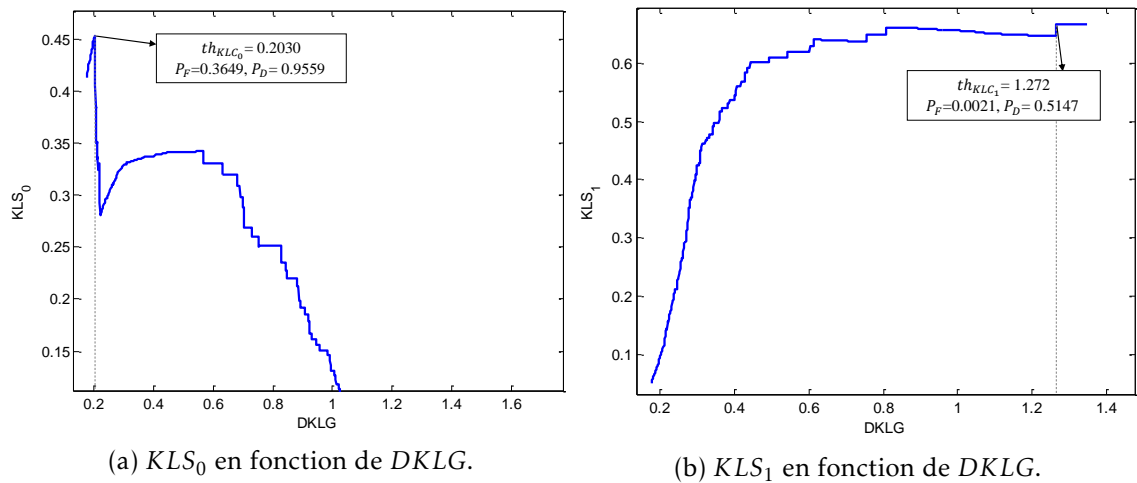
La figure 5.11 montre les distributions empiriques de la  $DKLG$  dans les cas « sans » et « avec » défauts appliquées aux données GNSS. Ces deux distributions sont exploitées afin de déterminer le seuil optimal qui maximise  $KLS$  (algorithme 2) et dont la valeur s'obtient à  $\lambda = 0.631$  pour une probabilité *a priori* de 0.5 (figure 5.12). Les probabilités de fausse alarme et de détection correspondantes sont alors  $P_F = 0.0082$  et  $P_D = 0.8676$ .

Le calcul des seuils libéral ( $th_{KLC_0}$ ) et conservateur ( $th_{KLC_1}$ ) nécessite respectivement la maximisation de  $KLS_0$  et de  $KLS_1$  (équations 3.145 et 3.146 et figure 5.13). La valeur du seuil libéral est de 0.203 conduisant à une probabilité de fausse alarme de 0.3649 et celle du seuil conservateur est de 1.272 conduisant à une probabilité de fausse alarme de 0.0021.

Le tableau 5.3 montre la variation du seuil optimal obtenu à partir du  $KLC$  en fonction de la valeur de la probabilité *a priori*. On remarque que le seuil peut varier d'une valeur  $\lambda = 0.203$  pour  $P_0 = 0.0001$  à  $\lambda = 1.272$  pour  $P_0 = 0.999$ .

Le seuil optimal appliqué à la  $DKLG$  est représenté sur la figure 5.14a. Ce seuil varie avec la probabilité *a priori* calculée à partir de l'estimateur du maximum de vraisemblance (MLE) et en tenant compte des décisions prises par le détecteur de l'instant 1 à  $k - 1$  (figure 5.14b).

Les variations des probabilités de fausse alarme et de détection optimales obtenues à partir du  $KLC$  et du critère entropique en fonction de la probabilité *a priori* sont fournies sur la figure 5.15. D'une façon similaire au chapitre 4, on remarque que pour  $P_0 < 0.5$

FIGURE 5.12 – Le seuil optimal  $\lambda$  en utilisant le  $KLC$  pour  $P_0 = 0.5$ .(a)  $KLS_0$  en fonction de  $DKLG$ .(b)  $KLS_1$  en fonction de  $DKLG$ .FIGURE 5.13 – Les seuils libéral et conservateur obtenus à partir de la maximisation de  $KLS_0$  et de  $KLS_1$ .

$P_0$	0.0001	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	0.999
$\lambda_{KLC}$	0.203	0.203	0.566	0.631	0.631	0.827	1.272
$P_F$	0.3649	0.3649	0.0124	0.0082	0.0082	0.0041	0.0021
$P_D$	0.9559	0.9559	0.875	0.8676	0.8676	0.8088	0.5147

TABLEAU 5.3 – Les valeurs du seuil calculées suivant le  $KLC$  et en fonction de la probabilité *a priori*  $P_0$  (application sur la  $DKLG$ ).



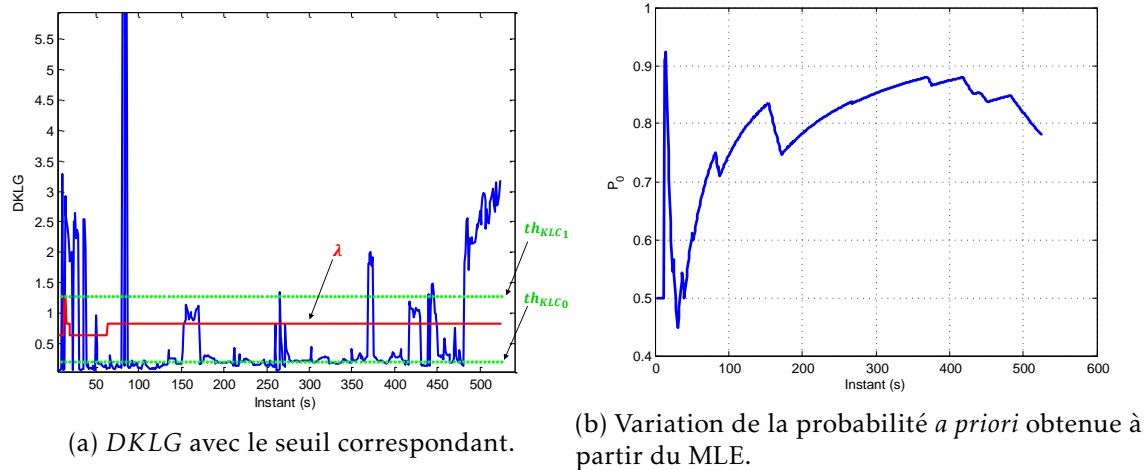


FIGURE 5.14 – Procédure de détection.

(hypothèse « présence de défauts » plus probable), le  $KLC$  conduit à des probabilités de fausse alarme et de détection de valeurs plus élevées que dans le cas du critère entropique assurant une meilleure détection. Pour  $P_0 > 0.5$  (hypothèse « absence de défauts » plus probable), le  $KLC$  réduit la probabilité de fausse alarme conduisant à une réduction automatique de la probabilité de détection comparativement au critère entropique.

Une fois la détection de défauts en utilisant la  $DKLG$  réalisée, les observations incohérentes doivent être exclues de la procédure de fusion. Dans cet objectif, la figure 5.16a présente les résidus  $DKLP_i$  utilisés pour l'exclusion des défauts. Une augmentation conséquente de la  $DKLG$  et des  $DKLP_i$  implique la nécessité de l'exclusion d'une ou de plusieurs mesures satellitaires défaillantes de la procédure de fusion. La contribution informationnelle du satellite 9 est non-homogène avec celles apportées par les autres satellites aux instants  $k = 15$  jusqu'à 30,  $k = 82$  jusqu'à 87,  $k = 154$  jusqu'à 171,  $k = 483$  jusqu'à 525... indiquant que ce satellite doit être exclu de la procédure de fusion pendant ces instants.

Afin de valider que les mesures du satellite 9 sont entachées d'erreurs, les élévations des différents satellites sont visualisées sur la figure 5.16b. On remarque que l'élévation du satellite 9 est de l'ordre de  $6^\circ$ , ce qui augmente la probabilité de multi-trajets.

La figure 5.17a montre la variation de la  $DKLG$  après l'exclusion des défauts. Les trajectoires estimées avant et après la procédure de détection et d'exclusion sont visualisées sur la figure 5.17b. A noter que la trajectoire est principalement dégradée au niveau de l'estimation de l'altitude qui présente quelques sauts injustifiables avant l'exclusion des mesures satellitaires erronées.

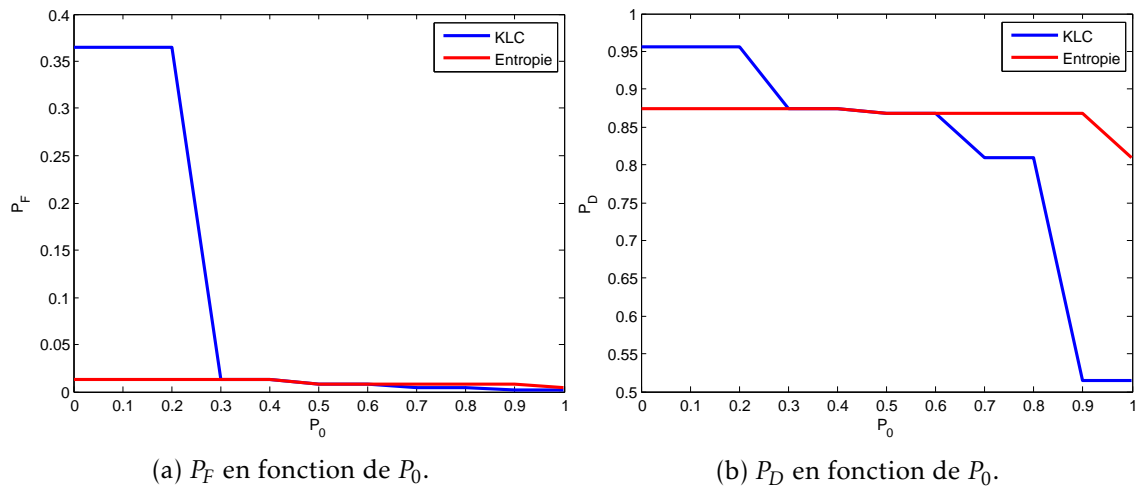


FIGURE 5.15 – Variations de  $P_F$  et de  $P_D$  en fonction de  $P_0$  pour le KLC et le critère entropique.

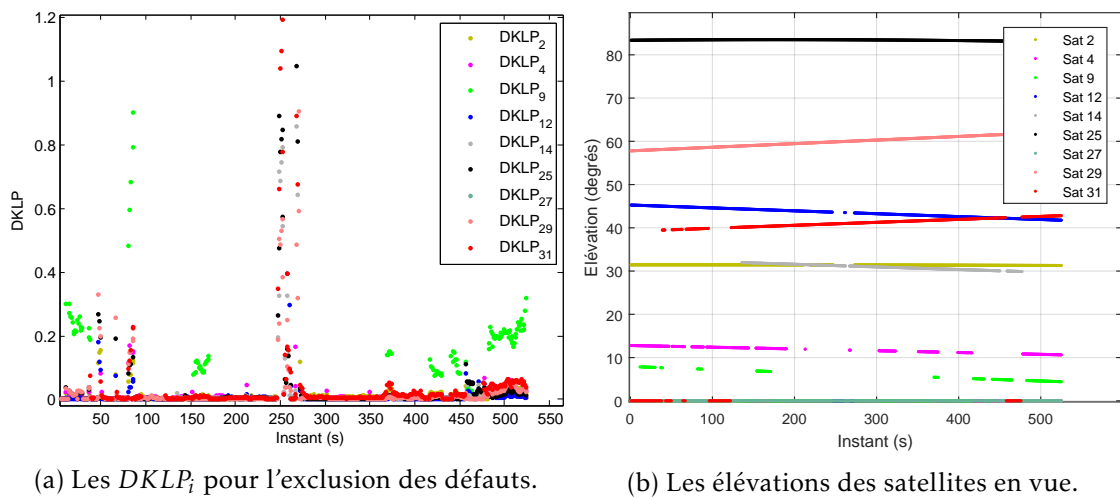
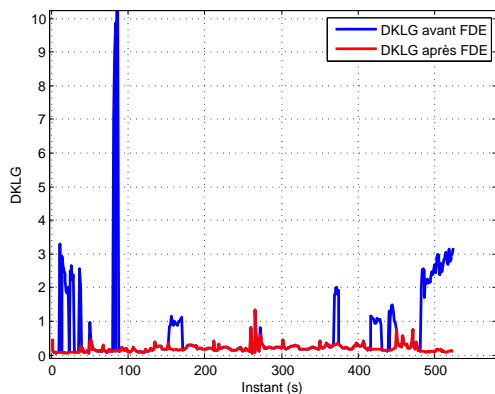
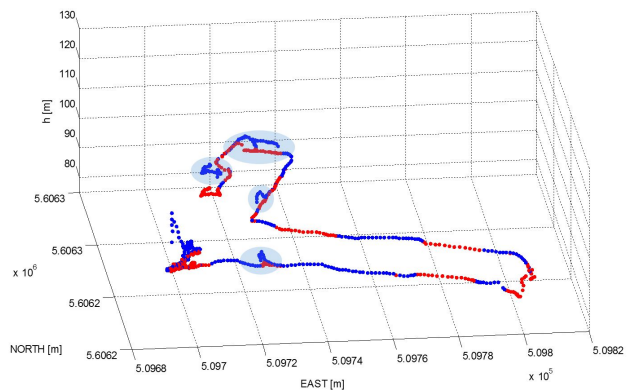


FIGURE 5.16 – Exclusion des défauts.



(a) La  $DKLG$  avant et après exclusion des défauts.



(b) Trajectoires avant détection des défauts (en bleu) et après détection et exclusion des défauts (en rouge).

FIGURE 5.17 – Résultats après détection et exclusion des défauts.

### Détection des défauts multiples

Afin de vérifier que notre méthode réagit correctement dans le cas des défauts affectant les mesures de pseudo-distances et notamment dans le cas des défauts multiples, on propose d'injecter des erreurs simulées sur les mesures de pseudo-distances du satellite 12 de l'instant  $k = 222$  à  $k = 246$  s et au niveau des mesures des satellites 4 et 12 de  $k = 309$  à  $k = 322$  s.

La figure 5.18a montre la  $DKLG$  utilisée pour la détection des défauts. Les sauts observés de  $k = 222$  à  $k = 246$  et de  $k = 309$  à  $k = 322$  indiquent l'aptitude de notre méthode à détecter des mesures erronées. L'analyse des  $DKLP_i$  fournies sur la figure 5.18b montre que la  $DKLP_{12}$  présente un saut de l'instant  $k = 222$  à  $k = 246$  impliquant la nécessité de l'exclusion du satellite 12 de la procédure de fusion pendant cet intervalle. D'une manière similaire, les sauts au niveau de  $DKLP_{12}$  et  $DKLP_4$  indiquent que les deux satellites 12 et 4 doivent être exclus de la procédure de fusion de  $k = 309$  à  $k = 322$ . Notre méthode est par conséquent capable de gérer la procédure de détection et d'exclusion d'une façon pertinente.

## 5.9 Conclusion

Ce chapitre a pour objectif de montrer les performances de l'approche développée dans le chapitre 3 sur une application de localisation en milieu ouvert en utilisant des mesures GNSS et des mesures odométriques. Tout d'abord, nous avons présenté un état de l'art bref des systèmes GNSS et des méthodes classiques de surveillance de l'intégrité des mesures de ces systèmes. Puis, nous avons détaillé notre approche informationnelle basée sur un couplage serré GNSS et odométrie avec une étape de diagnostic des mesures satellitaires.

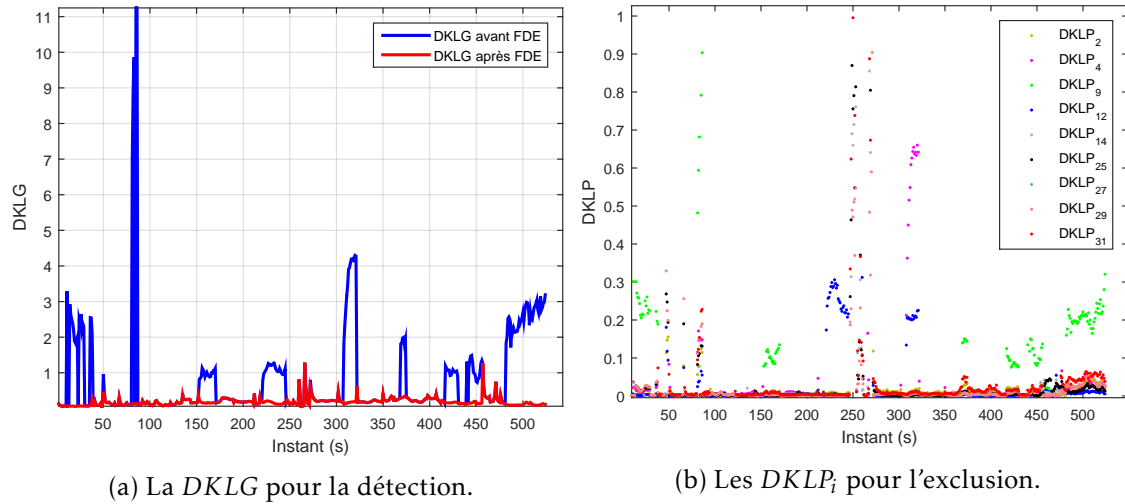


FIGURE 5.18 – Détection et exclusion des défauts simulés.

La divergence de Kullback-Leibler entre la distribution *a priori* obtenue à partir de l'étape de prédiction du filtre informationnel et la distribution *a posteriori* estimée en utilisant les contributions informationnelles des mesures issues des satellites est utilisée afin de détecter la présence d'un défaut. Pour l'étape d'exclusion, un banc de filtres  $EIF_j$  est mis en jeu. Chaque filtre calcule la contribution informationnelle d'un ensemble de mesures et assure le calcul des résidus  $DKLP_j$  qui permettent de remonter à l'origine des observations conduisant à des positions incohérentes avec l'ensemble des autres mesures.

Concernant le seuillage des résidus, une méthode basée sur le critère de Kullback-Leibler a été proposée. Dans cet objectif, les distributions *a priori* et *a posteriori* doivent être identifiées au préalable.

# Conclusion et Perspectives

## 6.1 Conclusion

Dans cette thèse, nous avons traité le problème de la fusion de données avec tolérance aux défauts capteurs. Dans un premier temps, nous avons traité l'importance du choix de l'architecture de fusion et de diagnostic dans la conception d'un système de localisation tolérant aux défauts du point de vue calculatoire, évolutivité, robustesse aux défauts et facilité de mise en œuvre (chapitre 2).

Nous avons montré l'intérêt de traiter le problème avec une approche informationnelle qui permet de simplifier la fusion des données multi-capteurs grâce à la modélisation de l'étape de correction dans l'espace informationnel qui devient une somme de contributions informationnelles des différentes observations (chapitre 3). Nous avons conclu que le filtre informationnel est adapté à la conception d'une méthode de fusion pour laquelle nous avons intégré une couche de diagnostic avec une architecture distribuée qui permet de répartir le calcul sur les différents nœuds et de réduire considérablement la charge calculatoire au niveau du processeur central. Ainsi, la variation du nombre de capteurs et/ou de robots peut se réaliser d'une façon simplifiée. Par ailleurs, nous avons développé un résidu basé sur la divergence de Kullback-Leibler entre les distributions *a priori* et *a posteriori* englobant deux termes : le premier, assimilé à la distance de Mahalanobis permettant de réaliser un test sur les moyennes et le deuxième, assimilé à la divergence de Bregman matricielle permettant un test sur les matrices de covariance. L'importance de ce résidu apparaît, d'une part, par les différents types d'informations qu'il contient, et d'autre part, par la détection des défauts ayant un impact direct sur la position du robot mobile d'une façon relativement simple. La distribution de la *DKLG* dans le cas « sans défaut » est calculée théoriquement en fonction de la distribution de Fisher et du  $\chi^2$ .

Le choix du seuil constitue une étape primordiale afin de prendre la bonne décision au sujet de la présence des mesures erronées dans le système. Une méthode de seuillage optimisée a été développée en se basant sur le gain informationnel apporté lors du passage de la distribution *a priori* à la distribution *a posteriori*, ou autrement dit en

se basant sur le gain informationnel apporté par une décision. L'importance d'une telle approche par rapport à celles existantes dans la littérature apparaît à travers l'utilisation des apports informationnels et l'obtention des coûts des erreurs en fonction des probabilités de fausse alarme et de détection. De plus, nous avons construit un intervalle de seuils dans lequel le seuil optimal peut varier d'une valeur libérale à une valeur conservatrice. Cette variation est liée à la probabilité *a priori*  $P_0$  qui peut être déterminée à partir de l'historique du système et en utilisant l'estimateur du maximum de vraisemblance.

Afin de tester les performances de l'approche proposée, nous avons formulé le problème de localisation collaborative d'un système multi-robots suivant une architecture distribuée en utilisant des filtres informationnels et nous avons développé une étape de diagnostic de défauts capteurs (chapitre 4). Dans un premier temps, si un défaut est détecté en utilisant la *DKLG*, le banc de filtres *EIF<sup>ij</sup>* dont chacun exploite une observation relative  $Z^{ij}$  sera utilisé pour le calcul des résidus  $KL^{ij}$ . Ces résidus sont évalués afin d'être comparés à une matrice de signatures qui permet d'isoler et par suite, d'exclure les mesures erronées de la procédure de fusion. La méthode de seuillage optimisée basée sur le *KLC* a été testée et comparée à d'autres méthodes. De meilleurs résultats ont été constatés avec le *KLC* montrant que la méthode est capable de localiser d'une façon précise les robots, tout en assurant une détection et une exclusion des défauts.

Finalement, cette approche informationnelle de détection et de seuillage a été également testée sur un couplage serré GNSS et odométrie (chapitre 5). Pour l'exclusion des défauts, un banc de filtres, dont chacun assure le calcul de l'estimation de pose en utilisant les contributions informationnelles d'un ensemble de mesures satellitaires, est mis en jeu. L'utilisation de la *DKLG* et des *DKLP<sub>i</sub>* a permis de rendre plus performante l'étape de diagnostic des mesures GNSS erronées.

## 6.2 Perspectives

Les résultats obtenus sur les deux applications sont prometteurs. Cependant, certaines limitations peuvent être pointées et peuvent constituer des pistes pour des travaux futurs.

### 6.2.1 Perspectives sur la partie méthodologique

1. **Utilisation du filtre particulière :** Contrairement au filtre informationnel, le filtre particulière permet de calculer l'estimation de pose sans aucune hypothèse sur la loi de distribution, mais cette démarche ne peut se réaliser qu'en engendrant un traitement algorithmique plus complexe. Une comparaison des performances de ces deux filtres est envisagée dans un travail futur.
2. **Utilisation des réseaux bayésiens pour le diagnostic :** Les réseaux bayésiens ont trouvé leur place dans les problèmes de fusion de données [12], [13]. De même, dans [29], une méthode de diagnostic des défauts capteurs basée sur les

réseaux bayésiens est développée. C'est une méthode qui nécessite un modèle probabiliste des relations entre les différentes variables.

Les réseaux bayésiens présentent plusieurs avantages :

- ils généralisent le filtre de Kalman,
- ils permettent d'intégrer une couche de diagnostic *via* une démarche d'apprentissage et permettent de réaliser la reconfiguration d'une façon intuitive.

3. **Identification des défauts :** Les méthodes de diagnostic développées dans cette thèse assurent une détection et une exclusion des défauts. Par contre, quand le nombre d'observations est limité, il est intéressant d'identifier l'amplitude du défaut et de le corriger sans aller jusqu'à son exclusion de la procédure de fusion.

## 6.2.2 Perspectives sur les applications

### Applications multi-robots

1. **Vers une architecture décentralisée :** Dans ce travail, nous avons adopté une architecture distribuée dans laquelle une unité centrale est mise en place afin de calculer les corrélations croisées. Les architectures décentralisées ne nécessitent aucune unité centrale mais doivent gérer au mieux les interdépendances afin d'assurer une estimation intègre et précise de la position. Dans un travail futur, nous souhaitons nous orienter vers l'utilisation d'une architecture décentralisée basée sur l'utilisation des filtres informationnels ainsi que d'autres méthodes comme l'algorithme d'intersection de covariances.
2. **Utilisation du modèle 3D :** Avec la méthodologie proposée pour la localisation collaborative, aucune mesure absolue n'est utilisée. Cela peut causer un problème d'observabilité du système. Afin de faire face à ce problème, une méthode de localisation collaborative qui met à profit le modèle 3D de l'environnement est en cours de développement. Le couplage entre un télémètre LASER et un modèle 3D d'évolution pourra assurer une observation absolue qui sera fusionnée avec les autres mesures relatives. L'idée de ce développement repose sur des travaux antérieurs, comme [133] [158] [159]. Finalement, avec une telle modélisation, la redondance pour l'exclusion des défauts sera garantie.
3. **Interaction avec un diagnostic à base de modèle :** Dans ce mémoire, la modélisation du système multi-robots est réalisée d'une façon cinématique. La modélisation dynamique du système est surtout nécessaire pour la partie commande et la partie diagnostic à base de modèle. Dans un travail futur, on souhaite mettre en évidence les interactions entre les parties diagnostic à base de modèle, la commande tolérante aux défauts et la fusion tolérante aux défauts afin d'améliorer les performances du système.
4. **Test sur un nombre  $N$  de robots en temps réel :** Des tests à plus grandes échelles et en temps réel sont prévus dans les mois à venir.

### Applications du système GNSS

1. **Détermination du rayon de protection horizontal (HPL) :** Il serait intéressant de déterminer l'HPL correspondant à la divergence de Kullback-Leibler afin d'étudier l'intégrité de la méthode.
2. **Utilisation du logiciel SPRING 3D :** Afin d'appliquer la méthode de seuillage optimisée en utilisant le *KLC*, les distributions de probabilités de la variable de test (*DKLG*) dans les cas « sans » et « avec » défaut doivent être déterminées *a priori*. L'obtention de ces distributions d'une manière fiable peut être réalisée à travers l'utilisation d'un simulateur de système GNSS intégrant une cartographie 3D (SPRING 3D).

SPRING est un outil innovant conçu pour l'affichage avancé, l'analyse et les simulations des systèmes GNSS.



## Cas d'étude pour la localisation collaborative de trois robots

Considérons le cas d'un système constitué de trois robots qui s'observent. La propagation de l'état de ce système s'obtient comme suit :

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} A^1 & 0 & 0 \\ 0 & A^2 & 0 \\ 0 & 0 & A^3 \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} w^1 \\ w^2 \\ w^3 \end{pmatrix}_k \quad (\text{A.1})$$

Avant toute mise à jour, la matrice de covariance du système multi-robots est une matrice diagonale par blocs :

$$P = \begin{pmatrix} P^{11} & 0 & 0 \\ 0 & P^{22} & 0 \\ 0 & 0 & P^{33} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Prenons le cas où la première fois le robot 1 détecte le robot 2 :

$$H_k^{21} = \gamma^T(\theta_{k/k-1}^1) h_k^{21} = \gamma^T(\theta_{k/k-1}^1) \begin{pmatrix} \tilde{h}_k^{21} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\tilde{h}_k^{21} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & y^2 - y^1 \\ 0 & -1 & -x^2 + x^1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{k/k-1} \quad (\text{A.4})$$

Dans le but de simplifier l'écriture,  $\gamma(\theta_{k/k-1}^i)$  sera remplacée par  $\gamma(\theta_k^i)$ .

La matrice informationnelle s'écrit sous la forme suivante :

$$Y_{k/k} = Y_{k/k-1} + (H_k^{21})^T (R_k^{21})^{-1} H_k^{21} \quad (\text{A.5})$$

$$(H_k^{21})^T (R_k^{21})^{-1} H_k^{21} = \begin{pmatrix} (\tilde{h}_k^{21})^T \\ I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \begin{pmatrix} \tilde{h}_k^{21} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$Y_{k/k} = \begin{pmatrix} Y_{k/k-1}^{11} + (\tilde{h}_k^{21})^T \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} & (\tilde{h}_k^{21})^T \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) & 0_{3 \times 3} \\ \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} & Y_{k/k-1}^{22} + \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & Y_{k/k-1}^{33} \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$P_{k/k} = \begin{pmatrix} \left( \begin{array}{cc} Y_{k/k-1}^{11} + (\tilde{h}_k^{21})^T \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} & (\tilde{h}_k^{21})^T \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \\ \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} & Y_{k/k-1}^{22} + \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \end{array} \right)^{-1} & 0_{6 \times 3} \\ 0_{3 \times 6} & P_{k/k-1}^{33} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Le vecteur informationnel est mis à jour suivant l'équation :

$$y_{k/k} = y_{k/k-1} + (H_k^{21})^T (R_k^{21})^{-1} [(Z_k^{21} - \widehat{Z}_k^{21}) + H_k^{21} X_{k/k-1}] \quad (\text{A.9})$$

$$y_{k/k} = \begin{pmatrix} y_{1k/k} \\ y_{2k/k} \\ y_{3k/k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{1k/k-1} + (\tilde{h}_k^{21})^T \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} [(Z_k^{21} - \widehat{Z}_k^{21}) + \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} X_{k/k-1}^1 + \gamma^T(\theta_k^1) X_{k/k-1}^2] \\ y_{2k/k-1} + \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} [(Z_k^{21} - \widehat{Z}_k^{21}) + \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} X_{k/k-1}^1 + \gamma^T(\theta_k^1) X_{k/k-1}^2] \\ y_{3k/k-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$\widehat{Z}_k^{21} = \gamma^T(\theta_{k/k-1}^1) \begin{pmatrix} -I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{pmatrix}_{k/k-1} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned}
X_{k/k} &= Y_{k/k}^{-1} y_{k/k} = P_{k/k} y_{k/k} = \\
&\left( \begin{array}{cc} Y_{k/k-1}^{11} + (\tilde{h}_k^{21})^T \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} & (\tilde{h}_k^{21})^T \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \\ \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \tilde{h}_k^{21} & Y_{k/k-1}^{22} + \gamma(\theta_k^1) (R_k^{21})^{-1} \gamma^T(\theta_k^1) \end{array} \right)^{-1} \begin{pmatrix} y_{1k/k} \\ y_{2k/k} \end{pmatrix} \\
&P_{k/k-1}^{33} y_{3k/k-1}
\end{aligned} \tag{A.12}$$

A partir des équations A.8 et A.12, on peut remarquer que le robot 3 n'est pas influencé par les observations relatives entre les robots 1 et 2. En effet :

$$X_{k/k}^3 = X_{k/k-1}^3 \tag{A.13}$$

$$P_{k/k}^{33} = P_{k/k-1}^{33} \tag{A.14}$$

Une fois que deux robots se voient, les termes de corrélations croisées deviennent non nulles.

Considérons maintenant le cas où le robot 2 observe le robot 3 :

$$H_k^{32} = \gamma^T(\theta_k^2) h_k^{32} \tag{A.15}$$

$$= \gamma^T(\theta_k^2) \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \tilde{h}_k^{32} & I_{3 \times 3} \end{pmatrix} \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned}
Y_{k/k} &= Y_{k/k-1} + (H_k^{32})^T (R_k^{32})^{-1} H_k^{32} = \\
&\left( \begin{array}{ccc} Y_{k/k-1}^{11} & Y_{k/k-1}^{12} & Y_{k/k-1}^{13} \\ Y_{k/k-1}^{21} & Y_{k/k-1}^{22} + (\tilde{h}_k^{32})^T \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} \gamma^T(\theta_k^2) \tilde{h}_k^{32} & Y_{k/k-1}^{23} + (\tilde{h}_k^{32})^T \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} \gamma^T(\theta_k^2) \\ Y_{k/k-1}^{31} & Y_{k/k-1}^{32} + \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} \gamma^T(\theta_k^2) \tilde{h}_k^{32} & Y_{k/k-1}^{33} + \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} \gamma^T(\theta_k^2) \end{array} \right)
\end{aligned} \tag{A.17}$$

$$P_{k/k} = Y_{k/k}^{-1} \tag{A.18}$$

Et le vecteur informationnel se met sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
y_{k/k} &= \\
&\left( \begin{array}{c} y_{1k/k-1} \\ y_{2k/k-1} + (\tilde{h}_k^{32})^T \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} [(Z_k^{32} - \widehat{Z}_k^{32}) + \gamma^T(\theta_k^2) \tilde{h}_k^{32} X_{k/k-1}^2 + \gamma^T(\theta_k^2) X_{k/k-1}^3] \\ y_{3k/k-1} + \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} [(Z_k^{32} - \widehat{Z}_k^{32}) + \gamma^T(\theta_k^2) \tilde{h}_k^{32} X_{k/k-1}^2 + \gamma^T(\theta_k^2) X_{k/k-1}^3] \end{array} \right)
\end{aligned} \tag{A.19}$$

Par conséquent, la mise à jour des estimations de pose se fait suivant la formule :

$$X_{k/k} = Y_{k/k}^{-1} y_{k/k} \tag{A.20}$$

La pose du robot 1 est obtenue, par exemple, suivant l'équation :

$$\begin{aligned}
X_{k/k}^1 &= P_{k/k}^{11} y_{1k/k-1} \\
&+ \\
&P_{k/k}^{12} \left( y_{2k/k-1} + (\tilde{h}_k^{32})^T \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} [(Z_k^{32} - \widehat{Z}_k^{32}) + \gamma^T(\theta_k^2) \tilde{h}_k^{32} X_{k/k-1}^2 + \gamma^T(\theta_k^2) X_{k/k-1}^3] \right) \\
&+ \\
&P_{k/k}^{13} \left( y_{3k/k-1} + \gamma(\theta_k^2) (R_k^{32})^{-1} [(Z_k^{32} - \widehat{Z}_k^{32}) + \gamma^T(\theta_k^2) \tilde{h}_k^{32} X_{k/k-1}^2 + \gamma^T(\theta_k^2) X_{k/k-1}^3] \right)
\end{aligned} \tag{A.21}$$

Le même calcul est réalisé pour obtenir les poses des robots 2 et 3. On peut donc remarquer que l'observation entre les robots 2 et 3 influence les poses des différents robots du groupe, et non pas seulement celles des robots concernés.

## Localisation collaborative tolérante aux défauts capteurs : Extension de l'approche

Dans le chapitre 4, nous avons traité le problème de la localisation collaborative en utilisant les positions relatives entre les robots. Avec une telle modélisation, la détection des défauts des gyroscopes n'était pas possible. Nous proposons d'élargir notre approche afin de pouvoir les détecter. A noter qu'aucune modification sur l'étape de prédiction n'aura lieu.

Au lieu de considérer le vecteur  $\begin{bmatrix} x^{ji} & y^{ji} & \theta^{ji} \end{bmatrix}^T$  comme étant une seule observation, on peut le diviser en deux :  $Z^{ji,xy} = \begin{bmatrix} x^{ji} & y^{ji} \end{bmatrix}^T$  et  $Z^{ji,\theta} = \theta^{ji}$ . Ceci n'affectera pas la modélisation du système multi-robots mais un changement de la conception des  $KL^i$  sera engendré.

Par conséquent,  $H_k^{ji}$  peut être divisée en  $H_k^{ji,xy}$  et  $H_k^{ji,\theta}$ , avec :

$$H_k^{ji,xy} = \left( \gamma^{xy}(\theta_{k/k-1}^i) \right)^T h_k^{ji,xy} \quad (\text{B.1})$$

$$\gamma^{xy}(\theta_k^i) = \begin{pmatrix} \cos \theta_k^i & -\sin \theta_k^i \\ \sin \theta_k^i & \cos \theta_k^i \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$h_k^{ji,xy} = \left( 0_{2 \times 3} \quad \dots \quad \tilde{h}_k^{ji,xy} \quad \dots \quad I_{2 \times 3} \quad \dots \right) \quad (\text{B.3})$$

$$\tilde{h}_k^{ji,xy} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & y^j - y^i \\ 0 & -1 & -x^j + x^i \end{pmatrix}_{k/k-1} \quad (\text{B.4})$$

Et :

$$H_k^{ji,\theta} = \left( 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad \dots \right) \quad (\text{B.5})$$

L'estimation des observations se réalise comme suit :

$$\widehat{Z}_k^{j,xy} = (\gamma^{xy}(\theta_{k/k-1}^i))^T \begin{pmatrix} 0_{2 \times 3} & \dots & -I_{2 \times 3} & \dots & I_{2 \times 3} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ y^1 \\ \theta^1 \\ \vdots \\ x^i \\ y^i \\ \theta^i \\ \vdots \\ x^j \\ y^j \\ \theta^j \\ \vdots \end{pmatrix}_{k/k-1} \quad (\text{B.6})$$

et

$$\widehat{Z}_k^{j,\theta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ y^1 \\ \theta^1 \\ \vdots \\ x^i \\ y^i \\ \theta^i \\ \vdots \\ x^j \\ y^j \\ \theta^j \\ \vdots \end{pmatrix}_{k/k-1} \quad (\text{B.7})$$

Par conséquent, pour l'exclusion des défauts, la génération des résidus  $KL^{j,xy}$  et  $KL^{j,\theta}$  est réalisée.  $KL^{j,xy}$  (respectivement  $KL^{j,\theta}$ ) s'obtient à partir d'un filtre conçu de telle sorte que seulement l'observation  $Z^{j,xy}$  (respectivement  $Z^{j,\theta}$ ) soit utilisée dans l'étape de correction du filtre informationnel.

On peut donc remarquer que le résidu  $KL^{j,xy}$  est sensible aux défauts des encodeurs des robots  $i$  et  $j$ , ainsi qu'aux défauts de la Kinect  $i$ .  $KL^{j,\theta}$  est sensible aux défauts des encodeurs et des gyroscopes des robots  $i$  et  $j$ . La matrice de signatures pour ce cas est donnée dans le tableau B.1.

On peut constater que la série des résidus  $KL^{ij,xy}$  est insensible aux défauts des gyroscopes, et l'ensemble  $KL^{ij,\theta}$  est insensible aux défauts des Kinects. A noter que les résidus  $KL^{21,\theta}$  et  $KL^{12,\theta}$  réagissent au même ensemble de défauts capteurs, donc ces deux lignes de la matrice de signatures peuvent se réduire à une seule. Même remarque pour  $(KL^{31,\theta}, KL^{13,\theta})$  et pour  $(KL^{23,\theta}, KL^{32,\theta})$ .

Résidus	O1	O2	O3	K1	K2	K3	G1	G2	G3
$KL^{21,xy}$	1	1	0	1	0	0	0	0	0
$KL^{12,xy}$	1	1	0	0	1	0	0	0	0
$KL^{31,xy}$	1	0	1	1	0	0	0	0	0
$KL^{13,xy}$	1	0	1	0	0	1	0	0	0
$KL^{32,xy}$	0	1	1	0	1	0	0	0	0
$KL^{23,xy}$	0	1	1	0	0	1	0	0	0
$KL^{21,\theta}$	1	1	0	0	0	0	1	1	0
$KL^{12,\theta}$	1	1	0	0	0	0	1	1	0
$KL^{31,\theta}$	1	0	1	0	0	0	1	0	1
$KL^{13,\theta}$	1	0	1	0	0	0	1	0	1
$KL^{32,\theta}$	0	1	1	0	0	0	0	1	1
$KL^{23,\theta}$	0	1	1	0	0	0	0	1	1

TABLEAU B.1 – La matrice de signatures dans le cas de trois robots qui s'observent (abréviation : O pour odomètre, K pour Kinect et G pour gyroscope).

Afin de tester la performance de cette approche généralisée, en plus des défauts des encodeurs et des Kinects, on simule des défauts des gyroscopes.

La *DKLG* utilisée pour la détection des défauts est donnée sur la figure B.1.

Pour l'exclusion des défauts, les deux séries de résidus,  $KL^{ij,xy}$  et  $KL^{ij,\theta}$ , sont montrées sur les figures B.2 et B.3, afin d'être comparées avec la matrice de signatures.

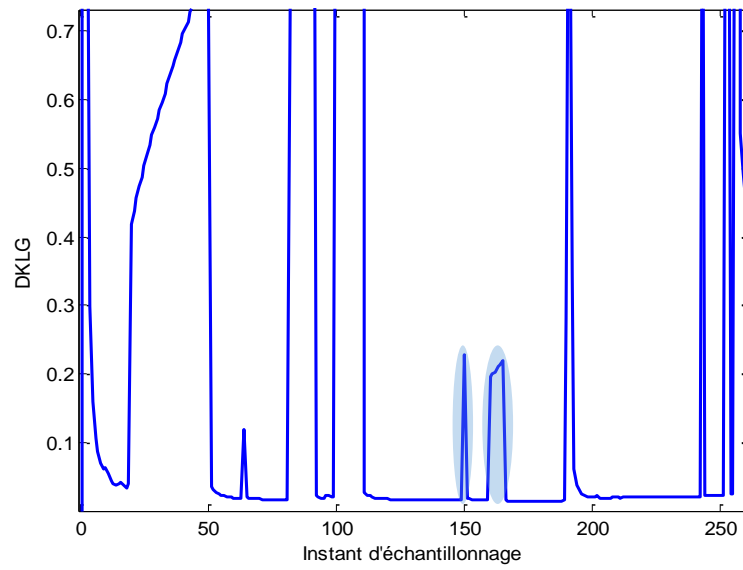
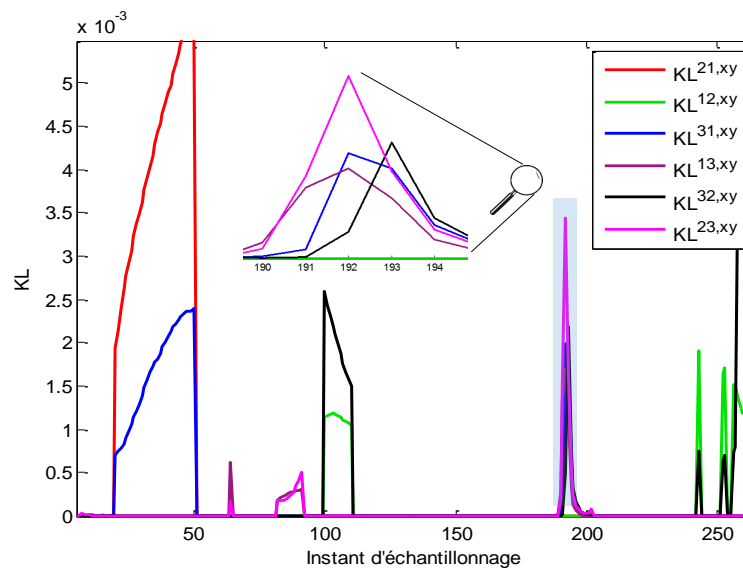
Les sauts de  $KL^{21,xy}$  et  $KL^{31,xy}$  indiquent que la Kinect 1 est défaillante de l'instant  $k = 20$  jusqu'à 50. De la même manière, on peut conclure que la Kinect 3 est défaillante de  $k = 82$  à 90 et la Kinect 2 de  $k = 100$  à 110.

D'autre part, de  $k = 190$  à 192, les sauts de  $KL^{31,xy}$ ,  $KL^{13,xy}$ ,  $KL^{32,xy}$ ,  $KL^{23,xy}$ ,  $KL^{31,\theta}$ ,  $KL^{13,\theta}$ ,  $KL^{32,\theta}$  et  $KL^{23,\theta}$  permettent de conclure que les encodeurs du robot 3 sont en défauts.

Finalement, les sauts de  $KL^{31,\theta}$ ,  $KL^{13,\theta}$ ,  $KL^{32,\theta}$  et  $KL^{23,\theta}$  indiquent que le gyroscope 3 est en défaut de  $k = 160$  à 165. De la même manière, on peut constater que le gyroscope 2 est en défaut à l'instant  $k = 150$ .

Après l'exclusion des défauts, l'estimation des trajectoires est donnée sur la figure B.4.

A noter que les méthodes de seuillage utilisées dans le chapitre 4 peuvent être encore appliquées dans ce cas.

FIGURE B.1 – La  $DKLG$  pour la détection des défauts.FIGURE B.2 – L'ensemble des résidus  $KL^{ij,xy}$ .



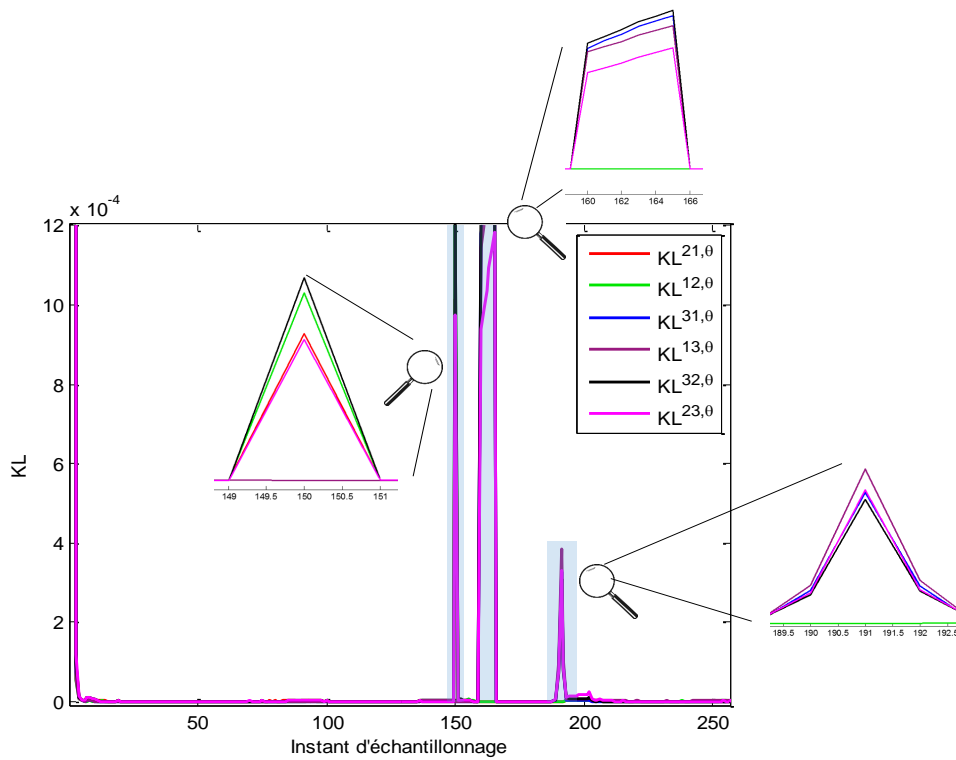


FIGURE B.3 – L'ensemble des résidus  $KL^{ij,\theta}$ .

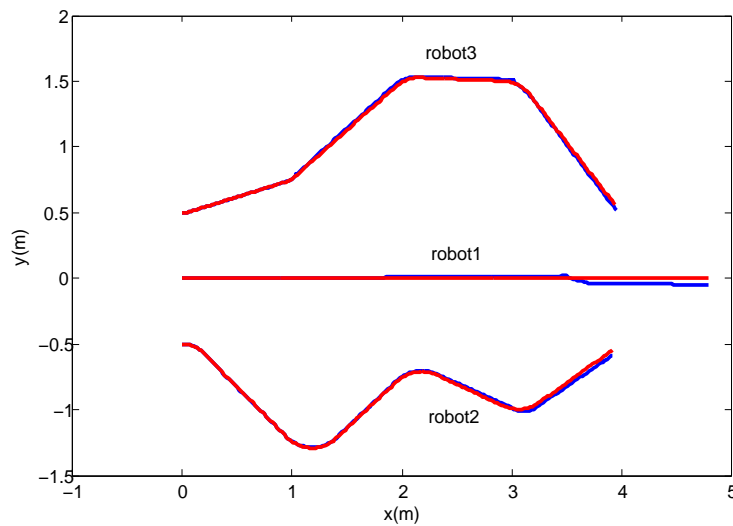


FIGURE B.4 – Estimation des trajectoires des trois robots après détection et exclusion des défauts (en bleu) comparées aux trajectoires de références (en rouge).



# Bibliographie

- [1] S. I. Roumeliotis and G. A. Bekey, « Distributed multi-robot localization, » in *Distributed autonomous robotic systems 4*, Springer, 2000, pp. 179–188.
- [2] A. Martinelli, F. Pont, and R. Siegwart, « Multi-robot localization using relative observations, » in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005*, Apr. 2005, pp. 2797–2802.
- [3] B. Khaleghi, A. Khamis, F. O. Karray, and S. N. Razavi, « Multisensor data fusion : a review of the state-of-the-art, » *Information Fusion*, vol. 14, no. 1, pp. 28–44, 2013.
- [4] L. Wald, *Data fusion : definitions and architectures : fusion of images of different spatial resolutions*. Presses des mines, 2002.
- [5] F. E. White, « Data fusion lexicon, » DTIC Document, 1991.
- [6] H. Boström, S. F. Andler, M. Brohede, R. Johansson, A. Karlsson, J. Van Laere, L. Niklasson, M. Nilsson, A. Persson, and T. Ziemke, « On the definition of information fusion as a field of research, » Tech.Rep. HS-IKI-TR-006, 2007.
- [7] A. Martin, « La fusion d’informations, » *Polycopié de cours ENSIETA- Réf : 1484*, p. 117, 2005.
- [8] R. E. Kalman, « A new approach to linear filtering and prediction problems, » *Journal of basic Engineering*, vol. 82, no. 1, pp. 35–45, 1960.
- [9] M. Bozorg, E. Nebot, and H. Durrant-Whyte, « A decentralised navigation architecture, » in *1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1998. Proceedings*, vol. 4, May 1998, 3413–3418 vol.4.
- [10] J. Laneurit, « Perception multisensorielle pour la localisation d’un robot mobile en environnement extérieur, application aux véhicules routiers, » PhD thesis, Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II, 2006.
- [11] A. Doucet, « On sequential simulation-based methods for bayesian filtering, » 1998.
- [12] C. Smaili, « Fusion de données multi-capteurs à l’aide d’un réseau bayésien pour l’estimation d’état d’un véhicule, » PhD thesis, Université Nancy II, May 7, 2010.

- [13] C. Aynaud, « Accurate and reliable vehicle localization thanks to a multisensor approach, » PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, Dec. 2015.
- [14] K. P. Murphy, « Dynamic bayesian networks : representation, inference and learning, » PhD thesis, University of California, Berkeley, 2002.
- [15] E. H. A. Gning *et al.*, « Localisation garantie d'automobiles : contribution aux techniques de satisfaction de contraintes sur les intervalles, » PhD thesis, Compiègne, 2006.
- [16] H. Durrant-Whyte, *Introduction to decentralised data fusion*. The University of Sydney, Sydney, Australia, 2004.
- [17] L. Jiang, « Sensor fault detection and isolation using system dynamics identification techniques, » PhD thesis, The University of Michigan, 2011.
- [18] S. Ding, *Model-based fault diagnosis techniques : design schemes, algorithms, and tools*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [19] S. Yin, « Data-driven design of fault diagnosis systems, » PhD thesis, Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Ingenieurwissenschaften» Elektrotechnik und Informationstechnik» Automatisierungstechnik und komplexe Systeme, 2012.
- [20] M. Diévert, « Architectures de diagnostic et de pronostic distribuées de systèmes techniques complexes de grande dimension, » PhD thesis, Institut national Polytechnique de Toulouse, 2010.
- [21] K. Bader, « Tolérance aux fautes pour la perception multi-capteurs : application à la localisation d'un véhicule intelligent, » PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, Dec. 5, 2014.
- [22] S. I. Roumeliotis, G. Sukhatme, and G. A. Bekey, « Sensor fault detection and identification in a mobile robot, » in *Proceedings in International Conference on Intelligent Robots and Systems, 1998.*, vol. 3, IEEE, 1998, pp. 1383–1388.
- [23] W. Xue, Y.-Q. Guo, and X.-d. Zhang, « A bank of kalman filters and a robust kalman filter applied in fault diagnosis of aircraft engine sensor/actuator, » in *Second International Conference on Innovative Computing, Information and Control, 2007. ICICIC '07*, Sep. 2007.
- [24] A.-C. Escher, C. Macabiau, N. Martin, B. Roturier, and V. Vogel, « GNSS/IRS hybridization : fault detection and isolation of more than one range failure, » in *ION GPS 2002, 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation*, 2002, p. 2619.
- [25] F. Faurie, « Algorithmes de contrôle d'intégrité pour la navigation hybride GNSS et systèmes de navigation inertielle en présence de multiples mesures satellitaires défaillantes, » PhD thesis, Bordeaux 1, 2011.
- [26] T. Wei, Y. Huang, and P. Chen, « Sensor validation for flight control by particle filtering, » in *Signal Processing Conference, 2005 13th European*, Sep. 2005, pp. 1–4.

- [27] P. J. Escamilla-Ambrosio and N. Mort, « A hybrid kalman filter-fuzzy logic multisensor data fusion architecture with fault tolerant characteristics, » in *The international conference on artificial intelligence*, 2001, pp. 361–367.
- [28] M. Kumar, D. Garg, and R. Zachery, « A method for judicious fusion of inconsistent multiple sensor data, » *IEEE Sensors Journal*, vol. 7, no. 5, pp. 723–733, May 2007, ISSN: 1530-437X.
- [29] P. Ibarquengoytia, L. Sucar, and S. Vadera, « Real time intelligent sensor validation, » *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 770–775, Nov. 2001, ISSN: 0885-8950.
- [30] S. Wellington, J. Atkinson, and R. Sion, « Sensor validation and fusion using the nadaraya-watson statistical estimator, » in *Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion*, 2002, vol. 1, Jul. 2002, 321–326 vol.1.
- [31] V. Ricquebourg, M. Delafosse, L. Delahoche, B. Marhic, A. M. Jolly-Desodt, and D. Menga, « Fault detection by combining redundant sensors : a conflict approach within the tbm framework, » *Cognitive Systems with Interactive Sensors, COGIS*, 2007.
- [32] S. Thrun, D. Koller, Z. Ghahramani, H. Durrant-Whyte, and A. Y. Ng, *Simultaneous mapping and localization with sparse extended information filters : Theory and initial results*. Springer, 2004.
- [33] R. M. Eustice, H. Singh, and J. J. Leonard, « Exactly sparse delayed-state filters for view-based SLAM, » *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, no. 6, pp. 1100–1114, Dec. 2006, ISSN: 1552-3098.
- [34] H. Durrant-Whyte and T. C. Henderson, « Multisensor data fusion, » in *Springer Handbook of Robotics*, Springer, 2008, pp. 585–610.
- [35] S. Thrun, Y. Liu, D. Koller, A. Y. Ng, Z. Ghahramani, and H. Durrant-Whyte, « Simultaneous localization and mapping with sparse extended information filters, » *The International Journal of Robotics Research*, vol. 23, no. 7, pp. 693–716, 2004.
- [36] A. Gasparri and F. Pascucci, « An interlaced extended information filter for self-localization in sensor networks, » *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 9, no. 10, pp. 1491–1504, Oct. 2010, ISSN: 1536-1233.
- [37] S. Thrun, « Probabilistic robotics, » *Communications of the ACM*, vol. 45, no. 3, pp. 52–57, 2002.
- [38] N. Assimakis, M. Adam, and A. Douladiris, « Information filter and kalman filter comparison : selection of the faster filter, » *International Journal of Information Engineering*, vol. 2, no. 1, pp. 1–5, 2012.
- [39] C. E. Shannon, « A mathematical theory of communication, » *ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review*, vol. 5, no. 1, pp. 3–55, 2001.

- [40] A. V. Lazo and P. Rathie, « On the entropy of continuous probability distributions (corresp.), » *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 24, no. 1, pp. 120–122, Jan. 1978, issn: 0018-9448.
- [41] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of information theory*. John Wiley & Sons, 2012.
- [42] S. Kullback and R. A. Leibler, « On information and sufficiency, » *The annals of mathematical statistics*, vol. 22, no. 1, pp. 79–86, 1951.
- [43] B. Grocholsky, « Information-theoretic control of multiple sensor platforms, » PhD thesis, University of Sydney, Sydney, Australia, 2002.
- [44] J. Al Hage, N. A. Tmazirte, M. E. El Najjar, and D. Pomorski, « Fault tolerant fusion approach based on information theory applied on GNSS localization, » in *18th International Conference on Information Fusion (Fusion), 2015*, IEEE, 2015, pp. 696–702.
- [45] S. Kullback, *Information theory and statistics*. Courier Corporation, 1968.
- [46] M. Lexa, « Useful facts about the kullback-leibler discrimination distance, » Rice University, Houston, 2004.
- [47] J. Harmouche, C. Delpha, and D. Diallo, « Incipient fault detection and diagnosis based on kullback–leibler divergence using principal component analysis : part II, » *Signal Processing*, vol. 109, pp. 334–344, Apr. 2015, issn: 0165-1684.
- [48] J. Zeng, U. Kruger, J. Geluk, X. Wang, and L. Xie, « Detecting abnormal situations using the kullback–leibler divergence, » *Automatica*, vol. 50, no. 11, pp. 2777–2786, Nov. 2014, issn: 0005-1098.
- [49] M. Basseville, I. V. Nikiforov, *et al.*, *Detection of abrupt changes : theory and application*. Prentice Hall Englewood Cliffs, 1993, vol. 104.
- [50] I. V. Nikiforov, « A generalized change detection problem, » *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, no. 1, pp. 171–187, Jan. 1995, issn: 0018-9448.
- [51] D. Bajović, B. Sinopoli, and J. Xavier, « Sensor selection for hypothesis testing in wireless sensor networks : a kullback-leibler based approach, » in *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, IEEE, 2009, pp. 1659–1664.
- [52] N. Xiong and P. Svensson, « Multi-sensor management for information fusion : issues and approaches, » *Information fusion*, vol. 3, no. 2, pp. 163–186, 2002.
- [53] J. V. Davis and I. S. Dhillon, « Differential entropic clustering of multivariate gaussians, » in *Neural information processing systems (NIPS)*, 2006, pp. 337–344.
- [54] L. M. Bregman, « The relaxation method of finding the common point of convex sets and its application to the solution of problems in convex programming, » *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, vol. 7, no. 3, pp. 200–217, Jan. 1, 1967, issn: 0041-5553.

- [55] B. Kulis, M. Sustik, and I. Dhillon, « Learning low-rank kernel matrices, » in *Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning*, ACM, 2006, pp. 505–512.
- [56] R. Sivalingam, D. Boley, V. Morellas, and N. Papanikolopoulos, « Tensor sparse coding for positive definite matrices, » *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 36, no. 3, pp. 592–605, 2014.
- [57] Q. Xu, « Measuring information content from observations for data assimilation : relative entropy versus shannon entropy difference, » *Tellus A*, vol. 59, no. 2, pp. 198–209, 2007.
- [58] H. Jeffreys, *Scientific inference*. Cambridge University Press, 1973.
- [59] V. Vedral, « The role of relative entropy in quantum information theory, » *Reviews of Modern Physics*, vol. 74, no. 1, p. 197, 2002.
- [60] J. Zeng, L. Xie, U. Kruger, J. Yu, J. Sha, and X. Fu, « Process monitoring based on kullback-leibler divergence, » in *2013 European Control Conference (ECC)*, IEEE, 2013, pp. 416–421.
- [61] T. Dasu, S. Krishnan, S. Venkatasubramanian, and K. Yi, « An information-theoretic approach to detecting changes in multi-dimensional data streams, » in *Proc. Symp. on the Interface of Statistics, Computing Science, and Applications*, Citeseer, 2006.
- [62] D. I. Belov and R. D. Armstrong, « Distributions of the kullback–leibler divergence with applications, » *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, vol. 64, no. 2, pp. 291–309, 2011.
- [63] A. C. Rencher, *Methods of Multivariate Analysis*. John Wiley & Sons, Apr. 14, 2003, 740 pp., ISBN: 978-0-471-46172-2.
- [64] J. Hardin and D. M. Rocke, « The distribution of robust distances, » *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 2012.
- [65] D. C. Montgomery and G. C. Runger, *Applied statistics and probability for engineers*. John Wiley & Sons, 2010.
- [66] R. P. McDonald, « Testing pattern hypotheses for covariance matrices, » *Psychometrika*, vol. 39, no. 2, pp. 189–201, Jun. 1974, ISSN: 0033-3123, 1860-0980.
- [67] J. Gertler, *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. CRC press, 1998.
- [68] J. Al Hage, N. AitTmazirte, M. E. El Najjar, and D. Pomorski, « Fault detection and exclusion method for a tightly coupled localization system, » in *International Conference on Advanced Robotics (ICAR), 2015*, IEEE, 2015, pp. 623–628.
- [69] M. Sader, R. Noack, P. Zhang, S. X. Ding, and T. Jeinsch, « Fault detection based on probabilistic robustness technique for belt conveyor systems, » in *Proc. of the 16th IFAC world congress*, 2005.
- [70] P. K. Varshney, *Distributed detection and data fusion*. Springer Science & Business Media, 2012.

- [71] C. Jutten, *Détection, Estimation, Information*. Polytech' Grenoble: Université Joseph Fourier, 2007.
- [72] H. V. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*. Springer Science & Business Media, Mar. 14, 2013, 405 pp., ISBN: 978-1-4757-2341-0.
- [73] E. Colak, F. Mutlu, C. Bal, S. Oner, K. Ozdamar, B. Gok, and Y. Cavusoglu, « Comparison of semiparametric, parametric, and nonparametric ROC analysis for continuous diagnostic tests using a simulation study and acute coronary syndrome data, » *Computational and mathematical methods in medicine*, vol. 2012, 2012.
- [74] T. Cai and C. S. Moskowitz, « Semi-parametric estimation of the binormal ROC curve for a continuous diagnostic test, » *Biostatistics*, vol. 5, no. 4, pp. 573–586, 2004.
- [75] F. Hsieh, B. W. Turnbull, *et al.*, « Nonparametric and semiparametric estimation of the receiver operating characteristic curve, » *The annals of statistics*, vol. 24, no. 1, pp. 25–40, 1996.
- [76] R. J. Irwin and T. C. Irwin, « A principled approach to setting optimal diagnostic thresholds : where ROC and indifference curves meet, » *European Journal of Internal Medicine*, vol. 22, no. 3, pp. 230–234, Jun. 2011, ISSN: 0953-6205.
- [77] —, « Appraising credit ratings : does the cap fit better than the roc ? » *International Journal of Finance & Economics*, vol. 18, no. 4, pp. 396–408, Oct. 1, 2013, ISSN: 1099-1158.
- [78] K. Hajian-Tilaki, « Receiver operating characteristic (ROC) curve analysis for medical diagnostic test evaluation, » *Caspian journal of internal medicine*, vol. 4, no. 2, p. 627, 2013.
- [79] W. J. Youden, « Index for rating diagnostic tests, » *Cancer*, vol. 3, no. 1, pp. 32–35, 1950.
- [80] D. Pomorski, « Entropy-based optimisation for binary detection networks, » in *Proceedings of the Third International Conference on Information Fusion, 2000. FUSION 2000*, vol. 2, Jul. 2000, THC4/3–THC410 vol.2.
- [81] C. Desrousseaux and D. Pomorski, « Optimisation entropique des systèmes de détection distribuée, » *Traitement du Signal*, vol. 16, no. 4, 1999.
- [82] L. Itti and P. F. Baldi, « Bayesian surprise attracts human attention, » in *Advances in neural information processing systems*, 2005, pp. 547–554.
- [83] P. Baldi and L. Itti, « Of bits and wows : a bayesian theory of surprise with applications to attention, » *Neural Networks*, vol. 23, no. 5, pp. 649–666, Jun. 2010, ISSN: 0893-6080.
- [84] H. Abdi, « Signal detection theory (SDT), » *Encyclopedia of measurement and statistics*, pp. 886–889, 2007.



- [85] F. W. Scholz, « Maximum likelihood estimation, » in *Encyclopedia of Statistical Sciences*, John Wiley & Sons, Inc., 2004, ISBN: 978-0-471-66719-3.
- [86] S. Methnani, « Diagnostic, reconstruction et identification des défauts capteurs et actionneurs : application aux station d'épurations des eaux usées, » PhD thesis, Université de Toulon et du Var ; Ecole nationale d'ingénieurs de Sfax, 2012.
- [87] R. J. Patton, « Robust model-based fault diagnosis : the state of the art, » in *IFAC Symposium on fault detection, supervision and safety for processes (SAFEPROCESS)*, 1994, pp. 1–24.
- [88] J. Chen and R. J. Patton, *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 3.
- [89] E. A. Garcia and P. M. Frank, « Analysis of a class of dedicated observer schemes to sensor fault isolation, » in *Control '96, UKACC International Conference on (Conf. Publ. No. 427)*, vol. 1, Sep. 1996, 60–65 vol.1.
- [90] R. Kurazume, S. Nagata, and S. Hirose, « Cooperative positioning with multiple robots, » in *1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1994. Proceedings*, May 1994, 1250–1257 vol.2.
- [91] R. Grabowski, L. E. Navarro-Serment, C. J. Paredis, and P. K. Khosla, « Heterogeneous teams of modular robots for mapping and exploration, » *Autonomous Robots*, vol. 8, no. 3, pp. 293–308, 2000.
- [92] A. Howard, M. Matark, and G. Sukhatme, « Localization for mobile robot teams using maximum likelihood estimation, » in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2002*, vol. 1, 2002, 434–439 vol.1.
- [93] S. I. Roumeliotis and G. A. Bekey, « Distributed multirobot localization, » *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 18, no. 5, pp. 781–795, 2002.
- [94] S. Panzieri, F. Pascucci, and R. Setola, « Multirobot localisation using interlaced extended kalman filter, » in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Oct. 2006, pp. 2816–2821.
- [95] A. Howard, M. J. Matarić, and G. S. Sukhatme, « Localization for mobile robot teams : a distributed MLE approach, » in *Experimental Robotics VIII*, Springer, 2003, pp. 146–155.
- [96] E. D. Nerurkar, S. Roumeliotis, and A. Martinelli, « Distributed maximum a posteriori estimation for multi-robot cooperative localization, » in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009. ICRA '09*, May 2009, pp. 1402–1409.
- [97] D. Foxy, W. Burgardz, H. Kruppayy, and S. Thruny, « Collaborative multi-robot localization, » *KI-99 : advances in artificial intelligence : 23rd Annual German Conference [sic] on Artificial Intelligence, Bonn, Germany*, p. 255, 1999.
- [98] D. Fox, W. Burgard, H. Kruppa, and S. Thrun, « A probabilistic approach to collaborative multi-robot localization, » *Autonomous robots*, vol. 8, no. 3, pp. 325–344, 2000.

- [99] N. Karam, F. Chausse, R. Aufrère, and R. Chapuis, « Localization of a group of communicating vehicles by state exchange, » in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, 2006, pp. 519–524.
- [100] A. Howard, M. J. Mataric, and G. S. Sukhatme, « Putting the 'i' in 'team' : an ego-centric approach to cooperative localization, » in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'03.*, vol. 1, IEEE, 2003, pp. 868–874.
- [101] L. C. Carrillo-Arce, E. D. Nerurkar, J. L. Gordillo, and S. I. Roumeliotis, « Decentralized multi-robot cooperative localization using covariance intersection, » in *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ*, IEEE, 2013, pp. 1412–1417.
- [102] A. Martinelli, « Improving the precision on multi robot localization by using a series of filters hierarchically distributed, » in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007*, Oct. 2007, pp. 1053–1058.
- [103] A. Martinelli and R. Siegwart, « Observability analysis for mobile robot localization, » in *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005. (IROS 2005)*, Aug. 2005, pp. 1471–1476.
- [104] S. I. Roumeliotis and I. M. Rekleitis, « Propagation of uncertainty in cooperative multirobot localization : analysis and experimental results, » *Autonomous Robots*, vol. 17, no. 1, pp. 41–54, 2004.
- [105] Y. Hidaka, A. Mourikis, and S. Roumeliotis, « Optimal formations for cooperative localization of mobile robots, » in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005*, Apr. 2005, pp. 4126–4131.
- [106] N. Trawny and T. Barfoot, « Optimized motion strategies for cooperative localization of mobile robots, » in *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, IEEE ; 1999, 2004, pp. 1027–1032.
- [107] A. Christensen, R. O'Grady, and M. Dorigo, « From fireflies to fault-tolerant swarms of robots, » *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 13, no. 4, pp. 754–766, Aug. 2009, ISSN: 1089-778X.
- [108] P. Sundvall and P. Jensfelt, « Fault detection for mobile robots using redundant positioning systems, » in *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006*, May 2006, pp. 3781–3786.
- [109] F. Gustafsson, *Adaptive filtering and change detection*. New York : Wiley, 2000, vol. 1.
- [110] L. Parker, « ALLIANCE : an architecture for fault tolerant multirobot cooperation, » *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 14, no. 2, pp. 220–240, Apr. 1998, ISSN: 1042-296X.
- [111] X. Li and L. Parker, « Sensor analysis for fault detection in tightly-coupled multi-robot team tasks, » in *2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Apr. 2007, pp. 3269–3276.

- [112] —, « Distributed sensor analysis for fault detection in tightly-coupled multi-robot team tasks, » in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009. ICRA '09*, May 2009, pp. 3103–3110.
- [113] R. Tinós, L. E. Navarro-Serment, and C. J. Paredis, « Fault tolerant localization for teams of distributed robots, » in *Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2001 IEEE/RSJ*, vol. 2, IEEE, 2001, pp. 1061–1066.
- [114] H. Lau, I. Bate, P. Cairns, and J. Timmis, « Adaptive data-driven error detection in swarm robotics with statistical classifiers, » *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 59, no. 12, pp. 1021–1035, 2011.
- [115] R. A. Carrasco, F. Núñez, and A. Cipriano, « Fault detection and isolation in cooperative mobile robots using multilayer architecture and dynamic observers, » *Robotica*, vol. 29, no. 4, pp. 555–562, Jul. 2011, ISSN: 1469-8668.
- [116] J. Borenstein and L. Feng, « Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots, » *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 6, pp. 869–880, 1996.
- [117] D. Pagliari, F. Menna, R. Roncella, F. Remondino, and L. Pinto, « Kinect fusion improvement using depth camera calibration, » *The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. 40, no. 5, p. 479, 2014.
- [118] P. Bonnifait, « Localisation précise en position et attitude des robots mobiles d'extérieur à évolutions lentes, » PhD thesis, Ecole centrale de Nantes, 1997.
- [119] S. I. Roumeliotis and I. M. Rekleitis, « Analysis of multirobot localization uncertainty propagation, » in *International Conference on Intelligent Robots and Systems, (IROS 2003) IEEE/RSJ*, vol. 2, IEEE, 2003, pp. 1763–1770.
- [120] H. H. Ku, « Notes on the use of propagation of error formulas, » *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, vol. 70, no. 4, 1966.
- [121] J. C. Roddick, « Generalized numerical error analysis with applications to geochronology and thermodynamics, » *Geochimica et Cosmochimica Acta*, vol. 51, no. 8, pp. 2129–2135, 1987.
- [122] G. G. Roussas, *Introduction to Probability*. Academic Press, Nov. 27, 2013, 547 pp., ISBN: 978-0-12-800198-1.
- [123] E. Sobhani-Tehrani and K. Khorasani, *Fault diagnosis of nonlinear systems using a hybrid approach*. Springer Science & Business Media, 2009, vol. 383.
- [124] I. Y. Hoballah and P. K. Varshney, « An information theoretic approach to the distributed detection problem, » *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 35, no. 5, pp. 988–994, 1989.
- [125] J. Gertler, « Analytical redundancy methods in fault detection and isolation, » in *Preprints of IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'91*, 1991, pp. 9–21.

- [126] (). Documentation - ROS wiki, [Online]. Available: <http://wiki.ros.org/> (visited on 06/02/2016).
- [127] J. O’Kane, *A Gentle Introduction to ROS*. University of South Carolina, 2014.
- [128] Official U.S. Government information about the Global Positioning System (GPS) and related topics. (). GPS.gov : space segment.
- [129] E. Kaplan and C. Hegarty, *Understanding GPS : principles and applications*. Artech house, 2005.
- [130] S. Revnivkykh, « GLONASS status and modernization, » in *Proceedings of the 24th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2011), Portland, OR, 2011*, pp. 839–854.
- [131] S. Durand, « Amélioration de la précision de la localisation différentielle temps réel par mesure de phase des systèmes GNSS : etude détaillée des équations..., » PhD thesis, Observatoire de Paris, 2003.
- [132] S. Peyraud, « Localisation 3d de mobile en milieu urbain par fusion d’informations satellitaires, proprioceptives et cartographiques, » PhD thesis, Université de Limoges. Faculté des sciences et techniques, France, 2012, 163 pp.
- [133] C. Cappelle, « Localisation de véhicules et détection d’obstacles : apport d’un modèle virtuel 3d urbain, » PhD thesis, Lille 1, 2008.
- [134] V. Drevelle, « Étude de méthodes ensemblistes robustes pour une localisation multisensorielle intègre. application à la navigation des véhicules en milieu urbain., » PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, Dec. 1, 2011.
- [135] A. Martineau, « Etude de la performance du contrôle autonome d’intégrité pour les approches à guidage vertical, » PhD thesis, Université de Toulouse, Nov. 14, 2008.
- [136] A. Angrisano, « GNSS/INS integration methods, » PhD thesis, universita’ degli studi di napoli "Parthenope", 2010.
- [137] U. Iqbal, A. F. Okou, and A. Noureldin, « An integrated reduced inertial sensor system - RISS / GPS for land vehicle, » in *2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*, May 2008, pp. 1014–1021.
- [138] C. R. Carlson, J. C. Gerdes, and J. D. Powell, « Practical position and yaw rate estimation with GPS and differential wheelspeeds, » in *Proceedings of AVEC 6th International Symposium..*
- [139] —, « Error sources when land vehicle dead reckoning with differential wheelspeeds, » *Navigation*, vol. 51, no. 1, pp. 13–27, 2004.
- [140] C. Chen, J. Ibanez-Guzman, and O. Le-Marchand, « Low-cost loosely-coupled GPS/odometer fusion : a pattern recognition aided approach, » in *2008 11th International Conference on Information Fusion*, Jun. 2008, pp. 1–6.

- [141] M. G. Petovello, « Real-time integration of a tactical-grade IMU and GPS for high-accuracy positioning and navigation, » PhD thesis, University of Calgary, 2003.
- [142] U. I. Bhatti, « Improved integrity algorithms for integrated GPS/INS systems in the presence of slowly growing errors, » PhD thesis, University of London, 2007.
- [143] Y. W. Huang and K. W. Chiangb, « Improving the performance of MEMS IMU/GPS pos systems for land based MMS utilizing tightly coupled integration and odometer, » in *ISPRS proceedings*, 2010.
- [144] M. George and S. Sukkarieh, « Tightly coupled INS/GPS with bias estimation for UAV applications, » in *Proceedings of Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA)*, 2005.
- [145] B. W. Parkinson and P. Axelrad, « Autonomous GPS integrity monitoring using the pseudorange residual, » *Navigation*, vol. 35, no. 2, pp. 255–274, Jun. 1, 1988, ISSN: 2161-4296.
- [146] M. A. Sturza, « Navigation system integrity monitoring using redundant measurements, » *Navigation*, vol. 35, no. 4, pp. 483–501, 1988.
- [147] Y. C. Lee, « Analysis of range and position comparison methods as a means to provide GPS integrity in the user receiver, » in *Proceedings of the Annual Meeting of the Institute of Navigation*, Citeseer, 1986, pp. 1–4.
- [148] R. G. Brown and P. W. McBURNEY, « Self-contained GPS integrity check using maximum solution separation, » *Navigation*, vol. 35, no. 1, pp. 41–53, Mar. 1, 1988, ISSN: 2161-4296.
- [149] T. Walter and P. Enge, « Weighted RAIM for precision approach, » in *ION GPS*, vol. 8, Institute of navigation, 1995.
- [150] M. Brenner, « Integrated GPS/inertial fault detection availability, » *Navigation*, vol. 43, no. 2, pp. 111–130, 1996.
- [151] H. Kuusniemi, A. Wieser, G. Lachapelle, and J. Takala, « User-level reliability monitoring in urban personal satellite-navigation, » *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 43, no. 4, pp. 1305–1318, 2007.
- [152] A. Angrisano, C. Gioia, S. Gaglione, and G. Del Core, « GNSS reliability testing in signal-degraded scenario, » *International Journal of Navigation and Observation*, vol. 2013, 2013.
- [153] H. Kuusniemi and G. Lachapelle, « GNSS signal reliability testing in urban and indoor environments, » in *Proceedings of the NTM Conference*, 2004.
- [154] U. I. Bhatti and W. Y. Ochieng, « Detecting multiple failures in GPS/INS integrated system : a novel architecture for integrity monitoring, » *Journal of Global Positioning Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 26–42, 2009.

- [155] Y. Morales, E. Takeuchi, and T. Tsubouchi, « Vehicle localization in outdoor woodland environments with sensor fault detection, » in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008.*, IEEE, 2008, pp. 449–454.
- [156] S. Andrés and C. Daniel, « Integrity monitoring applied to the reception of GNSS signals in urban environments, » PhD thesis, Toulouse, INPT, 2012.
- [157] International Civil Aviation Organization, *International standards and recommended practices- annex 10 to the convention on international civil aviation- aeronautical telecommunications- volume i, radio navigation aids*, Jul. 2006.
- [158] J. Peng, M. E. El Najjar, C. Cappelle, D. Pomorski, F. Charpillet, and A. Deeb, « A novel geo-localisation method using GPS, 3d-GIS and laser scanner for intelligent vehicle navigation in urban areas, » in *Advanced Robotics, 2009. ICAR 2009. International Conference on*, IEEE, 2009, pp. 1–6.
- [159] M. Dawood, C. Cappelle, M. E. El Najjar, M. Khalil, B. El Hassan, D. Pomorski, and J. Peng, « Virtual 3d city model as a priori information source for vehicle localization system, » *Transportation Research Part C : Emerging Technologies*, vol. 63, pp. 1–22, 2016.









# FUSION DE DONNÉES TOLÉRANTE AUX DÉFAILLANCES : APPLICATION À LA SURVEILLANCE DE L'INTÉGRITÉ D'UN SYSTÈME DE LOCALISATION

## Résumé

L'intérêt des recherches dans le domaine de la fusion de données multi-capteurs est en plein essor en raison de la diversité de ses secteurs d'applications. Plus particulièrement, dans le domaine de la robotique et de la localisation, l'exploitation des différentes informations fournies par les capteurs constitue une étape primordiale afin d'assurer une estimation fiable de la position.

Dans ce contexte de fusion de données multi-capteurs, nous nous attachons à traiter le diagnostic, menant à l'identification de la cause d'une défaillance, et la tolérance de l'approche proposée aux défauts de capteurs, peu abordés dans la littérature. Nous avons fait le choix de développer une approche basée sur un formalisme purement informationnel : filtre informationnel d'une part, et outils de la théorie de l'information d'autre part. Des résidus basés sur la divergence de Kullback-Leibler sont développés. *Via* des méthodes optimisées de seuillage, ces résidus conduisent à la détection et à l'exclusion de ces défauts capteurs.

La théorie proposée est éprouvée sur deux applications de localisation. La première application concerne la localisation collaborative, tolérante aux défauts d'un système multi-robots. La seconde application traite de la localisation en milieu ouvert utilisant un couplage serré GNSS/odométrie tolérant aux défauts.

**Mots clés :** fusion de données, filtre informationnel, tolérance aux défauts capteurs, localisation, seuillage d'une variable de test, divergence de Kullback-Leibler, théorie de l'information, système multi-robots, GNSS

---

## Abstract

The interest of research in the multi-sensor data fusion field is growing because of its various applications sectors. Particularly, in the field of robotics and localization, the use of different sensors informations is a vital step to ensure a reliable position estimation.

In this context of multi-sensor data fusion, we consider the diagnosis, leading to the identification of the cause of a failure, and the sensors faults tolerance aspect, discussed in limited work in the literature. We chose to develop an approach based on a purely informational formalism: information filter on the one hand and tools of the information theory on the other. Residuals based on the Kullback-Leibler divergence are developed. These residuals allow to detect and to exclude the faulty sensors through optimized thresholding methods.

This theory is tested in two applications. The first application is the fault tolerant collaborative localization of a multi-robot system. The second application is the localization in outdoor environments using a tightly coupled GNSS/odometer with a fault tolerant aspect.

**Keywords:** data fusion, information filter, sensor fault tolerance, localization, thresholding of a test variable, Kullback-Leibler divergence, information theory, multi-robot system, GNSS

---

**CRIStAL**

Centre de Recherche en Informatique, Signal et Automatique de Lille – CNRS UMR 9189 – Avenue Paul Langevin – Villeneuve d'Ascq – 59650