



Numéro d'ordre : 42368

## Ecole Doctorale Sciences Pour l'Ingénieur Université Lille Nord-de-France UNIVERSITE DE LILLE 1 – Sciences et Technologies

## MODELISATION MAGNETO-THERMIQUE ET OPTIMISATION TOPOLOGIQUE MULTI-OBJECTIF DE BUSBARS LAMINES

## Thèse

Présentée pour l'obtention du grade de

## Docteur de l'Université de Lille 1

## Spécialité : Génie Electrique

par

## **Oriol Puigdellivol Goday**

Soutenue le 22 Mai 2017

## Membres du Jury :

BERTHIAU Gérard	Examinateur	Université de Nantes
CLAVEL Edith	Rapporteur	Université de Grenoble
HARMAND Souad	Co-directrice	Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis
LE MENACH Yvonnick	Directeur	Université de Lille 1
MERESSE Damien	Encadrant	Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis
SOLLIEC Camille	Rapporteur	Ecole des Mines de Nantes IMT Atlantique
WECXSTEEN Jean-François	Invité	AUXEL

#### Remerciements

Je tiens au cours de ces paragraphes à remercier tous ceux qui ont participé et contribué d'une façon ou d'une autre à la réalisation de cette thèse.

J'ai eu la chance d'être encadré par de vrais passionnés. Je remercie tout d'abord mon directeur de thèse, Yvonnick Le Menach, de m'avoir encouragé et aidé pour les aspects scientifiques et administratifs durant la thèse.

Je tiens à remercier ma directrice Souad Harmand, d'avoir contribué avec son expérience, à la réalisation de ma thèse et surtout de m'avoir proposé comme candidat pour ce sujet. Je remercie également Damien Merèsse, mon encadrant, pour toutes nos riches discussions ainsi que pour ses conseils. Je souhaiterais les remercier pour leurs efforts et pour leurs disponibilités. Ils n'ont pas hésité à se déplacer pour nos réunions malgré la distance qui nous séparait.

Je remercie finalement Jean-François Wecxsteen, mon encadrant chez Auxel (et aujourd'hui mon chef), pour son regard industriel sur le sujet de la thèse.

Je remercie Monsieur Camille Solliec et Madame Edith Clavel d'avoir accepté d'être *rapporteurs* de ma thèse et de l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Merci aussi à Gérard Berthiau pour avoir présidé le jury.

Un grand merci à mes amis thésards. Merci pour toute l'aide que vous m'avez apporté et merci pour tous ces bons moments passés avec: Ali, Antoine, Clément, Ehdi, Guillaume, Jalal, Kevin, Laure, Laurent, Ludo, Roberta, Smail... Je remercie également tous les collègues du laboratoire L2EP avec qui j'ai pu échanger.

Un grand merci aussi à mes collègues d'Auxel de m'avoir intégré si rapidement alors que je n'étais présent qu'un seul jour par semaine : Etienne, Thomas, Simon, Johann, Nico M., Nico B., Nico R., Stéphane, Vincent, Fabrice, Julien, Florine...

Finalement je remercie ma famille pour tout leur soutien et leur confiance en moi. Et bien entendu, je remercie également ma conjointe qui m'a aidé, entre autres, à améliorer mon français.

Grâce à eux, je n'ai pas vu passer ces 3 années « ensoleillées » dans le nord. Aujourd'hui je peux dire que j'ai un deuxième « *Chez moi* ». Moltes Gràcies.

Introduction générale	5
Partie I. Modélisation des busbars laminés	7
Chapitre I. Modélisation électromagnétique	8
1. Contexte industriel : Les contraintes électromagnétiques de l'électronique puissance	de 8
2. Modélisation électromagnétique des busbars	. 17
2.1. Inductances : Propre, Mutuelle et Effective	. 17
2.2. Effets résistifs	. 21
a. Effet de peau	. 21
b. Effet de proximité	. 23
c. Variation résistive et inductive en fonction de la fréquence	. 25
d. Fréquence de la boucle de commutation	. 26
3. Calcul d'inductances des busbars	. 28
3.1. Etat de l'art : techniques de modélisation électromagnétique pour busbars	. 28
a. Méthodes analytiques	. 28
i. Calcul d'inductance propre	. 29
ii. Calcul d'inductance mutuelle	. 30
iii. Calcul d'inductance effective	. 31
b. Méthodes numériques	. 31
i. Equations à résoudre	. 31
ii. Méthode des éléments finis (MEF)	. 33
iii. Méthodes intégrales	. 34
3.2. Pertinence des méthodes pour l'électronique de puissance	. 35
i. Cas simple	. 36
ii. Cas réel	. 38
iii. Conclusions	. 39
4. Minimisation de l'inductance	. 41
4.1. Règles de conception	. 41
4.2. Modifications sur les plaques	. 45
4.3. Composants et connexions	. 49
a. Placement des composants	. 49
b. Formes de connexion	. 51
4.4. Modules de puissance	. 53
5. Conclusions	. 54
Chapitre II. Modélisation thermique	. 55
1. Contexte industriel : Les contraintes thermiques de l'électronique de puissance	. 55
	1

2. Mo	délisation thermique des busbars	58
2.1.	Production de chaleur dans un busbar	58
a.	Sources	58
i	. Pertes Joule	58
1	i. Résistance de contact	59
i	ii. Composants	61
b.	Matériaux	61
2.2.	Transferts thermiques et bilans énergétiques	64
a.	Conduction	64
b.	Convection	64
c.	Rayonnement	67
d.	Bilan énergétique	68
3. Ca	lcul thermique des busbars	69
3.1.	Etat de l'art : techniques de modélisation thermique pour busbars	69
a.	Méthodes analytiques	69
b.	Méthodes numériques	70
c.	Méthode nodale	71
3.2.	Validation expérimentale des corrélations pour la convection naturelle	73
a.	Montage expérimental	73
b.	Simulation	74
c.	Résultats	76
4. Dé laminés	veloppement d'un outil dédié au calcul du champ de température des bu	sbars 78
4.1.	Distribution du courant électrique, génération de chaleur	80
4.2.	Méthode de superposition	82
a.	Modélisation de deux couches	82
b.	Modélisation de trois couches	84
c.	Réduction du nombre d'itérations	88
d.	Validation de la méthode par comparaison à un calcul EF 3D	89
e.	Bouclage sur la résistivité des matériaux	93
f.	Validation expérimentale de la méthode de superposition 2D	97
5. Co	nclusions	103
artie II.	Optimisation des busbars laminés et applications industrielles	104
Chapitre	III. Optimisation topologique	105
1. Co	ntexte industriel : Objectifs de l'optimisation concernant les busbars laminés	105
2. Eta	at de l'art de l'optimisation topologique	106
2.1.	Algorithmes et principes fondamentaux	108

a.	Méthodes classiques	108
b.	Méthodes basées sur le calcul du gradient	109
c.	Méthodes stochastiques	110
i.	Algorithmes génétiques	111
ii	. Variable Neighborhood Search	111
2.2.	Application de l'optimisation au dimensionnement de systèmes magnétiqu	es 113
2.3.	Application de l'optimisation au dimensionnement de systèmes thermiques	s 113
3. Cal	cul des contraintes Erreur ! Signet non d	défini.
3.1.	Inductance	115
3.2.	Température	116
4. Opt	imisation mono-Objectif	119
4.1.	Optimisation mono-objectif : Inductance	119
a.	Optimisation paramétrique	119
b.	Optimisation stochastique	121
i.	Algorithme génétique	122
ii	. Variable Neighbourhood Search	124
4.2.	Optimisation mono-objectif : Température	126
5. Opt	imisation multi-objectif	133
6. Cor	clusions	141
Chapitre	IV. Applications Industrielles et étude économique	142
1. Inte	rface graphique pour le calcul d'inductance	143
1.1.	Modules de l'interface graphique pour le calcul d'inductance	143
a.	Définition géométrique	144
b.	Définition de la boucle de courant	145
c.	Lancement de la simulation	145
2. Inte	rface graphique pour le calcul de champ de température	146
2.1.	Modules de l'interface graphique pour le calcul de champ de température	147
a.	Définition des entrées, sorties et ampérages	148
b.	Définition des paramètres électrothermiques	148
c.	Lancement de la simulation électrothermique	149
3. Cor	clusions	150
4. Etu	de de marché	151
4.1.	Procédure Industrielle	152
4.2.	Raisons d'échec	154
4.3.	Objectifs et solutions	154
Conclusion	n Générale	156
Perspect	ives des travaux	157

Bibliographie
---------------

## Introduction générale

Les travaux de cette thèse se focalisent sur l'étude de busbars laminés. L'étude est décomposée en deux parties : la modélisation et l'optimisation. La modélisation consiste en l'élaboration d'un modèle mathématique qui décrit les phénomènes physiques, voire multiphysiques. Ce modèle s'appuie sur la géométrie de la structure. Quant à la partie d'optimisation, elle est centrée sur l'optimisation topologique des busbars laminés avec laquelle on peut agir sur la géométrie des conducteurs afin d'obtenir les différentes variables définies au préalable.

La première partie intitulée : Modélisation des busbars, comprend deux domaines : l'électromagnétisme et la thermique. A noter qu'ils sont fortement reliés puisque pour les busbars laminés la résistance électrique des conducteurs avec le passage de courant devient une source de chaleur du domaine thermique (effet Joule).

Le premier chapitre du mémoire de thèse concerne la modélisation électromagnétique. L'objectif principal est l'étude de l'inductance car, comme cela sera décrit ultérieurement il s'agit d'un paramètre primordial pour le bon fonctionnement des systèmes de l'électronique de puissance. Dans un premier temps, et à l'aide d'une étude bibliographique, nous montrons l'intérêt de calculer l'inductance de la boucle de commutation des modules de puissance. Puis le contexte magnéto harmonique et les différents phénomènes sont décrits. Différentes méthodes pour le calcul d'inductance comme les méthodes basées sur les équations différentielles (2-D et 3-D) ou les méthodes basées sur les équations intégrales sont traitées. Les méthodes sont comparées afin d'atteindre une expertise permettant de prioriser le choix selon différents critères. Ces critères correspondent à l'extraction soit de la résistance, soit de l'inductance, la fréquence utilisée, la taille ou la géométrie du problème à résoudre. Finalement, différentes techniques pour la minimisation d'inductance sont présentées avec des exemples.

Le second chapitre du mémoire de thèse est appelé Modélisation thermique. L'objectif principal est de réaliser des études thermiques sur les busbars laminés afin d'obtenir le champ de température. Le contexte industriel nous permet de prendre connaissance des contraintes thermiques de l'électronique de puissance. Ensuite, la modélisation thermique est traitée et les différents types de transferts thermiques sont étudiés. Dans le cas du transfert thermique par convection, des corrélations pour estimer le coefficient d'échange sont identifiées. Concernant l'état de l'art scientifique, différentes méthodes pour le calcul des températures sont étudiées. A l'aide de la simulation par la méthode des éléments finis 3D, nous avons validé les corrélations de la convection naturelle. Finalement, nous avons développé une méthode basée sur les éléments finis 2D dédiée au calcul du champ de température des busbars laminés. Chaque plaque électriquement conductrice est modélisée comme un problème 2D. Cette méthode permet un gain de temps considérable en comparaison avec la méthode des éléments finis 3D. De plus, un couplage entre la résolution thermique et la résolution électrique est mis en place permettant la mise à jour des propriétés thermo dépendantes des matériaux. La méthode est validée par comparaison avec des simulations basées sur les éléments finis 3-D et l'expérimentale.

La deuxième partie du mémoire de thèse intitulée : Optimisation des busbar laminés et applications industrielles comprend : le troisième chapitre dédié exclusivement à

l'optimisation et le quatrième chapitre où l'on analyse les avantages des interfaces graphiques permettant de réaliser des simulations ainsi qu'une étude de marché.

Le troisième chapitre du mémoire de thèse est dédié à l'optimisation topologique. Le but de cette optimisation est de minimiser la quantité de matériau conducteur utilisé tout en restant en dessous des limites de température et l'inductance. Dans un premier temps les différents algorithmes trouvés dans la littérature sont présentés. Ultérieurement d'autres algorithmes sont développés afin d'atteindre de meilleurs résultats. Nous avons réalisé des optimisations topologiques mono-objectif de température, inductance et résistance. Les optimisations topologiques multi-objectifs sont aussi étudiées.

Le quatrième chapitre du mémoire de thèse est appelé applications industrielles et étude économique. On présente les différentes interfaces graphiques qu'ont été développées pour réaliser des simulations sur des busbars laminés. Les avantages de ces dernières sont aussi décrits. Finalement, une étude de marché permet de voir les étapes critiques de la procédure industrielle. C'est dans ces étapes que l'application des outils de simulation et d'optimisation permettra un gain financier à l'entreprise.

Partie I. Modélisation des busbars laminés

## **Chapitre I.** Modélisation électromagnétique

La modélisation électromagnétique de busbars a comme objectif la création de modèles permettant de calculer l'inductance des boucles de courant qui apparaissent dans les convertisseurs. Ce type de simulation est très important pour prévoir le fonctionnement des dispositifs de l'électronique de puissance et les convertisseurs. Cela permet d'éviter, en général, une étape de prototypages coûteuse pour l'entreprise. Par la suite, une description détaillée du contexte industriel permet de montrer l'importance de la modélisation électromagnétique. Puis l'état de l'art scientifique montre les différentes techniques et les progrès dans ce domaine. Pour finir, des méthodes dédiées à la minimisation d'inductance sont étudiées.

## **1. Contexte industriel : Les contraintes électromagnétiques de l'électronique de puissance**

Le domaine de l'électronique de puissance est une réalité depuis le milieu du XXème siècle. Son objectif est de contrôler le flux d'énergie électrique entre deux sources. Le système permettant ce contrôle est appelé convertisseur statique et peut réaliser plusieurs types de fonctions selon les types de sources à relier : alternatives ou continues. On peut classer les convertisseurs comme suit :

- Redresseurs : Courant Alternatif (CA) Courant Continu (CC)
- Onduleur : Courant Continu (CC) Courant Alternatif (CA)
- Gradateur : Modifier la valeur efficace d'une tension alternative.
- Hacheurs : Modifier la valeur efficace d'une tension continue.

Toutefois, il est nécessaire que la nature des tensions et des courants des sources soit différente. Il est à noter que plusieurs convertisseurs peuvent être associés pour réaliser une chaîne de conversion complète.

Un convertisseur est composé de cellules de commutation contenant des interrupteurs (dispositifs de puissance) voir Figure 1. Parmi les interrupteurs, on trouve des diodes (composant non commandé), des thyristors (composant commandé à la fermeture) et des transistors (entièrement commandés). Plus le comportement des interrupteurs sera proche de celui d'un interrupteur idéal, plus la conversion d'énergie sera performante. L'interrupteur idéal aurait l'impédance nulle à l'état fermé et infinie à l'état ouvert en plus d'une puissance consommée et d'un temps de commutation nuls.



Figure 1. Cellule élémentaire de commutation

On trouvera ci-après une brève description des différents dispositifs nommés précédemment et leur évolution en visant l'interrupteur idéal. Ceci nous permettra de comprendre les contraintes des dispositifs de l'électronique de puissance. Ensuite, différents types d'interconnexion seront définis dont les busbars laminés. Ces derniers font l'objet d'étude de cette thèse tout en considérant les contraintes des dispositifs de l'électronique de puissance.

#### Thyristors

C'est aux alentours de 1950 avec la disponibilité des diodes que le premier thyristor de puissance fait son apparition. Le thyristor est un interrupteur semi-conducteur unidirectionnel. Il permet de conduire le courant quand une impulsion est appliquée sur la gâchette, une fois amorcé il reste conducteur même si la gâchette n'est plus polarisé. Le désamorçage ne peut être rétabli qu'en annulant le courant.

Pendant la décade des 50 les thyristors ont fait l'objet d'une forte évolution. Le TRIAC (Triode for Alternating Current) est composé de deux thyristors mis en position antiparallèle permettant de contrôler le passage des deux alternances du courant alternatif. Le GTO (Gate Turn-Off) permet de désamorcer le thyristor avec une impulsion négative sur la gâchette, néanmoins comme tout thyristor sa mise en conduction s'auto-verrouille quand le courant d'anode s'annule. Les thyristors peuvent conduire de grandes quantités de courant mais leur vitesse de commutation est faible.

#### Transistors

Les transistors ont aussi été développés pendant les années 50 et à la différence des thyristors ils sont complètement contrôlables. Ils sont utilisés comme interrupteurs ou comme amplificateurs de signal dans d'autres applications.

Le BJT (Bipolar Junction Transistor) est un transistor unidirectionnel. Il est contrôlé par le courant. Ses points forts sont la faible tension de déchet à l'état passant, c'est-à-dire, la tension qui sera perdue à cause de l'usage même du BJT, et le pouvoir de commuter par de forts courants. Par contre, il nécessite une puissance de commande non négligeable et la fréquence de commutation est relativement basse.

Le MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) est un transistor bidirectionnel et a été commercialisé en 1970. A la différence du BJT il est contrôlé par la tension. Ses points forts sont ses fréquences de travail élevées et une puissance de commande presque nulle. Les inconvénients majeurs quant à eux sont sa résistance à l'état passant et sa puissance de travail faible.

IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) est un transistor unidirectionnel commercialisé en 1985. Il est aujourd'hui le dispositif le plus important pour les applications moyenne-haute puissance car il combine les avantages du BJT et le MOSFET. Il est commandé par tension, présente une réduction des pertes en état passant et une fréquence de commutation élevée.

#### Semi-conducteurs à large bande

Au début du XXIème siècle, les premiers composants à base de semi-conducteurs à large bande apparaissent. Ces semi-conducteurs ont la largeur de la bande interdite (entre la bande de valence et la bande de conduction) plus large que celle du silicium, ce qui permet aux dispositifs de puissance contenant cette technologie des propriétés très prometteuses. Ces principaux semi-conducteurs sont : le carbure de Silicium (SiC) et le nitrure de Gallium (GaN). Avec ces semi-conducteurs, il est possible d'atteindre des puissances, fréquences et températures beaucoup plus élevées qu'avec des matériaux semi-conducteurs conventionnels, voir Figure 2.



Figure 2. Rang d'applications des différents dispositifs de puissance (Yole développement).

Aujourd'hui les principaux efforts de recherche sur le domaine de l'électronique de puissance sont basés sur ces nouveaux matériaux qui doivent simultanément assurer une haute efficience, une haute fiabilité, des bas coûts, une petite taille et un poids léger.

L'évolution de ce type de technologie n'a pas eu la vitesse de développement attendue à cause des défis technologiques découlant des nouvelles plages de travail. Ces nouvelles plages de puissance et température obligent à une adaptation qui concerne tous les éléments actifs et passifs qui font partie des convertisseurs comme les modules de puissance, les condensateurs, les filtres et les interconnexions.

Le module de puissance mentionné auparavant consiste en un bloc solide contenant les entrées et les sorties de courant ainsi que les commandes pour un ou plusieurs transistors, voir Figure 3. A l'intérieur d'un module de puissance, le transistor est en réalité formé par plusieurs transistors qui sont mis en parallèle permettant des puissances élevées. Pour le bon fonctionnement de ceux-ci, il faut considérer leurs limitations et contraintes. Ces contraintes doivent être considérées dans un certain milieu environnemental puis qu'elles dérivent d'un ensemble d'interactions physiques : électrique, magnétique, mécanique, thermique... Les contraintes considérées pendant le déroulement de cette thèse ont été l'inductance et la température. Ces deux propriétés physiques ont une grande importance pour le bon fonctionnement et la pérennité des modules de puissance et en conséquence de l'ensemble d'un convertisseur (éléments actifs + passifs).



Figure 3. Exemple d'un module de puissance IGBT

#### Interconnexions

Concernant les éléments passifs des convertisseurs, le type d'interconnexion permettant de relier électriquement tous les composants a une importance capitale. Les interconnexions ont évolué pour mieux s'adapter aux différents besoins. Il est possible de différencier les connexions par câble, clinquants métalliques, stack busbars, busbar laminés et les PCBs (Printed Circuit Board). Chaque type de connexion a ses avantages et inconvénients. Il s'agit d'un choix qui aura un fort impact dans les étapes de conception et de montage mais également dans la performance des convertisseurs.

• Câble électrique : il s'agit d'une tresse de fils conducteurs. L'ensemble est normalement isolé. Son principal avantage est la flexibilité permettant une grande polyvalence, voir Figure 4. Néanmoins, les câbles sont source d'une inductance élevée et des erreurs de montage peuvent avoir lieu facilement.



Figure 4. Connexion par câbles

• Clinquants métalliques : il s'agit de conducteurs massiques rigides, Figure 5. La géométrie est aplatie et engendre une inductance propre plus petite en comparaison avec le câblage. Il est aussi possible de gagner un certain degré de souplesse sur un plan au moyen de l'empilement de tôles ultérieurement presso-soudées. Avec cette méthode d'interconnexion, le montage devient plus simple et évite les erreurs de câblage.



Figure 5. Exemple de clinquant métallique. Empilement de tôles permettant un certain degré de souplesse

• Busbar laminé : Il s'agit des plaques de matériau conducteur avec un ratio épaisseur/largeur très petit. Les conducteurs sont empilés les uns sur les autres mais séparés par un film isolant mince. L'ensemble de conducteurs et films isolants est collé avec un processus de thermo-pression. Ce type de connexion présente une très faible inductance effective ainsi qu'une bonne dissipation thermique dû à sa géométrie. Le busbar laminé sert en même temps de support physique pour les composants et évite les problèmes de câblage (Figure 6). Sur le busbar, différentes méthodes de connexions avec les composants peuvent être proposées.



Figure 6. Busbar laminé et busbar laminé avec les composants d'un convertisseur (condensateurs, modules de puissance, dissipateur thermique)

- Stack busbar : à la différence du Busbar laminé, la fixation entre le conducteur et l'isolant ne se fait pas avec de la colle mais par moyens mécaniques. L'inductance est faible mais l'ensemble est sensible aux problèmes de décharge partielle à cause des bulles d'air entre les couches d'isolant et conducteur.
- Printed Circuit Board : Connues comme circuits imprimés. Les PCB permettent de relier électriquement un circuit électronique complexe de taille petite.

Comme il a été argumenté dans cette introduction, le monde de l'électronique de puissance est en constante évolution et les interconnexions doivent aussi suivre cette évolution. Une méthode de conception adaptée aux exigences et limitations du produit est nécessaire. Il faut optimiser les coûts de conception et les prestations pour concevoir un produit compétitif dans le monde industriel. Pour ces raisons, il faut bien connaître les enjeux auxquels il faut faire face et pouvoir les maîtriser. L'électronique de puissance demande souvent des interconnexions à très faible inductance et en particulier dans la plage de fréquence moyenne-haute où les variations de courant di/dt sont très importantes. Minimiser l'inductance est nécessaire dans les convertisseurs pour le bon fonctionnement des transistors utilisés, car le comportement pendant la commutation est fortement altéré en fonction de la valeur d'inductance effective du système. La Figure 7 montre les différentes étapes de commutation d'un transistor IGBT. Ce type de transistor est couramment utilisé. Voir Figure 8 pour le schéma d'un transistor IGBT.



Figure 7. Etapes pendant la commutation d'un transistor IGBT. Les périodes de turn-on et turn-off sont spécifiés.



Figure 8. Schéma d'un transistor IGBT. Avec le collecteur C, la grille G et l'émetteur E.

La courbe rouge affiche le potentiel entre la grille et l'émetteur  $V_{GE}$  ce qui active le passage de courant (courbe bleue,  $I_C$ ) à travers le transistor. La courbe jaune est la différence de potentiel entre le collecteur et l'émetteur  $V_{CE}$ .

L'inductance modifie le comportement pendant la commutation et en conséquence les courbes bleues et jaunes auront des profils différents. Par la suite les effets de l'inductance  $L_{\sigma}$  pendant la commutation du transistor sont décrits. Ils sont différenciés selon l'activation de l'état passant (turn-on) ou l'état bloqué du transistor (turn-off) [Volke12].

Pendant le turn-on, on peut affirmer que plus l'inductance  $L_{\sigma}$  est grande:

- Plus irrégulière est la chute de tension collecteur-émetteur lors de l'augmentation du courant du collecteur.
- Plus lente est la croissance de courant du collecteur, c'est-à-dire un di/dt réduit.
- Plus faibles sont les pertes pendant le turn-on.

Pendant le turn-off, on peut affirmer que plus l'inductance  $L_{\sigma}$  est grande:

- Plus élevée est la surtension entre le collecteur et l'émetteur.
- Plus lente est la chute de courant du collecteur avant d'atteindre le courant de queue, c'est-à-dire un -di/dt réduit.
- Moins prononcé est le courant de queue.
- Plus élevées sont les pertes pendant le turn-off.

Les effets de l'inductance pendant le turn-off sont très sévères. Les plus importants à contrôler sont la surtension entre le collecteur et l'émetteur et le comportement relié au courant de queue.

Le premier phénomène à contrôler est la surtension. Ceci est potentiellement destructif pour les transistors car sa valeur peut dépasser la tension de claquage.

Le deuxième phénomène à contrôler est l'influence de l'inductance sur le courant de queue. La surtension crée un champ électrique qui s'étend et efface plus de porteurs dans le transistor. Seulement les porteurs restants peuvent contribuer au courant de queue. Toutefois, il peut arriver qu'il ne reste pas assez de porteurs pour contribuer au courant de queue. Cela peut engendrer des fortes oscillations appelées *snappy turn-off behaviour* [Bäßler09].

Les inductances responsables de l'influence sur la commutation appartiennent à la boucle de commutation du montage électronique. La boucle de commutation est définie par les états transitoires pendant le turn-off d'un transistor. Comme exemple un inverseur monophasé avec 4 IGBTs est présenté (voir Figure 9). Il est possible de différencier 3 étapes pendant le turn-off d'un transistor [Zare02] et [Chen14].



Figure 9. Turn-off d'un transistor IGBT.

- lere étape :  $V_{load}=V_{DC}$ ,  $t=t_0-t_1$ . Le transistor  $T_1$  reçoit la commande de turn-off, la tension entre la grille et l'émetteur  $V_{GE}$  chute. Après un petit retard, la tension entre le collecteur et l'émetteur  $V_{CE}$  augmente mais le courant du collecteur  $I_C$  reste constant.
- 2eme étape : temps de transition, t=t<sub>1</sub>-t<sub>2</sub>. Une fois que la tension  $V_{CE}$  atteint la tension de la source de  $V_{DC}$ , le courant  $I_C$  de  $T_1$  commence à chuter et la diode de  $T_2$  (FWD, forward wheeling diode) commence à conduire. Pendant ce temps une surtension à lieu au travers de T1 à cause de l'inductance parasite du circuit. La valeur maximale de ce pic de tension est le résultat du  $V_{DC}$  plus le produit entre  $L_{\sigma}$  et di<sub>T1</sub>/dt.

$$\boldsymbol{V_{GE}} = \boldsymbol{V_{DC}} + \boldsymbol{L_{\sigma}} d\boldsymbol{i_{T1}} / dt \tag{I.1}$$

 $L_{\sigma}$  est composée par les inductances impliquées dans la boucle de commutation (circuit bleu de la Figure 10) étant les inductances internes des DC-link capacitors, l'IGBT T<sub>1</sub> et le FWD T<sub>2</sub> (ou vice-versa), le busbar et les vis de connexion. L'inductance du busbar comprend les deux plaques DC+ et DC-.

• 3eme étape :  $V_{load}=0$ ,  $t>t_2$ .  $I_C$  de  $T_1$  est zéro et  $V_{GE}$  est de retour à  $V_{DC}$ . A cette étape des oscillations peuvent avoir lieu à cause de l'inductance.

Pour le transistor  $T_2$  la boucle de commutation est la même que pour le transistor  $T_1$ . Par contre, pour le transistor  $T_3$  et  $T_4$  la boucle de commutation est différente (circuit rouge de la Figure 10). Les inductances qui appartiennent à cette seconde boucle sont les inductances internes des transistors  $T_3$ ,  $T_4$ , les DC-link capacitors, le busbar et les vis de connexion. La différence reste dans le chemin parcouru pour le courant dans le busbar.



Figure 10. Etapes pendant le turn-off des transistors d'un inverseur monophasé. En bleu la boucle de commutation pour les transistors T1 et T2. En rouge la boucle de commutation pour les transistors T3 et T4.

Pour les autres types de topologie la boucle d'inductance peut être différente. Par exemple, sur un inverseur 3-niveaux NPC [Bryant11] il existe une boucle petite et une boucle grande pour chaque bras du convertisseur (Figure 11).



Figure 11. Boucles de commutation petite et longue d'un inverseur 3-niveaux NPC.

#### 2. Modélisation électromagnétique des busbars

Dans ce chapitre, nous allons présenter la méthodologie pour déterminer les différentes inductances et les résistances des busbars laminés. De par leurs formes aplaties munis de trous, la distribution de densités de courant et des champs magnétiques n'est pas uniforme. De plus, cette distribution dépend de la fréquence du courant. Le recours aux méthodes numériques devient indispensable pour quantifier les effets inductifs et résistifs présents dans les busbars.

Avant de détailler notre approche, il convient de présenter les spécificités géométriques des busbars laminés. Il s'agit de conducteurs plats en cuivre ou aluminium d'épaisseur entre 0.5-6mm et 1-5mm respectivement. Ces conducteurs sont isolés par des films isolants d'environ 0.2-0.3mm d'épaisseur (plusieurs films peuvent être superposés). La section des busbar dépend principalement de la puissance du convertisseur.

Dans un premier temps, les concepts des différents types d'inductance sont présentés, suivis des effets résistifs qui ont lieu dans les busbars. Pour finir, la détermination de la fréquence des simulations est montrée.

#### 2.1. Inductances : Propre, Mutuelle et Effective

L'inductance a la propriété de stocker l'énergie magnétique et qui s'oppose aux variations de courant. Elle est définie par le rapport entre un flux magnétique  $\phi$  calculé dans la surface S entourée par un courant électrique I (voir Figure 12).

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\iint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S}}{I}$$
(1.2)

Figure 12. Surface S délimitée par une boucle de courant.

La loi de Biot Savart montre que le champ magnétique  $\vec{B}$  et en conséquence  $\phi$  sont proportionnels au courant I. Pourtant, l'inductance est une propriété intrinsèque du circuit et dépend de la géométrie de ceci. D'autre part, la fréquence modifie la distribution de courant qui à son tour modifie le champ magnétique. La valeur d'inductance dépend donc de la géométrie du circuit et de la fréquence du courant.

Si l'inductance est calculée avec le flux du champ magnétique créé par le courant I, le rapport indique la valeur propre de l'inductance. L'inductance propre est une grandeur toujours positive.

Par contre, si le flux est calculé avec le champ magnétique provenant d'un autre circuit, le rapport donne la valeur de l'inductance mutuelle. Dans ces conditions, l'inductance mutuelle peut être décrite comme l'influence d'un circuit magnétique sur un autre. Elle est noté avec la lettre M. La valeur de cette inductance dépend des deux circuits en présence. Les caractéristiques géométriques et leur position relative feront changer la valeur de M mais elle sera toujours la même pour les deux circuits.



Figure 13. Interaction des champs magnétiques de différents circuits.

En considérant deux circuits C1 et C2 (Figure 13), deux situations peuvent survenir :

- Le circuit C1 est parcouru par une intensité de courant  $i_1$ , alors le circuit C2 embrasse (une partie ou la totalité) du champ magnétique  $\vec{B}_1$  créé par C1.
- Le circuit C2 est parcouru par une intensité de courant  $i_2$ , alors le circuit C1 embrasse (une partie ou la totalité) du champ magnétique  $\vec{B}_2$  créé par C2.

$$\Phi_{1 \to 2} = \iint_{(2)} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}$$
(I.3)

$$\Phi_{2\to 1} = \iint_{(1)} \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}$$
(I.4)

$$M = L_{1-2} = L_{2-1} = \frac{\Phi_{1 \to 2}}{i_1} = \frac{\Phi_{2 \to 1}}{i_2}$$
(I.5)

L'inductance mutuelle est une grandeur algébrique dont le signe dépend de l'orientation des deux circuits. Si on inverse l'orientation d'un des deux circuits, l'inductance mutuelle est changée en son opposé. Autrement, si les flux dans les conducteurs sont perpendiculaires entre eux, la mutuelle devient zéro.

La valeur absolue de l'inductance mutuelle augmente avec la proximité entre les circuits. La valeur maximale d'inductance mutuelle qu'on pourrait atteindre résulte quand chaque circuit embrasse la totalité des lignes de champ de l'autre. Ceci est physiquement impossible puisque les deux conducteurs devraient être parfaitement superposés. Cette valeur théorique est calculée à l'aide des inductances propres de chaque circuit.

$$M_{max} = \sqrt{L_1 L_2} \tag{I.6}$$

Il existe un coefficient appellé coefficient de couplage qui permet de quantifier la grandeur du couplage d'inductance mutuelle entre deux circuits. Un coefficient proche de 1 appartient au couplage fort, c'est-a-dire, une inductance mutuelle maximale ; tandis qu'un coefficient proche de zéro décrit une inductance mutuelle faible. Le coefficient de couplage est calculé par :

$$0 \le k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} \le 1 \tag{I.7}$$

Revenant au concept d'inductance, on peut dire que l'inductance à sens que pour des boucles de courant car le flux est calculé dans la surface S. Néanmoins, il est possible de calculer l'inductance partielle d'une partie d'un circuit. Dans le cas des conducteurs droits, l'inductance est en quelque sorte mal définie puis il n'y a pas de surface entourée par le courant sur laquelle le flux magnétique est calculé. Toutefois, il est possible de la calculer en faisant quelques considérations. Cette démonstration sera traitée dans le deuxième point de ce chapitre, méthodes de calcul analytiques.

Plus concrètement, si nous avons un circuit formé par un busbar laminé ceci peut être divisé en plaques conductrices sur lesquelles nous pouvons calculer les inductances propres et mutuelles. En faisant une combinaison de ces inductances propres et mutuelles il est possible de calculer la valeur totale de la boucle. Cette valeur d'inductance est appelée inductance effective.

L'inductance effective d'un système notée  $L_e$  est donc la résultante d'entre toutes les interactions des inductances propres et mutuelles.

L'inductance propre est constante (si la géométrie et la fréquence ne sont pas modifiées). Alors, le terme influent sur la valeur d'inductance effective est l'inductance mutuelle. Selon la direction du courant entre les circuits, le signe de l'inductance mutuelle sera positif ou négatif. La valeur absolue dépendra de la proximité des circuits.

Dans le cas où on a deux conducteurs formant un circuit (Figure 14):

$$L_e = L_1 + L_2 \pm 2 M$$

- Si les courants sont en même sens l'inductance mutuelle est additive.
- Si les courants sont en sens opposée, l'inductance mutuelle est soustractive.

(I.8)



Figure 14. Schéma de deux plaques avec les courants en sens opposé.

Dans le cas des convertisseurs, l'intérêt est d'avoir une inductance effective de la boucle de commutation la plus petite possible. Ceci aide à la bonne commutation des modules de puissance. Dans l'introduction de ce chapitre la boucle de commutation a été définie ayant plusieurs composants dont le busbar laminé. En regardant la formule d'inductance effective, la géométrie la plus avantageuse afin d'en minimiser la valeur est de rapprocher les plaques (coefficient de couplage très proche de 1) ayant les courants en sens opposé. Ceci est équivalent à utiliser de fines couches d'isolant entre les plaques conductrices d'un busbar.

#### Matrice d'inductance

La matrice d'inductance permet de modéliser l'ensemble des inductances propres et mutuelles d'un système (Figure 15). Dans la matrice les valeurs d'inductance propre sont placées dans la diagonale et les valeurs d'inductance mutuelle de part et d'autre de la diagonale. La taille de la matrice correspond alors au nombre de conducteurs du système. Cette matrice d'inductance est symétrique parce que, comme il a déjà été présenté, l'inductance mutuelle entre deux circuits est la même, pourtant  $M_{1-2}$  est égal à  $M_{2-1}$ . L'inductance effective du système correspond à la somme de toutes les valeurs de la matrice.

$$\begin{pmatrix} L_1 & M_{1-2} & \dots & M_{1-n} \\ M_{2-1} & L_2 & \dots & M_{2-n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n-1} & M_{n-2} & \dots & L_n \end{pmatrix}$$
(I.9)



Figure 15. Schéma d'inductances propres et mutuelles entre n plaques.

## 2.2. Effets de la fréquence

La fréquence a des effets sur la distribution de courant dans les conducteurs. Cette nouvelle répartition de courant fait varier la valeur de l'inductance propre et de la résistance électrique du conducteur. La variation de la résistivité des conducteurs est importante puisqu'elle représente le lien entre la modélisation électrique et la modélisation thermique qui sera étudiée dans le Chapitre II.

Par la suite, nous allons traiter les phénomènes reliés au changement de la distribution de courant par rapport à la variation de la fréquence. Ces phénomènes sont l'effet de peau et l'effet de proximité.

#### a. Effet de peau

L'effet de peau (ou effet pelliculaire) est un phénomène électromagnétique créé par la circulation d'un courant alternatif *I*, qui fait que le courant a tendance à ne circuler qu'en surface des conducteurs. Il est observable à fréquence élevée.

Le courant alternatif crée un champ magnétique variant H. Ce champ magnétique induit un courant électrique  $I_i$  qui s'oppose aux variations de celui-ci (Figure 16). Ce courant induit provoque la décroissance de la densité de courant à mesure que l'on s'éloigne de la périphérie du conducteur. De l'effet de peau, il y en résulte une augmentation de la résistance apparente du conducteur puisque la surface effective du conducteur est réduite.



Figure 16. Courant induit dans un cylindre parcouru par un courant alternatif.

Il est possible, en première approximation, de calculer la profondeur de pénétration où se concentre le courant dans un conducteur. L'équation (I.10) permet de calculer cette zone à une fréquence donnée.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu \cdot \sigma}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\omega \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}}$$
(I.10)

Avec :

 $\delta$  l'épaisseur de peau (m)

ω la pulsation (rad/s) ; [ω = 2πf] f la fréquence (Hz)

 $\mu$  perméabilité magnétique (H/m) ; [ $\mu = \mu_0 . \mu_r$ ]

 $\boldsymbol{\rho}$  résistivité électrique ( $\Omega$ m) ; [ $\boldsymbol{\rho} = \frac{1}{\sigma}$ ]  $\boldsymbol{\sigma}$  la conductivité électrique (S/m)

Vue la dépendance de l'épaisseur de peau par rapport aux propriétés des matériaux nous allons tracer des courbes par le cuivre et l'aluminium (Figure 17). Ces deux matériaux sont les plus utilisés dans le domaine des interconnexions. Le cuivre est très bon conducteur mais lourd et cher. Autrement, l'aluminium est moins bon conducteur, moins lourd et moins cher.

	Cuivre	Aluminium	
<b>σ</b> (S/m)	$5.9 \ 10^7$	$3.7 \ 10^7$	
$\mu_r$	0.999994	1.000022	



Figure 17. Evolution de l'épaisseur de peau selon la fréquence par le cuivre et l'aluminium.

Nous pouvons constater que pour des fréquences inférieures à 10kHz l'épaisseur de peau sur le cuivre est inférieure à celle de l'aluminium. Par contre, cette différence devient négligeable pour des fréquences plus élevées.

La distribution de la densité de courant dépend de la géométrie de la section où le courant entraînera les lignes de champ. Afin d'illustrer ce phénomène, deux exemples simples ont été traités. Ceci est illustré dans la Figure 18 où l'effet de la fréquence sur des sections conductrices différentes est comparé. La première section est rectangulaire tandis que la deuxième section est ronde. Les paramètres sont les mêmes pour les deux géométries : surface de 200 mm<sup>2</sup>, intensité de courant de 1000 A et les mêmes propriétés du matériel (cuivre).



Figure 18. Densité de courant pour différentes valeurs de fréquence sur des géométries de section rectangulaire et ronde.

A basse fréquence la densité de courant dans la section est homogène, néanmoins avec l'augmentation de la fréquence l'effet de peau devient visible. Dans le cas des sections rectangulaires la densité de courant se concentre uniquement aux extrémités du conducteur. Des lignes de champ traversent le conducteur par les extrêmes. Toutefois, le courant induit annule le courant dans la zone centrale de la section. D'autre part, pour les sections circulaires la densité de courant se concentre sur toute la périphérie du conducteur. Les lignes de champ ont aussi un profil circulaire ce qui donne une densité de courant symétrique sur les deux axes du plan de la section.

La section utile pour le passage de courant est donc fortement diminuée avec la fréquence. Quand un conducteur est parcouru par un courant alternatif en haute fréquence, il est important d'avoir un rapport entre la surface et le périmètre le plus petit possible, de cette façon la surface utile du conducteur est augmentée.

## b. Effet de proximité

Quand les conducteurs parcourus par un courant alternatif sont mis en place ensemble, un autre type de distorsion de la densité de courant peut être observé. Ce phénomène est appelé effet de proximité. L'effet de proximité est dû à l'interaction des champs magnétiques des différents conducteurs et dépend totalement de la géométrie de ceux-ci. Par la suite, la distribution de la densité de courant est présentée par groupes de deux conducteurs de section rectangulaire et de section circulaire séparés par 2mm (Figure 19). L'effet observé est le résultat de l'interaction de l'effet de peau plus de l'effet de proximité.



Figure 19. Densité de courant pour différentes valeurs de fréquence sur deux géométries de section rectangulaire et ronde

Dans le cas de deux conducteurs parcourus par des courants en sens opposés, chaque conducteur crée un champ magnétique qui entraîne des courants induits sur l'autre conducteur. Ce courant induit annule le courant qui est le plus éloigné de la région adjacente.

Le courant résultant est donc concentré dans la zone adjacente des conducteurs. A 1kHz, l'effet est bien visible sur la section ronde, toutefois il est aussi présent sur la section rectangulaire. A 10kHz, les effets de peau et de proximité sont extrêmes et la surface effective des conducteurs est réduite à une fine couche.

Contrairement au cas des courants en sens opposé, pour ceux du même sens le courant induit provoque une concentration de courant sur la zone la plus éloignée de la zone adjacente. Dans le cas des conducteurs avec sections rectangulaires, la géométrie des lignes de champ magnétique entraînant le courant induit provoquent la concentration de courant que sur les extrêmes. Pour le cas des sections rondes, le courant se concentre dans la surface plus éloigné du centre de symétrie. Le fait d'augmenter la fréquence aggrave l'effet résistif à cause d'une surface effective plus petite.

#### c. Variation résistive et inductive en fonction de la fréquence

Comme il a été expliqué précédemment l'effet de peau et de proximité ont une influence sur la distribution de la densité de courant. Cette nouvelle distribution crée un nouveau champ magnétique et une nouvelle surface effective du conducteur. Ceci se traduit par une influence sur l'inductance et la résistance du conducteur. Par la suite, l'évolution de ces deux paramètres en fonction de la fréquence est présentée pour chaque géométrie (circulaire et rectangulaire). Les résultats sont obtenus à l'aide d'une simulation basée sur les éléments finis.



Figure 20. Evolution de l'inductance en fonction de la fréquence par un conducteur de section circulaire et rectangulaire.

A l'aide de la Figure 20, il est possible d'observer pour les deux sections la diminution de l'inductance avec la fréquence. L'inductance subit une légère diminution entre les plages de 100Hz-10kHz. Pour de fréquences élevées >10kHz la valeur d'inductance devient presque constante.

La valeur de l'inductance d'un conducteur de section circulaire est plus élevée que pour un conducteur rectangulaire, mais ce sujet sera traité dans le troisième point de ce chapitre : minimisation de l'inductance.



Figure 21. Evolution de la résistance en fonction de la fréquence par un conducteur de section circulaire et rectangulaire.

La résistance électrique du conducteur augmente avec la fréquence (Figure 21). Comme pour le cas précédent, la surface effective du conducteur devient de plus en plus petite et le courant se concentre sur une petite surface. La principale différence entre la section rectangulaire et la section circulaire est le ratio surface/périmètre qui est plus petit pour la section rectangulaire. Ce ratio exprime que la surface effective est plus grande pour un conducteur de section rectangulaire et pourtant ce type de section est recommandé pour des courants en haute fréquence.

#### d. Fréquence de la boucle de commutation

Afin de pouvoir déterminer l'inductance de la boucle de commutation nous avons besoin de connaître la fréquence du courant. La fréquence d'intérêt est calculée lors de la commutation des transistors et notamment pendant le turn-off à l'aide de la valeur du fall-time. Le fall-time  $t_f$  est montré sur la Figure 22 et correspond au temps de chute entre le 90% et le 10% du courant du collecteur.



Figure 22. Fall-time pendant le turn-off d'un transistor.

Sur différentes références [Skibinski93], [Caponet02] et [Popova13], la fréquence référent au fall-time est nommée fréquence critique  $f_c$  et est calculée par la suivant relation:

$$f_c = \frac{1}{2\pi t_f} \tag{I.11}$$

En général les transistors IGBTs ont un fall time en dessous des 40 ns. La fréquence critique relative à ce fall-time est de 4 MHz. Néanmoins, vu qu'en haute fréquence la valeur d'inductance est stabilisée, il est possible de déterminer une valeur acceptable d'inductance pour une fréquence inférieure à la fréquence critique. Cette valeur de fréquence varie selon la géométrie des conducteurs.

## 3. Calcul d'inductances des busbars

Pendant longtemps, l'approche analytique était suffisante pour déterminer les inductances des busbars. Néanmoins, aujourd'hui vue l'augmentation des fréquences de commutation et la nécessité de garantir des calculs précis, cette approche atteint ses limites. De plus, pour prendre en compte la géométrie de forme complexe des busbars, le recours aux méthodes numériques devient nécessaire.

Par la suite, nous allons présenter succinctement différentes méthodes soit : l'approche analytique, les méthodes intégrales (que l'on peut qualifier de semi-analytique) et enfin la méthode des éléments finis. Dans un dernier temps, ces méthodes seront comparées afin d'obtenir des critères de choix selon le type d'étude à mener.

# 3.1. Etat de l'art : techniques de modélisation électromagnétique pour busbars

## a. Méthodes analytiques

Avec les méthodes analytiques, il est possible d'obtenir des expressions permettant de calculer l'inductance sur des géométries en forme de busbar. Pour commencer, nous allons décrire et analyser ces expressions analytiques.

A l'aide de la définition d'inductance on peut déduire, tout en faisant quelques hypothèses, des équations simples permettant le calcul sur une géométrie en forme de busbar laminé. Même si ces équations restent simples et approximatives, elles ont été améliorées et ont fait l'objet de nombreux travaux [Beukes97], [Caponet02], [Bayerer10], [Bryant11], [Zhu11], [Khan14].

Nous considérons deux plaques conductrices rectangulaires identiques et superposées, parcourues par le même courant mais à l'inverse. Les dimensions spatiales sont présentées sur la Figure 23.



Figure 23. Schéma entre deux plaques de largeur *w*, épaisseur *e*, longueur *l* et séparation *d*.

## i. Calcul d'inductance propre

Nous avons argumenté précédemment qu'il est possible d'utiliser une équation pour déterminer l'inductance propre des conducteurs rectilignes. Pour atteindre ce niveau de simplification de l'équation il faut passer par une complexe démonstration mathématique. Cette démonstration peut être trouvée dans [Rosa08].

Avec le temps plusieurs auteurs ont développé des équations concernant les géométries de section rectangulaire. Par ailleurs, ces équations ont permis de développer des nouvelles méthodes de calcul.

Les expressions les plus significatives sont : l'équation de Grover [Grover46], Hoer [Hoer65], Ruehli [Ruehli72], Kamon [Kamon94] et Bueno [Bueno95] lesquelles peuvent être retrouvés dans [Paul10].

Par la suite, l'expression de Grover est présentée, car les équations développées par les autres auteurs sont beaucoup plus complexes. Le niveau de simplification atteint par Grover est très élevé grâce à l'utilisation de la méthode *Geometric Mean Distances*. Cette méthode assume que la longueur est beaucoup plus grande que les autres dimensions de la plaque.

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( ln \frac{2l}{w+e} - 0.2235 ln \frac{w+e}{l} + \frac{1}{2} \right)$$
(I.12)

Toutes les dimensions sont en mètres et l'inductance en Henrys.

D'après Hoer, quand la longueur n'est pas dix fois plus large que la deuxième dimension la plus large, le pourcentage d'erreur de l'équation précédente devient considérable. En revanche, il propose des formules exactes pour l'inductance. Pour réaliser le calcul d'inductance propre Hoer considère faire un calcul d'inductance mutuelle entre deux conducteurs identiques et coïncidents l'un avec l'autre. En plus, en faisant une combinaison de l'équation, il est possible de calculer l'inductance pour des géométries compliquées.

Ruehli propose de diviser le volume conducteur en petits filaments parcourus par un courant constant mais qui varie de filament à filament. Ce concept est appelé inductance partial et est basé sur des méthodes intégrales. Les travaux de Ruehli ont servi pour développer une toute nouvelle méthode de calcul d'inductance appelé Partial Element Equivalent Circuit (PEEC) qui sera traité de manière approfondie ultérieurement. Nous pouvons qualifier cette méthode de semi analytique.

L'expression développée par Kamon est basée sur la méthode PEEC.

Il y a un certain nombre de travaux dont l'objectif est de comparer la validité des ces nombreuses équations d'inductance. C'est le cas de [Kim09] et [Piatek12] qui ont comparé les différentes expressions précédentes afin de vérifier son rang d'application, car elles dérivent d'applications différentes.

Le Tableau I extrait de [Piatek12] montre l'inductance propre calculée par les différentes approches pour un conducteur de section rectangulaire. Les résultats ont des valeurs identiques pour Hoer, Ruehli et Kamon. Autrement, les équations de Grover et Bueno sont moins stables parce que pour des ratios *l/w* petits les résultats sont négatifs.

e/w=0.1						
l/w	Grover	Hoer	Ruehli	Kamon	Bueno	
	L/l [nH/m]					
0.001	Négative	6.86351	6.86351	6.86351	Négative	
0.1	Négative	57.04253	57.04253	57.04253	Négative	
1	170.3974	278.7982	278.7982	278.7982	219.1475	
10	675.1674	686.351	686.351	686.351	679.6645	
100	1140.109	1140.857	1140.857	1140.857	1140.1816	
1000	1601.069	1600.346	1600.764	1600.766	1600.689	
Tableau I. Comparaison des différentes équations pour le calcul d'inductance propre.						

En outre, [Kim09] évalue les équations pour le rang d'application des VLSI (Very-Large Scale Integration), en concluant que l'expression de Kamon est la plus stable pour les inductances propres.

#### ii. Calcul d'inductance mutuelle

Les auteurs précédents ont aussi développés les expressions pour le calcul d'inductance mutuelle. A titre d'exemple nous montrons l'expression de Grover (I.13) pour l'inductance mutuelle entre deux conducteurs de la même longueur.

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi} l \left[ ln \left( \frac{1}{d} + \sqrt{1 + \frac{l^2}{d^2}} \right) - \sqrt{1 + \frac{d^2}{l^2}} + \frac{d}{l} \right]$$
(I.13)

Le Tableau II extrait de [Piatek13] et complété avec des calculs réalisés montre la validité de toutes les équations pour le calcul d'inductance mutuelle. De plus, [Kim09] extrait la même conclusion à la fin de son article.

w=0.08, e=0.007, d=0.16					
1	Grover	Hoer	Ruehli	Kamon	
	M [nH]	M [nH]	M [nH]	M [nH]	
0.1w	0.03999	0.03922	0.03999	0.03922	
1w	3.92230	3.84978	3.92230	3.84978	
10w	238.821	236.249	238.821	236.249	
100w	5800.11	5769.18	5800.11	5769.19	
1000w	94556.0	94240.4	94556.0	94241.1	

Tableau II. Comparaison des différentes équations pour le calcul d'inductance mutuelle.

#### iii. Calcul d'inductance effective

Il est possible de déduire une formule simplifiée pour le calcul d'inductance effective d'une boucle de commutation où le convertisseur est composé par un busbar. Pour ceci, il faut se baser sur le cas précédent de deux plaques (voir Figure 23) de section rectangulaire (e.w) et longueur (I) très proches (petite d). Le flux magnétique induit par la totalité du courant est concentré dans une petite surface entre les conducteurs. Le champ magnétique H à l'extérieur des plaques est considéré négligeable par rapport à celui qu'on trouve entre les conducteurs (d). Compte tenu de cette supposition et appliquant la loi d'Ampère, nous obtenons l'égalité suivante :

$$L_e = \frac{\phi}{I} = \frac{\iint_S \vec{B} d\vec{S}}{I} = \frac{\mu_0 dl}{w}$$
(I.14)

Cette équation (I.14) est très utile pour avoir une valeur de référence rapidement [Beukes97], [Bryant11]. Toutefois, comme nous en avons déjà fait référence, il est aussi possible d'avoir la valeur d'inductance effective en faisant une combinaison entre les inductances propres et les mutuelles d'un système.

#### b. Méthodes numériques

Les équations analytiques simples sont valables pour des géométries simples et elles ne sont pas applicables aux cas généraux. Pour prendre en compte les géométries complexes, il est nécessaire d'employer des méthodes numériques. Pour cela, il faut discrétiser une géométrie complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de formes simples. De cette opération, il en résulte le maillage de la géométrie. Ce maillage dépend de la méthode utilisée.

On peut distinguer deux types de méthodes numériques :

- Méthodes intégrales
- Méthodes des éléments finis

Pour les méthodes finies tous les différents domaines doivent être discrétisés y compris l'air qui entoure les conducteurs. En outre, pour les méthodes intégrales seulement les conducteurs doivent être maillés. En conséquence, le nombre d'inconnus pour la deuxième méthode est réduit, ce qui entraine a priori, un temps de résolution mineur. Les méthodes finies génèrent des matrices creuses à l'avantage des MEF tandis que les matrices générées par les méthodes intégrales sont pleines. Pourtant, la mémoire utilisée et le temps de calcul est important pour la modélisation de grands systèmes.

## i. Equations à résoudre

Dans les années 1860 J. C. Maxwell définit les équations permettant d'établir un lien entre les grandeurs électriques et magnétiques à partir des précédents travaux de A. Ampère et M. Faraday. Par la suite, nous allons présenter les équations de Maxwell sous la forme différentielle et intégrale.

Equation de Maxwell-Ampère :

Equation différentielle

rot  $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \partial \boldsymbol{D} / \partial t$ 

Equation de Maxwell-Faraday :

rot  $\boldsymbol{E} = -\partial \boldsymbol{B}/\partial t$ 

Avec :

H vecteur champ magnétique (A/m)

J vecteur densité du courant électrique  $(A/m^2)$ 

**D** vecteur déplacement électrique  $(C/m^2)$ 

E vecteur champ électrique (V/m)

**B** induction magnétique (T)

 $\Omega$  représente le volume, S la surface de  $\Omega$  et L le contour fermé de la surface S, t temps (s)

A ces équations, il faut ajouter les lois conservatives :

$$div \mathbf{B} = 0 \qquad \qquad \oint_{S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \qquad (I.17)$$
$$div \mathbf{D} = \rho \qquad \qquad \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int \rho d\mathbf{\Omega} \qquad (I.18)$$

$$\oint_{S} \boldsymbol{D}.\,d\boldsymbol{S} = \int_{\boldsymbol{\Omega}} \rho d\boldsymbol{\Omega} \tag{I.18}$$

Avec  $\rho$  densité volumique de charge (C/m<sup>3</sup>)

Les équations de Maxwell sont générales et indépendantes des caractéristiques des milieux. Il faut donc ajouter à ces équations les lois de comportement permettant de relier les différents champs, électrique et magnétique entre eux.

La loi de comportement électrique (loi d'Ohm)

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{\sigma} \, \boldsymbol{E} \tag{I.19}$$

Avec  $\sigma$  la conductivité électrique (S/m)

Cette loi est considérée linéaire pour les conducteurs classiques. Néanmoins, la conductivité électrique a une forte dépendance de la température, cette dépendance sera traitée plus tard.

Concernant le comportement magnétique, pour les matériaux diamagnétiques et paramagnétiques, la relation linéaire s'adapte bien

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H} \tag{I.20}$$

Avec  $\mu_{\theta}$  perméabilité magnétique du vide (H.m<sup>-1</sup>) et  $\mu_r$  perméabilité relative du matériau considéré.

Equation intégrale

$$\oint_{L} \boldsymbol{H}.\boldsymbol{dl} = \int_{S} \left( \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \right) \boldsymbol{dS}$$
(I.15)

$$\oint_{L} \boldsymbol{E}.\boldsymbol{dl} = -\int_{S} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} d\boldsymbol{S}$$
(I.16)
Il existe plusieurs méthodes pour résoudre numériquement des problèmes d'électromagnétisme telles que la méthode des éléments finis ou les méthodes intégrales.

### ii. Méthode des éléments finis (MEF)

La méthode des éléments finis est une technique employée dans de nombreux domaines tels que la mécanique, la thermodynamique, l'électromagnétisme, etc. qui permet de résoudre des problèmes aux dérivées partielles. Pour cela, les équations sont réécrites sous une forme variationnelle ou faible. La MEF revient à minimiser l'énergie dans le système. Il faut définir le domaine afin d'assurer l'existence et l'unicité de la solution recherchée. Le domaine doit être délimité par des conditions aux bords et à l'intérieur.

Le domaine d'étude est donc discrétisé en un nombre fini de sous-domaines : des éléments finis. Sur chaque entité (nœuds, arêtes, facettes et éléments) une fonction d'interpolation est définie permettant une approximation des grandeurs recherchées. Les résultats obtenus par la résolution du problème dépendent fortement de la qualité de maillage utilisé. La Figure 24 montre différents types d'éléments utilisés lors d'une résolution avec les éléments finis.



Figure 24. Différents types d'éléments formant le maillage.

Il est à noter que le laboratoire d'électronique et électrotechnique de puissance de Lille (L2EP) développe un code de calcule code\_Carmel (Code Avancé de Recherche en Modélisation Electromagnétique) dédié aux calculs électromagnétiques <u>http://code-carmel.univ-lille1.fr/</u>. Au niveau électromagnétique la méthode des éléments finis est basée sur la formulation différentielle des équations de Maxwell dans tout l'espace afin de discrétiser les champs.

## iii. Méthodes intégrales

Les méthodes intégrales permettent de résoudre les équations de Maxwell sous forme intégrale. Ces méthodes ont fait l'objet de nombreux travaux pour montrer leur performance en calculant les interactions à distance. Dans cette partie la méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) est détaillée. Cette méthode est particulièrement étudiée dans le domaine de l'électronique de puissance.

Ils existent deux laboratoires de référence travaillant sur la méthode PEEC, le laboratoire G2Elab de Grenoble en France et le laboratoire EISLAB de Luleå en Suède. Chaque laboratoire a développé son propre logiciel basé sur la méthode : l'InCa3D et le MultiPEEC respectivement.

Au G2Elab plusieurs travaux de thèse ont fait de la méthode l'objet d'étude pour l'électronique de puissance : [Schanen94], [Clavel96], [Teulings97], [Piette99], [Besacier01], [Guichon01], [Martin05] et [Tran08].

Au sein de l'EISLAB quelques travaux de thèse peuvent aussi être cités : [Ekman03], [Enohnyaket10] et [Daroui12].

La méthode PEEC a été développée par A. E. Ruehli [Rhuehli72], [Rhuehli74]. Le principe de cette méthode est la discrétisation du système en sections élémentaires lesquelles peuvent être interprétées comme une résistance et une inductance (Figure 25). L'ensemble de sections élémentaires de la géométrie forment donc un système électrique équivalent. Chaque élément est représenté par une équation intégrale. A l'aide de la loi d'Ohm et des lois de Kirchoff, le schéma électrique peut être résolu et les courants circulants dans le circuit équivalent sont déterminés.



Figure 25. Discrétisation et éléments de la méthode PEEC.

Le courant dans chaque section élémentaire est considéré constant. Ce fait implique de faire une discrétisation plus raffinée pour pouvoir prendre en compte les effets de peau et de proximité entre conducteurs.

Il existe un logiciel libre appelé FastHenry basé sur la méthode PEEC. Ce logiciel permet d'extraire la matrice d'impédance des géométries 3-D. Il est couplé avec un algorithme d'extraction qui accélère le calcul. Ce logiciel est moins performant que ceux nommés précédemment. Il ne permet pas de faire des maillages hétérogènes ce qui permettrait de raffiner seulement les bords des conducteurs. Il est cité dans la référence [Bryant11].

## 3.2. Pertinence des méthodes pour l'électronique de puissance

### MEF

Concernant la modélisation de systèmes de l'électronique de puissance et en regardant les publications existantes nous constatons que la méthode des éléments finis est bien répandue [Zhang10], [Wen12], [Burtovoy12], [Popova13], [Chen14]. La méthode offre la possibilité de modéliser plusieurs géométries complexes composées de différents matériaux avec des propriétés linéaires et non linéaires. Comme il a été dit précédemment, la méthode travaille avec des matrices creuses ce qui représente un avantage de consommation de mémoire. Toutefois, dans certains cas cette méthode devient limitée.

- Modélisation des conducteurs minces : la géométrie d'un système de connexion busbar laminé est constituée par des plaques conductrices minces séparées par des films isolants encore plus minces (entre 0.2 et 0.3mm). Le maillage utilisé par cette méthode est normalement régulier ce qui résulte en un grand nombre d'éléments pour des plaques et des films isolants. Le cas précédent s'accentue lorsqu'il faut modéliser l'effet de peau et l'effet de proximité entre les conducteurs. Un raffinement du maillage est alors nécessaire dans l'épaisseur des bords des conducteurs.
- Modélisation de l'air : Pour modéliser les champs, il faut mailler aussi le domaine de l'air. Il faut créer une boîte d'air contenant le système de conducteurs, cette boite d'air doit être assez grande pour ne pas interférer au bon calcul des champs.

Tous ces points ont un résultat commun, la taille du problème devient très grande et en conséquence la mémoire nécessaire pour le résoudre. Pour faire face à ce problème il est intéressant d'envisager l'utilisation d'autres méthodes. Une méthode qui semble mieux adaptée est la méthode intégrale pour la quelle il n'est pas nécessaire de mailler l'air.

### PEEC

La méthode PEEC a été utilisée dans nombreux travaux concernant l'électronique de puissance. Le principal avantage est la nécessité de mailler seulement les conducteurs, ce qui traduit une taille mineure du problème. Néanmoins, dans certains cas la méthode est limitée.

- Taille du problème : la méthode a juste besoin de mailler les conducteurs, toutefois comme il a été décrit précédemment la méthode utilise des matrices pleines, donc si le domaine à mailler est grand le calcul peut devenir rapidement irrésoluble par la machine.
- Le maillage de la méthode PEEC : c'est un maillage particulaire donc des logiciels mailleurs standard ne peuvent pas être utilisés. Des maillages adaptés à la géométrie peuvent minimiser la taille du problème (raffiner dans les zones de la géométrie où il est nécessaire). Ce type de maillage adapté n'est pas disponible avec le logiciel libre FastHenry.
- La perméabilité relative des matériaux est  $\mu$ r=1.

### a. Comparaison entre les méthodes

Par la suite nous allons comparer les deux méthodes pour pouvoir décider laquelle est la plus appropriée selon le problème à résoudre. L'intérêt de ces méthodes pour ce travail de thèse est de calculer les inductances.

- Pour les calculs numériques de géométries 3D utilisant la méthode des éléments finis (MEF), le solveur Code\_Carmel est choisi.
- Pour les calculs numériques de géométries 2D utilisant la méthode des éléments finis (MEF), le logiciel FEMM est choisi.
- Pour les calculs numériques utilisant la méthode PEEC, le logiciel libre FastHenry est choisi.

### i. Cas simple

Dans un premier temps, les résultats obtenus avec les différentes méthodes appartiennent à des systèmes de géométries simples.

L'inductance propre est calculée sur un conducteur plat de longueur 500mm, et section constante de  $400 \text{ mm}^2$  avec pour épaisseur *e* et pour largeur *w*. Les méthodes MEF, PEEC et l'équation de Grover (1.12) sont comparées.



Figure 26. Evolution de l'inductance propre en fonction à la variation de la section. Les résultats sont obtenus par la méthode des éléments finis (MEF), la méthode PEEC et l'équation de Grover.

La différence de résultats pour l'inductance propre d'un conducteur entre les différentes méthodes est remarquable (Figure 26). Notons, la valeur de la grandeur calculée évolue de la même façon. Toutefois, l'intérêt principal est de calculer l'inductance effective de la boucle de commutation et pas une inductance d'un conducteur comme l'inductance propre.

Pour calculer l'inductance effective un deuxième conducteur de même taille est superposé sur le premier. La distance de séparation d entre les deux conducteurs est modifiée afin

d'observer l'évolution des résultats des différentes méthodes. L'équation simplifiée (I.14) est utilisée pour le calcul d'inductance effective.



Figure 27. Evolution de l'inductance effective en fonction de la séparation entre les conducteurs. Les résultats sont obtenus par la méthode des éléments finis (MEF), la méthode PEEC et l'équation simplifiée (I.14).

Comme le calcul d'inductance effective est un résultat d'une différence, l'écart entre les méthodes est bien plus faible. Pour des distances de séparation inférieures à 4mm l'erreur entre les méthodes (MEF et PEEC) est négligeable. L'équation (I.14) reste une bonne solution approximative.

Par la suite nous allons étudier l'évolution de l'inductance effective par rapport à la fréquence.



Figure 28. Evolution de l'inductance effective en fonction de la fréquence. Les résultats sont obtenus par la méthode des éléments finis (FEM), et la méthode PEEC.

Le maillage utilisé permet de prendre en compte les effets de peau et proximité dans la plage de fréquences plus élevées. Les deux courbes de résultats sont superposées au long de l'évolution de la fréquence (Figure 28). A partir de 1MHz, la différence des résultats commence à être visible, néanmoins elle est acceptable.

Par rapport aux résultats on peut conclure que les deux méthodes sont valables pour les calculs d'inductance effective des boucles de commutation des géométries simples.

## ii. Cas réel

Nous allons utiliser les méthodes précédentes pour calculer l'inductance d'un cas réel de busbar avec une géométrie complexe. Cette géométrie ne permet pas d'utiliser les éléments finis 2D. Les résultats des simulations sont comparés à la mesure d'inductance. Cette mesure a été obtenue grâce à un test à double impulsion où la commutation des modules de puissance est reproduite comme dans une application réelle.

Afin de procéder au calcul avec la MEF 3D il faut appliquer des modifications sur la géométrie, non seulement créer la boite d'air comme il a déjà été expliqué précédemment mais également créer des liaisons physiques entre les points de connexion pour fermer la boucle de courant (court-circuits) (Figure 29). Le maillage doit être très fin pour pouvoir prendre en compte les effets de la fréquence.

En utilisant la méthode PEEC ni la boite d'air ni la liaison physique entre les conducteurs est nécessaire. Pour réaliser la liaison entre nœuds il faut juste les déclarer comme équivalents. Néanmoins, les plaques sont modélisées sans les colonnettes des connexions (Figure 29). La taille des matrices limite fortement la qualité du maillage donc si la géométrie est grande, la mémoire nécessaire pour réaliser le calcul devient insuffisante.



Figure 29. A gauche, Fichier CAD du busbar. Au centre, géométrie simulée par MEF avec liaison physique pour fermer boucle de commutation. A droite, géométrie simulée par la méthode PEEC.

Méthode	Mesure	MEF	PEEC
Inductance	12 nH	14 nH	25 nH

La valeur d'inductance effective proportionnée par la MEF est proche de la valeur mesurée. Il faut considérer que dans ce calcul numérique une partie d'inductance parasite concernant la liaison physique (court-circuit) créé pour fermer la boucle est prise en compte, et donc ajoutée dans le calcul. Il paraît logique d'avoir une valeur d'inductance plus élevée que la mesure.

La méthode PEEC en utilisant le logiciel FastHenry donne une valeur plus éloignée de la mesure. Ce mauvais résultat provient d'une discrétisation pas assez fine. En effet, la matrice pleine générée par cette méthode sature la mémoire disponible. Par conséquent, les effets fréquentiels ne sont pas bien pris en compte conduisant à une grande erreur. [Bryant11] a réalisé une comparaison similaire entre l'expérimental et la simulation par FastHenry. Les

résultats obtenues par Bryant ont un rapport simulation/expérimental de 1.5 et la comparaison analysée dans cette étude augmente ce rapport à 2.1.

## iii. Conclusions

Afin de se décider pour l'utilisation d'une méthode, il faut avoir en considération le concept de *time-to-results*. Ceci concerne le temps nécessaire pour effectuer toutes les étapes indispensables pour réaliser un calcul : définition de la géométrie, le maillage et le calcul numérique.

Nous avons montré que les deux méthodes ont des résultats d'inductance effective très proches pour des géométries simples. Dans ce cas, il est préférable d'utiliser la méthode PEEC pour les raisons suivantes :

- La méthode est bien adaptée pour modéliser la géométrie.
- Le maillage est rapide et simple à mettre en place pour modéliser les effets de la fréquence.
- Le temps de calcul est faible.
- Le *time-to-results* est petit donc avec le logiciel toutes les étapes sont réalisées (définition de la géométrie, maillage et résolution).
- La précision a été validée.

Le Tableau III résume les principales caractéristiques cherchées lors du calcul numérique d'inductance des busbars. Les points signalés en vert sont des points forts de la méthode au détriment des rouges.

Géométrie simple	Modélisation géométrie	Maillage	Temps calcul	Time-to- results	Précision
MEF					
PEEC					

Tableau III. Comparaison entre la MEF et la méthode PEEC pour des géométries simples.

Néanmoins, quand il faut analyser une géométrie complexe, la méthode PEEC est limitée à la simplification de celle-ci. Les raisons pour choisir les éléments finis dans ce cas sont les suivantes (Tableau IV):

- Avec la méthode PEEC la géométrie est approximée par éléments orthogonaux qui ne respectent pas intégralement la géométrie originale.
- Avec la méthode PEEC le besoin de mailler finement les conducteurs ralentit le temps de calcul. De plus, si la géométrie est grande la mémoire disponible devient

rapidement insuffisante à cause de la taille des matrices. En conséquence il faut utiliser un maillage grossier pour pouvoir réaliser le calcul ce qui diminue notamment la précision.

Géométrie complexe	Modélisation géométrie	Maillage	Temps calcul	Time-to- results	Précision
MEF					
PEEC					

Tableau IV. Comparaison entre la MEF et la méthode PEEC pour des géométries complexes.

La méthode PEEC peut être utilisée pour avoir des valeurs approximatives sachant que ces valeurs seront une surestimation de valeurs réelles. Cette surestimation sera due à l'utilisation d'un maillage pas assez fin.

### 4. Minimisation de l'inductance

Nous avons présenté les différentes méthodes pour calculer l'inductance. Maintenant nous souhaitons minimiser cette inductance. Pour cela, nous allons modifier la forme de la connexion, car la valeur d'inductance dépend de la géométrie des conducteurs et de la taille de la boucle de commutation. Cette section est divisée en 4 points, premièrement en règles de conception pour minimiser l'inductance. Deuxièmement, différentes modifications de la géométrie sont traitées, notamment trous et fentes pour les connexions avec les condensateurs et pour l'équilibre de courants. Ensuite, nous étudions le placement des composants sur le busbar et les types de connexion. Finalement, nous présentons l'application de ces méthodes aux autres composants de la boucle de commutation, notamment les modules de puissance.

### 4.1. Règles de conception

D'après les nombreux travaux dédiés sur ce sujet, la solution la plus courante pour ramener l'inductance parasite à quelques dizaines de nano-Henry (nH) et même en dessous, est d'utiliser une structure de busbar laminé.

En premier lieu et pour réaffirmer le paragraphe précédent, on va analyser l'inductance propre d'un conducteur à volume constant à l'aide des résultats fournis par la simulation 2D. Le profil de la section varie selon la relation épaisseur/largeur (e/w) avec la surface de la section constante (Figure 30). Par un rapport e/w proche de zéro la section est aplatie et un rapport de 100 la section est carrée.



Figure 30. Evolution de l'inductance propre en fonction de la section du conducteur.

On remarque qu'un conducteur plat présente une inductance propre plus petite que celle d'un conducteur massif [Schanen96] et [Guichon06]. De plus, l'augmentation du volume du conducteur impliqué entraîne une réduction de l'inductance (Figure 31 et Figure 32). Ceci signifie qu'il ne faut pas se contenter d'avoir une géométrie plate. En augmentant l'épaisseur ou la largeur, l'inductance est minimisée au détriment du coût volumique du conducteur qui est une forte contrainte.



Figure 31. Evolution de l'inductance propre en fonction de la largeur.



Figure 32. Evolution de l'inductance propre en fonction de l'épaisseur.

Sur la Figure 31 et la Figure 32, les deux dimensions épaisseur e et largeur w évoluent pour le même rang de volume ajouté dans le conducteur. En regardant les valeurs d'inductance, il est clair qu'agrandir la largeur du conducteur est une priorité car la variation de section est beaucoup plus effective que pour la variation d'épaisseur.

Les deux principes précédents sont rapidement limités lors de la conception des interconnexions parce que l'encombrement est de plus en plus élevé dans les convertisseurs. De plus, le prix du conducteur est une forte contrainte. De ce fait, il faut trouver d'autres astuces pour minimiser l'inductance.

Une mesure courante est d'utiliser davantage la structure en forme de busbar laminé. Cela consiste à alterner des couches conductrices pour obtenir une inductance mutuelle entre plaques très élevée (Figure 33). Normalement, la structure du busbar a été conçue pour avoir les courants entre couches différentes en sens opposé et obtenir une valeur d'inductance

mutuelle soustractive ce qui donne une inductance effective du système petite [Buschendorf13].



Figure 33. Evolution de l'inductance propre et mutuelle en fonction de la séparation entre conducteurs.

L'inductance mutuelle tend vers des valeurs propres quand la distance de séparation entre les plaques devient petite.

Une disposition adéquate des couches conductrices peut présenter une minimisation considérable d'inductance [Chen12]. En prenant par exemple (Figure 34) un onduleur monophasé avec 4 modules de puissance (un module par transistor IGBT, nommées T1-T4) les plaques conductrices sont la DC+ (A), la DC- (B), et deux autres plaques (C, D) qui vont relier les transistors avec la sortie (charge). Les boucles de commutation auront lieu dans les plaques A-C-B et A-D-B. Selon la disposition des plaques dans l'empilement du busbar laminé la taille des boucles de commutation varie, elle peut donc être optimisée.



Figure 34. A gauche, schéma d'un onduleur monophasé avec quatre plaques conductrices A, B, C et D et transistors T1, T2, T3 et T4. A droite, superposition des plaques où A et B ont une taille de 400x200mm et C et D 400x100mm.



Figure 35. Boucles A-C-B et A-D-B pour différents configurations des plaques conductrices

Considérant que la longueur de la boucle de courant dans chaque plaque est proportionnelle au dessin de la Figure 35, la deuxième option présente une inductance plus avantageuse. Voir Tableau V pour les valeurs d'inductance de chaque boucle.

- Regardant la boucle A-C-B, le chemin parcouru dans C est plus long que celui parcouru dans A. Il est donc plus judicieux de rapprocher C de B (coupe transversale 2), de cette façon la mutuelle soustractive (puisque les courants sont opposés) sera plus grande. Les lignes discontinues verticales correspondent aux transistors T1 et T2.
- Au niveau de la boucle A-D-B, la première combinaison est optimale. Néanmoins pour obtenir une amélioration considérable dans la boucle A-C-B la valeur de la boucle A-D-B a été un peu détériorée. Les lignes discontinues verticales correspondent aux transistors T3 et T4.

	<b>Inductance Boucle A-C-B</b>	<b>Inductance Boucle A-D-B</b>
Section 1. C-D A B	7.85 nH	5.75 nH
Section 2. A C-D B	6.17 nH	6.19 nH

 Tableau V. Valeurs d'inductance effective obtenue avec la PEEC des boucles selon la configuration dans la section utilisée.

Une bonne disposition des plaques conductrices peut minimiser l'inductance des boucles de commutation et aussi les équilibrer. Des résultats précédents (Tableau V), on peut également extraire le concept de symétrie [Burtovoy12] qui permet de rapprocher les courants de directions opposés.

## 4.2. Modifications sur les plaques

La mission du busbar est d'interconnecter les différents composants d'un convertisseur. Normalement ces connexions sont faites pendant la phase de montage ce qu'implique avoir accès à tous les points de connections afin de pouvoir effectuer la liaison physique par exemple au moyen d'une vis. L'accès aux points de connections se traduit par l'apparition de trous sur les différentes plaques conductrices. Un trou sur une plaque permettra de viser un composant sur la plaque adjacente (Figure 36).



Figure 36. Trous sur un conducteur permettant d'accéder aux connexions d'un autre conducteur.

Par la suite, nous allons étudier l'influence des trous sur l'inductance. Normalement sur les busbar laminés, on trouve des trous circulaires sur une plaque qui vont permettre de visser un condensateur sur la plaque adjacente. Le nombre de trous et la taille de ceux-ci font varier la valeur d'inductance [Zhu11] et [Khan14]. L'étude est réalisée sur la géométrie de la Figure 37.



Figure 37. Deux conducteurs de taille 400x200x1mm. Sur un conducteur un trou de diamètre variant est placé au centre de la plaque.



Figure 38. Evolution de l'inductance effective obtenue avec la PEEC en fonction du diamètre du trou.

Le graphique de la Figure 38 est basé sur la géométrie précédente. Le diamètre du trou centré sur la plaque augmente. A noter que le chemin retour de la boucle se fait par une plaque de la même taille (sans trou) séparée 0.3mm. La valeur d'inductance reste constante jusqu'aux 5cm de diamètre, puis la minimisation de la section de passage du courant en fait augmenter rapidement la valeur.

La position du trou fait aussi varier la valeur d'inductance effective comme il est illustré sur la Figure 39. Un trou de 30mm de diamètre est placé sur différentes positions de la largeur. Selon ces résultats, on peut affirmer qu'un trou sur les bords a une influence majeure par rapport à un trou positionné sur le centre.



Figure 39. Evolution de l'inductance effective en fonction de la position d'un trou sur la largeur de la plaque.

Un autre problème auquel il faut faire face pendant le design du busbar est la distribution de courant entre composants parallélisés qui doit être la plus équilibrée possible. Ces composants sont parallélisés à cause de l'augmentation des niveaux de courant dans les convertisseurs. De plus, dans un module de puissance il y a plusieurs interrupteurs parallélisés.

Une distribution de courants déséquilibrés entre les composants pendant la commutation peut induire à des différents di/dt et en conséquence, différentes énergies de commutation et une distribution thermique asymétrique. De plus, une asymétrie inductive peut créer une surtension sur un des composants et le détruire [Jeannin99]. Cependant, si la géométrie du système de connexion est symétrique alors, les courants entre les composants sont équilibrés.

L'équilibre entre les boucles est observable avec le calcul de la matrice d'impédance où la partie réelle correspond à la résistivité et la partie imaginaire correspond à l'inductance [Guichon06] et [Pasterczyck05].

La géométrie de la Figure 40 présente un busbar laminé déséquilibré. La plaque de couleur grise G fait 200mm de largeur, 400mm de longueur et 1mm d'épaisseur. Sur la plaque G les transistors parallélisés T1 et T2 sont placés aux coins d'un même côté tandis qu'une autre connexion jusqu'à condensateurs C est placée au côté opposé de la plaque. Le chemin de retour se fait par une plaque parallèle de couleur violet V à 0.3mm de séparation.

Sur les plaques une découpe (fente illustré sur la Figure 40) a été réalisée afin d'équilibrer les courants entre les transistors. Cette solution est a priori valide puisque le chemin parcouru par le courant lors des commutations a la même longueur pour les deux transistors.



Figure 40. Conducteur de taille 400x200x1mm avec une fente, transistors T1 et T2 et C la connexion au banc de condensateurs.

Pour valider cette solution, des simulations pour la boucle C-T-C sont faites. La matrice d'impédance permet de calculer le pourcentage de courant dans chaque transistor. Dans un premier temps, la boucle est simulée avec les fentes sur les deux plaques. Dans un deuxième temps, la fente est uniquement appliquée sur la plaque grise G. Pour finir une simulation est faite mais cette fois-ci sans fentes.

transistor	Avec deux fentes	Avec une fente	Sans fentes
T1	45.2 %	45.6 %	56.3 %
T2	54.8 %	54.4 %	43.7 %

Tableau VI. Pourcentage de courant dans chaque transistor selon la géométrie utilisée.

D'après les résultats obtenus (Tableau VI), on constate que l'introduction de fentes dans le design a une faible amélioration sur la distribution de courant dans les transistors. Les fentes sont réalisées en pensant que le courant circule en DC et qu'une même longueur du circuit

serait suffisante pour assurer l'équilibre de courants. Néanmoins, lors de la commutation les effets de la fréquence sur le courant (effet de peau et proximité) modifient son comportement et en conséquence les fentes ne sont plus nécessaires.

De plus, les modifications apportées sur le design du busbar pour l'équilibre de courants (fentes) aggravent considérablement l'inductance des boucles ainsi que la résistance du circuit (Tableau VII).

Boucle	Avec deux fentes	Avec une fente	Sans fentes
C-T1-C	7.88 nH	7.81 nH	4.08 nH
C-T2-C	6.50 nH	6.49 nH	5.44 nH

Tableau VII. Valeur d'inductance des boucles de courant selon la géométrie utilisée.

L'emploi de modifications qui semblent intuitives n'est pas valable dans le cas des fréquences élevées où les effets de peau et proximité jouent un rôle important.

### 4.3. Composants et connexions

Nous avons déjà montré que l'inductance dépend de la distance entre les points d'entrée et sortie de courant des plaques, c'est-à-dire de la taille de la boucle. La distribution des composants sur le busbar laminé et la façon de les connecter définissent les chemins de courant et en conséquence l'inductance du busbar. Cette disposition est donc très importante pendant la conception.

#### a. Placement des composants

L'emplacement physique des condensateurs sur le busbar est une étape critique [Zare02]. Les condensateurs doivent être placés de telle sorte que les boucles de commutation entre les différents transistors soient de la même longueur pour éviter les déséquilibres. Il est donc important d'utiliser une disposition symétrique et de placer les condensateurs entre les différents transistors (Figure 41).



Figure 41. Position d'un condensateur C sur un convertisseur. Les boucles de commutation des transistors (T1 et T2) sont représentées en bleu et rouge.

Par la suite, nous allons réaliser différentes simulations pour déterminer la variation de la valeur d'inductance de la boucle de commutation en fonction de la disposition des condensateurs sur un busbar laminé. La taille du busbar simulé est 200x400x1mm et la distance entre les deux couches DC+ et DC- est de 0.3mm. Trois condensateurs sont placés sur le busbar dont le diamètre est de 40mm. Les paramètres à faire varier sont : *X* la distance entre les condensateurs et *D* la distance vers le module de puissance (Figure 42).



Figure 42. Paramètres de positionnement des condensateurs par rapport au module de puissance. D séparation entre le banc de condensateurs et le module. X séparation entre les condensateurs.



Figure 43. Evolution de l'inductance en fonction de la distance de séparation entre les condensateurs et le module de puissance. Différentes courbes selon la séparation entre condensateurs sont tracées.

Avec les résultats de la simulation (Figure 43), on constate que la distance entre les condensateurs a un impact mineur sur l'inductance par rapport à leurs distances avec le module de puissance. L'inductance minimale est atteinte aux 40mm de séparation entre le module de puissance et les condensateurs. A cette distance, le courant peut se répartir de façon plus homogène sur les différents condensateurs. En augmentant la valeur de D la boucle devient plus grande et systématiquement l'inductance augmente. La configuration optimale correspond à la distance entre condensateurs X la plus petite possible et la distance au module de puissance D égale à cette valeur pour avoir les courants équilibrés. [Smirnova14] démontre qu'une distribution circulaire autour du transistor minimise l'inductance, ce qui confirme les résultats précédents.

Une fois la position des condensateurs définie, il faut choisir la rotation du condensateur [Wang09] et [Zou13]. Chaque condensateur a deux inserts pour se connecter avec le bus positif et avec le bus négatif respectivement. Afin de déterminer l'angle de rotation optimale deux simulations sont faites à 90° et 0° selon le dessin (Figure 44).



Figure 44. Position du condensateur par rapport à son angle de rotation.

Angle de rotation	90°	0°
Inductance géom. sans trous	7.28576 nH	7.15260 nH
Inductance géom, avec trous	7.37019 nH	7.33515 nH

Tableau VIII. Résultats d'inductance selon l'angle de rotation d'un condensateur

La première ligne du Tableau VIII correspond aux résultats d'une géométrie simplifiée où les trous permettant de visser les condensateurs avec les bus positif et négatif ne sont pas modélisés. Autrement, la deuxième ligne correspond à une géométrie plus réaliste contenant ces trous. Les trous dégradent la valeur d'inductance, néanmoins les résultats restent

équivalents. L'angle de rotation à 0° donne une inductance plus petite car les chemins de courant du bus positif et du bus négatif sont superposés et l'aire délimitée pour la boucle de courant est plus petite. Il est donc conseillé de placer les condensateurs avec un angle 0° avec les modules de puissance.

### b. Formes de connexion

Le type de connexions utilisé pour fixer les composants est un élément qui joue un rôle important pour la valeur d'inductance. Leur géométrie modifie la surface entourée par le courant (où le flux magnétique est calculé) comme il est illustré sur la Figure 45.



Figure 45. Schéma de l'aire entouré par la boucle de commutation entre les connexions d'un condensateur.

La Figure 45 précédente représente la connexion d'un condensateur avec un busbar. Le courant est représenté par des flèches rouges qui entourent la surface hachurée où le flux magnétique est calculé. Afin de minimiser l'inductance, la surface hachurée doit être minimisée.

La connexion est réalisée au moyen de deux vis au travers du busbar et vissées directement sur le condensateur. Pour atteindre le niveau de connexion sur le bus négatif il faut appliquer un insert ou une déformation plastique. Dans le cas de la Figure 46 une colonnette (insert) est ajoutée sur le bus négatif. La colonnette est un cylindre massif qui est traversé par la vis. L'autre option est la déformation plastique appelée bossage (Figure 46). Cette technique est néanmoins limitée par la hauteur à atteindre en fonction de l'épaisseur de la plaque.



Figure 46. A gauche, connexion par colonnette. A droite, connexion par bossage.

Les éléments finis 3D et Code\_Carmel sont utilisés afin de modéliser avec précision la géométrie de la connexion. Les points de connexion vers le condensateur ont été reliés par une plaque afin de fermer la boucle de courant (Figure 47). La plaque est la même sur les deux géométries.



Figure 47. Liaison physique entre les connexions.

Pour bien prendre en compte les effets de la fréquence sur la distribution de courant un maillage très fin est imposé sur les bords des géométries (Figure 48).



Figure 48. Maillage raffiné sur les bords de connexion pour prendre en compte les effets de la fréquence.







Figure 49. Schéma de l'aire entouré par la boucle de commutation lors du passage par les différents types de connexions. A gauche, connexion par colonnette. A droite, connexion par bossage.

Grâce aux résultats fournis par la MEF (Tableau IX) il est clair que le bossage est un type de connexion plus performant que la connexion par colonnette au niveau inductive. La coupe de la section (Figure 49) permet de voir que la surface entourée par le courant (surface hachurée) est plus petite lors de l'utilisation de bossages. Il faut donc privilégier ce type de connexion qui s'avère également moins chère et plus rapide de conception.

## 4.4. Modules de puissance

Tous les concepts précédents sont aussi d'actualité dans les modules de puissance. Vu que la minimisation d'inductance est une priorité, il faut travailler sur tous les composants de la boucle de commutation et ceci inclus les modules de puissance. On trouve, notamment des travaux concernant la minimisation de la boucle d'inductance à l'intérieur des modules de puissance en [Muhlfeld09] et [Laeuffer16]. Une nouvelle option est d'incorporer un busbar pour faire la connectique intérieure du module de puissance, néanmoins l'environnement est très agressif pour les matériels (surtout à niveau thermique) ce qui fait de cette option un challenge technologique.

Le type de connexion des modules de puissance vers le busbar a aussi été étudié dans la bibliographie. [Bayerer10] et [Vogel12] utilisent le concept *Strip line concept* pour distribuer le courant sur différents broches de contact parallélisées et insérées par force. En conséquence, la distribution de courant est uniforme sur une largeur plus grande qu'avec des connexions standard et aussi plus proche du potentiel opposé.

## 5. Conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté les raisons pour lesquelles il faut minimiser l'inductance des systèmes de l'électronique de puissance. Nous avons défini les différents types d'inductance : inductance propre, mutuelle et effective. L'enjeu est de minimiser l'inductance effective de la boucle de commutation ayant lieu dans les convertisseurs. Cette boucle concerne les modules de puissance, les condensateurs, le busbar et les vis de connexion.

Nous avons également étudié différentes méthodes permettant le calcul de l'inductance. Des méthodes analytiques permettent à l'aide des équations simples d'obtenir une première estimation de la valeur d'inductance. Cependant, cette méthode ne peut pas être appliquée sur des géométries complexes. Il faut faire appel aux méthodes de calcul plus puissantes comme les éléments finis ou la méthode PEEC. Après l'étude réalisée on a constaté que ces dernières méthodes doivent être utilisées selon le besoin. La MEF (méthode des éléments finis) présente une très bonne précision au détriment du temps de calcul et de la taille du problème. La méthode PEEC quant à elle est très rapide mais elle reste moins précise. Les résultats ont été comparés avec des résultats test d'un busbar réel.

Ensuite, nous avons étudié différentes techniques pour minimiser l'inductance des busbars. L'objectif a été de fournir des règles de conception qui aideront à concevoir des produits plus performants. Nous avons traité l'influence de la géométrie des plaques sur l'inductance. Une section des plaques la plus élargie possible représente un net avantage. L'introduction de modifications comme les trous et fentes sur les plaques modifient sensiblement la valeur d'inductance ainsi que la distribution des plaques dans les couches d'un busbar laminé. Le placement des composants sur les busbars afin de minimiser la taille de la boucle de commutation a aussi été étudié. Finalement, le type de connexion entre les composants et le busbar a aussi son impact. Des nouvelles méthodes de fixation seront étudiées dans l'avenir en tenant en compte les concepts présentés précédemment dans ce chapitre.

## Chapitre II. Modélisation thermique

# 1. Contexte industriel : Les contraintes thermiques de l'électronique de puissance

Comme nous avons énoncé dans l'introduction, les nouvelles technologies SiC et GaN favorisent la montée en température des systèmes, et cela devient un facteur critique lors du design des convertisseurs. Une méthode de conception permettant de prévoir les points chauds sur le busbar nous permet d'anticiper les contraintes thermiques et de dessiner un produit optimisé où la température est bien maîtrisée.

Les enjeux thermiques auxquels il faut faire face sont multiples. Les composants thermiquement sensibles sont les modules de puissance, les films isolants et l'adhésif utilisé lors de la polymérisation. La polymérisation est réalisée par un procédé de compression à chaud et permet le maintien de l'ensemble : films isolants et conducteurs.

Le bon fonctionnement d'un module de puissance est limité dans une plage de température. Cette gamme de température est spécifiée par la température virtuelle de jonction  $T_{vj}$ , et plus concrètement par la température de fonctionnement (opération)  $T_{vj}$  op. La température de fonctionnement définit les valeurs de température maximale et minimale de la jonction auxquelles le dispositif doit opérer. Au-delà de ces limites, la durée de vie du module de puissance se réduit et peut entraîner une défaillance précoce. La température de fonctionnement maximale des dispositifs IGBTs est de l'ordre de 125 à 150°C.

Les films diélectriques utilisés pour isoler les potentiels dans le busbar sont aussi sensibles à la température. Une température trop élevée peut entraîner une dégradation du matériel et induire des courts-circuits.

Les films diélectriques couramment utilisés sont le Mylar®, le Kapton®, le Teonex® et le Nomex® (Marques déposées par le groupe Dupont). Leurs caractéristiques sont notés dans le Tableau X.

Film diélectrique	Température	Rigidité diélectrique	Conductivité
	maximale (°C)	(kV/mm)	thermique (W/mK)
Mylar®	105	295	0.37 @50°C
Teonex®	155	300	0.15 @23°C
Nomex®	220	19	0.11 @50°C
Kapton®	400	181	0.18 @50°C

Tableau X. Propriétés des films isolants

L'adhésif utilisé pour fixer les films et les conducteurs lors de la polymérisation a aussi une température critique au-delà de laquelle ses propriétés sont dégradées. Pour l'adhésif thermoset AS1085, un des couramment utilisés, la température limite d'utilisation (en continu) est de 105°C.

Aujourd'hui dans les convertisseurs avec des modules de puissance utilisant des IGBTs la température est limitée à 105°C afin d'assurer leur fonctionnement et l'intégrité des isolants et de l'adhésif. Néanmoins, cette limitation en température devient insuffisante et impose un choix de matériaux thermiquement plus résistants.

L'objectif de la modélisation thermique des busbars est la création de modèles numériques permettant de calculer la distribution de la température. Cette distribution thermique dépend de tous les échanges thermiques possibles : conduction, convection et rayonnement ainsi que des propriétés des matériaux. Comme pour le modèle électromagnétique, ce type de simulation est très important. Prévoir les températures maximales des designs ainsi que le champ de température va nous permettre de choisir les matériaux pertinents, de modifier rapidement les zones critiques et d'éviter une étape de prototypage coûteuse pour l'entreprise en réalisant des designs optimisés.

Dans le chapitre précédent nous avons étudié les différents modes de fonctionnement des convertisseurs : mode passant et commutation. Pour le calcul d'inductance l'étude du système est faite pendant l'étape de commutation des modules de puissance. Dans ce chapitre, l'objectif de la modélisation thermique des busbars est de calculer la température en état stationnaire. Sachant que les transitoires électriques ayant lieu au travers du busbar sont beaucoup plus rapides que les transitoires thermiques, la variation de température due aux courants rapides et périodiques peut être négligée [Black94]. La modélisation thermique des busbars considère les modules de puissance en état passant (Figure 50).



Figure 50. Deux modes passant des IGBTs d'un inverseur monophasique.

Nous présentons dans ce chapitre la modélisation thermique des busbars et le développement d'un outil dédié au calcul du champ de température des busbars laminés. La partie modélisation thermique des busbars traite à son tour différents sujets. Dans un premier moment, nous étudions la production de chaleur dans un busbar, notamment les différentes sources de chaleur ainsi que les matériaux électriquement conducteurs couramment utilisés. On analyse également les transferts thermiques ayant lieu dans les busbars et la résolution du bilan énergétique. Ensuite, l'état de l'art des techniques de modélisation thermique pour les busbars est présenté. Pour ce point, on distingue trois méthodes : analytiques, numériques et nodales. Pour finir, les corrélations pour la convection trouvées dans la bibliographie sont validées expérimentalement.

Pendant la deuxième partie du chapitre, nous allons présenter le développement d'un outil dédié au calcul du champ de température des busbars. Premièrement, les équations régissant le modèle électrique et thermique de la méthode utilisée sont décrites. L'outil repose sur une méthode que nous avons appelée la méthode de superposition de couches. Celle-ci est utilisée pour résoudre des problèmes ayant 2 et 3 couches conductrices. Cette méthode permet de réinjecter les propriétés thermo dépendantes des matériaux entre la résolution thermique et électrique. Pour voir l'importance de ce fait, on a procédé à une comparaison entre la résolution avec la conductivité dépendante de

la température. Finalement, la méthode de superposition avec trois conducteurs et la réinjection des propriétés thermo dépendantes est validée expérimentalement avec un busbar réel.

## 2. Modélisation thermique des busbars

## 2.1. Production de chaleur dans un busbar

La chaleur qu'on trouve dans les systèmes électriques est provoquée par le mouvement des charges électriques dans les milieux conducteurs. Dans le cas des busbars laminés les sources de chaleur sont identifiées et différenciées selon leur origine. Ensuite, nous allons étudier ces sources.

La chaleur développée par les pertes par effet joule dépend de la résistivité électrique des différents matériaux conducteurs. La résistivité électrique constitue la liaison entre le domaine électrique et le domaine thermique. Nous allons analyser en détail cette propriété pour les matériaux conducteurs couramment utilisés dans les busbars ultérieurement.

### a. Sources

Comme il a été indiqué précédemment les sources de chaleur sont divisées selon leur origine :

- La chaleur produite à l'intérieur des plaques conductrices du busbar par les pertes par effet joule.
- La chaleur produite par la résistance électrique de contact des points de connexions.
- La chaleur provenant des autres composants qui est dissipée sur le busbar.

Dans le premier cas la dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur a lieu dans le système busbar. Le deuxième cas, la production de chaleur a lieu à l'interface du busbar et des composants, tandis que pour le dernier cas cette transformation a lieu dans les composants situés hors du système.

## i. Pertes par effet Joule

La dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur a lieu lorsqu'un courant d'intensité I parcourt un matériau conducteur de résistance électrique R. La puissance dissipée par la résistance (pertes Joule) est calculée par la formule (II.1).

$$P = I^2 R(T) \tag{II.1}$$

La résistance électrique d'un conducteur peut varier avec la température de manière considérable. Pour cette raison l'évolution de la résistance électrique avec la température doit être prise en compte. Ce point est détaillé ultérieurement dans la partie dénommée matériaux.

### ii. Résistance de contact

Pour modéliser la résistance de contact qui a lieu entre le busbar et les composants il faut d'abord connaître la méthode de fixation entre les deux parties. Cette fixation est majoritairement faite par vis. Cette vis maintient en contact les deux conducteurs créant une surface de contact. Néanmoins, cette surface n'est qu'une surface apparente puisque le contact réel entre les deux conducteurs n'a lieu qu'en points discrets et non sur toute la surface comme le montre la Figure 51. Ceci tient au fait que les surfaces réelles des matériaux ne sont pas lisses mais pleines d'aspérités [Holm67]. Le contact se produit au travers de ces aspérités et le courant est contraint à se concentrer. Par conséquent la résistance électrique du contact due à ce courant contraint est appelée résistance d'étranglement [Braunovic02].



Figure 51. Fixation entre deux solides conducteurs par moyen d'une vis. Imperfections des surfaces zoomées

La résistance d'étranglement  $R_e$  est calculée par l'équation (II.2):

$$R_e = \frac{\rho_1 + \rho_2}{4a} \tag{II.2}$$

Où  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les résistivités électriques des deux métaux en contact, et *a* est le rayon appartenant à l'aire réelle de contact entre les conducteurs (l'aire est considérée circulaire).

De plus, une couche d'oxyde se crée rapidement sur les surfaces des métaux comme le cuivre ou l'aluminium au contact de l'air. La résistance de contact  $R_c$ , devient donc la somme de la résistance d'étranglement  $R_e$ , équation (II.2), et la résistance du film d'oxyde  $R_f$ , équation (II.3).

$$R_f = \frac{d\rho_f}{\pi a^2} \tag{II.3}$$

$$R_c = R_e + R_f \tag{II.4}$$

Où  $\rho_f$  est la résistivité du film d'oxyde et d son épaisseur.

Néanmoins, dans la plupart des applications la résistance du film d'oxyde a une contribution très petite sur la résistance de contact totale car les contacts sont créés grâce à la rupture de cette couche.

L'aire réelle de contact  $A_c$  (dont on déduit a) peut être calculée par la force appliquée aux contacts F et la dureté H du matériau le plus mou (II.5) [Slade14]. L'équation de la résistance de contact est finalement décrite par (II.6).

$$A_c = \frac{F}{H} \tag{II.5}$$

$$R_c = \frac{\rho_1 + \rho_2}{4} \sqrt{\frac{\pi H}{F}} \tag{II.6}$$

De plus, des auteurs comme [Sawada10] ont étudié la configuration où les plaques en contact ont été soumises à un traitement de surface comme le nickelage ou l'étamage. Dans ce cas, la résistance de contact dépend d'un coefficient  $\phi$  (II.7). A l'aide du paramètre K et de la Figure 52 (axe droite des ordonnées) on obtient le coefficient  $\phi$  (axe gauche des ordonnées) pour différentes valeurs du ratio entre l'épaisseur de couche ajoutée et le rayon de contact. Le paramètre K (II.8) est le ratio entre la conductivité électrique du métal de base  $\sigma_1$  et celle de la couche ajoutée  $\sigma_2$ .

$$R_{c} = \phi \frac{\rho_{1} + \rho_{2}}{4} \sqrt{\frac{\pi H}{F}}$$
(II.7)

$$K = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \tag{II.8}$$



Figure 52. Relation entre le coefficient φ et le ratio entre l'épaisseur de couche ajoutée et le rayon de contact. Extrait de [Sawada10].

### iii. Composants

La dernière source de chaleur est provoquée par effet joule dans les composants et cette chaleur est en partie dissipée au travers du busbar. Dans le cas des modules de puissance, la résistance est donnée par le fabricant et est appelée *lead resistance* ( $R_{CC'+EE'}$ ). Si la géométrie du composant est connue alors la résistance peut être estimée et les pertes par effet joule seront calculées à l'aide de l'équation (II.1). D'autre part, la résistance des condensateurs est rarement proposée par les fabricants.

### b. Matériaux

Pour les busbars, le choix des matériaux doit être réalisé en cherchant un compromis entre le prix et leurs propriétés. Les propriétés avantageuses sont notamment une bonne conductivité électrique pour minimiser les pertes par effet joule et une bonne conductivité thermique pour avoir un champ de température plus homogène à une puissance donnée et limite la présence et l'intensité de points chauds. Le poids joue aussi un rôle important dans un secteur d'activité comme le transport où l'allègement des véhicules est un enjeu majeur.

La Figure 53 montre la conductivité thermique et électrique à 20°C de plusieurs métaux. Avec cette information nous pouvons argumenter le choix des matériaux utilisés dans les busbars.



Figure 53. Propriétés des principaux métaux à 20°C

L'argent et l'or sont des bons candidats mais leur prix, trop élevé, réduit le choix à deux autres matériaux : le cuivre et l'aluminium. L'aluminium est moins bon conducteur (électrique et thermique) que le cuivre mais son prix et sa faible masse volumique en font un bon candidat pour des applications comme les transports et le « offshore ».

La variation de la résistance électrique du cuivre et de l'aluminium peut être considérée linéaire dans la gamme de température de fonctionnement des busbars. Elle peut être définie par l'équation (II.9):

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T_b - T_a)] \tag{II.9}$$

Où  $T_a$  est la température ambiante,  $\alpha$  est le coefficient de résistivité électrique,  $\rho$  est la résistivité électrique et  $\rho_0$  est la résistivité électrique à température ambiante.

Des lois de variation de la résistivité électrique avec la température ont été trouvées dans de nombreuses études. Les équations définies par les différents auteurs sont tracées dans une gamme de température de 0°C à 350°C. Les auteurs ayant étudié le cuivre sont [Matula79], [Neelakanta95] et [Laughton03] tandis que pour l'aluminium sont [Desai84], [Lide94], [Neelakanta95] et [Laughton03].



Figure 54. Evolution de la résistivité du cuivre avec la température

Référence	Résistivité à 20°C (nΩ.m)	α
[Matula79]	16,78	0,0041
[Neelakanta95]	16,7	0,0043
[Laughton03]	16,97	0,00395

Tableau XI. Variation linéaire de la résistivité du cuivre



Figure 55. Evolution de la résistivité de l'aluminium avec la température

Référence	Résistivité à 20°C (nΩ.m)	α
[Desai84]	26,5	0,0043
[Lide94]	25,7	0,0044
[Neelakanta95]	26,5	0,0043
[Laughton03]	26,4	0,0042

Tableau XII. Variation linéaire de la résistivité selon référence pour l'aluminium

En regardant la Figure 54 et la Figure 55 et dans la gamme de température qui nous intéresse ( $20^{\circ}$ C-150°C), on constate que l'évolution de la conductivité est identique selon les différentes références. Il est judicieux de considérer valides les coefficients de résistivité électrique ayant une valeur entre 0,0042 et 0,0043 pour le cuivre et l'aluminium. Néanmoins, l'aluminium pur n'est pas utilisé comme conducteur électrique parce qu'il est trop doux pour les assemblages mécaniques. On l'utilise principalement sous forme d'alliages dont les plus couramment rencontrés sont répertoriés dans le Tableau XIII. Le IACS (International Annealed Copper Standard) est une valeur standard de la conductivité électrique du cuivre ( $5,8*10^7$  S /m) et est utilisé pour comparer les conductivités d'autres matériaux.

Alliage	Dénomination	%IACS	Résistivité à 20°C (nΩ.m)
-	1050A	59,5	28,97
aluminium- magnesium	5754	32,5	53,05
aluminium-magnesium-	6061	40-46,5	40,09
silicium			

Tableau XIII. Principaux types d'aluminium utilisés

On peut remarquer que pour les alliages d'aluminium, la conductivité électrique est fortement dégradée en comparaison avec l'aluminium pur. Cela tient au fait que les propriétés des matériaux dépendent fortement de leur pureté et des processus de fabrication auxquels ils sont soumis.

### 2.2. Transferts thermiques et bilans énergétiques

Par la suite nous décrivons les différentes équations régissant les transferts thermiques qui ont lieu dans les busbar. Ces transferts sont la conduction, la convection et le rayonnement thermique.

### a. Conduction

La conduction est le phénomène correspondant à un transfert de chaleur entre deux points à l'intérieur d'un solide soumis à un gradient de température. La loi de Fourier, équation (II.10), décrit ce phénomène :

$$\vec{\Phi}_{cond} = -\lambda \, \overrightarrow{grad} \, T \tag{II.10}$$

Où  $\boldsymbol{\Phi}_{cond}$  représente la densité de chaleur par conduction (W/m<sup>2</sup>),  $\boldsymbol{\lambda}$  est la conductivité thermique (W/m°C) du matériau. La chaleur se propage dans la direction de la température décroissante.

L'équation régissant la distribution thermique à l'intérieur d'un matériau est définie par l'équation (II.11) où p est la source volumique de chaleur (W/m<sup>3</sup>).

$$-div(\lambda \, grad \, T) = p \tag{II.11}$$

### b. Convection

Le transfert thermique par convection implique un déplacement de matière dans le milieu fluide. Dans le cas des busbars, ce fluide est généralement de l'air ambiant entourant les solides. Le transfert par convection est le principal mode de refroidissement des systèmes électriques. La convection peut être divisée en convection naturelle, convection forcée ou mixte.

La convection naturelle a lieu quand le mouvement du fluide est induit uniquement par la variation de sa masse volumique. Cette masse volumique varie en fonction de la température.

La convection forcée est due à une circulation artificielle du fluide provoquée par des pompes ou turbines. Ce mouvement induit fait que la convection forcée soit plus effective que la convection naturelle.

La convection mixte correspond à la coexistence de mouvements dus aussi bien à la variation de la masse volumique qu'à une faible ventilation ou pompage.

Le flux de chaleur par convection  $\boldsymbol{\Phi}$  est défini par l'équation (II.12):

$$\boldsymbol{\Phi}_{conv} = \boldsymbol{h} \left( \boldsymbol{T}_s - \boldsymbol{T}_{\infty} \right) \tag{II.12}$$

Où h (W/m<sup>2</sup>°C) est le coefficient de convection,  $T_s$  correspond à la température de la surface et  $T_{\infty}$  à la température du fluide loin de la surface d'échange solide/fluide (°C).

### i. Corrélations

Pour prendre en compte le mouvement de l'air et modéliser la convection, il est nécessaire de faire une simulation en dynamique des fluides. Ce type de simulation est très coûteux en temps et n'est pas envisageable. Dans ce cas, le transfert par convection peut être représenté par des corrélations. Ces corrélations sont des équations qui estiment le coefficient d'échange par convection h en fonction de différents paramètres tels que les dimensions du solide, la nature du fluide, sa vitesse moyenne, sa température. Il existe différentes corrélations pour la convection naturelle et la convection forcée.

Ces coefficients d'échanges peuvent être calculés à l'aide des nombres adimensionnels. Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel qui représente le rapport entre le transfert thermique par convection entre un fluide et une surface divisé par le transfert de chaleur en conduction seule, ce deuxième représentant le seul transfert qui aurait lieu si le fluide était immobile. Si on imagine un transfert thermique entre deux solides parfaits où la conduction thermique est l'unique mode de transfert, le nombre de Nusselt vaut 1. Par contre, lorsque le déplacement du fluide devient de plus en plus important, le transfert thermique se fait essentiellement par convection et le nombre de Nusselt tend vers  $+\infty$ . Le nombre de Nusselt est défini par l'équation (II.13).

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} \tag{II.13}$$

Où *h* est le coefficient de convection (W/m<sup>2</sup>K), *L* est une longueur caractéristique (m) et  $\lambda$  est la conductivité thermique du fluide (W/mK).

Le nombre de Grashof est un nombre adimensionnel qui caractérise la convection naturelle. Il représente le rapport entre les forces de gravité et les forces visqueuses du fluide (équation (II.14)).

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3\rho^2}{\mu^2} \tag{II.14}$$

Où  $\boldsymbol{g}$  est l'accélération de la pesanteur (m/s<sup>2</sup>),  $\boldsymbol{\beta}$  le coefficient de dilatation du fluide (K<sup>-1</sup>),  $\Delta \boldsymbol{T}$  la variation de température (K),  $\boldsymbol{L}$  une longueur caractéristique (m),  $\boldsymbol{\rho}$  la masse volumique du fluide (kg/m<sup>3</sup>) et  $\boldsymbol{\mu}$  la viscosité dynamique du fluide (kg/m.s)

Le nombre de Prandtl (II.15) représente le rapport entre la viscosité cinématique soit la capacité du fluide à s'étaler, et la diffusivité thermique. Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température est régi par le profil de vitesse. Par contre, un nombre de Prandtl faible

indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse n'influence que peu sur le profil de température.

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \tag{II.15}$$

Où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide (kg/m.s),  $C_p$  la capacité thermique massique (J/kgK) et  $\lambda$  sa conductivité thermique (W/mK).

Similaire au nombre de Grashof, le nombre de Reynolds (II.16) caractérise la convection forcée. Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} \tag{II.16}$$

Où  $\rho$  est la masse volumique du fluide (kg/m<sup>3</sup>), V la vitesse du fluide (m<sup>2</sup>/s), L une longueur caractéristique (m) et  $\mu$  la viscosité dynamique (kg/m.s).

Nombreux articles ont comme objectif l'étude de ces corrélations : [Zahn97], [Eyglunent97] et plus récemment [Jannot12]. La géométrie aplatie des busbars laminés permet d'associer le coefficient d'échange avec la corrélation correspondant à l'interaction fluide-plaque verticale et fluide-plaque horizontale (voir Figure 56).



Figure 56. Interaction fluide-plaque verticale et fluide-plaque horizontale

Dans la bibliographie précédente, on trouve des relations simplifiées pour la convection naturelle dans les cas de l'air à pression atmosphérique. Ces corrélations sont divisées selon le régime laminaire ou turbulent du fluide. On détermine le type de régime rencontré à partir du produit entre le nombre de Grashof et le nombre de Prandtl. Les corrélations pour les cas d'études sont regroupées dans le Tableau XIV.

Géométrie	Laminaire 10 <sup>4</sup> < Gr.Pr < 10 <sup>9</sup>	Turbulent Gr.Pr > 10 <sup>9</sup>
Plaque verticale	$h = 1,42  \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$	$h = 1,31 \ (\Delta T)^{1/3}$
Plaque horizontale Face supérieure chauffée	$h = 1,32  \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$	$h = 1,52 \; (\Delta T)^{1/3}$
Plaque horizontale Face inférieure chauffée	$h = 0.59  \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$	$h = 0.59  \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$

Tableau XIV. Corrélations pour la convection naturelle avec de l'air

Où  $\Delta T$  est la différence de température entre l'air ambiant et la plaque, et *L* est la longueur caractéristique.

D'autre part, le coefficient pour la convection forcée est déterminé par le nombre de Nusselt dépendant simultanément du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl (Tableau XV).

Géométrie	Laminaire Re < 5.10 <sup>5</sup> et 10 > Pr > 0,5	Turbulent Re > 5.10 <sup>5</sup> et Pr > 0,5
Ecoulement sur un plan	$Nu = 0,628  Re^{0,5} Pr^{1/3}$	$Nu = 0,035  Re^{0,8} Pr^{1/3}$
Ecoulement perpendiculaire au plan	$Nu = 0,102 \ Re^{0,675} Pr^{1/3}$	

Tableau XV. Corrélations pour la convection forcée

Avec les caractéristiques du fluide calculées à T=  $(T_{plaque} + T_{\infty})/2$ .

### c. Rayonnement

Le rayonnement est un transfert d'énergie par propagation d'ondes électromagnétiques entre deux surfaces de températures différentes. Ce transfert a lieu de manière intense dans le vide. La loi de Steffan-Boltzmann (II.17) décrit le flux de chaleur échangé par le rayonnement entre le solide et le milieu environnant.

$$\boldsymbol{\Phi}_{rad} = \sigma \varepsilon \left( T_s^4 - T_{\infty}^4 \right) \tag{II.17}$$

Où  $\boldsymbol{\varepsilon}$  est l'émissivité de la surface du solide et  $\boldsymbol{\sigma}$  la constante de Stephan-Boltzmann (5,67.10<sup>-8</sup> W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>). Les températures sont en Kelvin.

### d. Bilan énergétique

Finalement, si on définit notre système busbar dans l'espace et on identifie les différents flux de chaleur qui vont influer sur l'état du système (voir Figure 57), on peut définir le bilan énergétique du système (II.18).



Figure 57. Bilan énergétique du système

$$\boldsymbol{\Phi}_{cond} + \boldsymbol{\Phi}_{gen} = \boldsymbol{\Phi}_{conv} + \boldsymbol{\Phi}_{rad} \tag{II.18}$$

Où  $\Phi_{cond}$  correspond au flux thermique provenant des composants (p.e. les modules de puissance). Dans ce terme on prend aussi en compte le flux produit par les résistances de contact.  $\Phi_{gen}$  est la source volumique générée par les pertes Joule à l'intérieur du busbar (II.1).  $\Phi_{conv}$  et  $\Phi_{rad}$  correspondent aux flux de convection et rayonnement qui vont refroidir le système busbar.
### 3. Calcul thermique des busbars

Cette partie a pour objectif de faire le point sur les travaux qui ont été réalisés précédemment concernant la modélisation thermique dans l'électronique de puissance et plus concrètement dans les éléments passifs comme les busbars. Les travaux sont divisés selon les méthodes développées et utilisées. On présente d'abord les méthodes analytiques, puis les méthodes numériques et pour finir la méthode nodale.

## 3.1. Etat de l'art : techniques de modélisation thermique pour busbars

## a. Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques sont les méthodes les plus simples pour avoir une première idée de la plage de température à laquelle le busbar fonctionnera. Les premiers papiers dédiés au calcul thermique stationnaire datent du début de 1900 et concernent les câbles souterrains et les lignes aériennes. Ultérieurement, [Dwight40], [Carlson76] et [Prager76] ont créé des modèles pour le calcul d'ampérage des busbars autour des modèles thermiques stationnaires. Ces modèles sont soumis à simplifications notamment sur la géométrie, considérée à section constante, et sur le coefficient de convection qui est approximé par des corrélations.

La stratégie à suivre est de trouver la température qui vérifie le bilan énergétique. La différence entre la somme des flux thermiques d'entrée et de sortie du système doit être nulle. Ceci doit être fait itérativement étant donné la dépendance des mécanismes de refroidissement (convection et rayonnement) avec la température surfacique du busbar.

Considérant uniquement la génération de chaleur due à l'effet joule le système devient (II.19):

$$\boldsymbol{\Phi}_{gen} = \boldsymbol{\Phi}_{conv} + \boldsymbol{\Phi}_{rad} \tag{II.19}$$

Il est plus simple de viser un courant maximal en partant d'une température limite maximale [Black94] dû à la non-linéarité de l'équation de rayonnement. Pour ceci il faut résoudre l'équation (II.20).

$$I = \sqrt{\frac{hS\left(T_s - T_{\infty}\right) + \sigma\varepsilon S\left(T_s^4 - T_{\infty}^4\right)}{R(T)}}$$
(II.20)

[Hus98] ajoute dans le système précédent un système de refroidissement par eau. Le calcul de la différence de température entre l'entrée et la sortie du fluide permet de déterminer la puissance dissipée par le système de refroidissement. La solution est trouvée lorsque le système vérifie que la chaleur générée est égale à la chaleur dissipée.

[Black94] et ultérieurement [Pleşca12] ont aussi étudié les effets thermiques transitoires. Avec les équations (II.21) et (II.22) il est possible de déterminer une constante de temps  $\tau$  donnant une estimation du temps nécessaire à atteindre l'état stationnaire. Normalement l'état du système peut être considéré stationnaire après  $\tau$ .

$$\tau = \frac{\rho C_p(V/S)}{h + \epsilon \sigma (T_r^2 + T_\infty^2) (T_r + T_\infty)}$$
(II.21)

69

$$T_r = \frac{T_1 + T_2}{2} \tag{II.22}$$

Où  $\tau$  est la constant de temps thermique (s),  $\rho$  est la masse volumique (kg/m<sup>3</sup>),  $C_p$  la chaleur spécifique (kJ/kg.°C), V le volume (m<sup>3</sup>), S la surface extérieure (m<sup>2</sup>).  $T_r$  est une température de référence pour calculer la résistance radiative. Ceci peut être approximé par l'équation (II.22) où  $T_1$  est la température initiale du busbar et  $T_2$  la température finale.

#### b. Méthodes numériques

Les méthodes analytiques précédentes ne peuvent pas être utilisées pour avoir des calculs thermiques précis sur des géométries complexes. Les méthodes numériques permettent de répondre à ce besoin.

Pour bien poser le problème thermique il faut d'abord définir les conditions aux limites. Il y a 2 types de conditions aux limites : Dirichlet et Newmann.

• Condition de Dirichlet : température imposée sur une surface. Celle-ci peut être une valeur imposée ou une valeur qui évolue en fonction de la position et du temps (II.23). Cette condition est imposée sur la frontière externe du problème à résoudre.

$$T_s = f(position, t) \tag{II.23}$$

• Condition de Newmann : densité de flux imposée sur une ou plusieurs surfaces du problème où *n* est le vecteur unitaire normal à la surface (II.24). Ce type de condition aux limites permet de définir les échanges par convection et par rayonnement.

$$-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right) = f(position, t, T)$$
(II.24)

Les méthodes numériques les plus utilisées en calculs thermiques d'électronique de puissance sont basées sur les éléments finis. Cette méthode a été présentée dans le chapitre électromagnétique.

Les systèmes les plus souvent simulés thermiquement sont les jeux de barres triphasiques (pas des busbar laminés) protégés par un boîtier ainsi que les contacts des interconnexions. Ces simulations utilisent les éléments finis 2D et 3D pour résoudre des problèmes multiphysiques.

[Hwang98] a été un des premiers à mener des études thermiques basées sur la MEF en 2D pour un bus de distribution.

[Anbo02] utilise les éléments finis 2D pour faire un couplage des phénomènes magnétiques, fluidiques et thermiques. Avec le couplage CFD (computational Fluid Dynamics), le coefficient d'échange convectif est déduit du mouvement local de l'air à proximité de la surface. Néanmoins, ce type de simulation est très coûteux en temps de calcul. Le sujet de l'étude est un busbar triphasé protégé par boîtier où la température stationnaire est calculée dépendant de la position des plaques et la taille du boîtier.

[Muhammood12] a étudié la température d'un busbar triphasé protégé par boîtier selon l'angle de courant entre les phases. Au lieu d'utiliser un couplage CFD, le coefficient de convection est calculé par des corrélations.

[Popa14] a comparé les résultats de la simulation thermique stationnaire d'un busbar triphasé de section ronde protégé par boîtier avec l'expérimental et [Kim02] a comparé un busbar monophasé avec un busbar triphasé.

Concernant les contacts des interconnexions dans les busbars : [Popa12] fait une simulation magneto-thermique du contact entre deux barres. Les vis de fixation ne sont pas modélisées afin de simplifier la simulation. La chaleur additionnelle créée par la résistance de contact est simulée par une source de chaleur sur la surface de contact.

[Nomura12] centre son étude sur le calcul de la résistance d'étranglement. Le calcul de l'élévation de température est fait sur les bornes des câbles.

Beaucoup d'articles scientifiques ont comme but le calcul thermique dans les modules d'électronique de puissance. Néanmoins dans certains d'entre eux le busbar laminé a été aussi considéré. C'est le cas de [Zhu12] et [Cosaert15] où par des éléments finis, la température d'un module de puissance et d'un busbar est calculée.

## c. Méthode nodale

La méthode nodale, "Lumped Parameter Thermal Model" est une méthode très répandue utilisée pour estimer la répartition de température dans les systèmes électriques. Elle est basée sur un réseau thermique décrivant le circuit équivalent du modèle, lequel a une analogie directe avec les circuits électriques et qui permet d'en minimiser la complexité. Pour ceci, la géométrie est divisée en un nombre défini de composants. Chaque composant est constitué d'un volume de stockage et de génération de chaleur. Les interconnexions entre nœuds voisins sont assurées par un maillage d'impédances thermiques.

Le circuit pour modéliser la température en état stationnaire est composé par des résistances thermiques et des sources de chaleur connectées par des nœuds (voir Figure 58). Lors d'un calcul transitoire, des capacités thermiques sont utilisées pour modéliser le changement de température interne d'un corps avec le temps.



Figure 58. Circuit équivalent résolu par la méthode nodale

Dans le réseau thermique, la génération de chaleur est localisée au point central du composant  $P_a$ . Ce point représente la température moyenne du composant.

Cette méthode est largement utilisée pour le calcul des machines électriques [Mellor91], [Dajaku05], [Lim10]. Néanmoins, [Smirnova16] a appliqué la méthode au calcul thermique de busbars laminés en prenant en compte les pertes joules et la résistance de contact des connexions (Figure 59). Pour modéliser les géométries en 3D, les composants deviennent des éléments cubiques [Wrobel10].



Figure 59. Résultat de la simulation d'un busbar en utilisant la méthode nodale [Smirnova16]

# **3.2.** Validation expérimentale des corrélations pour la convection naturelle

Afin de valider le choix des corrélations pour la convection naturelle résumées dans le Tableau XIV, nous avons comparé une simulation magnétothermique avec des résultats expérimentaux.

Le busbar choisi pour cette comparaison est une plaque avec des singularités. L'objectif de ces singularités introduites dans la géométrie est de créer une distribution de courant nonhomogène et un gradient de température sur le busbar facilement observable par thermographie. Deux prolongements de part et d'autre du busbar éloignent les points d'alimentation. Ces deux prolongements où la densité de courant est imposée vont créer un flux thermique vers la zone d'étude centrale dans laquelle une fente permet de concentrer une troisième fois le courant et donc la génération de chaleur (Figure 60). La plaque a une épaisseur de 2mm et la zone d'étude carrée a une dimension de 200x200mm. Cette surface carrée est divisée en deux morceaux par une fente rectangulaire longue de 40mm et large de 35mm.



Figure 60. Schéma de l'échantillon

# a. Montage expérimental

La mesure de température est réalisée avec une caméra thermique Fluke Ti32 9Hz Thermal Imager, dont la bande spectrale infrarouge est 7,5-14 $\mu$ m et la résolution 320x240 pixels. Pour prendre des images fiables avec la caméra thermique, l'échantillon a été recouvert d'une peinture noire d'émissivité connue. De cette façon, on n'a pas de reflets qui perturbent la prise d'images et la valeur de température mesurée peut être corrigée. La surface inférieure de la plaque n'a pas été peinte afin d'assurer le contact électrique des points d'alimentation.

La plaque est soutenue par les prolongements de connexion (voir Figure 61). Ceux-ci sont connectés par vis avec des clinquants en cuivre de section 20x10mm qui à leur tour font contact avec le générateur. Le courant généré est mesuré par une pince multimètre. Le fait d'avoir la pièce soutenue par les prolongements permet d'avoir toute la surface de la plaque soumise à la convection naturelle. La température environnante lors de l'étude expérimentale est de 26°C.



Figure 61. Montage expérimental

De plus, on dispose d'échantillons en cuivre et en aluminium 1050A. L'objectif est d'imposer les corrélations prises pour la convection naturelle ainsi que les différentes conductivités électriques trouvées dans la littérature pour le cuivre et l'aluminium 1050A. De cette façon, en comparant les deux simulations avec les deux résultats expérimentaux, les deux paramètres (convection et conductivité) peuvent être validés.

# b. Simulation

La simulation magnétothermique réalisée est basée sur la MEF 3D. Nous avons utilisé le Code électromagnétique Code\_Carmel pour le calcul des pertes Joule et le logiciel Syrthes (EF) pour calculer le champ de température en état stationnaire.

Préalablement, la plaque a été modélisée et maillée pour ensuite procéder aux calculs éléments finis. Le maillage utilisé lors de la simulation, illustré Figure 62, est composé par 1.190.917 éléments tétraèdres.



Figure 62. Maillage d'éléments finis de l'échantillon

Le Tableau XVI donne les propriétés des matériaux utilisés lors de la simulation électrothermique. La conductivité électrique utilisée est calculée avec la température moyenne obtenue par thermographie et selon l'équation (II.9). Les émissivités choisies sur les surfaces inférieures sont celles du cuivre et de l'aluminium polies. L'émissivité de la peinture noire choisie est de 0,98 et la température ambiante de 26°C.

Propriété	Cuivre	Aluminium 1050A
Conductivité électrique $\sigma$	5,38°7S/m (46°C)	$3,18^{\circ}7 \text{ S/m} (40^{\circ}\text{C})$
Perméabilité relative $\mu_r$	0,999994	1,00002
Masse volumique p	8920 Kg/m <sup>3</sup>	$2710 \text{ Kg/m}^3$
Chaleur spécifique Cp	385 J/kgK	899 J/kgK
Conductivité thermique $\lambda$	401 W/mK	222 W/mK
Emissivité ε	0,052	0,052

Tableau XVI. Propriétés des matériaux utilisées lors des simulations

Le courant appliqué sur l'échantillon varie selon la nature du matériau. Pour le cuivre nous appliquons un courant de 300A à 50Hz. Ce courant produit une densité de courant de 5A/mm<sup>2</sup> le long des pattes de connexion et l'étranglement de section du à la fente (Figure 63). Par contre, le courant appliqué pour l'aluminium est de 150A à 50Hz ce qui produit une densité de courant de 2,5A/mm<sup>2</sup> (Figure 64). Ces densités de courant sont connues pour être les valeurs de référence de chaque matériau.



Figure 63. Densité de courant sur l'échantillon en cuivre. Courant : 300A à 50Hz



Figure 64. Densité de courant sur l'échantillon en Aluminium 1050A. Courant : 150A à 50Hz

Les corrélations prises correspondent au Tableau XIV en régime laminaire. La longueur caractéristique utilisée pour le calcul des corrélations de convection correspond au côté du carré formé par la surface de la géométrie.

# c. Résultats

Les champs thermiques mesurés par la caméra thermique et simulés sont présentés sur la Figure 65 pour le cuivre et sur la Figure 66 pour l'aluminium. La palette de couleurs de l'image thermique a été adaptée à celle de la simulation pour comparer les gradients thermiques facilement.



Figure 65. Image thermique de l'échantillon en cuivre (gauche). Résultats de la simulation de l'échantillon en cuivre (droite)



Figure 66. Image thermique de l'échantillon en aluminium 1050A (gauche). Résultats de la simulation de l'échantillon en aluminium 1050A (droite)

La ressemblance du champ thermique entre l'image thermique et la simulation montre une bonne concordance des résultats. On trouve le point chaud sur le côté droit de l'échantillon à cause de la fente qui divise le carré en deux parties. Même si la génération de chaleur causée par les pertes Joules est la même sur les deux prolongations de connexion, le côté à gauche de la fente est plus grand ce qui aide à mieux diffuser la chaleur. En regardant les températures maximales et minimales de la zone d'étude on trouve une différence d'environ  $\pm 2^{\circ}C$ .

Cette différence de température est acceptable considérant les hypothèses prises comme les corrélations pour la convection et une conductivité électrique constante.

Avec les résultats précédents on peut conclure que les corrélations prises pour à la convection sont validées pour les calculs thermiques sur les busbars soumis à la convection naturelle ainsi que les équations régissant la résistivité électrique des matériaux.

# 4. Développement d'un outil dédié au calcul du champ de température des busbars laminés

Les calculs électrothermiques utilisant la méthode des éléments finis 3D montrent une bonne corrélation avec les études expérimentales. Néanmoins, la longue procédure à réaliser lors d'une simulation 3D et les temps de calcul importants sont problématiques pour la réactivité demandée dans le monde industriel.

La procédure lors d'une simulation électrothermique 3D au sein du laboratoire utilise différentes plateformes (voir Figure 67). Chaque plateforme est spécialisée pour la résolution d'une étape particulière. Ces étapes sont : la conception, le maillage, les calculs par éléments finis et l'affichage des résultats.



Figure 67. Schéma de la procédure pour la résolution par éléments finis 3D

La Plateforme\_Salomé est utilisé pour la première étape de la simulation et permet d'identifier les différentes zones de la géométrie. Ces zones sont les différents solides et les surfaces où il faut appliquer les entrées/sorties de courant et les flux thermiques. Il est très important de prévoir correctement ces zones car tout changement de géométrie implique un remaillage.

L'étape suivante est le maillage de la géométrie. Cette étape est réalisée avec la même Plateforme\_Salomé. Etant donné les épaisseurs minces des films isolants le maillage de l'ensemble pour résoudre un calcul d'éléments finis 3D devient une procédure coûteuse en termes de mémoire et de temps.

Le Code\_Carmel permet de calculer la distribution de courant et en conséquence les pertes par effet Joule dans les conducteurs.

Le logiciel Syrthes permet d'importer les pertes par effet Joule et de résoudre le calcul thermique.

Les résultats électriques et thermiques sur la géométrie du busbar peuvent également être visualisés avec la Plateforme\_Salomé.

Cette procédure pour une simulation thermique est précise mais lente. Modifier certains paramètres comme par exemple l'épaisseur d'une plaque conductrice implique de refaire toute

la procédure coûteuse en temps et ne permet pas d'avoir une réponse rapide. Pour cette raison, un outil dédié aux calculs thermiques des busbar est développé.

L'outil dédié aux calculs thermiques des busbars repose sur le fait que les busbars sont composés par des plaques conductrices d'épaisseur constante et peuvent donc être modélisées en 2D. Les éléments finis 2D permettent dans un premier temps un maillage plus simple, moins lourd et par conséquent une résolution très rapide.

Quelques simplifications sont possibles afin de réaliser les calculs thermiques multicouches avec des résolutions 2D. La première consiste à traiter les conducteurs comme des géométries bidimensionnels, et de ce fait on ne modélise pas les inserts et les colonnettes pour les points de connexions. Deuxièmement, et justifiée par la conductivité thermique élevée du cuivre et l'aluminium la température est considérée constante dans l'épaisseur.

Le premier défi auquel l'outil doit faire face est la possibilité d'importer des géométries rapidement et indépendamment du type de fichier CAD (*computer aided design*) disponible. L'outil prend en compte juste les plaques conductrices. A l'aide du module de traitement d'image du logiciel MATLAB, le profil d'une plaque conductrice est importé à partir d'une simple image et défini comme la surface d'étude. Cette surface est ensuite maillée avec la taille d'élément choisie, voir Figure 68. Il faut remarquer qu'une variation de l'épaisseur de la plaque ne génère aucune modification sur le maillage déjà défini. Ceci représente un avantage très important pour les concepteurs et permet de choisir rapidement l'épaisseur appropriée en regardant les résultats de la simulation.



Figure 68. Profil de la plaque à mailler. Géométrie définie et maillée dans le logiciel MatLab

Une fois le domaine maillé, il reste à définir les conditions aux limites et les paramètres nécessaires pour lancer la résolution du calcul électrique dans un premier temps et la résolution du calcul thermique dans un second temps.

#### 4.1. Distribution du courant électrique, génération de chaleur

Le modèle physique régissant la résolution électrostatique du domaine conducteur DC est basé sur l'équation de Laplace (II.25).

$$-\nabla \cdot (\sigma \nabla V) = \mathbf{0} \tag{II.25}$$

Avec  $\sigma$  la conductivité électrique du domaine et V le potentiel électrique.

Les conditions limites qui doivent être imposées pour la résolution du problème électrique correspondent aux conditions de Newmann. Avec ce type de condition la valeur normale de la densité de courant j est spécifiée sur la surface des perçages d'entrée et sortie de courant définies par l'utilisateur (II.26).

$$\boldsymbol{n} \cdot (\boldsymbol{\sigma} \nabla \boldsymbol{V}) = \boldsymbol{j} \tag{II.26}$$

D'autre part, sur les limites extérieures, la condition de Newman est utilisée pour définir l'isolation électrique du domaine (II.27).

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \mathbf{0} \tag{II.27}$$

Une plaque en cuivre d'épaisseur 2mm et de taille 178x189mm est utilisée à titre d'exemple (voir Figure 69). Le courant d'entrée est imposé sur les 3 trous de connexion supérieurs, tandis que la sortie de courant à lieu par les 2 trous inférieurs. La densité de courant dans chaque trou est définie par l'équation (II.26). Tous les autres bords sont isolés (II.27). La densité de courant résultant de cette simulation est aussi illustrée. Un courant total de 450A traverse la plaque.



Figure 69. Définition des conditions limites et densité de courant

Pour obtenir le champ de température, il faut préalablement calculer la chaleur générée par le courant électrique. Cette chaleur générée Q est proportionnelle au carré de la magnitude de courant électrique J. Le courant, à son tour, est proportionnel au champ électrique E, lequel est égal au négatif du gradient potentiel électrique V (II.28).

$$Q = \frac{1}{\sigma} |J|^2 = \frac{1}{\sigma} |\sigma E|^2 = \sigma |\nabla V|^2$$
(II.28)

Le calcul du champ de température stationnaire est défini par l'équation (II.29):

$$-\lambda t_z \nabla^2 T + 2Q_c + 2Q_r = Q \tag{II.29}$$

Où  $\lambda$  est la conductivité thermique du domaine,  $t_z$  est l'épaisseur de la plaque,  $Q_c$  correspond au transfert de chaleur convectif (II.30) et  $Q_r$  correspond au transfert de chaleur radiatif (II.31) entre la plaque et l'air environnant. Un facteur 2 sur les termes de convection et rayonnement est appliqué pour prendre en compte les deux faces de la plaque.

$$\boldsymbol{Q}_c = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{T} - \boldsymbol{T}_{\infty}) \tag{II.30}$$

$$Q_r = \epsilon \sigma (T^4 - T_\infty^4) \tag{II.31}$$

Où h est le coefficient de convection,  $\epsilon$  est l'émissivité de la surface et  $T_{\infty}$  la température environnante.

Avec l'outil développé le coefficient de convection **h** est considéré constant. La valeur du coefficient h dépend de la configuration du système. Néanmoins, en considérant la taille et la gamme de température de travail habituelles des busbars l'ordre de grandeur du coefficient h est compris entre 3-6 W/m<sup>2</sup>°K pour la convection naturelle. Dans tous les cas, la meilleure option est de calculer la moyenne du résultat obtenue par les corrélations (Tableau XIV) calculées de chaque côté du busbar.

Les conditions aux bords appliquées au problème thermique sont du type conditions de Newmann et représentent un échange convectif avec l'environnement (II.32).

$$\boldsymbol{n} \cdot (\boldsymbol{\lambda} \nabla \boldsymbol{T}) = \boldsymbol{h} (\boldsymbol{T} - \boldsymbol{T}_{\infty}) \tag{II.32}$$

Afin de montrer un exemple d'affichage des résultats, l'exemple précédent a été poursuivi avec le calcul thermique résultant du bilan entre les pertes joules, la convection et le rayonnement (Figure 70). Un coefficient de convection h=5 W/m<sup>2</sup>°K correspondant à la convection naturelle, une émissivité de  $\varepsilon$ =0.15 correspondant au film isolant et une température ambiante (Tamb=20°C) sont les paramètres nécessaires.



Figure 70. Résultat de la résolution électrothermique de la plaque conductrice. Affichage de la température en état stationnaire

#### 4.2. Méthode de superposition

#### a. Modélisation de deux couches

Les busbars laminés sont généralement composés par deux ou plusieurs couches conductrices séparées par des films isolants. Afin de modéliser l'ensemble d'un busbar laminé en 2D, on prendra en compte les échanges par conduction entre les plaques superposées. Le cas avec deux couches conductrices séparées par un film isolant est modélisé (Figure 71).



Figure 71. Coupe d'une section avec deux plaques conductrices séparées par un film isolant. Les équations régissant chaque zone de la plaque sont spécifiées.

Chaque plaque est modélisée de façon indépendante. Néanmoins, lors du calcul thermique le terme concernant la conduction thermique entre les plaques  $Q_{cond}$  représente la quantité de chaleur perdue par une plaque et captée par la seconde plaque après passage dans l'isolant.

$$-\lambda_1 t_{z1} \nabla^2 T + Q_c + Q_r + Q_{cond \ 1-2} = Q_1 \tag{II.33}$$

$$-\lambda_2 t_{z2} \nabla^2 T + Q_c + Q_r + Q_{cond \ 2-1} = Q_2 \tag{II.34}$$

 $Q_{cond}$  dépend de la température de chaque plaque, la conductivité thermique du film isolant et de l'épaisseur de celui-ci, équation (II.35).

$$Q_{cond} = \frac{\lambda_{iso}}{x} (T - T_{pv}) \tag{II.35}$$

Où  $\lambda_{iso}$  est la conductivité thermique du film isolant et x son épaisseur.  $T_{pv}$  correspond à la température de la plaque voisine.

Lors du premier calcul du champ de température, le terme  $Q_{cond}$  (voir équations (II.36), (II.34) et (II.35)) est substitué par une condition de convection et rayonnement parce que la température de la plaque voisine  $T_{pv}$  est inconnue. Ceci revient à résoudre l'équation (II.29) où la condition de convection et rayonnement est appliquée sur les deux faces de chaque plaque.

Pour les itérations suivantes les équations (II.34) et (II.35) sont utilisées,  $Q_{cond}$  est calculé avec les valeurs de  $T_{pv}$  de la plaque voisine qui seront améliorés au fur et à mesure par moyen d'une boucle de calcul itératif. Le bouclage se termine quand la condition du critère d'arrêt est atteinte. Le critère d'arrêt correspond à une variation de température inférieure à 0,1m°C entre 2 itérations. Le schéma de résolution est illustré sur la Figure 72.



Figure 72. Schéma de résolution de la méthode de superposition 2D avec deux plaques conductrices

L'épaisseur du film isolant a une influence importante sur le nombre d'itérations et sur le résultat final. Une épaisseur mince d'isolant implique un transfert thermique important entre les plaques comparativement au cas d'un isolant de grande épaisseur.

A titre d'exemple, la plaque conductrice précédente est superposée avec elle-même. Différentes épaisseurs d'isolant de conductivité thermique 0,15W :mK ont été simulées, voir Figure 73. Le temps pour la résolution numérique d'une itération des plaques contenant un maillage de 10.000 éléments chacune est d'environ 1,6 s en utilisant une machine avec processeur i5-2520M CPU @2.50GHz et 8Gb de RAM.



Figure 73. Evolution de la température maximale en fonction des itérations pour différentes valeurs d'épaisseur de films isolants

La température augmente avec le nombre d'itérations car la première résolution correspond à l'état où les deux faces sont soumises à des échanges convectifs et radiatifs. Quand les plaques sont modélisées dans l'état du busbar laminé les surfaces convectives et radiatives sont réduites. La température du busbar converge vers la température d'équilibre en régime permanent. Le nombre d'itérations pour atteindre la température d'équilibre augmente avec la conductance thermique de l'isolant.

#### b. Modélisation de trois couches

Pour modéliser trois couches il faut prendre en considération le fait que la plaque centrale échange de la chaleur par conduction avec les 2 autres plaques, voir Figure 74. Il y a donc des zones où les conditions limites dépendent exclusivement des températures des plaques voisines.



Figure 74. Coupe de section d'un busbar avec trois couches conductrices séparées par des films isolants. L'équation régissant la zone de double conduction thermique est spécifiée

La zone de la plaque du milieu étant soumise à de la conduction sur les 2 faces est régie par l'équation (II.36) :

$$-k_1 t_{z1} \nabla^2 T + Q_{cond \ 2-1} + Q_{cond \ 2-3} = Q_2 \tag{II.36}$$

Lors de la première itération, les plaques sont soumises à des échanges convectifs et radiatifs sur les 2 faces. Ensuite, la boucle pour le calcul en état superposé (busbar laminé) commence par les plaques 1 et 3 et se termine avec la résolution de la plaque 2 dont la température dépend des valeurs de température des autres plaques qui viennent d'être calculées. Encore une fois la boucle s'arrête quand le critère d'arrêt est atteint Figure 75.



Figure 75. Schéma de résolution de la méthode de superposition 2D avec 3 plaques conductrices

La procédure a été testée avec la superposition de trois plaques séparées par des films isolants. La géométrie des plaques est la même que celle utilisée lors des exemples précédents. Néanmoins, les entrées et les sorties de courants ainsi que les intensités varient d'une plaque à l'autre. La Figure 76 montre la première résolution des 3 plaques conductrices soumises à de la convection et du rayonnement sur les 2 faces. Tandis que la Figure 77 montre la température en état stationnaire des 3 plaques superposées une fois tous les échanges possibles ont atteint l'équilibre. Les conditions imposées pour cette étude sont : Convection h= 5W/m<sup>2</sup>K correspondant à la convection naturelle, émissivité  $\varepsilon$ =0.15 correspondant à l'émissivité du film isolant, température ambiante T<sub>amb</sub>=20°C, Conductivité du cuivre constante à 20°C.



Figure 76. Résultat thermique de la première résolution des trois plaques conductrices soumises à double convection et rayonnement



Figure 77. Résultat thermique en état stationnaire des trois plaques conductrices ayant été soumises à conduction thermique entre elles

La résolution avec trois plaques nécessite plus d'itérations pour converger Figure 78. Dans l'exemple résolu, les deux films isolants utilisés entre les plaques conductrices ont la même épaisseur x. Le temps de résolution pour chaque itération avec 10.000 éléments par plaque est de 2,7 seconds en utilisant la même machine que pour le cas à 2 plaques.



Figure 78. Evolution de la température maximale en fonction des itérations pour différentes valeurs d'épaisseur de film isolant

## c. Réduction du nombre d'itérations

Afin d'accélérer la résolution électrothermique en minimisant le numéro d'itérations, il faut que les valeurs de la première itération de la boucle soient les plus proches possible de la solution finale. Ceci est fait en tenant en considération les pertes joule de chaque plaque et la surface d'échange convectif de l'ensemble des plaques du busbar laminé. Pour l'approximation le rayonnement n'est pas considéré.

$$PJ_1 + PJ_2 + PJ_3 = h * A_{total} (T_{aprox} - T_{\infty})$$
(II.37)

Où **PJ** correspond aux pertes joules de chaque plaque,  $A_{total}$  est l'aire des trois plaques en contact avec de l'air quand elles sont superposées,  $T_{aprox}$  correspond à la valeur de température finale approximée.

Une fois la  $T_{aprox}$  calculée, le champ de température calculé avec la première résolution de chaque plaque est modifié pour atteindre une température moyenne de valeur  $T_{aprox}$ .



Figure 79. Evolution de la température maximale en fonction des itérations pour différentes valeurs d'épaisseur de film isolant

La convergence après l'approximation de la température initiale est beaucoup plus rapide Figure 79. Le nombre d'itérations a été réduit de 85% à 95% en appliquant cette première résolution. La température tend à décroître car lors du calcul de la température approximée (équation (II.37)) les échanges du rayonnement ne sont pas considérés.

#### d. Validation de la méthode par comparaison à un calcul EF 3D

Afin de valider la méthode de superposition les résultats sont comparés avec une simulation basée sur les éléments finis 3D. Pour faire ceci, un busbar laminé avec trois plaques conductrices est simulé avec différentes valeurs d'intensité.



Figure 80. Géométrie 3D du busbar avec trois plaques conductrices



Figure 81. Schéma des entrées (rouge) et sorties (bleu) de courant dans chaque plaque conductrice

Le busbar simulé par la MEF 3D (illustré dans la Figure 80) est composé de 3 plaques séparées par un film isolant. Sur la Figure 81 la géométrie de ces 3 plaques est précisée. La taille des plaques 1 et 3 est de 192x179mm tandis que pour la plaque 2 est de 176x195mm. Ces profils sont utilisés lors de la simulation avec la méthode de superposition.

Les entrées et les sorties de courant sont définies sur les bords des trous de connexion. Les entrées de courant correspondent aux cercles rouges tandis que les sorties sont en couleur bleu Figure 81. Cette connectique n'est pas représentative d'un comportement réel mais sert à comparer les résultats entre les deux méthodes.

Les valeurs des paramètres utilisées sont les mêmes lors des différentes simulations (MEF 3D et méthode de superposition) et sont précisés dans le Tableau XVII.

Propriétés des plaques en cuivre	Conductivité électrique : 5,89e7 S/m
	Conductivité thermique : 401 W/m°C
	Epaisseur : 2,5 mm
Propriétés des films isolants	Conductivité thermique : 0,15 W/m°C
	Epaisseur : 0,23 mm
Température ambiante	20 °C
Coefficient de convection	$5 \text{ W/m}^{2} \text{°C}$
Emissivité	0,15

Tableau XVII. Paramètres imposés dans la simulation

Les simulations sont résolues selon différentes valeurs d'intensité afin de calculer l'erreur commise dans différentes conditions. L'erreur relative est calculée en prenant comme valeur de référence celle de la simulation 3D. Les résultats sont montrés dans le Tableau XVIII.

		Tmax (°C)			Tm	nin(°C)	
	Ampérage	<b>3D</b>	2D	Erreur ΔT  (%)	<b>3D</b>	2D	Erreur ΔTI (%)
Plaque 1	500 A	55,38	54,36	2,88	52,58	51,25	4,08
Plaque 2	600 A	55,9	54,94	2,67	52,5	51,24	3,88
Plaque 3	425 A	55,73	55,16	1,60	52,78	51,42	4,15
		Tmax (°C)		Tmin(°C)			
	Ampérage	<b>3D</b>	2D	Erreur ΔT  (%)	<b>3D</b>	2D	Erreur ΔT  (%)
Plaque 1	800 A	104,09	103,6	0,51	97,21	95,92	1,67
Plaque 2	900 A	105,7	105,46	0,28	97,53	95,85	2,17
Plaque 3	700 A	104,77	106,54	2,09	97,03	96,22	1,05

Tableau XVIII. Comparaison des résultats entre la méthode de superposition 2D et la MEF 3D

Les résultats des champs de températures pour les 2 méthodes sont illustrés pour le deuxième cas où l'intensité de courant est plus élevée. Sur la Figure 82 on trouve le résultat de la méthode de superposition et sur la Figure 83 celui de la MEF 3D.



Figure 82. Résultat de simulation thermique (°C) par la méthode de superposition 2D



Figure 83. Résultat de simulation thermique (°C) par les éléments finis 3D

L'erreur est plus petite quand l'échauffement est plus important. Les valeurs d'erreur obtenues sont assez faibles ( $\pm 1,77^{\circ}$ C) et les champs de température obtenus pour les deux méthodes montrent une bonne concordance. Ceci nous permet de valider les résultats de la méthode de superposition 2D en comparaison à une simulation avec la MEF 3D.

Comme il a été expliqué au début, l'objectif principal de la méthode de superposition 2D est de minimiser le temps de calcul par rapport à un calcul en 3D. La comparaison des temps de

résolution des deux méthodes est donc un critère très important. La résolution d'une simulation par les éléments finis 3D est basée sur le schéma de la Figure 67, tandis que la résolution par la méthode de superposition 2D suit le schéma de la Figure 75 et est résolue entièrement par le logiciel MatLab.

L'exécution des différentes plateformes sur différents systèmes d'exploitation nécessite l'utilisation de différentes machines. Dont les performances sont détaillées :

- La machine pour résoudre le problème 3D (MEF 3D) a les caractéristiques suivantes : 16 Go RAM, i5-2400 CPU @3.10GHz
- La machine pour résoudre le problème 2D (Méthode de superposition 2D) a les caractéristiques suivantes : 8Go RAM, processeur i5-2520M CPU @2,50GHz.

La taille du problème généré par chaque méthode est très différente. Avec la méthode 3D on doit aussi mailler les films isolants dont l'épaisseur est de 0,23mm ce qui provoque une grande taille du problème. Le nombre d'éléments de chaque problème est :

- Nombre d'éléments du problème 3D (MEF 3D) : 1.276.353
- Nombre d'éléments du problème 2D (Méthode de superposition 2D) : 31.672

L'analyse du temps a été faite pour les différentes opérations nécessaires lors d'une simulation (Tableau XIX). Ensuite les concepts concernant chaque opération sont définis :

- Le traitement géométrique concerne l'importation de la géométrie et la définition des différents solides, surfaces, et conditions de contour électriques et thermiques. Ce temps dépend de l'utilisateur et son expérience avec le logiciel.
- Le temps de maillage concerne le temps de définition par l'utilisateur et la création de ceci par la machine.
- Le temps de résolution concerne le temps de calcul pour résoudre le problème d'éléments finis (2D ou 3D).

Dans les opérations de traitement géométrique et du maillage, le temps variable dépend de l'utilisateur. Ce temps variable est pris en compte et l'utilisateur est considéré expérimenté.

Opération	Méthode EF 3D	Méthode superposition 2D
Traitement géométrique	40 min	5 min
Maillage	15 min	1 min
Résolution	20 min	3 min
Total	75 min	9 min

 Tableau XIX. Comparaison des temps entre la méthode de superposition 2D et la MEF 3D

En comparant les différents temps nécessaires pour faire chaque opération on voit que la méthode de superposition représente un avantage net en comparaison de la méthode 3D. De plus, pour renouveler la simulation avec une épaisseur de conducteur ou isolant différent, seule l'étape de résolution des éléments finis doit être répétée puisque le maillage ne doit pas être modifié. Une telle modification dans la méthode 3D nécessite de refaire toute la procédure.

## e. Couplage avec la résistivité des matériaux

Comme il a déjà été présenté dans le chapitre *1.2 Sources de chaleur*, la résistivité des matériaux varie avec la température. Ceci aura un impact sur les pertes Joule de chaque plaque ayant comme résultat un échauffement plus sévère. Cette variation est introduite dans le logiciel afin de vérifier l'impact sur les résultats.

La variation de la résistivité avec la température est prise en compte par moyen d'une boucle entre la résolution électrique et la résolution thermique. La boucle s'arrête quand la variation des températures entre deux solutions consécutives est inférieure à une valeur choisie. Le schéma suivant Figure 84 pourrait remplacer la position de Résolution de plaque indiqué dans les schémas précédents pour la résolution de 2 et 3 plaques superposées : Figure 72, Figure 75.



Figure 84. Schéma d'un bouclage multiphysique avec mise à jour des propriétés thermo dépendantes des matériaux

Néanmoins, cette boucle ralentit la résolution car elle doit être réalisée pour chacune des trois plaques. De plus, la modification de résistivité est appliquée sur chaque élément du maillage. Une autre méthodologie pour réaliser la boucle est mise en place en utilisant la boucle entre les trois plaques pour assurer la mise à jour de la résistivité Figure 85.



Figure 85. Schéma du bouclage multiphysique avec mise à jour de propriétés thermo dépendantes adapte à la méthode de superposition 2D

La variation des pertes Joule ainsi que l'évolution des températures maximales sont analysées pour le busbar 3 couches utilisé lors de la superposition 2D. L'épaisseur des plaques est de 2,5mm. Les entrées et sorties de courant dans chaque plaque restent constantes lors de l'étude Figure 86.



Figure 86. Chemins de courant dans chaque plate. De gauche a droite : plaque 1, 2 et 3.

Le busbar est simulé avec une résistivité constante puis une résistivité variable, pour différentes valeurs des températures ambiantes. Les simulations sont réalisées pour le cuivre

et pour l'aluminium 1050A. Néanmoins, les intensités de courant appliquées à chaque plaque changent selon le matériau utilisé.

Premièrement, le busbar laminé en cuivre est analysé. L'intensité appliquée aux plaques (1-3) est de : 400, 400 et 350 Ampères respectivement. La résistivité appliquée est basée sur l'équation de [Neelakanta95], Tableau XI. En regardant les pertes joules (Figure 87) on peut observer qu'avec une résistivité constante à 20°C, la variation de température ambiante n'a aucune influence sur les pertes joules. Néanmoins, en appliquant une résistivité variable on voit que les pertes joule augmentent avec la température.



Figure 87. Prise en compte de la thermo dépendance de la résistivité du cuivre dans le calcul des pertes Joule





Figure 88. Prise en compte de la thermo dépendance de la résistivité du cuivre dans le calcul de température maximale

En regardant les résultats de la Figure 88 on constate que le calcul des températures maximales peut varier jusqu'à une dizaine de degrés si on prend en compte une résistivité

variable. Ceci est très important car lors du design d'un busbar on vise toujours la température maximale admissible afin d'utiliser le moins de matière possible. Le fait de ne pas prendre en compte cette variation pourrait induire des produits défaillants.

La simulation avec l'aluminium 1050A est soumise à une densité de courant inférieure à celle de la simulation avec le busbar en cuivre. L'intensité appliquée aux plaques (1-3) est de : 200, 200 et 175 Ampères respectivement. Les échauffements du busbar sont moins importants mais la variation de température maximale quand la température ambiante est élevée reste non négligeable Figure 89 et Figure 90.



Figure 89. Prise en compte de la thermo dépendance de la résistivité de l'aluminium 1050A dans le calcul des pertes Joule



Figure 90. Prise en compte de la thermo dépendance de la résistivité de l'aluminium 1050A dans le calcul de la température maximale

En regardant les résultats pour le cuivre et l'aluminium, on voit qu'il est impératif d'établir la dépendance entre les propriétés des matériaux et la température. Les busbar sont habituellement soumis à des températures ambiantes élevées dues à l'encombrement des systèmes électriques et ce fait provoque à son tour l'augmentation de la température maximale.

# f. Validation expérimentale de la méthode de superposition 2D

La méthode de superposition 2-D a été comparée avec les résultats obtenus par la résolution des éléments finis 3D sur une géométrie 3D. La bonne corrélation des résultats valide la précision de la méthode de superposition. De plus, le *time to results* très différent entre les deux méthodes, permet d'utiliser davantage la méthode de superposition pour faire des simulations beaucoup plus rapides.

La facilité d'introduire dans la méthode de superposition le bouclage pour prendre en considération les pertes joules permet d'observer l'importance de la variation de ceux-ci avec la température.

On va valider la méthode de superposition 2-D avec une comparaison avec des résultats expérimentaux. Afin de procéder à cette validation, un busbar réel a été choisi comme échantillon pour faire les mesures.

Le busbar est formé par trois plaques conductrices en cuivre disposées en deux couches. La taille du busbar est 236x729 mm. Ces couches conductrices de 2mm d'épaisseur sont séparées par un film isolant de 1,38 mm.

Le montage expérimental répond à la même procédure utilisée lors de la validation des corrélations de la convection. Le busbar est court-circuité et connecté à un générateur de courant par moyen de câbles Figure 91. Le courant parcourant chaque câble est mesuré avec une pince multimètre, voir Figure 92. La fréquence de ce courant est 50Hz. La surface exposée à la caméra thermique est peinte avec la peinture noire d'émissivité connue en évitant les points de connexion. Le busbar s'appuie sur deux supports permettant la convection naturelle sur la surface inférieure.



Figure 91. Busbar court-circuité et connecté au générateur



Figure 92. Montage expérimental avec la notation des courants des différents câbles

La mesure de température est réalisée avec la caméra thermique Fluke Ti125 9Hz Thermal Imager, dont la bande spectrale infrarouge est 7,5-14µm et la résolution 160x120 pixels.

Lors de la mesure expérimentale la température ambiante est de 25°C. La mesure est faite après 100 min d'alimentation en courant afin d'atteindre l'état thermique stationnaire. Ceci a été vérifié par l'affichage de température obtenue par des thermocouples collés à la surface du busbar.



Figure 93. Images thermiques du busbar. Températures maximales et minimales de chaque plaque affichées

Les images thermiques (Figure 93) montrent le champ de température de chaque plaque en état stationnaire. Seule la température des plaques est utilisée pour la validation car les connecteurs/câbles n'ont pas été peints avec la peinture noire et l'émissivité différente ne permet pas d'obtenir la température réelle. Les images thermiques ont été modifiées avec un traitement d'images afin de pouvoir les superposer avec les résulats de simulation.

Les différents paramètres imposés lors de la simulation sont résumés dans le Tableau XX. La résistivité du cuivre suit l'équation de Neelakanta. La valeur du coefficient de convection introduit dans la méthode de superposition correspond à la moyenne des deux faces (supérieure et inférieure) obtenue par les corrélations du Tableau XIV en régime laminaire. L'ampérage sur les différentes entrées et sorties de courant est illustré sur la Figure 92.

Propriétés du cuivre	Résistivité électrique : [Neelakanta95] Tableau
	Conductivité thermique : 401 W/mK
Coefficient de convection	Tableau XIV
Ampérage	Figure 92
Emissivité	Peinture noire $\varepsilon=0,98$
	Cuivre poli $\epsilon=0,052$
Température ambiante	25 °C

Tableau XX. Paramètres utilisés lors de la simulation avec la méthode de superposition 2D

Le résultat du champ de température de la simulation et les mesures prises par la caméra thermique sont illustrées dans la Figure 94.



Figure 94. Résultat de la simulation avec la méthode de superpostion 2D. Image thermique adaptée à la position du busbar.

Ensuite, l'erreur entre l'échauffement  $(T-T_{amb})$  résultant de la simulation et l'échauffement des images thermiques est calculée localement à l'aide d'un outil numérique Figure 95. La température de l'image thermique est prise comme valeur de référence. Les erreurs les plus élevées sont localisées sur les bords des plaques. Dans ces zones, la mesure n'est pas fiable car la surface n'est pas perpendiculaire à la caméra.

L'erreur maximale entre l'augmentation de température des mesures et la simulation sur la surface du busbar est inférieure à 9%. Ces résultats peuvent être considérés précis si on considère les simplifications adoptées par la méthode de superposition 2-D comme l'approximation par corrélations du coefficient de convection. De plus, les câbles ne sont pas modélisés avec cette méthode et la résistance de contact n'est pas prise en compte. Néanmoins, la modélisation des entrées et sorties de courant autour des trous de connexion provoque une intensité de courant plus élevée que celle qui aurait lieu dans la surface de contact entre le busbar et les câbles de connexion par moyen des vis. Dans ce dernier cas il faudrait rajouter la puissance thermique provenant de la résistance de contact. D'une certaine façon l'erreur commise pour ne pas prendre en compte la résistance de contact est atténuée par le fait de prendre directement une surface de contact plus petite.



Figure 95. Erreur entre la hausse de température de la simulation par la méthode de superposition 2D et la hausse de température des images thermiques

Afin de valider l'hypothèse précédente un simple exemple a été mis en place. Un courant de 200A parcourt une plaque (170\*200mm) avec une entrée et une sortie. Le trou appartenant à ces connexions a un diamètre de 8mm Figure 96. Les pertes joules calculées sur la plaque sont de 4,057 W.



Figure 96. Plaque avec trous de 8mm de diamètre. Surface de contact en orange dont le diamètre est de 16mm

La même expérience est réalisée avec un diamètre de 16mm. Ce diamètre appartient au diamètre extérieur de contact d'un bossage. Le calcul des pertes Joule dans ce cas est de 3.009 W. Néanmoins, il faut rajouter le calcul de la résistance de contact en utilisant l'équation (II.6). Si la force appliquée au contact est de 100 N, alors la résistance de contact est de 2.57 n $\Omega m^2$ . Si l'on calcule les pertes de la surface totale d'un contact par bossage (aire orange sur la Figure 96) le résultat est de 0,6872 W par connexion. Les pertes Joules totales de la plaque en tenant en compte des résistances de contact sont de 4,37 W.

On constate que le fait d'utiliser le diamètre intérieur des points de connexions minimise l'erreur théorique commise quand la résistance de contact n'est pas prise en compte.

# 5. Conclusions

La méthode appelée méthode de superposition 2D a été présentée. Cette méthode présente les avantages des éléments finis 2D et de la méthode nodale. Les éléments finis 2D permettent d'avoir des résultats de densité de courant et de température très précis sur les surfaces conductrices. La modélisation de la conduction au travers du film isolant par une résistance thermique est basée sur la simplification de la méthode nodale.

La méthode repose sur la modélisation 2D des plaques conductrices sur lesquelles la simulation électrique est résolue. Ensuite, la modélisation thermique prend en compte la superposition des plaques et le transfert de chaleur au travers des films isolants.

Il a été montré que la méthode de superposition 2D a des résultats précis. Les résultats ont été comparés avec des résultats obtenus par la simulation de MEF 3D. L'erreur d'échauffement calculé entre les deux méthodes pour hautes températures est inférieure à 2%. De plus, la méthode montre un « time to results » très petit si on le compare avec celui de la résolution par la MEF 3D. Ce temps concerne le temps d'utilisation du logiciel par l'utilisateur afin de pouvoir paramétrer le problème plus le temps de résolution de la machine. Un autre avantage d'utiliser les EF 2D est la possibilité de modifier facilement l'épaisseur des conducteurs et films isolants sans besoin de remailler la géométrie.

La méthode présente une bonne adaptation pour implémenter une réinjection des propriétés des matériaux dépendantes de la température lors de la simulation électrothermique. La dépendance de la résistivité vis-à-vis de la température est appliquée sur chaque élément du maillage.

La comparaison avec des résultats expérimentaux sur un busbar réel permet de valider toutes les hypothèses prises dans la méthode comme la simplification 2D, l'utilisation de la valeur moyenne des corrélations pour la convection et le fait de ne pas prendre en compte la résistance de contact.

Pour conclure, on peut dire que l'outil développé pour la simulation de busbars basée sur la méthode de superposition 2D est un outil parfaitement adapté aux besoins de réactivité du monde industriel. La fiabilité des résultats et le faible temps pour accéder aux résultats sont déterminants. Cet outil peut être utilisé comme méthode de résolution lors d'une optimisation topologique.

Partie II. Optimisation des busbars laminés et applications industrielles
# **Chapitre III.** Optimisation topologique

# 1. Contexte industriel : Objectifs de l'optimisation concernant les busbars laminés

Dans les chapitres précédents, des méthodes de simulation de phénomènes électromagnétiques et électrothermiques ont été présentées. Ces méthodes permettent de prévoir le comportement des géométries dessinées. Néanmoins, bien que certaines bonnes pratiques permettent de définir une géométrie qui répond à un critère souhaité (échauffement, inductance), le produit défini quant à lui ne répond pas de façon optimale aux besoins. Pour atteindre ces objectifs, l'utilisation de techniques d'optimisation est requise.

L'optimisation est une branche des mathématiques qui recherche la meilleure ou les meilleures solutions à un problème donné. Dans cette branche, on distingue l'optimisation topologique qui a comme objectif de trouver la distribution de matière (forme géométrique) permettant d'atteindre la meilleure solution à un problème donné. Ce type d'optimisation est intéressant pour des procédés industriels, où la mise en forme constitue la base des produits. Ces produits doivent satisfaire des propriétés géométriques et physiques ainsi que des caractéristiques de qualité tout en ayant des performances élevées. Pour répondre à ces exigences, il est souvent nécessaire de faire plusieurs essais expérimentaux afin d'aboutir à une pièce satisfaisante. Le coût élevé de prototypage réel limite le nombre d'expériences. Cette problématique peut être résolue en utilisant des prototypes virtuels.

Au cours de ces dernières décennies, les logiciels de simulation basés sur des méthodes numériques ont contribué à la réduction des coûts mais également à l'amélioration des produits dans le souci de réduire les expériences coûteuses. Plus récemment, la possibilité du couplage des logiciels de simulation avec des algorithmes d'optimisation a permis de trouver la conception optimale de produits. L'optimisation topologique est utilisée dans une variété de domaines, notamment en structures où l'on trouve une grande variété de travaux, diffusion thermique ou actionnneurs thermoélectriques à micro échelle.



Figure 97. Schéma de la modélisation du problème d'optimisation et la résolution avec un algorithme

Le schéma de la Figure 97 souligne que la première phase de l'optimisation comprend la modélisation du problème à partir duquel on définit une fonction coût, les variables d'optimisation et les contraintes de ce dernier. La deuxième phase comprend la résolution où on cherche à optimiser le problème au moyen d'un algorithme d'optimisation. L'algorithme d'optimisation est couplé avec une méthode numérique afin de procéder au calcul.

L'optimisation peut-être mono-objectif ou multi-objectifs. Lors des problèmes multi-objectifs, les objectifs peuvent être antagonistes. Une caractéristique peut être améliorée au détriment d'une autre. La solution proposée est un ensemble de compromis entre les objectifs.

Un problème d'optimisation standard peut être défini par les équations :

Trouver :	$x_0 \in \mathbb{R}^n / f(x_0) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x_0)$		
avec	$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$		
Soumis à :	$x \to f(x)$ $c_{eg}(x) = 0$ $c(x) < 0$		

Où f(x) est la fonction objectif, *n* est la dimension du problème,  $c_{eg}$  les contraintes d'égalité du problème et *c* les contraintes d'inégalité du problème.

Concernant la société AUXEL FTG, le travail d'optimisation porte sur les busbars laminés utilisés pour l'interconnexion de l'électronique de puissance. Les différentes problématiques sont :

- Comme il a déjà été présenté dans le chapitre I, les modules de puissance peuvent être endommagés si lors de la commutation, l'inductance de la « boucle de commutation » est trop élevée.
- Finalement et concernant le chapitre II, une densité de courant trop élevée peut se traduire par une température excessive qui pourrait détériorer des composants comme les films isolants, l'adhésif ou le module de puissance.

A travers les problématiques énoncées, on peut déduire que les objectifs à minimiser : l'inductance, et la température. Ils sont donc les paramètres à prendre en compte pour la conception et l'optimisation des busbars laminés. Les contraintes sont les positions des entrées et des sorties de courant. La variable définit la géométrie du conducteur.

D'abord, l'état de l'art de l'optimisation topologique sera présenté. Ensuite nous aborderons les différents objectifs de notre problème d'optimisation. Le problème est divisé selon le type de résolution en problème mono-objectif et problème multi-objectif. Finalement, les conclusions du chapitre seront développées.

#### 2. Etat de l'art de l'optimisation topologique

Un aperçu des principes essentiels de l'optimisation topologique, des algorithmes et des bases mathématiques figurent dans ce point.

Les méthodes traditionnelles paramétriques peuvent permettre d'améliorer les designs existants. Cependant, elles sont limitées en degrés de liberté et une géométrie initiale déterminée doit être fournie. Dans l'exemple de la

Figure 98, la géométrie du câble conducteur peut être modifiée en fonction du diamètre intérieur et extérieur. Les variables représentées : section et facteur d'extrusion sont des variables équivalentes aux diamètres intérieur et extérieur. La fonction objectif représente quant à elle les pertes Joules du câble.



Figure 98. Optimisation paramétrique classique [Gonnet05]

Avec ce type d'optimisation, le résultat obtenu est très influencé par les paramètres initialement choisis (forme, géométrie). Dans ce cas la géométrie optimisée sera donc toujours ronde avec un trou intérieur rond.

A la fin des années 80, l'optimisation topologique a beaucoup évolué permettant de définir des géométries non intuitives. Bendsøe and Kikuchi sont les pionniers de l'optimisation topologique actuelle avec leur travail [Bendsøe88] où l'application d'une méthode de distribution de matière a permis de définir des structures optimales. Cette méthode est appelée la méthode d'homogénéisation. Parallèlement, la *Solid Isotropic Microstructure with Penalization Method* (SIMP) a aussi été développée par [Bendsøe89] devenant très populaire après les travaux de [Zhou91] et [Rozvany92]. L'atout majeur de cette méthode est que pour la première fois, l'optimisation pouvait être appliquée facilement aux problèmes réels. En effet, cette technique considère les propriétés des matériaux constantes en chaque élément du maillage et les variables du problème sont les densités (masse volumique) relatives de ceux-ci. Le développement des premières applications concernait surtout le dimensionnement de structures mécaniques (Figure 99). Aujourd'hui elle est appliquée dans une grande variété de

domaines tels que l'acoustique [Duhring08], la photonique [Jensen11] ou les fluides [Borrvall03].



Figure 99. Application de la méthode SIMP aux structures mécaniques

La Figure 99 présente une structure encastrée sur le côté gauche avec une charge appliquée sur le coin inférieur. La structure est optimisée par la méthode SIMP en cherchant à minimiser la somme pondérée du poids et du travail des forces extérieures. La structure présente des éléments noirs où le matériau est solide et des éléments blancs composés par de l'air. Nous pouvons constater également que des éléments hétérogènes sont représentés en couleur gris. Ce type d'éléments physiquement impossibles suppose une limite de la méthode. De nombreux travaux ont pour sujet l'étude des instabilités provenant de l'optimisation topologique, notamment : le motif en damier, la dépendance du maillage et les minimums locaux [Jog96], [Sigmund98]. Ceci est résolu par différentes stratégies comme le filtrage.

#### 2.1. Algorithmes et principes fondamentaux

Pendant la phase de résolution d'un problème d'optimisation, il faut un couplage entre l'algorithme d'optimisation et le modèle physique du problème. Il existe beaucoup d'algorithmes d'optimisation différents qui sont classifiés selon le type de problème à résoudre. On distingue principalement les méthodes classiques, les méthodes basées sur le calcul du gradient et les méthodes stochastiques comme par exemple celles basés sur l'évolution d'une population.

#### a. Méthodes classiques

La minimisation sans gradient est la méthode d'optimisation la plus simple. Elle converge vers un optimum local. L'objectif est d'encadrer ce minimum local entre 3 points choisis et les faire évoluer pour trouver la position optimale (Figure 100). Pour bouger de manière optimale les points vers l'optimum il existe une règle basée sur le nombre d'or dont la méthode tient son nom [Kiefer53].



Figure 100. Solution de la fonction objectif. B, D, F sont minimums locaux. D est le minimum absolu. a, b et c sont les points choisis lors de l'application de la méthode du nombre d'or.

La méthode procède de la façon suivante : On encadre le minimum entre 3 points choisis : a < b < c tels que f(b) < f(a) et f(b) < f(c)

- 1. On calcule f(a), f(b), f(c)
- 2. On prend une valeur x1 tel que  $a \le x_1 \le b$
- 3. Si  $f(x_1) < f(a)$  alors  $a=x_1$  test x à gauche Si  $f(x_1) < f(b)$  alors  $b=x_1$
- 4. On prend une valeur  $x_2$  tel que  $b < x_2 < c$
- 5. Si  $f(x_2) < f(c)$  alors  $c=x_2$  test x à droite Si  $f(x_2) < f(b)$  alors  $b=x_2$
- Si critère d'arrêt confirmé alors STOP Si critère d'arrêt pas confirmé alors retourne en 1

Une manière optimale de choisir le point x (équation (III.1)) dans un segment est d'utiliser le nombre d'or ( $\varphi = 1,618$ ) :

$$x = a + \frac{b-a}{1+\varphi} \tag{III.1}$$

Le critère d'arrêt choisi dépend de la distance entre les points de deux itérations consécutives, équation (II.2) :

$$\|x_k - x_{k+1}\| / \|x_k\| < \varepsilon \tag{III.2}$$

#### b. Méthodes basées sur le calcul du gradient

Les algorithmes de minimisation avec descente de gradient sont basés sur le calcul du gradient de la fonction coût. Ils sont largement utilisés pour les problèmes mono-objectifs. Leur convergence vers un optimum est réalisée généralement avec un nombre faible d'itérations. La limitation principale de ce type d'algorithme est la nécessité de connaître le gradient de la fonction coût et celui-ci n'est pas toujours disponible. Finalement, ils ne

garantissent pas la convergence vers un optimum global, car ils peuvent être piégés dans un optimum local. De plus, leur efficacité varie largement entre différents problèmes, rendant difficile l'évaluation de leur performance.

Avec ce type d'algorithme le nouveau point x est calculé par l'équation (III.3):

$$x_{k+1} = x_k + d_k g_k \tag{III.3}$$

Où k est l'itération,  $g_k$  est la direction de descente (-gradient de la fonction coût f) et  $d_k$  le pas de descente, équation (III.4).

$$g_k = -\frac{df}{dx} \tag{III.4}$$

La valeur de d (appelé pas de descente) peut être à valeur constante ou à pas optimal. Pour utiliser le pas optimal il faut connaître la dérivée seconde de la fonction coût, équation (III.5).

$$d_k = \frac{1}{\left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)} \tag{III.5}$$

Le critère d'arrêt de cette méthode peut dépendre de la dérivée de la fonction coût ou de la variation des points choisis entre deux itérations successives :

$$\left\|F'(x_k)\right\| < \varepsilon \tag{III.6}$$

$$\|x_k - x_{k+1}\| / \|x_k\| < \varepsilon$$
(III.7)

#### c. Méthodes stochastiques

Pour certains problèmes, la fonction coût est non-différentiable ou présente des discontinuités. Par conséquent, les méthodes basées sur les gradients ne peuvent pas être utilisées. Il faut donc développer des algorithmes qui ne reposent pas sur l'évaluation du gradient de la fonction coût. Ces approches sont appelés Stochastiques (ou Metaheuristics [Luke14]). Lors de sa résolution, un certain degré d'aléa est utilisé pour trouver une solution optimale. Les évaluations des méthodes stochastiques sont donc plus coûteuses que les algorithmes classiques mais l'avantage est qu'elles sont toujours applicables.

## i. Algorithmes génétiques

Les algorithmes évolutionnaires se distinguent des méthodes classiques parce qu'ils gardent un ensemble de solutions candidates, plutôt qu'une seule solution. L'algorithme génétique (AG) est le plus commun dans la famille des algorithmes de population et il a été proposé par John Holland en 1975. Ces algorithmes s'inspirent de comportements observés en biologie, en génétique et dans les théories de l'évolution : le vocabulaire utilisé pour les décrire en est très proche.

Les AG sont basées sur la théorie de la sélection naturelle de Darwin où les individus les mieux adaptés survivent, se reproduisent et, par conséquent, l'espèce s'adapte à l'environnement. Les individus apparentés à des solutions sont évalués et ceux avec les meilleurs résultats de la fonction coût sont sélectionnés. Des croisements sont appliqués entre les individus en échangeant une partie de leurs chaînes de solution (chromosomes). Aussi des mutations peuvent être appliquées. Ces dernières changent de façon aléatoire les gênes d'un chromosome. Ces opérations sont reproduites afin de faire évoluer la population des solutions de manière progressive vers l'optimum global. L'inconvénient majeur est le nombre d'itérations très élevé. La procédure de l'algorithme génétique est présentée par la suite.

- 1. Population de base
- 2. Evaluation
- 3. Sélection
- 4. Croisement et mutation
- 5. Si critère d'arrêt confirmé alors STOP
  - Si critère d'arrêt pas confirmé alors retourne en 2

Le critère d'arrêt de l'algorithme génétique peut répondre à plusieurs variables : un nombre maximal de générations de population, un temps de calcul limité, une valeur de la FO fixée, etc.

### ii. Variable Neighborhood Search

Le Variable Neighborhood search (VNS) est un algorithme hybride qui combine la recherche local basée sur des méthodes de gradient et la méthode stochastique. Il a été proposé par [Mladenović97]. L'algorithme est basé sur une structure de variables appelée voisinage. Il utilise deux étapes lors de la recherche d'un maximum global. La première étape effectue une recherche locale dans un voisinage. La seconde étape permet de s'éloigner du minimum local en changeant de voisinage. Pendant la deuxième étape le nouveau voisinage est choisi de manière stochastique (aléatoire). La procédure est répétée jusqu'à ce qu'une condition d'arrêt soit atteinte.

1. Recherche locale dans un voisinage N La procédure mène à un optimum x\* :

$$x^* \in X: f(x^*) \le f(x), \forall x \in N$$

- 2. Changement de voisinage
- Si critère d'arrêt confirmé alors STOP Si critère d'arrêt pas confirmé alors retourne en 1

Une variante de l'algorithme VNS a été mise en place pour résoudre le problème topologique adapté aux besoins industriels. L'algorithme évolue de manière itérative en retirant de la matière à chaque itération, mais il est toujours composé par la recherche locale dans les voisinages et la recherche stochastique de voisinages. De plus et afin d'accélérer l'évolution de ceci la taille des voisinages peut être modifiée au fur et à mesure des itérations.

Premièrement, le domaine est divisé en grands voisinages réguliers contenant chacun plusieurs positions (voisins). A l'initiation du processus d'optimisation, chacun des voisinages est évalué ayant la totalité de ses voisins une masse volumique 0. Ceci permet de trouver la zone plus sensible (la zone plus réceptive à être optimisée). Le voisinage avec la meilleure solution est choisi et est soumis à une étude locale.

A titre d'exemple le domaine suivant (Figure 101) a été divisé en une matrice 5x5 (éléments noirs) que l'on considère voisinages. Chaque élément noir a été subdivisé en une matrice 2x2 (éléments jaunes) que l'on considère voisins. Dans un premier temps, l'un après l'autre les éléments noirs sont mis à une masse volumique 0. Une fois la meilleure position (élément noir) trouvée, une optimisation sur ses éléments jaunes est menée. A la fin de cette étape, un seul élément jaune (voisin) est mis à une masse volumique 0.



Figure 101. Domaine divisé en voisinages 5x5 et voisins 2x2.

La deuxième étape consiste à choisir les nouveaux voisinages à tester. La liste est composée par les voisinages adjacents à l'ancien meilleur voisinage plus d'autres choisis aléatoirement. On ne considère que les 4 voisinages adjacents (si existent) vers le haut, le bas, gauche et droite, voir



Figure 102. Position des voisinages par rapport à un ancien meilleur voisinage.

La procédure itérative est répétée jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint. Il a été dit précédemment que l'on peut changer la taille du voisinage. Le changement de taille permet au début de l'optimisation d'enlever de la matière rapidement. Au fur et à mesure des itérations, la recherche devient plus précise.

# 2.2.Application de l'optimisation au dimensionnement de systèmes magnétiques

Nous allons regarder les travaux d'optimisation les plus significatifs concernant les systèmes magnétiques. Premièrement et au sein du laboratoire d'électrotechnique et d'électronique de puissance (L2EP) de Lille, les principaux travaux de thèse concernant des procédures d'optimisation sont utilisés pour des machines électriques.

[Hajji03] a comparé dans sa thèse les méthodes d'optimisation déterministes et méthodes stochastiques sur différents problèmes en électrotechnique. [LeBesnerais08] applique l'algorithme NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm) pour optimiser le bruit des moteurs. Cette variante de l'algorithme génétique est plus adaptée aux optimisations multi-objectifs. [Ammar13] applique un algorithme itératif appelé SQP (Sequantial Quadratic Programming) pour trouver l'ensemble de valeurs des paramètres qui permettent d'optimiser le rendement d'une machine (générateur synchrone). Ces paramètres, qui définissent la géométrie de la machine, sont traités comme variables continues puis corrigés manuellement à la fin de l'optimisation.

Les travaux cités précédemment sont basés sur la résolution par éléments finis des problèmes proposés. Néanmoins, dans le Chapitre I on a vu que la méthode PEEC est privilégiée à la méthode des éléments finis lors d'une optimisation, car les temps de calcul sont plus courts. Si l'on cherche des travaux d'optimisation basés sur la méthode PEEC, on trouve plusieurs travaux de thèse au sein du laboratoire G2Elab de Grenoble.

[Piette99] utilise la méthode PEEC pour évaluer son problème où la géométrie d'un busbar est définie de façon paramétrique. La fonction objectif est la minimisation de l'inductance de la boucle de commutation. Piette a cherché une expression permettant de calculer le gradient de la fonction objectif et de minimiser le nombre d'évaluations de l'optimisation en comparaison aux méthodes sans gradient. [Guichon01] utilise l'algorithme SQP pour trouver la position des conducteurs des jeux de barres permettant d'optimiser la puissance dissipée et le courant global. [Gonnet05] applique un AG pour trouver la forme des barres (section des conducteurs) permettant de réduire la quantité d'énergie dissipée par effet joule et le volume de matériaux conducteurs. [Martin05] cherche, à l'aide d'un AG, la géométrie d'un busbar qui équilibre les courants entre les différentes boucles de commutation et minimise l'inductance.

Nous pouvons constater que l'algorithme SQP est souvent utilisé pour des optimisations avec des variables continues (optimisation paramétrique). Autrement, les algorithmes stochastiques comme l'algorithme génétique (AG) sont couramment utilisés pour les optimisations topologiques.

# 2.3.Application de l'optimisation au dimensionnement de systèmes thermiques

Concernant l'optimisation de systèmes thermiques, de nombreux travaux portent à la fois sur les dissipateurs thermiques et sur les machines électriques.

Au Laboratoire LAMIH de l'université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis UVHC, on trouve notamment les travaux de [Bornschlegell12] et [Jandaud13] basés sur des calculs par méthode nodale. Ces travaux ont mené à une optimisation aérothermique des machines électriques. Les machines sont évaluées en regardant la température maximale et la

température moyenne. Les algorithmes utilisés par le premier auteur sont L'AG et l'Activeset. Ce dernier algorithme permet de déterminer quelles contraintes influencent le résultat final en réduisant la complexité du problème. Le second auteur utilise un autre algorithme métaheuristique, le PSO (Particle Swarm Optmization). [Geb13] utilise à son tour, l'algorithme GA et le PSO pour minimiser la résistance thermique d'un dissipateur. Plus récemment, [Jandaud16] a appliqué l'algorithme stochastique VNS pour l'optimisation de dissipateurs thermiques.

Les algorithmes stochastiques basés sur l'évolution de la population comme les AG (Algorithmes génétiques) et le PSO (Particle Swarm Optmization) sont très populaires pour l'optimisation de systèmes thermiques due à son aspect global et leur simplicité d'implémentation. Cependant, ils nécessitent des grandes ressources numériques (mémoire et vitesse de calcul). L'algorithme VNS (Variable Neighbourhood Search) converge plus rapidement vers une solution que les algorithmes basés sur l'évolution de la population.

[Marck14] applique la méthode d'homogénéisation présentée au début du chapitre pour optimiser différents types de problèmes. Pour des problèmes de conduction, il cherche à minimiser la température moyenne et aussi avoir un champ de température le plus homogène possible. Pour des problèmes convectifs, il cherche à minimiser la perte totale de pression du fluide et de maximiser l'échange thermique entre le solide et le fluide. Une application de la méthode d'homogénéisation pour des problèmes thermiques peut aussi être trouvée dans [Sigmund00] mais cette fois ci, appliquée aux actionneurs. Les idées extraites de cette méthode (variabilité de la masse volumique des éléments) ont aidé à la conception de la variante de l'algorithme VNS.

### 3. Détermination des objectifs

Selon le cahier des charges, l'optimisation topologique des busbar peut suivre différents scénarii d'optimisation. En effet, pour le constructeur de busbars, l'objectif est de minimiser le poids du bubsbar avec une contrainte sur la valeur de l'inductance et sur la température. Dans ce cas, les valeurs maximales doivent être respectées avec le moins de matière possible car cette dernière représente un pourcentage élevé du coût du produit final.

Par contre, du point de vue thermique, l'objectif peut être la minimisation de la température maximale avec des contraintes sur le poids. Autrement et du point de vue de l'inductance, l'objectif peut être la minimisation d'inductance avec des contraintes sur le poids. Nous nous limiterons à présentes les scenarii suivants:

- A la minimisation de l'inductance
- A la minimisation de la température
- A la minimisation de l'inductance et de la température

Dans cette partie, on présente la définition du problème d'optimisation et les méthodes d'évaluation.

Il faut considérer que le calcul thermique et le calcul d'inductance sont réalisés en étapes différentes. Le calcul thermique est mené en état stationnaire tandis que le calcul d'inductance est réalisé pendant la commutation des modules de puissance.

#### **3.1.Inductance**

Le principal intérêt des busbars laminés est leur faible inductance. Ceci est atteint grâce à l'utilisation de conducteurs aplatis très proches entre eux. La forme aplatie réduit l'inductance propre du conducteur et en plaçant les conducteurs très proches les uns des autres (ayant imposé des courants opposés), on maximise l'inductance mutuelle. De la combinaison de ces deux concepts il en résulte une faible inductance de la boucle de commutation. La géométrie du busbar et le parcours du courant pendant la commutation des modules de puissance sont les facteurs qui déterminent la valeur d'inductance.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, différentes méthodes de calcul électromagnétiques ont été présentées notamment les éléments finis et la méthode PEEC. La valeur d'inductance calculée selon les différentes méthodes varie considérablement, néanmoins il a été prouvé que la valeur subit la même évolution lors de la modification de la géométrie en utilisant les deux méthodes. Partant de ce fait et compte tenu que le *time to results* de la méthode PEEC est très inférieur à celui de la méthode des éléments finis, nous avons choisi de mener les optimisations d'inductance avec la méthode PEEC.

Pour évaluer la fonction objectif, la géométrie du busbar est modélisée par une matrice binaire où le  $\ll 0$  » implique l'absence de matière et le  $\ll 1$  » implique la présence du solide Figure 103.



Figure 103. Relation entre matrice binaire et géométrie réelle.

### 3.2. Température

La température joue un rôle clé pour la longévité de l'adhésif employé entre les couches conductrices et isolantes. La distribution de température est calculée par éléments finis 2D. En utilisant la méthode 2D, les temps de calcul sont fortement réduits et l'optimisation est envisageable pour des temps de développement industriels.

Afin d'éviter le remaillage de la géométrie pendant l'optimisation, une méthode similaire à la méthode SIMP a été utilisée. Les conductivités des différents éléments du maillage dépendent de la densité (masse volumique) de ceux-ci. Dans notre cas, la densité a une valeur discrète dont 0 est équivalent à l'absence de matériau (vide) et 1 à la présence de matériau conducteur. Une valeur de densité 0 implique une conductivité électrique et thermique nulle, tandis qu'une valeur de densité 1 implique des valeurs nominales de conductivité électrique et thermique.

Si l'on veut obtenir des géométries précises, le maillage de la géométrie doit être fin. La méthode précédente a été validée par comparaison entre une géométrie modifiée avec une fente et une géométrie originale mais avec un maillage contenant des densités d'éléments modifiées. Les deux géométries sont soumises aux mêmes conditions : 600 A avec une entrée et une sortie sur les connexions supérieure et inférieure du côté gauche, une température ambiante de  $T_{amb}=20^{\circ}$ C, un coefficient d'échange par convection h=5W/m<sup>2</sup>K et une émissivité de la surface  $\varepsilon=0,98$ . Le matériau conducteur est le cuivre.

Sur la Figure 104 de gauche, on observe que le champ de température obtenu sur la géométrie modifiée où la fente est modélisée par des arêtes. Sur la Figure 104 de droite, on trace le champ de température obtenu lorsque les éléments du maillage placés dans la fente a une conductivité nulle.



Figure 104. Comparaison du champ de température de la géométrie modifiée où fente est modélisée par des arêtes avec la géométrie où le maillage est modifié.

La température des éléments dans la fente (image sur la droite) est artificiellement affichée à température ambiante. Ces éléments ont une densité nulle et ne conduisent pas la chaleur : ils équivalent au vide de la configuration de gauche. On constate que l'utilisation de cette méthode ne fait pas varier le champ de température et que la température maximale ne diffère pas. De plus, il n'y a pas besoin de remailler la géométrie si l'on veut simuler de nouveaux profils.

Dans le cas où l'on cherche à optimiser un busbar laminé composé par plus d'une couche conductrice, il faut considérer le changement des conditions aux limites. Ce problème est illustré sur la Figure 105 et la Figure 106 et doit être pris en compte pendant le calcul avec la méthode de superposition.

On considère un busbar laminé composé par 3 couches conductrices. Les conditions aux limites d'une plaque dépendent de la position des autres plaques. De cette façon, la plaque 2 échange de la chaleur en conduction thermique avec la plaque 1 sur une face. L'autre face de la plaque 2 est soumise à des échanges par convection et rayonnement avec l'environnement et à des échanges par conduction avec la plaque 3.



Figure 105. Coupe transversale d'un bubsbar avec 3 couches conductrices

Il peut arriver, à titre d'exemple, que pendant une optimisation une zone de la plaque 1 soit effacée. Ceci implique une nouvelle condition de contour sur la plaque 2. Alors qu'auparavant, il y avait un transfert par conduction thermique entre la plaque 2 et la plaque 1, l'élément de la plaque 2 est désormais soumis à des échanges par convection et

rayonnement avec l'environnement. Cette modification des conditions aux limites peut être appliquée aux trois plaques.



Figure 106. Coupe transversale d'un busbar 3 couches où les conditions aux bords sont modifiées a cause de l'optimisation sur la plaque 1

#### 4. Optimisation mono-Objectif

Par la suite nous allons appliquer les algorithmes présentés précédemment sur différents types d'optimisation mono-objectif. A chaque modification de la géométrie, la nouvelle distribution de courant modifie la valeur d'inductance et de température. Dans cette partie sont traitées successivement l'optimisation en considérant l'inductance seule puis l'optimisation thermique seule.

#### 4.1.Optimisation mono-objectif : Inductance

Le problème à résoudre est un exemple simplifié d'un busbar. Il est composé de deux plaques parallèles sur lesquelles une boucle de courant est définie. Les plaques dont la taille est de 200x200mm et 2mm d'épaisseur sont séparées par 1mm. La boucle de courant a une fréquence de 10kHz et est constituée de 3 points de connexion sur chaque plaque: 1 point d'entrée et 2 points de sortie pour une plaque et vice-versa pour l'autre, voir Tableau XXI. Le courant est injecté par le point de connexion d'entrée et est conduit sur la deuxième plaque au travers des deux points de connexion de sortie. La boucle est fermée par la deuxième plaque.

	Axe x (mm)	Axe y (mm)
Entrée	0,115	0,01
Sortie 1	0,145	0,19
Sortie 2	0,045	0,19

Tableau XXI. Coordonnées	des	points	de	connexion	
--------------------------	-----	--------	----	-----------	--

Le problème d'optimisation est défini de la façon suivante :

Trouver :	$x_0 \in R/L(x_0) = \min_{x \in R} L(x)$	(III.8)
-----------	--	---------

Avec: 
$$L: R \to R$$
 (III.9)  
 $x \to L(x)$ 

Où X correspond à la variable d'optimisation qui modifie la géométrie. Cette variable peut être une variable paramétrique comme la largeur d'une plaque où multiples variables binaires en forme matriciel dont la valeur de chaque élément correspond à la densité volumique du conducteur. Ces deux cas seront vus par la suite. L(X) correspond la valeur d'inductance de la boucle en fonction X Les contraintes du problème d'optimisation sont définies ultérieurement selon l'algorithme et la variable utilisés.

#### a. Optimisation paramétrique

La première optimisation sera menée sous forme paramétrique. La matière est enlevée selon l'axe x sur les deux plaques conductrices en même temps. La variable X définie la zone où la matière est enlevée. Une valeur de X=1 implique que toute la matière est enlevée du côté gauche tandis qu'une valeur de X=0 implique que la soustraction de la matière est faite du

côté droit. La valeur choisie de surface totale de matière à enlever a été de 200x40 mm<sup>2</sup> (Figure 107). On distingue en vert l'entrée de courant et en rouge les sorties de courant sur la plaque supérieure. La zone bleue correspond à la matière enlevée.



Figure 107. Schéma de la boucle de courant sur le busbar simplifié.

Le problème paramétrique est défini de manière équivalente en utilisant la variable X comme la position sur l'axe x des entrées et sorties de courant sur les plaques. La taille de la géométrie est invariable  $200x200 - 200x40 = 200x160 \text{ mm}^2$ . La variable X est délimitée entre 0 et 1.

	Axe x	Axe y
Entrée	0,115-0,4*X	0,01
Sortie 1	0,145-0,4*X	0,19
Sortie 2	0,045-0,4*X	0,19

Tableau XXII. Coordonnées des entrées et sorties de courant par rapport à la variable X.

L'algorithme utilisé lors de l'optimisation est la méthode du nombre d'or parce qu'on ne dispose pas du gradient de la fonction objectif. Le critère d'arrêt répond à la non-variation des 3 points de référence entre deux itérations. Ceci est dû à la taille du maillage de la méthode PEEC où une petite variation de X tombe sur le même élément du maillage sans modifier le résultat.

Une contrainte limitant les valeurs de la variable X (équation (III.12)) a été rajoutée sur le problème d'optimisation :

Trouver: 
$$x_0 \in R/L(x_0) = \min_{x \in R} L(x)$$
 (III.10)

Avec: 
$$L: R \to R$$
 (III.11)  
 $x \to L(x)$ 

Contraintes : 
$$0 \le X \le 1$$
 (III.12)

La Figure 108 montre l'évolution de la valeur X des 3 points de référence. La couleur bleue correspond à l'évolution du point A placé à la gauche de la zone d'étude (X=0), la couleur rouge quant à elle correspond à l'évolution du point B placé au milieu (X=0,5) et finalement

la couleur verte correspond à l'évolution du point C placé à la droite de la zone d'étude (X=1).



Figure 108. Evolution des 3 points lors de l'optimisation par la méthode du nombre d'or.

L'algorithme converge vers une solution après 6 itérations. La solution avec l'inductance la plus petite appartient à une valeur de X=0,5729. Cette solution paraît logique parce que l'entrée de courant n'est pas centrée.

#### b. Optimisation stochastique

Si l'on cherche une solution plus complexe, on doit utiliser les algorithmes metaheuristics. Pour résoudre l'optimisation avec ce type d'algorithme les variables du problème sont définies autrement afin de permettre l'obtention de géométries plus complexes et non intuitives.

Le busbar précédent (2 plaques  $200 \times 200 \text{ mm}^2$ ) est optimisé par ce type d'algorithmes. L'optimisation est appliquée sur les deux plaques en même temps. La géométrie est divisée en une grille de taille 10x10. Chaque position de la matrice est une variable d'optimisation binaire. Ces variables ont une surface de  $20 \times 20 \text{ mm}^2$ . L'optimisation considère que les variables (positions dans la matrice) sont : soit vide, quand la valeur est nulle ; soit matière conductrice, quand la valeur est 1. La géométrie complète du busbar correspond aux 100 variables (positions dans la matrice) avec une valeur de 1. Les éléments de la matrice contenant les points de connexions (X(30), X(51) et X(80)) ont été bloqués à une valeur toujours positive par une limite inférieure des variables fixée à 1. Ces points sont illustrés en vert et rouge sur la Figure 109. L'inductance de cette géométrie initiale a une valeur de 4,17 nH (avec la méthode PEEC).

![](_page_125_Figure_0.jpeg)

Figure 109. Géométrie du busbar initial. Les positions rouges et vertes sont des variables bloquées puis quelles contiennent les connexions électriques

Le problème d'optimisation consiste à modifier la densité (enlèvement de matière) de 15 positions dans la matrice, c'est-à-dire que 15 des 100 variables auront une valeur de 0. Ceci correspond à une réduction surface de  $20x20 \text{ mm}^2 \text{ x15} = 6000 \text{ mm}^2$ . Les résultats obtenus par l'algorithme génétique et la 'variable neighbourhood search' sont comparés par la suite.

#### i. Algorithme génétique

Pour appliquer l'algorithme génétique (AG) il est nécessaire de définir des contraintes sur le problème d'optimisation. Pour fixer la taille finale du busbar et éviter l'utilisation d'une constante d'égalité (équation (III.13)) qui pourrait causer des instabilités numériques, deux contraintes d'inégalité sont utilisées : équations (III.14) et (III.15).

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{99} + x_{100} = 85 \tag{III.13}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{99} + x_{100} \le 85 \tag{III.14}$$

$$x_1 - x_2 - \dots - x_{99} - x_{100} \le -85 \tag{III 15}$$

De plus, une contrainte non linéaire a été rajoutée au problème afin d'éviter des discontinuités sur le domaine. Une discontinuité est un morceau de busbar isolé du reste du busbar. Ceci peut être illustré par la Figure 110 où des « îlots » font apparition sur le domaine. Cette contrainte est respectée si le domaine est formé par un seul solide, autrement la contrainte n'est pas respectée. La fonction appelée discont(X) (voir équation (III.23)) contient un algorithme capable d'analyser la géométrie et en conséquence de représenter cette contrainte.

![](_page_126_Figure_0.jpeg)

Figure 110. Discontinuités dans le domaine. A gauche, l'entrée et la sortie de courant sont isolées. A droite, une « île » crée une discontinuité.

Le problème d'optimisation binaire avec l'algorithme génétique est défini de la façon suivante :

Trouver: 
$$x_0 \in Z/L(x_0) = \min_{x \in Z} L(x)$$
 (III.16)  
Avec:  $L: R \to R$  (III.17)

Contraintes : 
$$x(30) = 1$$
 (III.18)

 $x \rightarrow L(x)$ 

$$x(51) = 1$$
 (III.19)

$$x(80) = 1$$
 (III.20)

$$\sum_{x=1}^{100} x_i \le 85$$
 (III.21)

$$\sum_{x=1}^{100} -x_i \le -85$$
 (III.22)

 $discont(x) \le 0$  (III.23)

Les équations (III.18)-(III.20) font références aux contraintes dues aux limites inférieures des variables contenant les points de connexion.

L'algorithme génétique (GA) est appliqué avec la toolbox d'optimisation du logiciel MATLAB. Après 7601 évaluations et 75 générations le critère d'arrêt est atteint puisque l'algorithme n'était plus capable d'améliorer la solution. Le vecteur de variables solution correspond à la géométrie illustrée sur la Figure 111.

![](_page_127_Figure_0.jpeg)

Figure 111. Géométrie résultante de l'optimisation par AG.

L'inductance résultante de cette géométrie optimisée est de 4,98215 nH soit une hausse de 19,5% et une réduction de volume de 15% par rapport à la géométrie initiale.

L'optimisation topologique avec cet algorithme est lente, plus d'un jour de calcul avec un processeur 2,5GHz. Cet ordre de grandeur n'est pas acceptable pour des projets industriels et l'utilisation d'autres algorithmes plus performants doit alors être envisagée.

#### ii. Variable Neighbourhood Search

Afin de réduire le temps de calcul, une variante de l'algorithme Variable Neighbourhood Search (VNS), définie précédemment, a été testée. Cette variante extrait de manière itérative la matière conductrice de la géométrie en faisant d'abord une recherche globale puis une recherche locale. Afin de comparer les résultats obtenus avec ceux de l'algorithme génétique (AG), les conditions du problème d'optimisation sont identiques : géométrie décomposée en 100 variables et 15 trous à ajouter.

La variante de l'algorithme VNS a été programmée pour faire une recherche globale sur le domaine décomposé en une matrice de 5x5 éléments contenant chacun d'eux une sousmatrice de 2x2 variables. Ces sous-matrices sont sujettes à de la recherche locale Figure 112.

![](_page_128_Figure_0.jpeg)

Figure 112. Domaine décomposé en une matrice 5x5 pour la recherche globale et en sous-matrices 2x2 pour la recherche locale

La fonction objectif (équation (III.25)) a été modifiée pour retirer de la matière à chaque itération de l'algorithme VNS. L'équation représente la variation d'inductance par rapport à la variation de volume de la meilleure géométrie précédente. La meilleure géométrie précédente correspond à la géométrie avant d'imposer le trou de l'itération actuelle. Le critère d'arrêt est atteint quand 15 éléments de la matrice ont leur densité nulle. La contrainte de discontinuité (III.29) est toujours évaluée. Les variables contenant les points de connexion sont bloquées par les contraintes (III.26)-(III.28).

Frouver : 
$$x_0 \in Z / f(x_0) = \min_{x \in Z} f(x)$$
 (III.24)

Avec: 
$$f = \frac{L - L_{pre}}{V_{pre} - V}$$
(III.25)

Contraintes : 
$$X(30) = 1$$
 (III.26)

$$X(51) = 1$$
 (III.27)

$$X(80) = 1$$
 (III.28)

$$discont(X) \le 0$$
 (III.29)

L'algorithme s'arrête avec l'imposition du 15<sup>ème</sup> trou. Le temps de calcul est d'environ 3 heures sur la même machine utilisée lors de la résolution avec l'algorithme génétique. La géométrie résultante de cette optimisation est illustrée sur la Figure 113.

![](_page_129_Figure_0.jpeg)

Figure 113. Géométrie résultante de l'optimisation par VNS.

L'inductance résultante de cette géométrie optimisée est de 4,4912 nH soit une hausse de 7,7% et une réduction de volume de 15% par rapport à la géométrie initiale.

Le Tableau XXIII compare les résultats des algorithmes. On constate que l'optimisation avec la variante de l'algorithme VNS est plus adaptée pour ce type de problèmes. On atteint de meilleurs résultats et en moins de temps.

Algorithme	Inductance	Volume	Temps de calcul
-	4,170	100%	-
Génétique	4,9822	85%	>24h
Variante VNS	4,4912	85%	~3h

Tableau XXIII. Résultats d'inductance et temps de calcul en utilisant différents algorithmes d'optimisation.

L'optimisation d'inductance réagit mieux avec la variante de l'algorithme VNS. Ceci peut être expliqué par le fait que l'inductance est régie par des zones d'influence. En modifiant la géométrie loin de la boucle de commutation, la valeur d'inductance varie peu.

#### 4.2. Optimisation mono-objectif : Température

La géométrie utilisée pour cette optimisation est la même que l'exemple précédent ( $\Omega$ ). Toutefois, une seule plaque représentant un busbar simplifié est présente. Les entrées et les sorties de courant sont modélisées par un trou. Les positions de celles-ci correspondent aux coordonnées indiquées sur le Tableau XXI.

L'optimisation est menée par un algorithme itératif couplé avec la discrétisation de la masse volumique des éléments du maillage ( $\delta x$ ) que l'on considère les variables. L'objectif de cette optimisation est de réduire la matière tout en minimisant la température maximale de la plaque. Pour l'atteindre, l'algorithme vise *n* éléments du maillage avec la température la plus

faible. Ces éléments ont un échange thermique avec l'environnement (convection + rayonnement) inférieur aux éléments les plus chauds, ils sont donc moins performants. Ces éléments visés sont mis à densité (masse volumique)  $\delta=0$ . La procédure est répétée jusqu'à que le critère d'arrêt est atteint.

La valeur de n (nombre de variables à traiter dans chaque itération) est à définir pour l'utilisateur. Une valeur élevée de n entraîne une optimisation rapide mais risque d'effacer les points de connexion placés dans des zones froides. Une valeur petite de n assure une bonne optimisation mais avec un temps de calcul plus élevé. Ceci peut être expliqué parce qu'à chaque itération l'algorithme recalcule la nouvelle distribution de courant, les nouvelles pertes et pourtant le nouveau champ de température.

Afin de ne pas créer de points chauds et de ne pas effacer les points d'entrée et sortie du courant, une contrainte d'égalité a été rajoutée. Cette contrainte (G) (équation (III.32)) dépend de la densité électrique J des éléments du maillage X. Si la densité électrique d'un élément du maillage est plus élevée qu'une valeur fixée  $J_{max}$ , alors cet élément ne peut pas être mis à densité (masse volumique)  $\delta_X = 0$ . Ceci concerne des éléments proches à des entrées et des sorties de courant où la densité de courant est élevée.

L'algorithme itère de la façon suivante :

- 1. On calcule  $f(\Omega)$
- 2. On prend les n éléments du maillage X les plus froids. n  $\in$  X
- 3. Calcul de la contrainte G :
  - a. Si  $J_x < J_{max}$  alors  $\delta_x = 0$
  - b. Si  $J_x > J_{max}$  alors  $\delta_x = l$
- Si critère d'arrêt confirmé alors STOP Si critère d'arrêt pas confirmé alors retourne en 1

Le critère d'arrêt peut être un volume fixé ou une température maximale fixée.

Le problème d'optimisation est défini par les équations suivantes :

Trouver :	$\delta \mathbf{x}_0 \ \epsilon \ Z / T(\delta \mathbf{x}_0) = \min_{\mathbf{x} \in Z} T$	$(\delta x)$ (III.30)
Avec :	$T: R \rightarrow R$	(III.31)

$$\delta x \to T(\delta x)$$

Contraintes : 
$$G(J_X, J_{max}) = \delta_X$$
 (III.32)

Les paramètres utilisés pendant la simulation de la plaque sont les suivants : un courant de 900A parcourant la plaque de cuivre, une température ambiante de  $20^{\circ}$ C, un coefficient de convection de 5W/m<sup>2</sup>K et une émissivité de 0,15. Le maillage de la plaque contient 79.202 éléments triangulaires.

La simulation sur la géométrie initiale de la plaque fournit les valeurs de référence de la densité de courant et du champ de température, illustrées sur la Figure 114.

![](_page_131_Figure_0.jpeg)

Figure 114. Densité de courant et température de la géométrie initiale de la plaque.

L'affichage de la densité de courant montre la présence de valeurs maximales autour du trou inférieur de connexion où le courant imposé est de 900A (17A/mm<sup>2</sup>). Les autres deux points de connexions (supérieurs) ont un courant de 450A chacun (7A/mm<sup>2</sup>).

Concernant la distribution de température, on distingue un point chaud autour du trou inférieur. De plus, le champ de température montre que la connexion est un peu décalée à droite. La température maximale de la plaque est de 44°C.

L'algorithme itératif précédent a été utilisé pour différentes valeurs des paramètres n et  $J_{max}$ . Dans un premier temps, le critère d'arrêt correspond à une valeur de volume final. Le volume extrait correspond au 40% du volume initial, cette valeur a été choisie à titre d'exemple.

Les illustrations de la Figure 115 correspondent aux résultats d'une optimisation avec un  $J_{max}$  de 3A/mm<sup>2</sup> et une valeur de n égal à 0,05% des éléments du maillage. Les zones bleues foncées correspondent aux éléments avec une masse volumique égale à 0.

![](_page_131_Figure_6.jpeg)

Figure 115. Optimisation avec les paramètres  $J_{max}$ = 3A/mm<sup>2</sup> et *n*=0,05%. Critère d'arrêt V=60%.

L'optimisation a évolué en « effaçant » (mettre à masse volumique 0) les n éléments les plus froids de la plaque à chaque itération si la condition de densité était respectée. Cette procédure

a concentré le courant en créant deux voies entre les connexions d'entrée et de sortie. La température maximale est de 68,6°C pour 40% de matière en moins.

Nous allons procéder à l'optimisation avec une valeur de  $J_{max}$  plus élevée. Les illustrations de la Figure 116 correspondent aux résultats d'une optimisation avec un  $J_{max}$  de 8A/mm<sup>2</sup> et une valeur de n égal à 0,05% des éléments du maillage.

![](_page_132_Figure_2.jpeg)

Figure 116. Optimisation avec le paramètre J<sub>max</sub>= 8A/mm<sup>2</sup> et n=0,05%. Critère d'arrêt V=60%.

L'optimisation a créé une géométrie similaire mais cette fois-ci, des éléments avec une densité de courant plus importante ont été retirés. Ceci résulte en une température légèrement plus élevée de 69°C.

Si l'on modifie l'affichage de la densité de courant, on constate qu'une légère modification de la géométrie entraîne une concentration de courant plus élevée. La Figure 117 montre la densité de courant entre 3 et 4 A/mm<sup>2</sup> des deux optimisations précédentes. La géométrie optimisée avec une densité  $J_{max}$  de 8A/mm<sup>2</sup> (image à droite) contient des sections moins larges où la densité de courant est majeure en comparaison avec l'optimisation avec une densité  $J_{max}$  de 3A/mm<sup>2</sup>.

![](_page_132_Figure_6.jpeg)

Figure 117. A gauche la densité de courant après l'optimisation avec le paramètre  $J_{max}$ = 3A/mm<sup>2</sup>. A droite la densité de courant après l'optimisation avec le paramètre  $J_{max}$ = 8A/mm<sup>2</sup>

Si on procède à l'optimisation avec une valeur de n plus élevée (n=2) on observe que l'optimisation est plus rapide parce qu'il faut faire moins d'itérations pour atteindre le volume objectif (plus d'éléments sont mis à densité 0 à chaque itération).

En regardant les résultats de la Figure 118 on constate qu'on gagne en temps de calcul au détriment de la précision de l'optimisation. Une valeur de *n* trop élevée ne permet pas de recalculer la distribution de courant et de température à chaque petite modification géométrique. La géométrie est désormais modifiée en effaçant une grande quantité d'éléments à chaque itération. En conséquence, la géométrie résultante est formée par un profil très irrégulier. La température maximale est de 70,5°C.

![](_page_133_Figure_2.jpeg)

Figure 118. Optimisation avec le paramètre  $J_{max}$  = 3A/mm<sup>2</sup> et *n*=2%. Critère d'arrêt V=60%.

Critère d'arrêt	Paramètre <i>n</i>	Paramètre J <sub>max</sub>	Volume	Température max.
-	-	-	100 %	44 °C
Volume	0,05 %	$3 \text{ A/mm}^2$	60 %	68,6 °C
Volume	0,05 %	8 A/mm <sup>2</sup>	60 %	69 °C
Volume	2 %	$3 \text{ A/mm}^2$	60 %	70,5 °C

Le Tablea	au XXIV	résume	les résultats	obtenus
-----------	---------	--------	---------------	---------

Tableau XXIV. Résumé des résultats des différentes optimisations avec un critère d'arrêt concernant le volume final

D'après les résultats obtenus, on considère que les meilleurs résultats sont atteints avec des valeurs de paramètres *n* et densité de courant maximale  $J_{max}$  faibles. A noter que des valeurs  $J_{max}$  trop faibles ( $J_{max} < 3A/mm^2$ ) pénalisent la convergence vers une solution.

De la même manière, on peut procéder à une simulation avec le deuxième critère d'arrêt, la température maximale. Un échauffement de 6°C par rapport à la configuration initiale a été visé. L'optimisation s'arrête quand la température maximale est de 50°C. Le paramètre n a été mis à une valeur de 0.05%.

Vu le faible échauffement que l'on cherche, le paramètre  $J_{max}$  peut être très faible. Afin de montrer une différence considérable entre les résultats deux valeurs de  $J_{max}$  sont comparés, un de 2 A/mm2 et l'autre de 8A/mm2. Les résultats obtenus sont illustrés sur la Figure 119 et la Figure 120 respectivement.

![](_page_134_Figure_0.jpeg)

Figure 119. Optimisation avec le paramètre  $J_{max}$  = 2A/mm<sup>2</sup> et *n*=0,05%. Critère d'arrêt Tmax=50°C.

![](_page_134_Figure_2.jpeg)

Figure 120. Optimisation avec le paramètre J<sub>max</sub>= 8A/mm<sup>2</sup> et n=0.05%. Critère d'arrêt Tmax=50°C.

Critère d'arrêt	Paramètre n	Paramètre J <sub>max</sub>	Température max.	Volume
-	-	-	44 °C	100 %
Température max.	0.05 %	2 A/mm <sup>2</sup>	50 °C	83.3 %
Température max.	0.05 %	$8 \text{ A/mm}^2$	50 °C	84%

Tableau XXV. Résumé des résultats des différentes optimisations avec un critère d'arrêt concernant la température maximale

La température maximale (critère d'arrêt) sur les deux géométries est la même, 50°C. Dans ce cas les deux géométries obtenues sont bien différentes. Comme on peut voir sur le Tableau XXV, l'optimisation avec une  $J_{max}$  mineure (2A/mm<sup>2</sup>) a réduit le volume de 16,7% tandis que l'optimisation avec une  $J_{max}$  de 8A/mm2 a réduit le volume de 16%. La différence entre les deux est de 0,7% de matière. Différence non négligeable quand le produit est élaboré pour des grandes séries. Ces résultats confirment que le paramètre  $J_{max}$  doit être faible.

Le temps de calcul pour ce type d'optimisation dépend fortement de la taille du problème. En utilisant un algorithme itératif, le temps de calcul dépend du volume que l'on veut minimiser ou de la température maximale visée. Néanmoins, pour un busbar de taille moyenne ~200x200mm de surface et deux plaques comme celui de l'exemple précédent l'optimisation prend quelques heures pour converger (3-5h) (machine : 8Go RAM, processeur i5-2520M CPU @2.50GHz).

Cette procédure a été utilisée pour l'optimisation topologique d'un busbar réel [Puigdellivol16]. Le busbar est composé par 3 plaques conductrices disposées en 2 couches. L'optimisation a lieu sur les deux plaques placées sur la même couche. D'abord une optimisation concernant l'épaisseur des conducteurs est menée. Finalement, différentes valeurs du paramètre  $J_{max}$  sont utilisées lors d'une optimisation topologique. Une réduction de plus de 50% sur le volume peut être atteinte sans dépasser la limite de température établie.

### 5. Optimisation multi-objectif

L'optimisation multi-objectif a pour but de réduire la masse de matériau conducteur d'une géométrie par rapport à l'inductance et à la température maximale de la plaque. Ce type d'optimisation permet de trouver un équilibre entre la géométrie qui minimise l'inductance et la géométrie qui minimise la température maximale de la plaque pour une masse (ou un volume) donnée.

La variante du VNS est l'algorithme utilisé lors de l'optimisation multi-objectif sur des busbars. La procédure pendant l'optimisation multi-objectif est détaillée sur le schéma suivant Figure 121.

![](_page_136_Figure_3.jpeg)

Figure 121. Schéma de l'optimisation multi-objectif

On constate que les résolutions des calculs d'inductance et de température sont réalisés indépendamment. La méthode PEEC est utilisée pour le calcul d'inductance tandis que la méthode de superposition 2D basée sur les EF 2D permet de calculer la température. L'exécution du calcul de ces deux paramètres est réalisée sur la même forme géométrique. Celle-ci est définie par la matrice binaire de chaque plaque conductrice.

Une géométrie d'un busbar réel a été utilisée. Cette géométrie est composée de deux plaques A et B qui constituent un onduleur monophasé. Chaque plaque a une taille de 400x300x2 mm et est connectée aux sources de courant DC (+ et -), à deux modules de puissance (T1 et T2) et à un banc de condensateurs (voir Figure 122).

![](_page_137_Figure_1.jpeg)

Figure 122. Inverseur monophasé. La plaque DC+ du busbar est définie par la lettre A tandis que la plaque DC- est définie par la lettre B. Les modules de puissance sont définis par T1 et T2.

La géométrie des plaques A (gauche) et B (droite) est détaillée sur la Figure 123. On distingue les entrées DC+ et DC- sur l'extrémité supérieure de chaque plaque. Le banc de condensateurs est composé par 9 unités illustrées par des cercles bleus. Les condensateurs sont connectés au moyen d'une vis sur chacune des plaques. Les grands trous ronds permettent le serrage des connexions. Les modules de puissance T1 et T2 (carrés oranges) ont chacun une connexion DC+, une connexion DC- et finalement une connexion AC connectée à la charge. La plaque A est superposée à la plaque B.

![](_page_137_Figure_4.jpeg)

Figure 123. Géométrie des plaques du busbar.

L'inductance sur ce busbar concerne deux boucles (Figure 124) : condensateurs-module de puissance T1 et condensateurs-module de puissance T2. Afin de réaliser le calcul, des courtscircuits sont créés entre les plaques au niveau des connexions des condensateurs.

![](_page_138_Figure_0.jpeg)

Figure 124. Boucles d'inductance d'un inverseur monophasique.

La valeur d'inductance de la boucle de commutation de cette géométrie initiale est de 7,053 nH (obtenue par la méthode PEEC). La valeur d'inductance des deux boucles est la même due à la symétrie de la géométrie.

Pour le calcul de température (avec la méthode de superposition 2D), la majorité du courant imposé suit un chemin de la source DC aux modules de puissance. Le courant total imposé est de 1225A par plaque.

Les paramètres thermiques imposés pour la simulation du champ de température sont les suivants :

- Les plaques sont modélisées avec les propriétés du cuivre.
- La conductivité du film isolant a une valeur de 0,15 W/m°C.
- La température ambiante est de 70°C.
- Le coefficient de convection imposé a une valeur de 3 W/m<sup>2</sup>°C.
- L'émissivité a une valeur de 0,15.
- Le maillage de chaque plaque est composé par 46.958 et 47.327 triangles respectivement.

La résolution de la géométrie initiale donne une température maximale de 103,7°C (Figure 125).

![](_page_138_Figure_12.jpeg)

Figure 125. Température initiale du busbar.

La température maximale est atteinte sur la plaque de droite. Ceci est dû à l'étranglement de la section de passage de courant provoqué par les trous de connexion des condensateurs. Cet étranglement est plus sévère sur la plaque de droite que sur celle de gauche.

On constate que les valeurs des deux variables à optimiser ne sont pas du même ordre de grandeur : inductance 7,053 et température maximale 103,7. Pour cette raison l'inductance, étant une valeur bien inférieure à la température, est multipliée par le facteur  $T_{pre}/L_{pre}$ . Où T est la température maximale du busbar et L l'inductance de la boucle. L'indice *pre* indique que c'est la valeur de la meilleure solution de l'itération précédente de l'algorithme. En effet, cette solution de l'itération précédente correspond à la géométrie avant d'imposer le trou de l'itération actuelle.

Afin de pouvoir définir une seule fonction objectif, un coefficient de pondération  $\alpha$  est introduit. Quand  $\alpha$  est égal à 1 l'optimisation ne concerne que la fonction F<sub>1</sub> tandis qu'une valeur de  $\alpha$  égal à 0 concerne uniquement la fonction F<sub>2</sub>. La fonction multi-objectif est donc la somme des fonctions F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> pondérées (équation (III.34)).

Trouver: 
$$x_0 \in Z/f(x_0) = \min_{x \in Z} f(x)$$
 (III.33)

Avec : 
$$f(x) = \alpha F_1 + (1 - \alpha)F_2$$
 (III.34)

 $F_1$  concerne l'optimisation de la boucle d'inductance équation (III.35) et  $F_2$  l'optimisation de la température maximale du busbar équation (III.36). Finalement ces deux fonctions sont multipliées par la fraction  $V/V_0$  afin d'optimiser le volume du busbar.

$$F_1 = \frac{T_{pre}}{L_{max}} L \frac{V}{V_0} \tag{III.35}$$

$$F_2 = T_{max} \frac{V}{V_0}$$
(III.36)

La géométrie initiale est une géométrie complexe composée par de nombreux points de connexion que l'on peut considérer sensibles pendant l'optimisation. Ces points ne peuvent pas être effacés et de plus, doivent être reliés entre eux. Afin de limiter la complexité de l'optimisation, un filtre est appliqué. Ce filtre délimite la zone où l'optimisation est appliquée : elle relie les points de connexion et est invariante pendant toute l'optimisation. Sur la Figure 126, la zone rouge indique l'impossibilité d'enlever la matière. Autrement, la zone bleue indique la surface pouvant être optimisée.

![](_page_140_Picture_0.jpeg)

Figure 126. Les deux plaques du busbar. La zone rouge est constante pendant toute l'optimisation. La zone bleue peut être soumise à changements pendant l'optimisation.

Lors de la définition de la variante de l'algorithme VNS, l'utilisateur doit déterminer la taille des voisinages. La division utilisée sur la géométrie est illustrée sur la Figure 127 où les éléments grands (couleur vert) sont les différents voisinages et les éléments petits (couleur crème) sont les voisins.

![](_page_140_Figure_3.jpeg)

Figure 127. Division de la géométrie en voisinages (carrés couler vert) et voisins (carrés couleur crème).

Le critère d'arrêt défini pour le problème d'optimisation est la réduction du volume du cuivre de 25%. Etant donnée que la taille des éléments n'est pas constante (éléments contenant zones bleues, rouges et noires), le critère d'arrêt représente un interval de volume de 25±2%.

Le problème d'optimisation est alors défini de la façon suivante :

Frouver: 
$$x_0 \in Z/f(x_0) = \min_{x \in Z} f(x)$$
 (III.37)

Avec:  

$$\min_{x \in Z} f(x) = \left(\alpha \frac{T_{pre}}{L_{pre}} L + (1 - \alpha) T_{max}\right) \frac{V}{V_0}$$
(III.38)

Contraintes : Filtre (III.39)

L'optimisation a été réalisée pour différentes valeurs du paramètre  $\alpha$ . Les résultats sont présentés sur le Tableau XXVI.

α	Fonction	F1	F2
	Objectif		
1	93,700	93,700	85,1907
0.75	86,733	87,058	85,7591
0.5	85,270	83,245	87,2957
0	89,5906	80,860	89,5906

Tableau XXVI. Résultats de la fonction objectif pour différents valeurs de α.

Avec l'ensemble de valeurs optimales on observe un front de Pareto (Figure 128). Il permet d'analyser la solution selon la pondération de deux objectifs antagonistes. Les extrêmes de la courbe tracée correspondent aux valeurs de  $\alpha$  égal à 0 et 1.

![](_page_141_Figure_3.jpeg)

Figure 128. Frontière de Pareto obtenue avec les résultats optimales de l'optimisation multi-objectif.

La variation de température maximale, d'inductance et de volume par rapport à la géométrie initiale sont représentées sur le Tableau XXVII. Selon le paramètre  $\alpha$  utilisé, l'optimisation tend à privilégier la température ou l'inductance.

α	Tmax (°C)	Variation Tmax %	L (nH)	Variation L %	Variation volume %
1	125,2	+20,73	7,13	+1,09	-25,16
0.75	116,0	+11,86	7,16	+1,52	-24,95
0.5	110,1	+6,26	7,24	+2,65	-24,46
0	105,3	+1,54	7,31	+3,64	-23,21

Tableau XXVII. Variation de la température maximale, inductance et volume pour différentes valeurs du paramètre α.

Sur le tableau suivant, les géométries résultantes de la procédure d'optimisation sont illustrées. La zone bleue foncée représente des zones où la matière a été extraite.

![](_page_142_Figure_0.jpeg)

Dans le cas où le paramètre  $\alpha$  est égal à 1, l'optimisation ne prend en compte que l'inductance ; elle n'augmente que de 1%. La matière a été enlevée sur les zones les plus éloignées de la boucle de commutation. Ceci provoque un étranglement de section à l'entrée de courant en mode passant et en conséquence une augmentation sévère de l'échauffement maximal ( $T_{max}$ - $T_{amb}$ ) du busbar est de 63,8%.

Pour le cas d'un paramètre  $\alpha$  égal à 0, l'optimisation ne prend en compte que la température. La matière est retirée sur les zones les plus froides et plus éloignées de l'entrée de courant DC. Ici l'échauffement maximal augmente peu (augmentation de 4,7%), tandis que l'inductance subit une augmentation plus importante soit 3,6%.

Les deux cas intermédiaires sont des optimisations où les deux fonctions (température et inductance) sont prises en compte. Il faut pourtant choisir un paramètre  $\alpha$  en accord avec la pondération des objectifs. Un paramètre  $\alpha$  égal à 0,5 devrait équilibrer les deux fonctions objectif. Néanmoins, ce point ne correspond pas au point le plus proche de l'origine des coordonnées de la Figure 128 parce que les fonctions F1 et F2 évoluent de façon légèrement différente.

Le temps de résolution de ces optimisations est élevé. Il dépend fortement du nombre de voisinages et voisins à tester sur les deux plaques. Pour la réalisation de cet exemple, chaque résolution avec un paramètre  $\alpha$  a nécessité environ 8h de calcul (machine : 8Go RAM, processeur i5-2520M CPU @2.50GHz).
#### 6. Conclusions

Dans ce chapitre, l'optimisation topologique de busbars a été traitée. L'objectif est de minimiser le volume de cuivre/aluminium utilisé dans les busbars tout en gardant l'inductance et la température sous un seuil admissible. L'inductance est calculée avec la méthode PEEC car elle est plus rapide que les éléments finis 3D. Le calcul thermique quant à lui est réalisé avec la méthode de superposition 2D basée sur les éléments finis 2D.

D'abord, l'état de l'art concernant les concepts et les différentes techniques d'optimisation ont été présentés.

Les méthodes classiques formées par des optimisations basiques ont été étudiées et un exemple a été traité dans le cas de l'inductance de la boucle de commutation. Pour ceci la largeur d'un busbar a été sujet à une optimisation paramétrique.

Les méthodes basées sur le gradient, très populaires, ont aussi été décrites. Néanmoins, ce sont les méthodes stochastiques sur lesquelles nous avons centré l'étude pour le calcul d'inductance. Notamment l'algorithme génétique (AG) et l'algorithme Variable Neighborhood Search (VNS). Ce dernier a d'ailleurs été modifié afin d'atteindre des performances plus élevées.

Une comparaison entre l'algorithme génétique et la variante du VNS permet de conclure qu'un algorithme itératif (variante VNS) est plus adapté pour le type de problème que l'on présente. Ceci est dû au fait que l'inductance est régie par des zones d'influence et lorsqu'on modifie la géométrie, plus ces zones sont éloignées de la boucle de commutation, moins il y a de variations sur la valeur. L'algorithme centre l'optimisation sur ces zones. La variante de l'algorithme VNS permet donc d'avoir de bons résultats avec un temps de calcul mineur par rapport au AG.

Pour l'optimisation thermique une méthode similaire à la Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP) a été mise en place. La valeur de densité volumique des éléments est discrète et elle prend la valeur 0 ou 1. Ensuite, un algorithme vise les éléments plus froids du maillage tout en vérifiant la densité électrique de ceux-ci. La densité électrique détermine si l'élément est important au niveau de connexion électrique et s'il est possible de le mettre à densité volumique 0.

Le critère d'arrêt peut être le pourcentage de la réduction de volume ou la température maximale admissible. Il a été vérifié qu'il est plus intéressant d'utiliser des valeurs de densité électrique faibles pour maximiser la réduction de volume de conducteur.

L'optimisation multi-objectif permet de trouver des solutions par rapport à deux objectifs en même temps : inductance et température. L'algorithme appliqué est la variante du VNS qui doit être utilisé avec une division de voisinages grossiers si l'on veut réduire les temps de calcul.

Une sensible modification du pourcentage de cuivre ou aluminium utilisé peut rapidement devenir une grosse économie d'argent pour des grandes séries. Pour cette raison ce sujet doit continuer à être étudié.

# **Chapitre IV.** Applications Industrielles et étude économique

Le monde industriel est régi par les affaires que l'on dénomme projets. Les décisions sont prises conformément à une stratégie préalablement définie afin de créer des bénéfices et assurer la pérennité de l'entreprise. Pour une société comme Auxel, gagner des affaires face à une concurrence de plus en plus agressive et globalisée est le but principal. Pour gagner des affaires, il faut d'abord connaître parfaitement les objectifs et cahiers des charges des clients.

Les paramètres clés pour l'engagement société-client peuvent être résumés en :

- Le savoir-faire et connaissances techniques qui vont permettre de distinguer l'expertise de la société face à la concurrence.
- La performance et sécurité des produits qui vont permettre de renforcer la confiance des clients.
- Le prix du produit qui doit être en cohérence avec sa performance pour devenir compétitif sur le marché.
- La rapidité et la réactivité pour fournir une offre de service rapide et efficace permettant d'attirer l'attention du client.

Les outils de simulations pour le calcul d'inductance et de champ de température des busbars répondent de manière efficace à tous les points présentés précédemment.

Les simulations permettent de montrer directement les performances du produit conçu tant au niveau d'inductance qu'au niveau thermique. Ces performances montrent de manière indirecte la conformité avec les paramètres définissant la sécurité et longévité du système (température maximale et valeur limite d'inductance). De plus, ces résultats accompagnés des explications ou propositions d'amélioration sur le design du produit montrent l'expertise technique de la société.

Le prix des busbars peut être minimisé sans détériorer la performance en utilisant l'optimisation topologique. Ce type d'optimisation a comme objectif de réduire la quantité de matériau conducteur utilisée ce qui représente un grand gain sur le coût final du produit.

Le point qui reste à finaliser est la rapidité et la réactivité pour fournir des solutions. La simulation (d'inductance ou de température) d'un système busbar est une procédure qui demande du temps et des connaissances afin d'atteindre un résultat valide. Ces besoins de connaissances réduisent le nombre d'utilisateurs potentiel. Selon le nombre de projets à traiter et le nombre d'experts disponibles, le manque de réactivité de l'entreprise peut endommager l'image de la société. Pour cette raison des interfaces graphiques (GUI de l'anglais Graphic User Interface) ont été développées afin de rendre la procédure de simulation plus rapide, simple, et disponible au plus grand nombre d'utilisateurs.

Deux interfaces graphiques ont été développées. La première concerne le calcul d'inductance basée sur la méthode PEEC et la seconde, le calcul du champ de température (et distribution de courant) avec la méthode de superposition 2D.

#### 1. Interface graphique pour le calcul d'inductance

Le calcul d'inductance des boucles de commutation des busbars est une demande de plus en plus souhaitée par les clients. La méthode d'éléments finis n'est pas envisageable pour une réponse rapide. C'est donc la méthode PEEC qui va nous permettre de fournir un résultat correct rapidement. L'interface graphique a été réalisée avec le logiciel MATLAB. Un couplage entre MATLAB et le logiciel exécutant la méthode PEEC (FastHenry) permet le calcul des boucles d'inductance. Dans le schéma suivant (Figure 129), les différentes étapes du calcul d'inductance sont : En bleu la procédure pour le logiciel MATLAB et en orange la procédure pour le logiciel FastHenry.



Figure 129. Schéma des étapes pour la résolution de la boucle d'inductance avec l'interface graphique

#### 1.1. Modules de l'interface graphique pour le calcul d'inductance

L'interface graphique (Figure 130) est composée de plusieurs modules. On distingue :

- la définition géométrique des plaques Figure 130.a.
- La position relative entre plaques Figure 130.b.
- La définition des points électriques sur les plaques Figure 130.c.
- La définition de la boucle de courant Figure 130.d.
- Les paramètres de la boucle de courant Figure 130.e.



Figure 130. GUI pour le calcul d'inductance.

#### a. Définition géométrique

On vise ici à développer une méthode permettant d'importer rapidement les géométries dans l'interface graphique puis dans le solveur PEEC. Les géométries des plaques conductrices du busbar sont importées dans l'interface graphique à l'aide d'un module de traitement d'image. L'image d'une plaque est transformée en une matrice binaire où le 1 (affichage en blanc) implique la présence de matière et le 0 (affichage en noir) l'absence de matière. La taille de cette matrice est déterminée par la taille de la plaque. La plaque est définie par 3 paramètres : la largeur (X), la longueur (Y) et l'épaisseur (Z). Dans le cas où les images de référence ont des couleurs dégradées, un dernier paramètre ( $\alpha$  parameter) permet de discerner les couleurs de l'image originale entre 0 et 1.

L'image nécessaire pour cette procédure est prise par une simple copie d'écran d'un plan d'ensemble ou d'un fichier 3D. Une fois la géométrie de la boucle de commutation importée dans l'interface, il faut définir sa position relative. La valeur d'épaisseur du film isolant qui sépare les plaques est définie. De plus, une image avec la superposition de plaques est affichée pour valider la position relative voir Figure 131.



Figure 131. Affichage de la position relative entre plaques

#### b. Définition de la boucle de courant

Une fois que la géométrie définie, il faut établir les points électriques entre lesquels la boucle de courant sera calculée. Pour ceci, il faut introduire les coordonnées des points électriques sur chaque plaque. A l'aide de l'outil *data cursor* les coordonnées sont obtenues en cliquant sur la matrice (image). Ces points doivent être choisis à l'intérieur d'un trou de connexion car pour la méthode PEEC, les trous élus seront remplis et le point électrique est défini au centre de ces derniers.

Pour définir la boucle de courant, il faut 3 types de points électriques : l'entrée de courant, la sortie de courant et les points équivalents entre les deux plaques qui serviront de court-circuit.

Finalement, il reste à définir la fréquence de la boucle de courant et le type de matériau conducteur (aluminium ou cuivre).

#### c. Lancement de la simulation

Avec le lancement de la simulation, les processus du schéma de résolution de la Figure 129 placés dans le rectangle rouge s'enchaînent en tâche de fond.

Tout d'abord et afin de pouvoir lancer le calcul avec la méthode PEEC, la définition du problème (géométrie et points électriques) est transformée en un fichier lisible (.inp) pour le logiciel FastHenry. Nous avons créé un algorithme qui prend la matrice binaire de chaque conducteur, la définition de la boucle et les transforme en un fichier texte. Le maillage de la méthode PEEC a été mis par défaut à 1mm<sup>2</sup>.

Après l'exécution de la méthode PEEC, un fichier de résultats contenant la matrice d'impédance du schéma électrique est créé. MATLAB lit cette valeur et l'affiche dans l'interface graphique.

#### 2. Interface graphique pour le calcul de champ de température

Le calcul du champ de température des busbars laminés est une demande du client. Cette demande permet au client de s'assurer du bon fonctionnement des composants du système si la température limite n'est pas dépassée. L'interface graphique utilise les éléments finis 2D avec la méthode de superposition pour calculer la densité de courant et le champ de température sur chaque plaque. L'interface graphique a aussi été réalisée avec le logiciel MATLAB. Maintenant aucun couplage avec d'autres logiciels n'est requis puisque la résolution par EF 2D est aussi calculée par MATLAB.

Trois GUI ont été développés pour le calcul des températures. La première version de GUI est conçue pour résoudre des problèmes électrothermiques d'une seule plaque conductrice en état stationnaire. La deuxième version résout des problèmes électrothermiques stationnaires composés par 2 plaques conductrices à l'aide de la méthode de superposition 2D. Finalement, la troisième version résout le problème électrothermique stationnaire composé par 3 plaques conductrices également par la méthode de superposition 2D.

Le schéma pour la résolution d'un problème constitué par 3 conducteurs est décrit ci dessous.



Figure 132. Schéma des étapes pour la résolution électrothermique avec l'interface graphique.

## 2.1. Modules de l'interface graphique pour le calcul de champ de température

L'interface graphique pour le calcul de température avec 3 conducteurs est illustrée sur la Figure 133. Elle est constituée de plusieurs modules :

- La définition géométrique Figure 133.a
- La position relative des plaques Figure 133.b

Ces deux modules suivent la même procédure que l'interface graphique pour le calcul d'inductance.

- La définition des entrées, sorties et ampérages du courant Figure 133.c.
- Le module de paramètres de la simulation électrothermique Figure 133.d. Ceci permet de saisir les données nécessaires pour lancer une simulation.
- Le module d'optimisation Figure 133.e qui permet de lancer une optimisation topologique sur le busbar.



Figure 133. Interface graphique pour le calcul de densités de courant et de champ de température sur un busbar avec 3 couches conductrices

La position relative entre les 3 plaques (Figure 134) est affichée sur une figure additionnelle si l'utilisateur le souhaite afin de limiter l'encombrement dans la GUI.



Figure 134. Position relative entre 3 plaques

#### a. Définition des entrées, sorties et ampérages

Les entrées et les sorties de courant sont définies dans des trous de connexion par les coordonnées de la matrice binaire qui est affichée. L'ampérage de courant (normal au bord) est réparti de manière uniforme autour du profil du trou.

Chaque entrée et sortie de courant peut être définie avec des intensités de courant différentes. Néanmoins, la somme des courants d'entrée doit être égale à la somme des courants de sortie.

#### b. Définition des paramètres électrothermiques

Le premier paramètre qu'il faut introduire afin de réaliser une simulation électrothermique est la taille maximale de l'arête des éléments du maillage. Cette limitation de taille est appliquée sur toutes les plaques. L'outil permet de lancer volontairement la création du maillage sur la géométrie. Ceci est très utile quand on désire modifier des paramètres comme l'épaisseur, la distribution de courant des plaques ou les paramètres électrothermiques sur un problème qui a déjà été résolu, sans avoir besoin de refaire le maillage. La résolution électrothermique devient alors très rapide.

Les propriétés du cuivre et de l'aluminium ont été préalablement définies avec la conductivité électrique dépendant de la température et la conductivité thermique nominale.

La conductivité thermique du film isolant doit être choisie pour les deux films isolants placés entre les plaques (cas avec 3 plaques conductrices). Une bibliothèque avec la conductivité thermique des principaux matériaux isolants est disponible pour l'utilisateur.

Pour finir, il faut introduire les paramètres correspondants à la température ambiante, le coefficient de convection et l'émissivité.

Eventuellement l'utilisateur peut afficher la densité de courant des plaques et la température de chaque plaque avant d'être soumise à la conduction entre les autres plaques.

#### c. Lancement de la simulation électrothermique

Avec le lancement de la simulation, un algorithme a été créé pour définir la géométrie dans la PDE toolbox (résolution des éléments finis). Cet algorithme trace les vertex de la matrice binaire contenant le profil de la géométrie de chaque plaque. Dans une deuxième étape on définit le profil des trous intérieurs de chaque plaque. La taille des plaques est mise à la bonne échelle grâce aux dimensions introduites pendant l'étape de définition géométrique.

Le maillage et les conditions limites sont aussi définis conformément aux paramètres introduits, ensuite la méthode de superposition 2D est exécutée. Quand le critère d'arrêt est atteint, des figures avec le champ thermique correspondant à la superposition des plaques sont affichées.

#### 3. Conclusions

Les interfaces graphiques ont été conçues pour faciliter la procédure des simulations. Elles permettent de lancer des calculs d'inductance ainsi que des calculs électrothermiques tout en disposant seulement d'images des plaques conductrices et de leur taille.

L'introduction que de paramètres basiques cherche à simplifier le maximum possible la procédure, ce qui élargit le nombre potentiel d'utilisateurs. Néanmoins, quelques notions sont nécessaires. Pour le calcul d'inductance il faut connaître les points électriques reliant les composants qui font partie de la boucle de commutation et la fréquence de celle-ci sur laquelle sera menée l'étude.

Concernant la simulation thermique il faut connaître les propriétés de l'environnement sur lequel le busbar est plongé ainsi que la valeur du facteur de convection adéquate à cet environnement.

L'avantage plus important fourni par les interfaces graphiques est un gain de temps. Les outils mis en place permettent de définir un problème avec un « speed up » de x10 en comparaison à la définition d'un problème 3D.

#### 4. Etude de marché

Pour évaluer l'impact des outils précédents, une étude de marché a été réalisée. D'abord, le marché global des busbars laminés est présenté. Ensuite, la procédure interne lors de l'acquisition d'un projet est détaillée. Cette procédure est étudiée et accompagnée par quelques chiffres permettant de définir les étapes critiques. Finalement, des solutions provenant de l'utilisation des méthodes présentées dans ce mémoire de thèse permettent de faire un bilan et estimer les gains attendus.

Le diagramme des 5 forces de porter permet d'analyser la structure compétitive d'un marché en regardant les 5 forces qui vont influencer et conditionner les bénéfices potentiels Figure 135.



Figure 135. Diagramme des 5 forces de porter appliqué aux busbars laminés

La menace des remplaçants fait référence au risque qu'une technologie/équipement remplace l'existant. Dans le cas des busbars on considère comme menace les câbles et les PCBs. Mais ceux-ci ont déjà leur marché. De plus, l'avantage que représente le marché des busbars laminés est leur efficience par rapport aux câbles et leur prix par rapport aux PCBs. Considérant tous ces facteurs la menace des remplaçants peut être considérée faible à modérée.

La menace de nouveaux entrants fait référence aux nouveaux compétiteurs qui vont concurrencer les actuelles sociétés dans le marché. Dans le marché des busbars laminés ce point concerne surtout les sociétés chinoises qui entrent dans le marché global étant déjà bien développées. Ces nouvelles sociétés représentent une menace modérée.

Le pouvoir de négociation des fournisseurs fait référence à la pression que peut exercer un fournisseur à son acheteur. Le marché du busbar laminé est caractérisé par un faible pouvoir de négociation de la part des fournisseurs. L'existence d'une multitude de fournisseurs au niveau local et global provoque l'impossibilité de tenir une forte position lors d'une discussion sur le prix. Le pouvoir de négociation des fournisseurs est pourtant faible.

Le pouvoir de négociation des clients fait référence à la pression que les clients peuvent exercer sur la qualité des produits et son prix. Les clients des busbars laminés sont principalement l'industrie de l'électronique de puissance, Datacenters, l'industrie des télécommunications et les équipements pour l'énergie renouvelable entre d'autres. Les contrats signés dans ce type d'industrie sont pour des volumes de commandes très grands, ce qui augmente le pouvoir de négociation des clients. De plus, il n'existe pas un leader mondial de busbars laminés, et tous les acteurs sont sur un pied d'égalité. Les produits (busbar laminés) n'ont pas une grande diversité technique et ils se ressemblent déséquilibrant encore plus la balance vers la position dominante du client. Le pouvoir de négociation des clients est considéré très élevé.

#### 4.1.Procédure Industrielle

Par la suite le schéma de la procédure depuis la sélection d'affaires jusqu'à la conception de busbars laminés en série est présentée sur la Figure 136.



- 1. Sélection d'affaires : Un projet démarre avec une demande de devis RFQ (de l'anglais Request For Quotation). Cette demande est étudiée au niveau de faisabilité et au niveau économique. Si la demande est intéressante pour la société alors une offre peut être lancée au client.
- 2. Proposition d'offre : L'offre proposée au client présente une estimation du coût de production pour le client. Cette estimation contient la valeur de matières première et les outillages entre autres.
- 3. Prototypage : Si le client accepte l'offre, l'étape de prototypages démarre. Cette étape concerne la conception des busbars laminés qui une fois expédiés seront testés par le client. Néanmoins, pour pouvoir concevoir les prototypes il faut d'abord développer les outillages nécessaires. Cette étape est payée par le client mais n'apporte pas de bénéfices.
- 4. Présérie et série : Si le client est d'accord avec les performances des prototypes, alors il peut commander une conception en présérie et série du produit. Ce sont les projets finissant en série qui vont rapporter des bénéfices à la société.

Toutes ces étapes concernent beaucoup d'acteurs de manière directe et indirecte. Le temps moyen d'un projet pour franchir toutes les étapes d'une demande de RFQ jusqu'à une production en série est de 20 mois.

Il est évident que l'objectif principal est que les projets finissent en commandes de séries. Cependant, ceci n'est pas toujours possible pour des nombreuses raisons décrites par la suite.

Le nombre de RFQ traitées par année oscille entre 100 et 150 en moyenne. Si l'on étudie le taux de réussite des RFQ on obtient le graphique suivant la Figure 137:



Figure 137. Pourcentage de projets par étapes

Du 100% des RFQs traitées, 95% sont soumises à une offre formelle. Les 5% restant sont constitués par des projets non intéressants pour la société. Seulement 26% des RFQs atteignent l'étape de prototypage. Finalement, 6% des RFQs ont abouties à une commande de busbars en série. On constate que la baisse de pourcentage est du à deux étapes critiques : la première est la soumission d'une offre au client qui permet de démarrer l'étape de prototypage, la seconde est le prototypage au lancement de la série.

Afin de comprendre les possibles raisons pour lesquelles le pourcentage de projets finissant en série est si bas, il faut d'abord étudier les actions principales menées dans chaque étape. Les deux actions principales sont la proposition de l'offre et la conception des prototypes.

L'offre implique divers acteurs qui doivent estimer les coûts de matière première, composants, les coûts d'outillage et le temps de conception passé entre autres. Ceci signifie qu'il faut prévoir le coût total avec une valeur ajoutée en étant toujours compétitif face à la concurrence.

Comme il a été dit précédemment, pendant l'étape de prototypage les projets sont sujets à plusieurs modifications. Pendant cette étape, de nombreux échanges entre le client et la société sont faits afin de guider et redéfinir le projet pour atteindre le produit final. Les

modifications appliquées doivent être soutenues pour des raisons économiques, de faisabilité et de performance.

#### 4.2.Raisons d'échec

Par la suite les raisons pour lesquelles les projets n'évoluent pas et sont clôturés sont présentées.

Le premier 5% de marché « perdu » représente l'ensemble de projets non intéressants pour la société. Ces projets ne sont pas envisagés pour des raisons diverses comme:

- Problèmes de faisabilité.
- Technologie demandée non disponible.
- Pas de commande en série prévisible provenant d'un client mineur.

Dans un deuxième temps 72,6% des projets où une offre a été présentée sont rejetés. Cette grande baisse du taux de réussite est due aux raisons suivantes :

- L'offre n'est pas compétitive. Celle-ci est la cause la plus récurrente.
- L'offre a été soumise trop tard, le client a déjà passé commande chez un concurrent.

Finalement, 76,9% des projets où un prototype a été livré n'aboutit pas en commande de produits en série. Les raisons analysés sont classées par ordre récurrent :

- Le client arrête le projet. Il a commis une erreur d'évaluation de son marché potentiel. Ceci indique que les marchés sont très instables comme par exemple le marché éolien qui dépend énormément des aides gouvernementales des différents pays.
- Le prix de la série est trop cher face à la concurrence.
- Le projet reste en stand-by du côté client. Le client a des urgences sur d'autres projets où des problèmes économiques. Le projet sera repris ultérieurement.
- Le client dispose déjà d'un fournisseur privilégié de busbars laminés et utilise le projet pour tester la société.
- La performance/qualité du produit n'est pas à la hauteur du client.
- Le client souhaite une petite série, le produit n'est pas destiné à une fabrication en masse. Ceci concerne les projets R&D des clients importants pour la société. Le niveau de technicité de ces projets est très élevé.

#### 4.3.Objectifs et solutions

L'objectif principal de la société est d'augmenter le taux de transformation des RFQs en commandes en séries. Pour ceci la simulation et l'optimisation prennent une grande importance.

On constate que la non-compétitivité du produit est la raison principale pour laquelle la société perd des projets face à la concurrence (à l'exception d'une mauvaise évaluation du marché de la part du client). Pour devenir compétitif, il faut proposer des prestations moins chères. Ceci implique plusieurs services comme le service d'achats qui doit chercher des fournisseurs moins chers mais qualifiés, etc.

Concernant l'ingénierie, il faut modifier les règles standards de conception pour lesquelles la taille de la section du conducteur est établie par rapport au courant la traversant. L'approche classique limite le courant à 5A/mm<sup>2</sup> pour le cuivre et 2,5A/mm<sup>2</sup> pour l'aluminium. Généralement, le client fournit un plan 3D provisoire basé sur ces règles basiques.

Chez Auxel, l'ingénieur chef d'un projet peut donc se baser sur ce plan pour réaliser un chiffrage où utiliser l'interface graphique pour réaliser rapidement une étude thermique. Grâce à l'interface graphique qu'utilise la méthode de superposition 2D basée sur les EF, l'approche classique devient obsolète. L'étude thermique permet d'optimiser le projet lors d'un premier contact avec le design. Les différentes actions qui peuvent être proposées sont :

- Une étude de simulation thermique préliminaire peut être présentée lors de la proposition d'une offre.
- Définir une nouvelle épaisseur des plaques conductrices sans dépasser les limites thermiques établies.
- Déterminer les points sensibles de la géométrie. Une section plus épaisse ne peut être appliquée que sur les zones sensibles (hotspots) permettant aussi d'économiser le matériel conducteur.

Ceci représente un net avantage face à la concurrence puisque l'offre est optimisée par rapport à la quantité du matériel conducteur utilisé.

Pendant l'étape de prototypage les outils de simulation permettent d'avoir des avantages certains:

- Des simulations thermiques 3D peuvent être réalisées afin de calculer la température limite et les points chauds sur les busbars laminés plus complexes et réagir en conséquence pour améliorer les résultats.
- Des simulations d'inductance peuvent être lancées pour déterminer la valeur d'inductance de la boucle de commutation et réagir en conséquence si les résultats sont inattendus.

Ces études sont un soutien pour prendre des décisions sur le design et montrent le savoir-faire technique de la société. De plus, avec les simulations le nombre de prototypes à faire peut être réduit (pas de procédure par essai et erreur) et en conséquence le temps de toute l'étape de prototypage peut être minimisé.

Finalement, l'optimisation topologique peut être aussi utilisée pour minimiser encore plus le cuivre en modifiant le profil. L'optimisation peut concerner l'inductance, la température ou les deux paramètres en même temps comme il a été démontré dans le chapitre III.

Si la simulation (méthode 2D superposée et EF 3D) est intégrée en amont dans la chaîne de procédure des projets, les problèmes de performance/qualité seront minimisées.

Concernant les cas où les clients testent la société (projets R&D) c'est une opportunité clé pour montrer le savoir-faire technique et gagner leur confiance.

### **Conclusion Générale**

Avec les évolutions de l'électronique de puissance, les circuits convertisseurs d'énergie doivent commuter des puissances de plus en plus importantes, avec des fréquences toujours plus élevées dans des environnements toujours plus contraints. L'élément d'interconnexion électrique « busbar laminé » qui compose un tel circuit subit de fait des contraintes très élevées, qui convient d'analyser, de modéliser pour en optimiser la conception.

L'objectif de cette thèse a été de proposer et d'analyser différentes méthodes de simulation permettant de déterminer l'inductance et les champs de température avec un compromis entre la précision des champs prédits et le temps de calcul. De plus, nous avons développé un outil d'optimisation topologique pour l'aide à la décision dans une perspective de développement de nouveaux produits.

Le premier chapitre a montré les contraintes électromagnétiques de l'électronique de puissance et les concepts des différents types d'inductance. Les techniques de modélisation électromagnétique ont été étudiées et évaluées en fonction de leur pertinence. La méthode des éléments finis 3D est une méthode précise au détriment des temps de maillage et calcul. En revanche. la méthode PEEC utilisée avec l'interface FastHenry (http://www.fastfieldsolvers.com/) présente des temps de maillage et de calcul bien moindres mais des résultats moins précis. Des règles de conception pour minimiser l'inductance ont été proposées comme la minimisation de taille de la boucle de commutation, la position des composants ou les types de connexions.

Dans une deuxième chapitre, la détermination des champs de température des busbars laminées a été étudiée au moyen de simulations multiphysiques. D'abord, la distribution de courant et les pertes joules ont été calculées. Dans un deuxième temps, le bilan énergétique du système a permis de calculer la température en état stationnaire. La thermo-dépendance des propriétés physiques des matériaux a été étudiée, notamment la conductivité électrique. Les matériaux qui ont fait l'objet de l'étude sont le cuivre et différents alliages d'aluminium couramment utilisés. Afin de modéliser l'échange convectif sans réaliser une simulation de dynamique des fluides très coûteuse en calcul, des corrélations pour la convection naturelle provenant de la littérature ont été utilisées. Ces corrélations ont été validées en comparant les résultats fournis par une simulation basée sur les éléments finis 3D et des champs de température obtenues par thermographie infrarouge sur un montage expérimental. La nécessité d'avoir les résultats des simulations le plus rapidement possible a encouragé le développement d'un outil basé sur les éléments finis 2D. Cet outil permet de superposer les différentes plaques conductrices d'un busbar modélisé en 2D et faire un bouclage entre les propriétés des matériaux et la température. Le gain de temps opératoire de cette méthode 2D est très conséquent (facteur 10 au minimum) avec une très bonne convergence avec les simulations 3D et les mesures expérimentales.

L'optimisation topologique de busbars laminés a été étudiée en troisième chapitre. Dans un premier temps, les objectifs de l'optimisation ont été définis ; à savoir la réduction du volume du conducteur – donc de son coût - sans trop dégrader les valeurs d'inductance et une élévation de température contenue. Différents algorithmes issus de la littérature ont été utilisés lors des optimisations mono et multi-objectif. Les résultats obtenus lors de l'optimisation concernant l'inductance ont montré que la variante de l'algorithme VNS

présente des bonnes performances en comparaison avec d'autres algorithmes stochastiques comme les algorithmes génétiques. Par ailleurs, pour l'optimisation concernant la température, un algorithme itératif couplé avec la discrétisation de la masse volumique a permis de minimiser le volume en imposant une température maximale.

En quatrième chapitre, ont été étudiées les applications industrielles sur lesquelles les travaux précédents peuvent avoir un impact positif. Deux interfaces graphiques ont été créées pour faciliter l'utilisation des outils de simulation. Une première pour le calcul d'inductance basée sur la méthode PEEC et une autre pour le calcul des champs de températures basées sur la méthode de superposition 2D. Pour cette dernière, il est possible de travailler avec 3 couches conductrices. L'impact positif de ces outils dans le processus de développement technico-commercial a été évalué.

#### Perspectives

En ce qui concerne les perspectives méthodologiques, les travaux présentés pourraient être enrichis de différentes manières.

Concernant le calcul d'inductance des busbars laminés :

- En utilisant la méthode des éléments finis, des scripts de traitement géométrique pourraient être appliqués afin d'accélérer quelques procédures comme la création d'une boite d'air, la définition des entrées et sorties de courant et la création des court-circuits.
- Quant à la méthode PEEC, il serait intéressant de faire un suivi du logiciel FastHenry en attendant des améliorations concernant le maillage. A ce jour, on doit se contenter de mailler toutes les plaques uniformément puisque les maillages non uniformes sont applicables uniquement sur les plaques sans trous. Autrement, il serait envisageable d'avoir accès au code de calcul lancé par ce logiciel afin de modifier les matrices définissant les éléments du maillage. Modifier la conductivité électrique des éléments permettrait des optimisations plus rapides.

Concernant le calcul du champ de température des busbars laminés. Les interfaces graphiques (GUI) pour le calcul de champ de température sont facilement modifiables et peuvent être sujet de plusieurs améliorations. Par la suite nous citons plusieurs points d'amélioration :

- Ajouter une sélection de matériaux plus précise avec le choix entre : le cuivre et les aluminiums 1050A, 5754 et 6061. La conductivité électrique de ceux-ci doit être thermo-dépendante.
- Application des corrélations pour la convection naturelle au lieu d'un coefficient de convection constant. Ceci permettra d'obtenir des simulations plus réalistes.
- Ajouter l'option de sauvegarder et de charger les projets réalisés. Ceci permettra de modifier les anciens projets ou tout simplement de continuer des études ultérieurement.
- Création d'un rapport de simulation automatique. Toujours dans l'esprit d'être le plus réactif possible, une fonction permettant de créer un rapport de simulation prêt à être envoyé au client est un avantage.

La minimisation de l'inductance ne doit pas s'arrêter à celle du busbar laminé et doit donc impliquer tous les acteurs qui font partie de la boucle de commutation : module de puissance, condensateur, . . . Il faut donc une conception commune bien en amont ; par exemple les connexions de liaison avec les composants externes sont source d'inductance non négligeable.

La hausse des densités de courant se traduit en une hausse de la température. Les simulations thermiques ayant montré une répartition plutôt hétérogène des températures avec présence de points chauds ; des dispositifs passifs de refroidissement localisés seraient à étudier.

## **Bibliographie**

[Ammar13] Ammar A., 'Modélisation et optimisation d'un générateur synchrone à double excitation de forte puissance', Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance, Lille, 2013. Anbo W., Degui C., Jianhua W., Bin C., and Yingsan G., 'Evaluation of [Anbo02] thermal performance for air-insulated busbar trunking system by coupled magneto-fluid-thermal fields', in International Conference on Power System Technology, 2002. Proceedings. PowerCon 2002, vol. 4, pp. 2159–2163 vol.4, 2002. Bäßler M., Ciliox A., Kanschat P., 'On the loss-softness trade-off: Are [Bäßler09] different chip versions needed for softness-improvement?', Power Conversion and Intelligent Motion (PCIM) 2009, Nuremberg, Germany, 2009. Bayerer R. and Domes D., 'Power circuit design for clean switching', in [Bayerer10] 2010 6th International Conference on Integrated Power Electronics Systems (CIPS), pp. 1-6, 2010. [Bendsøe88] Bendsøe MP, Kikuchi N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 1988; 71(2):197-224. doi:10.1016/0045-25(88)90086-2. [Bendsøe89] Bendsøe MP. Optimal shape design as a material distribution problem. Structural Optimization 1989; 1(4):193-202. doi:10.1007/BF01650949. [Besacier01] Besacier M. 'Adaptation de la méthode PEEC à la représentation électrique des structures d'électronique de puissance', thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001. [Beukes97] Beukes H. J., Enslin J. H. R., and Spee R., 'Busbar design considerations for high power IGBT converters', in , 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1997. PESC '97 Record, 1997, vol. 2, pp. 847-853 vol.2, 1997. [Black94] W. Z. Black, 'Steady-state and transient ampacity of bus bar', IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, no. 4, pp. 1822–1829, Oct. 1994. [Bornschlegell12] Bornschlegell A. S., Optimisation aérothermique d'un alternateur à pôles saillants pour la production d'énergie électrique décentralisée, Thèse de doctorat, Valenciennes 2012 [Borrvall03] Borrvall T, Petersson J. Topology optimization of fluids in Stokes flow. International Journal for Numerical Methods in Fluids 2003; 41(1):77–107. doi:10.1002/fld.426. [Braunovic02] Braunovic M., 'Effect of connection design on the contact resistance of high power overlapping bolted joints', IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies, vol. 25, no. 4, pp. 642–650, Dec. 2002. Braunovic M., 'Reliability of power connections', Journal of Zhejiang [Braunovic07] University - Science A: Applied Physics & Engineering, vol. 8, no. 3, pp. 343-356, Feb. 2007 [Bryant11] A. T. Bryant, K. K. Vadlapati, J. P. Starkey, A. P. Goldney, S. Y. Kandilidis, and D. A. Hinchley, 'Current distribution in high power laminated busbars',

	in Proceedings of the 2011-14th European Conference on Power Electronics
[Bueno95]	Bueno M. A., and Assis A. K. T., 'A new method for inductance
[Burtovoy12]	Burtovoy S. and Galkin I., 'Geometry optimization of half-bridge converter with symmetrical busbar structure', in <i>Electronics Conference (BEC)</i> , 2012 13th Riennial Baltic, pp. 251–254, 2012
[Buschendorf13]	Buschendorf M., Kobe M., Alvarez R., and Bernet S., 'Comprehensive design of DC busbars for medium voltage applications', in 2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE) pp. 1880–1885, 2013
[Caponet02]	Caponet M. C., Profumo F., De Doncker R. W., and Tenconi A., 'Low stray inductance bus bar design and construction for good EMC performance in power electronic circuits', <i>IEEE Transactions on Power Electronics</i> , vol. 17, no. 2, pp. 225, 231 Mar. 2002
[Carlson76]	Carlson C.L., and Van Nostrand R., "Ampacities of Copper and Aluminum Bus Bars," <i>IEEE</i> paper no. F76-080-2, presented at the PES Winter meeting, NY 1976
[Chen12]	Chen C., Pei X., Shi Y., Lin X., Liu X., and Kang Y., 'Modeling and optimization of high power inverter three-layer laminated busbar', in 2012 <i>IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)</i> , pp. 1380–1385, 2012
[Chen14]	Chen C., Pei X., Chen Y., and Kang Y., 'Investigation, Evaluation, and Optimization of Stray Inductance in Laminated Busbar', <i>IEEE Transactions</i> on <i>Power Electronics</i> , vol. 29, no. 7, pp. 3679–3693, Jul 2014
[Clavel96]	Clavel E., 'Vers un Outil de Conception de Câblage : Le Logiciel InCa', thèse de doctorat Institut National Polytechnique de Grenoble 1996
[Clavel97]	Clavel E., Roudet J., and Marechal Y., 'Design of a commutation cell of a high power IGBT inverter-the contribution of the simulation', in , <i>Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS '97</i> , vol. 2, pp. 1014–1021, 1997
[Cosaert15]	Cosaert A., Beulque M., Wölz M., Schilling O., Sandmann H., Spanke R., Appelhoff K., 'Thermal Properties of Power Terminals in High Power IGBT Modules' <i>PCIM Europe</i> 2015
[Dajaku05]	Dajaku G., Gerling D., 'Novel lumped-parameter thermal model for electrical systems' <i>EPE</i> 2005 ISBN: 9075815085
[Daroui12]	Daroui D., 'Efficient PEEC_based Solver for Complex Electromagnetic Problems in Power Electronics', thèse de doctorat, Luleå University of Technology, 2012.
[Dellinger11]	Dellinger J. H., 'The Temperature Coefficient of Resistance of Copper', <i>Bulletin of the Bureau of Standards</i> , vol. 7, no. 1, pp. 71-101, 1911.
[Desai84]	Desai P. D., James H. M., and Ho C.Y., 'Electrical Resistivity of Aluminum and Manganese' <i>J. Phys. Chem. Ref. Data</i> vol 13 no 4 1984
[Duhring08]	Duhring MB, Jensen JS, Sigmund O. Acoustic design by topology optimization. <i>Journal of Sound and Vibration</i> 2008; 317(3-5):557–575. doi:10.1016/j.jsy.2008.03.042
[Dwight40]	Dwight H.B., G.W. Andrew, and Tileston H.W., 'Temperature Rise of Bus Bars " <i>General Electric Review</i> Vol 43 pp 213-6 March 1940
[Ekman03]	Ekman J., 'Electromagnetic Modeling Using the Partial Element Equivalent Circuit Method', thèse de doctorat, Luleå University of Technology, 2003.

[Enohnyaket10]	Enohnyaket M., 'Electromagnetic Characterization of Power Electronic Systems', thèse de doctorat, Luleå University of Technology, 2010.
[Ercan14]	Ercan M.D, Jaewook L., Tsuyoshi N., <i>Multiphysics Simulation</i> , Springer-Verlag 2014, ISBN: 978-1-4471-5640-6
[Eyglunent97]	Eyglunent B., 'Manuel de thermique ; théorie et practique', <i>Hermes Science Publications</i> , 1997. ISBN: 2866016157
[Geb13]	Geb D., DeMoulin G., Catton I., Population-base Optimization for heat sink design in electronics cooling applications, 29 <sup>th</sup> IEEE Semi-therm Symposium 2013
[Giancoli95]	Giancoli D. C., <i>Physics: Principles with Applications</i> . Prentice-Hall, 1995. ISBN: 9780131834682
[Gonnet05]	Gonnet J-P., 'Optimisation des Canalisations électriques et des armoires de distribution', thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2005.
[Grover46]	Grover, F. W., 'Inductance Calculations', Dover Publications, New York, NY, 1946.
[Guichon01]	Guichon J-M., 'Modélisation, caractérisation, dimensionnement de jeux de barres', thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001
[Guichon06]	Guichon JM., Aime J., Schanen J. L., Martin C., Roudet J., Clavel E., Arpilliere M., Pasterczyk R., and Le Floch Y., 'Busbar Design: How to Spare Nanohenries?', in <i>Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference. 41st IAS Annual Meeting</i> , vol. 4, pp. 1865–1869, 2006.
[Hajji03]	Hajji O., 'Contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques. Application à la conception des dispositifs électrotechniques', Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance, Lille, 2003.
[Hoer65]	Hoer C. and Love C., 'Exact Inductance Equations for Rectangular Conductors with Application to More Complicated Geometries' <i>J. Res. N. B.</i> <i>S.</i> , No 2, pp. 127-137, 1965.
[Holm67]	Holm R., <i>Electric Contacts: Theory and Applications</i> , Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1967. ISBN: 9783642057083
[Hus98]	Hus J., 'Estimating busbar temperatures', in <i>Petroleum and Chemical Industry Conference</i> , 1989, Record of Conference Papers Industrial Applications Society, 36th Annual, pp. 119–127, 1989.
[Hwang98]	Hwang CC., Chang J. J., and Jiang Y. H., 'Analysis of electromagnetic and thermal fields for a bus duct system', <i>Electric Power Systems Research</i> , vol. 45, no. 1, pp. 39–45, Apr. 1998.
[Jandaud13]	Jandaud PO., 'Etude et optimisation aérothermique d'un alterna-démarreur', thèse de doctorat, Université Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2013.
[Jandaud16]	Jandaud PO., Lambourg L., Harmand S., Aero-thermal optimization of a heat sink using variable neighbourhood search, <i>Journal of applied fluid mechanics</i> , Vol 9, Special Issue 1, pp. 31-37, 2016.
[Jannot12] [Jeannin99]	Jannot Y., 'Transferts thermiques', <i>Ecole des Mines Nancy</i> , 2012. Jeannin PO., Schanen J. L., and Clavel E., 'Original cabling conditions to insure balanced current during switching transitions between paralleled semiconductors', in <i>Conference Record of the 1999 IEEE Industry</i> <i>Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting</i> , vol. 3, pp. 1757–1764 vol.3, 1999.
[Jensen11]	Jensen JS, Sigmund O. Topology optimization for nano-photonics. <i>Laser and Photonics Reviews</i> 2011; 5(2): 308–321. doi:10.1002/lpor.201000014.
[Jog96]	Jog C. S., Haber R. B., "Stability of finite element models for distributed

	parameter optimization and topology design," <i>Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering</i> , vol. 130, pp. 203-226, 1996.
[Kamon94]	Kamon M., Tsuk M. J. and White J.K., 'FASTHENRY: A Multipole- Accelerated 3-D Inductance Extraction Program', <i>IEEE Trans. Microwave</i> <i>Theory Tech.</i> vol. 42, No. 9 pp. 1750, 1758, Sept. 1994
[Khan14]	Khan M., Magne P., Bilgin B., Wirasingha S., and Emadi A., 'Laminated bushar design criteria in power converters for electrified powertrain
	applications', in 2014 IEEE Transportation Electrification Conference and Error (ITEC) pp. 1–6–2014
[Kiefer53]	Kiefer J., "Sequentil minimax search for a maximum", <i>Proceedings of the</i>
[Kim02]	Kim S. W., Kim H. H., Hahn S. C., Lee B. Y., Park K. Y., Shin Y. J., Song W. P., Kim J. B., and Shin I. H., 'Coupled finite-element-analytic technique for prediction of temperature rise in power apparatus' <i>IEEE Transactions on</i>
[Kim09]	<i>Magnetics</i> , vol. 38, no. 2, pp. 921–924, Mar. 2002. Kim H. and Chen C. C. P., 'Be careful of self and mutual inductance
	formulae', 2009.
[Laeuffer16]	Laeuffer J., 'Towards a One Nano-Henry Power Module for SiC and GaN',
	Power Conversion and Intelligent Motion (PCIM) 2016, Nuremberg, Germany, 2016.
[Laughton03]	Laughton M. A., Warne D. F., <i>Electrical Engineer's Reference Book</i> . Elsevier Science 2003 ISBN: 0750646373
[LeBesnerais08]	LeBesnerais J., 'Réduction du bruit audible d'origine magnétique dans les machines asynchrones alimentées par MLI – règles de conception silencieuse et optimisation multi-objectif', Laboratoire d'Electrotechnique et
[Lide94]	d Electronique de Puissance, Lille, 2008. Lide D. R., <i>CRC Handbook of Chemistry and Physics</i> . Boca Ranton, Fl: CRC Press 1994
[Lim10]	Lim C. H., Airoldi G., Bumby J. R., Dominy R. G., Ingram G. I., Mahkamov K., Brown N. L., Mebarki A., and Shanel M., 'Experimental and CFD investigation of a lumped parameter thermal model of a single-sided, slotted axial flux generator', <i>International Journal of Thermal Sciences</i> , vol. 49, no. 9, pp. 1732–1741, Sep. 2010.
[Luke14]	Luke S., 2014. <i>Essential of Metaheuristics</i> . Department of Computer Science George Mason University.
[Mahdavi06]	Mahdavi A., Balaji R., Frecker M., Mockensturm E.M., Topology optimization of 2D continua for minimum compliance using parallel computing 1 June 2006 © Springer-Verlag 2006
[Marck14]	Marck G., Privat Y., On some shape and topology optimization problems in conductive and convective heat transfers <i>OPTI 2014</i>
[Martin05]	Martin C., 'Vers une Méthodologie de Conception des interconnexions pour les dispositifs de l'Electronique de Puissance', thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2005.
[Matula79]	Matula R. A., 'Electrical Resistivity of Copper, Gold, Palladium and Silver', <i>L Phys. Chem. Ref. Data</i> , vol. 8, no. 4, 1979
[Mellor91]	Mellor P. H., Roberts D., and Turner D. R., 'Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design', <i>IEE Proceedings B - Electric Power Applications</i> , vol. 138, no. 5, pp. 205–218, Sep. 1991.
[Mladenović97]	Mladenović N., Hansen P., 'Variable neighborhood search', Computers &

[Muhammood12]	<i>Operations Research</i> , vol. 24, no. 11, pp. 1097–1100, Nov. 1997 M. Muhammood, M. Kamarol, D. Ishak, and S. Masri, 'Temperature rise prediction in 3-phase busbar system at 20 #x00B0; C ambient temperature', in <i>2012 IEEE International Conference on Power and Energy (PECon)</i> , pp.
[Muhlfeld09]	736–740, 2012. Muhlfeld O. and Fuchs F. W., 'Optimization of the stray inductance in three-phase MOSFET power modules aided by means of PEEC simulation', in <i>13th European Conference on Power Electronics and Applications, 2009.</i>
[Neelakanta95]	Neelakanta P.S., Handbook of Electromagnetic Materials: Monolithic and Composite Versions and Their Applications, CRC Press 1995. ISBN: 9780849325007.
[Nomura12]	Nomura Y., Shimizu K., Sawada S., Hattori Y., and Shimada S., 'Development of a Prediction Method for Temperature Rise in Connector Terminals under Steady Current Flow', <i>EVS26</i> , Los Angeles, California, 2012
[Pasterczyck05]	Pasterczyk R. J., Martin C., Guichon JM., and Schanen JL., 'Planar busbar optimization regarding current sharing and stray inductance minimization', in 2005 European Conference on Power Electronics and Applications p. 9, 2005
[Paul10]	Paul C. R., 'Inductance: Loop and Partial', J. Wiley & Sons, New Jersey, 2010 ISBN: 9780470561232
[Piatek12]	Piatek Z. and Baron B., 'Exact Closed Form Formula For Self Inductance Of Conductor Of Rectangular Cross Section', <i>Progess in Electromagnetics</i> <i>Banagular M</i> , Vol. 26, pp. 225, 226, 2012
[Piatek13]	Piatek Z. and Baron B., 'Exact Closed Form Formula For Mutual Inductance Of Conductors Of Rectangular Cross Section', <i>Prseglad Elektrotechniczny</i> , P. 80 NB 20, 2012
[Piette99]	Piette N., 'Modélisation de  et Optimisation de la connectique des Structures d'Electronique de Puissance', thèse de doctorat, Institut National
[Pleșca12]	Polytechnique de Grenoble, 1999. Pleşca A., 'Busbar heating during transient conditions', <i>Electric Power</i> Systems Research vol 89 pp 31–37 Aug 2012
[Popa12]	Popa I. and Dolan A. I., 'Numerical modeling of DC busbar contacts', in 2012 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM) pp. 188–193 2012
[Popa14]	Popa I. C., Dolan A. I., Ghindeanu D., and Boltaşu C., 'Thermal modeling and experimental validation of an encapsulated busbars system', in 2014 18th International Symposium on Electrical Apparatus and Technologies (SIFL4) pp. 1–4, 2014
[Popova13]	Popova L., Juntunen R., Musikka T., Lohtander M., Silventoinen P., Pyrhonen O., and Pyrhonen J., 'Stray inductance estimation with detailed model of the IGBT module', in 2013 15th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE) pp. 1–8, 2013
[Prager76]	Prager. M., Pemberton D.L., Craig A.G., and Bleshman N.A., 'Thermal Considerations of Outdoor Bus Conductor Design', <i>IEEE Transactions</i> . PAS-90 no 4 np 1361-68 1976
[Puigdellivol16]	Puigdellivol O., Meresse D., Menach Y. L., Harmand S., and Wecxsteen J. F., 'Thermal topology optimization of a three layer laminated busbar for power converters', <i>IEEE Transactions on Power Electronics</i> , vol. PP, no. 99,

	pp. 1–1, 2016.
[Rosa08]	Rosa E. B., 'The Self and Mutual Inductances of Linear Conductors', Bul
	<i>NBS</i> ., No. 4, pp. 301-344, 1908.
[Rozvany92]	Rozvany GIN, Zhou M, Birker T., Generalized shape optimization without
	homogenization. Structural Optimization 1992; 4(3-4):250-252.
	doi:10.1007/BF01742754.
[Ruehli72]	Ruehli A. E., 'Inductance Calculations in a Complex Integrated Circuit
	Environment', IBM J. Res. Develop., pp. 470-481, Sept. 1972.
[Ruehli74]	Ruehli A E 'Equivalent Circuit Models for Three-Dimensional
	multiconductor Systems' IEEE Transactions on Microwave Theory and
	Techniques vol 22 No 3 nn 216-221 1974
[Sawada10]	Sawada S. Shimizu K. Shimada S. and Hattori V. 'Prediction of Electrical
	Contact Desistance of Tin Distod and Silver Distod Terminals' SEL
	Technical Davian no. 71, 2010
[Sahanan04]	Technical Review, IIO. /1, 2010.
[Schanen94]	Schahen J-L., Integration de la Compationne Electrowiagnetique dans la
	conception de convertisseurs en Electronique de Puissance, these de
FG 1 0/1	doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1994.
[Schanen96]	Schanen J-L., Clavel E., Roudet J., Modeling of low inductive busbar
	connections', Industry Applications Magazine, IEEE vol. 2, Issue 5, pp. 39-
F.G. 10.07	43, Sept-Oct 1996.
[Sigmund98]	Sigmund O., and Petersson J., "Numerical instabilities in topology
	optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-
	dependencies and local minima," Structural and Multidisciplinary
	<i>Optimization</i> , vol. 16, pp. 68-75, 1998.
[Sigmund00]	Sigmund O., Design of multiphysics actuators using topology optimization –
	Part I: One-material structures, <i>Elseiver Science B.V.</i> 2000
[Skibinski93]	Skibinski G. L. and Divan D. M., 'Design methodology and modeling of low
	inductance planar bus structures', in , Fifth European Conference on Power
	Electronics and Applications, pp. 98–105 vol.3, 1993.
[Slade14]	Slade P. G., <i>Electrical contacts: Principles and Applications</i> , 2 <sup>nd</sup> ed. Boca
	Raton, FL, USA: CRC Press 2014.
[Smirnova14]	L. Smirnova, J. Pyrhönen, F. Iannuzzo, R. Wu, and F. Blaabjerg, 'Round
	busbar concept for 30 nH, 1.7 kV, 10 kA IGBT non-destructive short-circuit
	tester', in 2014 16th European Conference on Power Electronics and
	Applications (EPE'14-ECCE Europe), 2014, pp. 1–9.
[Smirnova16]	Smirnova L., Juntunen R., Murashko K., Musikka T., and Pyrhonen J.,
	'Thermal Analysis of the Laminated Busbar System of a Multilevel
	Converter', IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 31, no. 2, pp.
	1479–1488, Feb. 2016.
[Teulings97]	Teulings W., 'Prise en Compte du Câblage dans la Conception et la
[8]	Simulations des Convertisseurs de Puissance : Performances CEM', thèse de
	doctorat Institut National Polytechnique de Grenoble 1997
[Tran08]	Tran T S 'Couplage de la méthode des éléments finis avec la méthode
	PEEC: application à la modélisation de dispositifs électromagnétiques
	comprenant de systèmes de conducteurs complexes' thèse de doctorat
	Université Josenh Fourier 2008
[Vogel12]	Vogel K and Domes D 'IGRT inverter with increased nower density by use
['050112]	of a high-temperature-canable and low-inductance design? Power
	Conversion and Intelligent Motion (PCIM) 2012 Nuremberg Cormany
	2012, Nuterior and Interrigent Motion (1 CIM) 2012, Nuteriority, Oefficially,
	2012.

[Volke12]	Volke A., Hornkamp M. 'Reference book IGBT Modules – Technologies, driver and application', Infineon Techonologies AG, Munich, 2012, ISBN: 978-3-00-040134-3
[Wang09]	Wang Z. and Chen G., 'Study on planar busbar regarding stray inductance minimization and oscillation suppression for high power converter', in 2009 <i>International Conference on Sustainable Power Generation and Supply</i> , pp. 1–7, 2009.
[Wen12]	Wen H. and Xiao W., 'Design and optimization of laminated busbar to reduce transient voltage spike', in 2012 IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), pp. 1478–1483, 2012.
[Wrobel10]	Wrobel R. and Mellor P. H., 'A General Cuboidal Element for Three- Dimensional Thermal Modelling', <i>IEEE Transactions on Magnetics</i> , vol. 46, no. 8, pp. 3197–3200, Aug. 2010.
[Zahn97]	Zahn B. A. and Stout R. P., 'Evaluation of isothermal and isoflux natural convection coefficient correlations for utilization in electronic package level thermal analysis', in , <i>Thirteenth Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium, 1997. SEMI-THERM XIII</i> , pp. 24–31, 1997.
[Zare02]	Zare F. and Ledwich G. F., 'Reduced layer planar busbar for voltage source inverters', <i>IEEE Transactions on Power Electronics</i> , vol. 17, no. 4, pp. 508–516. Jul 2002
[Zhang10]	Zhang X., Zhang H., Yu R., and Tan G., 'Planar bus bar optimum design in high-power converters based on FEM analysis', in 2010 2nd IEEE International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG), pp. 167–170, 2010.
[Zhou91]	Zhou M, Rozvany GIN. The COC algorithm, part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization. <i>Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering</i> 1991; 89(1-3):309–336. doi:10.1016/0045-7825(91)90046-9.
[Zhu11]	Zhu Y-F. and GE Q-X, 'Study on busbar-structure for prototype of the high- speed railway traction converter', in 2011 International Conference on Electrical and Control Engineering (ICECE), pp. 3177–3180, 2011.
[Zhu12]	Zhu Y., Ge Q., and Zhao L., 'Research of temperature rise on IGBT module and DC busbar for a single-phase PWM rectifier', in 2012 15th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS) pp 1–4 2012.
[Zou13]	Zou G., Zhao Z., and Yuan L., 'Study on DC busbar structure considering stray inductance for the back-to-back IGBT-based converter', in 2013 <i>Twenty-Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and</i> <i>Exposition (APEC)</i> , pp. 1213–1218, 2013.