

Numéro d'ordre : 42541

# THÈSE

présentée à  
L'UNIVERSITÉ LILLE 1 - SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR

pour obtenir le grade de  
Docteur

spécialité  
MICRO ET NANO TECHNOLOGIES, ACOUSTIQUE ET TÉLÉCOMMUNICATIONS

par  
Clément VASSEUR

**Cristaux phononiques accordables, applications aux composants  
pour les télécommunications.**

Thèse préparée à  
L' INSTITUT D'ÉLECTRONIQUE DE MICROÉLECTRONIQUE ET DE NANOTECHNOLOGIES

Soutenue le 20 décembre 2017 devant la commission d'examen :

Président :	É. LHEURETTE	Professeur, IEMN, Université de Lille 1
Rapporteurs :	F. GAUTIER	Professeur, Université du Maine, Le Mans
	C. RICHARD	Professeur, INSA, Lyon
Examineurs :	S. BENCHABANE	Chargée de recherche CNRS, FEMTO-ST, Besançon
	F. LEVASSORT	Professeur, GREMAN, Université de Tours
	A. REINHARDT	Ingénieur de recherche, CEA Leti, Grenoble
Directrice :	A.-C. HLADKY	Directrice de Recherche CNRS, IEMN, Lille
Co-directeur :	B. DUBUS	Directeur de Recherche CNRS, IEMN, Lille
Co-encadrante :	M. PHAM-THI	Ingénieure R&D, Thales R&T-France, Palaiseau



"On peut braver les lois humaines, mais non résister aux lois naturelles."  
Jules Verne, *Vingt mille lieues sous les mers*.

*Cette thèse a été soutenue par l'entreprise Thales Research&Technologie-France et la Région Hauts-de-France. Elle a été réalisée dans les locaux de l'école ISEN Groupe Yncrea.*



# Remerciements

Je tiens premièrement à remercier le président du jury qui a examiné ces travaux, Éric Lheurette, Professeur à l'Université de Lille 1.

Merci aux rapporteurs de cette thèse, François Gautier, Professeur à l'Université du Maine, et Claude Richard, Professeur à l'INSA de Lyon pour leur analyse de mon travail.

Merci aux autres membres du jury Sarah Benchabane Chargée de Recherche CNRS à FEMTO-ST (Besançon), Franck Levassort Professeur à l'Université de Tours, et Alexandre Reinhardt Ingénieur de Recherche au CEA Leti (Grenoble), pour leur bienveillance, leurs remarques pertinentes et leur intérêt pour cette thèse.

Je remercie ensuite particulièrement ma directrice de thèse Anne-Christine Hladky, Directrice de Recherche CNRS, à l'IEMN (Lille), pour m'avoir fait confiance, pour m'avoir accompagné durant ces trois ans et pour l'incroyable énergie qu'elle a déployée pour cette thèse. Merci d'avoir cru en moi dans les moments difficiles.

Je remercie chaleureusement mon co-directeur de thèse Bertrand Dubus, Directeur de Recherche CNRS, à l'IEMN (Lille) pour avoir partagé son savoir et sa passion avec bienveillance. Merci pour ta patience et ton regard acéré sur mon travail.

Je remercie aussi très sincèrement Mai Pham-Thi, Ingénieure R&D à Thales R&T-France (Palaiseau) pour avoir co-encadré ma thèse, pour m'avoir prodigué ses précieux conseils et pour m'avoir permis d'accéder aux ressources de Thales R&T.

Cette thèse est le fruit de plusieurs collaborations et c'est pourquoi je remercie vivement Sylvain Ballandras, Thierry Laroche et Marianne Sagnard de freq|n|sys pour le partage de leur expérience; Claude Prevot et Paolo Martins de Thales R&T pour leurs conseils, leur savoir faire et surtout le temps passé à la fabrication des échantillons.

Cette thèse s'est déroulée dans les locaux de l'école ISEN-Lille (Yncrea) et c'est naturellement que je remercie l'ensemble du personnel, professeurs, chercheurs et autres doctorants avec qui j'ai échangé autour d'un café ou d'un repas. Merci en particulier au département SAMBA dirigé par Anne-Christine Hladky pour l'accueil et leur collaboration. Merci beaucoup à Charles Croëgne, Pascal Mosbah, Jérôme Vasseur, Julien Roland, Nicolas Côté, pour les travaux réalisés ensemble, pour leur aide précieuse dans les méandres de l'informatique ou de la physique et simplement

pour le temps passé avec moi ; et merci à nos formidables assistantes Claire Dehondt, Laetitia Perquin et Nicoleta Podaru pour leur aide.

Un grand merci aux post-doc, doctorants et ingénieurs rencontrés durant ces trois années, au laboratoire, sur Lille ou ailleurs qui m'ont donné envie, encouragé, aidé, motivé, supporté, instruit et amusé, payé des coups, intégré et présenté à des gens formidables. J'espère sincèrement que leur amitié précieuse survivra au temps et à l'éloignement. Si la thèse est aussi une aventure humaine, vous en êtes la récompense.

Merci aussi à Serge Mensah Maître de conférence à l'ECM (Marseille) et mes anciens collègues du LMA, pour m'avoir fait découvrir "la Recherche" et donné envie de faire cette thèse.

Enfin, merci à ceux qui sont avec moi depuis le début : ma famille et mes amis d'enfance, pour leur soutien et la force qu'ils me donnent tous les jours. Et, à celle qui sera avec moi jusqu'à la fin, Steph, merci du fond du cœur.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Nomenclature et abréviations</b>	<b>7</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>9</b>
<b>1 Contexte de l'étude</b>	<b>13</b>
1.1 Brève introduction sur la propagation des ondes élastiques . . . . .	15
1.2 À propos des matériaux piézoélectriques . . . . .	18
1.2.1 Définition des paramètres piézoélectriques . . . . .	19
1.2.2 Présentation des matériaux utilisés dans ce travail . . . . .	20
1.2.3 Coefficients de couplage électromécaniques . . . . .	22
1.2.4 Géométries associées aux coefficients de couplage et calcul par la méthode des éléments finis . . . . .	23
1.3 Notions de filtrage dans les télécommunications . . . . .	32
1.3.1 Généralités . . . . .	32
1.3.2 Dispositifs à ondes de volume . . . . .	35
1.3.3 Dispositifs à ondes de surface . . . . .	36
1.4 Cristaux phononiques et accordabilité . . . . .	40
1.4.1 Généralités . . . . .	40
1.4.2 Bande interdite de charge . . . . .	47
1.4.3 Ondes de Lamb accordables . . . . .	49
1.5 Conclusion . . . . .	50
<b>2 Dispositifs à ondes de Lamb</b>	<b>51</b>
2.1 Présentation des dispositifs . . . . .	53
2.1.1 Étude préliminaire sur le rôle des électrodes et de la polarisation . . . . .	53
2.1.2 Origine de la bande interdite . . . . .	56
2.2 Dispositif pour mode latéral 31 . . . . .	58
2.2.1 Modèle analytique . . . . .	58
2.2.2 Validation du modèle analytique du mode 31 par la méthode des éléments finis . . . . .	63
2.3 Dispositif pour mode latéral de plaque 31' . . . . .	65
2.3.1 Modèle analytique . . . . .	65
2.3.2 Validation du modèle analytique du mode 31' par la méthode des éléments finis . . . . .	67
2.4 Études paramétriques . . . . .	69

2.4.1	Effets de l'orientation du matériau . . . . .	69
2.4.2	Effets de la longueur des électrodes . . . . .	71
2.4.3	Effets d'un désalignement des électrodes . . . . .	74
2.5	Étude expérimentale du mode latéral de plaque 31' . . . . .	75
2.5.1	Caractéristiques de l'échantillon expérimental . . . . .	75
2.5.2	Impédance d'une cellule isolée du réseau . . . . .	78
2.5.3	Impédance des cellules au sein du réseau . . . . .	82
2.5.4	Déplacements à la surface de l'échantillon . . . . .	86
2.5.5	Étude harmonique du potentiel électrique en sortie du cristal phononique . . . . .	92
2.5.6	Étude temporelle du potentiel électrique en sortie du cristal phononique . . . . .	95
2.6	Étude d'un réseau bidimensionnel d'électrodes . . . . .	97
2.6.1	Dispositif à 4 ports électriques . . . . .	99
2.6.2	Étude du confinement de l'onde . . . . .	101
2.6.3	Étude de la réflexion de l'onde . . . . .	102
2.7	Conclusion . . . . .	104
<b>3</b>	<b>Dispositifs à ondes de surface</b> . . . . .	<b>105</b>
3.1	Description des calculs . . . . .	107
3.1.1	Géométrie . . . . .	107
3.1.2	Analyse modale . . . . .	108
3.1.3	Analyse harmonique . . . . .	108
3.2	Ondes de surface dans un substrat en PZ29 . . . . .	109
3.2.1	Courbes de dispersion . . . . .	109
3.2.2	Champs de déplacement . . . . .	110
3.2.3	Origine de la bande interdite . . . . .	111
3.2.4	Impédance électrique de la structure . . . . .	112
3.2.5	Études paramétriques pour le PZ29 . . . . .	113
3.3	Ondes de surface dans un substrat en LiNbO <sub>3</sub> . . . . .	116
3.3.1	Études paramétriques pour le LiNbO <sub>3</sub> . . . . .	116
3.4	Conclusion . . . . .	119
	<b>Conclusion générale</b> . . . . .	<b>121</b>
<b>A</b>	<b>Annexe : Matériaux piézoélectriques</b> . . . . .	<b>125</b>
A.1	Tenseurs et principaux coefficients de couplage des matériaux étudiés . . . . .	125
A.2	Calcul des coefficients de couplage . . . . .	129
A.3	Calcul analytique des coefficients de couplage pour un matériau du système cristallographique 3m . . . . .	130
A.3.1	Mode barreau 33 . . . . .	132
A.3.2	Mode latéral 31 . . . . .	134
A.3.3	Mode latéral de plaque 31' . . . . .	136
A.3.4	Mode de cisaillement 15 . . . . .	139
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>141</b>



# Nomenclature et abréviations

$\rho$	Masse volumique [ $kg/m^3$ ] (Density)
$u$	Déplacement [ $m$ ] (Displacement)
$t$	Temps [ $s$ ] (Time)
$x$	Coordonnées spatiales (spatial coordinates)
$V$	Tension électrique [ $V$ ] (Electrical voltage)
$v$	Vitesse de propagation [ $m/s$ ] (Speed)
$\phi$	Potentiel électrique [ $V$ ] (Electrical potential)
$c_{ijkl}$	Composantes du tenseur des constantes élastiques (ou rigidités élastiques) [ $N/m^2$ ] (Elastic stiffness tensor)
$s_{ijkl}$	Composantes du tenseur des compliances (ou souplesses élastiques) [ $m^2/N$ ] (Elastic (or mechanical) compliance tensor)
$i, j, k, l, m$	Indices variant de 1 à 3 ou de 1 à 6 (Subscript)
$T_{ij}$	Composantes du tenseur des contraintes [ $N/m^2$ ] (Stress tensor)
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker, vaut 1 si $i = j$ et 0 sinon (Kronecker delta)
$\varepsilon_{ij}$	Composantes du tenseur des permittivités diélectriques [ $F/m$ ] (Dielectric permittivity tensor)
$\beta_{ij}$	Composantes du tenseur des imperméabilités (ou inductivité) [ $m/F$ ] (Dielectric impermeability)
$D_i$	Induction électrique, ou champs de déplacement électrique [ $C/m^2$ ] (Electric displacement)
$E_i$	Champ électrique [ $V/m$ ] (Electric field)
$P_i$	Vecteur polarisation [ $C/m^2$ ] (Polarization vector)
$e_{ijk}$	Composantes du tenseur des constantes piézoélectriques [ $C/m^2$ ou $N/(Vm)$ ] (piezoelectric tensor)
$d_{ijk}$	Composantes du tenseur des constantes piézoélectriques [ $C/N$ ou $m/V$ ] (piezoelectric tensor)
$g_{ijk}$	Composantes du tenseur des constantes piézoélectriques [ $m^2/C$ ou $(Vm)/N$ ] (piezoelectric tensor)
$h_{ijk}$	Composantes du tenseur des constantes piézoélectriques [ $N/C$ ou $V/m$ ] (piezoelectric tensor)
$j$	Coefficient imaginaire (Imaginary unit)
$t$	Transposée d'un tenseur (Transpose of a tensor)
BI	Bande Interdite (Stop band)



# Introduction générale

Le début du XXI<sup>e</sup> siècle a été marqué par le développement massif des moyens de télécommunications à l'échelle planétaire. Que ce soit le réseau télévisé, internet ou la téléphonie mobile, ces technologies ont changé notre façon de vivre et de travailler. Elles représentent aussi un marché considérable, dans lequel la forte concurrence impose des avancées technologiques permanentes. Ces avancées doivent être conduites en parallèle sur les logiciels traitant l'information (partie software) et sur les technologies matérielles (partie hardware). En effet, les informations transmises par ondes électromagnétiques entre satellites, antennes et dispositifs portables, doivent physiquement être envoyées, reçues ou traitées.

Concernant la téléphonie mobile, les industriels et chercheurs doivent trouver des moyens pour transmettre l'information plus rapidement et pour augmenter le nombre possible d'utilisateurs au sein d'un même réseau de plus en plus chargé. La figure 1 donne un exemple des bandes fréquentielles radio allouées aux États-Unis et montre la finesse de certaines bandes et la multitude d'applications concernées. Les fréquences utilisées pour transmettre l'information augmentent donc, passant de 850 MHz pour la première génération à 2600 MHz pour la dernière génération. Les standards, différents suivant les pays, évoluent rapidement et imposent aux technologies d'être polyvalentes, agiles. Les composants à l'intérieur des téléphones mobiles se miniaturisent et les méthodes de transmission de l'information se diversifient. Les filtres, composants essentiels au traitement de l'information, deviennent plus sélectifs, multibandes, ou présentent une réjection plus importante.

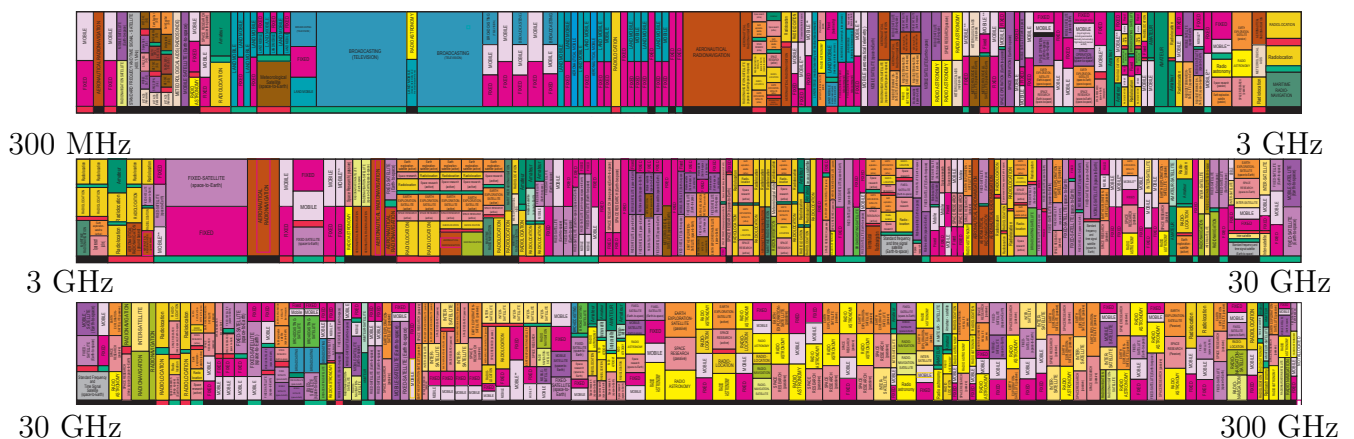


FIGURE 1 – Allocation des fréquences radio aux États-Unis, entre 300 MHz et 300 GHz [1].

C'est dans ce contexte que s'inscrivent les travaux présentés dans ce manuscrit. L'objectif de cette thèse, cofinancée par l'entreprise Thales Research & Technology et la région Hauts-de-France, est de concevoir un filtre accordable et utilisable comme composant pour télécommunications. C'est un enjeu significatif pour les technologies de traitement du signal. Le travail développé dans ce manuscrit a d'ailleurs contribué au projet CRONOS (02/2016 - 01/2018). Il s'agit d'un projet de recherches et d'innovation défense (ASTRID) portant sur les "cristaux phononiques pour filtres radio communications accordables" porté par le laboratoire IEMN et les entreprises Thales R&T et  $\text{frec|n|sys}$ .

L'accordabilité est la capacité d'un dispositif à être modifié, réglé, sur une gamme de valeurs plus ou moins grandes. L'objectif, dans le cas du filtre, est de modifier sa fréquence de fonctionnement suivant les besoins. On peut alors avec un seul filtre accordable remplacer plusieurs filtres classiques. On réduit ainsi le nombre de composants au sein d'un appareil électronique et l'on peut donc réduire sa taille, son coût, sa consommation d'énergie. Grâce à cette propriété, il est aussi possible de corriger un filtre défectueux ou de le modifier afin qu'il réponde aux nouvelles normes, à l'instar d'une mise à jour d'un logiciel.

Une partie des filtres actuellement utilisés sont réalisés avec des matériaux piézoélectriques qui transforment l'onde électrique reçue en onde élastique et réciproquement. Le chapitre 1 présente donc quelques notions sur les ondes mécaniques. Les principaux modes de propagation sont décrits et quelques relations simples sont expliquées.

Ensuite, les équations fondamentales de la piézoélectricité sont données. Elles permettent de modéliser les ondes se propageant dans les matériaux piézoélectriques, et de calculer un paramètre important : le coefficient de couplage électromécanique. Des calculs par éléments finis sont réalisés avec le logiciel ATILA avec quatre géométries. Chacune de ces géométries génère un mode différent, auquel un coefficient de couplage est associé.

Les différents types de filtres employés dans les télécommunications sont ensuite décrits. Ils sont communément séparés en deux groupes : les filtres à ondes de volume et ceux à ondes de surface. On verra que ces derniers sont utilisés à différents niveaux du traitement du signal, et à différentes fréquences. Une géométrie simple permettant de générer des ondes de surface est exposée. Des configurations plus complexes sont aussi données pour comprendre quelles améliorations peuvent être apportées.

On s'intéresse ensuite à un domaine émergent des sciences, celui des cristaux phononiques qui sont le pendant acoustique des cristaux photoniques. Une définition de ce concept la plus générale possible est d'abord donnée. Un historique retraçant les principales avancées apportées dans ce domaine permet ensuite au lecteur de se représenter quelles formes peuvent prendre les cristaux phononiques et de quelle manière ils peuvent être utilisés. En particulier, ces cristaux phononiques peuvent jouer le rôle de filtres et constituent une solution pertinente aux besoins de miniaturisation ou d'accordabilité évoqués précédemment. L'accordabilité des cristaux phononiques est d'ailleurs étudiée, soulevant le fait que peu de solutions permettant une grande accordabilité ont été développées. Le chapitre se conclut par l'exposé de deux exemples récents de cristaux phononiques accordables en lien avec le travail développé ici.

Le chapitre 2 présente l'étude de la propagation d'ondes élastiques dans des cristaux phononiques piézoélectriques ayant des géométries idéalisées (plaques, barreaux). Ces géométries ne sont naturellement pas adaptées à la réalisation des composants décrits précédemment, mais elles permettent d'analyser plus simplement les mécanismes physiques mis en jeu et les principaux paramètres d'optimisation. Différentes configurations sont d'abord comparées et permettent de comprendre le rôle des électrodes et de la polarisation du matériau dans la propagation des ondes. La configuration possédant des électrodes et une polarisation normale à la propagation de l'onde est sélectionnée.

Deux dispositifs sont imaginés et un modèle analytique est développé pour chacun d'eux. Les calculs par éléments finis viennent ensuite confirmer les résultats des calculs analytiques. La première géométrie est un long barreau recouvert par un réseau d'électrodes sur deux faces opposées. Les modes de propagation générés sont étudiés et les effets (sur ces modes) d'un changement de condition aux limites sur les électrodes sont décrits. Cependant, cette géométrie est fragile et difficile à fabriquer. Pour réaliser des expérimentations, une deuxième géométrie est conçue. Il s'agit d'une plaque de grande longueur recouverte par un réseau d'électrodes sur deux faces opposées. Les modes de propagation et les effets des conditions aux limites sur les électrodes sont étudiés à nouveau. En particulier, les effets de l'orientation du matériau, de la longueur des électrodes ou de leur alignement sont étudiés afin de maximiser l'influence de la condition électrique sur la propagation de l'onde. Un dispositif expérimental est alors fabriqué en respectant au maximum les caractéristiques de la géométrie idéale. Les impédances d'une cellule du réseau et de l'ensemble sont mesurées. Ensuite, un réseau bidimensionnel est étudié à la fin du chapitre à partir de calculs numériques uniquement.

Dans une suite logique, le chapitre 3 étudie l'application aux ondes de surface d'un cristal phononique accordable, similaire à celui fabriqué précédemment. En effet, une grande partie des filtres utilisés dans les télécommunications sont des technologies à ondes de surface. Il est donc nécessaire de savoir si les conditions électriques peuvent avoir un effet sur la propagation d'une onde de surface.



# Chapitre 1

## Contexte de l'étude

Ce chapitre introductif a pour but de présenter les outils nécessaires à la compréhension du reste de ce mémoire. Quelques bases d'acoustique sont d'abord expliquées afin de mieux appréhender les phénomènes physiques mis en jeu par la suite. Une seconde section définit les caractéristiques et la mise en œuvre des matériaux piézoélectriques qui sont utilisés dans ce travail de thèse. Ensuite, un aperçu des différentes techniques de filtrage utilisées dans le domaine des télécommunications est donné afin de comprendre le contexte général de cette étude et de voir quelles en sont les applications. Enfin, une dernière section s'intéresse au cœur du sujet de cette thèse : les cristaux phononiques. Après l'explication des différents concepts utilisés, un état de l'art présentera des méthodes pour rendre ces structures accordables, ainsi que deux exemples de structures qui ont inspiré le travail réalisé dans ce manuscrit.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Brève introduction sur la propagation des ondes élastiques . . . . .</b>	<b>15</b>
<b>1.2</b>	<b>À propos des matériaux piézoélectriques . . . . .</b>	<b>18</b>
1.2.1	Définition des paramètres piézoélectriques . . . . .	19
1.2.2	Présentation des matériaux utilisés dans ce travail . . . . .	20
1.2.3	Coefficients de couplage électromécaniques . . . . .	22
1.2.4	Géométries associées aux coefficients de couplage et calcul par la méthode des éléments finis . . . . .	23
<b>1.3</b>	<b>Notions de filtrage dans les télécommunications . . . . .</b>	<b>32</b>
1.3.1	Généralités . . . . .	32
1.3.2	Dispositifs à ondes de volume . . . . .	35
1.3.3	Dispositifs à ondes de surface . . . . .	36
<b>1.4</b>	<b>Cristaux phononiques et accordabilité . . . . .</b>	<b>40</b>
1.4.1	Généralités . . . . .	40
1.4.2	Bande interdite de charge . . . . .	47
1.4.3	Ondes de Lamb accordables . . . . .	49
<b>1.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>50</b>

---





## 1.1 Brève introduction sur la propagation des ondes élastiques

Une onde élastique est créée par une "rupture locale des conditions d'équilibre" [2]. On peut considérer plus simplement qu'une onde est une perturbation qui se propage avec une longueur d'onde  $\lambda$ . Cette perturbation peut se propager suivant plusieurs directions (direction du vecteur d'onde), et avec plusieurs polarisations (orientations locales de la vibration). Quelques caractéristiques des ondes de volume et des ondes de surface sont données ci-dessous, pour les géométries qui sont étudiées dans ce manuscrit. La relation générale décrivant la propagation d'une onde dans un solide est obtenue en appliquant la loi de Hooke sur un solide quelconque illimité [2] :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad (1.1)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $u_i$  la composante du déplacement suivant  $i$ ,  $t$  le temps,  $x_i$  les coordonnées spatiales,  $c_{ijkl}$  les termes du tenseur des constantes élastiques, les indices  $i, j, k, l$  variant de 1 à 3. On remarquera que les deux termes de cette égalité sont équivalents à une contrainte.

Les **ondes de volume** se propageant dans un solide anisotrope et infini peuvent être polarisées selon trois directions orthogonales entre elles. L'onde dont la vibration est la plus proche de la direction de propagation est appelée "quasi longitudinale". Elle a un comportement proche de l'onde longitudinale représentée sur la figure 1.1a. Une succession de compression / dilatation parcourt la matière de façon colinéaire au vecteur d'onde, c'est-à-dire dans le sens de propagation de l'onde. Les deux autres polarisations sont dites quasi transversales. Dans ces cas, la perturbation locale est un cisaillement avec deux directions principales de polarisations possibles représentées aux figures 1.1b et 1.1c. Ces deux modes peuvent avoir des vitesses de propagation différentes qui dépendent du tenseur des constantes élastiques (voir équation (1.1)).

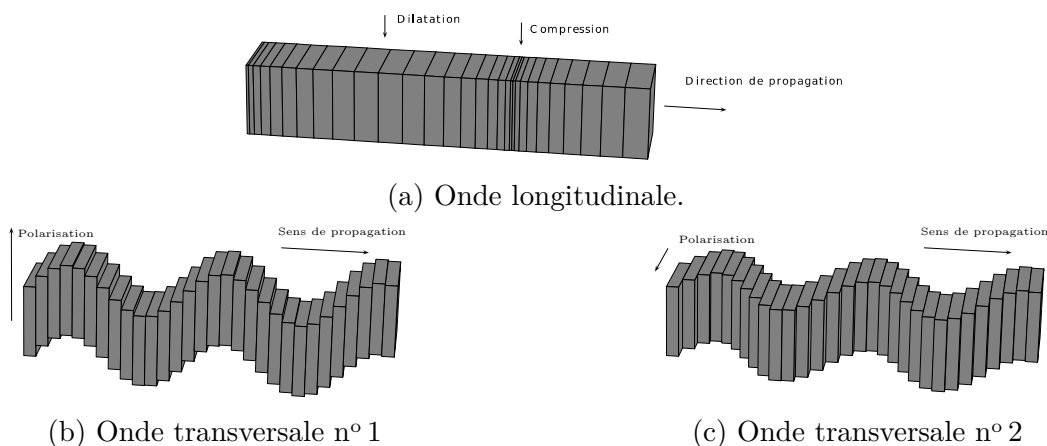


FIGURE 1.1 – Différents modes d'ondes de volume.

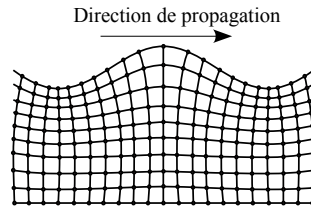


FIGURE 1.2 – Représentation d'une onde de Rayleigh dans un solide isotrope (d'après [3]).

Les **ondes de surface** ("Surface Acoustic Wave" en anglais) peuvent être de différents types. L'onde de Rayleigh se propage le long d'une surface plane libre de force dans un solide isotrope semi-infini et a une polarisation elliptique. Son déplacement est négligeable à une profondeur de  $2\lambda$ , et peut être représenté par la coupe de la figure 1.2. Les ondes de Bleustein-Gulyaev se propagent à la surface libre d'un milieu semi-infini piézoélectrique avec des symétries particulières [2]. La matière peut y être mise en vibration sur une épaisseur atteignant  $100\lambda$ . Sa vitesse de propagation est alors voisine de l'onde de volume transversale.

Lorsque deux faces parallèles d'un solide sont séparées d'une distance suffisamment faible pour permettre l'interaction des ondes de surface (cas d'une plaque par exemple), ce couplage conduit à la formation des **ondes de Lamb**. La déformation est présente sur l'intégralité de l'épaisseur, et est symétrique (figure 1.3a) ou antisymétrique (figure 1.3b) par rapport au plan milieu de la plaque.

Il est intéressant de noter que certaines ondes de surface peuvent rayonner partiellement dans le volume durant leur propagation. Elles sont appelées Pseudo-ondes de surface (PSAW ou "leaky wave" en anglais) et ont une vitesse de propagation plus élevée que les ondes de Rayleigh [4]. De plus, il est possible de limiter ces pertes de rayonnement (pour certaines orientations [5]), et de profiter ainsi de leur couplage électromécanique très élevé (voir section 1.2.3).

Bien qu'en pratique on cherche souvent à n'exciter qu'un seul mode, les modes effectivement engendrés sont rarement purs. Les ondes observées sont plutôt constituées d'un mélange de différents modes, avec des composantes dans plusieurs directions, et il est donc parfois difficile de les identifier.



FIGURE 1.3 – Onde de Lamb (d'après [4]).

Ces quelques notions sur les ondes élastiques portent sur des solides aux dimensions infinies dans la direction de propagation. Les frontières qu'impose un solide fini conduisent à exacerber des modes à des fréquences particulières. Les modes pour lesquels un multiple entier de la demi-longueur correspond à la dimension du solide (voir équation 1.2) proviennent des interférences constructives des ondes incidentes et réfléchies sur les interfaces du solide.

$$N\lambda = 2l \quad (1.2)$$

où  $N$  est un entier naturel,  $\lambda$  la longueur d'onde, et  $l$  la longueur caractéristique du solide. Les fréquences associées à ces longueurs d'onde sont appelées **fréquences de résonance** et sont données par :

$$f_{\lambda/2} = \frac{Nv}{2l} \quad (1.3)$$

où  $v$  est la vitesse de propagation de l'onde dans le solide.

## 1.2 À propos des matériaux piézoélectriques

La piézoélectricité est la propriété de certains matériaux à transformer l'énergie mécanique en énergie électrique (et inversement). L'effet dit piézoélectrique "direct" consiste en l'apparition d'une polarisation macroscopique dans un matériau lorsque celui-ci est soumis à une contrainte mécanique ; l'effet piézoélectrique inverse conduit à la déformation de ce matériau sous l'effet d'un champ électrique externe. Cette propriété a été mise en évidence dès 1880 par les frères Curie sur des cristaux naturels (de quartz, de topaze ou encore de sucre) [6]. Elle est mise en application massivement avec les céramiques en Titanate de Barium, puis avec les céramiques en PZT (Zircono-Titanate de Plomb) dans la deuxième partie du XX<sup>e</sup> siècle [7]. Les propriétés piézoélectriques de différents types de matériaux (monocristaux, céramiques, polymères, composites) vont par la suite être étudiées. Il est intéressant de savoir que 60 ans plus tard, des recherches sont toujours effectuées sur l'origine exacte, au niveau atomique, des propriétés piézoélectriques des PZT [8].

Afin de compléter cette introduction sur les matériaux piézoélectriques, on précise en quelques lignes comment est fabriqué un monocristal et une céramique piézoélectriques, puisque de cette fabrication dépendent beaucoup de paramètres déterminant le comportement du transducteur final.

La méthode la plus utilisée industriellement pour obtenir un monocristal est appelée méthode "Czochralski". Elle consiste à faire fondre le matériau désiré dans un four d'étirage [9]. Un germe monocristallin est amené au contact du matériau fondu puis tiré lentement. Le matériau fondu (polycristallin) va alors se solidifier en monocristal, et le germe va être tiré lentement pour générer un cylindre de plusieurs centaines de millimètres de diamètre. À cette étape, le milieu possède une orientation cristalline dépendant du matériau et de l'orientation du germe utilisé. Le cylindre va alors être découpé en tranches appelées "wafers", avec des angles de sciage mesurés précisément au goniomètre à rayon X. En effet, de ces angles de découpage va dépendre l'orientation du réseau cristallin dans le matériau. Ensuite, le wafer va être polarisé dans le sens de l'épaisseur par une forte tension imposée par des électrodes appliquées sur les deux faces. Cette polarisation est dite "permanente".

Concernant les céramiques piézoélectriques, plusieurs méthodes d'obtention existent (voie solide, voie hydrothermale, procédé sol-gel), mais elles suivent toutes ces étapes [10] :

- Synthèse des poudres.
- Mise en forme du matériau.
- Traitement thermique (frittage), durant lequel il y a densification du matériau et croissance des grains.
- Rectification (des dimensions).
- Pose des électrodes et polarisation.

Lors de la dernière étape, on applique à la céramique un champ électrique intense qui aligne préférentiellement la polarisation des microcristaux, afin de rendre la polarisation permanente.

Les caractéristiques des ondes propagées dépendront donc de l'orientation du cristal, de la forme du matériau, et de la position des électrodes placées lors de l'utilisation (différentes des électrodes de polarisation permanentes).

### 1.2.1 Définition des paramètres piézoélectriques

Les paramètres piézoélectriques permettent de relier les variables mécaniques, déformations  $S$  et contraintes  $T$ , aux variables électriques, déplacement électrique  $D$  et champ électrique  $E$ . Les relations fondamentales de la piézoélectricité sont données ci-dessous [11] :

$$\begin{cases} T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i = e_{ikl} S_{kl} + \varepsilon_{ij}^S E_k \end{cases} \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{kij} E_k \\ D_i = d_{ikl} T_{kl} + \varepsilon_{ij}^T E_j \end{cases} \quad (1.5)$$

$$\begin{cases} S_{ij} = s_{ijkl}^D T_{kl} + g_{kij} D_k \\ E_i = -g_{ikl} T_{kl} + \beta_{ij}^T D_k \end{cases} \quad (1.6)$$

$$\begin{cases} T_{ij} = c_{ijkl}^D S_{kl} - h_{kij} D_k \\ E_i = -h_{ikl} S_{kl} + \beta_{ik}^S D_k \end{cases} \quad (1.7)$$

où  $c_{ijkl}^{EouD} = \left( \frac{\partial T_{ij}}{\partial S_{kl}} \right)_{EouD}$  est le tenseur des constantes élastiques ,

$s_{ijkl}^{EouD} = \left( \frac{\partial S_{kl}}{\partial T_{ij}} \right)_{EouD}$  le tenseur des compliances,

$\varepsilon_{ij}^{SouT} = \left( \frac{\partial D_i}{\partial E_k} \right)_{SouT}$  le tenseur des permittivités diélectriques,

$\beta_{ij}^{SouT} = \left( \frac{\partial E_k}{\partial D_i} \right)_{SouT}$  le tenseur des imperméabilités,

et  $e_{kij} = \left( \frac{\partial T_{ij}}{\partial E_k} \right)_S$ ,  $d_{kij} = \left( \frac{\partial D_i}{\partial E_k} \right)_T$ ,  $g_{kij} = \left( \frac{\partial E_k}{\partial T_{kl}} \right)_D$  et  $h_{kij} = \left( \frac{\partial T_{ij}}{\partial D_k} \right)_S$  les tenseurs des constantes piézoélectriques.

Les expressions (1.4) à (1.7) montrent que des relations existent entre les différents paramètres. Nous n'utiliserons par la suite, que la relation (1.5), que l'on écrira selon la notation de Voigt présentée dans le tableau 1.1 :

Anciens indices	Nouveaux indices
11	1
22	2
33	3
23 ou 32	4
31 ou 13	5
12 ou 21	6

TABLE 1.1 – Notation utilisée pour les indices des tenseurs.

Ce formalisme nous permet de réécrire les équations (1.5) en :

$$\boxed{S_i = s_{ij}^E T_j + d_{il} E_l} \quad (1.8)$$

et

$$\boxed{D_m = d_{mj} T_j + \varepsilon_{ml}^T E_l} \quad (1.9)$$

où  $i, j$  varient de 1 à 6, et  $l, m$  varient de 1 à 3.

Enfin, certaines des conditions suivantes seront utilisées dans le chapitre 2, mais elles sont données ici puisqu'elles sont souvent utilisées dans la modélisation des phénomènes piézoélectriques.

Lors d'un changement de milieu, si l'interface n'est pas chargée, les composantes normales à la surface de  $T$  et  $D$  restent inchangées, ainsi que le déplacement  $u$  et le potentiel électrique  $\varphi$ . En présence d'une surface libre de contraintes mécaniques, la composante normale de  $T$  sera donc nulle. De même, en présence d'une surface libre de déplacements, le déplacement  $u$  sera nul. Sur une interface diélectrique / air non chargée, la composante normale de  $D$  sera nulle. Sur une interface recouverte d'une électrode en court-circuit, le potentiel  $\varphi$  sera nul. En effet, la permittivité diélectrique de l'air étant beaucoup plus faible que celle des milieux piézoélectriques considérés, le champ électrique reste essentiellement confiné dans le milieu piézoélectrique et le déplacement électrique dans l'air peut être négligé.

Enfin, le courant entre deux électrodes peut être défini par :

$$I = \int_A n_i \dot{D}_i ds = \pm YV \quad (1.10)$$

où  $n_i$  est la composante normale de la dérivée par rapport au temps du déplacement électrique,  $Y$  l'admittance du circuit et  $V$  la différence de potentiel entre les électrodes.

## 1.2.2 Présentation des matériaux utilisés dans ce travail

Comme décrit dans la section 1.2.1, plusieurs équations sont susceptibles de décrire le comportement piézoélectrique d'un matériau. Il est donc nécessaire de choisir les variables indépendantes utilisées desquelles découleront les tenseurs du matériau à identifier. Les fabricants de matériaux piézoélectriques utilisent souvent le couple de variables indépendantes  $\{S, E\}$  menant aux équations du système (1.4). Les tenseurs à connaître sont donc  $\{c^E, e, \varepsilon^S\}$ . Le choix des variables indépendantes est important notamment pour le calcul de certaines grandeurs piézoélectriques comme le coefficient de couplage. La thèse de Rouffaud [12] qui a évalué la consistance des bases de données de matériaux montre l'importance de ce choix. Les tenseurs  $\{c^E, e, \varepsilon^S\}$  ainsi que la masse volumique des matériaux étudiés dans ce manuscrit sont donc en annexe A.1. Trois matériaux étudiés dans la suite du manuscrit sont décrits ci-dessous. La figure 1.4 définit les relations entre les constantes des tenseurs pour les systèmes d'axes cristallographiques des trois matériaux.

### PZ29

Le PZ29 est la dénomination commerciale d'une céramique PZT (Titano-Zirconate de Plomb, "Lead Zirconate Titanate" en anglais) fabriquée par Ferroperm [13], dont la formule chimique est du type  $Pb(Zr_x, Ti_{1-x})O_3$  (avec dans ce cas  $x = 29$ ). C'est un matériau appartenant à la classe cristalline **6mm** et considéré comme doux d'un point de vue piézoélectrique, c'est-à-dire qu'il présente des coefficients piézoélectriques, diélectriques et des pertes élevés [14]. Il est utilisé dans les applications demandant une grande sensibilité. Il permettra notamment dans ce manuscrit de comparer des résultats avec d'autres travaux dans la section 2.1 et d'étudier la génération d'ondes de surface dans la section 3.2.

### PMN-28PT

Les PMN-PT sont des solutions solides de  $(1-x)[Pb(Mg_{1/3}Nb_{2/3})O_3]$  et de  $x[PbTiO_3]$ . Dans le cas où  $x = 0,28$ , ce monocristal, de classe cristalline **4mm**, est à 69% rhomboédrique et 31% quadratique [15]. Il est connu pour avoir de bons coefficients de couplage, et est utilisé pour son comportement piézoélectrique ou électrostrictif. L'échantillon expérimental décrit section 2.5 est réalisé en PMN-28PT.

### LiNbO<sub>3</sub>

Le Niobate de Lithium est un monocristal piézoélectrique sans plomb à structure rhomboédrique, de classe cristalline **3m**. Il est largement utilisé pour son comportement électro-optique, mais possède aussi des coefficients piézoélectriques, pyroélectriques, et photoélastiques élevés [16]. Il est choisi dans la section 1.2.4 pour illustrer les calculs de coefficient de couplage. En effet, son appartenance à la classe **3m** nous permet d'observer des figures intéressantes du coefficient de couplage autour des axes cristallographiques. Puisqu'il est utilisé industriellement dans les composants à ondes de surface, la section 3.3 utilise ses propriétés pour étudier les ondes de surface.

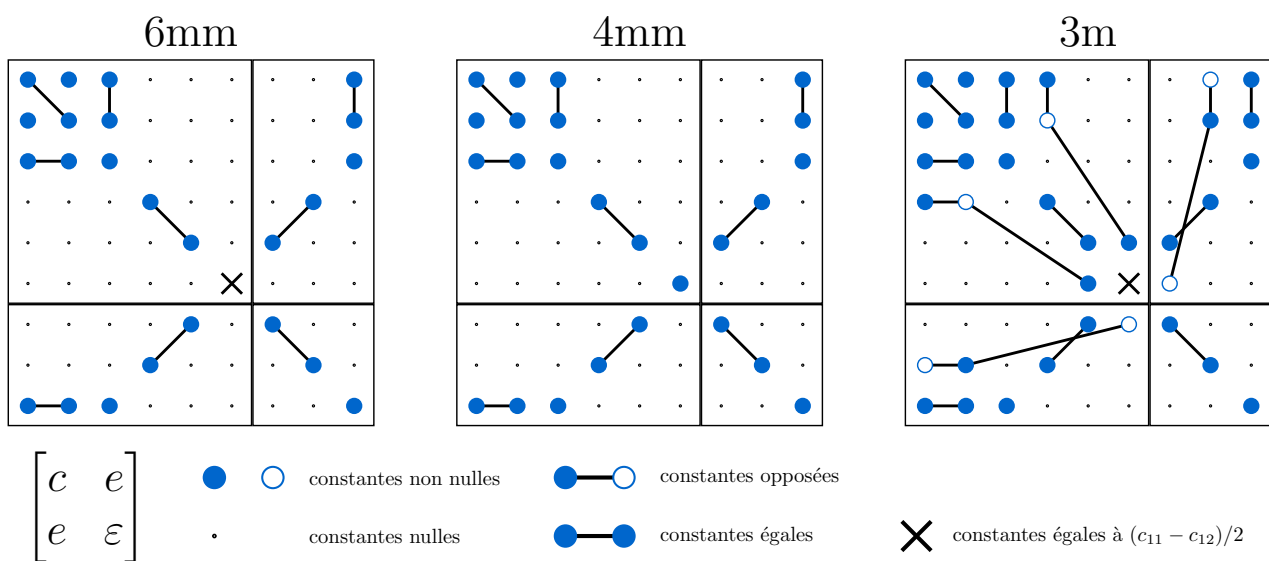


FIGURE 1.4 – Matrices des constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques des cristaux dans le système d'axes cristallographiques (d'après [4]).

### 1.2.3 Coefficients de couplage électromécaniques

Le coefficient de couplage électromécanique (ou EMCC pour ElectroMechanical Coupling Coefficient) est un paramètre important qui représente l'efficacité d'un matériau à convertir l'énergie élastique en énergie électrique et réciproquement. Chaque coefficient de couplage correspond à un mode particulier (pour un champ électrique et une déformation déterminés). Les formules permettant de calculer analytiquement le coefficient de couplage sont données ci-dessous. Par la suite, les géométries permettant de les mesurer et de les calculer par la méthode des éléments finis sont également décrites.

Plusieurs définitions de ce coefficient existent. Elles correspondent à différents points de vue, avec leurs domaines d'application propres. Deux définitions sont données ci-dessous et sont utilisées par la suite.

- La première méthode développée [17] et la plus utilisée définit le coefficient de couplage comme le rapport de l'énergie convertie (énergie électrique convertie en énergie mécanique et réciproquement) par l'énergie totale délivrée au matériau. On note ainsi le coefficient de couplage :

$$k_{stat} = \frac{U_M}{\sqrt{U_E U_D}} \quad (1.11)$$

où  $U_M$  est l'énergie mutuelle (ou de couplage) qui dépend du coefficient piézoélectrique,  $U_E$  l'énergie élastique proportionnelle aux compliances (soupleses) et  $U_D$  l'énergie électrostatique proportionnelle à la permittivité du matériau.

- Une autre expression, due à Mason [18], traite le cas dynamique et définit le coefficient de couplage en fonction des pulsations de résonance  $\omega_r$  et d'antirésonance  $\omega_a$  :

$$k_d^2 = \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_a^2} \quad (1.12)$$

L'intérêt de cette formule (1.12) est qu'elle peut être utilisée expérimentalement en mesurant les fréquences de résonance et d'antirésonance d'une géométrie particulière en matériau piézoélectrique. Comme il est précisé dans le livre d'Ikeda [19], en l'absence de pertes la **fréquence de résonance**  $f_r$  est mesurée lorsque l'admittance tend vers l'infini ( $|Y| \rightarrow \infty$ ) et la **fréquence d'antirésonance**  $f_a$  est mesurée lorsque l'admittance tend vers zéro ( $|Y| \rightarrow 0$ ). On peut alors calculer le coefficient de couplage de modes de volumes dont l'effet est principalement longitudinal :

$$\boxed{k^2 = \frac{\pi f_r}{2 f_a} \tan\left(\frac{\pi f_a - f_r}{2 f_a}\right)} \quad (1.13)$$

ou transversal :

$$\boxed{\frac{k^2}{1 - k^2} = \frac{\pi f_r}{2 f_a} \tan\left(\frac{\pi f_a - f_r}{2 f_a}\right)} \quad (1.14)$$

Ces deux méthodes sont comparées avec une troisième pour différents modes dans l'article de Chang [20]. Nous comparerons d'ailleurs la définition statique (1.11) avec celle dynamique (1.12), grâce au calcul par éléments finis dans la section suivante.



### 1.2.4 Géométries associées aux coefficients de couplage et calcul par la méthode des éléments finis

Le principe pour obtenir expérimentalement un coefficient de couplage électromécanique est d'imposer à un échantillon piézoélectrique :

- une forme favorisant la propagation selon une seule direction, propre au mode désiré.
- un champ électrique généré par des électrodes en contact avec l'échantillon, afin de mesurer selon une polarisation déterminée.

L'échantillon est alors excité par une tension sinusoïdale et l'on peut alors mesurer son impédance en fonction de la fréquence. De cette impédance sont extraites les fréquences de résonance et d'antirésonance qui permettent de calculer le coefficient de couplage électromécanique. Le chapitre 5 du livre de Michel Brissaud [21], suivant la norme américaine IEEE [11], détaille les géométries des échantillons permettant d'accéder à suffisamment de constantes pour caractériser entièrement un matériau. Nous n'allons détailler ici que quatre géométries permettant de mesurer les coefficients de couplage  $k_{33}$ ,  $k_{31}$ ,  $k'_{31}$  et  $k_{15}$ .

Pour chaque mode, une analyse harmonique est réalisée grâce au logiciel de calcul par éléments finis ATILA [22]. Afin de comparer les résultats obtenus aux figures de l'annexe A.1, on opère une rotation des axes cristallographiques. Ce calcul est fait uniquement avec le matériau  $\text{LiNbO}_3$ , car des trois matériaux étudiés, c'est celui qui possède le moins de symétries.

### Mode barreau 33

Le mode 33 est aussi appelé mode barreau, car le but est d'exciter un mode dont le déplacement est orienté parallèlement à l'axe de polarisation  $x_3$ . Le barreau présenté figure 1.5, a des dimensions latérales (suivant  $x_1$  et  $x_2$ ) très petites devant sa hauteur (suivant  $x_3$ ), et une polarisation elle aussi suivant  $x_3$ . On en déduit :

- $T_3 \neq 0$  et  $T_1 = T_2 = T_4 = T_5 = 0$ . En effet, les faces de l'échantillon étant libres,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_4$  et  $T_5$  s'annulent sur les surfaces latérales. Comme la dimension  $a$  est petite devant  $c$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_4$  et  $T_5$  restent négligeables par rapport à  $T_3$  à l'intérieur du barreau.
- $S_1 \neq 0$ ,  $S_2 \neq 0$  et  $S_3 \neq 0$ .
- $D_1 = D_2 = 0$ . Les surfaces latérales ne sont pas chargées,  $D_1$  et  $D_2$  y sont donc nuls. Comme  $a$  est très petit devant  $c$ ,  $D_1$  et  $D_2$  restent négligeables par rapport à  $D_3$  à l'intérieur du barreau. Le théorème de Gauss donne alors  $\nabla \cdot D = \frac{\partial D_3}{\partial x_3} = 0$ .

On considère un matériau de la classe 3m. En utilisant les équations constitutives de la piézoélectricité définies au système (1.6), et en négligeant l'énergie de cisaillement dans la section perpendiculaire à la propagation on obtient (détails des calculs en annexe A.3) :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= s_{13}^D T_3 + g_{31} D_3 \\
 S_2 &= s_{23}^D T_3 + g_{31} D_3 \\
 S_3 &= s_{33}^D T_3 + d_{33} D_3 \\
 E_3 &= g_{33} T_3 + \beta_{33}^T D_3
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Les énergies valent donc :

$$\begin{aligned}
 U_E &\simeq 1/2 s_{33}^D T_3^2 \\
 U_D &= 1/2 \beta_{33}^T D_3^2 \\
 U_M &= 1/2 g_{33} T_3 D_3
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

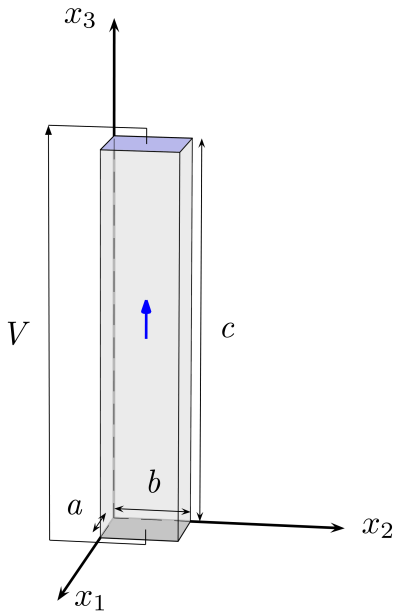


FIGURE 1.5 – Géométrie pour le mode 33, polarisation orientée selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.

et le coefficient de couplage défini par l'équation (1.11) vaut :

$$k_{33} \simeq \frac{g_{33}}{\sqrt{\beta_{33}^T s_{33}^D}} \quad (1.17)$$

En utilisant les mêmes hypothèses de départ (géométriques et électriques), il est possible de simuler ce comportement avec un calcul par éléments finis, et ainsi déterminer théoriquement la valeur de  $k_{33}$  de façon dynamique.

Afin de répondre aux conditions décrites plus haut, un parallélépipède de 1x1x100 mm (respectivement suivant les directions  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ) est défini. La polarisation évolue autour de l'axe  $x_1$  ou  $x_2$ . Afin de simuler la présence des électrodes, les conditions électriques suivantes sont imposées :

- l'une des "petites" faces (plan  $(x_1, x_2)$ ) est mise à la masse en imposant un potentiel électrique nul.
- l'autre "petite" face est laissée en circuit ouvert en imposant un potentiel électrique identique (équipotentielle) sur tous les points de cette face.

On applique alors une excitation électrique sur la face équipotentielle et on calcule pour chaque orientation les fréquences  $f_r$  et  $f_a$ . Le calcul de  $k$  par l'équation (1.13) (puisque'il s'agit d'un effet longitudinal), nous permet de comparer sur les figures 1.6a et 1.6b les résultats numériques avec les calculs analytiques :

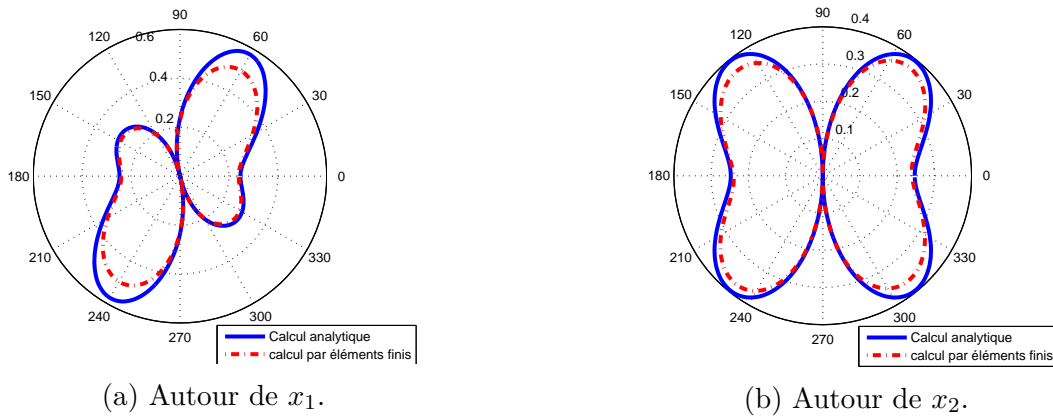


FIGURE 1.6 – Comparaison des méthodes pour le calcul de  $k_{33}$  du  $\text{LiNbO}_3$ .

On constate que le coefficient de couplage calculé selon les deux méthodes n'a pas exactement les mêmes valeurs pour tous les angles de rotation. En effet, lorsque l'angle est nul ou égal à  $180^\circ$ , l'effet observé est bien longitudinal, mais cette hypothèse devient fautive pour les autres cas où l'énergie de cisaillement (prise en compte dans le modèle par éléments finis mais pas dans l'expression (1.17)) intervient. La rotation autour de  $x_1$  permet de confirmer la bonne correspondance entre les axes utilisés dans le calcul par éléments finis, et les axes de rotation des tenseurs utilisés analytiquement. Enfin, on remarque que les angles pour lesquels le coefficient de couplage est maximal sont identiques dans les deux méthodes de calcul, autour des deux axes.

### Mode latéral 31

La deuxième géométrie doit mettre en évidence un mode dit "latéral" permettant de mesurer le coefficient de couplage  $k_{31}$ . En effet le champ électrique imposé est normal à la direction de propagation de l'onde générée, d'où le terme "latéral". L'échantillon est donc un parallélépipède avec une dimension selon  $x_1$  très grande devant les deux autres, avec des électrodes normales à l'axe  $x_3$  et donc une polarisation selon  $x_3$  (figure 1.7). On en déduit :

- $T_1 \neq 0$  et  $T_2 = T_3 = T_5 = T_6 = 0$ . En effet, les faces de l'échantillon étant libres,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_5$  et  $T_6$  s'annulent. Comme les dimensions  $b$  et  $c$  sont petites devant  $a$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_5$  et  $T_6$  restent négligeables par rapport à  $T_1$  à l'intérieur du parallélépipède.
- $S_1 \neq 0$ ,  $S_2 \neq 0$  et  $S_3 \neq 0$ .
- $E_1 = E_2 = 0$ . L'équipotentielle imposée par les électrodes conduit à la nullité de  $E_1$  et  $E_2$ .

On considère un matériau de la classe 3m. En utilisant les équations constitutives de la piézoélectricité définies en (1.8) et (1.9), et en négligeant l'énergie de cisaillement dans la section perpendiculaire à la propagation on obtient (détails des calculs en annexe A.3) :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \\
 S_2 &= s_{12}^E T_1 + d_{31} E_3 \\
 S_3 &= s_{13}^E T_1 + d_{33} E_3 \\
 D_3 &= d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3
 \end{aligned}
 \tag{1.18}$$

Les énergies valent donc :

$$\begin{aligned}
 U_E &\simeq 1/2 s_{11}^E T_1^2 \\
 U_D &= 1/2 \varepsilon_{33}^T E_3^2 \\
 U_M &= 1/2 d_{31} T_1 E_3
 \end{aligned}
 \tag{1.19}$$

et la formulation proposée dans l'équation (1.11) devient finalement :

$$k_{31} \simeq \frac{d_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}}
 \tag{1.20}$$

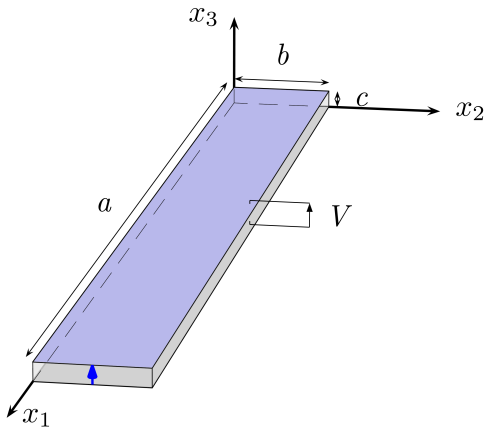


FIGURE 1.7 – Géométrie pour le mode 31, polarisation selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.

En utilisant les mêmes hypothèses de départ (géométriques et électriques), il est possible de simuler ce comportement avec un calcul par éléments finis, et ainsi déterminer théoriquement la valeur de  $k_{31}$  de façon dynamique.

Afin de répondre aux conditions décrites plus haut, un parallélépipède de  $10 \times 0,5 \times 0,5$  mm (respectivement suivant les directions  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ) est défini. La polarisation évolue autour de l'axe  $x_1$  ou  $x_2$ . Afin de simuler la présence des électrodes, les conditions électriques suivantes sont imposées :

- l'une des "grandes" faces (plan  $(x_1, x_2)$ ) est mise à la masse en imposant un potentiel électrique nul.
- l'autre "grande" face est laissée en circuit ouvert en imposant un potentiel électrique égal (équipotentiel) sur tous les points de cette face.

On applique alors une excitation électrique sur la face équipotentielle et on calcule pour chaque orientation les fréquences  $f_r$  et  $f_a$ . Le calcul de  $k$  par l'équation (1.14) (puisque'il s'agit ici de l'effet transversal), nous permet de comparer sur la figure 1.8a et 1.8b les résultats numériques avec les calculs analytiques :

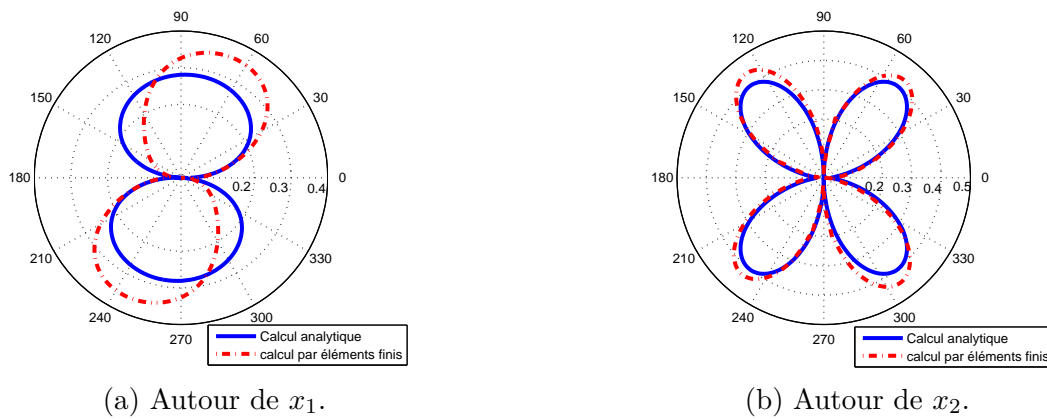


FIGURE 1.8 – Comparaison des méthodes pour le calcul de  $k_{31}$  du  $\text{LiNbO}_3$ .

La même analyse que pour le  $k_{33}$  peut être faite ici. Les formes des courbes du coefficient de couplage sont très similaires suivant la méthode, et les valeurs assez proches. Les différences peuvent être attribuées à l'énergie de cisaillement qui est négligée dans l'expression (1.20). On remarque que, autour de  $x_2$ , les quatre lobes assez fins montrent l'importance de la précision de l'orientation du cristal. Un léger décalage angulaire entraîne une diminution importante du coefficient de couplage.

### Mode latéral de plaque 31'

La géométrie étudiée ici est dérivée de celle précédemment présentée, puisque la seule différence avec la géométrie de la figure 1.7 est l'augmentation de la dimension  $b$  qui n'est plus négligeable par rapport à  $a$ . Cette géométrie présentée sur la figure 1.9, permet de mesurer le coefficient de couplage propre au mode nommé "width-extensional-1" par Ikeda [19], que l'on peut traduire par mode d'"extension en largeur n° 1". Les hypothèses de départ sont donc :

- $T_3 = T_6 = 0$ . En effet, les faces de l'échantillon étant libres, ces contraintes s'annulent. Comme la dimension  $c$  est petite devant  $a$  ou  $b$ , ces contraintes restent négligeables par rapport à  $T_1$  à l'intérieur du parallélépipède.
- $S_2 = S_4 = S_6 = 0$ . La déformation est considérée plane suivant l'axe  $x_2$ .
- $E_1 = E_2 = 0$ . Pour les mêmes raisons que le mode 31.

On considère un matériau de la classe 3m. En utilisant les équations constitutives de la piézoélectricité définies en (1.8) et (1.9), et en négligeant l'énergie de cisaillement dans la section perpendiculaire à la propagation on obtient (détails des calculs en annexe A.3) :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= s_{11}^E T_1 + s_{12}^E T_2 + d_{31} E_3 \\
 0 &= s_{12}^E T_1 + s_{11}^E T_2 + d_{31} E_3 \\
 S_3 &= s_{13}^E T_1 + s_{13}^E T_2 + d_{33} E_3 \\
 D_3 &= d_{31} T_1 + d_{31} T_2 + \varepsilon_{33}^T E_3
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

Les énergies valent donc :

$$\begin{aligned}
 U_E &\simeq \frac{1}{2} \left( s_{11}^E - \frac{s_{21}^E{}^2}{s_{11}^E} \right) T_1^2 \\
 U_D &= \frac{1}{2} \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3^2 \\
 U_M &\simeq \frac{1}{2} \left( d_{31} - \frac{s_{12}^E d_{31}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 E_3
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

On obtient finalement une relation similaire au  $k_{31}$  (1.20), en négligeant l'énergie de cisaillement :

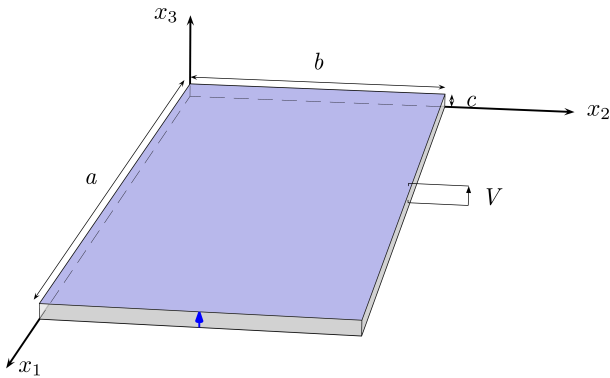


FIGURE 1.9 – Géométrie pour le mode 31', polarisation selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.

$$k'_{31} \simeq \frac{d'_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^{E'}}} \quad (1.23)$$

$$\text{où } s_{11}^{E'} = s_{11}^E \left(1 - \frac{s_{12}^E{}^2}{s_{11}^E{}^2}\right), \quad \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \quad \text{et } d'_{31} = d_{13} \left(1 - \frac{s_{12}^E}{s_{11}^E}\right).$$

De la même façon que pour le  $k_{33}$  et le  $k_{31}$ , nous allons déterminer numériquement la valeur de  $k'_{31}$  de façon dynamique grâce à un calcul par éléments finis.

Puisque deux dimensions doivent être grandes devant la première, un calcul en 3 Dimensions (3D) par éléments finis demanderait un temps particulièrement long. Le calcul sera donc réalisé en 2 Dimensions (2D), et l'une des deux grandes dimensions sera donc considérée comme infinie. La géométrie modélisée est donc un rectangle de 100x1 mm (respectivement suivant les directions  $x_1$ ,  $x_3$ ). La polarisation évolue autour de l'axe  $x_1$  ou  $x_2$ . Afin de simuler la présence des électrodes, les conditions électriques suivantes sont imposées :

- l'une des "grandes" faces (plan  $(x_1, x_2)$ ) est mise à la masse en imposant un potentiel électrique nul.
- l'autre "grande" face est laissée en circuit ouvert en imposant un potentiel électrique égal (équipotentielle) à tous les points de cette face.

On applique de la même manière une excitation électrique sur la face équipotentielle et on calcule pour chaque orientation les fréquences  $f_r$  et  $f_a$ . Le calcul de  $k$  par l'équation (1.14), nous permet de comparer sur la figure 1.10a et 1.10b les résultats numériques avec les calculs analytiques :

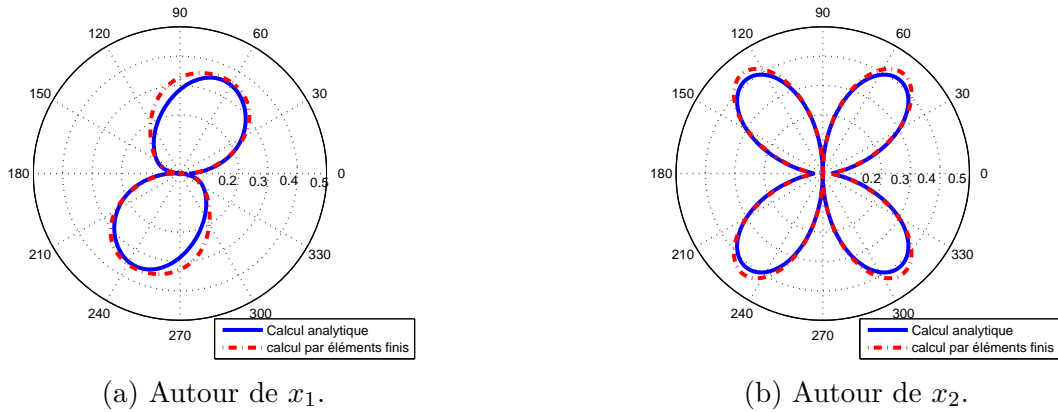


FIGURE 1.10 – Comparaison des méthodes pour le calcul de  $k'_{31}$  du  $\text{LiNbO}_3$ .

Le mode 31 étant proche du mode 31', il est logique que l'on retrouve un coefficient de couplage évoluant de la même manière autour des axes. L'accord entre calcul analytique et par éléments finis reste bon.

### Mode de cisaillement 15

Le mode 15 est un mode de cisaillement. Afin de générer cette contrainte dans le matériau piézoélectrique, le champ électrique imposé par les électrodes doit être parallèle à la direction  $x_1$  ou à la direction  $x_2$ . Deux géométries sont donc possibles, mais une seule (respectant la seconde condition) est utilisée ci-après. Les électrodes sont donc perpendiculaires à la direction  $x_2$ , comme le montre la figure 1.11. Les hypothèses de départ sont donc :

- $T_2 = T_3 = T_5 = T_6 = 0$ , puisque les faces latérales sont libres et que  $b$  et  $c$  sont petits devant  $a$ .
- $E_1 = E_3 = 0$ , du fait de la position des électrodes.

On considère un matériau de la classe 3m. En utilisant les équations constitutives de la piézoélectricité définies en (1.8) et (1.9), et en considérant un cisaillement pur on obtient (détails des calculs en annexe A.3) :

$$\begin{aligned} S_4 &= s_{55}^E T_4 + d_{15} E_2 \\ D_2 &= d_{15} T_4 + \varepsilon_{11}^T E_2 \end{aligned} \quad (1.24)$$

Les énergies valent donc :

$$\begin{aligned} U_E &\simeq 1/2 s_{55}^E T_4^2 \\ U_D &\simeq 1/2 \varepsilon_{11}^T E_2^2 \\ U_M &\simeq 1/2 d_{15} T_4 E_2 \end{aligned} \quad (1.25)$$

L'équation (1.11) peut finalement s'écrire dans le cas du mode de cisaillement 15 en négligeant les contraintes longitudinales :

$$k_{15} \simeq \frac{d_{15}}{\sqrt{s_{55}^E \varepsilon_{11}^T}} \quad (1.26)$$

En utilisant les mêmes hypothèses de départ (géométriques et électriques), il est possible de simuler ce comportement avec un calcul par éléments finis, et ainsi déterminer théoriquement la valeur de  $k_{15}$  de façon dynamique.

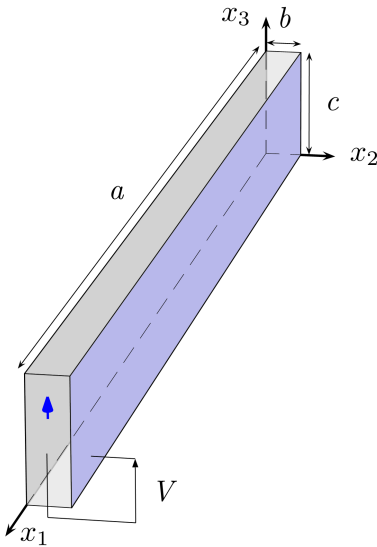


FIGURE 1.11 – Géométrie pour le mode 15, polarisation selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.



Afin de répondre aux conditions décrites plus haut, un parallélépipède de 10x1x1 mm (respectivement suivant les directions  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ) est défini. La polarisation évolue autour de l'axe  $x_1$  ou  $x_2$ . Afin de simuler la présence des électrodes, les conditions électriques suivantes sont imposées :

- l'une des "grandes" faces (plan  $(x_1, x_3)$ ) est mise à la masse en imposant un potentiel électrique nul.
- l'autre "grande" face est laissée en circuit ouvert en imposant un potentiel électrique égal (équipotentiel) sur tous les points de cette face.

On applique alors une excitation électrique sur la face équipotentielle et on calcule pour chaque orientation les fréquences  $f_r$  et  $f_a$ . Le calcul de  $k$  par l'équation (1.14) (puisque'il s'agit ici de l'effet transversal), nous permet de comparer sur la figure 1.12a et 1.12b les résultats numériques avec les calculs analytiques :

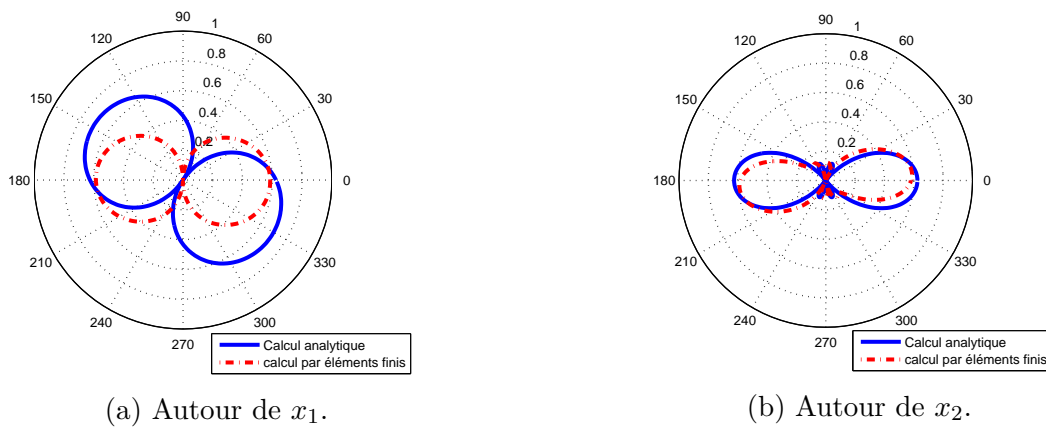


FIGURE 1.12 – Comparaison des méthodes pour le calcul de  $k_{15}$  du  $\text{LiNbO}_3$ .

On constate que les formes des courbes du coefficient de couplage sont similaires suivant la méthode, et que les valeurs maximales sont assez proches. Cependant, les résultats analytiques semblent décalés sur le plan angulaire. Autour de  $x_1$ , le coefficient de couplage maximal est calculé analytiquement à  $149^\circ$ , tandis que le calcul par éléments finis donne une orientation à  $180^\circ$  (ou  $0^\circ$ ). Il est possible que les conditions électriques et mécaniques appliquées dans le calcul par éléments finis ne correspondent pas exactement à celles du modèle théorique.

Nous venons d'explicitier les principales caractéristiques piézoélectriques, et notamment un paramètre important qui est le coefficient de couplage électromécanique. Nous avons vu qu'il était propre à une géométrie et une direction de propagation particulière, et les géométries permettant de générer les modes 33, 31, 31' et 15 ont été données. Les différents coefficients de couplage  $k_{33}$ ,  $k_{31}$ ,  $k'_{31}$  et  $k_{15}$  pour les matériaux présentés dans la section 1.2.2, sont représentés en annexe A.1, en fonction de l'orientation des axes cristallographiques  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$ . Les étapes du calcul sont détaillées en annexe A.2.

Nous allons voir dans la section suivante comment les propriétés des matériaux piézoélectriques peuvent être employées à réaliser des composants pour les télécommunications.

## 1.3 Notions de filtrage dans les télécommunications

### 1.3.1 Généralités

Les premiers systèmes de télécommunications (ou radiocommunications), notamment développés et utilisés pendant la 1<sup>re</sup> guerre mondiale, n'ont longtemps utilisé qu'une seule bande de fréquences par communication. C'est le cas par exemple pour le Talkie-walkie, où l'émission ne peut pas se faire en même temps que la réception. Les télécommunications s'ouvrent ensuite à la téléphonie mobile grand public, et grâce au FDD (Frequency Division Duplexing) les signaux montants (sens mobile vers réseau) et les signaux descendants (sens inverse) se transmettent sur des bandes de fréquences différentes, permettant des conversations plus fluides. Avec le développement des techniques numériques, les signaux ont pu être découpés dans le temps (par tranche d'une centaine de millisecondes). Les signaux montants peuvent alors être transmis successivement avec les signaux descendant, sans que l'oreille humaine ne puisse s'en rendre compte. Grâce à la TDD (Time Division Duplexing), la conversation peut ainsi être transmise sur une seule bande de fréquences [23].

Parallèlement, un réseau doit être partagé entre de multiples usagers et pour de multiples applications (comme le montre la figure 1). En plus des deux méthodes précédemment expliquées pouvant être appliquées à la discrimination des usagers, cette répartition peut aussi se faire grâce au CDMA (Code Division Multiple Access). Il s'agit de coder chaque conversation différemment, mais de transmettre sur la même bande de fréquence, dans le même laps de temps. À la réception, toutes les conversations sont analysées, mais une seule est assez corrélée à la séquence de codage pour être interprétée [24].

Cette répartition peut aussi être réalisée grâce à la méthode du saut de fréquence (FHSS - Frequency Hopping Spread Spectrum). C'est une technique d'étalement de spectre qui consiste à changer, selon une séquence précise et variant selon les communications, la fréquence d'émission sur différents sous-canaux. Cette méthode qui était utilisée auparavant uniquement dans les transmissions militaires est maintenant utilisée dans certaines versions de réseaux wi-fi par exemple.

Actuellement, la 4e génération (4G) des standards de téléphonie mobile est commercialisée à travers la planète. Cette génération utilise notamment la technique de l'OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access) permettant d'utiliser des sous-canaux plus rapprochés en fréquences, en tirant profit du FHSS et du TDD [25]. Le but est d'augmenter le débit de données et le nombre d'utilisateurs possibles. Mais l'accroissement extrêmement important de la demande oblige à de perpétuelles innovations dans le domaine.

Les technologies en cours de réalisation pour la 5G, devront répondre en 2021 à un trafic de données sur les réseaux mobile, sept fois plus important qu'en 2016 (selon une étude CISCO [26]). Pour preuve de l'importance de ce défi, de nombreux travaux de recherche sont réalisés, autant au niveau du composant électronique, que de la gestion globale ou du traitement informatique. On peut par exemple citer : l'intérêt croissant pour les bandes de fréquences laissées libres sur les plages de transmission de la télévision (TVWS) [27] ; l'utilisation des hautes fréquences supérieures à 5 GHz [28] qui constitue maintenant une solution réaliste alors qu'elle ne semblait pas être adaptée à la téléphonie mobile auparavant ; les MIMOs (Multiple Input Multiple Output) massives [29], pouvant utiliser le filtrage spatial et consistant à avoir plusieurs, voire beaucoup, d'antennes émettrices et plusieurs antennes réceptrices pour la même liaison radio.

Ainsi, par les différentes méthodes utilisées et les futurs besoins, on peut voir l'importance

de la sélection en fréquence des signaux émis comme reçus. Cependant, il faut noter que la téléphonie mobile n'est pas la seule à diffuser et recevoir les ondes électromagnétiques. Les radios, l'aviation civile comme militaire, les transmissions satellites ou encore la radioastronomie en font également partie.

La notion de filtrage fréquentiel est très importante dans les outils de télécommunications. Que ce soit pour éliminer les bruits, sélectionner un canal précis, ou transmettre davantage d'informations, un filtrage est toujours nécessaire que ce soit lors de l'émission du signal ou de sa réception. Si idéalement un filtre (type passe-bande) ne devrait pas avoir de pertes d'insertion dans sa bande passante et une réjection infinie en dehors, un filtre réel présente différents comportements qui sont soumis à des spécifications précises dans l'industrie. La figure 1.13 précise le vocabulaire utilisé pour décrire la fonction de transfert d'un filtre type. Ce schéma est parfois représenté non pas en fonction de la transmission, mais en fonction de l'atténuation. L'axe des ordonnées est alors inversé.

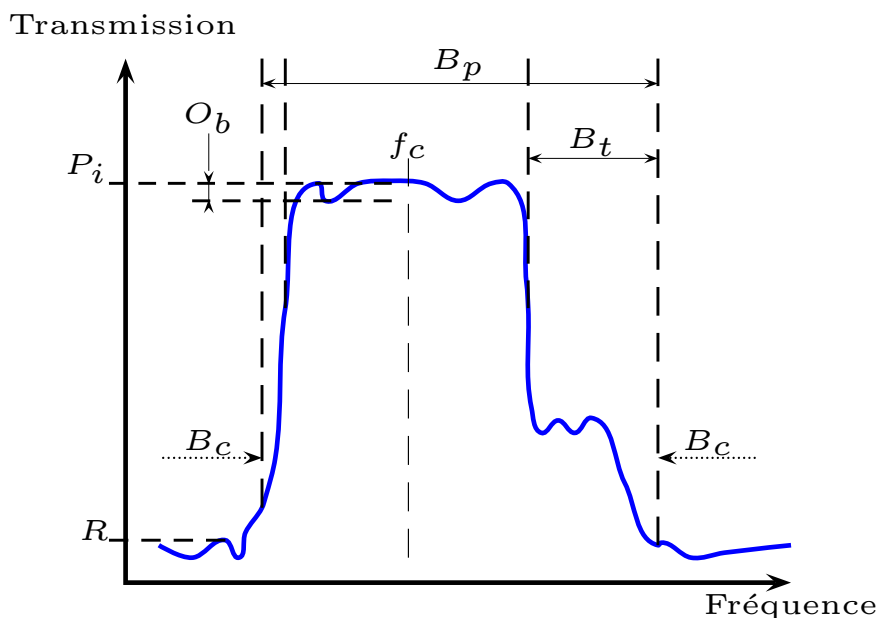


FIGURE 1.13 – Profil type de la transmission d'un filtre (d'après [30]).

$f_C$  : Fréquence centrale (center frequency) du filtre.

$B_p$  : Bande passante (passband). Bande de fréquence pour laquelle un signal sera "reçu". On la définit à -1 dB ou -3 dB, par rapport aux pertes d'insertion. Plus la bande passante est étroite, plus le filtre est dit sélectif.

$B_t$  : Bande de transition (transition band). Indicateur de la raideur du filtre, c'est-à-dire de la pente de la transmission aux extrémités de la bande passante.

$B_C$  : Bande de coupure (stopband). Parfois appelées bandes atténuées, elles correspondent aux fréquences pour lesquelles le signal reçu est mini-

mal.

$P_i$  : Pertes d'insertion (insertion loss). Intensité maximale du signal sortant<sup>1</sup>.

$R$  : Réjection (rejection level). Intensité du signal sortant<sup>1</sup> pour les fréquences en dehors de la bande passante du filtre. On parle de réjection proche pour un niveau de signal à des fréquences proches de la bande passante du filtre. Plus la raideur du filtre est grande, plus la réjection proche est grande.

$O_b$  : Ondulation dans la bande passante (passband ripple). Intensité des perturbations apparaissant dans la bande passante lorsque la raideur du filtre augmente.

1. Normalisé par l'intensité du signal entrant.

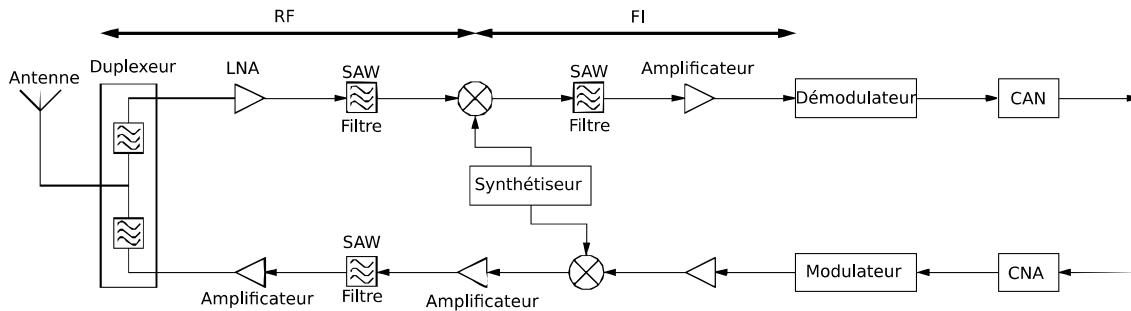


FIGURE 1.14 – Exemple de la partie radio d'un terminal GSM (d'après [32]).

Les composants permettant des fonctions de filtrage sont utilisés dans des produits de grande consommation (téléphones portables, radios, automobile, etc.), mais aussi dans des applications industrielles aux conditions spécifiques (hautes températures, milieux agressifs, etc.). Ils doivent donc répondre à beaucoup d'autres spécifications comme la résistance aux chocs, à la fatigue (vibrations), les nouvelles réglementations sur le plomb (directive RoHs [31]). Cependant, ce qui a conduit aux améliorations les plus significatives, est l'impératif de diminuer la taille du composant et d'augmenter ses fréquences d'utilisation, grâce notamment aux filtres acoustiques.

Le principe des filtres acoustiques est de convertir l'énergie électrique (signal électrique d'entrée) en énergie acoustique (onde acoustique), de transformer le signal (filtrage), puis de le convertir à nouveau en énergie électrique (signal électrique de sortie). Le signal en entrée peut être modifié dès la transduction (première conversion) ou au cours de la propagation de l'onde acoustique. L'intérêt de convertir le signal d'entrée électromagnétique en onde acoustique est son ralentissement. En effet, à une fréquence donnée, une onde électrique se déplace beaucoup plus vite qu'une onde acoustique ( $3 \cdot 10^8$  m/s contre  $10^4$  m/s maximum). Or, pour qu'un filtre agisse efficacement sur le signal, ce dernier doit être présent sur plusieurs longueurs d'onde (les effets sont visibles à partir d'une dizaine de périodes, mais une cinquantaine de périodes est nécessaire en pratique dans les applications industrielles). La taille du composant est donc proportionnelle à la longueur d'onde. Ainsi, un filtre acoustique sera beaucoup plus petit (30 000 fois) qu'un filtre électromagnétique à la même fréquence. Ce procédé répond donc au besoin de miniaturisation des composants, présent par exemple dans la téléphonie mobile.

Afin d'avoir un exemple concret d'utilisation de filtres acoustiques, la figure 1.14, présente l'organisation (simplifiée) de composants utilisés pour la réception d'un signal GSM. Le signal capté par l'antenne est traité par la partie "radiofréquences" (RF), pour être transformé en signal plus basse fréquence qui sera traité dans la partie "fréquences intermédiaires" (FI). Pour information, le sigle "LNA" ("Low Noise Amplifier", en anglais) correspond à un amplificateur faible bruit, et les sigles "CAN" et "CNA" correspondent respectivement à des Convertisseurs Analogiques / Numériques et Numériques / Analogiques. On peut voir que des filtres à ondes de surface (voir section 1.3.3) peuvent être utilisés aussi bien dans la partie RF que dans la partie FI.

Cette section présente donc les principales technologies utilisées dans les composants pour télécommunications, permettant de générer des ondes de volume et des ondes de surface.

### 1.3.2 Dispositifs à ondes de volume

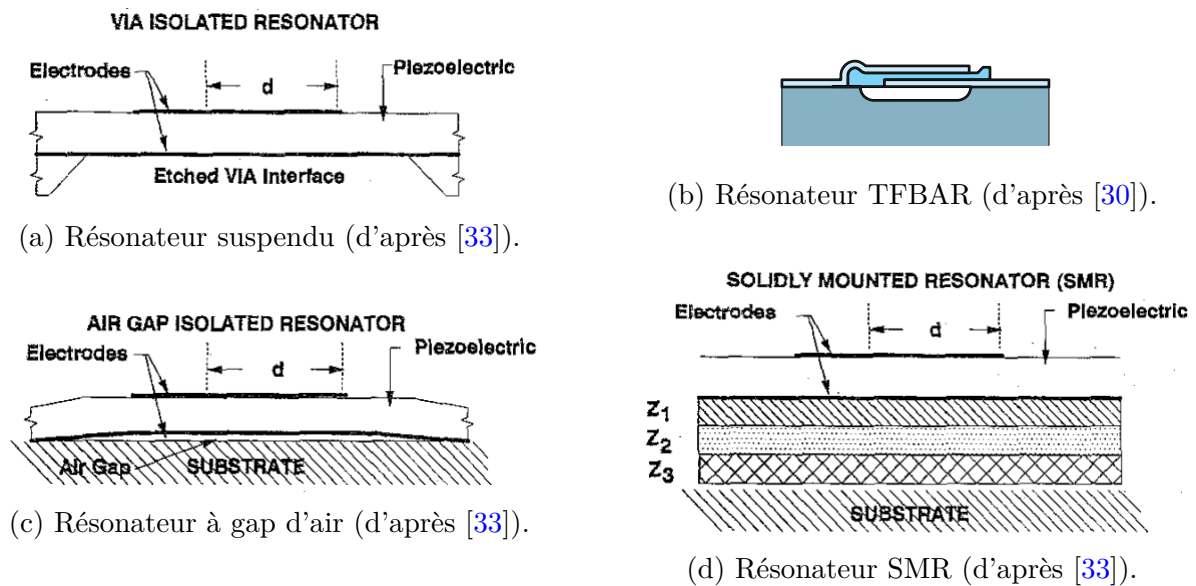


FIGURE 1.15 – Technologies à ondes de volume.

L'origine des composants à ondes de volume correspond à la découverte de l'effet piézoélectrique par les frères Curie en 1881 [6] (voir section 1.2). Cependant, il faudra attendre les années 1920 pour que des matériaux piézoélectriques soient utilisés comme oscillateur. Les premiers oscillateurs à quartz sont créés par Cady [34] et c'est pendant la Seconde Guerre mondiale que l'industrie des résonateurs et filtres piézoélectriques à ondes de volume se développe [30]. Le développement de ces technologies a ensuite suivi l'amélioration des méthodes de fabrication des couches minces pour aboutir en 1982 au micro-usinage du silicium par Petersen [35], et en 2000 à une production industrielle par la société Agilent [36] de duplexeurs utilisant des résonateurs couche mince à ondes de volume.

Les résonateurs à ondes de volume peuvent être classés en trois catégories, définies dès 1995 par Lakin [33] et présentées sur la figure 1.15. Leur principe est de faire vibrer une plaque piézoélectrique entre deux électrodes. Le mode excité est un mode d'épaisseur ayant, à la fréquence d'antirésonance, une demi-longueur d'onde  $\lambda/2 = e$  ( $e$  étant l'épaisseur) et donc un coefficient de couplage donné (voir la définition du coefficient de couplage dans la section 1.2.3).

La première catégorie (figure 1.15a) regroupe les résonateurs suspendus, aussi appelés résonateurs à membrane. Ceux-ci n'existent plus sous cette forme et ont évolué pour devenir les TFBAR (Thin Film Bulk Resonator) présentés figure 1.15b. Dans les deux cas, l'onde acoustique est réfléchiée par l'interface avec l'air qui confine ainsi l'énergie acoustique.

Le résonateur à gap d'air (air gap isolated resonator) ressemble au TFBAR, mais la surface en rapport avec le gap d'air est plus faible (figure 1.15c). Le procédé de fabrication est plus simple, mais le coefficient de qualité est plus faible.

Enfin le SMR (Solidly Mounted Resonators) confine l'énergie acoustique grâce à un miroir de Bragg placé sous la triple couche électrode / matériau piézoélectrique / électrode (figure 1.15d).

Un historique plus détaillé ainsi qu'une comparaison entre ces technologies sont développés dans l'article de Ruppel [37]. On notera tout de même que les nouvelles technologies à ondes

de volume tendent à générer de plus hautes fréquences (plusieurs gigahertz), toujours très dépendantes de la méthode de fabrication, avec des objectifs d'accordabilité [38]. Enfin, en plus d'être une solution à l'augmentation du nombre d'appareils de télécommunication, les dispositifs à ondes de volume sont utilisés depuis quelques années pour mesurer de faibles variations dans des milieux biologiques [39], pour des applications de chimie ou de biologie.

### 1.3.3 Dispositifs à ondes de surface

La manifestation naturelle d'ondes de surface la plus facilement observable est bien sûr l'onde sismique. C'est John William Strutt Rayleigh qui décrit le premier en 1885 cette onde "confinée dans une région superficielle" [40]. Ce travail s'appuie sur la théorie décrivant les vibrations de sphères élastiques, réalisée par Horace Lamb [41] trois années plus tôt.

Si les premières études des ondes de surface datent de 1885 (voir section 1.1), ce n'est qu'en 1965 que White et Voltmer [42] proposent une solution pour générer efficacement des ondes de surface. Il s'agit de peignes interdigités (figure 1.16) en contact avec une plaque piézoélectrique de quartz. Les premières applications industrielles apparaissent ensuite et portent sur des lignes à retard et des filtres, pour le domaine militaire ou civil. Leur utilisation va grandement augmenter avec le développement de la téléphonie mobile dans les années 1990. Ils permettent alors un filtrage des radiofréquences et des fréquences intermédiaires (voir le schéma de la figure 1.14) dans les appareils mobiles, comme dans les stations émettrices.

Le principe pour générer une onde de surface est assez simple. Pour appliquer un champ électrique alternatif sur le matériau piézoélectrique, il suffit d'y disposer deux électrodes éloignées d'une demi-longueur d'onde (distance  $p/2$  sur la figure 1.16) et de leur appliquer deux tensions opposées. Ce faisant, une déformation alternative est générée par effet piézoélectrique. Beaucoup de solutions technologiques ont été développées, permettant d'améliorer les caractéristiques des filtres. Quelques méthodes et moyens sont expliqués ci-après afin de présenter les principales caractéristiques des ondes de surface.

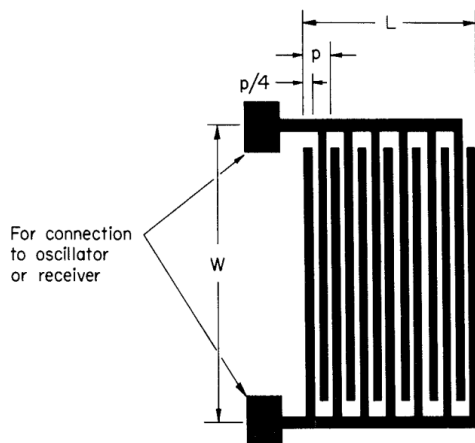


FIGURE 1.16 – Géométrie des peignes interdigités développés par White et Voltmer (d'après [42]).

### Filtres classiques

En principe, il suffit donc de deux électrodes pour générer une onde et de deux électrodes pour la recevoir. En pratique, les électrodes se comptent par centaines pour améliorer l'efficacité et la sélectivité à la fréquence de transduction. En augmentant le nombre de sources, c'est à dire en utilisant une géométrie similaire à celle de la figure 1.16, l'amplitude du signal reçu  $S(f)$  s'écrit :

$$S(f) = \alpha_e \alpha_r V i^{N-1} \exp\left(-ik \left[d + (N-1)\frac{p}{2}\right]\right) \frac{\sin(NX)}{\sin X} \quad (1.27)$$

où  $X = \frac{\pi}{2} \frac{f-f_c}{f_c}$ ,  $\alpha_e$  est le coefficient de transduction à l'émission,  $\alpha_r$  le coefficient de transduction à la réception,  $k$  le nombre d'onde,  $d$  la distance à la source,  $N$  le nombre de sources (soit le nombre d'électrodes moins une si l'on considère une source comme le milieu d'un couple d'électrodes), et  $V$  l'amplitude de la tension appliquée sur les électrodes.

On voit ainsi que le filtre créé suit une fonction  $\frac{\sin X}{X}$  [30], dont la largeur du lobe principal est inversement proportionnelle au nombre de sources (nombre d'électrodes). Le filtre sera donc d'autant plus étroit que le milieu de génération des ondes sera grand et aura d'électrodes.

Cependant, ces filtres ne sont pas utilisés tels quels. Afin d'élargir la bande passante du filtre, on peut appliquer une amplitude différente sur chaque source. Par exemple, en pondérant ces sources par une fonction  $\frac{\sin X}{X}$  (dont le maximum est appliqué à la source centrale) la réponse en fréquence se rapproche d'un créneau comme on peut le voir sur la figure 1.17. Cette pondération peut également être réalisée en modifiant la longueur de l'électrode ou plus exactement la longueur de "recouvrement" entre deux électrodes de polarité opposée. Il est aussi possible de pondérer le peigne en mettant à la masse certaines sources. La fonction de pondération sera alors liée à la densité de sources actives (non mises à la masse) du filtre.

Parmi les autres paramètres pouvant être modifiés sur des filtres classiques, quelques-uns sont développés dans la section suivante.

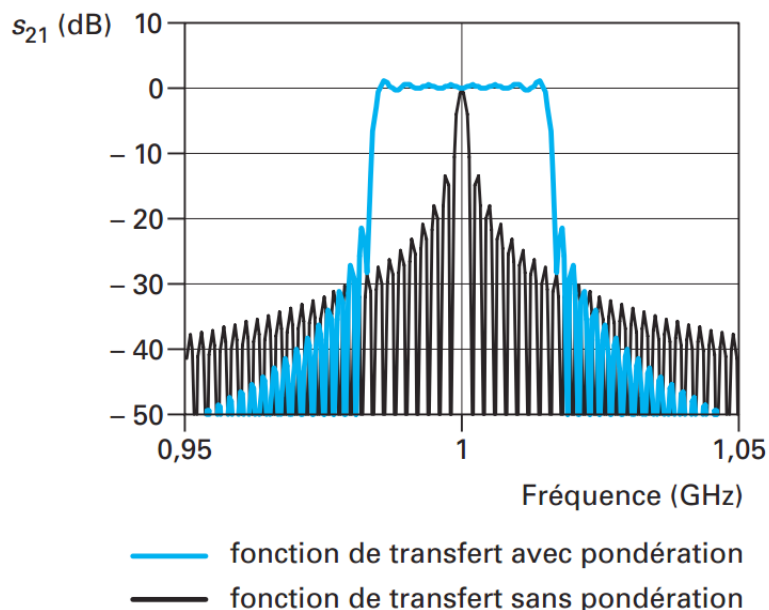


FIGURE 1.17 – Effet théorique de la pondération en  $\sin(x)/x$  d'un filtre (d'après [30]).

## Filtres optimisés

Une autre méthode pour élargir la bande passante du filtre consiste à utiliser une distance continûment variable entre les électrodes. Les doigts du peigne interdigité ne sont plus parallèles entre eux, et le transducteur interdigité a une forme d'éventail, d'où son nom "fan shape" (figure 1.18). Ces filtres permettent de générer des bandes passantes pouvant atteindre 50% avec des dimensions réduites, mais ont cependant des pertes d'insertion plus élevées.

D'autres types de transducteurs (DART, SPUDT, RSPUDT) sont dérivés de ceux présentés précédemment. La principale amélioration consiste à rendre directif le transducteur. Pour ce faire, plusieurs doigts sont utilisés dans une même demi-longueur d'onde avec des dimensions différentes (1.19). La tension est appliquée à l'électrode du milieu. L'onde réfléchie sur la grande électrode est déphasée de  $\lambda$  par rapport à celle émise directement vers la gauche (deux trajets de  $3\lambda/8$  plus un déphasage de  $\lambda/4$  dû à la réflexion). Les signaux 1 et 2 sont donc en accord de phase. À l'inverse, si l'on observe une propagation vers la droite, l'onde réfléchie sur l'électrode de grande dimension à gauche est déphasée de  $3\lambda/2$ . Les signaux 1 et 2 sont alors en opposition de phase. Un tel dispositif favorise donc une propagation vers la gauche.

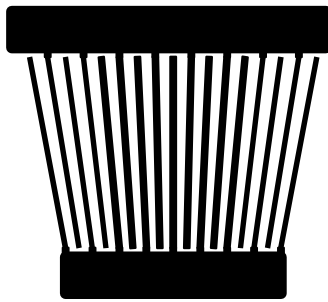


FIGURE 1.18 – Filtre fanshaped.

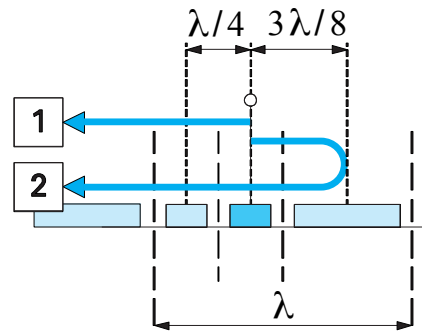
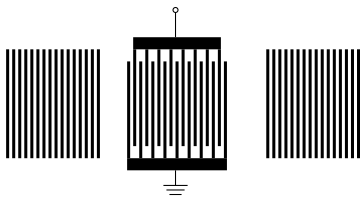


FIGURE 1.19 – Directivité d'un transducteur grâce au découpage en plusieurs doigts.

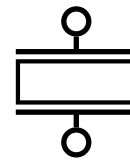
D'autres configurations sont possibles (différentes tailles de doigts, découpage différent, utilisation de plusieurs sources par cellule) mais elles utilisent toutes le même principe. Les pertes d'insertion de ces dispositifs sont faibles et leur taille réduite. Cependant, puisque plusieurs doigts sont nécessaires pour constituer une source, les fréquences atteignables sont plus faibles que pour les filtres classiques.

L'utilisation de miroirs de Bragg pour les ondes de surface est un élément couramment utilisé dans les filtres. Ce miroir acoustique est constitué d'un réseau d'électrodes séparées de  $\lambda/2$  et produisant un déphasage constructif de  $\lambda$  entre deux réflexions successives. Si le nombre d'électrodes est grand, le nombre d'interfaces et donc le nombre de réflexions seront importants, et l'onde incidente sera entièrement réfléchie. Un transducteur placé entre deux miroirs acoustiques constitue un **résonateur**. La fréquence de ce résonateur est déterminée à la fois par le peigne interdigité et la dimension de la cavité entre les miroirs de Bragg. Ce composant dont un schéma est donné figure 1.20a est représenté électriquement par la figure 1.20b.





(a) Structure d'un résonateur : peignes interdigités entre deux miroirs de Bragg.



(b) Symbole électrique.

FIGURE 1.20 – Résonateur.

Le résonateur peut être utilisé comme tout composant électronique. Il peut être assemblé en échelle ("ladder"), ou en treillis ("lattice filter"), et l'ensemble peut être mis en cascade afin d'augmenter l'effet du filtrage. Les résonateurs peuvent aussi être couplés acoustiquement (onde mécanique longitudinale ou transversale) de différentes manières. Ces types de filtres sont utilisés pour créer des bandes passantes assez étroites, mais puisqu'ils sont multimodes, les profils des filtres sont moins réguliers que les précédents filtres décrits (ondulations dans la bande passante, réjection proche non régulière, etc. ).

## 1.4 Cristaux phononiques et accordabilité

Pour conclure ce chapitre introductif, cette section présente les concepts liés aux cristaux phononiques, en donnant un bref historique de ce concept récent dans l'histoire des sciences, puis en s'intéressant plus particulièrement aux possibilités d'accordabilité en fréquence de structures phononiques à ondes de volume. Ensuite, une configuration d'éléments piézoélectriques constituant un cristal phononique accordable [43] est présentée. Finalement, un autre cristal phononique à ondes de Lamb avec des propriétés d'accordabilité est également décrit [44].

### 1.4.1 Généralités

La définition d'un cristal phononique varie selon les auteurs. On peut cependant donner une définition générale :

"Structure, d'un ou plusieurs matériaux, présentant des variations périodiques de ses constantes élastiques ou de sa géométrie, et ayant pour objectif de contrôler la propagation des ondes élastiques grâce à la diffraction de Bragg."

La diffraction de Bragg qui joue un rôle essentiel dans le comportement des cristaux phononiques a été formulée originellement pour la diffraction des rayons X sur les cristaux. Elle stipule qu'une onde diffractée sur plusieurs plans cristallins (périodiquement espacés) est issue de l'interférence additive suivant la relation (1.28) :

$$n\lambda = 2l \sin \theta \quad (1.28)$$

$\lambda$  étant la longueur d'onde,  $n$  un entier naturel,  $l$  la distance entre les plans du réseau et  $\theta$  l'angle d'incidence du faisceau. Cette relation fait donc un lien direct entre longueur d'onde et période du réseau. Le miroir de Bragg décrit précédemment en est une application directe. Un matériau alternant des couches d'indices de réfraction forts puis faibles génère, à une longueur d'onde donnée, des interférences constructives pour les rayons réfléchis, et destructives pour les rayons transmis.

Cette relation, appliquée pour les ondes acoustiques au sein du cristal phononique, montre que l'on peut obtenir des domaines fréquentiels dans lesquels aucune énergie élastique ne pourra se propager. Pour que les interférences soient destructives, la périodicité du réseau doit être de la dimension de la longueur d'onde. Les domaines fréquentiels associés sont appelés **bandes interdites** (de Bragg), notées **BI** dans la suite de ce manuscrit.

L'historique présenté ci-dessous relève quelques étapes clefs de l'histoire des cristaux phononiques et permet de préciser les caractéristiques importantes de ce concept.

### Historique

Le concept de cristal phononique est l'analogie dans le domaine élastique du cristal photonique. Ce dernier, développé dès 1987 [45], permet de contrôler la propagation d'une onde électromagnétique grâce à une structure périodique. Cette idée a été étendue au domaine élastique en 1990 par Liu *et al.* [46] dans le cadre de leurs travaux sur un métamatériau : un réseau de colloïdes<sup>2</sup> sphériques en suspension dans un liquide, excité par diverses fréquences. La dispersion de l'onde longitudinale générée est alors mesurée et la BI observée est associée

---

2. Système dans lequel des particules (fines) se trouvent suspendues dans un fluide (Larousse).

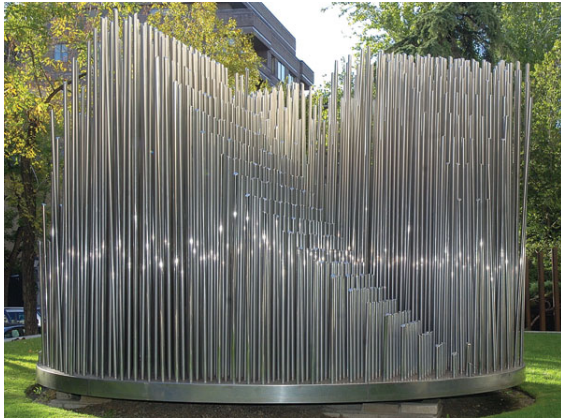


FIGURE 1.21 – Organo, sculpture de Eusebio Sempere.

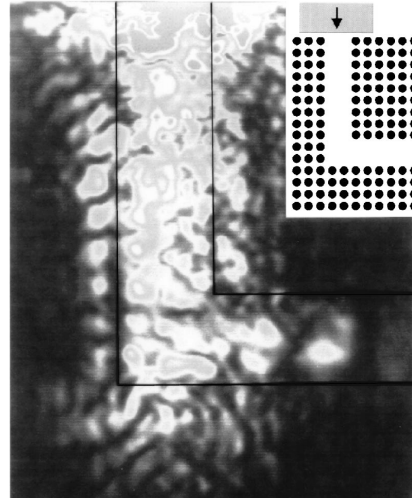


FIGURE 1.22 – Propagation d'une onde à 0,75 MHz dans un guide d'onde phononique (d'après [53]).

à la résonance "interne" des sphères. Le concept de cristal phononique est introduit indépendamment par Kushwaha *et al.* [47] et Sigalas *et al.* [48] en 1993. La première équipe démontre théoriquement l'existence de structures de bandes dans un réseau 2D, et la deuxième équipe présente la première **bande interdite absolue** d'un cristal 2D, c'est-à-dire une BI indépendante de la direction de propagation de l'onde dans un cristal.

En 1995, Martinez-Sala *et al.* [49] démontrent expérimentalement que la sculpture minimaliste "Organo" (figure 1.21) réalisée en 1977 par l'artiste espagnole Eusebio Sempere constitue un cristal phononique atténuant la transmission de certaines fréquences dans le domaine audible.

On cherche alors à étendre le domaine d'applications des cristaux phononiques. Une BI est observée expérimentalement à haute fréquence (entre 1 GHz et 1,12 GHz) sur une plaque en alliage d'aluminium percée périodiquement [50] ; le premier cristal phononique constitué exclusivement de matériaux à l'état solide est étudié par Vasseur *et al.* [51] en 2001, la mesure en transmission montrant des BI absolues pour les modes longitudinaux, comme transverses ; le domaine de l'hypersonique ( $10^9$  à  $10^{12}$  Hz) est atteint grâce au dépôt par lithographie interférentielle<sup>3</sup> d'époxy sur une plaque de verre [52].

Le premier guide d'onde phononique est réalisé par Torres *et al.* [53] en supprimant des éléments du cristal (inclusions sous la forme de cylindres) suivant un "L" (figure 1.22). D'autres types de guides d'ondes sont réalisés par la suite, décrits dans l'article de synthèse de Miyashita [54].

Une vue plus complète des travaux réalisés sur les cristaux phononiques peut être trouvée dans les ouvrages de Pierre Deymier (Chapitre 1 de [55]) ou de Yan Pennec *et al.* (chapitre 2 de [56]). On relèvera brièvement que plusieurs études se sont penchées sur l'impact des pertes du matériau sur la propagation des ondes dans le cristal phononique [57].

Enfin, trois points importants doivent être signalés :

- Le développement des **métamatériaux acoustiques** s'est réalisé en même temps que celui des cristaux phononiques. Ils sont proches de ces derniers en termes d'objectifs

3. Lithographie utilisant les interférences d'un laser pour obtenir des dimensions submillimétriques.

(contrôle des ondes élastiques, ouverture de BI), mais différent par leur mode de fonctionnement. Le principe repose sur la résonance locale de chaque diffuseur et non sur la diffraction de l'ensemble d'un réseau périodique. Ces diffuseurs peuvent donc être répartis aléatoirement [58] tout en générant une BI. L'un des intérêts des métamatériaux est de pouvoir agir sur des modes dont la longueur d'onde est très supérieure à la taille des diffuseurs. Ceci est notamment utile pour les basses fréquences : lorsque le volume de la structure est limité, un métamatériau pourra présenter des dimensions réduites. Cette avancée est décrite dans l'un des articles fondateurs du domaine de l'équipe de Ping Sheng [59]. Un bloc d'époxy forme la matrice, et des billes de plomb enveloppées de silicone constituent les résonateurs (figure 1.23). Les mesures montrent une BI centrée à 400 Hz, dont la longueur d'onde du mode est 300 fois plus grande que la maille du réseau (de 1,55 cm). Les métamatériaux possèdent des propriétés étonnantes (constantes élastiques négatives, capacité à réaliser une cape d'invisibilité acoustique [60], réfraction négative qui est brièvement décrite dans le paragraphe suivant) obtenues souvent dans une bande de fréquence réduite.

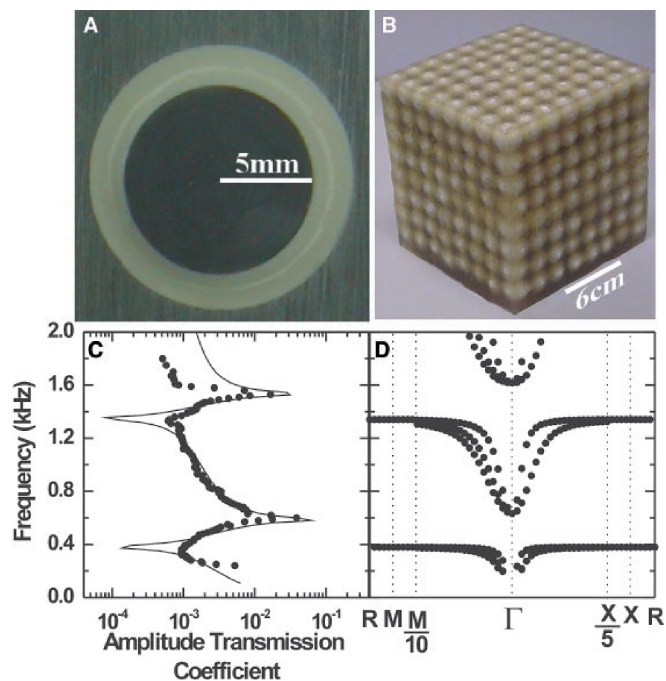


FIGURE 1.23 – Métamatériau acoustique réalisé par l'équipe de Ping Sheng. Les résonateurs (A) inclus dans une matrice d'époxy forment un cristal 8x8x8 cellules (B). Les mesures en transmission (C) montrent plusieurs BI selon la direction [100] correspondant aux structures de bandes calculées (D) entre [110] et [100] (d'après [59]).

- La réfraction négative est le phénomène qui correspondrait à un indice de réfraction négative pour une onde électromagnétique dans un matériau "naturel". Il s'agit en réalité de la capacité d'une structure (métamatériau ou cristal phononique) à réfracter une onde dont le produit de la vitesse de phase et de la vitesse de groupe est négatif. Dans un métamatériau, ceci est possible lorsque la masse volumique effective et le module d'élasticité sont tous deux négatifs [61]. Dans le cas des cristaux phononiques, le matériau doit générer des modes aux vitesses de groupe et vitesses de phases de signes opposés [62]. Des applications intéressantes comme les superlentilles [63] ou hyperlentilles [64] sont expérimentalement développées, en appliquant le principe imaginé originellement pour une onde électromagnétique par Pendry [65]. Des cristaux phononiques à réfraction négative ont aussi été étudiés en exploitant des ondes transverses [66], des ondes de surface [67] ou des ondes de Lamb [68].
- Les technologies à **ondes de surface** ayant beaucoup d'applications industrielles, il est logique que le principe des cristaux phononiques ait été appliqué à celles-ci. En effet, théoriquement d'abord, des géométries sont proposées par Tanaka *et al.* [69] consistant en un bloc percé d'un réseau de trous cylindriques ou une plaque surmontée de cylindres ; puis par Manzanares-Martinez *et al.* [70] qui utilisent une géométrie similaire, mais avec une propagation de l'onde parallèle aux cylindres du cristal. Expérimentalement ensuite, avec Tsung-Tsong Wu *et al.* [71]. Grâce à deux transducteurs interdigités placés de chaque côté du cristal phononique, constitué de trous cylindriques dans une plaque de silicium (figure 1.24), des ondes de surface se propagent dans le cristal. Une BI centrée sur 200 MHz est alors mesurée. Deux ans plus tard, Benchabane *et al.* [72] mettent en évidence une BI absolue entre 203 MHz et 226 MHz dans une plaque de niobate de lithium (voir détails sur la figure 1.25).

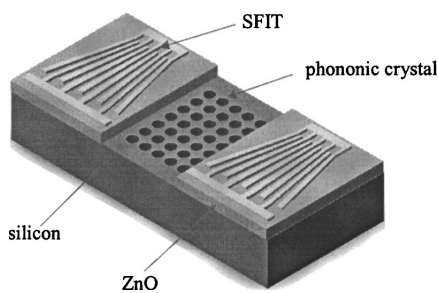


FIGURE 1.24 – Représentation de la géométrie (pas à l'échelle) utilisée par Tsung-Tsong Wu et al (d'après [71]).

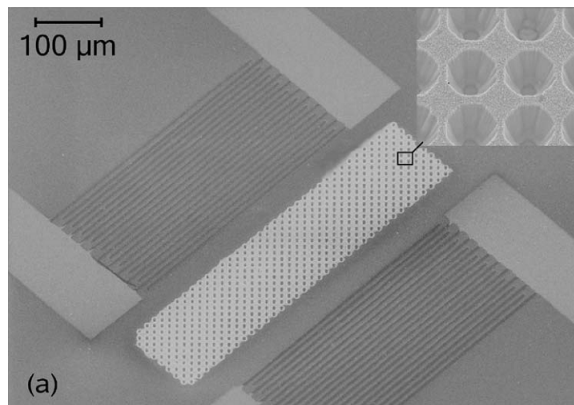


FIGURE 1.25 – Image au microscope électronique de la structure réalisée par Benchabane et al. Réseau carré de trous (maille de  $10\mu\text{m}$ ) dans une plaque de  $500\mu\text{m}$  de niobate de lithium, entre deux peignes interdigités (d'après [72]).

Bien que le domaine des cristaux phononiques soit étudié depuis peu (moins de 30 ans en 2017), de nombreuses avancées ont vu le jour, tant d'un point de vue théorique qu'expérimental, mettant en avant des applications que ces nouveaux matériaux sont susceptibles de réaliser. De nouvelles technologies de fabrication permettent aujourd'hui des architectures impossibles à réaliser avant (épaisseurs fines, matériaux exotiques, etc.), mais c'est aussi avec la démocratisation de certains procédés que de nouveaux cristaux phononiques voient le jour [73]. Cependant, comme l'expliquait Pierre Deymier en 2013 : "Pour le moment, les applications des cristaux phononiques et des métamatériaux acoustiques sont limitées, car les matériaux dans lesquels ils sont faits ne permettent que des réponses passives. La capacité de contrôler et accorder les propriétés phononiques de ces matériaux pourrait permettre de surmonter ces limitations." (traduction de [55]). C'est pourquoi la section suivante présente différents moyens de modifier les caractéristiques de cristaux phononiques, après leur fabrication.

## Accordabilité

Le terme d'accordabilité ("tunability" en anglais) est utilisé lorsqu'il est possible de modifier les fréquences caractéristiques d'un système à ondes élastiques, c'est-à-dire la fréquence centrale de la bande interdite (ou passante) créée, ou la largeur de cette bande.

L'une des premières solutions apportées à ce problème fut celle de Goffaux et Vigneron [74] en 2001. Des barreaux rigides à section carrée dans une matrice d'air forment le cristal (figure 1.26). Les auteurs montrent théoriquement que la rotation de ces barreaux sur eux mêmes permet d'élargir la BI créée. L'accordabilité est donc limitée à des inclusions (ici les barreaux) n'ayant pas de symétrie axiale. Khelif *et al.* [75] poussent l'idée plus loin et mettent en avant un comportement intéressant qui est celui d'une bande passante à l'intérieur d'une BI. La variation des diamètres intérieurs des tubes en acier placés dans l'eau permet de déplacer la fréquence centrale de la bande passante située dans la BI créée par le cristal. Pennec *et al.* [76] proposent ensuite de modifier la nature du liquide à l'intérieur des cylindres pour modifier la fréquence de la bande passante. La modification est là encore plus une modification du milieu qu'un véritable réglage. Cependant, une application est imaginée : un multiplexeur dont la sélectivité est déterminée par la fréquence de l'onde propagée. La structure consiste simplement en un guide d'onde avec une entrée et deux sorties. Cette idée est encore développée une année plus tard [77] avec deux modifications simples qui permettent de créer une BI dans le guide d'onde, et une BI à travers le cristal phononique suivant l'emplacement du cylindre éliminé. Plus tard, Achaoui *et al.* [78] étudient l'intérêt de matériaux anisotropes dans un cristal phononique, et Lin et Wang [79] démontrent que des tubes cylindriques anisotropiques peuvent remplacer les barreaux de section carrée. Leur rotation permet elle aussi la modulation de la BI créée. La variation du diamètre interne de tubes est toujours actuellement étudiée [80] avec en plus l'ajout de précontraintes permettant le contrôle de la BI.

Toujours dans le domaine des modifications géométriques, la déformation de matrices en polymères a permis des accordabilités intéressantes. Par l'application d'une contrainte mécanique, Bertoldi *et al.* [81] arrivent à déformer le réseau ainsi que la forme même de l'inclusion (figure 1.27) et déplacent ainsi la BI. Par la suite, des résultats expérimentaux sont venus prouver avec des structures 2D [82] et 3D [83] que la déformation du réseau (par différents moyens) aboutissait bien à des modifications sensibles de la BI. L'application d'un champ électrique sur un élastomère diélectrique [84], conduisant là aussi à une déformation du cristal, montre aussi des résultats intéressants.

Des interactions parfois complexes sont prises en compte comme dans l'article de Wang *et al.* [85]. Les effets couplés magnétiques, électriques et élastiques sont étudiés théoriquement, sans pour autant donner une solution pour modifier ces paramètres. Mais d'autres équipes se sont intéressées aux capacités des matériaux magnétostrictifs. Robillard *et al.* [86] montrent que l'application d'un champ électrique sur un réseau de barreaux métalliques piézomagnétiques (Terfenol-D) dans une matrice d'époxy peut modifier la structure de bande du cristal. Le Terfenol-D étant fortement magnétostrictif, il sera de nouveau étudié par Zhang *et al.* [87], avec en plus l'ajout de précontraintes mécaniques.

D'autres recherches encore ont porté sur des moyens plus exotiques. Dans ces cas, les modifications sont souvent de moins grandes amplitudes et surtout difficilement transposables à des applications. C'est le cas par exemple de modifications de la BI [88] ou de la réfraction [89] via la modification du module d'élasticité par contrôle de la température. De même, l'application d'un champ électrique à des matériaux électrorhéologiques [90], ou l'application d'un champ magnétique à des matériaux magnétorhéologiques [91] ou [92] restent principalement théoriques.

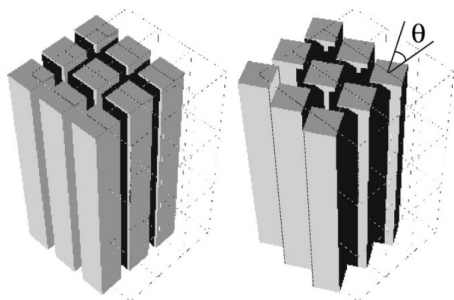


FIGURE 1.26 – Accordabilité par rotation des inclusions (barreaux carrés solides) (d'après [74]).

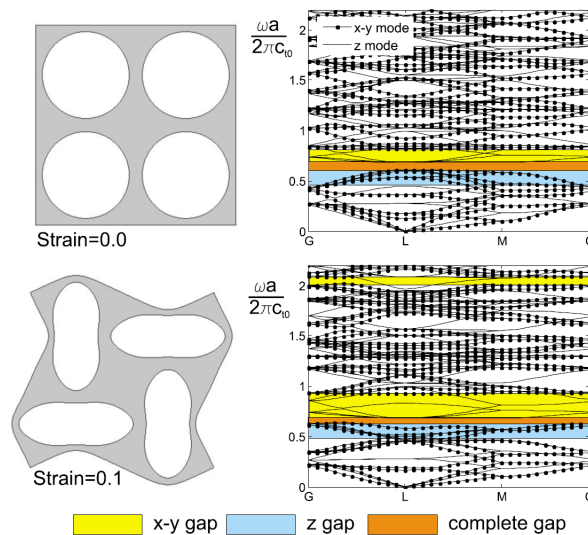


FIGURE 1.27 – Déformation de la matrice en polymère et des inclusions d'air, avec l'effet sur les courbes de dispersion (d'après [81]).

Mais c'est sur les matériaux piézoélectriques que vont se porter ensuite les espoirs pour réaliser des accordabilités facilement exploitables. En effet, ces matériaux constituent des éléments actifs pour lesquels il est possible de modifier les propriétés élastiques sans changer la géométrie du réseau. De plus, la possibilité d'agir électriquement sur de telles structures permet d'imaginer des applications (filtres, interrupteurs, etc.) plus proches des attentes industrielles. L'une des premières études de l'effet piézoélectrique sur les structures de bande est réalisée par Hou *et al.* [93] en 2004. Avec des cylindres en céramique dans une matrice polymère, l'étude aboutit logiquement à la conclusion que plus le volume de matériau piézoélectrique est important dans le réseau, plus l'effet sur la structure de bande est important. Zou *et al.* [94] étudient ensuite la direction de polarisation des éléments piézoélectriques dans une matrice d'époxy. Ils montrent encore une fois l'importance des dimensions de la structure, ainsi que du taux de remplissage

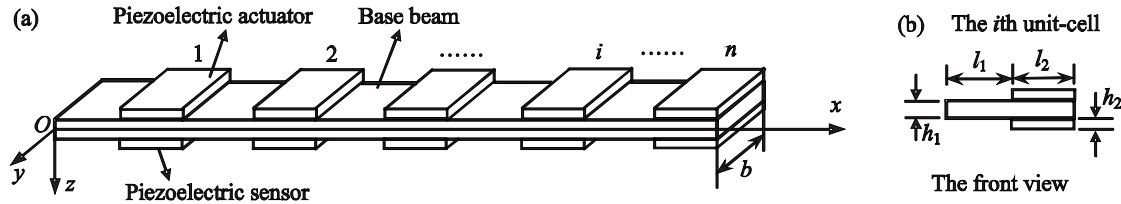


FIGURE 1.28 – Schéma de la poutre utilisée par Li et al. Substrat en aluminium et patches piézoélectriques.  $l_1 = l_2 = 2b = 50,8\text{mm}$   $h_1 = 1\text{mm}$   $h_2 = 0,5\text{mm}$  (d'après [98]).

piézoélectrique.

Deux années après la publication de Zou *et al.*, Ostrovskii *et al.* [95] proposent une géométrie 1D constituée exclusivement de matériaux piézoélectriques. L'alternance de la polarisation constitue à elle seule la périodicité de la structure. On ne parle donc plus maintenant d'inclusions dans une matrice, mais simplement de cellules du réseau. Les résultats théoriques et expérimentaux mettent en lumière une BI contrôlable par le champ électrique imposé sur chaque élément. Suite à ces travaux, Rupp *et al.* [96] conçoivent des motifs 2D (optimisés par des moyens topologiques) appliqués à la direction de polarisation. Ainsi, les effets du changement de conditions électriques (électrodes en circuit ouvert ou en court circuit) sont plus importants, mais la possible réalisation expérimentale (dont il n'est pas fait mention dans l'article) devient beaucoup plus laborieuse.

Dans la continuité de ces avancées, les travaux de thèse de Sébastien Degraeve mettent en avant une autre structure entièrement piézoélectrique et pilotable par des capacités externes [43], et seront détaillés dans la section 1.4.2. Dans le même ordre d'idée, l'équipe de Piliposyan [97] réussit à déplacer une bande passante très étroite dans une BI, en modifiant la largeur de défauts situés aux extrémités du cristal phononique. Ce cristal ressemble à la structure de Degraeve, mais est composé d'une alternance de matériaux piézoélectriques, et est borné de chaque côté par un matériau de longueur infinie. Enfin, Li *et al.* [98] s'inspirent du travail de Airolidi *et al.* [99] et étudient théoriquement la géométrie présentée figure 1.28. Une rétroaction électrique est utilisée pour générer une tension sur les patches piézoélectriques placés au-dessus d'une surface en aluminium. Cette tension modifiant la rigidité de la plaque, modifie les bornes de la BI créée.



### 1.4.2 Bande interdite de charge

Comme il est indiqué dans le paragraphe précédent, un moyen d'accorder un cristal phononique a été développé par Sébastien Degraeve durant sa thèse [43]. Trois articles ([100–102]) décrivant ses travaux réalisés avec le département d'acoustique de l'IEMN à l'ISEN sont publiés, et un brevet ([103]) est déposé avec l'entreprise Thales RT. Plusieurs géométries sont utilisées dans cette étude, mais la plus représentative et la plus intéressante est un empilement de cylindres en PZ29 (matériau présenté en 1.2.2) tous séparés par de fines électrodes en laiton. La figure 1.29 représentant schématiquement cette géométrie met en évidence plusieurs points. La polarisation (représentée par une flèche dans le sens des  $z$  positifs) est la même pour tous les éléments piézoélectriques. La périodicité n'est donc pas due à une alternance du sens des polarisations. Les calculs semi-analytiques montrent que les courbes de dispersion sont identiques lorsqu'on alterne la polarisation. Le mode qui se propage est longitudinal, gouverné par le coefficient de couplage  $k_{33}$ . Le diamètre ainsi que la longueur  $l$  de chaque élément piézoélectrique sont de 10 mm. Le diamètre n'est donc pas petit par rapport à la longueur. Cependant ce sera considéré comme tel dans l'analyse analytique qui sera 1D. Les électrodes de  $50 \mu m$  d'épaisseur étant très fines comparée à la longueur des cylindres, leur contribution mécanique est négligeable. L'accordabilité est réalisée grâce aux capacités qui peuvent soit prendre une valeur nulle ( $C = 0$  donc en circuit ouvert), soit infinie ( $C \rightarrow \infty$  donc en court-circuit - relié à la masse), soit intermédiaire.

Les données expérimentales sont obtenues avec un réseau de 14 éléments piézoélectriques positionné dans un banc de contrainte avec un transducteur d'émission à une extrémité du cristal, et un autre transducteur de mesure à l'autre extrémité. Elles mettent en évidence la formation d'une BI (appelée "bande interdite de charge électrique") due à la périodicité des conditions électriques appliquées. De plus, l'effet de la capacité  $C_2$  (figure 1.29) sur la borne inférieure de la BI et l'effet de la capacité  $C_1$  sur la borne supérieure de la BI montrent qu'il est possible de modifier les bornes de cette BI comme on peut le voir sur la figure 1.30.

Le phénomène mis en évidence dans ces résultats est très intéressant. Une BI est présente dans une structure fabriquée à partir d'un seul matériau polarisé partout de la même façon. La seule périodicité présente dans la structure est électrique, et c'est pour cela que ce phénomène a été appelé "bande interdite de charge électrique". Si le déplacement électrique  $D_3$  est uniforme dans une cellule du réseau, il est discontinu entre les différentes cellules. Cette périodicité électrique, puisque le matériau est piézoélectrique, impose une périodicité dans le domaine mécanique, et permet ainsi une résonance dépendante des connectivités électriques.

Les avantages d'une telle structure sont non négligeables. L'utilisation d'un seul matériau

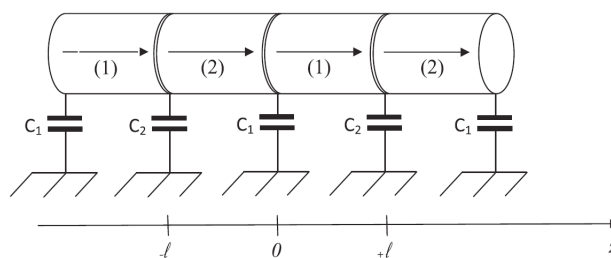


FIGURE 1.29 – Empilement de cylindres séparés par des électrodes reliées électriquement par une capacité (d'après [102]).

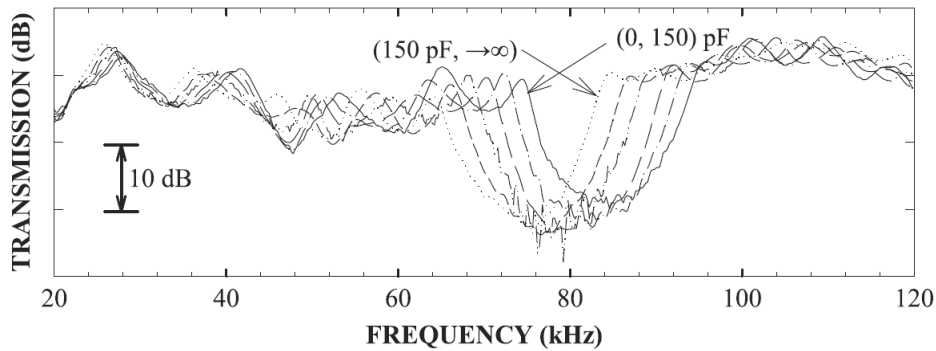


FIGURE 1.30 – Variation de la fréquence centrale de la bande interdite avec largeur de la bande interdite constante (d'après [102]).

permet de s'affranchir des règles nécessaires aux cristaux bimatériaux comme : un nombre impair de cellules, des cellules plus denses aux extrémités du réseau, etc. [104] [105]. De plus, puisque l'accordabilité est réalisée grâce aux conditions électriques, il est possible de se passer d'opération manuelle pour faire évoluer les conditions. On peut donc concevoir un pilotage électronique de l'ensemble, et ce, avec des moyens simples. On peut aussi utiliser des composants électroniques plus complexes comme les capacités négatives, permettant d'augmenter l'accordabilité [106].

Suite à ces travaux, Ponge *et al.* [107] réalisent avec la même géométrie que S. Degraeve une cavité de Fabry-Perot délimitée par un cristal phononique. Ce cristal phononique est lui-même piloté par des conditions électriques. Les influences sur la cavité de divers paramètres comme la longueur de la cavité, le nombre et la longueur des cellules sont étudiées. Enfin, en utilisant cette fois-ci comme géométrie un empilement de plaques, Croëne *et al.* [108] réussissent à déplacer fréquemment une large BI grâce à un matériau piézoélectrique composite de connectivité 1-3.

Cependant, la géométrie utilisée par S. Degraeve présente des inconvénients qui ont constitué le cahier des charges des travaux de thèse de ce manuscrit. En effet, la forme cylindrique et la nature 1D du dispositif sont exploitables pour des fréquences de 50 ou 100 kHz comme c'est le cas ici, mais sont difficilement transposables à de très hautes fréquences. Bien que les travaux de Ponge *et al.*, montrent qu'avec un dispositif similaire il est possible d'observer des effets sur des signaux à 500 kHz, l'adaptation à des composants électroniques industriels serait difficile. De plus, les éléments du cristal doivent être mis en contact de façon optimale pour maximiser la transmission, sans pour autant contraindre les déplacements. Cela a été réalisé avec difficulté en collant les éléments entre eux et en les plaçant dans un banc de contrainte.

Cette problématique s'inscrit plus globalement dans le projet MIRAGES (Méta-matériaux et cristaux phononiques Actifs contrôlés par champs électriques et magnétiques). Ce projet ANR (Agence Nationale de la Recherche) a été financé de janvier 2013 à décembre 2015. Il a eu pour but de développer des cristaux phononiques ajustables par des champs électriques ou magnétiques. Une thèse a notamment été initiée et ses travaux sont donc brièvement présentés dans la section suivante.

### 1.4.3 Ondes de Lamb accordables

Le travail présenté dans cette section est issu de l'article de Kherraz et al. [44], réalisé pendant la thèse de Nesrine Kherraz à l'Université François Rabelais de Tours. L'objectif est similaire à celui de Sébastien Degraeve et consiste à essayer de modifier uniquement par des conditions électriques, un cristal phononique, grâce à des matériaux piézoélectriques.

La géométrie étudiée expérimentalement présentée sur la figure 1.31, est une plaque de 2 mm d'épaisseur, en PZ26 et polarisée selon l'épaisseur avec 29 électrodes en argent déposées en regard sur les deux faces. Contrairement aux barreaux de la structure précédente, l'objectif est ici de propager une onde de Lamb. Mais le principe reste le même, et consiste à moduler l'effet du cristal phononique sur l'onde propagée grâce aux conditions électriques.

Les mesures du déplacement à la surface de la plaque montrent que lorsqu'il y a alternance des électrodes en circuit ouvert et court-circuit, l'amplitude du déplacement est fortement atténuée (figure 1.32). Cette diminution correspond à la BI visible sur les courbes de dispersion calculées numériquement. Cependant, aucune mesure électrique en transmission n'a été réalisée dans ces travaux.

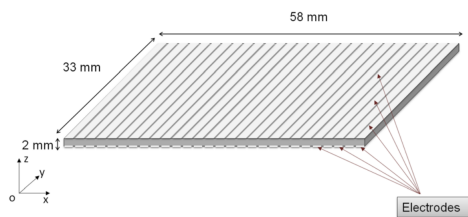


FIGURE 1.31 – Géométrie du dispositif expérimental utilisé par Kherraz et al. (d'après [44]).

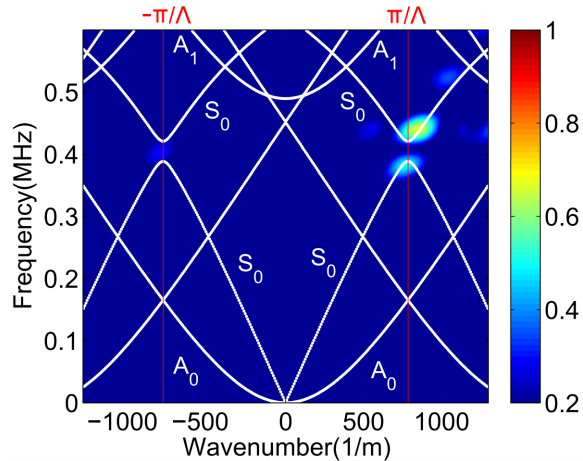


FIGURE 1.32 – Amplitudes de la double transformée de Fourier des signaux mesurés. En blanc, les courbes de dispersion calculées numériquement (d'après [44]).

## 1.5 Conclusion

Nous venons de voir dans ce chapitre que les ondes mécaniques peuvent se propager dans le volume ou en surface de la matière. Les matériaux piézoélectriques peuvent d'ailleurs être utilisés pour générer ou mesurer ces deux types d'ondes. Les modes de propagation dépendent des paramètres du matériau utilisé, mais aussi de la géométrie du solide ainsi que des conditions électriques imposées. En maîtrisant suffisamment ces paramètres, il est possible de réaliser des applications comme les filtres, atténuant la propagation d'ondes pour des bandes fréquentielles indésirables.

La section 1.4 a ensuite introduit le concept de cristal phononique permettant de manipuler la propagation d'ondes élastiques. Ce domaine scientifique plutôt récent se voit à présent confronté à un défi intéressant, qui est celui de rendre un cristal phononique accordable. En effet, la multiplication des systèmes de télécommunications ainsi qu'une concurrence forte, imposent un besoin en innovation rapide dans ce domaine. L'augmentation du nombre d'appareils électroniques impose soit une augmentation du nombre de composants, soit une agilité de ces derniers. Or, en devenant accordables, les cristaux phononiques peuvent constituer une solution pertinente à ce problème.

Différentes façons d'accorder un cristal phononique ont alors été exposées. Cet état de l'art a notamment mis en avant une difficulté : celle de concevoir un réglage du cristal phononique suffisamment rapide et simple pour être utilisé dans des applications concrètes. Les travaux de S. Degraeve et N. Kherraz ont montré que l'utilisation de conditions électriques périodiques semble être une solution judicieuse.

Dans la continuité de ces travaux, un cristal phononique accordable est présenté dans le chapitre suivant. Il constitue une étape intermédiaire entre ce qui est actuellement réalisé, et une technologie qui sera exploitable et utilisable avec les autres composants électroniques propres aux télécommunications.

# Chapitre 2

## Dispositifs à ondes de Lamb

La fin du chapitre précédent a présenté la géométrie du dispositif réalisé par S. Degraeve et a expliqué pourquoi elle est intéressante, mais difficilement transposable aux composants électroniques. C'est pourquoi la section 2.1 de ce chapitre compare cette géométrie à différentes autres solutions. La position des électrodes et la direction de polarisation étant fixées, un dispositif sous forme de barreau est présenté dans la section 2.2. Celui-ci étant difficile à utiliser en pratique, la section 2.3 présente un autre dispositif sous forme de plaque. Une étude paramétrique est ensuite réalisée sur ces géométries dans la section 2.4. Le dispositif sous forme de plaque est fabriqué, et étudié expérimentalement dans la section 2.5. Enfin dans la section 2.6, une étude théorique présente les premiers résultats pour un réseau bidimensionnel d'électrodes dérivé du dispositif pour un mode latéral de plaque, pouvant constituer un futur sujet de recherche intéressant.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Présentation des dispositifs</b>	<b>53</b>
2.1.1	Étude préliminaire sur le rôle des électrodes et de la polarisation	53
2.1.2	Origine de la bande interdite	56
<b>2.2</b>	<b>Dispositif pour mode latéral 31</b>	<b>58</b>
2.2.1	Modèle analytique	58
2.2.2	Validation du modèle analytique du mode 31 par la méthode des éléments finis	63
<b>2.3</b>	<b>Dispositif pour mode latéral de plaque 31'</b>	<b>65</b>
2.3.1	Modèle analytique	65
2.3.2	Validation du modèle analytique du mode 31' par la méthode des éléments finis	67
<b>2.4</b>	<b>Études paramétriques</b>	<b>69</b>
2.4.1	Effets de l'orientation du matériau	69
2.4.2	Effets de la longueur des électrodes	71
2.4.3	Effets d'un désalignement des électrodes	74
<b>2.5</b>	<b>Étude expérimentale du mode latéral de plaque 31'</b>	<b>75</b>
2.5.1	Caractéristiques de l'échantillon expérimental	75
2.5.2	Impédance d'une cellule isolée du réseau	78
2.5.3	Impédance des cellules au sein du réseau	82

2.5.4	Déplacements à la surface de l'échantillon . . . . .	86
2.5.5	Étude harmonique du potentiel électrique en sortie du cristal phononique	92
2.5.6	Étude temporelle du potentiel électrique en sortie du cristal phononique	95
<b>2.6</b>	<b>Étude d'un réseau bidimensionnel d'électrodes . . . . .</b>	<b>97</b>
2.6.1	Dispositif à 4 ports électriques . . . . .	99
2.6.2	Étude du confinement de l'onde . . . . .	101
2.6.3	Étude de la réflexion de l'onde . . . . .	102
<b>2.7</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>104</b>

---

## 2.1 Présentation des dispositifs

Comme nous l'avons vu dans l'historique des cristaux phononiques (section 1.4.1), l'idée même d'un cristal phononique a longtemps reposé sur la périodicité d'au moins deux matériaux aux constantes élastiques différentes. La géométrie proposée par S. Degraeve (empilement de cylindres) a montré que l'alternance de conditions électriques dans un matériau piézoélectrique suffisait à créer un cristal phononique accordable. Cependant, cette géométrie est difficile à fabriquer. Est-il alors possible d'obtenir un effet similaire avec des électrodes placées parallèlement à la direction de propagation ? Quelle sera alors la direction de polarisation optimale des éléments piézoélectriques ?

### 2.1.1 Étude préliminaire sur le rôle des électrodes et de la polarisation

Pour répondre à ces questions, 4 configurations sont comparées. Des éléments piézoélectriques rectangulaires en PZ29, de longueur 20 mm et de hauteur 10 mm sont définis. En effet, les cellules de la figure 1.29 utilisées par S. Degraeve sont constituées de deux cylindres de 10 mm de long chacun, et de diamètre 10 mm. De nouveau, l'effet des électrodes est réalisé grâce aux conditions électriques imposées sur les faces de la géométrie. Leur épaisseur n'est donc pas prise en compte. Les électrodes sont soit reliées à la masse électrique (condition de court-circuit) soit laissées en potentiel flottant (condition de circuit ouvert). La figure 2.1 présente les quatre configurations :

- 1 - Électrodes verticales et polarisation horizontale, soit la configuration de S. Degraeve.
- 2 - Électrodes verticales et polarisation verticale.
- 3 - Électrodes horizontales et polarisation horizontale.
- 4 - Électrodes horizontales et polarisation verticale.

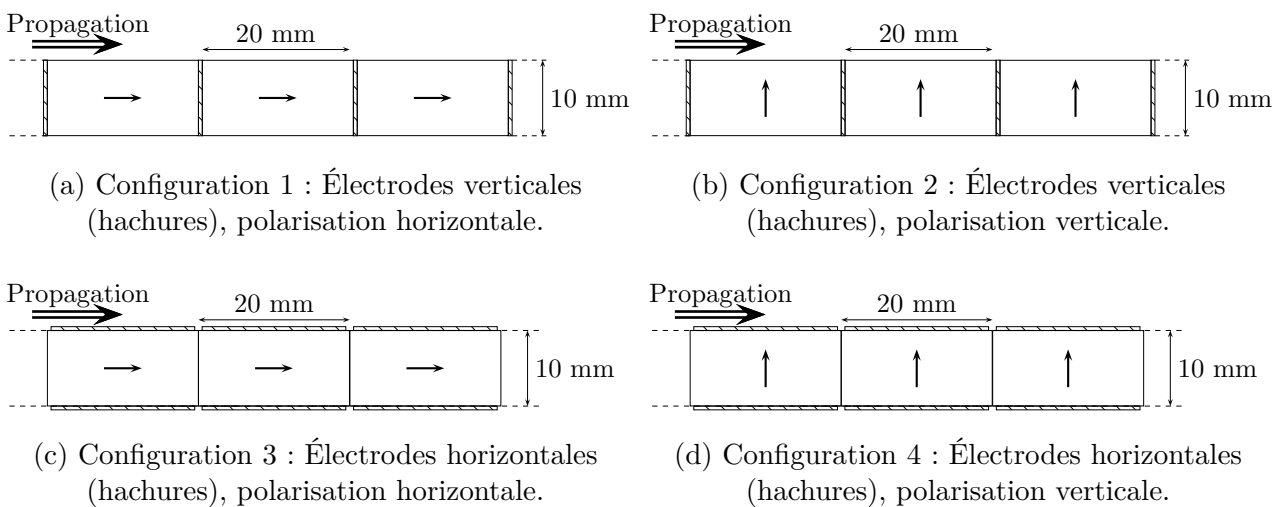


FIGURE 2.1 – Schémas des quatre configurations.

Pour chacune d'elles, un calcul par éléments finis est réalisé avec le code ATILA [22]. Ce calcul modal permet d'obtenir les  $n$  premières fréquences propres du système pour une plage de nombres d'onde entre 0 et  $\pi/d$ ,  $d$  étant la taille d'une cellule du réseau. Les courbes de dispersion des modes se propageant dans le réseau sont alors tracées à l'aide des fréquences calculées. Ces calculs étant réalisés en 2D, la structure est considérée comme infinie et homogène dans la troisième direction. Cette condition de déformation plane conduit à la présence de deux modes dès l'origine (fréquence et nombre d'onde nuls). Dans ce calcul, le mode à la pente la plus faible (vitesse de propagation la plus faible) est le mode antisymétrique  $A_0$ . Le mode à vitesse de propagation plus élevée est le mode symétrique  $S_0$ .

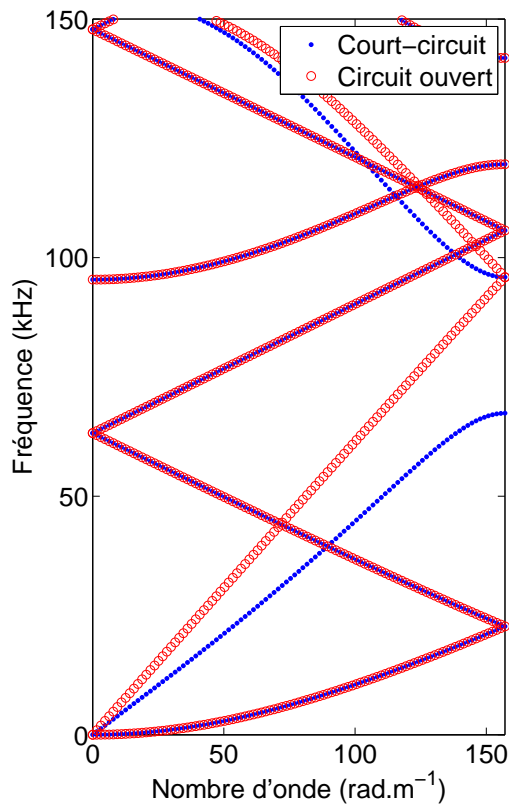
Nous retrouvons sur la figure 2.2a des résultats très proches de ceux obtenus par S. Degraeve. Aucune BI n'est présente en condition de circuit ouvert alors qu'une BI est présente en condition de court-circuit pour le mode  $S_0$ . Le modèle n'étant plus 1D (axisymétrique), mais bien 2D, la borne inférieure de la BI est très légèrement plus haute (67,4 kHz au lieu de 63,8 kHz), et les modes antisymétriques peuvent désormais exister. Les modes  $A_0$  et  $A_1$  (à 95 kHz en  $k = 0$ ) sont d'ailleurs visibles.

La figure 2.2b montre que la polarisation verticale (pour des électrodes verticales) n'est pas intéressante. En effet, une BI est présente pour le mode  $S_0$ , quelles que soient les conditions électriques, ce n'est pas ce qui est recherché. Cependant, une ouverture de BI en court-circuit est visible sur le mode  $A_0$ , mais est très faible.

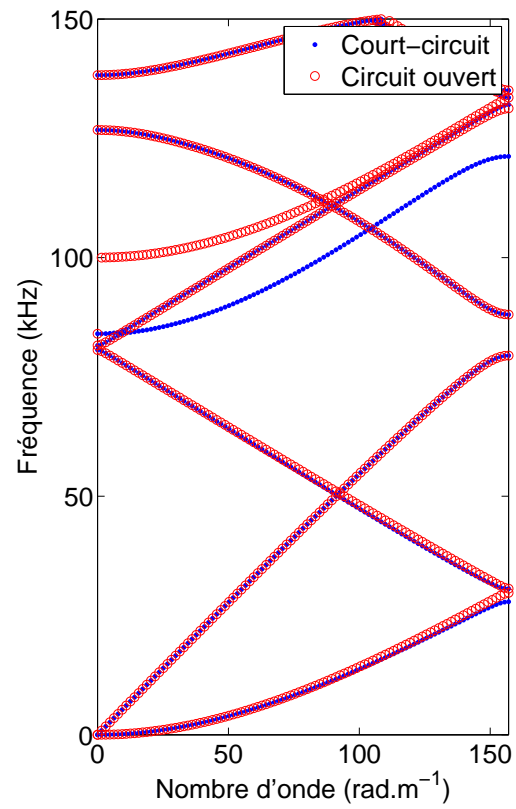
On retrouve bien une BI lorsque les électrodes sont parallèles à la direction de propagation (configurations 3 et 4, figure 2.2c et 2.2d). Ceci est un résultat très intéressant, car le milieu de propagation de l'onde n'est plus séparé par des électrodes. Il n'y a donc plus de problème d'assemblage des différents éléments. De plus, il est maintenant envisageable de fabriquer un dispositif en un seul bloc piézoélectrique, sur lequel seront déposées des électrodes. Il est important de remarquer que la BI est maintenant présente lorsque les électrodes sont en circuit ouvert, contrairement aux configurations 1 et 2 où la BI n'était présente qu'en court-circuit. La section 2.1.2 donne des explications sur l'origine de cette BI.

Enfin, pour des électrodes horizontales (configurations 3 et 4), les deux directions de polarisation permettent l'ouverture d'une BI sur le mode  $S_0$ . Les largeurs relatives de ces bandes interdites sont assez proches : 11,0 % et 12,6 %, respectivement pour les configurations 3 et 4. Cependant, la configuration 4 (polarisation verticale) est beaucoup plus facile à fabriquer. En effet, lors de l'étape de polarisation réalisée par le fournisseur de matériau, il est plus facile de polariser une faible épaisseur avec des électrodes de grande surface que l'inverse. C'est pourquoi la configuration 4 est utilisée dans le reste de ce chapitre.

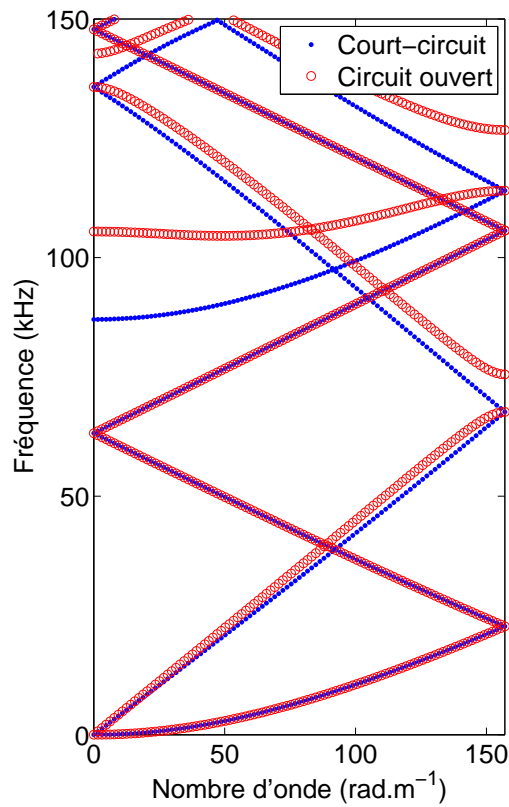




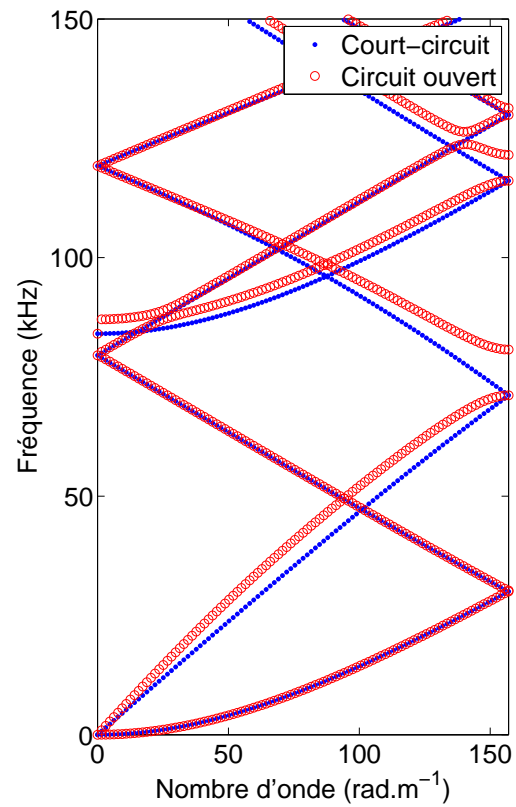
(a) Configuration 1.



(b) Configuration 2.



(c) Configuration 3.



(d) Configuration 4.

FIGURE 2.2 – Courbes de dispersion des quatre configurations de la figure 2.1. Calcul par éléments finis de cellules en PZ29.

### 2.1.2 Origine de la bande interdite

Afin de comprendre pourquoi une BI est créée, il est nécessaire de visualiser le champ des grandeurs physiques à l'intérieur de la structure à la fréquence d'antirésonance. Pour cela, un calcul par éléments finis (ATILA) est réalisé en 2D à la fréquence d'antirésonance de la configuration 4 (soit 77 MHz) sur trois périodes (trois cellules), lorsque les électrodes sont en condition de circuit ouvert. Il s'agit donc d'un rectangle en PZ29 polarisé verticalement avec des électrodes horizontales. Il est alors possible de visualiser la variation des champs le long de l'axe de propagation.

Le calcul par éléments finis donne directement le déplacement  $U$  ainsi que le potentiel électrique  $\Phi$  en chaque nœud du maillage. La déformation  $S$  et le champ électrique  $E$  sont obtenus par le calcul respectivement du gradient du déplacement et du gradient du potentiel électrique.

Sur les figures suivantes, la longueur des cellules est délimitée par des doubles flèches. Le déplacement le long de la surface supérieure, sur la figure 2.3a, ne présente pas de discontinuité. Le champ des déformations sur la figure 2.3b ne présente pas lui non plus de discontinuité. Cependant, le potentiel électrique représenté sur la figure 2.3c présente une alternance suivant l'électrode. Le champ électrique qui en découle (figure 2.3d) est donc discontinu. On peut donc voir que sur la surface supérieure (figure 2.3e), la valeur du champ électrique selon  $x_2$  est continue au sein d'une même cellule, mais discontinue le long du réseau. Il est de valeur opposée pour des cellules adjacentes. C'est cette discontinuité qui provoque l'ouverture de la BI. À contrario, dans le cas de la structure utilisée par S. Degraeve, c'est une discontinuité du déplacement électrique qui était à l'origine de la BI [101].

Nous voyons donc que la bande interdite générée par la configuration 4 n'est pas due à l'alternance de constantes élastiques différentes. Il ne s'agit pas d'une Bande Interdite de Bragg classique. De plus, il ne s'agit pas d'une bande interdite de charge électrique comme définie par S. Degraeve [101], car cette dernière était provoquée par la discontinuité du déplacement électrique. **On peut donc qualifier cette BI de Bande Interdite électrique.**

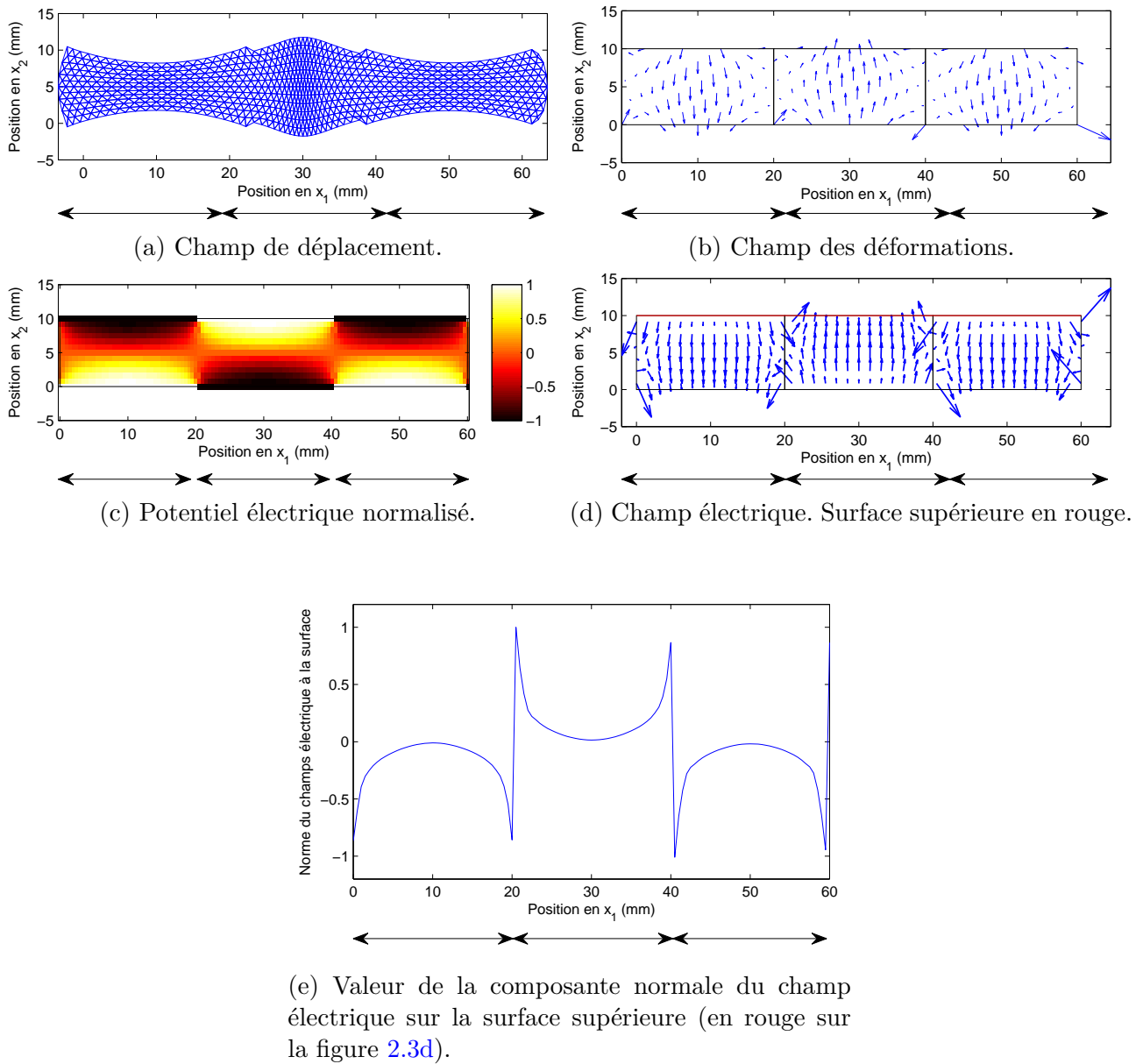


FIGURE 2.3 – Représentation de grandeurs physiques dans trois cellules (Configuration 4) à 77 MHz. Une double flèche correspond à une cellule.

## 2.2 Dispositif pour mode latéral 31

Comme nous venons de le voir, un réseau de parallélépipèdes avec des électrodes parallèles à la propagation de l'onde générée, et avec une polarisation normale à cette dernière permet de créer une BI dont l'ouverture est pilotée par les conditions électriques imposées. Cette configuration correspond à la géométrie permettant de générer le mode 31, présentée sur la figure 1.7 dans la section 1.2.4. Un modèle analytique est donc développé afin de calculer la courbe de dispersion pour ce dispositif et ainsi déterminer la position et la largeur de la BI créée. Par la suite, des calculs par éléments finis permettent de valider ce modèle.

### 2.2.1 Modèle analytique

On considère donc la géométrie décrite dans la section  $k_{31}$  (1.2.4) pour un matériau de classe cristalline 4mm. C'est un parallélépipède de longueur  $a$  infinie, polarisé selon l'épaisseur  $c$ . La largeur  $b$  et l'épaisseur  $c$  très petites devant  $a$  permettent de considérer le problème comme 1D suivant  $x_1$ . De plus, une métallisation périodique d'épaisseur négligeable est présente sur les deux faces (plan  $x_1x_2$ ). Enfin, on considère que la distance séparant deux électrodes est assez faible pour que la taille des électrodes soit égale à la période du réseau. La figure 2.4 représente un réseau de 3 cellules. Chaque cellule est identique à celle présentée figure 1.7.

Les dimensions suivant lesquelles les contraintes  $T_2$  et  $T_3$  s'appliquent étant infiniment petites, ces deux composantes sont nulles au sein de cette géométrie. Les équations constitutives de la piézoélectricité aboutissent donc aux équations (1.18) rappelées ici :

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \\ D_3 &= d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Tous les champs sont supposés dépendant du temps sous la forme  $\exp(-j\omega t)$  (où  $t$  est le temps,  $j$  le coefficient imaginaire et  $\omega$  la pulsation). Cette écriture sera donc omise dans le développement des équations.

Le déplacement suivant  $x_1$  dans chaque cellule est défini comme :

$$U(x_1) = A \cos(k_c x_1) + B \sin(k_c x_1) \quad (2.2)$$

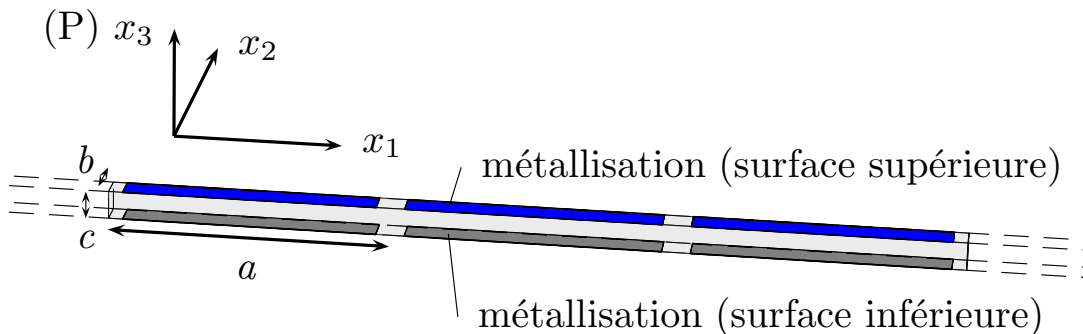


FIGURE 2.4 – Représentation d'un réseau de 3 cellules polarisées (P) selon l'épaisseur, pour l'excitation du mode 31. Le pas du réseau est de longueur  $a$ .  $b$  et  $c$  sont considérés petits devant  $a$ .

où  $A$  et  $B$  sont deux amplitudes inconnues à déterminer, et  $k_c$  le nombre d'onde à l'intérieur de la cellule et défini par :

$$k_c = \omega/v \quad (2.3)$$

où  $\omega$  est la pulsation, et  $v$  la vitesse de propagation de l'onde définie comme :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\rho s_{11}^E}} \quad (2.4)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du matériau piézoélectrique.

### Relation entre déplacement, contrainte et courant électrique

On utilise ensuite la relation de Bloch-Floquet. Cette relation met en évidence l'existence de solutions liées par un déphasage (de type  $e^{j\theta}$ ), pour des équations différentielles évaluées aux bornes d'une cellule d'un réseau périodique (dans notre cas :  $x_1 = 0$  et  $x_1 = a$ ). Appliquée au champ de déplacement du cristal phononique en  $x_1 = a$ , on obtient :

$$U(a) = XU(0) \quad (2.5)$$

où  $X = e^{jka}$ , et  $k$  est le nombre d'onde du réseau périodique.

Le report de cette équation dans l'équation (2.2) nous donne la relation de phase appliquée au déplacement :

$$\boxed{A \cos(k_c a) + B \sin(k_c a) = XA} \quad (2.6)$$

La relation de Bloch-Floquet appliquée cette fois-ci à la contrainte donne :

$$T_1(a) = XT_1(0) \quad (2.7)$$

Il faut alors exprimer  $T_1(x_1)$  en fonction de  $A$  et  $B$ .

Puisqu'il y a conservation des charges lors de la traversée du courant dans le matériau et que les effets de bord peuvent être négligés,  $D_1 = D_2 = 0$ . Enfin, d'après le théorème de Gauss on sait que l'intensité du courant vaut :

$$I = - \int_0^b \int_0^a \frac{\partial D_3(x_1)}{\partial t} dx_1 dx_2 \quad (2.8)$$

où  $\frac{\partial D_3(x_1)}{\partial t} = -j\omega D_3(x_1)$ . On peut donc écrire :

$$I = j\omega \int_0^b \int_0^a D_3(x_1) dx_1 dx_2 \quad (2.9)$$

On utilise ensuite les équations (2.1) pour exprimer  $D_3(x)$  en fonction de  $S_1$  et  $E_3$ . L'équation (2.9) devient alors :

$$I = j\omega \int_0^b \int_0^a \frac{d_{31}}{s_{11}^E} S_1(x_1) + (\varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E}) E_3 dx_1 dx_2 \quad (2.10)$$

Soit en intégrant :

$$I = j\omega b \left\{ \frac{d_{31}}{s_{11}^E} (U(a) - U(0)) + a \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 \right\} \quad (2.11)$$

On suppose à présent l'existence d'une impédance  $Z_{ext}$  placée aux bornes des électrodes. Comme expliqué précédemment, le champ électrique est constant selon l'épaisseur au sein d'une cellule :

$$- \int_0^c E_3 dx_3 = \Phi = Z_{ext} I \quad (2.12)$$

Ainsi, le champ électrique s'écrit simplement :

$$E_3 = -Z_{ext} \frac{I}{c} \quad (2.13)$$

Le report de l'équation (2.13) dans l'équation (2.11) aboutit donc à :

$$I = j\omega b \left\{ \frac{d_{31}}{s_{11}^E} (U(a) - U(0)) + a \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) \left( -Z_{ext} \frac{I}{c} \right) \right\} \quad (2.14)$$

En isolant  $I$ , on peut exprimer le courant sous la forme :

$$I = \frac{j\omega b \frac{d_{31}}{s_{11}^E}}{1 + \frac{Z_{ext}}{c} j\omega a b \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right)} (U(a) - U(0)) \quad (2.15)$$

Il est alors nécessaire de rassembler plusieurs termes sous un coefficient  $\alpha$ , afin de simplifier l'écriture. En utilisant la définition de  $k_{31}$  vue dans l'équation (1.20) et en définissant la capacité bloquée  $C_0$  comme établie par Wilson, [109]

$$C_0 = \frac{ab}{c} \varepsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \quad (2.16)$$

on définit  $\alpha$  comme :

$$\alpha = \frac{1}{k_c a} \frac{1}{\left( \frac{1}{jZ_{ext}\omega C_0} + 1 \right) \left( \frac{1}{k_{31}^2} - 1 \right)} \quad (2.17)$$

La valeur du courant peut alors être réécrite comme :

$$I = \frac{k_c c}{d_{31} Z_{ext}} \alpha (U(a) - U(0)) \quad (2.18)$$

ou encore :

$$I = \frac{k_c c}{d_{31} Z_{ext}} \alpha (A \cos(k_c a) + B \sin(k_c a) - A) \quad (2.19)$$

À l'aide des équations (2.1), la contrainte  $T_1(x_1)$  s'exprime en fonction de  $S_1$  et de  $E_3$ , puis à l'aide de l'équation (2.13), en fonction de  $S_1$  et  $I$  :

$$T_1(x_1) = \frac{1}{s_{11}^E} (S_1(x_1) + d_{31} Z_{ext} \frac{I}{c}) \quad (2.20)$$

En reportant la valeur  $S_1(x_1) = -A k_c \sin(k_c x_1) + B k_c \cos(k_c x_1)$  et l'équation (2.19) dans l'expression de  $T_1(x_1)$  on trouve :

$$T_1(a) = \frac{1}{s_{11}^E} (-Ak_c \sin(k_c a) + Bk_c \cos(k_c a) + k_c \alpha (A \cos(k_c a) + B \sin(k_c a) - A)) \quad (2.21)$$

Par ailleurs, puisque  $T_1(a) = XT_1(0)$  par la relation de Bloch-Floquet, on écrit :

$$T_1(a) = X \frac{1}{s_{11}^E} (Bk_c + k_c \alpha (A \cos(k_c a) + B \sin(k_c a) - A)) \quad (2.22)$$

La relation (2.7) aboutit donc après simplifications à :

$$\boxed{A\{-\sin(k_c a) + \alpha(\cos(k_c a) - 1)(1 - X)\} + B\{\cos(k_c a) - X + \alpha \sin(k_c a)(1 - X)\} = 0} \quad (2.23)$$

Enfin, si l'on suppose que l'impédance externe est une capacité,  $Z_{ext} = \frac{1}{jC_{ext}\omega}$ , on peut écrire  $\alpha$  sous la forme :

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{\left(\frac{C_{ext}}{C_0} + 1\right)k_c a \left(\frac{1}{k_{31}^2} - 1\right)}} \quad (2.24)$$

### Relation de dispersion

Les deux conditions (2.6) et (2.23) permettent de construire le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} \cos(k_c a) - X & \sin(k_c a) \\ -\sin(k_c a) + \alpha(\cos(k_c a) - 1)(1 - X) & \cos(k_c a) - X + \alpha \sin(k_c a)(1 - X) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

La solution autre que la solution triviale ( $A = B = 0$ ) entraîne l'annulation du déterminant de la matrice de l'équation (2.25) et conduit à la **relation de dispersion** :

$$\boxed{\cos(ka) = \frac{\cos(k_c a) + \alpha \sin(k_c a)}{1 + \alpha \sin(k_c a)}} \quad (2.26)$$

On constate que la propagation de ce mode est bien dépendante du coefficient de couplage  $k_{31}$  (inclus dans le coefficient  $\alpha$ ). La section 2.4.1 montrera d'ailleurs comment l'orientation du cristal permet d'augmenter le  $k_{31}$ , et ainsi augmenter la largeur relative de la bande interdite créée par ce mode. De plus, on peut vérifier que lorsque  $Z_{ext}$  est nul (condition de court-circuit, soit  $C_{ext} = \infty$ ), la relation de dispersion aboutit à :  $\cos(ka) = \cos(k_c a)$  et le nombre d'onde  $k$  est égal au nombre d'onde  $k_c$  dans une couche seule  $k = k_c$ . Cela revient à considérer un matériau homogène avec des électrodes en court-circuit de part et d'autre.

### Position de la première bande interdite

En condition de court-circuit et en bord de zone de Brillouin, le nombre d'onde  $k$  est égal à :

$$k = \pi/a \quad (2.27)$$

En y reportant l'équation (2.3), on obtient :

$$\boxed{f_r = \frac{v}{2a}} \quad (2.28)$$

Cette fréquence correspond bien à la fréquence de résonance d'un élément comme définie par O.B. Wilson [109].

On cherche ensuite la fréquence en bord de zone de Brillouin lorsque l'impédance  $Z$  est infinie. L'équation (2.26) devient :

$$-1 = \cos(k_c a) + 2\alpha \sin(k_c a) \quad (2.29)$$

Il est ensuite nécessaire d'utiliser les formules trigonométriques suivantes :

$$\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad (2.30)$$

et

$$\sin x = \frac{2t}{1 + t^2} \quad (2.31)$$

où  $t = \tan(x/2)$ .

On pose alors  $t = \tan(k_c a/2)$  et l'on peut réécrire l'équation (2.29) en :

$$-1 = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} + 2\alpha \frac{2t}{1 + t^2} \quad (2.32)$$

qui peut être simplifié en :

$$t = \frac{-1}{2\alpha} \quad (2.33)$$

Or, puisque  $Z \rightarrow \infty$ ,  $\alpha = \frac{1}{k_c a (\frac{1}{k_{31}^2} - 1)}$  et l'équation (2.33) devient :

$$\tan(k_c a/2) = -k_c a/2 \left( \frac{1}{k_{31}^2} - 1 \right) \quad (2.34)$$

Enfin, puisque  $k_c = \frac{2\pi f}{v}$ , la relation (2.34) aboutit à l'équation transcendante :

$$\boxed{1 - \frac{1}{k_{31}^2} + \frac{\tan(a\pi f_a/v)}{a\pi f_a/v} = 0} \quad (2.35)$$

La fréquence vérifiant l'équation (2.35) correspond à la fréquence d'antirésonance  $f_a$  d'un élément seul comme définie par O.B. Wilson [109]. Les fréquences  $f_r$  et  $f_a$  définissent ainsi les limites de la première bande interdite.  $f_r$  reste constante quelle que soit la valeur du coefficient de couplage. La largeur de la bande interdite créée sur ce mode est directement dépendante de la valeur du coefficient de couplage  $k_{31}$ .



### 2.2.2 Validation du modèle analytique du mode 31 par la méthode des éléments finis

La relation de dispersion (2.26) permet de calculer la courbe de dispersion du mode 31. En effet, pour une fréquence donnée ( $k_c = \omega/v$ ), un nombre d'onde  $k$  correspondant est déduit. Ce procédé est répété sur une plage de fréquence et aboutit aux courbes de dispersion dépendantes de la capacité extérieure  $C_{ext}$ .

Afin de comparer le calcul analytique au calcul par éléments finis, la géométrie décrite au début de la section 2.2.1 est modélisée en 3D. Afin de respecter les hypothèses, la longueur  $a$  est fixée à 1 mm et les côtés de la section carrée  $b$  et  $c$  sont fixés à 0,05 mm. Le matériau étudié est à présent le PMN-28PT coupe ZX. Ce matériau de classe 4mm n'a pas les mêmes symétries que le PZ29 et est plus difficile à mettre en œuvre, mais il possède des coefficients de couplage élevés. C'est pourquoi il est utilisé expérimentalement dans la section 2.5. La longueur de l'électrode est bien sûr importante, mais elle sera étudiée en détail dans la section 2.4.2. Dans les hypothèses de départ, celle-ci est considérée égale à la longueur de la cellule. Physiquement, il n'est pas possible de réaliser ceci, car si l'électrode recouvre toute la surface, aucune périodisation n'est possible. Cependant, il est tout de même possible de réaliser un calcul modal par éléments finis avec ces conditions, l'espace entre les électrodes étant supposé très petit.

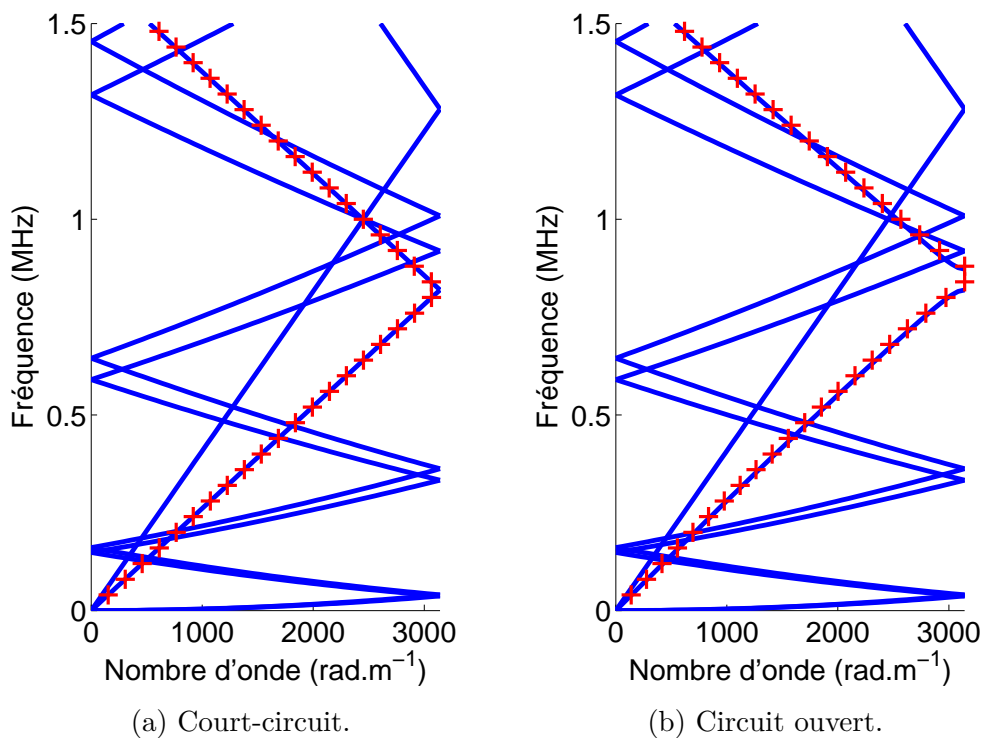


FIGURE 2.5 – Calcul analytique (croix rouges) et calcul par éléments finis (lignes bleues) du mode 31.

Les données présentées sur les figures 2.5a et 2.5b permettent de comparer les résultats issus du calcul analytique, avec ceux du calcul par éléments finis. Le calcul par éléments finis fait apparaître quatre modes alors que le calcul analytique n'en décrit qu'un seul. Les deux modes à plus faible vitesse de propagation sont des modes antisymétriques dont le déplacement se fait

soit selon  $x_2$  soit selon  $x_3$ . Le mode à plus haute vitesse de propagation est un mode de torsion. Le mode restant est le mode symétrique de compressions/dilatation que nous cherchons à exciter : le mode 31. Puisque c'est le premier mode symétrique, il est aussi nommé mode S0. Cependant, afin de garder compréhensible le raisonnement développé ici, on continuera à l'appeler mode 31. On peut voir concernant ce mode un très bon accord entre les deux méthodes de calcul, en court-circuit comme en circuit ouvert. On valide ainsi le modèle analytique développé.

La vitesse de propagation maximale du mode 31 est calculée grâce à la pente à l'origine sur la figure 2.5b, et vaut 1639 m/s. Le maillage étant fixé à 20 mailles dans la direction  $x_1$ , et 2 mailles dans les deux autres directions, est suffisant pour respecter la condition minimale de 4 mailles par longueur d'onde pour décrire les différents champs (interpolation quadratique).

Il est important de noter que ces résultats confirment la présence d'une BI lorsque les électrodes sont laissées en potentiel flottant (ou circuit ouvert). Cette BI a pour borne inférieure la fréquence de résonance  $f_r$  et pour borne supérieure la fréquence d'antirésonance  $f_a$  d'un élément seul. Ces fréquences ont été déterminées analytiquement dans la section 2.2.1. La figure 2.5a montre que la BI est fermée lorsque les électrodes sont reliées à la masse (court-circuit). La fréquence de ce mode en bord de zone de Brillouin est la fréquence de résonance  $f_r$ . La largeur relative de la BI en circuit ouvert est de 6,1 %, et on verra dans la section 2.4.1 que l'on peut optimiser cette BI en modifiant l'orientation du cristal.

## 2.3 Dispositif pour mode latéral de plaque 31'

Nous venons de voir qu'un réseau d'électrodes sur un barreau permet de générer un mode latéral 31. Une BI électrique est présente lorsque les conditions électriques des électrodes intermédiaires sont en circuit ouvert, et la largeur de cette BI est liée au coefficient de couplage  $k_{31}$ . Cependant, une telle géométrie est difficile à fabriquer. En effet, un barreau long et fin est très fragile, et la dépose d'électrodes sur ces faces est délicate.

Il est donc nécessaire d'augmenter la largeur  $b$  de la géométrie et ainsi de transformer les barreaux en plaques. Le mode est alors un mode latéral de plaque, appelé : **mode 31'**. Cette section présente donc un modèle analytique décrivant la propagation du mode 31' dans un réseau infini de plaques. Ensuite, un calcul par éléments finis valide ce modèle.

### 2.3.1 Modèle analytique

La géométrie étudiée à présent est un parallélépipède de classe cristalline 4mm, de longueur  $a$  et de largeur  $b$  très grandes devant l'épaisseur  $c$ , comme le présente la figure 2.6. La polarisation est toujours suivant l'épaisseur, et une métallisation périodique d'épaisseur négligeable est présente sur les deux faces (plan  $x_1x_2$ ). Cette configuration est donc très proche de celle présentée dans la section 2.2.1.  $k_c$  est toujours le nombre d'onde à l'intérieur de la cellule et  $v$  la vitesse de propagation de l'onde définie comme :  $v = \frac{1}{\sqrt{\rho s_{11}^E}}$ . Ainsi, seuls les calculs présentant des différences avec le développement analytique précédent seront exposés ici.

Les premières conséquences de la grande largeur  $b$  sont l'annulation du déplacement  $S_2$  et le caractère non nul de la contrainte  $T_2$ . Les équations constitutives de la piézoélectricité se résument donc à :

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}^E T_1 + s_{12}^E T_2 + d_{31} E_3 \\ 0 &= s_{12}^E T_1 + s_{11}^E T_2 + d_{31} E_3 \\ D_3 &= d_{31} T_1 + d_{31} T_2 + \varepsilon_{33}^T E_3 \end{aligned} \quad (2.36)$$

La deuxième équation du système (2.36) permet d'écrire la contrainte  $T_2$  comme

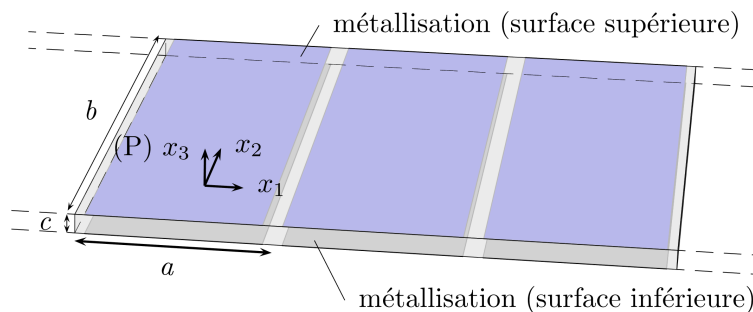


FIGURE 2.6 – Représentation d'un réseau de 3 cellules polarisées (P) selon l'épaisseur, pour l'excitation du mode 31'. Le pas du réseau est de longueur  $a$ . L'épaisseur  $c$  est considérée petite devant  $a$  et  $b$ .

$$T_2 = -\frac{s_{12}^E T_1 + d_{31} E_3}{s_{11}^E} \quad (2.37)$$

et ainsi écrire les déformations et l'induction électrique en fonction de  $T_1$  et  $D_3$  :

$$S_1 = \left( s_{11}^E - \frac{(s_{12}^E)^2}{s_{11}^E} \right) T_1 + d_{31} \left( 1 - \frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) E_3 \quad (2.38)$$

$$D_3 = d_{31} \left( 1 - \frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 \quad (2.39)$$

On peut alors simplifier ce système avec les formulations suivantes :

$$d'_{31} = d_{31} \left( 1 - \frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) \quad (2.40)$$

$$\varepsilon_{33}^{T'} = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \quad (2.41)$$

$$s_{13}^{E'} = s_{13}^E - \left( \frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) \quad (2.42)$$

En utilisant cette formulation dans l'équation (2.38),  $T_1$  peut être réécrit comme :

$$T_1 = \frac{S_1}{s_{11}^{E'}} - \frac{d'_{31} E_3}{s_{11}^{E'}} \quad (2.43)$$

Le théorème de Bloch-Floquet est appliqué comme dans le précédent modèle au déplacement et à la contrainte. Le théorème de Gauss sur le champ électrique est utilisé de la même manière, et l'équation (2.9) conduit cette fois-ci à

$$I = -\int_0^b \int_0^a \frac{\partial D_3(x_1)}{\partial t} dx_1 dx_2 = j\omega \int_0^b \int_0^a d_{31} \left( 1 - \frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 dx_1 dx_2 \quad (2.44)$$

Le courant électrique peut finalement s'écrire comme :

$$I = j\omega \int_0^b \int_0^a \frac{d'_{31}}{s_{11}^{E'}} S_1 + \left( \varepsilon_{33}^{T'} - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^{E'}} \right) E_3 dx_1 dx_2 \quad (2.45)$$

Le développement à faire par la suite est identique à celui présenté pour le modèle 31. Le coefficient de couplage est simplement réécrit en utilisant les formules 2.40 à 2.42 :

$$k_{31}' = \frac{d'_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^{T'} s_{11}^{E'}}} \quad (2.46)$$

ce qui permet de définir un coefficient  $\alpha'$  permettant de simplifier l'écriture

$$\alpha' = \frac{1}{\left( \frac{C_{ext}}{C_0} + 1 \right) k_c a \left( \frac{1}{k_{31}'^2} - 1 \right)} \quad (2.47)$$

où  $C_0' = \frac{ab}{c} \varepsilon_{33}^{T'} (1 - k_{31}'^2)$ .

Finalement, la relation de dispersion de ce mode est identique à celle de l'équation (2.26), avec un coefficient  $\alpha'$  :

$$\cos(ka) = \frac{\cos(k_c a) + \alpha' \sin(k_c a)}{1 + \alpha' \sin(k_c a)} \quad (2.48)$$

Cette relation permet de déduire pour chaque fréquence donnée ( $k_c = \omega/v$ ) le nombre d'onde  $k$  du mode 31'. La dispersion du mode fait apparaître une BI dont la borne inférieure correspond à la fréquence de résonance  $f_r$  d'une cellule du réseau, et la borne supérieure correspond à la fréquence d'antirésonance  $f_a$  d'une cellule du réseau. La largeur de la BI de ce mode est d'autant plus grande que le coefficient de couplage  $k'_{31}$  est grand.

### 2.3.2 Validation du modèle analytique du mode 31' par la méthode des éléments finis

Afin de comparer le calcul analytique au calcul par éléments finis, la géométrie décrite au début de la section 2.3.1 est modélisée en 2D. Afin de respecter les hypothèses, la longueur  $a$  est fixée à 1 mm, et l'épaisseur  $c$  est fixée à 0,05 mm. Mais la largeur  $b$  étant grande, il est possible de simuler cette caractéristique par une déformation plane (ou dimension infinie). Dans un premier temps, seul le PMN-28PT coupe ZX est étudié pour pouvoir être comparé aux résultats précédents. De même, les conditions électriques dues à l'électrode sont d'abord imposées sur toute la cellule.

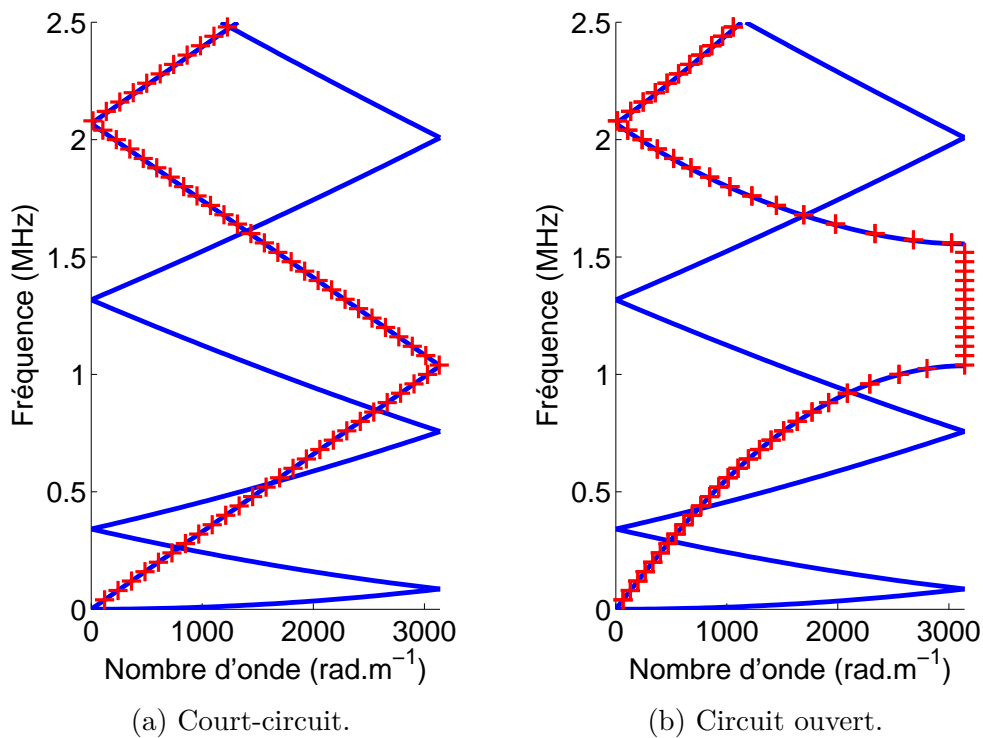


FIGURE 2.7 – Calcul analytique (croix rouges) et calcul par éléments finis (lignes bleues) du mode 31'.

Les données présentées sur les figures 2.7a et 2.7b permettent de comparer les résultats issus du calcul analytique, à ceux du calcul par éléments finis. Le calcul par éléments finis ne fait apparaître plus que deux modes puisqu'il est réalisé en 2D. Le mode à plus faible vitesse de propagation est un mode antisymétrique. Le mode 31' est, comme le mode 31, un mode symétrique de compressions / dilatation. Puisque c'est le premier mode symétrique, il est aussi nommé mode S0. Cependant, afin de garder compréhensible le raisonnement développé ici et pour ne pas le confondre avec le mode 31, on continuera à l'appeler mode 31'. On peut voir concernant ce mode un très bon accord entre les deux méthodes de calcul (différence inférieure à 0,2%), en court-circuit comme en circuit ouvert. On valide ainsi le modèle analytique développé.

La vitesse de propagation maximale du mode d'intérêt est calculée grâce à la pente à l'origine sur la figure 2.7b, et vaut 2075 m/s. Le maillage étant fixé à 40 mailles dans la direction  $x_1$ , et 4 mailles dans la seconde direction ( $x_3$ ), est suffisant pour respecter la condition minimale de 4 mailles par longueur d'onde.

Ces résultats confirment la présence d'une BI lorsque les électrodes sont laissées en potentiel flottant (ou circuit ouvert). La figure 2.7a montre que la BI est fermée lorsque les électrodes sont reliées à la masse (court-circuit).

On retrouve la même logique que pour le mode 31. En condition de court-circuit, la fréquence en bord de zone de Brillouin du mode 31' correspond à la fréquence de résonance  $f_r$  d'un élément seul. En condition de circuit ouvert, la BI créée a pour bornes  $f_r$  et  $f_a$ . Plus le coefficient de couplage  $k'_{31}$  est grand, plus la  $f_a$  est élevée, et plus la largeur de la BI est importante.

L'orientation des électrodes ou de la polarisation n'a pas changé entre le mode 31 ou 31'. L'origine de l'ouverture de la BI reste la même que celle décrite dans la section 2.1.2. C'est-à-dire que le champ électrique est continu au sein d'une cellule, mais discontinu entre la cellule et la suivante. Cette discontinuité périodique crée ainsi la BI électrique.

La largeur relative de la BI en circuit ouvert est à présent de 40 %. Cette valeur est beaucoup plus élevée que la largeur relative du mode précédent. Cet effet est expliqué dans la suite du chapitre.

## 2.4 Études paramétriques

### 2.4.1 Effets de l'orientation du matériau

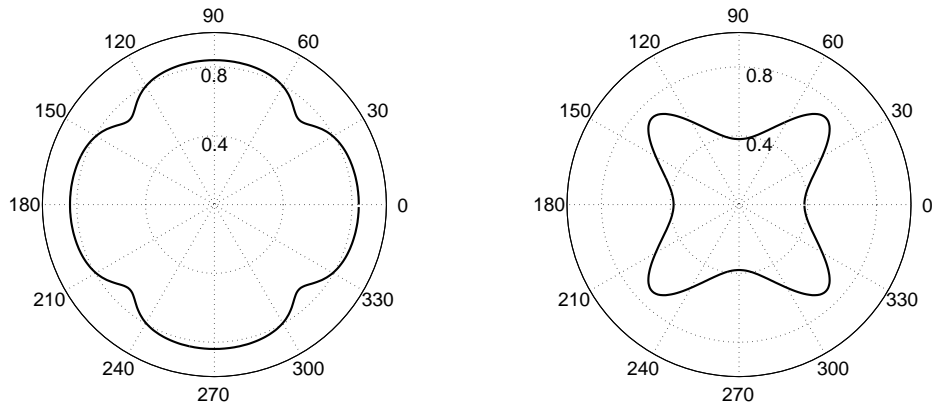
Comme il a été expliqué au début de la section 1.2, le matériau que le fournisseur réalise sous forme de plaque possède une orientation définie lors de la cristallisation, et une polarisation permanente dans la direction de l'épaisseur. À ce stade, le seul degré de liberté restant sur la polarisation du dispositif, consiste à orienter la propagation autour de l'axe parallèle à l'épaisseur ( $x_3$ ).

Les coefficients de couplage  $k'_{31}$  et  $k_{31}$  sont donc calculés analytiquement autour de l'axe  $x_3$  pour le PMN-28PT coupe ZX, avec la méthode décrite en annexe A.2. Le résultat est présenté sur la figure 2.8.

La largeur de la BI créée est directement liée au coefficient de couplage du mode considéré. Afin d'avoir des informations sur la position (le centre de la BI), des calculs modaux sont réalisés pour différents angles de rotation autour du même axe  $x_3$ . La figure 2.9a présente donc les bornes de la BI pour le mode 31' lorsque les électrodes sont en circuit ouvert. À titre de comparaison le même calcul est présenté pour le mode 31 sur la figure 2.9b.

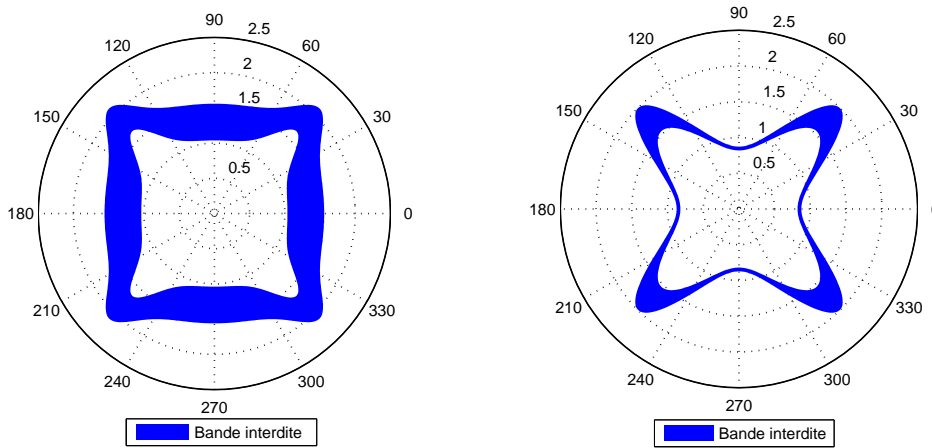
La figure 2.8a montre que le coefficient de couplage  $k'_{31}$  est maximal pour l'orientation  $(ZXt)0^\circ$ , et minimal en  $(ZXt)45^\circ$ . Il varie peu autour de cet axe : entre 0,84 et 0,70. Comme suggéré précédemment, le  $k_{31}$  à l'inverse (figure 2.8b) est minimal en  $(ZXt)0^\circ$  et maximal en  $(ZXt)45^\circ$ . Il est beaucoup plus dépendant de l'angle de rotation puisqu'il varie de 0,38 à 0,7. On comprend que l'orientation du cristal doit être fixée précisément pour maximiser le couplage du mode désiré. On remarque enfin que le coefficient  $k'_{31}$  ayant une symétrie d'ordre 4, le cristal pourra être orienté à  $(ZXt)0^\circ$  ou  $(ZXt)90^\circ$  avec le même couplage.

On peut voir la conséquence directe de la variation des coefficients de couplage avec l'orientation du cristal sur les bandes interdites de la figure 2.9. La largeur de ces bandes interdites varie bien en fonction du coefficient de couplage et on retrouve (figure 2.9a) une BI de largeur maximale pour l'orientation  $(ZXt)0^\circ$ . Nous remarquons en plus que la fréquence centrale de la BI varie peu (entre 1,3 MHz et 1,9 MHz) pour le mode 31', mais varie beaucoup plus (entre 0,8 MHz et 1,7 MHz) pour le mode 31.



(a) Coefficient de couplage  $k'_{31}$  du mode latéral de plaque. (b) Coefficient de couplage  $k_{31}$  du mode latéral.

FIGURE 2.8 – Coefficients de couplage électromécanique autour de  $x_3$  (angles en degrés), pour le PMN-28PT.



(a) Plaque générant le mode 31'.

(b) Barreau générant le mode 31.

FIGURE 2.9 – Bande interdite autour de  $x_3$  (angles en degrés et fréquences en MHz), pour deux géométries de PMN-28PT en circuit ouvert.



### 2.4.2 Effets de la longueur des électrodes

Jusqu'à présent les cellules du réseau étaient considérées comme entièrement recouvertes par l'électrode, sur les deux faces parallèles à la propagation. Si la longueur de l'électrode est modifiée (en gardant la longueur de la cellule constante), les conditions utilisées dans la modélisation analytique ne seront plus respectées, mais le mode généré sera toujours de même nature. Pour observer l'effet de cette modification sur la propagation de l'onde générée, des calculs par éléments finis avec la géométrie en PMN-28PT permettant de générer le mode 31', utilisée dans la section 2.3.2, ont été réalisés, avec des conditions électriques imposées sur une longueur variable. Le résultat pour une taille d'électrode de 1 mm est obtenu grâce au calcul analytique.

La figure 2.10 présente les bornes des bandes interdites en fonction de la longueur de l'électrode pour les deux conditions électriques utilisées. Il apparaît que, indépendamment de la longueur de l'électrode, la BI en condition de court-circuit possède une borne supérieure égale à la borne inférieure de la BI en circuit ouvert. On peut donc qualifier de "jointives" les bandes interdites des deux conditions électriques. De plus, on remarque que la fréquence centrale et la largeur relative de la BI varient en fonction de la longueur de l'électrode.

La figure 2.11 présente la largeur relative des BI pour les deux conditions électriques. Plusieurs utilisations peuvent être faites de ces résultats.

- Il est possible de maximiser la BI obtenue en condition de circuit ouvert, comme cela a été fait pour les calculs précédents dans les sections 2.2.2 et 2.3.2. Ce cas correspond à une longueur maximale de l'électrode pour cette configuration (propre au matériau, à la coupe et au mode).
- Si l'on veut favoriser une BI en condition de court-circuit (et minimiser celle en circuit ouvert), pour la configuration décrite ici, l'électrode devra avoir une longueur minimale.
- Enfin on peut imaginer avoir besoin d'une BI dans les deux conditions électriques, et donc maximiser la somme des largeurs. S'il est possible par exemple de changer très facilement les conditions électriques, les BI en conditions de circuit ouvert et de court-circuit peuvent être utilisées. La somme des deux BI est alors maximale au croisement des deux courbes de la figure 2.11 (ici pour une électrode de 0,6 mm).

Une analyse harmonique permet d'identifier les fréquences caractéristiques des BI créées par le réseau infini. L'exemple présenté figure 2.12 est le résultat du calcul harmonique par éléments finis d'une cellule avec une électrode de 0,5 mm de long. L'impédance électrique fait apparaître une fréquence de résonance à 1,1 MHz (lorsque l'impédance tend vers  $-\infty$ ) correspondant à la borne inférieure de la BI en condition de court-circuit présentée sur la figure 2.10. La fréquence d'antirésonance à 1,88 MHz (lorsque l'impédance tend vers  $+\infty$ ) correspond à la borne supérieure de la BI en condition de circuit ouvert sur la même figure. **On retrouve ainsi les conclusions du calcul analytique de la section 2.2.1 "Position de la première bande interdite".**

Une analyse modale permet d'identifier la fréquence  $f_{int}$  dite "intermédiaire", commune aux BI des deux conditions électriques. Elle correspond en fait à la résonance d'une cellule ayant ses déplacements en  $x_1$  (dans le sens de propagation) nuls pour les faces en contact avec les autres cellules. Le couplage de ce mode est nul, mais les déplacements sur les surfaces inférieures ( $x_2 = 0 \text{ mm}$ ) et supérieures ( $x_2 = 0,05 \text{ mm}$ ) sont maximaux.

L'analyse du champ électrique dans la cellule permet de constater qu'à la fréquence  $f_{int}$ , ce champ est identique en condition de court-circuit et de circuit ouvert (schéma (b) de la figure 2.13). À cette fréquence, le champ électrique est quasiment nul sous l'électrode, mais très intense entre deux électrodes. Le maximum du déplacement est alors situé aux extrémités de l'électrode. Le schéma (c) montre qu'à la fréquence  $f_r$ , le champ est quasiment nul partout dans la cellule. L'amplitude du déplacement est d'ailleurs plus faible qu'à  $f_{int}$  ou  $f_a$ . Enfin, sur le schéma (a), le champ électrique est représenté à la fréquence  $f_a$ . On voit que celui-ci est important sous les électrodes et diminue en s'en éloignant. Le gradient du champ électrique étant important, le déplacement est lui même important, notamment sous l'électrode. La représentation des deux BI "jointives" sur la gauche de la figure 2.13 utilise volontairement les termes  $f_r$  et  $f_a$  puisque ces résultats peuvent être obtenus par le calcul modal de la résonance d'une cellule ou être obtenus par le calcul de la réponse d'un réseau infini de cellules.

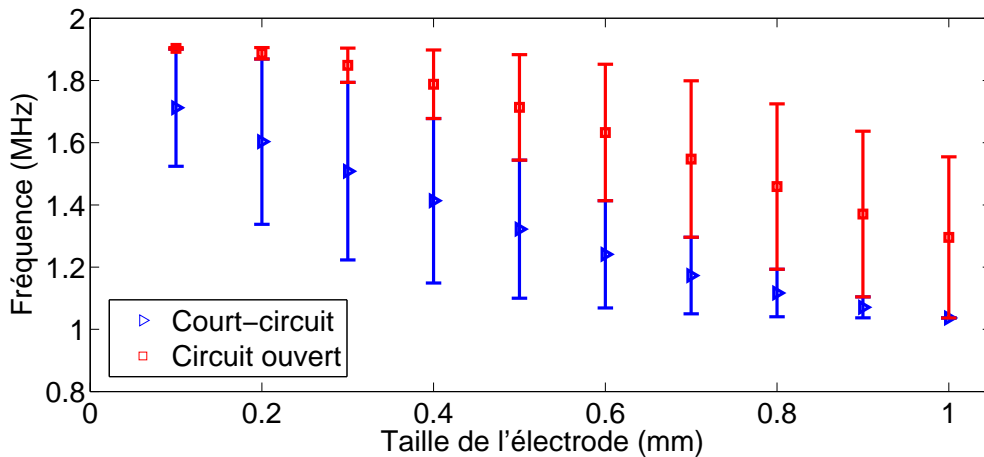


FIGURE 2.10 – Bornes des bandes interdites selon la taille de l'électrode. Plaque en PMN-28PT générant le mode 31'.

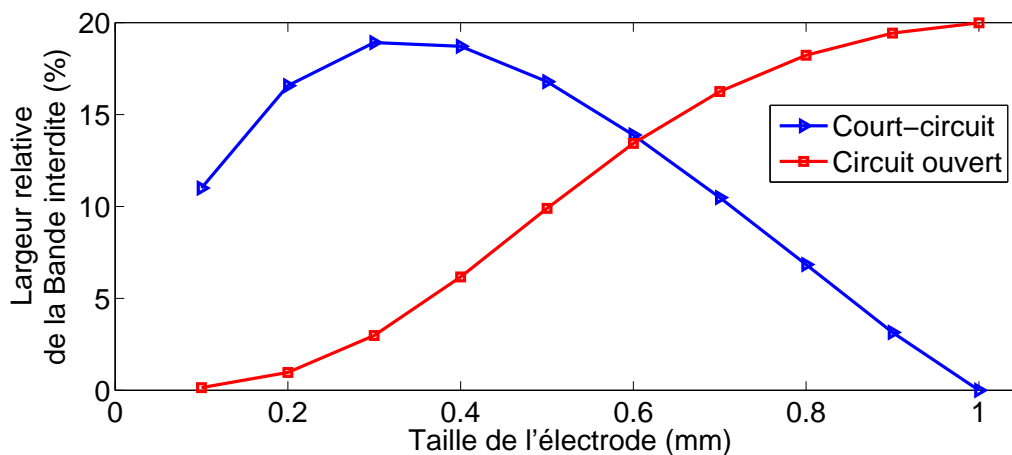


FIGURE 2.11 – Largeur relative des bandes interdites selon la taille de l'électrode. Plaque en PMN-28PT générant le mode 31'.

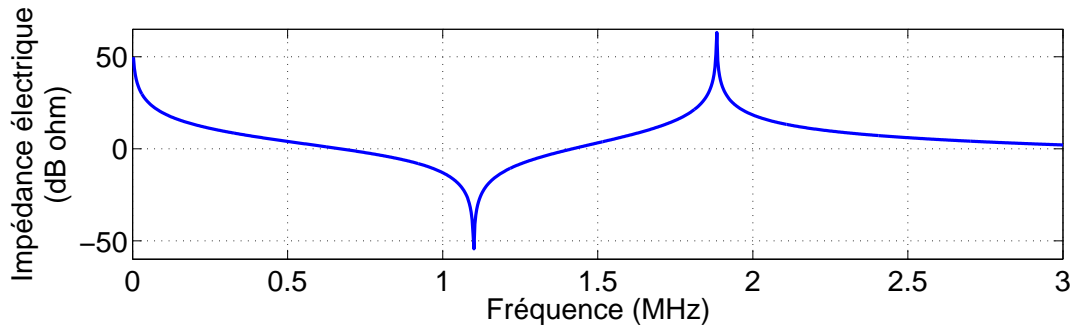


FIGURE 2.12 – Calcul harmonique de l'impédance électrique pour une cellule en PMN-28PT excitant le mode 31' avec une électrode de 0,5 mm de long.

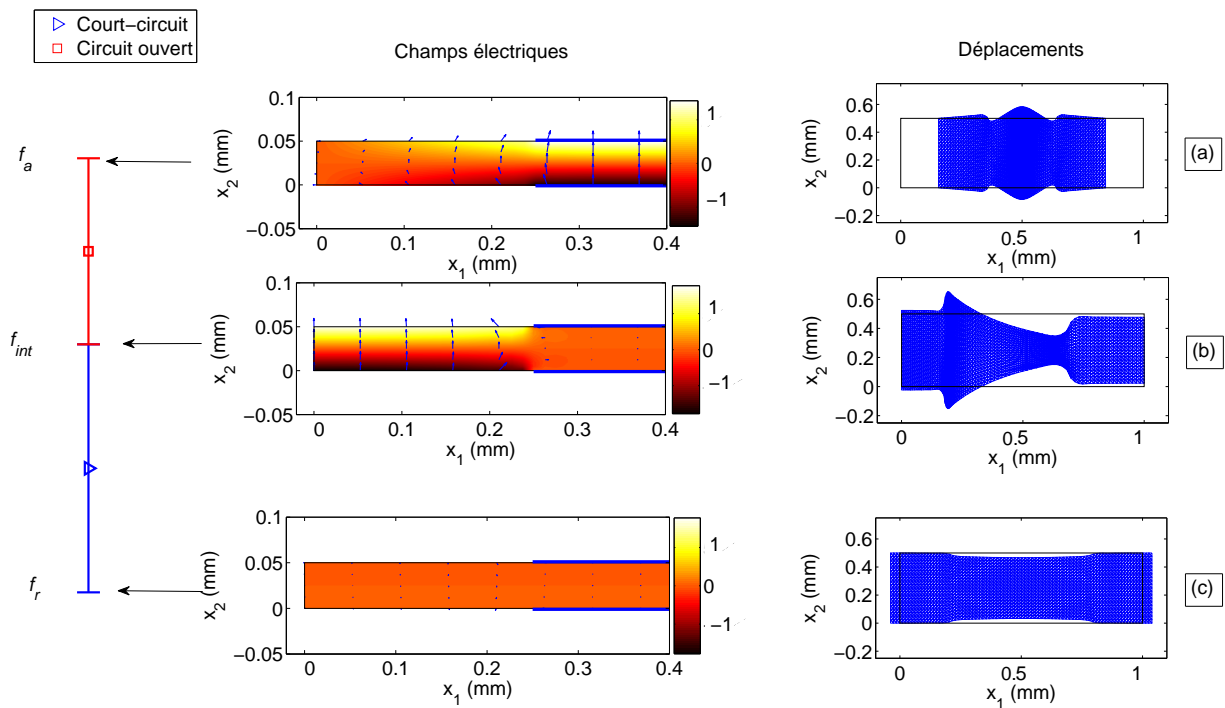


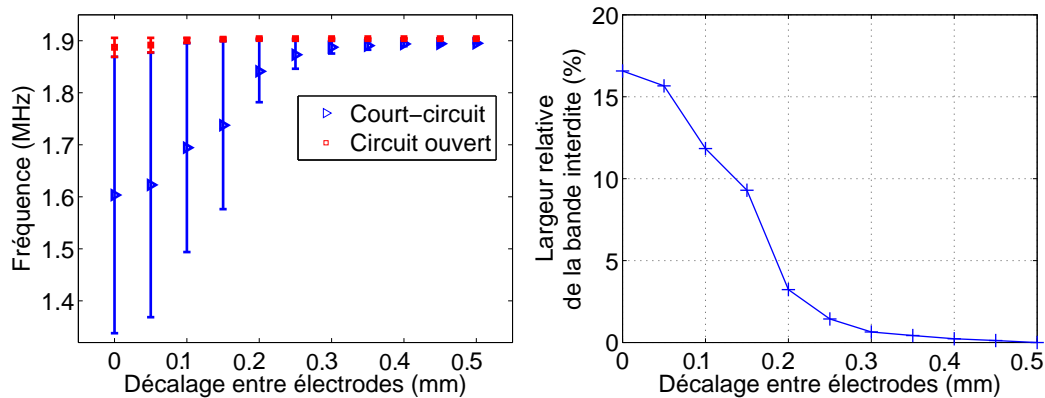
FIGURE 2.13 – Déplacements et champs électriques pour les fréquences caractéristiques du mode 31', (a) pour  $f_a$ , (b) pour  $f_{int}$ , (c) pour  $f_r$ . **Champ électrique** : Le champ électrique étant symétrique par rapport à la droite  $x_1 = 0,5 \text{ mm}$ , seule l'extrémité gauche de la cellule est représentée. L'électrode de 0,5 mm de long est symbolisée par un trait bleu. La longueur des flèches représentant le champ électrique ainsi que l'intensité du potentiel électrique représenté par les couleurs sont dans des unités arbitraires. **Déplacements** : La géométrie initiale est représentée par un rectangle noir.

### 2.4.3 Effets d'un désalignement des électrodes

Dans le cas d'électrodes de longueur inférieure à celle de la cellule du réseau (seul cas réalisable expérimentalement), il est intéressant de savoir comment l'alignement entre l'électrode de la face supérieure et celle de la face inférieure modifie la propagation de l'onde dans le cristal phononique. C'est pourquoi des calculs modaux par éléments finis ont été réalisés avec des électrodes de 0,2 mm de long, avec différents alignements entre les électrodes supérieures et inférieures.

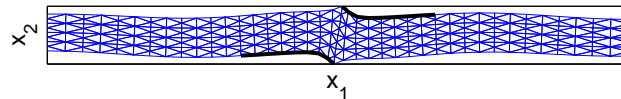
La figure 2.14a présente les résultats de ces calculs. Des électrodes de 0,2 mm ayant été choisies, la position des BI pour un décalage de 0 mm correspond aux valeurs de la figure 2.10, pour la même taille d'électrode. C'est pour cela que la BI a une largeur plus importante en condition de court-circuit. On peut voir sur la figure 2.14b que la BI en court-circuit diminue très rapidement avec le décalage. On comprend donc que la qualité du cristal phononique créé (au sens de la largeur de la BI créée) dépend de cet alignement. On peut d'ailleurs voir que le champ de déplacement résultant d'électrodes désalignées sur la figure 2.14c, n'est plus purement longitudinal (comme c'est le cas pour le mode 31), mais est en grande partie transverse.

Pour s'affranchir du problème de désalignement, le dispositif expérimental étudié dans la section 2.5 est entièrement recouvert sous sa surface inférieure par une électrode. Le problème de désalignement est ainsi contourné, et on montre que cela ne diminue pas la largeur de la BI.



(a) Bornes des bandes interdites.

(b) Largeur de la bande interdite en condition de court-circuit.



(c) Déformation d'une cellule à la fréquence  $f_r$  pour des électrodes de 0,2 mm désalignées de 0,2 mm. Électrodes représentées par un trait noir gras.

FIGURE 2.14 – Effet du désalignement des électrodes entre la face supérieure et inférieure.

## 2.5 Étude expérimentale du mode latéral de plaque 31'

L'étude présentée dans la section 2.3 considérait un réseau infini de cellules, constituées d'un parallélépipède piézoélectrique sans pertes, dont les faces supérieures et inférieures sont recouvertes d'électrodes. Afin de mettre en évidence l'effet du changement de conditions électriques sur le cristal phononique, il est nécessaire de prendre en compte une géométrie qui puisse être réellement fabriquée. C'est pourquoi la section 2.5.1 présente cette géométrie et l'échantillon sur lequel seront faites les différentes mesures.

Afin d'identifier les modes se propageant au sein de la structure, deux études sur l'impédance électrique sont menées. La première (section 2.5.2) porte sur une seule cellule du réseau. Les modes de résonance sont donc uniquement dus à la géométrie. La deuxième étude (section 2.5.3) porte sur les impédances électriques des cellules au sein du réseau. Les effets de la périodicité et des dimensions finies de la structure modifient alors les résonances.

Ensuite, la mise en évidence de l'effet du changement des conditions électriques sur la propagation du mode 31' est réalisée de deux façons. D'un point de vue vibratoire, la propagation des ondes dans le matériau est atténuée dans la BI. Des mesures du déplacement en surface du dispositif sont donc présentées dans la section 2.5.4. Enfin, d'un point de vue électrique, le dispositif est un filtre coupe-bande, comme expliqué dans le chapitre 1. C'est pourquoi les sections 2.5.5 et 2.5.6 traitent du signal électrique transmis par le dispositif.

### 2.5.1 Caractéristiques de l'échantillon expérimental

#### Présentation de l'échantillon

Comme il a été présenté dans le chapitre 1, le PMN-28PT est un monocristal aux coefficients de couplage élevés et c'est pourquoi il est utilisé dans l'industrie. Dans le cadre du Projet ANR CRONOS, un projet financé par l'Agence Nationale de la Recherche entre de février 2016 à

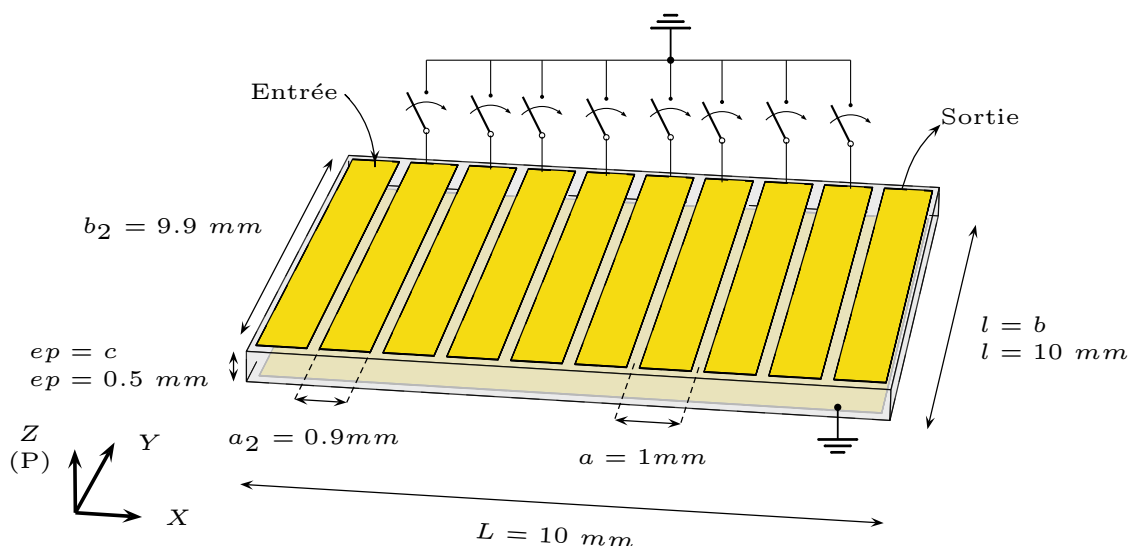


FIGURE 2.15 – Géométrie de l'échantillon expérimental. Électrodes de la surface supérieure avec modification possible des conditions électriques en jaune. Électrode de la face inférieure à la masse en jaune grisé. Polarisation (P) selon Z.

janvier 2018, l'entreprise Thales Research & Technology, a mis à disposition pour cette thèse plusieurs échantillons identiques (numérotés de 1 à 3). Ces échantillons sont en PMN-28PT, sous forme de plaque d'épaisseur  $ep = 0,5 \text{ mm}$ , de longueur  $L = 10 \text{ mm}$  et de largeur  $l = 10 \text{ mm}$ . Afin de générer et d'étudier le mode 31' précédemment décrit, un réseau d'électrodes en or est conçu avec les caractéristiques suivantes :

- Pas du réseau  $a = 1 \text{ mm}$ .
- Largeur de l'électrode  $a_2 = 0,9 \text{ mm}$  (espace inter électrodes de  $0,1 \text{ mm}$ ).
- Longueur de l'électrode  $b_2 = 9,9 \text{ mm}$ .
- Épaisseur de l'électrode  $c_2 \approx 4 \text{ }\mu\text{m}$ .

Cette géométrie présentée figure 2.15, a été choisie dans le but de maximiser le nombre de cellules  $n$  (dans ce cas  $n = 10$ ), en gardant le rapport  $a/c$  suffisamment grand (ici  $a/c = 2$ ) afin de rester dans les conditions imposées dans la section 2.3. L'épaisseur d'or des électrodes est déterminée en partie par la méthode de dépôt. Il s'agit ici de photolithographie par contact qui permet d'atteindre des résolutions latérales inférieures au micron. La longueur des électrodes  $b_2$  est elle aussi dépendante de la méthode de réalisation. En effet, lors de l'application du masque de la photolithographie, un espace en périphérie de la plaque est nécessaire pour réaliser le contact. C'est pourquoi cet espace ne sera pas recouvert par l'électrode. Cette opération est d'ailleurs délicate et peut entraîner une légère dégradation des contours du dépôt. C'est pourquoi nous voyons des irrégularités dans la géométrie de l'échantillon réalisé (figure 2.16).

Contrairement à la géométrie décrite section 2.3, le réseau d'électrodes ne sera situé que sur la partie supérieure du dispositif. Toute la face inférieure (avec une marge de  $0,05 \text{ mm}$  sur les bords) sera recouverte par une unique électrode reliée à la masse. Cette configuration a été conçue pour que le changement des conditions électriques soit réalisé uniquement d'un côté de la plaque. En effet, le dispositif doit se rapprocher des technologies déjà utilisées dans les télécommunications, où les connexions électriques ne sont que d'un seul côté du composant.

Afin d'exciter la première électrode, de mesurer le potentiel électrique en sortie du dispositif (dernière électrode), ou de changer les conditions électriques des huit électrodes intermédiaires, l'échantillon est inséré dans un support permettant des connexions électriques. On peut voir sur la figure 2.17 que ce support est un connecteur pour circuit imprimé avec 10 paires de broches. L'échantillon est en condition de circuit ouvert sur la photo, et une connexion supplémentaire est ajoutée pour relier les électrodes à la masse électrique lors du passage en court-circuit.

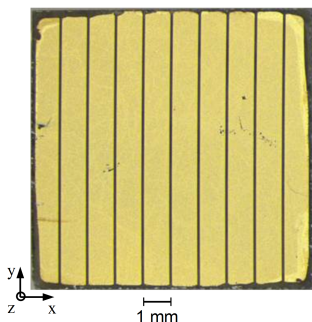


FIGURE 2.16 – Vue de face de l'échantillon expérimental n° 1 en PMN-28PT, avec son réseau d'électrodes en or sur la face supérieure.

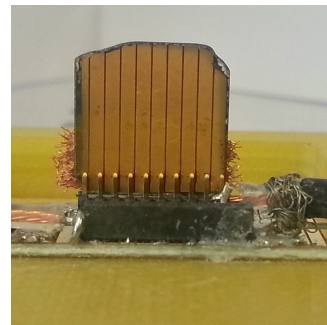


FIGURE 2.17 – Échantillon n° 2 dans son support avec connexions électriques (en conditions de circuit ouvert).

Une tresse en cuivre sur la face opposée permet de fixer l'échantillon dans le support tout en réalisant une connexion électrique à la masse.

La plaque n°1 a été découpée afin de réaliser la mesure d'impédance de la cellule isolée présentée dans la section 2.5.2. Toutes les autres mesures ont été réalisées sur la plaque n°2. La plaque n°3 s'est cassée au cours de son montage dans un support. En effet, les extrémités des échantillons sont fragiles, c'est pourquoi on peut voir sur la figure 2.17 que la plaque n'est pas parfaitement carrée.

### Courbes de dispersion du mode généré

Comme pour les précédentes géométries, un calcul modal par éléments finis 2D est réalisé afin de déterminer la BI que le cristal phononique est susceptible de générer. La figure 2.18 représente le modèle 2D issu de la géométrie expérimentale. On notera que l'électrode inférieure est toujours reliée à la masse tandis que l'électrode supérieure peut être reliée à la masse ou laissée en circuit ouvert.

La figure 2.19 montre le résultat de ce calcul. Les résultats sont très similaires à ceux de la géométrie utilisée pour générer le mode 31' (dont les résultats sont présentés figure 2.7). Les deux modes (symétriques et antisymétriques) sont toujours présents. Le changement de conditions électriques ne modifie pas le mode antisymétrique (à vitesse de propagation plus faible). Cependant, pour le mode symétrique (31'), une large BI (de 25% de largeur relative) est présente entre 0,98 MHz et 1,26 MHz en condition de circuit ouvert, tandis qu'une BI négligeable (1% de largeur relative) est présente en condition de court-circuit. Ces deux BI sont dites "jointives", comme il est expliqué dans la section 2.4 "études paramétriques".

Malgré des conditions électriques légèrement différentes, ainsi qu'un rapport longueur sur épaisseur ( $a/c$ ) plus faible que la géométrie "idéale" pour générer le mode 31', cette géométrie dite "expérimentale" permet de mettre en évidence l'effet du changement de conditions électriques sur la propagation du mode 31'.

Trois points sont à souligner ici. Le premier concerne le calcul des courbes de dispersion du dispositif. Il n'a été présenté qu'un calcul 2D ne montrant la présence que de deux modes en dessous de 1,5 MHz. En effet, le calcul 3D est beaucoup plus difficile à interpréter, car une multitude de modes est alors présente en dessous de 1,5 MHz (plus d'une trentaine). Tous ces modes ne sont pas forcément couplés et ne seront donc pas tous présents expérimentalement, mais il est très difficile d'identifier parmi eux le mode 31'. C'est pourquoi ce calcul n'est pas présenté dans ce manuscrit.

Le deuxième point concerne la taille du cristal phononique. Puisque le but est de filtrer un signal grâce à ce cristal, la première électrode du dispositif est génératrice du signal. De même, la dernière électrode constitue une sortie pour ce système, et ainsi le cristal phononique modifiant la propagation de l'onde n'est constitué au final que de 8 cellules comme on peut le voir sur la figure 2.15. Nous allons voir par la suite que ce réseau fini nous permet tout de même d'observer les effets du changement de conditions électriques sur la propagation du mode généré.

Dernier point : Afin d'obtenir des résultats proches des données expérimentales, il est nécessaire de prendre en compte les pertes dans le matériau étudié. On considère qu'à une fréquence donnée, les pertes mécaniques, piézoélectriques et diélectriques sont identiques sur tous les composants des tenseurs du matériau. Ce n'est pas vrai en pratique [110], mais cette approximation permet d'imposer au matériau des pertes proportionnelles à la fréquence. L'estimation de ces pertes est tirée de l'article de Joh et al. [110]. Des valeurs de 1,2 % à 4 kHz et 4,7 % à 5 MHz

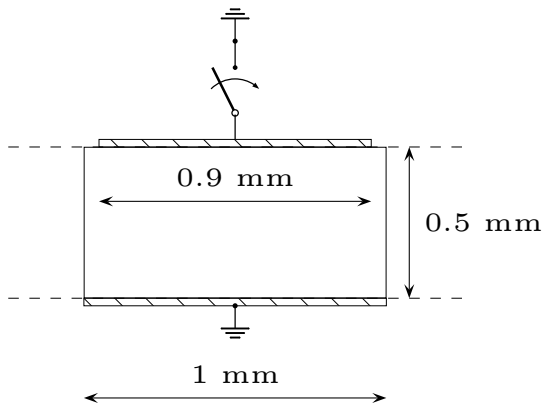


FIGURE 2.18 – Géométrie d'une cellule du réseau expérimental : parallélépipède de  $1 \times 0,5 \text{ mm}$  ( $a \times c$ ), électrode de  $0,9 \text{ mm}$  au-dessus avec conditions électriques modifiables, et électrode pleine en dessous reliée à la masse.

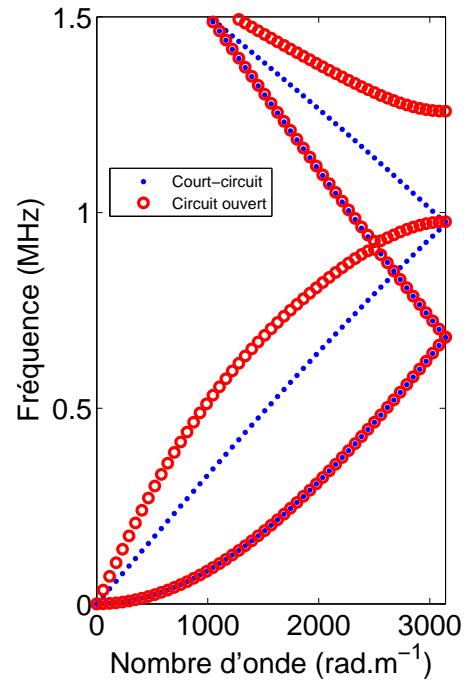


FIGURE 2.19 – Calcul modal par éléments finis 2D de la géométrie présentée figure 2.18.

sont utilisées dans les calculs suivants, avec une évolution linéaire entre ces deux fréquences. On verra par la suite que cette estimation permet d'obtenir des résultats proches des données expérimentales.

### 2.5.2 Impédance d'une cellule isolée du réseau

Pour facilement identifier les modes présents dans la structure, une découpe est réalisée dans la plaque n° 1 présentée sur la figure 2.16. Cette "cellule isolée" est donc théoriquement un parallélépipède de dimension  $10 \times 1 \times 0,5 \text{ mm}$  avec une électrode sur la face du dessus et une sur la face du dessous. La géométrie réelle, présentée figure 2.20, présente plusieurs différences. Il ne s'agit donc pas d'un parallélépipède symétrique, puisqu'un des angles est biseauté, et

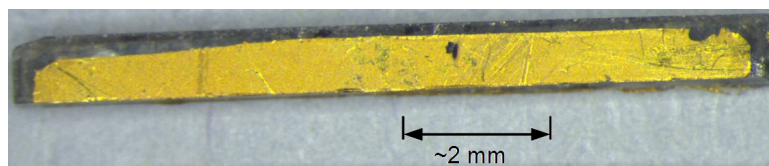


FIGURE 2.20 – Vue de dessus d'une cellule du réseau expérimental, découpée dans la plaque présentée figure 2.16. Parallélépipède en PMN-28PT, électrodes en or sur les deux faces.



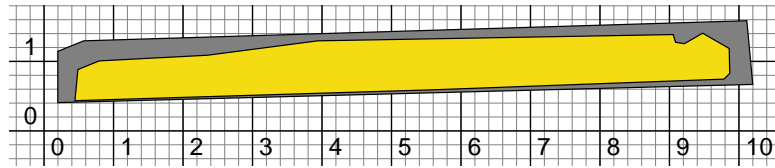


FIGURE 2.21 – Géométrie utilisée pour le calcul par éléments finis 3D de la "géométrie réelle" de la figure 2.22. Dimensions des axes en mm. Électrode représentée en jaune, considérée identique sur les deux faces. Épaisseur de 0,5 mm.

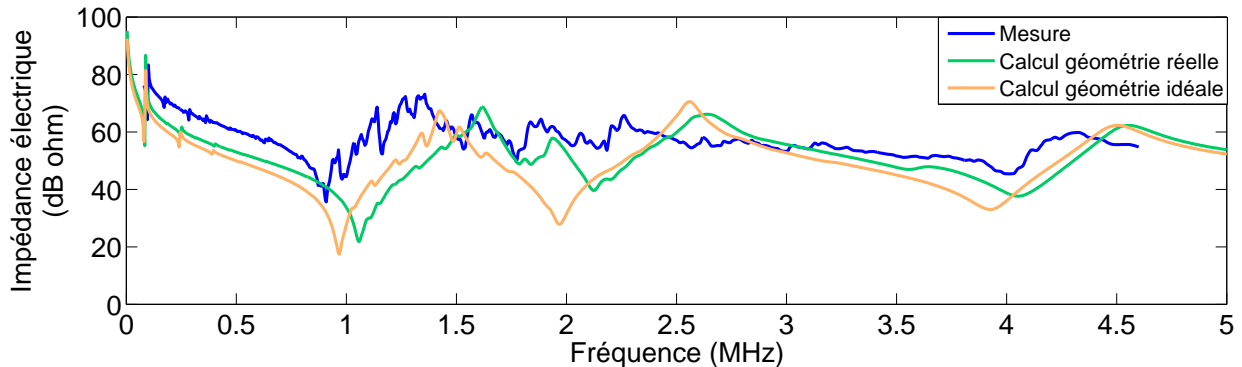


FIGURE 2.22 – Impédances électriques d'une cellule isolée du réseau (échantillon de la figure 2.20). Courbe bleue : valeurs expérimentales. Courbe verte : valeurs issues du calcul numérique (géométrie réelle). Courbe orange : valeurs issues du calcul numérique (géométrie idéale).

l'électrode n'est plus régulière.

Une mesure d'impédance est réalisée sur cet échantillon grâce à un analyseur d'impédance 4194A de *Hewlett Packard*, entre 80 kHz et 4,6 MHz. Elle est représentée en bleu sur la figure 2.22.

Concernant les calculs par éléments finis 3D, deux modèles sont utilisés. Le premier prend en compte la géométrie réelle de l'échantillon comme représentée sur la figure 2.21. L'épaisseur est fixée à 0,5 mm et les électrodes sur les deux faces sont considérées comme identiques. Le deuxième modèle correspond exactement à la géométrie théorique de 10 x 1 x 0,5 mm, avec une électrode rectangulaire parfaitement positionnée. Cette dernière géométrie est donc symétrique dans sa longueur et sa largeur. Dans les deux cas, l'épaisseur des électrodes n'est pas prise en compte. Seules les conditions électriques (de mise à la masse ou de potentiel flottant) sont imposées. En effet, d'un point de vue calculatoire, l'ajout d'un volume faiblement épais, mais avec une grande surface impose un nombre très important d'éléments de discrétisation. Les calculs deviennent alors longs et demandent beaucoup de mémoire vive. D'un point de vue mécanique, la longueur d'onde (de l'ordre du millimètre) et l'épaisseur de la plaque étant grandes devant l'épaisseur de l'électrode (quelques microns), on peut supposer que l'épaisseur de cette dernière ne joue pas de rôle prépondérant contrairement au cas des ondes de surfaces classiques.

Le calcul par éléments finis de la géométrie idéale permet d'identifier les modes sur la mesure expérimentale. Quatre résonances principales sont visibles sur la courbe orange de la figure 2.22 :

1. **Mode de longueur de la cellule.**

Le mode à plus basse fréquence (80 kHz) correspond à un déplacement dans la plus grande dimension de la géométrie : c'est-à-dire dans la direction de la longueur de la cellule. Ce déplacement correspond au mode appelé "latéral" [21] dont on peut déterminer

la première fréquence d'antirésonance par cette formule :  $f_M = \frac{\sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^D}}}{2l}$  (avec  $l = 10 \text{ mm}$  la longueur de la cellule et les autres paramètres donnés en annexe A.1). La fréquence calculée analytiquement (81,9 kHz) est très proche de celle calculée par la méthode des éléments finis (80 kHz). Une représentation du champ de déplacement est donnée figure 2.23a. Il est possible de voir les pics d'impédance de ce mode à des ordres supérieurs jusqu'à 400 kHz. Il est à noter que c'est le seul mode présenté ici qui ne peut être visible sur un modèle en 2D.

2. **Mode de largeur de la cellule.**

À 1 MHz, une résonance importante est visible. Il s'agit d'un déplacement en largeur de la cellule comme on le voit sur la figure 2.23b. C'est ce mode que nous cherchons à exciter dans la structure en réseau et nommé mode 31'. On notera que le mode de longueur à l'ordre 9 est toujours légèrement présent proche de cette fréquence, mais le déplacement en longueur reste négligeable. Le mode de longueur est encore présent à plus haute fréquence (à des ordres plus élevés), ce qui provoque l'apparition de résonances entre 1 MHz et 1,5 MHz.

3. **Mode en "U" de la cellule.**

À 2 MHz, une résonance est présente. Le déplacement engendré est majoritairement situé sur les arêtes de la cellule, comme on le voit sur la figure 2.23c. Aux extrémités le déplacement est minimal. Il s'agit du seul mode dépendant de la géométrie de l'électrode. En effet, sa fréquence de résonance évolue lorsque la surface de l'électrode change, tandis que les autres modes dépendent uniquement de la géométrie de la cellule.

4. **Mode d'épaisseur de la cellule.**

Le mode à plus haute fréquence correspond logiquement au déplacement dans la plus petite dimension de la géométrie. Ce mode dont la fréquence de résonance est de 4 MHz est nommé "mode d'épaisseur". On peut voir les déplacements engendrés sur la cellule par ce mode sur la figure 2.23d. La vitesse de propagation de ce mode appelé Thickness-extensional-1 [19] vaut  $v = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}$ . En considérant la demi-longueur d'onde égale à l'épaisseur  $c$ , on peut calculer la première fréquence d'antirésonance de ce mode :  $f_M = \frac{v}{2c} = 4,53 \text{ MHz}$ . On constate que cette fréquence est très proche de celle calculée par la méthode des éléments finis (4,5 MHz).

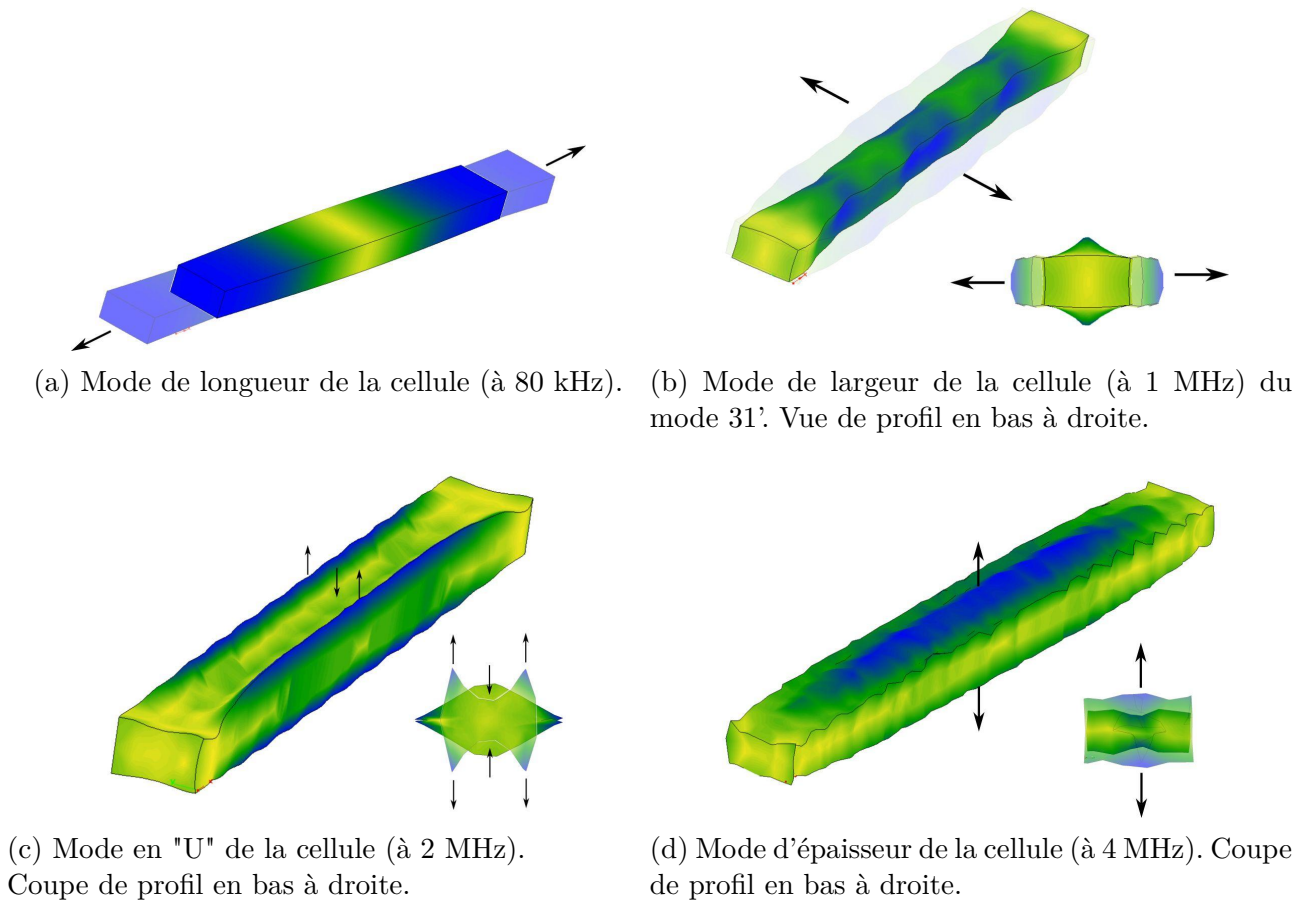


FIGURE 2.23 – Champ de déplacement des différents modes de propagation présents dans une cellule isolée du réseau. Ces résultats sont issus de calculs par éléments finis d'une cellule idéale. Les couleurs représentent la norme du déplacement (dans les trois directions de l'espace). L'échelle des couleurs est linéaire et représente une intensité élevée en bleu, et faible en jaune. Les flèches indiquent les déplacements principaux du mode.

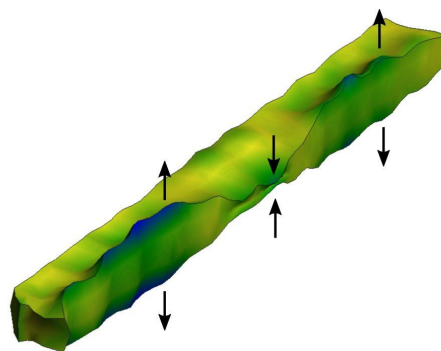


FIGURE 2.24 – Déformation d'une cellule isolée du réseau à 1,8 MHz. Ce résultat est issu du calcul par éléments finis d'une cellule à géométrie "réelle". Cette figure utilise la même méthode de représentation que la figure 2.23.

L'impédance obtenue par le calcul de la géométrie réelle est représentée en vert sur la figure 2.22). Les quatre modes observés précédemment sur la géométrie idéale sont toujours présents à des fréquences de résonance légèrement différentes (due à la modification de la géométrie et des conditions électriques). La plus importante modification est l'apparition d'une résonance à 1,8 MHz. Le champ de déplacement engendré par ce mode est représenté figure 2.24. Puisque l'électrode n'est pas régulière (forme rectangulaire), plusieurs résonances sont visibles et remplacent la résonance du mode en "U".

Expérimentalement (courbe bleue de la figure 2.22), les modes de longueur, de largeur et d'épaisseur sont clairement identifiés (respectivement à 0,1 MHz, 0,9 MHz et à 4 MHz). Des résonances plus ou moins intenses sont présentes entre 1 MHz et 2,5 MHz. Elles sont dues au mode de longueur à des ordres élevés, et au couplage entre le mode de largeur et le mode en "U" de la cellule. Comme le suggère le calcul de la géométrie réelle, plusieurs résonances de faible couplage sont situées autour de la fréquence de résonance du mode en "U".

L'amplitude de l'impédance expérimentale est légèrement plus élevée que celle calculée. Cette différence peut s'expliquer par une mauvaise estimation de la surface de l'électrode et/ou des constantes du matériau. On constate aussi que les pertes varient avec la fréquence. En effet, les pertes entraînent le lissage des pics des modes de résonance, et l'on peut voir que les pics d'ordre 2 ou 3 du mode de longueur (en dessous de 0,5 MHz) sont clairement visibles, tandis qu'au-delà de 3 MHz, la courbe est lissée. Bien que les pics de résonance mesurés entre 1 MHz et 2,5 MHz semblent plus intenses que ceux calculés, on considère que les pertes dépendent bien linéairement de la fréquence.

### 2.5.3 Impédance des cellules au sein du réseau

On prend en compte cette fois-ci l'ensemble de l'échantillon. Nous allons retrouver les différents modes présents dans la cellule isolée. Cependant, les fréquences de résonance sont modifiées par les nouvelles dimensions ainsi que l'effet de réseau des électrodes. La figure 2.25 présente en bleu les impédances mesurées sur chaque électrode avec le même appareil de mesure que précédemment, les autres électrodes étant toutes laissées en circuit ouvert. Les résultats en vert sont calculés numériquement à partir d'un modèle 3D correspondant à la géométrie théorique décrite figure 2.15. L'épaisseur des électrodes n'est pas prise en compte et les pertes varient linéairement en fonction de la fréquence. Des calculs effectués avec une géométrie des électrodes plus proche des géométries réelles ont été effectués. Les résultats ne présentent pas de différences significatives avec ceux de la géométrie théorique, ils ne sont donc pas présentés ici.

#### Concernant les résultats du calcul numérique :

- On constate d'abord que les impédances reflètent le caractère symétrique du dispositif. En effet, l'impédance de l'électrode  $n$  est très similaire à l'impédance de l'électrode  $11-n$ . Par exemple, l'intensité des pics en basse fréquence est plus faible sur les électrodes aux extrémités.
- Les pics visibles dès 72 kHz sont les résonances du mode de "longueur de la cellule" à différents ordres. Cependant, puisque la cellule n'est plus seule, le mouvement d'extension / compression est limité, et conduit au champ de déplacement présenté figure 2.26a.
- La fréquence de résonance du mode de "largeur de la cellule" (ou mode 31') est visible à 1,152 MHz. Le champ de déplacement à cette fréquence est présenté figure 2.26b. On

- peut voir, à la forme extérieure de la vue de dessus, que le mode de longueur à un ordre élevé est toujours présent (variation périodique dans la direction  $Y$ ).
- Le mode en "U" de la cellule n'est visible que sur les électrodes n° 1 et n° 10, en bord de la plaque. L'étude de ce mode sur une cellule isolée du réseau a montré un déplacement important sur les longues arêtes de la cellule (figure 2.23c). Les cellules n° 2 à n° 9 n'étant pas libres mécaniquement sur les faces latérales, ce mode ne peut être excité dans ces cellules. La fréquence de résonance de ce mode a légèrement diminué pour atteindre 1,96 MHz. La figure 2.26c présente le champ de déplacement du dispositif à cette fréquence.
  - La résonance du mode d'épaisseur est visible sur toutes les électrodes, mais a légèrement diminué en fréquence par rapport au résultat sur la cellule unique, passant à 3,76 MHz. La figure 2.26d montre que le déplacement à cette fréquence est quasi constant sur toute la longueur de l'électrode, et très localisé sur l'électrode d'excitation.

### Concernant les résultats expérimentaux :

- Comme pour les résultats du calcul numérique, les impédances reflètent le caractère symétrique du dispositif. Par exemple, les électrodes en extrémité de plaque (n° 1 et n° 10) présentent des résonances aux intensités réduites en dessous de 1 MHz et à 2,7 MHz.
- Le mode en "U" (autour de 2 MHz) n'est pas visible sur les résultats expérimentaux. L'étude d'une cellule isolée a montré que plusieurs modes faiblement couplés sont présents autour de cette fréquence. Au sein du réseau, puisque toutes les électrodes présentent de légers défauts de géométries, ce mode n'est plus du tout excité.
- L'amplitude de l'impédance mesurée est très proche de celle calculée. La surface en contact avec les électrodes est proportionnellement mieux estimée que pour la cellule unitaire. Cependant, l'amplitude des résonances expérimentales semble plus forte que celles calculées.
- La résonance à 2,7 MHz n'est mesurée que pour les électrodes 2 à 9. Elle n'est donc pas visible (ou très peu) lorsque la cellule se trouve à l'extrémité de la plaque. Ce mode semble être le mode antisymétrique A1. Il est visible sur les courbes de dispersion en  $k = 0$  à 2,8 MHz. Les calculs harmoniques du déplacement (figure 2.28) montreront qu'il n'est pas excité dans la structure aux dimensions finies alors que les mesures montrent une légère excitation. C'est pourquoi cette résonance est visible sur les courbes d'impédance mesurées et non sur celles calculées.
- Alors que la résonance du mode 31' est bien visible à 1,2 MHz dans les résultats du calcul numérique, expérimentalement, ce mode est difficile à identifier parmi toutes les résonances proches de 1 MHz. En effet, un nombre important de résonances est présent dans cette bande de fréquences dues aux modes de longueur de la cellule.

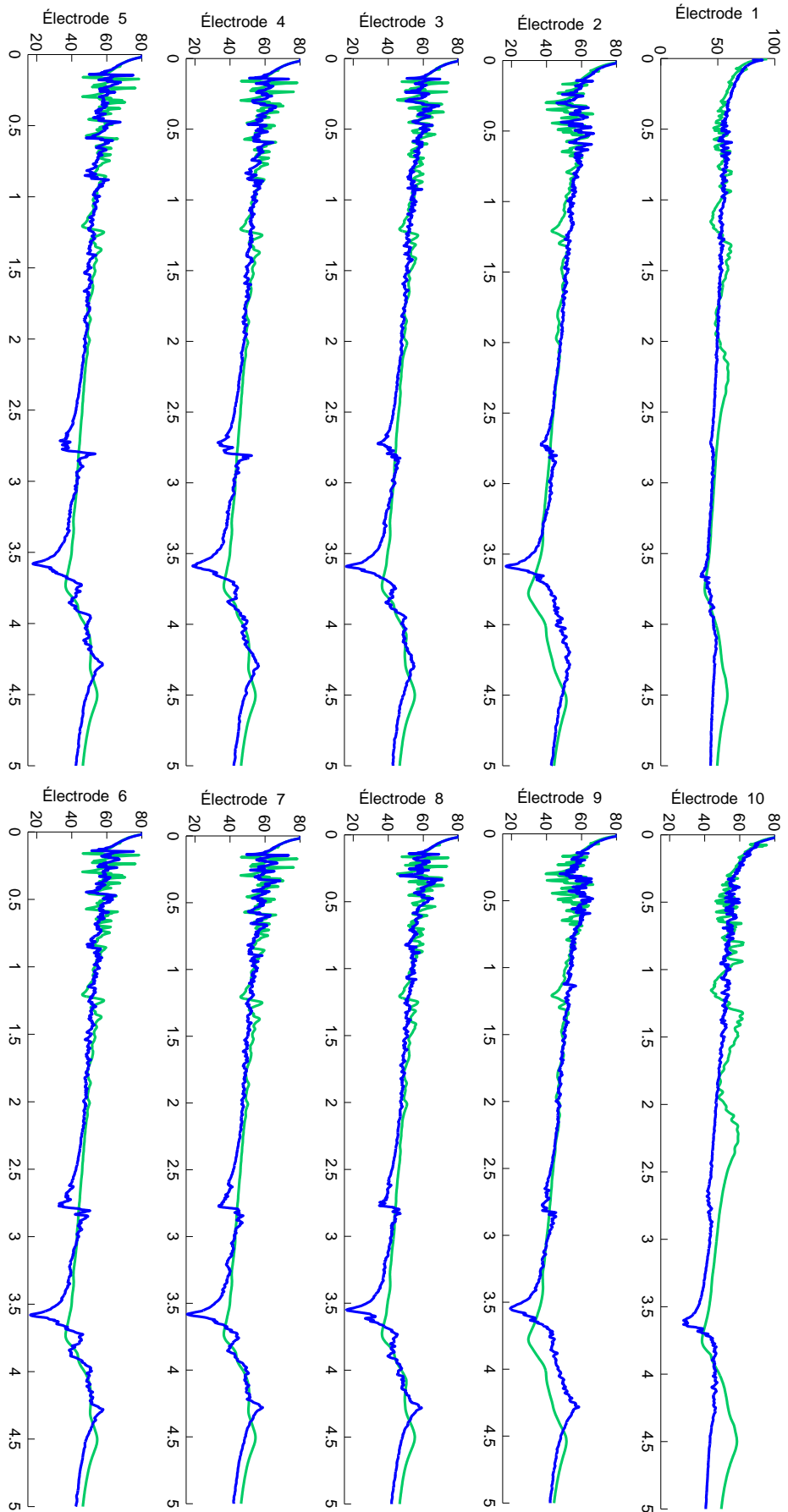
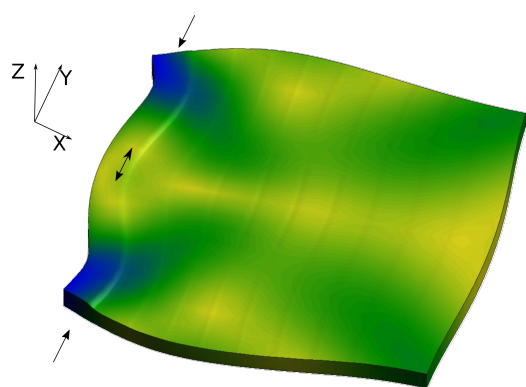
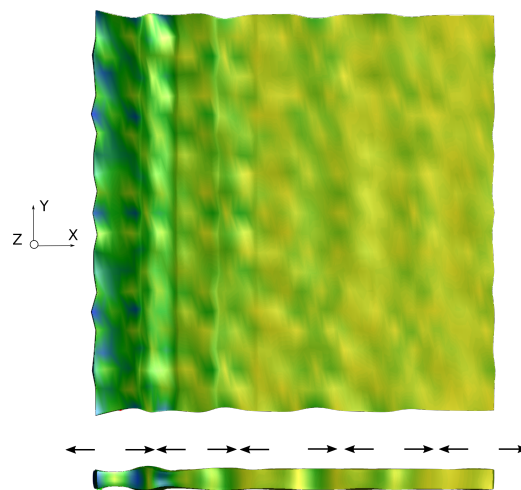


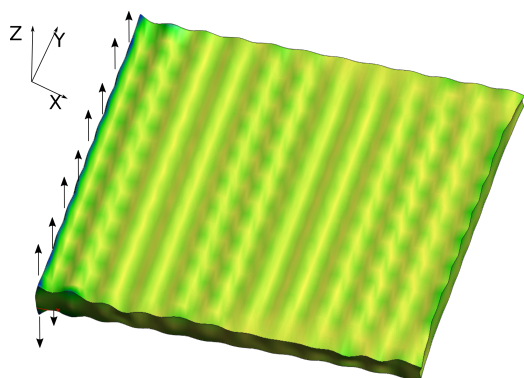
FIGURE 2.25 – Impédances (dB Ohm) en fonction de la fréquence (MHz) pour chaque électrode au sein du dispositif. En bleu, les valeurs mesurées. En vert les valeurs calculées par la méthode des éléments finis pour une géométrie 3D identique à celle présentée sur la figure 2.15.



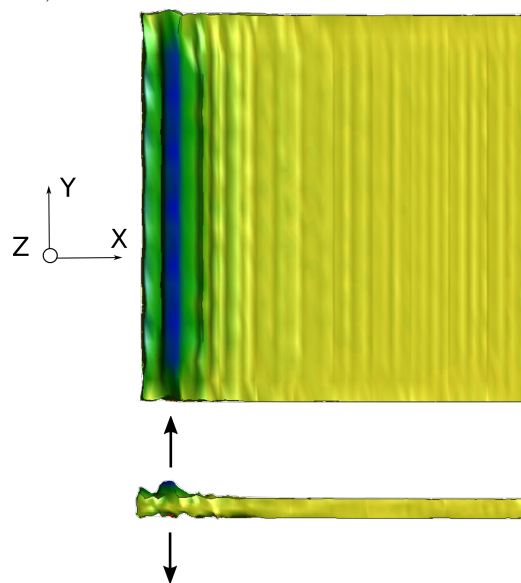
(a) Vue d'ensemble du mode de longueur à  $f = 0,168 \text{ MHz}$ .



(b) Vue de face et de dessous du mode de largeur à  $f = 1,152 \text{ MHz}$ .



(c) Vue d'ensemble du mode en "U" à  $f = 1,96 \text{ MHz}$ .



(d) Vue de face et de dessous du mode d'épaisseur à  $f = 3,76 \text{ MHz}$ .

FIGURE 2.26 – Champ de déplacement de la plaque obtenu grâce au calcul par éléments finis, avec la première électrode excitée, à différentes fréquences. Cette figure utilise la même méthode de représentation que la figure 2.23.

Les mesures d'impédance nous indiquent donc la propagation de plusieurs modes dans une bande de fréquences proche de celle du mode 31'. Il sera donc nécessaire d'appliquer un fenêtrage temporel sur les mesures du déplacement ou du potentiel électrique afin d'isoler le mode 31'.

#### 2.5.4 Déplacements à la surface de l'échantillon

Pour observer les différents modes se propageant dans le cristal phononique, on réalise une étude des déplacements normaux à la surface de l'échantillon.

La mesure de ces déplacements est réalisée grâce à un vibromètre laser à balayage *PSV-400* de la société *Polytec*. Cet appareil mesure la modulation d'intensité du faisceau laser renvoyé par l'échantillon et en déduit sa vitesse de déplacement. On comprend donc que la surface étudiée doit correctement réfléchir le faisceau laser, et que le diamètre du faisceau laser influence la précision de la mesure.

La figure 2.27 permet de comprendre les contraintes imposées par les mesures en déplacement effectuées sur l'échantillon en PMN-28PT.

- Un réseau d'électrodes est présent sur la surface de l'échantillon. Le laser est donc réfléchi soit par le monocristal en PMN-28PT soit par l'électrode en or. Il en résulte une différence de signal reçu que l'on peut observer sur la figure 2.27. Il s'agit d'une mesure des déplacements sur la face avant sans qu'il y ait excitation de l'échantillon. On peut voir que le signal est plus intense (de 20 dB) lorsque le faisceau est réfléchi par le monocristal. Ce phénomène apporte du bruit aux mesures, et est difficilement évitable si beaucoup de points de mesures sont nécessaires.
- Le diamètre du faisceau laser ne peut être négligé par rapport aux dimensions de l'échantillon. En effet dans la configuration optimale, ce diamètre est de  $47 \mu\text{m}$  soit seulement la moitié de l'espace inter électrodes de 0,1 mm. On comprend donc que la mesure ne peut être réalisée trop près des bords de l'échantillon. On le voit sur la figure 2.27, lorsque le point de mesure est trop proche du bord de la plaque, une partie du faisceau laser est réfléchi par la tranche de la plaque, ce qui perturbe la mesure. De plus, le bruit de mesure apporté par la réflexion du monocristal entre les électrodes sera présent sur une surface

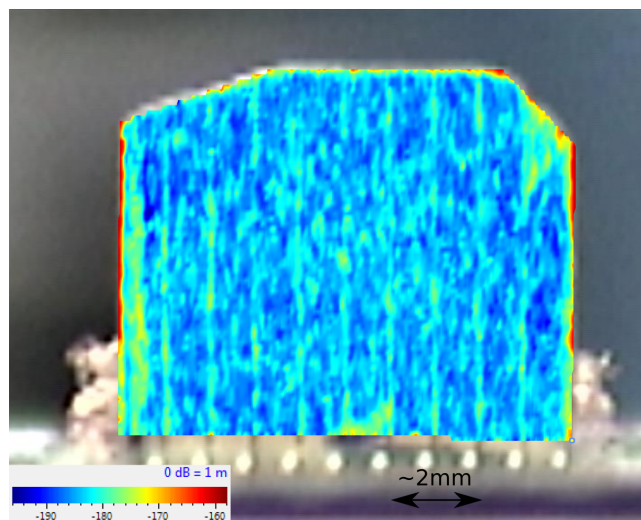


FIGURE 2.27 – Mesure au vibromètre laser du déplacement sur la face avant de l'échantillon non excité (signal assimilé au bruit de mesure).



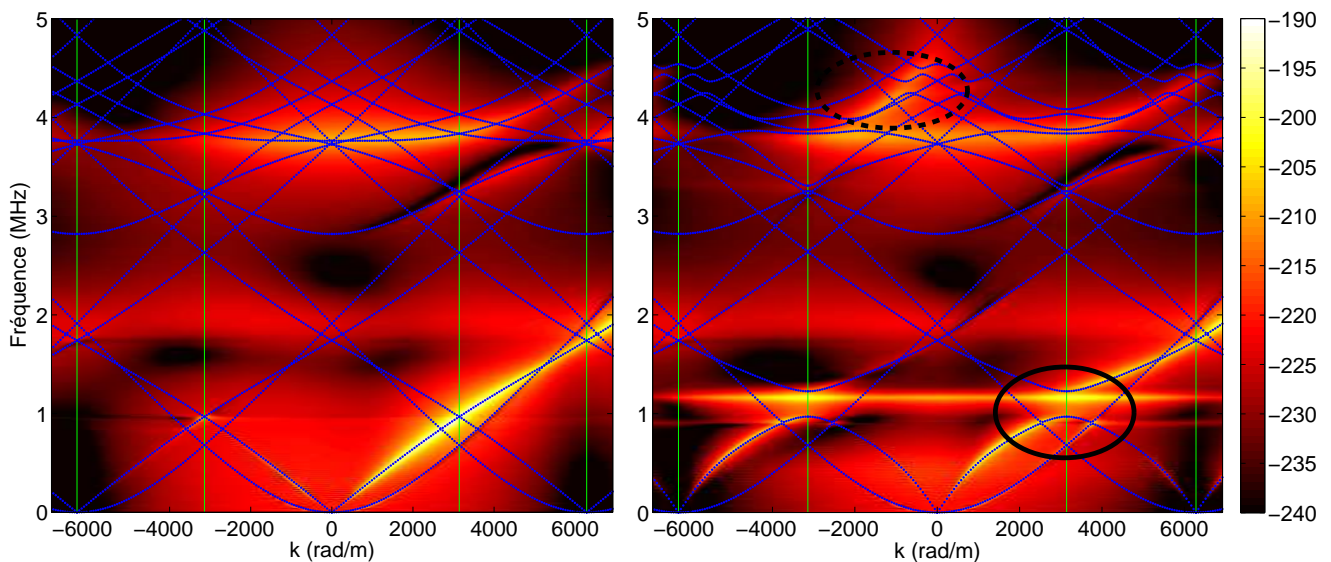
plus importante (correspondant à la largeur de l'espace inter électrodes plus deux fois le diamètre du faisceau), puisque le faisceau chevauche l'électrode.

- Enfin, comme on peut le voir sur la figure 2.17, la face de l'échantillon recouverte d'une électrode à la masse est cachée par une tresse en cuivre. Une mesure du déplacement ne serait donc possible que sur une petite surface. De même, sur la face "avant", les broches du support ne permettent pas une mesure du déplacement dans la partie inférieure de la plaque. La mesure du déplacement n'est donc possible que sur une surface limitée.

Dans un premier temps, un calcul harmonique par éléments finis d'un modèle 2D (présenté précédemment figure 2.18) est réalisé. Afin d'avoir une meilleure visibilité des résultats, un réseau de 100 cellules est utilisé pour le calcul. Une tension de 1 V est appliquée à la première cellule. On se rapproche ainsi des conditions du réseau infini. Le déplacement en chaque nœud du maillage de la surface supérieure est calculé pour une plage de fréquence entre 6,25 kHz et 5 MHz. On calcule ensuite la transformée de Fourier spatiale du déplacement pour obtenir les résultats de la figure 2.28. Le résultat de calcul modal est représenté en bleu afin d'identifier les modes.

On remarque sur la figure 2.28a (en condition de court-circuit) que le mode S0 est bien excité et atteint un maximum d'intensité proche de la première zone de Brillouin vers 1 MHz. Le mode A0 lui, est très peu visible puisque l'excitation est elle même symétrique. À 3,75 MHz, un mode est aussi excité. Il s'agit du mode d'épaisseur décrit précédemment figure 2.26d.

En condition de circuit ouvert (figure 2.28b), une BI est visible entre 0,98 MHz et 1,18 MHz. Le mode S0 qui avait une vitesse de groupe constante (donc non dispersif), voit sa vitesse de



(a) Électrodes intermédiaires en court-circuit. (b) Électrodes intermédiaires en circuit ouvert.

FIGURE 2.28 – Transformée de Fourier spatiale du déplacement calculé pour 100 cellules en 2D. En bleu, courbes de dispersion obtenues par calcul modal de la géométrie 2D. Les lignes verticales vertes correspondent aux limites de zones de Brillouin. Bande interdite autour de 1 MHz entourée en noir. Déplacement intense du mode d'épaisseur entre 3,75 MHz et 4,5 MHz entouré en noir pointillés.

groupe tendre vers zéro en limite inférieure de la BI. Un déplacement important apparaît alors à 0,98 MHz quel que soit le nombre d'onde. La vitesse de groupe de ce même mode est de nouveau nulle en limite supérieure de la BI. Un déplacement important apparaît alors à 1,18 MHz quel que soit le nombre d'onde. On note aussi le changement de conditions électriques ne modifie pas le mode A0.

Enfin, on peut voir qu'un déplacement important apparaît en conditions de circuit ouvert entre 3,75 MHz et 4,5 MHz dans la partie négative des nombres d'onde. Il correspond à un mouvement suivant l'épaisseur de l'ensemble des cellules du réseau. Lorsque les électrodes intermédiaires sont en court-circuit, le mode d'épaisseur est excité comme l'indiquent les résonances à 4 MHz sur les courbes d'impédance (figure 2.25). En condition de circuit ouvert, les courbes de dispersion montrent que ce mode se couple avec lui même entre 3,75 MHz et 4,5 MHz. Ce mode se propage et l'amplitude du déplacement autour de 4 MHz est plus importante.

Un calcul par éléments finis d'un modèle 3D correspondant à la géométrie de la figure 2.15 est ensuite réalisé. Le réseau n'est alors constitué que de 10 cellules, dont la première est utilisée pour générer l'excitation. Le déplacement est calculé pour les mêmes fréquences que le précédent calcul, sur toute la surface de l'échantillon. Afin d'observer principalement les modes se propageant dans la direction  $X$ , on diminue l'effet des modes transverses en moyennant les signaux calculés à différents  $Y$ . On obtient donc au final des signaux moyennés, fonction de la fréquence et de la position  $X$ . On calcule ensuite la transformée de Fourier spatiale du déplacement pour obtenir les résultats de la figure 2.29. Le résultat de calcul modal est représenté en bleu afin d'identifier les modes.

On peut voir que le mode S0 est bien excité en condition de circuit ouvert comme en court-circuit. Le mode d'épaisseur est moins visible que sur les précédents calculs, et la résolution en

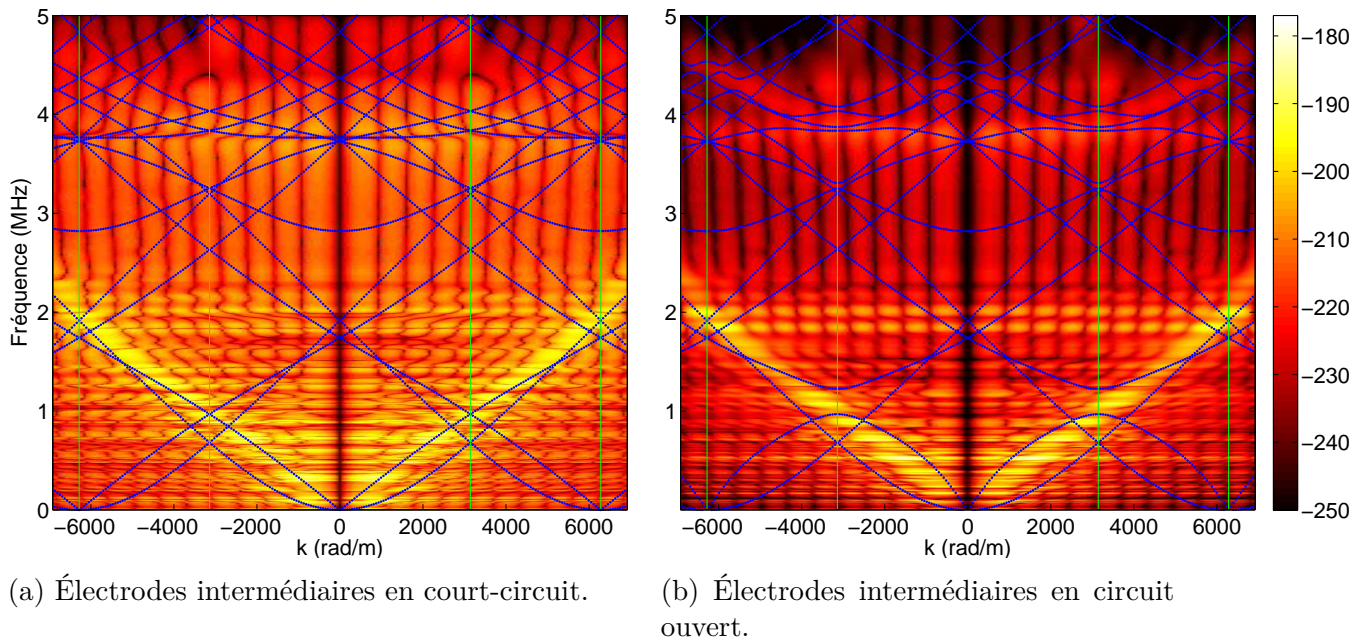


FIGURE 2.29 – Transformée de Fourier spatiale du déplacement calculé en 3D pour l'échantillon (10 cellules). En bleu, courbes de dispersion obtenues par calcul modal de la géométrie 2D. Les lignes verticales vertes correspondent aux limites de zones de Brillouin.

nombre d'onde est moins bonne. En effet, en diminuant le nombre de cellules du réseau (d'un facteur 10), on diminue la résolution du nombre d'onde lorsque l'on calcule sa transformée de Fourier. L'identification d'une bande interdite autour de 1 MHz est plus délicate. On remarque cependant que les fréquences pour lesquelles le déplacement du mode S0 est important sont situées en dessous des fréquences obtenues par calcul modal 2D. On retrouvera cet effet sur les résultats expérimentaux.

Expérimentalement, afin de convertir le maximum d'énergie électrique en énergie mécanique à la fréquence désirée, on excite la première électrode avec une série de signaux sinusoïdaux entre 6,25 kHz et 5 MHz. La mesure du déplacement normal à la plaque est alors effectuée à plusieurs positions  $X$  et  $Y$  comme représentée sur la figure 2.30. Comme expliqué précédemment pour les résultats du calcul numérique 3D, on moyenne les signaux mesurés à différentes positions  $Y$ . On obtient donc au final des signaux moyennés, fonction de la fréquence et de la position  $X$ . On calcule ensuite la transformée de Fourier spatiale du déplacement et on la normalise par le potentiel mesuré à l'entrée du dispositif expérimental pour enfin obtenir les résultats de la figure 2.31.

On peut voir qu'en condition de circuit ouvert (figure 2.31b) le mode S0 est bien excité à une fréquence proche de 1 MHz en bord de zone de Brillouin. Cependant, le mode A0 est lui aussi excité et possède une vitesse de groupe assez proche du mode S0. Cette différence avec les résultats numériques peut s'expliquer par le fait qu'expérimentalement, le support peut engendrer des contraintes dans l'échantillon et ainsi faire perdre la symétrie de l'excitation générée sur la première électrode. Comme nous l'avons vu sur les courbes de dispersion de la figure 2.19, le mode A0 n'est pas affecté par le changement des conditions électriques. Cela signifie qu'en condition de circuit ouvert, dans la bande interdite du mode S0, de l'énergie sera tout de même transmise par le mode A0. L'effet de la bande interdite sera donc moins net, comme nous le verrons par la suite dans les mesures du potentiel électrique.

Comme prédit par le calcul par éléments finis en 3D, le mode S0 est visible légèrement en dessous des courbes de dispersion calculées pour un réseau 2D. Puisque le mode A0 est aussi excité, on peut voir que ce décalage est aussi valable pour ce mode. Cela rend plus difficile la lecture des résultats, mais ne perturbe pas l'effet que l'on souhaite observer.

Effectivement, on peut voir qu'en condition de circuit ouvert sur la figure 2.31b, le mode S0 est atténué d'une dizaine de dB. Les limites en fréquence de cette atténuation ne sont pas précises, mais un autre indicateur nous permet d'identifier les limites de la bande interdite générée. Dans la partie négative des nombres d'onde en bord de zone de Brillouin, deux taches horizontales sont visibles, à 0,93 MHz et 1,15 MHz, légèrement en dessous des limites de la bande interdite calculée numériquement. La figure 2.32 présente ces résultats seulement entre 0 et 2 MHz dans la partie négative des nombres d'onde. Comme prédit par le calcul numérique 2D, la vitesse de groupe du mode est nulle pour ces deux fréquences.

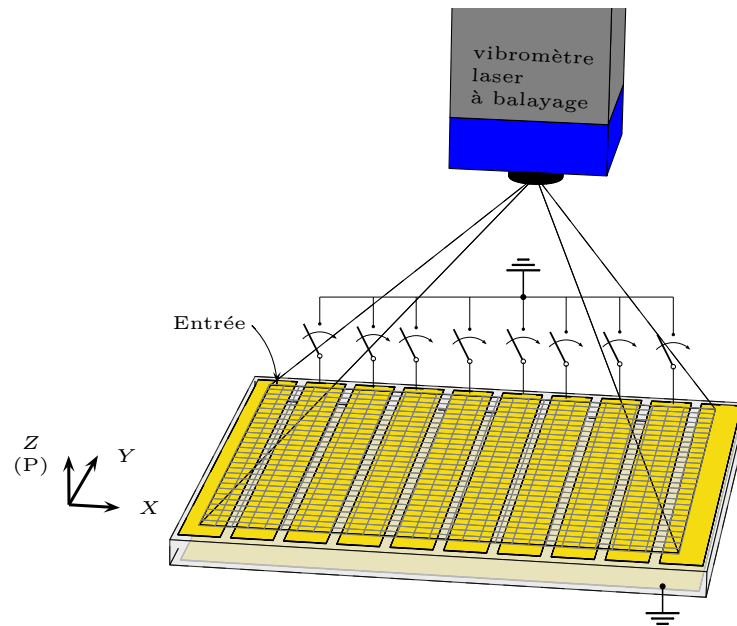


FIGURE 2.30 – Schéma des points de mesures du déplacement à la surface de l'échantillon.

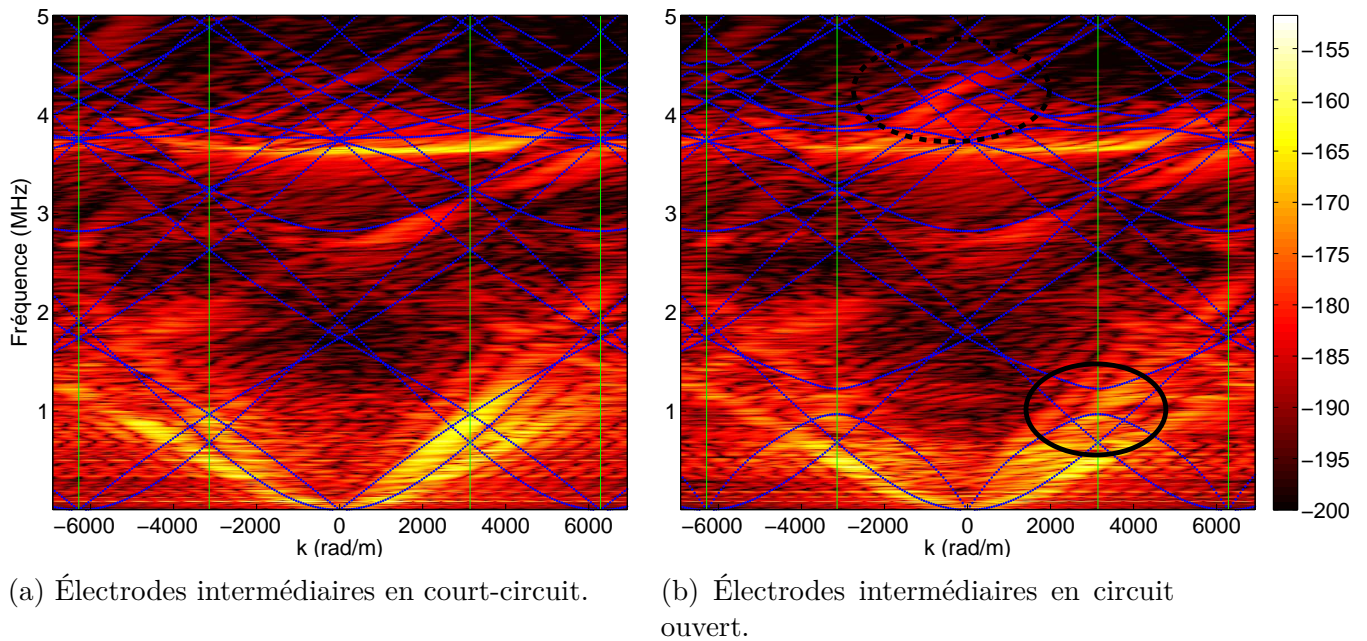


FIGURE 2.31 – Transformée de Fourier spatiale du déplacement mesuré à la surface de l'échantillon. En bleu, courbes de dispersion obtenues par calcul modal de la géométrie 2D. Les lignes verticales vertes correspondent aux limites de zones de Brillouin. Bande interdite autour de 1 MHz entourée en noir. Déplacement intense du mode d'épaisseur entre 3,75 MHz 4,5 MHz entouré en noir pointillés.

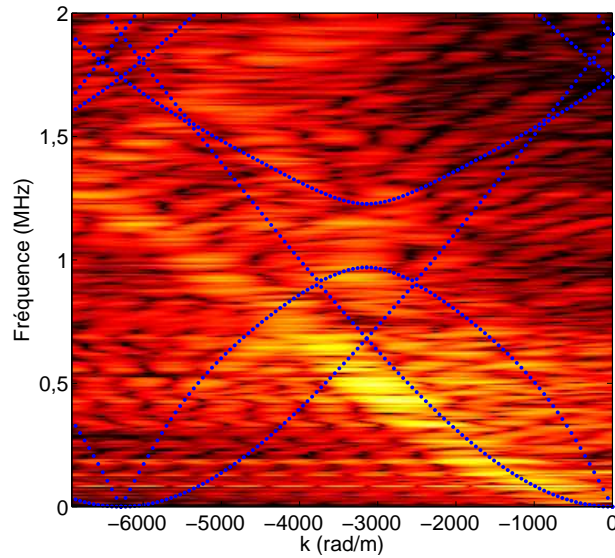


FIGURE 2.32 – Détail de la figure 2.31b (électrodes intermédiaires en condition de circuit ouvert).

Ces mesures du déplacement montrent donc que le mode  $S_0$  est bien excité et qu'il est atténué en condition de circuit ouvert dans la bande fréquentielle prévue par le calcul modal. Cependant, le mode  $A_0$  étant lui aussi excité, il gênera l'observation de ce phénomène sur les mesures du potentiel électrique présentées par la suite section 2.5.5.

Enfin, un déplacement important correspondant au mode d'épaisseur est visible à 3,6 MHz ce qui est proche des 3,75 MHz calculés pour ce mode par la méthode des éléments finis. On remarque aussi le déplacement important en condition de circuit ouvert entre 3,6 MHz et 4,5 MHz, notamment pour des nombres d'onde négatifs, constaté sur les résultats calculés précédemment. Nous verrons par la suite que les mesures du potentiel électrique confirment qu'une quantité plus grande d'énergie est transmise dans cette bande de fréquences uniquement en condition de circuit ouvert.

### 2.5.5 Étude harmonique du potentiel électrique en sortie du cristal phononique

L'objectif final du cristal phononique étudié est d'approcher le comportement d'un filtre coupe-bande pour des fréquences de l'ordre du Mégahertz. Il est donc nécessaire de mesurer le potentiel électrique à la sortie du cristal phononique, pour savoir si un signal injecté en entrée du dispositif serait correctement filtré.

Un calcul harmonique avec un modèle 2D du cristal phononique est réalisé sur une bande fréquentielle de 6,25 kHz à 5 MHz en imposant des pertes proportionnelles à la fréquence comme expliqué précédemment. Un potentiel de 1 V est imposé sur l'électrode n° 1, et le potentiel électrique de l'électrode n° 10 est relevé pour des électrodes intermédiaires en circuit ouvert ou en court-circuit.

La figure 2.33 montre les résultats de ce calcul. Des pics de potentiel élevé apparaissent en basse fréquence. Ils sont liés au mode S0 et au nombre d'électrodes du réseau. Par exemple en court-circuit, dix pics (correspondant aux dix électrodes) sont présents entre 0 Hz et 1 MHz (première branche du mode S0 dans la première zone de Brillouin) séparés chacun d'un pas fréquentiel constant. En effet, dans cette condition, ce mode n'est pas dispersif. En circuit ouvert, ce mode devient dispersif et sa vitesse de groupe varie en fonction de la fréquence (voir les courbes de dispersion figure 2.19). Les pics de potentiel électrique en circuit ouvert sont alors séparés d'un pas non constant, jusqu'à la fréquence d'ouverture de la BI à 1 MHz.

Une diminution de 40 dB V du potentiel électrique est clairement visible entre 0,95 MHz et 1,3 MHz en condition de circuit ouvert. Cette bande de fréquences correspond à la bande interdite issue du calcul modal, et à la bande interdite observée sur les calculs de déplacement.

Pour le reste du spectre observé, le potentiel change peu avec la condition électrique appliquée. Cependant, comme prévu dans les calculs du déplacement décrits précédemment, entre 4 MHz et 4,5 MHz le potentiel électrique en circuit ouvert est plus important d'une dizaine de dBV que celui en court-circuit. Cette différence est liée au mode d'épaisseur et n'est donc pas liée au mode latéral de plaque 31'. Il constitue cependant un point de comparaison pour les mesures expérimentales, et représente un autre moyen d'exploiter le dispositif. Le mode d'épaisseur est plus facilement excité par un mouvement d'ensemble lorsque les électrodes sont

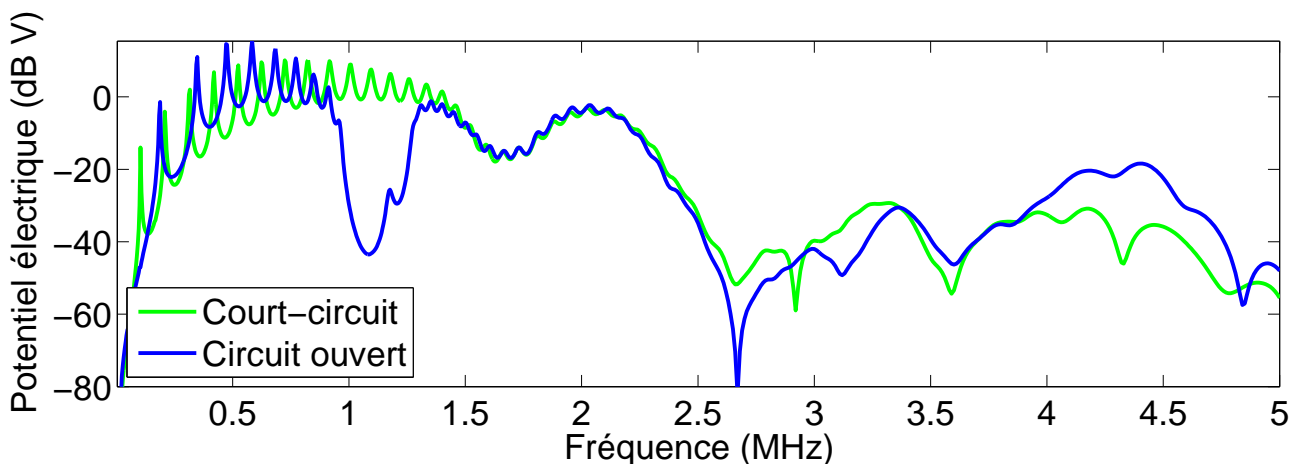


FIGURE 2.33 – Calcul harmonique du potentiel électrique sur l'électrode n° 10 (modèle 2D).

en condition de circuit ouvert. Un signal sera transmis plus facilement pour des fréquences entre 4 MHz et 4,5 MHz.

Le même calcul harmonique est cette fois-ci réalisé avec un modèle 3D de la géométrie. Aucun fenêtrage temporel et aucun moyennage spatial n'est appliqué afin de diminuer les effets de modes indésirables. On obtient grâce à ce calcul les résultats de la figure 2.34.

De nouveaux pics de potentiel sont présents et perturbent la lisibilité des résultats. Ils sont moins nombreux en haute fréquence car les pertes assimilées au matériau sont plus grandes. On note cependant que le potentiel en condition de circuit ouvert est toujours une vingtaine de  $dB V$  en dessous du potentiel en court-circuit, entre 0,9 MHz et 1,3 MHz. La bande interdite générée par le cristal phononique, présente en condition de circuit ouvert, agit bien en tant que filtre coupe-bande pour le potentiel électrique. On peut aussi observer, entre 4 MHz et 4,5 MHz, que le potentiel en circuit ouvert est supérieur à celui en court-circuit, comme observé dans les calculs précédents. Dans le reste du spectre observé, les deux potentiels semblent équivalents, quelles que soient les conditions électriques.

Afin de diminuer l'effet des variations rapides observées sur le spectre, on applique aux signaux une moyenne glissante de 50  $kHz$  de large. Cette opération pourrait être assimilée à un fenêtrage de signaux temporels (suppression des temps longs), et on pourra d'ailleurs comparer ces résultats dans la section 2.5.6 traitant d'un fenêtrage temporel. La figure 2.35 montre le résultat de ce traitement. Cette fois, la diminution du potentiel électrique en circuit ouvert est clairement identifiée entre 0,7 MHz et 1,3 MHz. Le traitement a peu modifié la hausse de potentiel due au mode d'épaisseur (au-delà de 4 MHz), car les pertes sont plus grandes en haute fréquence.

On désire maintenant mesurer ce potentiel électrique. Un analyseur de réseau *Bode 100* de la marque *Omicron Lab* est donc utilisé pour réaliser une mesure harmonique du potentiel électrique sur la dernière électrode du cristal. Pour chaque fréquence entre 100 kHz à 5 MHz, la mesure est moyennée 256 fois. La figure 2.36 présente les résultats pour les deux conditions électriques imposées.

Comme prévu par le calcul par éléments finis en 3D, beaucoup de résonances sont présentes avec des variations importantes en intensité (une vingtaine de  $dB V$ ). On peut tout de même identifier la diminution du potentiel en condition de circuit ouvert entre les fréquences 0,7 MHz et 1,2 MHz. Cet écart entre les deux conditions électriques varie entre 10 dB et 20 dB, ce qui est intéressant vu le nombre réduit de cellules au sein du réseau. Entre 3,9 MHz et 4,2 MHz, le potentiel est plus élevé d'une dizaine de  $dB V$  en condition de circuit ouvert. Le mode observé (entre 3,6 MHz et 4,5 MHz) dans la mesure du déplacement conduit donc bien à une transmission du signal électrique plus importante.

À l'instar des résultats calculés précédemment, on applique aux signaux expérimentaux une moyenne glissante de 50 kHz de large. La figure 2.37 montre clairement la diminution de plus de 10 dB V du potentiel en condition de circuit ouvert, entre 0,75 MHz et 1,2 MHz. Elle confirme aussi l'observation entre 3,9 MHz et 4,2 MHz du potentiel électrique plus élevé, en condition de circuit ouvert.

On constate finalement que la bande interdite générée par le cristal phononique entraîne bien une diminution du potentiel électrique, mais que des modes dus à la dimension finie selon  $Y$  rendent cette observation difficile.

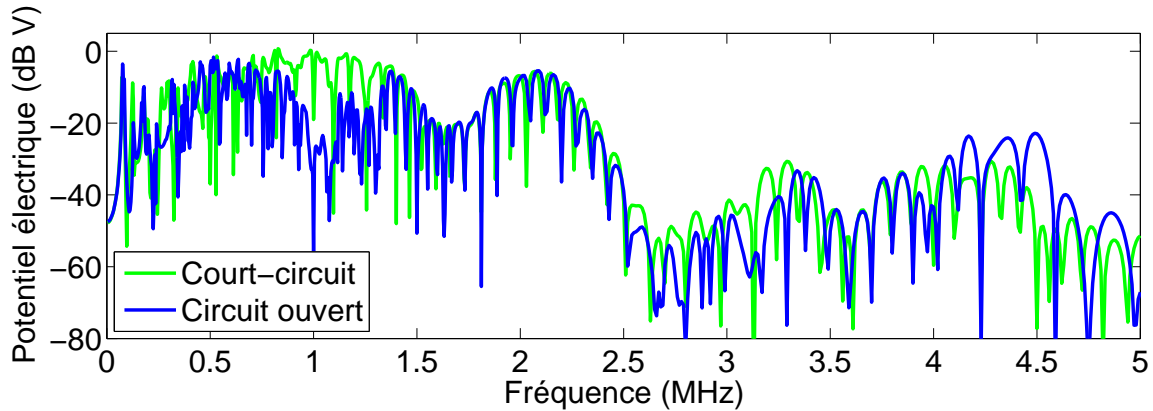


FIGURE 2.34 – Calcul harmonique du potentiel électrique sur l'électrode n° 10 (modèle 3D).

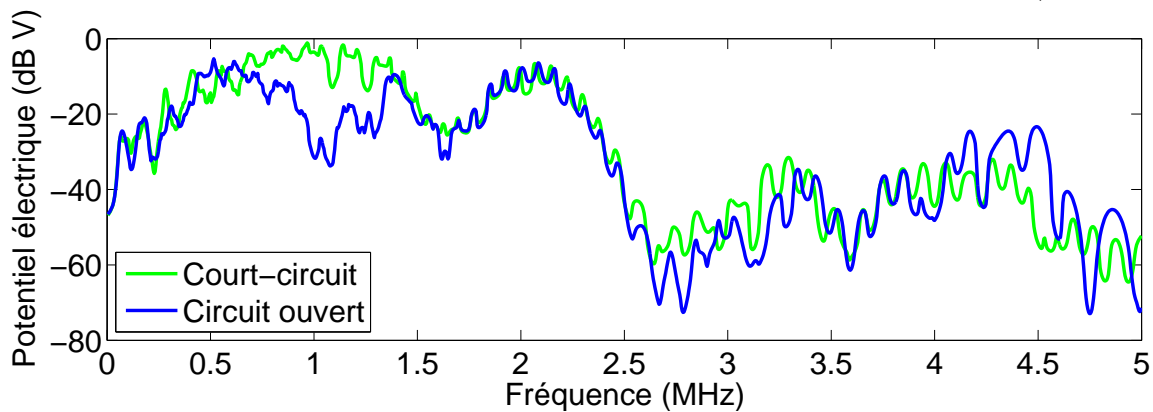


FIGURE 2.35 – Calcul harmonique du potentiel électrique sur l'électrode n° 10 (modèle 3D). Moyenne glissante de 50  $kHz$  de large appliquée.

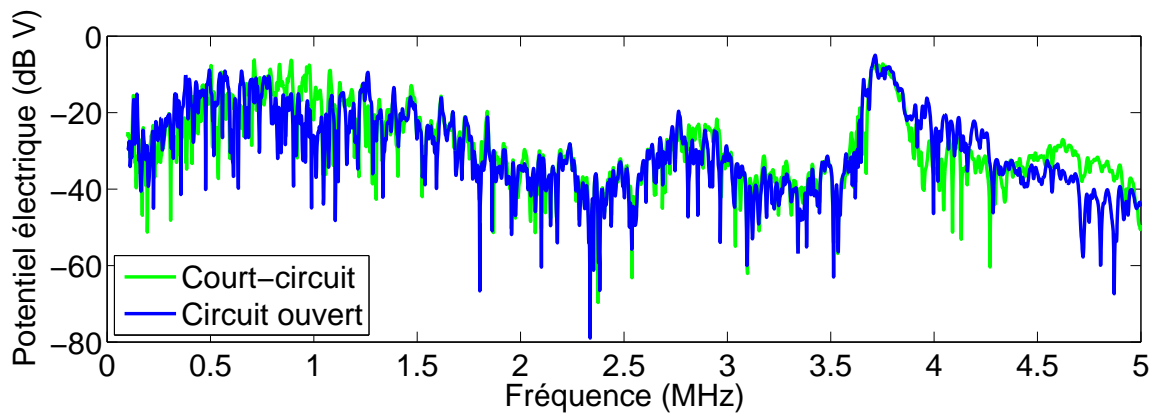


FIGURE 2.36 – Mesure harmonique du potentiel électrique sur l'électrode n° 10.

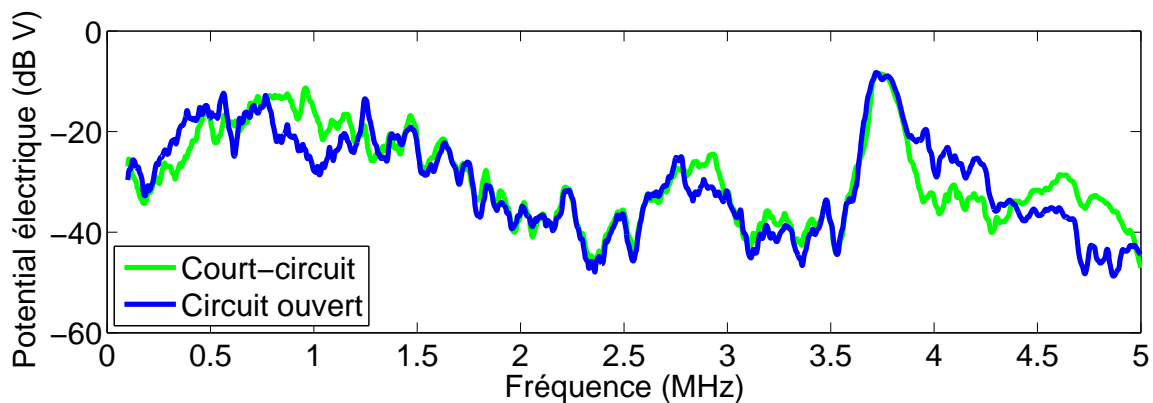


FIGURE 2.37 – Mesure harmonique du potentiel électrique sur l'électrode n° 10. Moyenne glissante de 50  $kHz$  de large appliquée.



### 2.5.6 Étude temporelle du potentiel électrique en sortie du cristal phononique

Afin d'éliminer les modes indésirables, on réalise une mesure temporelle du potentiel électrique sur l'électrode de sortie pour effectuer ensuite un fenêtrage temporel. On excite la première électrode à l'aide d'une sinusoïde d'une seule période de  $0,1 \mu s$  (répétée toutes les  $50 \mu s$ ) émise par un générateur de fonction 33220A de la société *Agilent*. L'acquisition qui est moyennée 256 fois et mesurée par un oscilloscope est présentée sur la figure 2.38.

Pour les deux conditions électriques, on peut voir qu'un signal intense est mesuré à  $5,5 \mu s$ , suivi d'un signal composé d'une multitude de modes. Il s'agit du principal mode excité (S0) suivi par d'autres modes dont le mode A0. Les mesures du déplacement présentées sur la figure 2.31 permettent d'estimer la vitesse de propagation du mode S0 à  $1730 \text{ m/s}$  et celle du mode A0 à  $1040 \text{ m/s}$ . Le mode S0 met donc  $5,7 \mu s$  à traverser le cristal phononique, tandis que le mode A0 met  $9,6 \mu s$  pour parcourir la même distance. On choisit donc de s'intéresser au signal entre  $4 \mu s$  et  $9 \mu s$  uniquement pour la bande de fréquences  $[0; 2, 5] \text{ MHz}$  puisque nous nous intéressons maintenant uniquement au mode S0 dans la gamme de fréquence de la BI. Les effets du mode A0 sur le potentiel électrique ne sont donc pas visibles sur le résultat.

Les transformées de Fourier des signaux fenêtrés entre  $4 \mu s$  et  $9 \mu s$  sont présentées sur la figure 2.39. On constate que l'amplitude maximale du potentiel en court-circuit est bien située proche de  $1 \text{ MHz}$ , correspondant à la forte intensité du mode S0 dans ces fréquences. De plus, entre  $0,8 \text{ MHz}$  et  $1,1 \text{ MHz}$  le potentiel en circuit ouvert est  $10 \text{ dB V}$  inférieur au potentiel en court-circuit. En dehors de cette bande fréquentielle, et à part quelques exceptions, les potentiels sont similaires indépendamment des conditions électriques.

On vérifie ainsi la conclusion faite dans l'étude harmonique en observant l'apparition d'un comportement de filtre coupe-bande autour de  $1 \text{ MHz}$  lorsque les électrodes intermédiaires du cristal phononique sont laissées en circuit ouvert. Cependant, aucune mesure temporelle du potentiel électrique pour le mode d'épaisseur (autour de  $4 \text{ MHz}$ ) n'a pu être réalisée. En effet, la

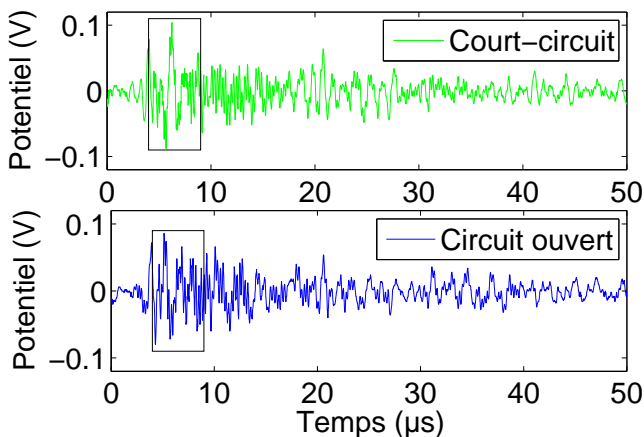


FIGURE 2.38 – Mesure temporelle du potentiel électrique sur l'électrode n° 10. Visualisation de la fenêtre utilisée ( $[4; 9] \mu s$ ) par un rectangle noir.

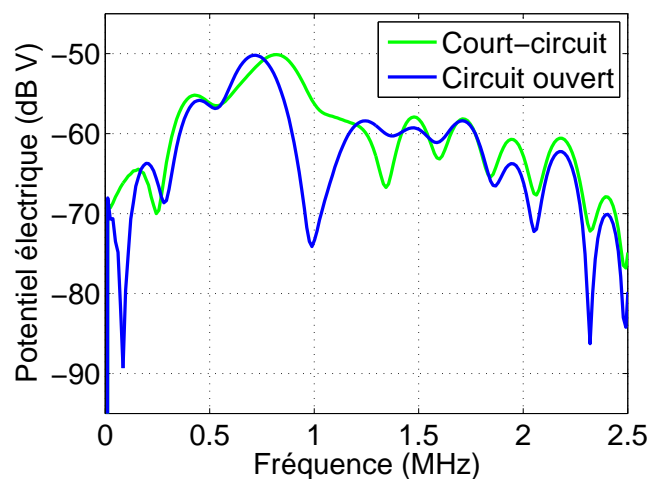


FIGURE 2.39 – Transformées de Fourier des signaux fenêtrés présentés à gauche.

fréquence élevée du signal implique une fréquence d'échantillonnage du signal émis trop grande pour les appareils à disposition.

Nous venons donc de voir que le mode latéral de plaque 31' a bien été excité dans l'échantillon expérimental. Différentes mesures ont mis en évidence une Bande interdite électrique que décrit le modèle analytique détaillé dans la section 2.3.1. Malgré une géométrie de l'échantillon expérimental assez différente de celle utilisée dans les calculs, et beaucoup d'incertitudes sur les paramètres du matériau (constantes piézoélectriques, mécaniques ou diélectriques, possible composition non homogène dans le matériau, prise en compte des pertes), les calculs par éléments finis ont permis de comprendre une grande partie des phénomènes se déroulant expérimentalement. On notera que l'utilisation de modèles 2D peut s'avérer parfois plus utile qu'un modèle 3D, car l'information apportée est plus simple et compréhensible.

Pour aller plus loin dans l'exploitation de l'échantillon expérimental présenté ici, une modification des conditions électriques a été imaginée. Dans le but de diminuer l'effet des modes indésirables observé notamment sur la figure 2.36 et ainsi mieux observer l'effet de la bande interdite sur le potentiel électrique, un calcul par éléments finis a été réalisé en remplaçant l'électrode de la face inférieure par un réseau d'électrodes à la masse. Le résultat de ce calcul est présenté sur la figure 2.40. On peut voir que la plupart des pics de potentiel de grandes amplitudes sont supprimés. En contraignant ainsi le champ électrique dans la plaque, certains modes ne peuvent plus se propager. Il est possible que le couplage entre les électrodes soit moins intense, et que ces modes exacerbés par ce couplage aient une intensité réduite. La différence du potentiel en circuit ouvert et en court-circuit dans les fréquences de la BI est alors beaucoup plus évidente. L'échantillon expérimental est actuellement en cours de rectification afin de modifier la géométrie.

Mais on peut aussi imaginer exploiter cette BI électrique, non plus avec un réseau d'électrodes dans une direction, mais dans deux directions. Une nouvelle géométrie est alors nécessaire et est présentée dans la section 2.6 suivante.

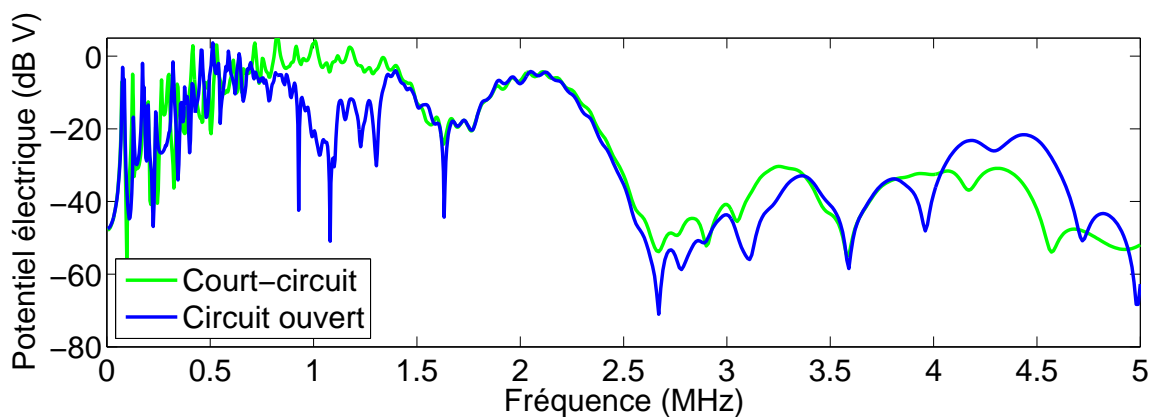


FIGURE 2.40 – Calcul harmonique du potentiel électrique sur l'électrode n° 10 (modèle 3D, avec série d'électrodes sur la face inférieure).

## 2.6 Étude d'un réseau bidimensionnel d'électrodes

On souhaite générer un mode de vibration similaire au mode latéral de plaque 31', avec un réseau bidimensionnel d'électrodes. On utilise pour cela une plaque carrée en PMN-28PT de 20 mm de côté et de 0,5 mm d'épaisseur. En effet, dans le cadre d'un projet ANR CRONOS<sup>1</sup>, l'entreprise Thales Research & Technology a mis à disposition de tels échantillons.

Afin de rester proche des conditions (géométriques et électriques) du mode 31', et afin d'intégrer un nombre important de cellules du réseau dans une plaque de 20 mm de côté, on définit la cellule unitaire du cristal phononique comme celle représentée sur la figure 2.41. La cellule de base carrée est recouverte partiellement sur la face supérieure et inférieure par deux électrodes de surface égale à 0,8x0,8 mm.

Un calcul modal par la méthode des éléments finis est réalisé à partir de cette cellule unitaire. Le réseau est donc considéré infiniment périodique dans les deux directions  $X$  et  $Y$ . Le calcul est réalisé sur toute la zone de Brillouin du réseau carré ( $\Gamma XM$ ).

Le résultat est présenté figure 2.42. La figure peut paraître complexe à analyser puisqu'elle regroupe les résultats pour des conditions électriques en circuit ouvert et en court-circuit. On remarque cependant que l'unique mode dépendant des conditions électriques (points bleus à l'extérieur des cercles rouges) présente une BI absolue (BI quelle que soit l'orientation du cristal) entre 1,26 MHz et 1,47 MHz. Cette structure périodique bidimensionnelle présente donc une BI contrôlable par les conditions électriques imposées.

On considère à présent une cellule deux fois plus grande (dans les directions  $X$  et  $Y$ ) que celle utilisée auparavant, soit une cellule de 2x2x0,5 mm. Le calcul numérique de ce réseau périodique est présenté figure 2.43.

On constate alors la disparition de la BI absolue observée précédemment. La cellule étant plus grande, les fréquences des modes ont diminué, et beaucoup de modes sont maintenant présents en dessous de 1 MHz. Cette géométrie de cellule n'est donc pas souhaitable, et l'on voit que la modification d'un seul paramètre peut changer radicalement le comportement de la structure. La première géométrie sera donc utilisée dans la suite de cette étude.

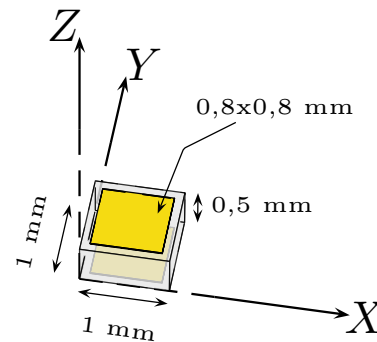


FIGURE 2.41 – Géométrie d'une cellule du réseau bidimensionnel. Parallélépipède carré avec une électrode sur chaque face carrée.

1. Projet de recherches et d'innovation défense (ASTRID) 2015 sur les "cristaux phononiques pour filtres radio communications accordables".

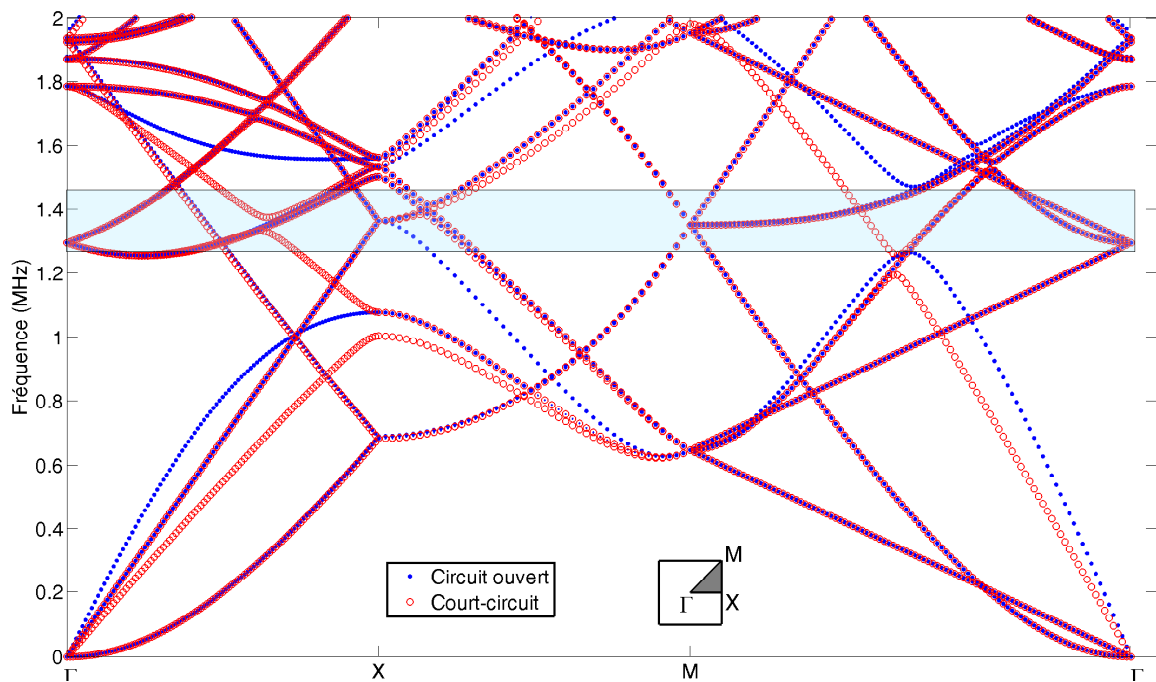


FIGURE 2.42 – Courbes de dispersion du réseau périodique bidimensionnel (calcul par éléments finis de la cellule présentée figure 2.41 de dimension  $1 \times 1 \times 0,5$  mm).

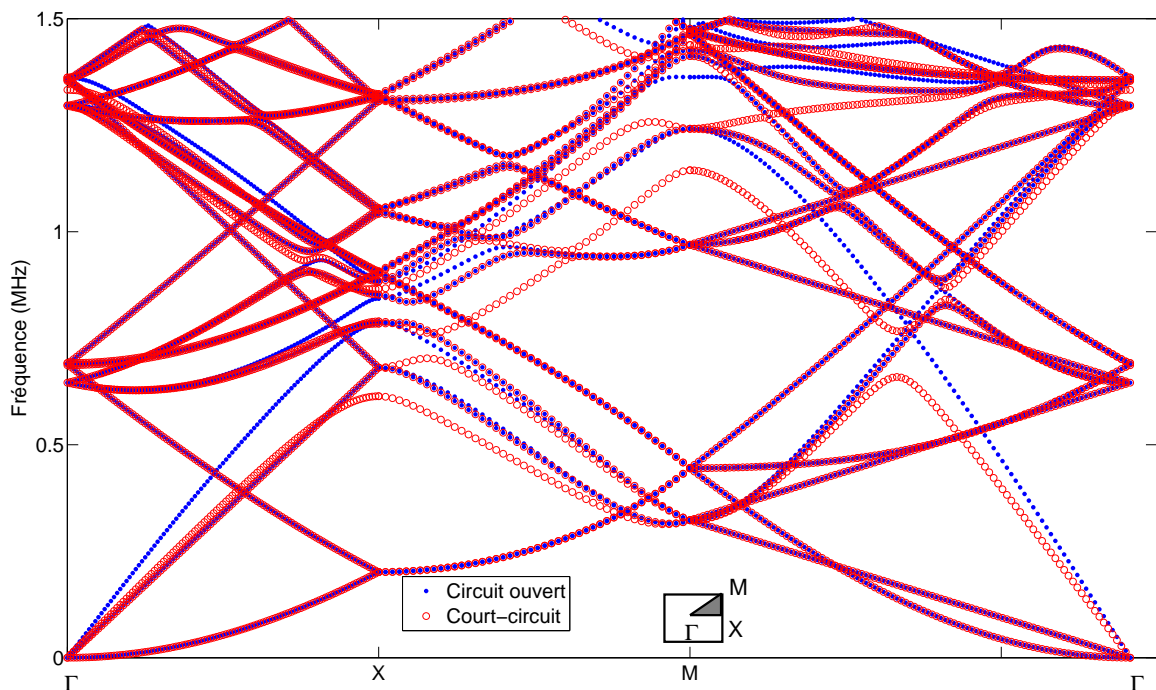


FIGURE 2.43 – Courbes de dispersion du réseau périodique bidimensionnel (calcul par éléments finis d'une cellule de dimension  $2 \times 2 \times 0,5$  mm).

### 2.6.1 Dispositif à 4 ports électriques

On conçoit donc un réseau de 15 x 15 cellules de 1x1x0,5 mm, sur une plaque carrée de 20 mm de côté comme représenté sur la figure 2.44. En plus du réseau de cellules, 4 surfaces recouvertes d'électrodes (en bleu sur le schéma) permettent de générer l'excitation électrique ("Entrée") ou d'observer un signal électrique de sortie dans trois directions différentes ("Sorties" 1 à 3).

On réalise alors un calcul par éléments finis du dispositif en 3D. Le déplacement normal à la surface pour une fréquence de 1,4 MHz est représenté sur la figure 2.45 pour les deux conditions électriques. Cette fréquence est située dans la BI lorsque les électrodes sont en condition de circuit ouvert. Lorsque les électrodes sont en condition de court-circuit, cette fréquence n'est pas située dans une BI. La table 2.1 présente les tensions normalisées en sortie. On peut voir que lorsque les électrodes du cristal phononique sont en condition de court-circuit (figure 2.45a), l'onde générée est principalement transmise à la "sortie 1" située en face de la source. Le rapport sortie 1/entrée de la tension est faible (-21 dB) mais supérieur aux rapports des sorties 2 et 3 qui respectivement valent -33 dB et -34 dB. La perte d'énergie est donc forte, même pour une électrode en face de la source. Lorsque l'on change les conditions électriques en circuit ouvert (figure 2.45b), le déplacement est très faible proche de la sortie 1. Les tensions des sorties 2 et 3 ne changent presque pas, mais le rapport sortie 1/entrée chute à -48 dB. L'onde ne se propage donc quasiment plus vers la sortie 1. On constate donc bien les effets de la bande interdite sur la propagation de l'onde générée, même si l'atténuation est importante, qu'il y ait présence de la BI ou non. On ne peut cependant pas montrer son caractère omnidirectionnel puisqu'une quantité d'énergie mécanique trop faible est dirigée vers les sorties 2 ou 3, quelles que soient les conditions électriques.

	sortie 1 / entrée	sortie 2 / entrée	sortie 3 / entrée
Court-circuit	-21,1 dB	-33,3 dB	-34,0 dB
Circuit ouvert	-48,2 dB	-35,3 dB	-35,5 dB

TABLE 2.1 – Rapport des tensions de sortie sur l'entrée pour des électrodes en court-circuit ou en circuit ouvert.

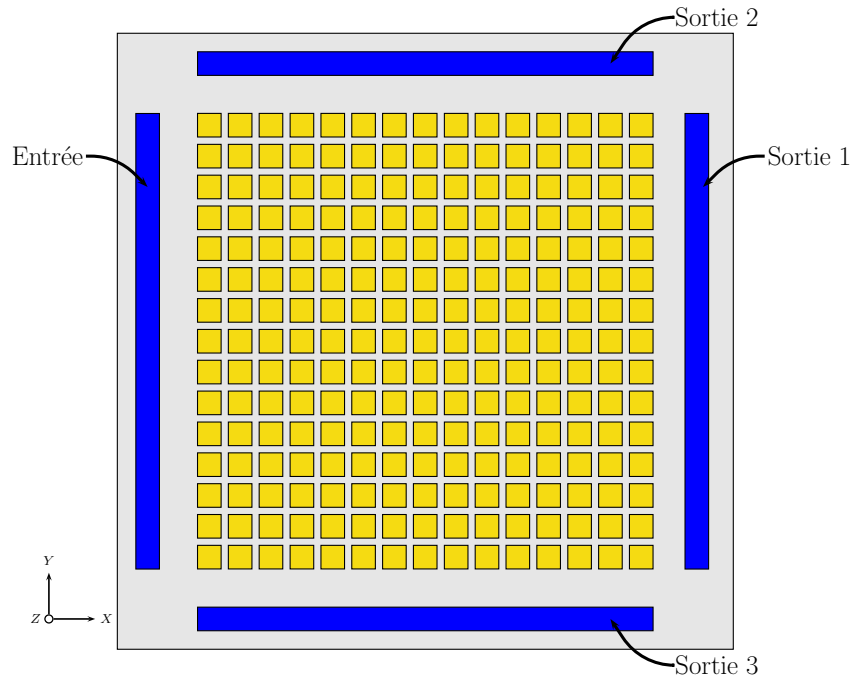


FIGURE 2.44 – Vue de dessus de la géométrie de la plaque utilisée pour le réseau bidimensionnel (carré de 20 mm de coté, épaisseur de 0,5 mm). Les électrodes en bleu servent d’entrée ou de sortie. Les 15x15 électrodes jaunes (1x1x0,5 mm) sont laissées toutes flottantes ou toutes en court-circuit.

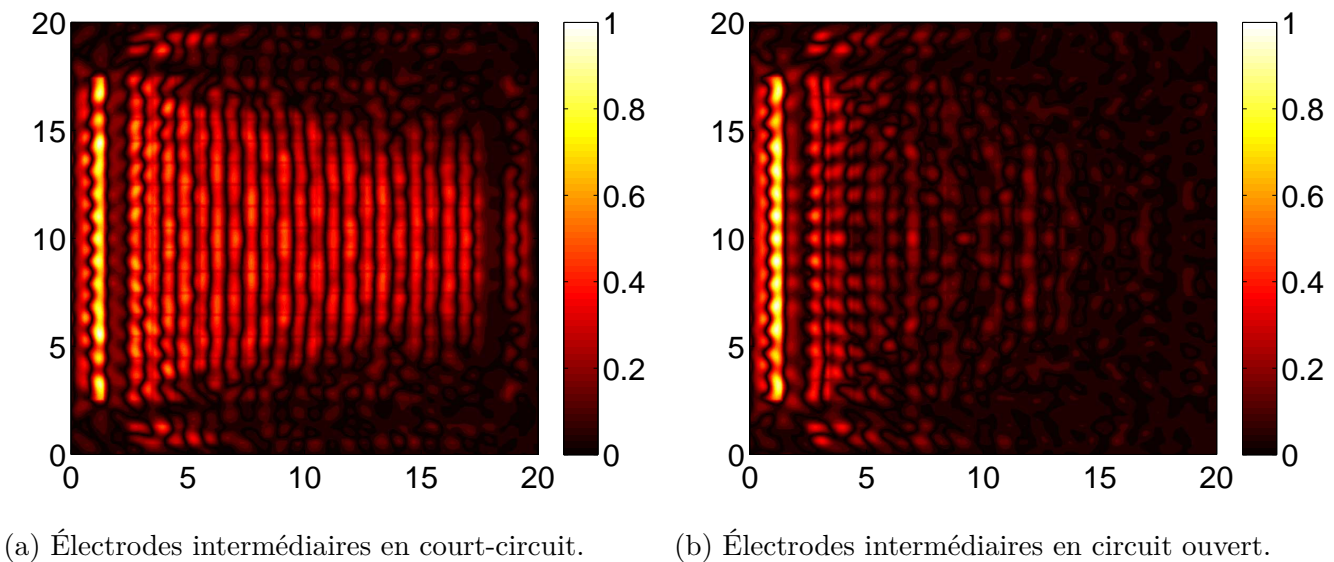


FIGURE 2.45 – Valeur absolue du déplacement normal à la surface de la plaque, représentée par une échelle de couleurs. Calcul à 1,4 MHz par la méthode des éléments finis.

### 2.6.2 Étude du confinement de l'onde

On cherche maintenant à savoir s'il est possible de confiner la propagation de l'onde dans le réseau. On choisit donc de mettre en court-circuit les 7 rangées d'électrodes centrales et de laisser les autres en condition de circuit ouvert, comme représenté sur la figure 2.46. Les électrodes d'entrée et de sortie sont diminuées afin d'observer correctement le champ vibratoire.

La figure 2.47 présente les résultats du calcul numérique à 1,4 MHz. On constate que le confinement dans la zone centrale n'est pas très efficace. Le rapport sortie 1/entrée, présenté dans la table 2.2, est légèrement plus faible que pour le cas sans confinement de la figure 2.45a. Une partie de l'énergie mécanique se propage vers les sorties 2 ou 3, mais elle est beaucoup plus faible que la configuration sans confinement : les rapports de tensions des sorties 3 et 4 sont 8 dB inférieurs. Le calcul des potentiels électriques met donc en évidence l'augmentation du confinement.

	sortie 1 / entrée	sortie 2 / entrée	sortie 3 / entrée
7 lignes au centre en court-circuit	-25,4 dB	-41,0 dB	-41,1 dB

TABLE 2.2 – Rapport des tensions de sortie sur l'entrée pour 7 lignes au centre en court-circuit.

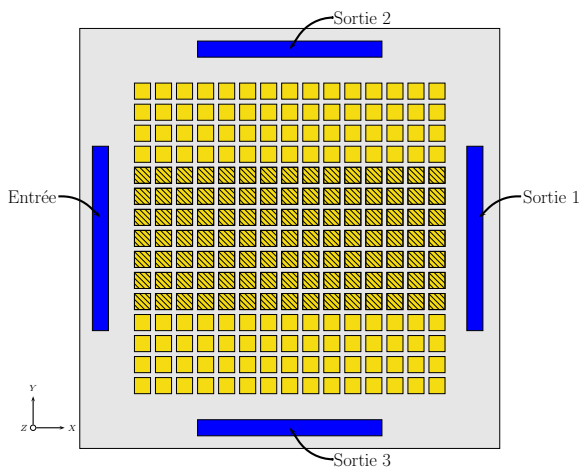


FIGURE 2.46 – Configuration pour le confinement de l'onde. Les électrodes en bleu servent d'entrée ou de sortie. Les électrodes hachurées sont en court-circuit, les électrodes jaunes non hachurées sont laissées en potentiel flottant.

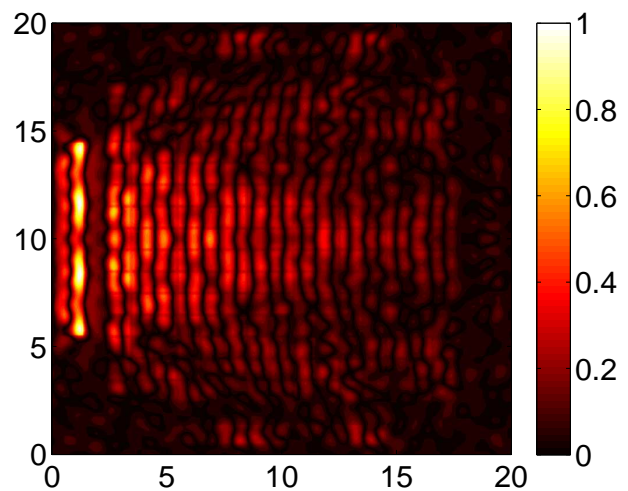


FIGURE 2.47 – Valeur absolue du déplacement normal à la surface de la plaque pour une configuration comme celle décrite figure 2.46, représentée par une échelle de couleurs. Calcul à 1,4 MHz par la méthode des éléments finis.

### 2.6.3 Étude de la réflexion de l'onde

Ces résultats sont intéressants, mais ne mettent pas en valeur le fait que le réseau d'électrodes soit bidimensionnel. Une autre configuration est alors imposée au réseau afin de faire réfléchir l'onde avec un angle de  $90^\circ$ . Cette configuration est schématisée sur la figure 2.48. L'objectif est de laisser se propager l'onde créée à travers les cellules reliées à la masse (hachurées sur le schéma), mais de bloquer sa propagation suivant un plan incliné grâce aux électrodes en potentiel flottant. L'entrée étant située à gauche de la plaque, la réflexion doit se faire vers le bas de la plaque sur la sortie 3.

On réalise donc un calcul numérique du cristal avec les conditions électriques indiquées précédemment. Le déplacement normal à la surface calculée à 1,4 MHz est présenté sur la figure 2.49. La table 2.3 présente les tensions normalisées en sortie.

On peut voir que le déplacement qui devrait être intense proche de la sortie 3 n'est que très peu réfléchi par le plan incliné d'électrodes en circuit ouvert. Cependant, le rapport des tensions sortie 3/entrée est de -27 dB alors que les rapports des tensions des sorties 1 et 2 sur l'entrée sont respectivement de -37 dB et -34 dB. Ce résultat montre que le signal électrique est majoritairement envoyé sur la sortie 3 grâce à la configuration des électrodes, sans pour autant que le champ de déplacement soit plus intense proche de la sortie 3. Le résultat n'est donc pas entièrement celui espéré.

	sortie 1 / entrée	sortie 2 / entrée	sortie 3 / entrée
Moitié inférieure gauche en court-circuit	-37,4 dB	-34,1 dB	-27,3 dB

TABLE 2.3 – Rapport des tensions de sortie sur l'entrée pour la moitié inférieure gauche des électrodes en court-circuit.

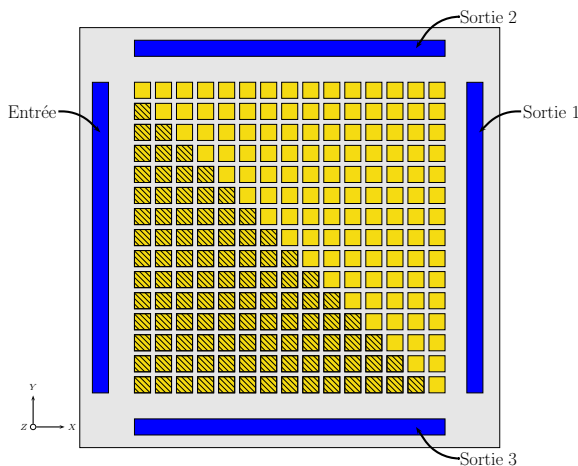


FIGURE 2.48 – Configuration pour la réflexion de l'onde à  $90^\circ$ . Les électrodes en bleu servent d'entrée ou de sortie. Les électrodes hachurées sont en court-circuit, les électrodes jaunes non hachurées sont laissées en potentiel flottant.

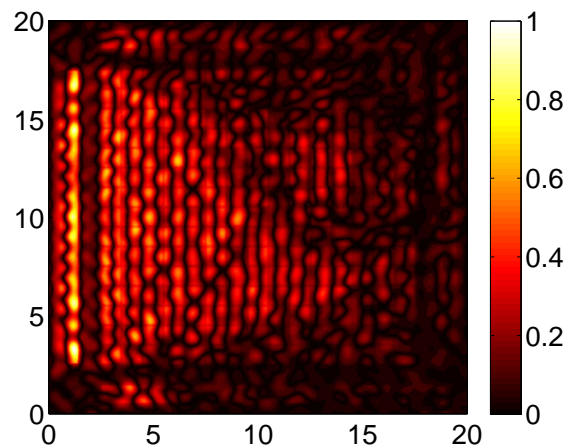


FIGURE 2.49 – Valeur absolue du déplacement normal à la surface de la plaque pour une configuration comme celle décrite figure 2.48, représentée par une échelle de couleurs. Calcul à 1,4 MHz par la méthode des éléments finis.



Bien que l'analyse modale du réseau périodique bidimensionnel ait montré un comportement intéressant, avec une bande interdite absolue dépendant des conditions électriques, l'application à une structure de dimensions finies n'est pas satisfaisante. Les calculs ont mis en évidence une perte d'énergie importante lors de la propagation de l'onde. Une seule configuration mettant en jeu la double périodicité du réseau a été étudiée. Cependant, le calcul imposant 7 rangées d'électrodes en court-circuit a montré que le confinement d'une onde avec ce cristal était assez faible, ce qui restreint le champ des applications.

On note ensuite que les champs de déplacement ne sont pas toujours représentatifs des tensions électriques calculées sur les différentes sorties. L'exemple le plus probant est la configuration d'électrodes réfléchissant l'onde à  $90^\circ$ . Le calcul des tensions montre bien une valeur élevée sur la sortie 3, ce que ne montre pas le champ de déplacement. Il serait donc intéressant de calculer les tensions en sortie sur la gamme de fréquence  $[0 ; 2]$  MHz avec les différentes configurations présentées, pour confirmer cette première analyse réalisée uniquement pour deux conditions : en présence ou non de la BI.

Enfin, en vue de la fabrication du système, le problème des connexions électriques doit être soulevé ici. Les connexions deviennent beaucoup plus difficiles à réaliser dans ce cas, car chaque cellule du réseau doit être indépendante électriquement. Cela nécessite donc un nombre élevé de connexions, et donc un espace suffisant entre les cellules comme on peut le voir sur la figure 2.50. On peut finalement dire que bien que les contraintes soient nombreuses, un cristal phononique bidimensionnel pilotable par des conditions électriques est possible, mais constitue un défi important.

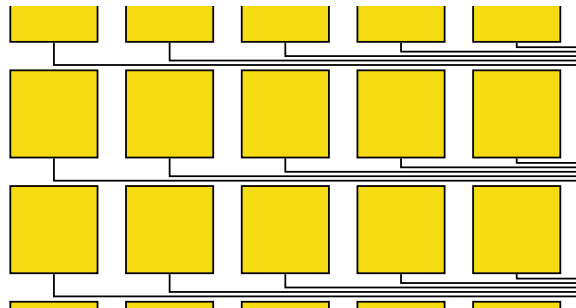


FIGURE 2.50 – Exemple de connexions électriques pour un réseau bidimensionnel. Électrodes en jaune, connexions en traits noirs.

## 2.7 Conclusion

Ce chapitre décrit comment il est possible d'exploiter un cristal phononique piézoélectrique avec des conditions électriques périodiques, parallèles à la direction de propagation de l'onde. La comparaison de différentes configurations (section 2.1) a montré la pertinence d'un système avec des électrodes parallèles à la propagation, et perpendiculaires à la polarisation. Cette configuration permet de générer une Bande Interdite électrique due à la discontinuité du champ électrique à l'interface entre cellules.

Une première géométrie a alors été imaginée (réseau de barreaux) afin de maximiser la BI générée. Celle-ci n'étant pas facile à fabriquer, une deuxième géométrie composée d'un réseau de plaques a été conçue. Les modèles analytiques correspondants à ces deux structures ont ensuite été validés par la méthode des éléments finis.

Différents paramètres, comme l'orientation cristallographique, la longueur des électrodes ou leur alignement, ont été étudiés afin de maximiser la BI créée. Un dispositif expérimental a alors été fabriqué afin de mesurer l'effet de la BI électrique sur le champ de déplacement, sur l'impédance électrique du dispositif et sur le signal transmis. Bien que de nombreux modes de propagation soient présents, les mesures du déplacement à la surface du dispositif ont permis d'observer une BI dans le mode latéral de plaque 31'. De plus les mesures électriques en transmission ont montré une diminution du potentiel électrique dans la bande  $[0,7 ; 1,2]$  MHz lorsque les électrodes intermédiaires du cristal sont en condition de circuit ouvert. Cette étude a aussi mis en avant un effet inattendu du cristal phononique. L'excitation du mode d'épaisseur entre 3,9 MHz et 4,2 MHz est favorisée par la mise en circuit ouvert des électrodes intermédiaires, et le potentiel électrique de sortie est plus important dans ces conditions électriques pour ces fréquences. Enfin, une application de la géométrie précédente appliquée à un réseau bidimensionnel d'électrodes a été étudiée. Elle nécessite cependant de plus amples investigations avant qu'un dispositif expérimental ne soit réalisé.

À la lecture de ces résultats, on constate que le dispositif expérimental reste loin des caractéristiques des filtres utilisés actuellement comme le décrit la figure 1.13 dans le chapitre 1. Beaucoup d'améliorations pourraient être facilement apportées si des échantillons étaient disponibles dans les dimensions souhaitées. Le nombre de cellules pourrait être augmenté, l'épaisseur diminuée, l'électrode déposée plus précisément ou les bords de plaques éloignés du réseau pour mieux contrôler les modes latéraux. Mais le but de ce dispositif était surtout de constituer une étape intermédiaire vers un composant électronique pour les télécommunications. En effet, les fréquences utilisées pour la téléphonie mobile sont de l'ordre du gigahertz. Un dispositif comme celui utilisé ici devrait être mille fois plus petit pour traiter ces fréquences.

Une autre approche est aussi possible. Est-ce qu'une BI électrique peut être générée sur des ondes de surface? En effet, une grande partie des filtres utilise des technologies à ondes de surface et il serait très intéressant d'utiliser le phénomène observé dans ce chapitre pour réaliser un filtre à ondes de surface réglable grâce aux conditions électriques. C'est d'ailleurs ce que tente d'éclaircir le chapitre 3 présenté par la suite.

# Chapitre 3

## Dispositifs à ondes de surface

Le phénomène de BI électrique a été étudié dans le chapitre 2 sur des structures de taille millimétrique générant des ondes de fréquences de l'ordre du mégahertz. On cherche dans le chapitre 3 à exploiter ce phénomène pour des ondes de surface. La période du cristal est maintenant de quelques microns et permet de générer des ondes d'une centaine de mégahertz.

Puisque le PZ29 est un matériau au comportement simple, il est d'abord utilisé dans les calculs par éléments finis. Le même phénomène de BI électrique est observé, engendré par la discontinuité du champ électrique le long du cristal phononique. Le  $\text{LiNbO}_3$  est ensuite étudié, car il est habituellement utilisé dans les technologies à ondes de surface.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Description des calculs</b>	<b>107</b>
3.1.1	Géométrie	107
3.1.2	Analyse modale	108
3.1.3	Analyse harmonique	108
<b>3.2</b>	<b>Ondes de surface dans un substrat en PZ29</b>	<b>109</b>
3.2.1	Courbes de dispersion	109
3.2.2	Champs de déplacement	110
3.2.3	Origine de la bande interdite	111
3.2.4	Impédance électrique de la structure	112
3.2.5	Études paramétriques pour le PZ29	113
<b>3.3</b>	<b>Ondes de surface dans un substrat en <math>\text{LiNbO}_3</math></b>	<b>116</b>
3.3.1	Études paramétriques pour le $\text{LiNbO}_3$	116
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>119</b>

---



## 3.1 Description des calculs

### 3.1.1 Géométrie

Le cristal phononique considéré dans ce chapitre est un parallélépipède recouvert sur sa surface supérieure par un réseau d'électrodes de période  $a = 10 \mu\text{m}$ . Dans un premier temps, les électrodes ont une épaisseur  $p = 0,2 \mu\text{m}$  et une longueur  $a_2 = 7 \mu\text{m}$  comme présenté sur la figure 3.1.

On souhaite simuler la propagation d'une onde de surface à travers le cristal phononique avec un calcul par éléments finis. Le substrat est supposé infini afin qu'il n'y ait pas d'interaction entre l'onde et la surface inférieure de la structure. Le déplacement décroît exponentiellement avec la profondeur et est considéré nul à une profondeur de  $2 \lambda$  (voir la section 1.1). Dans le calcul par éléments finis une épaisseur  $c$  égale à 20 fois la période du réseau (soit  $c = 200 \mu\text{m}$ ) est utilisée.

Un maillage 2D est utilisé, car la dimension de la géométrie suivant l'axe  $Y$  est supposée grande. La déformation suivant cet axe est donc considérée nulle. Cependant, dans le cas du  $\text{LiNbO}_3$ , plusieurs coupes cristallographiques sont étudiées. Un maillage 3D est donc utilisé avec pour dimension  $b = 1 \mu\text{m}$  dans la direction  $Y$ . Pour éviter des temps de calcul trop longs, l'épaisseur  $c$  est diminuée à 16 fois la période du réseau (soit  $c = 160 \mu\text{m}$ ). Avec cette géométrie, le déplacement de l'onde au niveau de la surface inférieure a suffisamment diminué en intensité pour considérer son interaction avec cette surface comme négligeable.

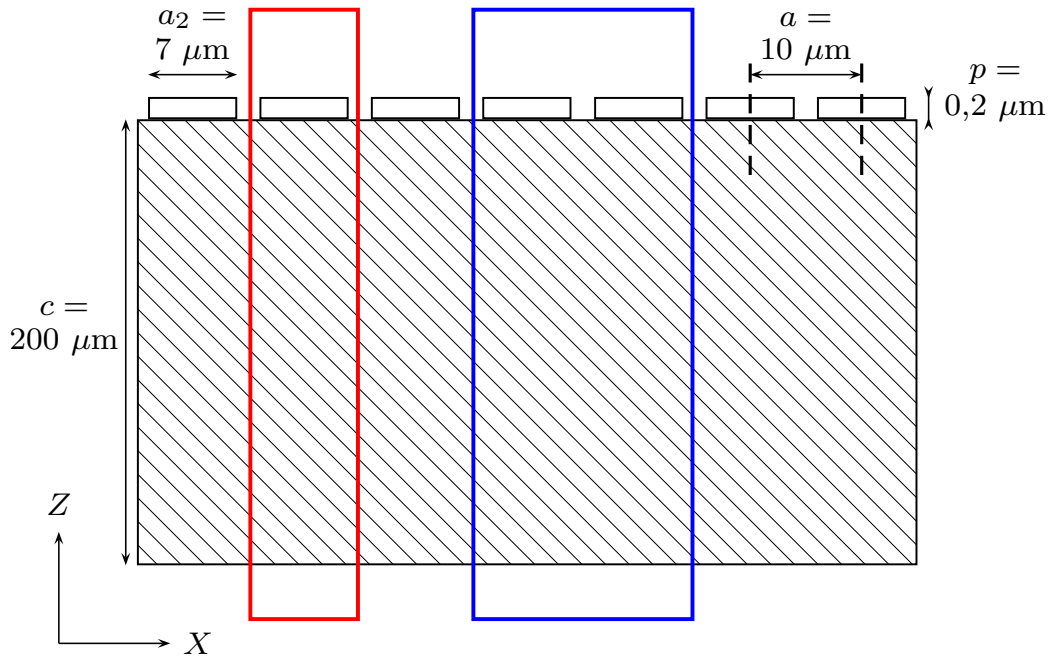


FIGURE 3.1 – Géométrie (échelle non respectée) utilisée pour la génération d'ondes de surface. Le substrat (hachuré) est supposé infini. Les électrodes sont représentées par des rectangles blancs. Le rectangle rouge qui correspond à une cellule est utilisé pour l'analyse modale. Le rectangle bleu qui correspond à deux cellules est utilisé pour l'analyse harmonique ou pour le calcul du champ électrique.

Contrairement aux calculs présentés dans le chapitre 2, les électrodes ne sont pas simulées uniquement avec les conditions électriques. En effet, aux fréquences étudiées, les longueurs d'onde du mode sont de l'ordre de la dizaine de microns. L'épaisseur  $p$  de  $0,2 \mu\text{m}$  ne peut donc plus être négligée. Les électrodes sont donc maillées et un matériau leur est associé.

Les électrodes sont en aluminium et possèdent les caractéristiques suivantes :

$E$ ( $10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ )	$\nu$	$\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )
1,11	0,25	2800

TABLE 3.1 – Constantes utilisées pour l'Aluminium.

### 3.1.2 Analyse modale

Afin d'obtenir les courbes de dispersion des modes générés par la structure, un calcul modal par éléments finis est réalisé. La cellule unitaire utilisée pour le réseau périodique infini est schématisée par le cadre rouge de la figure 3.1. La propagation des ondes se fait suivant l'axe  $X$ . Deux calculs sont réalisés pour observer l'effet du changement des conditions électriques sur la propagation des ondes. Les nœuds du maillage à l'interface entre électrode et substrat sont donc soit laissés en potentiel flottant (circuit ouvert) soit connectés à la masse électrique (court-circuit).

Comme expliqué dans le chapitre 2, les fréquences des modes propres sont calculées pour plusieurs nombres d'onde sur la première zone de Brillouin. Les bandes de fréquences dans lesquelles un nombre d'onde réel est obtenu correspondent à des bandes passantes. Les bandes de fréquences dans lesquelles aucun nombre d'onde réel n'est obtenu correspondent à des bandes interdites.

### 3.1.3 Analyse harmonique

La section 2.5 a présenté des résultats issus d'analyses harmoniques modélisant l'ensemble de la structure étudiée (soit un réseau de 10 cellules). Dans le cas de cette étude sur les ondes de surface, la structure peut être un réseau de plusieurs centaines de cellules. Le calcul d'une telle structure par la méthode des éléments finis demanderait des ressources informatiques trop importantes (temps de calcul et mémoire).

Seulement deux cellules sont donc maillées comme le représente le cadre bleu de la figure 3.1. Un potentiel de 1 V est imposé sur la première électrode et un potentiel de -1 V est imposé sur la deuxième électrode. Ces potentiels opposés sur deux électrodes successives génèrent une onde de surface. Une égalité du déplacement est imposée nœud par nœud sur les faces latérales de la cellule, ce qui permet alors de considérer la structure comme infinie et périodique dans la direction  $X$ .

Ce calcul permet d'obtenir l'impédance électrique du système en fonction de la fréquence d'excitation. Comme expliqué dans la section 1.2.3, la fréquence de résonance est déterminée lorsque l'impédance tend vers 0, la fréquence d'antirésonance est déterminée lorsqu'elle tend vers l'infini. On peut ensuite calculer le coefficient de couplage du mode de surface avec la formule (1.12) (section 1.2.3).

Contrairement au chapitre 2, les pertes ne sont plus considérées proportionnelles à la fréquence. Afin de mettre en évidence le mode de surface et d'éliminer les modes peu couplés,

on impose artificiellement 1 % de pertes sur tous les composants des tenseurs mécaniques, piézoélectriques et diélectriques.

## 3.2 Ondes de surface dans un substrat en PZ29

### 3.2.1 Courbes de dispersion

Le premier matériau utilisé comme substrat dans les calculs est la céramique PZ29 de coupe cristalline (YX), déjà utilisée dans la section 2.1 et dont les paramètres sont détaillés en annexe A.1. Un calcul modal est réalisé comme détaillé précédemment pour des conditions en circuit ouvert et en court-circuit.

La figure 3.2 présente les résultats sous forme de courbes de dispersion. La BI en bord de zone de Brillouin présente en condition de court-circuit (points rouges) est très petite ( $<0,3\%$ ). En condition de circuit ouvert (points bleus), une BI apparaît nettement entre 92,76 MHz et 96,24 MHz (3,67%).

On constate que le phénomène mis en évidence avec ce mode de surface est similaire à celui mis en évidence avec le mode 31'. Une BI significative est présente en condition de circuit ouvert, et la borne inférieure de cette BI correspond à la borne supérieure de la petite BI en court-circuit. Ce résultat met donc en évidence l'accordabilité électrique de la bande interdite

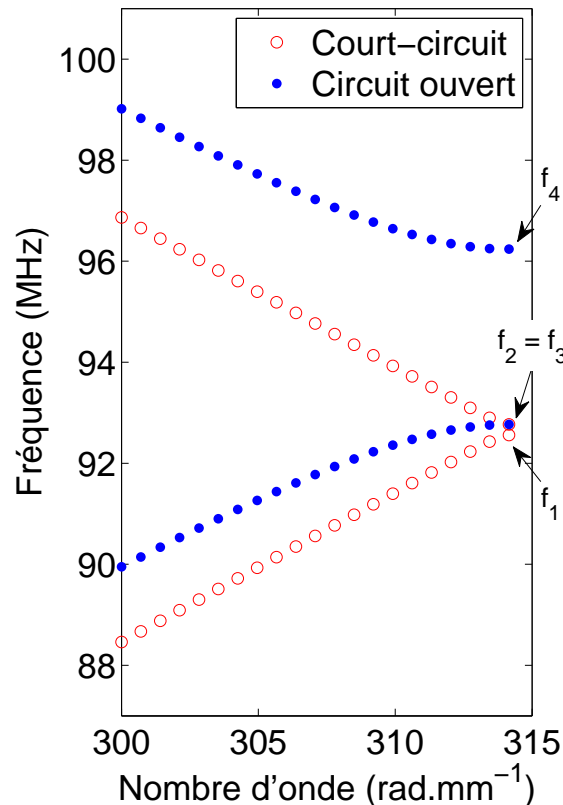


FIGURE 3.2 – Courbes de dispersion du mode de surface dans un substrat en PZ29. Calculs numériques pour des conditions en circuit ouvert (points bleus) et en court-circuit (cercles rouges). Les bornes des Bandes Interdites sont nommées  $[f_1; f_2]$  en court-circuit et  $[f_3; f_4]$  en circuit ouvert. Géométrie de référence ( $a = 10 \mu m$ ,  $a_2 = 7 \mu m$  et  $p = 0,2 \mu m$ ).

dans le cas d'une structure à ondes de surface.

### 3.2.2 Champs de déplacement

Les champs de déplacement calculés aux 4 fréquences limites de BI sont présentés figure 3.3. Les déplacements sont identiques à la fréquence  $f_2 = f_3$  quelles que soient les conditions électriques appliquées. À cette fréquence, le déplacement est nul selon  $X$  sur les faces latérales. Le caractère antisymétrique du champ de déplacement par rapport au plan milieu de la cellule implique une annulation du couplage électromécanique. C'est pourquoi ces deux fréquences sont égales, quelles que soient les conditions électriques.

Les champs de déplacement à  $f_1$  (borne inférieure de la BI en court-circuit) et à  $f_4$  (borne supérieure de la BI en circuit ouvert) sont symétriques par rapport au plan milieu. Ils ont bien une intensité décroissant exponentiellement avec la profondeur ( $Z$ ), caractéristique des ondes de surface.

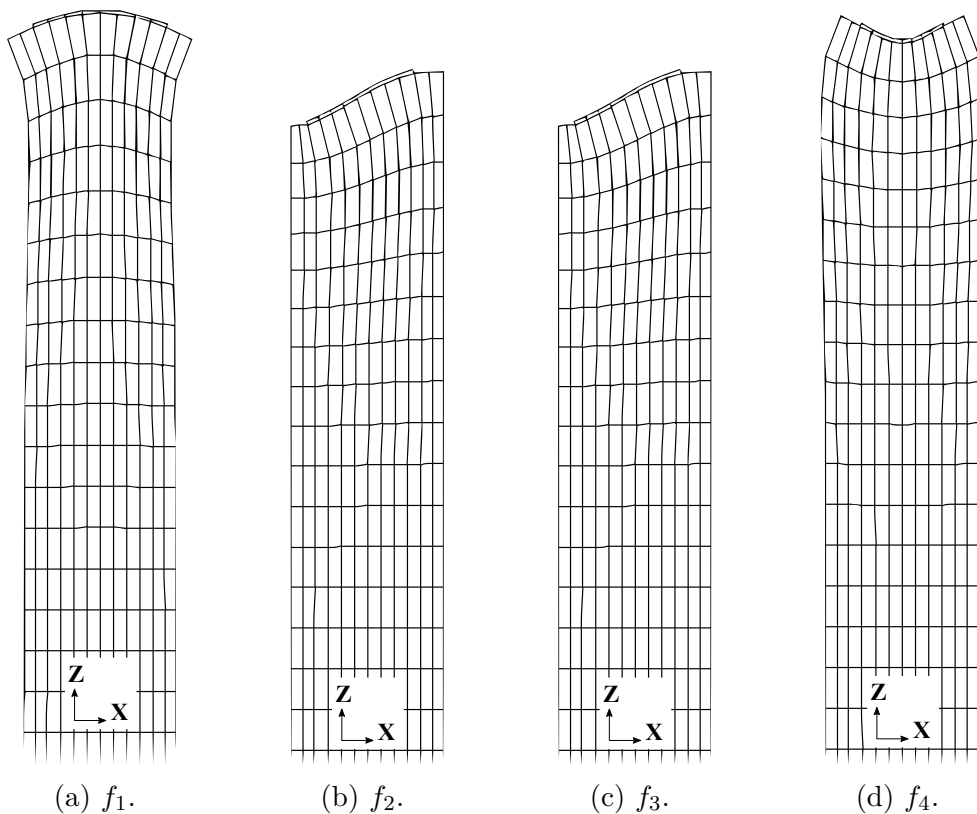


FIGURE 3.3 – Calculs numériques du champ de déplacement de la géométrie pour ondes de surface aux fréquences des bornes des BI. (a) Borne inférieure de la BI en court-circuit  $f_1 = 92,55 \text{ MHz}$ . (b) Borne supérieure de la BI en court-circuit  $f_2 = 92,76 \text{ MHz}$ . (c) Borne inférieure de la BI en circuit ouvert  $f_3 = 92,76 \text{ MHz}$ . (d) Borne supérieure de la BI en circuit ouvert  $f_4 = 96,24 \text{ MHz}$ . Substrat en PZ29,  $a_2 = 7 \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ .



### 3.2.3 Origine de la bande interdite

Comme nous l'avons déjà fait pour le mode 31' dans la section 2.1.2, on observe le champ électrique à l'intérieur de la structure afin de comprendre l'origine de la BI en condition de circuit ouvert. Un calcul modal est réalisé pour deux cellules à la fréquence  $f_4 = 96,24 \text{ MHz}$ , avec la géométrie présentée dans le cadre bleu de la figure 3.1, mais avec une longueur d'électrode  $a_2 = 9,8 \mu\text{m}$ . Cette modification permet de négliger la distance entre les deux électrodes et de mettre en valeur les phénomènes présents à l'interface.

La figure 3.4 présente les résultats de ce calcul à la fréquence supérieure de la BI en condition de circuit ouvert ( $f_4$ ). Comme dans le cas du mode 31', on constate une discontinuité du champ électrique à la surface de la structure lorsque les électrodes sont en condition de circuit ouvert. Cette discontinuité provoque une réflexion partielle de l'onde dans le milieu piézoélectrique et donc l'ouverture de la BI observée dans les courbes de dispersion. En condition de court-circuit, le champ électrique à la surface est nul et continu, et aucune BI n'apparaît.

**Les bandes interdites générées par le mode 31' et le mode de surface ont la même origine. C'est pourquoi dans le cas des ondes de surface cette BI est aussi appelée bande interdite électrique.**

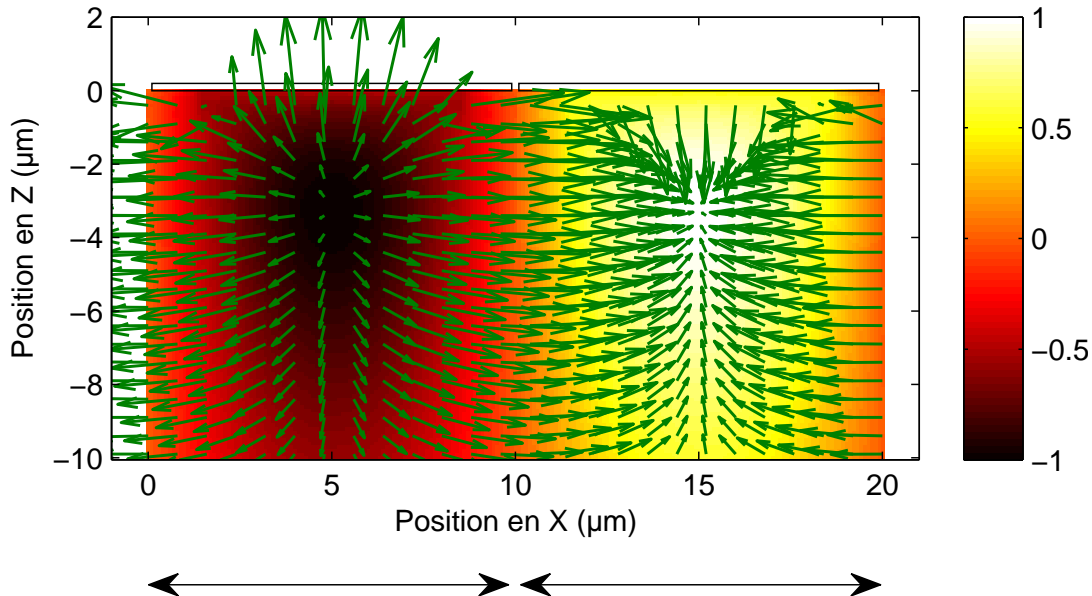


FIGURE 3.4 – Variations du potentiel électrique (couleur) et du champ électrique (flèches) au voisinage de la surface pour la borne supérieure de la Bande Interdite en condition de circuit ouvert ( $f_4 = 96,24 \text{ MHz}$ ). Une double flèche noire correspond à une cellule. Substrat en PZ29,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 9,8 \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ .

### 3.2.4 Impédance électrique de la structure

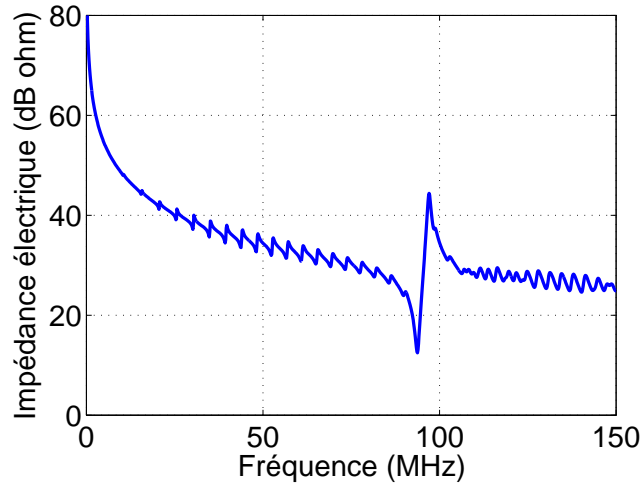


FIGURE 3.5 – Impédance du résonateur en fonction de la fréquence. Substrat en PZ29, géométrie de référence.

Grâce à l'analyse harmonique, il est possible de calculer l'impédance électrique de la structure en fonction de la fréquence d'excitation. On obtient ainsi la figure 3.5.

La courbe d'impédance montre les multiples résonances de modes peu couplés (probablement dus à l'épaisseur finie du maillage), que les pertes de 1 % permettent d'atténuer. La résonance principale, pour laquelle  $f_r = 93,7 \text{ MHz}$  et  $f_a = 97,05 \text{ MHz}$  correspond au mode de surface. Le calcul des champs de déplacement (non représentés) indique que la fréquence de résonance  $f_r$  du résonateur correspond à la fréquence  $f_1$  de la borne inférieure de la BI en court-circuit. De même, la fréquence d'antirésonance  $f_a$  du résonateur correspond à la fréquence  $f_4$  de la borne supérieure de la BI en circuit ouvert. L'écart observé (inférieur à 1%) entre les résultats de l'analyse modale (courbe de dispersion) et l'analyse harmonique peut être expliqué par la présence d'autres modes modifiant la fréquence de résonance et d'antirésonance. On retrouve ici le résultat observé pour le mode 31' dans la section 2.4.2.

### 3.2.5 Études paramétriques pour le PZ29

Dans l'objectif d'exploiter la BI électrique, il est nécessaire d'optimiser la largeur de la BI et de comprendre comment les différents paramètres géométriques influent sur cette BI. Les effets de la longueur et de l'épaisseur des électrodes sont donnés ci-dessous, ainsi que l'exemple de trois matériaux couramment utilisés pour réaliser des électrodes.

#### Effets de la longueur des électrodes

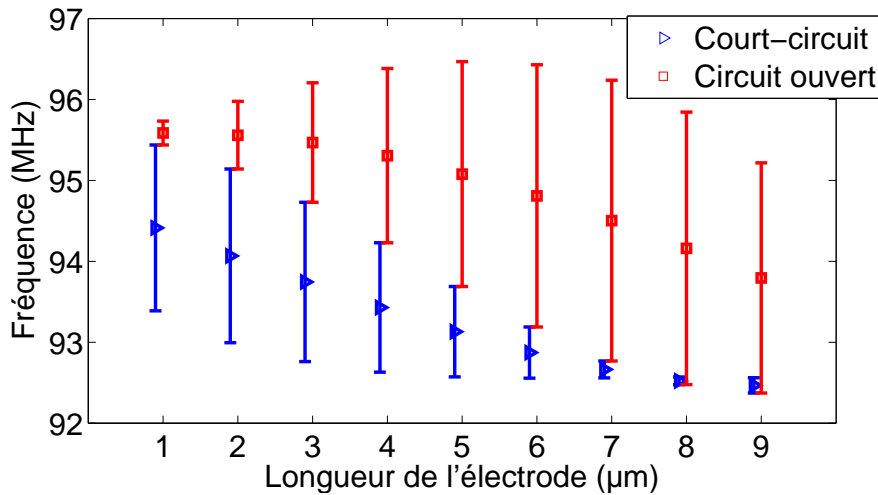


FIGURE 3.6 – Bandes Interdites pour les deux conditions électriques, en fonction de la longueur des électrodes. Substrat en PZ29,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = [1; 9] \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ .

Comme dans la section 2.4.2, on calcule les limites des BI pour différentes longueurs  $a_2$  d'électrodes entre  $1 \mu\text{m}$  et  $9 \mu\text{m}$  sans changer les autres paramètres. La figure 3.6 présente les résultats de ces calculs pour des électrodes en condition de circuit ouvert et de court-circuit.

On peut dissocier deux cas de figure selon la position des BI. Pour des longueurs d'électrodes inférieures ou égales à  $7 \mu\text{m}$ , la position des BI est identique à celles du mode 31' pour le PZ29. Les BI sont jointives et les différentes bornes sont celles présentées précédemment dans ce chapitre. Dans ce cas en augmentant la longueur de l'électrode, la BI en circuit ouvert augmente tandis que celle en court-circuit diminue. Pour des longueurs d'électrodes supérieures à  $7 \mu\text{m}$ , les deux BI sont en partie superposées avec leur fréquence inférieure commune. Ce dernier cas est plus difficile à mesurer puisque l'effet du changement des conditions électriques sur le spectre du signal transmis sera moins important.

On note finalement que la configuration avec une électrode de  $7 \mu\text{m}$  est une configuration intéressante, car elle offre une BI large en circuit ouvert et une BI très étroite en court-circuit.

### Effets de l'épaisseur des électrodes

L'épaisseur de l'électrode étant maintenant prise en compte dans les calculs, on calcule les limites des BI pour différentes épaisseurs  $p$  d'électrodes entre  $0,2 \mu\text{m}$  et  $0,7 \mu\text{m}$  sans changer les autres paramètres. La figure 3.7 présente les résultats de ces calculs pour des électrodes en condition de circuit ouvert ou de court-circuit.

Le résultat du calcul pour une électrode de  $0,2 \mu\text{m}$  est bien sûr identique au calcul précédent. En augmentant l'épaisseur de l'électrode, les BI se superposent tout en augmentant en largeur. On en conclut que le cas d'une électrode de  $0,3 \mu\text{m}$  est plus intéressant (BI en circuit ouvert large et en court-circuit plus étroit). Dans le cas d'une électrode plus épaisse, il est possible d'obtenir une BI plus large. Cependant, une partie de la bande fréquentielle ne sera pas dépendante des conditions électriques appliquées. De plus, de telles épaisseurs d'électrodes doivent être réalisables technologiquement.

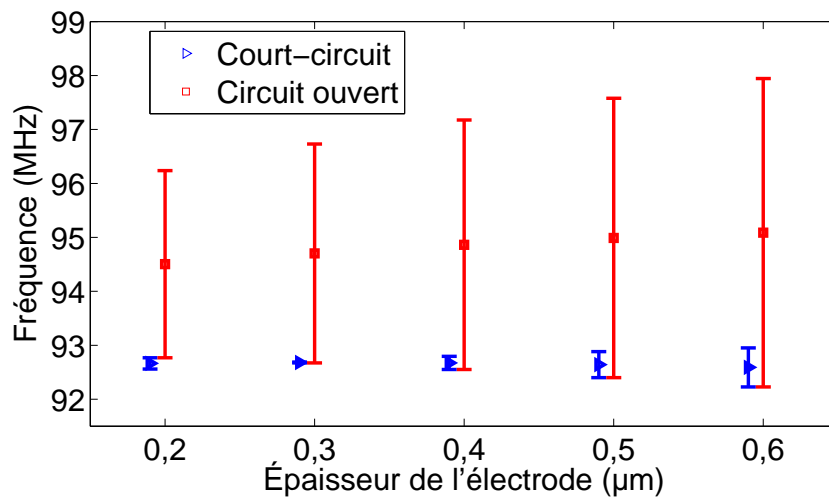


FIGURE 3.7 – Bandes Interdites pour les deux conditions électriques, en fonction de l'épaisseur des électrodes. Substrat en PZ29,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 7 \mu\text{m}$  et  $p = [0, 2; 0, 7] \mu\text{m}$ .

### Comparaison de trois matériaux pour électrodes

Enfin, il est possible d'étudier l'influence du matériau des électrodes sur l'ouverture des BI dans le cristal. On choisit donc trois matériaux habituellement utilisés pour les électrodes dans les dispositifs à ondes de surface : l'aluminium, l'or et le platine. On calcule les BI avec la géométrie précédemment utilisée et avec pour constantes de matériau la table 3.1 et les caractéristiques suivantes :

$E$ ( $10^{11} Nm^{-2}$ )	$\nu$	$\rho$ ( $kg/m^3$ )
0,79	0,4	19 300

TABLE 3.2 – Constantes utilisées pour l'or.

$E$ ( $10^{11} Nm^{-2}$ )	$\nu$	$\rho$ ( $kg/m^3$ )
1,68	0,38	21 450

TABLE 3.3 – Constantes utilisées pour le platine.

La table 3.4 présente les résultats pour les deux conditions électriques possibles et les trois matériaux utilisés. Les résultats pour l'aluminium sont déjà connus des études précédentes. On remarque que dans cette configuration, les électrodes en or ou en platine génèrent une BI moins large en circuit ouvert et plus large en court-circuit. Les électrodes en aluminium permettent d'obtenir la plus grande différence de largeur de BI suivant les conditions électriques. Elles conviennent donc bien pour cette configuration.

Cependant, la somme des BI avec les électrodes en platine est plus grande. Il serait donc intéressant de chercher une valeur d'épaisseur d'électrode conduisant à une large BI en circuit ouvert et une faible BI en court-circuit.

	Aluminium		Or		Platine	
	Bornes (MHz)	Largeur rel.	Bornes (MHz)	Largeur rel.	Bornes (MHz)	Largeur rel.
Court-circuit	92,55	0,23 %	88,75	1,91 %	88,93	1,67 %
	92,76		90,46		90,43	
Circuit ouvert	92,76	3,68 %	90,46	2,72 %	90,43	3,64 %
	96,24		92,95		93,78	

TABLE 3.4 – Bandes interdites en fonction du matériau des électrodes en court-circuit et en circuit ouvert. Fréquence des bornes en mégahertz et largeur relative en pourcentage. Substrat en PZ29,  $a = 10 \mu m$ ,  $a_2 = 7 \mu m$  et  $p = 0,2 \mu m$ .

### Coefficient de couplage

Dans le cas de la géométrie de référence ( $a = 10 \mu m$ ,  $a_2 = 7 \mu m$  et  $p = 0,2 \mu m$ ), le calcul du coefficient de couplage (1.12) appliqué aux fréquences de résonance et d'antirésonance obtenues par l'analyse harmonique, donne  $k = 27,4 \%$ . Cette valeur est constante lorsque le cristal subit une rotation autour de l'axe  $Z$  (axe cristallographique  $x_3$ ) puisque le PZ29 est de classe 6mm.

### 3.3 Ondes de surface dans un substrat en $\text{LiNbO}_3$

On réalise dans cette section la même étude faite précédemment, mais avec comme substrat un monocristal en  $\text{LiNbO}_3$ . Ce matériau est utilisé avec une coupe cristalline particulière pour réaliser des composants à ondes de surface. La coupe  $(\text{YXl})/128^\circ$  est donc comparée dans un premier temps à la coupe  $(\text{YZ})$  avec différentes longueurs d'électrodes. Puisqu'elle permet des BI plus larges, la coupe  $(\text{YXl})/128^\circ$  est choisie dans le reste de l'étude.

Il est à noter que l'épaisseur du substrat est fixée à  $c = 160 \mu\text{m}$ . Ce paramètre ne modifie pas les résultats sur le calcul des BI puisque l'épaisseur est suffisante pour que le déplacement des ondes de surface soit négligeable au niveau de la surface inférieure.

#### 3.3.1 Études paramétriques pour le $\text{LiNbO}_3$

##### Effets de la longueur des électrodes

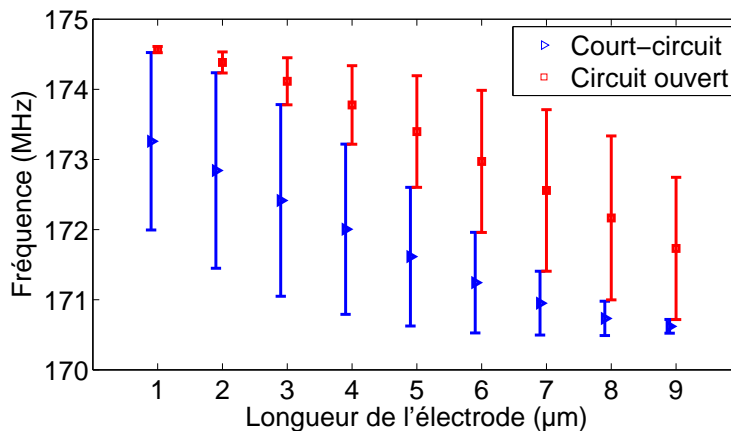


FIGURE 3.8 – Bandes Interdites pour les deux conditions électriques, en fonction de la longueur des électrodes. Substrat en  $\text{LiNbO}_3$ , coupe  $(\text{YZ})$ ,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = [1; 9] \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ .

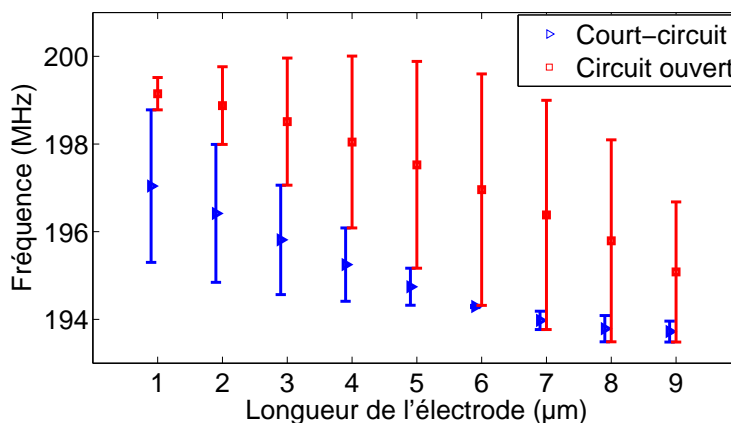


FIGURE 3.9 – Bandes Interdites pour les deux conditions électriques, en fonction de la longueur des électrodes. Substrat en  $\text{LiNbO}_3$ , coupe  $(\text{YXl})/128^\circ$ ,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = [1; 9] \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ .

Comme pour le PZ29, on calcule les limites des BI pour différentes longueurs  $a_2$  d'électrodes entre  $1 \mu\text{m}$  et  $9 \mu\text{m}$  sans changer les autres paramètres. Comme expliqué précédemment, deux coupes cristallines sont étudiées et les figures 3.8 et 3.9 présentent les résultats de ces calculs pour des électrodes en condition de circuit ouvert et de court-circuit.

On peut voir que la coupe (YZ) est similaire au mode 31'. Toutes les BI sont jointives, et la largeur de la BI en circuit ouvert augmente lorsque celle en court-circuit diminue. Il est donc possible de choisir un cas extrême où l'une des BI est minimale et l'autre maximale. Il est aussi possible de choisir un cas intermédiaire pour avoir une BI pour les deux conditions électriques.

La coupe (YX1)/ $128^\circ$  est similaire au mode de surface observé pour le PZ29. Au-delà d'une certaine longueur d'électrode (ici  $6 \mu\text{m}$ ), les deux BI se superposent avec leur borne inférieure commune. Le résultat pour une longueur de  $6 \mu\text{m}$  semble le plus intéressant. La largeur de la BI en court-circuit est quasiment nulle tandis que celle en circuit ouvert est maximale. Elle est d'ailleurs plus large que n'importe quelles BI calculées avec la coupe (YZ). C'est pourquoi cette longueur d'électrode et cette coupe sont choisies dans la suite de cette étude.

### Effets de l'épaisseur des électrodes

Comme pour le PZ29, on calcule les limites des BI pour différentes épaisseurs  $p$  d'électrodes entre  $0,2 \mu\text{m}$  et  $0,7 \mu\text{m}$  sans changer les autres paramètres. La figure 3.10 présente les résultats de ces calculs pour des électrodes en condition de circuit ouvert ou de court-circuit.

Ces résultats sont similaires à ceux obtenus pour le PZ29. En augmentant l'épaisseur des électrodes, les BI se superposent tout en augmentant en largeur. Les solutions avec des électrodes épaisses peuvent être intéressantes (car la BI est plus large), seulement si elles sont réalisables technologiquement. Cependant dans ces cas, une partie de la bande fréquentielle ne sera pas dépendante des conditions électriques appliquées.

Le  $\text{LiNbO}_3$  présente une différence avec le PZ29, puisque l'épaisseur des électrodes à partir de laquelle les BI se superposent n'est plus de  $0,3 \mu\text{m}$ , mais de  $0,2 \mu\text{m}$ . Les deux études ont été réalisées avec des longueurs d'électrodes différentes et ne peuvent être directement comparées. On comprend cependant qu'il est nécessaire de prendre en compte l'ensemble des paramètres pour maximiser l'ouverture des BI.

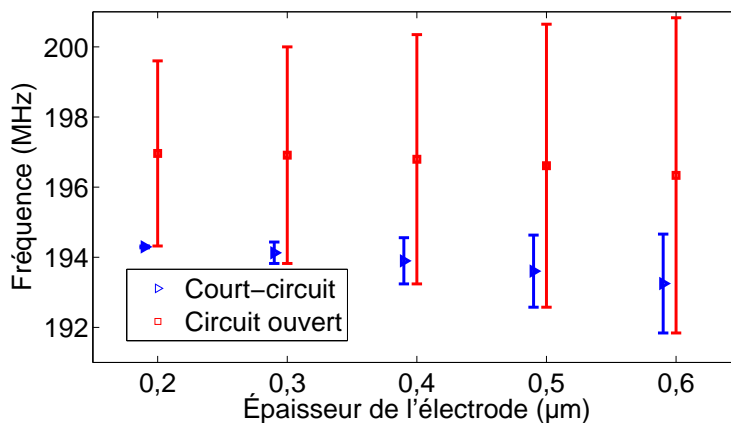


FIGURE 3.10 – Bandes Interdites pour les deux conditions électriques, en fonction de l'épaisseur des électrodes. Substrat en  $\text{LiNbO}_3$ , coupe (YX1)/ $128^\circ$ ,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 6 \mu\text{m}$  et  $p = [0, 2; 0, 7] \mu\text{m}$ .

### Comparaison de trois matériaux pour électrodes

Comme pour le PZ29, une étude est réalisée comparant des électrodes en aluminium, en or et en platine. On calcule les BI avec la géométrie précédemment utilisée et les constantes de matériau données dans les tables 3.1, 3.2 et 3.3.

La table 3.5 présente les résultats pour les deux conditions électriques possibles, et les trois matériaux utilisés. La conclusion est la même que pour le PZ29 : les électrodes en or ou en platine génèrent une BI moins large en circuit ouvert et plus large en court-circuit. Les électrodes en aluminium sont donc plus intéressantes.

	Aluminium		Or		Platine	
	Bornes (MHz)	Largeur rel.	Bornes (MHz)	Largeur rel.	Bornes (MHz)	Largeur rel.
Court-circuit	194,27	0,03 %	184,69	0,84 %	185,17	0,43 %
	194,32		196,24		185,96	
Circuit ouvert	194,32	2,68 %	196,24	1,98 %	185,96	2,58 %
	199,60		189,97		190,83	

TABLE 3.5 – Bandes interdites en fonction du matériau des électrodes en court-circuit et en circuit ouvert. Fréquence des bornes en mégahertz et largeur relative en pourcentage. Substrat en  $\text{LiNbO}_3$ ,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 6 \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ .

### Coefficient de couplage

Dans le cas  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 6 \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ , on calcule les bornes des BI en faisant subir au cristal une rotation autour de l'axe  $X$ . Cette rotation correspond à une rotation autour de l'axe cristallographique  $x_1$ , comme le suggère la coupe cristalline (YXl)/128°. On calcule ensuite le coefficient de couplage par la formule (1.12) pour le représenter sur la figure 3.11.

Le coefficient de couplage du mode de surface est maximal (22,9%) pour un angle de 128°. Ce coefficient de couplage présente des similitudes avec le coefficient de couplage  $k_{15}$  présenté dans le chapitre 1. Il est très faible pour un angle proche de 60° et les maximums sont obtenus pour des angles similaires. Il est intéressant de noter que l'on retrouve la coupe cristalline (YXl)/128° couramment utilisée dans l'industrie et pour laquelle les calculs ont été réalisés.

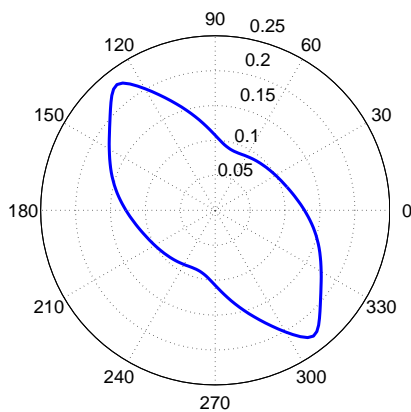


FIGURE 3.11 – Coefficient de couplage autour de  $X$  du mode de surface obtenu par calcul harmonique  $k = \frac{f_4^2 - f_1^2}{f_4^2}$ . Substrat en  $\text{LiNbO}_3$ ,  $a = 10 \mu\text{m}$ ,  $a_2 = 6 \mu\text{m}$  et  $p = 0,2 \mu\text{m}$ .



### 3.4 Conclusion

Cette étude théorique décrit l'effet de conditions électriques périodiques sur la propagation d'ondes de surface. Les champs de déplacements calculés par éléments finis ont montré que des ondes de surface étaient bien engendrées par la géométrie étudiée.

Le calcul des courbes de dispersion a montré que le principe de Bande Interdite électrique était bien applicable aux ondes de surface, et l'on retrouve plusieurs éléments identiques à l'étude du mode 31' :

- Une BI importante est présente en condition de circuit ouvert lorsque le recouvrement par l'électrode (rapport  $a_2/a$ ) est grand.
- La borne inférieure de la bande interdite en condition de court-circuit est la fréquence de résonance du résonateur.
- La borne supérieure de la bande interdite en condition de circuit ouvert est la fréquence d'antirésonance du résonateur.
- La BI a pour origine la discontinuité du champ électrique entre les cellules du réseau.

Cependant, ce chapitre a montré que les BI (pour les deux conditions électriques) n'étaient pas nécessairement jointives. Dans certaines configurations les BI peuvent être superposées avec comme fréquence commune la fréquence inférieure de résonance du résonateur. Ces configurations dépendent de la longueur des électrodes, de leur épaisseur, ou du matériau utilisé. De plus, la comparaison des deux matériaux du substrat montre que les résultats ne sont pas directement transposables entre matériaux, et qu'une étude paramétrique doit être faite pour chaque matériau constituant le substrat.

Pour conclure, la génération de BI contrôlables par les conditions électriques est intéressante, car elle pourrait permettre de corriger les défauts d'un composant à onde de surface (décalage de la fréquence de fonctionnement par exemple), ou élargir la gamme de fréquences de ces composants (diminution du nombre de composants).

Suite à cette étude, plusieurs applications expérimentales sont envisageables. La plus simple consiste en une géométrie similaire à celle du chapitre 2, appliquée aux ondes de surface. Le cristal phononique est séparé de la génération de l'onde. Il modifie la propagation de l'onde transmise entre les deux transducteurs (figure 3.12). En ajoutant des miroirs de Bragg aux extrémités, on peut aboutir à un résonateur de type LCRF ("Longitudinally Coupled Resonator Filters" en anglais).

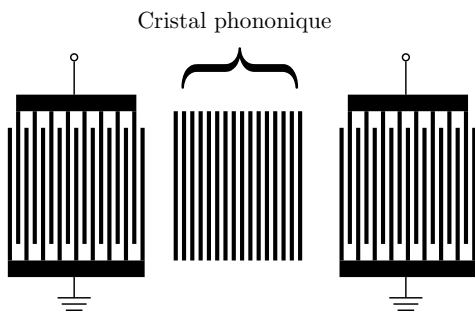


FIGURE 3.12 – Application d'un cristal phononique accordable sur une technologie à ondes de surface.



# Conclusion générale

Les travaux entrepris dans cette thèse avaient pour objectifs la conception d'un filtre accordable en fréquences, à destination des composants pour télécommunications.

Les filtres dont il est question reposent sur le principe de la transduction ultrasonore. Une introduction à la propagation des ondes mécaniques a donc été donnée en début de chapitre 1. Cette transduction est réalisée dans des matériaux piézoélectriques qui sont caractérisés par des tenseurs piézoélectriques, mécaniques et diélectriques. La complexité de ces tenseurs (nombre de composantes non nulles) dépend de la classe cristalline du matériau. À partir de ces tenseurs, il est possible de calculer le **coefficient de couplage électromécanique** "statique". Les formules permettant de calculer les coefficients de couplage  $k_{33}$   $k_{31}$   $k'_{31}$  et  $k_{15}$  ont été détaillées pour un matériau de classe cristalline 3m. Représentant la même caractéristique, le coefficient de couplage électromécanique "dynamique" peut être mesuré grâce aux fréquences de résonance et d'antirésonance. Des calculs par éléments finis avec le logiciel ATILA ont donc été réalisés pour les 4 géométries correspondant aux 4 coefficients de couplage. Ils ont permis de calculer les fréquences de résonance et d'antirésonance de ces géométries pour différentes orientations cristallographiques. Le **calcul analytique** du coefficient de couplage "statique" a pu être comparé avec succès au **calcul par éléments finis** du coefficient de couplage "dynamique".

Après un état de l'art des filtres acoustiques, le concept des cristaux phononiques et de leur accordabilité a été présenté. Ce récent domaine de recherche étudie comment des matériaux structurés en réseau peuvent contrôler la propagation d'ondes élastiques. Les multiples applications (guides d'onde, interrupteurs, multiplexeurs, etc.) rendent ces structures très intéressantes. Cependant, peu de travaux se concrétisent en applications industrielles. Les études réalisées sur l'accordabilité de ces systèmes (modifications de leurs fréquences caractéristiques), montrent des résultats intéressants lorsque le cristal phononique est un matériau piézoélectrique. Des conditions électriques périodiques sont appliquées et des modifications significatives dans la propagation des ondes sont ainsi observées.

La première solution de filtre accordable est donc présentée dans le chapitre 2. Elle peut être déclinée en deux géométries pour lesquelles un modèle analytique a été développé à chaque fois. La première géométrie est un barreau recouvert d'un réseau périodique d'électrodes sur deux faces opposées. Elle permet de générer le **mode latéral 31**. En condition de circuit ouvert, une BI s'ouvre. Sa largeur dépend du coefficient de couplage  $k_{31}$ . Cependant, cette géométrie est difficile à fabriquer. La deuxième géométrie est une plaque, de longueur et de largeur grandes devant l'épaisseur, recouverte d'un réseau périodique d'électrodes sur deux faces opposées. Le mode symétrique exacerbé par cette géométrie est nommé **mode latéral de plaque** et est caractérisé par son coefficient de couplage  $k'_{31}$ . Comme pour la géométrie précédente, en condition de circuit ouvert, une BI s'ouvre. Les calculs par éléments finis réalisés avec le logiciel ATILA ont corroboré les résultats des calculs analytiques. Ils ont aussi montré que l'ouverture

de la BI en condition de circuit ouvert est due à la discontinuité du champ électrique le long du cristal phononique. Cette BI est donc nommée **Bande Interdite électrique**. Les bornes de celle-ci correspondent aux fréquences de résonance et d'antirésonance ( $f_r$  et  $f_a$  respectivement) d'une cellule unitaire du réseau.

Utiliser des conditions électriques pour "régler" le cristal phononique permet une modification importante de la propagation. Dans notre cas, la largeur relative de la BI est de 40% (dispositif pour mode latéral de plaque en PMN-28PT). De plus, il ne s'agit pas de modifications structurales, ce système de réglage est donc facile à mettre en œuvre, et les modifications peuvent être opérées après fabrication rapidement et de façon automatique. Une étude paramétrique a montré que lorsque des électrodes ne sont pas jointives, cette géométrie exhibe une BI pour chaque condition électrique (électrodes intermédiaires en circuit ouvert ou en court-circuit). Ces BI ont une largeur dépendant de la longueur de l'électrode, mais ont une borne commune. Ce phénomène se retrouve d'ailleurs pour les ondes de surface dans le chapitre 3. Cette étude a aussi montré l'importance de l'alignement des électrodes sur les faces opposées. En effet, la largeur de la BI générée diminue rapidement avec le désalignement.

Un démonstrateur a alors été conçu et fabriqué. Il s'agit d'une plaque en PMN-28PT (un monocristal piézoélectrique) recouverte sur une face par un réseau d'électrodes. Ce monocristal a été choisi pour ses coefficients de couplages électromécaniques élevés. La face opposée est entièrement recouverte par une seule électrode toujours reliée à la masse électrique. Il constitue un cristal phononique accordable, piloté uniquement sur la face supérieure par des conditions électriques. L'intérêt de ne piloter qu'une seule face est de se rapprocher des conditions des composants électroniques déjà utilisés dans les télécommunications. Il s'agit d'une avancée importante puisqu'elle montre que ce dispositif peut être fabriqué industriellement. Cela prouve aussi que les conditions électriques périodiques peuvent être appliquées aux ondes de surface pour réaliser un cristal phononique accordable, comme expliqué dans le chapitre 3. Afin de maximiser la BI en condition de circuit ouvert et de la minimiser pour l'autre condition électrique, une longueur d'électrode optimale a été choisie. Bien que le réseau d'électrodes ne soit présent que sur une seule face, et que la longueur de la cellule ne soit que deux fois supérieure à son épaisseur, le calcul modal par éléments finis 2D a montré qu'une **BI de 25,3%** est présente sur le mode latéral de plaque. La fréquence de résonance calculée est de 0,97 MHz, proche de 1,04 MHz obtenu pour la géométrie idéale.

La fabrication de l'échantillon a été délicate, et le matériau étant fragile, les surfaces aux bords de la plaque se sont dégradées au cours de la fabrication ou lors des mesures. Malgré cela, les mesures de plusieurs caractéristiques physiques ont montré le bon fonctionnement de ce cristal phononique. Les différentes mesures d'impédance ont permis de vérifier la présence du mode latéral de plaque ainsi que de plusieurs autres modes. Ces mesures ont aussi mis en évidence le mode d'épaisseur. Bien qu'il ne soit pas l'objet initial de l'étude, il s'est avéré que la réponse électrique du système à la fréquence de résonance du mode d'épaisseur dépend elle aussi des conditions électriques. Les **mesures du déplacement à la surface de la plaque** ont permis d'observer une **BI entre 0,93 MHz et 1,15 MHz** pour le mode latéral de plaque (aussi nommé mode S0). Enfin, des **mesures électriques du signal transmis** par le cristal phononique sont venues confirmer ce résultat. Entre **0,75 MHz et 1,2 MHz** la tension électrique de sortie en condition de circuit ouvert est **10 dB inférieure** à la tension en condition de court-circuit. Cette BI correspond bien à celle observée sur les mesures en déplacement, et est de largeur comparable à la BI obtenue par le calcul 2D par éléments finis.

Le dispositif réalisé constitue donc bien un filtre coupe-bande commutable pour des fré-

quences de l'ordre du mégahertz. Cette gamme de fréquences est utilisée pour la diffusion des radios AM, des communications maritimes ou dans certaines technologies à usage privé. Plusieurs applications sont donc possibles. Cependant, les caractéristiques de ce filtre sont loin des standards utilisés dans les télécommunications. Le monocristal PMN-28PT est très intéressant, mais était délicat à mettre en œuvre : il n'était disponible que dans des petites géométries qui ne permettait pas notamment de séparer la source d'excitation du cristal phononique lui-même.

L'étude du cristal phononique bidimensionnel présenté à la fin du chapitre 2 a montré certains résultats intéressants. Les calculs numériques ont montré qu'il était possible de faire varier les tensions électriques de sortie en modifiant simplement les conditions électriques des électrodes du cristal phononique. Cependant les performances de ce dispositif (notamment en terme de confinement) nécessitent d'être améliorées pour qu'un dispositif expérimental soit fabriqué et que des mesures exploitables soient réalisées.

La seconde solution de filtre accordable est présentée dans le chapitre 3. Il s'agit de l'adaptation aux ondes de surface du dispositif pour le mode latéral de plaque. Les résultats très encourageants sur deux matériaux montrent qu'une **Bande Interdite électrique peut aussi être obtenue pour des ondes de surface**. On retrouve le phénomène de BI jointives pour les deux conditions électriques, remplacé dans certains cas par des BI superposées. L'origine pour cette BI reste la même : la discontinuité du champ électrique le long du cristal.

La largeur relative de la BI générée (**3, 67%**) est plus étroite que celle pour les ondes de Lamb, et les fréquences susceptibles d'être filtrées sont de l'ordre de la centaine de mégahertz. Cette gamme de fréquences correspond cette fois-ci aux Très Hautes Fréquences (VHF en anglais) regroupant une multitude d'applications pour télécommunications (services des urgences, de la police, militaires, ferroviaire, etc.).

Ce dernier résultat représente une avancée intéressante dans le domaine du filtrage des ondes de surface. Un cristal phononique comme celui-ci peut modifier les fréquences caractéristiques d'un résonateur par l'introduction d'une BI. Or les technologies actuellement utilisées répondent à des contraintes très précises (bande passante très étroite, réjection importante, etc.) et l'accordabilité apportée permettrait de corriger les défauts de composants après leur fabrication. De plus, lorsqu'un appareil électronique doit recevoir des signaux sur plusieurs fréquences, il est nécessaire d'utiliser plusieurs filtres. L'accordabilité de ces filtres permettrait ainsi de réduire le nombre de composants. C'est pour cela que dans le cadre du projet ANR CRONOS, les entreprises freq|n|sys et Thales R&T ainsi que le laboratoire IEMN, développent des dispositifs à ondes de surface reposant sur ce principe de cristal phononique accordable.

Le dispositif à ondes de Lamb a été fabriqué et l'on peut suggérer plusieurs points d'améliorations à partir des résultats :

- Le nombre de cellules du réseau peut être augmenté afin d'augmenter l'effet de la BI.
- La largeur  $b$  des cellules du réseau, ou la largeur de la plaque peut être augmentée afin de diminuer l'amplitude des modes indésirables, et d'isoler le mode latéral de plaque.
- La source d'excitation peut être séparée du cristal phononique pour découpler les deux effets. Cela permettra d'identifier précisément d'où viennent les différents phénomènes.
- Un boîtier enveloppant l'ensemble du dispositif permettrait d'améliorer la connectique sans imposer des contraintes mécaniques.

Le phénomène observé sur le mode d'épaisseur représente une perspective intéressante. En effet, la fréquence de résonance de ce mode ne dépend pas de la périodicité du réseau, mais

de l'épaisseur du substrat. Or ce mode est dépendant des conditions électriques et son étude pourrait représenter un nouveau champ d'investigation.

L'autre perspective présentée à la fin du deuxième chapitre est un réseau bidimensionnel générant un mode similaire au mode latéral de plaque. Une BI absolue est présente sur ce mode en condition de circuit ouvert. Ce cristal phononique n'a pas été fabriqué, car les calculs sur la structure de dimensions finies ont mis en évidence une perte d'énergie importante lors de la propagation de l'onde. Les calculs numériques des potentiels électriques ont montré des résultats intéressants, mais il n'est pas sûr que les différences de potentiel soient facilement mesurables en regard de leurs faibles intensités (-25 dB).

Enfin, le dispositif à ondes de surface n'a pas été réalisé, mais il présente déjà des avantages liés à sa méthode de fabrication. En effet, ce type de géométrie est généralement réalisé sur wafer. Plusieurs dizaines voire centaines (suivant sa taille) de circuits peuvent y être réalisés. Il sera ainsi possible de mesurer la variabilité des résultats et de confronter plus facilement les modèles théoriques aux données expérimentales.

# Annexe A

## Matériaux piézoélectriques

### A.1 Tenseurs et principaux coefficients de couplage des matériaux étudiés

Les données des fabricants sont en général données à 10 % près pour les paramètres électriques, 5 % près pour les propriétés électromécaniques et 2,5% près pour les propriétés mécaniques [13].

**PZ29**

$C^E$ ( $10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ )							
$C_{11}^E$	$C_{12}^E$	$C_{13}^E$	$C_{14}^E$	$C_{22}^E$	$C_{33}^E$	$C_{44}^E$	$C_{66}^E$
9,81	5,55	4,82	0	9,81	7,42	2,11	2,12
$e$ ( $\text{C m}^{-2}$ ), $\varepsilon^S$ ( $10^{-9}$ ) et $\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )							
$e_{15}$	$e_{16}$	$e_{21}$	$e_{31}$	$e_{33}$	$\varepsilon_{11}^S$	$\varepsilon_{33}^S$	$\rho$
10,53	0	0	-9,14	19,18	9,16	8,30	7450

TABLE A.1 – Paramètres du PZ29 de classe cristalline 6mm [43].

Les coefficients de couplage du PZ29 sont constants autour de l'axe  $x_3$  et valent :

$k_{33}$	$k_{31}$	$k'_{31}$	$k_{15}$
0,775	0,373	0,588	0,481

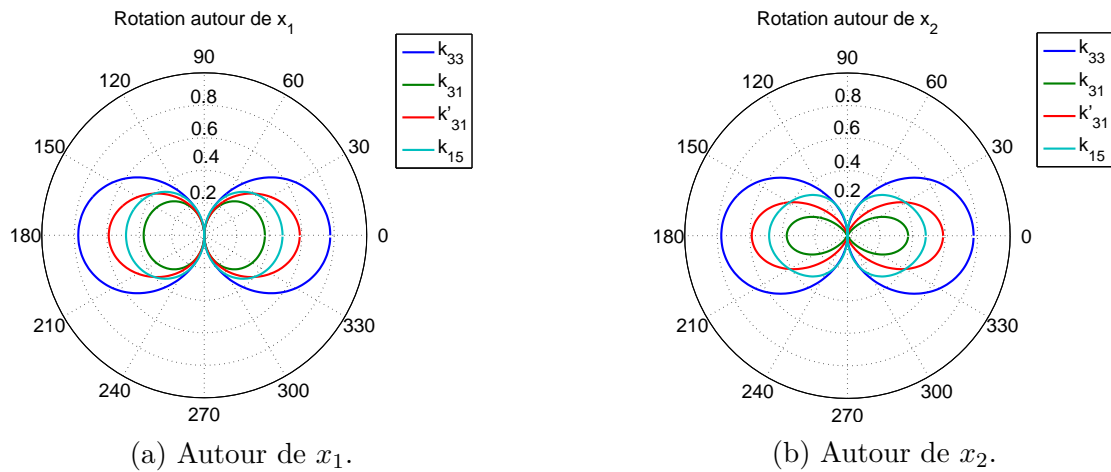


FIGURE A.1 – Principaux coefficients de couplage du PZ29.



PMN-28PT

$C^E$ ( $10^{10} Nm^{-2}$ )							
$C_{11}^E$	$C_{12}^E$	$C_{13}^E$	$C_{14}^E$	$C_{22}^E$	$C_{33}^E$	$C_{44}^E$	$C_{66}^E$
11,58	10,23	9,31	0	11,58	10,71	6,44	6,01
$e$ ( $C m^{-2}$ ), $\varepsilon^S$ ( $10^{-9}$ ) et $\rho$ ( $kg/m^3$ )							
$e_{15}$	$e_{16}$	$e_{21}$	$e_{31}$	$e_{33}$	$\varepsilon_{11}^S$	$\varepsilon_{33}^S$	$\rho$
8,69	0	0	21,72	21,72	12,99	7,92	8100

TABLE A.2 – Paramètres du PMN-28PT de classe cristalline 4mm [111].

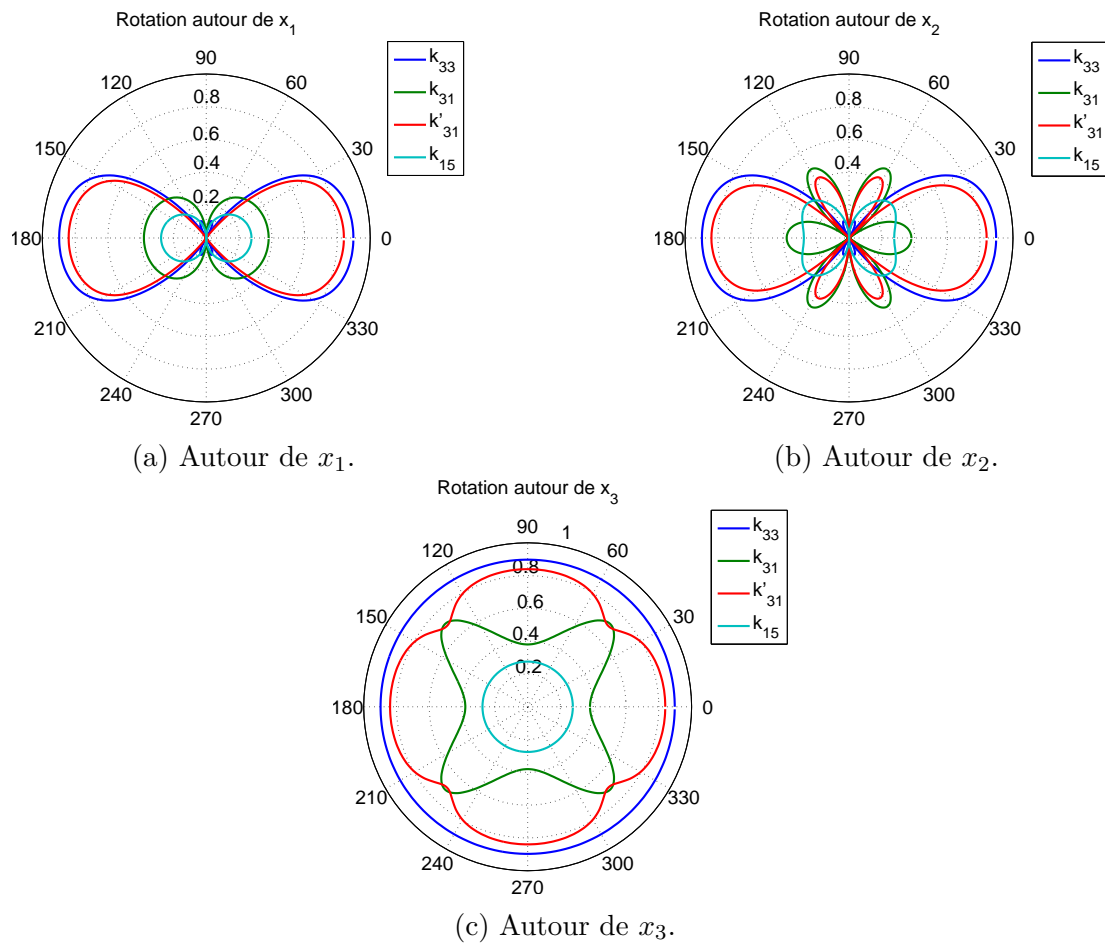


FIGURE A.2 – Principaux coefficients de couplage du PMN-28PT.

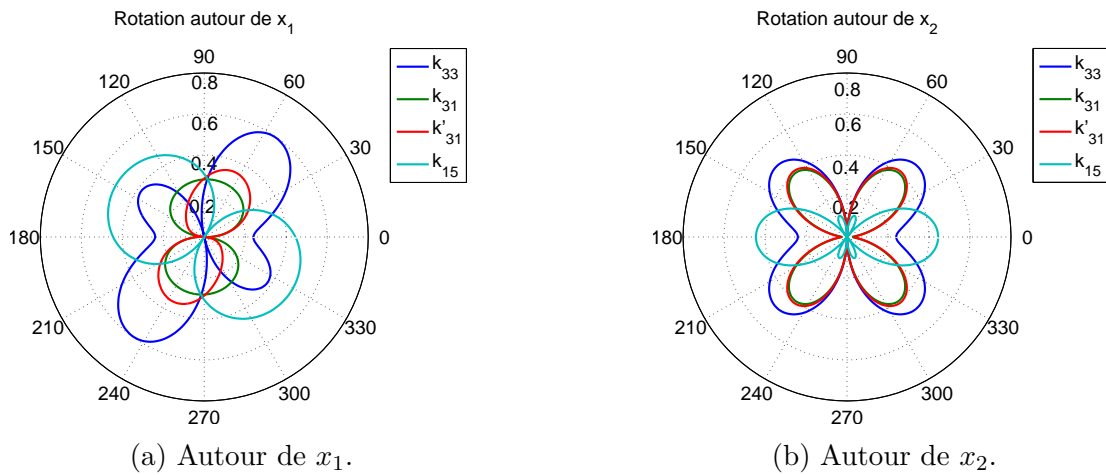
LiNbO<sub>3</sub>

$C^E$ ( $10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ )							
$C_{11}^E$	$C_{12}^E$	$C_{13}^E$	$C_{14}^E$	$C_{22}^E$	$C_{33}^E$	$C_{44}^E$	$C_{66}^E$
19,8	5,47	6,51	0,788	19,8	22,3	5,96	7,18
$e$ ( $\text{C m}^{-2}$ ), $\varepsilon^S$ ( $10^{-9}$ ) et $\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )							
$e_{15}$	$e_{16}$	$e_{21}$	$e_{31}$	$e_{33}$	$\varepsilon_{11}^S$	$\varepsilon_{33}^S$	$\rho$
3,69	-2,42	-2,12	1,7	1,7	0,357	0,206	8100

TABLE A.3 – Paramètres du LiNbO<sub>3</sub> de classe cristalline 3m [16].

Les coefficients de couplage du LiNbO<sub>3</sub> sont constants autour de l'axe  $x_3$  et valent :

$k_{33}$	$k_{31}$	$k'_{31}$	$k_{15}$
0,240	0,025	0,031	0,625

FIGURE A.3 – Principaux coefficients de couplage du LiNbO<sub>3</sub>.

## A.2 Calcul des coefficients de couplage

Le calcul des coefficients de couplage en fonction de l'orientation du cristal est réalisé en suivant les étapes suivantes :

1. Calcul de la matrice de rotation  $R$ , grâce aux matrices de rotation de chaque axe :

$$R_{x_1}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$R_{x_2}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$R_{x_3}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Dans notre cas, la rotation n'est effectuée que selon un axe à la fois, mais dans le cas général, la matrice de la rotation globale se calcule avec :

$$R = R_{x_1} R_{x_2} R_{x_3} \quad (\text{A.4})$$

2. Décontraction des tenseurs. Les tenseurs d'ordre supérieur à 2 sont écrits sous leur forme originale, c'est-à-dire comme avant le passage par la notation de Voigt (présentée dans le tableau 1.1). Le tenseur  $C^E$  sera par exemple en 4 dimensions.
3. Application de la matrice de rotation  $R$  aux tenseurs  $\{C^E, e, \varepsilon^S\}$  du matériau, ici symbolisé par  $M_{mnop}$  :

$$N_{ijkl} = \sum_{ijkl} \sum_{mnop} R_{im} R_{jn} R_{lo} R_{lp} M_{mnop} \quad (\text{A.5})$$

4. Recontraction des tenseurs.
5. Calcul des coefficients de couplage électromécanique selon les équations A.6 à A.9. Les détails des calculs sont donnés dans la section 1.2.4.

$$k_{33} = \frac{g_{33}}{\sqrt{\beta_{33}^T s_{33}^D}} \quad (\text{A.6})$$

$$k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}} \quad (\text{A.7})$$

$$k'_{31} = \frac{d'_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^{T'} s_{11}^{E'}}} \quad (\text{A.8})$$

$$k_{15} = \frac{d_{15}}{\sqrt{s_{55}^E \varepsilon_{11}^T}} \quad (\text{A.9})$$

### A.3 Calcul analytique des coefficients de couplage pour un matériau du système cristallographique $3\mathbf{m}$

On cherche à calculer analytiquement les coefficients de couplages  $k_{33}$ ,  $k_{13}$ ,  $k'_{13}$  et  $k_{15}$  pour un matériau du système cristallographique  $3\mathbf{m}$ . Les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques de ce système sont rappelées sur la figure A.4. En utilisant la notation présentée dans le tableau 1.1, on réécrit les relations fondamentales de la piézoélectricité (1.5) et (1.6) :

$$\begin{aligned} S_i &= s_{ij}^E T_j + d_{li} E_l \\ D_m &= d_{mj} T_j + \varepsilon_{ml}^T E_l \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} S_i &= s_{ij}^D T_j + g_{li} D_l \\ E_m &= -g_{mj} T_j + \beta_i^T D_l \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

les indices  $i, j$  variant de 1 à 6, et les indices  $l, m$  variant de 1 à 3.

$s_{11}^E$	$s_{12}^E$	$s_{13}^E$	$s_{14}^E$	0	0	0	$-d_{21}$	$d_{31}$
$s_{12}^E$	$s_{11}^E$	$s_{13}^E$	$-s_{14}^E$	0	0	0	$d_{21}$	$d_{31}$
$s_{13}^E$	$s_{13}^E$	$s_{33}^E$	0	0	0	0	0	$d_{33}$
$s_{14}^E$	$-s_{14}^E$	0	$s_{44}^E$	0	0	0	$d_{15}$	0
0	0	0	0	$s_{44}^E$	$s_{14}^E$	$d_{15}$	0	0
0	0	0	0	$s_{14}^E$	X	$-d_{21}$	0	0
0	0	0	0	$d_{15}$	$-d_{21}$	$\varepsilon_{11}^T$	0	0
$-d_{21}$	$d_{21}$	0	$d_{15}$	0	0	0	$\varepsilon_{11}^T$	0
$d_{31}$	$d_{31}$	$d_{33}$	0	0	0	0	0	$\varepsilon_{33}^T$

avec  $X = 2 (s_{11} - s_{12})$

FIGURE A.4 – Constantes élastiques  $s^E$ , piézoélectriques  $d$  et diélectriques  $\varepsilon^T$  du système cristallographique  $3\mathbf{m}$  (d'après [4]).

L'énergie stockée dans le matériau piézoélectrique [21] est définie par :

$$U = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} T_i S_i + \sum_{n=1}^3 \frac{1}{2} D_n E_n \quad (\text{A.12})$$

Les énergies  $U_E$ ,  $U_M$  et  $U_D$  sont définies par la relation :

$$U = U_E + 2U_M + U_D \quad (\text{A.13})$$

avec  $U_E$  l'énergie élastique dont les composantes sont purement mécaniques ( $T$  ou  $S$ ),  $U_D$  l'énergie électrique dont les composantes sont purement électriques ( $D$  ou  $E$ ), et  $U_M$  l'énergie mutuelle (ou de couplage) dont les composantes sont un produit des termes mécaniques et électriques.

Le coefficient de couplage est défini par [17] :

$$k = \frac{U_M}{\sqrt{U_E U_D}} \quad (\text{A.14})$$

### A.3.1 Mode barreau 33

On choisit comme variables indépendantes  $T$  et  $D$  afin de simplifier les équations. Les équations du système (A.11) sont développées en considérant le système cristallographique  $3m$  :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= s_{11}^D T_1 + s_{12}^D T_2 + s_{13}^D T_3 + s_{14}^D T_4 - g_{21} D_2 + g_{31} D_3 \\
 S_2 &= s_{12}^D T_1 + s_{11}^D T_2 + s_{13}^D T_3 - s_{14}^D T_4 + g_{21} D_2 + g_{31} D_3 \\
 S_3 &= s_{13}^D T_1 + s_{13}^D T_2 + s_{33}^D T_3 + g_{33} D_3 \\
 S_4 &= s_{14}^D T_1 - s_{14}^D T_2 + s_{44}^D T_4 + g_{15} D_2 \\
 S_5 &= s_{44}^D T_5 + s_{14}^D T_6 + g_{15} D_1 \\
 S_6 &= s_{14}^D T_5 + 2 (s_{11}^D - s_{12}^D) T_6 - g_{21} D_1 \\
 E_1 &= g_{15} T_5 - g_{21} T_6 + \beta_{11}^T D_1 \\
 E_2 &= -g_{21} T_1 + g_{21} T_2 + g_{15} T_4 + \beta_{11}^T D_2 \\
 E_3 &= g_{31} T_1 + g_{31} T_2 + g_{33} T_3 + \beta_{33}^T D_3
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

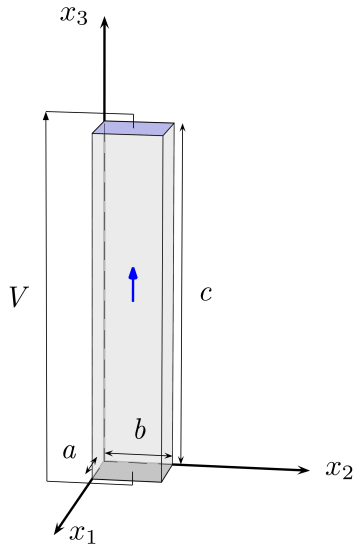


FIGURE A.5 – Géométrie pour le mode 33, polarisation orientée selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.

On utilise ensuite les conditions aux limites appliquées à la géométrie présentée figure A.5. Les faces de l'échantillon étant libres,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_4$  et  $T_5$  s'annulent sur les surfaces latérales. Comme la dimension  $a$  est petite devant  $c$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_4$  et  $T_5$  restent négligeables par rapport à  $T_3$  à l'intérieur du barreau. On peut donc écrire :

$$T_1 = T_2 = T_4 = T_5 = 0 \tag{A.16}$$

Les surfaces latérales ne sont pas chargées électriquement,  $D_1$  et  $D_2$  y sont donc nuls. Comme  $a$  est très petit devant  $c$ ,  $D_1$  et  $D_2$  restent négligeables par rapport à  $D_3$  à l'intérieur du barreau. On peut donc écrire :

$$D_1 = D_2 = 0 \tag{A.17}$$

On simplifie donc les équations du système (A.15) comme suit :

$$\begin{aligned}
S_1 &= s_{13}^D T_3 + g_{31} D_3 \\
S_2 &= s_{13}^D T_3 + g_{31} D_3 \\
S_3 &= s_{33}^D T_3 + g_{33} D_3 \\
S_4 &= 0 \\
S_5 &= s_{14}^D T_6 \\
S_6 &= 2 (s_{11}^D - s_{12}^D) T_6 \\
E_1 &= -g_{21} T_6 \\
E_2 &= 0 \\
E_3 &= g_{33} T_3 + \beta_{33}^T D_3
\end{aligned} \tag{A.18}$$

En reportant le système (A.18) dans la relation (A.12), on obtient l'énergie dans le solide piézoélectrique :

$$U = \frac{1}{2} T_3 S_3 + \frac{1}{2} T_6 S_6 + \frac{1}{2} D_3 E_3 \tag{A.19}$$

soit

$$U = \frac{1}{2} T_3 (s_{33}^D T_3 + g_{33} D_3) + T_6^2 (s_{11}^D - s_{12}^D) + \frac{1}{2} D_3 (g_{33} T_3 + \beta_{33}^T D_3) \tag{A.20}$$

Ainsi les différentes énergies s'écrivent :

$$U_E = \frac{1}{2} (s_{33}^D T_3^2) + (s_{11}^D - s_{12}^D) T_6^2 \tag{A.21}$$

$$U_D = \frac{1}{2} \beta_{33}^T D_3^2 \tag{A.22}$$

$$2 U_M = g_{33} T_3 D_3 \tag{A.23}$$

En **négligeant l'énergie de cisaillement**, soit  $T_6 \simeq 0$ , on réécrit l'équation (A.21) sous la forme :

$$U_E \simeq 1/2 (s_{33}^D T_3^2) \tag{A.24}$$

Le coefficient de couplage du mode 33 défini par l'équation (A.14) s'écrit après simplifications :

$$k_{33} \simeq \frac{g_{33}}{\sqrt{\beta_{33}^T s_{33}^D}} \tag{A.25}$$

### A.3.2 Mode latéral 31

On choisit comme variables indépendantes  $T$  et  $E$  afin de simplifier les équations. Les équations du système (A.10) sont développées en considérant le système cristallographique  $3m$  :

$$\begin{aligned}
S_1 &= s_{11}^E T_1 + s_{12}^E T_2 + s_{13}^E T_3 + s_{14}^E T_4 - d_{21} E_2 + d_{31} E_3 \\
S_2 &= s_{12}^E T_1 + s_{11}^E T_2 + s_{13}^E T_3 - s_{14}^E T_4 + d_{21} E_2 + d_{31} E_3 \\
S_3 &= s_{13}^E T_1 + s_{13}^E T_2 + s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3 \\
S_4 &= s_{14}^E T_1 - s_{14}^E T_2 + s_{44}^E T_4 + d_{15} E_2 \\
S_5 &= s_{44}^E T_5 + s_{14}^E T_6 + d_{15} E_1 \\
S_6 &= s_{14}^E T_5 + 2(s_{11}^E - s_{12}^E) T_6 - d_{21} E_1 \\
D_1 &= d_{15} T_5 - d_{21} T_6 + \varepsilon_{11}^T E_1 \\
D_2 &= -d_{21} T_1 + d_{21} T_2 + d_{15} T_4 + \varepsilon_{11}^T E_2 \\
D_3 &= d_{31} T_1 + d_{31} T_2 + d_{33} T_3 + \varepsilon_{33}^T E_3
\end{aligned} \tag{A.26}$$

On utilise ensuite les conditions aux limites appliquées à la géométrie présentée figure A.6. Les faces de l'échantillon étant libres,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  et  $T_5$  s'annulent. Comme les dimensions  $b$  et  $c$  sont petites devant  $a$ , les contraintes  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  et  $T_5$  restent négligeables par rapport à  $T_1$  à l'intérieur du parallélépipède. On peut donc écrire :

$$T_2 = T_3 = T_5 = T_6 = 0 \tag{A.27}$$

L'équipotentielle imposée par les électrodes conduit à l'annulation de  $E_1$  et  $E_2$  si les effets de bord sont négligés. On peut donc écrire :

$$E_1 = E_2 = 0 \tag{A.28}$$

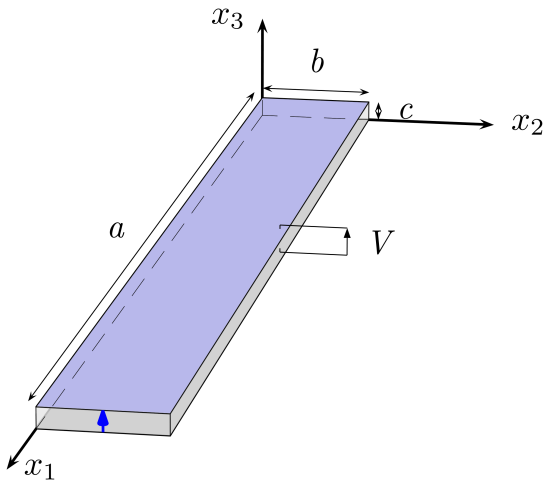


FIGURE A.6 – Géométrie pour le mode 31, polarisation selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.



Les équations du système (A.26) se simplifient donc sous la forme :

$$\begin{aligned}
S_1 &= s_{11}^E T_1 + s_{14}^E T_4 + d_{31} E_3 \\
S_2 &= s_{12}^E T_1 - s_{14}^E T_4 + d_{31} E_3 \\
S_3 &= s_{13}^E T_1 + d_{33} E_3 \\
S_4 &= s_{14}^E T_1 + s_{44}^E T_4 \\
S_5 &= 0 \\
S_6 &= 0 \\
D_1 &= 0 \\
D_2 &= -d_{21} T_1 + d_{15} T_4 \\
D_3 &= d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3
\end{aligned} \tag{A.29}$$

En reportant le système (A.29) dans la relation (A.12), on obtient l'énergie dans le solide piézoélectrique :

$$U = \frac{1}{2} T_1 S_1 + \frac{1}{2} T_4 S_4 + \frac{1}{2} D_3 E_3 \tag{A.30}$$

soit

$$U = \frac{1}{2} T_1 (s_{11}^E T_1 + s_{14}^E T_4 + d_{31} E_3) + \frac{1}{2} T_4 (s_{14}^E T_1 + s_{44}^E T_4) + \frac{1}{2} E_3 (d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3) \tag{A.31}$$

Ainsi les différentes énergies s'écrivent :

$$U_E = \frac{1}{2} (s_{11}^E T_1^2 + 2 s_{14}^E T_1 T_4 + s_{44}^E T_4^2) \tag{A.32}$$

$$U_D = \frac{1}{2} \varepsilon_{33}^T E_3^2 \tag{A.33}$$

$$2 U_M = d_{31} T_1 E_3 \tag{A.34}$$

En **négligeant l'énergie de cisaillement** dans la section du barreau, soit  $T_4 \simeq 0$ , on réécrit l'équation (A.32) sous la forme :

$$U_E \simeq \frac{1}{2} (s_{11}^E T_1^2) \tag{A.35}$$

Le coefficient de couplage du mode 31 défini par l'équation (A.14) s'écrit après simplifications :

$$k_{31} \simeq \frac{d_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}} \tag{A.36}$$

### A.3.3 Mode latéral de plaque 31'

On choisit comme variables indépendantes  $T$  et  $E$ , pour décrire les équations de la piézoélectricité du système cristallographique 3m. Le système d'équations est donc identique au système (A.26) du mode 31.

On utilise ensuite les conditions aux limites appliquées à la géométrie présentée figure A.7. Les faces de l'échantillon étant libres, les contraintes  $T_3$  et  $T_6$  s'annulent. Comme la dimension  $c$  est petite devant  $a$  ou  $b$ , ces contraintes restent négligeables par rapport à  $T_1$  à l'intérieur du parallélépipède. On écrit donc :

$$T_3 = T_6 = 0 \quad (\text{A.37})$$

Le déplacement est supposé nul suivant l'axe  $x_2$  et les champs sont supposés indépendants de  $x_2$  (hypothèse de déformation plane). On peut donc écrire :

$$S_2 = S_4 = S_6 = 0 \quad (\text{A.38})$$

L'équipotentielle imposée par les électrodes conduit à la nullité de  $E_1$  et  $E_2$  si les effets de bord sont négligés. On peut donc écrire :

$$E_1 = E_2 = 0 \quad (\text{A.39})$$

On simplifie donc les équations du système (A.26) en :

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + s_{12}^E T_2 + s_{14}^E T_4 + d_{31} E_3 \quad (\text{A.40})$$

$$0 = s_{12}^E T_1 + s_{11}^E T_2 - s_{14}^E T_4 + d_{31} E_3 \quad (\text{A.41})$$

$$S_3 = s_{13}^E T_1 + s_{13}^E T_2 + d_{33} E_3 \quad (\text{A.42})$$

$$S_4 = 0 \quad (\text{A.43})$$

$$S_5 = s_{44}^E T_5 \quad (\text{A.44})$$

$$S_6 = 0 \quad (\text{A.45})$$

$$D_1 = 0 \quad (\text{A.46})$$

$$D_2 = -d_{21} T_1 + d_{21} T_2 + d_{15} T_4 \quad (\text{A.47})$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + d_{31} T_2 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (\text{A.48})$$

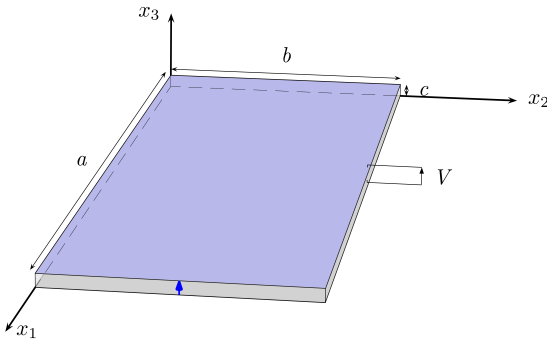


FIGURE A.7 – Géométrie pour le mode 31', polarisation selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.

À l'aide de l'équation (A.41) la contrainte  $T_2$  s'exprime :

$$T_2 = -\frac{s_{12}^E}{s_{11}^E}T_1 + \frac{s_{14}^E}{s_{11}^E}T_4 - \frac{d_{31}}{s_{11}^E}E_3 \quad (\text{A.49})$$

En reportant la valeur de  $T_2$  dans les équations (A.40), (A.42), (A.47) et (A.48), on trouve :

$$\begin{aligned} S_1 &= \left( s_{11}^E - \frac{s_{12}^{E^2}}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( s_{14}^E + \frac{s_{12}^E s_{14}^E}{s_{11}^E} \right) T_4 + \left( d_{31} - \frac{s_{12}^E d_{31}}{s_{11}^E} \right) E_3 \\ S_3 &= \left( s_{13}^E - \frac{s_{13}^E s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( \frac{s_{13}^E s_{14}^E}{s_{11}^E} \right) T_4 + \left( d_{33} - \frac{s_{13}^E d_{31}}{s_{11}^E} \right) E_3 \\ S_5 &= s_{44}^E T_5 \\ D_2 &= \left( -d_{21} - \frac{d_{21} s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( d_{15} + \frac{d_{21} s_{14}^E}{s_{11}^E} \right) T_4 - \left( \frac{d_{21} d_{31}}{s_{11}^E} \right) E_3 \\ D_3 &= \left( d_{31} - \frac{d_{31} s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( \frac{d_{31} s_{14}^E}{s_{11}^E} \right) T_4 + \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

En reportant le système (A.50) dans la relation (A.12), on obtient l'énergie dans le solide piézoélectrique :

$$U = \frac{1}{2}T_1 S_1 + \frac{1}{2}T_5 S_5 + \frac{1}{2}D_3 E_3 \quad (\text{A.51})$$

soit

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}T_1 \left\{ \left( s_{11}^E - \frac{s_{12}^{E^2}}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( s_{14}^E + \frac{s_{12}^E s_{14}^E}{s_{11}^E} \right) T_4 + \left( d_{31} - \frac{s_{12}^E d_{31}}{s_{11}^E} \right) E_3 \right\} \\ &+ \frac{1}{2}T_5 \left\{ s_{44}^E T_5 \right\} + \frac{1}{2}E_3 \left\{ \left( d_{31} - \frac{d_{31} s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( \frac{d_{31} s_{14}^E}{s_{11}^E} \right) T_4 + \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

En **négligeant l'énergie de cisaillement** dans la section du barreau, soit  $T_4 \simeq T_5 \simeq 0$ , on réécrit la relation (A.52) comme :

$$\begin{aligned} U &\simeq \frac{1}{2}T_1 \left\{ \left( s_{11}^E - \frac{s_{12}^{E^2}}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( d_{31} - \frac{s_{12}^E d_{31}}{s_{11}^E} \right) E_3 \right\} \\ &+ \frac{1}{2}E_3 \left\{ \left( d_{31} - \frac{d_{31} s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) T_1 + \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

Ainsi les différentes énergies s'écrivent :

$$U_E \simeq \frac{1}{2} \left( s_{11}^E - \frac{s_{12}^{E^2}}{s_{11}^E} \right) T_1^2 \quad (\text{A.54})$$

$$U_D = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3^2 \quad (\text{A.55})$$

$$2 U_M \simeq \left( d_{31} - \frac{s_{12}^E d_{31}}{s_{11}^E} \right) T_1 E_3 \quad (\text{A.56})$$

En posant les termes suivant :

$$s_{11}^{E'} = s_{11}^E \left( 1 - \frac{s_{12}^E{}^2}{s_{11}^E{}^2} \right) \quad (\text{A.57})$$

$$\varepsilon_{33}^{T'} = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \quad (\text{A.58})$$

$$d'_{31} = d_{31} \left( 1 - \frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \right) \quad (\text{A.59})$$

on obtient le coefficient de couplage du mode 31' défini par l'équation (A.14) :

$$\boxed{k'_{31} \simeq \frac{d'_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^{T'} s_{11}^{E'}}}} \quad (\text{A.60})$$

### A.3.4 Mode de cisaillement 15

On choisit comme variables indépendantes  $T$  et  $E$ , pour décrire les équations de la piézoélectricité du système cristallographique 3m. Le système d'équations est donc identique au système (A.26) du mode 31.

On utilise ensuite les conditions aux limites appliquées à la géométrie présentée figure A.8. Les faces latérales sont libres et  $b$  et  $c$  sont petits devant  $a$ . On écrit donc :

$$T_2 = T_3 = T_5 = T_6 = 0 \quad (\text{A.61})$$

Du fait de la position des électrodes, si les effets de bord sont négligés on écrit :

$$E_1 = E_3 = 0 \quad (\text{A.62})$$

On simplifie donc les équations du système (A.26) en :

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}^E T_1 + s_{14}^E T_4 - d_{21} E_2 \\ S_2 &= s_{12}^E T_1 - s_{14}^E T_4 + d_{21} E_2 \\ S_3 &= s_{13}^E T_1 \\ S_4 &= s_{14}^E T_1 + s_{44}^E T_4 + d_{15} E_2 \\ S_5 &= 0 \\ S_6 &= 0 \\ D_1 &= 0 \\ D_2 &= -d_{21} T_1 + d_{15} T_4 + \varepsilon_{11}^T E_2 \\ D_3 &= d_{31} T_1 \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

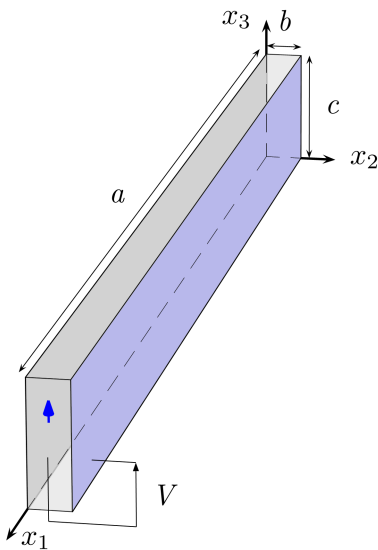


FIGURE A.8 – Géométrie pour le mode 15, polarisation selon la flèche bleue, tension  $V$  appliquée.

En reportant le système (A.63) dans la relation (A.12), on obtient l'énergie dans le solide piézoélectrique :

$$U = \frac{1}{2}T_1S_1 + \frac{1}{2}T_4S_4 + \frac{1}{2}D_2E_2 \quad (\text{A.64})$$

soit

$$U = \frac{1}{2}T_1 \left\{ s_{11}^E T_1 + s_{14}^E T_4 - d_{21} E_2 \right\} + \frac{1}{2}T_4 \left\{ s_{14}^E T_1 + s_{44}^E T_4 + d_{15} E_2 \right\} + \frac{1}{2}E_2 \left\{ -d_{21} T_1 + d_{15} T_4 + \varepsilon_{11}^T E_2 \right\} \quad (\text{A.65})$$

En considérant un cisaillement pur, soit  $T_1 \simeq 0$ , on obtient :

$$U \simeq \frac{1}{2}T_4 \left\{ s_{44}^E T_4 + d_{15} E_2 \right\} + \frac{1}{2}E_2 \left\{ d_{15} T_4 + \varepsilon_{11}^T E_2 \right\} \quad (\text{A.66})$$

Ainsi les différentes énergies s'écrivent :

$$U_E \simeq \frac{1}{2} s_{44}^E T_4^2 \quad (\text{A.67})$$

$$U_D \simeq \frac{1}{2} \varepsilon_{11}^T E_2^2 \quad (\text{A.68})$$

$$2 U_M \simeq d_{15} T_4 E_2 \quad (\text{A.69})$$

En utilisant l'égalité  $s_{44}^E = s_{55}^E$ , le coefficient de couplage du mode 15 défini par l'équation (A.14) s'écrit finalement :

$$k_{15} \simeq \frac{d_{15}}{\sqrt{s_{55}^E \varepsilon_{11}^T}} \quad (\text{A.70})$$

# Bibliographie

- [1] NTIA, « United states frequency allocations », [www.ntia.doc.gov](http://www.ntia.doc.gov). Consulté le : 17/07/2017. [Cité page 9]
- [2] E. DIEULESAINT et D. ROYER, *Ondes élastiques dans les solides : application au traitement du signal*. Masson et Cie, Paris, 1974. [2 citations pages 15 et 16]
- [3] I. VIKTOROV, « Rayleigh and lamb waves », *A multisensor employing an ultrasonic Lamb-wave oscillator*, p. 67–72, 1967. [Cité page 16]
- [4] D. ROYER et E. DIEULESAINT, « Propagation et génération des ondes élastiques », *Techniques de l'ingénieur Matériaux pour l'électronique et dispositifs associés*, no. article : e3210, 2001. [3 citations pages 16, 21, et 130]
- [5] M. P. da CUNHA et E. L. ADLER, « High velocity pseudo surface waves (hvpsaw) », *in 1994 Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium*, vol. 1, p. 281–286 vol.1, octobre 1994. [Cité page 16]
- [6] J. CURIE et P. CURIE, « Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, vol. XCI, p. 294, 1908. [2 citations pages 18 et 35]
- [7] S. FUJISHIMA, « The history of ceramic filters », *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 47, no. 1, p. 1–7, 2000. [Cité page 18]
- [8] A. AL-ZEIN, G. FRAYSSE, J. ROUQUETTE, J. HAINES, P. PAPET, C. LEVELUT, B. HEHLEN, G. AQUILANTI et Y. JOLY, « Zr shift at the origin of the piezoelectric effect in pbzr0.52ti0.48o3 », *in JEEP 2010*, 2010. [Cité page 18]
- [9] B. FERRAND, « La méthode de tirage de Czochralski », [www.cmdo.cnrs.fr](http://www.cmdo.cnrs.fr). Consulté le : 23/04/2017. [Cité page 18]
- [10] F. GILBERT, *Les céramiques industrielles : Propriétés, mise en forme et applications*. Paris : Dunod, 2013. [Cité page 18]
- [11] « Ieee standard on piezoelectricity », *ANSI/IEEE Std 176-1987*, p. 0–1, 1988. [2 citations pages 19 et 23]
- [12] R. ROUFFAUD, *Modélisation et caractérisation de nouveaux matériaux piézoélectriques (sans plomb et composites de connectivité 1-3) pour la transduction ultrasonore*. Thèse doctorat, Université Francois Rabelais de Tours, décembre 2014. [Cité page 20]
- [13] MEGGITT, « Material data based on typical values », [www.ferroperm-piezo.com](http://www.ferroperm-piezo.com). Consulté le : 23/04/2017. [2 citations pages 20 et 125]
- [14] B. ANDERSEN, E. RINGGAARD, T. BOVE, A. ALBAREDA et R. PÉREZ, « Performance of piezoelectric ceramic multilayer components based on hard and soft pzt », *Proceedings of Actuator 2000*, p. 419–422, 2000. [Cité page 20]

- [15] J. KELLY, M. LEONARD, C. TANTIGATE et A. SAFARI, « Effect of composition on the electromechanical properties of  $(1-x)\text{pb}(\text{mg}_{1/3}\text{nb}_{2/3})\text{o}_3\text{-xpbtio}_3$  ceramics », *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 80, p. 957–964, avril 1997. [Cité page 21]
- [16] R. S. WEIS et T. K. GAYLORD, « Lithium niobate : Summary of physical properties and crystal structure », *Applied Physics A*, vol. 37, no. 4, p. 191–203, 1985. [2 citations pages 21 et 128]
- [17] D. A. BERLINCOURT, D. R. CURRAN et H. JAFFE, « Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers », *Physical Acoustics : Principles and Methods*, vol. 1, no. Part A, p. 247, 1964. [2 citations pages 22 et 131]
- [18] W. P. MASON, *Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics*. Van Nostrand, New York, 1950. [Cité page 22]
- [19] T. IKEDA, *Fundamentals of piezoelectricity*. Oxford university press, Oxford, 1996. [3 citations pages 22, 28, et 80]
- [20] S. CHANG, N. ROGACHEVA et C. CHOU, « Analysis of methods for determining electromechanical coupling coefficients of piezoelectric elements », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 42, p. 630–640, juillet 1995. [Cité page 22]
- [21] M. BRISSAUD, *Matériaux piézoélectriques*. PPUR presses polytechniques, 2007. [3 citations pages 23, 80, et 131]
- [22] « Atila, finite-element software package for the analysis of 2d & 3d structures based on smart materials, version 6.0.2 user’s manual », 2010. [2 citations pages 23 et 54]
- [23] J. CELLMER, « Réseaux cellulaires système umts », *Techniques de l’ingénieur Réseaux cellulaires et téléphonie*, no. article : te7368, 2017. [Cité page 32]
- [24] J. CELLMER, « Réseaux cellulaires système cdma », *Techniques de l’ingénieur Réseaux cellulaires et téléphonie*, no. article : e7366, 2017. [Cité page 32]
- [25] L. NUAYMI, « Réseaux cellulaires de cinquième génération ou 5g », *Techniques de l’ingénieur Réseaux cellulaires et téléphonie*, no. article : te7360, 2017. [Cité page 32]
- [26] CISCO, « Cisco visual networking index : Global mobile data traffic forecast update, 2016-2021 white paper », [www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/mobile-white-paper-c11-520862.html](http://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/mobile-white-paper-c11-520862.html). Consulté le : 04/20/2017. [Cité page 32]
- [27] T. BAYKAS, J. WANG, M. A. RAHMAN, H. N. TRAN, C. SONG, S. FILIN, Y. ALEMSEGED, C. SUN, G. P. VILLARDI, C. S. SUM, Z. LAN et H. HARADA, « Overview of tv white spaces : Current regulations, standards and coexistence between secondary users », in *2010 IEEE 21st International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Workshops*, p. 38–43, septembre 2010. [Cité page 32]
- [28] S. SUN, T. S. RAPPAPORT, R. W. HEATH, A. NIX et S. RANGAN, « Mimo for millimeter-wave wireless communications : beamforming, spatial multiplexing, or both? », *IEEE Communications Magazine*, vol. 52, no. 12, p. 110–121, 2014. [Cité page 32]
- [29] L. LU, G. Y. LI, A. L. SWINDLEHURST, A. ASHIKHMIN et R. ZHANG, « An overview of massive mimo : Benefits and challenges », *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 8, no. 5, p. 742–758, 2014. [Cité page 32]



- [30] S. WILLIAM et B. SYLVAIN, « Composants acoustiques utilisés pour le filtrage - revue des différentes technologies revue des différentes technologies », *Techniques de l'ingénieur Matériaux pour l'électronique et dispositifs associés*, février 2008. [3 citations pages 33, 35, et 37]
- [31] PARLEMENT EUROPÉEN, « Directive 2012/19/ue du parlement européen et du conseil du 4 juillet 2012 relative aux déchets d'équipements électriques et électroniques (deee) », <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2012:197:0038:0071:fr:PDF> Consulté le : 23/04/2017. [Cité page 34]
- [32] P. WRIGHT et P. DEFRANOUL, « Filtrés à ondes de surface », *Techniques de l'ingénieur Matériaux pour l'électronique et dispositifs associés*, no. article : e2200, 2000. [Cité page 34]
- [33] K. LAKIN, G. KLINE et K. MCCARRON, « Development of miniature filters for wireless applications », *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 12, p. 2933—2939, 1995. [Cité page 35]
- [34] W. CADY, « The piezo-electric resonator », *Proceedings of the IRE*, vol. 10, p. 83—114, avril 1922. [Cité page 35]
- [35] K. E. PETERSEN, « Silicon as a mechanical material », *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, p. 420—457, mai 1982. [Cité page 35]
- [36] P. BRADLEY, J. LARSON et R. RUBY, « Duplexer incorporating thin-film bulk acoustic resonators (fbars) », juillet 2001. US Patent 6,262,637. [Cité page 35]
- [37] C. RUPPEL, « Acoustic wave filter technology- a review », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. PP, no. 99, p. 1—1, 2017. [Cité page 35]
- [38] T. KALKUR, M. HMEDA, A. MANSOUR, P. ALPAY, N. SBOCKEY et G. TOMPA, « Switchable and tunable resonators with barium strontium titanate on gan/sapphire substrates », in *2015 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium & the European Frequency and Time Forum*, avril 2015. [Cité page 36]
- [39] I. VOICULESCU et A. N. NORDIN, « Acoustic wave based \mems\ devices for biosensing applications », *Biosensors and Bioelectronics*, vol. 33, no. 1, p. 1—9, 2012. [Cité page 36]
- [40] L. RAYLEIGH, « On waves propagated along the plane surface of an elastic solid », *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 1, no. 1, p. 4—11, 1885. [Cité page 36]
- [41] H. LAMB, « On the vibrations of an elastic sphere », *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 1, no. 1, p. 189—212, 1881. [Cité page 36]
- [42] R. WHITE et F. VOLTMER, « Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves », *Applied physics letters*, vol. 7, no. 12, p. 314—316, 1965. [Cité page 36]
- [43] S. DEGRAEVE, *Cristaux phononiques accordables*. Thèse doctorat, Université Lille 1, décembre 2013. [4 citations pages 40, 46, 47, et 126]
- [44] N. KHERRAZ, L. HAUMESSER, F. LEVASSORT, P. BENARD et B. MORVAN, « Controlling bragg gaps induced by electric boundary conditions in phononic piezoelectric plates », *Applied Physics Letters*, vol. 108, no. 9, 2016. [2 citations pages 40 et 49]
- [45] E. YABLONOVITCH, « Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, p. 2059—2062, mai 1987. [Cité page 40]

- [46] J. LIU, L. YE, D. A. WEITZ et P. SHENG, « Novel acoustic excitations in suspensions of hard-sphere colloids », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 65, p. 2602–2605, novembre 1990. [Cité page 40]
- [47] M. S. KUSHWAHA, P. HALEVI, L. DOBRZYNSKI et B. DJAFARI-ROUHANI, « Acoustic band structure of periodic elastic composites », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, p. 2022–2025, septembre 1993. [Cité page 41]
- [48] M. SIGALAS et E. ECONOMOU, « Band structure of elastic waves in two dimensional systems », *Solid State Communications*, vol. 86, no. 3, p. 141 – 143, 1993. [Cité page 41]
- [49] R. MARTINEZ-SALA, J. SANCHO, J. V. SANCHEZ, V. GOMEZ, J. LLINARES et F. MESEGUER, « Sound attenuation by sculpture », *Nature*, vol. 378, p. 241–241, novembre 1995. [Cité page 41]
- [50] F. R. MONTERO DE ESPINOSA, E. JIMÉNEZ et M. TORRES, « Ultrasonic band gap in a periodic two-dimensional composite », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 80, p. 1208–1211, février 1998. [Cité page 41]
- [51] J. O. VASSEUR, P. DEYMIER, B. CHENNI, B. DJAFARI-ROUHANI, L. DOBRZYNSKI et D. PREVOST, « Experimental and theoretical evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional solid phononic crystals », *Physical Review Letters*, vol. 86, no. 14, p. 3012, 2001. [Cité page 41]
- [52] T. GORISHNYI, C. K. ULLAL, M. MALDOVAN, G. FYTAS et E. L. THOMAS, « Hypersonic phononic crystals », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, p. 115501, mars 2005. [Cité page 41]
- [53] M. TORRES, F. R. MONTERO DE ESPINOSA, D. GARCIA-PABLOS et N. GARCIA, « Sonic band gaps in finite elastic media : Surface states and localization phenomena in linear and point defects », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, p. 3054–3057, avril 1999. [Cité page 41]
- [54] T. MIYASHITA, « Sonic crystals and sonic wave-guides », *Measurement Science and Technology*, vol. 16, p. R47–R63, avril 2005. [Cité page 41]
- [55] P. A. DEYMIER, *Acoustic metamaterials and phononic crystals*, vol. 173. Springer Science & Business Media, New York, 2013. [2 citations pages 41 et 44]
- [56] Y. PENNEC et B. DJAFARI-ROUHANI, *Phononic Crystals : Fundamentals and Applications*, p. 23–50. New York, NY : Springer, New York, NY, 2016. [Cité page 41]
- [57] B. MERHEB, P. DEYMIER, K. MURALIDHARAN, J. BUCAY, M. JAIN, M. ALOSHYNALLESUFFLEUR, R. GREGER, S. MOHANTY et A. BERKER, « Viscoelastic effect on acoustic band gaps in polymer-fluid composites », *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 17, no. 7, p. 075013, 2009. [Cité page 41]
- [58] M. DURANTEAU, T. VALIER-BRASIER, J.-M. CONOIR et R. WUNENBURGER, « Random acoustic metamaterial with a subwavelength dipolar resonance », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 139, no. 6, p. 3341–3352, 2016. [Cité page 42]
- [59] Z. LIU, X. ZHANG, Y. MAO, Y. ZHU, Z. YANG, C. T. CHAN et P. SHENG, « Locally resonant sonic materials », *Science*, vol. 289, no. 5485, p. 1734–1736, 2000. [Cité page 42]
- [60] M. FARHAT, S. GUENNEAU et S. ENOCH, « Ultrabroadband elastic cloaking in thin plates », *Physical Review Letters*, vol. 103, juillet 2009. [Cité page 42]
- [61] J. LI et C. T. CHAN, « Double-negative acoustic metamaterial », *Phys. Rev. E*, vol. 70, p. 055602, novembre 2004. [Cité page 43]

- [62] S. YANG, J. H. PAGE, Z. LIU, M. L. COWAN, C. T. CHAN et P. SHENG, « Focusing of sound in a 3d phononic crystal », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 024301, juillet 2004. [Cité page 43]
- [63] J. H. PAGE, A. SUKHOVICH, S. YANG, M. L. COWAN, F. V. D. BIEST, A. TOURIN, M. FINK, Z. LIU, C. T. CHAN et P. SHENG, « Phononic crystals », *physica status solidi (b)*, vol. 241, p. 3454–3462, décembre 2004. [Cité page 43]
- [64] J. LI, L. FOK, X. YIN, G. BARTAL et X. ZHANG, « Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens », *Nat Mater*, vol. 8, p. 931–934, décembre 2009. [Cité page 43]
- [65] J. B. PENDRY, « Negative refraction makes a perfect lens », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, p. 3966–3969, octobre 2000. [Cité page 43]
- [66] A.-C. HLADKY-HENNION, J. O. VASSEUR, C. CROËNNE, J.-P. GROBY, B. DUBUS, B. DJAFARI-ROUHANI, B. MORVAN et A. TINEL, « Réfraction négative d’ondes transverses dans les cristaux phononiques », in *10ème Congrès Français d’Acoustique* (S. F. d. SFA, éd.), (Lyon, France), avril 2010. [Cité page 43]
- [67] B. BONELLO, L. BELLIARD, J. PIERRE, J. O. VASSEUR, B. PERRIN et O. BOYKO, « Negative refraction of surface acoustic waves in the subgigahertz range », *Phys. Rev. B*, vol. 82, p. 104109, septembre 2010. [Cité page 43]
- [68] M. K. LEE, P. S. MA, I. K. LEE, H. W. KIM et Y. Y. KIM, « Negative refraction experiments with guided shear-horizontal waves in thin phononic crystal plates », *Applied Physics Letters*, vol. 98, p. 011909, janvier 2011. [Cité page 43]
- [69] Y. TANAKA et S.-I. TAMURA, « Acoustic stop bands of surface and bulk modes in two-dimensional phononic lattices consisting of aluminum and a polymer », *Phys. Rev. B*, vol. 60, p. 13294–13297, novembre 1999. [Cité page 43]
- [70] B. MANZANARES-MARTINEZ et F. RAMOS-MENDIETA, « Surface elastic waves in solid composites of two-dimensional periodicity », *Phys. Rev. B*, vol. 68, p. 134303, octobre 2003. [Cité page 43]
- [71] T.-T. WU, L.-C. WU et Z.-G. HUANG, « Frequency band-gap measurement of two-dimensional air/silicon phononic crystals using layered slanted finger interdigital transducers », *Journal of Applied Physics*, vol. 97, no. 9, p. 094916, 2005. [Cité page 43]
- [72] S. BENCHABANE, A. KHELIF, J.-Y. RAUCH, L. ROBERT et V. LAUDE, « Evidence for complete surface wave band gap in a piezoelectric phononic crystal », *Phys. Rev. E*, vol. 73, p. 065601, Juin 2006. [Cité page 43]
- [73] S. TANIKER et C. YILMAZ, « Design, analysis and experimental investigation of three-dimensional structures with inertial amplification induced vibration stop bands », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 72, p. 88–97, 2015. [Cité page 44]
- [74] C. GOFFAUX et J. P. VIGNERON, « Theoretical study of a tunable phononic band gap system », *Phys. Rev. B*, vol. 64, p. 075118, juillet 2001. [2 citations pages 44 et 45]
- [75] A. KHELIF, P. DEYMIER, B. DJAFARI-ROUHANI, J. VASSEUR et L. DOBRZYNSKI, « Two-dimensional phononic crystal with tunable narrow pass band : Application to a waveguide with selective frequency », *Journal of applied physics*, vol. 94, no. 3, p. 1308–1311, 2003. [Cité page 44]

- [76] Y. PENNEC, B. DJAFARI-ROUHANI, J. O. VASSEUR, A. KHELIF et P. A. DEYMIER, « Tunable filtering and demultiplexing in phononic crystals with hollow cylinders », *Physical Review E*, vol. 69, avril 2004. [Cité page 44]
- [77] Y. PENNEC, B. DJAFARI-ROUHANI, J. O. VASSEUR, H. LARABI, A. KHELIF, A. CHOUJAA, S. BENCHABANE et V. LAUDE, « Acoustic channel drop tunneling in a phononic crystal », *Applied Physics Letters*, vol. 87, p. 261912, décembre 2005. [Cité page 44]
- [78] Y. ACHAOU, A. KHELIF, S. BENCHABANE et V. LAUDE, « Polarization state and level repulsion in two-dimensional phononic crystals and waveguides in the presence of material anisotropy », *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 43, p. 185401, avril 2010. [Cité page 44]
- [79] S.-C. S. LIN et T. J. HUANG, « Tunable phononic crystals with anisotropic inclusions », *Physical Review B*, vol. 83, mai 2011. [Cité page 44]
- [80] E. G. BARNWELL, W. J. PARNELL et I. D. ABRAHAMS, « Tunable elastodynamic band gaps », *Extreme Mechanics Letters*, vol. 12, p. 23–29, avril 2017. [Cité page 44]
- [81] K. BERTOLDI et M. C. BOYCE, « Mechanically triggered transformations of phononic band gaps in periodic elastomeric structures », *Phys. Rev. B*, vol. 77, p. 052105, février 2008. [2 citations pages 44 et 45]
- [82] J.-H. JANG, C. Y. KOH, K. BERTOLDI, M. C. BOYCE et E. L. THOMAS, « Combining pattern instability and shape-memory hysteresis for phononic switching », *Nano letters*, vol. 9, no. 5, p. 2113–2119, 2009. [Cité page 44]
- [83] J.-H. JANG, C. K. ULLAL, T. GORISHNYI, V. V. TSUKRUK et E. L. THOMAS, « Mechanically tunable three-dimensional elastomeric network/air structures via interference lithography », *Nano Letters*, vol. 6, no. avril, p. 740–743, 2006. [Cité page 44]
- [84] W.-P. YANG et L.-W. CHEN, « The tunable acoustic band gaps of two-dimensional phononic crystals with a dielectric elastomer cylindrical actuator », *Smart Materials and Structures*, vol. 17, no. 1, p. 015011, 2007. [Cité page 44]
- [85] Y.-Z. WANG, F.-M. LI, W.-H. HUANG, X. JIANG, Y.-S. WANG et K. KISHIMOTO, « Wave band gaps in two-dimensional piezoelectric/piezomagnetic phononic crystals », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 45, no. 14-15, p. 4203 – 4210, 2008. [Cité page 45]
- [86] J.-F. ROBILLARD, O. B. MATAR, J. O. VASSEUR, P. A. DEYMIER, M. STIPPINGER, A.-C. HLADKY-HENNION, Y. PENNEC et B. DJAFARI-ROUHANI, « Tunable magnetoelastic phononic crystals », *Applied Physics Letters*, vol. 95, no. 12, 2009. [Cité page 45]
- [87] S. ZHANG, Y. SHI et Y. GAO, « Tunability of band structures in a two-dimensional magnetostrictive phononic crystal plate with stress and magnetic loadings », *Physics Letters A*, vol. 381, p. 1055–1066, mars 2017. [Cité page 45]
- [88] Z.-G. HUANG et T.-T. WU, « Temperature effect on the bandgaps of surface and bulk acoustic waves in two-dimensional phononic crystals », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency control*, vol. 52, no. 3, p. 365–370, 2005. [Cité page 45]
- [89] L.-Y. WU, W.-P. YANG et L.-W. CHEN, « The thermal effects on the negative refraction of sonic crystals », *Physics Letters A*, vol. 372, no. 15, p. 2701– 2705, 2008. [Cité page 45]
- [90] J.-Y. YEH, « Control analysis of the tunable phononic crystal with electrorheological material », *Physica B : Condensed Matter*, vol. 400, no. 1-2, p. 137 – 144, 2007. [Cité page 45]

- [91] B. WU, C. HE, R. WEI et H. ZHAO, « Research on two-dimensional phononic crystal with magnetorheological material », in *2008 IEEE Ultrasonics Symposium*, novembre 2008. [Cité page 45]
- [92] A. BAYAT et F. GORDANINEJAD, « Band-gap of a soft magnetorheological phononic crystal », *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 137, p. 011013, novembre 2014. [Cité page 45]
- [93] Z. HOU, F. WU et Y. LIU, « Phononic crystals containing piezoelectric material », *Solid State Communications*, vol. 130, p. 745–749, juin 2004. [Cité page 45]
- [94] X.-Y. ZOU, Q. CHEN, B. LIANG et J.-C. CHENG, « Control of the elastic wave bandgaps in two-dimensional piezoelectric periodic structures », *Smart Materials and Structures*, vol. 17, p. 015008, novembre 2007. [Cité page 45]
- [95] I. V. OSTROVSKII, V. A. KLYMKO et A. B. NADTOCHIY, « Plate wave stop-bands in periodically poled lithium niobate », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 125, p. EL129—EL133, avril 2009. [Cité page 46]
- [96] C. J. RUPP, M. L. DUNN et K. MAUTE, « Switchable phononic wave filtering, guiding, harvesting, and actuating in polarization-patterned piezoelectric solids », *Applied Physics Letters*, vol. 96, p. 111902, mars 2010. [Cité page 46]
- [97] D. PILIPOSYAN, G. PILIPOSIAN et K. GHAZARYAN, « Propagation and control of shear waves in piezoelectric composite waveguides with metallized interfaces », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 106-107, p. 119–128, février 2017. [Cité page 46]
- [98] F. LI, C. ZHANG et C. LIU, « Active tuning of vibration and wave propagation in elastic beams with periodically placed piezoelectric actuator/sensor pairs », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 393, p. 14–29, avril 2017. [Cité page 46]
- [99] L. AIROLDI et M. RUZZENE, « Wave propagation control in beams through periodic multi-branch shunts », *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 22, p. 1567–1579, septembre 2011. [Cité page 46]
- [100] S. DEGRAEVE, C. GRANGER, B. DUBUS, J. O. VASSEUR, M. PHAM THI et A.-C. HLADKY-HENNION, « Bragg band gaps tunability in an homogeneous piezoelectric rod with periodic electrical boundary conditions », *Journal of Applied Physics*, vol. 115, p. 194508, 8 pages, 2014. [Cité page 47]
- [101] S. DEGRAEVE, C. GRANGER, B. DUBUS, J. O. VASSEUR, M. PHAM THI et A.-C. HLADKY-HENNION, « Tunability of a one-dimensional elastic/piezoelectric phononic crystal using external capacitances », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 101, p. 494–501, 2015. [2 citations pages 47 et 56]
- [102] S. DEGRAEVE, C. GRANGER, B. DUBUS, J. O. VASSEUR, M. PHAM THI et A.-C. HLADKY-HENNION, « Tunability of bragg band gaps in one-dimensional piezoelectric phononic crystals using external capacitances », *Smart Materials and Structures*, vol. 24, p. 085013, juillet 2015. [2 citations pages 47 et 48]
- [103] M. PHAM THI, A. ZIAEI, S. DEGRAEVE, A. HLADKY-HENNION, B. DUBUS et C. GRANGER, « Dispositif acoustique comprenant un cristal phononique réglable à base d'éléments piézoélectriques », août 2015. EP Patent App. EP20,130,766,547. [Cité page 47]
- [104] A.-C. HLADKY-HENNION, G. ALLAN et M. de BILLY, « Localized modes in a one-dimensional diatomic chain of coupled spheres », *Journal of applied physics*, vol. 98, no. 5, p. 054909, 2005. [Cité page 48]

- [105] A.-C. HLADKY-HENNION et M. de BILLY, « Experimental validation of band gaps and localization in a one-dimensional diatomic phononic crystal », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, p. 2594–2600, novembre 2007. [Cité page 48]
- [106] S. MANSOURA, P. BENARD, B. MORVAN, P. MARÉCHAL, A. HLADKY-HENNION et B. DUBUS, « Theoretical and experimental analysis of a piezoelectric plate connected to a negative capacitance at mhz frequencies », *Smart Materials and Structures*, vol. 24, no. 11, p. 115032, 2015. [Cité page 48]
- [107] M.-F. PONGE, B. DUBUS, C. GRANGER, J. O. VASSEUR, M. PHAM THI et A.-C. HLADKY-HENNION, « Theoretical and experimental analyses of tunable fabry-perot resonators using piezoelectric phononic crystals », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 62, p. 1114–1121, jun 2015. [Cité page 48]
- [108] C. CROËNNE, M.-F. PONGE, B. DUBUS, C. GRANGER, L. HAUMESSER, F. LEVASSORT, J. O. VASSEUR, A. LORDEREAU, M. PHAM THI et A.-C. HLADKY-HENNION, « Tunable phononic crystals based on piezoelectric composites with 1-3 connectivity », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 139, no. 6, p. 3296–3302, 2016. [Cité page 48]
- [109] O. B. WILSON, *An introduction to the theory and design of sonar transducers*. Naval Sea Systems Command, 1985. [2 citations pages 60 et 62]
- [110] C. JOH, J. KIM et Y. ROH, « Determination of the complex material constants of pmn–28% pt piezoelectric single crystals », *Smart Materials and Structures*, vol. 22, no. 12, p. 125027, 2013. [Cité page 77]
- [111] CTG, « Complete sets of elastic, dielectric and piezoelectric properties of [001] poled pmn–28%pt (type-a) single crystal », [www.channeltechgroup.com](http://www.channeltechgroup.com). Consulté le : 23/04/2017. [Cité page 127]



## *Résumé*

Les cristaux phononiques sont des matériaux structurés périodiquement permettant le contrôle de la propagation d'ondes élastiques. Leurs propriétés sont définies dès leur conception et leur fabrication. L'objet de cette thèse est de conférer de l'agilité à ces structures. Dans ce cadre, deux types de cristaux phononiques piézoélectriques pilotés par des conditions électriques sont présentés. Ces deux cristaux phononiques réalisent la fonction de filtre coupe-bande accordable en fréquence en vue d'applications en tant que composant pour les télécommunications. Le caractère périodique de ces cristaux phononiques est uniquement dû à la périodicité des électrodes déposées à la surface du substrat. La première géométrie permet de générer des ondes de Lamb à une fréquence de l'ordre du mégahertz. Un modèle analytique est développé et met en évidence une Bande Interdite électrique due à la discontinuité du champ électrique le long du réseau, et dépendante des conditions électriques choisies. Les résultats analytiques sont comparés avec succès à ceux de calculs par éléments finis. Des mesures vibratoires ont permis d'identifier les modes excités dans le dispositif expérimental. Les mesures du potentiel électrique en transmission ont mis en évidence la Bande Interdite générée par le cristal phononique. La seconde géométrie permet de générer des ondes de surface à une fréquence de l'ordre de la centaine de mégahertz. Des calculs par éléments finis montrent de nouveau une Bande Interdite électrique due à l'alternance du champ électrique et dépendante des conditions électriques, pouvant donner lieu à des composants Radio Fréquence accordables.

**Mots clefs :** cristal phononique, accordabilité, bande interdite électrique, composants pour télécommunications, filtre coupe-bande, ondes de Lamb, ondes de surface.

## *Abstract*

Phononic crystals are materials with a periodic structure used to modify the propagation of acoustic waves. Their properties are fixed during the fabrication. The purpose of this PhD thesis is to give tunability to these structures. In this context, two types of piezoelectric phononic crystals driven by electrical conditions are studied. These two phononic crystals perform a tunable stop-band filter function for applications as a component for telecommunications. The periodic property of these phononic crystals is only due to the periodicity of the electrodes covering the surface of the substrate. The first geometry generates Lamb waves at a frequency around one megahertz. An analytical model is developed and exhibits an Electrical Bragg Band gap due to the discontinuity of the electric field along the crystal, that depends on the electrical boundary conditions. The analytical results are compared with success to finite element results. With the help of the displacement measurements, we have identified the excited modes in the experimental device. The measurements of the electrical potential in transmission have revealed the Electrical Bragg Band gap generated by the phononic crystal. The second geometry generates surface acoustic waves at a frequency around one hundred megahertz. Once again, finite element calculations exhibit an Electrical Bragg Band gap due to the discontinuity of the electric field that depends on the electrical boundary conditions. Then, the device can be used to create tunable Radio Frequency components.

**Keywords :** phononic crystal, tunability, electrical Bragg band gap, telecommunication components, stop-band filter, Lamb waves, Surface Acoustic Waves.